

Artur Caldas Brandão

**POSSIBILIDADES DE EMPREGO DE UM CAMPO DE PONTOS PLANIMÉTRICO  
COMO DEFINIDOR DE UM COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES**

Dissertação de Mestrado apresentada como pré-requisito para obtenção do título de Mestre em Ciências do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná.

Curitiba - 1996

Artur Caldas Brandão  
Engenheiro Agrimensor

**POSSIBILIDADES DE EMPREGO DE UM CAMPO DE PONTOS PLANIMÉTRICO  
COMO DEFINIDOR DE UM COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES**

Dissertação de Mestrado apresentada como pré-requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciências do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Quintino Dalmolin  
Co-Orientador: Prof. Dr. Tarcísio Ferreira Silva

Curitiba - 1996

**POSSIBILIDADES DE EMPREGO DE UM CAMPO DE PONTOS PLANIMÉTRICO  
COMO DEFINIDOR DE UM COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES**

por

Artur Caldas Brandão

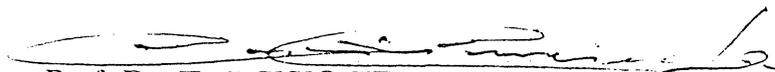
Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:



Prof. Dr. QUINTINO DALMOLIN - Orientador



Prof. Dr. HANS-PETER BÄHR - Membro



Prof. Dr. TARCISIO FERREIRA DA SILVA - Membro

Aos meus pais, irmãos e sobrinhos;  
às minhas avós;

a Madalena e Mariana  
com muito carinho.

## AGRADECIMENTOS

A todos os trabalhadores do Brasil, responsáveis pela criação e manutenção das Instituições públicas deste País, dentre as quais agradeço de forma particular, por estarem diretamente envolvidas com este trabalho:

- à Universidade Federal do Paraná (UFPR), mantenedora do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas;
- à CAPES, pela bolsa de estudos concedida durante a fase de desenvolvimento dos créditos;
- ao Departamento de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), pela acolhida, e onde encontrei todas as portas abertas necessárias para o pleno desenvolvimento deste trabalho, incluindo aí recursos materiais - laboratórios, equipamentos, biblioteca -, e também as valiosas discussões com professores e alunos;
- ao Departamento de Transportes da Universidade Federal da Bahia (UFBA), onde atualmente encontro-me como docente, e que não mediu esforços para viabilizar a conclusão da dissertação, inclusive liberando-me de minhas atividades por vários períodos;

Agradeço também àquelas pessoas que diretamente contribuíram para o desenvolvimento do trabalho:

- ao Prof. Dr. Tarcísio Ferreira Silva, da UFPE, pela idealização do tema, pela orientação precisa, pelo acompanhamento crítico, e extrema dedicação ao trabalho como um todo;
- à Prof. Andréa Flávia Tenório Carneiro, da UFPE, pelas valiosas críticas e sugestões;
- ao Eng. Marconi Antão dos Santos, pelas sugestões e principalmente pela ajuda nos trabalhos de campo do experimento;
- ao Eng. Daniel Carneiro pela ajuda em parte do experimento de campo;
- aos colegas - Andrea, Gagg, Jucilei, Marconi, Otávio, Pablo, Paulo, Ronaldo - da turma do C.P.G.C.G / UFPR, pelos incentivos na fase dos créditos;
- a todos aqueles que deram pequenas, mas importantes colaborações.

E um agradecimento especial ao apoio indispensável:

- de Madalena, companheira dedicada, que acompanhou com extrema paciência e tolerância, todo o desenvolvimento do trabalho
- dos Tios Cidinha e Pedro, pela acolhida em Recife, pelos incentivos e tudo mais,
- dos meus Pais, que sempre estiveram presentes em todos os momentos de minha vida.

## SUMÁRIO

	TERMO DE APROVAÇÃO	i
	DEDICATÓRIA	ii
	AGRADECIMENTOS	iii
	SUMÁRIO	iv
	LISTA DE FIGURAS	vi
	LISTA DE TABELAS	viii
	LISTA DE ANEXOS	ix
	RESUMO	x
	ABSTRACT	xi
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>01</b>
	1.1 OBJETIVOS	01
	1.2 JUSTIFICATIVA	02
	1.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	05
<b>2</b>	<b>COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES</b>	<b>08</b>
	2.1 CALIBRAÇÃO DE MEDIDORES ELETRÔNICOS DE DISTÂNCIAS	08
	2.2 LINHA BASE COLINEAR	09
	2.3 CALIBRAÇÃO DE DISTANCIÔMETRO NUMA LINHA BASE COLINEAR	11
	2.3.1 Calibração com Distâncias Padrão Não Conhecidas	13
	2.3.2 Calibração com Distâncias Padrão Conhecidas	17
<b>3</b>	<b>CAMPO DE PONTOS PLANIMÉTRICO</b>	<b>20</b>
	3.1 FINALIDADES DE UM CAMPO DE PONTOS	20
	3.2 OTIMIZAÇÃO DE UM CAMPO DE PONTOS	22
	3.2.1 Otimização da Configuração Geométrica	25
	3.2.2 Procedimentos de Otimização de um Campo de Pontos	27
	3.3 CRITÉRIOS DE QUALIDADE DE UM CAMPO DE PONTOS	30
	3.4 CRITÉRIOS DE PRECISÃO DE UM CAMPO DE PONTOS	33
	3.4.1 Critérios Globais de Precisão	34
	3.4.2 Critérios Específicos de Precisão	35
	3.5 MODELO DE AJUSTAMENTO DE UM CAMPO DE PONTOS PLANIMÉTRICO	38
	3.5.1 Campo de Pontos com Injunções Posicionais - Ajustamento Clássico	40
	3.5.2 Campo de Pontos sem Injunções Posicionais - Ajustamento Livre	41
<b>4</b>	<b>PLANEJAMENTO DO EXPERIMENTO - TESTES DE LABORATÓRIO E DE CAMPO</b>	<b>43</b>
	4.1 ERROS NO PROCESSO DE MEDIÇÃO ANGULAR	43
	4.1.1 Variáveis Internas	44
	4.1.2 Variáveis Externas	46
	4.2 MEDIÇÃO DA TEMPERATURA AMBIENTE	49
	4.2.1 Características da Medição da Temperatura	49
	4.2.2 Resultado da Medição da Temperatura - Indicação do Período de Maior Estabilidade	52
	4.3 MEDIÇÃO DOS EFEITOS DA REFRAÇÃO	53
	4.4 TESTE DE PONTARIA COM O SINAL	56
	4.4.1 Teste em Laboratório	56

	4.4.2 Teste no Campo	57
	4.5 TESTE DA PRECISÃO ANGULAR INTERNA DO TEODOLITO - MÉTODO PRUSSIANO	58
	4.5.1 Teste em Laboratório	59
	4.5.2 Teste no Campo	60
	4.6 TESTE DA PRECISÃO LINEAR INTERNA DO DISTANCIÔMETRO	61
	4.6.1 Teste em Laboratório	62
	4.6.2 Teste no Campo	63
<b>5</b>	<b>SIMULAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA DO CAMPO DE PONTOS</b>	<b>66</b>
	5.1 PROGRAMA "NETZ2D" DE ANÁLISE E AJUSTAMENTO DE REDE PLANIMÉTRICA	66
	5.1.1 Arquivo de Dados de Entrada do Programa "NETZ2D"	68
	5.1.2 Modelo Funcional e Estocástico do Programa "NETZ2D"	70
	5.2 CARACTERÍSTICAS GERAIS DA LINHA BASE DA UFPE	71
	5.2.1 Características Físicas e Topográficas da Área	71
	5.2.2 Características Físicas e Construtivas da Linha Base	72
	5.3 PLANEJAMENTO DO CAMPO DE PONTOS - OTIMIZAÇÃO	74
	5.3.1 Processo de Simulação da Otimização da Configuração Geométrica do Campo de Pontos	75
	5.3.2 Simulação do Tempo de Medição	76
	5.3.3 Definição do Campo de Pontos Otimizado no Processo de Simulação	77
	5.3.3.1 Simulação Apenas com Distâncias	79
	5.3.3.2 Simulação com Todas as Observações Possíveis de Ângulos e Distâncias	81
	5.3.3.3 Simulação com a Eliminação de Observações	82
	5.3.3.4 Simulação com a Eliminação de Pontos Novos	86
	5.3.3.5 Melhorando a Configuração - Obtenção da Rede Otimizada	90
	5.3.4 Planejamento da Medições	92
	5.4 SIMULAÇÃO USANDO UM ÚNICO PADRÃO METROLÓGICO DE DISTÂNCIA	95
	5.4.1 Definição de um Padrão Metrológico de Distância	96
	5.4.2 Procedimento de Simulação	96
<b>6</b>	<b>MEDIÇÕES E RESULTADOS OBTIDOS PARA O COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES DA UFPE</b>	<b>100</b>
	6.1 MEDIÇÕES REALIZADAS NO CAMPO DE PONTOS	100
	6.1.1 Características do Campo de Pontos Implantado	102
	6.1.2 Medidas Lineares	103
	6.1.3 Medidas Angulares	104
	6.2 AJUSTAMENTO DO CAMPO DE PONTOS - USO DO PROGRAMA "NETZ2D"	106
	6.3 CONDIÇÃO GEOMÉTRICA DO COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES DA UFPE	109
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	<b>111</b>
<b>8</b>	<b>ANEXOS</b>	<b>116</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>126</b>

## LISTA DE FIGURAS

01 - CAMPO DE PONTOS ADEQUADO PARA ESTABELEECER UM COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES	5
02 - ESQUEMA DO CONJUNTO DAS DISTÂNCIAS OBSERVADAS NUMA LINHA BASE DE 7 PILARES	10
03 - PROCEDIMENTO DE SIMULAÇÃO DE UM CAMPO DE PONTOS	29
04 - RELAÇÃO ENTRE PRECISÃO E EXATIDÃO ("ACCURACY")	31
04a - PLANTA PLANIMÉTRICA DA ÁREA INVESTIGADA COM OS PONTOS ONDE MEDIU-SE A TEMPERATURA	50
05 - GRÁFICO DO COMPORTAMENTO TEMPORAL DA TEMPERATURA - MÉDIA ENTRE OS PONTOS AVALIADOS	52
06 - MODELO DE ALVO USADO PARA A MEDIDA DO EFEITO DA REFRAÇÃO	54
07 - GRÁFICO DO EFEITO DA REFRAÇÃO LATERAL NA MEDIDA DE UMA DIREÇÃO HORIZONTAL DURANTE 24h	55
08 - MODELOS DE SINAIS USADOS NOS TESTES	56
09 - BLOCO DE INFORMAÇÕES DO ARQUIVO DE DADOS DE ENTRADA DO "NETZ2D"	68
10 - DISPOSIÇÃO GEOMÉTRICA DOS PILARES DA LINHA BASE DA UFPE	73
11 - DETALHES DA LINHA BASE DA UFPE	74
12 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 1	80
13 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 2	80
14 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 3	83
15 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 4	83
16 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 5	84
17 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 6	84
18 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 7	87
19 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 8	87
20 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 9	89
21 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 10	89

22 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 11	91
23 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 12	91
24 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 13	93
25 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO - CONFIGURAÇÃO 14	93
26 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO COM UM ÚNICO PADRÃO METROLÓGICO - CONFIGURAÇÃO 1	98
27 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO COM UM ÚNICO PADRÃO METROLÓGICO - CONFIGURAÇÃO 2	99
28 - CAMPO DE PONTOS MEDIDO	108

## LISTA DE TABELAS

01 - PRINCIPAIS ERROS INSTRUMENTAIS E SUA ELIMINAÇÃO	44
02 - CARACTERÍSTICAS DOS PONTOS ONDE MEDIU-SE A TEMPERATURA	50
03 - DESVIOS-PADRÃO DAS MEDIDAS DE DIREÇÕES PELO MÉTODO PRUSSIANO	59
04 - DISTÂNCIAS MEDIDAS NO TESTE PARA AVALIAR A PRECISÃO DO DISTANCIÔMETRO	64
05 - DISTÂNCIAS DETERMINADAS NO TESTE PARA AVALIAR A EXATIDÃO DO DISTANCIÔMETRO	65
06 - DIMENSÕES DOS PILARES DOS PONTOS DA LINHA BASE	73
07 - DESVIOS-PADRÃO INDIVIDUAIS DAS MEDIDAS DE DISTÂNCIAS	104
08 - DESVIOS-PADRÃO DAS DIREÇÕES CALCULADAS PELO MÉTODO PRUSSIANO	106
09 - COORDENADAS AJUSTADAS COM AS RESPECTIVAS INCERTEZAS	107
10 - DISTÂNCIAS AJUSTADAS ENTRE OS PONTOS DA LINHA BASE DA UFPE E AS CORRESPONDENTES ELÍPSES DE CONFIANÇA RELATIVAS	109

## LISTA DE ANEXOS

8.1 - TABELA DAS MEDIÇÕES DO EFEITO DA REFRAÇÃO LATERAL E VERTICAL	117
8.2 - EXEMPLO DE DETERMINAÇÃO DE DIREÇÕES PELO MÉTODO PRUSSIANO	118
8.3 - FLUXOGRAMA RESUMIDO DO PROGRAMA “NETZ2D”	119
8.4 - EXEMPLO DE UM ARQUIVO DE DADOS DO “NETZ2D” NO MODO ANÁLISE DE REDE	120
8.5 - ARQUIVO DE DADOS DO “NETZ2D” NO MODO AJUSTAMENTO COM AS MEDIDAS OBSERVADAS DO CAMPO DE PONTOS AVALIADO	122
8.6 - ELEMENTOS DE SAÍDA DA REDE AJUSTADA PELO “NETZ2D”	124

## RESUMO

O procedimento clássico usado para determinar as distâncias interpilares de uma linha base multipilar para calibração de distanciômetros, consiste em avaliar essas distâncias diretamente, usando equipamentos de alta precisão. Nesse caso, a precisão final das distâncias interpilares fica limitada à precisão do próprio equipamento usado.

Neste trabalho, foi desenvolvido um procedimento metodológico para definir as distâncias interpilares de uma linha base a partir de um campo de pontos planimétrico, em que os pontos da linha base foram incluídos. Para tanto, a configuração geométrica do campo de pontos foi adequadamente otimizada através de procedimentos de simulação. Garantiu-se assim que os resultados esperados para a precisão final dos pontos da rede fossem obtidos antes mesmo do trabalho de campo ser conduzido. O programa “NETZ2D” de análise e ajustamento de redes 2D foi usado como ferramenta computacional.

Os experimentos realizados no processo de simulação e de medição do campo de pontos, foram conduzidos sobre a linha base da UFPE. Na medição do campo de pontos otimizado, garantiu-se o controle do processo de medição em termos de escolha adequada do período de medição e dos equipamentos. Verificou-se que a metodologia proposta, quando comparado ao procedimento clássico, apresentou vantagens em termos de facilidades de implementação bem como nos resultados obtidos. No experimento realizado, as distâncias interpilares da linha base da UFPE foram definidas com uma precisão cinco vezes maior que a precisão das medidas de distâncias avaliadas no campo de pontos. Por outro lado, resultado final equivalente foi obtido para os pontos da linha base simulando um campo de pontos com um único padrão metrológico de distância.

## ABSTRACT

The used classic proceeding to determine the interpillares distances of one multipillar base line to calibration of electronic distances measuring (EDM), consist in to evaluate this distances directing using equipmenty of high precision. In this case, the finish precision of the interpillares distances stay limited the precision of proper equipment used.

In this work, was developed a metodologic proceeding to define the interpillares distances of one base line until of the network 2D, in that the points of base line was includes. To that effect, the geometric configuration of network 2D was adequatement optimized through of proceeding of simulation. Was guaranted that the hoped results to the finish precision of the points of the net have was obtain before the work of field to be conduzed. The program "NETZ2D" of analysis and adjustment of the nets was used how computation instrument.

The experiments realized in the simulation and measure process of the network, was conduzed about the base line of UFPE. On the measuring of network optmized, was guaranty the control of the measuring process adequad choose of the time of the measuring and of the equipments. Was verified that the offered metodology, when compared to the classic proceeding, showed advantagies of easilies implementation, as in the results obtained. On the experiment realized, the interpillares distances of base line of the UFPE was define with one precision five time bigger than the precision of the measure of the distancias evaluated on network. On the other hand, the equivalent finish result was obtained to the points of the base line, simulating one network with only one standart metrologic of the distance.

# 1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, pretende-se definir os objetivos a serem atingidos no desenvolvimento da presente dissertação de mestrado, apresentar uma justificativa pela escolha do tema, bem como descrever os procedimentos metodológicos utilizados.

## 1.1 OBJETIVOS

Este trabalho, objetiva verificar a possibilidade de se usar um campo de pontos (rede) planimétrico para definir a condição geométrica de um comparador de distâncias colineares que é uma linha base multipilar (Capítulo 2). Nesse sentido, um campo de pontos foi otimizado quanto a sua configuração geométrica, a fim de que um conjunto de pontos colineares, sub campo do primeiro, possa surgir com características de precisão relativa que satisfaça às condições de existência de um comparador de distâncias.

Para tanto, foram realizados experimentos na linha base da UFPE, já implantada. Inicialmente foi estabelecido um campo de pontos cuja linha base fosse parte integrante do mesmo. Em seguida, no processo de otimização, procurou-se planejar uma configuração geométrica adequada para o campo de pontos, a fim de verificar se os aspectos metrológicos podem ser atingidos, antes do trabalho de campo ser conduzido.

Por fim, foram realizadas as medições necessárias no campo de pontos planejado. Os resultados obtidos foram então analisados tendo em vista a definição da condição geométrica do comparador de distâncias colineares da UFPE, representada pelas distâncias interpilares e suas respectivas precisões, obtidas no processo de ajustamento.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Face aos critérios de qualidade cada vez mais exigentes nos levantamentos geodésicos, é inquestionável a necessidade de serem realizadas calibrações nos equipamentos eletrônicos de medida de distância de uso na topografia e geodésia de campo. Um distanciômetro calibrado é uma garantia de qualidade metrológica de uma medição, além do mais é uma forma de atender as prescrições técnicas das Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos (IBGE,1983) e das Normas de Execução de Levantamento Topográfico (ABNT,1994).

Para tanto faz-se necessário o estabelecimento de uma linha base ou de um comparador de distâncias colineares, cuja condição geométrica deve ser definida com precisão superior à dos equipamentos que se deseja calibrar. No Brasil, esses comparadores de distâncias vem sendo construídos paulatinamente em universidades, sendo conhecidas as bases da UFPR, da USP, e da UFPE, esta última passível de melhorias.

A definição da condição geométrica de um comparador de distâncias colineares é obtida a partir do conhecimento das distâncias interpilares, que define assim a escala da linha base. A precisão dessas distâncias interpilares é limitada pela precisão dos equipamentos usados na medição, bem como pela metodologia usada.

No processo de calibração de um distanciômetro através de uma linha base multipilar, a condição geométrica da linha base é considerada definida quando as distâncias interpilares forem obtidas com uma exatidão de 3 a 5 vezes maior do que a precisão nominal predita para o equipamento em teste. Essa relação “sinal/ruído” entre 3/1 e 5/1 é preconizada pela “Teoria da Informação”, mencionada por SILVA(1987).

A metodologia clássica usada para definir as distâncias interpilares de uma linha base, abordada no Capítulo 2, consiste basicamente na medição de todas as combinações possíveis de distâncias interpilares da linha base. Esse conjunto de observações superabundantes é então ajustado pelo método dos mínimos quadrados, cujo resultado fornece as distâncias interpilares ajustadas e os respectivos desvios-padrão (precisão).

Para isso, torna-se imprescindível o uso de um equipamento de alta precisão para a medida das distâncias. Mesmo assim, a precisão obtida será limitada pela precisão interna do equipamento. Na calibração da linha base da USP realizada por NETTO(1990), foi utilizado um equipamento eletrônico de medida de distâncias com precisão interna de  $1\text{mm} \pm 1\text{ppm}$ , devido à dificuldade de se obter equipamento de maior precisão. Os resultados obtidos, após o ajustamento, para os desvios-padrão das distâncias interpilares, variaram entre  $\sigma = \pm 0,4\text{mm}$  e  $\sigma = \pm 0,9\text{mm}$ . Com isso, a linha base da USP pode ser usada apenas para calibrar medidores eletrônicos de distâncias que tenham precisões nominais menores que  $\pm 1\text{mm}$ , na melhor das hipóteses, ou menores que  $\pm 3\text{mm}$  à luz da “Teoria da Informação”. Resultados semelhantes de  $\sigma = \pm 1\text{mm}$  para os desvios-padrão das distâncias interpilares, foram obtidos quando da realização das medições na linha base da UFPE, usando a mesma metodologia clássica, conduzidos em 1993 (SILVA,1994).

Neste trabalho, verificou-se uma outra metodologia. Assim, a definição da condição geométrica de um comparador de distâncias colineares, foi obtida a partir do estabelecimento de uma rede planimétrica, onde os pontos da linha base fazem parte desse campo de pontos. A idéia básica consiste em otimizar esse campo de pontos, objetivando uma geometria adequada, necessária para definir uma condição ótima para os pontos do comparador de distâncias colineares.

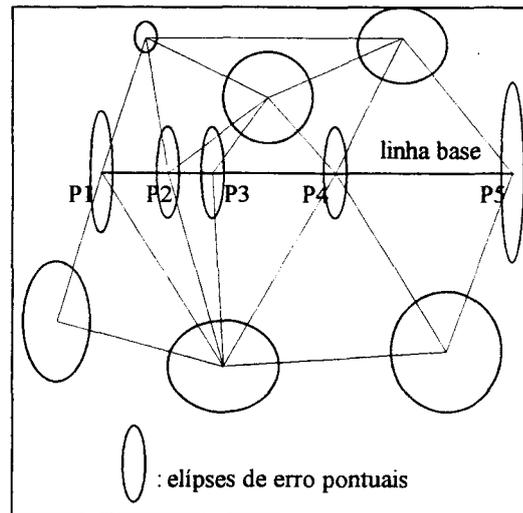
O Capítulo 3 aborda as características de um campo de pontos, envolvendo aspectos de otimização, critérios de qualidade e ajustamento. Esses aspectos são indispensáveis para a condução da metodologia proposta. A vantagem da otimização de um campo de pontos, é que torna possível estimar a precisão dos pontos adequadamente, em função das necessidades, antes das medições de campo serem conduzidas.

Na medição de um campo de pontos planimétrico são realizadas basicamente dois tipos de observações: distâncias e direções. Um campo de pontos pode ser conduzido apenas com medições de distâncias, ou então medindo-se direções e distâncias. Em ambos os casos, as observações de direções e/ou distâncias, são obtidas com uma determinada precisão, cujos erros se propagam por todo o campo de pontos. Entretanto, essa propagação pode ou não se verificar de forma uniforme. A propagação dos erros num campo de pontos depende de fatores, tais como a definição do sistema de referência, da configuração geométrica dos pontos e do tipo de observação realizada e sua precisão. A qualidade de um campo de pontos pode ser verificada pela incerteza das posições dos seus pontos, dada pelas elipses de erro ou de confiança pontuais.

O campo de pontos aqui investigado deve ser otimizado de tal modo que os pontos colineares da rede, e apenas estes, apresentem-se com as menores dispersões possíveis ao longo do alinhamento, garantindo assim as condições metrológicas necessárias para que os pontos colineares possam ser usados como um comparador de distâncias. As dispersões verificadas no sentido transversal à linha base não é relevante para o propósito especificado. A Figura 01 mostra um exemplo de um campo de pontos adequado com vistas ao estabelecimento da condição geométrica de um comparador de distâncias colineares.

Na literatura há vários exemplos de utilização de procedimentos de otimização de campo de pontos com aplicações na engenharia (BOEDECKER,1982; NINKOV,1982; CROSILLA&MARCHESINI,1983; CASACA,1987; SHORTIS&HALL, 1989; THESKEY&BIACS,1990). Entretanto não se tem conhecimento de utilização desses procedimentos para analisar a condição geométrica de um comparador de distâncias colineares.

FIGURA 01 - CAMPO DE PONTOS ADEQUADO PARA ESTABELEECER UM COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES



### 1.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa experimental teve como referência os procedimentos clássicos de calibração de instrumentos eletrônicos de medida de distâncias (distanciômetros) através de linha base multipilar (Capítulo 2), e os conceitos de otimização de redes planimétricas (Capítulo 3). O problema que foi investigado verificou a possibilidade de um campo de pontos planimétrico servir de apoio para a definição da condição geométrica de uma linha base multipilar de calibração de distanciômetros.

Uma vez caracterizada a problemática, os trabalhos foram conduzidos com vistas à simulação da melhor configuração da rede planimétrica, abordada no Capítulo 5. Os parâmetros necessários para estabelecer a rede simulada tiveram por base os testes e experimentos realizados nos equipamentos, nos procedimentos de medição e nas condições ambientais, conforme descritos no Capítulo 4. O resultado da simulação definiu então as diretrizes para a execução das medições de campo e a análise dos resultados, que foram abordados no Capítulo 6.

O programa "NETZ2D" de análise e ajustamento de redes planimétricas foi usado como principal ferramenta computacional nessa dissertação. O programa foi desenvolvido na Universidade de Karlsruhe/Alemanha, e a versão usada de 1990 encontra-se disponível no Departamento de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal de Pernambuco. No Capítulo 5 são descritos as principais características do programa "NETZ2D".

Na etapa de simulação foi usado o modo análise ou planejamento de redes do "NETZ2D". Nessa opção o programa exige a indicação quantitativa e qualitativa das observações que devem ser simuladas. A indicação quantitativa refere-se ao número de pontos expressos pelas suas coordenadas aproximadas, bem como da indicação das observações, se direções e/ou distâncias. A indicação qualitativa refere-se às precisões dessas observações.

No processo de simulação, a qualidade (precisão) das observações foi obtida a partir de testes realizados em campo e em laboratório, com os equipamentos disponíveis no Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE para a execução desse experimento. Quanto à indicação quantitativa, esta foi conduzida empiricamente até ser encontrada uma configuração adequada para a rede planimétrica.

No procedimento empregado no processo de otimização da rede planimétrica, procurou-se uma configuração geométrica adequada, considerando a precisão das observações como sendo as melhores possíveis. O análise do critério de precisão da rede baseou-se nas elipses de confiança pontuais, que expressa a incerteza posicional das coordenadas de um ponto com respeito ao sistema de referência, considerando uma dada probabilidade. Esse critério é adequado para o caso do sistema de referência ser definido através de uma rede livre, e que foi usada neste trabalho.

A partir da análise das elipses de confiança pontuais é que uma determinada configuração foi escolhida. Nessa etapa, buscou-se uma configuração que apresentou elipses de confiança com as menores dispersões possíveis ao longo da linha base. Uma vez definida essa configuração adequada na etapa de simulação, verificou-se a análise das elipses de confiança relativas entre cada par de pontos da linha base. Essa análise possibilitou verificar as incertezas nas posições relativas entre os ponto da linha base.

A partir de então é que foi conduzida a implantação do campo de pontos e as medições propriamente ditas. Foram realizadas as observações de direções e de distâncias definidas na etapa de simulação. No processo de medição teve-se cuidado especial quanto aos erros devido ao operador e instrumentos (variáveis internas), e aos erros devido às condições ambientais (variáveis externas). Tais cuidados foram necessários para se obter as observações com as precisões compatíveis ao que foi preconizado na etapa dos testes.

Após as medições serem conduzidas, os dados foram processados no programa "NETZ2D" no modo ajustamento livre. A análise dos resultados foi então realizada com base nas coordenadas dos pontos e suas dispersões.

## 2 COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES

Neste capítulo pretende-se focar as necessidades e os objetivos da calibração de medidores eletrônicos de distâncias ou distanciômetros, mostrar os princípios de calibração dos medidores eletrônicos de distâncias usando um comparador de distâncias colineares (linha base multipilar) considerando a importância de se definir sua condição geométrica, bem como mostrar as concepções construtiva e geométrica de um comparador de distâncias colineares.

### 2.1 CALIBRAÇÃO DE MEDIDORES ELETRÔNICOS DE DISTÂNCIAS

A qualidade pretendida em um determinado processo de medição depende, dentre outros fatores, da qualidade do equipamento utilizado. Assim, é necessário estabelecer uma metodologia de controle da precisão desse equipamento. Somente assim é possível garantir que as medidas realizadas atendam às especificações pré-estabelecidas para o levantamento. Trata-se pois de um procedimento de calibração.

No caso específico da calibração dos medidores eletrônicos de distâncias ou distanciômetros, há necessidade de estabelecer uma correspondência entre um conjunto de medidas realizadas por esse equipamento, com outras conhecidas "a priori" e consideradas como padrão. Deste modo é possível controlar e determinar os erros sistemáticos próprios desses instrumentos.

Esse conjunto de medidas pode ser realizado em laboratório ou no campo. A calibração em laboratório requer a disponibilidade de aparelhagem do tipo frequencímetros,

trilho com refletor móvel, espelhos, etc, e pessoal especializado para a correta operação desses equipamentos, e por isso é menos usada. CORDINI(1991) descreve os procedimentos teóricos e mostra um exemplo prático de uma calibração de distanciômetro em laboratório. Já a calibração de campo é uma tarefa acessível aos operadores dos distanciômetros, pois as observações são realizadas de forma semelhante ao de um levantamento. Na calibração de campo, exige-se uma base construída, na maioria dos casos, de vários pilares alinhados, onde os instrumentos são estacionados com centragem fixa e forçada.

As distâncias interpilares e suas dispersões, conhecidas a priori e consideradas como padrão, constituem-se na condição geométrica de uma linha base colinear. Para que uma linha base colinear possa ser usada na calibração de distanciômetros, sua condição geométrica deve ser definida com alta precisão e exatidão.

## 2.2 LINHA BASE COLINEAR

Um comparador de distâncias colineares ou uma linha base de campo, é constituído por um conjunto de pilares alinhados e convenientemente espaçados nos quais os distanciômetros e prismas refletores são estacionados em sistema de centragem fixa e forçada. Sobre essa linha base realiza-se um número superabundante de observações das distâncias interpilares, gerando um correspondente número de equações de observações que, devidamente ajustadas pelo método dos mínimos quadrados fornece os parâmetros de calibração (ou os erros sistemáticos) do distanciômetro que se deseja verificar.

Em uma linha base, é necessário que os pilares estejam alinhados, caso em que não se observa nenhuma medida angular. O número de pilares e o espaçamento entre eles é variável.

As linhas base referenciadas pela literatura pesquisada são constituídas de 5 a 8 pilares. A linha base da USP dispõe de 8 pilares; a da UFPR e da UFPE de 7.

A Figura 02 apresenta um esquema com todas as combinações de distâncias interpilares que devem ser medidas sobre uma linha base com 7 pilares. Cada observação de distância realizada corresponde a uma equação de observação, cujo número é dado pela fórmula combinatória

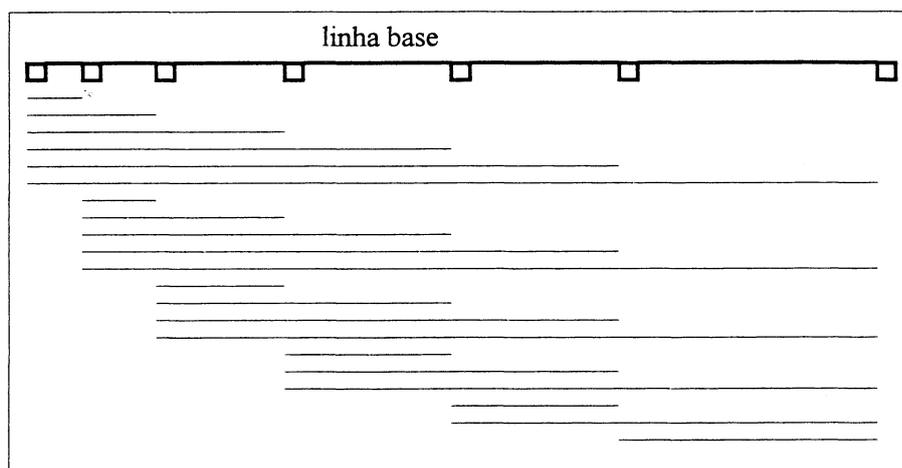
$$NO = \frac{(NP-1)NP}{2} \quad (01)$$

sendo,

*NO*: número de observações

*NP*: número de pilares

FIGURA 02 - ESQUEMA DO CONJUNTO DAS DISTÂNCIAS OBSERVADAS NUMA LINHA BASE DE 7 PILARES



Quanto ao espaçamento entre os pilares da linha base, este é definido de tal modo que haja uma distribuição uniforme das distâncias ao longo da metade do menor comprimento de onda modulada dos instrumentos a serem calibrados. Já o comprimento máximo da linha base objetiva testar os instrumentos numa faixa mais ampla de distâncias, bem como determinar

com maior precisão o fator de escala. Na base WILD/Suíça o comprimento máximo é de aproximadamente 3000m, na da USP é de  $\cong 2100\text{m}$ , na da UFPR é de  $\cong 800\text{m}$ , e na da UFPE é de  $\cong 200\text{m}$ .

Para a implantação de uma linha base, recomenda-se que a superfície do terreno seja ligeiramente côncavo, possibilitando a intervisibilidade entre as estações. Outro aspecto a considerar refere-se a irradiação do sol sobre os pilares que deve ser a mesma durante o dia inteiro ao longo da linha. Nesse caso, há uma garantia das condições metrológicas das observações, e a base pode ser utilizada em qualquer período do dia. Não sendo possível garantir essa condição metrológica, então a base só pode ser utilizada em períodos específicos, à noite, por exemplo.

Os pilares definidores dos pontos alinhados de um comparador de distâncias colineares devem ser monumentalizados no terreno de forma a manter a maior estabilidade possível. Dessa forma, devem ser construídos com fundações estáveis, variáveis de acordo com as características geotécnicas do terreno. Outro aspecto a ser considerado é o necessário dispositivo de centragem forçada que devem ser fixados sobre o pilar. Na linha base da UFPE, esse dispositivo de centragem forçada apresenta-se com o parafuso de fixação dos instrumentos chumbados diretamente nos pilares. Na linha base da USP, os parafusos de fixação foram implantados através de um dispositivo de rosqueamento.

### 2.3 CALIBRAÇÃO DE DISTANCIÔMETRO NUMA LINHA BASE COLINEAR

O método de calibração de distanciômetros a partir de uma linha base colinear tem-se mostrado prático e eficiente, e vem sendo largamente utilizado (SCHWENDENER,1972;

DODSON et all,1981; EMENIKE,1982; NETTO,1990). Nesse processo de calibração, com cada distanciômetro que se deseja avaliar, são medidas todas as combinações possíveis de distâncias interpilares. No ajustamento, determinam-se os seguintes parâmetros de calibração ou erros sistemáticos: contante aditiva ou erro de zero ( $z$ ), fator de escala ou erros proporcional à distância ( $k$ ), e erro cíclico ( $e_c$ ). NETTO(1990) apresenta o desenvolvimento teórico para o ajustamento, bem como as determinações desses erros, incluindo testes realizados na linha base da USP com diversos instrumentos.

O erro cíclico, que compreende a amplitude do sinal e a fase correspondente, é o mais complexo de ser determinado devido ao seu comportamento aleatório. Sua grandeza varia de acordo com a extensão da distância medida. De preferência, a determinação do erro cíclico deve ser realizada em laboratório conforme descrito por NETTO(1990). Este erro, no entanto, pode ser determinado no próprio ajustamento. Neste caso, EMENIKE(1982) recomenda que os elementos do erro cíclico devem ser determinados separadamente do erro de zero e do fator de escala. Já SPRENT(1980) apresenta a determinação conjunta de todos os erros sistemáticos ( $z$ ,  $k$ ,  $e_c$ ). Por outro lado, os modernos equipamentos que utilizam a técnica de medição por pulso não estão sujeitos aos efeitos do erro cíclico de fase.

