

VERÔNICA MARIA COSTA ROMÃO

MÉTODO DOPPLER DE POSICIONAMENTO POR SATÉLITE NNSS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas para a obtenção do grau de Mestre em Ciências pela Universidade Federal do Paraná.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1982

MÉTODO DOPPLER DE POSICIONAMENTO

POR SATÉLITES NNSS

DISSERTAÇÃO

Apresentada ao Curso de Pós-Graduação em
Ciências Geodésicas para obtenção do Grau
de Mestre em Ciências pela Universidade
Federal do Paraná

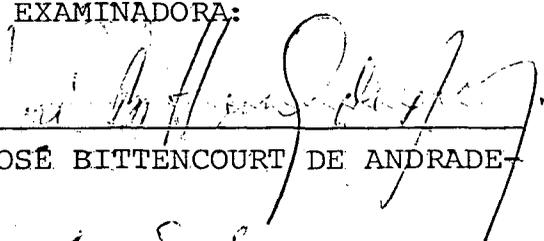
por

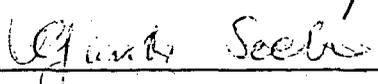
VERÔNICA MARIA COSTA ROMÃO, Eng. Cartógrafa

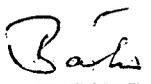
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1 9 8 2

BANCA EXAMINADORA:


Dr. JOSÉ BITTENCOURT DE ANDRADE - ORIENTADOR


Dr. GÜNTER SEEBER


Dr. HANS-PETER BÄHR

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. José Bittencourt de Andrade, pela orientação;

Ao Prof. Camil Gemael, pelas sugestões;

A Romario Cardoso de Araujo, pelo trabalho de datilografia;

A Eliane Stroparo, pelo auxílio na bibliografia;

A Takashi Dairiki, pela elaboração dos desenhos;

Aos professores e Colegas do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas que de alguma forma colaboraram na elaboração deste trabalho.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é descrever os princípios do método de posicionamento Doppler que utiliza o U.S. Navy Navigation Satellite System (NNSS) desenvolvido pelo U.S. Applied Physics Laboratory. Também é introduzida uma revisão sobre alguns modelos matemáticos utilizados na transformação de sistemas geodésicos, com o objetivo de uma futura determinação dos parâmetros que interligam os sistemas Doppler e o Datum Sul Americano - 1969 (DSA-69) e dos erros sistemáticos não solucionados da rede de triangulação brasileira.

ABSTRACT

The purpose of this thesis is to describe the basic principles of the Doppler satellite positioning method which utilizes the U.S. Navy Navigation Satellite System (NNSS) developed by the U.S. Applied Physics Laboratory. Also, the thesis offers an extensive review of the literature concerning some mathematical models used in the transformation of geodetic systems, with the objective of determining the parameters that connect the Doppler system with the South American Datum (SAD-69) and obtaining the unsolved systematic errors of the Brazilian triangulation network.

SUMÁRIO

	Página
Título.....	ii
Agradecimentos.....	iii
Resumo.....	iv
Abstract	iv
Sumário	v
Lista de Figuras.....	viii
Lista de Tabelas.....	ix

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Objetivo do Trabalho.....	01
1.2 Esboço do Trabalho.....	02
1.3 Aplicações do Método Doppler e Comparações com Outros Métodos.....	04

CAPÍTULO 2

O NAVY NAVIGATION SATELLITE SYSTEM

2.1 Introdução.....	07
2.2 Descrição Geral do Sistema Transit.....	08
2.3 Os Satélites Transit.....	11
2.4 O Efeito Doppler.....	16
2.5 As Informações Transmítidas do Satélite.....	19

CAPÍTULO 3

A MEDIDA DOPPLER

3.1	Introdução.....	23
3.2	Medida Doppler Integrada.....	25
3.2.1	Equação de Observação Para Receptores de Navegação.....	25
3.2.2	Equação de Observação Para Receptores Geodésicos.....	27
3.3	Redução das Medidas Doppler.....	34
3.3.1	Correção da Refração Troposférica.....	34
3.3.2	Correção da Refração Ionosférica.....	46

CAPÍTULO 4

EFEMÉRIDES OPERACIONAIS

4.1	Introdução.....	52
4.2	Cálculo da Posição do Satélite.....	56
4.3	Interpolação das Efemérides Operacionais.....	61
4.4	O Plano Guier.....	62
4.4.1	Coordenadas do Satélite no Plano Guier.....	65
4.4.2	Ajustamento no Plano Guier.....	69
4.5	Comparação com as Efemérides Precisas.....	70

CAPÍTULO 5

TÉCNICAS DE POSICIONAMENTO DOPPLER

5.1	Introdução.....	75
5.2	Posicionamento Por Ponto.....	77

5.2.1	Formulação do Modelo Matemático.....	78
5.3	Translocação.....	82
5.3.1	Formulação do Modelo Matemático.....	84

CAPÍTULO 6

TRANSFORMAÇÃO DE SISTEMAS GEODÉSICOS

6.1	Introdução	91
6.2	Sistemas de Referência.....	92
6.3	Modelos Matemáticos na Transformação de Sistemas Geodésicos	95
6.3.1	Modelo de Bursa.....	95
6.3.2	Modelo de Molodenskii.....	101
6.3.3	Modelo de Krakiwsky - Thomson.....	106
6.4	Parâmetros de Transformação Entre o DSA-69 e WGS-72	110

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

7.1	O Posicionamento Doppler no Brasil.....	119
7.2	Algumas Sugestões.....	120

	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	122
--	----------------------------------	-----

LISTA DE FIGURAS

Número	Página
1.1 Esboço do Trabalho.....	03
2.1 Sistema Transit.....	09
2.2 Esquema Operacional do Sistema Transit.....	11
2.3 Satélites Transit: órbita polar e aproximadamente circular.....	12
2.4 Bloco Diagrama do Satélite Transit.....	13
2.5 Satélite Transit configuração física.....	14
2.6 Geometria do Efeito Doppler.....	17
2.7 Formato das Mensagens de Dois Minutos do Satélite..	21
2.8 Padrão da Modulação em Fase dos Dados Doppler.....	22
3.1 Contagem Doppler N.....	24
3.2 Intervalo de Integração na Contagem Doppler N.....	29
3.3 Geometria da Refração Troposférica.....	43
4.1 Rede Operacional Transit (OPNET).....	55
4.2 Elipse Orbital do Satélite Transit.....	57
4.3 Elipse Orbital Transit no Sistema Terrestre Geocêntrico.....	59
4.4 Geometria do Plano Guier.....	63
4.5 Parâmetros Definidores da Curva Doppler.....	64
4.6 Redes de Rastreo TRANET e OPNET.....	72
5.1 Geometria do Posicionamento Por Ponto.....	78
5.2 Geometria de Translocação.....	84
6.1 Modelo de Bursa.....	95

6.2	Modelo de Molodenskii (1ª versão).....	102
6.3	Modelo de Molodenskii (2ª versão).....	105
6.4	Modelo de Krakiwsky - Thomson.....	107
6.5	Vértices da Rede de Triangulação Brasileira com Coordenadas Doppler,.....	113

LISTA DE TABELAS

2.1	Os Satélites OSCAR em Operação (03 OUT 1978).....	15
2.2	Parâmetros Orbitais Variáveis.....	53
2.3	Parâmetros Orbitais Fixos.....	54
6.1	Parâmetros de Transformação entre DSA-69 e Outros Sistemas.....	115
6.2	Parâmetros de transformação entre o DSA-69 e o WGS-72	116
6.3	Coordenadas Geodésicas e de Satélites dos Pontos Utilizados nos Modelos de Transformação.....	117
6.4	Comparação de Coordenadas Obtidas com Parâmetros dos Modelos de Bursa, Molodenskii e do IBGE e as da Rede Geodésica (SAD-69).....	118

Encontramos o inimigo:

nós somos ele.

Pogo

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Objetivo do Trabalho

Das várias técnicas de observação a satélite com vista ao posicionamento geodésico, o método Doppler tem sido o mais frutífero até o momento. As razões são: a sua simplicidade de operação (várias Companhias (*) tem desenvolvido equipamentos portáteis automáticos), facilidade na obtenção dos dados (as contagens Doppler são dadas na forma digital), disponibilidade independentemente das condições meteorológicas. Além do mais, com o posicionamento Doppler, todas as redes geodésicas podem estar referidas a um sistema de coordenadas geocêntrico comum, com uma precisão de $\pm 0,5m$ [19] .

Sendo um assunto novo, podendo se considerar no Brasil como em fase experimental, o presente trabalho toma um caráter monográfico na descrição do método Doppler de posicionamento desenvolvido pelo U.S. Applied Physics Laboratory que utiliza o U.S. Navy Navigation Satellite System.

Um capítulo sobre os modelos matemáticos na combinação de redes geodésicas é introduzido para motivar pesquisas na determinação mais acurada dos parâmetros que interligam os sistemas Doppler e o geodésico nacional. São apresentados alguns resultados obtidos com a utilização de dois dos modelos matemáticos aqui descritos e comparados com os parâmetros determinados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

(*) Canadian Marconi Company, JMR-1 Instruments Inc. , International Telephone and Telegraph, Magnavox Company.

1.2 Esboço do Trabalho

Para uma maior compreensão da sequência dada ao trabalho, o leitor deve se referir à figura 1.1.

A parte superior da figura que engloba estações (OPNET e TRANET) e satélites representa o esquema operacional do Navy Navigation Satellite System (NNSS) que é descrito no capítulo 2. O princípio em que se baseia o método, o efeito Doppler, e a forma como o satélite transmite suas informações orbitais (Efemérides Operacionais) e de tempo, advindas daquelas estações, são também explicadas no mesmo capítulo. Além dessas informações orbitais e de tempo, o satélite transmite ao usuário duas frequências de rádio (150MHz e 400MHz).

As frequências de rádio constituem a base para se realizar as medidas Doppler que são formadas pelas contagens (controladas pelas marcas de tempo) dos números de ciclos registrados pelo receptor. Essas medidas Doppler que são chamadas de Contagem Doppler N realizadas por receptores geodésicos e de navegação, bem como suas correções dos efeitos de refração (troposférica e ionosférica) são tratados no capítulo 3, ilustrado no lado esquerdo do centro da fig. 1.1 .

No lado direito do centro da figura 1.1., o tipo das informações orbitais (Efemérides Operacionais) e o seu emprego no cálculo das posições preditas do satélite, tanto no sistema bidimensional (plano Guier), x_G e y_G , quanto no sistema geocêntrico tridimensional, $X_T(t)$, são discutidos no capítulo 4. Na última seção deste capítulo é feita uma breve comparação entre as Efemérides Operacionais e as Efemérides Precisas.

Com as contagens Doppler observadas e as posições do

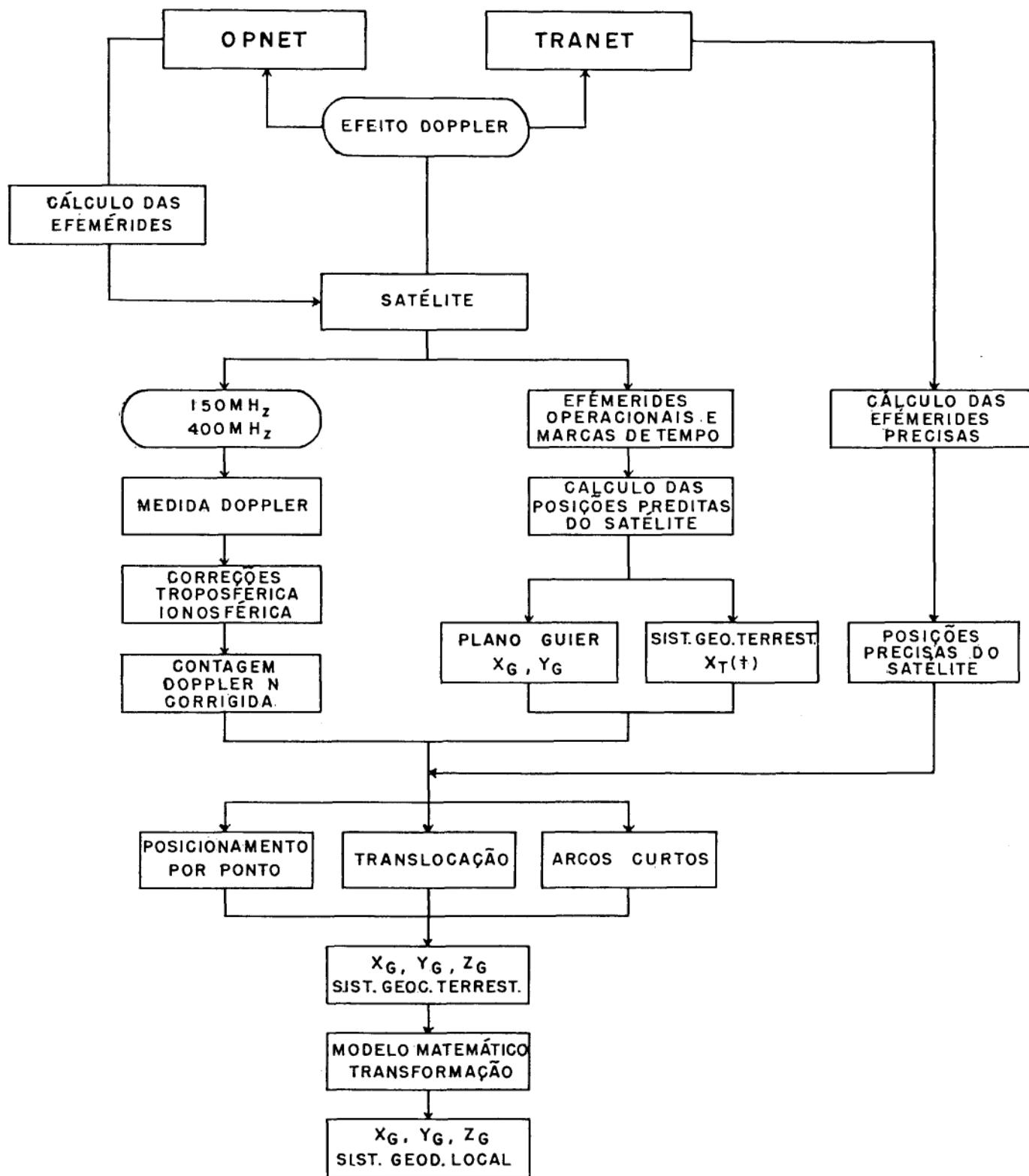


Figura 1.1 Esboço do Trabalho

satélite determinadas, através de uma das técnicas de posicionamento (Por Ponto, Translocação e Arcos Curtos) discutidas no capítulo 5, podemos obter as coordenadas tridimensionais das estações terrestres (X_G, Y_G, Z_G) .

Como mostra a parte inferior da figura, as coordenadas terrestres da estação (X_G, Y_G, Z_G) estão referidas ao sistema geocêntrico do satélite: World Geodetic System 1972 (WGS-72) se as efemérides são Operacionais, e Naval Weapons Laboratory (NWL-9D) se as efemérides são Precisas. A transformação do sistema do satélite ao sistema geodésico local para formação ou ampliação de redes geodésicas é tratada no capítulo 6.

No capítulo 7 são feitas as conclusões e dadas algumas sugestões.

1.3 Aplicações do Método Doppler e Comparações com Outros Métodos

Além das aplicações mais voltadas para atingir o objetivo cartográfico, o método Doppler tem sido também adotado com fins científicos.

Podemos citar que, para atender os objetivos da Geodésia e Geodinâmica, as principais aplicações do método Doppler são: a) estabelecimento de redes geodésicas; b) medida dos movimentos globais da Terra; c) determinação do campo de gravidade da Terra.

Como o método Doppler é considerado o mais econômico e o mais rápido no estabelecimento de pontos de controle de 1ª ordem, em comparação com os métodos convencionais, ele tem sido extensivamente adotado em diversos países (Canadá, Austrália, Estados Unidos, Brasil, etc.) na implantação de redes geodésicas nacionais ou continentais com uma precisão

de 0,5m [19]. Também, pode ser obtida grande precisão no estabelecimento de uma rede global (a rede TRANET é um exemplo) para ser utilizada como referência na análise dos movimentos da crosta (movimento das placas tectônicas) e outros movimentos. Já para o estudo detalhado do mecanismo das placas tectônicas é necessário analisar se esses movimentos são contínuos ou ocorrem inesperadamente em conexão com os terremotos, devendo-se chegar a uma precisão de 5 a 10 centímetros por ano [37]. Esses objetivos são melhores alcançados pelos métodos Laser (sobre a Lua ou sobre os satélites LAGEOS) e VLBI, embora com estes métodos o número de estações é pequeno em virtude do alto custo dos equipamentos e de suas operações. O método Doppler ainda necessita de algumas melhorias no modelo de força, no cálculo da refração e nos modelos matemáticos de observação para ser adotado aqui.

A precisão alcançada atualmente com o método Doppler na determinação do movimento do polo é de 20 cm para um intervalo de observação de 2 dias. Este é um bom resultado quando comparado com outros métodos. Com VLBI, por exemplo, a precisão obtida é de alguns centímetros, com um intervalo de observação menor que 1 dia [15]. Embora a precisão alcançada com o método Doppler seja boa, é necessário se chegar a uma precisão de 5 a 3 cm para se permitir uma análise mais refinada dos aspectos geodinâmicos desse movimento. Já na análise do movimento de rotação da Terra, o método Doppler não tem ainda a capacidade de chegar a uma precisão de 0,01" como é obtido por observações astronômicas. Alguns resultados promissores neste tipo de aplicação tem sido obtidos por Laser Lunar, Laser Satélite e VLBI. O estudo do movimento do polo e da rotação da Terra provê dados

importantes na análise do comportamento dinâmico global da Terra, como deriva secular do polo, variação do longo período da taxa de rotação da Terra, etc.

As determinações precisas do campo de gravidade da Terra tem diversas aplicações, como: a) prover um geóide estático como referência para os movimentos dos oceanos e as irregularidades de sua superfície devido a temperatura, correntes, salinidade, etc. Nesta aplicação é necessário se chegar a uma precisão de 10 cm; b) prover campo de gravidade local para áreas de interesse geodinâmico; c) prover o potencial para a determinação precisa da órbita do satélite para a Geodésia geométrica e dinâmica, e em particular para a altimetria e técnicas Doppler. Embora o campo de gravidade da Terra tenha sido determinado até agora por observações a Laser, observação fotográfica ou observação Doppler em conexão com dados da gravidade, supõe-se que a melhor técnica é o rastreamento de satélite por satélite com base nas observações Doppler das velocidades radiais relativas dos dois satélites. Alguns testes foram já realizados e mostram precisão em torno de 2mm/seg quando se utiliza frequências de 2000MHz [22].

CAPÍTULO 2

O NAVY NAVIGATION SATELLITE SYSTEM

2.1 Introdução

Com o lançamento do Sputnik I (1957 α) russo, George C. Weiffenbach e William H. Guier do Centro de Pesquisa do Laboratório de Física Aplicada da Universidade de Johns Hopkins desenvolveram uma técnica de determinação da órbita do satélite baseando-se no efeito Doppler dos sinais de rádio transmitidos pelo satélite, decorrente do movimento relativo entre o satélite e a estação terrestre receptora. Inspirado nos dois observadores, o Dr. Frank T. McClure, do mesmo Centro de Pesquisa, sugeriu um processo inverso: o posicionamento de uma estação de observação seria determinado com medidas Doppler sobre um satélite de órbita conhecida.

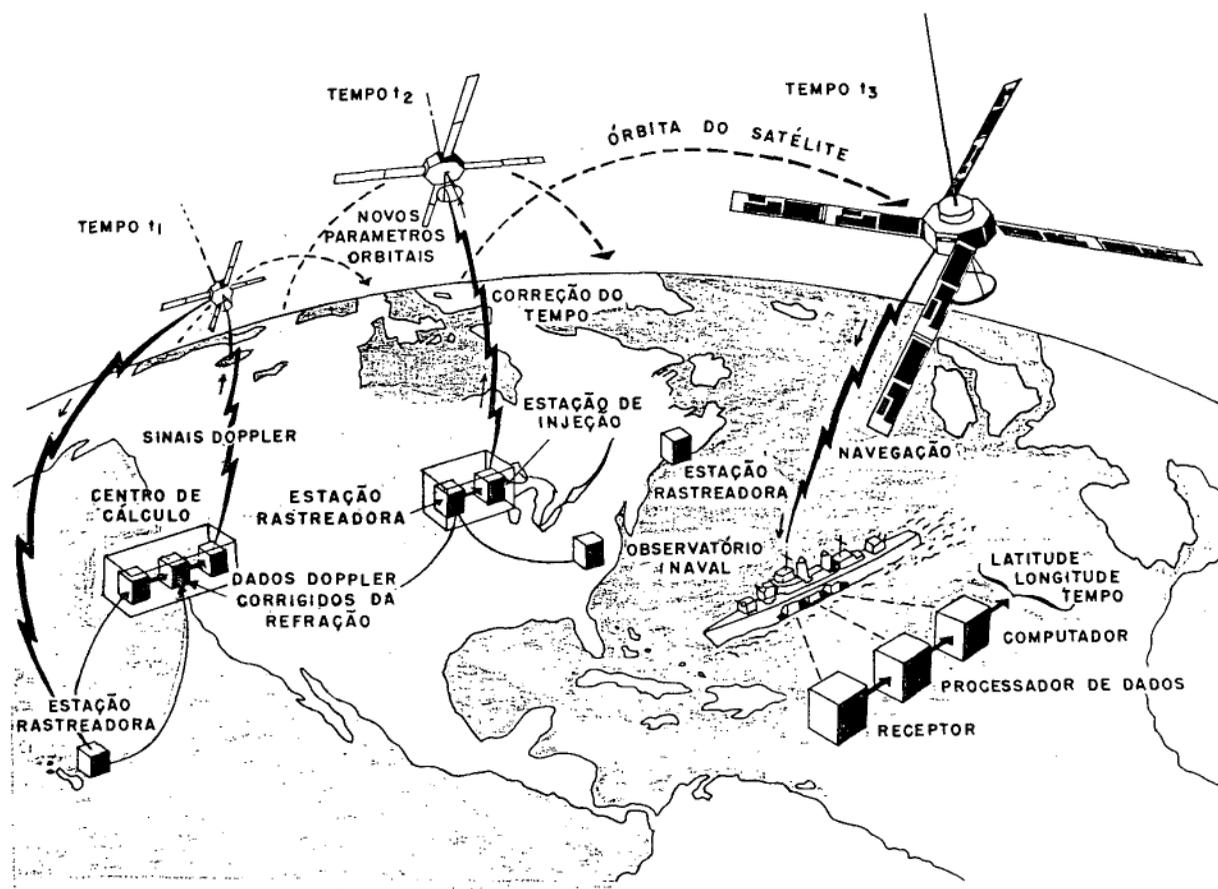
Isto conduziu, em 1958, ao desenvolvimento, para o Bureau de Guerra Naval dos Estados Unidos, do Navy Navigation Satellite System (NNSS), conhecido também como Sistema TRANSIT, como foram chamados os primeiros satélites fabricados.

As aplicações do Sistema Transit tiveram início com a navegação dos Submarinos Polaris em 1964; são três anos depois o sistema tornou-se disponível também para objetivos não militares, sendo hoje mundialmente adotado nos levantamentos geodésicos de pontos de controle e inúmeras outras aplicações em face da portabilidade dos rastreadores e da alta precisão | 02| que se pode conseguir.

Neste capítulo, temos uma descrição geral do Sistema e dos satélites Transit (seções 2.2 e 2.3, respectivamente); do princípio utilizado por este Sistema, que é o efeito Doppler (seção 2.4); e da forma como o satélite se comunica com as estações receptoras (seção 2.5).

2.2 Descrição Geral do Sistema Transit

A idéia básica do Sistema Transit consiste em empregar o efeito Doppler obtido através de frequências transmitidas pelo satélite para determinação de sua órbita no momento da observação e projetá-la para várias horas permitindo posteriormente o posicionamento de navegações e estações terrestres fixas. Para tanto, quatro estações rastreadoras que integram a rede OPNET (Operational Network), como mostra a figura 2.1 [42], precisamente posicionadas, situadas em Prospect Harbor (Maine), Rosemount (Minnesota), Point Magu (Califórnia) e Wahiawa (Hawaii) observam a variação Doppler como função do tempo [16] nos sinais transmitidos pelo satélite nas frequências de 150MHz e 400MHz durante um intervalo de tempo de 36 horas. Uma estação de tempo controlada pelo Observatório Naval dos Estados Unidos mede os desvios ocorridos nos sinais de tempo que também são transmitidos pelo satélite naquelas frequências portadoras a cada minuto par de Tempo Universal. Esses dados de tempo (TUC) e o resultado (a curva Doppler) de cada passagem do satélite observada pelas quatro estações de rastreo são enviados ao Centro de Cálculo situado também em Point Magu, onde a posição do satélite é calculada através



Estação Rastreadora: recebe, grava e digitaliza os sinais Doppler.

Centro de Cálculo: Calcula os parâmetros orbitais futuros e a correção do tempo.

Estação de Injeção: transmite os novos parâmetros orbitais e a correção do tempo (TUI - TUC).

Navegação: recebe os sinais Doppler, os parâmetros orbitais e o tempo.

Figura 2.1 O Sistema Transit

de integração numérica das equações de movimento do satélite [20] e sua órbita é projetada para 16 horas. Os elementos dessa órbita predita - as Efemérides Operacionais (ver capítulo 4) - e as correções de tempo (TUI-TUC) são injetados na memória eletrônica do satélite cada doze horas por duas estações injetoras (Point Magu e Rosemount). O satélite retransmite ao usuário, em forma de sinais digitais, as informações orbitais e as marcas de tempo (ver seção 2.5) que juntamente com as medidas Doppler observadas (capítulo 3) pelo rastreador local conduzem à determinação da posição da estação observadora (capítulo 5).

Um outro grupo de 20 estações rastreadoras espalhadas por todo globo terrestre, formando a chamada rede TRANET (Tracking Network), baseando-se em 48 horas de observações Doppler, calculam para um ou mais satélites, em dias alternados, os elementos orbitais precisos -as Efemérides Precisas- que são diretamente enviadas ao usuário pela U.S. Defense Mapping Agency . A seção 4.5 tratará o assunto com maiores detalhes. Na figura 2.2 resumimos um esquema operacional do Sistema Transit [53] .

