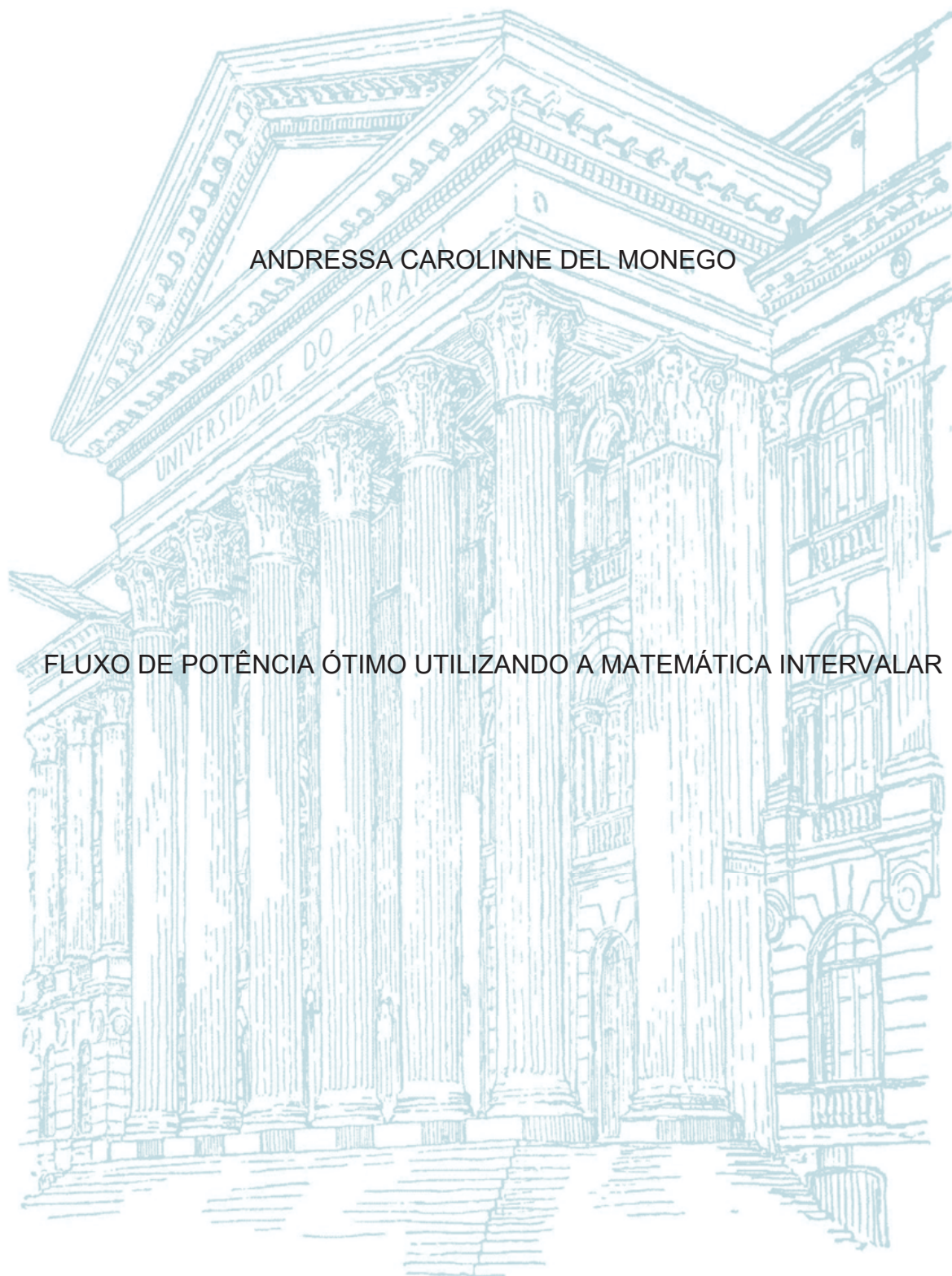


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ANDRESSA CAROLINNE DEL MONEGO



FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO UTILIZANDO A MATEMÁTICA INTERVALAR

CURITIBA

2017

ANDRESSA CAROLINNE DEL MONEGO

FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO UTILIZANDO A MATEMÁTICA INTERVALAR

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Profa. Dra. Thelma Solange Piazza Fernandes.

CURITIBA

2017

M742f

Monego, Andressa Carolinne Del

Fluxo de potência ótimo utilizando a matemática intervalar / Andressa Carolinne Del Monego. – Curitiba, 2017.

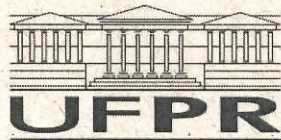
117 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2017.

Orientadora: Thelma Solange Piazza Fernandes.

1. Sistemas elétricos de potência. 2. Fluxo de potência ótimo. 3. Matemática intervalar.
I. Universidade Federal do Paraná. II. Fernandes, Thelma Solange Piazza. III. Título.

CDD: 511.42



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
ELÉTRICA

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **ANDRESSA CAROLINNE DEL MONEGO** intitulada: **FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO UTILIZANDO MATEMÁTICA INTERVALAR**, após terem inquirido a aluna e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 14 de Dezembro de 2017.

THELMA SOLANGE PIAZZA FERNANDES

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

ANDREA LUCIA COSTA

Avaliador Externo (UTFPR)

ELIZETE MARIA LOURENÇO

Avaliador Interno (UFPR)

CLODOMIRO UNSIHUAY-VILA

Avaliador Interno (UFPR)

Dedico esta dissertação ao meu pai Hermes Irineu e a minha mãe Maurici Luzia, ao meu irmão Victor, minha tia Marcia, minha avó Maria e meu namorado Pedro Murilo pela compreensão, amor e apoio durante a realização deste trabalho.

A minha orientadora, Thelma Solange, pela doação de sua experiência e conhecimento.

AGRADECIMENTOS

A Deus pela vida, bênçãos e graças.

A professora Dr. Thelma Solange Piazza Fernandes pelo carinho, compreensão e afeto durante a caminhada do mestrado. Pela sua aposta em nosso trabalho e a doação de seu conhecimento para que o mesmo fosse realizado.

Ao meu pai, Professor Hermes PhD, que através da sua história de vida e superação, me mostrou que é possível ser uma vencedora. A minha mãe, Professora Maurici Luzia PhD, que me apresentou ao mundo da docência, profissão que escolhi para dedicar minha vida, e me ensinou a ser quem sou hoje – obrigada a vocês, moldura da minha vida.

Ao meu irmão Victor, que esteve comigo e mesmo não compreendendo as dificuldades do processo, proporcionou carinho aos meus dias. Agradeço a minha avó Maria Delurdes, a qual eu ofereço este documento como presente de aniversário de 74 anos, por todas as intercessões e orações. Também agradeço a minha tia Marcia Luciana, por todas palavras doces de incentivo. Agradeço ao meu namorado, Pedro Murilo, por me proporcionar o ânimo e a esperança necessária para finalizar esta etapa. Pela cumplicidade e amizade durante todas as fases desta pesquisa.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da UFPR, pelo incentivo e contribuição para o aprimoramento deste trabalho.

Aos colegas Raul Karnoski e Thais Minosso pela amizade, torcida, afeto e muita cumplicidade durante esta caminhada.

A minha amiga, Valquíria, por compartilhar comigo as dificuldades, tristezas, felicidades e a conquista da realização do mestrado – obrigada por estar comigo até mesmo na minha defesa.

À Capes, pelo auxílio financeiro.

Aos demais colegas que me acompanharam durante este processo e a todos citados acima, o meu muito obrigada.

“Ideias ousadas são como as peças de xadrez que se movem para a frente;
podem ser comidas, mas podem começar um jogo vitorioso.”

Johann Goethe

RESUMO

Em estudos relacionados a análise e operação de sistema elétricos de potência (SEP) tais como, fluxo de carga (FC), fluxo de potência ótimo (FPO), cálculo de curto-circuito e outros, as incertezas provêm dos parâmetros dos transformadores e linhas de transmissão, da previsão da demanda assumida para as barras de carga do sistema, da disponibilidade de potência gerada e possíveis falhas nos geradores. Para incorporação destas incertezas em estudos de SEP, este trabalho utiliza a Matemática Intervalar para inserção de incerteza em problemas de FPO. A solução de um FPO se aplica apenas para um determinado ponto de operação e em um determinado instante de tempo. No entanto, ao invés de se considerar apenas um determinado instante de tempo, pode-se considerar uma gama de possíveis situações que podem ser assumidas ao longo de um intervalo de tempo determinado. Sendo assim, os valores de carga, de tensão e de geração não são valores únicos, mas sim intervalos onde a solução pode ser encontrada. Assim, após a aplicação da matemática intervalar é possível se obter valores de intervalares (superior e inferior) de geração de potência ativa, tensões nodais e custo marginal de operação após processo de otimização. Basicamente, a Matemática Intervalar engloba conjunto de métodos para manipulação de intervalos numéricos que aproximam dados incertos. Estes métodos baseiam-se na definição da Aritmética Intervalar e do produto escalar ótimo. Esta técnica evita que se realizem simulações e estudos exaustivos de viabilidade de todas as condições, a fim de garantir que todas as combinações sejam capazes de descrever as condições do sistema com precisão. Da mesma forma é possível diminuir o esforço computacional, evitando os cálculos de inversão e fatoração de matrizes durante o processo iterativo, diminuindo o tempo computacional do processo e os erros numéricos que podem ser agregados. Os resultados serão apresentados para sistemas de 30 e 70 barras.

Palavras-chave: Fluxo de Potência Ótimo, Matemática Intervalar, Incerteza da carga.

ABSTRACT

In studies related to the analysis and power systems operation (PSO) such as load flow (LF), optimum power flow (OPF), short-circuit calculation and others, the uncertainties come from the parameters of the transformers and lines, the demand for the load bars of the system, the availability of power generation and possible failures in the generators. To incorporate those uncertainties into SEP studies, this study uses the Interval Mathematics to insert uncertainty into OPF problems. The solution of an OPF applies only to a certain point of operation and at a certain instant of time. However, instead of considering only a certain instant of time, the scenario could consider a range of possible situations that can be assumed over a given time interval. Thus, the values of the charge, voltage and generation are not single values, but intervals where the solution can be found. After the application of the interval mathematics, it is possible to obtain values of intervals (upper and lower) of active power generation, nodal voltages and marginal cost of operation after optimization. Interval mathematics is a set of methods for manipulating numerical intervals that approximate uncertain data. Those methods are based on the definition of Interval Arithmetic and the optimal scalar product. The application of this technique avoids simulations and exhaustive feasibility studies of all conditions to ensure that all combinations are capable of accurately describing system conditions. It is possible to reduce the computational effort, avoiding the matrix inversion and factorization calculations during the iterative process, reducing the computational time of the process and the numerical errors that could be added. The results will be showed using system of 30 and 70 buses.

Key words: Optimal Power Flow, Interval Mathematics, Load Uncertainty.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 4.1 Fluxograma do algoritmo proposto para a metodologia do FPOACI..... | 64 |
| Figura 5.1 Gráfico da magnitude de tensão determinística e intervalar referente à barra 2..... | 72 |
| Figura 5.2 Gráfico da magnitude de tensão determinística e intervalar referente à barra 3..... | 72 |
| Figura 5.3 Gráfico do ângulo da tensão determinística e intervalar da barra 2..... | 73 |
| Figura 5.4 Gráfico do ângulo da tensão determinística e intervalar da barra 3..... | 73 |
| Figura 5.5 Gráfico de Pg determinístico e Pg intervalar da barra 1..... | 74 |
| Figura 5.6 Gráfico de Qg determinístico e Qg intervalar da barra 1..... | 74 |
| Figura 5.7 Gráfico da magnitude absoluta da tensão na barra 2 no cenário de despacho com a carga ($\pm 2\%$) em todas as barras do sistema..... | 75 |
| Figura 5.8 Gráfico da magnitude absoluta da tensão na barra 3 no cenário de despacho com a carga ($\pm 2\%$) em todas as barras do sistema..... | 75 |
| Figura 5.9 Gráfico do ângulo da tensão na barra 2 no cenário de despacho com a carga ($\pm 2\%$) em todas as barras do sistema..... | 76 |
| Figura 5.10 Gráfico do ângulo da tensão na barra 3 no cenário de despacho com a carga ($\pm 2\%$) em todas as barras do sistema..... | 76 |
| Figura 5.11 Gráfico túnel que apresenta o perfil de tensão em módulo do sistema-teste de 3 barras de Monticelli (1983)..... | 77 |
| Figura 5.12 Gráfico túnel que apresenta o perfil de tensão em ângulo do sistema-teste de 3 barras de Monticelli (1983)..... | 78 |
| Figura 5.13 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos de Pg para a barra 1 do sistema de 30 barras..... | 80 |
| Figura 5.14 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos de Qg para a barra 1 do sistema de 30 barras..... | 81 |
| Figura 5.15 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos da magnitude de tensão para a barra 5 do sistema de 30 barras..... | 82 |
| Figura 5.16 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos do ângulo da tensão para a barra 5 do sistema de 30 barras..... | 82 |
| Figura 5.17 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos do módulo da tensão para a barra 6 do sistema de 30 barras..... | 83 |
| Figura 5.18 Gráfico que apresenta o perfil do módulo da tensão de todos os valores intervalares e determinísticos para o sistema de 30 barras..... | 84 |

| | |
|---|-----|
| Figura 5.19 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Ativa (P_g) da barra 1 para o sistema de 70 barras..... | 86 |
| Figura 5.20 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Reativa (Q_g) da barra 1 para o sistema de 70 barras..... | 86 |
| Figura 5.21 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Ativa (P_g) da barra 29 para o sistema de 70 barras..... | 87 |
| Figura 5.22 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Reativa (Q_g) da barra 29 para o sistema de 70 barras..... | 87 |
| Figura 5.23 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Ativa (P_g) da barra 38 para o sistema de 70 barras..... | 88 |
| Figura 5.24 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Reativa (Q_g) da barra 38 para o sistema de 70 barras..... | 88 |
| Figura 5.25 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Ativa (P_g) da barra 68 para o sistema de 70 barras..... | 89 |
| Figura 5.26 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Reativa (Q_g) da barra 68 para o sistema de 70 barras..... | 89 |
| Figura 5.27 Gráfico que apresenta o túnel de perfil de tensão entre o valor determinístico médio e os intervalos para as barras de 20 a 26..... | 90 |
| Figura 5.28 Gráfico que apresenta o túnel de perfil de tensão entre o valor determinístico médio e os intervalos para as barras de 62 a 64..... | 90 |
| Figura 5.29 Análise do impacto da variação percentual para a aplicação do FPOACI no sistema de 70 barras - barras 20 a 26..... | 91 |
| Figura 5.30 Análise do impacto da variação percentual para a aplicação do FPOACI no sistema de 70 barras - barras 60 a 65..... | 92 |
| Figura 5.31 Gráfico do despacho aleatório <i>vs</i> valores ótimos intervalares para o sistema de 3 barras. | 95 |
| Figura 5.32 Despachos Aleatórios e valores do FPOACI para a barra 2. | 96 |
| Figura 5.33 Despachos Aleatórios e valores do FPOACI para a barra 3. | 96 |
| Figura 5.34 Gráfico dos despachos aleatórios <i>vs</i> valores do FPOACI para o sistema de 70 barras - barras 20-25..... | 97 |
| Figura 5.35 Gráfico dos despachos aleatórios <i>vs</i> valores do FPOACI para o sistema de 70 barras - barras 60-65..... | 100 |
| Figura A 1 Representação barra-ramo do sistema de 30 Barras do IEEE..... | 107 |

Figura B 1 Representação Barra-ramo do sistema de 70 barras de Baran e Wu (1989) 110

Figura C 1 Diagrama de representação Barra-ramo para o sistema de 3 barras adaptado de Monticelli (1989)..... 113

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 2.1 Resumo da análise das publicações relacionadas à aplicação da MI à otimização | 23 |
| Tabela 3.1 Resumo da análise das publicações relacionadas à aplicação da MI ao SEP | 41 |
| Tabela 5.1 Dados de Barra - Sistema de 3 barras (MONTICELLI, 1983) | 65 |
| Tabela 5.2 Dados de linha - Sistema de 3 Barras (MONTICELLI, 1983) | 66 |
| Tabela 5.3 Resultado FPO determinístico - Sistema de 3 barras | 66 |
| Tabela 5.4 Valores das tensões intervalares de inicialização na forma retangular ($e+jf$) [pu] | 66 |
| Tabela 5.5 Valores das potências ativa e reativa demandadas de inicialização | 67 |
| Tabela 5.6 Valores das potências ativa e reativa demandadas de inicialização | 67 |
| Tabela 5.7 Operador de Krawczyk da primeira iteração [$K^0(Z)$] | 69 |
| Tabela 5.8 Valores do vetor Z_1 - resultado da primeira iteração | 69 |
| Tabela 5.9 Valores discriminados das variáveis de otimização intervalares | 71 |
| Tabela 5.10 Valores determinísticos para o sistema de 30 barras através do MPDPI para as barras com Q_g | 79 |
| Tabela 5.11 Valores intervalares para o sistema de 30 barras – aplicação do FPOACI | 80 |
| Tabela 5.12 Valores determinísticos para o sistema de 70 barras – despacho via MPDPI | 85 |
| Tabela 5.13 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente inferior para o perfil de tensão do sistema de 3 barras | 94 |
| Tabela 5.14 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente superior para o perfil de tensão do sistema de 3 barras | 94 |
| Tabela 5.15 Análise estatística entre a média e os valores determinísticos e ótimos – 3 barras | 96 |
| Tabela 5.16 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente inferior para o perfil de tensão do sistema de 70 barras (Barras 20-25) | 98 |
| Tabela 5.17 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente superior para o perfil de tensão do sistema de 70 barras (Barras 20-25) | 99 |
| Tabela 5.18 Análise estatística entre a média e os valores determinísticos e ótimos – 70 barras (20-25) | 99 |
| Tabela 5.19 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente inferior para o perfil de tensão do sistema de 70 barras (Barras 60-65) | 100 |
| Tabela 5.20 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente superior para o perfil de tensão do sistema de 70 barras (Barras 60-65) | 101 |

| | |
|--|-----|
| Tabela 5.21 Análise estatística entre a média e os valores determinísticos e ótimos – 70 barras (60-65) | 101 |
| Tabela A 1 Dados de Carga para o sistema de 30 Barras. Adaptado de Araujo (2016)..... | 108 |
| Tabela A 2 Dados de linha para o sistema de 30 barras. Adaptado de Araujo (2016)..... | 109 |
| Tabela B 1 Dados de carga para o sistema de 70 barras de Baran e Wu (1989)..... | 110 |
| Tabela B 2 Dados das linhas para o sistema de 70 barras de Baran e Wu (1989)..... | 111 |
| Tabela B 3 Dados das potências da GD para sistema de 70 barras de Baran e Wu (1989) adaptado de Souza (2009) | 112 |

SUMÁRIO

| | | |
|------|--|----|
| 1 | MATEMÁTICA INTERVALAR APLICADA AO FLUXO DE POTENCIA ÓTIMO: A MOTIVAÇÃO..... | 15 |
| 1.1. | INTRODUÇÃO | 15 |
| 1.2. | OBJETIVOS | 17 |
| 1.3. | PUBLICAÇÕES..... | 18 |
| 1.4. | ESTRUTURA DO TRABALHO..... | 18 |
| 2 | FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA INTERVALAR E DA OTIMIZAÇÃO INTERVALAR..... | 19 |
| 2.1. | INTRODUÇÃO..... | 19 |
| 2.2. | ANÁLISE DA LITERATURA –APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA INTERVALAR EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO | 20 |
| 2.3 | CONCEITOS DA MATEMÁTICA INTERVALAR..... | 24 |
| 2.4 | RESOLUÇÃO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES INTERVALARES E INTRODUÇÃO À OTIMIZAÇÃO INTERVALAR..... | 29 |
| 2.5 | O MÉTODO DE KRAWCZYK | 34 |
| 3 | A MATEMÁTICA INTERVALAR APLICADA A PROBLEMAS DE SEP | 38 |
| 3.1. | INTRODUÇÃO..... | 38 |
| 3.2. | ANÁLISE DA LITERATURA – APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA INTERVALAR A PROBLEMAS RELACIONADOS AO SEP | 38 |
| 3.2. | APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA INTERVALAR AO FLUXO DE CARGA: REVISÃO DA LITERATURA..... | 42 |
| 4 | FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO E FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO INTERVALAR | 45 |
| 4.1. | INTRODUÇÃO..... | 45 |
| 4.2. | DEFINIÇÃO DE FPO | 47 |
| 4.3. | MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES VERSÃO PRIMAL-DUAL (MPIPD) | 48 |

| | |
|--|-----|
| 4.4. FORMULAÇÃO DO FPOAC | 55 |
| 4.5. METODOLOGIA INTERVALAR APLICADA AO FPOAC | 58 |
| 5 RESULTADOS E VALIDAÇÃO | 65 |
| 5.1. INTRODUÇÃO..... | 65 |
| 5.2. APLICAÇÃO PRÁTICA – SISTEMA DE 3 BARRAS..... | 65 |
| 5.3. RESULTADOS – SISTEMA DE 30 BARRAS | 78 |
| 5.4. RESULTADOS – SISTEMA DE 70 BARRAS | 84 |
| 5.5. VALIDAÇÃO DO MÉTODO: DESPACHOS ALEATÓRIOS | 93 |
| 6 CONCLUSÕES E PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS | 104 |
| APÊNDICE A..... | 107 |
| APÊNDICE B..... | 110 |
| APÊNDICE C | 113 |
| REFERÊNCIAS..... | 114 |

Capítulo 1

1 MATEMÁTICA INTERVALAR APLICADA AO FLUXO DE POTENCIA ÓTIMO: A MOTIVAÇÃO

1.1. INTRODUÇÃO

A resolução de problemas físicos em ambientes computacionais agrega erros de truncamento, arredondamento e de coleta de dados advindos de medições e previsões. Estes erros podem contribuir para a obtenção de resultados incertos. As incertezas que influenciam os resultados obtidos por um Fluxo de Potência são devido a: erros nos parâmetros dos transformadores e linhas de transmissão, erros na previsão da demanda assumida para as barras de carga do sistema (WANG; ALVARADO, 1991) e incerteza da disponibilidade da potência gerada e possíveis falhas nos geradores (PEREIRA, 2011).

Em estudos relacionados a análise e operação de sistema elétricos de potência (SEP) tais como, fluxo de carga (FC), fluxo de potência ótimo (FPO), cálculo de curto-circuito e outros, os erros provêm de medição dos parâmetros dos transformadores e linhas de transmissão e as incertezas provêm da previsão da demanda assumida para as barras de carga do sistema, da disponibilidade de potência gerada e possíveis falhas nos geradores (PEREIRA *et al.*, 2012).

Apesar da solução de um FPO ser normalmente tratada com quantidades determinísticas, a realidade remete a variações aleatórias ao longo do tempo, tornando o problema probabilístico e não determinístico. Ao solucionar o FPO de forma determinística, a solução do mesmo se aplica apenas para um determinado ponto do sistema e um determinado instante de tempo (WANG; ALVARADO, 1991). Mas, devido à evolução do sistema ao longo do tempo, é interessante considerar toda a gama de possíveis situações que o sistema possa assumir em um intervalo de tempo determinado. Dessa forma, os parâmetros da carga e da geração não devem ser apenas valores únicos e sim intervalos de valores onde a solução seria encontrada (WANG; ALVARADO, 1991).

A exploração de todas as possíveis combinações de variações de carga, por exemplo, analisadas segundo uma abordagem determinística via FC ou FPO torna a análise exaustiva, pois para que seja possível englobar todas as combinações, seriam necessárias diversas

simulações e estudos exaustivos de viabilidade de todas as condições. Além desta abordagem levar a erros, o tempo computacional seria muito alto, devido à elevada geração de resultados não conclusivos (PEREIRA; COSTA, 2012).

Assim, alternativamente, é possível se introduzir incertezas através da aplicação da matemática intervalar (MI), tal como proposto por (PEREIRA, 2012), que a aplica com sucesso ao FC via Algoritmo de Krawczyk, como forma de calcular intervalos de soluções. Outros trabalhos também introduzem as incertezas de carga em estudos de FC através da MI, tais como (MORI; YUIHARA, 1999) e (ARAUJO, 2016). A ferramenta também foi aplicada em cálculo de correntes de curto-circuito em pesquisa de (RUBACK, 2016), cujos bons desempenhos, levaram, neste trabalho, à escolha desta técnica matemática para inserir incertezas relacionadas aos parâmetros de carga ao FPO.

Basicamente, a Matemática Intervalar engloba conjunto de métodos para manipulação de intervalos numéricos que aproximam dados incertos. Estes métodos baseiam-se na definição da Aritmética Intervalar e do produto escalar ótimo. Esta técnica evita que se realizem simulações e estudos exaustivos de viabilidade de todas as condições, a fim de garantir que todas as combinações sejam capazes de descrever as condições do sistema com precisão através da pesquisa de (GWALTNEY *et al.*, 2008). Da mesma forma é possível diminuir o esforço computacional, evitando os cálculos de inversão e fatoração de matrizes durante o processo iterativo, diminuindo o tempo computacional do processo e os erros numéricos que podem ser agregados.

O FPO é uma das formulações matemáticas que além de resolver a rede elétrica também realiza ajustes e otimiza controles. É formado por uma função objetivo que deve ser otimizada, por variáveis de otimização que são ações de controles que se ajustam para minimizar a função objetivo, para satisfazer balanço de potência e carga e para satisfazer restrições operacionais da rede, tais como limites de tensão e de fluxo nas linhas. A modelagem do FPO utiliza as equações de balanço de potência ativa e reativa não lineares, denominado por FPO AC (Fluxo de Potência Ótimo Não-Linear), que otimiza não somente as magnitudes e ângulos de tensão das tensões nodais, mas também valores de geração de potência ativa e reativa do sistema. A formulação clássica será denominada FPO AC determinístico a fim de diferenciar da solução a ser obtida pela matemática intervalar.

Considerando a análise bibliográfica da metodologia intervalar e os resultados obtidos pelos autores de pesquisas relacionadas à esse tema, cuja revisão bibliográfica está presente no decorrer desta dissertação, propõe-se então adequar a metodologia proposta por (PEREIRA, 2011), cujo trabalho apresentou a aplicação da metodologia intervalar apenas para o fluxo de

carga (FC), agora ao FPO AC para desta forma determinar intervalos ótimos para cada variável de otimização, a partir do resultado determinístico obtido através do Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual de modo a obter intervalos ótimos de soluções a partir de resultado determinístico, supondo incertezas nas cargas.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo Geral

Esse trabalho propõe aplicação da matemática intervalar ao problema de otimização relacionado ao Fluxo de Potência Ótimo a fim de considerar as incertezas de carga.

1.2.2. Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- realizar a revisão bibliográfica sobre a teoria da matemática intervalar e a aplicação da modelagem intervalar em problemas de otimização;
- realizar a revisão bibliográfica sobre a aplicação da modelagem intervalar no FC;
- formular a aplicação da matemática intervalar ao problema de Fluxo de Potência Ótimo considerando incerteza das cargas, visto que não foram encontradas aplicações que utilizam a metodologia intervalar neste contexto;
- implementar novo método computacional capaz de obter resultados satisfatórios que satisfaçam as equações do problema do FPO;
- realizar a aplicação da metodologia em um sistema-teste de 3 barras para demonstração didática;
- estender a aplicação desta metodologia para os sistemas-teste de 30 e 70 barras de Baran e Wu (1989);
- realizar a validação do modelo a partir dos resultados obtidos através das análises do perfil comportamental do sistema e refletir sobre o a sensibilidade das barras do sistema como um todo;
- propor em trabalhos futuros novos estudos que deem continuidade à aplicação desta metodologia em outros cenários relacionados ao FPO.

1.3. PUBLICAÇÕES

Durante a execução deste trabalho de pesquisa, um artigo relacionado ao tema desta dissertação intitulado: “*Optimal Power Flow Analysis with Interval Mathematics – the Krawczyk Method*” foi apresentado no *XII Latin American Congress in Electricity Generation and Transmission (CLAGTEE 2017)* no tópico relacionado à *Computer Models and Programs for Analysis of Electrical Systems*.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO

A divisão de capítulos desta dissertação está discriminada a seguir, sendo 5 capítulos:

O Capítulo 2 apresenta os conceitos básicos da Matemática Intervalar, bem como a apresentação do referencial bibliográfico relacionado às aplicações desta ferramenta em problemas de otimização.

O Capítulo 3 apresenta a aplicação da Matemática Intervalar em problemas de otimização ligados ao Sistema de Potência bem como o estudo bibliográfico de trabalhos já realizados. Neste capítulo também se apresenta a transcrição de uma metodologia já proposta para a resolução de um problema de Fluxo de Carga (FC).

O Capítulo 4 apresenta uma proposta para a aplicação da metodologia intervalar em um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO), com a aplicação didática para o sistema-teste de 3 barras do IEEE.

O Capítulo 5 apresenta os resultados desta metodologia aplicados aos sistemas-teste de 30 e 70 barras. Este capítulo também propõe uma análise voltada à sensibilidade das barras em estudo para a discussão de resultados, além de apresentar uma validação dos resultados obtidos.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões sobre este trabalho e também promove ideias e discussões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

2 FUNDAMENTOS DA MATEMÁTICA INTERVALAR E DA OTIMIZAÇÃO INTERVALAR

2.1. INTRODUÇÃO

A Matemática Intervalar (MI) foi introduzida por (MOORE, 1979) e é baseada em manipulação de conjuntos de números reais na forma de intervalos numéricos, que se apresentam como valores superiores e inferiores (GWALTNEY *et al.*, 2008). A MI é definida com o sendo um conjunto de métodos utilizado para tratar conjuntos de intervalos reais que englobam incertezas.

Esta metodologia tem a proposta de manipular dados incertos através de intervalos. Segundo Moore (1969), as aproximações dos resultados obtidos em problemas numéricos. Resultados de problemas físicos em ambientes computacionais agregam erros de truncamento, arredondamento e de coleta de dados advindos de medições e previsões. Estes erros podem contribuir para a obtenção de resultados incertos (MOORE, 1979).

A matemática intervalar como ferramenta foi fundamentada por Moore (1979), estudada e citada por (NEUMAIER, 1990), (KRAWCZYK, 1986), (HANSEN, E R; WALSTER, 1993), (ALEFELD; MAYER, 2000), (OLIVEIRA *et al.*, 2001) e (GWALTNEY *et al.*, 2008) em seus trabalhos. Da mesma forma, foi usada como ferramenta de pós-otimização aplicada em resultados ótimos por (WANG; ALVARADO, 1991), (MORI; YUIHARA, 1999), (PEREIRA, 2011) e (ARAUJO, 2016).

A fim de entender a aritmética proposta por Moore, este capítulo tem como objetivo realizar revisão bibliográfica sobre aplicações Matemática Intervalar, descrever conceitos fundamentais da Matemática Intervalar, sua aplicação na solução de sistemas de equações e de problemas de otimização, através do Método de Newton Intervalar e Método de Krawczyk que será posteriormente aplicado no Fluxo de Potência Ótimo AC para a obtenção de intervalos ótimos.

2.2. ANÁLISE DA LITERATURA – APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA INTERVALAR EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

Esta seção se destina a identificar publicações que aplicam Matemática Intervalar a problemas de otimização e apontar o diagnóstico observado pelos autores ao se utilizar essa ferramenta.

Dentro do âmbito dos problemas de otimização, a ferramenta da matemática intervalar foi utilizada para determinar intervalos onde a solução é ótima a partir de métodos já consagrados, de forma a aplicar os métodos de Newton Intervalar ou Método de Krawczyk como ferramenta de pós otimização, utilizando como ponto médio dos intervalos de inicialização o resultado proveniente de análises determinísticas do sistema, através de ferramentas de otimização clássicas.

A partir de meados dos anos 80, alguns trabalhos relatam a utilização da Matemática Intervalar como uma forma mais eficiente de tratar dados carregados com incertezas em problemas de otimização. Através destas publicações, houve a consolidação da aplicação da metodologia intervalar através da utilização do método de Newton intervalar e também o método de Krawczyk, substituindo as técnicas clássicas determinísticas de determinação de raízes de funções diferenciáveis, como é o caso do método de Newton puro, quando se é necessário tratar dados incertos – eliminando o esforço computacional e as inúmeras simulações para englobar todos os casos prováveis de solução através de uma abordagem exclusivamente determinística.

Hansen (1980) apresenta um caso de aplicação da matemática intervalar como ferramenta de solução de equações não-lineares através do método de Newton intervalar e do operador de Krawczyk em um caso multi-dimensional. De acordo com a pesquisa do autor, a análise aponta o funcionamento da metodologia intervalar para a busca de um mínimo global de uma função diferenciável n -dimensional e de n -variáveis. A conclusão do autor aponta que foi possível determinar o intervalo ótimo que contém o mínimo global através de uma introdução de um algoritmo baseado no método de Newton intervalar (HANSEN, 1980). Em seus trabalhos dedicados à matemática intervalar, Moore (1979-2009) apresenta os conceitos algébricos, as propriedades, os métodos intervalares aplicados em métodos clássicos para a solução de equações lineares e não-lineares. Moore é considerado um dos precursores da matemática intervalar, de acordo com as referências bibliográficas citadas anteriormente.

O método intervalar como alternativa de solução de problemas não lineares apresentado em 1983 por Hansen e Greenberg aborda a aplicação em três subalgoritmos:

método de Gauss-Seidel intervalar, método de Newton intervalar e o método linearizado de eliminação – o estudo realizado apresenta a análise de cada algoritmo e também a comparação com a aplicação do método de Krawczyk (HANSEN e GREENBERG, 1983).

Da mesma forma, o método de Krawczyk aplicado para a resolução de problemas de otimização com equações não-lineares através da introdução matemática do operador de Krawczyk como uma evolução matemática do método de Newton Intervalar foi abordado por Hansen e Waster em 1993. Os autores consideram em sua pesquisa que é possível obter os intervalos ótimos que contém todos os resultados possíveis dentro destes limites – inclusive os próprios limites. Da mesma forma, também se considera que o ótimo global também está incluído nestes intervalos ótimos, visto que é o ponto de partida para a determinação destes intervalos quando se considera aplicar a matemática intervalar em problemas de otimização não-lineares que consideram incertezas das variáveis (HANSEN e WALSTER, 1993), assim como a pesquisa publicada por Hansen e Sengupta (1981), que também aponta a solução de sistemas de equações não lineares utilizando a o operador de Krawczyk – evolução do método de Newton intervalar (HANSEN; SENGUPTA, 1981).

Ratschek e Voller em 1990 realizaram uma pesquisa que aponta os benefícios que a matemática intervalar pode trazer quando aplicados à problemas de otimização – a pesquisa também apresenta um apanhado das técnicas e ferramentas intervalares básicas e a aplicação em problemas de otimização com e sem restrições (RATSCHEK; VOLLER, 1991).