Para verificar a qualidade das observações de distâncias medidas com um distanciômetro, pode-se adotar o critério de Fronczek descrito por NETTO(1990). Esse critério compara o desvio padrão das observações estimadas que é fornecidas pelo fabricante, com as diferenças (resíduos -  $v_i$ ) obtidas entre as medidas observadas e as medidas consideradas padrão. O equipamento pode ser considerado preciso dentro dos limites especificados pelo fabricante, se 68,3% das observações tiverem diferenças ( $v_i$ ) menores que o desvio padrão especificado.

No ajustamento de observações de um processo de calibração em uma linha base colinear, cada observação de distância medida gera uma equação de observação com a seguinte forma geral

$$\begin{aligned} D_{ij} - d_{ij} &= v_{ij} \\ i &= 0 \text{ a } (n-1) \\ j &= 1 \text{ a } n \end{aligned} \tag{02}$$

sendo,

$D_{ij}$ : distância conhecida a priori

$d_{ij}$ : distância observada

$v_{ij}$ : resíduo

$n$ =número de pontos da linha base

Aplicando o ajustamento por mínimos quadrados às equações de observações (02), procede-se a determinação dos erros sistemáticos, como indicado nos ítems 2.3.1 e 2.3.2. Para a determinação dos erros sistemáticos de um distanciômetro através da linha base, são considerados separadamente dois casos. No primeiro, as distâncias interpilares não são conhecidas com precisão, no outro, essas distâncias são conhecidas a priori.

### 2.3.1 Calibração com Distâncias Padrão Não Conhecidas

No método de calibração de distanciômetros a partir de uma linha base multipilar, as distâncias padrão não são conhecidas com precisão, mas apenas de forma aproximada, sendo obtidas com uma trena, por exemplo. Nesse caso, no ajustamento só é possível determinar o erro de zero ( $z$ ), e uma estimativa do erro cíclico ( $e_c$ ) através dos resíduos resultantes após o ajustamento. Não sendo conhecidas as distâncias interpilares, torna-se impossível a

determinação do fator de escala (k). Caso o instrumento seja aferido previamente em laboratório, através de um frequencímetro, então as medidas realizadas estarão isentas do erro de escala (k).

No caso em que as distâncias padrão não são conhecidas, as equações de observação indicadas pela expressão (02), apresentam-se com a seguinte forma:

$$\begin{aligned} (\mathbf{d}_{ij} - x_{0j}) - (d_{ij} + z) &= v_{ij} & (03) \\ i &= 0 \text{ a } (n-1) \\ j &= 1 \text{ a } n \end{aligned}$$

sendo,

$\mathbf{d}_{ij}$ : distância interpilar aproximada

$x_{0j}$ : correção a ser aplicada à distância aproximada

$d_{ij}$ : distância interpilar observada

$z$ : erro de zero ou constante aditiva

$v_{ij}$ : resíduo

$n$ : número de pontos da linha base

No ajustamento, é conveniente apresentar o sistema de equações linear dada pela equação (03) na seguinte forma:

$$x_{0j} - z = f_{ij} + v_{ij} \quad (04)$$

onde,

$$f_{ij} = d_{ij} - \mathbf{d}_{ij} \quad (05)$$

que aplicada a cada uma das ( $NO$ ) observações, obtida por (01), resulta no seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}
x_{01} - z &= f_{01} + v_{01} \\
x_{02} - z &= f_{02} + v_{02} \\
x_{03} - z &= f_{03} + v_{03} \\
&\dots \\
(x_{02} - x_{01}) - z &= f_{12} + v_{12} \\
(x_{03} - x_{01}) - z &= f_{13} + v_{13} \\
&\dots \\
(x_{0n} - x_{0(n-1)}) - z &= f_{0n} + v_{0n}
\end{aligned} \tag{06}$$

que é um sistema com  $(NO)$  equações e  $(n+1)$  incógnitas ( $z$  e  $x_{0j}$ ). As  $(NO)$  observações podem ser visualizadas na Figura 02 apresentada no ítem 2.2, cujo exemplo corresponde ao de uma linha base de  $n=7$  pilares o que resulta em  $NO=21$  observações.

A notação matricial é mais adequada na solução computacional, de modo que o sistema de equações (06) pode ser representado por

$$AX - F = V \tag{07}$$

sendo,

A: matriz  $[(NO) \times (n+1)]$  de coeficientes das incógnitas

X: vetor  $[(n+1) \times 1]$  das incógnitas ( $z$  e  $x_{0j}$ )

F: vetor  $[(NO) \times 1]$  de termos independentes, correspondentes às diferenças entre as distâncias aproximadas e as observadas.

V: vetor  $[(NO) \times 1]$  dos resíduos a serem determinados

A solução do sistema de equações (07) aplicando-se o método dos mínimos quadrados é dado por

$$X = (A^t P A)^{-1} A^t P F \tag{08}$$

sendo

P: matriz dos pesos das observações

Com os parâmetros “X” determinadas por (08), obtém-se os resíduos “V” através da expressão (07). Os parâmetros são o erro de zero ( $z$ ) e as ( $x_{0j}$ ) correções. Nos resíduos, além

dos erros randômicos do processo de medição, estão embutidos os elementos do erro cíclico, a amplitude do sinal ( $\alpha$ ) e a fase correspondente ( $l_0$ ).

Para a determinação dos elementos do erro cíclico, há necessidade de se proceder um segundo ajustamento, envolvendo os resíduos determinados pelo primeiro ajustamento. As equações de observação apresentam a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{c_{ij}} - v_{ij} &= w_{ij} & (09) \\ i &= 0 \text{ a } (n-1) \\ j &= 1 \text{ a } n \end{aligned}$$

onde,

$$\mathbf{e}_{c_{ij}} = \alpha \text{ sen}[(2\pi/\lambda)d_{ij} + (2\pi/\lambda) l_0] \quad (10)$$

$$d_{ij} = \mathbf{d}_{ij} + x_{0j} \quad (11)$$

sendo,

$\mathbf{e}_{c_{ij}}$ : erro cíclico

$d_{ij}$ : distância ajustada no primeiro ajustamento

$l_0$ : componente do erro cíclico correspondente à fase do sinal

$v_{ij}$ : resíduo resultante do primeiro ajustamento

$w_{ij}$ : resíduo resultante do segundo ajustamento

$\alpha$ : componente do erro cíclico correspondente à amplitude do sinal

$\lambda$ : comprimento de onda do sinal

No ajustamento, é conveniente linearizar a expressão (10) e apresentar o sistema de equações dada por (09) na seguinte forma:

$$AX - V = W \quad (12)$$

sendo,

A: matriz  $[(NO) \times p]$  de coeficientes das incógnitas

X: vetor  $[p \times 1]$  das incógnitas  $(\alpha, l_0)$

V: vetor  $[(NO) \times 1]$  dos resíduos  $(v_{ij})$  do primeiro ajustamento considerados como observação nesse segundo ajustamento

W: vetor  $[(NO) \times 1]$  dos resíduos  $(w_{ij})$  aleatórios do segundo ajustamento.

Analogamente à solução do primeiro ajustamento dado por (08), o ajustamento pelo método dos mínimos quadrados do sistema dado por (12) conduz a

$$X = (A^tPA)^{-1}A^tPV \quad (13)$$

Com os parâmetros "X" determinadas por (13), obtém-se os resíduos aleatórios (W) através da expressão (12). Os parâmetros desse segundo ajustamento são a amplitude  $(\alpha)$  e a fase  $(l_0)$  correspondente ao erro cíclico. Assim, os resíduos  $(w_{ij})$  resultantes desse segundo ajustamento, corresponderiam apenas aos erros randômicos (aleatórios).

### 2.3.2 Calibração com Distâncias Padrão Conhecidas

Nesse método de calibração de distanciômetros, as distâncias interpilares da linha base são conhecidas "a priori", a partir de medidas realizadas com instrumentos previamente calibrados e com precisão superior à dos instrumentos que se deseja calibrar. Nesse caso, no ajustamento é possível determinar o erro de zero (z), o erro de escala (k), e uma estimativa do erro cíclico ( $e_c$ ).

Recomenda-se que os elementos do erro cíclico sejam determinados em laboratório, caso em que no ajustamento são determinados apenas o erro de zero e o erro de escala. Na impossibilidade de se determinar o erro cíclico a priori, então determina-se num primeiro ajustamento o erro de zero e o erro de escala, e num segundo ajustamento determina-se os

elementos do erro cíclico considerados embutidos nos resíduos resultantes do primeiro ajustamento.

No caso do ajustamento em que se considera a determinação do erro cíclico, as equações de observação indicadas pela expressão (02), apresentam-se com a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{ij} - \mathbf{d}_{ij} &= v_{ij} + k \cdot \mathbf{d}_{ij} + z \\ i &= 0 \text{ a } (n-1) \\ j &= 1 \text{ a } n \end{aligned} \quad (14)$$

sendo,

$\mathbf{D}_{ij}$ : distância padrão conhecida a priori

$\mathbf{d}_{ij}$ : distância interpilar observada

$v_{ij}$ : resíduos que incluem o erro cíclico

$k$ : erro ou fator de escala

$z$ : erro de zero ou constante aditiva

O sistema de equações dado por (14) pode ser escrito na forma

$$v_{ij} = F_{ij} - E_{ij} \quad (15)$$

sendo

$$F_{ij} = \mathbf{D}_{ij} - \mathbf{d}_{ij} \quad (16)$$

$$E_{ij} = z + k \mathbf{d}_{ij} \quad (17)$$

Matricialmente, o sistema de equações (15) pode ser representado por expressão análoga a (07), ou seja ( $AX - F = V$ ). Nesse caso, os parâmetros “X” são o erro de zero ( $z$ ) e o erro de escala ( $k$ ); e o vetor “F” de observações corresponde às diferenças entre as distâncias padrão e as observadas.

A solução do sistema de equações (15) na forma matricial (07) aplicando-se o método dos mínimos quadrados, é dado por expressão análoga à (08) obtida no ítem 2.3.1. Com o

cálculo do vetor “X” dos parâmetros  $(z, k)$ , obtém-se o vetor “V” dos resíduos  $(v_{ij})$  através de expressão na forma de (07). Nos resíduos  $(v_{ij})$ , além dos erros randômicos do processo de medição, estão embutidos os elementos do erro cíclico, a amplitude do sinal  $(\alpha)$ , e a fase correspondente  $(l_0)$ .

De forma análoga ao ajustamento para a determinação do erro cíclico do item 2.3.1, há também necessidade de se proceder um segundo ajustamento, envolvendo os resíduos determinados pelo primeiro ajustamento. As equações de observação desse segundo ajustamento são análogas as expressões (09) e (10) já apresentadas. A diferença reside na conveniência em usar as distâncias padrão conhecidas  $(D_{ij})$  no lugar das distâncias  $(d_{ij})$  ajustadas no primeiro ajustamento, como consta em (10).

A solução desse segundo ajustamento para a determinação dos elementos do erro cíclico é conduzida de modo análogo ao que foi apresentado no item 2.3.1 através das expressões (13) e (12). Os parâmetros desse segundo ajustamento são a amplitude  $(\alpha)$  e a fase  $(l_0)$  correspondente ao erro cíclico. Assim, os resíduos  $(w_{ij})$  resultantes desse segundo ajustamento correspondem apenas aos erros randômicos (aleatórios).

As soluções apresentadas nos itens 2.3.1 e 2.3.2 prestam-se para a calibração de distanciômetros, a partir de uma linha base. Tais procedimentos podem ser usados também na UFPE, através da linha base multipilar já implantada, mas que não dispõe até então das distâncias padrão determinadas. Desta forma, as investigações conduzidas nesta dissertação, e abordadas nos próximos capítulos, objetivam determinar a condição geométrica da linha base multipilar da UFPE.

### 3 CAMPO DE PONTOS PLANIMÉTRICO

Neste capítulo, pretende-se mostrar a importância do estabelecimento de um campo de pontos planimétricos no processo de medição, enfatizar as vantagens em termos de performance ao se aplicar a metodologia de otimização de um campo de pontos considerando determinados critérios de qualidade, e situar o problema da otimização da configuração geométrica de um campo de pontos.

#### 3.1 FINALIDADES DE UM CAMPO DE PONTOS

Nos processos de medição, entende-se por um campo de pontos (ou rede) como sendo um conjunto de pontos interligados, aos quais, a cada um deles pode-se associar uma posição num dado sistema de referência. As posições desses pontos, definida por suas coordenadas, são determinadas através de relações geométricas.

Normalmente, um campo de pontos é estabelecido para servir de apoio em diversas atividades, tais como: definição do sistema de referência local, regional ou global para o cadastro cartográfico; locação de obras de engenharia; detecção de deformações de estruturas naturais ou artificiais; detecção de movimentos locais, regionais, ou globais da crosta terrestre; definição de formas de estruturas, posicionamentos diversos.

Num campo de pontos, a quantidade (densificação) e a disposição (localização) dos pontos, ou seja, o seu aspecto geométrico, é definido pelas condições específicas a que este campo se destina. Por outro lado, a região de abrangência, e as características topográficas e geológicas da superfície, são fatores que também influenciam essa geometria.

A depender do propósito, um campo de pontos pode ser concebido como sendo uni, bi, ou tri-dimensional. Um campo de pontos uni-dimensional é característico das redes de nivelamento, onde a grandeza avaliada é a diferença de nível entre pontos ou sua posição altimétrica em relação a um referencial altimétrico (plano horizontal, geóide). No caso de um campo de pontos bi-dimensional, ou planimétrico, as posições dos pontos estão referenciadas a um sistema cartesiano de coordenadas bi-ortogonais, devidamente orientado, e projetado numa superfície de referência matematicamente definida - plano Euclidiano (plano topográfico), plano de Gauss, elipsóide de referência. Já no campo de pontos tri-dimensional, ou espacial, as posições dos pontos estão referenciadas a um sistema cartesiano de coordenadas tri-ortogonais, devidamente orientado.

No estabelecimento de um campo de pontos, a curvatura da Terra pode ser ou não considerada. No Brasil, denomina-se campo de pontos topográficos (ou rede topográfica) quando as coordenadas dos pontos são determinadas sem que a curvatura terrestre seja considerada; ao contrário, quando a curvatura é considerada, trata-se de um campo de pontos geodésicos (ou rede geodésica). Tais distinções, desnecessárias, não ocorrem em outros países, quando adota-se o conceito genérico de rede geodésica ("geodetic network"). A consideração ou não da curvatura terrestre no cálculo das coordenadas dos pontos de uma rede, depende do propósito da rede bem como do nível de precisão desejado. Nesta dissertação, foi utilizado o conceito genérico de redes geodésicas adotado internacionalmente.

Assim, de uma maneira geral, a adoção de um determinado tipo de rede geodésica ("geodetic network") depende do propósito, podendo ser uni, bi, ou tri-dimensional, com uma abrangência global, regional, ou local. A nível global, uma rede geodésica presta-se para determinar todos os parâmetros do modelo que descreve a realidade física e geométrica da

forma da Terra e do campo da gravidade. A nível regional, uma rede geodésica é concebida para definir o sistema de referência para o mapeamento de grandes áreas (cidades, municípios, estados, países), ou ainda servir de apoio aos levantamentos de carácter local quando se exige um referencial global. A nível local, quando o referencial global não for exigido, uma rede geodésica presta-se também para a resolução de problemas típicos de engenharia, notadamente para o apoio em levantamentos de carácter local com vistas a posicionamentos, definição de formas, locações e controle de deformações em geral.

### 3.2 OTIMIZAÇÃO DE UM CAMPO DE PONTOS

Em toda atividade, o planeamento é concebido como uma forma de se obter uma boa solução para algum problema. O termo otimização é usado então para indicar planeamento baseado em técnicas e considerações quantitativas bem especificadas. Sugere não somente uma boa solução para o problema, mas a melhor, ou a mais adequada.

Matematicamente, otimizar significa determinar o máximo ou o mínimo de uma função objetiva. Assim, para se obter um campo de pontos otimizados, é necessário representar em uma simples função objetiva os critérios adotados para definir a qualidade do campo de pontos. ALBERDA(1974) questiona se tal função pode ser construída, devido à sua complexidade, uma vez que ela precisa conter parâmetros expressando precisão, exatidão ("accuracy"), confiabilidade e custo. ALBERDA(1974) questiona ainda se, caso essa função exista, ela possui uma única solução facilmente detectável. Por outro lado, KUANG& CHRZANOWSKI(1992) admitem a possibilidade dessa otimização multi-objetiva.

Entretanto, a maioria dos problemas reais de otimização incluem sub-problemas de diferentes ordens. Ou seja, se para a solução de um problema existe um procedimento ótimo, então, necessariamente isto consiste em sub-procedimentos ótimos. A otimização de um campo de pontos não foge à regra. Uma classificação dos diferentes problemas de otimização de um campo de pontos foi proposto por GRAFAREND(1974), sendo adotado pela maioria dos geodestas.

Nessa classificação considera-se: a)"Design" de Ordem Zero - quando se refere ao problema do datum, que deve propiciar um sistema de referência ótimo; b)"Design" de Primeira Ordem - quando se refere ao problema da configuração geométrica do campo de pontos, onde o posicionamento dos pontos e o esquema das observações (planejamento) devem ser otimizados, na condição de que os pesos das observações sejam conhecidos "a priori"; c)"Design" de Segunda Ordem - quando se refere ao problema dos pesos das observações que deve ter uma distribuição ótima, considerando uma configuração geométrica invariável; d)"Design" de Terceira Ordem - quando se refere ao problema da melhoria de redes existentes, através da inserção ou supressão de pontos e/ou observações.

Segundo GRAFAREND(1974), os primeiros trabalhos a respeito da otimização de redes em geodésia foram desenvolvidos por F. R. Helmert em 1868. Helmert elaborou regras para otimizar a locação de pontos de uma rede em função do tipo da medida e do número de observações. Seus postulados são atuais e aceitos em qualquer trabalho acerca do "design" ótimo, e baseiam-se no valor mínimo do traço da matriz variância-covariância das coordenadas estimadas dos pontos da rede. SCHMITT(1982) cita Schreiber como um outro pioneiro dos estudos em otimização de redes, com trabalhos publicados deste 1882.

Entretanto, somente nas últimas décadas é que a otimização de redes tem se constituído numa realidade, quando ocorreram avanços no campo teórico (BAARDA,1967,1968; ALLMAN&HOAR,1973; GRAFAREND,1974,1982; ALBERDA, 1974; ASHKENAZI,1974; SCHAFFRIN,1982; SCHMITT,1982,1985; KOCH,1982; CROSILLA,1985; CROSS,1985; DERMANIS,1985; ILLNER,1988; KUANG& CHRZANOWSKI,1992). Apenas nos últimos anos é que a otimização de campos de pontos vem se constituindo numa prática corrente aplicado aos problemas envolvendo sua preparação, planejamento, e desenvolvimento geral.

Exemplos de aplicações práticas de otimização de redes podem ser encontrados nos trabalhos de: BOEDECKER(1982) - aplicado à rede de controle local para geodinâmica; NINKOV(1982) - sobre experiências na rede geodésica da Iugoslávia; CROSILLA& MARCHESINI(1983) - aplicado à rede para detecção de movimentos da crosta; FRASER (1984) - aplicado à redes para fotogrametria; BERBERAN(1987) - aplicado à redes para triangulação fotogramétrica; CASACA(1987) - aplicado à redes locais tridimensionais; SHORTIS&HALL(1989) - aplicado à redes para fotogrametria a curta-distância; THESKEY& BIACS(1990) - aplicado à análise de deformação em engenharia.

No Brasil, a implementação de procedimentos de otimização de redes é bastante incipiente, e o assunto fica restrito a alguns poucos estudos e aplicações (SILVA et all,1989; SILVA&SILVA JR,1990; CARNEIRO,1993).

São vários os procedimentos usados na prática para solucionar os problemas dos "designs" de redes geodésicas. Para a solução do "design de ordem zero", é mais usado atualmente o ajustamento livre de injunções (item 3.5), caso em que não se considera nenhum ponto "fixo" para definir o sistema de referência. Os problemas do "design de primeira

ordem" e o "design de terceira ordem" vêm sendo resolvidos com mais facilidades através de procedimentos de simulação de redes em computador, estratégia que foi usada no desenvolvimento desta dissertação. O problema do "design de segunda ordem" pode ser solucionado por meio analítico, através de matrizes de critérios como critério de otimização.

### 3.2.1 Otimização da Configuração Geométrica

O problema da otimização da configuração geométrica de redes geodésicas, é conhecido como problema do "design de primeira ordem". Envolve a otimização do posicionamento dos pontos da rede, e do esquema das observações, de modo a satisfazer o propósito da rede considerada. Exemplos de otimização do "design de primeira ordem" podem ser encontrados em MARSHALL(1989), KOCH(1982,1985), XIANJIN(1990).

No método paramétrico de ajustamento (solução por mínimos quadrados) de redes geodésicas (item 3.5), o "design de primeira ordem" envolve os elementos da matriz configuração "A", que é avaliada a partir de critérios de qualidade derivadas da matriz variância-covariância (MVC) dos parâmetros (item 3.4). Esta avaliação é conhecida como pré-análise (CHRZANOWSKY,1977).

No procedimento da otimização da configuração de uma rede geodésica, todos os fatores que afetam a estrutura da matriz "A" são avaliados. As investigações são conduzidas sobre a magnitude desses fatores e a influência das variações desses fatores na configuração da rede e sua qualidade.

Por outro lado, deve-se considerar também a deficiência de configuração da rede. A deficiência de configuração em redes geodésicas, implica numa fraca configuração, e

consequentemente uma solução matemática instável, e portanto deve ser detectado e eliminado.

A deficiência de configuração, assim como a deficiência de datum, resulta numa solução instável no processo de ajustamento por mínimos quadrados. No entanto, ao contrário da deficiência do datum, a deficiência de configuração não é uma consequência do modelo matemático impróprio. Uma deficiência de configuração é causada por uma configuração crítica na geometria da rede. Se tal deficiência existe, então as estimativas absolutas dos parâmetros não podem ser resolvidas. A consequência matemática disso, para o caso da estimativa por mínimos quadrados, é que a matriz das equações normais torna-se singular (não possui inversa), ou então essa matriz torna-se não singular mas com uma solução instável.

No processo de otimização da configuração de redes geodésicas com propósitos específicos para aplicações na engenharia, os pontos devem ser avaliados de acordo com suas características (XIANJIN,1990). Inicialmente, identifica-se os pontos objetos da rede de acordo com os propósitos. Na engenharia, os pontos críticos são usualmente aqueles que definem os eixos principais das construções tais como barragens, pontes, túneis, etc, ou mesmo para o caso dos pontos de uma linha base colinear que é avaliada nesta dissertação. Em seguida, seleciona-se uma configuração inicial para a rede baseada nos pontos objetos, considerando a extensão média dos lados, a densidade dos pontos e as condições topográficas da área a ser levantada. Assim, os pontos da rede são divididos em dois grupos. O primeiro grupo inclui os pontos objetos que não podem ser modificados em posição. O segundo grupo inclui os pontos que podem ser modificados, sobre os quais refere-se a otimização da configuração.

Em geral, nas rede geodésicas para engenharia, é desnecessário observar todos os pontos que podem ser visados de uma determinada estação. A otimização das observações redundantes, ou um adequado planejamento das observações, pode ser útil para reduzir o número de observações de campo sem prejuízo para a precisão final da rede. Consequentemente isso diminui o custo da rede.

A qualidade de um campo de pontos pode ser verificada pelas incertezas das posições dos seus pontos, dadas pelas elipses de erro ou de confiança pontuais, assunto abordado no item 3.4. Um campo de pontos é chamado isotrópico quando as elipses de erro ou de confiança de todos os seus pontos se degeneram em círculos. Nesse caso, o campo de pontos apresenta erros posicionais uniformes em todas as direções. Por outro lado, um campo de pontos é chamado homogêneo quando as elipses de erro ou de confiança apresentam mesma orientação e tamanho.

### 3.2.2 Procedimentos de Otimização de um Campo de Pontos

A otimização de um campo de pontos pode ser conduzida por meio de procedimentos analíticos ou através de simulação. Cada caso apresenta vantagens e desvantagens para a sua implementação, a depender do propósito do campo de pontos.

A otimização analítica de um campo de pontos consiste em estabelecer uma formulação matemática do problema do "design" que se pretende otimizar. Geralmente é definida uma matriz de critérios como sendo uma MVC (matriz variância-covariância) ideal das coordenadas estimadas. No procedimento de otimização então, a MVC real deve ser

estabelecida com base na MVC ideal, de tal modo que resulte numa solução aproximada ao "design" estabelecido.

SCHMITT(1982) menciona que foi Baarda em 1971 quem propôs o uso de matrizes de critérios na forma de MVC artificiais como medida da qualidade de redes. Normalmente são utilizadas matrizes de critérios quando se deseja um campo de pontos isotrópico e homogêneo. Matriz desse tipo foi proposta por Grafarend em 1972 (KUANG&CHRZANOWSKI,1992), e usadas por KOCH(1982) e CROSS(1982). Inúmeros trabalhos sobre otimização analítica de redes são abordados pela literatura, entretanto aplicados em redes isotrópicas para a solução do problema do "design" de segunda ordem (GRAFAREND,1982; FRITSCH,1982; BOEDECKER,1982; SCHAFFRIN, 1982; SCHMITT, 1982; WIMMER,1982; ILLNER, 1988).

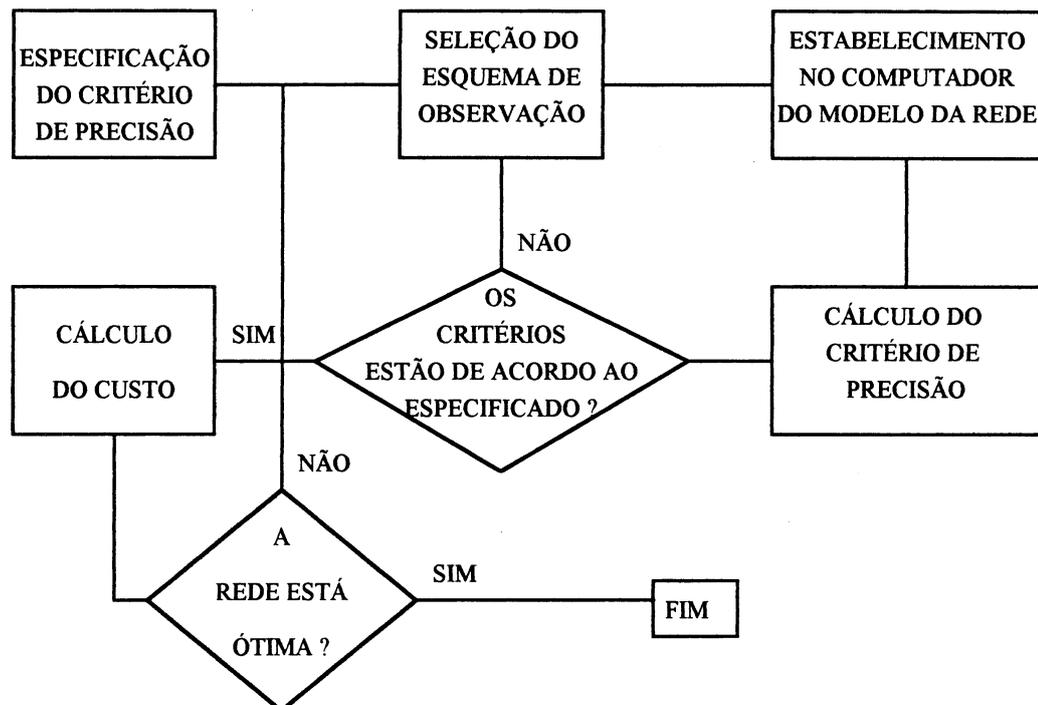
Por outro lado, CROSS(1982) menciona que Grafarend em 1972 analisando o trabalho de Batchelor e Chandrasekher, mostrou como construir matrizes de critérios para redes não isotrópicas. Nesse mesmo sentido KUANG&CHRZANOWSKI(1992) cita que Baarda em 1973 propôs uma matriz de critérios para redes de propósitos específicos. Entretanto, em ambos os casos essas matrizes foram aplicadas na otimização do "design" de segunda ordem (SCHMITT,1980; WIMMER,1982).

Portanto, o uso de matrizes de critérios para a otimização analítica de um campo de pontos torna-se prático quando se deseja redes isotrópicas e homogêneas, ou quando se persegue o "design" de segunda ordem. Na solução do "design" de primeira ordem, a estratégia mais usada é a da simulação da rede em computador. Entretanto, KUANG&CHRZANOWSKI(1992) menciona a possibilidade da solução analítica do problema da configuração geométrica de redes.

O procedimento de simulação em computador de um campo de pontos para um fim específico é uma prática usual na geodésia. O processo pode ser resumido pelo diagrama da Figura 03, apresentado por CROSS(1982).

Na simulação de um campo de pontos é possível estimar a precisão de uma rede aplicada a um certo propósito antes de serem realizadas quaisquer observação.

FIGURA 03 - PROCEDIMENTO DE SIMULAÇÃO DE UM CAMPO DE PONTOS



No procedimento de simulação, um grande número de alternativas podem ser investigadas através de variações dos parâmetros livres, e então os "designs" resultantes são comparados aos objetivos. A variação dos parâmetros pode ser efetuada por um processo randômico, ou através de um processo seletivo. Nesse último caso, torna-se mais eficaz se usado interativamente com recursos da computação gráfica (NICKERSON,1979; CROSS,1982).

Neste trabalho, o campo de pontos investigado foi otimizado através de procedimento de simulação, conforme descrito no Capítulo 5.

### 3.3 CRITÉRIOS DE QUALIDADE DE UM CAMPO DE PONTOS

Um campo de pontos é considerado ótimo quando todos os critérios do "design" são otimizados simultaneamente. Esses critérios definem a qualidade da rede e incluem precisão, exatidão ("accuracy"), confiabilidade, custo e sensibilidade; esse último critério aplicado apenas em caso de análise de deformação (MARSHALL, 1989).

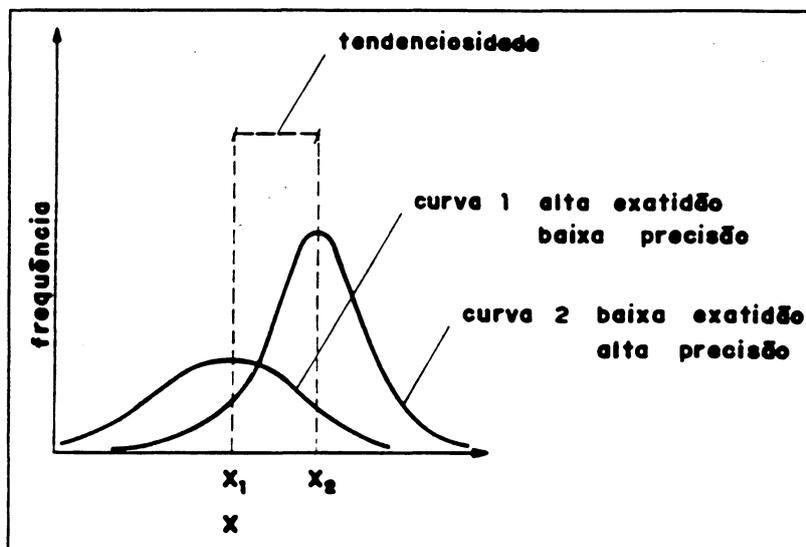
A precisão pode ser entendida como sendo o grau de conformidade entre um grupo de observações da mesma variável randômica. Assim, a distribuição de probabilidade é uma indicação da precisão. Em uma variável a ser avaliada, a precisão é uma função dos erros randômicos apenas. Com respeito ao "design" do campo de pontos, a precisão pode ser estimada pela análise da matriz variância-covariância (MVC) dos parâmetros ajustados. A precisão é o principal critério de qualidade usado na análise da incerteza estatística de um campo de pontos, sendo inclusive adotado neste trabalho.

A exatidão ("accuracy") pode ser entendida como sendo o grau de aproximação do estimador de uma grandeza avaliada com seu valor verdadeiro. Em uma variável a ser avaliada, a exatidão é uma função de erros randômicos e sistemáticos. Assim, é desejável que nos processos de medição, a influência dos erros sistemáticos sejam eliminados.

A Figura 04 representa a relação entre precisão e exatidão numa curva de distribuição de probabilidade, onde "X" representa o verdadeiro valor de um variável. Assim, a curva (1) possui alta exatidão e baixa precisão, enquanto que a curva (2) possui baixa exatidão e alta

precisão. Consequentemente, a diferença entre precisão e exatidão reside na presença de erros sistemáticos.

FIGURA 04 - RELAÇÃO ENTRE PRECISÃO E EXATIDÃO ("ACCURACY")



Observe que se todas as observações realizadas numa rede ou qualquer medida de levantamento geodésico ou fotogramétrico estiverem livres de influências causadas por erros sistemáticos, então, teoricamente, as variâncias estimadas da matriz variância covariância (MVC) podem ser usadas como medida de precisão e exatidão (MARSHAL,1989).

Com relação ao critério de confiabilidade de um campo de pontos, originalmente formulado por Baarda em 1968, este pode ser do tipo interna ou externa. A confiabilidade interna representa a capacidade de um campo de pontos em detectar erros ("out-lies") nas observações. A confiabilidade externa está relacionada aos efeitos desses erros nos parâmetros estimados. Assim, alta confiabilidade de um campo de pontos é obtida quando forem eliminados esses erros e seus efeitos nos parâmetros estimados. Medidas de confiabilidade são determinadas através da análise da MVC dos resíduos, usando técnicas como o "data-snooping". No caso da rede investigada neste trabalho, foi utilizado a técnica "data-snooping" na avaliação dos erros, conforme abordado no item 5.1 do Capítulo 5.

Já a sensibilidade está relacionada com a capacidade de um campo de pontos detectar movimentos em seus pontos. Esta medida de qualidade é aplicável na análise de deformações, quando são realizadas observações em duas ou mais épocas distintas. Assim, a sensibilidade só é considerada na avaliação da qualidade do campo de pontos, quando for exigido monitoramento temporal.

Por fim, o custo também deve ser considerado como um critério de qualidade. O custo de um campo de pontos está relacionado com o aspecto econômico no estabelecimento, medição e avaliação de uma rede, o que requer uma formulação matemática em termos de uma função custo. Uma função custo pode ser formulada com relativa simplicidade para uma rede de nivelamento, por exemplo. Nesse caso, o custo será mínimo para comprimentos mínimos das seções do nivelamento. Entretanto, uma função custo pode ser extremamente complexa quando aplicada a um campo de pontos bi ou tri-dimensional. Nesse sentido SCHMITT(1985) considera necessário avaliar separadamente os custos referentes ao transporte, equipamentos, monumentalização e sinalização dos pontos. Com isso, resta avaliar a influência da quantidade de repetições das observações no custo final do campo de pontos. Ou seja, quanto menor a quantidade de observações, menor será o custo. Dessa forma, a variável tempo de execução do levantamento passa a ser considerada.

Normalmente, no estabelecimento de um campo de pontos, a máxima qualidade em termos de precisão, exatidão, confiabilidade e sensibilidade, corresponde a um custo máximo. Qualquer redução nesses critérios de qualidade resultará numa correspondente diminuição no custo. Essa contradição entre o custo e a qualidade de um campo de pontos foi bastante discutida por SCHIMITT(1985), SCHAFFRIN(1985) e MARSHALL(1989).

Convém salientar portanto que um campo de pontos que satisfaz a máxima qualidade com custo mínimo não existe necessariamente. Entretanto, uma solução ótima pode ser encontrada pelo equilíbrio das exigências. Assim é desejável obter para um campo de pontos, uma função que expresse,

$$f(\text{precisão}) + f(\text{exatidão}) + f(\text{confiabilidade}) + f(\text{sensibilidade}) + f(\text{custo})^{-1} = \max \quad (18)$$

o que corresponde a um campo de pontos "eficiente" (KUANG&CHRZANOWSKI,1992).

Um campo de pontos é considerado otimizado quando todos os critérios de qualidade forem considerados simultaneamente (CROSS,1982). Entretanto, SCHIMITT(1982) salientou que os critérios de precisão, exatidão, confiabilidade, sensibilidade e custo, apresentam complexidades de serem avaliados simultaneamente nos processos de otimização de um campo de pontos. Assim é que, usualmente, um campo de pontos é avaliado com respeito a um dos critérios de qualidade, e só após é feita a avaliação de algum(uns) outro(s) critério(s) desejado(s). No desenvolvimento desta dissertação, os critério de sensibilidade e custo não foram considerado no processo de otimização do campo de pontos implantado.

