

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MARCOS FELIPE NICOLETTI

**MODELAGEM NÃO LINEAR MISTA E MÉTODO BIVARIADO PARA
SORTIMENTO DA PRODUÇÃO DE *Pinus taeda* L.**



CURITIBA

2017

MARCOS FELIPE NICOLETTI

**MODELAGEM NÃO LINEAR MISTA E MÉTODO BIVARIADO PARA
SORTIMENTO DA PRODUÇÃO DE *Pinus taeda* L.**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Florestal, Área de Concentração em Manejo Florestal, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Coorientadores: Prof. Dr. Samuel de Pádua Chaves e Carvalho

Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

Prof. Dr. Carlos Roberto Sanquetta

CURITIBA

2017

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **MARCOS FELIPE NICOLETTI** intitulada: **MODELAGEM NÃO LINEAR MISTA E MÉTODO BIVARIADO PARA SORTIMENTO DA PRODUÇÃO DE *Pinus taeda* L.**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua

aprovação.

Curitiba, 06 de Fevereiro de 2017.



SEBASTIÃO DO AMARAL MACHADO
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)



ANA PAULA DALLA CORTE
Avaliador Interno (UFPR)



THIAGO FLORIANI STEPKA
Avaliador Externo (UDESC)



RODRIGO OTÁVIO VEIGA DE MIRANDA
Avaliador Externo (UNICENTRO)



EDILSON BATISTA DE OLIVEIRA
Avaliador Externo (EMBRAPA)



Aos meus pais, Marcos e Marli,
pelo amor incondicional, dedico.

AGRADECIMENTOS

À Deus, dono da inteligência suprema e por me possibilitar adquirir mais esta conquista.

Aos meus pais, Marcos e Marli, pela dedicação, incentivo e exemplo. Vocês certamente são seres brilhantes que tenho muito orgulho. À minha querida maninha, Gabrieli, uma mulher guerreira, que juntos formamos essa família magnífica na qual aprendemos sempre o significado da palavra amor. Amo vocês!

Ao meu orientador, Professor Sebastião, pela confiança em meu trabalho, e principalmente pelo excelente exemplo de simplicidade e sabedoria.

Ao meu coorientador e amigo, Professor Samuel, agradeço imensamente pelas inúmeras sugestões, incentivos, confiança e me motivar a conhecer os modelos mistos.

Ao meu coorientador Professor Afonso pelas sugestões finais no trabalho.

À Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), em especial ao Departamento de Engenharia Florestal, que me concedeu a oportunidade de dedicação exclusiva à tese nesta fase final.

Aos Professores Valdeci Costa e David Miquelutti (UDESC) pelo auxílio na compreensão das integrais e na estatística multivariada.

À empresa Florestal Gateados Ltda., pela parceria na realização do trabalho.

Aos meus colegas e amigos que contribuíram durante essa fase em inúmeros momentos. Em especial: ao Tomaz, pela amizade e disponibilidade; à Patrícia, pela grande e exemplar mulher que és; à Maria Raquel e ao Philipe, por serem amigos queridos de todas as horas e me conceder a graça de ser padrinho do amado Marco Antônio; ao Rodrigo, pela parceria e grande contribuição na superação de diversos desafios; ao Gustavo, pelos inúmeros aprendizados e companheirismo; e aos meus estimados amigos Juliano, Matheus, Maurício e Felipe pelas risadas, jantares, viagens, conselhos e principalmente nossa amizade.

*“Quanto mais aumenta nosso conhecimento,
mais evidente fica nossa ignorância”.*

(John F. Kennedy)

RESUMO

O cenário florestal brasileiro demonstra grande reconhecimento mundial diante das inúmeras vantagens que nosso país apresenta. Algumas empresas florestais possuem sua produção destinada para diversas finalidades, tornando necessária a quantificação da produção de madeira para diferentes finalidades. Esses podem ser matéria prima para laminação, serraria, energia, celulose e papel ou na construção civil. Com isso, visou-se neste trabalho estudar técnicas recentes, ainda pouco desenvolvidas no país de modelagem florestal para descrever o perfil do tronco de *Pinus taeda*. O trabalho foi dividido em três capítulos, sendo a primeira uma revisão bibliográfica dos fatores que afetam a forma do tronco das árvores, da classificação dos modelos de afilamento e suas aplicações. O segundo capítulo abordou a verificação do modelo logístico não linear e misto de quatro parâmetros para avaliar o perfil do fuste. Realizou-se a comparação do modelo original fixo em relação ao modificado por Carvalho (2014), para estimar as alturas ao longo do tronco, verificou a qualidade da predição para os volumes individuais das árvores; adicionaram-se efeitos aleatórios (idade, sítio e classe diamétrica) no modelo logístico comparando com as estimativas do Polinômio de 5º Grau para a predição do diâmetro ao longo do fuste, do volume da 1ª tora e volumes parciais. A qualidade dos ajustes foi avaliada por meio do Critério de Informação Akaike (AIC), do Critério de Informação Bayesiano (BIC), do Erro Padrão da Estimativa e pela Análise Gráfica do Erro de Predição. Diante dos resultados, o modelo modificado teve melhor desempenho no ajuste em relação ao original. Ao realizar a decomposição dos parâmetros por meio de efeitos aleatórios a predição minimizou em aproximadamente 60% o erro dos ajustes nas estimativas da altura ao longo do tronco. Quando avaliada a predição do volume individual o modelo modificado propiciou uma melhoria de cerca de 70% nos erros. As melhores estimativas do diâmetro ao longo do tronco, do volume da 1ª tora e de volumes parciais foram com o Polinômio de 5º Grau em comparação com o Logístico Modificado Misto com a idade como efeito aleatório. O terceiro capítulo tratou da avaliação do modelo linear bivariado gaussiano fixo e de modelos lineares generalizados mistos para predição do sortimento e na representação do perfil do tronco das árvores. O modelo fixo foi testado na sua forma original e com suas variáveis transformadas. Foram avaliados por meio do AIC, o Índice de Máxima Verossimilhança, Critério de Informação dos Desvios e análise gráfica. Assim, verificou-se que a transformação foi benéfica ao ajuste. Com a predição dos sortimentos verificou-se que a função de densidade probabilística normal padrão gerou estimativas com grande discrepância do aceitável. Para os modelos lineares generalizados mistos, conclui-se que aquele com alteração da distribuição probabilística na variável altura teve melhor representação do tronco. Portanto, as técnicas utilizadas na modelagem mista e multivariada do perfil do tronco demonstraram potencial para gerar estimativas, porém, ainda são necessários novos estudos para o constante aprimoramento.

Palavras-chave: Afilamento, Modelos Mistos, Modelo Logístico, Modelo Bivariado Generalizado.

MIXED NONLINEAR MODELING AND BIVARIATE METHOD FOR ASSORTMENT PRODUCTION OF *Pinus taeda* L.

ABSTRACT

The Brazilian forest scenario shows large worldwide recognition on the numerous advantages that our country offers. Some forestry companies have their production intended to various purposes, requiring quantification of wood production for different purposes. These can be raw materials for lamination, sawmill, energy, pulp and paper or construction. Thus, this work aimed to study new forest modeling techniques that are still underdeveloped in the country to describe the tree stem profiles of *Pinus taeda*. The work was divided in three chapters; the first one is a literature review on the factors that affect the tree stem profiles, the classification of taper models and their applications. The second chapter examined the use of the non-linear logistic mixed model of four parameters to evaluate the trees stem profile. It was compared the fixed original model in relation to the one modified by Carvalho (2014). To estimate the heights along the stem, was check the prediction quality of trees total volumes. Was inserted random effects (age, site and diameter class) in the logistic model comparing with the estimates of the fifth degree polynomials for diameter prediction along the stem, the first log volume and partial volumes. The fitted quality was assessed using the Akaike Information Criterion (AIC), the Bayesian Information Criterion (BIC), the standard error of estimate and the graphical analysis. Considering the results, the modified model presented better performance in fitted than the original. By conducting decomposition of the parameters by random effects the prediction minimized in approximately 60% the fit's errors on the heights estimates along the stem. When evaluated the individual volume prediction the modified model provide an improvement of about 70% of the errors. The best estimates for the diameters along the stem, first log volume and partial volumes were with the fifth degree polynomials in relation to the mixed logistic modified model with age as random effect. The third chapter is the evaluation of the linear bivariate Gaussian fixed model and generalized linear mixed models to assortment prediction and to represent the trees stem profile. The linear bivariate Gaussian fixed model was tested in its original form and with transformed variables. The statistic criteria to assessing the models were the Akaike Information Criterion (AIC), Maximum Likelihood Index (MV), Deviance Information Criterion (DIC) and graphical analysis of the bivariate residuals. Thus, it was found that the transformation was beneficial to the fit. Relating to assortments prediction was found that probabilistic density function normal pattern generated estimates with large discrepancy from the acceptable. For the generalized linear mixed models it is concluded that change the probability distribution in the variable height had better representation of the stem profile. Therefore, the techniques used in the mixed and multivariate modeling of the stem profile showed potential to generate estimates, however, new studies are still needed for constant improvement.

Keywords: Taper, Mixed Model, Logistic Model, Generalised Bivariate Model.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 OBJETIVOS.....	13
2.1 OBJETIVO GERAL	13
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	14
3.1 SETOR FLORESTAL BRASILEIRO.....	14
3.1.1 A espécie <i>Pinus taeda</i> L.....	15
3.2 FORMA DO TRONCO DE ÁRVORES.....	17
3.2.1 Fatores que afetam a forma do tronco das árvores.....	18
3.2.1.1 Espécie.....	18
3.2.1.2 Idade.....	18
3.2.1.3 Desbaste	19
3.2.1.4 Posição sociológica	19
3.2.1.5 Espaçamento.....	20
3.2.1.6 Poda	20
3.2.1.7 Copa.....	21
3.2.1.8 Sítio	21
3.3 FUNÇÕES DE AFILAMENTO	21
3.3.1 Histórico	21
3.3.2 Definição e importância.....	24
3.3.3 Classificações das funções de afilamento.....	25
3.4 MODELAGEM MISTA.....	27
3.5 MODELAGEM MULTIVARIADA	31
REFERÊNCIAS.....	33
4. MODELAGEM NÃO LINEAR MISTA PARA DESCREVER O AFILAMENTO DO FUSTE EM <i>Pinus taeda</i> L.....	41
RESUMO.....	41
ABSTRACT.....	42
4.1 INTRODUÇÃO	43
4.1.1 Objetivo geral	44
4.1.2 Objetivos específicos	44
4.2 MATERIAL E MÉTODOS	45
4.2.1 Área de estudo	45
4.2.2 Coleta de dados	46
4.2.3 Modelo logístico	47
4.2.4 Polinômio de 5º grau (SCHÖEPFER, 1966).....	48
4.2.5 Volumes parciais e totais	49
4.2.6 Análise estatística e precisão do modelo	50
4.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	53

4.3.1 Avaliação dos modelos logísticos fixos	57
4.3.2 Decomposição dos parâmetros na modelagem	63
4.3.3 Modelagem tradicional em relação à mista	78
4.4 CONCLUSÃO	85
REFERÊNCIAS.....	86
5. REPRESENTAÇÃO DO PERFIL DO TRONCO DE ÁRVORES POR MODELOS BIVARIADOS GENERALIZADOS MISTOS	90
RESUMO.....	90
ABSTRACT.....	91
5.1 INTRODUÇÃO	92
5.1.1 Objetivo geral	94
5.1.2 Objetivos específicos	94
5.2 MATERIAL E MÉTODOS	95
5.2.1 Área de estudo	95
5.2.2 Coleta de dados	95
5.2.3 Modelo bivariado fixo	97
5.2.4 Modelo linear generalizado bivariado misto	99
5.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	102
5.3.1 Modelo bivariado fixo	102
5.3.2 Modelo linear generalizado bivariado misto	109
5.4 CONCLUSÃO	115
6. RECOMENDAÇÕES.....	116
REFERÊNCIAS.....	117

1 INTRODUÇÃO

O setor florestal brasileiro tornou-se, nos últimos anos, um dos mais relevantes no cenário mundial. Possui área de 7,8 milhões de hectares de árvores plantadas e é responsável por 91% de toda a madeira produzida para fins industriais no País. O setor representou em 2015, por meio do Produto Interno Bruto (PIB), a arrecadação de R\$ 69,1 bilhões, representando aumento de 3,0% em relação ao ano anterior e superior a outros setores, como o agrícola e o das indústrias, na economia brasileira (IBÁ, 2016).

O Brasil possui enorme potencial florestal devido suas características climáticas e grandes extensões territoriais que favorecem os principais gêneros plantados: *Pinus* e *Eucalyptus*. Assim, a quantificação dos recursos florestais de forma precisa requer contínuos estudos referentes à produtividade das árvores, seja de modo individual ou para o povoamento. Isso porque essas informações são a base para todo o planejamento florestal de uma empresa.

Nesse contexto, as técnicas de modelagem florestal tornam-se cada vez mais importantes para gerar estimativas acuradas da produção. Por isso, conhecer o desenvolvimento das árvores é essencial para melhorar o rendimento da produção e da lucratividade das empresas.

Dentre as inúmeras técnicas utilizadas no Brasil e no mundo, para obtenção de estimativas volumétricas totais ou parciais, têm-se as funções de afilamento do fuste. Essas funções preveem a diminuição do diâmetro em relação à altura ao longo do tronco, e são ferramentas utilizadas por gestores florestais para fornecer informações exatas e oportunas sobre as intervenções no processo de crescimento da floresta (MUHAIRWE, 1999).

As funções de afilamento do tronco são capazes de estimar diâmetros a diferentes alturas, a altura relativa a um diâmetro mínimo pré-estabelecido e volumes parciais ou totais das árvores. A grande vantagem que esses modelos possuem é a capacidade de estimar volumes parciais do fuste para diferentes fins de comercialização, chamados de sortimentos florestais. Esses podem ser destinados para serrarias, indústrias de celulose e papel, para laminação ou na produção de energia.

A modelagem do afilamento do fuste teve início do século XX na Europa e no Brasil, na década de 70, com a aplicação de modelos de regressão linear simples e

seguidos por modelos não lineares. As primeiras abordagens foram com modelos não segmentados, as quais utilizam uma única equação para descrever o perfil do fuste. Na sequência, com o advento dos computadores, surgiram os modelos segmentados, que dividem o tronco da árvore em seções. Assim, estimativas mais precisas podem ser obtidas por avaliar o fuste considerando diferentes segmentos (MÔRA, 2015).

Recentemente no Brasil, outras abordagens na modelagem para o estudo das funções de afilamento do tronco estão sendo desenvolvidas, tais como os modelos mistos e multivariados. Os modelos mistos, além dos parâmetros de efeitos fixos que são comuns a todos os indivíduos, incluem coeficientes com efeitos aleatórios que são específicos a determinados grupos existentes no conjunto de dados. A modelagem multivariada permite que diversas variáveis respostas sejam representadas em um único modelo, podendo trazer ainda mais eficiência nas atuais técnicas de modelagem. Com isso, é possível desenvolver modelos mais eficientes e obter estimativas mais acuradas da produtividade florestal, contribuindo para a otimização do planejamento das empresas.

Dessa forma, este trabalho foi dividido em três capítulos: no primeiro, fez-se uma revisão bibliográfica sobre os principais temas que abordam a forma do tronco das árvores e as diferentes técnicas e estudos de modelagem para o afilamento do fuste. O segundo capítulo foi avaliar a performance do modelo logístico misto não linear para descrever a forma do tronco e avaliar suas estimativas. O terceiro visou o ajuste de modelos bivariados, generalizados e mistos na avaliação do perfil do fuste e predição do sortimento.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Avaliar o ajuste de modelos biométricos florestais não lineares, lineares, mistos, bivariados e generalizados para funções de afilamento, por meio de técnicas computacionais modernas e avançadas, visando obter melhores estimativas dos diâmetros e alturas ao longo do fuste e, por consequência, dos sortimentos para a espécie *Pinus taeda*.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Testar o modelo não linear logístico de quatro parâmetros na sua forma original e modificada para representar o afilamento do tronco das árvores;
- ✓ Avaliar a qualidade preditiva do modelo logístico não linear para altura ao longo do fuste e o volume total das árvores;
- ✓ Testar o modelo logístico misto com a decomposição dos parâmetros inserindo efeitos aleatórios intrínsecos aos povoamentos florestais e verificar a precisão nas estimativas da altura ao longo do tronco;
- ✓ Comparar a acurácia das estimativas do modelo logístico misto em relação a um modelo tradicional, por meio da predição dos diâmetros ao longo do tronco, do volume da 1ª tora e volumes parciais;
- ✓ Avaliar a adequação da distribuição normal bivariada para modelar a densidade conjunta dos diâmetros a várias alturas do fuste;
- ✓ Realizar a predição do sortimento por meio do modelo bivariado gaussiano;
- ✓ Ajustar o modelo linear generalizado misto para descrição do perfil do fuste.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 SETOR FLORESTAL BRASILEIRO

No Brasil, a área de florestas plantadas para fins industriais totalizou 7,8 milhões de hectares em 2015 (IBÁ, 2016). Esse total corresponde a apenas 0,9% do território brasileiro. Os plantios de *Eucalyptus* ocupam 5,6 milhões de hectares (71,9% do total) distribuídos na sua maioria no sudeste do país. Os plantios de *Pinus* ocupam 1,6 milhão de hectares (20,5% do total) e concentram-se, principalmente, no Paraná (42%) e em Santa Catarina (34%). Os 7,6% desse total são representados com plantios de diversas outras espécies.

As áreas de florestas plantadas representam cerca de 91% de toda a madeira produzida para fins industriais no país, restando 9% para as florestas nativas legalmente manejadas. O setor de árvores plantadas reúne uma gama de empresas, investidores e empreendedores que atuam tanto no fornecimento de insumos e máquinas específicas, na exploração e na manufatura dos processos da industrialização da madeira. A prestação de serviços florestais engloba diversos segmentos, tais como: a produção e plantio de mudas, colheita de árvores e transporte de madeira até sua transformação (IBÁ, 2016).

Sabe-se também que os plantios florestais desempenham importante papel na prestação de serviços ambientais e socioambientais, tais como: evitam o desmatamento de habitats naturais, protegendo a biodiversidade; preservam o solo e as nascentes de rios; recuperam áreas degradadas; são fontes de energia renovável e contribuem para a redução das emissões de gases causadores do efeito estufa por serem estoques naturais de carbono na atmosfera (IBÁ, 2016).

O Produto Interno Bruto (PIB) do setor brasileiro de árvores plantadas cresceu 3,0% em 2015. Embora modesta, se comparada ao crescimento histórico do setor (3,8% a.a.), a expansão do PIB do setor florestal brasileiro em 2015 foi excepcional quando confrontada com o desempenho da agropecuária (1,8%), indústria (-6,2%) e do setor de serviços (-2,7%) (IBÁ, 2016).

O Brasil é líder no ranking global de produtividade florestal das principais espécies cultivadas. Enquanto no Brasil o incremento médio anual (IMA) volumétrico é de 39 m³/ha.ano para *Eucalyptus* e 31 m³/ha.ano para *Pinus*, os outros cinco

principais países com tradição florestal (EUA, África do Sul, Chile, Austrália e China) apresentam um IMA de 19,6 m³/ha.ano e 17,6 m³/ha.ano, respectivamente. Entretanto, a produtividade no estado de Santa Catarina foi superior à nacional, sendo de 44 m³/ha.ano para o *Pinus* e até 40 m³/ha.ano para o *Eucalyptus* (ACR, 2016). A combinação de inúmeros fatores contribui para a excelente produtividade anual do Brasil. Isso certamente é consequência dos investimentos das empresas em pesquisas e desenvolvimento florestal, priorizando a melhoria da genética dos plantios e das técnicas de manejo florestal (IBÁ, 2016).

O eucalipto possui grande potencial para diversas finalidades. Dentre as espécies que mais se destacam estão o *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus saligna* (MULLER, 2013). Aspectos básicos, tanto de silvicultura como de tecnologia, estão se firmando, permitindo assim uma visão bastante otimista quanto à disseminação do uso da madeira desse gênero, seja para produção de volume para madeira serrada, na construção civil, para biomassa ou para celulose e papel.

O gênero *Pinus* veio como uma alternativa ao esgotamento da madeira de araucária, espécie nativa do Sul do país. O uso do *Pinus* representa, também, uma forma de minimizar a exploração de florestas nativas, constituindo-se em uma alternativa para gerar matéria prima florestal de forma renovável e sustentável (COELHO, 2010).

Esse conjunto de informações orienta o grande interesse dos administradores ligados ao setor florestal para quantificar e prever, com confiabilidade o estoque de suas florestas. A quantificação do crescimento e da produção consiste em uma condição essencial para definir a utilização dos bens advindos da floresta, além de fornecer informações que subsidiam a tomada de decisões para a maioria das atividades ligadas ao setor florestal (ABREU, 2000).

3.1.1 A Espécie *Pinus taeda* L.

O gênero *Pinus*, pertence à família Pinaceae e engloba mais de 100 espécies com grande potencial a ser explorado economicamente para fins industriais (AGUIAR et al., 2011). Os primeiros estudos referentes aos *Pinus* no Brasil são datados de 1936, quando sementes de *Pinus taeda* e *Pinus elliottii* foram introduzidas no país pelo Instituto Florestal de São Paulo. Ambas as espécies se destacaram pela

facilidade nos tratamentos culturais, rápido crescimento e reprodução intensa no Sul e Sudeste do Brasil, a partir das décadas de 1960 e 1970 por meio dos incentivos fiscais (BARROS, 2006, BRACELPA, 2014).

Em específico no que se refere ao *Pinus taeda* L., trata-se de uma espécie nativa do Sudeste dos Estados Unidos e amplamente cultivada nas regiões tropicais e subtropicais (TANG et al., 1998). Sua área natural abrange desde o leste do Estado de Virginia e sul da Carolina do Norte até o Norte da Flórida (GUPTA; DURZAN, 1991). Pode ser considerada a principal espécie comercial de madeira nos Estados Unidos e uma das espécies lenhosas mais importantes economicamente do mundo (GUPTA; DURZAN, 1991; TANG et al., 1998).

Essa espécie é altamente variável quanto à resistência a geada e à temperatura requerida quando se considera seu crescimento. Para locais mais frios, como nas serras gaúchas e no planalto catarinense, as procedências da região do Estado da Carolina do Norte têm demonstrado maior adaptação e produtividade (REMADE, 2006).

Além de ser uma das espécies mais plantadas no Sul do Brasil, uma vez que oferece alto potencial para reflorestamentos devido ao seu elevado incremento volumétrico nas regiões mais frias do Planalto Sul, também apresenta menores teores de resina quando comparado ao *Pinus elliottii* (SHIMIZU e HIGA, 1981), o que facilita sua utilização em serrarias, laminadoras, indústrias de aglomerado, *Medium Density Fiberboard* (MDF), construção civil, móveis, caixotaria, celulose e papel (SCHULTZ, 1997; MACHADO et al., 2011). E ainda, a espécie tem importância como fonte de matéria-prima para fibra longa na produção de papéis, principalmente destinados a embalagens (ANDRADE, 2006).

Dessa maneira, devido a sua alta gama de utilizações, as florestas plantadas de pinus vêm sendo manejadas para produzir madeira para diversos fins (multiprodutos). Em geral, toras de grandes diâmetros são destinadas para laminadoras e serrarias, enquanto as de médio e pequeno diâmetro são utilizadas nos segmentos de papel e celulose, painéis e energia (GONÇALVES; BENEDETTI, 2000).

3.2 FORMA DO TRONCO DE ÁRVORES

O afilamento do tronco pode ser definido como a diminuição gradual do diâmetro à medida que se aproxima do topo do fuste da árvore. Os fustes das árvores apresentam formas bastante variáveis, que podem modificar-se conforme a espécie e, até mesmo, dentro da mesma espécie. A forma varia de indivíduo para indivíduo, conforme as condições de sítio, espaçamento inicial, tratamentos silviculturais aplicados e a posição sociológica em que cada árvore se desenvolve. Varia também ao longo da idade, quer como um fenômeno evolutivo natural, ou como resultado das várias fases de concorrência relativas às árvores vizinhas (LARSON, 1963; FINGER et al., 1995).

Experiências têm demonstrado que cada espécie, nos seus diversos estágios de desenvolvimento, possui características de afilamento diferenciadas (SCOLFORO et al., 1998). Árvores com mesmo diâmetro e mesma altura podem apresentar volumes e sortimentos distintos se a forma dos fustes for diferente. Assim, a forma do fuste tem sido objeto de muitos estudos, com várias espécies, que buscam alcançar maior acurácia na estimativa de volumes totais e ou parciais das árvores (KOHLENER, et al., 2013; MENDONÇA, et al., 2014; FIGUEIREDO FILHO et al., 2015). Esses autores, por exemplo, analisaram a forma do fuste em *Pinus taeda*, *Eucalyptus* e *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze, visando contribuir com melhorias na estimação da produção florestal.

O tronco de uma árvore se assemelha a determinados sólidos geométricos. A base da árvore se assemelha a um neiloide, a parte intermediária a um parabolóide e a extremidade final a um cone (SCOLFORO e FIGUEIREDO FILHO, 1993; AVERY e BURKHART, 1997). Se fosse possível determinar o início e o fim de cada figura geométrica ao longo do tronco, bastaria aplicar fórmulas correspondentes aos vários sólidos geométricos ocorrentes ao longo do perfil do tronco e o volume real da árvore seria obtido. Porém, esse processo é praticamente impossível, o que levou ao desenvolvimento de métodos que permitiram fazer a cubagem rigorosa (GOMES, 1957). Cubagem rigorosa é definida pela divisão da árvore em seções, de comprimentos fixos ou variáveis; em que por meio da aplicação de fórmulas geométricas, o volume dessas seções é obtido e, por adição destas partes, o volume total da árvore é calculado (FAO, 1973).

As principais fórmulas empregadas na cubagem rigorosa são a de Smalian, Huber e Newton, de forma absoluta, e a de Hohenald, de forma relativa. Essas fórmulas têm sido empregadas por florestais nos mais diferentes países, principalmente pelas facilidades de usos que as mesmas apresentam (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2006).

3.2.1 Fatores que afetam a forma do tronco das árvores

Há inúmeros fatores que atuam na caracterização da forma do fuste das árvores e sabe-se que dificilmente os mesmos agem separadamente. Porém, na sequência será demonstrada a atuação de alguns.

3.2.1.1 Espécie

O fuste das árvores apresenta formas bastante variáveis, modificando-se de acordo com a espécie e, até mesmo, dentro da mesma espécie (GOMES, 1957; LARSON, 1963; FINGER, 1992; FINGER et al., 1995). As árvores possuem determinado tipo de forma de tronco que, independente das irregularidades das secções transversais dos troncos, varia com a espécie (SCHNEIDER, 1993).

Scolforo e Thiersch (2004) compararam os dois principais gêneros de árvores plantadas no país e verificaram que as árvores de *Pinus* tendem a ser menos cônicas que as de *Eucalyptus*. Scolforo e Mello (1993) observaram que algumas das espécies encontradas em floresta nativa na região de Lavras possuem forma mais cilíndrica do tronco quando comparadas às principais exóticas cultivadas.

3.2.1.2 Idade

A conicidade das árvores tende a ser menor nas idades mais adultas, ou seja, a forma do tronco ser mais cilíndrica conforme Scolforo e Thiersch (2004); Larson (1963). Em povoamentos jovens a mudança é rápida, mas com o avanço da idade dos povoamentos, a forma da árvore torna-se mais estável (VUOKILA, 1960 citado por LARSON 1963). Burger (1951) citado por Larson (1963) comentou que o aumento do afilamento com a idade é devido a um aumento relativamente maior no crescimento em altura do que o crescimento de diâmetro. Essas relações foram estudadas por

Stoate (1942) citado por Larson (1963), que mostrou que, com árvores de um mesmo diâmetro à altura do peito (DAP), mas diferentes idades (ou diferentes idades e espaçamento), as árvores mais jovens teriam maior afilamento porque elas teriam menor tamanho. Em outras palavras, a diminuição do afilamento do fuste com a idade é principalmente um efeito aditivo de crescimento contínuo em altura. Árvores livres, por outro lado, tendem a superar a influência da idade e conservam o seu forte afilamento com o passar dos anos, desde que suas copas permaneçam vigorosas.

Ao estudarem o desenvolvimento da forma do tronco da *Araucaria angustifolia* e com base no fator de forma de Hohenadl encontrado por idade chegaram a conclusão de que a forma geométrica das árvores está em constante melhoria, ou seja, mais cilíndrica em idades maiores (BURGER et al., 1980).

Há uma tendência natural dos troncos das árvores se tornarem mais cilíndricos com o aumento da idade. Nas idades jovens a mudança da forma é bastante rápida, enquanto que nas idades avançadas a forma muda levemente. A taxa de mudança de forma do fuste da árvore devido à idade pode variar entre as diferentes classes de copas ou posições sociológicas dentro do mesmo povoamento (FRIEDL, 1989).

3.2.1.3 Desbaste

Quando se realiza o desbaste, a competição entre as árvores dentro do povoamento diminui, o crescimento em diâmetro é favorecido e, dessa forma, contribuindo para o aumento do afilamento (FLURY, 1903 citado por LARSON 1963). Desbastes leves, na maior parte das vezes, produzem árvores com menos galhos e fustes mais cilíndricos do que desbastes mais pesados, os quais tendem a aumentar a conicidade (SCOLFORO e THIERSCH, 2004).

3.2.1.4 Posição sociológica

Árvores dominantes possuem copas mais vigorosas e tendem a apresentar troncos com maior afilamento que árvores dominadas. Gray (1943), citado por Larson (1963), explicou essa diferença sugerindo que a dominância é caracterizada pelo crescimento em diâmetro relativamente maior que o crescimento em altura. Árvores suprimidas possuem tronco com forma geralmente muito cilíndrica devido a uma forte redução do incremento na parte inferior do fuste e, conseqüentemente, uma

concentração do crescimento na parte superior do tronco (METZGER, 1893, citado por LARSON, 1963). Em árvores com mesmo diâmetro (DAP) e alturas, aquelas com copas mais longas apresentam fustes mais afilados, mostrando que a copa é o fator de relevância no estudo de forma das árvores (LARSON, 1963).

3.2.1.5 Espaçamento

Árvores crescendo livres de competição e árvores que crescem sob competição diferem em suas formas de tronco. Árvores que crescem isoladas possuem copas vigorosas, e assim o tronco assume proporções fortemente cônicas. Árvores crescendo em povoamentos possuem o tronco menos afilado, fato também associado ao decréscimo do comprimento da copa (LARSON, 1963).

A densidade do povoamento influencia significativamente a forma do fuste. Conforme Baldwin et al. (2000), é esperado que árvores plantadas em maiores espaçamentos iniciais apresentem fustes mais cônicos, em comparação com árvores sob espaçamentos mais reduzidos. Portanto, pode-se assumir que quanto mais densa a floresta ou quanto maior a competição entre árvores, melhor a forma das árvores (SCOLFORO e THIERSCH, 2004).

3.2.1.6 Poda

Segundo Koslowski (1971), a poda inibe o crescimento na base do tronco e faz com que ocorra acréscimo do xilema na porção acima de onde ocorreu a poda, ou seja, na porção não desganhada. Scolforo e Thiersch (2004) afirmaram que a poda tende a reduzir a conicidade do tronco, devido o crescimento ser proporcionalmente maior nas partes superiores do tronco. Realça-se que seu efeito depende da severidade e da época em que é aplicada e das características das copas das árvores.

Cardoso (2009) comparou o fator de forma de árvores podadas e não podadas de um plantio de *Pinus elliottii*. O fator de forma das árvores podadas mostrou-se maior que o das árvores não podadas, em média 6,2%. Isso indica o efeito positivo da poda na forma das árvores, tornando-as mais cilíndricas, se comparado com árvores não podadas.

Floriano (2004) buscou determinar a influência da desrama sobre a forma do tronco de *Pinus elliottii*, instalando um experimento em um povoamento com seis anos

de idade e acompanhando o mesmo até a idade de 15 anos. Os resultados mostraram que a maior influência da intensidade da desrama foi sobre o crescimento em diâmetro e em volume e que a desrama afetou significativamente a forma das árvores. Os tratamentos com desrama apresentaram forma cônica com leve tendência à parabolóide e a testemunha apresentou forma cônica com leve tendência à neiloide.

3.2.1.7 Copa

O afilamento do fuste diminui à medida que diminui o comprimento da copa. Espaçamentos mais amplos geram copas maiores e mais vigorosas. Uma copa longa e vigorosa exerce forte influência sobre os padrões de crescimento da árvore e, conseqüentemente, na forma do tronco. Normalmente, as árvores jovens têm copas longas e um forte afilamento do fuste que é típico de árvores que crescem livres (LARSON, 1963).

Alguns profissionais verificaram que as árvores possuem um grande afilamento do fuste e que na parte inferior, mesmo quando livre de galhos, têm forma próxima da parte superior do fuste (SCHIFFEL, 1907; KUNZE, 1921; BELVEA, 1925; LAITAKARI, 1929; BADOUX, 1935; BURGER 1951, BRAATHE 1953, citados por LARSON, 1963).

3.2.1.8 Sítio

Avaliando a influência que a qualidade do sítio possui na forma das árvores Figueiredo Filho (1991) e Scolforo e Thiersch (2004) concluíram de modo geral que indivíduos que crescem em sítios menos produtivos, tendem a ter piores formas, ou seja, maior conicidade. Com a diminuição da qualidade do sítio, o crescimento em altura diminui para árvores de mesmo diâmetro, aumentando assim o afilamento do tronco (LAPPI-SEPPÄLÄ, 1929; BURGER, 1951; citados por LARSON, 1963).

3.3 FUNÇÕES DE AFILAMENTO

3.3.1 Histórico

Quando deram maior importância às seções comerciais do tronco das árvores, surgiram os primeiros estudos para desenvolver funções de afilamento. Os primeiros

trabalhos foram desenvolvidos por equações do sueco Hojer, em 1903, para *Picea abies* L. e Jonson (1910) acrescentou uma constante biológica ao modelo de Hojer, citados por Behre (1923) que desenvolveu um modelo que se assemelha à equação da hipérbole.

Desde então muitas formas e tipos de modelos matemáticos têm sido testados e desenvolvidos. No início eram modelos relativamente simples, mas com o advento dos computadores na pesquisa florestal, a partir da década de 70, modelos mais complexos foram implementados na busca de melhores resultados. No Brasil os primeiros estudos de afilamento foram o de Silva (1976) e o de Hosokawa (1976).

A partir disso, foram desenvolvidos outros trabalhos principalmente com os modelos de Schoepfer (1966), Kozak et al. (1969), Demaerschalk (1971), Ormerod (1973), Hradetzky (1976), Max e Burkhart (1976), Ahrens e Holbert (1981), Campos e Ribeiro (1982), Silva (1982), Schneider (1986), Friedl (1989) e McTague et al. (1989), dentre outros, citados por Pires e Calegario (2007) e Andrade (2001).

