ALICE MARLENE GRIMM

VLBI COMO INSTRUMENTO DA GEODÉSIA E GEOFÍSICA

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, para obtenção do Grau de Mestre em Ciências.

CURITIBA
1982

VLBI COMO INSTRUMENTO DA GEODÉSIA E GEOFÍSICA

por

ALICE MARLENE GRIMM

Licenciada em Física

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná para obtenção do grau de Mestre em Ciências

BANCA EXAMINADORA

Dr. José Bittencourt de Andrade - PhD - Orientador

Prof. Pierre Kaufmann

Dr. Ernst Ulrich Fischer

AGRADECIMENTOS

Desejamos expressar nosso reconhecimento

ao Dr. José Bittencourt de Andrade, orientador deste trabalho pelo apoio e orientação;

ao Dr. Camil Gemael, pela sugestão do tema e estímulo;

ao INPE: Instituto de Pesquisas Espaciais - CRAAM, pelo auxílio prestado durante minha estada no CRAAM, em São Paulo, e no Rádio Observatório de Itapetinga, particularmente ao Professor Pierre Kaufmann, pelo estímulo e apreciação prévia deste trabalho, e a Dra. Zulema Abraham, pelo atendimento e orientação durante minha visita ao CRAAM e depois, na leitura dos manuscritos;

a colegas do Departamento de Física da UFPr, pelo empréstimo de alguns textos consultados e pela amizade;

a Danusia W. Santin pelo eficiente e dedicado trabalho de datilografia;

e, especialmente, ao meu marido, Alberto, pelo imprescindível apoio e pelo desenho das ilustrações.

RESUMO

A técnica de interferometria com bases muito longas (VLBI), aplicada a Geodésia e Geofísica, é descrita de forma abrangente. Esta técnica oferece a possibilidade da precisão de centímetros na medida de bases intercontinentais e uma resolução angular de até 10^{-4}". Assim, parâmetros dos movimentos rotacionais da Terra e efeitos geodinâmicos podem ser determinados com precisão sem precedentes e os modelos matemáticos que os descrevem, aperfeiçoados.

Esta tese inicia-se com uma introdução aos elementos básicos de rádio astronomia. A técnica de VLBI é então apresentada, através da análise da geometria de um interferômetro de VLBI, da definição das quantidades observáveis e da exposição do método e equipamentos empregados para obtê-las.

Atenção especial é dedicada ao estudo dos fatores de influência sobre as observações de VLBI (geometria, equipamentos e meios de propagação do sinal), como base para o estabelecimento de modelos matemáticos. O estudo da influência da geometria sobre as observações inclui os efeitos relativísticos de primeira ordem e os efeitos dos movimentos rotacionais da Terra, de fenômenos geodinâmicos, da estrutura da antena e da estrutura complexa das fontes observadas. A influência dos equipamentos é analisada considerando-se a instabilidade dos padrões de freqüência e o tempo de percurso do sinal desde a antena até o dispositivo de gravação. A ação da atmosfera, responsável principal pelo limite de precisão das medidas obtidas com VLBI, mereceu um estudo mais extenso, sendo os efeitos

da atmosfera neutra e da ionosfera analisados separadamente .

Modelos matemáticos que expressam a dependência das observações em relação aos fatores descritos são apresentados , com a respectiva definição de sistemas de referência e quantidades de tempo utilizadas. A estimativa de parâmetros destes modelos no ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados é revista. Problemas de singularidade que podem ocorrer neste processo, são discutidos, assim como os problemas de otimização de configurações para experiências de VLBI.

Finalmente, são citadas as vantagens desta técnica e as precisões obteníveis em suas aplicações a Geodésia e Geofísica. Programas que a utilizam e desenvolvem e algumas experiências realizadas são descritos.

ABSTRACT

The Very long baseline interferometry (VLBI) technique, as applied to Geodesy and Geophysics is described in a comprising way. This technique has the potencial for centimeter accuracy level in measurement of intercontinental baselines and angular resolution up to $10^{-4''}$. Determination of Earth rotation parameters and geodynamic effects can be made with unprecedented accuracy and consequently their mathematical models can be improved.

This thesis begins with a review of fundamentals on radio astronomy. The VLBI technique is then presented through the analysis of the geometry of a VLBI interferometer, the definition of observables and the explanation of the method and instrumentation by wich they can be obtained, with an estimation of their precisions.

Special attention is placed on study of factors with influence on VLBI observations (geometry, equipaments and signal propagation medium), as a background for mathematical models presentation. The study of geometry influence on the observations include first order relativistic effects and the effects of Earth rotation, geodynamic phenomena, antenna structure and complex radio source structure. The influence of equipments is analysed, by taking into consideration the instability of frequency standards and the travelling time of the signal from the antenna to the recording device. To atmosphere influence, the main responsable for the limit on accuracy, is dedicated a more extensive study, the effects of neutral atmosphere and of ionosphere being analysed separately.

Mathematical models for the dependence among observa-bles and the above-mentioned factors are given, with the res-pective definition of reference frames and quantities of time. The estimation of model's parameters by the least squares adjustment of the observations is reviewed. Singularity pro-blems that can arise on this process are discussed and opti-mal design problems for VLBI experiments are also presented.

Finally,applications of VLBI to Geodesy and Geophysics are described, as well as the advantages and the obtenable ac-curacy. Some programs applying and developing this technique and some performed experiences are reported.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura Página

Figura Página

INTRODUÇÃO

"A marriage of conveniente between the disparate fields of geophysics and radio astronomy is now being consummated. The new technique of long-baseline radio interferometry promises to have a profound effect on studies of the Earth. As examples, we could cite direct measurements of intercontinental drift and prediction of earthquakes through ultraprecise measurements of polar motion. Whether such promises will be fulfilled remains to be seen".

IRWIN I. SHAPIRO & CURTIS A. KNIGHT, 1970.

Pouco mais de uma década após as primeiras experiências com finalidades geodésicas a técnica de VLBI (Very Long Baseline Interferometry)ou interferometria com bases muito longas está prestes a satisfazer as melhores expectativas iniciais. A promessa de precisão de centímetros na medida de bases transcontinentais já é uma realidade,assim como a implementação de programas que prevêem o uso regular desta técnica na medida de deslocamentos da crosta,movimento de placas tectônicas, movimento do polo e rotação da Terra.

A técnica surgiu em 1967, para estudos do tamanho e estrutura de fontes de rádio, encontrando logo aplicações em diversas outras áreas: Rádio-Astrometria, Relatividade, Geodésia, Astronomia e Geofísica.

Neste trabalho apresentamos a técnica de VLBI, suas limitações, vantagens e perspectivas, sob o ponto de vista de sua aplicação em Geodésia e Geofísica. Problemas peculiares a esta aplicação são discutidos, tanto no que se refere a obtenção das observações quanto no que diz respeito ao seu uso na estimação de parâmetros de interesse geodésico e geofísico.

No capítulo 1, como introdução ao assunto, são apresentados elementos básicos de rádio astronomia que facilitam a compreensão dos elementos básicos de VLBI, apresentados no capítulo 2. No capítulo 3 são analisados os fatores que atuam sobre as observações e formam o seu conteúdo informativo. Este conteúdo pode ser recuperado no processo de ajustamento de observações e estimativa de parâmetros,assunto do capítulo 4. Ali são apresentados os modelos matemáticos das observações a serem utilizados no ajustamento,e discutidos problemas de singularidade e otimização de configurações. O capítulo 5 explicita as aplicações de VLBI em Geodésia e Geofísica, apresenta alguns programas que aplicam esta técnica e mostra,através de experiências realizadas, o seu progresso e o nível de precisão alcançado. O apêndice D trata, de maneira sumária, dos movimentos rotacionais da Terra e de sua conexão com fenômenos geofísicos. Os apêndices A, B e C são referidos no apêndice D.

1. ELEMENTOS BÁSICOS DE RÁDIO ASTRONOMIA

1.1 INTRODUÇÃO

1.2 A INTENSIDADE DA RADIAÇÃO

1.3 RÁDIO TELESCÓPIO

1.3.1 ANTENA

1.3.2 RECEPTOR

1.4 TÉCNICAS DE RÁDIO ASTRONOMIA

1.4.1 ANTENA COM UM FEIXE

1.4.2 RÁDIO INTERFEROMETRIA

1. ELEMENTOS BÁSICOS DE RÁDIO ASTRONOMIA

1.1 INTRODUÇÃO

Nosso conhecimento do espaço exterior é limitado pelos intervalos de freqüência que podem penetrar a atmosfera terrestre. Estes intervalos definem as "janelas" de transparência: a ótica e a rádio.

A janela ótica permite a passagem dos raios luminosos situados no intervalo de comprimento de onda de 0,4 a 0,8 micron, aproximadamente, entre as radiações ultra-violeta e infra-vermelho, que são absorvidas pela atmosfera terrestre.

A janela rádio é transparente as ondas de rádio cujo comprimento de onda situa-se entre alguns milímetros e 30 m, aproximadamente. As radiações cujo comprimento de onda é inferior a 1 cm são parcialmente absorvidas pelo vapor de água na atmosfera e aquelas de comprimento de onda superior a 30 m são refletidas ou absorvidas pela ionosfera. Estes limites são nominais e arbitrários, podendo variar conforme as condições atmosféricas e ionosféricas.

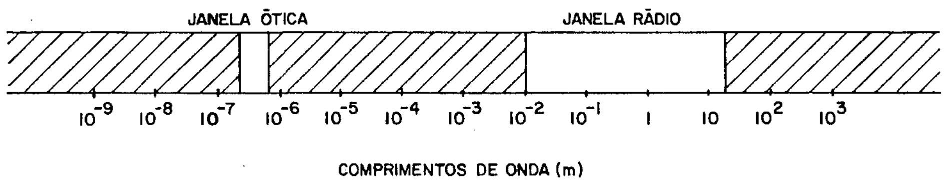


Fig. 1.1 Espectro eletromagnético com as regiões de transparência da atmosfera terrestre

Até poucas décadas atrás o nosso conhecimento do espaço exterior a Terra provinha inteiramente de observações da astronomia ótica. A rádio astronomia, cujo objeto é o estudo do espaço exterior através da análise de ondas de rádio de origem extraterrestre, é uma ciência muito jovem, cujas primeiras observações datam de 1932. Em 1929, Karl Jansky, engenheiro da Bell Telephone Laboratories, começou a pesquisar a origem do ruído de fundo dos receptores de rádio, em particular a componente atmosférica deste ruído. Jansky construiu uma antena direcional, para o comprimento de onda de 14,6 m e um receptor tão perfeito quanto o permitia a técnica da época. Embora sua antena tivesse o poder de resolução aproximado de apenas 30^{o}, ele pode verificar que a direção da origem de grande parte dos ruídos apresentava uma variação com período de um dia sideral. A partir daí ele concluiu, em 1932, que estas emissões tinham origem extraterrestre e provinham de uma direção fixa no espaço. As coordenadas que ele determinou para esta direção (ascenção reta: 18 h; declinação: -10^{o}) abrangem, dentro da tolerância prevista, o centro de nossa galáxia.

Curiosamente, após a descoberta de Jansky, a nova técnica não foi logo aproveitada para a exploração do universo. Apenas em 1940, Reber, também nos Estados Unidos, com uma antena parabólica de 9 m de diâmetro e equipamento receptor construídos por ele mesmo, montou a primeira carta de distribuição destas emissões cósmicas no comprimento de onda de 1,87 m.

Os progressos decisivos só foram obtidos, contudo, após a 2a. Guerra Mundial. Foram descobertas, além do sol, outras fontes de rádio, diversos tipos de emissões provenientes de nossa galáxia e de outras e, sobretudo, a radiação em 21 cm do hidrogênio em estado neutro.

A nova técnica de observação apresentou problemas difíceis a serem resolvidos. As radiações recebidas tem intensidade muito pequena, de modo que os sistemas de recepção devem oferecer sensibilidade muito grande. Além disto, os comprimentos de onda com que trabalha a rádio astronomia (de ordem de milímetros a decâmetros) são muito maiores que os da luz (da ordem de milésimos de milímetros). Como a resolução angular aproximada de um sistema receptor de ondas eletromagnéticas é dada, em radianos, por

$$\Delta\Theta \sim \frac{\lambda}{D} , \qquad (1.1)$$

onde λ é o comprimento de onda dos sinais recebidos e D é a dimensão física do coletor, vemos ser práticamente impossível tornar comparáveis os poderes resolutivos de um rádio telescópio e um telescópio ótico, para poder comparar suas observações. Uma antena parabólica deveria ter, por exemplo, 10 km de diâmetro para receber radiações com comprimento de onda de 3 cm com o mesmo poder de resolução de um telescópio ótico com lente de 15 cm de diâmetro! A interferometria tornou-se, assim, o único caminho prático para aumentar consideràvelmente a resolução angular, tornando-a comparável a dos telescópios óticos.

A rádio interferometria começou em 1946 quando McCready et al. usaram um interferômetro marinho (uma antena recebendo radiação direta e radiação refletida pela superfície do mar), para observação solar. O interferômetro de duas antenas foi utilizado pela primeira vez por Ryle e Vonberg (1946).

1.2 A INTENSIDADE DA RADIAÇÃO

As ondas de rādio cōsmicas podem ser caracterizadas por sua intensidade e polarização, funções da freqüência, direção e instante de observação.

Descreveremos apenas a especificação da intensidade. Três quantidades são usuais: a brilhância e a temperatura equivalente de brilhância, usadas para quantificar a radiação de fontes extensas e a densidade de fluxo, usada para quantificar a radiação proveniente de fontes discretas.

A brilhância em uma dada direção é igual a potência recebida desta direção por unidade de ângulo sólido, por unidade de área de superfície normal a esta direção e por unidade de largura de banda.

$$dW = B \cos \Theta \, d\Omega \, dA \, df \tag{1.2}$$

onde dW = potência infinitesimal (watts),

B = brilhância do céu na direção de $d\Omega$ (watts m^{-2} Hz^{-1} sr^{-1}),

$d\Omega$ = ângulo sólido infinitesimal do céu (sr),

dA = área infinitesimal de superfície (m^2),

df = elemento infinitesimal de largura de banda (cps),

Θ = ângulo entre $d\Omega$ e a normal a superfície (rad).

A temperatura equivalente de brilhância é uma quantidade alternativa para especificar a radiação de uma área extensa. É definida como a temperatura de um corpo negro cuja brilhância é igual a da fonte de rádio observada, para uma dada freqüência. Para o intervalo das ondas de rádio a brilhância e a temperatura de um corpo negro são relacionados pela aproximação a lei de Planck, efetuada por Rayleigh Jeans:

$$T = \frac{B\lambda^2}{2k} \tag{1.3}$$

onde T = temperatura absoluta (K),

λ = comprimento de onda (m),

k = constante de Boltzmann ($1{,}38\times10^{-23}$ joule K^{-1}).

A temperatura de brilhância é uma temperatura equivalente e não implica em que o mecanismo de radiação seja o mesmo da radiação do corpo negro (i.e., radiação térmica).

A densidade de fluxo de uma fonte discreta pode ser definida como

$$S = \iint_{\text{fonte}} B \, d\Omega \tag{1.4}$$

onde S = densidade de fluxo da fonte (watts m^{-2} Hz^{-1} ou jansky; 1 Jy = 10^{-26} $wm^{-2}Hz^{-1}$).

B = brilhância em função da posição sobre a fonte (watts m^{-2} Hz^{-1} sr^{-1}),

$d\Omega$ = elemento de ângulo sólido (sr).

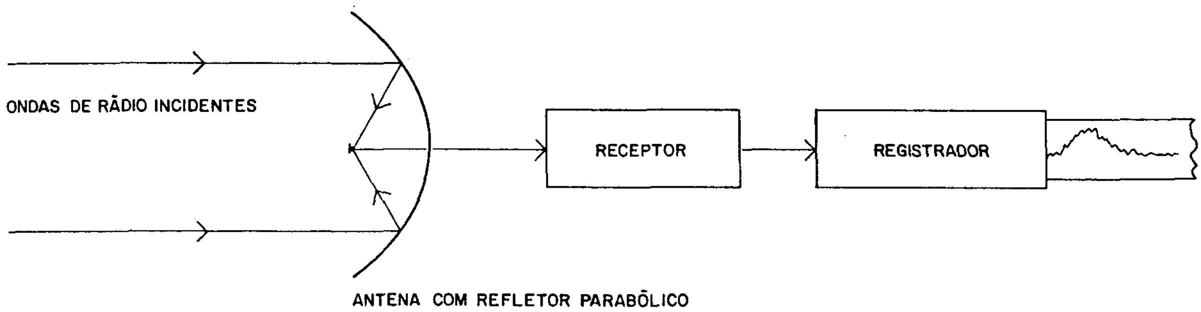
Para uma fonte discreta de pequena extensão angular a densidade de fluxo é igual a potência por unidade de largura de banda, incidente sobre uma superfície plana de área unitária orientada normalmente a direção da fonte.

É evidente que a densidade de fluxo de uma fonte discreta decresce com o inverso do quadrado da distância entre a fonte e o observador, enquanto a brilhância independe da distância.

1.3 RÁDIO TELESCÓPIO

O rádio telescópio é o instrumento básico usado para observação e estudo das ondas de rádio freqüência de origem extraterrestre. Consiste de um sistema de antena, um sistema receptor de rádio altamente sensível e um equipamento registrador de saída. O rádio telescópio é análogo ao telescópio ótico: sua antena tem função semelhante a da objetiva ótica (lente ou espelho) e a finalidade do receptor-registrador é semelhante a da placa fotográfica ou o olho.

Rádio telescópio



Telescópio ótico (de reflexão)

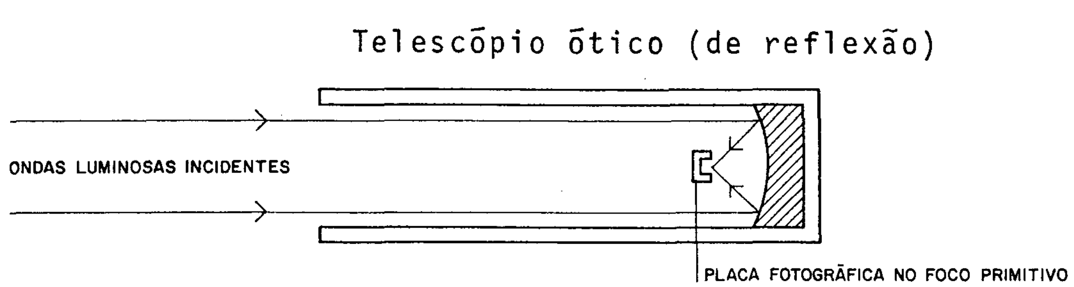


Fig. 1.2 Analogia entre o rádio telescópio e o telescópio ótico.

1.3.1 ANTENA

O objetivo da antena é coletar as ondas de rádio cósmicas incidentes sobre ela segundo direções particulares (as antenas usadas em rádio astronomia são direcionais), com um estado particular de polarização e compreendidas em um certo intervalo de freqüências. A energia eletromagnética coletada é transformada em diferença de potencial mensurável no receptor.

Os parâmetros mais importantes de uma antena são a área efetiva, o poder resolutivo e a temperatura da antena.

A potência por unidade de largura de banda da radiação recebida por uma antena a partir de uma fonte com extensão angular Ω é dada por

$$p = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} A(\Theta,\phi) B(\Theta,\phi) d\Omega \qquad (\text{watts Hz}^{-1}) \qquad (1.5)$$

onde

$A(\Theta,\phi)$ = área efetiva da antena na direção $(\Theta,\phi)(m^2)$,

$B(\Theta,\phi)$ = brilhância na direção (Θ,ϕ) de $d\Omega$ $(\text{watts } m^{-2}\, Hz^{-1}\, sr^{-1})$,

$d\Omega$ = elemento de ângulo sólido $= \text{sen}\,\Theta\, d\Theta\, d\phi (sr)$.

Se a fonte é pontual e caracterizada por sua densidade de fluxo S, então

$$p = \frac{1}{2} S A(\Theta,\phi) \qquad (\text{watts Hz}^{-1}) \qquad (1.6)$$

O fator $\frac{1}{2}$ deve-se ao fato de que, considerando-se a ra diação recebida de natureza incoerente e não polarizada, apenas a metade da potência será recebida, pois a antena aceita apenas um componente de polarização. No caso mais geral de uma radiação parcialmente polarizada este fator pode variar de 0 a 1. A área efetiva é máxima na direção do eixo da antena. A eficiência de abertura é dada por

$$E_a = \frac{A_{max}}{A} \qquad (1.7)$$

onde

A_{max} = área efetiva máxima (m^2) e

A = área física do refletor (m^2).

A partir da área efetiva podemos definir outros parâmetros da antena: o padrão normalizado de potência, o ganho e a diretividade, que são quantidades adimensionais, dadas respectivamente por

$$P_n(\Theta,\phi) = \frac{A(\Theta,\phi)}{A_{max}} \qquad (0 < P_n(\Theta,\phi) < 1) \qquad (1.8)$$

$$G(\Theta,\phi) = \frac{A(\Theta,\phi)}{\bar{A}} \quad \text{e} \qquad (1.9)$$

$$D = G_{max} \;, \qquad (1.10)$$

onde $\bar{A} = \frac{1}{4\Pi}\iint_{4\Pi} A(\Theta,\phi)d\Omega$ = valor médio da área efetiva (m^2) e

G_{max} = valor máximo de $G(\Theta,\phi)$.

Estes parâmetros são relacionados por

$$G(\Theta,\phi) = D\, P_n(\Theta,\phi).$$

A distribuição de $P_n(\Theta,\phi)$ (ou $G(\Theta,\phi)$ ou $A(\Theta,\phi)$) no espaço nos fornece o diagrama direcional da antena, que representa uma medida da resposta da antena a radiação, em função dos ângulos Θ e ϕ. Na fig. 1.3 está representado o diagrama de uma antena apontada para o zênite, em perspectiva.

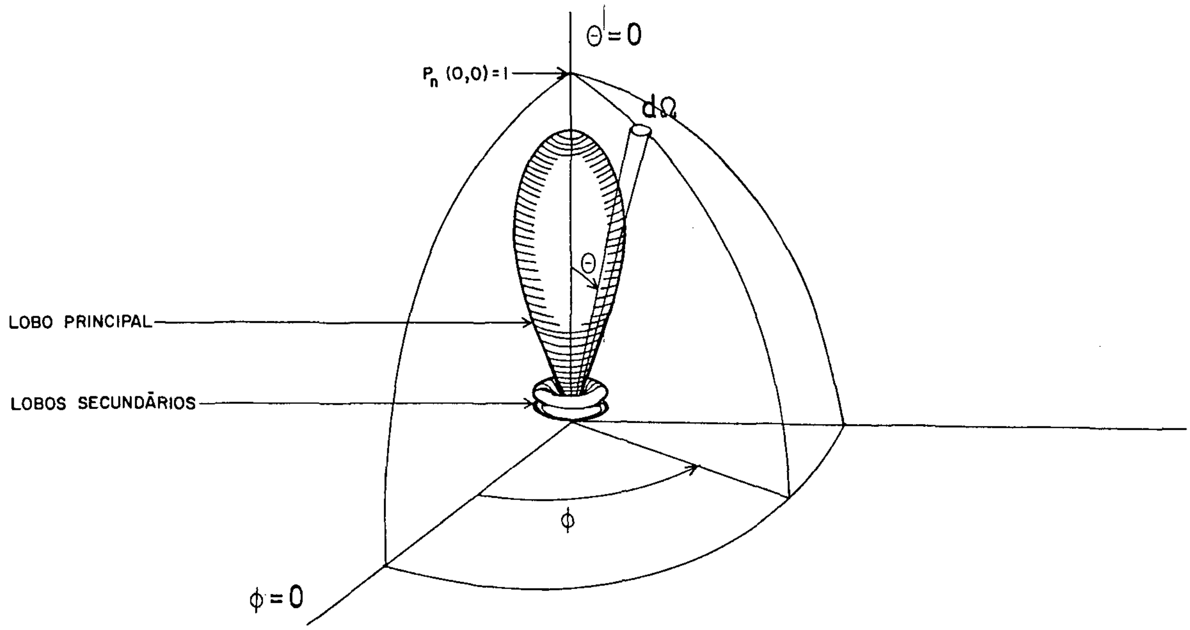


Fig. 1.3 Relação do diagrama direcional de uma antena com as coordenadas associadas a esfera celeste

O diagrama direcional consiste de um lobo principal, onde $P_n(\Theta,\phi)$ assume seu valor máximo e de alguns lobos menores ou laterais. Para representá-lo, usam-se geralmente duas secções mútuamente perpendiculares segundo as direções dos eixos maior e menor do lobo principal. No caso da fig. 1.3 uma secção seria suficiente pois o diagrama é simétrico em relação ao eixo da antena.

O diagrama direcional pode ser numéricamente especificado pela largura de seu lobo principal: é o ângulo $\Delta\Theta$ entre as duas direções que ligam a origem do diagrama polar aos pontos para os quais P_n é igual a metade do seu valor máximo. Este ângulo é, por convenção, igual ao poder resolutivo da antena. Esta definição se justifica, pois se a distância angular entre duas fontes é muito menor que a largura do lobo principal não se poderá distinguir uma da outra e serão tomadas como uma só. O poder resolutivo depende essencialmente das dimensões da antena. Expresso em radianos, o poder resolutivo numa direção dada tem, segundo a (1.1), valor aproximado de

$$\Delta\Theta \sim \frac{\lambda}{d}$$

onde λ = comprimento de onda da radiação recebida,

d = dimensão da antena na direção dada.

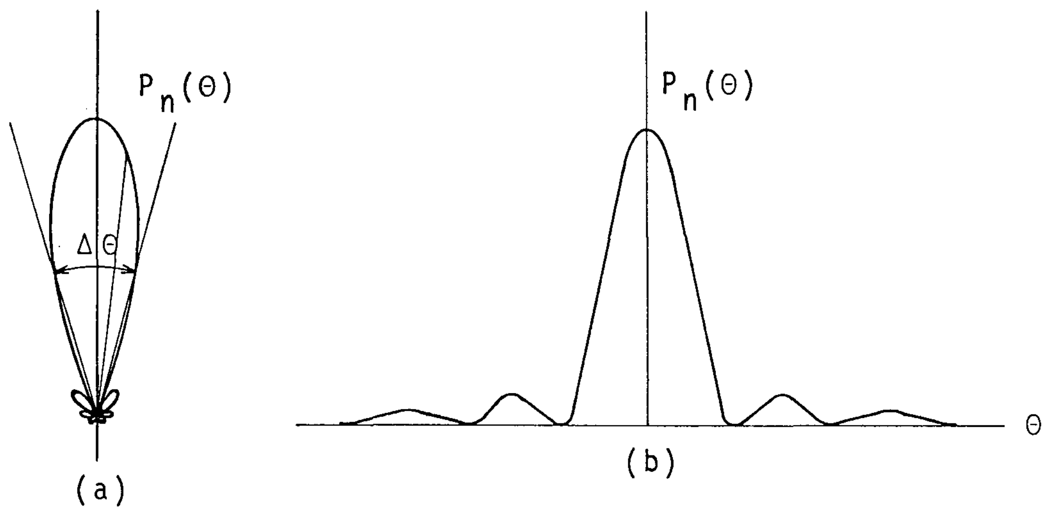


Fig. 1.4 Diagrama de uma antena:

a) em coordenadas polares
b) em coordenadas retangulares

Em rádio astronomia utilizam-se freqüentemente unidades térmicas, como temperaturas equivalentes de ruído. É o caso, por exemplo, da temperatura de brilhância de uma fonte, dada pela (1.3). Também a potência captada pela antena pode ser expressa em termos de um parâmetro denominado temperatura da antena.

A potência de ruído por unidade de largura de banda dis ponível nos terminais de um resistor de resistência R, a uma temperatura T é dada pela fórmula de Nyquist, citada em |4|:

$$p = kT \qquad (\text{watts Hz}^{-1}) \qquad (1.11)$$

onde k = constante de Boltzmann ($=1{,}38 \times 10^{-23}$ joule K^{-1}),

T = temperatura absoluta do resistor (K).

A temperatura da antena (considerada sem perdas), T_A, é a temperatura da sua resistência de radiação (resistência equivalente que, em substituição a antena, dissipa potência igual a irradiada por ela) para que esta produza uma potência de ruído, dada pela (1.11), igual a potência recebida pela antena . Substituindo a (1.11) e (1.3) em (1.5), obtemos:

$$T_A = \frac{1}{\lambda^2} \iint_{\Omega} A(\Theta,\phi) T_f(\Theta,\phi) d\Omega \qquad (1.12)$$

onde T_A = temperatura da antena devida a fonte (K),

$A(\Theta,\phi)$ = área efetiva da antena,

$T_f(\Theta,\phi)$ = temperatura de brilhância da fonte,

Ω = extensão angular da fonte.

Para uma fonte pontual, obtemos, da (1.6) e (1.11):

$$T_A = \frac{S\,A(\Theta,\phi)}{2\,k} \qquad (1.13)$$

De simples considerações termodinâmicas pode-se deduzir a relação

$$A(\Theta,\phi) = \frac{G(\Theta,\phi)\lambda^2}{4\Pi} \qquad (1.14)$$

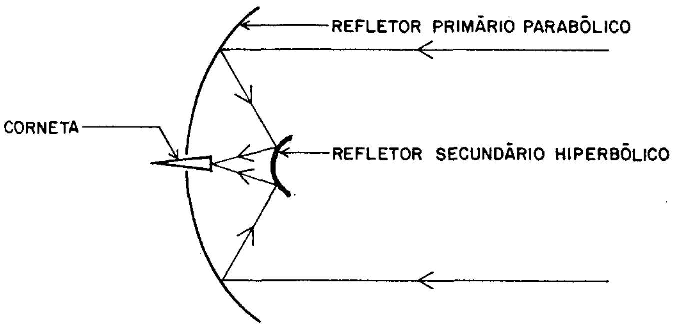
onde λ = comprimento de onda da radiação (m).

Então, de (1.8), (1.9), (1.10), (1.12) e (1.14) podemos ainda tirar

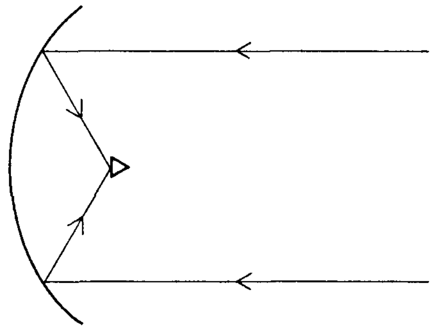
$$T_A = \frac{1}{\Omega_A} \iint_{\Omega} P_n(\Theta,\phi) T_f(\Theta,\phi) d\Omega \qquad (1.15)$$

onde $\Omega_A = \iint_{4\pi} P_n(\Theta,\phi) d\Omega$ é o ângulo sólido do feixe da antena (sr).

Há muitos tipos de antenas para rádio telescópios devido, principalmente, ao grande intervalo de comprimentos de onda em que podem ser realizadas as observações. A antena geralmente utilizada para recepção na faixa de microondas (de alguns milímetros a alguns centímetros) possui refletor parabólico e corneta de alimentação (ou recepção). A posição desta corneta define a geometria do sistema. Na fig. 1.5 estão representados os arranjos mais freqüentes.



(a) Sistema Cassegrain



(b) Foco primário

Fig. 1.5 Geometria de uma antena parabólica

A estrutura da antena pode ser fixa ou móvel. Quando móvel, os principais tipos de montagem são: equatorial, altura-azimute e trânsito meridiano. Nos dois primeiros tipos são permitidas rotações em torno de dois eixos perpendiculares en tre si, possibilitando, no primeiro caso, movimentos em ângulo horário e declinação e no segundo, em azimute e altura. Nestes casos, pode-se rastrear a fonte. No telescópio de trânsito meridiano a antena gira apenas em torno de um eixo horizontal com direção leste-oeste. A rotação da Terra permite a varredura do feixe da antena (lobo principal do diagrama) em ascenção reta.

1.3.2 RECEPTOR

A função do receptor é a amplificação, detecção e medida das radiações recebidas. O receptor é seletivo, amplificando apenas as freqüências compreendidas numa certa banda de freqüências.

O tipo mais comum é o superheteródino (fig. 1.6). O sinal fornecido pela antena, com freqüência central f_{RF}, passa inicialmente por um amplificador de rádio freqüência (RF), por ser muito fraco. A seguir este sinal é misturado num misturador com o sinal forte de um oscilador local, com freqüência f_o. Resulta um sinal com freqüência intermediária (FI), mais baixa, cuja potência é diretamente proporcional a potência do sinal de RF. Esta redução de freqüência é necessária para maior ganho de amplificação e posterior registro do sinal. O maior ganho de amplificação é obtido neste amplificador FI, que também determina a largura de banda do receptor, Δf. O sinal passa então por um detetor, normalmente quadrático (voltagem de saída dc proporcional ao quadrado da amplitude da voltagem de entrada), cuja saída é diretamente proporcional a potência do ruído na entrada do detetor. Os estágios finais podem consistir de um amplificador de baixa freqüência (BF), um integra -

dor e um sistema registrador de dados, analógico ou digital.O integrador integra a potência do sinal por um intervalo de tempo τ. O valor usual, da ordem de segundos, representa um equilíbrio entre um período muito curto, para o qual as flutuações na saída são excessivas e um período muito longo que causa alisamento e perda de informação.

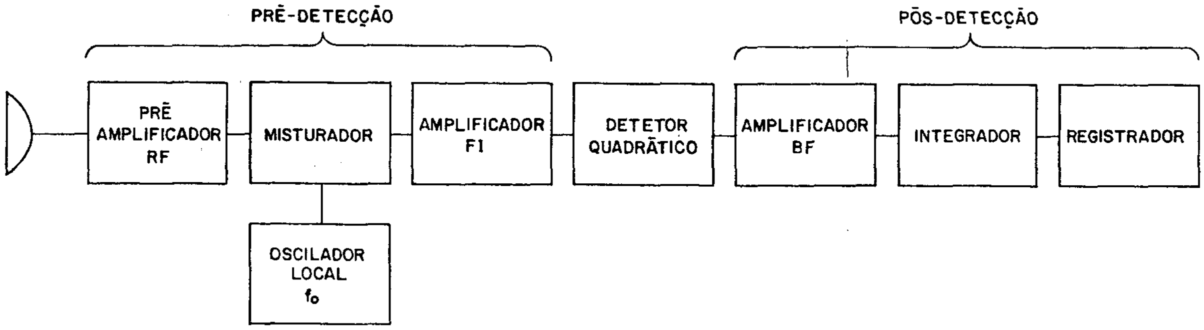


Fig. 1.6 Receptor superheteródino para rádio telescópio

O nível de potência dos sinais de rádio de fontes celestes no receptor é muito pequeno, da ordem de 10^{-15} a 10^{-20} W, enquanto os ruídos gerados no receptor ou a radiação de fundo , captada pela antena apresentam potência dezenas a milhares de vezes maior. A sensibilidade do receptor, quantificada pelo menor sinal que é capaz de acusar, é limitada principalmente pelas flutuações estatísticas na saída, pelo ruído gerado no equipamento e pela instabilidade de ganho do receptor. Vamos analisar suscintamente estas causas.

Na saída são registrados valores médios das oscilações fornecidas pelo detetor, obtidos em um tempo de integração τ. Assim, todo registro independente resulta, em média, de $\tau\Delta f$

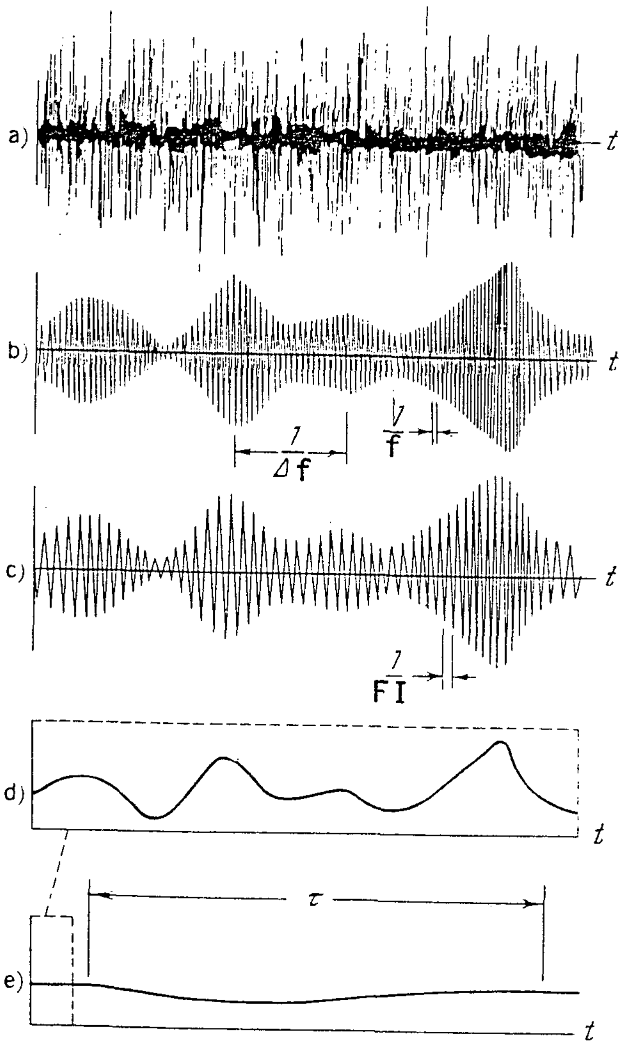


Fig. 1.7 Transformação das ondas de rādio pelo receptor

a) ondas recebidas

b) apōs amplificação em RF

c) apōs amplificação em FI

d) apōs detecção

e) apōs integração

oscilações independentes, pois $\frac{1}{\Delta f}$ é o período aproximado das oscilações na saída do detetor. Como τ é finito os valores médios registrados apresentarão "flutuações", tanto menores quanto maior for τ, ou seja, o número de impulsos incluídos em cada registro. A razão entre o desvio padrão destes registros e o seu valor médio é dado por |4|:

$$\frac{\Delta P}{P} = K_S \frac{1}{\sqrt{\tau \Delta f}} \tag{1.16}$$

onde K_S é uma constante adimensional, da ordem da unidade,que depende do tipo de comutação do receptor.

A condição para que um sinal seja detetável é a de que produza uma saída no mínimo igual ao desvio padrão:

$$P_{min} = K_S \frac{P}{\sqrt{\tau \Delta f}} \tag{1.17}$$

Na (1.17)

$$P = G(P_A + P_R)$$

onde G = ganho de potência do receptor,

P_A = potência de ruído da antena (watts),

P_R = potência de ruído do receptor, de origem térmica e devido a flutuação da corrente nas válvulas e transistores (watts).

Conforme exposto na secção (1.3.1), equação (1.11), a potência de ruído da antena pode ser dada por

$$P_A = k\ T_A\ \Delta f \tag{1.19}$$

onde k = constante de Boltzmann ($=1{,}38\times10^{-23}$ joule K^{-1}),

T_A = temperatura da antena (K),

Δf = largura de banda do receptor (Hz^{-1}).

Análogamente, podemos expressar a potência de ruído do receptor como:

$$P_R = K\ T_R\ \Delta f \tag{1.20}$$

onde T_R = temperatura de ruído do receptor (K), igual a temperatura da resistência de radiação de antena para que esta produza potência de ruído igual a do receptor.

Substituindo (1.19) e (1.20) em (1.18):

$$P = G\ K(T_A + T_R)\ \Delta f \tag{1.21}$$

Fazendo

$$P_{min} = G\ k\ \Delta T_{Amin}, \tag{1.22}$$

onde ΔT_{Amin} = mínima temperatura de antena detetável (K)

e

$$T_{sist.} = T_A + T_R, \tag{1.23}$$

onde $T_{sist.}$ = temperatura de ruído do sistema, referida a resistência de radiação da antena (K),

obtemos da (1.17):

$$T_{Amin} = K_S \frac{T_{sist}}{\sqrt{\tau\,\Delta f}} \tag{1.24}$$

Não é possível aumentar indefinidamente τ ou Δf para melhorar a sensibilidade do receptor. Os receptores de banda muito larga proporcionam ganho menor em cada estágio e conseqüente aumento do ruído interno, além do perigo de introdução de sinais de interferência de origem terrestre. O aumento exagerado de τ é dificultado por razões de ordem técnica, além de distorcer o verdadeiro perfil da fonte.

Para baixas freqüências os efeitos do ruído do receptor são pequenos pois $T_A >> T_R$, mas para altas freqüências $T_R >> T_A$ e eles se tornam dominantes.

Para separar o sinal da fonte do ruído do receptor recorre-se a métodos especiais de redução. Um dos mais primitivos é o método de compensação: a voltagem devida ao ruído do receptor é cancelada, após a detecção, por uma voltagem constante e oposta, deixando como saída do detetor apenas a voltagem proporcional a potência do sinal da fonte.

Este processo seria perfeito não houvessem variações no ruído do receptor e, o que é mais importante, no ganho do receptor. Estas variações no ganho produzem variações não compensadas na saída do detetor que podem tornar-se muito maiores que as inevitáveis flutuações estatísticas devidas ao sinal e ao ruído do receptor. A sensibilidade real do receptor é dada, portanto, por uma extensão da (1.24):

$$\Delta T_{A_{min}} = T_{sist} \sqrt{\frac{1}{\tau\ \Delta f} + \left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2} , \qquad (1.25)$$

onde G = ganho de potência médio da pré-detecção,

ΔG = variação no ganho.

Esta expressão é válida para o receptor de potência total, que mede a potência de ruído total da antena e do receptor.

Para reduzir os efeitos da variação do ganho e do ruído do receptor sobre a sensibilidade, a entrada do receptor pode ser alternadamente conectada a antena e a uma carga resistiva de comparação, numa freqüência suficientemente alta para que não haja variação de ganho ou de ruído do receptor durante 1 ciclo (10 a 1000 c/s). Este é o princípio de funcionamento do sistema Dicke e variantes. O sinal assim obtido,após amplificação e detecção é seletivamente amplificado num amplificador de baixa freqüência sintonizado na freqüência de comutação. Resultará, portanto, um sinal com esta freqüência e amplitude proporcional a diferença de potência entre os sinais da antena e da resistência de comparação. Este sinal modulado em amplitude passa por um demodulador síncrono e registrado. A saída é, portanto, diretamente proporcional a diferença entre a temperatura da antena e a temperatura da carga resistiva de comparação. O ruído do receptor e suas variações não aparecem no registro. Assim, em altas freqüências, quando o ruído do receptor é dominante os efeitos de variação de ganho são considerávelmente reduzidos. Neste sistema a energia do sinal é captada apenas durante a metade do tempo, o que representa uma perda muito indesejável.

O ruído dos receptores pode ainda ser substancialmente reduzido e sua sensibilidade conseqüentemente aumentada pelo emprego de amplificadores de baixo ruído como pré-amplificadores de rádio freqüência. No intervalo de 1 a 10 GHz a potência do sinal é muito pequena, de modo que o baixo ruído do receptor é essencial. Abaixo dos 100 MHz o sinal é tão intenso que todos os receptores normalmente tem ruído menor que o sinal da antena. Portanto, são os receptores de UHF e microondas que re querem estes pré amplificadores de baixo ruído. Os melhores são o amplificador MASER e o amplificador paramétrico, e,mais recentemente, amplificadores FET, misturadores Schottky refrigerados, e misturadores SIS.

A calibração dos receptores de rádio astronomia é necessária para se obter uma escala absoluta da temperatura da antena. Deve-se verificá-la freqüentemente devido a possíveis variações no ganho do receptor e seu ruído. A verificação pode ser realizada antes e após uma observação ou com o uso de um sinal calibrador ligado em intervalos regulares durante as observações. Fontes de ruído com potência bem conhecida ou fontes de rádio com fluxo bem determinado podem ser utilizados.

1.4 TÉCNICAS DE RÁDIO ASTRONOMIA

Básicamente, pode-se estudar fontes de rádio utilizando rádio telescópios com apenas uma antena com um feixe (ou lobo principal) ou utilizando técnicas interferométricas.

1.4.1 ANTENA COM UM FEIXE

O feixe da antena é dirigido para a região do céu a ser pesquisada. Se a antena for do tipo trânsito meridiano, dirige-se o feixe a uma altura correspondente a declinação desejada e o céu é explorado ao longo de uma linha de declinação constante enquanto a Terra gira. Se a antena é móvel em duas direções, calcula-se a necessária varredura em cada direção e a antena é dirigida por um programa computado.

O registro resultante da passagem do feixe da antena pela fonte fornece a imagem da fonte "vista" pela antena. Esta imagem depende tanto da distribuição de brilhância da fonte como do diagrama da antena. Na equação (1.15) o feixe da antena é suposto alinhado com a fonte. Considerando o caso da passagem do feixe pela fonte segundo a direção de ϕ (fig. 1.8) obtemos a seguinte relação unidimensional:

$$T_A(\phi_o) = \frac{1}{\phi_A} \int_{-\Pi}^{\Pi} T_f(\phi) P_n(\phi-\phi_o) d\phi \qquad (1.26)$$

onde $T_A(\phi_o)$ = temperatura observada da antena (K),

ϕ_A = ângulo do feixe da antena $(= \int_{-\Pi}^{\Pi} P_n(\phi) d\phi)$,

$P_n(\phi-\phi_o)$ = diagrama direcional da antena em relação ao ângulo ϕ e

ϕ_o = ângulo de deslocamento do diagrama da antena.

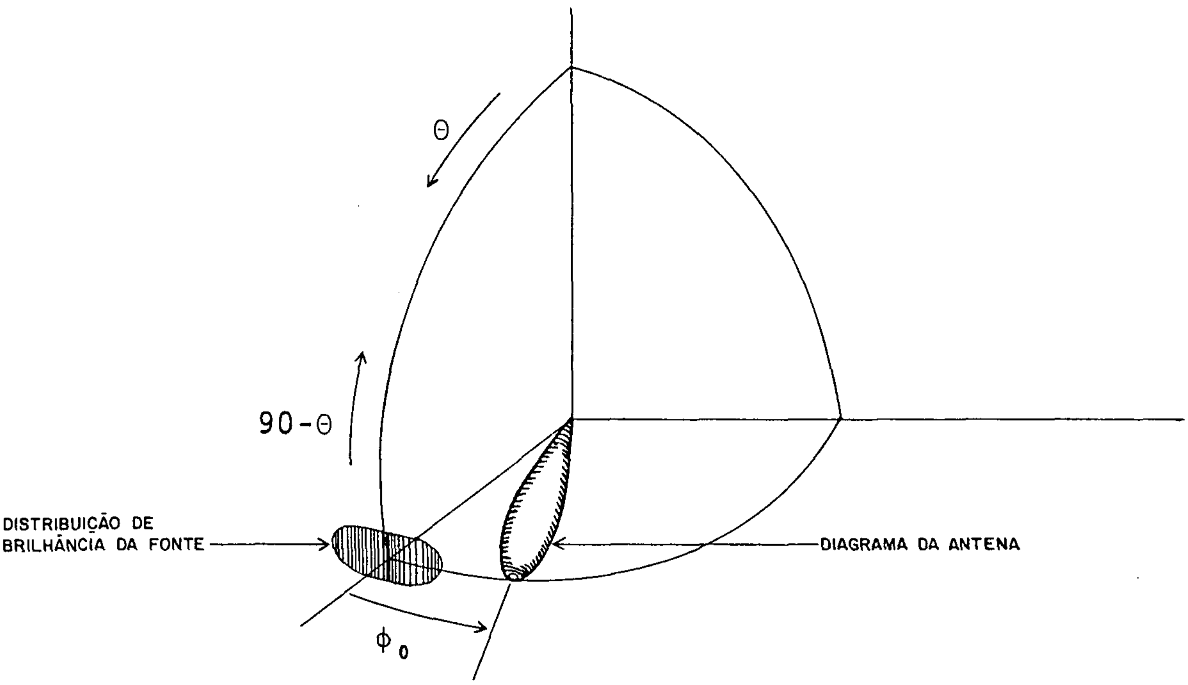


Fig. 1.8 Passagem do feixe da antena sobre a fonte

A (1.26) pode também ser expressa como

$$T_A(\phi_o) = \frac{1}{\phi_A} \int_{-\infty}^{\infty} T_f(\phi) \tilde{P}_n(\phi_o-\phi) d\phi \qquad (1.27)$$

onde $\tilde{P}_n(\phi_o-\phi) = P_n(\phi-\phi_o)$.

Portanto, a distribuição de brilhância observada (i.e., imagem) é obtida pela convolução do diagrama da antena (ou melhor, de sua imagem especular) e da distribuição verdadeira de brilhância (i.e., objeto):

$$T_A \propto (T_f * \tilde{P}_n) \tag{1.28}$$

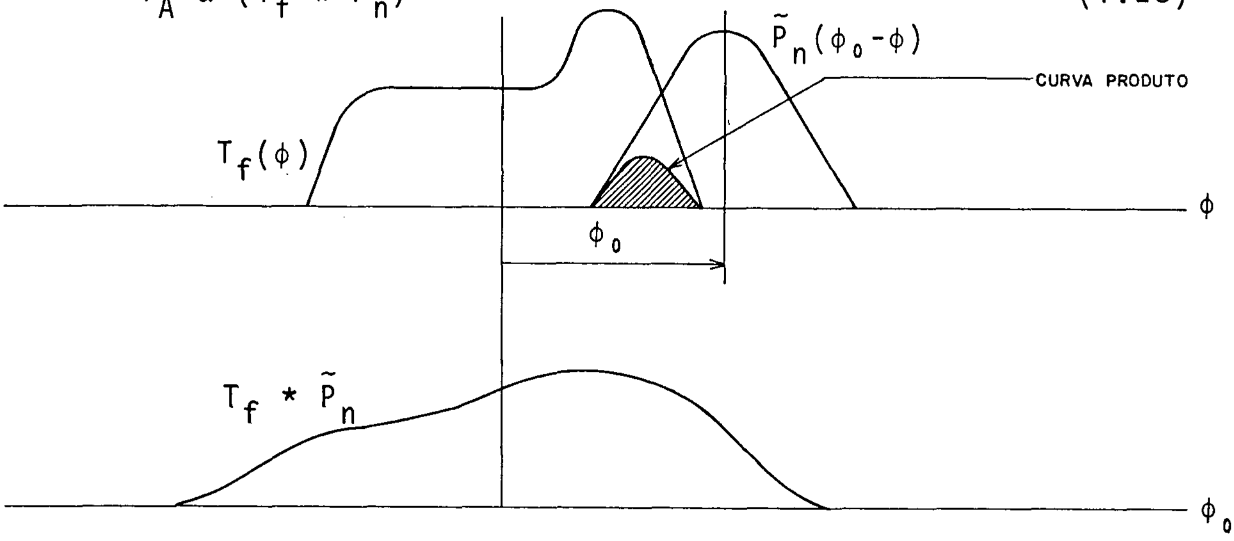


Fig. 1.9 Convolução das funções T_f e $\tilde{P}_n$

O efeito da antena é o de "alisar" e alargar a distribuição verdadeira. Esta poderia ser recuperada através da operação de desconvolução, que no entanto não fornece uma solução única. A distribuição observada coincidirá com a imagem real apenas se a antena for ideal, com diretividade infinita, com seu diagrama representado por uma reta. Inversamente, se a fonte for pontual e a antena tiver um feixe com largura finita, a distribuição observada fornece a imagem especular do diagrama da antena. Quanto menor for a largura do feixe da antena em relação ao tamanho angular da fonte, mais a largura do registro se aproxima da largura real da fonte. A forma de fontes menores que o feixe não pode ser determinada e a fonte diz-se não resolvida.

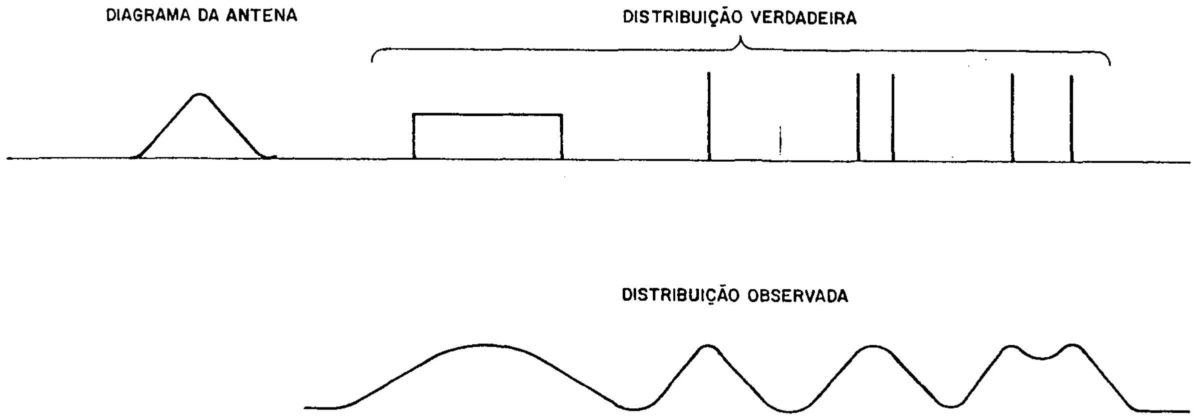


Fig. 1.10 Distribuições observadas e verdadeiras

As coordenadas da fonte podem ser obtidas pela observação das coordenadas do feixe para as quais se obtém a máxima deflexão. Sem considerar erros de refração ou apontamento do feixe, a precisão das coordenadas é, para fontes fortes, aproximadamente igual a $^1/_{10}$ da largura do feixe.

1.4.2 RÁDIO INTERFEROMETRIA

O poder resolutivo ou largura do feixe da antena determina, como vimos, sua capacidade de resolver fontes e a precisão das coordenadas. Podemos melhorá-lo, por exemplo, aumentando a área coletora da antena. Este recurso não é, contudo, econômicamente viável. Uma solução menos dispendiosa é a utilização de técnicas interferométricas.

A mais simples é a do interferômetro simples de adição. Consiste de um par de antenas idênticas, igualmente orientadas, separadas por certa distância e conectadas a um receptor por cabos de igual comprimento (fig. 1.11).

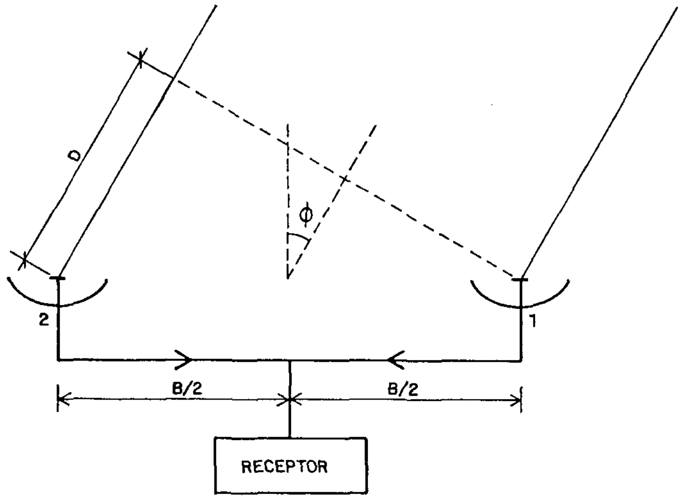


Fig. 1.11 Interferômetro simples

Consideremos uma frente de onda plana, de radiação monocromática, vinda de uma fonte pontual distante. A diferença de percurso entre as duas antenas é $D = B \text{ sen } \phi$ e a correspondente diferença de fase entre os sinais captados em 1 e 2 é $\psi = (2\Pi/\lambda)B \text{ sen } \phi$, onde λ é o comprimento de onda da radiação. Quando a direção ϕ da fonte em relação à base variar devido, por exemplo, à rotação da Terra, os sinais enviados pelas duas antenas ao receptor estarão alternadamente em fase e fora de fase. Quando $\psi = \Pi, 3\Pi, 5\Pi, \ldots$ os sinais se cancelarão e quando $\psi = 0, 2\Pi, 4\Pi, \ldots$ os sinais somar-se-ão. A potência enviada ao receptor pelas duas antenas,

$$P(\phi) = P_o(\phi)\left[1+\cos\left(\frac{2\Pi}{\lambda} B \text{ sen } \phi\right)\right], \qquad (1.29)$$

onde $P_o(\phi)$ é a potência captada por uma só antena, oscilará entre os valores $2P_o(\phi)$ e zero. Se ϕ for pequeno, $\psi = (2\Pi/\lambda)\, B\, \phi$ e os sinais se somarão para $\phi = n\lambda/B$, com $|n| = 0, 1, 2, \ldots$ e se cancelarão para $\phi = m\lambda/B$, onde $|m| = 1/2, 3/2, 5/2, \ldots$. O diagrama direcional do interferômetro será multilobular (ou de franjas) com lobos de largura angular entre mínimos igual a

$$\Delta\phi = \frac{\lambda}{B} \quad (\mathrm{rad}) \tag{1.30}$$

para pequeno ϕ, e compreendidos num envoltório determinado pelo diagrama individual das antenas (fig. 1.12).