A manutenção e operação do Sistema Transit fica sob a responsabilidade do Navy Astronautics Group sediado em Point Magu, na California.

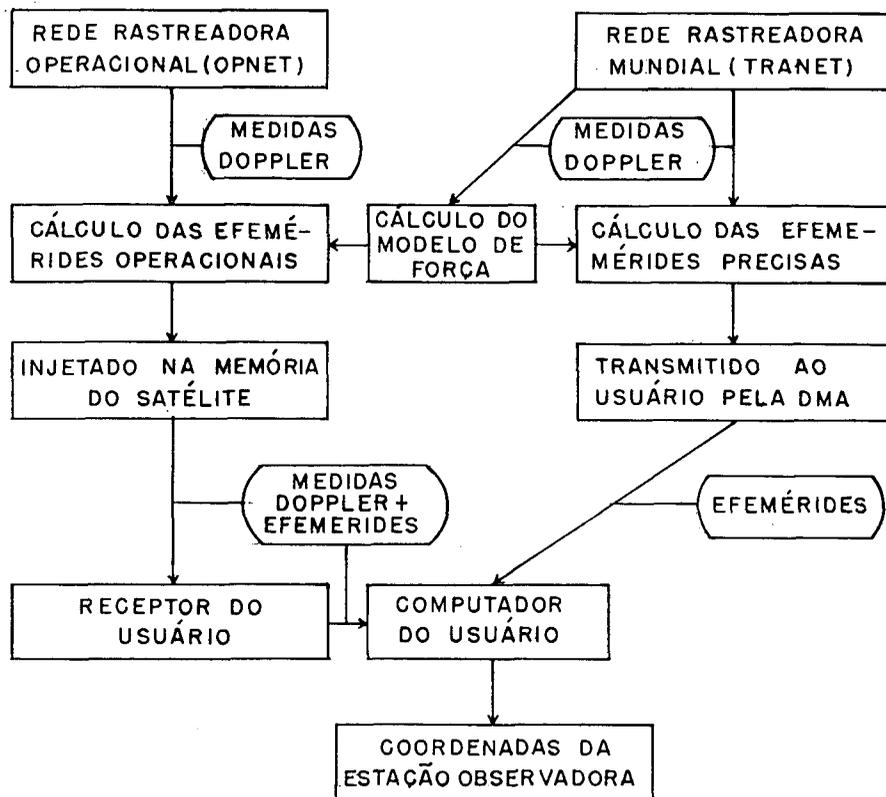


Figura 2.2 Esquema Operacional do Sistema Transit

2.3 Os Satélites Transit

Os satélites do Sistema Transit possuem órbita polar e aproximadamente circular a uma altitude de 1100 km (600 milhas náuticas) com um período orbital em torno de 106 minutos (fig. 2.3). A cada volta, o satélite cruza o equador a aproximadamente 26° mais para oeste por causa do movimento de rotação da Terra.

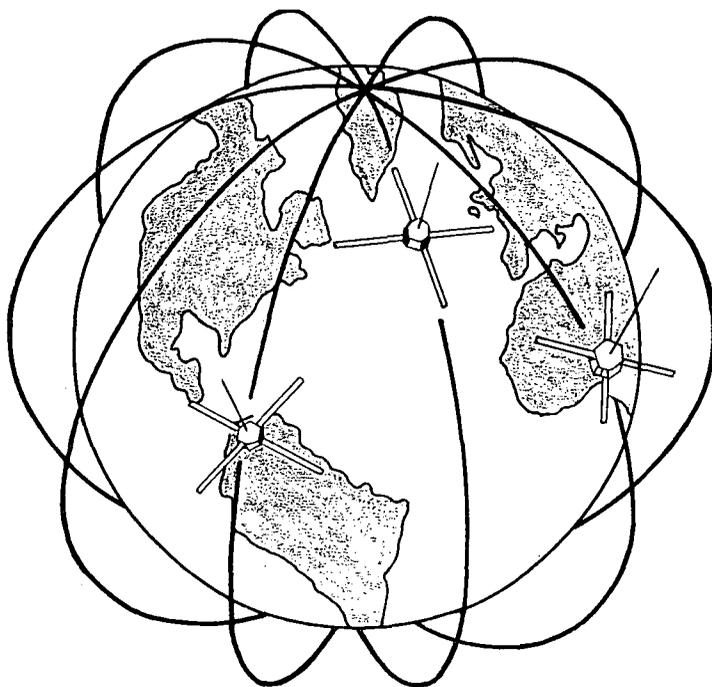


Figura 2.3 Satélites Transit: órbita polar e aproximadamente circular.

A parte principal do satélite que abriga todo sistema eletrônico estão fixados quatro painéis solares que permitem a manutenção das baterias internas do sistema. Além disso, o satélite possui outros importantes elementos, como: uma memória para registro dos dados orbitais e as correções de tempo enviados pelas estações injetoras; circuitos multiplicadores para proverem duas frequências de rádio coerentes (150MHz e 400MHz), dois transmissores de rádio, um relógio e um oscilador altamente estável (estabilidade de uma parte em 10^{11} num tempo médio de 1,3 segundos [36]) que controla todos esses equipamentos.

Basicamente, o sistema eletrônico do satélite é mostrado esquematicamente na Figura 2.4 [47]. As frequências portadoras

transmitidas pelo satélite em aproximadamente 150MHz e 400MHz são muito estáveis por serem derivadas diretamente da multiplicação do sinal resultante do oscilador através dos dois circuitos multiplicadores. A saída do oscilador também é dividida em frequência para dirigir o sistema de memória, onde as mensagens orbitais enviadas pela estação de injeção são lidas e codificadas por modulação em fase nas frequências de 150 e 400MHz. As correções de tempo, obtidas também periodicamente da estação de injeção, são gravadas na memória e aplicadas a cada $9,6 \mu\text{seg}$. Assim, os sinais transmitidos pelo satélite são duas frequências de referência constante nas quais se modulam sinais orbitais e de tempo.

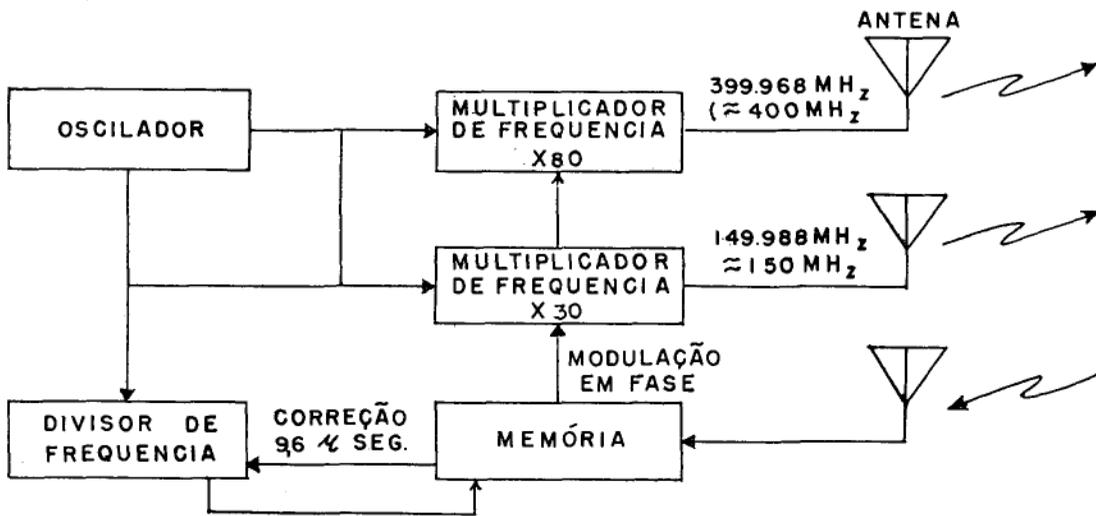


Figura 2.4 Bloco Diagrama do Satélite Transit

Esses sinais modulados em fase por retardamento ou avanço da mesma frequência que é usada para determinar a variação Doppler são transmitidos à estação terrestre por uma antena que está sempre direcionada para a Terra por causa do aumento do gradiente de gravidade. A figura 2.5 ilustra a configuração física do satélite Transit [22].

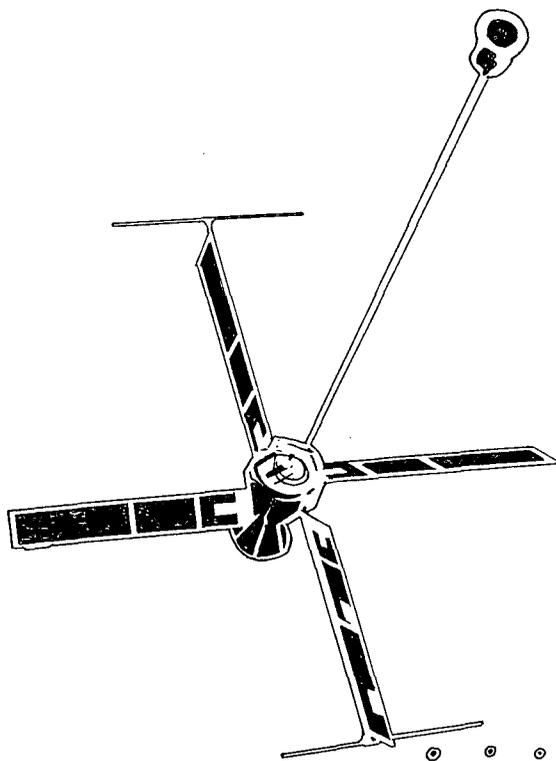


Figura 2.5 Satélite Transit: configuração física

Atualmente, existem cinco satélites da série de satélites OSCAR, lançados a partir de 1967, que estão em operação, como mostra a tabela 2.1 [22]. Treze desses satélites ficam em reserva para possível substituição daqueles já em órbita.

Nº DO SATÉLITE *	DATA DE LANÇAMENTO	TEMPO EM SERVIÇO	TEMPO FORA DE SERVIÇO
30120-36	14 abr 67	137 meses	9 hs 28 min
30130-40	18 mai 67	136 meses	34 hs 34 min
30140-56	25 set 67	132 meses	52 hs 06 min
30190-28	27 ago 70	96 meses	147 hs 22 min
30200-16	29 out 73	58 meses	9 hs 38 min

* Nº de identificação do satélite utilizado pelo Applied Physics Laboratory

Tabela 2.1 Os Satélites OSCAR em operação (03 out 1978)

Uma nova geração de satélites está sendo produzida pela RCA Astro Electronics de acordo com o programa chamado Transit Improvement Program (TIP), desenvolvido pela marinha Norte Americana há vários anos atrás. Estes satélites denominados NOVA são em número de três e o primeiro deles foi lançado no 2º semestre de 1981. Segundo o TIP, eles preencherão os "vazios" existentes entre os satélites OSCAR 30120 e 30200, além de trazerem várias melhorias ao sistema. As principais melhorias apontadas pelo TIP são: um sistema chamado DISCOS (Disturbance Compensation System) para compensar as forças externas, como atrito atmosférico e pressão de radiação solar, que atuam sobre o satélite; um computador programável a bordo do satélite que tem memória estendida podendo prover parâmetros orbitais para dez dias e um sistema de controle do tempo, bem como da frequência do oscilador muito mais preciso [07].

Um plano da marinha Norte americana é manter no futuro dois satélites OSCAR e dois satélites NOVA em órbita até que haja necessidade de um período de transição para reequipar a "constelação".

2.4 O Efeito Doppler

Um satélite artificial S com uma velocidade v_S envia um sinal contínuo, não modulado, numa frequência fixa f_S a uma estação rastreadora R de velocidade v_R (fig. 2.6). O sinal transmitido no tempo t_1 , quando a distância entre o satélite e a estação é r , sofre uma variação na frequência devido ao movimento relativo entre S e R, chegando à estação no tempo t_2 com uma frequência f_R . Nesse momento, se considerarmos que no intervalo de tempo $(t_2 - t_1)$ a velocidade v_R é constante, a estação tem se deslocado de uma distância $v_R(t_2 - t_1)$. Supondo que o meio de propagação é o vácuo, a velocidade c do sinal é a velocidade da luz. Assim, o sinal ao chegar à estação percorreu uma distância $c(t_2 - t_1)$ [14].

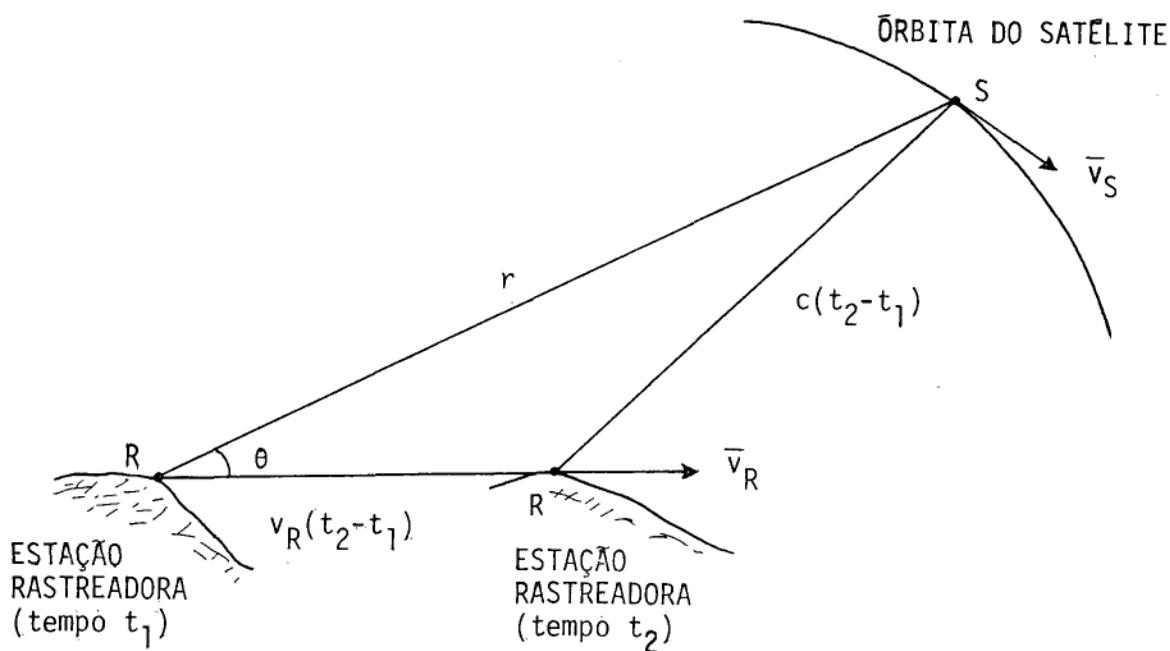


Figura 2.6 Geometria do Efeito Doppler

Aplicando a lei dos cossenos ao triângulo formado:

$$c^2(t_2 - t_1)^2 = r^2 + v_R^2(t_2 - t_1)^2 - 2rv_R(t_2 - t_1)\cos\theta . \quad (2-1)$$

Temos aí uma equação do 2^o grau em $(t_2 - t_1)$, cuja solução nos dá:

$$(t_2 - t_1) = \frac{r}{c^2 - v_R^2} \left(\sqrt{c^2 - v_R^2 \sin^2\theta} - v_R \cos\theta \right), \quad (2-2)$$

que é o intervalo de tempo levado pelo sinal para chegar à estação R.

Consideremos agora o intervalo de tempo (Δt_R) entre duas recepções dos sinais transmitidos num intervalo de tempo Δt_S . Supondo este intervalo suficientemente pequeno, diferenciemos a última expressão (2-2) com relação a t_1 :

$$\frac{dt_2}{dt_1} = 1 + \frac{d}{dt_1} \left[\frac{r}{c^2 - v_R^2} (\sqrt{c^2 - v_R^2} \sin^2 \theta - v_R \cos \theta) \right] \quad (2-3)$$

ou

$$\Delta t_R = \Delta t_S \left(1 + \frac{d}{dt_1} \left[\frac{r}{c^2 - v_R^2} (\sqrt{c^2 - v_R^2} \sin^2 \theta - v_R \cos \theta) \right] \right). \quad (2-4)$$

Nesse período Δt_S , considerado suficientemente pequeno, o ângulo θ e a velocidade v_R podem ser supostos constantes. E como a velocidade v_R do receptor é muito pequena comparada à velocidade c de propagação, a expressão acima reduz-se a:

$$\Delta t_R = \Delta t_S \left(1 + \frac{1}{c} \frac{dr}{dt_1} \right). \quad (2-5)$$

E em termos de frequência:

$$f_R = f_S \left(1 + \frac{1}{c} \frac{dr}{dt_1} \right)^{-1} \quad (2-6)$$

Desenvolvendo a expressão acima, obtemos [43]:

$$f_R = f_S \left[1 - \frac{1}{c} \frac{dr}{dt_1} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{dr}{dt_1} \right)^2 - \frac{1}{c^3} \left(\frac{dr}{dt_1} \right)^3 + \dots \right] \quad (2-7)$$

Considerando que a velocidade radial dr/dt é pequena comparada com a velocidade c de propagação, então a (2-7) reduz-se a

$$f_R = f_S \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dr}{dt_1} \right) \quad (2-8)$$

O desenvolvimento acima foi um dos muitos métodos existentes para explicar o efeito Doppler. Também, não foi considerado aqui o efeito Doppler relativista, já que a teoria da Relatividade Especial (time dilatation) pode ser negligenciada quando as velocidades envolvidas (do transmissor e receptor) são pequenas comparadas à velocidade c de propagação da onda eletromagnética.

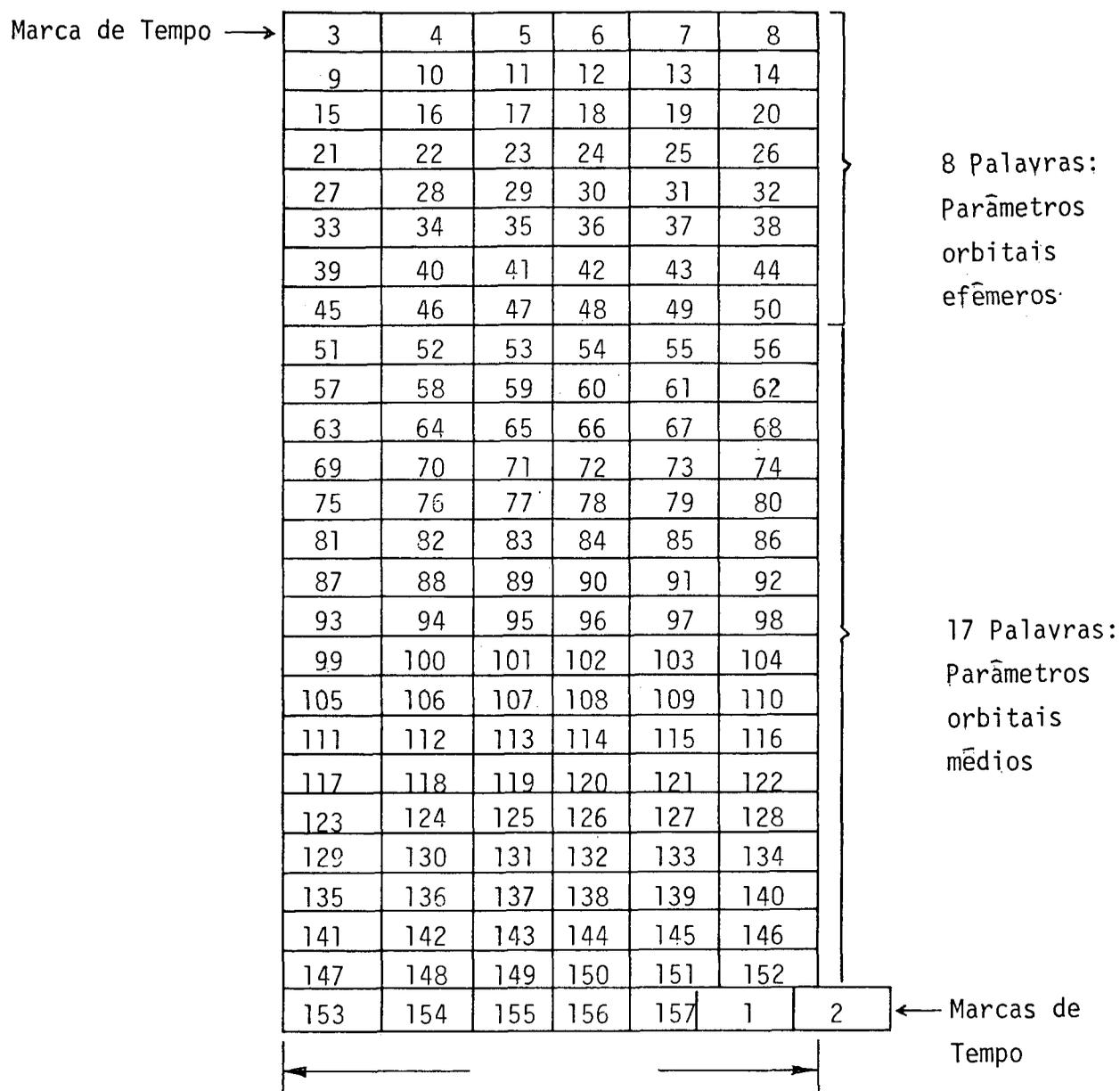
Podemos encontrar num trabalho de John L.Linder [36] uma abordagem ainda mais simples do assunto para leitores com conhecimento elementar da Física e também um tratamento mais sofisticado empregando a teoria da Relatividade Especial.

2.5 As Informações Transmitidas do Satélite

Para o posicionamento de uma estação terrestre fixa ou uma navegação, são necessários a medida do efeito Doppler e o conhecimento da órbita do satélite. No caso de uma navegação acrescenta-se informações sobre seu movimento. Assim, além das frequências de 150MHz e 400MHz, controladas por osciladores altamente estáveis que não variam mais que 1 parte em 10^{11} [47], usadas para a medida do efeito Doppler, os satélites Transit transmitem também uma série de sinais digitais que são modulados

em fase nas frequências portadoras (150MHz e 400MHz) a fim de proverem informações sobre os parâmetros orbitais (Efemérides Operacionais) e as marcas de tempo em que esses parâmetros são enviados. Os sinais são transmitidos a cada 120 segundos consistindo de 6.103 bits binários agrupados em 156 palavras de 39 bits e uma de 19 bits (fig. 2.7). O padrão da modulação em fase para um binário "1" e um binário "0" é mostrado na figura 2.8 [42]. A fase da onda portadora é avançada de 60° . Esse avanço permanece por 2,46 mseg, passando depois para um retardo de 120° , isto é, para 60° da frequência não modulada. Depois de uma pausa de mais 2,46 mseg, a fase retorna para 60° , ficando numa posição não modulada durante 4,92 mseg, quando começa outra modulação. Como mostra a figura, o binário "0" é transmitido com um padrão inverso. As palavras são organizadas em grupos de seis (234 bits) cuja duração de transmissão é de $234 \times 120 \text{ seg} / 6103 = 4,601015894 \dots$ segundos. Da última palavra de cada grupo são extraídas informações que descrevem a órbita do satélite, num total de 25 palavras em cada mensagem de 2 minutos. As mensagens começam e terminam no instante do minuto par de Tempo Universal que funciona como marca de tempo do satélite. A marca de tempo é detectada nas três primeiras palavras [05].

As Efemérides Operacionais contidas nas 25 palavras consistem de dois conjuntos de parâmetros orbitais: um conjunto de parâmetros orbitais variáveis (veja Tabela 4.1), formado pelas 8 primeiras palavras, que descrevem as perturbações na trajetória do satélite em relação à órbita média predita a exatamente cada minuto par de Tempo Universal; e outro conjunto de parâmetros orbitais fixos, (veja Tabela 4.2) contidos nas últimas



Obs.: A palavra 157 é de 19 bits.

Figura 2.7 Formato das Mensagens de Dois Minutos do Satélite

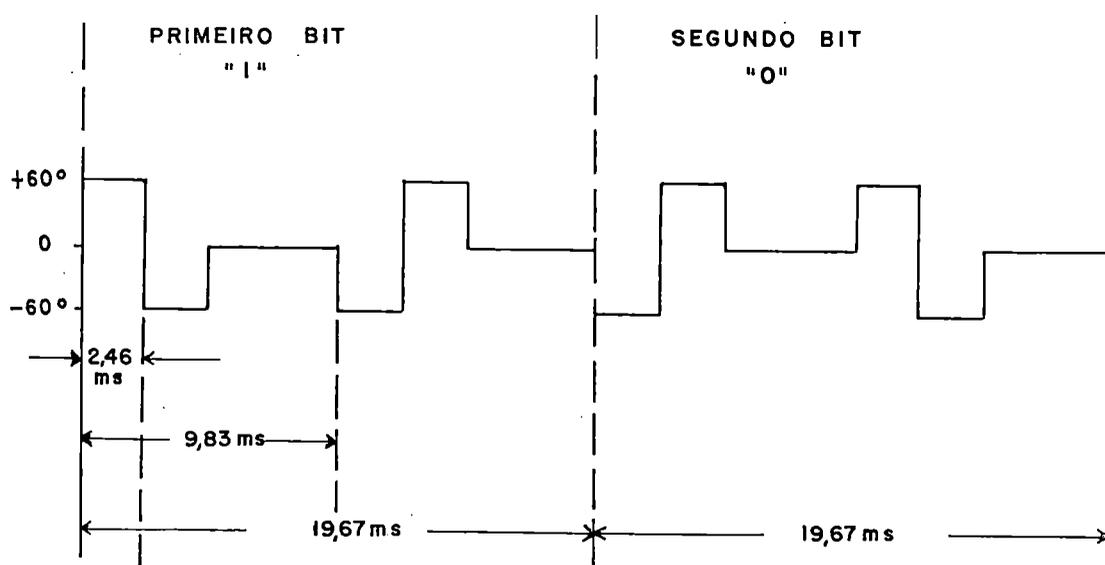


Figura 2.8 Padrão da Modulação em Fase dos Dados Transit

17 palavras, que definem a órbita média predita e cujos valores mudam duas vezes por dia. Esses parâmetros fixos e variáveis são de codificados pelo receptor e usados para o cálculo das posições preditas do satélite a cada intervalo de 2 minutos.

