

ANDREA FLÁVIA TENÓRIO CARNEIRO

**POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS PARA  
OBTENÇÃO DE UM CAMPO DE PONTOS  
COM VISTAS AO CÁLCULO DO  
VOLUME DE OBJETOS**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Milton de Azevedo Campos

Co-Orientador: Prof. Dr. Tarcísio Ferreira da Silva

Curitiba — 1993

POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS PARA OBTENÇÃO DE UM CAMPO DE PONTOS  
COM VISTAS AO CÁLCULO DO VOLUME DE OBJETOS

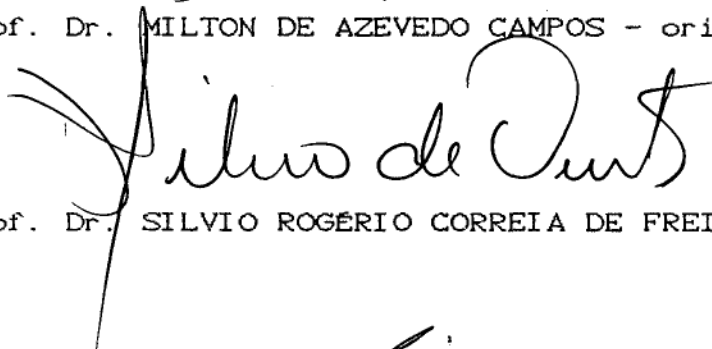
por

ANDREA FLÁVIA TENÓRIO CARNEIRO

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção  
do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas  
da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos  
professores:



Prof. Dr. MILTON DE AZEVEDO CAMPOS - orientador



Prof. Dr. SILVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS



Prof. Msc. FRANÇOIS ALBERT ROSIER

a Daniel  
e a Gustavo

## AGRADECIMENTOS

A autora externa seus agradecimentos às seguintes pessoas e instituições:

- À CAPES, pela bolsa de estudos concedida durante o período do curso;

- Ao Prof. Dr. Ing. Tarcísio Ferreira Silva, do DeCart-UFPE, pelo apoio e orientação indispensáveis ao desenvolvimento desta dissertação;

- Ao Engenheiro César, da CHESF - Companhia Hidrelétrica do São Francisco, pelo apoio e infra-estrutura proporcionados por ocasião dos experimentos realizados em propriedade desta Companhia;

- Ao LAMEPE - Laboratório de Metrologia e Posicionamento Espacial, do DeCart-UFPE, pela realização dos experimentos em laboratório;

- Aos professores e colegas do Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE, pelo incentivo;

- Aos professores e colegas do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR que contribuíram para a realização deste trabalho.

## SUMÁRIO

TERMO DE APROVAÇÃO	i
DEDICATÓRIA	ii
AGRADECIMENTOS	iii
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE QUADROS	vi
RESUMO	vii
ABSTRACT	viii
1. INTRODUÇÃO	1
2. POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS PARA OBTENÇÃO DE CO- ORDENADAS TRIDIMENSIONAIS	5
2.1 O MÉTODO DE INTERSEÇÃO A VANTE	8
2.2 SINALIZAÇÃO DOS PONTOS DISCRETIZADORES DAS SU- PERFÍCIES	14
3. OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DAS ESTAÇÕES	16
3.1 TIPOS DE DESIGN E MÉTODOS UTILIZADOS NA OTI- MIZAÇÃO	17
3.2 O PROGRAMA NETZ2D	18
3.3 TESTES ESTATÍSTICOS UTILIZADOS PELO NETZ2D	22
3.3.1 O Método de Data Snooping (BAARDA)	22
3.4 PLANEJAMENTO E AJUSTAMENTO DE REDES COM O NETZ2D	25
4. VARIÁVEIS INFLUENTES SOBRE OS PROCESSOS DE MEDI- DAS ANGULARES	26
4.1 VARIÁVEIS INTERNAS	26
4.1.1 Erros Instrumentais	27
4.1.2 Erros Observacionais	36
4.2 VARIÁVEIS INFLUENTES EXTERNAS	37
5. DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE GRANDES RECIPIENTES	44
5.1 DETERMINAÇÃO DO VOLUME A PARTIR DE COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS	45
5.2 INTEGRAÇÃO NUMÉRICA UTILIZANDO-SE O MÉTODO DA QUADRATURA GAUSSIANA	46
6. EXPERIMENTOS REALIZADOS	49
6.1 MEDIÇÃO TRIDIMENSIONAL UTILIZANDO O MÉTODO DE INTERSEÇÃO A VANTE	49
6.2 SINALIZAÇÃO DOS ALVOS SOBRE A SUPERFÍCIE - AL- VOS ATIVOS E PASSIVOS	51
6.3 DETERMINAÇÃO DO ERRO DO EIXO SECUNDÁRIO DOS TE- ODOLITOS	53
6.4 AJUSTAMENTO ANGULAR DE ESTAÇÃO - MÉTODO PRUS - SIANO	55
6.5 ESTUDO DOS EFEITOS DA REFRAÇÃO SOBRE OBSERVA - ÇÕES ANGULARES	57
6.6 IMPLANTAÇÃO DE UM SISTEMA DE REFERÊNCIA PARA A OBSERVAÇÃO DE UM RECIPIENTE CILÍNDRICO	60
6.7 CÁLCULO DO VOLUME DE OBJETOS SIMULADOS	63
7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	68
ANEXOS	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93

## LISTA DE FIGURAS

1	INTERSEÇÃO A VANTE COM 2 ESTAÇÕES CONTROLADAS POR COMPUTADOR	6
2	MÉTODO FOTOGRAMÉTRICO TERRESTRE	7
3	SISTEMA DE TRIANGULAÇÃO ATIVA	8
4	PRINCÍPIO DO MÉTODO DE INTERSEÇÃO A VANTE	9
5	COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS DE P	9
6	ÂNGULOS ENTRE OP E OS SEMI-EIXOS POSITIVOS	10
7	ORIENTAÇÃO DOS TEODOLITOS	11
8	FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO DO PROGRAMA NETZ2D	21
9	INFLUÊNCIA DO ERRO DE EXCENTRICIDADE SOBRE OBSERVAÇÕES DE ÂNGULO	31
10	O MÉTODO DE CENTRAGEM FORÇADA	34
11	REFRAÇÃO HORIZONTAL (RH) E REFRAÇÃO VERTICAL (RV)	38
12	VARIAÇÃO DIURNA DO GRADIENTE VERTICAL DA TEMPERATURA	41
13	COMPORTAMENTO DO COEFICIENTE DE REFRAÇÃO AO LONGO DO TEMPO	42
14	SISTEMA DE REFERÊNCIA EXTERNO À SUPERFÍCIE	45
15	DISPOSIÇÃO DOS PONTOS UTILIZADOS NA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA	48
16	DISPOSIÇÃO DOS PONTOS MEDIDOS	50
17	PROJEÇÃO DE UM FEIXE DE LASER	52
18	DISPOSIÇÃO DOS PONTOS OBSERVADOS PARA DETERMINAÇÃO DO ERRO DO EIXO SECUNDÁRIO	53
19	PLANTA DE SITUAÇÃO DE RECIPIENTE CILÍNDRICO SITUADO NA CHESF - RECIFE	60
20	CONFIGURAÇÃO DAS ESTAÇÕES E DIREÇÕES OBSERVADAS	62
21	DISPOSIÇÃO FINAL DA REDE COM SUAS ELIPSES DE ERRO	63
22	DISCRETIZAÇÃO DE UM CUBO COM ORIFÍCIO CENTRAL	64
23	DISCRETIZAÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE CILÍNDRICA	66

## LISTA DE QUADROS

1	RESULTADOS DA INTERSEÇÃO A VANTE	51
2	DETECÇÃO DO ERRO DO EIXO SECUNDÁRIO	54
3	AJUSTE DE ESTAÇÃO PELO MÉTODO PRUSSIANO	56
4	ESTUDO DE REFRAÇÃO	59

## RESUMO

Neste trabalho é desenvolvido um procedimento metodológico para determinação do volume de grandes superfícies através da medição tridimensional de objetos utilizando-se levantamentos topográficos de precisão. Com este objetivo, os seguintes aspectos foram considerados:

- possibilidades metodológicas para a discretização da superfície cilíndrica;

- necessidade da utilização de processos de otimização para a determinação de um sistema de referência para as observações;

- pesquisa dos efeitos das variáveis influentes que atuam sobre as observações que originarão as coordenadas dos pontos discretizadores;

- determinação de um processo de cálculo de volume a partir de coordenadas tridimensionais de pontos escolhidos sobre a superfície do objeto.

## ADSTRACT

In this thesis is developed a method for determination of volume of objects by topographic surveying of points.

With this objective, the follow aspects were considered:

- methods possibles to discretization of the surfaces;
- adoption of optimization processes to determine a reference system;
- investigation of the influence of errors on observations;
- adoption of a process of calculate of volume which use of 3D coordinates points for volume computation.

## 1. INTRODUÇÃO

Destilarias de álcool possuem grandes recipientes para estocagem do produto e necessitam determinar seus volumes com vistas ao controle de produção e armazenamento. A determinação do volume de tais recipientes tem sido efetuada no Brasil pelo INMETRO - Instituto Nacional de Metrologia, de acordo com as seguintes etapas:

medição interna do fundo do recipiente;

medição externa, a trena, do perímetro de cada anel, sob a hipótese de circularidade do mesmo, com vistas à obtenção do raio;

medição, a trena, da altura de cada anel;

medição, a trena, do nível de álcool contido no hipotético cilindro, com base na soma dos volumes parciais correspondentes aos anéis.

Com o objetivo de se aferir os citados reservatórios com maior precisão foram realizados intensos debates entre técnicos do ITEP - Instituto Tecnológico de Pernambuco e o Prof. Tarcísio Ferreira Silva, do DeCart - Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE, e deste com o Prof. H. Kahmen, da Universidade de Viena. A partir destes debates, foi elaborado um projeto de desenvolvimento de um método mais moderno e eficaz para a medição de grandes volumes, baseado em levantamentos topográficos de precisão. Dentro deste contexto, surgiu o interesse no desenvolvimento desta dissertação, com os seguintes propósitos:

definir as etapas de uma metodologia que utilize a medição tridimensional de superfícies cilíndricas para a determinação de grandes volumes;

estudar, dentro de cada etapa, as possibilidades metodológicas com vistas à sua aplicação.

fornecer subsídios para a aplicação da metodologia a casos reais.

Inicialmente, faz-se necessário proceder à discretização da superfície cilíndrica, ou seja, transformar a superfície contínua em um conjunto de segmentos que a descreva de forma precisa com o menor número de pontos possível.

O Capítulo 2 apresenta alguns métodos para obtenção de coordenadas tridimensionais, destacando o método de interseção a vante, que consiste na determinação tridimensional de pontos utilizando-se apenas observações de ângulos horizontais e verticais a partir de estações de coordenadas conhecidas. Adaptando-se a este método técnicas e instrumentos modernos de medição, obtém-se os resultados apresentados no Capítulo 6.1.

A qualidade das coordenadas dos pontos discretizadores do cilindro depende basicamente da qualidade das coordenadas das estações que lhes servem de base, o assim chamado sistema de referência. Desta forma, a determinação desta rede de pontos que formam o sistema de referência é feita com base na teoria da otimização de redes, que envolve uma pré-análise das observações a fim de se determinar a configuração ótima dos seus pontos, bem como a precisão das observações a serem efetuadas. No Capítulo 3

trata-se do planejamento destas observações realizadas através de um programa de otimização. De posse dos dados desta otimização, passa-se à determinação das coordenadas das estações que formarão o sistema de referência, a partir de observações de ângulos e distâncias.

As coordenadas dos pontos observados sobre a superfície do cilindro serão calculadas a partir das coordenadas destas estações de apoio, sobre as quais serão estacionados os teodolitos.

Na implantação desta rede, bem como na determinação das coordenadas dos pontos discretizadores da superfície são realizadas observações de ângulos e distâncias que sofrem a influência das mais diversas fontes de erro, sejam de natureza instrumental (causados por irregularidades dos instrumentos), observacional (causados pelos limites dos sentidos do observador) ou ainda por características físicas do ar entre o instrumento e o alvo (refração atmosférica). Dentre estes, os mais difíceis de serem eliminados ou minimizados são os causados pelos efeitos da refração atmosférica, daí houve a necessidade de se realizar várias experiências em diferentes horários e condições a fim de se determinar a melhor modelagem para esta influência. O Capítulo 4 trata das variáveis influentes sobre as observações.

Obtidas as coordenadas dos pontos discretizadores da superfície, passa-se ao cálculo do volume desta superfície. O método apresentado neste trabalho consiste no cálculo de integrais de superfície, tomando-se como base o Teorema da

Divergência de Gauss. A integração numérica é realizada através da quadratura gaussiana de 4 pontos sobre triângulos formados pelos pontos discretizadores da superfície. Estes métodos serão explicados em detalhes no Capítulo 5.

A principal vantagem da utilização deste método para a determinação do volume consiste na independência da forma da figura, ou seja, o volume é calculado a partir das coordenadas de pontos num certo sistema de referência .

A fim de aplicar as diversas metodologias descritas às condições possíveis de serem encontradas em reais condições de observação, foram realizados os experimentos apresentados no Capítulo 6.

Finalmente, o Capítulo 7 traz as conclusões baseadas nos estudos e experimentos realizados, bem como recomendações para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

## 2. POSSIBILIDADES METODOLÓGICAS PARA OBTENÇÃO DE COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS

A discretização de uma superfície corresponde à sua representação através de um conjunto relativamente pequeno de pontos, de forma que seja possível a interpolação de outros pontos, sem perda de informação geométrica significativa.

Por esta razão, os pontos escolhidos deverão estar distribuídos sobre o objeto de tal forma que permitam a sua representação com a melhor aproximação possível. Este fator deverá ser levado em consideração no planejamento das observações e na escolha das técnicas e procedimentos de medição (CARNEIRO, 1991).

Os métodos para obtenção de coordenadas de pontos inacessíveis podem ser divididos em dois grupos, segundo (KAHMEN, 1991).

### 1. Triangulação Passiva:

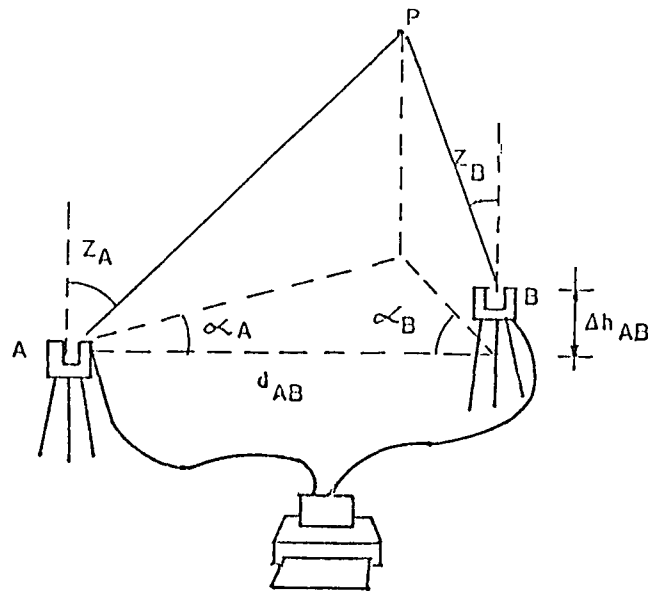
As técnicas passivas de obtenção de coordenadas possibilitam a obtenção de precisão extremamente alta. Em certas aplicações em Engenharia Mecânica é possível se alcançar uma precisão de centésimos de milímetros.

Algumas destas técnicas são:

#### a) Interseção a Vante

É um método tradicional e consagrado pelos bons resultados que proporciona. Aplicando-se ao princípio básico deste método equipamentos e técnicas modernas de medição obtém-se excelentes resultados (GROßMANN, 1988). A FIGURA 01 mostra a determinação das coordenadas do ponto P através da interseção a vante, onde as observações são armazenadas e processadas em campo. No Capítulo 2.1 é apresentada a teoria deste método.

FIGURA 01: INTERSEÇÃO A VANTE COM 2 ESTAÇÕES CONTROLADAS POR COMPUTADOR (KAHMEN, 1991).



## b) Fotogrametria Terrestre

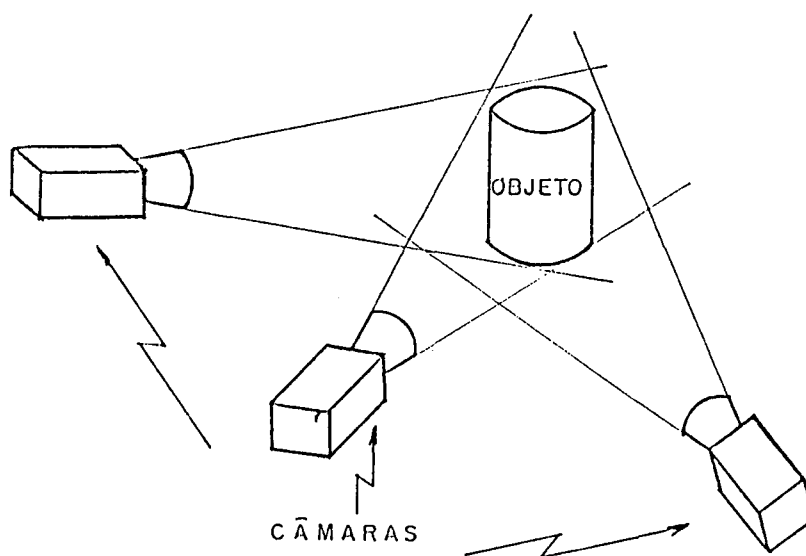
Neste método, uma das principais vantagens é a economia de tempo na realização das observações. Como no método de interseção a vante, utilizando-se cuidados especiais pode-se obter resultados bastante satisfatórios; necessita, como apoio de campo, de dados geodésicos que geralmente são obtidos através de interseção a vante. A FIGURA 02 representa a medição tridimensional de um objeto utilizando-se a fotogrametria terrestre.

## 2. Triangulação Ativa

Geralmente o sistema utilizado na triangulação ativa é composto por dois instrumentos, sendo um equipado com um

dispositivo que emite um feixe de laser que servirá de alvo. O segundo instrumento possui uma câmara digital que rastreia o ponto de luz projetado pelo primeiro e transforma a informação em coordenadas que são armazenadas em meio magnético.