Outras pesquisas como a de Kearfott (1991), Ichida (1996) e Kjølner, Kosine e Madsen (2005) apresentam a aplicação da análise intervalar utilizando algoritmos *branch-and-bound* para otimização global considerando as restrições de igualdade e desigualdade do problema não-linear. Ichida (1996) propõe a aplicação da análise intervalar utilizando o método de Newton para a solução do Lagrangeano do problema de otimização (ICHIDA, 1996). Kearfott (1991) propõe a aplicação da matemática intervalar para a solução de problemas de otimização não-linear considerando restrições através da aplicação no método de Gauss-Seidel e também através do método de Newton com a modificação do gradiente – gradiente reduzido (KEARFOTT, 1991).

Em pesquisa apresentada por Kjølner *et. al* em 2005, a aplicação de otimização não-linear com propagação de restrições utilizando a matemática intervalar combina a ferramenta com técnicas de propagação de restrições (KJØLLER *et al.*, 2005). Recentemente Michael e Zidna (2015) apresentam uma aproximação de solução de problemas não-lineares utilizando o operador de Krawczyk para a solução de problemas com o formato B-Spline (MICHAEL; ZIDNA, 2015).

Em 2001, Ibraev em sua tese de doutorado, abordou a matemática intervalar como sendo um novo método paralelo para a otimização global. Nesta pesquisa, apresentou-se não somente os conceitos da matemática intervalar como também conceitos sobre os métodos intervalares não-lineares (Newton intervalar e o método de Krawczyk) e suas modificações como propostas de fatoração do tipo LU e estudos sobre convergência e divergência dos métodos (IBRAEV, 2001).

Estudos sobre idempotência¹ através da análise intervalar foram realizados por Litvinov e Sobolevskii em 2001. Esta pesquisa apresentou o estudo da aplicação de estruturas idempotentes em técnicas intervalares. Segundo os autores, o conceito de idempotência aplicado à matemática intervalar é uma forma de preservar a natureza dos dados de entrada por se comportar de forma adequada às transformações de ordens dos dados de entrada, preservando-os em sua natureza. Os autores também afirmam que o conceito de matemática intervalar aplicado ao conceito de idempotência fornece soluções de intervalo exatas para problemas de otimização que possuem incertezas (LITVINOV; SOBOLEVSKII, 2001).

Pode-se citar também pesquisas que utilizaram da matemática intervalar como ferramenta para otimização em diversas áreas da engenharia. Em pesquisa publicada por Benedetti e Perona (2000), a matemática intervalar é utilizada para aplicar à programação de *bit-width* a um sistema de FPGA. Este trabalho objetivou delimitar um gráfico de fluxo de dados acíclico, que utiliza limites de intervalos superiores e inferiores carregados de incertezas como forma de obter um melhor processamento de imagens (BENEDETTI; PERONA, 2000).

Outra aplicação da matemática intervalar em processamento de imagens pode ser verificada no trabalho de pesquisa de Noblet *et. al.* (2005). A pesquisa aponta o uso da matemática intervalar no registro de deformação de registro de imagens em 3 dimensões através da aplicação da otimização intervalar (NOBLET *et al.*, 2005).

Em 2003, Schichl e Neumaier aplicam a matemática intervalar em um conceito de otimização global usando DAG's (*Direct acyclic graphs*) para fins de automação diferencial (SCHICHL; NEUMAIER, 2005). Outra pesquisa que aplica o conceito intervalar de otimização dentro da engenharia é o livro de Jaulin *et. al.* (2001), que apresenta a análise intervalar aplicada a conceitos de estimação de estados, controle robusto e robótica (JAULIN *et al.*, 2001).

Dentro da área da engenharia elétrica, pode-se citar a pesquisa publicada por Ratschek e Rokne (1993), que utiliza a matemática intervalar para resolver problemas relacionados a modelagem de circuitos elétricos – utilizando das técnicas citadas por (HANSEN;

¹ Capacidade matemática que permite que algumas operações sejam aplicadas n vezes de forma que o valor final não se altera após a aplicação inicial (LITVINOV; SOBOLEVSKII, 2001).

GREENBERG, 1983) para a modelagem de transistores bipolares de circuitos elétricos (RATSCHEK; ROKNE, 1993). Há outras aplicações envolvendo a engenharia elétrica, mais precisamente na área de SEP, onde o método de Krawczyk já foi aplicado para determinação de intervalos de solução de Fluxo de Carga (PEREIRA, 2011), análise de faltas em sistemas elétricos de potência considerando os erros de medição dos parâmetros das linhas (RUBACK, 2016) e também foi aplicado para solucionar problemas do Fluxo de Carga considerando injeções de corrente (ARAUJO, 2016).

Resumidamente, a Tabela 2.1 apresenta as pesquisas que utilizaram a MI como ferramenta de otimização, demonstrando assim alternativas de enriquecimento teórico para a aplicação desta ferramenta ao FPO, tendo em vista os resultados apresentados pelas referências bibliográficas citadas nesta seção.

Nas seções seguintes deste capítulo, serão apresentados os conceitos básicos da matemática intervalar – a álgebra intervalar, vetores e matrizes e também os métodos de solução de equações não-lineares intervalares.

Tabela 2.1 Resumo da análise das publicações relacionadas à aplicação da MI à otimização

| Área | Avaliação | Moore (2009) | Hansen e Walster (1993) | Oliveira <i>et. al.</i> (2005) | Gwaltney <i>et. al.</i> (2008) | Alefed e Mayer (1999) | Hansen e Greenberg (1983) | Hansen e Sengupta (1981) | Ratschek e Voller (1990) | Ichida (1996) | Kearfott (1991) | Kjϕller <i>et. al.</i> (2005) | Michael e Zidna (2015) | Ibraev (2001) | Liivinov e Sobolevskii (2001) | Benedetti e Perona (2000) | Noblet (2005) |
|------------------------------------|----------------------------|--------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-----------------------|---------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------|-----------------|-------------------------------|------------------------|---------------|-------------------------------|---------------------------|---------------|
| Conceitos Matemática Intervalar | Álgebra Intervalar | * | * | * | | * | | | * | * | | | * | * | * | * | |
| | Operações Intervalares | * | * | * | | * | | | * | | | | | * | * | * | |
| | Vetores e Matrizes | * | | * | | | | | | | | | | | * | | |
| | Sol. Equações não-lineares | | | * | * | * | | | | | | | | * | * | * | * |
| Conceitos de Otimização Intervalar | Conceito de Utilização | | * | | | | | | * | * | * | * | * | * | | | * |
| | Técnicas de Aplicação | | * | | | | | | * | * | * | | * | * | | | |
| | Exemplos Numéricos | | | | | | | | | | | | | * | | | |
| Método de Newton Intervalar | Contextualização | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | * | | * | | | |
| | Aplicação | * | | * | * | | * | * | | * | | | | * | | | |
| Método de Krawczyk Intervalar | Contextualização | | * | | * | * | * | * | * | | | * | * | * | | | |
| | Aplicação | | | | * | | * | * | | | | * | * | * | | | |

2.3 CONCEITOS DA MATEMÁTICA INTERVALAR

Nas seções seguintes serão apresentados conceitos da matemática intervalar. Os conceitos serão necessários para a interpretação e o domínio da aplicação desta metodologia intervalar à solução de equações não-lineares – equações provenientes da formulação dos problemas do FPO.

2.3.1 Intervalos Reais \mathbb{R}

Seja um intervalo real fechado denotado por $[a, b]$ onde a e b são números reais, temos então que o intervalo é dado por (MOORE *et al.*, 2009):

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}. \quad (2.1)$$

Se o conjunto $[\underline{X}, \overline{X}]$ é um intervalo real, a nomenclatura será denotada através de letras maiúsculas ($X = [\underline{X}, \overline{X}]$) a fim de representar o intervalar. De acordo com a nomenclatura, o intervalo apresenta limites superiores e inferiores, onde o limite inferior é representado como \underline{X} e o limite superior \overline{X} . Sendo assim, a representação de um intervalo real é denotada por (MOORE *et al.*, 2009):

$$X = [\underline{X}, \overline{X}] \text{ onde } X \in \mathbb{R}. \quad (2.2)$$

2.3.2. Interseção e União de Intervalos

Sejam dois intervalos $X = [\underline{X}, \overline{X}]$ e $Y = [\underline{Y}, \overline{Y}]$. A interseção destes dois intervalos reais é obtida de acordo a Equação 2.3:

$$X \cap Y = [(\max\{\underline{X}, \underline{Y}\}), (\min\{\overline{X}, \overline{Y}\})]. \quad (2.3)$$

Para que a interseção exista, a regra: $\max\{\underline{X}, \underline{Y}\} \leq \min\{\overline{X}, \overline{Y}\}$ deve ser obedecida. Caso contrário, se $\min\{\overline{X}, \overline{Y}\} < \max\{\underline{X}, \underline{Y}\}$, então a interseção é um conjunto vazio $X \cap Y = \emptyset$ (OLIVEIRA *et al.*, 2005).

Já a união de dois intervalos X e Y é realizada de acordo com a Equação 2.4:

$$X \cup Y = [(\min\{\underline{X}, \underline{Y}\}), (\max\{\overline{X}, \overline{Y}\})]. \quad (2.4)$$

Para análises de intervalos, a interseção apresenta um papel fundamental, pois se dois intervalos contém a solução do problema, a interseção dos mesmos conterá o resultado de interesse independente de quão estreito é esta interseção (MOORE *et al.*, 2009).

2.3.3 Operações Algébricas com Intervalos

De acordo com a definição de Moore (2009), para entender como é possível aplicar as propriedades algébricas de números reais em intervalos, deve-se abordar o conceito de *intervalo degenerado*.

O intervalo X é considerado degenerado se $\underline{X} = \overline{X}$, e sendo assim, esse intervalo contém apenas um único número real x . Dessa forma, pode-se considerar um intervalo $X = [\underline{X}, \overline{X}]$ apenas como um número real x (MOORE *et al.*, 2009). Assumindo que os limites inferiores e superiores são valores reais que pertencem a x então pode-se considerar que a representação da Equação 2.5 satisfaz a condição:

$$\begin{aligned} x \in X &\Leftrightarrow \underline{X} < x < \overline{X} \\ y \in Y &\Leftrightarrow \underline{Y} < y < \overline{Y} \end{aligned} \quad (2.5)$$

A partir deste conceito, pode-se considerar que intervalos fechados são uma extensão de números reais, e assim aplicar operações algébricas como soma, subtração, multiplicação e divisão.

2.3.4 Soma Intervalar

Aplicando o conceito de soma de inequações matemáticas em (2.5), tem-se a formulação conceitual da soma algébrica aplicada a intervalos na Equação 2.6:

$$\underline{X} + \underline{Y} \leq x + y \leq \overline{X} + \overline{Y} = [\underline{X} + \underline{Y}, \overline{X} + \overline{Y}]. \quad (2.6)$$

Considerando que os intervalos X e Y são intervalos fechados e pertencentes ao conjunto dos números reais, a soma intervalar é então obtida através da Equação 2.7 (MOORE *et al.*, 2009):

$$X + Y = \{x + y : x \in X, y \in Y\} = [(\underline{X} + \underline{Y}), (\overline{X} + \overline{Y})]. \quad (2.7)$$

2.3.5 Subtração Intervalar

Ao expressar a subtração algébrica em inequações, tem-se que $\overline{X} \leq x \leq \underline{X}$ e $-\overline{Y} \leq y \leq -\underline{Y}$. Para entender o conceito da subtração intervalar, na Equação 2.8 observa-se que:

$$\underline{X} - \overline{Y} \leq x - y \leq \overline{X} - \underline{Y} \Leftrightarrow X - Y = [\underline{X} - \overline{Y}, \overline{X} - \underline{Y}]. \quad (2.8)$$

Considerando que os intervalos X e Y são intervalos fechados e pertencentes ao conjunto dos números reais, a subtração intervalar é obtida através da Equação 2.9 (MOORE *et al.*, 2009).

$$X - Y = \{x - y : x \in X, y \in Y\} = [\underline{X}, \overline{X}] + (-[\underline{Y}, \overline{Y}]). \quad (2.9)$$

2.3.6 Multiplicação Intervalar

A multiplicação intervalar é obtida em termos dos valores máximos e mínimos do intervalo. Sejam os intervalos X e Y, a multiplicação intervalar é obtida através da aplicação da Equação 2.10 (MOORE *et al.*, 2009):

$$X \cdot Y = [\min\{\underline{X} \cdot \underline{Y}, \underline{X} \cdot \overline{Y}, \overline{X} \cdot \underline{Y}, \overline{X} \cdot \overline{Y}\}, \max\{\underline{X} \cdot \underline{Y}, \underline{X} \cdot \overline{Y}, \overline{X} \cdot \underline{Y}, \overline{X} \cdot \overline{Y}\}]. \quad (2.10)$$

Para que a multiplicação seja verdadeira a condição $(\underline{X} \cdot \underline{Y}, \underline{X} \cdot \overline{Y}, \overline{X} \cdot \underline{Y}, \overline{X} \cdot \overline{Y}) \in X \cdot Y$ e $\underline{X}, \overline{X} \in X$ e $\underline{Y}, \overline{Y} \in Y$ devem ser satisfeitas, garantindo a multiplicação fechada em \mathbb{R} (OLIVEIRA *et al.*, 2001).

2.3.7 Divisão Intervalar

Assim como na divisão de um número real, a divisão intervalar é obtida através da multiplicação de um intervalo com o inverso do segundo intervalo, de acordo com a Equação 2.11 (MOORE *et al.*, 2009):

$$X / Y = X \cdot \frac{1}{Y} \quad (2.11)$$

onde

$$\frac{1}{Y} = \left\{ y : \frac{1}{y} \in Y \right\} = \left[\frac{1}{\overline{Y}}, \frac{1}{\underline{Y}} \right]. \quad (2.12)$$

Assim, para os intervalos X e Y, a divisão é obtida através da aplicação da Equação 2.13 (OLIVEIRA *et al.*, 2001):

$$X / Y = [\min\{\underline{X} / \underline{Y}, \underline{X} / \overline{Y}, \overline{X} / \underline{Y}, \overline{X} / \overline{Y}\}, \max\{\underline{X} / \underline{Y}, \underline{X} / \overline{Y}, \overline{X} / \underline{Y}, \overline{X} / \overline{Y}\}]. \quad (2.13)$$

2.3.9 Propriedades Intervalares: Diâmetro, Ponto Médio e Simetria

Para demonstrar outras propriedades que tangem à aritmética intervalar, considera-se um intervalo $X = [\underline{X}, \overline{X}]$, onde $x \in \mathbb{R}$.

- Diâmetro de um intervalo:

O diâmetro de um intervalo X é obtido através da aplicação da Equação 2.14:

$$diam(X) = \underline{X} - \overline{X}. \quad (2.14)$$

- Ponto médio de um intervalo:

O valor absoluto de um intervalo X é obtido pela aplicação da Equação 2.15:

$$mid(X) = \frac{[\underline{X} + \overline{X}]}{2} . \quad (2.15)$$

- Intervalo simétrico:

Um intervalo $X \in \mathbb{R}$ é considerado um intervalo simétrico se e somente se $-X = X$

Para que esta propriedade seja válida, tem-se que $X = [\underline{X}, \overline{X}] \Leftrightarrow -X = [-\overline{X}, -\underline{X}]$ onde $\underline{-X} = -\overline{X}$ e $\overline{-X} = -\underline{X}$.

Se todo o intervalo simétrico se apresenta da forma $[-X, X] \forall x \geq 0$, então tem-se que o intervalo é simétrico (OLIVEIRA *et al.*, 2001).

2.3.10 Vetores e Matrizes Intervalares

Seja X_n um vetor n-dimensional intervalar, cuja representação é feita conforme a Equação 2.16. As propriedades algébricas apresentadas na seção 2.3 podem ser aplicadas a vetores intervalares n-dimensionais.

$$\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n) = \{[\underline{X}_1, \overline{X}_1], [\underline{X}_2, \overline{X}_2], \dots, [\underline{X}_n, \overline{X}_n]\} . \quad (2.16)$$

Para operações como interseção e união de vetores intervalares, estas só serão nulas, ou seja, $X \cap Y = \emptyset$ ou $X \cup Y = \emptyset$ se para qualquer i -ésimo valor dos vetores, a interseção ou união destes elementos for nula, isto é: $X_i \cap Y_i = \emptyset$ ou $X_i \cup Y_i = \emptyset$ (OLIVEIRA *et al.*, 2001).

Uma matriz A se diz matriz intervalar n-dimensional se todos os elementos das i -ésimas colunas pelas j -ésimas são elementos intervalares (MOORE *et al.*, 2009), conforme representado pela Equação 2.17:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [\underline{X}_{11}, \overline{X}_{11}] & [\underline{X}_{12}, \overline{X}_{12}] \\ [\underline{X}_{21}, \overline{X}_{21}] & [\underline{X}_{22}, \overline{X}_{22}] \end{pmatrix} . \quad (2.17)$$

As operações com matrizes também obedecem às propriedades apresentadas na seção 2.3, onde as operações são correspondentes aos próprios elementos de A (MOORE *et al.*, 2009).

Semelhantemente aos vetores intervalares, as operações de interseção de matrizes intervalares só serão nulas, ou seja, $A \cap B = \emptyset$ ou $A \cup B = \emptyset$ se para qualquer i -ésimo valor, a interseção ou união destes elementos for nula, isto é: $A_{ij} \cap B_{ij} = \emptyset$ ou $A_{ij} \cup B_{ij} = \emptyset$ (OLIVEIRA *et al.*, 2001).

2.4 RESOLUÇÃO DE SISTEMA DE EQUAÇÕES INTERVALARES E INTRODUÇÃO À OTIMIZAÇÃO INTERVALAR

Seja uma função $f(x)$ genérica estendido para o conceito intervalar. A função arbitrária $F(X)$ deve conter todos os valores possíveis de $f(x)$ para cada $x \in X$. A resposta intervalar inicial é aplicada ao substituir um valor de intervalo inicial X^0 na função $f(x)$, avaliando a função conforme as propriedades intervalares apresentadas na seção 2.3 (GWALTNEY *et al.*, 2008).

2.4.1 Resolução de sistema de equações lineares intervalares

Seja um sistema de equações lineares dado pela Equação 2.18 onde A é uma matriz $m \times n$ e b um vetor n -dimensional. Os coeficientes de A e b podem ser números reais exatos ou valores contidos dentro de intervalos reais:

$$Ax - b = 0. \quad (2.18)$$

Para resolver sistemas de equações lineares pode-se usar métodos diretos, como por exemplo a Eliminação de Gauss ou Método do Pivoteamento. Porém, em alguns casos são necessários a utilização de métodos indiretos aplicados à solução de um sistema de equações, os quais buscam se aproximar da solução segundo tolerância arbitrada (MOORE *et al.*, 2009).

Métodos iterativos intervalares para a solução de equações lineares foram apresentado por (HANSEN, 2003) e também aprofundados por (MOORE *et al.*, 2009) e (DEIF, 1986). Já, Hansen apresenta métodos como Eliminação de Gauss, Pré-Condicionamento da matriz, Método de Gauss-Seidel.

O método de Krawczyk também pode ser utilizado para a obtenção de solução de sistemas lineares intervalares (MOORE *et al.*, 2009). Este método será melhor explorado nas

próximas seções por ser o escolhido para resolver o problema do Fluxo de Potência Ótimo Intervalar abordado nesta dissertação.

A solução de um sistema de equações lineares é apresentada na equação 2.19, onde a indicação de matriz intervalar é feita através de um “I” maiúsculo sobrescrito, e o vetor \mathbf{s} é usualmente um conjunto de vetores intervalares (HANSEN, E R; WALSTER, 1993).

$$s = \{x : Ax - b = 0, \mathbf{A} \in \mathbf{A}^I, \mathbf{b} \in \mathbf{b}^I\}. \quad (2.19)$$

A proposta de Hansen e Walster (1993) resolve o sistema de equações lineares apresentado na Equação 2.17 apenas aplicando a Eliminação de Gauss e a aritmética intervalar, porém erros de arredondamento podem causar um crescimento rápido do intervalo durante o processo.

De forma a minimizar este erro, pode-se considerar \mathbf{B} como o inverso da matriz intervalar \mathbf{A}^I e através da multiplicação desta matriz à Equação 2.18, tem-se:

$$\mathbf{B}\mathbf{A}^I x = \mathbf{B}\mathbf{b}^I \quad (2.20)$$

Todavia, resolver a Equação 2.20 ao invés da Equação 2.18 aumenta o esforço computacional devido a inversão da matriz intervalar \mathbf{A}^I . Porém, se os elementos desta matriz não forem muito expressivos, a matriz $\mathbf{B}\mathbf{A}^I$ apresenta uma forte relação de dominância em sua diagonal, diminuindo assim problemas numéricos. Se a matriz \mathbf{A}^I apresenta problemas de condicionamento ou elementos expressivos, a relação de dominância é fraca e apresenta dificuldade para a obtenção da solução computacionalmente (HANSEN, E R; WALSTER, 1993).

Devido a preocupação de apresentar resultados com mais precisão, métodos de soluções de problemas não lineares são aplicados de modo a obter o melhor intervalo de solução, visto que as equações lineares são aproximações de problemas não lineares e dessa forma carregam consigo erros devido à simplificação.

2.4.2 Resolução de sistema de equações não-lineares intervalares

Para o conceito de equações não lineares, considera-se uma função f escalar diferenciável e com uma derivada contínua no ponto de interesse. É de interesse encontrar o

valor que satisfaz a equação $f(x) = 0$ em um intervalo próximo X^0 . O método mais comumente utilizado para determinar $f(x)$ é o método de Newton Intervalar e suas derivações (HANSEN, E R; WALSTER, 1993). A utilização do método de Newton intervalar para a resolução de sistemas de equações não lineares de natureza intervalar é estudada em (MOORE et al., 2009), Gwaltney *et al.* (2008), Hansen e Walster (1993), Oliveira *et al.* (2001) e Neumaier (1990).

Como o Método de Krawczyk, derivado do método de Newton Intervalar, é a ferramenta adotada para o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, deve-se, primeiramente, apresentar o método de Newton Intervalar como ferramenta de otimização e suas propriedades.

O método de Newton é um algoritmo utilizado para encontrar as raízes de um determinado sistema de equações através da construção de uma reta real utilizando uma sequência de pontos convergentes ((OLIVEIRA *et al.*, 2001). O método garante em sua natureza a existência de uma única solução dado o intervalo inicial X^0 (GWALTNEY *et al.*, 2008), mas para que o intervalo obtido da iteração do método de Newton contenha a raiz real do problema e apresente o menor diâmetro possível, o intervalo inicial X^0 deve conter a raiz real da equação $f(x)$, caso este intervalo inicial não contenha a raiz real, em uma dada iteração, se retorna um resultado vazio, de acordo com o Teorema da Existência e Unicidade abordado por (NEUMAIER, 1990) e (OLIVEIRA *et al.*, 2001).

Seja uma função $f(x)$ não-linear com derivada contínua em um dado intervalo (MOORE, 2009). Aplicando o Teorema do Valor Médio, tem-se através da Equação 2.21:

$$f(x) = f(y) + f'(s)(x - y). \quad (2.21)$$

onde s é um valor entre x e y , e considerando que um intervalo $[a, b]$ satisfaz a equação onde x existe e satisfaz a condição que $f(x)=0$ tem-se que:

$$f(y) + f'(s)(x - y) = 0. \quad (2.22)$$

Ao assumir-se que y é uma solução da função e que $f(y)$, então a Equação 2.23 representa que:

$$y = x - \frac{f(x)}{f'(s)}. \quad (2.23)$$

Segundo Moore (2009), se for considerado que $F'(X)$ uma inclusão² monotônica³ de $f'(s)$ e que X seja um intervalo que contenha x e y então pode-se assumir que y é o Operador Newtoniano Intervalar $N(x, X)$ onde x representa o ponto médio do intervalo X (MOORE, 1979):

$$N(x, X) = x - \frac{F(x)}{F'(X)} \quad (2.24)$$

De acordo com (MOORE, 1979), se o intervalo inicial X^0 contém o valor de x que é raiz da função $f(x)$, então todo e qualquer intervalo X^k subsequente também conterá o valor de x que é raiz da função, para qualquer valor de k . Da mesma forma tem-se que se um valor zero (y) existir no intervalo X , então para qualquer $x \in X$, também existirá um $y \in N(x, X)$. Dessa forma, o algoritmo de solução para o sistema de equações intervalares não-lineares é:

$$X_{n+1} = X_n \cap N(x_n, X_n)$$

onde (2.25)

$$N(x_n, X_n) = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(X_n)}$$

Considere o exemplo, a seguir: seja uma função $f(x) = x^2 - 2$ com um intervalo inicial $X^0 = [1, 2]$ e contínua em \mathbb{R} . Se for substituído o intervalo na função e avaliada a derivada da função no intervalo, tem-se:

$$F'(X) = 2x = 2 * [1, 2] = [2, 4].$$

Sabendo que o ponto médio do intervalo $x^0 = 1,5$ e procedendo com o cálculo do operador de Newton Intervalar através da Equação 2.24, lembrando que as Equações (2.8) a (2.13) são necessárias para a manipulação da álgebra intervalar. Tem-se:

$$N(x_n, X_n) = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(X_n)} = 1.5 - \left[\frac{(1.5^2) - 2}{[2, 4]} \right] = [0,0624; 0,1251].$$

² Função inclusão: função que apresenta como imagem de cada objeto contido na mesma, o próprio objeto.

³ Monotonicidade de uma função: ocorre quando dois conjuntos, ao serem ordenados, preservam ou invertem a relação de ordem. Ao preservar a ordem, a função é denominada crescente. Ao invertê-la, é considerada decrescente.

Aplicando a Equação 2.25 para obter o novo valor de x tem-se:

$$X^1 = X^0 \cap N(x^0, X^0) = [1,3749; 1,4376]$$

O processo iterativo continua com $k=1, \dots, n$, até o critério de parada pré-estabelecido pelo algoritmo seja atingido. Sabe-se que a raiz função $x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$. Pensando no valor positivo desta função, a evolução do processo iterativo para as 3 primeiras iterações são:

$$\begin{aligned} X^1 &= [1,3749; 1,4376] \\ X^2 &= [1,41406 \dots; 1,41441 \dots], \\ X^3 &= [1,414213559 \dots; 1,414213566 \dots] \end{aligned}$$

O critério de convergência utilizado por (PEREIRA, 2011), apresentado na Equação 2.26 é determinado a partir da subtração do diâmetro do intervalo novo e do anterior em relação a uma tolerância pré-determinada:

$$\frac{|diam(x^k) - diam(x^{k-1})|}{2} \leq \text{tolerância} \quad (2.26)$$

Aplicando a Equação 2.26 no exemplo anterior, considerando as duas últimas iterações e tolerância igual a 10^{-4} , tem-se que:

$$\frac{|diam([1,414213559 \dots; 1,414213566 \dots]) - diam([1,41406 \dots; 1,41441 \dots])|}{2} = 3.5000e-09 \leq 10^{-4}$$

Dessa forma, o processo iterativo para esta função $f(x)$ obedece ao critério de convergência e engloba a solução real do problema (solução determinística). Nota-se que o intervalo inicial também contém a solução determinística do problema, garantindo assim que o processo iterativo apresente convergência sem retornar interseção vazia, de acordo com (NEUMAIER, 1990), (OLIVEIRA *et al.*, 2001), (MOORE *et al.*, 2009) e (HANSEN, E R; WALSTER, 1993).

2.5 O MÉTODO DE KRAWCZYK

O método de Krawczyk (KRAWCZYK, 1986), é uma derivação do método de Newton intervalar. Este método se destaca pela alteração da matriz derivada da função objetivo através de uma matriz de pré-condicionamento \mathbf{C} . O método criado por Krawczyk (1986) e aprofundado por Neumaier (1990), Moore *et. al.* (2009) e Hansen e Walster (1993), é um método que parte do princípio da modificação do operador de Newton intervalar com o objetivo de diminuir o dispêndio computacional e os erros numéricos que são causados pela inversão da matriz derivada da função objetivo a cada iteração. Devido a matriz Jacobiana (derivada da função objetivo) poder apresentar problemas de singularidade, a sua inversão ou decomposição a cada iteração pode introduzir erros significativos ao resultado final, com a possibilidade de não convergência do problema (ALEFELD; MAYER, 2000).

Seja uma função $f(x)$ não-linear com derivada contínua em um dado intervalo já aplicada para exemplificar a formulação do método de Newton Intervalar. Considera-se que \mathbf{C} é uma matriz não-singular inversível e aproximadamente igual o inverso da matriz Jacobiana $\mathbf{J}(x)$ que é a matriz $F'(x)$. Esta matriz é calculada no valor médio de X (MOORE *et al.*, 2009) (MOORE, 1979). A Equação 2.27 apresenta a matriz de pré-condicionamento \mathbf{C} .

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\mathbf{J}(x)} = \frac{1}{\mathbf{F}'(x)}. \quad (2.27)$$

Define-se então o operador de Krawczyk aplicando a matriz de condicionamento \mathbf{C} ao operador de Newton Intervalar. Seja y um vetor real que está contido no intervalo X , então manipulando matematicamente a Equação 2.24 e multiplicando seus termos pela matriz \mathbf{C} tem-se a Equação 2.28, onde \mathbf{I} é a matriz identidade e x o valor médio do intervalo:

$$K(X) = x - \mathbf{C}f(x) + [\mathbf{I} - \mathbf{C}\mathbf{J}'(X)](X - x). \quad (2.28)$$

Segundo Moore (2009), se $K(X) \subseteq X$ então a solução que está contida em X também estará contida em $K(X)$.

A convergência do processo iterativo, assim como na Equação 2.25, é obtida a partir da intersecção do intervalo anterior com o operador de Krawczyk, como apresentada na Equação 2.29.

$$X^{k+1} = X^k \cap K(X^k) \quad (2.29)$$

O método de Krawczyk permite que a matriz de pré-condicionamento seja constante durante o processo, calculada apenas uma vez (Equação 2.28), diferente do método de Newton intervalar que necessita do cálculo inverso da matriz Jacobiana ($F'(X)$) a cada iteração, como visto na Equação 2.24.

Para exemplificar, considere o exemplo anterior: $f(x) = x^2 - 2$ com um intervalo inicial $X^0 = [1, 2]$ e contínua em \mathbb{R} . Ao se obter a derivada da função neste intervalo inicial e se obter o ponto médio deste resultado assim como o ponto médio do intervalo inicial, tem-se:

$$\begin{aligned} f(x) &= [1.5]^2 - 2 = 0,25 \\ F'(X) &= 2x = 2 * [1, 2] = [2, 4] \\ \text{mid}([2, 4]) &= 3 \end{aligned}$$

Sabendo que o ponto médio da Jacobiana da função $f(x)$ é igual a 3, então pode-se aplicar a Equação 2.27 a fim de se determinar a matriz C :

$$C = \frac{1}{J(x)} = \frac{1}{3}$$

Realizando a substituição na Equação 2.28 para se determinar o operador de Krawczyk, tem-se:

$$K(X) = 1.5 - \frac{1}{3} \cdot 0.25 + \left[1 - \frac{1}{3} \cdot [2, 4] \right] \cdot \{[1, 2] - 1.5\} = [1, 2499; 1, 5834]$$

Aplicando a Equação 2.29, para a obtenção do próximo intervalo a partir da intersecção intervalar, tem-se:

$$X^1 = X^0 \cap K^0 = [1, 2] \cap [0.666, 2] = [1, 2498; 1, 5834]$$

Nota-se que a solução real do problema está contida no intervalo X^l , porém são necessárias novas iterações até se obter o valor convergido obedecendo a tolerância estabelecida. O processo de convergência obedece ao critério de parada descrito na Equação 2.26. Aplicando o critério de parada e considerando uma tolerância de 10^{-4} :

$$\frac{|diam([1.2498, 1.5834]) - diam([1, 2])|}{2} = 0,3332$$

Como o critério de parada não obedece a tolerância estabelecida, o processo iterativo continua calculando-se novamente o operador K :

$$\begin{aligned} f([1,2498; 1,5834]) &= [1,4166]^2 - 2 = 0,0068 \\ F'(X) = 2x &= 2 * [1,2498; 1,5834] = [2,4996; 3,1668] \\ mid([2,4996; 3,1668]) &= 2,8332 \end{aligned}$$

Calculando a matriz de condicionamento C a partir do ponto médio de $F'(X)$:

$$C = \frac{1}{J(x)} = \frac{1}{2,8332}$$

Realizando a substituição na Equação 2.28 para determinar o operador de Krawczyk sabendo que o ponto médio do novo intervalo X^l é 1.4166:

$$K(X) = 1,4166 - \frac{1}{2,8332} \cdot 0,0068 + \left[1 - \frac{1}{2,8332} \cdot [2,4996; 3,1668] \right] \cdot \{ [1,2498; 1,5834] - 1,4166 \}$$

$$K(X) = [1,3945; 1,4339].$$

Aplicando novamente a Equação 2.29, para obtenção do próximo intervalo a partir da intersecção intervalar, tem-se:

$$X^2 = X^1 \cap K^1 = [1,2498; 1,5834] \cap [1,3945; 1,4339] = [1,3945; 1,4338]$$

Aplicando, portanto, o critério de parada descrito na Equação 2.26 e considerando uma tolerância de 10^{-4} :

$$\frac{|diam([1,3946; 1,4339]) - diam([1,3945; 1,4339])|}{2} = 5,0000e-05$$

Nota-se que a convergência foi atingida e que o valor real da função está contido no intervalo do novo valor de X .

Capítulo 3

3 A MATEMÁTICA INTERVALAR APLICADA A PROBLEMAS DE SEP

3.1. INTRODUÇÃO

A matemática intervalar já foi utilizada para determinar intervalos de solução via aplicação dos métodos de Newton Intervalar e Método de Krawczyk a problema de Sistema de Potência. Segundo (ZHU, 2015), (MOORE *et al.*, 2009), (KJØLLER *et al.*, 2005) e (HANSEN, E.R.; WALSTER, 1993), o Método de Krawczyk é um dos métodos aplicáveis para resolver o problema de otimização não-linear envolvendo dados incertos. Mais especificamente, o Método de Krawczyk já foi aplicado para determinação de intervalos de solução de Fluxo de Carga (PEREIRA, 2011); análise de faltas em sistemas elétricos de potência considerando as incertezas dos parâmetros das linhas (RUBACK, 2016) e também foi aplicado para solucionar problemas do Fluxo de Carga considerando injeções de corrente (ARAUJO, 2016).

Nesta seção serão apresentados alguns estudos e pesquisas onde a MI é aplicada para a resolução de problemas de otimização que envolvem SEP e em seguida apresentar as pesquisas de Mori e Yuihara (1999) e Pereira (2011), que foram as referências bibliográficas utilizadas como inspiração para a aplicação da MI nas equações não-lineares que descrevem o problema do FPO (o problema de otimização e as restrições de igualdade e desigualdade).

