

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MAYCON IURASSEK DEZAN

**ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS METÁLICAS CONECTADAS POR
ELO VISCOELÁSTICO**

CURITIBA

2016

MAYCON IURASSEK DEZAN

**ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS METÁLICAS CONECTADAS POR
ELO VISCOELÁSTICO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. PhD. Eduardo Márcio de Oliveira
Lopes

Coorientador: Prof. Dr. Marco Antônio Luersen

CURITIBA

2016

Dezan, Maycon Iurassek

Atualização estrutural de vigas metálicas conectadas por elo viscoelástico / Maycon Iurassek Dezan. – Curitiba, 2016.

120 f. : il.; tabs.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Eduardo Márcio de Oliveira

Coorientador: Marco Antônio Luersen

Bibliografia: p. 94-97

1. Estruturas metálicas. 2. Análise numérica. 3. Amortecimento (Mecânica). I. Oliveira, Eduardo Márcio de. II. Luersen, Marco Antônio. III. Título.

CDD 624.1821




MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
Setor TECNOLOGIA
Programa de Pós Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA
Código CAPES: 40001016040P5

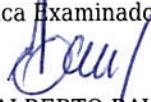
TERMO DE APROVAÇÃO


Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **MAYCON IURASSEK DEZAN**, intitulada: "**ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS METÁLICAS CONECTADAS POR ELO VISCOELÁSTICO**", após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua

APROVADA

Curitiba, 09 de Setembro de 2016.


Prof EDUARDO MARCIO DE OLIVEIRA LOPES
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)


Prof CARLOS ALBERTO BAVASTRI
Avaliador Interno (UFPR)


Prof ANGELO MARCELO TUSSET
Avaliador Externo (UTFPR)

AGRADECIMENTOS

É difícil agradecer a todas as pessoas que de alguma maneira contribuíram para que este trabalho fosse realizado, desta forma expresso aqui a minha gratidão a todos de maneira geral.

Alguns agradecimentos merecem ser evidenciados. Minha mãe Silvania, ao meu padrasto Wagner e ao Paulo Eduardo (“Dudu”) pelo grande apoio em todo o desenvolvimento deste trabalho, tornando possível a sua realização.

Ao meu orientador, Prof. PhD. Eduardo Márcio de Oliveira Lopes, pela excepcional dedicação, o grande suporte, profissionalismo e apoio durante todo o processo.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Marco Antonio Luersen, por todo o ótimo suporte e dedicação, também fundamental para a conclusão deste trabalho.

Aos colegas e todo o grupo do Laboratório de Vibrações e Mecânica dos Sólidos (LaVIBS) da UFPR. Em especial à Francielly e Thiago da Silva, pela grande ajuda oferecida nas etapas iniciais deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PGMEC), seu corpo docente e administrativo pelo apoio, conhecimento e por prover os recursos necessários a este trabalho.

Aos meus amigos e a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

RESUMO

Modelos em elementos finitos têm sido amplamente utilizados na resolução de problemas de engenharia, porém, numa abordagem inicial, o comportamento do modelo pode não condizer satisfatoriamente com o observado no sistema físico correspondente. A atualização estrutural é uma técnica que vem se destacando na busca de modelos numéricos em elementos finitos que apresentem melhor correlação com os sistemas físicos reais associados. No caso da aplicação da atualização estrutural em problemas dinâmicos, ela faz uso de dados experimentais – via de regra, funções resposta em frequência (FRF) – obtidos em testes dinâmicos de vibrações, de modo a obter valores mais fidedignos para os parâmetros do modelo numérico. No presente texto, esta técnica é aplicada em um modelo simplificado de cabos aéreos de linhas de transmissão com espaçadores amortecedores, representado por duas vigas paralelas unidas por um elo viscoelástico que opera em tração. A atualização estrutural é realizada em etapas, a saber, inicialmente caracteriza-se e atualiza-se apenas os modelos das vigas na estrutura de fixação para, posteriormente, inserir o elo no modelo composto de duas vigas paralelas. A escolha de parâmetros dos modelos e o critério para o projeto do elo, bem como o comportamento do método, são detalhados. Mostra-se que o modelo final ajustado apresenta, para os três modos analisados, diferenças menores do que 10% na frequência do modo, ou de no máximo, 6Hz, para o terceiro modo de vibrar. Uma diferença máxima de 6dB em um dos nós, os demais todos inferiores a este valor, e o elo impõe uma redução superior a 5dB no segundo e terceiro modo experimentais. O significado físico das matrizes de massa, rigidez e amortecimento do modelo numérico é confirmado pelo critério de aceitação modal (MAC, do inglês, *Modal Assurance Criterion*). As alterações ocorridas nas FRFs são apresentadas e discutidas.

Palavras-chave: Atualização Estrutural. Elo Viscoelástico. Modificação Estrutural.

Dinâmica de Sistemas Mecânicos. Elementos Finitos.

ABSTRACT

The finite element model updating is a technique that is gaining strength on the search of numerical models which better represent the dynamic behavior of real physical systems. Finite element models have been widely used, although in a larger part of the cases, the dynamic behavior of the model does not replicate that of the corresponding physical system. The model updating in dynamic problems is based on the usage of experimental data - usually frequency response functions (FRF) – obtained in vibration tests to update, that is, to assign more faithful values to, parameters in a finite element model, with the aim of reducing errors. This text presents a concise review of the state-of-art, exploring its usage into a simplified model of overhead cables connected by spacer dampers which consists of two parallel beams connected by a viscoelastic link subjected to traction. The model updating is developed into steps, namely, identify and update the beam model in the supporting structure to, afterwards, insert the viscoelastic link. The choice of parameter models and the criterion to design the link, as well as the behavior of the technique, are detailed. It is shown that the updated final model have less than 10% of error in frequency on all the analyzed modes, or a maximum error of 6Hz on the third vibration mode. Regarding the amplitude spectrum, the maximum error is 6dB in a specific mode, with all the others presenting values below 4dB. It is also shown that the introduction of the link decreases the amplitude of response of the second and third experimental modes in more than 5dB. The physical meaning of mass, stiffness and damping matrix of the FE model is confirmed by MAC (Modal Assurance Criterion). The FRFs generated experimentally and numerically are shown and discussed.