A maioria dos modelos de perfil do tronco chega a uma forma de tronco média para todas as árvores em uma determinada população, quer usando métodos empíricos (um modelo de ajuste de dados de todas as árvores de amostra) ou defendendo uma forma particular, como as hipóteses mecânicas ou biológicas. Esta abordagem não leva em conta mudanças nos perfis de árvores devido às condições do sítio em torno das árvores (NEWBERRY e BURKHART, 1986). Entretanto, Newnham (1992) aprimorou as funções de afilamento obtendo diversas abordagens. Uma delas, e talvez a mais lógica, é o desenvolvimento de uma função separada para cada porção do fuste, com a restrição de que as funções juntem-se suavemente em cada ponto de aderência como a função de Max e Burkhart (1976).

Segundo Môra (2015), a maioria dos trabalhos desenvolvidos na década de 1980 dedicaram-se ao estudo das funções não segmentadas. Como exemplo de trabalhos iniciais tem o estudo de Borges (1981) utilizando funções não segmentadas polinomiais para estimativas de volume de madeira serrada para *Pinus taeda*; Arhens et al. (1981) usando funções de forma não segmentadas obtidas pela técnica multivariada de análise de componentes principais; Schneider (1986) e Lima (1986), trabalhando com funções de afilamento para quantificar o sortimento para *Pinus elliottii*; Mctague (1989) fazendo uso da função de afilamento não segmentada para estimar o diâmetro e altura comercial para o gênero *Eucalyptus*; e Rosot (1989) que

introduziu a técnica de *stepwise* associada a funções de afilamento não segmentadas para *Pinus taeda*.

Exemplo disso tem-se os trabalhos de Newnham (1988) e Kozak (1988) que iniciaram os trabalhos com modelos de forma variável nesse período. Com base nessa ideia, desenvolveram uma nova abordagem com uma função contínua que descreve a forma do fuste do solo ao topo usando um "expoente variável" para descrever o neiloide, parabolóide e formas cônicas do caule (KOZAK, 1988). A principal vantagem das estimativas por esse sistema sobre os "modelos de afilamento segmentados" é que são geralmente muito mais fáceis de ajustar e fornecem melhores estimativas de diâmetro do solo até o topo da árvore (KOZAK, 2004).

Na sequência de 1990, Môra (2015) levantou os seguintes trabalhos desenvolvidos por Figueiredo Filho (1991) que introduziu a utilização das funções *splines* no estudo de forma das árvores de *Pinus elliottii*; Moura (1994) utilizou 11 modelos não segmentados nas estimativas de diâmetro para espécies florestais na Amazônia Brasileira; Finger et al. (1995) utilizaram cinco funções de afilamento não segmentadas para estudar a forma de *Eucalyptus dunnii*; Schneider (1996) utilizou seis funções de afilamento não segmentadas para estudar os sortimentos das madeiras de *Eucalyptus grandis*; Scolforo et al. (1998) estudaram funções de afilamento não segmentadas para representar o perfil de *Pinus elliottii*; Drescher et al. (1999), empregaram funções de afilamento não segmentadas para estudo de *Pinus elliottii*. Ainda nesse período, Figueiredo Filho et al. (1996) foi um dos primeiros a utilizar funções segmentadas no Brasil no estudo da forma de *Pinus taeda*.

Môra (2015) reuniu também diversos trabalhos a partir dos anos 2000 até os dias atuais utilizando as funções de afilamento no Brasil. Por meio desse autor, a utilização dessas funções pode ser vista em muitos trabalhos florestais pelo ajuste de funções não segmentadas e segmentadas. Dentre os trabalhos que utilizaram essas funções têm-se: Arce (2000), Assis et al. (2001), Fischer et al. (2001), Assis et al. (2002), Soares (2002), Maestri (2003), Soares et al., (2003), Chichorro et al. (2003), Soares et al. (2004), Müller (2004), Paixão (2004), Müller et al. (2005), Cruz (2005), Leite et al. (2006), Menon (2006), Queiroz (2006), Pires e Calegário (2007), Souza (2007), Nogueira et al. (2008), Souza et al. (2008a), Souza et al. (2008b), Souza et al. (2008c), Miguel (2009), Oliveira et al. (2009), Souza (2009), Bianchini (2010), Horle et al. (2010), Santos (2010), Favalessa (2011), Silveira et al. (2011), Soares et al. (2011), Yoshitane Junior et al. (2011), Ramos (2012), Souza et al. (2012), Lanssanova (2012),

Alves (2013), Campos et al. (2013), Corteletti (2013), Kohler (2013), Kohler et al. (2013), Lansanova et al. (2013), Schröder et al. (2013), Souza (2013), Teo et al. (2013), Ferreira et al. (2014), Figueiredo Filho et al. (2014), Mendonça et al. (2014), Môra et al. (2014) e Müller et al. (2014). A maioria desses trabalhos utiliza como método de ajuste modelagens lineares, pela técnica de Mínimos Quadrados Ordinários, e modelagem não linear, por meio de processos iterativos.

Com o aprimoramento das técnicas de modelagem novas metodologias estão sendo desenvolvidas, tais como modelos do tipo expoente-forma, mistos e funções *spline*. Machado (2009) propôs o uso de métodos alternativos na construção de funções de afilamento para árvores individuais, visando perfis monotônicos ou com forma preservada por funções *spline* cúbica, potência com expoente variável e segmentada de Max e Burkhart. Nesse sentido, Andrade (2014) avaliou diferentes modelos de afilamento existentes no país, sendo os modelos de característica biomatemática e do tipo expoente-forma em *Eucalyptus* na Bahia. Esses são modelos que aplicam a técnica de regressão *stepwise* e utiliza-se da regressão não linear para estimar uma equação de afilamento. Ambos demonstraram possuir ajustes superiores aqueles tradicionalmente utilizados nas ciências florestais.

Dessa forma, percebe-se que a evolução das técnicas estatísticas e matemáticas na modelagem vêm sendo aprimoradas constantemente. Logo, tem-se o surgimento de equações mais acuradas, como é o caso da modelagem de efeito misto e modelagem multivariada nas funções de afilamento no país, ainda pouco difundidas.

3.3.2 Definição e importância

O decréscimo do diâmetro do fuste da base para o topo é conhecido como afilamento ou *taper* (na língua inglesa). Esse adelgamento do tronco pode ser expresso por uma ou várias funções matemáticas que descrevem a tendência dessa variação (BORGES, 1981; CANCINO, 2006).

De acordo com AHRENS e HOLBERT (1981), uma função de afilamento é uma descrição matemática do perfil longitudinal de um tronco. Assumindo-se que a seção transversal seja circular em qualquer ponto ao longo do tronco, seu volume pode ser obtido por integração dessa função. Assim, em termos geométricos, o tronco é tratado como um sólido de revolução. Uma vez definido um modelo matemático para o

afilamento, pode-se determinar o volume de madeira entre quaisquer pontos ao longo do tronco.

O emprego de funções de afilamento no setor florestal tem proporcionado uma otimização dos recursos florestais. Essas funções, devido à sua flexibilidade, possibilitam uma estratificação, ou seja, quantificação dos múltiplos produtos existentes por meio de dimensões preestabelecidas (QUEIROZ et al., 2008). Segundo Prodan et al. (1997), as funções de afilamento são uma importante ferramenta para determinação do volume de árvores e toras por permitirem estimar três características básicas das árvores: diâmetros em qualquer ponto do fuste; altura no fuste em que se encontra um determinado diâmetro e o volume entre dois pontos quaisquer no fuste.

Segundo Souza (2007), as funções de afilamento são uma excelente opção para quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. A gama de informações que propiciam tem levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais. O sortimento florestal é o termo utilizado para resumir a avaliação comercial qualitativa e quantitativa da floresta em pé, a partir de uma lista de diferentes usos como madeira para laminação, serraria, energia e celulose, por exemplo, e constitui-se em uma ferramenta para tomada de decisões referentes ao manejo florestal, como época de realizar podas e desbastes (ARCE, 2000).

Portanto, conforme afirmaram Fischer et al. (2001), a aplicação de funções de afilamento é um excelente instrumento para avaliar biológica e economicamente o maciço florestal e a resposta às práticas de manejo executadas, pois permite valorar de maneira detalhada o povoamento florestal.

3.3.3 Classificações das funções de afilamento

Na literatura há inúmeras formas de classificar as funções de afilamento, com vários graus de complexidade. Ambas as abordagens, paramétricas e não paramétricas, têm sido utilizadas para o desenvolvimento de modelos de afilamento. Modelos de afilamento paramétricos incluem várias funções lineares e não lineares, as quais estimam o diâmetro, em qualquer ponto ao longo do fuste em função do DAP e, por vezes, outros preditores, variando entre polinômios simples, modelos de regressão não linear e multivariada (ROJO et al., 2005).

Desse modo, Campos e Leite (2009) diante das diferentes classificações existentes e para melhor compreensão sobre a estrutura dos modelos, dividiram-se em dois tipos gerais:

a) Modelos Simples:

São aqueles em que uma única função representa a forma do fuste desde a base até o ápice. Tem a vantagem de modelar todo o fuste com uma única expressão, sendo fáceis de ajustar e empregar. Segundo Prodan et al. (1997) esses modelos integram-se com facilidade, o que permite transformá-los em equações de volume, sendo ainda, alguns reordenados para o cálculo de alturas comerciais. Os modelos de Kozak e Ormerod são exemplos. Possuem a desvantagem de apresentar algum erro de tendência na estimativa do diâmetro em certa porção do fuste. Dentre todos os existentes alguns dos mais difundidos são: Schöepfer (1966), Kozak et al. (1969), Demaerschalk (1972), Ormerod (1973) e Hradetzky (1976).

b) Modelos Segmentados:

São mais difíceis de serem trabalhados e constituem-se em uma variação dos modelos polinomiais, sendo ajustados por seções do fuste, duas ou três seções. Esses modelos procuram diminuir erros de tendência nas estimativas dos diâmetros ao longo do fuste. O clássico modelo para esta abordagem foi proposto por Max e Burkhart (1976), em que os autores sugeriram a união de três polinômios quadráticos sob restrições de continuidade.

Batista et al. (2014) citaram que há outras classificações além dessas mencionadas para as funções de afilamento, como os modelos de expoente variável e os modelos trigonométricos. Os de expoente variável possuem a razão do diâmetro do tronco nas diferentes alturas pelo DAP como uma potência da altura relativa, mas o expoente dessa potência varia com a própria posição relativa e com alguns atributos das árvores. Os modelos trigonométricos captam a complexidade da forma do perfil do tronco e simplificam a obtenção do volume do tronco via integração da equação de forma, mas, por outro lado, limitam a capacidade do modelo satisfazer as propriedades ideais das funções de afilamento.

Môra (2015) dividiu-os em quatro grandes grupos: modelos não segmentados, modelos segmentados, modelos de forma variável e outros modelos, tais como as funções *splines* cúbicas, modelagem de efeito misto e modelagem multivariada que utilizam a técnica de análise de componentes principais.

3.4 MODELAGEM MISTA

Um modelo matemático explica as observações de uma variável dependente por meio dos efeitos que se atribuem a outra série de variáveis independentes. Esses efeitos podem ser de natureza fixa ou aleatória, conforme representem, respectivamente, constantes a serem estimadas ou realizações de uma variável aleatória com distribuição de probabilidade conhecida (CAMARILHA FILHO, 2002).

A modelagem mista é uma técnica caracterizada quando o modelo apresenta tanto efeitos aleatórios como fixos (SEARLE, 1987), podendo o mesmo ser linear ou não linear, dependendo do objetivo do estudo. Utilizados na área florestal, com pioneirismo para Lappi (1986) e Lappi (1991), os modelos de efeitos mistos, segundo Carvalho (2013), são uma das técnicas de regressão mais sofisticadas, tanto para relações empíricas lineares como para não lineares. Possibilitam ao usuário trabalhar com os dados na sua perfeita originalidade sem a necessidade de transformar variáveis para atender as pressuposições básicas de análise de regressão, que são: independência entre as observações, distribuição aleatória, normal e idêntica dos resíduos com média zero e variância constante. Com os modelos de efeitos mistos é possível generalizar estruturas de correlações espaço-temporais, variâncias não constantes, além de permitir generalizações de famílias de distribuições de probabilidade.

De acordo com Schabenberger e Pierce (2002) essa técnica deve ser utilizada quando se tem um conjunto de dados que está agrupado ou que, de outra forma, necessita da inclusão de efeitos aleatórios que não têm necessariamente uma função linear média. Os modelos de efeitos mistos contêm parâmetros de efeitos fixos que são comuns a todas as árvores da amostra e os parâmetros de efeitos aleatórios que são específicos para cada árvore individual (CAO e WANG, 2011).

Os modelos lineares mistos apresentam três aspectos fundamentais: estimação e teste de hipóteses sobre os parâmetros de efeito fixo, predição dos parâmetros de efeito aleatório e estimação dos componentes de variância (PERRI et al., 1999). Segundo Camarinha Filho (2002), o sucesso do procedimento de modelagem está fortemente associado ao exame dos efeitos aleatórios e à possibilidade de se introduzir, no modelo, estruturas de variâncias e covariâncias.

Essa técnica pode ser subdividida no uso de modelos não lineares de efeitos mistos, quando funções não lineares médias são aplicadas a dados agrupados; ou modelos lineares generalizados mistos, quando os dados agrupados são modelados de forma que a resposta (condicional) tenha uma distribuição na família das exponenciais (SCHABENBERGER e PIERCE, 2002). Ambos os modelos são usados com dados agrupados e têm a mesma finalidade: descrever uma variável resposta em função de covariáveis, conhecendo a correlação entre as observações no mesmo grupo. Os efeitos aleatórios são usados para representar dependência dentro do grupo, tanto na técnica *nlme* (*linear and nonlinear mixed-effects*) e *lme* (*linear mixed-effects*), e as suposições sobre os efeitos aleatórios e os erros dentro do grupo são idênticos nas duas modelagens (PINHEIRO e BATES, 2000).

Modelos de efeitos mistos não lineares estendem o estudo dos modelos lineares de efeitos mistos, permitindo que a função de regressão dependa não linearmente dos efeitos fixos e aleatórios. Devido à sua maior flexibilidade, a modelagem não linear mista é geralmente mais interpretável e parcimoniosa do que a modelagem *lme* concorrente na forma empírica, por exemplo, uma função polinomial. Além disso, as previsões obtidas a partir das funções não lineares são mais confiáveis fora do intervalo observado dos dados (PINHEIRO e BATES, 2000).

A escolha da melhor estrutura da matriz de covariâncias visa obter uma estrutura parcimoniosa, que explique bem a variabilidade dos dados nas diversas ocasiões e a correlação entre essas medidas, com um número pequeno de parâmetros, o que pode melhorar a eficiência das inferências feitas sobre os parâmetros do modelo proposto para os valores médios nas diversas ocasiões (BARBOSA, 2009). Os modelos de efeitos fixos geralmente resultam em estimativas menos precisas em relação aos modelos de efeitos mistos, quando o objetivo é fazer inferências sobre a população. Além disso, modelos de efeitos mistos permitem ao usuário calibrar o modelo para um sítio específico, para plantios, espécies, parcelas ou árvores. Devido a isso, muitas vezes os modelos de efeitos mistos devem ser usados como tipo de modelo básico na modelagem de crescimento e produção florestal (BIGING, 1985; LAPPI, 1986; GREGOIRE, 1987).

A modelagem de afilamento vem sendo realizada tanto com efeitos fixos quanto efeitos mistos (CAO e WANG, 2011). Várias vantagens conferem um interesse especial para a abordagem de efeitos mistos: (i) a capacidade de levar em conta a correlação devido à estrutura de dados agrupados (várias medições em uma árvore),

levando à inferência imparcial, (ii) a capacidade de separar a variância total entre e dentro de árvores considerando o efeito árvores, e (iii) a possibilidade de calibrar o modelo para cada árvore (LAPPI, 1986; PINHEIRO e BATES, 2002).

Portanto, as modelagens de efeitos mistos permitem tanto modelos específicos da população como modelos específicos em nível de árvore. Um modelo específico da população considera os parâmetros de efeitos fixos somente e um modelo específico ao nível de árvore considera os parâmetros de efeitos fixos e aleatórios (LEITES e ROBINSON, 2004; TRINCADO et al., 2007). Logo, os parâmetros de efeitos fixos são uma resposta média da população comum a todas as árvores e os parâmetros de efeitos aleatórios são uma resposta específica para cada árvore (SHARMA e PARTON, 2009).

Dentre as mais diversas abordagens na ciência florestal, Carvalho (2013) destacou a aplicação dos modelos mistos e não lineares em trabalhos de modelagem do crescimento e da produção florestal, ajustes de relações hipsométricas e modelagem de afilamento de tronco, tais como: Lappi e Malinen (1994); Gregoire et al. (1995); Fang e Bailey (2001); Hall e Bailey (2001); Calegario (2002); Garber e Maguire (2003); Calegario et al. (2005); Nothdurft et al. (2006); Trincado et al. (2007); Meng et al. (2008); Vargas-Larreta et al. (2009). Trincado e Burkhart (2006), por exemplo, trabalharam o modelo segmentado de Max e Burkhart para avaliar o perfil do fuste em *Pinus taeda* adicionando uma estrutura de variância relativa às alturas, considerando o efeito de cada árvore como um componente aleatório ao modelo. Assim, encontraram um modelo com maior nível de representação, como: sítio, espaçamento, desbaste e regiões.

Môra (2015) enfatizou que a modelagem não linear de efeitos mistos para afilamento das árvores é relativamente recente na Engenharia Florestal como os tais trabalhos de: Gregoire e Schabenberger (1996); Tasissa e Burkhart (1998); Valentine e Gregoire (2001); Garber e Maguire (2003); Leites e Robinson (2004); Trincado e Burkhart (2006); Meng e Huang (2009); Sharma e Parton (2009); Yang et al. (2009); Özçelik et al. (2011); Cao e Wang (2011). Esses estudos de forma geral, demonstraram a utilização dessa técnica aplicada às funções de afilamento de maneira a estudar a interação das variáveis dendrométricas mensuradas nas seções da mesma árvore e entre as árvores do conjunto estudado.

No Brasil, essa metodologia ainda é bastante recente e há relativamente poucos trabalhos que exploram a modelagem linear e não linear mista. Calegario et

al. (2005) avaliaram a modelagem do crescimento de povoamentos clonais de *Eucalyptus*, com base em modelos lineares mistos em multiníveis utilizando dois níveis aleatórios de modelagem: unidades amostrais e árvores individuais dentro das unidades amostrais. Como resultado verificaram que as estimativas dos parâmetros foram melhoradas significativamente com esta técnica.

Pires e Calegario (2007) comparando alguns modelos não lineares com lineares para estudo do afilamento encontraram que o modelo não linear Logístico foi melhor, devido, o comportamento dos dados ser não linear, à baixa correlação entre os parâmetros e à fácil interpretação deles, facilitando a convergência e o ajuste. Horle et al. (2010) verificaram a precisão de um modelo linear, polinômio do 5º grau, em relação ao modelo não linear, logístico, na estimativa do perfil do fuste de *Pinus oocarpa*. Esses autores puderam comprovar que o modelo logístico apresentou-se mais preciso na estimativa do perfil do fuste.

Mendonça (2010) testou a aplicação de modelos não lineares mistos em modelos hipsométricos, de crescimento e produção e também para determinação dos sortimentos florestais. De forma geral, também a técnica da modelagem não linear mista propiciou melhores previsões.

Vismara (2013) realizou a calibração de um modelo linear misto univariado e bivariado na previsão do volume total em *Eucalyptus* sp. e percebeu que essa técnica fornece previsões mais confiáveis que os modelos tradicionais de efeito fixo apenas. Esse mesmo autor também aplicou essa técnica para previsão de biomassa de espécies nativas da Floresta Ombrófila Densa no Estado de São Paulo.

Carvalho et al. (2014) avaliaram a qualidade do modelo logístico em uma função de afilamento para estimar o volume individual de *Eucalyptus* sp. por meio de modelos não lineares de efeitos mistos em diferentes classes de idades e diâmetro. Esses autores constataram que o erro padrão reduziu em 40%, a precisão dos ajustes aumentou em 1,3% e os resíduos tiveram melhorias expressivas.

Môra (2015) verificou os efeitos da modelagem de efeitos mistos para afilamento em *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna* no Estado do Paraná. Esse autor mostrou que apenas o uso de um coeficiente aleatório melhora as estimativas, principalmente na parte média e apical do fuste. De forma geral, constatou-se que a modelagem não linear mista melhora as estimativas das variáveis preditas.

3.5 MODELAGEM MULTIVARIADA

A utilização de outros métodos estatísticos, tais como as técnicas de análise multivariada ainda é muito incipiente para as funções de afilamento. Entretanto, existem algumas abordagens aplicando a análise de componentes principais. Fries e Matern (1966) e Guimarães e Leite (1992) utilizaram essa técnica para investigar as variações na forma das árvores e, assim, definir o modelo de regressão mais adequado para descrever o perfil do tronco das mesmas.

O aprimoramento das técnicas computacionais aplicadas à análise estatística multivariada flexibilizou a utilização nas funções de afilamento. Sena (2011), com o crescente interesse em utilizar as funções de densidade probabilísticas multivariadas, descreveu a distribuição de frequência simultânea das principais variáveis biométricas mensuradas nas florestas (DAP, altura e volume).

Nesse contexto, Uusitalo e Kivinen (1998) desenvolveram um modelo de distribuição bivariado para o DAP e altura de inserção do primeiro galho morto, a fim de avaliar a relação entre o tamanho dos indivíduos e a qualidade das toras. Outros trabalhos nessa temática na área florestal também foram desenvolvidos, tais como os de Tewari e Gadow (1999), Zucchini et al. (2001), Li et al. (2002), Wang e Rennolls (2007), Rupsys e Petrauskas (2010), e que de forma geral estimularam o desenvolvimento de um método de predição probabilística dos sortimentos, a partir da distribuição normal bivariada (Sbb Johnson, Beta Generalizada, Lognormal e Gompertz) pelo método da máxima verossimilhança para modelar a densidade conjunta do DAP e altura (h).

A aplicação de distribuições multivariadas em povoamentos florestais foi também contemplada por Wang et al. (2008) que construíram um modelo bivariado para o DAP e a h a partir do uso de *copula*¹. Wang et al. (2010) utilizaram a mesma técnica para desenvolver um modelo trivariado para o DAP, h e v de modo a estimar o volume individual da árvore.

Sena (2011) propôs a adequação da distribuição normal bivariada para modelar a densidade conjunta dos diâmetros a várias alturas do fuste e estimar os sortimentos em *Eucalyptus* em Minas Gerais. Assim, essa autora verificou que a

¹ Função matemática que une duas ou mais distribuições, modelando a correlação entre elas, a fim de formar uma distribuição multivariada.

função normal bivariada foi inadequada, pois, de modo geral, subestimou o número de toras na base e na porção média das árvores nas menores classes diamétricas e superestimou nas porções mais elevadas dos fustes e nas classes diamétricas maiores. Os principais fatores que podem estar associados ao mau desempenho desta distribuição bivariada são a ineficiência da equação de Box-Cox para normalização dos dados e a existência de correlação entre os diâmetros e as alturas mensurados em cada planta. A autora sugeriu avaliar outras funções bivariadas, como Weibull e Gamma, que possuem grande aplicação florestal pela sua maior agilidade e facilidade.

Vismara (2013) aplicou um sistema multivariado constituído por equações volumétricas em duas rotações de eucalipto no Estado de São Paulo por acreditar no potencial que a abordagem possui para melhorar as predições e reduzir esforços de medição. Nesse estudo esse autor verificou que a aplicação do sistema de modelos mistos bivariados apresentou resultados muito satisfatórios. Afirmou também que a técnica pode reduzir consideravelmente a suficiência amostral na seleção de árvores para cubagem em uma segunda rotação.

REFERÊNCIAS

- ABREU, E. C. R. **Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis***. 69 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.
- ASSOCIAÇÃO CATARINENSE DE EMPRESAS FLORESTAIS – ACR. **Anuário Estatístico de Base Florestal para o Estado de Santa Catarina 2016 (Ano Base 2015)**. Disponível em: < http://www.acr.org.br/download/biblioteca/ACR_2016.pdf>. Acesso em 09/02/2017.
- AGUIAR, A. V.; SOUSA, V. A.; SHIMIZU, J. Y. **Cultivo de Pínus**. Embrapa Florestas, 2. ed. 2011. Disponível em: <http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Pinus/CultivodoPinus_2ed/>. Acesso em: 01 de jul. 2013.
- AHRENS, S.; HOLBERT, D. Uma função para forma de tronco e volume de *Pinus taeda* L. In: **Boletim de pesquisa florestal, unidade regional de pesquisa florestal Centro-Sul**, EMBRAPA, 03, p. 37–68, 1981.
- ANDRADE, A. S. **Qualidade da madeira, celulose e papel em *Pinus taeda* L.: influência da idade e classe de produtividade**. 107 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.
- ANDRADE, V. C. L. **Um método para descrever o perfil do tronco em árvores de eucalipto utilizando geometria analítica**. 74 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2001.
- ANDRADE, V. C. L. Modelos de *taper* do tipo expoente-forma para descrever o perfil do fuste de árvores. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo, v. 34, n. 80, p. 271-283, out./dez. 2014.
- ARCE, J. E. **Um sistema de análise, simulação e otimização do sortimento florestal em função da demanda por multiprodutos e dos custos de transporte**. 129 p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE PAPEL E CELULOSE – BRACELPA. **Pinus**. Disponível em: <<http://bracelpa.org.br/bra2/?q=node/137>>. Acesso em: 22 set. 2014.
- AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements**. 4.ed. New York: McGraw-Hill, 1997. 408 p. (McGraw-Hill series in forest resources).
- BALDWIN JR, V. C.; PETERSON, K. D.; CLARK III, A.; FERGUSON, R. B.; STRUB, M. R.; BOWER, D. R. The effects of spacing and thinning on stand and tree characteristics of 3-g-year-old Loblolly Pine. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.137, n.1-3, p. 91-102, 2000.

BARBOSA, M. **Uma abordagem para análise de dados com medidas repetidas utilizando modelos lineares mistos**. 118 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agronômica) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2009.

BARROS, M. V. **Fator de cubicação para madeira empilhada de *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden, com toretes de dois comprimentos, e sua variação com o tempo de exposição ao ambiente**. 103 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2006.

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z.; SILVA FILHO, D. F. **Quantificação de Recursos Florestais: Árvores, Arvoredos e Florestas**. São Paulo: Oficina de Textos, 2014.

BEHRE, C. E. Preliminary notes on studies of tree form. **Journal of Forestry**, v.21, 507-511, 1923.

BIGING, G. S. Improved estimates of site index curves using a varying-parameter model. **Forest Science**, Washington, v. 31, n.1, p. 248–257, 1985.

BORGES, J. F. **Seccionamento, do fuste de *Pinus taeda*. para obtenção do volume de madeira serrada, através da função de forma polinomial**. 81 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1981.

BURGER, D. ;MACHADO, S. A.; HOSOKAWA, R. T. Estudo do Desenvolvimento da Forma de *Araucaria angustifolia* com relação a idade. In: Encontro da IUFRO (International Union for Forestry Research Organization), 1979, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Anais do encontro da IUFRO (*International Union for Forestry Research Organization*), p. 320-329, 1980.

CAMARINHO FILHO J. A. **Modelos lineares mistos: estruturas de matrizes de variâncias e covariâncias e seleção de modelos**. 85 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação agronômica) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2002.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal, Perguntas e Respostas**. 3. ed. Viçosa: UFV, 2009.

CANCINO, J. **Dendrometría Básica**. Dirección de Docencia. Universidad de Concepción, 171 p., 2006.

CAO, Q. V.; WANG, J. Calibrating fixed- and mixed-effects taper equations. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.262, n.4, p. 671-673, 2011.

CAO, Q. V.; WANG, J. Calibrating fixed- and mixed-effects taper equations. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.262, n.4, p. 671-673, 2011.

CARDOSO, D. J. **Viabilidade técnica e econômica da poda em plantações de *Pinus taeda* e *Pinus elliottii***. 144 p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

CARVALHO, S. P. C.; RODRIGUEZ, L. C. E.; CALEGARIO, N.; SAVIAN, T. V.; LIMA, M. P.; SILVA, C. A.; MENDONÇA, A. R.; NICOLETTI, M. F. Modelagem não linear mista para descrever o afilamento de árvores clonais de *Eucalyptus* sp. **Scientia Forestalis** (IPEF), v. 42, p. 100, 2014.

CARVALHO, S. P. C. **Estimativa volumétrica por modelo misto e tecnologia laser aerotransportado em plantios clonais de *Eucalyptus* sp.** 104 p. Tese (Doutorado em Recursos Florestais) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2013.

COELHO, V. C. M. **Avaliação do manejo da produção econômica de madeira de *Pinus taeda* L.com características qualitativas superiores.** 121 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, Washington, v.18, n.3, p.241–245, 1972.

FAO: FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS. **Manual of forest inventory, with special reference to mixed tropical forest.** Roma, p. 200, 1973.

FIGUEIREDO FILHO, A. **Influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliottii* Engelm. var.elliottii e sua avaliação econômica.** 138 p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1991.

FIGUEIREDO FILHO, A.; RETSLAFF, F. A. S.; KOHLER, S. V.; BECKER, M.; BRANDES, D. Efeito da Idade no Afilamento e Sortimento em Povoamentos de *Araucaria angustifolia*. **Floresta e Ambiente**, v. 22, p. 50-59, 2015.

FINGER, C. A. G.; ZANON, M. L. B.; SCHNEIDER, P. R.; KLEIN, J. E. M.; COELHO, M. C. B. Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden implantados na depressão central e encosta sudoeste do Rio Grande do Sul. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 25, n. 3, p. 399 - 403, 1995.

FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal.** Santa Maria: UFSM, CEPEF - FATEC, p. 269, 1992.

FINGER, C. A. G., ZANON, M. L. B., SCHNEIDER, P. R. et al. Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden, implantados na depressão central e encosta do sudeste do Rio Grande do Sul. Santa Maria - RS. **Ciência Rural**, v. 25, n. 3, p. 399-403, 1995.

FISCHER, F.; SCOLFORO, J. R.; ACERBI JUNIOR, F. W.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do tronco de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.11, n.1, p.167-188, 2001.

FLORIANO, E. P. **Efeitos da desrama sobre o crescimento e a forma de *Pinus elliottii* Engelm.** 93 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2004.

FRIEDL, R. A. **Dinâmica e prognose na forma dos fustes em povoamentos plantados de *Araucaria angustifolia* (Bert.) O. Ktze.** 167 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989.

FRIES, F.; MATERN, B. On the use of multivariate methods for the construction of tree taper curves. In: IUFRO ADVISORY GROUP OF FOREST STATISTICIANS, 1965, Stockholm. **Proceedings of Conference in Stockholm.** Stockholm: IUFRO, p. 85 – 117, 1966.

GOMES, A. M. A. **Medição dos arvoredos.** Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1957. 413p.
GONÇALVES, J. L. M.; BENEDETTI, V. **Forest nutrition and fertilization.** Piracicaba: IPEF, 421 p., 2000.

GREGOIRE, T. G. Generalized error structure for forestry yield models. **Forest Science**, Washington, v.33, n.2, p.423-444, 1987.

GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Revista Árvore**, v.16, n.2, p. 170-180, 1992.

GUPTA, P. K.; DURZAN, D. J. **Loblolly pine (*Pinus taeda* L.).** In. BAJAJ Y. P. S. (ed) **Biotechnology in Agriculture and Forestry, Trees III.** Springer, Verlag Berlin Heidelberg New York, v. 16, p. 383-407, 1991.

HOSOKAWA, R. T. **Betriebswirtschaftliche Kriterien zur Wahl der Umtriebszeit von *Araucaria angustifolia* (Bert.) Q. Ktze. in Brasilien.** 255 p. Tese (Doutorado). Albert-Ludwigs Universität, Freiburg, 1976.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keisen.** (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschuns projekten). Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, p. 146 , 1976.

IBÁ – Indústria Brasileira de Árvores. **Anuário Estatístico 2016.** Disponível em: <<http://www.iba.org/>>. Acesso em 30/09/2016.

INTERNATIONAL TROPICAL TIMBER ORGANIZATION – ITTO. **Annual review and assessment of the world timber situation 2012.** Yokohama-JAP: ITTO, 2012.

KOSLOWSKI, T. T. **Growth and development of trees.** Madison, Wisconsin: University of Wisconsin, v. 2., 1971.

KOHLER, S. V. ; KOEHLER, H. S. ; FIGUEIREDO FILHO, A. . Modelos de Afilamento para *Pinus taeda* por Classes de Idade. **Floresta e Ambiente**, p. 470-479, 2013.

KOZAK, A. A variable exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.18, n.11, p.1363-1368, 1988.

KOZAK, A. My last words on taper equations. **Forestry Chronicle**, Mattawa, v. 80, n. 4, p. 507-515, 2004.

KOZAK, A.; MUNRO D. D.; SMITH J. H G. Taper functions and their application in forest inventory. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v.45, n.4, p. 278-283, 1969.

LAPPI, J. Calibration of height and volume equations with random parameters. **Forest Science**, Lawrence, v.37, n.3, p. 781-801, 1991.

LAPPI, J. Mixed linear models for analyzing and predicting stem form variation of Scots pine. **Communications Instituti Forestalis Fenniae**, v.134, p.1-69, 1986.

LARSON, P.R. Stem form development of forest tree. **Forest Science Monograph**, Washington, p.1-41, 1963.

LEITES, L. P.; ROBINSON, A. P. Improving taper equations of Loblolly Pine with crown dimensions in a mixed-effects modeling framework. **Forest Science**, Washington, v.50, n.2, p.204–212, 2004.

LI, F.; ZHANG, L.; DAVIS, C. J. Modeling the joint distribution of tree diameters and heights by bivariate generalized beta distribution. **Forest Science**, v.48, n.1, p. 47-58, fev. 2002.

MACHADO, A. L. F. **Métodos usuais e propostos para expressar perfis dendrométricos e determinar volumes individuais**. 189 p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MACHADO, S. A.; SANTOS, A. A. P.; ZAMIN, N. T. ; SILVA, L. C. R. Evolução do Sortimento de *Pinus oocarpa* na Região Sudoeste do Estado de São Paulo. In: 5º Simpósio Latino-americano sobre Manejo Florestal, 2011, Santa Maria. **Anais do 5º Simpósio Latino-americano sobre Manejo Florestal**, 2011. v. 5. p. 194-203.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guarapuava: Unicentro, 2006. 316 p.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.

MENDONÇA, A. R. **Modelagem não linear do crescimento e da produção de plantações florestais**. 84 p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG. 2010.

MENDONÇA, A. R.; CALEGARIO, N.; SILVA, G. F.; SOUZA, A. L.; TURGILHO, P. F.; CARVALHO, S. P. C.; POSSATO, E. L.. Modelagem da produção de sortimentos em povoamentos de eucalipto. **Cerne** (UFLA), v. 20, p. 587-594, 2014.

MÔRA, R. **Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna***. 277 p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

MÜLLER, B. V. **Efeito de sistemas de desdobro na qualidade e rendimento de madeira serrada de *Eucalyptus benthamii* Maiden et Cambage**. 119 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

MUHAIRWE, C. K. Taper equations for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. **Forest Ecology and Management**, Amsterdã, v.113, n.2-3, p. 251-269, 1999.