CAPÍTULO 3

A MEDIDA DOPPLER

3.1 Introdução

O satélite Transit envia à estação rastreadora duas frequências estáveis e harmonicamente relacionadas de 150MHz e 400MHz. O receptor da estação mede a variação ocorrida nessas frequências devido ao movimento relativo entre o satélite e a estação. De acordo com a (2-8), a frequência recebida f_R é uma função da frequência transmitida f_S ,

$$f_R = f_S \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dr}{dt} \right)$$

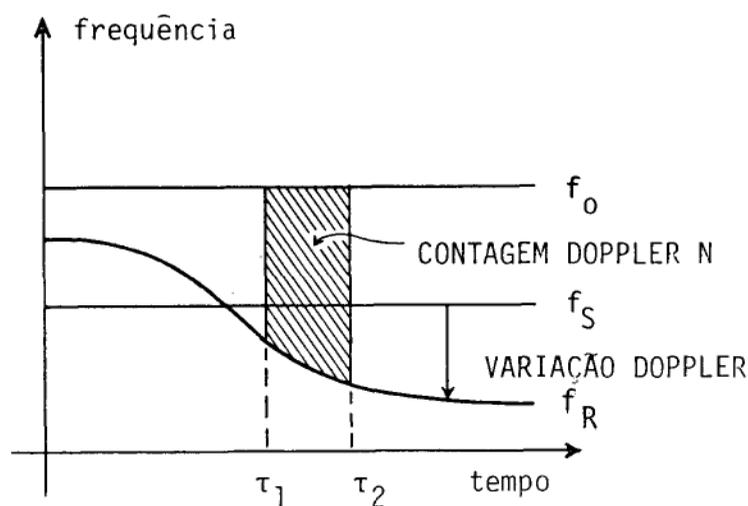
(supondo o efeito Doppler não relativista). Mas, por razões técnicas, em lugar de se comparar a frequência transmitida pelo satélite (f_S) com a frequência que chega ao receptor (f_R), compara-se a frequência recebida com uma frequência de referência constante, f_0 , que é gerada pelo próprio receptor (*) para formar a frequência de batimento ($f_0 - f_R$). A medida Doppler é feita integrando-se essa frequência de batimento num determinado intervalo de tempo para se obter a contagem Doppler N (fig. 3.1).

(*) Este tipo de receptor é dito heterodino, isto é, ele utiliza um processo de mistura da frequência recebida com uma frequência que é produzida pelo oscilador do receptor [45].

De acordo com a figura 3.1

$$N = \int_{\tau_1}^{\tau_2} (f_0 - f_R) d\tau \quad (3-1)$$

onde τ_1 e τ_2 são os limites de integração deduzidos de sinais de tempo e N é o número de vezes que a voltagem do sinal da frequência de batimento ($f_0 - f_R$) passa pelo zero do negativo para o positivo naquele intervalo de tempo ($\tau_2 - \tau_1$) (fig. 3.2).



f_0 : frequência de referência (400MHz)

f_S : frequência transmitida (399,968 MHz)

f_R : frequência recebida (399,968 MHz \pm 0,010MHz)

$\tau_2 - \tau_1$: intervalo de tempo em que é realizada a medida Doppler

Figura 3.1 Contagem Doppler N

Neste capítulo veremos como são feitas as medidas Doppler tanto por receptores de navegação quanto por receptores geodésicos e como essas medidas são reduzidas dos efeitos da refração troposférica e ionosférica.

3.2 Medida Doppler Integrada

De acordo com o receptor utilizado os limites de integração na equação (3-1) para a medida Doppler integrada são deduzidos dos sinais (marcas) de tempo do satélite ou do relógio do receptor. Como exemplo, os receptores da Companhia Magnavox AN/SRN - 9 [38] e outros receptores de navegação usam o intervalo de integração definido pelos sinais de tempo do satélite; já os receptores da Magnavox Geociever AN/PRR - 14 e outros receptores geodésicos da Canadian Marconi Company (CMA-722B e CMA-751) e da JMR Instruments Inc. (JMR-1) podem utilizar os sinais de tempo do satélite ou do relógio do receptor para limites de integração. Veremos a seguir as equações de observação da medida Doppler integrada para os dois tipos de receptores (navegação e geodésico).

3.2.1 Equação de Observação para Receptores de Navegação

Os sinais transmitidos pelo satélite nas épocas t_i serão captados e medidos pelo receptor nas épocas τ_i . Uma equação de observação Doppler é formada relacionando-se as medidas realizadas nas épocas τ_i com as posições do satélite dadas nas épocas t_i . Uma forma de relacionar essas duas escalas de tempo é através das marcas de tempo enviadas pelo satélite a cada minuto

par de T.U. Assim, vamos considerar que o satélite envia duas marcas de tempo nas épocas t_1 e t_2 e que nesses instantes as distâncias entre o receptor e o satélite são r_1 e r_2 respectivamente. Supondo que o meio de propagação dos sinais é o vácuo, as marcas de tempo serão recebidas nas épocas

$$\tau_1 = t_1 + \frac{r_1}{c} \quad \text{e} \quad \tau_2 = t_2 + \frac{r_2}{c} ,$$

respectivamente. Neste intervalo de tempo $(\tau_2 - \tau_1)$ entre as recepções das duas marcas de tempo será feita a contagem Doppler N:

$$\begin{aligned} N &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} (f_0 - f_R) d\tau \\ &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} f_0 d\tau - \int_{\tau_1}^{\tau_2} f_R d\tau \end{aligned} \quad (3-2)$$

Supondo que a frequência de transmissão, f_s , e a frequência de referência do receptor, f_0 , são constantes durante uma passagem do satélite (no máximo, 18 minutos), a primeira integral torna-se:

$$\begin{aligned} \int_{\tau_1}^{\tau_2} f_0 d\tau &= f_0 (\tau_2 - \tau_1) \\ &= f_0 \left(t_2 + \frac{r_2}{c} - t_1 - \frac{r_1}{c} \right) \\ &= f_0 (t_2 - t_1) + \frac{f_0}{c} (r_2 - r_1) \end{aligned} \quad (3-3)$$

O número de ciclos recebidos entre as épocas τ_1 e τ_2 é igual ao número de ciclos transmitidos entre as épocas t_1 e t_2 . Desta forma, a segundo integral na (3-2) pode ser escrita como:

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} f_R d\tau = \int_{t_1}^{t_2} f_S dt$$

$$= f_S(t_2 - t_1) \quad (3-4)$$

Substituindo a (3-3) e (3-4) na (3-2), temos:

$$N = (f_0 - f_S)(t_2 - t_1) + \frac{f_0}{c} (r_2 - r_1) \quad (3-5)$$

Esta é a equação de observação para a contagem Doppler integrada utilizada pelos receptores de navegação [54].

3.2.2 Equação de Observação para Receptores Geodésicos

Para a dedução da equação (3-5) foi suposto que a contagem Doppler era processada no intervalo de tempo definido pelas marcas de tempo do satélite quando estas eram recebidas pelo receptor (épocas τ_i). Contudo, na prática, a medida Doppler ocorre de forma diferente. A frequência Doppler recebida (f_R) é rastreada por um "tracking filter" (*) e é misturada com a frequência de

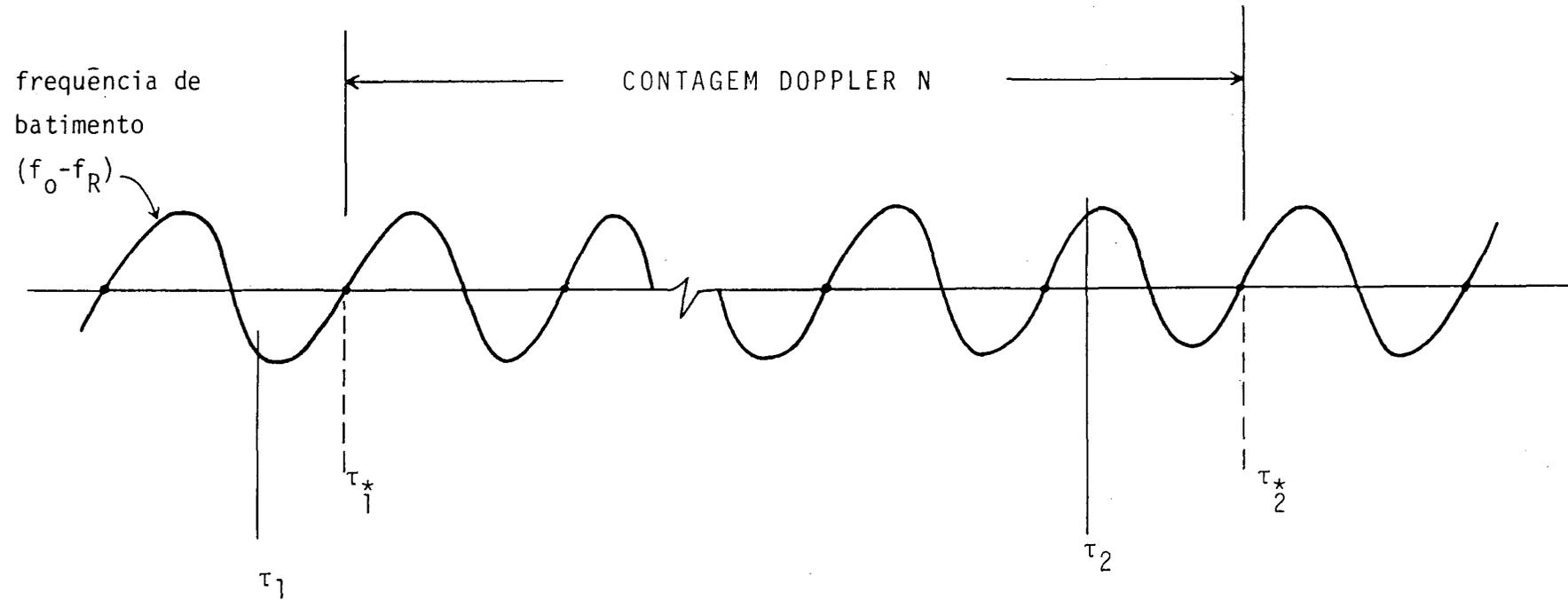
(*) O "tracking filter" é um filtro de banda passante estreita com uma extensão de faixa de onda em torno de 10 ciclos. Sua frequência central se ajusta automaticamente à frequência que entra, permitindo a recepção de uma frequência variável em uma banda muito estreita.

de referência local (f_0) para produzir uma frequência intermédia (FI) ou frequência de batimento ($f_0 - f_R$). Quando a voltagem do sinal desta frequência atinge o valor zero, são gerados pulsos que são usados para registrar uma contagem Doppler através de um contador. Como temos sinais de duas frequências (150MHz e 400MHz), são usados neste processo dois conjuntos de circuitos e de contadores. E as marcas de tempo, extraídas dos sinais por modulação em fase por circuitos demoduladores e decodificadores, geram pulsos (que são chamados "pulsos de tempo") utilizados para começar e parar a contagem Doppler. Mas as épocas em que os pulsos de tempo são gerados para controlar os contadores (épocas τ_i) e a frequência de batimento é integrada (vamos chamar de épocas τ_i^*) não são as mesmas, como mostra a fig. 3.2. Segundo Krakiwsky e Wells [33], essa diferença entre as escalas de tempo ($\tau_i - \tau_i^*$) não é superior a 40 μ seg, correspondendo a um deslocamento do satélite de 30 cm.

Nos receptores geodésicos, o uso de relógios locais reduz este efeito.

Por conveniência, o valor nominal de 400MHz da frequência transmitida pelo satélite é alterado em aproximadamente -80 partes por milhão, ou seja, -32KHz que misturada com a frequência de referência de 400MHz forma uma frequência de batimento $|f_0 - (f_S \pm \text{variação Doppler})|$ sempre positiva (32KHz \pm 10KHz), onde os 10KHz correspondem à variação na frequência transmitida f_S (variação Doppler) [54].

Como nos receptores geodésicos o relógio local é sincronizado com o relógio do satélite, na equação (3-1) podemos usar as épocas τ_i^* como limites de integração:



τ_i : épocas em que os sinais de tempo são detectados

τ_i^* : épocas dos primeiros zeros da voltagem da frequência $(f_0 - f_R)$ depois das épocas τ_i

Figura 3.2 Intervalo de Integração na Contagem Doppler N

$$\begin{aligned}
 N &= \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} (f_0 - f_R) d\tau^* \\
 &= \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} f_0 d\tau^* - \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} f_R d\tau^* \quad (3-6)
 \end{aligned}$$

A segunda integral da (3-6) pode ser escrita na forma:

$$\begin{aligned}
 \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} f_R d\tau^* &= \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} f_S \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dr}{dt} \right) d\tau^* \\
 &= \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} f_S d\tau^* - \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} \frac{f_S}{c} \frac{dr}{dt} d\tau^* \\
 &= f_S (\tau_2^* - \tau_1^*) - \frac{f_S}{c} \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} \frac{dr}{dt} d\tau^* \quad (3-7)
 \end{aligned}$$

Embora as escalas de tempo t_i e τ_i^* difiram na época, a diferença nos intervalos dt e $d\tau^*$ pode ser negligenciada, ou seja, podemos fazer $dt = d\tau^*$. Então, a integral na (3-7) torna-se:

$$\frac{f_S}{c} \int_{\tau_1^*}^{\tau_2^*} \frac{dr}{dt} d\tau^* = \frac{f_S}{c} [r(\tau_2^*) - r(\tau_1^*)] \quad (3-8)$$

Substituindo este resultado na (3-7) e em seguida na (3-6), temos

$$N = (f_0 - f_S)(\tau_2^* - \tau_1^*) + \frac{f_S}{c} [r(\tau_2^*) - r(\tau_1^*)] \quad (3-9)$$

Esta equação de observação, usada pelos receptores geodésicos, apresenta duas diferenças em relação a anterior (3-5): nas escalas de tempo (t_i foi substituída por τ_i^*) e nas frequências (f_0 foi substituída por f_S no 2º termo).

Como as posições do satélite são dadas nas épocas t_i e com a equação (3-9) teremos as posições do satélite nas épocas τ_i^* , a diferença entre as épocas, $\Delta t_i = \tau_i^* - t_i$, deve ser determinada. Segundo Wells [54] pode ser determinado um valor de 50 μseg para Δt_i ; e como os satélites Transit se movem com uma velocidade em torno de 7500 m/s, essa diferença de 50 μseg nas escalas de tempo corresponde a um erro de 0,5 m na componente tangencial (along track) do deslocamento do satélite. A seguir apresentamos um dos procedimentos utilizados por Wells [54] para a determinação do Δt_i .

O cálculo de Δt_i pode ser feito através da equação

$$\begin{aligned} \Delta t_i &= \tau_i^* - t_i \\ &= \Delta t_0 + \left[\frac{f_0(t_0) - f_n}{f_n} \right] (t - t_0) + \frac{\dot{f}}{2f_n} (t - t_0)^2 \quad (3-10) \end{aligned}$$

em que

$$\Delta t_0 = \tau_0^* - t_0,$$

ou seja, a diferença entre as escalas de tempo τ^* e t na época da sincronização (relógio local sincronizado com o relógio do satélite).

$f_0(t_0)$ é a frequência gerada pelo oscilador local na época da sincronização (t_0). É uma constante cujo valor depende do receptor utilizado.

f_n é o valor nominal de 400MHz da frequência do oscilador local.

\dot{f} é simplesmente uma constante que depende do tipo de receptor.

A constante Δt_0 é determinada em laboratório e está eivada de um "retardo de propagação" (que varia entre 3000 e 13000 μ seg, dependendo da elevação do satélite à época da sincronização) e um "retardo do receptor" (variando entre 500 e 1000 μ seg, dependendo do receptor utilizado).

Para determinar as constantes

$$\left[\frac{f_0(t_0) - f_n}{f_n} \right] / f_n$$

(que varia entre 100 e 1000 partes em 10^{10}) e \dot{f}/f_n (varia entre

mais e menos 10 partes em 10^{10} por dia) deve-se registrar de passagem para passagem o desvio da frequência ($f_0 - f_S$).

Com estas três constantes determinadas, podemos ter um valor para Δt_i . Desta forma, a equação (3-9) torna-se:

$$N = (f_0 - f_S)(t_2 + \Delta t_2 - t_1 - \Delta t_1) + \frac{f_S}{c} [r(t_2 + \Delta t_2) - r(t_1 + \Delta t_1)] \quad (3-11)$$

ou

$$N = (f_0 - f_S)(t_2 - t_1) + \frac{f_S}{c} [r(t_2) - r(t_1)] + \Delta \quad (3-12)$$

onde

$$\Delta = (f_0 - f_S)(\Delta t_2 - \Delta t_1) + \frac{f_S}{c} [\Delta r_2 - \Delta r_1] \quad (3-13)$$

em que

$$\Delta r_2 = r(t_2 + \Delta t_2) - r(t_2),$$

$$\Delta r_1 = r(t_1 + \Delta t_1) - r(t_1).$$

O menor intervalo de integração utilizado tanto pelos receptores de navegação quanto os receptores geodésicos é aquele correspondente à duração de tempo de transmissão de um grupo de seis palavras, ou seja, 4,601015894 segundos, podendo ser usado qualquer múltiplo desse intervalo, ou mesmo 120 segundos, para a integração da frequência de batimento.

3.3 Redução das Medidas Doppler

Na dedução da equação do efeito Doppler na seção 2.4, assumimos que o caminho percorrido pelo sinal era o vácuo, com velocidade c de propagação constante.

Os satélites Transit estão a uma altitude aproximada de 1100 km transmitindo sinais que atravessam duas camadas principais da atmosfera com índices de refração diferentes. Uma camada é a troposfera com uma extensão a partir da superfície física da Terra em torno de 30 km; a outra é a ionosfera que se estende dos 30 km até 400 km aproximadamente.

Nesta seção veremos os modelos matemáticos de redução das observações Doppler dos efeitos das refrações troposférica e ionosférica.

3.3.1 Correção da Refração Troposférica

Quando o comprimento de onda de um sinal ao atravessar um meio é uma função da frequência esse meio é dito dispersivo. E quando o comprimento de onda é função da posição e tempo, o meio é dito não-homogêneo. Tanto a troposfera como a ionosfera são meios dispersivos e não-homogêneos.

A troposfera é uma camada aproximadamente esférica de gases com um índice de refração um pouco maior que a unidade ($n \approx 1,0003$). Assim, o sinal percorre uma distância aparente (distância medida no meio real mas ainda se supondo a velocidade c no vácuo) maior que a distância geométrica (no vácuo). As ondas eletromagnéticas ao atravessarem a troposfera são afetadas

por três fatores: a constituição, dispersão e não-homogeneidade do meio.

A troposfera é constituída de 80% de nitrogênio e 20% de oxigênio, com pequenas quantidades de hélio, neônio, criptônio, xenônio, hidrogênio, dióxido de carbono, monóxido de carbono, vapor de água e outros.

O índice de refração troposférica é normalmente dado pela equação de Lorenz-Lorentz:

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \sum R_i \rho_i \quad , \quad (3-14)$$

onde n é o índice de refração, R_i é a refratividade específica do i -ésimo gás, e ρ_i é a densidade parcial do i -ésimo gás. Como o índice de refração da troposfera é próximo da unidade, a equação (3-14) é reduzida para

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = (n-1) \frac{(n+1)}{n^2+2} \approx \frac{2}{3} (n-1). \quad (3-15)$$

Uma fórmula empírica, baseada nessa equação é dada por E.K.Smith e S.Weintraub

$$\begin{aligned} N &= (n-1) \times 10^6 \\ &= \frac{77,6}{T} \left(P + \frac{4810}{T} \lambda \right), \end{aligned} \quad (3-16)$$

onde N é refratividade, T é a temperatura dada em graus Kelvin, P é a pressão dada em milibares, λ é a pressão parcial de vapor d'água dada em milibares. Podemos separar a equação (3-16) em

duas componentes: uma refratividade seca (N_d) e uma refratividade de úmida (N_w),

$$N = N_d + N_w \quad ,$$

com

$$N_d = \frac{77,6}{T} P$$

e

$$N_w = \frac{77,6(4810)}{T^2} \ell \quad .$$

As quantidades T e P podem ser medidas diretamente mas a pressão de vapor d'água ℓ é obtido de medidas de temperaturas secas e úmidas dadas numa fórmula empírica

$$\ell = \ell_w - 4,5 \times 10^{-4} (1 + 1,68 \times 10^{-3} T_w) (T - T_w) P, \quad (3-17)$$

onde ℓ_w é a pressão de saturação do vapor d'água dado pela fórmula empírica de J.A.Goff e S.Gratch:

$$\ell_w = \ell_{ws} \left(\frac{T_s}{T_w} \right)^{5,02808} \exp \left[-g(T_w) \right] \quad , \quad (3-18)$$

em que T_s é a temperatura no ponto de vapor ($373,16^0\text{K}$), ℓ_{ws} é a pressão de saturação do vapor em T_s , T_w é a temperatura medida em um bulbo úmido e $g(T_w)$ é dado pela equação

$$g(T_w) = g_1(T_w) + g_2(T_w) + g_3(T_w),$$

onde

$$g_1(T_w) = 18,19728 \left(\frac{T_s}{T_w} - 1 \right),$$

$$g_2(T_w) = 0,0187265 \left\{ 1 - \exp \left[-8,03945 \left(\frac{T_s}{T_w} - 1 \right) \right] \right\},$$

$$g_3(T_w) = 3,1813 \times 10^{-7} \left\{ \exp \left[26,1205 \left(1 - \frac{T_w}{T_s} \right) \right] - 1 \right\}.$$

Quando a frequência de um campo externo aplicado ao meio combina com a frequência de uma interação atômica do meio, ocorre um fenômeno chamado ressonância. Para frequências próximas à da ressonância, o campo externo e as partículas carregadas interagem de tal modo que a velocidade de propagação é afetada, e o meio apresenta dispersão. A dispersão geralmente é causada por frequências nas regiões da microonda e o infravermelho do espectro eletromagnético. Para frequências abaixo desses níveis, a dispersão troposférica é tão pequena que pode ser negligenciada.

Para um meio não-homogêneo, o índice de refração n que é uma função da posição e do tempo é um campo escalar e o percurso eletromagnético é uma linha geodésica num espaço não-euclidiano. A não homogeneidade afeta o comprimento e a direção (em relação a um sistema de coordenadas) do percurso da onda eletromagnética, que são as duas medidas eletromagnéticas básicas. O efeito no comprimento do percurso é caracterizado por uma diferença de escala, dependente da posição e do tempo, entre as distâncias geométrica e aparente. O efeito na direção do percurso introduz uma diferença entre as direções geométrica e aparente.

O índice de refração troposférica apresenta dois aspectos importantes. Um é a sua taxa de erro vertical e o outro é a sua variabilidade horizontal. A taxa de erro vertical da pressão e temperatura pode ser modelada mas o mesmo não ocorre com a pressão de vapor d'água. As variabilidades horizontais são difíceis de serem modeladas tanto para a pressão e temperatura quanto para a pressão do vapor d'água.

Seguindo o tratamento dado por [21], vamos supor que a taxa de erro vertical α da temperatura é constante

$$\frac{dT}{dh} = -\alpha, \quad (3-19)$$

onde h é a altitude ortométrica. Integrando esta equação do geóide até uma altitude h , obtemos:

$$T = T_0 - \alpha h \quad (3-20)$$

A taxa de erro vertical da pressão é proporcional à densidade ρ

$$\frac{dP}{dh} = -\rho g, \quad (3-21)$$

onde g é a aceleração da gravidade. Da lei do gás perfeito,

$$PV = RT,$$

tiramos que

$$\rho = \frac{1}{V} = \frac{P}{RT},$$

onde R é a constante do gás. Em uma atmosfera seca, para altitudes pequenas, podemos considerar a aceleração da gravidade constante. Neste caso, integrando a (3-21) desde a superfície do geóide até uma altitude h , a pressão P é

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{g}{R} \int_0^h \frac{dh}{T}\right), \quad (3-22)$$

e substituindo T pela (3-20), obtemos

$$P = P_0 \left(\frac{T_0 - \alpha h}{T_0} \right)^{g/R\alpha} \quad (3-23)$$

onde P_0 é a pressão medida na superfície da Terra.

Introduzindo a temperatura T dada pela (3-20) e a pressão P dada pela (3-23) na componente seca N_d da refratividade N , obtemos

$$\begin{aligned} N_d &= \frac{77,6}{T_0 - \alpha h} P_0 \left(\frac{T_0 - \alpha h}{T_0} \right)^{g/R\alpha} \\ &= N_{0d} \left(\frac{T_0 - \alpha h}{T_0} \right)^{(g/R\alpha) - 1} \end{aligned} \quad (3-24)$$

que pode ser rearranjada na forma

$$N_d = N_{0d} \left[\frac{(T_0/\alpha) - h}{(T_0/\alpha)} \right]^\mu$$

ou

$$N_d = k_d [h_d - h]^\mu \quad (3-25)$$

com $\mu = (g/R\alpha) - 1$; a quantidade T_0/α é a altitude (h_d) para $T=0$; e k_d depende das medidas de P_0 e T_0 feitas na superfície.

Com a (3-25), Hopfield [21] encontrou os valores para h_d e μ que melhor se aproximam dos dados observados:

$$h_d = 40136 + 148,72(T_0 - 273,16) \quad (3-26)$$

e

$$\mu = 4, \quad (3-27)$$

onde T_0 é a temperatura na superfície, dada em graus Kelvin. Isto conduz a

$$k_d = N_{o_d} / (h_d - h_o)^4,$$

que introduzido na equação (3-25) nos oferece

$$N_d = \frac{N_{o_d}}{(h_d - h_o)^4} (h_d - h)^4, \quad h \leq h_d \quad (3-28)$$

Onde N_{o_d} e h_o são a refratividade seca e a altitude ortométrica (em metros) da estação de observação.

