

JOSÉ LINCOLN DE SOUSA MENESES

NIVELAMENTO ASTRO-GRAVIMÉTRICO:
IMPORTÂNCIA E APLICABILIDADE
NO BRASIL

Dissertação apresentada ao Curso de
Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
para obtenção do Grau de Mestre em
Ciências pela Universidade Federal do
Paraná.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1981

NIVELAMENTO ASTRO-GRAVIMÉTRICO
IMPORTÂNCIA E APLICABILIDADE
NO BRASIL

DISSERTAÇÃO

Apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
para obtenção do Grau de Mestre em Ciências pela Universida-
de Federal do Paraná.

por


JOSÉ LINCOLN DE SOUSA MENESES, Engº Agrimensor

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1981

BANCA EXAMINADORA


PHD JOSÉ BITTENCOURT DE ANDRADE


MSc MILTON DE AZEVEDO CAMPOS


MSc SILVIO ROGERIO CORREIA DE FREITAS

Aos meus pais:

JOÃO DE SOUSA MENESES

e

CELCENDINA E. DE MENESES

AGRADECIMENTOS

Desejamos sinceramente externar os nossos agradecimentos aos professores:

Dr. Camil Gemael, pela orientação, críticas e incentivos constantes na elaboração do presente trabalho;

Dr. José Bittencourt de Andrade, Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, pela colaboração ceder do todo material disponível no Curso;

Dr. João Bosco Lugnani e M.Sc. François Albert Rosier, pelas sugestões apresentadas.

Como também aos colegas abaixo relacionados pelo convívio, entusiasmo e sugestões recebidas:

Antônio, Aderson dos P. Filho, Eng. Agrimensor;

Rogério de C. Vêras, Eng. Agrimensor;

José Ozildo de Moura, Eng. Civil.

Bem como as pessoas abaixo relacionadas, as quais contribuíram em várias etapas da confecção do mesmo:

Carlos Aurélio Nadal, Eng. Civil e Ex-colega de Curso.

Eliane Stroparo, Lic. Filos., Bel. Biblioteconomia.

Eva Cristina R.A. Dalmolin, Lic. Letras.

Romario Cardoso de Araujo, Dactilógrafo.

Agradecemos também a Fundação Universidade Federal do Piauí, pela Bolsa de Estudos concedida através do FICD.

SINOPSE

O presente trabalho tem como objetivo a determinação do desvio astro-gravimétrico.

Apresentamos inicialmente o desenvolvimento dos métodos astro-geodésico e gravimétrico, uma vez que o nivelamento astro-gravimétrico é uma conjugação de ambos.

Através de dados reais determinamos os desvios astro-geodésicos e a partir destes, simulamos os gravimétricos devido a região próxima s, e em seguida efetuamos os cálculos dos desvios astro-gravimétricos.

SYNOPSIS

The aim of this paper is to determine the astro-gravimetric deviation.

Initially the development of astro-geodetic and gravimetric methods is presented, since the astro-gravimetric method is a combination of both.

Actual data were used to determine the astro-geodetic deviations and from these, the gravimetric ones for the neighboring regions, are obtained by simulation. Following, the astro-gravimetric deviations are computed.

SUMÁRIO

	Página
Título.....	ii
Dedicatória.....	iii
Agradecimentos.....	iv
Sinopse.....	v
Synopsis.....	v
Sumário.....	vi

CAPÍTULO I

Introdução.....	01
-----------------	----

CAPÍTULO II

DETERMINAÇÃO ASTRO-GEODÉSICA DO DESVIO:

NIVELAMENTO ASTRONÔMICO

2.1.-	Conceituação e importância do método.....	04
2.2.-	Cálculo das componentes do desvio (ξ, η).....	04
2.3.-	Azimute astronômico e geodésico: Equação de Laplace.....	08
2.4.-	Correção às componentes do desvio: Redução ao Geóide.....	15
2.5.-	Determinação da distância (ΔN) geóide-elipsóide de referência em função do desvio astro-geodésico da vertical.....	18

CAPÍTULO III

DETERMINAÇÃO GRAVIMÉTRICA DO DESVIO

3.1.-	Conceituação do método.....	25
3.2.-	Equação Diferencial da Geodésia Física.....	25

	Página
3.3.- Ondulações do geóide em harmônicos esféricos.....	30
3.4.- O Teorema de Stokes.....	31
3.4.1.- Considerações.....	31
3.4.2.- Cogeóide.....	34
3.5.- Fórmula de Vening Meinesz	34
3.6.- Aplicação prática das fórmulas de Vening Meinesz.....	40
3.7.- Contribuição da 1 ^a região.....	41
3.8.- Contribuição da 2 ^a região.....	45
3.8.1.- Método de Rice.....	46
3.8.1.1 Tabela - Método de Rice.....	48
3.8.2.- Método de Kasansky	49
3.8.2.1 Tabela - Método de Kasansky	50
3.9.- Contribuição da 3 ^a região.....	52

CAPÍTULO IV

DETERMINAÇÃO ASTRO-GRAVIMÉTRICA DO DESVIO:

NIVELAMENTO ASTRO-GRAVIMÉTRICO

4.1.- Conceituação do método.....	53
4.2.- Cálculo do desvio.....	53
4.3.- Formulário para o cálculo do desvio.....	55
4.4.- Generalização.....	56
4.5.- Solução numérica do desvio astro-gravimétrico	57
4.5.1.- Com n=2 pontos.....	57
4.5.2.- Com $n \geq 3$ pontos.....	67
4.6.- Recomendações.....	80
CONCLUSÕES	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	82

APÊNDICE

PROGRAMA A.....	84
PROGRAMA B.....	86
PROGRAMA C.....	88

CAPITULO I

INTRODUÇÃO

Um dos mais importantes problemas inerentes à Geodésia, é a determinação do desvio da vertical, ou seja, de suas componentes principais (ξ , η) quer pelo método astro-geodésico, quer pelo gravimétrico ou ainda pela conjugação de ambos: nivelamento astro-gravimétrico.

O método astro-geodésico, comparando coordenadas geodésicas com coordenadas astronômicas, implica naturalmente num sistema de triangulação e em determinações astronômicas de precisão. Evidentemente acha-se restrito às áreas continentais do planeta além de conduzir a "valores relativos" que dependem das coordenadas do datum e dos parâmetros elipsoidais.

O método gravimétrico (físico ou dinâmico) conduz ao geóide através de medidas da gravidade valendo-se da fórmula de Stokes; tais medidas, todavia, devem ser estendidas à toda superfície terrestre, para que o método proporcione resultados de confiança.

No que diz respeito aos desvios gravimétricos, os mesmos são obtidos por meio da Geodésia Física, através das fórmulas de Vening Meinesz, (*) derivadas da integral de Stokes, em função das anomalias da gravidade, sendo estes independentes do datum, isto é, os desvios assim obtidos são ditos "absolutos", acarretando pois, num modelo elipsóidico com centro no centro da Terra e cujo eixo menor coincide com o eixo de rotação terrestre. Tais desvios acham-se vinculados à mesma superfície de referência da "formula da gravidade" usada para o cálculo das anomalias. |05 |

"Vale ressaltar que se definimos um elipsóide mediante os seus parâmetros geométricos, resta complementar a definição

(*) Neste trabalho não estamos considerando a possibilidade de obter o desvio da vertical através dos coeficientes dos harmônicos esféricos no desenvolvimento do geopotencial.

do ponto de vista geodésico, impondo-lhe uma orientação. Esta tem constituido, sabemos, um dos pontos fracos da Geodésia, pois conservando paralelos os eixos de rotação do elipsóide e do geóide, costuma-se impor o paralelismo, no datum, entre as duas superfícies, e arbitrar o afastamento entre ambas. Tal problema poderá ser sanado através da Geodésia Física, calculando o desvio gravimétrico no datum, o qual, ao contrário do desvio astro-geodésico, tem caráter absoluto; e assim possibilita a conversão de sistemas geodésicos diferentes num mesmo sistema mundial." | 04 |

Assim podemos dizer que as principais limitações do nivelamento astronômico são: campo de ação restrito, altura geoidal inicial arbitraria (forma apenas do geóide), alturas geoidais relativas.

Enquanto que no método gravimétrico as alturas geoidais concernem ao elipsóide absolutamente orientado e o campo de ação é o mais amplo possível pois que hoje podemos determinar g no solo ou na atmosfera, no interior dos oceanos ou à sua superfície. Não obstante, atualmente ainda não conhecemos o campo da gravidade terrestre na sua totalidade. Como também, este método não proporciona as dimensões do elipsóide adotado, e sim, apenas sua forma.

Do exposto, vê-se de imediato que os métodos astro-geodésico e gravimétrico oferecem, ambos, vantagens e desvantagens. E a circunstância de um desvio astro-geodésico encerrar o efeito da Terra toda, não obstante resultar de operações restritas a uma área pequena, nos induz a encarar os métodos gravimétrico e geométrico como complementares e não como competitivos; sendo assim, a solução que nos parece mais viável é recorrermos às técnicas de conjugação destes dois métodos, ou seja: ao nivelamento astro-gravimétrico. O que na verdade constitui um poderoso método de interpolação quando aplicamos as fórmulas de

Vening Meinesz sem considerar os efeitos das regiões afastadas.

Portanto, neste trabalho destacaremos o método astro-gravimétrico. Tentaremos através do mesmo, obter as componentes do desvio da vertical (ξ , η), como também pretendemos contribuir com uma pequena parcela para o aumento da bibliografia relativamente precária no setor nacional.

CAPITULO II

DETERMINAÇÃO ASTRO-GEODÉSICA DO DESVIO:

NIVELAMENTO ASTRONÔMICO

2.1 Conceituação e importância do método

O nivelamento astronômico consiste na determinação da distância geóide-elipsóide em função do desvio astro-geodésico da vertical . | 04 |

A determinação deste desvio é de importância fundamental, uma vez que, o mesmo mede, em cada ponto, a inclinação entre as duas superfícies citadas anteriormente, isto é, geóide e elipsóide. Tal desvio pode ser calculado por meio de suas componentes principais (ξ, η) , nos vértices de triangulação onde se processaram observações astronômicas.

2.2 Cálculo das componentes do desvio (ξ, η)

Vejamos a obtenção das equações que nos fornecem as componentes astro-geodésicas (ξ, η) do desvio: na figura 2.2.1, tomaremos OZ e ON como sendo respectivamente, a vertical e a normal relativas a um observador de coordenadas geodésicas (ϕ_G, λ_G) e astronômicas (ϕ_a, λ_a) . O ângulo i , o qual está exagerado na figura, para efeito de clareza, é o ângulo formado pela vertical e pela normal, denomina-se desvio da vertical; pode também ser medido pelo arco ZN e este, por sua vez, decomposto nos arcos: | 05 |

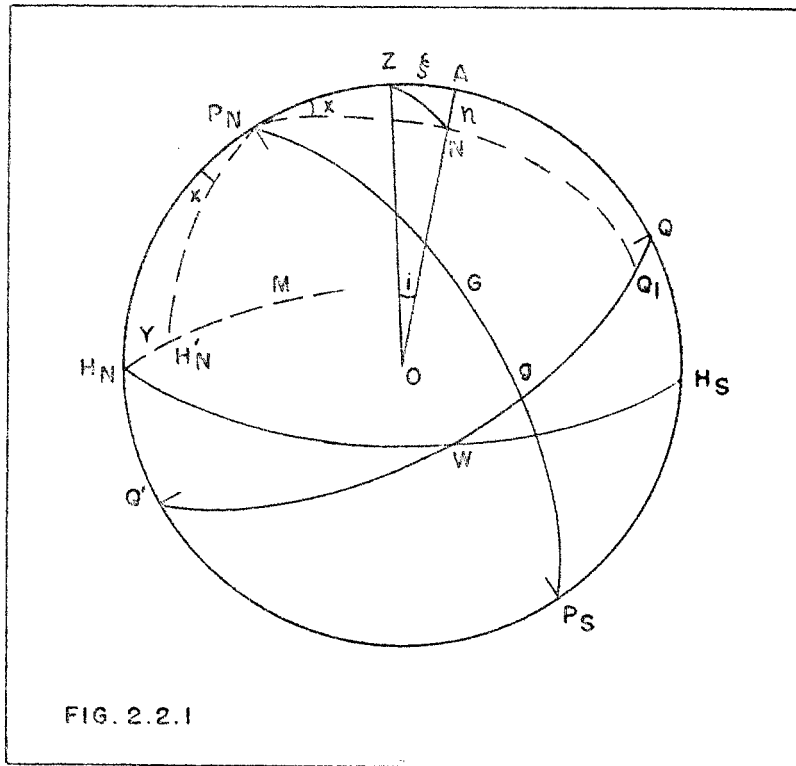
$$ZA = \xi = \text{componente meridiana}$$

$$ZN = \eta = \text{componente 1ª vertical}$$

Da análise da figura 2.2.1, temos:

$$QZ = \delta_z = \phi_a \quad (2.2.1)$$

$$Q_1N \approx QA = \phi_G \quad (2.2.2)$$



$$\boxed{\xi = \phi_a - \phi_G} \quad (\text{componente meridiana})$$

(2.2.3)

Esclarecemos que $\xi > 0$ quando o zênite se acha ao norte do "zênite" da normal.

Por outro lado, da mesma figura temos:

$$gQ_1 = \lambda_G$$

$$gQ = \lambda_a$$

$$gQ - gQ_1 = \lambda_a - \lambda_G = QQ_1 = x \quad (2.2.4)$$

tomando o triangulo $P_N AN$

$$\cos \phi_G = \frac{\text{senn} \eta}{\text{sen} x} \approx \frac{\eta}{x}$$

$$x = \frac{\eta}{\cos \phi_G} \quad (2.2.5)$$

tomando a (2.2.5) na (2.2.4), vem:

$$\boxed{\eta = (\lambda_a - \lambda_G) \cos \phi_G} \quad (\text{componente } 1^\circ \text{ vertical}),$$

(2.2.6)

sendo a longitude contada positivamente para o leste; e $\eta > 0$ quando o zênite se acha a oeste do "zênite" da normal.

Da mesma figura:

$H_N M = A_a =$ azimute astronômico de uma direção;

$H'_N M = A_G =$ azimute geodésico da mesma direção

$$A_a - A_G = y \quad (2.2.7)$$

Tomando o triângulo $P_N H_N H'_N$, retângulo em H_N :

$$\text{sen} \phi_a = \frac{y}{x} \quad . \quad .$$

$$y = x \text{sen} \phi_a \quad (2.2.8)$$

se atentarmos agora para a aproximação $\text{sen} \phi_a \approx \text{sen} \phi_G$ e introduzirmos a (2.2.5) na (2.2.8):

$$y = n \text{tg} \phi_G,$$

retornando a (2.2.7), obtemos:

$$\eta = (A_a - A_G) \lambda \text{tg} \phi_G \quad (2.2.9)$$

Vemos assim, que os segundos membros das equações (2.2.3), (2.2.6) e (2.2.9) permitem transformar grandezas astronômicas em geodésicas, desde que sejam conhecidas as componentes do desvio.

Igualando a (2.2.6) a (2.2.9):

$$A_G = A_a - (\lambda_a - \lambda_G) \text{sen} \phi_G \quad (2.2.10)$$

Esta é a forma simplificada da equação de Laplace, referente a azimute; a forma geral veremos no tópico seguinte. Ressaltamos que por meio desta equação é possível, mesmo sem conhecer o desvio da vertical, transformar um azimute astronômico em geodésico.

Vale ressaltar, que ϕ_a poderá ou não, ser corrigido do

efeito do movimento do pólo, a depender do grau de precisão exigido. ϕ_a e λ_a são observados em redes geodésicas sobre todo um conjunto de pontos, conhecidos como pontos de Laplace. ϕ_G e λ_G são derivadas de redes geodésicas (calculadas sobre o elipsóide de referência). A relação destes dois pares de coordenadas, poderá ser usada para proporcionar as componentes ξ, η do desvio da vertical, conhecido como desvio astro-geodésico. [13]

2.3.- Azimute astronômico e geodésico: Equação de Laplace

Azimute astronômico A_a da direção ij:

é o ângulo entre o plano do meridiano astronômico de i e o plano normal astronômico entre i e j figura 2.3.1 medido do norte no sentido horário. [18]

Azimute geodésico A_G da direção ij:

é definido como o ângulo entre o meridiano geodésico e a tangente à linha curva de menor distância entre i e j a geodésica, orientado do norte no sentido horário, figura 2.3.2. [15], [18]

Nosso objetivo, é determinar a equação de Laplace na sua forma completa, relacionando azimute astronômico e geodésico com outras quantidades. Para tal, consideremos a priori que o eixo de rotação da Terra é paralelo (não coincidente) com o semi-eixo menor do elipsóide de referência. [19] Tomaremos uma esfera de raio unitário, figura 2.3.3, centrada na estação de observação. [09]

A vertical intercepta a esfera no zênite astronômico Z_a , ao passo que a normal ao elipsóide intercepta o zênite

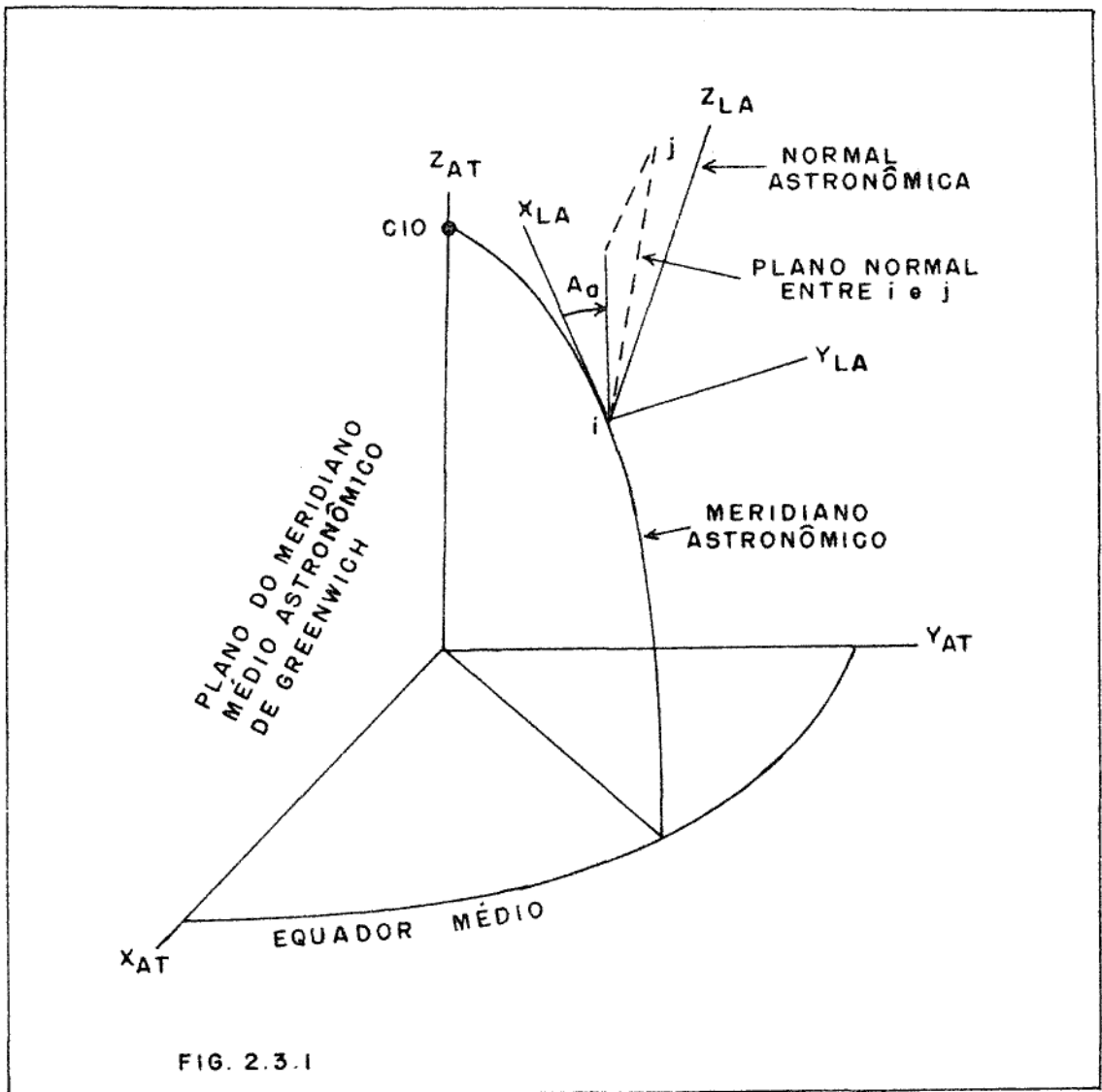


FIG. 2.3.1

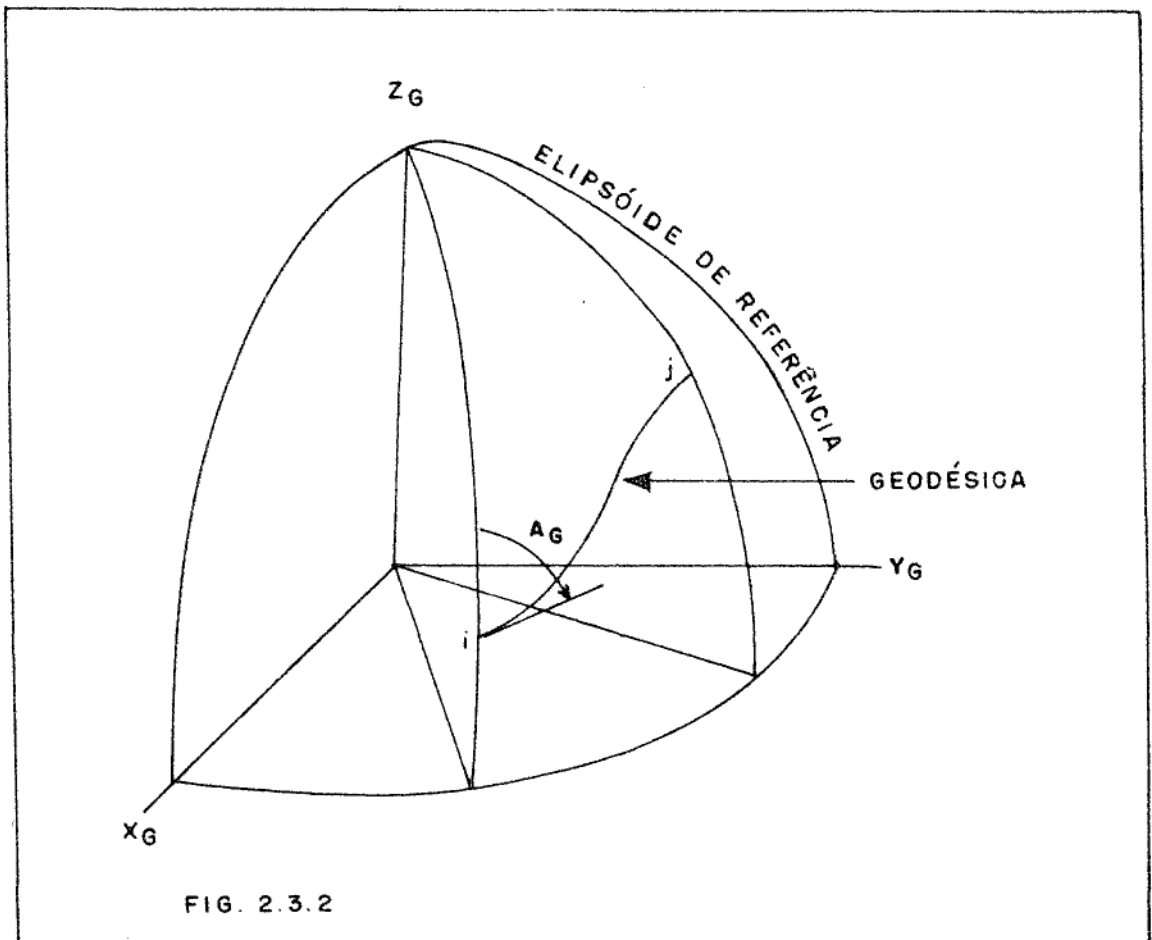


FIG. 2.3.2

geodésico Z_g , conforme está mostrado na figura 2.3.3; mostramos esta esfera unitária como vista de cima. A linha de visada da qual se pode ver a mira e permite que o azimute astronômico A_a seja medido, intercepta a esfera no ponto T e tem as distâncias zenitais z' e z relativas aos zênites astronômicos Z_a e geodésico Z_g respectivamente. O ponto P_N corresponde a direção do pólo norte, o qual tem as distâncias zenitais $90^\circ - \phi_a$ e $90^\circ - \phi_G$, com respeito a Z_a e Z_g ; o ângulo em P_N é a diferença entre as longitudes astronômica e geodésica $\Delta\lambda = \lambda_a - \lambda_G$. O ângulo em Z_a , é o azimute astronômico A_a ; o azimute geodésico A_G é o ângulo em Z_g . O ponto F jaz sobre o meridiano astronômico, o círculo máximo contém P_N e Z_a , de modo que $Z_a F Z_g = 90^\circ$; $\xi = Z_a F$ e $\eta = Z_g F$.