FIGURA 02: MÉTODO FOTOGRAMÉTRICO TERRESTRE (ADAPTADA DE KAHMEN, 1991)

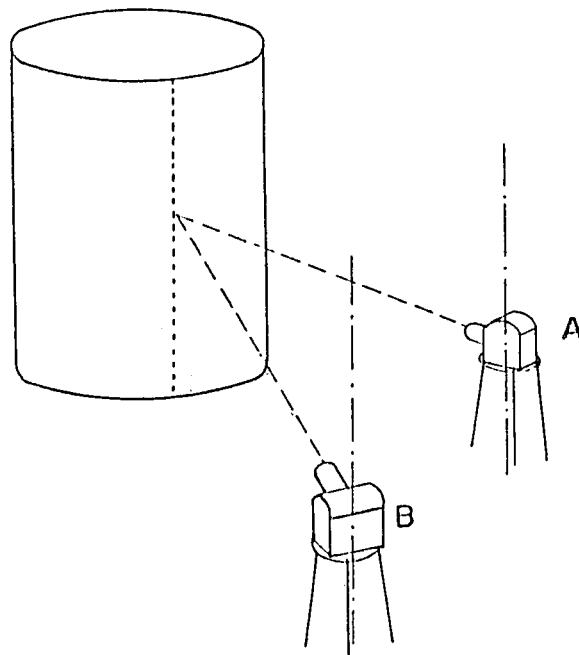


Alguns sistemas de triangulação ativa possuem ligação on-line com um computador, através do qual pode-se controlar todas as funções do instrumento, inclusive os movimentos dos eixos horizontal e vertical e o foco. Além disso, é possível programar a repetição de observações a intervalos determinados.

Experiências descritas por (KAHMEN,1991) indicam uma precisão de 3 a 5mm na medição de 1500 pontos observados durante 1,5 dias sobre uma parede de concreto. Utilizando-se o método passivo seriam necessários cerca de 30 dias de medição.

A FIGURA 03 , a seguir, é uma representação de um sistema de triangulação ativa. O teodolito A emite sinalização com feixe de laser e o teodolito B rastreia este sinal utilizando uma câmara digital, acoplada ao mesmo.

FIGURA 3: SISTEMA DE TRIANGULAÇÃO ATIVA:  
A : TEODOLITO SINALIZADOR  
B : TEODOLITO RASTREADOR  
(FIGURA ADAPTADA DE KAHMEN, 1991)

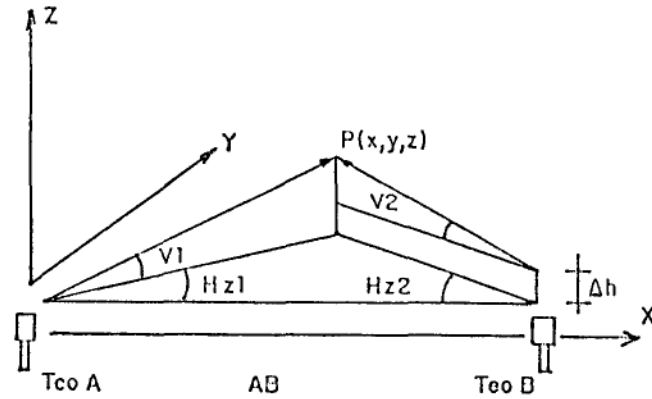


## 2.1 O MÉTODO DE INTERSEÇÃO A VANTE

Este método consiste na determinação de coordenadas tridimensionais de pontos através de, no mínimo, dois pontos de coordenadas conhecidas , onde são estacionados os teodolitos.

A FIGURA 04 mostra esquematicamente o princípio do método, com as observações necessárias à obtenção das coordenadas do ponto P.

FIGURA 04 : PRINCIPIO DO METODO DE INTERSEÇÃO A VANTE:  
 TeoA e TeoB: ESTAÇÕES DO TEODOLITO  
 Hz1, V1: ÂNGULOS HORIZONTAL E VERTICAL EM TeoA  
 Hz2, V2: ÂNGULOS HORIZONTAL E VERTICAL EM TeoB  
 $\Delta h$ : DIFERENÇA DE NÍVEL ENTRE TeoA e TeoB  
 P: PONTO OBJETO DO POSICIONAMENTO  
 AB: DISTANCIA ENTRE TeoA e TeoB.

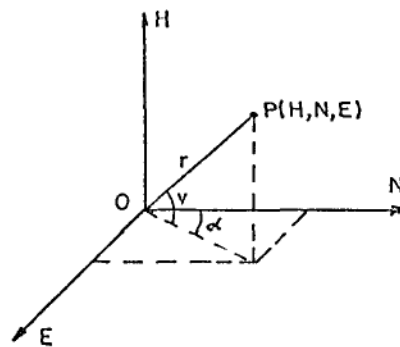


De acordo com a FIGURA 05 , coordenadas espaciais do ponto P podem ser expressas matematicamente como (MOK, 1990):

$$\begin{aligned} E &= r \cdot \cos v \cdot \text{sen} \alpha \\ N &= r \cdot \cos v \cdot \text{cos} \alpha \\ H &= r \cdot \text{sen} v \end{aligned} \quad (1)$$

onde: r é a distância da origem até P  
 v é o ângulo vertical de P  
 $\alpha$  é o ângulo horizontal de P

FIGURA 05 : COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS DE P

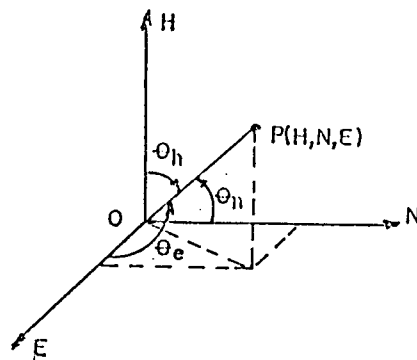


Admitindo-se a distância  $r$  igual à unidade, pode-se obter os cossenos diretores de  $OP$  como segue:

$$\begin{aligned} \cos \nu \cdot \operatorname{sen} \alpha &= E/r = \cos \theta_e = l \\ \cos \nu \cdot \operatorname{coss} \alpha &= N/r = \cos \theta_n = m \\ \operatorname{sen} \nu &= H/r = \cos \theta_h = n \end{aligned} \quad (2)$$

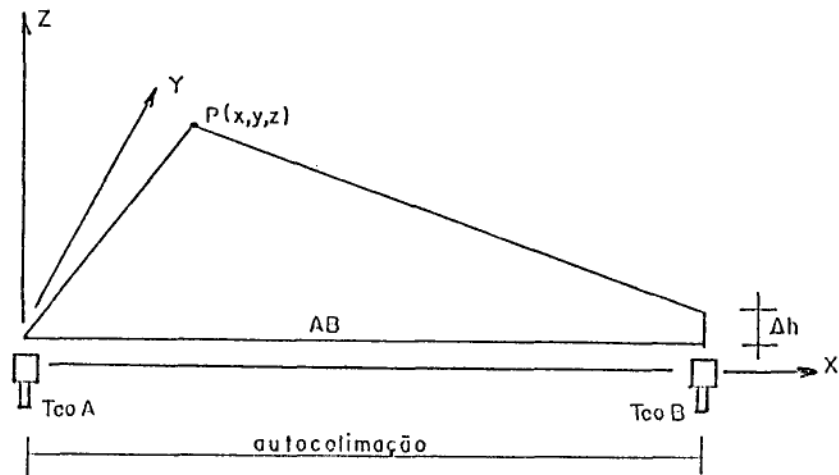
onde  $\theta_e$ ,  $\theta_n$  e  $\theta_h$  são os ângulos entre  $OP$  e os eixos positivos  $E$ ,  $N$  e  $H$  (conforme mostra a FIGURA 06 ).

FIGURA 06 : ÂNGULOS ENTRE  $OP$  E OS SEMI-EIXOS POSITIVOS



Considerando-se a FIGURA 07 , a seguir, dois teodolitos  $TeoA$  e  $TeoB$  são inicialmente colimados reciprocamente e depois efetua-se a visada a um mesmo ponto  $P$ , que genericamente pertence à superfície em estudo. A autocolimação é realizada com o objetivo de se obter uma direção única de referência para a observação dos ângulos. Utilizando-se teodolitos eletrônicos os ângulos horizontais e verticais de  $P$  podem ser registrados automaticamente.

FIGURA 07 : ORIENTAÇÃO DOS TEODOLITOS



Para simplificar os cálculos, pode-se assumir o centro do teodolito em A como tendo coordenadas  $(E_a, N_a, H_a) = (0,0,0)$  e a direção AB como  $0^\circ$ . As coordenadas de P são, então, obtidas:

A partir de A:

$$\begin{aligned} E_p &= l_a \cdot t_a \\ N_p &= m_a \cdot t_a \\ H_p &= n_a \cdot t_a \end{aligned}$$

A partir de B:

$$\begin{aligned} E_p &= l_b \cdot t_b \\ N_p &= m_b \cdot t_b \\ H_p &= n_b \cdot t_b \end{aligned} \quad (3)$$

sendo  $t_a$  a distância do teodolito 1 ao ponto P

$t_b$  a distância do teodolito 2 ao ponto P

Para obter os valores mais prováveis de  $t_a$  e  $t_b$ , deve-se resolver a equação resultante:

$$\begin{aligned} t_a \cdot l_a - t_b \cdot l_b &= 0 + v_1 \\ t_b \cdot m_b - t_a \cdot m_a &= AB + v_2 \\ t_a \cdot n_a - t_b \cdot n_b &= \Delta h + v_3 \end{aligned} \quad (4)$$

onde  $AB$  é a distância entre os dois teodolitos (conhecida);

$\Delta h$  é a diferença de nível entre estes teodolitos

$v_i$  são os resíduos das observações, ou seja, os valores, a priori desconhecidos, que somados às observações, reproduzem os melhores valores para  $t_a$  e  $t_b$ .

Estas equações, em forma matricial, podem ser escritas como em (5):

$$AX = L + V \quad (5)$$

De acordo com (GEMAEL, 1984), o método dos Mínimos Quadrados (MMQ) aceita como melhor estimativa do valor  $X$ , aqui correspondente ao vetor  $[t_a, t_b]$ , o valor que torna mínima a soma dos quadrados dos resíduos, ou:

$$V^t V = \text{mínimo} \quad (6)$$

A solução da equação (5), portanto, é uma solução de variância mínima:

$$X = (A^t A)^{-1} A^t L \quad (7)$$

Os resíduos são dados pela equação de erros:

$$V = AX - L \quad (8)$$

Por retro-substituição de  $t_a$  e  $t_b$  são calculados dois valores para as coordenadas de  $P$ , cujo valor mais provável é dado pela média destes valores.

A norma mínima do vetor  $V$  é dada pela raiz quadrada de  $V^t V$ , que é, na realidade, a magnitude da normal comum das duas direções, que pode então, ser utilizada para estimar a precisão das observações (ALLAN, 1990) com respeito aos pontos A e B (FIGURA 07).

A utilização de dois teodolitos para a determinação das coordenadas de um ponto é a mínima configuração possível. Para dar maior redundância às observações e uma melhor visualização do objeto a ser medido, pode-se utilizar três ou mais teodolitos.

O procedimento utilizado para análise dos resultados é, a partir da metodologia apresentada, obter coordenadas aproximadas dos pontos e, utilizando novamente o MMQ calcular o valor mais provável destas coordenadas, que só será possível se existir superabundância de observações.

Esta metodologia admite o cálculo imediato de coordenadas em calculadoras científicas ou cadernetas de campo eletrônicas programáveis. Apesar da vantagem da praticidade, este método pressupõe que as coordenadas das estações estejam isentas de erro, o que, para aplicação de alta precisão seria indesejável. A utilização do método se restringe, pois aos casos onde:

- não se dispõe da metodologia necessária à realização da otimização das observações (Capítulo 3);

- ou, quando realizada a otimização da rede, o desvio-padrão das coordenadas das estações, comparado ao erro da determinação dos pontos-objeto, não seja significativo.

No Capítulo 6 são apresentados os resultados de observações realizadas no LAMEPE - Laboratório de Metrologia e

Posicionamento Espacial do DeCart - UFPE, que ilustram a utilização desta metodologia na obtenção de coordenadas tridimensionais. A listagem do programa desenvolvido em linguagem pascal é apresentada no Anexo 1.

## 2.2 SINALIZAÇÃO DOS PONTOS DISCRETIZADORES DA SUPERFÍCIE

Os pontos sobre a superfície são materializados por meio de alvos, cujo formato, tamanho e iluminação devem ser cuidadosamente estudados, de forma que sejam bem visíveis e permitam uma boa pontaria a partir de todas as estações de observação.

Pode-se considerar dois tipos de alvo:

ativos: como aqueles utilizados na triangulação ativa, onde a marcação é realizada através de um emissor de "laser" simultaneamente com a realização da observação dos ângulos. A grande vantagem deste tipo de alvo é a economia do tempo gasto na sinalização, que para alvos passivos deve ser realizada antes do início das observações. Como o número de pontos observados geralmente é alto, perde-se um tempo considerável nesta tarefa. Além disso, há flexibilidade na escolha dos pontos, pois é possível acrescentar novos pontos ou modificar o posicionamento de outros, caso seja necessário.

A desvantagem é a sensibilidade do "laser" às condições atmosféricas, que torna difícil a obtenção de um alvo uniforme e que permita uma projeção simétrica a partir das diversas posições de observação. Outro problema diz respeito ao diâmetro do

feixe projetado sobre a superfície. Deve-se determinar as distâncias adequadas à obtenção de um sinal que ofereça maior precisão de observação. Experiências realizadas em laboratório utilizando alvos ativos são apresentadas no Capítulo 6.2.

passivos:

Apesar do tempo gasto na sinalização da superfície, estes alvos, idênticos aos utilizados em qualquer aplicação geodésica, permitem uma maior segurança com respeito à uniformidade da pontaria a ser efetuada sobre os mesmos. Para isso, no entanto, é necessário que sejam projetados de acordo com a distância ao instrumento, e que observe-se a questão da iluminação para evitar que surjam porções não iluminadas ou com iluminação irregular, o que gera pontarias incertas.

### 3. OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DAS ESTAÇÕES

Para que os pontos discretizadores do cilindro alcancem a precisão desejada, é necessário que as coordenadas das estações de observação sejam conhecidas dentro de um determinado nível de precisão. Desta forma, deve-se determinar qual a melhor configuração dos pontos desta rede para que se garanta a precisão desejada. Neste caso, utiliza-se técnicas de otimização de redes para se determinar esta configuração.

O processo de otimização deve encontrar respostas para perguntas que surgem a partir da configuração preliminar: quais das linhas de intervisibilidade possíveis entre as estações propostas deverão ser utilizadas na configuração final da rede? Que tipo e que precisão de observações são necessárias para satisfazer as exigências de precisão da posição dos pontos discretizantes? Qual o número de estações que permitem obter a precisão exigida com um mínimo de custos?

De acordo com (ALLMAN, 1973) e vários outros autores a análise da elipse de erro pode ser um critério de precisão de redes tridimensionalmente aceito pelos geodestas. Sua determinação depende basicamente dos seguintes fatores:

- coordenadas aproximadas das estações;
- tipo de observações propostas (direções, distâncias);
- precisão de cada observação que constitui a rede.

A precisão de uma rede, segundo seu critério pontual, estará definida se os erros das posições relativas de dois pontos quaisquer da rede forem conhecidos dentro de um certo nível de confiança (nível de probabilidade).

A base para o cálculo dos erros de posição são as variâncias e covariâncias das coordenadas das redes analisadas, pois estas permitem o cálculo dos desvios das coordenadas e das observações ajustadas.

Os desvios padrões das coordenadas X e Y de um ponto descrevem a precisão deste ponto apenas com respeito às direções X e Y dos eixos. No entanto, mais importante são os valores máximo e mínimo destes desvios, que correspondem aos semi-eixos maior (a) e menor (b) da elipse de erro, e sua orientação ( $\phi$ ).

Uma elipse de erro padrão de uma posição absoluta é definida por:

$$a^2 = \sigma_{\max}^2 = 1/2 (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{xy}^2}) \quad (9)$$

$$b^2 = \sigma_{\min}^2 = 1/2 (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4 \cdot \sigma_{xy}^2}) \quad (10)$$

e

$$\operatorname{tg}2\phi = \frac{\operatorname{sen}2\phi}{\operatorname{cos}2\phi} = \frac{2 \cdot \sigma_{xy}}{\sigma_y^2 - \sigma_x^2} \quad (11)$$

### 3.1 TIPOS DE DESIGN E MÉTODOS UTILIZADOS NA OTIMIZAÇÃO

Segundo (SCHIMITT, 1982) otimização significa a *minimização ou maximização de uma função objetiva, que representa o critério adotado para definir a qualidade de uma rede.*

Geralmente, três critérios são utilizados para avaliar a qualidade de uma rede: precisão, confiabilidade, que é a sua capacidade de detectar erros grosseiros, e economia.

O problema do datum é uma busca para a obtenção de um sistema de referência ótimo e é conhecido como design de ordem

zero. O design de primeira ordem deve ser entendido como o problema de configuração, onde o posicionamento dos pontos e o planejamento das observações deve ser otimizado, desde que a precisão das observações seja estimada a priori. O problema do peso, ou design de segunda ordem, é a busca de uma distribuição ótima das observações numa configuração fixa. O design de terceira ordem, por sua vez, é definido como a otimização de uma rede existente através da inserção de pontos ou observações adicionais.

Os métodos numéricos de solução dos diferentes problemas de design dependem da formulação matemática do problema e da forma da função utilizada. A mais conhecida estratégia de solução é o método de simulação da rede. Um grande número de variantes do design são gerados através de variação dos parâmetros livres, e os designs são comparados aos objetivos. A variação dos parâmetros pode ser conseguida por meio de processos aleatórios ou por um processo de seleção, que é mais eficaz quando se utiliza recursos computacionais gráficos iterativos.

A vantagem da simulação é sua conveniência para problemas de design de primeira, segunda e terceira ordens e a possibilidade de utilização de critérios de decisão arbitrários para a escolha de um design ótimo, sem a necessidade de se realizar uma formulação matemática dos critérios.

### 3.2 O PROGRAMA NETZ2D

O programa NETZ2D foi desenvolvido no Instituto de Geodésia da Universidade de Karlsruhe com a função de realizar análise e ajustamento de redes geodésicas bidimensionais.

Em sua versão para PC's, trabalha com observações terrestres convencionais, pontos com informações estatísticas (MVC ou desvio padrão conhecidos), além da possibilidade de utilização de observações GPS.

O NETZ2D possui as opções de ajustamento ou análise de redes, inclusive de redes livres. No caso de redes com pontos de coordenadas conhecidas, distinguem-se três tipos de pontos: pontos novos, pontos de ligação estocástica (correlacionados ou não) e pontos fixos. Quando a rede é livre, os pontos podem pertencer ou não ao datum : pontos datum e não-datum (ver fluxograma - FIGURA 08).

Os dados de entrada são formados basicamente por parâmetros de controle (informações sobre se haverá ou não iteração, se análise ou ajustamento de redes, níveis de confiança interna e externa), bloco de coordenadas das estações e bloco de observações realizadas, que podem ser observações de distância, ângulo e azimute. O Anexo 2 apresenta um exemplo numérico de arquivo de entrada para o NETZ2D.

Após a etapa de leitura e controle (detecção de erros) dos dados de entrada, é formada a matriz dos coeficientes das equações normais, e em seguida o cálculo do vetor  $x$  de incógnitas. No caso de haver iteração, estas operações são repetidas até que se atinja a tolerância estipulada.