Keywords: Structural Updating. Viscoelastic Link. Structural Modification.
Mechanical Systems Dynamics. Finite Elements.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – EXEMPLO DE MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZANDO ELEMENTOS PLANOS TRIANGULARES	23
FIGURA 2 – CLASSIFICAÇÃO DE ELEMENTOS EM FAMÍLIAS	25
FIGURA 3 – CLASSIFICAÇÃO DE ELEMENTOS DE ACORDO COM NÚMERO DE NÓS	25
FIGURA 4 – ELEMENTO DE VIGA 1-D COM 2 GRAUS DE LIBERDADE EM CADA NÓ	26
FIGURA 5 – ELO SUBMETIDO A TRAÇÃO E MODELO EQUIVALENTE	34
FIGURA 6 – CADEIA DE MEDIÇÃO UTILIZANDO EXCITADOR.....	37
FIGURA 7 – FLUXO DE DESENVOLVIMENTO DA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL.....	41
FIGURA 8 – FRF REPRESENTADA PELAS PARTES REAL E IMAGINÁRIA	42
FIGURA 9 – FRF EM DIAGRAMA DE BODE	43
FIGURA 10 – ALGORITMO DO MÉTODO DE NELDER-MEAD GLOBALIZADO COM RESTRIÇÕES	50
FIGURA 11 – ESTRUTURAS DE FIXAÇÃO (VISTA EXPLODIDA).....	53
FIGURA 12 – VIGAS CONECTADAS POR ELO VISCOELÁSTICO EM SUAS ESTRUTURAS DE FIXAÇÃO	54
FIGURA 13 – DESIGNAÇÕES DAS DIMENSÕES DAS VIGAS	55
FIGURA 14 – ARRANJO EXPERIMENTAL, ESQUEMÁTICO.....	56
FIGURA 15 – NOMOGRAMA DO MATERIAL ISODAMP® C-1002.....	57
FIGURA 16 – MODELO DE VIGA EM ELEMENTOS FINITOS COM NUMERAÇÃO DOS NÓS	58
FIGURA 17 – METODOLOGIA PARA AQUISIÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS ..	58
FIGURA 18 – CONDIÇÕES DE CONTORNO UTILIZADAS PARA ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS	60
FIGURA 19 – METODOLOGIA EMPREGADA PARA ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL	61
FIGURA 20 – PROBLEMA PADRÃO DE OTIMIZAÇÃO ASSOCIADO À ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL	62
FIGURA 21 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA INFERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 3).....	65

FIGURA 22 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA INFERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 4).....	65
FIGURA 23 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA INFERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 7).....	66
FIGURA 24 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA INFERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 8).....	66
FIGURA 25 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA SUPERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 3).....	67
FIGURA 26 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA SUPERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 4).....	67
FIGURA 27 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA SUPERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 7).....	68
FIGURA 28 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA SUPERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 8).....	68
FIGURA 29 – FUNÇÃO COERÊNCIA PARA VIGA INFERIOR.....	69
FIGURA 30 – RESPOSTAS (ACELERAÇÕES) DAS VIGAS INFERIOR E SUPERIOR, SEM ELO.....	70
FIGURA 31 – RESPOSTAS (ACELERAÇÕES) DAS VIGAS INFERIOR E SUPERIOR, COM ELO.....	70
FIGURA 32 – ESPECTRO DE AMPLITUDE PARA VIGA INFERIOR, COM RESPOSTA NO TERCEIRO NÓ.....	73
FIGURA 34 – ESPECTRO DE AMPLITUDE PARA VIGA INFERIOR, COM RESPOSTA NO SÉTIMO NÓ.....	74
FIGURA 35 – ESPECTRO DE AMPLITUDE PARA VIGA INFERIOR, COM RESPOSTA NO OITAVO NÓ.....	75
FIGURA 36 – COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO OBJETIVO DURANTE O PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO PARA O MODELO DE VIGA BIAPOIADA COM MOLAS DE TORÇÃO SIMÉTRICAS (VIGA INFERIOR).....	79
FIGURA 37 – COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO OBJETIVO DURANTE O PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO, PARA O MODELO DE VIGA BIAPOIADA COM MOLAS DE TORÇÃO INDEPENDENTES (VIGA SUPERIOR).....	79
FIGURA 38 – COMPORTAMENTO DO MAC DURANTE O PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO DA VIGA INFERIOR, COM MODELO DE VIGA BIAPOIADA COM MOLAS DE TORÇÃO SIMÉTRICAS.....	81

FIGURA 39 – COMPORTAMENTO DO MAC DURANTE O PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO DA VIGA SUPERIOR, COM MODELO DE VIGA BIAPOIADA COM MOLAS DE TORÇÃO INDEPENDENTES	81
FIGURA 40 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR (RESPOSTA NO NÓ 3).....	82
FIGURA 41 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR (RESPOSTA NO NÓ 4).....	83
FIGURA 42 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELEMENTOS DE FIXAÇÃO DO ELO (RESPOSTA: NÓ 3)	84
FIGURA 43 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELEMENTOS DE FIXAÇÃO DO ELO (RESPOSTA: NÓ 4)	84
FIGURA 44 – MODELO COMPOSTO SIMPLIFICADO, CONTENDO VIGAS E ELO VISCOELÁSTICO	85
FIGURA 45 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELO INSTALADO (RESPOSTA: NÓ 3).....	87
FIGURA 46 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELO INSTALADO (RESPOSTA: NÓ 4).....	87
FIGURA 47 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELO INSTALADO (RESPOSTA: NÓ 7).....	88
FIGURA 49 – FRFS RESULTANTES DOS MODELOS NUMÉRICOS (NÓ 4).....	89
FIGURA 50 – FRFS RESULTANTES DOS MODELOS NUMÉRICOS (NÓ 7).....	90
FIGURA 51 – FRFS RESULTANTES DOS MODELOS NUMÉRICOS (NÓ 8).....	90
FIGURA A.1 – METODOLOGIA DE PROJETO CONVENCIONAL.....	98
FIGURA A.2 – METODOLOGIA DE PROJETO OTIMIZADO	99
FIGURA B.1 - DETALHAMENTO DOS COMPONENTES VERTICAIS DA ESTRUTURA	100
FIGURA B.2 - DETALHAMENTO DA BASE DA ESTRUTURA	101
FIGURA B.3 – DETALLHAMENTO DA TRAVESSA SUPERIOR DA ESTRUTURA ...	102