### 3.4 CRITÉRIOS DE PRECISÃO DE UM CAMPO DE PONTOS

Diversos critérios de precisão podem ser usados na análise da incerteza estatística de um campo de pontos planimétrico. Essa análise tem por objetivo estimar a qualidade de um campo de pontos estabelecido para um certo propósito. Os critérios de precisão são quantidades estatísticas calculadas a partir dos elementos da matriz variância-covariância (MVC) dos parâmetros estimados. Essas quantidades podem ser agrupadas em critérios globais e em critérios específicos.

Denominamos de critério global de precisão às quantidades estatísticas usadas para analisar a qualidade do campo de pontos como um todo. Por outro lado, denominamos de critério específico de precisão às quantidades estatísticas usadas para analisar a qualidade pontual ou de uma determinada região do campo de pontos.

### 3.4.1 Critérios Globais de Precisão

Os critérios globais de precisão se baseiam no estabelecimento de um valor escalar único capaz de expressar a qualidade de uma rede como um todo. Um desses critérios chamado de "erro médio posicional ( $\sigma_m^2$ )" de uma rede, descrito por MITTERMAYER(1972), é obtido diretamente do traço da MVC dos parâmetros ajustados

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{p} \sum_i [\Sigma_X]_{ii} \quad (19)$$

p: número de pontos da rede

$\Sigma_X$ : matriz variância co-variância (MVC) dos parâmetros

Analisando esse critério, ASHKENAZI(1974) questionou sobre sua eficiência, alegando a impossibilidade de num único escalar conter informações sobre uma rede inteira. Além do mais, com um critério do tipo global, não será possível identificar as regiões da rede onde as incertezas são maiores ou menores, e nem verificar seu comportamento. Outros critérios globais de precisão foram propostos por exemplo em GRAFAREND(1974), SCHAFFRIN (1985), entretanto todos eles válidos apenas para analisar a rede como um todo, e não parte dela.

Consideramos então que um critério global de precisão pode ser válido quando for desejável estabelecer redes do tipo isotrópica e homogênea, o que não é o caso do campo de pontos investigado nesta dissertação.

### 3.4.2 Critérios Específicos de Precisão

Os critérios específicos de precisão são usados para verificar a qualidade pontual ou de uma determinada região de um campo de pontos, considerando determinado aspecto. Assim são considerados como critérios específicos de precisão, as variâncias ou desvios-padrão das coordenadas estimadas; as variâncias ou desvios-padrão das observações estimadas (calculadas a partir das coordenadas estimadas); as covariâncias entre duas coordenadas ou entre duas observações; a elipse de erro ou de confiança pontual; a elipse de erro ou de confiança relativa.

A variância, denotada por  $\sigma^2$ , de uma coordenada ou de uma observação, é uma medida estatística da precisão do valor da grandeza. O desvio-padrão, denotado por  $\sigma$ , de uma coordenada ou de uma observação, é a raiz quadrada da variância correspondente. O desvio-padrão representa uma probabilidade de 68,3% para que a grandeza estimada represente seu valor exato.

A covariância é uma medida de dependência estatística entre duas grandezas. Assim podemos ter a covariância de um par de coordenadas  $(x,y)$  pertencentes a um ou dois pontos  $(i,j)$ , denotados por  $\sigma_{x_i y_i}$  ou  $\sigma_{x_i x_j}$ . Da mesma forma podemos ter a covariância entre duas observações. Se os valores de duas coordenadas ou de duas observações não são

correlacionadas, então a covariância respectiva é igual a zero. A covariância terá valor igual a um caso as variáveis sejam totalmente correlacionadas.

A elipse de erro pontual expressa a incerteza posicional das coordenadas de um ponto com relação ao sistema de referência a um nível de probabilidade igual a  $\beta=0,39$ . A elipse de erro pontual é definida pelos comprimentos dos semi-eixo maior (a) e menor (b), e por sua orientação ( $\theta$ ) em relação ao sistema de referência. As grandezas a, b, e  $\theta$  são calculadas a partir dos valores da matriz variância-covariância das coordenadas estimadas, dadas pelas seguintes expressões (GEMAEL,1994; CHZANOWSKI,1977; NICKERSON,1979):

$$a^2 = \frac{1}{2}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}) \quad (20)$$

$$b^2 = \frac{1}{2}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sqrt{(\sigma_x^2 - \sigma_y^2)^2 + 4\sigma_{xy}^2}) \quad (21)$$

$$\text{tg}(2\theta) = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_y^2 - \sigma_x^2} \quad (22)$$

onde,

$\sigma_x, \sigma_y$ : desvios-padrão das coordenadas (x, y) de um ponto, respectivamente;

$\sigma_{xy}$ : covariância entre as coordenadas (x,y) de um ponto;

$\theta$ : orientação do semi-eixo maior da elipse em relação ao eixo "ox".

A elipse de erro relativa expressa a incerteza na posição relativa de um ponto com relação a um outro a um nível de probabilidade ( $\beta=0,39$ ), sem considerar o sistema de referência. Os elementos da elipse relativa são calculados a partir das variâncias e covariâncias das diferenças de coordenadas ( $\Delta x, \Delta y$ ) de dois pontos (i, j), cujas expressões são dadas por (GEMAEL,1994; CHRZANOWSKI, 1977; NICKERSON,1979):

$$a^2 = \frac{1}{2}(\sigma_{\Delta x}^2 + \sigma_{\Delta y}^2 + \sqrt{(\sigma_{\Delta x}^2 - \sigma_{\Delta y}^2)^2 + 4\sigma_{\Delta x \Delta y}^2}) \quad (23)$$

$$b^2 = \frac{1}{2}(\sigma_{\Delta x}^2 + \sigma_{\Delta y}^2 - \sqrt{(\sigma_{\Delta x}^2 - \sigma_{\Delta y}^2)^2 + 4\sigma_{\Delta x \Delta y}^2}) \quad (24)$$

$$\text{tg}(2\theta) = \frac{2\sigma_{\Delta x \Delta y}}{\sigma_{\Delta y}^2 - \sigma_{\Delta x}^2} \quad (25)$$

sendo,

$$\sigma_{\Delta x}^2 = \sigma_{x_j}^2 + \sigma_{x_i}^2 - 2\sigma_{x_i x_j} \quad (26)$$

$$\sigma_{\Delta y}^2 = \sigma_{y_j}^2 + \sigma_{y_i}^2 - 2\sigma_{y_i y_j} \quad (27)$$

$$\sigma_{\Delta x \Delta y} = \sigma_{x_j x_i} - \sigma_{x_j y_i} - \sigma_{x_i y_j} + \sigma_{x_i y_i} \quad (28)$$

As dimensões das elipses de erros obtidas pelos valores dos semi-eixos maior (a) e menor (b) obtidas pelas expressões (20) e (21) para as elipses posicionais, e (23) e (24) para as elipses relativas, são válidas para uma probabilidade de  $\beta=0,39$ . Para obter elipses pontuais ou relativas com níveis maiores de confiabilidade, um incremento ( $k_i$ ) deve ser considerado. Nesse caso as elipses de erro passam a ser denominadas de elipses de confiança (GEMAEL,1994), cujos semi-eixos são obtidos através de

$$a_i = k_i a \quad (29)$$

$$b_i = k_i b \quad (30)$$

As elipses de erro e as elipses de confiança, apresentam a mesma orientação. Os valores de ( $k_i$ ) são obtidos a partir da distribuição de qui-quadrado ( $\chi^2$ ), prefixando uma probabilidade ( $\beta$ ). Para  $\beta=0,75$  corresponde um  $k_i=1,67$ , e para  $\beta=0,90$  tem-se  $k_i=2,15$ .

### 3.5 MODELO DE AJUSTAMENTO DE UM CAMPO DE PONTOS PLANIMÉTRICO

No ajustamento de um campo de pontos, as observações devem estar isentas de erros grosseiros e sistemáticos, ou seja, espera-se que as influências resultantes do processo de medição seja apenas de caráter aleatório (randômico). Somente após verificada essa condição é que se processa o ajustamento do campo de pontos. O ajustamento objetiva estimar os valores mais prováveis dos parâmetros, sua precisão e a eventual correlação entre eles.

O modelo de ajustamento mais usado para a determinação dos parâmetros de um campo de pontos é o conhecido método paramétrico ou da variação das coordenadas, admitindo a solução por mínimos quadrados. Nesse modelo, cada observação gera uma equação.

$$L_a = L_b + V \quad (31)$$

sendo,

$L_a$ : vetor das observações ajustadas

$L_b$ : vetor das observações

$V$ : vetor dos resíduos

No modelo paramétrico as observações ajustadas são expressas como uma função explícita dos parâmetros ajustados.

$$L_a = F(X_a) \quad (32)$$

$$X_a = X_0 + X \quad (33)$$

sendo,

$X_a$ : vetor dos parâmetros ajustados

$X_0$ : vetor dos parâmetros aproximados

$X$ : vetor das correções aos parâmetros

O modelo funcional do método paramétrico, é obtido a partir da linearização por Taylor da expressão (33) e dado por

$$A X - L = V \quad (34)$$

$$L = L_0 - L_b \quad (35)$$

sendo

A: matriz configuração (de coeficientes dos parâmetros)

$L_0$ : função dos parâmetros aproximados,  $L_0 = F(X_0)$

A solução, considerando a condição de mínimos quadrados, é dada por,

$$X = -(A^t P A)^{-1} A^t P L \quad (36)$$

sendo,

P: matriz dos pesos

O modelo estocástico do ajustamento é dado pela matriz co-fatora ( $Q_x$ ),

$$Q_x = (A^t P A)^{-1} \quad (37)$$

que conduz à matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados ( $MVC = \Sigma_x$ ) dada por,

$$\Sigma_x = \sigma_0^2 (A^t P A)^{-1} \quad (38)$$

sendo,

$\sigma_0^2$ : variância da unidade de peso a priori.

Numa rede geodésica, os elementos da matriz "A" dependem das coordenadas aproximadas dos pontos e do tipo de observação realizada, se direção ou distância. Caso as observações apresentem a mesma precisão, a matriz dos pesos "P" será uma matriz identidade ( $P=I$ ). Para observações auto-correlacionadas e de diferentes precisões, teremos uma matriz "P" simétrica com elementos diagonais entre si. Para observações não correlacionadas de diferentes precisões, teremos uma matriz "P" diagonal. A variância de peso unitario " $\sigma_0^2$ " é

um escalar que representa o fator de variância a priori. A matriz  $Q_x$  é uma matriz de característica (p) igual a,

$$p = (n-k) \quad (39)$$

sendo,

n: ordem da matriz  $Q_x$

k: deficiência da rede

Em uma rede geodésica clássica, as injunções ou as deficiências da rede, são em número de quatro - 2 de posição, 1 de orientação, 1 de escala - para redes planimétricas, e em número de sete - 3 de posição, 3 de orientação, 1 de escala - para redes tri-dimensionais.

### 3.5.1 Campo de Pontos com Injunções Posicionais - Ajustamento Clássico

Numa rede planimétrica, a singularidade da matriz  $Q_x$  é solucionada "fixando" a rede em posição (escolha do datum), em escala (medindo-se distância(s)), e orientação (medindo-se azimute(s)). ASHKENAZI(1974) chama a atenção para o fato de ser inevitável a seleção arbitrária de parâmetros para fixar a rede (que pontos devem ser datum, quais distâncias e quais azimutes devem ser medidos), e isso conduz a diferentes grupos de coordenadas finais (parâmetros  $X_a$ ), com uma correspondente matriz variância co-variância (MVC). Isso por sua vez, conduz a diferentes grupos de elipses de erro ou de confiança posicional, que aumenta na proporção em que o ponto considerado se afasta da origem fixada arbitrariamente.

Por outro lado, se a rede apresenta apenas deficiência posicional, então a configuração geométrica, a escala, e a orientação são invariantes. Em tais casos, uma variação na origem, embora afetando a MVC, não modifica os valores das quantidades derivadas que estão

relacionadas com a configuração, escala, e orientação, tais como as elipses de erro ou de confiança relativa, o erro padrão em orientação e o erro padrão em distâncias entre pares de estações.

### 3.5.2 Campo de Pontos sem Injunções Posicionais- Ajustamento Livre

Quando o sistema de equações normais dado pela matriz ( $Q_x$ ) apresentar deficiência de característica, cuja causa é a não atribuição das injunções mínimas (posição, orientação e escala), então trata-se de um ajustamento livre. Nesse caso, todos os parâmetros envolvidos na rede a ser ajustada podem sofrer correções.

A singularidade da matriz co-fatora ( $Q_x$ ) definida no item 3.5, pode ser eliminada no ajustamento. O método de ajustamento de redes livres é resultante do desenvolvimento da "Teoria dos Erros Internos", cujo princípio teórico tem por base os conceitos de inversas generalizadas, primeiramente desenvolvidas por Moore em 1920, por Bjerhammar em 1951, e independentemente do trabalho de Moore, por Penrose em 1955 (ASHKENAZI,1974). Considerações teóricas acerca do método podem ser encontradas em MITTERMAYER (1972), BJERHAMMAR(1973), ASHKENAZI(1974), WELSCH(1979), PERELMUTER (1979), MATVEYEU (1980), BLAHA(1982), PAPO(1985), TAN(1989),

O ajustamento de redes livre foi amplamente propagado pelo Prof. Peter Meissl na década de 70. Constitui-se num avanço da geodésia geométrica, sendo aplicado atualmente a um número crescente de ajustamento de redes geodésicas terrestres e por satélites. Na literatura encontra-se exemplos de utilização do ajustamento de redes livres aplicado ao controle horizontal (MILBERT,1979; PAPO&PERLMUTTER,1981; WIMMER,1982;

KOCH,1985), ao controle vertical (CROSS&WHITING,1982), para a detecção de deformações (SILVA,1987; MONICO,1988), no apoio à fotogrametria terrestre (MARSHALL,1989).

Num ajustamento clássico, os parâmetros e as variâncias estimadas são referidas aos pontos datum considerados "fixos". Por outro lado, num ajustamento livre, os parâmetros e as variâncias estimadas são referidas ao campo de pontos como um todo. Se coordenadas são fixadas a fim de determinar o sistema de referência, então a origem do sistema será relativa a estes pontos. No ajustamento livre tal relação não é evidente e o sistema de referência é relativo ao centro de gravidade do espaço objeto dos pontos coordenados. O significado geométrico disso é que o centro de gravidade da rede não se movimenta. O significado matemático é que o traço da MVC dos parâmetros é um mínimo, e conseqüentemente a variância média dos parâmetros é também um mínimo (MITTERMAYER,1972; MARSHALL,1989).

Em um campo de pontos com injunções, o sistema de referência é materializado pelos pontos considerados "fixos", de coordenadas invariantes, e a propagação dos erros se verifica a partir deles. Isto significa dizer que as elipses de erro ou de confiança pontuais correspondentes, variam de acordo com a escolha arbitrária dos pontos "fixos". Em razão disso, torna-se mais adequado o uso de redes livre de injunções no ajustamento de um campo de pontos, sendo inclusive adotado neste trabalho.

## **4 PLANEJAMENTO DO EXPERIMENTO - TESTES DE LABORATÓRIO E DE CAMPO**

Neste capítulo pretende-se descrever os procedimentos metodológicos usados no processo de planejamento do campo de pontos, considerando os erros decorrentes do processo de medição, com vistas à definição do horário das medições de acordo com as condições ambientais, bem como descrever os testes realizados para a verificação das condições metrológicas dos equipamentos de medição.

### **4.1 ERROS NO PROCESSO DE MEDIÇÃO ANGULAR**

Os resultados de uma medida são sempre afetados pelos erros inerentes ao processo de medição. No caso da rede geodésica investigada neste trabalho, verifica-se que a propagação dos erros no campo de pontos é mais influenciada pelas observações de direções do que pelas observações de distâncias, conforme discussão do Capítulo 5. Assim, os erros existentes no processo de medida angular foram investigados de forma mais detalhada.

As variáveis influentes no processo de medição angular podem ser classificadas em variáveis internas e variáveis externas. As variáveis internas compreendem os erros instrumentais (irregularidades e/ou limitações dos instrumentos), além dos erros observacionais (imperícia do operador). As variáveis externas referem-se às condições atmosféricas do meio ambiente que causam a refração nas linhas de medição.

#### 4.1.1 Variáveis Internas

As principais variáveis internas influentes no processo de medida de uma direção horizontal são os conhecidos erros instrumentais e observacionais. Os principais erros instrumentais são o erro do eixo vertical ou principal, o erro do eixo de colimação, o erro de eixo secundário, o erro de excentricidade da alidade e do eixo de colimação, o erro de graduação, o erro do dispositivo de leitura angular, o erro de centragem. Os erros observacionais são os erros de pontaria e de leitura, que dependem do maior ou menor nível de perícia do operador do instrumento de medida.

KAHMEN&FAIG(1988) e CARNEIRO(1993), descrevem as principais características desses erros, bem como apresentam expressões matemáticas para as suas determinações, quando for o caso. SILVA(1993), apresenta uma tabela contendo de forma resumida os principais erros instrumentais bem como indica a estratégia de eliminação, aqui reproduzida na Tabela 01.

TABELA 01 - PRINCIPAIS ERROS INSTRUMENTAIS E SUA ELIMINAÇÃO

ERRO INSTRUMENTAL DEVIDO	POSSIBILIDADE DE ELIMINAÇÃO	ATRAVÉS DE MEDIÇÃO EM PD E PI	ATRAVÉS DE OUTROS MEIOS
ao eixo vertical	sim	não	auto-calibração
ao eixo de colimação	sim	sim	
ao eixo secundário	sim	sim	calibração externa
à excentricidade da alidade	sim	sim	
à excentricidade do eixo de colimação	sim	sim	
à folga nas lentes de foco	sim	sim	
à divisão do limbo	parcial		medodologia de verificação
ao dispositivo de leitura	não		
à centragem do instrumento	sim	não	centragem forçada

Verifica-se que a maioria dos erros axiais dos instrumentos podem ser eliminados pela média das observações nas duas posições da luneta do teodolito (PD - posição direta, e PI -

posição inversa). A metodologia de medição nas posições PD e PI, é uma boa estratégia de eliminação de erros através de procedimentos adequados de observação. Em alguns teodolitos eletrônicos, tais correções podem ser implementadas através de observações efetuadas em laboratório, fazendo com que as medidas realizadas numa única posição da luneta (PD ou PI) já contemple as correções axiais possíveis.

Os erros instrumentais que não podem ser eliminados através da estratégia anterior, podem ser minimizados ou eliminados através de outros meios. O erro do eixo principal indica se o teodolito encontra-se desnivelado, e não pode ser eliminado através de observações em PD e PI. Alguns teodolitos eletrônicos possuem sistemas eletrônicos de compensação desse erro. No Elta-3 da Zeiss, por exemplo, o sistema pode corrigir desníveis de até  $\pm 2'$ , mantendo-o numa faixa de  $\pm 2''$ . Por outro lado, a influência do erro de divisão ou de graduação do limbo pode ser reduzida por uma metodologia de medição através da medida da direção em várias posições, ou por meio matemático através de equação de correção definida por meio de avaliação em laboratório. Já o erro dos dispositivos de leitura angular refere-se a existência de diferenças entre o passo do parafuso micrométrico projetado e do fabricado, que provoca erros progressivos na leitura das direções. Esse tipo de erro não ocorre nos teodolitos eletrônicos. Com relação ao erro de centragem, ele decorre da não coincidência entre o eixo principal do teodolito verticalizado, com a vertical da estação. Com o fio de prumo, uma centragem atinge uma exatidão de  $\pm 3$  a  $\pm 5$ mm, com prumo rígido de  $\pm 1$  a  $\pm 2$ mm e com prumo ótico até  $\pm 0,5$ mm. Uma estratégia prática de eliminar esse erro é a utilização do método da centragem forçada, que foi inclusive usado nos experimentos deste trabalho. Por fim, outros erros instrumentais que devem ser considerados são o atrito mecânico das partes

que compõem o teodolito, a torção do tripé devido às expansões térmicas e o recalque das pernas do tripé no pavimento.

Quanto aos erros observacionais, o erro de pontaria apresenta uma componente randômica e outra sistemática. A componente randômica ou acidental surge principalmente devido às condições atmosféricas da linha de visada. A componente sistemática ocorre devido à imperícia do operador, devendo esse erro ser minimizado através de uma superabundância de observações. Uma estratégia usada na medida de direções consiste em observar várias séries de direções em diferentes posições do limbo, e em PD e PI, o que elimina também a maioria dos erros instrumentais. Essa estratégia, conhecida como método Prussiano, foi usada neste trabalho conforme abordado nos itens 4.5 deste Capítulo e 6.1 do Capítulo 6. Um outro fator influente na pontaria consiste no alvo usado. Nesse caso, deve haver investigações quanto ao modelo, tamanho, e combinações de cores contrastantes. Com relação ao erro observacional de leitura da direção medida, este varia para um mesmo instrumento a depender da perícia do operador, e não ocorre nos teodolitos eletrônicos.

#### 4.1.2 Variáveis Externas

As variáveis externas influentes nas medidas geodésicas estão relacionadas com as condições atmosféricas do meio, que causam a refração atmosférica. O efeito da refração atmosférica apresenta uma componente sistemática e outra randômica. A componente sistemática ocorre devido às variações da densidade do ar, que depende basicamente da temperatura e da umidade ao longo das linhas de visada. A componente randômica ocorre

devido à turbulência das camadas de ar. A componente randômica e a componente sistemática não avaliada são fatores limitantes da precisão das observações geodésicas.

A componente sistemática da refração atmosférica pode ser determinada através de modelos matemáticos. BRANDÃO(1990), e SILVA&CARNEIRO(1991) apresentam alguns desses modelos desenvolvidos por geodestas. Entretanto, a correção do efeito da refração através de modelos é apenas uma solução aproximada. A solução rigorosa é dada por uma integral da variação do índice de refração ao longo da linha de visada, o que apresenta muita dificuldade.

A medida do efeito da refração pode ser avaliada a partir de uma componente vertical e outra lateral ou horizontal. Geralmente a refração lateral e a refração vertical são avaliadas separadamente pelos modelos teóricos, apesar de serem um mesmo fenômeno.

No caso da rede geodésica investigada nesta dissertação, as variações na medida de direção possuem uma influência maior no cálculo das coordenadas dos pontos e suas dispersões do que as variações na medida de distância. Os testes realizados para avaliar a precisão do distanciômetro usado nas medições de distâncias (item 4.6), mostraram ser desnecessário proceder a correção do efeito da refração. Nos testes, o valor obtido para essa precisão foi de  $\pm 2\text{mm}$ . O equipamento testado - distanciômetro Elta-3 com sinal a infravermelho - foi usado na medida de distâncias com até 200m, em ambiente com variação de temperatura de no máximo  $3^{\circ}\text{C}$ . Por sua vez, SCHWENDENER(1972) apresenta uma expressão para determinar o efeito da refração nas distâncias medidas com distanciômetros. Essa correção possui valores abaixo de  $\pm 0,5\text{mm}$  quando aplicada aos equipamentos a infravermelho, em condições adversas de distâncias com 300m em ambiente com variações de

temperatura de cerca de 20°C. Assim, apenas a refração lateral será considerada para efeito de análise das variações das medidas dos ângulos horizontais.

Com relação especificamente à medida dos ângulos horizontais, sabe-se que a refração lateral ou horizontal é um dos principais fatores limitantes de sua precisão. Há entretanto, questionamentos a respeito da ordem de grandeza deste erro. Determinações realizadas no estado de Pernambuco / Brasil por SILVA&CARNEIRO(1991) indicaram um valor máximo de  $\pm 20''$ , em condições muito adversas em termos de variações das condições ambientais ao longo da linha de visada. Por outro lado, citaram as experiências de Kukhamakh que obteve valor máximo de  $\pm 6''$ . Esse é um valor próximo ao obtido por uma expressão apresentada por CHZANOWSKY(1977) que obteve uma refração lateral de  $\pm 5''$  numa distância de 200m, num ambiente com variação de  $\pm 0,3^\circ$  no gradiente da temperatura, que é um valor normal em áreas urbanas, próximas de construções. Por outro lado, BONFORD(1971), demonstra que teoricamente, o valor da refração lateral não excede  $\pm 1''$ .

Pode-se afirmar então que a componente randômica e a componente sistemática não avaliada do efeito da refração são fatores limitantes da precisão das observações geodésicas. Devido às dificuldades encontradas para implementar uma adequada correção dos efeitos da refração atmosférica, recomenda-se o emprego de técnicas de observação para ao menos minimizar esse efeito. Pode-se por exemplo, realizar as medições em períodos do dia em que o efeito da refração seja mínimo de acordo com as condições atmosféricas locais. Para tanto, há necessidade de serem realizadas observações com essa finalidade, caso que será relatado no item 4.3.

Entretanto, cabe salientar que a refração atmosférica deve ser avaliada considerando a sua componente estocástica. Isso implica na necessidade de observação do efeito da refração em várias épocas (SILVA,1995).

## 4.2 MEDIÇÃO DA TEMPERATURA AMBIENTE

O erro na medida de direções horizontais devido ao efeito da refração atmosférica é diretamente proporcional à variação da densidade do ar na linha de visada. Assim, num ambiente com condições atmosféricas estáveis, o erro devido à refração é mínimo, ao contrário, em condições instáveis, esse erro pode ser bastante considerável (ver item 4.3)

Em todo caso, a refração atmosférica é um fator limitante da precisão da medida dos ângulos horizontais. Assim, buscou-se definir os horários de ocorrência de maior estabilidade na densidade do ar no ambiente de trabalho onde foi implantado o campo de pontos investigado. Teoricamente, as medições geodésicas quando conduzidas nesse período, apresentam-se com uma menor influência do erro devido a refração. Como a densidade do ar está relacionada com a temperatura ambiente, mediu-se então a temperatura em pontos situados nas proximidades da área onde foi implantado o campo de pontos.

### 4.2.1 Característica da Medição da Temperatura

A temperatura seca foi determinada em 15 pontos localizados em 3 seções perpendiculares e 5 seções paralelas à linha base (comparador de distâncias colineares)

implantada na UFPE, abrangendo uma área de aproximadamente 175m X 120m, conforme planta planimétrica da Figura 04a.

A área em estudo apresenta uma topografia aproximadamente plana, com declividades menores que 2%, e os pontos estavam localizados sobre terreno gramado e pavimentado, conforme descrição da Tabela 02.

FIGURA 04a - PLANTA PLANIMÉTRICA DA ÁREA INVESTIGADA COM OS PONTOS ONDE MEDIU-SE A TEMPERATURA.

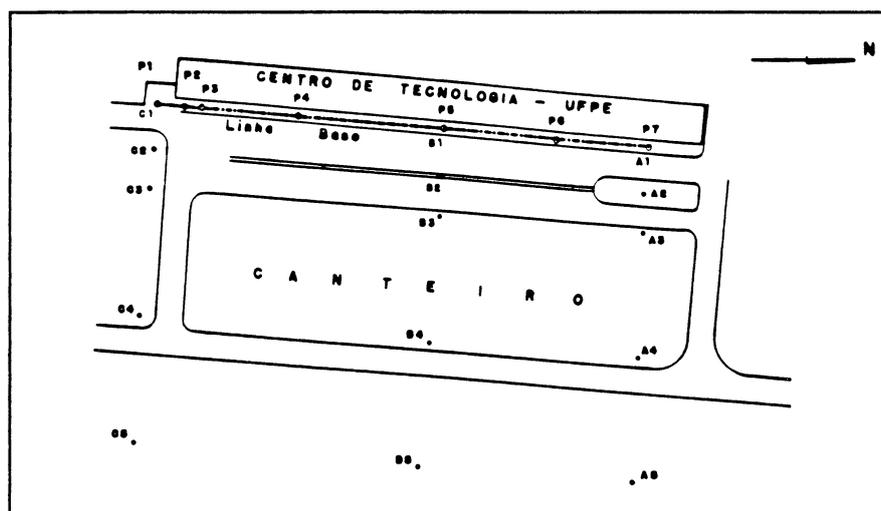


TABELA 02 - CARACTERÍSTICAS DOS PONTOS ONDE MEDIU-SE A TEMPERATURA

PONTOS	CARACTERÍSTICAS
A1	sobre pilar de concreto em terreno gramado, próximo ao prédio do CT, cobertura com arbustos
B1	mesmas características do ponto A1
C1	mesmas características dos pontos A1 e B1, exceto por ter cobertura livre (descampado)
A2	sobre o canteiro (grama/cimento), cobertura livre com árvores próximas
B2	sobre o passeio (pavimentação asfáltica/concreto), com cobertura livre (descampado)
C2	sobre terreno gramado, com cobertura fechada com árvores
A3	sobre o passeio (grama/cimento), meio encoberto com árvores próximas
B3	mesmas características do ponto A3
C3	sobre terreno gramado, com cobertura fechada com árvores
A4	sobre o passeio (grama/cimento), com cobertura com árvores
B4	mesmas características do ponto A4
C4	sobre o passeio (grama/cimento), cobertura com arbustos
A5	sobre terreno sem vegetação, meio encoberto com árvores próximas
B5	sobre terreno gramado, com cobertura livre (descampado)
C5	mesmas características do ponto B5

A área em estudo foi assim definida a partir da linha base, cujos pontos localizam-se num alinhamento paralelo ao prédio do CT/UFPE. A orientação do prédio, aproximadamente no sentido norte/sul, propicia a incidência do sol na área, durante toda a parte da manhã, com gradual sombreamento pela tarde, quando atinge sombra total a partir das 16h.

Os dias das medições da temperatura (08/12, e 12 e 13/12/94), caracterizaram-se por um ambiente típico de verão no litoral do Nordeste brasileiro, com temperaturas médias de aproximadamente 29°C de dia e 26°C a noite, com sol incidente na maior parte do dia, ocorrendo curtos períodos parcialmente encoberto, e céu com nuvens esparsas.

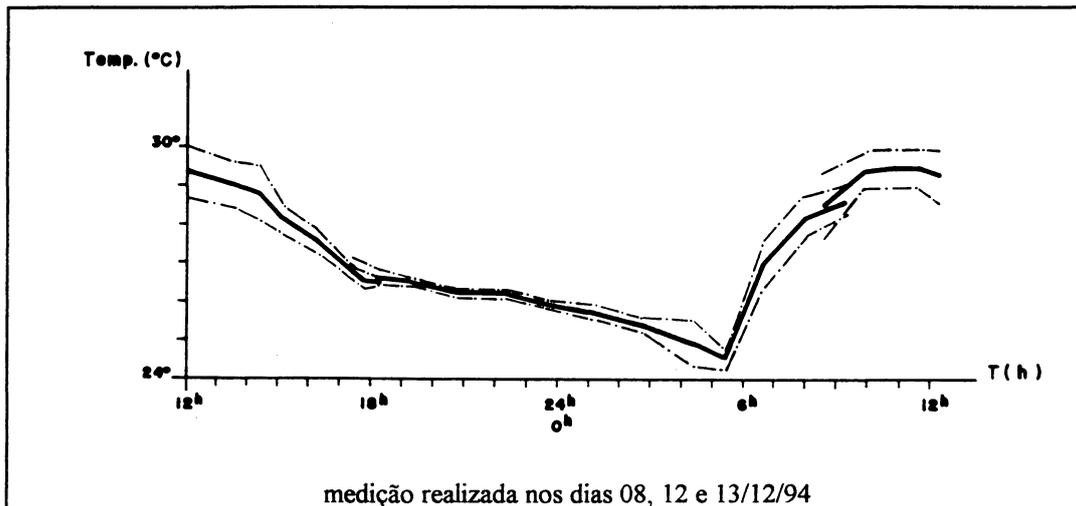
Utilizou-se termômetro modelo WILH LAMBRECHT KG GÖTTINGEN H371, do patrimônio da UFPE. Procedeu-se no momento da medição, de 15 a 25 giros, estabelecendo assim uma média da temperatura num ambiente homogêneo. O termômetro foi posicionado na altura da cabeça do operador (aproximadamente 1,5m) por ser essa a altura média das linhas de visada quando forem realizadas as medições. Evitou-se a incidência direta do sol no termômetro, e a temperatura adotada para um ponto somente foi registrada quando ocorresse uma repetição com diferenças de até  $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$  (menor leitura direta possível). Durante o dia, a repetição da temperatura num ponto chegou a variar cerca de  $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$  até  $\pm 1,0^{\circ}\text{C}$ , quando verificou-se uma constante alternância de ventos "quentes" e "frios". No total, foram realizadas 25 séries de medições, com intervalo médio de 1 hora entre o início de cada uma delas, sendo que cada série foi realizada num tempo médio de 30 minutos.

#### 4.2.2 Resultado da Medição da Temperatura - Indicação do Período de Maior Estabilidade

Os resultados das medições da temperatura em pontos discretos distribuídos na área em estudo, foram analisados considerando o comportamento da variação temporal da temperatura.

Verificou-se que a variação temporal da temperatura em 24h de medições é relativamente semelhante nos vários pontos avaliados. A Figura 05 mostra um gráfico representativo da variação temporal média, considerando os valores médios da temperatura medida em todos os pontos avaliados. A linha interna do gráfico corresponde a esses valores médios, e as linhas que a envolvem correspondem aos desvios-padrão, calculados a partir das temperaturas medidas em todos os pontos de cada série de medição.

FIGURA 05 - GRÁFICO DO COMPORTAMENTO TEMPORAL DA TEMPERATURA - MÉDIA ENTRE OS PONTOS AVALIADOS



Verificou-se uma diferença de cerca de  $6,0^{\circ}\text{C}$  entre as temperaturas máximas e mínimas, com um máximo absoluto entre 11h e 12h, e um mínimo absoluto por volta das 5h 30min. Nota-se no entanto, que no período das 18h às 1h, as diferenças são menos intensas,

não ultrapassando 1,0°C. Quanto às variações em torno dos valores médios, verificou-se que no período das 1h às 18h os desvios são maiores, chegando até a  $\pm 1,0^\circ\text{C}$ , e menores entre 18h e 1h, quando ficou em torno de  $\pm 0,2^\circ\text{C}$ .

Verificou-se assim que o período entre 18h e 1h é o de maior estabilidade na temperatura do ar, sendo este portanto, o período recomendado para a execução das medições no campo de pontos. Presume-se que nesse período, a influência do efeito da refração lateral nos ângulos horizontais medidos seja mínima.

#### 4.3 MEDIÇÃO DOS EFEITOS DA REFRAÇÃO

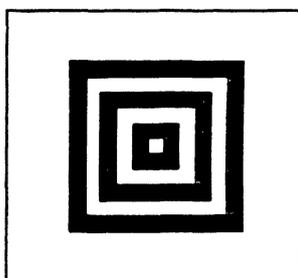
A medição da temperatura ambiente em pontos discretos na área onde foi implantado o campo de pontos, descrito no item 4.2, forneceu elementos para a escolha do período do dia mais recomendado para executar as medições. Essa escolha baseiou-se no período do dia onde se verificou a ocorrência da maior estabilidade na temperatura do ar. Presume-se que nesse período, a influência da refração lateral na linha de visada seja mínima na medida das direções horizontais. Entretanto, somente com os dados da temperatura, não se pode avaliar se essa “influência mínima” é representativa ou não.

Procedeu-se então a medição do efeito da refração no ambiente de trabalho. Usou-se a metodologia descrita por SILVA&CARNEIRO(1991) num alinhamento definido pelos dois pilares extremos da linha base da UFPE. Esses dois pontos foram escolhidos por dois motivos. Primeiro, por que a linha base por estar próxima ao prédio do Centro de Tecnologia, certamente seja o alinhamento que sofrerá maiores influências da refração lateral ao longo de um dia, devido às variações térmicas resultantes do aquecimento e resfriamento da

construção. Por outro lado, os pilares da linha base já implantados com sistema de centragem forçada propiciaria uma estabilidade maior do que o uso de tripés. Apesar de somente o efeito da refração lateral ser avaliado, procedeu-se também a medida do efeito da refração vertical.