NEWBERRY, J.; BURKHART, H. E. Variable-form stem profile models for Loblolly Pine. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.16, n.1, p.109–114, 1986.

NEWNHAM, R. M. **A variable-form taper function**. Can. For. Serv. Petawawa Natl. For. Inst. Inf. Rep. PI-X-83., p. 31, 1988.

NEWNHAM, R. M. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.22, n.2, p. 210-223, 1992.

ORMEROD, D. W. A simple bole model. **Forestry Chronicle**, Ottawa, v.49, n.3, p.136–138, 1973.

PERRI, S. H. V.; IEMMA, A. F. Procedure of software SAS® for the analysis of mixed models. **Scientia Agricola**, Piracicaba, v.56, n.4, p. 959-967, 1999.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D.M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. Springer, New York, 537p., 2000.

PIRES, L. M.; CALEGÁRIO, N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. **Árvore**, Viçosa, MG, v. 31, n. 5, p. 845 - 852, 2007.

PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F.; REAL, P. **Mensura forestal**. San José – Costa Rica: GTZ-IICA, 1997.

QUEIROZ, D.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. ARCE, J. E; KOEHLER, H. S. Identidade de modelos em funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Benth em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR. **Floresta**, Curitiba, v. 38, n. 2, abr./ jun. 2008.

REVISTA DA MADEIRA – REMADE. **Espécies**. 99. ed. 2006. Disponível em: <http://www.remade.com.br/br/revistadamadeira_materia.php?num=952&subject=Espécies&title=Pinus%20na%20silvicultura%20brasileira>. Acesso em: 22 set. 2014.

ROJO, A.; PERALES, X.; SÁNCHEZ-RODRÍGUEZ, F.; GONZÁLEZ-ALVAREZ J. G.; Von GADOW, K. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.124, n.3, p.177-186, 2005.

RUPSYS, P.; PETRAUSKAS, E. The bivariate gompertz diffusion model for tree diameter and height distribution. **Forest Science**, v.56, n.3, p. 271-280, jun. 2010.

SCHABENBERGER, O.; PIERCE, F. J. **Contemporary statistical models: for the plant and soil sciences**. 730 p., 2002.

SCHNEIDER, P. R. **Introdução ao manejo florestal**. Santa Maria -UFSM/CEPEF-FATEC, 348 p., 1993.

SCHÖEPFER, W. **Autimatisierung des massen, sorten and wertberechnung stenender waaldbestande schriftenreihe bad**. [S.l.]: Wurttt-Forstl., 1966.

SCHULTZ, R. I. Genetics and tree improvement. In: SCHULTZ, R. I. **Loblolly pine: the ecology and culture of loblolly pine (*Pinus taeda* L.)**. New Orleans: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, p. 1-50, 1997.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4, n.1, p. 100-122, 1998.

SCOLFORO, J. R. S.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Mensuração florestal 2: volumetria**. Lavras: ESAL/FAEPE, 1993. 126 p.

SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M. Fator de forma e equações de volume para espécies com ocorrência em mata seca na região de Lavras, MG. **Cerne**. Lavras, 1993.

SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, C. R. **Biometria Florestal: medição, volumetria e gravimetria**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2004, 285 p.

SEARLE, S. R. **Linear models for unbalanced data**. New York: John Wiley, 1987. 536 p.

SENA, A. L. M. **Manejo da densidade e predição probabilística multivariada de múltiplos produtos em povoamentos florestais**. 156 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.

SHARMA, M.; PARTON, J. Modeling stand density effects on taper for Jack Pine and Black Spruce plantations using dimensional analysis. **Forest Science**, Washington, v.55, n.3, p.268–282, 2009.

SHIMIZU, J. Y.; HIGA, A. R. Variação racial do *Pinus taeda* L. no Sul do Brasil até o sexto ano de idade. **Boletim de Pesquisa Florestal**, 2: 1-25, 1981.

SILVA, J. A. **Schaftkurvenuntersuchungen an fichte, tanne, potkiefer und rechkiefer**. Tese (Doutorado). Bodenkultut Universitat, Wien, 1976.

SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de taper não segmentados e segmentados na estimação de altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 94 p. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) - Universidade Federal do Espírito Santo, 2007.

TANG, W.; OUYANG, F.; GUO, Z. Plant regeneration through organogenesis from callus induced from mature zygotic embryos of loblolly pine. **Plant Cell Reports**, v. 17, p. 557-560, 1998.

TEWARI, V. P.; GADOW, K. V. Modeling the relationship between tree diameters and heights using Sbb distribution. **Forest Ecology and Management**. v. 119, n. 1-3, p. 171-176, jun. 1999.

TRINCADO, G.; VANDERSCHAAF, C. L.; BURKHART, H. E. Regional mixed-effects height–diameter models for Loblolly Pine (*Pinus taeda* L.) plantations. **European Journal of Forest Research**, Dordrecht, v.126, n.2, p.253–262, 2007.

UUSITALO, J.; KIVINEN, V. P. Constructing bivariate dhb-dead-branch height distribution of pines for use in sawing production planning. **Scandinavian Journal of Forest Research**, v. 13, n. 1-4, p. 509-514, 1998.

VISMARA, E. S. **Avaliação da construção e aplicação de modelos florestais de efeitos fixos e mistos sob o ponto de vista preditivo**. 106 p. Tese (Doutorado em Ciências - Recursos Florestais) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiróz, Universidade de São Paulo. Piracicaba, 2013.

WANG, M.; RENNOLLS, K. Bivariate distribution modeling with tree diameter and height data. **Forest Science**. v. 53, n. 1, p. 16-24, fev. 2007.

WANG, M.; RENNOLLS, K.; TANG, S. Bivariate distribution modeling of tree diameters and heights: dependency modeling using copulas. **Forest Science**. v. 54, n. 3, p. 284-293, jun. 2008.

WANG, M.; UPADHYAY, A.; ZHANG L. Trivariate distribution modeling of tree diameter, height and volume. **Forest Science**. v. 56, n. 3, p. 290-300, jun. 2010.

ZUCCHINI, W. SCHIMIDT, M.; GADOW, K. A model for the diameter-height distribution in an uneven-aged beech forest and a method to assess the fit of such models. **Silva Fennica**, v. 35, n. 2, p. 169-183, 2001.

4. MODELAGEM NÃO LINEAR MISTA PARA DESCREVER O AFILAMENTO DO FUSTE EM *Pinus taeda* L.

RESUMO

O conhecimento da produção florestal é uma das principais atividades na Ciência Florestal. A quantificação dos multiprodutos de uma floresta, por meio dos sortimentos, exige inúmeras técnicas biométricas e estatísticas que sejam precisas e de menor custo. Por isso, objetivou-se neste trabalho avaliar as técnicas de modelagem mista não linear para estudar o afilamento do fuste em *Pinus taeda*. Utilizou-se o modelo logístico de quatro parâmetros na sua forma original e modificada na predição da altura ao longo do tronco e do volume total das árvores; inseriu-se os efeitos aleatórios: classe de diâmetro, idade e sítio, por meio da decomposição dos parâmetros no modelo para estimativa da altura ao longo do tronco; realizou-se a predição do diâmetro ao longo do fuste, sortimento da 1ª tora e dos volumes parciais do melhor modelo misto em relação ao Polinômio de 5º Grau. O banco de dados possui 558 árvores cubadas que foram distribuídas de 11 até 31 anos, localizadas em Campo Belo do Sul, Santa Catarina. Os critérios estatísticos para avaliar os modelos foram o Critério de Informação Akaike (AIC), Critério de informação Bayesiano (BIC), erro padrão das estimativas (Syx) e análise gráfica dos resíduos. O modelo logístico modificado fixo demonstrou ajuste superior em relação ao modelo logístico original. Com a decomposição dos parâmetros o modelo logístico modificado melhorou em torno de 60% o erro padrão das estimativas da altura ao longo do tronco. E por consequência, a predição do volume pelo modelo modificado reduziu o erro em 70%. Na avaliação da modelagem mista com a tradicional, por meio das estimativas do diâmetro ao longo do tronco, do volume da 1ª tora e dos volumes parciais, o Polinômio de 5º Grau apresentou melhores resultados. Com isso, constatou-se que a modelagem mista possui grande potencial de aplicação, mas apresenta algumas limitações a serem superadas.

Palavras-chave: Biometria florestal, modelo logístico, modelos mistos, perfil do fuste

NON LINEAR MIXED MODELING TO DESCRIBE THE TAPER IN *Pinus taeda* L.

ABSTRACT

The forest production knowledge is one of the main activities in the forest science. The quantification of multiproducts through the assortments of a forest requires numerous biometric and statistics techniques to be accurate and of lower cost. Therefore, the aim of this study was to evaluate the techniques of nonlinear mixed modeling to study the taper of *Pinus taeda*. It was used the four parameter logistic model in its original and modified form in the height prediction along the stem and total tree volume; it was inserted the random effects: diameter class, age and site through the model parameters decomposition for estimate height along the stem; prediction of the diameter along the stem, first log volume and partial volumes of the best mixed model regarding the fifth degree polynomials. The data set has 558 measured trees distributed from 11 to 31 years, located in Campo Belo do Sul, Santa Catarina, Brazil. The statistic criteria to evaluate the models were the Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC), standard error of estimate (Syx) and residuals graphic analysis. The modified fixed logistic model demonstrated superior adjustment compared to the original logistic model. With the parameters decomposition the modified logistic model improved around 60% of the standard error of estimates for all heights along the stem. Then, the volume prediction by the modified model reduced the error in 70%. In the evaluation of the mixed modeling related to the traditional by the estimates of diameters along the stem, the first log volume and of partial volumes the fifth degree polynomials presented better results. Then, was seen that the mixed modeling had great potential application, but present some limitations to be surpassed.

Keywords: forest biometrics, logistic model, mixed model, taper

4.1 INTRODUÇÃO

No setor florestal, algumas empresas estão focadas no uso múltiplo de seus plantios. Com isso, essas empresas, antes voltadas à produção de matéria-prima apenas para um determinado mercado consumidor, passam a fornecer produtos diferenciados durante a rotação dos povoamentos (MENDONÇA et al. 2014). Para tal, se faz necessário o uso de métodos de quantificação do sortimento por meio de abordagens biométricas em dados originados de inventários florestais.

Assim, as funções de afilamento são ferramentas aplicadas na geração de informações acerca dos povoamentos florestais, tendo em vista sua flexibilidade. Possuem a capacidade em estimar o diâmetro para qualquer altura do tronco, a altura a um diâmetro determinado, bem como estimar o volume parcial ou total do fuste, via integração da área das seções do tronco, para então, estimar o número de toras plausíveis de serem obtidas (HUSCH, 1993).

A utilização das técnicas de modelagem é de grande aplicação na quantificação do sortimento nos povoamentos e indispensável o uso de uma função de afilamento. O uso de modelos lineares e não lineares para representação e explicação de uma realidade essencialmente mais complexa constitui uma estratégia para o desenvolvimento da ciência, nos diferentes campos de conhecimento (HASENAUER, 2000).

Neste contexto, modelos não lineares são preferíveis para descrever fenômenos biológicos, pois, geralmente fornecem estimativas precisas e boa capacidade de extrapolações. Sendo que, para alguns casos específicos, essa precisão na estimativa está também associada à interpretação direta dos parâmetros, atrelada à flexibilidade de aplicação que os mesmos proporcionam (SANTOS, 1996). Alguns autores como Mendonça et al. (2007), Pires e Calegario (2007) e Horle et al. (2010) comprovaram a superioridade dos modelos não lineares com relação aos lineares na modelagem do perfil de árvores.

Um modelo de predição geralmente precisa de um grande e representativo conjunto de dados, abordando as diferentes características, para a etapa de construção e ajuste. Logo, os modelos tradicionais, com apenas coeficientes fixos, não levam em conta a possível variação dos parâmetros, entre os diferentes grupos. Assim, os modelos mistos podem lidar com essa variação, considerando alguns parâmetros dos modelos como sendo aleatórios (PINHEIRO e BATES, 2000). Nesse

contexto, a Ciência Florestal já possui grandes contribuições nesse tema, tais como: Calegario (2002) e Calegario et al. (2005) na modelagem do crescimento e produção florestal em *Eucalyptus* sp.; Trincado et al. (2007), Meng et al. (2008) e Mendonça et al. (2015) na descrição da relação hipsométrica; Vismara et al. (2016), na predição do volume; Garber e Maguire (2003), Trincado e Burkhart (2006), Yang et al. (2009), Cao e Wang (2011), Carvalho et al. (2014), Rodil et al. (2015), Môra (2015) e Rodil et al. (2016), na modelagem do afilamento.

Portanto, com os avanços da informática e das técnicas biométricas, estimativas podem ser obtidas com maior precisão e com maior rapidez na geração dos parâmetros dos modelos. Diante disso, objetivou-se, nesse trabalho testar se a modelagem mista não linear pode proporcionar melhores estimativas para estudos de afilamento do fuste de *Pinus taeda*.

4.1.1 Objetivo geral

Testar o desempenho dos modelos não lineares mistos para predição das variáveis: diâmetros, alturas ao longo do fuste e do volume para *Pinus taeda*.

4.1.2 Objetivos específicos

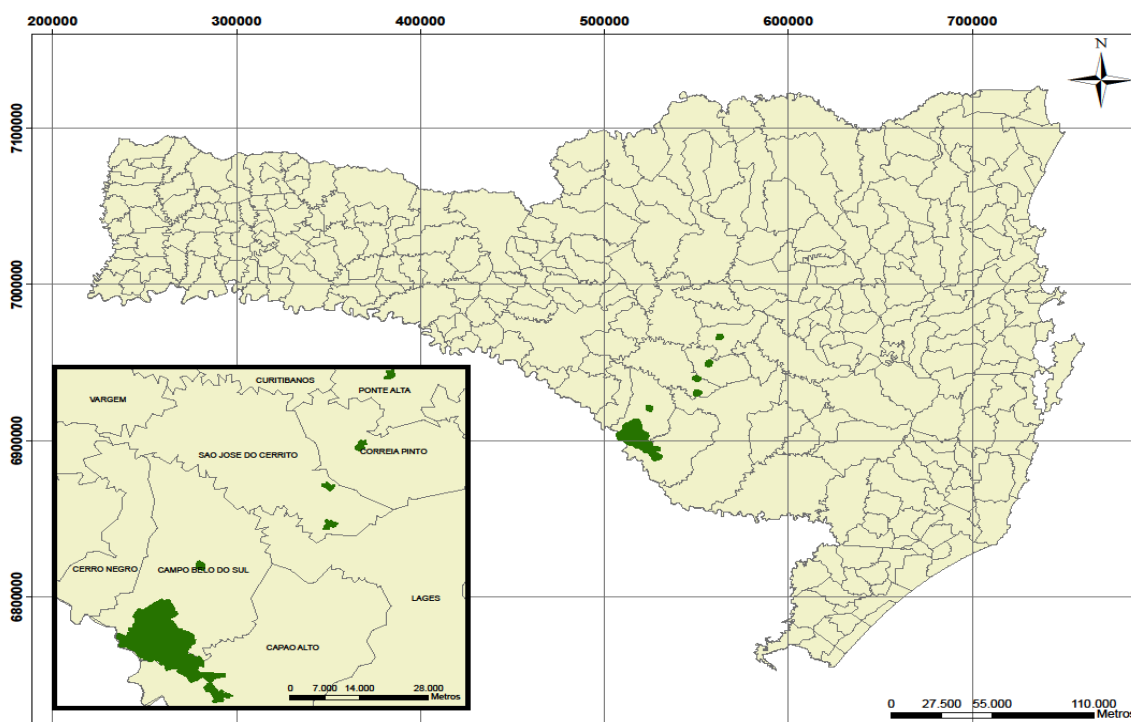
- a) Testar o desempenho do modelo não linear logístico de quatro parâmetros na sua forma original e do modificado, para representar o afilamento do tronco das árvores;
- b) Avaliar a qualidade preditiva do modelo logístico não linear para altura ao longo do fuste e seu volume total;
- c) Testar o comportamento do modelo logístico misto com a decomposição dos parâmetros inserindo efeitos aleatórios intrínsecos aos povoamentos florestais e verificar a precisão nas estimativas da altura ao longo do tronco;
- d) Comparar a acurácia das estimativas do modelo logístico misto em relação a um modelo tradicional, por meio da predição dos diâmetros ao longo do tronco, do volume da 1ª tora e volumes parciais.

4.2 MATERIAL E MÉTODOS

4.2.1 Área de estudo

O trabalho foi realizado no município de Campo Belo do Sul-SC, nas áreas da empresa Florestal Gateados Ltda (FIGURA 1). De acordo com a classificação de Koppen, o clima da área de estudo é predominantemente do tipo Cfb, mesotérmico, subtropical úmido, com verões frescos, sem estações secas definidas, com a ocorrência de geadas severas e temperatura média anual de 16 °C. A precipitação anual varia de 1.300 a 2.400 mm e a altitude média é de 950 m. O solo de maior representatividade do local é o Nitossolo Háplico, com associações de Cambissolo e Neossolo Litólico nas áreas mais declivosas (EMBRAPA, 1988).

FIGURA 1 – LOCALIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO EM SANTA CATARINA.



4.2.2 Coleta de dados

As variáveis dendrométricas para análise do comportamento do perfil do tronco estão distribuídas em um conjunto de dados de 558 árvores de *Pinus taeda* em quatro sítios florestais, fornecidos pela empresa, que variam de 11 a 31 anos de idade (TABELA 1).

TABELA 1 – DISTRIBUIÇÃO DAS ÁRVORES CUBADAS DE *Pinus taeda* NOS QUATRO SÍTIOS FLORESTAIS E NAS RESPECTIVAS CLASSES DE IDADE.

Classe de Sítio	Índice de Sítio (IS)	Idade (anos)											Nº Árvores		
		11	12	13	19	21	23	24	25	26	27	28		30	31
I	28	35		16	15		76		28		74				244
II	26		25			40		40	40	40			66	42	293
III	24												15	4	19
IV	21													2	2
Total Geral		35	25	16	15	40	76	40	68	40	74	15	72	42	558

As árvores cubadas foram selecionadas com base na distribuição diamétrica dos povoamentos provenientes dos dados do inventário florestal. Estes indivíduos selecionados foram derrubados, seccionados e medidos os diâmetros em diferentes alturas ao longo do tronco a 0,1 m; 0,3 m; 0,5 m; 0,9 m; 1,3 m; 2 m e a partir de 2 m foi de metro em metro. Os diâmetros das toras com casca foram medidos com a Suta e os comprimentos com a trena. O volume individual das árvores foi determinado pela fórmula de Smalian conforme Machado e Figueiredo Filho (2006). Utilizou-se a cubagem rigorosa para a obtenção do volume individual para posterior comparação com o volume predito pelas equações. Um resumo estatístico das principais variáveis dendrométricas das 558 árvores amostradas está descrito na TABELA 2.

TABELA 2 - INFORMAÇÕES ESTATÍSTICAS DOS DADOS DE DIÂMETRO (dap), ALTURA TOTAL (h_t) E VOLUME (v) DAS ÁRVORES DE *Pinus taeda*.

Estatísticas	dap (cm)	h_t (m)	v (m ³)
mínimo	14,9	14,1	0,1374
média	37,7	29,2	1,7473
máximo	65,0	41,5	5,4871
Desvio Padrão	9,1	5,0	0,9554
Coefficiente de Variação (%)	24,2	17,0	54,7

Posteriormente foram estabelecidas cinco classes diamétricas por meio de análise prévia pelo critério empírico para representação das árvores. Os limites

inferiores e superiores do dap considerados para ingresso nas classes, e os respectivos centros de classe (cc), para representação das mesmas, foram de: 15 à 24,9 cm, na 1ª classe (cc = 20 cm); 25 à 34,9 cm, na 2ª classe (cc = 30 cm); 35 à 44,9 cm, na 3ª classe (cc = 40 cm); 45 à 54,9 cm, na 4ª classe (cc = 50 cm) e 55 à 65 cm, na 5ª classe (cc = 60 cm).

4.2.3 Modelo logístico

O uso da função logística para descrever o afilamento de árvores foi abordado por Calegario (2002) e visa descrever as variações da altura quando o diâmetro também varia (Equação 1 e 2). Essa abordagem se difere das demais tradicionalmente utilizadas na Ciência Florestal, pois, neste caso, a variação do diâmetro é a variável independente do modelo, sendo representado no mesmo pelo seu raio.

a) Modelo Logístico Original (CALEGARIO, 2002):

$$h_{ij} = \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - r_{ij})/\varphi_4]} + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

Onde: h_{ij} = altura da i -ésima árvore na j -ésima posição do fuste (m); r_{ij} = raio da i -ésima árvore na j -ésima posição do tronco (cm); φ_i = coeficientes da regressão de efeitos fixos e aleatórios, representados pela matriz a seguir; ε_{ij} = erro aleatório.

b) Modelo Logístico Modificado (CARVALHO et al., 2014):

$$\frac{h_{ij}}{ht_i} = \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - \frac{r_{ij}}{rap_i})/\varphi_4]} + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

Onde: h_{ij} = altura da i -ésima árvore na j -ésima posição do fuste (m); ht_i = altura total da i -ésima árvore (m); r_{ij} = raio da i -ésima árvore na j -ésima posição do tronco (cm); rap_i = raio da i -ésima árvore medido à altura do peito (cm); φ_i = coeficientes da regressão de efeitos fixos e aleatório; ε_{ij} = erro aleatório.

$$\varphi_i = \begin{bmatrix} \varphi_{1i} \\ \varphi_{2i} \\ \varphi_{3i} \\ \varphi_{4i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{1i} \\ b_{2i} \\ b_{3i} \\ b_{4i} \end{bmatrix} = \beta + b_i$$

$$b_i \sim N(0, \sigma^2); \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

A representação do modelo logístico é que β são os efeitos fixos, b_i os efeitos aleatórios e ε_{ij} são os desvios obtidos com a predição do modelo em relação às variáveis observadas. Os efeitos aleatórios são assumidos como sendo independentes para diferentes situações na modelagem e os erros dentro dos grupos são assumidos para serem independentes para os diferentes cenários (ε_{ij}). Para o

melhor modelo foi realizada a decomposição dos parâmetros para inserir o efeito aleatório da classe de diâmetro, idade e sítio. A finalidade é a obtenção de modelos parcimoniosos, de simples interpretação e que aumentem a precisão das predições.

O modelo Logístico de quatro parâmetros possui comportamento sigmoidal, duplamente assintótico, onde os pontos de assíntota são expressos pelos parâmetros φ_1 e φ_2 (PINHEIRO e BATES, 2000). Logo, Calegario (2002) adaptou o mesmo para aplicações em funções de afilamento e descreveu como seus parâmetros podem ser interpretados biologicamente, tais como:

- ✓ φ_1 é a assíntota horizontal superior quando o raio da árvore tende a um valor negativo infinito. No contexto dos modelos de afilamento este parâmetro pode ser interpretado como assíntota superior quando o raio tende a zero uma vez que não poderá assumir valores negativos;
- ✓ φ_2 é a assíntota horizontal inferior quando o raio da árvore tende a um valor positivo infinito;
- ✓ φ_3 é o parâmetro de “meia vida” que representa o ponto de inflexão da curva quando a variável resposta é $(\varphi_1 - \varphi_2)/2$. É obrigatoriamente encontrado em um ponto entre a assíntota inferior e superior;
- ✓ φ_4 é o parâmetro que expressa a escala. Seu valor aproximado é obtido em um ponto que ocorre, aproximadamente, a 75% da diferença dos valores das assíntotas $0,75(\varphi_1 - \varphi_2)$.

A aplicação das técnicas de ajustes de modelos não lineares exige valores iniciais dos parâmetros para que os mesmos possam minimizar as respectivas estimativas. Esse processo pode ser realizado manualmente, por meio dos valores iniciais oriundos da interpretação da curva gerada pelo modelo. Uma abordagem mais sensata é obter as estimativas iniciais por meio de uma função que gera as mesmas. Logo, Pinheiro e Bates (2000) descrevem as funções *SelfStart* que podem calcular as estimativas iniciais dos parâmetros, implementadas pelo pacote *nlme* do *Software R*.

4.2.4 Polinômio de 5º grau (SCHÖEPFER, 1966)

Para comparação das estimativas obtidas com o melhor modelo logístico misto utilizou-se um modelo tradicionalmente abordado para funções de afilamento do fuste das árvores, o Polinômio de 5º Grau, apresentado na equação 3. Os diâmetros ao longo do fuste e os volumes parciais para a 1ª tora, com comprimento de 3 metros,

foram utilizados na análise da precisão das equações. O comprimento da tora de 3 m foi estabelecido devido ser a principal classe de sortimento estabelecida na empresa para comercialização de toras.

$$\frac{di}{dap} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{hi}{ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{hi}{ht}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{hi}{ht}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{hi}{ht}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{hi}{ht}\right)^5 + \varepsilon_i \quad (3)$$

Onde: di é o diâmetro estimado (cm); hi é a altura ao longo do tronco (m); dap é o diâmetro à altura do peito (cm); ht é a altura total (m); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ e β_5 são os parâmetros da equação a serem estimados e ε_i é o erro da estimativa.

4.2.5 Volumes parciais e totais

Para obtenção do volume das árvores, foram utilizadas as técnicas de integração da área da base sobre o comprimento do fuste dos sólidos de revolução, descrita por Leithold (1994). Essas técnicas são determinadas por meio de cálculo numérico e geram o volume de sólidos invólucros cilíndricos. Esse método para obter o volume dos sólidos invólucros envolve rotacionar elementos de área retangular paralelos ao eixo de revolução (eixo y), o que faz com que seja gerado um sólido contido entre dois cilindros com o mesmo centro e eixo. Logo, o volume deste sólido é obtido pela soma de n elementos retangulares. Conforme descrito por Carvalho (2013), o volume por integração para diferentes raios é obtido com a equação 4 para o modelo logístico original e na equação 5 para o modelo logístico modificado.

$$v = \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} 2\pi R_i \left\{ \varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - r_{ij})/\varphi_4]} \right\} dR \quad (4)$$

$$v = \int_{R_{\min}}^{R_{\max}} 2\pi R_i \left\{ \left[\varphi_1 + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{1 + \exp[(\varphi_3 - \frac{r_{ij}}{rap_i})/\varphi_4]} \right] * h_t \right\} dR \quad (5)$$

Onde: R_{\min} é o raio na posição de estimativa de raio mínimo (cm); R_{\max} é o raio de estimativa do raio máximo (cm); R_i é o raio médio do i -ésimo cilindro gerado (m); h_t é a altura total da i -ésima árvore (m); r_{ij} é o raio da i -ésima árvore na j -ésima posição do tronco (cm); rap_i é o raio da i -ésima árvore medido à altura do peito (cm); φ_i são os coeficientes da regressão e v é o volume da seção entre o raio mínimo e máximo, por consequência volume individual da árvore.

Para obtenção do volume por meio do Polinômio de 5º Grau, fez-se a integração da área seccional da base da árvore entre o limite inferior (h_1) e o limite superior (h_2) que se deseja estabelecer conforme Scolforo (2005) descreve na equação 6.

$$v = \int_{h_1}^{h_2} \frac{\pi}{40000} w^2 dw \quad (6)$$

Em que: v é o volume total ou parcial estimado (m^3); h_1 é o limite inferior utilizado no processo de integração (m); h_2 é o limite superior usado no processo de integração (m); w é o modelo de afilamento em função da variável dependente di (cm).

Para avaliar a acurácia das estimativas obtidas com as funções de afilamento para os volumes parciais dividiu-se o tronco das árvores em três partes (base, meio e ápice). A estratificação do fuste foi considerada na base de 0,1 m a 25% da altura total, na porção intermediária de 25% a 75% da altura total e no ápice de 75% a 95% da altura total.

A integração foi realizada usando a função *integrate* associada à função *mapply*, ambas implementadas no *Software R*.

4.2.6 Análise estatística e precisão do modelo

Para avaliar os ajustes dos modelos propostos para o afilamento das árvores utilizaram-se os seguintes critérios:

a) Critério de Informação Akaike (AIC)

O AIC é uma metodologia simples e efetiva para seleção de modelos para análise de dados empíricos que analisa por meio da relação da distância entre os dois modelos, chamada de Kulbach-Leibler, e a função de máxima log-verossimilhança de Fisher (AKAIKE, 1973 *apud* BURNHAM e ANDERSON, 2002). O AIC estima a discrepância geral relativa entre um modelo de aproximação e o modelo real (hipotético) que gerou os dados. Desta forma, quanto menor o valor do AIC de um modelo, menor sua discrepância geral estimada e, por consequência, menor sua distância relativa para o modelo real (hipotético). Vismara (2009) comentou ainda sobre a vantagem desta estatística para comparar modelos não hierarquizados considerando-os apenas como concorrentes. Batista (2009) indicou que o valor da Máxima Verossimilhança utilizado nesse indicador é obtido por meio dos parâmetros de um modelo utilizando as estimativas que tornam máximo o valor da função de verossimilhança. Isso é equivalente a encontrar o valor para o parâmetro que torna mínima a função de log-verossimilhança negativa. A fórmula para o cálculo do AIC é obtida pela equação 7:

$$AIC = -2 \ln (mv) + 2 p \quad (7)$$

Em que: \ln é o logaritmo na base neperiana; mv é o valor de máxima verossimilhança apresentado pelo modelo; p é o número de parâmetros.

b) Critério de informação Bayesiano (BIC), na equação 8:

$$BIC = -2 \ln(mv) + p \ln(n) \quad (8)$$

Em que: \ln é logaritmo na base neperiana; mv é o valor de máxima verossimilhança apresentado pelo modelo; p é o número de parâmetros; n é o número de observações na amostra.

Quanto menores os valores de AIC e BIC, melhor é o modelo e mais aderente à distribuição amostral dos dados. Os critérios de seleção AIC e BIC são relevantes quando feita análise de regressão e o objetivo foi comparar modelos advindos de uma mesma amostra, pois estes são criteriosos para penalizar modelos com número excessivo de parâmetros, selecionando, portanto, modelos mais parcimoniosos. O AIC dá um peso maior no número de parâmetros do modelo e o BIC na amostra utilizada na construção das equações (CARVALHO, 2013).

c) Erro Padrão da Estimativa (S_{yx})

Trata-se da estimativa do desvio padrão amostral e fornece uma ideia absoluta e relativa do desvio de estimativa do modelo em relação à média (Equação 9).

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{n-p}} \quad S_{yx\%} = \left(\frac{S_{yx}}{\bar{Y}}\right) * 100 \quad (9)$$

Onde: S_{yx} é o erro padrão da estimativa na unidade da variável resposta (diâmetro, altura e volumes parciais); $S_{yx\%}$ é o erro padrão da estimativa relativo; \hat{Y} é a variável regressora estimada pelo modelo; Y é a variável observada; \bar{Y} é a média da variável resposta; n = número de observações; p = número de parâmetros.

Assim, quanto menor for o erro padrão da estimativa melhores serão as estimativas obtidas na equação, portanto deveria ser selecionada.

d) Análise Gráfica do Erro de Predição Relativo

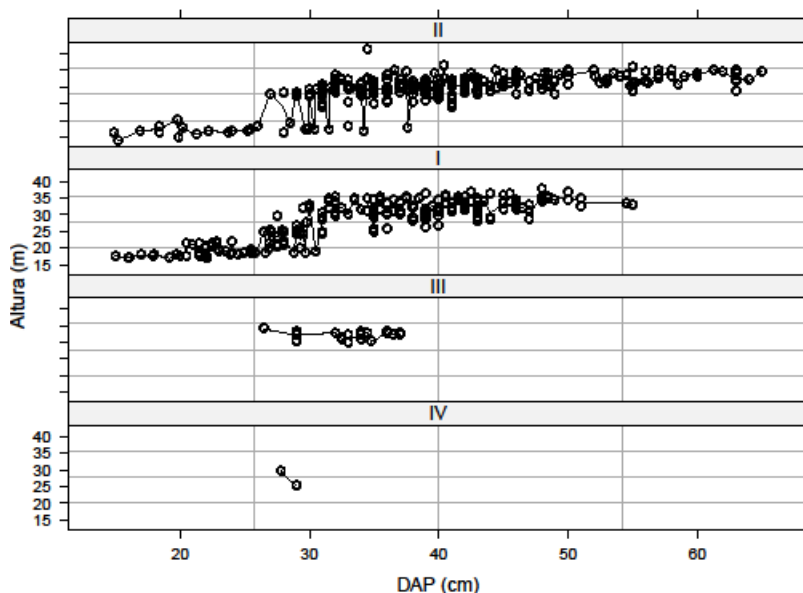
Analisaram-se os gráficos dos resíduos existentes na predição dos modelos, pela diferença entre valores observados e estimados, avaliando a magnitude do erro das estimativas. Verificaram-se os gráficos dos valores ajustados versus os valores observados. A qualidade do ajuste das equações foi avaliada também por meio da dispersão dos resíduos padronizados (SOUZA, 1998).

As análises foram realizadas por meio do *Software R*, versão 3.1, utilizando o pacote *nlme* desenvolvido por José C. Pinheiro e Douglas Bates (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2015).

4.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

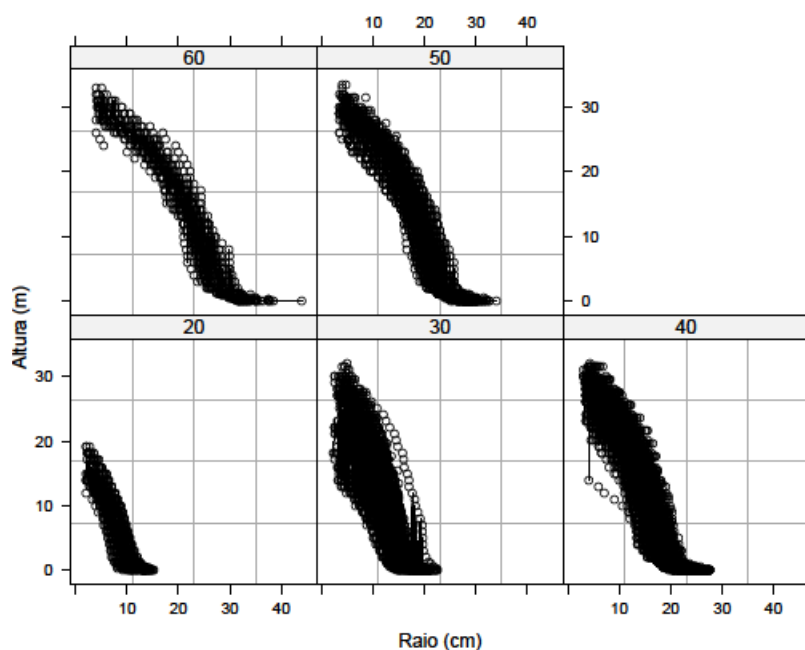
Para caracterização das árvores amostradas neste estudo, foram distribuídos em quatro sítios florestais pela empresa, sendo a maior concentração de indivíduos nos sítios I e II (FIGURA 2). O sítio II possui maior amplitude diamétrica, variando de 15 a 60 cm de DAP. O grande número de árvores nesse sítio se justifica devido à empresa possuir a maior parte dos talhões pertencentes às classes I e II.