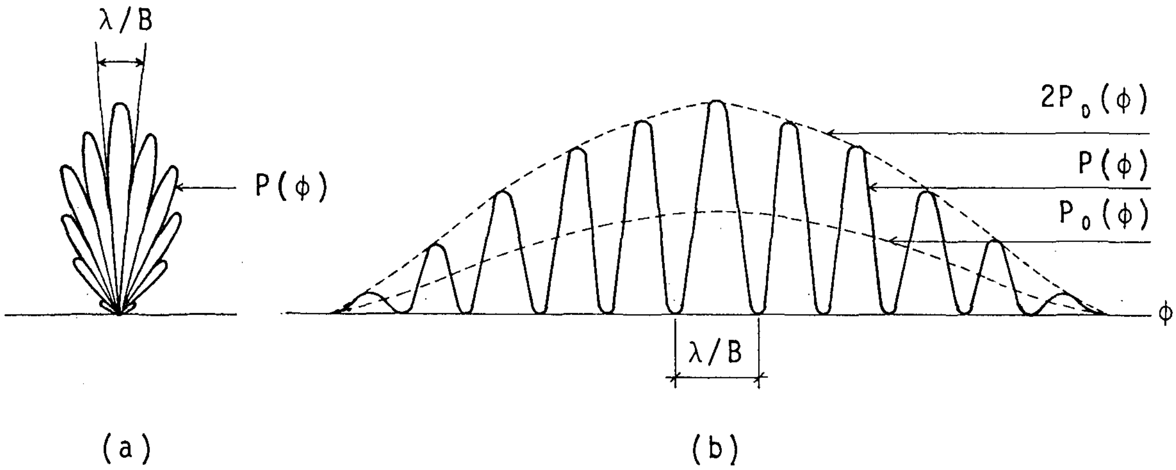


Fig. 1.12 Diagrama de um interferômetro simples de adição

a) em coordenadas polares

b) em coordenadas retangulares

O inteiro n identifica a posição dos lobos e é chamado ordem da franja. Se a largura de cada lobo, entre mínimos, é λ/B rad, o poder resolutivo do interferômetro é aproximadamente $1/2(\lambda/B)$ rad (ver secção 1.3). Portanto, é equivalente ao de uma antena com abertura total 2B. Contudo, este poder resolutivo aplica-se apenas a direção da base; na direção perpendicular o poder resolutivo é igual ao de cada antena nesta direção, pois os lobos são perpendiculares a base.

A base de um interferômetro convencional tem usualmente a direção leste-oeste e o feixe de cada antena está apontado para o meridiano. Um padrão de interferência é obtido quando uma fonte passa através do diagrama devido a rotação da Terra. A ascenção reta é determinada pelo tempo sideral em que ocorre a franja central e a declinação é obtida da velocidade de passagem das franjas centrais.

Até agora consideramos a radiação monocromática de uma fonte pontual. Contudo, as fontes não emitem radiação monocromática e o receptor a recebe numa largura de banda finita, Δf. Além disto, as fontes possuem dimensão angular finita. Examinemos, inicialmente, o efeito da largura da banda de freqüências sobre as franjas de interferência. Cada freqüência produz um padrão de interferência conforme descrito pela (1.29) e a intensidade resultante é, em cada ponto, igual a soma das intensidades destes padrões monocromáticos:

$$P(\phi) = \int_{f_0-\frac{\Delta f}{2}}^{f_0+\frac{\Delta f}{2}} P_0 \left[1+\cos(2\Pi B \frac{f}{c} \operatorname{sen} \phi)\right] df$$

$$= P_0 \Delta f \left[1+\frac{\operatorname{sen}(2\Pi \frac{B}{c} \frac{\Delta f}{2} \operatorname{sen} \phi)}{2\Pi \frac{B}{c} \frac{\Delta f}{2} \operatorname{sen} \phi} \cos(2\Pi B \frac{f_0}{c} \operatorname{sen} \phi)\right] \quad (1.31)$$

A amplitude das franjas está agora modulada por um fator $\frac{\operatorname{sen} u}{u}$. Este fator decresce de 1 a zero quando $\frac{B \operatorname{sen} \phi}{c}$ cresce de zero a $\frac{1}{\Delta f}$, ou seja quando a ordem da franja,

$$n = \frac{B \operatorname{sen} \phi}{\lambda_0} ,$$

cresce de 0 a $\frac{f_0}{\Delta f}$. Assim, o efeito da largura da banda de freqüência é diminuir a amplitude das franjas de ordem superior.

Se a largura de banda é muito grande estas franjas são apagadas e o interferômetro terá um diagrama com um só lobo central de grande poder resolutivo.

Analisemos, agora, o efeito da extensão angular da fonte sobre o padrão de interferência. Conforme já vimos, o padrão observado (imagem) é obtido pela convolução do diagrama de recepção com a distribuição verdadeira de brilhância (objeto). Se a fonte for pontual, o registro de saída reproduz o diagrama de recepção (fig. 1.13a). No caso de uma fonte extensa, o padrão de franjas ainda terá como valor médio a potência captada em cada antena, mas a amplitude das franjas será reduzida (fig. 1.13b). Esta redução depende da relação entre a extensão angular da fonte e a largura dos lobos. Se, por exemplo, forem iguais, ou aquela for um múltiplo desta, a amplitude das franjas será nula (fig. 1.13c). Assim, a observação de uma mesma fonte com um interferômetro de base variável, fornece registros com amplitudes e fases de franjas diferentes. A variação da amplitude e fase das franjas é descrita pela função complexa de visibilidade, que pode ser obtida de observações com bases variáveis em certos intervalos. A função complexa de visibilidade e a distribuição de brilho da fonte são relacionadas por uma transformada de Fourier, de modo que daquela pode-se obter esta.

Consideramos, por simplicidade, o caso unidimensional em que o diagrama da antena e a distribuição de brilho são funções de apenas uma coordenada (ϕ). No caso bidimensional, consideramos as componentes da projeção da base num plano perpendicular a direção da fonte segundo as direções da ascenção reta e declinação crescentes, denominadas componentes u e v, res pectivamente. A função de visibilidade deve, então, ser conhecida sobre todo o plano uv para que se possa conhecer a distribuição de brilho da fonte. A relação entre a função de visibilidade e a distribuição de brilho é a base da interferometria de síntese de abertura. Quando a amplitude e a fase do sinal do interferômetro são medidas sobre um intervalo sistemático de bases, em diferentes direções, esta técnica permite construir uma abertura efetiva comparável em tamanho ao maior espaçamento utilizado. A maneira mais conveniente de utilizá-la em duas dimensões é usar a rotação da Terra para variar a orientação da base em relação a direção da fonte: é a chamada síntese de rotação da Terra, em que a fonte é observada durante 12 horas para cada espaçamento do interferômetro.

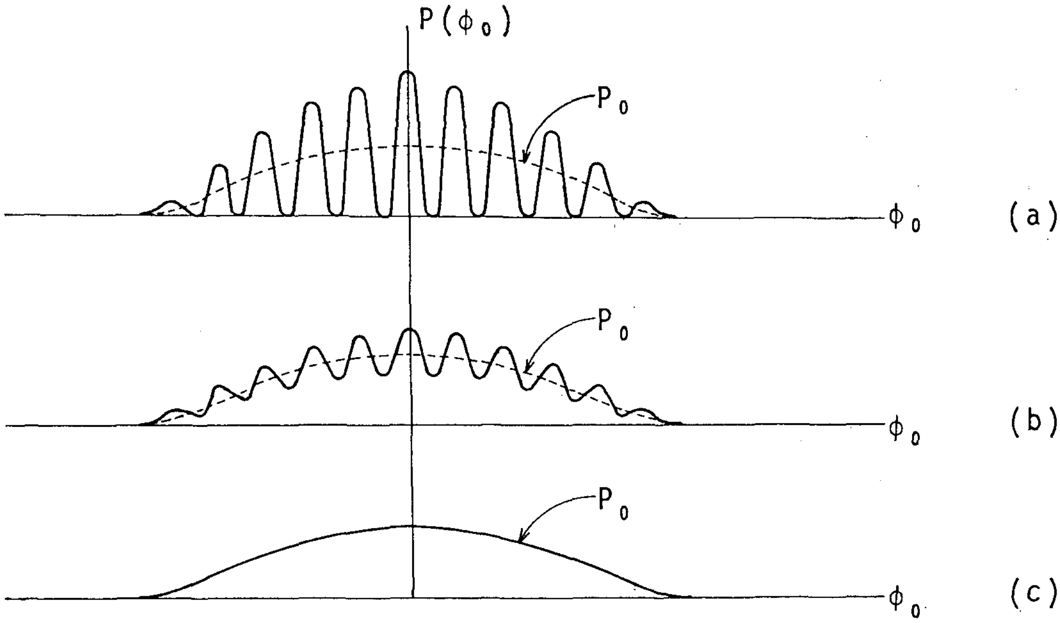


Fig. 1.13 Padrões de interferência

a) fonte pontual

b) fonte com extensão angular $\alpha < \lambda/B$

c) fonte com extensão angular $\alpha = \lambda/B$

No interferômetro de adição as voltagens são contínuamente adicionadas para produzir o padrão de interferência. A saída (eq. 1.29) possui duas componentes: um termo fixo, correspondente a potência total recebida de uma das antenas e um termo senoidalmente oscilante, correspondente aos lobos ou franjas de interferência. Para eliminar a componente fixa, geralmente indesejável, Ryle, em 1952, desenvolveu um interferômetro de comutação de fase |4|. A saída do interferômetro de adição é dada por

$$P_0(\phi)\left[1 + \cos(2\Pi\frac{B}{\lambda}\ \text{sen}\ \phi)\right] .$$

Se for interposto meio comprimento de onda adicional no cabo de uma das antenas o padrão de franjas se deslocará de metade da largura das franjas e a saída será

$$P_0(\phi)\left[1 - \cos(2\Pi\frac{B}{\lambda}\ \text{sen}\ \phi)\right]$$

Se o sistema for rápidamente comutado entre estas duas condições, um detector sincronizado na freqüência de comutação registra a diferença entre as saídas, de modo que o padrão resultante é dado por

$$P(\phi) = 2P_0(\phi)\cos(2\Pi\frac{B}{\lambda}\ \text{sen}\ \phi) \qquad (1.32)$$

O valor médio da (1.32) é nulo (fig. 1.14). Não há mais, portanto, o termo fixo aditivo, como na (1.29). Resultado similar pode ser obtido se as saídas das duas antenas são multiplicadas e o produto dos sinais for integrado (valor médio) e registrado:

$$P(\phi) = \langle x_1(t)x_2^*(t)\rangle \qquad (1.33)$$

onde x_1 e x_2 são os sinais captados pelas antenas 1 e 2 e x_2^* é a quantidade complexa conjugada de x_2. Supondo que os sinais captados pelas duas antenas são iguais, mas deslocados de um intervalo de tempo τ, pode-se escrever a (1.33) como:

$$P(\phi) = \langle x_1(t)x_1^*(t+\tau)\rangle \tag{1.34}$$

Assim, o interferômetro de comutação de fase é também conhecido como interferômetro de multiplicação ou correlação (fig. 1.15).

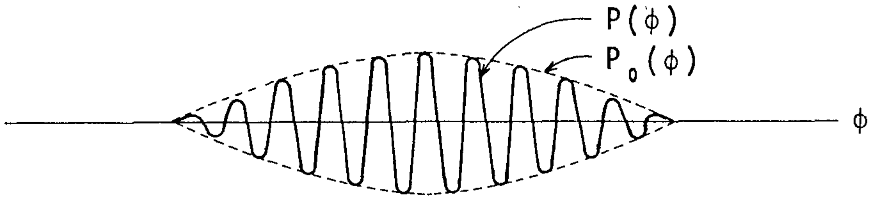


Fig. 1.14 Registro de um interferômetro de multiplicação

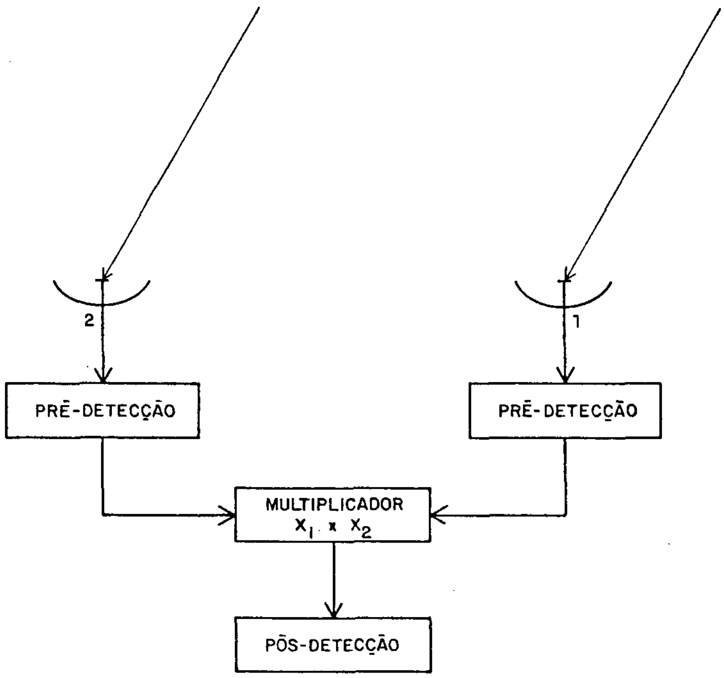


Fig. 1.15 Interferômetro de multiplicação

Apenas voltagens de ruído correlacionadas, produzidas nas entradas do receptor pela mesma fonte, tem produto com valor médio não nulo, produzindo, portanto, uma saída de não nula do integrador. Por isso, a sensibilidade deste interferômetro não é afetada por instabilidade de ganho ou de ruído do receptor, pois estes produzem voltagens de ruído não correlacionadas.

Quando a base é curta (poucos quilômetros), usam-se cabos para conectar a saída das antenas a um receptor comum. Aumentanto-se a base, a conexão por cabos é substituída por conexões de rádio ou receptores superheteródinos em cada terminal aos quais é transmitido um sinal comum de oscilador para conversão de freqüência. O ponto crucial na operação de um interferômetro de base muito longa (> 50 km) é a manutenção da estabilidade de fase na linha de transmissão e no equipamento. A instabilidade de fase causa o deslocamento dos lobos de interferência e conseqüente apagamento das franjas.

O desenvolvimento de padrões atômicos de freqüência altamente estáveis, permitiu a eliminação das conexões. O sinal é amplificado em cada antena, sendo convertido de sua freqüência inicial para freqüência de vídeo por um receptor superheteródino cujo oscilador local é locado em fase ao padrão atômico de freqüência. Após a amplificação, a voltagem recebida é gravada em cada estação com controle de tempo do padrão de freqüência. Os sinais são multiplicados mais tarde, juntando-se as gravações num correlacionador. Esta é a essência da técnica rádio astronômica de VLBI(Very Long Baseline Interferometry), com bases muito longas e, conseqüentemente, grande poder resolutivo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. BROWN, R.H. & LOVELL, A.C.B. The exploration of space by radio. London, Chapman and Hall, 1957. 207 p.

02. BURKE, B.F. Long baseline interferometry. Physics Today 22 (7): 54-63, 1969.

03. KO, H.C. Radio telescope antennas. In. HANSEN, R.C. ed. Microwave scanning antennas, 1. New York, Academic Press, 1964. v. 1, p. 263-337.

04. KRAUS, J.D. Radio Astronomy. New York, McGraw Hill, 1966. 486 p.

05. TIURI, M.E. Radio telescope receivers. In:KRAUS, J.D. Radio Astronomy. New York, McGraw Hill, 1966. 486 p.

06. SHKLOVSKI, I.S. Cosmic Radio waves. Cambridge, Harvard University Press, 1960. 444 p.

07. STEINBERG, J.L. & LEQUEUX, J. Radioastronomie. Paris, Dunod, 1960. 294 p.

2. ELEMENTOS BÁSICOS DE VLBI

2.1 INTRODUÇÃO

2.2 GEOMETRIA BÁSICA

2.3 OBSERVAÇÕES DE VLBI

2.4 OBTENÇÃO DAS OBSERVAÇÕES

2.5 INCERTEZAS DAS OBSERVAÇÕES

2.6 EQUIPAMENTOS

2. ELEMENTOS BÁSICOS DE VLBI

2.1 INTRODUÇÃO

Já em 1967 três grupos de rádio astrônomos, dois nos Estados Unidos (Bare et al., Moran et al.) e um no Canadá (Broten et al.) demonstraram a possibilidade de realizar observações rádio interferométricas de fontes de rádio extragaláticas compactas com antenas bem afastadas, sem conexão em tempo real, utilizando um relógio atômico em cada estação para locar osciladores locais e controlar a gravação dos sinais |13|. Inicialmente esta técnica de interferometria com base muito longa (VLBI) foi usada para estudar apenas a estrutura de fontes de rádio (ver cap. 1, secção 1.4.2). A rádio interferometria, contudo, não se presta apenas a obtenção de alta resolução angular para determinação de posição ou estrutura de fontes. É possível, por outro lado, usar o padrão de interferência para determinar a distância entre as antenas, desde que a posição da fonte seja conhecida. Seria necessário, apenas, contar franjas. A precisão máxima seria da ordem do comprimento de onda utilizado. Este método, possível em princípio, não é praticável pela dificuldade de distinguir franjas e devido a instabilidade (embora pequena) dos padrões de freqüência, que causa "drifts" de fase e conseqüente apagamento de franjas. Para superar este problema recorre-se a outro aspecto do interferômetro: o de medidor de diferenças de tempo.

Suponhamos que duas antenas recebam a radiação (ruído branco) de uma fonte pontual distante, de forma que os sinais recebidos sejam iguais, mas defasados de um intervalo de tempo τ.

A resposta de um interferômetro de correlação com duas antenas, operando com largura de banda infinitesimal, centrada na freqüência f_0, é, conforme a (1.32) e (1.34):

$$P(\phi) = \langle x_1(t)\ x_1^*(t+\tau)\rangle = 2P_0 \cos\left(2\Pi\frac{B}{\lambda} \text{ sen } \phi\right)$$

$$= 2P_0 \cos\left(2\Pi B \frac{f_0}{c} \text{ sen } \phi\right)$$

A diferença de fase entre os sinais pode também ser expressa em função da diferença de tempo entre a chegada do sinal a cada uma das antenas,

$$\tau = \frac{B \text{ sen } \phi}{c}, \tag{2.1}$$

de modo a obtermos

$$P(\tau) = 2P_0 \cos\left(2\,\Pi f_0\ \tau\right) \tag{2.2}$$

que é a função de correlação dos sinais, $C(\tau)$.

Teremos, assim, franjas de interferência para grandes intervalos de τ, desde que P_0 não se anule. (P_0 mantém-se constante desde que as antenas rastreiem a fonte).

Na realidade, os receptores recebem uma certa banda de freqüências com largura finita Δf. Neste caso, a saída pode ser obtida, a partir da (2.2), com cálculo análogo ao da (1.31). Então, supondo uma banda passante retangular:

$$P(\tau) = 2P_0\ \Delta f\ \frac{\text{sen}(\Pi\,\Delta f\ \tau)}{\Pi\ \Delta f\ \tau} \cos\left(2\Pi\ f_0\ \tau\right) \tag{2.3}$$

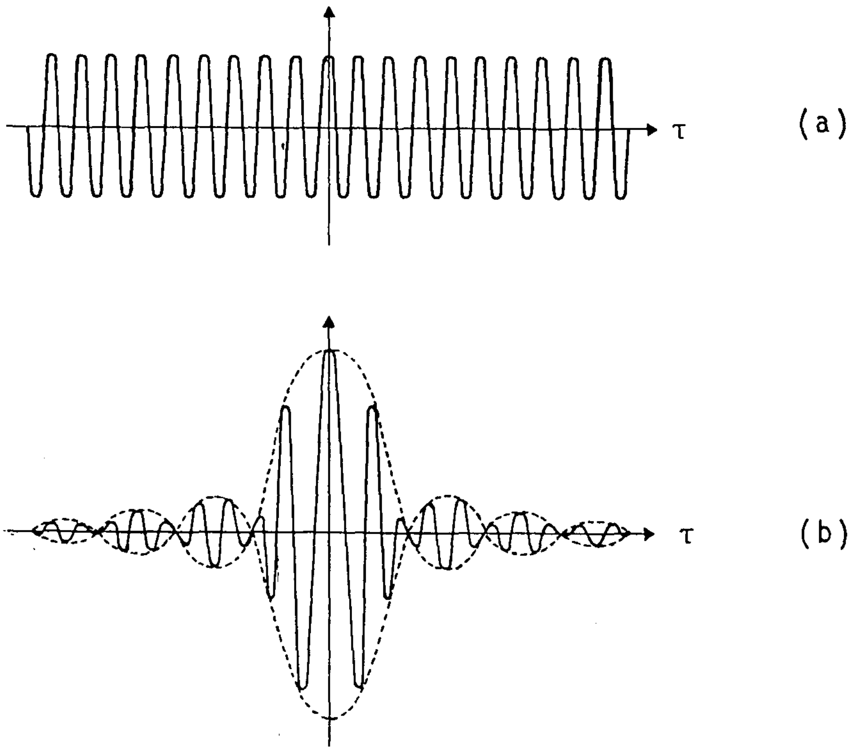


Fig. 2.1 Padrões de franjas (com P_0 constante)

a) largura de banda infinitesimal

b) largura de banda finita

Quanto maior a largura de banda, menor será o intervalo de τ para o qual se obtém padrão de interferência e menor a largura da franja central ou o pico da função de correlação (ou de auto correlação, no caso de dois sinais iguais). A esta conclusão pode-se chegar através do teorema de Wiener Khinchine: a função de correlação e o espectro de potências, são transformadas de Fourier um do outro. Portanto, quando mais larga a banda passante do receptor, mais acentuado o pico da função de correlação.

Quando os sinais recebidos nas duas antenas são gravados separadamente e posteriormente correlacionados, a máxima correlação ocorre quando os sinais coincidirem, ou seja, quando um dos sinais for deslocado de um intervalo τ em relação ao outro (fig. 2.2). Assim, com um sistema capaz de gravar os si nais com grande largura de banda, é possível determinar τ sem ambigüidades.

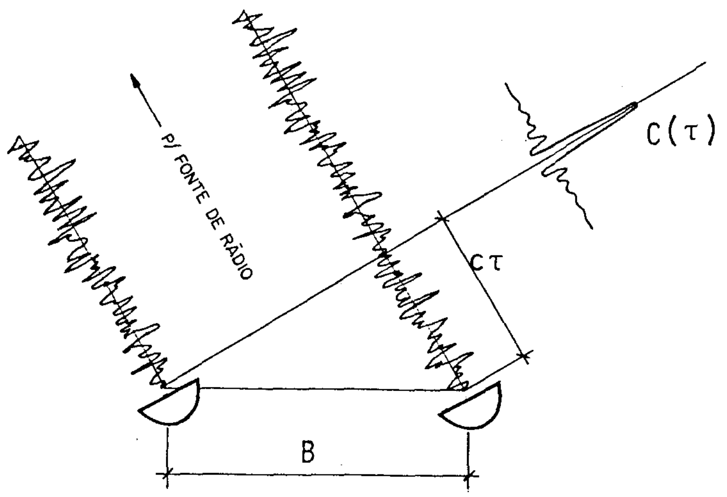


Fig. 2.2 Interferometria com banda larga.

Se os sinais forem gravados numa só freqüência, a máxima correlação ocorre para vários valores de τ (o número depende do comprimento da gravação), cada um diferindo do outro de um período, ou seja, o equivalente a 2Π na fase do sinal (eq. 2.2).

Se, contudo, os sinais forem gravados numa banda de freqüências de largura Δf as ambigüidades estarão restritas a um intervalo de aproximadamente $(\Delta f)^{-1}$ (eq. 2.3). Desta maneira, recebendo os sinais em uma banda larga, torna-se possível resolver estas ambigüidades.

Nos Estados Unidos, um grupo de cientistas do Massachussetts Institute of Technology, do Observatório de Haystack e do Goddard Space Flight Center, empreendeu um programa para aperfeiçoar os equipamentos e assim permitir medidas precisas de retardamentos de grupo |15| a fim de determinar posições de fontes de rádio |10| posição e comprimento de bases, movimento do polo, tempo universal e marés terrestres |13|. Como a precisão das medidas de retardamento é proporcional a largura de banda gravada, e esta era pequena (360 KHz), ROGERS |9| propôs o método da síntese de largura de banda. Neste método, a banda passante do receptor é "deslocada" sobre uma banda muito mais larga, recolhendo amostras de várias "janelas de freqüência". Este "deslocamento" é cíclico, de modo que várias amostras são recolhidas de uma "janela" no curso de uma observação de alguns minutos. Desta maneira é possível cobrir uma banda algumas centenas de vezes mais larga que a banda passante do receptor.

Neste capítulo trataremos dos elementos básicos de VLBI. Na seção 2.2 é apresentada a geometria básica de VLBI; nas seções 2.3, 2.4 e 2.5 são descritas as observações de VLBI, a maneira de estimá-las a partir dos sinais gravados e os erros associados a estas estimativas. Finalmente, na seção 2.6 são apresentados, em linhas gerais, os equipamentos que compõem um sistema de VLBI.

2.2 GEOMETRIA BÁSICA DE VLBI

A geometria básica de um interferômetro VLBI é mostrada na fig. 2.3. Cada estação recebe e grava independentemente os sinais de uma fonte de rádio pontual (não resolvida) e distante, de modo que as frentes de onda na Terra possam ser consideradas planas. (Para aplicações onde, por exemplo, a fonte se localiza num satélite terrestre, devem-se considerar frentes de onda esféricas). Junto com os sinais é gravado o tempo de sua chegada.

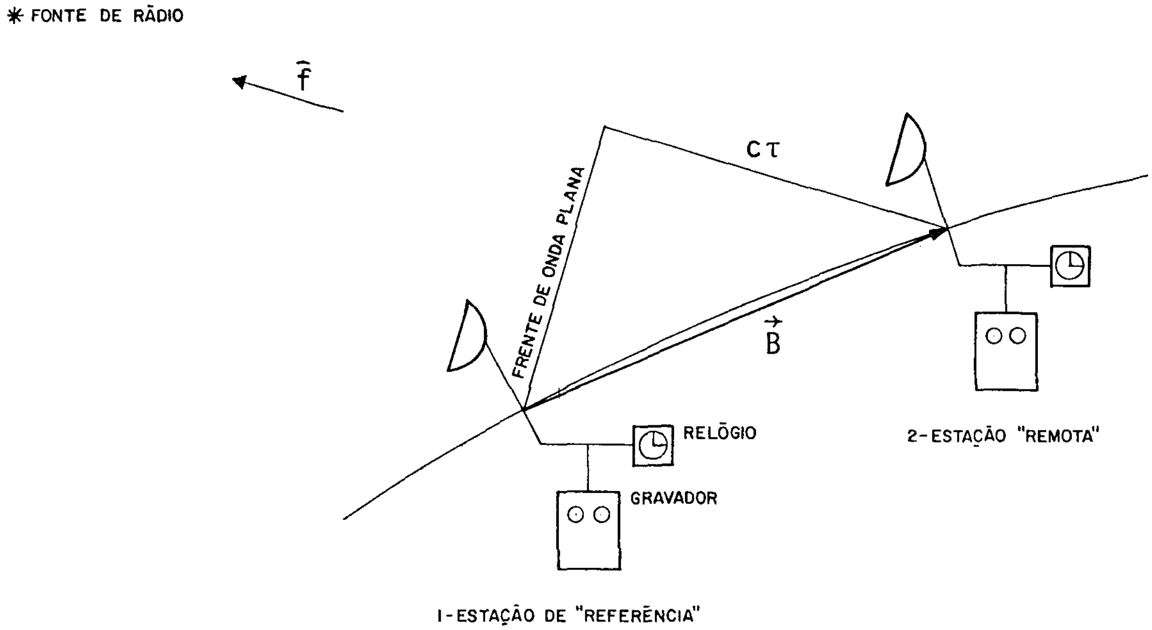


Fig. 2.3 Geometria básica de VLBI

Na abordagem mais simples, consideremos que o sinal da fonte é uma só onda plana e as estações são fixas no espaço. A diferença no tempo gravado de chegada é, então, uma medida direta, em tempo-luz, da componente da base na direção da fonte. Medidas realizadas com fontes localizadas em direções ortogonais no espaço, determinam, portanto, o tamanho e a orientação da base. Se considerarmos sinais contínuos, alguma porção do trem de ondas é gravada em cada estação. Se os dois sistemas de recepção e gravação tem a mesma largura de banda e nenhum ruído, os sinais gravados serão idênticos em forma, mas deslocados no tempo. A diferença no tempo de chegada é o deslocamento da origem do tempo exigido para fazer as ondas coincidirem. O retardamento pode então ser obtido através da correlação das duas gravações e determinação do ponto de máxima correlação.

No caso real, devemos considerar o movimento de rotação da Terra e o conseqüente movimento das estações em relação a fonte, que resulta em efeito Doppler diferenciado nos sinais captados em cada estação. Surge, portanto, a observação taxa de fase, ou melhor, taxa de retardamento, pois devido a este movimento o retardamento não é constante.

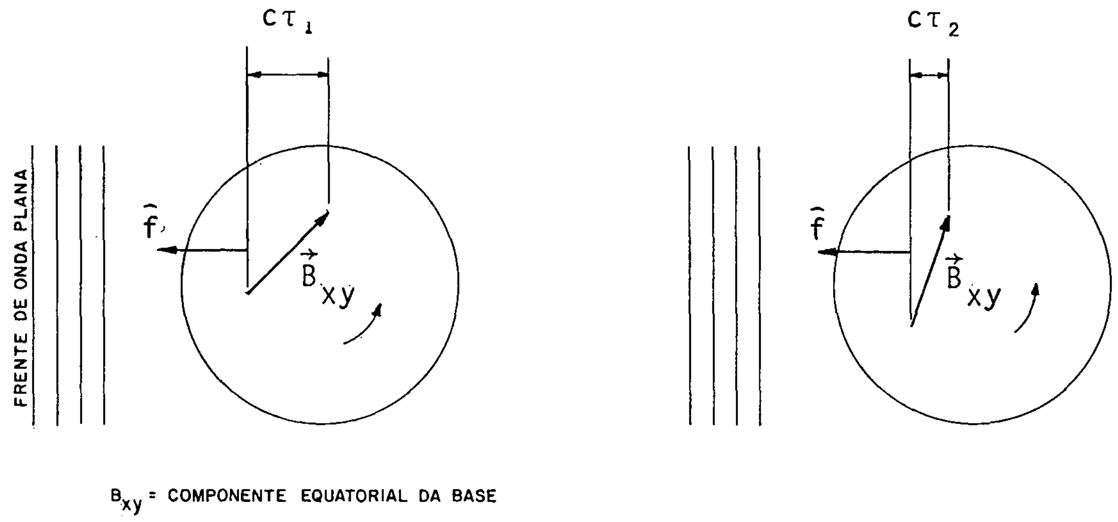


Fig. 2.4 Geometria de VLBI sobre plataforma rotativa.

2.3 OBSERVAÇÕES DE VLBI

Observações interferométricas de uma fonte pontual de rádio podem fornecer a fase e amplitude das franjas (ou da função de correlação cruzada), em função do tempo e da freqüência. Devido a rotação da Terra, que provoca a variação da fase da franja a medida que a fonte cruza o diagrama de interferência e devido a recepção dos sinais em um intervalo finito de freqüências, consideram-se ainda duas outras observações "derivadas": a taxa de fase ($\dot{\phi}$) (ou taxa de franjas ou freqüência das franjas) e o retardamento de grupo (τ). A taxa de fase é a derivada da fase da franja em relação ao tempo enquanto o retardamento de grupo é a derivada da fase em relação a freqüência angular.

Como nosso interesse se concentra em aplicações geodésicas e geofísicas de VLBI, a amplitude das franjas não é comumente utilizada. Vamos concentrar-nos nas observações fase, taxa de fase e retardamento de grupo, dados respectivamente por

$$\phi = \omega\tau + 2\Pi n \tag{2.4}$$

onde ω = freqüência angular a qual a fase da franja é referenciada (rad s^{-1}),

τ = retardamento, ou diferença de tempo entre a chegada do sinal a cada uma das antenas (s),

n = inteiro, positivo ou negativo, que indica a ambigüidade na relação da fase da franja com o retardamento, discutida na secção anterior;

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \omega \frac{d\tau}{dt} = \omega \dot{\tau} \tag{2.5}$$

e

$$\tau = \frac{d\phi}{d\omega} \tag{2.6}$$

A fase e a taxa de fase, divididas pela freqüência angular, são o retardamento de fase e a taxa de retardamento de fase. Na prática, o retardamento não pode ser extraído de medidas de fase devido as ambigüidades espaçadas de um período.

Usa-se, então, a observação retardamento de grupo, que, em princípio, está livre de ambigüidades. Contudo, a precisão com a qual o retardamento de grupo pode ser extraído das medidas depende da largura de banda do sinal gravado. A taxa de retardamento de fase é uma quantidade também livre de ambigüidades e é usada para estimar parâmetros geodésicos de interesse, mas tem um efeito muito menos importante sobre estes parâmetros que o retardamento de grupo.

Quando o meio é dispersivo, o retardamento de grupo e o de fase são distintos pois existem duas velocidades associadas aos sinais: a velocidade de fase e a velocidade de grupo. Como as ambigüidades do retardamento de fase são difíceis de resolver, usa-se apenas o retardamento de grupo. Portanto, a seguir, designaremos o retardamento de grupo apenas por retardamento (τ), e a taxa de retardamento de fase apenas por taxa de retardamento ($\dot{\tau}$).

2.4 ANÁLISE DOS SINAIS E OBTENÇÃO DAS OBSERVAÇÕES

O método usual de redução de dados de VLBI utiliza a correlação cruzada dos sinais provenientes das duas estações que determinam a base. Vamos expor suscintamente os fundamentos do método.

A função de correlação cruzada de duas funções reais do tempo, x(t) e y(t), dada por

$$C_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\, y(t+\tau)\, dt \qquad (2.7)$$

permite a comparação estatística destas funções, ou seja, a verificação da existência de uma relação entre ambas. Os fenôme nos descritos por $x(t)$ e $y(t)$ devem ser estacionários (características estatísticas invariantes) no intervalo T.

A transformada de Fourier da função de correlação cruzada fornece o espectro cruzado de potências:

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{xy}(\tau)\, e^{-i\omega\tau}\, d\tau \tag{2.8}$$

que pode também ser expresso como:

$$S_{xy}(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left[\hat{X}(\omega)\ \hat{Y}^*(\omega)\right] \tag{2.9}$$

onde
$$\hat{X}(\omega) = \int_0^T x(t)\, e^{-i\omega t}\, dt \tag{2.10}$$

e
$$\hat{Y}^*(\omega) = \int_0^T y(t)\, e^{i\omega t}\, dt \tag{2.11}$$

Na análise dos sinais de VLBI deve-se considerar que eles são recebidos por rádio telescópios que se movem diferentemente em relação a fonte. Portanto, há uma variação relativa nas freqüências, devida ao efeito Doppler.Assim, os sinais recebidos diferem por uma translação no tempo (retardamento) e nas freqüências (freqüência das franjas, que fornece a taxa de retardamento). Estas duas quantidades devem ser determinadas simultâneamente. Portanto, não se calcula simplesmente a função de correlação cruzada para determinar o retardamento que a maximiza. Aplica-se a este caso a noção de função de ambigüidade, introduzida por WOODWARD*, para aplicação a técnica de radar, e citada em |6|. Esta função é dada por

$$\chi_{xx}(\tau,\omega_f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\ x(t+\tau)\ e^{i\omega_f t}\, dt, \tag{2.12}$$

onde ω_f é a freqüência das franjas. Pode ser interpretada co

*WOODWARD, P. M. Probability and information theory with application to radar. Pergamon Press, 1953.

mo a função de correlação cruzada entre x(t) e x(t) deslocado em tempo e freqüência. $\left|\chi_{xx}(\tau,\omega_f)\right|$ é representado por uma superfície cuja elevação maior corresponde aos valores de τ e ω_f procurados. Análogamente, pode-se definir uma função de interambigüidade,

$$\chi_{xy}(\tau,\omega_f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\ y(t+\tau)\ e^{i\omega_f t}\ dt, \qquad (2.13a)$$

equivalente, no domínio das freqüências, a:

$$\chi_{xy}(\tau,\omega_f) = \frac{1}{2\Pi}\int_{-\infty}^{\infty} X^*(\omega+\omega_f)\ Y(\omega)\ e^{i\omega\tau}\ d\omega. \qquad (2.13b)$$

Segundo WHITNEY, |14|, as estimativas de máxima verossimilhança de τ e $\dot{\tau}$ são os valores que maximizam a expressão

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\ y\left[t(\tau+\dot{\tau}t)\right]dt \qquad (2.14)$$

que é igual a (2.13a), pois $\omega_f = \omega\dot{\tau}$, sendo ω a freqüência central observada. x(t) e y(t) são os sinais recebidos nas estações de "referência" e "remota". Para o caso em que $\dot{\tau} = 0$, a expressão (2.14) é equivalente, no domínio das freqüências, a

$$\frac{1}{2\Pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\ Y^*(\omega)\ e^{-i\omega\tau}\ d\omega. \qquad 2.15)$$

Como em VLBI $|\dot{\tau}| << 1$, uma observação pode ser dividida em muitos segmentos nos quais a variação de retardamento é pequena. WHITNEY, |14|, propôs que a (2.15) seja calculada para cada um destes segmentos e então somada sobre toda a observação. Assim, sendo t_k o tempo decorrido até o centro do k-ésimo segmento, as estimativas de τ e $\dot{\tau}$ são os valores $\hat{\tau}$ e $\hat{\dot{\tau}}$ que maximizam

$$\left|\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{N} X(\omega_j)\ Y^*(\omega_j)\ e^{-i\omega_j(\tau+\dot{\tau}t_k)}\right| \qquad (2.16)$$

onde $X(\omega)$ e $Y(\omega)$ são os espectros dos sinais recebidos;

K = número de segmentos que compõem uma observação;

ω_j = pontos dos espectros recebidos que dependem do canal de freqüência gravado no segmento k;

N = número de pontos discretos, uniformemente espaçados, tomados sobre o espectro de freqüências.

As expressões (2.14) e (2.16) não são diretamente aplicáveis. Para sistemas de gravação analógicos, a (2.14) poderia, com dificuldade, ser calculada,pois uma fita poderia ser "deslocada" de τ e "acelerada" de $\dot{\tau}$ em relação a outra, de modo que os sinais se alinhassem precisamente. Por outro lado, gravações digitais de "amostras" dos sinais podem apenas ser "deslocadas" de um número inteiro de períodos de amostragem, tornando o cálculo da (2.14) possível apenas para valores discretos de τ. Também o cálculo direto de $X(\omega)$ e $Y(\omega)$ na (2.16) não é praticável; é mais simples obter a correlação cruzada dos sinais e então o espectro cruzado de potências, a partir da (2.8).

Nos sistemas digitais, $x(t)$ e $y(t)$ não são gravados diretamente, mas convertidos a sinais de vídeo, ceifados, amostrados e gravados. No sistema Mark I, por exemplo, cada observação consiste de 3 minutos de amostras gravadas, com marcas de tempo a cada 0,2 s. A estes segmentos de 0,2 s dá-se o nome de "gravações". Para obter o retardamento e taxa de retardamento desenvolveram-se algoritmos cujos resultados se aproximam aos das expressões (2.14) e (2.16), em três etapas |14|:

a) Correlação cruzada com "rotação de franjas" para cada par de gravações correspondentes. A rotação de franjas destina-se a neutralizar a variação de fase havida entre o início da gravação e o instante considerado, devida a taxa de retardamento. Para cada gravação, os valores da taxa de retardamento e do retardamento, empregados no rotação de franjas e no cálculo da função de correlação cruzada, são calculados "a priori", com valores aproximados da base e das coordenadas da fonte, e mantidos constantes. A função de correlação cruzada é calculada para alguns valores, positivos e negativos, centrados no retardamento "a priori",cujo valor, quantizado em unidades do período de amostragem é o "deslocamento de bits" entre as seqüências de dados das duas estações. Para obter a função de correlação cruzada verdadeira a partir da correlação cruzada de sinais ceifados é aplicada a correção de Van Vleck.

b) A partir da função de correlação obtém-se, para cada gravação, por uma transformada de Fourier, o espectro cruzado para freqüências de vídeo. Antes de qualquer soma sobre as gravações que compõem uma observação é aplicada ao espectro cruzado de cada gravação uma rotação de fase, de um valor calculado "a priori", para neutralizar o efeito da variação de fase entre os inícios da observação e da gravação, pois as estimativas de τ e $\dot{\tau}$ a serem obtidas referem-se ao início da observação. É aplicada, ainda, uma correção de fase para a diferença entre os retardamentos "a priori" calculado e o quantizado.

c) Pesquisa das estimativas dos resíduos do retardamento e taxa de retardamento, $\Delta\hat{\tau}$ e $\Delta\hat{\dot{\tau}}$, a partir da maximização de uma função análoga a (2.16) (com $\Delta\tau$ e $\Delta\dot{\tau}$ no lugar de τ e $\dot{\tau}$) , em que é realizado um somatório sobre todas as gravações de uma observação. Os valores $\Delta\hat{\tau}$ e $\Delta\hat{\dot{\tau}}$, somados aos valores "a priori" de τ e $\dot{\tau}$, fornecem as estimativas $\hat{\tau}$ e $\hat{\dot{\tau}}$. A função é calculada para alguns valores de tentativa para os resíduos, negativos e positivos. Enquanto $\Delta\dot{\tau}$ varia, $\Delta\tau$ permanece constante e recìprocamente. As estimativas finais $\Delta\hat{\tau}$ e $\Delta\hat{\dot{\tau}}$ são obtidas através de uma interpolação ao máximo da função citada.

2.5 INCERTEZAS DAS OBSERVAÇÕES

WHITNEY |14| deduziu expressões para as incertezas das observações retardamento e taxa de retardamento, baseado no exame da estatística das estimativas da amplitude de correlação e da fase das franjas. Para este exame, o sinal recebido na saída de cada receptor foi considerado composto de uma componente de sinal (devida a fonte) e uma componente de ruído (devida a outras causas). O sinal, assim como suas componentes (consideradas independentes) tem estatística gaussiana.

Com o objetivo de fornecer uma idéia de como se calculam os desvios padrões do retardamento e taxa de retardamento observados, transcreveremos alguns resultados. Consideremos uma observação de duração T, cobrindo uma banda de freqüências de largura Δf. O desvio padrão do retardamento é dado por

$$\sigma_{\tau} = \frac{\sqrt{12}}{\Delta f(RSR)} , \tag{2.17}$$

onde Δf = largura de banda gravada

RSR = razão sinal/ruído = $\rho_0\sqrt{2\Delta f T}$

T = tempo de integração (tìpicamente 3 min);

$$\rho_0 = \gamma\sqrt{\frac{T_{a_2} \quad T_{a_2}}{(T_{a_1}+T_{s_1})(T_{a_2}+T_{s_2})}} ;$$

γ = visibilidade das franjas ($0 < \gamma < 1$); $\gamma = 1$ para uma fonte completamente não resolvida;

T_{a_1}, T_{a_2} = temperaturas das antenas (K);

T_{s_1}, T_{s_2} = temperaturas de ruído dos sistemas (K);

$$T_a = \frac{S\,A\,E_a}{2K} ;$$

S = densidade de fluxo da fonte (watts $m^{-2}\,Hz^{-1}$);

A = área coletora da antena (m^2);

K = constante de Boltzmann ($1{,}38 \times 10^{-23}$ joule K^{-1});

E_a = eficiência de abertura da antena.

O desvio padrão da observação taxa de retardamento é dado por

$$\sigma_{\dot{\tau}} = \frac{\sqrt{12}}{\omega T(RSR)} \tag{2.18}$$

onde ω é a rádio freqüência central de observação e as demais quantidades foram definidas anteriormente.

Os desvios padrões das observações são utilizados posteriormente no ajustamento que fornece as estimativas dos parâmetros que se deseja obter das observações de VLBI.

Estas estimativas de precisão para o retardamento e taxa de retardamento foram calculadas em função das características do sistema. Contudo, elas não incluem fontes de erro tais como efeitos instrumentais, meio de propagação e erros em modelos matemáticos.

Consideremos os seguintes valores para os parâmetros da (2.17) em uma observação hipotética com o sistema Mark III (ver seção 2.6):

$\Delta f = 400$ MHz

$T = 3$ min

$\gamma = 1$

$S = 5$ Jy

$D_1 = D_2 = 40$ m

$E_1 = E_2 = 0,5$

$T_{S_1} = T_{S_2} = 100$ K

Vemos, assim que $\sigma_\tau \simeq 2,3$ ps e, portanto, a precisão teórica em boas condições de recepção pode chegar ao nível de milímetros.

2.6 EQUIPAMENTOS E PRINCÍPIOS OPERACIONAIS BÁSICOS

Cada terminal de VLBI consiste básicamente de uma antena, um padrão de freqüência altamente estável (tal como um maser de hidrogênio) que controla o sistema de oscilador local para conversões de freqüência e o relógio, um amplificador de rádio freqüência de baixo ruído, misturador e amplificador de freqüência intermediária, conversor de vídeo, "formatter" e gravador. Estes componentes básicos são mostrados esquemáticamente no diagrama da figura 2.5.

Este diagrama é suficientemente genérico para descrever os sistemas de VLBI em uso. Estes sistemas dividem-se básicamente em duas categorias, conforme as técnicas de gravação e processamento dos dados: os sistemas digitais, desenvolvidos nos Estados Unidos e o sistema analógico, desenvolvido no Canadá. Existem três tipos de sistemas digitais: MARK I, MARK II e MARK III. O sistema MARK I já não é mais utilizado. O MARK III foi recentemente implantado, com sucesso. A diferença fundamental entre os sistemas digitais, reside na largura de banda que pode ser gravada. O sistema MARK I pode gravar uma largura de banda de 360 KHz, o sistema MARK II, 2MHz, enquanto o sistema MARK III possui 28 canais de vídeo, cada um com largura de banda de 2 MHz, distribuídos de modo a poder cobrir uma largura de banda total de até 400 MHz. Na realidade, o sistema MARK III compõe-se de dois receptores com 14 canais de vídeo cada um, recebendo sinais simultâneamente, um na banda S(2,3 GHz) e outro na banda X(8,4 GHz) para determinação da correção ionosférica. O sistema possui ainda um sistema de calibração dos cabos, um radiômetro de microondas para medir conteúdo de vapor d'água e sensores meteorológicos. |5|. A função destes equipamentos será abordada no capítulo 3, seção 3.4.4.

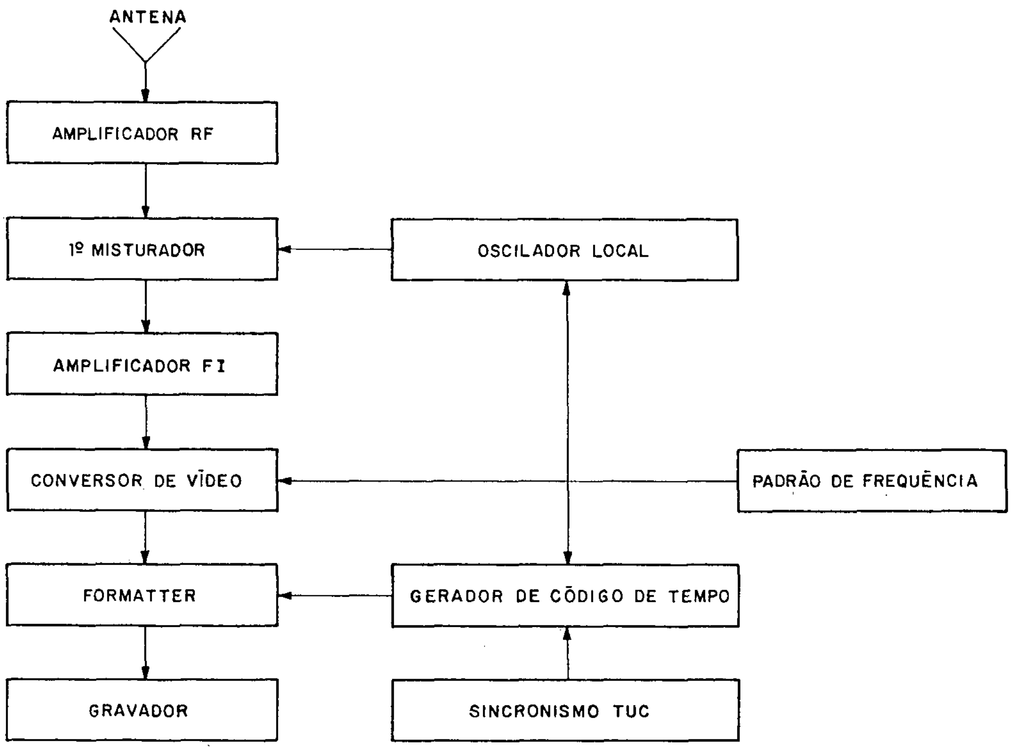


Fig. 2.5 Diagrama de blocos de um sistema de VLBI (tempo de gravação)

A direção da fonte de rádio no instante da observação é pré-calculada para cada estação e cada antena é apontada. A freqüência central de operação, ditada, em grande parte, pelo desejo de minimizar os efeitos ionosféricos, situa-se geralmente na faixa das microondas (GHz). Os sinais são gravados a partir de um instante pré-fixado.

A sincronização de tempo dos sistemas de gravação das estações pode ser realizada, com precisão da ordem de microsegundos, através da comparação com o Tempo Universal Coordenado fornecido por um relógio itinerante (de césio, por exemplo) ou através do sistema LORAN C. Após o ajuste da época, o tempo é controlado pelo padrão de freqüência.

O sinal recebido, após amplificação por um amplificador de rádio freqüência de baixo ruído (maser ou paramétrico) é misturado com o sinal de oscilador local cuja fase é locada ("phase locked") ao padrão de freqüência. O sinal resultante, de freqüência intermediária, é passado, após amplificação, a um conversor de vídeo de banda lateral única ("single side-band"), que o converte a uma banda de vídeo de 0 a Δf, aceitável para amostragem digital e gravação.

No "formatter" o sinal de vídeo é modelado e é introduzida a informação de tempo. Nos sistemas digitais o sinal é ceifado ("clipped") e depois amostrado, para gravação, em intervalos regularmente espaçados, de forma que o valor da amostra é dado por

$$x(n) = \begin{cases} +1, \text{ se } x(t) > 0 \\ -1, \text{ se } x(t) < 0 \end{cases} \qquad (2.19)$$

onde n representa o número da amostra correspondente ao instante t. A taxa de amostragem deve ser, conforme o teorema de Nyquist, igual ou maior ao dobro da largura de banda da gravação, para que as amostras representem o sinal original. Assim, por exemplo, o antigo sistema MARK I do Observatório Nacional de Rádio Astronomia dos Estados Unidos (NRAO), que cobre uma banda de vídeo de zero a 360 KHz, grava os dados a uma taxa de 720 Kbits/s. O sistema MARK II, utilizado, entre outros, no NRAO, no Rádio Observatório de Haystack, nos Estados Unidos e no Rádio Observatório de Itapetinga, em São Paulo, com banda de freqüências de zero a 2 MHz, apresenta taxa de gravação de 4 Mbits/s. Junto ao sinal, indicações de tempo são dadas em intervalos regulares.

Em trabalhos de VLBI, a estabilidade dos padrões de freqüência é muito importante, e torna-se vital quando estes trabalhos tem finalidades geodésicas ou geofísicas. Como os padrões de freqüência controlam a fase dos sinais de oscilador local para conversões de freqüência, seu mau desempenho introduz ruído (ou desvio) de fase no sinal, destruindo a coerência entre os sinais e diminuindo a amplitude da correlação. Os padrões de freqüência são usualmente descritos pela sua estabilidade fracional de freqüência, cujo gráfico em função do tempo de integração é mostrado na figura 2.6, para os mais usuais padrões de freqüência. Os dados deste gráfico são ainda controversos. O desvio padrão da fase, devido apenas ao padrão de freqüência pode ser calculado de

$$\left[< \Delta\phi^2 > \right]_T^{1/2} = \left[\left(\frac{\Delta f}{f} \right)_T 2\Pi f T \right] \qquad (2.20)$$

onde T = intervalo de integração,

f = rādio freqüência de observação, e

$\frac{\Delta f}{f}$ = estabilidade fracional de freqüência do padrão de freqüência.

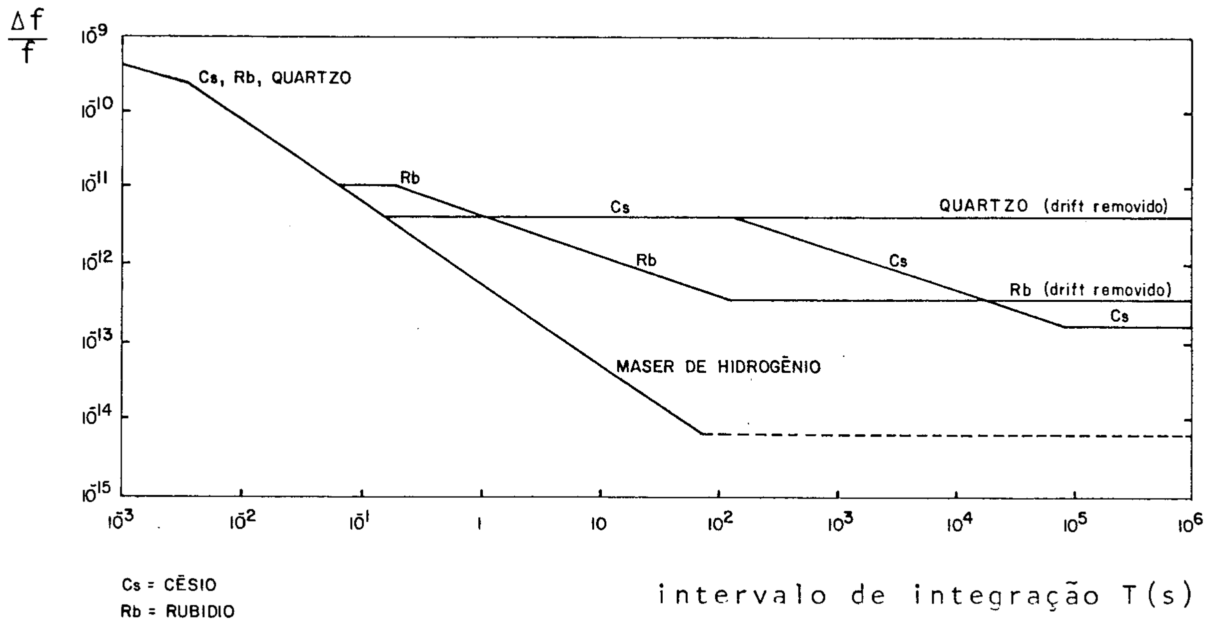


Fig. 2.6 Estabilidade fracional de freqüência para alguns padrões de freqüência |14|.

Para obter uma amplitude de correlação (ou de franjas) satisfatória, o desvio de fase deve ser menor que 1 radiano durante o período de integração, ou seja:

$$\left(\frac{\Delta f}{f}\right)_T 2\Pi f T < 1 \qquad (2.21)$$

A estabilidade exigida em VLBI depende das finalidades do trabalho. Se o objetivo é a simples obtenção de franjas para determinação do tamanho angular de pequenas fontes de rádio, a estabilidade de qualquer dos modernos padrões atômicos de freqüência é suficiente. Se, contudo, o trabalho tem finalidades geodésicas, exigindo medidas precisas de retardamento, o uso do maser de hidrogênio, torna-se quase obrigatório. O maser de hidrogênio é o único padrão de freqüências cuja instabilidade de longo período não é grande comparada com as incertezas em alguns outros parâmetros desconhecidos. Sua estabilidade de longo período, de aproximadamente 1 parte em 10^{14}, implica num desvio de 1 ns num dia, que é a duração típica de uma experiência de VLBI. As incertezas nas determinações das influências da atmosfera e ionosfera no retardamento situam-se, também, na banda X, em torno de 1 ns.

Na verdade, a estabilidade de fase no interferômetro é menor que a do padrão de freqüência. Primeiro, porque a atmosfera e a ionosfera também introduzem ruído de fase. Depois, porque o oscilador local tem menor estabilidade de fase que o padrão de freqüência ao qual está submetido.