Nessa metodologia de medição do efeito da refração, numa das extremidades do alinhamento, instala-se um teodolito com os movimentos horizontal e vertical fixados, e apontado a um alvo colocado na outra extremidade. O alvo deve ser construído de tal forma que possibilite a leitura de eventuais deslocamentos lineares nos sentidos horizontal e vertical, conforme exemplo da Figura 06. O cálculo do desvio angular da linha de visada é então obtido em função dos deslocamentos observados e do comprimento da linha de visada.

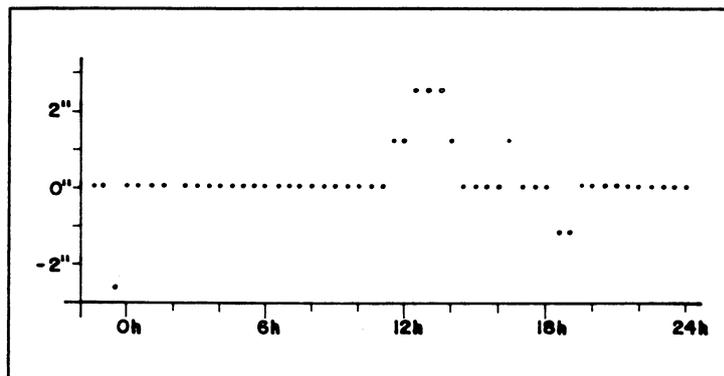
FIGURA 06: MODELO DE ALVO USADO PARA A MEDIDA DO EFEITO DA REFRAÇÃO



No experimento conduzido para a avaliação do efeito da refração, as medições foram realizadas num período de 24h nos dias 24 e 25/01/95, com intervalos de 30 minutos, procedendo-se também a medida da temperatura ambiente no pilar onde se encontrava o teodolito. Os pilares externos do alinhamento de 167,5m foram protegidos da incidência do sol, da chuva, e do vento. As medidas efetuadas expressam os deslocamentos em milímetros que foram observados no alvo, a partir do teodolito com os movimentos horizontal e vertical imóveis. O Anexo 8.1 apresenta uma tabela onde estão registrados as medidas do efeito da refração e os resultados decorrentes.

Conforme discussão no item 4.1.2, para efeito de análise dos efeitos da refração sobre as medidas geodésicas na rede investigada, foi avaliado apenas o efeito da refração lateral na medida dos ângulos horizontais. Assim, o gráfico da Figura 07 foi construído com os resultados das medições referentes ao efeito da refração lateral. Constatou-se que as variações observadas na medida de um ângulo horizontal devido à refração são praticamente nulas, com a ocorrência de alguns “picos” cuja causa deve ser melhor avaliada, através da repetição do experimento por exemplo. De uma maneira geral, e considerando as características do experimento, o efeito da refração nas direções deve ser considerado apenas nas medidas com precisão melhores que  $\pm 1''$ . Como o teodolito usado nas medições apresentou nos testes (item 4.5) uma precisão real de  $\pm 3''$ , então, o efeito da refração lateral não foi corrigido nas medidas observadas. Além do mais, as medições foram conduzidas em período de maior estabilidade na temperatura, o que minimiza o efeito da refração.

FIGURA 07 - GRÁFICO DO EFEITO DA REFRAÇÃO LATERAL NA MEDIDA DE UMA DIREÇÃO HORIZONTAL DURANTE 24h



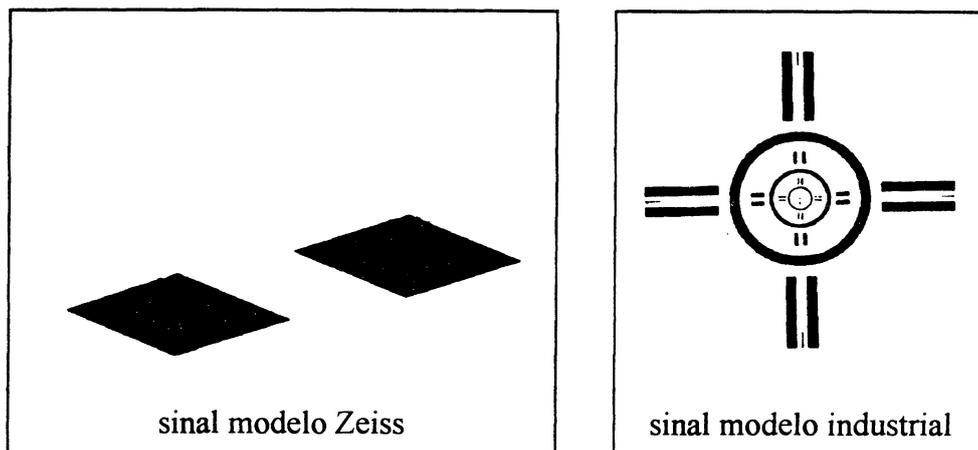
Por fim, vale salientar a necessidade de se repetir esse experimento em outras épocas, a fim de avaliar a característica estocástica do efeito da refração.

#### 4.4 TESTE DE PONTARIA COM O SINAL

A escolha de um alvo adequado é um dos fatores que influenciam na qualidade da medida das direções horizontais com teodolito. Ou seja, a geometria do alvo considerando a extensão do alinhamento do qual se quer medir a direção, é condição importante para que uma pontaria precisa possa ser realizada pelo operador. Portanto, para a escolha do alvo adequado, há necessidade de se realizar testes com vários modelos de sinal.

Realizou-se testes em laboratório e no campo, com dois modelos de sinal. O desenho desses modelos são mostrados na Figura 08. O modelo Zeiss que foi usado, é recomendado para distâncias médias, e o modelo industrial para distâncias curtas. No campo de pontos investigado, as distâncias envolvidas variam de aproximadamente 5m a 200m.

FIGURA 08 - MODELOS DE SINAIS USADOS NOS TESTES



##### 4.4.1 Teste em Laboratório

O teste em laboratório foi realizado em ambiente não controlado, usando o teodolito eletrônico ELTA-3 da Zeiss com erro nominal preconizado pelo fabricante de  $\pm 2''$  na medida

angular. Os alvos estavam a uma distância média de 4m do teodolito. O desvio-padrão da direção horizontal obtido em duas séries com seis observações cada, foi de  $\sigma=\pm 0,5''$  e  $\sigma=\pm 0,6''$  nas visadas para o sinal modelo Zeiss, e de  $\sigma=\pm 0,7''$  e  $\sigma=\pm 1,5''$  nas visadas para o sinal modelo industrial. Os resultados obtidos, com desvios abaixo do erro nominal do aparelho, demonstram que os dois sinais são adequados em distâncias curtas. Com isso optou-se pelo sinal modelo Zeiss, recomendado para distâncias maiores. Esses sinais estavam impressos em chapa metálica com dispositivo de acoplamento na base fixa do teodolito, permitindo medições no sistema de centragem forçada. Três desses sinais estavam disponíveis.

Ainda em laboratório, testou-se a estabilidade desses três sinais. Nas mesmas condições anteriores, observou-se uma mesma direção trocando os sinais acoplando-os numa mesma base. Realizou-se três séries alternadas em cada um dos três sinais, com duas observações em cada série. Os desvios-padrão obtidos foram de  $\sigma=\pm 0,9''$  para o sinal 1,  $\sigma=\pm 0,9''$  para o sinal 2, e  $\sigma=\pm 0,6''$  para o sinal 3, resultando num desvio total, considerando todas as observações, de  $\sigma=\pm 0,8''$ . Como são valores abaixo do erro nominal do instrumento, os três sinais foram considerados adequados.

#### 4.4.2 Teste no Campo

Realizou-se também teste no campo, em condições semelhantes ao que foi encontrado na medição da rede. Foram realizadas observações para quatro pontos distintos, com distâncias variáveis de aproximadamente 5m a 170m. Em cada ponto instalou-se os três sinais disponíveis, sendo realizada uma amostra de seis observações para cada alvo em cada ponto. Os desvios-padrão considerando as 18 observações para cada ponto (3 sinais X 6

observações), variaram de  $\sigma=\pm 1,2''$  para a maior distância até  $\sigma=\pm 2,1''$  para a menor distância. Considerando o total das 72 observações, sendo 12 séries (3 sinais X 4 pontos) com 6 observações cada, verificou-se um desvio-padrão mínimo de  $\sigma=\pm 1,2''$  e máximo de  $\sigma=\pm 2,1''$ .

O teodolito ELTA-3 da Zeiss usado nesse experimento possui precisão nominal de 2" para a medida angular. Como nos testes realizados para verificar o erro de pontaria no sinal em distâncias de até 170m, os desvios ficaram abaixo de 2", considerou-se então que os sinais escolhidos são adequados.

#### 4.5 TESTE DA PRECISÃO ANGULAR INTERNA DO TEODOLITO - MÉTODO PRUSSIANO

Dos equipamentos disponíveis, o teodolito do ELTA-3 da Zeiss foi o que apresentou melhores condições de uso devido à sua precisão (leitura direta de 1" e erro nominal de 2") e por ser digital. Uma vez definidos o teodolito e o sinal que foram usados nas medições, determinou-se a precisão angular real na medida de uma direção. Este valor foi usado como parâmetro no processo de simulação da otimização do campo de pontos conforme abordado no Capítulo 5.

A literatura técnica indica que o limite de resolução dos sistemas óticos usados nos teodolitos permitem uma precisão máxima de pontaria de aproximadamente  $\pm 10''/A$ , sendo A o aumento da luneta. Como no Elta-3 tem-se  $A=30$ , então a precisão máxima de pontaria é de  $\pm 0,3''$ . Entretanto, essa precisão é diminuída devido a vários fatores limitantes tais como o modelo inadequado do sinal, má visibilidade, turbulência térmica, erro de focagem e imperícia do operador.

Como forma de determinar a precisão real da medida angular, procedeu-se observações de direções em laboratório e no campo, usando o método Prussiano ou de Gauss. Os desvios-padrão das direções determinados por esse método, é resultado da influência de fatores instrumentais e observacionais. Nesse método, várias séries de observações são realizadas em diferentes posições do círculo, e nas posições direta (PD) e inversa (PI) do teodolito. O Anexo 8.2 mostra uma tabela com um exemplo do cálculo do desvio-padrão das direções pelo método Prussiano.

#### 4.5.1 Teste em Laboratório

Nos testes de laboratório em ambiente não controlado, foram realizadas várias amostras de observações de direções em visadas para três pontos situados a uma distância aproximada de 5m do teodolito. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 03, e indicam que os desvios-padrão obtidos na medida de uma direção apresentam valores abaixo de  $\pm 2''$ . Constata-se também que a precisão das direções não aumentou nas amostras com mais de três séries.

TABELA 03 - DESVIOS-PADRÃO DAS MEDIDAS DE DIREÇÃO PELO MÉTODO PRUSSIANO

AMOSTRA	NÚMERO DE PONTOS VISADOS	NÚMERO DE SÉRIES	TIPO DE OBSERVAÇÃO	DESVIO-PADRÃO OBTIDO
1	3	7	PD / PI	$\pm 0,8''$
2	3	4	PD / PI	$\pm 1,2''$
3	3	3	PD / PI	$\pm 1,5''$
4	3	3	PD / PI	$\pm 1,0''$
5	3	4	PD / PI	$\pm 2,0''$
6	3	3	PD / PI	$\pm 1,5''$
7	3	18	PD / PI	$\pm 1,3''$

Aproveitando os dados desse experimento, determinou-se os desvios para cada direção observada, considerando apenas as observações em PD ou PI, isoladamente. Os resultados obtidos dentre as 28 desvios-padrão envolvidos (cada uma das 7 amostras com 2 direções nas posições PD e PI) apresentaram um desvio mínimo de  $\sigma=\pm 0,6''$ , um desvio máximo de  $\sigma=\pm 3,5''$ , e um desvio médio de  $\sigma=\pm 2,2''$ .

#### 4.5.2 Teste no Campo

Teste semelhante foi realizado no campo, em condições idênticas ao que foi encontrado na medição da rede. Observou-se com o mesmo teodolito, as direções para sete pontos com distâncias variando de aproximadamente 10m a 170m, em três séries, em PD e PI. O desvio-padrão calculado foi de  $\sigma=\pm 1,2''$ . Considerando apenas as medidas de cada direção isolada, em PD e PI separadamente, dentre os 12 desvios-padrão envolvidos (6 direções em PD e PI), apresentaram um desvio mínimo de  $\sigma=\pm 0,6''$ , um desvio máximo de  $\sigma=\pm 2,5''$ , e um desvio médio de  $\sigma=\pm 1,4''$ .

Na prática, caso fosse possível realizar na rede real investigada as observações de direção pelo método Prussiano em três séries em PD e PI, então poderia ser adotado  $\sigma=\pm 2''$  como sendo o desvio-padrão real do teodolito, igual à precisão nominal do fabricante. Entretanto, nessas condições, o tempo de levantamento seria bem maior que o tempo disponível para a sua realização, conforme simulação feita e descrita no item 5.3.2 do Capítulo 5.

Assim, nas medições do campo de pontos as direções seriam observadas em apenas duas séries em PD ou PI, ou então em uma ou duas séries em PD e PI. O equipamento

utilizado, o Elta-3 da Zeiss, possui dispositivos eletrônicos que permite realizar a correção devido aos erros axiais possíveis, que nos teodolitos óticos-mecânicos são compensados através das observações em PD e PI. Mesmo assim, realizando algumas simulações com os dados dos experimentos relatados anteriormente, utilizando apenas os dados de duas séries em PD ou PI, concluiu-se por estabelecer um desvio-padrão real para as medidas angulares de  $\sigma=\pm 3''$ . Esse aumento no erro angular provavelmente se verificou devido ao menor número de observações. Assim, o desvio-padrão de  $\sigma=\pm 3''$  foi adotado como referência no processo de simulação da otimização do campo de pontos investigado neste trabalho e descrito no Capítulo 5.

#### 4.6 TESTE DA PRECISÃO LINEAR INTERNA DO DISTANCIÔMETRO

No campo de pontos investigado, a medida de distância(s) é necessária para se definir a escala da rede. Nesse caso, somente uma ou algumas poucas distâncias são medidas, entretanto essas medidas devem estar isentas de erros de natureza sistemática. Ou seja, as medidas devem ser conduzidas com equipamento previamente calibrado.

Dentre os equipamentos de medida de distâncias disponíveis, o distanciômetro DI-20 seria o mais adequado; devido à sua precisão ( $\sigma=1\text{mm} \pm 1\text{ppm}$ ). Uma outra vantagem desse equipamento é que ele possui dispositivo para aferir, com um freqüencímetro em laboratório, a frequência real do sinal, teste este que poderia ser realizado no Laboratório do Instituto de Física da UFPE. Conforme discutido no Capítulo 2 (item 2.1), um distanciômetro que apresente um sinal com frequência aferida em laboratório realiza medidas de distâncias

isentas do erro de escala, o que é necessário para definir a escala da rede. Entretanto, o DI-20 disponível não se encontrava no momento em condições de uso.

Deste modo, optou-se por usar o distanciômetro do Elta-3 da Zeiss, cujo fabricante preconiza uma precisão nominal de  $\sigma=3\text{mm} \pm 3\text{ppm}$ . Como o Elta-3 não dispõe de dispositivo para conectar um frequencímetro, não foi possível verificar a frequência real do equipamento. Desse modo, o uso do Elta-3 na medida de distâncias na rede, não forneceria a escala da rede de modo confiável.

Procedeu-se então a realização de testes para verificar uma estimativa da exatidão e a precisão real do equipamento nas condições de uso no campo de pontos proposto. Foram realizados dois testes. O primeiro em laboratório, possibilitou a comparação entre distâncias medidas com o Elta-3 e o interferômetro a Laser, verificando as condições do equipamento em curtas distâncias. O segundo teste foi conduzido no campo em condições semelhantes ao que foi encontrado nas medições do campo de pontos investigado, e possibilitou verificar as condições metrológicas do equipamento em distâncias maiores.

#### 4.6.1 Teste em Laboratório

O teste de laboratório foi conduzido no LAMEPE - Laboratório de Metrologia e Posicionamento Espacial da UFPE, em ambiente climatizado e estável. Sobre um trilho nivelado de aproximadamente 5m de comprimento, procedeu-se a medida de diferenças de distâncias entre pontos medidos com o distanciômetro do Elta-3 e com o interferômetro a Laser HP-5508A do próprio LAMEPE/UFPE, que possui precisão nominal de 0,0001mm. As diferenças de distâncias foram medidas a partir de uma distância de aproximadamente 0,9m

até 4,2m no limite do trilho. Um grupo de 37 posições foram observadas gerando 36 diferenças de distâncias. O refletor foi posicionado com um espaçamento de cerca de 0,2m nos primeiros quatro metros do trilho gerando 20 observações, e de cerca de 0,02m no final do trilho gerando 16 observações. A cada posição do refletor procedeu-se a medida de quatro observações com o distanciômetro. Os desvios-padrão variaram de  $\sigma=\pm 0,0\text{mm}$  até  $\sigma=\pm 1,1\text{mm}$ , com uma média de  $\sigma=\pm 0,7\text{mm}$ . A cada posição foram realizadas também medidas com o interferômetro a Laser, cujas medidas foram consideradas como padrão, uma vez que apresentaram desvios-padrão na ordem de centésimos do milímetro. Em seguida, procedeu-se a comparação entre as variações das diferenças de distâncias conduzidas pelos dois equipamentos. Os resultados obtidos indicaram como menor diferença  $\Delta_{\min}=-2,0\text{mm}$ , maior diferença  $\Delta_{\max}=+1,8\text{mm}$ , e diferença média de  $\Delta_{\text{media}}=0,0\text{mm}$  com uma dispersão de  $\sigma(\Delta_{\text{media}})=\pm 0,8\text{mm}$ . Nesse teste, constatou-se que o distanciômetro do Elta-3 trabalhando na faixa de distâncias abaixo de 5m apresentou melhores condições em termos de precisão do que o preconizado pelo fabricante ( $\sigma=\pm 3\text{mm}$ ). Entretanto, não pode extrapolar essa condição para distâncias maiores, uma vez que o teste estava limitado ao comprimento do trilho.

Verificou-se, portanto que o distanciômetro do Elta-3 avaliado em medições de distâncias de até 5m, possui precisão de  $\sigma=\pm 0,8\text{mm}$ , e exatidão estimada de  $\sigma=\pm 2,0\text{mm}$ .

#### 4.6.2 Teste no Campo

Para verificar a qualidade do distanciômetro do Elta-3 na medida de distâncias maiores, procedeu-se outro teste, no campo, em condições semelhantes ao que foi encontrado na medição real. Avaliou-se a medida de um conjunto de distâncias entre os pontos da linha

base monumentalizada. Foram medidas todas as combinações de distâncias entre os sete pontos da linha base, totalizando 42 observações de distâncias com comprimentos variando de aproximadamente 4,4m até 167,5m. A Tabela 04 apresenta os valores observados e os respectivos desvios-padrão. Cada distância foi observada de 3 a 5 vezes, e os desvios-padrão foram  $\sigma_{\min}=\pm 0,0\text{mm}$ ,  $\sigma_{\max}=\pm 1,9\text{mm}$ , e  $\sigma_{\text{media}}=\pm 0,8\text{mm}$ . Pode-se considerar portanto, que o equipamento avaliado sob as condições observadas, apresenta com confiança, uma precisão de  $\sigma=\pm 2,0\text{mm}$ , menor até que o desvio-padrão de  $\sigma=\pm 3\text{mm}$  preconizado pelo fabricante. Assim, no processo de simulação do campo de pontos, descrito no Capítulo 5, as distâncias foram simuladas com uma precisão de  $\sigma=\pm 2,0\text{mm}$ .

TABELA 04 - DISTÂNCIAS MEDIDAS NO TESTE PARA AVALIAR A PRECISÃO DO DISTANCIÔMETRO

PONTOS	1	2	3	4	5	6	7
1		8,2950m $\sigma=\pm 1,0\text{mm}$	12,7360m $\sigma=\pm 1,0\text{mm}$	45,8613m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	95,7567m $\sigma=\pm 1,2\text{mm}$	135,2305m $\sigma=\pm 1,3\text{mm}$	167,4883m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$
2	8,2947m $\sigma=\pm 1,2\text{mm}$		4,4413m $\sigma=\pm 1,9\text{mm}$	37,5670m $\sigma=\pm 1,0\text{mm}$	87,4607m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	126,9333m $\sigma=\pm 1,2\text{mm}$	159,1937m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$
3	12,7357m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	4,4427m $\sigma=\pm 1,5\text{mm}$		33,1277m $\sigma=\pm 1,2\text{mm}$	83,0217m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	122,4937m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	154,7557m $\sigma=\pm 1,5\text{mm}$
4	45,8627m $\sigma=\pm 1,5\text{mm}$	37,5667m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	33,1287m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$		49,8920m $\sigma=\pm 0,0\text{mm}$	89,3637m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	121,6267m $\sigma=\pm 1,5\text{mm}$
5	95,7563m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	87,4607m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	83,0207m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	49,8920m $\sigma=\pm 1,0\text{mm}$		39,4697m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	71,7327m $\sigma=\pm 1,5\text{mm}$
6	135,2300m $\sigma=\pm 0,0\text{mm}$	126,9330m $\sigma=\pm 1,0\text{mm}$	122,494m $\sigma=\pm 1,0\text{mm}$	89,3637m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	39,4700m $\sigma=\pm 1,4\text{mm}$		32,2610m $\sigma=\pm 0,0\text{mm}$
7	167,4897m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	159,1920m $\sigma=\pm 1,0\text{mm}$	154,7547m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	121,6270m $\sigma=\pm 0,0\text{mm}$	71,7326m $\sigma=\pm 0,6\text{mm}$	32,2610m $\sigma=\pm 0,0\text{mm}$	

Para a avaliar uma estimativa da exatidão, procedeu-se com o conjunto das 42 observações de distâncias, o cálculo das distâncias, e os respectivos desvios-padrão, entre cada dois pontos próximos da linha base, conforme consta na Tabela 05.

TABELA 05 - DISTÂNCIAS DETERMINADAS NO TESTE PARA AVALIAR A EXATIDÃO DO DISTANCIÔMETRO

PONTOS	1 / 2	2 / 3	3 / 4	4 / 5	5 / 6	6 / 7
DISTÂNCIA	8,2955m	4,4397m	33,1278m	49,8936m	39,4720m	32,2611m
DESVIO	$\sigma=\pm 1,4\text{mm}$	$\sigma=\pm 1,6\text{mm}$	$\sigma=\pm 2,0\text{mm}$	$\sigma=\pm 1,1\text{mm}$	$\sigma=\pm 1,3\text{mm}$	$\sigma=\pm 1,7\text{mm}$

Cada uma das 6 distâncias foram obtidas a partir de um conjunto de 7 observações para cada uma delas. Os desvios-padrão obtidos foram:  $\sigma_{\min}=\pm 1,1\text{mm}$ ,  $\sigma_{\max}=\pm 2,0\text{mm}$ , e  $\sigma_{\text{media}}=\pm 1,5\text{mm}$ . Os desvios encontrados, abaixo de  $\sigma=\pm 2\text{mm}$ , indicam portanto que uma exatidão estimada de  $\sigma=\pm 2\text{mm}$  pode ser considerada para as distâncias observadas com o Elta-3 investigado. A escala da rede portanto foi estimada com este valor.

## 5 SIMULAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA DO CAMPO DE PONTOS

Neste Capítulo, pretende-se de uma maneira geral, apresentar o programa "NETZ2D" de análise e ajustamento de um campo de pontos; discutir a importância da configuração geométrica do campo de pontos com respeito à propagação dos erros, bem como verificar a possibilidade de um campo de pontos planimétrico definir a condição geométrica de uma linha base multipilar. De forma específica, pretende-se mostrar os procedimentos e resultados obtidos na simulação do campo de pontos otimizado para definir a condição geométrica do comparador de distâncias colineares da UFPE.

### 5.1 PROGRAMA "NETZ2D" DE ANÁLISE E AJUSTAMENTO DE REDE PLANIMÉTRICA

Para a análise (planejamento) e o ajustamento do campo de pontos planimétrico avaliado nesse trabalho, foi utilizado o programa "NETZ2D", desenvolvido no "Geodaetisches Institut - Universitaet Karlsruhe" - Alemanha. Utilizou-se a versão executável de 1990, disponível no Departamento de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal de Pernambuco.

Vários outros programas foram desenvolvidos com a mesma finalidade do "NETZ2D". Na literatura pesquisada são citados por exemplo os programas: a)"CANDSN - Computer Aided Network Design", desenvolvido desde 1979 na "University of Calgary/Canada" (MEPHAM&KRAKIWSKY,1982,1984), inicialmente sob o nome "NETDESIGN" (NICKERSON,1979). Esse programa atualmente denomina-se "MONALYSA - Monitoring Network Analysis and Adjustment 1D, 2D, 3D", que operando em conjunto com o programa

"GEODEAN - Geodetic Deformation Analysis" compõe o "software" "CANADAS" (TESKEY&BIACS,1990); b)"NETAN - Network Analysis", desenvolvido pela "University of New Brunswick/Canada" (CRAYMER&VANICEK,1989); c)"PAG-U: Universal Program for Adjustment of Any Geodetic Network", desenvolvido pelo "Pacific Aero Survey Co LTDA"/Japão (HARADA,1980); d)"GHOST", desenvolvido pelo "Geodetic Survey of Canada", citado por (CRAYMER&VANICEK,1989); e)"INTRA", desenvolvido na Suíça, citado por (MEPHAM&KRAKIWSKY,1984); f)"IMPDES", desenvolvido na Universidade de Trieste/Itália (CROSILLA&RUSSO,1986). Podemos incluir ainda outros programas desenvolvidos para resolverem problemas específicos de otimização de campo de pontos (MILBERT,1979; DRACUP&FRONCZEK,1979; QI,1986).

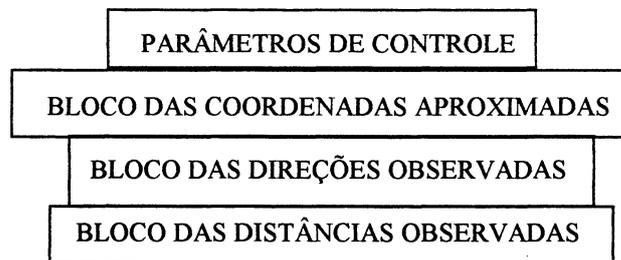
O "NETZ2D" é um programa científico que determina as coordenadas de pontos de redes planimétricas, bem como seus parâmetros qualitativos, através de um modelo estocástico. Possui as opções de ajustamento e de análise de redes. A opção ajustamento é usada para o cálculo de uma rede a partir das medidas de campo e de outros dados disponíveis da rede (coordenadas, direções e distâncias absolutas, e suas respectivas dispersões) quando for o caso. A opção de análise ou planejamento é usada no procedimento de simulação de uma rede, caso em que não há necessidade de dispor das observações medidas em campo.

O Anexo 8.3 mostra um fluxograma simplificado do programa "NETZ2D", originalmente apresentado por OPPEN & JAGER(1991).

### 5.1.1 Arquivo de Dados de Entrada do Programa “NETZ2D”

Os dados de entrada do programa “NETZ2D” são organizados num arquivo de dados. Os dados de entrada são constituídos pelos parâmetros de controle, bloco de coordenadas aproximadas e bloco de observações medidas ou a serem simuladas a depender da opção escolhida, se ajustamento ou análise. A Figura 9 mostra os vários tipos de informações que compõe o arquivo de dados. No Anexo 8.4 apresentamos um exemplo de um arquivo de dados do “NETZ2D” de uma rede simulada.

FIGURA 9 - BLOCO DE INFORMAÇÕES DO ARQUIVO DE DADOS DO “NETZ2D”



Os parâmetros de controle constituem-se de informações sobre a opção de trabalho, o tipo da rede, o modo de iteração, os parâmetros dos testes estatísticos, o tipo de ponto e a escolha dos elementos de saída. A opção de trabalho consiste na indicação se o programa irá trabalhar no modo ajustamento ou no modo análise. O tipo da rede consiste na indicação de se tratar de uma rede com injunções ou uma rede livre de injunções. O modo de iteração consiste na indicação do critério de iteração a ser usado no processamento (valor referência ITER= 0,1mm). Os parâmetros dos testes estatísticos consistem na indicação do fator de variância a priori (valor referência  $\sigma^2_0=0,001$ ), do nível de significância do teste de hipótese (valor referência  $\alpha=0,001$ ) e da probabilidade do teste de hipótese (valor referência  $\beta=0,8$ ). A indicação do tipo de ponto depende do tipo da rede, se com injunções ou livre de injunções.

No caso de uma rede com injunções, os pontos podem ter coordenadas desconhecidas (ponto novo), ou coordenadas conhecidas. Nesse último caso os pontos podem ter coordenadas “fixas” (invariantes) ou coordenadas com dispersões cujas quantidades estocásticas devem ser indicadas em termos de desvios-padrão individual ou mesmo através de uma matriz variância-covariância. Outros parâmetros de controle que devem ser indicados são os tipos de observações usados na rede. Nesse caso devem ser indicados a distância ou grupo de distâncias que irão definir a escala da rede, se há ou não observações de direções, e se há ou não observações de azimute. Os parâmetros de seleção dos elementos de saída devem indicar se o usuário deseja ou não a saída da matriz variância-covariância, das elipses de erro ou de confiança relativa e pontual (especificando quais elipses deseja) e de um arquivo para plotagem dos elementos da rede.

Os outros dados de entrada do “NETZ2D” são o bloco das coordenadas aproximadas e o bloco das observações. No bloco das coordenadas aproximadas devem ser indicados o número do ponto, os valores da coordenada aproximada ( $E_0$ ,  $N_0$ ) e o tipo do ponto com as informações estocásticas ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ) quando existir.

No bloco das observações devem ser indicados os elementos correspondentes às direções, às distâncias e aos azimutes. Nos elementos das direções devem ser indicados o número da estação do teodolito, a precisão da série angular, o número dos pontos visados, o valor da direção medida (omitir para o caso de análise de rede) e a precisão individual de cada direção. Nos elementos das distâncias, devem ser indicados o número da estação, o número do ponto visado, o valor da distância medida (omitir para o caso de análise de rede) e a precisão individual de cada distância. Nos elementos dos azimutes, devem ser indicados o

número da estação, o número do ponto visado, o valor do azimute medido (omitir para o caso de análise de rede) e a precisão individual de cada azimute.

Vale salientar que o bloco das observações apresenta distinções a depender da opção de trabalho. No caso de ajustamento de rede, todas as observações medidas e seus elementos estocásticos devem ser indicados. No caso de análise ou planejamento de rede, devem ser indicadas apenas quais as observações que o programa deve simular, bem como as informações estocásticas esperadas para cada observação simulada (precisões esperadas).

#### 5.1.2 Modelo Funcional e Estocástico no Programa "NETZ2D"

Uma vez definido o arquivo com os dados correspondentes à rede que se deseja avaliar, o programa "NETZ2D" realiza a leitura e controle desses dados, detectando algum tipo de erro de formação do arquivo de dados. Na sequência é formada a matriz dos coeficientes das equações normais e em seguida o cálculo dos parâmetros da rede e suas quantidades estocásticas. O modelo funcional e estocástico do "NETZ2D" constitui-se no método paramétrico com solução por mínimos quadrados, conforme descrito no item 3.5 do Capítulo 3.

No processo de avaliação de uma rede geodésica, é necessário realizar testes estatísticos objetivando verificar a confiabilidade da rede. Conforme discussão no item 3.3 do Capítulo 3, a confiabilidade de uma rede pode ser do tipo interna ou externa. A confiabilidade interna consiste na capacidade de detecção de erros. A confiabilidade externa relaciona-se aos efeitos dos erros não detectáveis nos parâmetros estimados.

No teste de confiabilidade, os prováveis erros são avaliados dentro de um intervalo de confiança “ $\beta$ ” pré-definido. Mesmo assim, caso não seja detectado nenhum erro, existe ainda a probabilidade de  $(1-\beta)$  de sua ocorrência. O teste global de confiabilidade realizado pelo programa “NETZ2D” para a detecção de erros é o método “data snooping” ou método de Baarda, conforme apresentado por OPPEN& JAGER(1991).

## 5.2 CARACTERÍSTICA GERAIS DA LINHA BASE DA UFPE

No planejamento de uma determinada configuração para a localização dos pontos de uma rede geodésica, devem ser considerados determinados fatores em função do propósito da rede, e das características físicas da região. No caso do campo de pontos implantado para servir de apoio à definição da condição geométrica da linha base da UFPE, algumas condições limitadoras devem ser consideradas, dentre as quais as características geométricas da linha base e as características topográficas da região.

### 5.2.1 Características Físicas e Topográficas da Área

Os pontos da linha base investigada, encontram-se afastado cerca de 2,0m da face leste do prédio do Centro de Tecnologia da UFPE, definindo assim um alinhamento paralelo à edificação. Desta forma, o campo de pontos implantado, somente pode se localizar ao lado leste da linha base. Uma outra restrição para a localização do campo de pontos se deve ao fato de que a partir de aproximadamente 200m na direção ortogonal à linha base, começa

uma área de densa vegetação, o que impossibilita a localização de pontos com intervisibilidade.

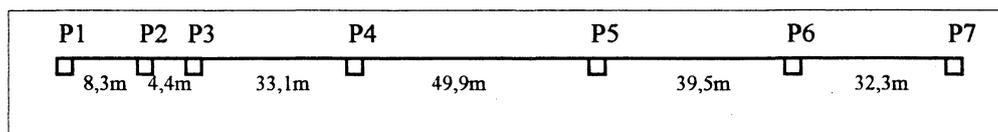
Na Figura 4 apresentada no Capítulo 4 (item 4.2.1) consiste de uma planta planimétrica da área onde foi implantado o campo de pontos. Verifica-se que a partir da linha base, existe uma faixa de 30,0m em pavimentação asfáltica (estacionamento do CT), seguido de um canteiro gramado com 50,0m de largura. Daí, segue uma rua com pavimentação em concreto com 15,0m de largura, a partir do qual inicia-se uma extensa faixa gramada. Toda essa área localiza-se num terreno de topografia plana, com declividades menores que 2%, o que permite uma intervisibilidade em todas as direções. Entretanto, na área do estacionamento e do canteiro, há uma grande quantidade de árvores isoladas.

O prédio do CT/UFPE tem um comprimento de cerca de 180,0m, com 6 pavimentos, e apresenta uma orientação quase que no sentido norte/sul (azimute de aproximadamente 6°). Isso faz com que no período de verão ocorre na área descrita uma incidência do sol pela parte da manhã, com início de sombra devido ao prédio a partir das 12h, e sombreamento total a partir das 16h .

### 5.2.2 Características Físicas e Construtivas da Linha Base

A linha base UFPE foi implantada em 1990 pelo Laboratório de Metrologia e Posicionamento Espacial (LAMEPE) do Departamento de Engenharia Cartográfica (DeCart) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Apresenta-se com 7 pilares com comprimento máximo de aproximadamente 167,5m, dispostos como visto na Figura 10.

FIGURA 10 - DISPOSIÇÃO GEOMÉTRICA DOS PILARES DA LINHA BASE DA UFPE



Os pilares foram construídos, com dimensões variadas em altura e em seção, de modo a permitir a intervisibilidade entre todos os pontos. As dimensões dos pilares são mostrados na Tabela 06.

