

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ – UFPR
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA –
PPGMNE

BERNADETE MARIA SUAKI BRANDÃO

**PSOelétrico: uma metodologia híbrida
para resolução do problema de
planejamento da expansão de redes de
distribuição de energia elétrica.**

CURITIBA
2011

BERNADETE MARIA SUAKI BRANDÃO

**PSOelétrico: uma metodologia híbrida
para resolução do problema de
planejamento da expansão de redes de
distribuição de energia elétrica.**

*Tese apresentada ao Programa
de Pós-Graduação em Métodos Numé-
ricos em Engenharia, Área de Concentra-
ção em Programação Matemática, dos
Setores de Tecnologia e Ciências Exatas
da Universidade Federal do Paraná,
como requisito parcial à obtenção do
título de Doutor em Ciências.*

*Orientadora:
Prof^ª Dr^ª Neida Maria Patias Volpi*

CURITIBA

2011

B817p

Brandão, Bernadete Maria Suaki

PSOelétrico: uma metodologia híbrida para resolução do problema de planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica / Bernadete Maria Suaki Brandão. – Curitiba, 2016..
103f. : il. [algumas color.] ; 30 cm.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, 2016.

Orientadora: Neida Maria Patias Volpi

1. Programação (Matemática). 2. Redes elétricas - planejamento. I. Universidade Federal do Paraná. II. Volpi, Neida Maria Patias. III. Título.

CDD: 519.7

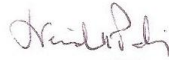
TERMO DE APROVAÇÃO

Bernadete Maria Suaki Brandão

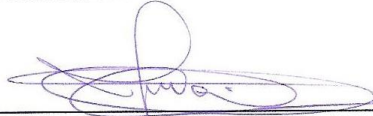
PSOelétrico: uma metodologia híbrida para resolução do problema de planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica.

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Área de Concentração em Programação Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

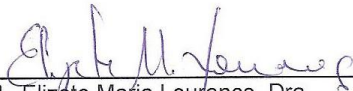
Orientadora:




Prof^a. Neida Maria Patias Volpi, Dra.
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia
PPGMNE da UFPR



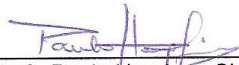
Prof. José Roberto Sanches Mantovani, Dr.
Departamento de Engenharia Elétrica
UNESP/Ilha Solteira.



Prof^a. Elizete Maria Lourenço, Dra.
Departamento de Engenharia Elétrica
UFPR.



Prof. Arinei Carlos Lindbeck da Silva, D.Sc.
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia
PPGMNE da UFPR.



Prof. Paulo Henrique Siqueira, D.Sc.
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia
PPGMNE da UFPR

Curitiba, 09 de Dezembro de 2011.

Aos meus grandes amores
Felipe, Henrique e José Usan.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela vida, benção e proteção.

À Professora Neida Maria Patias Volpi, orientadora dedicada, incentivadora entusiasmada e exemplo de como ser profissional e amiga.

À Universidade Estadual de Maringá que por intermédio do Departamento de Matemática (DMA) permitiu que eu me aventurasse nessa empreitada.

À minha família que suportou a ausência e os humores desse período sempre acreditando e incentivando.

Aos meus pais, que embora calados, sempre me incentivaram.

Aos amigos do DMA que acreditaram, incentivaram e torceram por mim durante todo esse tempo.

Aos novos amigos que compartilharam momentos e passaram a fazer parte da minha vida e da minha história.

À Universidade Federal do Paraná, em particular ao PPGMNE, pela oportunidade desse curso.

A todos que se fizeram presentes e de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

O crescente aumento na demanda por energia elétrica torna necessária a expansão frequente dos sistemas de distribuição. A expansão de uma rede de distribuição tem como objetivo permitir que o sistema mantenha, ao longo do tempo, a qualidade do atendimento da demanda existente e esteja apto a atender novos consumidores com segurança e economia. Por envolver obras que exigem grandes investimentos e também levam tempo na sua execução, faz-se necessário um planejamento em longo prazo que respeite a característica dinâmica da evolução da demanda bem como da disponibilidade de recursos financeiros. Neste trabalho apresenta-se um modelo de programação multiobjetivo inteiro misto que considera duas funções objetivo conflitantes, relacionadas com custos e perdas elétricas, para o planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica. Restrições técnicas e operacionais são impostas para que as soluções atendam as especificidades das redes elétricas. Embora a resolução por técnicas de *branch-and-bound* do modelo proposto tenha apresentado soluções bastante interessantes quando aplicada a um problema de pequeno porte, verificou-se a inviabilidade de aplicação deste a redes reais, devido à dimensão das mesmas. A tentativa de aplicação da metaheurística *Particle Swarm Optimization* para resolução do problema proposto frustrou-se devido ao grande número de soluções ineficazes resultantes das atualizações das soluções. Para contornar esta dificuldade propõe-se a heurística PSOelétrico que resulta da aplicação da versão multiobjetivo da metaheurística PSO combinada com a associação SOLFAC descrita neste trabalho. A associação SOLFAC se propõe a reduzir fortemente o número de soluções inviáveis que ocorrem durante as atualizações das soluções pelo PSO. Essa heurística híbrida se mostra promissora para a resolução de problemas de planejamento elétrico.

Palavras-chave: Planejamento de expansão. *Particle Swarm Optimization*. Otimização multiobjetivo.

ABSTRACT

The increasing demand for electric power often necessitates the expansion of distribution systems. The expansion of a distribution network aims to allow the system to maintain, over time, the quality of care of existing demand and be able to meet new customers with safety and economy. By involving works that require large investments and also take time in its execution, it is necessary a long-term planning that respects the dynamic characteristic of the evolution of demand and the availability of financial resources. This paper presents a model of multiobjective mixed integer programming that considers two conflicting objective functions, related costs and power losses for the expansion planning of distribution networks of electricity. Technical and operational constraints are imposed so that the solutions meet the specific characteristics of electrical networks. The mathematical model when applied to a small network and solved by branch-and-bound techniques, presented some very interesting solutions. However, there is the impossibility of applying this to real networks due to their size. The attempt to apply Particle Swarm Optimization to solve the problem posed was frustrated due to the large number of infeasible solutions resulting from the updates of the solutions. To overcome this difficulty is proposed heuristics PSOelétrico that results from applying the multiobjective version of PSO metaheuristic combined with the SOLFAC association described in this paper. The SOLFAC association aims to reduce the number of infeasible solutions which occur during upgrades of the solutions by PSO. This heuristic hybrid shows promise for solving problems in electrical design.

Key words: Expansion planning. Particle Swarm optimization. Multiobjective optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Representação de um sistema de energia elétrica.	19
Figura 3.1: Conceito de dominância de Pareto em um espaço objetivo bidimensional.	29
Figura 3.2: Exemplo ilustrativo da fronteira de Pareto para um problema bi-objetivo.	30
Figura 3.3: Conceito da atualização de partículas por PSO.	36
Figura 3.4: Fluxograma do PSO.	37
Figura 4.1: Configuração inicial da Rede I, subestações e trechos potenciais.	54
Figura 4.2: Configuração da rede correspondente à solução ótima para o problema de minimizar Custo Total para a Rede I.	55
Figura 4.3: Configuração da rede correspondente à solução ótima para o problema de minimizar Perdas Elétricas para a Rede I.	56
Figura 4.4: Fronteira de eficiência para o problema de expansão da Rede I.	57
Figura 4.5: Destaque de uma solução da fronteira de eficiência para o problema de expansão da Rede I.	58
Figura 4.6: Solução ótima para a expansão com o objetivo de minimizar a função ponderada para uma escolha de parâmetros.	58
Figura 5.1: Esquema da utilização da associação SOLFAC.	62
Figura 6.1: Nuvem inicial com 20 partículas com destaque para as partículas não dominadas.	74
Figura 6.2: Partículas não dominadas acumuladas até a iteração 25.	75
Figura 6.3: Partículas não dominadas acumuladas após 50 iterações.	75
Figura 6.4: Partículas não dominadas acumuladas após 75 iterações.	76
Figura 6.5: Partículas não dominadas acumuladas ao final de uma execução do PSOelétrico (100 iterações).	76
Figura 6.6: Aproximação da fronteira obtida pelo PSOelétrico comparada com a fronteira exata (verde) e esta com acréscimo de 8% em cada coordenada (amarelo).	77
Figura 6.7: A fronteira exata e a fronteira obtida pelo PSOelétrico após 100 iterações, normalizadas.	78

Figura 6.8: Fronteira exata para a Rede I com um ponto em destaque.	79
Figura 6.9: Diagrama da configuração da rede correspondente à solução destacada na Figura 6.8.	80
Figura 6.10: Fronteira aproximada pelo PSOelétrico para a Rede I com um ponto em destaque.....	80
Figura 6.11: Diagrama da configuração da rede correspondente à solução destacada na Figura 6.10.	81
Figura 6.12: Configuração inicial da Rede II e trechos potenciais.	85
Figura 6.13: Nuvem inicial com 15 partículas com destaque para as não dominadas.	86
Figura 6.14: Partículas não dominadas acumuladas após 25 iterações em busca de uma fronteira de eficiência para o problema de planejamento da expansão da Rede II.	87
Figura 6.15: Partículas não dominadas acumuladas após 50 iterações em busca de uma fronteira de eficiência para o problema de planejamento da expansão da Rede II.	87
Figura 6.16: Partículas não dominadas acumuladas após 75 iterações em busca de uma fronteira de eficiência para o problema de planejamento da expansão da Rede II.	88
Figura 6.17: Fronteira de eficiência do problema de planejamento de expansão para a Rede II determinada por uma execução do PSOelétrico (100 iterações).....	88
Figura 6.18: Fronteira normalizada, obtida pelo PSOelétrico, para a Rede II.	89
Figura 6.19: Uma partícula com baixo custo mas altas perdas.	90
Figura 6.20: Diagrama da configuração da rede correspondente à partícula destacada na Figura 6.19.....	90
Figura 6.21: Uma solução escolhida para se obter certo equilíbrio entre as duas funções objetivo.	92
Figura 6.22: Diagrama da rede correspondente à partícula destacada na Figura 6.21.	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Dados dos trechos da Rede I.	52
Tabela 4.2: Dados das demandas da Rede I nos três estágios de planejamento.	53
Tabela 4.3: Dados dos tipos de condutores disponíveis para a Rede I.	53
Tabela 4.4: Dados das subestações de distribuição da Rede I.	53
Tabela 6.1: Dados dos tipos de condutores disponíveis para a Rede II.	82
Tabela 6.2: Dados dos trechos da Rede II.	83
Tabela 6.3: Dados das subestações de distribuição da Rede II.	84
Tabela 6.4: Dados das demandas da Rede II nos três estágios de planejamento.	84

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	11
1.1.	Motivação	12
1.2.	Objetivos.....	12
1.3.	Histórico.....	13
1.4.	Contribuições.....	15
1.5.	Estrutura do Trabalho.....	16
2.	O PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	18
2.1.	Introdução.....	18
2.2.	Descrição do Problema	20
2.3.	Funções Objetivo.....	22
2.4.	Restrições Operacionais	23
2.5.	Resultados Esperados do Planejamento.....	23
3.	REVISÃO DE LITERATURA	25
3.1.	Otimização Multiobjetivo.....	25
3.1.1.	Problema de Otimização Multiobjetivo	26
3.1.2.	Métodos Clássicos para Gerar o Conjunto Pareto-ótimo	30
	Método dos pesos:.....	31
	Método das restrições:.....	32
3.2.	Metaheurísticas	33
3.2.1.	<i>Particle Swarm Optimization</i> – PSO	34
3.3.	Problema da Expansão	40
4.	O MODELO MATEMÁTICO	45
4.1.	Descrição do Modelo Matemático	45
4.1.1.	Notação	46
4.1.2.	Funções Objetivo.....	48
4.1.3.	Restrições.....	49
4.2.	Resultados utilizando LINGO64_13	52

5. PSOelétrico – UMA METODOLOGIA HÍBRIDA PARA PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO ELÉTRICO.....	60
5.1. Descrição do modelo GERARVORES.....	62
5.2. Descrição do modelo CONDUTORES	65
5.3. Descrição do PSOelétrico.....	68
5.4. Avaliação de desempenho	70
6. RESULTADOS OBTIDOS APLICANDO PSOelétrico	72
6.1. Resultados Rede I.....	73
6.2. Resultados Rede II	82
7. CONCLUSÕES	96
Sugestões para trabalhos futuros	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99

1. INTRODUÇÃO

O setor da energia elétrica é importante para a satisfação das necessidades das sociedades modernas, fornecendo direta ou indiretamente os requisitos fundamentais para diversas atividades que envolvem seres humanos, variando de bem-estar e conforto a necessidades de transporte e sistemas de produção.

Nos últimos 30 anos têm ocorrido mudanças radicais no cenário mundial de energia e na mentalidade dos planejadores do setor (DIAKOULAKI; ANTUNES; MARTINS, 2005). No Brasil, o início da reestruturação do setor elétrico se deu em 1996 com o começo do processo de privatização das empresas do setor e com a instituição de um órgão regulador, a Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL (PINTO, 2008). Estas alterações despertaram a necessidade de ampliar a competitividade das empresas envolvidas garantindo serviços de alta qualidade e baixos custos. Fazem-se necessários planejamentos em longo prazo que permitam às empresas organizar suas atividades e utilizar seus recursos de forma eficiente, segura e lucrativa. As dificuldades encontradas na realização de planejamentos desse porte motivam o desenvolvimento de ferramentas de auxílio à tomada de decisões, especialmente aquelas que utilizam técnicas de otimização.

Segundo Diakoulaki, Antunes e Martins (2005), embora os custos continuem sendo a motivação maior, novos requisitos de confiabilidade, qualidade dos serviços e segurança do abastecimento também estão em jogo, principalmente tendo em mente as atuais tendências para a liberalização do mercado da eletricidade. Observa-se que, no momento da decisão, diversos aspectos devem ser considerados e muitas opções precisam ser analisadas. Os dilemas relativos às características conflitantes de todos os objetivos que agora se colocam, não podem mais ser resolvidos com a utilização de ferramentas tradicionais. Sendo assim, entende-se que a utilização de metodologias de apoio à decisão, através de uma abordagem multiobjetivo para problemas de planejamento, pode resultar em soluções versáteis e eficientes.

1.1. Motivação

Os sistemas de energia elétrica, sem dúvida, exercem influência na economia nacional. Dentre os três setores fundamentais que podem ser identificados nos sistemas de energia elétrica, a saber, geração, transmissão e distribuição, o setor de distribuição de energia elétrica chama a atenção por ser o responsável pelo elo final entre todo o sistema e o consumidor. As melhorias que forem realizadas neste setor serão sentidas diretamente pelos consumidores, cuja satisfação está entre os principais objetivos das empresas envolvidas. Além disso, como os três setores funcionam de forma interligada, toda intervenção realizada em qualquer um deles repercute na qualidade e no custo de todo o sistema. No entanto, cada um destes setores apresenta características diferenciadas o que torna conveniente o estudo em separado de cada um deles. Neste trabalho dedica-se atenção ao planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica.

Este e muitos outros problemas reais têm natureza combinatória. O conjunto de possíveis soluções é grande, portanto a resolução do mesmo requer a análise de um acentuado número de alternativas. Devido à sua dimensão e complexidade, a resolução de problemas desse tipo, muitas vezes, se apresenta como um desafio. Segundo Vaziri, Tomsovic e Gönen (2000a), o primeiro artigo que utiliza métodos da Pesquisa Operacional no planejamento de distribuição de energia elétrica é atribuído a Knight publicado em 1960. A partir deste surgiram inúmeras publicações, com diferentes abordagens.

No Brasil, a realização do planejamento periódico da expansão das redes de distribuição de energia elétrica é uma exigência da ANEEL, conforme o PRODIST – Módulo2 (Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional). Embora esta seja uma atividade necessária a todas as concessionárias do setor não se trata ainda de um problema resolvido por completo.

1.2. Objetivos

O objetivo geral desse trabalho é desenvolver uma metodologia de otimização para auxílio à tomada de decisão na resolução do problema de expansão de redes de distribuição de energia elétrica, com base em modelos de programação

matemática. Será tratado o problema de realização do planejamento desta expansão.

Dentre os objetivos específicos relacionados com o problema em questão podem-se citar:

- Propor um modelo de programação matemática que permita a solução do problema do planejamento da expansão atendendo características específicas de uma rede elétrica e os interesses tanto dos consumidores quanto das concessionárias.
- Estudar e aplicar métodos de programação matemática para resolução de tal modelo.
- Considerar a complexidade do problema e realizar a subdivisão do mesmo em diversas etapas individualmente mais simples.
- Propor uma metodologia de resolução que seja eficiente e ao mesmo tempo simples o suficiente para ser aplicada a situações reais que envolvem redes de distribuição de energia elétrica de grande porte.
- Realizar testes para validar esta metodologia.

1.3. Histórico

Nesta seção apresenta-se um breve histórico do desenvolvimento deste trabalho com o intuito de esclarecer algumas escolhas que foram feitas na metodologia desenvolvida.

Após estudos preliminares que proporcionaram o entendimento do problema da expansão, iniciou-se a elaboração de um modelo matemático para o problema que fosse capaz de representar, com as simplificações necessárias, os desejos das concessionárias do setor e as exigências do mercado bem como as características específicas de redes de distribuição de energia elétrica. Obteve-se um modelo multiobjetivo quadrático inteiro misto para o problema do planejamento multiestágio da expansão de redes de distribuição de energia elétrica.

O modelo assim formulado foi implementado para ser resolvido através de um método exato de resolução, utilizando técnicas de *Branch-and-Bound*. A aplicação desse método exato para a resolução do modelo proposto em duas redes elétricas

de pequeno porte resultou em soluções consideradas coerentes com as respectivas redes e os objetivos estabelecidos. No entanto, observou-se que o tempo computacional necessário para obtenção de tais soluções foi bastante alto considerando a baixa dimensão das redes teste. A tentativa de realizar o planejamento para uma rede de dimensão um pouco superior ao inicialmente testado confirmou a não aplicabilidade da metodologia exata em redes de grande porte.

Optou-se então por buscar uma metaheurística, que bem se adaptasse à resolução de problemas mistos (com variáveis inteiras e reais), que resultasse, senão em soluções ótimas no sentido da otimalidade de Pareto, em uma boa aproximação da fronteira de Pareto do problema.

Várias metaheurísticas foram estudadas, dentre elas, Algoritmo Genético (AG), *Simulated Annealing* (SA) e *Particle Swarm Optimization* (PSO) e versões destas adaptadas a problemas binários ou mistos. Em todas elas encontrou-se a mesma dificuldade, quando do momento da atualização das soluções conforme o algoritmo, deparava-se com o problema de infactibilidade de um grande número de soluções. Identificou-se que este fato ocorria principalmente, pela forte restrição que deve ser imposta às soluções de manterem a configuração radial da rede de distribuição.

Para contornar esta dificuldade optou-se por resolver o problema em duas etapas, sem perder os componentes aleatórios inerentes das metaheurísticas. Uma primeira etapa consiste da aplicação de um algoritmo que construa uma solução viável do problema associada a um dado conjunto de números aleatórios. A partir dessa associação, ao invés de aplicar a metaheurística escolhida em uma codificação inteira mista das soluções do problema, como tem sido feito nos trabalhos encontrados na literatura, sugere-se a metodologia inédita de aplicá-la ao conjunto de números aleatórios e a este atualizado associa-se uma solução viável, desta forma realiza-se a atualização das soluções reduzindo fortemente os problemas de surgimento de infactibilidades. Para verificar a eficiência desta metodologia optou-se por utilizá-la com a metaheurística PSO. Esta escolha se deu devido à facilidade de implementação, utilização de poucos parâmetros a serem ajustados e eficiência do algoritmo PSO descrita na literatura, dentre os quais citam-se Alrashidi e El-Hawary (2009), Valle (2008) e Ghosh *et al.* (2009).

1.4. Contribuições

Elaborou-se um modelo multiobjetivo de programação matemática inteira mista para o problema de planejamento de expansão no qual os objetivos descrevem aspectos que devem ser otimizados, custos e perdas elétricas. No modelo proposto, as restrições descrevem características específicas das redes primárias de distribuição de energia elétrica. Considerando o problema multiperíodo foi possível agregar ao modelo a característica dinâmica da evolução da demanda e da disponibilidade de recursos financeiros. Embora o modelo considere integralmente a rede existente permitiu-se que reconfigurações desta fossem realizadas no intuito de adequar a alocação das cargas em relação às diversas subestações de distribuição.

Como solução do problema de planejamento da expansão de uma rede primária de distribuição de energia elétrica, quer-se determinar configurações para esta rede em cada estágio do horizonte de planejamento. A abordagem multiobjetivo para o problema garante que estas configurações sejam soluções de compromisso entre os diversos objetivos estabelecidos. Isto permitirá aos planejadores da empresa concessionária do setor escolher aquela que seja a mais adequada de acordo com as prioridades da empresa e disponibilidades de recursos no momento da implantação da solução e, com base na solução escolhida, elaborar um cronograma para a realização das intervenções necessárias na rede de forma a oferecer aos clientes um serviço de alta qualidade a preços módicos.

Ao apresentar uma metodologia de resolução deste problema que utiliza ferramentas computacionais contribui-se com as empresas concessionárias reduzindo o tempo dispensado à elaboração deste planejamento, reduzindo a subjetividade inerente à realização desta tarefa por funcionários da empresa e obtendo soluções que significarão redução de custos e ganhos de qualidade em relação às soluções obtidas de forma aleatória.

Durante o estudo do problema e a aplicação de metodologias exatas para a resolução do modelo proposto observou-se que algumas características do modelo, que bem descrevem o problema do planejamento, agregam dificuldades à resolução do mesmo. A não linearidade da função objetivo Perdas Elétricas, bem como o

número elevado de variáveis de decisão, inclusive sendo algumas delas binárias, faz com que a resolução do problema, utilizando métodos exatos, torne-se inviável no caso de problemas de grande porte. Por se tratar de um problema combinatório com espaço de busca restrito, a aplicação de metaheurísticas para a resolução do mesmo resulta em um alto número de soluções ineficazes. Optou-se então por apresentar uma metodologia que faz uma adaptação ao problema de planejamento da expansão da metaheurística *Particle Swarm Optimisation* – PSO para problemas multiobjetivo combinada com técnicas *Branch-and-Bound*. Esta metodologia mostrou-se eficiente em contornar o problema de não factibilidade das soluções que vão sendo encontradas durante a aplicação da metaheurística na resolução do problema. Desta forma, a metodologia apresentada contribui para a pesquisa operacional sugerindo uma forma eficiente de combinar metaheurísticas e metodologias exatas para encontrar boas soluções, em tempo computacional aceitável, para problemas mistos de grande porte que possuem espaços de busca restritos, permitindo assim a aplicação desta metodologia à resolução de problemas reais.

1.5. Estrutura do Trabalho

O restante do presente trabalho está organizado em seis capítulos.

O Capítulo 2 é dedicado a uma breve descrição do problema do planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica.

O Capítulo 3 contém uma revisão de literatura onde são discutidos os conteúdos básicos referentes ao problema abordado apresentando também os trabalhos que foram utilizados durante o desenvolvimento desta pesquisa.

O Capítulo 4 apresenta o modelo matemático desenvolvido para descrever analiticamente o problema em questão, juntamente com os resultados obtidos com a aplicação de metodologias exatas para resolução do mesmo.

Destacando as dificuldades encontradas no capítulo anterior, o Capítulo 5 apresenta uma metodologia híbrida para a realização do planejamento da expansão que pode ser aplicada mesmo no caso de redes maiores. Resultados de testes e avaliação do desempenho desta nova metodologia são apresentados no Capítulo 6.

Por fim, é apresentada a conclusão da tese através do Capítulo 7, ressaltando as vantagens e possíveis desvantagens da metodologia desenvolvida. Sugestões para trabalhos futuros também fazem parte desse capítulo.

2. O PROBLEMA DO PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

2.1. Introdução

Nos sistemas de energia elétrica podem-se identificar três setores fundamentais (GARCIA, 2005):

Geração: corresponde à produção de energia elétrica. Para isso são utilizados geradores, que transformam energia potencial em energia elétrica. No Brasil, 66,07% da energia elétrica é gerada por usinas hidrelétricas, totalizando 955 usinas em operação, (ANEEL, 2011).

Transmissão: compreende as linhas de transmissão, desde as usinas geradoras até as subestações rebaixadoras, geralmente localizadas próximas aos centros urbanos. Por razões econômicas (redução de perdas e redução da bitola dos condutores) a transmissão é normalmente efetuada em tensões muito elevadas (500kV ou 750kV, por exemplo). O aumento do nível das tensões, após a geração, é realizado nas subestações elevadoras.

Distribuição: refere-se à parte que interliga as subestações distribuidoras aos consumidores finais, sejam residenciais, comerciais ou industriais. Pode ainda ser subdividido em duas redes distintas:

Rede Primária: compreende todos os equipamentos entre os transformadores das subestações de distribuição até os transformadores de distribuição, geralmente localizados nos postes de rua e que fazem a redução do nível de tensão para valores encontrados nos consumidores. A energia é conduzida por meio de alimentadores, que incluem condutores partindo das subestações até os transformadores de distribuição e equipamentos adequadamente arranjados, tais

omo equipamentos de manobra, proteção, correção e de transformação. A distribuição primária ocorre em níveis de média tensão (13,8 kV).

Rede secundária: tem início nos transformadores de distribuição e terminam nos pontos de entrega aos consumidores. Incluem os condutores e os medidores e apresentam níveis baixos de tensão. No Brasil, as redes secundárias operam com níveis entre 127 e 380 Volts.

O diagrama da Figura 2.1 apresenta os principais componentes da geração, transmissão, subtransmissão e distribuição de energia elétrica (PANSINI 1983, *apud* GARCIA, 2005).

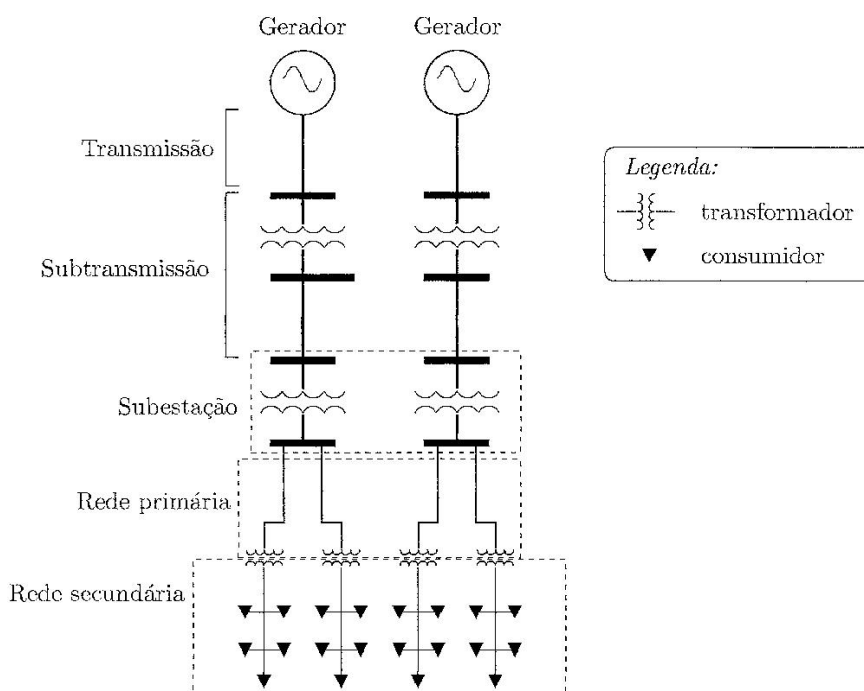


Figura 2.1: Representação de um sistema de energia elétrica.

Fonte: Pansini (1983)

Os três setores funcionam de forma interligada e assim, toda intervenção realizada em qualquer um deles repercute na qualidade e no custo de todo o sistema, afetando direta ou indiretamente o consumidor final. No entanto, as características diferenciadas de cada um tornam conveniente o estudo em separado de cada setor. Neste trabalho dedica-se atenção aos sistemas primários de distribuição de energia elétrica.