Como a pressão de vapor d'água não pode ser modelada simplesmente, Hopfield [21] supôs uma relação análoga para a refratividade úmida:

$$N_w = \frac{N_{0w}}{(h_w - h_0)^4} (h_w - h)^4, \quad h \leq h_w \quad (3-29)$$

e o melhor valor h_w encontrado, como visto em [05], foi

$$h_w = 11000 \text{ m.} \quad (3-30)$$

A contribuição troposférica ao comprimento do percurso do sinal é

$$\Delta s = \int (n-1) ds \quad (3-31)$$

Da (3-16), e integrando a equação (3-31) ao longo do percurso geométrico do sinal, temos:

$$\Delta s = \int_{r_0}^{r_t} N \cdot 10^{-6} \frac{ds}{dr} dr, \quad (3-32)$$

onde r_0 é o raio do centro da Terra à estação rastreadora; r_t é o raio do centro da Terra até onde a refratividade N torna-se negligenciável. Se dividirmos a refratividade N em seca (N_d) e úmida (N_w), temos:

$$\Delta s = \Delta s_d + \Delta s_w$$

Usando a (3-28) e a (3-29) na (3-32), obtemos:

$$\Delta s_d = \frac{N_{o_d} \cdot 10^{-6}}{(h_d - h_o)^4} \int_{r_o}^{r_{t_d}} (h_d - h)^4 \frac{ds}{dr} dr, \quad (3-33)$$

e

$$\Delta s_w = \frac{N_{o_w} \cdot 10^{-6}}{(h_w - h_o)^4} \int_{r_o}^{r_{t_w}} (h_d - h)^4 \frac{ds}{dr} dr, \quad (3-34)$$

onde N_{o_d} e N_{o_w} são as refratividades seca e úmida na estação rastreadora, respectivamente.

Fazendo

$$h_{t_d} = r_{t_d} - r_o = h_d - h_o, \quad (3-35)$$

$$h_{t_w} = r_{t_w} - r_o = h_w - h_o, \quad (3-36)$$

$$y = h - h_d = r - r_{t_d}, \quad (3-37)$$

$$z = h - h_w = r - r_{t_w} \quad (3-38)$$

temos

$$\Delta s_d = \frac{N_{o_d} \cdot 10^{-6}}{h_{t_d}^4} \int_{-h_{t_d}}^0 \frac{ds}{dr} y^4 dy \quad (3-39)$$

$$\Delta s_w = \frac{N_{0w} \cdot 10^{-6}}{h_{tw}^4} \int_{-h_{tw}}^0 \frac{ds}{dr} z^4 dz. \quad (3-40)$$

Se o ângulo de elevação do percurso do sinal é E , e observando a figura 3.3 [54], temos:

$$r^2 = (r_0 \cos E)^2 + (r_0 \operatorname{sen} E + s)^2,$$

e

$$\frac{ds}{dr} = \frac{r}{\sqrt{r^2 - (r_0 \cos E)^2}}$$

Com isso, usando a (3-37) e (3-38), as equações (3-39) e (3-40) tornam-se

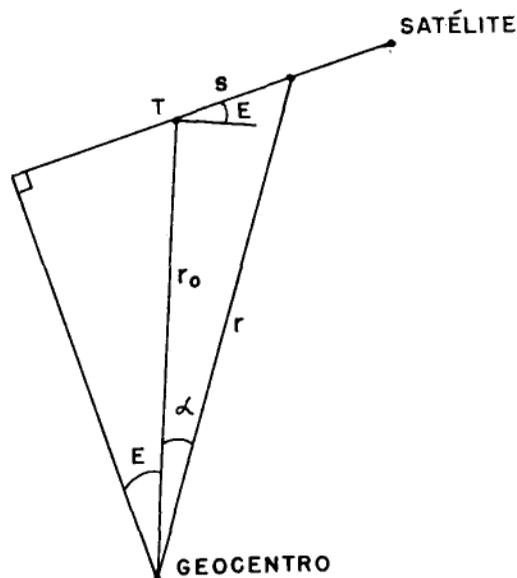


Figura 3.3 Geometria da Refração Troposférica

$$\Delta s_d = \frac{N_{od} \cdot 10^{-6}}{h_{td}^4} \int_0^o \frac{(r_{td} + y)y^4 dy}{-h_{td} \sqrt{(r_{td} + y)^2 - (r_o \cos E)^2}} \quad (3-41)$$

$$\Delta s_w = \frac{N_{ow} \cdot 10^{-6}}{h_{tw}^4} \int_0^o \frac{(r_{tw} + z)z^4 dz}{-h_{tw} \sqrt{(r_{tw} + z)^2 - (r_o \cos E)^2}} \quad (3-42)$$

A correção da refração troposférica à contagem Doppler integrada no intervalo de tempo $(t_2 - t_1)$ é:

$$N_{obs} - N_{vac} = \frac{f_o}{c} (\Delta s_{d_2} + \Delta s_{w_2} - \Delta s_{d_1} - \Delta s_{w_1}) \quad (3-43)$$

As equações (3-41) e (3-42) tornam-se imprecisas para grandes ângulos de elevação do satélite. Desta forma, Yionoulis {57} desenvolveu duas séries para o integrando daquelas equações. Uma série para altas elevações e outra para baixas elevações.

Um modelo frequentemente usado no cálculo da refração troposférica é o modelo simplificado de Hopfield, onde

$$\Delta s_d = k_d / \text{sen}(E^2 + \theta_d^2)^{1/2} \quad (3-44)$$

e

$$\Delta s_w = k_w / \text{sen}(E^2 + \theta_w^2)^{1/2} \quad (3-45)$$

com

$$\theta_d = 2,5^{\circ}, \quad \theta_w = 1,5^{\circ}$$

$$k_d = 77,6 \frac{P_o}{T_o} \frac{(h_d - h_o)}{5} \cdot 10^{-6} \text{m},$$

e

$$k_w = 77,6(4810) \frac{\lambda}{T^2} \frac{(h_w - h_o)}{5} \cdot 10^{-6} \text{m},$$

onde h_d e h_w são obtidos das equações (3-26) e (3-30); T_o , λ , P_o , h_o são os valores da temperatura, pressão de vapor d'água, pressão e altitude ortométrica na superfície da Terra.

Comparando as equações (3-44) e (3-45) com as (3-41) e (3-42), é verificado que há uma concordância dentro de 20cm quando $E > 3^{\circ}$ e de 5cm quando $E > 10^{\circ}$ [54].

A não correção da refração troposférica sobre as medidas Doppler acarreta um erro no posicionamento, em longitude, da ordem de 20 a 25 metros [07].

O efeito da refração troposférica sobre a distância satélite-observador acarreta um erro que é maior para baixos ângulos de elevação (chegando a 80m para satélites no horizonte do observador) e em torno de 2,3m para ângulos de elevação maiores que 80° [07].

3.3.2 Correção da Refração Ionosférica

Os sinais de rádio transmitidos do satélite em frequência muito alta (região VHF) reagem com a componente eletrônica da ionosfera. Essa interação afeta o caminho aparente do raio e, conseqüentemente, os sinais Doppler recebidos são distorcidos.

Para frequências acima de poucos megaciclos, o único efeito significativo na propagação das ondas de rádio é o causado pelos elétrons livres na atmosfera. Esses elétrons livres dão origem a um índice de refração que pode ser aproximado pela fórmula de Appleton - Hartree:

$$n(r, f, t) = \left| 1 - \frac{f_N^2(r, t)}{f^2} \frac{1}{\alpha} \right|^{1/2} \approx \left| 1 - \frac{81N(r, t)}{f^2} \right|^{1/2}$$

(3-46)

em que $f_N(r, t)$ é a frequência de ressonância do plasma do elétron na posição r e no tempo t , $N(r, t)$ é a densidade de elétrons, dada em elétrons/m³; f é a frequência de propagação da onda de rádio; α é dado pela fórmula [27]:

$$\alpha = 1 - \frac{f_H \sin \theta / f^2}{2(1 - \frac{f_N^2}{f^2})} \pm \left| \frac{f_H \cos \theta / f^4}{4(1 - \frac{f_N^2}{f^2})^2} + \frac{f_H \cos \theta}{f^2} \right|^{1/2}$$

(3-47)

onde f_H é a frequência de giro do elétron e θ é o ângulo entre a direção de propagação da onda e o campo magnético da Terra.

Em resumo, o índice de refração da ionosfera é determinado por quatro fatores: a distribuição espacial da densidade de elétrons, o campo magnético da Terra, a frequência da onda propagada e a direção de propagação com relação à direção do campo magnético da Terra. Desses quatro fatores, o primeiro é o que apresenta maior dificuldade na sua determinação; como os elétrons livres na ionosfera resultam principalmente da ionização das moléculas pela radiação solar, a densidade de elétrons depende não somente do índice de produção desses elétrons mas também dos índices de recombinação de elétrons e ions positivos [17].

O comprimento do percurso geométrico (vácuo) é ;

$$r_g = \int_g dr, \quad (3-48)$$

enquanto que o comprimento do percurso aparente (eletromagnético) ao longo da trajetória do sinal é

$$r_a = \int_a ndr, \quad (3-49)$$

de onde podemos inferir que a contribuição ionosférica ao comprimento da trajetória do sinal é

$$(r_a - r_g) = \Delta r = \int (n-1) dr \quad (3-50)$$

Aproximando a equação (3-46) em série de potências inversas em frequência, obtemos:

$$n = 1 + \frac{c_1}{f^2} + \frac{c_2}{f^4} + \dots \quad (3-51)$$

que substituída na equação (3-50), resulta

$$\Delta r = \int (n-1) dr = \frac{b_1}{f^2} + \frac{b_2}{f^3} + \dots \quad (3-52)$$

onde os coeficientes c_i e b_i são funções da posição e do tempo mas independem da frequência.

Lembrando que a contagem Doppler integrada é dada pela equação (supondo o vácuo como meio de propagação):

$$N_{vac} = (f_o - f_s)(t_2 - t_1) + \frac{f_o}{c} (r_2 - r_1) \quad (3-53)$$

e, considerando r_1 e r_2 como comprimento das trajetórias aparentes dos sinais temos:

$$\begin{aligned} N_{obs} &= (f_o - f_s)(t_2 - t_1) + \frac{f_o}{c} (r_2 + \Delta r_2 - r_1 - \Delta r_1) \\ &= (f_o - f_s)(t_2 - t_1) + \frac{f_o}{c} (r_2 - r_1) + \frac{a_1}{f_o} + \frac{a_2}{f_o^2} + \dots \quad (3-54) \end{aligned}$$

A contribuição ionosférica à contagem Doppler integrada é, portanto,

$$\begin{aligned} \Delta N &= N_{obs} - N_{vac} \\ &= \frac{f_o}{c} (\Delta r_2 - \Delta r_1) = \frac{a_1}{f_o} + \frac{a_2}{f_o^2} + \dots \quad (3-55) \end{aligned}$$

Como os coeficientes a_i são resultantes da subtração dos coeficiente b_i nas posições $r_1(t_1)$ e $r_2(t_2)$ do satélite, eles também independem da frequência.

As contagens Doppler são feitas em duas frequências (400MHz e 150MHz). Desta forma, podemos obter a correção da refração ionosférica de 1ª ordem, como veremos a seguir.

De acordo com a equação (3-55),

$$N_{400} = N_{vac} + \frac{a_1}{f_{400}} \quad (3-56)$$

e

$$N_{150} = \frac{3}{8} N_{vac} + \frac{a_1}{f_{150}}$$

ou ainda,

$$N_{150} = \frac{3}{8} N_{vac} + \frac{8}{3} \frac{a_1}{f_{400}} \quad (3-57)$$

Multiplicando a equação (3-56) por 8/3 e subtraindo a equação (3-57) se obtêm

$$\Delta N = N_{400} - N_{vac} = \frac{24}{55} (N_{150} - \frac{3}{8} N_{400}) \quad (3-58)$$

Os receptores da Magnavox e Marconi registram uma contagem $N_M = 8/3 N_{150}$ em lugar de N_{150} . Assim, a equação (3-58) fica

$$\Delta N = \frac{9}{55} (N_M - N_{400}) \quad (3-59)$$

E os receptores da International Telephone and Telegraph (ITT) registram uma contagem

$$N_I = (N_{150} - \frac{3}{8} N_{400}) + 2000.$$

Conseqüentemente

$$\Delta N = \frac{24}{55} (N_I - 2000). \quad (3-60)$$

Da observação da equação (3-46), verificamos que o índice de refração ionosférica \bar{n} é menor do que a unidade, implicando numa maior velocidade de fase (*) do sinal em relação a sua velocidade c de propagação no vácuo. Isto significa que o percurso aparente do sinal \bar{r} é menor que o percurso geométrico, como pode ser facilmente verificado na equação (3-50).

(*) A velocidade de fase \bar{v} é a velocidade fictícia da mudança da fase do sinal em consequência das reflexões das camadas ionizadas que envolvem a Terra [45].

CAPÍTULO 4

EFEMÉRIDES OPERACIONAIS

4.1 Introdução

As Efemérides Operacionais para cada satélite são obtidas pelo ajustamento das observações Doppler de 36 horas de arcos orbitais realizadas pelas quatro estações rastreadoras da rede OPNET (Maine, Minnesota, California e Hawaii, figura 4.1) [08], cujo resultado é um arco extrapolado para 16 horas além do tempo do último dado utilizado pelas estações. Do ajustamento é obtido um conjunto de onze parâmetros orbitais médios (*) (fixos) que descrevem o arco extrapolado (mostrado na tabela 4.2). Dos resíduos do ajustamento são calculados dois conjuntos a intervalos de minutos pares (ΔE , Δa) e um conjunto a intervalos de quatro minutos (η) de parâmetros orbitais variáveis (tabela 4.1) [54].

Neste capítulo veremos os tipos de efemérides e em que unidade elas são enviadas pelo satélite. Na seção 4.2 nos utilizaremos dessas efemérides para calcular a posição do satélite num sistema de coordenadas terrestre geocêntrico. A seção 4.3 apresenta um dos vários procedimentos utilizados para a interpolação das efemérides variáveis para intervalos menores do que 2 minutos, como é atualmente usado pelos receptores geodésicos e de navegação. Na seção 4.4 é apresentado o plano Guier. Um sistema de coordenadas definido nesse plano entra num ajustamento

(*) Dos onze parâmetros orbitais médios, seis são utilizados no cálculo da órbita do satélite e o restante utilizado para interpolação.

(seção 4.4.2) para expressar um vetor solução (X_a) que é utilizado na análise dos erros de refração, deriva do oscilador, erros orbitais, cujos efeitos aparecem nas coordenadas x (cross track) e y (along track) do plano Guier. Na seção 4.5 é feita uma breve comparação entre as Efemérides Operacionais e as Efemérides Precisas.

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO	UNIDADE
t	Tempo em minutos pares de TU	2 min TU
$\Delta E(t)$	Correção para a anomalia excêntrica no tempo t	10^{-4} graus
$\Delta a(t)$	Correção para o semi-eixo maior no tempo t	10 metros
$\eta(t)$	Componente de afastamento do satélite do plano da órbita no tempo t	10 metros

Os valores de $\Delta E(t)$ e $\Delta a(t)$ são disponíveis a intervalos de dois minutos de T.U (minutos pares) e os valores de $\eta(t)$ são disponíveis a intervalos de quatro minutos (épocas de T.U divisíveis por 4).

Tabela 4.1 Parâmetros Orbitais Variáveis

SÍMBOLO	DEFINIÇÃO	UNIDADE
t_p	Tempo da 1ª passagem do satélite pelo perigeu depois da última injeção de dados	10^{-4} min TU
n	Movimento médio (é enviada somente a parte fracional)	10^{-7} graus/min
$\omega(t_p)$	Argumento do perigeu no tempo t_p	10^{-4} graus
$ \dot{\omega} $	Valor absoluto da variação do argumento do perigeu	10^{-7} graus/min
e	Excentricidade da elipse orbital	10^{-6}
\bar{a}	Semi-eixo maior médio da elipse orbital	10 metros
$\Omega(t_p)$	Ascensão reta do nodo ascendente no tempo t_p	10^{-4} graus
$\dot{\Omega}$	Variação da ascensão reta do nodo ascendente	10^{-7} graus/min
$\cos i$	Cosseno do ângulo de inclinação	10^{-6}
$GAST(t_p)$	Hora Sideral Aparente de Greenwich no tempo t_p	10^{-4} graus
-	Número de identificação do satélite	-
-	Número de dias e hora da última injeção de dados no satélite	2 min TU
$\sin i$	Seno do ângulo de inclinação	10^{-6}
-	Desvio fracional da frequência do satélite	parte em 10^9

Tabela 4.2 Parâmetros Orbitais Fixos

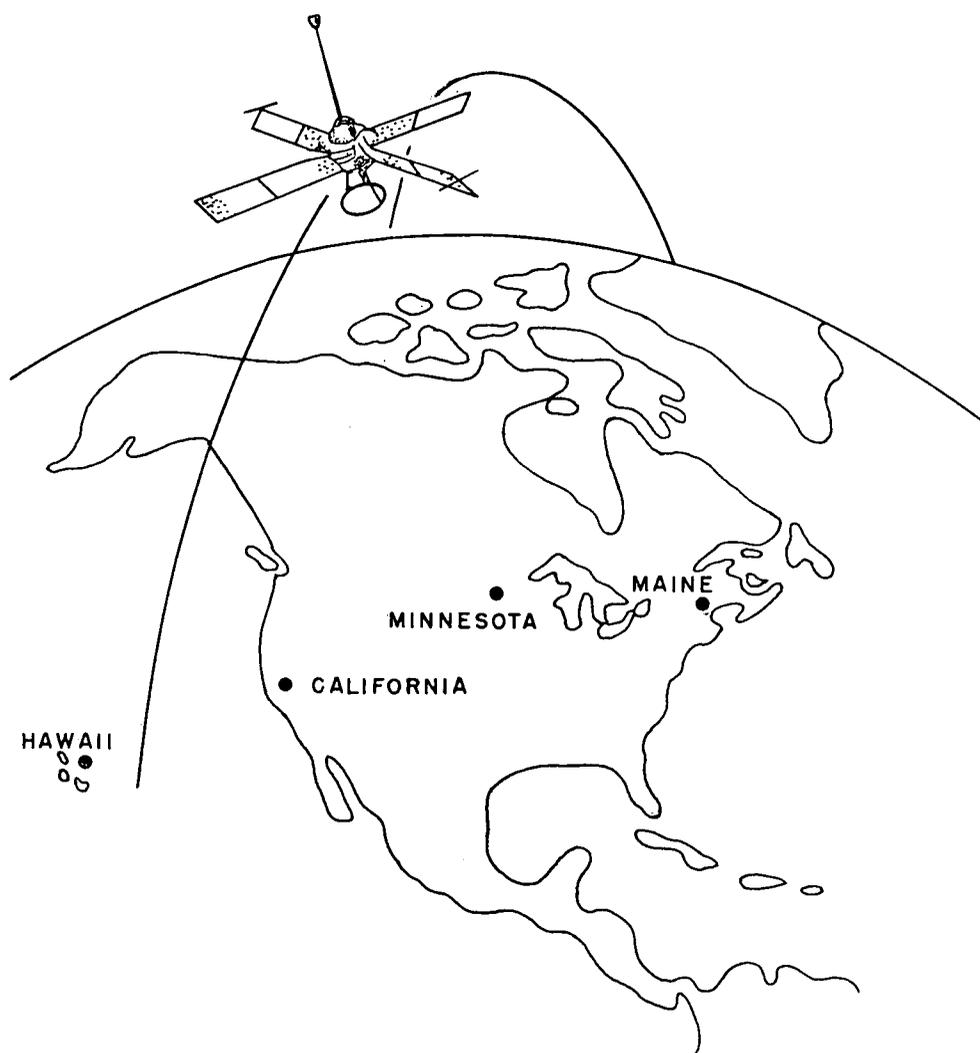


Figura 4.1 Rede Operacional Transit (OPNET)

4.2 Cálculo da Posição do Satélite

A posição de um receptor terrestre (geodésico ou de navegação) é determinada relacionando-se as posições do satélite nas épocas t com as observações Doppler feitas para essas mesmas épocas.

Através dos parâmetros orbitais transmitidos pelo satélite (Efemérides Operacionais) calculamos as coordenadas cartesianas terrestres geocêntricas (X, Y, Z) do satélite para todas épocas t para as quais as medidas foram realizadas. Para atingir esse objetivo, vejamos inicialmente a geometria da elipse orbital (*) e sua posição em relação ao sistema terrestre geocêntrico.

O tamanho e a forma da elipse orbital são determinados pelo semi-eixo maior, \underline{a} , e pela excentricidade, \underline{e} (fi. 4.2).

O semi-eixo maior da elipse orbital do satélite Transit é definida, em relação ao tempo, pela equação.

$$a(t) = \bar{a} + \Delta a(t) \quad (4-1)$$

A posição do satélite em relação ao perigeu pode ser definida através da anomalia média:

(*) As Efemérides Operacionais descritas nas tabelas 4.1 e 4.2 não são baseadas numa análise orbital Kepleriana. Elas são o resultado de um ajustamento dos mínimos quadrados de um conjunto de coordenadas cartesianas conhecidas do satélite. Essas posições do satélite são primeiramente determinadas de forma precisa por integração numérica das equações do movimento em vez de através de uma teoria geral da órbita [54].

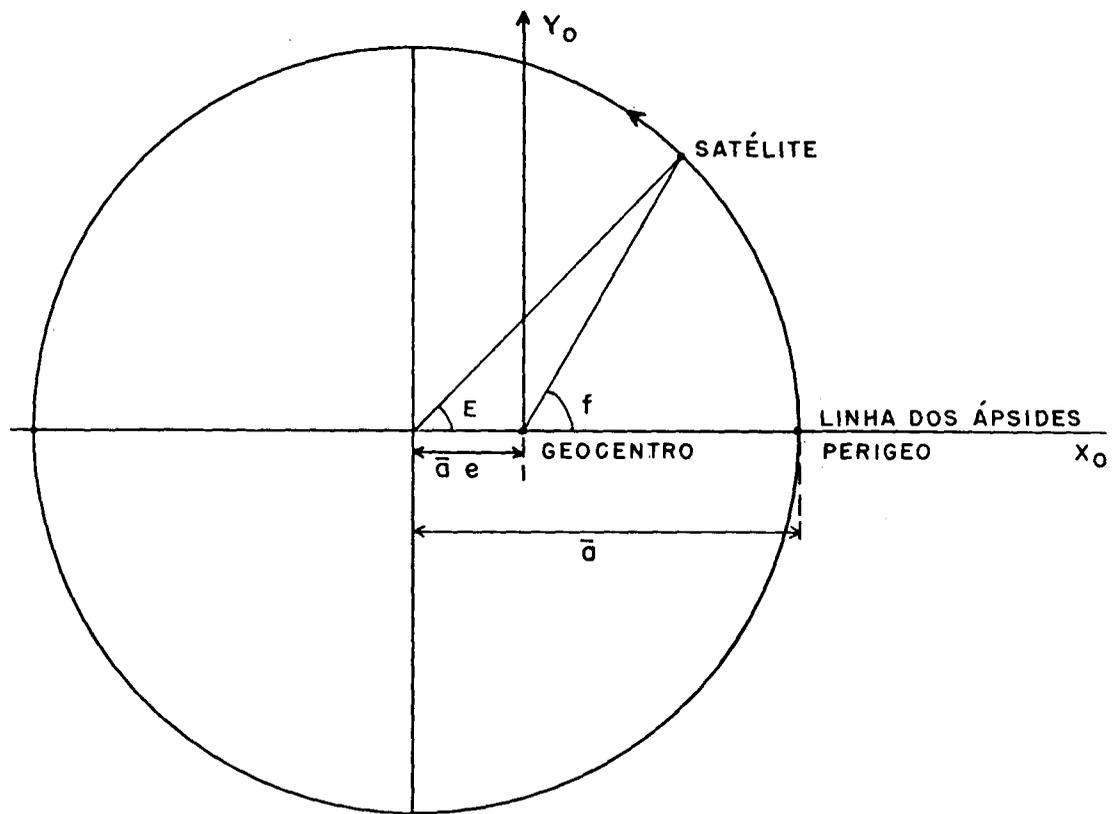


Figura 4.2 Elipse Orbital do Satélite Transit

$$M(t) = n(t-t_p) \quad (4-2)$$

Da mesma forma, a posição do satélite pode também ser dada em termos de anomalia excêntrica que, para os satélites Transit, ela é definida por

$$E(t) = M(t) + e \sin M(t) + \Delta E(t) \quad (4-3)$$

Assim, as coordenadas do satélite Transit, definidas no sistema orbital, são dadas por

$$X_0(t) = \begin{vmatrix} x_0(t) \\ y_0(t) \\ z_0(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a(t)(\cos E(t) - e) \\ a(t) \sin E(t) \\ n(t) \end{vmatrix} \quad (*) \quad (4-4)$$

A transformação dessas coordenadas orbitais em coordenadas terrestres geocêntricas é feita através de três rotações (fig. 4.3) [54]:

(*) Os parâmetros orbitais fixos (Tabela 4.2) definem trajetórias quase circulares (eixo maior aproximadamente igual ao eixo menor). Isto justifica a substituição para $y_0(t)$ na equação (4-4) de $a(t)(1-e^2)^{1/2}$ por $a(t)$.

$$X_T(t) = \begin{bmatrix} x_T(t) \\ y_T(t) \\ z_T(t) \end{bmatrix} = R(t)X_0(t), \quad (4-5)$$

onde $R(t)$ é a matriz resultante do produto das três matrizes ortogonais de rotação,

$$R_3[\alpha_1(t)], \quad R_1[\alpha_2(t)] \quad \text{e} \quad R_3[\alpha_3(t)],$$

em torno dos eixos coordenados do sistema orbital [29]. Os ângulos de rotação são:

$$\alpha_1(t) = -\omega(t) = -\omega(t_p) + \dot{\omega}(t-t_p), \quad (4-6)$$

$$\alpha_2(t) = -i = -\arctg(\sin i / \cos i) \quad \text{e} \quad (4-7)$$

$$\begin{aligned} \alpha_3(t) &= -\Omega(t) + \text{GAST}(t) \\ &= -\Omega(t_p) + \text{GAST}(t_p) + (\omega_e - \dot{\Omega})(t-t_p) \end{aligned} \quad (4-8)$$

ω_e é a velocidade de rotação da Terra ($\omega_e = 4,3752695$ miliradianos/minuto).

As coordenadas terrestres geocêntricas definidas pela equação (4-5) são referidas ao sistema Terrestre Médio (ver seção 6.2), uma vez que as Efemérides Operacionais são dados neste sistema.