O planejamento da rede é realizado normalmente antes da sua observação. Os dados necessários são a precisão esperada para as observações, o nível de confiança interna e externa que deve ser atingido pela rede e sua configuração geométrica, dada pelas

coordenadas aproximadas de seus pontos, com a precisão esperada para os mesmos.

Outra etapa do programa é a verificação da confiabilidade da rede, através da utilização de testes estatísticos para detecção de erros grosseiros. Estes testes serão capazes de detectar estes erros dentro de um intervalo de confiança  $\beta$  pré-estabelecido. Caso não seja detectado nenhum erro grosseiro, pode-se dizer que existe ainda uma probabilidade de  $(1-\beta)$ , de que haja observações anômalas. Este percentual pode ser entendido como uma medida da confiança externa da rede (SILVA, 1991).

Não será possível a apresentação da listagem do programa, pois foi utilizado neste trabalho o programa executável existente no DeCart-UFPE, que não possui o programa fonte.

O modelo funcional utilizado no programa NETZ2D é o modelo de Gauss-Markov (método paramétrico):

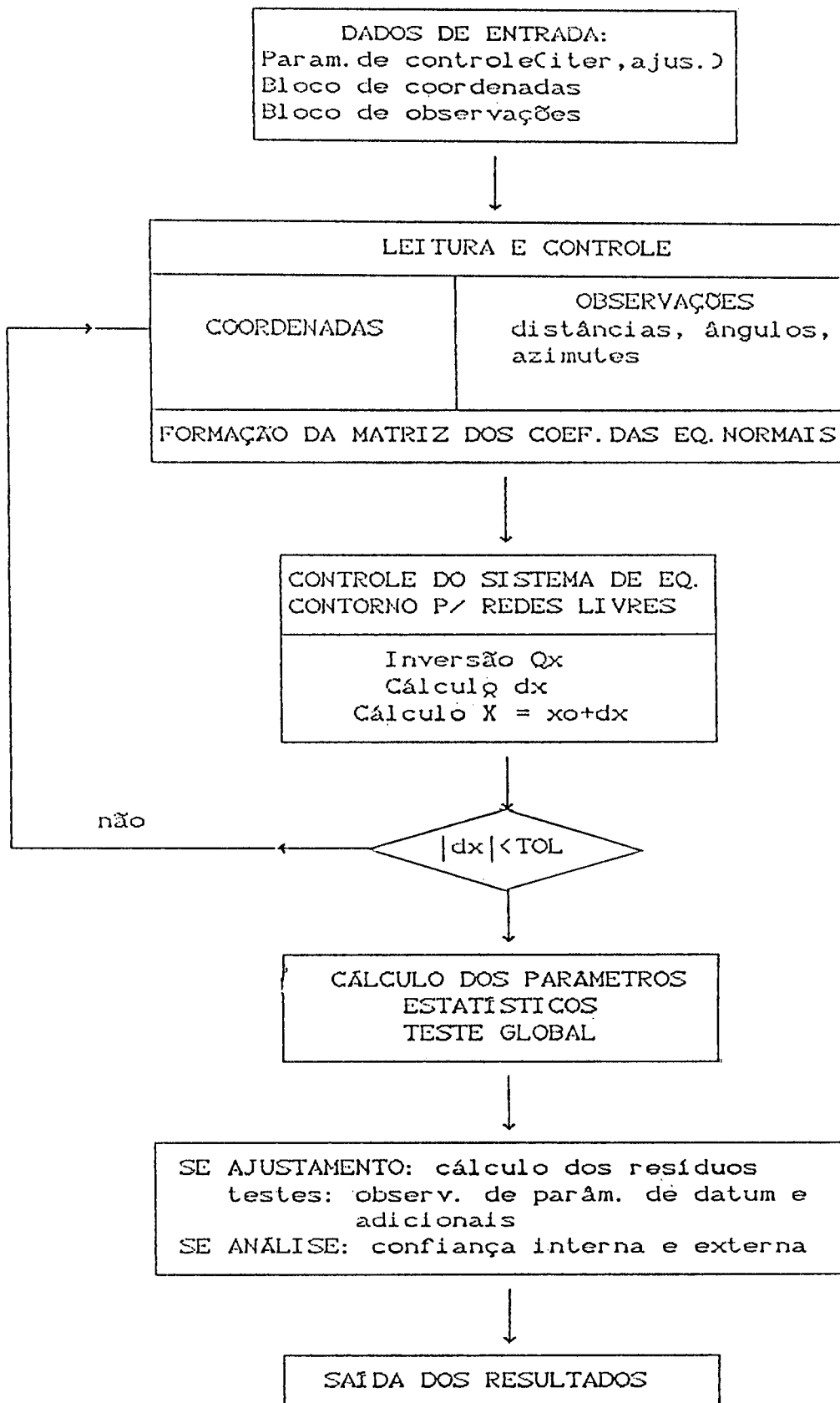
$$l + v = l(x) \tag{12}$$

onde  $l$  é o vetor de observações  
 $x$  é o vetor de incógnitas  
 $v$  é o vetor de resíduos das observações

Após a linearização de (12), obtém-se o seguinte sistema de equações de erro, sendo  $x_0$  o vetor de coordenadas aproximadas:

$$l + v = A \cdot dx + l(x_0) \tag{13}$$

FIGURA 08 : FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO DO PROGRAMA NETZ2D



### 3.3 TESTES ESTATÍSTICOS UTILIZADOS PELO NETZ2D

As premissas básicas para a aplicação do MMQ são a inexistência de erros grosseiros e sistemáticos e a superabundância de observações.

Os resíduos são quantidades sujeitas a flutuações probabilísticas. Quando inexistem erros grosseiros e sistemáticos e o tamanho da amostra é suficientemente grande, os resíduos apresentam uma distribuição de frequência que se aproxima da distribuição normal. Os erros sistemáticos causarão uma translação na média, enquanto que os erros grosseiros resultarão provavelmente uma assimetria na distribuição, que deixará de ser normal.

A detecção, localização e remoção de erros grosseiros sempre preocupou os pesquisadores, já que é muito mais rápido e barato desenvolver um procedimento computacional para a eliminação destes erros do que a repetição das observações (TOMASELLI, 1985).

#### 3.3.1 O método de "Data Snooping" - (Baarda) no NETZ2D

O "data snooping" é um teste aplicado ao resíduo padronizado. A confiabilidade de uma rede, também conhecida como confiabilidade interna, pode ser entendida como a sua capacidade de detectar erros grosseiros. O efeito de erros grosseiros não detectáveis sobre o resultado do ajustamento é chamado confiabilidade externa (OPPEN, 1991).

A confiabilidade interna é a capacidade de controlar as observações com a ajuda de um teste estatístico. É descrita pelo limite inferior (ou valor crítico)  $\nabla_{\sigma} l_i$ , que pode ser detectado

com uma probabilidade  $\beta$  se o teste estatístico tem um nível de significância  $1 - \alpha$ . No teste "data snooping" este valor crítico é dado por:

$$\nabla_{o,i} l_i = \sigma_{li} \cdot \delta'_{o,i} \qquad \delta'_{o,i} = \delta_o / \sqrt{r_i} \qquad (14)$$

onde  $\sigma_{li}$  é a precisão da observação (desvio padrão)  
 $r_i$  é o número de redundância  
 $\delta_o$  é um parâmetro estatístico que depende de  $\alpha$  e  $\beta$ .  
 Por exemplo, para  $\alpha=0,1\%$  e  $\beta=20\%$  este valor é  $\delta=4$ .

Os números de redundância  $r_i$  são dados por:

$$r_i = (Q_{vv} P_{ii}) \qquad (15)$$

onde  $Q_{vv}$  é a matriz dos coeficientes de peso dos resíduos  
 $P_{ii}$  é a matriz dos pesos das observações  
 $Q_{vv} = P_{ii}^{-1} - A \cdot N^{-1} \cdot A^t$

O traço da matriz  $Q_{vv} P_{ii}$  é a redundância total e  $r_i$  é a contribuição individual de cada observação à redundância total. O número de redundância também liga um erro grosseiro em uma observação ao seu efeito no resíduo através da expressão:

$$\nabla_{wi} = - r_i \cdot \nabla_{li} \qquad (16)$$

onde  $\nabla_{wi}$  é o efeito do erro grosseiro sobre o resíduo;  
 $r_i$  é o número de redundância  
 $\nabla_{li}$  é o erro grosseiro da observação  $i$

Assim, pode-se dizer que o número de redundância revela qual o efeito de um erro grosseiro sobre um resíduo.

Se  $r_i$  for zero, o resíduo não será afetado pelo erro grosseiro e será impossível localizá-lo. Este número varia de 0 a 1 e pode ser utilizado como um indicador de confiabilidade

interna. Uma redundância nula significa que não há confiabilidade naquela observação e  $r_i=1$  significa o máximo em confiabilidade. Neste caso, o erro grosseiro  $\forall i$  afetará somente o respectivo resíduo e a localização será imediata.

O "data snooping" é um teste aplicado ao resíduo padronizado, que é o resíduo dividido pelo seu desvio padrão:

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma_o \cdot \sqrt{q_i}} \quad (17)$$

onde  $q_i$  é o elemento diagonal da matriz  $Q_{vv}$

Os resíduos seguem a distribuição normal:  $E(v_i) = 0$ .

Quanto aos resíduos padronizados, existe alguma discussão. Como geralmente utiliza-se para o cálculo do  $\sigma_{v_i}$  o desvio padrão estimado, os resíduos padronizados não seguem rigorosamente a distribuição t de Student (OPPEN, 1991).

A hipótese nula a ser testada no "data snooping" é de que não existam erros grosseiros, ou seja:

$$\begin{aligned} H_0 : E(\hat{x}_i) &= x_i \\ E(v_i) &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Sob esta hipótese, os resíduos estarão normalmente distribuídos e os resíduos padronizados seguirão a distribuição t de Student:

$$w_i \sim t(1-\alpha, \omega)$$

Desta forma, os resíduos padronizados são comparados com o valor da distribuição correspondente a um nível de probabilidade escolhida.

A hipótese nula será rejeitada se  $|w_i| > C$ , onde  $C$  é o chamado valor crítico, escolhido para um nível de confiança específico.

A escolha será feita de forma que a probabilidade  $\alpha$  de ocorrer um erro do tipo I (rejeitar  $H_0$  quando verdadeira) e a probabilidade  $\beta$  de ocorrer um erro do tipo II (aceitar  $H_0$  quando falsa) sejam tão pequenas quanto possível. Estas quantidades, no entanto, guardam uma inter-relação e não é possível modificá-los arbitrariamente. Baarda utiliza  $\alpha=0,1\%$  e  $\beta=20\%$ , calculando  $C=4.1$ .

### 3.4 PLANEJAMENTO E AJUSTAMENTO DE REDES COM O NETZ2D

As duas opções principais do programa NETZ2D são a análise (ou planejamento) e o ajuste da rede.

Os dados iniciais são a confiança interna e externa que se deseja obter após as observações (dados pelos níveis de significância  $\beta$  e  $\alpha$ ), além da configuração da rede, dada pelas coordenadas aproximadas dos seus pontos, e a precisão esperada para as observações.

Na fase de ajuste, realiza-se o cálculo das coordenadas finais dos pontos e das observações ajustadas. A precisão obtida após o ajuste deve concordar com a precisão do planejamento.

Para o controle das observações são realizados testes estatísticos uni e bidimensionais na fase de planejamento. Estes testes servem para detectar erros grosseiros dentro de uma significância de  $(1-\beta)$ . No Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos a partir de observações a uma rede implantada com o objetivo de se observar um reservatório cilíndrico.

#### 4. VARIÁVEIS INFLUENTES SOBRE OS PROCESSOS DE MEDIDAS ANGULARES

Os resultados de medidas de ângulos possuem sempre a influência de erros, seja causados por irregularidades e/ou limitações dos instrumentos (erros instrumentais), seja pelos sentidos do homem (erros observacionais), ou ainda por características físicas do ar entre o instrumento e o alvo (refração atmosférica). As duas primeiras influências são consideradas variáveis internas à observação, enquanto que os efeitos da refração atmosférica são considerados variáveis externas.

Os erros sistemáticos podem influenciar os resultados funcionalmente. É muito importante conhecer estes erros, pois estes podem ser minimizados através de procedimentos de calibração dos instrumentos utilizados ou pela compensação matemática das influências.

Os erros randômicos ou acidentais, por sua vez, são aqueles remanescentes após a eliminação de erros grosseiros e sistemáticos. São causados pelas limitações dos sentidos humanos e dos instrumentos de medição, por variações incontroláveis do ambiente ou do objeto medido.

##### 4.1 VARIÁVEIS INTERNAS

Vários autores (BLACHUT, 1979), (DEUMLICH, 1982), concordam que é primordial o conhecimento dos erros sistemáticos, já que existem condições de eliminá-los.

Cada instrumento projetado para medir uma quantidade

possue erros que afetam o resultado da medição. Com o objetivo de se obter resultados livres das influências dos erros instrumentais, pode-se proceder da seguinte forma (DEUMLICH, 1982):

- determina-se o erro devido ao instrumento, e verifica-se se sua influência pode ser considerada negligenciável para uma finalidade específica (isto corresponde à retificação do instrumento);

- pode-se escolher um método de levantamento cujos resultados sejam livres da influência do erro instrumental (por exemplo, o efeito da maioria dos erros axiais e de excentricidade do instrumento são eliminados pela média das leituras nas duas posições da luneta);

- a magnitude do erro instrumental é determinada e sua influência é compensada através de algumas correções, o que corresponde à calibração do instrumento. Para determinar se há realmente a necessidade de compensação, deve-se fazer a verificação do instrumento.

Além dos erros causados pelas limitações dos instrumentos utilizados, existem os erros que dependem do observador, ou seja, os erros de pontaria e de leitura. No caso de um teodolito digital não há o erro de leitura.

#### 4.1.1 Erros Instrumentais

A medida de ângulos horizontais nas duas posições da luneta do teodolito é um bom exemplo de eliminação de erros através de procedimentos adequados de observação, já que a maioria dos erros axiais dos instrumentos podem ser eliminados pela média

das leituras nas duas posições da luneta. O método da reiteração, que consiste na medida do mesmo ângulo em várias posições do círculo reduz, por outro lado, a influência dos erros de graduação (BLACHUT,1979).

Para o objetivo deste trabalho, torna-se pouco prático observar cada ponto duas vezes, por isso busca-se determinar todos os erros possíveis e eliminá-los ou minimizá-los por meio de retificação do instrumento ou calibração.

Para se determinar ângulos horizontais com a ajuda do círculo horizontal, este tem que estar realmente horizontal (eixo principal na vertical da estação, e o eixo de colimação deve-se mover dentro de um plano vertical quando se inclina a luneta), ou seja, o instrumento deve satisfazer três condições básicas:

- o eixo de colimação deve ser normal ao eixo secundário  $(CC \perp HH)$ ;
- o eixo secundário normal ao eixo principal  $(HH \perp VV)$ ;
- o eixo principal deve se posicionar na vertical que passa pelo ponto definidor da estação.

a) Erro do eixo de colimação

A influência do erro do eixo de colimação  $c$  sobre uma direção observada em apenas uma posição da luneta quando se visa um ponto  $P$  num ângulo vertical  $\beta$  é dada por:

$$c' = \frac{c}{\cos\beta} \quad (19)$$

A equação (19) mostra que, para visadas horizontais, ou seja, para  $\beta=0$ , a influência de  $c$  sobre um ângulo medido entre

dois pontos é:

$$\Delta c' = c \left( \frac{1}{\cos \beta_2} - \frac{1}{\cos \beta_1} \right) \quad (20)$$

A influência do erro do eixo de colimação sobre um ângulo medido é, pois, menor quando a diferença entre os dois ângulos verticais é menor, sendo nula para ângulos verticais iguais. As medidas efetuadas em posições opostas do limbo têm sinais opostos, portanto a média de duas observações em PD e PI está livre deste erro.

Alguns teodolitos eletrônicos, como o Eth-3, oferecem a possibilidade de se introduzir uma correção a este erro, que passa a ser corrigido automaticamente a cada observação efetuada.

#### b) Erro do eixo secundário

A influência da presença deste erro sobre a medida de uma direção é dada por:

$$i' = i \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (21)$$

onde  $\beta$  é o ângulo vertical

$i$  é o erro do eixo secundário em segundos

$i'$  é a influência deste erro

De acordo com a equação (21), a influência  $i'$  é nula para visadas horizontais.

A influência  $\Delta i'$  de  $i$  sobre um ângulo medido entre dois pontos em apenas uma posição da luneta é:

$$\Delta i' = i \cdot \frac{\cos(\beta_2 - \beta_1)}{\cos \beta_1 \cdot \cos \beta_2} \quad (22)$$

A determinação do erro  $i$  é feita com base em procedimentos observacionais de verificação. O Capítulo 6.2.

apresenta um dos procedimentos que podem ser utilizados para verificação da existência deste erro.

#### c) Erro do Eixo Principal

Este erro indica que o instrumento encontra-se desnivelado. Ao contrário dos erros de colimação e do eixo horizontal, este erro não pode ser eliminado através da observação nas duas posições da luneta. Instrumentos modernos possuem sistemas eletrônicos de compensação. No Eth-3, por exemplo, o sistema de compensação do próprio instrumento pode corrigir desníveis de até 2'. Existe ainda a opção de se nivelar o teodolito com a apresentação simultânea dos desníveis das componentes longitudinal e transversal à direção da luneta.

A influência do erro do eixo vertical sobre a medida de uma direção é dada por:

$$v' = v \cdot \text{sen} \alpha \cdot \text{tg} \beta \quad (23)$$

onde:  $v$  é o erro de verticalidade ou desnivelamento;

$\beta$  é o ângulo vertical;

$\alpha$  é a direção horizontal.

#### d) Efeito combinado dos erros nos três eixos

A influência dos eixos de colimação, horizontal e vertical é cumulativa:

$$\delta = \frac{c}{\cos \beta} + i \cdot \text{tg} \beta + v \cdot \text{sen} \alpha \cdot \text{tg} \beta \quad (24)$$

Esta equação demonstra que, para visadas horizontais os efeitos se anulam. Utilizando-se leituras nas duas posições da luneta permanece apenas o erro devido à não verticalidade do eixo

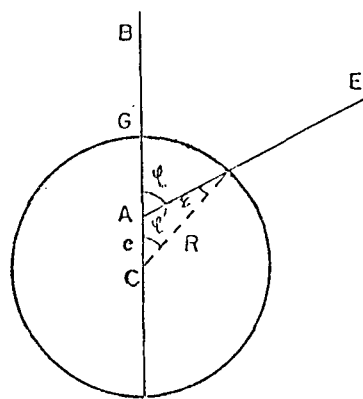
vertical. Por isso é necessário que se tenha muita atenção para que não ocorra este tipo de erro.

e) Erro de excentricidade

Devido à impossibilidade de se evitar erros durante a fabricação e montagem do teodolito, muitas vezes o centro da alidade, ou seja, o cruzamento do eixo de colimação com o eixo secundário, não coincide com o centro do círculo de graduação.

A influência da excentricidade da graduação pode ser eliminada tomando-se a média das leituras nas duas posições da luneta. A influência de uma pequena excentricidade sobre uma leitura pode ser considerável.