TABELA 06 - DIMENSÕES DOS PILARES DOS PONTOS DA LINHA BASE

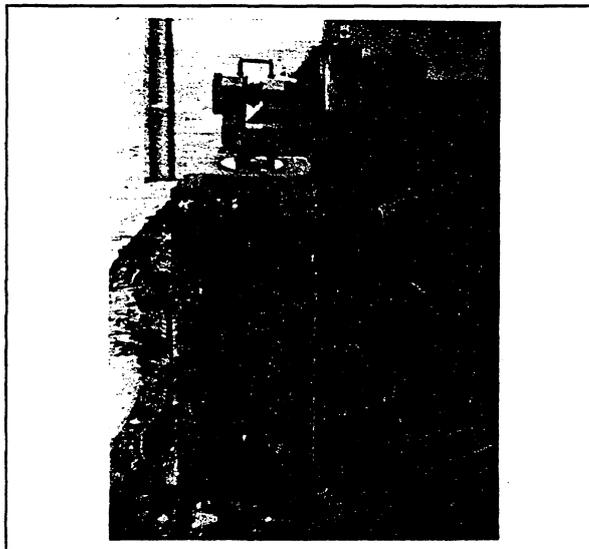
Nº PILAR	ALTURA ACIMA DO TERRENO	SEÇÃO RETANGULAR
1	1,02m	35 X 40 cm
2	1,02m	35 X 40 cm
3	0,96m	35 X 40 cm
4	1,05m	35 X 40 cm
5	0,88m	35 X 40 cm
6	0,74m	35 X 35 cm
7	0,77m	35 X 35 cm

De acordo com as condições geotécnicas da área, os pilares foram construídos em estrutura de argamassa com tijolos, e fundação em concreto, aproveitando-se a estrutura do prédio do Centro de Tecnologia da UFPE. Entretanto, não foi realizado ainda estudos sobre a estabilidade dos pilares da linha base, o que exige investigações específicas para a determinação das componentes vertical e horizontal de deformação da estrutura.

Uma característica importante de uma linha base é permitir o uso de equipamentos em sistema de centragem forçada. No caso da linha base da UFPE, em todos os pilares foram chumbados dispositivos de centragem forçada constituído de uma base circular em aço inox, tendo ao centro um parafuso padrão WILD também de inox. Apresenta ainda, localizado a

aproximadamente 0,2m do solo, pino para medição de recalque, chumbados na estrutura do pilar. A Figura 11, apresenta detalhes de um trecho da linha base da UFPE.

FIGURA 11 - DETALHES DA LINHA BASE DA UFPE



A linha base da UFPE não possui ainda um padrão metrológico definido. Com isso ela não pode atualmente ser usada para a calibração de distanciômetros. Deste modo, com os resultados desta pesquisa, foi definido esse padrão metrológico dado pela sua condição geométrica.

### 5.3 PLANEJAMENTO DO CAMPO DE PONTOS - OTIMIZAÇÃO

A otimização que se busca para o campo de pontos em questão, refere-se à otimização da configuração geométrica, ou "design de primeira ordem". O problema do "design de ordem zero" que se refere ao sistema de referência ótimo, independe da escolha de pontos "fixos" como datum, uma vez que optou-se por usar a solução por redes livres. Numa rede livre, todos os pontos participam na definição do sistema de referência que não fica materializado

por nenhum desses pontos, caso em que temos um datum arbitrário (item 3.5.2). O problema do "design de segunda ordem", que se refere à precisão diferenciada e adequada para cada observação, foi contornado com o uso dos melhores equipamentos disponíveis. Os equipamentos escolhidos foram o teodolito e o distanciômetro da estação total Elta-3 da Zeiss, com precisões nominais de  $\pm 2''$  para as medidas angulares, e de  $3\text{mm} \pm 3\text{ppm}$  para as medidas lineares. Entretanto, as precisões esperadas para as distâncias e direções, obtidas a partir de testes de campo e laboratório descritos no Capítulo 4, e que se mostraram adequadas para o experimento, foram de  $\sigma_d = \pm 2\text{mm}$  e  $\sigma_\alpha = \pm 3''$  respectivamente. Diferiram portanto das precisões nominais preconizada pelo fabricante, entretanto, foram esses os valores, usados como referência no processo de simulação da configuração geométrica do campo de pontos descrito em seguida.

### 5.3.1 Processo de Simulação da Otimização da Configuração Geométrica do Campo de Pontos

Na etapa de simulação da otimização da configuração geométrica do campo de pontos, algumas questões devem ser respondidas: a) quantos pontos devem fazer parte do campo de pontos? b) qual a melhor localização desses pontos? c) que tipo de observação deve ser avaliada, se direção e/ou distância, e em quais alinhamentos?

Na metodologia usada, essas questões foram respondidas a partir de experimentos empíricos, simulando situações possíveis para a rede, cujo resultado pretendido foi obter um campo de pontos adequado para as necessidades pré-definidas. Nesse processo, a rede otimizada não necessariamente seria a melhor de todas. Da mesma forma haveria o risco de não ser possível encontrar uma rede adequada dentro das condições limitadoras impostas.

A rede "ótima" pretendida, e considerada adequada, foi aquela que apresentou elipses de erro pontuais com dispersões mínimas nos pontos da linha base e na direção dessa linha. As dispersões verificadas no sentido transversal à linha base, não foram relevante para o propósito especificado. Por outro lado houve necessidade também de que essas dispersões mínimas na direção da linha base apresentassem grandezas menores do que a precisão das medidas lineares que seriam observadas. Caso contrário a metodologia proposta não se justificaria.

Os elementos das elipses de confiança foram determinados pelo programa "NETZ2D". Um aspecto importante a considerar é que, para calcular as elipses de confiança, não houve necessidade do conhecimento das coordenadas ajustadas da rede ou mesmo dos valores reais das observações. Ou seja, as elipses de confiança foram obtidas a partir das observações simuladas, antes do trabalho de campo ser conduzido. Deste modo, a análise das elipses resultantes da configuração simulada, permitiu a seleção de uma rede otimizada.

### 5.3.2 Simulação do Tempo de Medição

Conforme discussão no Capítulo 4, para assegurar a qualidade final da precisão do campo de pontos, as medições devem ser conduzidas em período do dia em que as influências estocásticas devido às condições ambientais, notadamente o efeito da refração atmosférica, são mínimas. A partir de experimentos realizados no local de implantação do campo de pontos e descritos nos itens 4.2 e 4.3 do Capítulo 4, verificou-se que esse período seria compreendido entre as 18h e 1h, o que daria 7 horas de medições contínuas.

Assim, o campo de pontos cuja configuração seria otimizada, deveria ter uma quantidade tal de pontos e de observações, de modo a permitir a sua execução no período acima definido.

Foram então realizadas simulações para verificar o tempo de medição de distâncias e de direções. As simulações foram conduzida através de medições de campo, e em condições semelhantes à que foi encontradas na medição da rede real. Nos testes realizados para a escolha dos melhores equipamentos disponíveis, optou-se por observar as distâncias e as direções com a estação total Elta-3 da Zeiss. Entretanto, o equipamento foi utilizado de forma separada (teodolito + distanciômetro). Isso porque os alvos utilizados para as medidas observadas foram diferentes, uma vez que foram escolhidos aqueles que propiciaram os melhores resultados nos testes realizados (Capítulo 4). Assim, para as medidas de distâncias, foi usado o prisma da Zeiss com um refletor; e para as direções, o sinal modelo Zeiss mostrado na Figura 08 do Capítulo 4.

Após as simulações, verificou-se a necessidade de um intervalo de tempo de cerca de 20 minutos para medir um conjunto de 4 distâncias a partir de uma estação, repetindo-se a medida 6 vezes em cada distância avaliada. Com relação às direções, verificou-se que seriam necessários cerca de 30 minutos para medir uma série com 8 direções nas duas posições da luneta do teodolito (PD e PI), repetindo-se a medida 3 vezes em cada posição.

### 5.3.3 Definição do Campo de Pontos Otimizado no Processo de Simulação

No processo de simulação da configuração geométrica do campo de pontos investigado, utilizou-se o programa "NETZ2D" no modo "análise". Nessa opção, as variáveis

necessárias para alimentar o programa, além dos parâmetros de controle, são o número de pontos e suas coordenadas plano-retangulares aproximadas; a indicação das distâncias a serem simuladas e respectivas precisões; e a indicação das direções horizontais a serem simuladas e respectivas precisões por série.

O programa foi alimentado com os seguintes parâmetros de controle comuns a todas as configurações experimentadas: rede livre de injunções, critério de iteração (ITER=0,1mm), fator de variância a priori ( $\sigma^2_0=0,001$ ), nível de significância do teste de hipótese ( $\alpha=0,001$ ), probabilidade do teste de hipótese ( $\beta=0,8$ ), todos os pontos do tipo datum (definidores do sistema de referência), um grupo de distâncias fixando o fator de escala, precisão das distâncias ( $\sigma=\pm 2\text{mm}$ ), precisão das séries de direções ( $\sigma=\pm 3''$ ). Eventualmente, foram realizadas alterações nas precisões das distâncias e/ou das séries de direções, casos em que foram especificados.

As coordenadas aproximadas dos pontos da rede foram obtidas graficamente, a partir de uma planta topográfica da área na escala 1/2000. Essas coordenadas referem-se a um sistema bi-dimensional local. Em todas as configurações testadas os pontos da linha base foram simuladas com as mesmas coordenadas aproximadas.

Na estratégia usada na simulação, os pontos da linha base não podem ser modificados em posição. Foram testadas um conjunto de configurações para a rede com a introdução de pontos passíveis de sofrer variações em posição. Esses pontos foram estabelecidos de acordo com as condições limitadoras impostas pelo problema, em termos de extensão média dos lados, densidade de pontos e características topográficas da área. Um outro aspecto avaliado na simulação foi uma adequada otimização das observações superabundantes, condição

necessária para reduzir o número de observações de campo, sem acarretar no entanto em prejuízos significativos na precisão final desejada.

A análise da qualidade das configurações dos campos de pontos baseou-se nas elipses de confiança pontuais resultantes do processo de simulação, cujos elementos foram determinados pelo programa “NETZ2D”. Foram obtidas as elipses de confiança de todos os pontos da rede, entretanto, apenas as elipses dos pontos da linha base foram analisadas, face à relevância do critério pontual para qualificar os pontos objetos. Foram realizadas um total de 185 simulações, com variações na quantidade de pontos novos, na localização desses pontos, e no tipo de observação. Em seguida, são apresentados um resumo da simulação do campo de pontos otimizado.

#### 5.3.3.1 Simulação Apenas com Distâncias

No processo de simulação, a primeira investigação realizada foi testar o comportamento de uma rede apenas com distâncias. Um total de 20 configurações foram testadas nesse item. Dezesesseis configurações foram testadas introduzindo 1, 2, 3, e 5 pontos novos alinhados e afastados 15m, 30m, 60m, e 120m paralelamente à linha base. Nessas configurações foram simuladas todas as distâncias possíveis. Verificou-se um comportamento indesejável para as elipses de confiança, com a orientação do semi-eixo maior na direção da linha base.

O conjunto de 4 configurações com 5 pontos novos apresentou as menores dispersões nas elipses de confiança, e mesmo assim com ordem de grandeza na direção da linha base, variando

FIGURA 12 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 1

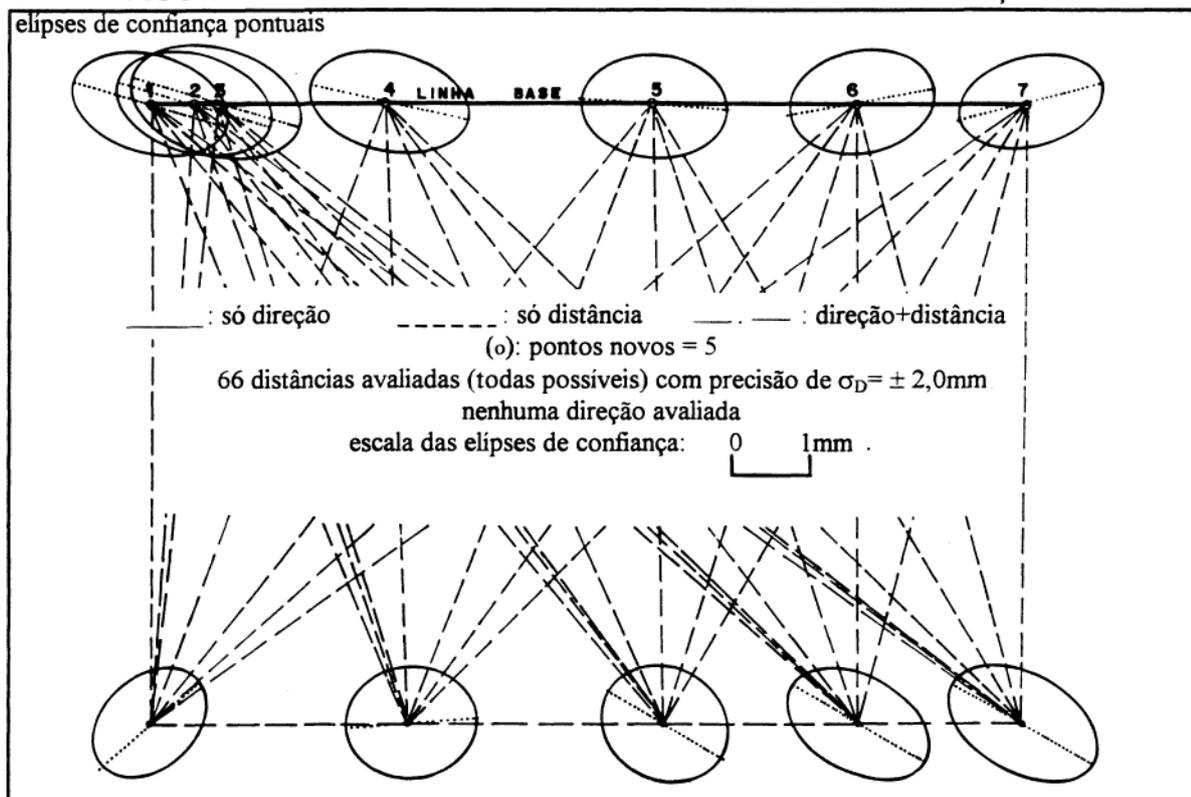
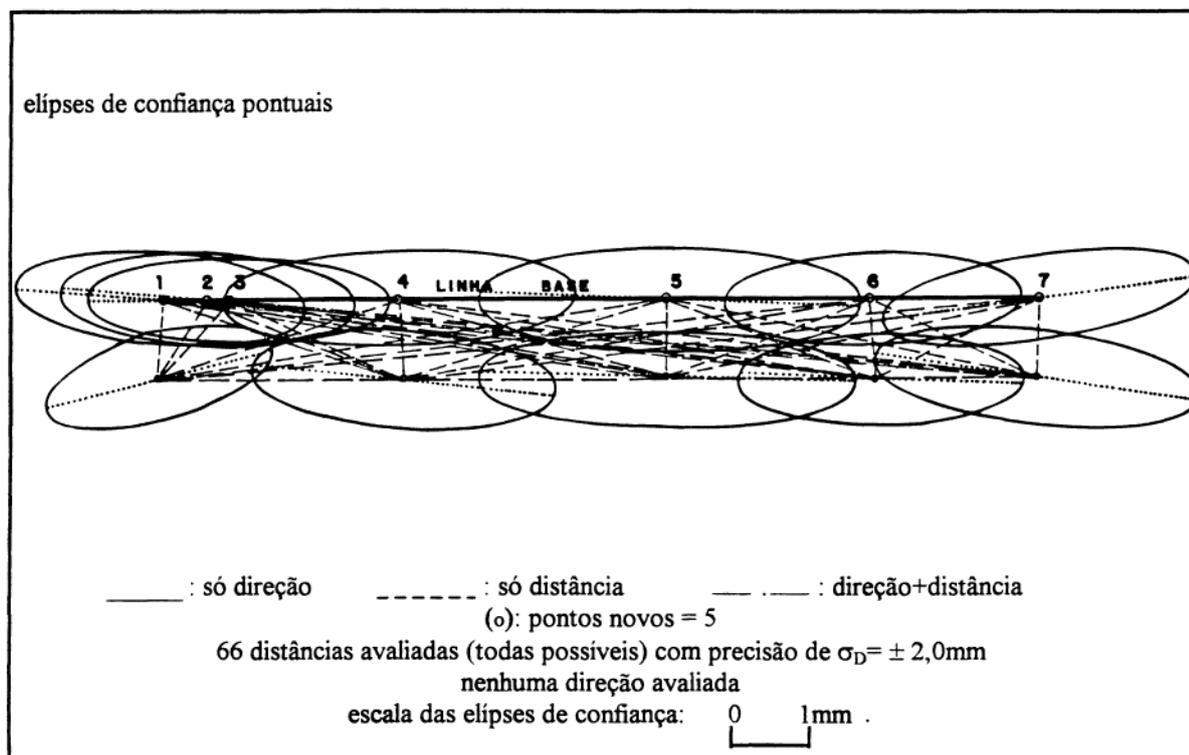


FIGURA 13 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 2



de  $\cong\pm 2\text{mm}$  na rede com os pontos novos mais afastados da linha base (Figura 12), a  $\cong\pm 4\text{mm}$  na rede com os pontos novos mais próximos (Figura 13). Verificou-se assim incerteza posicional até duas vezes maior que o erro das distâncias simuladas (igual a  $\pm 2\text{mm}$ ).

Em seguida, as mesmas quatro últimas configurações foram testadas agora com a precisão das distâncias duas vezes maior, ou seja com  $\sigma=\pm 1\text{mm}$ . Os resultados obtidos quando comparados ao conjunto anterior, indicaram uma redução de apenas cerca de 20% em média no tamanho das elipses, com a mesma orientação. Com isso, abandonou-se a possibilidade de otimizar uma rede utilizando-se apenas distâncias.

#### 5.3.3.2 Simulação com Todas as Observações Possíveis de Ângulos e Distâncias

Um total de 12 configurações foram simuladas nesse grupo, com base no conjunto das quatro configurações com 5 pontos novos que apresentaram os “melhores” resultados no item anterior. Manteve-se os mesmos conjuntos de distâncias simuladas com precisão de  $\sigma=\pm 2\text{mm}$ , sendo agora introduzido todas as direções possíveis com precisão de  $\sigma=\pm 3''$ . Nesse grupo de configurações, as elipses de confiança apresentaram orientação e dimensões desejáveis. A rede com os pontos novos mais afastados (Figura 14) apresentou as elipses cerca de 40% maiores em relação às elipses da rede com pontos novos afastados de 15m e 30m. Essas duas últimas apresentaram resultados equivalentes em orientação e semi-eixo menor, entretanto em média, o semi-eixo maior ficou ligeiramente maior na rede mais próxima da linha base.

Com isso, optou-se então por investigar com mais testes a rede com pontos novos afastados 30m da linha base (Figura 15). Nessa última configuração, as incertezas posicionais

no sentido da linha base foram de no máximo  $\pm 0,2\text{mm}$ , ou seja 10 vezes melhor que a precisão das distâncias (simuladas com  $\sigma = \pm 2\text{mm}$ ). O maior problema dessa configuração seria a grande quantidade de observações necessárias (132 direções em 12 séries, e 66 distâncias), que absorveria um tempo de trabalho de campo cerca de duas vezes maior que o tempo disponível, conforme simulações realizadas no item 5.3.2.

Por outro lado, outras configurações foram testadas introduzindo mais pontos novos. Nesse conjunto, foi encontrada a melhor configuração de todo o procedimento de simulação. Essa melhor configuração foi obtida com a introdução de mais quatro pontos novos entre os pontos da configuração anterior mostrada na Figura 15. Entretanto, o ganho verificado nos resultados das elipses de confiança com orientação semelhante, semi-eixo maior cerca de 50% menor, e semi-eixo menor cerca de apenas 10% menor (com incerteza máxima de  $\pm 0,18\text{mm}$ ), não justificaria o grande aumento de cerca de 80% no número de observações (240 direções em 16 séries, e 120 distâncias). Essa configuração é mostrada na Figura 16.

Passou-se então a simular configurações para a rede no sentido de diminuir a quantidade de observações, sem no entanto aumentar de forma significativa as incertezas posicionais no sentido da linha base. Duas possibilidades foram investigadas. Mantendo a configuração e diminuindo-se o número de observações, ou modificando a configuração com a eliminação de alguns pontos novos.

#### 5.3.3.3 Simulação com a Eliminação de Observações

Inicialmente, testou-se a eliminação de observações sendo mantida a mesma configuração de pontos novos como visto na Figura 15. De um total de 76 configurações testadas, selecionou-se 15 delas na análise desse item.

FIGURA 14 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 3

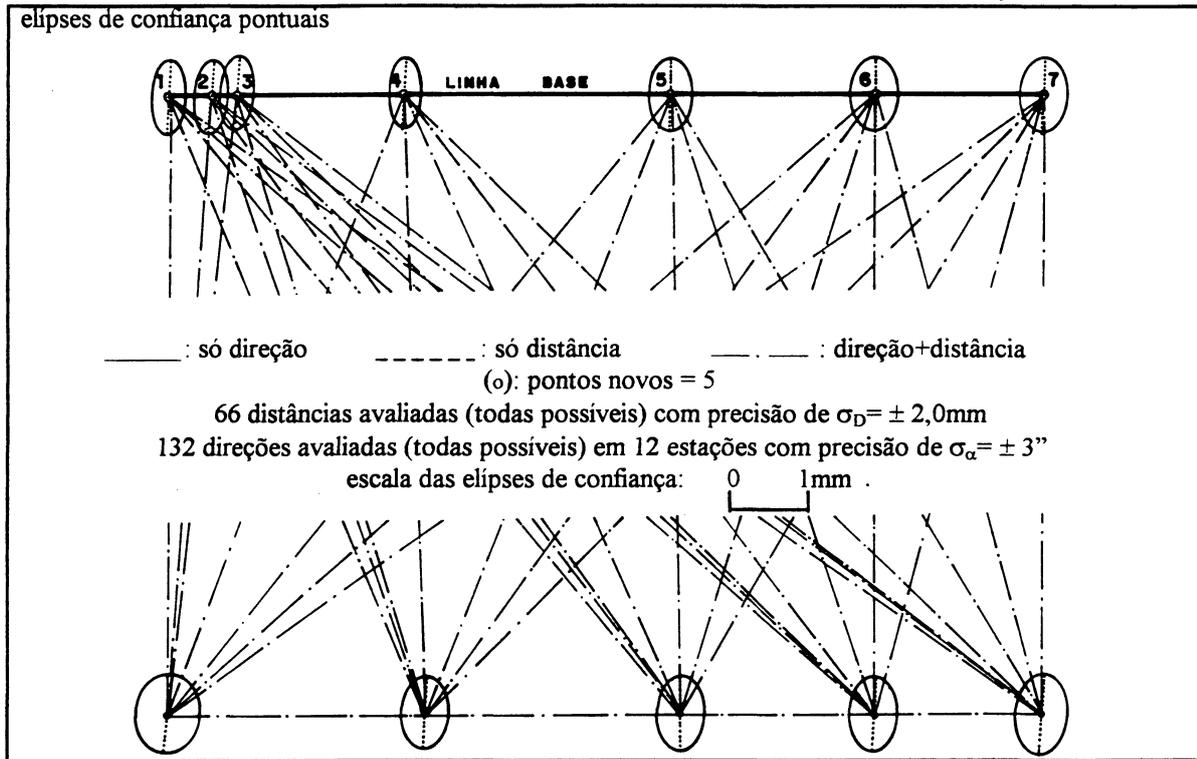


FIGURA 15 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 4

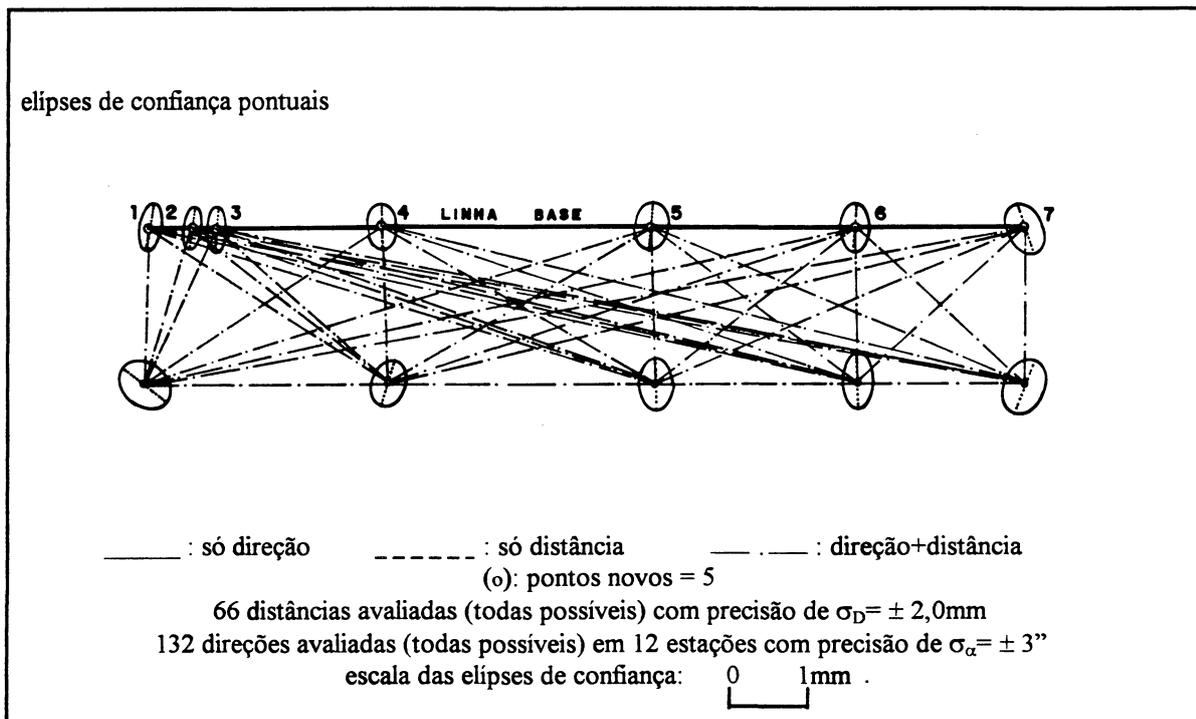


FIGURA 16 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 5

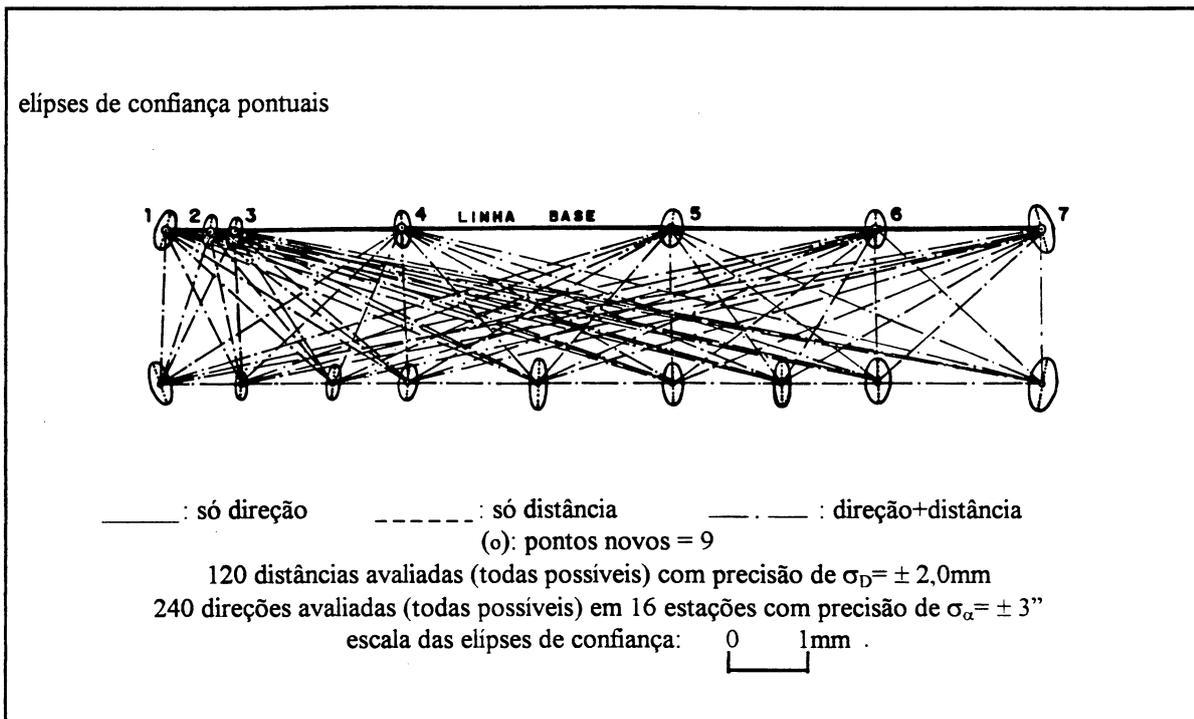
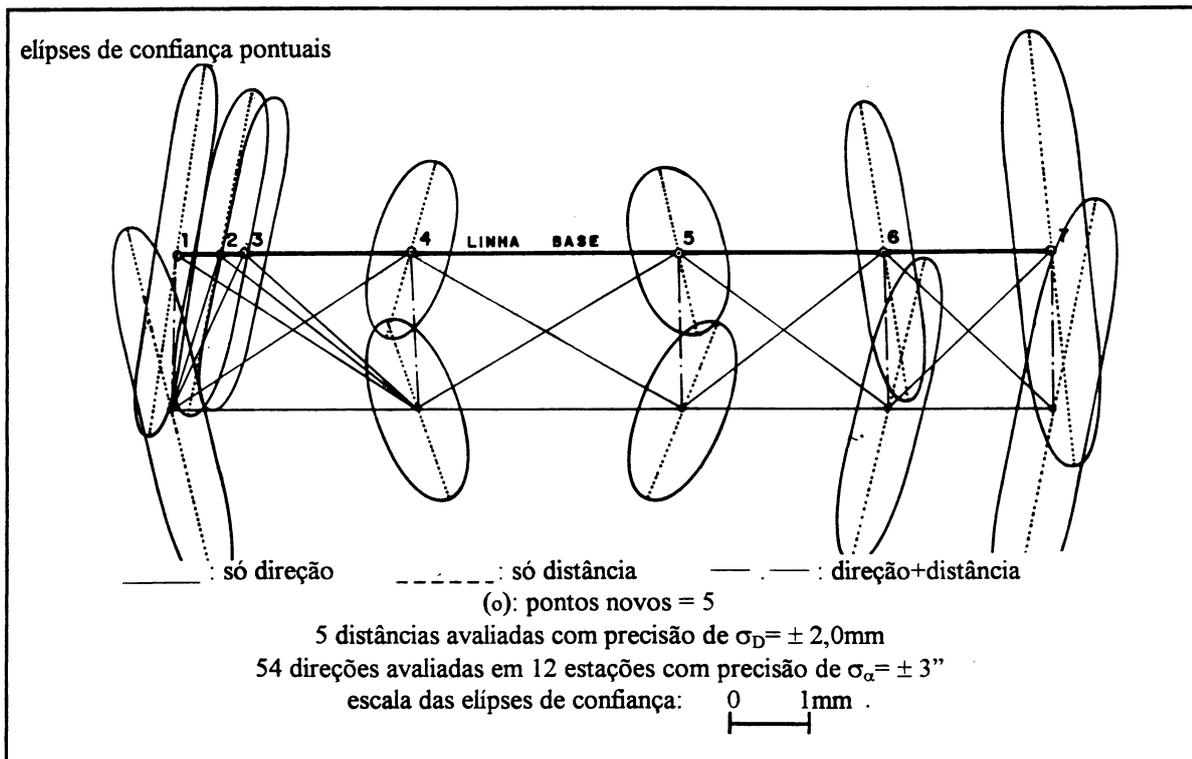


FIGURA 17 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 6



As simulações foram conduzidas mantendo-se as precisões de referência das observações ( $\sigma = \pm 2\text{mm}$  para as distâncias, e  $\sigma = \pm 3''$  para as direções).

Primeiro, fixou-se as medidas de séries de direções em todos os pontos e visadas apenas para os alinhamentos vizinhos (54 direções em 12 séries), mantendo todas as 66 distâncias possíveis. O resultado obtido foi semelhante à da configuração da Figura 15, com as elipses de confiança apresentando uma orientação mais adequada entretanto com aumento nos semi-eixos maior e menor em cerca de 20%. Nessa configuração as incertezas posicionais dos pontos na direção da linha base situaram-se entre  $\pm 0,2\text{mm}$  e  $\pm 0,3\text{mm}$ . Entretanto, como a quantidade de distâncias ainda era muito grande, passou-se então a testar configurações eliminando várias delas, mantendo-se o conjunto de direções anterior.

Testou-se um grupo de configurações com distâncias ortogonais à linha base. Resultados semelhantes foram obtidos simulando 1 distância ortogonal no extremo da rede, 1 distância ortogonal no meio da rede, 2 distâncias ortogonais nos extremos, 3 distâncias ortogonais, e 5 distâncias ortogonais. Nesse grupo de configurações, somente as orientações das elipses não sofreram variações significativas, ficando próximas ao exemplo da Figura 15. Os semi-eixo menores apresentaram incertezas máximas de cerca de 0,6mm. Verificou-se no entanto que a propagação do erro foi mais intensa nos semi-eixos maiores das elipses de confiança com dispersões de até  $\cong \pm 7\text{mm}$  nas configurações com apenas 1 distância, e até  $\cong \pm 3\text{mm}$  nas configurações com 5 distâncias, caso que apresentou os melhores resultados nesse grupo (Figura 17).

Mantendo-se o mesmo conjunto de direções do grupo anterior, testou-se outro grupo de configurações simulando 1 distância na maior diagonal da rede, 2 distâncias nas maiores diagonais, 1 distância paralela à linha base, e 1 distância na própria base, essas duas últimas

com comprimentos variados. Os resultados foram melhores quando comparados à configuração do grupo anterior. As orientações das elipses foram semelhantes, os semi-eixos maiores sofreram uma redução de cerca de 50%, e os semi-eixos menores apresentaram uma pequena redução com incerteza máxima de  $\pm 0,5\text{mm}$ . A configuração com duas distâncias nas maiores diagonais foi a que apresentou resultados ligeiramente melhores que as demais, entretanto com valores pouco significativos (abaixo de  $\pm 0,1\text{mm}$ ) quando comparado à configuração com uma distância na maior diagonal. Essa última configuração é mostrada na Figura 18. Verificou-se assim que a medida de distâncias em diagonal conduz a resultados melhores do que com distâncias ortogonais à linha base.

#### 5.3.3.4 Simulação com a Eliminação de Pontos Novos

Testou-se em seguida variações na configuração com os pontos novos, eliminando alguns deles, resultando em mais três grupos de configurações, com 3 pontos novos, com 2 pontos novos, e com 1 ponto novo. Nesses três grupos foram mantidos as precisões de referência das observações ( $\sigma = \pm 2\text{mm}$  para as distâncias, e  $\sigma = \pm 3''$  para as direções). Um total de 61 configurações foram testadas nesse item.

No grupo de configuração com três pontos novos, simulou-se medidas de séries de direções em todos os pontos visando os pontos vizinhos. Com relação à distância, simulou-se várias possibilidades com a medida de 1, 2, 4, 5, 10, e 20 distâncias. Em geral, apesar do menor número de observações, os resultados obtidos foram até melhores que o da configuração anterior, mostrada na Figura 18. Uma das configurações mais interessantes apresentou-se com a distância simulada na maior diagonal da rede, conforme a Figura 19.