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – COMPORTAMENTO DE CADA FUNÇÃO DE EXCITAÇÃO COM RELAÇÃO A DIVERSOS CRITÉRIOS	38
TABELA 2 – DIMENSÕES, EM mm, DA VIGA INFERIOR	55
TABELA 3 – DIMENSÕES, EM mm, DA VIGA SUPERIOR	55
TABELA 4 – PROPRIEDADES DINÂMICAS C-1002 A 22°C.....	59
TABELA 5 – PARÂMETROS MODAIS EXTRAÍDOS A PARTIR DOS DADOS EXPERIMENTAIS	71
TABELA 6 – AMPLITUDE DE FRF E FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA (EM Hz) PARA A VIGA INFERIOR.....	72
TABELA 7 – AMPLITUDE DE FRF E FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA (EM Hz) PARA A VIGA INFERIOR.....	72
TABELA 8 – FREQUÊNCIAS NATURAIS ANALÍTICAS E EXPERIMENTAIS, EM Hz	75
TABELA 9 – PARÂMETROS MANIPULADOS EM CADA MODELO	77
TABELA 10 – LIMITES DOS PARÂMETROS ATUALIZADOS.....	78
TABELA 11 – COMPARAÇÃO ENTRE FREQUÊNCIAS NATURAIS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS, COM VALORES ASSOCIADOS DE MAC	80
TABELA 12 – VALORES ÓTIMOS PARA OS PARÂMETROS ATUALIZADOS.....	80
TABELA 13 – FREQUÊNCIAS E AMPLITUDES DE RESSONÂNCIA (EM dB) PARA FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA VIGA INFERIOR COM COMPONENTES DE FIXAÇÃO DO ELO	85
TABELA 14 – FREQUÊNCIAS E AMPLITUDES DE RESSONÂNCIA (EM dB) PARA FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA VIGA INFERIOR ACOPLADA PELO ELO	88

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CADO - Otimização de projeto auxiliada por computador (*Computer-Aided Design Optimization*)

FE – Elemento Finito (*Finite Element*)

FFT - Transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*)

FRF - Função resposta em frequência

GBNM - Método globalizado com restrições de Nelder-Mead (*Globalized Bounded Nelder-Mead*)

IEPE – Piezoelétrico com eletrônica integrada (*Integrated Electronic Piezoelectric*)

MAC – Critério de aceitação modal (*Modal Assurance Criterion*)

MDOF - Múltiplos graus de liberdade (*Multiple degrees of freedom*)

MEF - Método dos elementos finitos

SDOF - Único grau de liberdade (*Single degree of freedom*)

SI – Sistema internacional.

S/R - Sinal / Ruído

WLF – Williams-Landel-Ferry

LISTA DE SÍMBOLOS

Matrizes

M	Matriz global de massa (dimensão $n \times n$)
C	Matriz global de amortecimento (dimensão $n \times n$)
K	Matriz global de rigidez (dimensão $n \times n$)
A	Matriz de estado (dimensão $n \times n$)
I	Matriz identidade (dimensão $n \times n$)
L	Matriz de massa triangular inferior (dimensão $n \times n$)
\tilde{K}	Matriz de massa generalizada pela massa (dimensão $n \times n$)
H	Matriz de amortecimento histerético (dimensão $n \times n$)
B	Matriz de constantes modais
Q	Matriz de arestas

Alfabeto Latino

$\mathbf{x}(t)$	Vetor de deslocamentos no espaço temporal (dimensão $n \times 1$)
$\dot{\mathbf{x}}(t)$	Vetor de velocidades no espaço temporal (dimensão $n \times 1$)
$\ddot{\mathbf{x}}(t)$	Vetor de acelerações no espaço temporal (dimensão $n \times 1$)
$\mathbf{f}(t)$	Vetor de carregamento externo (dimensão $n \times 1$)
t	Tempo
\mathbf{y}	Vetor de estado (dimensão $2n \times 1$)
\mathbf{z}	Autovetor no espaço de estado (dimensão $2n \times 1$).
\mathbf{u}	Modo de vibrar no espaço de estado (dimensão $n \times 1$)
i	Número imaginário ($\sqrt{-1}$).
$\mathbf{q}(t)$	Vetor de deslocamentos em coordenadas generalizadas (dimensão $n \times 1$)
$\ddot{\mathbf{q}}(t)$	Vetor de acelerações em coordenadas generalizadas (dimensão $n \times 1$)

m	Massa
c	Coefficiente de amortecimento viscoso
k	Rigidez
h	Constante de amortecimento histerético
$\bar{k}(\omega, T)$	Rigidez complexa elo
l	Comprimento do elo viscoelástico
w	Espessura elo viscoelástico
z	Largura do elo viscoelástico
b	Parâmetro material do elo viscoelástico
T	Temperatura
v	Vértice simplex
\mathbf{e}	Vetor unitário de base
a	Tamanho simplex
MAC	Crítério de aceitação modal (<i>Modal Assurance Criterion</i>)
E	Módulo de elasticidade
H	Amplitude da FRF
l	Comprimento viga
f	Frequência
ER	Erro quadrático

Subscritos e Sobrescritos

$k_e(\omega, T)$	Rigidez equivalente elo
$c_e(\omega, T)$	Amortecimento equivalente do elo viscoelástico
A_t	Área da seção transversal do elo viscoelástico
$\bar{E}(\omega, T)$	Módulo de elasticidade complexo

E_0	Parâmetro material do elo viscoelástico
E_∞	Parâmetro material do elo viscoelástico
T_a	Temperatura ambiente
T_0	Temperatura de referência
R^m	Resíduo de massa
R^k	Resíduo de rigidez
v_0	Ponto inicial simplex
f_i	Valor da função no i -ésimo vértice do simplex
f_H	Valor máximo da função objetivo nos vértices do simplex
f_L	Valor mínimo da função objetivo nos vértices do simplex
t_v	Espessura da viga
K_a	Rigidez da mola de torção dos apoios
K_1, K_2	Rigidez da mola de torção dos apoios
$H_1(f)$	Estimador da FRF não distorcido com presença de ruído na saída
$H_2(f)$	Estimador da FRF não distorcido com presença de ruído na entrada
$H_w(f)$	Estimador da FRF não distorcido com presença de ruído na entrada e saída
f_r	Frequência de ressonância
H_r	Amplitude da resposta na frequência de ressonância
f_n	Frequência natural