Após o período de observação as fitas são reunidas e os dados são reproduzidos e processados num sistema de reprodução (fig. 2.7). As principais funções deste sistema são

a) registrar os dados das fitas de gravação;

b) compensar o retardamento e as variações de freqüência devidas ao efeito Doppler nas duas estações;

c) realizar a correlação cruzada das seqüências;

d) armazenar as funções de correlação cruzada para o tempo de integração desejado.

Inicialmente, os dados são reproduzidos em sincronismo, isto é, os dados gravados no mesmo instante são reproduzidos simultâneamente.

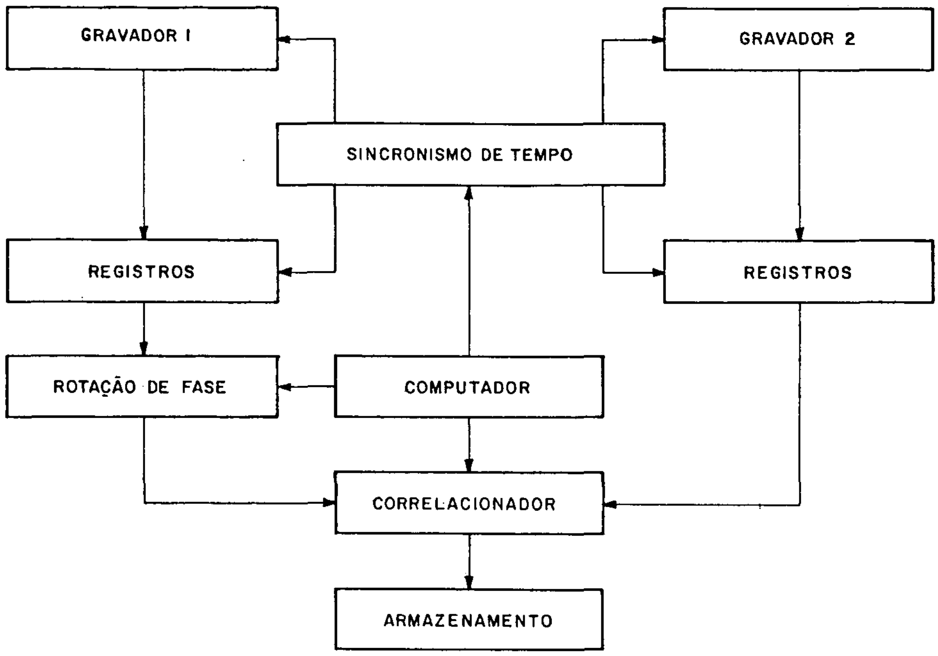


Fig. 2.7 Diagrama de blocos do sistema de reprodução de VLBI.

A compensação do retardamento é realizada simplesmente pelo deslocamento de uma seqüência de dados em relação a outra de um valor do retardamento calculado "a priori". A compensação diferencial de freqüências ou remoção da taxa de fase é obtida pela rotação de fase ou rotação de franjas, de um valor calculado "a priori" para cada segmento de dados.

A correlação cruzada é realizada para cada segmento de dados e as funções de correlação obtidas são gravadas em fitas para armazenamento e posterior utilização na obtenção das observações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. BURKE, B.F. Long baseline interferometry. Physics Today, 22 (7): 54-63, 1969.

02. CLARK, B.G. The NRAO tape recorder interferometer system. Proceedings of the IEEE, 61 (9): 1242-8, 1973.

03. FAJEMIROKUM, F.A. Applications of laser ranging and VLBI observations for selenodetic control. Reports of the Department of Geodetic Science, 157, The Ohio State University, Columbus, 1971, 230 p.

04. KLEMPERER, W.K. Long-baseline radio interferometry with independent frequency standards. Proceedings of the IEEE, 60 (5): 602-9, 1972.

05. MA, C. Very long baseline interferometry applied to polar motion, relativity and geodesy. Maryland, 1978, 367 p.

06. MAX, J. Treutement du signal. Paris, Masson, 1972. 331 p.

07. MORAN, J.M. Very long baseline interferometer systems.In: MARTON, L., ed. Methods of Experimental Physics. New York, Academic Press, 1976. v. 12, p. 175-97.

08. ___. Very long baseline interferometric observation and data reduction. In: MARTON, L., ed. Methods of Experimental Physics. New York, Academic Press, 1976. v. 12, p. 228-60.

09. ROGERS, A.E.E. Very long baseline interferometry with large effective bandwith for phase-delay measurements. Ra-

dio Science, _5_ (10): 1239-47, 1970.

10. ROGERS, A.E.E.; COUNSELMAN, C.C.; HINTEREGGER, H.F.; KNIGHT, C.A.; ROBERTSON, D.S.; SHAPIRO, I.I.; WHITNEY, A.R.; CLARK, T.A. Extragalactic radio sources: accurate positions from very long baseline interferometry observations. _The Astrophysical Journal_, _186_: 801-6, 1973.

11. ROGERS, A.E.E. Theory of two element interferometers. In: MARTON, L., ed. _Methods of Experimental Physics_. New York, Academic Press, 1976. v. 12, p. 139-57.

12. SHAPIRO, I.I. & KNIGHT, C.A. Geophysical applications of long-baseline radio interferometry. In: MANSINHA, L. et al., ed. _Earthquake displacements fields and the rotation of the Earth_. Dordrecht, Reidel, 1970. p.284-301.

13. SHAPIRO, I.I.; ROBERTSON, D.S.; KNIGHT, C.A.; COUNSELMAN, C.C.; ROGERS, A.E.E.; HINTEREGGER, H.F.; LIPPINCOTT, S.; WHITNEY, A.R.; CLARK, T.A.; NIELL, A.E.; SPITZMESSER, D.J. Transcontinental baselines and the rotation of the Earth measured by radio interferometry. _Science_, _186_ : 920-2, 1974.

14. WHITNEY, A.R. _Precision geodesy and astrometry via very-long-baseline interferometry_. 1974. 355 p. Dissertação. Ph.D., Massachusetts Institute of Technology.

15. WHITNEY, A.R.; ROGERS, A.E.E.; HINTEREGGER, H.F.; LEVINE, J.I.; KNIGHT, C.A.; LIPPINCOTT, S.; CLARK, T.A.; SHAPIRO, I.I.; ROBERTSON, D.S. A very-long-baseline interferometer system for geodetic applications. _Radio Science_, _11_ (5): 421-32, 1976.

3. FATORES DE INFLUÊNCIA SOBRE AS OBSERVAÇÕES DE VLBI

3. FATORES DE INFLUÊNCIA SOBRE AS OBSERVAÇÕES DE VLBI

3.1 INTRODUÇÃO

A observação de maior interesse geodésico e geofísico é o retardamento (τ). Se o expressarmos em função de todos os parâmetros envolvidos, podemos, com um número suficientemente grande de observações, estimar estes parâmetros a partir de um ajustamento pelo Método dos Mínimos Quadrados. Se os resíduos das observações, tem distribuição gaussiana com média zero, este método nos fornece as estimativas de máxima verossimilhança.

As medidas de τ sofrem a influência de vários fatores, que podem ser teòricamente parametrizados no modelo matemático. Tais fatores podem ser divididos em duas classes: aqueles de interesse geodésico, geofísico e astrométrico, que serão tratados na seção 3.2 e aqueles considerados indesejáveis, pois estabelecem as limitações técnicas e que serão tratados nas seções 3.3 e 3.4. A partir destas considerações, decompomos o retardamento em três componentes:

$$\tau = \tau_g + \tau_e + \tau_p \qquad (3\text{-}1)$$

onde τ_g = retardamento geométrico, devido a geometria das posições das estações e da fonte (fig. 3.1), que contêm toda a informação sobre os parâmetros geodésicos, geofísicos e astrométricos de interesse;

τ_e = retardamento devido aos equipamentos (padrões de freqüência e demais aparelhagem eletrônica);

τ_p = retardamento do meio de propagação, devido aos efeitos da atmosfera.

Os modelos físicos utilizados no ajustamento para descrever cada um destes componentes serão expressos analiticamente no capítulo 4. Neste capítulo descreveremos os fenômenos que dão origem a estes componentes.

3.2 DEPENDÊNCIA DAS OBSERVAÇÕES EM RELAÇÃO A GEOMETRIA

A geometria básica de uma observação de retardamento é mostrada na figura 3.1, considerando-se um sistema de referência geocêntrico, inercial, fixo em relação as fontes (hipotético).

O retardamento geométrico, omitido o efeito do movimento das estações em relação a fonte, é definido por:

$$\tau_g = - \frac{\vec{B} \cdot \hat{f}}{c} \tag{3.2}$$

onde $\vec{B}$ é o vetor da base, da estação 1 para a estação 2,

$\hat{f}$ é o vetor unitário na direção da fonte observada,

c é a velocidade da luz.

O efeito do movimento das estações será incorporado na expressão de $\vec{B}$ em (3.2). Um segmento de frente de onda atinge a estação 1 no instante t_1 e a estação 2 no instante t_2. O vetor posição da estação 1 em t_1 é $\vec{r}_1(t_1)$, da estação 2 em t_2, $\vec{r}_2(t_2)$.

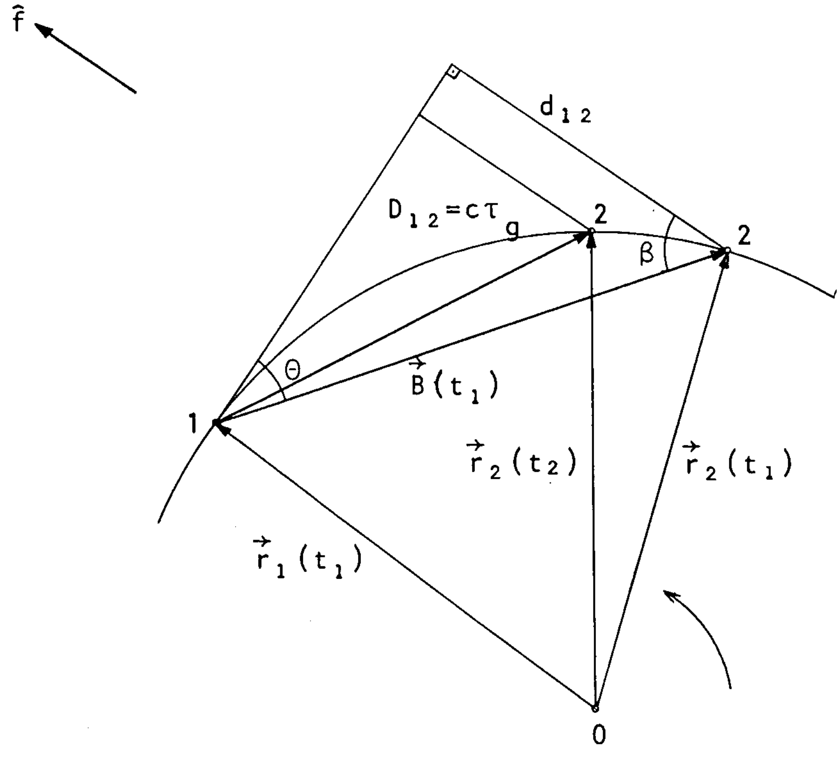


Fig. 3.1 Geometria de uma observação de retardamento num sistema inercial geocêntrico (hipotético)

Então, da figura 3.1 obtém-se a expressão do retardamento geométrico:

$$\tau_g = - \frac{[\vec{r}_2(t_2) - \vec{r}_1(t_1)].\hat{f}}{c} \tag{3.3}$$

No intervalo $\tau_g = t_2 - t_1$ a estação 2 deslocou-se devido a rotação da Terra. Como τ_g é pequeno (seu valor máximo é aproximadamente 0,02 s) podemos escrever, numa aproximação linear,

$$\vec{r}_2(t_2) = \vec{r}_2(t_1) + \frac{d\vec{r}_2(t_1)}{dt} \tau_g \ . \tag{3.4}$$

De (3.3) e (3.4) obtemos

$$\tau_g = - \frac{[\vec{r}_2(t_1) - \vec{r}_1(t_1)]}{c} . \hat{f} - \frac{\frac{d\vec{r}_2(t_1)}{dt} \tau_g}{c} . \hat{f} \quad . \qquad (3.5)$$

Fazendo

$$\vec{B}(t_1) = \vec{r}_2(t_1) - \vec{r}_1(t_1) \qquad e \qquad (3.6)$$

$$\vec{v}_2(t_1) = \frac{d\vec{r}_2(t_1)}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{r}_2(t_1) \ , \qquad (3.7)$$

a (3.5) pode ser escrita como

$$\tau_g = - \frac{\vec{B}(t_1).\hat{f}}{c} - \frac{\vec{v}_2(t_1).\hat{f}}{c} \tau_g \qquad (3.8)$$

Em (3.7) $\vec{\omega}$ é o vetor velocidade angular da Terra em t_1. Observe-se que $\vec{v}_2(t_1).\hat{f}/c$, multiplicado pela freqüência do sinal recebido, dá a variação de freqüência devida ao efeito Doppler. A (3.8) mostra ser o retardamento geométrico composto de duas partes. A primeira é a projeção do vetor base instantânea (em t_1) na direção da fonte; a segunda é a projeção do deslocamento da estação 2 durante o trânsito da frente de onda. Esta última é bem menor que a primeira, sendo seu valor máximo da ordem de 10^{-8} s, correspondendo aproximadamente a 5 m. Em experiências reais de VLBI ou análises mais acuradas, esta parcela não pode ser omitida; porém em análises aproximadas pode-se usar o modelo matemático simplificado:

$$\tau_g = - \frac{\vec{B}(t).\hat{f}}{c} \qquad (3.9)$$

e a taxa de retardamento geométrico é, então, dada por:

$$\dot{\tau}_g = - \frac{1}{c} \frac{d\vec{B}(t)}{dt} . \hat{f}, \qquad (3.10)$$

considerando que $\dot{\hat{f}} = 0$.

Cabe, aqui, um comentário acerca da influência da aberração sobre o retardamento, devida ao deslocamento relativo fonte-interferômetro. Uma solução correta do problema deve basear-se na teoria da Relatividade Especial. Para aplicá-la, usam-se dois sistemas de coordenadas: um fixo em relação a fonte e outro fixo em relação a uma das estações (sistema local) movendo-se com velocidade linear $\vec{v}$, igual a velocidade da estação no instante de observação. Ambos os sistemas são considerados inerciais e o movimento relativo entre eles é, portanto, considerado uniforme. Então, a relação entre a direção aparente da fonte no sistema local, $\hat{f}_{ab}$, e a direção da fonte no sistema fixo em relação a ela, $\hat{f}_o$, é |22|:

$$\hat{f}_{ab} = \frac{\hat{f}_o^{+} + \frac{\vec{v}}{c}}{1 + \hat{f}_o \cdot \frac{\vec{v}}{c}} \tag{3.11}$$

onde $\vec{v}$ = velocidade do sistema local em relação ao sistema fixo a fonte,

$$\hat{f}_o^{+} = \frac{\hat{f}_o}{\gamma} - \frac{(1-\gamma)\vec{v}(\vec{v}.\hat{f}_o)}{\gamma v^2} ,$$

$$\gamma = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-1/2} .$$

Numa aproximação de primeira ordem, em que consideramos omissíveis os termos com ordem igual ou superior a segunda, v^2/c^2, $\gamma = 1$. Utilizando esta aproximação e fazendo uma expansão binomial do denominador, obtemos:

$$\hat{f}_{ab} = \hat{f}_o + \frac{\vec{v}}{c} - \hat{f}_o \left(\frac{\hat{f}_o . \vec{v}}{c}\right) - \frac{\vec{v}}{c} \left(\frac{\hat{f}_o . \vec{v}}{c}\right) \tag{3.12}$$

No nosso caso, em que as duas estações se movem segundo direções diferentes ($\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2$), como escolher o sistema local de modo a determinar o efeito da aberração considerando o interferômetro como um todo? Uma possível resposta a esta pergunta reside no raciocínio que segue. Conforme a definição de retardamento,

$$\tau = - \frac{\vec{B} . \hat{f}}{c} = - \frac{B \cos \beta}{c} ,$$

uma alteração de direção em β-devida, por exemplo, a aberração- só ocorre, para B constante, quando τ se altera. Quando a frente de onda atingiu a estação 1, uma alteração em τ só pode ser provocada pelo movimento da estação 2 e, portanto, o movimento da estação 1 não influencia o retardamento. Assim, consideramos aqui apenas $\vec{v}_2$ responsável pelo efeito de aberração em β e a (3.12) torna-se:

$$\hat{f}_{ab} = \hat{f}_o + \frac{\vec{v}_2}{c} - \hat{f}_o \left(\frac{\hat{f}_o . \vec{v}_2}{c}\right) - \frac{\vec{v}_2}{c} \left(\frac{\hat{f}_o . \vec{v}_2}{c}\right)$$

Substituindo esta expressão para a direção aparente da fonte na definição do retardamento obtemos:

$$\tau = - \frac{\vec{B} . \hat{f}_o}{c} - \frac{\vec{B} . \vec{v}_2}{c} + \left(\frac{\vec{B} . \hat{f}_o}{c} + \frac{\vec{B} . \vec{v}_2}{c}\right) \left(\frac{\hat{f}_o . \vec{v}_2}{c}\right)$$

ou

$$\tau = - \frac{\vec{B} . \hat{f}_o}{c} - \frac{\vec{B} . \vec{v}_2}{c} - \frac{\hat{f}_o . \vec{v}_2}{c} \tau \tag{3.13}$$

O terceiro termo do lado direito da (3.13) corresponde a contribuição relativística da aberração (em primeira ordem)e coincide com o segundo termo da (3.8), calculado segundo uma interpretação clássica da situação. Para uma perfeita concordância entre a (3.8) e a (3.13) falta considerar naquela uma contribuição constante da aberração,

$$\frac{\vec{B}.\vec{v}_2}{c} .$$

Este termo constante é absorvido, no ajustamento das observações, pelo erro de sincronização dos relógios. Portanto, só é necessário considerá-lo quando se deseja determinar, através de VLBI, o valor "limpo" deste erro de sincronização.

Outro comentário a fazer refere-se ao efeito da paralaxe sobre as observações. Estamos tratando, neste trabalho, da técnica de VLBI com observações a fontes muito distantes, normalmente quasars. Como a distância da maioria dos quasars é da ordem de 10^9 parsecs (1 parsec = 3,262 anos-luz), a paralaxe estelar destas fontes situa-se em torno de 10^{-9}", sendo,portanto, omissível.

O vetor base, $\vec{B}$, e o vetor unitário na direção da fonte, $\hat{f}$, são expressos em função das coordenadas das estações e da fonte. O produto escalar $\vec{B}.\hat{f}$ independe do sistema de coordenadas escolhido, porém as coordenadas das estações e da fonte devem, óbviamente, estar expressas no mesmo sistema. Vemos, portanto, que o retardamento geométrico depende, primariamente, das coordenadas das estações e da fonte. Há, contudo, vários fenômenos físicos, que complicam a geometria de uma observação de VLBI e há, portanto, outros parâmetros que afetam o retardamento geométrico, além das coordenadas da base e da fonte. Estes fenômenos, a seguir descritos em termos gerais, compreendem as variações no vetor velocidade angular de rotação da Terra, $\vec{\omega}$, tanto em direção como em módulo, e os efeitos de não rigidez da Terra. Os parâmetros que os representam tem grande interesse geofísico.

O vetor velocidade angular de rotação, $\vec{\omega}$, que define a direção do eixo de rotação da Terra, move-se tanto em relação a um sistema de referência inercial, definido pelas estrelas "fixas", como em relação a um sistema de referência fixo a Terra.

Os movimentos do eixo de rotação num sistema inercial devem-se a presença de outros corpos no sistema solar, principalmente o Sol e a Lua. O torque luni-solar, devido as forças gravitacionais sobre o excesso de massa equatorial da Terra, causa a precessão luni-solar do eixo de rotação, com um deslocamento anual de 50,3" e período de 25 800 anos. A órbita da Lua e do Sol superpõe ao movimento de precessão movimentos de mutação com período menor e deslocamento de até 9" para o período principal de 18,6 anos. Os outros planetas causam uma lenta rotação do plano orbital da Terra (eclíptica), com o conseqüente deslocamento dos equinócios e a diminuição da obliquidade, o ângulo entre a eclíptica e o plano equatorial da Terra.

Os movimentos do eixo de rotação num sistema fixo a superfície terrestre (sistema terrestre) são conhecidos por movimento do polo. Parte deste movimento ocorreria mesmo na ausência de qualquer torque (movimento de Euler), parte deve-se ao movimento relativo de massas na Terra e parte origina-se do torque luni-solar sobre a Terra (movimento diurno do polo, com amplitude aproximada de 0,02"). As componentes principais do movimento do polo são: 1) a componente anual, relacionada a contínua redistribuição de massa em processos meteorológicos e geofísicos e 2) a componente chandleriana, com período de 14 meses, que é o movimento de Euler modificado pela deformação elástica rotacional da Terra. A amplitude do movimento resultante situa-se em torno de 0,2". O efeito máximo sobre o retardamento é de 20 ns.

A velocidade de rotação da Terra (módulo de $\vec{\omega}$) não é constante, sofrendo variações periódicas e uma deriva secular irregular. Portanto os sistemas de tempo rotacional, com o tempo sideral, são afetados. Se o tempo fornecido pelos serviços internacionais de tempo (tempo universal coordenado ou TUC) é convertido ao tempo sideral correspondente, admitindo-se rotação uniforme, pode haver uma diferença de até 0,9 s em relação ao tempo sideral aparente real (anuário do Bureau International de l'Heure-BIH). Normalmente, a diferença é menor que 0,7 s.

As variações de $\vec{\omega}$, aqui descritas superficialmente, são tratadas com maior profundidade no Apêndice D, sob o título de Movimentos Rotacionais da Terra.

Como conseqüência destes movimentos rotacionais, há movimentos relativos de sistemas de referência que se traduzem em variação de coordenadas, afetando, portanto, o retardamento geométrico. Conforme mencionamos, na expressão do retardamento as coordenadas da base e da fonte devem referir-se a um mesmo sistema. Como as fontes observadas (fontes muito distantes), podem ser consideradas fixas num sistema de referência inercial, sendo suas coordenadas fornecidas por catálogos, é conceitualmente mais simples transformar as coordenadas da base do sistema terrestre para o sistema inercial. Esta transformação de sistemas de coordenadas compreende um conjunto de rotações caracterizadas por parâmetros dos movimentos rotacionais. Conseqüentemente, estes parâmetros estarão presentes na expressão do retardamento.

A não rigidez da Terra pode afetar as coordenadas da base através, principalmente, das marés terrestres, da resposta a carga oceânica e dos movimentos da crosta.

O potencial das marés produzido pela Lua e o Sol causa a maré terrestre. Se a Terra fosse fluída, o deslocamento máximo seria de 76 cm |15|; na Terra real situa-se em torno de 36 cm. Há também um pequeno efeito (3 cm) das marés oceânicas sobre o deslocamento da Terra sólida, conforme FARRELL*, citado em |13|. Quando as águas dos oceanos se movem sob o efeito das marés, sua carga e sua força gravitacional sobre os continentes varia e a combinação destes dois efeitos causa um deslocamento. O deslocamento total devido as marés depende das posições relativas da estação, da Lua, do Sol e dos oceanos. Tanto o comprimento quanto a orientação da base podem variar com o tempo. A ação da carga oceânica é modelada diferentemente da maré terrestre e por isto estes dois fenômenos são tratados separadamente. Os deslocamentos radial e horizontal causados pelas marés terrestres são caracterizados pelos números de Love (h) e Shida (ℓ). Cada componente de maré devido a car

*FARRELL,W.E. Gravity Tides. San Diego, 1970.Dissertação. Ph. D.. University of California.

ga oceânica pode ser representado por uma amplitude e diferença de fase, ambas específicas de cada estação. A diferença de fase é o atraso ou avanço de fase em relação ao componente da maré terrestre de mesma freqüência.

A dinâmica da crosta, ou melhor, da litosfera (ver constituição da Terra, no Apêndice D, seção D.3.1), é explicada , em linhas gerais, por um modelo quase universalmente aceito , desenvolvido nos anos 60: a teoria da tectônica de placas ou tectônica global. De acordo com ela, a litosfera consiste de algumas placas grandes e outras menores, relativamente rígidas, de superfície esférica, que se movimentam umas em relação as outras. As placas repousam sobre os materiais da astenosfera, mais plásticos. O conhecimento da origem das forças que movimentam as placas da litosfera ainda é muito limitado. Para numerosos autores devem-se as correntes de convecção térmica no manto, mais precisamente na astenosfera onde as temperaturas são altas (da ordem dos 1500°C a 2500°C) e os materiais viscosos. A matéria a temperatura mais baixa, situada logo abaixo da litosfera, tende a descer por ter maior densidade, enquanto a mais quente sobe, originando-se assim as correntes que arrastam as placas.

Nos limites ou bordas das placas ocorrem os principais processos geológicos tais como a orogênese, os terremotos e os fenômenos vulcânicos. Os limites são, fundamentalmente, de três tipos: divergentes, convergentes e com deslizamento lateral horizontal.

Nos limites divergentes as placas se afastam, e através delas produz-se uma contínua ascenção de material do manto que se resfria e solidifica, formando uma nova litosfera. Nos limites convergentes duas placas se chocam e a mais leve afunda-se por baixo da outra até zonas profundas e os seus materiais são reabsorvidos pelo manto (subducção). No terceiro tipo de limite as placas não divergem nem se afrontam, mas uma desliza ao longo da outra, sem criação nem destruição da litosfera. O primeiro tipo corresponde as dorsais oceânicas e o segundo a zonas de fossas abissais e arcos insulares (fossas e arcos insulares das Aleutas, Kurilas, Japão, Filipinas, fossa do Peru e Chile) e dos principais sistemas montanhosos (Montanhas Rochosas, Andes, cintura orogênica alpino-himalaia).Como exemplo do terceiro tipo pode-se citar a falha de Santo André, na Califórnia e a falha Alpina, na Nova Zelândia.

Dispondo sobre um mapa as dorsais conhecidas, as zonas de fossas abissais e arcos insulares e as principais falhas, destacar-se-ão na superfície terrestre seis grandes placas:pacífica, norte-americana, euro-asiática, africana, sul-americana e indo-australiana. A figura 3.2 mostra uma estimativa das velocidades relativas das placas a partir de evidências geológicas, sísmicas e geofísicas, segundo MINSTER et al.*, citados em |17|.

A tectônica de placas modifica as coordenadas das estações. Contudo, este movimento é muito pequeno para produzir efeitos consideráveis sobre as medidas de VLBI, se as observações cobrem um intervalo pequeno de tempo. Para observações

*MINSTER,J.B.,JORDAN,T.H.,MOLNAR,P. & HAINES,E. Numerical modelling of instantaneous plate tectonics. Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 36: 541-76, 1974.

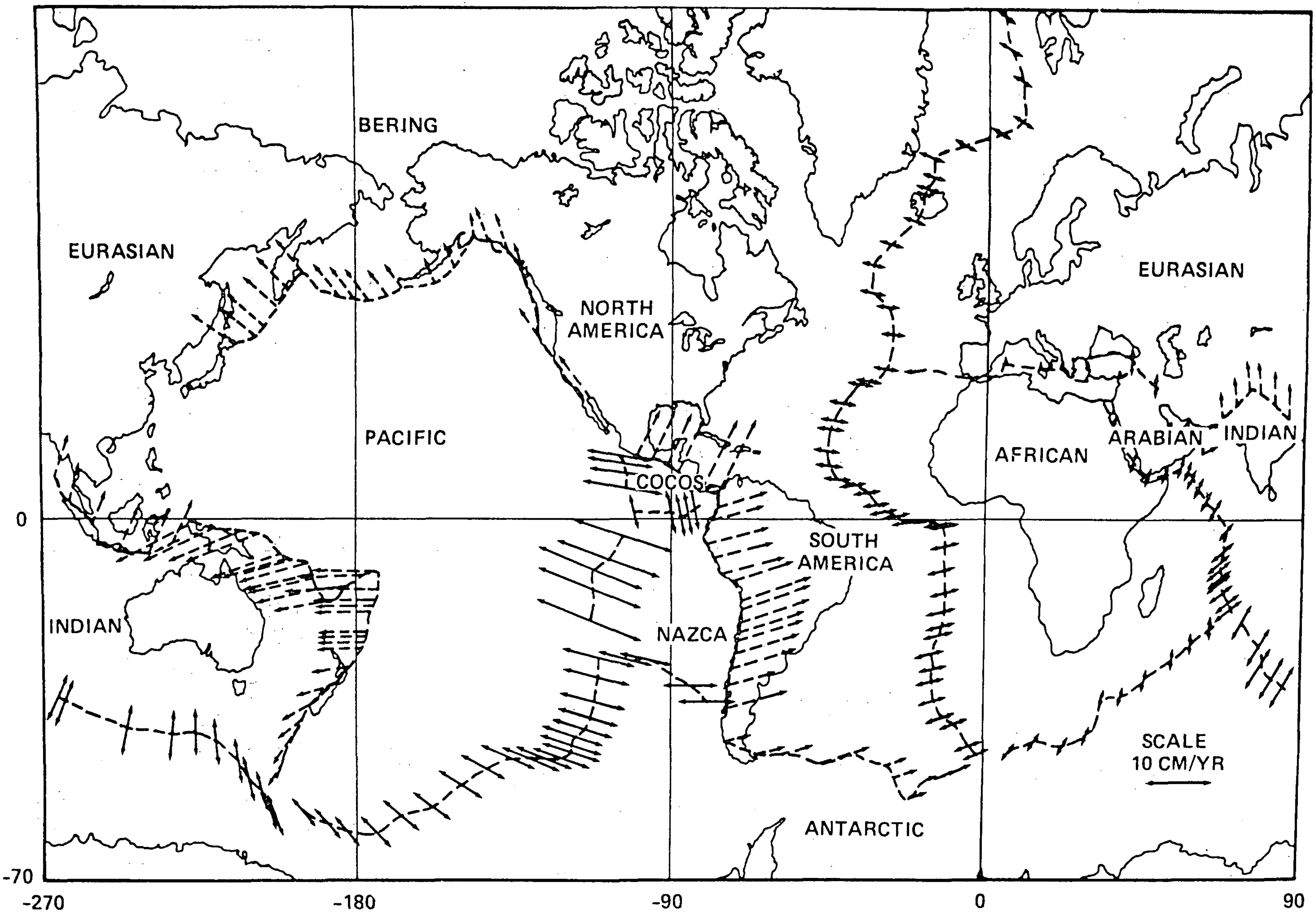


Fig. 3.2 Movimentos nos limites das placas tectônicas |17|

realizadas por um longo período, o efeito dos movimentos da crosta pode tornar-se apreciável, e assim, a técnica de VLBI pode ser utilizada para medir estes deslocamentos.

As fontes utilizadas em VLBI para fins geodésicos são suficientemente distantes para que se possa omitir seu movimento próprio. Contudo, algumas fontes observadas possuem estrutura complexa, na qual diferentes componentes irradiam, separados por distâncias da ordem de 10^{-3}", e isso pode resultar numa mudança aparente da posição da fonte sem que haja deslocamento físico. A posição aparente pode depender da resolução angular do interferômetro, que varia com o componente da base perpendicular ao vetor da fonte, como se pode deduzir a partir da (3.2):

$$d\beta = \frac{c}{B \text{ sen } \beta} \, d\tau \; . \tag{3.14}$$

O efeito destas estruturas sobre o retardamento pode ser obtido a partir da (3.14):

$$d\tau = \frac{B \text{ sen } \beta}{c} \, d\beta \; , \tag{3.15}$$

e é da ordem de 0,1 ns apenas. Este efeito pode ser minimizado pelo uso de mapas detalhados da estrutura das fontes, para calcular a variação aparente de posição.

Até agora tratamos as estações de VLBI como se cada estação fosse um ponto. Devemos lembrar que as antenas receptoras são, em geral, parabolóides direcionáveis de grandes dimensões (30 a 60 m). Estas antenas são "apontadas"através de rotações em torno de dois eixos mútuamente ortogonais. Um destes eixos é fixo e o outro gira em torno deste. Em algumas an tenas o eixo fixo é alinhado com a vertical local (montagem altura-azimute), em outros com o eixo de rotação da Terra (montagem equatorial) e em outras, ainda, horizontalmente (montagem X-Y). Para analisar os efeitos do movimento da antena sobre as observações de VLBI é necessário definir um ponto fixo no telescópio, que será considerado extremidade da base, e em relação ao qual será definido o tempo de chegada de um sinal. Um ponto conveniente é a intersecção do eixo fixo com o plano perpendicular a ele que contém o eixo móvel (ver figura 4.3). É também necessário definir um ponto no qual o sinal é considerado "recebido" (em outras palavras, gravado). Este ponto poderá ser a corneta da antena, pois o tempo de percurso entre a corneta e o equipamento de recepção será considerado na seção 3.3. A correção ao tempo de chegada, em cada estação, é o tempo que seria necessário para o sinal percorrer a distância adicional entre a corneta e o ponto de referência. Esta correção pode ser constante ou variável, de acordo com a geometria do radiotelescópio, conforme veremos no capítulo 4.

3.3 DEPENDÊNCIA DAS OBSERVAÇÕES EM RELAÇÃO AOS EQUIPAMENTOS

Os efeitos instrumentais sobre o retardamento devem-se:

(a) ao padrão de freqüência que fornece o tempo e as freqüências de mistura;

(b) a aparelhagem eletrônica que capta o sinal da corneta do rádio telescópio para a fita magnética.

Como o retardamento observado está relacionado ao tempo gravado de chegada do sinal, qualquer desvio no relógio de uma estação se refletirá no retardamento. Nas observações de

VLBI com finalidades geodésicas os padrões de freqüência devem satisfazer as duas condições a seguir.

1) Ter suficiente estabilidade de fase de curto período (alguns minutos), para que os sinais gravados separadamente apresentem, após a correlação cruzada, boa amplitude de de franjas. Para isto, as flutuações de fase devem ser menores que aproximadamente 1 radiano durante o período de integração. Considerando períodos de integração em torno de 100 s (a duração de uma gravação em MARK I é de 3 minutos), vemos , pela (2.21), que esta exigência pode ser satisfeita, para freqüências da banda S, por padrões de rubídio. O maser de hidrogênio, contudo, é muito mais satisfatório.

2) Ter suficiente estabilidade de fase de longo período, para que o tempo seja conservado com precisão tal que o erro de sincronização dos relógios permaneça constante - dentro da precisão atingível em outros parâmetros - durante o intervalo de uma experiência de VLBI (aproximadamente um dia) . Para isto é necessária uma estabilidade de longo período, só oferecida pelo maser de hidrogênio, que é melhor que 10^{-14}, produzindo num dia um desvio menor que 1 ns.

Conclue-se, portanto, que para finalidades geodésicas é recomendável o uso do maser de hidrogênio como padrão de freqüência, pois ele reduz ao mínimo o número de parâmetros de relógio que devem ser estimados. A experiência tem mostrado que a diferença entre dois masers de hidrogênio em bom funcionamento, ou seja, sua contribuição ao retardamento, pode ser usualmente bem parametrizada, no período de um dia, por uma constante e uma taxa linear, |13| e |18|. Então:

$$\tau_e = a_0 + a_1 t$$

onde a_0 = erro de sincronização dos relógios (s),

a_1 = taxa de variação e

t = medida apropriada do tempo (s).

Neste caso, o modelo dá precisão ao nível de 1 ns ao dia |18|. A inclusão do erro de sincronização é necessária porque geralmente é impossível sincronizar dois relógios muito afastados com erro menor que poucos microsegundos.

Padrões de freqüência com desempenho mais fraco apresentam também "drifts" não lineares e descontinuidades em fase e taxa. Neste caso, a contribuição ao retardamento é modelada em termos de um polinômio da forma

$$\tau_e = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots. \tag{3.16}$$

As descontinuidades podem ser tratadas pelo uso de polinômios separados em ambos os lados da descontinuidade. O número de polinômios e o número de termos em cada um está a critério da pessoa que processa os dados. Os relógios com mau desempenho não tem apresentado um comportamento sistemático o suficiente para permitir um melhor modelo físico.

As observações de VLBI são sensíveis apenas as diferenças entre os erros de relógio de cada estação. Pode-se, contudo, escrever um polinômio para o erro de relógio de cada estação, para facilitar o tratamento do caso em que mais de duas estações estão envolvidas. Para uma estação i, o erro de relógio será então dado por:

$$\varepsilon_i = \alpha_i + \beta_i t + \gamma_i t \ldots. \qquad (3.17)$$

As observações de VLBI podem ser usadas para determinar apenas as diferenças entre os coeficientes dos polinômios de duas estações.

No processamento dos dados os coeficientes do polinômio relativo a uma estação arbitrāriamente selecionada como referência são considerados nulos e os coeficientes dos polinômios nas outras estações são considerados como representando as diferenças entre os coeficientes para aquelas estações e aqueles para a estação de referência.

A passagem do sinal da corneta da antena, onde é considerado "recebido" até o dispositivo de gravação, através do equipamento (guias de onda, cabos, amplificadores, misturadores e outros componentes ativos), requer um intervalo de tempo referido como retardamento dos cabos. Este retardamento pode ser dispersivo (dependente da freqüência) ou não dispersivo e variar ou não com o tempo. Se for não dispersivo, seus efeitos serão indistinguíveis dos efeitos dos erros de relógio. Se for dispersivo, pode afetar de modo diferente o retardamento de grupo e a taxa de retardamento, constituindo-se numa possível fonte de erro sistemático, se não houver uma medida deste retardamento em função da freqüência. Para isto, um sistema de calibração de fase é incorporado ao terminal de VLBI. Assim, as variações de fase no receptor para as diversas freqüências são calibradas por pulsos, controlados pelo padrão de freqüência, injetados no amplificador de baixo ruído (RF). O sinal do calibrador de fase é extraído em cada freqüência usada na amostragem da largura de banda. Sua fase, em cada freqüência, é usada para corrigir a dispersão. O instante de chegada associado a um sinal é obtido diretamente do sinal de calibração injetado com este sinal. Conseqüentemente, o retardamento observado não é afetado pelo tempo de viagem do sinal da corneta até a fita magnética, mas por variações no tempo de percurso do sinal de calibração desde o padrão de freqüência até a corneta. As técnicas de calibração de comprimento de cabos já em uso indicam que tais variações podem atingir vários décimos de nanosegundos e resultam provávelmente de tensão nos cabos e expansão térmica |13|.

3.4 DEPENDÊNCIA DAS OBSERVAÇÕES EM RELAÇÃO AOS MEIOS DE PROPAGAÇÃO

3.4.1 INTRODUÇÃO

A atmosfera, envoltório gasoso que rodeia a Terra, é formada por uma mistura de gases, o ar, cujos componentes mais abundantes são o nitrogênio (78%), o oxigênio (21%), o argônio (0,93%) e o dióxido de carbono (0,33%). A estes componentes, e outros presentes em menor volume, acrescenta-se o vapor d'água, cuja quantidade varia no espaço e no tempo, encontrando-se sempre concentrado nos primeiros 10 a 15 km da atmosfera. A composição e as condições físicas da atmosfera variam ao longo de sua espessura. Pode-se dividi-la em camadas, com base, primáriamente, em gradiente de temperatura (figura 3.3). De acordo com BARRY e CHORLEY*, citados em |10|, temos:

*BARRY,R.G. & CHORLEY,R.G. <u>Atmosphere, weather and climate</u>. New York, 1970. Holt, Rinchart & Winston.

1) troposfera, que contém 75% da massa total da atmosfera e quase toda a totalidade do vapor d'água;

2) estratosfera, menos densa, que contém a maior parte do ozônio (O_3) atmosférico, formado a partir do O_2 e do O proveniente da dissociação do O_2 pela radiação solar ultravioleta;

3) mesosfera, na qual a pressão já é muito baixa, decrescendo de 1 mb em 50 km a 0,01 mb em 80 km;

4) ionosfera, a partir da qual as densidades são extremamente baixas e cuja principal característica é que seus constituintes gasosos (principalmente N_2, O_2 e O) se apresentam ionizados. A radiação ultravioleta de Sol e as partículas de alta energia do espaço exterior (raios cósmicos) penetram na alta atmosfera com grande velocidade e ionizam átomos e moléculas;

5) exosfera, camada que se estende desde a termopausa, a uns 500 km, até alturas em que a densidade atmosférica é igual a do gás interespacial.

A troposfera, estratosfera e ionosfera são as regiões com papel preponderante na refração das ondas eletromagnéticas que se propagam através da atmosfera.

A variação da temperatura que caracteriza as camadas está representada na figura 3.3.

Os efeitos atmosféricos sobre os sinais são de absorção e refração. Trataremos apenas destes últimos, que tem influência direta sobre o retardamento. Podemos classificá-los em:

(a) efeitos troposféricos, ou da baixa atmosfera;

(b) efeitos ionosféricos, ou da alta atmosfera.

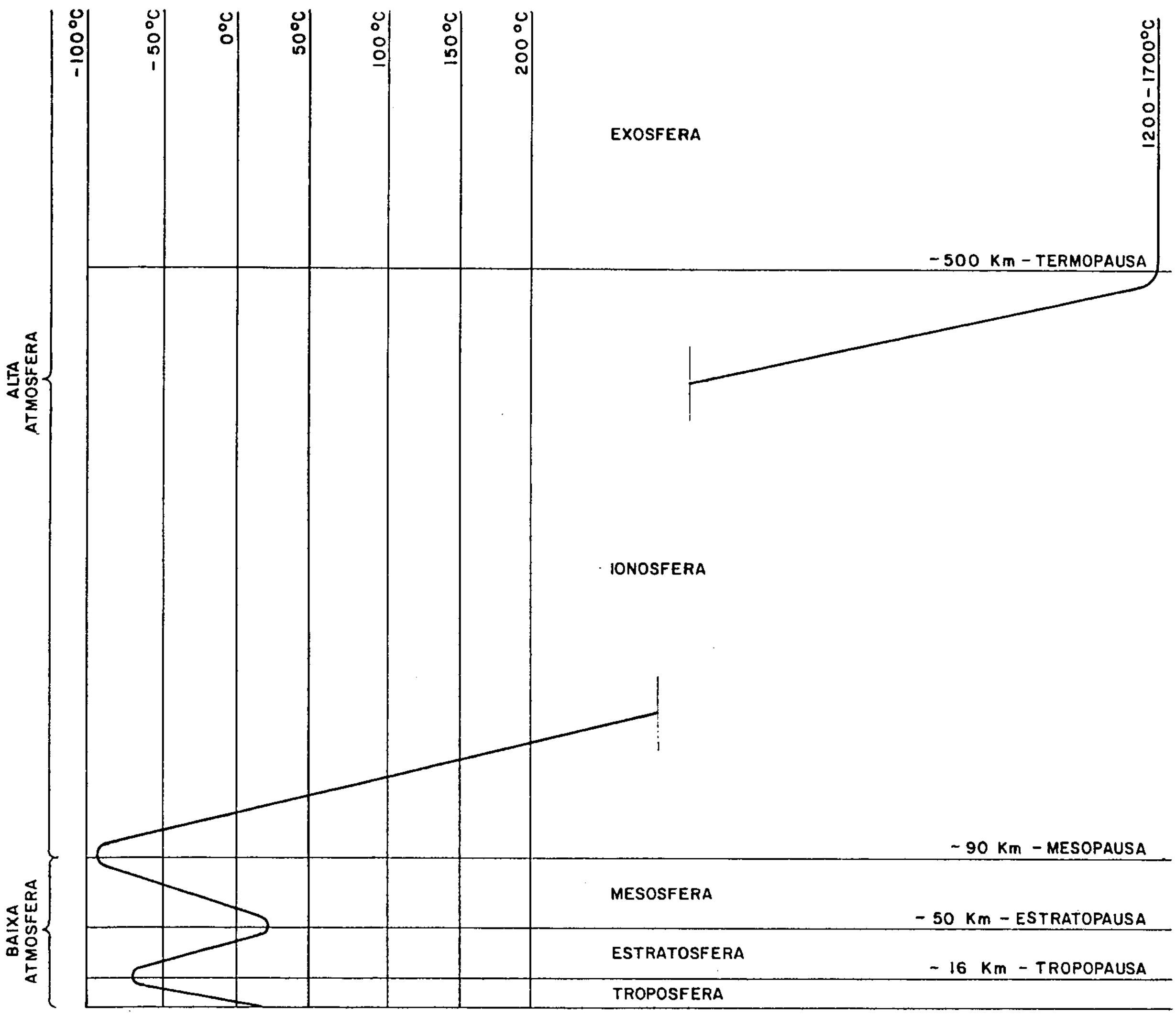


Fig. 3.3 Camadas da atmosfera

Sob a denominação de efeitos troposféricos incluem-se os efeitos da parte não ionizada da atmosfera ou baixa atmosfera. Análogamente, os efeitos ionosféricos abrangem os efeitos da atmosfera ionizada. As duas classes de efeitos atmosféricos são modeladas separadamente.

Na atmosfera, ionizada ou não, o índice de refração, dado por

$$n = \frac{c}{v} , \tag{3.18}$$

onde c = velocidade da luz no vácuo e

v = velocidade da luz no meio considerado,

é diferente da unidade e variável, devido a variação da densidade do ar. Isto implica na mudança contínua da direção e módulo da velocidade de propagação do sinal em relação a sua velocidade no vácuo.

Estes efeitos resultarão num desvio aparente da fonte, a ser considerado no apontamento do rádio telescópio (e que não será aqui abordado), e numa diferença entre o tempo observado de propagação e o tempo de propagação no vácuo. Em VLBI esta diferença não é a mesma em ambas as estações, pois a distância zenital da fonte em cada estação, e conseqüentemente a distância a ser percorrida pelo sinal através da atmosfera até cada estação, é diferente. Portanto, a observação retardamento, τ, contém um componente devido aos efeitos atmosféricos, que deve ser modelado e incluído na equação de observação. Este componente é obtido da diferença entre os retardamentos atmosféricos dos sinais nas duas estações. Nele reside a mais importante fonte de erro.

Consideremos dois pontos, A e B, situados num meio de índice de refração variável (figura 3.4). S_0 é o percurso retilíneo e S é o percurso real, curvo, do raio entre os dois pontos. O tempo necessário para o raio propagar-se de A até B, considerando-se a equação (3.18), é dado por

$$T = \int_S dt = \int_S \frac{ds}{v} = \frac{1}{c} \int_S n ds \tag{3.19}$$

O tempo de propagação no vácuo seria

$$T_0 = \frac{S_0}{c}$$

e a diferença causada pela refração é, portanto,

$$\Delta T = T - T_0 = \frac{1}{c}\left(\int_S nds - S_0\right) \tag{3.20}$$

A primeira parcela pode ser reescrita como

$$T = \frac{1}{c}\int_S nds = \frac{1}{c}\int_S (1+n-1)\,ds$$

$$= \frac{1}{c}\left[\int_S ds + \int_S (n-1)ds\right] = \frac{1}{c}\left[S + \int_S (n-1)ds\right] \tag{3.21}$$

e então, substituindo a (3.21) na (3.20) obtemos

$$\Delta T = \frac{1}{c}\left[(S-S_0) + \int_S (n-1)ds\right]. \tag{3.22}$$

O primeiro termo deve-se a diferença entre os comprimentos dos percursos real, curvo, do sinal e o retilíneo, enquanto o segundo é o retardamento devido a variação de velocidade. O efeito da curvatura é muito pequeno, omissível para alturas maiores que 5° |10|. Segundo |19|, $(S-S_0) \simeq 3$ cm para uma altura de 10° e segundo |5| este valor se reduz a menos de 1 cm para alturas maiores que 50°. Então, podemos considerar

$$\Delta T = \frac{1}{c}\int_S (n-1)ds, \tag{3.23}$$

onde as integrais $\int_S nds$ e $\int_S ds$ fornecem, respectivamente, os comprimentos eletromagnético e geométrico da trajetória do sinal. A integral $\int_S (n-1)ds$ fornece, portanto, o que aqui chamaremos de percurso diferencial.

Definindo a refratividade de um meio como

$$N = (n-1).10^{-6}, \qquad (3.24)$$

podemos reescrever a (3.23):

$$\Delta T = \frac{1}{10^6\ c} \int_S N\ ds \qquad (3.25)$$

Nosso problema resume-se, portanto, ao conhecimento da refratividade, N, ao longo do trajeto do sinal. Para simplificar o cálculo da (3.25) assume-se, geralmente, que a refratividade tem simetria esférica, isto é, é uma função apenas da distância r do ponto ao centro da Terra. Neste caso, a atmosfera é considerada composta de camadas esféricas homogêneas e o percurso do sinal está contido num plano (figura 3.4).

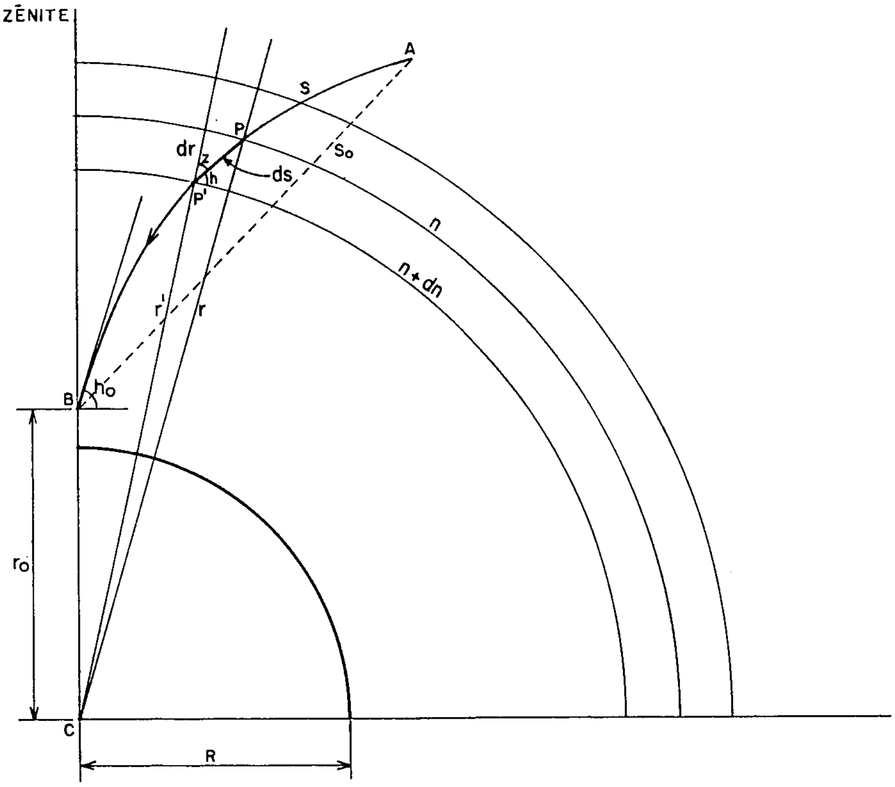


Fig. 3.4 Percurso de um raio na atmosfera

Para grandes alturas h_0 e pequenos desvios de trajetória, o raio é aproximadamente retilíneo e seu componente horizontal é relativamente pequeno. Nestas condições, as camadas esféricas podem ser consideradas planas e a (3.25) substituída por uma aproximação:

$$\Delta T = \frac{1}{10^6\ c}\int_{r_0}^{r_1} N \frac{dr}{\operatorname{sen} h} \simeq \left(\frac{1}{10^6\ c}\int_{r_0}^{r_1} N\,dr\right)\operatorname{cossec} h_0 \qquad (3.26)$$

Portanto, a correção do tempo de propagação para direções próximas ao zênite é obtida, aproximadamente, da correção zenital multiplicada pela cossecante da altura inicial ou altura aparente da fonte. A precisão desta aproximação pode ser avaliada pelo seguinte exemplo: para alturas maiores que 20^0, o erro no percurso diferencial não ultrapassa 5 cm |5|.

O cálculo dos efeitos troposféricos e ionosféricos sobre o tempo de propagação é realizado separadamente porque a refratividade nestes meios depende de parâmetros diferentes . Além disto, a ionosfera apresenta-se como um meio dispersivo para as ondas de rádio, enquanto a atmosfera baixa é práticamente não dispersiva na faixa de rádio (1-15 GHz) |12|.

Num meio dispersivo o índice de refração, e portanto a velocidade de propagação, é função do comprimento de onda. Há, então, duas velocidades associadas a propagação do sinal: a velocidade de fase e a velocidade de grupo. Tanto o retardamento de fase quanto o retardamento de grupo podem ser extraídos dos dados de VLBI. Como já vimos (capítulo 2, seção 2.3),o retardamento de fase tem ambigüidades espaçadas de 1/f, onde f é a freqüência de observação. Portanto, para fins geodésicos e astrométricos, usamos o retardamento de grupo. A velocidade de fase, isto é, a velocidade de uma só onda pura é obtida da (3.18):

$$v = \frac{c}{n} \,. \qquad (3.27)$$

Se, contudo, ondas de diferentes freqüências compõem um sinal, a envoltória se propagará com a velocidade de grupo

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} , \tag{3.28}$$

onde v é a velocidade de fase para um comprimento de onda λ.

De forma análoga a (3.27) podemos também definir

$$v_g = \frac{c}{n_g} , \tag{3.29}$$

onde n_g é o índice de refração de grupo. Deve-se ressaltar que o índice de grupo deve ser usado para calcular o retardamento causado pela variação da velocidade de propagação e não para o cálculo da curvatura de um raio, fenômeno este que depende apenas da velocidade de fase (ou índice de refração). De (3.27), (3.28) e (3.29) obtemos:

$$n_g = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} . \tag{3.30}$$

Num meio não dispersivo a velocidade de fase e a de grupo são iguais, assim como também os índices de refração e de grupo.

Para calcular o retardamento produzido pela atmosfera é necessário calcular a integral da (3.23) ou (3.25) em cada uma das estações. Para tanto, é necessário conhecer os modelos do índice de refração, que são diferentes para a baixa atmosfera e a ionosfera. Assim sendo, a (3.23) é calculada separadamente para os dois meios. O retardamento de fase é negativo na ionosfera e positivo na baixa atmosfera. Já o retardamento de grupo é positivo em ambas.

O cálculo exato da (3.23) é difícil. Freqüentemente são usadas fórmulas empíricas para a correção.

3.4.2 BAIXA ATMOSFERA

A baixa atmosfera não é dispersiva para as ondas de rádio e, portanto, na (3.23) n é o índice de refração. O índice de refração na baixa atmosfera possui dois componentes: o úmido, devido ao vapor d'água, e o seco, devido ao ar seco. São as seguintes as expressões para os componentes seco e úmido e o valor total da refratividade na atmosfera baixa, para freqüências de rádio (até 15 GHz), conforme SMITH & WEINTRAUB*, citados em |5|:

$$N_s = 77,6 \frac{P}{T} , \tag{3.31}$$

$$N_u = 3,72.10^5 \frac{e}{T^2} , \tag{3.32}$$

$$N = N_s + N_u , \tag{3.33}$$

onde P = pressão total (mbar),

e = pressão parcial do vapor d'água (mbar) e

T = temperatura absoluta (K).

Como a pressão do vapor d'água se torna desconsiderável após uma altitude bem menor que a pressão do ar seco (~15 km), as duas partes de N são consideradas separadamente no cálculo da (3.25), obtendo-se, assim, uma correção "seca" e uma correção "úmida". Além disto, o conteúdo de vapor d'água é bas

*SMITH,K. & WEINTRAUB,S. The constants in the equation for atmospheric refractive index at radio frequencies. Proc. IRE, 41: 1035-7, 1953.

tante variável no tempo e no espaço, enquanto a parte seca da atmosfera é relativamente uniforme, podendo-se até modelar seu efeito a partir de dados da superfície.

A parte seca pode ser considerada, com boa aproximação, como um gás ideal, em equilíbrio hidrostático. Nestas condições, vale a equação de estado de um gás ideal,

$$PV = nRT \quad \text{ou} \quad \frac{P}{T} = \frac{R\rho}{M} \tag{3.34}$$

onde P = pressão,

V = volume,

n = massa em moles (nº de moléculas-grama),

R = constante universal dos gases,

T = temperatura absoluta,

ρ = massa específica e

M = massa molar em gramas (molécula-grama),

e a equação hidrostática,

$$dP = -g\,\rho\,dr, \tag{3.35}$$

onde g = aceleração local da gravidade.

Substituindo a (3.31) na (3.25), usando as condições (3.34) e (3.35) e considerando g e R constantes obtemos, para a direção zenital:

$$\Delta T_s = \frac{1}{c}\left(10^{-9}\,\frac{77{,}6\ RP_0}{gM}\right), \tag{3.36}$$

onde P_0 = pressão do ar seco na superfície (dina cm^{-2}),

R = constante universal dos gases
($8{,}3144\ 10^7$ erg mol^{-1} K^{-1}),

g = aceleração local da gravidade (cm s^{-2}) e

M = massa molar do ar seco (28,966 g mol^{-1}).