4.3 Interpolação das Efemérides Variáveis

Como as efemérides variáveis são dadas nas épocas de minutos pares de T.U (com $\eta(t)$ disponível nas épocas de T.U. divisíveis por 4), o cálculo das posições do satélite (visto na seção 4.2) a intervalos menores que dois minutos (estabelecidos em correspondência com os intervalos de integração das contagens Doppler, visto na seção 3.2) exige os valores dessas três perturbações orbitais nessas épocas intermediárias.

Um dos processos utilizados para a determinação de

$$\Delta a(t), \Delta E(t) \text{ e } \eta(t)$$

a intervalos menores que dois minutos é o da Aproximação dos Mínimos Quadrados [52]:

$$P_{\Delta_4}(t) = \sum_{i=1}^4 C_{\Delta_i} \varnothing_i(t) \quad (4-9)$$

onde perturbações orbitais na época t são representadas pelo polinômio tridimensional de quarta ordem, $P_{\Delta_4}(t)$; os coeficientes do polinômio para cada perturbação orbital são representados por C_{Δ} ; $\varnothing(t)$ é o conjunto das funções bases que representam a forma das funções a serem aproximadas,

$$\varnothing = \{1, \cos 2nt, \sin 2nt, t\} \quad [54] ;$$

Δ indica o tipo da efeméride (E, a ou η).

Desenvolvendo a equação (4-9):

$$PE_4(t) = CE_1 + CE_2 \cos 2nt + CE_3 \sin 2nt + CE_4 t$$

$$Pa_4(t) = Ca_1 + Ca_2 \cos 2nt + Ca_3 \sin 2nt + Ca_4 t \quad (4-10)$$

$$P\eta_4(t) = C\eta_1 + C\eta_2 \cos 2nt + C\eta_3 \sin 2nt + C\eta_4 t$$

onde n é o movimento médio. Os quatro coeficientes, $C\Delta_i$, para cada parâmetro (efeméride) serão calculados pelos mínimos quadrados, o que nos permite obter os valores dos parâmetros, $P\Delta_i(t)$, para cada época desejada. Nesse ajustamento, deve-se ter no mínimo 5 valores para cada parâmetros de perturbação. Isso significa que devemos ter valores para 9 épocas de dois minutos, desde que o parâmetro η só é dado a cada quatro minutos.

4.4 O Plano Guier

O plano Guier é definido pelo centro da antena do receptor e o vetor velocidade do satélite quando este está na posição de maior proximidade ("closest approach") com a antena em uma determinada passagem (figura 4.4) [54].

As coordenadas bidimensionais do centro da antena do receptor (x_R, y_R) e a frequência "offset" (Δf) podem ser obtidas através de um ajustamento conduzido no plano Guier. Este procedimento se fundamenta em dois princípios [54]:

a) quando o erro na trajetória do satélite é pequeno, as trajetórias real e estimada são quase paralelas;

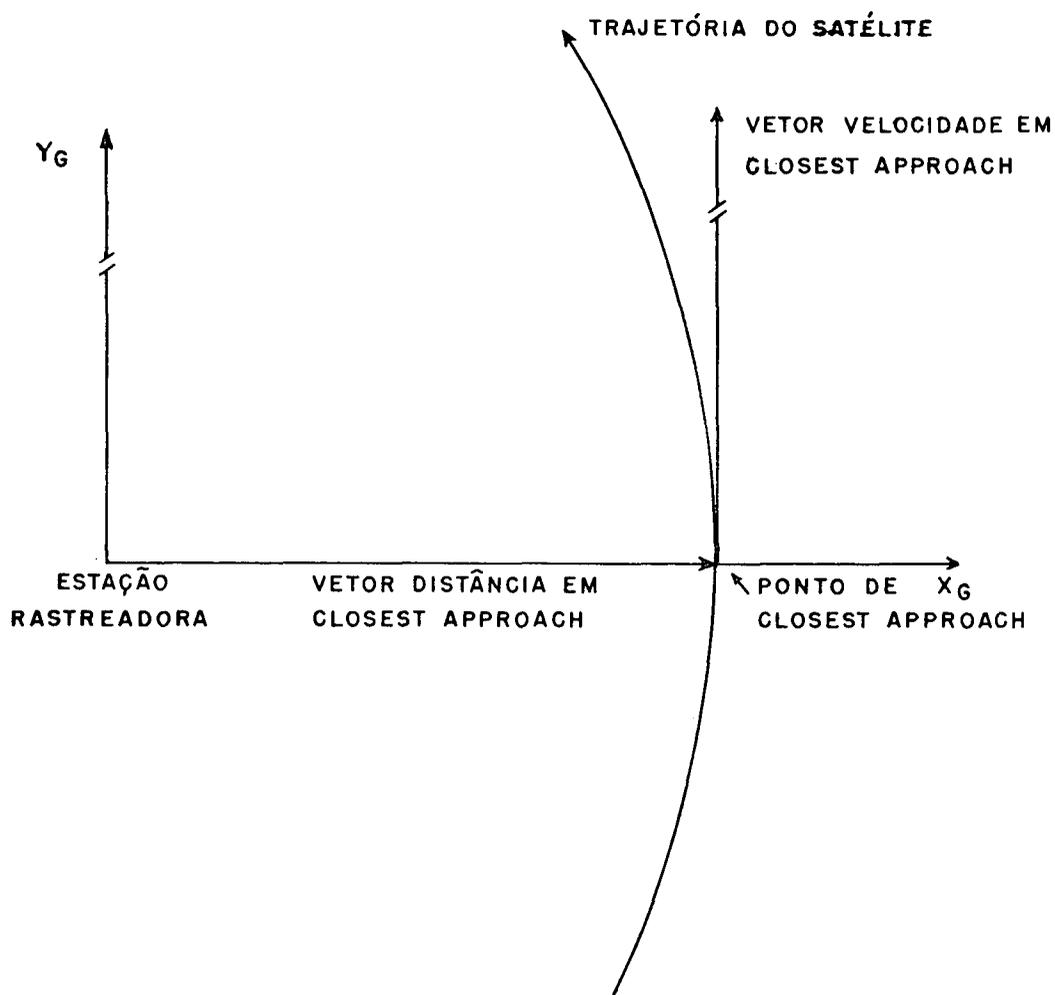


Figura 4.4 Geometria do Plano Guier

b) quando a curva Doppler de uma passagem observada muda de concavidade (figura 4.5) o tempo (t_{ca}), a frequência "offset" ($f_o - f_s$) e a distância satélite-receptor de "closest approach" são os elementos que melhor representam as informações contidas na curva.

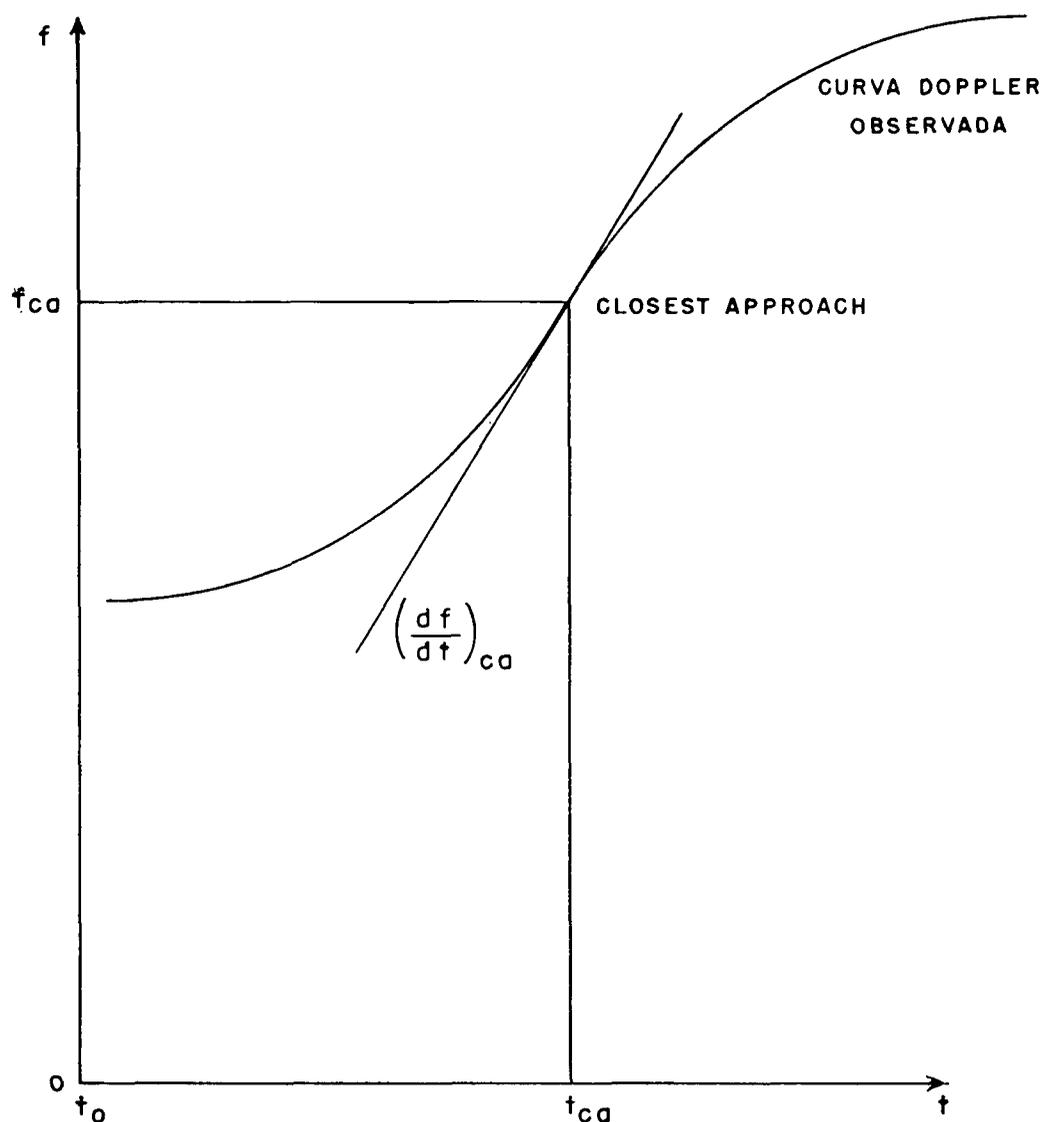


Figura 4.5 Parâmetros Definidores da Curva Doppler

Com base nesses dois princípios, é estabelecido o Teorema de Guier da seguinte maneira [54]:

Num ajustamento em que as observações são os dados Doppler de uma única passagem e os parâmetros incógnitos são as coordenadas do receptor no plano Guier e a frequência offset, resultarão: um fator de variância estimado que é, em primeira ordem, não contaminado pelos erros orbitais do satélite; e um vetor solução que expressa os erros orbitais do satélite que aparecem nas componentes x (cross track) e y (along track).

4.4.1 Coordenadas do Satélite no Plano Guier

Para calcular as coordenadas do satélite no plano Guier, devemos ter as seguintes informações. [54]:

a) as efemérides operacionais (seção 4.1);

b) um algoritmo de interpolação dos parâmetros efêmeros para se obter posição do satélite a intervalos menores que dois minutos (seção 4.2);

c) o tempo de "closest approach" (t_{ca}) (que veremos a seguir como obtê-lo); e

d) as coordenadas aproximadas da estação de rastreamento. A aproximação deve ser dentro de poucas dezenas de metros, tirando-se as coordenadas de mapas existentes ou de observações astronômicas.

Como na posição de "closest approach" o vetor velocidade do satélite é ortogonal à distância satélite-receptor, a variação Doppler é zero, por definição. Desta forma, a contagem Doppler num intervalo de tempo que tem como ponto médio o tempo de "closest approach" (t_{ca}) é:

$$N_{ca} = (f_0 - f_s) \Delta t \quad (4-11)$$

onde Δt é o intervalo de integração (aproximadamente 4,6 segundos). Se conhecemos os valores de f_0 e f_s podemos estimar a contagem Doppler N_{ca} da equação (4-11). Com isso, podemos decompor as contagens Doppler observadas para encontrar dois valores, N_1 e N_2 , entre os quais está o valor estimado N_{ca} . Os centros, t_1 e t_2 , dos intervalos de integração nos quais foram observadas N_1 e N_2 , respectivamente, são obtidos por interpolação das

conhecidas épocas de dois minutos, ou seja, do começo e fim de cada contagem. Se considerarmos uma variação linear da frequência Doppler em relação ao tempo em torno de "closest approach", o tempo observado de "closest approach" é obtido por:

$$t_{ca}^{obs} = t_2 - (N_2 - N_{ca})(t_2 - t_1) / (N_2 - N_1) \quad (4-12)$$

Com o valor observado do tempo de "closest approach", podemos obter o vetor distância satélite-receptor,

$$x_G = [X_T(t_{ca}) - X_R] \quad (4-13)$$

e o vetor velocidade do satélite,

$$y_G = \dot{X}_T(t_{ca}), \quad (4-14)$$

do plano Guier no sistema terrestre geocêntrico. O vetor X_R é formado pelas coordenadas aproximadas do receptor no sistema terrestre geocêntrico; X_T é dado pela equação (4-5).

O próximo passo é transformar as coordenadas do satélite do sistema terrestre geocêntrico para o plano Guier. Para isso, realizamos primeiro uma translação do geocentro para o receptor (estação de rastreamento) e depois uma rotação em torno dos eixos do sistema terrestre para alinhá-los com os eixos do sistema no plano Guier, isto é,

$$X_G(t) = R [X_T(t) - X_T] \quad (4-15)$$

onde X_G é o vetor das coordenadas no plano Guier no tempo t ; R é a matriz produto ortogonal de rotação,

$$R = \begin{bmatrix} U_1^T \\ U_2^T \\ U_3^T \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

com

$$U_1^T = \frac{X_T(t_{ca}) - X_R}{|X_T(t_{ca}) - X_R|}, \quad (4-17)$$

$$U_2^T = \frac{\dot{X}_T(t_{ca})}{|\dot{X}_T(t_{ca})|} \quad (4-18)$$

$$U_3^T = U_1^T \times U_2^T \quad (4-19)$$

Da equação (4-5), calculamos $X_T(t_{ca})$ e $\dot{X}_T(t_{ca})$:

$$X_T(t_{ca}) = R(t_{ca}) X_O(t_{ca}) \quad (4-20)$$

e

$$\dot{X}_T(t_{ca}) = R(t_{ca}) \dot{X}_O(t_{ca}) + \dot{R}(t_{ca}) X_O(t_{ca}). \quad (4-21)$$

Diferenciando a equação (4-4), temos:

$$\dot{X}_0(t) = \begin{bmatrix} \dot{a}(t) [\cos E(t) - e] - \dot{E}(t) a(t) \sin E(t) \\ \dot{a}(t) \sin E(t) + \dot{E}(t) a(t) \cos E(t) \\ \dot{\eta}(t) \end{bmatrix}, \quad (4-22)$$

e das equações (4-1), (4-2) e (4-3)

$$\dot{a}(t) = \Delta \dot{a}(t) \quad (4-23)$$

$$\dot{M}(t) = n \quad (4-24)$$

$$\dot{E}(t) = \dot{M}(t) [1 + e \cos M(t)] + \Delta \dot{E}(t) \quad (4-25)$$

Do conjunto de equação (4-10), tiramos:

$$\Delta \dot{E}(t) = CE_4 + 2n(CE_3 \cos 2nt - CE_2 \sin 2nt), \quad (4-26)$$

$$\Delta \dot{a}(t) = Ca_4 + 2n(Ca_3 \cos 2nt - Ca_2 \sin 2nt), \quad (4-27)$$

$$\dot{\eta}(t) = Cn_4 + 2n(Cn_3 \cos 2nt - Cn_2 \sin 2nt). \quad (4-28)$$

Da equação (4-5), sabemos que

$$R(t) = R_3[\alpha_3(t)] R_1[\alpha_2(t)] R_3[\alpha_1(t)], \quad (4-29)$$

onde os ângulos de rotação $\alpha_1(t)$, $\alpha_2(t)$ e $\alpha_3(t)$ são dados pelas equações (4-6), (4-7) e (4-8), respectivamente. A derivada da

matriz produto $R(t)$ em relação ao tempo \bar{e} :

$$\dot{R}(t) = \dot{R}_3[\alpha_3(t)]R_1[\alpha_2(t)]R_3[\alpha_1(t)] + R_3[\alpha_3(t)]R_1[\alpha_2(t)]\dot{R}_3[\alpha_1(t)] \quad (4-30)$$

onde

$$\dot{\alpha}_3(t) = \omega_e - \dot{\Omega} , \quad (4-31)$$

$$\dot{\alpha}_1(t) = |\dot{\omega}| \quad (4-32)$$

4.4.2 Ajustamento no Plano Guier

Determinadas as coordenadas do satélite no plano Guier, podemos desenvolver um ajustamento nesse plano para obter as coordenadas bidimensionais, x_R e y_R , do receptor e a frequência offset, Δf .

Da equação (3-9), tiramos que

$$r(\tau_2^*) - r(\tau_1^*) = [N - (f_0 - f_s)(\tau_2^* - \tau_1^*)] \frac{c}{f_s} \quad (4-33)$$

No sistema de coordenadas do plano Guier, a distância satélite-receptor \bar{e}

$$r(\tau^*) = \{ [x_G(\tau^*) - x_R]^2 + [y_G(\tau^*) - y_R]^2 + [z_G(\tau^*) - z_R]^2 \}^{1/2} \quad (4-34)$$

onde $x_G(\tau^*)$, $y_G(\tau^*)$ e $z_G(\tau^*)$ são as coordenadas do satélite no plano Guier no tempo τ^* .

O modelo matemático formado pelas equações (4-33) e (4-34) para o ajustamento apresenta como valor observado a contagem Doppler N corrigida da refração; c , $(\tau_2^* - \tau_1^*)$, $x_G(\tau^*)$, $y_G(\tau^*)$ e $z_G(\tau^*)$ e f_s são considerados como conhecidos; e x_R , y_R e Δf são os parâmetros incógnitos.

Aplicando o método paramétrico [49] de ajustamento ao modelo formado, teremos um vetor dos parâmetros ajustados, X_a , com os dois primeiros elementos indicando os erros na componente tangencial (y) e na componente distância satélite-receptor (x) das efemérides operacionais para aquela passagem. O vetor dos resíduos resultante é uma indicação dos erros de medida (noise) das contagens Doppler. Com essa separação entre erros orbitais e erros de medida, o sistema de coordenadas no plano Guier é adequado na utilização como um processo de filtragem das medidas Doppler da passagem, bem como no exame dos erros orbitais.

Em resumo, os cálculos conduzidos no plano Guier podem ser aplicados para filtrar dados Doppler ruins ou passagens ruins e, também, como um ajustamento preliminar para prover os erros padrão para as contagens Doppler observadas [54].

4.5 Comparação com as Efemérides Precisas

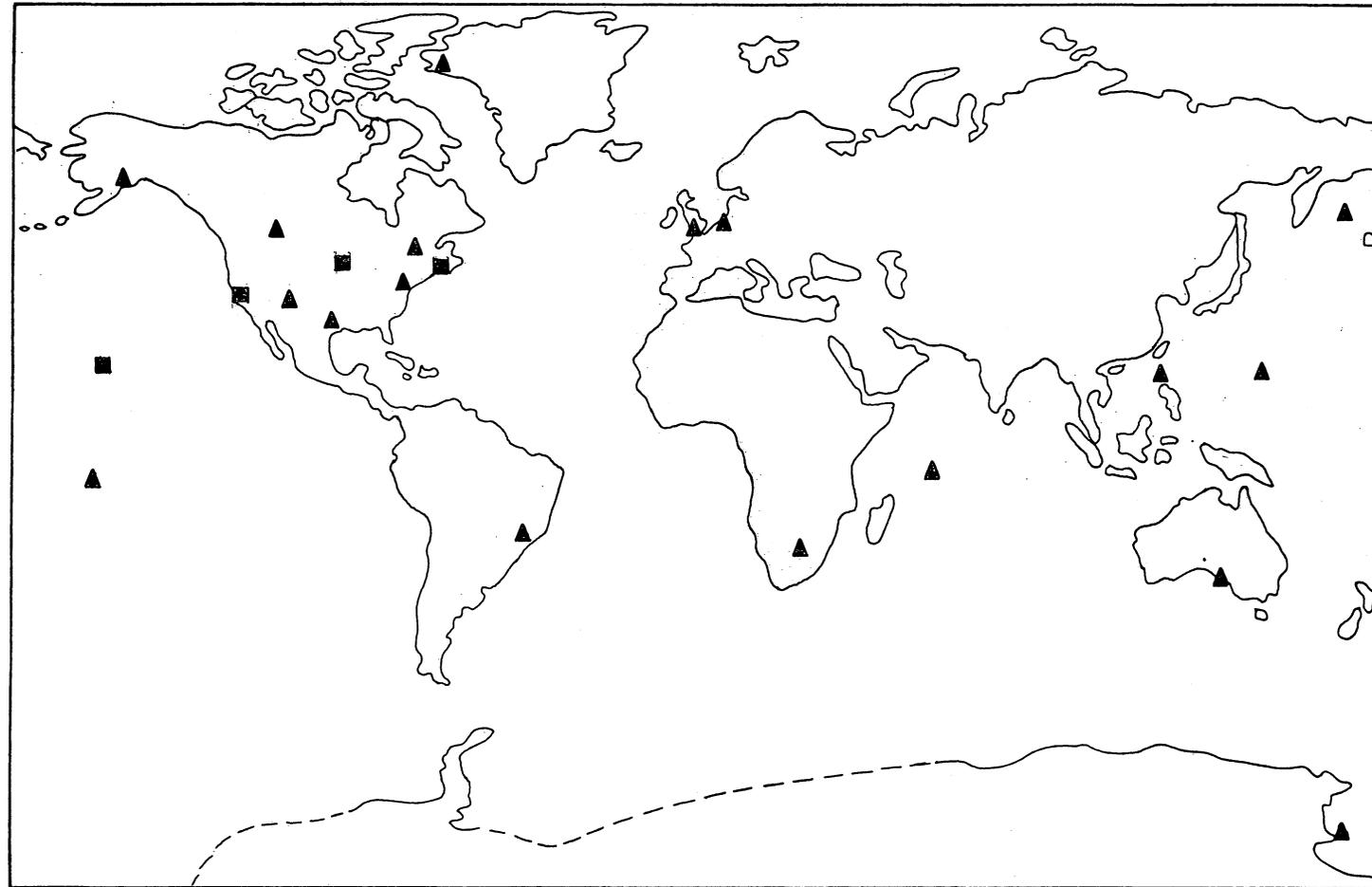
As Efemérides Precisas consistem de um conjunto de posições e velocidades do satélite definidas com relação ao sistema Terrestre Médio. Estas posições e velocidades são dadas a

intervalos de um minuto de Tempo Universal Coordenado (TUC), calculadas para um satélite pelo ajustamento dos mínimos quadrados de dados observados em intervalos de 48 horas pela rede de rastreo TRANET (figura 4.6). Dependendo do equipamento utilizado pela estação, as medidas Doppler são feitas descontinuamente a cada quatro segundos em intervalos de integração menores que um segundo, ou continuamente com intervalos de integração de 10 a 20 segundos. As duas frequências (150MHz e 400MHz) são combinadas para corrigir o termo de 1ª ordem da refração ionosférica. As medidas são perfuradas em fitas e enviadas ao Centro de Controle do Laboratório de Física Aplicada da Universidade de Johns Hopkins cada dia, onde os dados são transferidos para uma fita magnética e enviadas ao U.S. Naval Weapons Laboratory (NWL) uma vez por dia.

A posição do satélite é calculada pelo processo de integração numérica de décima ordem de Cowell com o tempo (TUC) como argumento de integração. A integração das equações é conduzida em um sistema de referência inercial definido pelo equador médio e o equinócio de 1950.0. As equações do movimento incluem os efeitos de atrito atmosférico, radiação solar, gravitação luni-solar, marés terrestres luni-solares. O campo de gravidade terrestre é dado por desenvolvimento dos harmônicos esféricos com 450 termos [02].

As observações Doppler de frequência e tempo são calibradas e filtradas. Depois disso, os sinais de tempo que o satélite envia são utilizados para corrigir os relógios locais das estações.

Com ajustamento pelos mínimos quadrados das 48 horas



▲ ESTAÇÕES TRANET
■ ESTAÇÕES OPNET

Figura 4.6 Redes de Rastreo TRANET e OPNET

de intervalos observados, são determinados: 6 constantes de integração, 1 fator de escala do atrito atmosférico, 2 componentes da posição do polo, 1 desvio (bias) da frequência para cada passagem do satélite, 1 desvio da refração para cada passagem do satélite e 3 componentes da posição da estação para qualquer estação cujas coordenadas precisas não tenham sido determinadas [03].

As principais diferenças entre os dois tipos de efemérides são as seguintes; a) as Efemérides Operacionais são preditas e as Precisas são pós-ajustadas; b) as Operacionais são disponíveis em tempo real, enquanto que as Precisas são disponíveis para um ou dois satélites em dias alternados; c) as Operacionais são baseadas em dados de quatro estações de observação, e as Precisas em dados de 20 estações; d) as Operacionais são geradas sem se considerar a correção de tempo $\Delta = TUC - TUI$, que afeta a longitude inercial do nodo ascendente da órbita; e) a correção do movimento do polo é feita nas Operacionais com os valores preditos pelo Bureau Internationale de l'Heure, (BIH), e as Precisas com os valores finais do BIH; f) a rede OPNET é posicionada no sistema de referência NWL-9D (seção 6.2); g) as Efemérides Precisas são enviadas pelo U.S. Defense Mapping Agency (DMA) apenas para usuários qualificados.

As incertezas no modelo geopotencial são a principal fonte de erro na geração da órbita do satélite, causando erros periódicos em torno de 4m (que varia de passagem para passagem) no cálculo das posições do satélite. Outros erros provenientes da definição do sistema de referência (como escala, origem

deslocada do geocentro, eixo de rotação) afetam a posição orbital do satélite.

As investigações conduzidas por Melvin Hoyer [24] apresentam uma exatidão (accuracy) (*) de ± 1 metro para as Efemérides Precisas e de ± 5 a ± 10 metros para as Efemérides Operacionais.