FIGURA 09 : INFLUÊNCIA DO ERRO DE EXCENTRICIDADE SOBRE OBSERVAÇÕES DE ÂNGULO



Na figura acima,  $e$  representa o efeito da excentricidade sobre direções medidas com um teodolito de excentricidade  $e$ . O triângulo CAF fornece a relação:

$$\frac{\text{sen } e}{e} = \frac{\text{sen}(180^\circ - \phi)}{R} \quad (25)$$

onde :  $R$  é o raio do círculo de graduação

$\phi$  é a leitura do círculo horizontal

Considerando  $\varepsilon$  muito pequeno:

$$\varepsilon = \frac{e}{R} \cdot \operatorname{sen} \phi \quad (26)$$

Os fabricantes tentam centrar o eixo dentro de uma tolerância de  $1\mu\text{m}$ . De acordo com (DEUMLICH, 1982), testes efetuados com vários teodolitos resultaram em valores máximos de cerca de  $0.6''$ .

#### f) Erros de graduação

Por mais avançada que seja a técnica de graduação do limbo, círculos perfeitamente graduados não puderam ainda ser fabricados. Isto ocorre por várias razões: o meio em que se trabalha é variável e a máquina de dividir tem imperfeições. Como consequência, o valor do ângulo medido dependerá da posição do limbo em que foi feita a medida. Desta forma, o método utilizado para eliminar este erro consiste na realização de medidas em diferentes posições do limbo. Segundo (BLACHUT, 1979), mesmo com um número pequeno de conjuntos de observações é possível a eliminação do erro por este procedimento.

Um dos métodos utilizados para a determinação do erro de graduação baseia-se na medida de um ângulo entre dois colimadores a partir de diferentes posições do limbo. De posse destes dados, ajusta-se uma função, normalmente harmônica, que será utilizada posteriormente para correção das medidas.

(DEUMLICH, 1982) apresenta vários outros métodos e instrumentos utilizados para calibração de graduação de círculos.

#### g) Erros dos dispositivos de leitura angular

Uma das fontes deste tipo de erro é o parafuso micrométrico, cuja precisão depende da precisão com que foi fabricado. O principal problema que pode ocorrer é a existência de diferença entre o passo do parafuso projetado e do fabricado, que provoca erros progressivos na leitura das direções.

Outra fonte de erro devido ao dispositivo de leitura é o movimento das lentes de focagem da luneta. A direção do componente horizontal do eixo de colimação de uma luneta com lentes de focagem pode ser obtida pela determinação do erro de colimação para várias distâncias a pontos-objeto. O alvo é visado nas duas posições e toma-se a média das leituras.

O erro de focagem  $\delta_i$  causado pelo movimento das lentes de focagem é:

$$\delta_i = c_i - c_\infty - \alpha_i \quad (27)$$

onde :  $c_\infty$  é o erro real de colimação para o foco no infinito;

$c_i$  é o erro de colimação para distância até o alvo

$\alpha$  é o erro lido com a excentricidade da luneta.

Uma vez que a influência do movimento das lentes sobre o eixo de colimação é muito maior para distâncias curtas, deve-se escolher alvos a diferentes distâncias, a fim de se ter uma idéia mais precisa do comportamento deste efeito.

#### h) Erros de centragem

O teodolito é centrado sobre um ponto do terreno com a utilização de fio de prumo, prumo rígido ou prumo ótico.

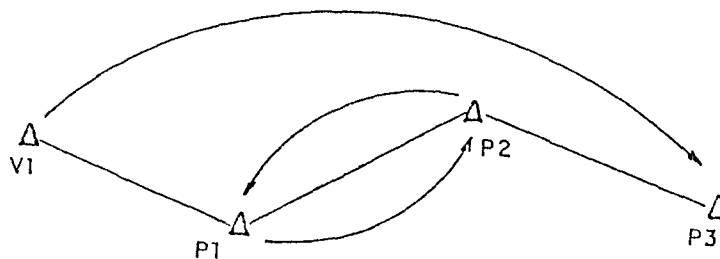
É possível a existência de excentricidade, quando o eixo principal verticalizado não coincide com a vertical da estação materializada pelo dispositivo de centragem. Uma maneira prática de eliminar este erro é a utilização do método da centragem forçada.

Se não houver vento, a exatidão da centragem com um fio de prumo atinge de 3 a 5mm, com um prumo rígido obtém-se de 1 a 2mm e com prumo ótico pode-se chegar a 0.5mm, de acordo com experiências relatadas em (BLACHUT, 1979).

O método da centragem forçada consiste na medida de ângulos utilizando-se uma única centragem em cada vértice, tanto para o teodolito quanto para o sinal.

Durante a centragem forçada, instrumento e alvo podem ser trocados de tal forma que seus eixos verticais são forçados a permanecer na mesma posição. Isto é realizado com a ajuda de dispositivos mecânicos que praticamente eliminam os erros de centragem.

FIGURA 10 : O MÉTODO DE CENTRAGEM FORÇADA



Por exemplo: Seja o instrumento em P1 e os alvos em V1 e P2. Realizada a medida do ângulo, retira-se o tripé com o sinal de

v1 para p3 e troca-se apenas o instrumento de p1 com o alvo de p2, mantendo-se os mesmos tripés. Efetuada a leitura, repete-se o procedimento colocando-se sempre o alvo de ré em vante da próxima medição e trocando-se a posição do instrumento com o alvo de vante da medição anterior. No caso de medição de um recipiente cilíndrico, este procedimento deve ser aplicado nas estações em volta do cilindro.

1) Outros erros sistemáticos devido a fatores instrumentais

Fatores como atrito e "backlash" (carrastamento) de partes do teodolito, e torção do tripé podem causar erros sistemáticos nas observações de direção. A maioria destes erros podem ser eliminados através de observações nas duas posições da luneta.

Com relação ao alvo, fatores tais como assimetria do alvo e seu fundo ("background") também podem causar erros sistemáticos. Os alvos utilizados em levantamentos têm geralmente forma simétrica, porém o centro aparente do alvo move-se devido ao fenômeno de fase. Isto ocorre quando o sol, em seu movimento diário, ilumina partes diferentes do alvo, tendendo o observador a bisetar a porção iluminada e não o centro verdadeiro do alvo. Este erro, no entanto, é insignificante na maioria dos casos.

Expansões térmicas devido ao calor do sol ou outras fontes de calor podem produzir uma torção sistemática dos tripés provocando erros de até vários segundos. Outra fonte de instabilidade é o recalque das pernas do tripé no solo, gelo ou pavimento. Segundo experimentos realizados por (SILVA, 1990), em

dia de sol, com teodolito digital protegido da insolação e estacionado sobre tripé de madeira foram observadas variações de até 3 minutos de arco num intervalo de tempo menor que 10 minutos.

#### 4.1.2 Erros Observacionais

##### a) Erro de Pontaria

O erro de pontaria pode ser classificado como sistemático e randômico. Os erros acidentais ou randômicos surgem em parte devido às condições atmosféricas da linha de visada e parte devido às limitações do observador e do instrumento, sendo que a influência das condições atmosféricas geralmente é maior que os dois últimos efeitos.

No Método Prussiano ou Método de Gauss, várias séries de medições são realizadas em diferentes posições do círculo e nas posições direta e inversa, a fim de eliminar os erros instrumentais. Apesar desta determinação ser realizada em laboratório, em condições bem mais confortáveis que no campo, com o instrumento livre dos efeitos do sol e vento e os alvos utilizados serem geralmente superiores aos utilizados em campo, não há dúvidas que a pontaria de quem observou dezenas de vezes o mesmo alvo deverá ser mais consistente. O desvio-padrão determinado por este método, portanto, é resultado da influência de fatores instrumentais e observacionais. A tabela 3, no Capítulo 6, mostra uma determinação deste tipo, realizada no LAMEPE.

Outra investigação que deve ser realizada diz respeito ao tipo de alvo utilizado, com relação a modelos, tamanho de acordo

com a distância e combinação de cores contrastantes.

O limite de difração (resolução) de sistemas óticos permite uma acuracidade máxima de pontaria de cerca de  $10''/A$ , onde A é o aumento da luneta. Esta precisão pode ser diminuída por forma inadequada do alvo, má visibilidade, turbulência térmica ou erro de focagem (BLACHUT, 1979).

#### b) Erro de leitura

O erro de leitura devido ao observador ocorre na leitura dos círculos do teodolito e varia, para um mesmo instrumento, de observador para observador.

A precisão da leitura depende do instrumento utilizado, já que os diversos tipos de sistemas de leitura variam em precisão. Em instrumentos de leitura digital este erro não ocorre.

## 4.2 VARIÁVEIS INFLUENTES EXTERNAS

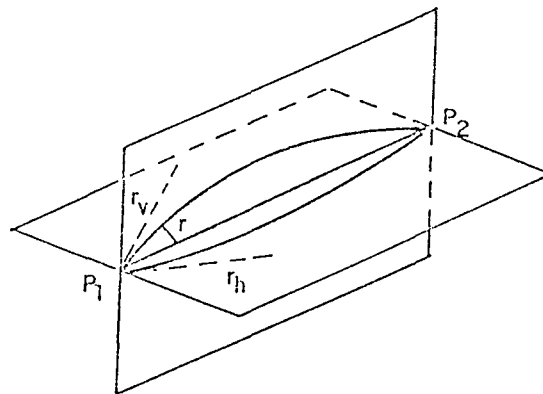
Todas as variáveis externas que influem sobre a medição de ângulos são oriundas das condições atmosféricas do meio e causam a refração atmosférica. A refração atmosférica consiste na refração da luz causada pela não homogeneidade da densidade do ar nas camadas da atmosfera. Sua influência sobre as observações geodésicas têm caráter sistemático e randômico. No primeiro caso devido às variações na densidade do ar, que fazem com que a linha de visada se encurve na direção na qual a densidade é mais alta dependendo basicamente das variações da temperatura do ar. O caráter randômico é devido à turbulência das camadas de ar que causa rápidos movimentos na imagem e significa um fator limitante

da precisão das observações geodésicas (BRANDÃO, 1990).

A densidade da atmosfera está intimamente relacionada com a temperatura do ar. Por esta razão grande parte dos modelos desenvolvidos para a modelagem da refração atmosférica utilizam o gradiente de temperatura.

A principal medida da refração é o ângulo  $r$  entre a tangente ao raio no ponto de recepção e a corda que liga a fonte ao receptor, ou o instrumento ao alvo. As projeções deste ângulo sobre os planos horizontal e vertical do ponto de recepção ou alvo são os ângulos de refração lateral (ou horizontal) e vertical (Silva, 1991), representado na FIGURA 11.

FIGURA 11 : REFRAÇÃO HORIZONTAL ( $r_h$ ) E VERTICAL ( $r_v$ )



Os principais fatores causadores da refração atmosférica são a temperatura e densidade do ar, que variam predominantemente no sentido vertical. Assim, o raio de luz é mais refratado no sentido vertical, ou seja, a projeção da linha sobre o plano vertical é mais refratada do que a projeção sobre o eixo horizontal. De acordo com (VANICEK, 1986), observações indicam que

a refração vertical é pelo menos uma ordem de magnitude maior que a refração horizontal.

Os modelos teóricos geralmente tratam a refração lateral separadamente da refração vertical, embora o desenvolvimento seja semelhante, considerando-se uma variação uniforme do índice de refração. Apenas estudos mais recentes investigam a influência da atmosfera turbulenta e tratam a refração como sendo um fenômeno único.

Devido ao nível de precisão atingido pelos instrumentos geodésicos, a refração lateral é a principal fonte de erro em medidas de ângulos horizontais, mais significativa que os erros de graduação do círculo, de pontaria e de leitura (BOMFORD, 1971). O comportamento aleatório da turbulência atmosférica dificulta a correção das medições geodésicas deste efeito. Desta forma, a parte aleatória do efeito da refração geodésica representa um limite na precisão final das medidas geodésicas.

(BOMFORD, 1971) apresenta uma fórmula aproximada para o cálculo da refração lateral, que é uma adaptação da fórmula que calcula a refração vertical para uma atmosfera padrão:

$$r_l = 16,7 \cdot \frac{P}{T^2} \cdot \frac{dT}{dx} \quad (28)$$

onde : P é a pressão atmosférica em milibar;

T é a temperatura seca em K;

$dT/dx$  é o gradiente horizontal da temperatura;

$r_l$  é a refração lateral.

A medida direta dos gradientes de temperatura atmosférica

tornaria possível uma descrição precisa das propriedades óticas do ar no momento da observação. Seu uso prático, no entanto, está restrito ao comprimento da linha de colimação e da altura do raio com respeito à superfície do terreno. Para se ter uma idéia da dificuldade destas medidas, os gradientes de temperatura devem ser obtidos com um erro médio quadrático da ordem de  $\pm 0,005^{\circ}\text{C}/\text{m}$  para determinar a correção do efeito da refração lateral com um erro médio quadrático da ordem de  $\pm 0,1''$  para lados de comprimento até 200m e gradiente uniforme de refração cobrindo toda a linha de colimação. Esta precisão pode ser atingida em condições de campo com termômetros elétricos diferenciais (SILVA, 1991).

Outros métodos de cálculo da correção ao efeito da refração lateral podem ser encontrados em (SILVA, 1991). A grande maioria destes métodos requer o conhecimento do gradiente horizontal de temperatura. A refração vertical, é proporcional ao gradiente vertical da temperatura, formulado por Brocks como (BRANDÃO, 1990):

$$\frac{dT}{dz} = \frac{\bar{a}}{z} \quad (29)$$

onde  $dT/dz$  é o gradiente vertical da temperatura;

$z$  é a altura acima do terreno;

$\bar{a}$  é o gradiente para  $z=1\text{m}$ .

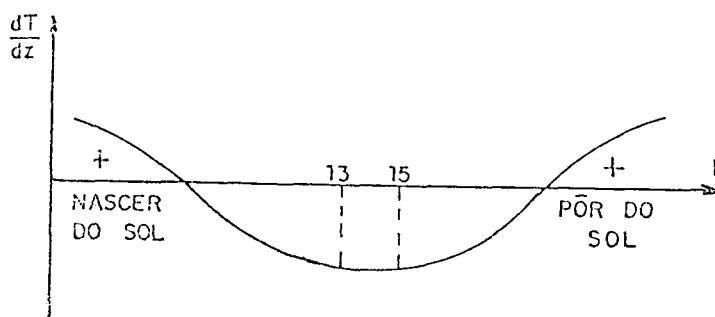
Uma boa aproximação para  $\bar{a}$  é dada por:

$$\bar{a} = \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{z_2}{z_1}} \quad (30)$$

$$\text{logo: } \frac{dT}{dz} = \frac{T_z - T_1}{z \cdot \ln \frac{z}{z_1}}$$

onde  $T_z$  e  $T_1$  são as temperaturas do ar nas alturas  $z_1$  e  $z_2$  respectivamente. Ao nascer do Sol, o valor absoluto do gradiente vertical da temperatura cresce até um limite, variável no intervalo de 0 (zero) a  $1,5^\circ\text{C/m}$ , que ocorre entre 13 e 15h, quando passa a diminuir até atingir zero um pouco antes do por do Sol.

FIGURA 12 : VARIÇÃO DIURNA DO GRADIENTE VERTICAL DA TEMPERATURA



Geralmente, a correção do efeito da refração vertical sobre medidas de altura é feita mediante a determinação do coeficiente de refração  $k$ . Assim, a fórmula mais utilizada para o cálculo da altura por nivelamento trigonométrico é:

$$H_a = H_i + l \cdot \text{tg} \alpha + C_c + C_r \quad (31)$$

- onde:  $H_a$  é a altura absoluta do alvo;
- $H_i$  é a altura absoluta do instrumento ao solo;
- $l$  é a distância horizontal instrumento-alvo;
- $\alpha$  é o ângulo vertical observado;
- $\alpha$  é o ângulo vertical observado;

$C_c$  é a correção da curvatura terrestre;  
 $C_r$  é a correção da refração atmosférica.

Com  $C_c$  e  $C_r$  dados por:

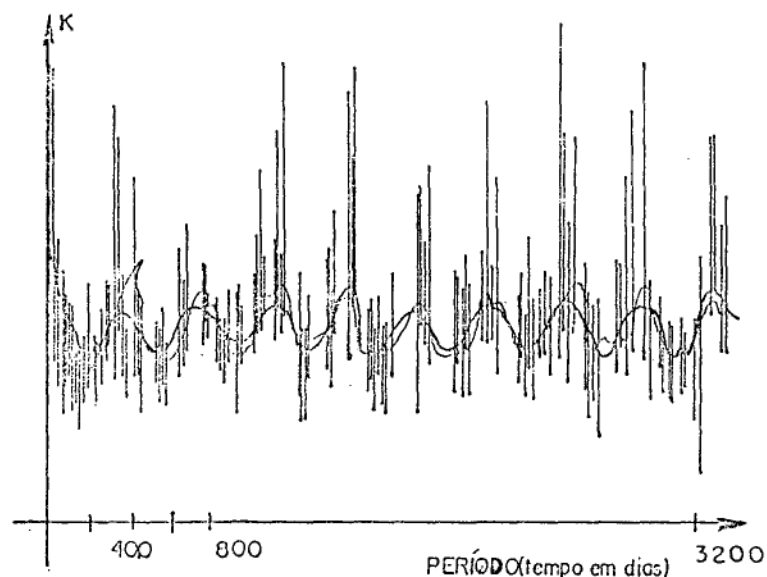
$$C_c = \frac{l^2}{2R} \quad \text{e} \quad C_r = -k \frac{l^2}{R} \quad (32)$$

onde  $R$  é o raio da Terra;

$k$  é o coeficiente de refração, definido pela razão entre o ângulo de refração e o ângulo correspondente do instrumento ao alvo.

Estudos feitos na Alemanha e apresentados em (GROßMANN, 1988) mostram coeficientes de refração em componentes de curto e longo período, além de ruídos de medição. Apesar das condições atmosféricas serem distintas das encontradas no Nordeste do Brasil e, portanto, não se poder considerar os valores numéricos como parâmetros, pode-se ter uma idéia global do comportamento do coeficiente de refração ao longo do tempo, conforme é apresentado na FIGURA 13.

FIGURA 13: COMPORTAMENTO DO COEFICIENTE DE REFRAÇÃO AO LONGO DO TEMPO (GROßMANN, 1988).



Devido às dificuldades existentes para a correção adequada dos efeitos da refração sobre observações, recomenda-se a utilização de técnicas observacionais adequadas, como a observação em horários em que esta refração seja mínima. Para isso, torna-se necessário determinar o melhor horário de acordo com as condições atmosféricas locais. O Capítulo 6 apresenta observações realizadas com este objetivo, além de mostrar experimentos realizados em condições reais de trabalho na observação de recipientes cilíndricos de combustíveis.

## DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE GRANDES RECIPIENTES

A determinação do volume de superfícies cilíndricas tem sido realizada utilizando-se métodos diretos, como a arqueação, que consiste no cálculo do raio de cada anel que forma o cilindro, a partir da medida do perímetro, bem como da sua altura. Com estes dados, calcula-se os volumes parciais de cada anel, e a soma destes fornece o volume total do sólido (SILVA, 1990).