FIGURA 2 – RELAÇÃO DIÂMETRO-ALTURA PARA AS ÁRVORES CUBADAS NAS DIFERENTES CLASSES DE SÍTIO.



A variação da forma do tronco representada pelo raio e a altura das árvores por meio das diferentes classes diamétricas encontra-se na FIGURA 3.

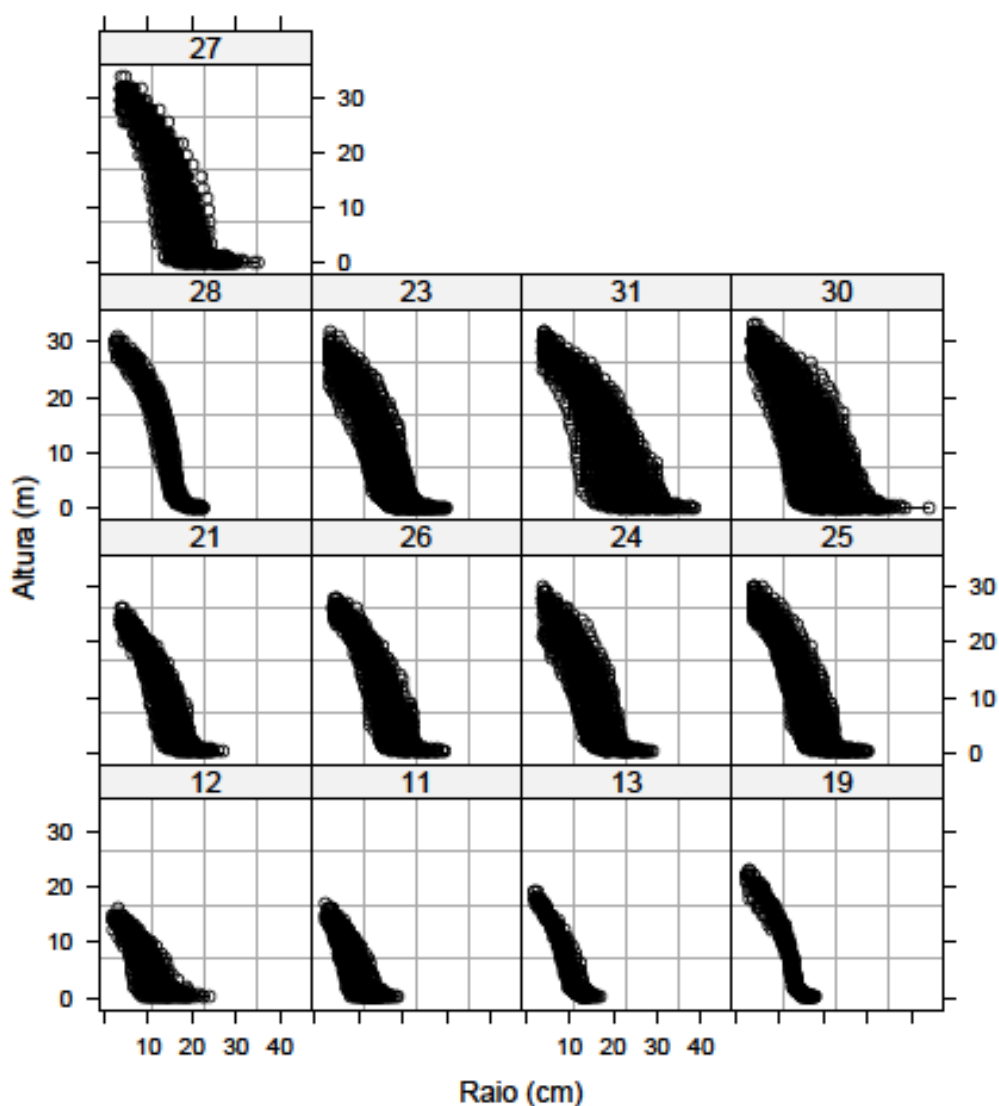
FIGURA 3 - VARIAÇÃO DO PERFIL DO FUSTE MOSTRANDO O RAIÃO EM FUNÇÃO DA ALTURA DAS ÁRVORES POR CENTRO DE CLASSE DIAMÉTRICA.



Observa-se uma frequência menor na classe de 20 cm em relação às demais. A forma do tronco das árvores apresenta um formato sigmoidal e não linear que varia conforme a classe representada. O efeito das classes diamétricas pode ser avaliado como efeito aleatório na modelagem, visando melhor precisão nas estimativas.

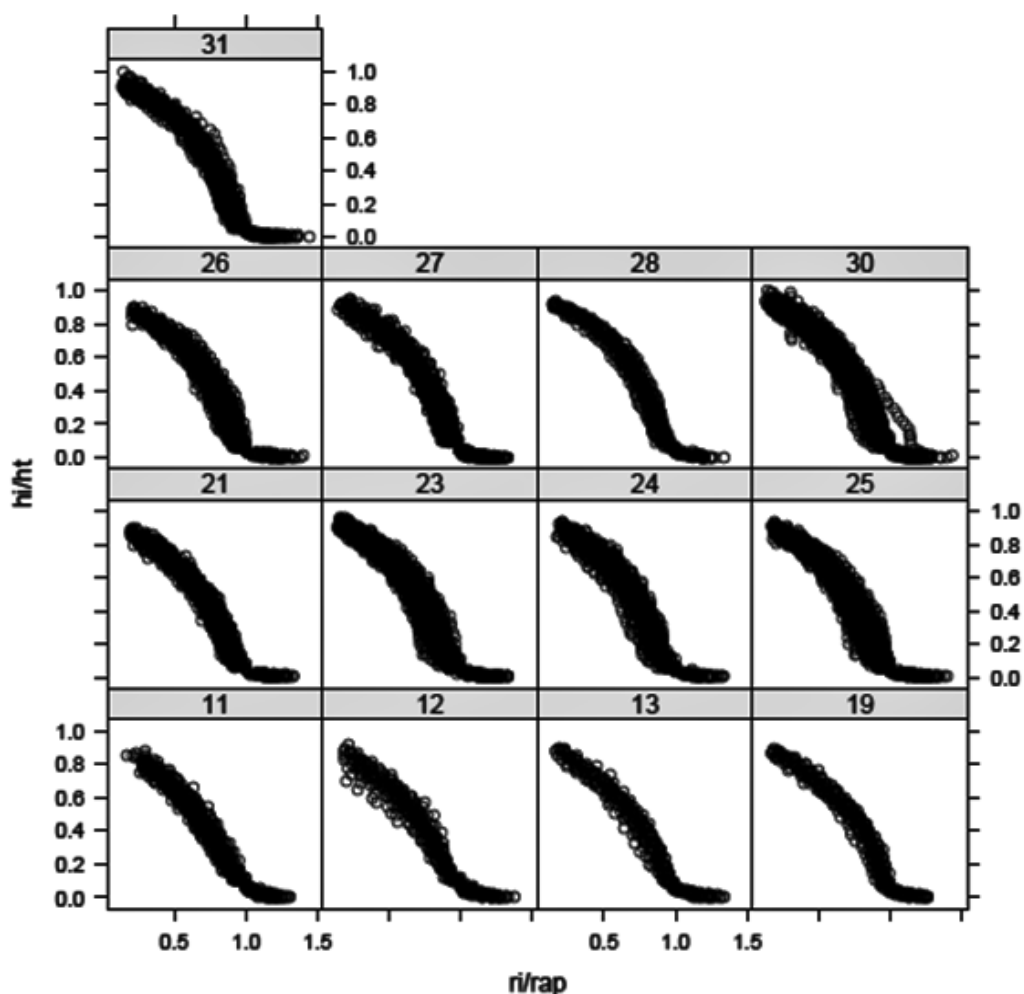
O afinamento do tronco das árvores foi também representado em relação às diferentes idades (FIGURA 4). Percebem-se as diferenças e a evolução do crescimento do fuste com o passar do tempo, contribuindo na variação da conicidade do tronco. Essas são basicamente devido à forma sigmoide do tronco e também pelo ponto máximo ou assintótico que cada curva apresenta.

FIGURA 4 - VARIAÇÃO DO PERFIL DO FUSTE MOSTRANDO O RAIÃO EM FUNÇÃO DA ALTURA DAS ÁRVORES POR IDADE (ANOS).



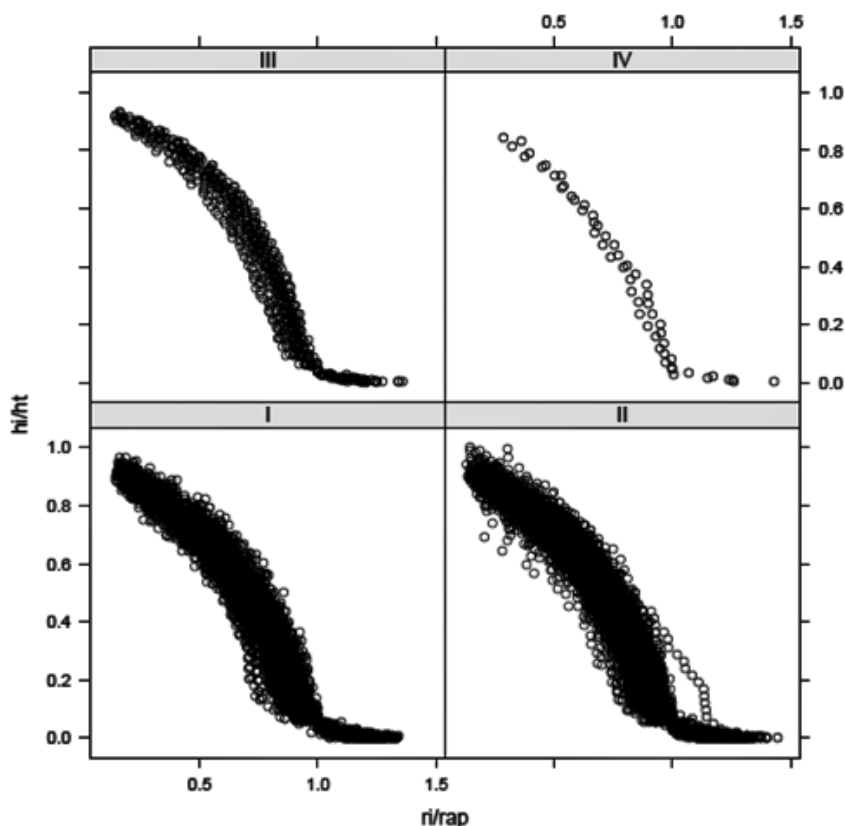
Vários processos matemáticos existem para transformar os dados com o objetivo de adequar os mesmos a processos estatísticos que exigem a normalidade. Quando realizado, este procedimento visa proporcionar os comportamentos na variável de interesse, como por exemplo, a distribuição normal pelos testes paramétricos. Logo, a relativização dos dados foi realizada nas FIGURAS 5 e 6 nas quais se tem o comportamento do afilamento do fuste por idade e sítio.

FIGURA 5 – AFILAMENTO DA RELAÇÃO HI/HT EM FUNÇÃO DO RI/RAP POR IDADE (ANOS).



A relativização, de modo geral, tende a minimizar a aleatorização dos dados. Assim, possíveis valores discrepantes na amostra são eliminados e, geralmente, consegue-se melhor precisão nas estimativas provenientes das equações. Esta tendência foi demonstrada com o perfil do tronco das árvores nas diferentes classes de idade e de sítio.

FIGURA 6 – REPRESENTAÇÃO DO PERFIL DO FUSTE DAS ÁRVORES CUBADAS EM FUNÇÃO DAS QUATRO CLASSES DE SÍTIO.



4.3.1 Avaliação dos modelos logísticos fixos

As estimativas dos parâmetros do modelo logístico no seu formato original e modificado, bem como as estatísticas de ajuste são apresentadas na TABELA 3 e 4.

TABELA 3 – ESTIMATIVAS DOS PARÂMETROS REFERENTES AO MODELO LOGÍSTICO ORIGINAL PARA ESTIMAR A ALTURA (M) AO LONGO DO FUSTE.

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr (> t)
β_1	28,0998	0,7490	37,52	< 0,0001
β_2	1,0758	0,3372	3,190	0,00143
β_3	11,9158	0,2536	46,99	< 0,0001
β_4	4,9509	0,2407	20,57	< 0,0001

TABELA 4 – ESTIMATIVAS DOS PARÂMETROS REFERENTES AO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO E FIXO PARA ESTIMAR A ALTURA (M) AO LONGO DO FUSTE.

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr (> t)
β_1	0,8676	0,00214	405,5	< 0,0001
β_2	-0,0685	0,00281	-24,4	< 0,0001
β_3	0,7600	0,00109	692,7	< 0,0001
β_4	0,1465	0,00117	124,4	< 0,0001

Analisando os resultados das Tabelas 3 e 4, percebe-se que tanto o modelo original quanto o modificado proporcionaram parâmetros significativos ao nível de 5%. Isso representa que ambos modelos podem ser utilizados dessa forma para a predição das alturas ao longo do fuste das árvores. Horle et al. (2010), avaliando o modelo logístico obtiveram boa representação e significância em todos parâmetros estudados para o afilamento de *Pinus oocarpa* em Minas Gerais.

Nota-se a redução do valor das estimativas dos parâmetros para o modelo modificado. Esse fato corrobora com a interpretação das estimativas pelo seu significado biológico. A transformação das variáveis reduziu consideravelmente o erro padrão do modelo modificado. Resultados similares também foram observados por Carvalho et al. (2014) que obtiveram redução nas variações da dispersão dos dados e consequente aumento da precisão do modelo logístico de afilamento para *Eucalyptus*.

Nas FIGURAS 7 e 8 tem-se o comportamento da curva média do ajuste apresentada pelo modelo logístico original e modificado. Nota-se que na FIGURA 7 o modelo original é apenas a representação da curva média do ajuste da altura em função do raio das árvores. Posteriormente, na FIGURA 8 no modelo logístico modificado foram inseridas outras variáveis dendrométricas para melhorar a qualidade preditiva do modelo por meio da curva média do ajuste.

FIGURA 7 – REPRESENTAÇÃO DA CURVA MÉDIA DO AJUSTE DO MODELO LOGÍSTICO COM QUATRO PARÂMETROS NA SUA FORMA ORIGINAL.

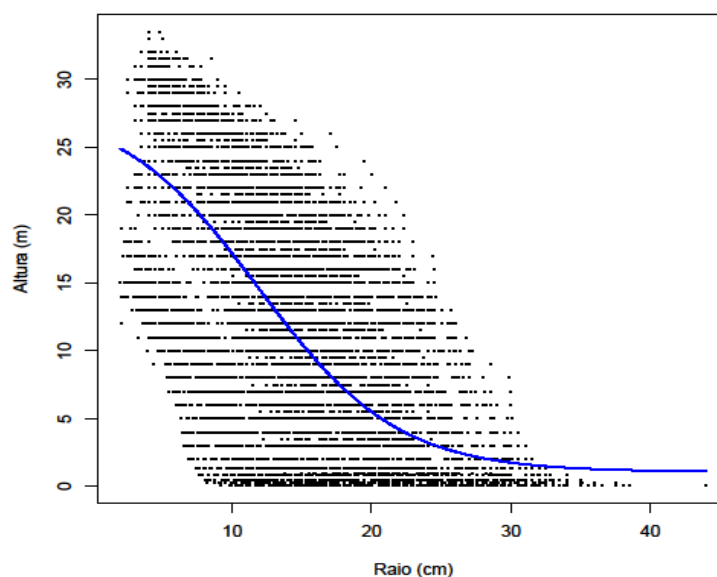
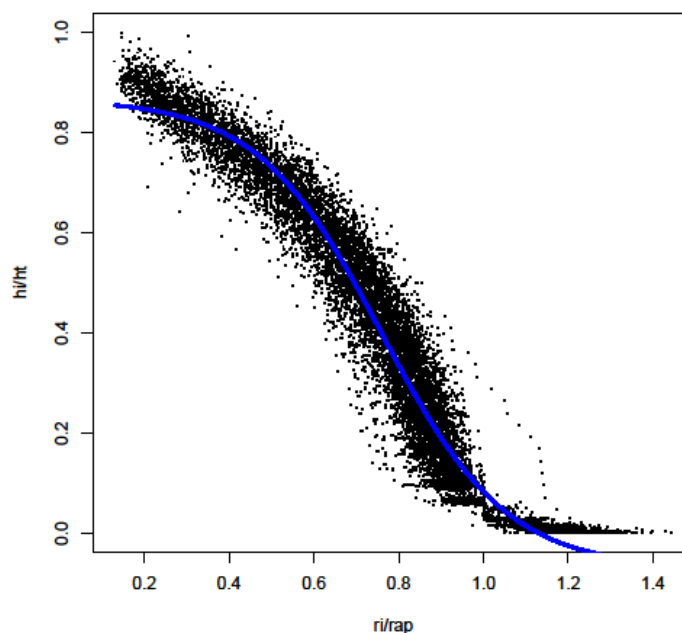


FIGURA 8 – REPRESENTAÇÃO DA CURVA MÉDIA DO AJUSTE DO MODELO LOGÍSTICO COM QUATRO PARÂMETROS COM SEU FORMATO MODIFICADO.



Por meio das FIGURAS 7 e 8 comprovou-se novamente a minimização das variações resultantes da transformação das variáveis do modelo modificado. Verificou-se que o modelo modificado foi superior por meio do ajuste da curva média à nuvem de pontos em relação ao modelo logístico original e que mesmo assim, possui pontos que não foram bem representados.

As estatísticas utilizadas na avaliação dos modelos encontram-se na TABELA 5.

TABELA 5 – AVALIAÇÃO DOS MODELOS POR MEIO DAS ESTATÍSTICAS DO AJUSTE DO PERFIL DO TRONCO DE *Pinus taeda* PARA ESTIMAR A ALTURA AO LONGO DO TRONCO.

Modelo	AIC	BIC	Syx (m)	Syx (%)
Logístico Original	96.450,76	96.488,81	6,15	50,1
Logístico Modificado	-40.938,74	-40.900,69	4,74	38,6

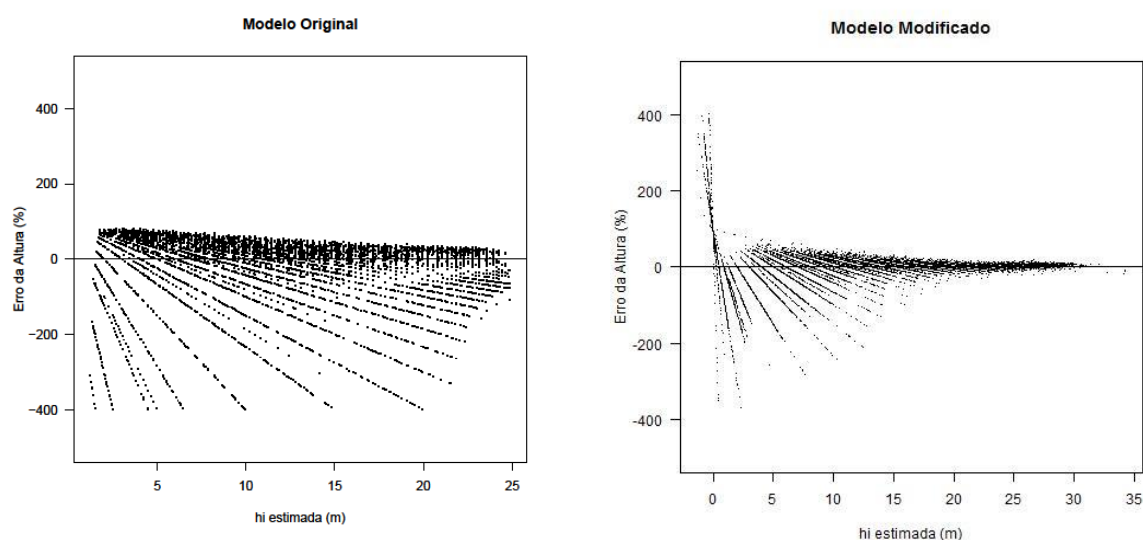
Onde: AIC é o Critério de Informação de Akaike, BIC é o Critério de Informação Bayesiano e Syx é o erro padrão residual absoluto (m) e relativo (%).

Por meio desses índices certifica-se que o modelo logístico modificado propiciou resultados superiores no ajuste, pois tanto o AIC quanto o BIC foram melhores que no modelo original. Horle et al. (2010) testaram o modelo logístico modificado com o Polinômio de 5^o Grau modificado para avaliar o perfil longitudinal do fuste de *Pinus oocarpa* e encontraram que o modelo logístico não linear foi superior

para representar a predição da altura ao longo do tronco por meio do AIC e do BIC. Por meio do erro padrão, verifica-se novamente a melhoria no ajuste com o modelo modificado, pois o erro reduziu as estimativas em 12%. Porém, o erro padrão pode, ainda, ser considerado alto para a predição da altura em diferentes diâmetros quando confrontados com as estimativas observadas por esses autores de 1,46 m para o Polinômio de 5º Grau e de 0,90 m para o Logístico Modificado.

Na FIGURA 9 é apresentada a distribuição residual do modelo logístico original e modificado avaliados para a altura estimada.

FIGURA 9 – DISTRIBUIÇÃO DO ERRO RELATIVO PARA O MODELO LOGÍSTICO ORIGINAL E MODIFICADO EM FUNÇÃO DA ALTURA ESTIMADA AO LONGO DO FUSTE.

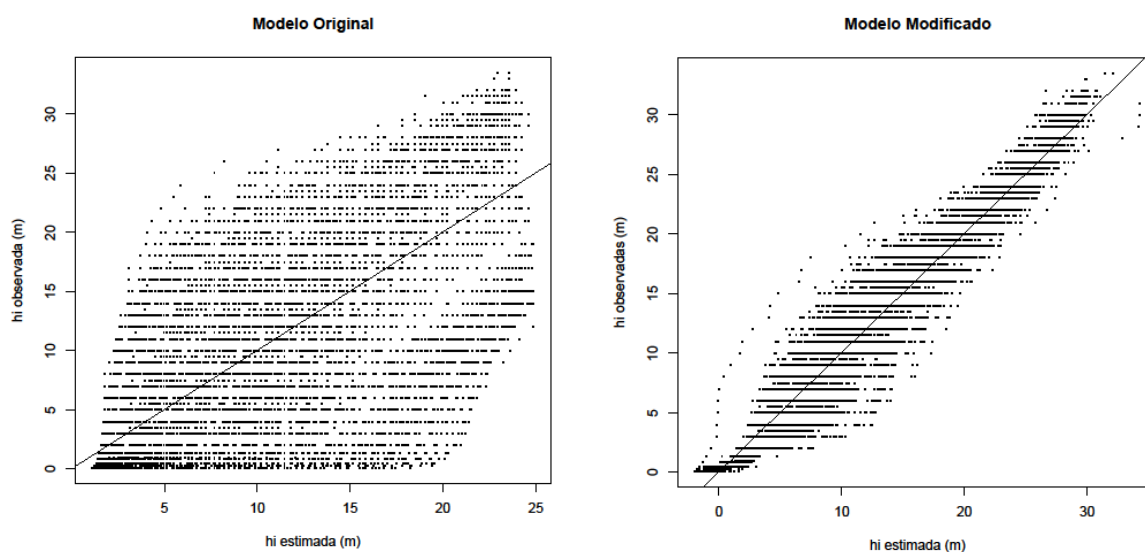


Ao comparar os gráficos dos resíduos dos dois modelos (FIGURA 9), percebe-se que o modelo logístico modificado apresentou melhor desempenho ao ajuste. Os dois modelos tiveram uma tendência a superestimar suas predições de forma geral. A média observada do erro relativo nas estimativas da altura ao longo do tronco foi de -24,0% para o modelo logístico original e -8,1% para o modelo logístico modificado. Na análise residual da predição do modelo original pode-se dizer que essa equação não propiciou bom desempenho nas estimativas ao longo de todo o fuste, superestimando a altura da base até o ápice da árvore. No entanto, o ajuste do modelo modificado teve na base a maior distribuição residual, com estimativas sub e superestimadas; todavia, a partir da porção intermediária de 15 metros do tronco das árvores as estimativas foram mais próximas de zero. O modelo logístico modificado avaliado por Horle et al. (2010), apresentou comportamento semelhante ao encontrado nesse trabalho para as estimativas da base das árvores. Por meio da

análise gráfica do resíduo padronizado, estes autores notaram que o modelo subestimou as alturas até 2 metros, indicando baixa precisão em valores próximos à base da árvore.

A precisão das estimativas que o modelo logístico original e modificado pode ser visualizada pelo gráfico da altura observada em função da altura estimada (FIGURA 10).

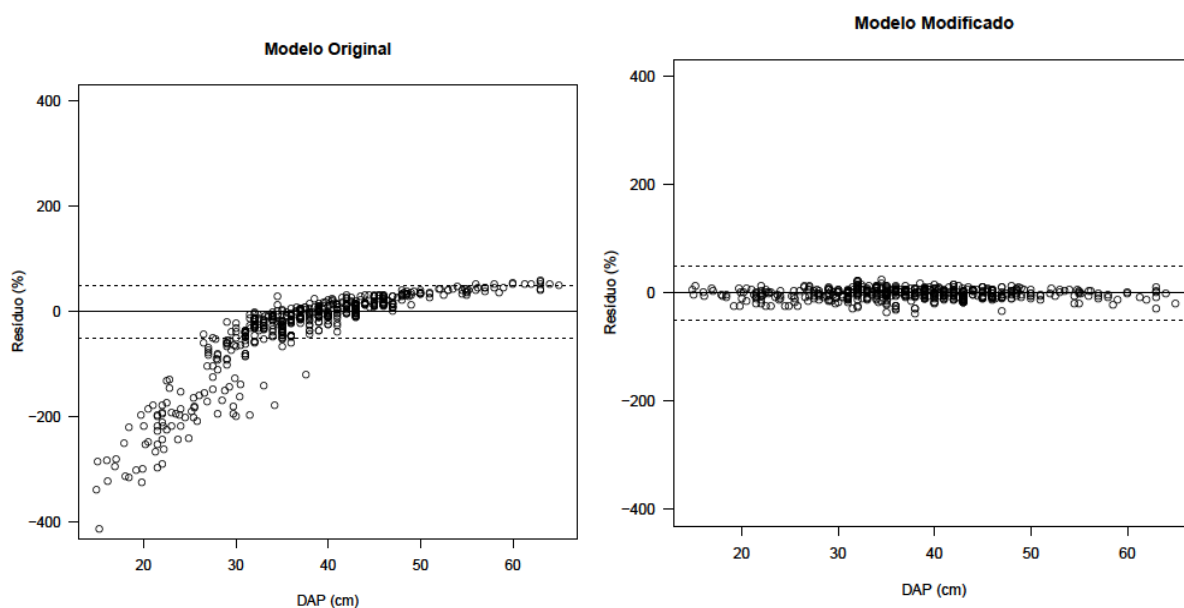
FIGURA 10 – ALTURA OBSERVADA EM FUNÇÃO DA ALTURA ESTIMADA PARA O MODELO LOGÍSTICO ORIGINAL E MODIFICADO.



Observa-se que na FIGURA 10 o modelo logístico modificado propiciou melhor precisão, corroborando com os resultados da FIGURA 9 e TABELA 5. O modelo modificado demonstra a nuvem de pontos mais centrada à reta, fato importante para obter estimativas precisas. Entretanto, uma desvantagem encontrada no modelo modificado foi que para os valores preditos na base das árvores foram observadas algumas estimativas negativas.

Na FIGURA 11, apresenta-se a distribuição dos resíduos do volume individual total obtido pela predição dos modelos logístico original e modificado.

FIGURA 11 – DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS DO VOLUME INDIVIDUAL TOTAL DAS ÁRVORES DO MODELO LOGÍSTICO ORIGINAL E DO MODIFICADO EM RELAÇÃO AO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP).

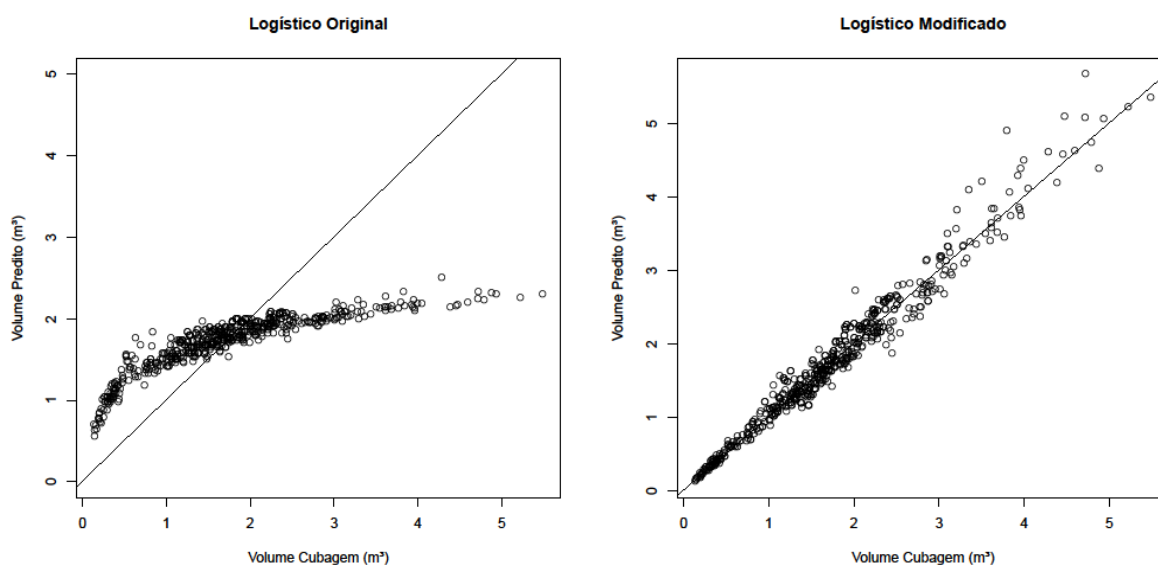


A linha pontilhada indica os limites de $\pm 50\%$ do erro.

Na FIGURA 11, verifica-se que a tendência geral dos resíduos no modelo logístico modificado propiciou um ajuste superior ao modelo original, o qual demonstra variação expressiva quando comparado ao modelo modificado. Assim, para as menores árvores, com DAP menor que 35 cm, as estimativas tiveram erros muito altos e superestimados. Logo, a partir de 40 cm de DAP os resíduos foram subestimados em até, 50%, aproximadamente. Para o modelo logístico modificado a distribuição de resíduos foi homogênea e permaneceu em torno de $\pm 50\%$ independente dos diâmetros das árvores. Essas afirmações podem ser confirmadas, também, por meio da média encontrada da diferença dos valores observados em relação aos estimados que para o modelo original foi de -33,02% e para o modelo modificado de -2,06%.

A acurácia das estimativas também pode ser visualizada na FIGURA 12, onde foi plotado o volume total observado, obtido pela cubagem rigorosa em função do volume total predito pela integração dos modelos.

FIGURA 12 – VOLUME TOTAL PREDITO POR MEIO DO MODELO LOGÍSTICO ORIGINAL E DO MODIFICADO EM RELAÇÃO AO VOLUME TOTAL OBTIDO NA CUBAGEM RIGOROSA.

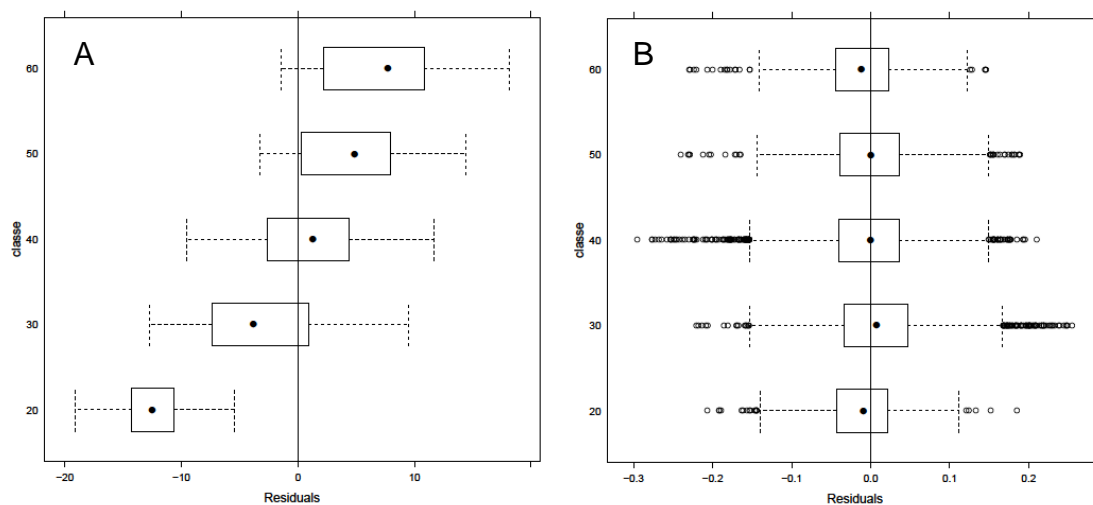


Observa-se na FIGURA 12 que o modelo logístico modificado possui um ajuste superior ao original. Isso se deve ao fato dos pontos estarem mais concentrados ao longo da linha, que representa a maior proximidade dos valores reais com os preditos. Por meio do erro padrão das estimativas desses modelos também notou-se essa superioridade expressiva do modelo logístico modificado que melhorou em cerca de 70% os ajustes. O modelo original apresentou erro padrão de 39,59% e o modificado de 10,02%. Esses resultados comprovam o que foi apresentado na FIGURA 11 e 12 em termos de precisão e acurácia do modelo logístico modificado. Carvalho et al. (2014) também verificaram que o modelo logístico modificado relativizado foi superior para predição do volume individual.

4.3.2 Decomposição dos parâmetros na modelagem

Sabe-se que alguns atributos do povoamento (classe diamétrica, idade, sítio, espaçamento) exercem influência sobre o crescimento dos povoamentos (LARSON, 1963; FINGER et al., 1995 e SCOLFARO et al., 1998). Isto se deve às características intrínsecas existentes a esses subgrupos no conjunto de dados. Assim, ao realizar o ajuste e estes forem avaliados como um efeito aleatório no modelo, espera-se obter modelos mais parcimoniosos e mais acurados. A FIGURA 13 demonstra o efeito dos resíduos que a classe diamétrica proporcionou.

FIGURA 13 - BOXPLOTS DOS RESÍDUOS POR CENTRO DE CLASSE DE DIÂMETRO PARA OS MODELOS ORIGINAL (A) E MODIFICADO (B), MOSTRANDO A DIFERENÇA DA REGRESSÃO NÃO LINEAR PARA A ALTURA ESTIMADA AO LONGO DO TRONCO.



A FIGURA 13A ilustra um problema básico gerado pelos efeitos de grupos que muitas vezes, são ignorados na modelagem. Esses sinais podem gerar uma estimativa equivocada da variável dependente do modelo. Nesse caso, indica que o efeito classe diamétrica, ao ser ignorado na modelagem, pode comprometer os resultados. Assim, ao tratá-los de forma separada por um parâmetro exclusivo cada classe provavelmente resultará em melhores ajustes. Nesse cenário, percebe-se que os resíduos foram predominantemente negativos na primeira classe diamétrica, de 20 cm, e tenderam a tornarem-se positivos à medida que a classe evoluiu, como na última classe de diâmetros, de 60 cm.