(*) A exatidão é uma medida que requer a comparação de uma dada medida com um padrão absoluto; e a precisão (precision) é uma medida da consistência interna de um conjunto de números.

CAPÍTULO 5

TÉCNICAS DE POSICIONAMENTO DOPPLER

5.1 Introdução

As três técnicas fundamentais de redução das observações Doppler são: Posicionamento Por Ponto, Translocação e Arcos Curtos. Nos dois primeiros métodos, os parâmetros orbitais (Operacionais e Precisos) são considerados como perfeitos, isto é, são introduzidos no ajustamento com variancias nulas; no último método, os erros orbitais são levados em conta, estando, portanto, sujeitos a ajustamentos.

O Posicionamento Por Ponto é a técnica mais simples, que emprega apenas um rastreador, e por isso uma das mais utilizadas. No modelo matemático formado para o ajustamento, as quantidades incógnitas são as coordenadas, X , Y , Z , da estação e a frequência "offset", Δf , para cada passagem. Por ser aqui considerado que os elementos orbitais estão livres de erros sistemáticos, vindo isto afetar diretamente as coordenadas calculadas da estação, deve ser observado um maior número possível de passagens. Foi investigado por [24] que com um número de 50 passagens observadas (que requer de 3 a 4 dias) e utilizando-se Efemérides Operacionais, é obtido um erro médio quadrático de 4 a 6 metros na posição da estação.

Na técnica de Translocação, duas estações observam simultaneamente um conjunto de passagens. Somente a porção de

arco observada que é comum (*) às duas estações, entra no processo de redução. Com esta técnica, é determinada somente a posição relativa, ΔX , ΔY , ΔZ , entre as duas estações. Por causa da simultaneidade das observações, existe uma tendência à minimização dos efeitos dos erros orbitais no cálculo da distância relativa. Aplicando o procedimento que mantém um receptor fixo numa dada estação de posição conhecida e deslocando o outro receptor para ocupar outras estações de posições desconhecidas, e utilizando as Efemérides Operacionais, pode-se chegar a uma precisão de $\pm 0,5\text{m}$ na posição relativa dos pontos com um número de passagens observadas em torno de 50 [24]. Uma variante do método é a utilização de observação simultânea entre várias estações, chamado de Multi-estação.

O método de Arcos Curtos é um procedimento mais rigoroso que traz um maior custo operacional por empregar mais receptores. É necessário ter conhecimento da posição de duas ou mais estações, onde as posições de outras estações serão determinadas. As observações feitas por todas as estações são simultâneas. No modelo matemático para o ajustamento entram como incógnitas as coordenadas das estações e os elementos orbitais que definem cada passagem observada. Com 40 passagens observadas e usando-se as Efemérides Operacionais foi obtida uma precisão de $\pm 0,2\text{m}$ na posição relativa das estações [24].

Dessas três técnicas de posicionamento Doppler citadas, as duas primeiras serão vistas mais detalhadamente nas seções seguintes.

(*) Este é o processo de translocação rigorosa, pois na translocação não rigorosa pode também entrar no cálculo partes não comuns da passagem observada.

5.2 Posicionamento Por Ponto

Esta técnica de posicionamento de uma estação isolada tem sido uma das mais utilizadas por sua simplicidade e por demandar apenas um rastreador. Neste método é suposto que as efemérides, tanto as Operacionais quanto as Precisas, de todas as passagens são perfeitamente conhecidas e livres de erros sistemáticos, sendo incorporadas no modelo matemático para o ajustamento como quantidades dadas. Vemos assim que a precisão do resultado do ajustamento (as coordenadas da estação e a frequência "offset") é diretamente dependente das efemérides utilizadas. Como exemplo, os erros provenientes das efemérides devidos às incertezas no conhecimento do campo de gravidade afetam diretamente a determinação da posição da estação. Esta influência é amenizada quando se aumenta o número de passagens observadas. Recomenda-se [10] um número de 100 passagens observadas no posicionamento quando são utilizadas as Efemérides Operacionais; neste caso, é necessário de 6 a 8 dias (para latitudes médias) de observação, resultando um erro médio quadrático de 2 a 3 metros. Se são utilizadas as Efemérides Precisas, um número de 30 passagens observadas é recomendado para produzir um erro médio quadrático de 1 metro. Como as Efemérides Precisas são disponíveis para apenas um ou dois satélites, são necessários de 4 a 6 dias de observação para latitudes médias.

5.2.1 Formulação do Modelo Matemático

Para cada estação a ser posicionada observa-se diversas passagens a fim de se obter uma geometria rígida (no caso de apenas uma passagem observada, a estação se encontra num hiperbolóide e a solução é, portanto, mal condicionada).

Na figura 5.1, $S_i(t_i)$ são as posições do satélite nas épocas em que as marcas de tempo são enviadas (a cada minuto par de T.U.); X_i, Y_i, Z_i são as coordenadas cartesianas do satélite para aquelas respectivas posições (calculadas como descrito no capítulo 4); Δr_{ij} são as diferenças de distâncias entre a estação e o satélite no tempo t_j e o precedente; X_G, Y_G, Z_G são as coordenadas da estação terrestre que se deseja determinar.

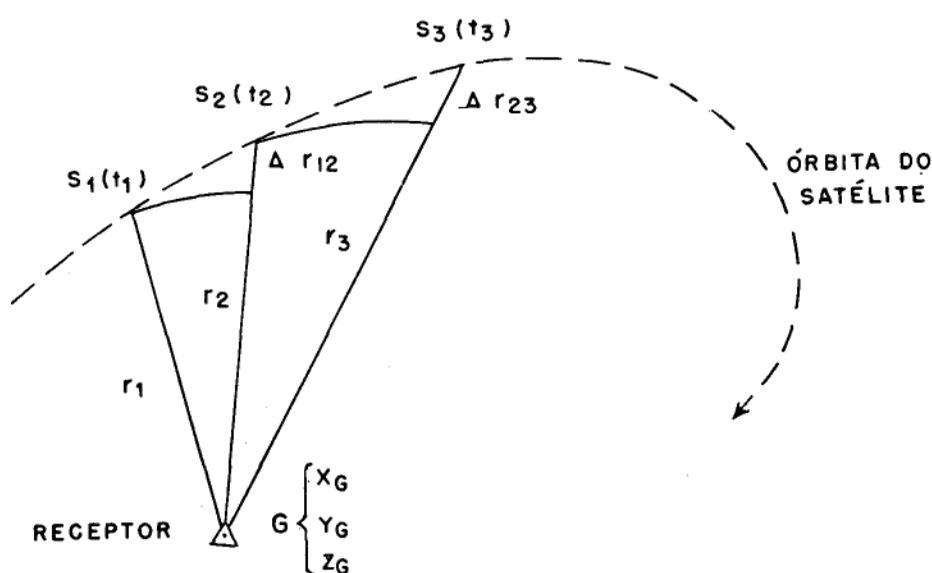


Figura 5.1 Geometria do Posicionamento Por Ponto

Da figura 5.1, o seguinte modelo matemático é formado:

$$F_i = r_j - r_i - \Delta r_{ij} = 0, \quad i=1,2,\dots,n; \quad j=i+1 \quad (5-1)$$

Sabemos que

$$\begin{aligned} \Delta r_{ij} &= r_j - r_i \\ &= \left[(X_j - X_G)^2 + (Y_j - Y_G)^2 + (Z_j - Z_G)^2 \right]^{1/2} - \\ &\quad \left[(X_i - X_G)^2 + (Y_i - Y_G)^2 + (Z_i - Z_G)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (5-2)$$

Também, da equação (3-5), sabemos que (*)

$$\Delta r_{ij} = \left[N_{ij} - (f_0 - f_s)(t_2 - t_1) \right] \frac{c}{f_0} \quad (5-3)$$

Como o satélite fica acima do horizonte, no máximo, 18 minutos, poderemos ter 9 equações do tipo (5-1) com contagens Doppler de 2 minutos em cada passagem.

Os parâmetros incógnitos do modelo (5-1) são, normalmente (**), as coordenadas cartesianas da estação, referida ao sistema em que as posições do satélite são obtidas (ver capítulo 6), e a frequência "offset" ($f_0 - f_s$), considerada invariável para

(*) Quando é utilizado o sistema de tempo do receptor ("Receiver Time Frame"), os tempos τ^* tem que ser transformados no sistema de tempo do satélite ("Satellite Time Frame") [29].

(**) Pode ser incluído também no modelo matemático o erro (bias) de refração para cada passagem [03].

onde m_i é o nº de observações em cada passagem. Assim, o nº total de observações é

$$n = \sum_{i=1}^S m_i .$$

A aplicação dos mínimos quadrados à variância mínima estimada de X , baseada no conjunto de observações, é feita minimizando-se a função

$$\phi = Y^T P Y - 2K^T (AX + BV + W)$$

em relação aos parâmetros Y , K e X , onde P é a matriz dos pesos das observações.

A solução da equação acima nos fornece o seguinte conjunto de equações normais:

$$PY - B^T K = 0,$$

$$BV + AX + W = 0,$$

$$A^T K = 0,$$

cuja solução nos dá

$$X = - [A^T (BP^{-1} B^T)^{-1} A]^{-1} A^T (BP^{-1} B^T)^{-1} W ,$$

que é o vetor das correções aos parâmetros aproximados.

O vetor solução dos parâmetros ajustados é obtido pela soma

$$X_a = X_0 + X,$$

onde X_0 é o vetor dos valores aproximados dos parâmetros. As coordenadas da estação, X_G , Y_G , Z_G , estão referidas ao sistema do satélite (NWL-9D ou WGS-72) devendo ser posteriormente

transformadas para o sistema geodésico local (ver capítulo 6) .

No ajustamento descrito acima, podemos também considerar as coordenadas das posições do satélite como parâmetros conhecidos (desde que se conheça as variâncias das coordenadas), aplicando-se assim injunções de posição.

A matriz variância-covariância (MV-C) dos parâmetros estimados é dada pela equação

$$\Sigma_X = \sigma_0^2 [A^T (BP^{-1}B^T)^{-1} A]^{-1}$$

em que σ_0^2 é o fator de variância estimado pela equação

$$\sigma_0^2 = \frac{V^T P V}{g\ell} ,$$

onde $g\ell$ representa os graus de liberdade (número de equações de condição menos o número de incógnitas).

A matriz variância-covariância dos valores observados ajustados é obtido pela equação

$$\Sigma_{L_a} = \sigma_0^2 [P^{-1} - P^{-1}B^T (BP^{-1}B^T)^{-1} BP^{-1}]$$

onde L_a representa o vetor dos valores observados ajustados.

5.3 Translocação

Inicialmente o método de Translocação, cujo nome foi dado por Westerfield e Worley, foi aplicado à determinação da posição relativa bidimensional entre duas estações com o uso de uma única passagem. Depois foi estendido a uma solução tridimensional para a posição relativa entre duas estações com várias passagens observadas. Posteriormente, o método foi desenvolvido para determinar a posição relativa

tridimensional entre várias estações com várias passagens (multi-estação) [30].

As principais fontes de erros que afetam o posicionamento são classificadas como erros das efemérides, erros de refração, e erros provenientes do receptor. Quando é empregada a técnica do rastreamento simultâneo, os erros das efemérides e os erros de refração são correlacionados entre as estações. Mas o grau de correlação vai depender da distância entre as estações e da orientação relativa. Se as estações estão suficientemente próximas umas das outras (caso de multi-estação), a geometria formada entre estações e satélite pode ser considerada idêntica para todas as estações e podemos afirmar que os erros das efemérides são perfeitamente correlacionados. Essas correlações diminuem à medida que a separação entre as estações aumenta. Foi investigado por [55] que mesmo aumentando a distância relativa entre as estações (no teste a separação foi até 1700 km), a precisão dos resultados ainda era duas vezes maior que a obtida na técnica de uma estação isolada. No citado trabalho, também foi verificado que, como os erros das efemérides predominam na direção de deslocamento do satélite (along track), a correlação desses erros existia mesmo que a distância entre as estações aumentasse até 4000km em qualquer direção.

Com relação aos erros do receptor, os principais são o ruído ("noise") do oscilador e os retardos nos circuitos de tempo (e o "jitter" que é a variação no valor nominal do retardo de tempo). Esses erros do receptor predominam quando a separação entre as estações é pequena. Nos receptores geodésicos, os relógios locais reduzem os efeitos de retardos de tempo e o "jitter".

A esquematização do uso do método de Translocação vai depender do número de receptores disponíveis e da distância requerida entre as estações. Se somente dois receptores são disponíveis, a técnica empregada é manter um receptor fixo numa dada estação e o outro ocupando as outras estações da área de levantamento. Essa mesma técnica pode ser empregada para mais que dois receptores.

Aplicando a primeira técnica citada acima em conjunção com as Efemérides Operacionais, pode-se obter uma precisão na posição relativa das estações

de $\pm 0,5$ metro. Já quando as Efemérides Precisas são utilizadas, a técnica de Translocação produz boa precisão relativa.

5.3.1 Formulação do Modelo Matemático

Considerando, como é mostrado na figura 5.2, que duas estações, A e B, observam simultaneamente a passagem do satélite $S_1(t_1)$ e $S_2(t_2)$ são as posições do satélite nas épocas em que as marcas de tempo são enviadas; r_{iA} e r_{iB} são as distâncias entre as estações A e B e as posições do satélite, respectivamente; X_A, Y_A, Z_A e X_B, Y_B, Z_B são as coordenadas das estações, cujas diferenças, $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$, deseja-se determinar

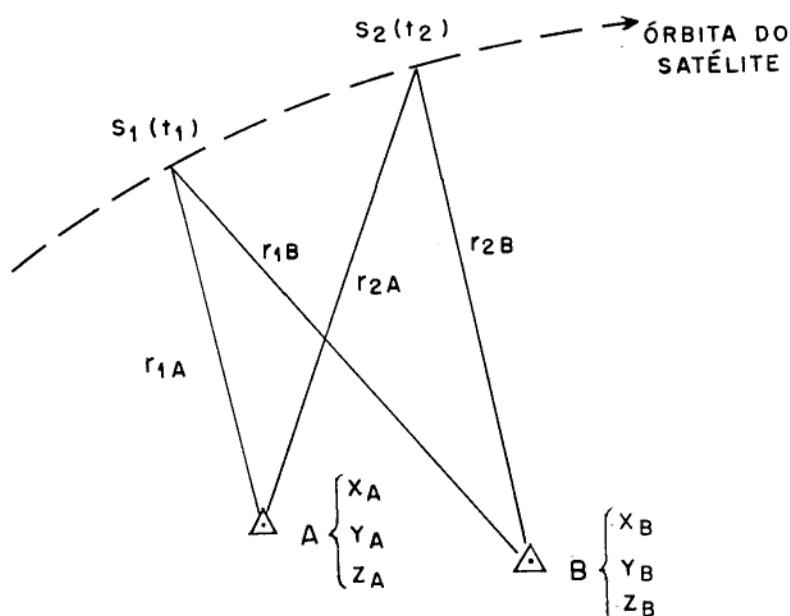


Figura 5.2 Geometria da Translocação

O modelo matemático formado para cada intervalo de tempo $(t_j - t_i)$, de acordo com a figura 5.2, é

$$F_{iA} = r_{jA} - r_{iA} - \Delta r_{ijA} = 0 \quad (5-4)$$

$$F_{iB} = r_{jB} - r_{iB} - \Delta r_{ijB} = 0 \quad (5-5)$$

com $i = 1, 2, \dots, n$; $j = i + 1$. Δr_{ijA} e Δr_{ijB} são as diferenças de distância entre cada estação e as posições do satélite, isto é,

$$\Delta r_{ijA} = r_{jA} - r_{iA}, \quad (5-6)$$

$$\Delta r_{ijB} = r_{jB} - r_{iB}. \quad (5-7)$$

Como no modelo anterior,

$$\Delta r_{ijA} = \left[(X_j - X_A)^2 + (Y_j - Y_A)^2 + (Z_j - Z_A)^2 \right]^{1/2} - \left[(X_i - X_A)^2 + (Y_i - Y_A)^2 + (Z_i - Z_A)^2 \right]^{1/2}. \quad (5-8)$$

O mesmo sendo aplicado para a estação B.

Com isso, o modelo matemático é constituído pelas duas equações (5-4) e (5-5). E da equação (3-5) tiramos que

$$\Delta r_{ijA} = \left[N_{ijA} - (f_{oA} - f_S) (t_2 - t_1) \right] \frac{c}{f_{oA}}, \quad (5-9)$$

$$\Delta r_{ijB} = \left[N_{ijB} - (f_{oB} - f_S) (t_2 - t_1) \right] \frac{c}{f_{oB}} \quad (5-10)$$

onde N_{ijA} e N_{ijB} são as contagens Doppler observadas pelos receptores A e B respectivamente; f_{oA} e f_{oB} são as frequências geradas pelos receptores A e B respectivamente. Desta forma, a frequência "offset" Δf será diferente para cada receptor (*).

Por causa da necessidade de se ter simultaneidade nas observações, o nº de observações em cada passagem é bem menor que no caso de posicionamento por ponto.

No modelo matemático formado pelas equações (5-4) e (5-5), os parâmetros incógnitos (**) são as coordenadas cartesianas das duas estações e as frequências "offset" dos dois receptores, consideradas invariáveis para uma mesma passagem. As quantidades observadas são as contagens Doppler realizadas pelas estações corrigidas da refração.

O modelo matemático (5-4) e (5-5) é linearizado por Taylor em torno dos valores aproximados dos parâmetros e das observações:

$$AX + BV + W = 0 \quad (5-11)$$

onde, para uma mesma passagem,

(*) As duas estações podem usar o mesmo oscilador local. Neste caso, diminui o nº de parâmetros incógnitos |55|.

(**) Foi mostrado por Kouba |30| que a correlação entre as estações diminui mais suavemente quando diminui a simultaneidade, quando os erros de refração e das efemérides são modelados na solução.

$$A_1 = \frac{\partial F_{iA}}{\partial (X_A, Y_A, Z_A, X_B, Y_B, Z_B, \Delta f_A, \Delta f_B)} \Big|_{X_0, L_b},$$

$$A_2 = \frac{\partial F_{iB}}{\partial (X_A, Y_A, Z_A, X_B, Y_B, Z_B, \Delta f_A, \Delta f_B)} \Big|_{X_0, L_b},$$

$$B_1 = \frac{\partial F_{iA}}{\partial (N_{ijA}, N_{ijB})} \Big|_{L_b},$$

$$B_2 = \frac{\partial F_{iB}}{\partial (N_{ijA}, N_{ijB})} \Big|_{L_b},$$

$$W_1 = F_{iA}(X_0, L_b) \quad \text{e} \quad W_2 = F_{iB}(X_0, L_b),$$

ou seja,

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ \dots \\ A_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ \dots \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} W_1 \\ \dots \\ W_2 \end{bmatrix}$$

O vetor dos resíduos das observações V tem a dimensão $(2n \times 1)$ onde n é o nº de observações; o vetor das correções X tem a dimensão (8×1) .

No caso de p passagens, o vetor solução X_a nos fornece os seguintes elementos:

$$X_a = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ X_B \\ Y_B \\ Z_B \\ \Delta f_{1A} \\ \Delta f_{1B} \\ \vdots \\ \Delta f_{pA} \\ \Delta f_{pB} \end{bmatrix}$$

Das coordenadas resultantes obteremos as diferenças:

$$\Delta X = X_A + \epsilon_{XA} - (X_B + \epsilon_{XB}) \quad , \quad (5-12)$$

$$\Delta Y = Y_A + \epsilon_{YA} - (Y_B + \epsilon_{YB}) \quad , \quad (5-13)$$

$$\Delta Z = Z_A + \epsilon_{ZA} - (Z_B + \epsilon_{ZB}) \quad ,$$

onde

ϵ_{XA} , ϵ_{XB} , ϵ_{YA} , ϵ_{YB} , ϵ_{ZA} , ϵ_{ZB} representam os erros sistemáticos de refração, das efemérides e dos receptores. Quando a simulta-

neidade dos dados é rigorosamente atendida, e quando a separação entre as estações não é muito grande, os erros em cada componente podem ser considerados iguais; neste caso, eles serão eliminados pela diferença em cada equação.

CAPÍTULO 6

TRANSFORMAÇÃO DE REDES GEODÉSICAS
TERRESTRE E DOPPLER

6.1 Introdução

As observações a satélite pelo método Doppler conduzem a posicionamentos geodésicos geocêntricos em que os sistemas de referência são o NWL-9D ou WGS-72 se as efemérides utilizadas são Precisas ou Operacionais, respectivamente. Na combinação das redes geodésicas, os sistemas de coordenadas do NWL-9D e WGS-72 são supostos coincidentes com o sistema Terrestre Médio [3.5] .

As coordenadas de pontos terrestres assim determinadas são posteriormente reduzidas ao sistema geodésico local para formação ou ampliação de redes geodésicas. Desta forma, o conhecimento dos parâmetros que interligam os sistemas de coordenadas geodésico e Doppler torna-se, portanto, necessário.

Assim, o objetivo deste capítulo é apresentar os três modelos matemáticos (Bursa, Molodenski e Krakiwsky -Thomson) mais utilizados na transformação de redes geodésicas, de onde os sete parâmetros de transformação (translação, rotação e escala) são extraídos. Além desses sete parâmetros, o modelo de Krakiwsky-Thomson parametriza também erros sistemáticos da rede terrestre (seção 6.3). Os sistemas de referência envolvidos nesse estudo (Terrestre Médio, Geodésico e Doppler) são definidos na seção 6.2. Na seção 6.4 são apresentados os três parâmetros de translação entre os sistemas NWL-9D e DSA-69 determinados pelo IBGE [26] e os sete parâmetros de transformação entre o WGS-72 e

DSA-69 calculados com o modelo de Bursa pela DSG [01].

6.2 Sistemas de Referência

Os principais sistemas de referência considerados neste capítulo são:

a) O sistema Terrestre Médio (TM), usado nas observações astronômicas, observações a satélite e na orientação e posicionamento dos sistemas geodésicos. É um sistema cartesiano dextrôgiro semi-natural (*) que tem sua origem no centro de massa da Terra; o eixo Z é orientado para o polo médio indicado pelas cinco estações do International Polar Motion Service (IPMS) no período de 1900 a 1905 [41]; o eixo X está no plano do equador médio e é paralelo ao meridiano astronômico médio de Greenwich (observatório Médio), como definido pelo Bureau International de l'Heure (BIH);

b) O sistema Geodésico (G), que é definido especificando-se sua posição em relação a um ponto fixo (**) escolhido

(*) De acordo com [50] um sistema de coordenadas natural é aquele definido através de algumas propriedades naturais. Como exemplo, considerando como objeto físico a Terra, pode-se definir um sistema terrestre natural baseando-se no seu eixo de rotação médio, suas verticais e superfícies equipotenciais. No entanto, as componentes sazonais, seculares e outras irregulares do movimento do polo instantâneo terrestre nos impedem de determinar a posição do eixo polar de inércia (em torno do qual o polo instantâneo se movimenta). Além do mais, não temos informações sobre a posição dos outros eixos principais de inércia do plano equatorial terrestre. Assim, o procedimento para determinar um sistema natural, com base no eixo de rotação, falha e é adotado, então, um sistema semi-natural.

(**) Outras alternativas para o posicionamento de um sistema de referência geodésico são apresentados por Vanicek [51], Jones [25], Mueller [40], Vanicek e Wells [50] entre outros, onde é utilizado um conjunto bem distribuído de pontos fixos selecionados ou vértices da rede terrestre já determinada.

(origem da rede geodésica terrestre) [09] e sua orientação em relação a algum outro sistema de referência (como, por exemplo, o sistema Terrestre Médio). A posição e orientação do sistema Geodésico em relação à Terra são fixadas através de seis parâmetros definidos (estabelecendo-se alguns critérios [23]) no ponto inicial (datum), como as coordenadas geodésicas (ϕ_0 e λ_0), as componentes do desvio da vertical (ξ_0 , η_0), a ondulação geoidal (N_0) e o azimute (α_0) [18] de uma linha geodésica que une o ponto inicial a outro ponto qualquer da rede. Com mais dois parâmetros definidores da forma e do tamanho do elipsóide (o achatamento f e o semi-eixo maior a) fica estabelecido um sistema de referência geodésico. Uma rede geodésica terrestre é um arca-bouço de pontos cujas coordenadas geodésicas (definidas no sistema de referência geodésico) foram deduzidas de observações terrestres [31] por processos de triangulação, trilateração ou poligonação. Essas coordenadas são transformadas em coordenadas cartesianas tridimensionais para serem usadas nos modelos matemáticos de combinação de redes. Para isso, as altitudes ortométricas (h) são combinadas com as ondulações geoidais (N) para formar as alturas geométricas (H). As coordenadas cartesianas (X, Y, Z) são obtidas pela transformação [31]:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N(\phi)+H) \cos\phi \cos\lambda \\ (N(\phi)+H) \cos\phi \sin\lambda \\ [N(\phi)(1-e^2)+H] \sin\phi \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

onde a grande normal $N(\phi)$ é obtida com a equação

$$N(\phi) = a / (1 - e^2 \sin^2 \phi)^{1/2} ,$$

com a e e sendo o semi-eixo maior e a excentricidade do elipsóide, respectivamente. As coordenadas geodésicas cartesianas (X,Y,Z) juntamente com suas matrizes variância-covariância (deduzidas das matrizes variância-covariância das coordenadas geodésicas ϕ, λ, H [13]) são combinadas com as coordenadas cartesianas de satélite (coordenadas Doppler, por exemplo) para determinar os parâmetros de transformação entre os dois sistemas (geodésicos e de satélite);

c) o sistema de referência de Satélite (S), onde as posições de pontos terrestres são definidas através de métodos como Doppler, Secor, Laser, etc. No caso do método Doppler (o que será considerado aqui), quando são utilizadas as efemérides Precisas do satélite, as coordenadas terrestres (X,Y,Z) são referidas ao sistema NWL-9D [28] estabelecido pela U.S. Naval Weapons Laboratory cujo elipsóide de referência é definido pelos parâmetros $a = 6378145$ m e $e = 1:298,25$. O NWL-9D é um sistema terrestre aproximadamente coincidente com o sistema Terrestre Médio, definido pelas coordenadas de 16 estações rastreadoras da rede TRANET [04]. Quando as posições de pontos terrestres são obtidas em função das efemérides operacionais (enviadas pelo próprio satélite), suas coordenadas são referidas ao sistema WGS-72 (World Geodetic System 1972) [44] onde estão posicionadas as quatro estações da rede OPNET. Os parâmetros do elipsóide de referência WGS-72 são $a = 6378135$ e $e = 1:298,26$. Uma rede geodésica de satélite é um conjunto de pontos terrestres cujas coordenadas geodésicas foram deduzidas de observações a satélite através dos métodos mencionados acima (Doppler, Laser,

Secor, etc.). Neste capítulo, a rede geodésica de satélite que trataremos será a rede Doppler.