Este método garante uma precisão de 1:500 , ou seja, na medida de cada tanque de três milhões de litros obtém-se um erro médio de 6.000 litros. Este pressuposto erro de 1:500 , porém, só poderá ser alcançado sob as seguintes hipóteses:

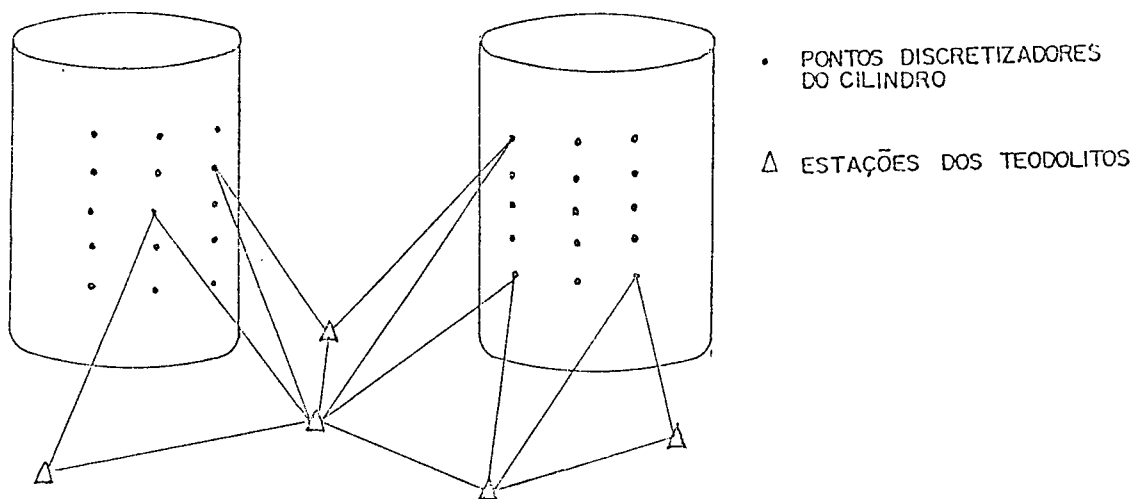
- os anéis que compõem o cilindro são perfeitos setores cilíndricos;
- o processo de montagem dos diferentes anéis não perturbam a forma primitiva de cada anel;
- deformações provenientes de fatores externos (como variações de temperatura), internos (como variações de pressão) e o próprio trabalho do material que constitui o cilindro, não afetam significativamente o volume em apreço.

Estas hipóteses, no entanto, dificilmente serão todas verdadeiras e conseqüentemente o erro cometido utilizando-se o método da arqueação é maior que 1:500.

O cálculo do volume utilizando-se a medição tridimensional a partir de um sistema de referência pode considerar a forma real da superfície, não sendo necessária a formulação de tais hipóteses.

A medição tridimensional admite um sistema de referência para as medições fora da superfície do recipiente, o que possibilita o cálculo do volume do mesmo, independente da sua forma geométrica (FIGURA 14).

FIGURA 14: SISTEMA DE REFERENCIA EXTERNO À SUPERFICIE (SILVA, 1990).  
o PONTOS DISCRETIZADORES DO CILINDRO  
Δ ESTAÇÕES DOS TEODOLITOS



### 5.1 DETERMINAÇÃO DO VOLUME A PARTIR DE COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS

O volume de uma superfície, assim como outras propriedades de massa do sólido, podem ser calculados por meio de integração numérica sobre esta superfície, utilizando-se o Teorema da Divergência de Gauss para obter integrais de superfície a partir de integrais de volume.

Considere-se, por exemplo, o momento de inércia com respeito ao eixo x:

$$I_{xx} = \iiint \rho(y^2 + z^2) dV \quad (33)$$

onde: x, y e z são coordenadas de um ponto sobre a superfície do sólido;  
 $\rho$  é a densidade por unidade cúbica.

Seja uma função vetorial específica F:

$$F = -\frac{\rho}{3} [y^3 j + z^3 k] \quad (34)$$

onde j e k são vetores unitários nas direções coordenadas y e z, respectivamente.

A divergência de F é :

$$\text{div}F = \frac{\rho}{3} \left[ \frac{\delta(y^3)}{\delta y} + \frac{\delta(z^3)}{\delta z} \right] = \rho(y^2 + z^2) \quad (35)$$

Pelo Teorema da Divergência de Gauss:

$$\iiint \text{div}F dV = \iint F_n dS \quad (36)$$

onde n é o vetor unitário normal à superfície, dirigido para fora, no ponto considerado.

Substituindo ( 34) e ( 35) em ( 36) :

$$\iiint (y^2 + z^2) dV = \iint \frac{\rho}{3} (y^3 n_y + z^3 n_z) dS \quad (37)$$

Obtém-se, assim, a integral de superfície correspondente à integral de volume.

## 5.2 INTEGRAÇÃO NUMÉRICA UTILIZANDO-SE O MÉTODO DA QUADRATURA GAUSSIANA

A solução numérica de uma integral é comumente chamada de quadratura. Os métodos mais conhecidos são (BARROSO, 1987):

a) As fórmulas de Newton-Côtes (Regras de Simpson e dos

Trapézios), que empregam valores de  $f(x)$  nos quais os valores de  $x$  são igualmente espaçados;

b) A fórmula da Quadratura Gaussiana, que utiliza pontos diferentemente espaçados, onde este espaçamento é determinado por propriedades de polinômios ortogonais. Este método proporciona uma precisão melhor que os citados acima, conforme demonstra-se em (BARROSO, 1987), no entanto exige o conhecimento da função  $F$  a ser integrada e da posição tridimensional dos pontos que discretizam o sólido.

A fórmula geral para a quadratura gaussiana é baseada em propriedades dos polinômios de Legendre:

$$I = \int_{-1}^1 F(t) dt = \sum_{i=0}^{n-1} A_i F(t_i) \quad (38)$$

onde  $n$  é o número de pontos discretizadores

$A_i$  são os coeficientes do polinômio

$t_i$  são as raízes dos polinômios

O programa desenvolvido por (MESSNER, 1980) aplica a quadratura gaussiana a elementos triangulares de superfícies poligonais, convertendo a integral contínua numa soma de quatro valores discretos calculados em pontos específicos de cada triângulo:

$$\iint f dA = \text{Área} [f(p_1)w_1 + f(p_2)w_2 + f(p_3)w_3 + f(p_4)w_4] \quad (39)$$

onde  $p_1$  é o centróide do triângulo

$p_2$ ,  $p_3$  e  $p_4$  estão localizados ao longo das linhas

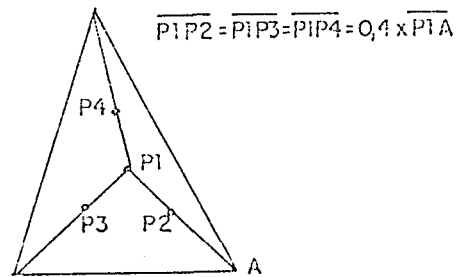
a partir do centróide para os vértices do triângulo,

de forma que a distância para estes pontos é igual a

40% da distância a partir do centróide para o vértice

respectivo (como pode ser visto na FIGURA 15)

FIGURA 15 : DISPOSIÇÃO DOS PONTOS UTILIZADOS NA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA.



A fórmula (39) é exata se as coordenadas forem exatas. No caso de coordenadas calculadas a partir de observações, a precisão do resultado dependerá da precisão destas coordenadas.

O erro cometido ao se utilizar a regra da Quadratura Gaussiana pode ser avaliado pela seguinte fórmula (BARROSO, 1987):

$$E = \frac{\varepsilon^{(2n+1)} \cdot (n!)}{(2n+1) \cdot ((2n)!)} F_{(e)}^{(2n)} \quad \text{onde } -1 \leq \varepsilon \leq 1 \quad (40)$$

O Anexo 4 apresenta a listagem do programa "VOLUME.PAS", adaptado do programa desenvolvido em Fortran por Messner e Taylor (MESSNER, 1980).

## 6. EXPERIMENTOS REALIZADOS

Durante a realização deste trabalho, vários experimentos foram realizados, com o objetivo de aplicar a metodologia estudada ao caso de medição de superfícies cilíndricas e verificar a possibilidade de sua utilização na obtenção do volume destas superfícies.

### 6.1 MEDIÇÃO TRIDIMENSIONAL UTILIZANDO O MÉTODO DE INTERSEÇÃO A VANTE

Foram utilizados para as medidas de ângulos dois teodolitos Eth-3, fabricados pela Zeiss, com precisão nominal de 2". Estes instrumentos podem ser acoplados a um microcomputador para transferência direta dos dados para um arquivo magnético, formando um sistema como o mostrado na FIGURA 1.

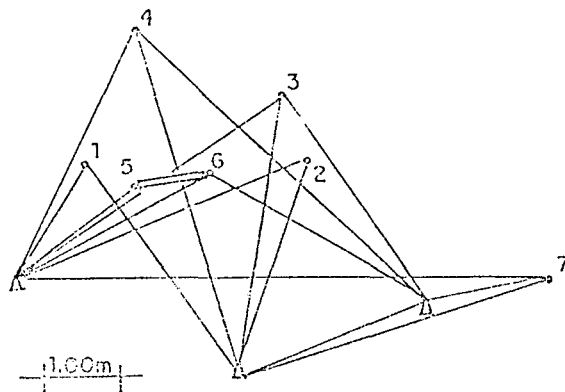
As observações dos ângulos foram realizadas em posição direta e inversa da luneta, para eliminação de possíveis erros instrumentais (ver capítulo 4) Utilizou-se uma configuração de três estações para que se tivesse observações abundantes que permitisse o ajustamento pelo MMQ. A FIGURA 16 mostra a disposição dos pontos medidos e das estações de posicionamento dos teodolitos. A distância entre os teodolitos 1 e 2 foi determinada precisamente, medindo-se com uma trena calibrada.

Para uma verificação da qualidade das observações, foram efetuadas medidas de ângulos para determinação das coordenadas de uma barra de alumínio cujo comprimento foi medido precisamente a

priori utilizando-se uma trena de invar calibrada e um interferômetro a laser. Estas observações foram realizadas no LAMEPE e o valor obtido foi de  $\pm 1,1304m$ . A verificação foi feita comparando-se o valor deste comprimento conhecido com o comprimento calculado a partir das coordenadas obtidas pelo método de interseção a vante.

FIGURA 16: DISPOSIÇÃO DOS PONTOS MEDIDOS

- 5-6 : extremos de uma barra de alumínio calibrada
- $\Delta$  : estações dos teodolitos
- o : pontos objetos de estudo



O QUADRO 01 apresenta as coordenadas calculadas e a precisão da interseção, determinada pela norma mínima do vetor dos resíduos ( $\sqrt{V^t V}$ ). Este valor indica a precisão das observações.

Os pontos 5 e 6 correspondem às extremidades da barra cujo comprimento é conhecido. A comparação entre este valor e a distância calculada a partir das coordenadas obtidas permite que se tenha uma idéia da precisão destas coordenadas. No caso, a dispersão foi de  $\pm 1,4mm$ . Não se pode concluir, no entanto, que este resultado será idêntico para todos os pontos, pois a precisão

do método depende da precisão com que foram medidos os pontos e da geometria da distribuição destes pontos, o que foi discutido mais amplamente no capítulo 3. O desvio padrão da determinação de cada coordenada deve ser obtido a partir de um ajustamento pelo MMQ.

QUADRO 01 - RESULTADOS DA INTERSEÇÃO A VANTE

PTO	X(m)	$\sigma_x$ (mm)	Y(m)	$\sigma_y$ (mm)	Z(m)	$\sigma_z$ (mm)	$\sqrt{v^2}$ (mm)
1	-1,828	0,15	0,365	0,25	0,268	0,10	0,50
2	-3,001	0,15	2,295	0,06	0,419	0,06	0,28
3	-3,645	0,38	0,322	0,35	-0,129	0,04	0,90
4	-3,633	0,32	2,294	0,12	-0,418	0,05	0,60
5	-1,760	0,09	0,907	0,13	0,287	0,09	0,28
6	-2,324	0,05	1,885	0,03	0,277	0,10	0,12
7	-3,021	0,15	7,192	0,03	-0,339	0,14	0,39

desvio médio : 0,25mm

DISTÂNCIA 5-6 MEDIDA: 1,1304m

DISTÂNCIA 5-6 CALCULADA: 1,1290m

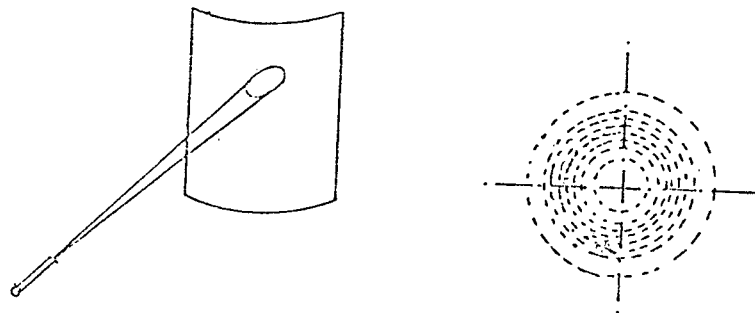
## 6.2 SINALIZAÇÃO DOS ALVOS SOBRE A SUPERFÍCIE - ALVOS ATIVOS E PASSIVOS

Os alvos ativos podem ser obtidos utilizando-se um feixe de laser acoplado ao teodolito. A fim de estudar o comportamento deste feixe, foram realizadas experiências em laboratório que consistiram no desvio do feixe de laser do interferômetro utilizando-se espelhos, fazendo-o incidir sobre a parede de um tonel de metal. Variando-se a distância e posição de incidência do feixe, observou-se que o diâmetro projetado é muito grande e o círculo degenera numa elipse, de acordo com a posição de observação (como é mostrado na FIGURA 17). Observa-se, no

entanto, que o ruído no espectro de radiação situa-se dentro de uma certa frequência, apresentando um desvio padrão que pode ser estimado. Isto possibilita a determinação do centro geométrico do feixe, tornando possível pontarias de alta precisão.

FIGURA 17: PROJEÇÃO DE UM FEIXE DE LASER:

- a) Deformação do Sinal devido ao ângulo de incidência;
- b) Aspecto do Sinal Ampliado.

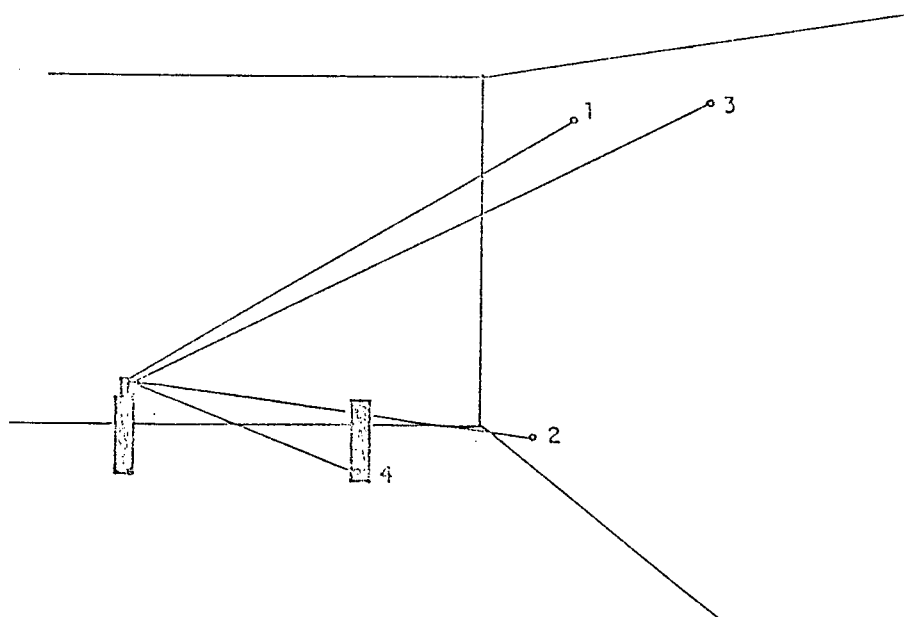


Para que se possa determinar também os efeitos da refração atmosférica sobre o comportamento do feixe de laser, é necessário que sejam realizadas experiências em condições de campo. Não foi possível realizar estas experiências porque o emissor de laser do interferômetro faz parte de um sistema de calibração, o qual teria suas características alteradas se fosse retirado este equipamento. O ideal para este tipo de experiência é um emissor portátil, ou melhor, vários emissores, para que se possa estudar qual a melhor frequência e suas variações com os efeitos da refração, distância e posição de observação.

### 6.3 DETERMINAÇÃO DO ERRO DO EIXO SECUNDÁRIO DOS TEODOLITOS

Para demonstrar um método de verificação deste erro, observações foram realizadas em laboratório a pontos com alturas extremas, situação em que o efeito do erro é maior. O procedimento consistiu da observação de direções horizontais e verticais a quatro pontos, como mostra a FIGURA 18.

FIGURA 18: DISPOSIÇÃO DOS PONTOS OBSERVADOS PARA A DETERMINAÇÃO



O QUADRO 02 apresenta as observações realizadas, cuja análise mostra a diferença de leitura entre as observações realizadas nas posições direta e inversa da luneta do teodolito. Os desvios-padrões calculados com relação à média das séries de observação foram:

	PD	PI	Média
ang. horizontal	5.93"	4.82"	1.54"
ang. vertical	1.56"	1.40"	2.09"

Aplicando estes valores ao cálculo do efeito deste erro sobre algumas direções observadas obtém-se:

ang. vertical	$\beta$	$i'$
80°12'01.5"	09°47'58.5"	0.24"
110°34'09.0"	-20°34'09.0"	-0.52"

QUADRO 02 . : DETECÇÃO DO ERRO DO EIXO SECUNDARIO

Observador : Andrea				
Instrumento: Eth-3			Data: 14/04/93	
Local: LAMEPE - Laboratório de Metrologia e Posicionamento Espacial				
PV	Ang. Horiz.		Ang. Vertical	
	PD	PI	PD	PI
1	121°56'19.0"	301°56'32.0"	80°12'01.5"	279°48'18.0"
2	124 39 49.0	304 39 58.0	96 15 32.0	263 44 47.0
3	135 54 13.0	315 54 27.0	78 56 32.0	281 03 49.0
4	136 57 06.0	316 57 00.0	110 34 05.0	249 26 09.0
1	121 56 24.0	301 56 35.0	80 11 55.0	279 48 14.0
2	124 39 56.0	304 39 57.0	96 15 27.0	263 44 50.0
3	135 54 11.0	315 54 27.0	78 56 26.0	281 03 53.0
4	136 57 04.0	316 57 02.0	110 34 06.0	249 26 05.0
1	121 56 26.0	301 56 34.0	80 11 54.0	279 48 16.0
2	124 39 50.0	304 39 58.0	96 15 34.0	263 44 49.0
3	135 54 11.0	315 54 28.0	78 56 31.0	281 03 52.0
4	136 57 05.0	316 57 00.0	110 34 07.0	249 26 11.0
1	121 56 17.0	301 56 34.0	80 12 01.0	279 48 20.0
2	124 39 54.0	304 39 58.0	96 15 35.0	263 44 50.0
3	135 54 13.0	315 54 28.0	78 56 33.0	281 03 48.0
4	136 57 05.0	316 57 00.0	110 34 09.0	249 26 17.0

Para as distâncias e diferenças de alturas consideradas, estes valores podem até ser insignificantes, dependendo do caso. Aplicando-se, no entanto, estes mesmos valores de desvios a observações realizadas sobre um cilindro de 13 metros de diâmetro

e 7 metros de altura, com estações a 3.15m de altura com relação à base do cilindro e a 10m de distância do mesmo:

ang. vertical	$\beta$	$i'$
54°46'42.5"	35°13'17.5"	0.96"
107°40'21.5"	-17°40'21.5"	-0.44

#### 6.4 AJUSTAMENTO ANGULAR DE ESTAÇÃO - MÉTODO PRUSSIANO

O QUADRO 03 mostra a determinação do desvio-padrão pelo Método Prussiano, descrito no Capítulo 4, realizada em 3 séries de observação em PD e PI a 3 pontos situados a alturas e distâncias aproximadamente iguais, estas últimas de forma a se evitar o erro introduzido pelo movimento das lentes de focagem. Estas observações foram realizadas no LAMEPE.

