

LUCIANO MONTENEGRO DA CUNHA PESSOA

GEÓIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL EM ÁREA DA BACIA DO PARANÁ

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. François Albert Rosier.

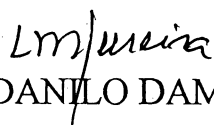
CURITIBA
1997

GEÓIDE GRAVIMÉTRICO LOCAL EM ÁREA DA BACIA DO PARANÁ

POR

LUCIANO MONTENEGRO DA CUNHA PESSOA

Dissertação aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:



Prof. Dr. LUIZ DANILO DAMASCENO FERREIRA - Presidente



Prof. Dr. NELSI COGO DE SÁ - Co-orientador



Prof. MSc. SERGIO MAURI FABRI - Membro

As ciências não tentam explicar, dificilmente tentam sequer interpretar; elas fazem modelos, principalmente. Por modelo entenda-se um construto matemático que, com o acréscimo de certas interpretações verbais, descreve fenômenos observados. A justificação desse construto matemático é apenas, e precisamente, que se espera que funcione.

John Von Neumann

Dedicatória

Este trabalho é dedicado ao incontável número de pessoas que contribuíram para sua conclusão, e de modo muito particular ao saudoso colega e amigo **Carlos Magno Valente Muniz** cuja ajuda, desinteressada e sempre presente, foi decisiva para sua consecução. O destino, infelizmente, privou-nos precocemente de sua alegre presença.

Agradecimentos

O presente trabalho não teria sido possível sem a colaboração direta de um grande número de pessoas muito especiais, às quais penho os mais sinceros agradecimentos. À minha esposa Edite e às minhas filhas Luciana e Mariana pela tolerância nas incontáveis horas de indisponibilidade. Aos meus pais pelo incentivo constante. Aos amigos e companheiros Darwin Mog e Simone Günther pela sempre presente alegria e inestimável colaboração. Ao Prof. Dr. Nelsi Cogo de Sá pela paciente e incansável orientação. Aos professores do CPGCG da UFPR. À PETROBRAS pela oportunidade e crédito.

SUMÁRIO

SUMÁRIO	VI
LISTA DE FIGURAS	IX
LISTA DE TABELAS	XII
RESUMO	XV
ABSTRACT	XVI
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	01
CAPÍTULO 2 - A ATRAÇÃO GRAVITACIONAL	04
2.1 O POTENCIAL GRAVITACIONAL	07
2.2 O POTENCIAL GRAVÍFICO	08
2.3 O CAMPO DE GRAVIDADE NORMAL	11
2.4 O POTENCIAL ANÔMALO OU PERTURBADOR	12
2.5 DESENVOLVIMENTOS EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS	13
2.5.1 Polinômios de Legendre	14
2.5.2 Geopotencial em Harmônicos Esféricos	17
2.5.3 Esferopotencial em Harmônicos Esféricos	18
2.5.4 Potencial Anômalo em Harmônicos Esféricos	18
2.5.5 Anomalias Gravimétricas.	19
2.5.6 Cálculo das Correções de Relevo	20
2.5.6.1 Correção do Relevo da Região Próxima às Estações Gravimétricas.	21
2.5.6.2 Correção de Relevo entre 3 e 5 km	24
2.6 OBTENÇÃO DAS ANOMALIAS BOUGUER	25
2.7 A FÓRMULA DE BRUNS	27
2.8 EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA GEODÉSIA FÍSICA	28
2.9 ELEMENTOS NECESSÁRIOS À DEFINIÇÃO DE ALTITUDE	30
2.10 ALTITUDE ORTOMÉTRICA	30
CAPÍTULO 3 - DADOS UTILIZADOS	34
3.1 DADOS GRAVIMÉTRICOS	34
3.1.1 Equipe Gravimétrica 29 (Eg-29)	34
3.1.1.1 Implantação do Apoio Gravimétrico Local	34
3.1.1.2 Densificação Gravimétrica	35
3.1.1.3 Obtenção das Coordenadas Planialtimétricas	35
3.1.2 Equipe Gravimétrica 30 (Eg-30)	36
3.1.2.1 Implantação do Apoio Gravimétrico Local	36
3.1.2.2 Densificação Gravimétrica	37
3.1.2.3 Obtenção das Coordenadas Planialtimétricas	38

3.2	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS LEVANTAMENTOS GRAVIMÉTRICOS	38
3.3	ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS UTILIZADAS	39
3.3.1	Análise Estatística das Anomalias	39
3.4	O MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL	40
3.4.1	Determinação do Modelo Digital da Anomalia Bouguer	40
3.4.2	O Processo de Digitalização	43
3.4.2.1	Preparação das Curvas a Serem Digitalizadas	43
3.4.2.2	Digitalização	44
3.4.2.3	Edição das Folhas Digitalizadas	44
3.5	GERAÇÃO DO MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL	44
3.5.1	Homogeneização do Modelo Digital	46

CAPÍTULO 4 - APROXIMAÇÕES MATEMÁTICAS DO CAMPO DE GRAVIDADE.

		47
4.1	INTRODUÇÃO AOS MODELOS DO GEOPOTENCIAL	48
4.2	MODELOS DE BAIXO GRAU	50
4.3	MODELOS DE ALTO GRAU	51
4.3.1	A Determinação dos Coeficientes dos Modelos de Alto Grau	52
4.3.2	Combinação de Dados Heterogêneos na Determinação do Geóide	57

CAPÍTULO 5 - A FORMULAÇÃO DE STOKES

5.1	AS ONDULAÇÕES GEOIDAIS E O CAMPO DE GRAVIDADE	58
5.2	AS SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS E FORMA DA TERRA	58
5.3	O PROBLEMA DE CONTORNO E A SOLUÇÃO DE STOKES	60
5.3.1	A Integral de Stokes	61
5.3.2	A Redução Gravimétrica e os Efeitos Sobre N	63
5.3.2.1	O Efeito Indireto Sobre o Potencial	66
5.3.2.2	O Efeito Indireto Sobre a Gravidade	66
5.3.2.3	O Efeito Topográfico Diferencial (Correção de Relevo) e o Segundo Método de condensação de Helmert	67
5.4	A DECOMPOSIÇÃO DE N	69
5.4.1	A Aproximação Plana da Integral de Stokes	70
5.4.2	A Técnica <i>Remove-Restore</i>	74
5.4.3	Correlação das Anomalias com a Altitude	76
5.4.4	A densidade da crosta	78
5.4.4.1	Desenvolvimento Teórico	79
5.4.5	Modelo Matemático da Correção de Relevo Para a Zona Distante	81

CAPÍTULO 6 - METODOLOGIA E TESTES

6.1	GERAÇÃO E AVALIAÇÃO DO MODELO GEOIDAL	85
6.2	ANOMALIAS AR-LIVRE DO MODELO OSU91A	86
6.2.1	A Quantificação do Efeito Indireto Sobre o Potencial	86
6.3	OBTENÇÃO DAS ONDULAÇÕES GEOIDAIS RESIDUAIS	89
6.3.1	O Processo de Integração	90
6.3.1.1	Geração de Anomalias Residuais	90
6.3.1.2	Ondulações Residuais	92
6.3.2	Ondulações Geoidais Resultantes	95

6.3.3	Avaliação das Ondulações Geoidais Resultantes	97
6.3.4	Elementos de Referência	97
6.3.5	Altitudes Ortométricas das RRNN.	99
6.3.6	Altitudes Geométricas	100
6.3.7	Avaliação Relativa (Dupla Diferença Entre Ondulações Geoidais)	103
6.3.8	Resultados da Avaliação	105
6.3.8.1	Avaliação Absoluta	105
6.3.8.2	Avaliação Relativa.	107

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	109
--	------------

ANEXO 1a - MAPA GEOIDAL RESULTANTE	114
ANEXO 1b - LAYOUT DO ARQUIVO DADOS GRAVIMÉTRICOS ORIGINAIS.	116
ANEXO 1c - ESTATÍSTICAS DAS ALTITUDES	118
ANEXO 1d - ESTATÍSTICA DAS ALTITUDES APÓS HOMOGENEIZAÇÃO	122
ANEXO 2a - LISTAGENS DOS PROGRAMAS EM LINGUAGEM MATLAB™.	125

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	212
---	------------

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 - ATRAÇÃO GRAVITACIONAL ENTRE ELEMENTOS DE MASSA m_1 E m_2	05
FIGURA 2.2 - ATRAÇÃO GRAVITACIONAL EXERCIDA POR ELEMENTOS DE MASSA DE VOLUME dV	06
FIGURA 2.3 - COMPOSIÇÃO DA ATRAÇÃO GRAVITACIONAL F E CENTRÍFUGA C , ATUANTES SOBRE UM PONTO P DA SUPERFÍCIE TERRESTRE. . . .	09
FIGURA 2.4 - SEÇÃO DE EQUIPOTENCIAIS DO CAMPO DE GRAVIDADE TERRESTRE	13
FIGURA 2.5 - ILUSTRAÇÃO DA APLICAÇÃO DA LEI DOS COSENOS PARA OBTENÇÃO DA DISTÂNCIA l	14
FIGURA 2.6 - VETORES GRAVIDADE E ANOMALIA DE GRAVIDADE	19
FIGURA 2.7 - CONFIGURAÇÃO DOS SETORES PARA OS QUAIS HOVE ESTIMAÇÃO DO RELEVO EM TORNO DE CADA ESTAÇÃO GRAVIMÉTRICA	22
FIGURA 2.8 - PRISMA TRIANGULAR VERTICAL COM FACE SUPERIOR INCLINADA E BASE SOBRE O PLANO DE MESMA ALTITUDE DA ESTAÇÃO GRAVIMÉTRICA. A ATRAÇÃO É CALCULADA COMO SENDO EXERCIDA PELO CENTRO DE MASSA CM	23
FIGURA 2.9 - RELAÇÃO ENTRE O ESFEROPOTENCIAL U E O GEOPOTENCIAL W NA FORMULAÇÃO DE BRUNS	28
FIGURA 2.10 - REPRESENTAÇÃO DAS SUPERFÍCIES FÍSICA, GEOIDAL E ELIPSOIDAL DE REFERÊNCIA. A LINHA DEFINIDORA DA ALTITUDE ORTOMÉTRICA É UMA CURVA REVERSA.	32
FIGURA 3.1 - LEVANTAMENTO GRAVIMÉTRICO. OCUPAÇÃO DA RN 2021V, REOCUPADA DURANTE O LEVANTAMENTO GPS.	37
FIGURA 3.2 - LOCALIZAÇÃO DAS ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS DAS EQUIPES EG-29 E EG-30	41
FIGURA 3.3 - ANOMALIA BOUGUER NO ÂMBITO DAS ÁREAS 2 E 3.INTERVALO DE CONTORNO DE 1 mGAL	42
FIGURA 3.4 - LOCALIZAÇÃO DAS ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS E SUBDIVISÃO DAS ÁREAS DE TRABALHO. INTERVALO DE CONTORNO = 100 m.	46

FIGURA 3.4- PERSPECTIVA DO MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL CORRESPONDENTE ÀS ÁREAS 1, 2 E 3. NOTE-SE QUE A AUSÊNCIA DE ELEMENTOS NA EXTREMIDADE NORDESTE LEVA AO FALSEAMENTO DA TOPOGRAFIA	.46
FIGURA 4.1 - ERROS ESTIMADOS EM ONDULAÇÃO GEOIDAL PARA O MODELO GEM-T3. OBSERVE-SE A TENDÊNCIA DE REDUÇÃO DE TAIS ERROS PARA AS REGIÕES OCEÂNICAS (AZUL). NA ÁREA DO PRESENTE TRABALHO O ERRO ESPERADO É DA ORDEM DE 100 cm. FONTE LERCH ET AL. (1994).	.51
FIGURA 5.1 - R = RAIO DA ESFERA, R = DISTÂNCIA GEOCÊNTRICA, DS = ELEMENTO DE SUPERFÍCIE, L = DISTÂNCIA ENTRE O ELEMENTO DE SUPERFÍCIE E O PONTO ATRAÍDO P , E ψ ÂNGULO AUXILIAR. 62	
FIGURA 5.2 - MODELO DE APROXIMAÇÃO PLANA	63
FIGURA 5.3 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA INFLUÊNCIA DO RELEVO SOBRE A ESTAÇÃO GRAVIMÉTRICA. TANTO A PRESENÇA DE MASSA COMO SUA DEFICIÊNCIA RESULTAM EM UMA COMPONENTE SUBTRATIVA.. . . .	67
FIGURA 5.4 - COMPONENTES DA ONDULAÇÃO GEOIDAL N	70
FIGURA 5.5 - REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO DE STOKES E DE APROXIMAÇÕES À MESMA. O DESTAQUE É PARA A TENDÊNCIA DE COINCIDÊNCIA ENTRE AS TRÊS FUNÇÕES À MEDIDA QUE A DISTÂNCIA ANGULAR SE REDUZ.	.72
FIGURA 5.6 - COINCIDÊNCIA ENTRE AS APROXIMAÇÕES S' E S'' DA FUNÇÃO DE STOKES. HÁ UMA NÍTIDA TENDÊNCIA DE COINCIDÊNCIA ENTRE AS CURVAS À MEDIDA QUE SE APROXIMAM DA ORIGEM	.73
FIGURA 5.7 - COMPORTAMENTO DO ERRO RELATIVO DA APROXIMAÇÃO S'' . 74	
FIGURA 5.8 - FLUXOGRAMA DAS PRINCIPAIS ETAPAS DA DETERMINAÇÃO DE N UTILIZANDO A TÉCNICA "REMOVE - RESTORE"	76
FIGURA 5.9 - ANOMALIAS AR-LIVRE x ALTITUDE. A CORRELAÇÃO ENTRE AMBAS ESTÁ BEM EVIDENCIADA NO GRÁFICO. H É A ALTITUDE ORTOMÉTRICA CORRESPONDENTE	77
FIGURA 5.10 ANOMALIAS BOUGUER X ALTITUDES. NÃO HÁ CORRELAÇÃO LINEAR APARENTE	78

FIGURA 5.11 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DOS ELEMENTOS ENVOLVIDOS NA APROXIMAÇÃO DA EXPRESSÃO DA CORREÇÃO DE RELEVO. FONTE: TZIAVOS(1993)	82
FIGURA 6.1 - ANOMALIA AR-LIVRE OBTIDA A PARTIR DOS COEFICIENTES DO MODELO DO GEOPOTENCIAL OSU-91A, TRUNCADO EM GRAU E ORDEM 180.INTERVALO DE CONTORNO = 5 mGal	87
FIGURA 6.2 - ONDULAÇÕES GEOIDAIS OBTIDAS DOS COEFICIENTES DO MODELO OSU-91A, TRUNCADO EM GRAU E ORDEM 180. CONTORNOS = 0,5 m	88
FIGURA 6.3 - SUPERFÍCIE E MAPA DE CORREÇÕES DEVIDAS AO EFEITO INDIRETO SOBRE O POTENCIAL PARA A ÁREA 3. INTERVALO DE CONTORNO = 0,005 mGAL	89
FIGURA 6.4 - FLUXOGRAMA DE DETERMINAÇÃO DE ANOMALIAS RESIDUAIS.	91
FIGURA 6.5 - ESQUEMA DE INTEGRAÇÃO. AS CÉLULAS QUADRADAS REPRESENTAM 3' X 3', O QUE CORRESPONDE A 9 BLOCOS DE ANOMALIAS DE 1'X 1'. A REGIÃO EM AMARELO CORRESPONDE À ÁREA DE ABRANGÊNCIA (CÍRCULO DE RAIO 30') PARA O CÁLCULO DE CADA PONTO.	94
FIGURA 6.6 - CONTRIBUIÇÃO GRAVIMÉTRICA DA ALTURA GEOIDAL PARA ÁREA 3.INTERVALO DE CONTORNO = 0,2 m	95
FIGURA 6.7 - ONDULAÇÃO GEOIDAL RESULTANTE PARA A ÁREA 3. INTERVALO DE CONTORNO = 0,25 m.	96
FIGURA 6.8 - LOCALIZAÇÃO DAS REFERÊNCIAS DE NÍVEL UTILIZADAS NA AVALIAÇÃO DAS ONDULAÇÕES. EM DESTAQUE A ÁREA 3.	99
FIGURA 6.9 - ESQUEMA ADOTADO PARA A AVALIAÇÃO ABSOLUTA DAS ONDULAÇÕES GEOIDAIS DETERMINADAS.	102
FIGURA 6.10 - DIFERENÇAS ENTRE ONDULAÇÕES DE REFERÊNCIA DE ONDULAÇÕES FORNECIDAS PELO MODELO EM METROS.	105
FIGURA 6.11 - CURVAS DE MÍNIMOS QUADRADOS COM PROPAGAÇÃO DE ERRO RELATIVO. EM DESTAQUE O ERRO PARA 200 km	107
FIGURA 6.12 - GRÁFICO DE ADERÊNCIA. UMA COINCIDÊNCIA ENTRE AS CURVAS DE REFERÊNCIA (VERMELHO) E ORIGINADA DO MODELO (VERDE) IMPLICARÁ NUMA BOA ADERÊNCIA RELATIVA	108

FIGURA 6.13 - GRÁFICO DE ESPALHAMENTO. EM DESTAQUE A AMPLITUDE DO MODELO	109
---	-----

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - ESTATÍSTICA DAS CORREÇÕES DE RELEVO UTILIZANDO O PROGRAMA TRITER PARA REGIÃO ENTRE 0,1 E 3,0 km EM TORNO DA ESTAÇÃO	24
TABELA 2.2 - ESTATÍSTICA DAS CORREÇÕES DE RELEVO PARA A REGIÃO PRÓXIMA (0,1 A 3,0 km) CALCULADA NO TRITER, ADICIONADA À CORREÇÃO DETERMINADA ENTRE 3 E 50 km BASEADA NA APROXIMAÇÃO QUADRÁTICA. TZIAVOS (1993)	25
TABELA 2.3 - ESTATÍSTICA DAS ANOMALIAS BOUGUER DAS ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS.	27
TABELA 3.1 - RESUMO DO APOIO PLANIALTIMÉTRICO UTILIZADO NA AEROTRIANGULAÇÃO DOS BLOCOS E OS RESÍDUOS APÓS O AJUSTAMENTO	36
TABELA 3.2 - ESTATÍSTICA DAS ANOMALIAS BOUGUER INTERPOLADAS	43
TABELA 3.3 - ESTATÍSTICA RELATIVA AO MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL. .	45
TABELA 4.1 - COEFICIENTES PLENAMENTE NORMALIZADOS DO GEM-T3 ATÉ GRAU E ORDEM 5.	50
TABELA 5.1 - RESUMO DOS VALORES DE DENSIDADE ESTIMADOS	80
TABELA 6.1 - ESTATÍSTICA DAS ANOMALIAS AR-LIVRE E ONDULAÇÕES GEOIDAIAS GERADAS A PARTIR DO MODELO OSU91A EM INTERVALOS DE 3' X 3'	86
TABELA 6.2 - ESTATÍSTICA RELATIVA AO CÁLCULO DO EFEITO INDIRETO SOBRE O POTENCIAL PARA AS ÁREAS 2 E 3	88
TABELA 6.3- ESTATÍSTICA DAS ANOMALIAS AR -LIVRE RESIDUAIS.	92
TABELA 6.4 - ESTATÍSTICA DAS ONDULAÇÕES RESIDUAIS PARA A ÁREA 3. .	93
TABELA 6.5- ESTATÍSTICA DAS ONDULAÇÕES RESULTANTES PARA A ÁREA 3	97
TABELA 6.6 - RESUMO DO RASTREAMENTO DE LIGAÇÃO ENTRE PONTOS DA REDE NACIONAL GPS E RRNN 1743H E 1750P	98
TABELA 6.7 - RELAÇÃO DE ALTITUDES ORTOMÉTRICAS DAS RRNN	100

TABELA 6.8 - RELAÇÃO DE ALTITUDES GEOMÉTRICAS CORRESPONDENTES ÀS RRNN REFERIDAS AO WGS-84	100
TABELA 6.9 - ESTATÍSTICA DAS DIFERENÇAS ABSOLUTAS ENTRE AS ONDULAÇÕES NAS RRNN. DIFERENÇAS ABSOLUTAS.	105
TABELA 6.10- RESUMO DA AVALIAÇÃO RELATIVA DO MODELO	109

RESUMO

O presente trabalho apresenta um modelo geoidal de âmbito local para a região definida geograficamente pelos paralelos - 24° 30' e - 26° 30' e meridianos - 50° 30' e - 52° 30' inserida na bacia sedimentar do Paraná, resultante da combinação de dados gravimétricos com o modelo do geopotencial OSU91A e de um modelo topográfico de alta resolução. A formulação matemática utilizada para a obtenção das ondulações geoidais foi a integral de Stokes, através da técnica *remove-restore* com modificação da função $S(\psi)$ para a aproximação plana. Esta técnica possibilita explorar a alta correlação existente entre as anomalias ar-livre e a topografia, bem como a baixa correlação entre as anomalias Bouguer com esta mesma topografia. A existência de um modelo topográfico de alta resolução para área trabalhada foi condição necessária para a aplicação da técnica, tendo este sido gerado a partir da digitalização contínua das curvas de nível das cartas topográficas existentes nas escalas de 1: 100.000 (14 folhas) e 1: 50.000 (8 folhas). Na combinação dos elementos acima, o modelo OSU91A, truncado em grau e ordem 180, foi responsável pela quantificação da componente de longo comprimento de onda da representação espectral do campo gravífico, enquanto coube às anomalias gravimétricas e ao modelo topográfico digital quantificarem respectivamente os efeitos de médio e curto comprimentos de onda do campo sobre as ondulações geoidais. Foram considerados os efeitos indiretos sobre o potencial gravífico resultantes das reduções efetuadas, bem como as influências do relevo nas medidas gravimétricas nas zonas próxima e distante das 5.125 estações gravimétricas. Foi analisada e quantificada a correlação entre as anomalias Bouguer e a topografia na área de trabalho, e, seguindo modelo proposto Pick (1973), apresentado um modelo de densidades para a área. As ondulações geoidais resultantes foram comparadas com os correspondentes valores obtidos a partir do posicionamento GPS de um conjunto de 31 RRNN da rede altimétrica fundamental brasileira, às quais foram interligadas à Rede Nacional GPS. O modelo resultante apresentou uma componente sistemática de 0,38 m tendo como referências a diferença entre as alturas elipsoidais fornecidas por Pereira (1993) e as altitudes ortométricas das RRNN, enquanto que a propagação relativa apresentou diferenças da ordem de 3,5 ppm. Nas avaliações absolutas e relativas foi utilizada a metodologia proposta por Pessoa (1994).

ABSTRACT

This paper presents a local geoidal model for a geographically defined region between parallels - 24° 30' and - 26° 30' and meridians - 50° 30' e - 52° 30', inserted in the Paraná sedimentary basin, resulting from a combination of gravimetric data, a geopotential model OSU91A and a high resolution topographic model. The Stokes integral was utilized as mathematical formulation to obtain geoidal undulation through *remove-restore* technique, using a modified $S(\psi)$ function in its plane approach. This technique allows to explore high correlation existing between free-air anomalies and topography, as well the low correlation between Bouguer anomalies with topography. As necessary condition for use this approach, a high resolution topographic model for that area was generated from digitizing all level lines of existing topographical maps in 1: 100.000 (14 sheets) and 1: 50.000 (8 sheets). In such combination of elements, the OSU91A model, truncated in degree and order 180, was responsible for quantifying spectral representation field long wavelength component, while gravimetric anomalies and topographic model were responsible for quantifying medium and short wavelength effects over geoidal undulations. Resulting indirect effects over potential were also considered as well topographic effects on observations in near and distant zones for 5.125 gravimetric stations. Correlation between Bouguer anomalies and topography was quantified for the area and, using model suggested by Pick (1973), to compute a density model. Resulting geoidal undulations were compared with corresponding values obtained from GPS positioning over 31 benchmarks of the fundamental height brazilian network, whose were tied to Rede Nacional GPS. Resulting model presented a systematic component of 0,38 m referred to differences between ellipsoidal heights from Pereira (1993) and orthometric heights of benchmarks, while relative propagation showed differences of about 3,5 ppm. In absolute and relative evaluation a methodology proposed by Pessoa (1994) was used.

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Uma das principais tarefas da Geodésia Física nesta década será o aprimoramento do geóide para atender à demanda do **Global Positioning System (GPS)**, notadamente com respeito às determinações altimétricas. Na prática, trata-se da determinação da separação entre as superfícies equipotencial fundamental do campo de gravidade terrestre, e de sua aproximação matemática, um elipsóide de revolução. Modelos do geopotencial, empregados na descrição do campo de gravidade anômalo (RAPP & CRUZ, 1986; MARSH et al., 1990; RAPP & PAVLIS, 1990), podem oferecer soluções globais para este problema com erros absolutos para as ondulações geoidais que variam entre 0,25 m e 1,10 m, com os melhores resultados obtidos para as regiões oceânicas (LERCH et al. 1994).

Ainda que importantes do ponto de vista global,¹ tais modelos tem sido insuficientes para atender às demandas regionais no que diz respeito às ondulações geoidais. Diferenças entre alturas elipsoidais, obtidas a partir de determinações interferométricas com o **GPS**, têm acurácia relativa melhor que 2 p.p.m. da distância entre as estações (SEEBER, 1993), sem que se atinja mesma ordem de precisão na obtenção dos desníveis² correspondentes. A razão para tal reside no fato de que nos modelos globais as componentes de alta frequência do campo de gravidade não são resolvidas. Mesmo os desenvolvimentos de maior resolução disponíveis (ex. OSU91A ou JGM) conseguem apenas representar comprimentos de onda da ordem de 30' de arco ou cerca de 50 km sobre a superfície física terrestre. A obtenção de modelos regionais integrando dados para a determinação de ondulações geoidais tem motivado muitos trabalhos nos últimos anos (TSCHERNING, 1983; VANICEK & KLEUSBERG, 1987; ZHAO, 1989; TORGE & BEHREND, 1992; CAPORALI, 1993; GIL et al. 1993; SÁ, 1993; TZIAVOS, 1993; SIDERIS, 1995), com soluções que diferem entre si em função da técnica empregada na solução ou dos elementos do

¹ Deve-se ter em conta que tais modelos tem aplicações variadas em Geofísica, Oceanografia, Mecânica orbital etc.

² No presente trabalho o termo desníveis será restrito às diferenças de altitudes ortométricas.

campo de gravidade utilizados. Determinações acuradas de ondulações geoidais relativas podem ser obtidas por combinações entre modelos do geopotencial com anomalias de gravidade e modelos topográficos digitais (ZHAO, 1989; MILBERT, 1992; SCHWARZ & SIDERIS, 1993; TZIAVOS, 1993).

O presente trabalho trata da determinação do geóide local utilizando a combinação de um modelo do geopotencial e modelos digitais de anomalias de gravidade e topografia. A solução empregada é a proposta por Stokes³ e a técnica utilizada é a conhecida como *remove-restore*, através da qual as ondulações geoidais residuais (Nr) são determinadas com base em anomalias de gravidade também residuais (Δg_r) e de uma função de Stokes $S(\psi)$ modificada.

O modelo do geopotencial utilizado foi o **OSU91A** (RAPP & PAVLIS, 1991), truncado⁴ em grau e ordem 180. Os dados gravimétricos utilizados para a geração do modelo digital de anomalias consistem de um conjunto de 5.125 estações gravimétricas distribuídas sobre a área limitada pelos paralelos $-24^{\circ} 30'$ e $-26^{\circ} 30'$ e meridianos $-50^{\circ} 30'$ e $-52^{\circ} 30'$, localizada na Bacia Sedimentar do Paraná. O modelo topográfico digital foi gerado pela digitalização das curvas de nível de um conjunto de 22 folhas do mapeamento sistemático nas escalas de 1:100.000 e 1: 50.000. Da combinação destes três elementos foi gerado um modelo geoidal para a área limitada pelos paralelos $-24^{\circ} 30'$ e $-26^{\circ} 30'$ e meridianos $-50^{\circ} 30'$ e $-52^{\circ} 30'$.

Para avaliação dos resultados, foi estabelecida na área uma rede de pontos **GPS**, tendo sido ocupados marcos de RRNN pertencentes à rede fundamental altimétrica brasileira.

As ondulações geoidais do modelo foram comparadas com os correspondentes valores obtidos das diferenças entre a altitude geométrica e ortométrica em cada uma das 31 RRNN rastreadas, com estimativa de erro relativo da ordem de 3,5 p.p.m. O modelo resultante apresenta uma componente sistemática da ordem de 39 cm, tendo como referências alturas

³ Sir George Gabriel Stokes (1819 - 1903). Físico e matemático irlandês notabilizou-se por seus estudos sobre o comportamento dos fluidos viscosos, particularmente por sua "lei da viscosidade" e pelo teorema de Stokes no campo da análise vetorial. Sua contribuição à Geodésia deu-se através de um trabalho publicado em 1849 sobre o comportamento da gravidade sobre a superfície terrestre.

⁴ O conjunto de coeficientes do modelo em questão é de grau e ordem 360.

elipsoidais definidas pelo IBGE (PEREIRA, 1993). Nas avaliações relativas e absolutas foi utilizada a metodologia proposta por Pessoa (1994).

CAPÍTULO 2 - A ATRAÇÃO GRAVITACIONAL

Originada no século XVIII com Laplace,¹ a Teoria do Potencial se constitui em poderosa ferramenta para o tratamento matemático de problemas relacionados à eletricidade, eletromagnetismo, hidrodinâmica, gravitação etc. Sua aplicação ao estudo do campo de gravidade terrestre, baseia-se no fato de que, sob condições particulares, este campo vetorial pode ser tratado como um campo escalar. Nestes, um escalar é suficiente para definir o valor da função no espaço, o que oferece evidente simplificação ao tratamento matemático envolvido. Além disso, um tipo de função potencial, as funções harmônicas, são soluções de uma importante equação diferencial parcial, a equação de Laplace. Tais condições verificam-se no caso das funções que modelam o potencial gravitacional e o potencial anômalo. Serão definidos neste CAPÍTULO os potenciais gravitacional (V), gravífico (W), centrífugo (Q), o potencial anômalo (T) e algumas de suas principais propriedades. De forma breve, serão apresentadas as definições de altitude ortométrica e elipsoidal ou geométrica.

A *Lei da gravitação universal* devida a Newton², estabelece que a força de atração gravitacional F entre dois corpos quaisquer dotados de massas m_1 e m_2 , é diretamente proporcional ao produto das respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância r que os separa. A constante de proporcionalidade G é a constante universal da gravitação ou de Newton. A intensidade da força de atração, expressa matematicamente por,

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (2.1)$$

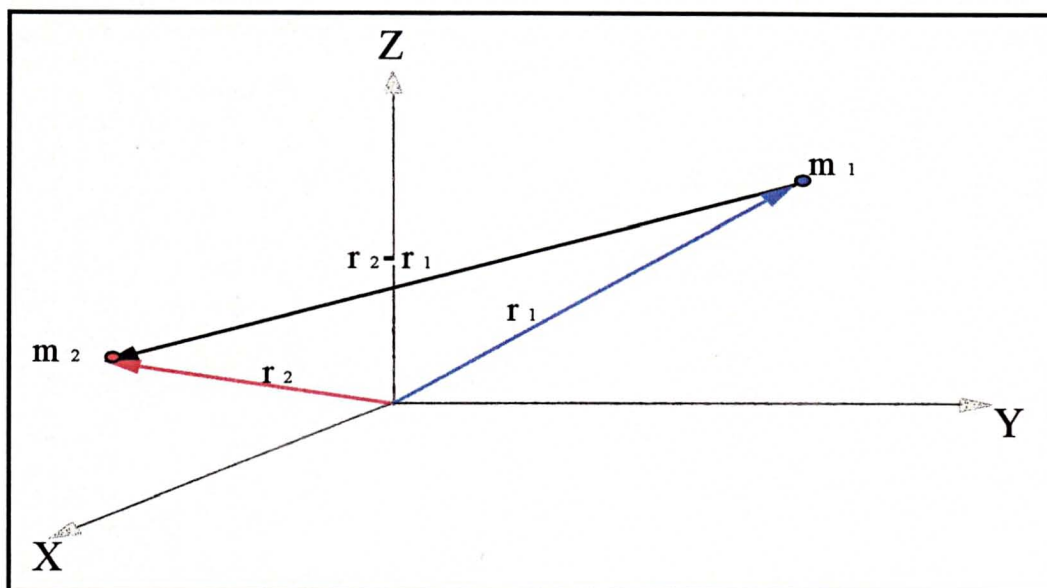
pode ser interpretada como uma propriedade intrínseca e geral das massas, sendo o valor da constante de proporcionalidade G determinado experimentalmente.³

¹ Pierre-Simon, Marquês de Laplace (1749 -1827). Matemático, astrônomo e físico francês, autor entre outras da equação diferencial parcial de segunda ordem que leva seu nome e cujas soluções (funções harmônicas), ocorrem em diversos problemas da física.

² Sir Isaac Newton (1642 - 1727). Matemático, físico e filósofo inglês, estabeleceu entre inúmeras contribuições a lei que rege a atração entre corpos em 1687, baseando-se em trabalhos anteriores de Borelli (1608 - 1679), Descartes (1596 - 1650) e Leibnitz (1646 - 1716) entre outros.

³ Coube ao físico e químico inglês Henry Cavendish (1731 - 1810) a primeira determinação experimental do valor de G utilizando-se de uma balança de torção, em 1798. Rigorosamente o experimento buscou a determinação da

FIGURA 2.1 - ATRAÇÃO GRAVITACIONAL ENTRE ELEMENTOS DE MASSA m_1 E m_2



Ainda que teoricamente assumam-se que a atração gravitacional entre corpos propague-se à velocidade da luz [VANICEK & KRAKIWSKY, 1982], para quase todos os propósitos práticos, a atração ocorre instantaneamente. Essa é a aproximação adotada na mecânica clássica. A expressão vetorial para a força de atração $\vec{F}$ entre duas massas de dimensões desprezíveis em relação à distância que as separa é dada por,

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad (2.2)$$

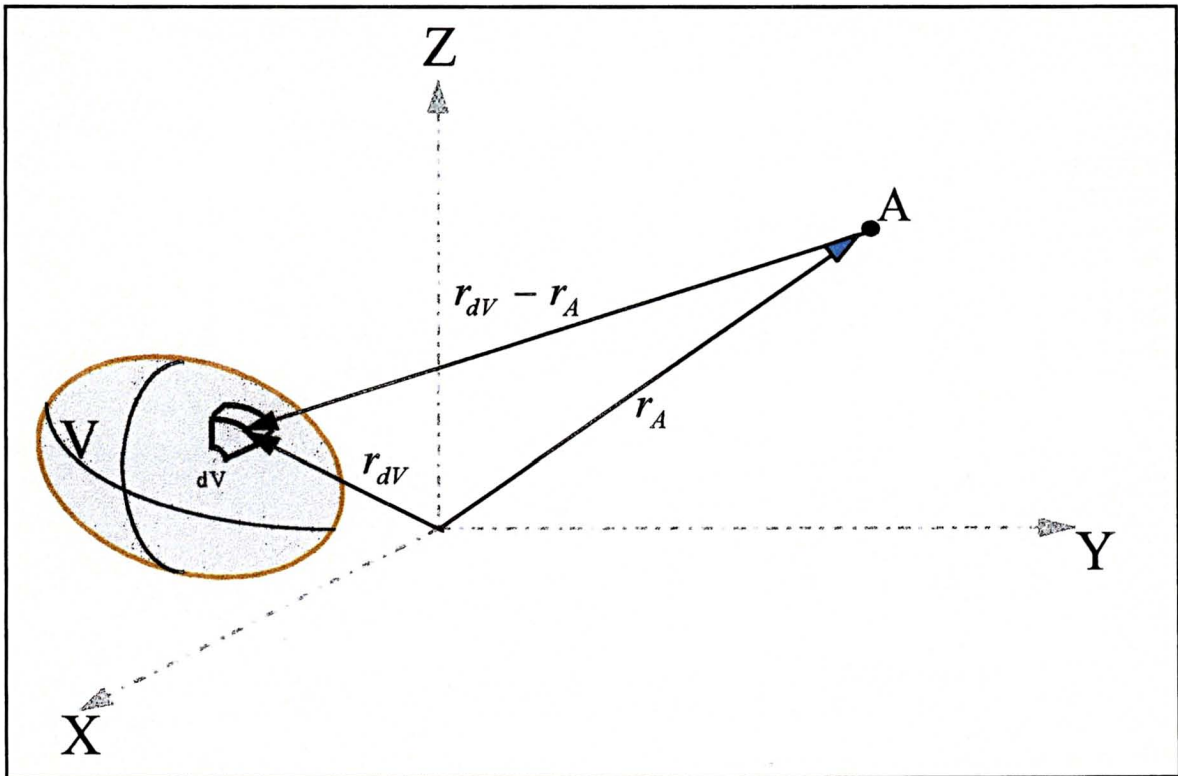
onde as componentes são apresentadas na FIGURA 2.1.

A condição de que as dimensões dos corpos m_1 e m_2 sejam desprezíveis em relação à sua separação não se aplica entretanto ao caso prático. Em tais circunstâncias é necessária a consideração das dimensões dos corpos envolvidos. Uma distribuição contínua de massa M , pode ser interpretada como composta de elementos de volume elementar dV e densidades $\rho(\vec{r})$, com a contribuição atrativa de cada elemento considerada separadamente.

densidade média da Terra e foi notável por sua precisão, “inaugurando uma nova era de experimentos ligados à determinação de forças fracas”. O valor determinado por Cavendish foi $6.754 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$ [Enciclopaedia Britannica, v.20, p. 177].

Na FIGURA 2.2, os elementos dV exercem sobre o ponto A uma atração proporcional às suas massas. Tais elementos podem ser concebidos de modo que a densidade $\rho(\vec{r})$ seja constante no interior de cada partícula atrativa. Cada elemento dV exerce, sobre a unidade de massa posicionada em A, uma atração dada por:

FIGURA 2.2 - ATRAÇÃO GRAVITACIONAL EXERCIDA POR ELEMENTOS DE MASSA DE VOLUME dV



$$\vec{F}_{dV \rightarrow A} = G \frac{\rho(\vec{r}) dV}{|\vec{r}_{dV} - \vec{r}_A|^3} (\vec{r}_{dV} - \vec{r}_A). \quad (2.3)$$

Admitindo a propriedade aditiva aplicando-se à força gravitacional, e tornando os elementos volumétricos dV infinitesimais, tem-se a expressão que resulta da integração sobre todo o volume, ou seja,

$$\vec{F}_{V \rightarrow A} = \vec{F}(\vec{r}_A) = G \iiint_V \frac{\rho(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_A|^3} (\vec{r} - \vec{r}_A) dV, \quad (2.4)$$

onde $\rho(\vec{r})$ é a densidade de cada elemento dV ;

G é a constante universal da gravitação e

$\vec{r}_{dV}$ e $\vec{r}_A$ são os vetores de posição respectivos de dV e A .

Fazendo, $dm = \rho dV$, a expressão (2.4) pode ser reescrita para a massa contida em V , isto é,

$$\vec{F}_{V \rightarrow A} = G \iiint_M \frac{(x - x_0)}{l^3} dm + G \iiint_M \frac{(y - y_0)}{l^3} dm + G \iiint_M \frac{(z - z_0)}{l^3} dm. \quad (2.4a)$$

Em (2.4a) $\frac{(x - x_0)}{l}$, $\frac{(y - y_0)}{l}$ e $\frac{(z - z_0)}{l}$ são os cosenos diretores do vetor que

interliga dV e A . As expressões (2.4) e (2.4a), podem ser utilizadas na quantificação da atração exercida por uma massa M sobre corpos exteriores ou sobre a mesma, considerando-se as dimensões deste negligenciáveis com respeito ao corpo atrativo. A ausência de conhecimento preciso sobre a estrutura interna da Terra e, como consequência, sobre sua distribuição de densidades, torna (2.4) e (2.4a) de aplicação limitada na Geodésia. Sua utilidade entretanto reside na demonstração da inter-relação da força de atração $\vec{F}$, com a densidade. Serão abordadas nas seções subseqüentes algumas particularidades relativas à atração gravitacional.

2.1 O POTENCIAL GRAVITACIONAL

Sejam os operadores rotacional e divergente dados respectivamente por:

$$Rot \vec{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}, \quad (2.5)$$

$$Div \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}, \quad (2.6)$$

onde em (2.5) F_x , F_y , F_z são as componentes de $\vec{F}$ em cada um dos eixos de $\mathbb{R}^3$.

Campos cujo rotacional é nulo ($Rot(\vec{F}) = 0$) são ditos irrotacionais, e sob tal condição, admitem a existência de uma função escalar V , tal que

$$\vec{F} = \nabla V, \quad (2.7)$$

onde ∇ representa o operador gradiente, ou seja,

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k, \quad (2.8)$$

onde i, j, k são os versores do $\mathbb{R}^3$. Além disso, defina-se como funções harmônicas aquelas que satisfazem à equação diferencial parcial de segunda ordem (HEISKANEN & MORITZ, 1967),

$$\text{Div}(\nabla)V = \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0, \quad (2.9)$$

onde ∇^2 é o operador laplaciano.

A expressão (2.9) é conhecida como equação de Laplace, e é de grande utilidade na solução de problemas físicos através da Teoria do Potencial. Verifica-se que o potencial gravitacional é uma função harmônica, pois satisfaz à equação de Laplace.

2.2 O POTENCIAL GRAVÍFICO

Foi visto na seção [2.1] que a atração gravitacional engendrada por um corpo sólido de massa M sobre pontos exteriores à mesma, deriva de um potencial harmônico. Em sua aplicação ao estudo do campo de gravidade terrestre e sua relação com a *forma da Terra*, serão necessárias considerações adicionais. O vetor gravidade em um ponto da superfície terrestre resulta da adição vetorial da força de atração gravitacional $\vec{F}$ e da força centrífuga $\vec{C}$, ambas atuantes sobre o corpo como mostrado na FIGURA 2.3. Assim expressando $\vec{g}$ como a resultante da soma vetorial de ambas [HEISKANEN & MORITZ, 1967] obtém-se

$$\vec{g} = \vec{F} + \vec{C}. \quad (2.10)$$

A expressão vetorial da força centrífuga por unidade de massa é dada por

$$\vec{C} = \omega^2 \vec{d}, \quad (2.11)$$

É de simples verificação que ∇Q resulta em (2.11). O potencial gravífico ou geopotencial é expresso pela composição do potencial de atração V e do potencial centrífugo Q , ou seja

$$W = V + Q, \quad (2.14)$$

ou

$$W = G \iiint_M \frac{dm}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 d^2 = G \iiint_M \frac{dm}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2), \quad (2.14a)$$

onde ω é a velocidade de rotação terrestre, como definida anteriormente.

A aceleração da gravidade pode ser obtida pelo gradiente do geopotencial, ou seja

$$\vec{g} = \nabla W. \quad (2.15)$$

O potencial centrífugo Q não é uma função harmônica, pois

$$\nabla^2 Q = 2\omega^2 \neq 0, \quad (2.16)$$

sendo portanto W não harmônico.

No caso geral, a aplicação do operador de Laplace a (2.14) resultará na equação de Poisson generalizada [GEMAEL, 1981].

$$\nabla^2(W) = -4\pi G \rho + 2\omega^2. \quad (2.16a)$$

Deve-se observar que a média dos valores da força centrífuga⁴ representa apenas cerca de 0,35% da intensidade da força gravitacional, sendo nula nos pólos e máxima no equador.

⁴ O valor de ω recomendado pela Associação Internacional de Geodésia para o Geodetic Reference System 1980 é $7.292.115 \times 10^{-11}$ rad s⁻¹.

2.3 O CAMPO DE GRAVIDADE NORMAL

Na seção [2.2] foi estabelecido o conceito de geopotencial como o potencial gerado pela Terra sobre um ponto ligado⁵ à sua superfície. Define-se potencial normal ou esferopotencial, como *o potencial gerado por um elipsóide de revolução ao qual se atribui mesma massa⁶ (M) e velocidade de rotação da Terra (ω), e que se impõe à sua superfície um potencial (U), numericamente igual ao potencial sobre a superfície geoidal*. Nestas condições, a superfície elipsoidal se constitui em uma equipotencial, ou seja

$$U = U_0 = \text{Cte.} \quad (2.17)$$

associada ao elipsóide de nível [HEISKANEN & MORITZ, 1967].

A utilização de uma superfície teórica como aproximativa do campo de gravidade real vem ao encontro da simplificação decorrente de tratar-se matematicamente as diferenças entre a Terra “real” e sua aproximação em vez de manipular-se diretamente com os valores do potencial. Além disso, o Teorema de Stokes assegura que o *campo de gravidade normal não é afetado por redistribuições de massa no interior do modelo, desde que assegurada condição de equipotencial à superfície limitante* [GEMAEL, 1981, p.3.1].

A definição de esferopotencial, por analogia com a definição de geopotencial, conduz à expressão⁷

$$U = Z + Q, \quad (2.18)$$

onde Z e Q são os potenciais gravitacional e centrífugo respectivamente.

A gravidade normal é obtida diretamente pela aplicação do operador gradiente a (2.18),

⁵ Esta consideração é importante, uma vez que cessada a ligação física entre a Terra e o corpo, este deixa de estar submetido à força centrífuga, não existindo o movimento de rotação solidário ao planeta.

⁶ Inclui-se na massa M do modelo a massa da atmosfera M^a .

⁷ Será utilizada a notação adotada por Gemael,(1981).

$$\vec{\gamma} = \nabla U. \quad (2.19)$$

Para o exterior das massas, o esferopotencial é uma função harmônica, pois

$$\nabla^2 Z = 0. \quad (2.20)$$

O mesmo não ocorre com o potencial centrífugo, resultando

$$\nabla^2 Q = 2\omega^2. \quad (2.21)$$

2.4 O POTENCIAL ANÔMALO OU PERTURBADOR

Definidos nas seções anteriores o geopotencial e o esferopotencial, trata-se na presente seção de uma grandeza associada à diferença entre aqueles potenciais e que satisfaz à equação de Laplace no exterior das massas atrativas. O potencial anômalo ou mais especificamente, *a parcela geopotencial que difere do esferopotencial*, é decorrente da influência de massas anômalas tanto da crosta como do manto terrestre. Constitui-se na principal aplicação do modelo normal [VANICEK & KRAKIWSKY, 1982], e é uma função harmônica no espaço exterior às massas que o engendram.⁸ O potencial anômalo ou perturbador (T) em um ponto P , é *a diferença entre o geopotencial (W) e o esferopotencial (U) naquele ponto* (FIGURA 2.4). Simbolicamente, em coordenadas cartesianas,

$$T(x, y, z) = W(x, y, z) - U(x, y, z), \quad (2.22)$$

ou em coordenadas polares,

$$T(r, \nu, \lambda) = W(r, \nu, \lambda) - U(r, \nu), \quad (2.22a)$$

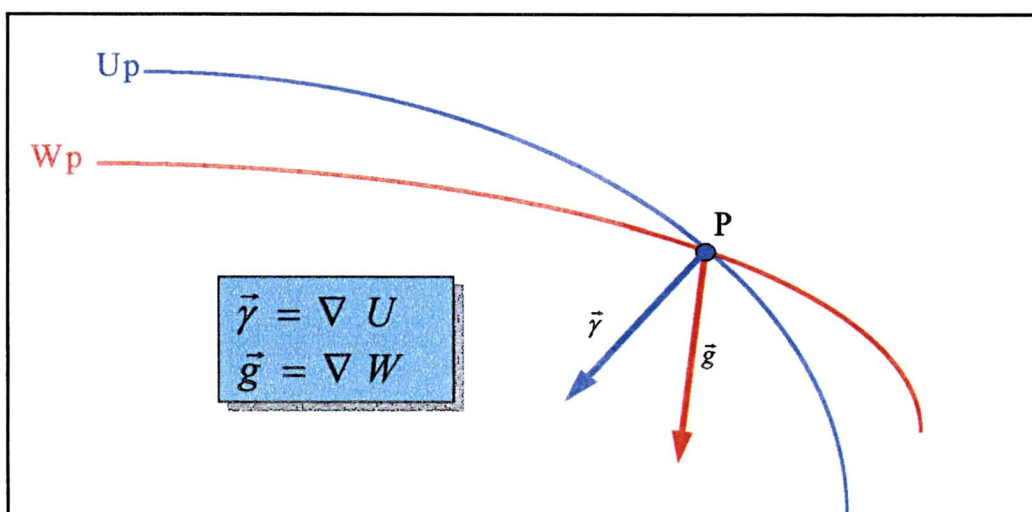
sendo

⁸ A parcela devida à atração exercida pela massa atmosférica é inserida no modelo normal (p. ex. GRS 80), sendo portanto a massa M na constante de gravitação geocêntrica GM resultante da adição das massas do corpo terrestre (M_T) e da atmosfera (M^a).

$$\begin{aligned} W(x,y,z) &= V(x,y,z) + Q, \\ U(x,y,z) &= Z(x,y,z) + Q. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Sendo harmônicos os potenciais V e Z , e com a eliminação do potencial centrífugo Q em (2.23), tem-se garantida a propriedade harmônica do potencial anômalo, interpretado como o potencial gerado por “massas anômalas” ou anomalias entre a Terra real e a terra teórica. Será demonstrada posteriormente a importância do potencial anômalo na determinação das ondulações geoidais através da fórmula de Bruns⁹.

FIGURA 2.4 - SEÇÃO DE EQUIPOTENCIAIS DO CAMPO DE GRAVIDADE TERRESTRE



2.5 DESENVOLVIMENTOS EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS

Uma importante propriedade das funções harmônicas é a de que, *sobre a superfície de uma esfera, tais funções podem ser desenvolvidas em séries de harmônicos esféricos*. Na prática, isto significa que a partir dos coeficientes da expansão em série e das coordenadas do ponto desejado, pode-se determinar todos os elementos do campo de gravidade correspondentes ao ponto. Os desenvolvimentos do esferopotencial, do geopotencial

⁹ Em homenagem ao geodesta alemão Henrich Bruns. Também é devida a Bruns a equação que relaciona o valor do gradiente vertical da gravidade com a curvatura das superfícies de nível, publicada em 1878.

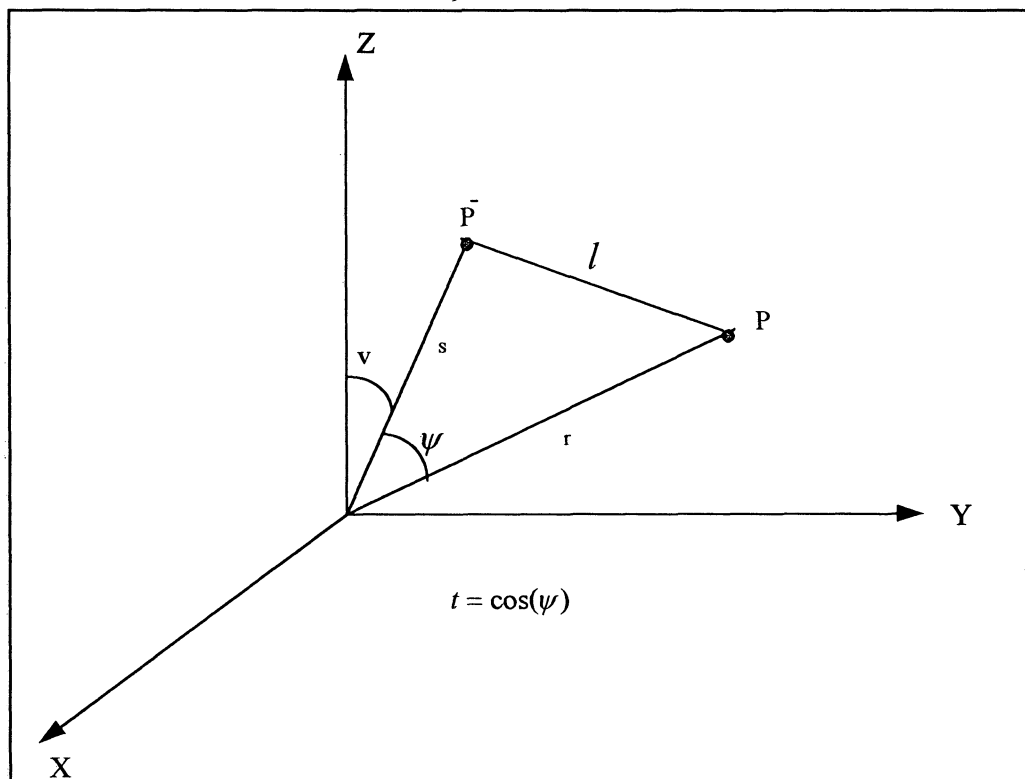
e do potencial anômalo são apresentados a seguir, precedidos de uma introdução ao desenvolvimentode uma função harmônica em série de harmônicos esféricos.¹⁰

2.5.1 POLINÔMIOS DE LEGENDRE

Os polinômios de Legendre P_n ou harmônicos esféricos zonais, pertencem à classe das funções especiais, e foram descobertos por Legendre, em 1782, quando este investigava expansões em série de funções potenciais. São casos particulares dos harmônicos de superfície [GEMAEL, 1970] e, sob determinadas condições, soluções da equação de Laplace.

A distância l na FIGURA 2.5 pode ser obtida pela lei dos cosenos como

FIGURA 2.5 ILUSTRAÇÃO DA APLICAÇÃO DA LEI DOS COSENOS PARA OBTENÇÃO DA DISTÂNCIA $l = PP'$



¹⁰

Utilizaremos a notação empregada por Gemael (1970).

$$\frac{1}{l} = (r^2 + s^2 - 2rst)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{r} \left[1 - 2\left(\frac{s}{r}\right)t + \left(\frac{s}{r}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2.24)$$

com $t = \cos(\psi)$.