FIGURA 18 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 7

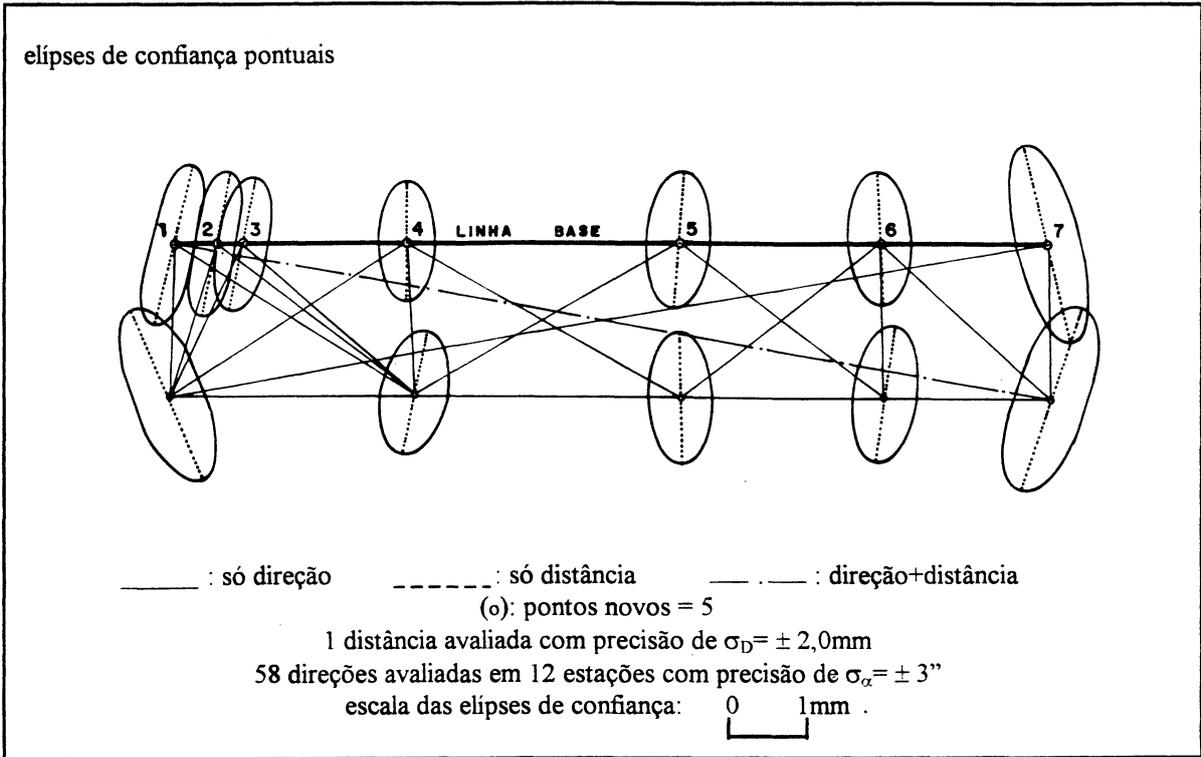
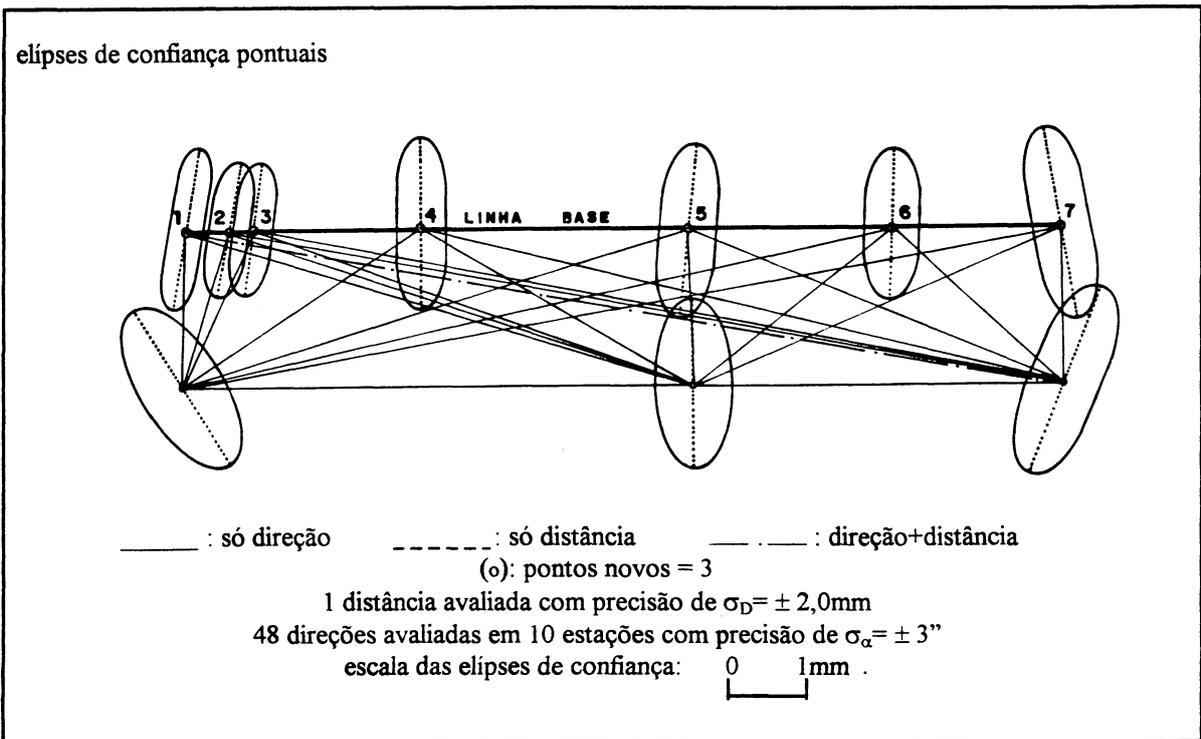


FIGURA 19 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 8



Verificou-se um pequeno aumento nos semi-eixos maiores das elipses (cerca de 20%), entretando com uma desejável redução nos semi-eixos menores, verificando-se uma incerteza máxima de  $\pm 0,4\text{mm}$ . As orientações das elipses foram semelhantes.

No grupo de configurações com 2 pontos novos, simulou-se séries de direções sendo medidas em todos os pontos visando os pontos vizinhos, e medida de uma distância na maior diagonal. Um conjunto de 29 simulações foram testadas para a localização dos dois pontos, sendo que na maioria dos casos manteve-se o afastamento de 30m da linha base. Realizou-se testes com os dois pontos fora dos limites da linha base, no limite da linha base e dentro da linha base com vários afastamentos entre eles.

A melhor configuração obtida é mostrada na Figura 20. Em comparação com a configuração anterior (Figura 19), não foi verificado perda significativa de precisão. As elipses de confiança apresentaram orientações e semi-eixos menores semelhantes, e apenas um pequeno aumento de cerca de 20% nos semi-eixos maiores. Ou seja, as incertezas máximas dos pontos da linha base manteve-se em  $\pm 0,4\text{mm}$ .

Com essa configuração, simulou-se a possibilidade de se realizar séries completas de direções (medida de todas as direções possíveis), mantendo-se a mesma única distância na maior diagonal. Os resultados mantiveram-se bons, com uma redução das elipses de confiança em cerca de 30%, verificando-se uma incerteza máxima nos pontos da linha base de  $\pm 0,25\text{mm}$ , conforme Figura 21.

No grupo de configurações com um ponto novo, foram testadas 19 posições para esse ponto, em simulações de todas as direções possíveis e com a medida de uma distância entre o ponto novo e o extremo mais afastado da rede.

FIGURA 20 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 9

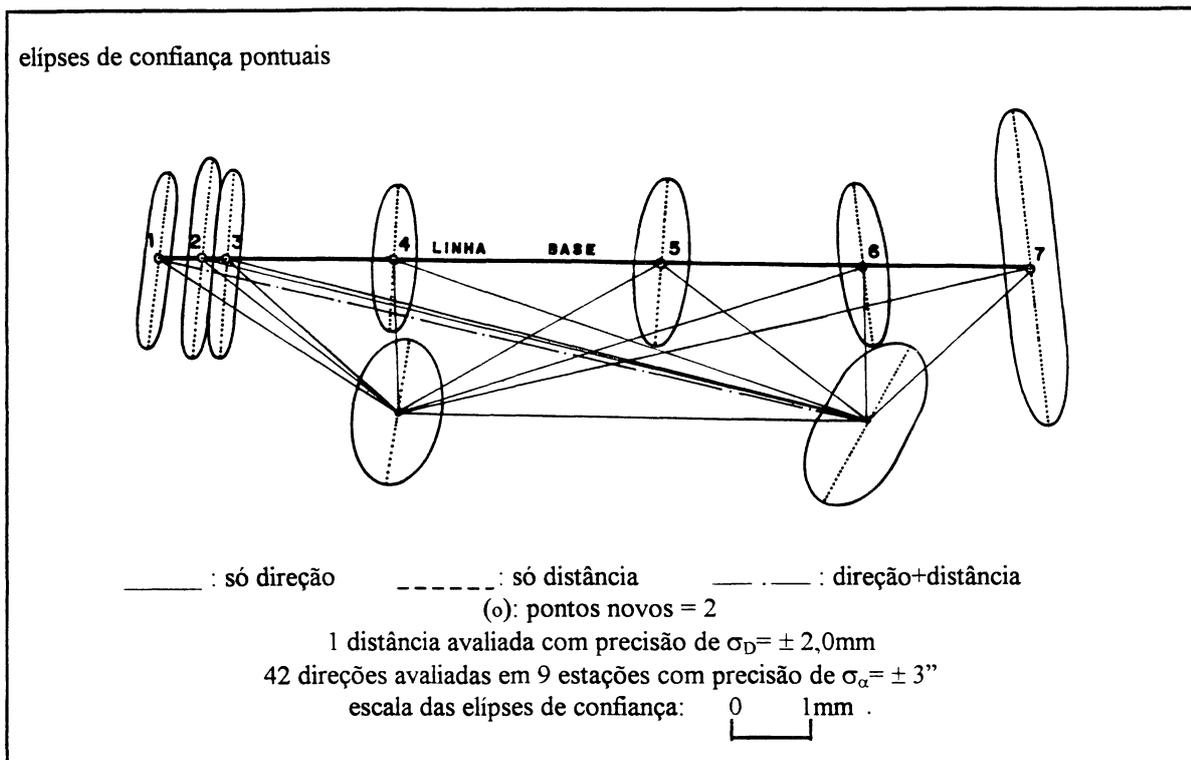
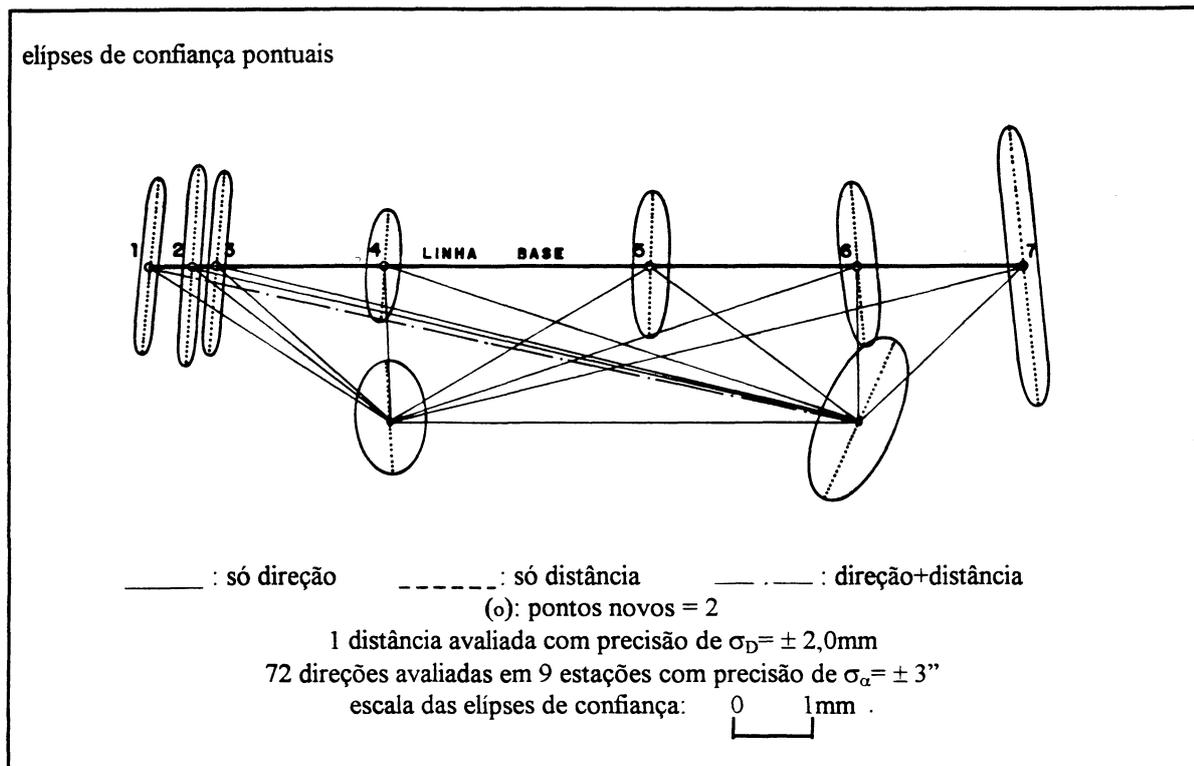


FIGURA 21 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 10



O melhor exemplo dessa configuração é mostrada na Figura 22, cujos resultados foram piores quando comparados à configuração anterior (Figura 21). As elipses de confiança apresentaram orientações semelhantes, entretanto os semi-eixos menores ficaram ligeiramente maiores (incerteza máxima de  $\pm 0,3\text{mm}$ ), e os semi-eixos maiores aumentaram bastante (incerteza máxima de até  $\pm 4\text{mm}$ ). Simulando a medida das sete distâncias entre o ponto novo e todos os pontos da linha base, os resultados mostraram uma redução dos semi-eixos maiores mesmo assim ainda um pouco maiores que a configuração com dois pontos novos (Figura 21), não se verificando melhorias significativa em orientações e semi-eixos menores.

Com isso, optou-se por melhorar a configuração com dois pontos novos. Mesmo porque, em simulações do tempo de medição de campo que seria necessário, verificou-se que a rede simuladas mostrada na Figura 21 poderia ser realizada, inclusive com a medida de mais distâncias.

#### 5.3.3.5 Melhorando a Configuração - Obtenção da Rede Otimizada

Simulou-se então variações na configuração com dois pontos novos, tendo por base a configuração da Figura 21, entretanto com a medida de mais distâncias radiais dos dois pontos novos para os pontos da linha base. Um total de 12 configurações foram simuladas, mantendo-se as precisões de  $\sigma = \pm 2\text{mm}$  para as distâncias, e  $\sigma = \pm 3''$  para as direções. O melhor resultado obtido foi com uma configuração com 14 distâncias radiais dos dois pontos novos aos sete pontos da linha base, e medida de todas as direções possíveis (72 direções em 9 séries).

FIGURA 22 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 11

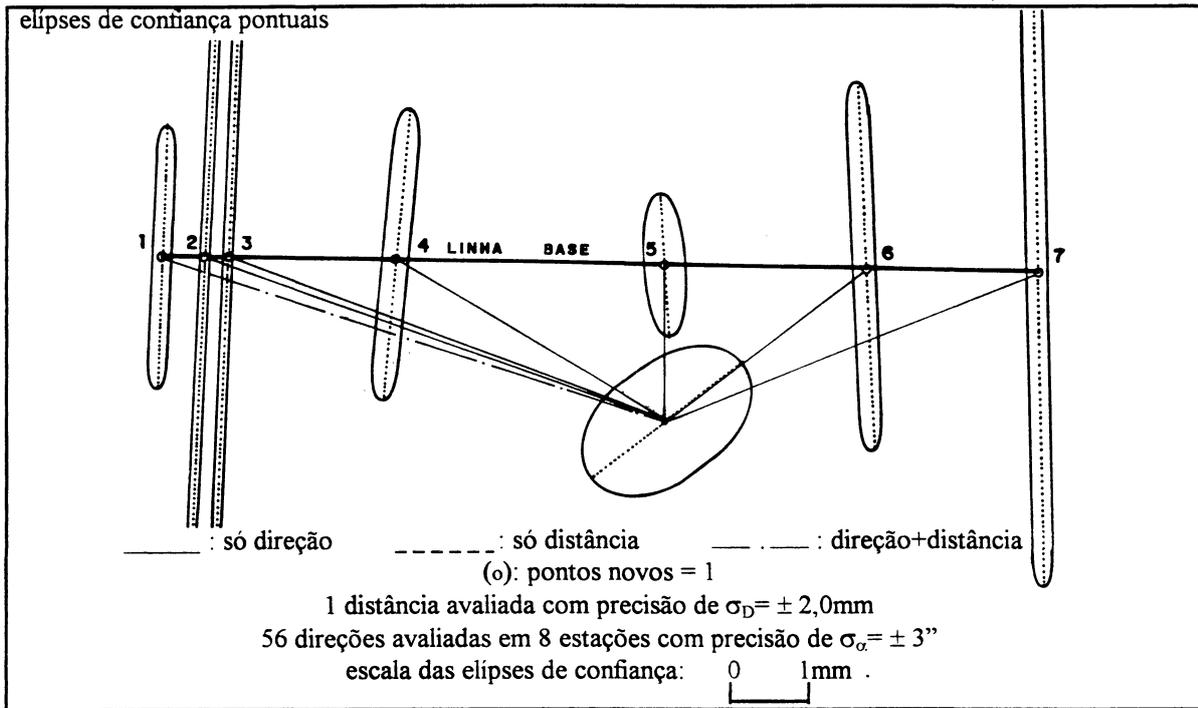
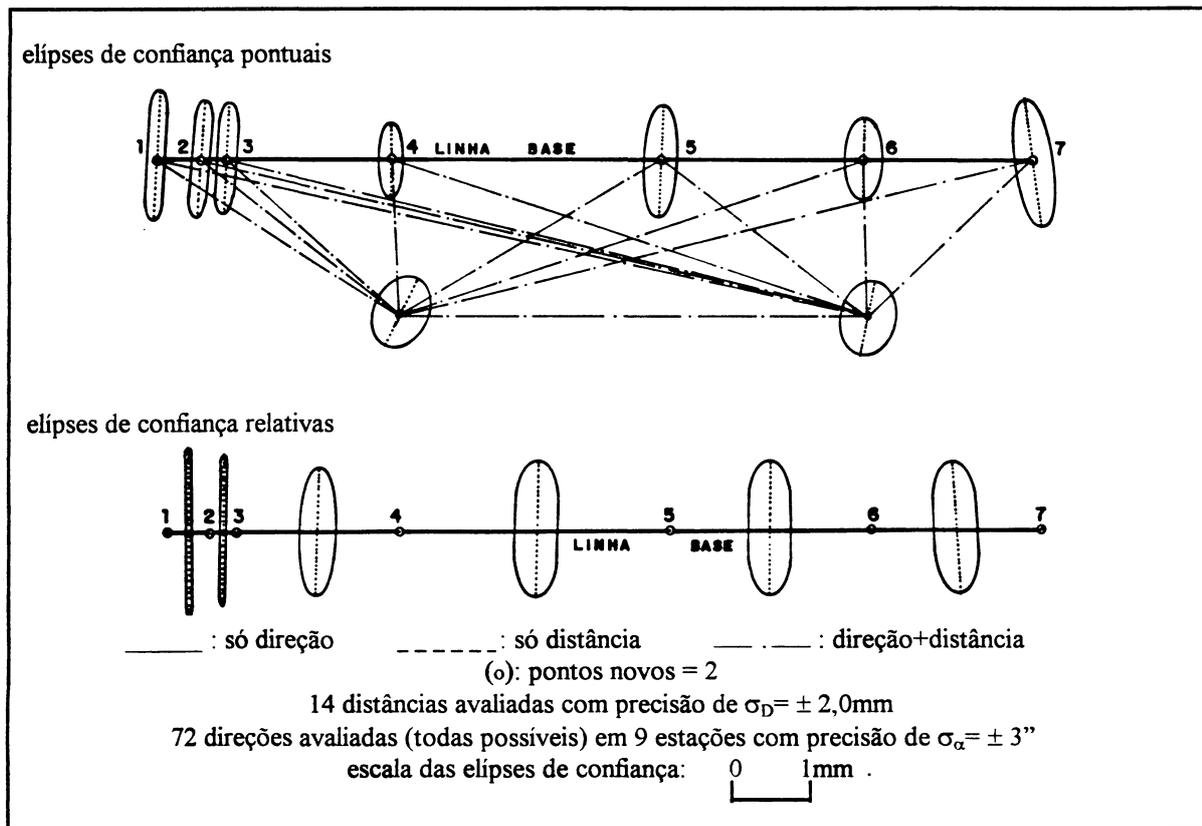


FIGURA 23 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 12



Esse melhor resultado é apresentado na Figura 23. Verificou-se incertezas máximas de  $\pm 0,2\text{mm}$  na direção da linha base, dadas pelos semi-eixos menores das elipses dos pontos dessa linha. Portanto, esse resultado é semelhante à da melhor configuração simulada (Figura 16) que possui 9 pontos novos e medida de todas as direções (240 direções em 16 séries) e todas as distâncias (120) possíveis.

Simulou-se então a hipótese de se medir as séries de direções com dispersão de  $\sigma = \pm 2''$ . Nesse caso, a incerteza máxima no semi-eixo menor foi de  $\pm 0,15\text{mm}$  (Figura 24). No caso de simulação com medida de distâncias com precisões menores, as incertezas máximas verificadas nos semi-eixos menores das elipses na linha base sofreriam pequenos aumentos de até  $\pm 0,25\text{mm}$  para distâncias com  $\sigma = \pm 5\text{mm}$ , e de até  $\pm 0,3\text{mm}$  para distâncias com  $\sigma = \pm 10\text{mm}$ , esse último caso mostrado na Figura 25. Nessas configurações com variações na precisão das distâncias, a propagação dos erros verificou-se com mais intensidade nos semi-eixos maiores, o que não interessa para a análise do campo de pontos desejado.

Verificou-se então que para a precisão final do campo de pontos investigado, a contribuição das distâncias é menos significativas quando comparadas à contribuição das direções.

#### 5.3.4 Planejamento das Medições

No processo de simulação descrito anteriormente, procurou-se obter uma configuração para o campo de pontos que fosse a melhor possível. O campo de pontos desejável foi aquele que apresentou elipses de confiança com incertezas posicionais mínimas na direção da linha base,

FIGURA 24 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 13

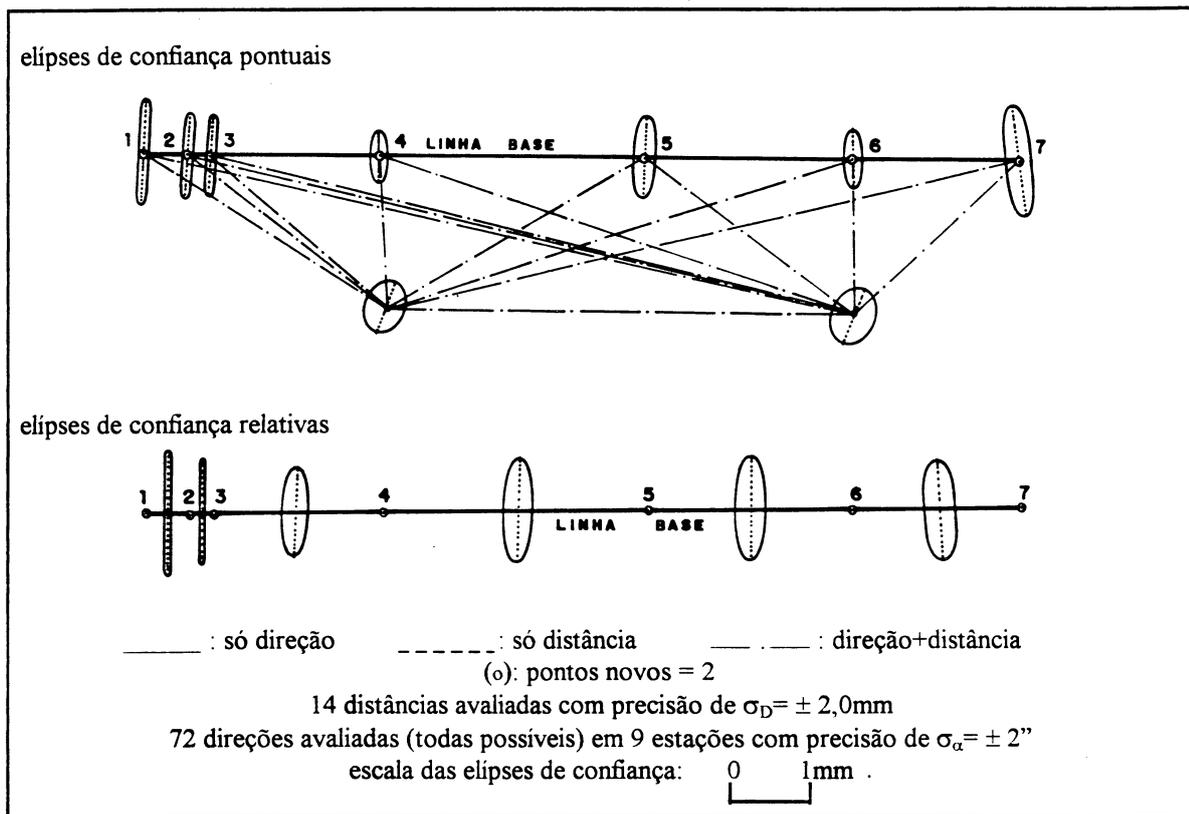
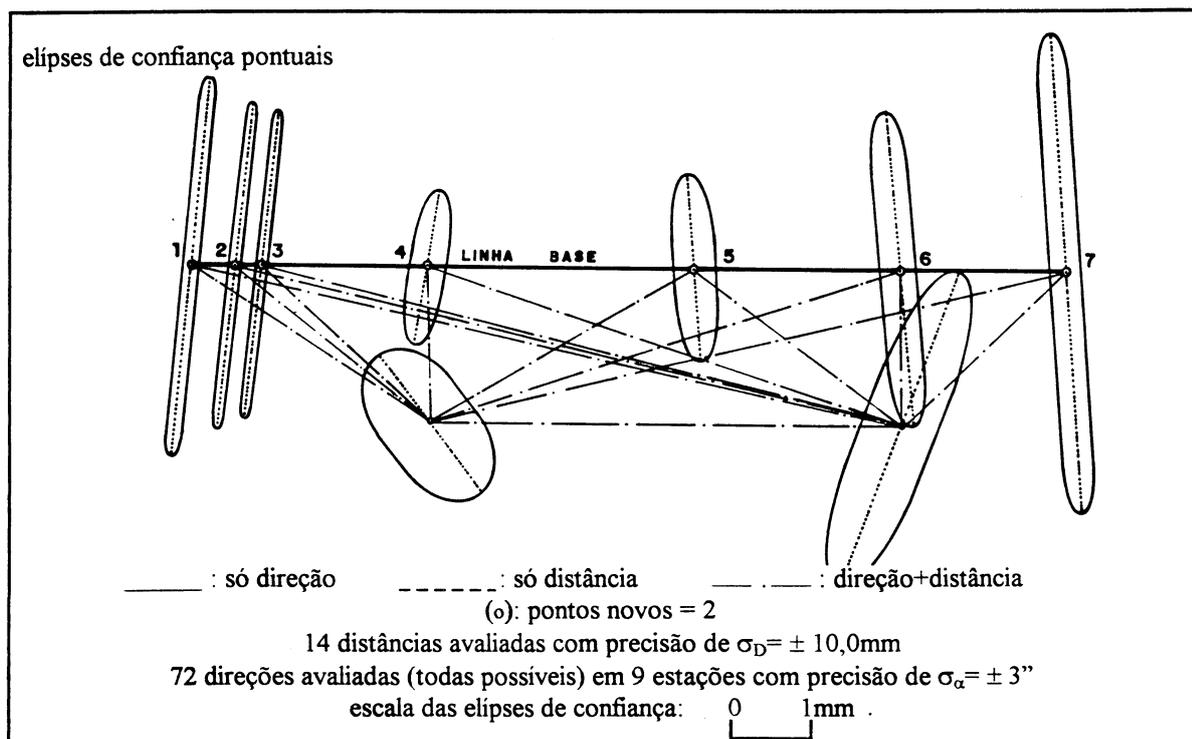


FIGURA 25 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO: CONFIGURAÇÃO 14



aliado às quantidades mínimas de observações. As configurações simuladas mostradas nas Figuras 23 e 24, foram as que se mostraram mais adequadas.

Um outro aspecto avaliado foram as incertezas relativas de um ponto da linha base com relação aos demais. Assim, nas configurações simuladas, determinaram-se as elipses de confiança relativas entre todas as possíveis combinações de pares de pontos da linha base, conforme podem ser visualizadas na Figura 23 e na Figura 24. Verificou-se que as incertezas relativas são equivalentes às incertezas pontuais

Importante agora foi assegurar que os resultados esperados na simulação fossem obtidos no processo de medição. A qualidade das medições foi assegurada a partir do momento em que as variáveis influentes foram avaliadas e controladas. Assim, o processo de simulação foi conduzido com as precisões esperadas das medidas obtidas a partir dos testes nos equipamentos conforme descritos nos itens 4.4, 4.5 e 4.6 do Capítulo 4. Quanto ao período de medição, este foi definido em função das condições ambientais, avaliadas nos itens 4.2 e 4.3 do Capítulo 4, considerando que o trabalho de campo fosse conduzido em ambiente de maior estabilidade. Em função desse período, determinou-se o tempo de medição disponível - 7 horas contínuas entre 18h e 1h. Simulando-se ainda o tempo necessário para realizar as medidas das distâncias e das direções (item 5.3.2), o campo de pontos foi otimizado de modo a torná-lo exequível.

As medições foram conduzidas considerando a rede otimizada representada pela Figura 23. Nessa configuração, o campo de pontos foi constituído pelos sete pontos da linha base, e mais dois pontos novos, sendo simuladas 14 distâncias com precisão de  $\sigma=\pm 2\text{mm}$ , e 9 estações com 8 direções cada com precisão de  $\sigma=\pm 3''$ .

Assim, para medir as 14 distâncias seria necessário um intervalo de 1h 45min. Por outro lado, para medir as direções seria necessário um intervalo de 45 minutos para cada uma das 9 estações de direções medindo-se em 2 séries nas posições PD e PI, o que resulta em um intervalo de tempo para as direções de 6h 45min.

No total, seriam necessárias então cerca de 8 horas de medições, ultrapassando assim em 1 hora o intervalo de tempo previsto. Uma alternativa seria antecipar em meia hora o início das medições e aumentar em mais meia hora o final. Outra alternativa seria conduzir as medidas de direções em apenas uma posição da luneta (PD ou PI), caso o teodolito utilizado possibilitasse medir direções com correções automáticas dos erros axiais.

O Capítulo 6 aborda os procedimentos usados nas medições do campo de pontos otimizado.

#### 5.4 SIMULAÇÃO USANDO UM ÚNICO PADRÃO METROLÓGICO DE DISTÂNCIA

No processo de simulação conduzido no item 5.3, um campo de pontos otimizado foi obtido e considerado adequado para definir a condição geométrica da linha base da UFPE. Verificou-se que nesse procedimento exige-se equipamentos de medição de boa qualidade, mas não necessariamente de alta precisão. O teodolito deve ter precisão melhor que  $\pm 3''$ , e o distanciômetro deve ter precisão melhor que  $\pm 5\text{mm}$ . Teodolitos com esse padrão de precisão são relativamente fáceis de serem obtidos, podendo inclusive ser do tipo ótico-mecânico, e não necessariamente eletrônico. No entanto, essa facilidade pode não ser tão disponível com relação aos equipamentos medidores de distâncias.

Nesse sentido, foi pensada uma alternativa metodológica para a definição do campo de pontos investigado, onde evitou-se as medições de distâncias no campo entre os pontos da

rede. Nesse caso, a escala da rede seria obtida a partir da introdução de um único padrão metrológico de distância no campo de pontos.

#### 5.4.1 Definição de um Padrão Metrológico de Distância

Um padrão metrológico de distância pode ser entendido como sendo uma distância cujo valor seja comprovadamente conhecido a priori e com alta precisão. No caso específico de uma rede geodésica, o padrão metrológico define a escala da rede, e pode ser constituído por exemplo de uma régua pré-calibrada.

A partir de experimentos realizados no LAMEPE/UFPE (Laboratório de Metrologia e Posicionamento Espacial da UFPE), um padrão metrológico desse tipo foi obtido. Para tanto, calibrou-se uma régua de invar com 3m, usada em nivelamento geométrico. A calibração foi obtida a partir da medição rigorosa da distância entre os pontos extremos da régua, usando o interferômetro a Laser HP-5508A, com precisão nominal de 0,0001mm. No experimento conduzido no LAMEPE, o padrão metrológico foi obtido com precisão de  $\sigma = \pm 0,1\text{mm}$ .

#### 5.4.2 Procedimento de Simulação

Usando agora uma régua calibrada como padrão metrológico, procedeu-se a simulação do campo de pontos com vistas a definir a condição geométrica da linha base da UFPE, dada pelas distâncias interpilares e seus desvios-padrão de modo a atender a relação sinal / ruído entre 3/1 e 5/1 preconizada pela “Teoria da Informação” (SILVA,1987). Os procedimentos da simulação foram idênticos aos descritos no item 5.3.3, exceto por considerar o padrão

metrológico de distância com precisão de  $\sigma=\pm 0,1\text{mm}$ . Na simulação, tomou-se por referência a configuração de pontos da rede considerada otimizada (Figura 23), com observações de todas as direções com precisão  $\sigma=\pm 3''$ , e desconsiderando as observações de distâncias.

A régua calibrada foi então introduzida em várias posições no campo de pontos, paralela à linha base, ortogonal à linha base, e com afastamentos de aproximadamente de 15m, 30, e 60m da linha base. Os pontos extremos da régua não podem ser considerados como estação, ou seja, são pontos onde não é possível instalar o teodolito. Entretanto, dos demais pontos da rede é possível observar, com direções, a régua calibrada.

Foram simuladas um total de 9 configurações, localizando a régua calibrada em uma, duas, e três posições distintas numa mesma configuração. Nas simulações considerando a alternativa de se usar duas ou três posições para as réguas calibradas, optou-se por definir um único padrão que seria então instalado e em seguida transportado para as posições pré-definidas. No conjunto de simulações com a régua em três posições distintas, simulou-se também uma configuração com 4 pontos novos (tipo estação) no campo de pontos.

Os resultados das configurações simuladas foram semelhantes entre si em orientação e semi-eixo menor das elipses de confiança pontuais, e mostraram-se também adequados para definir as condições geométricas da linha base da UFPE. As elipses de confiança pontuais apresentaram-se com orientação aproximadamente perpendiculares à linha base, e com incertezas mínimas na direção dessa linha. As configurações com três posições para a régua calibrada apresentaram semi-eixos maiores cerca de 50% menores que nas configurações com uma única posição para a régua calibrada, entretanto os semi-eixos menores sofreram um pequeno aumento indesejável (Figura 26).

Assim, a melhor configuração testada com essa metodologia é mostrada na Figura 27. As incertezas na direção da linha base ficaram entre  $\pm 0,11\text{mm}$  e  $\pm 0,27\text{mm}$ . Ou seja, os resultados obtidos com vistas a definição da condição geométrica da linha base foram equivalentes ao da configuração simulada com distâncias observadas no campo, conforme o exemplo da Figura 23 simulado no item 5.3. Vale salientar que as incertezas verificadas na direção ortogonal à linha base não são importantes para o propósito investigado.

Portanto, a proposta alternativa de se usar um único padrão metroológico de distância para avaliar o campo de pontos, mostrou-se viável no processo de simulação. Entretanto, essa metodologia não foi avaliada com experimentos de campo.