O crescente aumento na demanda por energia elétrica torna necessária a expansão frequente do sistema. Para as empresas distribuidoras de energia a questão da expansão dos sistemas de distribuição é, sem dúvida, um importante problema, tanto nos aspectos técnicos como econômicos e tem como objetivo permitir que o sistema mantenha, ao longo do tempo, a qualidade do atendimento da demanda existente e esteja apto a atender novos consumidores. Por envolver obras que exigem grandes investimentos e também levam tempo na sua execução, faz-se necessário um planejamento para essa expansão.

Para garantir serviços de alta qualidade e baixos custos o planejamento busca a otimização de objetivos de natureza econômica e técnica, satisfazendo restrições técnicas e operacionais. Necessita ainda ser realizado em longo prazo, permitindo que as empresas organizem suas atividades e utilizem de forma eficiente seus recursos. Ao mesmo tempo é importante que tal planejamento respeite a característica dinâmica da evolução da demanda bem como da disponibilidade de recursos financeiros.

Sob o aspecto da pesquisa operacional, a questão do planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica refere-se a um problema de programação matemática de grande porte envolvendo variáveis reais e inteiras, que permite o estudo e a proposição de diversas técnicas de otimização para sua solução (ALMEIDA; MANTOVANI; ROMERO, 2002). Sua característica combinatória representa uma dificuldade natural quando se trata de um problema real devido à dimensão, no entanto, diversos modelos matemáticos para o planejamento da expansão têm sido propostos.

2.2. Descrição do Problema

A evolução das sociedades modernas é visível no crescimento dos centros urbanos, na expansão dos pátios industriais e também na mecanização das áreas rurais. Estes fatos provocam o aumento crescente na demanda por energia elétrica. Tal aumento pode aqui ser caracterizado como o surgimento de novos pontos de demanda e também o acréscimo na carga demandada em pontos já existentes.

Para que as empresas distribuidoras de energia elétrica consigam manter o atendimento dos atuais pontos de demanda e habilitem-se a atender as previsões de

aumento de carga com qualidade, segurança e economia, os sistemas de distribuição devem ser frequentemente expandidos. Essa expansão se refere às intervenções que devem ser realizadas na rede de distribuição existente para atingir os objetivos definidos pelas concessionárias.

As ações que fazem parte do processo de expansão da rede são:

- Construir novas subestações de distribuição ou ampliar a capacidade de subestações já existentes;
- Instalar trechos de alimentadores ou substituir condutores de trechos já existentes.

O planejamento da expansão considera uma rede primária de distribuição de energia elétrica existente e operando em boas condições e previsões de aumento de carga ou surgimento de novos pontos de demanda para os diversos períodos do horizonte de planejamento. Assume o conhecimento prévio dos trechos que poderão ser adicionados à rede com as respectivas opções de bitolas bem como a definição dos locais onde é possível a instalação de subestações de distribuição.

Com relação ao período correspondente ao planejamento da expansão este pode ser abordado através de um planejamento estático no qual se considera um único período de investimento, isto é, toda a expansão necessária realizar-se-á em um único estágio. O planejamento estático pode ser realizado quando se tem um horizonte de planejamento em curto prazo e o montante de investimentos necessários às obras a serem executadas sejam pequenos. Ao se considerar planejamentos em longo prazo e grandes investimentos, para que a estratégia de expansão do sistema esteja comprometida com o dinamismo inerente ao problema, é preciso subdividir o horizonte de planejamento em períodos intermediários. Este planejamento dinâmico permite melhor acompanhar o crescimento das demandas que ocorre de forma gradativa. Nesta abordagem o planejamento da expansão é realizado em diversos estágios sucessivos e, além de definir as intervenções necessárias na rede, estabelece também o momento mais adequado em que estas devem ocorrer, permitindo que os investimentos sejam programados conforme as necessidades previstas para cada etapa. Devido à interdependência entre os estágios esta abordagem torna a formulação mais desafiadora embora apresente resultados mais úteis, uma vez que a evolução da demanda se dá em vários estágios (VAZIRI; TOMSOVIC; GONEN, 2000a). Alguns autores falam ainda em

planejamento pseudodinâmico, a citar Bazan (2003). Esta abordagem consiste em utilizar o planejamento estático diversas vezes. Para cada estágio do horizonte de planejamento são utilizados como dados iniciais os resultados do planejamento estático realizado para o período anterior.

2.3. Funções Objetivo

É de interesse das concessionárias distribuidoras de energia que suas tarefas sejam executadas com os menores custos possíveis, para tanto o planejamento é realizado visando minimizar os custos de investimentos na expansão da rede bem como os custos de operação e manutenção da rede de distribuição em todos os estágios de funcionamento.

Embora os custos envolvidos na expansão de um sistema de distribuição continuem sendo a principal preocupação das concessionárias, as mudanças que tem acontecido no cenário mundial de energia e em particular, a reestruturação do setor no Brasil, exigem que outras preocupações estejam presentes no momento do planejamento. Em diversos trabalhos já citados, a preocupação com as perdas técnicas do sistema tem sido incorporada na função custo. Muitas outras pesquisas têm se dedicado à questão da redução de perdas através de uma reconfiguração posterior da rede. Além disso, no Brasil, o órgão regulador do setor, a ANEEL, na Nota Técnica nº 0035/2007-SRD/ANEEL, de 22/06/2007, caracteriza a quantidade de energia perdida no processo de distribuição como um indicador de qualidade de serviços prestados que, embora não esteja sujeito a penalidades, deve ser mantida sob controle. Considera-se então que trabalhar com uma função objetivo que quantifique as perdas técnicas nos condutores da rede já no momento do planejamento, de forma que esta preocupação interfira na escolha da configuração ótima da rede, pode resultar em redução de custos e aumento de qualidade dos serviços prestados. Desta forma, optou-se por realizar o planejamento também objetivando a minimização das perdas técnicas no processo de distribuição.

Para encontrar soluções de compromisso entre os dois objetivos aqui estabelecidos e que são claramente conflitantes, optou-se pelo tratamento multiobjetivo do problema de planejamento. Desta forma, o planejador terá várias

soluções dentre as quais ele poderá escolher para execução aquela que melhor se adapte às suas preferências e prioridades no momento da decisão. Durante a escolha, o planejador deve estar ciente de que cada uma das soluções obtidas é não-dominada, ou seja, se uma das soluções é estritamente mais eficiente que as demais com relação a um dos objetivos, necessariamente apresenta resultados com qualidade inferior para algum outro objetivo.

2.4. Restrições Operacionais

A escolha da configuração da rede de distribuição de energia elétrica deve levar em consideração as características específicas desse tipo de rede. Os requisitos básicos necessários são o atendimento da demanda com segurança e qualidade.

Condições que garantam a segurança dos serviços prestados, as restrições físicas de operação dos equipamentos como limites de capacidades dos condutores e das subestações, devem ser impostas no momento do planejamento. Restrições para que as quedas das tensões nodais sejam mantidas dentro dos limites permissíveis garantem a qualidade do serviço. Além disso, os fluxos nos trechos e as tensões nodais devem satisfazer as duas leis de Kirchhoff garantindo o atendimento da demanda.

2.5. Resultados Esperados do Planejamento

Como resposta do planejamento da expansão de uma rede de distribuição deseja-se saber quais os investimentos necessários e qual a configuração adequada desta rede para atingir os objetivos propostos.

Uma abordagem multiobjetivo para o problema em questão fornece ao planejador uma coleção de soluções não dominadas para que este possa fazer a escolha de qual será efetivamente executada conforme quais sejam os objetivos prioritários e as disponibilidades financeiras do momento da decisão.

O crescimento da demanda acontece de forma contínua, o planejamento dinâmico permite que a expansão seja executada em várias etapas respeitando as

características dinâmicas do processo. Deseja-se com isso que, embora as obras sejam realizadas por etapas, desde o início leve-se em consideração todo o horizonte de planejamento, tentando evitar que obras desnecessárias sejam realizadas em etapas intermediárias. Cada solução não dominada encontrada fornece uma configuração para a rede em cada estágio e a quantidade de recursos necessários para atingir os objetivos estabelecidos.

3. REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo apresenta alguns conteúdos básicos relacionados com o problema de planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica, o tratamento multiobjetivo para problemas de otimização e a metaheurística selecionada para sua resolução.

3.1. Otimização Multiobjetivo

Problemas de otimização foram inicialmente tratados pela Pesquisa Operacional modelando-os por meio da minimização ou maximização de uma única função objetivo. Ao resolvê-los encontra-se, quando existe, uma solução ótima que corresponde ao melhor valor para a função objetivo considerada.

Percebeu-se então que, em muitos casos de aplicações reais, uma única função não é suficiente para tratar os diversos aspectos envolvidos no processo de decisão. Dessa percepção originou-se uma nova abordagem para diversos problemas: a otimização de múltiplos objetivos muitas vezes concorrentes ou conflitantes. Nesse caso, a modelagem do problema considera a otimização de diversas funções objetivo cujas soluções ótimas individuais são diferentes. A inexistência de uma solução ótima simultânea para todos os objetivos deu origem ao conceito de otimalidade formulado por Pareto (1896) segundo o qual, para um problema com múltiplos objetivos pode-se encontrar um conjunto de soluções eficientes, também denominadas de soluções não-dominadas. Cada uma destas soluções é caracterizada pelo fato de que não é possível encontrar outra solução que possua todos os objetivos simultaneamente melhores. O decisor (*decision maker*) é o responsável pela escolha de uma solução eficiente particular que pondere os diversos objetivos do problema de acordo com as prioridades e disponibilidades de recursos definidas no momento da decisão.

Geralmente ao tratarem-se problemas reais faz-se necessário, além da otimização dos objetivos, o atendimento de restrições que se referem às limitações físicas ou técnicas, particulares ao assunto em questão.

Neste capítulo apresenta-se a formulação matemática geral de um problema de otimização multiobjetivo e os conceitos básicos usados neste tipo de problema. São descritos também alguns métodos clássicos para se obter soluções.

3.1.1. Problema de Otimização Multiobjetivo

Resolver um problema geral de otimização multiobjetivo consiste em encontrar soluções que satisfaçam as restrições impostas e otimizem uma função vetorial cujas componentes são as funções objetivo. Estas funções componentes representam os critérios de otimalidade que, usualmente, são conflitantes.

Formalmente pode-se formular um problema geral de otimização multiobjetivo como segue:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & y = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\
 \text{Sujeito à} & g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \leq 0 \\
 & x \geq 0
 \end{array} \tag{3.1}$$

onde $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \subset \mathbb{R}^n$ e $y = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in Y \subset \mathbb{R}^k$.

Neste caso, x é o vetor de decisão e X é chamado o **espaço de decisão** enquanto que y é o vetor dos objetivos e Y é chamado o **espaço dos objetivos**.

O conjunto $X_f = \{x \in X : g(x) \leq 0 \text{ e } x \geq 0\}$, isto é, o conjunto dos vetores de decisão que satisfazem as restrições do problema, é denominado de **conjunto viável** (factível).

Muitos problemas práticos envolvem variáveis que assumem somente valores inteiros, neste caso, o conjunto viável passa a ser um conjunto discreto e o problema assume características combinatórias, denominado de problema de otimização combinatória multiobjetivo. A formulação geral neste caso fica

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar} \quad & y = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \\
\text{Sujeito à} \quad & g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)) \leq 0 \\
& x \geq 0 \\
& x \in \mathbb{Z}^n
\end{aligned} \tag{3.2}$$

onde $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \subset \mathbb{Z}^n$ e $y = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in Y \subset \mathbb{R}^k$.

A notação matricial para problemas lineares de otimização multiobjetivo pode ser conveniente em alguns casos:

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar} \quad & y = Cx \\
\text{Sujeito à} \quad & Ax \leq b \\
& x \geq 0
\end{aligned} \tag{3.3}$$

onde $C_{k \times n}$ é a matriz dos objetivos, A é a matriz das restrições ($m \times n$), b é o vetor dos recursos disponíveis ($m \times 1$) e $x \in \mathbb{Z}^n$.

São comuns também situações de aplicação em que algumas variáveis são inteiras e outras são reais, estes são denominados problemas de otimização multiobjetivo mistos. Na forma matricial a formulação pode ser escrita:

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar} \quad & z = Cx + Hy \\
\text{Sujeito à} \quad & Ax + Gy \leq b \\
& x \geq 0, y \geq 0 \\
& x \in \mathbb{Z}^n, y \in \mathbb{R}^p
\end{aligned} \tag{3.4}$$

onde $C_{k \times n}$ e $H_{k \times p}$ são as matrizes dos objetivos, $A_{m \times n}$ e $G_{m \times p}$ são as matrizes das restrições, b é o vetor dos recursos disponíveis e $x_{n \times 1}$ e $y_{p \times 1}$ são os vetores de decisão.

Em problemas de minimização mono objetivo, o conjunto viável é completamente ordenado pelo valor da única função objetivo e deseja-se determinar o vetor (ou vetores) de decisão que resultem no menor valor para tal função.

Quando se trata de otimização multiobjetivo, em geral, não se tem essa completa ordenação para o conjunto viável. São necessários alguns conceitos que permitam introduzir a condição de otimalidade para este caso. Para tal assume-se o problema de minimização definido em (3.1).

Definição: **(Ponto ideal)**

Um ponto $y^0 = (y_1^0, y_2^0, \dots, y_k^0)$ tal que $y_j^0 = \min\{f_j(x) : x \in X_f\} \quad \forall j = 1, \dots, k$. é chamado de **ponto ideal** ou ponto utópico. Uma solução viável $x^0 \in X_f$ tal $y^0 = f(x^0)$ é chamada **solução ótima** para o problema multiobjetivo.

Ou seja, se conseguirmos uma solução viável que minimize simultaneamente todas as funções objetivo do problema, esta será a solução ótima procurada. No entanto, o que se tem em geral, é que as diversas funções objetivo são conflitantes, isto é, são tais que o ponto ideal não pertence ao espaço dos objetivos. Desta forma faz-se necessário introduzir um novo conceito de otimalidade que permita tratar este tipo de problema.

Definição: **(Relação de dominância de Pareto)**

Dados quaisquer dois vetores de decisão x_A e x_B tem-se $x_A \prec x_B$ (lê-se: x_A domina x_B ou x_B é dominado por x_A) se, e somente se,

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}, f_i(x_A) \leq f_i(x_B) \text{ e } \exists j \in \{1, 2, \dots, k\} \text{ tal que } f_j(x_A) < f_j(x_B).$$

Se x_A não domina e nem é dominado por x_B dizemos que estes vetores são indiferentes (escreve-se $x_A \sim x_B$).

Observe que esta relação de dominância entre dois vetores de decisão refere-se à comparação dos valores objetivos calculados nesses pontos. A Figura 3.1 apresenta as diversas possibilidades de relação entre soluções de um problema de minimização de dois objetivos conflitantes f_1 e f_2 , na qual Q é um ponto no espaço dos objetivos, isto é, $Q = (f_1(x_Q), f_2(x_Q))$.

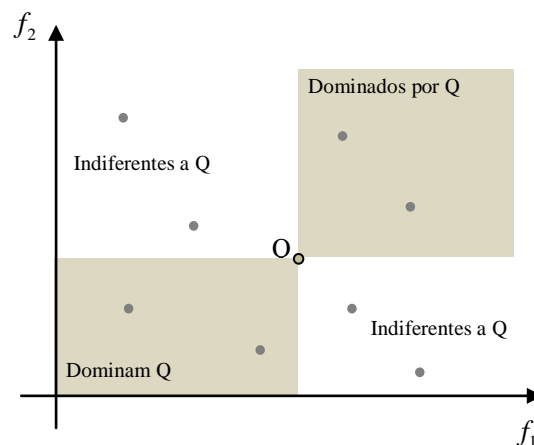


Figura 3.1: Conceito de dominância de Pareto em um espaço objetivo bidimensional.
 Fonte: Adaptado de GOICOCHEA, HANSEN e DUCKTEIN (1982)

A partir deste conceito pode-se entender que as melhores soluções viáveis para um problema multiobjetivo serão aquelas tais que qualquer outra solução viável melhor que esta em um dos objetivos, seja necessariamente, pior em algum outro objetivo. Estas soluções são denominadas de **soluções eficientes** ou **não dominadas**.

Definição: **(Otimidade de Pareto)**

Um vetor de decisão $x \in X_f$ é **não-dominado** com relação ao subconjunto $A \subseteq X_f$ se, e somente se, não existe $a \in A$ tal que $a \prec x$.

A solução $x \in X_f$ é **Pareto-ótima** se, e somente se, x é uma solução não-dominada com relação à X_f .

O conceito de otimalidade de Pareto define para o problema multiobjetivo um conjunto de soluções eficientes:

$$P^* = \{x \in X_f : x \text{ é não-dominado com relação a } X_f\},$$

também denominado de conjunto Pareto-ótimo.

O correspondente conjunto de vetores objetivos é chamado de **fronteira de Pareto** do problema e é definido por

$$FP^* = \{f(x) : x \in P^*\}.$$

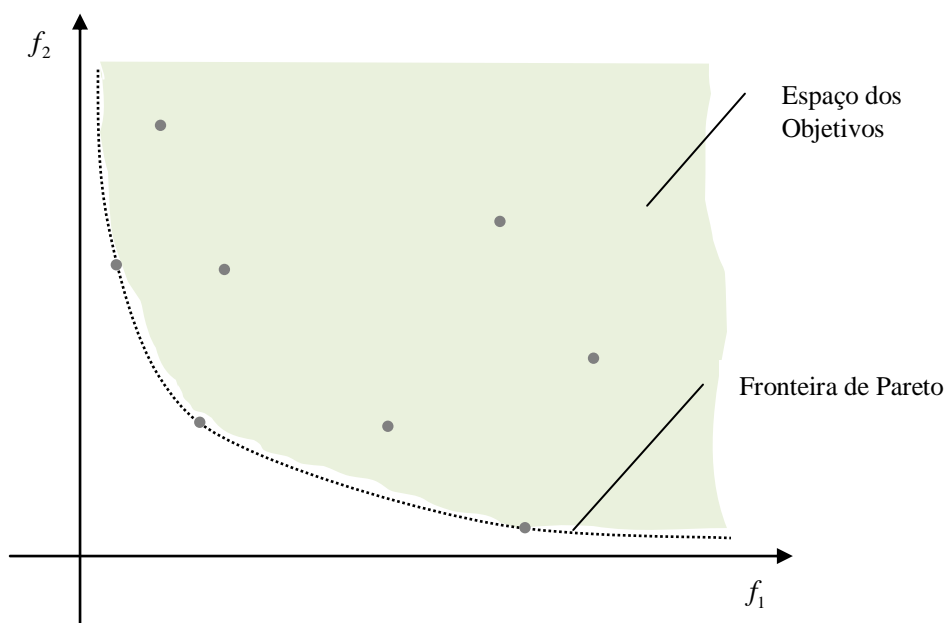


Figura 3.2: Exemplo ilustrativo da fronteira de Pareto para um problema bi-objetivo.
 Fonte: Adaptado de GOICOCHEA, HANSEN e DUCKTEIN (1982)

Uma aproximação do conjunto Pareto-ótimo é um conjunto de soluções viáveis composto por pontos mutuamente não-dominados, isto é, é um conjunto $AP^* \subset X_f$ tal que para cada $x \in AP^*$ não existe outro elemento de AP^* que domine x .

É importante observar que, ao resolver problemas práticos de otimização multiobjetivo, somente uma solução é concretizada. Pode-se então dividir o processo de tomada de decisão em duas etapas bastante distintas. A primeira consiste no processo de otimização propriamente dito, que se resume em determinar o conjunto Pareto-ótimo. A segunda etapa caracteriza-se pela tomada de decisão, ou seja, o processo de escolha, dentre as soluções deste conjunto, daquela que melhor atende às necessidades e preferências do decisor.

3.1.2. Métodos Clássicos para Gerar o Conjunto Pareto-ótimo

Resolver um problema de otimização multiobjetivo significa, em uma primeira etapa, encontrar o conjunto Pareto-ótimo para o problema. Muitos métodos clássicos

exigem a resolução, repetidas vezes, de um problema mono objetivo associado ao problema original. Alguns desses métodos são apresentados a seguir.

Método dos pesos:

O problema multiobjetivo original é transformado em um problema de otimização mono objetivo através de uma combinação linear das funções objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & y = F(x) = w_1 f_1(x) + w_2 f_2(x) + \dots + w_k f_k(x) \\ \text{Sujeito à} \quad & x \in X_f \end{aligned} \tag{3.5}$$

O vetor $w = (w_1, \dots, w_k)$, $w_i \geq 0$ é denominado **vetor dos pesos** e, em geral, é normalizado de modo que $\sum_{i=1}^k w_i = 1$. Cada componente do vetor dos pesos representa a importância relativa do objetivo correspondente comparado com os demais. Resolvendo este problema de otimização para diferentes vetores de pesos obtém-se um conjunto de soluções. Condições suficientes para que estas soluções sejam soluções eficientes para f são dadas pelo teorema a seguir.

Teorema:

Dado um vetor de pesos $w = (w_1, \dots, w_k)$, uma solução x^* do problema (3.5) é solução Pareto-ótima de f se ao menos uma das afirmações for verdadeira:

- i) x^* é a única solução do problema (3.5);
- ii) $w_i > 0, \forall i = 1, 2, \dots, k$.

Demonstração: Caso a afirmação i) seja verdadeira a conclusão é imediata. Suponhamos então que i) seja falso, isto é, existe mais de uma solução viável para o problema. Seja x^* uma solução viável que minimiza F para um dado vetor de pesos w . Suponha que x^* não seja Pareto-ótima para f , então existe uma solução viável a que domina x^* , ou seja, tem-se $f_j(a) < f_j(x^*)$ para algum $j = 1, 2, \dots, k$ e $f_i(a) \leq f_i(x^*) \forall i = 1, 2, \dots, k$. Desta forma, se $w_i > 0 \forall i = 1, 2, \dots, k$, tem-se que $F(a) < F(x^*)$ contrariando o fato de x^* ser ponto de mínimo de F . \square

Conforme Zitzler (1999), a principal desvantagem desta técnica é que não é possível gerar todas as soluções eficientes quando o espaço dos objetivos é um conjunto não convexo. Isto é, podem existir soluções eficientes que não são soluções ótimas para nenhum vetor de pesos do problema mono objetivo associado, estas são denominadas soluções eficientes não suportadas. Ehrgott (2004) destaca ainda que problemas de otimização multiobjetivo combinatórios possuem um grande número de soluções eficientes não suportadas o que torna este método inadequado para sua resolução. Goicoechea (1982) afirma que o máximo que pode ser esperado do método dos pesos é uma aproximação do conjunto de soluções não-dominadas.

Método das restrições:

Neste método, escolhe-se uma função objetivo para ser otimizada, em geral a de maior prioridade, as $k-1$ funções restantes são então transformadas em restrições atribuindo-lhes uma cota superior. O problema passa a ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & y = F(x) = f_h(x) \\
 \\
 \text{Sujeito à} & f_i(x) \leq \varepsilon_i, \quad (1 \leq i \leq k, \quad i \neq h) \\
 & x \in X_f.
 \end{array} \tag{3.6}$$

As cotas superiores ε_i são parâmetros que variam para se obter diversas soluções Pareto-ótimas. Com essa técnica é possível gerar o conjunto Pareto-ótimo mesmo quando o espaço dos objetivos é não convexo. Para evitar que se obtenham problemas inviáveis, deve-se determinar com cuidado os intervalos de variação de tais parâmetros.

O que torna estes métodos clássicos atrativos é o fato de que metodologias bem estudadas para problemas mono objetivo podem ser aplicadas. No entanto, é necessário que estas sejam aplicadas várias vezes para se obter uma aproximação do conjunto Pareto-ótimo. O número de execuções e a escolha dos parâmetros (vetor de pesos ou valores das cotas superiores) influenciam na representatividade das soluções obtidas nas repetições.

Dentre os métodos que transformam o problema multiobjetivo em um mono objetivo para posterior aplicação de metodologias já conhecidas vale citar ainda a abordagem que busca soluções que minimizem a distância ao ponto ideal y^0 , obtido com os ótimos individuais de cada objetivo. Faz-se a escolha de uma medida de distância (D) e o objetivo do novo problema passa a ser minimizar $d = D(f(x), y^0)$. Pode-se ainda utilizar programação por metas, na qual o decisor estabelece metas para cada objetivo e o problema passa a ser a minimização da soma dos desvios às metas previamente estabelecidas.

3.2. Metaheurísticas

Uma metaheurística é uma metodologia para resolução de problemas de otimização que realiza a interação de procedimentos de exploração local com estratégias de exploração capazes de escapar de ótimos locais executando uma busca robusta na região viável, (HILLIER e LIEBERMAN, 2002). Pode ser vista como uma arquitetura geral para criação de algoritmos aplicáveis a vários problemas de busca com pequenas adaptações.

Geralmente são bioinspiradas, isto é, baseadas em ideias relativamente simples inspiradas em eventos da natureza. São procedimentos que não garantem otimalidade das soluções encontradas, no entanto, quando bem adaptadas ao problema, fornecem soluções bastante boas. Comparadas aos métodos exatos para resolução de problemas de otimização, as metaheurísticas apresentam algumas vantagens que as tornam atrativas quando se trata de resolver problemas de grande porte. Algumas metaheurísticas já foram utilizadas em problemas da área de pesquisa em engenharia elétrica, tais como Algoritmos Genéticos e Busca Tabú entre outras, que serão comentadas na revisão bibliográfica.

AlRashidi e El-Hawary (2009) sintetizam a opinião de diversos autores ao afirmar que as heurísticas são ferramentas capazes de superar muitas das limitações encontradas pelos métodos baseados em derivada. Apresentam ainda uma lista de vantagens da metaheurística *Particle Swarm Optimisation* (PSO) sobre outras técnicas de otimização, dentre as quais se destacam:

- Flexibilidade para ser integrada com outras técnicas para obter ferramentas híbridas;
- Pouca sensibilidade à natureza da função objetivo, isto é, convexidade e diferenciabilidade.
- Habilidade para escapar de extremos locais;
- Não exige boa solução inicial para iniciar processo de iteração.

Reyes-Sierra e Coello (2006) discorrem sobre *Multiobjective Particle Swarm Optimization* (MOPSO) destacando, além das características já citadas para o PSO, a rapidez na convergência, sugerindo sua aplicação em problemas reais. Valle *et al.* (2008) comentam as diversas áreas dos sistemas de potências nas quais a metaheurística PSO está sendo aplicada com sucesso e sugerem explicitamente sua aplicação na decisão da configuração de redes de distribuição de energia elétrica.

Considerando as características específicas do problema de planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica e inspirado nos trabalhos acima citados optou-se por utilizar a metaheurística PSO, na versão multiobjetivo, para desenvolver uma metodologia que seja eficiente e simples o suficiente para ser aplicada em problemas de planejamento da expansão de sistemas elétricos de distribuição de grande porte.

3.2.1. Particle Swarm Optimization – PSO

O algoritmo de otimização por Nuvem de Partículas (*Particle Swarm Optimization, PSO*) é um algoritmo de busca bioinspirado que se baseia na coreografia de bandos de pássaros ou cardumes de peixes à procura de alimento combinando princípios de psicologia social e computação evolucionária. PSO foi originalmente idealizada e desenvolvida por Kennedy e Eberhart apresentada em dois artigos, a saber, Eberhart e Kennedy (1995) e Kennedy e Eberhart (1995). Caracteriza-se por utilizar conceitos simples, ser de fácil implementação, possuir poucos parâmetros a serem ajustados, capacidade de escapar de extremos locais bem como convergência rápida (TAN e ZHANG, 2009).