3.2. ANÁLISE DA LITERATURA – APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA INTERVALAR A PROBLEMAS RELACIONADOS AO SEP

Em pesquisa realizada por Wang e Alvarado (1991), a matemática intervalar é aplicada para a resolução de um problema de Fluxo de Carga (FC). Neste estudo, os autores apresentam diferentes métodos de solução que englobam as incertezas da carga, sendo eles: Fluxo de carga intervalar, simulações de Monte Carlo e o Fluxo de potência probabilístico. Para a solução das equações do problema do FC através da matemática intervalar, os autores utilizam o Método de Newton Intervalar – o operador de Newton intervalar – onde as equações lineares do fluxo de carga foram resolvidas via método de Gauss-Seidel. Os resultados desta pesquisa apontam

a comparação entre estes três métodos de solução e aponta as vantagens de ganho em esforço computacional na utilização do método intervalar.

Da mesma forma, Mori e Yuihara (1999) abordaram o problema do FC utilizando a matemática intervalar como ferramenta de solução das equações não-lineares, através do método de Krawczyk – evolução do método de Newton Intervalar. Esta pesquisa serviu de motivação para os trabalhos de Pereira (2011) e Araújo (2016), que aplicaram a mesma metodologia em seus sistemas de equações. Pereira (2011) aplicou a metodologia proposta por Mori e Yuihara (1999) para o problema de FC através de três métodos de solução, sendo eles: a formulação básica do FC em coordenadas polares, a formulação básica expressa em coordenadas retangulares e a utilização das equações de injeção de corrente. Em sua formulação, o autor aborda a utilização dessa metodologia aplicada aos métodos citados e valida-as através das simulações de Monte Carlo. O autor conclui em seu trabalho que os erros apresentados com relação à Monte Carlo são pouco expressivos e que o tempo computacional é otimizado com a utilização da metodologia intervalar.

Em 2008, Vargas, Barboza e Dimuro apresentam uma proposta de aplicação do modelo intervalar utilizando o operador de Krawczyk representando as equações do FC em coordenadas retangulares. O autor utiliza a biblioteca C-XSC e apresenta os resultados para um sistema que representa a região Sul-Sudeste do Brasil e compara com os resultados obtidos utilizando a biblioteca INTLAB (VARGAS; BARBOZA, 2008).

Em pesquisa realizada por Das (2002), a MI foi aplicada para resolução de um problema de FC utilizando um sistema de distribuição radial, onde a incerteza da carga é considerada. O autor aplicou esta metodologia para os casos das redes de distribuição radiais de 30 e 68 barras e comparou os resultados obtidos com simulações determinísticas (DAS, 2002). A aplicação da MI em outro problema relacionado a SEP é apresentada por Ruback (2016). O autor aplica a MI para analisar faltas em dois sistemas teste: o sistema de 5 e o de 14 barras – o estudo é concentrado em analisar os impactos das incertezas dos parâmetros nas tensões e correntes de falta nas barras de falta. Os resultados são comparados com simulações de Monte Carlo. Em pesquisa realizada por Barboza, Dimuro e Reiser (2004), as técnicas da MI são aplicadas para resolver um problema de FC que engloba incerteza dos dados de medição provenientes dos equipamentos de medição das subestações. Os autores utilizam o método de Newton intervalar para resolver o sistema de equações não-lineares aplicado para um sistema de 3 barras (BARBOZA *et al.*, 2004).

Dando continuidade à aplicação da MI em problemas de FC, Araújo (2016) aplicou esta metodologia em um problema de FC através do uso das equações de injeção de corrente.

A autora propõe uma formulação do problema de FC através da utilização das equações básicas de corrente em coordenadas retangulares e considera as incertezas da carga e da geração através da aritmética afim – a ideia da aritmética afim é formular uma análise numérica de auto validação onde as variáveis de interesse são combinações afins das variáveis primitivas. Estas variáveis primitivas representam as incertezas englobadas nos cálculos e também as fontes de incerteza dos dados em questão (ARAUJO, 2016). A autora concluiu em seu estudo quanto a utilidade da aritmética afim quando se aplica para faixas de valores estreitos – por englobarem todos os valores possíveis dentro de um intervalo que engloba o valor determinístico. Concluiu-se também que as simulações apresentam resultados próximos aos obtidos pelas simulações de Monte Carlo com tempo reduzido de processamento.

Partindo para a aritmética afim, alguns trabalhos que os aplicam para problemas em SEP podem ser citados. De acordo com Wang *et al.* (2015), a aritmética afim foi aplicada para um problema de análise de FC para uma rede de distribuição desbalanceada. O estudo de caso foi aplicado para um sistema-teste do IEEE de 123 nós e propôs avaliar o impacto incertezas da carga e da geração na geração distribuída para uma rede de distribuição desbalanceada. O autor concluiu em seu estudo que a aritmética afim – ramo da matemática intervalar – apresenta vantagens computacionais com relação ao método de Monte Carlo, utilizado pelo autor, tanto em precisão de resultados quanto em ganho computacional (WANG *et al.*, 2015). Outras referências que aplicam a aritmética afim em problemas ligados à SEP podem ser citadas, como é o caso da solução de problemas do FC probabilístico considerando uma formulação mista que engloba as incertezas da carga–potência demandada ativa e reativa – como o controle das tensões nas barras com limites de potência reativa e recuperação do perfil de tensão (PIRNIA *et al.*, 2012). Citam-se também a aplicação da aritmética afim em uma formulação de solução do fluxo de carga contendo incertezas dos dados de entrada (VACCARO *et al.*, 2010) e a aplicação da aritmética afim na solução de um fluxo de carga trifásico desbalanceado a fim de analisar o comportamento desta condição para a geração distribuída.

Ainda pode-se citar o estudo realizado por Muñoz *et al.* (2013), que apresenta a utilização da aritmética afim em resolução de um fluxo de carga com geração intermitente e o estudo deste cenário no comportamento da estabilidade de tensão (MUÑOZ *et al.*, 2013) e a aplicação da aritmética afim para a construção de um modelo de otimização para a análise do fluxo considerando incertezas nos intervalos (VACCARO *et al.*, 2013). A aritmética afim também foi utilizada por Pirnia *et al.* (2014) para a aplicação de uma solução afim do FPO considerando as incertezas de dados de geração.

Na Tabela 3.1, apresentam-se as referências bibliográficas que englobam a matemática intervalar (MI) em problemas ligados ao SEP. Nesta tabela não estão apresentados os trabalhos que aplicam a aritmética afim, já que é uma evolução da MI não aplicada nesta dissertação.

Tabela 3.1 Resumo da análise das publicações relacionadas à aplicação da MI ao SEP

| Área | Avaliação | Alvarado (1992) | Mori e Yuihara (1999) | Pereira (2011) | Ruback (2016) | Das (2002) | Barboza, Dimuro e Reiser (2004) | Vargas, Barboza e Dimuro (2008) |
|---|----------------------------|-----------------|-----------------------|----------------|---------------|------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Conceitos Matemática Intervalar | Álgebra Intervalar | * | | * | * | * | * | * |
| | Operações Intervalares | * | | * | * | * | * | * |
| | Vetores e Matrizes | | | * | * | | | |
| | Sol. Equações não-lineares | * | * | * | | | * | * |
| Conceitos de Otimização Intervalar | Conceito de Utilização | * | * | * | | * | | * |
| | Técnicas de Aplicação | * | | * | | * | | * |
| | Exemplos Numéricos | | | * | | | | |
| Método de Newton Intervalar | Contextualização | * | * | * | | | * | |
| | Aplicação | | | * | | | * | |
| Método de Krawczyk Intervalar | Contextualização | * | * | * | * | | | * |
| | Aplicação | | * | * | * | | | * |

As referências Mori e Yuihara (1999) e Pereira (2011) aplicaram o operador de Krawczyk da metodologia intervalar para a resolução de equações do problema do FC como visto nesta seção. Na seção seguinte essa metodologia será apresentada simplificadamente, de forma a demonstrar a metodologia a qual se derivou a proposta desta dissertação: a aplicação desta mesma metodologia ao FPO, que também apresenta equações não-lineares o conjunto de equações a serem resolvidas são as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). As pesquisas dos autores propuseram aplicar a MI, mais precisamente o operador de Krawczyk, nas equações não-lineares do FC.

3.2. APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA INTERVALAR AO FLUXO DE CARGA: REVISÃO DA LITERATURA

A utilização da metodologia da MI já foi aplicada a problemas de otimização de diversas naturezas, como visto na análise da literatura apresentada no Capítulo 2. Na seção 3.1, as referências bibliográficas abordam e apresentam o uso da MI em problemas relacionados ao SEP, onde a aplicação da MI na resolução das equações não-lineares do FC foi utilizada como referência para a construção da metodologia proposta, através da utilização do método de Newton Intervalar com o Operador de Krawczyk (MORI; YUIHARA, 1999) e (PEREIRA, 2011).

Tendo em vista estas duas referências base, a metodologia proposta pelos autores será apresentada nessa seção, de forma a demonstrar didaticamente sua aplicação e também fortalecer o entendimento da metodologia que será apresentada no Capítulo 4.

3.2.1. Fluxo de carga intervalar: O método

A seguir, será apresentado procedimentos para aplicação da MI a um problema de FC tal como apresentado em Pereira (2011).

A inicialização das variáveis relacionadas ao Fluxo de Carga Intervalar (FCI) ocorre após a convergência do FC determinístico utilizando-se de algum método escolhido pelo usuário.

Aplicam-se variações nos valores das cargas ativas e reativas, supondo uma incerteza δ escolhido:

$$Pd_k^i = [(Pd^d - \delta_{Pk}), (Pd^d + \delta_{Pk})] \quad (3.1)$$

$$Qd_k^i = [(Qd^d - \delta_{Qk}), (Qd^d + \delta_{Qk})] \quad (3.2)$$

onde Pd^i e Qd^i são as demandas de potência ativa e reativa intervalares, assim como Pd^d e Qd^d são as demandas de potência ativa e reativa determinísticas. O valor da incerteza adotado para o cálculo do intervalo é descrito como δ_k .

O intervalo de tensões também é inicializado:

$$V_{rk}^i = [(V_{rk}^d - \delta_{\max}), (V_{rk}^d + \delta_{\max})] \quad (3.3)$$

$$V_{mk}^i = [(V_{mk}^d - \delta_{\max}), (V_{mk}^d + \delta_{\max})] \quad (3.4)$$

A representação da tensão da barra k é representado na forma $V_k + jV_m$ e o valor δ_{\max} é o maior fator entre os deltas de inicialização das Potências de carga ativa e reativa para garantir um bom cenário de convergência (PEREIRA; COSTA, 2012). O autor utiliza as equações de injeção de corrente para cálculo dos *mismatches* de potência intervalares. Dessa forma, o cálculo das injeções de corrente intervalares está representado por:

$$I_{rk}^i = \sum_{i \in \phi_k} (G_{k_i} V_{r_i}^i - B_{k_i} V_{m_i}^i) - \frac{V_{r_k}^i P_k^i + V_{m_k}^i Q_k^i}{V_{r_k}^{i^2} + V_{m_k}^{i^2}} \quad (3.5)$$

$$I_{mk}^i = \sum_{i \in \phi_k} (G_{k_i} V_{m_i}^i - B_{k_i} V_{r_i}^i) - \frac{V_{m_k}^i P_k^i + V_{r_k}^i Q_k^i}{V_{r_k}^{i^2} + V_{m_k}^{i^2}} \quad (3.6)$$

A injeção de corrente complexa na barra k é representada como $I_{r_k} + jI_{m_k}$ e ϕ é todo o universo das barras conectadas à barra k (incluindo ela mesma) e $G_{k_i} + jB_{k_i}$ são as admitâncias dos elementos $k-i$.

Vale lembrar que:

$$P_k^i = P_{g_k}^i - P_{d_k}^i \quad (3.7)$$

$$Q_k^i = Q_{g_k}^i - Q_{d_k}^i \quad (3.8)$$

Por fim, as componentes real e imaginária dos *mismatches* de corrente obtidos pelo método intervalar estão representadas por:

$$\Delta I_{r_k}^i = I_{r_k}^d - \frac{P_k^i \cdot V_{r_k}^d + Q_k^i \cdot V_{m_k}^d}{(V_k^d)^2} \quad (3.9)$$

$$\Delta I_{m_k}^i = I_{m_k}^d - \frac{P_k^i \cdot V_{m_k}^d + Q_k^i \cdot V_{r_k}^d}{(V_k^d)^2} \quad (3.10)$$

onde o *mismatch* de corrente na barra k é representado por $\Delta I_{r_k} + j\Delta I_{m_k}$. Os intervalos de potência são constantes durante todo o processo, e como os *mismatches* de corrente são calculados a partir da potência, pode-se calcular este passo apenas uma única vez para o processo iterativo (PEREIRA *et al.*, 2012).

Dessa forma, o conjunto de equações $f(x)$ que são resolvidas pelo Método de Krawczyk é o vetor dos *mismatches* de corrente:

$$f(x) = \begin{bmatrix} \Delta I_r^i \\ \Delta I_m^i \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

O passo a seguir é a aplicação do método de Krawczyk que está apresentado no Capítulo (Equação 2.28). A matriz de pré-condicionamento C é obtida através da Jacobiana do ponto médio (Jacobiana Determinística) do problema que está sendo resolvido. A matriz C utilizada se mantém constante, não sendo necessário calculá-la a cada iteração – proporcionando assim um ganho computacional devido à não necessidade de realizar operações de inversão ou fatoração de matrizes (PEREIRA, 2011).

Após cada iteração, determina-se o novo perfil intervalar de tensões, obtido através da Equação (2.29) apresentada no Capítulo 2. Verifica-se então a convergência através da Equação (3.12) apresentada abaixo:

$$\frac{|diam(X^h) - diam(X^{h-1})|}{2} \leq \text{tolerância} \quad (3.12)$$

O resultado desta convergência deve ser menor que uma tolerância pré-determinada (PEREIRA, 2011). Se esta convergência for atingida, o processo iterativo é encerrado, e o novo perfil de tensões intervalares é utilizado para calcular as demais variáveis de interesse para o processo. Caso contrário, o processo prossegue até a convergência ser atingida (PEREIRA *et al.*, 2012).

Os resultados das aplicações deste processo podem ser visualizados nas referências dos autores Pereira (2011), Pereira, *et al.* (2012) e também Mori e Yuihara (1999). As pesquisas dos autores apresentam as análises realizadas e as considerações, bem como as respectivas validações para consolidação do método da MI para estes problemas de otimização.

Tendo em vista os bons resultados obtidos por estas aplicações apresentadas pelos autores descritos e o breve histórico bibliográfico levantado neste Capítulo, pretende-se aplicar a MI na obtenção de intervalos ótimos que sejam solução de Fluxo de Potência Ótimo não-linear. Decide-se então aplicar esta metodologia ao Fluxo de Potência Ótimo (FPO), também considerando as incertezas da carga que será o objeto de estudo desta dissertação.

Capítulo 4

4 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO E FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO INTERVALAR

4.1. INTRODUÇÃO

Um dos tipos de análise mais comuns realizados em Sistemas Elétricos de Potência (SEP) é no regime permanente, onde os equipamentos que compõem o sistema, tais como transformadores, geradores, linhas de transmissão e linhas de distribuição, devem estar funcionando dentro dos seus limites operacionais (frequência, tensão, capacidade e potência). No entanto, espera-se que estes equipamentos não só operem dentro de seus limites, mas também de forma ótima, ou seja, dentro da faixa de valores que garanta também operação com melhor resultado de eficiência, tais como maximização da segurança de operação, maximização da vida útil de equipamentos, minimização de custo de operação, minimização de perdas durante a transmissão da potência pelas linhas (HAFFNER, 2007), constatando-se assim, a importância de se otimizar a operação de sistemas de potência.

Esta ideia de encontrar a melhor forma de operar o sistema, de acordo com o objetivo almejado, foi formulada matematicamente como um problema de otimização denominado Fluxo de Potência Ótimo (FPO), e proposto primeiramente por (CARPENTIER, 1979).

O FPO possui como objetivo encontrar a configuração ótima de operação do sistema de modo a garantir o menor custo de operação, diminuir perdas no sistema, minimizar desvios de transação de potência entre as barras do sistema, porém ao mesmo tempo obedecer e satisfazer as equações que gerem a modelagem do sistema, garantir a segurança da operação e os limites de operação dos equipamentos – otimizando também a vida útil dos mesmos (ZHU, 2015).

Diferentemente da análise realizada por um Fluxo de Carga (FC), que tem como objetivo apenas calcular o estado da rede a partir de uma configuração de despacho de geração, o FPO otimiza o despacho de geração e calcula o estado da rede de modo a satisfazer limites operacionais e critérios de otimização.

O Fluxo de Carga se refere à solução das equações de balanço de potência ativa e reativa a partir da fixação de variáveis específicas, tais como injeção de potência ativa e tensão

controlada em barras de geração. Mas, a solução matemática do problema não é necessariamente ótima e não leva em conta a capacidade máxima de transmissão das linhas e os limites de magnitudes de tensão (CAIN *et al.*, 2012). Já o FPO, encontra a solução ótima de acordo com uma função objetivo sujeita a restrições de igualdade e desigualdade como limites operacionais dos equipamentos elétricos, limites de tensão e de fluxo pelas linhas de transmissão (CAIN *et al.*, 2012).

Tanto para o FC quanto para o FPO, é possível incorporar incertezas que influenciam os resultados dos mesmos.

Estas incertezas são devidas a erros nos parâmetros dos transformadores e linhas de transmissão, erros na previsão da demanda assumida para as barras de carga do sistema (WANG; ALVARADO, 1991) e incertezas devidas à disponibilidade da potência gerada e possíveis falhas nos geradores (PEREIRA, 2011).

As soluções do FC ou FPO são considerados de natureza determinística, se elas se aplicam apenas para um determinado ponto do sistema e um determinado instante de tempo.

Mas, devido à evolução do sistema ao longo do tempo, não é aconselhável considerar apenas um determinado instante de tempo que englobe essa configuração, mas sim considerar toda a gama de possíveis situações que o sistema possa assumir em um intervalo de tempo determinado. Dessa forma, os parâmetros da carga e da geração não devem ser apenas valores únicos e sim intervalos de valores onde a solução seria encontrada (WANG; ALVARADO, 1991).

A exploração de todas as possíveis combinações de variações de carga, por exemplo, analisadas segundo uma abordagem determinística via FC ou FPO torna a análise exaustiva e por vezes incerta, pois para que seja possível englobar todas as combinações seriam necessárias diversas simulações e estudos exaustivos de viabilidade de todas as condições. Além da possibilidade de se assumir erros, o tempo computacional seria muito alto, devido à elevada geração de resultados não conclusivos (PEREIRA, 2011).

Alternativamente, é possível se introduzir incertezas através da aplicação da matemática intervalar (descrita no Capítulo 2), tal como proposto por PEREIRA *et al.*(2012), que a aplicou com sucesso ao FC via Algoritmo de Krawczyk, como forma de calcular intervalos de soluções.

Tendo em vista os bons resultados obtidos por PEREIRA *et al.*(2012), este capítulo tem como objetivo estender a aplicação da matemática intervalar ao FPO, de modo a introduzir as incertezas relacionadas aos parâmetros de carga.

4.2. DEFINIÇÃO DE FPO

De acordo com Carpentier (1979), antes da introdução do FPO, o chamado despacho econômico era utilizado apenas para determinar a melhor forma de distribuir a carga real do sistema entre as várias unidades geradoras térmicas, otimizando a capacidade total de geração demandada. Porém, as perdas eram consideradas nos coeficientes das equações e os despachos de geração eram enviados diretamente às unidades geradores, não proporcionando nada mais além de diminuição de custo de operação (CARPENTIER, 1979).

Porém, problemas de sobrecarga de equipamentos e das linhas de transmissão, assim como problemas na segurança da operação, apresentaram a necessidade de repensar a forma de estudar a operação ótima dos sistemas elétricos, introduzindo assim o FPO, que considerava um modelo mais detalhado da rede, de modo a resolver tanto o despacho econômico como também os problemas de fluxo de carga e limites operacionais (CARPENTIER, 1979).

O FPO é um problema de otimização que pode apresentar diversas funções objetivo, aplicadas a uma série de diferentes restrições, de acordo com a formulação matemática do problema.

Nesta dissertação, o FPO será modelado utilizando equações de balanço de potência ativa e reativa não lineares, denominado por FPOAC (Fluxo de Potência Ótimo Não-Linear), que otimiza não somente as magnitudes e ângulos de tensão das tensões nodais, mas também valores de geração de potência ativa e reativa do sistema. A formulação clássica será denominada FPOAC determinístico a fim de diferenciar da solução a ser obtida pela matemática intervalar.

Existem vários métodos para obtenção da solução de um FPOAC, sendo que a busca por soluções de problemas de forma rápida, eficiente e viável no âmbito computacional levou à inovação de métodos clássicos de solução até o Método dos Pontos Interiores, que utiliza as condições de otimalidade de primeira ordem (condições de KKT) acopladas ao método de Newton para a solução ótima do FPO, atendendo às restrições propostas pelo problema.

Como um marco na aplicação do Método de Pontos Interiores (MPI) para resolver FPOAC, cita-se (GRANVILLE, 1994), que introduziu a versão Primal-Dual do MPI, apresentado por (KARMARKAR, 1984), para a solução de despacho de potência ativa e reativa. Além de Granville (1994), outros trabalhos também utilizaram com sucesso do MPI versão Primal-Dual tais como: (CASTRONUOVO *et al.*, 2001), (QUINTANA *et al.*, 2000) e (EL-BAKRY *et al.*, 1996), (FERNANDES, 2004).

Assim, devido à robustez e bom desempenho do Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual, este é o método a ser utilizada neste trabalho para a obtenção do resultado ótimo do FPOAC determinístico.

4.3.MÉTODO DOS PONTOS INTERIORES VERSÃO PRIMAL-DUAL (MPIPD)

Um problema de FPO pode ser representado de forma genérica como:

$$\min f(u) \quad (4.1)$$

Sujeito a:

$$g(u) = 0 \quad (4.2)$$

$$h^{\min} \leq h(u) \leq h^{\max} \quad (4.3)$$

onde

u : vetor de variáveis do sistema;

$f(u)$: função objetivo a ser otimizada;

$g(u)$: vetor de restrições de igualdade;

$h(u)$: vetor de restrições de desigualdade.

As restrições de igualdade correspondem à modelagem da rede, ou seja, às equações de balanço de potência ativa e reativa; enquanto que as restrições de desigualdade representam os limites das variáveis do sistema, ou seja, as restrições funcionais e operacionais dos equipamentos do sistema.

Para utilizar os métodos de MPDPI aplicam-se ao problema (4.1) à (4.3) os seguintes procedimentos (FERNANDES, 2004):

1. Transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade pela introdução de variáveis de folga. Desta forma, as restrições passam a ser representadas da seguinte maneira:

$$h(u) - h^{\min} - s^{\min} = 0 \quad (4.4)$$

$$h(u) - h^{\max} + s^{\max} = 0 \quad (4.5)$$

onde

s^{\min} : vetor de variáveis de folga mínimas estritamente positivas;

s^{\max} : vetor de variáveis de folga máximas estritamente positivas.

2. Introdução da função barreira logarítmica na sua função objetivo. A fim de se representar as restrições de não negatividade das variáveis de folga, o problema é modificado com a introdução da função barreira logarítmica na sua função objetivo. A função barreira penaliza as estimativas de solução que se encontram próximas aos limites das desigualdades, ou ainda, associadas às variáveis de folga próximas de zero.

O problema modificado passa a ser assim representado:

$$\min f(u) - \mu \sum_i^{ndes} [\ln(s_i^{\min}) + \ln(s_i^{\max})] \quad (4.6)$$

Sujeito a:

$$g(u) = 0 \quad (4.7)$$

$$h(u) - h^{\min} - s^{\min} = 0 \quad (4.8)$$

$$h(u) - h^{\max} + s^{\max} = 0 \quad (4.9)$$

onde

$ndes$: número de restrições de desigualdade;

μ : parâmetro barreira ($\mu \geq 0$).

Logo, a função Lagrangeana associada a este problema é:

$$\begin{aligned} L(u, \lambda, \pi^{\min}, \pi^{\max}, s^{\min}, s^{\max}) = & f(u) - \mu \sum_i^{ndes} [\ln(s_i^{\min}) + \ln(s_i^{\max})] + \lambda^T \cdot g(u) + \\ & + (\pi^{\min})^T \cdot [h(u) + h^{\min} - s^{\min}] + (\pi^{\max})^T \cdot [h(u) - h^{\max} + s^{\max}] \end{aligned} \quad (4.10)$$

onde

λ : vetor dos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade com dimensão ($nig \times 1$);

π^{\min} : vetor dos multiplicadores de Lagrange associados aos limites mínimos com dimensão ($ndes \times 1$);

π^{\max} : vetor dos multiplicadores de Lagrange associados aos limites máximos com dimensão ($ndes \times 1$);

nig : número de restrições de igualdade.

Portanto, o novo problema de otimização passa a ser:

$$\min L(u, \lambda, \pi^{\min}, \pi^{\max}, s^{\min}, s^{\max}) \quad (4.11)$$

Sujeito a:

$$s^{\min} \geq 0, \quad s^{\max} \geq 0, \quad \pi^{\min} \geq 0, \quad \pi^{\max} \geq 0. \quad (4.12)$$

Um ponto $z = [u^T \quad \lambda^T \quad (\pi^{\min})^T \quad (\pi^{\max})^T \quad (s^{\min})^T \quad (s^{\max})^T]$ é solução do problema (4.11) e (4.12) somente se (LUENBERGER, 1989):

O Método de Pontos Interiores se concentra em obter um ponto estacionário, isto é, um ponto $z = [u^T \quad \lambda^T \quad (\pi^{\min})^T \quad (\pi^{\max})^T \quad (s^{\min})^T \quad (s^{\max})^T]$ que satisfaça as condições necessárias de otimalidade ou condições de Karush-Kuhn-Tucker – KKT.

Para que as expressões matemáticas presentes nas condições de KKT e nos algoritmos descritos sejam compactas foi usado o operador ∇ para representar derivadas parciais de funções, desta forma tem-se:

$$\nabla_u L(z) = 0 \Rightarrow \nabla_u f(u) + [\nabla_u g(u)]^T \cdot \lambda + [\nabla_u h(u)]^T \cdot (\pi^{\min} + \pi^{\max}) = 0 \quad (4.13)$$

$$\nabla_u L(z) = 0 \Rightarrow g(u) = 0 \quad (4.14)$$

$$\nabla_{\pi^{\min}} L(z) = 0 \Rightarrow h(u) - h^{\min} - s^{\min} = 0 \quad (4.15)$$

$$\nabla_{\pi^{\max}} L(z) = 0 \Rightarrow h(u) - h^{\max} - s^{\max} = 0 \quad (4.16)$$

$$\nabla_{s^{\min}} L(z) = 0 \Rightarrow -\mu \cdot e - S^{\min} \cdot \pi^{\min} = 0 \quad (4.17)$$

$$\nabla_{s^{\max}} L(z) = 0 \Rightarrow -\mu \cdot e - S^{\max} \cdot \pi^{\max} = 0 \quad (4.18)$$

$$s^{\min} \geq 0, \quad s^{\max} \geq 0, \quad \pi^{\min} \geq 0, \quad \pi^{\max} \geq 0 \quad (4.19)$$

sendo

$e = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$, com dimensão ($ndes \times 1$);

S^{\min} – matriz diagonal composta pelos elementos de s^{\min} ;

S^{\max} – matriz diagonal composta pelos elementos de s^{\max} .

Após a transformação das restrições de desigualdade em igualdades, por meio da introdução de variáveis de folga e adição da função barreira logarítmica à função objetivo como forma de garantir a não negatividade dessas variáveis. Os passos seguintes consistem em se obter os pontos estacionários da função Lagrangeana, utilizando-se o Método de Newton, e estabelecer critérios para atualização do parâmetro barreira, para inicialização das variáveis e teste de convergência.

O primeiro passo na obtenção dos pontos que satisfazem a função Lagrangeana consiste em se fazer uma estimativa desta solução pela linearização das Equações (4.13) a (4.18) utilizando-se o Método de Newton. Os incrementos obtidos em cada iteração deste método não podem ser usados diretamente no vetor z , pois os mesmos podem violar as restrições de desigualdade. Assim, esses incrementos devem ser testados e, se necessário, modificados a fim de sempre se manter o vetor z dentro da região de factibilidade do problema. As etapas que devem ser seguidas a fim de se obter os pontos estacionários são as seguintes:

A fim de se começar o processo de otimização, é necessário a obtenção de uma estimativa inicial para as variáveis do problema. A escolha é feita de tal modo que as variáveis sejam estritamente internas aos limites impostos pelas restrições de desigualdade do problema. Para tanto, as variáveis u são inicializadas pela metade da soma de seus valores máximos e mínimos; posteriormente, as variáveis de folga são calculadas a partir das Equações (4.15) e (4.16) e, arbitrando um valor inicial para o parâmetro barreira μ , os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade são calculados a partir das Equações (4.17) e (4.18). Para os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade estimam-se valores

quaisquer, como por exemplo, o vetor unitário.

O sistema de Equações (4.13) a (4.18) pode ser representado de forma como:

$$\rho(z) = 0. \quad (4.20)$$

Tomando uma aproximação linear do sistema (3.21) no ponto z^* tem-se:

$$\rho(z^* + \Delta z) = \rho(z^*) + \nabla_z \cdot \rho(z) \Big|_{z^*} \Delta z. \quad (4.21)$$

Como Δz deve ser tal que $\rho(z^* + \Delta z) = 0$, da Equação (4.22) tem-se que:

$$\nabla_z \cdot \rho(z) \Big|_{z^*} \Delta z = -\rho(z^*). \quad (4.22)$$

Em termos das variáveis do problema: $u, \lambda, \pi^{\min}, \pi^{\max}, s^{\min}$ e s^{\max} a Equação (4.23) pode ser escrita como:

$$W \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi^{\min} \\ \Delta \pi^{\max} \\ \Delta s^{\min} \\ \Delta s^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_u f(u) + [\nabla_u g(u)]^T \cdot \lambda + [\nabla_u h(u)]^T \cdot (\pi^{\min} + \pi^{\max}) \\ g(u) \\ h(u) - h^{\min} - s^{\min} \\ h(u) - h^{\max} - s^{\max} \\ -\mu \cdot e - S^{\min} \cdot \pi^{\min} \\ -\mu \cdot e - S^{\max} \cdot \pi^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_u L \\ \nabla_\lambda L \\ \nabla_{\pi^{\min}} L \\ \nabla_{\pi^{\max}} L \\ \nabla_{s^{\min}} L \\ \nabla_{s^{\max}} L \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

onde

W – matriz Hessiana de dimensão ($nz \times nz$);

nz – número total de variáveis em z .

Ou seja,

$$W = \begin{bmatrix} L_{uu} & L_{u\lambda} & L_{u\pi^{\min}} & L_{u\pi^{\max}} & 0 & 0 \\ [L_{u\lambda}]^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [L_{u\pi^{\min}}]^T & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\ [L_{u\pi^{\max}}]^T & 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -S^{\min} & 0 & -\Pi^{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S^{\max} & 0 & \Pi^{\max} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Sendo que

$$L_{uu} = \nabla_{uu}^2 L = \nabla_{uu}^2 f(u) + \sum_{i=1}^{nig} \lambda_i \cdot \nabla_{uu}^2 g_i(u) + \sum_{j=1}^{ndes} (\pi_j^{\max} + \pi_j^{\min}) \cdot \nabla_{uu}^2 h_j(u) \quad (4.25)$$

$$L_{u\lambda} = [L_{\lambda u}]^T = \nabla_{u\lambda}^2 L = [\nabla_u g(u)]^T \quad (4.26)$$

$$L_{u\pi^{\min}} = [L_{\pi^{\min} u}]^T = \nabla_{u\pi^{\min}}^2 L = [\nabla_u h(u)]^T \quad (4.27)$$

$$L_{u\pi^{\max}} = [L_{\pi^{\max} u}]^T = \nabla_{u\pi^{\max}}^2 L = [\nabla_u h(u)]^T \quad (4.28)$$

$$L_{s^{\min} \pi^{\min}} = \nabla_{s^{\min} \pi^{\min}}^2 L = -S^{\min} \quad (4.29)$$

$$L_{s^{\max} \pi^{\max}} = \nabla_{s^{\max} \pi^{\max}}^2 L = S^{\max} \quad (4.30)$$

$$L_{s^{\min} s^{\min}} = \nabla_{s^{\min} s^{\min}}^2 L = -\Pi^{\min} \quad (4.31)$$

$$L_{s^{\max} s^{\max}} = \nabla_{s^{\max} s^{\max}}^2 L = \Pi^{\max} \quad (4.32)$$

onde

Π^{\min} : matriz diagonal composta pelos elementos de π^{\min} ;

Π^{\max} : matriz diagonal composta pelos elementos de π^{\max} ;

I : matriz identidade.

A determinação do ponto ótimo se faz através de um processo iterativo. A cada iteração, o sistema linear representado em (4.24) é resolvido, e, logo após, é determinado o comprimento do passo nos espaços primal (α_p) e dual (α_d), de modo que as variáveis de folga sejam todas positivas e os multiplicadores de Lagrange sejam tais que: $\pi^{\min} \leq 0$ e $\pi^{\max} \geq 0$. Desta forma, α_p e α_d são expressos como:

$$\alpha_p = \min \left[\min_{\Delta s_i^{\max} < 0} \frac{-s_i^{\max}}{\Delta s_i^{\max}}, \min_{\Delta s_i^{\min} < 0} \frac{-s_i^{\min}}{\Delta s_i^{\min}}, 1 \right] \quad (4.33)$$

$$\alpha_d = \min \left[\min_{\Delta \pi_i^{\max} < 0} \frac{-\pi_i^{\max}}{\Delta \pi_i^{\max}}, \min_{\Delta \pi_i^{\min} < 0} \frac{-\pi_i^{\min}}{\Delta \pi_i^{\min}}, 1 \right] \quad (4.34)$$

Após o cálculo dos passos primal e dual, a nova aproximação para a solução ótima pode ser obtida pela seguinte atualização:

$$u^{i+1} = u^i + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta u \quad (4.35)$$

$$(s^{\min})^{i+1} = (s^{\min})^i + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta s^{\min} \quad (4.36)$$

$$(s^{\max})^{i+1} = (s^{\max})^i + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta s^{\max} \quad (4.37)$$

$$\lambda^{i+1} = \lambda^i + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \lambda \quad (4.38)$$

$$(\pi^{\min})^{i+1} = (\pi^{\min})^i + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi^{\min} \quad (4.30)$$

$$(\pi^{\max})^{i+1} = (\pi^{\max})^i + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \pi^{\max} \quad (4.40)$$

onde

σ : constante para garantir a interioridade da nova estimativa de solução, sendo fixada em 0,9995.