FIGURA 26 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO COM UM ÚNICO PADRÃO METROLÓGICO: CONFIGURAÇÃO 1

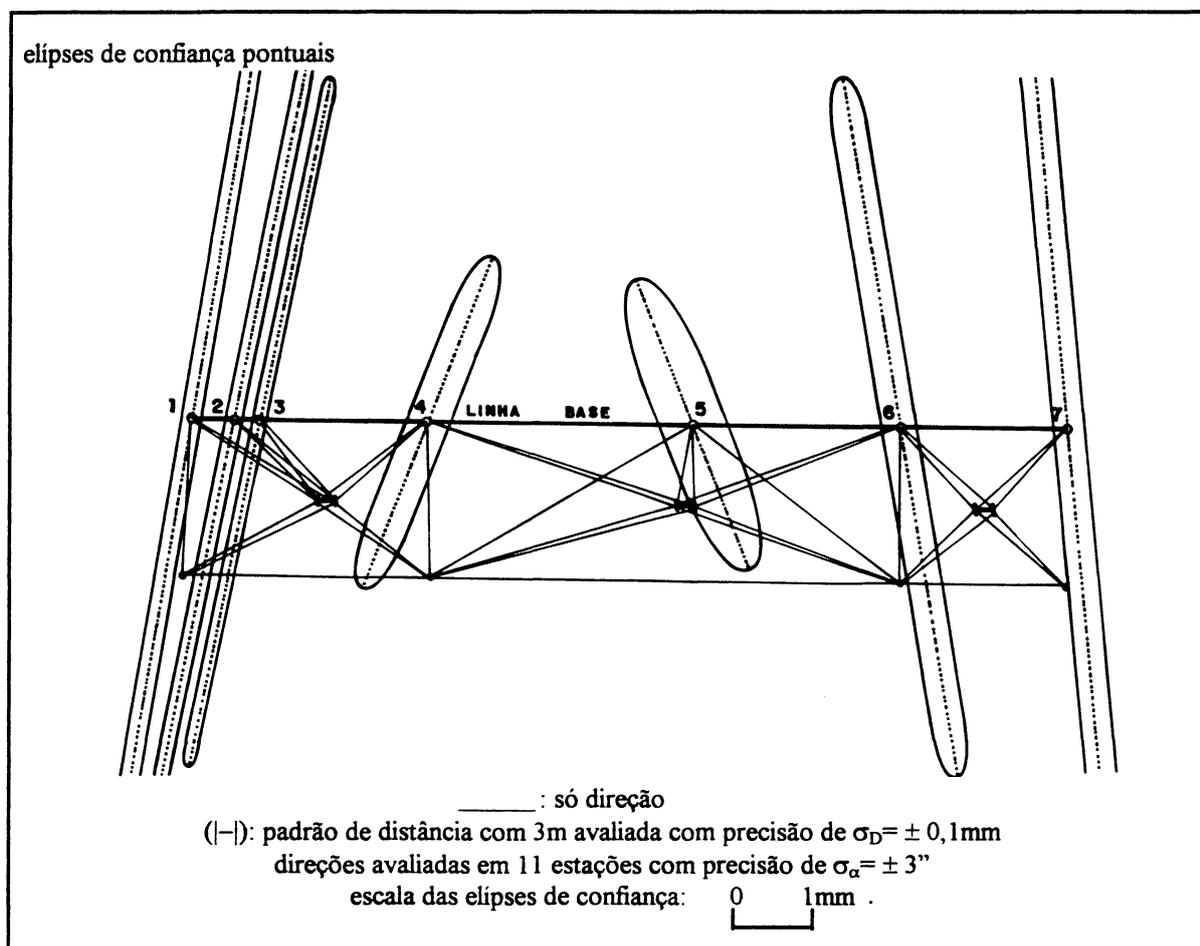
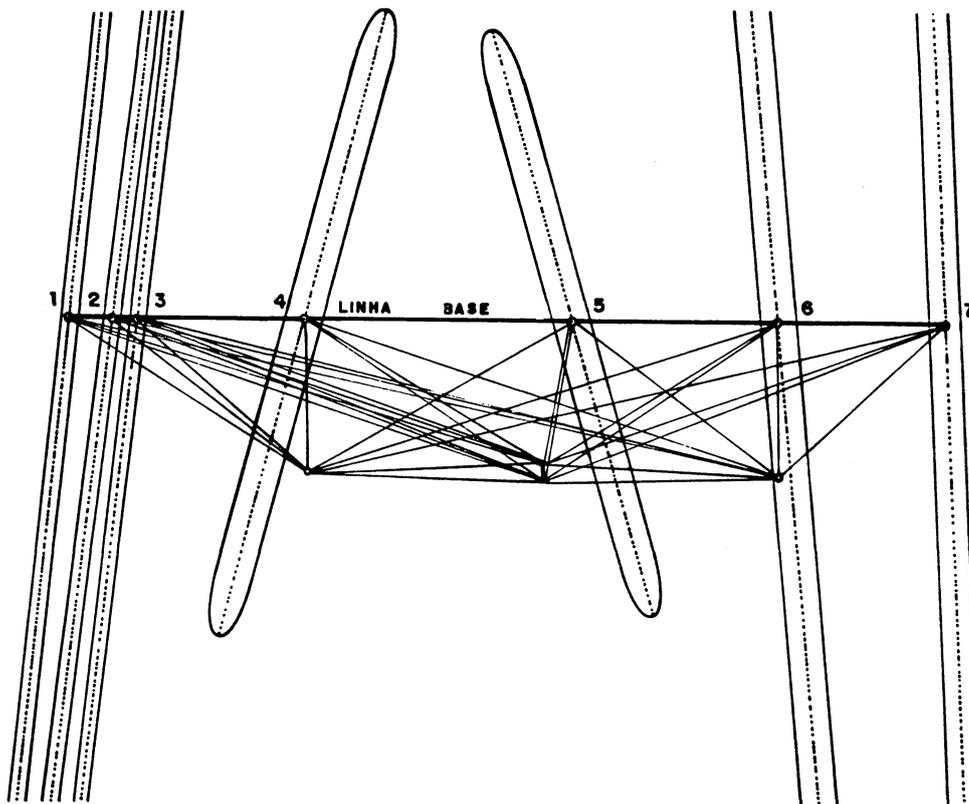


FIGURA 27 - CAMPO DE PONTOS SIMULADO COM UM ÚNICO PADRÃO METROLÓGICO: CONFIGURAÇÃO 2

elipses de confiança pontuais



— : só direção  
 (—): padrão de distância com 3m avaliada com precisão de  $\sigma_D = \pm 0,1\text{mm}$   
 direções avaliadas em 9 estações com precisão de  $\sigma_\alpha = \pm 3''$   
 escala das elipses de confiança: 0 1mm .

## **6 MEDIÇÕES E RESULTADOS OBTIDOS PARA O COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES DA UFPE**

Neste Capítulo, pretende-se descrever os procedimentos metodológicos usados nos processos de medição e ajustamento do campo de pontos estabelecido; bem como analisar os resultados obtidos, tendo em vista a definição da condição geométrica do comparador de distâncias colineares da UFPE.

### **6.1 MEDIÇÕES REALIZADAS NO CAMPO DE PONTOS**

O processo de simulação que foi realizado e mostrado no item 5.3 do Capítulo 5, definiu um campo de pontos otimizado em sua configuração geométrica, com vista à definição da condição geométrica da linha base da UFPE. O campo de pontos simulado, e considerado adequado apesar das condições limitadoras impostas, foi aquele formado pelos sete pontos da linha base e mais dois pontos novos. Os dois pontos novos foram posicionados aproximadamente a 30m na direção ortogonal à linha base, equidistantes em relação aos extremos mais próximos, e afastados cerca de 87,5m entre si. A configuração desse campo de pontos otimizado no processo de simulação foi mostrado na Figura 23 do Capítulo 5.

Os resultados obtidos no processo de simulação do campo de pontos, indicaram a possibilidade de que a condição geométrica da linha base da UFPE poderia ser definida. A condição geométrica de uma linha base é representada pelas distâncias interpilares e suas dispersões, desde que a relação sinal/ruído da “Teoria da Informação” (SILVA,1987) resulte em valores maiores que 3 na pior das hipóteses, ou maiores que 5 de forma mais rigorosa. Isso significa dizer que a condição geométrica da linha base é considerada definida quando as

distâncias interpilares forem obtidas com uma exatidão de pelo menos 3 a 5 vezes maior do que a precisão nominal predita para o distanciômetros que se deseja calibrar.

O resultado do processo de simulação não forneceu as distâncias interpilares, mas apenas uma estimativa das incertezas posicionais. Para a obtenção das distâncias interpilares da Inha base da UFPE, foi necessário realizar as medições no campo, cujo ajustamento forneceu as coordenadas ajustadas dos sete pontos e suas dispersões.

No processo de medição, certos procedimentos foram adotados como forma de assegurar a precisão final da rede, de acordo com a simulação feita. Nesse sentido, o controle metrológico do processo foi então considerado. O período de medição entre 18h e 1h foi estabelecido a partir de avaliações das condições locais do meio ambiente (ítems 4.2 e 4.3). Nesse período, devido a maior estabilidade, o efeito randômico da refração seria mínima. Por outro lado, foram realizados testes para escolha do alvo (sinal) mais adequado (item 4.4), e dos equipamentos mais adequados para as medidas de direções e de distâncias. Os testes para escolha do teodolito foi descrito no item 4.5, e o teste para escolha do distanciômetro foi descrito no item 4.6.

Ainda assim, foi necessário uma garantia de que as medições fossem conduzidas em sistema de centragem forçada. Deste modo, em cada ponto da rede foi instalada uma base compatível com os equipamentos escolhidos, que permaneceu fixada por todo o período de medição.

A partir de então, procedeu-se a implantação do campo de pontos, e em seguida, as medições foram conduzidas. Optou-se por realizar as medidas nas duas posições da luneta (PD e PI), garantindo a correção dos erros instrumentais possíveis.

### 6.1.1 Características do Campo de Pontos Implantado

O campo de pontos foi implantado conforme a otimização simulada na fase de planejamento, descrito no item 5.3 do Capítulo 5. Desta forma assegurou-se que os resultados obtidos no processo de medição fossem compatíveis aos que foram simulados.

Os pontos (pilares) da linha base, já implantados fazem parte do campo de pontos otimizado. Esses pontos, foram monumentalizados em pilares de concreto conforme descrito no item 5.2 do Capítulo 5. Os demais pontos definidos no processo de simulação, foram implantados sobre tripés, firmemente fixados no terreno. Sobre os pilares e tripés, foram fixados uma base, de modo a permitir o uso dos equipamentos em sistema de centragem forçada.

Certamente, o uso de tripés, por mais estáveis que fossem, não poderia assegurar uma condição melhor do que se fosse possível implantar pilares de concreto similares aos pontos da linha base. Entretanto, o uso de tripés nos pontos novos do campo de pontos, foi a solução adotada para a realização das medições. Mesmo porque as medições foram conduzidas em período noturno, o que minimizou o erro devido à instabilidade dos tripés, uma vez que não sofreram radiação direta do sol. Nesse caso, o erro na medida de ângulos horizontais pode atingir até  $\pm 3'$ , segundo experimentos conduzidos por SILVA(1990), com teodolito eletrônico protegido da insolação e estacionado sobre tripé de madeira.

Conforme a otimização simulada para o campo de pontos investigado, foi suficiente implantar apenas dois pontos fora da linha base (Figura 23). A locação desses pontos foi realizada com trena topográfica, com base na interseção de distâncias entre esses pontos e os pilares mais próximos da linha base. Não houve preocupação com a precisão dessa locação,

uma vez que pequenos deslocamentos, de alguns poucos metros, em relação às posições simuladas, não implementam variações significativas nos resultados esperados.

Não foi necessário materializar esses pontos novos no terreno, uma vez que a investigação refere-se aos pontos da linha base, e apenas estes. Assim procedeu-se a montagem dos tripés momentos antes das medições, após a qual foram retirados. As observações medidas no campo foram então processadas no programa “NETZ2D” no modo ajustamento. O Anexo 8.5 apresenta o arquivo de dados de entrada do “NETZ2D”, correspondente às medidas de campo.

#### 6.1.2 Medidas Lineares

As medidas de distâncias foram realizadas com o distanciômetro eletrônico Elta-3 da Zeiss, do patrimônio do Departamento de Engenharia Cartográfica da UFPE. As visadas foram feitas para um único prisma instalado sobre as bases fixadas nos pontos. No processo de simulação, definiu-se a escolha dos alinhamentos, cujas distâncias foram medidas.

As medições foram realizadas no dia 20/02/95, com início às 17h 35min e temperatura de 28,0°C, e final às 18h 55min e temperatura de 27,6°C. O equipamento foi operado no modo de medição de distâncias horizontais. Nesse modo de operação, o próprio equipamento calculou as distâncias horizontais em função da distância inclinadas medida e do ângulo de inclinação da luneta. As medições foram conduzidas nas duas posições da luneta, em PD e PI, cuja posição média garante a correção dos erros axiais possíveis do equipamento (ítem 4.1). Em cada distância avaliada, realizou-se 6 observações, sendo 3 em PD e 3 em PI.

A Tabela 07 mostra os valores das distâncias horizontais medidas e os correspondentes desvios-padrão individuais, calculados a partir do conjunto das 6 observações. O desvio-padrão máximo obtido foi de  $\sigma_{\max}=\pm 1,5\text{mm}$ , o mínimo foi de  $\sigma_{\min}=\pm 0,5\text{mm}$ , com uma média de  $\sigma_{\text{média}}=\pm 1,0\text{mm}$ . As distâncias medidas bem como os desvios-padrão correspondentes foram então usados no processo de ajustamento.

TABELA 07 - DESVIOS-PADRÃO INDIVIDUAIS DAS MEDIDAS DE DISTÂNCIAS

DISTÂNCIAS ENTRE OS PONTOS	DISTÂNCIA MEDIDA (m)	DESVIO-PADRÃO (mm)	NÚMERO DE OBSERVAÇÕES
22 - 1	55,252	$\pm 1,5$	6
22 - 2	48,267	$\pm 0,5$	6
22 - 3	44,718	$\pm 1,0$	6
22 - 4	27,926	$\pm 1,1$	6
22 - 5	55,526	$\pm 0,5$	6
22 - 6	91,831	$\pm 0,8$	6
22 - 7	122,965	$\pm 0,7$	6
22 - 24	87,424	$\pm 0,7$	6
24 - 1	138,305	$\pm 1,2$	6
24 - 2	130,211	$\pm 1,4$	6
24 - 3	125,891	$\pm 1,2$	6
24 - 4	94,010	$\pm 0,8$	6
24 - 5	49,176	$\pm 1,2$	6
24 - 6	29,459	$\pm 0,8$	6
24 - 7	43,766	$\pm 1,5$	6

### 6.1.3 Medidas Angulares

As medidas das direção no campo de pontos, foram conduzidas com o teodolito do Elta-3 da Zeiss. As visadas foram feitas para um sinal modelo Zeiss (Figura 8), que mostrou-se mais adequado conforme experimentos feitos (item 4.4). Os três sinais disponíveis foram testados nos experimentos do item 4.4, mostrando-se todos eles adequados. No processo de

simulação definiu-se a escolha dos alinhamentos cujas direções foram medidas. Até 8 direções foram avaliadas a partir de cada estação do teodolito. Como a disponibilidade era de apenas de 3 sinais, então no processo de medição, os sinais instalados sobre as bases fixadas em cada ponto, foram cambiados entre os pontos aleatoriamente.

As medições das séries de direções foram realizadas entre 19h 05min do dia 20/02/95 e 2h 50min do dia 21/02/95. Nesse período, as temperaturas oscilaram entre 26°C e 27,6°C, com média de 27,1°C e dispersão de  $\sigma = \pm 0,5^\circ\text{C}$ . O período de medição foi portanto superior ao previsto na simulação (até 1h 30min), ultrapassando em mais de 1 hora. Entretanto, como as variações da temperatura não foram significativas, então o aumento do período de medição não interferiu no controle metrológico do processo.

O teodolito do Elta-3 foi operado no modo de medidas de direções horizontais. As medições foram conduzidas nas duas posições da luneta, em PD e PI, cuja posição média garante a correção dos erros axiais possíveis do equipamento (item 4.1). Teoricamente não havia necessidade de proceder as medições nas duas posições da luneta, pois o instrumento possibilita essa correção de forma automática. Entretanto, por garantia, esse procedimento foi adotado. A cada direção observada, realizou-se 3 observações em PD e 3 observações em PI. As médias de cada direção em PD e PI separadamente, foram então usadas no cálculo das direções em cada série pelo método Prussiano. No item 4.5 foi mostrado um exemplo do cálculo de direções pelo método Prussiano. Em cada estação foram realizadas 2 séries de direções.

No Anexo 8.5 são mostradas todas as direções calculada pelo método Prussiano para cada estação, bem como os desvios-padrão do conjunto das direções em cada estação. Na Tabela 08 são mostrados apenas os valores dos desvios-padrão. Verifica-se que as dispersões

oscilaram entre o máximo de  $\sigma_{\max}=\pm 2,0''$ , e o mínimo de  $\sigma_{\min}=\pm 0,6''$ , com uma média de  $\sigma_{\text{média}}=\pm 1,6''$ . Esses valores foram então usados no processo de ajustamento da rede.

TABELA 08 - DESVIOS-PADRÃO DAS DIREÇÕES CALCULADAS PELO MÉTODO PRUSSIANO

ESTAÇÃO	NÚMERO DE DIREÇÕES	NÚMERO DE SÉRIES	DESVIO-PADRÃO
24	8 em PD/PI	3	$\pm 0,9''$
22	8 em PD/PI	3	$\pm 0,6''$
1	8 em PD/PI	3	$\pm 1,0''$
2	8 em PD/PI	2	$\pm 2,0''$
3	8 em PD/PI	2	$\pm 2,0''$
4	8 em PD/PI	2	$\pm 2,0''$
5	8 em PD/PI	2	$\pm 2,0''$
6	8 em PD/PI	2	$\pm 2,0''$
7	8 em PD/PI	3	$\pm 2,0''$

## 6.2 AJUSTAMENTO DO CAMPO DE PONTOS - USO DO PROGRAMA "NETZ2D"

No processo de cálculo dos parâmetros absolutos e estocásticos dos elementos do campo de pontos medido, foi usado o programa "NETZ2D" no modo ajustamento. Nessa opção as variáveis necessárias para alimentar o programa são organizadas num arquivo de dados semelhante ao arquivo formado no processo de simulação visto no Capítulo 5. Ou seja, o arquivo de dados é constituído de parâmetros de controle, do número dos pontos da rede e suas coordenadas aproximadas, das distâncias medidas e suas precisões individuais, das direções medidas em cada estação com as respectivas precisões individuais e por série.

Os parâmetros de controle foram os mesmos usados no processo de simulação, ou seja, - rede livre de injunções, critério de iteração  $ITER=0,1\text{mm}$ , fator de variância a priori ( $\sigma_0^2=0,001$ ), nível de significância do teste de hipótese ( $\alpha=0,001$ ), probabilidade do teste de hipótese ( $\beta=0,8$ ), todos os pontos do tipo datum (definidores do sistema de referência), 1 grupo

de distâncias constituído por todas as distâncias medidas definindo o fator de escala da rede. No bloco das coordenadas aproximadas dos pontos da rede foram usados os mesmos valores quando do processo de simulação. Essas coordenadas foram obtidas a partir de uma planta topográfica na escala 1/2000, num sistema local de coordenadas. O bloco das direções observadas foi formado a partir das direções calculadas pelo método Prussiano conforme descrito no item 6.1.3. O bloco das distâncias observadas foi formado a partir das distâncias determinadas conforme descrito no item 6.1.2.

O Anexo 8.5 apresenta todos os elementos do arquivo de dados correspondente à rede medida. No Anexo 8.6 são apresentados os elementos de saída da rede ajustada pelo programa “NETZ2D”.

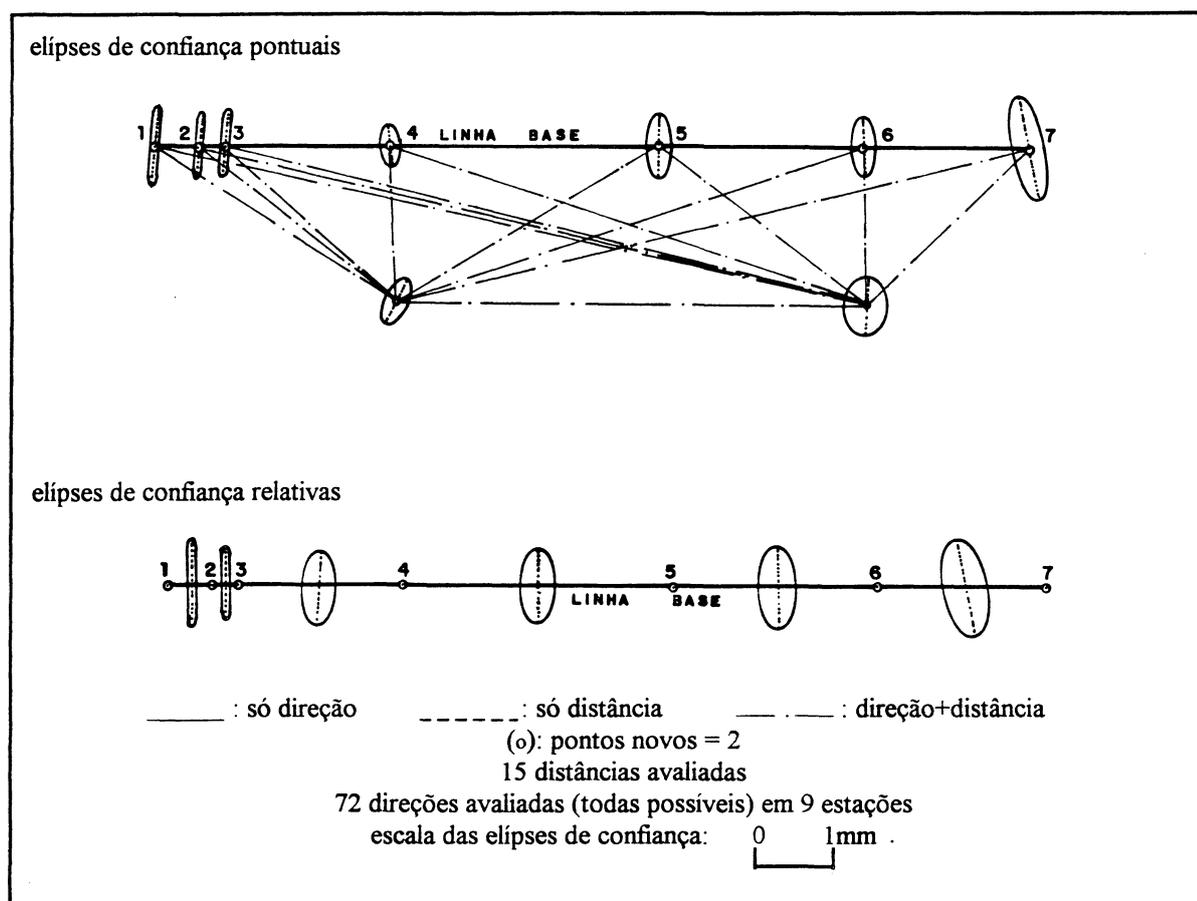
As coordenadas ajustadas dos pontos da rede foram então determinadas. A partir da matriz variância-covariância dos parâmetros determinadas pelo “NETZ2D”, o próprio programa determinou as elipses de confiança pontuais e relativas através das expressões (20) a (28) mostradas no Capítulo 3. A Tabela 09 apresenta os valores das coordenadas ajustadas e as correspondentes elipses de confiança pontuais. Os pontos 1 a 7 correspondem aos pilares da linha base, assim, apenas estes foram analisados.

TABELA 09 - COORDENADAS AJUSTADAS COM AS RESPECTIVAS INCERTEZAS

PONTOS	COORDENADAS AJUSTADAS		ELÍPSES DE CONFIANÇA PONTUAIS		
	E (m)	N (m)	$\theta$ (°)	a (mm)	b (mm)
1	599,0652	176,2990	10,0	0,57	0,08
2	599,8906	184,5543	10,2	0,45	0,07
3	600,3304	188,9725	10,9	0,44	0,07
4	603,6120	221,9368	5,9	0,26	0,17
5	608,5935	271,5820	5,7	0,41	0,18
6	612,5259	310,8568	2,9	0,37	0,19
7	615,7304	342,9590	174,7	0,63	0,18
22	631,5226	221,0123	31,4	0,31	0,16
24	641,8295	307,8273	7,7	0,36	0,25

A Figura 28 mostra a representação gráfica do campo de pontos medido, inclusive com as elipses de confiança pontuais e relativas. Verifica-se que o comportamento das elipses pontuais apresentaram valores muito próximos aos valores esperados que foram obtidos no processo de simulação. Como as séries de direções observadas apresentaram incertezas máximas de  $\pm 2''$ , e como o valor simulado foi de  $\pm 3''$ , então essa comparação será mais realística se feita com a rede simulada com precisão nas direções com  $\pm 2''$ , caso que foi mostrado na Figura 24 do Capítulo 5.

FIGURA 28 - CAMPO DE PONTOS MEDIDO



### 6.3 CONDIÇÃO GEOMÉTRICA DO COMPARADOR DE DISTÂNCIAS COLINEARES DA UFPE

O resultado do ajustamento do campo de pontos medido, forneceu um conjunto de coordenadas ajustadas com as respectivas incertezas posicionais, cujos valores foram apresentados na Tabela 09. A partir dessas coordenadas foram calculadas as distâncias ajustadas entre os pontos da linha base da UFPE, através da expressão:

$$D_{ij} = \sqrt{(E_j - E_i)^2 + (N_j - N_i)^2} \quad (40)$$

sendo,

$D_{ij}$ : distância ajustada entre os pontos (i, j)

$E_i, E_j$ : coordenadas (E) ajustadas

$N_i, N_j$ : coordenadas (N) ajustadas

A Tabela 10 apresenta os valores das distâncias ajustadas, e as correspondentes incertezas dadas pelas elipses de confiança relativas, calculadas pelo programa “NETZ2D”.

TABELA 10 - DISTÂNCIAS AJUSTADAS ENTRE OS PONTOS DA LINHA BASE DA UFPE E AS CORRESPONDENTES ELÍPSES DE CONFIANÇA RELATIVAS

PONTOS	DISTÂNCIAS AJUSTADAS (m)	ELÍPSES DE CONFIANÇA RELATIVAS		
		$\theta$ (°)	a (mm)	b (mm)
1 - 2	8,2965	6,0	0,61	0,06
2 - 3	4,4400	6,3	0,51	0,05
3 - 4	33,1272	8,9	0,51	0,20
4 - 5	49,8945	4,7	0,47	0,25
5 - 6	39,4712	5,0	0,52	0,27
6 - 7	32,2617	175,0	0,64	0,29

As distâncias ajustadas entre os pontos da linha base da UFPE mostradas na Tabela 10, são aqui entendidas como distâncias padrão, com suas incertezas dadas pelas elipses de confiança relativas. Como essas elipses apresentam orientações aproximadamente ortogonais

à linha base, então as incertezas na direção da linha base são obtidas pelos valores dos semi-eixos menores (b). Verifica-se portanto que essas incertezas são menores que  $\pm 0,3\text{mm}$ .

Assim, a condição geométrica da linha base da UFPE pode ser definida considerando uma performance de 5/1 dada pela relação sinal/ruído da “teoria da informação” mencionada por SILVA(1987) e comentada no Capítulo 1. Ou seja, a condição geométrica da linha base da UFPE pode ser considerada definida com uma ordem de incerteza de ( $\pm 0,3\text{mm} \times 5 = \pm 1,5\text{mm}$ ). Deste modo, de acordo com os procedimentos adotados, a condição geométrica da linha base da UFPE foi definida e considerada adequada para calibrar distanciômetros com precisão nominal menor que  $\pm 1,5\text{mm}$ . As distâncias padrão entre os pontos da linha base podem então ser usadas nos procedimentos de calibração de distanciômetros, conforme metodologia abordada no Capítulo 2.

Teoricamente, os resultados acima descritos são válidos para a época do experimento. Entretanto, para uma maior segurança, outros experimentos devem ser conduzidos no sentido de avaliar a metodologia proposta. Por outro lado, é conveniente também verificar as variações temporais dos pontos (estabilidade), com base nos conceitos de redes congruentes conforme abordagem feita por SILVA(1987).

## 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Conforme foi abordado no Capítulo 2, as distâncias padrão entre os pontos de uma linha base multipilar (ou comparador de distâncias colineares), podem ser usadas como referência metrológica no processo de calibração de distanciômetros. O procedimento clássico para determinar essas distâncias interpilares, consiste em avaliar diretamente essas distâncias, usando um equipamento disponível que tenha a melhor precisão possível, ficando a precisão final das distâncias interpilares limitada à precisão do próprio equipamento usado.

Neste trabalho, avaliou-se uma outra metodologia para determinar as distâncias interpilares de uma linha base. Na metodologia proposta, a condição geométrica de um comparador de distâncias colineares, foi definida através de um campo de pontos planimétrico. Nesse caso, os pontos da linha base foram incluídos no campo de pontos cuja configuração geométrica foi adequadamente otimizada através de procedimentos de simulação. A viabilidade dessa proposta foi constatada nos resultados obtidos nos experimentos conduzidos sobre a linha base da UFPE, onde um campo de pontos foi definido a partir de observações de direções e de distâncias (Figura 28).

Para a precisão final do campo de pontos investigado, verificou-se que a contribuição das direções é mais significativa que a da(s) distância(s). Entretanto, a medida de distância(s) é necessária para definir a escala do campo de pontos. Para definir a escala do campo de pontos investigado, duas possibilidades foram avaliadas no processo de simulação, e que conduziram a resultados equivalentes e satisfatórios. Na primeira possibilidade investigada, a escala do campo de pontos foi definida a partir de um conjunto de distâncias avaliadas sobre

pontos quaisquer da rede. Na outra alternativa, a escala do campo de pontos foi definida a partir de um único padrão metrológico de distância.

No processo de simulação, a primeira possibilidade foi investigada considerando que as distâncias fossem avaliadas com uma precisão de  $\sigma=\pm 2\text{mm}$ , correspondente ao do melhor equipamento disponível. Os resultados obtidos indicaram incertezas máximas na direção da linha base menores que  $\pm 0,2\text{mm}$ . Esse procedimento, foi avaliado posteriormente no processo de medição em campo (Capítulo 6).

Na outra alternativa proposta, fez-se uso de um único padrão metrológico de distância para definir a escala da rede. Para tanto, estabeleceu-se um padrão metrológico com 3m de comprimento definido com uma precisão de  $\pm 0,1\text{mm}$ , e exequível de ser obtido inclusive no Laboratório de Metrologia e Posicionamento Espacial (LAMEPE/UFPE). No processo de simulação do campo de pontos com o uso de um padrão metrológico desse tipo, as incertezas máximas na direção da linha base foram de  $\pm 0,27\text{mm}$ . Ou seja, os resultados foram compatíveis ao da primeira alternativa. Essa possibilidade, no entanto, não foi avaliada a partir de medições em campo.

Assim, analisou-se os resultado obtidos no processo de medição do campo de pontos que foi avaliado. O resultado do ajustamento das observações medidas, conduziram à determinação das coordenadas dos pontos da linha base com uma incerteza máxima na direção da linha base de também  $\pm 0,2\text{mm}$ . Verificou-se então que os resultados do ajustamento do campo de pontos medido foi equivalente ao campo de pontos simulado. Com isso teve-se a garantia de que o controle metrológico do processo de medição foi atendida, ou seja, minimizou-se ao máximo a influência de erros na direção da linha base.

A partir das coordenadas ajustadas, determinou-se as distâncias entre os pontos da linha base da UFPE. As precisões obtidas foram maiores que  $\pm 0,3\text{mm}$ . Assim, considerando a relação sinal/ruído de 5/1 preconizada pela “teoria da informação”, a linha base da UFPE pode ser considerada adequada para calibrar distanciômetros com precisão nominal menor que  $\pm 1,5\text{mm}$  ( $5 \times \pm 0,3\text{mm}$ ), e em distâncias menores que 170m que corresponde à maior extensão da linha base.

Com relação ao controle metrológico do processo de medição, determinados aspectos foram implementados como forma de minimizar a influência de erros. Assim, as medições foram conduzidas através de adequadas metodologias de medição; em sistema de centragem forçada, e com equipamentos de medição e acessórios com suas qualidades devidamente avaliadas através de experimentos de laboratório e de campo. Outro aspecto foi a condução das medições em período do dia com ocorrência de menor influência do efeito da refração. Verificou-se assim que tais procedimentos foram fundamentais para garantir a qualidade final do campo de pontos avaliado.

Constatou-se então que os resultados das medições no campo foram compatíveis aos resultados esperados no processo de simulação. Isso demonstra que o processo de simulação pode ser usado como uma poderosa ferramenta na avaliação de campo de pontos com propósitos específicos de uso na engenharia. Verificou-se também que no processo de simulação, pequenas alterações nas posições dos pontos não modifica de modo significativo, a precisão esperada para a rede.

No procedimento de cálculo o uso do programa “NETZ2D” de avaliação de redes planimétricas mostrou-se eficiente tanto no processo de simulação como no processo de ajustamento de redes planimétricas. Entretanto, outros programas similares podem ser usados.

Da mesma forma, o uso de campo de pontos livre de injunções posicionais, mostrou-se adequado na análise da qualidade da rede, dada pelas elipses de confiança. Além do mais, as redes livres devem ser sempre usadas na solução de campos de pontos onde não existem pontos com posições definidas a priori. Esse é o caso que normalmente ocorre nas redes locais usadas na engenharia.

Por outro lado, verificou-se também que o procedimento metodológico proposto para avaliar a condição geométrica do comparador de distâncias colineares da UFPE, pode ser usado para avaliar outras linhas base, ou mesmo para outros fins, notadamente em redes de apoio na engenharia. A exequibilidade do uso desse procedimento em outra linha base ou em outras atividades, deve entretanto, preceder de uma análise criteriosa das condições limitadoras em termos do propósito do problema, equipamentos, características da área.

Assim, a metodologia proposta para avaliar linhas base de calibração de distanciômetros, pode se constituir numa alternativa metrológica para que novas bases de calibração possam ser construídas e avaliadas. As vantagens obtidas quanto à facilidade de implementação e aos resultados obtidos, justificam por si só o uso desse procedimento. Na metodologia clássica para definir as distâncias padrão de uma linha base são exigidos equipamentos de alta precisão, com custos elevados. Na metodologia proposta, o uso de equipamentos de menor precisão conduz a resultados até melhores. Com isso, pretende-se estar contribuindo para uma maior disseminação da cultura metrológica no país.

Para o caso específico da linha base da UFPE que foi avaliada, recomenda-se investigações futuras no sentido de melhorar sua qualidade metrológica. Para tanto, torna-se necessário a monumentalização do campo de pontos com pilares semelhantes aos da linha base. A partir de então, as investigações devem ser conduzidas com vistas à realização de

novas séries de medições no campo de pontos, em épocas diversas, objetivando inclusive verificar a sensibilidade da rede através da avaliação das variações temporais dos pontos com base em redes congruentes conforme abordagem feita por SILVA(1987).

Outra investigação necessária refere-se à avaliação da condição geométrica da linha base da UFPE a partir de medições de campo, considerando o procedimento alternativo proposto usando um único padrão metrológico de distância. No processo de simulação conduzido no item 5.4, verificou-se a viabilidade dessa metodologia.

Por fim, espera-se que este trabalho possa contribuir efetivamente para a ampliação das possibilidades de se definir padrões metrológicos para calibração de distanciômetros. Tal procedimento é uma garantia de uma maior qualidade dos levantamentos topográficos e geodésicos.