A expansão binomial de (2.24) resulta em

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{r} \left[1 + \left(\frac{s}{r}\right)t + \left(\frac{s}{r}\right)^2 \left(\frac{3}{2}t^2 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{s}{r}\right)^3 \frac{5}{2} \left(t^3 - \frac{3}{5}t\right) + \dots \right], \quad (2.25)$$

ou

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{r} \left[1 + \left(\frac{s}{r}\right)P_1 + \left(\frac{s}{r}\right)^2 P_2 + \left(\frac{s}{r}\right)^3 P_3 + \dots \right], \quad (2.26)$$

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{s}{r}\right)^n P_n \quad \text{para } r \geq s, \quad (2.27)$$

onde P_n é o polinômio de Legendre, de grau n , que pode ser obtido a partir da fórmula de Rodrigues,¹¹

$$P_n(t) = \frac{1}{n! 2^n} \frac{d^n}{dt^n} (t^2 - 1)^n. \quad (2.28)$$

A generalização de (2.27) para uma superfície esférica [GEMAEL, 1981], dá origem aos harmônicos esféricos de superfície S_n , matematicamente expressos por

$$S_n = \sum_{m=0}^n \left[a_{n,m} P_{n,m}(\nu) \cos m\lambda + b_{n,m} P_{n,m}(\nu) \sin m\lambda \right], \quad (2.29)$$

onde $a_{n,m}$ e $b_{n,m}$ são coeficientes, ν e λ a co-latitudes geocêntrica e a longitude do ponto, respectivamente. Em (2.29), $P_{n,m} \sin m\lambda$ e $P_{n,m} \cos m\lambda$ são conhecidas como funções de Legendre associadas, de grau n e ordem m . Em (2.29), $P_{n,m}(t)$ podem ser calculados por

¹¹ Olinda Rodrigues, matemático francês do século XIX. A fórmula em questão foi publicada em 1815 [GEMAEL, 1970; Enciclopedia Britannica, v. 13 p.496].

$$P_{n,m}(t) = \text{sen}^m(v) \frac{d^m}{dt^m} P_n(t) , \quad (2.30)$$

sendo $P_n(t)$ dado por (2.28).

Ainda com respeito a (2.29), para $n \neq m$, temos os chamados harmônicos *tesserais*¹² e para $n = m$ os harmônicos *setoriais*.

A expressão geral que permite o cálculo de qualquer função de Legendre associada (zonal, setorial ou tesseral) é [GEMAEL, 1970]

$$P_{n,m}(v) = \frac{\text{sen}^2(v)}{2^n} \sum_{k=0}^I \frac{(2n-2k)!(-1)^k}{(n-m-2k)!(n-k)!k!} t^{n-m-2k} , \quad (2.31)$$

onde I o maior inteiro contido em $\frac{(n-m)}{2}$.

A expressão da equação de Laplace (2.9) em coordenadas polares toma a forma [GEMAEL, 1970].

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial Z}{\partial r} \right) + \frac{1}{\text{sen}(v)} \frac{\partial}{\partial v} \left(\text{sen}(v) \frac{\partial Z}{\partial v} \right) + \frac{1}{\text{sen}^2(v)} \frac{\partial^2 Z}{\partial \lambda^2} = 0 . \quad (2.32)$$

A substituição de $Z = r^n S$ em (2.32) proporciona, após algumas operações,

$$\frac{1}{\text{sen}^2(v)} \frac{\partial^2 S_n}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{\text{sen}(v)} \frac{\partial}{\partial v} \left(\text{sen}(v) \frac{\partial S_n}{\partial v} \right) + n(n+1)S_n = 0 . \quad (2.33)$$

As soluções de (2.33) são polinômios homogêneos em (v, λ) , que se constituem nos harmônicos esféricos de superfície de grau n . Z são harmônicos esféricos sólidos, cuja soma [GEMAEL, 1970], também é uma solução da equação de Laplace, ou seja,

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} r^n \sum_{m=0}^n [a_{n,m} \cos m\lambda + b_{n,m} \text{sen } m\lambda] P_{n,m}(t) , \quad (2.34)$$

e

¹² Tesserais, do inglês *tessera*, cujo significado mais apropriado é mosaico. De fato a visualização de tesserais nos lembra esta formação, uma vez que alternam-se regiões de potencial *positivo* e *negativo*.

$$Z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n [a_{n,m} \cos m\lambda + b_{n,m} \sin m\lambda] P_{n,m}(t) . \quad (2.35)$$

2.5.2 GEOPOTENCIAL EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS

A substituição do inverso da distância entre dois pontos, calculada através da (2.27), na expressão do geopotencial dada por (2.14a)

$$W = G \iiint \frac{dm}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) ,$$

resulta em

$$W = \frac{G}{r} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \int_M \left(\frac{s}{r} \right)^n (a_{n,m} \cos m\lambda + b_{n,m} \sin m\lambda) P_{n,m}(v) dm \right] + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 v . \quad (2.36)$$

$$\text{Fazendo } A_{nm} = G \iiint_M s^n a_{n,m} dm \quad \text{e} \quad B_{nm} = G \iiint_M s^n b_{n,m} dm , \quad (2.37)$$

tem-se

$$W = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n [A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda] \right\} P_{n,m}(t) + \frac{\omega^2 r^2 \sin^2 v}{2} . \quad (2.38)$$

Admitindo:

1) Coincidência da origem do sistema cartesiano com o centro de massa terrestre, bem como $C1, \theta = C1, l = S1, l = 0$;

2) Coincidência do eixo de rotação com o eixo principal de inércia e fazendo $A_{nm} = C_{n,m} GM a^n$ e $B_{nm} = S_{n,m} GM a^n$, obtém-se

$$W = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n (C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda) \right] P_{n,m}(t) + \frac{\omega^2 r^2 \sin^2 v}{2} , \quad (2.39)$$

onde:

W é o geopotencial;

a é o semi eixo maior do elipsóide associado ao modelo;

r é a distância entre o ponto e o centro de massa terrestre;

$C_{n,m}$ e $S_{n,m}$ são os coeficientes do desenvolvimento em série;

ν e λ são respectivamente a co-latidade geocêntrica e a longitude do ponto;

$t = \cos(\nu)$.

A expressão (2.39) representa o geopotencial em harmônicos esféricos para um ponto (ν, λ) a partir dos coeficientes adimensionais $C_{n,m}$ e $S_{n,m}$.

2.5.3 ESFEROPOTENCIAL EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS

A expressão do esferopotencial constitui um caso particular de (2.39) decorrente da simetria do elipsóide de revolução, ensejando as seguintes simplificações:

- 1) Anulam-se os harmônicos setoriais e os tesserais pela simetria da rotação, e
- 2) Anulam-se os harmônicos zonais ímpares pela simetria equatorial.

Assim, a expressão de esferopotencial restringe-se aos zonais pares e assume a forma

$$U(r, \nu) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} C_{2n} \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} P_{2n}(\nu) \right] + \frac{\omega^2 r^2 \sin^2 \nu}{2} . \quad (2.40)$$

2.5.4 POTENCIAL ANÔMALO EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS

A partir da definição do potencial anômalo dada em [2.4] em função das coordenadas polares (2.22a) e considerando as expressões definidoras do geopotencial (2.39) e do esferopotencial em harmônicos esféricos (2.40), obtém-se:

$$T(r, \nu, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \delta C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda \right] P_{n,m}(\cos \nu) , \quad (2.41)$$

onde $\delta C_{n,m}$ representa a diferença entre os coeficientes do geopotencial subtraídos dos respectivos coeficientes do esferopotencial.

2.5.5 ANOMALIAS GRAVIMÉTRICAS

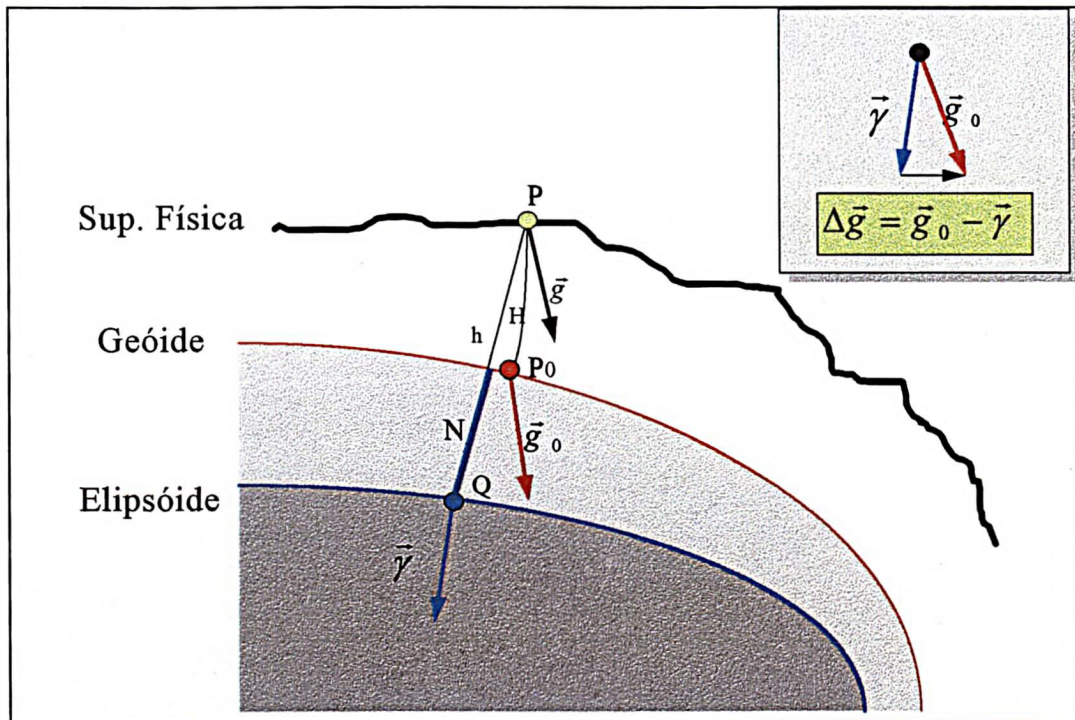
Na seção [2.2] foram apresentadas as expressões dos vetores gravidade ($\vec{g}$) e gravidade normal ($\vec{\gamma}$), obtidos dos gradientes do geopotencial e do esferopotencial respectivamente ou seja,

$$\vec{g} = \nabla W , \quad (2.15)$$

$$\vec{\gamma} = \nabla U . \quad (2.19)$$

As anomalias gravimétricas, de grande utilidade nos desenvolvimentos subseqüentes, são obtidas a partir de $\vec{g}$ e $\vec{\gamma}$ (FIGURA 2.6) e de correções que dependem da altitude ortométrica e da densidade da crosta terrestre.

FIGURA 2.6 - VETORES GRAVIDADE E ANOMALIA GRAVIMÉTRICA



Define-se por vetor anomalia gravimétrica $\Delta\vec{g}$, o vetor resultante da diferença entre $\vec{g}_0$ e $\vec{\gamma}$.

$$\Delta\vec{g} = \vec{g}_0 - \vec{\gamma} \quad (2.42)$$

Ao módulo do vetor assim definido dá-se o nome de anomalia gravimétrica ou de gravidade, onde $\vec{g}_0$ representa a gravidade observada reduzida ao geóide e $\vec{\gamma}$ a gravidade normal.

Dependendo da correção aplicada na redução da gravidade observada ao geóide têm-se anomalias específicas. A anomalia gravimétrica ar-livre por exemplo é obtida pela expressão

$$\Delta g = g - C_a - \gamma, \quad (2.43)$$

com a correção ar-livre dada por (2.44) e pressupõe a inexistência de massa entre a estação gravimétrica e a superfície geoidal.

$$C_a = \frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial \gamma}{\partial h} = -0,30859H \quad (2.44)$$

A anomalia Bouguer¹³ por outro lado, considera tais massas e sua expressão é

$$\Delta g_B = g - C_a + C_B - \gamma, \quad (2.45)$$

onde C_B é a correção Bouguer e pressupõe a existência de uma placa de raio infinito e de espessura correspondente à separação entre a estação gravimétrica e a superfície geoidal. Sua quantificação é obtida por,

$$2\pi \rho GH \cong 0,1119 H. \quad (2.46)$$

¹³ Assim denominada em homenagem ao cientista francês criador da fotometria e que se dedicou ainda ao estudo da forma da terra. (1698 - 1758). [Delta Larrousse, v. 11, pp. 5770, 1815]

Ainda dentre as grandezas relacionadas aos valores de $\bar{g}$ e $\bar{\gamma}$, define-se distúrbio da gravidade como a diferença entre a gravidade real e a gravidade normal em um dado ponto P . A expressão do distúrbio da gravidade (δg) é por conseguinte,

$$\delta g_P = g_P - \gamma_P . \quad (2.47)$$

2.5.6 CÁLCULO DAS CORREÇÕES DE RELEVO¹⁴

Serão abordados na seção [5.3.5] os fundamentos teóricos da correção de relevo e um modelo matemático baseado na aproximação plana desta correção. Uma abordagem mais específica sobre este efeito e seu tratamento através de técnicas espectrais pode ser encontrado p. ex. em [ZHAO, 1989; WANG & RAPP, 1990; SURITA, 1990; GIL et al., 1993; TZIAVOS, 1993].

São geradoras de tal efeito tanto a presença de elementos de massa acima do plateau de Bouguer, quanto sua ausência abaixo do mesmo. Em ambos os casos o efeito resultante é uma redução da aceleração da gravidade real na estação gravimétrica. Sua determinação é tida tradicionalmente como difícil, notadamente pelo fato de que a influência das massas é tanto mais intensa quanto mais próximas estas encontram-se da estação. Até poucos anos, métodos baseados em gabaritos com áreas pré-definidas para a determinação das altitudes circundantes foram utilizados [SURITA, 1990; GEMAEL, 1981], conhecidos como gabaritos de Hayford, Hammer etc. Como decorrência, uma correta quantificação implica em um modelamento topográfico de alta densidade para a região vizinha à estação. Observe-se que a solução que será proposta em (5.42), contém distâncias elevadas ao cubo no denominador o que implica em seu rápido decréscimo com o afastamento da estação. Na geração de modelos digitais esta densidade é em geral de difícil alcance. Por outro lado, a solução utilizada no âmbito dos levantamentos gravimétricos aqui utilizados (EG-29 e EG-30)

¹⁴ Em geral a literatura refere-se a esta correção como correção de terreno, resultado da tradução do termo inglês *terrain correction*. Preferiu-se entretanto adotar a expressão correção de relevo proposta por Surita (1990), entendendo-a como mais adequada, deixando as características do terreno para uma abordagem geológica.

possibilitou a solução proposta, baseada na adição da correção para a região próxima (0,1 a 3,0 Km) à correção para a região definida por um raio de 50 km em torno da estação gravimétrica. Será visto como este efeito foi tratado no presente modelamento.

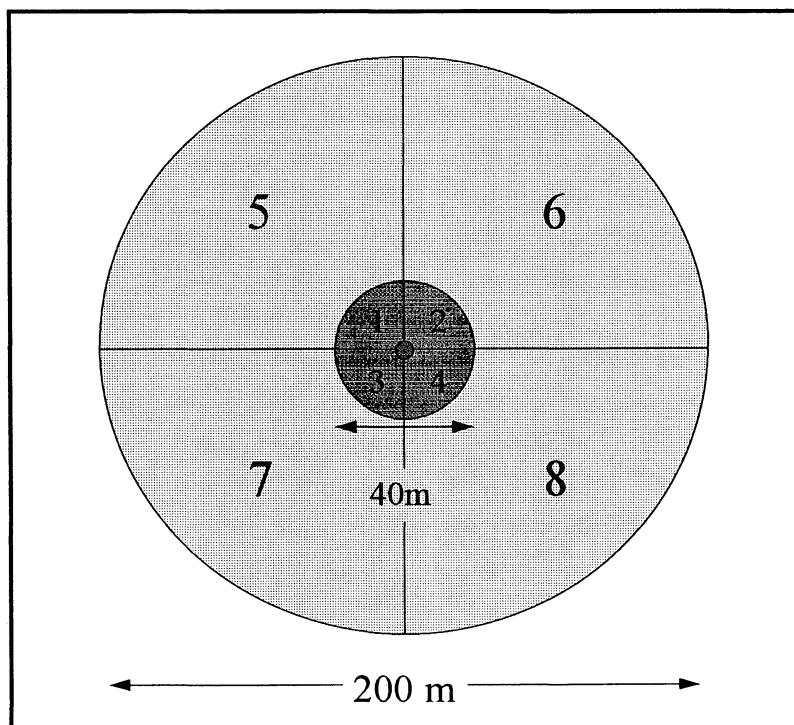
2.5.6.1 CORREÇÃO DE RELEVO DA REGIÃO PRÓXIMA ÀS ESTAÇÕES

Este cálculo foi efetuado em duas fases:

a) Estimativa do relevo em oito regiões em torno de cada uma das estações gravimétricas, de acordo com a FIGURA 2.7,

b) Digitalização de 144 pontos na região entre 0,1 e 3,0 km em torno de cada estação a partir de cartas topográficas nas escalas de 1:50.000 e 1:100.000.

FIGURA 2.7- CONFIGURAÇÃO DOS SETORES PARA ESTIMAÇÃO DO RELEVO EM TORNO DE CADA ESTAÇÃO GRAVIMÉTRICA.

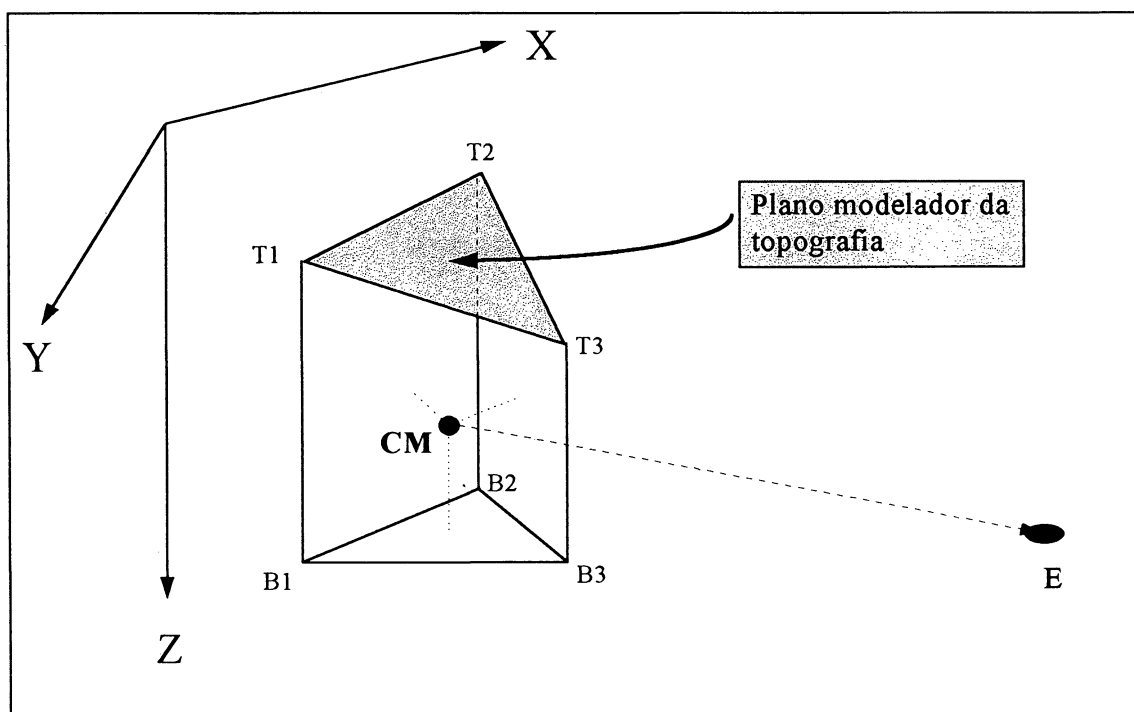


Na fase a) as estimativas foram efetuadas por ocasião do levantamento gravimétrico, enquanto que para a fase b) foram procedidas em escritório através do uso de gabaritos específicos, totalizando 144 pontos/estação gravimétrica.

A quantificação propriamente dita foi efetuada através do programa TRITER versão 2.21 de autoria do Geological Survey of Canada [RUPERT, 1988]. O programa foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, baseado na definição de prismas de topo triangular e inclinação variável para pontos próximos à estação. Foi concebido para utilização com dados regular ou irregularmente espaçados. Os triângulos são formados pelo algoritmo de triangularização de Delaunay [WATSON, 1982]¹⁵, gerando elementos triangulares, tanto quanto possível, equiláteros (FIGURA 2.8).

Tais superfícies triangulares são então utilizadas no cálculo dos volumes dos prismas de atração.

FIGURA 2.8- PRISMA TRIANGULAR VERTICAL COM FACE SUPERIOR INCLINADA E BASE SOBRE O PLANO DE MESMA ALTITUDE DA ESTAÇÃO GRAVIMÉTRICA. A ATRAÇÃO É CALCULADA COMO SENDO EXERCIDA PELO CENTRO DE MASSA CM.



¹⁵

Citado por Rupert (1988).

Este procedimento foi adotado para cada uma das estações gravimétricas, quantificando as influências num raio de 3 km. A estatística das correções de relevo assim obtidas é apresentada na TABELA 2.1.

TABELA 2.1 - ESTATÍSTICA DAS CORREÇÕES DE RELEVO
UTILIZANDO O PROGRAMA TRITER PARA REGIÃO
ENTRE 0,1 E 3,0 km EM TORNO DA ESTAÇÃO.

Estatística	Valores em mGal
Média	0,91
Mínimo	0,0
Máximo	9,90
Desvio padrão	1,29
Número de estações	5.125

2.5.6.2 CORREÇÃO DE RELEVO ENTRE 3 E 50 km

A quantificação da influência do relevo para a região entre 3 e 50 km em torno da estação gravimétrica foi efetuada através do modelo proposto na seção [5.3.5]. Para tal foi utilizado o programa CTERQB.M, desenvolvido pelo autor na linguagem do *software* MATLAB™.

O modelo matemático utilizado baseia-se na aproximação quadrática proposta por TZIAVOS (1993),

$$C_R = G\rho \left[\sum \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H^2}{s_0^3} \right) \Delta X \Delta Y - \sum \frac{3}{8} \left(\frac{\Delta H^4}{s_0^5} \right) \Delta X \Delta Y \right], \quad (2.48)$$

quantificando a influência de cada prisma de base de ($\Delta X = 700$ m) x ($\Delta Y = 700$ m) resultado do modelo digital referido na seção [6.2.2]. A densidade da crosta nesta etapa foi suposta constante e igual a $2,67 \text{ g.cm}^{-3}$. Os valores calculados foram adicionados àqueles

correspondentes à influência da região próxima à estação como descrito em [2.5.6.1] e deram origem a um *grid* de valores de correções com espaçamento de 1' x 1'. A estatística das correções é a seguinte (TABELA 2.2):

TABELA 2.2 - ESTATÍSTICA DAS CORREÇÕES DE RELEVO PARA A REGIÃO PRÓXIMA (0,1 A 3,0 km) CALCULADA NO TRITER, ADICIONADA À CORREÇÃO DETERMINADA ENTRE 3 E 50 km BASEADA NA APROXIMAÇÃO QUADRÁTICA. [TZIAVOS ,1993].

Estatística	Valores em mGal
Média	0,687
Mínimo ¹⁶	-0.03
Máximo	7.88
Desvio padrão	0,758
Número de estações	32.400

2.6 OBTENÇÃO DA ANOMALIA BOUGUER

A anomalia Bouguer utilizada neste trabalho (Δg_B) foi obtida a partir dos valores de gravidade observada (g_{obs}) tendo sido submetidos às seguintes reduções:

a) Redução do *plateau* de Bouguer,

$$C_B = 2 \pi G \rho H , \quad (2.49)$$

onde: G é a constante universal da gravitação;

ρ é a densidade média da crosta ($2,67 \text{ g / cm}^3$) e

H é a altitude ortométrica da estação.

¹⁶ Não há sentido na correção de relevo negativa. A justificativa é que este valor é resultado do processo de densificação através de interpolação. O algoritmo utilizado (curvatura mínima) introduziu esta discrepância. Neste caso o valor utilizado no cálculo foi nulo.

b) Redução plateau/calota de Bouguer, utilizando um polinômio¹⁷ de quarto grau,

$$C_c^p = C_4 H^4 + C_3 H^3 + C_2 H^2 + C_1 H + C_0 , \quad (2.50)$$

com coeficientes determinados por mínimos quadrados e H a altitude ortométrica em metros.

$$\begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,001935 \\ 1,974 \times 10^{-2} \\ -1,039 \times 10^{-5} \\ 4,652 \times 10^{-9} \\ -1,06 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$$

c) Redução ar-livre com base no gradiente de gravidade normal, ou seja,

$$\frac{\partial g}{\partial H} = \frac{\partial \gamma}{\partial h} = -0,30859H . \quad (2.51)$$

d) Subtração do valor da gravidade normal (γ) na estação gravimétrica, sendo γ obtido a partir da expressão [IAG, 1980],

$$\gamma = \gamma_e \frac{1+k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 \varphi}} , \quad (2.52)$$

onde: $\gamma_e = 9,832\,186\,3685 \text{ ms}^{-2}$;

$k = 0,001\,931\,851\,353$;

$e^2 = 0,006\,694\,380\,022\,90$ e

φ é a latitude da estação

A anomalia Bouguer para cada ponto foi determinada em relação ao GRS 80 através da expressão:

$$\Delta g_B = g_{obs} + 0,30859H - 0,1119H + C_c^p - \gamma . \quad (2.53)$$

¹⁷ Desenvolvido pelo autor através de aproximação polinomial por mínimos quadrados dos valores apresentados por Gemael (1981).

onde C_c^p é a correção *plateau*-calota de Bouguer.

Os valores das anomalias para o conjunto das 5.125 estações foram calculados através de (2.53). A estatística relativa aos mesmos é fornecida na TABELA 2.3.

TABELA 2.3 - ESTATÍSTICA DA ANOMALIA BOUGUER DAS ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS.

Estatística	Valores em mGal
Média	-81.12
Mínimo	-113.55
Máximo	-34.67
Desvio Padrão	14.02
Número de estações	5.125

2.7 A FÓRMULA DE BRUNS

A fórmula de Bruns estabelece a relação fundamental entre o potencial anômalo em um ponto (T), o valor da gravidade normal (γ) e a ondulação geoidal (N) correspondente.

Utilizando a série de Maclaurin¹⁸ para a determinação do esferopotencial em P, tem-se (FIGURA. 2.9)

$$U_P = U_Q + \frac{\partial U}{\partial n} N + \frac{\partial^2 U}{\partial n^2} \frac{N^2}{2!} + \dots \quad (2.54)$$

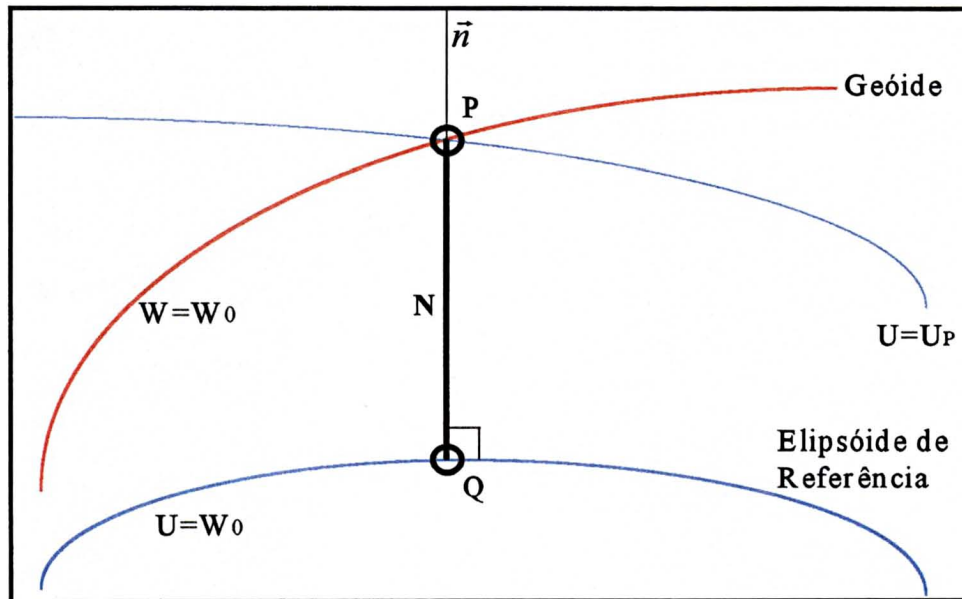
Assumindo a invariância no gradiente do esferopotencial (U) entre o elipsóide e o geóide, e que $W_0 = U_Q$, é possível escrever,

$$U_P = W_0 + \frac{\partial U}{\partial n} N \quad (2.54a)$$

¹⁸

Em homenagem ao matemático inglês Colin Maclaurin (1698 - 1746).

FIGURA 2.9- RELAÇÃO ENTRE O ESFEROPOTENCIAL U E O GEOPOTENCIAL W NA FORMULAÇÃO DE BRUNS



$$W_0 - U_P = -\frac{\partial U}{\partial n} N, \quad (2.55)$$

ou

$$N = \frac{T}{\gamma}. \quad (2.56)$$

Em sua forma generalizada (2.56) pode ser escrita [VANICEK & KRAKIWSKY, 1982],

$$N + \delta N = \frac{T + \delta T}{\gamma_0 + \delta \gamma_0}, \quad (2.57)$$

admitindo a simplificação

$$\delta N \cong \frac{\delta T}{\gamma_0} \left(1 + \frac{N}{r} \right) \cong \frac{\delta T}{\gamma_0}. \quad (2.58)$$

Em (2.57), os valores δN e δT correspondem respectivamente às variações em ondulação geoidal e potencial anômalo decorrentes da hipótese de existência de erro¹⁹ na estimativa de GM . Para o problema prático da determinação do geóide, abordado no presente trabalho, a expressão a ser utilizada será a (2.56), ignorando portanto a existência de tal erro.

2.8 EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA GEODÉSIA FÍSICA

A equação fundamental da Geodésia Física estabelece a relação entre o potencial anômalo (T) e a anomalia de gravidade (Δg). O fato das medidas efetuadas sobre a superfície terrestre estarem relacionadas ao potencial anômalo, torna essa equação de grande importância teórica e prática.

Derivando ambos os membros de (2.55) tem-se:

$$\frac{\partial U_Q}{\partial n} - \frac{\partial U_P}{\partial n} = -\gamma_0 + \gamma_P \equiv \frac{\partial \gamma}{\partial h} N \quad (2.59)$$

Analogamente para (2.28) sobre a superfície do geóide (P) (FIGURA 2.9)

$$\frac{\partial T}{\partial h} = \frac{\partial W}{\partial h} - \frac{\partial U}{\partial h} = -g_0 + \gamma_P \quad (2.60)$$

e subtraindo (2.60) de (2.59) obtém-se,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} - \frac{\partial T}{\partial h} = g_0 - \gamma_0 = \frac{\partial \gamma}{\partial h} N - \frac{\partial T}{\partial h} \quad (2.61)$$

Substituindo (2.58) em (2.61) resulta

$$\Delta g = \frac{\partial \gamma}{\partial h} \frac{T}{\gamma_0} - \frac{\partial T}{\partial h} \quad (2.62)$$

Na expressão anterior, ainda que não explicitado, γ_0 refere-se à gravidade normal na superfície do elipsóide de referência. A equação (2.62) é uma das representações da

¹⁹ O valor adotado para a constante gravitacional geocêntrica GM é conhecido com uma precisão relativa da ordem de 1/1.000.000. O correspondente erro em T implica em componentes sistemáticas de ~ 6 m nas ondulações geoidais ou 1 mGal sobre as anomalias calculadas [VANICEK & KRAKIWSKY, 1980].

equação fundamental da Geodésia Física. A mesma equação é apresentada sob forma ligeiramente diferente (HEISKANEN & MORITZ, 1967), assumindo h e r paralelos, e $\frac{\partial \gamma}{\partial h} = \frac{\partial \gamma}{\partial r} = \frac{2}{r}$, resultando

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r_0} T_0 . \quad (2.62a)$$

2.9 ELEMENTOS NECESSÁRIOS À DEFINIÇÃO DE ALTITUDE

Em um modelo plano idealizado, pode-se definir altitude de um ponto P em relação a uma superfície de referência S como o comprimento da linha que o projeta perpendicularmente à mesma. Neste modelo, três definições são essenciais: a) superfície de referência S; b) linha de projeção interligando o ponto P e a superfície; c) comprimento da linha definida em b). A maneira pela qual se definem tais elementos conduz a conceituações distintas de altitudes.

O modelo plano para a representação altimétrica é capaz de representar o comportamento físico apenas de forma aproximada, não se adequando a um tratamento em escala geodésica. O modelo baseado no elipsóide de revolução que melhor se aproxima (no sentido de satisfazer uma solução de variância mínima), de uma equipotencial particular do campo de gravidade é mais realista e se constitui na referência para altitudes geométricas (h). A equipotencial limitante do geóide²⁰ é a superfície que melhor retrata a forma da Terra e coincide com a superfície oceânica idealizada, livre de fluxos, correntes, marés e outros fenômenos periódicos. Em escala global os valores absolutos das ondulações geoidais são em geral inferiores a 100 m [VANICEK & KRAKIWSKY, 1982].²¹ As duas superfícies diferem fundamentalmente pelo fato de que o elipsóide tem caráter puramente geométrico. A superfície

²⁰ Neste trabalho o geóide será considerado como sendo um sólido e não como uma superfície. Desta forma, a superfície limitante do mesmo é que consistirá na equipotencial fundamental do campo de gravidade terrestre. Este tratamento menos convencional tende, no entender do autor, a facilitar o entendimento de conceitos associados ao comportamento do referido campo.

²¹ Valores superiores a 100 m estão presentes ao sul da Índia.

geoidal ao contrário, possui ligação intrínseca com a realidade física, possibilitando sua representação a partir de medidas diretas (e indiretas) ao longo da superfície terrestre. Ao contrário do elipsóide de revolução, essa superfície não comporta representação matemática simples que possibilite por exemplo, a definição da altitude ortométrica como uma função de posição.

2.10 ALTITUDE ORTOMÉTRICA

A superfície geoidal constitui a referência para a altitude ortométrica. Esta é definida como [HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 166]

$$H = - \int_{W_0}^{W_P} \frac{dW}{g}, \quad (2.63)$$

onde:

H é a altitude ortométrica do ponto P ;

W_P é o potencial gravífico no ponto P ;

W_0 é o potencial gravífico na superfície do geóide e

g é o módulo da aceleração da gravidade.

A linha de projeção é ortogonal às equipotenciais entre o ponto P e o geóide (Fig. 2.11), constituindo-se em uma curva reversa [VANICEK & KRAKIWSKY, 1982]. Em razão dos valores de g entre duas equipotenciais variarem de local para local, a escala definida acima é não uniforme ao longo da superfície terrestre²².

A impossibilidade prática da obtenção de valores da gravidade ao longo da vertical entre a superfície física e o geóide enseja a discretização de (2.63) e admissão de valores médios na forma

²² Uma interessante e didática discussão sobre o comportamento qualitativo das equipotenciais e seu reflexo sobre a aceleração da gravidade pode ser encontrado em [VANICEK & KRAKIWSKY, 1982, pp.70-87].

$$H = \frac{1}{\bar{g}} \sum_i g_i \Delta H_i \quad (2.64)$$

onde :

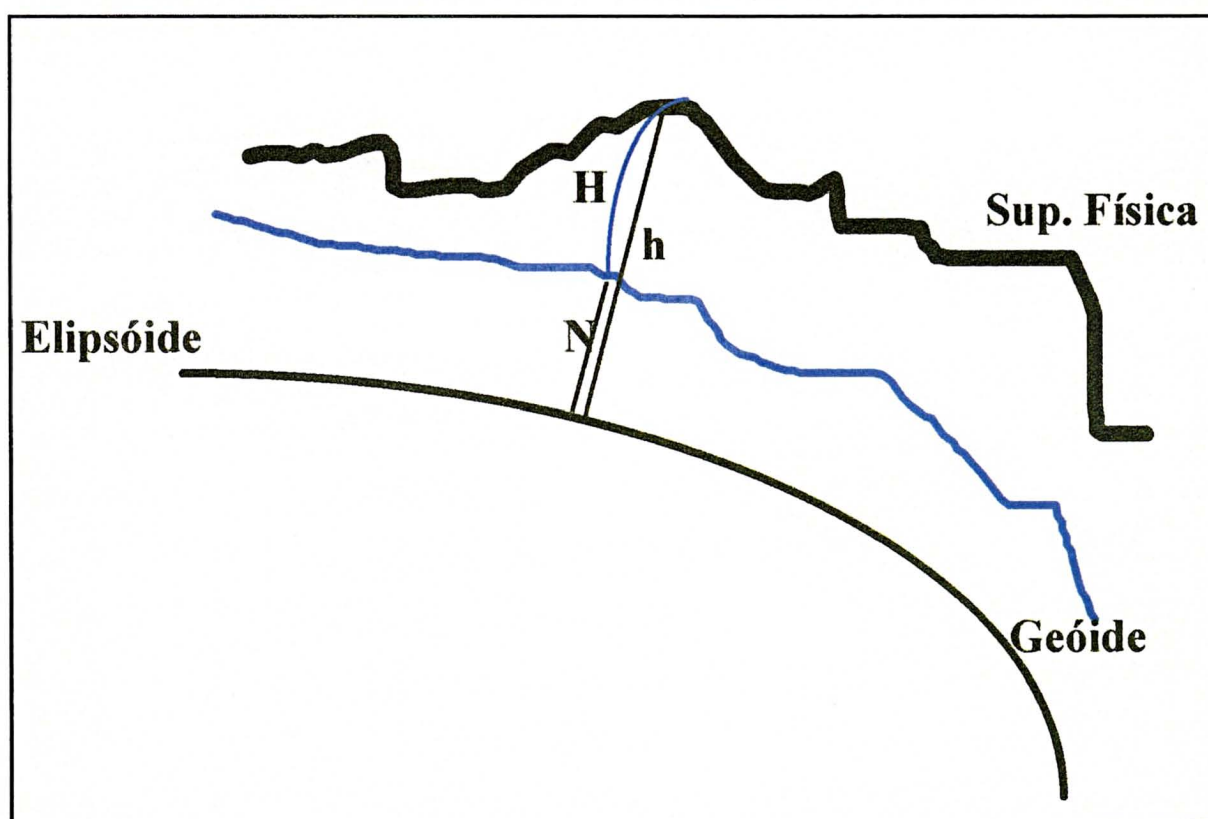
$\bar{g}$ é o valor médio da gravidade entre a superfície física e o geóide;

g_i é a magnitude da gravidade medida em cada seção nivelada e

ΔH_i é o desnível observado.

Altitudes *Dinâmicas*, *Normais*, *de Helmert* etc. podem ser obtidas a partir da altitude ortométrica. Uma abordagem precisa de tais transformações pode ser encontrada em [GEMAEL, 1981 pp. 8.4 - 8.8].

FIGURA 2.10- REPRESENTAÇÃO DAS SUPERFÍCIES FÍSICA, GEOIDAL E ELIPSOIDAL DE REFERÊNCIA. A LINHA DEFINIDORA DA ALTITUDE ORTOMÉTRICA É UMA CURVA REVERSA.



No Brasil, a altitude²³ que constitui o arcabouço altimétrico²⁴ do SGB é obtida através do nivelamento geométrico, submetido à correção de não paralelismo entre as

²³

Doravante denominadas de ortométricas.

superfícies equipotenciais. Esta correção é por vezes incorretamente chamada de *correção ortométrica*. No nivelamento fundamental ou de 1ª ordem, a precisão esperada para os desníveis é de $3 \times \sqrt{K}$ mm, onde K representa a distância em quilômetros entre as RRNN ao longo do circuito [IBGE, 1983]. Para atender demandas em pesquisas geodésicas, geofísicas, oceanográficas e de engenharia, ondulações geoidais acuradas entre ± 1 e ± 10 cm para distâncias entre 100 e 1.000 km são necessárias [TORGE, 1992].

CAPÍTULO 3 - DADOS UTILIZADOS

3.1 DADOS GRAVIMÉTRICOS

Os dados gravimétricos utilizados no presente trabalho foram obtidos junto ao Núcleo de Exploração da Bacia do Paraná - NEXPAR, órgão operacional da PETROBRÁS S.A., os quais integram o conjunto de levantamentos de caráter exploratório executados entre 1989 e 1992, através das Equipes Gravimétricas EG-29 e EG-30. As respectivas metodologias de aquisição serão descritas sucintamente a seguir.

3.1.1 EQUIPE GRAVIMÉTRICA 29 - (EG-29)

Contratado junto à empresa GEOPETRO - Consultoria e Geofísica LTDA, o levantamento gravimétrico foi realizado em três etapas:

- Implantação de apoio gravimétrico local;
- Densificação gravimétrica;
- Obtenção das coordenadas planialtimétricas;

3.1.1.1 IMPLANTAÇÃO DE APOIO GRAVIMÉTRICO LOCAL

A extensão do referencial gravimétrico da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira - RGFB foi realizada a partir de um conjunto pré-existente de seis bases. A partir destas, foram implantadas quatorze bases adicionais, formando circuitos fechados. O espaçamento e a quantidade de bases foi condicionada pelo sistema viário local. Os locais das bases foram selecionados observando-se as condições de acesso, estabilidade e isenção de vibrações. As medições gravimétricas entre as bases foram efetuadas em percursos de ida e volta, ocupando-se todas as estações em ambos os sentidos de modo a permitir o controle da deriva instrumental. O fechamento dos circuitos foi efetuado em intervalos inferiores a 24 horas. O ajustamento da rede de bases gravimétricas foi efetuado através do Sistema *GRAVSYS*, fixando-se os valores das bases da RGFB e do fator de escala do gravímetro

LaCoste & Romberg, este previamente calibrado. O maior resíduo gerado após o ajustamento foi de 0,046 mGal, tendo sido o desvio padrão do conjunto de observações de 0,017 mGal, com taxa de variação de deriva ajustada de 0,005 mGal/hora.

3.1.1.2 DENSIFICAÇÃO GRAVIMÉTRICA

Os pontos gravimétricos foram selecionados e identificados sobre fotografias aéreas em escala 1:100.000, tomadas em 1976, com intervalos médios de 3,75 km, em locais planos e em detalhes fotoidentificáveis. Foram determinadas 1705 estações gravimétricas, nas quais foi realizado um levantamento detalhado da região vizinha de modo a subsidiar os cálculos da correção de relevo. O método de aquisição foi o de perfis simples, tendo como pontos de partida e chegada as bases gravimétricas determinadas previamente como em [3.1.1.1]. Os circuitos foram completados em períodos inferiores a 24 horas e não apresentaram erros de fechamento superiores a 0,02 mGal. Em cada uma das estações foram efetuadas duas leituras com discrepância inferior a 0,01 mGal, intervaladas de no máximo 4 minutos. Os instantes de observação foram registrados referidos ao horário médio de Greenwich com erro inferior a 1 minuto. As leituras gravimétricas foram corrigidas dos efeitos da atração luni-solar e da deriva.

3.1.1.3 OBTENÇÃO DAS COORDENADAS PLANIALTIMÉTRICAS

O apoio planialtimétrico ao levantamento gravimétrico foi gerado fotogrametricamente, utilizando-se o método semi-analítico. A partir da prévia identificação dos pontos nos modelos fotogramétricos, foram geradas as coordenadas planialtimétricas, tendo sido o ajustamento efetuado através do programa PAT-M43.

A TABELA 3.1 resume a quantidade de pontos de apoio utilizados e resíduos em coordenadas após o ajustamento.

TABELA 3.1 - RESUMO DO APOIO PLANIALTIMÉTRICO UTILIZADO NA AEROTRIANGULAÇÃO DOS BLOCOS E OS RESÍDUOS APÓS O AJUSTAMENTO.

Bloco	Modelos	Apoio H	Apoio V	Res. máx. (X)	Res. máx (Y)	Res. máx (Z)
1	57	7	44	4,07 m	4,07 m	1,12 m
2	101	18	62	2,48 m	2,33 m	1,60 m

3.1.2 EQUIPE GRAVIMÉTRICA 30 - (EG - 30)

O levantamento gravimétrico da EG-30 foi contratado junto a empresa MERCATOR Topografia e Aerolevantamentos S/A. A coleta e o processamento dos dados gerou um total de 6.853 pontos gravimétricos levantados no período 10/91 a 11/92 com vistas a estudos exploratórios na Bacia Sedimentar do Paraná. De modo similar ao levantamento efetuado pela EG-29, destacam-se no levantamento três fases distintas:

- Implantação de apoio gravimétrico local,
- Densificação gravimétrica e
- Obtenção das coordenadas planialtimétricas.

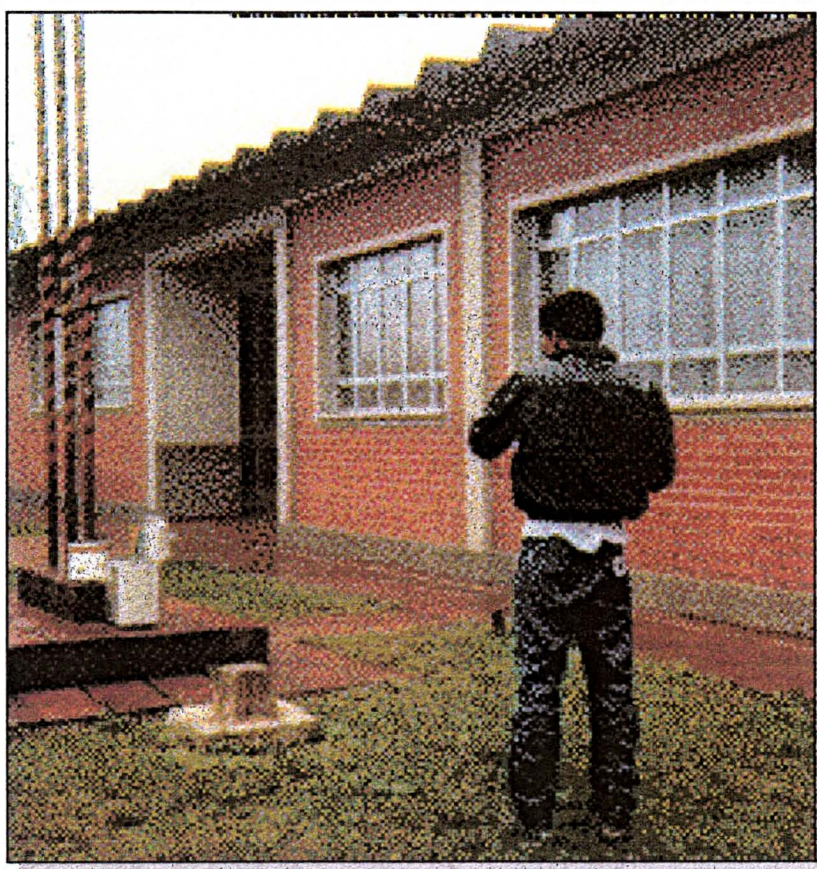
3.1.2.1 IMPLANTAÇÃO DO APOIO GRAVIMÉTRICO LOCAL

A extensão do referencial gravimétrico foi efetuada pela implantação de 117 bases, inseridas em 60 polígonos fechados. Os valores de fechamento do conjunto de polígonos foram inferiores a $0,08\sqrt{n}$ mGal, sendo n o número de lados de cada polígono. O maior resíduo após o ajustamento foi de 0,061 mGal, tendo este sido executado através do sistema GRAVSYS. Foram utilizados nesta etapa três gravímetros marca LaCoste & Romberg modelo G, previamente calibrados. Na instalação das bases foram considerados critérios de acessibilidade, conservação e estabilidade. A FIGURA 3.1 ilustra o processo de aquisição gravimétrica da EG-30.

3.1.2.2 DENSIFICAÇÃO GRAVIMÉTRICA

No levantamento em questão foram estabelecidos 1.005 circuitos por meio de perfis simples. Todos os circuitos foram fechados em períodos inferiores a 24 horas, não tendo sido excedido o limite de tolerância de 0,05 mGal/h.

FIGURA 3.1 - LEVANTAMENTO GRAVIMÉTRICO. OCUPAÇÃO DA RN 2021V, REOCUPADA DURANTE O LEVANTAMENTO GPS.



Nas reduções gravimétricas foram considerados os efeitos sistemáticos através das funções de calibração dos gravímetros, do efeito da atração luni-solar e da deriva instrumental. Os pontos de partida e de chegada foram escolhidos preferencialmente distintos, sendo o intervalo entre as duas leituras gravimétricas efetuadas em período inferior a 4 minutos. O espaçamento médio entre os PG's foi de 6 Km. Foram utilizados nas observações gravimétricas 4 equipamentos LaCoste & Romberg modelo G.

3.1.2.3 OBTENÇÃO DAS COORDENADAS PLANIALTIMÉTRICAS

As coordenadas dos pontos gravimétricos foram obtidas pelo rastreamento de satélites do GPS, tendo sido utilizados 9 receptores com capacidade de rastrear a fase da portadora L_1 . Para tanto foi mantida em campo a média de seis equipamentos/dia durante o período de levantamento. As medições nas estações gravimétricas foram precedidas do estabelecimento de uma rede de apoio secundário, *amarrada* em vértices pertencentes à cadeia fundamental de triangulação do Sistema Geodésico Brasileiro - SGB e de RRNN do mesmo. Dessa forma implantaram-se 23 poligonais GPS, num total de 236 lados. O tempo de rastreamento variou entre 2 e 10 horas, com os comprimentos dos lados sendo em sua maioria inferiores a 50 Km. Após o ajustamento, os vértices deste conjunto foram utilizados como estações de referência para o posicionamento relativo das estações gravimétricas. O algoritmo utilizado no processamento foi o de dupla diferença de fase da portadora L_1 , com períodos de rastreamento de 30 minutos para o posicionamento das estações.

3.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS LEVANTAMENTOS GRAVIMÉTRICOS

Parte dos levantamentos gravimétricos descritos anteriormente constituíram a base para a determinação do geóide neste trabalho. Em suas características gerais, os levantamentos, ainda que efetuados por diferentes equipes e em projetos distintos, guardaram entre si grande semelhança. Estas se tornam mais evidentes na metodologia de aquisição e processamento gravimétrico subsequente (número e intervalo entre leituras, modelos de redução, programa de ajustamento etc.), bem como nos gravímetros (LaCoste & Romberg modelo G). Será visto posteriormente que, em ambos os levantamentos, foram efetuadas avaliações expeditas do relevo circunvizinho às estações, avaliações estas que integraram o cálculo da influência do relevo sobre as observações. As diferenças entre os levantamentos são basicamente relativas ao espaçamento entre as estações e ao processo de determinação das coordenadas planialtimétricas.

3.3 ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS UTILIZADAS

Neste trabalho, foram utilizadas 5.125 estações gravimétricas distribuídas na região limitada pelas latitudes $-23^{\circ} 30'$ e $-27^{\circ} 30'$ e pelas longitudes $-49^{\circ} 30'$ e $-53^{\circ} 30'$. O arquivo original contém, para cada estação, sua identificação, o valor de gravidade observada,¹ respectivas coordenadas UTM, meridiano central, altitude ortométrica, densidade adotada nas reduções, anomalia ar-livre, correção de relevo,² anomalia Bouguer e coordenadas geodésicas referidas ao SGB. As anomalias em questão foram calculadas originalmente referidas ao Geodetic Reference System 1967 (GRS 67), não tendo sido, entretanto, utilizadas neste trabalho. Em seções subsequentes, será visto que todo o conjunto de anomalias, bem como a correção de terreno para a zona de 3 a 50 km foram recalculadas para o GRS 80. O *lay-out* do arquivo original é apresentado no Anexo Ia. A avaliação qualitativa dos dados gravimétricos será descrita a seguir.

3.3.1 ANÁLISE ESTATÍSTICA DAS ANOMALIAS

O conjunto de anomalias Bouguer foi submetido a uma análise estatística para detecção de possíveis *outliers* ou de erros grosseiros. Para tanto foi utilizada a metodologia de análise de tendência empregada por Freitas (1988) e apresentada de forma ligeiramente modificada em SÁ et al. (1993). Neste procedimento, o conjunto de anomalias ($\hat{\Delta}g_B$) foi estimado através de uma superfície de segundo grau em função das respectivas coordenadas planas, obtidas pela expressão

$$\hat{\Delta}g_B = c_0 + c_1E + c_2N + c_3E^2 + c_4EN + c_5N^2, \quad (3.1)$$

onde os c_i são coeficientes da superfície e E e N são coordenadas UTM.

O conjunto de resíduos é obtido da expressão

¹ Resultante do ajustamento dos circuitos corrigida dos efeitos sistemáticos.

² Calculadas para uma região até 3 km de cada estação.

$$v_i = \Delta g_B - \hat{\Delta g}_B , \quad (3.2)$$

sendo o desvio padrão do conjunto obtido por

$$\sigma_{\hat{\Delta g}_B} = \sqrt{\frac{1}{n-6} \sum_{i=1}^n v_i^2} . \quad (3.3)$$

O valor de $\sigma_{\hat{\Delta g}_B}$ obtido em (3.3) foi então utilizado para verificar o comportamento do conjunto, sendo identificados os possíveis erros grosseiros através do teste comparativo dos resíduos, em módulo, com o valor correspondente a três vezes o desvio padrão do conjunto $\sigma_{\hat{\Delta g}_B}$, ou seja,

$$|v_{ig}| \geq 3 \sigma_{\hat{\Delta g}_B} . \quad (3.4)$$

Neste procedimento, foram encontrados 16 ($\sim 0,3 \%$) valores entre 3 e 3,15 desvios. Em razão da proximidade com o limite de aceitação, tais anomalias não foram retiradas do conjunto. O restante do conjunto situou-se entre os limites de $\pm 3 \sigma_{\hat{\Delta g}_B}$. O programa para análise foi desenvolvido pelo autor no *software* MATLAB™.