Alfabeto Grego

ω	Frequência circular de excitação
ϕ	Autovetor ($n \times 1$)
λ	Autovalor
ω_n	Frequência natural circular não amortecida

ζ	Razão de amortecimento modal
α	Constante de proporcionalidade
β	Constante de proporcionalidade
σ	Constante de proporcionalidade
δ	Constante de proporcionalidade
η	Fator de perda
φ	Ordem da derivada fracionária
$\alpha_T (T)$	Fator de deslocamento
μ_1	Constante do fator deslocamento
μ_2	Constante do fator deslocamento
ω_r	Frequência circular de ressonância (máxima amplitude)
$\alpha(\omega)$	Função resposta em frequência ajustada a partir de parâmetros modais
κ	Erro individual
ε	Fator de convergência para critério de ótimo
ε_{s1}	Tolerância para simplex pequeno
ε_{s2}	Tolerância para simplex plano
$\varepsilon_{s3}, \varepsilon_{s4}$	Tolerância para simplex degenerado
ρ	Densidade do material
ν	Coefficiente de Poisson
τ	Variável de projeto normalizada
δ	Variável de projeto

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1 ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL.....	18
2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	22
2.2.1 Generalidades	22
2.2.2 Tipos de elementos e aplicações.....	24
2.2.3 Frequências naturais e modos de vibrar	26
2.2.3.1 Sistemas não amortecidos.....	26
2.2.3.2 Sistemas amortecidos	30
2.3 AMORTECIMENTO	32
2.3.1 Amortecimento viscoelástico	33
2.4 ENSAIOS DINÂMICOS.....	35
2.4.1 Estrutura de fixação	36
2.4.2 Fonte de excitação	36
2.4.3 Transdutores	38
2.4.4 Analisador de sinais.....	39
2.4.4.1 Janelamento de sinais	39
2.4.4.2 Função Coerência	40
2.5 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL.....	40
2.5.1 Extração de parâmetros modais.....	44
2.5.1.1 Extração simples sem ajuste de curvas.....	44
2.5.1.2 Extração via método global de ajuste de curvas.....	45
2.6 OTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR.....	47
2.6.1 Método de Nelder-Mead globalizado com restrições.....	47
2.7 MAC COMO CRITÉRIO DE ANÁLISE DE RESULTADOS	51
3 MATERIAIS, MÉTODOS E MODELAGEM	53

3.1 ESTRUTURAS DE FIXAÇÃO E VIGAS.....	53
3.2 EQUIPAMENTOS PARA COLETA DE DADOS.....	55
3.3 MATERIAL VISCOELÁSTICO E.A.R ISODAMP C-1002	56
3.4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	58
3.5 PROCEDIMENTO NUMÉRICO.....	60
3.6 NORMALIZAÇÃO VETOR PROJETO	63
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS	64
4.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	64
4.2 RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO	71
4.3 ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL.....	76
4.3.1 Considerações gerais	76
4.3.2 Vigas inferior e superior	78
4.3.3 Vigas inferior e superior com os elementos de fixação dos elos.....	83
4.3.4 Vigas inferior e superior com elos viscoelásticos	85
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES	92
5.1 CONCLUSÕES	92
5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	94
ANEXO A – Projeto tradicional e otimizado.....	98
APÊNDICE B – Estrutura de fixação da viga inferior	100
APÊNDICE C – Rotinas computacionais.....	103
C.1 1VIGA.M.....	103
C.2 ERR.M.....	105
C.3 FRF_EXT.M	113
C.4 IMPORT_MATRIX.M	117
C.5 VIGA1-WIRE-1.INP	118

1 INTRODUÇÃO

A partir da década de 1960, técnicas de análise numérica trouxeram um grande impacto positivo para o projeto de estruturas, sendo o método dos elementos finitos (MEF) a principal delas (FRISWELL e MOTTERSHEAD, 1995). O MEF é amplamente utilizado na engenharia, principalmente na etapa de projeto e validação. Mottershead e Friswell (1993) expõem que os modelos disponíveis até um dado momento não eram suficientemente acurados para descrever, de modo satisfatório, o comportamento dinâmico de estruturas reais. Para que este refinamento dos modelos numéricos seja possível, são necessárias informações precisas e detalhadas sobre o sistema físico correspondente. Friswell e Mottershead (1995) identificam como uma das principais fontes de discrepâncias as simplificações nas hipóteses utilizadas durante o desenvolvimento do modelo numérico, bem como informações incorretas e/ou imprecisas, principalmente nas uniões.

Modelos numéricos podem ser sensíveis a pequenas variações nos parâmetros, justificando assim o emprego da técnica de atualização estrutural. Um paralelo com sistemas não lineares pode ser feito, pois, com a introdução de termos de ordem superior na análise, algo por vezes necessário naqueles sistemas, podem ser revelados comportamentos não observados na análise simplificada. Uma abordagem semelhante pode ser utilizada para a melhoria da acurácia dos modelos em elementos finitos.

Identificada esta necessidade e lançando mão do uso de técnicas de identificação de sistemas e estimação de parâmetros, a atualização estrutural surge, na década de 1990, como uma proposta para reduzir as discrepâncias entre modelos numéricos e sistemas físicos (LJUNG, 1987; EWINS, 2000). Parâmetros mais acurados do sistema podem, através da aplicação desta técnica, ser obtidos através do processamento de informações oriundas de ensaios dinâmicos. Contudo, ensaios dinâmicos, de modo geral, apresentam informações incompletas, imprecisas e com presença de ruído e isto deve ser considerado. Observa-se que, antes da introdução do método de atualização estrutural, os esforços para minimizar as discrepâncias acima mencionadas se davam sob a forma de tentativa e erro, um procedimento rudimentar onde se consome muito tempo sem garantia de atingir os resultados esperados. Mottershead e Friswell (1993) investigam e expõem possíveis fontes de erros e incertezas nos modelos numéricos. Os erros são divididos em 3 categorias: (1) erros de idealização, oriundos das hipóteses assumidas para caracterizar o comportamento mecânico da estrutura; (2) erros de discretização, inerentes ao método de elementos finitos; e (3) hipóteses incorretas para os

parâmetros do modelo. Os erros de hipóteses incorretas para parâmetros (3), é o foco desta metodologia apresentada.