No algoritmo PSO cada partícula representa uma possível solução e é associada a dois vetores, a posição x e a velocidade v . Em um espaço de busca n -dimensional $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ e $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$ são os dois vetores associados à partícula i . Uma nuvem consiste de um número de partículas ou “soluções possíveis” que “voam” pelo espaço de soluções viáveis para explorar as soluções ótimas. Cada partícula atualiza sua posição e sua velocidade baseada em seu melhor desempenho (a posição que lhe dá o melhor valor da função objetivo) e também no melhor desempenho da nuvem. A atualização acontece de acordo com as seguintes equações:

$$v_i^{k+1} = \omega \cdot v_i^k + c_1 \cdot r_1 \cdot (pbest_i^k - x_i^k) + c_2 \cdot r_2 \cdot (gbest^k - x_i^k) \quad (3.7)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (3.8)$$

onde

- k é o índice de iteração;
- c_1 e c_2 são constantes positivas;
- r_1 e r_2 são números gerados aleatoriamente em $[0,1]$ com distribuição uniforme;
- ω é o peso da inércia;
- $pbest_i^k$ é a melhor posição da partícula i (*personal best*), isto é, é a posição da partícula i na qual esta alcançou seu melhor desempenho com relação à função objetivo até a iteração k .

$$pbest_i^k = (x_{i1}^{pbest}, x_{i2}^{pbest}, \dots, x_{in}^{pbest})$$

$gbest^k$ é a melhor posição dentre todas as partículas da nuvem até a iteração k (*global best*).

$$gbest^k = (x_1^{gbest}, x_2^{gbest}, \dots, x_n^{gbest})$$

A equação (3.7) determina a direção na qual a i -ésima partícula deverá movimentar-se e possui três componentes distintas:

- A primeira componente modela a tendência da partícula em continuar na mesma direção em que estava, refere-se à inércia da partícula. Esta componente foi introduzida no PSO em Shi e Eberhart (1998).

- A segunda componente refere-se à memória da partícula, ao interesse desta em seguir na direção da sua melhor posição individual.
- A terceira componente refere-se à cooperação social da nuvem, à tendência da partícula em seguir a direção da melhor posição encontrada por todas as partículas da nuvem.

A posição da i -ésima partícula é então atualizada pela equação (3.8).

A Figura 3.3 representa graficamente o conceito da atualização de partícula proposta pela metaheurística PSO em um espaço bidimensional. A atualização do vetor velocidade da partícula é resultado da soma ponderada dos três vetores já descritos acima.

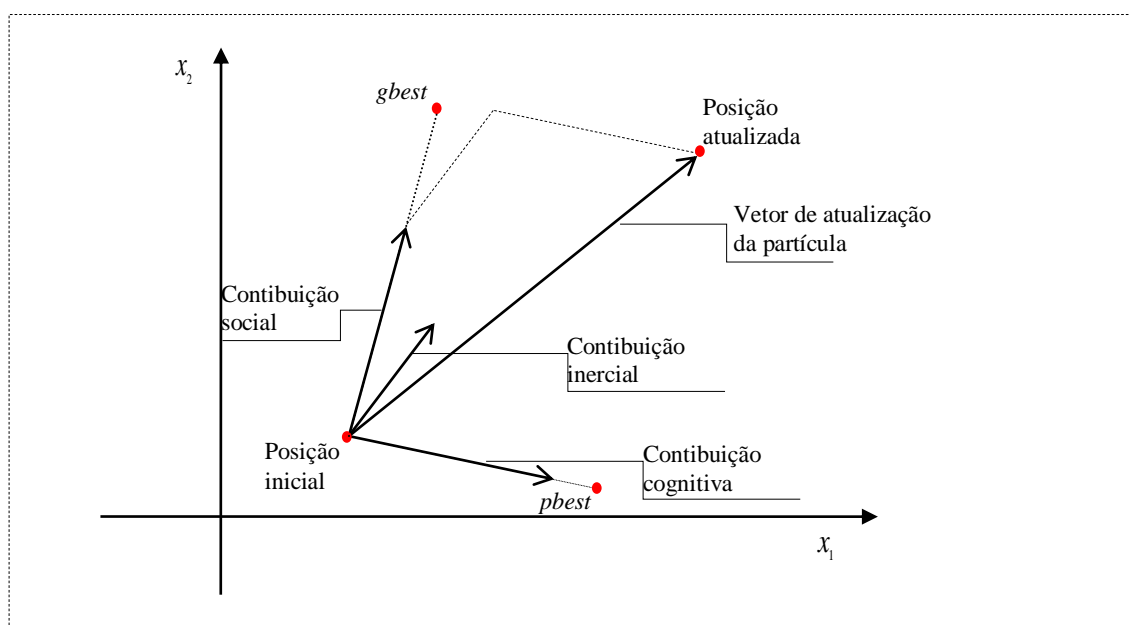


Figura 3.3: Conceito da atualização de partículas por PSO.
Fonte: SHI e EBERHART (1998)

O algoritmo PSO é brevemente descrito pelo fluxograma apresentado na Figura 3.4.

O PSO original foi idealizado para resolver problemas de otimização com espaço de busca contínuo, posteriormente Kennedy e Eberhart (1997), elaboraram uma versão modificada, chamada *Binary Particle Swarm Optimization* (BPSO) que pode ser usada para resolver problemas combinatórios.

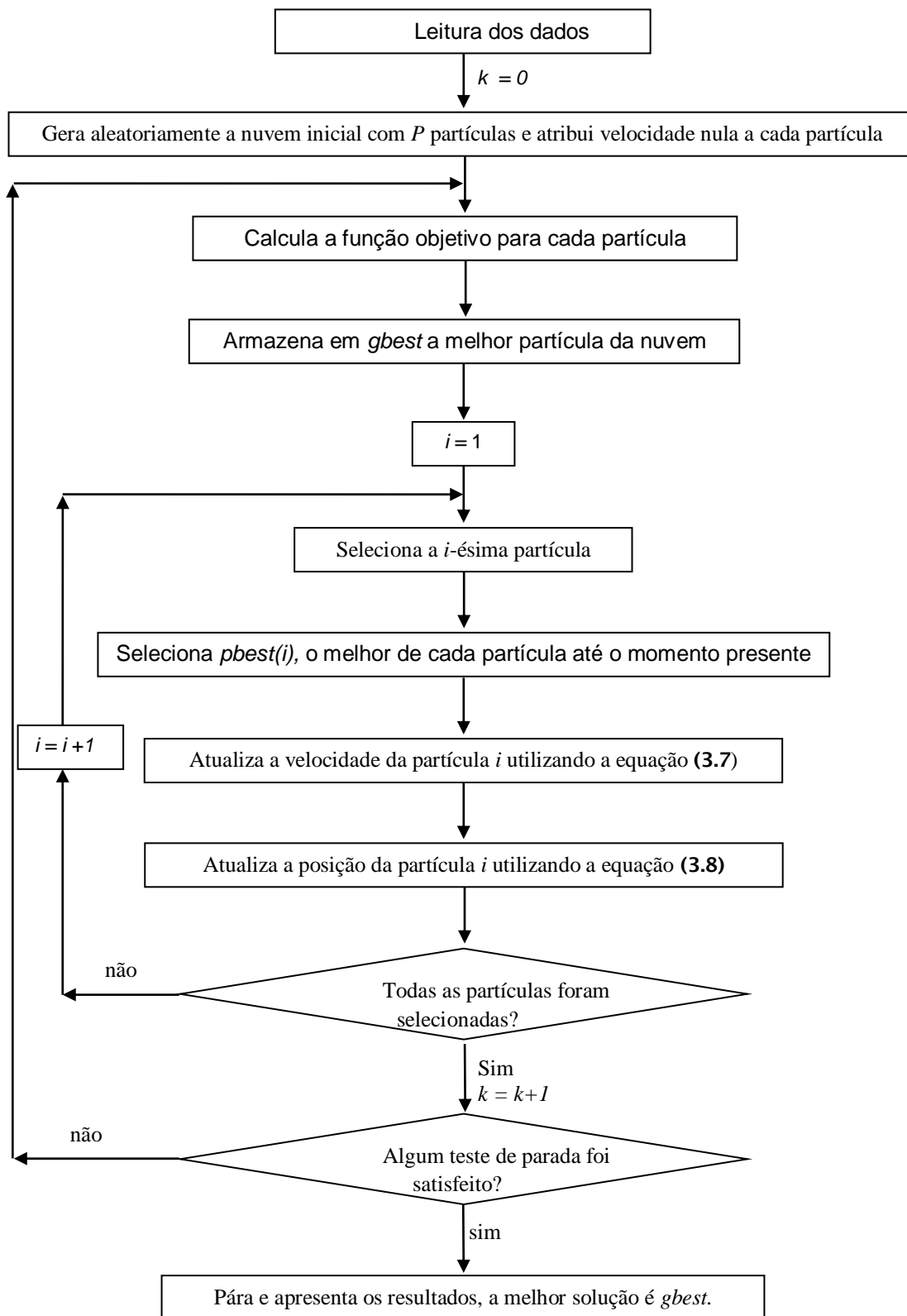


Figura 3.4: Fluxograma do PSO.

Fonte: Olamaei, Niknam e Gharehpetian (2008).

A versão binária se aplica quando as componentes das partículas assumem valores no conjunto $\{0,1\}$. A velocidade é atualizada conforme a equação da versão original. Para atualizar a posição esta velocidade é tratada como uma probabilidade e, para que isto seja possível, é transformada para o intervalo $[0,1]$ através da função sigmoial definida por

$$sig(v) = \frac{1}{1 + \exp(-v)}. \quad (3.9)$$

A nova equação de atualização probabilística da posição usada é

$$x_{ij}^{k+1} = \begin{cases} 0, & \text{se } r_{3j}^k \geq sig(v_{ij}^k) \\ 1, & \text{se } r_{3j}^k < sig(v_{ij}^k) \end{cases}. \quad (3.10)$$

onde r_{3j}^k é um número gerado aleatoriamente em $[0,1]$.

Khanesar *et al.* (2007), identificam dois problemas importantes no BPSO, a saber, os parâmetros e a memória. Com intuito de sanar estes problemas propõem uma nova versão para o PSO binário obtendo boas soluções para os problemas testados.

Coello e Lechuga (2002) apresentam uma extensão para a heurística Nuvem de Partículas para tratar problemas de otimização multiobjetivo e a denominam MOPSO (*Multiple Objective Particle Swarm Optimization*). A proposta é baseada na ideia de um arquivo global, denominado repositório, para armazenar as soluções Pareto ótimas. Segue a descrição dos passos do algoritmo MOPSO:

- a. Gera-se a nuvem inicial aleatoriamente.
- b. Definem-se os valores iniciais: velocidade e *pbest* para cada partícula.
- c. Cria-se um repositório onde são colocadas as partículas da nuvem inicial que são não dominadas com relação às demais.
- d. Seleciona *gbest* dentre os elementos do repositório.
- e. Inicia-se o processo iterativo:
 1. Aplica-se a regra do PSO definida para atualização de cada partícula.
 2. Após a obtenção da nuvem atualizada faz-se a atualização do repositório onde são incluídas as partículas da nuvem atualizada que são não dominadas com relação ao repositório e retiradas as que eventualmente tenham ficado dominadas por alguma partícula incluída.

3. Atualiza-se os valores do *pbest* para cada partícula bem como o valor de *gbest* para a nuvem.
- f. Quando o critério de parada for atingido tem-se acumulado no repositório um conjunto de soluções não dominadas que é uma aproximação para a fronteira de Pareto do problema.

Duas são as diferenças significativas entre o MOPSO e o PSO. Como o MOPSO trata um problema multiobjetivo a escolha dos elementos *pbest* e *gbest* não pode ser feita apenas tomando a partícula que possui o melhor valor para a função objetivo uma vez que, neste caso, o espaço dos objetivos não é completamente ordenado. As escolhas devem levar em consideração o conceito de dominância de Pareto definido em 3.1.1. juntamente com algum outro critério. Em particular, a escolha de *gbest* deve ser feita dentre as partículas que pertencem ao repositório. Coello e Lechuga (2002) ao apresentarem a versão multiobjetivo para o PSO descrevem a utilização de um sistema geográfico definido em termos dos valores das funções objetivo de cada partícula. O espaço de busca é dividido em hipercubos que recebem um valor de *fitness* correspondente ao número de partículas que ele contém, esse valor do *fitness* é usado em uma roleta para selecionar um hipercubo, após esta escolha o líder é tomado aleatoriamente dentro deste hipercubo. Ao final da atualização de todas as partículas estas são colocadas no repositório que é então atualizado para que neste permaneçam apenas soluções não dominadas.

Coello e Lechuga (2002) consideram ainda que o PSO seja uma técnica de busca para espaços sem restrições. Posteriormente Coello, Pulido e Lechuga (2004), propõem a introdução de um operador de mutação bem como estratégias para tratar problemas com restrições, estas podem também ser consideradas através de um novo mecanismo apresentado em Chunlin (2004), técnica esta, inspirada no fenômeno biológico de simbiose. Raquel e Naval (2005) discutem a seleção do líder, aplicam o operador mutação somente nas gerações iniciais e também adotam técnicas para considerar restrições.

Chen (2008) apresenta uma nova versão para o PSO, *Second Generation Particle Swarm Optimization* (SGPSO), na qual as partículas não são apenas atraídas pela melhor posição individual e melhor posição da nuvem, mas também

pela posição que representa o centro geométrico das melhores posições de todas as partículas.

3.3. Problema da Expansão

O planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica vem sendo tratado como um problema de otimização desde Knight, (1960). Variadas foram as abordagens e as técnicas sugeridas para sua resolução, no entanto observa-se em publicações recentes sobre o assunto que o problema não está resolvido por completo.

Diversos autores trataram o problema de forma simplificada, considerando um modelo de planejamento mono objetivo e estático. Em geral, a formulação considerava a minimização de uma função custo que representa custos de investimentos e operação e um único período de planejamento.

Aoki *et al.* (1990) caracterizam o problema de planejamento de distribuição como complexo e afirmam que este deve ser formulado como um Problema de Programação Linear Inteira Mista (PPLIM). Tal formulação inclui muitas variáveis de decisão inteiras (binárias) bem como variáveis contínuas que representam o fluxo de potência e as tensões em cada nó. Propõem um algoritmo “*branch-exchange*” para encontrar uma aproximação da solução para o planejamento mono período. Em trabalho posterior, Nara *et al.* (1991), expandem esta metodologia para formulação multiperíodo.

Farrag, El-Metwally e El-Bages (1999), abordam o problema usando programação linear onde a função objetivo é uma linearização por partes da função custo que envolve investimentos e perdas elétricas. Representam explicitamente as principais restrições (Leis de Kirchoff, capacidade dos equipamentos, queda de tensão, orçamento e radialidade da rede) sem utilizar variáveis inteiras e minimizam custos fixos e variáveis relacionadas com a instalação e substituição de equipamentos e com perdas elétricas na distribuição.

Paiva *et al.* (2005), propõe um modelo de programação inteira mista para o planejamento integral de sistemas de distribuição, isto é, busca a otimização simultânea das redes primária e secundária afirmando que este procedimento é

capaz de considerar fatores que influem diretamente na função custo, como por exemplo, o uso de rotas compartilhadas para os alimentadores primários e os circuitos secundários.

Haffner *et al.* (2006, 2008a, 2008b) apresentam uma formulação mono objetivo e multi-estágio para o problema onde consideram restrições operacionais (relacionadas com a capacidade dos equipamentos e limites de tensão) e restrições lógicas (com o objetivo de reduzir o espaço de busca). A simplificação empregada na representação da Segunda Lei de Kirchhoff permitiu estabelecer um modelo de otimização com todas as restrições lineares, por intermédio do modelo linear disjuntivo. O modelo linear resultante foi resolvido através de um programa de otimização baseado no método *branch-and-bound*, permitindo obter a solução ótima do problema de expansão.

Vaziri, Tomsovic e Bose (2004a, 2004b) modelam o problema da expansão como um problema de fluxo em redes orientadas. A formulação multi-estágio resulta em um modelo de programação linear inteira mista, onde é feita uma aproximação linear no termo quadrático correspondente às perdas elétricas que permite obter soluções idênticas ao caso não linear. Um algoritmo de *branch-and-bound* é aplicado para encontrar o mínimo global.

Para destacar a característica combinatória do problema de planejamento é interessante observar que, com o objetivo de simplificar os esquemas de proteção, as redes de distribuição de energia elétrica operam de forma radial. Esta característica do sistema impõe ao problema de planejamento uma dificuldade adicional. Como bem destacam Andrei *et al.* (2006), a geração de todas as possíveis configurações radiais para uma determinada rede é uma tarefa desafiadora. Andrei e Chicco (2008), ilustram esta afirmação aplicando o procedimento por eles proposto, para determinação do número de possíveis configurações radiais, em uma rede com 44 nós sendo 4 subestações e 47 trechos obtendo 5.363.333 possíveis configurações. Estes números confirmam a necessidade de desenvolver metodologias de busca dentro do espaço de soluções para o problema de planejamento uma vez que a dimensão dos problemas reais inviabiliza a verificação de todas as possíveis soluções.

Ganguly, Sashoo e Das (2010), descrevem o planejamento da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica como um problema não linear, não

convexo, não diferenciável, com espaço de busca restrito e com variáveis de decisão inteiras e reais. Problemas de otimização com estas características, em geral, são classificados como Não Polinomiais Completos, para os quais a complexidade da busca por soluções cresce exponencialmente com algum parâmetro (VAZIRI, TOMSOVIC E GONEN, 2000b).

Nesse contexto os métodos heurísticos aparecem como uma boa alternativa. Embora não garantam a otimalidade da solução encontrada estes ganham espaço pela facilidade em considerar restrições e funções objetivo não lineares, bem como problemas mistos.

Diversas metaheurísticas têm sido utilizadas no problema em discussão. Em Parada *et al.* (2004), o problema é formulado como minimização de uma função custo que inclui custos de investimentos em instalações e equipamentos e custos com perdas elétricas. A metaheurística utilizada para resolução é *Simulated Annealing*. Os autores fazem uma análise sobre a influência dos parâmetros do algoritmo bem como do tamanho da rede estudada nos resultados obtidos quando aplicados a redes fictícias.

Bazan (2003) utiliza um modelo de otimização não linear inteiro misto do tipo binário e propõe a utilização do algoritmo de Busca Tabu para resolução do mesmo. Destaca a flexibilidade da técnica para tratar de problemas de natureza combinatória.

Colônia de Formigas é a metaheurística aplicada em Gómez *et al.* (2004) enquanto que Díaz-Dorado, Cidrás e Miguez (2002) opta por algoritmos evolucionários. Algoritmo Genético aparece no planejamento multiestágio proposto por Miranda, Ranito e Proença (1994), bem como em Ramirez-Rosado e Bernal-Agustin (2001).

Segundo Diakoulaki, Antunes e Martins (2005), situações de decisão envolvendo planejamento energético definem uma das áreas mais ativas e empolgantes para aplicação de metodologias multiobjetivo. Embora os custos continuem sendo a maior preocupação, a liberalização do mercado da eletricidade faz com que novos objetivos ocupem espaço no momento do planejamento. Desta forma, no momento de decisão, múltiplos objetivos, muitas vezes conflitantes, devem ser levados em consideração. Poucos trabalhos foram encontrados utilizando metodologias multiobjetivo.

Leão e Matos (1999), propõem uma metodologia de resolução baseada na metaheurística *Simulated Annealing* para determinar as soluções não dominadas do modelo *fuzzy* para o problema de planejamento de redes de distribuição. Destacam a habilidade de tal metodologia em tratar problemas combinatórios com funções objetivo não lineares.

Bhowmik, Goswami e Bhattacharjee (2001), consideram como funções objetivo lineares os custos de instalação de subestações e alimentadores e os custos de interrupções. As restrições do tipo igualdade e desigualdades referem-se à radialidade da rede, cargas, fluxos de potências e duração das interrupções. Para resolução é aplicada a metodologia de otimização por metas que está disponível no pacote MatLab otimização.

Ramirez-Rosado e Bernal-Augustín (2001) utilizam um algoritmo evolucionário propondo para o planejamento um modelo de programação não linear inteiro misto. Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro (2004), modelam o problema da expansão como um problema de otimização multiobjetivo com variáveis inteiras e contínuas, sujeitas às restrições técnicas relacionadas com as características da rede de distribuição, onde é minimizado o custo econômico associado à expansão e a quantidade de energia não distribuída na rede resultante. As incertezas na previsão de demanda são consideradas utilizando variáveis *fuzzy*. A resolução do modelo é realizada em duas fases, a determinação do conjunto das soluções não dominadas utilizando otimização por metas e a escolha de uma dentre as soluções não dominadas é feita usando uma metodologia *min-max*. Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro (2006) apresentam um novo algoritmo de Busca Tabu multiobjetivo para resolver o problema de planejamento com variáveis *fuzzy*.

Recentemente pesquisadores de diversas áreas tem se dedicado à utilização do PSO na resolução de problemas de otimização. Na área de Sistemas de Energia Elétrica o número de publicações cresceu rapidamente, o que demonstra grande aplicabilidade desta heurística nesta área (ALRASHID; EL-HAWARY, 2009). Valle *et al.* (2008), identificam diversos autores que caracterizam PSO como uma estratégia eficiente para resolver, com facilidade, problemas de otimização não linear inteira mista (MINLP). Apresentam uma extensa lista de publicações onde PSO foi aplicado para resolver problemas de otimização de sistemas de energia elétrica e sugerem que a técnica seja aplicada também em sistemas de distribuição de energia para

determinar configurações ótimas decidindo localização de subestações, topologias das redes e cabeamento. Ganguly, Sahoo e Das (2010) discutem o problema de planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica usando MOPSO com novas estratégias de escolha da partícula g_{best}^k em cada iteração, permitindo inclusive que esta seja uma solução dominada. Sugerem que seja investigada a possibilidade de aplicar o algoritmo para o planejamento multiestágio.

A sugestão de Valle *et al* (2008) foi preponderante na decisão da escolha da metaheurística PSO nesta tese. Esta sugestão é novamente citada no trabalho de Ganguly, Sahoo e Das (2010), corroborando com a escolha feita no início deste trabalho.

4. O MODELO MATEMÁTICO

Neste capítulo descreve-se o problema de planejamento da expansão de redes primárias de distribuição de energia elétrica através de um modelo de programação não linear inteira mista, faz-se uma abordagem multiobjetivo do mesmo e apresentam-se soluções deste modelo aplicado a uma rede encontrada na literatura resolvido utilizando um método Branch-and-Bound.

4.1. Descrição do Modelo Matemático

Para fins de modelagem do problema de planejamento da expansão de uma rede primária de distribuição de energia elétrica esta será tratada como um grafo orientado composto de nós e arcos. Cada nó representa uma subestação de distribuição (fonte de energia) ou um ponto de concentração de carga (nó de demanda). Os arcos representam os alimentadores que são os condutores que realizam a conexão entre os nós e fazem o transporte da energia elétrica.

A expansão de uma rede primária de distribuição de energia elétrica é necessária quando se tem previsão de aumento de carga ou surgimento de novos pontos de demanda na região atendida por esta rede.

O planejamento da expansão é realizado a partir da configuração de uma rede primária de distribuição existente operando em boas condições e de previsões de aumento de carga ou surgimento de novos pontos de demanda para a região atendida pela rede em questão. Para que a expansão possa ser realizada de forma gradativa, acompanhando o crescimento dinâmico da demanda, faz-se a subdivisão do horizonte de planejamento em estágios intermediários, denominados períodos. É necessário que as previsões de crescimento da demanda por energia elétrica sejam conhecidas nos diversos períodos considerados. Assume-se também o conhecimento prévio dos trechos, isto é, novos circuitos e alimentadores que poderão ser adicionados à rede, com as respectivas opções de bitolas, bem como a definição dos nós nos quais é possível a instalação de subestações de distribuição.

Em qualquer um dos períodos da expansão, as intervenções que fazem parte do planejamento e poderão ser executadas na rede são a ampliação de subestações existentes ou a instalação de novas subestações em nós previamente definidos; nos arcos as ações permitidas são a instalação ou remoção de trechos bem como a substituição do condutor por outro de bitola superior. Entende-se por remoção do trecho a instalação de uma chave, sem custo, que permita que este não seja utilizado em algum estágio e fique disponível para utilização em qualquer estágio subsequente. Tanto as subestações de distribuição como os trechos da rede serão, neste trabalho, denominados facilidades.

A cada ação possível associa-se um custo de investimento que representa o montante de recursos financeiros suficientes para a execução das obras que tornem possível a utilização, no período necessário, da facilidade na qual a ação deva ser realizada. A cada facilidade é associado um custo de operação/manutenção, que representa o montante de recursos financeiros suficientes para manter em funcionamento e em boas condições a referida facilidade em cada um dos períodos, a decisão de utilização de cada facilidade é descrita por uma variável binária. Ao fluxo de corrente em cada trecho e à tensão em cada nó são associadas variáveis reais que deverão ser mantidas sob controle. Associam-se a cada trecho possível da rede, dois sentidos de percurso do fluxo, obtendo-se assim uma duplicação dos trechos.

O modelo proposto no presente trabalho foi inspirado no modelo apresentado por Haffner *et al.* (2006, 2008a). Algumas adaptações foram feitas para uma abordagem multiobjetivo do problema.

4.1.1. Notação

Para a apresentação do modelo proposto considerou-se a seguinte notação:

Índices:

- | | |
|------|---|
| k | indica o trecho da rede; |
| op | indica a opção a ser utilizada no trecho, refere-se à bitola do condutor; |
| t | indica o período do horizonte de planejamento; |
| h | indica o nó da rede; |
| i | indica o nó de demanda da rede; |

j indica a subestação de distribuição;
 cap indica a capacidade da subestação;

Dados:

K número de possíveis trechos para a rede;
 OP número de possíveis bitolas para os condutores;
 CAP número de possíveis capacidades para as subestações;
 J número de nós da rede destinados a subestações;
 T número de períodos de planejamento;
 N número total de nós da rede;
 $O_{k\ op}$ custo de operação/manutenção do trecho k na opção op , ($\$/Km/A$);
 $OS_{j\ cap}$ custo de operação/manutenção da subestação j instalada com capacidade cap , ($\$$);
 $CIR_{k\ op}$ custo de investimento para instalação do trecho k na opção op , ($\$/Km$);
 $CIS_{j\ cap}$ custo de investimento para construção da subestação j com capacidade cap , ($\$$);
 R_{op} resistência/unidade de comprimento do condutor do tipo op , (Ω / Km);
 $fMAX_{op}$ capacidade máxima de corrente para o condutor do tipo op , (A);
 D_{it} previsão de demanda no nó i para o período t , (A);
 ND_t número de nós com demanda diferente de zero no período t ;
 S matriz de incidência da rede:

$$\begin{cases} S_{hk} = -1 & \text{significa que o ramo } k \text{ tem extremidade no nó } h; \\ S_{hk} = 1 & \text{significa que o ramo } k \text{ tem origem no nó } h; \end{cases}$$

 l_k comprimento do trecho k , (Km);
 M número inteiro positivo suficientemente grande.

Variáveis de decisão binárias:

$y_{k\ opt}$ variável binária associada à utilização do trecho k , na opção de bitola op no período t ;
 $z_{j\ cap\ t}$ variável binária associada à utilização da subestação j , na capacidade cap , no período t ;

Variáveis reais:

V_{ht} tensão no nó h no período t , (V);

f_{kopt} corrente do trecho k , instalado com bitola op , no período t , (A);

HP_{kopt} e HN_{kopt} variáveis auxiliares não negativas.

4.1.2. Funções Objetivo

Optou-se pela abordagem multiobjetivo do problema por considerar esta metodologia conveniente devido à forma de solução que é obtida. Ao apresentar ao decisor um conjunto de soluções ótimas, no sentido da otimalidade de Pareto, confere-se flexibilidade ao processo, permitindo ao decisor utilizar a solução mais conveniente no momento da decisão.

É de interesse das concessionárias que a distribuição de energia seja realizada da forma mais econômica possível, obviamente sem comprometer a qualidade e a segurança dos serviços.

Para atender estas expectativas que possuem soluções claramente conflitantes formulou-se o problema do planejamento da expansão com duas funções objetivo: Custo e Perdas Elétricas.