QUADRO 03 : AJUSTE DE ESTAÇÃO PELO MÉTODO PRUSSIANO

PT	ANG. HORIZ.		MÉDIA REDUZ.	DIREÇÃO FINAL	d (")	v (")	vv (") <sup>2</sup>
	PD	PI					
2	060°00'07"	240°00'59"	000°00'00"	000°00'00"	0	-0,93	0,865
3	070 01 03	250 01 01	10 00 56.5	10 00 55.6	0,87	-0,06	0,004
4	081 32 16	261 32 15	21 32 09	21 32 07.1	0,99	0,99	0,980
				$\Sigma d \div 3 = 0,93$		0	
2	120 00 01	300 00 00	00 00 00		0	0,99	0,980
3	130 00 55	310 00 54	10 00 54		-1,63	-0,64	0,410
4	141 32 5.5	321 32 07	21 32 05.7		-1,33	-0,34	0,116
				$\Sigma d \div 3 = 0,99$		0	
2	000 00 02	179 59 59	00 00 00		0	-0,10	0,01
3	010 00 58	190 00 56	10 00 56.5		0,87	0,77	0,593
4	021 32 07	201 32 07	21 32 06.5		0,58	-0,68	0,462
				$\Sigma d \div 3 = 0,1$		0	$\Sigma vv = 4,420$
				$\sigma^2 = \frac{\Sigma vv}{r^*} = 1.105 \quad \sigma = 1.05''$			

$$r^* = (n.\text{series}-1)(n\text{ptos}-1) = (3-1)(3-1) = 4$$

## 6.5 ESTUDO DOS EFEITOS DA REFRAÇÃO SOBRE OBSERVAÇÕES ANGULARES

Com este objetivo, foram realizadas observações com instrumento imóvel e bem protegido do sol, inclusive o tripé, ao longo de um dia, com alvo graduado nas posições horizontal e vertical, sobre o qual foram realizadas leituras dos desvios em milímetros com relação a estas graduações, a fim de determinar os efeitos da refração vertical e horizontal.

Para determinar uma situação possível de ser encontrada na observação de recipientes cilíndricos foram realizadas visitas a empresas e usinas que possuem este tipo de recipiente para armazenagem de combustível, verificando-se que os mesmos possuem em média 10 a 15m de diâmetro e 6 a 10m de altura, sendo que nos locais onde existem mais de um cilindro, é possível encontrar uma distância de 10 a 25m entre os mesmos, às vezes até menos, o que limita a escolha da posição ideal das estações.

Estas informações foram tomadas como base na escolha da distância utilizada nas observações apresentadas na Tabela 4. Da análise desta tabela, verifica-se desvios do raio na direção vertical para baixo nos horários de 9:30 a 16h, com desvio máximo de 1,2mm no horário das 12h, o que corresponde a 24,75" de arco. O desvio médio foi de 17,53", sempre na direção vertical. Apenas uma das observações apresentou desvios na direção horizontal, no horário das 13:30h, com desvio correspondente a 6,19" de arco.

Outra observação foi realizada, desta vez sobre um recipiente cilíndrico, onde a estação estava situada a 15m do

mesmo. Apesar de ao longo da linha de visada existir um trecho onde a altura com relação ao solo era bastante pequena, o que certamente causaria um desvio do raio na posição vertical, não foi observado qualquer desvio nesta direção ao longo do dia. Na posição horizontal, no entanto, observou-se um desvio de 25,02" durante duas observações, realizadas nos horários de 15:35h e 16:25h, com temperaturas de 23,0° e 27,0°, respectivamente. Vale ressaltar que não foram efetuadas leituras nos horários entre 11h e 14:30h, onde provavelmente deveria haver alguma alteração.

Tomando-se por base estas observações, nota-se que, para distâncias da ordem de 10 a 20m foram obtidos resultados satisfatórios do ponto de vista de efeitos da refração para observações realizadas nos horários entre 7 e 9h e 16 e 18h. Não se pode afirmar, no entanto, que esta conclusão é sempre verdadeira, pois para diferentes condições atmosféricas o comportamento é diferente. O mais adequado é, portanto, realizar observações noturnas, como já se recomenda para trabalhos de precisão.

Existe também a possibilidade de manter um instrumento exclusivamente para medida da refração enquanto as observações propriamente ditas vão sendo efetuadas com outro instrumento. Desta forma é possível ampliar estes horários de observação até que o efeito seja significativo, ou, por outro lado, utilizar estas informações de refração para uma correção posterior.

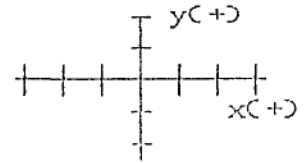
QUADRO 04 : ESTUDO DE REFRAÇÃO

HORA	TEMP. (°C)	X(mm)	Y(mm)	desvio horiz. (")	desvio vert. (")	OBS
7:30	*	0.0	0.0	0.0	0.0	sol
8:00	27.0	0.0	0.0	0.0	0.0	"
8:30	26.5	0.0	0.0	0.0	0.0	"
9:00	27.0	0.0	0.0	0.0	0.0	sombra
9:40	27.5	0.0	-0.3	0.0	6.19	
10:00	28.0	0.0	-0.8	0.0	16.50	
10:40	28.5	0.0	-1.0	0.0	20.63	
11:00	28.5	0.0	-0.8	0.0	16.50	
11:30	28.0	0.0	-0.8	0.0	16.50	
12:00	29.0	0.0	-1.0	0.0	20.63	
12:30	28.5	0.0	-1.2	0.0	24.75	sol
13:00	28.8	0.0	-1.0	0.0	20.63	sombra
13:30	29.0	0.3	-1.0	6.19	20.63	
14:00	28.0	0.0	-1.0	0.0	20.63	
14:30	28.0	0.0	-0.8	0.0	16.50	
15:00	28.0	0.0	-0.5	0.0	10.31	sombra
15:40	*	0.0	0.0	0.0	0.0	
16:05	27.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
16:35	26.5	0.0	0.0	0.0	0.0	
17:00	*	0.0	0.0	0.0	0.0	
17:40	25.5	0.0	0.0	0.0	0.0	

OBSERVAÇÕES RELATIVAS AO QUADRO 03:

OBS: 1) na coluna OBS as observações referem-se às condições sobre o alvo, já que o instrumento esteve protegido durante todo o tempo;

2) o sistema de referência ao qual se referem as colunas X e Y era o seguinte, observado diretamente no alvo:

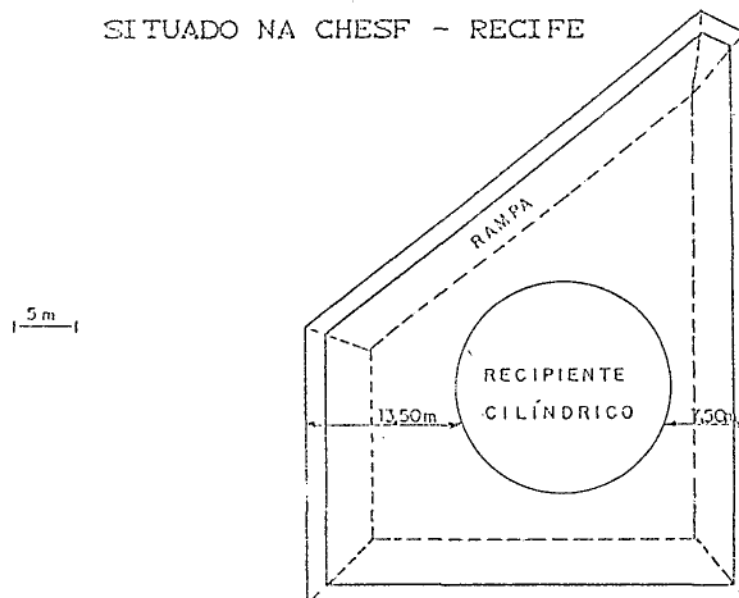


6.6 IMPLANTAÇÃO DE UM SISTEMA DE REFERÊNCIA PARA A OBSERVAÇÃO DE UM RECIPIENTE CILÍNDRICO

O objetivo deste experimento foi utilizar o programa NETZED no planejamento e posterior ajuste de um sistema de referência para observações a um recipiente cilíndrico.

As dimensões aproximadas do cilindro observado eram de 13,00m de raio e 11,00m de altura. O espaço disponível para escolha das estações pode ser observado na FIGURA 19, a seguir.

FIGURA 19: PLANTA DE SITUAÇÃO DE RECIPIENTE CILÍNDRICO SITUADO NA CHESF - RECIFE



Este é um bom exemplo das limitações existentes para a escolha de estações em áreas de reservatórios. Normalmente, existem vários reservatórios próximos uns dos outros, limitando as possibilidades para instalação do equipamento, já que é necessário que haja uma distância mínima dos mesmos até as estações, para que seja possível observar os pontos mais altos do cilindro e também para facilitar a intervisibilidade entre o maior número de estações possível. No caso apresentado, a existência de uma dique de concreto construída em volta do cilindro, apesar de limitar a escolha da configuração geométrica da rede, facilitou a observação dos pontos mais altos, já que a maioria das estações teve que se situar sobre este dique que, felizmente, possuía largura suficiente para instalação do equipamento. Desta forma, o plano horizontal do teodolito situou-se sempre a uma altura média de 3,30m da base do cilindro, correspondente à altura da plataforma somada à altura do instrumento. Além de facilitar a observação dos pontos mais altos, dispensando a utilização de oculares de cotovelo, a instalação do equipamento a esta altura minimiza o efeito da refração, que é mais forte quanto mais próximo o raio de luz estiver do solo, como foi visto no item 6.5.

Definiu-se, então, uma rede composta por 6 estações de observação de ângulo, mais 3 estações definidas por meio de bases formadas por fios de invar, cujo comprimento foi medido em campo com precisão de 0,5mm utilizando-se uma trena calibrada em laboratório com interferômetro. A materialização destas bases foi realizada através de pinos de aço, para os quais

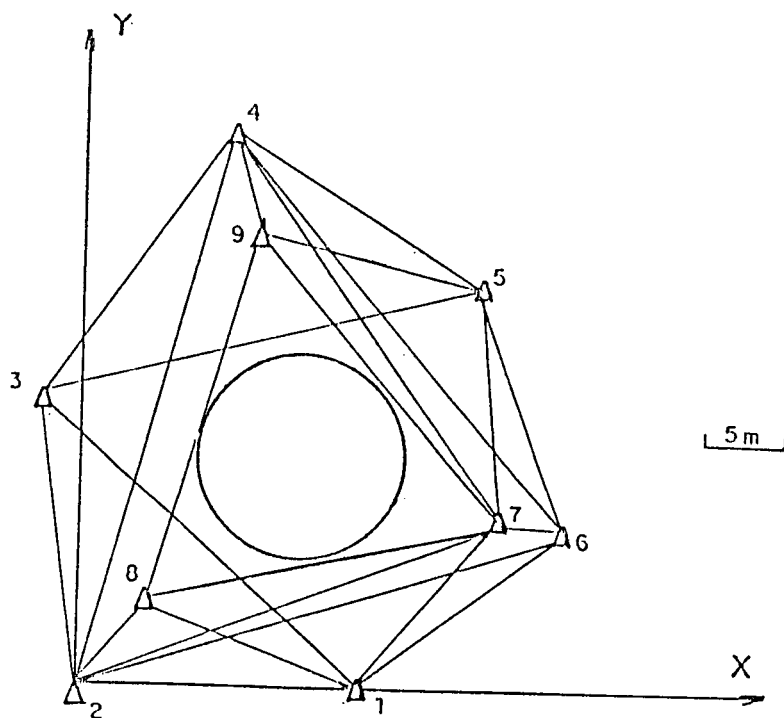
foram realizadas medidas de ângulo. O objetivo da instalação destas bases foi a obtenção de injunções que permitissem um aumento dos graus de liberdade para o ajustamento.

A configuração das estações e a representação das direções observadas são apresentadas na figura 20 . A estação 6 situa-se na parte interna à plataforma, aproximadamente no mesmo nível das estações 7, 8 e 9, cujas distâncias são conhecidas.

Diversas experiências foram realizadas mantendo-se fixas coordenadas de diferentes estações, ou seja, considerando suas coordenadas isentas de erro. Os melhores resultados foram obtidos fixando-se as coordenadas das estações 8 e 9.

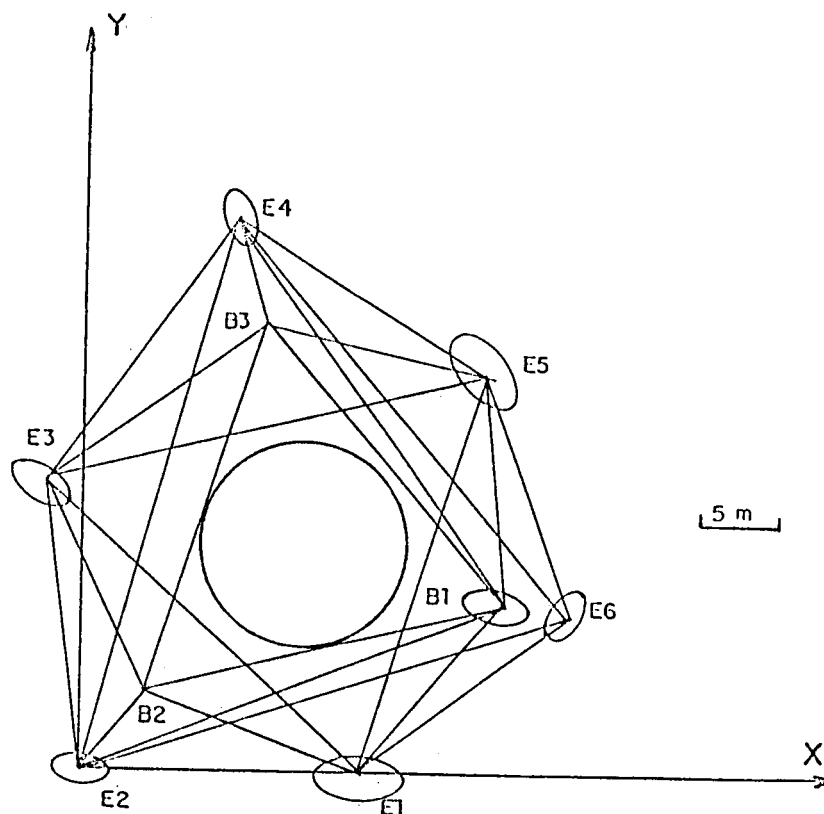
O Anexo 2 mostra os dados de entrada para o ajuste das coordenadas utilizando-se o programa NETZ2D.

FIGURA 20 : CONFIGURAÇÃO DAS ESTAÇÕES E DIREÇÕES OBSERVADAS



O Anexo 3 apresenta os dados de saída do programa NETZ2D, contendo os parâmetros das elipses de erro de cada estação. A representação gráfica do resultado do ajustamento pode ser observado na FIGURA 21 .

FIGURA 21: DISPOSIÇÃO FINAL DA REDE COM SUAS ELIPSES DE ERRO

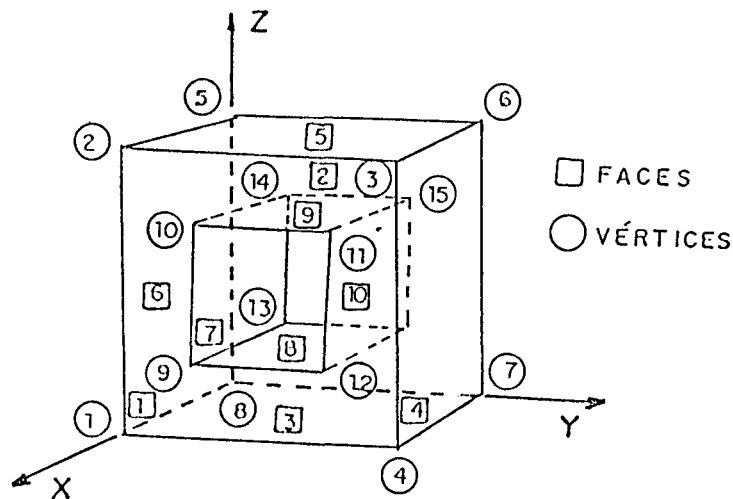


#### 6.7 CÁLCULO DO VOLUME DE OBJETOS SIMULADOS

O programa VOLUME.PAS, em linguagem Pascal, foi adaptado a partir do programa desenvolvido em Fortran por Messner e Taylor (MESSNER,1990), e encontra-se listado no Anexo 4.

O algoritmo foi estruturado para operar sobre poliedros definidos através de uma série de coordenadas de vértices associados a uma lista de faces que, por sua vez, são definidas por vértices formando polígonos fechados. Uma observação importante a ser feita é com respeito ao sentido em que se percorre o perímetro, que deve ser sempre o mesmo em todas as faces, exceto no caso em que hajam buracos, quando o sentido deve ser invertido. Para esclarecer a montagem deste arquivo, inicialmente será apresentado o cálculo para uma superfície cúbica, cujas faces são planas e permite uma discretização em segmentos retos. A figura 22 mostra um cubo com um orifício no meio, exemplo apresentado por (MESSNER,1990), cujo arquivo é apresentado a seguir. Note-se que as faces 1 e 2 são formadas por dois polígonos, sendo o interno percorrido no sentido inverso ao externo, indicando que deve ser subtraída a porção correspondente ao orifício.