Aplicando a regra de Napier ao triângulo retângulo $Z_g P_N F$, contido na figura 2.3.3, obtemos: [09]

$$\text{sen}\phi_G = \cos(90^\circ - \phi_a + \xi) \cos\eta, \quad (2.3.1)$$

$$\text{sen}\eta = \cos(90^\circ - \Delta\lambda) \cos\phi_G, \quad (2.3.2)$$

considerando que ξ, η e $\Delta\lambda$ são muito pequenos em valores absolutos, podemos tomar:

$$\cos\eta \approx 1; \text{ sen}\eta \approx \eta \text{ e}$$

$$\cos(90^\circ - \Delta\lambda) = \text{sen}\Delta\lambda \approx \Delta\lambda, \text{ assim temos:}$$

$$\text{sen}\phi_G = \text{sen}(\phi_a - \xi) \quad (2.3.3)$$

ou

$$\xi = \phi_a - \phi_G \quad (2.3.4)$$

e

$$\eta = \text{sen} \Delta \lambda \cos \phi_G \approx \Delta \lambda \cos \phi_G$$

$$\eta = (\lambda_a - \lambda_G) \cos \phi_G \quad (2.3.5)$$

Observamos que as equações (2.3.4) e (2.3.5) coincidem com as equações (2.2.3) e (2.2.8) demonstradas por um caminho diferente

A diferença em azimute

$$\Delta \alpha = A_a - A_G, \quad (2.3.6)$$

consiste de duas partes, $\Delta_1 \alpha$ e $\Delta_2 \alpha$, figura 2.3.3:

$$\Delta \alpha = \Delta_1 \alpha + \Delta_2 \alpha, \quad (2.3.7)$$

$\Delta_1 \alpha$ é obtido do triângulo esférico $N_g N_a P_N$, o qual é semelhante ao triângulo $Z_g P_N$; $N_g P_N = \phi_G$, logo $Z_g P_N = 90^\circ - \phi_G$, e $\Delta_1 \alpha$ correspondente a η . Assim a equação correspondente a (2.3.5) é então:

$$\Delta_1 \alpha = \Delta \lambda \cos(90^\circ - \phi_G)$$

$$\Delta_1 \alpha = \Delta \lambda \text{sen} \phi_G, \quad (2.3.8)$$

tomando o valor de $\Delta \lambda$ na (2.3.5) e introduzindo na (2.3.8), temos:

$$\Delta_1 \alpha = \eta \text{tg} \phi_G \quad (2.3.9)$$

Introduzindo o ponto G sobre o círculo máximo que contém Z_g e T de modo que o ângulo $Z_a G Z_g = 90^\circ$, e fazendo $Z_a G = \delta$, vemos que a figura $Z_a G T T_a$ tem geometria idêntica à figura $Z_g P_N N_a N_g$, de modo que $\Delta_2 \alpha, \delta, Z'$ correspondem a $\Delta_1 \alpha, \eta, 90^\circ - \phi_G$. Assim a equação correspondente a (2.3.9) é:

$$\Delta_2 \alpha = \delta \text{cotg} z' = \delta \text{cotg} z \quad (2.3.10)$$

retornando a equação (2.3.6), temos:

$$\Lambda_a - \Lambda_G = \Delta_1 \alpha + \Delta_2 \alpha$$

$$\Lambda_a - \Lambda_G = \eta \operatorname{tg} \phi_G + \delta \operatorname{cotg} z \quad (2.3.11)$$

Admitindo que a figura $Z_a F Z_g$ mostrada em 2.3.4 é plana e de dimensões pequenas, temos:

$$\delta = \overline{Z_a R} + \overline{R G} \quad (2.3.12)$$

$$\overline{Z_a R} = \xi \operatorname{sen} \beta = \xi \operatorname{sen}(180^\circ - A_G) = \xi \operatorname{sen} A_G ,$$

$$\overline{R G} = \overline{R P} + \overline{P G} = \overline{P F} \cos \theta + \overline{Z_g P} \cos \theta = (\overline{P F} + \overline{Z_g P}) \cos \theta =$$

$$= \eta \cos \theta = \eta \cos \beta = \eta \cos(180^\circ - A_G) = -\eta \cos A_G ,$$

logo:

$$\delta = \xi \operatorname{sen} A_G - \eta \cos A_G , \quad (2.3.13)$$

finalmente, retornando à equação (2.3.11), podemos escrever para $\Lambda_a - \Lambda_G$:

$$\Lambda_a - \Lambda_G = \eta \operatorname{tg} \phi_G + (\xi \operatorname{sen} A_G - \eta \cos A_G) \operatorname{cotg} z , \quad (2.3.14)$$

ou ainda:

$$\Lambda_a - \Lambda_G = (\lambda_a - \lambda_G) \operatorname{sen} \phi_G + (\xi \operatorname{sen} A_G - \eta \cos A_G) \operatorname{cotg} z \quad (2.3.15)$$

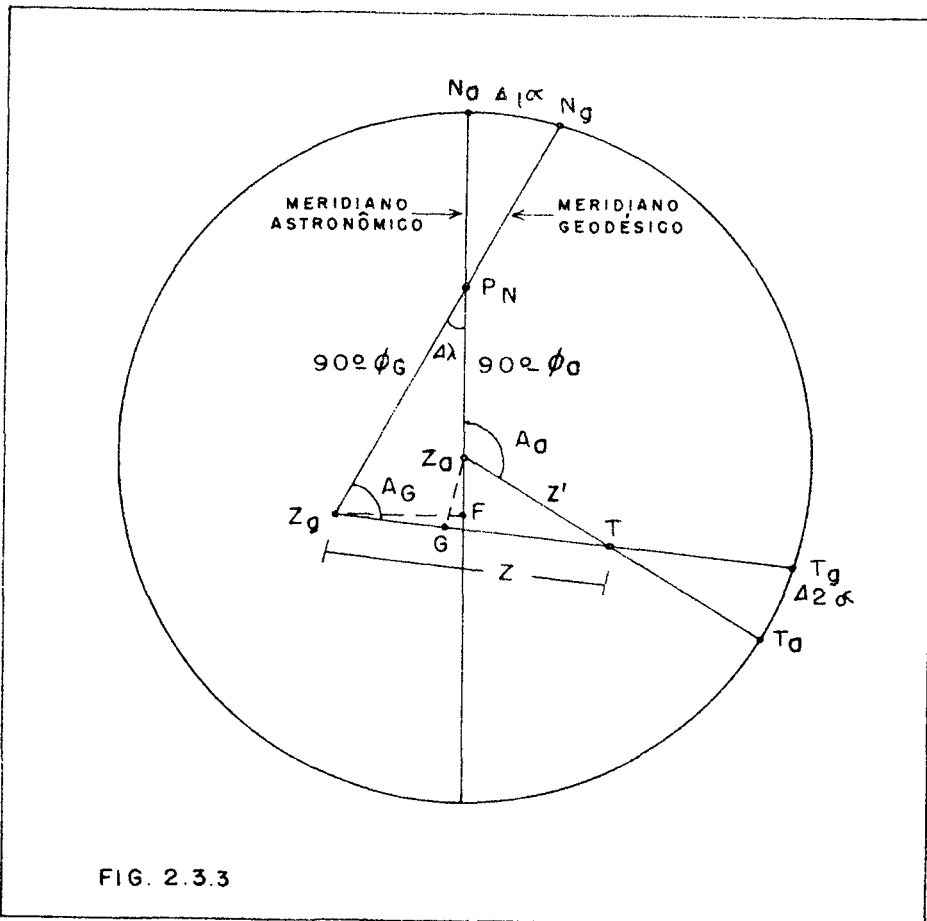


FIG. 2.3.3

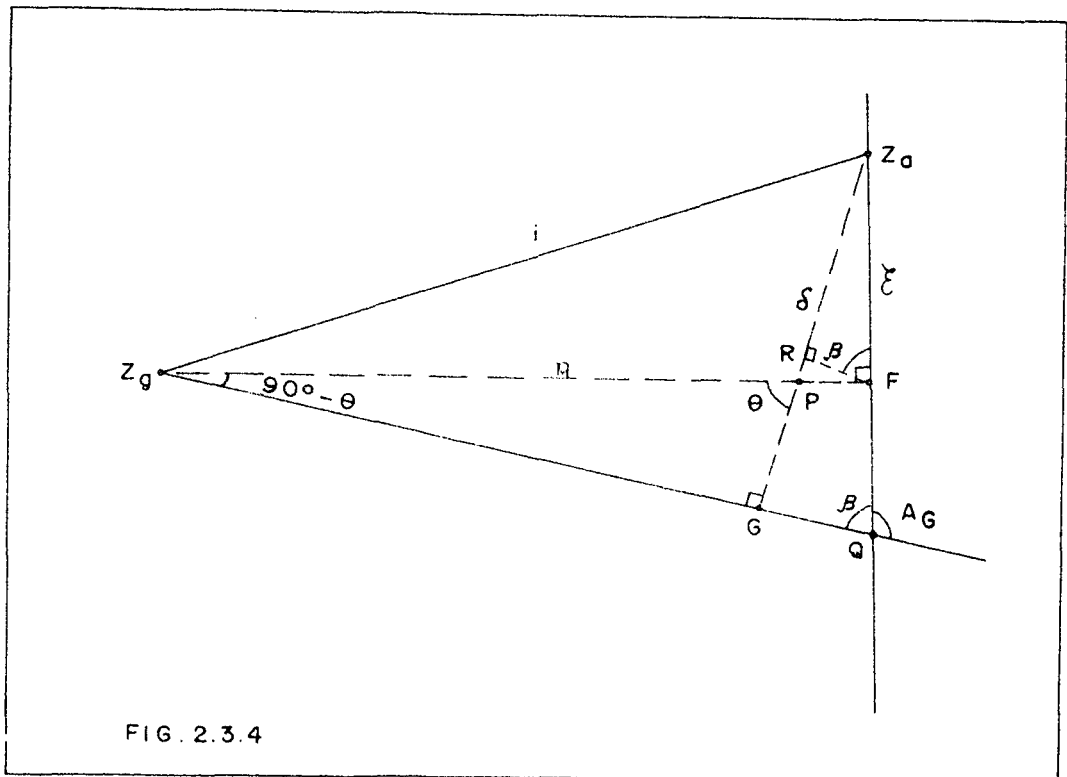


FIG. 2.3.4

Esta é a equação de Laplace (*) em sua forma completa, a qual expressa a relação entre os azimutes astronômico e geodésico através de outras quantidades.

Observamos que o segundo termo de (2.3.15) contém a distância zenital z , a qual depende da linha de visada, quando definimos os azimutes astronômico e geodésico. O valor de z está influenciado pela curvatura da linha de força do campo |14|. A avaliação do valor preciso da distância zenital z , é bastante difícil, e o que se faz usualmente é considerá-lo igual a distância zenital medida diretamente na superfície física do terreno.

Comumente se despreza o segundo termo da (2.3.15), o que implica na obtenção de uma expressão mais simples para a determinação do azimute geodésico, a qual é idêntica à (2.2.10), ou seja:

$$A_G = A_a - (\lambda_a - \lambda_G) \operatorname{sen} \phi_G \quad (2.3.16)$$

O azimute determinado pela (2.3.16), é conhecido como azimute de Laplace.

Os vértices de triangulação nos quais são realizadas determinações astronômicas de azimute e de longitude recebem o nome de pontos de Laplace.

Os pontos de Laplace são usados para: | 20 |

a - orientação de redes geodésicas sobre o elipsóide de referência;

b - orientação do elipsóide de referência, de modo que seu semi-eixo menor seja paralelo ao eixo de rotação da Terra.

(*) Esta é a equação de Laplace para azimutes. No estudo do campo gravífico, é utilizado a equação de Laplace para o potencial: $\Delta V = 0$, sendo V o potencial de atração e Δ o operador de Laplace.

2.4.- Correção às componentes do desvio: Redução ao Geóide

Definimos latitude astronômica de um ponto, como sendo o ângulo que a vertical desse ponto forma com a sua projeção equatorial; influenciado pela curvatura da vertical este ângulo varia com a altitude da estação.

Uma vez que o desvio astro-geodésico da vertical mede a inclinação da superfície eqüipotencial passando pela estação e não a do geóide, faz-se necessário o cálculo da convergência entre as duas superfícies citadas, o que é feito em função da altitude e latitude da estação: [04]

$$\Delta\phi'' = - 0,000171h \operatorname{sen}2\phi, \quad (2.4.1)$$

sendo h a altitude em metros; a correção $\Delta\phi$ (redução da latitude ao nível médio dos mares) é expressa em segundos de arco.

O sinal negativo na (2.4.1) determina uma redução da latitude (em módulo) em ambos os hemisférios; o que acarreta na componente meridiana do desvio ξ ser reduzida no hemisfério norte e aumentada no hemisfério sul. No Brasil, esta correção atinge em casos extremos, apenas três décimos de segundos.

Condições extremas em nosso país:

$$h = 2000\text{m}; \phi = 35^{\circ}\text{S}$$

$$\Delta\phi = 0,32''$$

Devemos levar em conta que a redução da latitude ao geóide acima indicada é incompleta, uma vez que é apenas de natureza geométrica, não considerando o efeito das massas existentes entre a estação e o geóide, como também a heterogeneidade das massas. Poderemos recorrer a uma correção mais rigorosa; através da Geodésia Física, isto é, da Gravimetria, considerando agora a influência da topografia e das anomalias

de densidade da crosta sobre as superfícies equipotenciais, o que é obtido através das fórmulas: [04]

$$\Delta\phi'' = - 0,210 \frac{\partial\Delta g}{\partial x} h \quad (2.4.2)$$

$$\Delta\lambda = + 0,210 \frac{\partial\Delta g}{\partial y} h \sec\phi \quad (2.4.3)$$

$\frac{\partial\Delta g}{\partial x}$, $\frac{\partial\Delta g}{\partial y}$ representando o gradiente horizontal da anomalia da gravidade nas direções norte-sul e leste-oeste respectivamente expresso em mGal/km; h a altitude da estação em quilômetros.

Para que tenhamos uma correção mais rigorosa devemos considerar os efeitos do movimento do pólo terrestre.

Sabe-se que a Terra devido a não coincidência do seu eixo de rotação com o eixo principal de inércia, possui um movimento em relação ao eixo de rotação chamado "nutation livre". Como se trata de movimento relativo, podemos dizer que há um deslocamento dos pólos terrestres em relação a um ponto fixo da superfície da Terra, chamado "movimento do pólo". Tal movimento tem como efeito imediato uma fraca oscilação da latitude no mesmo período, sendo assim, faz-se necessário uma correção dessa latitude. Sabemos também que as determinações astronômicas no vértices das triangulações, processam-se como é obvio, em épocas diferentes, implicando pois, na sua redução à mesma posição média do pólo.

Os órgãos internacionais encarregados de estudar o problema do movimento do pólo, são o International Polar Motion Service- IPMS, atualmente com sede em Mizusawa, Japão e o

Bureau International de l'Heure - BIH sediado em França Paris (*). |07|

A posição do pólo norte verdadeiro (instantâneo) em relação a um ponto fixo, é determinado por um par de coordenadas cartesianas ortogonais x_p e y_p , cuja origem é um ponto fixo. Na Assembleia Geral da União Geodésica e Geofísica Internacional realizada em Helsinki, em 1960, ficou decidido que a origem de tal sistema de coordenadas seria a posição média do polo celeste verdadeiro durante o período de 1900 a 1905. Tal ponto é conhecido por CIO (Origem Convencional Internacional). O eixo X está orientado na direção do meridiano médio de Greenwich ($\lambda=0^\circ$) e o eixo Y na direção oeste ($\lambda=270^\circ$), figura 2.4.1 .

Nossas observações são feitas relativamente ao meridiano instantâneo, isto é, ao meridiano que contém o pólo instantâneo e que é variável. Se conhecermos os valores de x_p e y_p podemos corrigir estas observações e referi-las ao meridiano que contém o pólo médio terrestre 1900-1905 e que é fixo, através da expressão: |07|

$$\Delta\lambda_p = (x_p \operatorname{sen}\lambda + y_p \operatorname{cos}\lambda) \operatorname{tg}\phi \quad (2.4.4)$$

No caso da correção à latitude temos a fórmula de Kostinsky: |04|

$$\Delta\phi_p = -x_p \operatorname{cos}\lambda + y_p \operatorname{sen}\lambda \quad (2.4.5)$$

Finalmente, considerando as três correções mencionadas:

(*) Atualmente estão sendo desenvolvidas técnicas espaciais para o estudo do movimento do pólo.

$$\Delta\phi'' = -0,000171h \operatorname{sen} 2\phi - 0,210 \frac{\partial \Delta g}{\partial x} h - x_p \cos \lambda + y_p \operatorname{sen} \lambda \quad (2.4.6)$$

Os valores preliminares de x_p e y_p (provisórios) são fornecidos pelo IPMS através de suas "notas mensais" com dois meses de atraso em unidades de 0,001" para intervalos de 0,05 anos. Os valores finais de x_p e y_p podem ser obtidos para o ano todo em intervalos de 0,05 anos nos relatórios anuais do IPMS publicados normalmente dois anos mais tarde. |02|

A circular B/C do BIH fornece valores também preliminares de x_p e y_p com cerca de duas semanas de atraso e valores extrapolados para os dias seguintes.

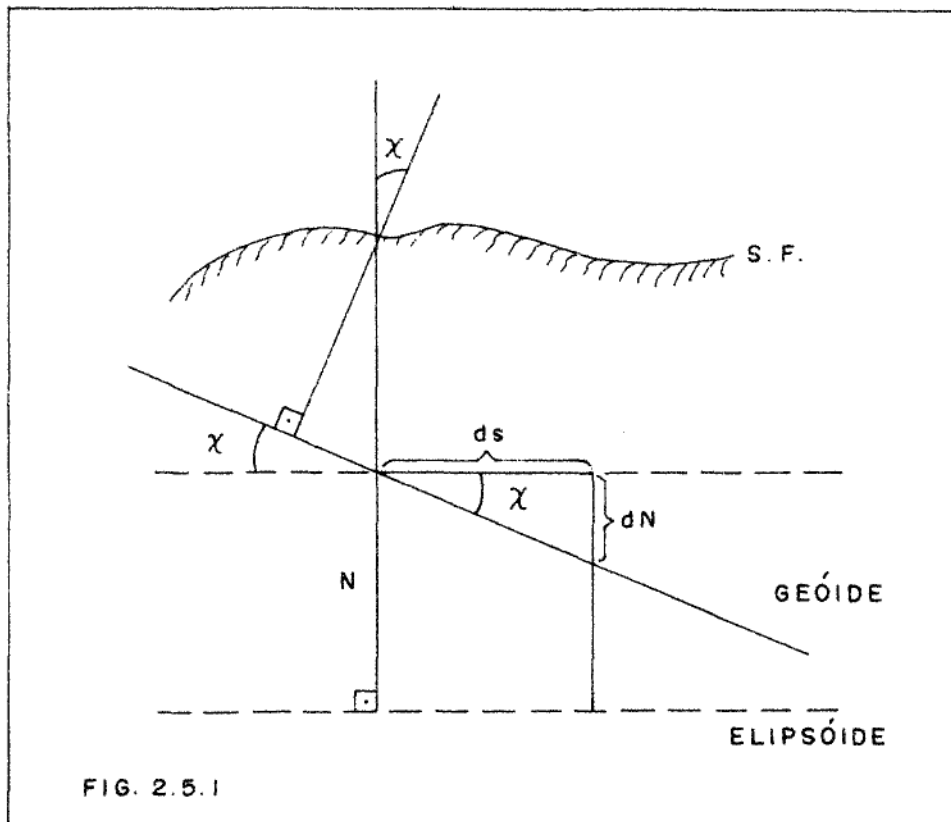
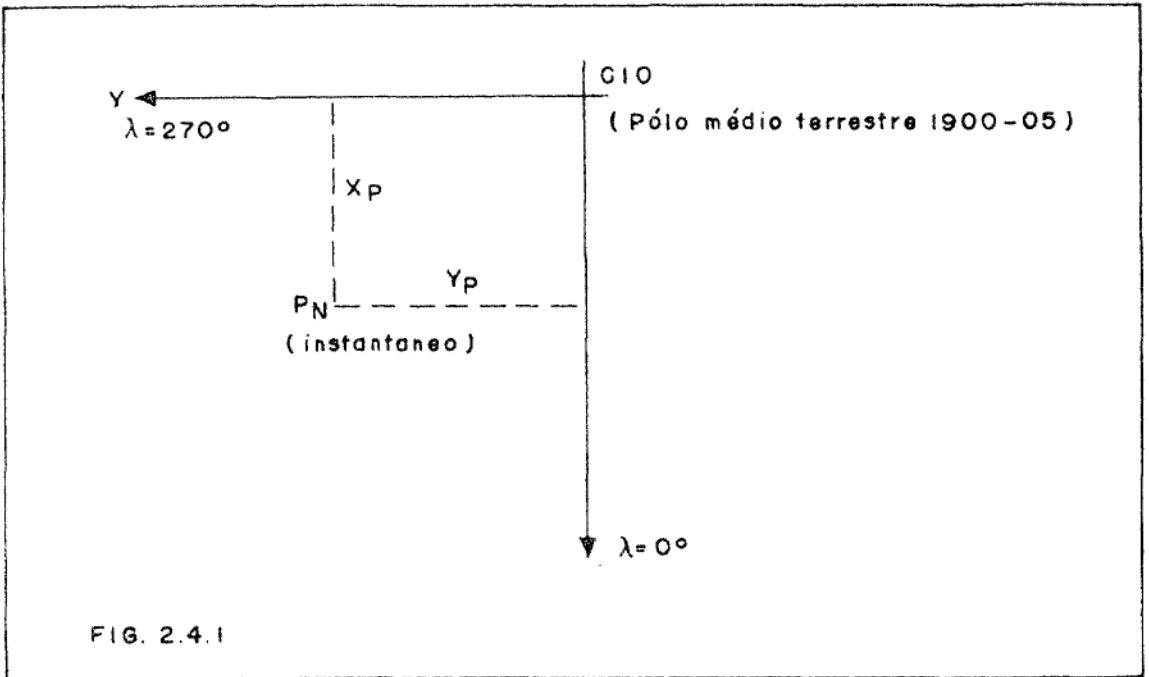
A circular D do BIH publica os valores finais de 5 em 5 dias com dois meses de atraso. Esses valores são reproduzidos para todo o ano anterior no relatório anual do BIH |01| .

2.5.- Determinação da distância (ΔN) geóide-elipsóide de referência em função do desvio astro-geodésico da vertical

Como foi mencionado em (2.1), o desvio da vertical m_e de a inclinação entre as duas superfícies: geóide e elipsóide. Sendo assim, veremos como determinar ΔN em função de ξ e η .