A atualização estrutural em modelos de elementos finitos é um processo complexo e indireto. A complexidade surge devido à necessidade de identificação das fontes de erros, que devem, portanto, ser reduzidas. Os erros estão presentes durante todo o processo, tanto no modelo em elementos finitos, passando pela utilização do tipo de elemento, parâmetros para o sistema, geometria e seleção da condição de contorno mais adequada, quanto na aquisição dos dados experimentais, normalmente disponibilizados através de funções resposta em frequência (FRFs). As FRFs são amplamente utilizadas em análise dinâmica, fornecendo informações como modos de vibrar, razões de amortecimento e frequências características do sistema, frequências naturais e de ressonância. A atualização estrutural mostra-se robusta em aplicações de estruturas amortecidas ou não, independentemente de sua complexidade geométrica (FRISWELL e MOTTERSHEAD, 1995).

O presente trabalho apresenta a aplicação da técnica de atualização estrutural na avaliação em um modelo simplificado de cabos aéreos de linhas de transmissão conectados por espaçadores amortecedores. Esse modelo consiste de vigas paralelas fixadas numa estrutura específica e conectadas por um elo viscoelástico, onde ajustam-se os parâmetros de rigidez associados às condições de contorno, bem como parâmetros específicos das vigas, tais como módulo de elasticidade, densidade, espessura e razão de amortecimento modal. O elo, como os espaçadores, possui também o propósito de controle de vibrações.

Nesse contexto, são brevemente expostos, no capítulo 2, o método de elementos finitos e a análise modal experimental, fundamentais para a aplicação da técnica em questão, bem como os métodos de otimização não linear. No capítulo 3, são detalhados os equipamentos e materiais usados no trabalho, relaciona os procedimentos experimental e numérico. Já no capítulo 4, são apresentados e analisados os resultados, enquanto no capítulo 5 são expostas as conclusões e as sugestões para estudos futuros. Os apêndices A e B contém, respectivamente o detalhamento da estrutura de fixação da viga inferior, e as rotinas computacionais empregadas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL

A atualização estrutural é uma metodologia estruturada e versátil para redução de principais erros entre sistemas físicos e modelos numéricos. Ela possui dois objetivos principais: significado físico e “fidelidade” em um modelo em elementos finitos. No primeiro, busca-se que o modelo numérico represente corretamente a distribuição de massa, rigidez e amortecimento da estrutura real, garantindo o significado físico das respectivas matrizes. Quanto ao segundo, entende-se por “fidelidade”, ou *correctness*, a característica que permite o modelo numérico prever computacionalmente o comportamento dinâmico da estrutura, mesmo com diferentes configurações. Um modelo numérico que atende a esses dois requisitos viabiliza a aplicação de outras técnicas como a modificação estrutural e o diagnóstico de danos na estrutura, por exemplo (BALMES, 1993, 2009).

As informações adicionais requeridas para aumentar a exatidão do modelo numérico são oriundas de ensaios experimentais dinâmicos sobre o sistema de interesse, através da aplicação de técnicas de identificação de sistemas. Desta forma, parâmetros mais acurados são extraídos a partir de Funções Respostas em Frequência (FRFs)¹ do sistema físico real. Os dados experimentais devem ser utilizados com cautela, pois normalmente são incompletos e imprecisos (BAGCHI, 2005; FRISWELL e MOTTERSHEAD, 1995; MOTTERSHEAD e FRISWELL, 1993; BALMES, 1993; D'AMBROGIO e FREGOLENT, 2000).

O método não é trivial, mas pode-se sintetizá-lo como um ajuste de certos parâmetros em um modelo em elementos finitos. O conhecimento prévio sobre as características do sistema físico é essencial, pois discrepâncias entre o modelo numérico e o sistema físico surgem devido a simplificações e hipóteses incorretas sobre o sistema. O erro, caracterizado pela diferença entre as respostas do modelo numérico e do sistema físico, pode ser classificado, para fins de atualização estrutural, em 3 categorias (MOTTERSHEAD et al., 2010). São elas:

1. Erros de idealização, oriundos de hipóteses assumidas para caracterizar o comportamento mecânico da estrutura. Normalmente decorrem de:
 - a. Simplificações na estrutura, por exemplo, uma placa sendo tratada como uma viga, ou uma viga sendo representada como uma corda.

¹ Seja um sistema linear invariante no tempo, submetido a um impulso de Dirac. A resposta do sistema a esta excitação, no domínio da frequência, é chamada de função resposta em frequência desse sistema (SHIN e HAMMOND, 2008).

- b. Determinação incorreta das propriedades de massa, por exemplo, massas distribuídas são modeladas na forma de um número pequeno de massas concentradas, ou quando a excentricidade da distribuição de massa é ignorada;
 - c. Negligenciamento na formulação em elementos finitos, de efeitos particulares, como por exemplo, a influência da deformação cisalhante;
 - d. Problemas de conectividade da malha, quando alguns elementos não estão conectados à malha e/ou estão conectados ao nó incorreto;
 - e. Modelagem incorreta das condições de contorno, tal como a utilização de um engaste quando deveria ser empregado um apoio flexível;
 - f. Modelagem incorreta de uniões, por exemplo, uma união deslizante é tida como rígida;
 - g. Modelagem incorreta de cargas externas;
 - h. Modelagem incorreta de formas geométricas;
 - i. Estrutura não linear ser considerada como linear;
2. Erros de discretização inerentes ao método dos elementos finitos, a saber:
- a. Erros de discretização, onde a malha é muito grosseira, não permitindo a convergência na frequência de interesse;
 - b. Erros de truncamento nos métodos de redução ou expansão de ordem;
 - c. Erros decorrentes de convergência insatisfatória e aumento de rigidez aparente devido à sensibilidade do elemento;
3. Erros por hipóteses incorretas para os parâmetros de um modelo, quais sejam:
- a. Propriedades materiais, tais como módulo de elasticidade e densidade específica;
 - b. Propriedades da seção transversal;
 - c. Espessura de elementos;
 - d. Rigidez de molas, diferentes das consideradas em condição de contorno;
 - e. Massas não estruturais.