3.4 O MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL

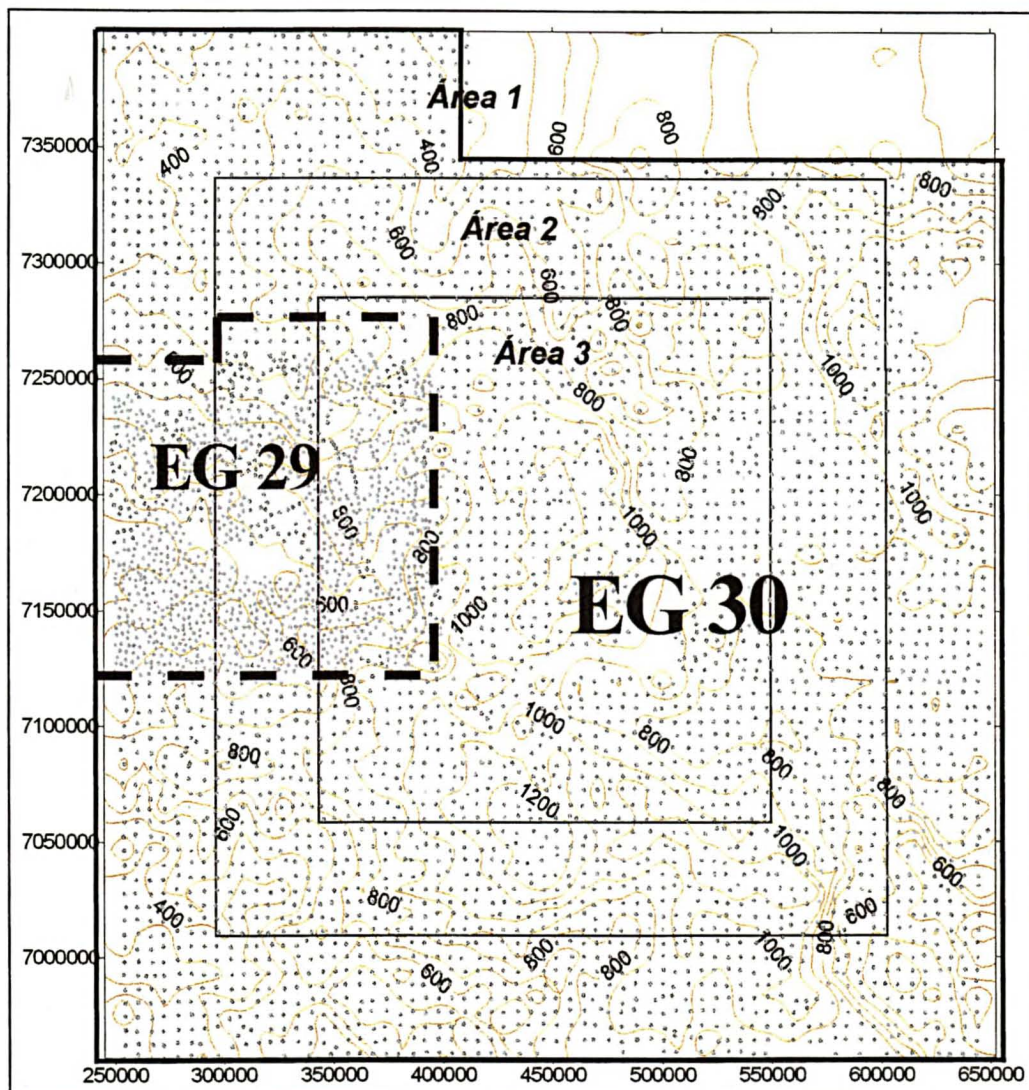
O modelo topográfico digital foi gerado pela digitalização de um conjunto de 22 folhas do mapeamento sistemático em escalas de 1:50.000 (8 folhas) e 1:100.000 (14 folhas). Foram digitalizadas as curvas de nível de cada uma das folhas, mantendo-se a equidistância de 40 metros nas folhas originárias da Diretoria de Serviço Geográfico - DSG, e 50 metros para as elaboradas pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. A geração do modelo consumiu cerca de 640 horas/homem, no período setembro/93 a junho/94.

3.4.1 DETERMINAÇÃO DO MODELO DIGITAL DA ANOMALIA BOUGUER

A análise qualitativa das anomalias, foi o processo usado para a obtenção do

modelo digital (conjunto de valores interpolados numa distribuição geográfica regular, através do *software SURFER versão 5.0 for Windows™*).

FIGURA 3.2 - LOCALIZAÇÃO DAS ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS DAS EQUIPES EG-29 E EG-30.



O algoritmo utilizado foi o de “krigagem” que embora computacionalmente seja mais oneroso, gera uma solução de variância mínima para os pontos interpolados. Além disso, tem a propriedade de funcionar como um filtro de altas frequências [ALMEIDA & BETINI, 1994], condizente com o comportamento esperado da anomalia Bouguer.

TABELA 3.2 - ESTATÍSTICA DOS VALORES DE ANOMALIA BOUGUER INTERPOLADOS

Estatística	Valores em mGal
Média	-85,39
Mínimo	-114,71
Máximo	-37,01
Desvio padrão	12,48
Número de elementos	32.400

3.4.2 O PROCESSO DE DIGITALIZAÇÃO

A digitalização foi efetuada diretamente sobre as folhas em papel, sendo *percorridas* com o cursor todas as curvas de nível³. Este procedimento pode ser subdividido em três fases:

- Preparação das curvas a serem digitalizadas;
- Digitalização;
- Edição das folhas concluídas;

3.4.2.1 PREPARAÇÃO DAS CURVAS A SEREM DIGITALIZADAS

Antes de ser iniciada a digitalização, cada folha foi dividida em quatro setores aproximadamente iguais. Cada um desses setores foi digitalizado independentemente. Cada curva a ser digitalizada foi identificada através de cores marcadas com lápis de cor antes do início da digitalização. Este processo visou eliminar possíveis erros na identificação de curvas durante o processo de digitalização propriamente dito. Assim, para cada quadrante, a uma dada curva era atribuída uma cor, pintada na própria carta e só então digitalizada.

³ Nas folhas 1:50.000, a digitalização deu-se em curvas alternadas de modo a manter a equidistância de 40 ou 50 m e não sobrecarregar o arquivo de dados.

3.4.2.2 DIGITALIZAÇÃO

O processo de digitalização foi gerenciado pelo software PETROMAP de propriedade da PETROBRÁS S.A. compatível com plataformas do tipo PC. As mesas digitalizadoras utilizadas foram da marca DIGIGRAF modelos Van-Gogh e Velasquez, respectivamente tamanhos A0 e 2A0, com resolução nominal de 0,025 mm e precisão de $\pm 0,25$ mm. A taxa de armazenamento deu-se em modo contínuo limitado por espaçamento (no terreno) de 250 metros. Para cada folha foram gerados 4 arquivos correspondentes a cada um dos setores. Os arquivos gerados foram em formato ASCII, seqüenciais com três colunas contendo respectivamente os valores ESTE e NORTE no sistema UTM e as altitudes respectivas.

3.4.2.3 EDIÇÃO DAS FOLHAS DIGITALIZADAS

O processo de edição teve como finalidade a detecção de possíveis ausências de curvas, introdução incorreta dos respectivos *labels* ou dupla digitalização. Foram geradas reproduções em papel vegetal de cada uma das folhas contendo as curvas efetivamente digitalizadas em suas respectivas escalas e sobrepondo-se estas à folha original. Após inspeção visual os erros ou omissões identificadas foram editados. Esta edição foi efetuada através do programa GEOMAP, instalado no computador do Departamento de Exploração da PETROBRAS, no Rio de Janeiro, implicando no uso da estação TEKTRONIX 618/3278/3. O percentual de erros encontrados foi irrelevante. Após a edição os arquivos, foram retransmitidos para o Núcleo de Exploração da Bacia do Paraná - NEXPAR, e posteriormente adicionados, gerando um arquivo com 683.000 pontos, o que corresponde a uma densidade média de 17 amostras por km².

3.5 GERAÇÃO DO MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL

A geração do modelo topográfico foi dividida em duas áreas de abrangência com respeito à fonte e densidade de dados. Na região interna (área 3 na FIGURA 3.2) o modelo

correspondente foi elaborado a partir do conjunto digitalizado de folhas 1:100.000, conforme procedimento descrito na seção [3.4]. A equidistância de 700 m entre cada cela do *grid* teve como propósito retratar a superfície topográfica com a maior fidelidade possível. A estatística relativa ao modelo é a descrita na TABELA 3.3. Nas áreas 1 e 2 da FIGURA 3.2 foram apenas utilizadas informações planialtimétricas das próprias estações gravimétricas, o que pressupõe um espaçamento médio de 3,5 a 5,5 km entre os elementos considerados. Estes elementos foram adicionados aos dados digitalizados, possibilitando estender a base topográfica até os limites da área 1. A utilização deste modelo serviu para a determinação das correções de relevo de toda a área 2, uma vez que a ausência de tais elementos⁴ aumentaria o efeito de borda quando computadas as influências dos pontos situados na área 1. Será visto ainda que as demais etapas do processo de geração do modelo restringiram-se aos elementos calculados para as áreas 2 e 3.

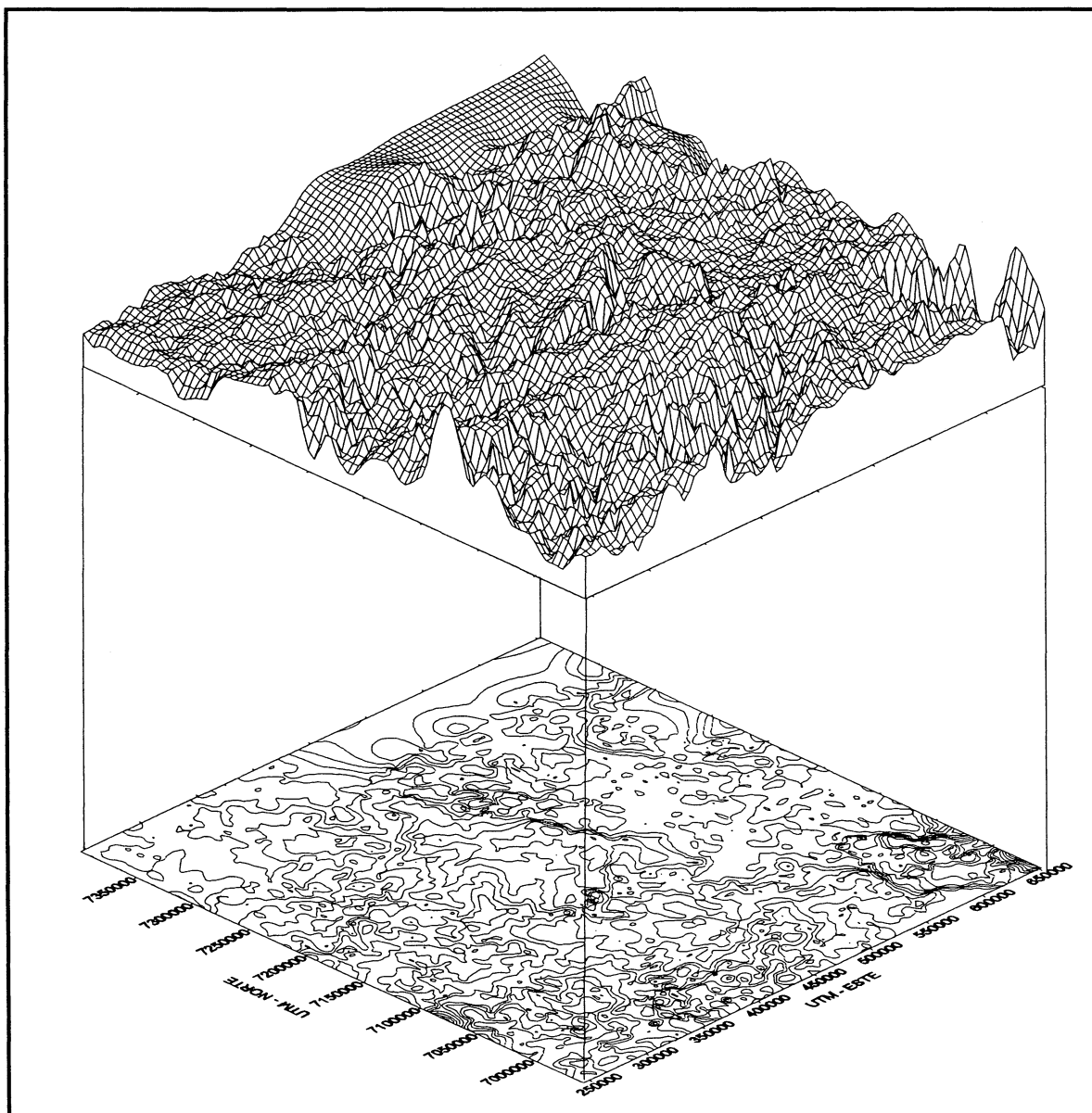
TABELA 3.3 -. ESTATÍSTICA RELATIVA AO MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL

Estatística	Altitudes (m)
Média	888,80
Mínimo	422,11
Máximo	1.333,82
Desvio padrão	151,81
Número de elementos	54.618

Para a determinação das correções de relevo para a área 3 (entre os paralelos -24° 30' e -26° 30' e entre os meridianos -50° 30'e -52° 30'), foram empregados dois procedimentos que serão descritos a seguir.

⁴ Rigorosamente estes elementos estão ausentes na região nordeste da área 1, região não abrangida pelo levantamento gravimétrico.

FIGURA 3.4- PERSPECTIVA DO MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL CORRESPONDENTE ÀS ÁREAS 1, 2 E 3. NOTE-SE QUE A AUSÊNCIA DE ELEMENTOS NA EXTREMIDADE NORDESTE LEVA À DISTORÇÃO DA TOPOGRAFIA.



3.5.1 A HOMOGENEIZAÇÃO DO MODELO DIGITAL

A fase que se seguiu deu-se em razão de estarem disponíveis duas bases altimétricas de características diferentes, quais sejam a) o modelo digitalizado e b) o conjunto de altitudes das estações gravimétricas. Pelo fato da equidistância entre as curvas de nível ser da ordem de 40 metros, admite-se a ocorrência de erros equivalentes a meia equidistância (20

m) em 90% dos pontos testados. Isto é o que se espera de uma carta classe A e do Padrão de Exatidão Cartográfica - PEC correspondente [COCAR, 1984]. Os testes efetuados apresentaram diferenças da ordem de 15 metros, em concordância com o esperado. Por outro lado, com espaçamento cerca de 10 vezes maior, há disponibilidade das altitudes das estações e com base nas quais foram efetuadas as reduções gravimétricas, obtidas com precisão melhor que 2 metros (1σ). Assim, optou-se por um processo de homogeneização de ambas as bases tomando-se como referência as altitudes e coordenadas do conjunto de estações gravimétricas inseridas nos mesmos limites. Para isso, foi gerado um *grid* (G_1) a partir dos dados digitalizados com intervalos de 700 m entre os nós e efetuada a interpolação sobre este das posições das estações gravimétricas. Este procedimento deu origem a um arquivo de diferenças entre as altitudes do levantamento gravimétrico e as fornecidas pelo modelo. A partir dessas diferenças foi gerado um novo *grid* (G_2), com idêntico procedimento e intervalo (700 m), cujas diferenças foram adicionadas algebricamente ao *grid* (G_1). As estatísticas relativas aos valores altimétricos estão apresentadas no Anexo I.-b. Por incapacidade de armazenamento e tratamento do arquivo original (~15 Mbytes) em microcomputador, o tratamento acima foi efetuado no computador central do Departamento de Exploração da PETROBRAS no Rio de Janeiro, sendo os dados posteriormente importados para o microcomputador. O arquivo final assim obtido consiste em *grid* com equidistância de 700 m, homogeneizado com os dados originais oriundos do levantamento GPS sobre as RRNN.

CAPÍTULO 4 - APROXIMAÇÕES MATEMÁTICAS DO CAMPO DE GRAVIDADE

4.1 INTRODUÇÃO AOS MODELOS DO GEOPOTENCIAL

Até meados da década passada, mais de 30 modelos do geopotencial haviam sido desenvolvidos [WENZEL, 1985],¹ baseados em diferentes aproximações. A partir do lançamento do primeiro satélite artificial, os dados orbitais têm sido armazenados e estudados, propiciando sucessivos aperfeiçoamentos. Dentre os modelos mais conhecidos e utilizados incluem-se as séries SAO-SE (Smithsonian Astrophysical Observatory Standard Earth), GEM (Goddard Earth Models - NASA), OSU (Ohio State University), GRIM (Groupe de Recherche Spatial - Institut Universität München) e GPM (GeoPotential Model). Além destes, modelos tem sido elaborados para missões específicas tais como LAGEOS, STARLETTE, ERS-1 etc [SEEBER, 1993, p. 454]. Alguns destes modelos são determinados exclusivamente a partir de dados orbitais de satélites (p.ex. GEM-T1 e GEM-T2), enquanto outros combinam estes elementos com observações gravimétricas e altimétricas (p. ex. OSU-86, OSU-89, OSU-91A, GPM1 e GPM2). Estimativas de acurácia global de parâmetros derivados de tais modelos podem variar de modelo para modelo e para um mesmo modelo em função da localização geográfica.

4.2 MODELOS DE BAIXO GRAU

Os modelos de baixo grau e ordem tem a capacidade de representar com fidelidade longos comprimentos de onda do campo de gravidade terrestre. Dentre os modelos com esta característica, o **GEM-T3** é o mais recente. Integra a série de modelos de baixo grau iniciada em 1988 com o modelo **GEM-T1** [MARSH et al., 1988], com a finalidade de proporcionar acurácia radial da ordem de 10 cm (1σ) às órbitas da missão **TOPEX/Poseidon**² e estudar o

¹ Citado por SEEBER (1993).

² O T da série T1...T3 provém do nome da missão TOPEX/Poseidon. Trata-se de um projeto conjunto entre a NASA e o CNES com vistas ao estudo da circulação dos oceanos. O primeiro satélite foi lançado com sucesso em 10/08/92 [SEEBER, 1993].

comportamento de baixa frequência do campo de gravidade para apoio a pesquisas geofísicas e oceanográficas [LERCH et al., 1994]. O modelo **GEM-T3** combina dados utilizados pelo **GEM-T3S** (modelo obtido a partir de rastreamento sobre 31 diferentes satélites), com observações gravimétricas e altimétricas sobre os oceanos. Foram utilizadas majoritariamente medições LASER (Satellite Laser Ranging - SLR), complementadas por dados altimétricos da superfície dos oceanos provenientes das missões **GEOS 3** (1975 -1976), **Seasat** (1978) e **Geosat** (1986 -1987), medições Doppler sobre satélites da série Oscar e NOVA, medidas satélite a satélite e observações ópticas sobre satélites. É completo em termos de coeficientes até grau e ordem 50. Os testes realizados indicam um erro médio quadrático global da ordem de 59 cm, sendo que em regiões oceânicas este valor cai para menos de 25 cm [LERCH et al., 1994].

Os 6330 parâmetros estimados no modelo **GEM-T3**, completo em grau e ordem até 50, são subdivididos em:

- a) Modelo 50 x 50 do geopotencial estacionário;
- b) 90 coeficientes de longo comprimento de onda de modelo de marés para 12 componentes principais;
- c) Modelos em harmônicos esféricos completos e independentes até grau e ordem 15 a partir dos satélites GEOS 3, Seasat e Geosat;
- d) Coordenadas de 371 estações rastreadoras contribuintes na solução;
- e) Série de valores médios intervalados de 5 dias para o movimento do pólo;
- f) Valores A1-UT1 de 1980 a 1987.

Na Tabela 4.1 são apresentados os valores dos coeficientes plenamente normalizados do modelo **GEM-T3** até grau e ordem 5.

TABELA 4.1 - COEFICIENTES PLENAMENTE NORMALIZADOS DO
MODELO GEM-T3 ATÉ GRAU E ORDEM 5.

Grau (n)	Ordem (m)	C _{nm}	S _{nm}
2	0	-0.4841650994D-03	0.0000000000D+00
2	1	0.0000000000D+00	0.0000000000D+00
2	2	0.2439065800D-05	-0.1400094600D-05
3	0	0.9572010900D-06	0.0000000000D+00
3	1	0.2027714200D-05	0.2492171200D-06
3	2	0.9044707300D-06	-0.6194476700D-06
3	3	0.7203424900D-06	0.1413884500D-05
4	0	0.5395211800D-06	0.0000000000D+00
4	1	-0.5361510800D-06	-0.4734359800D-06
4	2	0.3502181400D-06	0.6630152300D-06
4	3	0.9909337200D-06	-0.2009274200D-06
4	4	-0.1887706500D-06	0.3094237000D-06
5	0	0.6834334500D-07	0.0000000000D+00
5	1	-0.5828023100D-07	-0.9608393700D-07
5	2	0.6527109900D-06	-0.3238636900D-06
5	3	-0.4523300600D-06	-0.2152957800D-06
5	4	-0.2955840900D-06	0.4969034600D-07
5	5	0.1737634900D-06	-0.6689070400D-06

Fonte: Lerch et al. (1994).

4.3.1 A DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DOS MODELOS DE ALTO GRAU

A obtenção dos coeficientes normalizados de modelos do geopotencial pode valer-se de diferentes aproximações a depender dos dados utilizados na solução, bem como da resolução pretendida para o modelo. Esta seção aborda o desenvolvimento utilizado por Rapp & Pavlis (1990) e Rapp, Wang & Pavlis (1991) na Ohio State University, e que resultaram no conjunto de coeficientes do modelo OSU91A. Neste, os coeficientes até grau e ordem 50 tem origem no conjunto de coeficientes do GEM-T2, combinados com anomalias gravimétricas médias espaçadas de 30' e de dados altimétricos da superfície dos oceanos, gerados pelo Geosat. As anomalias originadas de levantamentos terrestres foram combinadas com anomalias estimadas geofisicamente⁴ (*fill-in anomalies*). As anomalias ajustadas, resultantes da combinação acima, foram então utilizadas na determinação do conjunto completo de coeficientes até grau e ordem 360, bem como do respectivo desvio padrão para cada coeficiente, obtidos do ajustamento por mínimos quadrados.

A representação do potencial anômalo através do desenvolvimento em série de harmônicos foi dada no CAPÍTULO 2 pela expressão (2.41)

$$T(r, \nu, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \delta C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda \right] P_{n,m}(\cos \nu) .$$

As considerações feitas naquele CAPÍTULO com respeito à igualdade de massas entre modelo e Terra real, bem como sobre o significado dos zonais pares aplicam-se aqui de modo idêntico. A anomalia ar-livre Δg foi definida em [2.5.5] através de (2.43)

$$\Delta g = g - C_a - \gamma ,$$

onde $g - C_a$ é o módulo do vetor gravidade reduzido à superfície do geóide e γ é o módulo da gravidade normal. Assumida a igualdade entre os potenciais das superfícies geoidal e

⁴ Anomalias obtidas combinando-se a contribuição do GEM-T2 até grau e ordem 9 com a contribuição relativa ao desenvolvimento entre 10 e 360 originada de modelo topográfico isostático.

elipsoidal, obtém-se a equação fundamental da geodésia física. [HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 86]

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r_Q} T_Q . \quad (4.1)$$

Considerando o efeito elipsoidal até a ordem e^2 esta expressão assume a forma [PAVLIS, 1988, p. 24]⁵.

$$\Delta g = -\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_Q - \frac{2}{r_Q} T_Q + (\varepsilon_h + \varepsilon_\gamma + \varepsilon_p)_Q , \quad (4.2)$$

onde os termos $\varepsilon_h, \varepsilon_\gamma$, representam respectivamente os efeitos elipsoidais até a ordem de e^2 em altitude e gravidade normal. No primeiro, a condição de contorno "esférica" $\left(\frac{\partial}{\partial r}\right)$ no termo linear da expansão de Taylor em lugar de $\frac{\partial}{\partial h}$ proporciona

$$\varepsilon_h = e^2 \sin \nu \cos \nu (\partial T / r \partial \nu) , \quad (4.3)$$

No segundo, ε_γ corresponde à aproximação "esférica" de γ no termo linear da expansão de Taylor e seu gradiente $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$. Sua expressão analítica é dada por:

$$\varepsilon_\gamma = \left[6J_2 \frac{a^2}{r^3} P_2(\cos \nu) - \frac{3\omega^2 r^2}{GM} \sin^2 \nu \right] T . \quad (4.4)$$

O terceiro termo ε_p resulta da diferença entre a anomalia definida em (4.1) e sua projeção isozenital. A expressão de ε_p em função potencial W do desvio da vertical i e suas componentes (ξ, η) , dos raios de curvatura principais do elipsóide (N, M) e da latitude geodésica φ do ponto é dada por:

$$\varepsilon_p = (1 - \cos i) \frac{\partial W}{\partial h} - \xi \frac{\partial W}{M \partial \varphi} - \eta \frac{\partial W}{N \cos \varphi \partial \lambda} . \quad (4.4a)$$

⁵

A fórmula em questão está expressa em Pavlis(1988) p. 24 de modo ligeiramente diferente, levando em consideração as diferenças ΔW . A igualdade entre os potenciais possibilitou a simplificação.

Consideremos momentaneamente a expressão (4.2), corrigida de tais efeitos:

$$\Delta g^c = -\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right) - \frac{2}{r_Q} T_Q . \quad (4.5)$$

Substituindo-se (2.41) em (4.5) obtém-se

$$\Delta g^c(r, \nu, \lambda) = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm}^s \bar{Y}_{nm}(\nu, \lambda) , \quad (4.6)$$

onde:

$$\bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) = \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \cos m\lambda \text{ se } m \geq 0 \text{ e}$$

$$\bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) = \bar{P}_{n|m|}(\cos \theta) \sin m\lambda \text{ se } m < 0 .$$

Esta expressão não é uma função harmônica no exterior das massas geradoras ($\nabla^2 \Delta g^c \neq 0$). A multiplicação por r contorna este inconveniente, resultando $r\Delta g^c(r, \nu, \lambda)$, harmônica nas condições propostas, e que pode ser adequadamente desenvolvida em harmônicos esféricos, com convergência assegurada na região externa à esfera de *Brillouin*⁶

$$r\Delta g^c(r, \nu, \lambda) = a \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=-n}^n \bar{g}_{nm}^s \bar{Y}_{nm}(\nu, \lambda) , \quad (4.7)$$

$$\text{onde } \bar{g}_{nm}^s = \frac{GM}{a^2} (n-1) \bar{C}_{nm}^s . \quad (4.7a)$$

Rapp & Pavlis (1990, p. 21,886) discorrem sobre a melhor adequação da aproximação dos harmônicos elipsoidais na descrição do campo gravitacional quando elementos de origem terrestre são utilizados. *"Embora as expansões baseadas em harmônicos esféricos sejam comumente utilizadas no estudo e cálculos de órbitas, a decomposição do potencial gravitacional em componentes harmônicas baseada em dados originários de levantamentos terrestres (tais como anomalias de gravidade), pode ser efetuada mais apropriadamente utilizando-se de harmônicos elipsoidais"*. Em tais condições, ou seja, na

⁶

A esfera de Brillouin é definida como a menor esfera envolvendo o conjunto de massas geradoras.

descrição do campo de gravidade utilizando elementos de origem terrestre, o emprego de termos corretivos aos harmônicos esféricos é dispensável. A discussão seguinte baseia-se nas proposições de Jekeli (1988) e Gleason (1988), envolvendo harmônicos elipsoidais. O sistema de coordenadas elipsoidais (u, δ, λ) utilizado no desenvolvimento seguinte, é baseado em uma família de elipsóides confocais [HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 40] com excentricidade linear $E = a \cdot e = a(2f - f^2)^{1/2}$, onde a e e são o semi-eixo maior e a primeira excentricidade do elipsóide de referência. A relação entre as coordenadas elipsoidais e cartesianas é dada em (4.8):

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \sin \nu \cos \lambda \\ r \sin \nu \sin \lambda \\ r \cos \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (u^2 + E^2)^{1/2} \sin \delta \cos \lambda \\ (u^2 + E^2)^{1/2} \sin \delta \sin \lambda \\ u \cos \delta \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

O parâmetro u é o semi-eixo menor do elipsóide confocal que contém o ponto de interesse, δ é a co-latidade reduzida do ponto e λ é sua longitude.

Uma função harmônica arbitrária $F(u, \delta, \lambda)$ pode ser representada em termos de harmônicos elipsoidais por [GLEASON, 1988]:

$$F(u, \delta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{\bar{S}_{n|m}(u/E)}{\bar{S}_{n|m}(b/E)} \overset{=e}{f}_{nm} \bar{Y}_{nm}(\delta, \lambda), \quad (4.9)$$

onde $\bar{S}_{nm}(u/E)$ são funções de renormalização relacionadas às funções de Legendre do segundo tipo, cuja introdução implica em que os coeficientes elipsoidais plenamente normalizados $\overset{=e}{f}_{nm}$ pertençam ao domínio real ($\mathbf{R}$) [GLEASON, 1988].

Para o caso sob análise, $F(u, \delta, \lambda)$ corresponde à função $r\Delta g^c(u, \delta, \lambda)$ dada em (4.7), resultando

$$r\Delta g^c(u, \nu, \lambda) = a \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{\bar{S}_{n|m}(u/E)}{\bar{S}_{n|m}(b/E)} \overset{=e}{g}_{nm} \bar{Y}_{nm}(\delta, \lambda), \quad (4.10)$$

cujos coeficientes elipsoidais são dados por $\overset{=e}{g}_{nm}$. A conversão destes coeficientes para seus correspondentes esféricos $\bar{g}_{nm}^s$ é dada por [GLEASON, 1988],

$$\overline{g}_{nm}^s = \sum_{k=0}^{s'} \frac{1}{\overline{S}_{n-2k,|m|}(b/E)} L_{nmk} \overline{g}_{n-2k,m}^e, \quad (4.11)$$

sendo $\overline{S}_{n-2k,|m|}(b/E)$ obtido por recorrência e s' definido como "o maior inteiro menor ou igual a $(n-|m|)/2$ " e L_{nmk} dado por

$$L_{nmk} = \left(\frac{E}{R}\right)^{2k} \cdot \frac{(-1)^k (n-k)!(2n-4k+1)!}{k!(n-2k)!(2n-2k+1)!} \sqrt{\frac{(2n-4k+1) \cdot (n-m)! (n+m)!}{(2n+1) \cdot (n-2k-m)! (n-2k+m)!}}. \quad (4.12)$$

A continuação analítica de (4.6) a partir da superfície terrestre até o elipsóide possibilita rescrever (4.10) como

$$r\Delta g^E(b, \delta, \lambda) = a \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \overline{g}_{nm}^e \overline{Y}(\delta, \lambda), \quad (4.13)$$

onde o sobrescrito ^{E} indica que $r\Delta g^E$ está sobre a superfície do elipsóide de referência.

A combinação das equações (4.7a), (4.11) e (4.5) proporciona a equação básica do modelo matemático fundamental para o cálculo dos coeficientes completamente normalizados e adimensionais do geopotencial a partir de um conjunto ($N \times 2N$) de anomalias médias da gravidade, definidas sobre a superfície do elipsóide [RAPP & PAVLIS, 1990, p. 887].

$$\overline{C}_{nm}^s = \frac{1}{4\pi a \gamma} \sum_{i=0}^{N-1} r_i^E \sum_{k=0}^{s'} \frac{L_{nmk}}{\overline{S}_{n-2k,|m|}(b/E)} \cdot \frac{I \overline{P}_{n-2k,|m|}^i}{(n-2k-1)q_{n-2k}^i} \cdot \sum_{j=0}^{2N-1} \Delta g_{ij}^E \left\{ \begin{matrix} IC \\ IS \end{matrix} \right\}_m^j \left\{ \begin{matrix} m \geq 0 \\ m < 0 \end{matrix} \right\}, \quad (4.14)$$

onde:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{GM}{a^2}, \\ I \overline{P}_{n|n|}^i &= \int_{\delta_i}^{\delta_{i+1}} \overline{P}_{n|n|}(\cos \delta) \sin \delta d\delta, \\ \left\{ \begin{matrix} IC \\ IS \end{matrix} \right\}_m^j &= \int_{\lambda_j}^{\lambda_{j+1}} \left\{ \begin{matrix} \cos m\lambda \\ \sin |m|\lambda \end{matrix} \right\}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

O conjunto de coeficientes, originados da solução acima, é comparável com a solução derivada da análise das perturbações orbitais, procedimento que se constitui na base para ajustamento empregado na solução combinada. Além disso, a (4.14) é utilizada na análise

harmônica de anomalias de gravidade ajustadas de modo a proporcionar estimativas de $\overline{C}_{nm}^s$ acima do grau máximo dos harmônicos provenientes dos satélites até o grau compatível com as dimensões do bloco de anomalias.

4.3.2 COMBINAÇÃO DE DADOS HETEROGÊNEOS NA DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE

Foi mencionado no CAPÍTULO 1 que a combinação de dados gravimétricos e topográficos com modelos do geopotencial, tem se constituído em uma metodologia bastante utilizada nos trabalhos de determinação do geóide. Em tais combinações, a componente de baixa frequência do campo é atribuída ao modelo, as de médias frequências aos dados gravimétricos e as altas frequências à influência do relevo [WICHIENTHAROEN, 1982; ZHAO, 1989; SCHWARZ & SIDERIS, 1993]. Em terrenos acidentados, este conjunto de dados é necessário, podendo ser negligenciado em regiões de relevo pouco pronunciado. Dentre os métodos empregados, os que se utilizam de técnicas da colocação por mínimos quadrados [SÁ et al., 1993] e equações integrais são os mais utilizados. Em algumas aplicações, combinações entre ambos são necessárias de modo a explorar as vantagens de um método com relação ao outro. A utilização das equações integrais adequa-se particularmente à existência de cobertura de dados homogênea [SCHWARZ & SIDERIS, 1993], como no caso do presente estudo. O procedimento adotado será descrito no CAPÍTULO 5..

CAPÍTULO 5 - A FORMULAÇÃO DE STOKES

5.1 AS ONDULAÇÕES GEOIDAIS E O CAMPO DE GRAVIDADE

As grandezas mais comumente utilizadas nos diversos ramos da Geodésia Física são os elementos $(\Delta g, N, \xi, \eta, \dots)$ do campo de gravidade anômalo [TZIAVOS, 1993]. Estes elementos são, em sua quase totalidade, obtidos em pontos discretos da superfície física terrestre, embora a maior parte dos problemas envolvam como referência uma outra superfície, em geral uma equipotencial particular do campo de gravidade, a superfície geoidal. Sob a ótica da teoria do potencial, os problemas relacionados a essa equipotencial são conhecidos como problemas de valores de contorno. O problema de contorno referente à separação geóide-elipsóide pode ser tratado através das soluções de Stokes ou de Molodensky, esta última denominada solução moderna. A abordagem considerada clássica (e que será utilizada neste trabalho) é a que trata da determinação do geóide através da integral de Stokes, utilizando anomalias de gravidade reduzidas à superfície geoidal. O resultado serão as ondulações, ou seja, a separação entre o geóide e um elipsóide tomado como referência.

5.2 AS SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS E A FORMA DA TERRA

Foi vista no Capítulo Segundo a definição do geopotencial W , e sua expressão matemática em série de harmônicos esféricos. O geopotencial expressa, em última análise, o comportamento global do campo de gravidade terrestre. Com isso, um comportamento *suave* do campo de gravidade significará um comportamento similar das equipotenciais associadas. A forma mais simples de caracterizar as irregularidades é a representação do potencial através de superfícies equipotenciais e suas respectivas linhas de força. A equação que define uma superfície equipotencial do campo de gravidade é

$$W(\vec{r}) = cte. \quad (5.1)$$

Como consequência, um infinito número de equipotenciais pode advir de (5.1), uma vez sejam atribuídos diferentes valores à constante. Ainda como decorrência da definição de gravidade (g) dada no CAPÍTULO 2, pode-se afirmar que as linhas de força são definidas pelos vetores gravidade ($\vec{g}$) e em direção perpendicular às equipotenciais. Como propriedades inerentes a tais superfícies tem-se:

- Superfícies equipotenciais não se interceptam;
- São contínuas em toda a sua extensão;
- Não possuem irregularidades, ou seja, planos tangentes a pontos infinitamente próximos diferem apenas de um infinitésimo;
- Os raios de curvatura das equipotenciais variam suavemente entre pontos próximos e
- Superfícies equipotenciais são convexas em todos os seus pontos.

Em consequência das linhas de força serem comumente ditas linhas verticais e estas são perpendiculares às equipotenciais, estas últimas são referidas freqüentemente como superfícies de nível. Uma superfície de nível particular, a que *melhor* coincide com a superfície média dos oceanos em equilíbrio e se prolonga sob os continentes é fundamental para a Geodésia Física. Esta superfície é a que melhor define a forma da Terra. Aqui cabe uma rápida digressão sobre a capacidade da superfície geoidal representar a Terra como estamos habituados a concebê-la. Aceitar que uma superfície *suave* e que se prolonga *sob* os continentes é a que melhor representa o planeta com suas diferentes características fisiográficas (montanhas, vales, planaltos etc.), pode causar um certo desconforto. O que não se deve perder de vista é o fato de que os continentes perfazem apenas cerca de 25% de todo o planeta (que com maior propriedade deveria se chamar planeta Oceano), consistindo o restante num envoltório líquido. Nesta situação, a equipotencial tende a aproximar-se mais fielmente da superfície física, dentro dos limites permitidos por anomalias localizadas e efeitos periódicos. Além disso a isostasia prevê compensações às elevações de caráter regional e continental, preconizando o *equilíbrio* entre as massas exteriores e suas correspondentes partes

subsuperficiais. Tal equilíbrio tende a se refletir no comportamento das equipotenciais, suavizando-as.

Por outro lado, sendo a superfície geoidal uma equipotencial, possui todas as propriedades anteriormente enunciadas. Particularmente a propriedade que impõe convexidade em toda sua extensão ressalta que o quantificado nos mapas geoidais são apenas diferenças entre altitudes geométricas e ortométricas. Dessa forma em um mapa geoidal **não** estão representados altos ou baixos do géoide.

5.3 O PROBLEMA DE CONTORNO E A SOLUÇÃO DE STOKES

Considere-se a Terra como um corpo rígido, submetido a uma rotação constante em torno de um eixo que contém seu centro de massa, e tal que:

1. A superfície geoidal possa ser aproximada matematicamente por uma esfera;
2. Não existam massas externas a essa superfície;
3. As anomalias de gravidade são conhecidas em toda sua extensão¹;
4. O campo de gravidade é estacionário;

A determinação do géoide² ou dito de outra forma, a determinação do potencial anômalo exterior, é obtida pela solução de Stokes ao problema de contorno da Geodésia Física³. Em sua publicação *On the variation of gravity at surface of the earth*, Stokes (1849) aborda o problema da determinação da forma de uma superfície equipotencial do campo gravífico a partir dos valores de gravidade obtidos sobre a mesma [GEMAEL, 1981]. Tal aproximação admite desprezar quantidades da ordem de 0,3% das ondulações geoidais o que corresponde a ignorar o efeito do achatamento terrestre. Quantitativamente isso implica em erros inferiores a 0,3 m.

¹ Esta condição foi por muito tempo a limitante principal da aplicação da integral de Stokes, visto não serem conhecidos os valores das anomalias nos oceanos.

² Alguns autores referem-se a esta questão como determinação da forma do géoide. O entendimento do autor é que esse reforço ao problema é desnecessário. A determinação do géoide é, implicitamente, a determinação de sua forma.

³ Gemael (1981) designa a solução de Stokes como solução particular do problema de contorno da Geodésia Física, sendo este referente à determinação gravimétrica da superfície física terrestre.

5.3.1 A INTEGRAL DE STOKES

A equação fundamental da Geodésia física pode ser simplificada sob aproximação esférica na forma

$$\Delta g = -\frac{2}{r}T - \frac{\partial T}{\partial r} . \quad (5.2)$$

Multiplicando ambos os lados de (5.2) por $-r^2$,

$$-r^2 \Delta g_P = 2rT + r^2 \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{d}{dr}(r^2 T) , \quad (5.3)$$

$$-r^2 \Delta g_P dr = d(r^2 T) . \quad (5.4)$$

A integração em ambos os membros de (5.4) fornece

$$\int_{r=\infty}^{r=r} \Delta g_P r^2 dr = \int_{r=\infty}^{r=r} d(r^2 T) . \quad (5.5)$$

Substituindo os limites de integração no segundo membro tem-se

$$r^2 T \Big|_{\infty}^r = r^2 T - \lim_{r \rightarrow \infty} (r^2 T) = r^2 T - \lim_{r \rightarrow \infty} \left[r^2 \left(\frac{R^3}{r^3} \right) T_2 + r^2 \left(\frac{R^4}{r^4} \right) T_3 + \dots \right] = r^2 T - 0 . \quad (5.6)$$

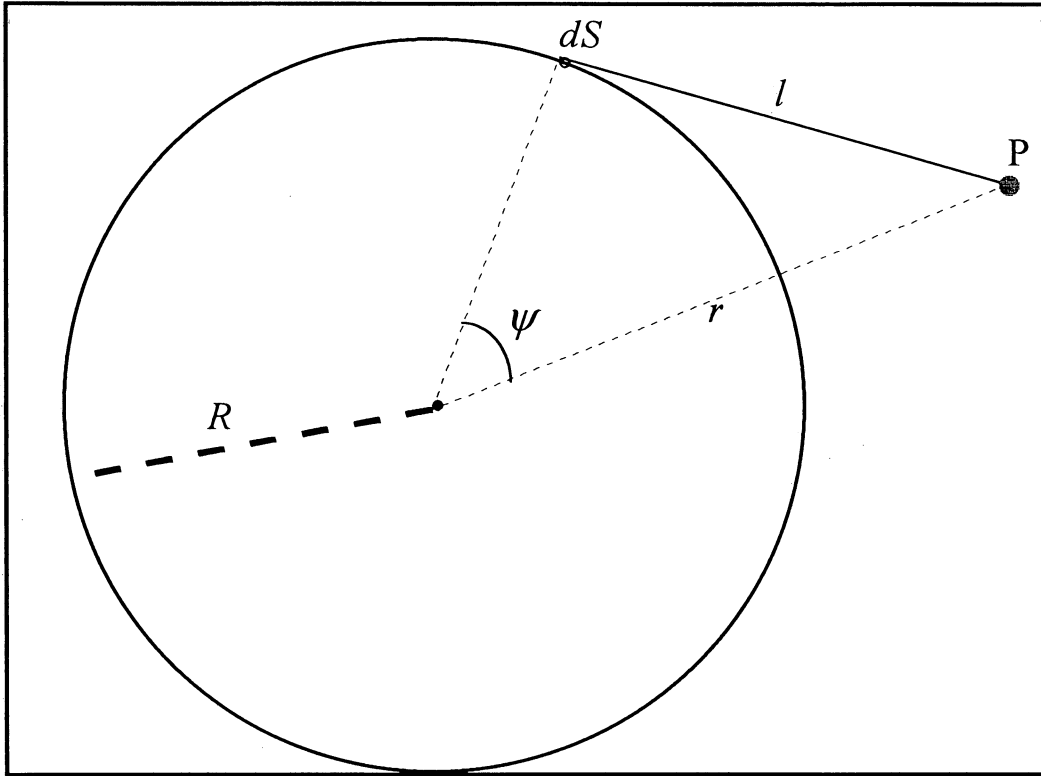
A substituição de (5.6) em (5.5) resulta

$$r^2 T = - \int_{\infty}^r \Delta g_P dr . \quad (5.7)$$

Utilizando a integral de Poisson em Δg_P , e com o auxílio da FIGURA5.1, tem-se:

$$\Delta g_P = \frac{R^2}{4\pi r} \int_{\sigma} \left[\frac{r^2 - R^2}{l^3} - \frac{1}{r} - \frac{3R}{r^2} \cos(\psi) \right] \Delta g d\sigma , \quad (5.8)$$

FIGURA 5.1- R = RAI0 DA ESFERA, r = DISTÂNCIA GEOCÊNTRICA, dS = ELEMENTO DE SUPERFÍCIE, L = DISTÂNCIA ENTRE dS E O PONTO ATRAÍDO P, E ψ ÂNGULO AUXILIAR.



que substituída em (5.7) fornece

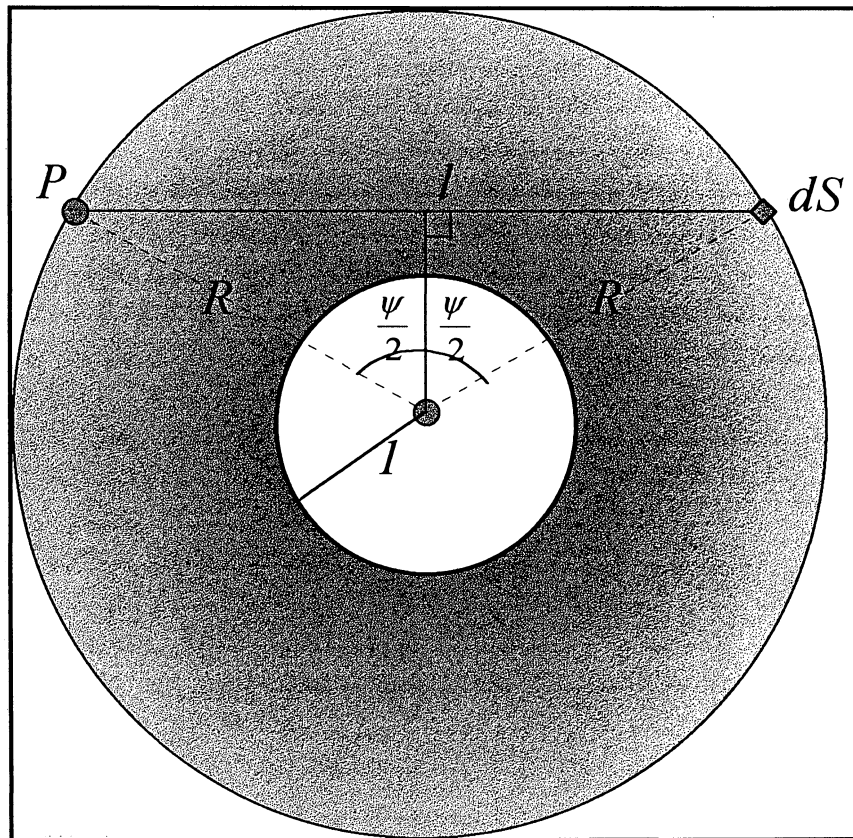
$$r^2 T = \frac{R^2}{4\pi} \int_{\sigma} \left[\int_{\infty}^r \left(-\frac{r^3 - R^2 r}{l^3} + 1 + \frac{3R}{r} \cos(\psi) \right) dr \right] \Delta g d\sigma . \quad (5.9)$$

A integração de (5.9) e sua posterior divisão por r^2 resulta

$$T = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \left[\frac{2R}{l} + \frac{R}{l} - \frac{3Rl}{r^2} - \frac{R^2}{r^2} \cos(\psi) \left(5 + 3 \ln \left(\frac{r - R \cos(\psi) + l}{2r} \right) \right) \right] \Delta g d\sigma . \quad (5.10)$$

A expressão entre colchetes em (5.10) é a função de Stokes, $S(r, \psi)$. Na aproximação geoidal através do modelo esférico pode-se admitir $r = R$, e, como consequência (FIGURA5.2),

FIGURA 5.2 MODELO DE APROXIMAÇÃO PLANA.



$$\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) = \frac{l}{2R} \therefore l = 2R \text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right). \quad (5.11)$$

A substituição de (5.11) em $S(r, \psi)$ fornecerá a função de Stokes $S(\psi)$ cuja variável independente é da distância esférica ψ ,

$$S(\psi) = \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 6 \text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5 \cos(\psi) - 3 \cos(\psi) \ln\left(\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right) + \text{sen}^2\left(\frac{\psi}{2}\right)\right) \quad (5.12)$$

A expressão resultante após as substituições acima é a integral de Stokes,

$$T = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma. \quad (5.13)$$

A combinação de (5.13) com a fórmula de Bruns (2.56) nos fornecerá a fórmula de Stokes, ou seja

$$N = \frac{T}{\gamma} = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma . \quad (5.14)$$

A expressão acima foi publicada em 1849 e é conhecida como fórmula de Stokes ou integral de Stokes. É considerada a mais importante fórmula da Geodésia Física uma vez que torna possível a determinação do geóide a partir de medidas gravimétricas [HEISKANEN & MORITZ, 1967 p. 94]. As expressões (5.13) e (5.14) são válidas apenas sob as condições 1 a 4 enunciadas em [5.2], bem como para um elipsóide revolução que [id. ibid]:

- a) Possua mesmo potencial do geóide;
- b) Possua mesma massa da Terra;
- c) Tenha origem coincidente com o centro de massa terrestre.

Além das condições anteriores, uma vez que o potencial anômalo T é harmônico no exterior das massas geradoras, estas precisam ser reduzidas à superfície geoidal. Serão vistas posteriormente as implicações de tais reduções.

5.3.2 A REDUÇÃO GRAVIMÉTRICA E OS EFEITOS SOBRE N

Apresentamos na Seção precedente a fórmula de Stokes,

$$N = \frac{T}{\gamma} = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma , \quad (5.14)$$

cujas importâncias foram ressaltadas e as condições sob as quais a mesma é válida. A questão será revista no sentido de apresentar quais as implicações decorrentes da redução à superfície geoidal dos valores gravimétricos observados.

Para obtenção de valores de gravidade apropriadamente utilizáveis em (5.14), estes têm que ser reduzidos à superfície geoidal. Na prática isto funciona tal como uma remoção das massas externas ao geóide e sua condensação no interior deste, seguida, da utilização do gradiente⁴ de gravidade na ausência de massas ($\frac{\partial g}{\partial H} \cong 0,3086 \text{ mGal m}^{-1}$) para reduzir o

⁴

Considerada apenas a componente linear do gradiente.

valor de g medido sobre a superfície física à superfície do geóide. Em outras palavras, a força de gravidade é transferida do ponto P para o ponto P_0 . A subtração do valor da gravidade normal γ resulta, na anomalia gravimétrica, definida em [2.5.5] eqs. (2.44 e 2.45). Os efeitos decorrentes mais expressivos de tais reduções são:

5.3.2.1 O EFEITO INDIRETO SOBRE O POTENCIAL

O tratamento dado às massas externas ao geóide no processo de redução dá origem ao chamado *efeito indireto* sobre o potencial. Este efeito é resultante da modificação do valor original do potencial ocorrida pela “condensação” destas no interior do geóide. A partir da definição da superfície geoidal como dotada de potencial W_0 a condensação propicia a alteração do potencial de um ponto originalmente sobre essa superfície de uma quantidade δW . Mais precisamente, δW é definido [WINCHIECHAROEN, 1982] como o potencial das massas verdadeiras subtraído do potencial das massas após a condensação. Isto implica que o ponto originalmente sobre o geóide passa a ter potencial $W_0 - \delta W$ e por definição não mais se encontra sobre o geóide, e sim sobre uma superfície idealizada que se convencionou chamar de co-geóide⁵. A separação (δN) entre ambas as superfícies é dada pela aplicação da fórmula de Bruns à diferença de potencial δW , ou seja

$$\delta N = \frac{\delta W}{\gamma} . \quad (5.15)$$

A equação (5.15) pode utilizar-se da variação do potencial gravitacional (δV), uma vez que o potencial centrífugo permanecerá inalterado na redução. Assim, (5.15) toma a forma:

$$\delta N = \frac{\delta V}{\gamma} . \quad (5.16)$$

⁵ A origem do termo em inglês *co-geoid* remonta ao encontro da Associação Internacional de Geodésia realizado em Oslo, em 1948. Naquela ocasião o termo foi sugerido como generalização da definição *compensated geoid* utilizada para referir-se à superfície gerada a partir de reduções isostáticas [BONFORD, 1980, p. 443].

Uma expressão para cálculo do efeito indireto⁶ é dada por Wichiencharoen (1982) sob a forma:

$$\delta N = -\frac{\pi G \rho}{\gamma} (H_P)^2, \quad (5.17)$$

onde:

G é a constante de gravitação universal;

ρ é a densidade da superfície terrestre;

H_P é a altitude ortométrica do ponto P .

A expressão acima quantifica um valor de δN de ~ 5 cm para uma altitude de 1000 m. No presente trabalho esta expressão (5.17) foi a adotada na quantificação deste efeito. Outras expressões com termos adicionais levando em consideração massas circunvizinhas à estação estão presentes na literatura (p. ex. Wichiecharoen (1982), Tziavos (1993)), sendo na prática desprezíveis por sua ordem de grandeza.

5.3.2.2 O EFEITO INDIRETO SOBRE A GRAVIDADE

A variação sofrida pelo potencial descrita em [5.2.2.1] implica em uma alteração no valor de gravidade reduzida ao geóide, de modo a reduzi-la *rigorosamente* à superfície sobre a qual a integral de Stokes será aplicada, ou seja, ao co-geóide. O efeito indireto sobre a gravidade [HEISKANEN & MORITZ, 1967] (δg) será dado pela aplicação do gradiente de ar livre sobre δN ou seja,

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial h} \delta N \cong \frac{\partial \gamma}{\partial h} \delta N = 0,3086 \delta N. \quad (5.18)$$

Os valores de δg são em geral da ordem de 3mGal [HEISKANEN & MORITZ, 1967]. Conceitualmente, as reduções ao co-geóide deveriam contemplar a condensação de massas entre as duas superfícies como em [5.2.2]. Esta condensação secundária no entanto não implicaria em modificações sensíveis, sendo portanto desprezada na prática, o que significa

⁶

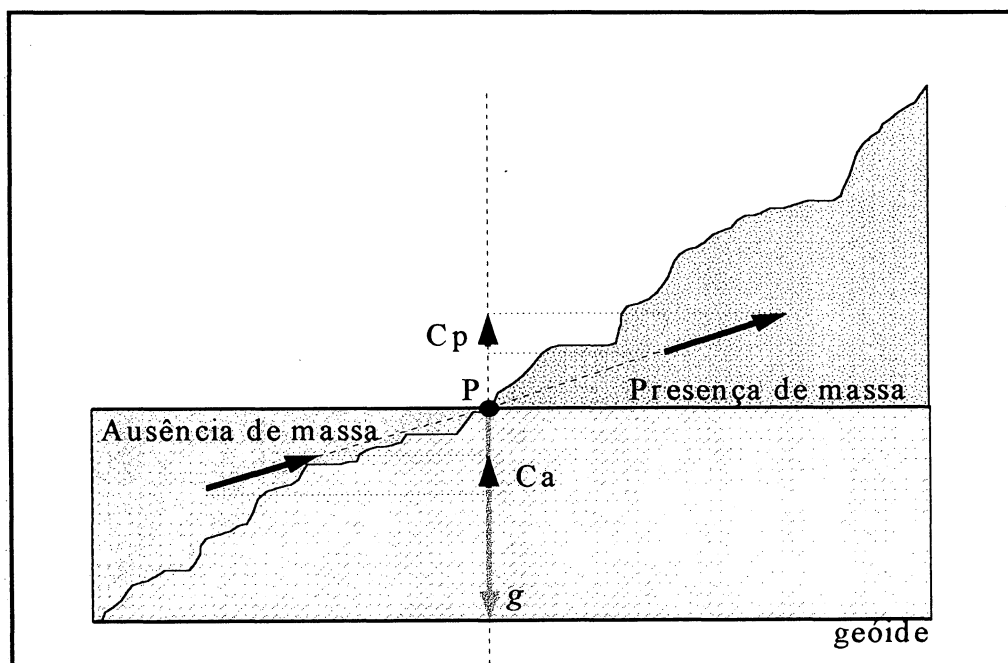
Também conhecida como fórmula de Grushinky [ZHAO, 1989].

dizer que as reduções são feitas *diretamente* para o co-geóide [BOMFORD, 1980, p. 442-443].

5.3.2.3 O EFEITO TOPOGRÁFICO DIFERENCIAL (CORREÇÃO DE RELEVO) E O SEGUNDO MÉTODO DE CONDENSAÇÃO DE HELMERT

O efeito topográfico diferencial surge como resultado da atração das massas topográficas acima e abaixo⁷ da estação gravimétrica (FIGURA 5.3).