Sejam dois pontos infinitamente próximos ligados por um arco elementar ds , e dN o desnível geoidal entre os dois pontos, figura 2.5.1, então podemos escrever: |06|

$$dN = \chi ds \quad (2.5.1)$$



sendo χ a componente do desvio segundo ds. Considerando o caso de dois pontos 1 e 2, para os quais se possa admitir uma variação linear do desvio, podemos escrever:

$$N_2 - N_1 = \int_1^2 \chi \, ds = \frac{\chi_1 + \chi_2}{2} s \quad (2.5.2)$$

Da figura 2.5.2, na qual o desvio da vertical i está exagerado para efeito de clareza, e A_0 representa o azimute da geodésica s (arco ZN), obtemos:

$$\xi = i \cos A_0 \quad (2.5.3)$$

$$\eta = i \sin A_0 \quad (2.5.4)$$

Tomando a projeção do arco ZN segundo uma direção de azimute A e designando por χ a respectiva componente:

$$\chi = i \cos(A - A_0) = i \cos A \cos A_0 + i \sin A \sin A_0$$

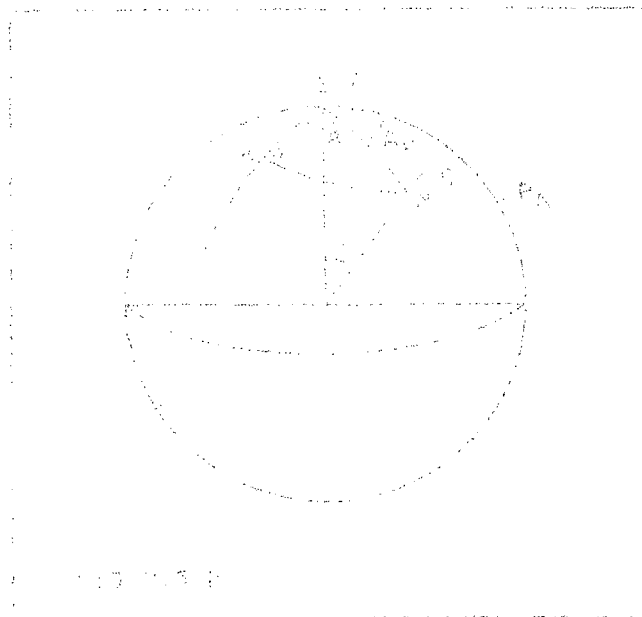
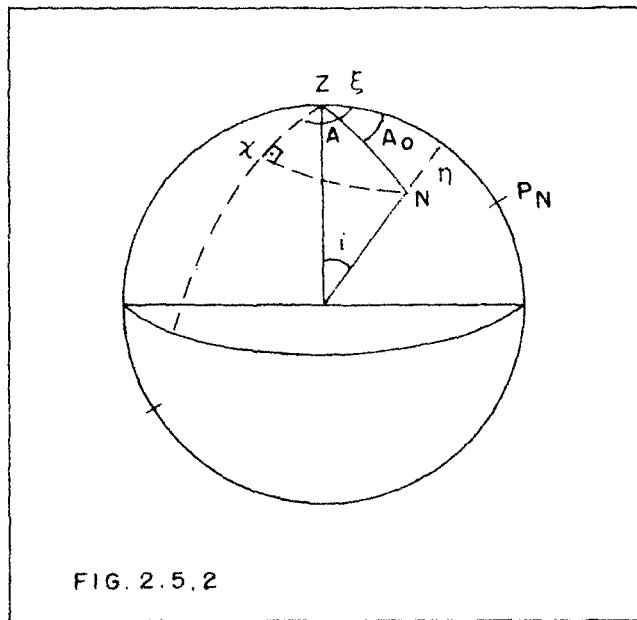
$$\chi = \xi \cos A + \eta \sin A \quad (2.5.5)$$

Levando a (2.5.5) em (2.5.2), vem:

$$N_2 - N_1 = \frac{1}{2} s \left[\xi_1 \cos A_1 + \eta_1 \sin A_1 + \xi_2 \cos A_2 + \eta_2 \sin A_2 \right] \quad (2.5.6)$$

Admitindo $A = A_1 \approx A_2$

$$\Delta N = \frac{1}{2} s \left[\cos A (\xi_1 + \xi_2) + \sin A (\eta_1 + \eta_2) \right] \quad (2.5.7)$$



sendo ΔN dado em centímetros e ϕ relativo ao ponto médio de s .

A (2.5.13) pode também assumir a forma:

$$\Delta N = (\bar{\xi}''_m + \bar{\eta}''_p) \text{ sen } l'' \quad (2.5.14)$$

sendo $m = s \cos A$ e $p = s \sin A$; respectivamente a distância entre os paralelos e entre os meridianos dos dois pontos. Onde ΔN é expresso na mesma unidade que m e p .

Vale uma observação no que diz respeito ao sinal da ondulação $\Delta N = N_2 - N_1$; a (2.5.14) nos fornece ΔN com o adequado sinal, sempre que o segundo ponto estiver ao sul e a leste do primeiro. Se o vértice 2 estiver a norte, tomaremos a distância m como negativa; se estiver a oeste, tomaremos p como negativo. |06|

O geodesta depara-se no dia a dia, com três superfícies: a superfície topográfica, o geóide e o elipsóide.

A separação entre as duas primeiras oscila entre mais 8500m no Himalaia e menos 12000m nas fossas do Pacífico |06|. Enquanto que a separação (ΔN) entre o geóide e o elipsóide de referência, ao contrário, é de pequeno valor, normalmente inferior a 50m. A sua determinação, necessária em certos problemas (as bases geodésicas e os lados de poligonais, devem ser reduzidas ao elipsóide e não ao geóide), pode se processar por meio da Geodésia Física (fórmula de Stokes & anomalias da gravidade) ou do método astro-geodésico, como foi indicado neste item, através do desvio astro-geodésico da vertical.

O que ocorre comumente na maior parte dos sistemas

geodésicos existentes, é arbitrar os três parâmetros definidores da posição (ou orientação) do elipsóide de referência, como sendo nulos, isto é, as componentes principais do desvio no datum (ξ_0, η_0) e a ondulação geoidal (N_0) no mesmo ponto, como sendo: $\xi_0 = \eta_0 = 0^\circ$ e $N_0 = 0$ m; roubando-lhes a característica de "sistema absoluto" ou seja, o centro do elipsóide de referência não coincide com o centro de massa da Terra. Por esta razão são denominados de "sistemas locais". As igualdades $\xi_0 = \eta_0 = 0^\circ$ e $N_0 = 0$ m, implicam na tangência, no datum, entre as superfícies geoidal e elipsoidal; a vertical e a normal se confundem, acarretando conseqüentemente na igualdade entre as coordenadas astronômicas e geodésicas.

CAPITULO III

DETERMINAÇÃO GRAVIMÉTRICA DO DESVIO

3.1- Conceituação do método

Aqui as componentes do desvio da vertical (ξ, η) são obtidas através da Geodésia Física, recorrendo-se às fórmulas de Vening Meinesz, derivadas da integral de Stokes, em função das anomalias da gravidade; tais componentes são independentes do datum, isto é, os desvios assim obtidos são ditos absolutos, achando-se vinculados à mesma superfície de referência da "fórmula da gravidade" usada para o cálculo das anomalias.

No método gravimétrico, ao contrário do astro-geodésico, as alturas geoidais concernem ao elipsóide absolutamente orientado e o campo de ação é o mais amplo possível. Por outro lado, não proporciona dimensões.

3.2- Equação Diferencial da Geodésia Física

Por definição, a Terra normal tem a mesma massa que a Terra real (*) e seus centros de massa coincidem.

Designando por W o potencial da Terra real (geopotencial) e por \vec{g} o vetor gravidade, temos:

$$\vec{g} = \text{grad } W$$

(*) Terra Normal - Elipsóide de revolução ao qual se atribui a mesma massa M (incluindo a massa da atmosfera) e a mesma velocidade de rotação w da Terra real, além da importante injunção de a sua superfície ter esferopotencial constante

$$U = U_0 = Ct$$

e por U o potencial da Terra normal (esferopotencial) e $\vec{\gamma}$ a intensidade da gravidade normal, vem:

$$\vec{\gamma} = \text{grad } U$$

A diferença entre o geopotencial e o esferopotencial recebe o nome de POTENCIAL PERTUBADOR:

$$\boxed{T = W - U} \quad (3.2.1)$$

produzido pelas "massas anômalas" visíveis e invisíveis da Terra real cuja soma é nula, devido a circunstância da igualdade de massas admitidas inicialmente (variando apenas a sua distribuição).

De acordo com a figura 3.2.1, U_0 e U representam os valores que o esferopotencial assume sobre o elipsóide e sobre o esferoide que passa em P, assim

$$U_0 - U = \vec{\gamma} \cdot \vec{N}, \text{ com } \vec{N} = N \cdot \vec{n} \quad (3.2.2)$$

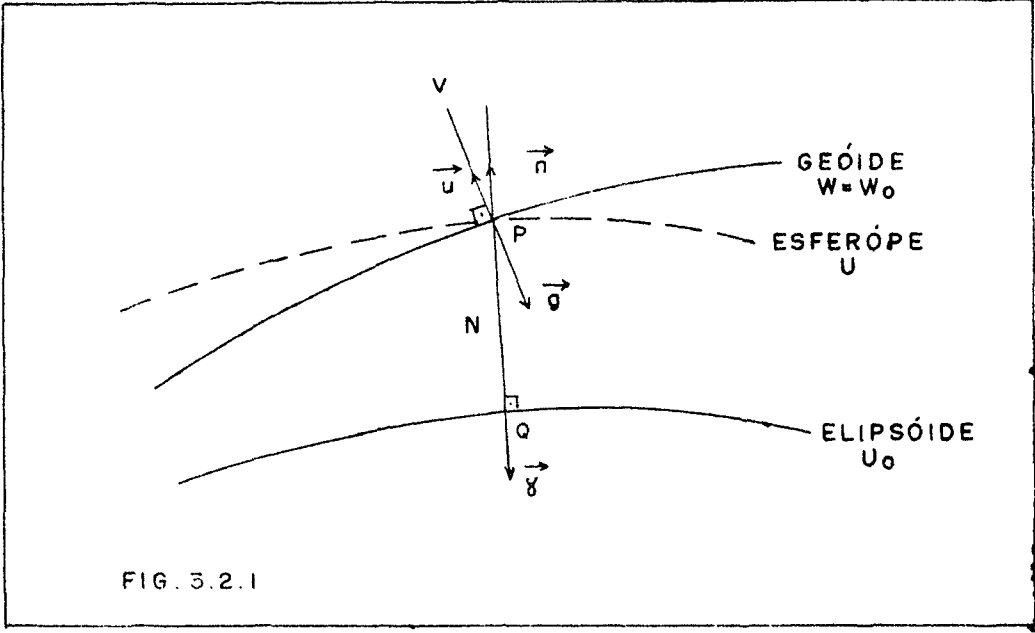
sendo $\vec{\gamma}$ o vetor do campo da gravidade normal em Q; \vec{g} vetor gravidade em P, \vec{n} e \vec{u} versores da normal e vertical respectivamente, vem:

$$\vec{\gamma} = - \frac{\partial U_0}{\partial n} \vec{n}, \quad (3.2.3)$$

$$\vec{g} = - \frac{\partial W}{\partial u} \vec{u} \quad (3.2.3)$$

Considerando o desvio da vertical $i=0$, temos:

$$\vec{g} \approx - \frac{\partial W}{\partial n} \vec{n} \quad (3.2.4)$$



Da equação (3.2.2), vem:

$$U = U_0 - \gamma N \quad (3.2.5)$$

introduzindo este valor em (3.2.1), aplicada a um ponto do geóide, temos:

$$T = W_0 - U_0 + \gamma N \quad (3.2.6)$$

Derivando segundo a direção normal, vem:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial W_0}{\partial n} - \frac{\partial U_0}{\partial n} + N \frac{\partial \gamma}{\partial n} \quad (3.2.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -g + \gamma + N \frac{\partial \gamma}{\partial n} \quad (3.2.8)$$

$$\boxed{g - \gamma = \Delta g = N \frac{\partial \gamma}{\partial n} \quad \frac{\partial T}{\partial n}} \quad (3.2.9)$$

expressão que constitui a equação diferencial da Geodésia Física.

Ressaltamos que as anomalias existem em parte, como consequência de g referir-se ao geóide e γ ao elipsóide, fato expresso pelo termo de Bruns,

$$\left(N \frac{\partial \gamma}{\partial n} \right)$$

A outra parcela demonstra as influências das massas anômalas, representadas pelo potencial perturbador.

Supondo a Terra esférica de raio R (a normal, neste caso, confunde-se com o raio vetor em qualquer ponto da superfície) e gravidade média G , podemos revestir o termo de Bruns de outro aspecto. Assim, temos: [05]

$$\gamma \approx G = \frac{KM}{R^2} \quad (3.2.10)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial n} = - \frac{\partial \gamma}{\partial R} = - \frac{2G}{R} \quad (3.2.11)$$

O termo de Bruns toma o seguinte aspecto:

$$N \frac{\partial \gamma}{\partial n} = -N^2 \frac{\gamma}{R} \quad (3.2.12)$$

Considerando o geopotencial W_0 sobre o geóide igual ao esferopotencial U_0 sobre o elipsóide, a (3.2.6), se reduz :

$$T = \gamma N = GN \quad (3.2.13)$$

Levando a (3.2.13) em (3.2.12) e (3.2.9), vem:

$$\Delta g = - \frac{T}{\gamma} \frac{2\gamma}{R} - \frac{\partial T}{\partial n}$$

ou, finalmente:

$$\boxed{-\Delta g = \frac{2T}{R} + \frac{\partial T}{\partial R}} \quad (3.2.14)$$

A expressão (3.2.14) tem validade somente para a aproximação esférica.

3.3 - Ondulações do geóide em harmônicos esféricos.

Tomando pontos exteriores à esfera ($r > R$) [04] o potencial perturbador T , poderá ser escrito como segue:

$$T = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{S_n}{r^{n+1}} \quad (3.3.1)$$

onde:

r é o raio vetor e S_n representa harmônicos esféricos de superfície dos mais gerais.

$$S_n = \sum_{m=0}^n \left[(A_{nm} P_{nm}(v) \cos m\lambda + B_{nm} P_{nm}(v) \sin m\lambda) \right] \quad (3.3.2)$$

Derivando a (3.3.1) segundo o raio vetor (\approx normal)

$$\frac{\partial T}{\partial n} \approx \frac{\partial T}{\partial r} = - \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \frac{S_n}{r^{n+2}} \quad (3.3.3)$$

Fazendo $r = R$ e substituindo em (3.2.14)

$$\Delta g = - \frac{2}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{S_n}{R^{n+1}} + \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \frac{S_n}{R^{n+2}} \quad (3.3.4)$$

$$\Delta g = \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \frac{S_n}{R^{n+2}} = \frac{S_2}{R^4} + 2 \frac{S_3}{R^5} + \dots \quad (3.3.5)$$

De (3.2.13) e (3.3.1), temos que:

$$N = \frac{R}{G} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{S_n}{R^{n+2}} \quad (3.3.6)$$

As fórmulas (3.3.5) e (3.3.6) são significantivas pois resolvem, do ponto de vista matemático, o problema da determinação gravimétrica do geóide.

Conhecido inteiramente o campo da gravidade (da Terra real) a equação (3.3.5) possibilita o cálculo pelo M.M.Q, dos $2n+1$ coeficientes arbitrários de cada harmônico S_n ; com estes coeficientes em mãos a (3.3.6) proporciona as ondulações do geóide. |04|

3.4- O Teorema de Stokes

3.4.1.- Considerações

A fórmula de Stokes, de fundamental importância para a Geodésia Física, pois a mesma proporciona a separação geóide-elipsóide em função das anomalias da gravidade, foi deduzida em 1849 |05|

A aplicabilidade da fórmula de Stokes, requer o conhecimento de todo o campo de gravidade na Terra, requisito este praticamente impossível na época de Stokes.

Somente após as notáveis expedições de Vening Meinesz, quando através de seu dispositivo tripendular, iniciou as determinações gravimétricas oceânicas, é que a fórmula de Stokes, ganhou a grande aplicação prática que atualmente tem na Geodésia Física.

Convém ressaltar que esta fórmula foi derivada na suposição da "inexistência de massas externas" à superfície equipotencial, o que na realidade não ocorre com a Terra real, pois as massas topográficas são externas ao geóide.

Para estabelecermos a fórmula de Stokes, seguiremos as

deduções apresentadas em |04|, |08| e |09|

Laplace e posteriormente Dirichlet, demonstraram a possibilidade de uma função de posição qualquer, contínua sobre uma esfera, ser desenvolvível em harmônicos esféricos.

$$F(v', \lambda') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi} \int_{\sigma} P_n(\psi) F(v, \lambda) d\sigma \quad (3.4.1)$$

sendo $d\sigma$ um elemento de superfície de uma esfera σ de raio unitário.

Seja uma esfera S de raio R . Expressando a anomalia da gravidade em desenvolvimento de harmônicos esféricos.

$$\Delta g = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{4\pi R^2} \int_S P_n(\psi) \Delta g_S dS \quad (3.4.2)$$

onde Δg_S é anomalia no elemento de superfície dS e ψ é o ângulo entre o raio vetor do ponto externo no qual queremos determinar N e o elemento da superfície onde a anomalia da gravidade é Δg .

Da (3.3.5) e (3.3.6)

$$N = \frac{R}{G} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Delta g}{n-1} \quad (3.4.3)$$

Substituindo a (3.4.2) na (3.4.3), temos:

$$N = \frac{1}{4\pi R G} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} \int_S P_n(\psi) \Delta g_S ds \quad (3.4.4)$$

A expressão dada por

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\psi) = S(\psi) \quad (3.4.5)$$

desenvolvida, [09] nos da:

$$S(\psi) = \operatorname{cosec} \frac{1}{2} \psi + 1 - 6 \operatorname{sen} \frac{1}{2} \psi - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ell_n \left[\operatorname{sen} \frac{1}{2} \psi (1 + \operatorname{sen} \frac{1}{2} \psi) \right] \quad (3.4.6)$$

sendo $S(\psi)$ a função de Stokes.

Assim, a (3.4.4) toma o seguinte aspecto:

$$N = \frac{1}{4\pi R G} \int_S \Delta g_S S(\psi) ds \quad (3.4.7)$$

Da figura 3.4.1, obtemos:

$$ds = R^2 \operatorname{sen} \psi d\psi dA, \quad (3.4.8)$$

e por último:

$$N = \frac{R}{4\pi G} \int_0^{2\pi} dA \int_0^{\pi} \Delta g_S S(\psi) \operatorname{sen} \psi d\psi \quad (3.4.9)$$

A expressão acima representa uma das formas da fórmula de Stokes.

3.4.2.- Cogeóide

"O emprego da fórmula de Stokes, pressupõe a inexistência de massas externas ao geóide. A eliminação das massas topográficas, como também das correspondentes massas de compensação, satisfaz a condição para a aplicabilidade da fórmula de Stokes, contudo, dá margem a outro problema: acarreta na formação de uma Terra fictícia, e conseqüentemente a alteração do potencial gravífico.

Sendo assim, o valor de N determinado através da integral de Stokes, representa a separação do elipsóide a um "Geóide fictício", o qual é uma superfície equipotencial limitante da Terra modificada, denominado de "Cogeóide". |05|

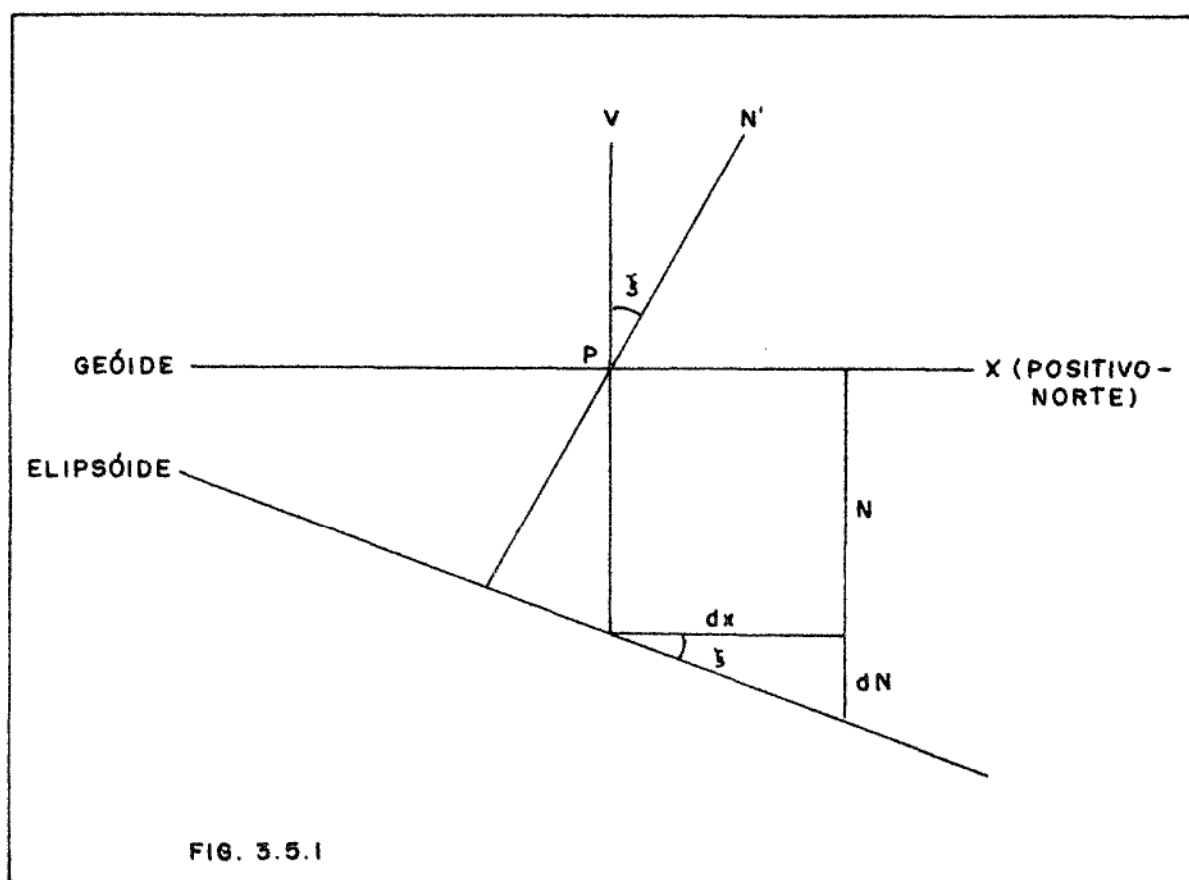
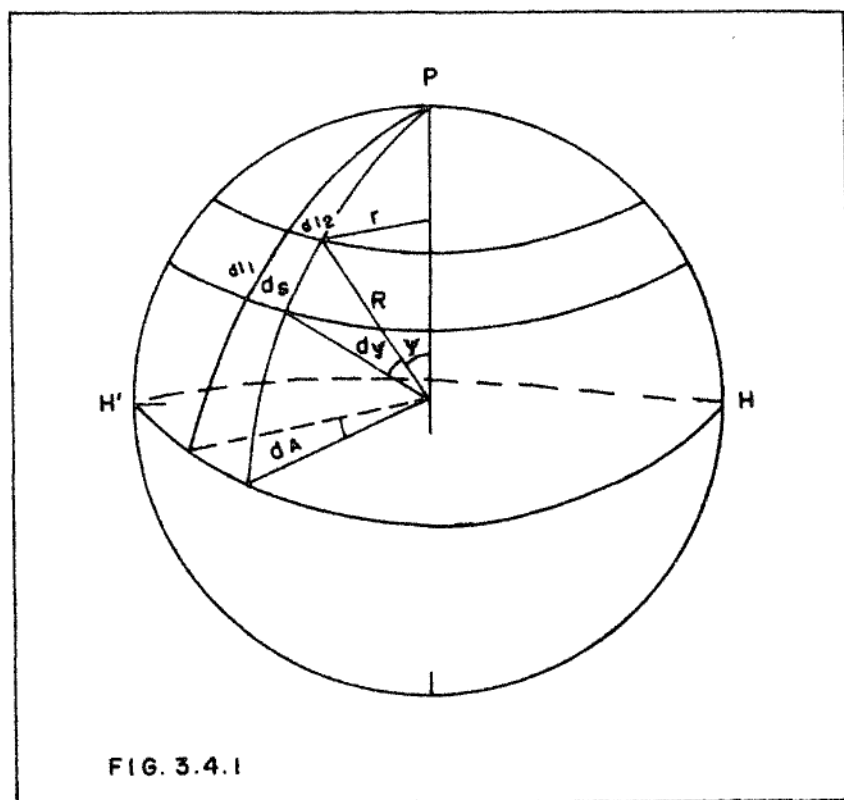
3.5.- Fórmula de Vening Meinesz

Recorrendo às fórmulas de Vening Meinesz, derivadas da integral de Stokes, podemos determinar gravimetricamente o desvio da vertical, ou mais precisamente, suas principais componentes.