Para os resíduos da Figura 13B, os *boxplots* indicam que a média foi centrada em torno do zero e tem magnitudes menores ao ajuste anterior, fator esse devido à relativização das variáveis de interesse do modelo. Portanto, o modelo de efeitos fixos original pode não fornecer uma representação útil a todas às árvores observadas como o modelo modificado (FIGURA 13B). De forma geral, visualiza-se que há uma variabilidade individual representada pela classe diamétrica das árvores, mas que o modelo com a variável relativizada já contornou grande parte dessa diferença. Entretanto, um modelo de efeitos aleatórios certamente aumentará a precisão do ajuste e minimizará esses problemas básicos por meio do tratamento individual desses grupos.

Com a utilização da teoria de modelos mistos, foram estimados os parâmetros fixos e aleatórios por idade (TABELA 6), classe diamétrica (TABELA 7) e sítio (TABELA 8) para o modelo logístico modificado. A partir desse ponto, utilizou-se

apenas o modelo logístico modificado para decomposição dos parâmetros devido o mesmo ter sido superior ao modelo logístico original.

TABELA 6 – PARÂMETROS FIXOS E ALEATÓRIOS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO POR IDADE.

Idade	$\varphi 1$		$\varphi 2$		$\varphi 3$		$\varphi 4$	
	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório
11		0,8400		-0,0618		0,7372		0,1647
12		0,8141		-0,0504		0,7589		0,1545
13		0,8562		-0,0749		0,7617		0,165
19		0,8264		-0,1047		0,8142		0,1527
21		0,8355		-0,0696		0,762		0,1453
23		0,8955		-0,0724		0,7386		0,1509
24	0,8546	0,8582	-0,0667	-0,0644	0,7637	0,7513	0,1459	0,142
25		0,8721		-0,0633		0,7496		0,1484
26		0,8425		-0,0629		0,7775		0,1402
27		0,8606		-0,0606		0,7716		0,1313
28		0,8727		-0,0654		0,7663		0,1351
30		0,8823		-0,0731		0,7721		0,141
31		0,8634		-0,0712		0,7737		0,1366

TABELA 7 – PARÂMETROS FIXOS E ALEATÓRIOS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO POR CENTRO DE CLASSE DIAMÉTRICA.

Classe	$\varphi 1$		$\varphi 2$		$\varphi 3$		$\varphi 4$	
	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório
20		0,8454		-0,0608		0,7503		0,1615
30		0,8511		-0,0647		0,7759		0,1432
40	0,8647	0,8732	-0,0696	-0,0694	0,7578	0,7559	0,1492	0,1446
50		0,8713		-0,0758		0,7616		0,1457
60		0,8866		-0,0958		0,7502		0,1563

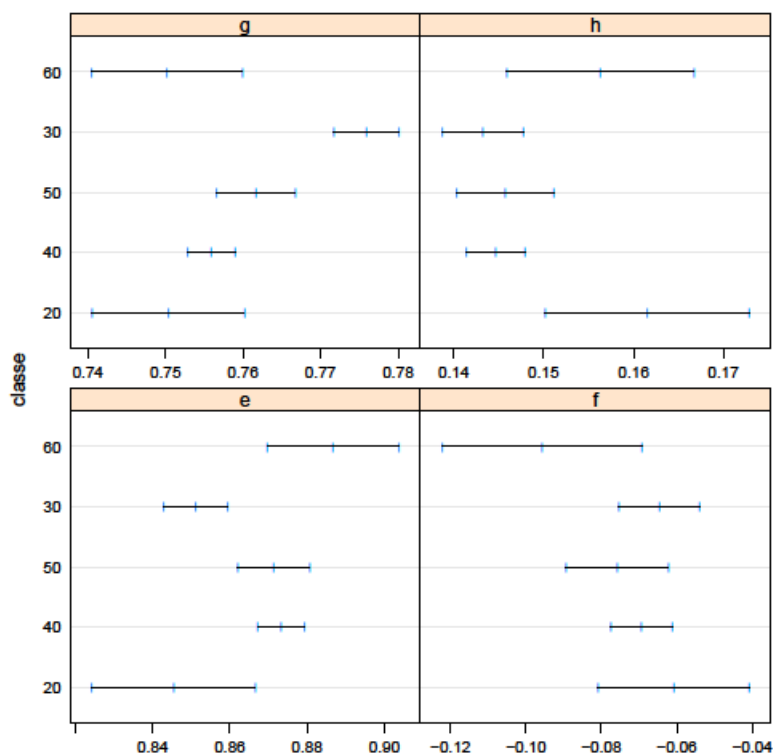
TABELA 8 – PARÂMETROS FIXOS E ALEATÓRIOS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO POR SÍTIO.

Sítio	$\varphi 1$		$\varphi 2$		$\varphi 3$		$\varphi 4$	
	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório	Fixo	Aleatório
I		0,8810		-0,0693		0,7465		0,1525
II	0,8661	0,8578	-0,0678	-0,0673	0,7642	0,7685	0,1431	0,1421
III		0,8718		-0,0663		0,7686		0,1369
IV		0,8313		-0,0465		0,7839		0,1421

De modo geral, percebe-se nas TABELAS 6, 7 e 8 que houve uma pequena variação entre os parâmetros da regressão, sendo todos significativos à 5% de probabilidade. Isso, em maior magnitude, pode contribuir para grandes diferenças no processo de predição dos sortimentos do povoamento.

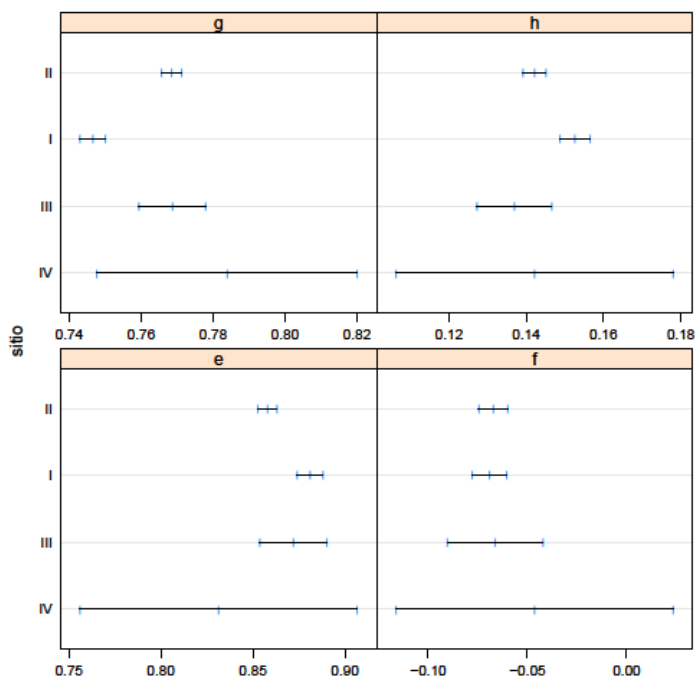
Uma avaliação importante sugerida por Pinheiro e Bates (2000) e por Calegario et al. (2005) quando se utiliza modelos mistos é verificar os intervalos de confiança dos parâmetros do modelo. Assim, tem-se na FIGURA 14, 15 e 16 os intervalos para classe diamétrica, sítio e idade por meio do ajuste do modelo logístico modificado.

FIGURA 14 – INTERVALOS DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO PARA CLASSE DIAMÉTRICA.



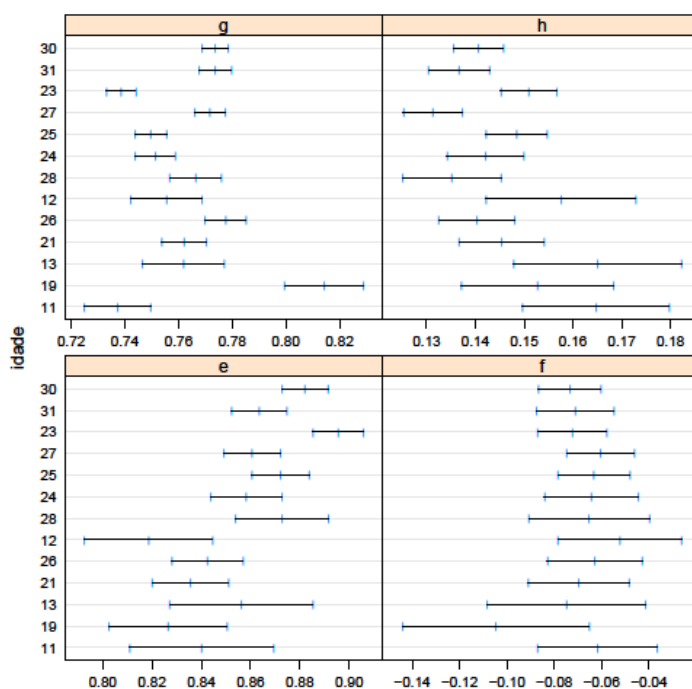
Onde: “e” é para o parâmetro φ_1 , “f” é para o parâmetro φ_2 , “g” para o parâmetro φ_3 e “h” para o parâmetro φ_4 .

FIGURA 15 – INTERVALOS DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO PARA SÍTIO.



Em que: “e” é para o parâmetro φ_1 , “f” é para o parâmetro φ_2 , “g” para o parâmetro φ_3 e “h” para o parâmetro φ_4 .

FIGURA 16 – INTERVALOS DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO PARA IDADE (ANOS).



Onde: “e” é para o parâmetro φ_1 , “f” é para o parâmetro φ_2 , “g” para o parâmetro φ_3 e “h” para o parâmetro φ_4 .

De modo geral, percebe-se a variação dos parâmetros em função da decomposição pelas variáveis consideradas. Na FIGURA 14, nota-se que os parâmetros representados pela assíntota superior (e) e a escala (g) para as diferentes classes de diâmetro possuem comportamento geral crescente à medida que o diâmetro aumenta. Na FIGURA 15, os intervalos foram relativamente superiores nos sítios III e IV devido certamente ao menor número de árvores amostradas nesses locais. Na FIGURA 16, os intervalos apresentam grande aleatoriedade, principalmente no parâmetro “g” que, por sua interpretação biológica, representa o período de meia vida das árvores. Assim, alguns coeficientes da equação demonstraram ser mais flexíveis, confirmando que o ajuste de um modelo misto pode ser ainda mais vantajoso e preciso para obtenção das estimativas. Calegario et al. (2005), analisando o modelo logístico de três parâmetros em modelos biométricos, também encontraram que a assíntota teve maior sensibilidade com a decomposição dos mesmos pelas variáveis Clone, Área Basal, Altura Dominante e DAP. Carvalho et al. (2014), estudando o comportamento do modelo logístico para o afilamento de eucalipto encontraram grande variação dos parâmetros por classe de diâmetro para idade. Logo, recomenda-se avaliar essa variabilidade como efeitos aleatórios no modelo.

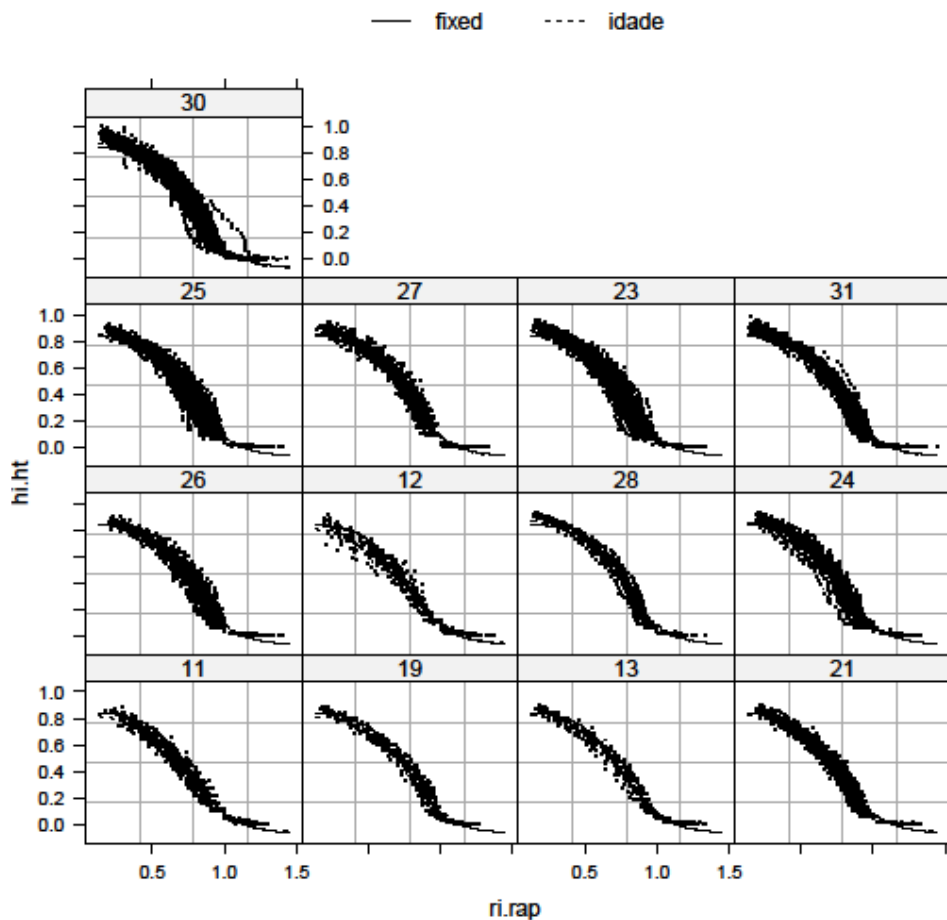
A equação 10 representa a estruturação do modelo sigmoidal logístico apenas para o modelo modificado misto com o efeito aleatório idade.

$$h_{ij} = \left\{ (0,8546 + b_{1i}) + \frac{(-0,0667 + b_{2i}) - (0,8546 + b_{1i})}{1 + \exp\left[\frac{(0,7637 + b_{3i}) - \frac{r_{ij}}{rap_i}}{(0,1459 + b_{4i})}\right]} \right\} * ht_i \quad (10)$$

Onde: h_{ij} é a altura da i -ésima árvore na j -ésima posição do fuste (m); ht_i é a altura total da i -ésima árvore (m); r_{ij} é o raio da i -ésima árvore na j -ésima posição do tronco (cm); rap_i é o raio da i -ésima árvore medido à altura do peito (cm); b_{ij} são os coeficientes da regressão de efeitos aleatórios para a j -ésima idade.

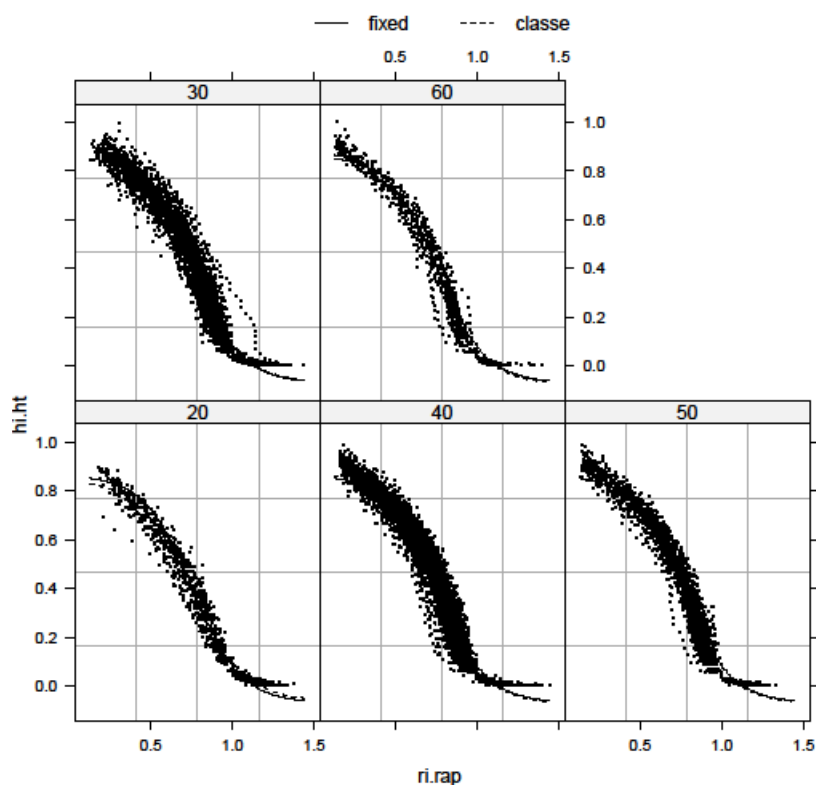
O perfil do fuste dos indivíduos representados por meio da influência que os efeitos aleatórios têm nas três situações na modelagem (sítio, idade e classe diamétrica), sobre os efeitos fixos do modelo logístico modificado estão apresentados na FIGURA 17 para a idade, na FIGURA 18 para as classes diamétricas e na FIGURA 19 para o sítio.

FIGURA 17 – INFLUÊNCIA DOS EFEITOS ALEATÓRIOS E FIXOS NA PREDIÇÃO DO MODELO MISTO POR IDADE PARA O PERFIL DO TRONCO.



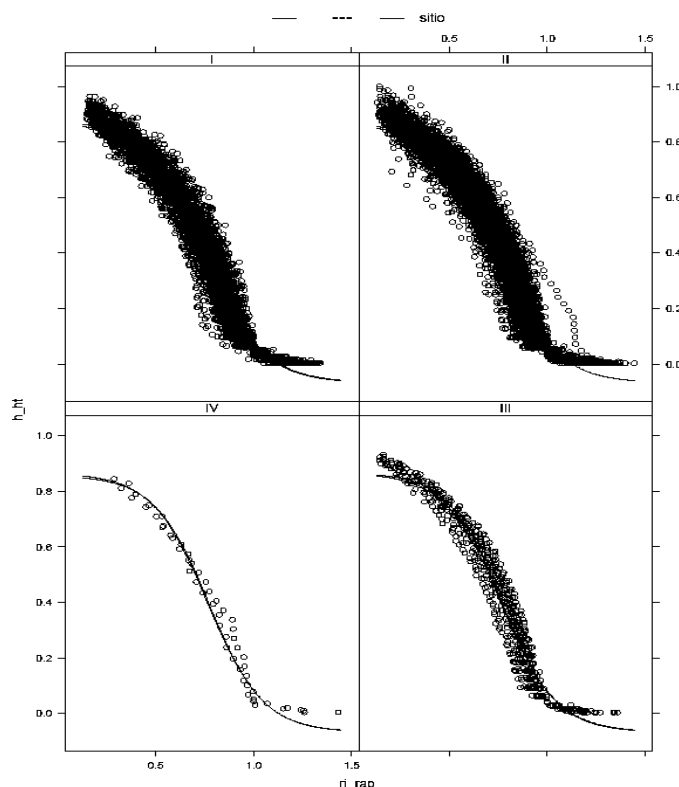
Por meio da FIGURA 17, nota-se que existiu uma sobreposição das curvas que explicam o efeito dos parâmetros fixos sobre os aleatórios. Isso representa que as variações das diferentes idades tiveram boa explicação pelos efeitos fixos do modelo em avaliar o perfil do fuste.

FIGURA 18 – INFLUÊNCIA DOS EFEITOS ALEATÓRIOS E FIXOS NA PREDIÇÃO DO MODELO MISTO POR CENTRO DE CLASSE DIAMÉTRICA (CM) PARA O PERFIL DO TRONCO.



Com a FIGURA 18 analisa-se novamente que os efeitos fixos puderam representar de modo satisfatório o efeito aleatório que a classe diamétrica exerce sobre o afilamento das árvores. Resultados similares foram encontrados por Horle et al. (2010) com o modelo logístico modificado para a modelagem do perfil dos fustes para *Pinus oocarpa* em Minas Gerais. Esses autores também encontraram boa representação do efeito aleatório classe diamétrica sobre os efeitos fixos para o modelo logístico modificado. Entretanto, Carvalho (2013), avaliando o afilamento em *Eucalyptus* encontrou que o efeito aleatório classe diamétrica teve, em alguns casos, superestimativas para as classes de 10 cm de DAP e subestimativas para as maiores de 22 cm. Cao e Wang (2011), estudando modelos de afilamento, recomendaram o uso dos modelos mistos para melhorar a acurácia das predições.

FIGURA 19 – INFLUÊNCIA DOS EFEITOS ALEATÓRIOS E FIXOS NA PREDIÇÃO DO MODELO MISTO POR SÍTIO.



Por meio da predição do afilamento em relação aos diferentes sítios, percebe-se que esse efeito aleatório demonstrou padrão similar aos demais. Dessa forma, verifica-se que todos os efeitos fixos foram representativos sob os efeitos aleatórios.

As estatísticas do modelo logístico modificado com a decomposição dos parâmetros pelos efeitos aleatórios estão expostas na TABELA 9.

TABELA 9 – AVALIAÇÃO DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO POR MEIO DAS ESTATÍSTICAS DO AJUSTE DO PERFIL DO TRONCO DE *Pinus taeda* EM RELAÇÃO À DECOMPOSIÇÃO DOS PARÂMETROS ALEATÓRIOS PARA A VARIÁVEL ALTURA.

Modelo	AIC	BIC	Syx (m)	Syx (%)
Sítio	-41.169,66	-41.055,52	1,83	15,0
Idade	-42.281,13	-42.166,99	1,78	14,5
Classe Diamétrica	-41.225,65	-41.111,57	1,82	14,8

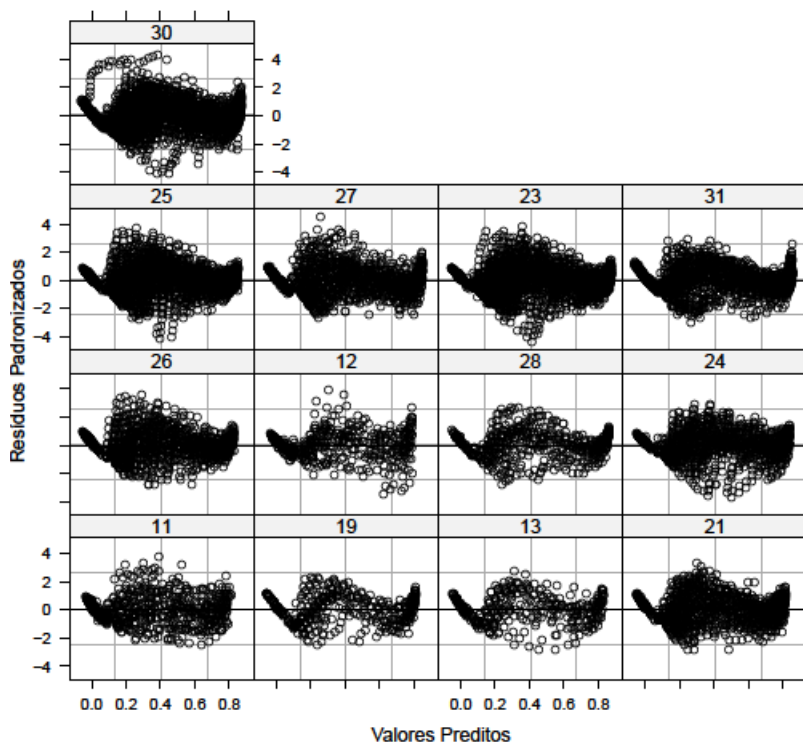
Onde: AIC é o Critério de Informação de Akaike, BIC é o Critério de Informação Bayesiano e Syx é o erro padrão residual absoluto (m) e relativo (%).

Com base nas estatísticas utilizadas para avaliar a qualidade do ajuste do modelo estudado, que independente do efeito aleatório que foi inserido no modelo, os resultados forneceram melhorias representativas de modo geral. Quando se compara o ajuste do modelo logístico modificado fixo com índices de AIC igual a -40.938,74 e o BIC de -40.900,69, os modelos com efeitos aleatórios (TABELA 9) tiveram índices

menos precisos. Para esses dois critérios estatísticos utilizados os modelos com efeitos aleatórios obtiveram valores maiores, considerados de menor precisão que o modelo modificado fixo. A maior diferença encontrada foi com o modelo com efeito aleatório idade, que teve os índices mais equidistantes. Entretanto, para o erro padrão da estimativa da altura (h_i) percebe-se a grande melhoria que os efeitos aleatórios trouxeram com a utilização dos modelos mistos. O modelo modificado fixo apresentou um erro padrão absoluto de 4,74 metros para a altura estimada ao longo do tronco (38,6%). De modo geral, ao inserir o efeito aleatório para o modelo logístico misto obteve melhorias de, praticamente, 3,0 metros de altura no erro padrão e de aproximadamente 60% nos ajustes. Dessa forma, ao inserir os efeitos aleatórios obtiveram grandes melhorias nos ajustes e nas estimativas. Não houve uma distinção representativa entre os modelos mistos para os critérios estatísticos analisados. Entretanto, nota-se que o modelo misto em que o efeito aleatório inserido foi idade, obteve os melhores índices para erro padrão da altura. Pires e Calegario (2007), estudando o perfil do fuste em *Eucalyptus* por meio do Modelo Logístico, observaram valores de erro padrão nessa faixa em diferentes categorias de classes diamétricas.

Também foram avaliados os modelos mistos por meio da análise gráfica do resíduo padronizado para a modelagem com efeito aleatório idade (FIGURA 20), para classe diamétrica (FIGURA 21) e para sítio (FIGURA 22) sobre a razão h_i/h_t da variável altura estimada.

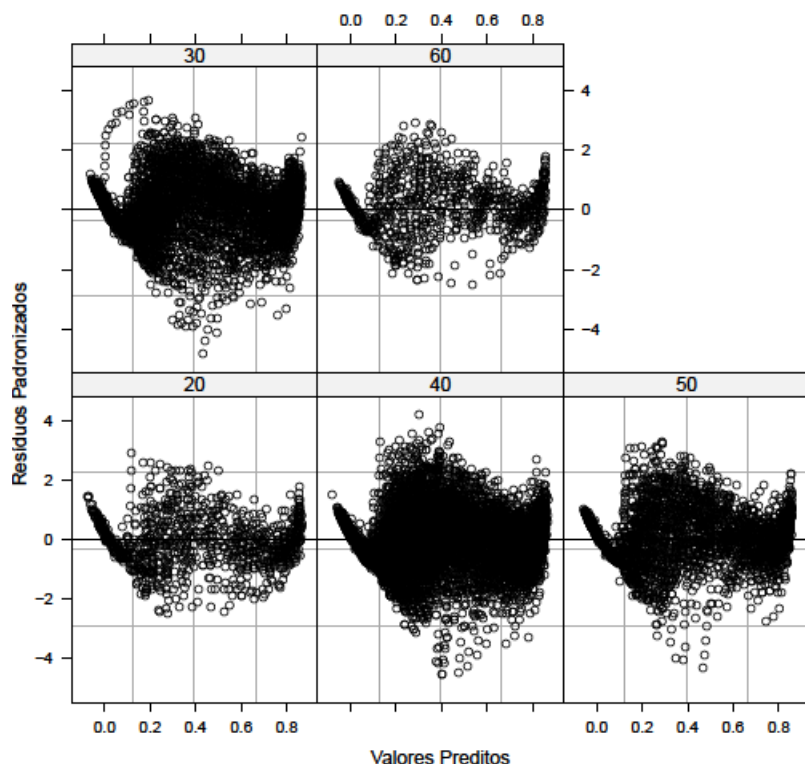
FIGURA 20 – RESÍDUOS PADRONIZADOS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO COM EFEITO ALEATÓRIO IDADE EM RELAÇÃO A HI/HT DA VARIÁVEL ALTURA ESTIMADA.



A distribuição residual da FIGURA 20 indica de forma geral que os resíduos nas diferentes idades apresentam uma similaridade entre os mesmos. Por meio desses, é possível inferir quanto a hipótese de normalidade dos dados. Assim, devido nenhuma distribuição ter apresentado acentuada variabilidade, esses podem ser considerados com distribuição normal. Um fator importante é que os dados devem estar distribuídos próximos ao eixo zero e, de preferência, formando um quadrado horizontal. Novamente, nessa avaliação esses resíduos apresentam esse aspecto. Pode-se dizer, também, que a maior amplitude dos resíduos nas previsões do fuste das árvores, independente da idade, encontra-se na região mediana do tronco. Isso é perceptível porque a maior aleatoriedade e valores mais distantes do eixo zero estão nessa porção. Outra observação sobre o modelo é que o mesmo apresenta boa distribuição na base do tronco, onde a relação hi/ht é menor. Essas são consideradas excelentes, pois é justamente nesse ponto onde se situam as toras de maior valor agregado. Pires e Calegario (2007), analisando o perfil do fuste para o modelo Logístico também encontraram para a base das árvores menor aleatoriedade dos resíduos. Em contrapartida, Horle et al. (2010) encontraram tendências de

superestimativas para a base do tronco com o Polinômio de 5º Grau e do modelo Logístico para descrever o perfil do de *Pinus oocarpa*. Uma alternativa que possivelmente iria melhorar esses resultados e, conseqüentemente a distribuição de resíduos, seria inserir o efeito de correlação espacial dos mesmos na modelagem.

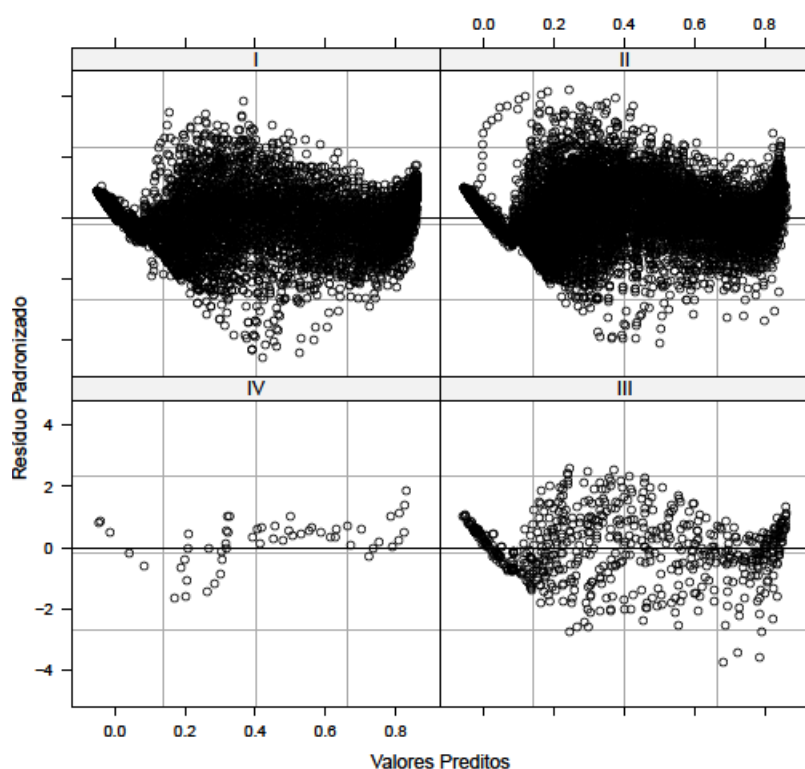
FIGURA 21 – RESÍDUOS PADRONIZADOS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO COM O EFEITO ALEATÓRIO CLASSE DIAMÉTRICA EM RELAÇÃO A HI/HT DA VARIÁVEL ALTURA ESTIMADA.



Verifica-se na FIGURA 21 que os resíduos, de modo geral, apresentaram comportamento similar, independente das classes diamétricas. Todas as distribuições residuais estão, aproximadamente, centradas no eixo zero e variância constante, por consequência, atendem os pressupostos da normalidade. A maior aleatoriedade dos resíduos está na porção mediana do tronco das árvores. Os resíduos tiveram uma tendência a serem subestimados tanto na ponta, quanto na base do tronco. As classes diamétricas de 20 e 60 cm foram aquelas com distribuição mais homogênea. Logo, houve presença de alguns *outliers* principalmente nas classes de diâmetro 30, 40 e 50 cm. Esses pontos de influência foram marcantes na porção inicial e mediana do tronco. Testando o ajuste do modelo logístico modificado para o afilamento do tronco de *Eucalyptus* e dividindo em classes diamétricas Pires e Calegario (2007) também verificaram que esse modelo foi superior na distribuição dos resíduos. Esses autores

comprovaram que entre modelos lineares e não lineares, o modelo Logístico é recomendado, por apresentar características desejáveis, como interpretação dos parâmetros, parcimônia e extrapolação dos dados. Mendonça et al. (2014) verificaram o mesmo comportamento do modelo logístico para prever o sortimento de povoamentos de eucalipto.

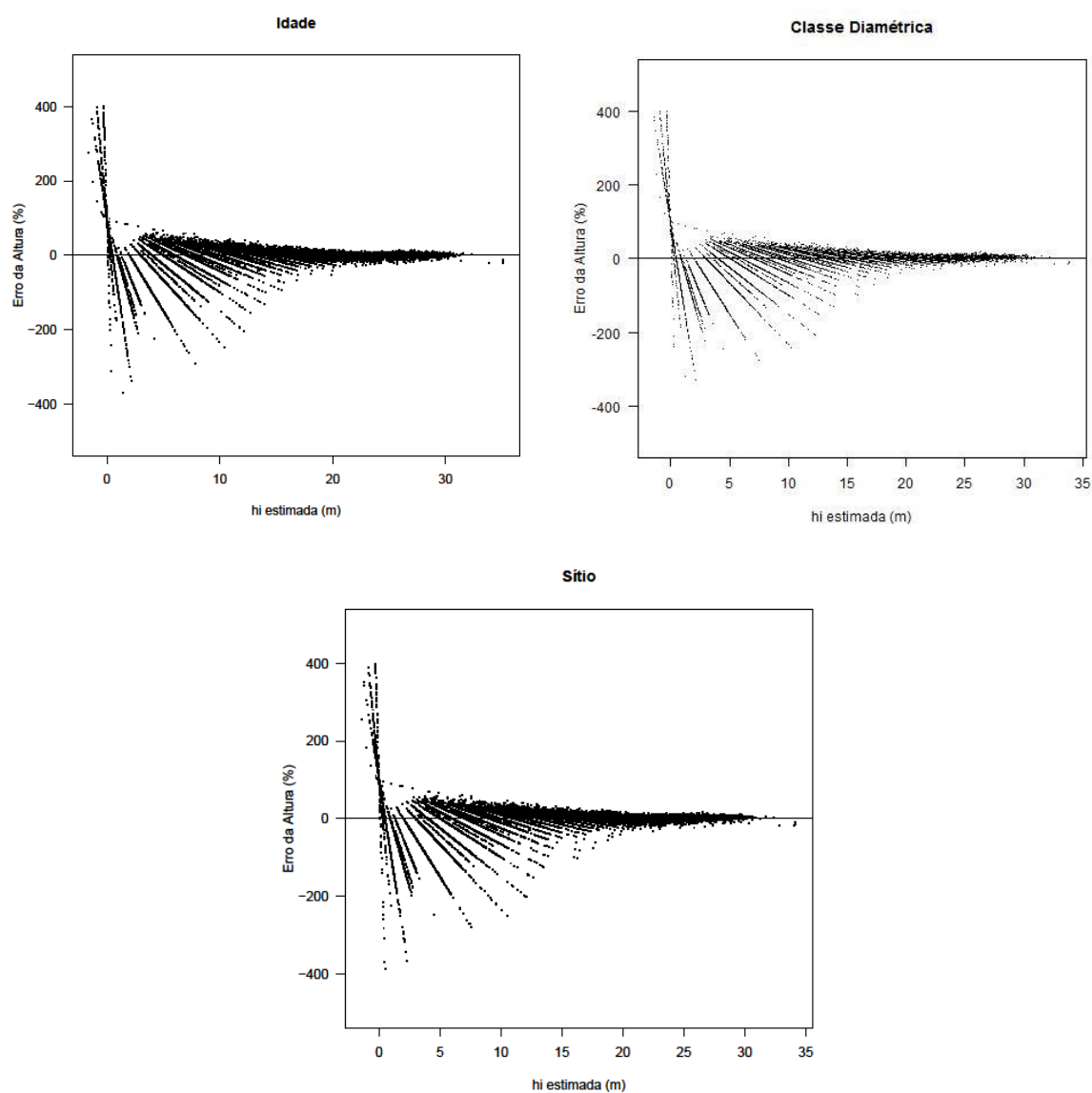
FIGURA 22 – RESÍDUOS PADRONIZADOS DO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO COM EFEITO ALEATÓRIO SÍTIO EM RELAÇÃO A H_i/HT DA VARIÁVEL ALTURA ESTIMADA.