A função *Custo* pode ser decomposta em duas partes onde a primeira, *custoinv*, representa o valor do investimento necessário para se ter a configuração desejada em todos os períodos do horizonte de planejamento, refere-se à parte mais significativa dos valores envolvidos na expansão de uma rede de distribuição. A segunda parte, que se chamou de *customanut*, representa o valor das despesas com manutenção e operação da rede nas configurações planejadas.

$$Custo = \sum_t (custoinv_t + customanut_t) \quad (4.1)$$

Onde

$$\begin{cases} custoinv_t = \sum_k \sum_{op} CIR_{kop} \cdot l_k \cdot y_{kop t} + \sum_j \sum_{cap} CIS_{jcap} \cdot z_{jcap t} \\ customanut_t = \sum_k \sum_{op} O_{kop} \cdot l_k \cdot f_{kop t} + \sum_j \sum_{cap} OS_{jcap} \cdot z_{jcap t} \end{cases} \quad (4.2)$$

Conforme a Nota Técnica nº 0035/2007-SRD/ANEEL, de 22/06/2007 as perdas técnicas constituem a quantidade de energia elétrica dissipada entre os suprimentos de energia da distribuidora e os pontos de entrega nas instalações das unidades consumidoras ou distribuidoras supridas. Essa perda é decorrente das leis da Física e podem ser de origem térmica, dielétrica ou magnética. Nos contratos de concessão, constam cláusulas que dizem respeito às perdas de energia, sob o enfoque da qualidade dos serviços prestados, que propõem o acompanhamento de indicadores para auferir as perdas de energia elétrica. Os contratos ressaltam ainda que estes indicadores devem ser mantidos sob controle embora não estejam sujeitos a penalidades, ao contrário dos indicadores de qualidade de energia (continuidade e de níveis de tensão).

A função objetivo Perdas Elétricas foi representada por *Perdas*, que calcula as perdas técnicas da rede, isto é, a quantidade de energia perdida durante o processo de distribuição em todos os estágios do horizonte de planejamento.

$$Perdas = \sum_t \sum_k \sum_{op} R_{op} \cdot l_k \cdot f_{k\ opt}^2 \quad (4.3)$$

4.1.3. Restrições

A minimização das funções objetivo está sujeita a restrições que visam o bom funcionamento da rede planejada.

Em atendimento às características elétricas da rede as duas leis de Kirchoff, que controlam a corrente e a tensão, devem ser respeitadas. Assim, deve-se ter, em todos os períodos t , em cada nó i de demanda

$$\left(\sum_k \left(S_{ik} \cdot \sum_{op} f_{k\ opt} \right) \right) + D_{it} = 0, \quad (4.4)$$

e em todos os trechos k em qualquer opção op

$$R_{op} \cdot l_k \cdot f_{k\ opt} + HP_{k\ opt} - HN_{k\ opt} = \sum_h S_{hk} \cdot V_{ht} \quad (4.5)$$

além disso, para todo trecho k , em qualquer opção op e em todos os períodos t

$$HP_{k\ opt} \leq M \cdot (1 - y_{k\ opt}) \quad \text{e} \quad HN_{k\ opt} \leq M \cdot (1 - y_{k\ opt}) \quad (4.6)$$

Para reduzir os custos do sistema de proteção das redes de distribuição esta deve atuar em configuração radial. Para isto, em cada período t , o atendimento em qualquer nó i com demanda não nula deve ocorrer por exatamente um trecho

$$\sum_{S_{ik}=-1}^k \sum_{op} y_{k\ op\ t} = 1. \quad (4.7)$$

Monitorando a qualidade da energia entregue aos consumidores, em todos os períodos, o valor da tensão em cada nó i da rede deve ser mantido dentro de limites estabelecidos

$$V_{\min} \leq V_{it} \leq V_{\max}. \quad (4.8)$$

Para garantir a segurança do sistema de distribuição, as facilidades devem atuar dentro de seus limites de capacidade. Em qualquer período t , para cada trecho k em qualquer opção op

$$f_{k\ op\ t} \leq fMAX_{op} \cdot y_{k\ op\ t}, \quad (4.9)$$

para cada subestação j

$$\sum_{S_{jk}=1}^k \sum_{op} f_{k\ op\ t} = \sum_{cap} cap \cdot z_{j\ cap\ t}. \quad (4.10)$$

Além destas, algumas restrições lógicas são necessárias para garantir que situações contraditórias não ocorram.

Em cada um dos períodos de planejamento t , em qualquer trecho k da rede, permite-se utilizar no máximo um tipo op de condutor

$$\sum_{op} y_{k\ op\ t} \leq 1, \quad (4.11)$$

e qualquer subestação j só pode estar instalada com no máximo uma capacidade cap

$$\sum_{cap} z_{j\ cap\ t} \leq 1. \quad (4.12)$$

Para ser possível o atendimento da demanda em cada período t , a capacidade instalada em cada subestação j deve ser superior à demanda total do período

$$\sum_j cap \cdot z_{j\,cap\,t} \geq \sum_i D_{i\,t} . \quad (4.13)$$

Considerando somente a rede de distribuição, o fluxo de corrente nas subestações tem orientação positiva. Assim para cada subestação j

$$\sum_{S_{jk}=-1}^k \sum_{op} y_{k\,op\,t} = 0 . \quad (4.14)$$

Em nenhum nó de demanda existe geração de energia elétrica, portanto um alimentador não pode iniciar neste nó, para isso temos que garantir que trechos partindo de um nó de demanda somente sejam utilizados simultaneamente com um trecho chegando ao respectivo nó, para isto em todos os períodos t e todos os nós i de demanda deve-se ter

$$\sum_{S_{ik}=-1}^k y_{k\,op\,t} \leq M \cdot \sum_{S_{ik}=-1}^k y_{k\,op\,t} \quad (4.15)$$

Brandão e Volpi (2009) apresentam uma primeira versão deste modelo na qual a cada facilidade estava associada também uma variável binária de investimento, havia restrições adicionais referentes a estas variáveis. Com o intuito de reduzir o número de variáveis binárias no modelo optou-se por considerar apenas as variáveis de utilização associadas a cada facilidade, aqui representadas por $y_{k\,op\,t}$. Com esta modificação obteve-se uma redução de aproximadamente 30% no número de variáveis binárias, no entanto o custo de investimento minimizado no modelo atual consiste de um cálculo supervalorizado destes investimentos, isto é, a parcela $custo_{inv}$ da função objetivo $Custo$ considera necessário investimento em cada período de utilização do trecho ou da subestação. Embora o custo real dos investimentos não sejam considerados no processo de otimização, os custos totais que são efetivamente minimizados no modelo, preservam a relação de crescimento com os custos reais. Os custos reais são calculados após a obtenção da solução.

4.2. Resultados utilizando LINGO64_13

A validação da modelagem matemática apresentada em 4.1. foi feita através da aplicação em um sistema encontrado na literatura (KAGAN *apud* BAZAN, 2003) que denominaremos Rede I, composta por 12 nós (2 subestações e 10 nós de demanda) e 16 trechos (3 existentes e 13 potenciais), operando em 13,8kV.

Dividiu-se o horizonte de planejamento em três estágios, permitindo-se a utilização de três opções de cabos para os alimentadores e duas opções de capacidade para cada uma das subestações. As características da Rede I são descritas em Tabela 4.1 , Tabela 4.2, Tabela 4.3 e Tabela 4.4. Os dados foram adaptados das tabelas encontradas em Bazan (2003). A Figura 4.1 mostra a topologia inicial do sistema e o conjunto de trechos candidatos. Os nós 10 e 12 referem-se às subestações.

Tabela 4.1: Dados dos trechos da Rede I.

Trecho	Nó inicial	Nó final	Situação inicial	Comprimento do trecho (Km)
1	10	1	1	2
2	10	3	1	2
3	1	2	1	1
4	3	7	0	1
5	2	6	0	2
6	11	5	0	1
7	8	7	0	1
8	4	3	0	1
9	12	8	0	1
10	6	11	0	1
11	5	1	0	1
12	9	6	0	1
13	11	12	0	1
14	12	9	0	1
15	11	4	0	1
16	5	10	0	2.3

Fonte: Adaptada de BAZAN (2003)

Tabela 4.2: Dados das demandas da Rede I nos três estágios de planejamento.

Nó	Demanda nos nós (A)		
	Período 1	Período 2	Período 3
1	362.32	434.78	500.00
2	362.32	416.67	458.70
3	144.93	159.42	191.30
4	362.32	434.78	478.26
5	289.86	318.84	366.67
6	362.32	471.01	518.12
7	485.51	558.70	670.29
8	362.32	434.78	500.00
9	362.32	416.67	500.00
11	362.32	362.32	362.32

Fonte: Adaptada de BAZAN (2003)

Tabela 4.3: Dados dos tipos de condutores disponíveis para a Rede I.

Tipo de condutor	Fluxo Máximo (A)	Resistência (Ω / Km)	Custo fixo (\$/Km)	Custo variável (\$/Km/A)
1	724.64	0.3288	20	0.0138
2	1449.28	0.1719	30	0.0276
3	1811.59	0.1180	40	0.0552

Fonte: Adaptada de BAZAN (2003)

Tabela 4.4: Dados das subestações de distribuição da Rede I.

	Subestação	Capacidade (A)	Custo Fixo (\$)
Existente	1 (Nó 10)	3260.87	0
Futura	2 (Nó 12)	2536.23	1500

Fonte: Adaptada de BAZAN (2003)

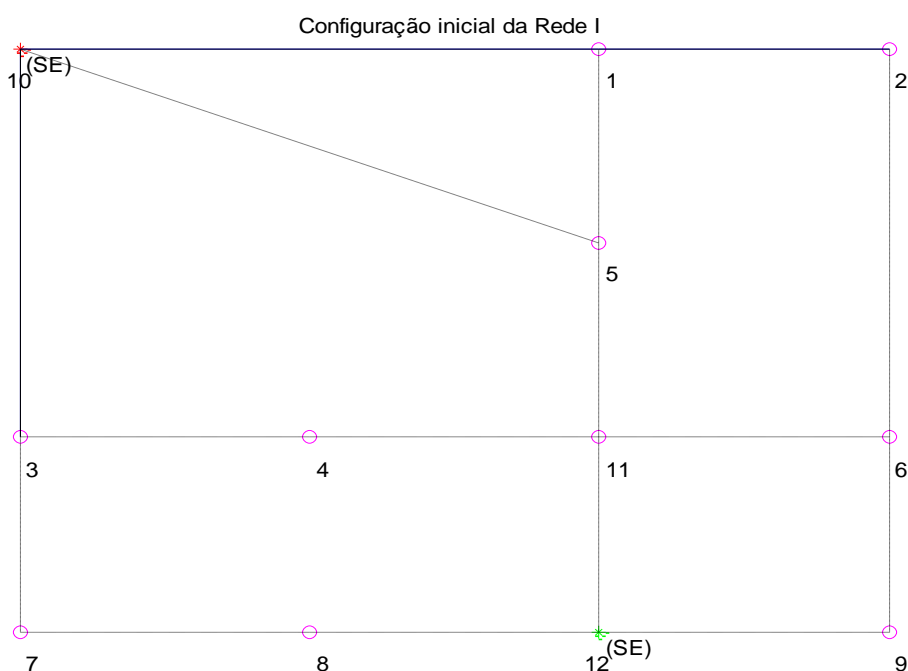


Figura 4.1: Configuração inicial da Rede I, subestações e trechos potenciais.
Fonte: O Autor (2011)

Os resultados foram obtidos utilizando o *solver* LINGO64_13 executado em um computador com processador Intel(R) core(TM) 2duo T5750, 2.0 GHz, 3GB de memória RAM e sistema operacional Windows Vista™ Home Premium, Versão 2007, Service Pack 1. O *solver* LINGO64_13 aplica técnicas de *branch and bound* na resolução do modelo.

O modelo exato aplicado à Rede I apresenta 1206 variáveis sendo 294 variáveis inteiras e um total de 1560 restrições.

Para as análises iniciais procuraram-se as soluções ótimas de cada objetivo individualmente. As soluções obtidas apresentaram características bastante coerentes com o esperado de acordo com a natureza de cada objetivo investigado. Uma dificuldade observada em modelos anteriormente tratados em Vechhi (2004) era a formação de ciclos na rede, a inclusão de restrições que garantem o atendimento de cada nó com demanda por um único trecho da rede fez com que todas as soluções viáveis obtidas não apresentassem ciclos.

A solução ótima para a função *Custo* caracteriza-se pela utilização maciça de cabos com bitolas inferiores, cujos custos são menores embora sem preocupações com perdas elétricas, o uso de bitolas maiores se restringe aos casos necessários

devido aos limites de fluxo máximo por opção de condutor. A Figura 4.2 apresenta um diagrama com a configuração da rede, nos três estágios, referente à solução ótima para o problema de minimizar custos na expansão da rede. Os valores das funções objetivos desta solução são: $Custototal$ \$ 5.784,0 e $Perdas = 4.533,4kW$, este custo total corresponde a um custo real trazido para o momento presente de \$2.369,10.

É interessante observar que o modelo permite que alguns trechos sejam desinstalados (através da instalação de chave seccionadora), possibilitando a reconfiguração da rede caso haja necessidade de redistribuição dos nós de demanda com relação às subestações que os atendem. É um fato importante, pois desta forma, pode-se protelar a expansão de alguma subestação simplesmente redistribuindo adequadamente as cargas dentre as subestações já instaladas.

A solução ótima para a função $Perdas$ utiliza maciçamente cabos de bitolas superiores, que provocam menores perdas devido a resistências inferiores. O diagrama da solução ótima para o problema de minimizar perdas técnicas na expansão da rede é apresentado na Figura 4.2.

Os valores das funções objetivo para esta solução são: $CustoTotal = \$7.152,60$ e $PerdasElétricas = 1.930,80 kW$, este custo total corresponde a um custo real trazido para o momento presente de \$ 3.700,30.

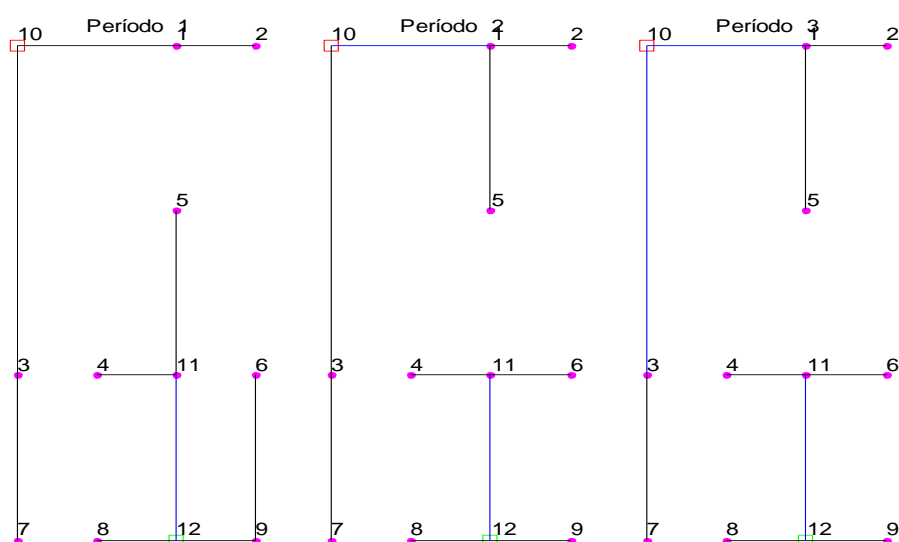


Figura 4.2: Configuração da rede correspondente à solução ótima para o problema de minimizar Custo Total para a Rede I.

Fonte: O Autor (2011)

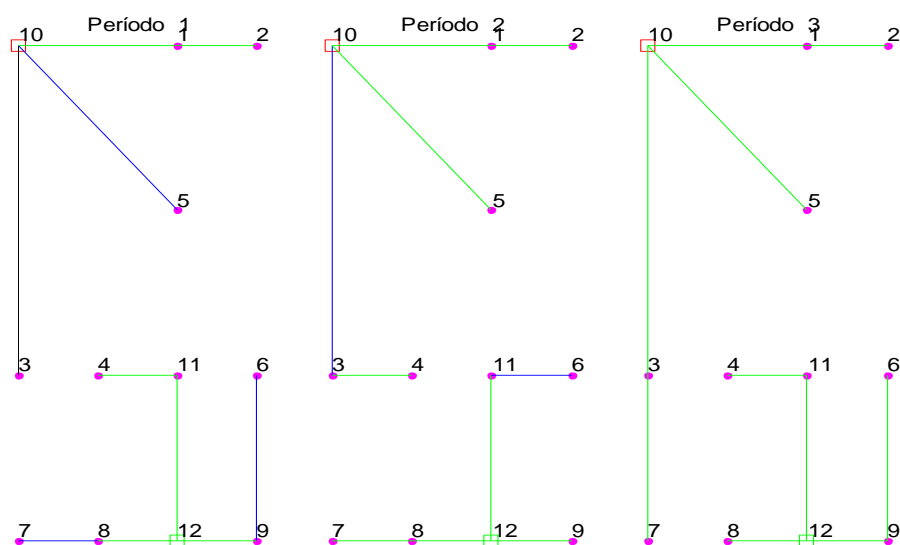


Figura 4.3: Configuração da rede correspondente à solução ótima para o problema de minimizar Perdas Elétricas para a Rede I.

Fonte: O Autor (2011)

O método dos pesos para resolução de problemas multiobjetivo permite obter pontos da fronteira de Pareto do problema através de diferentes escolhas de parâmetros positivos de ponderação das funções objetivo.

No problema multiobjetivo em questão, as duas funções objetivo possuem unidades e grandezas bastante distintas, devido a isso, para a utilização do método dos pesos na busca de soluções não-dominadas considerou-se duas situações.

Na primeira situação atribuiu-se um valor monetário para a energia perdida durante a distribuição em todos os períodos, igualando assim as unidades das funções objetivo. Com isso, no problema mono objetivo associado, cuja função objetivo resulta da ponderação das funções custo de investimentos/manutenção e custo das perdas elétricas, tem-se uma função onde a ordem de grandeza da parcela referente a perdas elétricas é bastante inferior a dos custos de investimentos/manutenção. Devido a esse desequilíbrio, observou-se a predominância da função custo de investimento/manutenção na decisão, obtendo-se soluções sempre bastante próximas da solução ótima global da função custos, independente das escolhas dos parâmetros de ponderação.

A segunda situação considerada foi obtida ao se fazer uso de uma constante que equilibrasse a ordem de grandeza individual das duas funções objetivo. Desta forma, no problema mono objetivo associado, no qual as parcelas da função objetivo possuíam grandezas equilibradas, percebeu-se que a variação dos parâmetros de ponderação resultava em soluções diferentes entre si. Obtendo-se pontos mais distribuídos na fronteira de Pareto procurada.

A Figura 4.4 apresenta alguns pontos da fronteira de eficiência do modelo multiobjetivo formulado neste trabalho, quando considerada a segunda situação, aplicado à Rede I.

Cada ponto no espaço dos objetivos (Figura 4.4) é um par ordenado do tipo $(Custo, Perdas)$ e corresponde a uma solução do problema, isto é, uma configuração para a rede nos três períodos do horizonte de planejamento.

A Figura 4.6 apresenta um diagrama da configuração da rede correspondente a uma das soluções que pertence à fronteira e aparece destacada na Figura 4.5.

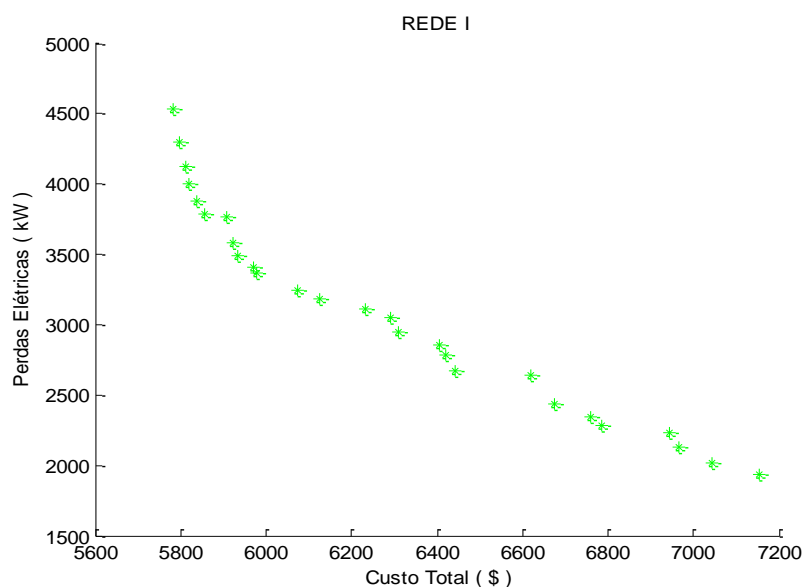


Figura 4.4: Fronteira de eficiência para o problema de expansão da Rede I.
Fonte: O Autor (2011)

Esta solução foi obtida ao minimizar a função ponderada entre Custo Total e Perdas Elétricas, para uma escolha de parâmetros de ponderação. Os valores das funções objetivo desta solução são:

$CustoTotal = \$ 6.441,20$ e $PerdasElétricas = 2.670,20$ kW, este custo total corresponde a um custo real trazido para o momento presente de \$ 2.915,80.

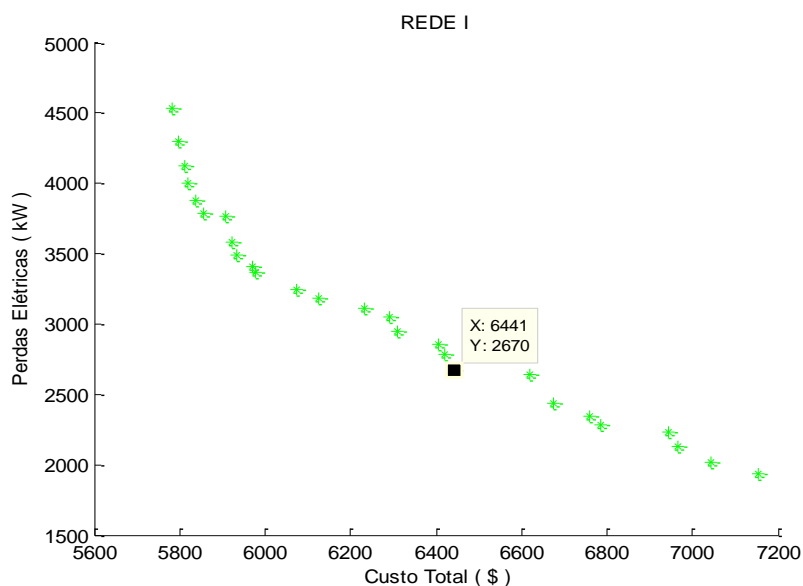


Figura 4.5: Destaque de uma solução da fronteira de eficiência para o problema de expansão da Rede I.
Fonte: O Autor (2011)

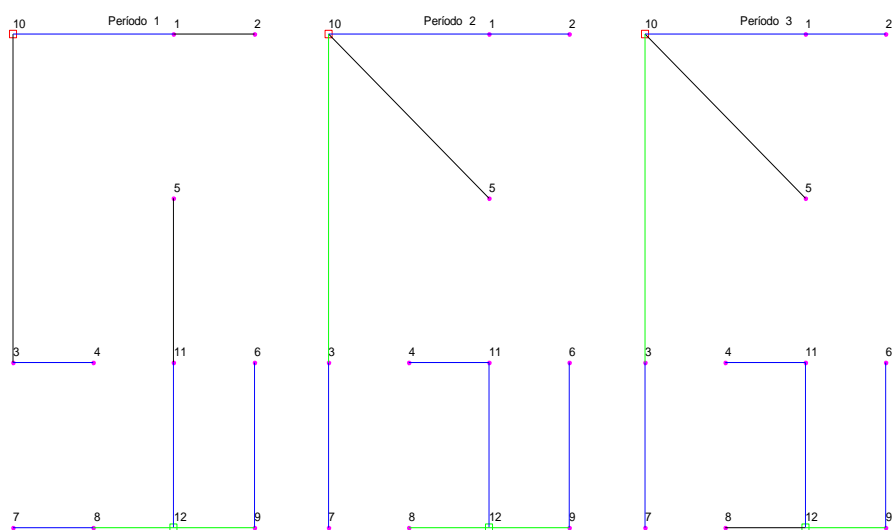


Figura 4.6: Solução ótima para a expansão com o objetivo de minimizar a função ponderada para uma escolha de parâmetros.
Fonte: O Autor (2011)

A proposta de usar um modelo exato para resolver o problema de expansão da rede primária de distribuição de energia elétrica foi bem sucedida quando aplicada a uma rede de pequeno porte. Observou-se que o tempo computacional necessário para obter as soluções globais exatas de cada problema mono objetivo resultante da aplicação do método dos pesos foi grande. Este fato se apresenta como restritivo quando da aplicação do presente modelo para redes reais devido à dimensão das mesmas. No entanto, a resolução do modelo através de uma metodologia exata pode ser usada para validar a ferramenta heurística que se propõe no Capítulo 5. A validação é feita em problemas de porte menor onde ambas as metodologias, exata e aproximada, possam ser empregadas.

5. PSOelétrico – UMA METODOLOGIA HÍBRIDA PARA PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO ELÉTRICO

Embora o a resolução do modelo matemático utilizando uma metodologia exata tenha apresentado soluções bastante interessantes, ficou evidente que sua aplicação se restringe a redes reduzidas. Com o intuito de viabilizar a realização do planejamento para a expansão de redes de distribuição de grandes centros consumidores busca-se uma metodologia heurística, que resulte em soluções que dêem uma boa aproximação da fronteira de Pareto para o problema, em tempo computacional aceitável. Optou-se pela utilização da metaheurística PSO devido sua simplicidade e eficiência relatadas por diversos autores dos quais pode-se citar Valle *et. al.* (2008), Ghosh *et. al.* (2009) e Ganguly, Sashoo e Das (2010).

A aplicação da metaheurística para resolução do problema exige que seja feita uma codificação para a solução, na qual serão realizadas as atualizações em busca de soluções melhores, conforme os objetivos estabelecidos. Tanto PSO quanto qualquer outra metaheurística se caracteriza como estratégia de busca no espaço das soluções, com fortes componentes aleatórias. A necessidade de configuração radial para a rede procurada se apresenta como uma condição bastante restritiva para o espaço de busca. Ao se aplicar a estratégia de atualização das soluções em uma solução conhecida, não se tem, a princípio, garantia de que a solução obtida seja viável, o que acontece com frequência é a radialidade ser desrespeitada. Este fato sugere que, num problema deste tipo, a aplicação da metaheurística diretamente no código da solução não seja viável uma vez que cria a necessidade de um processo para factibilizar estas soluções, tal processo pode vir a ser oneroso computacionalmente e destruir a aleatoriedade da metodologia.

Na tentativa de fugir desse padrão de atualizações ineficazes verificou-se neste trabalho que, em uma rede com K possíveis trechos, pode-se associar a um vetor de K números reais uma solução viável para o problema, com um número de insucessos bastante inferior. Além disso, pequenas alterações nestes números reais

provocam pequenas mudanças na solução associada, o que nos remete à ideia de vizinhança utilizada em muitas heurísticas. Este vetor de números reais é considerado como a codificação da solução que a ele foi associada. A atualização da solução proposta pela metaheurística escolhida é então realizada da seguinte forma: o vetor de números reais é alterado conforme as regras da metaheurística obtendo-se um novo vetor de números reais ao qual será associada uma solução viável do problema. A redução de infactibilidades que surgem durante a resolução do problema é um atrativo para esta metodologia proposta. Considera-se importante destacar que o problema do planejamento de expansão de redes de distribuição de energia elétrica é binário na codificação da solução, pois as variáveis independentes do problema são as variáveis binárias de utilização de trechos e subestações. No entanto, a aplicação do procedimento que aqui se propõe gera a utilização de uma codificação não binária permitindo a utilização de versões contínuas da metaheurística. No caso particular do PSO, a versão contínua utiliza mais acentuadamente as informações das soluções anteriores quando comparada à versão binária do PSO, fato este que torna a busca mais eficiente.

A Figura 5.1 apresenta um esquema explicativo da dinâmica de utilização da associação de soluções viáveis do problema elétrico a vetores de números reais. A este procedimento daremos o nome de associação SOLFAC.

O procedimento de associação SOLFAC é realizado em duas etapas. A primeira refere-se à associação de uma topologia radial ao vetor de números reais, modelo GERARVORES, enquanto que a segunda compreende a determinação da configuração da rede já vislumbrando os objetivos propostos para o problema, modelo CONDUTORES. Para esclarecimento, a topologia da rede informa quais os trechos serão utilizados em cada período do planejamento enquanto que a configuração da rede inclui a informação sobre a bitola do condutor a ser usado em cada trecho e a capacidade das subestações em cada período. O modelo matemático apresentado na seção 4.2 mostrou-se bastante eficiente com relação às configurações das redes correspondentes às soluções encontradas, sendo então utilizado como inspiração para os modelos GERARVORES e CONDUTORES.