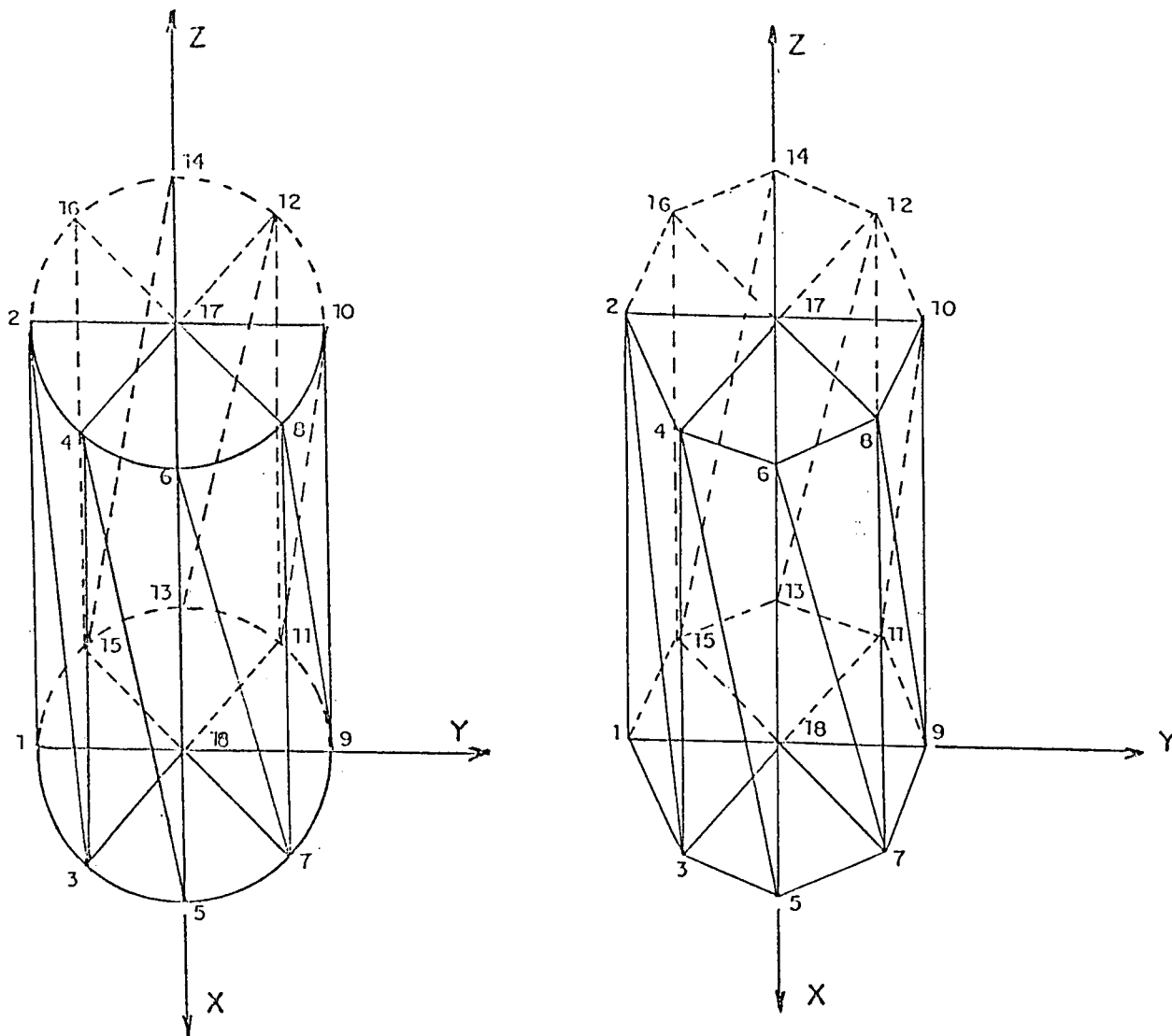
FIGURA 22 : DISCRETIZAÇÃO DE UM CUBO COM ORIFÍCIO CENTRAL





número de pontos. O cálculo é feito sobre os polígonos, como em 23b).

FIGURA 23: a) DISCRETIZAÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE CILÍNDRICA  
b) SUPERFÍCIE CILÍNDRICA SEGMENTADA



O arquivo de dados para esta configuração é apresentado no Anexo 5. Comparando-se os valores da área e volume do cilindro real e dos resultados obtidos a partir da discretização, observou-se uma discrepância em torno de 10% para o caso do volume:

	CILINDRO REAL	CILINDRO DISCRETIZADO
AREA (m <sup>2</sup> )	100,53	96,10
VOLUME (m <sup>3</sup> )	75,40	67,88

Estes resultados demonstram que a aplicação do método de integração diretamente às coordenadas de pontos medidos em levantamento de campo não é adequado quando se trata de uma superfície curva, chegando-se a discrepâncias altas, como a apresentada acima. Normalmente, em levantamentos de grandes objetos utilizando-se métodos topográficos, as observações são realizadas em meridianos ou paralelos, como pode ser visto na figura 3. Uma solução alternativa para o problema da quantidade necessária de pontos medidos seria fazer interpolação ou ajustar uma curva a cada nível de pontos levantados. A partir daí, um programa auxiliar calcularia quantos pontos intermediários fossem necessários à obtenção da precisão desejada e montaria o arquivo de dados correspondente.

Os exemplos de cálculo de volume de objetos com formas complexas calculadas por (MESSNER,1990) mostram que o aumento da quantidade de pontos permite que se atinja excelentes resultados utilizando-se este método.

## 7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Durante o desenvolvimento deste trabalho, constatou-se que é perfeitamente possível a utilização de coordenadas tridimensionais obtidas a partir de métodos tradicionais de levantamento para a obtenção do volume de grandes objetos.

Procurou-se estabelecer todas as etapas necessárias à execução deste tipo de trabalho, as alternativas possíveis em cada fase e os fatores influentes mais significativos. Vale salientar que existem, no mercado mundial, equipamentos totalmente automatizados e capazes de atingir bons resultados. O preço de um sistema deste tipo, no entanto, ainda é muito alto e só economicamente viável em casos de aplicação intensiva que justifique este custo, daí a importância do desenvolvimento de uma metodologia que possibilite a utilização dos equipamentos topográficos existente nas empresas.

A partir da pesquisa e dos experimentos realizados, surgem as seguintes conclusões:

- Apesar de o Método de Interseção a Vante ter-se mostrado adequado à obtenção das coordenadas dos pontos discretizadores, possui a desvantagem de considerar as coordenadas das estações de observação como isentas de erro. Sendo assim, sempre que possível, deve-se preferir utilizar processos de otimização e cálculo para a obtenção destas coordenadas e precisão correspondente, através de programas como o NETZ2D. Quando não for possível a utilização destes programas mais complexos, pode-se utilizar o Método de Interseção a Vante, buscando distribuir as

estações formando uma figura regular em torno do cilindro em estudo.

- Todos os instrumentos utilizados devem ser previamente calibrados.

- A centragem imperfeita do teodolito é uma das principais fontes de erro durante as observações e pode ser facilmente minimizada utilizando-se o Método da Centragem Forçada, conforme mostrado no Capítulo 4, mesmo considerando-se a necessidade de um maior número de tripés e bases para os teodolitos e sinais. É importante também salientar que os tripés devem estar sempre bem protegidos dos efeitos da insolação. Sempre que possível, devem ser implantados pilares de concreto.

- Os efeitos da refração atmosférica podem ser minimizados evitando-se os horários de maior turbulência. Uma alternativa apresentada no Capítulo 6.5 é a utilização, durante as observações, de um teodolito auxiliar de igual precisão que os demais utilizados nas observações, com a finalidade de obter dados para a correção destes efeitos.

- A metodologia apresentada para o cálculo do volume pode ser viável para o objetivo proposto neste trabalho, desde que sejam desenvolvidos programas auxiliares de cálculo de interpolação de pontos e de criação do arquivo de dados de entrada a partir dos dados do levantamento, além do estudo de propagação de erros, a fim de se obter a precisão do cálculo do volume para uma figura qualquer. Neste sentido, as ferramentas de computação gráfica hoje disponíveis podem ser de grande auxílio.

A grande contribuição oferecida pelo método , observadas estas condições, é a possibilidade de obtenção do volume de um objeto de forma qualquer, diferente do atual método utilizado para a calibração de grandes cilindros.

Considerando-se ainda os resultados dos experimentos realizados e as conclusões obtidas, surgem as seguintes recomendações para desenvolvimento futuro:

- Uma melhoria a ser implementada aos cálculos utilizados no Método de Interseção a Vante é, considerando-se que as estações possuem uma precisão conhecida, calcular a propagação de erros das coordenadas dos pontos-objeto a partir destas estações, que agora já não são isentas de erro.

- Outro ponto importante a ser investigado é o estudo da materialização dos alvos sobre a superfície. É recomendável que sejam realizadas experiências adaptando-se emissores de laser aos teodolitos para que se compare a precisão da observação aos alvos resultantes da projeção do feixe com a precisão obtida utilizando-se alvos convencionais, já que este tipo de sinalização demanda em alto custo, devido ao tempo gasto e à dificuldade da colocação quando os objetos possuem grandes dimensões.

- Para tornar viável a aplicação da metodologia apresentada ao cálculo do volume de um objeto real, vários programas podem ser desenvolvidos:

- a) programas de interpolação para densificação dos pontos discretizadores, já que o exemplo apresentado mostrou a necessidade de uma grande quantidade de pontos para a obtenção de uma precisão adequada. É necessário que seja feito antes um estudo

do menor espaçamento entre as linhas de medição que torne possível esta interpolação;

b) programas de propagação dos erros das estações para o volume calculado;

c) programas de criação do arquivo de dados a partir dos dados do levantamento;

- Finalmente, é interessante comparar o método de integração apresentado neste trabalho com métodos de determinação de raios de círculo pelo MMQ para o caso do cálculo do volume de um tanque cilíndrico.

## ANEXOS

ANEXO 1 - LISTAGEM DO PROGRAMA INTERSEC.PAS	73
ANEXO 2 - ARQUIVO DE ENTRADA PARA O PROGRAMA NETZ2D	76
ANEXO 3 - ARQUIVO DE SAÍDA DO NETZ2D	79
ANEXO 4 - LISTAGEM DO PROGRAMA VOLUME.PAS	82
ANEXO 5 - ARQUIVO DE DADOS PARA DISCRETIZAÇÃO DE CILINDRO	91

ANEXO 1 - LISTAGEM DO PROGRAMA INTERSEC.PAS

Program Intersecao;

```
*****
  Calculo das Coordenadas de um Ponto P a partir de observacoes
  realizadas com o Metodo de Intersecao a Vante.
  Dados de Entrada:
  - Distancia 1-2;
  - altura do Teo2;
  - angulos horizontal e vertical de cada teodolito ao ponto P.
  Dados de Saida:
  - Coordenadas do Ponto P;
  - Desvio Padrao de cada coordenada.
***** )
```

IGIN

```
*** Leitura dos angulos lidos com o teodolito 1 *** )

writeln (' Teodolito 1:');
write ('angulo horizontal :');
read (az1);
writeln;
write ('angulo vertical :');
read (v1);

Conv_GR (az1);
Conv_GR (v1);

*** Leitura dos angulos lidos com o teodolito 2 *** )

writeln; writeln;
writeln (' Teodolito 2:');
write ('angulo horizontal :');
read (az2);
writeln;
write ('angulo vertical :');
read (v2);

Conv_GR (az2);
Conv_GR (v2);

*** Leitura da distancia entre os teodolitos e altura de T2 *** )

writeln; writeln;
writeln (' Distancia entre os teodolitos :');
read (S);
writeln (' Altura do teodolito 2 :');
read (h);

*** Inicio dos calculos *** )
```

```
l1 := sin(az1) * cos(v1);
m1 := cos(az1) * cos(v1);
n1 := sin(v1);
l2 := sin(az2) * cos(v2);
m2 := cos(az2) * cos(v2);
n2 := sin(v2);
```

```
AUX := - (l1*l2 + m1*m2 + n1*n2);
```

```
{ Calculo de T1 : distancia do teodolito 1 ao ponto P }
```

```
T1 := (sqr(l1) + sqr(m1) + sqr(n1)) * (m1*s + n1*h) + AUX * (-m2*s - n2*h);
```

```
{ Calculo de T2 : distancia do teodolito 2 ao ponto P }
```

```
T2 := (sqr(l2) + sqr(m2) + sqr(n2)) * (-m2*s - n2*h) + AUX * (-m1*s - n1*h);
```

```
{ Calculo das coordenadas do ponto P }
```

```
X1 := T1 * l1;
Y1 := T1 * m1;
Z1 := T1 * n1;
```

```
X2 := T2 * l2;
Y2 := T2 * m2 + s;
Z2 := T2 * n2 + h;
```

```
Xm := (X1 + X2)/2;
Ym := (Y1 + Y2)/2;
Zm := (Z1 + Z2)/2;
```

```
writeln; writeln;
writeln (' COORDENADAS DO PONTO P :');
writeln ('X = ', Xm:10:3);
writeln ('Y = ', Ym:10:3);
writeln ('Z = ', Zm:10:3);
```

```
END.
```

ANEXO 2 - ARQUIVO DE ENTRADA PARA O PROGRAMA NETZ2D

ANEXO 2: ARQUIVO DE ENTRADA DO PROGRAMA NETZ2D

2	2	1	0	0		
0.001	0.001	0.8				
7	0	0	2			
1	1	0				
0	4	0.3		0.0000003		
1	7	7		0.0000000		
0						
0						
0	0					
0	0	0				
001	182.00	0.00		1		
002	0.00	0.00		1		
003	-24.50	190.00		1	BLOCO DE COORD.	
004	97.00	365.00		1	APROXIMADAS	
005	258.00	265.00		1		
006	310.00	100.00		1		
007	246.00	105.00		1		
008	43.00	51.00		4		
009	116.00	295.00		4		
001	3	0.000617283				
005	0.0000000					
007	26.72666049					
006	40.18784876					
002	3	0.000617283				
006	0.0000000					
001	19.68252778					
007	396.1027438					
003	5	0.000617283				
001	0.0000000					
008	25.76153078					
002	46.19106789				BLOCO DE OBSERV.	
009	313.7265926				DE DIRECAO	
005	337.7618514					
004	7	0.000617283				
005	0.0000000					
006	21.07004933					
007	26.57775					
009	49.85621289					
008	79.14030247					
002	84.95054311					
003	107.2073858					
005	3	0.000617283				
001	0.0000000					
003	66.04500611					
009	92.07801851					
006	7	0.000617283				
001	0.0000000					
002	21.82465123					
008	29.79145061					
007	50.66434256					
009	86.90472833					
004	94.00090431					
005	118.7879382					

002 4 0.000617283  
003 0.00000000  
004 23.61794752  
006 87.55982098  
001 107.2464475  
01 001 002 181.91  
02 007 009 235.35  
03 007 008 238.25  
04 008 009 236.64

BLOCO DE OBSERV.  
DE DISTANCIA

OBSERV. DE DIRECAO: 32  
OBSERV. DE DISTANCIA: 4  
COORD. A AJUSTAR: 14  
INCOG. DE ORIENT: 7  
GRAUS DE LIBERD.: 15

ANEXO 3 - ARQUIVO DE SAÍDA DO NETZ2D

ANEXO 3: ARQUIVO DE SAIDA DO NETZ2D

1	195.0304	-1.4617	
2	-0.7691	-2.2369	
3	-23.8402	193.6677	
4	94.3784	365.3939	COORD. AJUSTADAS
5	274.0349	269.6109	CEM 0.1MD
6	335.5148	106.6448	
7	291.9349	112.7812	
8	43.0000	51.0000	
9	116.0000	295.0000	
1	2	0.093860111	
7	9	0.021904705	RESIDUOS DAS
7	8	0.025827644	DISTANCIAS
8	9	0.000000000	CEM 0.1MD
1	3		
5	0.020456504		
7	0.000454946		
6	0.000303293		
2	3		
6	0.015236899		
1	0.000404371		
7	0.016145098		
3	5		
1	0.018362745		
8	0.000404150		
2	0.000454581		RESIDUOS
9	0.019714784		DAS
5	0.020188749		DIRECOES
4	7		CEM MGOND
5	0.005581368		
6	0.000143684		
7	0.003829908		
9	0.000454930		
8	0.000353109		
2	0.00050260		
3	0.0009782648		
5	3		
1	0.021057051		
3	0.00050550		
9	0.00050550		
6	7		
1	0.022010763		
2	0.000143676		
8	0.00050550		
7	0.000303303		
9	0.000151613		
4	0.00050262		
5	0.021401895		
2	4		
3	0.009807252		
4	0.00098776		
6	0.000211180		
1	0.015237839		

1	91.180366538	0.094566949	0.004550693
2	88.942557186	0.002414159	0.001012571
3	120.561429010	0.033284793	0.006980452
4	162.239545871	0.002052767	0.000771521
5	133.708267072	0.090490247	0.017567931
6	23.179390258	0.002858652	0.000765502
7	108.708479893	0.027795190	0.002438975

FI A B

PARAMETROS DEFINIDORES DAS ELIPSES DE ERRO

ANEXO 4 - LISTAGEM DO PROGRAMA VOLUME. PAS

PROGRAM VOLUME;

{ PROGRAMA TRADUZIDO DO ORIGINAL EM FORTRAN DESENVOLVIDO POR MESSNER  
E TAYLOR, PUBLICADO NA REVISTA ACM TRANSACTIONS ON MATHEMATICAL  
SOFTWARE, V.6, N.1, 1980, P.121-130, POR ANDREA FLAVIA TENORIO CAR  
NEIRO EM SETEMBRO DE 1993}

{ \*\*\*\*\*  
Calculo de VOLUME e propriedades de massa de solidos 3D, com base  
no Teorema da Divergencia de Gauss e integracao numerica pelo me-  
todo da Quadratura Gaussiana.  
Dados de Entrada:  
- Num. de vertices, Num. de Faces, Densidade;  
- Lista de Coordenadas dos Vertices;  
- Lista de Faces.  
Dados de Saida:  
- Densidade, Area, Volume;  
- Coordenadas do Centro de Gravidade;  
- Coordenadas dos Momentos de Inercia em relacao a cada eixo;  
- Produtos de Inercia.  
\*\*\*\*\*}

{ \$N+ }

{ \$R+ }

CONST

MAX = 32;  
MAXVFF=5;  
NPTOS = 18;  
MAXKV = 600;  
FESO1 = -0.5625;  
FESO2 = 0.5208333333333333;

TYPE

REAL=DOUBLE;  
QUADRA = ARRAY[1..4] OF REAL;  
  
VETOR = ARRAY[1..MAX] OF REAL;  
VETOR2 = ARRAY[1..NPTOS] OF REAL;

VAR

MAXS, MAXV, N, I,  
IEND, NV, M1, M2, M3, M4, NF, K,  
KK, K1, KV1,m : INTEGER;  
  
ARQIN, ARQOT : TEXT;  
  
DENS, COORX, COORY, COORZ,  
AREA, VOL, CX, CY, CZ,  
FESO, VOL2, VOL3, DENS2, DENS3,  
DX, DY, DZ, ANX, ANY, ANZ : REAL;  
  