Na FIGURA 22, encontra-se comportamento parecido entre as distribuições residuais nos sítios. A distribuição pode ser considerada praticamente homogênea para as diferentes categorias ajustadas, não violando as pressuposições básicas. O ideal é que os resíduos padronizados estejam dispersos no intervalo (-2,2) para os erros terem distribuição normal. Assim, espera-se que 95% dos resíduos estejam nesse intervalo, verificando uma distribuição normal padrão com média zero e variância um. Diferente desse cenário, Calegario et al. (2005), analisando o crescimento de eucalipto por meio de modelos mistos em multiníveis, observaram padrões diferentes entre distribuições residuais por grupo. Nessas situações, as pressuposições de homoscedasticidade não foram atendidas, logo, realizaram a modelagem da variância para garantir estimativas mais precisas.

A distribuição residual demonstrada na FIGURA 23 do modelo logístico modificado misto inserindo os efeitos aleatórios idade, classe diamétrica e sítio na estimativa da altura ao longo do fuste das árvores.

FIGURA 23 – DISTRIBUIÇÃO DO ERRO RELATIVO PARA O MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO COM A DECOMPOSIÇÃO DOS PARÂMETROS PELA IDADE, CLASSE DIAMÉTRICA E SÍTIO EM FUNÇÃO DA ALTURA ESTIMADA AO LONGO DO FUSTE.

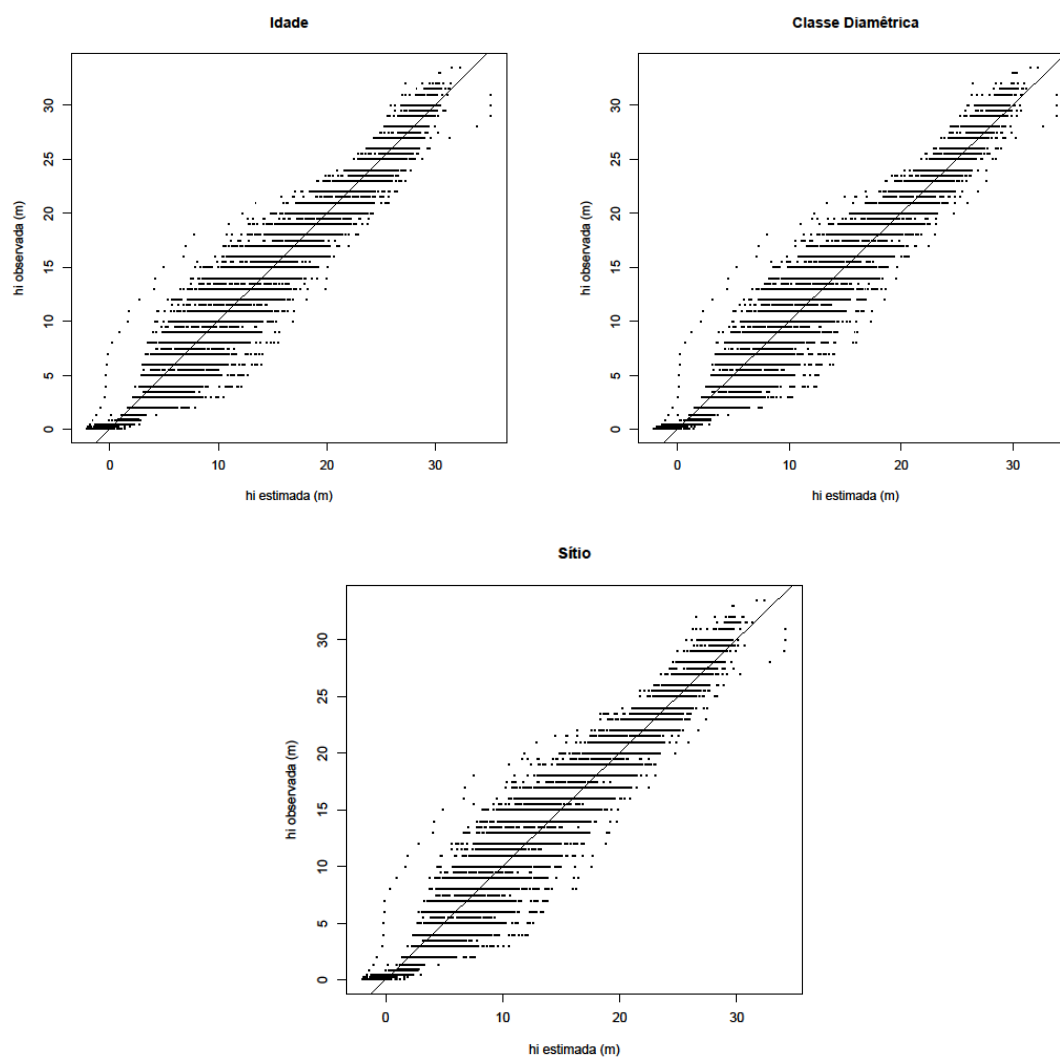


Nos resíduos das estimativas do modelo logístico misto (FIGURA 23), nota-se que as distribuições foram muito semelhantes. A média do erro relativo obtida na estimativa com o modelo modificado misto foi superestimada nos três modelos, independente do efeito aleatório. No modelo com a idade como fator aleatório foi de $-7,01\%$, para o efeito aleatório classe diamétrica foi de $-7,46\%$ e de $-7,95\%$ para o efeito aleatório sítio. De forma geral, percebe-se que na base as estimativas tiveram

grande dispersão residual, sendo tanto subestimadas quanto superestimadas. Na porção intermediária do tronco a tendência foi das estimativas serem superestimadas. Na porção final do fuste das árvores foi onde teve as melhores estimativas. Este comportamento não é desejável para uma função de afilamento precisa, pois são exatamente na base e na porção intermediária da árvore que estão localizadas as toras de maior valor agregado.

A FIGURA 24 apresenta a precisão das estimativas analisada pelo gráfico da altura observada em função da altura estimada com o modelo logístico modificado misto para os três efeitos aleatórios.

FIGURA 24 – ALTURAS OBSERVADAS EM RELAÇÃO ÀS ALTURAS ESTIMADAS AO LONGO DO FUSTE DAS ÁRVORES PARA O MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO COM OS TRÊS EFEITOS ALEATÓRIOS (IDADE, CLASSE DIAMÉTRICA E SÍTIO).



Por meio da FIGURA 24 percebe-se que independente do efeito aleatório inserido no modelo misto, a distribuição residual foi muito semelhante. Um fator

negativo nestas estimativas foi observar alturas negativas na base da árvore. Entretanto, na base da árvore foi também onde a predição teve melhor distribuição, devido à nuvem de pontos estar mais adensada. Na região intermediária do fuste, nota-se que teve maior discrepância entre os valores observados e os estimados.

4.3.3 Modelagem tradicional em relação à mista

Para comparação das estimativas das variáveis dendrométricas obtidas com o melhor modelo logístico misto utilizou-se o Polinômio de 5º Grau. As estimativas dos coeficientes estão na TABELA 10 e os critérios de avaliação e estatísticas do ajuste na TABELA 11.

TABELA 10 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS OBTIDAS NO AJUSTE DO POLINÔMIO DE 5º GRAU.

Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr (> t)
β_0	1,1672	0,001547	754,7	
β_1	-3,7173	0,041981	-88,5	
β_2	16,7508	0,303712	55,1	<0,0001
β_3	-36,3726	0,857805	-42,4	
β_4	34,5127	1,035597	33,3	
β_5	-12,3560	0,448053	-27,6	

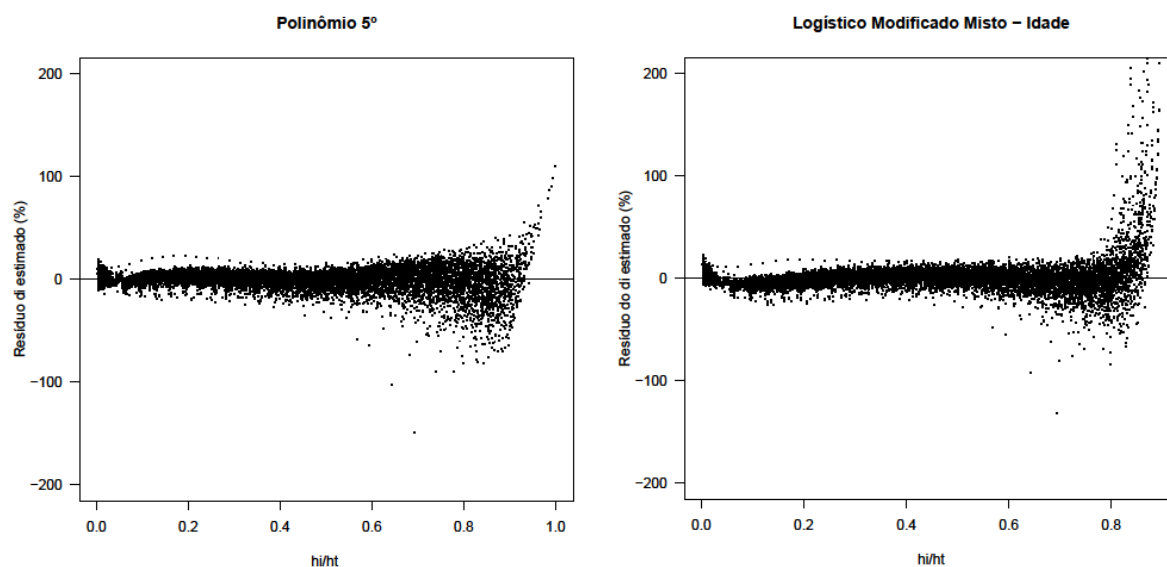
TABELA 11 – AVALIAÇÃO DO POLINÔMIO DE 5º GRAU POR MEIO DOS CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E DAS ESTATÍSTICAS DO AJUSTE DO PERFIL DO FUSTE PARA O DIÂMETRO ESTIMADO AO LONGO DO TRONCO DAS ÁRVORES.

Modelo	AIC	BIC	Syx (%)
Polinômio de 5º Grau	63.634	63.398	1,7

Onde: AIC é o Critério de Informação de Akaike, BIC é o Critério de Informação Bayesiano e Syx é o erro padrão residual relativo (%).

A distribuição residual do diâmetro estimado ao longo do tronco das árvores para o modelo logístico modificado misto com efeito aleatório idade e para o Polinômio de 5º Grau encontra-se na FIGURA 25.

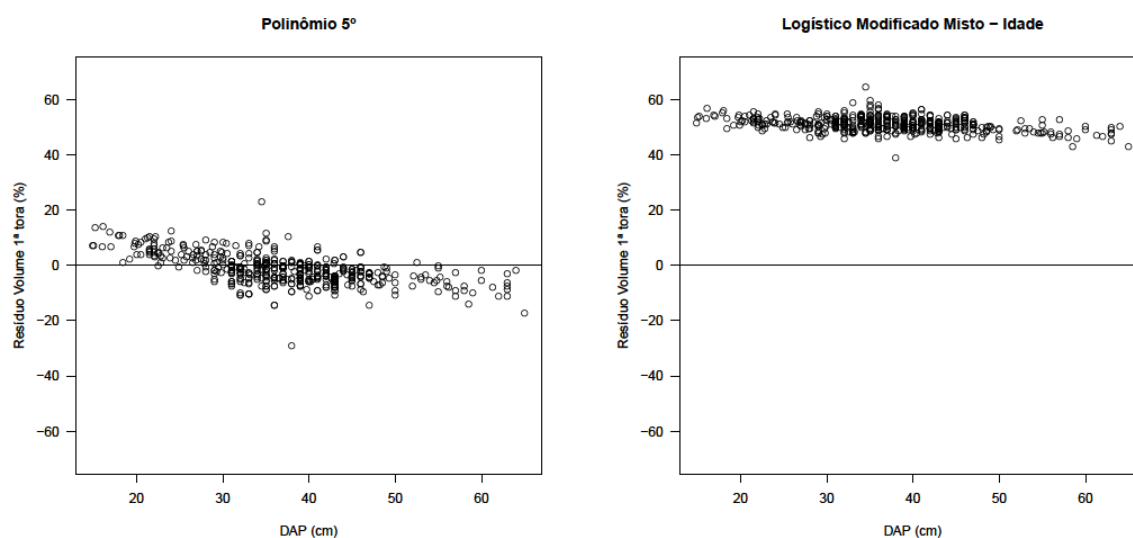
FIGURA 25 – DISTRIBUIÇÃO DO RESÍDUO PARA O DIÂMETRO ESTIMADO AO LONGO DO TRONCO DAS ÁRVORES COM O POLINÔMIO DE 5º GRAU E O MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO COM O EFEITO ALEATÓRIO IDADE.



A dispersão dos resíduos dos diâmetros estimados ao longo do tronco, na FIGURA 25, pelos dois modelos avaliados apresentou grande semelhança entre os mesmos. Ambos têm uma distribuição melhor na base e na porção intermediária do tronco das árvores. Característica essa desejável em equações para estimativas dos sortimentos florestais. Nota-se, também, que para os menores diâmetros, localizados na parte final do fuste, houve maior variabilidade nas predições. Confirmando a similaridade visual entre as análises gráfica dos resíduos, a média do erro relativo foi de -0,65% para o Polinômio de 5º Grau e de 0,56% para o Logístico Misto no diâmetro ao longo do fuste. A maior diferença observada foi nos menores diâmetros, onde o Modelo Logístico resultou maior concentração de subestimativas e o Polinômio de 5º Grau de superestimativas. O erro padrão das estimativas do diâmetro ao longo do fuste indicou que o modelo tradicionalmente utilizado teve melhor ajuste, de 1,7% para o Polinômio, e de 8,7% para o Modelo Logístico Misto. A superioridade do Polinômio de 5º Grau em relação a algumas equações analisadas para a espécie estudada na modelagem do diâmetro ao longo do fuste foi também observada por diversos autores, tais como: Assis et al. (2002), Souza et al. (2008), Yoshitani Junior et al. (2011), Kohler et al. (2013) e Môra (2015). Entretanto, ao avaliar a qualidade do ajuste do Polinômio de 5º Grau por meio do AIC e do BIC da TABELA 11, o mesmo teve pior desempenho na modelagem quando comparado com esses índices da TABELA 9 do Modelo Logístico Misto.

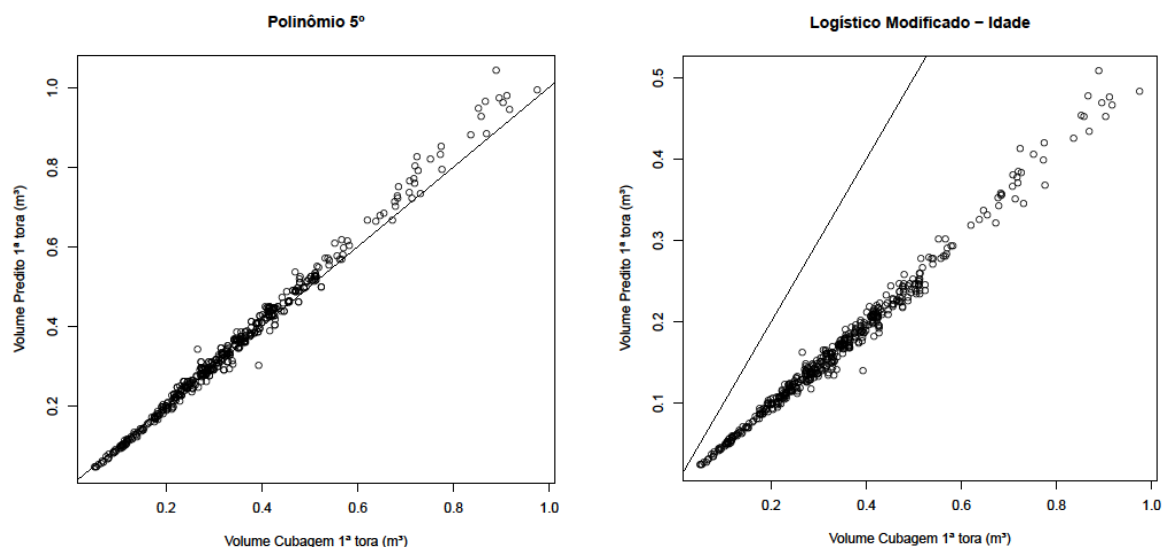
A análise do erro relativo das equações de afilamento para estimar o volume da 1ª tora encontra-se na FIGURA 26, e na FIGURA 27 tem-se o volume observado em função do volume estimado pelas equações para a 1ª tora das árvores.

FIGURA 26 – DISTRIBUIÇÃO DO RESÍDUO PARA O VOLUME ESTIMADO DA 1ª TORA PARA O POLINÔMIO DE 5º GRAU E O MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP).



A distribuição residual demonstra que o Polinômio de 5º Grau teve melhor desempenho ao estimar o volume da 1ª tora para as árvores. Nota-se que com o Polinômio de 5º Grau as árvores de menor DAP tiveram o volume da tora subestimado, enquanto que nas maiores árvores, esse volume foi superestimado. No modelo Logístico Modificado Misto o resíduo permaneceu constante independente da variação dos diâmetros das árvores. O erro padrão das estimativas para o ajuste com o Polinômio de 5º Grau foi de 6,76% e para o Logístico de 56,08%. Portanto, verifica-se que por meio da análise gráfica e nos erros que o Polinômio de 5º Grau produziu melhor precisão para essas estimativas. Já Souza et al. (2012), analisando as estimativas de volume total para *Pinus taeda*, encontraram valores de S_{yx} menores que 6% para a equação do Polinômio do 5º Grau. Teo et al. (2013) avaliando esse mesmo modelo para *Pinus elliottii* para diferentes idades nas estimativas de volume total encontraram erros de 11% até 20,7% (S_{yx}).

FIGURA 27 – VOLUME DA 1ª TORA OBSERVADO NA CUBAGEM EM RELAÇÃO AO VOLUME ESTIMADO DA 1ª TORA PELO POLINÔMIO DE 5º GRAU E PELO MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO.



Observa-se na FIGURA 27, que o Polinômio de 5º Grau teve melhor distribuição, confirmando os resultados anteriores da FIGURA 26. O Modelo Logístico Modificado Misto apresentou grande discrepância nas estimativas, chegando a produzir valores subestimados em 50%. Môra (2015), avaliando a porção basal de árvores de *Pinus taeda*, de 0,1 m até 25% da altura total, obteve estimativas mais acuradas com o Polinômio de 5º Grau. Esse mesmo autor demonstrou que, tanto para o volume total como para o volume parcial, o modelo em questão apresentou ajustes precisos para a espécie.

As estatísticas do ajuste do volume parcial nas três porções do fuste para os dois modelos avaliados encontram-se na TABELA 12.

TABELA 12 – ESTATÍSTICA DAS EQUAÇÕES AVALIADAS PARA O VOLUME PARCIAL DE 0,1 METRO A 25% DA ALTURA TOTAL $S_{yx-base}$ (%), PARA O VOLUME PARCIAL DE 25% A 75% DA ALTURA TOTAL $S_{yx-meio}$ (%) E VOLUME PARCIAL DE 75% A 95% DA ALTURA TOTAL $S_{yx-ápice}$ (%).

Modelo	$S_{yx-base}$ (%)	$S_{yx-meio}$ (%)	$S_{yx-ápice}$ (%)
Polinômio de 5º Grau	7,9	13,7	38,7
Logístico Modificado Misto	57,2	59,5	38,9

Em que: S_{yx} (%) é o erro padrão das estimativas.

Por meio do erro padrão das estimativas dos volumes parciais do tronco (TABELA 12), nota-se que, independente da porção analisada as melhores estimativas foram produzidas pelo Polinômio de 5º Grau. Este mesmo modelo também foi considerado um dos mais precisos por Môra (2015) nas estimativas das diferentes

porções do volume do tronco para *Pinus taeda*. Entretanto, os erros (S_{yx}) encontrados por este autor foram menos precisos aos observados nesse estudo, de 10,8% para a porção da base, de 20,3% para a porção intermediária e de 51,3% para a fase final do tronco.

Os resíduos das estimativas do volume parcial de 0,1 m a 25% da altura total podem ser visualizados na FIGURA 28, do volume da porção intermediária de 25% a 75% da altura total na FIGURA 29 e do volume da porção final do tronco de 75% a 95% da altura total estão na FIGURA 30.

FIGURA 28 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS OBTIDAS DO VOLUME PARCIAL ESTIMADO DE 0,1 METRO ATÉ 25% DA ALTURA TOTAL PARA O POLINÔMIO DE 5º GRAU E O MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP).

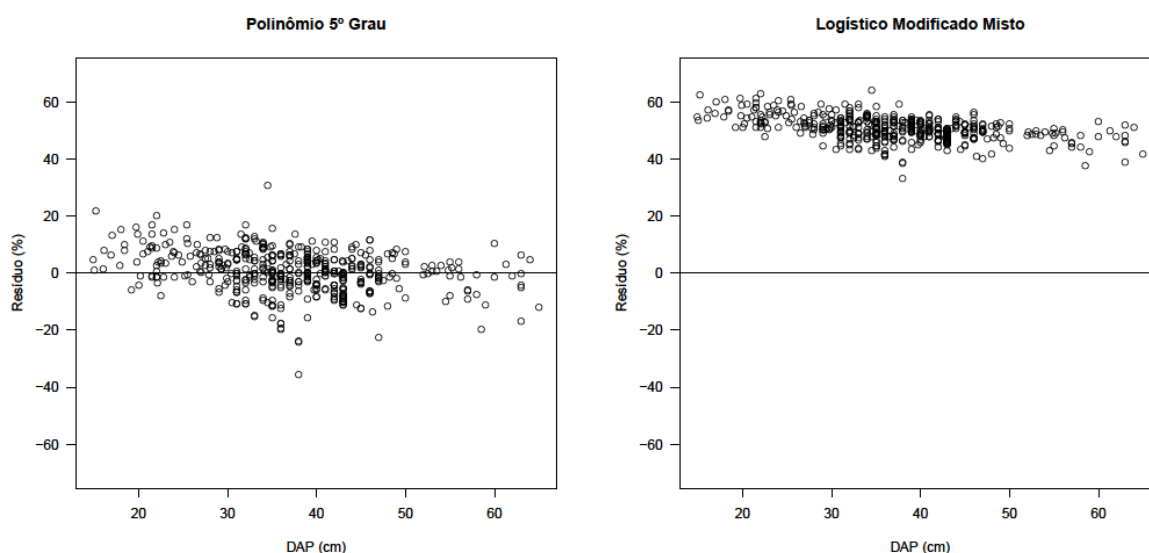


FIGURA 29 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS OBTIDAS DO VOLUME PARCIAL ESTIMADO DE 25 A 75% DA ALTURA TOTAL PARA O POLINÔMIO DE 5º GRAU E O MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP).

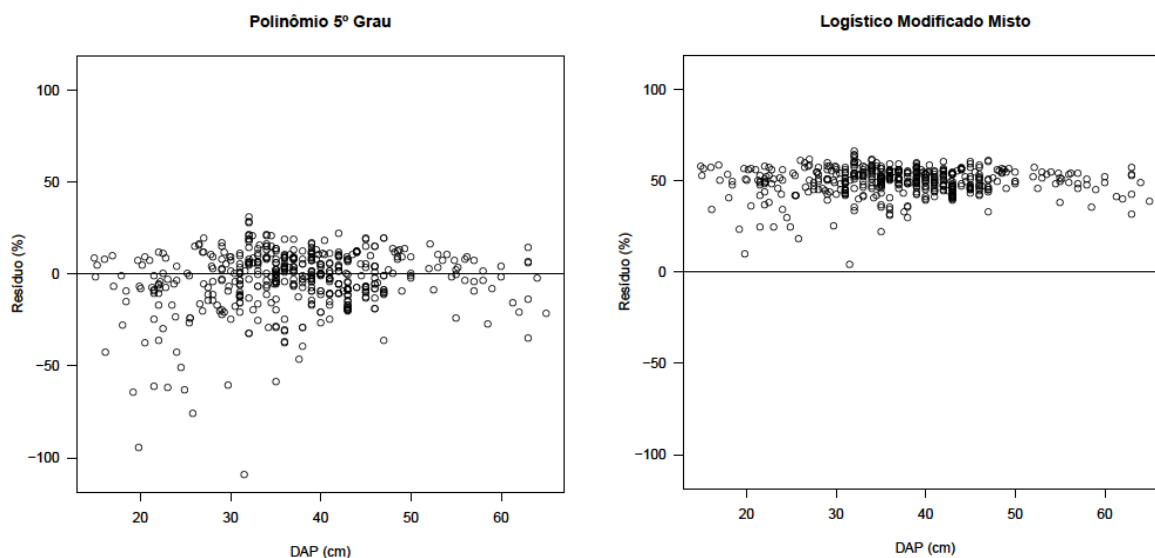
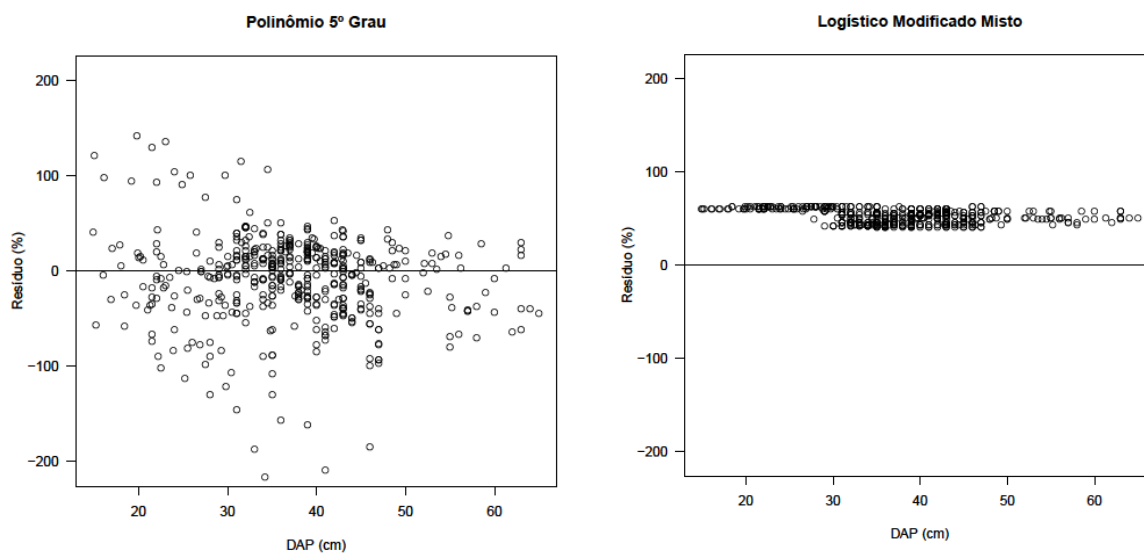


FIGURA 30 – RESÍDUOS DAS ESTIMATIVAS OBTIDAS DO VOLUME ESTIMADO DE 75 A 95% DA ALTURA TOTAL PARA O POLINÔMIO DE 5º GRAU E O MODELO LOGÍSTICO MODIFICADO MISTO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (DAP).



Para o resíduo produzido pelas estimativas do volume nas três porções do tronco das árvores, percebe-se que o Polinômio de 5º Grau apresentou novamente o melhor ajuste. A análise gráfica comprovou os resultados obtidos da TABELA 12, onde a maior precisão foi localizada na porção basal do tronco das árvores. As previsões obtidas com o Modelo Logístico Modificado Misto tiveram nas três porções do fuste erros poucos acurados, com viés e subestimados independente do diâmetro das

árvores. Môra (2015) avaliando os resíduos dos respectivos volumes parciais obtidos com o Polinômio de 5º Grau encontrou de forma geral resultados semelhantes aos deste estudo. O volume até 25% da altura total para as árvores com DAP < 20 cm foi superestimado e as maiores apresentaram distribuição residual constante independente do DAP. As porções intermediárias e superiores tiveram comportamento similar aos observados nas FIGURAS 29 e 30. Silva et al. (2011) verificando a precisão das estimativas do diâmetro ao longo do tronco e para o volume total para *Pinus caribaea* encontraram que o Polinômio de 5º Grau foi novamente uma das equações mais acuradas para produzir essas estimativas.

4.4 CONCLUSÃO

De acordo com os resultados obtidos, pode-se inferir que:

- ✓ O modelo logístico modificado fixo apresentou melhor desempenho e proporcionou estimativas com maior acurácia diante do modelo logístico original para representação do afilamento do tronco das árvores.
- ✓ A predição da altura ao longo do tronco e do volume total pelo modelo logístico modificado foi superior ao modelo logístico original, comprovada tanto pela expressiva redução do erro padrão das estimativas volumétricas em 70%.
- ✓ A modelagem mista por meio da decomposição dos parâmetros do modelo logístico modificado reduziu de forma geral em torno de 60% o erro padrão residual dos ajustes nas estimativas da altura ao longo do tronco, melhorando de forma representativa as predições.
- ✓ A modelagem mista demonstrou ter potencial, porém, as estimativas obtidas com o Polinômio de 5º Grau para o diâmetro ao longo do tronco, para o volume da 1ª tora e para os volumes parciais foram melhores em relação àquelas obtidas com o Modelo Logístico Modificado Misto com a idade como efeito aleatório.

REFERÊNCIAS

ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; OLIVEIRA, A. D. Avaliação de modelos polinomiais não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.12, n.1, p.89-107, 2002.

BATISTA, J. L. F. **Verossimilhança e Máxima Verossimilhança**. (Textos acadêmicos), Piracicaba, 27 p., 2009.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Model selection and multimodel inference: practical information theoretic approach. 2ed. New York: **Sprinter**, 2002. 488p.

CALEGARIO, N. CALEGARIO, C. L. L.; MAESTRI, R.; DANIELS, R. Melhoria da qualidade de ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, n.69, p.38-50, dez. 2005.

CALEGARIO, N. **Modeling Eucalyptus stand growth based on linear and nonlinear mixed-effects models**. 2002. 123p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) – Universidade da Georgia, Athens, 2002.

CALEGARIO, N.; DANIELS, R. E.; MAESTRI, R.; NEIVA, R. Modeling dominant height growth based on nonlinear mixed-effects model: a clonal Eucalyptus plantation case study. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 204, n. 1, p. 11-20, 2005.

CAO, Q. V.; WANG, J. Calibrating fixed and mixed effects taper equations. **Forest Ecology and Management**, Winsconsin, v.262, n.4, p.671-673, 2011.

CARVALHO, S. P. C. ; RODRIGUEZ, L. C. E. ; CALEGARIO, N. ; SAVIAN, T. V. ; LIMA, M. P. ; SILVA, C. A. ; MENDONCA, A. R. ; NICOLETTI, M. F. . Modelagem não linear mista para descrever o afilamento de árvores clonais de *Eucalyptus* sp. **Scientia Forestalis** (IPEF), v. 42, p. 100, 2014.

CARVALHO, S. P. C. **Estimativa volumétrica por modelo misto e tecnologia laser aerotransportado em plantios clonais de *Eucalyptus* sp.** 104f. Tese (Doutorado em Recursos Florestais) - Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2013.

EMBRAPA. **Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado de Santa Catarina**. Curitiba: EMBRAPA CNPF, 1998. 113 p.

FINGER, C. A. G.; ZANON, M. L. B.; SCHNEIDER, P. R.; KLEIN, J. E. M.; COELHO, M. C. B. Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden implantados na depressão central e encosta sudoeste do Rio Grande do Sul. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 25, n. 3, p. 399 - 403, 1995.

GARBER, S. M.; MAGUIRE, D. A. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.179, n.1/3, p.507-522, 2003.

HASENAUER, H. Princípios para a modelagem de ecossistemas florestais. **Ciência & Ambiente**, Santa Maria, v. 20, p. 53-69, 2000.

HORLE, D. C.; MENDONÇA, A. R.; CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N. Modelagem não-linear do perfil longitudinal de fustes de *Pinus oocarpa*. **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 2, p.177-184, 2010.

HUSCH, B.; MILLER, C. I.; BEERS, T. W. **Forest mensuration**. New York: The Ronald Press, 1993. 410p.

KOHLER, S. V.; KOEHLER, H. S.; FIGUEIREDO FILHO, A. Modelos de afilamento para *Pinus taeda* por classes de idade. **Floresta e Ambiente**, Seropédica, v.20, n.4, p.470-479, 2013.

LARSON, P. R. Stern form development of forest tree. **Forest Science Monograph**, Washington, p.1-41, 1963.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guarapuava: Unicentro, 2006. 316p.

MENDONÇA, A. R.; CARVALHO, S. P. C., CALEGARIO, N. Modelos hipsométricos generalizados mistos na predição da altura de *Eucalyptus* sp.. **Cerne**, Lavras, v. 21, n. 1, p. 107-115, 2015.

MENDONÇA, A. R.; SILVA, G. F.; OLIVEIRA, J. T. S.; NOGUEIRA, G. S. Avaliação de funções de afilamento visando a otimização de fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos. **Cerne**, Lavras, v. 13, n. 1, p. 71-82, 2007.

MENDONÇA, A. R.; CALEGARIO, N. ; SILVA, G. F. ; SOUZA, A. L.; TRUGILHO, P. F.; CARVALHO, S. P. C. ; POSSATO, E. L.. Modelagem da produção de sortimentos em povoamentos de eucalipto. **Cerne** (UFLA), v. 20, p. 587-594, 2014.

MENG, S. X.; HUANG, S. M.; LIEFFERS, V. J.; NUNIFU, T.; YANG, Y. Q. Wind speed and crown class influence the height-diameter relationship of lodgepole pine: Nonlinear mixed effects modeling. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.256, n.4, p.570-577, 2008.