Os erros categorizados como 1 e 2, quais sejam, os erros de idealização e discretização, respectivamente, devem ser abordados antes do emprego da técnica da atualização estrutural, ainda que, alguns desses também podem ser considerados durante a análise, em especial a rigidez dos apoios. A identificação e a redução destes erros não é tarefa simples, e é fortemente influenciada pela experiência e pelo conhecimento prévio do analista.

Os erros da categoria 3, que são os erros por hipóteses nos parâmetros dos modelos, podem ser reduzidos, através da minimização da diferença entre os valores dos parâmetros do modelo numérico e os determinados pela via experimental. Para atingir este objetivo, técnicas

de otimização não linear são utilizadas, nas quais a função objetivo contempla esta diferença entre os modelos fazendo uso das variáveis de projeto, selecionadas previamente. O sucesso do processo está intimamente relacionado à qualidade da seleção das variáveis a serem atualizadas.

A atualização estrutural pode ser classificada como direta e indireta, ou paramétrica. A direta consiste em modificar diretamente os elementos das matrizes de rigidez, amortecimento e de massa através de um algoritmo de otimização não linear (FRISWELL et al., 1998; STEENACKERS, 2008). O objetivo segue aquele de que o modelo numérico apresente comportamento dinâmico semelhante ao obtido experimentalmente. Devido à modificação direta dos elementos das matrizes globais, podem ser obtidas matrizes atualizadas que são fisicamente incoerentes e apenas repliquem o comportamento dinâmico específico no sistema físico real. Desta forma podem não atender aos critérios necessários para que o significado físico dessas matrizes seja mantido (ARORA et al., 2009a; ARORA et al., 2009b; MOTTERSHEAD et al., 2010).

Entretanto, esta abordagem é amplamente empregada quando se busca detectar danos em uma estrutura². Nesses casos, é necessário aplicar restrições de conectividade entre as propriedades dos elementos e restrições físicas, de modo que as matrizes atualizadas mantenham seu significado físico após o emprego da técnica. Já nos métodos indiretos ou paramétricos, também chamados de iterativos, selecionam-se parâmetros do modelo para atualização, por exemplo, densidade específica, módulo de elasticidade e espessura. Os valores de tais parâmetros são, então, obtidos através de um processo de otimização não linear com restrições. Essa abordagem garante que as matrizes globais atualizadas mantenham seu significado físico, já que as modificações nas matrizes de interesse são feitas de forma indireta, através de parâmetros da estrutura (ARORA et al., 2009a).

O interesse primordial deste trabalho recai na abordagem de vigas metálicas conectadas por elos viscoelásticos para controle de vibração. É importante, contudo, para que se tenha uma visão geral da técnica, mencionar brevemente alguns outros enfoques da atualização estrutural de modelos em elementos finitos. Entre elas, pode-se citar: atualização estrutural em detecção de danos na estruturas; atualização estrutural usando medições de vibrações de campo completo (*full-field*); atualização estrutural estocástica; e atualização estrutural utilizando redes neurais, dentre outras.

² Danos podem ser identificados pela redução da rigidez e acréscimo de amortecimento localizado em uma estrutura (FRISWELL et al., 1998).

A atualização estrutural na detecção de danos é amplamente utilizada na análise de estruturas na construção civil, tais como pontes e edificações. Como pontes e outras estruturas civis podem ser monitoradas com frequência, uma grande quantidade de informações pode ser recolhida ao longo do tempo. Os dados obtidos, com histórico no tempo, são sensíveis aos danos, mesmo que estes sejam localizados (CATTARIUS e INMAN, 1997). Métodos diretos são empregados para a detecção do dano correspondente, porém com a introdução de restrições, a fim de manter o significado físico das matrizes (FRISWELL et al., 1998). Maiores detalhes podem ser encontrados em Kolakowski et al. (2006), Titurus et al. (2003), Teughels e De Roeck (2004), Fritzen et al. (1998) e Teughels et al. (2002).

A atualização estrutural usando dados de vibrações de campo completo, obtidas por meio de vibrógrafos a laser, trabalha com informações extraídas através do processamento de imagens digitais. A informação privilegiada nesse tipo de aquisição são os modos de vibrar de uma estrutura. Nessa abordagem, obtém-se um grande número de pontos, com um alto grau de redundância de informações, que devem ser tratadas e condensadas. Este tratamento é realizado através de métodos de processamento de imagens baseados em polinômios ortogonais, normalmente polinômios de Zernike (WANG et al., 2009).

Na atualização estrutural estocástica emprega-se uma abordagem probabilística, não paramétrica, e conduz a uma solução fazendo uso de apenas uma função objetivo contendo restrições de desigualdade. As incertezas dos parâmetros atualizados são quantificadas, de forma que a poder representar o grau de confiança da aproximação na presença de ruído, por exemplo. Visa-se satisfazer alguns critérios de performance enquanto se maximiza a robustez à incertezas epistêmicas³ no modelo nominal (YUEN e KATAFYGIOTIS, 2002; SOIZE, 2003; VINOT et al., 2005; KHODAPARAST et al., 2008; MARES, et al., 2006).

Uma das vantagens comprovadas do uso de redes neurais na atualização estrutural é sua robustez na presença de ruídos significativos. As redes neurais artificiais são estruturas computacionais derivadas do estudo biológico dos neurônios. Elas consistem em um número finito de unidades de processamento, chamados de neurônios, que se encontram unidos uns aos outros. Todos os neurônios possuem várias entradas e uma única saída.

As redes neurais precisam de treinamento antes de serem utilizadas. O treinamento consiste em fornecer para a rede neural entradas cujas saídas sejam conhecidas, ajustando assim seus parâmetros. O uso das redes neurais para atualização estrutural normalmente é justificado

³ Uma incerteza epistêmica se dá devido à falta de conhecimento sobre o sinal de interesse, podendo ser reduzida através da obtenção de informações adicionais (MOTTERSHEAD et al., 2010).

devido ao fato de que as FRFs possuem muitos pontos, com informações redundantes. Deve haver, portanto um tratamento prévio para tornar possível a utilização desejada (LEVIN e LIEVEN, 1998; ATALLA e INMAN, 1998; LU e TU, 2004).