FIGURA 5.3 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA INFLUÊNCIA DO RELEVO SOBRE A ESTAÇÃO GRAVIMÉTRICA. TANTO A PRESENÇA DE MASSA COMO SUA DEFICIÊNCIA RESULTAM EM UMA COMPONENTE SUBTRATIVA.



A utilização da correção de relevo C_r não responde pela melhoria substancial do modelamento do campo de gravidade, notadamente em áreas montanhosas, uma vez que a maior parcela do ruído de curto comprimento de onda gerado pelas massas topográficas não é eliminado completamente [TZIAVOS, 1993]. Sua utilização entretanto, associada às anomalias de ar livre fornecem as anomalias mais adequadas na determinação do geóide.

⁷

Mais apropriadamente da ausência de massas abaixo do ponto em questão

O segundo método de condensação de Helmert baseia-se na compressão da topografia de modo a originar uma *superfície material* de densidade superficial dada por

$$\rho_s = \rho H , \quad (5.19)$$

onde:

ρ_s é a densidade superficial;

H é a altitude ortométrica;

ρ é densidade média da crosta⁸.

Trata-se de um caso extremo do modelo de redução isostática de Pratt-Hayford, na qual a superfície de compensação tem profundidade zero [HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 145]. Sua aplicabilidade na determinação do geóide deve-se ao fato de que a massa M antes e depois da condensação permanece inalterada, bem como a posição do centro de massa em concordância com a condição b) em [5.2.1] para utilização da integral de Stokes. Em princípio, desde que o efeito indireto haja sido considerado corretamente, todos os métodos de redução que proporcionem valores de contorno ao geóide são igualmente adequados para a determinação do mesmo [HEISKANEN & MORITZ, 1967; WICHENCHAROEN, 1982; TZIAVOS, 1993]. Entretanto, aqueles que impliquem em menores efeitos indiretos devem ser preferidos. O efeito indireto gerado com utilização do segundo método de condensação de Helmert não excede 0,5 m para altitudes médias de 3.000m [TZIAVOS, 1993], enquanto que para a redução Bouguer este efeito chega a ser dez vezes o valor da ondulação geoidal [HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 142]. As anomalias Bouguer não se prestam portanto à utilização na determinação do geóide [id. ibid.].

É possível mostrar que a diferença entre as anomalias de Helmert e ar-livre é a correção de relevo C_R [ZHAO, 1989], ou seja,

$$\Delta g_H = \Delta g + C_R . \quad (5.20)$$

⁸

O valor médio adotado para a densidade da crosta é 2670 Kg.m⁻³.

Assim, com a consideração dos efeitos abordados em [5.2.2.1, 5.2.2.2 e 5.2.2.3] a aplicação da integral de Stokes toma a forma:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} (\Delta g + C_R) S(\psi) d\sigma + \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} \delta g S(\psi) d\sigma + \delta N, \quad (5.21)$$

ou ainda,

$$N = N_{\Delta g} + N_{\delta g} + \delta N, \quad (5.22)$$

onde:

$N_{\Delta g}$ é o valor da ondulação correspondente às anomalias de Helmert (ar-livre + C_R);

$N_{\delta g}$ é a influência correspondente ao efeito indireto sobre a gravidade em N e

δN é o valor do efeito indireto sobre o potencial.

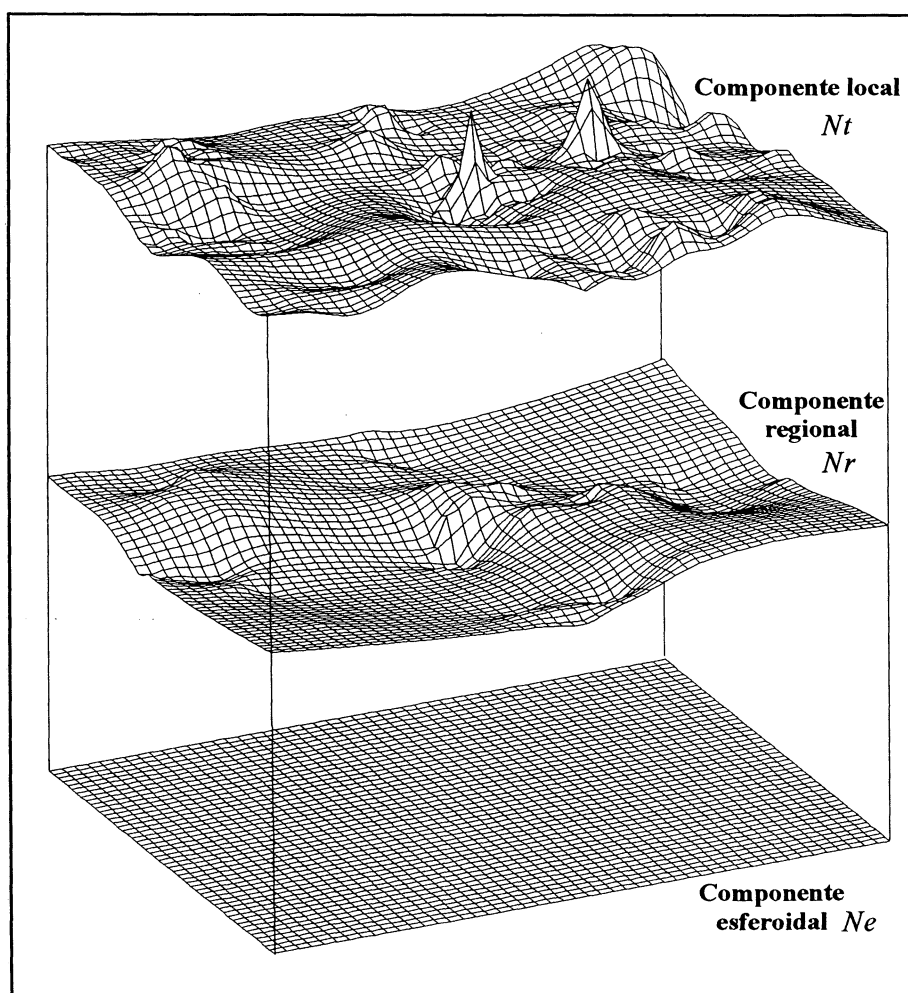
5.4 A DECOMPOSIÇÃO DE N

Uma das técnicas mais utilizadas na determinação do geóide é a que se baseia na combinação de modelos do geopotencial, medidas gravimétricas e modelos topográficos digitais de alta resolução. Esta solução tem sido empregada com sucesso em numerosos trabalhos (cf. Tziavos, (1993)). O princípio utilizado consiste em usar modelos do geopotencial como esferóides de referência [SÁ et al, 1993], e obter a componente a partir da anomalia gravimétrica ar-livre. A componente de alta frequência é devida à influência topográfica sobre as estações. Neste tipo de solução, as maiores contribuições são devidas ao modelo do geopotencial e às medidas gravimétricas. Na FIGURA 5.4 as componentes referidas são simuladas esquematicamente através de superfícies. A subtração da componente esférica N_e fornece as condições para o tratamento das componentes restantes, ou seja, N_r e N_t .

Na atualidade dois tipos de métodos são empregados para a representação detalhada do campo de gravidade terrestre: as fórmulas integrais e as baseadas em aproximações (p. ex. colocação por mínimos quadrados). A primeira indicada para situações

de cobertura homogênea de elementos, e adequada para cálculos utilizando-se algoritmos espectrais, em geral transformadas direta e inversa de Fourier [TZIAVOS, 1993].

FIGURA 5.4 - ILUSTRAÇÃO DAS COMPONENTES DA ONDULAÇÃO GEOIDAL N .



5.4.1 A APROXIMAÇÃO PLANA DA INTEGRAL DE STOKES

A utilização da integral de Stokes baseada na aproximação esférica implica em desprezar o achatamento terrestre, ou seja, ignorar a diferença entre o elipsóide de revolução e a esfera. No caso mais desfavorável isto implica em erros da ordem de 0,3 m, ou seja 0,003 N [MORITZ, 1980]. A aproximação plana para a solução de Stokes é de uso corrente nos casos em que técnicas espectrais são aplicadas para o cálculo de N [ZHAO, 1989; TZIAVOS, 1993].

Tal aproximação se dá através da utilização de plano tangente à superfície do modelo esférico e implica em fazer $R \rightarrow \infty$ ou desprezar grandezas da ordem de $\frac{h}{R}$. O erro resultante de tal aproximação é da ordem de 0,15 para uma área de $3500 \times 3.500 \text{ km}^2$ [STRANG VAN HEES, 1990].

Foi visto em [5.3.1] a função de Stokes, expressa por (5.21)

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 6 \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5 \cos(\psi) - 3 \cos(\psi) \ln\left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)\right),$$

a qual, expressa em função dos polinômios de Legendre resulta

$$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos(\psi)) \quad (5.23)$$

A aproximação do modelo esférico através de uma superfície plana tangente, possibilita a função $S(\psi)$ e a integral de Stokes serem calculadas em coordenadas planas. A FIGURA5.5 apresenta três curvas distintas, indicadas como $S(\psi)$, $S'(\psi)$ e $S''(\psi)$, cuja representação matemática é a que se segue.

1. $S(\psi)$ é dada por (5.12);
2. $S'(\psi)$ é o primeiro termo de (5.12), ou seja $\frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}$;
3. $S''(\psi)$ é a aproximação para $S'(\psi)$, considerando que para pequenos valores de ψ , $\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cong \left(\frac{\psi}{2}\right)$, ou seja,

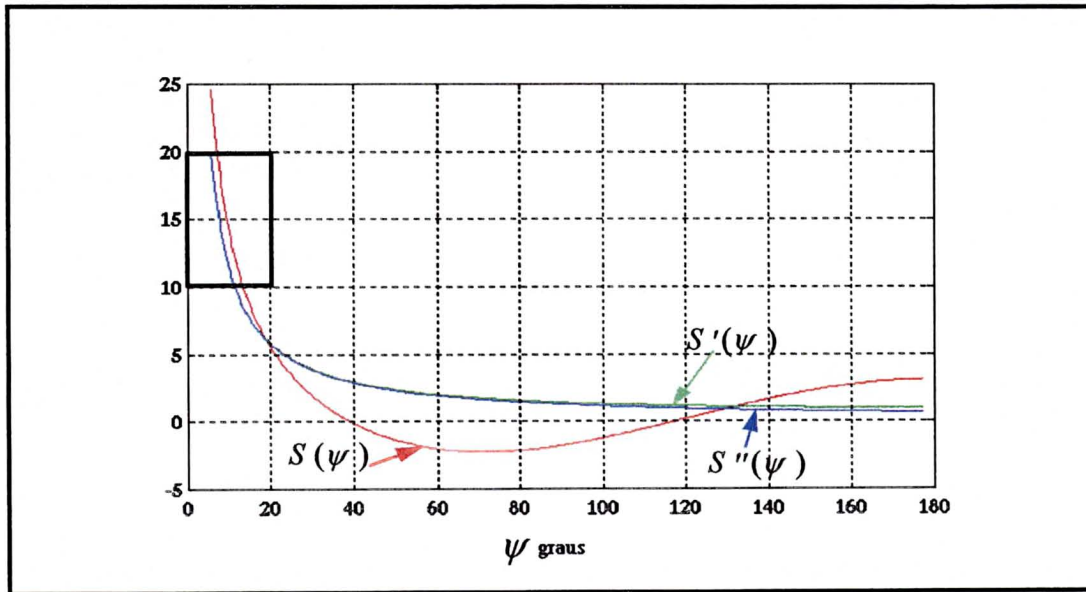
$$S''(\psi) = \frac{2}{\psi}, \quad (5.24)$$

que em coordenadas polares pode ser escrita

$$S''(\psi) = \frac{2}{\psi} = \frac{2R}{s}, \quad (5.25)$$

sendo s o arco correspondente a ψ sobre a superfície esférica.

FIGURA 5.5 - REPRESENTAÇÃO DA FUNÇÃO DE STOKES E DE APROXIMAÇÕES À MESMA. O DESTAQUE É PARA A TENDÊNCIA DE COINCIDÊNCIA ENTRE AS TRÊS FUNÇÕES À MEDIDA QUE A DISTÂNCIA ANGULAR SE REDUZ .



Expressando um elemento superficial do modelo esférico por

$$dE = \sin(\psi) d\psi d\alpha, \quad (5.26)$$

onde α é o azimute, (5.26) pode ser reescrita sob a forma

$$dE = \frac{1}{R^2} s ds d\alpha, \quad (5.27)$$

cuja substituição na integral de Stokes

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_E \Delta g S(\psi) dE, \quad (5.28)$$

resulta em:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_E \Delta g S(\psi) \frac{1}{R^2} s ds d\alpha \quad 1. \quad (5.29)$$

A substituição de $S(\psi)$ por $S''(\psi)$ resultará em:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_E \Delta g \frac{2R}{s} \frac{1}{R^2} s ds d\alpha = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \Delta g \frac{1}{s} s ds d\alpha, \quad (5.30)$$

onde:

$$E: [0 \leq S \leq S_{\max}, 0 \leq \alpha \leq 2\pi].$$

A expressão de $s ds d\alpha$ em coordenadas retangulares resulta $s ds d\alpha = dx dy$

ou seja:

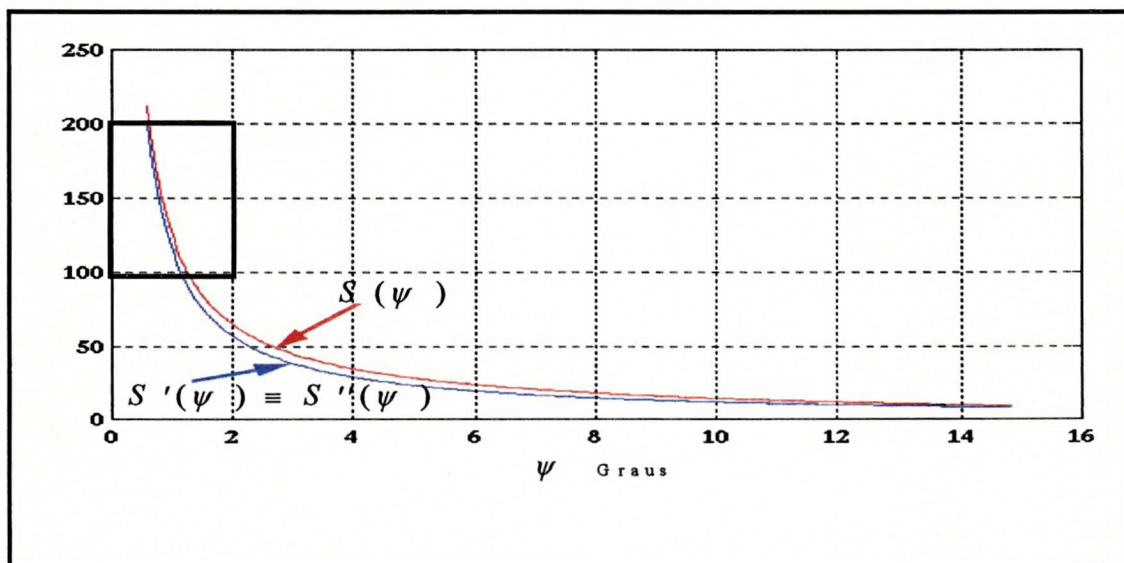
$$E: \left[-\frac{x}{2} \leq x \leq \frac{x}{2}, -\frac{y}{2} \leq y \leq \frac{y}{2} \right].$$

Assim, a integral de Stokes em sua aproximação plana reduz-se a:

$$N = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \Delta g \frac{1}{s} dx dy = \frac{1}{2\pi\gamma} \iint_E \Delta g \frac{1}{\sqrt{[(x-x_P)^2 + (y-y_P)^2]}} dx dy, \quad (5.31)$$

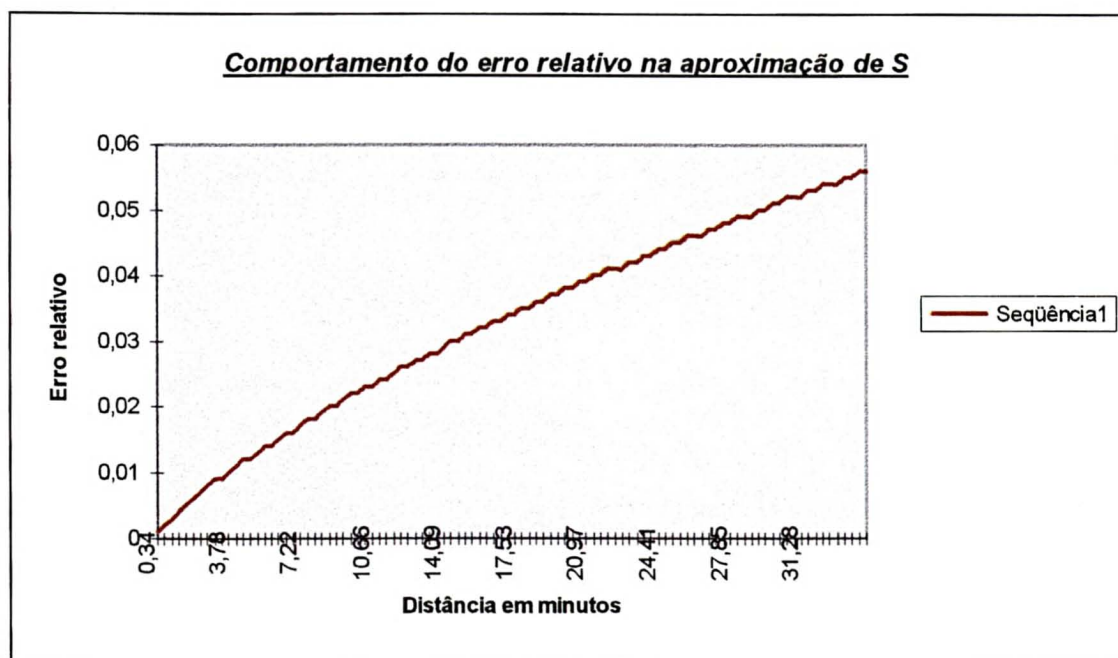
onde (x_P, y_P) são as coordenadas do ponto onde se pretende determinar N e (x, y) é o ponto genérico.

FIGURA 5.6 - COINCIDÊNCIA ENTRE AS APROXIMAÇÕES S' E S'' DA FUNÇÃO DE STOKES. HÁ UMA NÍTIDA TENDÊNCIA DE COINCIDÊNCIA ENTRE AS CURVAS À MEDIDA QUE SE APROXIMAM DA ORIGEM.



A FIGURA5.6 mostra a coincidência entre $S'(\psi)$ e $S''(\psi)$ para valores de ψ entre 0° e 16° , bem como a tendência de coincidência com $S(\psi)$ à medida que ψ tende para 0. Em outras palavras, para distâncias pequenas entre a estação gravimétrica e o ponto para o qual se pretende calcular a influência sobre a estação, a substituição de $S(\psi)$ por $S''(\psi)$ é válida. No presente trabalho o valor de ψ máximo foi de $30'$. A FIGURA5.7 apresenta o gráfico do erro de aproximação de $S(\psi)$ pela função $S''(\psi)$. Verifica-se que para um raio máximo de afastamento, o erro relativo não supera 5%.

FIGURA 5.7 - COMPORTAMENTO DO ERRO RELATIVO DA APROXIMAÇÃO S'' .



5.4.2 A TÉCNICA “REMOVE-RESTORE”

Nos limites impostos pela sua resolução⁹ modelos do geopotencial podem fornecer parâmetros do campo de gravidade como ondulações geoidais, anomalias ar-livre, distúrbio da gravidade, componentes do desvio da vertical, além do potencial gravífico. Particularmente as

⁹ Através de uma regra prática, conhecida na literatura como regra de Rapp, pode-se estimar a resolução em graus de um dado modelo pelo quociente entre 180 e o maior grau de seu desenvolvimento. Em tais condições, um modelo completo até o grau 360 (p. ex. OSU91), tem resolução estimada da ordem de 0,5 grau ou ≈ 55 km.

anomalias ar-livre e as ondulações geoidais são de interesse na técnica empregada em razão de que o primeiro termo da eq. (5.21) (e que contém as anomalias Δg) será desmembrado em uma parcela esferoidal Δg_e e uma parcela residual Δg_r , ou seja

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} (\Delta g_e + \Delta g_r + C_R) S(\psi) d\sigma + N_{\delta g} + \delta N . \quad (5.32)$$

A parcela Δg_e é fornecida pelo modelo, e resulta do desenvolvimento

$$\Delta g_e = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^N (n-1) \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{n,m} \cos(m\lambda) + S_{n,m} \sin(m\lambda)) P_{n,m} \cos(\nu), \quad (5.33)$$

onde:

GM é a constante de gravitação geocêntrica;

r é a distância geocêntrica;

$C_{n,m}$ e $S_{n,m}$ são os coeficientes normalizados do modelo;

$P_{n,m}$ são funções associadas de Legendre normalizadas;

ν é a co-latidade geocêntrica e

a é o semi-eixo maior do modelo elipsoidal.

Assim, a eq. (5.19) poderá ser re-escrita como:

$$N = N_e + \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} (\Delta g_r + C_R) S(\psi) d\sigma + N_{\delta g} + \delta N . \quad (5.34)$$

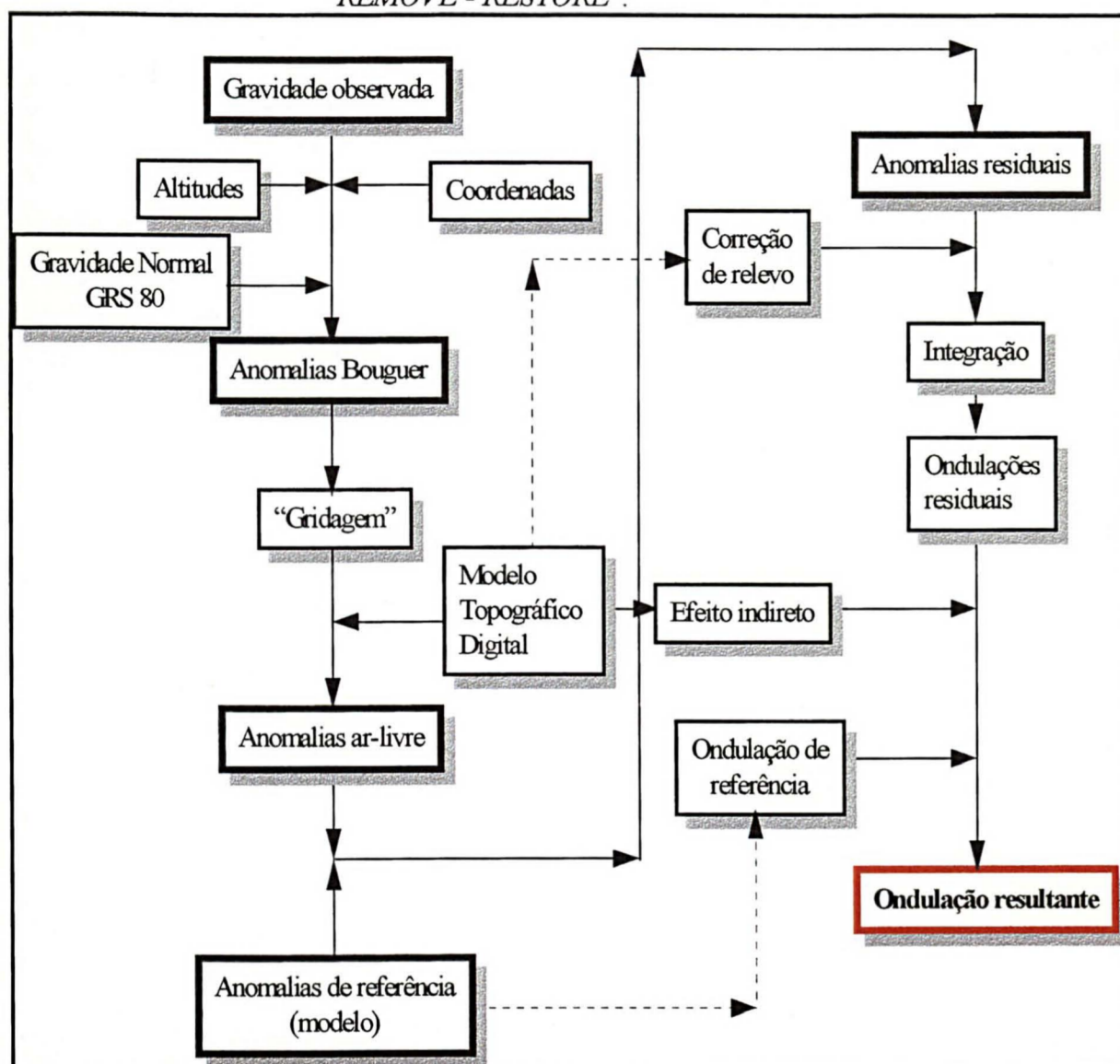
Subtraída a parcela esferoidal N_e devida ao modelo, serão tratadas através da integração, as componentes regional e local de N . Tendo em vista a pouca influência da parcela $N_{\delta g}$ ($< 0,05$ mGal) esta componente é em geral desprezada, resultando assim

$$N_R = N - N_e = \frac{R}{4\pi\gamma} \int_{\sigma} (\Delta g_r + C_R) S(\psi) d\sigma + \delta N . \quad (5.35)$$

Uma vez computadas as parcelas do lado direito da igualdade, ou seja, as componentes residuais regionais e as componentes locais, os valores de N_e são re-

introduzidos, resultando as ondulações N . O fluxograma apresentado na FIGURA 5.8 torna mais claras as etapas do processo.

FIGURA 5.8 - FLUXOGRAMA DAS PRINCIPAIS ETAPAS DA DETERMINAÇÃO DE N UTILIZANDO A TÉCNICA "REMOVE - RESTORE".

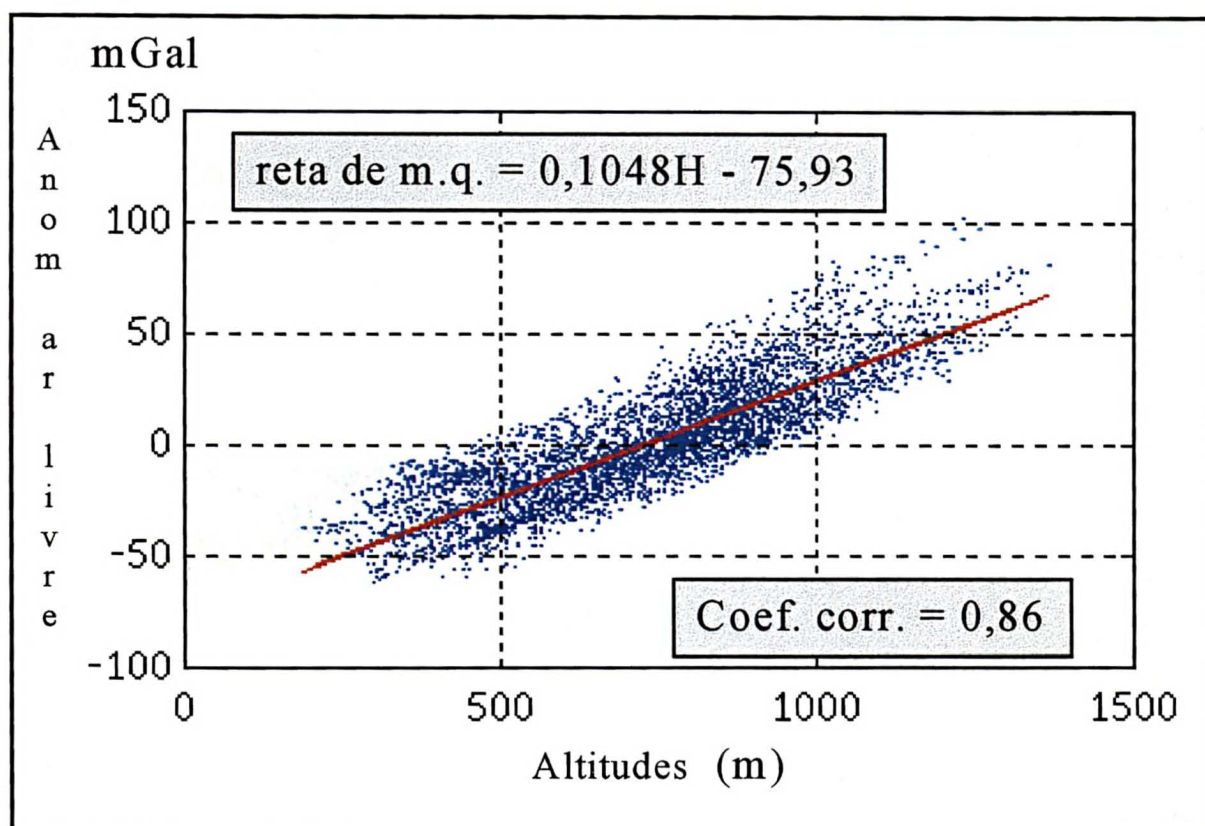


5.4.3 CORRELAÇÃO DAS ANOMALIAS COM A ALTITUDE

Será abordada na presente seção a existência de alta correlação entre as anomalias ar-livre com a altitude, e a não existência desta correlação com respeito às anomalias Bouguer.

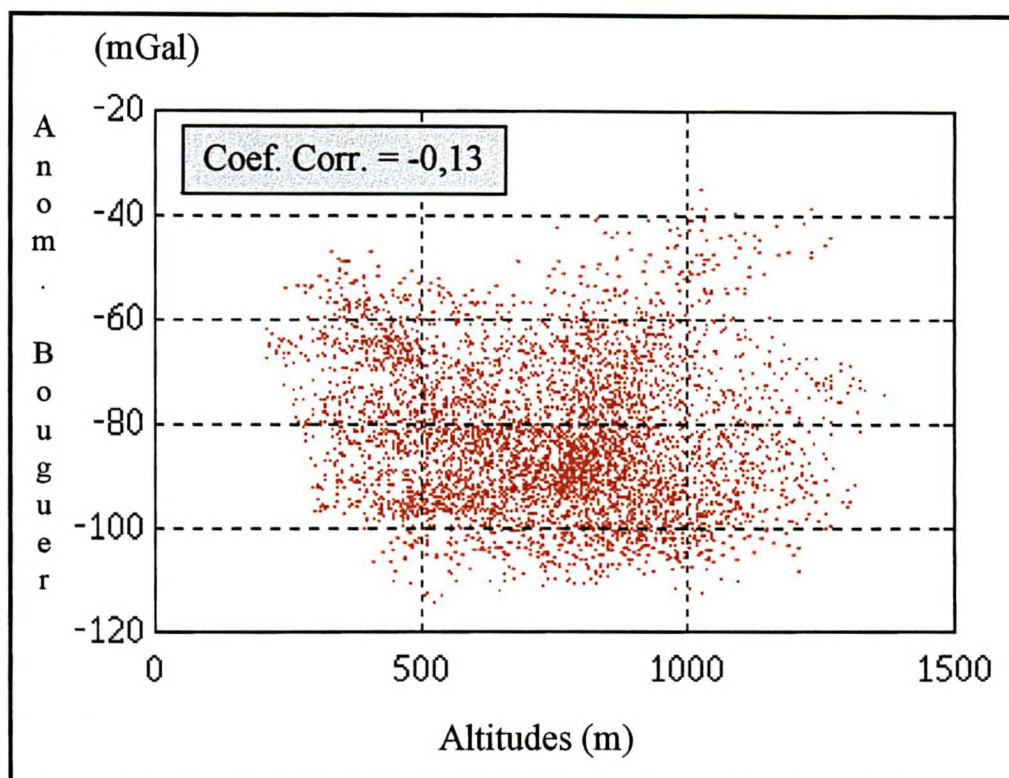
De fato, para a área sob estudo, foram verificados tais comportamentos, expressos nas Figuras 5.9 e 5.10. Foram determinados os respectivos coeficientes de correlação linear para ambos os conjuntos, sendo traçadas ainda a reta de regressão por mínimos quadrados para as anomalias ar-livre.

FIGURA 5.9 - ANOMALIAS AR-LIVRE x ALTITUDE. A CORRELAÇÃO ENTRE AMBAS ESTÁ BEM EVIDENCIADA NO GRÁFICO. H É A ALTITUDE ORTOMÉTRICA CORRESPONDENTE.



No processo de integração utilizando fórmula de Stokes, as anomalias utilizadas são anomalias de ar livre reduzidas à superfície geoidal. A densificação de tais anomalias, em razão da sua alta correlação com o relevo topográfico (FIGURA 5.9) através de interpolação (*gridagem*) tenderá a levar a um falseamento das anomalias interpoladas. Isto naturalmente será tanto mais verdadeiro quanto maior for a densificação de pontos pretendida.

FIGURA 5.10 - ANOMALIAS BOUGUER X ALTITUDES. NÃO HÁ APARENTE CORRELAÇÃO LINEAR ENTRE AMBAS, EM CONCORDÂNCIA COM BAIXO VALOR DO COEFICIENTE DETERMINADO.



Uma solução que reduz este inconveniente é a utilização da anomalia Bouguer, *teoricamente* não correlacionadas com a altitude (FIGURA 5.10), para a geração dos valores interpolados. Após a densificação pretendida, os valores das anomalias ar-livre podem ser obtidos através da “adição” da correção Bouguer, desta feita baseada em um modelo topográfico digital compatível. Além disso este modelo topográfico digital servirá à determinação da correção de relevo e na correção do efeito indireto sobre o potencial como visto na seção precedente.

5.4.4 A DENSIDADE DA CROSTA

No desenvolvimento teórico do cálculo da correção Bouguer, utiliza-se em geral a estimativa de densidade da crosta (ou densidade Bouguer) igual a 2.670 Kg m^{-3} . Este valor é

representativo tipicamente de rochas graníticas, bem como de sedimentos paleozóicos e do pré-cambriano Forsberg, (1984). Podem variar entre 2.000 Kg m^{-3} em regiões sedimentares e 3.000 Kg m^{-3} em regiões vulcânicas. No caso da região de trabalho, a ocorrência da camada de basalto sobreposta à zona sedimentar enseja a possibilidade de variações na estimativa média de 2.670 kg m^{-3} . Face a esta possibilidade, foi realizada uma avaliação dos valores de densidade Bouguer, através da análise de uma possível correlação entre as anomalias Bouguer e as altitudes [PICK et al. 1973, p. 207-208], cujo modelo será apresentado a seguir:

5.4.4.1 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Em geral a aproximação linear para o comportamento da anomalia Bouguer supostamente correlacionada com a altitude é utilizada em Geodésia [ibid.]. Na existência de uma correlação estatisticamente significativa entre as anomalias e as altitudes, este comportamento correlacionado é representado pelo coeficiente de correlação K . A existência de tal correlação entre no conjunto de anomalias foi assim analisada.

- O conjunto de 5125 valores de anomalias calculadas foi dividido em de 64 folhas na escala 1:100.000, de acordo com suas respectivas posições geográficas. Em cada um dos conjuntos foi efetuada a análise de correlação de cerca de 80 valores através da expressão [ibid.]:

$$K = \frac{\sum_{k=1}^n [\Delta g_k(\rho_i) - \overline{\Delta g}(\rho_i)] [H_k - H]}{\sqrt{\sum_{k=1}^n [\Delta g_k(\rho_i) - \overline{\Delta g}(\rho_i)]^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n [H_k - H]^2}}, \quad (5.36)$$

$$H = n^{-1} \sum_{k=1}^n H_k, \quad (5.37)$$

onde: $\overline{\Delta g}$ é a média das anomalias Bouguer de cada folha

Δg_k são as k -ésimas anomalias do subconjunto

H e H_k são a altitude média do conjunto e a altitude de cada ponto respectivamente

- Os coeficientes de correlação K_i foram testados quanto a sua significância com relação ao valor nulo ao nível de 95%.
- Uma vez interpretada como significativa tal correlação, o modelo linear para o comportamento é materializado através da reta de regressão por mínimos quadrados. Ao coeficiente angular da reta de regressão por mínimos quadrados, corresponderá o termo $2\pi G(\Delta\rho)$.

$$b = \frac{\sum_{k=1}^n [\Delta g_k(\rho_i) - \overline{\Delta g}(\rho_i)] [H_k - H]}{\sum_{k=1}^n [H_k - H]^2}, \quad (5.38)$$

Em (5.38), b é coeficiente angular da reta de regressão. Matematicamente,

$$\Delta g(H, \rho_i) = a + bH, \quad (5.39)$$

$$b = 2\pi G(\rho - \rho_i), \quad (5.40)$$

$$\rho = \rho_i + \frac{b}{2\pi G}. \quad (5.41)$$

O valor de ρ obtido em (5.41) será o valor da densidade estimada, cuja estatística é dada na TABELA5.1.

TABELA5.1 - RESUMO DOS VALORES DE DENSIDADE ESTIMADOS.

Valor médio Kg m ⁻³	2.669,7
Desvio padrão Kg m ⁻³	60
Máximo Kg m ⁻³	2.790
Mínimo Kg m ⁻³	2.520

O conjunto de densidades assim obtidas, deu origem ao modelo utilizado no cálculo das correções Bouguer e do efeito indireto.

5.4.5 MODELO MATEMÁTICO DA CORREÇÃO DE RELEVO PARA A ZONA DISTANTE¹⁰

Foi mostrado na seção 5.2.2.3 que o efeito topográfico diferencial, ou seja, o efeito das massas topográficas acima e sua inexistência abaixo da estação gravimétrica, interage no sentido de reduzir o valor efetivo da gravidade na superfície física e, conseqüentemente sobre os valores reduzidos ao geóide. Na presente seção, será apresentado o desenvolvimento matemático que possibilita sua quantificação, valendo-se de um modelo topográfico digital.

A expressão que fornece a correção de relevo tri-dimensionalmente é dada pela integral [TZIAVOS, 1993],

$$C_R = G \rho \int \int \int_{H_p}^H \frac{Z - H_p}{[(X - X_p)^2 + (Y - Y_p)^2 + (Z - Z_p)^2]^{\frac{3}{2}}} dx dy dz, \quad (5.42)$$

onde:

$[X_p \ Y_p \ Z_p]^T$ são as coordenadas da estação cuja influência se deseja calcular;

$[X \ Y \ Z]^T$ são as coordenadas dos pontos do modelo topográfico digital;

ρ é a densidade das rochas superficiais e

G é a constante de gravitação universal.

Da FIGURA 5.12,

$$l = [s_0^2 + (Z - H_p)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.43)$$

onde:

$$s_0^2 = [(X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2],$$

¹⁰

Por zona distante entenda-se a região em torno das estações gravimétricas entre 3 e 50 km. Será visto posteriormente que foram utilizadas correções para a regiões circunvizinhas às estações, ou seja, entre raios de 0 m e 3 km.

Sejam ainda

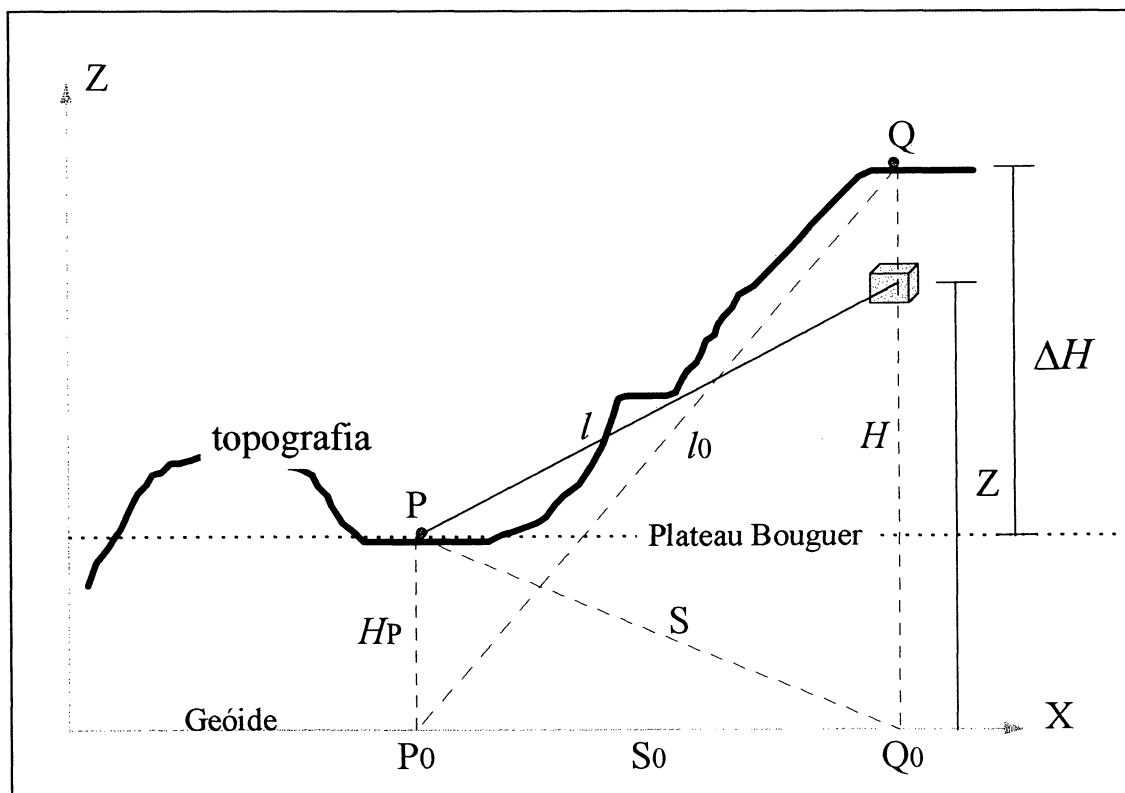
$$\Delta H = H - H_P, \quad (5.43a)$$

$$H_P = Z_P. \quad (5.44)$$

A substituição de (5.43) e (5.44) em (5.41) fornece

$$C_R(X_P, Y_P, Z_P) = G\rho \int \int \int_{E, H_P}^H \frac{\Delta H}{[s_0^2 + (H - H_P)^2]^{\frac{3}{2}}} dH \, dy \, dx, \quad (5.45)$$

FIGURA 5.11 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DOS ELEMENTOS ENVOLVIDOS NA APROXIMAÇÃO DA EXPRESSÃO DA CORREÇÃO DE RELEVO. FONTE: TZIAVOS(1993).



cuja integração com relação a H resulta em:

$$C_R(X_P Y_P) = G \rho \iint_E \frac{1}{(s_0 + \Delta H^2)^{\frac{1}{2}}} dx dy, \quad (5.46)$$

$$C_R(X_P Y_P) = G \rho \iint_E \frac{1}{s_0} \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{\Delta H}{s_0} \right)^2 \right]^{\frac{-1}{2}} \right\} dx dy, \quad (5.47)$$

para valores de $\left(\frac{\Delta H}{s_0} \right) \leq 1$, o termo $\left[1 + \left(\frac{\Delta H}{s_0} \right)^2 \right]^{\frac{-1}{2}}$ pode ser expandido através da série de potências

$$\left[1 + \left(\frac{\Delta H}{s_0} \right)^2 \right]^{\frac{-1}{2}} = \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H}{s_0} \right)^2 + \frac{1.3}{2.4} \left(\frac{\Delta H}{s_0} \right)^4 + \dots \right]. \quad (5.48)$$

A substituição de (5.48) em (5.47) fornece

$$C_P(X_P Y_P) = G \rho \iint_E \frac{1}{s_0} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H}{s_0} \right)^2 - \frac{3}{8} \left(\frac{\Delta H}{s_0} \right)^4 \right] dx dy, \quad (5.49)$$

ou

$$C_R(X_P Y_P) = G \rho \iint_E \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H}{s_0^3} \right)^2 - \frac{3}{8} \left(\frac{\Delta H}{s_0^5} \right)^4 \right] dx dy. \quad (5.50)$$

A discretização da expressão anterior tem a forma

$$C_R(X_P Y_P) = G \rho \left[\sum \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta H^2}{s_0^3} \right) \Delta X \Delta Y - \sum \frac{3}{8} \left(\frac{\Delta H^4}{s_0^5} \right) \Delta X \Delta Y \right], \quad (5.51)$$

onde ΔX e ΔY são os intervalos em X e Y correspondentes no modelo topográfico digital. A equidistância utilizada no presente trabalho foi de 700 metros em ambas as direções. Na literatura a expressão acima é por vezes referida como aproximação quadrática e mais adequada nos casos em que a topografia mostra-se irregular. Em áreas mais planas o segundo termo de (5.51) não introduz diferença significativa. A avaliação realizada nos tempos de

computação envolvendo as duas aproximações não apresentou resultados significativamente discrepantes, motivo pelo qual a correção de relevo foi calculada com a expressão completa, ou seja, com a aproximação quadrática.

CAPÍTULO 6 - METODOLOGIA E TESTES

6.1 GERAÇÃO E AVALIAÇÃO DO MODELO GEOIDAL

Em Capítulos precedentes foi mostrado de que forma a integral de Stokes pode ser aplicada na determinação da separação geóide-elipsóide a partir da utilização da anomalia residual (Δg_r), resultante da subtração da anomalia gerada pelo modelo geopotencial, dos valores advindos de observações. Obtem-se assim a componente gravimétrica, que combinada à topográfica, representam características de alta frequência do campo gravífico. Ao modelo do geopotencial são devidas as componentes de maior comprimento de onda. A técnica *remove-restore* possibilita a recuperação destes longos comprimentos, permitindo ainda que a alta frequência seja computada regionalmente. Como a combinação destes elementos (modelados e observados), contém frequências comuns, a maneira mais eficiente de combinar tais elementos passa portanto pela análise dos erros pertinentes a ambas através da propagação destes.

O modelo usado neste trabalho foi o **OSU91A**, truncado em grau e ordem 180. A razão da escolha decorre de resultados de testes realizados no Brasil para avaliação da resolução efetiva de modelos geopotenciais [SÁ, 1993]. De fato, para regiões gravimetricamente vazias ou onde os elementos gravimétricos não foram incluídos no processo de estimação dos coeficientes, a representação expressa formalmente pelo grau do modelo é incompatível com o que se espera através da regra de Rapp. A existência de áreas não mapeadas gravimetricamente não permite acurácia de mesma ordem que a obtida em regiões melhor providas de levantamentos. Testes comparativos do **OSU91A** com modelos obtidos através da fórmula de Stokes modificada [SÁ, 1993] mostram que as diferenças podem chegar a 5 m. A acurácia relativa obtida em testes realizados [RAPP & WANG, 1993], varia entre 3,6 e 6,6 ppm. Quando comparado a outros modelos, a média global das diferenças é da ordem de 0,85 m em regiões continentais. No presente Capítulo será apresentada a sequência de tratamento dos dados gravimétricos, quais as reduções efetuadas, o resultado obtido e sua avaliação com base em determinações GPS sobre RRNN.

6.2 ANOMALIA AR-LIVRE DO MODELO OSU91A

A anomalia ar-livre (FIGURA 6.1) e ondulações geoidais (FIGURA 6.3) de referência do modelo OSU91A foram geradas entre as latitudes $-23^{\circ} 30'$ e $-27^{\circ} 30'$ e entre as longitudes $-49^{\circ} 30'$ e $-53^{\circ} 30'$, em intervalos de $3' \times 3'$. Totalizaram 6.400 valores, correspondendo a uma matriz de 80×80 elementos. A estatística dos valores das anomalias obtidas é fornecida na TABELA 6.1.

TABELA 6.1 - ESTATÍSTICA DA ANOMALIA AR-LIVRE E ONDULAÇÕES GEOIDAI GERADAS A PARTIR DO MODELO OSU91A EM INTERVALOS DE $3' \times 3'$.

Estatística	Anomalias ar-livre (mGal)	Ondulações geoidais (m)
Média	6,56	3,50
Mínimo	-32,68	-3,65
Máximo	44,43	6,92
Desvio padrão	15,30	2,28
Número de elementos	6 400	6 400

6.2.1 O EFEITO INDIRETO SOBRE A ONDULAÇÃO GEOIDAL

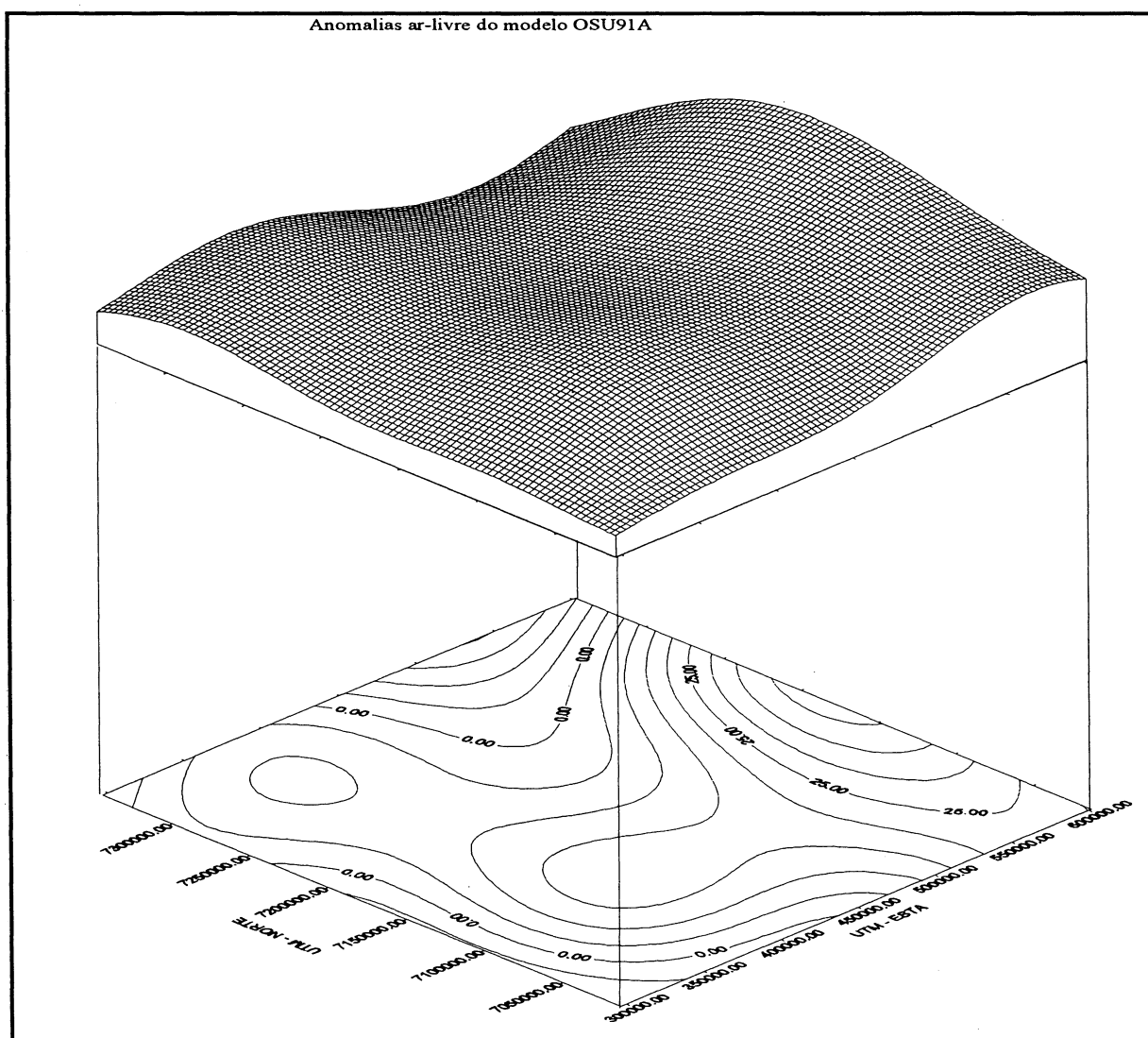
No Capítulo Segundo, foi abordado o processo de condensação das massas no interior do geóide o que resulta numa alteração do potencial, tendo como consequência o surgimento de uma outra superfície denominada co-geóide [GEMAEL, 1981]. No presente caso, a expressão utilizada [MORITZ, 1980; WICHIENTHAROEN, 1982] foi,

$$\delta N = -\frac{\delta T}{\gamma} = -\frac{\rho \pi G}{\gamma} H^2, \quad (6.1)$$

onde H é a altitude ortométrica do ponto e γ é a gravidade normal. As demais constantes tem o significado anteriormente a elas atribuído. Na abordagem feita por Wichiencharoen (1982), a expressão (6.1) é responsável pela contribuição devida à parte “regular” das massas próximas à

estação, estando presente um termo adicional correspondente ao efeito da parte irregular da topografia.

FIGURA 6.1 - ANOMALIA AR-LIVRE OBTIDA A PARTIR DOS COEFICIENTES DO MODELO DO GEOPOTENCIAL OSU-91A, TRUNCADO EM GRAU E ORDEM 180. INTERVALO DE CONTORNO = 5 mGal.



Este efeito entretanto é de magnitude insignificante para o modelamento geoidal [ZHAO, 1989]. A quantificação do efeito para a área 3 (FIGURA 6.3) apresentou a seguinte estatística, (TABELA 6.2) baseada em *grid* de 120 x 120 células. O efeito indireto será adicionado

algebricamente às ondulações calculadas pela integração de Stokes para área 3, ou seja, entre os paralelos $-24^{\circ} 30'$ e $-26^{\circ} 30'$ e entre os meridianos $-50^{\circ} 30'$ e $-52^{\circ} 30'$.

FIGURA 6.2 - ONDULAÇÕES GEOIDAIS OBTIDAS DOS COEFICIENTES DO MODELO OSU-91A, TRUNCADO EM GRAU E ORDEM 180. CONTORNOS = 0,5 m.