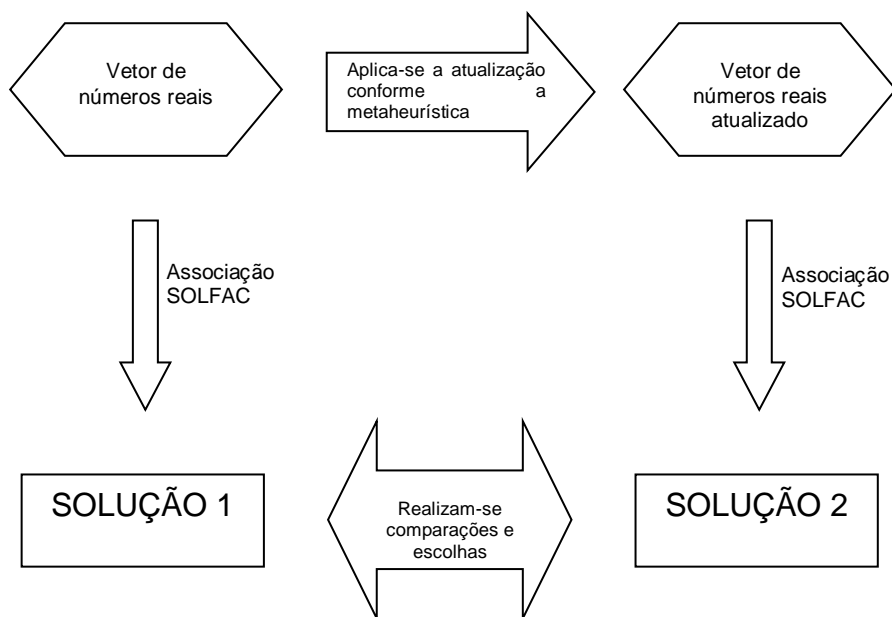


Figura 5.1: Esquema da utilização da associação SOLFAC.
 Fonte: O Autor (2011)

5.1. Descrição do modelo GERARVORES

O modelo GERARVORES tem como dados de entrada um vetor de K números reais ($nurand$) e como dados de saída uma rede com configuração radial definida pelos valores da variável de utilização dos trechos (arv_{kt}). O modelo escolhe dentre os K possíveis trechos quais devem ser utilizados para se obter uma rede com configuração de árvore. Além da radialidade algumas restrições adicionais devem ser impostas para que a configuração obtida para a rede permita sua utilização como uma rede de distribuição de energia elétrica.

Na modelagem dessa primeira etapa da metodologia proposta, utiliza-se a seguinte notação:

Índices:

- k indica o trecho da rede;
- t indica o período do horizonte de planejamento;
- i indica o nó de demanda da rede;
- j indica a subestação de distribuição;

cap indica a capacidade da subestação;

Variáveis de decisão binárias:

arv_{kt} variável binária associada à utilização do trecho k no período t ;

zz_{jt} variável binária associada utilização da subestação j no período t ;

Variáveis reais:

ff_{kt} corrente do trecho k , no período t , (A);

Dados:

$nurand$ vetor de K números reais;

$fMAX$ capacidade máxima de fluxo num trecho;

$capMAX$ capacidade máxima para qualquer subestação;

D_{it} previsão de demanda no nó i para o período t ;

ND_t número de nós com demanda diferente de zero no período t ;

K número de possíveis trechos para a rede;

SS matriz de incidência da rede, com trechos duplicados.

$$\begin{cases} SS_{hk} = -1 & \text{significa que o ramo } k \text{ tem extremidade no nó } h; \\ SS_{hk} = 1 & \text{significa que o ramo } k \text{ tem origem no nó } h; \end{cases}$$

l_k comprimento do trecho k , (Km);

SBT_j situação inicial da subestação j .

Parâmetros:

T número de períodos de planejamento;

M número inteiro positivo suficientemente grande.

O modelo GERARVORES é formulado da seguinte maneira:

Minimizar

$$\sum_t \sum_k nurand_k \cdot arv_{kt} \quad (5.1)$$

Sujeito à:

Em todos os períodos t a rede deve apresentar topologia radial

$$\sum_k arv_{kt} \geq ND_t. \quad (5.2)$$

Em qualquer período t , cada nó com demanda não nula deve ser atendido e o atendimento deve ser apenas por um trecho

$$\sum_{\substack{k \\ SS_{ik}=-1}} arv_{kt} = 1. \quad (5.3)$$

Em qualquer período t , cada trecho pode ser utilizado em somente um sentido

$$arv_{kt} + arv_{k+KKt} \leq 1. \quad (5.4)$$

O fluxo só pode sair de qualquer subestação, ou seja, para todo trecho que chega a alguma subestação, em qualquer período t

$$arv_{kt} = 0. \quad (5.5)$$

Nos nós de demanda não existe geração de energia, desta forma trechos que saem destes nós só podem ser utilizados simultaneamente com um trecho que chega ao respectivo nó, então, em qualquer período, para todo nó de demanda

$$\sum_{\substack{k \\ SS_{jk}=1}} arv_{kt} \leq M \cdot \sum_{\substack{k \\ SS_{jk}=-1}} arv_{kt}. \quad (5.6)$$

A Lei de Kirchoff para correntes pensando na corrente que flui pelo trecho independente da bitola do condutor, em todo nó de demanda

$$D_{it} + \sum_k SS_{ik} \cdot ff_{kt} = 0 \quad (5.7)$$

O fluxo de corrente em cada trecho deve ser limitado pela capacidade dos condutores de maior bitola disponível

$$ff_{kt} \leq fMAX \cdot arv_{kt}. \quad (5.8)$$

A capacidade das subestações tem um limite máximo assim, para toda subestação

$$\sum_{\substack{k \\ SS_{jk}=1}} ff_{kt} \leq capMAX \cdot zz_{jt}. \quad (5.9)$$

Qualquer subestação só deve ser instalada se existir algum nó de demanda conectado a ela

$$\sum_{\substack{k \\ SS_{jk}=1}} arv_{kt} \geq zz_{jt} . \quad (5.10)$$

Ao partir de uma rede em funcionamento, não se devem ignorar as subestações já instaladas

$$zz_{jt} \geq SBT_j . \quad (5.11)$$

Com esta formulação temos um problema de otimização linear sujeito a restrições também lineares, portanto de resolução simples.

5.2. Descrição do modelo CONDUTORES

O modelo CONDUTORES, que representa a segunda parte do processo de associação SOLFAC, corresponde à escolha da bitola para o condutor em cada trecho utilizado na topologia decidida pela resolução do modelo GERARVORES. Esta escolha está diretamente relacionada com os objetivos impostos inicialmente ao problema de planejamento. A bitola do condutor influencia no custo de investimento em cada trecho bem como na quantidade de energia perdida durante o processo de distribuição. A utilização de um fator referente a perdas elétricas na função objetivo resulta em um modelo não linear, o que aumenta em muito a complexidade do problema e o tempo de resolução da etapa. Por este motivo optou-se por incluir um termo linear na função objetivo, que calcula a soma das resistências dos condutores utilizados na rede, cuja minimização resulta em redução de perdas. As restrições que são impostas referem-se às características específicas de redes de distribuição de energia elétrica bem como algumas restrições lógicas para evitar que situações contraditórias ocorram. O modelo assim formulado resulta em um problema linear de minimização com restrições também lineares. Para apresentar a formulação do modelo CONDUTORES utiliza-se a seguinte notação:

Índices:

- k indica o trecho da rede;
- op indica a opção a ser utilizada no trecho, refere-se à bitola do condutor;
- t indica o período do horizonte de planejamento;

- h indica o nó da rede;
 i indica o nó de demanda da rede;
 j indica a subestação de distribuição;
 cap indica a capacidade da subestação;

Variáveis de decisão binárias:

- $y_{k\ op\ t}$ variável binária associada à utilização do trecho k , na opção op no período t ;
 $z_{j\ cap\ t}$ variável binária associada à utilização da subestação j , na capacidade cap no período t ;

Variáveis reais:

- V_{ht} tensão no nó h no período t ;
 $f_{k\ op\ t}$ corrente do trecho k , instalado na opção op , no período t , (A);
 $HP_{k\ op\ t}$ e $HN_{k\ op\ t}$ variáveis auxiliares não negativas.

Dados:

- $O_{k\ op}$ custo de operação/manutenção do trecho k na opção op , ($\$/Km/A$);
 $OS_{j\ cap}$ custo de operação/manutenção da subestação j instalada com capacidade cap , ($\$$);
 $CIR_{k\ op}$ custo de investimento para instalação do trecho k na opção op , ($\$/Km$);
 $CIS_{j\ cap}$ custo de investimento para construção da subestação j com capacidade cap , ($\$$);
 R_{op} resistência/unidade de comprimento do condutor do tipo op , (Ω/Km);
 $fMAX_{op}$ capacidade máxima de corrente para o condutor do tipo op , (A);
 D_{it} previsão de demanda no nó i para o período t , (A);
 K número de possíveis trechos para a rede;
 S matriz de incidência da rede.

$$\begin{cases} SS_{hk} = -1 & \text{significa que o ramo } k \text{ tem extremidade no nó } h; \\ SS_{hk} = 1 & \text{significa que o ramo } k \text{ tem origem no nó } h; \end{cases}$$

l_k comprimento do trecho k , (Km);

arv_{kt} árvore solução modelo GERARVORES

$$\begin{cases} arv_{kt} = 1 & \text{significa que o ramo } k \text{ é usado no período } t; \\ arv_{kt} = 0 & \text{significa que o ramo } k \text{ não é usado no período } t; \end{cases}$$

Parâmetros:

T número de períodos de planejamento;

A_1 e A_2 números aleatórios com distribuição uniforme gerados no intervalo $[0,1]$;

M número inteiro positivo suficientemente grande.

Dada a árvore, arv , solução do modelo GERARVORES, o problema pode ser formulado da seguinte maneira:

Minimizar

$$\sum_t \left[\sum_k \sum_{op} [A_1 \cdot (CIR_{kop} \cdot l_k + O_{kop}) + A_2 \cdot l_k \cdot R_{op}] \cdot y_{kop t} + \sum_j \sum_{cap} A_1 \cdot (CIS_{j cap} + OS_{j cap}) \cdot z_{j cap t} \right]. \quad (5.12)$$

Sujeito à:

Lei de Kirchoff para correntes que deve ser satisfeita para todos os períodos t e em todos os nós i de demanda

$$\sum_k (S_{ik} \cdot \sum_{op} f_{kop t}) + D_{it} = 0. \quad (5.13)$$

Lei de Kirchoff para tensões, que deve ser satisfeita em todos os períodos t , por todos os trechos k , em qualquer opção de bitola op

$$R_{op} \cdot l_k \cdot f_{kop t} + HP_{kop t} - HN_{kop t} = \sum_h S_{hk} \cdot V_{ht} \quad (5.14)$$

além disso, para todo trecho k , em qualquer opção op e em todos os períodos t

$$HP_{kop t} \leq M \cdot (1 - y_{kop t}) \quad \text{e} \quad HN_{kop t} \leq M \cdot (1 - y_{kop t}) \quad (5.15)$$

Em todos os períodos, em todos os trechos k em qualquer opção de bitola op o fluxo de corrente deve respeitar a capacidade do condutor

$$f_{kop t} \leq y_{kop t} \cdot fMAX_{op}. \quad (5.16)$$

Para todos os períodos t a capacidade instalada de subestações deve ser superior à demanda total do período

$$\sum_j \sum_{cap} cap \cdot z_{j\ cap\ t} \geq \sum_i D_{it} . \quad (5.17)$$

Em todos os períodos t cada subestação j somente pode estar instalada com no máximo uma capacidade

$$\sum_{cap} z_{j\ cap\ t} \leq 1 . \quad (5.18)$$

Em qualquer período t o limite de capacidade de cada subestação j deve ser respeitado

$$\sum_{S_{ik}=1}^k \sum_{op} f_{k\ op\ t} \leq \sum_{cap} cap \cdot z_{j\ cap\ t} . \quad (5.19)$$

A topologia para a rede definida pelo modelo GERARVORES deve ser respeitada em todos os períodos t . Para isto, para todos os trechos k

$$\sum_{op} y_{k\ op\ t} = arv_{k\ t} . \quad (5.20)$$

A aplicação da metaheurística *Particle Swarm Optimization* (PSO) combinada com a associação SOLFAC ao problema de planejamento elétrico resulta em uma metodologia, denominada PSOelétrico, que se mostra promissora para a resolução de problemas desse tipo. Nos testes realizados, que serão descritos a seguir, foram encontradas boas aproximações para a fronteira de Pareto do problema quando comparadas às fronteiras encontradas utilizando metodologias exatas para resolução do modelo proposto na seção 4.2.

5.3. Descrição do PSOelétrico

A versão multiobjetivo para o PSO apresentada por Coello e Lechuga (2002) denominada *Multiobjective Particle Swarm Optimization* (MOPSO), descrita na seção 3.2.1, pode ser combinada com a associação SOLFAC, proposta neste trabalho, e apresentar então melhor adaptabilidade para a abordagem de problemas de

planejamento elétrico. A metodologia híbrida resultante da combinação acima sugerida será denominada **PSOelétrico**.

A utilização da associação SOLFAC, para este tipo de problema, é justificada pelo fato deste apresentar a exigência de manutenção da radialidade da rede elétrica, o que restringe de forma significativa o espaço das soluções viáveis. A associação SOLFAC se propõe a reduzir fortemente o número de soluções inviáveis que ocorrem durante as atualizações das soluções pela metaheurística PSO.

O PSOelétrico é uma metodologia que se diferencia da metaheurística MOPSO nos seguintes pontos:

No momento da geração da nuvem inicial, cada uma das soluções, denominadas partículas, é determinada utilizando a seguinte sequência de procedimentos:

- a. Obtenção de um vetor de K números reais gerados aleatoriamente com distribuição uniforme, onde K é o número duplicado de possíveis trechos da rede elétrica.
- b. Aplicação da associação SOLFAC para obter uma solução viável do problema de planejamento associada ao vetor de números reais gerado anteriormente.

Esta associação se resume a:

- b.1. Aplicação de um algoritmo do tipo *branch-and-bound* para resolver o modelo GERARVORES.
- b.2. Aplicação de um algoritmo do tipo *branch-and-bound* para resolver o modelo CONDUTORES.

Este vetor de números reais fica sendo a codificação da partícula a ele associada.

- c. Cálculo dos valores das variáveis dependentes (corrente em cada trecho, tensão em cada nó) e das funções objetivo (custo total e perdas elétricas) para a solução encontrada pela associação SOLFAC.

A atualização das partículas, usando a regra do MOPSO, é aplicada na sua codificação, ou seja, num vetor de números reais. Após a obtenção da codificação de uma nova solução que é um vetor de números reais atualizado, a nova partícula é encontrada utilizando a mesma seqüência de procedimentos listada acima.

Em cada execução do PSOelétrico dois parâmetros devem ser definidos: o número de partículas da nuvem inicial e o número de iterações que serão realizadas. Ao final de cada execução a resposta do problema é o repositório, isto é, um

conjunto de soluções não dominadas. Cada solução significa a configuração da rede de distribuição de energia elétrica em cada um dos períodos do horizonte de planejamento, juntamente com os valores das variáveis dependentes (tensão nos nós e corrente nos ramos) e das funções objetivo (custo total e perdas elétricas).

5.4. Avaliação de desempenho

Uma primeira avaliação da metodologia proposta neste trabalho pode ser feita graficamente, observando nos gráficos que serão apresentados a evolução do conjunto de partículas não dominadas em direção à fronteira, que denominamos exata, encontrada utilizando o *solver* LINGO na resolução do modelo apresentado no Capítulo 4. É claro que esta avaliação nos dá apenas uma noção intuitiva do sucesso do PSOelétrico. Faz-se necessária uma avaliação mais criteriosa para afirmar a validade desta metodologia.

Deb (2008) apresenta diversas métricas de avaliação de desempenho para metodologias de resolução de problemas de otimização multiobjetivo. Destaca dois enfoques distintos para esta avaliação, a questão da proximidade das soluções encontradas com relação às soluções exatas do problema e também a questão do espalhamento destas soluções dentro do conjunto encontrado.

Para descrever as métricas utilizadas neste trabalho consideraremos dois conjuntos, a saber, o conjunto de soluções não dominadas encontrado pelo PSOelétrico, que denotaremos por *ND*, e a fronteira de Pareto do problema determinada com a utilização do *solver* LINGO, denotada por *FRONT*. Para avaliar a proximidade dos conjuntos *ND* e *FRONT* optou-se por utilizar a métrica *Generational Distance (GD)* descrita em Veldhuizen (1999) *apud* Deb (2008). Esta métrica determina uma distância média dos elementos de *ND* com os elementos de *FRONT*. Pode ser calculada por

$$GD = \frac{\left(\sum_{i=1}^{|ND|} d_i^2 \right)^2}{|ND|} \quad (5.21)$$

onde d_i é a distância Euclidiana entre a solução $i \in ND$ e a membro de $FRONT$ mais próxima, calculada no espaço dos objetivos. Para o caso de um espaço dos objetivos bi-dimensional, d_i é calculada por

$$d_i = \min_{k=1}^{|FRONT|} \sqrt{(f_1^{(i)} - f_1^{(k)})^2 + (f_2^{(i)} - f_2^{(k)})^2} \quad (5.22)$$

As funções objetivo aqui consideradas para o problema de planejamento de expansão de redes de distribuição de energia elétrica possuem ordem de grandeza bastante distinta. Para que isto não interfira nas conclusões provenientes do cálculo de GD este é feito no espaço dos objetivos normalizados. Supõe-se que os algoritmos que obtêm soluções com pequenos valores de GD são os melhores por obterem soluções que mantêm uma distância média pequena em relação às soluções exatas do problema.

A avaliação com relação ao espalhamento dos elementos não dominados é feita através da métrica *spacing* (S) sugerida por Schott (1995) apud Deb (2005). O *spacing* do conjunto de soluções não dominadas (ND) encontrado avalia o desvio padrão das distâncias entre elementos consecutivos do conjunto com relação à média destas distâncias e pode ser calculada por

$$S = \sqrt{\frac{1}{|ND|} \sum_{i=1}^{|ND|} (d_i - \bar{d}_i)^2} \quad (5.23)$$

onde $d_i = \min_{k \in ND \wedge k \neq i} \{|f_1^i - f_1^k| + |f_2^i - f_2^k|\}$ e $\bar{d}_i = \frac{\sum_{i=1}^{|ND|} d_i}{|ND|}$.

Observe que esta distância d_i é diferente da distância Euclidiana. Quando as soluções do conjunto avaliado apresentam-se igualmente espaçadas a medida *spacing* deste conjunto será zero, desta forma conjuntos com baixo valor para a medida *spacing* podem ser considerados uniformemente espaçados.

6. RESULTADOS OBTIDOS APLICANDO PSOelétrico

Com o objetivo de avaliar a eficiência da metodologia PSOelétrico que se propõe neste trabalho foram realizados testes com a mesma rede utilizada na validação do modelo exato apresentado no parágrafo 4.2. Uma vez que se têm uma aproximação da fronteira encontrada aplicando o método dos pesos, pode-se comparar com estes a aproximação da fronteira encontrada através da aplicação do PSOelétrico.

Os resultados obtidos revelam o sucesso da metodologia proposta. Os testes foram realizados utilizando o *solver* LINGO64_13 e o *software* MatLab R2009a executados em um computador com processador Intel Core 2Duo, 2 GHz, 3GB de RAM e sistema operacional Windows Vista.

Fez-se também a aplicação desta metodologia na resolução do mesmo problema quando considerada uma rede de distribuição de energia elétrica um pouco maior, isto é, contendo um maior número de trechos possíveis e de nós de demanda além de mais opções de condutores para cada trecho, a qual será denominada de Rede II encontrada em Proença, 1993 *apud* Cossi, 2008.

No algoritmo implementado para a realização dos testes a escolha do melhor elemento de cada partícula (*pbest*), em cada iteração, foi feita da seguinte forma: caso a atualização da partícula resulte em uma solução dominada pela solução anterior *pbest* é mantido inalterado, caso a partícula atualizada domine *pbest* este é substituído e caso as partículas sejam indiferentes é feito um sorteio para decidir se substitui ou não *pbest*. Já a escolha de *gbest* foi feita da seguinte maneira: até completar 2/3 do número total de iterações *gbest* é escolhida como a partícula do repositório que possui o menor valor para a função objetivo *custo total* enquanto que nos demais 1/3 do número de iterações esta é escolhida como a partícula que possui menor valor para a função objetivo *perdas elétricas*.

Um dos atrativos da metaheurística PSO para ser aplicada ao problema de interesse é o fato de conter poucos parâmetros a serem ajustados, a saber, ω que é

o peso da inércia e c_1 e c_2 que são constantes positivas que participam da ponderação entre as contribuições social e cognitiva da nuvem na atualização das partículas em cada iteração, conforme descrito em 3.2.1 pelas equações (3.7) e (3.8). Após diversas execuções teste do PSOelétrico para resolução do problema de planejamento para ambas as redes optou-se por adotar os seguintes valores $c_1 = 2$ e $c_2 = 2$ constantes para toda a execução. $\omega = 0.4 + \frac{R}{2}$ onde R é um número gerado aleatoriamente, com distribuição uniforme, em cada iteração para todas as partículas da nuvem. Além disso, optou-se também por padronizar as execuções realizadas, estabelecendo-se o número de partículas da nuvem inicial como 20 para a Rede I e 15 para a Rede II e o número de iterações igual a 100, estes valores foram escolhidos na tentativa de equilibrar esforço computacional e qualidade dos resultados.

6.1. Resultados Rede I

Os dados da Rede I constam na seção 4.2 onde foi obtida uma aproximação da fronteira exata do problema para esta rede utilizando o método dos pesos na resolução do modelo exato. Esta aproximação da fronteira de Pareto para o problema será, a partir de agora, denominada simplesmente fronteira exata e é composta de 27 pontos, lembrando que cada um destes pontos foi obtido como solução do problema mono objetivo resultante da ponderação das duas funções objetivo estabelecidas, para uma determinada escolha de pesos.

Para validar os resultados obtidos com a aplicação do PSOelétrico para a Rede I é feita a comparação destes com a fronteira exata que se tem. Esta comparação é feita através das métricas descritas em 5.4.

Os resultados obtido com uma execução do PSOelétrico são mostrados nas figuras a seguir, nas quais utiliza-se a seguinte notação:

- + representa os pontos da nuvem na iteração atual;
- representa as soluções não dominadas acumuladas até a iteração atual;
- * representa a fronteira de eficiência determinada pela aplicação de técnicas de *Branch-and-Bound* na resolução do modelo, que denominaremos de fronteira exata.

As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos com uma execução do PSO iniciando com 20 partículas e realizando 100 iterações. A Figura 6.1 apresenta, no espaço dos objetivos, a localização da fronteira exata e das partículas da nuvem inicial geradas aleatoriamente, com destaque para as partículas que são não dominadas com relação a esta nuvem. Durante a execução do PSOelétrico, em cada iteração, as partículas sofrem atualizações e no repositório são acumuladas as partículas não dominadas que vão surgindo. As figuras 5.3 à 5.5 mostram, no espaço dos objetivos, as partículas que estão acumuladas no repositório em diversas fases da execução do PSOelétrico, a saber, após 25, 50 e 75 iterações respectivamente. Pode-se observar que com o passar das iterações vai ocorrendo o preenchimento da fronteira aproximada que está sendo determinada pelo PSOelétrico, ocorre também a substituição de partículas que eventualmente passam a ser dominadas por alguma nova partícula que surge durante as atualizações.

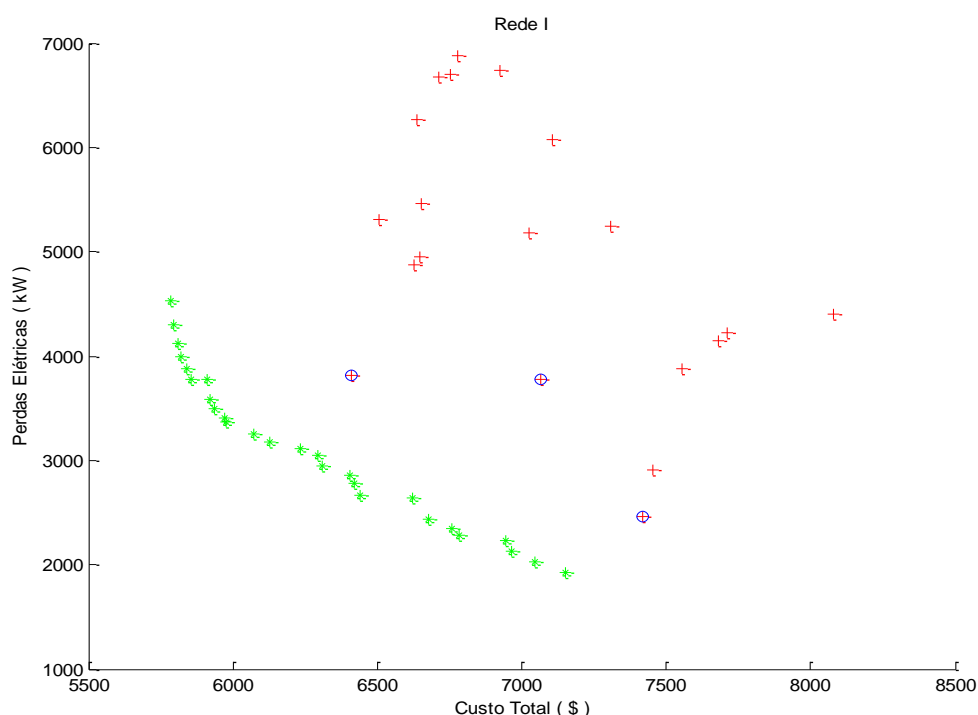


Figura 6.1: Nuvem inicial com 20 partículas com destaque para as partículas não dominadas.
Fonte: O autor (2011)

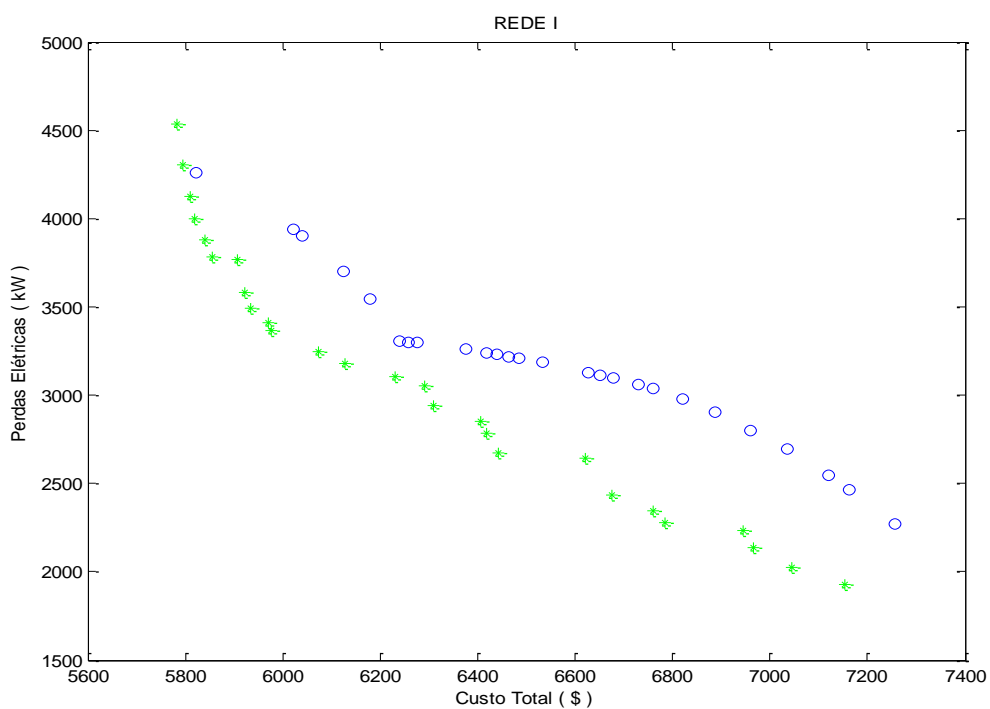


Figura 6.2: Partículas não dominadas acumuladas até a iteração 25.
Fonte: O autor (2011)