O desvio da vertical mede a inclinação do geóide em relação ao elipsóide em cada ponto; considerando dois pontos P e Q , separados por uma distância s , cujas alturas geoidais diferem de dN , definimos um "desvio médio" entre ambos dN/s ou quando Q tender para P , um "desvio local" dN/ds |04|.

Da figura 3.5.1, onde N' é a projeção da normal sobre o plano do meridiano, temos:

$$\xi = - \frac{dN}{dx} , \text{ (componente meridiana),} \quad (3.5.1)$$



e

$$\eta = -\frac{dN}{dy} \quad (\text{componente do } 1^{\circ} \text{ vertical}),$$

o sinal negativo é para que a definição das componentes do desvio sejam coerentes com a definição astro-geodésica.

Substituindo a (3.4.7) na equação (3.5.1), ficaremos com:

$$\xi = -\frac{dN}{dx} = -\frac{1}{4\pi R G} \int_s \Delta g \frac{dS(\psi)}{dx} ds \quad (3.5.2)$$

Da análise da figura 3.5.2, temos:

$$dx = R d\psi \sec A \quad (3.5.3)$$

Assim, a equação (3.5.2) assume o seguinte aspecto:

$$\xi = -\frac{1}{4\pi R^2 G} \int_s \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi} \cos A ds \quad (3.5.4)$$

Raciocínio análogo nos conduz a:

$$\eta = -\frac{1}{4\pi R^2 G} \int_s \Delta g \frac{dS(\psi)}{d\psi} \sen A ds \quad (3.5.5)$$

Tomando as componentes do desvio em segundos de arco e fazendo:

$$S(\psi) = 2f(\psi)$$

$$S'(\psi) = \frac{dS(\psi)}{d\psi} = 2 \frac{df(\psi)}{d\psi} = 2f'(\psi) \quad (3.5.6)$$

e recorrendo-se à (3.4.8), obtemos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi'' \\ \eta'' \end{array} \right. = - \frac{\rho}{2\pi G} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Delta g \frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\psi d\psi \left\{ \begin{array}{l} \cos A \\ \operatorname{sen} A \end{array} \right. dA$$

(3.5.7)

sendo $\rho = 1/\operatorname{sen} l''$,

expressões de grande importância em Geodésia Física, denominadas de "fórmulas de Vening Meinesz".

Os valores das funções $f(\psi)$,

$\frac{df(\psi)}{d\psi}$ e $\frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\psi$ são dadas por:

$$f(\psi) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{cosec} \frac{\psi}{2} + 1 - 6 \operatorname{sen} \frac{\psi}{2} - 5 \cos \psi - \right. \\ \left. - 3 \cos \psi \times \ln \left(\operatorname{sen} \frac{\psi}{2} + \operatorname{sen}^2 \frac{\psi}{2} \right) \right] \quad (3.5.8)$$

$$\frac{df(\psi)}{d\psi} = \frac{1}{2} \left[- \frac{\cos \frac{\psi}{2}}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{\psi}{2}} - 3 \cos \frac{\psi}{2} + 5 \operatorname{sen} \psi + \right. \\ \left. + 3 \operatorname{sen} \psi \times \ln \left(\operatorname{sen} \frac{\psi}{2} + \operatorname{sen}^2 \frac{\psi}{2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \left(\frac{1 + 2 \operatorname{sen} \frac{\psi}{2}}{1 + \operatorname{sen} \frac{\psi}{2}} \right) \cotg \frac{\psi}{2} \cos \psi \right] \quad (3.5.9)$$

$$\frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\psi = \frac{1}{2} \left[-\operatorname{cosec} \frac{\psi}{2} - 3 - 8\operatorname{sen} \frac{\psi}{2} + 32\operatorname{sen}^2 \frac{\psi}{2} + \right. \\ \left. + 12\operatorname{sen}^3 \frac{\psi}{2} - 32\operatorname{sen}^4 \frac{\psi}{2} + 3\operatorname{sen}^2 \psi \ln \left(\operatorname{sen} \frac{\psi}{2} + \operatorname{sen}^2 \frac{\psi}{2} \right) \right] \quad (3.5.10)$$

Salientamos que Sollins [17] tabelou as funções

$$\frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\psi \quad \text{e} \quad \int \frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\psi d\psi$$

Da análise da (3.5.10), observa-se que a mesma é descontinua no ponto $\psi = 0$, razão pela qual a (3.5.7) não pode ser aplicada nas vizinhanças do ponto em estudo.

O quadro a seguir mostra que a função

$$\frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\psi$$

de valor infinito para $\psi = 0$, decaí rapidamente, evidenciando que as regiões próximas à estação tem efeito preponderante sobre o desvio.

ψ°	$f'(\psi)\text{sen}\psi$	ψ°	$f'(\psi)\text{sen}\psi$
0	$-\infty$	70	-0,1
0,5	-116	90	+1,4
1	-59	110	+ 4
2	-30	130	+ 3
5	-13	150	+1,5
10	- 8	170	+0,2
30	- 4	180	0
50	- 2		

3.6.- Aplicação prática das fórmulas de Vening Meinesz.

As fórmulas fundamentais pressupõem os processos de integração realizando-se sobre toda a Terra. Devido ao fato de não conhecermos integralmente o campo de gravidade terrestre, recorreremos a algoritmos, os quais nos possibilitam o cálculo das integrais.

O uso destes algoritmos é garantido pelas funções de Stokes $S(\psi)$ e $S'(\psi)$, e para tanto, faz-se necessário dividir a Terra em zonas de cálculos. Tomando-a dividida em três zonas, temos: a primeira imediatamente vizinha à estação, com $r_0 < 5\text{km}$ |04| onde as funções $f(\psi)$ e $f'(\psi)$ são convenientemente substituídas por uma aproximação plana, designaremos de 1ª região; a segunda estendendo-se dos limites da primeira até aproximadamente 350km |05|, denominaremos de 2ª região e a terceira que engloba o restante da Terra, chamaremos de 3ª região.

3.7.- Contribuição da 1ª região

No cálculo da contribuição da 1ª região no desvio da vertical, consideremo-la como uma aproximação plana. O seu raio limite, r_0 , segundo diversos autores é de 5 km.

Para tanto, tomaremos um sistema cartesiano bi-dimensional com origem no ponto P e o eixo das abscissas coincidente com a direção sul-norte e o eixo das ordenadas com a direção oeste-leste, poderemos desenvolver as anomalias Δg em séries de Taylor no ponto P (tomaremos apenas os termos de 1ª ordem) [17]

$$\Delta g = \Delta g_p + x \Delta g_x + y \Delta g_y \quad (3.7.1)$$

onde

$$x = r \cos A$$

$$y = r \operatorname{sen} A$$

e

$$g_x = \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial x} \right)_P$$

$$g_y = \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial y} \right)_P$$

A (3.7.1) toma o aspecto:

$$\Delta g = \Delta g_p + r \cos A \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial x} \right)_P + r \operatorname{sen} A \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial y} \right)_P \quad (3.7.2)$$

Tomando os dois primeiros termos do desenvolvimento de

$$\frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen} \psi d\psi$$

e lembrando o valor de

$$\psi = \frac{r}{R}, \quad d\psi = \frac{dr}{R}$$

temos:

$$\frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\psi d\psi = - \left(\frac{1}{r} + \frac{3}{2R} \right) dr \quad (3.7.3)$$

Substituindo as equações (3.7.2) e (3.7.3) na (3.5.7), obtemos:

$$\begin{aligned} \xi''_g &= \frac{\rho}{2\pi G} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \left[\Delta g_p + r \cos A \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial x} \right)_p + r \operatorname{sen} A \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial y} \right)_p \right] \cos A \left(\frac{1}{r} + \frac{3}{2R} \right) dA dr \quad (3.7.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta''_g &= \frac{\rho}{2\pi G} \int_0^{r_0} \int_0^{2\pi} \left[\Delta g_p + r \cos A \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial x} \right)_p + r \operatorname{sen} A \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial y} \right)_p \right] \operatorname{sen} A \left(\frac{1}{r} + \frac{3}{2R} \right) dA dr \quad (3.7.5) \end{aligned}$$

Integrando a (3.7.4) e (3.7.5) em relação a A e r, teremos:

$$\xi''_g = \frac{\rho}{2G} \left[r_0 + \frac{3}{4} r_0^2 \right] \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial x} \right)_p \quad (3.7.6)$$

$$\eta_g = \frac{\rho'}{2G} \left[r_o + \frac{3}{4} r_o^2 \right] \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial y} \right)_P \quad (3.7.7)$$

Tomando $G = 981000 \text{ mGal}$, $R = 6371 \times 10^3 \text{ m}$, as equações (3.7.6) e (3.7.7) ficarão:

$$\xi_g'' = [0,1051 r_o + 0,12 \times 10^{-7} r_o^2] \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial x} \right)_P \quad (3.7.8)$$

$$\eta_g'' = [0,1051 r_o + 0,12 \times 10^{-7} r_o^2] \left(\frac{\partial \Delta g}{\partial y} \right)_P \quad (3.7.9)$$

ou simplesmente

$$\xi_g'' = 0,105 r_o \frac{\partial \Delta g}{\partial x} = 0,105 r_o g_x \quad (3.7.10)$$

$$\eta_g'' = 0,105 r_o \frac{\partial \Delta g}{\partial y} = 0,105 r_o g_y \quad (3.7.11)$$

onde

$$g_x = \frac{\Delta g_S - \Delta g_N}{2r_o} \quad e$$

$$g_y = \frac{\Delta g_O - \Delta g_E}{2r_o}$$

finalmente temos:

$$\Delta \xi_g'' = 0,0525 (\Delta g_S - \Delta g_N) \quad (3.7.12)$$

$$\Delta\eta_g'' = 0,0525 (\Delta g_0 - \Delta g_E) \quad (3.7.13)$$

A precisão das fórmulas supra. pressupõe, obviamente, a constância do gradiente horizontal no interior do círculo de raio r_0 , isto é, as mesmas só serão válidas na suposição de serem as isoanômalas (*) regulares.

Na prática esta constância raramente se verifica, razão pela qual Rice [16] sugeriu o chamado "método dos três gradientes" que consiste no cálculo de três gradientes na direção norte-sul e três na direção leste-oeste, adotando-se para cada caso uma média ponderada.

Com base na figura 3.7.1, temos:

$$g_x = \left(\frac{\Delta g_S - \Delta g_N}{2r_0} p + \frac{\Delta g_{SE} - \Delta g_{NE}}{r_0 \sqrt{2}} p' + \frac{\Delta g_{SO} - \Delta g_{NO}}{r_0 \sqrt{2}} p'' \right) \times$$

$$\times \frac{1}{p+p'+p''} \quad (3.7.14)$$

$$g_y = \left(\frac{\Delta g_0 - \Delta g_E}{2r_0} p + \frac{\Delta g_{SO} - \Delta g_{SE}}{r_0 \sqrt{2}} p' + \frac{\Delta g_{NO} - \Delta g_{NE}}{r_0 \sqrt{2}} p'' \right) \times$$

$$\times \frac{1}{p+p'+p''} \quad (3.7.15)$$

(*) Lugar geométrico dos pontos que têm a mesma anomalia da gravidade.

Adotando os seguintes pesos: $p = 1$ e $p' = 0,5$, e substituindo as equações (3.7.14) e (3.7.15), respectivamente em (3.7.10) e 3.7.11), obtemos:

$$\Delta \xi''_g = 0,02625 (\Delta g_S - \Delta g_N) + 0,01856 (\Delta g_{SE} + \Delta g_{SO} - \Delta g_{NO} - \Delta g_{NE})$$

(3.7.16)

$$\Delta \eta''_g = 0,02625 (\Delta g_O - \Delta g_E) + 0,01856 (\Delta g_{SO} + \Delta g_{NO} - \Delta g_{SE} - \Delta g_{NE})$$

(3.7.17)

3.8.- Contribuição da 2ª região

Para calcular a contribuição da 2ª região que pode estender-se até 350km, ao desvio da vertical utilizaremos as próprias fórmulas de Vening Meinesz, pois aqui não existem restrições quanto às suas aplicabilidades.

Essa região é dividida em compartimentos como no sistema Hayford. A equação (3.5.7) então assume a forma [04]

$$\begin{cases} \Delta \xi'' \\ \Delta \eta'' \end{cases} = - \frac{\rho}{2\pi G} \int_{\Lambda_i}^{\Lambda_{i+1}} \begin{cases} \cos A \\ \sin A \end{cases} dA \int_{\psi_i}^{\psi_{i+1}} \Delta g \frac{df(\psi)}{d\psi} \sin \psi d\psi$$

(3.8.1)

$\Delta\xi''$ e $\Delta\eta''$, significando agora a contribuição de um compartimento da zona de amplitude $\psi_{i+1} - \psi_i$; delimitado por raios de azimute A_i e A_{i+1} figura 3.8.1; Δg é a anomalia média do compartimento em estudo.

Sollins [17] tabelou as funções $\frac{df(\psi)}{d\psi} \sin\psi$ e $\int \frac{df(\psi)}{d\psi} \sin\psi d\psi$. Suas tabelas tem caráter geral pois o calculista pode arbitrar o limite superior da integral.

Entretanto, é mais prático prefixar raios para as zonas e azimutes, de tal modo que cada compartimento, seja qual for sua situação, contribua com o mesmo quinhão por miligal de anomalia, como ocorre com os métodos de Rice e Kasansky.

3.8.1- Método de Rice

Este método consiste em subdividir a 2^a região com círculos concêntricos e linhas radiais.

Considerando a componente $\bar{\xi}''$ do desvio da vertical segundo uma direção radial de azimute A [05]

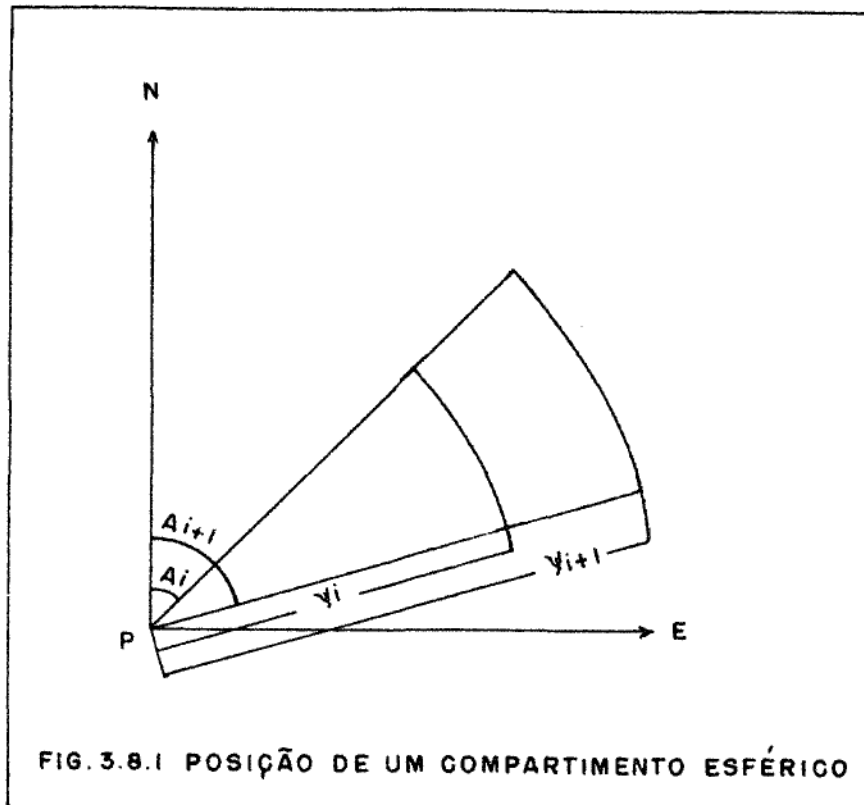
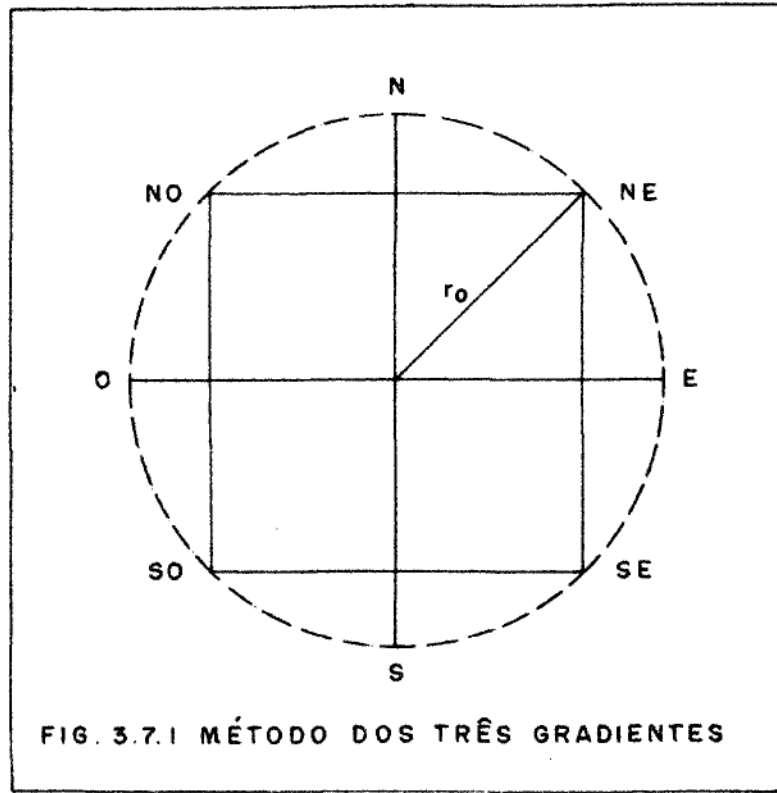
$$\bar{\xi}'' = \frac{\xi''}{\cos A}$$

e fazendo

$$\int_{A_i}^{A_{i+1}} dA = A_{i+1} - A_i = 10^\circ,$$

obtêm-se, para o efeito de um compartimento:

$$\Delta\xi'' = 0,0058405484 \int_{\psi_i}^{\psi_{i+1}} \Delta g \frac{df(\psi)}{d\psi} \sin\psi d\psi$$



Impondo as condições |16|:

$$\Delta g = 1 \text{ mgal}$$

$$\Delta \bar{\xi}'' = 0,001'', \text{ vem}$$

$$\int_{\psi_i}^{\psi_{i+1}} \frac{df(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\psi \, d\psi = 0,17121680$$

As tâbuas de Sollins proporcionam os raios que se devem atribuir às zonas para qualquer compartimento com 10° de amplitude, contribua com $0,001''$ por miligal de anomalia média, para a componente radial do desvio.

TABELA 3.8.1.1

Método de Rice

r em km

n	r	n	r	n	r	n	r	n	r	n	r
1	0,119	11	0,657	21	3,641	31	20,09	41	109,0	51	541,5
2	0,141	12	0,780	22	4,320	32	23,33	42	128,7	52	628,1
3	0,167	13	0,926	23	5,125	33	28,25	43	151,9	53	725,9
4	0,198	14	1,099	24	6,081	34	33,48	44	179,1	54	835,9
5	0,235	15	1,304	25	7,216	35	39,67	45	210,9	55	958,5
6	0,279	16	1,547	26	8,560	36	47,00	46	248,0	56	1094,3
7	0,331	17	1,836	27	10,15	37	55,66	47	291,2		
8	0,393	18	2,179	28	12,05	38	65,90	48	341,2		
9	0,467	19	2,586	29	14,29	39	77,97	49	399,0		
10	0,554	20	3,068	30	16,94	40	92,22	50	465,5		

Através da tabela 3.8.1.1, desenhamos um gabarito de material transparente, o qual é sobreposto ao mapa de isoanômalas, donde estimamos a anomalia média de cada compartimento.

Esta anomalia média é dividida por mil representando o efeito $\overline{\Delta\xi}$ do compartimento sobre a componente radial do desvio da vertical; multiplicando-o pelo correspondente valor de $\cos A$, obtém-se $\Delta\xi$ e pelo correspondente valor de $\sin A$, obtém-se $\Delta\eta$.

3.8.2- Método de Kasansky

Kasansky, adotou uma divisão que proporciona as contribuições $\Delta\xi = 0,001''$ por miligal de anomalia média (e não $\overline{\Delta\xi}$); aqui as linhas radiais não são igualmente espaçadas, no entanto, satisfazem a condição:

$$\sin A_{i+1} - \sin A_i = \frac{1}{8}$$

e

$$r_i = r_1 1,27^{i-1}$$

Para o fim que temos em mira, podemos fazer:

$$\frac{df(\psi)}{d} \sin \psi \approx - \frac{1}{2} \operatorname{cosec} \frac{\psi}{2} = -\frac{R}{r}$$

sendo r o raio de uma zona suposta plana.

Introduzindo na (3.8.1) o valor supra e impondo as condições indicadas, obtemos

$$\frac{\rho''}{16\pi G} \int_i^{i+1} \frac{dr}{r} = 0,001$$

$$\ln \frac{r_{i+1}}{r_i} = 0,2338$$

$$r_{i+1} = 1,27 r_i$$

A tabela 3.8.2.1 proporciona a construção do gabarito. As linhas radiais são obtidas por via gráfica conforme indica a figura 3.8.2.1.