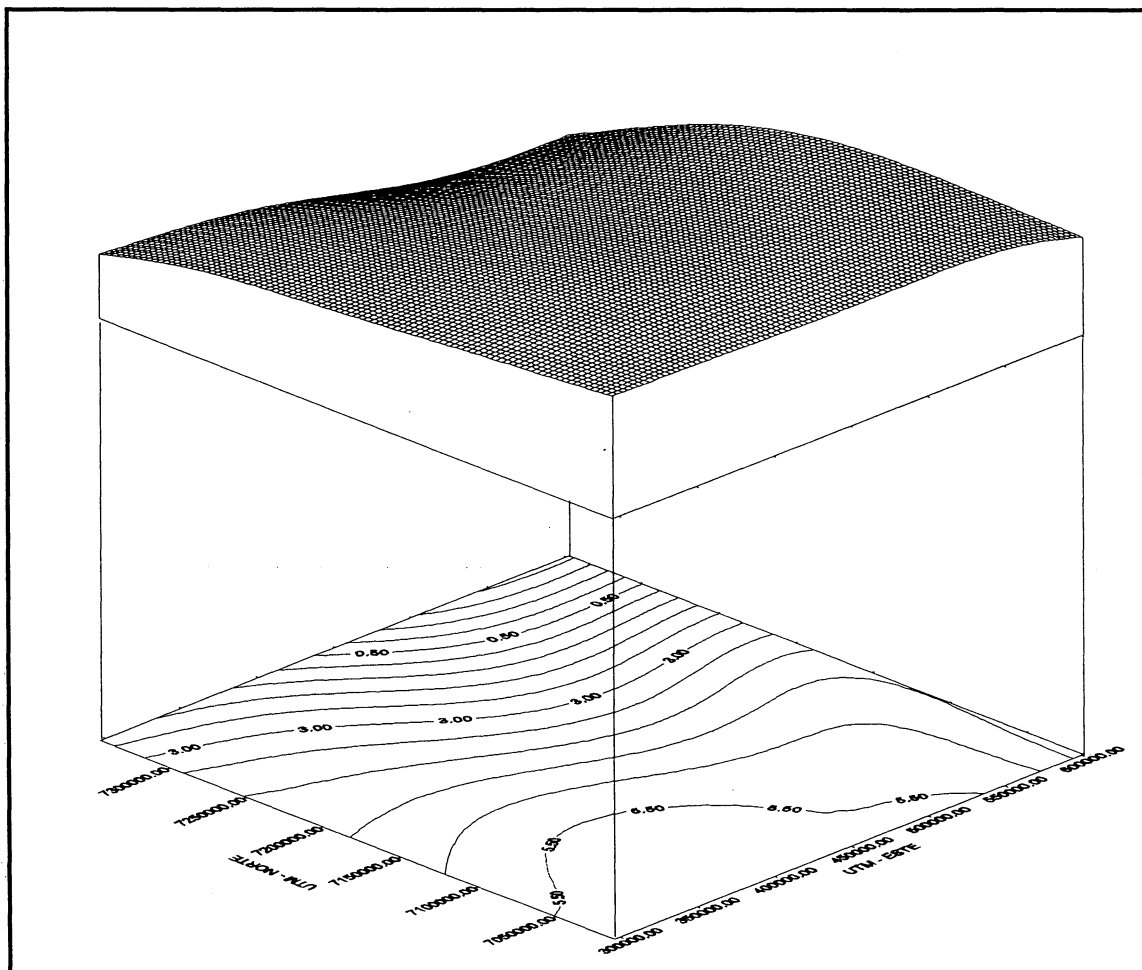
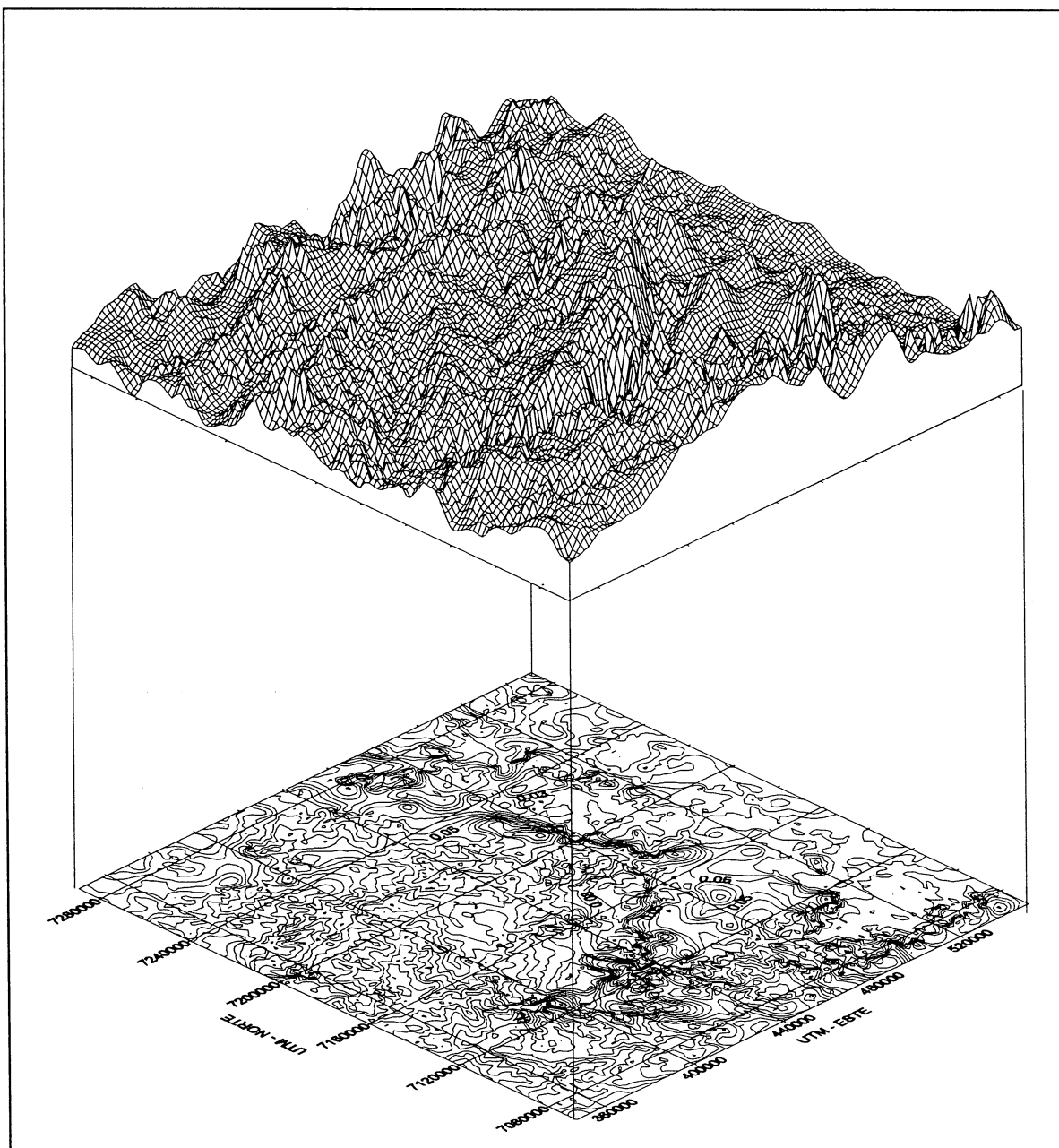


TABELA 6.2 - ESTATÍSTICA RELATIVA AO CÁLCULO DO EFEITO INDIRETO SOBRE O POTENCIAL PARA AS ÁREAS 2 E 3 .

Estatística	Valores absolutos (m)
Média	0,04
Mínimo	0,004
Máximo	0,11
Desvio padrão	0,004
Número de estações	32.400

FIGURA 6.3 - SUPERFÍCIE E MAPA DE CORREÇÕES DEVIDAS AO EFEITO INDIRETO SOBRE O POTENCIAL PARA A ÁREA 3. INTERVALO DE CONTORNO = 0,005 mGAL.



6.3 OBTENÇÃO DAS ONDULAÇÕES GEODIAIS RESIDUAIS

Foi visto anteriormente que a ondulação geoidal N pode ser decomposta em

$$N = N_{mod} + N_{res} + N_R + \delta N, \quad (6.2)$$

onde:

N_{res} é a componente devida às influências locais da gravidade;

N_{mod} é a componente global das ondulações;

N_R é devida às influências locais do relevo e

δN é o efeito indireto devido à alteração do potencial pela condensação das massas exteriores à superfície geoidal.

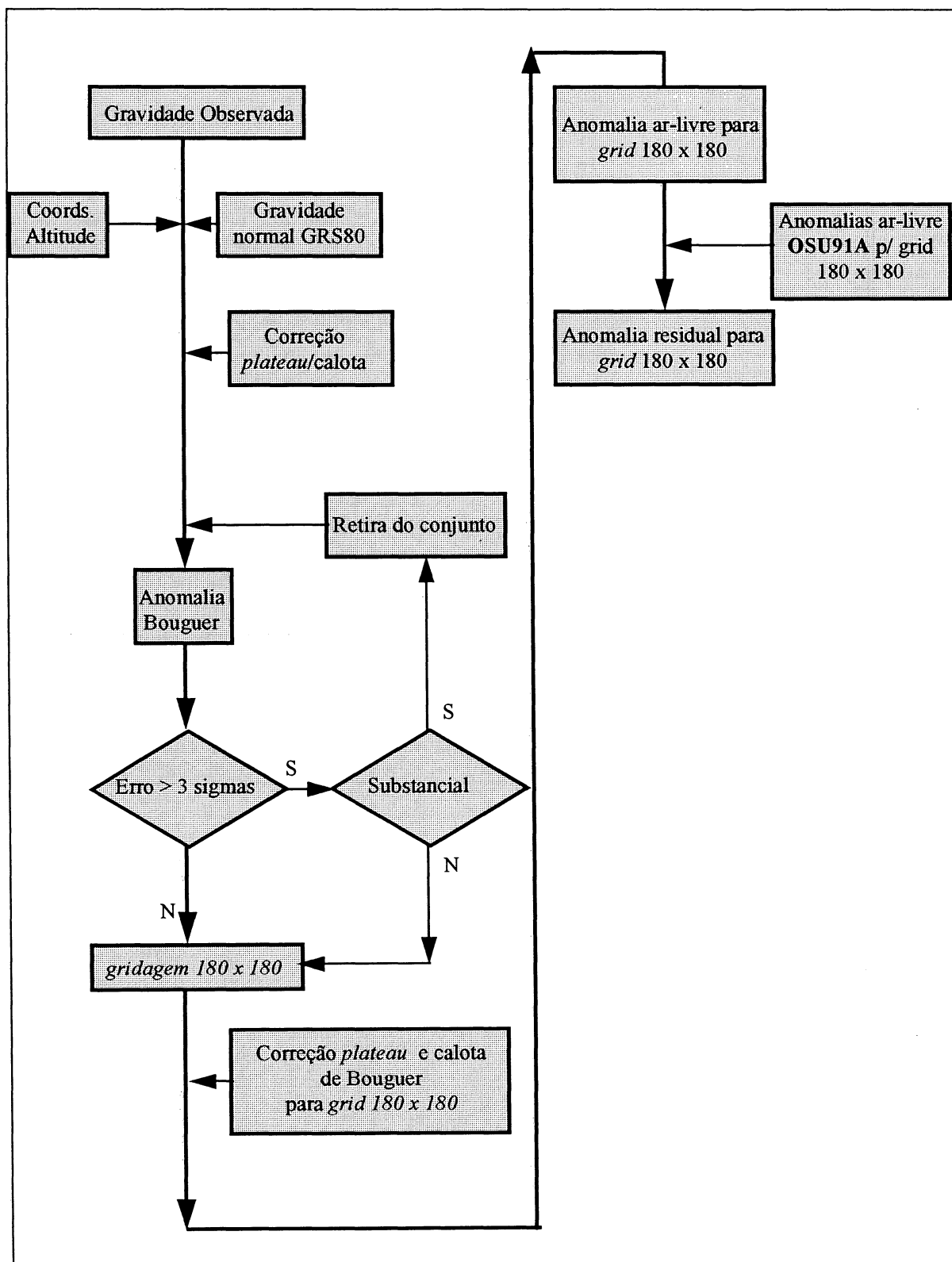
Será tratada especificamente a determinação de N_{res} ou seja, das ondulações residuais, sendo que a adição das demais componentes (anteriormente determinadas) proporcionará a ondulação geoidal final para a área 3.

6.3.1 O PROCESSO DE INTEGRAÇÃO

6.3.1.1 GERAÇÃO DE ANOMALIAS RESIDUAIS

A partir dos valores de gravidade observados nas estações e respectivas coordenadas e altitudes foram calculadas as Bouguer adensadas para as áreas 2 e 3 em *grid* de 180 x 180 células ($\sim 1' \times 1'$). A subtração algébrica das correções de Bouguer (*plateau* de Bouguer e correção *plateau/calota*), obtidas a partir do modelo digital, forneceu as anomalias ar-livre com mesmo espaçamento. Dos valores assim obtidos foram subtraídas as anomalias de referência geradas pelo modelo OSU91A, com grau e ordem truncados em 180. O fluxograma mostrado na FIGURA 6.4 resume as etapas acima.

FIGURA 6.4 - FLUXOGRAMA DE DETERMINAÇÃO DE ANOMALIAS RESIDUAIS



A estatística relativa às anomalias residuais é apresentada na TABELA 6.3

TABELA 6.3- ESTATÍSTICA DAS ANOMALIAS AR -LIVRE RESIDUAIS

Estatística	Valores em mGal
Média	-1,26
Mínimo	-68,77
Máximo	94,09
Desvio padrão	26,70
Número de elementos	32.400

6.3.1.2 ONDULAÇÕES RESIDUAIS

As anomalias residuais adicionadas às correções de relevo para o *grid* de 180 x 180 valores para as áreas 2 e 3 (FIGURA 6.1) possibilitaram a integração discreta da fórmula de Stokes utilizando a função modificada

$$S''(\psi) = \frac{2}{\psi}. \quad (6.3)$$

Sua forma discreta em aproximação plana é expressa por

$$N_{\Delta g} = \frac{1}{2\pi\gamma} \sum_{i=-30}^{+30} \Delta g_{res_i} \frac{1}{\sqrt{[(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2]}} \Delta X \Delta Y, \quad (6.4)$$

onde $\sqrt{[(x_i - x_p)^2 + (y_i - y_p)^2]}$ é a distância entre cada ponto do *grid* e o ponto no qual se quer determinar a ondulação residual;

Δg_{res_i} são as *i-ésimas* anomalias residuais correspondentes a cada nó do *grid* em torno do ponto;

γ é o valor da gravidade normal média para a região (= 979001,45 mGal).

Os elementos de área utilizados na integração foram os retângulos de 1' x 1', sendo a área de integração limitada à distância correspondente a 30' de afastamento de cada estação. Desse modo a contribuição para cada estação foi originada de cerca de 3.599 compartimentos de 1' x 1' além da contribuição da região interna.

Os pontos para os quais foram calculadas as ondulações residuais foram os pertencentes à área 3, o que corresponde ao *grid* de 120 x 120 células ou 14.400 valores limitados pelos paralelos - 24° 30' e - 26° 30' e meridianos - 50° 30'e - 52° 30'. Foi elaborado o programa STOKES.M na linguagem do software MATLAB™. Na quantificação da ondulação residual na origem (cada nó do *grid* 120 x 120) foi utilizada a aproximação proposta por Heiskanen & Moritz (1967) e utilizada por Tziavos (1993) assumindo que a área circular é quantificada pelo produto $\Delta X \Delta Y$. Nessa aproximação

$$N_{\Delta g} = \frac{s_0}{\gamma} \Delta g_{res}(P) , \quad (6.5)$$

onde:

s_0 é o raio do círculo centrado na estação;

$\Delta g_{res}(P)$ é a gravidade residual no ponto P e

γ é a gravidade normal média na região.

Substituindo s_0 por $\frac{\sqrt{\Delta X \Delta Y}}{\sqrt{\pi}}$ em (6.5) tem-se:

$$N_{\Delta g} = \frac{\sqrt{\Delta X \Delta Y}}{\gamma \sqrt{\pi}} \Delta g_{res}(P) . \quad (6.6)$$

O resultado obtido para as ondulações geoidais residuais está resumido na TABELA 6.4.

TABELA 6.4 - ESTATÍSTICA DAS ONDULAÇÕES RESIDUAIS PARA A ÁREA 3.

Estatística	Valores em metros
Média	0,001
Mínimo	-1,70
Máximo	2,26
Desvio padrão	0,85
Elementos	14.440 pontos

FIGURA 6.5 - ESQUEMA DE INTEGRAÇÃO. AS CÉLULAS QUADRADAS REPRESENTAM 3' X 3', O QUE CORRESPONDE A 9 BLOCOS DE ANOMALIAS DE 1' X 1'. A CIRCUNFERÊNCIA CORRESPONDE À ÁREA DE ABRANGÊNCIA (CÍRCULO DE RAIOS 30') PARA O CÁLCULO DE CADA PONTO.

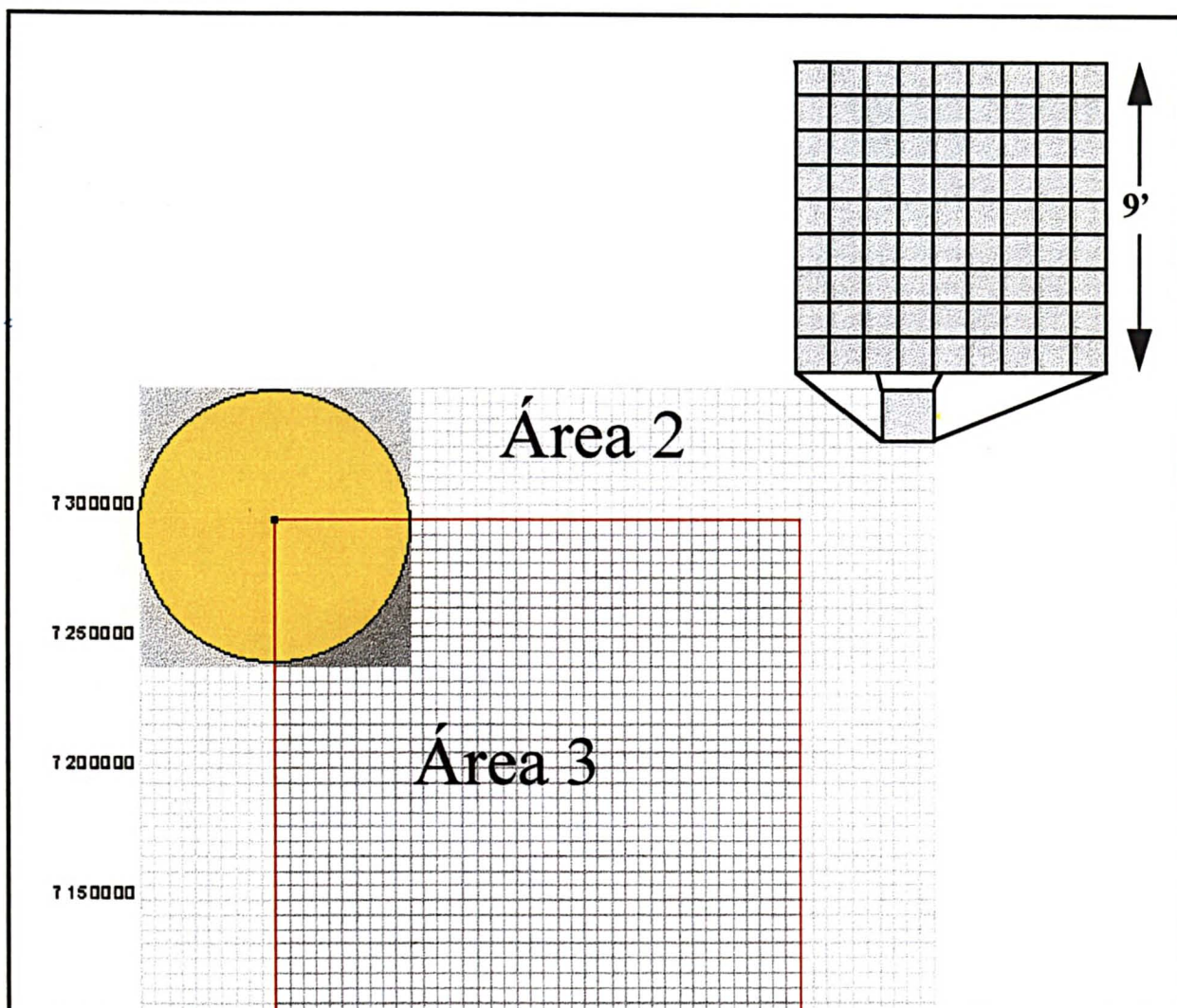
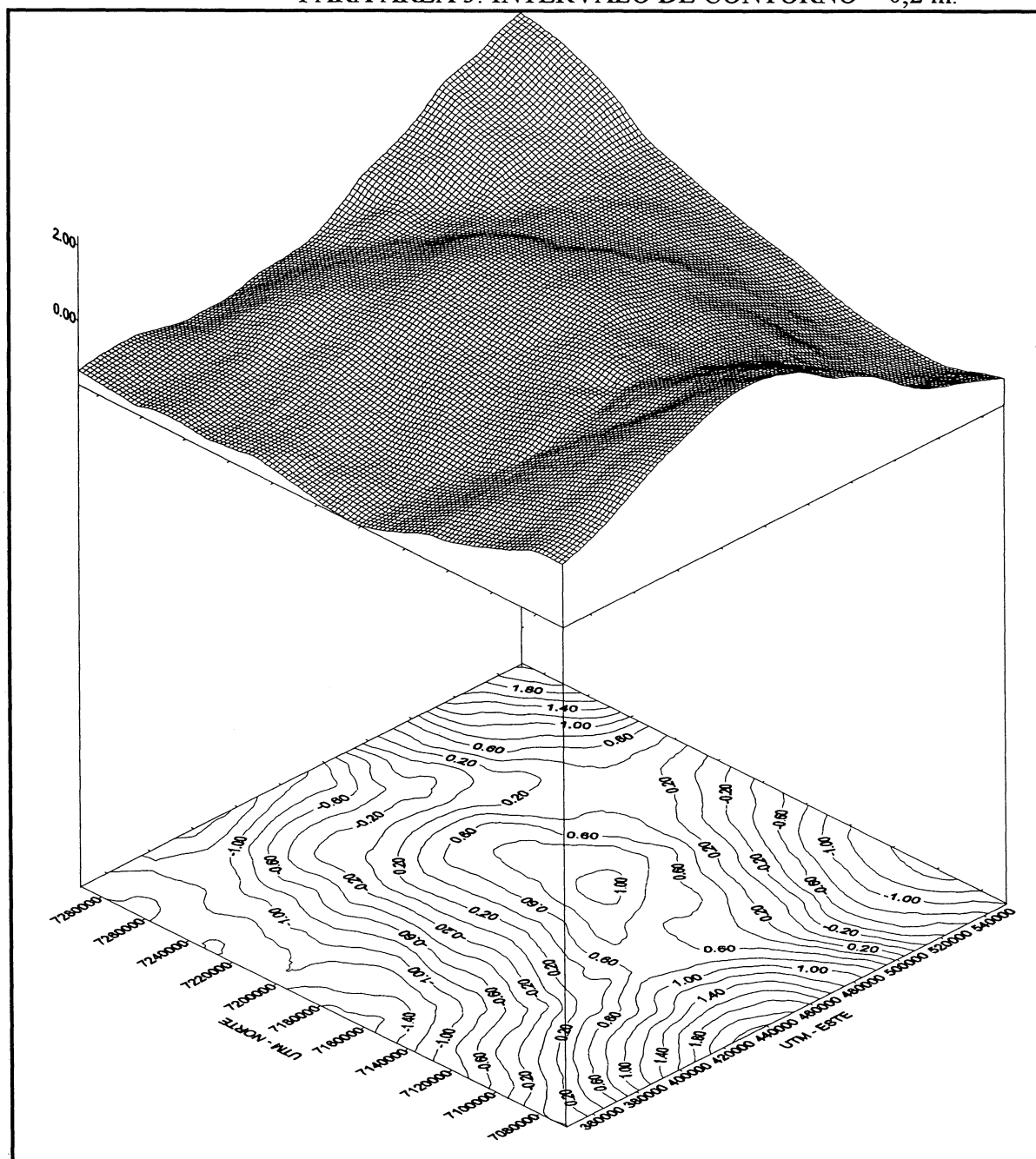


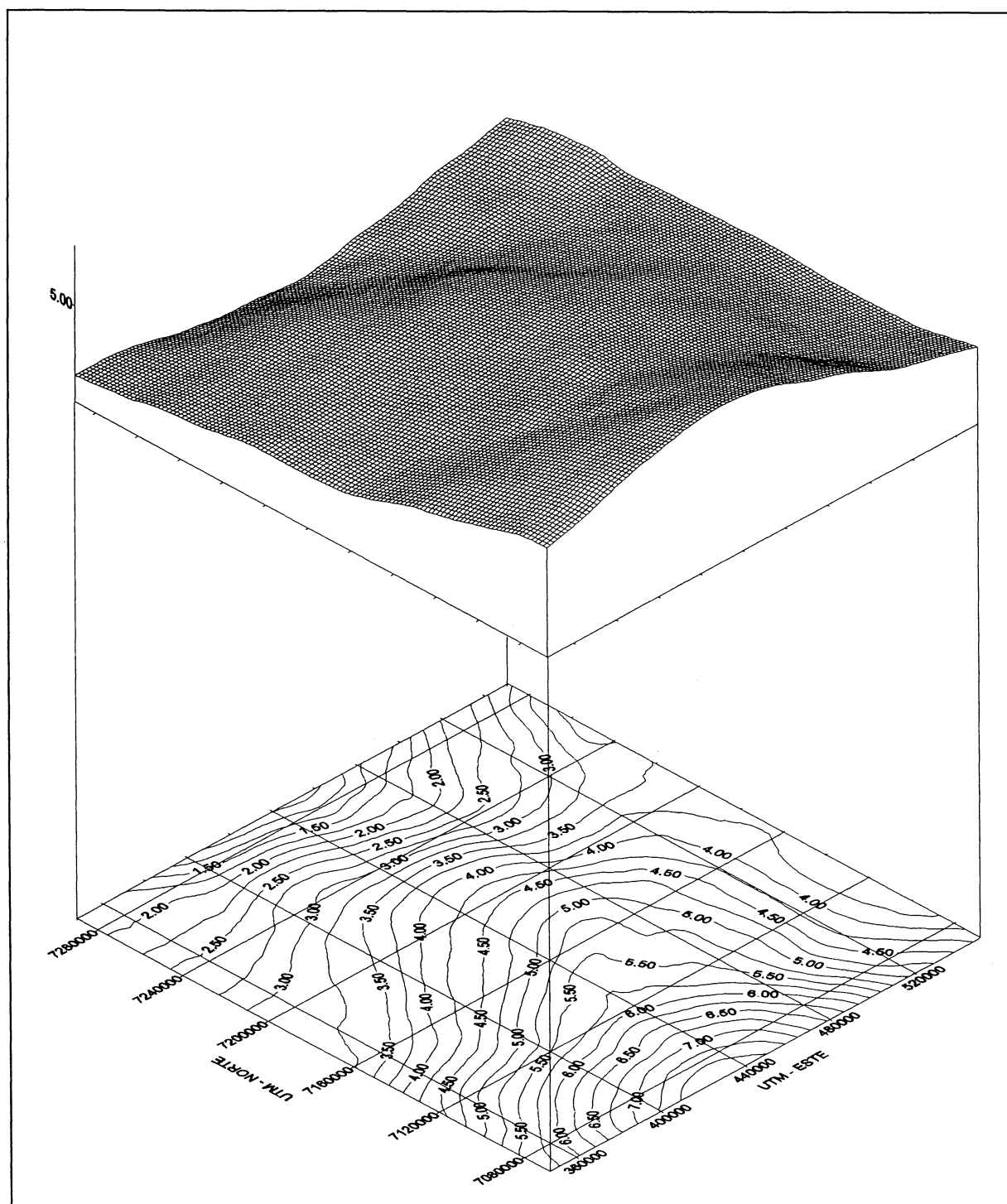
FIGURA 6.6 - CONTRIBUIÇÃO GRAVIMÉTRICA DA ALTURA GEOIDAL
PARA ÁREA 3. INTERVALO DE CONTORNO = 0,2 m.



6.3.2 ONDULAÇÕES GEOIDAIS RESULTANTES

A adição das ondulações residuais às ondulações fornecidas pelo modelo e a consideração do efeito indireto fornecem as ondulações resultantes. A visualização da superfície gerada pelas ondulações e as curvas respectivas são apresentadas na FIGURA 6.7

FIGURA 6.7 -ONDULAÇÃO GEOIDAL RESULTANTE PARA A ÁREA 3.
INTERVALO ENTRE CONTORNOS = 0,25 m.



A estatística das ondulações após as operações acima é dada na TABELA 6.5.

TABELA 6.5- ESTATÍSTICA DAS ONDULAÇÕES RESULTANTES PARA A ÁREA 3.

Estatística	Valores em metros
Média	4,053
Mínimo	0,63
Máximo	7,77
Desvio padrão	1,47
Número de elementos	14.440

6.3.3 AVALIAÇÃO DAS ONDULAÇÕES RESULTANTES

A avaliação das ondulações resultantes foi procedida de acordo com a metodologia proposta por Pessoa (1994), baseando-se em determinações GPS sobre um conjunto de RRNN existentes no interior da área de trabalho. A utilização de medições de diferenças de altitudes geométricas geradas pelo GPS sobre referências de nível tem sido freqüente na avaliação de modelos geoidais [ZHAO, 1989; TORGE & BERHEND, 1992; GIL, 1992; SCHWARZ & SIDERIS, 1993; CAPORALI, 1993; TZIAVOS, 1993; RAPP & WANG, 1993]. Sua eficácia decorre da grande acurácia do GPS nas determinações relativas, a exemplo do que se pode obter na determinação das correspondentes altitudes ortométricas através do nivelamento geométrico. A equidistância entre as RRNN escolhidas para a avaliação foi de $\cong 25$ km, com rigoroso controle sobre possíveis deslocamentos dos marcos de suas posições originais. A localização aproximada das RRNN são apresentadas na FIGURA 6.8. O conjunto de RRNN foi rastreado e processado como descrito por Pessoa (1994), tendo sido efetuada a ligação destas com estações da Rede Nacional GPS [PEREIRA, 1993].

6.3.4 ELEMENTOS DE REFERÊNCIA

O ajustamento das observações foi efetuado em relação ao elipsóide do WGS 84 tendo como referencias “fixas” os pontos 91500, 92500 e 91105, respectivamente nas cidades do Rio de Janeiro, Brasília e Curitiba. Os valores das coordenadas e das respectivas precisões foram publicados por Pereira (1993). Com isso pretende-se definir o mais fielmente possível a

referência absoluta das altitudes geométricas. Estes pontos, em conjunto com as RRNN 1743H e 1750P e o ponto 91558 foram ocupados simultaneamente em 02/94 em projeto conjunto UFPR/IBGE/PETROBRÁS.

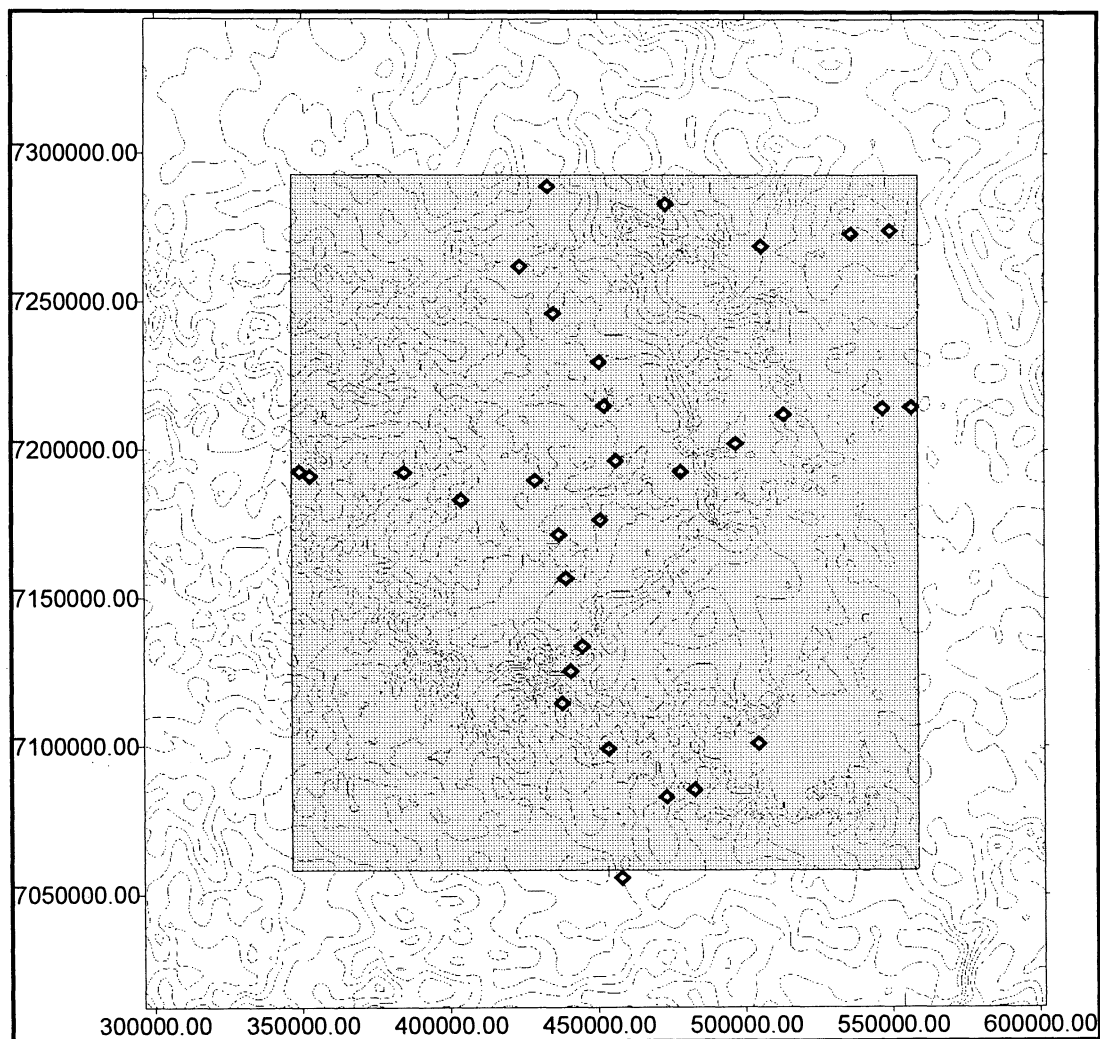
O rastreamento ocorreu entre os dias julianos 055 e 056 (24 e 25/02/1994), tendo os períodos de operação variado entre 6 e 24 horas de rastreamento contínuo. Foram utilizados receptores com capacidade de rastrear as portadoras L1 e L2, quatro dos quais da marca TRIMBLE NAVIGATION, modelo 4000SST e dois da marca TOPCON, modelo GP-R1D. A TABELA 6.6 apresenta a distribuição dos equipamentos e seus respectivos períodos de operação naquele projeto. Os valores aqui utilizados são resultado de processamento efetuado pelo autor com o programa **GPPS™**. O ponto 91558 (RNN1 PORTOBRÁS/Imbituba), ainda que tendo feito parte do trabalho citado não foi introduzido no ajustamento. Desta maneira, duas RRNN pertencentes ao projeto anteriormente referido (RN 1750P e RN1743H) efetuaram a conjunção com as pertencentes ao presente trabalho.

TABELA 6.6 - RESUMO DO RASTREAMENTO DE LIGAÇÃO ENTRE PONTOS DA REDE NACIONAL GPS E RRNN 1743H E 1750P.

Instituição	Equipamento	Ponto Ocupado	Dia	Período de Rastreamento
UFPR	TRIMBLE SST (1)	91105	055	00:00 - 24:00
UFPR	TRIMBLE SST (2)	91558	055	13:40 - 20:00
IBGE	TRIMBLE SST (3)	92500	055	11:06 - 20:00
IBGE	TRIMBLE SST (4)	91500	055	13:30 - 20:00
PETROBRÁS	TOPCON GP R1D (1)	RN 1743H	055	11:00 - 20:00
PETROBRÁS	TOPCON GP R1D (2)	RN 1750P	055	11:00 - 20:00

Os desvios-padrão das coordenadas de cada um dos elementos fornecidos por Pereira (1993) foram utilizados como injunções para as coordenadas dos pontos “fixados”. O ajustamento foi procedido através do *software* FILLNET™ v. 3.1, conforme descrito por Pessoa (1994).

FIGURA 6.8- LOCALIZAÇÃO DAS REFERÊNCIAS DE NÍVEL UTILIZADAS NA AVALIAÇÃO DAS ONDULAÇÕES. EM DESTAQUE A ÁREA 3.



6.3.5 ALTITUDES ORTOMÉTRICAS DAS RRNN

As altitudes ortométricas das RRNN foram fornecidas pelo IBGE/DGC/DIPAN em atendimento a solicitação efetuada pelo autor, e resultam do mais recente ajustamento altimétrico efetuado por aquela Instituição. Os valores encontram-se dispostos na TABELA 6.7.

TABELA 6.7 RELAÇÃO DE ALTITUDES ORTOMÉTRICAS DAS RRNN¹.

	RN	Altitude Ortométrica (m)
01	1749V	758,1022
02	1749J	888,6508
03	1749D	1087,5082
04	1750P	1342,7434
05	1748R (E)	911,8659
06	1748B (E)	1167,1043
07	1741T	1076,3988
08	1741N	1128,0879
09	1741C	1075,6404
10	1742P (E)	1027,0756
11	1740T	998,0284
12	1740M	1064,0346
13	1742A	1079,0148
14	1735S	994,9427
15	1735G	952,0303
16	1734X	827,9506
17	1734H	849,0214
18	1734F	747,2259
19	2020G	847,0215
20	1738P	1192,4921
21	1742H	1127,7486
22	1743A	956,4332
23	1743H	893,0537
24	1747V (E)	879,6746
25	2021V	536,0812
26	2021A	968,9742
27	2020B	913,4014
28	2016D (E)	798,8971
29	2016A	852,8952
30	1739G (E)	799,2167
31	1739A	774,0785

6.3.6 ALTITUDES GEOMÉTRICAS

As altitudes geométricas utilizadas foram originadas do ajustamento efetuado sobre as RRNN tratado em [6.4.4] e apresentadas na TABELA 6.8.

TABELA 6.8 - RELAÇÃO DE ALTITUDES GEOMÉTRICAS CORRESPONDENTES ÀS RRNN REFERIDAS AO WGS-84.

	RN	Altitudes geométricas
01	1749V	764,545

¹ Nas RRNN identificadas pela letra (E) as coordenadas e altitudes são de piquetes de excêntricos às mesmas em razão da impossibilidade de rastreamento com equipamentos GPS.

02	1749J	895,802
03	1749D	1094,961
04	1750P	1350,869
05	1748R (E)	919,166
06	1748B (E)	1173,775
07	1741T	1082,696
08	1741N	1134,292
09	1741C	1081,208
10	1742P (E)	1030,552
11	1740T	1003,026
12	1740M	1069,217
13	1742A	1083,880
14	1735S	999,504
15	1735G	956,365
16	1734X	831,655
17	1734H	852,313
18	1734F	750,496
19	2020G	849,704
20	1738P	1197,602
21	1742H	1132,201
22	1743A	959,484
23	1743H	894,815
24	1747V (E)	880,247
25	2021V	537,090
26	2021A	970,606
27	2020B	916,422
28	2016D (E)	803,001
29	2016A	857,221
30	1739G (E)	803,485
31	1739A	778,655

A comparação absoluta foi efetuada utilizando a diferença entre as ondulações fornecidas por cada um dos modelos e as ondulações obtidas das diferenças entre as altitudes ortométricas e as geométricas das respectivas RRNN de acordo com esquema da FIGURA 6.9. As estimativas de precisão para os valores calculados foram efetuadas com base nos resultados do ajustamento (altitudes geométricas provenientes do GPS) e prescrições do IBGE (altitudes ortométricas) como se segue.

Sejam:

$N_{\text{mod}} \pm \sigma_{N_{\text{mod}}}$ o valor da ondulação geoidal fornecida pelo modelo obtido.

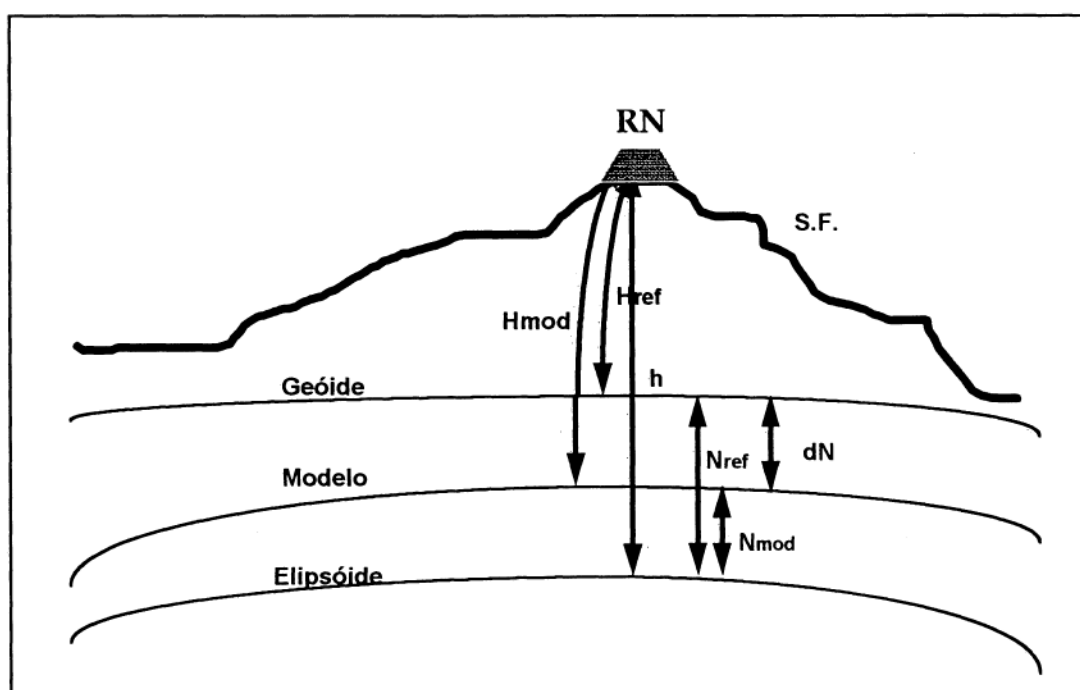
$N_{\text{ref}(i)} \pm \sigma_{N_{\text{ref}}}$ os valor da ondulação geoidal resultante da diferença entre a altitude geométrica $h_{(i)} \pm \sigma_h$ obtida em [6.4.6] e a respectiva altitude ortométrica

$H_{(i)} \pm \sigma_H$ de acordo com [6.4.5] ou seja,

$$N_{ref(i)} \pm \sigma_{Nref} = (h_{(i)} \pm \sigma_h) - (H_{(i)} \pm \sigma_H) . \quad (6.7)$$

Em (6.7) σ_{Nref} , σ_{Nmod} , σ_H , σ_h são os valores dos desvios-padrão de cada um dos elementos anteriores.

FIGURA 6.9- ESQUEMA ADOTADO PARA A AVALIAÇÃO ABSOLUTA DAS ONDULAÇÕES GEOIDAIS DETERMINADAS



$\Delta N_{ref\ mod}$ é dada por

$$\Delta N_{ref\ mod} = N_{ref(i)} - N_{mod(i)} , \quad (6.8)$$

e fornecerá a diferença entre as ondulações do modelo com relação ao padrão de aferição adotado com a respectiva estimativa de precisão $\sigma\Delta$.

A análise do ajustamento apresenta valores de variância das altitudes geométricas (σ_h^2) da ordem de 0,04 m², enquanto os resultados apresentados pelo IBGE [RIBEIRO, 1989] estimam para a região em questão um valor de variância das altitudes ortométricas ajustadas (σ_H^2) da ordem de 0,003 m². A propagação destes elementos, tendo em vista a função definida

em (6.7) resultará em $\sigma_{N_{ref}} = 0,21$ m. Esta representou portanto a precisão obtida ao nível de 1σ das ondulações de referência.

6.3.7 AVALIAÇÃO RELATIVA (DUPLA DIFERENÇA DE ONDULAÇÕES GEOIDAIS)

O princípio da avaliação relativa baseia-se na *dupla diferença* entre ondulações. A primeira diferença resulta da subtração algébrica dos valores de ondulações geoidais de pontos distintos em um mesmo modelo. Resultam desta forma valores $\Delta N_{mod(j)}$. A segunda diferença consiste na subtração destas do conjunto de diferenças obtidas para os mesmos pares de pontos, tendo como base as ondulações de referência. O conjunto de diferenças $\Delta N_{ref(i,j)}$ é obtido da expressão

$$\Delta N_{ref(i,j)} = \Delta h_{(i,j)} - \Delta H_{(i,j)}, \quad (6.9)$$

onde $\Delta h_{(i,j)}$ e $\Delta H_{(i,j)}$ são respectivamente as diferenças entre altitudes geométricas e ortométricas sobre as RRNN i e j . A expressão resultante e definidora da dupla diferença será portanto

$$\delta \Delta N_{(i,j)} = \Delta N_{ref(i,j)} - \Delta N_{mod(i,j)}. \quad (6.10)$$

A ocupação de n RRNN proporcionou um conjunto de $\frac{n(n-1)}{2}$ diferenças de altitudes (ortométricas e geométricas) num total de 465 elementos. Com isso os vetores $\Delta N_{ref(i,j)}$ e $\Delta N_{mod(i,j)}$ que foram utilizados na avaliação dos modelos passaram a ter dimensão (465 x 1). A estimativa de precisão foi obtida diferentemente para cada um dos conjuntos.

Para as altitudes geométricas foram utilizadas as estimativas de precisão relativa resultantes do ajustamento, isto é, variâncias da ordem de 0,04 m². Para as diferenças de altitudes ortométricas a precisão foi estimada a partir do que estabelecem as **Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos** [IBGE, 1983]. Para a rede altimétrica espera-se acurácia melhor que

$$\sigma \Delta H_{(i,j)} = 3mm \sqrt{K} , \quad (6.11)$$

onde K representa a distância nivelada entre as RRNN em quilômetros.

Como resultado do número considerável de diferenças utilizadas (465), a manipulação deste conjunto de diferenças envolvendo distâncias por estradas tornou-se tarefa muito complexa. Face a esta dificuldade, a solução empregada para a determinação do valor K em (6.11) foi a seguinte:

1. Foram calculadas distâncias planas D para um conjunto de 10 RRNN representativas do total (31), em função de sua localização.
2. A partir de um mapa rodoviário e da estimativa de equidistância entre marcos ($\cong 3$ Km), foram encontradas as distâncias ao longo das rodovias correspondendo ao mesmo conjunto do item 1.
3. Foi determinado um fator de proporcionalidade a partir da razão entre as distâncias encontradas em 1. e 2., sendo este fator (c) multiplicado por D .

Com isso, as distâncias “efetivamente” niveladas tornaram-se funções da distância plana entre os marcos de RN. O valor estimado para c foi $1,29 \pm 0,16$, com a expressão (6.11) da forma

$$\sigma \Delta H_{(i,j)} = 3mm \cdot \sqrt{c \cdot D} , \quad (6.12)$$

tendo c e D os significados anteriormente referidos.

O cálculo dos desvios-padrão das 465 diferenças apresentou um máximo de 0,052 m para as altitudes ortométricas e 0,12 m para as altitudes geométricas correspondentes aos afastamentos máximos de 301 km e 233 km respectivamente. Os valores das estimativas de precisão para as diferenças de altitudes geométricas foram tomados no nível de 1σ , correspondendo a uma constante de proporcionalidade da ordem de 2 p.p.m. da distância plana UTM entre as RRNN. Admitindo a inexistência de correlação estatística entre $\Delta h_{(i,j)}$ e $\Delta H_{(i,j)}$, tem-se

$$\sigma \Delta N_{(i,j)} = \sqrt{\sigma^2 \Delta h_{(i,j)} + \sigma^2 \Delta H_{(i,j)}} . \quad (6.13)$$

A propagação de covariâncias baseada em (6.13) estima para o desvio padrão relativo $\sigma\Delta N_{(i,j)} = 0,13$ m.

6.3.8 RESULTADOS DA AVALIAÇÃO

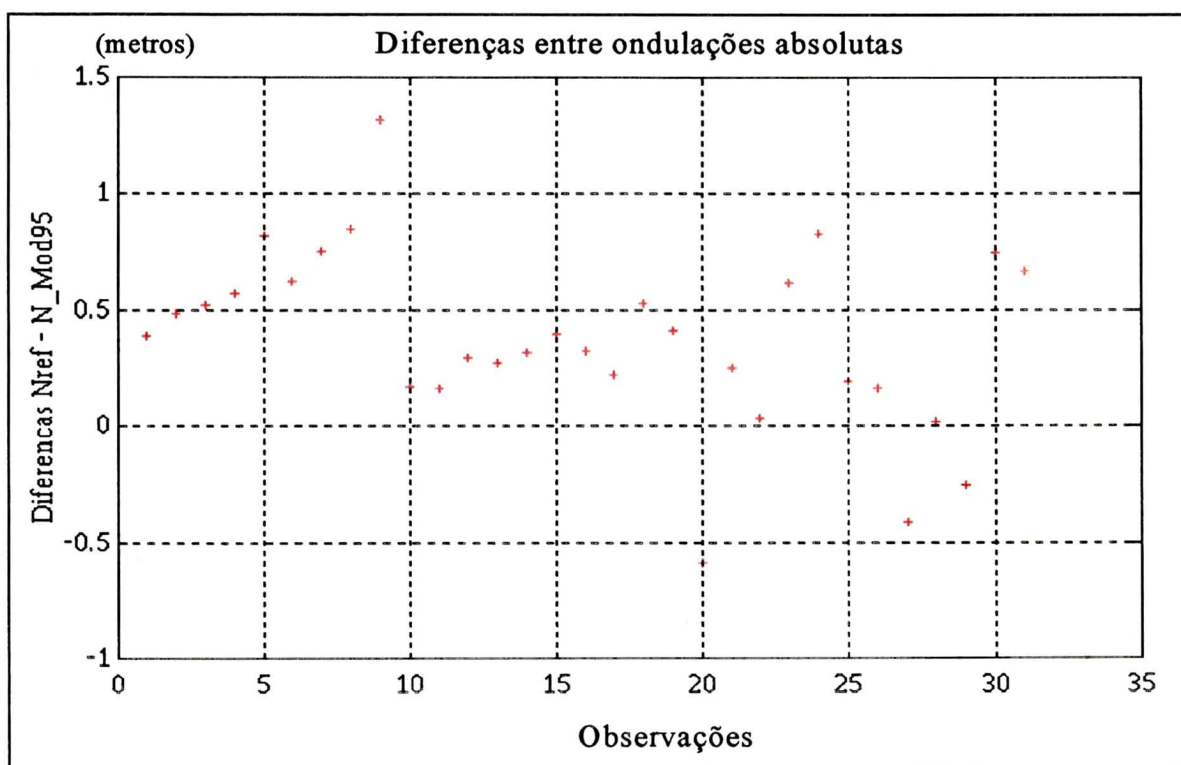
6.3.8.1 AVALIAÇÃO ABSOLUTA

A avaliação absoluta foi efetuada pela diferença entre as ondulações de referência e das ondulações obtidas do modelo. A TABELA 6.9 resume os resultados. Está presente uma componente sistemática de 0,38 m com relação ao referencial adotado, ou seja, ao conjunto de pontos fixados no ajustamento correspondentes à Rede Nacional GPS (91500, 92500, 91105).

TABELA 6.9 - ESTATÍSTICA DAS DIFERENÇAS ABSOLUTAS ENTRE AS ONDULAÇÕES NAS RRNN. DIFERENÇAS ABSOLUTAS.

Estatística	Valores em metros
Média (comp. sistemática)	0,38
Desvio padrão	0,39
Mínima	- 0,59
Máxima	+ 1,31
Número de diferenças	31

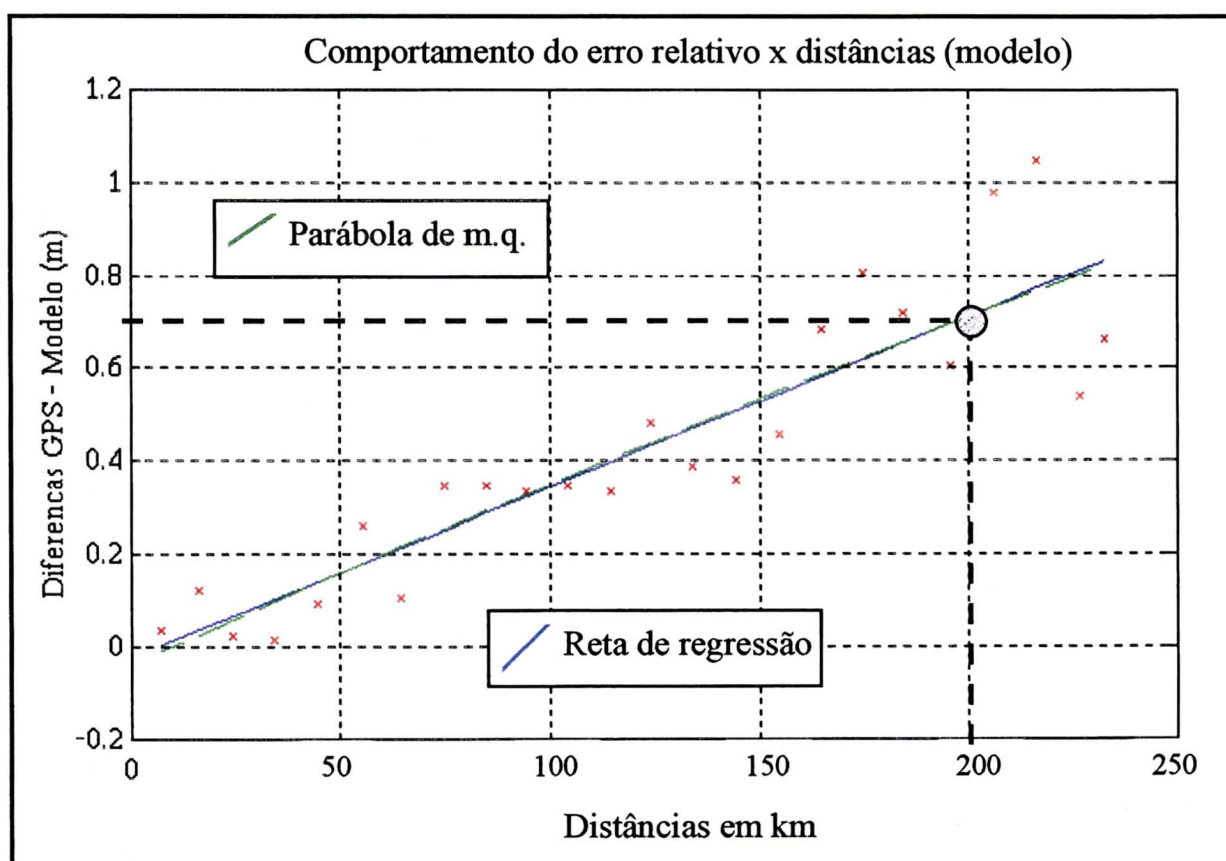
FIGURA 6.10 - DIFERENÇAS ENTRE ONDULAÇÕES DE REFERÊNCIA DE
ONDULAÇÕES FORNECIDAS PELO MODELO EM METROS



6.3.8.2 AVALIAÇÃO RELATIVA

A avaliação relativa foi efetuada através da comparação entre diferenças de ondulações de referência e do modelo. A FIGURA 6.11 mostra o gráfico da acumulação dos valores absolutos dos erros relativos com a distância. Foram aproximadas duas curvas de mínimos quadrados (parábola e reta), apresentando-se estas praticamente coincidentes. Em destaque o erro correspondente à distância de 200 km (~ 0,7 m) ou 3,5 ppm.