O último passo dentro de cada iteração é recalculer o valor do parâmetro barreira μ . Com os valores de π^{\min} , π^{\max} , s^{\min} e s^{\max} , o cálculo do parâmetro μ é baseado no decréscimo do *gap* de dualidade:

$$\mu = \frac{(s^{\max})^T \cdot \pi^{\max} - (s^{\min})^T \cdot \pi^{\min}}{2 \cdot n \cdot \beta} \quad (4.41)$$

onde

n : número total de variáveis primais e duais;

β : fator de aceleração ($\beta > 1$).

A solução do problema é encontrada quando as equações que representam as condições de otimalidade (4.13) a (4.18) são satisfeitas e o *gap* de dualidade ou parâmetro de barreira é nulo (menor ou igual a uma tolerância especificada). Portanto, os critérios de convergência são:

$$\mu \leq \varepsilon_\mu \quad (4.42)$$

$$\max \left\| \nabla L \right\|_\infty \leq \varepsilon_L \quad (4.43)$$

onde

$\left\| \nabla L \right\|_\infty$: norma infinita do gradiente da função Lagrangeana;

ε_L : tolerância da norma infinita do gradiente da função Lagrangeana;

ε_μ : tolerância do parâmetro barreira.

4.4.FORMULAÇÃO DO FPOAC

A formulação matemática do FPOAC a ser utilizado neste trabalho é descrita a seguir.

As equações de balanço de potência ativa e reativa são modeladas utilizando-se a representação retangular dos fasores de tensão:

$$\dot{V}_i = e_i + j \cdot f_i \quad i=1, \dots, nb \quad (4.44)$$

onde

e_i : parte real da tensão \dot{V}_i ;

f_i : parte imaginária da tensão \dot{V}_i .

Considere que:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \text{real}[\text{diag}(\dot{\mathbf{V}}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}})^*] \quad (4.45)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \text{imag}[\text{diag}(\dot{\mathbf{V}}) \cdot (\dot{\mathbf{Y}} \cdot \dot{\mathbf{V}})^*] \quad (4.46)$$

onde

$\dot{\mathbf{V}}$: vetor de tensões com dimensão $(nb \times 1)$;

$\dot{\mathbf{Y}}$: matriz de admitância de barra com dimensão $(nb \times nb)$

\mathbf{P} : vetor de dimensão $(nb \times 1)$ contendo as injeções de potência ativa;

\mathbf{Q} : vetor de dimensão $(nb \times 1)$ contendo as injeções de potência reativa;

\mathbf{Pg} : vetor de gerações de potência ativa com dimensão $[nb \times 1]$;

\mathbf{Pd} : vetor de cargas ativas com dimensão $[nb \times 1]$;

\mathbf{Qg} : vetor de gerações de potência reativa com dimensão $[nb \times 1]$;

\mathbf{Qd} : vetor de cargas reativas $[nb \times 1]$.

As equações devem ser expressas de forma compacta, em função de um vetor \mathbf{x} , cujos elementos são as componentes real e imaginária das tensões de barra:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_{nb} \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{nb} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

O vetor \mathbf{x} possui dimensão $[2nb \times 1]$.

As equações (4.45) e (4.46) podem ser representadas simplesmente como (FERNANDES, 2004):

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}(\mathbf{x}) \quad (4.48)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \quad (4.49)$$

Uma barra deve ser escolhida para ser referência angular com ângulo de fase igual a zero. Como a representação escolhida para o fasor tensão é a retangular, esta referência implica que a parte imaginária do valor de tensão na forma retangular é igual a zero.

$$f_{ref} = 0 \quad (4.50)$$

Para se representar a equação (4.50) na forma vetorial, define-se o vetor \mathbf{d} do seguinte modo:

$$\mathbf{d}^T = [0 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 0;0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad \dots \quad 0] \quad (4.51)$$

onde

\mathbf{d} : vetor de dimensão $[2nb \times 1]$, com os nb primeiros elementos nulos e os subsequentes também nulos, com exceção da posição correspondente à barra de referência que assume valor unitário.

Deste modo,

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = 0. \quad (4.52)$$

4.4.1. Restrições de Desigualdade

As restrições de desigualdade envolvem as limitações físicas operacionais do sistema como enumeradas seguir:

a) Limites de geração

As potências ativas e reativas geradas devem estar dentro dos limites dos geradores.

$$\mathbf{Pg} \min \leq \mathbf{Pg} \leq \mathbf{Pg} \max \quad (4.53)$$

$$\mathbf{Qg} \min \leq \mathbf{Qg} \leq \mathbf{Qg} \max \quad (4.54)$$

onde

$\mathbf{Pg} \min$ e $\mathbf{Pg} \max$: vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os limites mínimos e máximos de geração de potência ativa, respectivamente;

$\mathbf{Qg} \min$ e $\mathbf{Qg} \max$:vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa.

b) Limites das Magnitudes de Tensão

Como não se trabalha com o fasor de tensão na forma polar, mas na retangular, é preciso que se faça uma adequada representação dos módulos de tensão ao quadrado, como se segue. Para uma determinada barra i , o módulo ao quadrado da tensão é:

$$|\dot{V}_i|^2 = (e_i)^2 + (f_i)^2. \quad (4.55)$$

Compactamente, a restrição que indica os limites na magnitude de tensão na barra i pode ser escrita como (FERNANDES, 2004):

$$V_i \min^2 \leq V_i(\mathbf{x}) \leq V_i \max^2 \quad (4.56)$$

onde $V_i \min$ e $V_i \max$: correspondem aos valores mínimo e máximo das magnitudes de tensão permitidos na barra i . São vetores de dimensão $(nb \times 1)$ contendo os limites de magnitudes de tensão.

A função a ser analisada é a minimização das perdas:

$$Perdas = \sum_{k \in C_G} (Pg_k) \quad (4.57)$$

Onde CG é conjunto de barras de geração do sistema.

Assim a formulação do problema que analisa a rede é:

$$\min \text{ Perdas}$$

s.a.

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}(\mathbf{x}) \quad (4.58)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \quad (4.59)$$

$$\mathbf{Pg} \min \leq \mathbf{Pg} \leq \mathbf{Pg} \max \quad (4.60)$$

$$\mathbf{Qg} \min \leq \mathbf{Qg} \leq \mathbf{Qg} \max \quad (4.61)$$

$$V_i \min^2 \leq V_i(\mathbf{x}) \leq V_i \max^2 \quad i=1, \dots, nb \quad (4.62)$$

4.5. METODOLOGIA INTERVALAR APLICADA AO FPOAC

A metodologia intervalar que será aplicada ao FPOAC será através da utilização do método de Krawczyk aplicado a partir do resultado determinístico de um FPO (resolvido via MPDPI), onde o valor convergido é assumido com sendo o ponto médio do intervalo.

A partir desta convergência, os valores da tensão, potência ativa e reativa gerada e a carga ativa e reativa são inicializadas para dar início ao processo iterativo. A este incremento de inicialização, ou incerteza, denomina-se δ e é aplicado formando um intervalo superior e inferior de inicialização.

4.5.1 Inicialização de variáveis e parâmetros

Ao valor da carga é incorporada uma incerteza de $\pm\delta_{Pd}$, formando um intervalo de valores superiores e inferiores:

$$Pd^i = [(Pd^d - \delta_{Pd}), (Pd^d + \delta_{Pd})] \quad (4.63)$$

$$Qd^i = [(Qd^d - \delta_{Qd}), (Qd^d + \delta_{Qd})] \quad (4.64)$$

onde

Pd^i : demanda de potência ativa intervalar;

Qd^i : demanda de potência reativa intervalar;

Pd^d : demanda de potência ativa determinística;

Qd^d : demanda de potência reativa determinística;

δ_{Pd} : valor da incerteza adotada para demandas.

Já o valor de incerteza a ser escolhido para inicialização de cada grandeza a ser avaliada, pode variar de acordo com cada uma delas (potência ativa ou reativa gerada, carga, perfil de tensão). Por exemplo, Pereira (2011) adotou uma variação percentual de $\pm 2\%$ para inicialização de todas as variáveis intervalares.

Assim, a partir de um valor determinístico, inicializa-se o perfil intervalar de tensão retangular adicionando uma incerteza de $\pm \delta_x \%$ de acordo com a equação (4.65):

$$X^i = [(X^d - \delta_x), (X^d + \delta_x)] \quad (4.65)$$

onde

X : fasor de tensão complexa na forma retangular ($e+j.f$), sendo que X é igual ao vetor $[e \ f]$.

Quando se aplica a matemática intervalar ao problema de Fluxo de Carga (FC), tal como proposto em Pereira (2011), a inicialização do processo (Equação 4.65) se faz apenas para o fasor tensão na forma retangular, que é o objeto de cálculo de um FC. Como para um FPO AC, objetiva-se calcular também valores de geração, a inicialização deve ser aplicada também para a geração de potência ativa e reativa:

$$Pg^i = [(Pg^d - \delta_{Pg}), (Pg^d + \delta_{Pg})] \quad (4.66)$$

$$Qg^i = [(Qg^d - \delta_{Qg}), (Qg^d + \delta_{Qg})] \quad (4.67)$$

onde

Pg^i : geração de potência ativa intervalar;

Qg^i : geração de potência reativa intervalar;

Pg^d : geração ótima de potência ativa determinística;

Qg^d : geração ótima de potência reativa determinística.

δ_{Pg} : valor da incerteza adotada para potência ativa gerada;

δ_{Qg} : valor da incerteza adotada para potência reativa gerada.

4.5.2 Condições de Otimalidade Intervalares

Quando se aplica a matemática intervalar ao problema de Fluxo de Carga (FC), o sistema de equações $f(x)=0$ que se deseja resolver, refere-se aos resíduos do desvio de potência ativa e reativa (PEREIRA, 2011). Já no FPO, o sistema de equações $g(x)=0$ se refere às condições de otimalidade (condições de Karush Kuhn Tucker - KKT) do problema de

otimização relacionado ao FPO e, por esta razão é constante em todo o processo de pós-otimização, sendo calculados apenas uma vez, utilizando as variáveis intervalares.

Para a metodologia proposta, calculam-se os valores intervalares do sistema de equações que compreende as condições de KKT apenas uma vez. Este cálculo utiliza as variáveis intervalares inicializadas na seção 4.5.1, resultando assim em um vetor intervalar da seguinte natureza:

$$g(x)^i = \begin{bmatrix} \Delta_{p_g} L^i \\ \Delta_{Q_g} L^i \\ \Delta_X L^i \\ \Delta_\lambda L^i \\ \Delta_{\pi_{máx}} L^i \\ \Delta_{\pi_{mín}} L^i \\ \Delta_{s_{máx}} L^i \\ \Delta_{s_{mín}} L^i \end{bmatrix}. \quad (4.68)$$

Para a obtenção dos valores intervalares que resolvem a Equação (4.67), passa-se à construção de uma sequência convergente de intervalos, cujo limite é um intervalo que contém a solução do sistema de equações (a ser descrito na próxima seção).

Para facilitar o entendimento da formulação, o vetor que contém todas as variáveis de otimização provenientes do processo determinístico do MPDPI é denominado vetor Z .

4.5.3 Aplicação do Operador de Krawczyk

Para a inicialização do processo iterativo, precisa-se calcular a matriz de pré-condicionamento \mathbf{C} , de acordo com a seção 2.6.2. Para o FPOACI, considera-se como derivada primeira, a matriz \mathbf{W} (proveniente do MPDPI). Como, para o cálculo da matriz de pré-condicionamento, o cálculo é feito a partir do ponto médio (ponto ótimo que resolve as condições de otimalidade), a matriz \mathbf{C} é calculada a partir do inverso da matriz Hessiana ótima, como apresentado na Equação (4.68).

$$\mathbf{C} = (\mathbf{W}^*)^{-1} \quad (4.69)$$

A equação que deve ser solucionada a cada iteração pelo método de Krawczyk apresenta-se na Equação (4.69), onde as condições de KKT intervalares são calculadas apenas

uma vez, o que mantém a matriz de condicionamento \mathbf{C} constante. A Hessiana intervalar \mathbf{W}^i é calculada a cada iteração após o novo intervalo ser determinado:

$$K(Z^i) = z^h - \mathbf{C} \cdot g(z) + [\text{Id} - \mathbf{C} \cdot \mathbf{W}(Z^i)](Z^i - z^h) \quad (4.70)$$

onde

Z^i : vetor intervalar das variáveis do problema;

z^h : valor médio do intervalo em cada iteração;

$g(z)$: valor das condições de KKT calculadas no ponto médio;

Id : matriz identidade;

\mathbf{C} : matriz de pré-condicionamento;

\mathbf{W}^i : matriz hessiana intervalar, calculada com o vetor intervalar Z^i .

Para determinação do novo valor de Z , é necessário proceder com a interseção do intervalo de Z com o operador de Krawczyk calculado através da equação (4.69). Aplicando este conceito ao que foi apresentado na seção 2.6.2, o novo vetor Z é calculado a partir da equação (4.70).

$$Z^k = [Z^{k-1} \cap K^k] . \quad (4.71)$$

A partir do cálculo do novo vetor Z^i que contém o intervalo refinado a partir do processo de Krawczyk, faz-se a verificação da convergência – verifica-se se a convergência determinada através de uma tolerância desejada já foi atingida pelo processo iterativo. Dessa forma, aplica-se a Equação (4.71) para verificar se a tolerância é obedecida, como apresentado na seção 2.6.2.

$$\text{conv} = \text{abs} \left(\frac{|diam(Z^k) - diam(Z^{k-1})|}{2} \right) \geq \text{tolerância} . \quad (4.72)$$

Se a tolerância for obedecida, o processo iterativo é finalizado e o valor de Z^i encontrado é o intervalo ótimo de solução do FPOACI. Caso contrário, o processo iterativo é mantido até atingir a convergência pré-estipulada. Como resultado final, o intervalo solução irá conter a solução determinística do problema, assim como esta solução determinística (valor

ótimo determinístico) será o ponto médio deste intervalo obtido, independente do diâmetro deste intervalo.

4.5.4. Algoritmo proposto para solução de FPOAC intervalar

O algoritmo proposto nesta dissertação, cujo objetivo básico é a obtenção de intervalo ótimo de solução de um FPOAC e aqui nomeado de FPOACI tem o seguinte algoritmo:

1. Calcular Fluxo de Potência Ótimo convencional e obter despacho de geração e perfil de tensão de pontual do sistema;
2. Definir variações percentuais de demanda, das potências de geração e da tensão (δ) (no caso das aplicações deste trabalho, foram consideradas todas as variações percentuais em $\pm 2\%$ de acordo com Pereira (2011));
3. Inicializar o perfil das tensões intervalares, demanda ativa e reativa e potência gerada ativa e reativa. Para o caso da inicialização, o ponto médio do intervalo é a solução pontual e o seu raio é o ponto médio multiplicado pela variação percentual δ , definido no passo 2 de acordo com as Equações (4.63 – 4.66);
4. Calcular as condições de KKT em análise a partir do ponto determinístico obtido pelo MPDPI de acordo com a Equação (4.67);
5. Calcular a matriz de pré-condicionamento **C** a partir da matriz **W**, calculada no ponto médio determinístico e obtido a partir do MPDPI de acordo com a Equação (4.68);
6. Calcular o operador de Krawczyk a partir das equações apresentadas na seção 3.5.3;
7. Determinar o novo vetor intervalar ótimo a partir da aplicação do operador de Krawczyk;
8. Obter o novo perfil das tensões intervalares, a nova geração de potência ativa e reativa intervalar através da Equação (4.71);
9. Verificar a convergência do processo a partir da Equação (4.72);
10. Testar convergência: se atingida: Pare, se não, retornar ao passo 6.

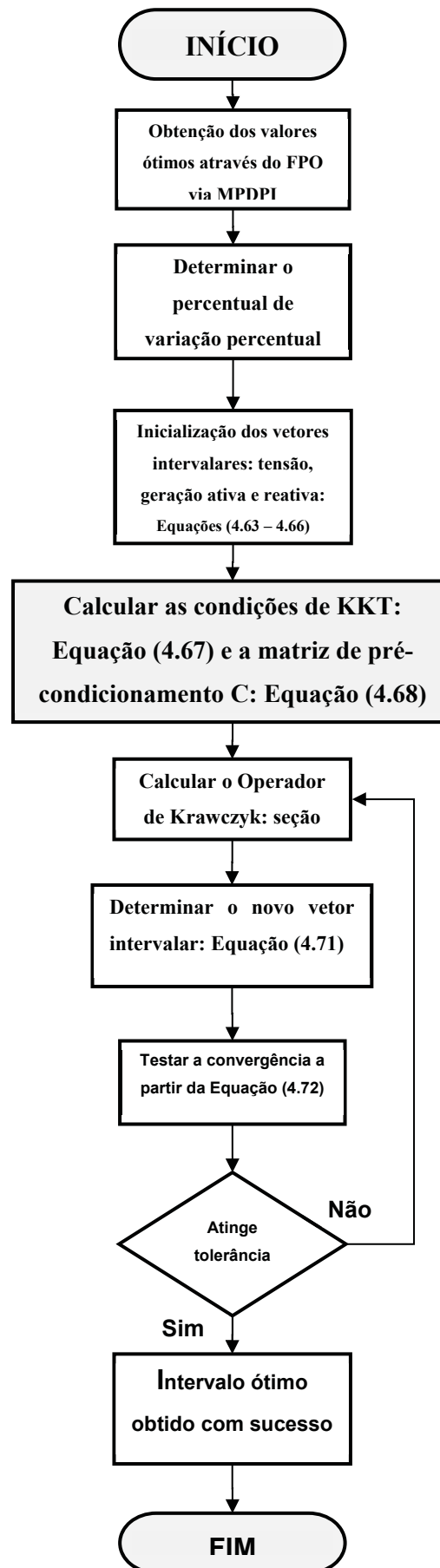
Na Figura 4.1, apresenta-se o diagrama de blocos que traduz o algoritmo proposto nesta seção. Resumidamente, a proposta apresentada visa aplicar nas condições de otimalidade de primeira ordem do problema de otimização envolvido no FPOAC, o operador de Krawczyk, que possibilita a obtenção de intervalos de soluções, considerando a carga como parâmetro

intervalar. É possível obter os valores de geração de potência ativa, reativa e fasor tensão nas barras através de intervalos de magnitude superior e inferior.

Esta técnica evita que se realizem simulações e estudos exaustivos de viabilidade de todas as condições, a fim de garantir que todas as combinações sejam capazes de descrever as condições do sistema com precisão. Da mesma forma, o tempo e os esforços computacionais são reduzidos pois a matriz de pré-condicionamento C inibe a necessidade de fatoração da matriz Hessiana a cada iteração.

A partir dos resultados obtidos pelo algoritmo proposto, é possível fazer cálculos auxiliares utilizando as variáveis intervalares, como o cálculo das perdas nas linhas, cálculo do custo de produção, entre outros. O algoritmo de solução também pode ser aplicado para otimizar outras variáveis que o FPOAC engloba, tais como: *taps* de transformadores, ajuste de banco de capacitores, ajuste de transformador defasador, custo marginal, corte de carga e outros.

Figura 4.1 Fluxograma do algoritmo proposto para a metodologia do FPOACI



Capítulo 5

5 RESULTADOS E VALIDAÇÃO

5.1. INTRODUÇÃO

Este Capítulo apresenta os resultados obtidos pela aplicação do modelo intervalar ao Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Os resultados foram aplicados para os sistemas de 3 barras proposto em (MONTICELLI, 1983), bem como os sistemas IEEE-30 barras e 70 barras (BARAN; WU, 1989).

Para ilustrar a aplicação da Matemática Intervalar no FPOAC, o sistema de 3 barras foi utilizado, tal como aplicado por Pereira (2011), que também o usou em sua metodologia do Fluxo de Carga (FC), de modo a elucidar detalhes do método proposto.

Na sequência serão também apresentados resultados aplicados a sistemas de 30 e 70 barras e uma análise dos resultados será realizada. Por fim, este capítulo propõe uma validação dos resultados através da geração de vetores aleatórios e a demonstração do comportamento estatístico.

Para aplicação desta metodologia aos sistemas de 3, 30 e 70 barras, foi adotado o valor de $\pm 2\%$ para inicialização de todas as grandezas propostas (fator tensão, carga ativa e reativa, geração de potência ativa e reativa), assim como adotado por Pereira (2011).

5.2. APLICAÇÃO PRÁTICA – SISTEMA DE 3 BARRAS

Os dados do sistema de 3 barras estão apresentados nas Tabelas 5.1 e 5.2 e a representação do sistema de 3 barras de Monticelli está contida no Apêndice C.

Tabela 5.1 Dados de Barra - Sistema de 3 barras (MONTICELLI, 1983)

| BARRA | TIPO | V (PU) | Θ ($^{\circ}$) | P_D (MW) | Q_D (Mvar) |
|-------|------------|--------|-------------------------|------------|--------------|
| 1 | V θ | 1 | 0 | - | - |
| 2 | PQ | 1 | - | 5 | 2 |
| 3 | PV | 0,98 | - | 15 | - |

Tabela 5.2 Dados de linha - Sistema de 3 Barras (MONTICELLI, 1983)

| BARRA | | R_{KM} (PU) | X_{KM} (PU) | B_{TOT} (PU) |
|-------|---|---------------|---------------|----------------|
| K | M | | | |
| 1 | 2 | 0,1 | 1 | 0,02 |
| 1 | 3 | 0,2 | 2 | 0,04 |
| 2 | 3 | 0,1 | 1 | 0,02 |

Os valores determinísticos resultantes do FPO AC via MPDPI estão apresentados na Tabela 5.3. Vale lembrar que a otimização foi realizada com o intuito de minimizar custos de operação.

Tabela 5.3 Resultado FPO determinístico - Sistema de 3 barras

| BARRA | V (PU) | Θ (°) | P_D (PU) | Q_D (PU) | P_G (PU) | Q_G (PU) |
|-------|--------|--------------|------------|------------|------------|------------|
| 1 | 1,0000 | 0,0000 | 0,00 | 0,00 | 0,2033 | -0,0265 |
| 2 | 0,9919 | -0,1150 | 0,05 | 0,02 | 0,0000 | 0,0000 |
| 3 | 0,9978 | -0,1796 | 0,15 | 0,00 | 0,0000 | 0,0000 |

A partir destes resultados determinísticos, inicia-se o processo do FPOACI. As variáveis da tensão ($x=[e ; f]$), potência gerada ativa e reativa, da mesma forma que a potência demandada ativa e reativa, são inicializadas para realizar o cálculo das condições de KKTⁱ (condições de otimalidade intervalares).

Para realizar a inicialização, foram ponderados diferentes valores de δ para cada natureza de variável. Para este caso, considerou-se que todos os valores de δ são iguais a $\pm 2\%$. A tensão complexa na forma retangular, x^i , é formada pela parte real e e a parte imaginária f . As Tabelas 5.4 a 5.6 apresentam os resultados da inicialização intervalar.

Tabela 5.4 Valores das tensões intervalares de inicialização na forma retangular ($e+jf$) [pu]

| TENSÃO INTERVALAR [PU] |
|------------------------|
| [1,0000 ; 1,0000] |
| [0,9656 ; 1,0050] |
| [0,9621 ; 1,0013] |
| [0,0000 ; 0,0000] |
| [-0,1161 ; -0,1116] |
| [-0,1818 ; -0,1747] |

Tabela 5.5 Valores das potências ativa e reativa demandadas de inicialização

| POTÊNCIA ATIVA DEMANDADA (P_D) [PU] | POTÊNCIA REATIVA DEMANDADA (Q_D) [PU] |
|---|---|
| [0,0000 ; 0,0000] | [0,0000 ; 0,0000] |
| [0,0490 ; 0,0511] | [0,0195 ; 0,0205] |
| [0,1469 ; 0,1531] | [0,0000 ; 0,0000] |

Tabela 5.6 Valores das potências ativa e reativa demandadas de inicialização

| POTÊNCIA ATIVA GERADA (P_G) [PU] | POTÊNCIA REATIVA GERADA (Q_G) [PU] |
|--------------------------------------|--|
| [0,1992 ; 0,2074] | [-0,0271 ; -0,0259] |
| [0,0000 ; 0,0000] | [0,0000 ; 0,0000] |
| [0,0000 ; 0,0000] | [0,0000 ; 0,0000] |

Calculando as condições de KKT através das Equações (3.13-3.18) tem-se o seguinte vetor $g^i(x)$:

$$g^i(z) = \begin{bmatrix} [-0,0001; 0,0000] \\ [-0,0001; 0,0000] \\ [-0,0001; 0,0000] \\ [-0,0001; 0,0000] \\ [-0,0001; 0,0000] \\ [-0,0001; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0001] \\ [0,0000; 0,0001] \\ [-0,0001; 0,0000] \\ [-0,0010; 0,0011] \\ [-0,0030; 0,0031] \\ [-0,0001; 0,0000] \\ [-0,0004; 0,0005] \\ [0,0000; 0,0001] \\ [-0,0001; 0,0000] \end{bmatrix}$$

Devido à característica dos pontos de inicialização resolverem o sistema determinístico, os resíduos intervalares de $g^i(x)$ apresentam valores próximos a zero assim como no ponto ótimo determinístico.

O vetor Z^i engloba todas as variáveis do FPOAC consideradas neste exemplo (potência gerada ativa, potência gerada reativa e tensão) e está representado como vetor intervalar:

$$Z^i = \begin{bmatrix} Pg^i \\ Qg^i \\ x^i \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Seguindo a metodologia intervalar, calcula-se a Hessiana intervalar (W^i) a partir dos

pontos determinísticos. Porém, para o cálculo da matriz de pré-condicionamento \mathbf{C} é calculada a partir do ponto determinístico que resolve o despacho, a Hessiana intervalar resume-se em seu ponto médio, ou seja, a própria matriz Hessiana do determinístico. O resultado dessa matriz é a seguir apresentada:

$$\mathbf{W}(x) = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.3518 & -0.2103 & -0.1368 & 1.4287 & -0.9643 & -0.4772 & 2.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0002 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0990 & 0.3705 & -0.2737 & -0.9901 & 1.8830 & -0.9543 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0001 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0000 & -0.0495 & -0.2103 & 0.2572 & -0.4950 & -0.9643 & 1.3752 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.4816 & -0.9643 & -0.4772 & 0.0548 & 0.2103 & 0.1368 & 0.0000 & 1.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.9901 & 1.9347 & -0.9543 & 0.0990 & -0.4660 & 0.2737 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.4950 & -0.9643 & 1.4289 & 0.0495 & 0.2103 & -0.5531 & 0.0000 & 0.0000 \\ -1.0000 & 0.0000 & 0.3518 & -0.0990 & -0.0495 & 1.4816 & -0.9901 & -0.4950 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.2103 & 0.3705 & -0.2103 & -0.9643 & 1.9347 & -0.9643 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.1368 & -0.2737 & 0.2572 & -0.4772 & -0.9543 & 1.4289 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & -1.0000 & 1.4287 & -0.9901 & -0.4950 & 0.0548 & 0.0990 & 0.0495 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.9643 & 1.8830 & -0.9643 & 0.2103 & -0.4660 & 0.2103 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.4772 & -0.9543 & 1.3752 & 0.1368 & 0.2737 & -0.5531 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 2.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

A partir desta matriz, calcula-se a matriz de pré-condicionamento \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -1.0000 & -1.0237 & -1.0370 & 0.0000 & -0.0018 & 0.0002 & -0.0035 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.2513 & -0.3951 & -1.0000 & -1.0832 & -1.0840 & -0.1200 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.2423 & 0.2585 & 0.0000 & 0.7993 & 0.5491 & 0.5595 & 0.1138 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.2227 & 0.4807 & 0.0000 & 0.5682 & 1.0697 & 0.5855 & 0.1782 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.7462 & 0.4993 & 0.0000 & -0.0989 & -0.0487 & 0.0533 & 0.9853 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5047 & 0.9963 & 0.0000 & -0.0153 & -0.1199 & 0.0853 & 0.9817 \\ -1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -1.0237 & -0.2513 & 0.0000 & 0.2423 & 0.2227 & 0.0000 & 0.7462 & 0.5047 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -1.0370 & -0.3951 & 0.0000 & 0.2585 & 0.4807 & 0.0000 & 0.4993 & 0.9963 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0001 & 0.0000 \\ 0.0000 & -1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.0018 & -1.0832 & 0.0000 & 0.7993 & 0.5682 & 0.0000 & -0.0989 & -0.0153 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0001 & -0.0001 & -0.0001 & 0.0000 \\ 0.0002 & -1.0840 & 0.0000 & 0.5491 & 1.0697 & 0.0000 & -0.0487 & -0.1199 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0001 & 0.0000 & -0.0001 & -0.0002 & -0.0001 & 0.0000 \\ -0.0035 & -0.1200 & 0.5000 & 0.5595 & 0.5855 & 0.0000 & 0.0533 & 0.0853 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0001 & -0.0001 & -0.0001 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1138 & 0.1782 & 1.0000 & 0.9853 & 0.9817 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

Aplicando, portanto, a matriz de pré-condicionamento e calculando a matriz \mathbf{W} intervalar, pode-se calcular o operador de Krawczyk, segundo a Equação (3.69), que está apresentado Tabela 5.7.

Tabela 5.7 Operador de Krawczyk da primeira iteração [$K^0(Z)$]

| OPERADOR DE KRAWCZYK [$K^0(Z)$] | |
|---|--|
| [0,1991; 0,2075] | |
| [-0,0284; -0,0246] | |
| [1,0000; 1,0001] | |
| [0,9839; 0,9867] | |
| [0,9798; 0,9837] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [-0,1161; -0,1116] | |
| [-0,1818; -0,1747] | |
| [-0,0001; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [-0,0001; 0,0000] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |

Para determinar o novo valor do intervalo Z para a nova iteração, necessita-se que seja realizada a intersecção entre o valor do intervalo inicial Z^0 e o operador K^0 . Sendo assim, aplica-se a Equação (3.70), e se tem o seguinte valor do vetor Z^1 apresentado na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 Valores do vetor Z^1 - resultado da primeira iteração

| NOVO VALOR DE Z ENCONTRADO [Z^1] | |
|---|--|
| [0,1992; 0,2074] | |
| [-0,0271; -0,0259] | |
| [1,0000; 1,0000] | |
| [0,9839; 0,9867] | |
| [0,9798; 0,9837] | |
| [-0,0001; -0,0000] | |
| [-0,1161; -0,1116] | |
| [-0,1818; -0,1747] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [-0,0001; 0,0000] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |
| [0,0000; 0,0001] | |

O Algoritmo proposto prevê o teste de convergência, sendo adotada uma tolerância de 10^{-4} para este processo iterativo. Aplicando-se a Equação (3.71), tem-se o seguinte vetor de convergência:

$$conv = \begin{bmatrix} 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0184 \\ 0,0177 \\ 0,0000 \\ 0,0001 \\ 0,0001 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \\ 0,0000 \end{bmatrix} \Leftrightarrow norm = 0,0255 > tol$$

Para esta iteração, o valor da convergência não foi atingido. De acordo com o algoritmo proposto, deve-se retornar ao passo 5 e proceder com uma nova iteração de forma a atingir a convergência desejada. Após se satisfazer a convergência, o intervalo ótimo obtido que resolve o problema do FPOACI, de acordo com todas as restrições propostas pelo problema inicial, é:

$$Z^{2*} = \begin{bmatrix} [0,1992, 0.2074] \\ [-0,0284, -0.0246] \\ [1,0000; 1,0000] \\ [0,9840; 0,9866] \\ [0,9798; 0,9836] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [-0,1160; -0,1116] \\ [-0,1817; -0,1748] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0000] \\ [0,0000; 0,0000] \end{bmatrix}$$

Com o fim do processo iterativo, pode-se discriminar as variáveis englobadas no vetor Z^i de modo a analisar separadamente cada resultado.

Na Tabela 5.9 é possível verificar os valores intervalares de P_g^i , Q_g^i e os valores de tensão na forma polar obtidos.

Tabela 5.9 Valores discriminados das variáveis de otimização intervalares

| VARIÁVEL | VALOR INFERIOR DO INTERVALO ÓTIMO | VALOR DETERMINÍSTICO | VALOR SUPERIOR DO INTERVALO ÓTIMO |
|------------|-----------------------------------|----------------------|-----------------------------------|
| P_g^i | 0,1992 | 0,1992 | 0,2074 |
| Q_g^i | -0,0284 | -0,0265 | -0,0246 |
| V^i | 1,0000 | 1,0000 | 1,0000 |
| | 0,9908 | 0,9919 | 0,9929 |
| | 0,9965 | 0,9978 | 0,9990 |
| Θ^i | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| | -0,1175 | -0,1150 | -0,1126 |
| | -0,1834 | -0,1796 | -0,1758 |

A fim de analisar o comportamento dos valores superior e inferior da magnitude de tensão, pode-se observar na Figura 5.1 e na Figura 5.2 o gráfico que apresenta o comportamento da magnitude de tensão intervalar superior, inferior e o valor da magnitude de tensão determinística nas 3 barras do sistema. Para o caso de P_g da barra 1, o valor determinístico é o próprio valor inferior do intervalo e está contido dessa forma no intervalo ótimo. A análise gráfica é feita por barras, para verificar o comportamento de forma isolada. Para fins de nomenclatura, determina-se *intervalo ótimo* o valor intervalar obtido pelo FPOACI, e *determinístico* o valor obtido através do MPDPI.