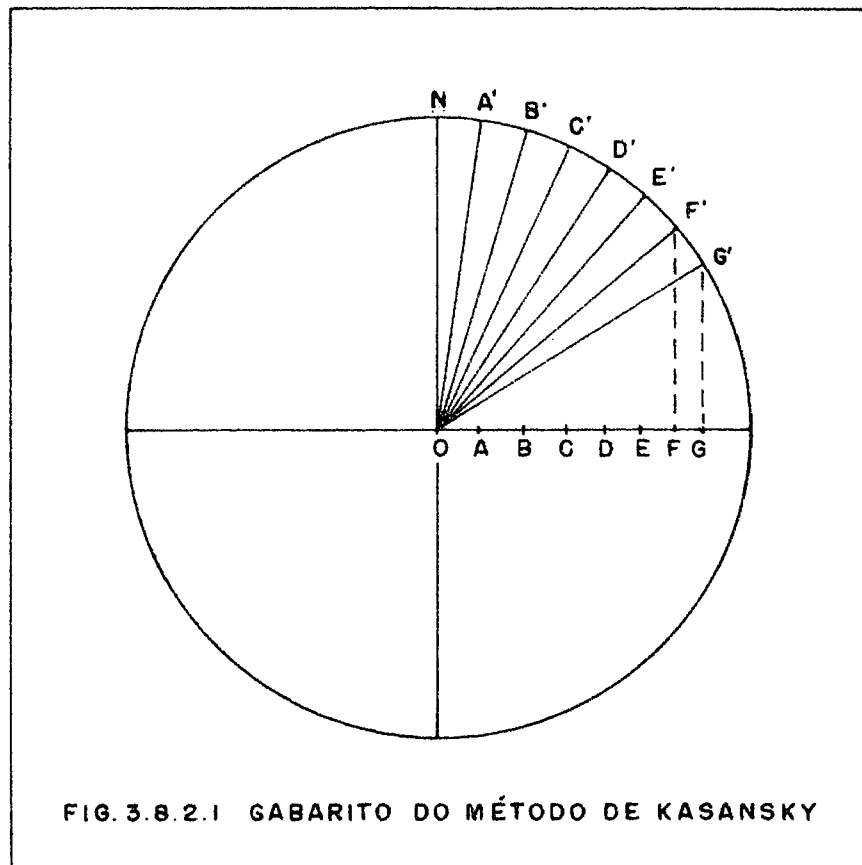
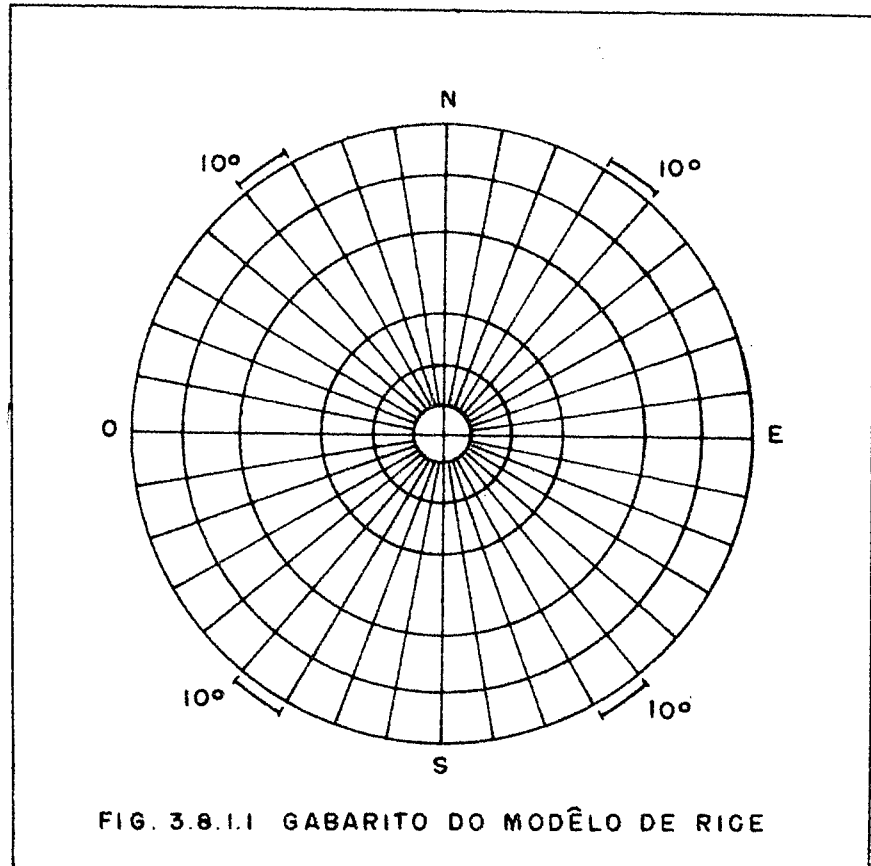
A desvantagem deste método em relação ao de Rice, é que exige a dupla avaliação da anomalia dos compartimentos.

TABELA Nº 3.8.2.1

Método de Kasansky

r em km

n	r	n	r
1	5,0	13	86,4
2	6,4	14	109,1
3	8,1	15	138
4	10,2	16	173
5	13,0	17	218
6	16,5	18	273
7	20,9	19	341
8	26,5	20	424
9	33,6	21	524
10	42,6	22	645
11	54,0	23	788
12	68,3	24	955



3.9.- Contribuição da 3ª região

Na maioria dos casos para o cálculo do desvio da vertical, não tem sido levado em consideração as regiões mais afastadas.

O que se faz na prática, é dividir esta região em trapézios de $1^\circ \times 1^\circ$ e de $5^\circ \times 5^\circ$. Tal procedimento, permite a elaboração de cartas mundiais com valores de anomalias médias, evitando a manipulação de dados gravimétricos em escala mundial para cada novo ponto.

Uotila [05] nos trabalhos que levou a cabo na Ohio State University, fez um estudo completo da distribuição dos trapézios em função da distância esférica ψ e, dividiu a Terra em quatro regiões:

- a) a primeira delimitada pela circunferência de raio r_0
- b) a segunda estendendo-se até $\psi = 3^\circ$;
- c) a terceira definida por $3^\circ < \psi < 20^\circ$; dividida em quadrados de $1^\circ \times 1^\circ$;
- d) a quarta e última estendendo-se até $\psi = 180^\circ$ e dividida em quadrados de $5^\circ \times 5^\circ$.

CAPITULO IV

DETERMINAÇÃO ASTRO-GRAVIMÉTRICA DO DESVIO:
NIVELAMENTO ASTRO-GRAVIMÉTRICO

4.1.- Conceituação do método

O método astro-gravimétrico consiste na conjugação de técnicas astro-geodésicas com técnicas da Geodésia Física.

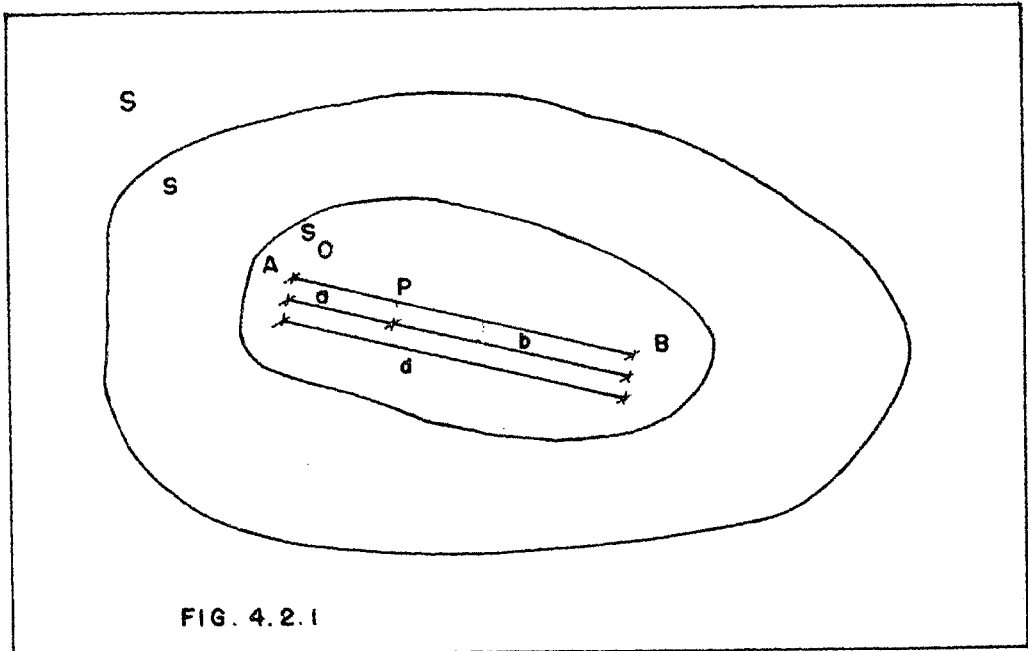
Devido ao incompleto conhecimento do campo da gravidade, quer no continente como no Atlântico Sul, torna-se impossível a aplicação imediata das fórmulas de Vening Meinesz e Stokes em nosso País. As técnicas matemáticas de interpolação da anomalia da gravidade em que pese a sua utilidade, não resolvem o problema cuja solução está na conjugação de técnicas astro-geodésicas com técnicas da Geodésia Física. Em outras palavras: no método do nivelamento astro-gravimétrico. E é através deste método que pretendemos determinar o desvio da vertical, conhecido como desvio astro-gravimétrico (total) ou interpolado.

4.2.- Cálculo do desvio

Seja uma região \underline{s} gravimetricamente conhecida e no seu interior delimitaremos uma sub-região $\underline{s_0}$, figura 4.2.1.

Em contrapartida, em \underline{S} (região exterior a s), o campo da gravidade é desconhecido o que nos impede de calcular a sua influência sobre as estações A e B situadas na sub-região s_0 ; mas podemos admitir em primeira aproximação que essa influência seja idêntica sobre ambas. Ou, com erro ainda menor, admitir que tal influência (influência das "regiões afastadas") varie linearmente no interior da sub-região s_0 .

Em síntese, a influência de \underline{S} nada mais é que a influência total ($s+S$) determinável por via astro-geodésica, menos a influência de \underline{s} esta determinável gravimetricamente.



4.3.- Formulário para o cálculo do desvio

Designemos:

\bar{i}_P : o desvio astro-gravimétrico (total) ou interpolado em P;

$i_P(s)$: o desvio no ponto P devido à influência da região s.

Da figura 4.2.1 e das considerações expostas, resulta:

$$\bar{i}_P = i_P(s) + i_P(S) = i_P(s) + i_A(S) + \left[i_B(S) - i_A(S) \right] \frac{d}{d} \quad (4.3.1)$$

Fazendo com que o elipsóide adotado seja absolutamente orientado, ou seja, impondo-lhe uma translação para que seu centro de gravidade coincida com o centro de massa da Terra (elipsóide geocêntrico), como é o caso do elipsóide astro-geodésico em uso no Brasil (Referência 67), o qual apresenta parâmetros de translação |12|

$$\Delta X = 80,80 \text{ m}$$

$$\Delta Y = 14,81 \text{ m}$$

$$\Delta Z = 44,01 \text{ m}$$

e indicando com uma linha o desvio astro-geodésico, resulta:

$$i_A(S) = i_A(s+S) - i_A(s) = i'_A - i_A(s) \quad (4.3.2)$$

analogamente:

$$i_B(S) = i_B(s+S) - i_B(s) = i'_B - i_B(s) \quad (4.3.3)$$

Introduzindo a (4.3.2) e a (4.3.3) na (4.3.1) resulta:

$$\bar{i}_P = i_P(s) + i'_A - i_A(s) + \left[i'_B - i_B(s) - i'_A + i_A(s) \right] \frac{a}{d} \quad (4.3.4)$$

$$\bar{i}_P = i_P(s) + \frac{a}{d} \left[i'_B - i_B(s) \right] - \frac{a}{d} i'_A + \frac{a}{d} i_A(s) + \frac{d}{d} i'_A - \frac{d}{d} i_A(s) \quad (4.3.5)$$

$$\bar{i}_P = i_P(s) + \frac{a}{d} \left[i'_B - i_B(s) \right] + \frac{b}{d} i'_A - \frac{b}{d} i_A(s) \quad (4.3.6)$$

$$\boxed{\bar{i}_P = i_P(s) + \frac{a}{d} \left[i'_B - i_B(s) \right] + \frac{b}{d} \left[i'_A - i_A(s) \right]} \quad (4.3.7)$$

A fórmula (4.3.7) proporciona desvio interpolado ou astro-gravimétrico em P em função:

- a) dos desvios gravimétricos em P, A e B considerada apenas a influência da região próxima s;
- b) dos desvios astro-geodésicos em A e B.

4.4.- Generalização

A fim de generalizar as considerações anteriores estendendo-as a um ponto qualquer P(x,y) da sub-região s_0 façamos:

$$i_P(s) = i'_P - i_P(s) = Ax + By + C \quad (4.4.1)$$

No caso de termos na sub-região s_0 mais de três pontos astro-geodésicos, física e geometricamente conhecidos, os parâmetros A, B e C podem ser calculados pelo M.M.Q. que proporciona as equações normais:

$$\begin{aligned}
 [XX]A + [XY]B + [X]C + [XL] &= 0 \\
 [YY]B + [Y]C + [YL] &= 0 \\
 NC + [L] &= 0
 \end{aligned}
 \tag{4.4.2}$$

sendo:

$$L_i = i_i' - i_i(s); \quad i = 1, 2, \dots, N$$

com N representando o número de estações que tomamos em torno do ponto de cálculo.

Finalmente:

$$\boxed{\bar{i}_P = \bar{i}_P(s) + Ax + By + C}
 \tag{4.4.3}$$

pois que os parâmetros A, B e C são considerados constantes em s.

4.5.- Solução numérica do desvio astro-gravimétrico

4.5.1. Com n=2 pontos

Como podemos observar a fórmula (4.3.7) nos fornece o desvio interpolado ou astro-gravimétrico na estação de cálculo P. Isto no caso de termos dois pontos astro-geodésicos física e geometricamente conhecidos, além de admitirmos que a influência das "regiões afastadas" varie linearmente entre estes pontos.

No que diz respeito aos desvios astro-geodésicos, os mesmos foram obtidos como descrito no capítulo segundo. As coordenadas astronômicas e geodésicas foram retiradas de |10| e |11| respectivamente.

Quanto aos desvios gravimétricos, simulamos valores a

partir dos desvios astro-geodésicos obtidos com dados reais, pois devido a falta de dados gravimétricos não podemos determiná-los como mencionado no capítulo terceiro. O procedimento de simulação foi o seguinte:

1) arbitramos para o desvio gravimétrico no pontos extremos o valor de 75% do desvio astro-geodésico no mesmo ponto:

2) o desvio gravimétrico em P, foi tomado a média aritmética dos desvios gravimétricos nos pontos extremos;

3) fizemos a posição do ponto P variar sete vezes entre as estações extremas A e B;

4) Todos os cálculos foram realizados através do programa B em LINGUAGEM FORTRAN.

Para a determinação das componentes do desvio, foi necessário recorrermos ao PROBLEMA INVERSO, uma vez que dispomos das coordenadas geodésicas dos pontos extremos e precisamos do azimute geodésico da direção formada por estes dois pontos. O programa A também em LINGUAGEM FORTRAN nos permite obter este azimute, no qual utilizamos as fórmulas de PUISSANT, retiradas de [03].

As componentes astro-gravimétricas do desvio foram obtidas através do Programa B, sendo que as mesmas são dadas por :

$$\xi_{AG} = \bar{i}_p \cos A \quad (4.5.1.1)$$

e

$$\eta_{AG} = \bar{i}_p \operatorname{sen} A, \quad (4.5.1.2)$$

os quadros (4.5.1.1), (4.5.1.2), (4.5.1.3) e (4.5.1.4) nos mostram os resultados obtidos.

PONTO	LAT. GEO.	LONG. GEO.	AZ. DIRETO	C. AZIMUTE	DIST. ELIP. (M)
1 A	2 59 45.22	41 45 54.17	296 5 53.21	116 0 58.22	173909.0482
1 B	3 41 12.45	40 21 33.19	296 5 53.21	116 0 58.22	173909.0482
2 A	3 59 26.20	38 31 36.93	72 35 19.70	252 39 4.11	100777.6871
2 B	4 15 46.25	39 23 35.24	72 35 19.70	252 39 4.11	100777.6871
3 A	4 41 43.18	41 47 5.40	276 49 30.23	96 26 17.71	499863.0918
3 B	5 13 3.91	37 18 28.50	276 49 30.23	96 26 17.71	499863.0918
4 A	5 29 48.95	39 51 19.11	270 28 52.37	90 9 51.23	366062.3359
4 B	5 30 56.10	36 33 6.61	270 28 52.37	90 9 51.23	366062.3359
5 A	5 40 43.10	38 40 36.44	81 42 36.23	261 58 39.18	292769.2614
5 B	6 3 15.60	41 17 37.62	81 42 36.23	261 58 39.18	292769.2614
6 A	6 28 41.32	37 12 47.67	72 58 12.12	253 5 13.99	117291.0417
6 B	6 47 15.86	38 13 39.87	72 58 12.12	253 5 13.99	117291.0417
7 A	7 28 30.00	41 14 15.24	279 48 33.77	99 30 32.54	251974.6464
7 B	7 51 26.48	38 59 10.13	279 48 33.77	99 30 32.54	251974.6464
8 A	8 10 36.52	37 31 51.49	302 46 4.82	122 42 2.69	60825.7794
8 B	8 28 27.15	37 3 59.32	302 46 4.82	122 42 2.69	60825.7794

QUADRO (4.5.1.1) A

PONTO	LAT. AST.	LAT. GEO.	LONG. AST.	LONG. GEO.	AZ. DIRETO	D AGE	D GRA	UGRAM	D AGR	QSIAD	ETIAD
A	2 59 45.45	2 59 45.22	41 46 33.20	41 45 54.17	296 5 53.21	9.02	6.77	5.64	7.75	3.41	-6.96
B	3 41 18.46	3 41 12.45	40 21 33.62	40 21 33.19	296 5 53.21	6.03	4.52	5.64	7.71	3.39	-6.92
									7.65	3.38	-6.87
									7.52	3.31	-6.76
									7.40	3.25	-6.64
									7.34	3.23	-6.59
									7.30	3.21	-6.55
A	3 59 27.33	3 59 26.20	38 31 36.93	38 31 32.52	72 35 19.70	4.54	3.41	4.22	5.46	1.63	5.21
B	4 15 45.45	4 15 46.25	39 23 41.92	39 23 35.24	72 35 19.70	6.71	5.03	4.22	5.49	1.64	5.24
									5.54	1.66	5.28
									5.63	1.68	5.37
									5.72	1.71	5.45
									5.76	1.72	5.50
									5.79	1.73	5.52
A	4 41 46.98	4 41 43.18	41 47 15.16	41 47 5.40	276 49 30.23	10.44	7.83	4.99	7.23	0.86	-7.18
B	5 13 3.51	5 13 3.91	37 18 31.36	37 18 28.50	276 49 30.23	2.88	2.16	4.99	7.13	0.85	-7.08
									6.97	0.83	-6.93
									6.66	0.79	-6.61
									6.34	0.75	-6.30
									6.19	0.74	-6.14
									6.09	0.72	-6.05
A	5 29 50.56	5 29 48.95	39 51 26.50	39 51 19.11	270 28 52.37	7.53	5.65	4.01	5.68	0.05	-5.68
B	5 30 56.97	5 30 56.10	36 33 9.67	36 33 6.61	270 28 52.37	3.17	2.38	4.01	5.62	0.05	-5.62
									5.53	0.05	-5.53
									5.35	0.04	-5.35
									5.17	0.04	-5.17
									5.08	0.04	-5.08
									5.02	0.04	-5.02
A	5 40 45.41	5 40 43.10	38 40 44.18	38 40 36.44	81 42 36.23	8.04	6.03	7.18	9.34	1.35	9.24
B	6 3 15.96	6 3 15.60	41 17 48.77	41 17 37.62	81 42 36.23	11.09	8.32	7.18	9.38	1.35	9.28
									9.44	1.36	9.34
									9.57	1.38	9.47
									9.69	1.40	9.59
									9.76	1.41	9.66
									9.80	1.41	9.69
A	6 28 42.88	6 28 41.32	37 12 54.11	37 12 47.67	72 58 12.12	6.59	4.94	4.93	6.58	1.93	6.29
B	6 47 18.67	6 47 15.86	38 13 45.84	38 13 39.87	72 58 12.12	6.56	4.92	4.93	6.57	1.93	6.29
									6.57	1.93	6.29
									6.57	1.93	6.29
									6.57	1.92	6.28
									6.57	1.92	6.28
A	7 28 28.62	7 28 30.00	41 14 23.94	41 14 15.24	277 48 33.77	8.74	6.55	4.83	6.79	1.16	-6.69
B	7 51 28.21	7 51 26.48	38 59 10.13	38 59 6.32	279 48 33.77	4.15	3.11	4.83	6.73	1.15	-6.63
									6.63	1.13	-6.54
									6.44	1.10	-6.35
									6.25	1.07	-6.16
									6.16	1.05	-6.07
									6.10	1.04	-6.01
A	8 10 41.88	8 10 36.52	37 31 57.08	37 31 51.49	302 46 4.82	7.70	5.78	5.36	7.23	3.91	-6.08
B	8 28 30.30	8 28 27.15	37 4 5.46	37 3 59.62	302 46 4.82	6.58	4.93	5.36	7.21	3.90	-6.06
									7.19	3.89	-6.04
									7.14	3.87	-6.01
									7.09	3.84	-5.97
									7.07	3.83	-5.95
									7.06	3.82	-5.93

QUADRO(4.5.1.1) B

PONTO	LAT. GEO.	LONG. GEO.	AZ. DIRETO	C. AZIMUTE	DIST. ELIP. (M)
1 A	12 34 53.05	41 59 38.40	356 53 51.63	176 52 39.50	172959.2883
1 B	14 8 32.80	41 54 26.32	356 53 51.63	176 52 39.50	172959.2883
2 A	15 10 44.37	43 0 15.96	289 17 43.67	108 50 54.57	190395.8323
2 B	15 44 28.62	41 19 39.65	289 17 43.67	108 50 54.57	190395.8323
3 A	16 32 0.92	44 21 38.54	78 13 32.77	258 32 3.80	117384.0038
3 B	16 44 50.08	45 26 18.31	78 13 32.77	258 32 3.80	117384.0038
4 A	17 12 30.07	43 44 53.47	86 16 19.98	266 19 21.37	18147.0779
4 B	17 13 8.19	43 55 6.39	86 16 19.98	266 19 21.37	18147.0779
5 A	17 33 11.10	44 41 21.38	280 40 0.42	100 7 14.08	193633.3167
5 B	17 52 7.52	42 53 37.73	280 40 0.42	100 7 14.08	193633.3167

QUADRO (4.5.1.2) A

PONTO	LAT. AST.	LAT. GEO.	LONG. AST.	LONG. GEO.	AZ. DIRETO	D AGE	D GRA	DGRAM	D AGR	QSIAG	ETAAG	
A	12 34 53.87	12 34 53.05	41 59 44.79	41 59 38.40	356 53 51.63	6.29	4.72	3.30		4.69	4.68	-0.25
B	14 8 31.85	14 8 32.80	41 54 28.72	41 54 26.32	356 53 51.63	2.51	1.89	3.30		4.64	4.63	-0.25
										4.56	4.55	-0.25
										4.40	4.40	-0.24
										4.24	4.24	-0.23
										4.17	4.16	-0.23
A	15 10 50.43	15 10 44.37	43 0 18.14	43 0 15.96	289 17 43.67	6.41	4.81	4.56		4.12	4.11	-0.22
B	15 44 30.32	15 44 28.62	41 19 45.34	41 19 39.65	289 17 43.67	5.73	4.30	4.56		6.13	2.02	-5.78
										6.12	2.02	-5.77
										6.10	2.02	-5.76
										6.07	2.01	-5.73
										6.05	2.00	-5.71
										6.03	1.99	-5.69
										6.02	1.99	-5.69
A	16 32 2.45	16 32 0.92	44 21 42.35	44 21 38.54	78 13 32.77	3.96	2.97	2.18		3.07	0.63	3.00
B	16 44 50.21	16 44 50.08	45 26 20.25	45 26 18.31	78 13 32.77	1.86	1.40	2.18		3.04	0.62	2.98
										3.00	0.61	2.94
										2.91	0.59	2.85
										2.82	0.58	2.76
										2.78	0.57	2.72
										2.75	0.55	2.70
A	17 12 36.25	17 12 30.07	43 44 56.57	43 44 53.47	86 16 19.98	6.05	5.14	3.91		5.46	0.36	5.45
B	17 13 7.29	17 13 8.19	43 55 6.39	43 55 2.76	86 16 19.98	3.58	2.69	3.91		5.42	0.35	5.41
										5.35	0.35	5.34
										5.22	0.34	5.21
										5.08	0.33	5.07
										5.01	0.33	5.00
										4.97	0.32	4.96
A	17 33 8.15	17 33 11.10	44 41 26.29	44 41 21.38	260 40 0.42	5.53	4.15	3.64		4.96	0.92	-4.87
B	17 52 6.24	17 52 7.52	42 53 41.91	42 53 37.73	260 40 0.42	4.18	3.13	3.64		4.94	0.91	-4.86
										4.91	0.91	-4.83
										4.86	0.90	-4.77
										4.80	0.89	-4.72
										4.77	0.88	-4.67
										4.75	0.88	-4.67