MÔRA, R. **Funções de afilamento de forma variável e modelagem de efeitos mistos em fustes de *Pinus taeda* e *Eucalyptus saligna***. 277 f. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-effects models in S and S-PLUS**. New York: Springer-Verlag, 2000. 528 p.

PIRES, L. M.; CALEGARIO, N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 31, n. 5, p. 845-852, 2007.

R CORE TEAM (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>.

RODIL, M. A., DORADO, F. C., OBREGÓN, A. C., ARANDA, U. D. Correction: Fitting and Calibrating a Multilevel Mixed-Effects Stem Taper Model for Maritime Pine in NW Spain. **PLoS One**. 2016 Mar 3; 11(3):e0151297. doi: 10.1371/journal.pone.0151297.

RODIL, M. A., DORADO, F. C., OBREGÓN, A. C., ARANDA, U. D. Fitting and Calibrating a Multilevel Mixed-Effects Stem Taper Model for Maritime Pine in NW Spain. **PLoS One**. 2015 Dec 2;10(12):e0143521. doi: 10.1371/journal.pone.0143521.

SANTOS, J. **Análise de modelos de regressão para estimar a fitomassa da floresta tropical úmida de terra-firme da Amazônia brasileira**. 1996. 121p. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1996.

SCHÖEPFER, W. **Autimatisierung des massen, sorten and wertberechnung stenender waaldbestande schriftenreihe bad**. [S.l.]: Wurt-Forstl., 1966.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil de *Pinus elliottii*. **Revista Cerne**, Lavras, v. 4, n.1, p. 100-122, 1998.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria Florestal**: parte I: modelos de regressão linear e não linear, parte II: modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso de matéria seca. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352p. (Textos Acadêmicos).

SILVA, F.; DALLA CORTE, A. P.; SANQUETTA, C. R. Equações de afilamento para descrever o volume total do fuste de *Pinus caribaea* var. *hondurensis* na região do Triângulo Mineiro. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 39, n. 91, p. 367-376, set. 2011.

SOUZA, G. S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear**. Brasília: Embrapa-SPI, 1998. 505p.

SOUZA, C. A. M.; CHASSOT, T.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; FLEIG, F. D. Modelos de afilamento para o sortimento do fuste de *Pinus taeda* L. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.38, n.9, p.2506-2511, 2008.

SOUZA, C. A. M.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; SILVA, G. F.; THOMAS, C. Eficiência de um modelo de afilamento ajustado sem e com estratificação por classe de quociente de forma para formação dos sortimentos de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v.22, n.1, p.125-135, 2012.

TEO, S. J.; MARCON, A.; EHLERS, T.; BIANCHI, J. C.; PELOSO, A. NAVA, P. R.; COSTA, R. H. Modelos de afilamento para *Pinus elliottii* em diferentes idades, na região de Caçador, SC. **Floresta**, Curitiba, v.43, n.3, p.439-452, 2013.

TRINCADO, G.; BURKHART, H. E. A generalized approach for modeling and localizing stem profile curves. **Forest Science**, Lawrence, v. 52, n. 6, Dec, p.670-682. 2006.

TRINCADO, G.; VANDERSCHAAF, C. L.; BURKHART, H. E. Regional mixed-effects height-diameter models for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations. **European Journal of Forest Research**, Estocolmo, v.126, n.2, Apr, p.253-262. 2007.

VISMARA, E. S. **Mensuração da biomassa e construção de modelos para construção de equações de biomassa**. 2009. 103p. Dissertação (Mestrado em Recursos Florestais) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiróz, Universidade de São Paulo. Piracicaba, 2009.

VISMARA, E. S., MEHTÄTALO, L., BATISTA, J. L. B. Linear mixed-effects models and calibration applied to volume models in two rotations of *Eucalyptus grandis* plantations. **Canadian Journal of Forest Research** 46(1): 132-141, 2016.

YANG, Y. Q.; HUANG, S. M.; MENG, S. X. Development of a tree-specific stem profile model for white spruce: a nonlinear mixed model approach with a generalized covariance structure. **Forestry**, Oxford, v.82, n.5, Dec, p.541-555, 2009.

YOSHITANI JUNIOR, M.; NAKAJIMA, N. Y.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A.; DRUSZCZ, J. P.; HOSOKAWA, R. T.; MELLO, A. A. Funções de afilamento para plantios desbastados de *Pinus taeda*. **Floresta**, Curitiba, v.42, n.1, p.169-176, 2011.

5. REPRESENTAÇÃO DO PERFIL DO TRONCO DE ÁRVORES POR MODELOS BIVARIADOS GENERALIZADOS MISTOS

RESUMO

A modelagem multivariada pode ser considerada uma ferramenta estatística de grande importância na Ciência Florestal. Dentre inúmeras utilizações, a predição dos sortimentos em um povoamento é uma atividade relevante para o planejamento florestal. Com isso, o objetivo deste trabalho foi avaliar se a modelagem bivariada e modelagem linear generalizada mista possuem performance em representar o perfil do fuste das árvores e estimar o sortimento. Foram utilizados dados de cubagem de 558 árvores de *Pinus taeda*, localizadas no município de Campo Belo do Sul, Santa Catarina, com idade variando de 11 até 31 anos. Avaliou-se a normalidade bivariada dos dados e realizou-se o ajuste da distribuição normal padrão bivariada. A modelagem generalizada linear mista foi avaliada com seis modelos para representação do tronco. Foi utilizado para verificar a qualidade do modelo o Critério de Informação Akaike, Índice de Máxima Verossimilhança, Critério de Informação dos Desvios e gráfico bivariado dos resíduos. Assim, verificou-se que os dados não possuem normalidade bivariada, independente da transformação Box-Cox. Fez-se o ajuste da função de densidade probabilística normal bivariada e verificou-se que a transformação foi benéfica a melhoria do ajuste. Na predição do sortimento houve grande discrepância das estimativas realizadas pelo modelo proposto quando comparadas com a produção real da floresta. Desse modo, não deve ser recomendada a sua utilização de acordo com esses resultados. Para os modelos generalizados conclui-se que aquele com alteração da distribuição probabilística na variável altura teve melhor representação do tronco.

Palavras-chave: distribuição normal bivariada, afilamento, sortimento.

REPRESENTATION OF THE TREES STEM PROFILE BY BIVARIATE GENERALISED MIXED MODELS

ABSTRACT

The multivariate modeling can be considered a statistical tool of great importance in forest science. Among many uses, the prediction of assortments of a forest population is an important activity for forest management. Thus, the aim of this study was to evaluate if the bivariate modeling and generalised linear mixed modeling has performance to represent the trees stem profile and estimate the assortment. The data set has 558 measured trees with age varying from 11 to 31 years located in Campo Belo do Sul, Santa Catarina, Brazil. The data bivariate normality was evaluated and the standard bivariate normal distribution was fitted. The generalised linear mixed modeling was evaluated with six models for representing the stem profile. The statistic criteria to assessing the models were the Akaike Information Criterion (AIC), Maximum Likelihood Index (MLI), Deviance Information Criterion (DIC) and graphic analysis of the bivariate residuals. It was found that the data were not bivariate normal, regardless of the Box-Cox transformation. With the probabilistic density function bivariate normal fitted was found that the transformation was beneficial to improve the fit. In the assortment prediction there was a high discrepancy of the estimates made by the proposed model when compared to the actual production of the forest. Thus, it should not be recommended for use according to these results. For the generalised linear mixed models it is concluded that one with change of the probability distribution on the variable height had better representation of the stem profile.

Key-words: Bivariate Normal Distribution, Taper, Assortment.

5.1 INTRODUÇÃO

Quando o objetivo do manejo é dar usos mais valiosos à floresta, torna-se necessário o emprego de técnicas mais sofisticadas de modelagem como o uso de funções de afilamento do tronco. As funções de afilamento, na sua essência mais simples, visam representar a forma da árvore por meio de um modelo matemático, possibilitando estimar número de toras vinculadas a um diâmetro mínimo de uso e estimar volume nas mais variadas porções do tronco, tradicionalmente conhecido como sortimentos florestais (HUSCH et al., 1972; AHRENS; ROBERT, 1981 apud QUEIROZ et al., 2006).

Por isso, conhecer o afilamento do fuste das árvores é essencial para o planejamento e execução de atividades florestais, principalmente quando se deseja classificar a produção pelas toras de madeira, segundo as metas estabelecidas. Ao associá-lo à função de crescimento, a descrição matemática do afilamento permite inferir na quantidade e dimensão das toras de forma dinâmica, simulando cenários de custo e renda os quais podem auxiliar na definição da rotação do povoamento (COSTA et al., 2016).

Os modelos de afilamento visam, portanto, retratar as variações da forma do tronco com a finalidade de estimar os volumes parciais ou totais de madeira, considerando as árvores como um sólido de revolução. Na literatura florestal, muitos são os trabalhos que envolvem esse procedimento, como em Schöpfer (1966), que propôs o uso de um modelo polinomial de 5º grau, o qual relativiza o afilamento das árvores em função do diâmetro medido à 1,30 m do solo (DAP) e pela altura total. Segundo Figueiredo Filho et al. (1996), funções de afilamento têm sido usadas no Brasil desde os anos 1970 e a classe dos modelos polinomiais são as mais utilizadas para descrever as variações no tronco de plantações de *Pinus taeda* e *Pinus elliottii* na região sul do Brasil.

Os estudos que avaliam a forma do tronco utilizam basicamente a relação alométrica entre as variáveis por uma relação unidimensional entre as mesmas. Entretanto, Rodrigues (2012) afirma que essa relação pode fornecer informações limitadas do evento, não sendo suficiente para descrevê-lo em sua plenitude. A dependência entre variáveis apresentada por fenômenos de natureza multidimensional exige o uso de modelos correlacionados. Uma das maneiras de se

analisar esse comportamento é por um modelo multivariado. Este ajusta uma equação para cada uma das variáveis respostas e as une em um mesmo modelo, sendo este capaz de explicar a variabilidade bivariada ou multivariada na sua forma original.

A análise das relações simultâneas, entre os diâmetros e as alturas ao longo do fuste por meio das funções densidade de probabilidade (f.d.p.) multivariadas é ainda muito incipiente no país. Entretanto, possui grande importância diante dos resultados que podem fornecer em vista do seu potencial produtivo e econômico que a predição dos sortimentos representa as empresas florestais (SENA, 2011).

Outra abordagem interessante é a utilização dos modelos lineares generalizados que possuem grande potencial e idealizados por Nelder e Wedderburn (1972). A ideia é fornecer opções para a distribuição da variável resposta, permitindo que a mesma pertença à família exponencial de distribuições, bem como dar maior flexibilidade para a relação funcional entre a média da variável resposta e o preditor linear (PAULA, 2013). Assim, um modelo linear generalizado é definido por: (i) um componente aleatório associado à distribuição da variável resposta; (ii) um componente sistemático linear nos parâmetros, denominado preditor linear ou estrutura linear do modelo; (iii) uma função de ligação, a qual combina o componente aleatório e o componente sistemático (RESENDE, 2002). Alguns trabalhos foram realizados recentemente no meio florestal utilizando essas técnicas, tais como: Carvalho et al. (2011) para predição da área basal e volume e Hess et al. (2015), que avaliaram o crescimento em altura para pinus.

Diante do exposto, inúmeras técnicas de modelagem devem ser estudadas para aprimoramento das funções de afilamento. Juntamente com a modelagem multivariada, modelagem generalizada tem-se os modelos mistos com grandes benefícios ao processo de estimação. Os modelos mistos propõem avaliar diferentes grupos como efeitos aleatórios nas equações, inserindo o efeito das estruturas de variância e covariância dos grupos para minimizar os erros de precisão e melhorar as estimativas. Portanto, diante das várias possibilidades que as modernas técnicas de modelagem proporcionam e buscando aprimorar as estimativas florestais, realizou-se este estudo.

5.1.1 Objetivo geral

Neste trabalho, objetivou-se testar a conciliação da modelagem mista, da modelagem multivariada e dos modelos lineares generalizados para representação do perfil do tronco das árvores e quantificação dos sortimentos da produção florestal.

5.1.2 Objetivos específicos

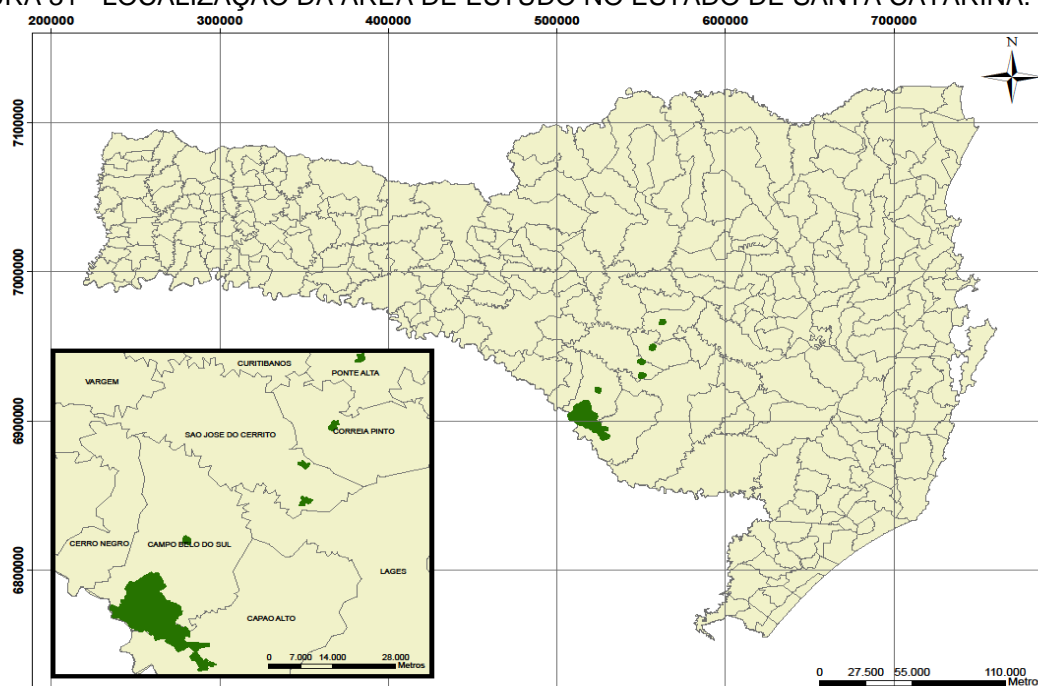
- a) Ajustar um modelo fixo bivariado gaussiano;
- b) Efetuar a predição do sortimento pelo modelo fixo bivariado gaussiano;
- c) Ajustar um modelo linear generalizado misto bivariado inserindo a idade como efeito aleatório para representar o perfil de árvores;
- d) Analisar o efeito da generalização da distribuição para a variável altura.

5.2 MATERIAL E MÉTODOS

5.2.1 Área de estudo

O trabalho foi conduzido no município de Campo Belo do Sul, Santa Catarina, nas áreas da empresa Florestal Gateados Ltda (FIGURA 31). De acordo com a classificação de Koppen, o clima da área de estudo é predominantemente, do tipo Cfb, mesotérmico, subtropical úmido, com verões frescos, sem estações secas definidas, com a ocorrência de geadas severas e temperatura média anual de 16 °C. A precipitação anual varia entre 1.300 a 2.400 mm e a altitude média é de 950 m. O solo de maior representatividade do local é o Nitossolo Háplico, com associações de Cambissolo e Neossolo Litólico nas áreas mais declivosas (EMBRAPA, 1988).

FIGURA 31 - LOCALIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO NO ESTADO DE SANTA CATARINA.



5.2.2 Coleta de dados

As variáveis dendrométricas para análise do comportamento do perfil do tronco estão distribuídas em um conjunto de dados de 558 árvores cubadas de *Pinus taeda* em quatro sítios florestais que variam de 11 até 31 anos, classificados segundo a empresa (TABELA 13).

TABELA 13 – DISTRIBUIÇÃO DAS ÁRVORES CUBADAS DE *Pinus taeda* NOS QUATRO SÍTIOS FLORESTAIS E NAS RESPECTIVAS IDADES.

Classe de Sítio	Índice de Sítio (IS)	Idade (anos)											Nº Árvores		
		11	12	13	19	21	23	24	25	26	27	28		30	31
I	28	35		16	15		76		28		74				244
II	26		25			40		40	40	40			66	42	293
III	24											15	4		19
IV	21												2		2
Total Geral		35	25	16	15	40	76	40	68	40	74	15	72	42	558

As árvores cubadas foram selecionadas com base na distribuição diamétrica dos povoamentos provenientes dos dados do inventário florestal. Estes indivíduos selecionados foram derrubados, seccionados e medidos os diâmetros em diferentes alturas ao longo do tronco a 0,1 m; 0,3 m; 0,5 m; 0,9 m; 1,3 m; 2 m e a partir de 2 m foi de metro em metro. Os diâmetros com casca das toras foram medidos com auxílio de uma suta e os comprimentos com uma trena. O volume individual das árvores foi determinado pela fórmula de Smalian conforme Machado e Figueiredo Filho (2006). Utilizou-se a cubagem rigorosa para a obtenção do volume individual para posterior comparação com o volume predito pelas equações. Um resumo estatístico das principais variáveis dendrométricas das 558 árvores estão na TABELA 14.

TABELA 14 - RESUMO ESTATÍSTICO DOS DADOS DE dap, ALTURA TOTAL (h) E VOLUME INDIVIDUAL (v) DAS ÁRVORES DE *Pinus taeda*.

Estatísticas	dap (cm)	h (m)	v (m³)
Mínimo	14,9	14,1	0,1374
Média	37,7	29,2	1,7473
Máximo	65,0	41,5	5,4871
Desvio Padrão	9,1	5,0	0,9554
Coefficiente de Variação (%)	24,2	17,0	54,7

Foram estabelecidas cinco classes diamétricas por meio de análise prévia pelo critério empírico para representação das árvores. Os limites inferiores e superiores do dap considerados para ingresso nas classes, e os respectivos centros de classe (cc), para representação das mesmas, foram de: 15 à 24,9 cm, na 1ª classe (cc = 20 cm); 25 à 34,9 cm, na 2ª classe (cc = 30 cm); 35 à 44,9 cm, na 3ª classe (cc = 40 cm); 45 à 54,9 cm, na 4ª classe (cc = 50 cm) e 55 à 65 cm, na 5ª classe (cc = 60 cm).

5.2.3 Modelo bivariado fixo

Uma matriz X foi organizada para descrever a relação bivariada entre h_{ij} e d_{ij} obtidas na cubagem rigorosa, sendo que j refere-se às posições no fuste e i às respectivas árvores amostradas. A matriz possui dimensões $(n \times 2)$ em que x_{n1} e x_{n2} representam os diâmetros medidos a várias alturas (d_{ij}) e as respectivas alturas do fuste (h_{ij}) nas árvores cubadas.

$$X = \begin{bmatrix} x_{n1} & x_{n2} \\ x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} \end{bmatrix}$$

Sendo: x_{np} são os elementos da matriz X , onde n corresponde às linhas e p às colunas, representando as alturas ($p = 1$) e os diâmetros ($p = 2$) mensurados em cada árvore.

a) Teste de Normalidade Bivariado

Foi utilizado o teste de Shapiro Wilk generalizado para avaliar a normalidade multivariada da matriz X . Esse foi implementado com auxílio do pacote *mvShapiroTest* do *Software R*.

Caso a hipótese nula de normalidade bivariada fosse rejeitada, será utilizada a transformação Box-Cox (Eq. 11) na variável que não apresentou normalidade. Para essa transformação utilizou-se o pacote *car* do *software R*.

$$y^\lambda = \frac{(y^\lambda - 1)}{\lambda} \quad (11)$$

Sendo: y é a variável a ser transformada; λ é o coeficiente da transformação Box-Cox (varia de -1 e 1); y^λ é a variável resultante da transformação.

b) Função de Densidade Probabilística (f.d.p.) Normal Bivariada

A normalidade bivariada foi testada com a função de Everitt (2004) por meio de gráficos *boxplots* bivariados.

A função de densidade probabilística da normal bivariada (h_{ij} e d_{ij}) foi disposta no vetor aleatório $X = [X_1, X_2]^T$ e definida pela equação 12.

$$f(X_1, X_2) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_{11}\sigma_{22}(1-\rho_{12}^2)}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_{12}^2)} \left[\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sqrt{\sigma_{11}}}\right)^2 + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sqrt{\sigma_{22}}}\right)^2 - 2\rho_{12} \frac{(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{\sqrt{\sigma_{11}\sigma_{22}}}\right]\right\} \quad (12)$$

Onde x_1 é a variável altura (m), x_2 é a variável diâmetro (cm), σ é o desvio padrão proveniente da matriz de covariância, ρ é o coeficiente de correlação entre as variáveis e μ é a média da variável considerada resultante da matriz de médias.

Logo, os parâmetros da função normal bivariada foram determinados pelos estimadores de máxima verossimilhança, obtidos pelas derivadas parciais de primeira ordem.

O ajuste dos parâmetros da função normal bivariada, descrita anteriormente, foi realizado por meio do pacote *ghyp* do *Software R*. A qualidade do ajuste foi realizada pelo logaritmo da máxima verossimilhança (MV) e do Critério de Informação Akaike (AIC), fornecidos nesse pacote.

c) Predição dos Sortimentos

A probabilidade de ocorrência dos sortimentos (p) foi representada pelo volume sob a curva da f.d.p. de acordo com o comprimento da tora (l) e das classes diamétricas (d_{\min}) da ponta fina da tora (TABELA 15). Para essas estimativas foi considerada a altura do toco de 0,1 metro.

TABELA 15 – DESCRIÇÃO DAS DIMENSÕES DOS DOIS PRINCIPAIS SORTIMENTOS UTILIZADOS PELA EMPRESA.

Produto	Dimensões	
	l (m)	d_{\min} (cm)
Serraria	3,0	25,0 - 34,9
Laminação	3,0	$\geq 35,0$

Onde: l é o comprimento da tora (m) e d_{\min} é o diâmetro mínimo da tora na ponta fina(cm).

O cálculo dessa probabilidade foi realizado por integração numérica da f.d.p. normal bivariada por meio da Segunda Regra de Simpson com o *Software Maple 12*. Essa regra é obtida aproximando-se a função $f(x)$ por um polinômio interpolador de terceiro grau que subdivide o intervalo $[a, b]$ analisado em n subintervalos. Assim, por meio do somatório das integrais múltiplas desse intervalo encontra-se o valor desejado com a seguinte integração:

$$p_i = \int_{-\infty}^{h_2} \int_{-\infty}^{d_2} f(h_{ij}, d_{ij}) - \int_{-\infty}^{h_1} \int_{-\infty}^{d_2} f(h_{ij}, d_{ij}) - \int_{-\infty}^{h_2} \int_{-\infty}^{d_1} f(h_{ij}, d_{ij}) + \int_{-\infty}^{h_1} \int_{-\infty}^{d_1} f(h_{ij}, d_{ij}) \quad (13)$$

Onde: p_i é a probabilidade de ocorrência da tora i com comprimento da tora e diâmetro da ponta fina conhecidos; h_1 é a altura (m) que corresponde à posição do tronco relativo a base da tora; h_2 é a altura (m) que corresponde à posição do tronco relativo ao topo da tora; d_1 é o limite inferior da classe diamétrica do diâmetro da ponta fina da tora (cm); d_2 é o limite superior da classe diamétrica do diâmetro da ponta fina (cm); $f(h_{ij}, d_{ij})$ é a função de densidade probabilística das variáveis diâmetro e altura representadas pela função normal bivariada.

A partir das estimativas da probabilidade, foi possível obter o número de toras por hectare para os diferentes sortimentos da seguinte forma:

$$N_t = p_i * \bar{N} \quad (14)$$

Em que: N_t é o número de toras no respectivo sortimento especificado (toras/ha); p_i é a probabilidade de ocorrência da tora i com comprimento de tora e diâmetro da ponta fina conhecidos; \bar{N} é o número médio de árvores obtido no corte raso do povoamento (350 árv./ha).

A comparação foi feita com base na produção de um povoamento que foi realizado corte raso aos 33 anos. A produção desse foi de aproximadamente 881 toras/ha para serraria e 628 toras/ha para laminação. Essas informações foram obtidas pela empresa, com base na quantidade de toras vendidas nesse povoamento.

5.2.4 Modelo linear generalizado bivariado misto

Esses modelos desenvolveram-se no contexto da estatística Bayesiana com modelos lineares generalizados mistos, por meio do pacote *MCMCglmm* do *Software R*. Os parâmetros foram obtidos por simulações da Cadeia de Markov via Método Monte Carlo. Desse modo, estes modelos foram descritos segundo Hadfield (2010) e constituídos por três componentes basicamente:

→ As funções de densidade probabilística de que os dados se referem y para variáveis respostas (l), na escala de ligação com a respectiva distribuição;

→ O modelo misto linear padrão com efeitos fixos e aleatórios aplicados nas variáveis respostas (l);

→ As estruturas de variância e covariância entre os efeitos fixos e aleatórios.

a) Distribuição Probabilística das variáveis respostas (l)

A probabilidade das variáveis preditoras i são representadas por:

$$f_i(y_i|l_i) \quad (15)$$

Onde: f_i é a função de densidade probabilística associada com y_i . Por exemplo, se y_i assumir a distribuição normal aos dados, usa-se a função de ligação correspondente a mesma.

b) Estrutura do Modelo

Seja Y_{ri} o vetor das n_{ri} medidas tomadas no indivíduo i , para a variável r . Assume-se que cada Y_{ri} satisfaz um modelo misto. Neste estudo as variáveis respostas do modelo foram a altura (h_i) e o diâmetro (d_i) ao longo do tronco, representados nas seguintes equações:

$$Y_{1i} = X_{1i}\beta_1 + Z_{1i}b_{1i} + \varepsilon_{1i} \quad (16)$$

$$Y_{2i} = X_{2i}\beta_2 + Z_{2i}b_{2i} + \varepsilon_{2i} \quad (17)$$

Em que: Y_{1i} é a variável resposta altura ao longo do tronco (m); Y_{2i} é a variável resposta diâmetro ao longo do tronco (cm); β_r , $r=1,2$, representa o vetor de parâmetros de efeito fixo para cada uma das variáveis; X_{ri} e Z_{ri} são as matrizes de especificação dos efeitos fixos e dos efeitos aleatórios para cada uma das variáveis.

Ambas as trajetórias de resposta são ligadas por meio da especificação da distribuição conjunta de efeitos aleatórios b_{ri} . Assume-se que o vetor b_i de todos os efeitos aleatórios para o i -ésimo indivíduo é proveniente de uma distribuição normal multivariada, com vetor de médias nulo e matriz de covariâncias.

c) Estrutura de variância e covariância dos parâmetros do modelo

$$\begin{pmatrix} \beta \\ b \\ \varepsilon \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} \beta_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \right)$$

Onde β_0 são as médias a priori dos efeitos fixos com matrix de covariância a priori B ; G e R são as covariâncias dos efeitos aleatórios e dos respectivos resíduos. A diagonal da matriz de zeros implica a independência a priori entre os efeitos fixos, efeitos aleatórios e os resíduos.

Geralmente, G e R são matrizes grandes com dimensões iguais ao número de efeitos aleatórios e erros. Normalmente, elas são desconhecidas, e devem ser estimadas para os dados. Usualmente, assumem uma estrutura que pode ser parametrizada com poucos parâmetros.

d) Modelos Propostos

Nesse contexto estabeleceram-se seis situações para avaliar a modelagem por meio dessa técnica (TABELA 16).

TABELA 16 – MODELOS AJUSTADOS PARA VERIFICAR A EFICIÊNCIA DA TÉCNICA.

Modelo	Descrição Parâmetros		Função de Ligação (Distribuição)	
	Fixo	Aleatório	Altura (hi)	Diâmetro (di)
1	Intercepto	Idade	Normal	Normal
2	Intercepto + (dap / ht)	Idade	Normal	Normal
3	Intercepto	Idade	Ordinal	Normal
4	Intercepto + (dap / ht)	Idade	Ordinal	Normal
5	Intercepto	Idade	Exponencial	Normal
6	Intercepto + (dap / ht)	Idade	Exponencial	Normal

Verifica-se que para o modelo 2, 4 e 6 foi incorporada a razão entre o diâmetro à altura do peito (dap) e a altura total (h_t) das árvores. A função de ligação é a ferramenta responsável dos modelos generalizados por estabelecer a distribuição de probabilidade das variáveis respostas. Dessa forma, a função de ligação une o

componente sistemático ao componente aleatório em um modelo linear generalizado, ou seja, conecta a média ao preditor linear.

e) Critério de Informação dos Desvios (DIC)

A classe de modelos generalizados mistos é avaliada por meio do Critério de Informação dos Desvios (DIC), obtido conforme a equação (18) e com mais detalhes em Hadfield (2010).

$$DIC = 2\bar{D} - D(\bar{\Omega}) \quad (18)$$

Onde o D é a média dos desvios obtidos de todas as interações da variável resposta; $D(\bar{\Omega})$ é a média dos parâmetros ajustados do modelo.

Desse modo, quanto menor for os DIC, melhor será considerada a equação. Os ajustes também foram avaliados por meio do gráfico das interações e das distribuições de densidade de cada situação estudada.

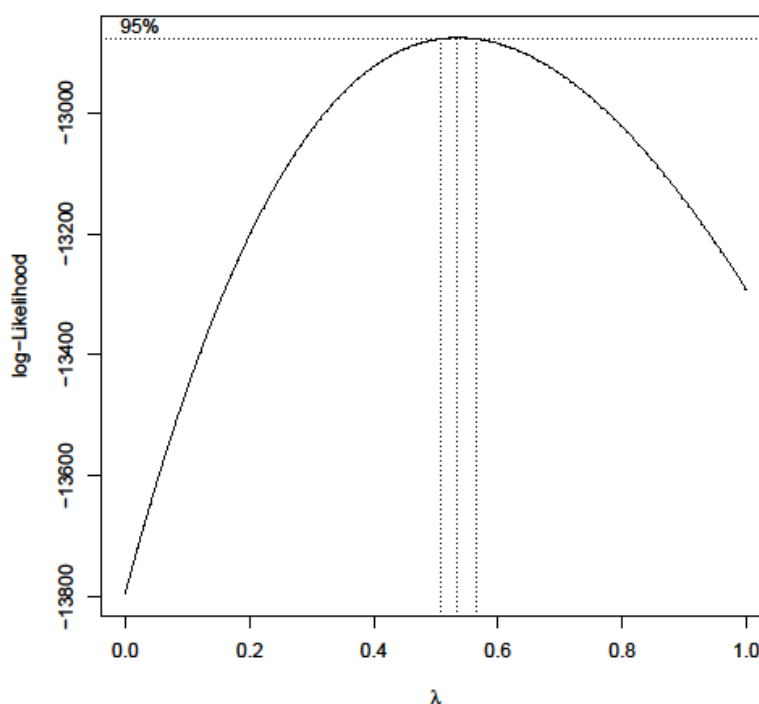
5.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.3.1 Modelo bivariado fixo

A normalidade bivariada foi avaliada por meio do teste de Shapiro Wilk Generalizado com uma matriz de dados reduzida para $n < 5.000$ (X') devido a limitação computacional ao teste. Logo, os resultados foram extrapolados para a matriz completa com todas as árvores (X). Assim, obtive valores de $H' = 0,9761$ e p -valor $< 0,0001$ para a matriz X' . Dessa forma, a hipótese nula que afirmava a normalidade bivariada foi rejeitada à 5% de significância.

Como as variáveis dendrométricas da matriz X' não possuíam normalidade realizou-se a transformação Box-Cox conforme a FIGURA 32.

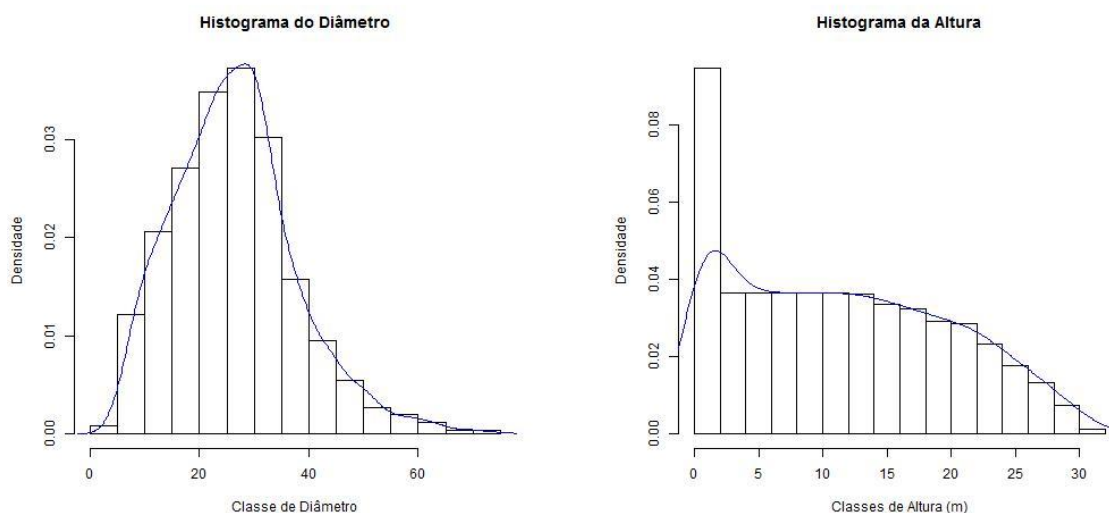
FIGURA 32 – MAXIMIZAÇÃO DO PARÂMETRO λ POR MEIO DA FUNÇÃO DE VEROSSIMILHANÇA PERFILHADA ORIUNDA DA TRANSFORMAÇÃO BOX-COX.



A maximização do parâmetro, na FIGURA 32, com a transformação Box-Cox evidencializa-se o valor de aproximadamente $\lambda = 0,55$. Logo, esse foi utilizado para transformação da matriz completa de dados X para posterior avaliação da normalidade.

Após a transformação Box-Cox foi verificada novamente a normalidade bivariada na matriz X' . O teste Shapiro-Wilk Generalizado indicou que $H' = 0,9734$ e $p\text{-valor} < 0,0001$ para esses dados. Assim, novamente não foi possível atingir a normalidade bivariada à 5% de significância. Os histogramas de frequência de ambas variáveis foram apresentados para melhor compreender esse resultado (FIGURA 33).