Figura 5.1 Gráfico da magnitude de tensão determinística e intervalar referente à barra 2

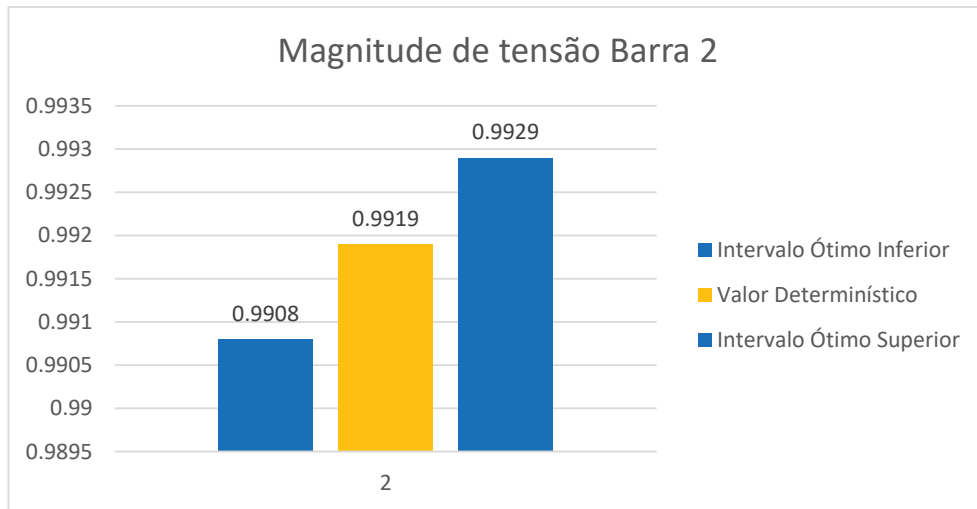
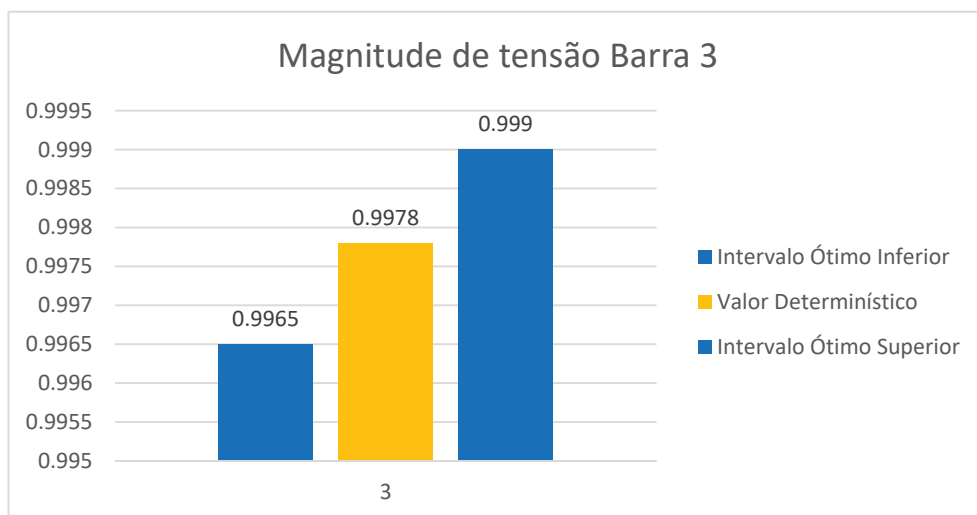


Figura 5.2 Gráfico da magnitude de tensão determinística e intervalar referente à barra 3



Analisando o gráfico, percebe-se que o comportamento da tensão obedece aos teoremas da matemática intervalar, onde o valor médio determinístico encontra-se englobado nos valores superior e inferior encontrados no processo iterativo. De acordo com os teoremas apresentados no Capítulo 2, o valor determinístico é englobado pelo intervalo ótimo, obedecendo assim a teoria da matemática intervalar. O mesmo comportamento é visualizado nas Figuras 5.3 e 5.4, onde apresenta-se o ângulo da tensão do sistema para as barras 2 e 3.

Figura 5.3 Gráfico do ângulo da tensão determinística e intervalar da barra 2

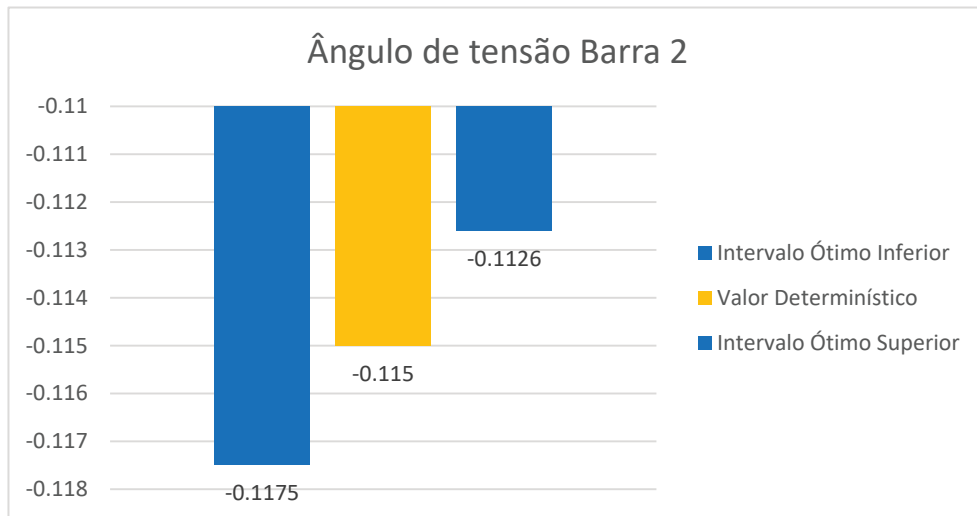
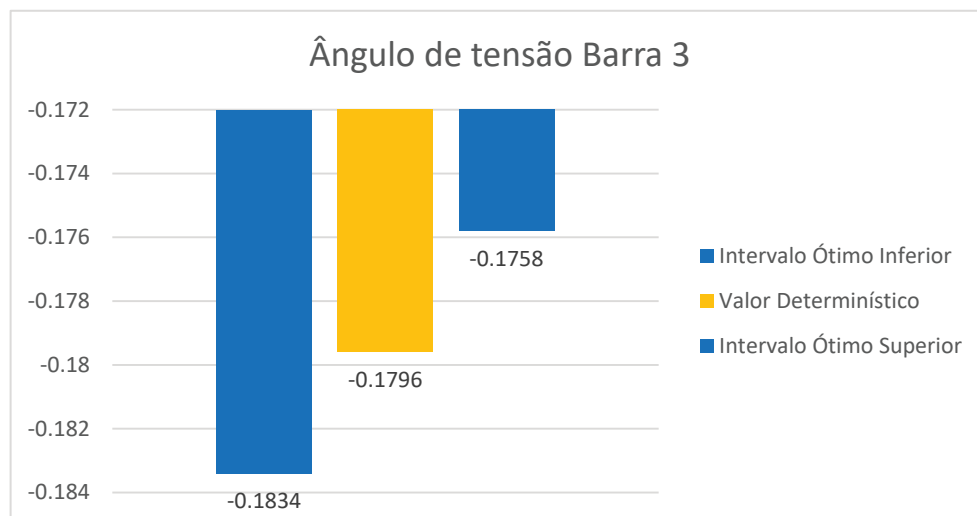


Figura 5.4 Gráfico do ângulo da tensão determinística e intervalar da barra 3



Da mesma forma, é possível analisar o comportamento da Potência Ativa e Reativa gerada deste sistema de 3 barras. A Potência Ativa (P_g) é gerada somente na barra 1, assim como a Potência Reativa (Q_g) somente na barra 1.

Os gráficos das Figuras 5.5 – 5.6 mostram o comportamento dos valores de P_g e Q_g da barra 1. Nota-se que o valor determinístico está sendo englobado pelo intervalo.

Figura 5.5 Gráfico de Pg determinístico e Pg intervalar da barra 1

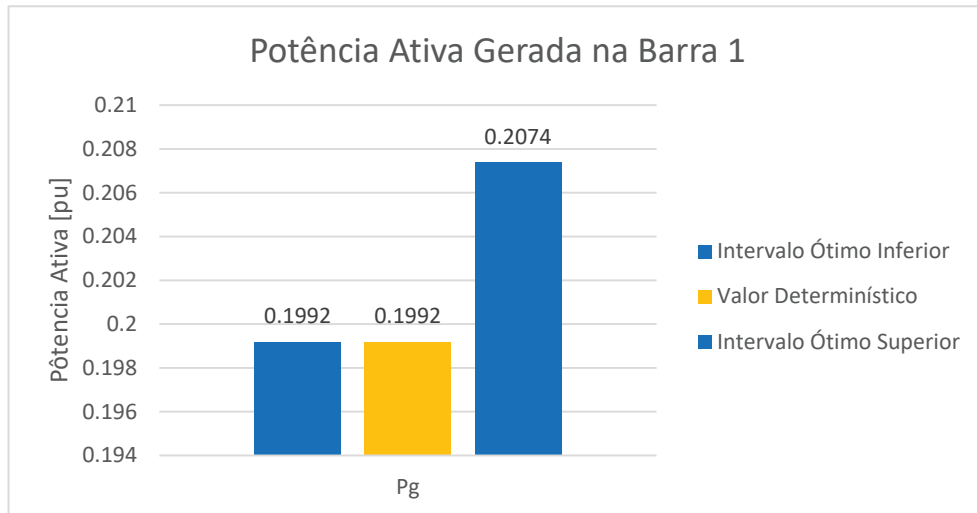
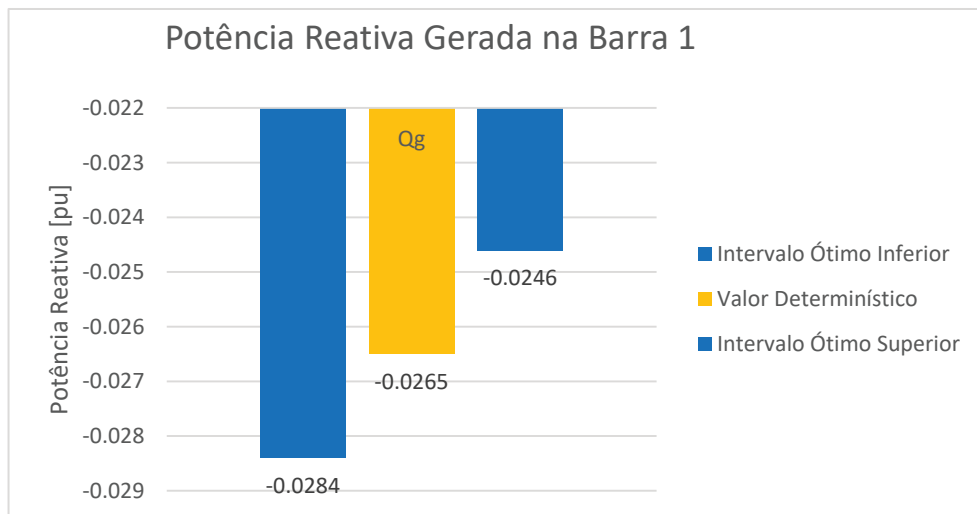


Figura 5.6 Gráfico de Qg determinístico e Qg intervalar da barra 1



De forma a analisar o comportamento do perfil de tensão em relação aos limites inferior e superior obtidos pelo método intervalar, simulou-se um despacho do FPO determinístico contendo $\pm 2\%$ da carga em todas as barras e através de uma análise gráfica conservadora, verificou-se o comportamento desses limites simulados, denominados limites determinísticos, relacionados aos limites intervalares. As simulações foram realizadas para as barras 2 e 3, separadas da mesma forma por magnitude e ângulo de tensão. As Figuras 5.7-5.8 representam estes intervalos para magnitude de tensão das barras 2 e 3 e as Figuras 5.9-5.10 apresentam a análise dos intervalos analisando o ângulo da tensão.

Figura 5.7 Gráfico da magnitude absoluta da tensão na barra 2 no cenário de despacho com a carga ($\pm 2\%$) em todas as barras do sistema

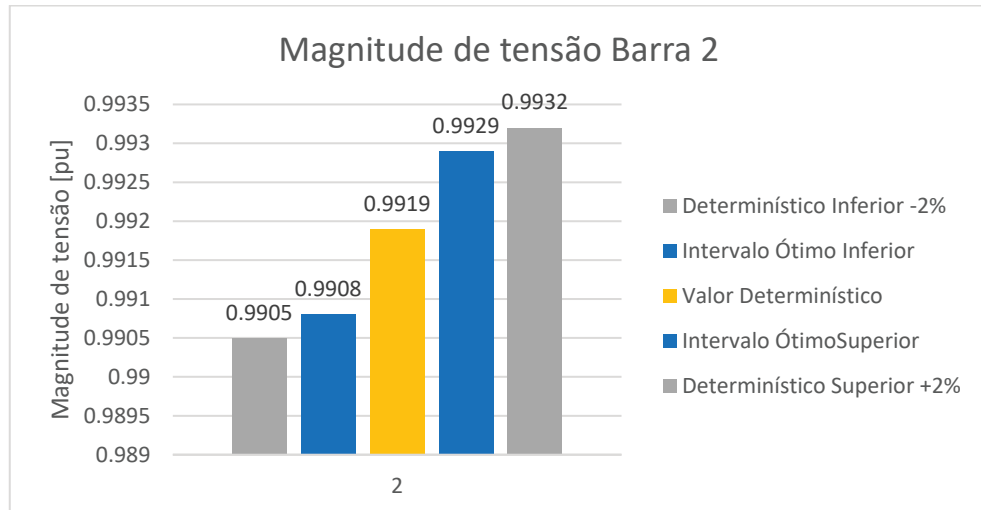
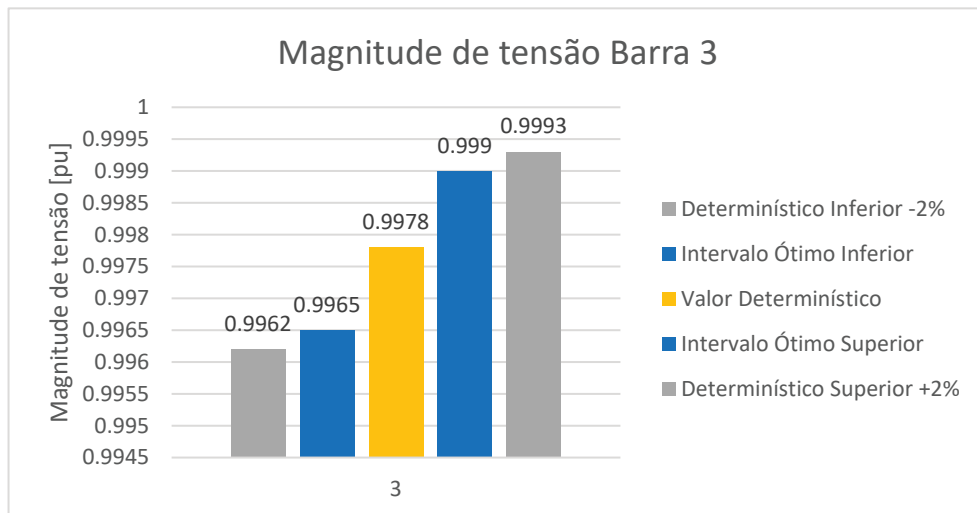


Figura 5.8 Gráfico da magnitude absoluta da tensão na barra 3 no cenário de despacho com a carga ($\pm 2\%$) em todas as barras do sistema



Como apresentado nas Figuras 5.7-5.8, o ângulo de tensão também apresenta o comportamento similar, onde o despacho determinístico de $\pm 2\%$ que simula o excedente e a falta de carga em todas as barras do sistema engloba o intervalo encontrado pelo método intervalar. Nas Figuras 5.9-5.10 constata-se o comportamento do ângulo de tensão para este sistema de 3 barras.

Figura 5.9 Gráfico do ângulo da tensão na barra 2 no cenário de despacho com a carga ($\pm 2\%$) em todas as barras do sistema

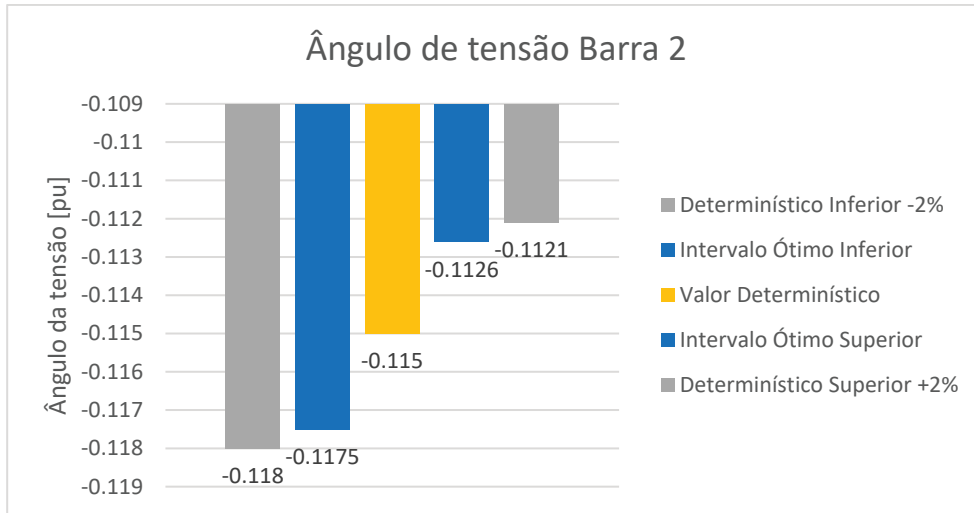
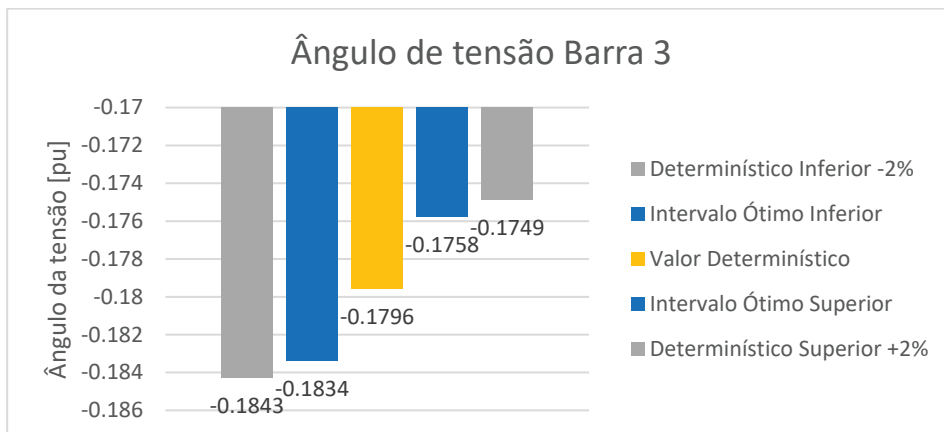


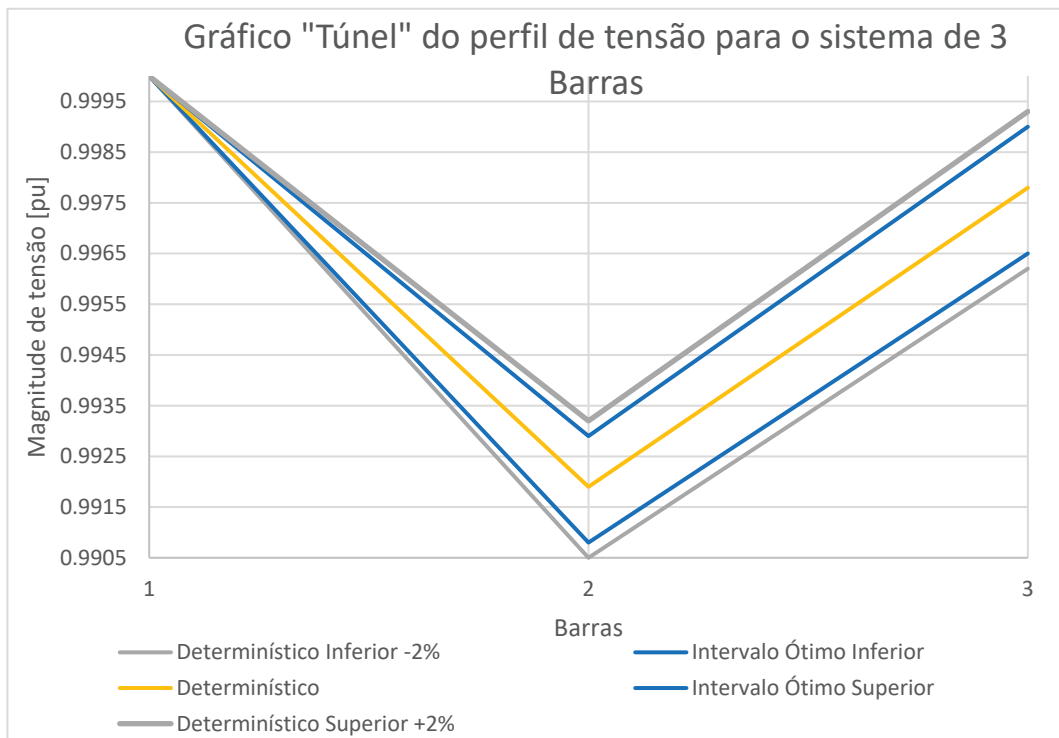
Figura 5.10 Gráfico do ângulo da tensão na barra 3 no cenário de despacho com a carga ($\pm 2\%$) em todas as barras do sistema



Pode-se também avaliar o perfil contínuo de tensão para este sistema. Dessa forma a Figura 5.11 apresenta o gráfico do perfil de tensão (magnitude e ângulo da tensão) com o comportamento túnel⁴, onde o intervalo é englobado pelo valor determinístico.

⁴ Gráfico que apresenta um afunilamento que compreende o valor determinístico, os valores intervalares ótimos e os valores despachados com o pior caso considerado. É denominado desta forma por apresentar um aspecto de túnel que englobaria todos os valores (Autoria Própria).

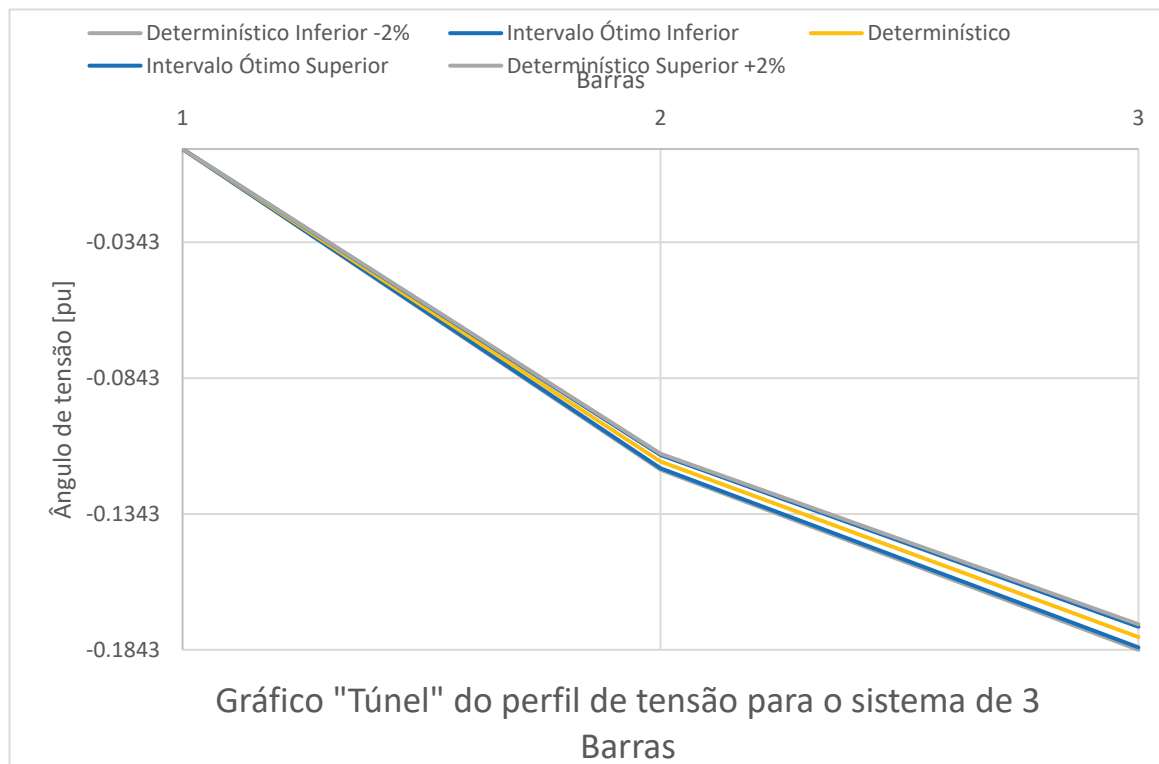
Figura 5.11 Gráfico túnel que apresenta o perfil de tensão em módulo do sistema-teste de 3 barras de Monticelli (1983)



O gráfico da Figura 5.12 apresenta o comportamento similar ao apresentado pelo módulo da tensão presente no gráfico da Figura 5.11, porém com uma menor variação entre os intervalos. Porém, nota-se que em ambos os casos, o valor determinístico está contido entre os intervalos, comprovando assim a teoria descrita pelo Capítulo 2 e aplicada ao FPOAC no Capítulo 3.

A partir deste exemplo prático, pôde-se aplicar o conceito da matemática intervalar de modo a verificar o comportamento do método em sistemas de maior porte.

Figura 5.12 Gráfico túnel que apresenta o perfil de tensão em ângulo do sistema-teste de 3 barras de Monticelli (1983)



Nas seções seguintes, serão apresentados os resultados do algoritmo proposto para 2 sistemas maiores: o sistema de IEEE 30 e de 70 barras (BARAN; WU, 1989). A análise do sistema de 30 barras foi realizada apenas nas barras onde existe geração de Potência Reativa (Q_g), de forma a verificar o comportamento de Q_g com relação à metodologia intervalar FPOACI apresentada no Capítulo 4. A análise do sistema de 70 barras introduz a geração distribuída analisada por Souza (2009), onde o perfil de tensão intervalar será analisado nas barras onde esta geração distribuída foi introduzida, de acordo com estudos realizados pelo autor. Dessa forma é possível verificar se o perfil de tensão intervalar, tanto o superior quanto o inferior) acompanha o padrão determinístico com a introdução da Geração distribuída (GD).

5.3. RESULTADOS – SISTEMA DE 30 BARRAS

Nesta seção, serão apresentados os resultados para o sistema de 30 barras (BARAN, 1990). Para esse sistema, apenas serão apresentados os resultados para as barras que apresentam geração reativa (Q_g), que equivalem às barras $\{1,2,5,8,11,13\}$. Dessa forma, é possível

demonstrar o comportamento de P_g e Q_g para este sistema. O despacho do FPOAC determinístico obtido através da aplicação do método MPDPI está apresentado na Tabela 5.10.

Tabela 5.10 Valores determinísticos para o sistema de 30 barras através do MPDPI para as barras com Q_g

| BARRA | V [PU] | θ [°] | PD [PU] | QD [PU] | PG [PU] | QG [PU] |
|-------|--------|--------------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | 1,0500 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 2,4015 | -0,2680 |
| 2 | 1,0383 | -0,0889 | 0,2170 | 0,1270 | 0,6000 | 0,4712 |
| 5 | 1,0058 | -0,2465 | 0,9420 | 0,1900 | 0,0000 | 0,3586 |
| 8 | 1,0096 | -0,2089 | 0,3000 | 0,3000 | 0,0000 | 0,4000 |
| 11 | 1,0500 | -0,2535 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,1543 |
| 13 | 1,0500 | -0,2720 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,2379 |

A partir deste resultado determinístico, aplicou-se o método intervalar do FPOACI apresentado no Capítulo 4 e demonstrado na seção 5.2 para o sistema de IEEE-30 barras. A Tabela 5.11 apresenta os resultados de P_g^i e Q_g^i , assim como a tensão na forma polar (módulo e ângulo intervalares). Para esse sistema, a magnitude da tensão na barra 1 é fixa em 1.05 pu com ângulo 0 graus. Para esse sistema, a geração ativa da barra 2 atingiu seu limite mínimo (de acordo com as especificações da rede) de 0,6 pu. Dessa forma, ela não apresenta intervalo de geração como mostra a Tabela 5.11. Devido a barra atingir o limite mínimo ou máximo especificado pela máquina, não é possível a obtenção de intervalos ótimos, dessa forma, o método respeita os limites físicos do sistema, assim como o despacho determinístico que resolve pontualmente o sistema (resultado ótimo). O mesmo conceito é aplicado para barras fixas, como é o caso da barra 1, onde a tensão polar apresenta um valor fixo.

A Figura 5.13 apresenta o intervalo ótimo de geração de P_g na barra 1, onde o sistema unicamente apresenta geração ativa e dessa forma a análise gráfica será realizada apenas para esta barra em questão, onde o valor determinístico ótimo no ponto médio é obtido através do método FPOAC e os intervalos determinísticos considerando variação de $\pm 2\%$ em todas as barras de carga, da mesma forma obtidos através da aplicação do MPDPI. Estes intervalos determinísticos representam cenários extremos de variação de carga, ou seja, onde todas as barras aumentam e diminuem a carga linearmente. A Figura 5.14 apresenta similarmente dados referentes à geração de potência reativa também na barra 1.

Tabela 5.11 Valores intervalares para o sistema de 30 barras – aplicação do FPOACI

| Variável | Valor inferior [pu] | Valor Médio [pu] | Valor superior [pu] |
|------------|---------------------|------------------|---------------------|
| P_G^1 | 2,3369 | 2,4015 | 0,2074 |
| | 0,6000 | 0,6000 | 0,6000 |
| Q_G^1 | -0,3215 | -0,2680 | -0,2144 |
| | 0,3770 | 0,4712 | 0,5655 |
| | 0,2869 | 0,3586 | 0,4303 |
| | 0,3997 | 0,4000 | 0,4003 |
| | 0,1389 | 0,1543 | 0,1690 |
| | 0,2208 | 0,2379 | 0,2554 |
| V^1 | 1,0500 | 1,0500 | 1,0500 |
| | 1,0344 | 1,0383 | 1,0427 |
| | 1,0014 | 1,0058 | 1,0107 |
| | 1,0097 | 1,0096 | 1,0099 |
| | 1,0500 | 1,0500 | 1,0500 |
| | 1,0500 | 1,0504 | 1,0506 |
| θ^1 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| | -0,0925 | -0,0889 | -0,0854 |
| | -0,2561 | -0,2465 | -0,2372 |
| | -0,2171 | -0,2089 | -0,2009 |
| | -0,2634 | -0,2535 | -0,2440 |
| | -0,2825 | -0,2720 | -0,2618 |

Figura 5.13 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos de P_g para a barra 1 do sistema de 30 barras.

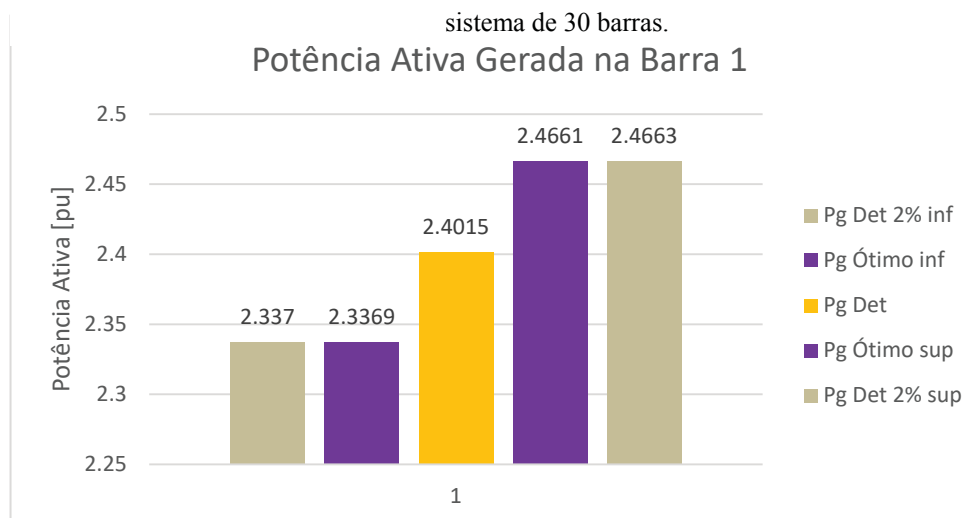
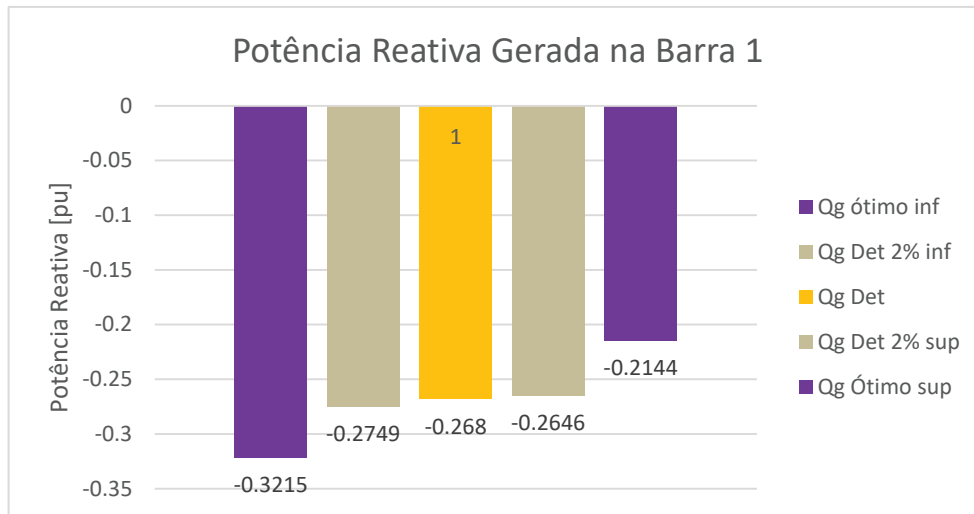


Figura 5.14 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos de Qg para a barra 1 do sistema de 30 barras



Verifica-se que os resultados são aderentes, porém nem sempre se apresenta uma diferença muito expressivo entre os valores dos intervalos superiores e inferiores e o intervalo determinístico, como apresentado nas Figuras 5.13 e 5.14, mas apresentam coerência com os valores determinísticos respectivos e englobam o valor médio ótimo em todos os casos, de acordo com a metodologia do FPOACI. Em alguns cenários, pode-se verificar a proximidade entre o intervalo determinístico e o valor determinístico (ponto médio), fazendo com que o intervalo englobe todos os valores, como será apresentado na Figura 5.15, onde a magnitude de tensão na barra 5 apresenta um intervalo insignificante de variação entre os valores ótimos e o valor determinístico, porém o valor intervalar engloba o caso determinístico de $\pm 2\%$. Apesar deste cenário se apresentar em alguns casos, o valor médio está compreendido pelo intervalo ótimo, validando assim a teoria intervalar proposta, bem como a diferença entre os intervalos obtidos pela metodologia e o intervalo determinístico $\pm 2\%$ não apresentam grande divergência de valores.

Este comportamento se repete quando se analisa o ângulo da tensão para a barra 5 em questão. O gráfico da Figura 5.16 demonstra a natureza do comportamento do ângulo que apresenta o mesmo padrão observado pela magnitude absoluta da tensão no gráfico da Figura 5.15.