2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

2.2.1 Generalidades

Diversos fenômenos observados na natureza, possíveis de ser descritos matematicamente na forma de equações diferenciais ordinárias e parciais, e apresentam, em geral, soluções complexas ou soluções analíticas ainda desconhecidas. O método dos elementos finitos (MEF) permite resolver as equações diferenciais parciais através de uma solução aproximada. Este método foi desenvolvido nos anos 1950 e as primeiras aplicações foram na indústria aeroespacial.

O MEF consiste na construção de sistemas físicos discretizados, descritos por equações matriciais. As matrizes relacionadas representam em problemas dinâmicos, os efeitos de massa, rigidez e amortecimento da estrutura contínua. Essas matrizes são, geralmente, em formato de banda e simétricas. A discretização é realizada através de subdomínios, chamados de elementos, que são conectados entre si por nós, formando assim arestas, superfícies ou volumes. O conjunto de nós e elementos é chamado de malha, tal como exemplificado na FIGURA 1.

Teoricamente, não há restrição quanto à complexidade geométrica para a aplicação do método. Isto decorre de que as matrizes pertinentes são formadas a partir de contribuições individuais de cada elemento. Os elementos possuem formas geométricas e expressões matemáticas simples e independentes da estrutura completa, permitindo, desta forma, a solução de problemas com geometrias complexas. Em cada elemento finito, são estabelecidas funções de aproximação, partindo do princípio de que qualquer função contínua pode ser representada por uma combinação algébrica de polinômios.

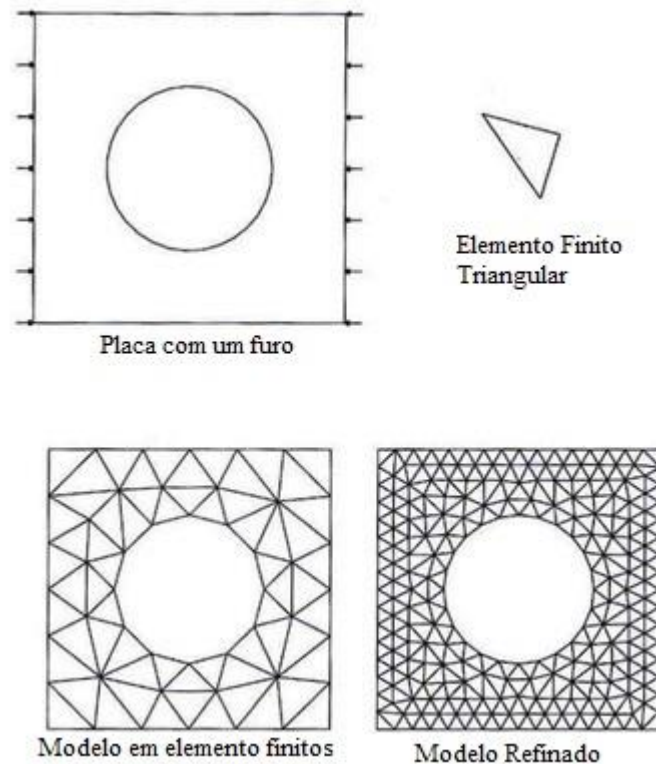
Para um sistema com n graus de liberdade, pode-se, por esse método, escrever a equação matricial de movimento do sistema de interesse. Esta equação, em geral, apresenta a seguinte forma:

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

onde

M: matriz de massa, de ordem $n \times n$;
 C: matriz de amortecimento, de ordem $n \times n$;
 K: matriz de rigidez, de ordem $n \times n$;
 $\mathbf{f}(t)$: vetor de forças externas, de ordem $n \times 1$;
 $\mathbf{x}(t)$: vetor de deslocamentos, de ordem $n \times 1$;
 $\dot{\mathbf{x}}(t)$: vetor de velocidades, de ordem $n \times 1$;
 $\ddot{\mathbf{x}}(t)$: vetor de acelerações, de ordem $n \times 1$.

FIGURA 1 – EXEMPLO DE MALHA DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZANDO ELEMENTOS PLANOS TRIANGULARES



FONTE: FISH e BELYTSCHKO (2009)

O MEF propõe uma metodologia sistemática para a solução de problemas das mais diversas naturezas, sendo que a solução é obtida numericamente. Para problemas lineares, a solução é alcançada com a solução de um sistema de equações lineares, cujo número de incógnitas é igual ao número de nós. Normalmente, a solução é tão precisa quanto maior o número de elementos e, por consequência, de nós. Porém, o custo computacional aumenta proporcionalmente. No limite, a solução aproximada tende a ser a solução exata das equações diferenciais parciais (FISH e BELYTSCHKO, 2009).

As soluções normalmente são obtidas pela forma direta (forte) ou pela indireta (fraca). A primeira forma consiste na resolução direta das equações, levando-se em consideração suas condições de contorno, limitada a casos especiais, e exigindo a continuidade das variáveis dependentes. Já a forma fraca lança mão de métodos numéricos aproximados para a resolução das equações que governam os problemas, sendo que os principais métodos são o método variacional e os métodos dos resíduos ponderados. O desenvolvimento em profundidade de ambas as formas pode ser encontrado em Reddy (1993).

Os tópicos envolvidos na obtenção de um modelo em elementos finitos são:

1. Pré-processamento: discretização do domínio em elementos finitos;
2. Formulação dos elementos: determinação de equações adequadas para cada elemento;
3. Montagem do sistema: obtenção do sistema global de equações a partir das contribuições individuais dos elementos, bem como seus carregamentos e condições iniciais;
4. Solução do sistema global de equações;
5. Pós-processamento: determinação dos valores e das respostas de interesse.

Segundo Reddy (1993), o MEF apresenta três principais fontes de erros, a saber, erros de aproximação do domínio; erros de aproximação da solução e erros numéricos (erros de quadratura e aritmética finita). Este assunto é discutido em profundidade em Hutton (2004), Reddy (1993), Fish e Belytschko (2009) e Cook et al. (2007).