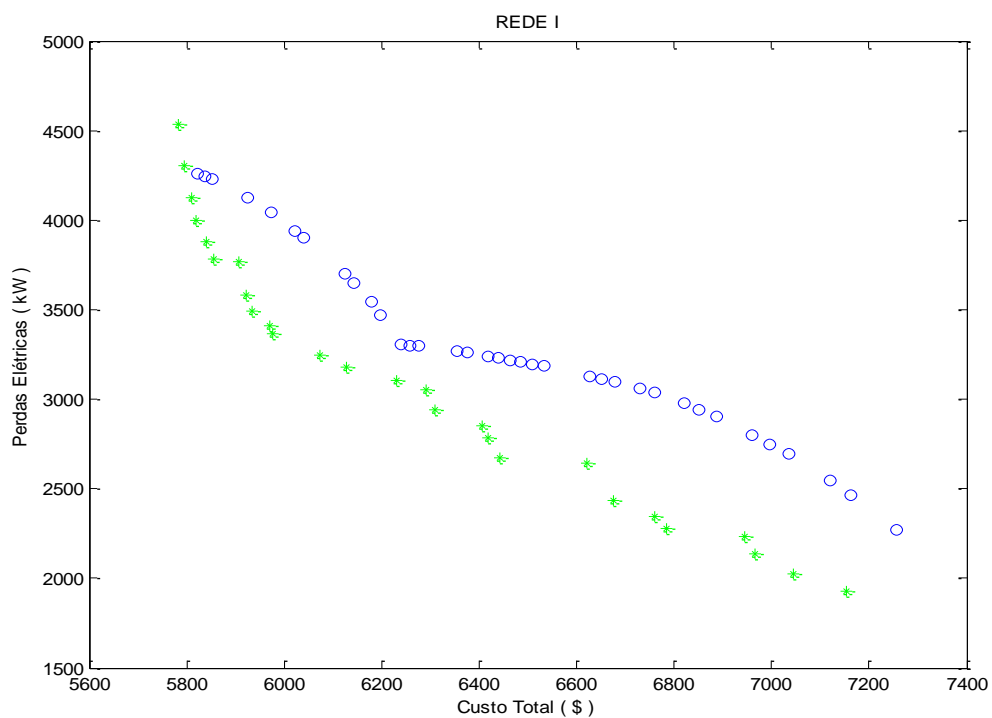


Figura 6.3: Partículas não dominadas acumuladas após 50 iterações.
Fonte: O autor (2011)

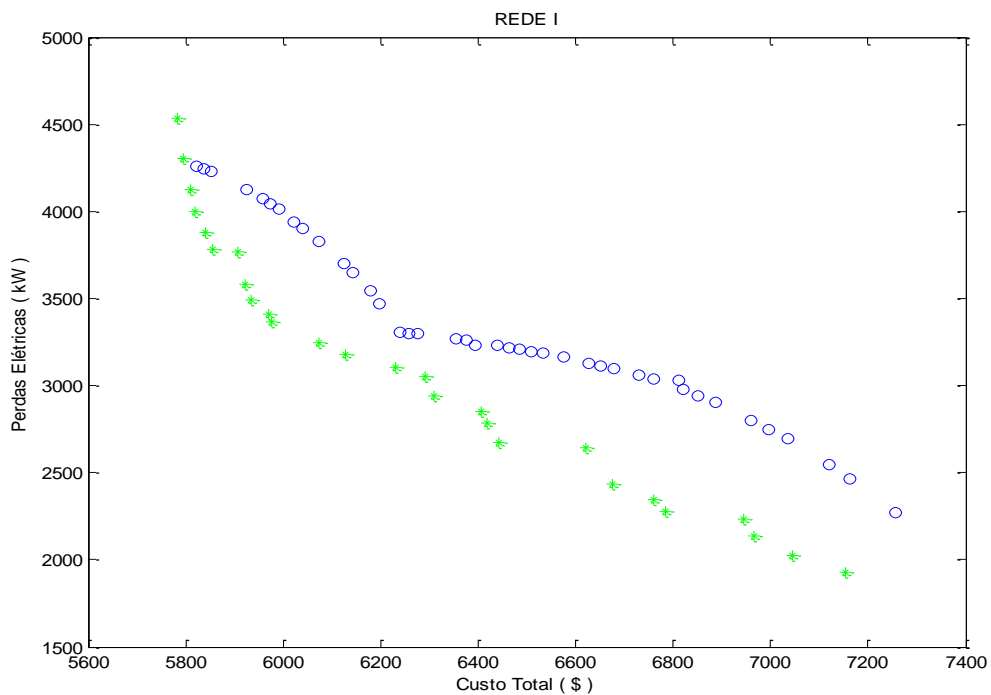


Figura 6.4: Partículas não dominadas acumuladas após 75 iterações.
Fonte: O autor (2011)

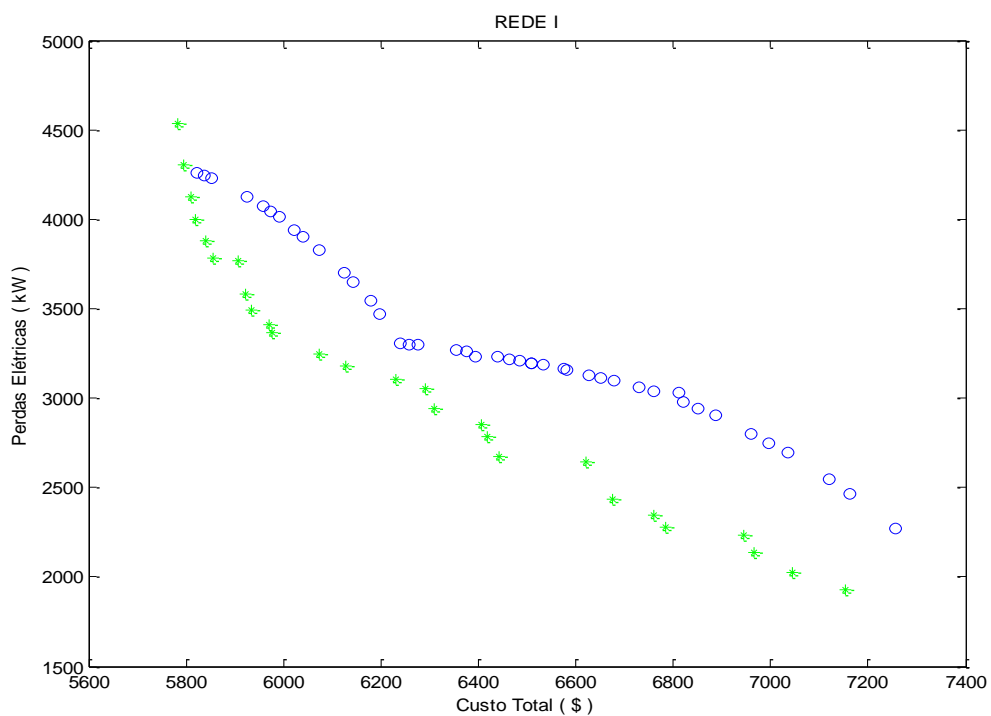


Figura 6.5: Partículas não dominadas acumuladas ao final de uma execução do PSOelétrico
(100 iterações).
Fonte: O autor (2011)

Esta execução do PSOelétrico que está sendo descrita resultou em uma aproximação da fronteira de Pareto do problema de planejamento da expansão para a Rede I contendo 43 pontos distintos. Este conjunto de soluções não dominadas quando comparado à fronteira exata com relação à proximidade atingiu a medida $GD=0.0205$. Com relação ao espalhamento o *spacing* obtido foi $S=0.0205$. O tempo desta execução do PSOelétrico foi de 1247.310646 segundos (aproximadamente 21 minutos).

A Figura 6.6 apresenta a aproximação da fronteira obtida por esta execução do PSOelétrico comparada com a fronteira exata (em verde) e um deslocamento desta (em amarelo) onde cada ponto foi acrescido em cada coordenada em 8% de seu valor. Pode-se observar que todos os pontos obtidos pelo PSOelétrico estão dentro desta faixa, mostrando que as soluções obtidas pela metodologia proposta, embora não sejam soluções exatas, se aproximam destas. Qualquer uma das soluções que seja escolhida para implantação representa um aumento de no máximo 8% em cada função objetivo com relação a alguma solução exata do problema.

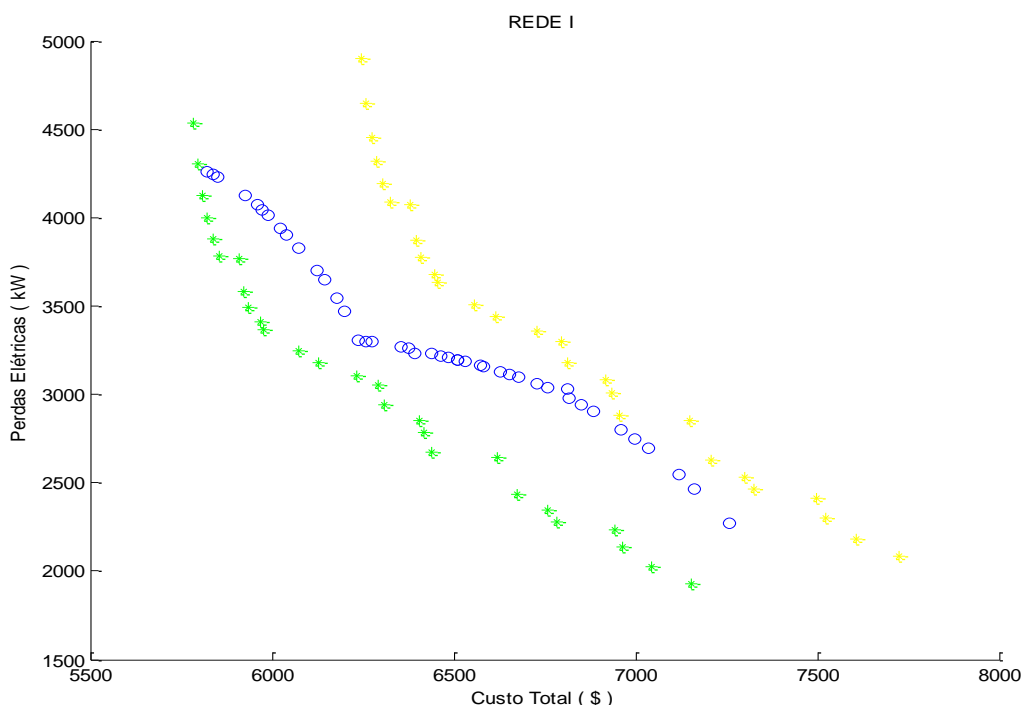


Figura 6.6: Aproximação da fronteira obtida pelo PSOelétrico comparada com a fronteira exata (verde) e esta com acréscimo de 8% em cada coordenada (amarelo).
Fonte: O autor (2011)

Os valores das medidas de desempenho utilizadas, *generational distance* e *spacing* são calculadas no espaço dos objetivos normalizados para que a diferença na ordem de grandeza dos mesmos não interfira nos resultados. A Figura 6.7 apresenta as duas aproximações da fronteira do problema representadas no espaço dos objetivos normalizado.

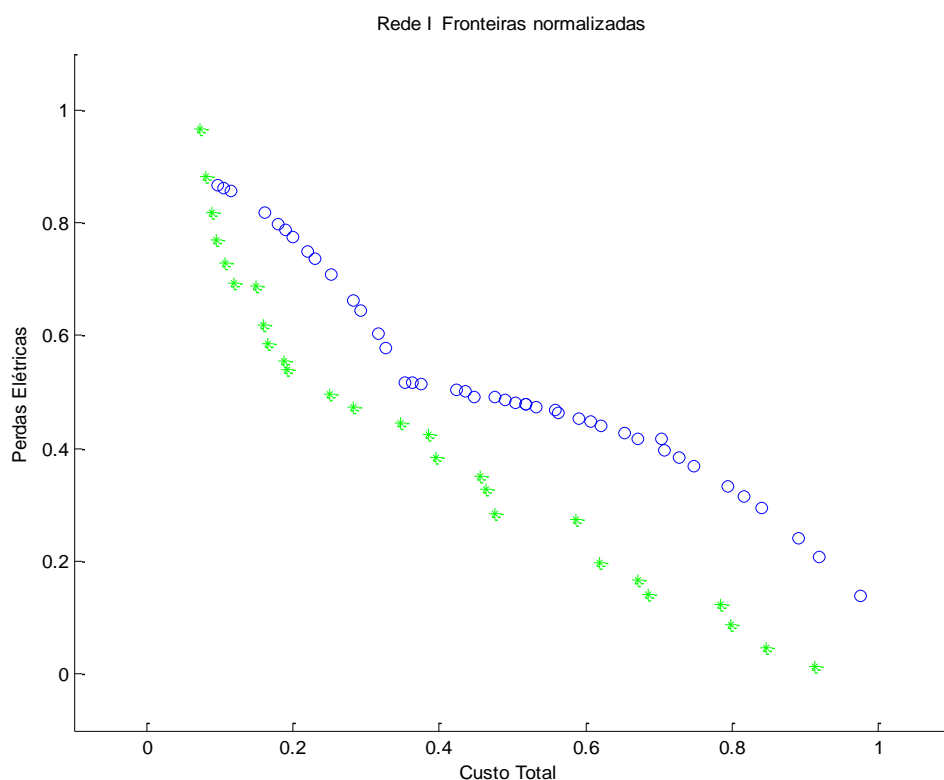


Figura 6.7: A fronteira exata e a fronteira obtida pelo PSOelétrico após 100 iterações, normalizadas.

Fonte: O autor (2011)

Os modelos GERARVORES e CONDUTORES apresentados em 5.1 e 5.2 foram fortemente inspirados no modelo exato apresentado em 4.1, desta forma as soluções obtidas pelo PSOelétrico apresentam as mesmas características das obtidas na resolução do modelo exato. Na Figura 6.8 destacamos um ponto pertencente à fronteira exata e em seguida, na Figura 6.9, apresentamos um diagrama da rede, nos três períodos de planejamento, correspondente a esta solução destacada. Já na Figura 6.10, destaca-se um ponto do conjunto não

dominado determinado pela metodologia proposta, este ponto foi escolhido próximo ao anteriormente destacado na fronteira exata para que possamos comparar as redes soluções obtidas pelos dois procedimentos, a Figura 6.11. apresenta o diagrama da rede correspondente ao ponto destacado na Figura 6.10.

Comparando as soluções selecionadas observa-se que, embora os valores objetivo destas estejam bastante próximos, as topologias das redes correspondentes possuem algumas diferenças, porém a decisão do tipo de cabo nos trechos em comum é a mesma em ambas as configurações.

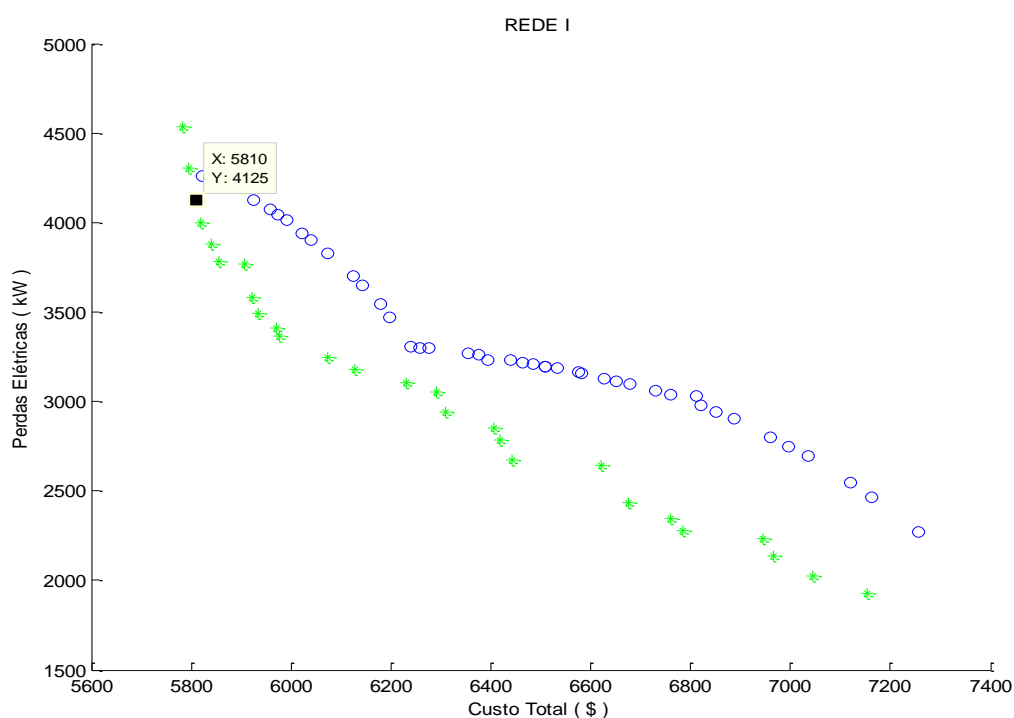


Figura 6.8: Fronteira exata para a Rede I com um ponto em destaque.

Fonte: O autor (2011)

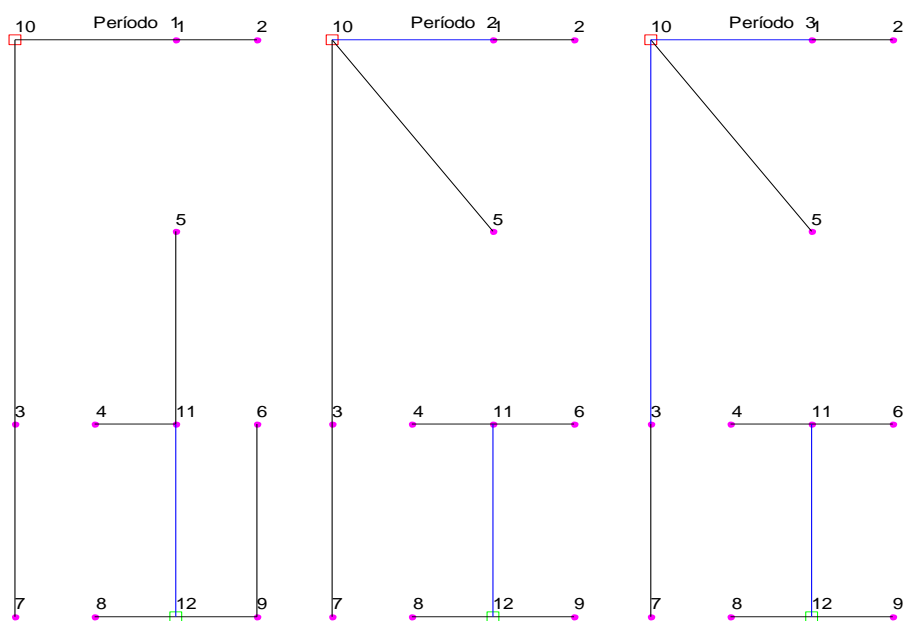


Figura 6.9: Diagrama da configuração da rede correspondente à solução destacada na Figura 6.8.
 Fonte: O autor (2011)

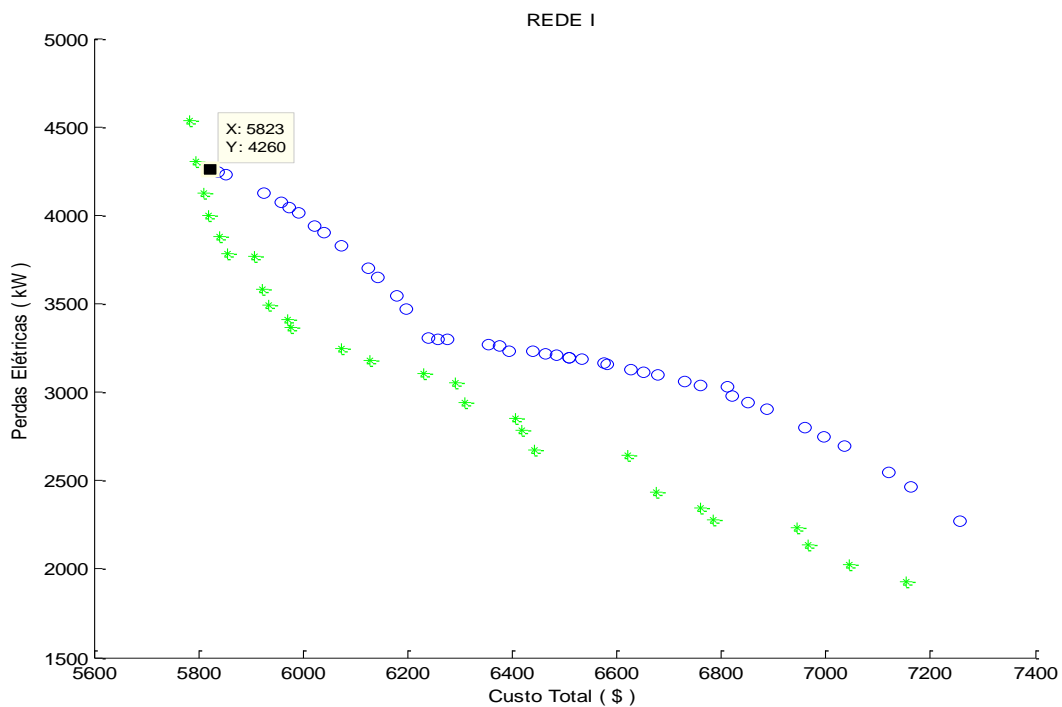


Figura 6.10: Fronteira aproximada pelo PSOelétrico para a Rede I com um ponto em destaque.
 Fonte: O autor (2011)

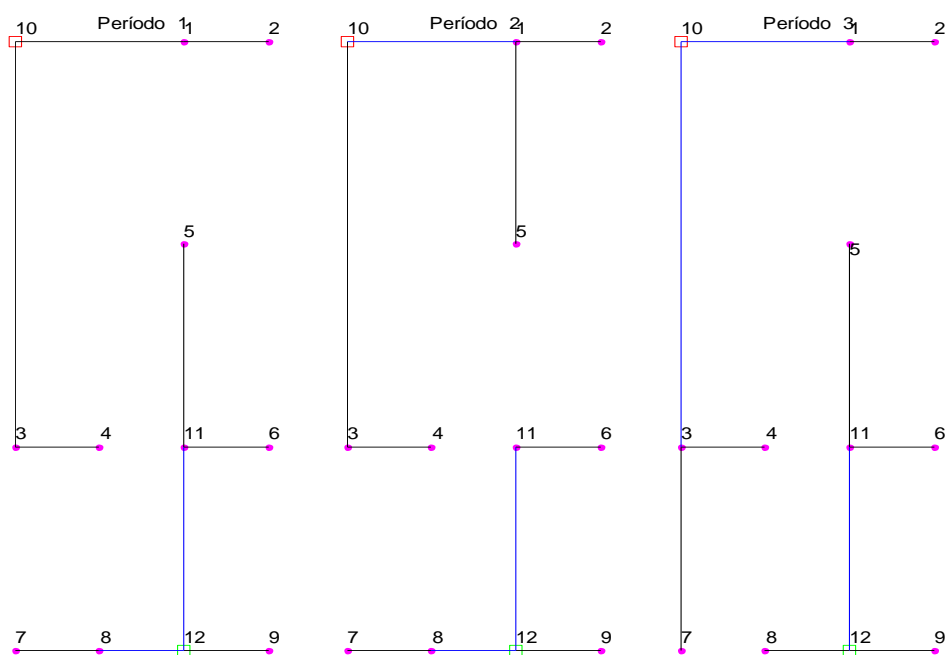


Figura 6.11: Diagrama da configuração da rede correspondente à solução destacada na Figura 6.10.
 Fonte: O autor (2011)

Os resultados apresentados para a Rede I foram obtidos com uma execução do PSOelétrico. Outras execuções foram realizadas e observou-se que as aproximações da fronteira de Pareto obtidas para o planejamento da expansão da Rede I mantiveram o mesmo padrão, independente da população inicial que, em cada execução, é gerada aleatoriamente.

Para esta rede conhecemos a fronteira exata do problema assim, em cada execução pode-se avaliar a qualidade da fronteira obtida pelo PSOelétrico, no sentido de proximidade com a fronteira exata utilizando a métrica *generational distance (GD)*. Avaliou-se também o espalhamento dos pontos obtidos, visando observar a diversidade de soluções com relação aos dois objetivos colocados através da métrica *spacing*. As métricas utilizadas nas avaliações foram sugeridas por Deb (2008) e descritas em 5.4.

Com o intuito de fazer uma avaliação estatística das fronteiras obtidas realizou-se 100 execuções do PSOelétrico. Os valores médios das medidas de desempenho obtidos foram:

$GD_{\text{médio}} = 0.0324$ com desvio padrão = 0.1926;

$Spacing_{\text{médio}} = 0.0270$ com desvio padrão = 0.1858.

Tais valores indicam que as fronteiras obtidas quase sempre se aproximam do *FRONT*. A distância média sendo da ordem de 0,03, porém com desvio padrão de 0,19, recomenda que a metodologia seja executada certo número de vezes para que escolhas possam ser feitas. Esta observação decorre do fato que metaheurísticas tem componentes aleatórios e por este motivo não devem ser executadas apenas uma vez.

6.2. Resultados Rede II

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos com a execução do PSOelétrico para a Rede II que se trata de uma rede primária de distribuição proposta na literatura (PROENÇA, 1993 *apud* COSSI, 2008), composta por 54 nós (50 de demanda e 4 subestações), 61 trechos, operando em 15kV. O custo referente à construção de uma nova subestação não é o valor real praticado no setor elétrico, é um valor com uma ordem de grandeza adequada, adotado para testar a metodologia proposta. Dividiu-se o horizonte de planejamento em três estágios, permitindo-se a utilização de 8 opções de cabos para os alimentadores e 5 opções de capacidade para as subestações. Nas tabelas 5.1 a 5.4 encontram-se as características elétricas da Rede II. Os dados foram adaptados das tabelas encontradas em Cossi (2008). A Figura 6.12 mostra a topologia inicial do sistema e o conjunto de trechos candidatos. Os nós 51 a 54 referem-se às subestações.

Tabela 6.1: Dados dos tipos de condutores disponíveis para a Rede II.

Tipo de Conductor	Fluxo Máximo (A)	Resistência (Ω/Km)	Custo fixo (\$/Km)	Custo variável (\$/Km/A)
1	652.14	0.3655	20	0.0138
2	797.06	0.2921	30	0.0276
3	905.75	0.2359	40	0.0414
4	1014.44	0.1932	50	0.0690
5	1376.74	0.1827	60	0.0828
6	1623.10	0.1460	70	0.0966
7	1811.50	0.1180	80	0.1104
8	2028.88	0.0966	90	0.1242

Fonte: Adaptada de COSSI (2008)

Tabela 6.2: Dados dos trechos da Rede II.

Trecho	Nó inicial	Nó final	Situação Inicial	Comp. (Km)	Trecho	Nó inicial	Nó final	Situação Inicial	Comp. (Km)
4	1	51	2	2.81	35	28	6	0	5.00
5	3	51	2	2.18	36	30	54	0	2.81
6	4	3	1	3.12	37	29	30	0	3.12
7	7	4	1	2.50	38	43	30	0	4.06
8	5	4	1	3.12	39	37	43	0	2.50
9	8	7	1	3.12	40	31	37	0	1.87
10	6	5	1	2.50	41	10	31	0	3.12
11	9	1	1	3.43	42	43	13	0	3.75
12	2	1	1	3.12	43	45	12	0	2.50
13	10	9	1	7.18	44	44	45	0	2.18
14	14	52	1	3.75	45	38	44	0	3.12
15	15	14	1	3.75	46	39	38	0	3.43
16	16	15	1	2.81	47	32	39	0	4.06
17	11	52	1	2.81	48	33	39	0	2.81
18	12	11	1	3.12	49	8	33	0	4.68
19	13	12	1	4.37	50	34	33	0	1.87
20	20	19	0	3.12	51	35	34	0	2.18
21	19	18	0	2.50	52	36	35	0	2.18
22	18	17	0	4.06	53	36	53	0	2.50
23	17	9	0	4.30	54	28	53	0	3.12
24	21	18	0	3.12	55	4	53	0	3.12
25	21	54	0	2.50	56	40	41	0	3.75
26	22	54	0	3.75	57	16	40	0	2.50
27	22	9	0	4.68	58	42	41	0	3.75
28	23	22	0	3.43	59	48	42	0	2.50
29	24	23	0	2.81	60	49	48	0	3.75
30	25	24	0	2.18	61	50	49	0	2.18
31	8	25	0	2.81	62	47	42	0	3.12
32	27	8	0	3.75	63	46	47	0	3.12
33	26	27	0	3.43	64	14	46	0	3.43
34	28	27	0	3.12					

Fonte: Adaptada de COSSI (2008)

Tabela 6.3: Dados das subestações de distribuição da Rede II.