QUADRO (4.5.1.2) B

PONTO	LAT. GEO.	LONG. GEO.	AZ. DIRETO	C. AZIMUTE	DIST. ELIP. (M)
1	A 17 33 59.16	49 12 48.31	13 5 38.37	193 28 30.18	512067.9825
	B 22 4 6.60	50 20 11.54	13 5 38.37	193 28 30.18	512067.9825
2	A 18 12 49.13	47 5 9.05	28 47 15.93	209 33 44.02	482745.2761
	B 22 1 18.39	49 20 10.66	28 47 15.93	209 33 44.02	482745.2761
3	A 18 21 43.52	45 46 1.89	19 42 33.21	200 9 23.12	399874.5203
	B 21 45 28.73	47 4 13.40	19 42 33.21	200 9 23.12	399874.5203
4	A 18 38 12.66	49 16 10.55	311 35 34.44	130 19 26.97	509793.4850
	B 21 39 25.15	45 35 14.15	311 35 34.44	130 19 26.97	509793.4850
5	A 19 45 53.98	47 57 39.19	309 48 11.76	129 28 15.90	130964.4528
	B 20 31 10.84	46 59 46.50	309 48 11.76	129 28 15.90	130964.4528
6	A 20 38 20.16	48 55 16.40	316 35 41.40	136 8 10.64	190188.3101
	B 21 52 56.02	47 39 24.24	316 35 41.40	136 8 10.64	190188.3101

QUADRO (4.5.1.3) A

PGRID	LAT. AST.	LAT. GEO.	LONG. AST.	LONG. GEO.	AZ. DIRETO	D AGE	D GRA	DGRAM	D AGR	QSIAG	ETAAG
A	17 33 59.69	17 33 59.16	49 12 45.14	49 12 48.31	13 5 38.37	3.07	2.30	1.57	2.23	2.18	0.51
B	32 4 7.16	22 4 6.60	50 20 12.57	50 20 11.54	13 5 38.37	1.11	0.83	1.57	2.21	2.15	0.50
									2.17	2.11	0.49
									2.09	2.03	0.47
									2.01	1.95	0.45
									1.94	1.91	0.45
									1.94	1.89	0.44
A	18 12 47.88	18 12 49.13	47 5 9.35	47 5 9.05	28 47 15.98	1.28	0.96	0.58	0.85	0.75	0.41
B	22 1 18.12	22 1 18.39	49 20 10.71	49 20 10.66	28 47 15.98	0.27	0.21	0.58	0.84	0.74	0.41
									0.82	0.72	0.39
									0.78	0.68	0.37
									0.74	0.65	0.35
									0.72	0.63	0.34
									0.70	0.62	0.34
A	18 21 42.81	18 21 43.52	45 46 1.59	45 46 1.89	19 42 33.21	0.76	-0.57	3.78	4.40	4.14	1.48
B	21 45 29.78	21 45 28.73	47 4 23.37	47 4 13.40	19 42 33.21	9.32	6.99	3.78	4.51	4.24	1.52
									4.69	4.41	1.58
									5.04	4.75	1.70
									5.40	5.08	1.82
									5.58	5.25	1.88
									5.68	5.35	1.92
A	18 38 8.36	18 38 12.66	49 16 4.62	49 16 10.55	311 35 34.44	7.08	5.31	4.12	5.73	3.81	-4.29
B	21 39 25.28	21 39 25.15	45 35 18.36	45 35 14.15	311 35 34.44	3.91	2.94	4.12	5.69	3.78	-4.26
									5.63	3.74	-4.21
									5.50	3.65	-4.11
									5.36	3.56	-4.01
									5.30	3.52	-3.96
									5.26	3.49	-3.93
A	19 45 54.65	19 45 53.98	47 57 43.23	47 57 39.19	309 48 11.76	3.86	2.90	3.57	4.63	2.96	-3.56
B	20 31 10.14	20 31 10.84	46 59 40.49	46 59 46.50	309 48 11.76	5.67	4.25	3.57	4.65	2.98	-3.57
									4.69	3.00	-3.60
									4.77	3.05	-3.66
									4.84	3.10	-3.72
									4.88	3.12	-3.75
									4.90	3.14	-3.77
A	20 38 21.17	20 38 20.16	48 55 15.96	48 55 16.40	316 35 41.40	1.09	0.82	1.16	1.48	1.08	-1.02
B	21 52 55.22	21 52 56.02	47 39 26.23	47 39 24.24	316 35 41.40	2.01	1.51	1.16	1.49	1.09	-1.03
									1.51	1.10	-1.04
									1.55	1.13	-1.07
									1.59	1.16	-1.09
									1.61	1.17	-1.11
									1.62	1.18	-1.11

QUADRO (4.5.1.3) B

PONTO	LAT. GEO.	LONG. GEO.	AZ. DIRETO	C. AZIMUTE	DIST. ELIP. (M)
1 A	23 39 22.83	46 39 11.36	85 13 59.04	265 41 46.54	117904.7803
1 B	23 44 25.89	47 48 20.17	85 13 59.04	265 41 46.54	117904.7803
2 A	24 1 52.73	48 44 46.03	51 8 24.14	231 47 55.03	204739.3717
2 B	25 10 58.21	50 19 39.62	51 8 24.14	231 47 55.03	204739.3717
3 A	25 21 54.64	51 26 8.30	274 5 53.09	93 10 40.33	216039.3254
3 B	25 29 20.19	49 17 32.75	274 5 53.09	93 10 40.33	216039.3254
4 A	26 22 20.77	48 51 55.86	18 12 59.23	198 18 17.19	62590.2277
4 B	26 54 32.01	49 3 44.95	18 12 59.23	198 18 17.19	62590.2277
5 A	27 46 48.82	50 19 15.79	284 48 16.01	104 12 55.85	127861.0832
5 B	28 4 9.57	49 3 48.55	284 48 16.01	104 12 55.85	127861.0832
6 A	28 29 8.41	50 54 4.64	277 59 19.79	97 11 24.03	164777.5035
6 B	28 40 55.39	49 13 54.00	277 59 19.79	97 11 24.03	164777.5035

QUADRO (4.5.1.4) A

PONTO	LAT. AST.	LAT. GEO.	LONG. AST.	LONG. GEO.	AZ. DIRETO	D. AGE	D. ERA	D. GRAM	D. AGR	OSIAG	ETRAQ
A	23 39 24.52	23 39 22.83	46 39 13.45	46 39 11.36	85 13 59.04	2.55	1.92	2.40		3.10	3.09
B	23 44 23.12	23 44 25.89	47 48 23.08	47 48 20.17	85 13 59.04	3.84	2.08	2.40		3.12	3.11
										3.14	3.13
										3.20	3.19
										3.25	3.24
										3.28	3.27
A	24 1 42.79	24 1 52.73	48 44 42.65	48 44 46.03	51 8 24.14	10.41	7.81			3.29	3.28
B	25 10 59.48	25 10 58.21	50 19 43.95	50 19 39.62	51 8 24.14	4.12	3.09	5.45		7.74	6.02
								5.45		7.66	5.96
										7.53	5.85
										7.26	5.66
										7.00	5.45
										6.87	5.35
A	25 21 51.88	25 21 54.64	51 26 13.82	51 26 8.30	274 5 53.09	5.70	4.28			6.79	5.29
B	25 29 24.25	25 29 20.19	49 17 32.06	49 17 32.75	274 5 53.09	4.11	3.08	3.68		5.02	-5.01
								3.68		5.00	-4.99
										4.97	-4.96
										4.90	-4.89
										4.84	-4.83
										4.80	-4.79
A	26 22 25.74	26 22 20.77	48 51 48.19	48 51 55.86	18 12 59.23	8.48	6.36	5.61		4.78	-4.77
B	26 54 36.23	26 54 32.01	49 3 39.43	49 3 44.95	18 12 59.23	6.48	4.86	5.61		7.63	2.39
										7.61	2.38
										7.57	2.36
										7.48	2.34
										7.40	2.31
										7.36	2.30
A	27 46 48.74	27 46 48.82	50 19 15.21	50 19 15.79	284 48 16.01	0.52	0.39			7.33	2.29
B	28 4 18.75	28 4 9.57	49 3 45.03	49 3 48.55	284 48 16.01	9.69	7.27	3.83		4.42	-4.27
								3.83		4.53	-4.38
										4.72	-4.57
										5.11	-4.94
										5.49	-5.31
										5.68	-5.49
A	28 29 10.20	28 29 8.41	50 54 4.92	50 54 4.64	277 59 19.79	1.81	1.36			5.79	-5.60
B	28 40 58.71	28 40 55.39	49 13 53.04	49 13 54.00	277 59 19.79	3.43	2.57	1.96		2.49	-2.47
								1.96		2.51	-2.49
										2.55	-2.52
										2.62	-2.59
										2.68	-2.66
										2.72	-2.69
										2.74	-2.71

4.5.2. Com $n \geq 3$ pontos

Neste caso procedemos como indicado em 4.4 .

Os parâmetros A, B e C que aparecem no sistema de equações normais (4.4.2), como também o desvio astro-gravimétrico dado pela (4.4.3) foram obtidos através do programa C, o qual utiliza as subrotinas AB e VERSOL para resolver o referido sistema.

As coordenadas U.T.M. que formam o sistema de equações normais foram retiradas de $|11|$. Os desvios astro-geodésicos foram obtidos como mencionado em 4.5.1 . O valor do desvio gravimétrico em P, foi tomado 75% do desvio astro-geodésico no mesmo ponto.

Quanto à distribuição dos pontos em torno da estação de cálculo P, todos estão compreendidos dentro de um diâmetro de $5^{\circ}30'$ entre os dois pontos extremos, tanto em latitude como em longitude.

Em relação ao procedimento de cálculos, começamos pelos três primeiros pontos mais próximos à estação P, e nos afastamos até o último. Os gráficos 4.5.2.1, 4.5.2.2, 4.5.2.3 e 4.5.2.4, nos dão uma idéia da distribuição dos mesmos.

Por outro lado, os quadros (4.5.2.1), (4.5.3.3), (4.5.2.3) e (4.5.2.4) com os respectivos gráficos nos mostram os resultados obtidos.

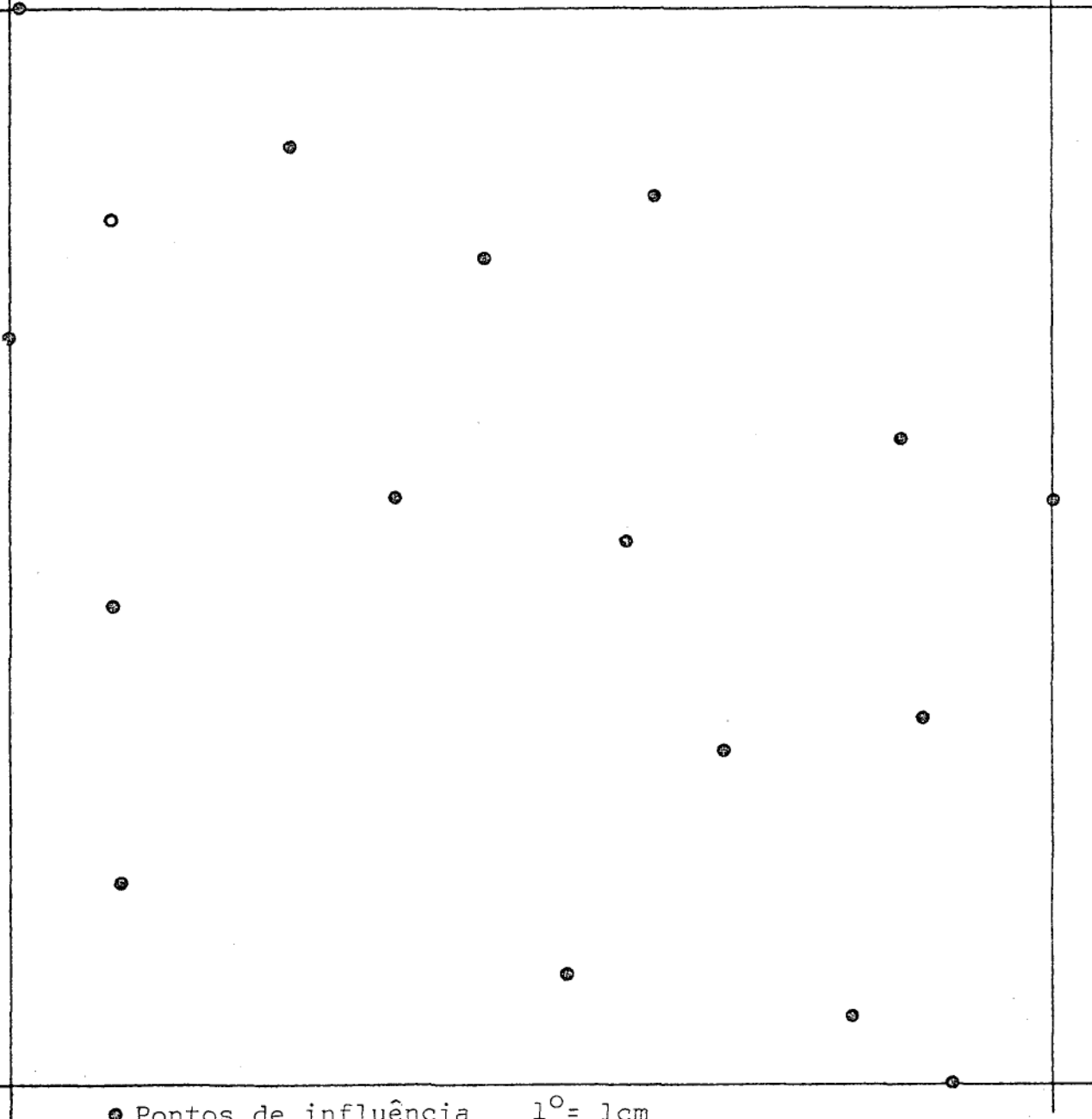
41°47'05,40" W

DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS DO QUADRO (4.5.1.1) A

36°33'06,61" W

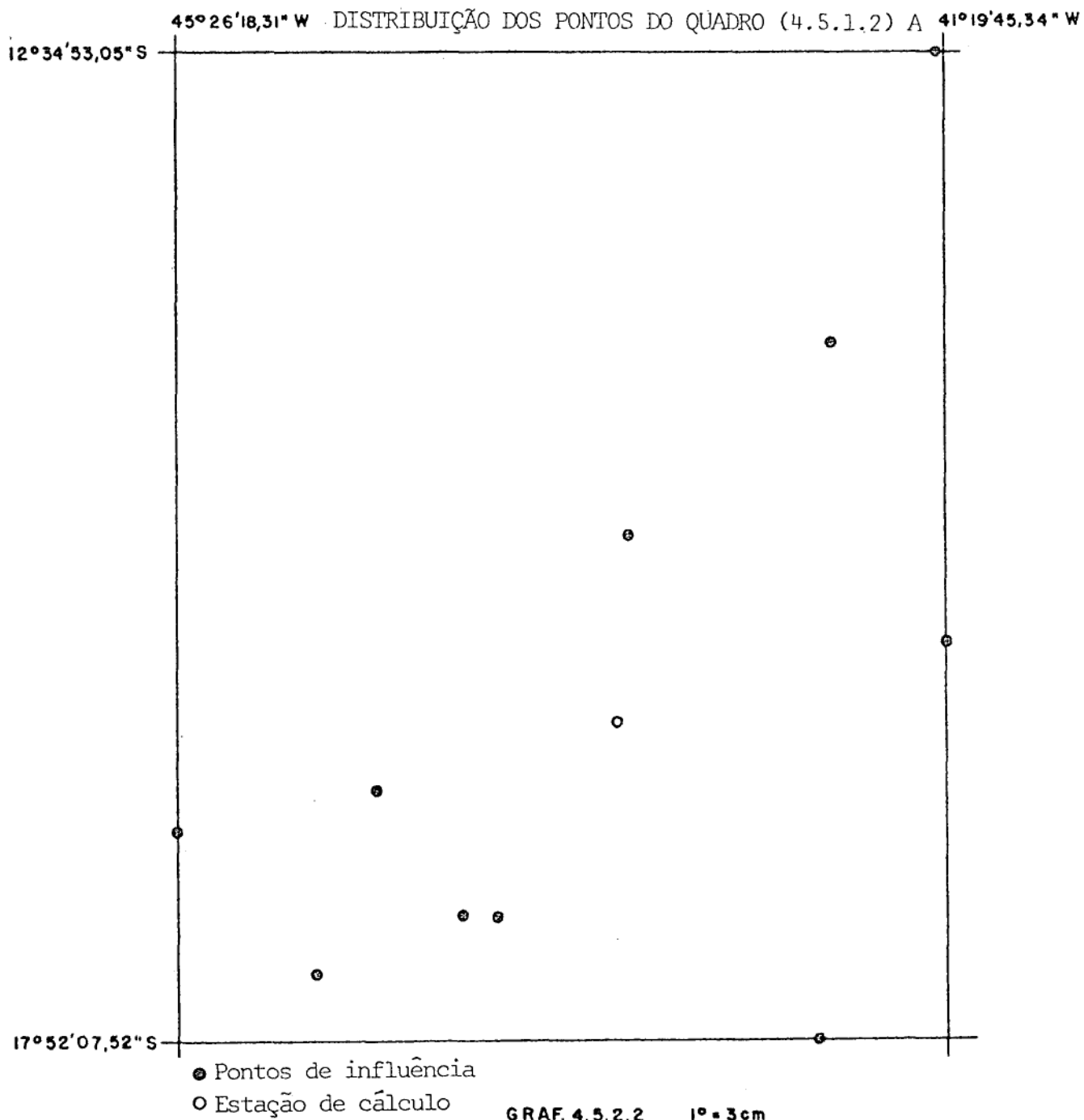
2°59'45,22" S

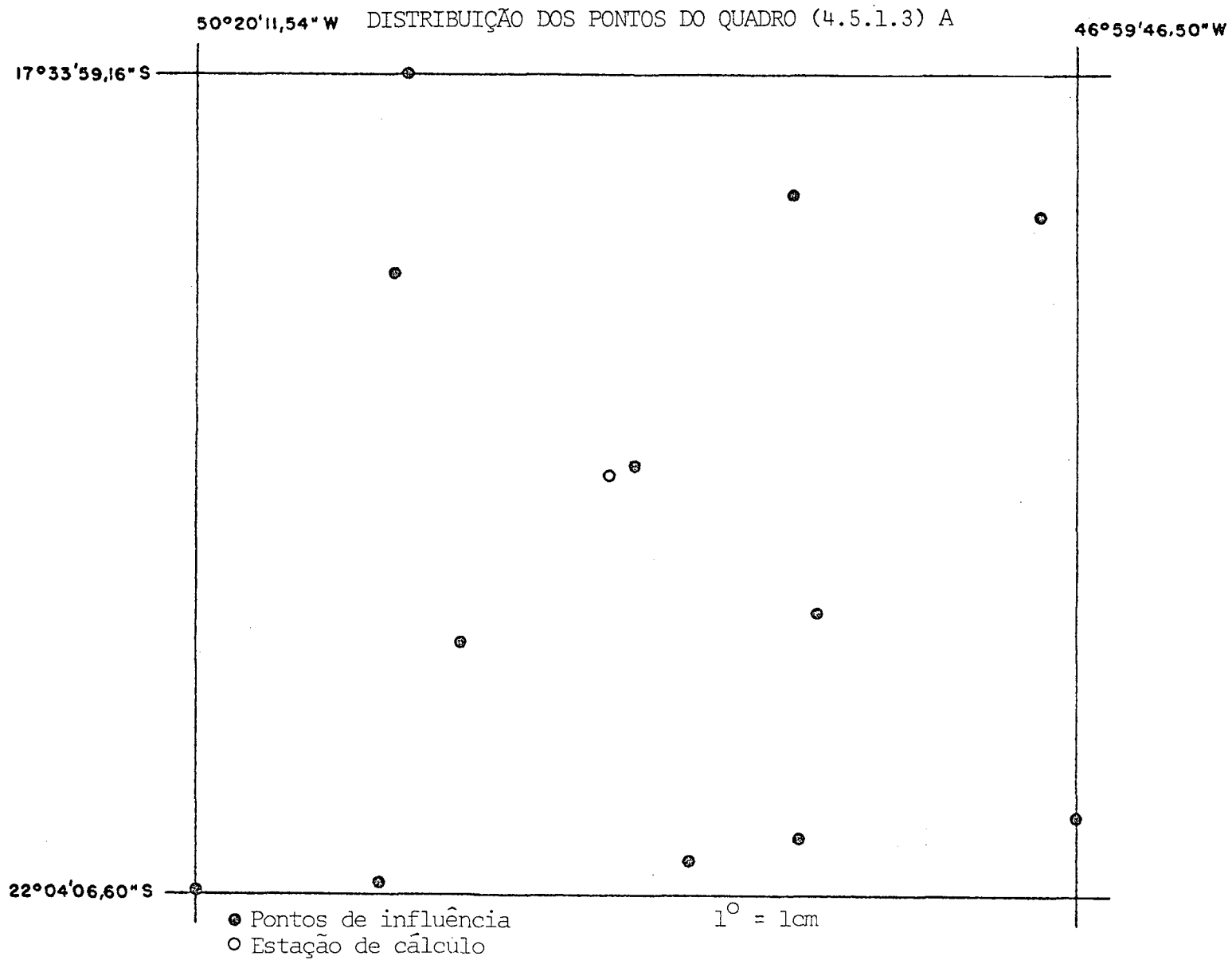
8°28'27,15" S



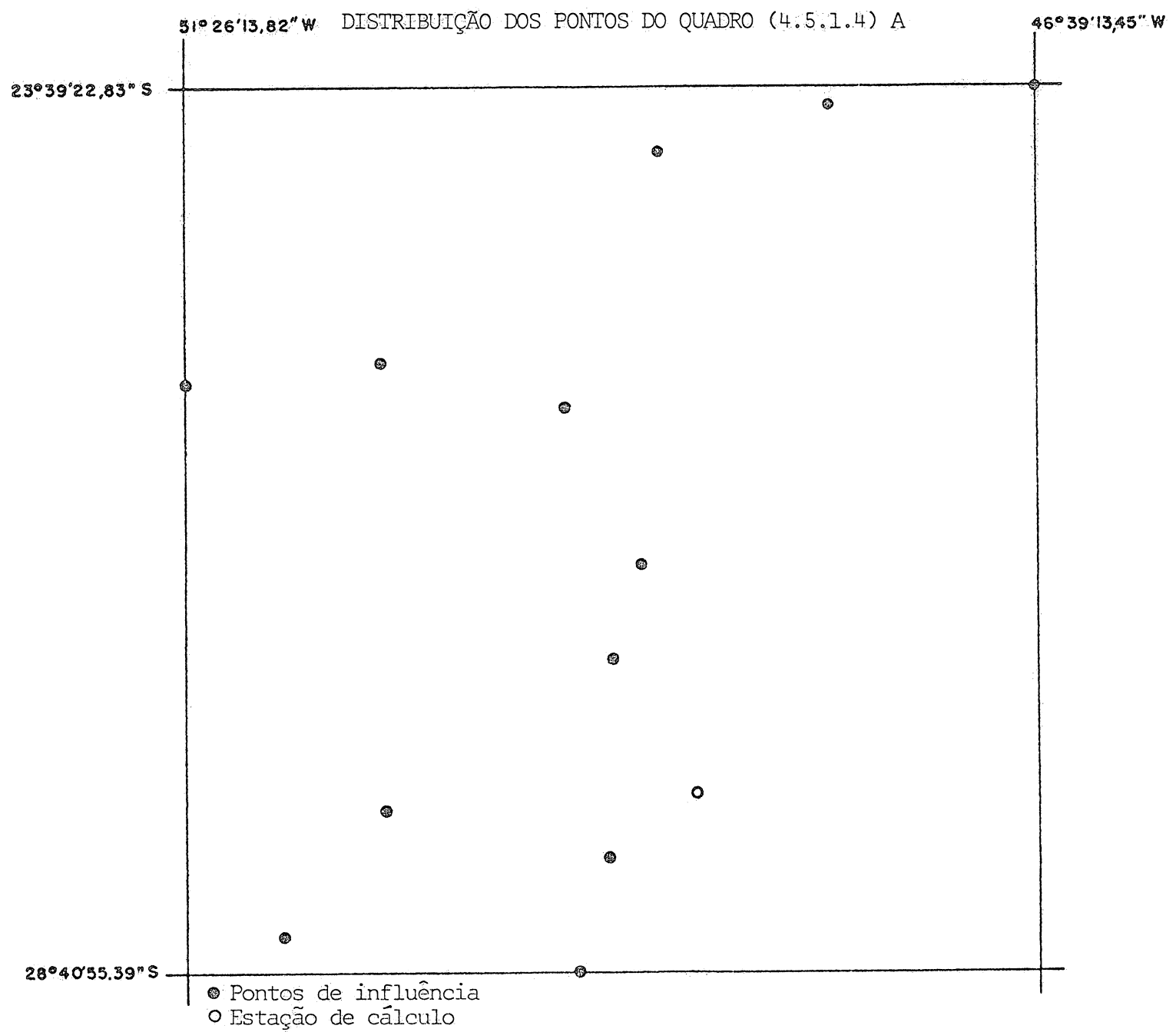
● Pontos de influência 1° = 1cm
○ Estação de cálculo