CG, FR, PRCG, IO, ICG,

```

X, Y, Z, PX, PY, PZ      : QUADRA;
AX, AY, AZ              : VETOR;
VX, VY, VZ              : VETOR2;
KFA                      : ARRAY[1..max] OF INTEGER;
KV                        : ARRAY[1..MAXKV] OF INTEGER;
W                        : ARRAY[1..4] OF REAL;
ERROR                    : BOOLEAN;
NOME, NOME2              : STRING[10];
KW,J,LA,L,NS, LINHA     : INTEGER;

```

```

LABEL L14,
      L15, L16, L18, L25,
      L33,L44,
      L51, L444;

```

```
{ **** Procedure ERRO : retorna mensagem de erro, quando houver **** }
```

```

Procedure ERRO (n: integer);

Begin
  writeln;
  write ('ERRO n. ',n:3,':');
  CASE n OF
    1: writeln ('Numero de vertices fora da faixa. ');
    2: writeln ('Numero de faces fora da faixa. ');
    3: writeln ('Numero de vertices ilegal. ');
    4: writeln ('Capacidade excedida ');
    5: writeln ('Falha do teste de redundancia ');
  end;
  writeln;
  writeln ('Tecla ENTER para sair... ');
  readln;
  Exit;
end;

```

```
{ **** Procedure ENTRA : leitura do arquivo de dados de entrada **** }
```

```

Procedure ENTRA (var arq: text);

Begin
  Assign (arq, 'c:\turbo5\cilin2.dat');
  Reset (arq);
End;

```

```
{ **** Procedure SAI : gravacao do arquivo de dados de saida **** }
```

```

Procedure SAI (var arq: text);

Begin
  Assign (arq, 'SAIC11.DAT');
  Rewrite (arq);
End;

```

```
{ ***** INICIO DO PROGRAMA PRINCIPAL ***** }
```

```
BEGIN
```

```
  ENTRA(ARQIN);
```

```
  SAI(ARQOT);
```

```
{ *** Leitura das dimensoes dos vetores:  
  - MAXV = numero de vertices  
  - MAXS = numero de faces  
  - DENS = densidade          *** }
```

```
  READ (ARQIN,MAXV, MAXS, DENS);
```

```
{ ** Leitura das coordenadas dos vertices e listas de faces **}
```

```
  FOR I:=1 TO MAXV DO
```

```
    BEGIN
```

```
      READ (ARQIN,NV,COORX,COORY,COORZ);
```

```
      WRITELN (NV:6,COORX:13:2,COORY:13:2,COORZ:13:2);
```

```
      IF ((NV=0) OR (NV>MAXV) OR (NV<>I)) THEN ERRO(1);
```

```
      VX[NV]:=COORX;
```

```
      VY[NV]:=COORY;
```

```
      VZ[NV]:=COORZ;
```

```
    END;
```

```
{ ***** Definicao dos ponteiros do array ***** }
```

```
  FOR I:=1 TO MAXS DO
```

```
    KFA[I]:=0;
```

```
    M1:=1;
```

```
    LINHA:=0;
```

```
  REPEAT
```

```
    INC(LINHA);
```

```
    M2:=M1+2;
```

```
    M3:=M1+MAXV*PF;
```

```
{ ** Entrada e armazenagem dos elem. de defin. das superficies * }
```

```
  READ (ARQIN,IEND,KV[M1]);
```

```
  for m:= m2 to m3 do
```

```
  begin
```

```
    read(ARQIN, KV[m]);
```

```
  end;
```

```
  NF:=KV[M1];
```

```
  K:=KFA[NF];
```

```
  KV[M1+1]:=0;
```

```
  IF (K<>0) THEN GOTO L14;
```

```
{ **** Definicao da face inicial (ou unica) **** }
```

```

        KFA[NF]:=M1;
        GOTO L15;
{ **** Armazenagem do ponteiro para a face secundaria **** }
L14:  KK:=K;
      K:=KV[KK+1];
      IF (K<>0) THEN GOTO L14;
      K:=KV[KK+1];
      IF (K<>0) THEN GOTO L14;

      KV[KK+1]:=M1;

{ **** Teste para verificacao se a definicao esta completa **** }
      writeln('verificacao se definicao da face e completa');
L15:  KV1:=KV[M2];
      M2:=M2+1;
      WRITELN(' VERTICE DE FECH ', kv1);
L16:  FOR I:=M2 TO M3 DO
      BEGIN
          KW:=KV[I];
          WRITELN('vertice ',KW:3);
          IF ((KW=KV1) OR (KW<=0) OR (KW>MAXV)) THEN GOTO L18;
      END;

{ **** Continuacao da definicao **** }

      M2:=M3+1;
      M3:=M3+MAXVPF;
      READ (ARQIN,IEND);
      FOR M:=M2 TO M3 DO
      begin
          READ (ARQIN,KV[M]);

      end;
      CLOSE(ARQIN);

      GOTO L16;

L18:  M2:=M1+2;
      M3:=I;

{ **** Lista dos vertices por face **** }

L25:  IF (KW<=0) OR (KW>MAXV) THEN ERRO(3);
      M1:=I+1;
      IF ((M1+MAXVPF)>MAXKV) THEN ERRO(4);
UNTIL (IEND=1);

{ **** CALCULO DAS PROPRIEDADES DE MASSA **** }

{ ** Definicao dos parametros de acumulacao ** }

L51:  AREA := 0.0;
      VOL  := 0.0;

```

```

FOR J:=1 TO MAXS DO
  BEGIN
    AX[J]:=0.0;
    AY[J]:=0.0;
    AZ[J]:=0.0;
  END;
FOR J:=1 TO 3 DO
  BEGIN
    CG[J]:=0.0;
    IO[J]:=0.0;
    PR[J]:=0.0;
  END;

{ ***** Processamento das superficies ***** }

  FOR NS:=1 TO MAXS DO
    BEGIN
{ ** LA e um ponteiro para a lista de dados da face ** }
      LA:=KFA[NS];
      IF (LA=0) THEN GOTO L44;

{ **** Calculo da contribuicao de cada face da superficie *** }

      L33: IF (KV[LA]<>NS) THEN ERRO(5);

{ ** W(I) sao fatores de peso para a quadratura gaussiana ** }
      W[1]:= PESO1;
      W[2]:= PESO2;
      W[3]:= PESO2;
      W[4]:= PESO2;

{ ** O poligono e segmentado em triangulos, em cada um o primeiro
  vertice do poligono e o primeiro ponto do triangulo.}

      K1:= LA+2;
      K:=KV[K1];
      X[1]:=VX[K];
      Y[1]:=VY[K];
      Z[1]:=VZ[K];
      FOR L:=(K1+1) TO (K1+5) DO
        BEGIN
          K:=KV[L+1];
          IF (K=KV[K1]) THEN GOTO L444;
          X[3]:=VX[K];
          Y[3]:=VY[K];
          Z[3]:=VZ[K];
          K:=KV[L];
          X[2]:=VX[K];
          Y[2]:=VY[K];
          Z[2]:=VZ[K];

{ ** Os dados estao agora em termo de um unico triangulo **}

          PX[1]:=(X[1]+X[2]+X[3])/3.0;

```

```

        PY[1]:=(Y[1]+Y[2]+Y[3])/3.0;
        PZ[1]:=(Z[1]+Z[2]+Z[3])/3.0;
        DX:=0.6*PX[1];
        DY:=0.6*PY[1];
        DZ:=0.6*PZ[1];
        FOR I:=1 TO 3 DO
            BEGIN
                K:=I+1;
                FX[K]:=DX+ 0.4*X[I];
                FY[K]:=DY+ 0.4*Y[I];
                PZ[K]:=DZ+ 0.4*Z[I];
            END;

{ ** Calculo das componentes do vetor de contribuicao de cada super-
  ficie ao valor total da area **** }

        ANX:=0.5*(Z[1]*(Y[2]-Y[3])+ Z[2]*(Y[3]-Y[1])+ Z[3]*(Y[1]-Y[2]));
        ANY:=0.5*(X[1]*(Z[2]-Z[3])+ X[2]*(Z[3]-Z[1])+ X[3]*(Z[1]-Z[2]));
        ANZ:=0.5*(Y[1]*(X[2]-X[3])+ Y[2]*(X[3]-X[1])+ Y[3]*(X[1]-X[2]));
        AX[NS]:=AX[NS]+ANX;
        AY[NS]:=AY[NS]+ANY;
        AZ[NS]:=AZ[NS]+ANZ;

{ ** Calculo das propriedades de massa ** }

        FOR I:=1 TO 4 DO
            BEGIN
{ ** Primeira potencia de coordenadas de integracao ** }
                CX:=ANX*PX[I]*W[I];
                CY:=ANY*PY[I]*W[I];
                CZ:=ANZ*PZ[I]*W[I];
                VOL:=VOL + (CX+CY+CZ);
                writeln ('volume:',vol:6:3);
{ ** Segunda potencia de coordenadas de integracao ** }
                CX:=CX*PX[I];
                CY:=CY*PY[I];
                CZ:=CZ*PZ[I];
                CG[1]:=CG[1]+CX;
                CG[2]:=CG[2]+CY;
                CG[3]:=CG[3]+CZ;
                PR[1]:=PR[1]+CX*PY[I];
                PR[2]:=PR[2]+CY*PZ[I];
                PR[3]:=PR[3]+CZ*PX[I];
{ ** Terceira Potencia de coordenadas de integracao ** }
                CX:=CX*PX[I];
                CY:=CY*PY[I];
                CZ:=CZ*PZ[I];
                IO[1]:=IO[1]+CY+CZ;
                IO[2]:=IO[2]+CZ+CX;
                IO[3]:=IO[3]+CX+CY;
            END;
        L444 :   WRITELN;

{ ** Teste de existencia de lista secundaria ** }

```

```

LA:=KV[LA+1];
IF (LA<>0) THEN GOTO L33;

```

```

( ***** Totalizacao da area ***** )

```

```

AREA:=AREA +SQRT(SQR(AX[NS]) + SQR(AY[NS]) + SQR(AZ[NS]))

```

```

L44: WRITELN;
END; { for NS }

```

```

( ** Finalizacao dos calculos das propriedades de massa ** )

```

```

VOL:=VOL/3.0;
PESO:=VOL*DENS;
VOL2:=VOL*2.0;
VOL3:=VOL/3.0;
DENS2:=DENS/2.0;
DENS3:=DENS/3.0;
CG[1]:=CG[1]/VOL2;
CG[2]:=CG[2]/VOL2;
CG[3]:=CG[3]/VOL2;
IO[1]:=IO[1]*DENS3;
IO[2]:=IO[2]*DENS3;
IO[3]:=IO[3]*DENS3;
ICG[1]:=IO[1]-(SQR(CG[2])+SQR(CG[3]))*PESO;
ICG[2]:=IO[2]-(SQR(CG[1])+SQR(CG[3]))*PESO;
ICG[3]:=IO[3]-(SQR(CG[1])+SQR(CG[2]))*PESO;
PR[1]:=PR[1]*DENS2;
PR[2]:=PR[2]*DENS2;
PR[3]:=PR[3]*DENS2;
PRCG[1]:=PR[1]-CG[1]*CG[2]*PESO;
PRCG[2]:=PR[2]-CG[2]*CG[3]*PESO;
PRCG[3]:=PR[3]-CG[3]*CG[1]*PESO;

```

```

WRITELN;
WRITELN (ARQOT,'DENSIDADE= ',DENS:10:6);
WRITELN (ARQOT,'AREA = ',AREA:10:6);
WRITELN (ARQOT,'VOLUME = ',VOL:10:6);
WRITELN (ARQOT,' EIXOS X Y Z');
WRITELN (ARQOT,'COORD CG ',CG[1]:10:3,CG[2]:10:3,
CG[3]:10:3);
WRITELN (ARQOT,'COORD M.I. ORIG.', IO[1]:15:5,
IO[2]:15:5,IO[3]:15:5);
WRITELN (ARQOT,'COORD M.I. CG',ICG[1]:15:5,
ICG[2]:15:5,ICG[3]:15:5);
WRITELN (ARQOT,'PROD. INERCIA');
WRITELN (ARQOT,'EIXOS XY :',PRCG[1]:15:6);
WRITELN (ARQOT,' YZ :',PRCG[2]:15:6);
WRITELN (ARQOT,' XZ :',PRCG[3]:15:6);
WRITELN ('DENSIDADE= ',DENS:10:6);
WRITELN ('AREA = ',AREA:10:6);
WRITELN ('VOLUME = ',VOL:10:6);
WRITELN (' EIXOS X Y Z');
WRITELN ('COORD CG ',CG[1]:10:3,CG[2]:10:3,CG[3]:10:3);
WRITELN ('COORD M.I. ORIG.', IO[1]:15:5,
IO[2]:15:5,IO[3]:15:5);

```

```
WRITELN ('COORD M.I. CG',ICG[1]:15:5,  
        ICG[2]:15:5,ICG[3]:15:5);  
WRITELN ('PRODUTOS DE INERCIA');  
WRITELN ('EIXOS XY :',PRCG[1]:15:6);  
WRITELN ('      YZ :',PRCG[2]:15:6);  
WRITELN ('      XZ :',PRCG[3]:15:6);
```

```
READLN;  
CLOSE(ARQOT);
```

```
{      F I M      D O P R O G R A M A P R I N C I P A L  
***** }  
END.
```

ANEXO 5 - ARQUIVO DE DADOS PARA DISCRETIZAÇÃO DE  
CILINDRO

ANEXO 5

ARQUIVO DE DADOS PARA DISCRETIZAÇÃO DE UM CILINDRO

```

18 32 1.0
1 0.000 -2.000 0.000
2 0.000 -2.000 6.000
3 1.414 -1.414 0.000
4 1.414 -1.414 6.000
5 2.000 0.000 0.000
6 2.000 0.000 6.000
7 1.414 1.414 0.000
8 1.414 1.414 6.000
9 0.000 2.000 0.000
10 0.000 2.000 6.000
11 -1.414 1.414 0.000
12 -1.414 1.414 6.000
13 -2.000 0.000 0.000
14 -2.000 0.000 6.000
15 -1.414 -1.414 0.000
16 -1.414 1.414 6.000
17 0.000 0.000 6.000
18 0.000 0.000 0.000
0 1 1 2 3 1
0 2 3 2 4 3
0 3 3 4 5 3
0 4 5 4 6 5
0 5 5 6 7 5
0 6 7 6 8 7
0 7 7 8 9 7
0 8 9 8 10 9
0 9 9 10 11 9
0 10 11 10 12 11
0 11 11 12 13 11
0 12 13 12 14 13
0 13 13 14 15 13
0 14 15 14 16 15
0 15 15 16 1 15
0 16 1 16 2 1
0 17 17 4 2 17
0 18 17 6 4 17
0 19 17 8 6 17
0 20 17 10 8 17
0 21 17 12 10 17
0 22 17 14 12 17
0 23 17 16 14 17
0 24 17 2 16 17
0 25 18 15 1 18
0 26 18 13 15 18
0 27 18 11 13 18
0 28 18 9 11 18
0 29 18 7 9 18
0 30 18 5 7 18
0 31 18 3 5 18
0 32 18 1 3 18

```

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 ALLAN, A.L. The Principles of Teodolite Intersection Systems. Survey Review, v.XXIX, n.227, 1990, p.311-318.
- 2 ALLMAN, J.S., HOAR, G.J. Optimization of Geodetic Networks. Survey Review, v.XXII, n.167, 1973, p.11-12.
- 3 BARROSO, L.C., BARROSO, M.M.A., CAMPOS F.<sup>o</sup>, F.F. Cálculo Numérico (com aplicações). 2<sup>a</sup> ed. São Paulo: Harbra. 1987. p.249-261.
- 4 BLACHUT, T.J., CHRZANOWSKI, A. SAASTAMOINEN, J.H., Urban Surveying and Mapping. New York: Springer-Verlag. 1979. 373p.
- 5 BOMFORD, G. Geodesy. England: Oxford University Press, 3<sup>a</sup> ed. 1971.
- 6 BRANDÃO, A.C. Refração em Nivelamento: uma Abordagem Generalizada. Seminário apresentado no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR. Curitiba, 1990. 22p.
- 7 CARNEIRO, A.F.T. Algumas Considerações sobre a Utilização de Métodos Geodésicos em Controle de Deformação de Estruturas. Seminário apresentado no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR. Curitiba, 1991. 40p.
- 8 DEUMLICH, F. Surveying Instruments. Berlin: Walter de Gruyter, 1982. 316p.
- 9 GEMAEL, C. Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas. Curitiba: UFPR. 1984. 204p.
- 10 GROßMANN, W., KAHMEN, H. Vermessungskunde III. Berlin: Walter de Gruyter. 1988. 247p.
- 11 HEER, Rainer. Application of Different Refraction Models on Measuring Results of the Levelling Test Loop Koblez. In: Workshop on Precise Levelling. Fed. Rep. of Germany. 1983.

- 12 HOAR, G.J. The Analysis Precision and Optimization of Control Surveys. UNISURV S-13. University of New South Wales, Kensington. 1975. 220p.
- 13 KAHMEN, H. Notas de Aula. Curso de Técnicas Automatizadas de Posicionamento de Precisão Aplicadas à Engenharia de Construção. UFPE, 1991.
- 14 KOCH, Karl-Rudolf. Different Aspects for the Analysis of Geodetic Networks. In: Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computation. 1982, v. V., série B, n.258, p.7-18.
- 15 MESSNER, A.M. TAYLOR, G.Q. Solid Polyhedron Measures. ACM Transactions on Mathematical Software, v.6, n.1, 1980, p.121-130.
- 16 MOK, E. 3-D Intersection Applied to Verticality Checking. Survey Review, v.XXX, n.237, 1990, p.311-318.
- 17 NETO, A. BARRETTO C. Teodolito e Acessórios. UFPE: Recife, 1983. 63p.
- 18 OPPEN, S., JÄGER, R. Das Softwarepaket NETZ2D. Deutscher Verein für Vermessungswesen (DVW). Stuttgart, 1991.
- 19 SCHMITT, Günter. Optimization of Geodetic Networks. Reviews of Geophysics and Space Physics, 1982, v.20, n.4, p.877-884.
- 20 SILVA, D.C., CARNEIRO, A.F.T. O Efeito da Refração Lateral nas Medidas de Direções. In: Anais do XV Congresso Brasileiro de Cartografia, v.1. São Paulo, 1991. p.127-136.
- 21 SILVA, T.F. Emprego do Sistema Eletrônico Polar de Medição no Controle de Deformação de Estruturas Predominantemente Verticais. Tese apresentada à UFPE para obtenção do grau de professor titular. UFPE: Recife, 1990. 77p.
- 22 SILVA, T.F. Determinação de Grandes Volumes em Recipientes de Armazenamento de Alcool. Projeto DeCart-ITEP. Recife, 1990. 14p.

- 23 TOMASELLI, A.M.G. Detecção de Erros Grosseiros em Fototriangulação. Curitiba, 1985. 28p.
- 24 VANIČEK, P., KRAKIWSKY, E.J. Geodesy: the Concepts. Netherlands: Elsevier Science Publishing Company, INC. 1986. 287p.