Portanto, a correção "seca" na direção zenital independe da temperatura e é função apenas da pressão na superfície. Substituindo em (3.36) alguns valores médios obtemos um retardamento zenital "seco" em torno de 2,30 m/c ou 7,5 ns. O retardamento zenital produzido pela parte seca constitui aproximadamente 90% do retardamento total produzido pela baixa atmosfera nas freqüências de rádio e pode ser calculado pela (3.36) com precisão de 0,2% ou melhor |8|, ou um erro aproximado de 0,5 cm/c. Não existe ainda uma expressão igualmente boa para a parte úmida. Para direções próximas ao zênite pode-se utilizar o valor obtido da (3.36) na aproximação sugerida pela (3.26), sem necessidade do perfil de N. Para pequenos ângulos de altura (ou grandes distâncias zenitais), contudo, o perfil de N torna-se necessário.

Perfis da refratividade na faixa de freqüências de rádio podem ser delineados a partir de perfis da temperatura e pressão do ar e do vapor d'água, como se pode concluir das (3.31) e (3.32). Em condições ideais, estas quantidades deveriam ser conhecidas em altitude no local e hora da observação, através de informações meteorológicas. Contudo, na falta ou precariedade destas informações, pode-se adotar com bons resultados, especialmente para o componente seco, um perfil vertical teórico de variação de N, determinado a partir de dados da superfície.

Os perfis de rádio-refratividade apresentam geralmente um decréscimo exponencial com a altitude, como a densidade,em bora um modelo melhor exija no mínimo duas curvas exponenciais, uma acima da tropopausa e outra abaixo. Formulações envolvendo uma ou mais funções exponenciais com escalas de altura empíricas, determinadas por ajustamento de observações, tem sido frequentemente utilizadas, como por exemplo o modelo biexponencial de BEAN et al*, utilizado em |12| e |14|:

$$N(z) = N_{s_0} \exp\left[\frac{-(z-z_0)}{H_{s_1}}\right] + N_{u_0} \exp\left[\frac{-(z-z_0)}{H_u}\right]$$

$$\text{para } 0 \leqslant z \leqslant z_t \qquad (3.37a)$$

$$N(z) = N_{s_0} \exp\left[\frac{-(z_t-z_0)}{H_{s_1}} - \frac{(z-z_t)}{H_{s_2}}\right] + N_{u_0} \exp\left[\frac{-(z-z_0)}{H_u}\right]$$

$$\text{para } z > z_t \qquad (3.37b)$$

onde N_{s_0} = refratividade do ar seco na superfície da Terra,

N_{u_0} = refratividade devido ao vapor d'água na superfície,

z_0 = altitude da superfície,

z_t = altitude da base da tropopausa,

H_{s_1} = escala de altura troposférica do componente seco,

H_{s_2} = escala de altura estratosférica do componente seco,

H_u = escala de altura do componente úmido.

HOPFIELD |8| desenvolveu um estudo da correção tropos-

*BEAN,B.R.,CAHOON,B.A.,SAMSON,C.A. & THAYER,G.D. A world atlas of atmospheric radio refractivity. ESSA Monogr. 1. Washington,D.C. U.S. Government Printing Office, 1966.

férica utilizando apenas dados da superfície e parâmetros obtidos do ajustamento de valores observados (a partir de sondagens meteorológicas) a um modelo teórico, pelo método dos mínimos quadrados. Seu modelo de refratividade para uma baixa atmosfera que se comporta como um gás perfeito em equilíbrio hidrostático, com uma taxa constante de variação de temperatura $\alpha = -dT/dz$, é dada por uma função polinomial da altitude (não exponencial):

$$N(z) = N_0 \left[\frac{(T_0/\alpha)-z}{T_0/\alpha}\right]^{\frac{gM}{R\alpha}-1} \tag{3.38}$$

onde o índice zero se refere ao nível do mar. A integral zenital de (3.38) para o componente seco fornece a mesma correção da (3.36) pois as condições são as mesmas. Em (3.38), HOPFIELD fez $\frac{gM}{R\alpha}-1=4$, correspondente a $\alpha = 6{,}7\ ^0C/km$. Então os perfis dos dois componentes, baseados apenas em dados da superfície (não necessàriamente ao nível do mar), são descritos por:

$$N_s(z) = N_{s_0}\left[\frac{z_s - z}{z_s - z_0}\right]^4 , \quad \text{para } z \leqslant z_s \tag{3.39a}$$

e

$$N_u(z) = N_{u_0}\left[\frac{z_u - z}{z_u - z_0}\right]^4 , \quad \text{para } z \leqslant z_u \tag{3.39b}$$

onde os parâmetros z_s e z_u são "alturas equivalentes" nas quais, respectivamente, N_s e N_u do modelo se anulam e o índice zero agora se refere a superfície da Terra (N_{s_0} e N_{u_0} podem ser obtidos da (3.31) e (3.32)). As integrais das (3.39) na direção zenital são

$$\int_{z_0}^{z_s} N_s\, dz = \frac{N_{s_0}(z_s - z_0)}{5} \tag{3.40a}$$

e

$$\int_{z_0}^{z_u} N_u \, dz = \frac{N_{u_0}(z_u - z_0)}{5} \qquad (3.40b)$$

As correções zenitais ao tempo de propagação,obtidas das (3.40) e (3.25), são então:

$$\Delta t_s = \frac{1}{c}\left[10^{-6}\ \frac{N_{s_0}(z_s - z_0)}{5}\right] \qquad (3.41a)$$

e

$$\Delta t_u = \frac{1}{c}\left[10^{-6}\ \frac{N_{u_0}(z_u - z_0)}{5}\right] \qquad (3.41b)$$

A (3.41a) reduz-se, após algumas substituições e operações, a (3.36) pois ambas foram estabelecidas a partir das mesmas condições. As "alturas equivalentes" z_s e z_u devem ser determinadas a partir de um ajustamento de observações às equações (3.40). A quantidade z_s foi modelada como

$$z_s = z_{s_0} + a_s\ T_c \qquad (3.42)$$

onde z_{s_0} = valor de z_s quando a temperatura na superfície é 0^0C e

a_s = é o coeficiente de temperatura da variação de z_s com a temperatura na superfície.

Após o ajustamento, a (3.42) ficou

$$z_s = 40{,}082 + 0{,}14898\ T_c, \qquad (3.43)$$

onde z_s é dado em km e T_c em graus Celsius. Segundo HOPFIELD , o valor médio quadrático do erro (valor teórico-observado) na integral (3.40a) situa-se entre 1,0 e 1,8 mm, isto é, no máximo 0,08% da integral zenital de 2,30 m.

A partir do método de HOPFIELD pode-se, portanto, calcular a correção seca para o zênite (equações 3.36 ou 3.41a e 3.43) ou para qualquer ângulo de altura (equações 3.39a, 3.43 e 3.25). Para a correção úmida as (3.39b) e (3.41b) podem ser usadas, mas com um valor de z_u bem mais incerto. Segundo HOPFIELD, o valor médio quadrático do erro na (3.40b) situa-se entre 2 e 5 cm. Felizmente, um erro de 10% no valor de z_u faz uma diferença menor que 1% na correção troposférica total |8|.

O componente úmido, responsável geralmente por menos de 10% do retardamento produzido pela baixa atmosfera, é a fonte maior da variabilidade deste retardamento. A correção úmida não pode ser modelada a partir de dados da superfície devido a variabilidade espacial e temporal da distribuição do vapor d'água na atmosfera. Para maior precisão, é necessário medir o conteúdo de vapor d'água na direção e instante da observação. Mais adiante, abordaremos alguns métodos.

Em trabalhos de VLBI com distâncias intercontinentais, as distâncias zenitais dificilmente serão pequenas em ambos os terminais, de modo que a aproximação seguida pela (3.26) não será suficientemente precisa. Para grandes distâncias zenitais e maior precisão é necessário o perfil de N e a resolução da (3.25) sobre o percurso real do raio. Existem técnicas de traçado do raio ou percurso do sinal ("ray-tracing") que permitem, através de um programa de computador, determinar o percurso do raio e o retardamento atmosférico, desde que sejam dados os perfis da refratividade nos instantes das observações, nos terminais. Estes perfis podem ser obtidos de modelos analíticos (como o das equações 3.37 e 3.39) ou de valores tabulados.

ROBERTSON |18| e MA |13| utilizaram em seus trabalhos um modelo para o retardamento produzido pela atmosfera neutra que é a lei da cossecante (3.26) modificada:

$$\Delta T = \Delta T_z \left[\operatorname{sen} h_0 + \frac{0{,}00143}{\operatorname{tg} h_0 + 0{,}0445} \right]^{-1} \tag{3.44}$$

onde ΔT_z = retardamento na direção zenital e

h_0 = altura da fonte.

As constantes numéricas na (3.44) são valores obtidos do ajustamento de resultados do método "ray-tracing" num modelo padrão de atmosfera. Os resultados do ajustamento mostraram que a (3.44) concorda com os retardamentos obtidos do "ray-tracing" até 1%, para todos os ângulos de altura acima de 1^0, segundo CHAO*, citado em |13| e |18|. Este modelo pode utilizar os dados de VLBI para estimar ΔT_z. Há nele três pontos fracos, segundo ROBERTSON |18|: primeiro, ele pode não representar adequadamente a dependência em relação ao ângulo de altura da fonte na atmosfera real; segundo, ele não prevê variações azimutais na atmosfera; terceiro, ele não prevê variações temporais na atmosfera. O último ponto fraco pode ser parcialmente contornado, considerando-se diferentes valores de ΔT_z para ca

*CHAO, C.C. A preliminary estimation of tropospheric influence on the range and range rate data during the closest approach of the MM71 Mars Mission. JPL Tech. Memorial. 391-129. 1970.

da intervalo de tempo escolhido pelo experimentador. O primeiro inconveniente é o mais grave pois o conteúdo de vapor d'água da atmosfera neutra prejudica o modelo devido a sua variabilidade.

3.4.3 IONOSFERA

A ionosfera é um meio altamente dispersivo para as ondas de rádio. Seu índice de refração numa posição r e instante t é dado pela fórmula de APPLETON-HARTREE:

$$n(f,r,t) = \left(1 - \frac{f_p^{\,2}(r,t)}{f^2}\,\frac{1}{\alpha}\right)^{1/2} \qquad (3.45)$$

onde f = freqüência do sinal (cps),

$f_p = \frac{e}{2\Pi}\sqrt{\frac{N_e(r,t)}{\varepsilon_0\, m}}$ é a freqüência do plasma (cps), com

$N_e(r,t)$ = densidade dos elétrons na posição r, no instante t (m^{-3}),

e = carga do elétron ($1{,}60 \times 10^{-19}$C),

m = massa do elétron ($9{,}11 \times 10^{-31}$kg),

ε_0 = permissividade do vácuo ($8{,}85 \times 10^{-12}$C V^{-1} m^{-1}) e

α é uma função complexa do valor do campo magnético terrestre na posição r, da orientação do campo magnético em relação a direção de propagação do sinal, da freqüência de colisões e da freqüência do sinal.

Para freqüências suficientemente altas, pode-se ignorar o campo magnético e as colisões, sendo, então, $\alpha = 1$. Segundo |14| o erro cometido no percurso diferencial, com a omissão do cam po magnético em 1 GHz, é menor que 7 cm para qualquer ângulo de altura; para freqüências maiores será ainda menor. Neste caso,

$$n(f,r,t) = (1 - \frac{f_p^{\,2}}{f^2})^{1/2} \qquad (3.46)$$

Realizando o desenvolvimento binomial e omitindo termos em f^{-4} e ordem superior, obtém-se

$$n(f,r,t) = 1 - \frac{1}{2}\,\frac{f_p^{\,2}}{f^2} \qquad (3.47)$$

e substituindo as constantes numéricas na expressão de f_p:

$$n(f,r,t) = 1 - 40{,}2\,\frac{N_e}{f^2} \qquad (3.48)$$

Por ser a ionosfera um meio dispersivo, cujo índice de refração depende da freqüência do sinal, na (3.23) n deve ser o índice de refração de grupo, calculado a partir da (3.30), usando a (3.48) com $f = \frac{c}{\lambda}$:

$$n_g = 1 + 40{,}2\,\frac{N_e}{f^2}\;. \qquad (3.49)$$

Então

$$\Delta T = \frac{1}{c}\,\frac{40{,}2}{f^2}\int N_e\,ds \qquad (3.50)$$

O retardamento de fase produzido pela ionosfera é igual ao retardamento de grupo, mas de sinal negativo, o que significa que a fase do sinal decresce ao atravessar a ionosfera:

$$\Delta T_{fase} = -\,\frac{1}{c}\,\frac{40{,}2}{f^2}\int N_e\,ds \qquad (3.51)$$

Assim, para altas freqüências, o retardamento é diretamente proporcional ao conteúdo de elétrons e inversamente proporcional ao quadrado da freqüência. Vale também aqui a aproximação sugerida pela (3.26) para grandes ângulos de altura: ΔT varia com a cossecante da altura |14|.

Para calcular ΔT pela (3.50) é necessário conhecer o perfil de variação de N_e através da ionosfera. A precisão da correção depende do método de obtenção dos perfis de densidade eletrônica. Modelos analíticos (teóricos) são insatisfatórios. Valores tabulados da densidade eletrônica em função da altura, obtidos através de métodos que abordaremos mais adiante, dão perfis mais realistas. Os perfis de N_e variam muito com o tempo e são geralmente imprevisíveis, dependendo muito da atividade solar, entre outros fatores. Como exemplo, citamos que o conteúdo eletrônico vertical ($\int N_e dh\ m^{-2}$) é usualmente dez vezes maior ao meio-dia do que a meia-noite. Deve-se ressaltar que toda esta variação, particularmente durante a manhã, ocorre no intervalo de 2 a 4 horas |7|. Portanto, o retardamento ionosférico zenital típico em 8 GHz, por exemplo , reduz-se de 0,3 ns, para o dia, a 0,03 ns, a noite |13|. Devido a esta grande variabilidade de N_e é práticamente impossível modelar de maneira satisfatória o retardamento ionosférico, como foi feito com o troposférico (por exemplo, a equação 3.37).

Como no caso da baixa atmosfera, o percurso do raio através da ionosfera e o retardamento ionosférico podem ser obtidos de um programa de "ray-tracing". Na figura 3.5, reproduzida de |14|, está representada a dependência de ΔT em relação a altura, através da representação da integral $\int_s (n-1)ds$, para vários ângulos de altura. Para a ionosfera,esta integral foi calculada usando um modelo analítico para o perfil de N_e (modelo alfa de Chapman) para uma variedade de freqüências. A forma das curvas, obtidas pelo programa de "ray-tracing", difere da curva cossec h_0 apenas para pequenas alturas. Os vários gráficos mostram uma dependência quase perfeita do tipo $1/f^2$ para ΔT. Para a baixa atmosfera, incluída para comparação, o gráfico foi também obtido pelo "ray-tracing", usando para a refratividade o modelo teórico dado pelas equações (3.37). Pode-se notar que para freqüências acima de 5 GHz a contribuição ionosférica é pequena se comparada com a troposférica. Para freqüências abaixo de 1 GHz a contribuição ionosférica predomina.

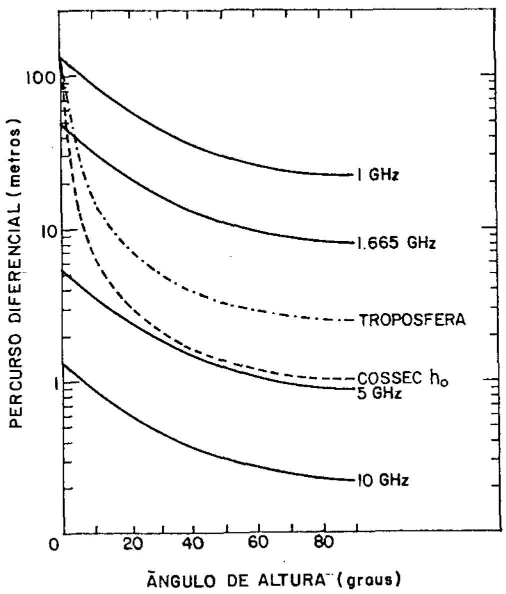


Fig. 3.5 Gráfico da integral $\int_S (n-1)\, ds$ em função da altura |14|

Felizmente (devido a dificuldade de obtenção do perfil real de N_e no instante da observação), nas freqüências da banda X (próximas a 8 GHz), bastante usadas em VLBI, o efeito da ionosfera nunca é maior do que 10% do efeito da parte seca da atmosfera neutra |13|. Para freqüências maiores que 20 GHz a contribuição ionosférica é menor que 1% do retardamento atmosférico em todas as alturas |7|. Em algumas experiências de VLBI em que o efeito ionosférico não havia sido modelado, ele foi absorvido no ajustamento pela correção da atmosfera neutra |13|, |18|.

3.4.4 MÉTODOS DE MEDIDA PARA CORREÇÃO DE EFEITOS TROPOSFÉRICOS E IONOSFÉRICOS

Vimos que o índice de refração ionosférica tem variabilidade temporal muito grande e que o índice de refração troposférica tem variabilidade temporal e espacial devido ao seu componente úmido. Em VLBI com distâncias continentais a distância zenital não pode ser pequena em ambas as estações e, portanto, a correção atmosférica será significativa e a principal fonte de erro e fator limitador na precisão obtenível. Devido a variabilidade de N, os modelos teóricos não são adequados para determinar a correção para a atmosfera úmida e a ionosfera, quando se deseja precisão ao nível de centímetro. Medidas mais diretas, realizadas em cada terminal, nos instantes das observações e na direção da fonte, são necessárias.

A atmosfera seca pode ser modelada com grande precisão a partir de dados da superfície, de modo que sua correção pode ser obtida utilizando sensores de temperatura e pressão na antena |3|. A parte úmida da atmosfera é diferente e sua correção não é obtida satisfatóriamente a partir de dados da superfície. O método mais comumente recomendado consiste em usar um radiômetro de microondas na direção de observação para medir temperaturas de brilhância em 22 GHz (próxima a freqüência de transição do vapor de água) e em outra freqüência próxima fora da raia (por exemplo, 31 GHz ou 19 GHz). A diferença entre a emissão térmica nestas freqüências está relacionada ao conteúdo do vapor d'água na direção considerada,este relacionado por sua vez ao componente úmido do retardamento. Estudos realizados com radiômetros de microondas medindo temperaturas de brilho em 19 e 22 GHz indicaram que o percurso diferencial devido ao componente úmido pode ser medido com precisão de 0,4 cm, segundo MORAN*, citado em |13|.

Pode-se, a partir de dados radiométricos e de dados meteorológicos de superfície, atingir uma precisão de 1 cm no percurso diferencial na direção zenital |9|.

Para a ionosfera, a distribuição da densidade eletrônica ao longo da direção das observações pode ser obtida com um radar de retro-espalhamento incoerente. A partir desta distribuição pode-se calcular a contribuição ionosférica. Segundo EVANS*, citado em |14|, a precisão estaria limitada a menos de 20%.

*MORAN,J.M.; PENFIELD,D.H. Test and evaluation of water vapor radiometers and determination of their capability to measure tropospheric propagation path length. Report prepared for NASA Goddard Space Flight Center, 1976.

*EVANS,J.V. Incoherent backscattering studies of the ionosphere at Millstone Hill. In: THRANE,E.ed. Electron density distribution in ionosphere and exosphere. Amsterdam. North-Holland, 1964. p. 266-304.

Um método com maior potencial de precisão é aquele que utiliza observações simultâneas da fonte em duas freqüências bem afastadas. Este método utiliza a característica dispersiva da ionosfera para deduzir e subtrair seus efeitos sobre o retardamento. A contribuição ionosférica ao retardamento,

$$\tau^i = \Delta T_2{}^i - \Delta T_1{}^i = \frac{1}{c}\frac{40,2}{f^2}\left(\int_2 N_e\, ds - \int_1 N_e\, ds\right) \qquad (3.52)$$

onde $\Delta T_1{}^i$ e $\Delta T_2{}^i$ são os retardamentos ionosféricos nas estações 1 e 2, pode ser escrita como

$$\tau^i = \frac{K}{f^2} \qquad (3.53)$$

onde K = fator de escala das partículas carregadas e

f = freqüência de observação.

Para efeito de cálculo da contribuição ionosférica ao retardamento podemos expressá-lo como:

$$\tau = \tau' + \tau^i \qquad (3.54)$$

onde τ' = soma dos retardamentos geométrico, instrumental e troposférico (independentes da freqüência).

Se efetuarmos observações em duas freqüências, f_1 e f_2, obteremos

$$\tau_{f_1} = \tau' + \frac{K}{f_1{}^2} \qquad (3.55a)$$

e

$$\tau_{f_2} = \tau' + \frac{K}{f_2{}^2}\,. \qquad (3.55b)$$

Então

$$\tau_{f_1} - \tau_{f_2} = K \left(\frac{1}{f_1^{\,2}} - \frac{1}{f_2^{\,2}}\right) \tag{3.56}$$

donde

$$K = (\tau_{f_1} - \tau_{f_2}) \frac{(f_1\ f_2)^2}{f_2^{\,2} - f_1^{\,2}} \tag{3.57}$$

Substituindo este valor em (3.55a) obtemos

$$\tau' = \tau_{f_1} - \frac{\tau_{f_1} - \tau_{f_2}}{1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \tag{3.58}$$

Este retardamento está livre dos efeitos causados por partículas carregadas na direção de observação. Tanto os efeitos da ionosfera em particular como do plasma entre a fonte e a estação (incluindo, portanto, o efeito da corona solar),em geral, foram removidos. O uso de duas freqüências não fornece,na realidade, uma correção exata dos efeitos ionosféricos, pois há termos de ordem maior que f^{-2} omitidos na análise acima (ver equações 3.46 e 3.47). Contudo, usando-se freqüências altas , pode-se diminuir o erro da correção. Para torná-lo menor que 3 cm, a menor freqüência do par de freqüências deveria estar acima de 1 GHz |16|.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. BOCK,Y. A VLBI variance-covariance analysis interactive computer program. Reports of the Department of Geodetic Science, 298, The Ohio State University, Columbus, 1980, 193 p.

02. CAMPBELL,J. Die Radiointerferometrie auf langen Basen als geodätisches Meßprinzip hoher Genauigkeit. DGK, Reihe C, 254, 1979, 79 p.

03. COATES,R.J.; CLARK,T.A.; COUNSELMAN,C.C.; SHAPIRO,I.I.; HINTEREGGER,H.F.; ROGERS,A.E.; WHITNEY,A.R. Very long baseline interferometry for centimeter accuracy geodetic measurements. Tectonophysics, 29: 9-18, 1975.

04. COUNSELMAN,C.C. Very-long-baseline interferometry techniques applied to problems of geodesy, geophysics, planetary science, astronomy, and general relativity. Proceedings of the IEEE, 60 (9): 1225-30, 1973.

05. CRANE,R.K. Refraction effects in the neutral atmosphere. In: MEEKS,M.L., ed. Methods of Experimental Physics. New York, Academic Press, 1976, v. 12, part C.

06. DICKINSON,D.F. et al. Refractive corrections in high-accuracy radio interferometry. Journal of Geophysical Research, 75(8): 1619-21, 1970.

07. HAGFORS,T. The Ionosphere. In: MEEKS,M.L., ed. Methods of Experimental Physics. New York, Academic Press, 1976. v. 12, part C.

08. HOPFIELD,H.S. Tropospheric effect on electromagnetically measured range: prediction from surface weather data . Radio Science, 6(3): 357-67, 1971.

09. JOHNSTON,K. The application of radio interferometric techniques to the determination of Earth rotation. In: Mc CARTHY,D.D. & PILKINGTON,J.D.H.,ed.Time and the Earth's rotation, Symposium of the International Astronomical Union, 82., San Fernando, Spain, 1978. Dordrecht, Reidel, 1979, p. 183-90.

10. JOSHI,C.S. Refraction effects of atmosphere on geodetic measurements to celestial bodies. Reports of the Department of Geodetic Science, 192, The Ohio State University, Columbus, 1973, 93 p.

11. KLEMPERER,W.K. Long baseline radio interferometry with independent frequency standards. Proceedings of the IEEE, 60(5): 602-9, 1972.

12. LeVINE,D.M. Propagation delay in the atmosphere. Radio Science, 7(6): 625-9, 1972.

13. MA,C. Very long baseline interferometry applied to polar motion, relativity and geodesy. Maryland, 1978, 367 p. Dissertação. Ph.D. University of Maryland.

14. MATHUR,N.C.; GROSSI,M.D.; PEARLMAN, M.R. Atmospheric effects in very long baseline interferometry. Radio Science, 5 (10): 1253-61, 1970.

15. MELCHIOR,P. The Earth tides. 1. ed. Rondon,Pergamon Press, 1966. 458 p.

16. NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. The Terrestrial environment: solid-earth and ocean physics, NASA CF-1579. Report. Washington, D.C., 1970.

17. ___. Application of space technology to crustal dynamics and earthquake research. Washington,D.C., Office of Space and Terrestrial Applications, 1978, 296 p.

18. ROBERTSON,D.S. Geodetic and astrometric measurements with very-long-baseline interferometry. 1975. 187 p. Dissertação. Ph.D. Massachusetts Institute of Technology.

19. SAASTAMOINEN,J. Contributions to the theory of atmospheric refraction. Bulletin Géodésique, 107:13-34, 1973.

20. SHAPIRO,I.I. & KNIGHT,C.A. Geophysical applications of long-baseline radio interferometry. In: MANSINHA,L. ; SMYLIE,D.E.; BECK,A.E.,ed. Earthquake displacements fields and the rotation of the Earth. Dordrecht, Reidel, 1970. p. 284-301.

21. SHAPIRO,I.I. Estimation of astrometric and geodetic parameters. In: MEEKS,M.L., ed. Methods of Experimental Physics. New York, Academic Press, 1976, v.12,part C.

22. STEPHENSON,G. & KILMISTER,C.W. Special Relativity for physicists. London, Longmans, Green and Co, 1958, 108 p.

4 MODELOS MATEMÁTICOS E AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES PARA ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

4.1 INTRODUÇÃO

4.2 DEFINIÇÃO DOS SISTEMAS DE REFERÊNCIA PARA VLBI

4.3 DEFINIÇÃO DAS QUANTIDADES DE TEMPO E CORRELATAS

4.4 MODELO DO RETARDAMENTO E TAXA DE RETARDAMENTO

4.5 MODELOS QUE DETERMINAM A POSIÇÃO DAS ESTAÇÕES

4.6 PERTURBAÇÕES DA GEOMETRIA DE OBSERVAÇÃO

4.6.1 MARÉS TERRESTRES

4.6.2 CARGA OCEÂNICA

4.6.3 ESTRUTURA DA ANTENA

4.6.4 DEFLEXÃO GRAVITACIONAL RELATIVÍSTICA

4.7 MODELOS PARA OS EFEITOS DOS MEIOS DE PROPAGAÇÃO

4.7.1 BAIXA ATMOSFERA

4.7.2 IONOSFERA

4.8 AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES E ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

4.8.1 ALGORITMO DE AJUSTAMENTO

4.8.2 ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

4.8.3 PROBLEMAS DE SINGULARIDADE

4.8.4 OTIMIZAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES

4.8.5 ERROS

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, trataremos do ajustamento das observações de VLBI e dos modelos matemáticos utilizados para isto. Inicialmente, definimos os sistemas de coordenadas empregados e quantidades relacionadas a medida do tempo (seções 4.2 e 4.3). Em seguida, são apresentados os modelos matemáticos da dependência das observações retardamento e taxa de retardamento em relação a parâmetros de interesse geodésico, geofísico e astrométrico (seções 4.4, 4.5 e 4.6), assim como expressões que modelam os efeitos do meio de propagação (seção 4.7). Estes modelos são utilizados para representar as observações no processo de ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, a partir do qual se obtém a estimativa dos parâmetros de interesse. Na seção 4.8 são apresentados o algoritmo do ajustamento, os problemas de singularidade que podem ocorrer em função dos parâmetros a serem estimados, uma introdução aos problemas de otimização de configurações para experiências de VLBI e considerações sobre os tipos de erros que afetam os parâmetros estimados. Para melhor compreensão deste capítulo, especialmente das seções 4.5 e 4.6, sugerimos a leitura prévia dos apêndices.

4.2 DEFINIÇÃO DOS SISTEMAS DE REFERÊNCIA PARA VLBI

Há necessidade de dois sistemas de referência: um <u>sistema de coordenadas terrestre</u>, fixo a Terra e ao qual os pon tos sobre a Terra estão referidos, e um sistema de coordenadas celeste, inercial, ao qual as fontes estão referidas e no qual o movimento do primeiro sistema representa a rotação e a translação da Terra, isto é, o movimento da Terra em torno do seu centro de massa, e em torno do Sol.

O sistema de coordenadas celeste usado normalmente na análise das observações de VLBI é um sistema quase inercial definido da seguinte forma: sua origem está no baricentro do sistema solar e a orientação do seu plano fundamental de referência é definida pelo equador celeste médio da época de 1950,0. O eixo x tem a direção da intersecção do equador médio e da eclíptica da época 1950,0, apontado para o nodo ascendente da eclíptica sobre o equador (equinócio vernal). O eixo z é perpendicular ao equador médio de 1950,0 e aponta para o norte. O eixo y completa um sistema cartesiano dextrógiro. A este sistema chamaremos sistema sideral médio de 1950,0.

A escolha deste sistema deve-se ao seu uso em catálogos de estrelas e a possibilidade de combinar as observações de VLBI com observações de outros métodos espaciais (por exemplo, o Laser), o que fica mais simples se todas as observações estão referidas a um mesmo sistema. O sistema fundamental de estrelas ao qual este sistema de coordenadas se refere está contido no catálogo FK4, publicado em 1963. O uso do catálogo FK4 requer a aplicação das expressões de Newcomb para os elementos precessionais, que descrevem o movimento do polo celeste médio e do polo da eclíptica. O erro que separa a constante de precessão de Newcomb (5025,64"/século), em relação a qual foram calculados todos os movimentos próprios das estrelas do FK4, do valor físicamente correto, é igual a variação da orientação deste sistema em relação a um sistema inercial. Este erro situa-se em torno de 1"/século |9|. Assim, a posição de uma fonte fixa, determinada em épocas diferentes, aparecerá alterada quando reduzida a época de referência.

Se supormos que as fontes pontuais extragalácticas tem movimento próprio extremamente pequeno, podemos construir um sistema de referência mais próximo do inercial, definido pelas posições fixas de algumas destas fontes, determinadas por VLBI, |6| e |7|. Contudo, por razões práticas utiliza-se o sistema definido anteriormente.

O sistema de coordenadas terrestre é geocêntrico (ou quase), seu eixo z aponta para a Origem Internacional Convencional (CIO), posição média do polo no intervalo 1900-05, seu eixo x na direção do meridiano de Greenwich e o eixo y completa um sistema cartesiano dextrógiro. Este sistema será denominado sistema terrestre médio.

Na transformação de coordenadas do sistema terrestre para um sistema alinhado com o sistema celeste (ou vice-versa), usam-se dois sistemas de referência intermediários, auxiliares, para obter uma parametrização da rotação da Terra em que a precessão e nutação, o movimento do polo e a velocidade rotacional estejam separados. Um é o sistema sideral verdadeiro, geocêntrico, definido pelo equador verdadeiro e o equinócio vernal da data e o outro é o sistema terrestre verdadeiro, definido pelo equador verdadeiro da data e o meridiano de Greenwich.

4.3 DEFINIÇÃO DAS QUANTIDADES DE TEMPO E CORRELATAS

No sistema de coordenadas fundamental de VLBI, que é o sistema quase inercial descrito na seção anterior, as épocas e os intervalos de tempo são definidos em tempo coordenado. O tempo coordenado é, portanto, a variável independente das equações de movimento dos corpos no sistema solar, usadas para determinar a posição, velocidade e aceleração do centro de massa da Terra no sistema de coordenadas fundamental, numa dada época. O segundo de tempo coordenado é o segundo de tempo atômico, conforme definido pelo Comitê Internacional de Pesos e Medidas em 1967 |9|, marcado por um relógio atômico sobre a Terra, conforme observado no sistema de coordenadas mencionado, com origem no baricentro do sistema solar. A não uniformidade entre tempo coordenado (t) e tempo atômico (TA), prevista pela teoria da Relatividade Geral, torna necessária a conversão do valor teórico do retardamento, calculado no sistema baricêntrico em termos de tempo coordenado, para tempo atômico medido na superfície da Terra. A época (instante) de tempo coordenado é definida como

$$t = TAI + 32{,}18439\,s + TP \qquad (4.1)$$

onde TAI = tempo atômico internacional, coordenado pelo BIH,

TP = conjunto de termos periódicos, com período diurno, mensal e anual, relacionados a velocidade e potencial gravitacional variáveis a que está submetido um relógio na superfície da Terra e

32,18439 = termo introduzido para aproximar tanto quanto possível o tempo coordenado do tempo das efemérides |1|.

Segundo MA |7|, citando ROBERTSON |11| e MOYER*:

$$TP = \frac{\dot{\vec{R}}.\vec{r}_i}{c^2} - \left[1{,}658.10^{-3}\mathrm{sen}(ae) + 1{,}672.10^{-6}\mathrm{sen}(em)\right] \quad (s) \qquad (4.2)$$

onde ae = anomalia excêntrica do baricentro do conjunto Terra-Lua

$= am + e \text{ sen } (am),$ (4.3)

am = anomalia média do baricentro do conjunto Terra-Lua

$= 6{,}248291 + 1{,}990967871.10^{-7}\ t_{50}$ (radianos) (4.4)

e = excentricidade da órbita heliocêntrica do baricentro do conjunto Terra-Lua = 0,01672,

em = elongação média da Lua em relação ao Sol

$= 2{,}51841 + 2{,}462600818.10^{-6}\ t_{50}$ (radianos) (4.5)

t_{50} = tempo, em segundos, desde 1950,0 (data juliana 2433282,423)

$\dot{\vec{R}}$ é a velocidade do centro da Terra no sistema de coordenadas fundamentais de VLBI,

$\vec{r}_i$ é a posição do relógio no sistema terrestre e

c é a velocidade da luz.

Na(4.2),o primeiro termo tem variação diurna, o segundo anual e o terceiro mensal. Os dois últimos serão denomina-

*MOYER,T.D. Matematical Formulation of the Double-Precision Orbit Determination Program (DPODP), Jet Propulsion Laboratory Tech. Report 32-1527, 1971.

dos termos de longo período (TLP). Nesta equação foi omitida uma contribuição com período de 1,09 anos, da ordem de micro-segundo, devida a variação do potencial gravitacional de Júpiter na Terra. Então a (4.1) assume a seguinte forma:

$$t = TAI + 32{,}18439\,s + \frac{\vec{R}.\vec{r}_i}{c^2} - TLP \tag{4.6}$$

A época de início de uma observação é marcada em relação ao tempo universal coordenado (TUC), distribuído por vários serviços de tempo. O seu intervalo é determinado pelo tempo atômico internacional (TAI) e sua época aproxima-se da época dada pelo TU1, tempo universal corrigido do movimento do polo (ver Apêndice D),sendo que,por acordo internacional, desde 1972, quando TAI - TUC = 10 s, um salto de 1 s é intercalado , quando necessário, no começo ou meio do ano para que a diferença entre TUC e TU1 seja menor que 0,75 s. Assim, a diferença TAI-TUC é sempre um número inteiro de segundos. Tanto a época quando o intervalo do TUC são coordenados pelo BIH. Nos Estados Unidos, as experiências de que temos conhecimento usam a época do TUC do USNO (U.S.Naval Observatory). Entre o TUC do BIH e do USNO há uma diferença de 10^{-5}s.

Os padrões de freqüência usados em VLBI com finalidades geodésicas e geofísicas são masers de hidrogênio. A época do início nominal de uma observação é, como mencionado, marcada em relação ao TUC recebido na estação, usando um relógio controlado pelo maser. A época associada a um conjunto de dados é, na realidade, um intervalo de tempo relativo a época nominal de início, conforme determinado pelo maser.

4.4 MODELO DO RETARDAMENTO E TAXA DE RETARDAMENTO

Um relógio atômico localizado na estação i apresentaria, em condições ideais, uma leitura TA_i, relacionada ao tempo coordenado pela (4.6). Contudo, como os relógios reais são imperfeitos e apresentam erros, modelados pela (3.17), a leitura de um relógio na estação i, para a observação k, num instante de tempo coordenado t, será modelada por:

$$T_{ik}(t) = (TA_i)_k + \alpha_{i_k} + \beta_{i_k}(t-t_{i_k}) + \gamma_{i_k}(t-t_{i_k})^2 + \ldots \quad (4.7)$$

onde t_{i_k} é a origem do tempo coordenado definida para o polinômio do relógio. Pode-se combinar a (4.6) e (4.7) para dar t na seguinte forma:

$$t \doteq T_{i_k}(t) + 32{,}18439\,s + \frac{\dot{\vec{R}}.\vec{r}_i}{c^2} - TLP - \alpha_{i_k} - \beta_{i_k}(t-t_{i_k}) - \ldots \quad (4.8)$$

Se considerarmos o sinal de rádio como uma onda plana (figura 3.1), recebida na estação 1 no tempo coordenado t e na estação 2 no tempo coordenado $t+\Delta t$, podemos definir o valor observado do retardamento como

$$\tau_k(t) = T_{2k}(t+\Delta t) - T_{1k}(t), \quad (4.9)$$

onde Δt é o retardamento de tempo coordenado geométrico e devido ao meio de propagação:

$$\Delta t(t) = - \frac{\vec{B}(t).\hat{f}}{c} + \tau_p, \quad (4.10)$$

onde

$$\vec{B}(t) = [\vec{R}(t+\Delta t)+\vec{r}_2(t+\Delta t)] - [\vec{R}(t)+\vec{r}_1(t)] \quad (4.11)$$

$\vec{R}$ = posição do centro da Terra em relação ao baricen -

tro do sistema solar (prãticamente heliocêntrico),

$\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ são as projeções geocêntricas das estações 1 e 2,

$\hat{f}$ é o vetor unitário que aponta na direção da fonte e

τ_p é o retardamento do meio de propagação.

Na (4.9) o retardamento aparece como o intervalo entre duas épocas de tempo atômico (TA), quando na realidade, as épocas em VLBI são dadas em TUC. Todavia, o uso do TA ou do TUC na (4.9) não faz diferença, pois os intervalos dos dois são iguais.

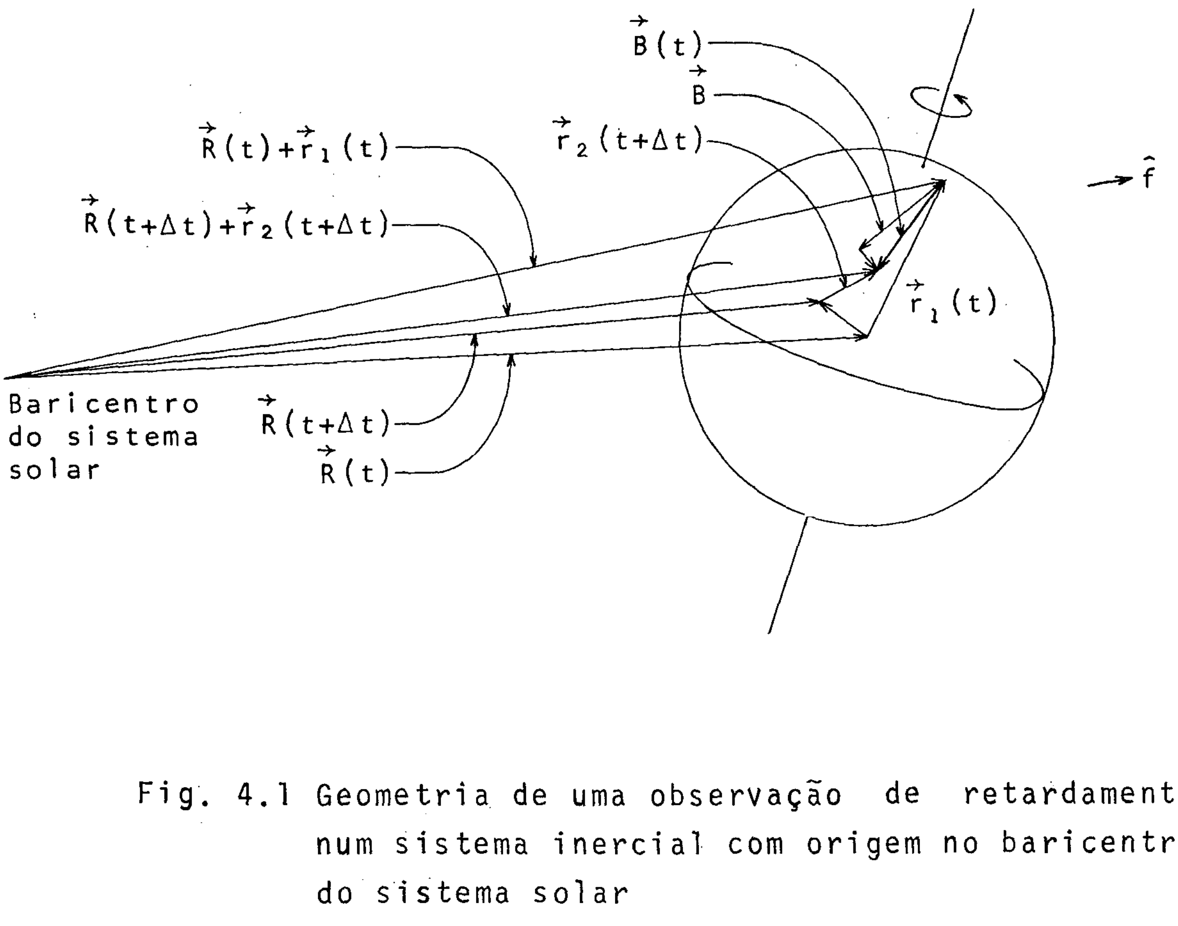


Fig. 4.1 Geometria de uma observação de retardamento num sistema inercial com origem no baricentro do sistema solar

A (4.10) pode ser usada para calcular Δt através de um processo iterativo. De maneira equivalente, pode-se expandir o primeiro termo da (4.11) - o vetor posição heliocêntrica da estação 2 - pela fórmula de Taylor, substituir na (4.10) e omitir os termos menores que 10^{-15}s no retardamento. Desta forma obtém-se, ROBERTSON |11|:

$$\Delta t \simeq \frac{1}{c}\left[\vec{r}_1-\vec{r}_2\right].\hat{f}-\left\{\frac{1}{c}\left[\dot{\vec{R}}+\dot{\vec{r}}_2\right].\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\vec{r}_1-\vec{r}_2\right].\hat{f}\right\}\left\{1-\frac{1}{c}\left[\dot{\vec{R}}+\dot{\vec{r}}_2\right].\hat{f}\right\}-$$

$$-\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{c}\left[\ddot{\vec{R}}+\ddot{\vec{r}}_2\right].\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\vec{r}_1-\vec{r}_2\right].\hat{f}\right\}^2+\tau_p \qquad (4.12)$$

O primeiro termo é da ordem de 10^{-2}s ou menor; o segundo e o terceiro são menores que o primeiro por fatores da ordem de 10^{-4} e 10^{-11}, respectivamente.

Analogamente, expandimos pela fórmula de Taylor o primeiro termo da (4.9), substituindo nele as expressões (4.7) e (4.6). Então, da (4.9), obtemos:

$$\tau_k = \Delta t-\frac{1}{c^2}\dot{\vec{R}}.\left[\vec{r}_2-\vec{r}_1\right]-\frac{1}{c^2}\left[\ddot{\vec{R}}.\vec{r}_2+\dot{\vec{R}}.\dot{\vec{r}}_2\right]\Delta t+\frac{d}{dt}(TLP)\Delta t +$$

$$+\alpha_{2k}+\beta_{2k}(t+\Delta t-t_{2k})+\gamma_{2k}(t+\Delta t-t_{2k})^2 -$$

$$-\alpha_{1k}-\beta_{1k}(t-t_{1k})-\gamma_{1k}(t-t_{1k})^2 \ldots. \qquad (4.13)$$

Nesta equação o primeiro termo, dado pela (4.12), é da ordem de 10^{-2} ou menor; o segundo e o terceiro são menores que o primeiro por fatores da ordem de 10^{-4} e 10^{-10}, respectivamente. A grandeza dos termos do erro de relógio depende, óbviamente, do desempenho dos relógios. Contudo, para a maioria das observações de VLBI, $\beta < 10^{-13}$. Tanto na (4.12) como na (4.13), os pontos superpostos indicam derivação em relação ao tempo coordenado.

Torna-se evidente, a partir da análise da (4.13), que α_{1k} e α_{2k} não podem ser determinados separadamente a partir das observações de τ_k, conforme já mencionado na seção 3.3. Contudo, poder-se-ia pensar que os termos de ordem mais alta,

β_{ik}, γ_{ik}, poderiam ser determinados para ambas as estações, por causa de termos do tipo $\beta_{2k}.\Delta t$. Como este termo, porém, é menor que 10^{-15}s, situa-se abaixo do nível de precisão na medida de τ_k. A contribuição do termo em Δt para coeficientes de ordem mais elevada é ainda menor. Por isso, as observações de τ_k podem ser usadas para determinar apenas as diferenças entre os coeficientes do erro de relógio nas duas estações (por exemplo, $\alpha_{2k}-\alpha_{1k}$). As escolhas das origens t_{1k} e t_{2k} é arbitrária desde que não se esteja estimando o erro de sincronização dos relógios $\alpha_{2k}-\alpha_{1k}$. A diferença obtida com diferentes escolhas de origens ($t_{1k} \neq t_{2k}$) será absorvida na solução para $\alpha_{2k}-\alpha_{1k}$ no ajustamento das observações.

Para escrever o modelo matemático da observação taxa de retardamento, $\dot{\tau}$, é necessário antes definir a escala de tempo usada para formar a derivada de τ. ROBERTSON |11| definiu a taxa de retardamento como a derivada do retardamento em relação ao tempo atômico fornecido pelo relógio da estação 1.

$$\dot{\tau}_k = \frac{d\tau_k}{dT_{1k}} = \frac{d\tau_k}{dt}\,\frac{dt}{dT_{1k}} \tag{4.14}$$

Derivando a (4.13) e a (4.8) e omitindo termos menor que 10^{-16} obtém-se, ROBERTSON |11|:

$$\dot{\tau}_k = \dot{\Delta} t - \frac{1}{c^2}\left\{\ddot{\vec{R}}.\left[\vec{r}_2-\vec{r}_1\right]+\dot{\vec{R}}.\left[\dot{\vec{r}}_2-\dot{\vec{r}}_1\right]\right\}\left[1+\dot{\Delta} t\right] -$$

$$- \frac{1}{c^2}\,\dot{\vec{R}}.\ddot{\vec{r}}_2.\Delta t+\beta_{2k}\left[1+\dot{\Delta} t\right]+2\gamma_{2k}\left[t-t_{2k}+\Delta t\right]\left[1+\dot{\Delta} t\right] -$$

$$- \beta_{1k} - 2\gamma_{1k}(t-t_{1k}) - \ldots. \tag{4.15}$$

onde $\dot{\Delta} t(t)$ é obtida pela derivação da (4.12):

$$\begin{aligned}\dot{\Delta t} = {} & \frac{1}{c}\left[\dot{\vec{r}}_1-\dot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f} - \left\{\frac{1}{c}\left[\dot{\vec{R}}+\dot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\dot{\vec{r}}_1-\dot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\} - \\ & - \left\{\frac{1}{c}\left[\ddot{\vec{R}}+\ddot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\vec{r}_1-\vec{r}_2\right]\cdot\hat{f}\right\} + \left\{\frac{1}{c}\left[\dot{\vec{r}}_1-\dot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\dot{\vec{R}}+\dot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}^2 + \\ & + 2\left\{\frac{1}{c}\left[\vec{r}_1-\vec{r}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\dot{\vec{R}}+\dot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\ddot{\vec{R}}+\ddot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\} - \\ & - \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{c}\left[\dddot{\vec{R}}+\dddot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\vec{r}_1-\vec{r}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}^2 - \\ & - \left\{\frac{1}{c}\left[\ddot{\vec{R}}+\ddot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\vec{r}_1-\vec{r}_2\right]\cdot\hat{f}\right\}\left\{\frac{1}{c}\left[\dot{\vec{r}}_1-\dot{\vec{r}}_2\right]\cdot\hat{f}\right\} + \dot{\tau}_p \qquad (4.16)\end{aligned}$$

Na (4.15) o primeiro termo é da ordem de 10^{-6} ou menor; o segundo e o terceiro são menores que o primeiro por fatores da ordem de 10^{-4} e 10^{-10}, respectivamente. Como no caso das observações de retardamento, apenas as diferenças entre os coeficientes do erro de relógio nas duas estações pode ser calculada a partir da taxa de retardamento (por exemplo, $\beta_{2k}-\beta_{1k}$).

As expressões (4.13) e (4.15) foram deduzidas no sistema de referência fundamental de VLBI, quase inercial e com origem no baricentro do sistema solar. Estão implicitamente incluídos os efeitos de aberração (diária, anual circular e elíptica) exceto o termo constante referido na seção 3.2, equação (3.13). A transformação da origem geocêntrica para o baricentro do sistema solar é realizada através da adição (equação 4.11) do vetor $\vec{R}$ aos vetores $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$, que são calculados num sistema de referência geocêntrico alinhado com o sistema fundamental. $\vec{R}$ e suas derivadas em relação ao tempo podem ser calculados a partir de uma efeméride das posições dos corpos do sistema solar tabulada sobre fita magnética. Os vetores na

(4.11) são adicionados de maneira euclideana em vez de relativística. Segundo MA |7|, alguns estudos iniciais revelam que a diferença entre a adição euclideana e relativística afeta o retardamento em menos de 50 ps.

4.5 MODELOS QUE DETERMINAM A POSIÇÃO DAS ESTAÇÕES (PARAMETRIZAÇÃO DA ROTAÇÃO DA TERRA)

Para calcular $\vec{r}_i(t)$, posição da estação i num sistema geocêntrico alinhado com o sistema sideral médio de 1950,0, a partir da posição das estações no sistema terrestre médio, é necessário, em razão dos movimentos rotacionais da Terra descritos no Apêndice D, executar algumas rotações de sistemas de coordenadas. Se u representa a matriz 3 x 1 contendo os componentes de $\vec{r}_i$ no sistema terrestre médio e $\vec{r}_i$ a matriz 3 x 1 que contêm os componentes de $\vec{r}_i$ no sistema geocêntrico alinhado ao sistema sideral médio de 1950,0, então:

$$\vec{r}_i = P\ N\ S\ D\ W\ u, \tag{4.17}$$

onde P é a matriz precessão, N a matriz nutação, S é a matriz rotação diária em torno do eixo instantâneo de rotação, D é a matriz movimento diurno do polo e W é a matriz movimento do polo.

A matriz precessão P realiza a transformação do sistema de coordenadas definido pelo equador e equinócio médios da data para o sistema do equador e equinócio médio de 1950,0. P é dada por MUELLER, |9|:

$$P = R_3(\zeta_0)\ R_2(-\Theta) R_3(z) \tag{4.18}$$

onde ζ_0, z e Θ são obtidos das expressões de Newcomb |1|:

$$\zeta_0 = 2304{,}948''T+0{,}302''T^2+0{,}0179''T^3, \quad (4.19a)$$

$$z = 2304{,}948''T+1{,}093''T^2+0{,}0192''T^3, \quad (4.19b)$$

$$\Theta = 2004{,}255''T-0{,}426''T^2-0{,}0416''T^3, \quad (4.19c)$$

onde $90^0-\zeta_0$ = ascenção reta do nodo ascendente do equador médio da data, medida no sistema do equador e equinócio médios de 1950,0,

90^0+z = ascenção do nodo ascendente do equador médio de 1950,0, medida no sistema do equador e equinócio médios da data,

Θ = inclinação do equador médio da data em relação ao equador médio de 1950,0,

T = intervalo entre 1950,0 e a época da observação, medido em séculos trópicos com 36524,21988 dias de 86400 s de tempo coordenado cada e

R_1, R_2 e R_3 são mtrizes de rotação em torno dos eixos x, y e z.

MA |7| apresenta expressões para ζ_0, z e Θ em que constam explícitamente a constante de precessão e a obliquidade média da eclíptica para que se possa calcular a derivada parcial das observações em relações a estas grandezas, se elas forem estimadas no ajustamento.

A matriz nutação N realiza a transformação do sistema de coordenadas definido pelo equador e equinócio verdadeiros, da data para o sistema definido pelo equador e equinócio médios da data. As séries de nutação astronômica calculadas por WOOLARD* em 1953 baseiam-se numa Terra rígida, caso em que o eixo de rotação e o vetor momento angular são quase coincidentes. A separação entre eles é menor que 0,0005" ou 1,5 cm na superfície (Apêndice B). A rigor, torques externos afetam o movimento do vetor momento angular em vez do eixo de rotação (Apêndice D, seção D.2.3). Woolard calculou o efeito dos movimentos, euleriano e diurno, do eixo de rotação em relação ao momento angular mas omitiu os termos correspondentes nas tabelas finais. Conseqüentemente, o equador "verdadeiro" convencional é, na verdade, o equador perpendicular ao eixo do momento angular. N é dada por MUELLER, |9|:

$$N = R_1(-\varepsilon_M)R_3(\Delta\psi)R_1(\varepsilon_M+\Delta\varepsilon) \tag{4.20}$$

onde ε_M = obliquidade média da eclíptica na data

$= 23^0 27'08{,}26''-46{,}845''T-0{,}0059''T^2+0{,}00181T^3$, (4.21)

T = intervalo entre 1900 Janeiro 0,5 (D.J.E. 2415020,0) e a época da observação, medido em séculos julianos de 36525 dias de tempo coordenado,

$\Delta\psi$ = nutação em longitude (celeste),

$\Delta\varepsilon$ = nutação em obliquidade e

$\varepsilon_M+\Delta\varepsilon=\varepsilon$ = obliquidade verdadeira da eclíptica na data.

$\Delta\psi$ e $\Delta\varepsilon$ são dados por séries trigonométricas de 69 termos e 40 termos, respectivamente, calculadas por Woolard, que

*WOOLARD, E.W. Theory of the rotation of the Earth around its center of mass. Astronomical papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac, XV, Part I, 1953.

podem ser encontradas no Suplemento do AENA |10|. Os valores de $\Delta\psi$ e $\Delta\varepsilon$ são, também, tabulados no AENA.

A matriz S gira o sistema de coordenadas terrestre verdadeiro, cujo eixo x aponta para o meridiano de Greenwich para o sistema sideral verdadeiro, cujo eixo x aponta para o equinócio vernal da data, em torno do eixo de rotação. Se o eixo de rotação e o eixo do momento angular fossem colineares, haveria simplesmente uma rotação em torno do eixo z. No modelo mais preciso, em que os dois eixos não são colineares (ver Apêndices A e D), a rotação deve efetuar-se em torno do eixo de rotação. Como na realidade ela se realiza em torno do eixo do momento angular, deve-se incluir um ângulo de rotação adicional devido a diferença entre o sistema de coordenadas definido pelo eixo de rotação e o sistema definido pelo eixo do momento angular (que define o equador "verdadeiro" convencional da data), MA |7|. Neste caso, a matriz rotação diária, comumente dada por

$$S = R_3(-S_{AG}), \tag{4.21}$$

será expressa por

$$S = R_3(-S_{AG} - \delta\psi \cos \varepsilon), \tag{4.22}$$

onde S_{AG} = hora sideral aparente de Greenwich

$$= S_{MG} + \Delta\psi \cos \varepsilon, \tag{4.23}$$

S_{MG} = hora sideral média de Greenwich

$$= S_{MG_0} + \frac{dS_M}{dTU}\, TU1, \tag{4.24}$$

S_{MG_0} = hora sideral média de Greenwich as 0h TU

= 6h38min 45,836s+8 640 184,542sT+0,0939sT^2,

(4.25)

$\frac{dS_M}{dTU}$ = 1,002 737 909 265+0,589.10^{-10}T(s siderais/s TU),

(4.26)

T = intervalo entre 1900 Janeiro 0,5 (D.J.E. 2415020,0) e a época da observação, medido em séculos julianos de 36525 dias de tempo coordenado,

TU1 = TUC - (TUC-TU1) (4.27)

$\Delta\psi \cos \varepsilon$ = equação dos equinócios

= componente em ascenção reta da nutação,

ε = obliquidade verdadeira da eclíptica na data,

$\Delta\psi$ = nutação em longitude (celeste) e

$\delta\psi$ = distância entre o equador normal ao vetor momento angular instantâneo (equador "verdadeiro" convencional da data) e o equador normal ao eixo instantâneo de rotação, medida sobre a eclíptica da data.