## **8 ANEXOS**

- 8.1 - TABELA DAS MEDIÇÕES DO EFEITO DA REFRAÇÃO LATERAL E VERTICAL
- 8.2 - EXEMPLO DE DETERMINAÇÃO DE DIREÇÕES PELO MÉTODO PRUSSIANO
- 8.3 - FLUXOGRAMA RESUMIDO DO PROGRAMA “NETZ2D”
- 8.4 - EXEMPLO DE UM ARQUIVO DE DADOS DO “NETZ2D” NO MODO ANÁLISE DE REDE
- 8.5 - ARQUIVO DE DADOS DO “NETZ2D” NO MODO AJUSTAMENTO COM AS MEDIDAS OBSERVADAS DO CAMPO DE PONTOS AVALIADO
- 8.6 - ELEMENTOS DE SAÍDA DA REDE AJUSTADA PELO “NETZ2D”

ANEXO 8.1: TABELA DAS MEDIÇÃO DO EFEITO DA REFRAÇÃO LATERAL E VERTICAL

HORA LEGAL	TEMPERATURA SECA	REFRAÇÃO VERTICAL	REFRAÇÃO HORIZONTAL	CONDIÇÕES AMBIENTAIS
22h 45min	27,6°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	chuva fina
23h 00min	27,4°	-1mm → -1,2"	0mm → 0,0"	estiagem / fim chuva
23h 30min	27,2°	0mm → 0,0"	-2mm → -2,5"	vento médio
00h 00min	26,4°	-2mm → -2,5"	0mm → 0,0"	vento médio
00h 30min	27,0°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	sem vento
01h 00min	27,0°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	ventofraco
01h 30min	26,8°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	vento médio
02h 00min	-			chuva intensa
02h 30min	24,2°	+2mm → +2,5"	0mm → 0,0"	vento fraco
03h 00min	25,2°	+3mm → +3,7"	0mm → 0,0"	vento fraco / estiagem
03h 30min	25,2°	+3mm → +3,7"	0mm → 0,0"	sem vento
04h 00min	25,2°	+4mm → +4,9"	0mm → 0,0"	sem vento
04h 30min	25,0°	+4mm → +4,9"	0mm → 0,0"	sem vento
05h 00min	25,4°	+4mm → +4,9"	0mm → 0,0"	chuva fina / vento fraco
05h 30min	25,8°	+3mm → +3,7"	0mm → 0,0"	sem vento, crepúsculo
06h 00min	26,4°	+4mm → +4,9"	0mm → 0,0"	sem vento, sem sol
06h 30min	27,0°	+4mm → +4,9"	0mm → 0,0"	sem vento, com sol
07h 00min	27,4°	+4mm → +4,9"	0mm → 0,0"	vento fraco, com sol
07h 30min	28,4°	+2mm → +2,5"	0mm → 0,0"	vento médio, encoberto
08h 00min	29,0°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	vento médio, com sol
08h 30min	29,5°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	meio encoberto, vento forte, (*)
09h 00min	29,6°	-2mm → -2,5"	0mm → 0,0"	sol, vento forte, (*)
09h 30min	30,2°	-2mm → -2,5"	0mm → 0,0"	encoberto, vento forte, (*)
10h 00min	30,6°	-2mm → -2,5"	0mm → 0,0"	meio encoberto, vento médio, (*)
10h 30min	29,0°	-2mm → -2,5"	0mm → 0,0"	encoberto, vento médio, (*)
11h 00min	29,6°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	encoberto, vento medio/forte, (*)
11h 30min	29,4°	0mm → 0,0"	+1mm → +1,2"	encoberto, vento forte, (*)
12h 00min	29,2°	0mm → 0,0"	+1mm → +1,2"	encoberto, vento forte, (*)
12h 30min	29,4°	0mm → 0,0"	+2mm → +2,5"	encoberto, vento forte, (*)
13h 00min	29,6°	0mm → 0,0"	+2mm → +2,5"	sombra, vento forte, (*)
13h 30min	29,2°	0mm → 0,0"	+2mm → +2,5"	sombra, vento forte, (*)
14h 00min	29,4°	0mm → 0,0"	+1mm → +1,2"	sombra, vento médio, (*)
14h 30min	29,4°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	sombra, vento médio, (*)
15h 00min	29,4°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	sombra, vento forte
15h 30min	29,2°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	sombra, vento forte
16h 00min	29,2°	+2mm → +2,5"	0mm → 0,0"	sombra, vento forte
16h 20min	29,2°	+4mm → +4,9"	+1mm → +1,2"	sombra, vento médio
16h 30min	28,8°	0mm → 0,0"	+1mm → +1,2"	sombra, vento fraco
17h 00min	28,4°	+2mm → +2,5"	0mm → 0,0"	sombra, vento fraco
17h 30min	28,2°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	sombra, vento fraco
18h 00min	28,0°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	crepúsculo, vento médio
18h 30min	27,8°	+2mm → +2,5"	-1mm → -1,2"	noite, vento médio
19h 00min	27,8°	+2mm → +2,5"	-1mm → -1,2"	vento médio
19h 30min	27,6°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	vento fraco
20h 00min	27,6°	+2mm → +2,5"	0mm → 0,0"	sem vento
20h 30min	27,4°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	sem vento
21h 00min	27,6°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	vento fraco
21h 30min	27,4°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	vento médio
22h 00min	27,4°	0mm → 0,0"	0mm → 0,0"	vento médio

(\*) turbulência no sinal

ANEXO 8.2 - EXEMPLO DE DETERMINAÇÃO DE DIREÇÕES PELO MÉTODO PRUSSIANO

PV	ANGULO HORIZONT.		DIREÇÕES REDUZIDAS			DIREÇÃO FINAL	d (")	v (")	vv (") <sup>2</sup> )	
	PD	PI	PD	PI	MÉDIA					
7	120°38'05"	300°37'33"	00°00'00"	00°00'00"	00°00'00,0"	00°00'00,0"	0,0"	-0,8"	0,64	
8	143°32'00"	323°31'27"	22°53'55"	22°53'54"	22°53'54,5"	22°53'54,5"	0,0"	-0,8"	0,64	
9	161°05'46"	341°05'12"	40°27'41"	40°27'39"	40°27'40,0"	40°27'37,5"	+2,5"	+1,6"	2,56	
(Σd)/3							=+0,8"	Σ=0,0"		
7	181°34'11"	1°33'37"	00°00'00"	00°00'00"	00°00'00,0"		0,0"	-0,7"	0,49	
8	204°28'05"	24°27'35"	22°53'54"	22°53'58"	22°53'56,0"		+1,5"	+0,8"	0,64	
9	222°01'48"	42°01'16"	40°27'37"	40°27'39"	40°27'38,0"		+0,5"	-0,1"	0,01	
(Σd)/3							=+0,7"	Σ=0,0"		
7	241°45'06"	61°44'33"	00°00'00"	00°00'00"	00°00'00,0"		0,0"	+1,5"	2,25	
8	264°38'58"	84°38'27"	22°53'52"	22°53'54"	22°53'53,0"		-1,5"	0,0"	0,00	
9	282°12'42"	102°12'06"	40°27'36"	40°27'33"	40°27'34,5"		-3,0"	-1,5"	2,25	
(Σd)/3							=-1,5"	Σ=0,0"		Σvv=9,48

$$\sigma^2 = (\Sigma vv) / r$$

$$r = (NS - 1)(NP - 1)$$

$$r = (3-1)(3-1)$$

$$r = 4$$

NS: número de séries  
NP: número de pontos

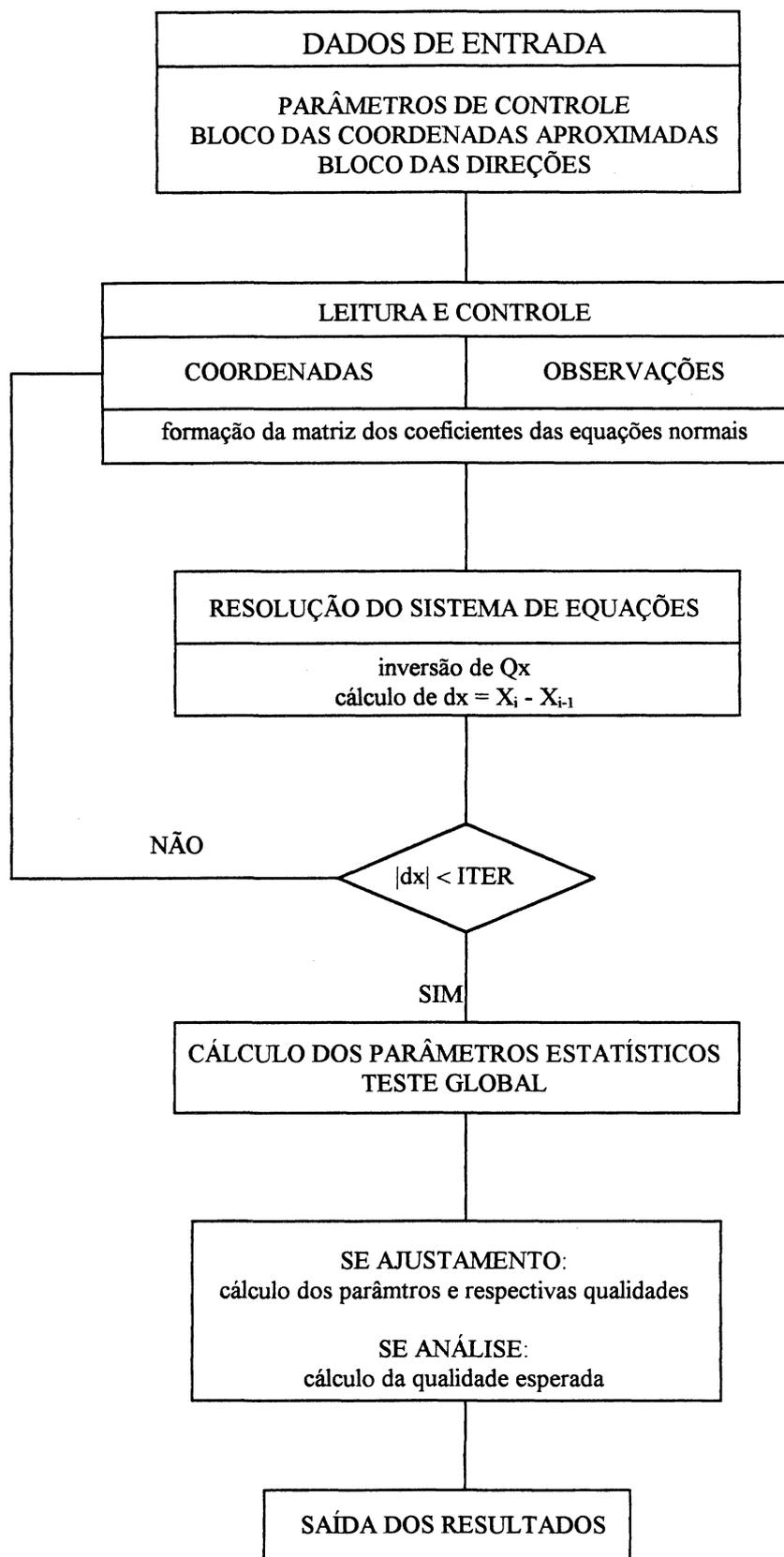
$$\Rightarrow \sigma^2 = 9,48 / 4$$

$$\sigma^2 = 2,37$$

$$\Rightarrow \sigma = \pm 1,5''$$

é o desvio-padrão do conjunto de direções observadas numa estação em três séries

ANEXO 8.3 - FLUXOGRAMA RESUMIDO DO PROGRAMA “NETZ2D”



ANEXO 8.4 - EXEMPLO DE UM ARQUIVO DE DADOS DO "NETZ2D" NO MODO ANÁLISE DE REDE

Campo de Pontos simulado - rede livre, pontos a 30m da linha base, com todas as direcoes e distancias radiais

..... medidas lineares em metros  
 ..... medidas angulares em grados

```

1 1 1 0
0.001000 0.0010 0.8000
9 0
1 1 0
0 14 0.0020 0.000003
1 9 8
0
0
1 21
1 1 1
net947b
1 599.00000 176.00000 0
2 599.80000 184.30000 0
3 600.30000 188.70000 0
4 603.60000 221.50000 0
5 608.60000 272.10000 0
6 612.60000 311.10000 0
7 615.80000 342.90000 0
22 633.4 219.2 0
24 642.4 308.5 0
1 8 0.0009
2 0.0
3 0.0
4 0.0
5 0.0
6 0.0
7 0.0
22 0.0
24 0.0
2 8 0.0009
1 0.0
3 0.0
4 0.0
5 0.0
6 0.0
7 0.0
22 0.0
24 0.0
3 8 0.0009
1 0.0
2 0.0
4 0.0
5 0.0
6 0.0
7 0.0
22 0.0
24 0.0
4 8 0.0009
1 0.0
2 0.0
3 0.0
5 0.0
6 0.0
7 0.0
22 0.0
24 0.0
5 8 0.0009
1 0.0
2 0.0
3 0.0
4 0.0
6 0.0
7 0.0
22 0.0
24 0.0
  
```

PARÂMETROS DE CONTROLE

BLOCO DE COORDENADAS APROXIMADAS

BLOCO DE DIREÇÕES A SEREM SIMULADAS

BLOCO DE DIREÇÕES A SEREM SIMULADAS

6 3 0.0009  
 1 0.0  
 2 0.0  
 3 0.0  
 4 0.0  
 5 0.0  
 7 0.0  
 22 0.0  
 24 0.0

**BLOCO DE DIREÇÕES  
 A SEREM SIMULADAS**

7 8 0.0009  
 1 0.0  
 2 0.0  
 3 0.0  
 4 0.0  
 5 0.0  
 6 0.0  
 22 0.0  
 24 0.0

22 8 0.0009  
 1 0.0  
 2 0.0  
 3 0.0  
 4 0.0  
 5 0.0  
 6 0.0  
 7 0.0  
 24 0.0

**BLOCO DE DIREÇÕES  
 A SEREM SIMULADAS**

24 8 0.0009  
 1 0.0  
 2 0.0  
 3 0.0  
 4 0.0  
 5 0.0  
 6 0.0  
 7 0.0  
 22 0.0

1	1	22	0.0	0.002
2	2	22	0.0	0.002
3	3	22	0.0	0.002
4	4	22	0.0	0.002
5	5	22	0.0	0.002
6	6	22	0.0	0.002
7	7	22	0.0	0.002
8	1	24	0.0	0.002
9	2	24	0.0	0.002
10	3	24	0.0	0.002
11	4	24	0.0	0.002
12	5	24	0.0	0.002
13	6	24	0.0	0.002
14	7	24	0.0	0.002

**BLOCO DAS DISTÂNCIAS  
 A SEREM SIMULADAS**

1 2  
 1 3  
 1 4  
 1 5  
 1 6  
 1 7  
 2 3  
 2 4  
 2 5  
 2 6  
 2 7  
 3 4  
 3 5  
 3 6  
 3 7  
 4 5  
 4 6  
 4 7  
 5 6  
 5 7  
 6 7

**ELÍPSES DE CONFIANÇA RELATIVAS  
 A SEREM CALCULADAS**

# ANEXO 8.5 - ARQUIVO DE DADOS DO "NETZ2D" NO MODO AJUSTAMENTO COM AS MEDIDAS OBSERVADAS DO CAMPO DE PONTOS AVALIADO

Ajustamento da medicao realizada em 20 e 21/02/95  
 Usando todas as observacoes de direcoes e distancias em PM

medidas lineares em metros  
 medidas angulares em grados

1 2 1 0  
 0.001000 0.0010 0.8000

9 0  
 1 1 0  
 0 15 0.002 0.000003  
 1 9 8  
 0  
 0  
 1 21  
 1 1 1

PARÂMETROS DE CONTROLE

20pmlab  
 1 599.00000 176.00000 0  
 2 599.80000 184.30000 0  
 3 600.30000 188.70000 0  
 4 603.60000 221.50000 0  
 5 608.60000 272.10000 0  
 6 612.60000 311.10000 0  
 7 615.80000 342.90000 0  
 22 631.5 221.0 0  
 24 641.9 308.4 0

BLOCO DE  
 COORDENADAS  
 APROXIMADAS

24 8 0.0003  
 7 0.0000  
 6 347.2344  
 5 287.9205  
 4 267.3285  
 3 262.0612  
 2 261.5527  
 1 260.6884  
 22 248.1989

BLOCO DE  
 DIREÇÕES OBSERVADAS

22 8 0.0002  
 24 0.0000  
 7 384.2779  
 6 379.2122  
 5 365.3765  
 4 294.5849  
 3 241.6238  
 2 237.9723  
 1 232.4499

1 8 0.0003  
 22 0.0000  
 24 380.0387  
 7 366.3711  
 6 366.3739  
 5 366.3710  
 4 366.3481  
 3 366.3607  
 2 366.3701

7 8 0.0006  
 24 0.0000  
 22 32.4767  
 1 47.0199  
 2 47.0202  
 3 47.0206  
 4 47.0285  
 5 47.0207  
 6 47.0091

BLOCO DE  
 DIREÇÕES OBSERVADAS

6 8 0.0006  
 7 0.0000  
 5 200.0208  
 4 200.0272  
 3 200.0157  
 2 200.0150  
 1 200.0147  
 22 180.4019  
 24 100.2250

5 8 0.0006  
 7 0.0000  
 6 0.0008  
 4 200.0196  
 3 199.9998  
 2 199.9985  
 1 199.9985  
 22 166.5517  
 24 40.8971  
 4 8 0.0006  
 24 0.0000  
 7 379.7025  
 6 379.7086  
 5 379.7136  
 3 179.6645  
 2 179.6647  
 1 179.6701  
 22 75.4559  
 3 8 0.0006  
 7 0.0000  
 6 0.0040  
 5 0.0003  
 4 399.9708  
 2 199.9718  
 1 199.9898  
 22 42.8002  
 24 15.0395  
 2 8 0.0006  
 7 0.0000  
 6 0.0031  
 5 399.9997  
 4 399.9711  
 3 399.9710  
 1 199.9995  
 22 39.1485  
 24 14.5304

**BLOCO DE  
DIREÇÕES OBSERVADAS**

**BLOCO DE  
DIREÇÕES OBSERVADAS**

1	22	1	55.252	0.0015
2	22	2	48.267	0.0005
3	22	3	44.718	0.0010
4	22	4	27.926	0.0011
5	22	5	55.526	0.0005
6	22	6	91.831	0.0008
7	22	7	122.965	0.0007
8	22	24	87.424	0.0007
9	24	1	138.305	0.0012
10	24	2	130.211	0.0014
11	24	3	125.891	0.0012
12	24	4	94.010	0.0008
13	24	5	49.176	0.0012
14	24	6	29.459	0.0008
15	24	7	43.766	0.0015

**BLOCO DE  
DISTÂNCIAS OBSERVADAS**

1 2  
 1 3  
 1 4  
 1 5  
 1 6  
 1 7  
 2 3  
 2 4  
 2 5  
 2 6  
 2 7  
 3 4  
 3 5  
 3 6  
 3 7  
 4 5  
 4 6  
 4 7  
 5 6  
 5 7  
 6 7

**ELÍPSES DE CONFIANÇA RELATIVAS  
A SEREM CALCULADAS**

ANEXO 8.6 - ELEMENTOS DE SAÍDA DA REDE AJUSTADA PELO "NETZ2D"

medidas lineares em metros ; medidas angulares em graus

1	599.0652	176.2990	}	COORDENADAS AJUSTADAS
2	599.8906	184.5543		
3	600.3304	188.9725		
4	603.6120	221.9368		
5	608.5935	271.5820		
6	612.5259	310.8568		
7	615.7304	342.9590		
22	631.5226	221.0123	}	
24	641.8295	307.8273		
22	1	0.000708004	}	RESÍDUOS DAS DISTÂNCIAS
22	2	0.000561310		
22	3	0.000552545		
22	4	0.000305924		
22	5	0.000443698		
22	6	0.000511297		
22	7	0.000765283		
22	24	0.000506986	}	
24	1	0.000805933		
24	2	0.000693231		
24	3	0.000686917		
24	4	0.000503083		
24	5	0.000482710		
24	6	0.000377150		
24	7	0.000700417	}	
24	8			
7	0.000434217	}	RESÍDUOS DAS DIREÇÕES	
6	0.000443931			
5	0.000384656			
4	0.000231831			
3	0.000209516			
2	0.000210452			
1	0.000212945			
22	0.000255781			
22	8			
24	0.000242448			
7	0.000192255			
6	0.000209477			
5	0.000282752			
4	0.000313781			
3	0.000308254			
2	0.000302649			
1	0.000282547			
1	8			
22	0.000319217			
24	0.000235180			
7	0.000234112			
6	0.000227307			
5	0.000232584			
4	0.000295623			
3	0.000300086			
2	0.000381123			
7	8			
24	0.000539341			
22	0.000375225			
1	0.000369346			
2	0.000368020			
3	0.000367506			
4	0.000371155			
5	0.000397956			
6	0.000580987			
6	8			
7	0.000698977			
5	0.000507295			
4	0.000390891			
3	0.000372062			
2	0.000371642			
1	0.000371590			
22	0.000392396			
24	0.000564672			
5	8			
7	0.000471170			
6	0.000554535			
4	0.000464468			
3	0.000390645			
2	0.000387953			
1	0.000384885			
22	0.000454522			
24	0.000538454			

4	8			
24	0.000424602			
7	0.000412286			
6	0.000422070			
5	0.000488766			
3	0.000478875			
2	0.000453357			
1	0.000424987			
22	0.000476964			
3	8			
7	0.000391967			
6	0.000389738			
5	0.000399550			
4	0.000494595			
2	0.000676796			
1	0.000445631			
22	0.000472546			
24	0.000392153			
2	8			
7	0.000385145			
6	0.000381514			
5	0.000387273			
4	0.000456181			
3	0.000685830			
1	0.000547428			
22	0.000454030			
24	0.000386212			
1	11.166042303	0.000574488	0.000078902	
2	11.354982836	0.000447017	0.000070904	
3	12.074518597	0.000437649	0.000068817	
4	6.500928477	0.000264324	0.000171627	
5	6.282864631	0.000414416	0.000182257	
6	3.202033252	0.000368068	0.000185358	
7	194.113961743	0.000630270	0.000179507	
22	34.849566356	0.000309278	0.000166890	
24	8.535788236	0.000355403	0.000249732	
1	2			
6.662912017	0.000611625	0.000057903		
1	3			
7.017506818	0.000590265	0.000068936		
1	4			
8.710630765	0.000669966	0.000214629		
1	5			
10.007898243	0.000827879	0.000226616		
1	6			
8.913161841	0.000816162	0.000205633		
1	7			
3.689174017	0.000988187	0.000201701		
2	3			
6.952418733	0.000513547	0.000046878		
2	4			
9.757070685	0.000522132	0.000204066		
2	5			
9.679488447	0.000700645	0.000221048		
2	6			
8.487145221	0.000703530	0.000202734		
2	7			
2.368072538	0.000894209	0.000198639		
3	4			
9.919646485	0.000511924	0.000199891		
3	5			
9.994741710	0.000696628	0.000218770		
3	6			
8.743956561	0.000697126	0.000202751		
3	7			
2.380293975	0.000889535	0.000201480		
4	5			
5.248031697	0.000466824	0.000253278		
4	6			
5.689608418	0.000519013	0.000261840		
4	7			
198.133916894	0.000759002	0.000269454		
5	6			
5.549434920	0.000519237	0.000267960		
5	7			
196.591102414	0.000802088	0.000310240		
6	7			
194.441179102	0.000638648	0.000286654		

RESIDUOS DAS DIREÇÕES

ELÍPSES DE CONFIANÇA PONTUAIS

ELÍPSES DE CONFIANÇA RELATIVAS

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] ABNT. NBR 13133 de maio de 1994. Execução de Levantamento Topográfico.
- [02] ALBERDA, J.E.. Planning and Optimization of Networks: Some General Considerations. Bolletino di Geodesia e Scienze Affini, Firenze, v.33, n.2, p.209-240, apr-giug. 1974.
- [03] ALLMAN, J.S., HOAR, G.J. Optimization of Geodetic Networks. Survey Review, London, v.22, n.167, Jan. 1973
- [04] ASHKENAZI, Vidal. Criteria for Optimization: A Pratical Assessment of a Free Network Adjustment. Bolletino di Geodesia e Scienze Affini, Firenze, v.33, n. 1, p.77-91, gen-mar. 1974.
- [05] BAARDA, W. Statistical Concepts in Geodesy. Netherlands Geodetic Commission, Delft, v.2, n.4, 74p., 1967.
- [06] BAARDA, W. A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks. Netherlands Geodetic Commission, Delft, v.2, n.5, 97p., 1968.
- [07] BERBERAN, A. Projeto, Assistido por Computador, de Redes para Triangulação Fotogramétrica, Revista do Instituto Geográfico e Cadastral. Lisboa, n. 7, p.71-76, dex. 1987.
- [08] BJERHAMMAR, Arne. Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses. Elsevier Scientific Publishing Copany. Amsterdam: 1973. 420p.
- [09] BLAHA, Geoges. A Note on Adjustment of Free Networks. Bulletin Géodésique, Paris, v.56, n.4, p.281-299, 1982.
- [10] BOEDECKER, Gerd. Design of a Local Control Net for Geodynamics. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORK AND COMPUTATIONS. Munchen: 1982. v.3, 157p., p.12-143.
- [11] BONFORD, G. Geodesy. 3. ed. England: Oxford University Press, 1971.
- [12] BRANDÃO, A. C. Refração em Nivelamento - Uma Abordagem Generalizada. Seminário apresentado no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR. Curitiba, 1990. 22p.
- [13] CARNEIRO, Andrea Flávia Tenório. Possibilidades Metodológicas de um Campo de Pontos com Vistas ao Cálculo de Volume de Objetos. Curitiba, 1993. Dissertação de Mestrado - Curso de Pósgraduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.

- [14] CASACA, J. Computer Aided Design of Local Theedimensional Networks with Heterogeneous Observables. Reveista do Instituto Geográfico e Cadastral, Lisboa, n.7, p.65-69, dez. 1987.
- [15] CHRZANOWSKI, Adam. Design and Error Analysis of Surveying Projects. Lecture Notes, Fredericton, University of New Brunswick, n.47, 105p., Nov. 1977.
- [16] CORDINI, Jucilei. Calibração de IMED: Determinação do Erro Cíclico em Laboratório. In: XV CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA. São Paulo: Anais, v.1, p.83-90. 1991.
- [17] CRAYMER, M. R., VANICEK, P. NETAN: A Computer Program for the Interactive Analysis of Geodetic Networks. CISM Journal ACSGC, Ottawa, v.43, n.1, p.25-37. 1989.
- [18] CROSILLA, Fabio, MARCHESINI, Claudio. Geodetic Network Optimization for the Detection of Crustal Movements Using a Mekometer. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini. Firenze, v.42, n.3, p.301-315, lug-set. 1983.
- [19] CROSILLA, Fabio. A Criterion Matrix for Deforming Networks by Multifactorial Analysis Techniques. In: OPTIMIZATION AND DESIGN OF GEODETIC NETWORKS. Berlin: Springer-Verlag, 1985. 606p. p.429-435.
- [20] CROSILLA, Fabio, RUSSO, Tommaso. A Software Tool for the Interactive Improved Design of Geodetic Networks. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini. Firenze, v.45, n.1, p.01-32, gen-mar. 1986.
- [21] CROSS, P. A. Coputer Aided Design of Geodetic Networks In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORK AND COMPUTATIONS. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.13-21.
- [22] CROSS, P. A. Numerical Methods in Network Design In: OPTIMIZATION AND DESIGN OF GEODETIC NETWORKS. Berlin: Springer-Verlag, 1985. 606p. p.132-168.
- [23] CROSS, P. A., WHITING, B. M. On the design of Vertical Control Networks Using Iteractive Methods. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORKS AND COMPUTATION. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.35-46.
- [24] DERMANIS, A. Optimization Problems in Geodetic Networks with Signals. .In: OPTIMIZATION AND DESIGN OF GEODETIC NETWORKS. Berlin: Springer-Verlag, 1985. 606p. p.221-256.
- [25] DODSON, A. H., DEETH, C. P., ASHKENAZI, V. The Use of the Laser Interferometer for Scale Calibration of the Nottingham Baseline. Manuscripta Geodaetica, Spriger Verlag, v.6, p.63-74, 1981.

- [26] DRACUP, J. F., FRONCZEK, C. J. An Immediate Solution to the Optimization Problem. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON OPTIMIZATION OF DESIGN AND COMPUTATION OF CONTROL NETWORKS. Budapest: 1979. 733p. p.117-131.
- [27] EMENIKE, E. N. On the Calibration of EDM Instruments. Australian Surveyor, v.31, n.3, p.175-185. 1982.
- [28] FRASER, Clive S. Network Design Considerations Non-Topographic Photogrammetry. Photogrammetric and Engineering and Remote Sensing, Falls Church, v.50, n.8, p.1115-1126, Aug. 1984.
- [29] FRITSCH, Dieter, SCHAFFRIN, Burkhard. The “Choice of Norm” Problem for the Free Net Adjustments with Orientation Parameters. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, Firenze, v.41, n.3, p.259-282, lug-set. 1982.
- [30] GEMAEL, Camil. Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas. Curitiba: Ed. UFPR, 1994. 319p.
- [31] GRAFAREND, Erik W. Optimization of Geodetic Network. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, Firenze, v.33, n.4, p.351-406, ott-dic. 1974.
- [32] GRAFAREND, Erik W. Optimization of Geodetic Networks. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORK AND COMPUTATIONS. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.69-81.
- [33] HARADA, T. Universal Program for Adjustments of Any Geodetic Network (PAG-U). Journal of the Geodetic Society of Japan, Kitasato, v.26, n.3, p.147-171, 1980.
- [34] IBGE. Resolução -PR n.23 de 21 de julho de 1983. Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos. Diário Oficial da União, Brasília, 27 jul. 1984.
- [35] ILLNER, Michael. Different Models for the Sequential Optimization of Geodetic Networks. Manuscripta Geodaetica, Berlin, v.13, n.5, p.306-315, set. 1988.
- [36] KAHMEN, Heribert, FAIG, Wolfgang. Surveying. Walter de Gruyter. Berlin, New York, 1988. 579p.
- [37] KOCH, Karl-Rudolf. Optimization of the Configuration of Geodetic Networks. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORK AND COMPUTATIONS. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.82-89.
- [38] KOCH, Karl-Rudolf. First Order Design: Optimization of the Configuration of a Network by Introducing Small Position Changes. In: OPTIMIZATION AND DESIGN OF GEODETIC NETWORKS. Berlin: Springer-Verlag, 1985. 606p. p.56-73.

- [39] KUANG, Shanlong, CHRZANOWSKI, Adam. Multi-Objective Optimization Design of Geodetic Networks. Manuscripta Geodaetica, Springer Verlag, v.17, n.4, p.233-244. 1992.
- [40] MARSHALL, Andrew R. Network Design and Optimization in Close Range Photogrammetry. UNISURV Report, Kensington, n.S-36, 249p., 1989.
- [41] MATVEYEV, S. I. Unbiased Estimation of Parameters for Free Network Adjustment. Geodesy Mapping and Photogrammetry, Whashington, v.19, n.2, p.108-110, Jun. 1980.
- [42] MEPHAM, Michael P., KRAKIWSKY, Edward J. Interactive Network Design and Analysis. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORKS AND COMPUTATIONS. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.90-96.
- [43] MEPHAM, Michael P., KRAKIWSKY, Edward J. CANDSN: A Computer Aided Network Design and Adjustment System. The Canadian Surveyor, Ottawa, v.38, n.2, p.99-114, 1984.
- [44] MILBERT, Dennis G. Optimization Control Networks by Nonlinear Programig. NOAA Technical Report, Rocville, NOS 79 NGS 12, 42p., Aug. 1979.
- [45] MITTERMAYER, E. A Generalisation of the Least-Squares Method for the Adjustment of Free Networks. Bulletin Géodésique, Paris, n.104, p.139-157, 1972.
- [46] MONICO, J. F. G. Ajustamento e Análise Estatística de Observações Aplicados na Detecção de Deformações. Curitiba, 1988. 89p. Dissertação de Mestrado - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.
- [47] NETTO, Nicola Paciléo. Calibração de Medidores Eletrônicos de Distâncias: Construção de uma Base Multipilar na USP e Metodologia de Aferição. São Paulo, 1990. Tese de Doutorado - Universidade de São Paulo.
- [48] NICKERSON, B. G. Interactive Network Design. Thecnical Report, Fredericton, University of New Brunswick, 142p., apr. 1979.
- [49] NINKOV, T. Experience in Applying Geodetic Network Optimization. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORKS AND COMPUTATION. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.144-147.
- [50] OPPEN, S., JAGER, R. Das Softwarepaket NETZ2D. Mitteilungen. Deutscher Verein für Vermessungswesen (DVW). Stuttgart, 1991.
- [51] PAPO, Haim B., PERLMUTTER, A. Datum Definition by Free Net Adjustment. Bulletin Géodésique, Paris, v.55, n.3, p.218-226, 1981.

- [52] PAPO, Haim B. Extended Free Net Adjustment Constraints. Bulletin Géodésique, Paris, v.59, n.4, p.378-390, 1985.
- [53] PERLMUTTER, A. Adjustment of Free Network. Bulletin Géodésique, Paris, v.53, n.4, p.291-296, 1979.
- [54] QI, Yao. Optimal Arrangement of Observation for Control Networks. The Canadian Surveyor, Ottawa, v.40, n.4, p.537-550, 1986.
- [55] SCHAFFRIN, Burkhard. Some Considerations on the Optimal Design of Geodetic Networks. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORK AND COMPUTATIONS. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.97-111.
- [56] SCHAFFRIN, Burkhard. Aspects of Network Design. In: OPTIMIZATION AND DESIGN OF GEODETIC NETWORKS. Berlin: Springer-Verlag, 1985. 606p. p.548-597.
- [57] SCHMITT, Gunter. Second Order Design of a Free Distance Network Considering Different Types of Criterion Matrices. Bulletin Géodésique, Paris, v.54, n.4, p.531-543, 1980.
- [58] SCHMITT, Gunter. Optimal Design of Geodetic Networks In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORK AND COMPUTATIONS. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.07-12.
- [59] SCHWENDENER, H. R. Electronic Distancers for Short Ranges: Accuracy and Checking Procedures. Survey Review, London, v.XXI, n.164, 1972.
- [60] SHORTIS, Mark R., HALL, Collin J. Network Design Methods for Close-Range Photogrammetry. Australian Journal of Geodesy Photogrammetry and Surveying, Sidney, n.50, p.51-72, jun. 1989.
- [61] SILVA, D. C., CARNEIRO, A. F. T. O Efeito da Refração Lateral na Medida de Direção. In: XV Congresso Brasileiro de Cartografia, 1991, São Paulo. Anais. São Paulo: 1991. v.1, p.127-136.
- [62] SILVA, E. F., MONICO, J.F. G., RUBIO, M. A. F., FERREIRA, N. C. Otimização de Redes Geodésicas e Topográficas. In: XIV CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 1989, Gramado. Anais, Rio de Janeiro: 1989, v.1, 269p., p.237-239.
- [63] SILVA, Tarcísio Ferreira. Rede Geodésica Aplicada ao Controle de Deformação. In: XII Congresso Brasileiro de Cartografia, 1987, Brasília. Anais, Brasília, 1987.

- [64] SILVA, Tarcísio Ferreira. Emprego do Sistema Eletrônico Polar de Medição no Controle de Deformação de Estruturas Predominantemente Verticais. Recife, 1990. 77p. Tese apresentada para obtenção do grau de professor titular, Universidade Federal de Pernambuco.
- [65] SILVA, Tarcísio Ferreira. Técnicas Automatizadas de Topografia de Precisão Aplicadas à Engenharia Industrial e de Construções. Notas de Aula de Curso de Extensão. Salvador: UFBA. 1993
- [66] SILVA, Tarcísio Ferreira. Determinação das Distâncias na Linha Base da UFPE. [S.l.:s.n.] 1994. UFPE. Mimeografado.
- [67] SILVA, Tarcísio Ferreira. Comunicação Pessoal. 1995.
- [68] SILVA, Tarcísio Ferreira , SILVA JÚNIOR, Alcides Ferreira. Otimização do Sistema de Referência de Medição do Cadastro Imobiliário (SRMCI) por Meio de Redes Mistas. [S.l.:s.n.] 1990. UFPE. Mimeografado.
- [69] SPRENT, A. EDM Calibration in Tasmania. Australian Surveyor, Sydney, v.30, n.4, p.213-227, dec. 1980.
- [70] TAN, Willie. Generalised Free Net Adjustment. Australian Journal of Geodesy Photogrammetry and Surveying, Sydney, n.50, p.19-36, jun. 1989.
- [71] THESKEY, William F., BIACS, Zoltan F. A PC-Based Program System for Adjustment and Deformation Analysis of Precise Engineering and Monitoring Networks. Australian Journal of Geodesy Photogrammetry and Surveying, Sydney, n.52, p.37-55, jun. 1990.
- [72] WELSCH, Walter. A Review of the Adjustment of Free Networks. Survey Review, London, v.25, n.194, p.167-180, Oct. 1979.
- [73] WIMMER, Heinrich. Second Order Design of Geodetic Networks by an Interactive Approximation of a Given Criterion Matrix. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEODETIC NETWORKS AND COMPUTATIONS. Munchen: 1982. v.3, 157p. p.112-127.
- [74] XIANJIN, Peng. Optimization of the Configuration of Engineering Surveying Networks. Australian Journal of Geodesy Photogrammetry and Surveying, Sydney, n.52, p.21-36, jun. 1990.