6.3 Modelos Matemáticos para Transformação de Redes Geodésicas

6.3.1 Modelo de Bursa

No modelo de Bursa [12], [56], [06] as coordenadas de um ponto nos sistemas geodésico (G) e de satélite (S) são relacionadas através de três translações (x_0, y_0, z_0), três rotações (ω, ψ, ϵ) e uma diferença de escala (κ) [32].

Para um ponto i qualquer do terreno o modelo matemático é (figura 6.1):

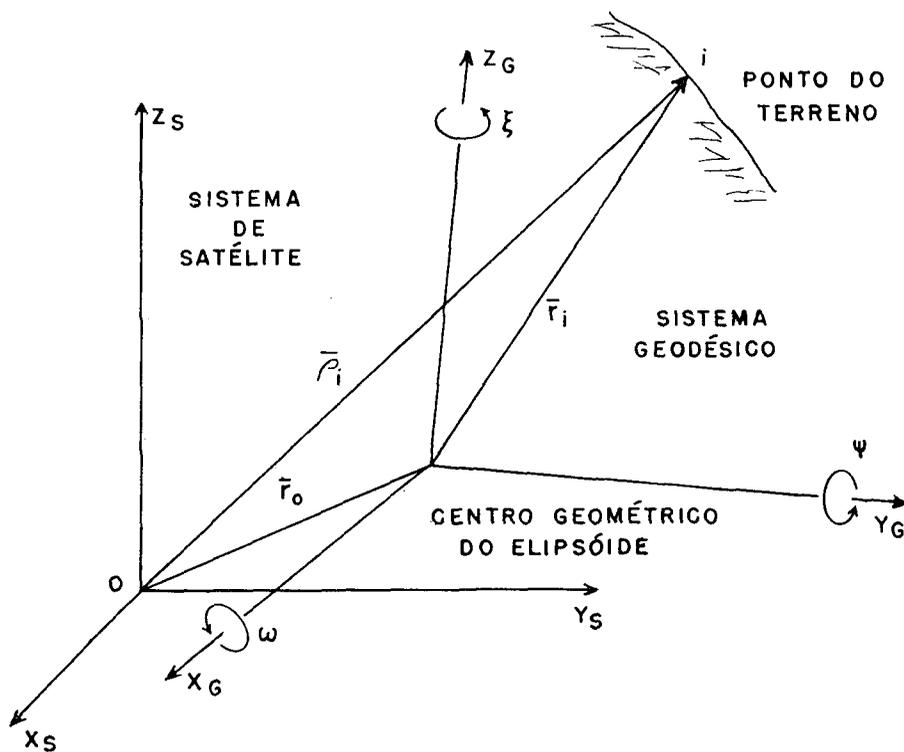


Figura 6.1 Modelo de Bursa

$$\bar{F}_i = (\bar{r}_0)_S + (1+\kappa)R(\bar{r}_i)_G - (\bar{\rho}_i)_S = \bar{0}, \quad (6-2)$$

onde

\bar{r}_0 dado pelas três coordenadas x_0 , y_0 e z_0 representa o vetor de translação entre as origens dos dois sistemas, definido no sistema de satélite;

κ indica a diferença de escala entre os dois sistemas;

R é a matriz resultante do produto de três matrizes ortogonais de rotação $R_X(\omega)$, $R_Y(\psi)$ e $R_Z(\epsilon)$; ω , ψ e ϵ são as rotações dadas nos eixos X , Y e Z do sistema geodésico, respectivamente;

\bar{r}_i e $\bar{\rho}_i$ são os vetores de posição do ponto i dados pelas coordenadas (x_i, y_i, z_i) e (X_i, Y_i, Z_i) respectivamente nos sistemas geodésicos e de satélite;

e os índices S e G que aparecem na equação (6-1) indicam os sistemas de satélite e geodésico respectivamente, em que as coordenadas estão definidas. Assim, podemos reescrever a (6-2) como:

$$\bar{F}_i = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}_S + (1+\kappa)R_X(\omega)R_Y(\psi)R_Z(\epsilon) \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}_G - \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix}_S = \bar{0}$$

Como as rotações do sistema geodésico em relação ao sistema de satélite são pequenas (*), o produto das três matrizes

$$R_X(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \text{sen}\omega \\ 0 & -\text{sen}\omega & \cos\omega \end{bmatrix},$$

$$R_Y(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\text{sen}\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix},$$

$$R_Z(\epsilon) = \begin{bmatrix} \text{cose}\epsilon & \text{sene}\epsilon & 0 \\ -\text{sene}\epsilon & \text{cose}\epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

pode ser simplificado como segue:

$$R \approx I + Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \epsilon & -\psi \\ -\epsilon & 0 & \omega \\ \psi & -\omega & 0 \end{bmatrix}. \quad (6-3)$$

(*) Como foi visto na seção anterior, na orientação do sistema geodésico é imposta a condição de paralelismo entre esse sistema e o Terrestre Médio (que é suposto coincidente com o sistema de satélite).

Ou seja, a matriz produto R pode ser substituída pela soma de uma matriz unidade I com a matriz Q dos ângulos de rotação ω , ψ e ϵ dados em radianos. Desta forma,

$$\bar{F}_i = (\bar{r}_0)_S + I(\bar{r}_i)_G + \kappa I(\bar{r}_i)_G + Q(\bar{r}_i)_G + \kappa Q(\bar{r}_i)_G - (\bar{\rho}_i)_S = \bar{0} \quad (6-4)$$

negligenciando-se os termos de segunda ordem em κ e nas rotações (ω , ψ , ϵ), bem como os seus produtos, o modelo (6-4) reduz-se a

$$\bar{F}_i = (\bar{r}_0)_S + (\bar{r}_i)_G + \kappa(\bar{r}_i)_G + Q(\bar{r}_i)_G - (\bar{\rho}_i)_S = \bar{0} \quad (6-5)$$

Para cada ponto da superfície terrestre é formada uma equação do tipo (6-5).

Tomando-se os dois vetores de posição \bar{r}_i e $\bar{\rho}_i$ nos sistemas geodésico e de satélite, respectivamente, como observação, podemos utilizar na solução dos mínimos quadrados o método combinado para a determinação dos sete parâmetros

$$(x_0, y_0, z_0, \kappa, \omega, \psi, \epsilon)$$

que relacionam os dois sistemas. O modelo matemático do método combinado é |49|

$$F(L_a, X_a) = 0 \quad (6-6)$$

ou

$$F(L_b + V, X_0 + X) = 0 \quad (6-7)$$

onde

L_b é o vetor dos valores observados,

V é o vetor dos resíduos das observações,

X_0 representa o vetor dos valores aproximados dos parâmetros,

X indica o vetor das correções aos valores aproximados dos parâmetros,

X_a é o vetor dos valores ajustados dos parâmetros e

L_a representa o vetor dos valores ajustados das observações.

A equação (6-7) é linearizada pela expansão em série de Taylor em torno dos valores aproximados dos sete parâmetros de transformação. A expressão para o modelo matemático linearizado é

$$A_i X + B_i V + W_i = 0 \quad (6-8)$$

onde A_i é a matriz formada pelas derivadas parciais da função F_i em relação aos sete parâmetros ($x_0, y_0, z_0, \kappa, \omega, \psi$ e ϵ) no ponto i :

$$A_i = \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial X_a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial (x_0, y_0, z_0)} & : & \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial (\kappa)} & : & \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial (\omega, \psi, \epsilon)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & : & x_i & : & 0 & -z_i & y_i \\ 0 & 1 & 0 & : & y_i & : & z_i & 0 & -x_i \\ 0 & 0 & 1 & : & z_i & : & -y_i & x_i & 0 \end{bmatrix}, \quad (6-9)$$

B_i é a matriz formada pelas derivadas parciais da função F_i em relação aos valores observados ajustados (x_i, y_i, z_i, X_i, Y_i e Z_i)

no ponto i :

$$\begin{aligned}
 B_i &= \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial L_a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial (x_i, y_i, z_i)} & \vdots & \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial (X_i, Y_i, Z_i)} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (6-10)
 \end{aligned}$$

e tomando-se para pontos de expansão (valores aproximados dos parâmetros) valores nulos,

$$X_0^T = \begin{bmatrix} x_0 & y_0 & z_0 & \kappa & \omega & \psi & \varepsilon \end{bmatrix} = 0, \quad (6-11)$$

temos:

$$\omega_i = \bar{F}_i(L_b, X_0) = \begin{bmatrix} x_i - X_i \\ y_i - Y_i \\ z_i - Z_i \end{bmatrix}. \quad (6-12)$$

Ou seja, ω_i é o vetor definido quando se substituem na F_i os valores observados (nesse caso, as coordenadas cartesianas geodésicas e de satélite) e os valores aproximados dos parâmetros (equação (6-11)), resultando apenas a diferença entre as coordenadas cartesianas do ponto i nos dois sistemas. Cada ponto fornece três equações para o sistema (6-8).

Neste modelo, é facilmente verificado que cada vetor de posição $(\bar{r}_i)_G$ é alterado em escala e rotações. Em outras

palavras, isso significa que o sistema de coordenadas geodésico está sendo rotado e escalado [48]. E uma vez que o ponto inicial (datum) não é envolvido explicitamente neste modelo, a rede geodésica terrestre não sofre alterações em escala e rotações [34]. Com isso, Krakiwsky e Thomson [32] consideram que o modelo de Bursa é mais adequado na combinação de redes geodésicas globais, isto é, redes geodésicas de satélite (como, por exemplo, uma rede Doppler e uma rede Laser).

6.3.2 -Modelo de Molodenskii [32]

São dadas duas interpretações diferentes ao modelo de Molodenskii. Na primeira versão, usada por Badekas [06], Mueller et al. [39], Krakiwsky e Thomson [32], há uma suposição de paralelismo entre o sistema geodésico e o sistema de satélite. Neste caso, o modelo matemático é (figura 6.2):

$$\bar{F}_i = (\bar{r}_0)_S + (\bar{r}_k)_G + (1+\kappa)R(\bar{r}_{ki})_G - (\bar{p}_i)_S = \bar{0} \quad , \quad (6-13)$$

onde

\bar{r}_0 é o vetor de translação entre as origens dos sistemas de satélite e geodésico;

\bar{r}_k é o vetor de posição do ponto inicial da rede terrestre (datum) expresso no sistema geodésico (que é paralelo ao sistema de satélite);

\bar{r}_{ki} é o vetor de posição de um ponto arbitrário i em relação ao datum, expresso no sistema geodésico.

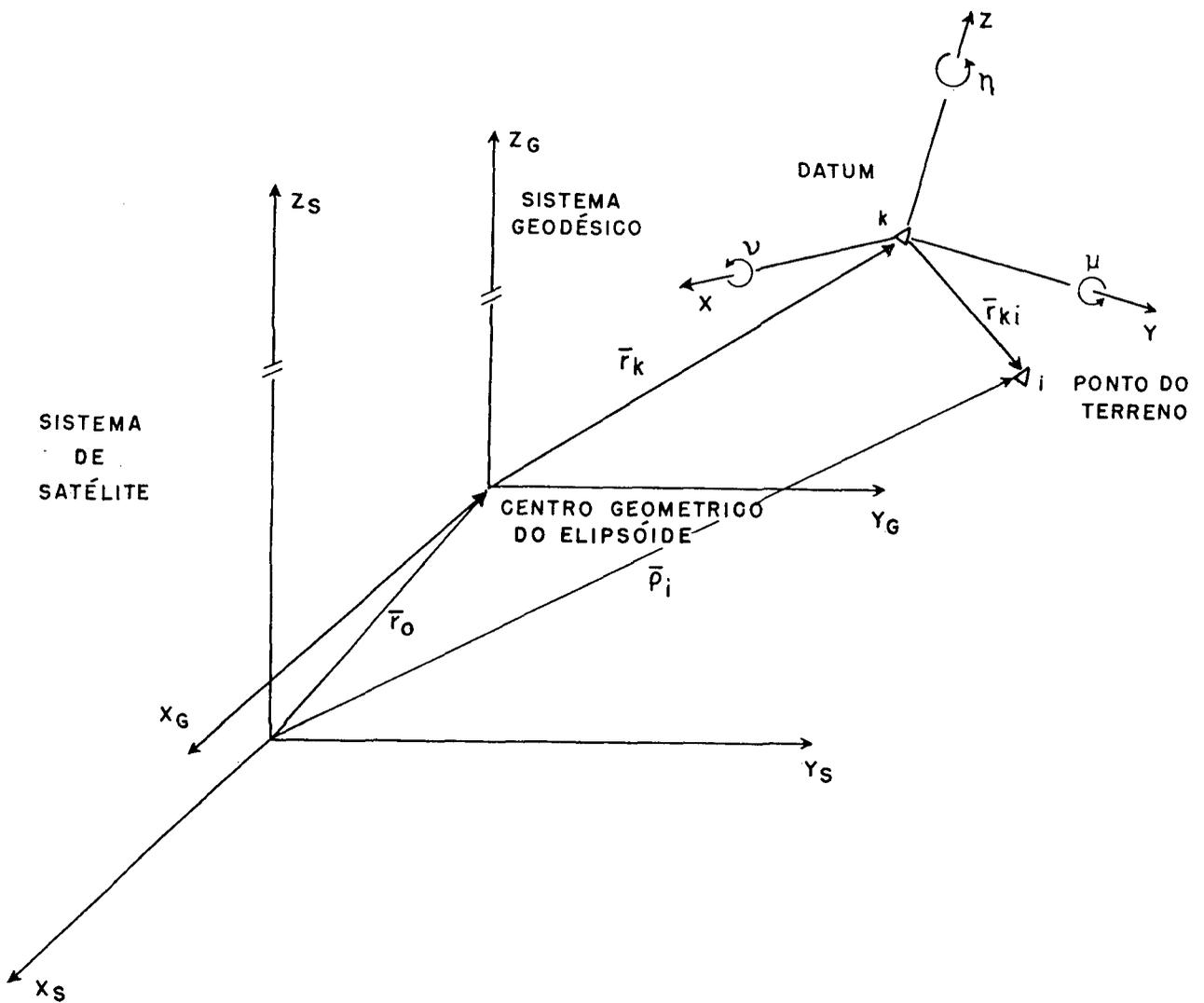


Figura 6.2 Modelo de Molodenski (1ª versão).

Neste modelo, a diferença de escala κ e as pequenas rotações (ν , μ , η) são atribuídas à rede terrestre, ou seja, ela está sendo rotada e escalada, enquanto que o sistema de coordenadas geodésico permanece inalterado.

Da mesma forma como no ítem anterior,

$$R = R_X(\nu) R_Y(\mu) R_Z(\eta) \approx I + Q.$$

Omitindo-se os termos de segunda ordem em escala e rotações e seus produtos, a equação (6-13) torna-se:

$$\bar{F}_i = (\bar{r}_0)_S + (\bar{r}_i)_G + Q(\bar{r}_i - \bar{r}_K)_G + \kappa(\bar{r}_i - \bar{r}_K)_G - (\bar{\rho}_i) = \bar{0} \quad (6-14)$$

que \bar{e} é o modelo matemático para a solução dos mínimos quadrados na determinação dos sete parâmetros $(x_0, y_0, z_0, \kappa, \nu, \mu, \eta)$. Para o método combinado, com os vetores \bar{r}_i , \bar{r}_K e $\bar{\rho}_i$ como observações, as matrizes A, B e W para um ponto i arbitrário têm as seguintes formas:

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & x_i - x_K & \vdots & 0 & -(z_i - z_K) & (y_i - y_K) \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & y_i - y_K & \vdots & (z_i - z_K) & 0 & -(x_i - x_K) \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & z_i - z_K & \vdots & -(y_i - y_K) & (x_i - x_K) & 0 \end{bmatrix}, \quad (6-16)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \vdots & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (6-17)$$

$$\omega_i = \begin{bmatrix} x_i & - & X_i \\ y_i & - & Y_i \\ z_i & - & Z_i \end{bmatrix}, \quad (6-18)$$

quando tomamos valores nulos para os parâmetros aproximados,
 $X_0 = 0$.

Comparando os modelos atribuídos a Bursa e Molodenskii, Leick e van Gelder [35] encontram idênticos valores para o fator de escala e os parâmetros de rotação. Mas os parâmetros de translação têm resultados diferentes nos dois modelos. Os dois investigadores mencionados acima mostram também que não é possível dar uma interpretação geométrica simples ao vetor de translação no modelo de Molodenskii, a menos que o vetor $(\bar{r}_\kappa)_G$ na equação (6-13) seja substituído por $(1+\kappa)R(\bar{r}_\kappa)_G$. Neste caso, os dois modelos serão matematicamente equivalentes.

Na segunda versão do modelo de Molodenski, não existe suposição de paralelismo entre os sistemas geodésico e de satélite mas sim, entre um sistema geodésico local com origem no datum e o sistema geodésico (figura 6.3) [46]. O modelo é

$$\bar{F}_i = (\bar{r}_0)_S + (1+\kappa)R(\bar{r}_\kappa + \bar{r}_{\kappa i})_G - \bar{p}_i = \bar{0} \quad (6-19)$$

onde $\bar{r}_{\kappa i}$ é o vetor topocêntrico de um ponto arbitrário i com origem no ponto inicial da rede terrestre. As rotações são as mesmas do modelo anterior (1ª versão). As matrizes A_i , B_i e W_i do modelo linearizado por Taylor são idênticas às do modelo de Bursa.

Da mesma forma como no modelo de Bursa, o ponto inicial aqui não é redefinido, isto é, só o sistema de coordenadas geodésico é rotado e escalado. Foi mostrado por Soler [46] que a 2ª versão do modelo de Molodenskii e o modelo de Bursa apresentam resultados equivalentes para os sete parâmetros de transformação.

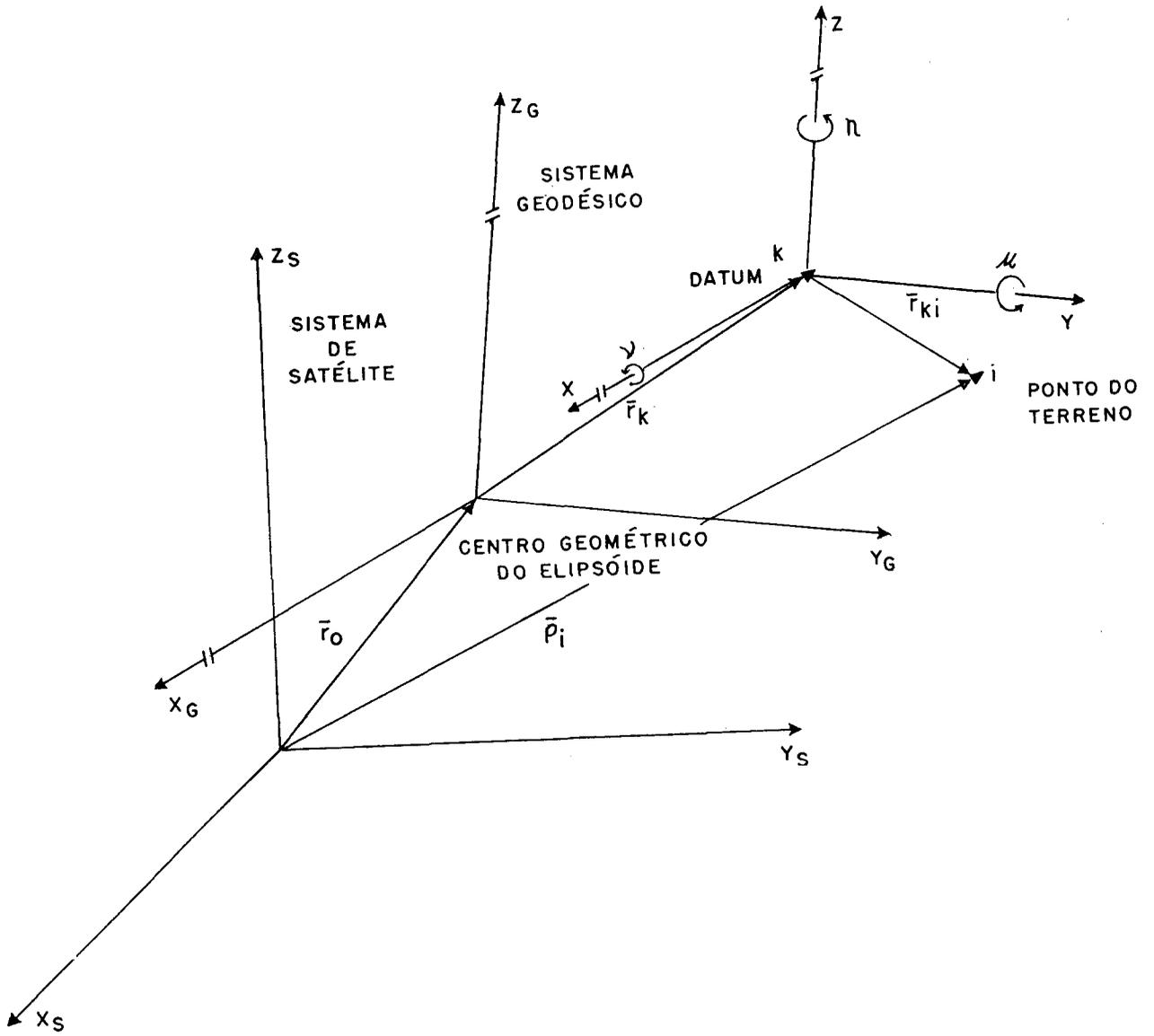


Figura 6.3 Modelo de Molodenskii (2^a versão)

6.3.3 Modelo de Krakiwsky - Thomson

O modelo de Krakiwsky - Thomson [32] foi definido baseando-se em alguns conceitos gerais usados por Hotine [23], onde ele estabelece que:

"In addition to the initial choice of discordant system of geodetic coordinates, the network itself may have systematic errors of scale and orientation for which an allowance should be made before we adjust the network to adjacent work or into a fixed system of a worldwide triangulation".

E ainda, se é utilizado um único conjunto de rotações (como nos modelos de Bursa e Molodenskii):

"... the effect of a systematic orientation error in the network could be canceled by evaluating false values of the rotation parameters".

Assim, neste modelo, os parâmetros de rotação são divididos em dois conjuntos: um diz respeito às rotações do sistema de coordenadas geodésico (ψ , ω , ϵ); o outro é incluído para modelar os erros sistemáticos da rede terrestre (ν , μ , A). Para um ponto arbitrário i do terreno, o modelo é (figura 6.4):

$$\bar{F}_i = (\bar{r}_0)_S + R_G \{ (\bar{r}_k)_G + (1+\kappa) R_3(180-\lambda_k) R_2(90-\phi_k) P_2 R_N P_2 R_2(\phi_k-90) R_3(\lambda_k-180) (\bar{r}_{ki})_G \} - (\rho_i)_S = \bar{0} \quad (6-20)$$

onde:

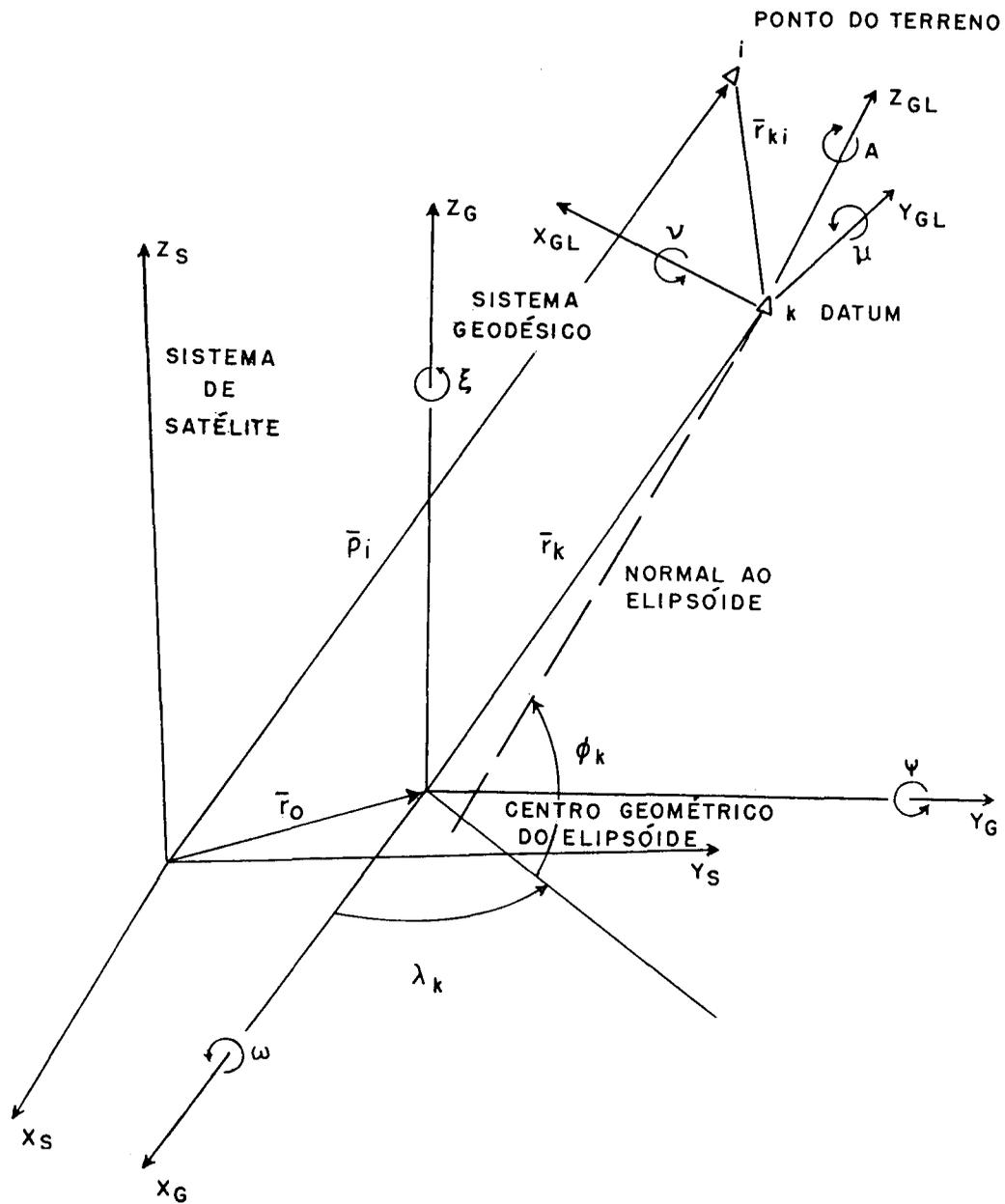


Figura 6.4 Modelo de Krakiwsky - Thomson

- ϕ_k, λ_k são as coordenadas geodésicas do ponto inicial da rede terrestre (definidas no sistema geodésico G);
- R_1, R_2, R_3 são as matrizes tridimensionais de rotações dadas em torno dos eixos do sistema geodésico local (GL);
- $(\bar{r}_{ki})_G$ é o vetor topocêntrico de um ponto arbitrário i que emana do ponto inicial, definido no sistema geodésico (G);
- R_G é a matriz produto de três matrizes ortogonais de rotações em torno dos eixos do sistema geodésico (G);

$$R_G = R_X(\psi) R_Y(\omega) R_Z(\epsilon);$$

- R_N é a matriz produto de três matrizes ortogonais de rotações em torno dos eixos do sistema geodésico local (GL);

$$R_N = R_X(\nu) R_Y(\mu) R_Z(A).$$

Krakiwski e Thomson [32] propõem que no procedimento de estimação pelos mínimos quadrados para se obter a solução ao modelo (6-20) os dados, ou seja, as coordenadas geodésicas e de satélite, sejam divididos em dois grupos:

$$F_1(\bar{X}_1, \bar{L}_1) = 0 \quad , \quad (6-21)$$

$$F_2(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{L}_2) = 0 \quad , \quad (6-22)$$

onde

\bar{X}_1 é o vetor dos parâmetros (ajustados) de translação (x_0, y_0, z_0) e de rotação (ω, ψ, ϵ) do sistema de coordenadas geodésico;

\bar{X}_2 é o vetor dos parâmetros (ajustados) de rotação (ν, μ, A) e o fator de escala κ pertinentes a rede terrestre;

\bar{L}_1 é o vetor das observações (ajustadas), que são as diferenças de coordenadas $(x_{i\kappa}, y_{i\kappa}, z_{i\kappa})_G$ e as coordenadas $(X_i, Y_i, Z_i)_S$ de pontos próximos ao ponto inicial da rede;

\bar{L}_2 é o vetor das observações (ajustadas), que são as diferenças de coordenadas $(x_{i\kappa}, y_{i\kappa}, z_{i\kappa})_G$ e as coordenadas $(X_i, Y_i, Z_i)_S$ de pontos mais afastados do ponto inicial.