As expressões (4.25) e (4.26) são calculadas para 0 h TUC. A diferença (TUC-TU1) pode ser interpolada da cicular D do BIH. $\delta\psi$ pode ser obtido a partir de uma série de 35 termos calculada por McLURE*, citado por MA, |7|.

*McLURE,P. Diurnal Polar Motion, NASA, Goddard Space Flight Center Report nº X-592-73-259, 1973.

A matriz movimento diurno do polo, D, realiza a transformação do sistema de coordenadas definido pelo polo de rotação convencional (animado do movimento do polo com longos períodos) para o sistema alinhado com o polo instantâneo do momento angular, de acordo com o modelo de McLURE* para o movimento diurno do polo, exposto em MA |7|.

$$D = R_1\left[-(H_y + y_E)\right] R_2(H_x + x_E) \tag{4.28}$$

onde H_x, H_y = posição do polo instantâneo do momento angular em relação ao polo animado apenas do movimento com longos períodos,

$$x_E = -(1 - \frac{A}{C})\ (1 - \frac{k}{k_s})\, x_{\text{polo convencional de rotação}}, \tag{4.29}$$

$$y_E = -(1 - \frac{A}{C})\ (1 - \frac{k}{k_s})\, y_{\text{polo convencional de rotação}}, \tag{4.30}$$

C = maior momento principal de inércia

= $8{,}040.10^{44}$ g.cm^2,

A = menor momento principal de inércia

= $8{,}013.10^{44}$ g.cm^2,

k = número efetivo de Love

= 0,29,

k_s = número secular de Love

= 0,937.

É necessário ressalvar que a posição do polo de rotação convencional é referido pelo BIH a um sistema de coordenadas levógiro, enquanto que todas as expressões acima se aplicam a um sistema dextrógiro. Portanto,

$$y_{\text{polo convencional}} = -y_{BIH}.$$

H_x e H_y podem ser obtidos de uma série de senos e de cossenos , respectivamente, com 135 termos, calculada por McLURE.

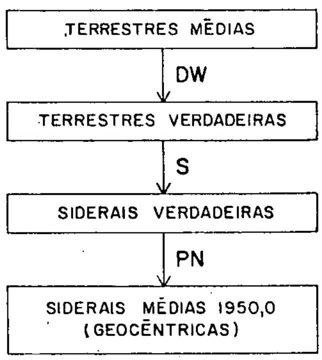
A matriz movimento do polo, W, realiza a transformação do sistema de coordenadas terrestre médio, cujo eixo z aponta para o CIO, para o sistema terrestre cujo eixo z aponta para o polo de rotação convencional. W é dada por

$$W = R_1(-y_p)\ R_2(x_p), \qquad (4.31)$$

onde x_p e y_p são os deslocamentos angulares do eixo de rotação em relação ao polo CIO, medidos no sistema terrestre médio, que é dextrógiro. Como o BIH, que fornece estes valores em sua circular D, utiliza um sistema de coordenadas levógiro, o sinal do componente y deve ser trocado. Então,

$$W = R_1(y_{BIH})\ R_2(x_{BIH}). \qquad (4.32)$$

As transformações de coordenadas promovidas pelas matrizes acima descritas podem ser resumidas no esquema abaixo:



As derivadas de $\vec{r}_i$ em relação ao tempo, que constam das expressões de τ e $\dot{\tau}$, são obtidas efetuando-se sucessivos produtos vetoriais do vetor velocidade angular de rotação da Terra, $\vec{\omega}$, com $\vec{r}_i$. O módulo de $\vec{\omega}$, ω, é dado pela derivada da (4.23) em relação ao tempo:

$$\omega = \frac{dS_{AG}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(S_{MG_0} + \frac{dS_M}{dTU}\,TU1 + \Delta\psi \cos\varepsilon\right)$$

$$= \frac{dS_{MG_0}}{dt} + \frac{d}{dt}\left(\frac{dS_M}{dTU}\right)TU1 + \frac{dS_M}{dTU}\,\frac{dTU1}{dt} + \frac{d\Delta\psi}{dt}\cos\varepsilon - \Delta\psi\,\mathrm{sen}\,\varepsilon\,\frac{d\varepsilon}{dt}$$

Considerando-se que as duas primeiras parcelas são nulas:

$$\omega = \frac{dS_M}{dTU}\,\frac{dTU1}{dTA}\,\frac{dTA}{dt} + \frac{d\Delta\psi}{dt}\cos\varepsilon - \Delta\psi\,\mathrm{sen}\,\varepsilon\,\frac{d\varepsilon}{dt}. \qquad (4.33)$$

$\frac{dTU1}{dTA}$ e $\frac{d\Delta\psi}{dt}$ são obtidos por diferenciação numérica de valores tabulados; $\frac{d\varepsilon}{dt}$ é calculada a partir da série temporal para ε, considerando $\frac{dT}{dt} = 1$, onde T é o argumento convencional de tempo. $\frac{dTA}{dt}$ é obtido da derivação da expressão para t(4.6), MA |7|.

A (4.33) pode ser também escrita sob a forma

$$\omega = \frac{dS_M}{dTU}\,\frac{d}{dt}\left[TUC-(TUC-TU1)\right] + \frac{d}{dt}\,(\Delta\psi\cos\varepsilon).$$

Considerando-se que $\frac{dTUC}{dt} = 1$, com o que se comete um erro da ordem de 10^{-16} s/s, obtém-se, ROBERTSON |11|:

$$\omega = \frac{dS_M}{dTU} - \frac{dS_M}{dTU}\,\frac{d(TUC-TU1)}{dt} + \frac{d(\Delta\psi\cos\varepsilon)}{dt} \qquad (4.34)$$

onde $\frac{d(TUC-TU1)}{dt}$ e $\frac{d(\Delta\psi\cos\varepsilon)}{dt}$ são calculados por diferenciação numérica dos valores tabulados de (TUC-TU1) e $\Delta\psi\cos\varepsilon$.

Para obter $\dot{\vec{r}}_i$ MA |7| ignorou todas as variações temporais, exceto a rotação diurna. Assim:

$$\dot{\vec{r}}_i = P\ N\ \dot{S}\ D\ W\ u \tag{4.35}$$

onde $\dot{S} = \dot{R}_3(-S_{AG})\ \frac{dS_{AG}}{dt}$

e

$$\dot{R}_3(-S_{AG}) = \begin{bmatrix} -\text{sen}\ (-S_{AG}) & \cos\ (-S_{AG}) & 0 \\ -\cos\ (-S_{AG}) & -\text{sen}\ (-S_{AG}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e $\frac{dS_{AG}}{dt}$ é dada pela (4.33) ou (4.34).

4.6 PERTURBAÇÕES DA GEOMETRIA DE OBSERVAÇÃO

O modelo geométrico simples, em que as coordenadas terrestres médias das estações e as coordenadas siderais médias da fonte são constantes, é perturbado pelos efeitos das marés terrestres, da carga oceânica, da estrutura da antena e pela deflexão causada nos sinais pelo campo gravitacional do Sol.

O efeito dos movimentos da crosta são omissíveis se as observações de VLBI cobrem um intervalo pequeno de tempo.

4.6.1 MARÉS TERRESTRES

Como a Terra não é rígida, o potencial das marés produzido pela Lua e pelo Sol ocasiona marés terrestres que alteram a posição das estações e portanto, suas coordenadas terrestres médias. As variações nas coordenadas topocêntricas , são dadas por MELCHIOR, |8|:

$$\Delta t_1 = \frac{h}{g}\ U_M \tag{4.36a}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\ell}{g\ \cos\ \phi}\ \frac{\partial U_M}{\partial \lambda} \tag{4.36b}$$

$$\Delta t_3 = \frac{\ell}{g} \frac{\partial U_M}{\partial \phi} \qquad (4.36c)$$

onde

t_1, t_2, t_3 = coordenadas nas direções radial, leste e norte,

h, ℓ = primeiro número de Love e número de Shida,

λ = longitude da estação, positiva para leste,

ϕ = latitude da estação,

g = aceleração da gravidade na superfície e

U_M = potencial das marés.

Entende-se por maré um fenômeno diferencial que dá lugar a deformações. O potencial das marés é constituído pelo potencial das forças que, num ponto, agem diferencialmente em relação ao centro de gravidade. Consideremos a figura 4.2, onde $\vec{a}_C$ e $\vec{a}_P$ representam, respectivamente, a aceleração (atração gravitacional por unidade de massa) produzida pelo corpo perturbador de massa M no centro de gravidade C e no ponto P, e $\vec{a}_M$ é a aceleração da maré:

$$\vec{a}_M = \vec{a}_P - \vec{a}_C = \nabla U_P - \nabla U_{C_P} = \nabla(U_P - U_{C_P}) = \nabla U_M \qquad (4.37)$$

Da (4.37) decorre que o potencial da maré no ponto P é dado por

$$U_M = U_P - U_{C_P}, \qquad (4.38)$$

onde U_{C_P} é o potencial no centro de gravidade, transportado para P, ou o potencial do campo vetorial uniforme representado por $\vec{a}_C$, no ponto P. Então:

$$U_M = \frac{GM}{p} - (\frac{GM}{R} + \frac{GM}{R^2}\ r \cos z)$$

$$= GM\ (\frac{1}{p} - \frac{r \cos z}{R^2} - \frac{1}{R})$$

$$= GM\ (\frac{1}{p} - \frac{\vec{R}.\vec{r}}{R^3} - \frac{1}{R}) \qquad (4.39)$$

onde G é a constante gravitacional. Esta expressão inclui implicitamente todos os componentes harmônicos da maré. As posições geocêntricas do Sol e da Lua podem ser obtidas a partir da efeméride das posições destes corpos. O desenvolvimento convencional do potencial das marés separa explicitamente os harmônicos de grau 2 e 3, sendo estes 60 vezes menores que aqueles. A cada grau de harmônico correspondem diferentes números de Love, devido as diferentes características espaciais das marés produzidas pelos diferentes harmônicos. O uso dos números de Love de segunda ordem com a expressão exata do potencial nas (4.36) constitui um erro teórico de importância prática omissível. Contudo, os números de Love calculados a partir destas expressões não são, por isso, exatamente comparáveis com aqueles obtidos por outros meios.

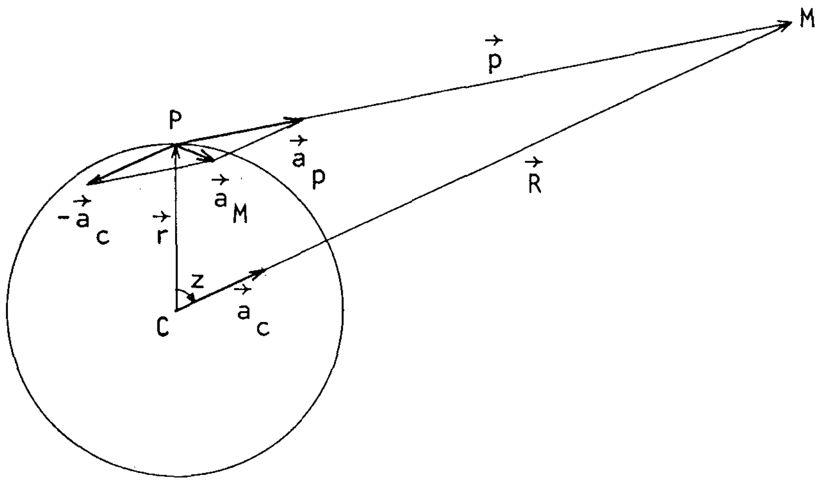


Fig. 4.2 Aceleração da maré

As derivadas parciais do potencial da marē em relação a ϕ e λ, presentes nas (4.36), são obtidas a partir da (4.39), lembrando que

$$p = (R^2 + r^2 - 2\vec{R}.\vec{r})^{1/2}$$

e

$$\vec{p} = \vec{R} - \vec{r}.$$

Então:

$$\frac{\partial U_M}{\partial(\phi,\lambda)} = GM \left(\frac{\vec{p}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial(\phi,\lambda)}}{p^3} - \frac{\vec{R}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial(\phi,\lambda)}}{R^3} \right) \qquad (4.40)$$

Os componentes do vetor $\vec{r}$, ou coordenadas cartesianas da estação, no sistema terrestre mēdio são dadas por

$$u_1 = (N+H) \cos\phi \cos\lambda \qquad (4.41a)$$

$$u_2 = (N+H) \cos\phi \operatorname{sen}\lambda \qquad (4.41b)$$

$$u_3 = \left[(N(1-e^2) + H\right] \operatorname{sen}\phi \qquad (4.41c)$$

onde N = raio de curvatura no primeiro vertical

$= R_e\ (1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \phi)^{1/2}$

R_e = raio equatorial da Terra = 6378,145 km,

e^2 = quadrado da excentricidade do elipsōide

$= 6{,}716912701 \times 10^{-3}$ e

H = altura da estação acima do elipsōide de referência.

A partir das (4.41) pode-se obter as derivadas contidas na (4.40).

As variações das coordenadas terrestres médias das estações podem ser obtidas a partir das (4.36) com a transformação

$$\begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{bmatrix} = R_3(-\lambda)\ R_2(\phi) \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ \Delta t_2 \\ \Delta t_3 \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

e a variação das coordenadas da estação no sistema geocêntrico alinhado com o sistema sideral médio de 1950,0 por

$$\begin{bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \Delta r_3 \end{bmatrix} = P\quad N\quad S\quad D\quad W \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

Estes deslocamentos devidos as marés no instante da observação são adicionados as coordenadas da estação para obtenção das coordenadas instantâneas da estação no sistema alinhado com o sistema sideral médio de 1950,0.

A velocidade adicional da estação devida as deformações produzidas pelas marés é dada por, MA |7|:

$$\dot{\Delta t}_1 = \frac{h}{g}\,\dot{U}_M \tag{4.44a}$$

$$\dot{\Delta t}_2 = \frac{\ell}{g\cos\phi}\,\frac{\partial \dot{U}_M}{\partial \lambda} \tag{4.44b}$$

$$\dot{\Delta t}_3 = \frac{\ell}{g}\,\frac{\partial \dot{U}_M}{\partial \phi} \tag{4.44c}$$

onde

$$\dot{U}_M = GM\left[-\frac{\vec{p}.\dot{\vec{p}}}{p^3} + \frac{\vec{R}.\dot{\vec{R}}-\dot{\vec{R}}.\vec{r}-\vec{R}.\dot{\vec{r}}}{R^3} + \frac{3(\vec{R}.\vec{r})(\vec{R}.\dot{\vec{R}})}{R^5}\right], \tag{4.45}$$

$$\frac{\partial\dot{U}_M}{\partial(\phi,\lambda)} = GM\left[\frac{\vec{p}\cdot\frac{\partial\dot{\vec{r}}}{\partial(\phi,\lambda)} + \dot{\vec{p}}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial(\phi,\lambda)}}{p^3} - \frac{3\vec{p}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial(\phi,\lambda)}(\vec{p}.\dot{\vec{p}})}{p^5} - \right.$$

$$\left. - \frac{\vec{R}\cdot\frac{\partial\dot{\vec{r}}}{\partial(\phi,\lambda)} + \dot{\vec{R}}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial(\phi,\lambda)}}{R^3} - \frac{3\vec{R}\cdot\frac{\partial\vec{r}}{\partial(\phi,\lambda)}(\vec{R}.\dot{\vec{R}})}{R^5}\right] \tag{4.46}$$

e

$$\dot{\vec{r}} = P \quad N \quad \dot{S} \quad D \quad W \quad u \tag{4.47}$$

As derivadas em relação ao tempo das posições do Sol e da Lua podem ser obtidas a partir da efeméride de suas posições.

Outro modelo do potencial das marés baseia-se no desenvolvimento harmônico do potencial das marés feito por MELCHIOR |8|, baseado em DOODSON*. Foram usados apenas os onze maiores termos, MA |7|:

$$U_M = K\left\{\cos^2\phi\left[a_1\cos(2H_L+p_1)+a_2\cos(2H_L-\mu+\omega+p_2)+\right.\right.$$

$$\left. + a_3\cos(2H_S+p_3)+a_4\cos(2(S+\lambda)+p_4)\right]+$$

$$+ \operatorname{sen}2\phi\left[a_5\cos(S+\lambda+p_5)+a_6\cos(H_L-\mu+p_6)+\right.$$

$$\left. + a_7\cos(H_S-\sigma+p_7)\right]-$$

*DOODSON,G.H. The harmonic development of the tide-generating potencial, Proc. Royal Soc. London A100, 1922.

$$-\left(\frac{3}{2}\ \mathrm{sen}^2\ \phi - \frac{1}{2}\right)\ \left[a_8 + a_9 \cos(\mu-\omega) + a_{10} \cos 2\mu + a_{11}\ \mathrm{sen}\ 2\sigma\right]\Bigg]\Bigg\} \quad (4.48)$$

onde $K = 26{,}7$ cm

$a_1 = 0{,}908$	$p_1 = 0$
$a_2 = 0{,}174$	$p_2 = 0$
$a_3 = 0{,}423$	$p_3 = 0$
$a_4 = 0{,}115$	$p_4 = 0$
$a_5 = 0{,}531$	$p_5 = -90^0$
$a_6 = 0{,}377$	$p_6 = +90^0$
$a_7 = 0{,}176$	$p_7 = +90^0$
$a_8 = 0{,}739$	
$a_9 = 0{,}083$	
$a_{10} = 0{,}156$	
$a_{11} = 0{,}073$	

S = hora sideral de Greenwich

H_L = ângulo horário da Lua = $S-\mu+\lambda$

H_S = ângulo horário do Sol = $S-\sigma+\lambda$

λ = longitude da estação, positiva para leste

μ = longitude média da Lua

$= 4{,}719967 + 8399{,}709\ t$ (rad)

σ = longitude média do Sol

$= 4{,}881628 + 628{,}3319\ t$ (rad)

ω = longitude do perigeu lunar

$= 5{,}835152 + 71{,}01803\ t$ (rad)

t = tempo em séculos julianos decorrido desde 1900 jan 0,5.

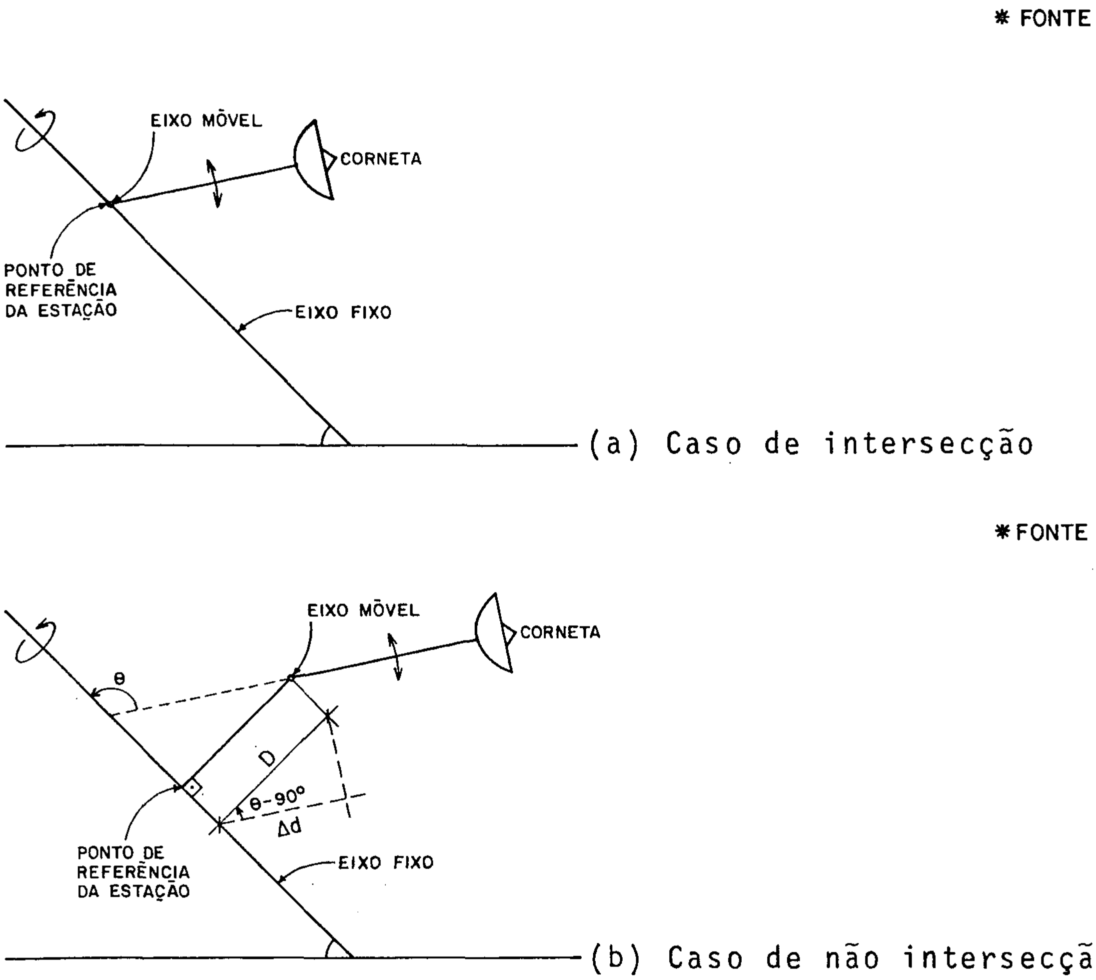
4.6.2 CARGA OCEÂNICA

Nas experiências de VLBI examinadas o efeito da carga oceânica não havia sido modelado. Contudo, para os componentes O_1 (diurno, devido a Lua) e M_2 (semidiurno, devido a Lua) das marés oceânicas a amplitude do deslocamento produzido pela carga oceânica e a defasagem em relação as correspondentes marés terrestres podem ser calculadas para um determinado local, usando os métodos de FARRELL*, citado em MA |7|. Os resultados podem ser extendidos aos outros componentes,desde que se considere que a defasagem é a mesma que para O_1 ou M_2, se a banda de freqüência for diurna ou semidiurna, respectivamente, e que, para cada banda de freqüência, a relação entre a amplitude do deslocamento produzido pelos outros componentes e o deslocamento produzido por O_1 ou M_2 é igual a relação entre as correspondentes amplitudes das marés terrestres. O deslocamento total num dado local e época é obtido pela soma dos efeitos dos componentes individuais das marés.

4.6.3 ESTRUTURA DA ANTENA

O ponto de referência que define a localização da estação é a intersecção do eixo fixo da antena com o plano perpendicular a ele que contém o eixo móvel. Na figura 4.3 está representado este ponto, para os casos de intersecção e não intersecção destes eixos.

*FARRELL,W.E. <u>Gravity Tides</u>. San Diego, 1970.Dissertação. Ph.D. University of California.



(a) Caso de intersecção

(b) Caso de não intersecção

Fig. 4.3 Geometria dos eixos de rotação da antena (montagem equatorial)

Como o ponto de referência não coincide com o ponto onde o sinal é considerado "recebido", i.e., na corneta da antena, há uma correção a ser adicionada ao retardamento. Esta correção pode ser constante, independente da direção para a qual está apontada a antena, ou ter componentes constantes e variáveis. As componentes constantes não tem efeito sobre a taxa de retardamento e afetarão os retardamentos apenas pela mudança do erro de sincronização dos relógios. Se as observações de VLBI são usadas para sincronizar os relógios nas duas estações, estas componentes devem ser medidas e removidas do cálculo do erro de sincronização.

A correção ao retardamento é a diferença entre os tempos de deslocamento do sinal ao longo de dois percursos: um, direto, da fonte ao ponto de referência, e o outro, refletido, passando pela superfície refletora para a corneta. Se os eixos da antena se interceptam (figura 4.3a), a corneta está, em condições ideais, a uma distância constante do ponto de referência. A diferença entre os tempos de deslocamento até a corneta e diretamente até o ponto de referência é constante e a correção do tempo de chegada gravado é também constante. Se os eixos não se interceptam (figura 4.3b), há, além da distância constante ao eixo móvel, uma distância variável entre o eixo móvel e o ponto de referência, que o sinal deve percorrer no percurso direto. Esta distância variável é dada por

$$\Delta d = D \cos(\Theta - 90^{\circ}) = D \operatorname{sen} \Theta \qquad (4.49)$$

onde D = distância entre os eixos fixo e móvel e

Θ = ângulo entre o eixo fixo e a direção observada da fonte.

Neste caso, a correção ao tempo de chegada tem uma componente constante e uma componente variável. Portanto, tanto o retardamento quanto a taxa de retardamento serão afetados.

Se a montagem da antena é equatorial, i.e., se o eixo fixo é paralelo ao eixo de rotação da Terra, a (4.49) toma uma forma simples pois

$$\delta = 90^{\circ} - \Theta \qquad (4.50)$$

onde δ = declinação aparente da fonte.

Então, a (4.49) torna-se

$$\Delta d = D \cos \delta \qquad (4.51)$$

A componente variável da correção ao retardamento é dada por:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta d_2 - \Delta d_1}{c} \qquad (4.52)$$

e a correção a taxa de retardamento é dada por:

$$\Delta\dot{\tau} \quad \frac{\Delta\dot{d}_2 - \Delta\dot{d}_1}{c} \qquad (4.53)$$

onde $\Delta\dot{d} = D \cos \Theta \frac{d\Theta}{dt}$, a partir da (4.49),

c = velocidade da luz e

os índices $_1$ e $_2$ referem-se as estações 1 e 2 do interferômetro.

Até aqui consideramos que apenas o percurso direto do sinal ao ponto de referência é passível de variação quando varia a direção da fonte. Contudo, numa situação real, há também variações no percurso do sinal até a corneta quando a antena aponta em várias direções. Com a mudança de posição da antena mudam as condições de carga estática, pressão dos ventos, distorções térmicas, etc. e conseqüentemente a forma da superfície refletora e a posição exata da corneta no percurso do sinal. Esta variação de percurso é muito difícil de modelar, e estaria abaixo de 2 cm, MA |7|.

4.6.4 DEFLEXÃO GRAVITACIONAL RELATIVÍSTICA

O potencial gravitacional do Sol encurva o percurso dos sinais provenientes da fonte causando, por isso, uma variação aparente da posição. Segundo MA |7|, a correção a ser aplicada a posição da fonte é dada por

$$\vec{\Delta}\hat{f} = \frac{(1+\gamma)\frac{r_s}{r_e} \; tg \; \frac{\rho}{2} \left[\hat{f} \times (\hat{f}\times\vec{R}_s)\right]}{\left|\hat{f} \times (\hat{f}\times\vec{R}_s)\right|} \qquad (4.54)$$

onde γ = parâmetro de curvatura = 1 para Einstein,

r_s = raio gravitacional do sol = $1{,}4766252.10^3$ m,

r_e = distância heliocêntrica do observador,

$\rho = \Pi \quad \arccos(\hat{f}.\vec{R}_S)$,

$\hat{f}$ = vetor unitário da posição da fonte e

$\hat{R}_S$ = vetor unitário da posição geocêntrica do Sol.

O efeito sobre o retardamento e taxa de retardamento é então dado por

$$\Delta\tau = - \frac{\vec{B}.\vec{\Delta f}}{c} \qquad (4.55)$$

$$\Delta\tau = - \frac{\vec{B}.\vec{\Delta f}}{c} \qquad (4.56)$$

onde $\vec{B}$ é o vetor da base.

4.7 MODELOS PARA OS EFEITOS DOS MEIOS DE PROPAGAÇÃO

Os efeitos dos meios de propagação são calculados separadamente para a baixa atmosfera (neutra) e para a ionosfera.

4.7.1 BAIXA ATMOSFERA

O retardamento produzido pela atmosfera neutra no percurso do sinal até uma estação foi calculado por ROBERTSON |11| e MA |7|, através da equação (3.44), apresentada na seção 3.4.2:

$$\Delta T = \Delta T_z \left[\text{sen } h_0 + \frac{0{,}00143}{\text{tg } h_0 + 0{,}0445} \right]^{-1}$$

ΔT_z = retardamento na direção zenital e

h_0 = ângulo de altura da fonte, conforme observada na estação.

ΔT_z tem um valor aproximado de 7 ns. Pode ser calculado a partir de expressões apresentadas na seção 3.4.2. O maior problema reside no conteúdo do vapor d'água. Devido a sua variabilidade temporal e espacial é difícil calcular sua contribuição a ΔT a partir de dados da superfície. Esta contribuição é geralmente menor que 10%. Para obtê-la com maior precisão são usados radiômetros de microondas (ver seção 3.4.4).

A contribuição ao retardamento e taxa de retardamento, devida a atmosfera baixa é dada, então, por:

$$\tau_a = \Delta T_2 - \Delta T_1 \tag{4.57}$$

$$\dot{\tau}_a = \Delta\dot{T}_2 - \Delta\dot{T}_1 \tag{4.58}$$

onde os índices $_1$ e $_2$ se referem as estações 1 e 2 do interferômetro e

$$\Delta\dot{T} = - \frac{\Delta T^2}{\Delta T_z} \dot{h}_0 \left\{ \cos h_0 - \frac{0{,}00143}{[(\text{tg } h_0 + 0{,}0445)\cos h_0]^2} \right\} \tag{4.59}$$

4.7.2 IONOSFERA

O efeito da ionosfera é muito difícil de modelar devido a variabilidade e imprevisibilidade dos perfis de densidade eletrônica na ionosfera (ver seção 3.4.3). Nas freqüências da banda X (próximas a 8 GHz), bastante usadas em VLBI, a contribuição ionosférica ao retardamento do sinal em uma estação é menor que 10% da contribuição da atmosfera neutra. Para obtê-la com maior precisão pode-se usar o método de observação em duas freqüências bem distintas, descrito na seção 3.4.4. Denominando estas freqüências f_1 e f_2, a contribuição da ionosfera ao retardamento é dada a partir da (3.58), por:

$$\tau^i_{f_1} = \frac{\tau_{f_1} - \tau_{f_2}}{1-\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2} \text{, na freqüência } f_1 \tag{4.60a}$$

ou

$$\tau^i_{f_2} = \frac{\tau_{f_2} - \tau_{f_1}}{1-\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2} \text{, na freqüência } f_2, \tag{4.60b}$$

onde τ_{f_1} e τ_{f_2} são os retardamentos observados nas freqüências f_1 e f_2.

O retardamento total produzido pelos meios de propagação é dado pela soma

$$\tau_p = \tau_a + \tau^i \tag{4.61}$$

4.8 AJUSTAMENTO DAS OBSERVAÇÕES E ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

4.8.1 ALGORITMO DE AJUSTAMENTO

Em geral, os valores observados e os valores calculados (teóricos) das observações τ e $\dot{\tau}$ diferem entre si. Esta diferença resulta de erros nas observações e de erros nos valores atribuídos aos parâmetros nos modelos matemáticos (estes supostos corretos). Estes valores assumidos para os parâmetros podem então ser "corrigidos" através de um processo iterativo de ajustamento, usando as discrepâncias entre os valores observados e os correspondentes valores calculados. O ajustamento pressupõe a existência de um número redundante de observações, de modo a ter-se um número de equações maior que o número de incógnitas.

O método dos mínimos quadrados (MMQ), no qual se impõe a condição de que a soma dos quadrados dos resíduos (valores ajustados-valores observados) seja mínima, nos fornece uma solução única que é também a de máxima verossimilhança se os resíduos tiverem distribuição normal.

O problema geral do ajustamento é traduzido por um modelo matemático constituído por uma função dos valores observados e dos parâmetros:

$$F(L_a, X_a) = 0 \tag{4.62}$$

na qual

$X_a = X_o + X$;

X_a é o vetor dos parâmetros ajustados,

X_o é o vetor dos valores aproximados atribuídos aos parâmetros,

X é o vetor das correções,

$$L_a = L_b + V,$$

L_a é o vetor dos valores observados ajustados,

L_b é o vetor dos valores observados,

V é o vetor dos resíduos.

A (4.62) representa r equações relacionando n observações e u parâmetros (incógnitas). O problema geral, resolvido através do método geral ou combinado, comporta dois casos particulares, cujas soluções são particularizações do método combinado.

No caso em que os valores observados ajustados podem ser expressos em função dos parâmetros (ajustados),

$$L_a = F(X_a), \tag{4.63}$$

o método é dito das equações de observação ou dos parâmetros.

No caso em que não tratamos com parâmetros, mas apenas com ajustamento de valores observados, o modelo matemático exprime condições entre os valores observados,

$$F(L_a) = 0, \tag{4.64}$$

e o método é dito das equações de condição ou dos correlatos.

Apresentaremos, de maneira suscinta, o método combinado, do qual decorrem os outros dois. Informações mais detalhadas podem ser obtidas em |4|, |5| e |13|.

Para linearizar as (4.62) aplicamos o desenvolvimento de Taylor (até o seu termo de 1a. ordem) em torno dos valores aproximados dos parâmetros e dos valores observados. Então, a (4.62) transforma-se em

$$F(L_b,X_o) + \left.\frac{\partial F}{\partial X_a}\right|_{\substack{X_a=X_o \\ L_a=L_b}} (X_a - X_o) + \left.\frac{\partial F}{\partial L_a}\right|_{\substack{L_a=L_b \\ X_a=X_o}} (L_a - L_b) = 0$$

(4.65)

Designando

$F(L_b,X_o) = W$, matriz (r x 1), do "erro de fechamento",

$\left.\frac{\partial F}{\partial X_a}\right|_{\substack{X_a=X_o \\ L_a=L_b}} = A$, matriz (r x u) das derivadas parciais em relação aos parâmetros, (4.66)

$\left.\frac{\partial F}{\partial L_a}\right|_{\substack{L_a=L_b \\ X_a=X_o}} = B$, matriz (r x n) das derivadas parciais em relação aos valores observados,

$X_a - X_o = X$, vetor das correções (u x 1) e

$L_a - L_b = V$, vetor dos resíduos (n x 1),

resulta

$${}_rB_n \, {}_nV_1 + {}_rA_u \, {}_uX_1 + {}_rW_1 = 0 \qquad (4.67)$$

Para introduzir a condição de mínimos quadrados, define-se a função

$$\phi = V^TPV - 2K^T(BV + AX + W) \qquad (4.68)$$

que, segundo essa condição, deve ter valor mínimo. Na (4.68) K é o chamado vetor dos correlativos, (r x 1), a ser calculado, a letra T designa a matriz transposta e P é a matriz dos pesos (n x n) das observações. Para determinar os vetores V, X e K que satisfaçam a condição dos mínimos quadrados, derivamos a (4.68) em relação a estes vetores e igualamos estas derivadas parciais a zero, obtendo, assim, as chamadas equações normais.

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\phi}{\partial V} = PV - B^T K \text{ , donde } PV - B^T K = 0 \tag{4.69}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\phi}{\partial K} = -(BV + AX + W)\text{, donde } BV + AX + W = 0 \tag{4.70}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\phi}{\partial X} = -A^T K\text{, donde } A^T K = 0 \tag{4.71}$$

As equações matriciais (4.69), (4.70) e (4.71) representam um conjunto de $n + r + u$ equações algébricas envolvendo n incógnitas do vetor V, r incógnitas do vetor K e u incógnitas do vetor X. Portanto, a imposição da condição dos mínimos quadrados nos fornece uma solução única. Esta solução é dada por:

$$X = -(A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} W, \tag{4.72}$$

$$K = -M^{-1}(AX + W), \tag{4.73}$$

$$V = P^{-1} B^T K, \tag{4.74}$$

onde $$M = BP^{-1}B^T \tag{4.75}$$

e o expoente -1 indica a matriz inversa.

Obtidas as componentes x_i do vetor X através da equação (4.72) pode-se obter em seqüência

$$X_a = X_o + X$$

$$K = -M^{-1}(AX+W)$$

$$V = P^{-1} B^T K$$

$$L_a = L_b + V.$$

Antes do ajustamento é necessário obter a matriz dos pesos das observações, P. Para isto, estimam-se as variâncias e covariâncias das observações, para com elas construir a chamada matriz variância-covariância dos valores observados, Σ_{L_b}. Quando as observações são independentes entre si as covariâncias são nulas e a matriz V-C reduz-se a uma matriz diagonal, cujos elementos são as variâncias das observações. É o que se assume usualmente em VLBI pois as covariâncias são difíceis de determinar. As variâncias das observações são obtidas como função das características do sistema, conforme visto no Capítulo 2, seção 2.5. A matriz P é dada por

$$P = \sigma_0^2 \, \Sigma_{L_b}^{-1}$$

onde σ_0^2 é a variância da observação de peso unitário, estabelecida "a priori".

A matriz variância-covariância "a priori" dos parâmetros estimados é dada por

$$\Sigma_{X_a} = \sigma_0^2 (A^T M^{-1} A)^{-1} \qquad (4.76)$$

e "a posteriori" por

$$\Sigma_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T M^{-1} A)^{-1} \qquad (4.77)$$

onde $$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{r - u} \qquad (4.78)$$

é a variância da observação de peso unitário calculada após o ajustamento ("a posteriori"). A diferença r-u representa os graus de liberdade no ajustamento.

A matriz variância – covariância dos valores observados ajustados é dada por

$$\Sigma_{L_a} = \sigma_0^2 \left[P^{-1}+P^{-1}B^TM^{-1}A(A^TM^{-1}A)^{-1}A^TM^{-1}BP^{-1}-P^{-1}B^TM^{-1}BP^{-1}\right] \tag{4.79}$$

No método dos parâmetros, que se aplica no caso em que os valores observados ajustados podem ser expressos em função dos parâmetros (ajustados),

$$L_a = F(X_a), \tag{4.63}$$

as matrizes

$$B = \frac{\partial F}{\partial L_a} = -I, \text{ matriz unitária,}$$

$$W = F(L_b, X_o) = F(X_o) - L_b = L_o - L_b = L \quad \text{e}$$

$$M = P^{-1}.$$

Temos, agora, n equações e u parâmetros. Conseqüentemente, da (4.72):

$$X = -(A^TPA)^{-1}A^TPL. \tag{4.80}$$

Os valores observados ajustados são obtidos da (4.63), onde

$$X_a = X_o + X.$$

A matriz V-C "a posteriori"dos parâmetros ajustados é obtida da (4.77) com as modificações mencionadas:

$$\Sigma_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1} \tag{4.81}$$

onde $\hat{\sigma}_0^2 = \dfrac{V^T P V}{n - u}$

A matriz V-C dos valores observados ajustados é obtida da (4.79)

$$\Sigma_{L_a} = \sigma_0^2 A (A^T P A)^{-1} A^T \tag{4.82}$$

No método dos correlatos, que se aplica ao ajustamento de valores observados, temos r equações ligando n observações:

$$F(L_a) = 0 \tag{4.64}$$

e, então as matrizes

$$A = 0$$

$$W = F(L_b, X_0) = F(L_b).$$

Portanto, da (4.73),

$$K = -M^{-1} W \tag{4.83}$$

Os resíduos são obtidos da (4.74)

$$V = P^{-1} B^T K$$

e

$$L_a = L_b + V.$$

A matriz V-C dos valores observados ajustados é obtida da (4.79):

$$\Sigma_{L_a} = \sigma_0^2 \left[P^{-1} - P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1} \right] \tag{4.84}$$

A função F que aparece nos modelos matemáticos (4.62) e (4.63) e, no nosso caso, dada pelas equações (4.13) e (4.15) para o retardamento e taxa de retardamento, respectivamente. Estas equações expressam a relação funcional entre as observações e os parâmetros que, a partir delas, podem ser estimados. Nelas estão embutidos parâmetros de interesse geodésico, geofísico e astronômico. Estão presentes, entre outros, o vetor da base (diferença entre as coordenadas das estações), as coordenadas da fonte, a constante de precessão, a diferença TUC-TU1, os parâmetros do movimento do polo, x_p e y_p, os números de Love e Shida, parâmetros de efeitos relativísticos e o erro de sincronização dos relógios ($\alpha_1 - \alpha_2$). Um exame detalhado das seções 4.5 e 4.6 revela quais os parâmetros embutidos em $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ das equações (4.13) e (4.15). Novos modelos matemáticos podem ser inseridos, testados e seus parâmetros determinados a partir de experiências de VLBI.

4.8.2 ESTIMATIVA DE PARÂMETROS

Antes de abordar, no próximo ítem, os problemas de singularidade que podem ocorrer no ajustamento de observações e estimativa de parâmetros, vamos apresentar, num exemplo simplificado, os requisitos necessários para o uso das observações retardamento e taxa de retardamento na estimativa de parâmetros de interesse geodésico e astrométrico. Este exemplo facilitará a compreensão dos problemas de singularidade.

Consideraremos apenas o componente geométrico do retardamento e o erro de relógio, num modelo bem simplificado: a Terra é suposta rígida, com velocidade de rotação constante e conhecida em torno de um eixo fixo em relação tanto a sua cros ta como a um sistema inercial definido pelas estrelas "fixas". Portanto, de todos os movimentos rotacionais apenas o da rotação diurna foi considerado. O sistema terrestre e o inercial diferem, portanto, apenas por este movimento. O plano fundamental de ambos coincide com o plano equatorial e o eixo Z com o eixo de rotação. O eixo X do sistema inercial aponta para o ponto vernal e o eixo Y completa um sistema dextrógiro. A origem coincide com o centro de massa da Terra. Na figura 4.4 estão representados os vetores $\vec{B}$ e $\hat{f}$ neste sistema inercial. Para tornar mais clara a geometria da figura, o vetor $\vec{B}$ sofreu uma translação, de modo que uma de suas extremidades coincidisse com a origem do sistema. Este recurso não afetará os cálculos pois as fontes são consideradas infinitamente distantes.

O retardamento geométrico é dado pela (3.2):

$$\tau_g = - \frac{\vec{B}.\hat{f}}{c}$$

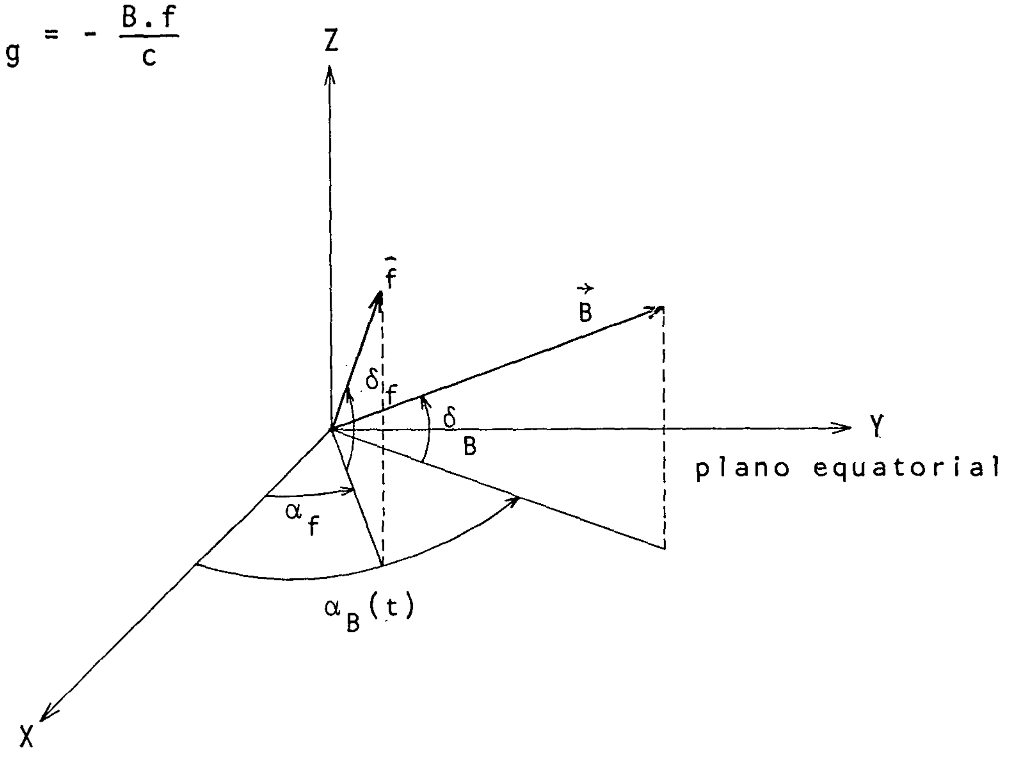


Fig. 4.4 Sistema de coordenadas para VLBI

O vetor $\vec{B}$ pode ser expresso por

$$\vec{B} = B\left[\cos\delta_B \cos\alpha_B\ \hat{i} + \cos\delta_B \operatorname{sen}\alpha_B\ \hat{j} + \operatorname{sen}\delta_B\ \hat{k}\right], \tag{4.85}$$

onde $B = |\vec{B}|$;

α_B, δ_B = ascenção reta e declinação da base;

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ = versores associados aos eixos X, Y e Z.

Análogamente, o versor $\hat{f}$ é dado por

$$\hat{f} = \cos\delta_f \cos\alpha_f\ \hat{i} + \cos\delta_f \operatorname{sen}\alpha_f\ \hat{j} + \operatorname{sen}\delta_f\ \hat{k} \quad , \tag{4.86}$$

onde

α_f, δ_f = ascenção reta e declinação do versor na direção da fonte.

As coordenadas da fonte e a declinação da base são consideradas fixas neste sistema, enquanto a ascenção reta da base varia devido a rotação da Terra.

Substituindo (4.85) e (4.86) na expressão do retardamento obtemos:

$$\tau_g = -\frac{B}{c}\left[\operatorname{sen}\delta_B \operatorname{sen}\delta_f + \cos\delta_B \cos\delta_f \cos(\alpha_B - \alpha_f)\right] \tag{4.87}$$

Nesta equação, a primeira parcela representa a componente constante de τ_g na direção do eixo de rotação, ou "componente polar", e a segunda representa a "componente equatorial", que varia senoidalmente com período de um dia sideral, devido a rotação da Terra. O ângulo $(\alpha_B - \alpha_f)$, entre as projeções equatoriais de $\vec{B}$ e $\hat{f}$, pode também ser expresso por

$$\alpha_B - \alpha_f = \omega t + \Phi, \tag{4.88}$$

onde: ω = velocidade angular de rotação da Terra (suposta conhecida),

t = tempo e

$\Phi = \alpha_B - \alpha_f$, para $t=0$ (época de referência).

Como não é possível determinar, com a precisão exigida para observações de VLBI, o erro de sincronização dos relógios de cada estação, assim como a taxa de variação deste erro no decorrer das observações, incluimos ainda na (4.87) dois termos que representam este erro:

$$\tau = -B\left[\operatorname{sen}\delta_B \operatorname{sen}\delta_f + \cos\delta_B \cos\delta_f \cos(\alpha_B - \alpha_f)\right] + a_0 + a_1 t, \tag{4.89}$$

onde a_0 = erro inicial de sincronização dos relógios e

a_1 = taxa de erro dos relógios.

Temos, assim, uma linha reta adicionada a uma senóide diurna.

Neste modelo, qualquer número (a partir de quatro) de observações de retardamento de uma só fonte permite a determinação de apenas quatro parâmetros independentes: a componente polar associada ao erro inicial de sincronização $(-B \operatorname{sen}\delta_B \operatorname{sen}\delta_f + a_0)$, a amplitude e a fase da componente equatorial ($B \cos\delta_B \cos\delta_f$ e $\alpha_B - \alpha_f$) e a taxa de erro dos relógios (a_1). Isto ocorre porque com observações de uma só fonte não é possível separar os vetores da base e da fonte. Estas quatro quantidades constituem o conteúdo de informação da observação retardamento de grupo com uma fonte.

Desejamos determinar sete parâmetros: três componentes da base (B, α_B, δ_B), duas componentes do versor da fonte (α_f, δ_f) e os dois parâmetros de relógios (a_0,a_1). Este número reduz-se a seis, pois as ascenções retas da base e da fonte não podem ser separadas, porque apenas sua diferença aparece na expressão do retardamento (ver 4.89). Por isto, arbitra-se a origem das ascenções retas em função da ascenção reta das fontes, considerando-se, por exemplo, nula a ascenção reta de uma das fontes.

Como as observações de retardamento de uma só fonte nos fornecem apenas quatro parâmetros independentes, para calcularmos todos os parâmetros desejados devemos observar fontes adicionais. Se as observações destas fontes são realizadas com a mesma base e os mesmos relógios, cada fonte adicional acrescenta apenas dois novos parâmetros de interesse (α_f,δ_f). Portanto, para n fontes observadas com uma base, o número total de parâmetros desejados seria $2n+5((\alpha_f,\delta_f)xn,B,\alpha_B,\delta_B,a_0,a_1)$, reduzido para $2n+4$, devido a escolha da origem das ascenções retas.

Para a primeira fonte, são necessárias quatro observações, no mínimo, para determinar os quatro parâmetros independentes; para as fontes seguintes há apenas três parâmetros independentes a determinar, pois a taxa de relógio é a mesma calculada a partir da primeira fonte e portanto o número mínimo de observações é três. Assim, o número mínimo, **n**, de fontes necessárias para calcular os parâmetros desejados é o menor inteiro que satisfaz

$$4 + 3(n - 1) \geqslant 2n + 4$$

onde o lado esquerdo quantifica o número de observações e o di reito dá o número de parâmetros a calcular. Claramente,

$$n = 3$$

e teremos, no mínimo, dez observações de retardamento de três fontes para determinar os dez parâmetros envolvidos (três para a base, cinco para as fontes e dois para os relógios). Na prática, o número mínimo de fontes e observações é bem maior para prover redundância e permitir ajustamento.

Seguindo um raciocínio análogo, chegamos a conclusão de que para observações feitas a partir de duas bases é necessário observar no mínimo 2 fontes, uma delas 4 vezes e a outra 3 vezes, a partir de cada base.

Analisemos, agora, a observação taxa de retardamento, cuja expressão pode ser obtida a partir da (4.89):

$$\tau_g = \omega \, B \cos \delta_B \cos \delta_f \, \text{sen}(\alpha_B - \alpha_f) + a_1 \qquad (4.90)$$

Vemos que a observação taxa de retardamento não é sensível a componente polar da base, pois só aparece sua componente equatorial, $B \cos \delta_B$.

Seguindo análise similar a realizada para a observação retardamento, notamos que há apenas três parâmetros independentes para observações de uma só fonte, e seis parâmetros que desejamos determinar $(B, \alpha_B, \delta_B, \alpha_f, \delta_f, a_1)$. Estes seis parâmetros reduzem-se a quatro, porque a taxa de retardamento não é sensível a componente polar da base (B e $\cos \delta_B$ não podem ser separados) e porque as ascenções retas da base e da fonte não podem ser separadas (origem das ascenções retas arbitradas em função das fontes). Se observarmos fontes adicionais com a mesma base e os mesmos relógios, cada fonte acrescenta dois novos parâmetros de interesse, (α_f, δ_f) e dois parâmetros independentes, pois a_1 é o mesmo. Portanto, para n fontes observadas o número total de parâmetros seria $2n+3$, reduzido para $2n+2$ pela escolha da origem das ascenções retas.

Para a primeira fonte temos três observações independentes (mínimo necessário para determinar os três parâmetros independentes) e para as demais apenas duas. Assim, a relação entre observações independentes e parâmetros

$$3 + 2(n - 1) \geqslant 2n + 2,$$

não será satisfeita. Portanto, não é possível determinar, apenas com taxas de retardamento, todos os parâmetros de interesse. Além da impossibilidade de determinar o erro de sincronização dos relógios e a componente polar da base, também no mínimo a declinação da base ou de uma fonte precisa ser dada para que fique determinada a origem das declinações.

Se as observações feitas compõem-se de retardamentos e taxas de retardamento poderia parecer que o número mínimo de fontes seria menor que o necessário para observações de retardamento apenas. Contudo, não é assim. Se há informações de retardamento suficientes para determinar a senóide retardamento X tempo (curva definida pela 4.89), então as taxas de retardamento estarão também determinadas e observações de taxas de retardamento não adicionarão informação independente, sendo , portanto, redundantes.

A consideração dos outros movimentos rotacionais, além da rotação diurna,e dos efeitos de não rigidez da Terra, modi fica a curva definida pela (4.89) e sobre a senóide diurna adicionada a linha reta serão superpostas outras curvas, com períodos distintos, correspondentes a estes outros movimentos e que modificarão o conteúdo de informação da (4.89), permitindo a estimativa de parâmetros destes movimentos.

4.8.3 PROBLEMAS DE SINGULARIDADE

Evidentemente, nem todos os parâmetros desejados podem ser estimados diretamente no ajustamento de observações. A condição a ser satisfeita é a de que a chamada matriz normal, N, possa ser invertida, ou seja, N não pode ser singular. No método paramétrico $N = A^T PA$, enquanto no método dos correlatos, $N = BP^{-1}B^T$. No método geral é necessário inverter as duas, na (4.75) e na (4.72). Se a matriz normal for singular (característica da matriz menor que suas dimensões), isto implica que nem todos os parâmetros incluídos são estimáveis. Se existir uma relação linear entre as derivadas parciais das observações em relação aos parâmetros, N será singular. Vamos aqui analisar de maneira geral, em que condições N pode tornar-se singular. Problemas de singularidade podem ocorrer, em função dos parâmetros incluídos, por três razões básicas: a) indeterminação de sistemas de coordenadas, b) insuficiência ou má distribuição das observações e c) configurações críticas das bases.

a) Excetuando-se os comprimentos das bases (e declinações em relação ao equador verdadeiro da data), todos os parâmetros estimáveis dependem da especificação de sistemas de coordenadas.

Problemas de singularidade relacionados a determinação de sistemas de coordenadas exigem a imposição de certas injunções iniciais: a origem do sistema de coordenadas terrestre deve ser arbitrada pois as observações só dependem de diferenças de coordenadas; a orientação da base em relação ao sistema terrestre médio ou a orientação do sistema terrestre médio em relação ao sistema de coordenadas inercial deve ser especificada por valores iniciais pois as observações só dependem da orientação relativa da base e do vetor da fonte; o sistema inercial também deve ser determinado pois as observações não dependem de qualquer orientação absoluta no espaço inercial. O exemplo da seção 4.8.2 ilustra esta afirmação, pela fixação da origem das ascenções retas. Quanto a escala do sistema de coordenadas, esta é dada implícitamente pelo valor adotado para a velocidade da luz ($c = 299.792.458$ m/s).

Naturalmente os erros cometidos na especificação dos parâmetros iniciais de orientação do sistema terrestre se refletem nos valores estimados dos componentes da base, mas não na estimativa do comprimento da base, que não depende da definição do sistema de coordenadas. Por exemplo, para uma base cujo componente em x tenha 4000 km um erro de 0,001" em x_p contribuirá com um erro de 2 cm no componente em z. Fenômenos geodinâmicos podem ser estimados a partir de observações de VLBI observando variações relativas nos componentes da base. Quando se fazem observações durante um longo intervalo de tempo é conveniente a adoção de uma orientação de referência única para todos os conjuntos de observações, pois embora os componentes da base estejam contaminados pelos erros desta orientação de referência, ao menos estes componentes se referem a um único sistema de coordenadas. Caso contrário, as diferenças nestes parâmetros devidas a mudança na orientação de referência aparecerão como variações temporais, embora na realidade, elas se devem apenas a determinação inconsistente do sistema de coordenadas.

b) Na estimativa por mínimos quadrados o número de observações deve exceder o número de parâmetros. Em VLBI, estas observações devem estar corretamente distribuídas sobre um número mínimo de fontes, caso contrário ocorrerão problemas de singularidade. O exemplo da seção 4.8.2 ilustra este problema.

O número mínimo de bases também deve ser considerado. Quando se deseja determinar a orientação da Terra (ou seja, a orientação do sistema terrestre médio) através de todos os seus parâmetros envolvidos (teòricamente, no mínimo 3) é necessário realizar observações a partir de duas ou mais bases, porque observações a partir de uma base podem ser utilizadas para estimar apenas 2 destes 3 parâmetros mínimos de orientação, pois a mudança de orientação de uma base pode ser completamente descrita por duas rotações distintas. Contudo, observações a partir de duas ou mais bases permitem a estimação de todos os parâmetros (desde que seja fixada a orientação numa dada época) posto que a mudança de orientação de um plano no espaço é completamente descrita por três rotações independentes.

c) Configurações críticas das bases também podem acarretar deficiências de característica da matriz normal, mesmo que tenham sido atendidas as condições para eliminar as duas categorias de singularidade descritas acima. Bases cuja orientação se aproxima destes casos particulares resultam em altas correlações entre certos parâmetros e portanto, mau condicionamento da matriz normal. Como exemplos de configurações críticas, citaremos os casos de base paralela ao eixo de rotação da Terra, paralela ao plano do equador e com seu ponto médio situado sobre o meridiano de Greenwich ou a 180^0 de longitude, paralela ao plano do equador e com seu ponto médio a 90^0 ou 270^0 de longitude.