FIGURA 6.11- CURVAS DE MÍNIMOS QUADRADOS COM PROPAGAÇÃO DE ERRO RELATIVO. EM DESTAQUE O ERRO PARA 200 km.



Os respectivos comportamentos estão expressos nas equações seguintes.

$$e_r = 0,00000368d - 0,025 , \quad (6.14)$$

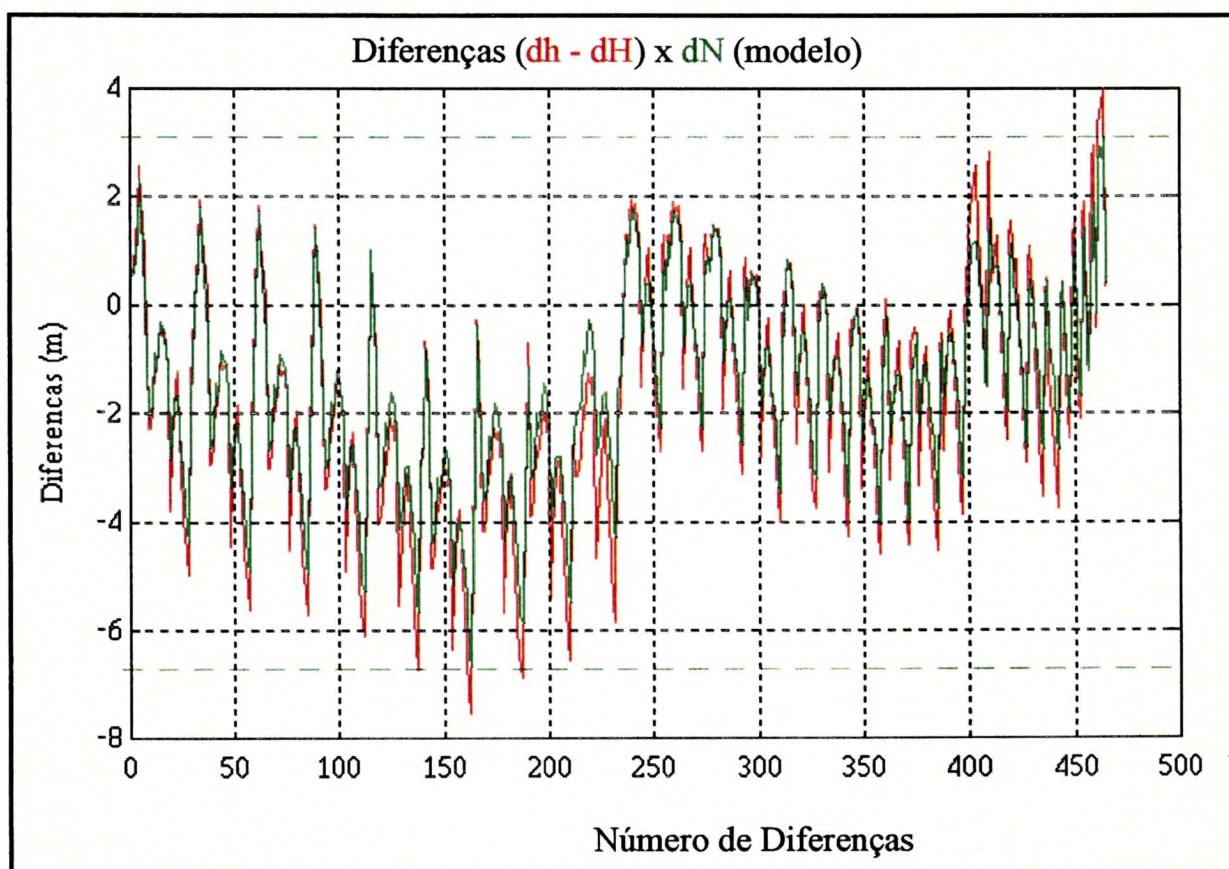
$$e = -0,00000000000136d^2 + 0,000004d - 0,038 , \quad (6.15)$$

onde:

e_r e e_p são os erros respectivamente da reta e da parábola de mínimos quadrados;
 d é a distância em metros.

O gráfico na FIGURA 6.12 propõe-se a avaliar a aderência do modelo com relação às anomalias de referência do ponto de vista relativo. À medida que aumenta a aderência, esta se refletirá na coincidência entre as curvas.

FIGURA 6.12- GRÁFICO DE ADERÊNCIA. UMA COINCIDÊNCIA ENTRE AS CURVAS DE REFERÊNCIA (VERMELHO) E ORIGINADA DO MODELO (VERDE) IMPLICARÁ NUMA BOA ADERÊNCIA RELATIVA.



Uma outra forma de análise é a mostrada na FIGURA 6.13, chamado de gráfico de “espalhamento”. Neste gráfico, pode-se notar a tendência de espalhamento das diferenças de

ondulação de referência (o) e as proporcionadas pelo modelo (+) com a distância. Em destaque a amplitude do modelo (9,75 m), quantificando a capacidade de representar as ondulações geoidais com o aumento da distância.

FIGURA 6.13 - GRÁFICO DE ESPALHAMENTO. EM DESTAQUE A AMPLITUDE DO MODELO.

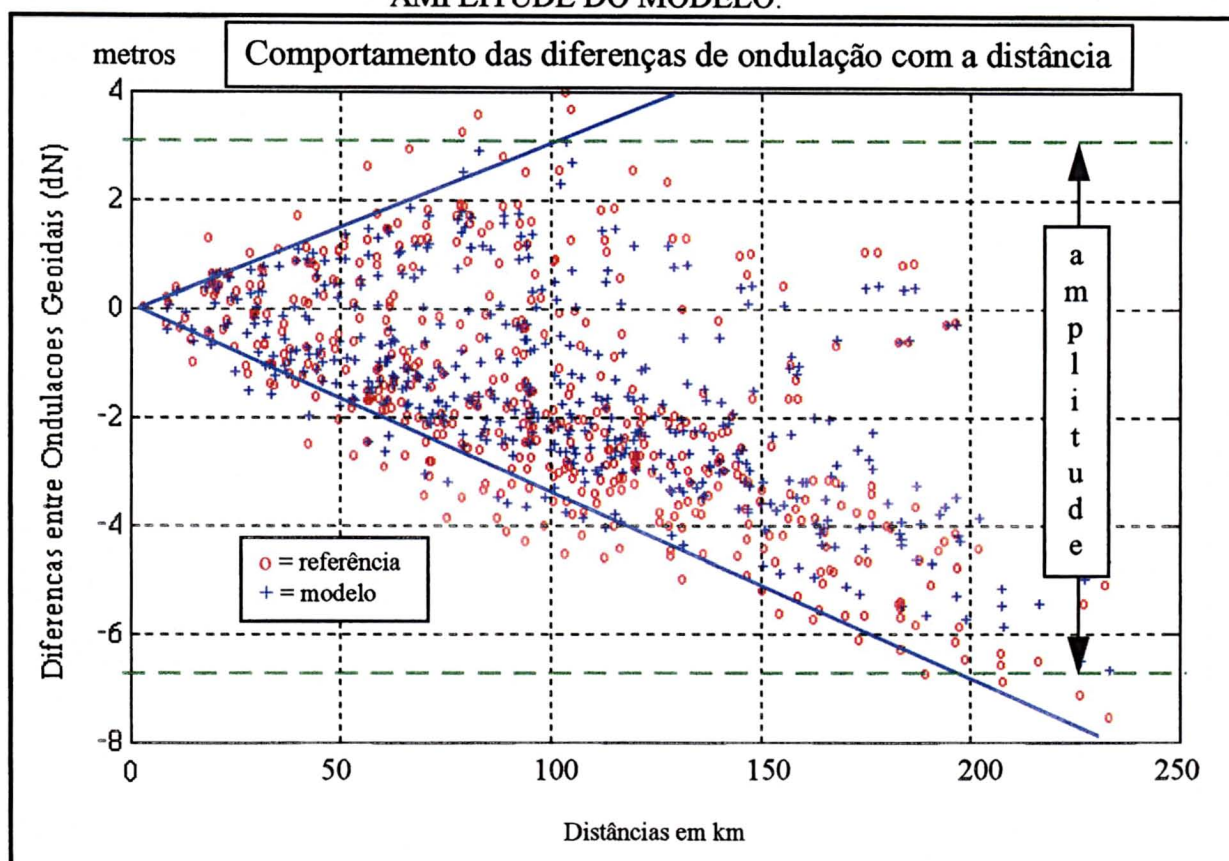


TABELA 6.10- RESUMO DA AVALIAÇÃO RELATIVA DO MODELO.

	$\Delta N_{ref(m)}$	$\Delta N_{M95(m)}$	ΔN_{OSU91A}	Dist. (km)
Média	-1,66	-1,49	-1,31	99,27
Desvio	2,13	1,76	1,26	49,19
Máx	4,00	3,08	2,14	233,25
Mín.	-7,55	-6,67	-4,20	3,51

Os valores dispostos na tabela de avaliação relativa (TABELA 6.10) indicam uma razoável aproximação entre o modelo proposto e a referência, refletidos nos indicadores de razão entre as amplitudes (84%), aproximação entre as médias de diferenças (1,66 m e 1,49 m

para a referência e o modelo respectivamente) e proximidade dos desvios. Os parâmetros correspondentes à avaliação do OSU91A estão apresentados na referida TABELA 6.10. A diferença entre os resultados acima representa portanto a “melhoria” introduzida ao modelo através das determinações gravimétricas.

CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O principal objetivo do presente trabalho é apresentar um modelo geoidal para a área definida pelos paralelos $-24^{\circ} 30'$ e $-26^{\circ} 30'$ e meridianos $-50^{\circ} 30'$ e $-52^{\circ} 30'$ bem como demonstrar a aplicabilidade da técnica *remove-restore* na geração de modelos geoidais locais. Para seu desenvolvimento foram utilizadas observações gravimétricas, coeficientes do modelo do geopotencial OSU91A e um modelo topográfico digital de alta resolução. Como referência para o sistema foram adotadas as coordenadas e altitudes referidas ao WGS84 das estações 91500, 92500 e 90105 da Rede Nacional GPS (PEREIRA, 1993) associadas estas às altitudes ortométricas de RRNN do SGB.

A avaliação absoluta do modelo gerado foi efetuada comparando as ondulações dele derivadas com as originadas do rastreamento GPS sobre 31 RRNN. A componente sistemática verificada, ou seja, a separação entre o modelo e a *realidade* representada pelas altitudes ortométricas fornecidas pelo IBGE combinadas com as determinações GPS foi de 0,38 m, apresentando esta comparação uma precisão de 0,39 m (e.m.q.). Esta componente pode ser admitida como superior ao que se esperava da técnica, em razão da grande densidade de elementos gravimétricos empregada ($3' \times 3'$). Uma possível explicação é a falta de rigidez no conjunto de figuras formado pelas RRNN e submetido ao ajustamento. Uma outra possibilidade é a existência de erros em altitudes de algumas das RRNN, originados de deslocamentos dos marcos, malgrado todos os esforços no sentido de eliminar tais erros durante as operações de campo. Notadamente em dois pontos os valores distanciam-se do conjunto.

A avaliação relativa, baseada na comparação de 465 duplas diferenças entre ondulações apresentou propagação da ordem de 3,6 ppm da distância entre os pontos. Assim como no caso da avaliação absoluta, o resultado esperado era uma precisão relativa da ordem de 1 a 2 ppm. Ainda assim sua precisão relativa é duas vezes superior às apresentadas pelos mapas geoidais disponíveis para o Brasil. Ressalte-se entretanto que o modelo M95 tem característica local por sua abrangência, diferentemente dos mapas geoidais referidos, estes de abrangência

nacional, sendo portanto esperada uma melhor aderência à realidade representada pelas ondulações geoidais deduzidas.

A técnica clássica de integração baseada na fórmula de Stokes e de sua função modificada para o plano mostrou-se satisfatória no sentido de otimizar o modelo do geopotencial. O modelo obtido (M95) foi comparado com os resultados fornecidos pelo OSU91A apresentando melhoria tanto absoluta quanto relativamente. Como subprodutos do presente trabalho podem ser elencados:

- Reconhecimento de um conjunto de 70 RRNN do SGB, com documentação fotográfica e coordenadas aproximadas;
- Determinação de rede de coordenadas interligando pontos da Rede Nacional GPS com 31 RRNN do SGB.

A integração clássica mostrou-se onerosa computacionalmente, tanto na quantificação das correções de relevo quanto na determinação das ondulações. Parte dessa dificuldade pode ser imputada aos meios computacionais empregados (PC DX 50 MHz, 8 Mb RAM) e aos próprios algoritmos desenvolvidos pelo autor.

A análise de densidade da superfície topográfica mostrou variações da ordem de 5% e deve ser levada em consideração no cálculo das correções às anomalias.

Com base nas conclusões anteriores são feitas as seguintes recomendações:

1. Em razão do esforço computacional envolvido pelo uso da integração para grande densidade de elementos, sugere-se a utilização de técnicas espectrais (Fast Fourier Transform -FFT), seja em sua aproximação plana ou esférica. Tanto a correção de relevo quanto a fórmula de Stokes poderão ser quantificadas através dessa técnica, inclusive com auxílio de algoritmos já anteriormente propostos.
2. Estudar um melhor aproveitamento da densidade de elementos topográficos fornecidos pelo modelo topográfico digital, investigando o comportamento das correções de relevo com modelo de densidade superficial variável.

3. Introduzir o efeito da atração das massas atmosféricas no cálculo das anomalias residuais utilizando, p. ex., um modelo simplificado de camadas esféricas concêntricas. No desenvolvimento do M95 esta correção não foi utilizada.
4. Utilizar como modelo esferoidal de referência série de coeficientes truncada em menor grau (p. ex 45 ou 60), verificando sua influência no resultado.
5. Reprocessar o conjunto de RRNN utilizando efemérides precisas de modo a eliminar possíveis distorções introduzidas na ligação destas com o WGS84.
6. Reocupar e reprocessar as bases envolvendo as RRNN 1743H e 1749V em virtude dos altos resíduos encontrados nas mesmas.

ANEXO Ia

Absoluta: 39 cm
Relativa: 3,6 mm / km

Escala 1 : 1.500.000

ANEXO Ib

Layout do arquivo de dados gravimétricos originais

LAYOUT DO ARQUIVO

```

=====
EG  R MC  UTM - N  UTM - E  ELEV C  DENB  CRFABG  GRAVOBS  CTER  GRAVNORM  BOUGUER  C1  C2  UF  LATITU  LONGITU
ESTAC  (M)  (M)  (M)  G/CM3  MGAL  MGAL  MGAL  MGAL  MGAL  GG.DDDDD  GG.DDDDD
-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8-----9-----0-----1-----2-----3-----4
29 5841-51 7158490.72 351428.84 596.26 2.67 117.26 978790.01 0.960 979002.46 -94.23 13300PR -25.68380 -52.48051
29 5851-51 7156379.91 350193.80 656.55 2.67 129.12 978780.93 1.520 979003.79 -92.22 13300PR -25.70273 -52.49305
29 5861-51 7141107.12 354087.62 712.65 2.67 140.16 978787.04 1.480 979013.57 -84.89 13300PR -25.84099 -52.45593
29 5871-51 7142759.93 356131.80 711.39 2.67 139.91 978784.87 0.140 979012.53 -87.61 13300PR -25.82627 -52.43536
29 5881-51 7142511.30 351856.84 723.71 2.67 142.33 978784.27 0.610 979012.66 -85.45 13300PR -25.82809 -52.47803
-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8-----9-----0-----1-----2-----3-----4
30 2061-51 7071046.00 350578.4 731.80 2.67 143.94 978839.20 0.220 979058.73 -73.39 13300SC -26.47305 -52.49900
30 2021-51 7077352.50 351339.2 931.47 2.67 183.22 978795.77 0.020 979054.54 -75.35 13300SC -26.41458 -52.49061
30 15131-51 7072297.00 356214.9 890.64 2.67 175.19 978803.11 0.030 979058.08 -79.38 13300SC -26.46233 -52.44233
30 15141-51 7072416.50 362488.8 882.44 2.67 173.58 978804.79 0.020 979058.04 -79.37 13300SC -26.46188 -52.37938
30 15151-51 7071893.00 367769.2 856.59 2.67 168.49 978811.56 0.100 979057.52 -77.27 13300SC -26.46711 -52.32650
30 15161-51 7073200.50 374232.3 975.83 2.67 191.95 978798.10 0.020 979058.31 -67.26 13300PR -26.45588 -52.26155
=====

```

EG = EQUIPE GRAVIMÉTRICA
 ESTAC = NÚMERO DA ESTAÇÃO
 R = NÚMERO DE LEITURAS FEITAS NA ESTAÇÃO
 MC = MERIDIANO CENTRAL
 UTM - N = COORDENADA UTM N (SAD-69)
 UTM - E = COORDENADA UTM E (SAD-69)
 ELEVAC = ALTITUDE ORTOMÉTRICA DA ESTAÇÃO (DATUM = N.M.M.)
 DENB = DENSIDADE BOUGUER UTILIZADA NA REDUÇÃO AO DATUM
 ALTIMÉTRICO
 CRFABG = CORREÇÃO DE ELEVAÇÃO (CORREÇÃO FREEAIR+CORREÇÃO BOUGUER)
 GRAVOBS = GRAVIDADE OBSERVADA NA ESTAÇÃO
 CTER = CORREÇÃO DE TERRENO (RELEVO)
 GRAVNORM = CAMPO GRAVIMÉTRICO NORMAL GRS67
 BOUGUER = VALOR DA ANOMALIA BOUGUER
 C1 = TIPO DE LEVANTAMENTO (1-TERRESTRE, 3-RECONHECIMENTO)
 C2 = CÓDIGO DA BACIA SEDIMENTAR
 UF = ESTADO
 LATITU = LATITUDE DO PONTO
 LONGITUDE = LONGITUDE DO PONTO
 DATUM = SAD-69

ANEXO Ic

Estatística das altitudes originais resultantes da digitalização

I		I
I	E S T A T I S T I C A	I
I		I
I		I
I	NUMERO DE PONTOS =	865453 I
I	VALOR MINIMO =	440.00000000 I
I	VALOR MAXIMO =	1360.00000000 I
I	PONTO MEDIO =	886.81506000 I
I	DESVIO PADRAO =	168.89039820 I
I	VARIANCIA =	28523.96660476 I
I	ASSIMETRIA =	-0.11731830 I
I	CURTOSE =	2.53805007 I
I	INTERVALO / CLASSE =	40.00000000 I

I		I
I	FREQUENCIAS DO HISTOGRAMA	I
I		I

CLASSE LIMITES/VALOR LIMITES/DESVIO PADRAO PONTOS PERCENTUAL

-12	400.0000	A	440.0000	-2.9605	A	-2.7237	0	0
-11	440.0000	A	480.0000	-2.7237	A	-2.4868	133	0
-10	480.0000	A	520.0000	-2.4868	A	-2.2500	3793	0
-9	520.0000	A	560.0000	-2.2500	A	-2.0131	8019	1
-8	560.0000	A	600.0000	-2.0131	A	-1.7763	10293	2
-7	600.0000	A	640.0000	-1.7763	A	-1.5395	13404	2
-6	640.0000	A	680.0000	-1.5395	A	-1.3026	15812	3
-5	680.0000	A	720.0000	-1.3026	A	-1.0658	19714	3
-4	720.0000	A	760.0000	-1.0658	A	-0.8289	24836	4
-3	760.0000	A	800.0000	-0.8289	A	-0.5921	28324	5
-2	800.0000	A	840.0000	-0.5921	A	-0.3553	50656	10
-1	840.0000	A	880.0000	-0.3553	A	-0.1184	47363	9
0	880.0000	A	920.0000	-0.1184	A	0.1184	47400	9
1	920.0000	A	960.0000	0.1184	A	0.3553	44339	8
2	960.0000	A	1000.0000	0.3553	A	0.5921	34022	6
3	1000.0000	A	1040.0000	0.5921	A	0.8289	33524	6
4	1040.0000	A	1080.0000	0.8289	A	1.0658	35030	7
5	1080.0000	A	1120.0000	1.0658	A	1.3026	30243	6
6	1120.0000	A	1160.0000	1.3026	A	1.5395	22825	4
7	1160.0000	A	1200.0000	0.5395	A	1.7763	13092	2
8	1200.0000	A	1240.0000	1.7763	A	2.0131	10770	2
9	1240.0000	A	1280.0000	2.0131	A	2.2500	4534	0
10	1280.0000	A	1320.0000	2.2500	A	2.4868	1584	0
11	1320.0000	A	1360.0000	2.4868	A	2.7237	243	0
12	1360.0000	A	1400.0000	2.7237	A	2.9605	47	0

Estatística das altitudes após processo de modelagem digital

II NÚMERO DE LINHAS	=>	319	I
I NÚMERO DE COLUNAS	=>	291	I
I ESCALA EM X	=>	700.00	I
I ESCALA EM Y	=>	700.00	I
I X - ORIGEM	=>	347900.00	I
I Y - ORIGEM	=>	7067900.00	I
I ÂNGULO	=>	0.00000	I
I X - ESQUERDO	=>	347900.00	I
I Y - INFERIOR	=>	7067900.00	I
I Z - MÍNIMO	=>	422.11304	I
I Z - MÁXIMO	=>	1333.82422	I
I Z - MEDIO	=>	888.79932	I
I DESVIO PADRÃO	=>	151.81299	I
I VALORES DUMMY	=>	38211	I

I	I
I ESTATÍSTICA	I
I	I
I	I
I NÚMERO DE PONTOS	= 54618 I
I VALOR MÍNIMO	= 422.11303700 I
I VALOR MÁXIMO	= 1333.82421875 I
I PONTO MÉDIO	= 888.79931641 I
I DESVIO PADRÃO	= 151.81341348 I
I VARIÂNCIA	= 23047.31251374 I
I ASSIMETRIA	= -0.00512886 I
I CURTOSE	= 2.77253200 I
I INTERVALO / CLASSE	= 40.00000000 I

I	I
I FREQUENCIAS DO HISTOGRAMA	I
I	I
I	I

CLASSE	LIMITES/VALOR	LIMITES/DESVIO PADRAO / PONTOS /	%
-12	400.0000 A 440.0000	-3.2935 A -3.0300	13 0
-11	440.0000 A 480.0000	-3.0300 A -2.7666	111 0
-10	480.0000 A 520.0000	-2.7666 A -2.5031	310 0
-9	520.0000 A 560.0000	-2.5031 A -2.2396	625 1
-8	560.0000 A 600.0000	-2.2396 A -1.9761	844 1
-7	600.0000 A 640.0000	-1.9761 A -1.7126	1015 1
-6	640.0000 A 680.0000	-1.7126 A -1.4491	1302 2
-5	680.0000 A 720.0000	-1.4491 A -1.1857	1743 3
-4	720.0000 A 760.0000	-1.1857 A -0.9222	3903 7
-3	760.0000 A 800.0000	-0.9222 A -0.6587	6523 11
-2	800.0000 A 840.0000	-0.6587 A -0.3952	5765 10

-1	840.0000	A	880.0000	-0.3952	A	-0.1317	4961	9
0	880.0000	A	920.0000	-0.1317	A	0.1317	4918	9
1	920.0000	A	960.0000	0.1317	A	0.3952	4696	8
2	960.0000	A	1000.0000	0.3952	A	0.6587	4618	8
3	1000.0000	A	1040.0000	0.6587	A	0.9222	3685	6
4	1040.0000	A	1080.0000	0.9222	A	1.1857	3258	5
5	1080.0000	A	1120.0000	1.1857	A	1.4491	2526	4
6	1120.0000	A	1160.0000	1.4491	A	1.7126	1780	3
7	1160.0000	A	1200.0000	1.7126	A	1.9761	1076	1
8	1200.0000	A	1240.0000	1.9761	A	2.2396	582	1
9	1240.0000	A	1280.0000	2.2396	A	2.5031	278	0
10	1280.0000	A	1320.0000	2.5031	A	2.7666	81	0
11	1320.0000	A	1360.0000	2.7666	A	3.0300	5	0
12	1360.0000	A	1400.0000	3.0300	A	3.2935	0	0

I HISTOGRAMA DOS VALORES I
I Z" DA MALHA I
I I

NO. DE PONTOS _____

6396 A 6559 I	XXXX
6232 A 6395 I	XXX
6068 A 6231 I	XXX
5904 A 6067 I	XXX
5740 A 5903 I	XXXX XXX
5576 A 5739 I	XXX XXX
5412 A 5575 I	XXX XXX
5248 A 5411 I	XXX XXX
5084 A 5247 I	XXX XXX
4920 A 5083 I	XXX XXX XXX
4756 A 4919 I	XXX XXX XXX XXX
4592 A 4755 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX
4428 A 4591 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX
4264 A 4427 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX
4100 A 4263 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX
3936 A 4099 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX
3772 A 3935 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
3608 A 3771 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
3444 A 3607 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
3280 A 3443 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
3116 A 3279 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
2952 A 3115 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
2788 A 2951 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
2624 A 2787 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
2460 A 2623 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
2296 A 2459 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
2132 A 2295 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
1968 A 2131 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
1804 A 1967 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
1640 A 1803 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
1476 A 1639 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
1312 A 1475 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
1148 A 1311 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
984 A 1147 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
820 A 983 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
656 A 819 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
492 A 655 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
328 A 491 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
164 A 327 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX
0 A 163 I	XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX XXX

-12 -11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
CLASSEs

INTERVALO DE CLASSE => 40.00000 I

ANEXO Id

Estatística das diferenças após homogeneização altimétrica

I NÚMERO DE LINHAS	=> 319	I
I NÚMERO DE COLUNAS	=> 291	I
I ESCALA EM X	=> 700.00	I
I ESCALA EM Y	=> 700.00	I
I X - ORIGEM	=> 347900.00	I
I Y - ORIGEM	=> 7067900.00	I
I ÂNGULO	=> 0.00	I
I X - ESQUERDO	=> 347900.00	I
I Y - INFERIOR	=> 7067900.00	I
I Z - MÍNIMO	=> -347.30640	I
I Z - MÁXIMO	=> 294.68286	I
I Z - MÉDIO	=> -0.63863	I
I DESVIO PADRÃO	=> 53.25072	I
I VALORES DUMMY	=> 37942	I

I		I
I	ESTATÍSTICA	I
I		I
I		I
I NÚMERO DE PONTOS	= 54887	I
I VALOR MÍNIMO	= -347.30639	I
I VALOR MÁXIMO	= 294.682861	I
I PONTO MÉDIO	= -0.6386287	I
I DESVIO PADRÃO	= 53.2507245	I
I VARIÂNCIA	= 2835.63966	I
I ASSIMETRIA	= -0.1401592	I
I CURTOSE	= 5.9960952	I
I INTERVALO / CLASSE	= 30.000000	I

I		I
I	FREQÜÊNCIAS DO HISTOGRAMA	I
I	I	I

CLASSE	LIMITES/VALOR	LIMITES/DESVIO PADRÃO	PONTOS %
-12	-360.0000 A -330.0000	-7.0422 A -6.4788	2 0
-11	-330.0000 A -300.0000	-6.4788 A -5.9154	4 0
-10	-300.0000 A -270.0000	-5.9154 A -5.3520	15 0
-9	-270.0000 A -240.0000	-5.3520 A -4.7887	37 0
-8	-240.0000 A -210.0000	-4.7887 A -4.2253	100 0
-7	-210.0000 A -180.0000	-4.2253 A -3.6619	194 0
-6	-180.0000 A -150.0000	-3.6619 A -3.0985	386 0
-5	-150.0000 A -120.0000	-3.0985 A -2.5352	528 0
-4	-120.0000 A -90.0000	-2.5352 A -1.9718	1272 2
-3	-90.0000 A -60.0000	-1.9718 A -1.4084	3007 5
-2	-60.0000 A -30.0000	-1.4084 A -0.8451	7526 13
-1	-30.0000 A 0.0000	-0.8451 A -0.2817	14370 26

ANEXO 2a

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calculo da anomalia Bouguer %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Luciano Montenegro Pessoa jul/94 - Curitiba/PR %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% clear;
% load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz;
% load c:\dipex\tese\gnorma84.dal;
% disp (' > Calculando Anomalia Bouguer SGR-80. ');
% disp(' ');
% G=6.672e-11;
% ro=2670;
% [l,c]=size(eg2930);
% for i=1:l,
%-----
% CA = Correcao Atmosferica.
%-----
% CA=3.4e-9*(eg2930(i,5))^2-9.67e-5*(eg2930(i,5))+.8652;
CA=0;
%-----
% CB = Conversao para calota Bouguer.
%-----
CB=(-1.06e-12*(eg2930(i,5))^4+...
4.65233e-9*(eg2930(i,5))^3-...
1.03923e-5*(eg2930(i,5))^2+...
1.974e-2*(eg2930(i,5))-1.001935)/10;
%-----
% CT = Correcao de Terreno. (INCLUIDA NESTE CALCULO!!!)
%-----
% CT=eg2930(i,7);
CT=0;
%-----
% ABouguer = Anomalia Bouguer (g + 0.30855H -2*pi*ro*G*H - gamma - CB+CA
%-----
% aboug84(i,4)=eg2930(i,6)+9.7e+05+((.30855-(2*pi*G*ro)*100000)...
% *eg2930(i,5))-normal84(i,4)+CA-CB+CT;
%-----
% Geracao do arquivo de saida.
%-----
% aboug84(i,1)=eg2930(i,3);
% aboug84(i,2)=eg2930(i,4);
% aboug84(i,3)=eg2930(i,5);
end
save c:\dipex\tese\aboug84.dat aboug84 /ascii;

```

```

clc;
echo on;
% #####
% # PACOTE DE PROGRAMAS PARA CALCULOS GRVIMETRICOS-PACGRAV #
% # ELABORADO POR LUCIANO MONTENEGRO PESSOA - AGOSTO/1994. #
% #-----#
% # O PROGRAMA UTILIZA-SE DA LEITURA DE UM ARQUIVO PADRAO #
% # GRAVIMETRIA, COM A SEGUINTE DISPOSICAO DE ELEMENTOS: #
% # #
% # COLUNAS 01-02 = Equipe Gravimetrica #
% # " 03-09 = Numero da Estacao Gravimetrica #
% # " 10-20 = Coordenada NORTE (UTM) #
% # " 21-30 = Coordenada ESTE " #
% # " 31-38 = Altitude ortometrica #
% # " 39-46 = Valor de Gravidade Observada(-970000) #
% # " 47-51 = Correcao de Terreno (CT) #
% # " 53-59 = Gravidade Normal SGR-67 (-970000) #
% # " 60-68 = Anomalia Bouguer #
% # " 69-78 = Latitude (- = SUL) #
% # " 79-87 = Longitude (- = OESTE) #
% # " 88 = Delimitador do MATLAB (;) #
% #####
%
echo off;
disp(' Pressione qualquer tecla para iniciar operacao. ');
pause;
clc;
disp('');
k=menu(' *** OPCOES DISPONIVEIS NO PROGRAMA: *** ',...
' CALCULO DE GRAVIDADE NORMAL SGR-67 ',...
' " " " " SGR-80 ',...
' CALCULO DE ANOMALIA BOUGUER SGR-67 ',...
' " " " FREE AIR SGR-67 ',...
' CALCULO DE ANOMALIA BOUGUER SGR-80 ',...
' " " " FREE AIR SGR-80 ',...
' CALCULO DA CORRECAO ATMOSFERICA -CA ',...
' CALCULO DA CORRECAO PLATO - CALOTA ',...
' CALCULO DA CONDENSACAO DE HELMERT ',...
' ACUMULA VALORES DE GRAVIDADE 30x30 ');
clc;
disp(' > Aguarde...Carregando Arquivo EG2930.XYZ. ');
disp('');
load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz;
[l,c]=size(eg2930);
if k ==1
%-----
% Gravidade Normal SGR-67.
%-----
normal67;
elseif k==2
%-----
% Gravidade Normal SGR-80.
%-----
normal84;
elseif k==3

```

```

%-----
% Anomalia Bouguer SGR-67.
%-----
normal67;
aboug67;
elseif k==4
%-----
% Anomalia FreeAir SGR-67.
%-----
normal67;
afair67;
elseif k==5
%-----
% Anomalia Bouguer SGR-80.
%-----
normal84;
aboug84;
elseif k==6
%-----
% Anomalia FreeAir SGR-80.
%-----
normal84;
afair84;
elseif k==7
%-----
% Correcao Atmosferica CA.
%-----
correat;
elseif k==8
%-----
% Correcao Plato-Calota de Bouguer.
%-----
platcal;
elseif k==9
%-----
% Condensacao de Helmert.
%-----
condhel;
elseif k==10
%-----
% Acumulacao de Valores de Gravidade.
%-----
acumulae;
end;

```

echo on;

129

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%  
% Programa de calculo dos coeficientes de um polinomio de 2o grau  
% em (X,Y) do tipo  $Z = a_0 + a_1.X + a_2.Y + a_3.X^2 + a_4.XY + a_5.Y^2$  (1)  
% a partir dos dados de anomalias Bouguer (z) geradas no programa  
% pacgrav.M. O programa pacgrav gera uma matriz com os valores  
% N E H e Aboug para o GRS 80. Os valores da gravidade normal 80  
% utilizados pelo programa PACGRAV sao calculados pelo programa  
% NORMAL84.M.  
% *****  
% Neste programa sao calculados 6 coeficientes, "C", os quais sao  
% utilizados para calculo dos valores "medios" das anomalias (amed),  
% com base na equação (1).  
% Com tais valores, calcula-se a diferenca dif = z-amed.  
% a aprtie da expressao sig = sqrt(sum(dif.^2)/(1-6)) calcula-se o  
% valor de sigma que sera comparado com abs(3*dif).  
% *****  
% Sao gerados os arquivos com os coeficientes "C"(coefgr2.dat) e a  
% matriz anomedia.dat(5125x3).  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
% Autor: Luciano Montenegro Pessoa  
% Curitiba, 14/maio/1994  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
pause;  
echo off;  
clc;  
clear;  
%-----  
disp(' > Lendo o arquivo aboug84.DAT');  
load c:\dipex\tese\aboug84.dat  
[l,c]=size(aboug84);  
%-----  
i=1:l;  
minx=min(aboug84(:,2));  
miny=min(aboug84(:,1));  
minz=min(aboug84(:,4));  
%-----  
x=(aboug84(:,2)-minx)/10000;  
y=(aboug84(:,1)-miny)/10000;  
z=aboug84(:,4);  
clear aboug84;  
%-----  
% Vetor dos somatorios  
%-----  
S(1)=sum(z);  
S(2)=sum(z.*x);  
S(3)=sum(z.*y);  
S(4)=sum(z.*(x.^2));  
S(5)=sum(x.*y.*z);  
S(6)=sum(z.*(y.^2));  
%-----  
% Matriz das equacoes normais  
%-----  
A(1,1)=1;
```

```

A(1,2)=sum(x);
A(1,3)=sum(y);
A(1,4)=sum((x).^2);
A(1,5)=sum(x.*y);
A(1,6)=sum((y).^2);
A(2,1)=A(1,2);
A(2,2)=A(1,4);
A(2,3)=A(1,5);
A(2,4)=sum((x).^3);
A(2,5)=sum(y.*(x).^2);
A(2,6)=sum(x.*(y).^2);
A(3,1)=sum(y);
A(3,2)=A(1,5);
A(3,3)=A(1,6);
A(3,4)=A(2,5);
A(3,5)=A(2,6);
A(3,6)=sum((z).^3);
A(4,1)=A(2,2);
A(4,2)=A(2,4);
A(4,3)=A(2,5);
A(4,4)=sum((x).^4);
A(4,5)=sum(y.*(x).^3);
A(4,6)=sum(((x).^2).*(y).^2);
A(5,1)=A(1,5);
A(5,2)=A(2,5);
A(5,3)=A(3,5);
A(5,4)=A(4,5);
A(5,5)=A(4,6);
A(5,6)=sum(x.*(y).^3);
A(6,1)=A(1,6);
A(6,2)=A(2,6);
A(6,3)=A(3,6);
A(6,4)=A(4,6);
A(6,5)=A(5,6);
A(6,6)=sum((y).^4);
%-----
disp(' > Matriz das Equações Normais ');
disp(A);
disp('');
%-----
disp(' > Coeficientes do Polinomio de 2o grau (X,Y)');
C=inv(A)*S';
disp(C);
%-----
for i=1:l;
amed(i,1)=C(1,1)+C(2,1)*x(i)+C(3,1)*y(i)+C(4,1)*(x(i).^2)+C(5,1)*(x(i)*y
C(6,1)*(y(i).^2);
x(i)=(x(i)*10000)+minx;
y(i)=(y(i)*10000)+miny;
end
%-----
dif=z-amed;
sig=sqrt(sum(dif.^2)/(l-6));
j=1;
for i=1:l;

```

```

    if abs(dif(i)) > 3*sig,
        res(j,1)=i;
        res(j,2)=amed(i,1);
        res(j,3)=dif(i);
        res(j,4)=sig;
        j=j+1;
    else
        end
end
disp('          > Estacoes fora da Tolerancia-Valores maiores que +- 3*
disp('');
disp(' Registro      amed      dif(i)      sigma ');
disp('');
disp(res);
disp('');
disp('                                ENTER p/ continuar');
pause;
%-----
amed=[x y z amed ];
save c:\dipex\tese\coefgr2.dat C /ascii
save c:\dipex\tese\anomedia.dat amed /ascii

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para teste de hipotese de significancia para os coe-
% ficientes de correlacao das 64 folhas da area de trabalho.
%
% Entradas: Matriz de numero de elementos por folha.
%           Matriz dos coeficientes de correlacao
%
% Saidas: estatistica "t" de Student
%         graus de liberdade.
%-----
% Curitiba, 09/1994
%-----
%
load cont.dat
load corr.dat
n=cont';
n=reshape(n,64,1);
for i=1:64,
t(i,1)=abs(corr(i,1)*(sqrt(n(i,1)-2))/(sqrt(1-corr(i,1)^2)));
fprintf('tdens.dat','%5.3f %4.0f\n',t(i,1),n(i,1)-2)
end
clear

```

```

echo on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de checagem de altitudes do arquivo grav2930.dat      %
%                                                                %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Curitiba, 10/08/1994
%
echo off;
disp ( ' > Lendo arquivo de dados.' );
disp ( '' );
load c:\dipex\eg2930\grav2930.dat
[l,c]=size(grav2930);
disp ( ' > Num de linhas do arquivo lido: ' ); l
disp ( '' );
j=1;
for i=1:l,
    if (grav2930(i,5) < 300),
        alt(j,1)=grav2930(i,1);
        alt(j,2)=grav2930(i,2);
        alt(j,3)=grav2930(i,3);
        alt(j,4)=grav2930(i,4);
        alt(j,5)=grav2930(i,5);
        j=j+1;
    else
        end
end;
save c:\dipex\eg2930\testealt.dat alt /ascii

```

```

clear
for i=1:50,
d(i,1)=10*i;
eniv3(i,1)=1.5*sqrt(d(i,1));
egps1(i,1)=5+sqrt(1/((d(i,1))))*d(i,1);
egps2(i,1)=5+sqrt(1/((2*d(i,1))))*d(i,1);
eniv5(i,1)=2*sqrt(d(i,1));
end
plot(d(:,1),eniv3(:,1),d(:,1),eniv5(:,1),d(:,1),egps1(:,1),d(:,1),egps2(:,1));
grid
xlabel(' Distancias em Km');
ylabel(' erro esperado em mm ');
title(' Comportamento dos erros GPS & Niv. Geometrico');
pause
loglog(d(:,1),eniv3(:,1),d(:,1),eniv5(:,1),d(:,1),egps1(:,1),d(:,1),egps2(:,1));
xlabel(' Distancias em Km');
ylabel(' erro esperado em mm ');
title(' Comportamento dos erros GPS & Niv. Geometrico');
grid

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calculo de ondulacoes atraves da integral de Stokes no
% de uma superficie de 3 x 3 aproximadamente (1' x 1')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc
clear;
disp(' > Lendo arquivo residual.dat ');
disp('');
load c:\osu91\dat\mat\res.mat;
disp(' > Lendo arquivo Ngrid');
disp('');
load c:\osu91\dat\mat\gn.mat;
disp(' > Lendo arquivo Egrid');
disp('');
load c:\osu91\dat\mat\ge.mat;
clc;
t0=clock;
dx=1704.84;
dy=1862.68;

for i=31:150,
    for j=31:150,
        Ni(i,j)=sqrt(dx*dy)*res(i,j)/(979001.45*sqrt(pi));
        somat=0;
        ti=clock;
        for k=i-30:(i+30),
            for l=j-30:(j+30),
                ra=res(k,l)*dx*dy;
                if (k==i) & (l==j),
                    ra=0;
                    d2=1;
                else
                    d2=(gn(i,j)-gn(k,l))^2+(ge(i,j)-ge(k,l))^2;
                end
                somat=somat+ra/sqrt(d2);
            end
        end
        Nresid(i,j)=somat/(2*pi*979001.45)+Ni(i,j);

%         tf=clock;
%         td=etime(tf,t0)/60;
%         tc=etime(tf,ti);
%         tp=14400*tc/60;
%         fprintf(' > Nresid  %3.1f %3.1f %4.3f\n',i,j,Nresid(i,j));
%         fprintf(' > Tempo utilizado no calculo      (seg.) -> %3.2f\n',tc);
%         fprintf(' > Tempo decorrido do inicio      (min.) -> %3.2f\n',td);
%         fprintf(' > Tempo previsto para o calculo (min.) -> %3.2f\n',tp)
%         fprintf('c:\osu91\N0.mat',' %10.1f %9.1f %4.2f\n'...
%             ,gn(i,j),ge(i,j),Nresid(i,j));
    end
end

for i=31:150,
    for j=31:150,
        fprintf('c:\osu91\dat\mat\Nres120a.mat',' %10.1f %9.1f %4.2f\n'...
            ,gn(i,j),ge(i,j),Nresid(i,j));
    end
end

```



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Program de Calculo da Anomalia Residual
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc;
disp(' > Carregando GRID de altitudes');
disp('');
load c:\dipex\tese\terreno\alt.dat;
disp(' > Carregando arquivo de anomalias Bouguer');
disp('');
load c:\dipex\tese\mod\boug80c.dat;
disp(' > Carregando GRID de densidades');
disp('');
load c:\dipex\tese\densi\den.dat;
disp(' > Carregando GRID de anomalias do modelo');
disp('');
load c:\dipex\tese\mod\mo.dat;
[l,c]=size(boug80c);
for i=1:l,
b(i,1)=boug80c(i,3);
end
clear boug80c;
G=6.672e-11;
bgrid=rot90(reshape(b,90,90));
%-----
for j=1:90,
    for k=1:90,

        CB=(-1.06e-12*(alt(j,k))^4+...
        4.65233e-9*(alt(j,k))^3-...
        1.03923e-5*(alt(j,k))^2+...
        1.974e-2*(alt(j,k))-1.001935)/10;

        resid(j,k)=bgrid(j,k)+2*pi*G*den(j,k)*1e+08*alt(j,k)-mo(j,k)+CB;
    end
end
end

```

```

clc;
echo on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para reagrupar pontos digitalizados a partir de 1:100000
% (folha completa) para quatro subdivisoes iguais da folha. O arquivo
% com extensao .RD1 correspondera ao quadrante inferior esquerdo da
% folha, sendo os demais numerados RD2, RD3 e RD4 no sentido anti-hora-
% rio. O arquivo de entrada sera ENTRADA.XYZ.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
echo off;
%-----
disp( '> Carregando arquivo c:\matlab\bin\ENTRADA.XYZ');
load c:\matlab\bin\ENTRADA.xyz;
disp( '> Final de carregamento. ');
[n,c] = size(ENTRADA);
disp('');
fprintf( '> Linhas do arquivo ENTRADA.XYZ => %6.0f linhas',n)
disp('');
disp( '> Posicao central da folha . ');
disp('');
N5=input( ' Coordenada NORTE (Posicao central) ? => ');
E5=input( ' Coordenada ESTE (Posicao central) ? => ');
%-----
for i=1:n,
    if (ENTRADA(i,1)<=N5) & (ENTRADA(i,2)<=E5),
        fprintf( 'SAIDA.RD1', '%11.2f %11.2f %7.2f \n', ENTRADA(i,1), ...
            ENTRADA(i,2), ENTRADA(i,3));

    elseif (ENTRADA(i,1)<=N5) & (ENTRADA(i,2)>=E5),
        fprintf( 'SAIDA.RD2', '%11.2f %11.2f %7.2f \n', ENTRADA(i,1), ...
            ENTRADA(i,2), ENTRADA(i,3));

    elseif (ENTRADA(i,1)>=N5) & (ENTRADA(i,2)>=E5),
        fprintf( 'SAIDA.RD3', '%11.2f %11.2f %7.2f \n', ENTRADA(i,1), ...
            ENTRADA(i,2), ENTRADA(i,3));

    elseif (ENTRADA(i,1)>=N5) & (ENTRADA(i,2)<=E5),
        fprintf( 'SAIDA.RD4', '%11.2f %11.2f %7.2f \n', ENTRADA(i,1), ...
            ENTRADA(i,2), ENTRADA(i,3));
    else
        end
end
disp('');
fprintf( ' N medio = %11.2f ', N5);
fprintf( ' E medio = %10.2f ', E5);

```

```

,%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%139
, Programa para calculo da gravidade normal WGS84-FONTE DMA TR 8350 2%
, DMA Technical Report pp 4.16-4 17- 1987. %
, %
, O programa cria um vetor (1600x3) com os elementos sendo as lati- %
, tudes dos pontos do GRID entre -24 5 e -26 5 em intervalos de 3', %
, as longitudes com o mesmo intervalo e os valores da gravidade nor- %
, mal referidas ao grs-80 %
, %
, Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba abr/1994 %
, %
,%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
,
    l=1
    for k=2 41,
        lon(1)=307 5,
        lat(1)=-24 55,
        mlat(1)=lat(1)*p1/180,
        for j=2 40,
            lat(j)=lat(j-1)-0 05,
            mlat(j)=lat(j)*p1/180;
        end
        lon(k)=lon(k-1)+.05,

Calculo da gravidade normal (grs-80)

    for i=1 40,
        gnormal(i)=978032 67714*(1+0 00193185138639*(sin(mlat(i)))^2)
        /sqrt(1-0 00669437999013*(sin(mlat(i)))^2),
        gridnorm(1,1)=lat(i),
        gridnorm(1,2)=lon(k),
        gridnorm(1,3)=gnormal(i);
        if(i<1600) i=i+1;
    else
    end,
    end
    end
    save c \dipex\tese\latlonor gri gridnorm /ascii
    clear

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 140
% Programa para calculo da gravidade normal 1967 %%%%%%%%%%%%%%%
%
% Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba dez/1993 %%%
% Forma alternativa sugerida por Gemacl, 1981 pag 3 14
% Modificado em 11/08/1994 para PACGRAV.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% load c \dipex\eg2930\eg2930.xyz
disp (' > Calculando Gravidade Normal SGR-67 '),
format long,
for i=1 l,
    eg2930(i,10)=eg2930(i,10)*pi/180;
    normal67(i,4)=978031 846*(1+0 005278895*(sin(eg2930(i,10)))^2.
    +0 000023462*(sin(eg2930(i,10)))^4),
    normal67(i,1)=eg2930(i,10)*180/pi,
    normal67(i,2)=eg2930(i,11)+360;
    normal67(i,3)=eg2930(i,6)+9.7e+05;
end
save c.\dipex\tese\normal67.dat normal67 /ascii,

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%141
, Programa para calculo da gravidade normal WGS84-FONTE DMA TR 8350.2%
, DMA Technical Report pp. 4.16-4 17- 1987 %
, %
, A partir do arquivo eg2930.xyz, cria-se o arquivo gnorma84 dat, com %
, os elementos dispostos em Latitude Longitude gobservada e gnormal %
, %
, Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba abr/1994 %%%%%%%%%%
, Modificado para o arquivo maior em 08/94 %
, %%%%%%%%%%%%%%%
,
, load c \dipex\eg2930\eg2930 xyz
, [l,c]=size(eg2930),
, disp(' > Calculando Gravidade Normal SGR-80. '),
, disp(''),
, for i=1 l,
,     eg2930(i,10)=eg2930(i,10)*pi/180;
,     normal84(i,4)=978032 67714*(1+0.00193185138639*(sin(eg2930(i,10)))^2)
,     /sqrt(1-0 00669437999013*(sin(eg2930(i,10)))^2),
,     normal84(i,1)=eg2930(i,10)*180/pi,
,     normal84(i,2)=eg2930(i,11)+360;
,     normal84(i,3)=eg2930(i,6)+9 7e+05,
, end
, save c \dipex\tese\normal84.dat normal84 /ascii,

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 142
% Calculo da anomalia Free-air %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Luciano Montenegro Pessoa dez/93 - Curitiba/PR %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Modificado em 11/08/94 com inclusao da correcao atmosferica %
% calculada por Montenegro com base nos valores interpolados da ta- %
% bela da AIG. Formula semelhante foi proposta por Winchlecharoen(1982) %
% Ver MORITZ(1980,p 423) %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% clear,
% load c \dipex\eg2930\eg2930.xyz,
% load c \dipex\tese\normal84.dat,
% [l,c]=size(eg2930),
% disp (' > Calculando Anomalia Free-Air SGR-80.'),
% disp ('');
for i=1:l,
    CA=3 4e-9*(eg2930(i,5))^2-9.67e-5*(eg2930(i,5))+.8652;
    afair84(i,4)=eg2930(i,6)+970000+ 3086*eg2930(i,5)-normal84(i,4)+CA,
    afair84(i,1)=eg2930(i,3);
    afair84(i,2)=eg2930(i,4);
    afair84(i,3)=eg2930(i,5);
end
save c:\dipex\tese\afair84.dat afair84 /ascii,

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para calculo da gravidade normal 1967  %%%%%%%%%%%
%
% Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba dez/1993 %
% Forma alternativa sugerida por Gemacl, 1981 pag. 3.14
% Modificado em 11/08/1994 para PACGRAV
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% load c \dipex\eg2930\eg2930.xyz
disp (' > Calculando Gravidade Normal SGR-67 '),
format long,
for i=1 l,
    eg2930(i,10)=eg2930(i,10)*p1/180,
    gnormal(i,4)=978031.846*(1+0.005278895*(sin(eg2930(i,10)))^2
    +0.000023462*(sin(eg2930(i,10)))^4);
    gnormal(i,1)=eg2930(i,10)*180/p1,
    gnormal(i,2)=eg2930(i,11)+360;
    gnormal(i,3)=eg2930(i,6)+9.7e+05;
end
save c:\dipex\tese\normal67.dat gnormal /ascii
clear gnormal,

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 144
% Programa para calculo da gravidade normal WGS84-FONTE DMA TR 8350 2%
% DMA Technical Report pp. 4.16-4.17- 1987 %
%
% A partir do arquivo eg2930.xyz, cria-se o arquivo gnorma84.dat, com %
% os elementos dispostos em. Latitude Longitude gobservada e gnormal %
%
% Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba abr/1994 %%%%%%%%%%
% Modificado para o arquivo maior em 08/94 %
% %%%%%%%%%%%%%%%
%
% load c \dipex\eg2930\eg2930.xyz
% [l,c]=size(eg2930);
% disp(' > Calculando Gravidade Normal SGR-80. '),
% disp(''),
% for i=1 l,
%     eg2930(i,10)=eg2930(i,10)*p1/180;
%     gnormalg(i,4)=978032.67714*(1+0.00193185138639*(sin(eg2930(i,10)))^2)
%     /sqrt(1-0.00669437999013*(sin(eg2930(i,10)))^2);
%     gnormalg(i,1)=eg2930(i,10)*180/p1,
%     gnormalg(i,2)=eg2930(i,11)+360;
%     gnormalg(i,3)=eg2930(i,6)+9.7e+05;
% end
% clear eg2930
% save c \dipex\tese\normal84.dat gnormalg /ascii;
% clear gnormalg;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para calculo da gravidade normal 1967  %%%%%%%%%%%%%%
%
% Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba dez/1993 %%%%%%%%%
% Forma alternativa sugerida por Gemacl, 1981 pag  3 14      %
% %%%%%%%%%%%%%%

```

145

```

load c.\dipex\eg2930\eg2930.xyz
format long;
for i=1 1447,
eg2930(i,11)=eg2930(i,11)*p1/180;
gnormal(i,1)=978031 846*(1+0.005278895*(sin(eg2930(i,11))))^2 .
+0 000023462*(sin(eg2930(i,11)))^4);
end
clear eg2930
save c \dipex\tese\gnormala.dat /ascii
clear

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 146
% Programa para calculo da gravidade normal WGS84-FONTE DMA TR 8350 2%
% DMA Technical Report pp 4 16-4.17- 1987. %
% %
% O programa cria uma matriz (40x40) com os elementos sendo as lati- %
% tudes dos pontos do GRID entre -24.5 e -26 5 em intervalos de 3' %
% %
% Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba dez/1993 %
% %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
```

```

    lat (1,1)=-24 55*p1/180,
    for j=2 40,
        lat(1,j)=lat(1,j-1)-0 05*p1/180;
    end
    for i=1 40,
        for j=1 40,
            mlat(1,j)=lat(1,j),
        end
    end
    mlat=mlat',
```

Calculo da gravidade normal (WGS-84)

```

    for i=1 40,
        for j=1 40,
            gnormal(1,j)=978032 67714*(1+0.00193185138639*(sin(mlat(1,j)))^2)
            /sqrt(1-0 00669437999013*(sin(mlat(1,j)))^2),
        end
    end
    save c:\dipex\tese\gnorma84 gr1 gnormal /ascii
    clear
```