O número de pontos escolhidos próximos ao ponto inicial deve ser tal que resolva o modelo (6-21). E eles devem estar próximos do datum o suficiente para que as observações, isto é, as coordenadas não contenham erros sistemáticos significantes.

A linearização dos modelos (6-21) e (6-22) pelo desenvolvimento em séries de Taylor conduz às seguintes equações matriciais [48]:

$$A_{11}X_1 + B_{11}V_1 + W_1 = 0 \quad , \quad (6-23)$$

$$A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + B_{22}V_2 + W_2 = 0 \quad , \quad (6-24)$$

onde:

$$A_{11} = \frac{\partial F_1}{\partial \bar{X}_1} \bigg|_{X_1^0, L_1}, \quad B_{11} = \frac{\partial F_1}{\partial \bar{L}_1} \bigg|_{X_1^0, L_1}$$

$$A_{21} = \frac{\partial F_2}{\partial \bar{X}_1} \bigg|_{X_1^0, L_2}, \quad A_{22} = \frac{\partial F_2}{\partial \bar{X}_2} \bigg|_{X_2^0, L_2}$$

$$B_{22} = \frac{\partial F_2}{\partial \bar{L}_2} \bigg|_{X_2^0, L_2}$$

$$W_1 = F_1(X_1^0, L_1) \quad \text{e} \quad W_2 = F_2(X_1^0, X_2^0, L_2) .$$

Os vetores X_1^0 e X_2^0 são os parâmetros aproximados, e L_1 e L_2 são os vetores dos valores observados.

6.4 Parâmetros de Transformação entre o DSA-69 e o Sistema Doppler

Até 1977, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), através da Superintendência de Geodésia, utilizou os parâmetros de transformação entre o WGS-72 (World Geodetic System 1972) e o DSA-69 (Datum Sul-Americano 1969) determinadas pela U.S. Defense Mapping Agency (DMA) [44] na redução das coordenadas de satélite ao sistema geodésico nacional.

Como o IBGE, até 1977, operava com rastreadores

"Geoceiver", os quais não são capazes de decodificar as efemérides enviadas pelo satélite, as coordenadas dos pontos terrestres, deduzidas das observações Doppler, estavam referenciadas ao sistema NWL-9D. Com isso, antes de serem transformadas para o sistema DSA-69, as coordenadas eram antes convertidas ao WGS-72 através das fórmulas [44]:

$$\Delta\phi'' = \Delta f \operatorname{sen} 2\phi / \operatorname{sen} 1'' \quad (6-25)$$

$$\Delta\lambda'' = 0'', 260 \quad (6-26)$$

$$\Delta H = a \Delta f \operatorname{sen}^2 \phi - \Delta a + \Delta r \quad , \quad (6-27)$$

com

$$\Delta r = -5,27\text{m}$$

$$\Delta a = -10,0\text{m}$$

$$\Delta f = -0,112415 \times 10^{-6}$$

$$a = 6378135\text{m} \quad ,$$

correções essas que são somadas às coordenadas geodésicas (ϕ, λ, h) do sistema NWL-9D para obtê-las no sistema WGS-72:

$$\phi_{\text{NWL}} + \Delta\phi'' = \phi_{\text{WGS}}$$

$$\lambda_{\text{NWL}} + \Delta\lambda'' = \lambda_{\text{WGS}}$$

$$H_{\text{NWL}} + \Delta H = H_{\text{WGS}}$$

Com o objetivo de melhorar os parâmetros de translação

existentes (fornecidos pelo DMA), o IBGE ocupou 18 v̄rtices da triangulaç̄o brasileira de 1^a ordem (figura 6.5) e 2 v̄rtices da poligonaç̄o eletr̄onica onde foram realizadas observaç̄es Doppler (com Geociver) [24].

As coordenadas geod̄esicas (ϕ , λ , H) definidas no sistema DSA-69 foram transformadas em coordenadas cartesianas (X,Y,Z) com a equaç̄o matricial (6-1). Atrav̄s de uma m̄dia aritm̄tica das diferenç̄as entre as coordenadas cartesianas geod̄esicas e de sat̄elite foram obtidos os parâmetros de translaç̄o entre as origens dos sistemas NWL-9D e DSA-69:

$$\Delta X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i(\text{DSA}) - X_i(\text{NWL})) \quad (6-28)$$

$$\Delta Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i(\text{DSA}) - Y_i(\text{NWL})) \quad (6-29)$$

$$\Delta Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z_i(\text{DSA}) - Z_i(\text{NWL})) \quad (6-30)$$

O mesmo procedimento foi utilizado na determinaç̄o dos parâmetros entre o WGS-72 e o DSA-69, tendo antes sido transformadas as coordenadas de sat̄elite (definidas no NWL-9D) para o sistema WGS-72 com as equaç̄es (6-25), (6-26) e (6-27). Os resultados est̄o ilustrados na tabela 6.1. [26]

Com as coordenadas dos mesmos pontos utilizados pelo IBGE e mais um ponto (Madeiras-RJ) foram determinados, pelo Centro de Operaç̄es Cartogrâficas (COC) da Diretoria do Serviç̄o



Figura 6.5 Vértices da Rede de Triangulação Brasileira com Coordenadas Doppler

Geográfico (DSG), os sete parâmetros (três translações, três rotações e escala) que interligam os sistemas WGS-72 e DSA-69 |01| (*). O modelo matemático utilizado foi o de Bursa (seção 6.3.1). O ajustamento pelos mínimos quadrados com o método

(*) Inicialmente, em |01|, foram utilizadas 13 estações. O trabalho é depois refeito utilizando-se 21 estações, onde é considerado que houve um aperfeiçoamento dos parâmetros.

paramétrico [13] foi conduzido em quatro etapas. Na primeira etapa, os parâmetros incógnitos eram as três translações; na segunda, os parâmetros eram as três translações e mais o fator de escala; na terceira, os parâmetros incógnitos eram as três translações e as três rotações; e na quarta etapa foram calculados os sete parâmetros. Os resultados são apresentados na tabela 6.1 .

Com o objetivo de mostrar a necessidade de se recalcular os parâmetros de transformação entre os sistemas geodésico e de satélite até o momento utilizados (os três parâmetros de translação obtidos pelo IBGE, tabela 6.1), foram determinados neste trabalho novos parâmetros com os mesmos pontos utilizados pela DSG. Como uma verificação do programa de ajustamento aqui utilizado, inicialmente foi aplicado o Modelo de Bursa. E como mostra a Tabela 6.2, os resultados são bem próximos aos obtidos, com o mesmo modelo, pela DSG (Tabela 6.1). Em seguida foi utilizado o Modelo de Molodenskii, onde apenas os parâmetros de translação apresentam valores diferentes dos resultados do Modelo de Bursa.

Os parâmetros determinados pelos Modelos de Bursa e Molodenskii, bem como os parâmetros de translação do IBGE, foram introduzidos num programa para determinar as coordenadas geodésicas de dois pontos da Rede Brasileira, partindo-se das coordenadas de satélite (referidas ao WGS-72) conhecidas. Estas coordenadas e as originais da Rede Brasileira são mostradas na Tabela 6.3.

A Tabela 6.4 apresenta as diferenças encontradas entre tais coordenadas de 1^a ordem e as obtidas com os parâmetros de transformação determinados aqui verificamos que as diferenças mostradas quando os parâmetros do Modelo de Bursa são utilizados são

ÓRGÃO		PARÂMETROS	NWL-9D DOPPLER	WGS-72 DOPPLER
DMA		ΔX	78,48	77
		ΔY	0,46	-3
		ΔZ	47,48	45
IBGE		ΔX	80,80	78,64
		ΔY	14,81	5,87
		ΔZ	44,01	42,76
DSG	1ª	ΔX		-78,9
		ΔY		- 6,3
		ΔZ		-41,7
	2ª	ΔX		-59,7
		ΔY		-26,7
		ΔZ		-49,1
		κ		-4,59725
	3ª	ΔX		-68,7
		ΔY		+ 1,0
		ΔZ		-35,4
		ω		- 0,02
		ψ		- 0,29
		ϵ		+ 0,37
	4ª	ΔX		-49,4
		ΔY		-19,1
		ΔZ		-43,0
		κ		-4,59900
		ω		- 0,01
		ψ		- 0,29
		ϵ		+ 0,38

Obs.: Os parâmetros de translação são dados em metros, os de rotação em segundos de arco e o fator de escala deve ser multiplicado por 10^{-6} .

Tabela 6.1 Parâmetros de Transformação entre o DSA-69 e outros Sistemas

bem menores em relação às do IBGE. Da mesma forma, a diferença ainda é acentuada quando comparamos os resultados do IBGE com os do modelo de Molodenskii.

PARÂMETROS	MODELO DE BURSA	MODELO DE MOLODENSKII
ΔX (m)	-50,337	-79,050
ΔY (m)	-17,846	- 5,714
ΔZ (m)	-43,497	-39,772
$\kappa X 10^{-6}$	- 4,36231	- 4,36231
ω (")	- 0,013	- 0,013
ψ (")	- 0,274	- 0,274
ϵ (")	+ 0,386	+ 0,386

Tabela 6,2 - Parâmetros de transformação entre o DSA-69 e o WGS-72 .

PONTOS	COORD.	WGS-72	DSA-69
PEDRA	ϕ	-15 ^o 44' 30",298	-15 ^o 44' 28",616
AZUL	λ	-41 ^o 19' 30",074	-41 ^o 19' 39",650
NORTE (BA)	H	1004,00m	1009,80m
CASA	ϕ	-21 ^o 55' 52",120	-21 ^o 55' 50",339
BRANCA	λ	-47 ^o 02' 50",250	-47 ^o 02' 48",017
(SP)	H	716,32m	720,87m

Tabela 6.3 - Coördenadas Geodésicas e de Satélites dos Pontos Utilizados nos Modelos de Transformação.

PONTOS	DIF	PARÂMETROS UTILIZADOS		
		BURSA	MOLODENSKII	IBGE
PEDRA	$\Delta\phi$	0,110	0,254	3,526
AZUL	$\Delta\lambda$	0,423	0,093	4,590
(BA)	Δh	10,322	39,797	67,772
CASA	$\Delta\phi$	0,034	0,199	3,668
BRANCA	$\Delta\lambda$	0,063	0,381	4,645
(SP)	Δh	1,845	29,622	53,999

OBS.: As diferenças em latitude e longitude são dadas em segundos de arco. A diferença em altitude ortométrica é dada em metros.

Tabela 6.4 - Comparação de Coordenadas Obtidas com Parâmetros dos Modelos de Bursa, Molodenskii e IBGE e as da Rede Geodésica (DSA-69).

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

7.1 O Posicionamento Doppler no Brasil

O posicionamento geodésico pelo método Doppler através de rastreamento a satélite, pela sua simplicidade, rapidez e economia quando comparado com os métodos convencionais, deve ser mais explorado pelos Órgãos responsáveis pela Cartografia Brasileira.

É sabido que grande parte do território brasileiro não se encontra ainda mapeado numa escala adequada aos anseios científicos, tecnológicos e políticos do País. E uma resposta imediata a esse problema cartográfico seria o posicionamento geodésico com os rastreadores Doppler.

Vimos no capítulo 5, por exemplo, que de 3 a 4 dias de observação, podemos obter as coordenadas de uma estação com um erro médio quadrático de 4 a 6m, com apenas um rastreador. E que essa precisão pode ser melhorada com menos dias de observação empregando o método da Translocação ($\pm 0,5m$). Com a utilização de vários rastreadores e a técnica dos Arcos Curtos, pode-se melhorar consideravelmente a precisão na determinação das coordenadas de uma estação ($\pm 0,2m$).

No Brasil, apenas o Posicionamento Por Ponto tem sido empregado. Nenhum trabalho, de que se tem notícia, foi feito utilizando-se as técnicas de Translação ou Arcos Curtos.

Como foi visto no capítulo 6, os parâmetros de translação entre os sistemas geodésico (DSA - 69) e o de satélite

(WGS - 72) determinados pelo IBGE acarretam diferenças dez vezes maiores na latitude e longitude e até cinco vezes mais na altitude ortométrica quando comparadas com as diferenças obtidas pela utilização dos parâmetros de Bursa e Molodenskii (tabela 6.4).

7.2 Algumas Sugestões

a) Inicialmente, seria necessário um estudo mais acurado, com dados reais, para se determinar o número de passagens que devem ser observadas, para as latitudes brasileiras, com as três técnicas de posicionamento (Por Ponto, Translocação e Arcos Curtos). com isso se evitaria perda de tempo e dinheiro na observação em excesso ou em falta do número correto de passagens necessárias.

b) Um segundo passo a ser dado seria a aplicação da técnica de Arcos Curtos, tendo em vista que já existe um número razoável de rastreadores adquiridos pelos Órgãos cartográficos civis e militares, ocupando-se pontos da Rede Geodésica Brasileira com o objetivo de se determinar de forma mais precisa os parâmetros de transformação entre o Sistema Geodésico (DSA - 69) e o sistema de satélite (WGS - 72).

c) Além do mais, o emprego adequado de um modelo matemático no processo de transformação de sistemas poderia nos fornecer os possíveis erros sistemáticos existentes na Rede Geodésica Brasileira.

d) Faz-se necessário o desenvolvimento de uma pesquisa com o posicionamento Doppler, onde seriam analisadas as técnicas de posicionamento, translocação, Arcos Curtos, como distância máxima e mínima

entre as estações para se verificar o grau de correlação dos erros das efemérides, refração e do receptor entre as estações no processo de Translocação; o número necessário de passagens observadas no Posicionamento Por Ponto para se minimizar a influência dos erros de refração, das efemérides (devidos às incertezas no conhecimento do campo de gravidade) e do receptor (ruído no oscilador e retardo nos circuitos de tempo).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 01 ABIB, O.A. Parâmetros para transformação de datum wgs-72/sad-69. Revista Brasileira de Cartografia. Rio de Janeiro, (20): 32-39, fevereiro 1978.
- 02 ANDERLE, R.J. Geodetic control with doppler. Photogrammetric engineering. Virginia, XXXIX, (5): 515-19, May 1973.
- 03 _____. Point positioning concept using precise ephemeris. In: INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING, 1, Las Cruces, 12-14 October 1976. Proceedings ... s.l. Defense Mapping Agency, s.d. p.47-54.
- 04 _____. Error model for geodetic positions derived from doppler satellite observations. Bulletin Géodésique, Paris, 50 (1): 43-77, 1976.
- 05 ASHKENAZI, V. & GOUGH, R.J. Determination of position by satellite doppler techniques. Nottingham, University of Nottingham, December 1975. 45p.
- 06 BADEKAS, J. Investigations related to the establishment of a world geodetic system. Reports of the Department of Geodetic Sciences. Columbus, (124): 1-181, June 1969.
- 07 BLACK, H.D. et alii. The transit system, 1975 Laurel, The Johns Hopkins University, June 1975.
- 08 BOAL, J.D. Doppler satellite surveys and the north american readjustment of horizontal control networks. Ottawa, Department of Energy, Mines and Resources, January 1974. 20p.
- 09 BOMFORD, G. Geodesy. 3 ed. Oxford, At the Clarendon Press, 1975. 731p.
- 10 BROWN, D.C. Doppler surveying with the jmr-1 receiver. Bulletin Géodésique, Paris, 50 (1): 9-25, 1976.
- 11 _____. Doppler positioning by short arc method. In: INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING, 1, Las Cruces, 12-14 October 1976. Proceedings ... s.l, Defense Mapping Agency, s.d. p.97-140.
- 12 BURSA, M. On the possibility of determining the rotating elements of geodetic reference system on the basis of satellite observations. Studia Geophysica et Geodaetica Prague, 4 (11): 390-6, 1967.
- 13 GEMAEL, C. Aplicações do cálculo matricial em geodésia. Curitiba, UFPr., 1976. 90p.

- 14 GILL, T.P. The doppler effect. London, Academic, 1965. 149p.
- 15 GRIMM, A.M. VLBI e suas aplicações. Curitiba, 1979. Seminário de conclusão de curso. UFPr.
- 16 GUIER, W.H. & WEIFFENBACH, G. C. Theoretical analysis of doppler radio signals from earth satellites. In: THE JOHNS HOPKINS UNIVERSITY. Transit orbit improvement program. Silver Spring, JHU/APL, March 1961.
- 17 HANSON, W.B. Structure of the ionosphere. In: JOHNSON, F.S. Satellite environment handbook. 2. ed. California Stanford University Press, 1965. p.23-49.
- 18 HEISKANEN, W.A. & MORITZ, H. Physical geodesy. London, Freeman, 1967. p.178-226.
- 19 HOAR, G.J. Satellite surveying. Torrence, magnavox, 1982. 141p.
- 20 HOLLAND, B.B. & BLACK, H.D. Equation of motion for near earth satellites. In: THE JOHNS HOPKINS UNIVERSITY. Transit orbit improvement program. Silver Spring, JHU/APL, March 1961.
- 21 HOPFIELD, H.S. Two - quartic tropospheric refractivity profile for correcting satellite data. Journal of Geophysical Research. Washington, D.C, 74 (18): 4487-99, August 20, 1969.
- 22 HOSKINS, G.W. The future navy navigation satellite system. In: INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING, 2, Austin, 22-26 January 1979. Proceedings ... s.l., Defense Mapping Agency, s. d. p.21-37
- 23 HOTINE, M. Mathematical geodesy. Washington, D.C, ESSA Monography, 1969. 415p.
- 24 HOYER, M. Satelliten - dopplermessungen als unterstützende beobachtungen bei der kontrolle und verbesserung eines geodätischen netzes in venezuela. HANNOVER, 1982. 166p.
- 25 JONES, H.E. Geodetic datuns in Canada. The canadian surveiyor, Ottawa, 27 (3): 195-207, September 1973.
- 26 KADLEC, F.A. & GOMES, J.P. Cálculo de parâmetros de trans ferências de sistemas geodésicos. Revista Brasileira de Cartografia. Rio de Janeiro, (22): 27-34, dezembro 1978.

- 27 KERSHNER; R.B. Effects of ionospheric refraction on doppler tracking. In: THE JOHNS HOPKINS UNIVERSITY. Transit orbit improvement program. Silver Spring, JHU/APL, March 1961.
- 28 KOUBA, J. A proposed geodetic reference system for the canadian adjustment. Collected Papers Geodetic Survey, Ottawa, 47-75, 1976.
- 29 — . & BOAL, J.D. Program geodop. Ottawa, Dep. of Energy, Mines and Resources, 1976. 145.
- 30 — . & WELLS, D.E. Semi-dynamical doppler satellite positioning. Bulletin géodésique, Paris, 50 (1): 27-42, 1976.
- 31 KRAKIŃSKY, E.J. & WELLS, D.E. Coordinate systems in geodesy. Lecture Notes. Fredericton N.B. (16): 33-40, May 1971.
- 32 — . & THOMSON, D.B. Mathematical models for the combination of terrestrial and satellite networks. The canadian surveyor. Ottawa, 28 (5): 606-15, December 1974.
- 33 — . & WELLS, D.E. Mathematical models for positioning by satellite. Lecture Notes. Fredericton N.B. (17): 27-66, May 1971.
- 34 KUMAR, M. Coordinate transformation by minimizing correlations between parameters. Reports of the Department of Geodetic Science, Columbus, (184): 1-68, July 1972.
- 35 LEICK, A. & GELDER B.H.W. van. On similarity transformations and geodetic network distortions based on doppler satellite observations. Reports of the department of Geodetic Science. Columbus, (235): 1-139, December 1975.
- 36 LINDER, J.L. Doppler geodetic system. Las Cruces, New Mexico State University. Physical Science Laboratory, 1968. p.10-16.
- 37 MALYEVAC, C.A. & ANDERLE, R.J. Determination of plate tectonic motion from doppler observations of navy navigation satellites. In: INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING, 1, Austin, 22-26 January 1979. Proceedings ... s.l., Defense Mapping Agency, s.d. p.695-741.
- 38 MOFFETT, J.B. Program requirements for two - minute integrated doppler satellite navigation solution. Technical Memorandum. Maryland, TG819-1:9-34, July 1973.
- 39 MUELLER, I.I.; SCHWARZ, C.R.; REILLY, J.P. Analises of geodetic satellite (geos I) observations in north american. Bulletin géodésique, Paris, (76): 143-162, March 1970.

- 40 MUELLER, I.I.; Review of problems associated with conventional geodetic datums. The Canadian Surveyor, Ottawa, 28 (5): 514-23, December 1974.
- 41 —. Spherical and practical astronomy. New York, Ungar, 1969. 615p.
- 42 NEWTON, R.R. The navy navigation satellite system. In: INTERNATIONAL SPACE SCIENCE SYMPOSIUM, 7, Vienna, 10-18 May 1966. Proceedings... Amsterdam, North - Holland, 1967. p.735-63.
- 43 PISKUNOV, N. Cálculo diferencial e integral. Moscou, Editorial Mir, 1969. p.301.
- 44 SEPPELIN, T.O. The department of defense world geodetic system 1972. The Canadian Surveyor, Ottawa, 28 (5): 496-506, December 1974.
- 45 SOARES, A. Eletrônica. Curitiba, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1973. 160p.
- 46 SOLER, T. On differential transformations between cartesian and curvilinear (geodetic) coordinates. Reports of the Department of geodetic science. Columbus, (236): 1-82, January 1976.
- 47 STANSELL Jr., T.A. The transit navigation satellite system: status, theory, performance, and applications. Torrance, Magnavox, 1978. 41p.
- 48 THOMSON, D.B. & KRAKIWSKY, E.J. Concepts of the combination of geodetic networks. In: INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM, 2, Las Cruces, 12-14. October 1976. Proceedings... s.l., Defense Mapping Agency, s.d. p.727-745.
- 49 UOTILA, U.A. Introduction to adjustment computations with matrices. Ohio, The Ohio State University, 1967. Paginação irregular.
- 50 VANICEK, P. & WELLS, D.E. Positioning of horizontal geodetic datums. The Canadian Surveyor, Ottawa, 28 (5): 531-8, December 1974.
- 51 —. Report on geocentric and geodetic datums. Technical Report, Fredericton N.B., (32): 1-26, February 1975.
- 52 —. & WELLS, D.E. The least-squares approximation and related topics. Lecture Notes. Fredericton N.B., (22): 1972.

- 53 WELLS, D.E. Semi-dynamical doppler satellite positioning. Publication of the Earth Physics Branch, Ottawa, 45 (3): 199-207, 1975.
- 54 ———. Doppler Satellite control. Technical Report. Fredericton N.B., (29): 26-38, September 1974.
- 55 ———. Concept of satellite doppler positioning using translocation techniques. In: INTERNATIONAL GEODETIC SYMPOSIUM ON SATELLITE DOPPLER POSITIONING, 1, Las Cruces, 12-14 October 1976. Proceedings... s.l., Defense Mapping Agency, s.d. p.77-96.
- 56 WOLF, H. Geometric connection and re-orientation of three-dimensional triangulations nets. Bulletin géodésique, Paris, (68): 165-169, June 1963.
- 57 YIONOULIS, S.M. Algorithm to compute tropospheric refraction effects on range measurements. Journal of Geophysical, Research, 75 (36): 7636-37. 1970.