No primeiro caso as observações são insensíveis a velocidade de rotação da Terra e, portanto, ao parâmetro (TUC-TU1). Se tentarmos incluí-lo, teremos uma matriz normal singular. No segundo e terceiro casos as observações são insensíveis, respectivamente, as variações dos parâmetros x_p e y_p, do movimento do polo. Qualquer base paralela ao plano equatorial constitui um caso de configuração crítica para cálculo de coordenadas de fontes, pois neste caso a observação retardamento não é sensível a origem das declinações. Para tal configuração é necessário arbitrar a declinação de uma das fontes como origem das declinações e em vez de considerar as outras declinações como parâmetros, considera-se as diferenças entre estas e a origem fixada.

Na prática, bases com estas configurações críticas são raras, mas bases cujas orientações se aproximam destas podem, conforme já afirmamos, produzir problemas de correlação e mau condicionamento da matriz normal. O uso de mais de uma base , não paralelas entre si, mesmo em configurações críticas (exceto quando ambas forem paralelas ao equador), evita a singularidade que cada uma provoca isoladamente. A adição de qualquer número de bases paralelas a qualquer configuração crítica não eliminará a singularidade. É conveniente ressaltar que problemas de singularidade ou de mau condicionamento dependem dos parâmetros incluídos. Para cada conjunto de parâmetros a estimar podem variar as injunções, os requisitos de número de fontes, número de bases e número de observações, assim como a posição mais favorável das bases.

4.8.4 OTIMIZAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES

Os problemas de otimização para experiências de VLBI podem ser classificados em problemas de primeira e segunda ordem. A otimização de primeira ordem consiste em determinar a configuração adequada para alcançar a melhor estimativa de um dado conjunto de parâmetros enquanto a de segunda ordem consiste em obter os melhores resultados para determinada configuração. As duas são relacionadas, mas a ênfase é diferente. Para a primeira, o objetivo é o estudo de diferentes configurações (estações, listas de fontes e distribuição das observações no tempo) para se obter a "melhor" estimativa para determinados conjuntos de parâmetros. O critério que indica a melhor estimativa pode ser, por exemplo, a minimização do traço da matriz variância-covariância dos parâmetros. Na prática, a otimização de primeira ordem limita-se a determinar as estações mais apropriadas pois a escolha das fontes de rádio e a distribuição das observações no tempo sofrem fortes restrições impostas pelas condições de observabilidade, no caso de bases transcontinentais. Para a segunda, o objetivo é otimizar, para uma dada configuração, as condições restantes ainda livres, usualmente a lista de fontes, a distribuição das observações no tempo e o conjunto de parâmetros, para obter os melhores resultados para diferentes parâmetros.

A solução de problemas de otimização está além dos pro pósitos desta dissertação, constituindo assunto para outros trabalhos. Por isto, vamos limitar-nos a uma breve introdução. Problemas de otimização podem ser resolvidos em duas etapas: 1) montagem de configurações a testar e 2) teste destas configurações em simulações de experiências de VLBI nas quais se obtém a matriz variância - covariância dos parâmetros, que fornece os limites superiores de precisão do conjunto de parâmetros para cada configuração.

Para montar uma configuração podem-se usar alguns critérios preliminares que apenas delinearemos. A matriz variância - covariância das estimativas dos parâmetros, dada pela (4.81):

$$\Sigma_{X_a} = \hat{\sigma}_0{}^2 (A^T P A)^{-1} = \hat{\sigma}_0^2 \; N^{-1}$$

mostra que os "erros" das estimativas dependem da precisão das observações, expressa em P, e da matriz A, cujas colunas são formadas pelas derivadas das observações em relação a cada parâmetro, calculadas para os valores aproximados dos parâmetros, X_0. A poderia ser chamada de matriz configuração pois através dela se manifesta a influência da configuração adotada. A magnitude dos elementos de uma fila de A determina a sensibilidade da observação correspondente em relação a cada um dos parâmetros. Uma primeira análise nos leva, portanto, a escolher configurações que tendam a maximizar as derivadas em relação aos parâmetros de interesse. Entretanto, o fato de os parâmetros serem correlacionados leva ainda a outros critérios, com relação a distribuição das observações de uma fonte no tempo, que exigem análise mais acurada, e se destinam a "separar" os parâmetros dos vários tipos de movimentos que introduzem variações características e com períodos diferentes nas observações.

A resolução do problema de primeira ordem sofre fortes restrições impostas pela disponibilidade de estações, o que tem reduzido sua importância. Com o desenvolvimento de antenas portáteis e investimento de maiores recursos, este quadro se altera. A resolução do problema de segunda ordem deve também levar em conta várias injunções, tais como a observabilidade simultânea de uma fonte em todas as estações, a velocidade do movimento das antenas de uma fonte para outra e o tempo perdido em atividades não observacionais tais como a troca de fitas para gravação dos sinais e radiometria de vapor d'água.

Na simulação de experiências de VLBI as variâncias obtidas para as estimativas dos parâmetros dependem não apenas das configurações adotadas, como também da precisão das observações simuladas, calculadas a partir de informações sobre as fontes e o sistema, e dos modelos físicos adotados. Ao estimar parâmetros relacionados a orientação do sistema de coordenadas terrestre em relação ao sistema inercial deve-se dividir as experiências em intervalos de tempo suficientemente curtos nos quais estes parâmetros possam ser considerados constantes. O valor dos intervalos adotados (6h,12h,18h,24h,etc.) também influi nas variâncias.

4.8.5 ERROS

Há vários tipos de erros, provenientes de várias fontes, que afetam os parâmetros estimados.

a) O primeiro tipo é a incerteza da medida, ou seja, a precisão com que uma observação pode ser medida. Este erro depende das características do sistema e das fontes observadas (ver seção 2.5). Seu valor relativo determina o grau de influência de uma observação no ajustamento.

b) O segundo tipo é um erro sistemático não modelável. Um exemplo deste tipo é a variação nos comprimentos dos cabos portadores de sinais de calibração injetados com os sinais recebidos (seção 3.3). Como não há maneira de parametrizar o retardamento nos cabos, ele deve ser medido e eliminado das observações, reduzindo-se o erro a uma incerteza de medida. Outros erros deste tipo incluem a dispersão (seção 3.3) e a distorção da geometria da antena (seção 4.6.3).

c) Um terceiro tipo de erro pode surgir de flutuações em grandezas físicas. Como exemplo, temos variações da composição da atmosfera, no espaço e no tempo, e flutuações na freqüência dos padrões de freqüência das estações. Estas flutuações podem produzir variações correlacionadas nas observações. Não é possível modelar o efeito sobre cada observação isolada, mas se estas flutuações forem caracterizadas por comprimentos e tempos de coerência, é possível modelar o efeito sobre a correlação entre observações. É desejável, quando possível, medir tais efeitos diretamente e reduzir o erro a uma incerteza de medida, pois a matriz variância-covariância das observações é normalmente tomada como diagonal.

d) A falta de exatidão ou precisão em um parâmetro de um modelo físico causa um erro sistemático nos valores teóricos das observações. Se o parâmetro em questão não está sendo ajustado, o erro é absorvido por aqueles que estão, causando um desvio sistemático nestes parâmetros. Os números de Love , a constante de precessão e as coordenadas do polo instantâneo são exemplos de parâmetros de modelo físico que podem causar este tipo de erro. Se a precisão destes parâmetros for conhecida, pode-se determinar a sua influência sobre a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados.

e) Finalmente, há erros causados pela própria inadequação de um modelo físico. Se um modelo é físicamente incorreto, não há meio de prever o impacto real do efeito físico que ele representa sobre os parâmetros ajustados. Erros deste tipo só podem ser eliminados por modelos mais adequados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. ASH,M.E. Determination of Earth satellite orbits. Lincoln Laboratory Technical Note 1972-5. Massachusetts Institute of Technology, Lexington, Massachusetts,1972, 256p.

02. BOCK,Y. A VLBI variance-covariance analysis interactive computer program. Reports of the Department of Geodetic Science, 298, The Ohio State University, Columbus, 1980, 193 p.

03. FAJEMIROKUM,F.A. Applications of laser ranging and VLBI observations for selenodetic control. Reports of the Department of Geodetic Science, 157, The Ohio State University, Columbus, 1971, 230 p.

04. GEMAEL,C. Aplicações do cálculo matricial em geodésia,2a. parte: ajustamento de observações. Curitiba, 1976. Notas de aula, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.

05. HIRVONEN,R.A. Adjustment by least squares in geodesy and photogrammetry. Helsinki, 1970. Notas de aula. The Technical University.

06. KOVALEVSKY,J. The reference systems. In: McCARTHY,D.D. & PILKINGTON,J.D.H., eds. Time and the Earth rotation, Proceedings of the 82 nd symposium of the International Astronomical Union. Dordrecht, Holland,Reidel,1978. p. 151-64.

07. MA,C. Very long baseline interferometry applied to polar

motion, relativity and geodesy. Maryland, 1978, 367 p. Dissertação. Ph.D. University of Maryland.

08. MELCHIOR,R.P. The Earth tides, 1. ed. London,Pergamon Press, 1966. 458 p.

09. MUELLER,I.I. Spherical and practical astronomy as applied to geodesy. New York, Frederick Ungar, 1969, 615 p.

10. NAUTICAL ALMANAC OFFICES OF THE UNITED KINGDOM AND THE UNITED STATES OF AMERICA. Explanatory Supplement to the astronomical ephemeris and the american ephemeris and nautical almanac. London, H.M.Stationery Office, 1961.

11. ROBERTSON,D.S. Geodetic and astrometric measurement with very-long-baseline interferometry. 1975. 187 p. Dissertação. Ph.D. Massachusetts Institute of Technology.

12. SHAPIRO,I.I. & KNIGHT,C.A. Geophysical applications of long-baseline radio interferometry. In: MANSINHA, L. ; SMYLIE,D.E.; BECK,A.E., ed. Earthquake displacement fields and the rotation of the Earth. Dordrecht, Riedel, 1970. p. 284-301.

13. UOTILA,V.A. Introduction to adjustment computations with matrices. Columbus, Ohio, 1967. Notas de aula, Department of Geodetic Sciences, The Ohio State University.

5. VLBI: APLICAÇÕES, PROGRAMAS E EXPERIÊNCIAS

5.1 INTRODUÇÃO

5.2 APLICAÇÕES

5.2.1 GEODÉSIA

5.2.2 GEOFÍSICA

5.3 PROGRAMAS

5.4 EXPERIÊNCIAS REALIZADAS

5. VLBI: APLICAÇÕES, PROGRAMAS E EXPERIÊNCIAS

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, como conclusão, são apresentadas algumas aplicações de VLBI a Geodésia e a Geofísica, alguns programas que utilizam intensivamente esta técnica e algumas das experiências já realizadas para testá-la.

Entre os programas, destaca-se, pela sua abrangência, o Programa de Geodinâmica da NASA, que prevê trabalho conjunto com vários países, inclusive o Brasil. Em conexão com este programa, foram ainda descritos alguns projetos de desenvolvimento de novos sistemas de VLBI que possibilitem o uso mais intensivo desta técnica.

Entre as experiências, algumas destinaram-se a comparação de resultados entre VLBI e outras técnicas e outras a verificar a repetibilidade dos resultados de VLBI. Como nenhuma delas utilizou o sistema Mark III, espera-se que a precisão ainda melhore considerávelmente.

5.2 APLICAÇÕES

5.2.1 GEODÉSIA

O VLBI é, do ponto de vista geodésico, uma técnica da Geodésia Celeste. O valor especial desta técnica reside não tanto na determinação de coordenadas mas sim na determinação altamente precisa de bases, tanto no que se refere a medida, quanto no que se refere a orientação:

a) a <u>escala</u> das observações de VLBI é definida pelo valor adotado da velocidade da luz ($c=299792458$ m/s^2);

b) a <u>orientação</u> é tomada num sistema inercial, através da referenciação aos quasars ou outras fontes de galáxias distantes com movimentos próprios práticamente nulos, de modo que não possam surgir problemas devido a diferentes definições de sistemas de coordenadas. A precisão da orientação corresponde a precisão da determinação das fontes de rádio, situada atualmente no intervalo de 0,05" a 0,01".

Diante dos métodos Doppler e Laser de medida a técnica de VLBI possui a vantagem da completa independência em relação ao campo gravitacional da Terra. Por isto, as medidas de VLBI são especialmente adequadas como medidas puramente geométricas de aferição, sendo, portanto, indicadas para ligações geodésicas, especialmente sobre bases longas. A alta precisão obtida na orientação das bases é indicada também para transferência de nível através de grandes distâncias, livres de refração. Na observação de movimentos verticais da crosta por meio de nivelamento surge sempre o problema das alterações na gravidade que influenciam os resultados.

Os métodos geodésicos terrestres clássicos de trilateração, triangulação e nivelamento são adequados para curtas distâncias (<100 km). Para grandes distâncias, como as observações são feitas em uma série de passos menores, os erros se acumulam inevitávelmente. Além disso, por serem caros e demorados, levantamentos por tais métodos não podem ser freqüente mente repetidos. No presente, os melhores levantamentos geodésicos horizontais são precisos em aproximadamente 3 partes em 10^7 ou 3 cm em 100 km. Quanto ao nivelamento, mesmo supondo removidos os erros sistemáticos, na melhor das hipóteses os erros se acumularão a uma taxa de aproximadamente 1 mm multiplicado pela raiz quadrada do percurso em quilômetros, ou 1 cm em 100 km |7|, |12|. Outro problema das técnicas convencionais reside no fato de que as medidas não podem ser feitas através dos oceanos.

As duas principais e mais precisas técnicas espaciais são o VLBI e o rastreamento com Laser da Lua e de satélites artificiais. A precisão de ambas situa-se entre 5 a 10 cm. Embora a vantagem do uso do Laser ou VLBI em pequenas distâncias possa ser pequena, estas técnicas são ideais para estender e complementar técnicas terrestres em distâncias regionais. Por isso, elas foram escolhidas pela NASA como as técnicas observacionais básicas do seu programa de Geodinâmica, para determinar movimento de placas tectônicas, deformações de placas em grande escala e estabelecimento de redes de controle geodinâmico, próximo de zonas sísmicas. (ver seção 5.3) Neste contexto, a técnica de VLBI oferece certa vantagem sobre a do Laser pois devido a operação em microondas (~1-10 GHz), sua utilização independe de condições meteorológicas.

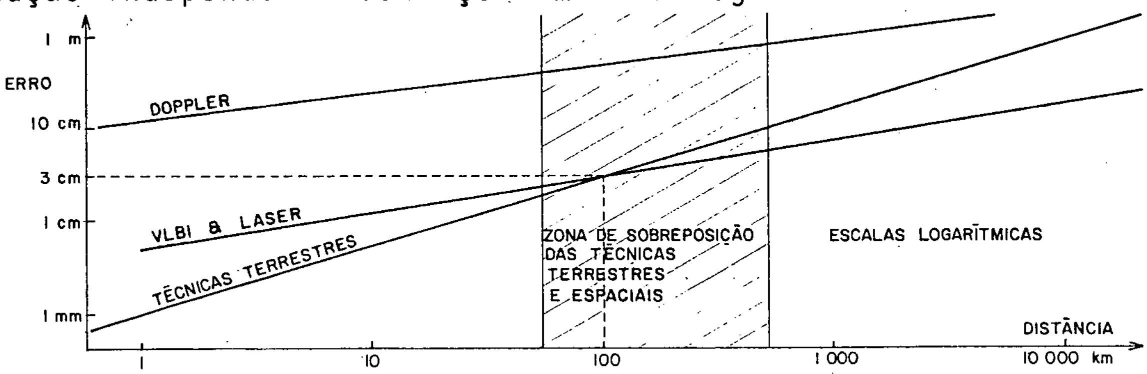


Fig. 5.1 Precisão das principais técnicas de medidas

O custo de desenvolvimento tecnológico e implantação destas técnicas é alto mas se justifica pela importância prática e científica das informações que podem ser obtidas e porque estas medidas em grande escala não podem ser obtidas por outros métodos. Por outro lado, os custos operacionais são moderados e, particularmente no caso de nivelamentos precisos, freqüentemente repetidos em percursos de alguns quilômetros, considerávelmente menores que os exigidos pelas técnicas convencionais |7|.

A determinação da forma da superfície oceânica através de VLBI com antenas portáteis em embarcações é uma possibilidade que já foi levantada |16|, mas ainda não testada.

A medida do geopotencial e sua variação temporal poderia ser também obtida através do rastreamento de satélites artificiais, com órbitas de configurações apropriadas, que emitissem sinais de rádio em banda larga. Um sistema poderoso poderia ser conseguido com a conjugação de medidas de VLBI para obter direções e medidas com Laser para obter distâncias. Determinação de órbita de satélite já foi realizada com resultado satisfatório |18|.

5.1.2 GEOFÍSICA

O VLBI aplica-se a Geofísica como técnica de medida astronômica e geodésica.

O vetor da base do interferômetro move-se no espaço inercial e conseqüentemente, é variável a observação retardamento, τ. Este movimento não consiste simplesmente numa rotação diurna com velocidade constante e em torno de um eixo fixo, como foi considerado no exemplo da seção 4.8.2. Existem movimentos devidos a mobilidade da superfície da Terra e outros devidos a variação -em direção e módulo- do seu vetor velocidade angular de rotação, $\vec{\omega}$. Tanto a mobilidade da superfície quanto a variação de $\vec{\omega}$ dependem da constituição da Terra e de fenômenos internos. Portanto, a medida precisa destes movimentos, alguns dos quais ainda não detectados com certeza suficiente pelas técnicas convencionais de Geodésia e Astronomia, permitirá escolher, entre os numerosos modelos possíveis do interior da Terra, aquele ou aqueles que fornecerão a interpretação correta dos movimentos observados. A conexão entre os movimentos rotacionais e a constituição da Terra torna-se mais clara com a leitura do Apêndice D e análise das tabelas D.3 e D.4.

Todos os movimentos da base são representados no modelo matemático do retardamento, que é uma função da posição da base e da direção da fonte (ver capítulo 4). Cada qual produz uma variação temporal característica em τ, o que permite que os parâmetros correspondentes possam ser estimados em um ajustamento pelo método dos Mínimos Quadrados, desde que o número de observações e a sua geometria obedeçam a certos critérios delineados no capítulo 4.

Além das variações de natureza geométrica, o retardamento pode variar devido as influências dos equipamentos e do meio de propagação, que também devem ser representadas no modelo matemático. Estas contudo são consideradas indesejáveis do ponto de vista geodésico e geofísico pois limitam a precisão da técnica.

Vamos, portanto, descrever o desempenho ou a possível aplicação de VLBI na medida dos movimentos rotacionais e dos movimentos da superfície da Terra.

1) Precessão e nutação. O período de precessão é de aproximadamente 26.000 anos, enquanto o da nutação principal é de 18,6 anos; assim, são necessárias observações durante uma fração substancial do período de nutação para que seja possível separar adequadamente a contribuição de cada uma à variação de τ. Exigência análoga aplica-se aos outros movimentos periódicos presentes na série de nutações. Em 1978, estimativas da constante de precessão feitas a partir de medidas de VLBI apresentaram uma incerteza de alguns décimos de segundo de arco por século, bem maior que a incerteza associada ao valor aceito, baseado em observações óticas. A estimativa de VLBI foi consistente com a das observações óticas dentro do intervalo igual ao dobro do erro padrão da primeira. Naquela época não havia estimativa de qualquer termo de nutação |19|. Espera-se que em alguns anos as determinações de VLBI sobrepujem as óticas, a despeito do período mais longo de observações óticas.

2) Movimento do polo e TU1. O movimento do eixo de rotação em relação à crosta terrestre pode ser acompanhado através de VLBI com resolução espacial e temporal uma ordem de grandeza melhor que a atual. Presentemente, as coordenadas do polo (x_p, y_p) e DTU1 = TU1 - TUC são calculadas para cada cinco dias, a partir de observações óticas, e divulgadas mensalmente através da circular do BIH. A precisão destes valores médios para cinco dias situa-se em torno de 0,015" em x_p e y_p e 1 ms em DTU1. Com VLBI espera-se obter, no início da década de 80, medidas com precisão de 0,003" e 0,1 ms, em períodos menores que um dia, graças à introdução do sistema Mark III, |3|,|5|,

|7|. Esta maior resolução é necessária se desejarmos estudar as irregularidades do movimento do polo devidas a terremotos ou outros fenômenos geodinâmicos ou detectar variações de curto período na velocidade de rotação da Terra.

3) Marés Terrestres. A maré semi-diurna é a que produz o máximo efeito, podendo introduzir variações de dezenas de centímetros na base e, portanto, da ordem de 1 ns no retardamento. Além disto, por ser semi-diurna ela impõe uma variação bem distinta sobre o retardamento. Assim, pode-se obter uma estimativa dos números de Love, h e ℓ, a partir das observações de VLBI. Estimativas de 1978 concordaram, nos limites de sua incerteza de aproximadamente 0,05, com os valores "esperados" |19|.

4) Movimentos da crosta. Conforme já mencionamos, VLBI e Laser são consideradas as melhores técnicas para detectar movimentos de placas tectônicas (1-2 cm/ano até 15 cm/ano), deformações de placas em grande escala ou deformações junto a limites de placas. Já houve experiências neste sentido (ver seção 5.4).

Os dois primeiros tipos de medida são de caráter astronômico, enquanto os dois últimos configuram aplicações geodésicas de VLBI. Evidentemente as aplicações ditas geodésicas (determinação da forma e dimensões da Terra e estrutura do campo gravífico), citadas na seção anterior, são também instrumento da Geofísica.

Finalmente, aparece como subproduto do ajustamento de observações de VLBI o erro de sincronização dos relógios que pode ser obtido com incerteza de nanosegundos, pelo menos três ordens de grandeza melhor que o atingível para distâncias continentais pelas técnicas correntes |5|.

5.3 PROGRAMAS

O desenvolvimento das técnicas espaciais de VLBI e Laser levou a formulação de programas de interesse geofísico, que prevêem a aplicação rotineira destas técnicas. Citamos alguns, com destaque para o Programa de Geodinâmica da NASA, pela sua abrangência.

O programa de Geodinâmica da NASA |7|, |12|, estabelecido em 1978, prevê as pesquisas e aplicações da NASA em dinâmica da crosta para o período 1980-85. Há cinco órgãos federais dos Estados Unidos que participam deste programa:NASA,NGS (National Geodetic Survey), NSF (National Science Foundation), DMA (Defense Maping Agency) e USGS (U.S. Geological Survey). Ainda como parte deste programa e em cooperação com os governos de outros países, a NASA está ajudando a estabelecer uma rede mundial de estações de VLBI e Laser e propõe-se a trabalhar em conjunto com cientistas de outros países, através de apoio e troca de dados. O Brasil fará parte deste programa , através do Rádio Observatório de Itapetinga, unidade do Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE), localizado em Atibaia, São Paulo.

O programa apresenta dois objetivos: 1) apoiar o programa de previsão de terremotos e 2) apoiar a pesquisa nacional e internacional em Geodinâmica global.

A realização destes objetivos requer medidas em escala global, regional e local. Os dois métodos observacionais esco lhidos são o VLBI e o rastreamento com Laser da Lua e satélites artificiais. Sua precisão atual situa-se entre 5 a 10 cm; mas espera-se atingir 2 a 3 cm na primeira metade da década de 80. Serão utilizadas estações fixas e móveis para ambas as técnicas. Para o Laser existem as unidades móveis Moblas (Mobile Laser) e TLRS (Transportable Laser Ranging Station). Para VLBI existem o sistema ARIES (Astronomical Radio Interferometry Earth Surveying) e sistemas em desenvolvimento que utilizam sinais dos satélites GPS (Global Positioning System). Os sistemas móveis de VLBI serão descritos suscintamente mais adiante. É importante que os sistemas de VLBI e Laser sejam usados paralelamente, com boa sobreposição na rede de estações, para que se possa verificar a validade das observações que não podem ser feitas por levantamentos terrestres. As fontes de erro em VLBI e Laser são quase certamente independentes e as medidas básicas são diferentes.

As medidas em <u>escala global e continental</u> tem dois objetivos: medir o movimento entre placas tectônicas e a deformação no interior de uma placa. A figura 5.2 mostra a rede de estações destinadas a medir os movimentos entre placas e a figura 5.3 mostra as redes continentais.

Outro objetivo primordial desta parte do programa é a medida contínua e altamente precisa do movimento do polo e da rotação da Terra. Tais movimentos, que são intrínsecamente importantes no estudo da dinâmica global, devem ser considerados na determinação precisa da posição das estações e podem ter uma conexão importante, embora pouco conhecida, com os terremotos. Na figura 5.4 está representada a rede de três estações NASA/NGS VLBI Polaris (Polar Motion Analysis by Radio Interferometric Systems), acrescida de uma estação na Suécia (Onsala). A rede POLARIS fará estimativas diárias do movimento do polo e TU1 com precisão esperada em torno de 5 cm e 0,1 ms. Há também uma rede de estações laser para comparação de resultados. Estas redes fazem parte da rede global.

As medidas em escala regional tem por objetivo a previsão de longo alcance de terremotos através da determinação de deformações em distâncias regionais, junto a limites de placas (figura 5.5). A rede de estações para efetuar estas medidas seria ligada a rede global através de algumas estações fixas que operariam em conjunto com estações móveis.

As medidas em escala local (20 a 100 km) são as que mais provávelmente darão contribuição direta a predição do instante, local e intensidade de um terremoto. Elas objetivam acompanhar deformações locais da crosta e taxa de deformação em regiões sísmicamente ativas. Nesta escala,os levantamentos terrestres em regiões localizadas seriam complementadas por sistemas altamente portáteis como o GPS-VLBI o o "spaceborne laser". A figura 5.6 mostra a distribuição das estações de VLBI e Laser na América do Norte. As observações em escala regional e local serão feitas prioritáriamente no oeste dos Estados Unidos.

O programa prevê medidas complementares junto as estações,como levantamentos geodésicos terrestres locais, gravimetria, medidas sísmicas e estudos geológicos.

Para implementar este programa, a NASA montou um plano de desenvolvimento de sistemas já existentes, como Mark III, para as estações fixas, e desenvolvimento de sistemas móveis.

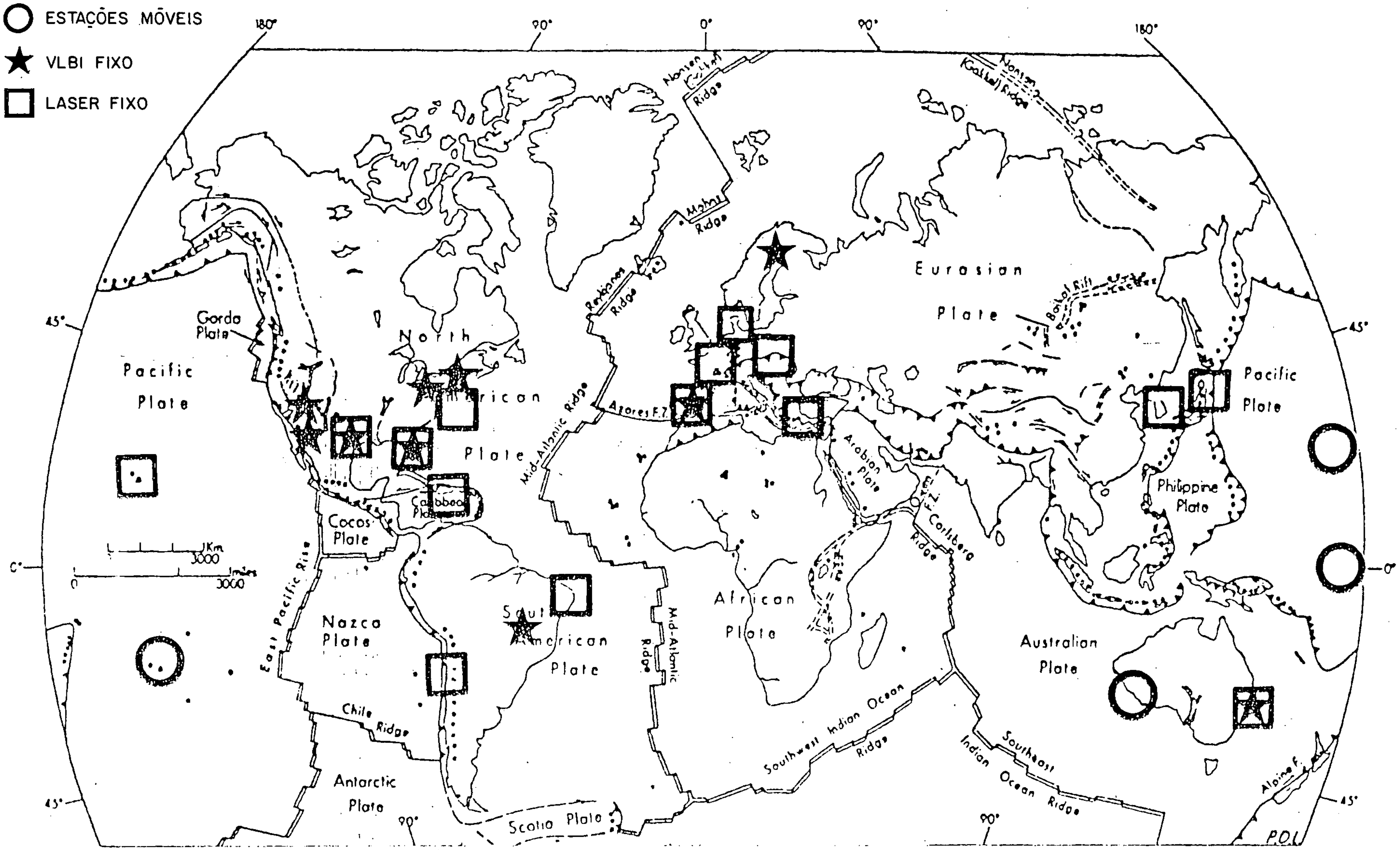


Fig. 5.2 Rede de estações de VLBI e Laser para estudo global do movimento das placas |11|

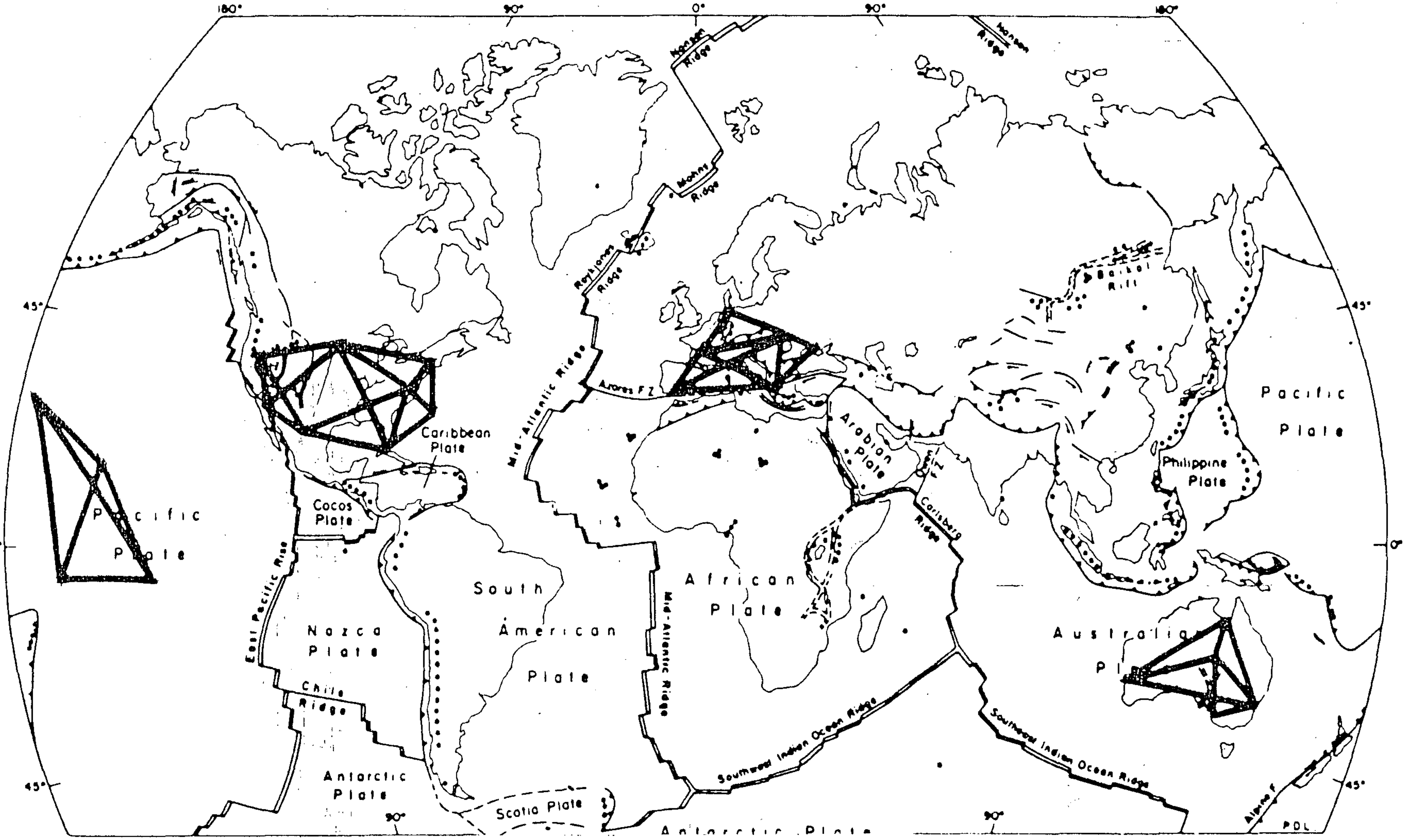


Fig. 5.3 Rede de estações para estudo da estabilidade das placas |11|

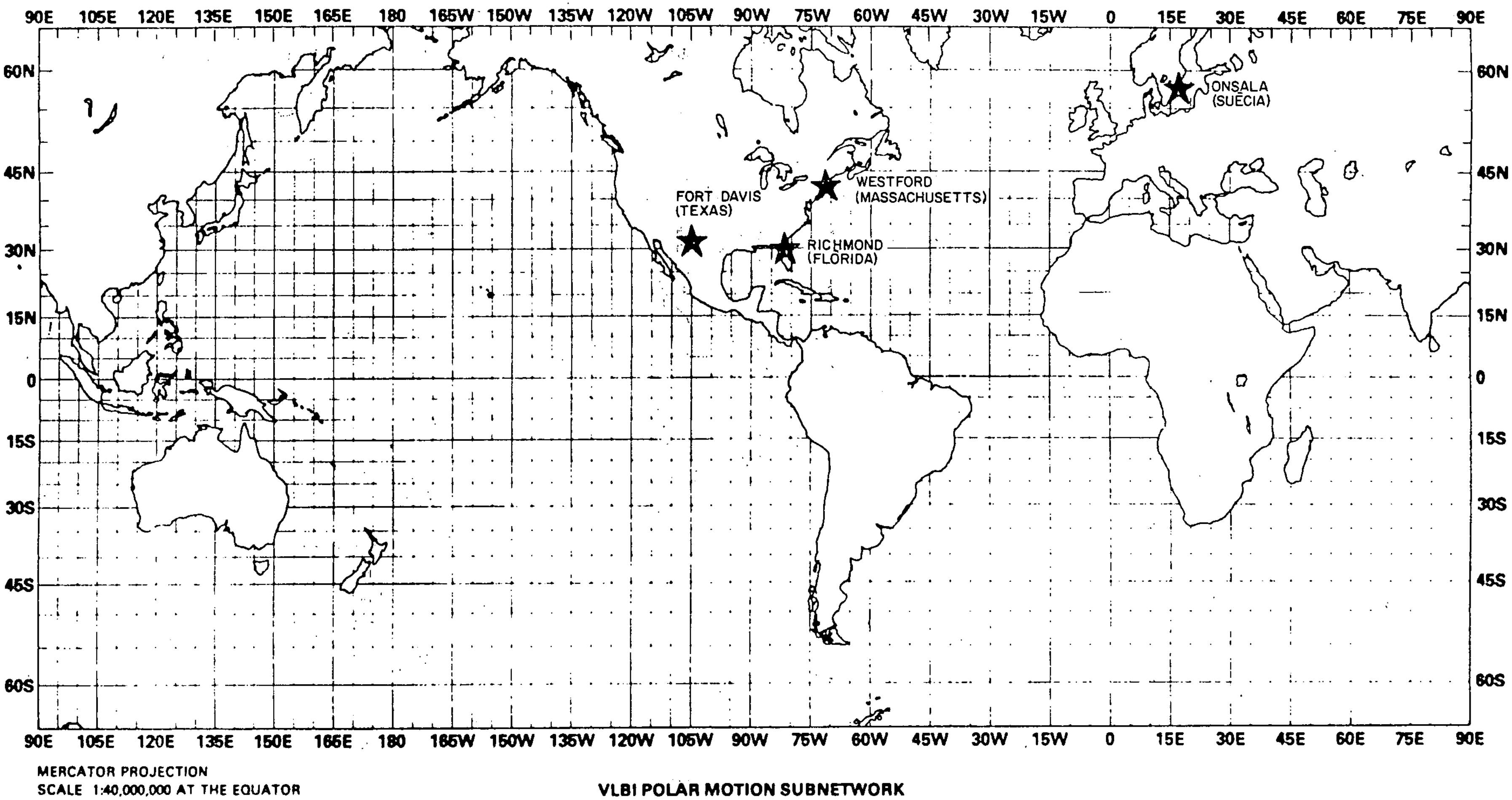


Fig. 5.4 Rede NASA/NGS VLBI Polaris |11|

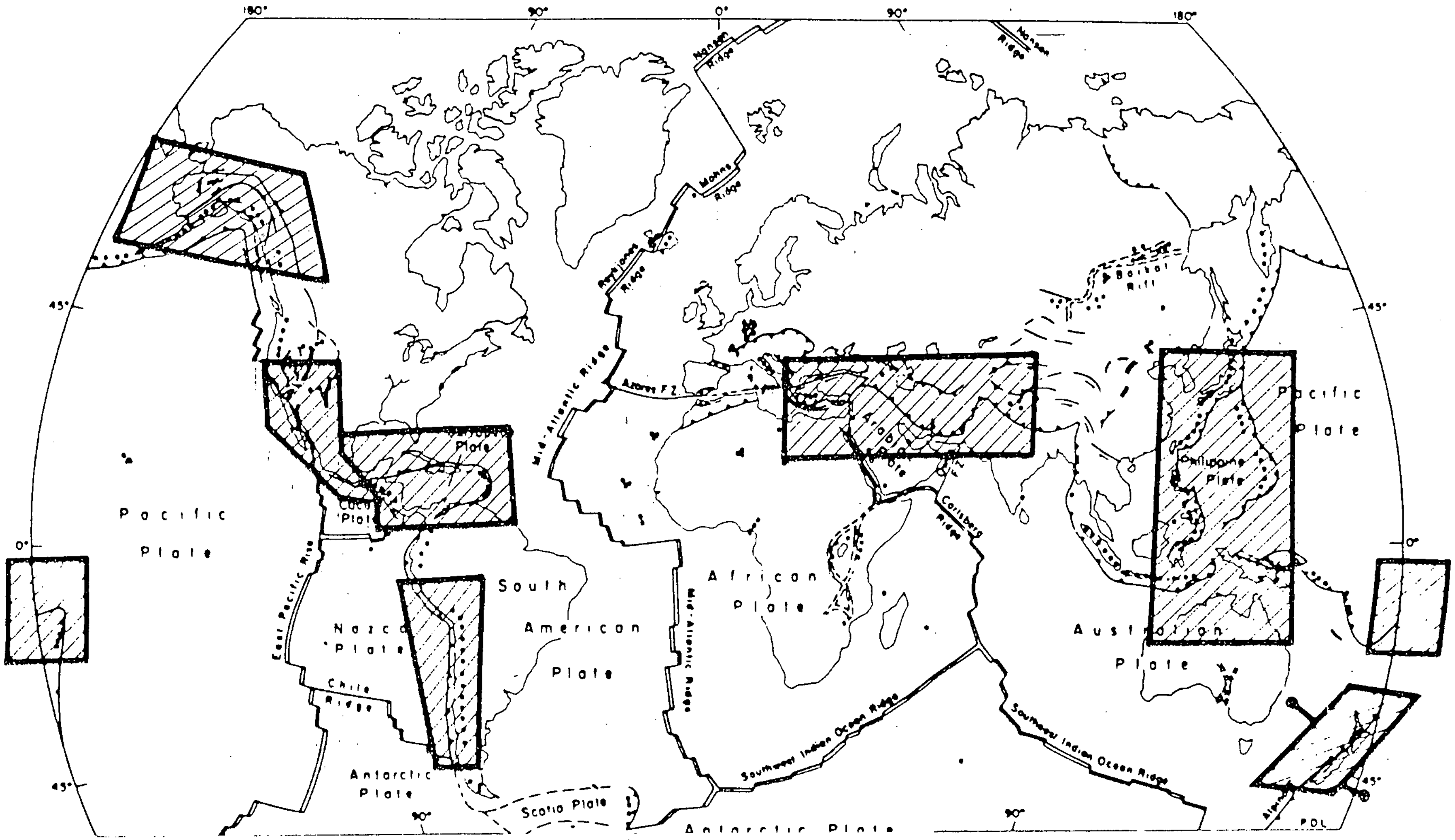


Fig. 5.5 Áreas para estudo de deformações regionais |11|

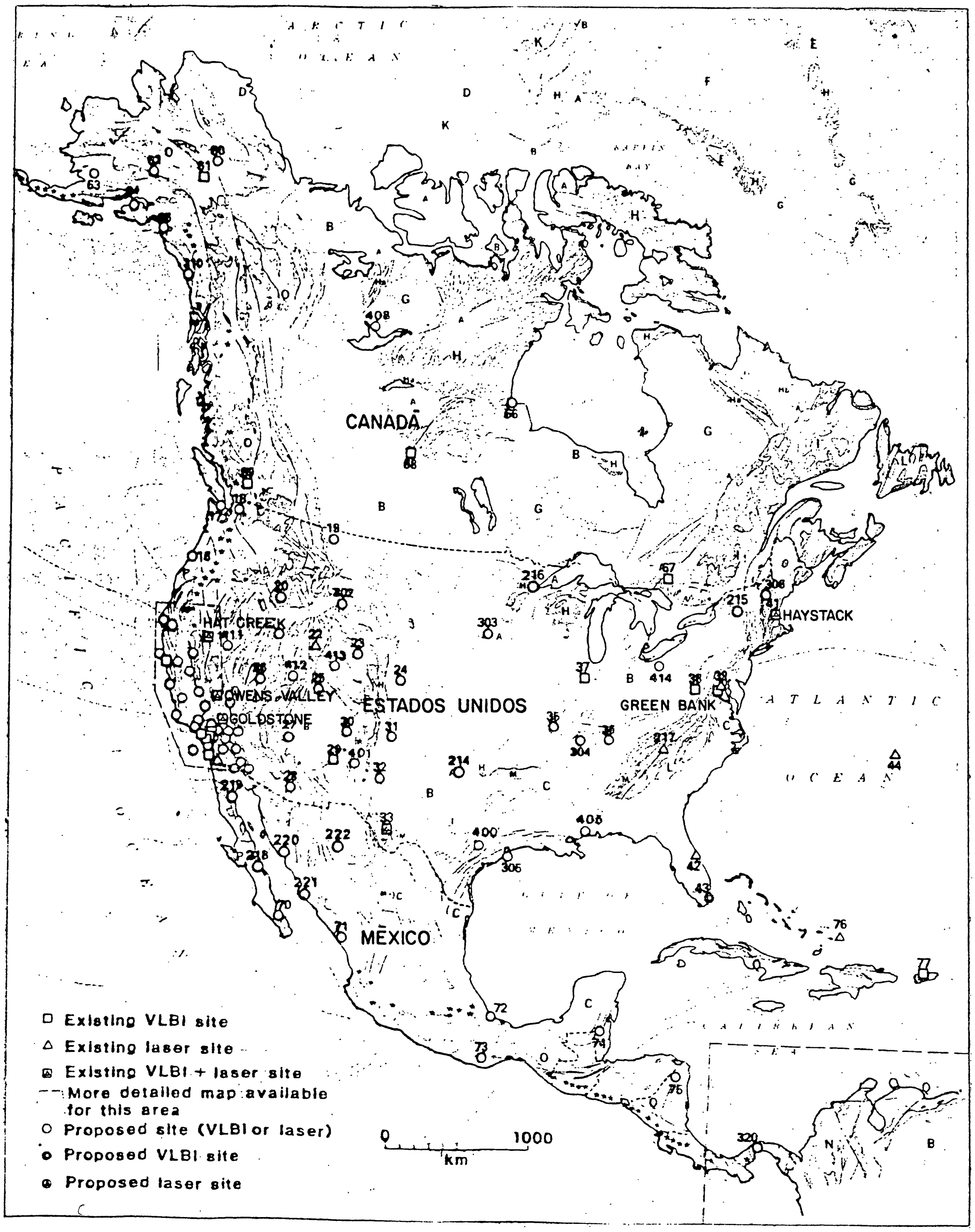


Fig. 5.6 Rede de estações VLBI e Laser na América do Norte |7|

Há básicamente dois tipos de sistemas móveis de VLBI: um utiliza os sinais de rádio de fontes extragaláticas e outro utiliza sinais de rádio emitidos pelos satélites do GPS. O primeiro é o sistema ARIES, desenvolvido pelo Jet Propulsion Laboratory (JPL) do California Institute of Technology, sob contrato com a NASA, que já possui duas antenas construídas : uma de 9 m de diâmetro, testada desde 1974, e outra de 4 m, em fase de testes. Estas antenas móveis são utilizadas com antenas fixas, de grande diâmetro (antenas-base), visto que a razão sinal/ruído no interferômetro é proporcional a raiz quadrada do produto da área das antenas (ver capítulo 2, seção 2.5). Com a antena de 9 m determina-se uma posição por mês ; com a antena de 4 m espera-se determinar duas posições por semana |10|.

O segundo tipo de sistema móvel de VLBI utiliza os sinais dos satélites GPS que, por serem 10^5 vezes mais intensos que os sinais dos quasars, possibilitam uma grande redução na sofisticação e volume do equipamento receptor, tornando-o fácilmente transportável. A base de um interferômetro com dois receptores deste tipo poderia ser determinada com precisão de 3 cm ou melhor, dependendo do seu comprimento, pois a incerteza na posição do satélite reduz-se a incerteza na determinação da base por um fator igual a relação entre o comprimento da base e a altitude do satélite (20 000 km) |7|. Assim, para conseguir precisão de 2 cm em uma base de 100 km é necessário conhecer as posições dos satélites com erro menor que 4 m. Contudo, poder-se-ia usar bases longas e reduzir os efeitos dos erros nas posições dos satélites ao nível dos erros atmosféricos se estações-base de VLBI referenciarem contínuamente, durante o período de observações, as posições dos satélites as fontes extragalácticas. Há duas variações de sistema geodésico VLBI-GPS em desenvolvimento. Uma, proposta pelo JPL, prevê a utilização de todo o espectro de sinais de rádio dos satélites e obtenção do retardamento (sujeito a um erro de sincronização) através da correlação cruzada dos sinais gravados nas duas estações, conforme a técnica já descrita |7|, |10|. A outra, proposta pelo Massachusetts Institute of Technology (MIT), propõe a medida da diferença de fase dos sinais recebidos em cada estação. Neste caso, seriam feitas observações simultâneas a quatro satélites, no mínimo, obtendo-se os três componentes da base e o erro de sincronização quase em tempo real. As dimensões das antenas destes sistemas móveis não ultrapassam 1,5 m |7|, |10|.

Os satélites do NAVSTAR Global Positioning System (GPS), sistema destinado a fornecer a posição e velocidade tridimensional de um observador através de medidas Doppler, terão órbitas adequadas ao sistema móvel VLBI-GPS. Assim, haverá dezoito satélites, seis em cada um de três planos orbitais espaçados de 120° nas longitudes de seus nodos ascendentes. Em cada plano os satélites serão distribuídos em torno de uma órbita mais ou menos circular com 63° de inclinação, 20 000 km de altitude e 12 h de período. Como resultado, em qualquer local da superfície da Terra serão visíveis no mínimo quatro satélites.

Entre outros, citamos ainda os seguintes programas que utilizam a técnica de VLBI, ou sistemas de VLBI com finalidades específicas:

1) A European Spacial Agency (ESA) formulou seu próprio programa de aplicação da tecnologia espacial a Geodésia e Geodinâmica. Os aspectos deste programa que interessam ao programa da NASA são o estabelecimento de um sistema europeu para medidas de movimento do polo e rotação da Terra e o desenvolvimento de sistemas para medidas do movimento da crosta |12|.

2) A International Astronomical Union (IAU) e International Association of Geodesy and Geophysics (IAGG) mantém o projeto MERIT (Monitoring of Earth Rotation and Intercomparison of Techniques), que patrocinou uma campanha coordenada de observações do movimento do polo e rotação da Terra entre agosto e outubro de 1980 e prevê outra campanha durante o ano de 1983 |7|.

3) O United States Naval Observatory (NAVOBSY) e o Naval Research Laboratory (NRL) colaboram em um programa para aplicar as técnicas rádio interferométricas (VLBI e interferômetro conectado) a determinação das variações na rotação da Terra, movimento do polo e sistemas de referência aperfeiçoados para posições astronômicas, assim como a técnica de VLBI para sincronização de tempo |9|.

4) O JPL opera, sob contrato com a NASA, uma rede de estações designada Deep Space Network (DSN), composta de três complexos de antenas: DSS63 (Espanha), DSS14 (Califórnia) e DSS43 (Austrália). Esta rede destina-se a atender as exigências de navegação das missões espaciais interplanetárias, cujo nível de precisão é de 50 cm. Este sistema poderá também medir o movimento do polo e TU1 com precisão de 0,002" a 0,003" (ordem de decímetro) com 12 h de observações nas duas bases

DSS63/14 e DSS43/14, quando estiver operando em sua máxima capacidade |5|.

5.4 EXPERIÊNCIAS REALIZADAS

Numerosas experiências já atestaram a viabilidade e crescente precisão da técnica de VLBI em medidas geodésicas e astronômicas. Os primeiros resultados foram reportados no início da década de 70. A evolução da precisão pode ser notada a partir dos seguintes passos, coletados entre várias experiências: em 1972, HINTEREGGER et al. |8| descrevem a medida de uma base de 845,13 km com diferença de 2 m no comprimento e 5 m nos componentes em relação a um levantamento geodésico, e diferenças de 1 m no comprimento e 2 m nos componentes entre os resultados de dois conjuntos de observações de VLBI; em 1974, SHAPIRO et al. |17| reportam a medida de uma base com 3.900 km,em nove experiências separadas,com desvio padrão em torno da média ("repetibilidade") de 16 cm; em 1978,ROBERTSON et al. |13| divulgam o resultado de uma série de catorze experiências a partir das quais o comprimento da mesma base de 3.900 km foi obtido com desvio padrão em torno da média de 4 cm.

Nesta seção vamos limitar-nos a descrever os resultados reportados mais recentemente. Antes, contudo, cabe um comentário acerca da precisão (no sentido de concordância com o valor real) das medidas feitas com VLBI. Qual é este limite de precisão? Uma resposta baseada em teoria não será provavelmente exata; é necessário baseá-la em medidas. Séries de experiências devem ser feitas sob várias condições e para várias bases. Para bases pequenas (dezenas de quilômetros) pode-se fazer determinações independentes pelas técnicas convencionais terrestres, ao nível de milímetros, para comparação. Para bases longas, contudo, os meios independentes de verificação parecem estar limitados ao rastreamento laser a satélites; tal verificação, porém, pode não ser fácil, nem barata. Assim, a repetibilidade e consistência dos resultados de VLBI serão provàvelmente os padrões mais freqüentes. A repetibilidade, contudo não é uma determinação de exatidão absoluta, pois erros sistemáticos que variam lentamente podem não ser detectados ou confundidos com fenômenos geofísicos. Várias medidas foram feitas para comparar os resultados de VLBI com os de outras técnicas.

Entre 1975 e 1977 realizou-se uma série de medidas de uma base curta, de 1,24 km, entre as antenas de Haystack e Westford, em Boston. Os resultados de VLBI e do levantamento terrestre concordaram com diferença menor que 6 mm nos três componentes da base. Este desempenho naturalmente não será mantido em bases transcontinentais. Embora a precisão das medidas de VLBI seja considerada independente do comprimento da base, isto não é estritamente verdadeiro pois existem erros relacionados a distância, tais como os atmosféricos e os relacionados a posição da fonte. Para antenas separadas por poucos quilômetros estes problemas são menores: os sinais recebidos atravessam atmosferas pràticamente idênticas e o poder resolutivo do interferômetro é menor |12| |15|.

Uma recente comparação entre medidas Laser e VLBI de várias bases transcontinentais mostrou que as duas técnicas concordam com diferenças menores que 10 cm |15|.

Desde 1971, o JPL tem feito observações com a rede DSN |5|. As tabelas 5.1 e 5.2 sumarizam os resultados astronômicos e geodésicos destas observações. Durante este período a ênfase do programa centrou-se no desenvolvimento do sistema, não sendo feita coleta rotineira de dados em épocas otimizadas para melhorar o entendimento geofísico da rotação da Terra. Estes resultados foram obtidos de um ajustamento simultâneo de todas as observações pelo MMQ. Houve um total de aproximadamente 1000 observações (τ e $\dot{\tau}$) e 270 parâmetros a serem estimados. Na parcela geométrica do retardamento foram estimadas as posições das fontes, os componentes da base e TU1-TUC. A parcela relativa a contribuição do relógio foi modelada por uma função linear do tempo, tendo sido incluídos como parâmetros o erro de sincronização e a taxa. Na contribuição troposférica, o percurso diferencial zenital foi incluido como parâmetro.

Na tabela 5.1, nota-se que o valor mais recente de TU1 tem incerteza formal de apenas 0,6 ms (com base em apenas 6 h de observações). Na tabela 5.2 não consta o componente polar da base de Espanha/África do Sul porque foram feitas apenas medidas de taxa de retardamento nesta base. Nestas experiências determinaram-se também as posições de aproximadamente 45 fontes com precisão melhor que 0,05".

A estação ARIES com antena de 9 m tem sido testada desde 1974 na região tectônicamente complexa da Califórnia, usando como estações-base Goldstone e Owens Valley (OVRO) (figura 5.7) |10|. Em uma destas experiências, em 1977, a estação portátil foi locada em Malibu e Palos Verdes, tendo sido determinadas as posições destes locais em relação à Owens Valley. Atra

TABELA 5.1 Resultados para TU1 da rede DSN |5|

DATE	BASELINE*	NO. OF OBS	UT1 VLBI-BIH (msec)	DATE	BASELINE	NO. OF OBS	UT1 VLBI-BIH (msec)
8/28/71	14/62	72	2.9 ± 2.3	1/12/77	11/43	12	1.1 ± 2.3
9/1/71	14/62	24	1.1 ± 2.2	1/21/77	14/43	28	-2.8 ± 1.6
9/1/71	51/62	22		1/21/77	11/43	22	
9/6/71	14/62	45	-2.4 ± 2.0	1/31/77	14/63	27	REFERENCE
9/10/71	14/62	45	-1.3 ± 2.4	2/1/77	11/43	24	REFERENCE
4/30/73	14/62	24	-3.1 ± 2.8	2/13/77	14/43	40	-2.3 ± 1.6
9/8/73	14/62	17	5.1 ± 3.5	2/13/77	11/43	34	
11/20/73	51/63	12	21 ± 10	2/28/77	14/43	64	-5.3 ± 1.7
2/15/74	14/62	20	1.6 ± 2.7	2/28/77	11/43	9	
4/21/74	14/62	22	3.4 ± 3.0	4/13/77	14/63	48	-0.1 ± 0.6
6/21/74	14/62	17	4.2 ± 4.5				
8/6/74	14/62	7	3.6 ± 4.4				

*DSS 11, 14 IN CALIF.; DSS 51 IN S. AFRICA; DSS 62, 63 IN SPAIN; DSS 43 IN AUSTRALIA

TABELA 5.2 Resultados para bases da rede DSN |5|

BASELINE	CALIFORNIA/SPAIN (14/63)	CALIFORNIA/ AUSTRALIA (14/43)	SPAIN/SOUTH AFRICA (51/63)
EQUATORIAL LENGTH (m)	8378987.2 ± 0.3	7620842.95 ± 0.45	3037637.5 ± 0.9
"LONGITUDE"	30^{0}.726453 ± 1.5 msec (1 m)	106^{0}.052285 ± 2 msec (1.2 m)	265^{0}.537323 ± 6 msec (1.3m)
POLAR COMPONENT(m)	438056.1 ± 1.2	-7351802.3 ± 1.3	
TOTAL LENGTH (m)	8390430.23 ± 0.30	10588968.0 ± 1.0	

vẽs da diferença entre estas posições obteve-se o vetor da base entre Malibu e Palos Verdes, de 42 km, com precisão estimada de 8,6 cm. A comparação com medidas terrestres de 1a. ordem, feitas pelo National Geodetic Survey (NGS), indicaram uma diferença de 6 $\pm$ 10 cm no comprimento e 0,5" $\pm$ 1,2" em azimute (10 $\pm$ 20 cm). Ainda em 1977 a estação ARIES participou de uma experiência destinada a estudar as diferenças aparentes entre determinações de nivelamento oceanográfico e geodésico da superfície do mar na costa do Pacífico. Foram determinadas as posições de réguas de maré em La Jolla e São Francisco, em relação a Owens Valley, usado como estação-base primária. A estação de Goldstone também participou como estação-base secundária. Os resultados estão reproduzidos abaixo:

OVRO, PRIME BASE STATION

	X, m	Y, m	Z, m
OVRO-SF	298 106.79 ± 0.03	−220 735.63 ± 0.04	−49 774.66 ± 0.05
LJ-OVRO	−45 849.77 ± 0.03	−289 087.63 ± 0.04	−397 130.42 ± 0.06
SF-LJ	−252 257.02 ± 0.05	509 823.26 ± 0.06	446 905.08 ± 0.08

LENGTH SF-LJ · 723 379.23 ± 0.03 m

GOLDSTONE (DSS 13) SECONDARY BASE STATION

	X, m	Y, m	Z, m
SF-LJ	−252 257.12 ± 0.04	509 823.07 ± 0.06	446 905.17 ± 0.09

LENGTH · 723 379.19 ± 0.05m

Com base num critério de fechamento de triângulo de bases, as determinações de bases individuais estão exatas a menos de 6 cm, com um fechamento de 1 parte em 10^7.