```
%-----  
% Calculo do efeito indireto  
%  
% A expressao utilizada e a proposta por Grushinky (Zhao, p.19)  
%  $dN = \pi * G * h^2 * \text{densi} / \text{gama}$   
%-----  
% Curitiba 07/01/95  
clc  
load c:\osu91\dat\mat\altit180.mat  
load c:\osu91\dat\mat\densi180.mat  
G=6.672e-11;  
gama=979001.45;  
for i=1:180,  
    for j=1:180,  
         $dN(i,j) = (\text{densi180}(i,j) * 1e+03 * G * 1e+05 * \pi * (\text{altit180}(i,j))^2) / \text{gama};$   
    end  
end  
save c:\osu91\dat\mat\dN.mat dN /ascii;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para plotagem da funcao de STOKES completa e
% funcao modificada (aproximacao plana)
%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear
R=6371;
for i =1:50,
d(i)=i*2.125;
p(i)=i/10000;
s(i)=1/(sin(p(i)/2))-sin(p(i)/2)+1-5*cos(p(i))...
-3*cos(p(i))*log(sin(p(i)/2)+(sin(p(i)/2))^2);
f(i)=(2*R/d(i));
end
plot(p(:)*R,s(:));
grid
pause
plot(d(:),f(:));
grid
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calculo da anomalia compensada da diferenca de densidade %%%%%%%%%%%
% Luciano Montenegro Pessoa dez/93 - Curitiba/PR %%%%%%%%%%%
% Modificado em 11/08/94 com inclusao da correcao atmosferica %
% calculada por Montenegro com base nos valores interpolados da ta- %
% bela da AIG. Formula semelhante foi proposta por Winchiercharoen(1982).%
% Ver MORITZ(1980,p.423). Foi iccluido o termo 2*pi*G*H*(ro(i)-ro0). %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% clear;
% load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz;
% load c:\dipex\tese\normal84.dat;
% load c:\dipex\tese\bouggeo\boug.dat;
[l,c]=size(eg2930);
disp (' > Calculando Anomalia Compensada SGR-80. ');
disp (' ');
G=6.672e-08;
for i=1:l,
    CD=2*pi*eg2930(i,5)*G*(boug(i,5)-2.670)*1e+05;
    CA=3.4e-9*(eg2930(i,5))^2-9.67e-5*(eg2930(i,5))+.8652;
    afair84(i,4)=eg2930(i,6)+970000+.30855*eg2930(i,5)-normal84(i,4)+CA-CD;
    afair84(i,1)=eg2930(i,3);
    afair84(i,2)=eg2930(i,4);
    afair84(i,3)=eg2930(i,5);
end
save c:\dipex\tese\faircomp.dat afair84 /ascii;

```

```

clc;
clear;
disp ( '          PROGRAMA DE ELIMINACAO E CRITICA DE DADOS');
echo on;
%-----
% Este programa gera uma matriz de nome SAIDA, com m elementos
% do arquivo ENTRADA.TOT, sendo um elemento do arquivo
% SAIDA para cada n/m elementos do arquivo ENTRADA.TOT.
% Eh executada uma critica dos valores das coordenadas
% a partir das coordenadas maximas e minimas da folha. Pode-se
% efetuar uma conversao de formato atraves do programa CONVERTE.M
%-----
% Elaborado em 26/10/1993 - Luciano M.C. Pessoa.
% Ultima atualizacao em 17/02/94.
%-----
echo off;
%-----
% Entrada de valores para Leitura e Critica.
%-----
disp( '> Carregando arquivo c:\matlab\bin\ENTRADA.XYZ');
load c:\matlab\bin\ENTRADA.xyz;
[n,c] = size(ENTRADA);
disp('');
fprintf('> O arquivo ENTRADA.XYZ possui %6.0f linhas',n)
disp('');
m=input( ' Numero de linhas do arquivo SAIDA ? => ');
disp('');
maxN=input(' Coordenada NORTE limite (maxima) ? => ');
maxE=input(' Coordenada ESTE limite (maxima) ? => ');
minN=input(' Coordenada NORTE limite (minima) ? => ');
minE=input(' Coordenada ESTE limite (minima) ? => ');
%-----
disp('');
r=n/m;
disp ('> Final de carregamento. ');
disp('');
disp('> Inicio da critica ');
k=1;j=1;o=1;p=1;
for i=1:n,
    if (ENTRADA(i,1) > maxN),
        acimaN(j,1)=ENTRADA(i,1);
        j=j+1;
    else
        end
    if (ENTRADA(i,2) > maxE),
        acimaE(k,1)=ENTRADA(i,2);
        k=k+1;
    else
        end
    if (ENTRADA(i,1) < minN),
        abaixoN(o,1)=ENTRADA(i,1);
        o=o+1;
    else
        end
    if (ENTRADA(i,2) < minE),
        abaixoE(p,1)=ENTRADA(i,2);
        p=p+1;
    else

```

```

end
end
disp('> Final da critica');
disp('');
disp(' Gerando Arquivo SAIDA.XYZ');
for i=0:m-1,
    k=round(i*r)+1;
    for j=1:3,
        SAIDA(i+1,j)=ENTRADA(k,j);
    end
end
end
MAX=max(SAIDA);
MIN=min(SAIDA);
clear ENTRADA;
save c:\matlab\bin\acimaN acimaN /ascii;
save c:\matlab\bin\acimaE acimaE /ascii;
save c:\matlab\bin\abaixoN abaixoN /ascii;
save c:\matlab\bin\abaixoE abaixoE /ascii;
clear acimaN;
clear acimaE;
clear abaixoN;
clear abaixoE;
disp(' Valores Maximos do arquivo SAIDA:');
MAX
disp(' Valores Minimos do arquivo SAIDA');
MIN
save c:\matlab\bin\SAIDA.XYZ SAIDA /ascii;
disp('');
q=input(' Converter SAIDA.XYZ para formato PETROMAP ?(1)SIM (2)NAO ');
if q==1,
    converte;
else
end
end
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo das diferencas das ondulacoes geoidais
% com ordenacao das distancias. Os valores das ondulacoes
% geoidais (NOSU91) foram obtidos do de interpolacoes sobre mapa.
% Ao final sao gerados graficos com as diferencas em funcao das
% distancias entre os pontos e estatisticas.
% -----
% Luciano Montenegro Pessoa Ctba, 09/94
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
clc;
clear;
load c:\OSU91\altit_to.da6;
%-----
d=(altit_to);
%-----
for i=1:31,
    for j=1:31,
        if i > j,
            dGeob(i,j)=d(i,6)-d(j,6);
            dhGeob(i,j)=d(i,2)-d(j,2);
            dHort(i,j)=d(i,1)-d(j,1);
            dist(i,j)=sqrt((d(i,4)-d(j,4))^2+(d(i,5)-d(j,5))^2);
        else
            end
        end
    end
end
%-----
dGeob=reshape(dGeob,930,1);
dhGeob=reshape(dhGeob,930,1);
dHort=reshape(dHort,930,1);
dist=reshape(dist,930,1);
k=1;
%-----
for i=1:930,
    if dGeob(i,1) ~= 0,
        dGeobr(k,1)=dGeob(i,1);
        dhGeobr(k,1)=dhGeob(i,1);
        dHortr(k,1)=dHort(i,1);
        distr(k,1)=dist(i,1);
        k=k+1;
    end
end
%-----
[Xdist L]=sort(distr);
[l c]=size(distr);
difobs=dhGeobr-dHortr;
for i=1:l;
    difobord(i,1)=difobs(L(i,1),1);
    dGeobord(i,1)=dGeobr(L(i,1),1);
end;
%-----
dtot=[difobord dGeobord Xdist];
[l c] = size(dtot);
dacum=zeros(24,3);
cont=zeros(24,1);
for i=1:l,
    pont=round(dtot(i,3)/10000+0.5);

```

```

dacum(pont,1)=dacum(pont,1)+abs(dtot(i,1));
dacum(pont,2)=dacum(pont,2)+abs(dtot(i,2));
dacum(pont,3)=dacum(pont,3)+abs(dtot(i,3));
cont(pont,1)=cont(pont,1)+1;
end
for i=1:24,
dmed(i,1)=dacum(i,1)/cont(i,1);
dmed(i,2)=dacum(i,2)/cont(i,1);
dmed(i,3)=dacum(i,3)/cont(i,1);
end
c1=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),1)
c2=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),2)
pause
cmed1=polyval(c1,dmed(:,3));
cmed2=polyval(c2,dmed(:,3));
plot(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),'x',dmed(:,3),cmed1,'b'...
,dmed(:,3),cmed2)
title(' Comportamento do Erro Relativo x Distancias (MOD95) ');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas GPS - Modelo (m) ');
grid
pause
%-----
med=mean(dtot);
dp=std(dtot);
maxs=max(dtot);
mins=min(dtot);
%-----
clc;
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS DIFERENCAS RELATIVAS <<<<');
disp('');
disp('          dNRef      dNMod95  Distancias');
disp('          -----');
fprintf(' >>   Medias      | %5.2f %5.2f %10.2f | \n', med(1,1), med(1,2), med(1,3));
fprintf(' >>   Desvios     | %5.2f %5.2f %10.2f | \n', dp(1,1), dp(1,2), dp(1,3));
fprintf(' >>   Maximos      | %5.2f %5.2f %10.2f | \n', maxs(1,1), maxs(1,2), maxs(1,3));
fprintf(' >>   Minimais     | %5.2f %5.2f %10.2f | \n', mins(1,1), mins(1,2), mins(1,3));
disp('          -----');
disp('');
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
%-----
[ll c]=size(dGeobr);
for i=1:ll,
dobsrel(i,1)=dtot(i,1)/dtot(i,3);
dGeobrel(i,1)=dtot(i,2)/dtot(i,3);
end
for i=1:ll;
X(i,1)=i;
end
plot(X(:,1),difobs(:,1),X(:,1),dGeobr(:,1));
title('DIFERENCAS (dh_WGS-dH_ort) & dN_Mod95');
grid
ylabel('Diferencas (m)');
clear X;
pause
plot(dtot(:,3),dtot(:,1),'o',dtot(:,3),dtot(:,2),'+b');

```

```

title('COMPORTAMENTO DE dN x DISTANCIAS');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas entre Ondulacoes Geoidais (dN)');
grid
pause
%-----
disp('');
for i=1:31,
NGeob(i,1)=d(i,2)-d(i,1);
Nmap(i,1)=d(i,6);
end;
DN=NGeob-Nmap;
med=mean(DN);
dp=std(DN);
maxs=max(DN);
mins=min(DN);
%-----
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS OND. ABSOLUTAS (Mod95) <<<<');
disp('');
fprintf(' >> Media %5.2f\n\n',med(1,1));
fprintf(' >> Desvio %5.2f\n',dp(1,1));
fprintf(' >> Maximo %5.2f\n',maxs(1,1));
fprintf(' >> Minima %5.2f\n',mins(1,1));
disp('-----')
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
plot(DN,'+r')
title('Diferencas entre Ondulacoes "absolutas" ');
xlabel(' Numero de observacoes');
ylabel(' Diferencas Nref - N_Mod95 ');
grid
pause
%-----
load c:\osu91\altit_ns.da6;
load c:\osu91\altit_ol.da6;
for i=1:15;
altit_ns(i,5)=altit_ns(i,2)-altit_ns(i,1);
end
for i=1:11;
altit_ol(i,5)=altit_ol(i,2)-altit_ol(i,1);
end
%-----
medaltns=mean(altit_ns(:,1));
medaltol=mean(altit_ol(:,1));
stdaltns=std(altit_ns(:,1));
stdaltol=std(altit_ol(:,1));
mednns=mean(altit_ns(:,5));
mednol=mean(altit_ol(:,5));
stdnns=std(altit_ns(:,5));
stdnol=std(altit_ol(:,5));
medNns=mean(altit_ns(:,4));
medNol=mean(altit_ol(:,4));
stdNns=std(altit_ns(:,4));
stdNol=std(altit_ol(:,4));
%-----
for i=1:15,

```

```

xn(i,1)=i;
altredns(i,1)=(altit_ns(i,1)-medaltns)/stdaltns;
nredns(i,1)=(altit_ns(i,5)-mednns)/stdnns;
Nredns(i,1)=(altit_ns(i,4)-medNns)/stdNns;
end
%-----
for i=1:11,
xo(i,1)=i;
altredol(i,1)=(altit_ol(i,1)-medaltol)/stdaltol;
nredol(i,1)=(altit_ol(i,5)-mednol)/stdnol;
Nredol(i,1)=(altit_ol(i,4)-medNol)/stdNol;
end
plot(xn(:,1),altredns(:,1),xn(:,1),nredns(:,1),xn(:,1),Nredns(:,1));
title(' Comportamento N - S');
grid
pause
%-----
plot(xo(:,1),altredol(:,1),xo(:,1),nredol(:,1),xo(:,1),Nredol(:,1));
title(' Comportamento O - L');
grid
pause
cns=corrcoef(altit_ns(:,1),altit_ns(:,5));
col=corrcoef(altit_ol(:,1),altit_ol(:,5));
disp('');
clear L;
%-----
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao N-S %5.2f\n',cns(1,2));
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao O-L %5.2f\n',col(1,2));
plot(altit_to(:,3),NGeob(:,1),'og',altit_to(:,3),altit_to(:,6),'+');
title(' hWGS x Nobs (o) - hWGS x NMod95 (+)');
pause
csa=corrcoef(altit_to(:,3),NGeob(:,1));
cwg=corrcoef(altit_to(:,3),altit_to(:,6));
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X Nobs %5.2f\n',cwg(2,1));
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X NMod95 %5.2f\n',...
csa(2,1));

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo das diferencas das ondulacoes geoidais
% com ordenacao das distancias. Os valores das ondulacoes
% geoidais (NGEMT3) foram obtidos do de interpolacoes sobre mapa.
% Ao final sao gerados graficos com as diferencas em funcao das
% distancias entre os pontos e estatisticas.
% -----
% Luciano Montenegro Pessoa Ctba, 09/94
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
clc;
clear;
load c:\dipex\tese\gpsrn\gem-t3m\altit_to.da4;
%-----
d=(altit_to);
%-----
for i=1:31,
    for j=1:31,
        if i > j,
            dGeob(i,j)=d(i,6)-d(j,6);
            dhGeob(i,j)=d(i,2)-d(j,2);
            dHort(i,j)=d(i,1)-d(j,1);
            dist(i,j)=sqrt((d(i,4)-d(j,4))^2+(d(i,5)-d(j,5))^2);
        else
            end
        end
    end
end
%-----
dGeob=reshape(dGeob,930,1);
dhGeob=reshape(dhGeob,930,1);
dHort=reshape(dHort,930,1);
dist=reshape(dist,930,1);
k=1;
%-----
for i=1:930,
    if dGeob(i,1) ~= 0,
        dGeobr(k,1)=dGeob(i,1);
        dhGeobr(k,1)=dhGeob(i,1);
        dHortr(k,1)=dHort(i,1);
        distr(k,1)=dist(i,1);
        k=k+1;
    end
end
%-----
[Xdist L]=sort(distr);
[l c]=size(distr);
difobs=dhGeobr-dHortr;
for i=1:l;
    difobord(i,1)=difobs(L(i,1),1);
    dGeobord(i,1)=dGeobr(L(i,1),1);
end;
%-----
dtot=[difobord dGeobord Xdist];
[l c] = size(dtot);
format long;
dacum=zeros(24,3);
cont=zeros(24,1);
for i=1:l,

```

```

pont=round(dtot(i,3)/10000+0.5);
dacum(pont,1)=dacum(pont,1)+abs(dtot(i,1));
dacum(pont,2)=dacum(pont,2)+abs(dtot(i,2));
dacum(pont,3)=dacum(pont,3)+abs(dtot(i,3));
cont(pont,1)=cont(pont,1)+1;
end
for i=1:24,
dmed(i,1)=dacum(i,1)/cont(i,1);
dmed(i,2)=dacum(i,2)/cont(i,1);
dmed(i,3)=dacum(i,3)/cont(i,1);
end
c1=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),1)
c2=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),2)
pause
cmed1=polyval(c1,dmed(:,3));
cmed2=polyval(c2,dmed(:,3));
plot(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),'x',dmed(:,3),cmed1,'b'...
,dmed(:,3),cmed2);
title(' Comportamento do Erro Relativo x Distancias (GEMT3) ');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas GPS - Modelo (m) ');
grid
pause

%-----
med=mean(dtot);
dp=std(dtot);
maxs=max(dtot);
mins=min(dtot);
%-----
clc;
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS DIFERENCAS RELATIVAS <<<<');
disp('');
disp('          dNGeob  dNGem  Distancias');
disp('          -----');
fprintf(' >>   Medias      | %5.2f %5.2f %10.2f | \n',med(1,1),med(1,2),med(1,3));
fprintf(' >>   Desvios     | %5.2f %5.2f %10.2f | \n',dp(1,1),dp(1,2),dp(1,3));
fprintf(' >>   Maximos      | %5.2f %5.2f %10.2f | \n',maxs(1,1),maxs(1,2),maxs(1,3));
fprintf(' >>   Minimais     | %5.2f %5.2f %10.2f | \n',mins(1,1),mins(1,2),mins(1,3));
disp('          -----');
disp('');
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
%-----
[ll c]=size(dGeobr);
for i=1:ll,
dobsrel(i,1)=dtot(i,1)/dtot(i,3);
dGeobrel(i,1)=dtot(i,2)/dtot(i,3);
end
for i=1:ll;
X(i,1)=i;
end
plot(X(:,1),difobs(:,1),X(:,1),dGeobr(:,1));
title('DIFERENCAS (dh_WGS-dH_ort) & dN_GemT3');
grid
ylabel('Diferencas (m)');
clear X;

```

```

pause
plot(dtot(:,3),dtot(:,1),'o',dtot(:,3),dtot(:,2),'+b');
title('COMPORTAMENTO DE dN x DISTANCIAS');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas entre Ondulacoes Geoidais (dN)');
grid
pause
%-----
disp('');
for i=1:31,
NGeob(i,1)=d(i,2)-d(i,1);
Nmap(i,1)=d(i,6);
end;
DN=NGeob-Nmap;
med=mean(DN);
dp=std(DN);
maxs=max(DN);
mins=min(DN);
%-----
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS ONDULACOES ABSOLUTAS<<<<');
disp('');
fprintf(' >> Media %5.2f\n\n',med(1,1));
fprintf(' >> Desvio %5.2f\n',dp(1,1));
fprintf(' >> Maximo %5.2f\n',maxs(1,1));
fprintf(' >> Minima %5.2f\n',mins(1,1));
disp('-----')
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
plot(DN,'+r')
title('Diferencas entre Ondulacoes "absolutas" ');
xlabel(' Numero de observacoes');
ylabel(' Diferencas Ngps - NGemT3 ');
grid
pause
%-----
load c:\dipex\tese\gpsrn\gem-t3m\altit_ns.da4;
load c:\dipex\tese\gpsrn\gem-t3m\altit_ol.da4;
for i=1:15;
altit_ns(i,5)=altit_ns(i,2)-altit_ns(i,1);
end
for i=1:11;
altit_ol(i,5)=altit_ol(i,2)-altit_ol(i,1);
end
%-----
medaltns=mean(altit_ns(:,1));
medaltol=mean(altit_ol(:,1));
stdaltns=std(altit_ns(:,1));
stdaltol=std(altit_ol(:,1));
mednns=mean(altit_ns(:,5));
mednol=mean(altit_ol(:,5));
stdnns=std(altit_ns(:,5));
stdnol=std(altit_ol(:,5));
medNns=mean(altit_ns(:,4));
medNol=mean(altit_ol(:,4));
stdNns=std(altit_ns(:,4));
stdNol=std(altit_ol(:,4));

```

```

%-----
for i=1:15,
xn(i,1)=i;
altredns(i,1)=(altit_ns(i,1)-medaltns)/stdaltns;
nredns(i,1)=(altit_ns(i,5)-mednns)/stdnns;
Nredns(i,1)=(altit_ns(i,4)-medNns)/stdNns;
end
%-----
for i=1:11,
xo(i,1)=i;
altredol(i,1)=(altit_ol(i,1)-medaltol)/stdaltol;
nredol(i,1)=(altit_ol(i,5)-mednol)/stdnol;
Nredol(i,1)=(altit_ol(i,4)-medNol)/stdNol;
end
plot(xn(:,1),altredns(:,1),xn(:,1),nredns(:,1),xn(:,1),Nredns(:,1));
title(' Comportamento N - S');
grid
pause
%-----
plot(xo(:,1),altredol(:,1),xo(:,1),nredol(:,1),xo(:,1),Nredol(:,1));
title(' Comportamento O - L');
grid
pause
cns=corrcoef(altit_ns(:,1),altit_ns(:,5));
col=corrcoef(altit_ol(:,1),altit_ol(:,5));
disp('');
clear L;
%-----
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao N-S. %5.2f\n',cns(1,2));
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao O-L %5.2f\n',col(1,2));
plot(altit_to(:,3),NGeob(:,1),'og',altit_to(:,3),altit_to(:,6),'+');
title(' hWGS x NGeob (o) - hWGS x NGEMT3 (+)');
pause
csa=corrcoef(altit_to(:,3),NGeob(:,1));
cwg=corrcoef(altit_to(:,3),altit_to(:,6));
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X Nobs');
fprintf(' > %5.2f\n',csa(2,1))
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X NGeob');
fprintf(' > %5.2f\n',cwg(2,1))

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo das diferencas das ondulações geoidais
% com ordenação das distancias. Os valores das ondulações
% geoidais (Ngeob) foram obtidos do de interpolações sobre mapa.
% Ao final são gerados graficos com as diferencas em funcao das
% distancias entre os pontos estatisticas.
% -----
% Luciano Montenegro Pessoa Ctba, 09/94
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
clc;
clear;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_to.da3;
%-----
d=(altit_to);
%-----
for i=1:31,
    for j=1:31,
        if i > j,
            dGeob(i,j)=d(i,6)-d(j,6);
            dhGeob(i,j)=d(i,2)-d(j,2);
            dHort(i,j)=d(i,1)-d(j,1);
            dist(i,j)=sqrt((d(i,4)-d(j,4))^2+(d(i,5)-d(j,5))^2);
        else
            end
        end
    end
end
%-----
dGeob=reshape(dGeob,930,1);
dhGeob=reshape(dhGeob,930,1);
dHort=reshape(dHort,930,1);
dist=reshape(dist,930,1);
k=1;
%-----
for i=1:930,
    if dGeob(i,1) ~= 0,
        dGeobr(k,1)=dGeob(i,1);
        dhGeobr(k,1)=dhGeob(i,1);
        dHortr(k,1)=dHort(i,1);
        distr(k,1)=dist(i,1);
        k=k+1;
    end
end
%-----
[Xdist L]=sort(distr);
[l c]=size(distr);
difobs=dhGeobr-dHortr;
for i=1:l;
    difobord(i,1)=difobs(L(i,1),1);
    dGeobord(i,1)=dGeobr(L(i,1),1);
end;
%-----

dtot=[difobord dGeobord Xdist];
format long;
[l c] = size(dtot);
dacum=zeros(24,3);
cont=zeros(24,1);

```

```

for i=1:l,
pont=round(dtot(i,3)/10000+0.5);
dacum(pont,1)=dacum(pont,1)+abs(dtot(i,1));
dacum(pont,2)=dacum(pont,2)+abs(dtot(i,2));
dacum(pont,3)=dacum(pont,3)+abs(dtot(i,3));
cont(pont,1)=cont(pont,1)+1;
end
for i=1:24,
dmed(i,1)=dacum(i,1)/cont(i,1);
dmed(i,2)=dacum(i,2)/cont(i,1);
dmed(i,3)=dacum(i,3)/cont(i,1);
end
c1=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),1)
c2=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),2)
pause
cmed1=polyval(c1,dmed(:,3));
cmed2=polyval(c2,dmed(:,3));
plot(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),'x',dmed(:,3),cmed1,'b'...
,dmed(:,3),cmed2);
title(' Comportamento do Erro Relativo x Distancias (GEOB93) ');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas GPS - Modelo (m)');
grid;
pause
%-----
med=mean(dtot);
dp=std(dtot);
maxs=max(dtot);
mins=min(dtot);
%-----
clc;
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS DIFERENCAS RELATIVAS <<<<');
disp('');
disp('                dNGeob  dNmap  Distancias');
disp('                -----');
fprintf(' >>   Medias      | %5.2f %5.2f %10.2f | \n',med(1,1),med(1,2),med(1,3));
fprintf(' >>   Desvios     | %5.2f %5.2f %10.2f | \n',dp(1,1),dp(1,2),dp(1,3));
fprintf(' >>   Maximos      | %5.2f %5.2f %10.2f | \n',maxs(1,1),maxs(1,2),maxs(1,3));
fprintf(' >>   Minimais     | %5.2f %5.2f %10.2f | \n',mins(1,1),mins(1,2),mins(1,3));
disp('                -----');
disp('');
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
%-----
[ll c]=size(dGeobr);
for i=1:ll,
dobsrel(i,1)=dtot(i,1)/dtot(i,3);
dGeobrel(i,1)=dtot(i,2)/dtot(i,3);
end
for i=1:ll;
X(i,1)=i;
end
plot(X(:,1),difobs(:,1),X(:,1),dGeobr(:,1));
title('DIFERENCAS (dh_WGS-dH_ort) & dN_Geob93');
grid
ylabel('Diferencas (m)');
clear X;

```

```

pause
plot(dtot(:,3),dtot(:,1),'o',dtot(:,3),dtot(:,2),'+b');
title('COMPORTAMENTO DE dN x DISTANCIAS');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas entre Ondulacoes Geoidais (dN)');
grid
pause
%-----
disp('');
for i=1:31,
NGeob(i,1)=d(i,2)-d(i,1);
Nmap(i,1)=d(i,6);
end;
DN=NGeob-Nmap;
med=mean(DN);
dp=std(DN);
maxs=max(DN);
mins=min(DN);
%-----
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS ONDULACOES ABSOLUTAS<<<<');
disp('');
fprintf(' >> Media %5.2f\n\n',med(1,1));
fprintf(' >> Desvio %5.2f\n',dp(1,1));
fprintf(' >> Maximo %5.2f\n',maxs(1,1));
fprintf(' >> Minima %5.2f\n',mins(1,1));
disp('-----')
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
plot(DN,'+r')
title('Diferencas entre Ondulacoes "absolutas" ');
xlabel(' Numero de observacoes');
ylabel(' Diferencas Ngps - Ngeob93 ');
grid
pause
%-----
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ns.da3;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ol.da3;
for i=1:15;
altit_ns(i,5)=altit_ns(i,2)-altit_ns(i,1);
end
for i=1:11;
altit_ol(i,5)=altit_ol(i,2)-altit_ol(i,1);
end
%-----
medaltns=mean(altit_ns(:,1));
medaltol=mean(altit_ol(:,1));
stdaltns=std(altit_ns(:,1));
stdaltol=std(altit_ol(:,1));
mednns=mean(altit_ns(:,5));
mednol=mean(altit_ol(:,5));
stdnns=std(altit_ns(:,5));
stdnol=std(altit_ol(:,5));
medNns=mean(altit_ns(:,4));
medNol=mean(altit_ol(:,4));
stdNns=std(altit_ns(:,4));
stdNol=std(altit_ol(:,4));

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo das diferencas das ondulacoes geoidais
% com ordenacao das distancias. Os valores das ondulacoes
% geoidais (Nsad) foram obtidos do programa MAPGEO 1.0 do IBGE.
% Ao final e gerado um grafico com as diferencas em funcao das
% distancias entre os pontos.
% -----
% Luciano Montenegro Pessoa Ctba, 08/94
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
clc;
clear;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_to.da1;
%-----
d=(altit_to);
%-----
for i=1:31,
    for j=1:31,
        if i > j,
            dNsad(i,j)=d(i,6)-d(j,6);
            dhsad(i,j)=d(i,3)-d(j,3);
            dHort(i,j)=d(i,1)-d(j,1);
            dist(i,j)=sqrt((d(i,4)-d(j,4))^2+(d(i,5)-d(j,5))^2);
        else
            end
        end
    end
end
%-----
dNsad=reshape(dNsad,930,1);
dhsad=reshape(dhsad,930,1);
dHort=reshape(dHort,930,1);
dist=reshape(dist,930,1);
k=1;
%-----
for i=1:930,
    if dNsad(i,1) ~= 0,
        dNsadr(k,1)=dNsad(i,1);
        dhsadr(k,1)=dhsad(i,1);
        dHortr(k,1)=dHort(i,1);
        distr(k,1)=dist(i,1);
        k=k+1;
    end
end
%-----
[Xdist L]=sort(distr);
[l c]=size(distr);
difobs=dhsadr-dHortr;
for i=1:l;
    difobord(i,1)=difobs(L(i,1),1);
    dNsadord(i,1)=dNsadr(L(i,1),1);
end;
%-----
dtot=[difobord dNsadord Xdist];
format long;
[l c] = size(dtot);
dacum=zeros(24,3);
cont=zeros(24,1);
for i=1:l,

```

```

%-----
for i=1:15,
xn(i,1)=i;
altredns(i,1)=(altit_ns(i,1)-medaltns)/stdaltns;
nredns(i,1)=(altit_ns(i,5)-mednns)/stdnns;
Nredns(i,1)=(altit_ns(i,4)-medNns)/stdNns;
end
%-----
for i=1:11,
xo(i,1)=i;
altredol(i,1)=(altit_ol(i,1)-medaltol)/stdaltol;
nredol(i,1)=(altit_ol(i,5)-mednol)/stdnol;
Nredol(i,1)=(altit_ol(i,4)-medNol)/stdNol;
end
plot(xn(:,1),altredns(:,1),xn(:,1),nredns(:,1),xn(:,1),Nredns(:,1));
title(' Comportamento N - S');
grid
pause
%-----
plot(xo(:,1),altredol(:,1),xo(:,1),nredol(:,1),xo(:,1),Nredol(:,1));
title(' Comportamento O - L');
grid
pause
cns=corrcoef(altit_ns(:,1),altit_ns(:,5));
col=corrcoef(altit_ol(:,1),altit_ol(:,5));
disp('');
clear L;
%-----
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao N-S %5.2f\n',cns(1,2));
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao O-L %5.2f\n',col(1,2));
plot(altit_to(:,3),NGeob(:,1),'og',altit_to(:,3),altit_to(:,6),'+');
title(' hWGS x Nobs (o) - hWGS x N Geob93 (+)');
pause
csa=corrcoef(altit_to(:,3),NGeob(:,1));
cwg=corrcoef(altit_to(:,3),altit_to(:,6));
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X Nobs');
fprintf(' > %5.2f\n',csa(2,1))
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X NGeob');
fprintf(' > %5.2f\n',cwg(2,1))

```

```

pont=round(dtot(i,3)/10000+0.5);
dacum(pont,1)=dacum(pont,1)+abs(dtot(i,1));
dacum(pont,2)=dacum(pont,2)+abs(dtot(i,2));
dacum(pont,3)=dacum(pont,3)+abs(dtot(i,3));
cont(pont,1)=cont(pont,1)+1;
end
for i=1:24,
dmed(i,1)=dacum(i,1)/cont(i,1);
dmed(i,2)=dacum(i,2)/cont(i,1);
dmed(i,3)=dacum(i,3)/cont(i,1);
end
c1=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),1)
c2=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),2)
pause
cmed1=polyval(c1,dmed(:,3));
cmed2=polyval(c2,dmed(:,3));
plot(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),'x',dmed(:,3),cmed1,'b'...
,dmed(:,3),cmed2);
title(' Comportamento do Erro Relativo x Distancias (MGB92) ');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas GPS - Modelo (m) ');
grid
pause

%-----
med=mean(dtot);
dp=std(dtot);
maxs=max(dtot);
mins=min(dtot);
%-----
clc;
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS DIFERENCAS RELATIVAS <<<<');
disp('');
disp('          dNobs  dNmap  Distancias');
disp('          -----');
fprintf(' >>   Medias   | %5.2f %5.2f %10.2f \n',med(1,1),med(1,2),med(1,3));
fprintf(' >>   Desvios  | %5.2f %5.2f %10.2f \n',dp(1,1),dp(1,2),dp(1,3));
fprintf(' >>   Maximos   | %5.2f %5.2f %10.2f \n',maxs(1,1),maxs(1,2),maxs(1,3));
fprintf(' >>   Minimais  | %5.2f %5.2f %10.2f \n',mins(1,1),mins(1,2),mins(1,3));
disp('          -----');
disp('');
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
%-----
[ll c]=size(dNsadr);
for i=1:ll,
dobsrel(i,1)=dtot(i,1)/dtot(i,3);
dNsadrel(i,1)=dtot(i,2)/dtot(i,3);
end
for i=1:ll;
X(i,1)=i;
end
plot(X(:,1),difobs(:,1),X(:,1),dNsadr(:,1));
title('DIFERENCAS (dh_SGB-dH_ort) & dN_mapgeo');
grid
ylabel('Diferencas (m)');
clear X;

```

```

pause
plot(dtot(:,3),dtot(:,1),'o',dtot(:,3),dtot(:,2),'+b');
title('COMPORTAMENTO DE dN x DISTANCIAS');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas entre Ondulacoes Geoidais (dN)');
grid
pause
%-----
disp('');
for i=1:31,
Nsad(i,1)=d(i,3)-d(i,1);
Nmap(i,1)=d(i,6);
end;
DN=Nsad-Nmap;
med=mean(DN);
dp=std(DN);
maxs=max(DN);
mins=min(DN);
%-----
disp('');
disp(' >>>> ESTATISTICA DAS ONDULACOES ABSOLUTAS<<<<');
disp('');
fprintf(' >> Media %5.2f\n\n',med(1,1));
fprintf(' >> Desvio %5.2f\n',dp(1,1));
fprintf(' >> Maximo %5.2f\n',maxs(1,1));
fprintf(' >> Minima %5.2f\n',mins(1,1));
disp('-----')
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
plot(DN,'+r')
title('Diferencas entre Ondulacoes "absolutas" ');
xlabel(' Numero de observacoes');
ylabel(' Diferencas Ngps - Ngeoidal ');
grid
pause
%-----
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ns.dal;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ol.dal;
for i=1:15;
altit_ns(i,5)=altit_ns(i,2)-altit_ns(i,1);
end
for i=1:11;
altit_ol(i,5)=altit_ol(i,2)-altit_ol(i,1);
end
%-----
medaltns=mean(altit_ns(:,1));
medaltol=mean(altit_ol(:,1));
stdaltns=std(altit_ns(:,1));
stdaltol=std(altit_ol(:,1));
mednns=mean(altit_ns(:,5));
mednol=mean(altit_ol(:,5));
stdnns=std(altit_ns(:,5));
stdnol=std(altit_ol(:,5));
medNns=mean(altit_ns(:,4));
medNol=mean(altit_ol(:,4));
stdNns=std(altit_ns(:,4));
stdNol=std(altit_ol(:,4));

```

```

%-----
for i=1:15,
xn(i,1)=i;
altredns(i,1)=(altit_ns(i,1)-medaltns)/stdaltns;
nredns(i,1)=(altit_ns(i,5)-mednns)/stdnns;
Nredns(i,1)=(altit_ns(i,4)-medNns)/stdNns;
end
%-----
for i=1:11,
xo(i,1)=i;
altredol(i,1)=(altit_ol(i,1)-medaltol)/stdaltol;
nredol(i,1)=(altit_ol(i,5)-mednol)/stdnol;
Nredol(i,1)=(altit_ol(i,4)-medNol)/stdNol;
end
plot(xn(:,1),altredns(:,1),xn(:,1),nredns(:,1),xn(:,1),Nredns(:,1));
title(' Comportamento N - S');
grid
pause
%-----
plot(xo(:,1),altredol(:,1),xo(:,1),nredol(:,1),xo(:,1),Nredol(:,1));
title(' Comportamento O - L');
grid
pause
cns=corrcoef(altit_ns(:,1),altit_ns(:,5));
col=corrcoef(altit_ol(:,1),altit_ol(:,5));
disp('');
clear L;
%-----
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao N-S %5.2f\n',cns(1,2));
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao O-L %5.2f\n',col(1,2));
plot(altit_to(:,3),Nsad(:,1),'og',altit_to(:,3),altit_to(:,6),'+');
title(' hSGB x Nobs (o) - hSGB x N Mapgeo92 (+)');
pause
csa=corrcoef(altit_to(:,3),Nsad(:,1));
cwg=corrcoef(altit_to(:,3),altit_to(:,6));
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X Nobs');
fprintf(' > %5.2f\n',csa(2,1))
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X N92');
fprintf(' > %5.2f\n',cwg(2,1))
pause

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo das diferencas das ondulacoes geoidais
% com ordenacao das distancias. Os valores das ondulacoes
% geoidais (NOSU91) foram obtidos do de interpolacoes sobre mapa.
% Ao final sao gerados graficos com as diferencas em funcao das
% distancias entre os pontos e estatisticas.
% -----
% Luciano Montenegro Pessoa Ctba, 09/94
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
clc;
clear;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_to.da5;
%-----
d=(altit_to);
%-----
for i=1:31,
    for j=1:31,
        if i > j,
            dGeob(i,j)=d(i,6)-d(j,6);
            dhGeob(i,j)=d(i,2)-d(j,2);
            dHort(i,j)=d(i,1)-d(j,1);
            dist(i,j)=sqrt((d(i,4)-d(j,4))^2+(d(i,5)-d(j,5))^2);
        else
            end
        end
    end
end
%-----
dGeob=reshape(dGeob,930,1);
dhGeob=reshape(dhGeob,930,1);
dHort=reshape(dHort,930,1);
dist=reshape(dist,930,1);
k=1;
%-----
for i=1:930,
    if dGeob(i,1) ~= 0,
        dGeobr(k,1)=dGeob(i,1);
        dhGeobr(k,1)=dhGeob(i,1);
        dHortr(k,1)=dHort(i,1);
        distr(k,1)=dist(i,1);
        k=k+1;
    end
end
%-----
[Xdist L]=sort(distr);
[l c]=size(distr);
difobs=dhGeobr-dHortr;
for i=1:l;
    difobord(i,1)=difobs(L(i,1),1);
    dGeobord(i,1)=dGeobr(L(i,1),1);
end;
%-----
dtot=[difobord dGeobord Xdist];
[l c] = size(dtot);
dacum=zeros(24,3);
cont=zeros(24,1);
for i=1:l,
    pont=round(dtot(i,3)/10000+0.5);

```

```

dacum(pont,1)=dacum(pont,1)+abs(dtot(i,1));
dacum(pont,2)=dacum(pont,2)+abs(dtot(i,2));
dacum(pont,3)=dacum(pont,3)+abs(dtot(i,3));
cont(pont,1)=cont(pont,1)+1;
end
for i=1:24,
dmed(i,1)=dacum(i,1)/cont(i,1);
dmed(i,2)=dacum(i,2)/cont(i,1);
dmed(i,3)=dacum(i,3)/cont(i,1);
end
c1=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),1)
c2=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),2)
pause
cmed1=polyval(c1,dmed(:,3));
cmed2=polyval(c2,dmed(:,3));
plot(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),'x',dmed(:,3),cmed1,'b'...
,dmed(:,3),cmed2)
title(' Comportamento do Erro Relativo x Distancias (OSU91) ');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas GPS - Modelo (m) ');
grid
pause
%-----
med=mean(dtot);
dp=std(dtot);
maxs=max(dtot);
mins=min(dtot);
%-----
clc;
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS DIFERENCAS RELATIVAS <<<<');
disp('');
disp('                dNGeob  dNmap  Distancias');
disp('                -----');
fprintf(' >>   Medias      | %5.2f %5.2f %10.2f \n',med(1,1),med(1,2),med(1,3));
fprintf(' >>   Desvios     | %5.2f %5.2f %10.2f \n',dp(1,1),dp(1,2),dp(1,3));
fprintf(' >>   Maximos      | %5.2f %5.2f %10.2f \n',maxs(1,1),maxs(1,2),maxs(1,3));
fprintf(' >>   Minimais     | %5.2f %5.2f %10.2f \n',mins(1,1),mins(1,2),mins(1,3));
disp('                -----');
disp('');
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
%-----
[ll c]=size(dGeobr);
for i=1:ll,
dobsrel(i,1)=dtot(i,1)/dtot(i,3);
dGeobrel(i,1)=dtot(i,2)/dtot(i,3);
end
for i=1:ll;
X(i,1)=i;
end
plot(X(:,1),difobs(:,1),X(:,1),dGeobr(:,1));
title('DIFERENCAS (dh_WGS-dH_ort) & dN_OSU91');
grid
ylabel('Diferencas (m)');
clear X;
pause
plot(dtot(:,3),dtot(:,1),'o',dtot(:,3),dtot(:,2),'+b');

```

```

title('COMPORTAMENTO DE dN x DISTANCIAS');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas entre Ondulacoes Geoidais (dN)');
grid
pause
%-----
disp('');
for i=1:31,
NGeob(i,1)=d(i,2)-d(i,1);
Nmap(i,1)=d(i,6);
end;
DN=NGeob-Nmap;
med=mean(DN);
dp=std(DN);
maxs=max(DN);
mins=min(DN);
%-----
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS ONDULACOES ABSOLUTAS<<<<');
disp('');
fprintf(' >> Media %5.2f\n\n',med(1,1));
fprintf(' >> Desvio %5.2f\n',dp(1,1));
fprintf(' >> Maximo %5.2f\n',maxs(1,1));
fprintf(' >> Minima %5.2f\n',mins(1,1));
disp('-----')
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
plot(DN,'+r')
title('Diferencas entre Ondulacoes "absolutas" ');
xlabel(' Numero de observacoes');
ylabel(' Diferencas Ngps - N_OSU91 ');
grid
pause
%-----
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ns.da5;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ol.da5;
for i=1:15;
altit_ns(i,5)=altit_ns(i,2)-altit_ns(i,1);
end
for i=1:11;
altit_ol(i,5)=altit_ol(i,2)-altit_ol(i,1);
end
%-----
medaltns=mean(altit_ns(:,1));
medaltol=mean(altit_ol(:,1));
stdaltns=std(altit_ns(:,1));
stdaltol=std(altit_ol(:,1));
mednns=mean(altit_ns(:,5));
mednol=mean(altit_ol(:,5));
stdnns=std(altit_ns(:,5));
stdnol=std(altit_ol(:,5));
medNns=mean(altit_ns(:,4));
medNol=mean(altit_ol(:,4));
stdNns=std(altit_ns(:,4));
stdNol=std(altit_ol(:,4));
%-----
for i=1:15,

```

```
xn(i,1)=i;  
altredns(i-1)=(altitns(i-1)-modeltns)/stdoltns;
```

```

altredns(i,1)=(altit_ns(i,1)-medaltcns)/stdaltcns;
nredns(i,1)=(altit_ns(i,5)-mednns)/stdnns;
Nredns(i,1)=(altit_ns(i,4)-medNns)/stdNns;
end
%-----
for i=1:11,
xo(i,1)=i;
altredol(i,1)=(altit_ol(i,1)-medaltol)/stdaltol;
nredol(i,1)=(altit_ol(i,5)-mednol)/stdnol;
Nredol(i,1)=(altit_ol(i,4)-medNol)/stdNol;
end
plot(xn(:,1),altredns(:,1),xn(:,1),nredns(:,1),xn(:,1),Nredns(:,1));
title(' Comportamento N - S');
grid
pause
%-----
plot(xo(:,1),altredol(:,1),xo(:,1),nredol(:,1),xo(:,1),Nredol(:,1));
title(' Comportamento O - L');
grid
pause
cns=corrcoef(altit_ns(:,1),altit_ns(:,5));
col=corrcoef(altit_ol(:,1),altit_ol(:,5));
disp('');
clear L;
%-----
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao N-S %5.2f\n',cns(1,2));
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao O-L %5.2f\n',col(1,2));
plot(altit_to(:,3),NGeob(:,1),'og',altit_to(:,3),altit_to(:,6),'+');
title(' hWGS x Nobs (o) - hWGS x NOSU91 (+)');
pause
csa=corrcoef(altit_to(:,3),NGeob(:,1));
cwg=corrcoef(altit_to(:,3),altit_to(:,6));
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X Nobs');
fprintf(' > %5.2f\n',csa(2,1))
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X NGeob');
fprintf(' > %5.2f\n',cwg(2,1))
pause

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo das diferencas das ondulacoes geoidais
% com ordenacao das distancias. Os valores das ondulacoes
% geoidais (Nsad) foram obtidos do programa MAPGEO 1.0 do IBGE.
% Ao final e gerado um grafico com as diferencas em funcao das
% distancias entre os pontos.
% -----
% Luciano Montenegro Pessoa Ctba, 08/94
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
clc;
clear;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_to.da2;
%-----
d=(altit_to);
%-----
for i=1:31,
    for j=1:31,
        if i > j,
            dNsad(i,j)=d(i,6)-d(j,6);
            dhsad(i,j)=d(i,3)-d(j,3);
            dHort(i,j)=d(i,1)-d(j,1);
            dist(i,j)=sqrt((d(i,4)-d(j,4))^2+(d(i,5)-d(j,5))^2);
        else
            end
        end
    end
end
%-----
dNsad=reshape(dNsad,930,1);
dhsad=reshape(dhsad,930,1);
dHort=reshape(dHort,930,1);
dist=reshape(dist,930,1);
k=1;
%-----
for i=1:930,
    if dNsad(i,1) ~= 0,
        dNsadr(k,1)=dNsad(i,1);
        dhsadr(k,1)=dhsad(i,1);
        dHortr(k,1)=dHort(i,1);
        distr(k,1)=dist(i,1);
        k=k+1;
    end
end
%-----
[Xdist L]=sort(distr);
[l c]=size(distr);
difobs=dhsadr-dHortr;
for i=1:l;
    difobord(i,1)=difobs(L(i,1),1);
    dNsadord(i,1)=dNsadr(L(i,1),1);
end;
%-----
dtot=[difobord dNsadord Xdist];
format long;
[l c] = size(dtot);
dacum=zeros(24,3);
cont=zeros(24,1);
for i=1:l,

```

```

pont=round(dtot(i,3)/10000+0.5);
dacum(pont,1)=dacum(pont,1)+abs(dtot(i,1));
dacum(pont,2)=dacum(pont,2)+abs(dtot(i,2));
dacum(pont,3)=dacum(pont,3)+abs(dtot(i,3));
cont(pont,1)=cont(pont,1)+1;
end
for i=1:24,
dmed(i,1)=dacum(i,1)/cont(i,1);
dmed(i,2)=dacum(i,2)/cont(i,1);
dmed(i,3)=dacum(i,3)/cont(i,1);
end
c1=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),1)
c2=polyfit(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),2)
pause
cmed1=polyval(c1,dmed(:,3));
cmed2=polyval(c2,dmed(:,3));
plot(dmed(:,3),dmed(:,1)-dmed(:,2),'x',dmed(:,3),cmed1,'b'...
,dmed(:,3),cmed2)
title(' Comportamento do Erro Relativo x Distancias (MGB87) ');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas Modelo - GPS ');
grid
pause

%-----
med=mean(dtot);
dp=std(dtot);
maxs=max(dtot);
mins=min(dtot);
%-----
clc;
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS DIFERENCAS RELATIVAS <<<<');
disp('');
disp('          dNobs  dNmap  Distancias');
disp('          -----');
fprintf(' >>   Medias      | %5.2f %5.2f %10.2f \n',med(1,1),med(1,2),med(1,3));
fprintf(' >>   Desvios     | %5.2f %5.2f %10.2f \n',dp(1,1),dp(1,2),dp(1,3));
fprintf(' >>   Maximos      | %5.2f %5.2f %10.2f \n',maxs(1,1),maxs(1,2),maxs(1,3));
fprintf(' >>   Minimass     | %5.2f %5.2f %10.2f \n',mins(1,1),mins(1,2),mins(1,3));
disp('          -----');
disp('');
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
%-----
[ll c]=size(dNsadr);
for i=1:ll,
dobsrel(i,1)=dtot(i,1)/dtot(i,3);
dNsadrel(i,1)=dtot(i,2)/dtot(i,3);
end
for i=1:ll;
X(i,1)=i;
end
plot(X(:,1),difobs(:,1),X(:,1),dNsadr(:,1));
title('DIFERENCAS (dh_SGB-dH_ort) & dN_mapgeo');
grid
ylabel('Diferencas (m)');
clear X;

```

```

pause
plot(dtot(:,3),dtot(:,1),'o',dtot(:,3),dtot(:,2),'+b');
title('COMPORTAMENTO DE dN x DISTANCIAS');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas entre Ondulacoes Geoidais (dN)');
grid
pause
%-----
disp('');
for i=1:31,
Nsad(i,1)=d(i,3)-d(i,1);
Nmap(i,1)=d(i,6);
end;
DN=Nsad-Nmap;
med=mean(DN);
dp=std(DN);
maxs=max(DN);
mins=min(DN);
%-----
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS ONDULACOES ABSOLUTAS<<<<');
disp('');
fprintf(' >> Media %5.2f\n\n',med(1,1));
fprintf(' >> Desvio %5.2f\n',dp(1,1));
fprintf(' >> Maximo %5.2f\n',maxs(1,1));
fprintf(' >> Minima %5.2f\n',mins(1,1));
disp('-----')
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
plot(DN,'+r')
title('Diferencas entre Ondulacoes "absolutas" ');
xlabel(' Numero de observacoes');
ylabel(' Diferencas Ngps - Ngeoidal ');
grid
pause
%-----
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ns.da2;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ol.da2;
for i=1:15;
altit_ns(i,5)=altit_ns(i,2)-altit_ns(i,1);
end
for i=1:11;
altit_ol(i,5)=altit_ol(i,2)-altit_ol(i,1);
end
%-----
medaltns=mean(altit_ns(:,1));
medaltol=mean(altit_ol(:,1));
stdaltns=std(altit_ns(:,1));
stdaltol=std(altit_ol(:,1));
mednns=mean(altit_ns(:,5));
mednol=mean(altit_ol(:,5));
stdnns=std(altit_ns(:,5));
stdnol=std(altit_ol(:,5));
medNns=mean(altit_ns(:,4));
medNol=mean(altit_ol(:,4));
stdNns=std(altit_ns(:,4));
stdNol=std(altit_ol(:,4));

```

```

%-----
for i=1:15,
xn(i,1)=i;
altredns(i,1)=(altit_ns(i,1)-medaltns)/stdaltns;
nredns(i,1)=(altit_ns(i,5)-mednns)/stdnns;
Nredns(i,1)=(altit_ns(i,4)-medNns)/stdNns;
end
%-----
for i=1:11,
xo(i,1)=i;
altredol(i,1)=(altit_ol(i,1)-medaltol)/stdaltol;
nredol(i,1)=(altit_ol(i,5)-mednol)/stdnol;
Nredol(i,1)=(altit_ol(i,4)-medNol)/stdNol;
end
plot(xn(:,1),altredns(:,1),xn(:,1),nredns(:,1),xn(:,1),Nredns(:,1));
title(' Comportamento N - S');
grid
pause
%-----
plot(xo(:,1),altredol(:,1),xo(:,1),nredol(:,1),xo(:,1),Nredol(:,1));
title(' Comportamento O - L');
grid
pause
cns=corrcoef(altit_ns(:,1),altit_ns(:,5));
col=corrcoef(altit_ol(:,1),altit_ol(:,5));
disp('');
clear L;
%-----
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao N-S: %5.2f\n',cns(1,2));
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao O-L %5.2f\n',col(1,2));
plot(altit_to(:,3),Nsad(:,1),'og',altit_to(:,3),altit_to(:,6),'+');
title(' hSGB x NSGB (o) - hSGB x N87 (+)');
pause
csa=corrcoef(altit_to(:,3),Nsad(:,1));
cwg=corrcoef(altit_to(:,3),altit_to(:,6));
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X Nobs');
fprintf(' > %5.2f\n',csa(2,1))
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. geometrica X N87');
fprintf(' > %5.2f\n',cwg(2,1))

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo das diferencas das ondulacoes geoidais
% com ordenacao das distancias. Os valores das ondulacoes
% geoidais (Nsad) foram obtidos do programa MAPGEO 1.0 do IBGE.
% Ao final e gerado um grafico com as diferencas em funcao das
% distancias entre os pontos.
% -----
% Luciano Montenegro Pessoa Ctba, 08/94
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
clc;
clear;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_to.da2;
%-----
d=(altit_to);
%-----
for i=1:31,
    for j=1:31,
        if i > j,
            dNsad(i,j)=d(i,6)-d(j,6);
            dhsad(i,j)=d(i,3)-d(j,3);
            dHort(i,j)=d(i,1)-d(j,1);
            dist(i,j)=sqrt((d(i,4)-d(j,4))^2+(d(i,5)-d(j,5))^2);
        else
            end
        end
    end
end
%-----
dNsad=reshape(dNsad,930,1);
dhsad=reshape(dhsad,930,1);
dHort=reshape(dHort,930,1);
dist=reshape(dist,930,1);
k=1;
%-----
for i=1:930,
    if dNsad(i,1) ~= 0,
        dNsadr(k,1)=dNsad(i,1);
        dhsadr(k,1)=dhsad(i,1);
        dHortr(k,1)=dHort(i,1);
        distr(k,1)=dist(i,1);
        k=k+1;
    end
end
%-----
[Xdist L]=sort(distr);
[l c]=size(distr);
difobs=dhsadr-dHortr;
for i=1:l;
    difobord(i,1)=difobs(L(i,1),1);
    dNsadord(i,1)=dNsadr(L(i,1),1);
end;
%-----
dtot=[difobord dNsadord Xdist];
%-----
med=mean(dtot);
dp=std(dtot);
maxs=max(dtot);
mins=min(dtot);

```

```

%-----
clc;
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS DIFERENCAS RELATIVAS <<<<');
disp('');
disp('          dNobs  dNmap  Distancias');
disp('          -----');
fprintf(' >>   Medias   | %5.2f %5.2f %10.2f | \n', med(1,1), med(1,2), med(1,3));
fprintf(' >>   Desvios  | %5.2f %5.2f %10.2f | \n', dp(1,1), dp(1,2), dp(1,3));
fprintf(' >>   Maximos   | %5.2f %5.2f %10.2f | \n', maxs(1,1), maxs(1,2), maxs(1,3));
fprintf(' >>   Minimais  | %5.2f %5.2f %10.2f | \n', mins(1,1), mins(1,2), mins(1,3));
disp('          -----');
disp('');
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause
%-----
[ll c]=size(dNsadr);
for i=1:ll,
dobsrel(i,1)=dtot(i,1)/dtot(i,3);
dNsadrel(i,1)=dtot(i,2)/dtot(i,3);
end
for i=1:ll;
X(i,1)=i;
end
plot(X(:,1),difobs(:,1),X(:,1),dNsadr(:,1));
title('DIFERENCAS (dh_SGB-dH_ort) & dN_mapgeo');
grid
ylabel('Diferencas (m)');
clear X;
pause
plot(dtot(:,3),dtot(:,1),'o',dtot(:,3),dtot(:,2),'+b');
title('COMPORTAMENTO DE dN x DISTANCIAS');
xlabel(' Distancias (m) ');
ylabel(' Diferencas entre Ondulacoes Geoidais (dN)');
grid
pause
%-----
disp('');
for i=1:31,
Nsad(i,1)=d(i,3)-d(i,1);
Nmap(i,1)=d(i,6);
end;
DN=Nsad-Nmap;
med=mean(DN);
dp=std(DN);
maxs=max(DN);
mins=min(DN);
%-----
disp('');
disp(' >>> ESTATISTICA DAS ONDULACOES ABSOLUTAS<<<<');
disp('');
fprintf(' >> Media   %5.2f\n\n', med(1,1));
fprintf(' >> Desvio  %5.2f\n', dp(1,1));
fprintf(' >> Maximo   %5.2f\n', maxs(1,1));
fprintf(' >> Minima   %5.2f\n', mins(1,1));
disp('-----');
disp(' > Para continuar tecle <ENTER> ');
pause

```