Tipo	Capacidade (A)	Custo fixo (\$)
1	1210.0	0
2	2420.0	100
3	2173.8	80
4	1608.6	200
5	1608.6	240

Fonte: Adaptada de COSSI (2008)

Tabela 6.4: Dados das demandas da Rede II nos três estágios de planejamento.

Demanda no nó (A)							
Nó	Período 1	Período 2	Período 3	Nó	Período 1	Período 2	Período 3
1	239.118	275.348	304.332	26	0	57.968	86.952
2	79.706	94.198	108.690	27	0	86.952	108.690
3	28.984	36.230	50.722	28	28.984	36.230	50.722
4	101.444	137.674	79.706	29	43.476	65.214	101.444
5	144.920	166.658	188.396	30	144.920	166.658	188.396
6	43.476	50.722	50.722	31	43.476	50.722	50.722
7	14.492	36.230	72.460	32	0	108.690	123.182
8	108.690	123.182	137.674	33	30.428	166.658	210.134
9	137.674	144.920	86.952	34	65.214	72.460	86.952
10	144.920	173.904	210.134	35	0	0	65.214
11	14.492	21.738	21.738	36	14.492	14.492	21.738
12	72.460	115.936	130.428	37	72.460	115.936	152.166
13	65.214	72.460	79.706	38	0	0	79.706
14	57.968	65.214	72.460	39	57.968	65.214	72.460
15	72.460	86.952	101.444	40	72.460	86.952	101.444
16	94.198	108.690	137.674	41	21.738	36.230	65.214
17	36.230	43.476	50.722	42	0	0	86.952
18	65.214	72.460	86.952	43	0	0	94.198
19	72.460	86.952	101.444	44	36.230	72.460	101.444
20	36.230	50.722	57.968	45	36.230	36.230	57.968
21	36.230	115.936	130.428	46	0	115.936	130.428
22	36.230	72.460	79.706	47	36.230	36.230	72.460
23	36.230	65.214	72.460	48	36.230	43.476	57.968
24	36.230	28.984	36.230	49	0	43.476	36.230
25	43.476	57.968	65.214	50	0	0	57.968

Fonte: Adaptada de COSSI (2008)

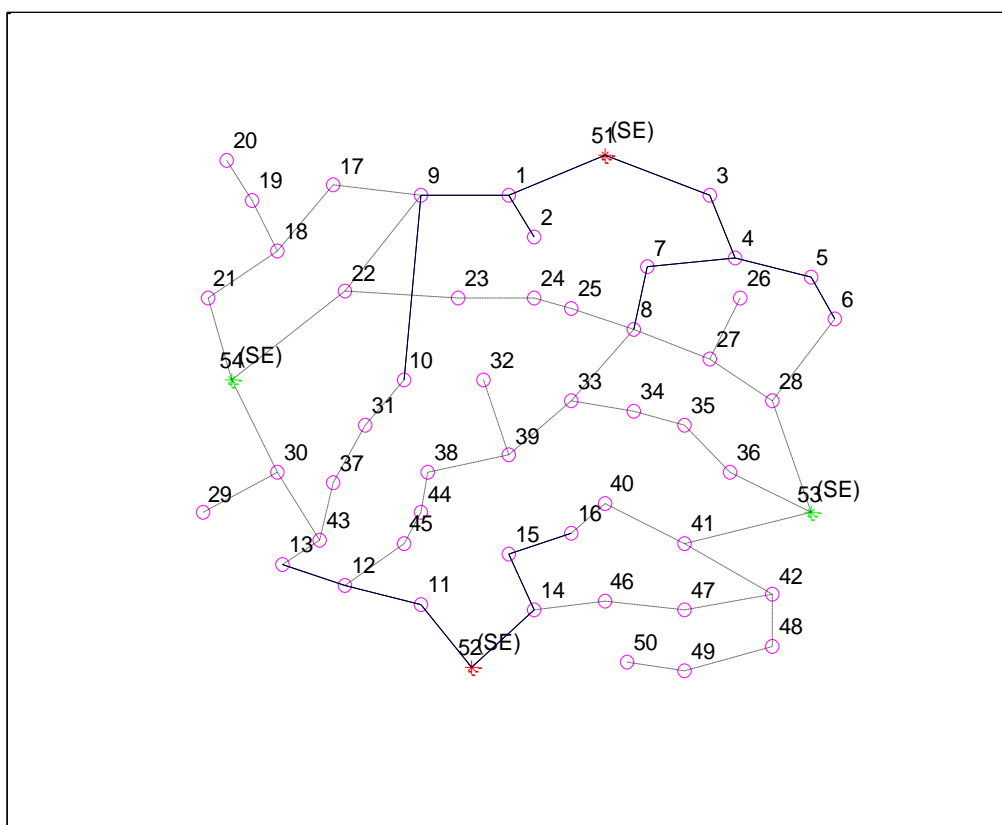


Figura 6.12: Configuração inicial da Rede II e trechos potenciais.
Fonte: O autor (2011)

Os resultados foram obtidos utilizando o *solver* LINGO64_13 executado em um computador com processador Intel(R) core(TM) 2duo T5750, 2.0 GHz, 3GB de memória RAM e sistema operacional Windows Vista™ Home Premium, Versão 2007, Service Pack 1. O *solver* LINGO64_13 aplica técnicas de *branch and bound* na resolução do modelo.

O modelo exato aplicado à Rede II apresenta 11904 variáveis sendo que 2946 são variáveis inteiras e um total de 14474 restrições. No entanto não se obteve êxito na tentativa de resolvê-lo utilizando o *solver* LINGO.

As figuras a seguir apresentam os resultados obtidos com uma execução do PSOelétrico para a Rede II, iniciando com 15 partículas e realizando 100 iterações. A Figura 6.13 apresenta, no espaço dos objetivos, a localização das partículas da nuvem inicial geradas aleatoriamente, com destaque para as partículas que são não dominadas com relação a esta nuvem. As figuras 5.15 a 5.17 mostram, no espaço

dos objetivos, as partículas que estão acumuladas no repositório em diversas fases da execução do PSOelétrico, a saber, após 25, 50 e 75 iterações respectivamente. Pode-se observar que com o passar das iterações vai ocorrendo o preenchimento da fronteira aproximada que está sendo determinada pelo PSOelétrico, ocorre também a substituição de partículas que eventualmente passam a ser dominadas por alguma nova partícula que surge durante as atualizações.

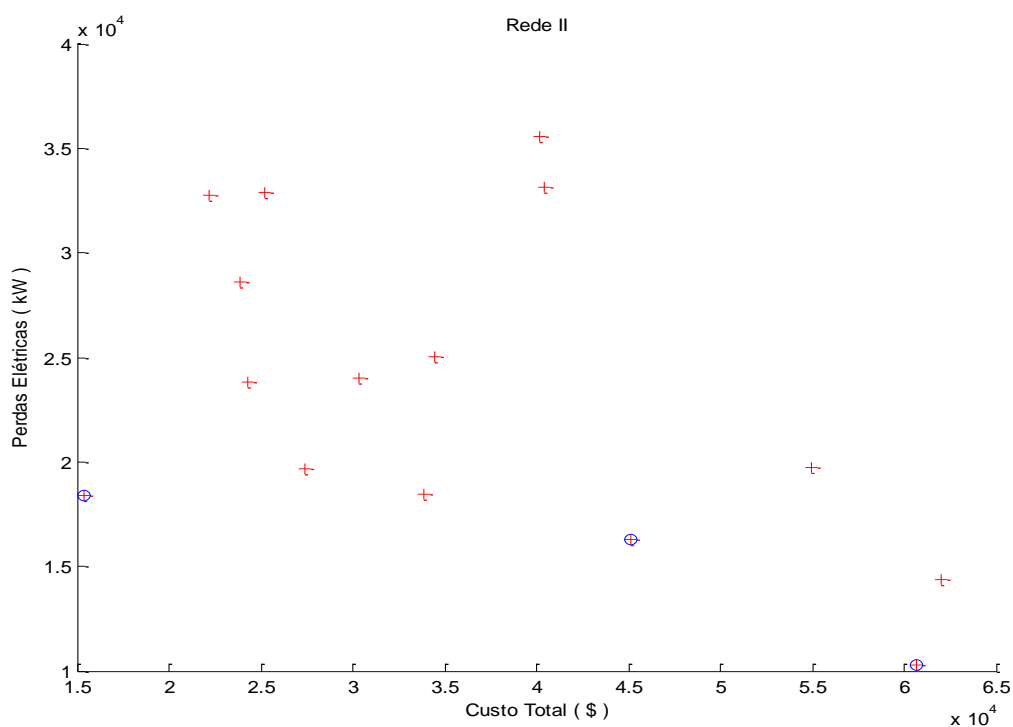


Figura 6.13: Nuvem inicial com 15 partículas com destaque para as não dominadas.
Fonte: O autor (2011)

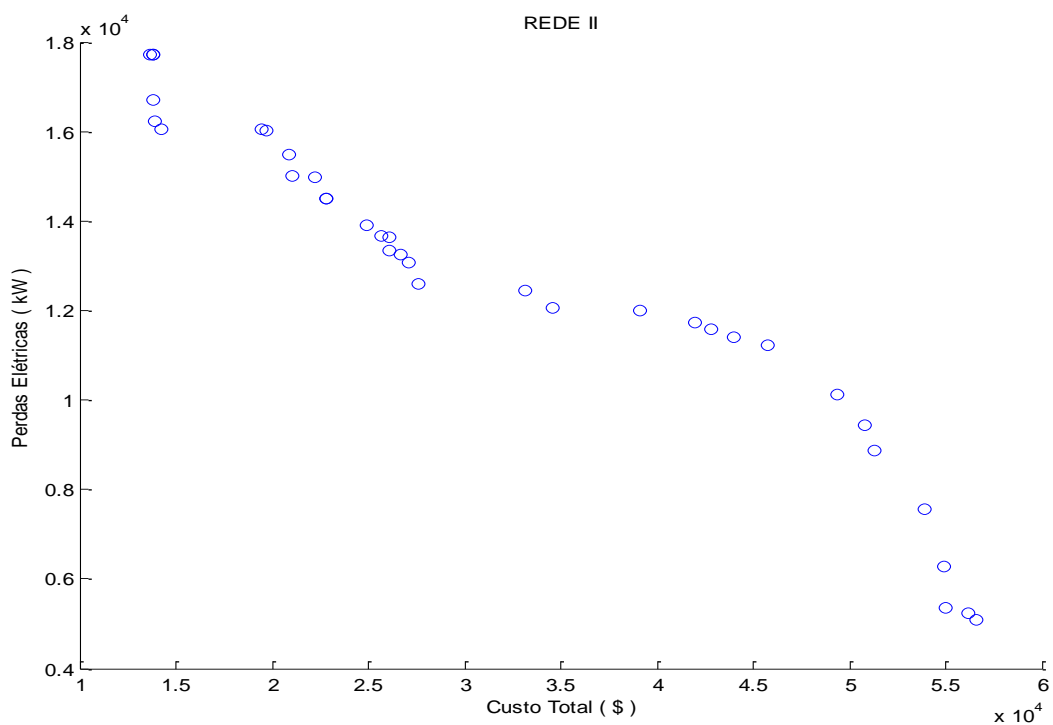


Figura 6.14: Partículas não dominadas acumuladas após 25 iterações em busca de uma fronteira de eficiência para o problema de planejamento da expansão da Rede II.
Fonte: O autor (2011)

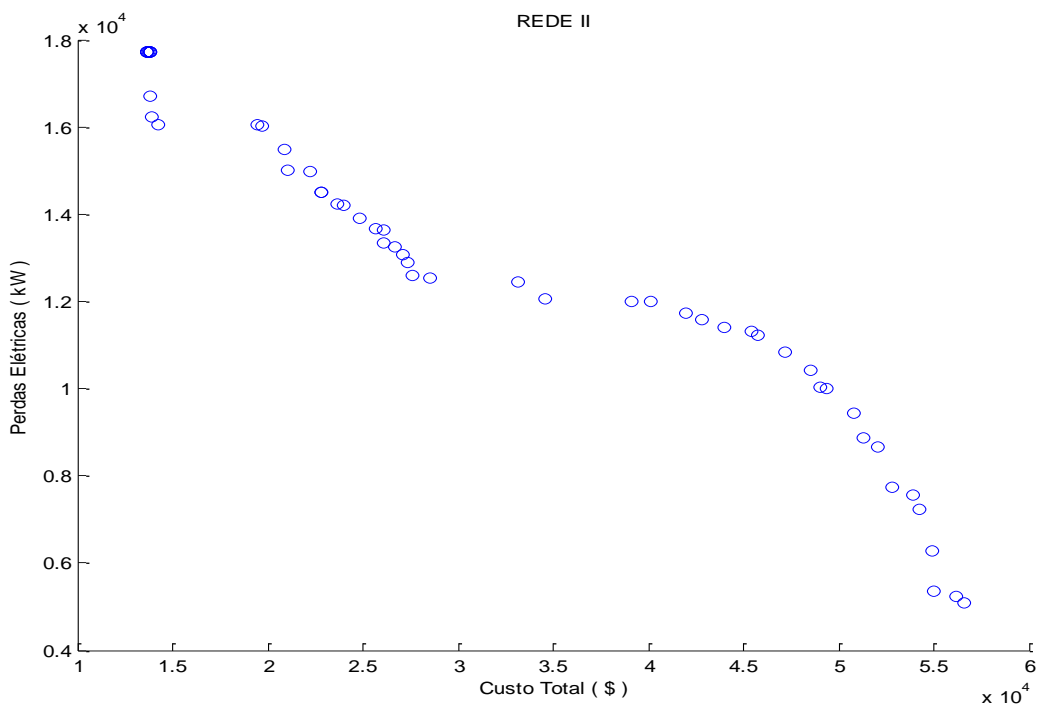


Figura 6.15: Partículas não dominadas acumuladas após 50 iterações em busca de uma fronteira de eficiência para o problema de planejamento da expansão da Rede II.
Fonte: O autor (2011)

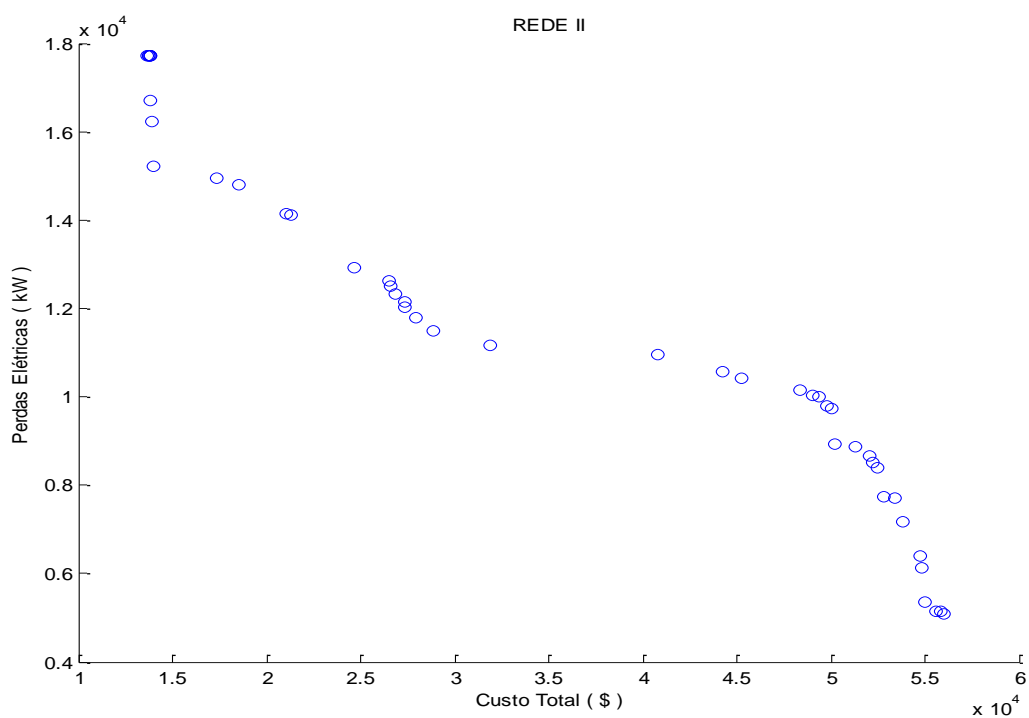


Figura 6.16: Partículas não dominadas acumuladas após 75 iterações em busca de uma fronteira de eficiência para o problema de planejamento da expansão da Rede II.
Fonte: O autor (2011)

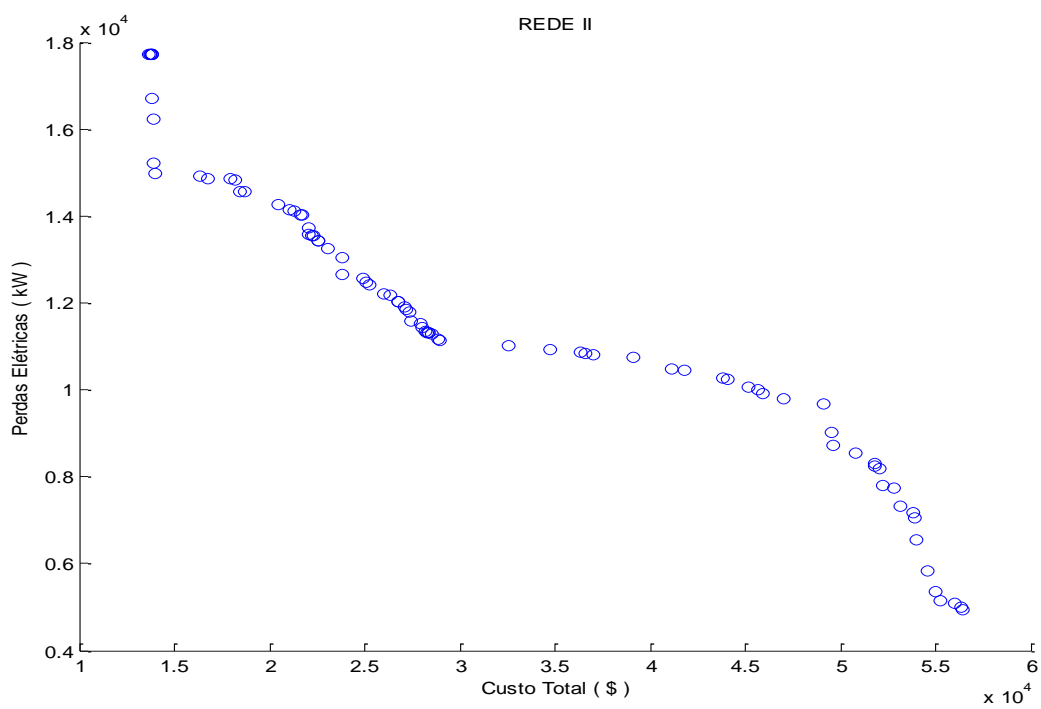


Figura 6.17: Fronteira de eficiência do problema de planejamento de expansão para a Rede II determinada por uma execução do PSOelétrico (100 iterações).
Fonte: O autor (2011)

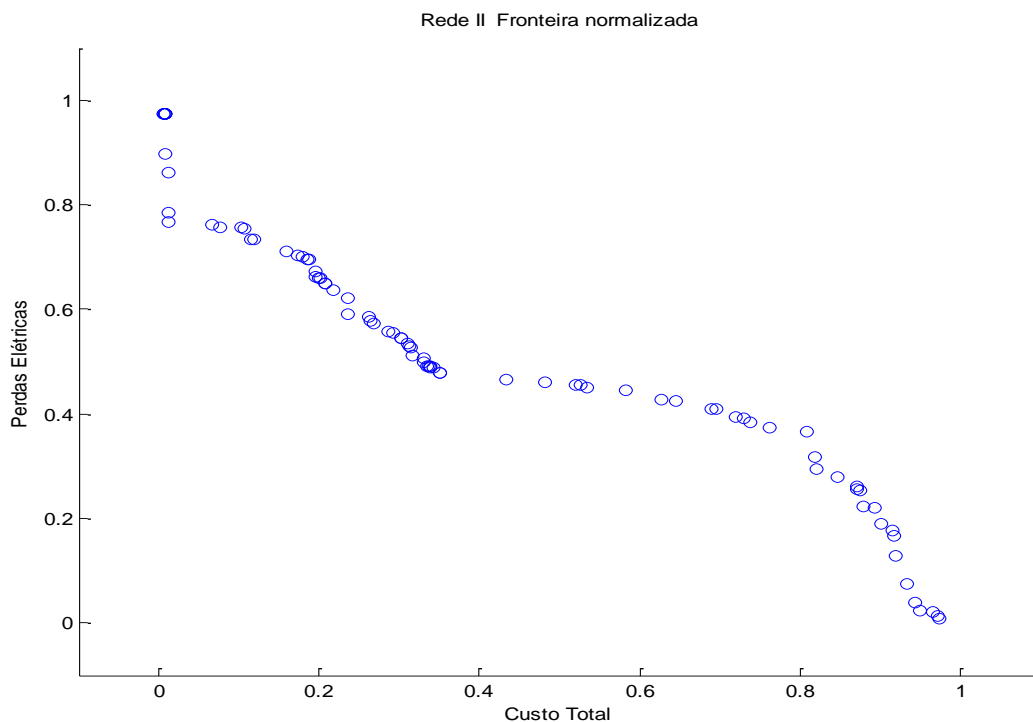


Figura 6.18: Fronteira normalizada, obtida pelo PSOelétrico, para a Rede II.
Fonte: O autor (2011)

Cada ponto da fronteira obtida representa uma configuração possível para a rede de distribuição de energia elétrica em cada estágio de planejamento. Na Figura 6.19 destaca-se um ponto do conjunto não dominado determinado pela metodologia proposta, este ponto corresponde a uma configuração da Rede II que embora apresente baixo *CustoTotal* possui alto valor para *PerdasElétricas*. A Figura 6.20 apresenta o diagrama desta rede.

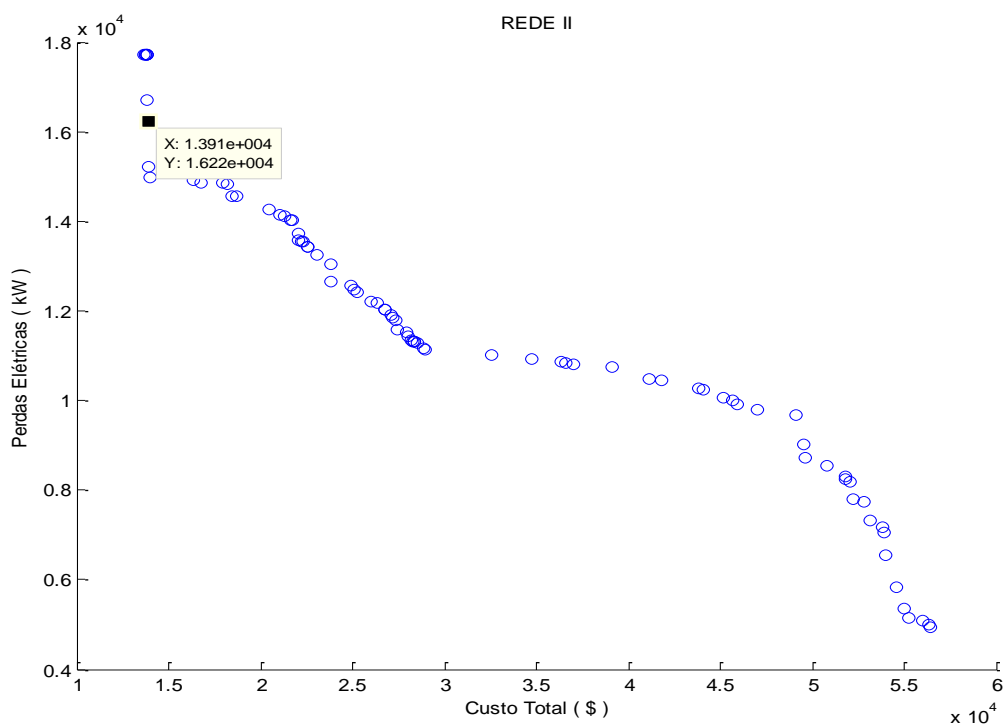


Figura 6.19: Uma partícula com baixo custo mas altas perdas.
Fonte: O autor (2011)

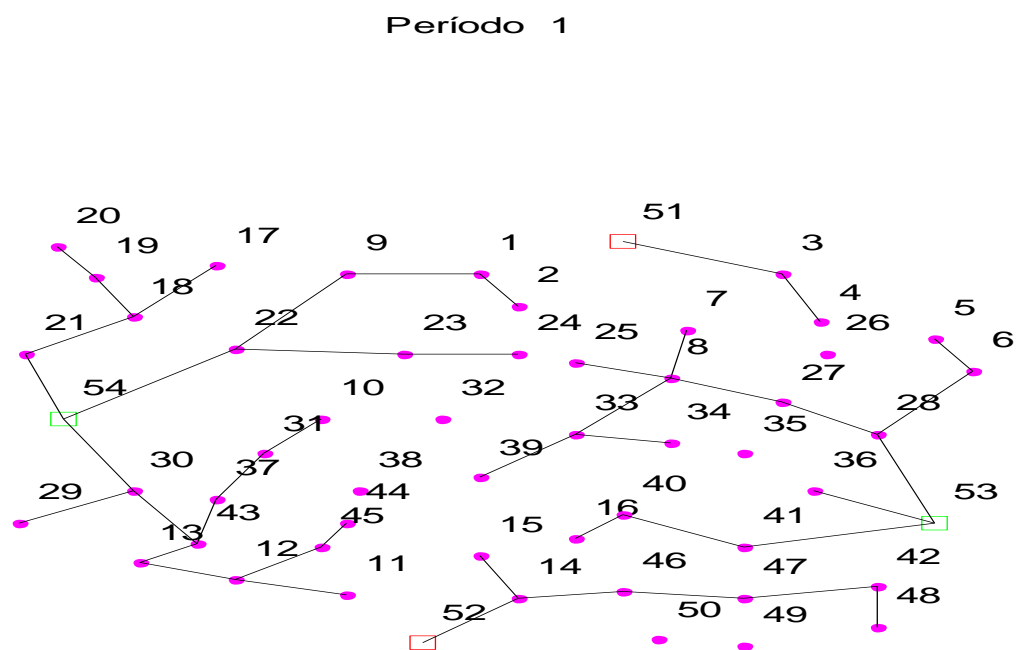
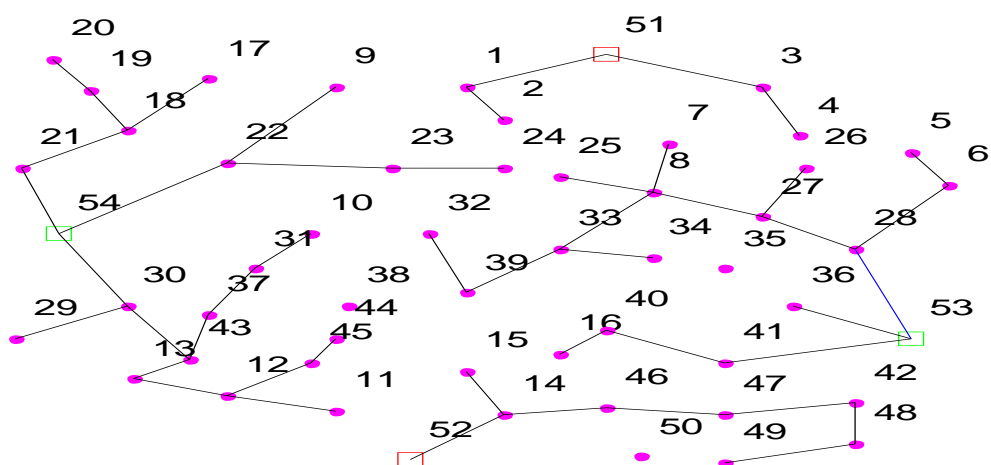


Figura 6.20: Diagrama da configuração da rede correspondente à partícula destacada na Figura 6.19.

continua

Período 2



Período 3

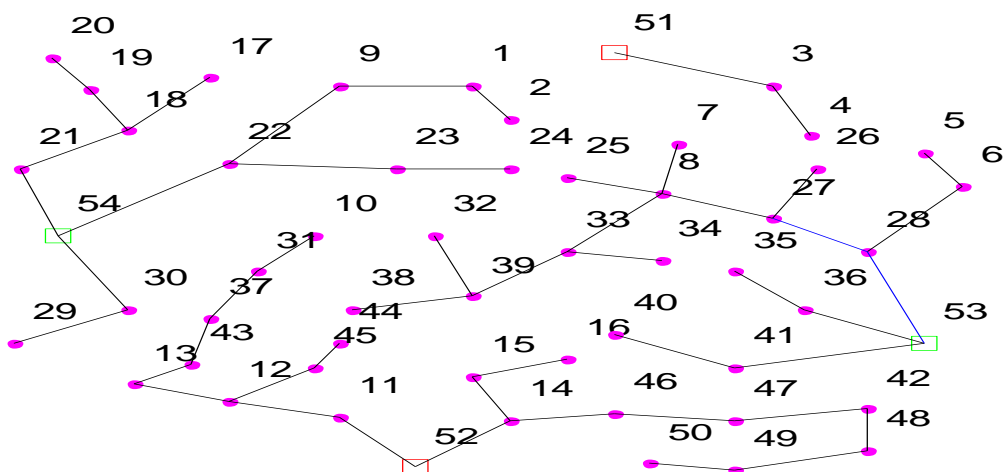


Figura 6:20: Diagrama da configuração da rede correspondente à partícula destacada na
 Figura 6.19. conclusão
 Fonte: O autor (2011)

É interessante ressaltar que a abordagem multiobjetivo do problema, da forma que foi feita neste estudo, permite encontrar um conjunto de soluções viáveis não dominadas, assim o planejador de posse deste conjunto pode avaliar a conveniência de implementar uma ou outra solução conforme a política da empresa concessionária e as suas prioridades no momento de decisão. Para ilustrar esta situação apresenta-se em destaque na Figura 6.21 a escolha de uma solução diferente daquela escolhida anteriormente, destacada na Figura 6.19, neste caso sem priorizar custos e buscando uma solução que apresente certo equilíbrio entre a redução de custos totais e redução de perdas elétricas.