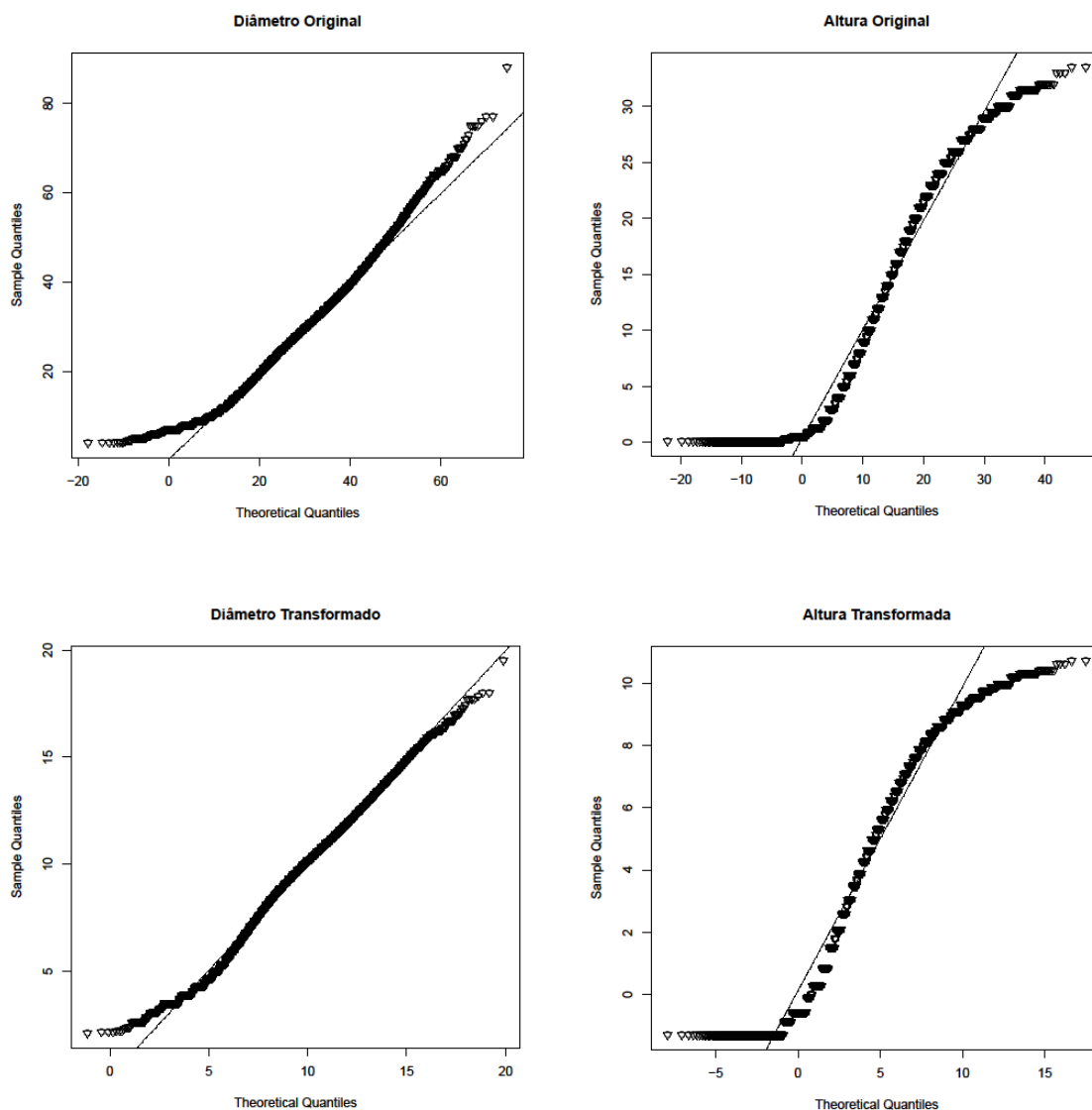
FIGURA 33 – HISTOGRAMA DE FREQUÊNCIA DA VARIÁVEL DIÂMETRO E ALTURA DAS ÁRVORES UTILIZADAS NA MODELAGEM COM CURVA MÉDIA.



Os histogramas (FIGURA 33) demonstram que a variável diâmetro possui distribuição semelhante à normal, entretanto, a variável altura não apresentou o mesmo aspecto. Fato esse que, provavelmente, foi responsável pelos dados não atingirem a normalidade bivariada.

A FIGURA 34 possui a avaliação da qualidade do ajuste à distribuição normal padrão das variáveis dendrométricas diâmetro e altura da matriz X , por meio do gráfico quantil-quantil.

FIGURA 34 – GRÁFICO QUANTIL-QUANTIL DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO BIVARIADA DAS VARIÁVEIS DIÂMETRO E ALTURA DA MATRIZ X ANTES E DEPOIS DA TRANSFORMAÇÃO BOX-COX.

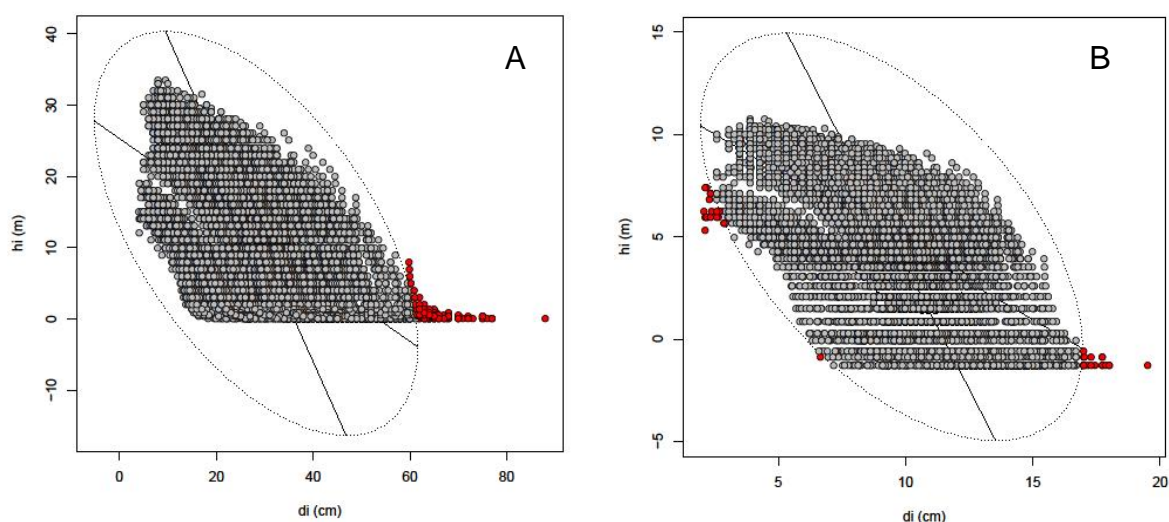


Sabe-se que o gráfico Quantil-Quantil é importante, pois verifica a distribuição de frequência dos dados a uma distribuição de probabilidades em relação a normal padrão. Com isso, observando as variáveis originais, percebe-se que o diâmetro teve melhor comportamento ao ajuste a normal padrão do que a altura. Isso se deve a altura não estar bem distribuída sobre a reta. Após a transformação Box-Cox, o diâmetro novamente possuiu melhor ajuste à reta, incluindo suas extremidades, que anteriormente não foram observadas. A altura manteve praticamente o mesmo ajuste após transformação para verificação da normalidade. Essa melhora em relação a normalização da variável diâmetro poderá influenciar no ajuste da normal bivariada e

na predição dos sortimentos. Assim, realizaram-se os ajustes da função de densidade probabilística, $f(X_1, X_2)$, para justamente avaliar se essa possível melhoria do diâmetro pode afetar a qualidade do modelo final em ambas situações, independente de ter atingido a normalidade.

A normalidade bivariada foi também verificada por meio da análise gráfica dos boxplots (FIGURA 35). Nesses gráficos possuem duas elipses, uma no interior que contem 50% dos dados e outra exterior que limita as informações dentro do intervalo de confiança de 99% de probabilidade.

FIGURA 35 – BOXPLOTS BIVARIADOS PARA VERIFICAR OS PRESSUPOSTOS DA NORMALIDADE DA MATRIZ X_{OR} (A) E DA X_{TR} (B).



A função bivariada de Everitt (2004), desenvolvida pelo método de Goldberg e Iglewicz (1992) para construir *boxplots* bivariados, é capaz de avaliar a localização, dimensão e correlação das estimativas bivariadas e indicar se há observações discrepantes em relação a amostragem. Dessa forma, a FIGURA 35 A demonstra informações problemáticas nos maiores diâmetros que foram mensurados próximos à base da árvore. Já na FIGURA 35 B a transformação das variáveis indicou que houve tanto no diâmetro quanto nas alturas algumas medidas que geraram valores fora do limite de confiança. Porém, de modo geral, as variáveis tiveram bom comportamento para essa análise bivariada.

As estimativas de máxima verossimilhança dos parâmetros da $f(X_1, X_2)$ estão representados pelo vetor de médias e pela matriz de variâncias e covariâncias da matriz das variáveis originais (X_{or}) e das transformadas (X_{tr}), como segue.

$$\bar{X}_{or} = \begin{bmatrix} 12,28679 \\ 28,40031 \end{bmatrix} \quad S_{or} = \begin{bmatrix} 74,64119 & -68,74656 \\ -68,74656 & 134,23279 \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_{tr} = \begin{bmatrix} 4,787495 \\ 9,383104 \end{bmatrix} \quad S_{tr} = \begin{bmatrix} 10,165304 & -5,726464 \\ -5,726464 & 6,956620 \end{bmatrix}$$

Com a transformação dos dados, objetivando atingir a normalidade, verificou-se por meio das matrizes \bar{X}_{tr} e S_{tr} que os valores das variáveis mensuradas na cubagem das árvores foram minimizados. Nota-se também, que independente das variáveis terem sido transformadas ou não, a covariância entre o diâmetro e altura foram negativas. Isso representa que as duas variáveis não tendem a variar no mesmo sentido. Logo, os valores acima da média da altura estão associados a valores inferiores à média do diâmetro. Comportamento semelhante a esse foi encontrado por Sena (2011), avaliando o afilamento em eucaliptos. Desse modo, a transformação das variáveis e a minimização das covariâncias podem influenciar positivamente na modelagem do perfil do tronco, devido possuírem menor variabilidade.

As estatísticas que avaliaram o ajuste da função $f(X_1, X_2)$ nas duas condições estabelecidas pela matriz original e na transformada, podem ser visualizadas na TABELA 17.

TABELA 17 – CRITÉRIOS ESTATÍSTICOS UTILIZADOS PARA COMPARAÇÃO DOS MODELOS TESTADOS DA MATRIZ DAS VARIÁVEIS ORIGINAIS (X_{OR}) E DAS TRANSFORMADAS (X_{TR}).

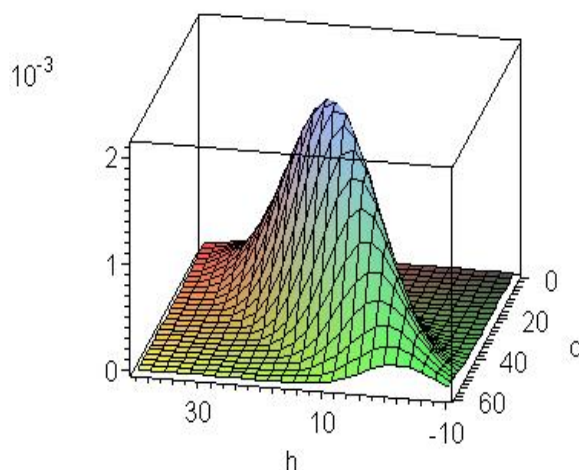
Equação	AIC	MV
X_{tr}	138.765,50	-69.377,74
X_{or}	212.360,50	-106.175,30

Onde o AIC é o Critério de Informação Akaike e MV é o Índice de Máxima Verossimilhança.

Ambos os índices estatísticos utilizados na avaliação do ajuste indicaram que a transformação Box-Cox contribuiu positivamente no processo de modelagem em, aproximadamente, 50%. Logo, mesmo não obtendo normalidade bivariada o ajuste já demonstrou representativas mudanças benéficas na modelagem. Isso pode influenciar na predição das estimativas pela equação proposta.

Com base nas estimativas de máxima verossimilhança (\bar{X}_{tr} e S_{tr}), oriundas da função de densidade probabilística normal bivariada da matriz X_{tr} foi possível representá-la graficamente (FIGURA 36).

FIGURA 36 – FUNÇÃO DE DENSIDADE PROBABILÍSTICA NORMAL BIVARIADA OBTIDA A PARTIR DAS ESTIMATIVAS DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA (\bar{X}_{tr} E S_{tr}) PARA A MATRIZ X_{TR} PARA PREDIÇÃO DOS SORTIMENTOS.



A função de densidade probabilística normal bivariada foi capaz de representar, de forma bivariada, a variação do diâmetro e da altura ao longo do fuste das árvores de acordo com a probabilidade de ocorrência. Com isso, é possível calcular essa probabilidade dos respectivos sortimentos. Por meio dessa análise gráfica, percebe-se a capacidade que, ao aumentar a altura no fuste das árvores ou as classes de diâmetros dos sortimentos, diminui a probabilidade de existir toras classificadas com maior diâmetro ou valor agregado.

Por meio da integração da f.d.p. normal bivariada, foi possível gerar as probabilidades de ocorrência do número de toras (TABELA 18) e a quantidade de toras por hectare dos respectivos sortimentos avaliados (TABELA 19).

TABELA 18 – ESTIMATIVAS DA PROBABILIDADE DE OCORRÊNCIA DO NÚMERO DE TORAS PARA SERRARIA (DE 25 ATÉ 34,9 CM) E LAMINAÇÃO (≥ 35 CM) OBTIDAS A PARTIR DA INTEGRAÇÃO DA F.D.P. NORMAL BIVARIADA.

Altura (m)	Classes de Diâmetro (cm)						Total
	25 + 30	30 + 35	35 + 40	40 + 45	45 + 50	50 + 55	
3,1	0,0012	0,0038	0,0084	0,0130	0,0138	0,0102	0,0504
6,1	0,0038	0,0096	0,0167	0,0201	0,0167	0,0096	0,0766
9,1	0,0094	0,0186	0,0253	0,0238	0,0155	0,0069	0,0995
12,1	0,0178	0,0275	0,0293	0,0215	0,0109	0,0038	0,1110
15,1	0,0259	0,0312	0,0252	0,0149	0,0059	0,0016	0,1047
18,1	0,0287	0,0270	0,0176	0,0079	0,0024	0,0005	0,0842
21,1	0,0712	0,0179	0,0091	0,0032	0,0008	0,0001	0,1023
24,1	0,1229	0,0091	0,0036	0,0010	0,0002	0,0000	0,1368
27,1	0,2119	0,0035	0,0011	0,0002	0,0000	0,0000	0,2168
30,1	0,0313	0,0010	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0326
33,1	0,0173	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0176
36,1	0,0082	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0082
39,1	0,0033	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0033
42,1	0,0011	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0011
Total	0,5539	0,1495	0,1366	0,1057	0,0664	0,0329	

Analisando a TABELA 18, pode-se afirmar que, de forma geral, independente da classe diamétrica avaliada houve um aumento da probabilidade com o aumento da altura do tronco, até determinado ponto em cada categoria. Salienta-se também que, conforme maior for a classe de diâmetro da tora, menor será a altura no fuste de maior ocorrência das toras. Avaliando-se apenas as classes de diâmetro que possuíram maior probabilidade, viu-se que a probabilidade foi inversamente proporcional ao aumento das classes. A primeira classe de diâmetro de 25 até 30 cm, destinadas à serraria, teve mais que metade das probabilidades existentes. Já a altura não demonstrou comportamento semelhante às classes diamétricas com relação ao aumento das mesmas. Percebeu-se que houve um pequeno aumento da probabilidade até certo ponto, e depois tendeu a reduzir, sendo que a maior probabilidade foi encontrada na altura de 24,1 até 27,1 metros, representada, basicamente, pela primeira classe de diâmetro.

TABELA 19 – ESTIMATIVAS DO NÚMERO DE TORAS POR HECTARE PARA SERRARIA (DE 25 ATÉ 34,9 CM) E LAMINAÇÃO (> 35 CM) OBTIDAS A PARTIR DA INTEGRAÇÃO DA F.D.P. NORMAL BIVARIADA.

Altura (m)	Classes de Diâmetro (cm)						Total
	25 + 30	30 + 35	35 + 40	40 + 45	45 + 50	50 + 55	
3,1	0	1	3	5	5	4	18
6,1	1	3	6	7	6	3	27
9,1	3	6	9	8	5	2	35
12,1	6	10	10	8	4	1	39
15,1	9	11	9	5	2	1	37
18,1	10	9	6	3	1	0	29
21,1	25	6	3	1	0	0	36
24,1	43	3	1	0	0	0	48
27,1	74	1	0	0	0	0	76
30,1	11	0	0	0	0	0	11
33,1	6	0	0	0	0	0	6
36,1	3	0	0	0	0	0	3
39,1	1	0	0	0	0	0	1
42,1	0	0	0	0	0	0	0
Total	194	52	48	37	23	12	366

Por meio da TABELA 19, nota-se que houve, no geral, 366 toras por hectare, sendo 246 toras para serraria e 120 toras para laminação. Sabe-se que o número de toras produzidos na empresa foi de 1509 toras por hectare, sendo 881 toras/ha para serraria e 628 toras/ha para laminação. Logo, percebe-se que a f.d.p. normal bivariada subestimou em, aproximadamente, 75% a quantidade total de toras/ha. Considerando os dois sortimentos estudados, a subestimativa foi cerca de 72% para serraria e de 80% para laminação. Sena (2011), estudando a f.d.p. normal bivariada na predição dos sortimentos florestais para *Eucalyptus* também encontrou resultados insatisfatórios nas estimativas do número de toras por hectare. Essa autora encontrou subestimativas de, até, 95% para celulose e energia, e quando considerada a madeira para serraria predominou superestimativas em mais de 100% no número de toras. Os resultados encontrados foram inadequados para o objetivo proposto.

5.3.2 Modelo linear generalizado bivariado misto

Por meio do ajuste dos modelos propostos, tem-se na TABELA 20 o índice estatístico que avalia os mesmos.

TABELA 20 – CRITÉRIOS DE INFORMAÇÃO DOS DESVIOS (DIC) DAS SITUAÇÕES ESTUDADAS.

Modelo	DIC
1	16.430,13
2	15.718,56
3	5.686,78
4	8.724,58
5	6.684,11
6	6.754,56

Com base nos DIC dos modelos pode-se realçar que os modelos 1 e 2 que a função de ligação estabelecida com a distribuição normal para ambas variáveis resposta tiveram o pior ajuste. Os melhores resultados foram obtidos quando houve a alteração da distribuição por meio da função de ligação na variável resposta altura. O modelo 3 teve destaque por possuir maior capacidade preditiva devido seu menor erro. Possivelmente, essa melhoria deu-se pelo fato da altura ter comportamento crescente na cubagem, estabelecendo condições mais representativas ao modelo devido este utilizar a distribuição de probabilidade ordinal. A inclusão da razão (DAP/HT) deu-se devido à mesma representar a forma da árvore, sendo que, quanto mais próxima de 1, melhor sua arquitetura. Logo, a mesma teve comportamento diferente na modelagem, pois no modelo 2 contribuiu positivamente e no modelo 4 e 6 negativamente para minimizar os desvios do ajuste. Fato esse que pode ser atrelado à alteração da distribuição da função de ligação e também pela melhor representação das diferentes distribuições (Ordinal e Exponencial).

A análise gráfica dos ajustes demonstrada nas simulações da Cadeia de Markov via Método Monte Carlo, das diferentes situações representadas pela trajetória das médias dos parâmetros (à esquerda) e das densidades probabilísticas estimadas a posteriori das cadeias para os efeitos fixos dos coeficientes (à direita) podem ser visualizadas nas de FIGURA 37 até 42.

FIGURA 37 – RESUMO GRÁFICO DA CADEIA DE MARKOV VIA SIMULAÇÕES MONTE CARLO PARA O INTERCEPTO DO MODELO 1.

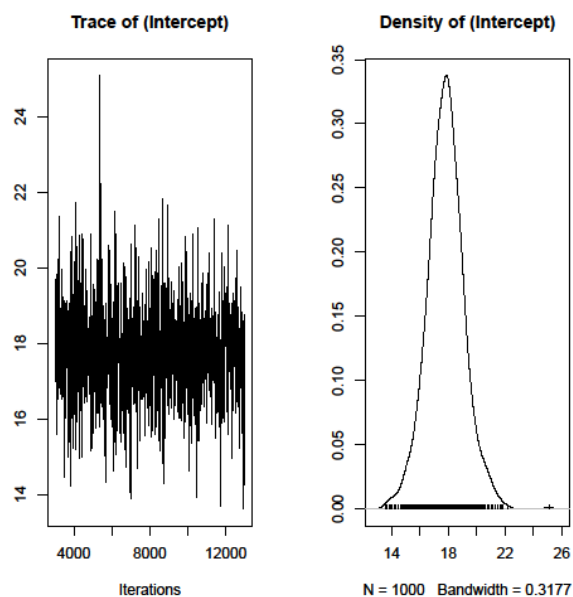


FIGURA 38 – RESUMO GRÁFICO DA CADEIA DE MARKOV PARA O INTERCEPTO E PARA A RAZÃO (X1) DOS PARÂMETROS DO MODELO 2.

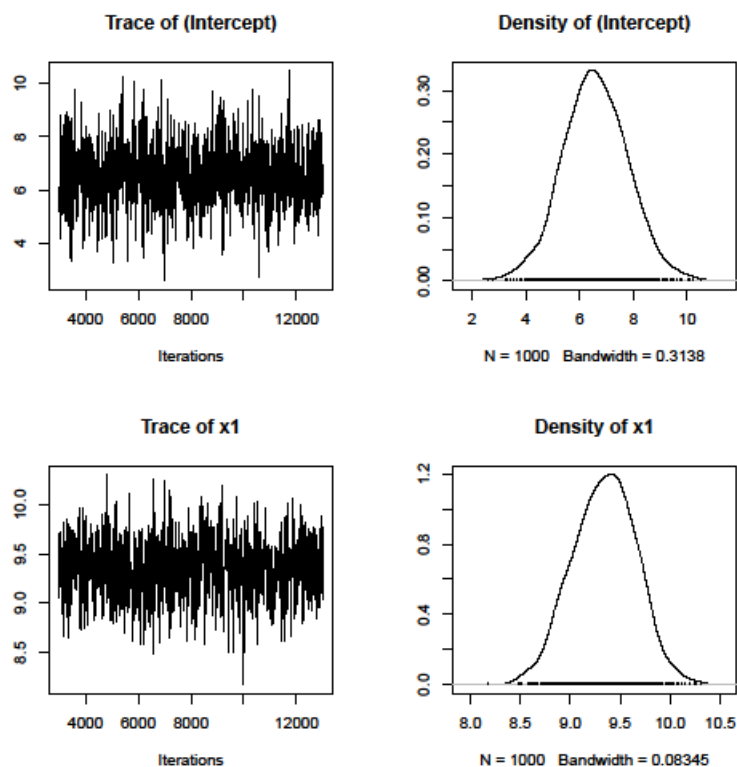


FIGURA 39 – RESUMO GRÁFICO DA CADEIA DE MARKOV PARA O INTERCEPTO DO PARÂMETRO DO MODELO 3.

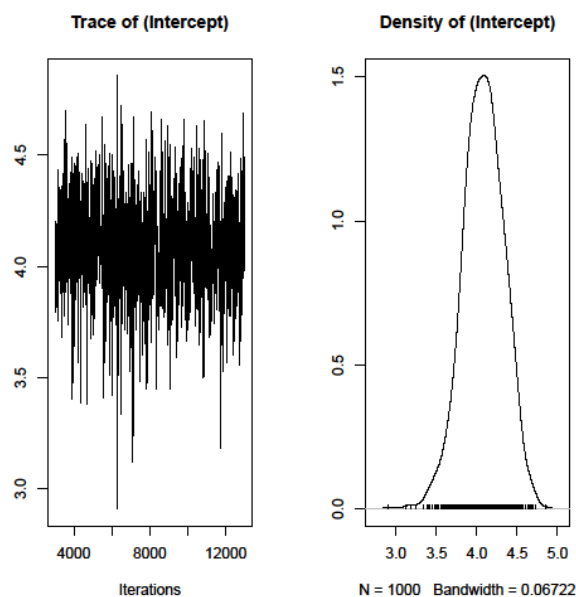


FIGURA 40 – RESUMO GRÁFICO DA CADEIA DE MARKOV PARA O INTERCEPTO E PARA A RAZÃO (X1) DOS PARÂMETROS DO MODELO 4.

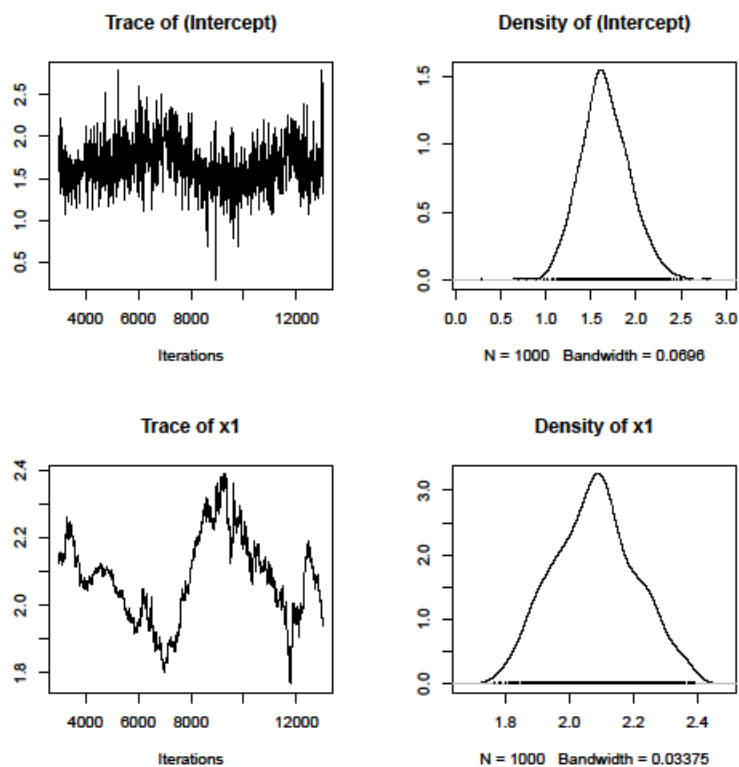


FIGURA 41 – RESUMO GRÁFICO DA CADEIA DE MARKOV PARA O INTERCEPTO DO MODELO 5.

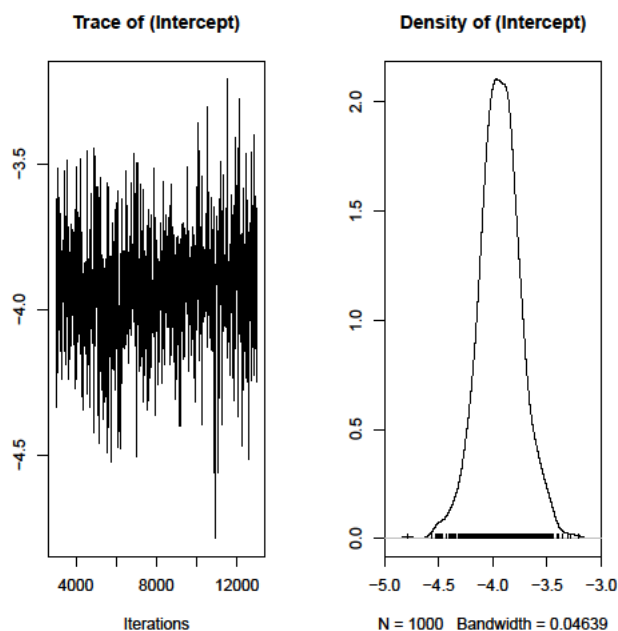
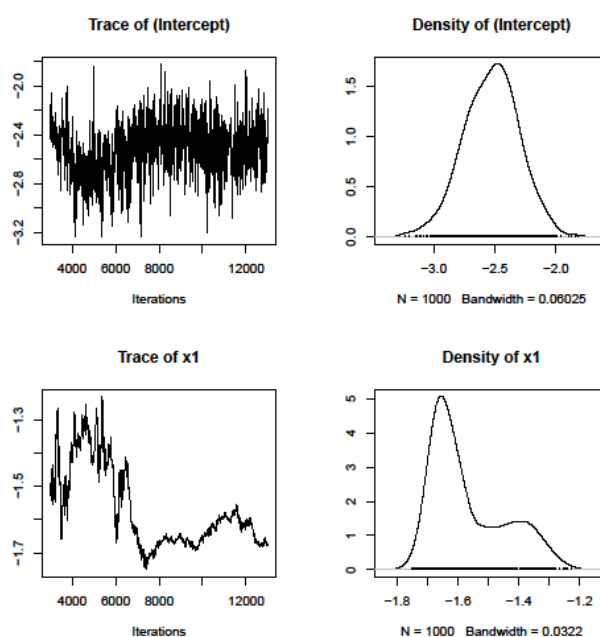


FIGURA 42 – RESUMO GRÁFICO DA CADEIA DE MARKOV PARA O INTERCEPTO E PARA A RAZÃO (X1) DO MODELO 6.



Em relação às FIGURAS 37 até 42 pode-se dizer que todas apresentaram as oscilações dos valores que os parâmetros apresentaram durante as simulações por meio do método Monte Carlo com Cadeias de Markov (MCMC). Juntamente com os gráficos das simulações, têm-se os histogramas das distribuições de probabilidade, representados pela linha suavizada. Essa suavização leva em conta uma constante,

que pode ser traduzida como constante de suavização do histograma, que é justamente o termo explícito no gráfico (*bandwidth*).

Observando-se os gráficos das iterações dos parâmetros nota-se que os modelos 1 e 2 foram os que tiveram maior oscilação em seus coeficientes, enquanto os demais apresentaram parâmetros com menor variação. Esses resultados podem ser comprovados pelos valores dos DIC, em que, os modelos 1 e 2 apresentaram os piores índices. Outro comportamento que se avaliou foi que os modelos 4 e 6 tiveram maior oscilação durante todo o processo de simulação dos parâmetros. De outra forma, os demais não sofreram grandes quedas nos respectivos valores representados pelos coeficientes. Esse comportamento pode ser explicado pela alteração da distribuição da função de ligação para Ordinal e Exponencial para a variável resposta altura.

Em relação às simulações das distribuições probabilísticas dos modelos, percebe-se que todos tiveram 1000 simulações. Por meio da constante de suavização se pode afirmar que novamente os modelos 1 e 2 foram os que apresentaram maior dispersão das probabilidades no ajuste. Já os demais modelos tiveram melhor suavização dos histogramas probabilísticos.

5.4 CONCLUSÃO

Com os resultados encontrados pode-se concluir:

- ✓ A transformação Box-Cox contribui no ajuste na f.d.p. normal bivariada, mesmo não contribuindo para os dados atingirem a normalidade;
- ✓ Por mais que a modelagem bivariada apresente grandes benefícios, para a quantificação dos sortimentos, a f.d.p. normal bivariada apresentou grande discrepância na predição, sendo considerada inadequada para essa finalidade proposta;
- ✓ O ajuste dos modelos lineares generalizados mistos teve comportamento satisfatório, quando alterada a distribuição que representa a variável resposta altura, que no caso não obteve normalidade.

6. RECOMENDAÇÕES

Diante do exposto e por meio dos resultados obtidos com a avaliação da modelagem não linear, mista, bivariada e generalizada para as funções de afilamento deste estudo, pode-se inferir que:

A modelagem não linear e mista, por meio do modelo logístico possui potencial a ser explorado, pois reduziu o erro das estimativas ao inserir efeitos aleatórios nos modelos para a predição das variáveis dendrométricas. Entretanto, recomenda-se que a modelagem mista seja implementada com outros modelos, efeitos aleatórios ou por outras técnicas estatísticas, para que realmente possa ser utilizada na prática, com o intuito de produzir estimativas mais precisas e acuradas.

A predição dos sortimentos com a modelagem bivariada foi pouco acurada. Logo, sugere-se que outras funções de densidade probabilística, como a Weibull, Gamma ou a SB Johnson, possam ser testadas. Assim, pode-se obter equações que representem melhor a distribuição conjunta entre as variáveis dendrométricas para descrever de forma mais adequada o afilamento do tronco e por consequência a quantificação do sortimento florestal.

Com os modelos generalizados e bivariados ajustados percebeu-se que a técnica foi promissora e inovadora nas Ciências Florestais, exigindo mais estudos para que a mesma possa ser aplicada.

Assim, de forma geral, novos estudos devem ser realizados com estas técnicas estatísticas e computacionais para desenvolvê-las e minimizar os erros provenientes dessas estimativas para auxiliar naquelas já estabelecidas pela modelagem florestal tradicional.

REFERÊNCIAS

- BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. Model selection and multimodel inference: practical information theoretic approach. 2ed. New York: **Sprinter**, 2002. 488p.
- CARVALHO, S. P. C.; CALEGARIO, N.; SILVA, F. F. E.; BORGES, L. A. C. ; MENDONÇA, A. R. ; LIMA, M. P. . Modelos não lineares generalizados aplicados na predição da área basal e volume de *Eucalyptus* clonal. **CERNE** (UFLA), v. 17, p. 541-548, 2011.
- COSTA, E.A.; FINGER, C.A.G.; SCHNEIDER, P.R.; HESS, A.F. Função de afilamento e sortimentos de madeira para *Araucaria angustifolia*. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 26, n. 2, p. 523-533, abr.-jun., 2016.
- EMBRAPA. **Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado de Santa Catarina**. Curitiba: EMBRAPA CNPF, 1998. 113 p.
- EVERITT, B. **An R and S-plus companion to multivariate analysis**. Springer., 2004.
- FIGUEIREDO-FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in Southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, n. 1/2, p. 39-46, 1996.
- GOLDBERG, K. M., INGELWICZ, B. Bivariate extensions of the boxplot. **Technometrics**. 34: 307-320, 1992.
- HADFIELD, J.D. MCMC methods for Multi-response Generalised Linear Mixed Models: The MCMCglmm R Package." **Journal of Statistical Software**, 33(2), p.22, 2010.
- HESS, A. F.; CIANORSCHI, L.; SILVESTRE, R.; SCARIOT, R.; RICKEN, P. Aplicação dos modelos lineares generalizados para estimativa do crescimento em altura. **Pesquisa Florestal Brasileira** (Online), v. 35, p. 427, 2015.
- MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guarapuava: Unicentro, 316 p., 2006.
- NELDER, J. A.; WEDDERBURN, R. W. M. Generalized linear models. **Journal of the Royal Statistical Society**, London, v. 135, n. 3, p. 370-384, 1972.
- PAULA, G. A. **Modelos de regressão com apoio computacional**. São Paulo: Universidade de São Paulo, Instituto de Matemática e Estatística, [s.d.]. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~cnaber/Livro_MLG.pdf>. Acesso em: 1 maio 2013.
- QUEIROZ, D. MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; ARCE, J. E.; KOEHLER, H. S. Avaliação e validação de funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos da região metropolitana de Curitiba- PR. **Floresta**, Curitiba, v. 36, n. 2, p.183-199, 2006.

R CORE TEAM (2015). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>.

RESENDE, M. D. V.; BIELE, J. . Estimação e predição em modelos lineares generalizados mistos com variáveis binomiais. **Revista de Matemática e Estatística**, São Paulo, v. 20, p. 30-65, 2002.

RODRIGUES, J. A. **Distribuições bivariadas Gama, Exponencial e a distribuição Beta Tipo II univariada aplicadas a dados de precipitação pluviométrica**. 136 p., Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

SCHÖEPFER, W. **Automatisierung des Massen, Sorten und Wertberechnung stenender Waldbestände SchriftenreiheBad**. [S.l.]: Wurt-Forstl., 1966. 1 v.

SENA, A. L. M. **Manejo da densidade e predição probabilística multivariada de múltiplos produtos em povoamentos florestais**. 156 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.