```

plot(DN,'+r')
title('Diferencas entre Ondulacoes "absolutas" ');
xlabel(' Numero de observacoes');
ylabel(' Diferencas Ngps - Ngeoidal ');
grid
pause
%-----
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ns.da2;
load c:\dipex\tese\gpsrn\altit_ol.da2;
for i=1:15;
altit_ns(i,5)=altit_ns(i,2)-altit_ns(i,1);
end
for i=1:11;
altit_ol(i,5)=altit_ol(i,2)-altit_ol(i,1);
end
%-----
medaltns=mean(altit_ns(:,1));
medaltol=mean(altit_ol(:,1));
stdaltns=std(altit_ns(:,1));
stdaltol=std(altit_ol(:,1));
mednns=mean(altit_ns(:,5));
mednol=mean(altit_ol(:,5));
stdnns=std(altit_ns(:,5));
stdnol=std(altit_ol(:,5));
medNns=mean(altit_ns(:,4));
medNol=mean(altit_ol(:,4));
stdNns=std(altit_ns(:,4));
stdNol=std(altit_ol(:,4));

%-----
for i=1:15,
xn(i,1)=i;
altredns(i,1)=(altit_ns(i,1)-medaltns)/stdaltns;
nredns(i,1)=(altit_ns(i,5)-mednns)/stdnns;
Nredns(i,1)=(altit_ns(i,4)-medNns)/stdNns;
end
%-----
for i=1:11,
xo(i,1)=i;
altredol(i,1)=(altit_ol(i,1)-medaltol)/stdaltol;
nredol(i,1)=(altit_ol(i,5)-mednol)/stdnol;
Nredol(i,1)=(altit_ol(i,4)-medNol)/stdNol;
end
plot(xn(:,1),altredns(:,1),xn(:,1),nredns(:,1),xn(:,1),Nredns(:,1)));
title(' Comportamento N - S');
grid
pause
%-----
plot(xo(:,1),altredol(:,1),xo(:,1),nredol(:,1),xo(:,1),Nredol(:,1)));
title(' Comportamento O - L');
grid
pause
cns=corrcoef(altit_ns(:,1),altit_ns(:,5));
col=corrcoef(altit_ol(:,1),altit_ol(:,5));
disp('');
clear L;
%-----
fprintf(' > Coeficiente de Correlacao N-S %5.2f\n',cns(1,2));

```

```

fprintf(' > Coeficiente de Correlacao O-L %5.2f\n',col(1,2));
[altord L]=sort(altit_to(:,1));
for i=1:31,
hsadord(i,1)=altit_to(L(i,1),3);
hwgsord(i,1)=altit_to(L(i,1),2);
Nsadr(i,1)=hsadord(i,1)-altord(i,1);
Nwgsr(i,1)=hwgsord(i,1)-altord(i,1);
end
plot(hsadord(:,1),Nsadr(:,1),'og',hwgsord(:,1),Nwgsr(:,1),'+');
title(' hSGB x NSGB (o)      -      hWGS x NWGS (+)');
pause
csa=corrcoef(altord(:,1),Nsadr(:,1));
cwg=corrcoef(altord(:,1),Nwgsr(:,1));
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. ortometrica X Nsad');
fprintf('      > %5.2f\n',csa(2,1))
fprintf(' > Coeficiente de correlacao alt. ortometrica X Nwgs');
fprintf('      > %5.2f\n',cwg(2,1))
pause
cs=polyfit(altord(:,1),Nsadr(:,1),3);
cw=polyfit(altord(:,1),Nwgsr(:,1),3);
pvs=polyval(cs,altord(:,1));
pvw=polyval(cw,altord(:,1));
plot(altord(:,1),pvs, altord(:,1),pvw,altord(:,1),Nsadr(:,1),'+r',...
altord(:,1),Nwgsr(:,1),'og');
title(' Aproximacao Polinomial de grau 3');
xlabel(' Altitudes (m)');
ylabel(' Ondulacoes Geoidais (verm=SGB) (verde=WGS)');
grid

```

```

    clc;
clear;
disp ( '          PROGRAMA DE ELIMINACAO E CRITICA DE DADOS');
echo on;
%-----
% Este programa gera uma matriz de nome SAIDA, com m elementos
% do arquivo ENTRADA.TOT, sendo um elemento do arquivo
% SAIDA para cada n/m elementos do arquivo ENTRADA.TOT.
% Eh executada uma critica dos valores das coordenadas
% a partir das coordenadas maximas e minimas da folha. Pode-se
% efetuar uma conversao de formato atraves do programa CONVERTE.M
%-----
% Elaborado em 26/10/1993 - Luciano M.C. Pessoa.
% Ultima atualizacao em 17/02/94.
%-----
echo off;
%-----
% Entrada de valores para Leitura e Critica.
%-----
disp( '> Carregando arquivo c:\matlab\bin\ENTRADA.XYZ');
load c:\matlab\bin\ENTRADA.xyz;
[n,c] = size(ENTRADA);
disp('');
fprintf('> O arquivo ENTRADA.XYZ possui %6.0f linhas',n)
disp('');
m=input( ' Numero de linhas do arquivo SAIDA ? => ');
disp('');
maxN=input(' Coordenada NORTE limite (maxima) ? => ');
maxE=input(' Coordenada ESTE limite (maxima) ? => ');
minN=input(' Coordenada NORTE limite (minima) ? => ');
minE=input(' Coordenada ESTE limite (minima) ? => ');
%-----
disp('');
r=n/m;
disp ('> Final de carregamento. ');
disp('');
disp('> Inicio da critica ');
k=1;j=1;o=1;p=1;
for i=1:n,
    if (ENTRADA(i,2) > maxN),
        acimaN(j,1)=ENTRADA(i,2);
        j=j+1;
    else
    end
    if (ENTRADA(i,1) > maxE),
        acimaE(k,1)=ENTRADA(i,1);
        k=k+1;
    else
    end
    if (ENTRADA(i,2) < minN),
        abaixoN(o,1)=ENTRADA(i,2);
        o=o+1;
    else
    end
    if (ENTRADA(i,1) < minE),
        abaixoE(p,1)=ENTRADA(i,1);
        p=p+1;
    else

```

```

        pts(i)=pts(i)+1;
    else
    end
end
ctq(i,1)=.5*G*1.e+05*r2-(3/8)*(G*1.e+05*r4);
fprintf(' > CTERq => %6.4f mGal\n',ctq(i,1));
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqa.dat',' %6.0f %10.2f %9.2f',...
    i,eg(i,1),eg(i,2))
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqa.dat',' %6.4f %6.0f \n'...
    ,ctq(i,1),pts(i));
fprintf(' > Pontos => %6.0f \n',pts(i));
disp('')
nd
ave c:\dipex\tese\terreno\cterq.dat ctq /ascii

```

```

echo on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo de correcao de terreno, com apro- %
% ximacao plana. Formulacao matematica baseada em      %
% TZIAVOS,1993, p. 21.                                  %
% O programa utiliza dados gridados de altitudes, coor- %
% denadas UTM e densidades. Os arquivos foram gridados %
% pelo programa SURFER 4.01 em rede de pontos 90x90.    %
% O raio de calculo foi limitado ao intervalo 3 a 50 Km %
% em torno da estacao gravimetrica.                     %
%----- %
% Curitiba, 18/08/1994. Luciano Montenegro Pessoa.      %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
echo off;
pause
clc;
disp(' > Lendo arquivo de altitudes ');
disp('');
load c:\dipex\tese\terreno\alt.dat
disp(' > Lendo arquivo de coordenadas N ');
disp('');
load c:\dipex\tese\terreno\nalt.dat
disp(' > Lendo arquivo de coordenadas E ');
disp('');
load c:\dipex\tese\terreno\ealt.dat
disp(' > Lendo arquivo de densidades ');
disp('');
load c:\dipex\tese\densi\den.dat
disp(' > Lendo arquivo de posicoes ');
load c:\dipex\tese\mod\eg.xyz
disp('');
%-----
[l,c]=size(alt);

G=6.672e-11;
cont=0;
for i=1:1447,
r=0;
cont=cont+1;
fprintf(' > Calculando CTER para a estacao %5.1f\n', cont);
    for j=1:l,
        for k=1:c,
            dd=sqrt((eg(i,1)-nalt(j,k))^2+(eg(i,2)-ealt(j,k))^2);
            if (dd <= 5.e+04),
                elseif (dd >= 3.e+03),
                    dh=(den(j,k)*((eg(i,3)-alt(j,k)))^2)*dx*dy;
                    r=r+dh/(dd^3);
                else
                    end
            end
        end
    end
    ct(i,1)=.5*G*1e+08*r;
    fprintf(' > CTER => %6.4f mGal\n',ct(i,1));
    disp('')
end
save c:\dipex\tese\terreno\cter.dat ct /ascii

```

```

echo on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo de correcao de terreno, com apro- %
% ximacao QUADRATICA. Formulacao matematica baseada em %
% TZIAVOS,1993, p. 31. %
% O programa utiliza dados gridados de altitudes, coor- %
% denadas UTM e densidades. Os arquivos foram gridados %
% pelo no IBM da PETROBRAS em "grid" de 700x700m nos li- %
% mites da area digitalizada. Posteriormente foram in- %
% cluidas as altitudes do arquivo eg2930 (5125 pontos) %
% %
%----- %
% Curitiba, 30/12/1994. Luciano Montenegro Pessoa. %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
echo off;
pause;
di=date;
clear maxctq;
clear medctq;
clear desctq;
clear ctq;
q=input (' Carregar arquivo de altitudes ? Sim=(1) Nao=(0) ');
if q==1;
clear;
clc;
disp (' > Lendo arquivo de altitudes ');
disp('');
load c:\osu91\terreno\alt180.mat
else
end
disp (' > Lendo arquivo de densidades ');
disp('');
load c:\osu91\dat\densi180.mat
q=input (' Carregar arquivo de posicoes ? Sim=(1) Nao=(0) ');
if q==1;
disp (' > Lendo arquivo de posicoes ');
load c:\dipex\tese\mod\eg.xyz
disp('');
else
end
%-----
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat',...
' Est. - NORTE - ESTE - CTERq - Num. Pts \n')
[1,c]=size(alt);
G=6.672e-11;
dx=700;
dy=700;
ti=clock;
%-----
for i=1375:1447,
r2=0;
r4=0;
fprintf(' > Calculando CTERq para a estacao %5.1f\n', i);
%-----
pts=0;
for j=1:1,
s0=sqrt((eg(i,1)-alt(j,1))^2+(eg(i,2)-alt(j,2))^2);

```

```

    if (s0 <= 5.0e+04),
        if (s0 >= 2.5e+03),
            dh2=(2670*(eg(i,3)-alt(j,3))^2);
            dh4=(2670*(eg(i,3)-alt(j,3))^4);
            r2=r2+(dh2/(s0^3));
            r4=r4+(dh4/(s0^5));
            pts=pts+1;
        else
            end
    end
end
ctq(i,1)=.5*G*1.e+05*r2*dx*dy-(3/8)*(G*1.e+05*r4)*dx*dy;
fprintf(' > CTERq => %6.4f mGal\n',ctq(i,1));
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat', ' %6.0f %10.2f %9.2f',...
    i,eg(i,1),eg(i,2))
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat', ' %6.4f %6.0f \n'...
    ,ctq(i,1),pts);
tf=clock;
tempo=etime(tf,ti)/60;
fprintf(' > Pontos => %6.0f ',pts);
fprintf(' tempo (m) => %6.2f \n',tempo);
disp('')
end
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat', ' Estatistica das Correcoes \n')
maxctq=max(ctq);
medctq=mean(ctq);
desctq=std(ctq);
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat', ' maxima media desvio \n')
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat', ' %6.4f %6.4f %6.4f \n',...
    maxctq,medctq,desctq);
tf=clock;
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat', ' Data (dd-mm-aaaa) \n');
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat', ' %2.0f-%2.0f-%4.0f \n',...
    tf(1,3),tf(1,2),tf(1,1));
tempo=etime(tf,ti)/3600;
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqb.dat', ' Tempo de procesamento (h) %6.2f \n',...
    tempo);
save c:\dipex\tese\terreno\cterqb.dat ctq /ascii

```

```

clc;
echo on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo de correcao de terreno, com apro- %
% ximacao QUADRATICA. Formulacao matematica baseada em %
% TZIAVOS,1993, p. 31. %
% O programa utiliza dados gridados de altitudes, coor- %
% denadas UTM e densidades. Os arquivos foram gridados %
% pelo programa SURFER 4.01 em rede de pontos 90x90. %
% O raio de calculo foi limitado ao intervalo 3 a 50 Km %
% em torno da estacao gravimetrica. %
%----- %
% Curitiba, 18/08/1994. Luciano Montenegro Pessoa. %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
echo off;
pause;
clear;
clc;
disp (' > Lendo arquivo de altitudes ');
disp('');
load c:\osu91\terreno\somager.xyz
disp (' > Lendo arquivo de coordenadas N ');
disp('');
load c:\dipex\tese\terreno\nalt.dat
disp (' > Lendo arquivo de coordenadas E ');
disp('');
load c:\dipex\tese\terreno\ealt.dat
disp (' > Lendo arquivo de densidades ');
disp('');
load c:\dipex\tese\densi\den.dat
disp (' > Lendo arquivo de posicoes ');
load c:\dipex\tese\mod\eg.xyz
disp('');
%-----
[l,c]=size(alt);
G=6.672e-11;
cont=0;
for i=1:1447,
r2=0;
r4=0;
cont=cont+1;
fprintf(' > Calculando CTERq para a estacao %5.1f\n', cont);
    for j=1:l,
        for k=1:c,
            dd=sqrt((eg(i,1)-nalt(j,k))^2+(eg(i,2)-ealt(j,k))^2);
            if (dd <= 5.e+04),
                elseif (dd >= 3.e+03),
                    dh2=den(j,k)*1.e+03*(eg(i,3)-alt(j,k))^2;
                    dh4=den(j,k)*1.e+03*(eg(i,3)-alt(j,k))^4;
                    r2=r2+(dh2/(dd^3));
                    r4=r4+(dh4/(dd^5));
                else
                    end
            end
        end
    end
    ctq(i,1)=.5*G*1.e+05*r2-(3/8)*(G*1.e+05*r4);
    fprintf(' > CTERq => %6.4f mGal\n',ctq(i,1));
    disp('')

```

```

echo on
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa de calculo de correcao de terreno, com apro- %
% ximacao QUADRATICA. Formulacao matematica baseada em %
% TZIAVOS,1993, p. 31. %
% O programa utiliza dados gridados de altitudes, coor- %
% denadas UTM e densidades. Os arquivos foram gridados %
% pelo no IBM da PETROBRAS em "grid" de 700x700m nos li- %
% mites da area digitalizada. Posteriormente foram in- %
% cluidas as altitudes do arquivo eg2930 (5125 pontos) %
% %----- %
% Curitiba, 30/12/1994. Luciano Montenegro Pessoa. %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
echo off;
pause;
q=input (' Carregar arquivo de altitudes ? Sim=(1) Nao=(0) ');
if q==1;
clear;
clc;
disp (' > Lendo arquivo de altitudes ');
disp('');
load c:\osu91\terreno\alt.dat
else
end
%disp (' > Lendo arquivo de densidades ');
%disp('');
%load c:\dipex\tese\densi\den.dat
q=input (' Carregar arquivo de posicoes ? Sim=(1) Nao=(0) ');
if q==1;
disp (' > Lendo arquivo de posicoes ');
load c:\dipex\tese\mod\eg.xyz
disp('');
else
end
%-----
fprintf('c:\osu91\terreno\cterqa.dat',...
        '      Est. - NORTE - ESTE - CTERq - Num. Pts \n')
[1,c]=size(alt);
G=6.672e-11;
dx=700;
dy=700;
cont=0;
for i=1:1447,
r2=0;
r4=0;
cont=cont+1;
fprintf(' > Calculando CTERq para a estacao %5.1f\n', cont);
pts(i)=0;
    for j=1:8:1,
        s0=sqrt((eg(i,1)-alt(j,1))^2+(eg(i,2)-alt(j,2))^2);
        if (s0 <= 5.0e+04),
            elseif (s0 >= 2.5e+03),
                dh2=(2670*(eg(i,3)-alt(j,3))^2)*dx*dy;
                dh4=(2670*(eg(i,3)-alt(j,3))^4)*dx*dy;
                r2=r2+(dh2/(s0^3));
                r4=r4+(dh4/(s0^5));
            end
        end
    end
end

```

```
end  
save c:\dipex\tese\terreno\cterq.dat ctq /ascii
```

% CA = Correcao Atmosferica.

%-----

```
disp('');
disp(' > Calculando a Correcao Atmosferica.');
```

disp('');

```
for i=1:l,
    CA(i,4)=3.4e-9*(eg2930(i,5))^2-9.67e-5*(eg2930(i,5))+.8652;
    CA(i,1)=eg2930(i,3);
    CA(i,2)=eg2930(i,4);
    CA(i,3)=eg2930(i,5);
end
save c:\dipex\tese\CA.dat CA /ascii;
```

```

echo on;
%-----
% Programa de calculo das correcoes Bouguer (PLATEAU)
% Curitiba, 04/01/1995. Luciano Montenegro Pessoa
%-----
% Cboug = 2*pi*ro*G*H
%-----
echo off;
pause
m=input(' > Numero de linhas do GRID ? -> ');
n=input(' > Numero de colunas do GRID ? -> ');
fprintf('');
G=6.672e-11;
fprintf(' > Carregando a matriz de densidades. \n');
load c:\osu91\matlabs\gridensi.mat
fprintf(' > Carregando a matriz de altitudes. \n');
load c:\osu91\matlabs\alt90a.mat

for i=1:m;
    for j=1:n;
        cboug90(i,j)=2*pi*G*1e+05*alt90a(i,j)*gridensi(i,j)*1.0e03;
    end
end
fprintf(' > Salvando o arquivo de correcoes Bouguer ');
save c:\osu91\aboug\cboug90.mat cboug90 /ascii

```

```

clc;
clear;
disp ( '          PROGRAMA DE CONVERSAO DE FORMATO DE DADOS');
echo on;
%-----
% Este programa gera uma matriz de nome SAIDA.CON com m elementos
% do arquivo SAIDA.XYZ, sendo o formato compativel com PETROMAP.
%-----
% Elaborado em 17/02/1994 - Luciano M.C. Pessoa.
%-----
echo off;
%-----
% Entrada de valores para Leitura.
%-----
disp( '> Carregando arquivo c:\matlab\bin\SAIDA.XYZ');
disp( '');
load c:\matlab\bin\SAIDA.XYZ;
disp ('> Final de carregamento. ');
[n,c] = size(SAIDA);
fprintf('> O arquivo SAIDA.CON possui %6.0f linhas',n)
disp('');
disp('');
disp(' Gerando Arquivo SAIDA.CON');
    for k=1:n,
        fprintf('SAIDA.CON','%11.2f %11.2f %11.2f \n',SAIDA(k,1),...
            SAIDA(k,2),SAIDA(k,3));
    end
end
end

```

```

clc;
clear;
disp ( '          PROGRAMA DE CONVERSAO DE FORMATO DE DADOS');
echo on;
%-----
% Este programa gera uma matriz de nome SAIDA.CON com m elementos
% do arquivo SAIDA.XYZ, sendo o formato compativel com PETROMAP.
%-----
% Elaborado em 17/02/1994 - Luciano M.C. Pessoa.
%-----
echo off;
%-----
% Entrada de valores para Leitura.
%-----
disp( '> Carregando arquivo c:\matlab\bin\SAIDA.XYZ');
disp( '');
load c:\matlab\bin\SAIDA.XYZ;
disp ('> Final de carregamento. ');
[n,c] = size(SAIDA);
fprintf('> O arquivo SAIDA.CON possui %6.0f linhas',n)
disp('');
disp('');
disp(' Gerando Arquivo SAIDA.CON');
    for k=1:n,
        fprintf('SAIDA.CON','%9.5f %8.5f %6.1f \n',-SAIDA(k,1),...
            360-SAIDA(k,2),SAIDA(k,3));
    end
end
end

```

```

clc;
echo on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para agrupar pontos digitalizados a partir de 1:100000
% (folha completa) subdivisoes prismaticas da folha. Sera criada uma
% matriz com dimensoes 8 x 8, contendo a anomalia media para cada qua-
% drado de 30' x 30'.
% O arquivo de entrada sera ENTRADA.XYZ.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
echo off;
%-----
disp( '> Carregando arquivo c:\dipex\tese\ENTRADA.XYZ');
load c:\dipex\tese\ENTRADA.xyz;
disp( '> Final de carregamento. ');
[l,c] = size(ENTRADA);
disp('');
fprintf( '> Linhas do arquivo ENTRADA.XYZ => %6.0f linhas',n)
disp('');
latinic=input(' Latitude do canto inferior esquerdo ? => ');
loninic=input(' Longitude do canto inferior esquerdo ? => ');
disp('');
DF=input(' Dimensao da folha em MINUTOS de arco ? => ');
disp('');
DP=input(' Dimensao do prisma em MINUTOS de arco ? => ');
int=round(DF/DP);
DP=(DP/60);
%-----
for i=1:l,
    for j=1:int,
        for k=1:int,
            if (ENTRADA(i,5)>=latinic+j*DP-DP) & (ENTRADA(i,5)<latinic+j*DP) & ...
                (ENTRADA(i,6)>=loninic+k*DP-DP) & (ENTRADA(i,6)<loninic+k*DP),
                S(j,k)=S(j,k)+ENTRADA(i,4);
            else
                end
            end
        end
    end
end
save c:\dipex\tese\S.res S /ascii;
%-----

```

```

clc;
echo on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para agrupar pontos digitalizados a partir de 1:100000
% (folha completa) subdivisoes prismaticas da folha. Sera criada uma
% matriz com dimensoes 30x30, contendo o altitude media para cada qua-
% drado de 1'x1'.
% O arquivo de entrada sera ENTRADA.XYZ.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
echo off;
%-----
disp( '> Carregando arquivo c:\matlab\bin\ENTRADA.XYZ');
load c:\matlab\bin\ENTRADA.xyz;
disp( '> Final de carregamento. ');
[n,c] = size(ENTRADA);
disp('');
fprintf( '> Linhas do arquivo ENTRADA.XYZ => %6.0f linhas',n)
disp('');
latinic=input(' Latitude do canto inferior esquerdo ? => ');
loninic=input(' Longitude do canto inferior esquerdo ? => ');
disp('');
DF=input(' Dimensao da folha em MINUTOS de arco ? => ');
disp('');
DP=input(' Dimensao do prisma em MINUTOS de arco ? => ');
int=round(DF/DP);
DP=(DP/60);
%-----
for i=1:n,
    for j=1:int,
        for k=1:int,
            if (ENTRADA(i,4)>=latinic+j*DP-DP) & (ENTRADA(i,4)<latinic+j*DP) & ...
                (ENTRADA(i,5)>=loninic+k*DP-DP) & (ENTRADA(i,5)<loninic+k*DP),
                S(j,k)=S(j,k)+ENTRADA(i,3);
            else
                end
            end
        end
    end
end
save S.res S /ascii
%-----

```

%% 195
% Programa para calculo de correcoes Free-Air %%%%%%%%%
%
% Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba dez/1993 %
%
% %%%%%%%%%

```
load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz
format long;
for i=1:1447,
CFreeAir(i,1)=.3086*eg2930(i,5);
end
clear eg2930
save c:\dipex\tese\CFreeAir.dat /ascii
clear
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para calculo de correcoes Bouguer  %%%%%%%%%%%%%% 196
%
% Elaborado por Luciano Montenegro Pessoa - Curitiba dez/1993 %%%%%%%%%%
%
% %%%%%%%%%%%%%%

```

```

load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz
format long;
for i=1:1447,
    Cbouguer(i,1)=-.1119*eg2930(i,5);
end
clear eg2930
save c:\dipex\tese\Cbouguer.dat /ascii
clear

```

```
%-----  
% Programa de geracao de um grid mxn de correcoes atmosfericas  
%-----  
% CA = Correcao Atmosferica.  
%-----  
echo off;  
pause  
m=input(' > Numero de linhas do GRID ? -> ');  
n=input(' > Numero de colunas do GRID ? -> ');  
  
fprintf (' > Carregando a matriz de altitudes. \n');  
fprintf (' > Calculando as correcoes atmosfericas. \n');  
load c:\osu91\matlabs\altit180.mat;  
  
for i=1:m,  
    for j=1:n,  
        CA(i,j)=3.4e-9*(altit180(i,j))^2-9.67e-5*(altit180(i,j))+.8652;  
    end  
end  
fprintf (' > Salvando o grid de correcoes atmosfericas. ');  
save c:\osu91\matlabs\catm180.mat CA /ascii
```

```
echo on;
```

198

```
%-----  
% Programa para calculo da correcao da calota Bouguer do grid mxn  
% do arquivo de terreno gridado.  
% em 04/01/95.  
%-----
```

```
% CB = Conversao para calota Bouguer.  
%-----
```

```
echo off;
```

```
pause
```

```
m=input(' > Numero de linhas do GRID ? -> ');
```

```
n=input(' > Numero de colunas do GRID ? -> ');
```

```
fprintf(' > Carregando a matriz de altitudes. \n');
```

```
fprintf(' > Calculando as correcoes PLATEAU/calota. \n');
```

```
load c:\osu91\matlabs\altit180.mat
```

```
for i=1:m,
```

```
for j=1:n,
```

```
CB(i,j)=(-1.06e-12*(altit180(i,j))^4+...
```

```
4.65233e-9*(altit180(i,j))^3-...
```

```
1.03923e-5*(altit180(i,j))^2+...
```

```
1.974e-2*(altit180(i,j))-1.001935)/10;
```

```
end
```

```
end
```

```
save c:\osu91\matlabs\corcal80.mat CB /ascii
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calculo da anomalia Bouguer %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Luciano Montenegro Pessoa jul/94 - Curitiba/PR %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% clear;
% disp( ' > Carregando eg2930.dat ');
% disp('');
% load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz;
% disp( ' > Carregando gnorma84.dat');
% disp('');
% load c:\dipex\tese\normal84.dat;
% disp(' > Carregando boug.dat ');
% load c:\dipex\tese\bougeo\boug.dat;
% disp('');
% disp( ' > Calculando Anomalia Bouguer c/ densidade variavel SGR-80. ');
% disp('');
% G=6.672e-11;
% ro=2670;
% [l,c]=size(eg2930);
% for i=1:l,
%     ro=boug(i,5)*1000;
% -----
% CA = Correcao Atmosferica.
% -----
%     CA=3.4e-9*(eg2930(i,5))^2-9.67e-5*(eg2930(i,5))+.8652;
% -----
% CB = Conversao para calota Bouguer.(INCLUIDA NESTE CALCULO)
% -----
%     CB=(-1.06e-12*(eg2930(i,5))^4+...
%         4.65233e-9*(eg2930(i,5))^3-...
%         1.03923e-5*(eg2930(i,5))^2+...
%         1.974e-2*(eg2930(i,5))-1.001935)/10;
% -----
% CT = Correcao de Terreno. (NAO INCLUIDA NESTE CALCULO!!!)
% -----
%     CT=eg2930(i,7);
% -----
% ABouguer = Anomalia Bouguer (g + 0.30855H -2*pi*ro*G*H - gamma +CA)
% -----
%     aboug84(i,4)=eg2930(i,6)+9.7e+05+((.30855-(2*pi*G*ro)*1e+05)...
%         *eg2930(i,5))-normal84(i,4)+CA-CB;
% -----
% Geracao do arquivo de saida.
% -----
%     aboug84(i,1)=eg2930(i,3);
%     aboug84(i,2)=eg2930(i,4);
%     aboug84(i,3)=eg2930(i,5);
% end
% save c:\dipex\tese\boug80.dat aboug84 /ascii;

```

```

clc
echo on;
% ----- %
% ANALISE DE DENSIDADE A PARTIR DE ANOMALIAS BOUGUER E ALTITUDES %
% A PARTIR DOS ARQUIVOS COM ANOMALIAS MEDIAS DE CADA FOLHA E DAS %
% ALTITUDES RESPECTIVAS, UTILIZANDO-SE A APROXIMACAO LINEAR, SAO %
% CALCULADOS OS COEFICIENTES DE CORRELACAO PARA CADA FOLHA. SENDO %
% ----- %
%
% Curitiba, 30 de julho de 1994.
%
echo off;
G=6.672e-11;
ro0=2670;
load c:\dipex\tese\boug44.dat
plot (boug44(:,2),boug44(:,1),'+b')
title (' Anomalia Bouguer x Altitude (Irineopolis)');
xlabel ('Altitude (metros)');
ylabel ('Anomalias (mGals)');
grid;
pause
disp (' Coeficiente de Correlacao ');
disp('');
coef=corrcoef(boug44(:,2),boug44(:,1))
pause
disp( 'Coeficientes de regressao');
disp('');
d=polyfit(boug44(:,2),boug44(:,1),1)
pause
[l,c]=size(boug44);
b=input('Coeficiente de Regressao > ');
ro1=ro0+(b/(2*pi*G))/10e5
y=polyval(d,boug44(:,2));
plot (boug44(:,2),boug44(:,1),'+b',boug44(:,2),y);
title (' Anomalia Bouguer x Altitude (Irineopolis)');
xlabel ('Altitude (metros)');
ylabel ('Anomalias (mGals)');
grid

```

```
%-----  
% CB = Conversao para calota Bouguer.  
%-----  
disp('');  
disp(' > Calculo da Correcao Plato-Calota');  
disp('');  
for i=1:l,  
    CB(i,4)=(-1.06e-12*(eg2930(i,5))^4+...  
    4.65233e-9*(eg2930(i,5))^3-...  
    1.03923e-5*(eg2930(i,5))^2+...  
    1.974e-2*(eg2930(i,5))-1.001935)/10;  
    CB(i,1)=eg2930(i,3);  
    CB(i,2)=eg2930(i,4);  
    CB(i,3)=eg2930(i,5);  
end  
save c:\dipex\tese\CB.dat CB /ascii;
```



```

disp(' > Tecle <ENTER> iniciar operacao');
pause
format bank
disp(' > Aguarde.    Tempo estimado em seg. ');
te=1/596;
disp (fix(te));
t3=clock;
format long
%-----
if abs(minlat-maxlat) >= .5,
    dlat=abs(minlat-maxlat)-.5;
    maxlat=(maxlat-dlat)-.000001;
else
end;

if abs(maxlon-minlon) >= .5,
    dlon=abs(maxlon-minlon)-.5;
    minlon=(minlon+dlon)+.000001;
else
end;
acum=zeros(30);
cont=zeros(30);
for i=1:1,
    p=fix((abs((arquivo(i,4)-(maxlat))*60))+1);
    q=fix((abs((arquivo(i,5)-(minlon))*60))+1);
    acum(p,q)=acum(p,q)+arquivo(i,3);
    cont(p,q)=cont(p,q)+1;
end;
disp(' ');
disp(' > Calculando as altitudes medias ');
disp(' ');
for p=1:30,
    for q=1:30,
        if cont(p,q)==0, cont(p,q)=1;
        else
            end;
        media(p,q)=acum(p,q)/cont(p,q);
    end;
end;
disp(' > Altitudes medias calculadas ');
t4=clock;
t=etime(t4,t3);
format bank;
disp(' ');
disp(' > Tempo de leitura ');
disp(t);
disp(' > Tecle <ENTER> iniciar operacao ');
pause;
%-----
%for p=1:30,
%    for q=1:30,
%        if media(p,q)<=200,
%            media(p,q)=media(p+1,q+1);
%        elseif media(p,q) <=200,
%            media(p,q)=media(p+2,q+1);
%        elseif media(p,q) <=200,
%            media(p,q)=media(p+1,q+2);
%        elseif media(p,q) <=200,

```

```
%      media(p,q)=media(p+2,q+2);
%      else
%      end
%  end
%end
save media.res media /ascii;
gridcor;
mesh(cont),title('Superficie dos Valores Acumulados (cont)');
pause
contour(cont),title(' Curvas de Mesma Acumulacao da Folha '),...
xlabel('W -> E (Longitude)'),ylabel('S -> N (Latitude)');
pause
format bank;
mesh(media),title(' D.T.M. DOS VALORES MEDIOS DOS PRISMAS (1 x 1)');
pause
clc
disp (' > Maxima altitude');
max(max(media))
disp(' > Minima altitude');
min(min(media))
pause
contour(media),title(' Curvas de Nivel da Folha '),...
xlabel('W -> E (Longitude)'),ylabel('S -> N (Latitude)');
```

```

%-----
%-----
% Transformacao UTM -> GEO (CORREGO ALEGRE)
%-----
elseif k ==2
clc;
disp('      Transformacao UTM -> GEO (CORREGO ALEGRE)');
disp('');
disp('          >>> Lendo arquivo ARQ.EDT <<< ');
load arq.edt
disp('');
disp('          >>> Leitura concluida <<< ');
disp('');
[l,c]=size(arq);
disp(' Numero de linhas ');l
a = 6378388.0;
e = sqrt (6.72267e-3);
b = a * sqrt(1 - ((e)^2) );
Xk = a / (a - b);
Xa = 1 / ( 2 * Xk -1 );
Xc = ( 1 / Xk ) * ( 2 - ( 1 / Xk ) );
Xg = 1 + 3 * Xa * (-1 + (7 * Xa / 4) * (1 - Xa/0.679) );
Xh = 1 - Xg + 0.0000000014;
Xi = 3.5 * Xa * ( 1 - Xa / 0.3269 );
K0 = 0.9996;
MC = 51;
calc;
save arqcorre.out arq /ascii;
end

```

```

clc;
echo on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para transformacao de coordenadas UTM->GEODESICAS entre os %
% sistemas CORREGO ALEGRE e SAD-69. O Programa usa como entrada um ar- %
% quivo ASCII tipo N E H, utilizando-se das duas primeiras colunas para %
% a transformacao. O programa esta elaborado para transformar APENAS as %
% coordenadas nos Sistemas CORREGO ALEGRE e SAD-69. %
% ----- %
% O arquivo de entrada deverah ter o nome ARQ.EDT e ter no maximo tres %
% colunas, sendo a primeira coluna a coordenada NORTE e a segunda a ESTE. %
% O arquivo de saida tera o mesmo nome de acordo com o Sistema utilizado %
% extensao OUT (ARQSAD69.OUT ou ARQCORRE.OUT). O programa chama o subpro- %
% grama CALC.M o qual contem as equacoes de transformacao. %
% Os valores de longitude sao contados para este a partir de Greenwich, %
% variando entre 0 e 360. %
% ----- %
% Foi desenvolvida a partir da procedure UTMGEO do PACGEO (Montenegro & %
% Souza, 1991) originalmente em Turbo Pascal 5.0. %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
pause;
echo off;
clc;
%!capa;
clc;
%PROGRAMA DE TRANSFORMACAO DE COORDENADAS UTM EM GEODESICAS
k=menu('          TRANSFORMACAO DE COORDENADAS UTM EM GEODESICAS      ',...
'          SAD-69          ',...
'          CORREGO ALEGRE');
%-----
%-----
% Transformacao UTM -> GEO (SAD-69)
%-----
if k ==1
clc;
disp('          Transformacao UTM -> GEO (SAD-69)');
disp('');
disp('          >>> Lendo arquivo ARQ.EDT <<< ');
load arq.edt
disp('');
disp('          >>> Leitura concluida <<< ');
disp('');
[l,c]=size(arq);
disp(' Numero de linhas ');l
a = 6378160.0;
e = sqrt (6.694541855e-3);
b = a * sqrt(1 - ((e)^2) );
Xk = a / (a - b);
Xa = 1 / ( 2 * Xk -1 );
Xc = ( 1 / Xk ) * ( 2 - ( 1 / Xk ) );
Xg = 1 + 3 * Xa * (-1 + (7 * Xa / 4) * (1 - Xa/0.679) );
Xh = 1 - Xg + 0.0000000014;
Xi = 3.5 * Xa * ( 1 - Xa / 0.3269 );
K0 = 0.9996;
MC = 51;
calc;
save arqsad69.out arq /ascii;
end

```

```

%-----
%-----
% Transformacao UTM -> GEO (CORREGO ALEGRE)
%-----
elseif k ==2
clc;
disp('      Transformacao UTM -> GEO (CORREGO ALEGRE)');
disp('');
disp('      >>> Lendo arquivo ARQ.EDT <<< ');
load arq.edt
disp('');
disp('      >>> Leitura concluida <<< ');
disp('');
[l,c]=size(arq);
disp(' Numero de linhas ');l
a = 6378388.0;
e = sqrt (6.72267e-3);
b = a * sqrt(1 - ((e)^2) );
Xk = a / (a - b);
Xa = 1 / ( 2 * Xk -1 );
Xc = ( 1 / Xk ) * ( 2 - ( 1 / Xk ) );
Xg = 1 + 3 * Xa * (-1 + (7 * Xa / 4) * (1 - Xa/0.679) );
Xh = 1 - Xg + 0.0000000014;
Xi = 3.5 * Xa * ( 1 - Xa / 0.3269 );
K0 = 0.9996;
MC = 51;
calc;
save arqcorre.out arq /ascii;
end

```

```

clc;
echo on;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Programa para transformacao de coordenadas UTM->GEODESICAS entre os %
% sistemas CORREGO ALEGRE e SAD-69. O Programa usa como entrada um ar- %
% quivo ASCII tipo N E H, utilizando-se das duas primeiras colunas para %
% a transformacao. O programa esta elaborado para transformar APENAS as %
% coordenadas nos Sistemas CORREGO ALEGRE e SAD-69. %
% ----- %
% O arquivo de entrada deverah ter o nome ARQ.EDT e ter no maximo tres %
% colunas, sendo a primeira coluna a coordenada NORTE e a segunda a ESTE. %
% O arquivo de saida tera o mesmo nome de acordo com o Sistema utilizado %
% extensao OUT (ARQSAD69.OUT ou ARQCORRE.OUT). O programa chama o subpro- %
% grama CALC.M o qual contem as equacoes de transformacao. %
% Os valores de longitude sao contados para este a partir de Greenwich, %
% variando entre 0 e 360. %
% ----- %
% Foi desenvolvida a partir da procedure UTMGEO do PACGEO (Montenegro & %
% Souza, 1991) originalmente em Turbo Pascal 5.0. %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
pause;
echo off;
clc;
%!capa;
clc;
%PROGRAMA DE TRANSFORMACAO DE COORDENADAS UTM EM GEODESICAS
k=menu('          TRANSFORMACAO DE COORDENADAS UTM EM GEODESICAS      ',...
'          SAD-69          ',...
'          CORREGO ALEGRE');
%-----
%-----
% Transformacao UTM -> GEO (SAD-69)
%-----
if k ==1
clc;
disp('      Transformacao UTM -> GEO (SAD-69)');
disp('');
disp('          >>> Lendo arquivo ARQ.EDT <<< ');
load arq.edt
disp('');
disp('          >>> Leitura concluida <<< ');
disp('');
[l,c]=size(arq);
disp(' Numero de linhas ');l
a = 6378160.0;
e = sqrt (6.694541855e-3);
b = a * sqrt(1 - ((e)^2) );
Xk = a / (a - b);
Xa = 1 / ( 2 * Xk -1 );
Xc = ( 1 / Xk ) * ( 2 - ( 1 / Xk ) );
Xg = 1 + 3 * Xa * (-1 + (7 * Xa / 4) * (1 - Xa/0.679) );
Xh = 1 - Xg + 0.0000000014;
Xi = 3.5 * Xa * ( 1 - Xa / 0.3269 );
K0 = 0.9996;
MC = 51;
calc;
save arqsad69.out arq /ascii;
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calculo da anomalia Free-air para o SGR-67 %%%%%%%%%
% Luciano Montenegro Pessoa dez/93 - Curitiba/PR %%%%%%%%%
% Modificado em 11/08/94 com inclusao da correcao atmosferica %
% calculada por Montenegro com base nos valores interpolados da ta- %
% bela da AIG. Formula semelhante foi proposta por Winchietcharoen(1982).%
% Ver MORITZ(1980,p.423) %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% clear;
% load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz;
% load c:\dipex\tese\normal84.dat;
% [l,c]=size(eg2930);
% disp('');
% disp(' > Calculando Anomalia Free-Air SGR-67. ');
% disp('');
for i=1:l,
    CA=3.4e-9*(eg2930(i,5))^2-9.67e-5*(eg2930(i,5))+.8652;
    mapafair(i,4)=eg2930(i,6)+970000+.3086*eg2930(i,5)-normal67(i,4)+CA;
    mapafair(i,1)=eg2930(i,3);
    mapafair(i,2)=eg2930(i,4);
    mapafair(i,3)=eg2930(i,5);
end
save c:\dipex\tese\afair67.dat mapafair /ascii;
clear
end

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% 210
% Calculo da anomalia Free-air para o SGR80 %%%%%%%%%%%%%%%
% Luciano Montenegro Pessoa dez/93 - Curitiba/PR %%%%%%%%%%%
% Modificado em 11/08/94 com inclusao da correcao atmosferica %
% calculada por Montenegro com base nos valores interpolados da ta- %
% bela da AIG. Formula semelhante foi proposta por Winchietcharoen(1982).%
% Ver MORITZ(1980,p.423) %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% clear;
% load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz;
% load c:\dipex\tese\normal84.dat;
% [l,c]=size(eg2930);
% disp (' > Calculando Anomalia Free-Air SGR-80. ');
% disp ('');
for i=1:l,
    CA=3.4e-9*(eg2930(i,5))^2-9.67e-5*(eg2930(i,5))+.8652;
    afair84(i,4)=eg2930(i,6)+970000+.3086*eg2930(i,5)-normal84(i,4)+CA;
    afair84(i,1)=eg2930(i,3);
    afair84(i,2)=eg2930(i,4);
    afair84(i,3)=eg2930(i,5);
end
save c:\dipex\tese\afair84.dat afair84 /ascii;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calculo da anomalia Bouguer %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Luciano Montenegro Pessoa jul/94 - Curitiba/PR %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% clear;
% load c:\dipex\eg2930\eg2930.xyz;
% load c:\dipex\tese\gnorma84.dal;
disp('');
disp(' > Calculando Anomalia Bouguer SGR-67. ');
disp('');
G=6.67e-11;
ro=2670;
[l,c]=size(eg2930);
for i=1:l,
%-----
% CA = Correcao Atmosferica.
%-----
    CA=3.4e-9*(eg2930(i,5))^2-9.67e-5*(eg2930(i,5))+.8652;
%-----
% CB = Conversao para calota Bouguer.
%-----
    CB=(-1.06e-12*(eg2930(i,5))^4+...
    4.65233e-9*(eg2930(i,5))^3-...
    1.03923e-5*(eg2930(i,5))^2+...
    1.974e-2*(eg2930(i,5))-1.001935)/10;
%-----
% CT = Correcao de Terreno.
%-----
    CT=eg2930(i,7);
%-----
% ABouguer = Anomalia Bouguer (g + 0.3086H -2*pi*ro*G*H - gamma - CB+CA+CT
%-----
    mapaboug(i,4)=eg2930(i,6)+9.7e+05+((.3086-(2*pi*G*ro)*100000)...
    *eg2930(i,5))-normal67(i,4)+CA-CB+eg2930(i,7);
%-----
% Geracao do arquivo de saida.
%-----
    mapaboug(i,1)=eg2930(i,3);
    mapaboug(i,2)=eg2930(i,4);
    mapaboug(i,3)=eg2930(i,5);
end
save c:\dipex\tese\aboug67.dat mapaboug /ascii
clear mapaboug;
end;

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 ALMEIDA, Alberto S. ; BETTINI, Cláudio. **Curso de Geoestatística Aplicada**. Rio de Janeiro. PETROBRAS/CENPES. ago. 1994.
- 2 BONFORD, Guy. **Geodesy**. Fourth ed. Oxford University Press, 1980.
- 3 CAPORALI, Alessandro. Combined Regional Geoid Determination for the ERS-1 Radar Altimeter Calibration. **Bulletin Géodésique**, v. 67, p. 139 - 147, jan./mar. 1993.
- 4 COCAR - Comissão de Cartografia. **Informativo Especial**, ano VI, jun. 1984. Normas Técnicas da Cartografia Brasileira. Brasília, 1984.
- 5 FREITAS, Sílvio R. C. **Análise de Tendências** Seminário apresentado no IAG/USP, 24 p. São Paulo. SP. set. 1988.
- 6 GEMAEL, Camil. Spherical Harmonics in Geodesy. **Boletim da Universidade Federal do Paraná**. Centro de Pesquisas e Estudo da Geodésia. n. 10. Curitiba. PR. 1970
- 7 GEMAEL, Camil. **Introdução à Geodésia Física**. Curitiba, 1981 - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR.
- 8 GEMAEL, Camil. **Introdução ao Ajustamento de Observações**. Curitiba, 1984. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR.
- 9 GIL, A. J. SEVILLA, M. J.; ROFRIGUEZ_CADEROT, G. Geoid Determination In Central Spain From Gravity And Height Data. **Bulletin Géodésique**. v. 67, p. 41 - 50, jan/mar. 1993.
- 10 GLEASON, D. M. Comparing Elipsoidal Corrections to the Transformation between the Geopotentials Spherical and Elipsoidal Spectrums. **manuscripta geodaetica**. v. 13, p. 114 - 129, jan/mar. 1988.
- 11 HEISKANEN, Weikko A. ; MORITZ, Helmut. **Physical Geodesy**. 1. ed. San Francisco - London: W. E. FREEMAN, 1967.
- 12 IBGE. **Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos. Resolução 22**. Rio de Janeiro, jul. 1983.
- 13 IBGE. **Epecificações e Normas Gerais para Levantamentos GPS - Versão Preliminar**. Rio de Janeiro, 1992.
- 14 INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY CONGRESS (XVII: 1979: Camberra). **GEODETIC REFERENCE SYSTEM 1980**. Camberra: IUGG, 1979.
- 15 JEKELI, Cristopher. The Exact Transformation Between Elipsoidal and Spherical Harmonic Expansions. **manuscripta geodaetica**. v. 13, p. 106 - 113, jan/mar. 1988.
- 16 LERCH, F. J. ; NEREM, R. S. ; PUTNEY, B. H. ; FELSENTREGER, T. L. ; SANCHEZ, V. ; KLOSKO, S.M. ; PATEL, G.B. ; WILLIAMSON, R.G. ; CHINN, D.S. ; CHAN, J.C. ; RACHLIN, K. E. ; CHANDLER, N.I. ; MCCARTHY, J.J. ; LUTCHKE, S.B. PAVLIS, N.K., PAVLIS, D.E. ; ROBBINS, J.W. KAPOOR, S. A Geopotential model from satellite tracking, altimeter, and surface gravity data: GEM-T3. **JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH**, Washington, v. 99, n. B2, p. 2815 - 2839, feb. 1994.

- 17 MARSH, F. G. ; LERCH, F.J. ; PUTNEY, B.H. ; FELSENTREGER, T.L. ;
SANCHEZ, B.V. ; KLOSKO, S.M. ; PATEL, G.B. ; ROBBINS, J.W.
WILLIAMSON ; R.G. ENGELIS, T.L. ; EDDY, W.F. ; CHANDLER, N.L. ;
CHINN, D.S. ; KAPOOR, S. ; RACHLIN, K.E. ; BRAATZ, L.E. ; PAVLIS,
E.C. A New Gravitational Model For The Earth From Satellite Tracking Data:
GEM T1. **JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH**, Washington, v.
93, n. B11, p. 6169-6215, dec. 1988.
- 18 MARSH, F. G. ; LERCH, F.J. ; PUTNEY, B.H. ; FELSENTREGER, T.L. ;
SANCHEZ, B.V. ; KLOSKO, S.M. ; PATEL, G.B. ; ROBBINS, J.W.
WILLIAMSON ; R.G. ENGELIS, T.L. ; EDDY, W.F. ; CHANDLER, N.L. ;
CHINN, D.S. ; KAPOOR, S. ; RACHLIN, K.E. ; BRAATZ, L.E. ; PAVLIS,
E.C. The GEM-T2 Gravitational Model. **JOURNAL OF GEOPHYSICAL
RESEARCH**, Washington, v. 95, n. B13, p. 22,043 - 22,071, dec. 1990.
- 19 MILBERT, Denis. GPS and GEOID90 - The New Rod Level. **GPS WORLD**,
Riverton, New Jersey, v. 3, n. 2, p. 38 - 43, feb. 1992.
- 20 MORITZ, Helmut. **Advanced Physical Geodesy**. 1. ed. West Germany -
Great Britain : Wichmann Verlag and Abacus Press, 1980.
- 21 PAVLIS, Nikolaos K. Modeling and Estimation of a Low Degree
Geopotential Model From Terrestrial Gravity Data. Reports of the
Department of Geodetic Science and Surveying-Ohio State
University, Columbus, Ohio, n. 386, 1988.
- 22 PEREIRA, Kátia D. **Rede Nacional GPS**. Rio de Janeiro : IBGE, 1993.
- 23 PICK, Milos ; PICHA, Jan ; VYSKOCIL, Vincenc. **Theory of The Earth's
Gravity Field**. Elsevier Scientific Publishing Company. Amsterdam-London-
New York. 1973.
- 24 RAPP, Richard H.; CRUZ, Jaime Y. Spherical Harmonic Expansions of the
Earth's Gravitational Potential To Degree 360 Using 30' Mean
Anomalies. **Reports of the Department of Geodetic Science and
Surveying-Ohio State University**, Columbus, Ohio, n. 376, dec. 1986.
- 25 RAPP, Richard H. ; PAVLIS, Nikolaos K. The Development and Analysis of
Geopotential Coefficient Models to Spherical Harmonic Degree 360.
JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH, Washington, v. 95,
n. B13, p. 21,885 - 21,911, dec. 1990.
- 26 RAPP, Richard H. ; WANG, Yan M. ; PAVLIS, Nikolaos K. The Ohio State 1991
Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Models
**Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying-Ohio State
University**, Columbus, Ohio, n.410, Aug. 1991
- 27 RAPP, Richard H. ; WANG, Yan M. Geoid Undulation Differences Between
Geopotential Models. **Surveys in Geophysics**. Netherlands, v. 14 p. 373 - 380.
feb. 1993
- 28 RAPP, Richard H.; **Geoid Undulation Accuracy**. IEEE TRASCTIONS ON
GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING, v. 31, n. 2, p. 365 - 370, mar.
1993.
- 29 RIBEIRO, Gilberto P. CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA (
XIV :1989 : Gramado, RS). Ajustamento Altimétrico Através do
Método das Equações de Observação com Análise Estatística dos
Resultados. **Anais**. Gramado, RS, SBC, 1989.

- 30 SÁ, Nelsi C. ; USSAMI, Naomi ; MOLINA, Eder C. Gravity Map of Brasil. Representation of Free-Air and Bouguer Anomalies. **JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH**, Washington, v. 98, n. B2 p. 2187 - 2197, feb. 1993a.
- 31 SÁ, N. C. de. CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA (XVI : 1993 : Rio de Janeiro, RJ) Testes Sobre a Eficiência de Modelos Geopotenciais no Brasil. Rio de Janeiro, RJ. **Anais** 1: p. 268 - 277 , 1993b.
- 32 SÁ, N. C. de. CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA. (III: 1993: Rio de Janeiro, RJ) Um Geóide Para Aplicações do GPS em Geociências. Rio de Janeiro, RJ. **Anais** 1. p. 584 - 589, 1993c.
- 33 SCHWARZ, Klaus P. : SIDERIS, Michael. Heights and GPS. **GPS WORLD**, Riverton, New Jersey. v. 4. P. 50 - 56. feb. 1993.
- 34 SEEGER, Günter. **Satellite Geodesy**. 1.ed. Berlin - New York : de Gruyter, 1993.
- 35 STRANG-VAN-HEES. Stokes Formulae Using Fast Fourier Transform Techniques. **manuscripta geodaetica**. v. 15 p. 235 - 239, 1990
- 36 SURITA, Célia A. **Aplicação da Transformada de Fourier na Correção de Relevo**. São Paulo, 1990. Dissertação de Mestrado. Departamento de Geofísica. USP
- 37 TORGE, W. BEHREND, D. **Geoid Determination of Continental Dimensions - Strategies and Results**. Maracaibo, 1992.
- 38 TSCHERNING, C.C. ; RAPP R. H. ; GOAD, C. A Comparison of Methods for Computing Gravimetric Quantities from High Degree Spherical Harmonic Expansions. **manuscripta geodaetica**. v. 8, p. 249 - 272, 1983.
- 39 TZIAVOS, Ilias N. **Numerical Consideration of FFT Methods in Gravity Field Modelling**. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Hannover, n. 188, p. 1 -132, 1993
- 40 VANÍČEK, Petr ; KRAKIWSKY, Edward. **GEODESY : THE CONCEPTS**. 1. ed. Amsterdam-New York-Oxford : North Holland, 1982.
- 41 VANÍČEK, Petr ; KLEUSBERG, Alfred ; CHANG, Ruey-Gang ; FASHIR, Hassan; CHRISTOU, Nick ; HOFMAN, Marco ; KLING, Thomas ; ARSENAULT, Terry. The Canadian Geoid. **Thechnical Report. Department of Surveying Engineering of The University of New Brunswick** n. 129. Fredericton, N.B. December, 1987.
- 42 WANG, Yan M.; RAPP, Richard H. Terrain Effects on Geoid Undulation Computation. **manuscripta geodaetica** v. 15 p. 220 - 234, 1990
- 43 WICHENCHAROEN, Chugiat. The Indirect Effects On The Computation of Geoid Undulations. **Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying-Ohio State University**, Columbus, Ohio, n. 336, dec. 1982.
- 44 ZHAO, Shunde. The Computation of Detailed Geoids Using The Fast Fourier Transform Method. **Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying-Ohio State University**, Columbus, Ohio, n. 400, aug. 1989