GRAF. 4.2.1





GRAF 4.5.2.3



GRAF. 4.5.2.4

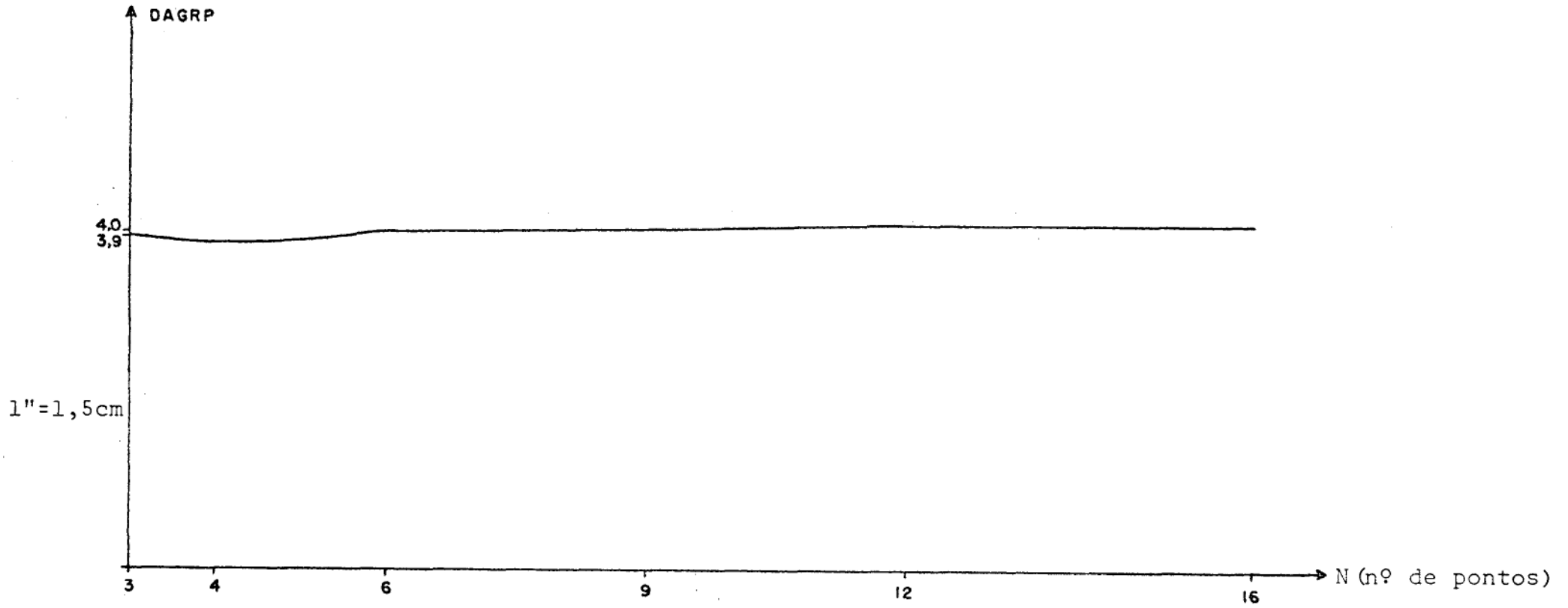
1° = 30m

PONTOS	LAT. AST.	LAT. GEO.	LONG. AST.	LONG. GEO.	N(M)	E(M)
1	4° 41' 46,98"	4° 41' 43,18"	41° 47' 15,16"	41° 47' 05,40"	9480396,832	191028,786
2	2 59 45,45	2 59 45,22	41 46 03,20	41 45 54,17	9668471,598	192616,568
3	3 41 18,46	3 41 12,45	40 21 33,62	40 21 33,19	9592376,598	349048,968
4	5 29 50,56	5 29 48,95	39 51 26,50	39 51 19,11	9392335,474	405256,565
5	6 03 15,96	6 03 15,60	41 17 48,77	41 17 37,62	9330250,663	246105,931
6	7 21 28,62	7 28 30,00	41 14 23,94	41 14 15,24	9173110,502	253054,771
7	4 15 45,45	4 15 46,25	39 23 41,92	39 23 35,24	9528805,953	456375,127
8	7 51 28,21	7 51 26,48	38 59 10,13	38 59 06,32	9131468,543	501643,844
9	5 40 45,51	5 40 43,10	38 40 44,18	38 40 36,44	9372307,037	353790,132
10	3 59 27,33	3 59 26,20	38 31 36,93	38 31 32,52	9558893,723	552651,409
11	6 47 18,67	6 47 15,86	38 13 45,84	38 13 39,87	9249645,205	583337,567
12	8 10 41,88	8 10 36,52	37 31 57,08	37 31 51,49	9095857,025	661833,138
13	5 13 03,51	5 13 03,91	37 18 31,36	37 18 28,50	9423011,633	687539,229
14	6 28 42,88	6 28 41,32	37 12 54,11	37 12 47,67	9283589,757	697592,607
15	5 30 56,97	5 30 56,10	36 33 09,67	36 33 06,61	9389784,142	771248,875
16	8 28 30,30	8 28 27,15	37 04 05,46	37 03 59,62	9062744,506	712849,637

PONTO DE CÁLCULO: $\phi_a = 4^\circ 07' 09,92''S$ $\lambda_a = 41^\circ 35' 05,11''W$ $x=N=9544218,263m$ DESV.GR.EM P
PIRIPIRI $\phi_G = 4^\circ 07' 09,53''S$ $\lambda_G = 41^\circ 34' 56,73''W$ $y=E= 213280,400m$ 6,28"

N	A	B	C	Ax+By+C	DAGRP
3	$0,184296367517478 \times 10^{-5}$	$0,568337004149302 \times 10^{-5}$	$-0,211685009807989 \times 10^2$	-2,36670197835250	3,90888181357538"
4	$0,256215537016934 \times 10^{-5}$	$0,499826751006353 \times 10^{-5}$	$-0,279116841092867 \times 10^2$	-3,39188153882029	3,88370225310759
6	$0,944877386726931 \times 10^{-6}$	$0,414124769301472 \times 10^{-5}$	$-0,122511328067102 \times 10^2$	-2,34976983155008	3,92581396037780
9	$0,256215537016934 \times 10^{-5}$	$0,499826751006053 \times 10^{-5}$	$-0,279116841092867 \times 10^2$	-2,39188153882029	3,88770225310759
12	$0,831812642024264 \times 10^{-6}$	$0,275704739337499 \times 10^{-5}$	$-0,107811630999115 \times 10^2$	-2,25413751963123	4,02144627229665
16	$0,113409355865520 \times 10^{-5}$	$0,267766279821980 \times 10^{-5}$	$-0,136033242822828 \times 10^2$	-2,20819483514571	4,06738895678217

QUADRO (4.5.2.1)



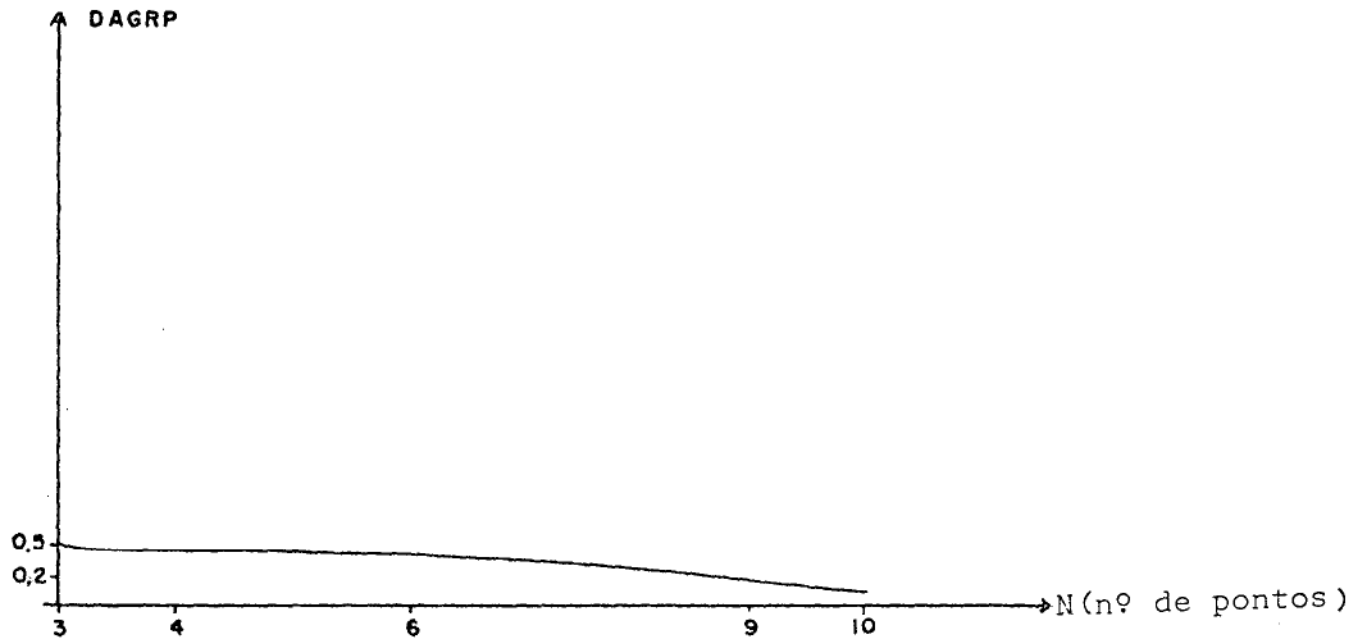
PONTOS	LAT.AST.	LAT.GEO.	LONG.AST.	LONG.GEOD.	N(M)	E(M)
1	15° 10' 50,43"	15° 10' 44,37"	43° 00' 18,14"	43° 00' 15,96"	8396110,385	353775,821
2	16 32 02,45	16 32 00,92	44 21 42,35	44 21 38,54	8171925,741	568216,167
3	15 44 30,32	15 44 28,62	41 19 45,34	41 19 39,65	8258301,158	250580,048
4	17 13 07,29	17 13 08,19	43 55 06,39	43 55 02,76	8095895,893	615103,297
5	17 52 06,24	17 52 07,52	42 53 41,91	42 53 37,73	8023068,911	723172,463
6	12 34 53,87	12 34 53,05	41 59 44,79	41 59 38,40	8607296,830	174654,768
7	17 33 08,15	17 33 11,10	44 41 26,29	44 41 21,38	8059224,658	532976,505
8	17 12 36,25	17 12 30,07	43 44 56,57	43 44 53,47	8096713,124	633106,756
9	16 44 50,21	16 44 50,08	45 26 20,25	45 26 18,31	8148347,801	453270,438
10	14 08 31,75	14 08 32,80	41 54 28,72	41 54 26,32	8434567,718	186111,077

PONTO DE CÁLCULO:	$\phi_a = 16^\circ 11' 18,24''S$	$\lambda_a = 43^\circ 05' 59,71''W$	x=N=8209285,888m	DESV.GR.EM P
PEDRA BRANCA	$\phi_G = 16^\circ 11' 18,00''S$	$\lambda_G = 43^\circ 05' 57,61''W$	y=E= 703195,788m	1,52"

N	A	B	C	Ax+By+C	DAGRP
3	$-0,189444222423060 \times 10^{-5}$	$0,881415173895633 \times 10^{-6}$	$0,139904123833173 \times 10^2$	-0,941798004741784	0,581426714166085"
4	$-0,172279572344851 \times 10^{-5}$	$0,808251292317325 \times 10^{-6}$	$0,125876345490058 \times 10^2$	-0,986929175086172	0,536295543821697
6	$-0,502770246962115 \times 10^{-6}$	$0,825957532866507 \times 10^{-6}$	$0,252587440672312 \times 10^1$	-1,02070043665023	0,502524282257639
9	$-0,123928960891820 \times 10^{-5}$	$-0,346579670084145 \times 10^{-6}$	$0,910219154230525 \times 10^1$	-1,31520451607579	0,208020202932076
10	$-0,150224011905341 \times 10^{-5}$	$-0,116428609523403 \times 10^{-5}$	$0,117119548145356 \times 10^2$	-1,43908486174961	0,084139857158261

QUADRO (4.5.2.2)

1"=1,5cm

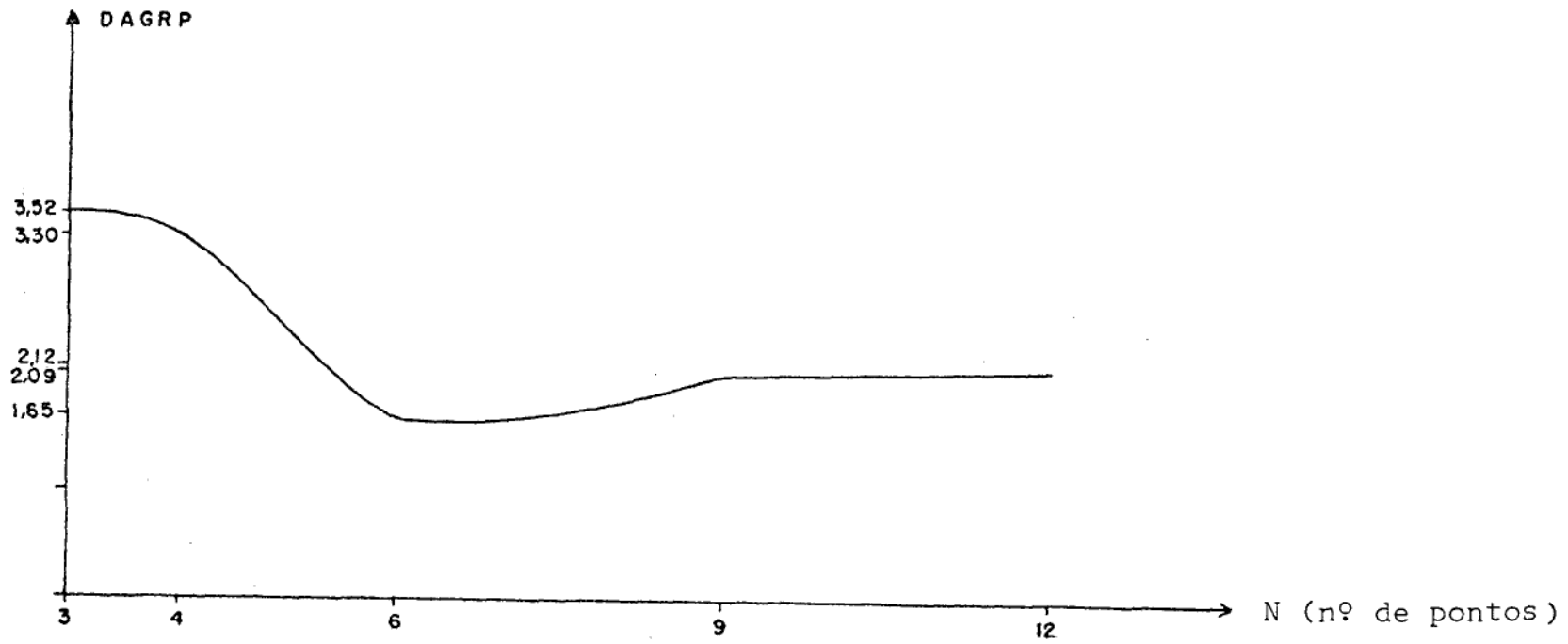


PONTOS	LAT. AST.	LAT. GEO.	LONG. AST.	LONG. GEO.	N (M)	E (M)
1	19° 45' 54,65"	19° 45' 53,98"	47° 57' 43,23"	47° 57' 39,19"	7811803,611	189710,297
2	20 38 21,17	20 38 20,16	48 55 15,96	48 55 16,40	7716418,487	716597,015
3	20 31 10,14	20 31 10,84	46 59 40,49	46 59 46,50	7729730,137	291842,928
4	21 45 29,78	21 45 28,73	47 04 23,37	47 04 13,40	7592518,067	285897,071
5	21 52 55,22	21 52 56,02	47 39 26,23	47 39 24,24	7577827,122	225471,474
6	18 38 08,36	18 38 12,66	49 16 04,62	49 16 10,55	1938465,431	682539,071
7	18 12 47,88	18 12 49,13	47 05 09,35	47 05 09,05	7984914,855	279413,991
8	22 01 18,12	22 01 18,39	49 20 10,71	49 20 10,66	7563819,503	671720,942
9	18 21 42,81	18 21 43,52	45 46 01,59	45 46 01,89	7969575,551	418948,317
10	17 33 59,69	17 33 59,16	49 12 45,14	49 12 46,31	8056882,259	689614,908
11	22 04 07,16	22 04 06,60	50 20 12,57	50 20 11,54	7559433,759	568451,432
12	21 39 25,28	21 39 25,15	45 35 18,36	45 35 14,15	7605015,707	439212,068

PONTO DE CÁLCULO:		$\phi_a = 19^\circ 45' 41,34''S$	$\lambda_a = 48^\circ 06' 07,80''W$	x=N=7812295,471m	DESV.GR.EM P
CHUÁ		$\phi_G = 19^\circ 45' 41,65''S$	$\lambda_G = 48^\circ 06' 04,06''W$	y=E= 803792,792m	2,65"
N	A	B	C	Ax+By+C	DAGRP
3	$0,923337955329484 \times 10^{-5}$	$0,298582966157890 \times 10^{-5}$	$-0,736609346607520 \times 10^2$	0,872942965594170	3,52296913328999"
4	$0,732105357609478 \times 10^{-5}$	$0,270442032721995 \times 10^{-5}$	$-0,587142572749357 \times 10^2$	0,653769986095578	3,30379615379140
6	$-0,136862609265241 \times 10^{-5}$	$0,798956547009015 \times 10^{-6}$	$0,904833437411533 \times 10^1$	-1,00158153739849	1,64844463029733
9	$0,473138968709486 \times 10^{-6}$	$0,767179948614059 \times 10^{-6}$	$-0,486549350544007 \times 10^1$	-0,552538370174426	2,09748779752140
12	$-0,479598834433366 \times 10^{-8}$	$0,841772574573390 \times 10^{-6}$	$-0,116744928293754 \times 10^1$	-0,528306233013578	2,12171993468224

QUADRO (4.5.2.3)

1"=1,5cm



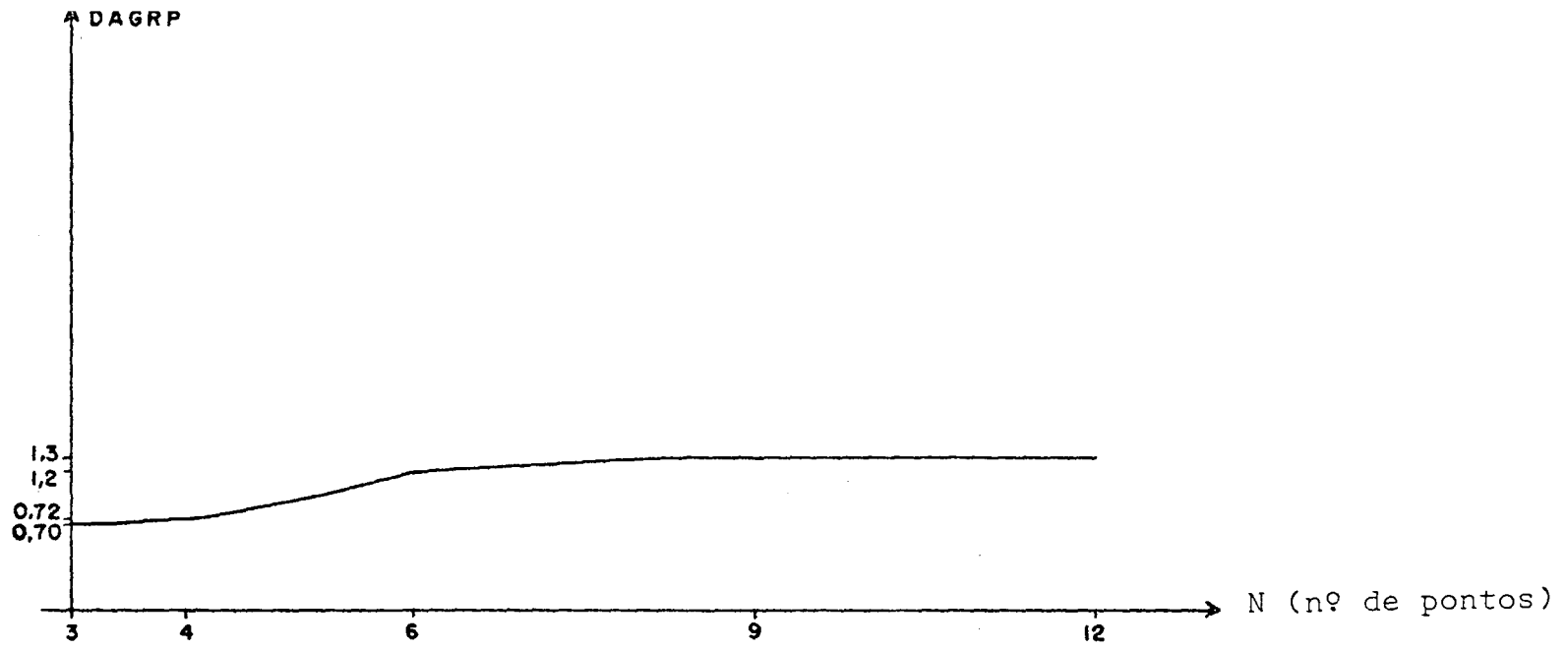
PONTOS	LAT. AST.	LAT. GEO.	LONG. AST.	LONG. GEO.	N (M)	E (M)
1	28° 04' 18,75"	28° 04' 09,57"	49° 03' 45,03"	49° 03' 48,55"	6893593,674	690301,854
2	26 54 36,23	26 54 32,01	49 03 39,43	49 03 44,95	7022172,793	692407,933
3	26 22 25,74	26 22 20,77	48 51 48,19	48 51 55,86	712966,799	7081297,449
4	28 40 58,71	28 40 55,39	49 13 53,04	49 13 54,00	6825948,456	672775,630
5	27 46 48,74	27 46 48,82	50 19 15,21	50 19 15,79	6926947,240	566891,879
6	25 29 24,25	25 29 20,19	49 17 32,06	49 17 32,75	7179800,152	671638,903
7	28 29 10,20	28 29 08,41	50 54 04,92	50 54 04,64	6848980,692	509661,540
8	25 10 59,48	25 10 58,21	50 19 43,95	50 19 39,62	7214628,174	567744,863
9	25 21 51,88	25 21 54,64	51 26 13,82	51 26 08,30	7194534,434	456170,181
10	24 01 42,79	24 01 52,73	48 44 42,65	48 44 46,03	7340460,715	729229,626
11	23 44 23,12	23 44 25,89	47 48 23,08	47 48 20,17	7371670,518	213991,061
12	23 39 24,52	23 39 22,83	46 39 13,45	46 39 11,36	7382834,984	331395,661

PONTO DE CÁLCULO	$\phi_a = 27^\circ 40' 39,59''S$	$\lambda_a = 48^\circ 33' 52,68''W$	x=N=6936053,319m	DESV.GR.EM P
FLORIANÓPOLIS (BASE AÉREA)	$\phi_G = 27^\circ 40' 41,73''S$	$\lambda_G = 48^\circ 33' 49,67''W$	y=E= 740283,577m	2,56"

N	A	B	C	Ax+By+C	DAGRP
3	$0,613851936865103 \times 10^{-5}$	$0,598381428230019 \times 10^{-5}$	$-0,488698978712229 \times 10^2$	-1,86308078954031	0,700651324904249"
4	$-0,272069504218784 \times 10^{-5}$	$-0,271404403781226 \times 10^{-5}$	$0,190372759916425 \times 10^2$	-1,84277211415848	0,720960000286077
6	$-0,134994734634078 \times 10^{-5}$	$-0,146017940742181 \times 10^{-5}$	$0,916316524436963 \times 10^1$	-1,28108836248055	1,28264375196401
9	$-0,156754516691984 \times 10^{-5}$	$-0,168252839939088 \times 10^{-5}$	$0,108911977956716 \times 10^2$	-1,22692720393036	1,33680491051420
12	$-0,230161513427621 \times 10^{-5}$	$-0,240620876419800 \times 10^{-5}$	$0,165057019884168 \times 10^2$	-1,23970013370958	1,32403198073498

QUADRO (4.5.2.4)

1"=1,5cm



4.6. - Recomendações

Do exposto observamos que para obter desvios "interpolados" ou "astro-gravimétricos" em estações situadas na sub-região s_0 devemos:

- 1) determinar a influência do desvio devida as anomalias da região próxima s em todos os vértices astro-geodésicos e de igual maneira, nos pontos onde pretendemos calcular o desvio interpolado;
- 2) calcular através do M.M.Q. os parâmetros A, B e C os quais são constantes na sub-região s_0 ;
- 3) e por último, calcular o desvio interpolado para cada ponto de coordenadas (x,y) através da (4.4.3).