Figura 5.15 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos da magnitude de tensão para a barra 5 do sistema de 30 barras

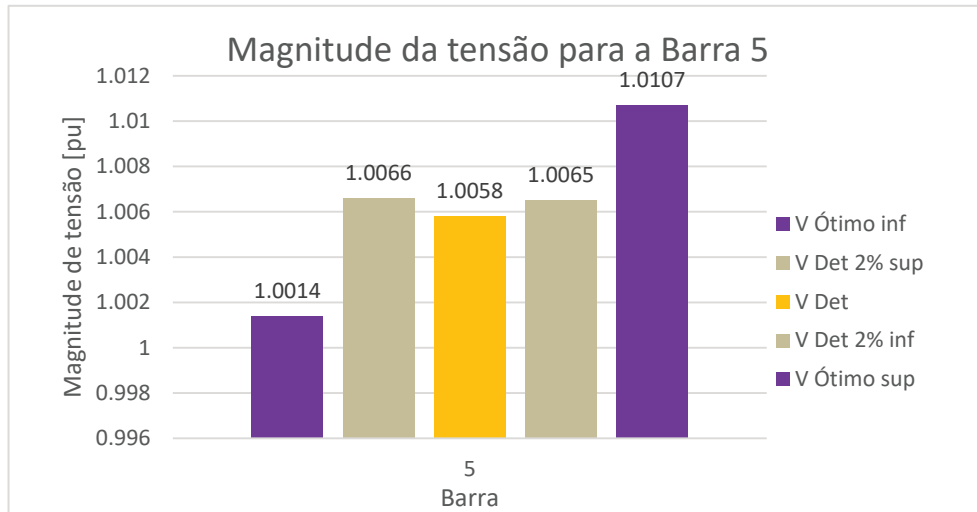
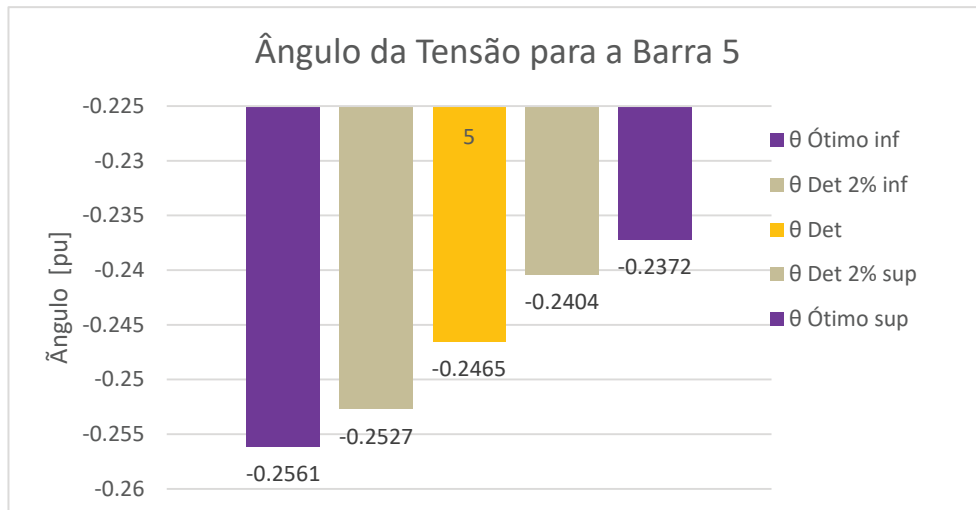


Figura 5.16 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos do ângulo da tensão para a barra 5 do sistema de 30 barras



Analisando o caso da barra 6, pode-se observar através da Figura 5.17 que o intervalo obtido da aplicação do FPOACI é englobado pelo intervalo determinístico $\pm 2\%$, com uma amplitude de valores pequena, podendo não ser considerada. Porém, o valor determinístico se encontra englobado por estes intervalos, validando assim a teoria da MI e do FPOACI onde o valor médio ótimo sempre está contido dentro do intervalo obtido, que também é ótimo. Visto

que o comportamento do ângulo da tensão acompanha a tendência da barra com relação à sua magnitude absoluta, a análise do perfil de tensão será apresentada somente para a magnitude absoluta de tensão.

Para apresentar como o perfil de tensão se comporta nas barras em estudo apresentadas na Tabela 5.11, o gráfico da Figura 5.18 apresenta um perfil contínuo de tensão da barra 1 à barra 13. Nota-se que o valor médio determinístico (valor ótimo) está sempre contido dentro dos intervalos afins e determinísticos $\pm 2\%$. Apesar de se verificar pequenos desvios entre o intervalo determinístico e o intervalo metodológico dependendo da natureza de cada barra, observa-se que esta variação não é expressiva, variando apenas nas últimas casas decimais, e representa baixa amplitude quando comparado com o valor determinístico. Apesar dessa pequena variação, ambos os intervalos são ótimos e resolvem o FPOAC de forma a minimizar a função objetivo, bem como englobam o valor médio determinístico que resolve o FPOAC via MPDPI.

Figura 5.17 Gráfico que apresenta os valores intervalares e determinísticos do módulo da tensão para a barra 6 do sistema de 30 barras

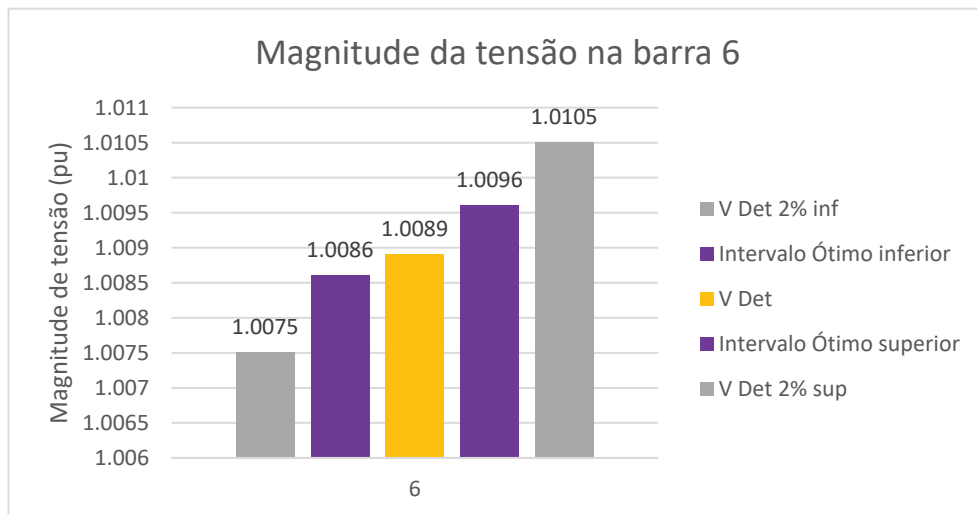
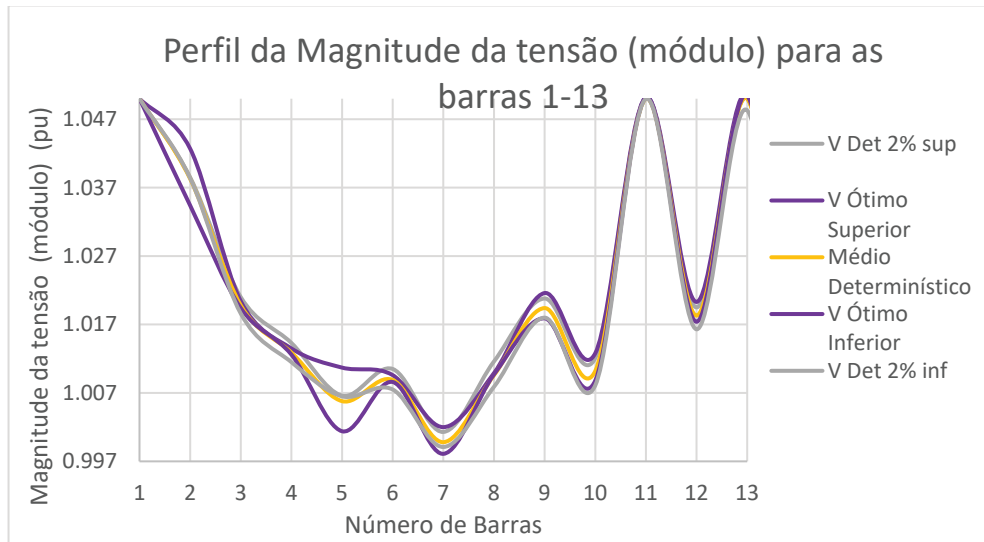


Figura 5.18 Gráfico que apresenta o perfil do módulo da tensão de todos os valores intervalares e determinísticos para o sistema de 30 barras



Analisando o gráfico da Figura 5.18, nota-se para a barra 5, o valor intervalar engloba o valor determinístico e o valor do intervalo determinístico, diferente da barra 6 que apresenta visivelmente o comportamento oposto, como demonstrado nos gráficos das Figuras 5.14 e 5.16. Também se nota que o comportamento das barras varia com uma magnitude escalar pequena, porém, sempre engloba o valor médio ótimo entre os intervalos.

Segundo a Figura 5.18, percebe-se que para as barras 5 e 7, o valor do intervalo ótimo engloba o valor do intervalo obtido pelo despacho determinístico com o incremento de $\pm 2\%$.

5.4. RESULTADOS – SISTEMA DE 70 BARRAS

A análise do sistema de 70 barras fora baseada no trabalho de (SOUZA, 2009), que o utilizou para inclusão de Geração distribuída (GD) através de uma análise de sensibilidade e posteriormente foi analisado o perfil de tensão após esta implementação. De acordo com a referência, as barras escolhidas para a implementação da GD foram as barras 29, 38 e 68. A geração ativa (P_g) introduzida foi de 100 MW para as barras de GD e também na barra 1 (barra de geração). Já a geração reativa (Q_g), apresenta valor limite de ± 70 Mvar para a barra 1 e um cálculo para a manutenção do fator de potência (fp) do sistema foi realizado para determinar os

limites das barras de GD. Portanto, o valor limite de Q_g para estas barras foi estabelecido em ± 108.69 Mvar.

Na Tabela 5.12, apresentam-se os resultados referentes ao despacho do FPOAC via MPDPI em seu valor determinístico, assim como os valores do intervalo ótimo, capaz de satisfazer as condições de KKT deste problema de otimização com GD. Estes resultados são os valores ótimos determinísticos que resolvem o sistema em questão. A partir destes valores, a metodologia proposta (FPOACI) foi aplicada de forma a analisar o perfil de tensão e o comportamento da geração ativa e reativa quando se busca um intervalo ótimo capaz de resolver este sistema. A análise segue de acordo com as análises prévias verificadas nas Seções 5.1 e 5.2 para os sistemas de 3 barras (Monticelli, 1983) e 30 barras (Baran, 1990). A barra 1, considerada a barra de referência, não é uma barra de caráter fixo no sistema, ou seja, ela é capaz de apresentar intervalos de geração ativa e reativa injetados diretamente na rede através da subestação, diferentemente do caso de 30 barras (Seção 5.2), onde a barra de referência é uma barra com tensão fixa no sistema.

Tabela 5.12 Valores determinísticos para o sistema de 70 barras – despacho via MPDPI

| VARIÁVEL | BARRA | VALOR INFERIOR [PU] | VALOR MÉDIO [PU] | VALOR SUPERIOR [PU] |
|------------|-------|---------------------|------------------|---------------------|
| P_g^i | 1 | 1,3673 | 1,3986 | 1,4300 |
| | 29 | 0,5641 | 0,5754 | 0,5866 |
| | 38 | 0,2024 | 0,2058 | 0,2092 |
| | 68 | 1,8012 | 1,8386 | 1,8759 |
| Q_g^i | 1 | 0,7250 | 0,7238 | 0,7390 |
| | 29 | 0,6239 | 0,6237 | 0,6391 |
| | 38 | 0,2213 | 0,2213 | 0,2242 |
| | 68 | 1,1957 | 1,1969 | 1,2251 |
| v^i | 1 | 0,9800 | 0,9800 | 0,9800 |
| | 29 | 0,9800 | 0,9800 | 0,9800 |
| | 38 | 0,9801 | 0,9801 | 0,9801 |
| | 68 | 0,9830 | 0,9831 | 0,9831 |
| θ^i | 1 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| | 29 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| | 38 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| | 68 | -0,0018 | -0,0018 | -0,0017 |

Analisando a Tabela 5.12, verifica-se que as tensões para estas barras apresentam um padrão para estas barras especificamente, porém P_g e Q_g apresentam interessantes variações, e dessa forma será analisada graficamente. Nas Figuras 5.18 e 5.19, ilustram-se graficamente o comportamento de P_g e Q_g para a barra 1, respectivamente, onde também estão representados

os valores dos intervalos superior-inferior determinístico, considerando o cenário de $\pm 2\%$ de acordo com as seções anteriores desse capítulo.

Figura 5.19 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Ativa (P_g) da barra 1 para o sistema de 70 barras.

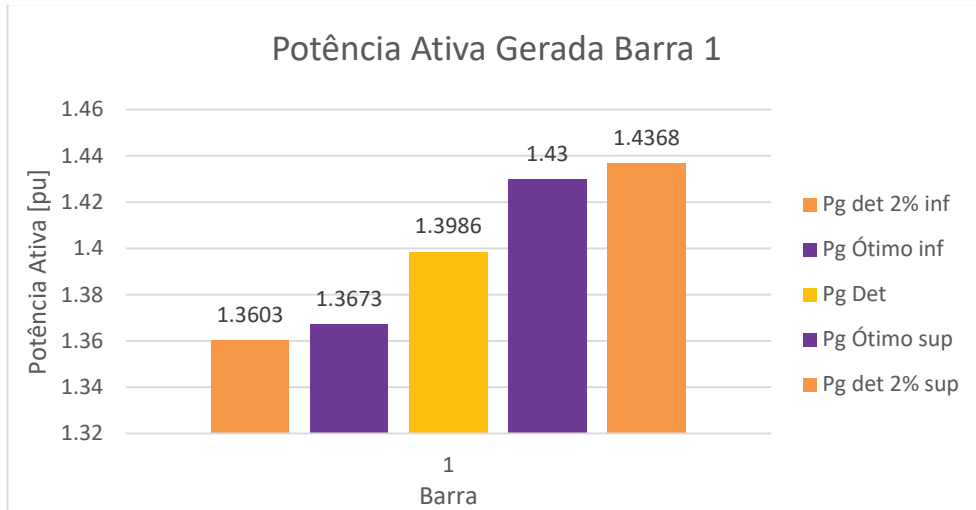
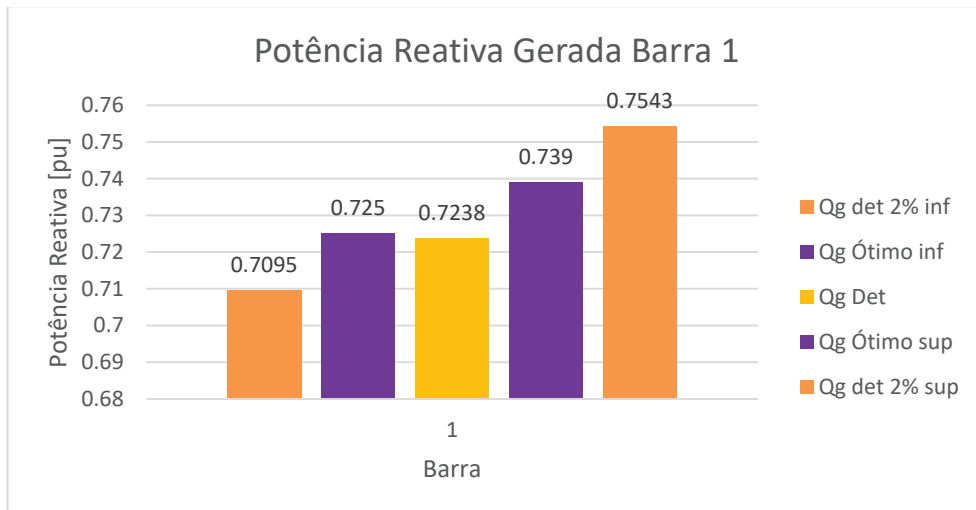


Figura 5.20 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Reativa (Q_g) da barra 1 para o sistema de 70 barras



Sequencialmente, nos gráficos das Figuras 5.20-5.24 apresenta o comportamento de P_g e Q_g das barras em que a GD foi incluída. Primeiramente, os gráficos das Figuras 5.19 e 5.20 apresentam o comportamento da geração na barra 29.

Figura 5.21 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Ativa (P_g) da barra 29 para o sistema de 70 barras

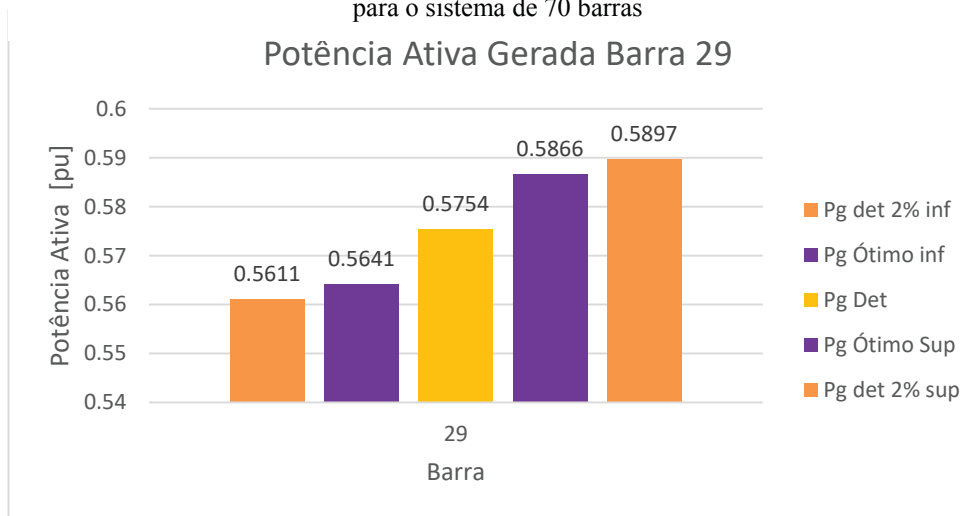
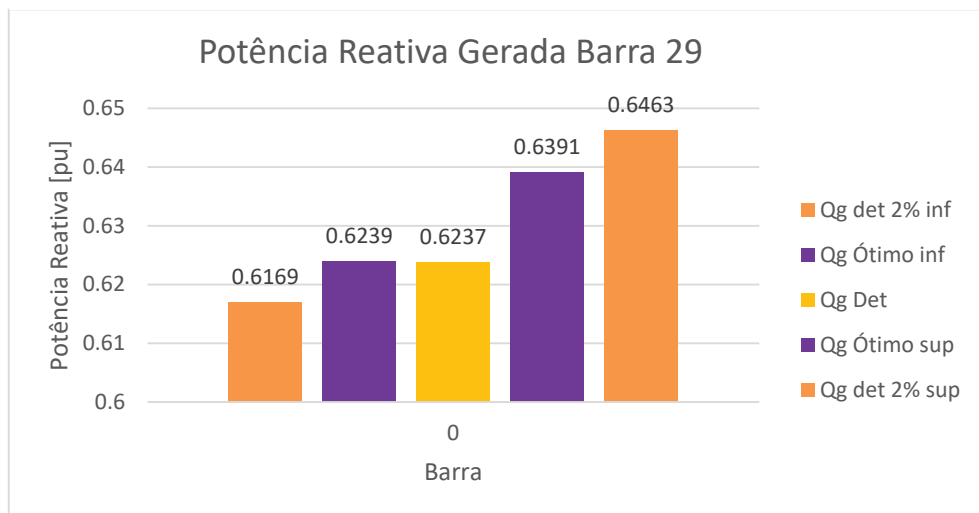


Figura 5.22 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Reativa (Q_g) da barra 29 para o sistema de 70 barras



Nota-se que, como todos os aspectos analisados neste capítulo, a barra 29 que contém a GD apresenta coerência. O valor determinístico encontra-se dentro dos intervalos afins e determinísticos, que por sua vez são intervalos ótimos que resolvem o problema do FPO para este despacho. Apesar do valor inferior do intervalo ótimo apresentar uma magnitude de variação numérica quase insignificante, o valor determinístico ótimo ainda está contido dentro do intervalo. Nos gráficos das Figuras 5.22 e 5.23 apresenta-se o comportamento da barra 38, que também obedece aos critérios da metodologia intervalar e à teoria intervalar.

Figura 5.23 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Ativa (P_g) da barra 38 para o sistema de 70 barras

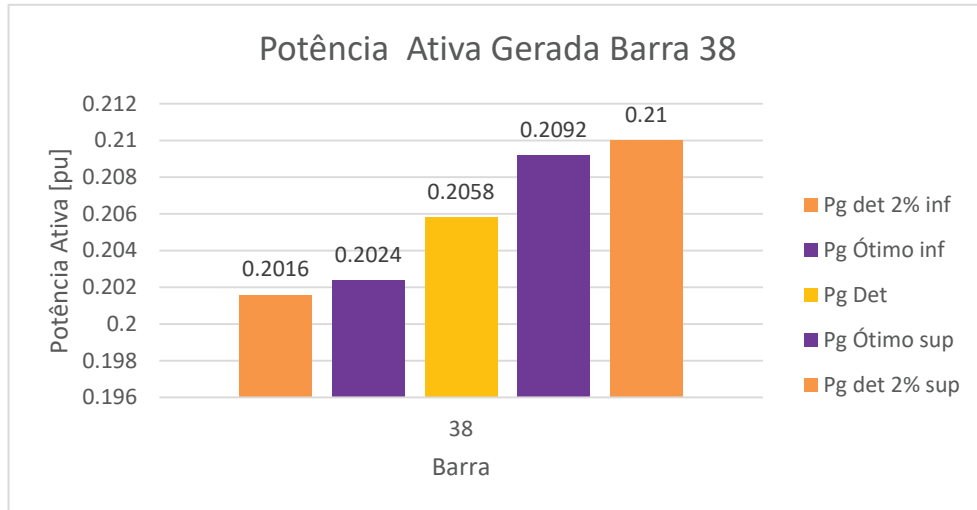
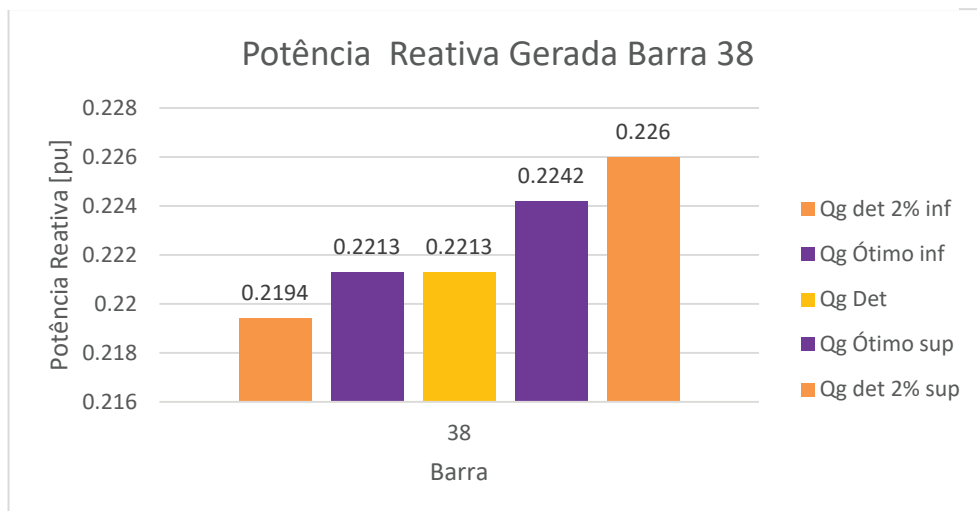


Figura 5.24 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Reativa (Q_g) da barra 38 para o sistema de 70 barras



Observa-se no caso da Figura 5.23 que o intervalo ótimo inferior possui o mesmo valor numérico que o valor médio determinístico. Apesar deste efeito, o intervalo não deixa de resolver o sistema, tampouco não apresenta a característica de conter o valor médio determinístico, obedecendo assim a metodologia a qual o resultado foi submetido. Por fim, as Figuras 5.24 e 5.25 apresentam o comportamento da potência ativa e reativa gerada para a barra 68 que contém a GD, baseado na pesquisa de Souza (2009).

Figura 5.25 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Ativa (Pg) da barra 68

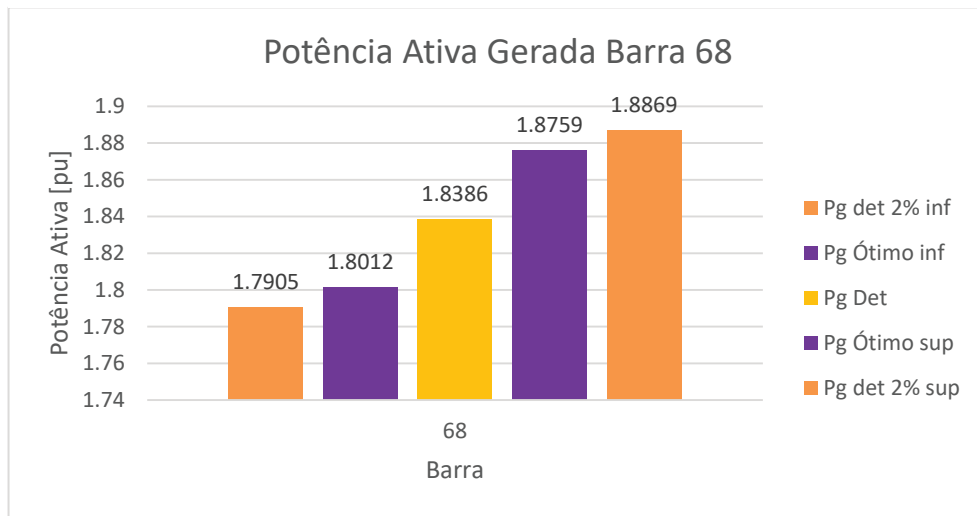
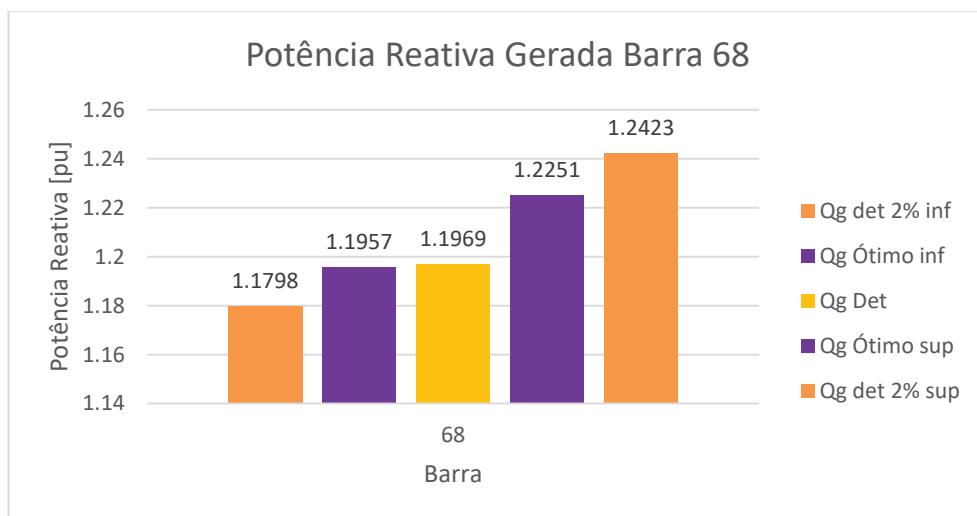


Figura 5.26 Gráfico que apresenta o comportamento da Potência Reativa (Qg) da barra 68 para o sistema de 70 barras



De forma a apresentar como se comporta o perfil de tensão do sistema de 70 barras (módulo), as Figuras 5.26 e 5.27 apresentam o perfil de tensão de barras próximas, de forma a facilitar a visualização através de gráfico contínuo. Foram escolhidos intervalos onde apresentasse uma continuidade mais visível e com amplitude diferencial de intervalo mais significativa. A Figura 5.26 apresenta o entorno das barras 20 a 26, enquanto a Figura 5.27 representa o comportamento do entorno das barras 62 a 64 em um contexto de numeração de barras, não de disposição física das mesmas.

Conclui-se que em todo o perfil de tensão, obtém-se barras onde a diferença entre o valor intervalar superior e inferior obtidos pela metodologia e o determinístico $\pm 2\%$ não é muito

expressiva, como visto neste Capítulo, porém o valor médio ótimo sempre se apresenta contido no intervalo e os valores obtidos são coerentes com o valor médio, comprovando que apesar dos valores não apresentarem grande amplitude numérica entre eles, resolvem o FPOAC e dessa forma são valores ótimos que minimizam a F.O do problema, obedecendo as condições de KKT impostas pelo MPDPI.

Figura 5.27 Gráfico que apresenta o túnel de perfil de tensão entre o valor determinístico médio e os intervalos para as barras de 20 a 26

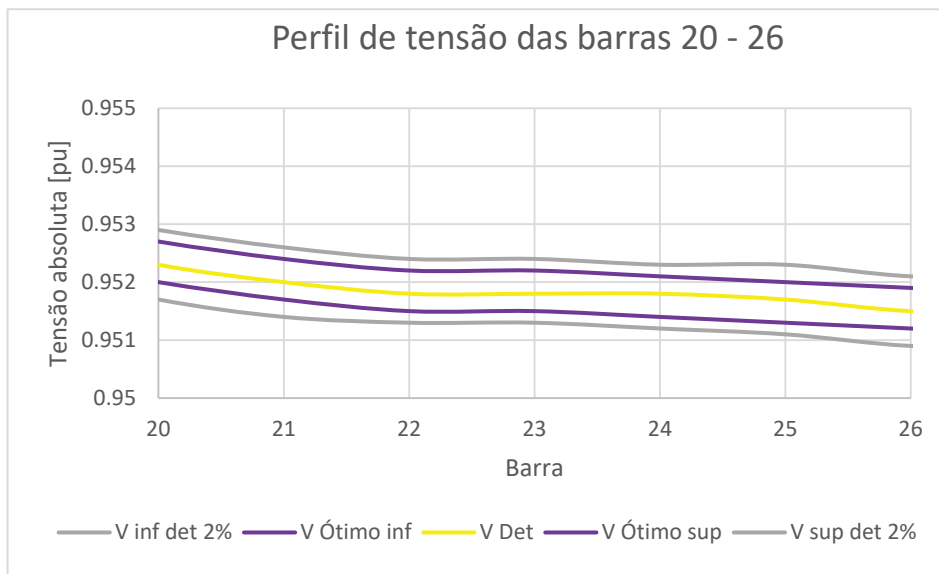
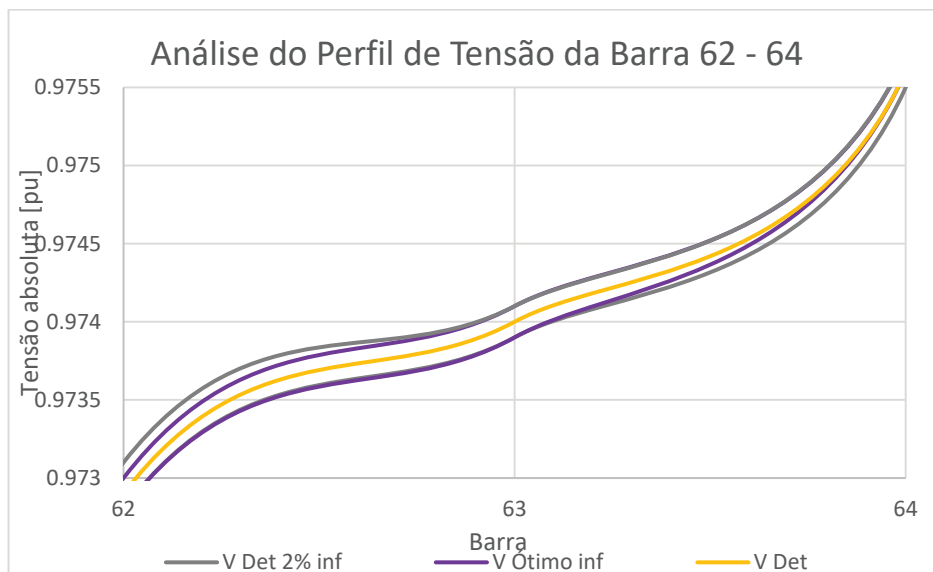


Figura 5.28 Gráfico que apresenta o túnel de perfil de tensão entre o valor determinístico médio e os intervalos para as barras de 62 a 64



Para demonstrar a possibilidade de variação do parâmetro δ e verificar o seu comportamento, o sistema de 70 barras sem GD (sistema-teste de 70 barras) foi submetido à uma variação da carga de $\pm 5\%$ tanto pelo método intervalar, quanto no despacho determinístico, onde considera-se 5% de acréscimo e decréscimo de carga em todas as barras do sistema. Esta análise tem por objetivo ilustrar que parâmetro δ pode ser variado de acordo com análises de incertezas previamente realizadas.

Os gráficos apresentados nas Figura 5.29 e 5.30 apresentam resultados obtidos utilizando $\delta = 5\%$ e $\delta = 2\%$, para as mesmas barras analisadas nos gráficos das Figuras 5.27 e 5.28. Vale ressaltar que apesar da faixa de análise das barras ser a mesma, os gráficos subsequentes não estão sob a inclusão de GD, dessa forma, o perfil de tensão resultante dos despachos através dos métodos FPOACI e MPDPI para o sistema de 70 barras em análise é alterado.

Figura 5.29 Análise do impacto da variação percentual para a aplicação do FPOACI no sistema de 70 barras - barras 20 a 26.

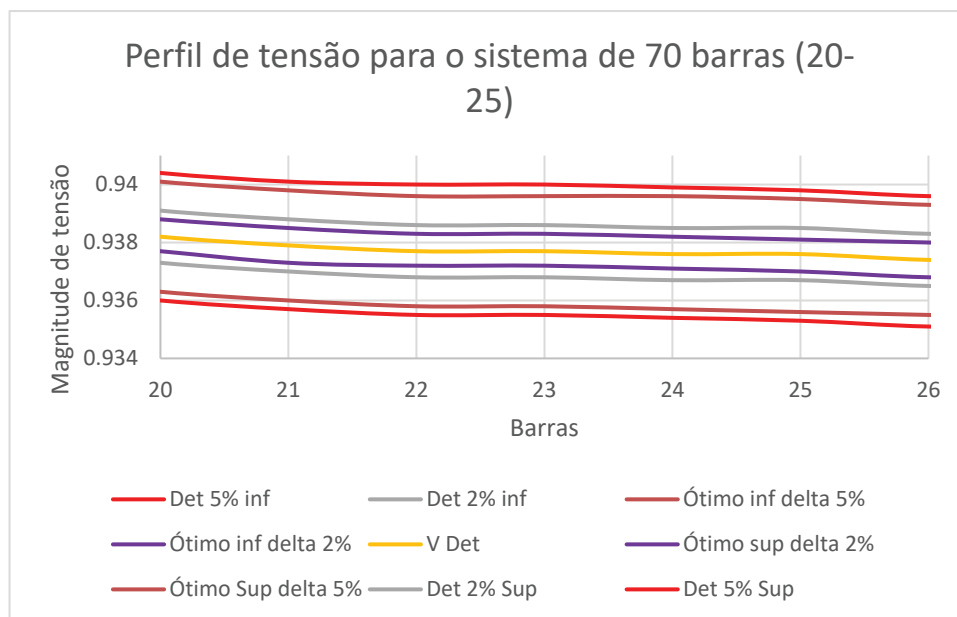
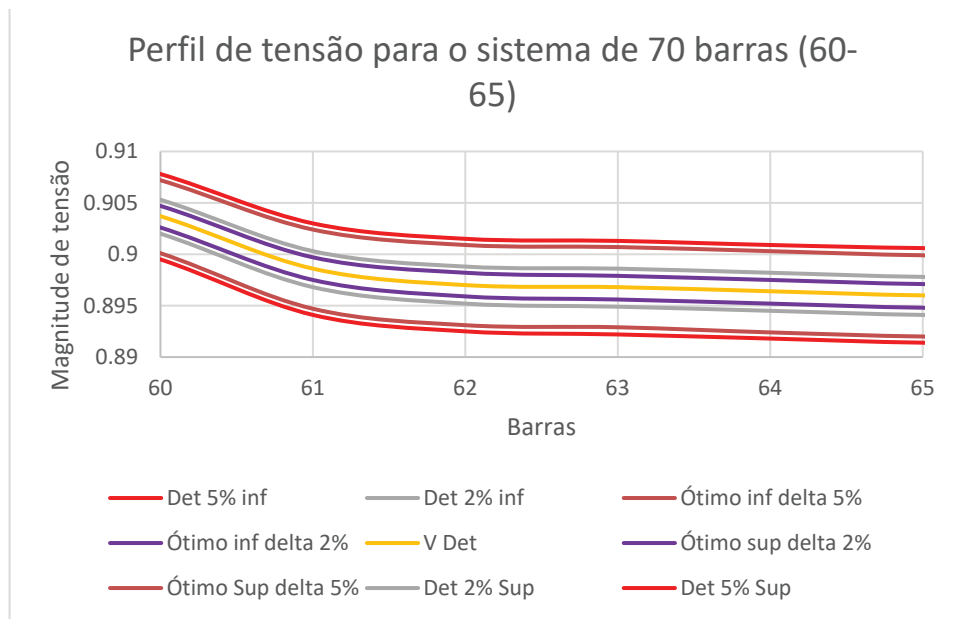


Figura 5.30 Análise do impacto da variação percentual para a aplicação do FPOACI no sistema de 70 barras - barras 60 a 65.