Em agosto de 1979 o grupo ARIES noticiou que as bases JPL/Owens Valley e JPL/Goldstone apresentaram uma compressão na direção norte-sul de aproximadamente 15 cm deste o início de 1977. Estas bases atravessam a famosa falha de Santo André. Medindo-as onze semanas depois, o grupo surpreendeu-se com uma expansão de 20 cm na mesma direção. Estes resultados, não usuais para uma escala de centenas de km, pareceram ser correlacionados com deformações norte-sul medidas na vizinhança imediata da falha de Santo André pelo US Geological Survey. Houve, contudo, controvérsia em torno destas medidas |15|.

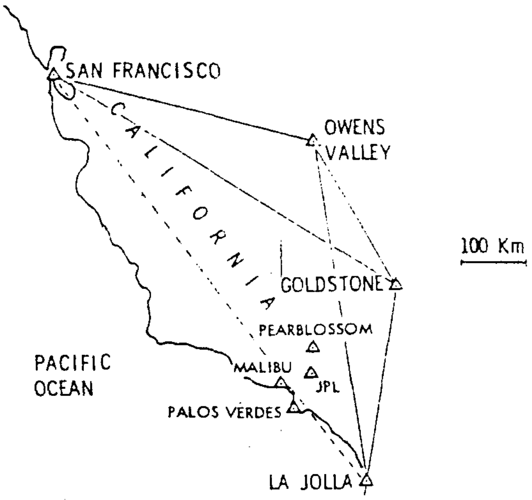


Fig. 5.7 Estações ARIES

Os observatórios de Haystack, em Massachussetts e Owens Valley, na Califórnia (base de 3900 km), participaram de catorze experiências de VLBI, entre setembro de 1976 e maio de 1978 |13|. Cada experiência durou de 15 a 48 h, nas quais foram feitas de 120 a 240 observações de 3 minutos cada. Os componentes da base e as coordenadas da fonte foram estimadas para cada experiência. O desvio padrão em torno da média ponderada das estimativas foi de aproximadamente 7 cm para o comprimento da base e 0,015" para as coordenadas das fontes, exceto para as declinações de fontes de pequena declinação. Com as coordenadas das fontes todas fixadas nos melhors valores "a posteriori" e a análise repetida para cada experiência (agora com os parâmetros em cada solução reduzidos de aproximadamente trinta para dez), a repetibilidade obtida para o compri mento da base foi de 4 cm, enquanto a média variou pouco, sômente 1,8 cm. A partir de análises simultâneas das observações de várias experiências, foram obtidas estimativas de variações no componente x da posição do polo (mas não do componente y pois esta base é do tipo leste-oeste) e na rotação da Terra. Comparação com os resultados do BIH revela diferenças sistemáticas. As tendências nas determinações de VLBI concordam mais com aquelas do IPMS e com as obtidas de observações Doppler. O desvio padrão da média das diferenças entre os valores de VLBI e BIH é de 0,30" e os desvios correspondentes para os resultados de Doppler e do IPMS são 0,020" e 0,027". Para os resultados de TU1, o desvio padrão da média das diferenças entre os valores de VLBI e do BIH é de 0,002 s, aproximadamente o mesmo obtido em determinações de TU1 a partir de Laser lunar.

Nenhuma das experiências relatadas contou com o sistema Mark III. Este sistema já foi ou está sendo implantado em muitas estações e redes como a POLARIS, DSN e ARIES. Durante 1979 foram realizados os primeiros testes em bases transcontinentais e transatlânticas, mas os resultados finais ainda não foram divulgados |15|. Portanto, parece perfeitamente atingível o objetivo de uma precisão de 0,1 ns no retardamento, ou seja, aproximadamente 3 cm.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. CAMPBELL, J. Monitoring crustal dynamics in seismotecto - nics zones by very long baseline interferometry. Workshop on Crustal Dynamics, EGS-ESC,Strasbourg, 1978.

02. ___. Die Radiointerferometrie auf langen Basen als geodätisches Meßprinzip hoher Genauigkeit. DGK, Reihe C, 254, 1979, 79 p.

03. CARTER, W.E.; ROBERTSON, D.S.; ABELL, M.D. An improved polar motion and earth rotation monitoring service using radio interferometry. In: McCARTHY,D.D.& PILKINGTON,J. D.H.,ed. Time and the Earth's rotation. Proceedings of the 82nd Symposium of the International Astronomical Union. Dordecht, Reidel, 1978, p. 191-7.

04. COUNSELMAN, C.C. & SHAPIRO,I.I. Miniature interferometer terminals for Earth surveying. In: MUELLER,I.I.,ed. Applications of Geodesy to Geodynamics, Proceedings of the Ninth Geodesy/Solid Earth and Ocean Physics(GEOP). Research Conference. Reports of the Department of Geodetic Science, 280, The Ohio State University, Columbus, 1978, p. 65-85.

05. FANSELOW, J.L.; THOMAS, J.B.; COHEN, E.J.; MAC DORAN,P.F.; MELBOURNE,W.G.; MULHALL, B.D.; PURCELL, G.H.; ROGSTAD, D.H.; SKJERVE, L.J.; SPITZMESSER, D.J. Determination of UT1 and polar motion by the Deep Space Network using very long baseline interferometry. In: McCARTHY, D.D.&

PILKINGTON, J.D.H., ed. Time and the Earth's rotation, Proceedings of the 82 nd Symposium of the Internatio - nal Astronomical Union. Dordrecht, Reidel, 1978, p. 199-209.

06. FELL, P.J. Geodetic positioning using a global positioning system of satellites. Reports of the Department of Geo detic Science, 299, The Ohio State University,Columbus, 1980, 279 p.

07. FLINN, E.A. Application of space technology to Geodynamics. Science, 213 (4503): 89-96, 1981.

08. HINTEREGGER, H.F.; SHAPIRO, I.I.; ROBERTSON, D.S.;KNIGHT, C.A.; ERGAS, R.A.; WHITNEY, A.R.; ROGERS, A.E.E.; MO-RAN, J.M.; CLARK, T.A.; BURKE, B.F. Precision Geodesy via radio interferometry. Science, 178: 396-98, 1972.

09. JOHNSTON, K.J.; SPENCER, J.H.; MAYER, C.H.; KLEPCZYNSKI , W.J.; KAPLAN, G.; McCARTHY, D.D.; WESTERHOUT, G. The NAVOBSY/NRL program for the determination of Earth ro-tation and polar motion. In: McCARTHY, D.D. & PILKING-TON, J.D.H., ed. Time and the Earth's rotation, Proce-edings of the 82 nd Symposium of the International As tronomical Union. Dordrech, Reidel, 1978, p. 211-15.

10. MACDORAN, P.F.; NIELL, A.E.; ONG, K.M.; RESCH, G.M.; MORA BITO, D.D.; CLAFLIN, E.S.; LOCKHART, T.G. Mobile radio interferometric geodetic systems. In: MUELLER, I.I.,ed. Applications of Geodesy to Geodynamics, Proceedings of the Ninth Geodesy/Solid Earth and Ocean Physics(GEOP), Research Conference. Reports of the Department of Geo-

detic Science, 280, The Ohio State University, Columbus, 1978, p. 47-51.

11. NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. Aplication of space technology to crustal dynamics and earthquake research. Washington, D.C., Office of Space and Terrestrial Applications, 1978, 296 p.

12. ROBERTSON, D.S.; CARTER, W.E.; COREY, B.E.; COTTON, W.D.; COUSELMAN, C.C.; SHAPIRO, I.I.; WITTELS, J.J.;HINTEREGGER, H.F.; KNIGHT, C.A.; ROGERS, A.E.E.; WHITNEY,A.R.; RYAN, J.W.; CLARK, T.A.; COATES, R.J.; MA, C.; MORAN, J.M. Recents results of radio interferometric determinations of a transcontinental baseline, polar motion and Earth rotation. In: McCARTHY, D.D. & PILKINGTON,J.D.H., ed. Time and the Earth's rotation,Proceedings of the 82 nd Symposium of the International Astronomical Union. Dordrecht, Reidel, 1978, p. 217-24.

14. ROCHESTER, M.G. The Earth's rotation. In: MUELLER,I.I.;ed. Proceedings of the Geodesy/Solid Earth and Ocean Physics (GEOP) research conferences. Reports of the Department of Geodetic Science, 231, The Ohio State University, Columbus, 1975, p. 27-39.

15. SCHWARZSCHILD, B.M. Studying tectonics with quasar VLBI. Physics Today, 34(4):20-2, 1981.

16. SHAPIRO, I.I. & KNIGHT, C.A. Geophysical applications of long-baseline radio interferometry. In: MANSINHA, L.; SMYLIE, D.E.; BECK, A.E., ed. Earthquake displacement fields and the rotation of the Earth. Dordrecht, Reidel, 1970, p. 284-301.

17. SHAPIRO, I.I.; ROBERTSON, D.S.; KNIGHT, C.A.; COUNSELMAN, C.C.; ROGERS, A.E.E.; HINTEREGGER, H.F.; LIPPINCOTT,S.; WHITNEY, A.R.; CLARK, T.A.; NIELL, A.E.; SPITZMESSER , D.J. Transcontinental baselines and the rotation of the Earth measured by radio interferometry. Science, 186: 920-2, 1974.

18. SHAPIRO, I.I. Estimation of astrometric and geodetic parameters. In: MEEKS, M.L., ed. Methods of Experimental Physics. New York, Academic Press, 1976, v. 12,part C.

19. ___. Principles of very-long-baseline-interferometry. In: MUELLER, I.I., ed. Applications of Geodesy to Geodynamics, Proceedings of the Ninth Geodesy/Solid Earth and Ocean Physics (GEOP) Research Conference. Reports of the Department of Geodetic Science, 280, The Ohio State University, Columbus, 1978, p. 29-33.

CONCLUSÃO

O futuro de VLBI aplicado a problemas geodésicos e geofísicos, especialmente a determinação de TU1 e do movimento do polo, parece assegurado. A última década foi dedicada quase exclusivamente ao desenvolvimento de sistemas de VLBI e as experiências realizadas destinaram-se primordialmente a testar estes sistemas. Nos próximos anos, espera-se que o uso regular desta técnica, em conexão com outras, em programas de cooperação internacional para medidas de TU1 e do movimento do polo, e em programas como o de Geodinâmica da NASA, permita a avaliação de sua real precisão e a progressiva otimização de seu uso.

Considerando as vantagens já expostas, o bom desempenho já conseguido e o desenvolvimento de sistemas altamente portáteis, é fácil imaginar os benefícios que a aplicação desta técnica traria a um país com as dimensões do Brasil, que possui extensas regiões em que o levantamento geodésico convencional é difícil. Já existe no Brasil um rádio telescópio, em Itapetinga, São Paulo, operado pelo INPE: Instituto de Pesquisas Espaciais, CRAAM, com antena de 14 m e equipado com o sistema Mark II. Este rádio telescópio poderia operar como estação-base com outras estações móveis, em âmbito doméstico, além de co-participar do Programa de Geodinâmica da NASA, através de acôrdo NASA/INPE recentemente estabelecido - e fazendo uso de terminal Mk III e padrão de hidrogênio no Itapetinga.

APÊNDICE A

EQUAÇÕES DINÂMICAS DE EULER

A.1 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS DO MOVIMENTO

A rotação de um corpo rígido, com o centro de massa fixo, pode ser descrita a partir da equação fundamental do movimento para o momento angular:

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{L}, \tag{A-1}$$

onde $\frac{d\vec{H}}{dt}$ = derivada, em relação ao tempo, do momento angular em torno do centro de massa, e

$\vec{L}$ = momento resultante das forças externas em relação ao centro de massa.

A equação (A-1) compreende um sistema de três equações diferenciais lineares de primeira ordem e refere-se a um sistema inercial.

A.2 MOMENTO ANGULAR, VELOCIDADE ANGULAR E TENSOR DE INÉRCIA

O vetor momento angular, $\vec{H}$, no caso de um corpo rígido, está relacionado ao vetor velocidade angular de rotação, $\vec{\omega}$, pela equação

$$\vec{H} = I\,\vec{\omega}, \tag{A-2}$$

onde I é o operador tensor de inércia do corpo, cuja matriz associada, expressa num sistema cartesiano de coordenadas fi-xo ao corpo, é a matriz

$$\left[I_{ij}\right] = \begin{bmatrix} \int_M (x_2^2 + x_3^2)\, dm & -\int_M x_1 x_2\, dm & -\int_M x_1 x_3\, dm \\ & \int_M (x_1^2 + x_3^2)\, dm & -\int_M x_2 x_3\, dm \\ & & \int_M (x_1^2 + x_2^2)\, dm \end{bmatrix}$$

(A-3)

onde os elementos diagonais são os momentos de inércia em relação aos eixos correspondentes, enquanto os demais são conhecidos como produtos de inércia.

Os elementos da matriz associada ao tensor de inércia dependem da origem (no nosso caso o centro de massa, considerado fixo) e orientação do sistema de referência no qual estão expressos. É possível determinar uma orientação particular para a qual o tensor de inércia seja diagonal. Neste caso, os eixos do sistema tem a direção dos auto vetores da matriz e são denominados eixos principais de inércia. Os elementos diagonais serão os seus auto valores, A, B e C, designados momentos principais de inércia que são, portanto, os momentos de inércia em relação aos eixos principais. A equação (A-2) reduz-se a

$$H_1 = A\,\omega_1, \quad H_2 = B\,\omega_2 \text{ e } \quad H_3 = C\,\omega_3 \qquad \text{(A-4)}$$

onde H_1, H_2, H_3 e ω_1, ω_2 e ω_3 são os componentes de $\vec{H}$ e $\vec{\omega}$ segundo os eixos principais de inércia. Neste caso, ainda, o efeito de I sobre um vetor paralelo a qualquer dos três eixos é produzir outro vetor na mesma direção. Se $\vec{\omega}$ tem a direção de x_3, por exemplo, então $\vec{H}$ também terá.

A.3 TAXA DE VARIAÇÃO DE UM VETOR

A equação (A-1) refere-se a um sistema de coordenadas inercial: a derivada $d\vec{H}/dt$ representa a variação de $\vec{H}$ em relação a este sistema. Para escrever esta equação no sistema fixo ao corpo usamos a relação

$$(d\vec{r})_{corpo} = (d\vec{r})_{inercial} + (d\vec{r})_{rot} \quad , \tag{A-5}$$

segundo a qual a variação de um vetor $\vec{r}$ em relação aos eixos fixos ao corpo difere da variação em relação a eixos inerciais apenas pelo efeito da rotação dos eixos do corpo. Em (A-5)

$$(d\vec{r})_{rot} = \vec{r} \times d\vec{\Omega} \tag{A-6}$$

e portanto

$$(d\vec{r})_{inercial} = (d\vec{r})_{corpo} + d\vec{\Omega} \times \vec{r}. \tag{A-7}$$

Dividindo (A-7) por dt, obtemos

$$\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{inercial} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{corpo} + \vec{\omega} \times \vec{r} \ , \tag{A-8}$$

onde $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\Omega}}{dt}$ é o vetor velocidade angular do corpo sobre o eixo de rotação infinitesimal ou eixo instantâneo de rotação.

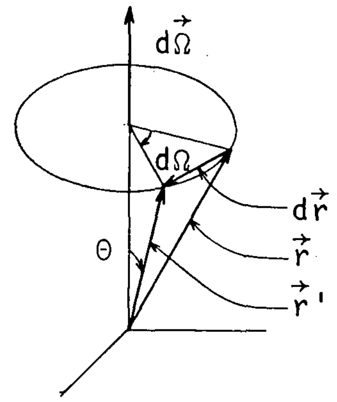


Figura A.1 Variação de um vetor produzida por uma rotação infinitesimal

A.4 EQUAÇÕES DINÂMICAS DE EULER

A partir da (A-8) podemos escrever (A-1) no sistema de eixos principais de inércia:

$$\frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{H} = \vec{L} \qquad \text{(A-9)}$$

A sua projeção sobre os eixos x_1, x_2 e x_3 fornece

$$\frac{dH_1}{dt} + \omega_2 H_3 - \omega_3 H_2 = L_1$$

$$\frac{dH_2}{dt} + \omega_3 H_1 - \omega_1 H_3 = L_2 \qquad \text{(A-10)}$$

$$\frac{dH_3}{dt} + \omega_1 H_2 - \omega_2 H_1 = L_3$$

Usando as equações (A-4) obtemos das (A-10) as chamadas equações dinâmicas de Euler:

$$A\,\dot{\omega}_1 - \omega_2\,\omega_3(B-C) = L_1$$

$$B\,\dot{\omega}_2 - \omega_3\,\omega_1(C-A) = L_2 \qquad \text{(A-11)}$$

$$C\,\dot{\omega}_3 - \omega_1\,\omega_2(A-B) = L_3$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. GOLDSTEIN, H. Classical Mechanics. 1. ed. Reading, Addison-Wesley, 1973, 399 p.

02. LANDAU, L. & LIFCHITZ, E. Mécanique. 2. ed. Moscou, Editions Mir, 1966, 227 p.

APÊNDICE B

POLOS E EIXOS DA TERRA

Há três eixos, que interessam ao estudo dos movimentos rotacionais, representados na figura B.1:

1) eixo de rotação (OR), definido pela direção do vetor velocidade angular de rotação, $\vec{\omega}$; em qualquer instante os pontos sobre o eixo de rotação estão em repouso;

2) eixo do momento angular (OH), definido pela direção do vetor momento angular, $\vec{H}$;

3) eixo da figura (OF), eixo principal da Terra, segundo o qual o momento de inércia é máximo.

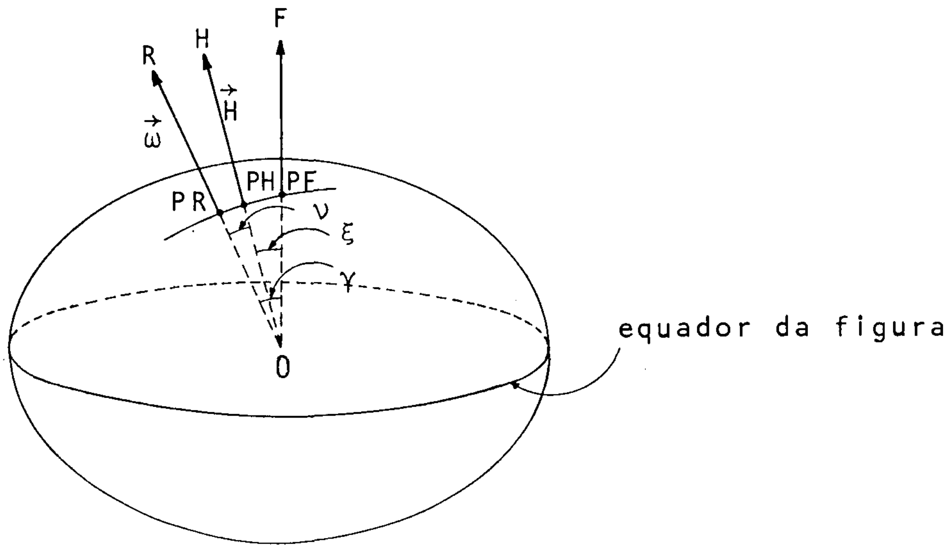


Figura B.1 Polos e eixos da Terra

A cada um corresponde um polo, ponto de intersecção do eixo com a superfície da Terra, e um equador, intersecção da superfície da Terra com um plano perpendicular ao eixo e que contém o centro de massa. Ao eixo de rotação corresponde o equador verdadeiro, ao eixo do momento angular o equador dinâmico e ao eixo da figura o equador da figura.

Estes três eixos são coplanares.

Consideremos o modelo da Terra rígida, em forma de elipsóide de revolução. A relação entre os componentes dos vetores $\vec{H}$ e $\vec{\omega}$, num sistema de referência cujos eixos são os eixos principais de inércia, é dada pelas equações (A-4):

$$H_1 = A\,\omega_1 \;,$$

$$H_2 = B\,\omega_2 \text{ e}$$

$$H_3 = C\,\omega_3 \;.$$

Representando por (0,0,1) os componentes do versor da direção do eixo da figura, a condição de coplanaridade dos três eixos é expressa por

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \\ A\,\omega_1 & B\,\omega_2 & C\,\omega_3 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(B-1)}$$

ou

$$B\,\omega_1\omega_2 - A\omega_1\omega_2 = 0 \qquad \text{(B-2)}$$

Num elipsóide de revolução A = B, e portanto os três eixos são coplanares. Neste caso, o ângulo γ, entre os eixos OR e OF é dado por

$$\cos \gamma = \frac{\omega_3}{\omega} \quad e \quad \text{sen } \gamma = \frac{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}{\omega} \tag{B-3}$$

e o ângulo ξ entre os eixos OH e OF por

$$\cos \xi = \frac{C\omega_3}{H} \quad e \quad \text{sen } \xi = \frac{A\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}{H} \tag{B-4}$$

O ângulo ν, entre OR e OH, pode então ser calculado através de

$$\nu = \gamma - \xi \quad \text{ou}$$

$$\text{sen } \nu = \text{sen}(\gamma - \xi) = \text{sen } \gamma \cos \xi - \cos \gamma \text{ sen } \xi$$

$$= \frac{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}{\omega} \frac{C\omega_3}{H} - \frac{\omega_3}{\omega} \frac{A\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}}{H}$$

$$= C - A \left(\frac{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} \cdot \omega_3}{\omega H}\right)$$

$$= \frac{C - A}{C} \cos \xi \text{ sen } \gamma \tag{B-5}$$

Como os ângulos ν, ξ e γ são pequenos, podemos usar as aproximações:

$$\text{sen } \nu \simeq \nu, \quad \cos \xi \simeq 1 \quad e \quad \text{sen } \gamma \simeq \gamma.$$

Então a (B-5) torna-se

$$\nu \simeq \frac{C-A}{C} \gamma. \tag{B-6}$$

A partir de observações astronômicas obteve-se os seguintes valores:

$$\frac{C-A}{C} \simeq \frac{1}{305} \quad e$$

$$\gamma \cong 0{,}15''.$$

Portanto,

$$\nu \cong 0{,}0005''. \tag{B-7}$$

A equação (B-6) indica que o eixo OH está situado entre OR e OF, conforme a figura B.1. O ângulo entre OR e OH é muito menor que aquele entre OR e OF.

No modelo elástico da Terra, os três eixos são também coplanares |1|.

A separação entre OR e OH é uma conseqüência direta da separação entre OR e OF, que depende das condições iniciais, de natureza geofísica. Para uma Terra esférica, com A = B = C, os eixos OR e OH coincidem e ν é nulo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. LEICK, A. The observability of the celestial pole and its nutations. Reports of the Department of Geodetic Science, 262, The Ohio State University, Columbus, 1978, 91 p.

02. MA, C. Very long baseline interferometry applied to polar motion, relativity and geodesy. Maryland, 1978, 367 p. Dissertação, Ph. D.. University of Maryland.

03. MELCHIOR, P. Physique et dynamique planétaires, 1.Louvain, Vander, 1971-3. 4 v.

04. SOLER, T. Global plate tectonics and the secular motion of the pole. Reports of the Department of Geodetic Science, 252, The Ohio State University, Columbus, 1977, 209 p.

APÊNDICE C

TORQUE EXERCIDO SOBRE A TERRA POR UM CORPO PERTURBADOR

O potencial gravitacional da Terra em um ponto distante $P(r_p, \Theta_p, \lambda_p)$ é |1|:

$$V = \frac{GM}{r_p}\left\{1 - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{a}{r_p}\right)^n \left[J_{nm}\, R_{nm}(\Theta_p, \lambda_p) + K_{nm}\, S_{nm}(\Theta_p, \lambda_p)\right]\right\} \tag{C-1}$$

onde Θ_p, λ_p são a colatitude e longitude no sistema (x), de eixos principais da Terra,

r_p é a distância radial geocêntrica,

a é o raio equatorial da Terra,

G é a constante de gravitação,

M é a massa da Terra,

J_{nm}, K_{nm} são coeficientes,

$R_{nm}(\phi_p, \lambda_p) = P_{nm}(\cos \phi_p) \cos m\lambda_p$,

$S_{nm}(\phi_p, \lambda_p) = P_{nm}(\cos \phi_p) \operatorname{sen} m\lambda_p$ e

P_{nm} são as funções de Legendre.

Como a origem do sistema de coordenadas (x) coincide com o centro de massa da Terra, os coeficientes de 1a. ordem são nulos:

$$J_{10} = J_{11} = K_{10} = K_{11} = 0.$$

A equação (C-1) pode, então, ser reescrita como segue:

$$V = \frac{GM}{r_P} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r_P}\right)^n J_n \, P_n \, (\cos \Theta_P) - \right.$$

$$\left. - \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^{n} \left(\frac{a}{r_P}\right)^n \left[J_{nm} \, R_{nm} \, (\Theta_P, \lambda_P) + K_{nm} \, S_{nm} \, (\Theta_P, \lambda_P) \right] \right\} \tag{C-2}$$

O coeficiente J_2 é aproximadamente 10^3 vezes maior que qualquer dos outros coeficientes. Desenvolvendo o potencial até a 2a. ordem obtemos:

$$V \simeq \frac{GM}{r_P} \left\{ 1 - \left(\frac{a}{r_P}\right)^2 J_2 \, P_2 \, (\cos \Theta_P) \right\} \tag{C-3}$$

Usando as relações conhecidas |1|

$J_2 = \dfrac{C - \frac{A+B}{2}}{Ma^2}$, onde A, B e C são os momentos principais de inércia; e

$P_2(\cos \Theta_P) = \frac{3}{2} \cos^2 \Theta_P - \frac{1}{2}$ em coordenadas esféricas

ou

$P_2(\cos \Theta_P) = \frac{3}{2} \frac{x^2_{3P}}{r^2_P} - \frac{1}{2}$ em coordenadas retangulares ,

a equação (C-3) pode ser modificada para

$$V = \frac{GM}{r_P} + \frac{G(C-A)}{2 \, r^3_P} - \frac{3G(C-A) x^2_{3P}}{2 \, r^5_P} \tag{C-4}$$

As duas primeiras parcelas representam o potencial de um campo central e não exercem nenhuma influência sobre o torque.

A expressão do torque pode agora ser fàcilmente obtida. A força gravitacional entre um elemento de massa dM, da Terra, e a massa do corpo perturbador, M_P, situado em P e considerado como massa pontual é, de acordo com a figura C.1:

$$d\vec{F} = GM_P \, dM \, \frac{\vec{p}}{p^3} = -M_P \text{ grad } (dV)$$

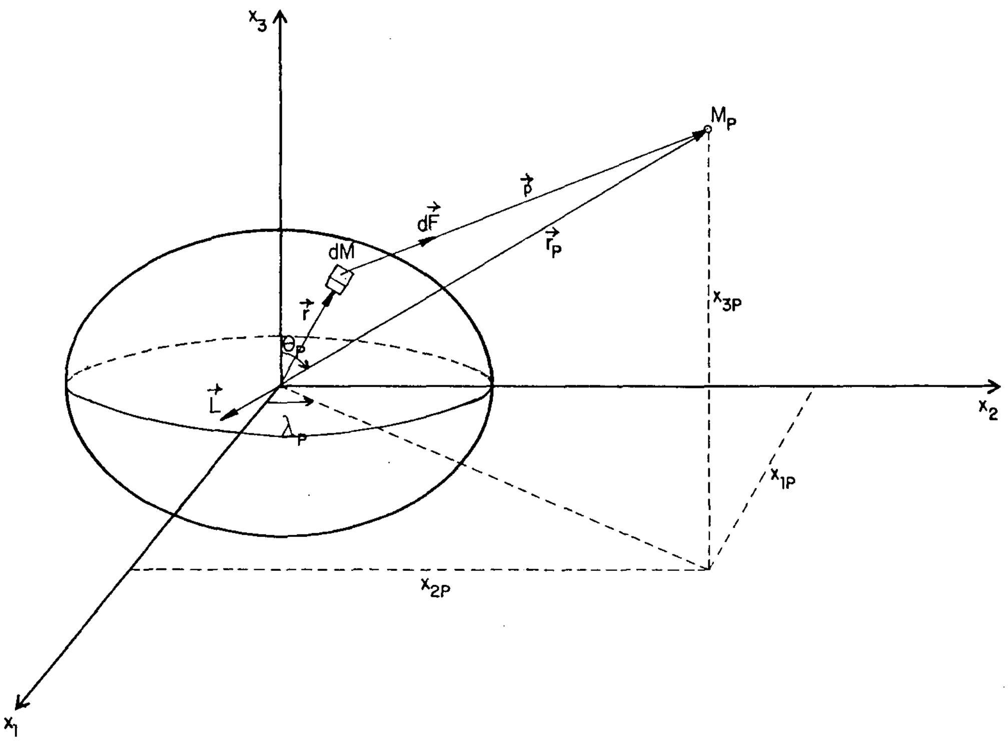


Figura C.1 Torque produzido por um corpo perturbador

Esta força produz um torque em relação a origem

$$d\vec{L} = \vec{r} \times d\vec{F}.$$

Como
$$\vec{r} = \vec{r}_P - \vec{p},$$

temos
$$d\vec{L} = \vec{r}_P \times d\vec{F} - \vec{p} \times d\vec{F} = \vec{r}_P \times d\vec{F} \, .$$

O torque total no sistema (x) é obtido após a integração

$$\vec{L} = \int_M \vec{r}_P \times d\vec{F} = \vec{r}_P \times \int_M d\vec{F} = \vec{r}_P \times \int_M -M_P \text{ grad } (dV)$$

$$= -\vec{r}_p \times M_p \text{ grad } V = -M_p \; \vec{r}_p \times \text{grad } V \qquad \text{(C-5)}$$

O gradiente de V é obtido a partir da (C-4). Se nele omitir - mos o componente de força central que não influi no torque e os termos de ordem superior a $(1/r^7)$, permanece

$$\text{grad } V = - \frac{3G(C-A)}{r^5_p} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x_{3p} \end{bmatrix}$$

Substituindo esta expressão na (C-5) obtemos os componentes do torque segundo os eixos do sistema (x):

$$\vec{L} = \frac{3GM_p(C-A)x_{3p}}{r^5_p} \begin{bmatrix} x_{2p} \\ -x_{1p} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(C-6)}$$

Em coordenadas esféricas o torque é dado por

$$\vec{L} = \frac{3GM_p(C-A)\text{sen } \Theta_p \cos \Theta_p}{r^3_p} \begin{bmatrix} \text{sen } \lambda_p \\ -\cos \lambda_p \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(C-7)}$$

Como se pode verificar da (C-6) e (C-7) o vetor torque está contido no plano equatorial da figura e é ortogonal a linha Terra-corpo perturbador.

Na equação (C-7) os termos em r_p, Θ_p e λ_p apresentam, para a Lua e o Sol, variações complexas em função do tempo , devido as características das órbitas da Lua e da Terra. De fato, a órbita da Terra em torno do Sol e a da Lua apresenta grande complexidade devido a sua elipticidade, sua inclinação e as perturbações importantes que os três corpos provocam recíprocamente sobre suas órbitas. É possível, contudo, exprimir o torque sob a forma de uma soma de ondas puramente senoidais, isto é, contendo como argumento apenas funções (quase) lineares do tempo. Para isto, as coordenadas da Lua e do Sol são escritas em função de seis novas variáveis que são funções quase lineares do tempo. Este desenvolvimento pode ser obtido a partir do desenvolvimento harmônico de Doodson para o potencial das marés. Ele comporta 386 ondas cujos argumentos se exprimem em função das seis variáveis mencionadas. Cada onda possui uma freqüência e período próprios, que são o período da maré correspondente. Esta conexão entre torque e marés deve-se ao fato de que as forças tesserais das marés diurnas são as mesmas que originam o torque da precessão-mutação |3|.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. HEISKANEN, W.A. & MORITZ, H. Physical Geodesy. San Francisco, Freeman, 1966.

02. LEICK, A. The observability of the celestial pole and its mutations. Reports of the Department of Geodetic Sciense, 262, The Ohio State University, Columbus,1978,91p.

03. MELCHIOR, P. Physique et dynamique planētaires, 1. Louvain, Vander, 1971-3. 4 v.

APÊNDICE D

MOVIMENTOS ROTACIONAIS DA TERRA

APÊNDICE D

MOVIMENTOS ROTACIONAIS DA TERRA

D.1 INTRODUÇÃO

O movimento da Terra em um sistema de referência inercial pode ser representado como resultante de uma translação de seu centro de massa e de uma rotação em torno de um eixo móvel que contém este centro de massa, considerado fixo. Estes dois movimentos podem ser tratados separadamente porque eles são dinâmicamente independentes. Seis coordenadas são necessárias para descrevê-los: três coordenadas cartesianas, do centro de massa, descrevem o movimento de translação num sistema de referência inercial (X) e três ângulos, denominados ângulos de Euler, descrevem o movimento da Terra em torno do centro de massa, ou seja, o movimento de um sistema de referência fixo a Terra (x) em relação a um sistema inercial (X), se ambos tivessem origens coincidentes com o centro de massa.

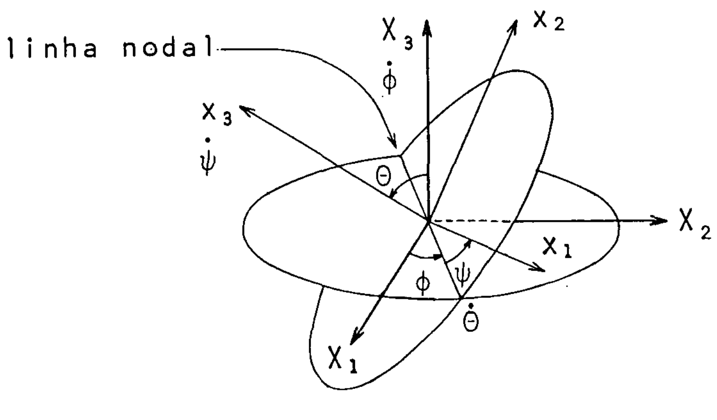


Figura D.1 Ângulos de Euler, entre o sistema inercial (X) e o sistema fixo a Terra (x), representados com as origens coincidentes.

Portanto, como se pode verificar na figura D.1, o movimento da Terra em torno de seu centro de massa resulta de três rotações, $\dot{\psi}$, $\dot{\Theta}$ e $\dot{\phi}$, que se podem compor em uma rotação resultante, $\vec{\omega}$, em torno de um eixo de rotação móvel instantâneo que contém o centro de massa.

O movimento de translação é perturbado pelos corpos exteriores (problema dos três corpos, n corpos).

O movimento de rotação é perturbado pelos corpos exteriores (principalmente Lua e Sol) e pela separação entre o eixo de rotação e o eixo da figura, segundo o qual o momento de inércia é máximo. Esta separação deve-se as condições iniciais, as deformações elásticas da Terra e aos movimentos de massas na superfície e interior.

Interessa-nos relacionar um sistema de coordenadas terrestre (x), ao qual estaria referida a base usada na experiência de VLBI, a um sistema inercial (X) ao qual estariam referidas as fontes, para que se possa expressar todas as coordenadas num mesmo sistema. A relação compreende uma translação e um conjunto de rotações (ver capítulo 4). A conexão entre os dois sistemas, utilizada comumente em Astronomia, é montada a partir do eixo instantâneo de rotação e não dos ângulos de Euler. Por esta razão, os movimentos do eixo de rotação no sistema terrestre (conhecidos por movimento do polo) e no sistema inercial (precessão e nutação) são modelados separadamente. O movimento do polo produz variações nas coordenadas de pontos sobre a Terra em relação a um sistema associado ao eixo de rotação, enquanto a precessão e nutação alteram as coordenadas de corpos celestes em relação a este sistema. Uma terceira classe de movimentos rotacionais são as variações na velocidade de rotação da Terra, que afetam os sistemas de tempo rotacional.

Há três eixos da Terra (de rotação, do momento angular e da figura), cada qual com seu respectivo polo e equador, que interessam ao estudo dos movimentos rotacionais. Sua definição consta do Apêndice B.

A título de classificação, serão designados prógrados os movimentos que ocorrem no sentido da rotação da Terra; os que ocorrem em sentido contrário serão denominados retrógrados.

Por sua simplicidade e grande importância didática, trataremos com maior profundidade do caso ideal da Terra totalmente rígida, em forma de um elipsóide de revolução. Este caso fornece a formulação básica e a orientação conceitual para a compreensão de desenvolvimentos ulteriores. Além do modelo rígido, abordaremos de modo meramente descritivo movimentos adicionais, característicos de modelos mais elaborados e realistas, tais como o modelo elástico e o modelo com núcleo líquido. O tratamento matemático rigoroso destes modelos está além dos propósitos desta dissertação e pode ser encontrado na bibliografia específica. Além dos efeitos da elasticidade da Terra e de sua estrutura interna, existe ainda a influência dos oceanos e da atmosfera.

A rotação de um corpo com o centro de massa fixo, pode ser descrita, num sistema inercial de referência, pela equação |3| |10|,

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{L} \,, \tag{D-1}$$

ou seja, a taxa de variação do vetor momento angular em torno do centro de massa do corpo é igual ao torque resultante em relação a este centro de massa. Este torque, no caso da Terra, deve-se principalmente a ação gravitacional da Lua e do Sol sobre o excesso de massa equatorial. Este torque de origem gravitacional não existiria se a Terra fosse esférica ou se o plano equatorial da figura coincidisse com o plano da órbita solar (eclíptica) e lunar.

Variações no vetor velocidade angular de rotação da Terra, em relação a um sistema inercial e em relação a um sistema terrestre, podem ser produzidas

a) por uma variação em seu momento angular devido a aplicação de torques externos (torques gravitacionais lunar e solar sobre a intumescência equatorial da Terra, as marés oceânicas e terrestres e o vento solar) ou

b) enquanto o seu momento angular total permanece constante, por uma variação no seu tensor de inércia (terremotos, flutuações do nível do mar, redistribuição da massa de ar) ou por redistribuição interna do seu momento angular (ventos, acoplamento núcleo-manto).

As causas citadas no ítem b não se aplicam ao modelo da Terra rígida, para o qual se consideram apenas os torques gravitacionais, produzidos principalmente pela Lua e o Sol.

D.2 CASO DA TERRA RÍGIDA

D.2.1 INTRODUÇÃO

A direção do vetor velocidade angular $\vec{\omega}$, que determina a direção do eixo de rotação da Terra, varia contīnuamente, embora, no modelo rīgido permaneça constante seu mōdulo. O estudo de seu movimento serã dividido em duas partes:

a) movimentos num sistema de referência fixo a Terra, (x), (sistema terrestre):movimento do polo;

b) movimento num sistema de referência fixo no espaço (X), (sistema inercial):precessão e nutação.

Ambos os sistemas mencionados tem origem no centro de massa da Terra, considerado fixo para efeito do estudo da rotação.

D.2.2 MOVIMENTOS DO EIXO DE ROTAÇÃO NUM SISTEMA DE REFERÊNCIA TERRESTRE (x)

Escolhemos como referencial o sistema de eixos principais de inērcia, (x), no qual o terceiro eixo coincide com o eixo da figura. A escolha deve-se a simplicidade das relações entre $\vec{\omega}$, velocidade angular de rotação, e $\vec{H}$, momento angular, neste sistema. A projeção das equações (D-1), referentes a um sistema inercial, sobre o sistema de eixos principais de inērcia nos fornece as equações dinâmicas de Euler (Apêndice A):

$$A\dot{\omega}_1 - \omega_2 \; \omega_3 \; (B-C) = L_1, \tag{D-2a}$$

$$B\dot{\omega}_2 - \omega_3 \; \omega_1 \; (C-A) = L_2, \tag{D-2b}$$

$$C\dot{\omega}_3 - \omega_1 \; \omega_2 \; (A-B) = L_3, \tag{D-2c}$$

onde A,B e C são os momentos principais de inērcia em relação aos eixos principais x_1, x_2 e x_3;

ω_1, ω_2 e ω_3 são os componentes de $\vec{\omega}$, segundo x_1, x_2 e x_3;

$\dot{\omega}_1$, $\dot{\omega}_2$ e $\dot{\omega}_3$ são as derivadas, em relação ao tempo, de ω_1, ω_2 e ω_3;

L_1, L_2 e L_3 são os componentes do torque resultante das forças externas.

Consideremos um corpo perturbador numa posição $P(r_p, \Theta_p, \lambda_p)$ no sistema (x), onde r_p é a distância radial, Θ_p a co-latitude e λ_p a longitude (figura C.1). O torque devido a ação deste corpo sobre a Terra, para um desenvolvimento do potencial limitado a 2a. ordem, é dado por (ver Apêndice C):

$$\vec{L} = f \text{ sen } \lambda_p \hat{i} - f \cos \lambda_p \hat{j} + 0 \hat{k}, \tag{D-3}$$

onde $$f = \frac{3}{r_p{}^3} GM_p(C-A) \text{ sen } \Theta_p \cos \Theta_p, \tag{D-4}$$

G = constante de gravitação,

M_p = massa do corpo perturbador.

Se admitirmos a hipótese simplificadora de que o único movimento relativo entre a Terra e o corpo perturbador se deve a rotação da Terra e que esta se processa em torno do eixo da figura, r_p e Θ_p são constantes e obtemos a seguinte expressão do torque

$$\vec{L} = f \cos (\omega t)\hat{i} - f \text{ sen } (\omega t)\hat{j} + 0 \hat{k}, \tag{D-5}$$

onde $\omega = |\vec{\omega}|$.

Usando a equação (D-5) e lembrando que num elipsóide de revolução A = B, reduzimos as equações de Euler a

$$A\dot{\omega}_1 + (C-A)\omega_2\ \omega_3 = f \cos \omega t, \tag{D-6a}$$

$$A\dot{\omega}_2 + (A-C)\omega_3\ \omega_1 = -f \text{ sen } \omega t \quad \text{e} \tag{D-6b}$$

$$C\dot{\omega}_3 = 0. \tag{D-6c}$$

A última destas equações mostra que ω_3 é constante. Derivando a (D-6a) em relação ao tempo, obtemos

$$A\ddot{\omega}_1 + (C-A)\dot{\omega}_2\ \omega_3 = -f\ \omega \text{sen } \omega t, \tag{D-7}$$

na qual substituimos $\dot{\omega}_2$ pela expressão obtida da (D-6b):

$$\dot{\omega}_2 = \frac{1}{A}\left[(C-a)\omega_3\ \omega_1 - f \text{ sen } \omega t\right] . \tag{D-8}$$

Após pequenas transformações surge

$$\ddot{\omega}_1 + \omega_1\left[\omega_3\left(\frac{C-A}{A}\right)\right]^2 = -\frac{f}{A}\left[\omega - \omega_3\left(\frac{C-A}{A}\right)\right]\text{sen } \omega t . \tag{D-9a}$$

De maneira semelhante obtemos

$$\ddot{\omega}_2 + \omega_2\left[\omega_3\left(\frac{C-A}{A}\right)\right]^2 = -\frac{f}{A}\left[\omega - \omega_3\left(\frac{C-A}{A}\right)\right]\cos \omega t . \tag{D-9b}$$

São equações diferenciais ordinárias, lineares, de segunda ordem, com coeficientes constantes e segundo membro não nulo , que descrevem movimento harmônico forçado não amortecido.

Portanto, conclui-se que $\vec{\omega}$ (ou o eixo de rotação) descreve um movimento oscilatório em torno do eixo da figura. A solução de uma equação do tipo da (D-9a) ou (D-9b) é a soma da solução homogênea ($\vec{L} = \vec{0}$) e de uma solução particular ($\vec{L} \neq \vec{0}$).

A solução homogênea das (D-9), obtida considerando-se nulos os segundos membros, é

$$\omega_{1_0} = \gamma_0 \cos(\omega_0 t + \delta) \quad \text{e} \tag{D-10a}$$

$$\omega_{2_0} = \gamma_0 \,\text{sen}\,(\omega_0 t + \delta) \,, \tag{D-10b}$$

onde $\omega_0 = \omega_3 \frac{C-A}{A}$ é a velocidade angular do movimento,

γ_0 = amplitude e

δ = fase inicial.

γ_0 e δ traduzem as condições iniciais do movimento e não podem ser calculadas teòricamente. A amplitude γ_0 observada na Terra real é de aproximadamente 0,15". O movimento descrito pelas (D-10) é chamado movimento de Euler (figura D.2 e D.3) e seu período é dado por

$$T_E = \frac{2\Pi}{\omega_0} = \frac{2\Pi}{\omega_3} \frac{A}{C-A} \tag{D-11}$$

Como $\omega_3 \simeq \omega = 2\Pi$ rad/dia sideral,

$$T_E = \frac{A}{C-A} \text{ dias siderais.} \tag{D-12}$$

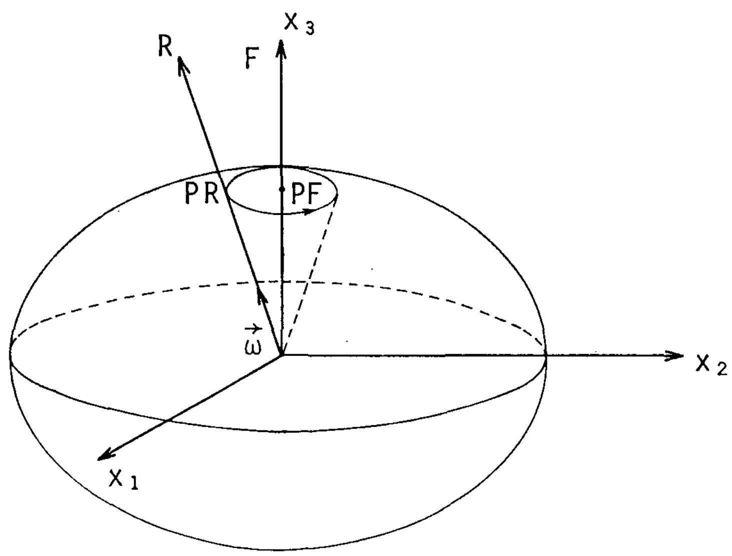


Figura D.2 Movimento de Euler

Esta relação,cujo valor é determinado experimentalmente a partir da observação do fenômeno da precessão, nos dá

$T_E \simeq 305$ dias siderais ou aproximadamente 10 meses.

A solução particular das (D-9) é dada por

$$\omega_{1p} = \gamma_p \text{ sen } \omega t \qquad (D.13a)$$

$$\omega_{2p} = \gamma_p \cos \omega t \qquad (D\text{-}13b)$$

onde $$\gamma_p = \frac{f}{A\left[\omega + \omega_3\left(\frac{C-A}{A}\right)\right]} \simeq \frac{f}{A\omega} \quad \left(\text{pois } \frac{C-A}{A} << 1\right) \qquad (D\text{-}14)$$

é a amplitude em (s^{-1}), sendo a amplitude angular dada por

$$\gamma_p = \frac{f}{A\omega^2} \quad (\text{rad}) \qquad (D\text{-}15)$$

O movimento descrito pelas (D-13) denomina-se movimento diurno do polo (figura D.3). Para a Terra rígida $\gamma_p \simeq 0{,}01''$. Portanto, o movimento do eixo de rotação num sistema terrestre , ou movimento do polo, para a Terra rígida, compõe-se de dois componentes: o movimento forçado, menos amplo, superpõe-se sobre o movimento livre, mais amplo, resultando num movimento epicicloidal do polo. (figura D.3). A hipótese simplificadora formulada em conexão com a equação (D-5), resulta num movimento diurno do polo com amplitude constante e freqüência angular ω. Contudo, considerando-se o movimento orbital da Lua e da Terra, conclui-se que a freqüência angular não é exatamente igual a ω e que r_p e Θ_p não são constantes e portanto, γ_p também não é. As declinações da Lua e do Sol, por exemplo, se anulam duas vezes ao mês e ao ano, respectivamente, e portanto, $\Theta_p = 90^0$ e $\vec{L} = \vec{0}$ para um destes corpos perturbadores nestas ocasiões. Contudo, o torque produzido conjuntamente pela Lua e o Sol não se anula totalmente. Existe uma parcela constante, de freqüência sideral, e outras que variam com a posição dos dois corpos. O desenvolvimento do torque em termos de séries harmônicas contendo as freqüências das marés, demonstra que a cada maré diurna corresponde um movimento forçado circular de mesmo período. O movimento diurno do polo é a composição destes movimentos |3| |5|. Os termos do movimento do polo correspondentes ao movimento diurno são denominados Termos de Oppolzer.

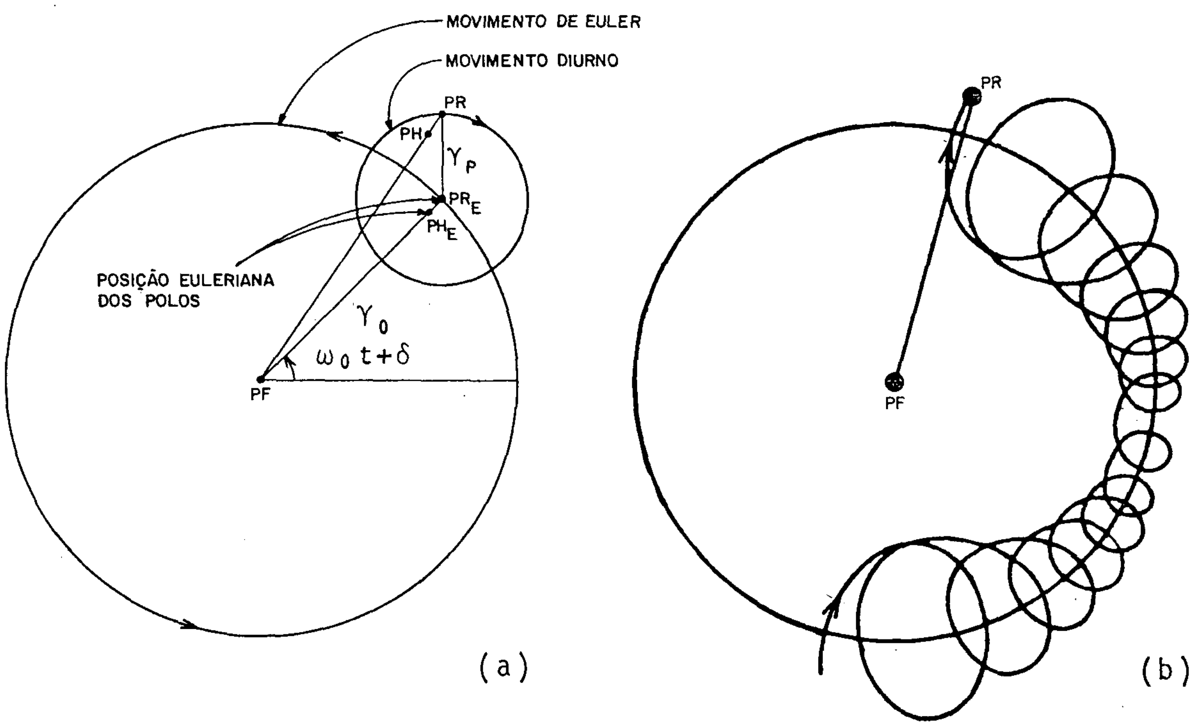


Figura D.3 Movimento do polo no modelo da Terra rígida representado sobre um plano tangente a Terra no polo da figura.

(a) Movimento euleriano e movimento diurno

(b) Movimento resultante

O eixo do momento angular também realiza movimento semelhante, com amplitude pouco menor, de modo que a coplanaridade seja respeitada (ver Apêndice B).

O movimento de Euler é prógrado, enquanto o movimento diurno do polo é retrógrado.

D.2.3 MOVIMENTOS DO EIXO DE ROTAÇÃO NUM SISTEMA DE REFERÊNCIA INERCIAL (X)

Na ausência de torque aplicado sobre a Terra, em

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{L}, \tag{D-1}$$

$\vec{L} = 0$, isto é, o vetor momento angular $\vec{H}$ seria constante e fixo no espaço. Existe, porém, um torque, devido a atração gravitacional da Lua e do Sol sobre o excesso de massa equatorial da Terra, que tende a girá-la de modo a coincidir o plano equatorial com a eclíptica. O plano da eclíptica contém o centro do Sol, o baricentro do sistema Terra-Lua e o vetor velocidade deste baricentro referido ao sistema inercial heliocêntrico. Contudo, devido ao movimento de rotação, o efeito deste torque resume-se em deslocar o vetor momento angular, conferindo-lhe um movimento, retrógrado, de precessão no espaço. Como o torque é pequeno, a precessão é lenta -o período é de 25 800 anos- se comparada com o período rotacional de um dia.

O torque aplicado não é constante no tempo, porque os torques produzidos pela Lua e o Sol tem direções ligeiramente diferentes em relação a eclíptica e variam a medida que os corpos se movem uns em relação aos outros. Como resultado, há irregularidades na precessão, designadas nutações astronômicas, que podem ser movimentos prógrados ou retrógrados.

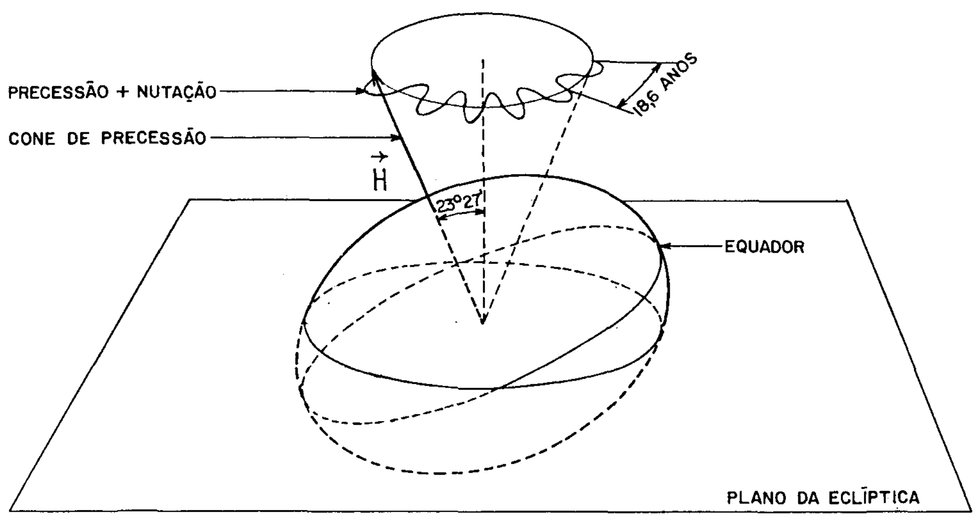


Figura D.4 Precessão e Nutação principal

A nutação astronômica (que designamos simplesmente nutação) não deve ser confundida com a nutação verdadeira, que é o movimento do eixo de rotação da Terra em torno do eixo da figura, que ocorre na ausência de torque e é parte do movimento do polo descrito na seção anterior (movimento de Euler)|1|.

Os movimentos dos outros eixos (de rotação, da figura) no espaço são determinados em relação ao eixo do momento angular, $\vec{H}$.