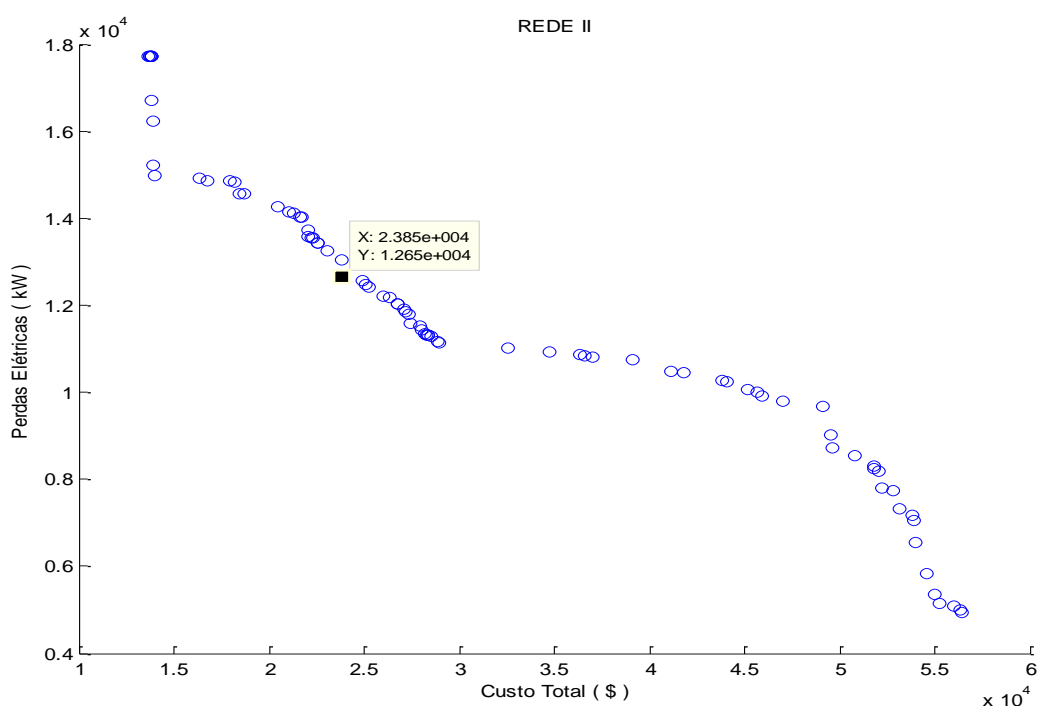
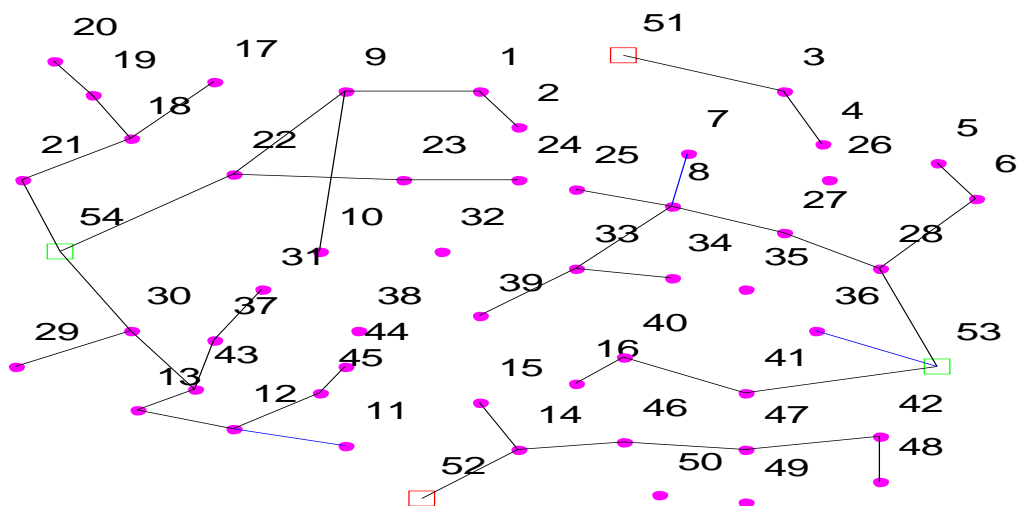


Figura 6.21: Uma solução escolhida para se obter certo equilíbrio entre as duas funções objetivo.

Fonte: O Autor (2011)

Apresenta-se na Figura 6.22 o diagrama da topologia da rede correspondente a esta solução.

Período 1



Período 2

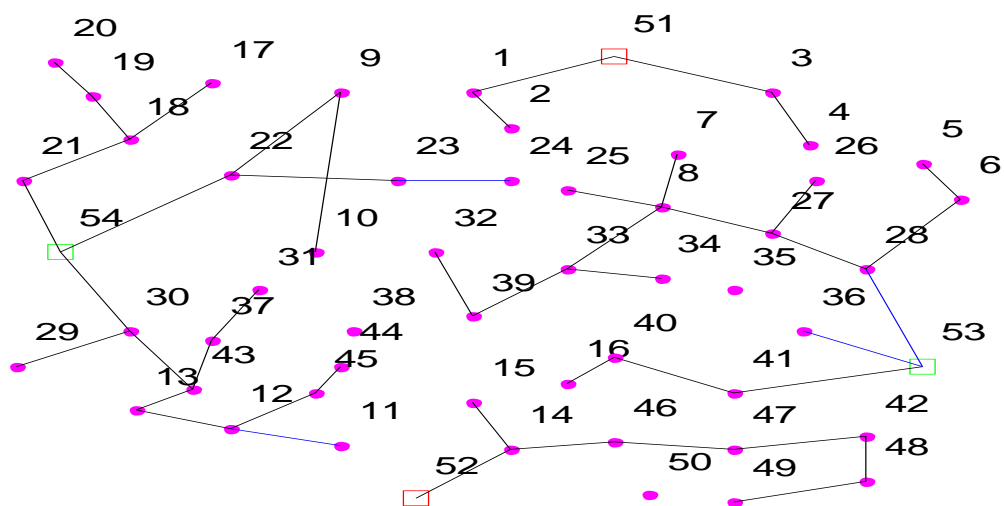


Figura 6.22: Diagrama da rede correspondente à partícula destacada na Figura 6.21.
continua

Período 3

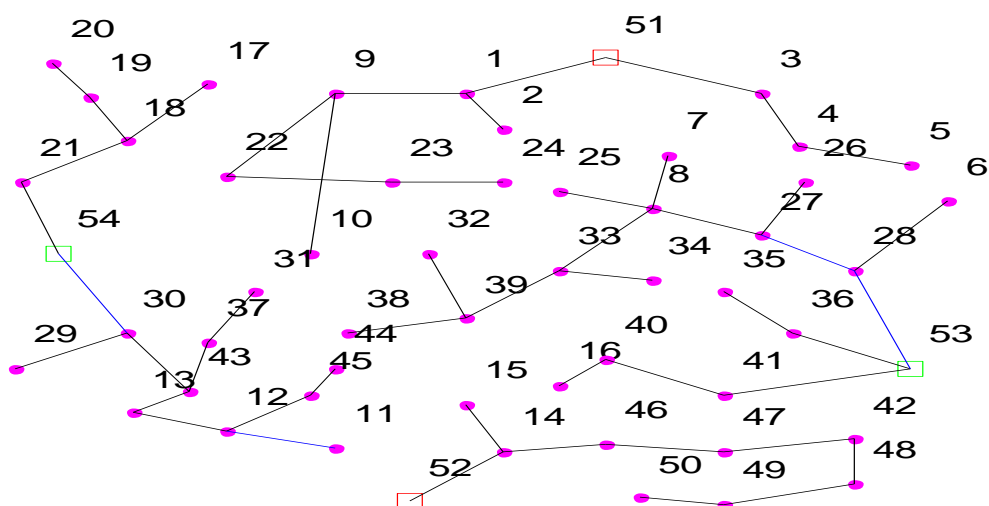


Figura 6.22: Diagrama da rede correspondente à partícula destacada na Figura 6.21.
conclusão

Fonte: O Autor (2011)

A execução do PSO que está sendo mostrada obteve uma aproximação da fronteira de eficiência para o problema de planejamento da expansão da Rede II com 84 pontos e $spacing = 0,0137$ o que mostra que o conjunto de soluções não dominadas obtido pela aplicação do PSOelétrico apresenta boa diversidade com relação aos dois objetivos colocados. Como não conhecemos a fronteira exata deste problema não é possível calcular a medida GD .

O tempo desta execução do PSOelétrico foi de 11538,564781 segundos (aproximadamente 3h 15min). Embora este seja um tempo computacional elevado, este tempo pode ser considerado aceitável uma vez que a proposta do modelo é realizar um planejamento em longo prazo da expansão de uma rede de distribuição de energia elétrica, sendo assim não há a necessidade de se obter a resposta em

tempo real. Em geral, estes planejamentos são realizados bi anualmente para que as propostas dos planejamentos anteriores consigam ser implementadas antes da realização de novas propostas de adequação da rede.

Resultados iniciais da aplicação desta heurística híbrida a uma rede de pequeno porte são apresentados em Volpi e Brandão, (2010).

7. CONCLUSÕES

O problema de planejamento que se discute neste trabalho ainda está longe de ser resolvido por completo. Trata-se de um problema bastante complexo, classificado como NP-*hard* na literatura, que envolve um grande número de variáveis e é fortemente restrito devido às características específicas das redes de distribuição de energia elétrica. No entanto obtivemos avanços no tratamento deste.

O modelo matemático apresentado para descrever este problema permite dividir o horizonte de planejamento em vários estágios levando em consideração a característica dinâmica da evolução da demanda e da disponibilidade de recursos financeiros. Ao mesmo tempo busca uma solução que leva em consideração as necessidades dos estágios posteriores tentando evitar obras desnecessárias. As soluções encontradas apresentam a configuração de árvore, o que facilita os esquemas de proteção da rede.

A abordagem multiobjetivo fornece um conjunto de soluções de compromisso entre os objetivos estabelecidos, dentre as quais o planejador pode escolher a que melhor se adéque aos interesses da empresa. Cada uma das soluções encontradas permite ao planejador realizar um cronograma de obras e investimentos para o horizonte planejado, pois esta solução identifica quais as intervenções necessárias na rede, em que período cada ação deve estar concluída e o montante de investimentos necessários em cada período visando atender às necessidades dos consumidores com qualidade e segurança.

É importante ressaltar que o modelo proposto permite que todos os trechos da rede possam ser instalados ou desinstalados (através da utilização de chaves seccionadoras) conforme a necessidade. Esta característica do modelo possibilita que em cada período, seja feita uma reconfiguração da rede do período anterior, permitindo que, se necessário, as cargas sejam redistribuídas entre as diversas subestações, garantindo o atendimento da demanda sem ultrapassar as capacidades estabelecidas para estas subestações. Por outro lado, esta característica também faz aumentar o número de combinações possíveis para a

configuração da rede, o que aumenta o tempo computacional de resolução do mesmo.

Além disso, a característica quadrática de uma das funções objetivo proposta no modelo, a natureza binária das variáveis de decisão bem como o elevado número de variáveis do modelo quando aplicado a uma rede real dificulta sua resolução utilizando metodologias exatas.

Com isto em mente, propõe-se uma metodologia heurística para a resolução deste modelo que reduz o tempo computacional de resolução para pequenas redes e permite a resolução para o caso de redes maiores.

A metodologia proposta, detalhadamente descrita no Capítulo 5, mescla a utilização de um *solver* exato com a metaheurística PSO para obter a fronteira de Pareto do problema multiobjetivo de planejamento da expansão de redes de distribuição de energia elétrica. Esta metodologia híbrida permite resolver o problema para o caso de grandes redes elétricas obtendo soluções próximas das soluções exatas com tempo computacional compatível com a frequência que este precisa ser resolvido pelas empresas do setor.

Desvinculada do problema elétrico, pode-se pensar nesta metodologia proposta como uma opção para resolução de problemas binários de otimização fortemente restritos. A ideia é utilizar uma metaheurística populacional evolucionária para a resolução do problema combinada com alguma metodologia que permita fazer uma mudança no espaço de codificação das soluções que sofrerão atualizações pela regra da metaheurística escolhida. A mudança no espaço de codificação de um espaço binário para um espaço contínuo permite aplicar a versão contínua de atualização da solução (indivíduo, elemento da população). Em geral a versão contínua considera mais fortemente os ganhos obtidos nas atualizações anteriores das soluções do que a versão binária. Além disso, quando a mudança no espaço de codificação é bem adaptada ao problema, é possível também obter-se uma redução significativa no número de infactibilidades que aparecem no processo de evolução dos indivíduos. Este fato foi observado no caso na metodologia proposta para o problema de planejamento elétrico, onde esta mudança no espaço de codificação foi realizada através da associação SOLFAC também proposta no Capítulo 5.

Na implementação computacional das ideias discutidas nesta tese utilizou-se os *solver* LINGO e MatLab, desta forma os tempos computacionais e os resultados obtidos estão também relacionados com o desempenho destes, é possível que mudanças nestas escolhas possam significar alterações significativas especialmente no tempo de execução das rotinas utilizadas.

Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestão de tópicos, relacionados com este trabalho, que ainda merecem atenção em projetos de pesquisa posso citar:

- Utilização da metodologia proposta, associação SOLFAC, com outra metaheurística, como por exemplo, Algoritmo Genético.
- Aplicação da metodologia utilizando outro *solver* para comparar eficiência computacional.
- Utilização da metodologia em uma rede real de grande porte. Neste caso devem-se reduzir as opções de instalação/desinstalação de facilidades em número tal que seja viável a sua aplicação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, M.S.; MANTOVANI, J.R.S.; ROMERO, R.A. *Alocação ótima de subestações e alimentadores em sistemas de distribuição de energia elétrica usando um algoritmo de branch-and-bound*. In: Congresso Brasileiro de Automática, 2002, Natal. Anais do XIV CBA Congresso Brasileiro de Automática. Campinas: SBA Sociedade Brasileira de Automática, v.1, p.1816-1821, 2002.

ALRASHIDI, M.R.; EL-HAWARY, M.E. *A survey of Particle Swarm Optimization Applications in Electric Power Systems*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v.13, n.4. p.913-918, 2009.

ANDREI, H. *et al. Contributions Concerning the Determination on Radial Structures from Meshed Networks*. In: Proceedings of 2nd WSEAS International Conference on Dynamical Systems and Control, Bucharest, Romênia, p.84-89, 2006.

ANDREI, H.; CHICCO, G. *Identification of the radial Configurations extracted From the Weakly Meshed Structures of Electrical Distribution Systems*. IEEE Transactions on Circuits and Systems – Regular Papers, v.55, n.4, p.1149-1158, 2008.

ANEEL. Banco de Informações de Geração (BIG). *Matriz de Energia Elétrica*. Disponível em <http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/OperacaoCapacidadeBrasil.asp>. Acesso em 03/11/2011.

AOKI, K. *et al. New approximate optimization method for distribution systems planning*. IEEE Transactions on Power Systems, v.5, n.1, p.126-132, 1990.

BAZAN, F.A. *Planejamento de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Utilizando Algoritmo de Busca Tabu*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, UNESP, Ilha Solteira, SP, 2003.

BHOWMICK, S.; GOSWAMI, S.K.; BHATTACHERJEE, P.K. *An LP-based multiobjective distribution system planning using goal attainment method*. Electric Power Components and Systems, v.29, n.5, p.479-90, 2001.

BRANDÃO, B.M.S.; VOLPI, N.M.P. *Fronteira de Eficiência para o Problema de Expansão de uma Rede Elétrica*. In: XXXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Cuiabá, MT. Anais do CNMAC, v.2, p.923-929, 2009. Disponível no site: http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxii_cnmac/pdf/291.pdf. Acesso em 30/05/2012.

CHEN, M. *Second Generation Particle Swarm Optimization*. IEEE Congress on Evolutionary Computation, p.90-96, 2008.

CHUNG, T. *et al. Multiobjective transmission network planning by a hybrid GA approach with fuzzy decision analysis*. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, v.25, n.3, p.173-258, 2003.

CHUNLIN, J. *A revised Particle Swarm Optimization Approach for Multi-objective and Multi-constraint Optimization*. In: Proceedings of Genetic Evolutionary Computation Conference, Seattle, Washington, USA, 2004.

COELLO, C.A.C.; LECHUGA, M.S. *MOPSO: A Proposal for Multiple Objective Particle Swarm Optimization*. In: Congress Evolutionary Computation (CEC'2002), v.2, p.1051-1056, Piscataway, New Jersey, May 2002.

COELLO, C.A.C.; PULIDO, G.T.; LECHUGA, M.S. *Handling Multiple Objectives With Particle Swarm Optimization*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v.8, n.3, p.256-279, 2004.

COSSI, A.M. *Planejamento de Redes de Distribuição de Energia Elétrica de Média e Baixa Tensão*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual Paulista – UNESP, Ilha Solteira, SP, 2008.

DEB, K. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, LTD. New York, 2008.

DIAKOULAKI, D.; ANTUNES, C.H.; MARTINS, A.G. *MCDA and energy planning*. In: FIGUEIRA, J.; GRECO, S.; EHRGOTT, M. (Ed.). Multiple criteria decision analysis: state of the art surveys. Boston: Springer Science, p.859-897, 2005.

DIAZ-DORADO, E.; CIDRÁS, J.; MIGUEZ, E. *Application of evolutionary algorithms for the planning of urban distribution networks of medium voltage*. IEEE Transactions on Power Systems, v.17 n.3, p.879-884, 2002.

EBERHART, R.C.; KENNEDY, J. *A new optimizer using particle swarm theory*. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, p.39-43. Nagoya, Japan, 1995.

EHRGOTT, M.; GANDIBLEUX, X. *Approximative Solution Methods for Multiobjective Combinatorial Optimization*. Top. v.12, n.1, p.1-90, 2004.

FARRAG, M.A.; EL-METWALLY, M.M.; EL-BAGES, M.S. *A new model for distribution systems planning*. Electrical Power and Energy Systems, v.21, p.523-531, 1999.

GANGULY, S.; SAHOO, N.C.; DAS, S. *A novel multi-objective PSO for electrical distribution system planning incorporating distributed generation*. Energy Systems, v.1, p.291-337, 2010.

GARCIA, V.J. *Metaheurísticas multiobjetivo para o problema de restauração do serviço em redes de distribuição de energia elétrica*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, UNICAMP, Campinas, SP, 2005.

GHOSH, S. *et al.* *On Some Properties of the lbest Topology in Particle Swarm Optimization*. Ninth International Conference on Hybrid Intelligent Systems, HIS'09, v.3, p370-375, 2009.

GOICOECHEA, A.; HANSEN, D.R.; DUCKSTEIN, L. *Multiobjective Decision Analysis with Engeneering and Business Applications*. Jonh Wiley & Sons, New York, 1982.

GÓMEZ, J.F. *et al.* *Ant Colony Systems Algorithm for the Planning of Primary Distribution Circuits*. IEEE Transactions on Power Systems. v.19, n.2, p.996-1004, 2004.

HAFFNER, S. *et al.* *Modelo multi-estágio de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição*. Controle & Automação, v.17, n.4, p.478-492, 2006.

HAFFNER, S. *et al.* *Multistage Model for Distribution Expansion Planning With Distributed Generation – Part I: Problem Formulation*. IEEE Transactions on Power Delivery, v.23, n.2, p.915- 923, 2008a.

HAFFNER, S. *et al.* *Multistage Model for Distribution Expansion Planning With Distributed Generation – Part II: Numerical Results*. IEEE Transactions on Power Delivery, v.23, n.2, p.924-929, 2008b.

HILLIER, F.S.; LIEBERMAN, G.J. *Introduction to Operations Research*. 8th edition, Mac Grow-Hill Higher Education, USA, 2005.

HU, X.; EBERHART, R.C.; SHI, Y. *Particle Swarm with Extended Memory for Multiobjective Optimization*. In: IEEE Swarm Intelligence Symposium. 2003. p.193-197.

KENNEDY, J.; EBERHART, R.C. *Particle Swarm Optimization*. In: Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, p.1942-1948, Piscataway, New Jersey, 1995. IEEE Service Center.

KENNEDY, J.; EBERHART, R.C. *A Discrete Binary Version of the Particle Swarm Algorithm*. In: Proceedings of IEEE International Conference Systems, Man, Cybernetic: Computational Cybernetics and Simulation (ICSMC), 1997. v.5, p.4104-4108.

KHANESAR, M.; TESHNEHLAB, M.; SHOOREHDELI, M. *A novel binary particle swarm optimization*. IEEE Mediterranean Conference on Control and Automation, Athens, Greece, 2007.

KHATOR, S.K.; LEUNG, L.C. *Power distribution planning: a review of models and issues*. IEEE Transactions on Power Systems, v.12, n.3, p.1151-1159, 1997.

KNIGHT, U.G. *The logical design of electrical network using linear programming methods*. Proc. Inst. Elect. Eng., v.33, n.A, p.306-314, 1960.

LEÃO, M. T. P. de; MATOS, M. A. *Multicriteria distribution network planning using simulated annealing*. International Transactions in Operational Research, v.6, p.377–391, 1999.

MIRANDA, V.; RANITO, J.V.; PROENÇA, L.M. *Genetic Algorithms in Optimal Multi-stage Distribution Network Planning*. IEEE Transactions on Power Systems, 1994.

NARA, K. et al., *Multi-year expansion planning for distribution systems*. IEEE Transactions on Power Systems. v.6, n.3, p.952-958, 1991.

OLAMAEI, J.; NIKNAM, T.; GHAREHPETIAN, G. *Application of particle swarm optimization for distribution feeder reconfiguration considering distributed generators*. Applied Mathematics and Computation, v.201, p.575-586, 2008.

PAIVA, P.C. et al. *Integral Planning of Primary–Secondary Distribution Systems Using Mixed Integer Linear Programming*. IEEE Transactions on Power Systems. v.20, n.2, p.1134-1143, 2005.

PARADA, V. et al. *Optimizations of Electrical Distribution Feeders Using Simulated Annealing*. IEEE Transactions on Power Delivery, v.19, n.3, p.1135-1141, 2004.

PARETO, V. *Cours D'Economie Politique*, Volume 1. Lausanne: F. Rouge, 1896.

PINTO, C.L. da S. *Otimização em dois níveis aplicada à priorização de obras do sistema de distribuição, voltada ao comprimento dos índices de continuidade*. (Tese) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas. São Paulo, 2008.

RAMÍREZ-ROSADO, I.J.; BERNAL-AGUSTÍN, J.L. *Reliability and Costs Optimization for Distribution Networks Expansion Using an Evolutionary Algorithm*. IEEE Transactions on Power Systems, v.16, n.1, p.111-118, 2001.

RAMÍREZ-ROSADO, I.J.; DOMÍNGUEZ-NAVARRO, J.A. *Possibilistic Model Based on Fuzzy Sets for the Multiobjective Optimal Planning of Electric Power Distribution Networks*. IEEE Transactions on Power Systems. v.19, n.4, p.1801-1810, 2004.

RAMÍREZ-ROSADO, I.J.; DOMÍNGUEZ-NAVARRO, J.A. *New multi-objective Tabu Search algorithm for fuzzy optimal planning of power distribution systems*. IEEE Transactions on Power Systems, v.21, n.1, p.224-233, 2006.

RAQUEL, C.R.; NAVAL, P.C.Jr. *An Effective Use of Crowding Distance in Multiobjective Particle Swarm Optimization*. In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, p.257-264, Washington, DC, USA, 2005.

SHI, Y.; EBERHART, R. *A modified particle swarm optimizer*. In: Proceedings of IEEE World Congress of Evolutionary Computation, p.69-73, 1998.

SIERRA, M.R., COELLO, C.A.C. *Multi-objective particle swarm optimizers: a survey of the state-of-the-art*. International Journal of Computational Intelligence Research. v.2, n.3, p.287-308, 2006.

TAN, Y.; ZHANG, J. *Magnifier Particle Swarm Optimization*. In: CHIONG, R. (Ed.): Nature-Inspired Algorithms for Optimization. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, p. 279-298, 2009.

VALLE, Y. *et al. Particle Swarm Optimization: Basic Concepts, Variants and Applications in Power Systems*. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, v.12, n.2, p.171-195, 2008.

VAZIRI, M.; TOMSOVIC, K.; BOSE, A. *A Directed Graph Formulation of the Multistage Distribution Expansion Problem*. IEEE Transactions on Power Delivery, v.19, n.3, p.1335-1341, 2004a.

VAZIRI, M.; TOMSOVIC, K.; BOSE, A. *Numerical Analyses of a Directed Graph Formulation of the Multistage Distribution Expansion Problem*. IEEE Transactions on Power Delivery, v.19, n.3, p.1348-1354, 2004b.

VAZIRI, M.; TOMSOVIC, K.; GONEN, T. *Distribution Expansion Problem Revisited: Part 1 Categorical Analysis and Future Directions*. In: Proceedings of International Conference on Power and Energy Systems, v.4, Marbella, Spain, 2000a.

VAZIRI, M.; TOMSOVIC, K.; GONEN, T. *Distribution Expansion Problem Revisited: Part 2 Proposed Modeling and Formulation*. In: Proceedings of International Conference on Power and Energy Systems, v.4, Marbella, Spain, 2000b.

VECCHI, T.P.B. *Um Estudo de Modelos Matemáticos para Expansão da Rede de Distribuição de Energia Elétrica da Cidade de Campo Mourão*. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, UFPR, Curitiba, PR, 2004.

VOLPI, N.; BRANDÃO, B.M.S. *Particle Swarm Optimization and the Efficiency Frontier for the Problem of Expansion of an Electrical Network*. Proceedings of 2nd International Conference On Engineering Optimization, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, 2010.

ZITZLER, E. *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*. (DTS thesis) Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 1999.