A análise destes dois gráficos nos permite concluir que o parâmetro δ , denominado variação percentual, pode variar conforme o estudo de sensibilidade aplicado para cada caso específico.

Nesta dissertação, optou-se por adotar o parâmetro $\delta = \pm 2\%$, para dar continuidade à aplicação realizada por Pereira (2011) que de acordo com seu trabalho realizou as análises para o FC utilizando este parâmetro fixo em $\pm 2\%$. Porém, os resultados apresentados nas Figuras 5.29 e 5.30 demonstram que quando se varia δ (neste caso foram realizadas as simulações com todos os parâmetros de δ : carga, tensão e geração em $\pm 5\%$), o método do FPOACI é capaz de acompanhar a análise e obter um resultado que respeita os limites superiores e inferiores do despacho determinístico com carga $\pm 5\%$ em todas as barras do sistema – que seria o pior caso considerado nesse cenário.

Conclui-se então que a metodologia FPOACI é capaz de responder de forma satisfatória ao parâmetro δ de variação percentual, parâmetro este que pode ser submetido a estudos de sensibilidade do sistema, abrindo ainda mais o leque de aplicação desta metodologia para aplicação em trabalhos futuros (Capítulo 6).

5.5. VALIDAÇÃO DO MÉTODO: DESPACHOS ALEATÓRIOS

De forma a validar os resultados obtidos pelo método do FPOACI, foram simulados 200 despachos aleatórios que obedecem aos limites superior e inferior de δ . Sendo que os mesmos foram plotados graficamente a fim de visualizar os comportamentos de despacho e perfil de tensão.

Esta estratégia de validação consistiu em gerar 200 vetores aleatórios de carga ativa e reativa os quais estão presentes dentro de um intervalo δ superior e inferior. A partir destes novos valores de carga ativa e reativa, realizaram-se os despachos, cujos resultados foram plotados graficamente juntamente com os intervalos ótimos e os intervalos determinísticos submetidos à variação de δ .

Os vetores de carga ativa e reativa aleatórios foram calculados conforme as Equações (5.1-5.2), onde o valor mínimo e máximo de Pd e Qd correspondem ao decréscimo e ao acréscimo do parâmetro δ e para caracterizar o vetor aleatório. O sobrescrito **R** serve para indicar que este vetor é, por natureza, um vetor randômico.

$$\begin{aligned} {}^R Pd_{\min}^k &= rand[Pd_{\min}^k, Pd^k] \\ {}^R Pd_{\max}^k &= rand[Pd^k, Pd_{\max}^k] \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} {}^R Qd_{\min}^k &= rand[Qd_{\min}^k, Pd^k] \\ {}^R Qd_{\sup}^k &= rand[Qd^k, Qd_{\max}^k] \end{aligned} \quad (5.2)$$

Após a formação dos vetores aleatórios, os despachos foram realizados e os valores foram submetidos a uma análise estatística descritiva – contemplando média, mediana, desvio padrão e variância – e o resultado pode ser comparado com o valor determinístico e os intervalos ótimos.

Também foram plotados os 200 despachos sobrepostos no mesmo gráfico para verificar como os mesmos se comportam dentro do túnel de valores ótimo-determinísticos.

A seguir, serão apresentadas as análises estatísticas do sistema de 3 barras de Monticelli (1983) apenas para o perfil de tensão utilizando $\delta=\pm 2\%$ e em seguida, apresenta-se a análise do perfil de tensão para o sistema-teste de 70 barras de Baran e Wu (1989) sem a inclusão de GD com a adoção de um $\delta=\pm 5\%$, para apresentar o comportamento desta validação

quando submetida à variação deste parâmetro – os resultados podem ser confrontados com os gráficos das Figuras 5.29 e 5.30.

5.5.1. Análise aleatória para o sistema de 3 barras

Nesta seção serão apresentados os resultados da análise dos despachos aleatórios (em pu) em confronto com os resultados obtidos através da metodologia do FPOACI aplicada ao sistema de 3 barras com um δ adotado de $\pm 2\%$. Os vetores aleatórios de carga foram obtidos através da aplicação das Equações 5.1 e 5.2 e os resultados estatísticos para o perfil de tensão podem ser verificados na Tabela 5.13 e Tabela 5.14. Optou-se por se analisar separadamente as componentes superiores e inferiores dos despachos, ou seja, máxima carga e mínima carga, para verificar estatisticamente qual a proximidade destes despachos com os limites respectivos.

Tabela 5.13 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente inferior para o perfil de tensão do sistema de 3 barras.

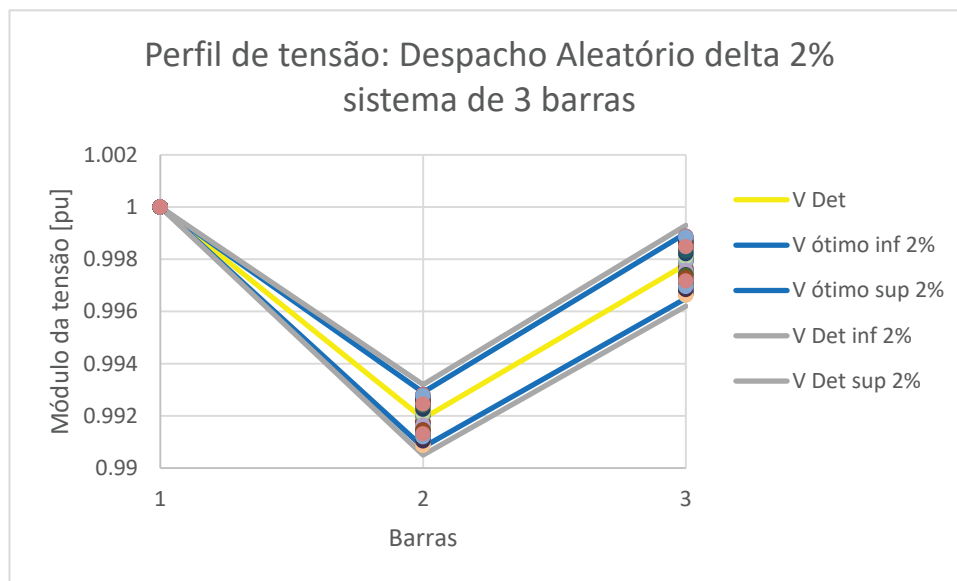
| BARRA | V DET INF 2% [PU] | V ÓTIMO INF 2% [PU] | V DET [PU] | MÉDIA | MEDIANA | DESVIO PADRÃO | VARIÂNCIA |
|-------|-------------------|---------------------|------------|----------|-------------|---------------|-------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0,9905 | 0,9908 | 0,9919 | 0,991286 | 0,991283096 | 0,000198314 | 3,93283E-08 |
| 3 | 0,9962 | 0,9965 | 0,9978 | 0,997105 | 0,997084641 | 0,000262268 | 6,87846E-08 |

Tabela 5.14 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente superior para o perfil de tensão do sistema de 3 barras.

| BARRA | V DET [PU] | V ÓTIMO SUP 2% [PU] | V DET SUP 2% [PU] | MÉDIA | MEDIANA | DESVIO PADRÃO | VARIÂNCIA |
|-------|------------|---------------------|-------------------|----------|-------------|---------------|-------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 0,9919 | 0,9929 | 0,9932 | 0,992395 | 0,992392556 | 0,000190814 | 3,64101E-08 |
| 3 | 0,9978 | 0,999 | 0,9993 | 0,998384 | 0,99839192 | 0,000254197 | 6,46162E-08 |

As estatísticas apresentadas são calculadas a partir da amostra de 200 despachos aleatórios, que é o ponto de partida para a comparação entre a média dos 200 despachos aleatórios e os valores determinísticos e ótimos apresentados na Tabela 5.14. Para que estas informações sejam melhor interpretadas, a Figura 5.31 apresenta o gráfico referente ao perfil de tensão das 3 barras do sistema – onde a barra 1 é a barra de referência. Este gráfico demonstra que os despachos aleatórios estão sempre contidos entre os intervalos superiores e inferiores e o valor determinístico.

Figura 5.31 Gráfico do despacho aleatório vs valores ótimos intervalares para o sistema de 3 barras.



A Tabela 5.15 apresenta a análise estatística realizada para este caso de 3 barras apresentado na Figura 5.31. Pode-se notar que os erros são baixos, porém, os resultados estão mais aproximados dos valores ótimos (com erros na ordem de aproximadamente 0.06%) em comparação com os valores determinísticos (erros da ordem de aproximadamente 0.08%), o que nos mostra que a concentração de pontos é mais expressiva próximo ao valor ótimo intervalar e ao determinístico do que aos limites determinísticos de $\pm 2\%$. A Figura 5.32 apresenta um *zoom* do gráfico na barra 2, enquanto a Figura 5.33 apresenta para a barra 3, nota-se que os valores estão contemplados entre o *GAP* do valor determinístico e os intervalos ótimos superiores e inferiores.

Tabela 5.15 Análise estatística entre a média e os valores determinísticos e ótimos – 3 barras

| ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO E DESPACHOS INF [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO E DESPACHOS SUP [%] | ERRO RELATIVO AO ÓTIMO INFERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO ÓTIMO SUPERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO INFERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO SUPERIOR [%] |
|---|---|-------------------------------------|-------------------------------------|--|--|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0,050833678 | 0,049932 | 0,049068202 | 0,050859532 | 0,079331908 | 0,081089422 |
| 0,061666698 | 0,058524 | 0,060677751 | 0,061704749 | 0,090764852 | 0,091753309 |

Figura 5.32 Despachos Aleatórios e valores do FPOACI para a barra 2.

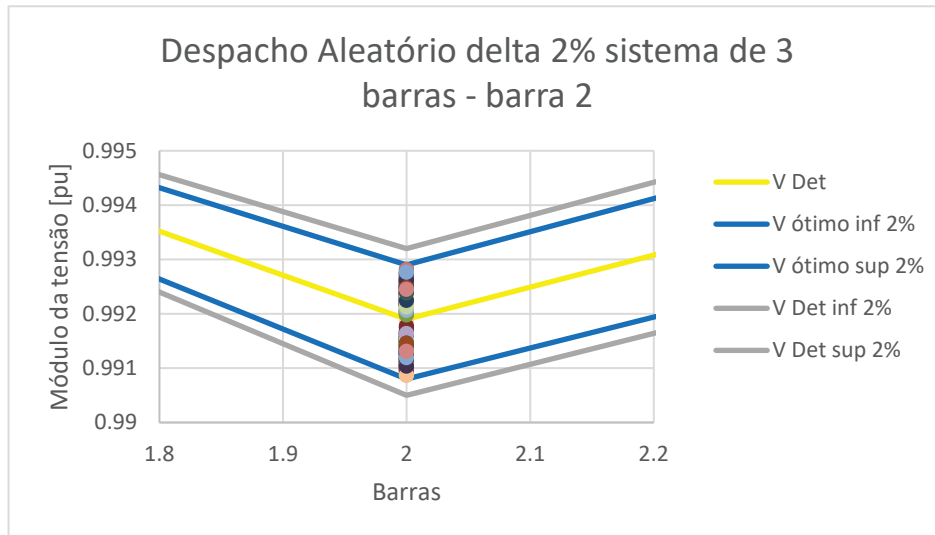
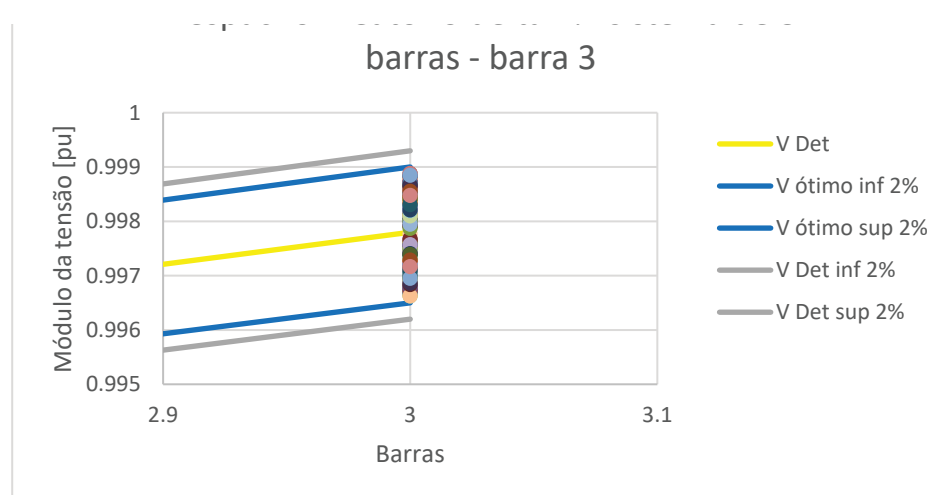


Figura 5.33 Despachos Aleatórios e valores do FPOACI para a barra 3.



A partir deste resultado para 3 barras, pode-se concluir que os 200 despachos gerados nesta análise obedeceram a tendência de concentrar-se entre o valor determinístico e o valor ótimo superior e inferior. A ocorrência de despachos entre o intervalo ótimo e o intervalo determinístico é possível, porém, não ocorre a ultrapassagem dos resultados dos despachos do limite de δ pré-determinado em $\pm 2\%$.

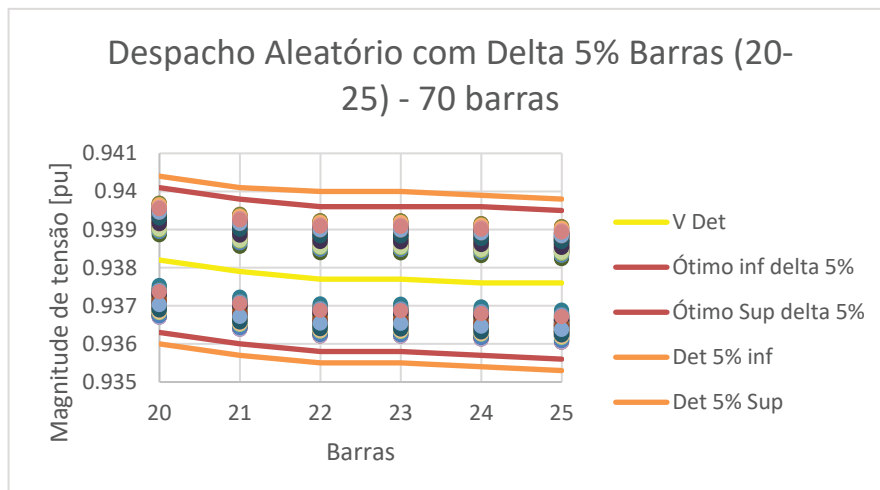
Semelhantemente, será analisado o sistema de 70 barras com $\delta = \pm 5\%$ a fim de verificar o comportamento dos despachos aleatórios (com o mesmo valor adotado para a variação percentual).

5.5.2. Análise aleatória para o sistema de 70 barras

O sistema de 70 barras foi simulado a fim de verificar o perfil de potência ativa e reativa (vide seção 5.4). Porém, na seção 5.4 também se apresentou o resultado do perfil de tensão para o sistema de 70 barras sem a inclusão de GD de modo a avaliar como o parâmetro da variação percentual (δ) se comporta quando submetido a variações dentro da metodologia proposta.

Esta seção apresenta, portanto, os resultados dos despachos aleatórios para este sistema de 70 barras sem GD, de modo a avaliar como se comportam estes despachos mediante ao intervalo de $\delta = \pm 5\%$ - aplicado ao FPOACI e também aos despachos determinísticos. A faixa de valores a ser apresentada é para as barras 20-26 (Figura 5.34) e para as barras 60-65 (Figura 5.35). As análises estatísticas para estas faixas de valores estão presentes nas Tabelas 5.16-5.21.

Figura 5.34 Gráfico dos despachos aleatórios vs valores do FPOACI para o sistema de 70 barras - barras 20-25



Através do gráfico da Figura 5.34, pode-se observar que o valor calculado através do processo do FPOACI com $\delta=\pm 5\%$ contém o valor determinístico entre seu *GAP* e dessa forma satisfaz a teoria a qual a metodologia se sustenta. Também se observa que o valor do despacho determinístico com $\pm 5\%$ engloba o perfil de tensão neste cenário, sendo o pior caso considerado com acréscimo e decréscimo de carga em todas as barras de carga do sistema. Os valores dos despachos aleatórios concentram-se entre o valor determinístico real e os valores intervalares ótimos superiores e inferiores, tanto os valores superiores quanto os valores inferiores apresentam respeito aos limites ótimos do sistema impostos pela metodologia FPOACI. Para esta faixa de valores, a Tabela 5.16 apresenta os valores obtidos pelo FPOACI e também a média dos 200 despachos aleatórios referentes à parcela inferior.

Tabela 5.16 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente inferior para o perfil de tensão do sistema de 70 barras (Barras 20-25).

| BARRAS | DET 5% INF [PU] | ÓTIMO INF DELTA 5% [PU] | V DET [PU] | MÉDIA | MEDIANA | DESV PADRÃO | VARIÂNCIA |
|--------|--------------------|-------------------------------|------------|-------------|-------------|----------------|-------------|
| 20 | 0,936 | 0,9363 | 0,9382 | 0,938693228 | 0,938705208 | 0,000184178 | 3,39217E-08 |
| 21 | 0,9357 | 0,936 | 0,9379 | 0,937078369 | 0,937063026 | 0,000175737 | 3,08836E-08 |
| 22 | 0,9355 | 0,9358 | 0,9377 | 0,936767006 | 0,936750681 | 0,000176851 | 3,12762E-08 |
| 23 | 0,9355 | 0,9358 | 0,9377 | 0,936590563 | 0,936573989 | 0,000176793 | 3,12557E-08 |
| 24 | 0,9354 | 0,9357 | 0,9376 | 0,936583956 | 0,936567387 | 0,00017679 | 3,12547E-08 |
| 25 | 0,9353 | 0,9356 | 0,9376 | 0,93650879 | 0,93649223 | 0,000176759 | 3,12437E-08 |

Da mesma forma, a Tabela 5.17 se refere aos valores obtidos para a parcela superior dos despachos e das componentes ótimas e determinísticas do FPOAC e FPOACI. Através das Tabelas (5.16-5.17), é possível observar que os valores das médias dos despachos estão mais próximos aos limites do que do valor determinístico, porém não ultrapassam os limites determinísticos de $\delta=5\%$. A Figura 5.34 ilustra esta afirmação, onde a nuvem de pontos referente a esses valores não ultrapassa a linha que representa os limites determinísticos superior e inferior em nenhum ponto.

Tabela 5.17 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente superior para o perfil de tensão do sistema de 70 barras (Barras 20-25).

| BARRAS | V DET [PU] | DET 5% SUP [PU] | ÓTIMO SUP DELTA 5% [PU] | MÉDIA | MEDIANA | DESV PADRÃO | VARIÂNCIA |
|--------|------------|-----------------|-------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 20 | 0,9404 | 0,9382 | 0,9401 | 0,939311478 | 0,939325931 | 0,000182785 | 3,34105E-08 |
| 21 | 0,9401 | 0,9379 | 0,9398 | 0,939016127 | 0,939030001 | 0,000184027 | 3,3866E-08 |
| 22 | 0,94 | 0,9377 | 0,9396 | 0,93884861 | 0,938861341 | 0,000184117 | 3,38991E-08 |
| 23 | 0,94 | 0,9377 | 0,9396 | 0,938842338 | 0,938855031 | 0,000184121 | 3,39004E-08 |
| 24 | 0,9399 | 0,9376 | 0,9396 | 0,938770975 | 0,938783321 | 0,000184162 | 3,39158E-08 |
| 25 | 0,9398 | 0,9376 | 0,9395 | 0,938693228 | 0,938705208 | 0,000184178 | 3,39217E-08 |

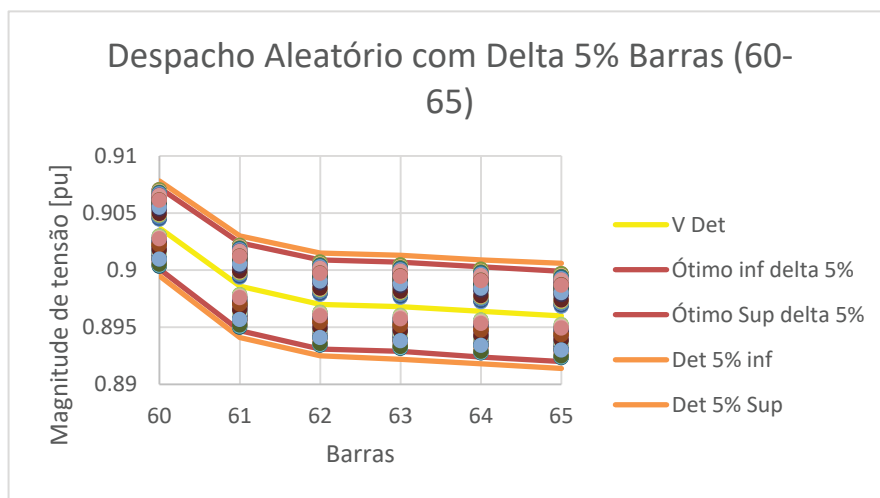
A Tabela 5.18 apresenta os erros relativos entre as componentes inferior e superior para o sistema de 70 barras sem GD entre as barras 20 e 25. Ao analisar a Tabela 5.18, pode-se notar que os valores dos erros são maiores quando comparados com o valor determinístico, reforçando a ideia de que os despachos estão mais concentrados no *GAP* entre o determinístico e os limites superior e inferior ótimos obtidos através da aplicação da metodologia do FPOACI, claramente evidenciado pelos erros entre a média desses resultados e os limites ótimos. Também é possível notar que os erros aumentam quando se relaciona os resultados das médias dos 200 despachos com os limites determinísticos de $\delta=\pm 5\%$, provando novamente que os valores estão compreendidos entre o determinístico e o intervalo ótimo.

Tabela 5.18 Análise estatística entre a média e os valores determinísticos e ótimos – 70 barras (20-25)

| ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO E DESPACHOS INF [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO E DESPACHOS SUP [%] | ERRO RELATIVO AO ÓTIMO INFERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO ÓTIMO SUPERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO INFERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO SUPERIOR [%] |
|---|---|-------------------------------------|-------------------------------------|--|--|
| 0,052544101 | 0,118469177 | 0,254953146 | 0,083876415 | 0,286912469 | 0,115750976 |
| 0,087603247 | 0,119002731 | 0,115077798 | 0,083408533 | 0,147092196 | 0,115293414 |
| 0,099498166 | 0,122492242 | 0,103227984 | 0,079969162 | 0,135253023 | 0,122488324 |
| 0,118314709 | 0,121823351 | 0,084408599 | 0,080636701 | 0,116439671 | 0,123155579 |
| 0,108366416 | 0,124890647 | 0,094380913 | 0,088231726 | 0,126412211 | 0,120121853 |
| 0,116383302 | 0,116598541 | 0,097040217 | 0,085872494 | 0,129074086 | 0,117766768 |

Para o caso da análise das barras 60 a 65, o comportamento é similar ao caso das barras 20 a 25. A partir do gráfico da Figura 5.35 pode-se concluir que a nuvem de pontos que representa os 200 despachos aleatórios está contida dentro do *GAP* entre o valor determinístico e os limites ótimos superior e inferior obtidos através da metodologia do FPOACI. Vale lembrar que esta análise utiliza um valor de $\delta = \pm 5\%$ com o objetivo de confrontar os resultados apresentados nas Figuras 5.29-5.30 na análise da variação do parâmetro de variação percentual (δ) visando demonstrar a flexibilidade da metodologia em tratar este deste parâmetro.

Figura 5.35 Gráfico dos despachos aleatórios vs valores do FPOACI para o sistema de 70 barras - barras 60-65.



A Tabela 5.19 apresenta os resultados da estatística descritiva referentes à parcela inferior da nuvem de pontos aleatórios.

Tabela 5.19 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente inferior para o perfil de tensão do sistema de 70 barras (Barras 60-65).

| BARRAS | DET 5% INF [PU] | ÓTIMO INF DELTA 5% [PU] | V DET [PU] | MEDIA | MEDIANA | DESVIO PADRÃO | VARIÂNCIA |
|--------|-----------------|-------------------------|------------|-------------|-------------|---------------|-------------|
| 60 | 0,8995 | 0,9001 | 0,9037 | 0,901530858 | 0,901485952 | 0,000671 | 4,85035E-07 |
| 61 | 0,8941 | 0,8947 | 0,8986 | 0,896287152 | 0,896237157 | 0,000726 | 5,66687E-07 |
| 62 | 0,8925 | 0,8931 | 0,897 | 0,894712242 | 0,894660347 | 0,00073 | 5,73013E-07 |
| 63 | 0,8922 | 0,8929 | 0,8968 | 0,89444043 | 0,894389376 | 0,000731 | 5,74227E-07 |
| 64 | 0,8918 | 0,8924 | 0,8964 | 0,894035843 | 0,893986041 | 0,000732 | 5,76061E-07 |
| 65 | 0,8914 | 0,892 | 0,896 | 0,893626764 | 0,893573812 | 0,000732 | 5,7671E-07 |

Da mesma forma, a Tabela 5.20 apresenta a estatística descritiva relacionada à parcela superior da nuvem de pontos aleatórios referentes as barras 60-65.

Tabela 5.20 Dados aleatórios e análise estatística referente à componente superior para o perfil de tensão do sistema de 70 barras (Barras 60-65).

| BARRAS | V DET [PU] | ÓTIMO SUP DELTA 5% [PU] | DET 5% SUP [PU] | MEDIA | MEDIANA | DESVIO PADRÃO | VARIÂNCIA |
|--------|------------|-------------------------------|--------------------|-------------|-------------|------------------|-------------|
| 60 | 0,9037 | 0,9072 | 0,9078 | 0,905749682 | 0,905801405 | 0,000636 | 4,03988E-07 |
| 61 | 0,8986 | 0,9024 | 0,903 | 0,900791217 | 0,900846268 | 0,000688 | 4,73042E-07 |
| 62 | 0,897 | 0,9009 | 0,9015 | 0,899301798 | 0,899353169 | 0,00069 | 4,75962E-07 |
| 63 | 0,8968 | 0,9007 | 0,9013 | 0,899044771 | 0,899092962 | 0,00069 | 4,76504E-07 |
| 64 | 0,8964 | 0,9003 | 0,9009 | 0,898662192 | 0,898705648 | 0,000691 | 4,77335E-07 |
| 65 | 0,896 | 0,8999 | 0,9006 | 0,898275653 | 0,898311451 | 0,000691 | 4,77205E-07 |

Analisando a Figura 5.35, nota-se que os pontos estão distribuídos de maneira quase uniforme entre o *GAP* entre o valor determinístico e os limites ótimos do FPOACI, porém, não são encontrados pontos referentes aos 200 despachos entre o *GAP* entre o intervalo ótimo e o intervalo determinístico $\delta = \pm 5\%$ - pior caso considerado nesse cenário. A Tabela 5.21 apresenta os erros relativos entre estas parcelas e os valores ótimo-determinísticos.

Tabela 5.21 Análise estatística entre a média e os valores determinísticos e ótimos – 70 barras (60-65)

| ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO E DESPACHOS INF [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO E DESPACHOS SUP [%] | ERRO RELATIVO AO ÓTIMO INFERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO ÓTIMO SUPERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO INFERIOR [%] | ERRO RELATIVO AO DETERMINÍSTICO SUPERIOR [%] |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,240606 | 0,22681 | 0,158714 | 0,159867 | 0,225268 | 0,225856 |
| 0,258048 | 0,243848 | 0,177081 | 0,178278 | 0,244024 | 0,244605 |
| 0,255698 | 0,256611 | 0,180197 | 0,177401 | 0,247257 | 0,243838 |
| 0,263804 | 0,250309 | 0,172223 | 0,183771 | 0,250484 | 0,25022 |
| 0,264436 | 0,252364 | 0,182973 | 0,181918 | 0,250084 | 0,248397 |
| 0,240606 | 0,22681 | 0,158714 | 0,159867 | 0,225268 | 0,225856 |

Analisando a Tabela 5.21 conclui-se que os erros relativos referentes à média dos 200 despachos aleatórios e os limites superior e inferior ótimos obtidos pela metodologia FPOACI apresentam menor magnitude, conforme a Figura 5.35.

Também pode-se verificar que os erros das parcelas referentes ao valor determinístico e aos limites determinísticos de $\delta=\pm 5\%$ são maiores quando comparados com os erros relativos mencionados anteriormente, também visualizado na Figura 5.35 (com o afastamento desta nuvem do valor determinístico e dos limites determinísticos quando comparados com os limites ótimos do FPOACI).

Através das análises realizadas, pode-se afirmar que todos os despachos realizados não ferem os limites determinísticos para o δ adotado e tampouco são fixos em uma única variação percentual - conforme observado na análise de 3 barras que apresenta um δ adotado de 2% e a análise de 70 barras com um δ adotado de 5%.

Dessa forma, os intervalos ótimos obtidos através da aplicação da metodologia do FPOACI são válidos para a aplicação desta proposta, visto que além de englobar o valor determinístico em todos os casos citados acima, também apresenta possibilidade de variação do parâmetro δ sem alterar a natureza teórica a qual se baseia. Por fim, os despachos aleatórios gerados não só obedecem aos limites ótimos (por serem gerados a partir do *GAP* entre o valor de carga determinístico e o valor de carga com o acréscimo/decrécimo de δ) como também sempre apresentam menor erro quando comparados com as fronteiras determinísticas de $\pm 5\%$ apresentada nas Tabelas 5.16-5.21 desta seção. Porém, não se sabe ao certo qual o limite de variação do parâmetro δ para que a resposta ótima intervalar ainda se mantenha satisfatória. Para que este limite seja estabelecido, um estudo de parametrização com diferentes valores de δ (10%, 15%, 20%) com distinção entre os acréscimos de tensão, potência gerada e carga devem ainda ser realizados em próximos estudos a fim de se analisar o comportamento do valor ótimo de acordo com a variação deste parâmetro. Assim, estudos paramétricos de δ podem ser realizados em trabalhos futuros de forma a consolidar o estudo desta variação percentual (Capítulo 6 – seção de trabalhos futuros).

5.5.3. Ganho Computacional: Comparativo entre um despacho intervalar via FPOACI e 200 despachos aleatórios

Nesta subseção, apresenta-se uma reflexão sobre o ganho computacional obtido para os exemplos de 3 e 70 barras testados nesta monografia.

Para o sistema de 3 barras, o intervalo ótimo calculado pela aplicação da metodologia FPOACI foi obtido em 3 iterações. Já para cada um dos 200 despachos aleatórios que foram realizados para a validação do método através do “gráfico túnel”, foram necessárias 4 a 6 iterações até se atingir a convergência. De acordo com os resultados apresentados na seção 5.5.1, os despachos aleatórios estão englobados no intervalo ótimo, e dessa forma, pode-se concluir que estes 200 cenários simulados pelos despachos aleatórios estão compreendidos pelo intervalo obtido pelo método FPOACI. Assim, os 200 despachos que alcançaram o ótimo em 3 iterações demandam tempo computacional maior comparado com a aplicação da metodologia FPOACI que atingiu o intervalo ótimo em apenas 3 iterações no processo de pós-otimização. Para as análises realizadas no sistema de 3 barras, o tempo computacional necessário para a obtenção do intervalo ótimo através da aplicação da metodologia FPOACI foi de estimado em 37s para cada iteração com uma tolerância de 10^{-4} , já para a realização dos 200 despachos aleatórios, o tempo estimado foi de 23 minutos, contando todos os despachos.

A análise estende-se para o caso de 70 barras, onde a metodologia do FPOACI atingiu o ótimo em apenas 5 iterações, de acordo com a convergência determinada. Os despachos aleatórios realizados para a validação apresentada na seção 5.5.2 atingem o ótimo determinístico entre 8 a 10 iterações a cada despacho. O tempo computacional estimado para a obtenção do intervalo ótimo foi de 37s para a tolerância adotada de 10^{-4} , confrontado com 45 minutos corridos necessários para obter os 200 despachos aleatórios para o sistema de 70 barras. Os resultados da seção 5.5.2 mostram que os valores dos 200 despachos gerados estão compreendidos pelo intervalo ótimo obtido através da aplicação da metodologia, assim como no caso de 3 barras. Desta forma, pode-se assumir que o tempo computacional comparando os 200 cenários despachados é muito maior que o processo de pós-otimização aplicado para obtenção do intervalo ótimo, atingido em 5 iterações apenas – para o caso de 70 barras, e 3 iterações para o caso de 3 barras.

Capítulo 6

6 CONCLUSÕES E PROPOSTA DE TRABALHOS FUTUROS

Quando se aborda o tópico de Sistemas de Energia Elétrica no âmbito da Engenharia Elétrica, o Fluxo de Potência Ótimo é uma ferramenta frequentemente utilizada para otimizar o estado da rede segundo critérios de otimização previamente estabelecidos.

Esta ferramenta é amplamente utilizada para operação da rede elétrica, porém para refiná-la, é interessante incorporar na sua solução, as incertezas inerentes do problema, a fim de se obter além de valores operativos ótimos, também intervalos operativos ótimos.