Para equacionar o movimento de $\vec{H}$ no espaço, usamos os seguintes sistemas, representados na figura D.5, com origem no centro de massa da Terra, considerado fixo:

-sistema inercial $(X)_E$, no qual o terceiro eixo é o eixo da eclíptica fixa da época de referência T_0, o primeiro aponta para o ponto vernal desta época, γ_0, e o segundo completa um sistema dextrógiro;

-sistema $(x)_H$, no qual o terceiro eixo coincide com $\vec{H}$, o primeiro com a linha nodal definida pela eclíptica da época T_0 e o plano do equador dinâmico e o segundo completa um sistema dextrógiro. Este sistema não participa da rotação diária da Terra. Sua orientação no espaço varia apenas devido a precessão e nutação.

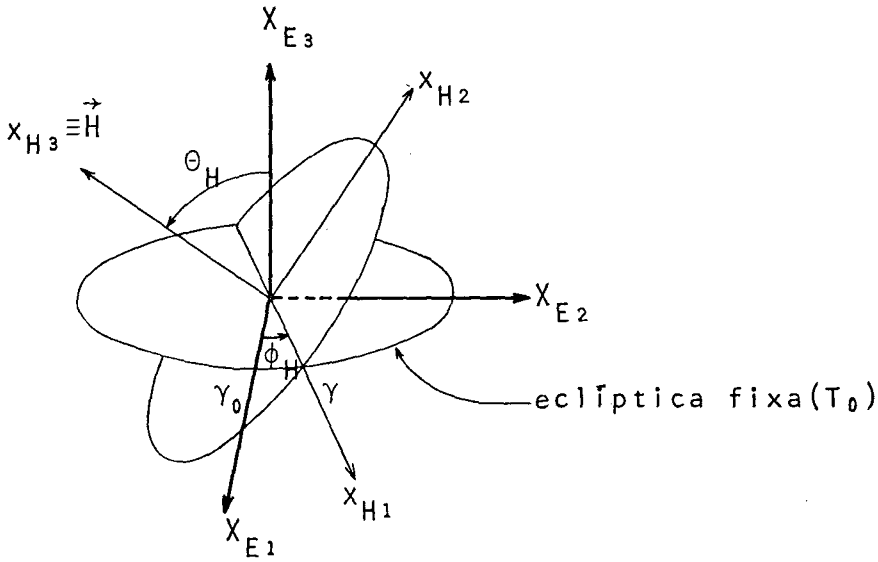


Figura D.5 Sistemas $(X)_E$ e $(x)_H$ para estudo da precessão e nutação

Os sistemas $(X)_E$ e $(x)_H$ são relacionados por

$$\begin{bmatrix} X_{E1} \\ X_{E2} \\ X_{E3} \end{bmatrix} = R_3(-\phi_H) R_1(-\Theta_H) \begin{bmatrix} x_{H1} \\ x_{H2} \\ x_{H3} \end{bmatrix} \tag{D-16}$$

Para resolver a equação (D-1) é necessário obter a expressão de $\vec{H}$ e $\vec{L}$ no sistema inercial $(X)_E$. Da relação (D-16):

$$\begin{bmatrix} {}^{H}X_{E1} \\ {}^{H}X_{E2} \\ {}^{H}X_{E3} \end{bmatrix} = R_3(-\phi_H) R_1(-\Theta_H) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \text{sen } \phi_H \text{ sen } \Theta_H \\ -\cos \phi_H \text{ sen } \Theta_H \\ \cos \Theta_H \end{bmatrix} \tag{D-17}$$

onde $H \simeq C.\omega$, sendo

C = momento principal de inércia em relação ao eixo da figura e

ω = velocidade média de rotação da Terra.

O torque $\vec{L}$ no sistema $(X)_E$ pode ser obtido a partir do torque no sistema (x) (ver Apêndice C, equação C-6), pela relação (D-16). A diferença fundamental entre $\vec{L}$ no sistema (x) e $(x)_H$ deve-se a rotação da Terra, sendo as demais diferenças desprezíveis para propósitos práticos porque estes sistemas têm seus terceiros eixos quase coincidentes. Portanto,

$$\begin{bmatrix} L_{x_{H_1}} \\ L_{x_{H_2}} \\ L_{x_{H_3}} \end{bmatrix} = R_3(-\psi) \begin{bmatrix} L_{x_1} \\ L_{x_2} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(D-18)}$$

Pela relação (D-16):

$$\begin{bmatrix} L_{X_{E_1}} \\ L_{X_{E_2}} \\ L_{X_{E_3}} \end{bmatrix} = R_3(-\phi_H) R_1(-\Theta_H) \begin{bmatrix} L_{x_{H_1}} \\ L_{x_{H_2}} \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} L_{x_{H_1}} \cos\phi_H - L_{x_{H_2}} \operatorname{sen}\phi_H \cos\Theta_H \\ L_{x_{H_1}} \operatorname{sen}\phi_H + L_{x_{H_2}} \cos\phi_H \cos\Theta_H \\ L_{x_{H_2}} \operatorname{sen}\Theta_H \end{bmatrix} \qquad \text{(D-19)}$$

A equação (D-1), após a substituição dos valores de (D-17) transforma-se em

$$\frac{d}{dt}\,(C\omega \,\mathrm{sen}\,\phi_H\,\mathrm{sen}\,\Theta_H) = L_{\chi_{E_1}} \tag{D-20a}$$

$$\frac{d}{dt}\,(-C\omega \cos\phi_H\,\mathrm{sen}\,\Theta_H) = L_{\chi_{E_2}} \quad \mathrm{e} \tag{D-20b}$$

$$\frac{d}{dt}\,(C\omega \cos\Theta_H) = L_{\chi_{E_3}}\;. \tag{D-20c}$$

Da equação (D-20c) obtemos

$$\dot{\Theta}_H = -\,\frac{L_{\chi_{E_3}}}{C\omega\,\mathrm{sen}\,\Theta_H}, \tag{D-21a}$$

e de (D-20a) e (D-20b),

$$\dot{\phi}_H = \frac{L_{\chi_{E_1}}\cos\phi_H + L_{\chi_{E_2}}\,\mathrm{sen}\,\phi_H}{C\omega\,\mathrm{sen}\,\Theta_H}\;. \tag{D-21b}$$

Substituindo nas (D-21) os valores de (D-19), resulta

$$\dot{\Theta}_H = -\,\frac{L_{x_{H_2}}}{C\omega} \quad \mathrm{e} \tag{D-22a}$$

$$\dot{\phi}_H = \frac{L_{x_{H_1}}}{C\omega\,\mathrm{sen}\,\Theta_H}\;. \tag{D-22b}$$

São as equações de Poisson do movimento. $L_{x_{H_1}}$ e $L_{x_{H_2}}$ podem ser expressos em termos de séries harmônicas contendo as freqüências das marés, a partir do desenvolvimento de Doodson para o potencial das marés, |3| |5|.

A solução homogênea das (D-22), obtida para $\vec{L} = \vec{0}$, é

Θ_H = constante e

ϕ_H = constante,

expressando o fato já mencionado de que $\vec{H}$ está fixo no espaço na ausência de torque aplicado.

Considerando em $\vec{L}$ apenas os termos de freqüência sideral (parcela constante do torque luni solar), obtemos das (D-22) a precessão luni-solar de H. Neste caso, $L_{x_{H_2}} = 0$ e na (D-22a) temos

$$\Theta_{HP} = \Theta_0 \simeq 23°27', \text{ (condição inicial)} \qquad \text{(D-23)}$$

ou seja, o ângulo entre o vetor momento angular, $\vec{H}$, e o eixo da eclíptica fixa é constante na precessão luni-solar. Portanto

$$\phi_{HP} = \frac{L_S}{C\,\omega \operatorname{sen} \Theta_0}\, t \simeq (50{,}2675''/\text{ano})t \qquad \text{(D-24)}$$

onde L_S é a soma dos termos de freqüência sideral de $\dot{\vec{L}}$ (lunar e solar), que no sistema $(x)_H$ é constante, pois este sistema não participa da rotação da Terra e **t** é o tempo decorrido desde a época de referência. A taxa dada pela (D-24) é a chamada constante de precessão luni-solar.

Considerando em $\vec{L}$ os termos de outras freqüências, devidas as características dos movimentos orbitais da Terra e da Lua, obtemos das (D-22) as expressões das nutações em obliqüidade e longitude correspondentes a estas freqüências. Cada nutação constitui, em geral, um movimento elíptico. O principal termo das nutações tem amplitude aproximada de 9,21" (em obliqüidade) e períodos de 18,6 anos. Esta amplitude é referida como constante de nutação (N).

A expressão do torque em termos de séries harmônicas, a partir do desenvolvimento de Doodson para o potencial das marēs possibilita o estabelecimento de uma importante relação envolvendo a precessão luni-solar, ϕ_{HP}, e a constante de nutação, N. Usando um desenvolvimento em série para a excentricidade e inclinação, no cálculo das coordenadas da Lua e do Sol, pode-se obter as seguintes expressões |3|:

$$\phi_{HP} = \frac{C-A}{C} \cos \Theta_{HP} \left(K \frac{\mu}{1+\mu} + K'\right) \quad \text{e} \qquad \text{(D-25a)}$$

$$N = H' \cos \Theta_{HP} \frac{\mu}{1+\mu} \frac{C-A}{C} , \qquad \text{(D-25b)}$$

onde μ é a razão entre as massas da Lua e da Terra e K, K' e H' são funções de elementos orbitais da Lua e do Sol, que podem ser calculados a partir da teoria. Combinando as equações (D-25), resulta

$$N = \frac{H'}{K'} \phi_{HP} \left(\frac{1}{\mu} + \frac{K}{K'} + 1\right)^{-1} \qquad \text{(D-26)}$$

A importância destas fórmulas reside em que, dados os valores observados de ϕ_{HP} e N, pode-se calcular o achatamento dinâmico (C-A)/C, e a razão μ, quantidades importantes para muitas investigações astronômicas e geofísicas. Contudo, a razão das massas obtida desta maneira não é consistente com os valores obtidos a partir de recentes dados espaciais. Esta discrepância é um dos problemas pendentes no sistema de unidades astronômicas. Ela indica que a teoria básica simples da nutação não é adequada. Uma resposta parcial é dada quando consideramos modelos com núcleo líquido para a Terra (ver seção D.3.3).

Devido a ação gravitacional dos outros planetas há um decréscimo secular da obliqüidade da eclíptica, ângulo entre a eclíptica e o plano do equador, e conseqüentemente de Θ_{HP}, de aproximadamente 47" por século. Esta rotação da eclíptica implica ainda num deslocamento adicional ϕ do ponto vernal,em torno de 12,5" por século. Estes efeitos configuram a chamada precessão planetária.

As precessões luni-solar e planetária são normalmente consideradas em conjunto, sob o nome de precessão geral.

As posições espaciais dos eixos de rotação e da figura são determinadas a partir da posição do eixo do momento angular, conhecida pela solução das equações de Poisson, e dos movimentos destes eixos em relação ao eixo do momento angular , conhecidos pela orientação destes eixos no sistema terrestre |3|. Contudo, devido a pequena separação entre o eixo de rotação e o eixo do momento angular, o conjunto oficialmente adotado de nutações do eixo de rotação (suplemento do AENA, 1961) é aquele do eixo do momento angular, baseado na solução de Poisson para o modelo da Terra rígida. A separação entre OR e OH é menor que a precisão com que o conjunto de nutações é dado.

Há movimentos dos eixos de rotação e da figura em relação ao eixo do momento angular devidos a solução homogênea e a solução com torque. Na solução homogênea ($\vec{L} = \vec{O}$), em que $\vec{H}$ permanece fixo no espaço, o eixo da figura descreve, devido a rotação da Terra, uma nutação quase diurna no espaço em torno de OH e em conseqüência da coplanaridade entre os eixos, o eixo de rotação também descreve um movimento deste tipo, apenas de menor amplitude (analisar figura D.3a). É a chamada nutação livre do eixo de rotação. Devido a solução com torque ($\vec{L} \neq \vec{O}$) que origina o movimento diurno (termos de Oppolzer), há também um movimento relativo, com as freqüências das nutações , que não existiria se o torque contivesse apenas os termos de freqüência sideral (parcela constante do torque luni-solar). No sistema inercial, os termos correspondentes aos termos de Oppolzer que devem ser somados as nutações do eixo do momento angular para obter as nutações do eixo instantâneo de rotação são denominadas nutações diurnas luni-solares, embora não tenham período diurno neste sistema.

Os fenômenos de precessão e nutação provocam o movimento, no espaço, do sistema de referência associado ao eixo de rotação (ou outro eixo da Terra) e conseqüente alteração de coordenadas. Este sistema pode ser relacionado a um sistema inercial através de um conjunto de rotações, usando como ângulos de rotação os ângulos de Euler Θ e ϕ. No trabalho prático de Astronomia usa-se, contudo, um conjunto diferente de ângulos de rotação que conduzem a métodos de cálculo mais adequados |6|.

4.3 TERRA NÃO RÍGIDA

4.3.1 INTRODUÇÃO

Evidências astronômicas indicam a impropriedade da utilização do modelo rígido no estudo da rotação da Terra.

Todos os modelos propostos para explicar a estrutura interna da Terra baseiam-se essencialmente em uma estrutura concêntrica constituída por três camadas principais: o núcleo, o manto e a crosta terrestre (figura D.6). O núcleo parece ser formado de duas partes diferenciadas: o núcleo interno, sólido, e o núcleo externo, líquido, que se estendem, respectivamente, até raios aproximados de 1200 km e 3500 km. No que se refere a composição do núcleo, a hipótese mais aceita é a de que o ferro seja seu principal constituinte. O núcleo metálico seria o principal fator estrutural do campo magnético terrestre, ao imantar-se por indução devido as correntes elétricas que percorrem o núcleo externo e as camadas profundas do manto. Em torno do núcleo encontra-se o manto, que se estende até poucas dezenas de quilômetros abaixo da superfície terrestre. É constituído primáriamente de silicatos de ferro e magnésio, e óxidos. Nele, podem ser distinguidas duas camadas: o manto interno e o manto externo (figura D.7). O manto interno estende-se até um raio aproximado de 5700 km, sendo supostamente constituído de materiais rígidos, pouco suscetíveis de deformação. O manto externo, que se estende até abaixo da crosta, compõe-se da astenosfera e da camada litosférica. Esta, é constituída por materiais bastante rígidos e sua espessura é de cerca de 70 km debaixo dos continentes e 150 km debaixo dos oceanos e, junto com a crosta, compõe a chamada litosfera. Supõe-se que a astenosfera seja constituída por materiais viscosos suscetíveis de deformação e acredita-se que nela se produzem movimentos de convecção da matéria, que tem importantes repercussões na dinâmica da litosfera. A litosfera é partida em blocos em forma de placas que se movem contínuamente na escala de períodos de tempo geológico. Muitos fenômenos geofísicos, inclusive os terremotos, são o resultado de atividade ao longo ou próximo das divisas entre estas placas. A parte externa da litosfera, a crosta, apresenta espessura média de cerca de 35 km nas regiões continentais e menos de 10 km sob os oceanos. A maior diferença entre a litosfera e a astenosfera consiste nas suas propriedades reológicas. A litosfera é mais rígida e responde as forças aplicadas com deformação elástica ou ruptura, quando a força é suficientemente grande. A astenosfera subjacente, ao contrário, deforma-se por escoamento plástico. A diferença na reologia é uma conseqüência das temperaturas mais altas na astenosfera que alteram a fase e as propriedades mecânicas da rocha. A estrutura básica da Terra e o esquema de suas camadas mais superficiais estão representados nas figuras D.6 e D.7.

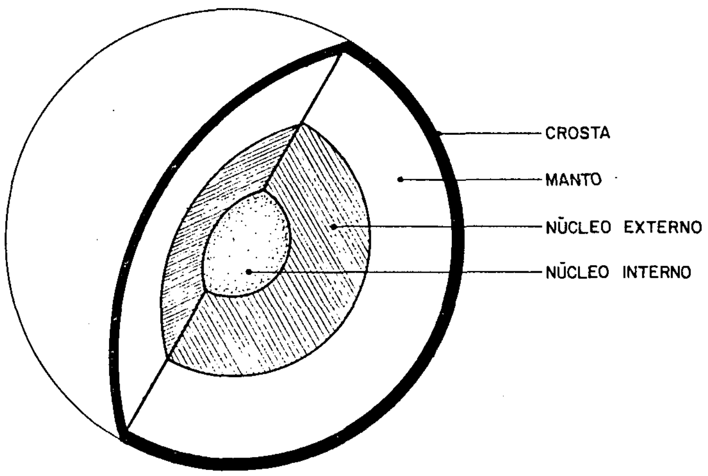


Figura D.6 Estrutura da Terra

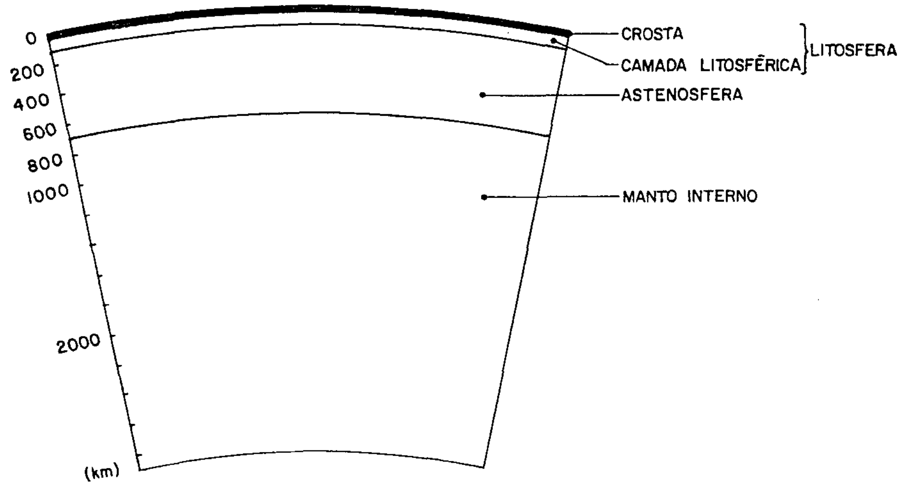


Figura D.7 Camadas mais superficiais da Terra

A Terra pode ser considerada um sistema mecânico que compreende, como maiores subsistemas, a atmosfera, os oceanos, a litosfera sólida e os domínios fluídos em seu interior. Estes subsistemas interagem de várias maneiras, trocando energia e momento angular. Além disto, a Terra e seus subsistemas são contínuamente influenciados por outros componentes do sistema solar. Todas estas interações, como também a rigidez, elasticidade ou plasticidade do manto da Terra, afetam o movimento de rotação de maneira ainda não totalmente compreendida (tabelas D.3 e D.4). Eis porque o estudo da rotação da Terra em torno do seu centro de massa, problema fundamental da Astronomia, acha-se incluído no domínio da Geofísica.

No caso da Terra não rígida o vetor velocidade angular de rotação, $\vec{\omega}$, varia contínuamente não apenas em direção mas também em módulo. Seu estudo será, portanto, dividido em três partes:

a) movimentos num sistema de referência fixo a Terra (sistema terrestre);

b) movimentos num sistema de referência fixo no espaço (sistema inercial);

c) variações da velocidade de rotação.

D.3.2 MOVIMENTOS DO EIXO DE ROTAÇÃO NUM SISTEMA DE REFERÊNCIA TERRESTRE

No modelo da Terra rígida, as posições relativas das partículas de massa são constantes, como também o tensor de inércia. No modelo de uma Terra deformável, mais compatível com a realidade, tais condições não se verificam e a dinâmica rotacional em relação a um referencial fixo a Terra não mais pode ser estudada através das equações de Euler, (A-11). Neste caso, em lugar de (A-2), o momento angular é dado por

$$\vec{H} = I.\omega + \vec{h} \ , \qquad \text{(D-27)}$$

sendo $\vec{h}$ o momento angular relativo causado pelos movimentos internos das partículas de massa:

$$\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_M (-x_3\dot{x}_2 + x_2\dot{x}_3)\,dm \\ \int_M (x_3\dot{x}_1 - x_1\dot{x}_3)\,dm \\ \int_M (-x_2\dot{x}_1 + x_1\dot{x}_2)\,dm \end{bmatrix}$$

Substituindo (D-27) em (A-9) obtemos

$$\frac{d}{dt}(I\vec{\omega} + \vec{h}) + \vec{\omega} \times (I\vec{\omega} + \vec{h}) = \vec{L}$$

ou $$I\dot{\vec{\omega}} + \dot{I}\vec{\omega} + \vec{\omega} \times I\vec{\omega} + \vec{\omega} \times \vec{h} + \dot{\vec{h}} = \vec{L}, \qquad \text{(D-28)}$$

designada como equação de Liouville. Projetada sobre os eixos x_1, x_2, x_3 ela fornece três equações. As equações de Euler, usadas para o modelo rígido, são dedutíveis das equações de Liouville, considerando-se $\vec{h} = \vec{0}$ e $\dot{I} = 0$.

O sistema de referência fixo a Terra, a ser utilizado na prática, não é o sistema de eixos principais utilizado no modelo rígido, pois este sistema move-se em relação a superfície da Terra quando há movimento relativo de massas e, além disto, não pode ser definido através de observações. Em geral, adota-se um sistema chamado "geográfico", ligado de uma forma determinada aos observatórios do IPMS (Internacional Polar Motion Service). Este sistema é geocêntrico (ou quase) , com o terceiro eixo dirigido para o polo geográfico ou CIO(Conventional Internacional Origin), determinado pelo ILS (International Latitude Service), antecessor do IPMS, como a posição média do polo no período 1900-1905. O primeiro eixo aponta para o meridiano de Greenwich e o segundo completa um sistema dextrógiro. Rigorosamente, este sistema não pode ser considerado fixo a Terra, pois devido a tectônica de placas da crosta terrestre há um deslocamento sistemático dos observatórios.

Não desenvolveremos aqui um tratamento matemático do movimento do eixo de rotação numa Terra deformável o que pode ser feito a partir da equação de Liouville, adotando-se um modelo para a Terra e considerando todas as variações de I e $\vec{h}$ próprias do modelo. Desta forma, é possível, através da comparação entre os resultados teóricos e os observados, aperfeiçoar o modelo da Terra e seus parâmetros. Abordaremos de maneira descritiva, movimentos adicionais característicos do modelo elástico e das interações entre os subsistemas que compõem a Terra.

O modelo elástico da Terra deforma-se em resposta as forças centrífuga e de maré. A direção das forças centrífugas muda devido ao movimento do polo havendo assim, devido a elasticidade da Terra, uma redistribuição de massa em direção ao equador móvel. O polo da figura é forçado a mover-se em direção ao polo de rotação, resultando num aumento virtual no período do movimento euleriano. O novo período, chamado período de Chandler, é função da elasticidade da Terra como um todo, incluindo os oceanos, e pode ser expresso aproximadamente por |7|:

$$T_C = T_E \frac{k_s}{k_s - k} \simeq 440 \text{ dias}, \qquad \text{(D-29)}$$

onde T_E é o período do movimento de Euler,

k é o segundo dos números de Love, determinados através da observação dos efeitos das marés terrestres ou do movimento do polo ($k \simeq 0,29$),

k_s é o segundo dos números seculares de Love, determinados a partir da figura da Terra, dando uma medida de sua deformação centrífuga ao longo dos últimos cinco bilhões de anos ($k_s = 0,96$) |7|.

Os efeitos das forças de maré podem ser divididos em duas partes. Em primeiro lugar, a maré terrestre diurna altera a posição do polo da figura. A medida que o meridiano do corpo perturbador muda, o polo da figura desenvolve um correspondente movimento diurno em relação ao polo geográfico. Em segundo, o potencial da Terra se altera devido a redistribuição de massa produzida pela maré terrestre. A deformação e variações na densidade dão lugar a um potencial induzido caracterizado pelo número de Love (k). A soma dos potenciais original e induzido determina o torque externo. No sistema de referência terrestre o torque externo aparece reduzido, tendendo, em conseqüência, a reduzir também o movimento diurno |4|. Este efeito, contudo, é omissível |10|.

A figura D.8 mostra esquemáticamente o movimento do polo no modelo elástico, sobre um plano tangente ao polo geográfico, enquanto a tabela D.1 fornece as grandezas envolvidas . Os três eixos permanecem ainda coplanares |3|.

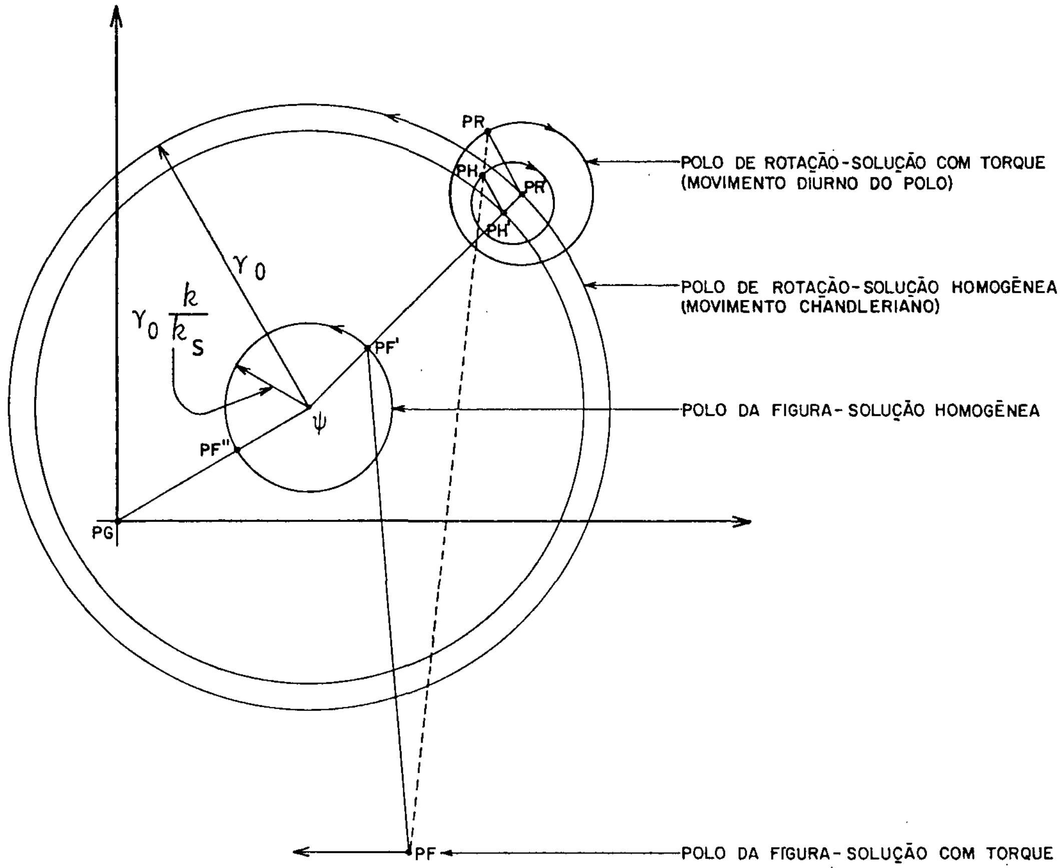


Figura D.8 Movimento do polo no modelo elástico |3|

TABELA D.1 Grandezas envolvidas no movimento do polo |3|

Movimento forçado (torque luni-solar)			
Modelo	PR - PR'	PR - PH	PF - PF'
elástico rígido	$\leqslant$ 62 cm $\leqslant$ 31 cm	$\leqslant$ 21 cm 1,5 cm	$\leqslant$ 60 m PF $\equiv$ PF"
Movimento livre (solução homogênea)			
Modelo	raio	frequência angular	PR' - PH'
elástico	γ_0	ω_{0e}	$\gamma_0 \frac{C-A}{C}(1 - \frac{k}{k_s})$
rígido	γ_0	ω_0	$\gamma_0 \frac{C-A}{C}$ AMPLITUDE NUTAÇÃO LIVRE

As principais características do movimento real do polo foram reconhecidas em 1891 por Chandler, através de observações:

1) um movimento circular, prógrado, com período aproximado de 440 dias e amplitude aproximada de 0,15",constituindo o chamado movimento chandleriano;

2) um movimento elíptico, prógrado, com período anual, eixo maior orientado para o meridiano 27°39'O e amplitude de 0,10" e 0,08" aproximadamente.

O movimento real do polo, deduzido através de observações de latitude nos observatórios do IPMS é referido a um sistema bidimensional cujos eixos estão no plano normal ao eixo geográfico tendo como origem o polo geográfico ou CIO. Os eixos X e Y são paralelos aos eixos x_1 e x_2 do sistema terrestre mas o eixo Y tem sentido oposto a x_2. A figura D.9 representa a polódia da Terra real, como observada pelo IPMS no período 1962-1967. Também estão representados os baricentros (centros das curvas) que fornecem quase exatamente as posições médias do polo da figura. A órbita polar representada não mostra, obviamente o movimento diurno do polo, pois foi traçada a partir das coordenadas médias de um período de vários dias.

A análise da figura D.9 revela que o movimento real do polo não possui apenas as componentes enumeradas acima. De fato, a distribuição de massa da Terra está sujeita a variações temporais que produzem mudanças no tensor de inércia da Terra e o momento angular pode sofrer redistribuições.

Além do movimento chandleriano, que é o movimento de

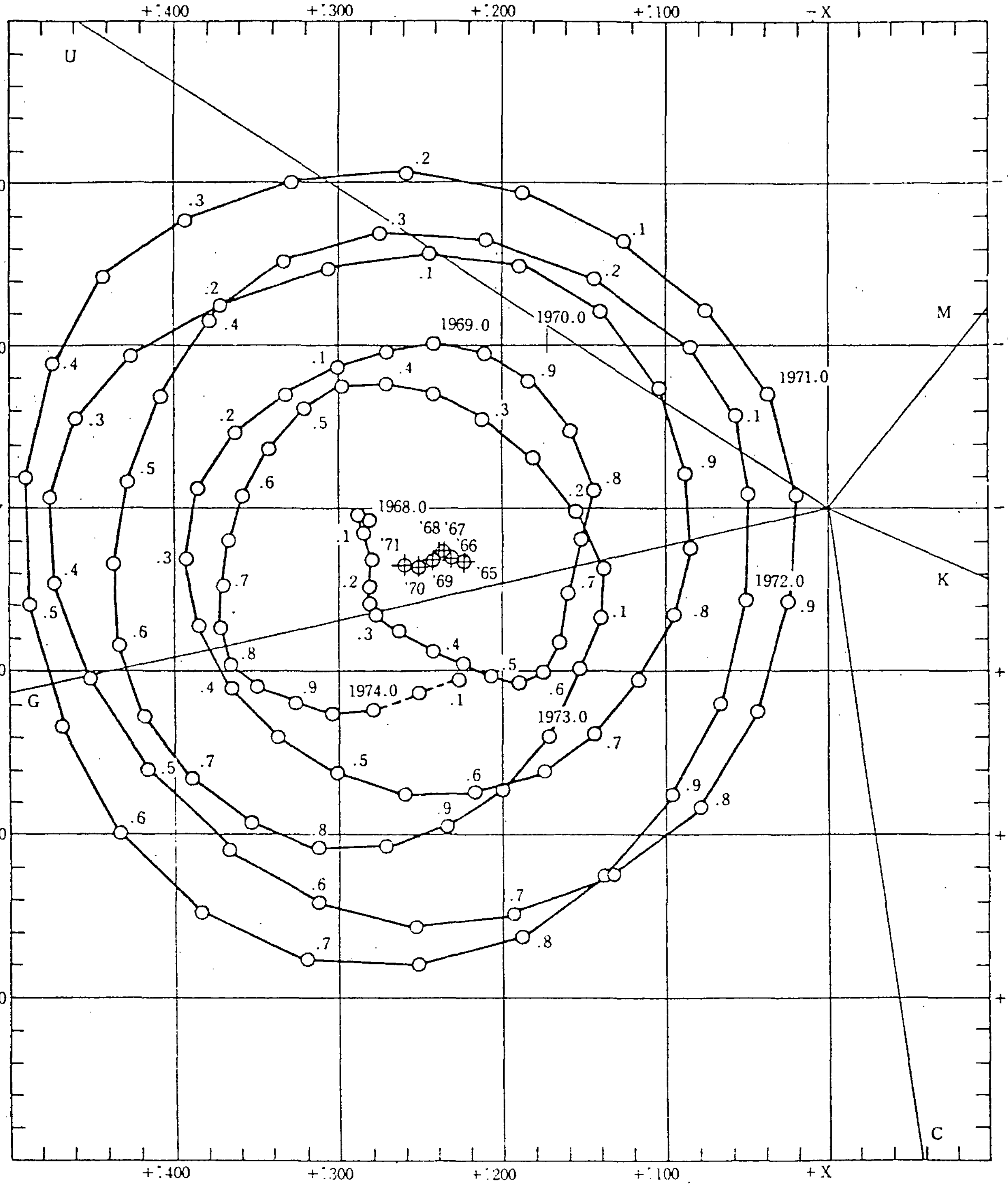


Figura D.9 Órbita polar no período 1962,0-1974,1(IPMS)

Euler modificado pela deformação elástica rotacional da Terra (devido a força centrífuga),existem três grupos principais de movimentos do polo:

a) movimentos sazonais,

b) movimento secular e

c) movimentos irregulares.

Os movimentos sazonais compreendem períodos anual (movimento elíptico já mencionado) e semi anual.O movimento anual é amplificado pelo efeito de ressonância devido a sua proximidade do período de Chandler. A composição destes dois períodos produz um efeito de batimento com período de seis anos, aproximadamente. O componente anual deve-se, principalmente, aos movimentos atmosféricos de período anual: a perda, no inverno, de massa de ar sobre o Atlântico Norte(América) e o ganho correspondente sobre a Ásia(Sibéria) |7|. As causas do movimento semi anual ainda são incertos mas os movimentos de águas subterrâneas parecem ter influência |7|. Outros termos de curto período (quinzenal e mensal) tem, provávelmente origem meteorológica |9|.

O movimento secular, presente na figura D.9 através do deslocamento do baricentro (≃ polo da figura), pode ser, na realidade,composto de um movimento aparente, causado pelo deslocamento sistemático dos observatórios, devido a deslocamentos horizontais na crosta, ou variações na direção de suas verticais |6|, e um movimento verdadeiro causado por mudanças na distribuição de massas da Terra ainda não satisfatóriamente explicadas |9| |10|. Além do movimento secular, parece existir um outro movimento de longo período (~24 anos), do tipo li bracional, evidenciado empíricamente por Markowitz e atribuído a presença do núcleo interno sólido |9|.

A adoção, para a Terra, de um modelo com núcleo líquido acoplado inercialmente ao manto, implica na existência de mais um tipo de movimento do polo: o movimento livre, quase diurno, retrógrado, dado pela solução homogênea das equações do movimento combinado do manto e do núcleo. Seu período é aproximadamente 3 minutos menor que o dia sideral, de acordo com os modelos de Jeffreys e Vicente e Molodenskii, citados em |3| e |9|.

Vimos que no caso da Terra rígida, na ausência de torques externos, a amplitude do movimento euleriano permanece constante. Contudo, o fato de a Terra não ser rígida,assim como a presença de forças externas, levaria teóricamente ao amortecimento da amplitude do movimento chandleriano devido a dissipação de energia associada a este movimento. Pode-se supor, de forma genérica, duas causas de dissipação: fricção originada de maré e fricção interna (manto-núcleo) |7|, |11|. As teorias existentes a respeito não permitem ainda conclusões precisas.

A despeito da previsão teórica de amortecimento, a amplitude observada do movimento chandleriano não parece decrescer significativamente durante um longo período de tempo. Esta constatação aponta para a existência de um mecanismo de excitação. Até agora nenhuma das teorias existentes explica satisfatóriamente este mecanismo. A explicação mais provável o relaciona aos terremotos, embora não esteja excluída a influência de movimentos irregulares do núcleo e variações irregulares da atmosfera na manutenção do movimento chandleriano.

A determinação dos parâmetros do movimento do polo (períodos e amplitudes) para comparação com aqueles determinados teòricamente é realizada através das coordenadas observadas do polo. O período, T, pode ser obtido dos dados através de um dos vários métodos de análise espectral (técnica usada para determinar a freqüência ou período desconhecido de uma dada série temporal). A amplitude média para um certo conjunto de dados pode então ser determinada através de um ajustamento por mínimos quadrados, que dará as curvas periódicas melhor ajustadas (para ambos os componentes, X e Y), com período T.

D.3.3 MOVIMENTOS DO EIXO DE ROTAÇÃO NUM SISTEMA DE REFERÊNCIA INERCIAL

O movimento do eixo do momento angular no espaço é o menos sensível em relação aos movimentos de massa da Terra. As redistribuições de massa afetam o movimento de $\vec{H}$ apenas através de seu efeito sobre os torques luni-solares. FEDOROV*, citado em |3|, mostrou que os torques luni-solares calculados para os modelos rígidos e perfeitamente elástico da Terra diferem apenas na ordem de 10^{-6}. Com tal nível de precisão, portanto, o cálculo da nutação do eixo do momento angular pode ser baseado no modelo da Terra rígida. Devido a pequena separação entre o eixo do momento angular e o eixo de rotação, o conjunto de nutações oficialmente adotado para o eixo de rotação é aquele do eixo do momento angular, baseado na solução das

*FEDOROV, E.P. Nutation and forced motion of the Earth's pole. Nova York. The MacMillan Company, 1963.

equações de Poisson para o modelo da Terra rígida (Suplemento do AENA, 1961).

A rigor, os movimentos do eixo de rotação em relação ao eixo do momento angular, correspondentes as soluções homogênea e com torque para o sistema de referência fixo a Terra, deveriam, após sua transformação para o sistema inercial, em termos de variações dos ângulos de Euler, ser adicionados as nutações de $\vec{H}$ obtidas da solução de Poisson. Os termos correspondentes a nutação livre e as nutações diurnas luni-solares, são pequenos, embora os últimos tenham amplitude maior no modelo elástico, devido a maior separação entre OR e OH (ver tabela D.1).

No modelo com núcleo líquido, inercialmente acoplado ao manto elástico, ao movimento livre quase diurno que ocorre no sistema fixo a Terra, corresponde, no sistema inercial, um movimento denominado nutação livre associada ao movimento livre quase diurno, com período aproximado de 464 dias.

Jeffreys e Vicente e Molodenskii, citados em |3| e |9|, mostraram que as marés diurnas cuja freqüência está próxima a freqüência do movimento livre quase diurno deveriam sofrer modificação por ressonância. Este fenômeno é conhecido por ressonância do núcleo. Jeffreys e Vicente, assim como Molodenskii, deram estimativas da variação das amplitudes de maré,que podem ser convertidas em mudanças nas nutações através da série que exprime o torque. Melchior |5| fez uma análise dos efeitos do núcleo líquido sobre as nutações baseado em vários modelos. A ressonância do núcleo explica a discrepância entre a nutação principal calculada para o modelo rígido (~9,22") e a observada (~9,20"), pois os cálculos com o modelo do núcleo líquido resultaram em valor mais próximo ao observado. Com a amplificação de nutações aparece uma nutação anual em obliqüidade, embora de pequena amplitude (~0,006") que não existiria sem a ressonância do núcleo.

A confirmação experimental das correções necessárias ao modelo de uma Terra deformável, através de observações muito precisas, ajudará a testar os modelos de Terra adotados pelos teóricos.

A tabela D.2 fornece um sumário da terminologia (vertida para o português) relacionada aos movimentos do eixo de rotação que pode ser encontrada na bibliografia especializada. Os termos de cada quadrícula designam o mesmo movimento.

D.3.4 VARIAÇÕES DA VELOCIDADE DE ROTAÇÃO

Há, essencialmente, três diferentes tipos de tempo envolvidos na discussão da rotação da Terra:

1) O tempo sideral e o tempo universal (TU) são ambos baseados na rotação diurna da Terra, sendo relacionados um ao outro por fórmulas rigorosas. O tempo sideral é medido pelo ângulo horário do equinócio vernal, enquanto o tempo universal é determinado a partir do ângulo horário do "sol médio" em relação ao meridiano de Greenwich.

2) O tempo atômico (TA) é baseado na radiação eletromagnética produzida pela transição entre dois níveis de energia de um átomo. É fornecido pelos relógios atômicos, com precisão de até 1 parte em 10^{14}.

TABELA D.2 TERMINOLOGIA RELACIONADA AOS MOVIMENTOS DO EIXO INSTANTÂNEO DE ROTAÇÃO |3|

MODELO	CAUSA	Movimento do Polo (movimento num sistema terrestre)	Nutação (movimento num sistema inercial)
Rígido ou Elástico	sem torque externo	1a. Movimento de Chandler (modelo elástico) 1b. Movimento de Euler (modelo rígido)	Nutação livre
	torque luni-solar	1. Termos de Oppolzer 2. Movimentos diurnos forçados 3. Variação dinâmica da latitude(longitude) 4. Movimento diurno do polo	1. Nutações astronômicas 2. Nutações forçadas 3. Nutações
Núcleo Líquido	sem torque externo	1. Movimento livre quase diurno 2. Nutação livre quase diurna	1. Nutação livre associada ao movimento livre quase diurno 2. Nutação livre principal do núcleo
	ressonância do núcleo	causa variações no movimento diurno do polo e nutação(sem denominação)	

3) O tempo das efemérides (TE) é a medida de tempo(presumìvelmente uniforme) que aparece como variável independente nas equações do movimento da mecânica Newtoniana e é definido pelos movimentos do Sol, Lua e planetas nos últimos séculos . Se a rotação da Terra fosse uniforme (e certas outras condições satisfeitas), as efemérides, posições tabuladas de acordo com a mecânica Newtoniana, e as posições observadas estariam em concordância.

Os sistemas de tempo rotacional são afetados

a) pelo movimento do polo, devido a variação da longitude e

b) por variações na velocidade de rotação da Terra.

Estas variações são de três tipos:

1) sazonais e de curto período

2) seculares e

3) irregulares.

Devido a estas influências, cada sistema de tempo rotacional é dividido em três categorias, caracterizadas pelos números 0, 1 e 2. Para o TU, por exemplo, temos:

TU0, é o TU deduzido diretamente das observações;

TU1, é o TU corrigido dos efeitos do movimento do polo, representando a rotação real da Terra |6|;

TU2, é o TU corrigido dos efeitos do movimento do polo e das variações periódicas na velocidade, contendo, portanto, ainda as variações irregulares e secular |6| e alguns pequenos efeitos sazonais, pois as variações sazonais podem variar de amplitude e fase de ano para ano |9|.

Atē o advento do TA as irregularidades na velocidade de rotação da Terra eram indicadas pela diferença TE-TU (figura D.10); apōs 1955 elas podem ser obtidas de TU2-TA.

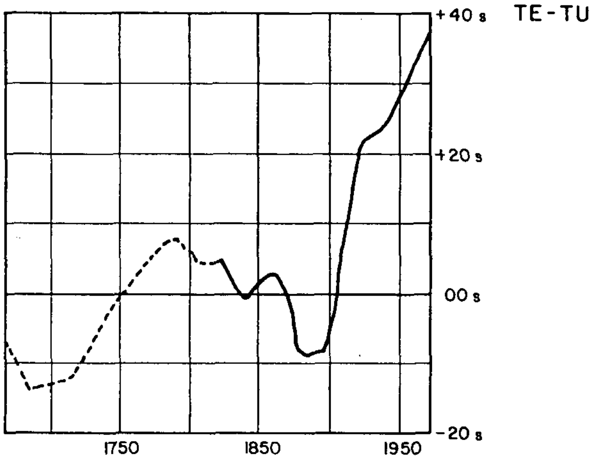


Figura D.10 Variações irregulares e secular, na velocidade de rotação da Terra |6|

As variações sazonais e de curto perīodo compreendem perīodo anual, semi-anual, mensal e quinzenal. São variações que se repetem mais ou menos de ano a ano e devem-se as marēs terrestres e causas meteorolōgicas, principalmente ventos |7|. As marēs terrestres exercem efeito sobre a velocidade de rotação atravēs da variação do momento de inērcia C. As ūnicas deformações capazes de produzir variação em C são as produzidas pelas forças zonais das marēs de longo perīodo. As forças de marē de longo perīodo devidas ao Sol tem perīodo de 6 meses e 1 ano, enquanto as produzidas pela Lua tem perīodo quinzenal e mensal. A variação anual (amplitude $\simeq$ 20 - 25 ms) deve-se principalmente aos ventos, a semi-anual (amplitude $\simeq$ 9 ms) principalmente a marē terrestre semi-anual devida ao Sol. As variações quinzenal e mensal (amplitude $\simeq$ 1 ms) devem-se as marēs terrestres quinzenal e mensal produzidas pela Lua. As causas das variações sazonais não estão ainda satisfatōriamente explicadas pois existem discrepâncias entre valores teóricos e observados. Recentemente foi reportada a existência de um termo bienal presumivelmente relacionado as oscilações atmosféricas com período de 26 meses |9|.

As acelerações seculares podem ser positivas e negativas mas a aceleração secular resultante é negativa, implicando, portanto, no aumento progressivo da duração do dia. As variações seculares foram detectadas: a) numa escala de tempo geológica, através do estudo paleontológico dos corais de mares quentes, cuja estrutura externa exibe um padrão de sulcos formados diàriamente, com modulação anual, a partir do qual é possível obter o número de dias contidos em 1 ano |5|; b) no tempo histórico, a partir de registros de posições e épocas de eclipses antigas que remontam a 2000 anos atrás e c) recentemente, em tempos modernos, a partir de medidas das acelerações orbitais da Lua, Sol e planetas, que abrangem um período de 270 anos |7|. De acordo com a Paleontologia, o ano trópico, atualmente com 365,25 dias solares médios de 24 horas, compreendia, no período devoniano, há 380 milhões de anos, 398,75 dias de 21,98 horas |5|.

As variações seculares devem-se a efeitos das marés (oceânicas, terrestres e atmosféricas) e a outras causas, ainda não satisfatòriamente comprovadas, de menor influência |7|. A maior contribuição é devida ao atrito das marés oceânicas e terrestres, que transfere momento angular da rotação da Terra para a órbita lunar. Consideremos a figura D.11. A velocidade de rotação da Terra, ω (período de 24 horas), é maior que a velocidade orbital da Lua, n (período de 27 dias). O abaulamento produzido pela maré setorial semi-diurna, levado pela ro tação terrestre, aparece em avanço em relação a Lua. Ele está, na realidade, atrasado em relação a seu movimento retrógrado. que deveria mantê-lo alinhado com a direção da Lua. Esta defasagem não existiria se os oceanos tivessem fluidez perfeita e as partes sólidas perfeita elasticidade. Neste caso, os movimentos produzidos pelas marés se realizariam sem atritos e os abaulamentos opostos estariam exatamente alinhados na direção da Lua. Na realidade, existem forças de atrito entre as partes sólidas e líquidas da Terra, que impedem este alinhamento instantâneo.

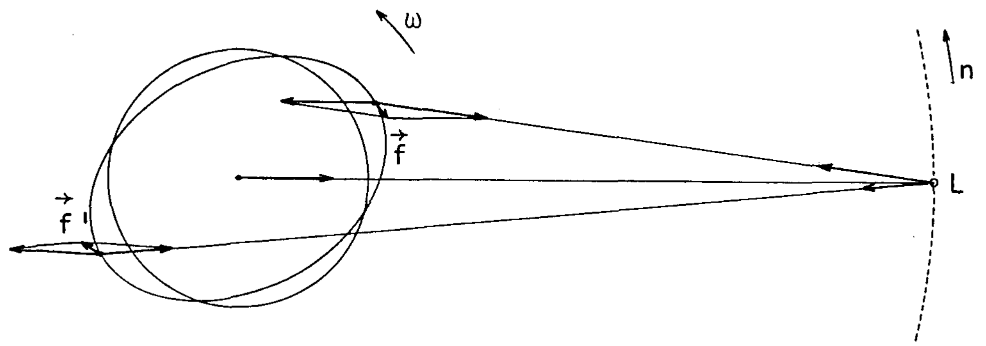


Figura D.11 Sistema de forças causado pela ação entre a Lua e o abaulamento produzido pela maré semi-diurna

A figura coloca em evidência:

1) um torque que freia a rotação da Terra e aumenta a duração do dia;

2) uma força que acelera a Lua em sua órbita.

O equilíbrio da Lua em sua órbita traduz-se pela equação:

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2} \quad \text{ou} \quad v^2 = G \frac{M}{r} \tag{D-30}$$

onde v é a sua velocidade tangencial (nr). Quando ela é acelerada, tende a escapar pela tangente. Contudo, de (D-30) temos

$$v^2 r = \text{constante}, \tag{D-31}$$

donde

$$2r\,dv + v\,dr = 0. \tag{D-32}$$

Portanto, se $dr > 0$,

$$dv = -\frac{v\,dr}{2r} \tag{D-33}$$

e o equilíbrio se restabelece por uma diminuição da velocidade da Lua em sua órbita.

Este resultado é, a primeira vista, surpreendente: uma aceleração imposta a Lua resulta na diminuição de sua velocidade orbital. Mas a distância Terra-Lua aumentou e, portanto, também o período lunar. Assim, a aceleração aparente da Lua devida a diminuição da velocidade de rotação da Terra, e conseqüente aumento do dia, é parcialmente mascarada por uma diminuição real da velocidade orbital.

Neste processo, a energia potencial gravitacional do sistema Terra-Lua aumentou de

$$dE_{pot} = d\left(-G\,\frac{Mm}{r}\right) = G\,\frac{Mm}{r^2}\,dr \tag{D-34}$$

enquanto a energia cinética orbital da Lua diminuiu

$$dE_{cin} = d\left(\frac{1}{2}\,mv^2\right) = m\,v\,dv \tag{D-35}$$

A partir de (D-32) e de (D-30) podemos escrever a (D-35) como

$$dE_{cin} = -\frac{1}{2} m \frac{v^2}{r} dr = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r^2} dr, \qquad (D-36)$$

que, comparada com a (D-34), resulta em

$$dE_{cin} = -\frac{1}{2} dE_{pot} \qquad (D-37)$$

A outra metade do crescimento da energia potencial gravitacional do sistema Terra-Lua deve ser suprida pela energia cinética de rotação da Terra, que diminui, acarretando o aumento da duração do dia. Há, então, no sistema Terra-Lua, uma transferência de momento angular do movimento de rotação para o movimento orbital. O torque L que atua sobre a Terra, realiza trabalho a uma taxa |5|:

$$\dot{E} = L\,(\omega - n), \qquad (D-38)$$

energia esta dissipada sob forma de calor, a cada segundo, na terra sólida e nos oceanos. As marés terrestres são responsáveis por cerca de 10 a 25% da dissipação total |7|, devendo - se a maior contribuição a dissipação de energia ao atrito das correntes das marés com o leito dos oceanos, principalmente os leitos menos profundos, pois nos mais profundos as correntes das marés são fracas. A dissipação dentro do volume dos oceanos também pode ser negligenciada.

O efeito do Sol é aproximadamente cinco vezes menor que o da Lua, |5| e |7|, e os planetas tem efeito ainda menor. A desaceleração orbital do Sol e planetas é completamente omissível em vista da desaceleração da Lua.

As variações irregulares podem ser divididas em três categorias: variações de poucos milisegundos na duração do dia num período de muitas décadas, variações de poucos milisegundos no período de alguns anos até uma década e variações de uma fração de milisegundo no período de algumas semanas ou meses ("abruptas"). As variações de maior período devem-se provàvelmente a interações de natureza eletromagnética entre o núcleo e o manto, enquanto as de menor período são mais provàvelmente causadas por ventos, embora não esteja descartada a influência de outras interações entre o núcleo e o manto |9|.

As tabelas D.3 e D.4 resumem o espectro de variações na rotação da Terra, tanto na orientação do eixo como na velocidade de rotação (orientação e módulo de $\vec{\omega}$) e os mecanismos físicos que reconhecida ou presumìvelmente as ocasionam |9|.

TABELA D.3 Movimentos rotacionais da Terra |9|

A. Orientação inercial do eixo de rotação	B. Orientação terrestre do eixo de rotação	C. Velocidade de rotação
1. Precessão: amplitude 23,5°; período ≃ 25800 anos.	1. Movimento secular do polo: ≃0,2" em 70 anos.	1. Aceleração secular: $\dot{\omega}/\omega \simeq -5 \times 10^{-10}$/ano.
2. Decréscimo da obliqüidade: ≃47"/séc.; discrepância entre valores teóricos e observados de 0,1"/séc.(?)	2. Movimento de Markowitz: amplitude ≃0,02"(?); período 24 - 40 anos(?).	2. Variações irregulares com períodos de: a) séculos, $\dot{\omega}/\omega \leqslant \pm 5 \times 10^{-10}$/ano. b) 1 a 10 anos, $\dot{\omega}/\omega \leqslant \pm 80 \times 10^{-10}$/ano; c) algumas semanas ou meses ("abruptas"), $\omega/\omega \leqslant \pm 500 \times 10^{-10}$/ano.
3. Nutação principal: amplitude 9,20" em obliqüidade; período ≃18,6 anos.	3. Movimento chandleriano: amplitude (variável) ≃0,15"; período 425-440 dias; tempo de amortecimento 10-70 anos(?).	3. Variações sazonais e de curto período: a) bienal, amplitude ≃9ms; b) anual, amplitude ≃ 20-25 ms; c) semi-anual, amplitude ≃9 ms; d) mensal e quinzenal, amplitude ≃1 ms.
4. Outras contribuições periódicas a nutação em obliqüidade e longitude: amplitudes <1"; períodos 9,3 anos, anual, semi-anual e mensal.	4. Movimentos sazonais: anual, amplitude ≃0,09"; semi-anual, amplitude ≃0,01".	
	5. Movimento mensal e quinzenal: amplitudes (teóricas) ≃0,001".	
	6. Movimento livre quase diurno: amplitude ⩽ 0,02"(?); período(s) alguns minutos menor que o dia sideral.	
	7. Termos de Oppolzer: amplitudes ≃0,02"; períodos iguais aos das nutações.	

TABELA D.4 Mecanismos com efeitos agora distinguíveis sobre a rotação da Terra |9|

MECANISMO	EFEITOS(ver na tabela D.1)
SOL	
Torque gravitacional	A,B7,C1,C3c
Torque do vento solar	C2c(?)
LUA	
Torque gravitacional	A,B7,C1,C3d
MANTO	
Elasticidade	B1,B3-4,C1-2a,C3c-d
Terremotos	B1,B3
Atrito	B3(?),C1
Viscosidade	C2a
NÚCLEO LÍQUIDO	
Acoplamento inercial	A3-4,B2,B6
Acoplamento topográfico	C2b-c(?)
Acoplamento eletromagnético	A2(?),B3,C2
NÚCLEO INTERNO SÓLIDO	
Acoplamento inercial	B2(?)
OCEANOS	
Carga e inércia	B1,B3,B5,C2a
Atrito	B3(?),C1
ÁGUAS SUBTERRÂNEAS	
Carga e inércia	B4
ATMOSFERA	
Carga e inércia	B4
Pressão dos ventos	C2c, C3a-c
Maré atmosférica	C1

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. GOLDSTEIN,H. Classical Mechanics.1.ed. Reading, Addison-Wesley, 1973. 399 p.

02. LANDAU,L. & LIFCHITZ,E. Mécanique.2.ed. Moscou, Editions Mir, 1966. 227 p.

03. LEICK,A. The observability of the celestial pole and its nutations. Reports of the Department of Geodetic Science, 262, The Ohio State University, Columbus,1978,91p.

04. MA,C. Very long baseline interferometry applied to polar motion, relativity and geodesy. Maryland, 1978. 367 p. Dissertação. Ph.D., University of Maryland.

05. MELCHIOR,P. Physique et dynamique planétaires. Louvain , Vander, 1971-3. 4v.

06. MUELLER,I.I. Spherical and practical astronomy as applied to geodesy. New York,Frederick Ungar, 1969. 615 p.

07. MUNK,W.H. & MACDONALD,G.J.F. The rotation of the Earth. London, Cambridge University Press, 1960. 323 p.

08. NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION. The Terrestrial environment: solid-earth and ocean physics. NASA CR-1579, Report. Washington, D.C., 1970.

09. ROCHESTER,M.G. The Earth's rotation. In: MUELLER,I.I.,ed. Proceedings of the Geodesy/Solid Earth and Ocean Physics (GEOP) research conferences. Reports of the Department of Geodetic Science, 231, p. 27-39, The Ohio State Uni

versity, Columbus, 1975.

10. SOLER,T. Global plate tectonics and the secular motion of the pole. Reports of the Department of Geodetic Science, 252, The Ohio State University, Columbus,1977,209p.

11. VANICEK,P. Earth-Pole Wobble.2.ed. Fredericton, University of New Brunswick, 1974. 30 p. (Lecture Notes,25. Department of Surveying Engineering).

12. VICENTE,R.O. The values of the nutations and of the period of the variation of latitude. Separata de Vistas in Astronomy, 5. Oxford, Pergamon Press, 1964. 9 p.