CONCLUSÕES

Tendo em vista os resultados obtidos neste trabalho podemos concluir o que se segue:

- a) Necessidade imperiosa de considerarmos a influência das regiões afastadas, uma vez que os efeitos das mesmas têm importância fundamental no cálculo do desvio astro-gravimétrico da vertical.
- b) Em termos nacionais, observamos que ao longo das cadeias de triangulação os pontos de Laplace são insuficientes para um projeto global em relação ao cálculo do desvio da vertical. Contudo, é possível efetuarmos cálculos em algumas regiões do país, conforme nos mostram os gráficos 4.5.2.1 a 4.5.2.4, os quais nos dão uma idéia da distribuição dos referidos pontos em quatro estações distintas.
- c) Para o caso em que $N \geq 3$ observamos através dos gráficos (4.5.2.1) a (4.5.2.4) que podemos tomar um número de pontos compreendidos entre 6 a 9, uma vez que para um número superior, o valor do desvio astro-gravimétrico se torna praticamente constante, conforme nos mostram os referidos gráficos.
- d) Acreditamos contudo, que no futuro teremos u'a melhor concatenação dos pontos de Laplace, como também o crescimento das cadeias de triangulação e conseqüentemente maiores fontes de dados para novos cálculos do desvio astro-gravimétrico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. ANNUAL REPORT. Paris, Bureau International de l'Heure, 1974.
02. ANNUAL REPORT OF THE INTERNATIONAL POLAR MOTION SERVICE .
Mizusawa, 1980 .
03. BRASIL. Diretoria do Serviço Geográfico do Exército. Manual técnico: cálculos geodésicos. Rio de Janeiro, 1959.
3º fascículo.
04. GEMAEL, Camil. Forma e dimensões da Terra. Boletim da Universidade Federal do Paraná, Geodésia, (8): 1-157, 1963 .
05. _____ . Geodésia física. Curitiba, Universidade Federal do Paraná Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1978. Paginação irregular.
06. _____ . Geodésia II. Curitiba, Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1972. 90 p.
07. HATSCHBACH, Fernando. Tempo em astronomia. Curitiba, Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1979. 34 p.
08. HEISKANEN, W. & MEINESZ, F.A. Vening. The earth and its gravit field. New York, McGraw-Hill, 1958. 470 p.
- 09 _____ . & MORITZ, Helmut. Physical geodesy. San Francisco, W. H. Freeman, 1967. 364 p.
10. INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Lista de pontos de Laplace . s.n.t. Dados gentilmente cedidos ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná.
11. INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Coordenadas UTM geodésicas, azimutes e lados. S.n.t. 6 v.

12. KADLEC, F.A. & GOMES, J. P. Cálculo de parâmetros de transferências de sistemas geodésicos. Revista Brasileira de Cartografia. Rio de Janeiro, (22): 27-34, dezembro 1978.
13. MERRY, C. & VANICEK, A. A method for astro-gravimetric geoid determination. Technical Report, (27): 1-74, 1974.
14. _____. Studies towards an astrogravimetric geoid for Canada. Technical Report, (31): 1-128, 1975.
15. MUELLER, Ivan J. Spherical and practical astronomy as applied to geodesy. New York, Frederick Ungar, 1969. p. 16-20.
16. RICE, Donald A. Deflections of the vertical from gravity anomalies. Washington, D.G. Coast and Geodetic Survey, 1951. 21 p.
17. SOLLINS, A. D. Tables for computation of deflection of the vertical from gravity anomalies. Bulletin Geodesique, (6): 279-300, 1947.
18. THOMSON, Donald B. Introduction to astronomy. Lecture Notes, (49): 1-175, 1978.
19. VANICEK, Peter. Geodésia física aplicada, II. Lecture Notes (24): 103-72, 1977.
20. _____. Physical Geodesy. Lecture Notes (43): 1-176 1976.

APENDICE

PROGRAMA A

```

C...PROGRAMA PARA DETERMINACAO DE AZIMUTES, A PARTIR DE COORDE-
C...NADAS GEODESICAS-PROBLEMA INVERSO-FORMULAS DE POISSANT
C...AZIMUTE CONTADO A PARTIR DO SUL+CRESCENDO NO SENTIDO SWNE
C...LONGITUDE CONSIDERADA POSITIVA POR OESTE
C...E2=QUADRADO DA PRIMEIRA EXCENTRICIDADE DO ELIPSOIDE DE RE-
C...FERENCIA(67)
C...A=SEMI-EIXO MAIOR DO ELIPSOIDE DE REFERENCIA (67)
C...S1=SENO DE UM SEGUNDO
      IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
      DIMENSION P(2),IGC(2),IGM(2),GIS(2),LGG(2),LGM(2),GLS(2),
      IFIG(2),XLG(2)
      DATA P(1),P(2),E2,A,S1/'      A ','      B ',0.00669460532856,63
      178160.,4.948136D-6/
      WRITE(3,12)
12  FORMAT('1PONTO  LAT. GEO.      LONG. GEO.      AZ.DIRETO      C,AZIMU
      1TE      DIST,ELIP,(M)')
1   DO 2 I=1,2
      READ(2,11)IGC(I),IGM(I),GIS(I),LGG(I),LGM(I),GLS(I),K
11  FORMAT(2(2I,F),I)
C...LATITUDES SUL
      F1G(I)=- (IGC(I)*3600+IGM(I)*60+GIS(I))
2   XLG(I)=(LGG(I)*3600+LGM(I)*60+GLS(I))
C...DIFERENCA DE LATITUDE ENTRE OS PONTOS DADOS (DELTA FI)
      DFI=F1G(2)-F1G(1)
C...DIFERENCA DE LONGITUDE ENTRE OS PONTOS DADOS
      DL=XLG(2)-XLG(1)
C...CALCULO DA METADE DE DELTA (FI)
      DFI2=DFI/2
C...CALCULO DA METADE DE DELTA (L)
      DL2=DL/2
C...TRANSFORMACAO DE (DFI2) EM RADIANS
      V=DFI2*DATAN(1.0D0)/162000.
C...TRANSFORMACAO DE (DL2) EM RADIANS
      U=DL2*DATAN(1.0D0)/162000.
C...TRANSFORMACAO DE DELTA (FI) EM RADIANS
      G=DFI*DATAN(1.0D0)/162000.
C...TRANSFORMACAO DE DELTA (L) EM RADIANS
      R=DL*DATAN(1.0D0)/162000.
C...LATITUDE MEDIA DOS PONTOS DADOS, EM SEGUNDOS
      F1A=F1G(1)+DFI2
C...TRANSFORMACAO DE (F1A) EM RADIANS
      S=F1A*DATAN(1.0D0)/162000.
C...COSSENO DA LATITUDE MEDIA
      CF1A=DCOS(S)
C...COSSENO DE DELTA (L2)
      CDL2=DCOS(U)
C...CALCULO DO COEFICIENTE (A)
      CA=((1-E2*(DSIN(S)**2))**.5)/(A*S1)
C...CALCULO DO COEFICIENTE (B)
      CB=((1-E2*(DSIN(S)**2))**.5)/(A*(1-E2)*S1)
C...CALCULO DO AZIMUTE MEDIO
C...SENO DO AZIMUTE MEDIO
      SAM=(R*CF1A)/CA
      CAM=(-R*CDL2)/CB

```

```

C... TANGENTE DO AZIMUTE MEDIO
  TGAM=SAM/CAM
  AM=DATAN(TGAM)
  AMG=AM*45./DATAN(1.0D0)
  IF(SAM)5,5,3
3  IF(CAM)4,4,7
4  AMG=AMG+180
  GO TO 7
5  IF(CAM)4,4,6
6  AMG=AMG+360
7  IAMG=AMG
  JAMG=(AMG-IAMG)*60.
  SAMG=((AMG-IAMG)*60.-JAMG)*60.
C... CALCULO DO COEFICIENTE (F)
  F=((BSIN(S))*((DCOS(S)**2)*(S1**2)))/12
C... CALCULO DA SECANTE DE DF12
  Z=1./DCOS(V)
C... CALCULO DE DELTA (A) EM RADIANDOS
  DA=-((R*(BSIN(S))*Z)-(F)*(R)**3
C... CALCULO DE (DA) EM FRACAO DE GRAU
  DAG=(DA*45.)/DATAN(1.0D0)
C... CALCULO DA METADE DE DELTA (A)
  DA2=DAG/2
C... CALCULO DO AZIMUTE DIRETO
  AZD=(AMG-DA2)
  IAZD=AZD
  JAZD=(AZD-IAZD)*60.
  SAZD=((AZD-IAZD)*60.-JAZD)*60.
C... CALCULO DO CONTRA-AZIMUTE
  CAZ=(AMG+DA2)
  IF(CAZ-180)14,15,15
14  CAZ=CAZ+180
  GO TO 16
15  CAZ=CAZ-180
16  ICAZ=CAZ
  JCAZ=(CAZ-ICAZ)*60.
  SCAZ=((CAZ-ICAZ)*60.-JCAZ)*60.
C... CALCULO DA DISTANCIA ELIPSOIDICA (D)
  D=(DL*KCFIM)/(BSIN(AM)*DA)
  GO 13 I=1,2
13  WRITE(3,19)P(I),IGG(I),IGH(I),GIS(I),LGG(I),LGH(I),GLS(I),IAZD,
  1JAZD,SAZD,ICAZ,JCAZ,SCAZ,D
19  FORMAT(/A6,4(I5,I3,F6,2),F15,4)
  IF(K)8,1,8
8  STOP
  END

```

PROGRAMA B

```

C...PROGRAMA PARA DETERMINAÇÃO DO DESVIO ASTRO-GRAVIMETRICO,
C...COM N=2 PONTOS
C...P(2)=PONTOS ENTRE OS QUAIS ESTA SENDO INTERPOLADO O DESVIO
  IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
  DIMENSION IAZD(7),JAZD(7),SAZD(7),DAGE(2),DAGR(7),IAG(2),
  1,IAM(2),AIS(2),IGG(2),IGM(2),GIS(2),LAG(2),LAM(2),ALS(2),
  2,LGG(2),LGM(2),GLS(2),P(2),DGR(2),OSIAG(7),ETAAG(7)
  DATA P(1),P(2), A1, B1
  WRITE(3,10)
1  DO 2 I=1,2
  READ(2,6)IAG(I),IAM(I),AIS(I),IGG(I),IGM(I),GIS(I),
  1IAZD(I),JAZD(I),SAZD(I),R
C...LATITUDE ASTRONOMICA EM SEGUNDOS(SUL)
  FIA=-IAG(I)*3600+IAM(I)*60+AIS(I)
C...LATITUDE GEODESICA EM SEGUNDOS
  FIG=-(IGG(I)*3600+IGM(I)*60+GIS(I))
C...AZIMUTE GEODESICO DIRETO EM SEGUNDOS
  XAZD=IAZD(I)*3600+JAZD(I)*60+SAZD(I)
C...AZIMUTE GEODESICO DIRETO EM RADIANS
  AZDR=XAZD*DATAN(1,000)/162000.
C...COMPONENTE MERIDIANA DO DESVIO ASTRO-GEODESICO
  OSI=FIA-FIG
  READ(2,7)LAG(I),LAM(I),ALS(I),LGG(I),LGM(I),GLS(I)
C...LONGITUDE ASTRONOMICA EM SEGUNDOS-NEGATIVA POR DESTE
  XLA=-(LAG(I)*3600+LAM(I)*60+ALS(I))
C...LONGITUDE GEODESICA EM SEGUNDOS
  XLS=-(LGG(I)*3600+LGM(I)*60+GLS(I))
C...LATITUDE GEODESICA EM RADIANS
  F=FIG*DATAN(1,000)/162000.
C...COMPONENTE PRIMEIRO VERTICAL DO DESVIO
  ETA=(XLA-XLS)*DCOS(F)
C...DESVIO ASTRO-GEODESICO
  DAGE(I)=(OSI**2+ETA**2)**0.5
C...DESVIO GRAVIMETRICO NOS PONTOS EXTREMOS
2  DGR(I)=0.75*DAGE(I)
C...DESVIO GRAVIMETRICO NO PONTO P
  DGRM=(DGR(1)+DGR(2))/2
C...DESVIO ASTRO-GRAVIMETRICO NO PONTO P
  DAGRP(1)=DGRM+(1./5)*(DAGE(2)-DGR(2))+(4./5)*(DAGE(1)-DGR(1))
  DAGRP(2)=DGRM+(1./4)*(DAGE(2)-DGR(2))+(3./4)*(DAGE(1)-DGR(1))
  DAGRP(3)=DGRM+(1./3)*(DAGE(2)-DGR(2))+(2./3)*(DAGE(1)-DGR(1))
  DAGRP(4)=DGRM+(1./2)*(DAGE(2)-DGR(2))+(1./2)*(DAGE(1)-DGR(1))
  DAGRP(5)=DGRM+(2./3)*(DAGE(2)-DGR(2))+(1./3)*(DAGE(1)-DGR(1))
  DAGRP(6)=DGRM+(3./4)*(DAGE(2)-DGR(2))+(1./4)*(DAGE(1)-DGR(1))
  DAGRP(7)=DGRM+(4./5)*(DAGE(2)-DGR(2))+(1./5)*(DAGE(1)-DGR(1))
C...COMPONENTE MERIDIANA DO DESVIO ASTRO-GRAVIMETRICO
  DO 3 I=1,2
  OSIAG(I)=DAGRP(I)*DCOS(AZDR)
C...COMPONENTE PRIMEIRO VERTICAL DO DESVIO ASTRO-GRAVIMETRICO
  ETAAG(I)=DAGRP(I)*DSIN(AZDR)
3  WRITE(3,8)P(1),IAG(I),IAM(I),AIS(I),IGG(I),IGM(I),GIS(I),LAG(I),
  1LAM(I),ALS(I),LGG(I),LGM(I),GLS(I),IAZD(I),JAZD(I),SAZD(I),
  2DAGE(1),DGR(1),DGRM,DAGRP(I),OSIAG(I),ETAAG(I)
  DO 4 I=3,7
  OSIAG(I)=DAGRP(I)*DCOS(AZDR)
  ETAAG(I)=DAGRP(I)*DSIN(AZDR)

```

```
4 WRITE(3,9)DAGR(I),QSIAG(I),ETAAG(I)
   IF(K)5,1,5
5 STOP
6 FORMAT(2I,F,2I,F,2I,F,I)
7 FORMAT(2I,F,2I,F)
8 FORMAT(A4,4(I5,I3,F6.2),I5,I3,F6.2,F7.2,5(F8.2))
9 FORMAT(27X,3F8.2)
10 FORMAT('1PONTO   LAT. AST.   LAT. GEO.   LONG. AST.   LONG.
   1 GEO.   AZ. DIRETO   D AGE   D GRA   DGRAM   D AGR   QSIAG   ETAA
   2G')
END
```

PROGRAMA C

```

C ...   PROGRAMA PARA DETERMINACAO DO DESVIO ASTRO-GRAVIMETRICO,
C ...   COM N MAIOR OU IGUAL A 3 PONTOS
C ...   XP=ABSCISSA DO PONTO DE DETERMINACAO DO DESVIO
C ...   YP=ORDENADA DO PONTO DE DETERMINACAO DO DESVIO
C ...   K=CONTROLE DO NUMERO DE DADOS
C ...   A,B PARAMETROS A DETERMINAR
C ...   XL=MATRIZ FORMADA PELOS TERMOS INDEPENDENTES
C ...   R=VETOR SOLUCAO
C ...   X,Y=COORDENADAS UTM, SENDO: X=N E Y=E
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION A(3,3),B(3),XL(3),R(3,1)
      READ(2,10)XP,YP
10      FORMAT(2F)
      READ(2,11)IAGP,IAMP,AISP,IGGP,IGMP,GISP,LAGP,LAMP,ALSP,
      1LGGP,LGMP,GLSP
11      FORMAT(4(2I,F))
      FIAP=-(IAGP*3600+IAMP*60+AISP)
      FIGP=-(IGGP*3600+IGMP*60+GISP)
      QSIP=FIAP-FIGP
      XLAP=-(LAGP*3600+LAMP*60+ALSP)
      XLGP=-(LGGP*3600+LGMP*60+GLSP)
C ...   LATITUDE GEODESICA DE P, EM RADIANS
      FP=FIGP*DATAN(1.0D0)/162000.
      ETAP=(XLAP-XLGP)*DCOS(FP)
C ...   DESVIO ASTRO-GEODESICO EM P
      DAGEP=(QSIP**2+ETAP**2)**0.5
C ...   DESVIO GRAVIMETRICO NA ESTACAO P, SIMULADO O VALOR 0.75
C ...   DO DESVIO ASTRO-GEODESICO NO MESMO PONTO
      PS=0.75*DAGEP
      KP=0
      DO 8 I=1,3
      DO 8 J=1,3
8      A(I,J)=0
      WRITE(3,6)
1      READ(2,9)X,Y
9      FORMAT(2F)
      KP=KP+1
      READ(2,2)IAG,IAM,AIS,IGG,IGM,GIS,LAG,LAM,ALS,LGG,LGM,GLS,K
2      FORMAT(4(2I,F),I)
C ...   LATITUDE ASTRONOMICIA EM SEGUNDOS
      FIA=-(IAG*3600+IAM*60+AIS)
C ...   LATITUDE GEODESICA EM SEGUNDOS
      FIG=-(IGG*3600+IGM*60+GIS)
C ...   CALCULO DA COMPONENTE MERIDIANA (QSI)
      QSI=FIA-FIG
C ...   LONGITUDE ASTRONOMICIA EM SEGUNDOS
      XLA=-(LAG*3600+LAM*60+ALS)
C ...   LONGITUDE GEODESICA EM SEGUNDOS
      XLS=-(LGG*3600+LGM*60+GLS)
C ...   LATITUDE GEODESICA EM RADIANS
      F=FIG*DATAN(1.0D0)/162000.
C ...   CALCULO DA COMPONENTE PRIMEIRO VERTICAL (ETA)
      ETA=(XLA-XLG)*DCOS(F)
C ...   DESVIO ASTRO-GEODESICO
      DAGE=(QSI**2+ETA**2)**0.5

```

```

C...TERMO INDEPENDENTE (LI);SIMULADO O DESVIO GRAVIMETRICO
C...COMO SENDO 0.75*DAGE
  XLI=0.25*DAGE
  A(1,1)=A(1,1)+X**2
  A(1,2)=A(1,2)+X*Y
  A(1,3)=A(1,3)+X
  A(2,2)=A(2,2)+Y**2
  A(2,3)=A(2,3)+Y
  A(3,3)=A(3,3)+1
  XL(1)=XL(1)-X*XLI
  XL(2)=XL(2)-Y*XLI
  XL(3)=XL(3)-XLI
  WRITE(3,3)KP, IAG, IAM, AIS, IGO, IGM, GIS, LAG, LAM, ALS, LGG, LGM, GLS, X, Y
3  FORMAT(I6,2X,4(2I3,F6.2,2X),F12.3,3(F14.3),F6.2)
  IF(K)4,1,4
4  A(2,1)=A(1,2)
  A(3,1)=A(1,3)
  A(3,2)=A(2,3)
  CALL VERSOL(A,B,3)
  CALL AB(A,XL,R,3,3,1)
C...CALCULO DA INFLUENCIA DA RESIAO S. AX+BY+C
  XINF=R(1,1)*XP+R(2,1)*YP+R(3,1)
5  FORMAT(// A=',E21.15,///, B=',E21.15,///, C=',E21.15,///, INFLUEN
  ICIA AX+BY+C=',E21.15,///, DAGRP=',E21.15,///, LAP=',2I3,F6.2
  1,///, LBP=',2I3,F6.2,///, LOAP=',2I3,F6.2,///, LGOP=',2I3,F6.2
  2,///, XP=',F14.3,///, YP=',F14.3,///, PS=',F6.2)
C...DESVIO ASTRO-GRAVIMETRICO (TOTAL) OU INTERPOLADO EM P
  DAGRP=PS+R(1,1)*XP+R(2,1)*YP+R(3,1)
  WRITE(3,7)
  WRITE(3,5)R(1,1),R(2,1),R(3,1),XINF,DAGRP,IAGP,IAMP,AISP,IGGP,
  2IGMP,BISP,LAGP,LAMP,ALSP,LGGP,LGMP,GLSP,XP,YP,PS
6  FORMAT('1PONTO  LAT. AST.      LAT. GEO.      LONG. AST.      LONG
  1. GEO.      X(M)      Y(M)')
7  FORMAT(/// COEFICIENTES,INFLUENCIA,CORD. DE P E DESV. AGR. ')
  STOP
  END

```

```

SUBROUTINE VERSOL(A,B,I)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(I,I),B(I)
IF(A(1,1) .EQ. 20,30,20)
20 IF(I.EQ.1) GO TO 10
IM=I-1
DO 5 K=1,I
DO 2 J=1,IM
2 B(J)=A(1,J+1)/A(1,1)
B(I)=1./A(1,1)
DO 4 L=1,IM
DO 3 J=1,IM
3 A(L,J)=A(L+1,J+1)-A(L+1,1)*B(J)
4 A(L,I)=-A(L+1,1)*B(I)
DO 5 J=1,I
5 A(I,J)=B(J)
RETURN
10 A(1,1)=1./A(1,1)
RETURN
30 WRITE(3,100)
100 FORMAT(1X,'A(1,1)=0')
RETURN
END
SUBROUTINE AB(A,B,R,L,M,N)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)

DIMENSION A(L,M),B(M,N),R(L,N)
DO 5 I=1,L
DO 5 J=1,N
R(I,J)=0
DO 5 K=1,M
5 R(I,J)=R(I,J)+A(I,K)*B(K,J)
RETURN
END

```