A análise de literatura apresentada no Capítulo 2 mostrou que a Matemática Intervalar pode ser bem aplicada a problemas de otimização de diversas áreas da ciência, não somente na da matemática, mas também na área da engenharia e principalmente da engenharia elétrica, como visto na análise da literatura do Capítulo 3.

Os resultados satisfatórios da aplicação da mesma a problemas relacionados ao SEP, motivou a aplicação desta ferramenta ao FPO de modo a incluir as incertezas da carga através da inclusão de um parâmetro de variação percentual (δ) de modo a incluir dados incertos e obter intervalos ótimos que resolvam o sistema e satisfaçam as condições modeladas.

A aplicação da MI ao FPOAC possibilitou a obtenção de intervalos ótimos de tensão, geração de potência ativa e reativa, os quais contemplam incertezas referentes aos dados de carga. Os intervalos ótimos obtidos apresentaram aderência em relação aos calculados pela simulação de cenários extremos de variação superior e inferior de carga.

A vantagem do método proposto é que seu processo de convergência é equivalente ao tempo de execução de apenas um FPOAC determinístico, e ele evita a simulação de vários cenários necessários para se cobrir toda uma gama de incertezas inerentes às cargas. Assim, a aplicação da MI ao FPOAC realiza uma análise probabilística obtida a partir de valor determinístico ótimo do sistema, e garante que os intervalos mínimos e máximos ótimos obtidos contenham o valor médio calculado pelo MPDPI. Além disto, a utilização do método de Krawczyk reduz o esforço computacional para obtenção da solução pois a matriz de pré-condicionamento C é mantida constante a cada iteração. Dessa forma, a convergência e erros numéricos provenientes de mal condicionamento desta matriz podem ser evitados.

Esta ferramenta, ao oferecer ao operador um intervalo ótimo de operação a partir de um intervalo estimado de variações carga, fornece subsídios ao operador quanto à influência das oscilações das cargas quando da tomada de decisões operativas. Além disto, a faixa de despacho de geração e de magnitude de tensão satisfaz os limites operacionais da rede, o que a torna sensível às restrições elétricas.

Os resultados apresentam que o perfil de tensão e potência intervalar sempre demonstra que o valor ótimo determinístico (obtido através do MPDPI) está contido no intervalo ótimo obtido através da aplicação da metodologia intervalar (FPOACI) proposto nesta dissertação. As análises realizadas no Capítulo 5 demonstram que apesar da comparação entre os intervalos afins e os intervalos determinísticos adotados não assumirem diferenças expressivas em magnitude, os mesmos sempre estão contidos dentro dos intervalos e contém o valor ótimo determinístico do despacho original, resolvendo assim o FPO, satisfazendo as condições de KKT através das restrições do problema e minimizando a função objetivo em questão.

Da mesma forma, a proposta de validação apresentada cumpre com o objetivo de demonstrar a possibilidade da variação de δ e apresenta a validação da teoria da MI dentro dos dois cenários analisados, pois os valores dos despachos aleatórios gerados além de não ferirem os limites superior e inferior ótimos obtidos pela metodologia, também estão contidos entre o *GAP* do valor determinístico e estes limites em questão. Novos estudos que relacionam a variação do parâmetro δ com parametrização da carga, perfil de tensão e previsão de geração podem ser realizados de forma a consolidar os limites onde a variação se dispõe a resolver o sistema de forma ótima. Contudo, todos os despachos aleatórios realizados nas aplicações de 2% e 5% apresentados nesta dissertação contêm o determinístico do problema do FPO original, provando a possibilidade de um maior aprofundamento do método, por englobarem o valor determinístico nos intervalos ótimos frutos da aplicação deste método (dentro das aplicações já realizadas) – fator necessário para a existência de um intervalo ótimo de acordo com a teoria da MI.

O número de iterações necessárias para a resolução do FPOACI confrontado com os 200 despachos aleatórios que estão contidos neste intervalo ótimo nos mostra que o tempo computacional necessário para realizar 200 despachos é bem maior quando comparado com a solução intervalar que demanda de até no máximo 5 iterações para os casos citados. Os 200 cenários estão englobados pelos intervalos ótimos – nos cenários apresentados nesta dissertação – o que reforça o ganho computacional obtido na aplicação da MI no problema do FPOAC.

Salienta-se que diferentes níveis de incertezas poderiam ter sido testados de modo a fornecer um leque expressivo de possíveis combinações exploratórias, tornando a aplicação desta metodologia extremamente versátil para futuros estudos.

A utilização da MI pode ainda ser aplicada a outras vertentes do FPO, como por exemplo gerenciamento do lado da demanda, minimização de desvios em transferência de potência, ou até mesmo parametrização do parâmetro δ de modo a verificar o limiar da sensibilidade desta variação percentual vs. obtenção de resultados ótimos coerentes. Abre-se então diversas possibilidades de aprofundamento para trabalhos futuros a partir desta pesquisa.

A proposta para trabalhos futuros engloba a aplicação da metodologia intervalar apresentada em outras formulações relacionadas ao FPO. Dessa forma, propõe-se a seguir vertentes de pesquisa para dar continuidade à pesquisa apresentada nesta dissertação:

- Ampliação da análise do método intervalar em FPOAC para dimensionamento de banco de capacitores, ajuste de *taps* de reguladores de tensão e monitoramento de fluxos nas linhas;
- Aplicação do método intervalar para determinação de intervalos ótimos relacionados ao FPO trifásico;
- Determinação de intervalos ótimos para FPO dinâmico com alocação de reserva e gerenciamento pelo lado da demanda;
- Aplicar o método intervalar em despachos hidrotérmicos e acompanhamento do perfil intervalar dos resultados ótimos;
- Estudo do FPOACI multicritério, através da resolução do despacho ótimo com diferentes objetivos (otimização do custo, minimização das perdas, entre outros);
- Continuidade do estudo de sensibilidade das barras quando aplicada a metodologia intervalar em diferentes cenários do sistema elétrico brasileiro;
- Parametrização das variações percentuais de inicialização de modo a avaliar faixa de valores máximas e mínimas que esta variável pode assumir e obter da mesma forma intervalos ótimos coerentes que resolvam as equações do FPO obedecendo suas restrições.

APÊNDICE A

A. DADOS DO SISTEMA DE 30 BARRAS IEEE

Este sistema apresenta possui 6 geradores, 41 ramos e 2 compensadores estáticos, com uma demanda total de potência ativa e reativa de 402,40 MW e 196,20 Mvar respectivamente. Na Figura A 1 apresenta-se a modelagem barra-ramo do sistema teste de 30 barras do IEEE (ROSAS et al., 2012). Nas Tabelas A 1 e A 2 apresentam-se os dados de carga e de linha para este sistema (ARAUJO, 2016).

Figura A 1 Representação barra-ramo do sistema de 30 Barras do IEEE

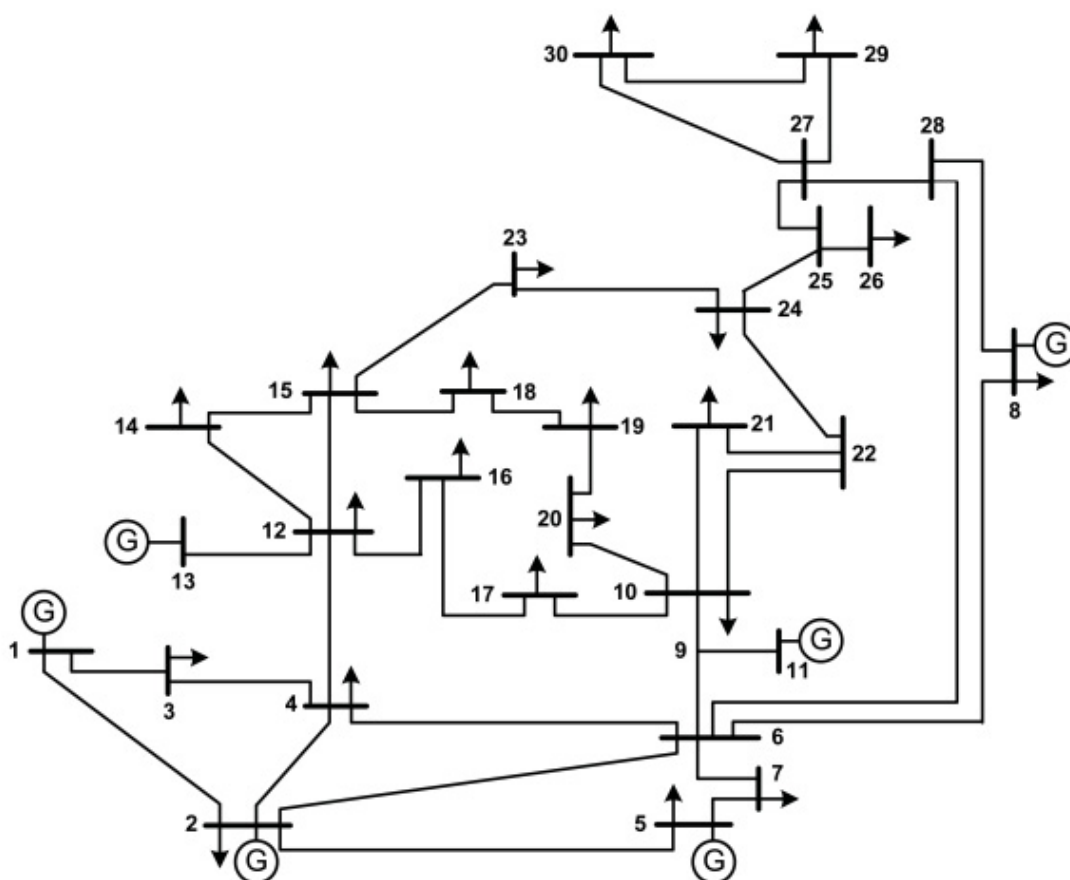


Tabela A 1 Dados de Carga para o sistema de 30 Barras. Adaptado de Araujo (2016)

| BARRA | PD [MW] | QD [Mvar] | PG [MW] | QG [Mvar] |
|-------|-------------|------------|---------|--------------|
| 1 | - | - | 260,2 | -16,1 |
| 2 | 21,7 | 12,7 | 40,0 | 50,0 |
| 3 | 2,4 | 1,2 | - | - |
| 4 | 7,6 | 1,6 | - | - |
| 5 | 94,2 | 19,0 | | 37,0 |
| 6 | - | - | - | - |
| 7 | 22,8 | 10,9 | - | - |
| 8 | 30,0 | 30,0 | - | 37,3 |
| 9 | - | - | - | - |
| 10 | 5,8 | 2,0 | - | - |
| 11 | - | - | - | 16,2 |
| 12 | 11,2 | 7,5 | - | - |
| 13 | - | - | - | 10,6 |
| 14 | 6,2 | 1,6 | - | - |
| 15 | 8,2 | 2,5 | - | - |
| 16 | 3,5 | 1,8 | - | - |
| 17 | 9,0 | 5,8 | - | - |
| 18 | 3,2 | 0,9 | - | - |
| 19 | 9,5 | 3,4 | - | - |
| 20 | 2,2 | 0,7 | - | - |
| 21 | 17,5 | 11,2 | - | - |
| 22 | | | - | - |
| 23 | 3,2 | 1,6 | - | - |
| 24 | 8,7 | 6,7 | - | - |
| 25 | - | - | - | - |
| 26 | 3,5 | 2,3 | - | - |
| 27 | - | - | - | - |
| 28 | - | - | - | - |
| 29 | 2,4 | 0,9 | - | - |
| 30 | 10,6 | 1,9 | | |

Tabela A 2 Dados de linha para o sistema de 30 barras. Adaptado de Araujo (2016)

| DE | PARA | R (PU) | X (PU) | B (PU) |
|-----------|-------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 2 | 0,0192 | 0,0575 | 0,0528 |
| 1 | 3 | 0,0452 | 0,1652 | 0,0408 |
| 2 | 4 | 0,0570 | 0,1737 | 0,0368 |
| 3 | 4 | 0,0132 | 0,0379 | 0,0084 |
| 2 | 5 | 0,0472 | 0,1983 | 0,0418 |
| 2 | 6 | 0,0581 | 0,1763 | 0,0374 |
| 4 | 6 | 0,0119 | 0,0414 | 0,0090 |
| 5 | 7 | 0,0460 | 0,1160 | 0,0204 |
| 6 | 7 | 0,0267 | 0,0820 | 0,0170 |
| 6 | 8 | 0,0120 | 0,0420 | 0,0090 |
| 6 | 9 | - | 0,2080 | - |
| 6 | 10 | - | 0,5560 | - |
| 9 | 11 | - | 0,2080 | - |
| 9 | 10 | - | 0,1100 | - |
| 4 | 12 | - | 0,2560 | - |
| 12 | 13 | - | 0,1400 | - |
| 12 | 14 | 0,1231 | 0,2559 | - |
| 12 | 15 | 0,0662 | 0,1304 | - |
| 12 | 16 | 0,0945 | 0,1987 | - |
| 14 | 15 | 0,2210 | 0,1997 | - |
| 16 | 17 | 0,0524 | 0,1923 | - |
| 15 | 18 | 0,1073 | 0,2185 | - |
| 18 | 19 | 0,0639 | 0,1292 | - |
| 19 | 20 | 0,0340 | 0,0680 | - |
| 10 | 20 | 0,0936 | 0,2090 | - |
| 10 | 17 | 0,0324 | 0,0845 | - |
| 10 | 21 | 0,0348 | 0,0749 | - |
| 10 | 22 | 0,0727 | 0,1499 | - |
| 21 | 22 | 0,0116 | 0,0236 | - |
| 15 | 23 | 0,1000 | 0,2020 | - |
| 22 | 24 | 0,1150 | 0,1790 | - |
| 23 | 24 | 0,1320 | 0,2700 | - |
| 24 | 25 | 0,1885 | 0,3292 | - |
| 25 | 26 | 0,2544 | 0,3800 | - |
| 25 | 27 | 0,1093 | 0,2087 | - |
| 28 | 27 | | 0,3960 | - |
| 27 | 29 | 0,2198 | 0,4153 | - |
| 27 | 30 | 0,3202 | 0,6027 | - |
| 29 | 30 | 0,2399 | 0,4533 | - |
| 8 | 28 | 0,0636 | 0,2000 | 0,0428 |
| 6 | 28 | 0,0169 | 0,0599 | 0,0130 |

APÊNDICE B

B. DADOS DO SISTEMA DE 70 BARRAS DE BARAN E WU (1989)

Os dados utilizados para a inclusão da geração distribuída (GD) foram adaptados de (SOUZA, 2009) através dos dados do Sistema de 70 barras de (BARAN; WU, 1989). A Tabela B 1 apresenta os dados de carga do sistema de 70 barras, a Tabela B 2 apresenta aos valores das linhas e a Figura B1 o diagrama unifilar.

Figura B 1 Representação Barra-ramo do sistema de 70 barras de Baran e Wu (1989)

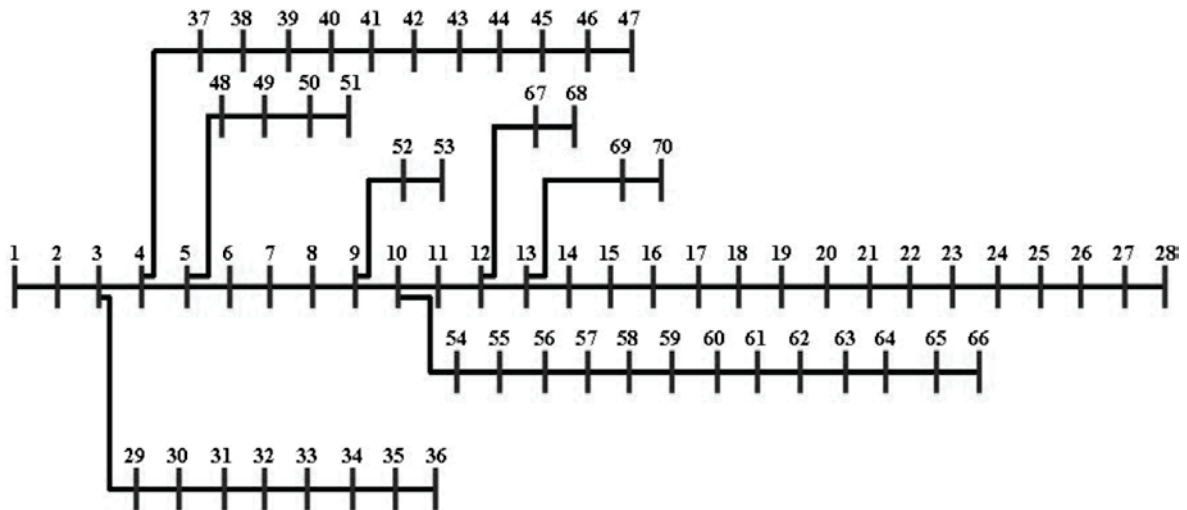


Tabela B 1 Dados de carga para o sistema de 70 barras de Baran e Wu (1989)

| BARRA | P [KW] | Q [Kvar] | BARRA | P [KW] | Q [Kvar] |
|-------|--------|----------|-------|--------|----------|
| 1 | 0 | 0 | 36 | 6 | 4 |
| 2 | 0 | 0 | 37 | 26 | 18,55 |
| 3 | 0 | 0 | 38 | 26 | 18,55 |
| 4 | 0 | 0 | 39 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 40 | 24 | 17 |
| 6 | 0 | 0 | 41 | 24 | 17 |
| 7 | 2,6 | 2,2 | 42 | 1,2 | 1 |
| 8 | 40,4 | 30 | 43 | 0 | 0 |
| 9 | 75 | 54 | 44 | 6 | 4,3 |
| 10 | 30 | 22 | 45 | 0 | 0 |
| 11 | 28 | 19 | 46 | 39,22 | 26,3 |
| 12 | 145 | 104 | 47 | 39,22 | 26,3 |
| 13 | 145 | 104 | 48 | 0 | 0 |
| 14 | 8 | 5,5 | 49 | 79 | 56,4 |
| 15 | 8 | 5,5 | 50 | 384,7 | 274,5 |
| 16 | 0 | 0 | 51 | 384,7 | 274,5 |

| | | | | | |
|----|------|------|----|------|------|
| 17 | 45,5 | 30 | 52 | 40,5 | 28,3 |
| 18 | 60 | 35 | 53 | 3,6 | 7,2 |
| 19 | 60 | 35 | 54 | 4,35 | 3,5 |
| 20 | 0 | 0 | 55 | 26,4 | 19 |
| 21 | 1 | 0,6 | 56 | 24 | 17,2 |
| 22 | 114 | 81 | 57 | 0 | 0 |
| 23 | 5,3 | 3,5 | 58 | 0 | 0 |
| 24 | 0 | 0 | 59 | 0 | 0 |
| 25 | 28 | 20 | 60 | 100 | 72 |
| 26 | 0 | 0 | 61 | 0 | 0 |
| 27 | 14 | 10 | 62 | 1244 | 888 |
| 28 | 14 | 10 | 63 | 32 | 23 |
| 29 | 26 | 18,6 | 64 | 0 | 0 |
| 30 | 26 | 18,6 | 65 | 227 | 162 |
| 31 | 0 | 0 | 66 | 59 | 42 |
| 32 | 0 | 0 | 67 | 18 | 13 |
| 33 | 0 | 0 | 68 | 18 | 13 |
| 34 | 14 | 10 | 69 | 28 | 20 |

Tabela B 2 Dados das linhas para o sistema de 70 barras de Baran e Wu (1989)

| DE | PARA | R [Ω] | X [Ω] | DE | PARA | R [Ω] | X [Ω] |
|----|------|----------------|----------------|----|------|----------------|----------------|
| 1 | 2 | 0,0005 | 0,0012 | 4 | 37 | 0,0044 | 0,0108 |
| 2 | 3 | 0,0005 | 0,0012 | 37 | 38 | 0,0640 | 0,1565 |
| 3 | 4 | 1.00E-10 | 1.00E-10 | 38 | 39 | 0,1053 | 0,1230 |
| 4 | 5 | 0,0015 | 0,0036 | 39 | 40 | 0,0304 | 0,0355 |
| 5 | 6 | 0,0251 | 0,0294 | 40 | 41 | 0,0018 | 0,0021 |
| 6 | 7 | 0,3660 | 0,1864 | 41 | 42 | 0,7283 | 0,8509 |
| 7 | 8 | 0,3811 | 0,1941 | 42 | 43 | 0,3100 | 0,3623 |
| 8 | 9 | 0,0922 | 0,0470 | 43 | 44 | 0,0410 | 0,0478 |
| 9 | 10 | 0,0493 | 0,0251 | 44 | 45 | 0,0092 | 0,0116 |
| 10 | 11 | 0,8190 | 0,2707 | 45 | 46 | 0,1089 | 0,1373 |
| 11 | 12 | 0,1872 | 0,0619 | 46 | 47 | 0,0009 | 0,0012 |
| 12 | 13 | 0,7114 | 0,2351 | 5 | 48 | 0,0034 | 0,0084 |
| 13 | 14 | 10,300 | 0,3400 | 48 | 49 | 0,0851 | 0,2083 |
| 14 | 15 | 10,440 | 0,3450 | 49 | 50 | 0,2898 | 0,7091 |
| 15 | 16 | 10,580 | 0,3496 | 50 | 51 | 0,0822 | 0,2011 |
| 16 | 17 | 0,1966 | 0,0650 | 9 | 52 | 0,0928 | 0,0473 |
| 17 | 18 | 0,3744 | 0,1238 | 52 | 53 | 0,3319 | 0,1114 |
| 18 | 19 | 0,0047 | 0,0016 | 10 | 54 | 0,1740 | 0,0886 |
| 19 | 20 | 0,3276 | 0,1083 | 54 | 55 | 0,2030 | 0,1034 |
| 20 | 21 | 0,2106 | 0,0696 | 55 | 56 | 0,2842 | 0,1447 |
| 21 | 22 | 0,3416 | 0,1129 | 56 | 57 | 0,2813 | 0,1433 |
| 22 | 23 | 0,0140 | 0,0046 | 57 | 58 | 15,900 | 0,5337 |
| 23 | 24 | 0,1591 | 0,0526 | 58 | 59 | 0,7837 | 0,2630 |
| 24 | 25 | 0,3463 | 0,1145 | 59 | 60 | 0,3042 | 0,1006 |
| 25 | 26 | 0,7488 | 0,2475 | 60 | 61 | 0,3861 | 0,1172 |
| 26 | 27 | 0,3089 | 0,1021 | 61 | 62 | 0,5075 | 0,2585 |

| | | | | | | | |
|----|----|--------|--------|----|----|--------|--------|
| 27 | 28 | 0,1732 | 0,0572 | 62 | 63 | 0,0974 | 0,0496 |
| 3 | 29 | 0,0044 | 0,0108 | 63 | 64 | 0,1450 | 0,0738 |
| 29 | 30 | 0,0640 | 0,1565 | 64 | 65 | 0,7105 | 0,3619 |
| 30 | 31 | 0,3978 | 0,1315 | 65 | 66 | 10,410 | 0,5302 |
| 31 | 32 | 0,0702 | 0,0232 | 12 | 67 | 0,2012 | 0,0611 |
| 32 | 33 | 0,3510 | 0,1160 | 67 | 68 | 0,0047 | 0,0014 |
| 33 | 34 | 0,8390 | 0,2816 | 13 | 69 | 0,7394 | 0,2444 |
| 34 | 35 | 17,080 | 0,5646 | 69 | 70 | 0,0047 | 0,0016 |

Os dados das barras onde a geração distribuída foi incluída, adaptado de Souza (2009) e Baran e Wu (1989) estão apresentados na Tabela B 3, com os valores da potência ativa e reativa. A potência ativa foi calculada de modo a respeitar o fator de potência.

Tabela B 3 Dados das potências da GD para sistema de 70 barras de Baran e Wu (1989) adaptado de Souza (2009)

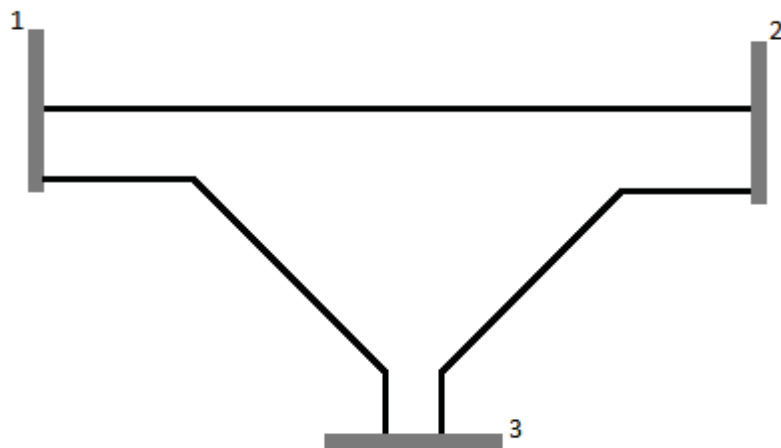
| BARRA | PG [kW] | QG [kvar] |
|-------|---------|-----------|
| 1 | 100 | 70 |
| 29 | 100 | 108,69 |
| 38 | 100 | 108,69 |
| 68 | 100 | 108,69 |

APÊNDICE C

C. REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE 3 BARRAS DE MONTICELLI (1989) ADAPTADO

O diagrama Barra-ramo para o sistema de 3 barras adaptado de Monticelli (1989) está representado na Figura C 1. Os dados para este sistema estão citados no Capítulo 5.

Figura C 1 Diagrama de representação Barra-ramo para o sistema de 3 barras adaptado de Monticelli (1989)



REFERÊNCIAS

- ALEFELD, G.; MAYER, G. Interval analysis: Theory and applications. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 121, n. 1, p. 421–464, 2000.
- ARAUJO, B. M. C. **Aritméticas intervalares aplicadas à solução do problema do fluxo de potência via equações de injeção de corrente**, 2016. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível em: <<https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/3657/1/rodolfooliveiraruback.pdf>>.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 4, n. 1, p. 725–734, 1989.
- BARBOZA, L. V.; DIMURO, G. P.; REISER, R. H. S. Power Flow with Load Uncertainty. **TEMA Tend. Mat. Apl. Comput.**, v. 1, n. 1, p. 27–36, 2004.
- BENEDETTI, A.; PERONA, P. Bit-width optimization for configurable DSP's by multi-interval analysis. **Conference Record of the ThirtyFourth Asilomar Conference on Signals Systems and Computers Cat No00CH37154**, v. 1, p. 355–359, 2000.
- CAIN, M.; O'NEILL, R.; CASTILLO, A. History of Optimal Power Flow and Formulations. **Federal Energy Regulatory Commission**. ..., , n. December, p. 1–36, 2012. Disponível em: <<http://www.ferc.gov/industries/electric/indus-act/market-planning/opf-papers/acopf-1-history-formulation-testing.pdf>>.
- CARPENTIER, J. Optimal power flows. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, v. 1, n. 1, p. 3–15, 1979.
- CASTRONUOVO, E. D.; CAMPAGNOLO, J. M.; SALGADO, R. On the application of high performance computation techniques to nonlinear Interior Point methods. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 16, n. 3, p. 325–331, 2001.
- DAS, B. Radial distribution system power flow using interval arithmetic. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 24, n. 10, p. 827–836, 2002.
- DEIF, A. **Sensitivity Analysis in Linear Systems**. 1986.
- EL-BAKRY, A. S.; TAPIA, R. A.; TSUCHIYA, T.; ZHANG, Y. **On the formulation and theory of the Newton interior-point method for nonlinear programming**. 1996.
- FERNANDES, T. S. P. **Um modelo de despacho ótimo de potência para sistemas multi-usuários**, 2004. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- GRANVILLE, S. Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 9, n. 4, 1994.
- GWALTNEY, C. R.; LIN, Y.; SIMONI, L. D.; STADTHERR, M. A. Interval Methods for Non-Linear Equation Solving Applications. **Handbook of Granular Computing**, , n. 574, p. 81–96, 2008.
- HAFFNER, S. **Modelagem e Análise de Sistemas Elétricos em Regime**

Permanente. 2007.

HANSEN, E. Global optimization using interval analysis - the multi-dimensional case. **Numerische Mathematik**, v. 34, n. 3, p. 247–270, 1980.

HANSEN, E. **Global Optimization Using Interval Analysis.** 2003.

HANSEN, E. R.; WALSTER, G. W. Nonlinear equations and optimization. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 25, n. 10, p. 125–145, 1993.

HANSEN, E. R.; WALSTER, G. W. Nonlinear equations and optimization. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 25, n. 10–11, p. 125–145, 1993. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0898122193902887>>. Acesso em: 1/7/2017.

HANSEN, E.; SENGUPTA, S. Bounding solutions of systems of equations using interval analysis. **BIT Numerical Mathematics**, v. 21, p. 203–211, 1981.

IBRAEV, S. **A Parallel Method for Verified Global Optimization**, 2001. Bergischen Universität Gesamthochschule Wuppertal.

ICHIDA, K. Constrained optimization using interval analysis. **18th International Conference on Computers and Industrial Engineering**, v. 8352, n. 96, p. 933–937, 1996.

JAULIN, L.; KIEFFER, M.; DIDRIT, O.; WALTER, É. **Applied Interval Analysis: With Examples in Parameter and State Estimation, Robust Control and Robotics.** 2001.

KARMAKAR, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming. **Combinatorica**, v. 4, n. 4, p. 373–395, 1984.

KJØLLER, S.; KOZINE, P.; MADSEN, K.; STAUNING, O.; BANK, S. Non-linear Global Optimization using Interval Arithmetic and Constraint Propagation. , , n. x, p. 1–19, 2005.

KRAWCZYK, R. A Class of Interval-Newton-Operators. **Computing - Springer**, v. 183, p. 179–183, 1986.

LITVINOV, G. L.; SOBOLEVSKII, A. N. Idempotent Interval Analysis and Optimization Problems. , , n. 99, p. 1–28, 2001.

MICHAEL, D.; ZIDNA, A. Modelling, Computation and Optimization in Information Systems and Management Sciences. **Laboratory of Theoretical and Applied Computer Science**, p. 11, 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-18167-7>>.

MONTICELLI, A. **Fluxo de Carga em Rede de Energia Elétrica.** 1 Ed ed. São Paulo: Ed Edgar Blucher, 1983.

MOORE, R. E. **Methods and applications of interval analysis.** Philadelphia: SIAM Studies in Applied Mathematics, 1979.

MOORE, R. E.; KEARFOTT, B. R.; CLOUD, M. J. **Introduction to Interval Analysis**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009.

MORI, H.; YUIHARA, A. Calculation of multiple Power Flow solutions with the Krawczyk Method. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 94, p. 94–97, 1999.

MUÑOZ, J.; CAÑIZARES, C.; BHATTACHARYA, K.; VACCARO, A. An affine arithmetic-based method for voltage stability assessment of power systems with intermittent generation sources. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 4, p. 4475–4487, 2013.

NEUMAIER, A. **Interval methods for systems of equations**. 1st Editio ed. Cambridge University press, 1990.

NOBLET, V.; HEINRICH, C.; HEITZ, F.; ARMSPACH, J. P. 3-D deformable image registration: A topology preservation scheme based on hierarchical deformation models and interval analysis optimization. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 14, n. 5, p. 553–566, 2005.

OLIVEIRA, P. W. DE; CLAUDIO, D. M.; DIVERIO, T. A. **Fundamentos de Matemática Intervalar**. 2nd ed. Porto Alegre, Brasil: Editora Sagra Luzzato, 2001.

PEREIRA, L. E. DE S. **Metodologia Intervalar para Tratamento de Incertezas em Problemas de Fluxo de Potência**, 2011. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Juiz de Fora.

PEREIRA, L. E. S.; COSTA, V. M. DA. Análise de incertezas em sistemas de energia elétrica via fluxo de potência intervalar. . p.4174–4179, 2012. Campina Grande - PB: Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2012.

PEREIRA, L. E. S.; COSTA, V. M. DA; ROSA, A. L. S. Interval arithmetic in current injection power flow analysis. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 43, n. 1, p. 1106–1113, 2012. Elsevier Ltd. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijepes.2012.05.034>>. .

PIRNIA, M.; CANIZARES, C. A.; BHATTACHARYA, K.; VACCARO, A. An Affine Arithmetic method to solve the stochastic power flow problem based on a mixed complementarity formulation. **IEEE Power and Energy Society General Meeting**, p. 2–8, 2012.

QUINTANA, V. H.; TORRES, G. L.; MEDINA-PALOMO, J. Interior-point methods and their applications to power systems: a classification of publications and software codes. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 15, n. 1, p. 170–176, 2000.

RATSCHEK, H.; ROKNE, J. Experiments using Interval Analysis for Problem Solving a Circuit Design Problem. **J. Global Opt.**, v. 3, p. 501, 1993.

RATSCHEK, H.; VOLLER, R. L. What can interval analysis do for global optimization? **Journal of Global Optimization**, v. 1, n. 2, p. 111–130, 1991.

ROSAS, G. B.; LOURENÇO, E. M.; FERNANDES, T. S. P. Modelagem de ramos de impedância nula no problema de fluxo de potência ótimo. **Sba: Sociedade Brasileira**

de Controle & Automação, v. 23, n. 6, p. 766–781, 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-17592012000600009&lng=pt&tlng=pt>. .

RUBACK, R. O. **Análise de faltas em sistemas elétricos de potência considerando dados incertos**, 2016. Universidade Federal de Juiz de Fora. Disponível em: <<https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/3657/1/rodolfooliveiraruback.pdf>>. .

SCHICHL, H.; NEUMAIER, A. Interval analysis on directed acyclic graphs for global optimization. **Journal of Global Optimization**, v. 33, n. 4, p. 541–562, 2005.

SOUZA, A. R. R. DE. **Conexão de geração distribuída em redes de distribuição**, 2009, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná.

VACCARO, A.; CAÑIZARES, C. A.; BHATTACHARYA, K. A range arithmetic-based optimization model for power flow analysis under interval uncertainty. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 2, p. 1179–1186, 2013.

VACCARO, A.; CANIZARES, C. A.; VILLACCI, D. An affine arithmetic-based methodology for reliable power flow analysis in the presence of data uncertainty. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 25, n. 2, p. 624–632, 2010.

VARGAS, R. DE; BARBOZA, L. V. Incerteza de Dados em Fluxo de Carga : Uma Abordagem Usando a Matemática Intervalar. **TEMA Tend. Mat. Apl. Comput.**, v. vol 3, p. p491-502, 2008.

WANG, S.; HAN, L.; WU, L. Uncertainty Tracing of Distributed Generations via Complex Affine Arithmetic Based Unbalanced Three-Phase Power Flow. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 30, n. 6, p. 3053–3062, 2015.

WANG, Z.; ALVARADO, F. L. Interval arithmetic in power flow analysis. **Power Industry Computer Application Conference**, v. 7, n. 3, p. 156–162, 1991. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=160622>>. .

ZHU, J. **Optimization of Power System Operation**. 2nd Editio ed. IEEE Press, 2015.