2.2.2 Tipos de elementos e aplicações

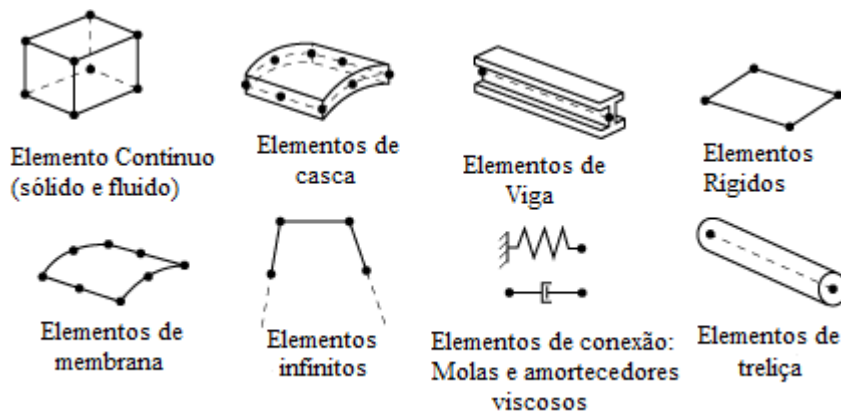
A seleção correta do tipo de elemento é de grande importância para a exatidão da resposta obtida. O elemento deve ser capaz de representar de forma satisfatória a geometria e de conduzir a acurácia desejada na resposta. Nos programas comerciais, uma grande quantidade de elementos está disponível.

Os elementos são classificados de acordo com as seguintes características: família, graus de liberdade, número de nós, formulação e integração (HIBBIT, KARLSSON e SORENSON Inc. 2014). Cabem breves explicações entre os três primeiros.

As famílias são agrupamentos que reúnem os tipos de elementos mais comuns utilizados nas análises, para cada tipo de aplicação, como ilustrado na FIGURA 2. Já os graus de liberdade indicam qual movimento está restrito ou não, seja ele deslocamento ou rotação, podendo haver mais ou menos graus de liberdade conforme o elemento utilizado.

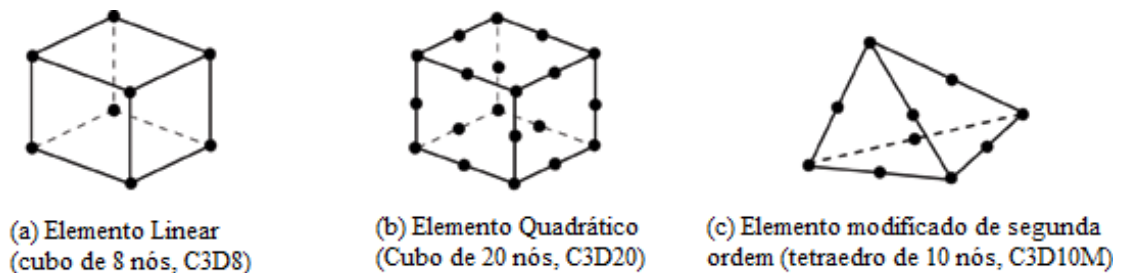
Os deslocamentos e outras variáveis de interesse são calculados em pontos exteriores especiais de cada elemento, ditos nós. Em qualquer outro ponto interior do elemento, o valor desejado é obtido através de uma interpolação entre os valores nos nós. A ordem da interpolação e sua respectiva função são determinadas pelo número de nós utilizados no elemento. Elementos com nós apenas em suas extremidades, conforme mostrado na FIGURA 3(a), possuem interpolação linear. Já os elementos com nós centrais nas arestas, mostradas nas FIGURAS 3(b) e 3(c), usam interpolação quadrática.

FIGURA 2 – CLASSIFICAÇÃO DE ELEMENTOS EM FAMÍLIAS



FONTE: ADAPTADO DE HIBBIT, KARLSSON E SORENSEN INC. (2014).

FIGURA 3 – CLASSIFICAÇÃO DE ELEMENTOS DE ACORDO COM NÚMERO DE NÓS



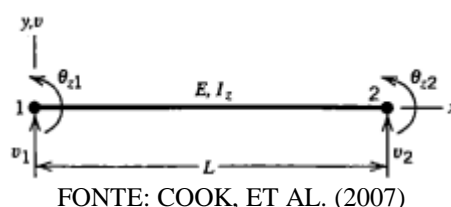
FONTE: ADAPTADO DE HIBBIT, KARLSSON E SORENSEN INC. (2014).

A razão entre a maior e a menor das dimensões características do elemento é chamada de razão de aspecto, sendo que quanto maior esta razão, maior a imprecisão da representação do elemento, implicando um efeito negativo na convergência. A combinação de diferentes tipos de elementos é possível para aprimorar a representação geométrica do modelo discretizado, porém não é a melhor solução no tocante à exatidão da solução. Elementos distintos, em geral, possuem equações matemáticas distintas e ordem diferentes.

Descrições detalhadas sobre os vários tipos de elementos e suas características podem ser encontrados em Hutton (2004), Reddy(1993), Fish e Belytschko (2009) e Cook et al. (2007).

Sistemas estruturais cuja dimensão no maior eixo é 10 vezes maior do que as demais dimensões da seção transversal podem ser modelados como uma viga. O elemento de viga está representado na FIGURA 4. O modelo unidimensional, uma aproximação da viga tridimensional, é utilizado com frequência e apresenta resultados satisfatórios na maioria dos casos, desde que aplicável. Elementos de viga foram utilizados no presente trabalho. Normalmente os modelos de viga obedecem a teoria de viga de Euler-Bernoulli ou à de Timoshenko (REDDY, 1993; e FISH e BELYTSCSKO, 2009), aplicáveis, respectivamente, a casos em que as deformações de cisalhamento são ou não negligenciadas.

FIGURA 4 – ELEMENTO DE VIGA 1-D COM 2 GRAUS DE LIBERDADE EM CADA NÓ



As matrizes globais M , K e C (vide equação 1) são funções de propriedades como módulo de elasticidade, densidade, área, segundo momento de área e das dimensões da estrutura. O sistema global de matrizes é formado pelas contribuições individuais de cada elemento, e também relativas às de contorno. A distribuição de massa, rigidez e amortecimento está intimamente relacionada com a malha e o tipo de elemento aplicado. Quaisquer alterações nestas características influenciam diretamente a resposta e também as sensibilidades do modelo numérico.

2.2.3 Frequências naturais e modos de vibrar

2.2.3.1 Sistemas não amortecidos

A partir das matrizes de massa e de rigidez do sistema global, tem-se um sistema matricial de n equações diferenciais de segunda ordem, onde n é o número de graus de liberdade não restritos de cada nó multiplicado pelo número de nós, menos o número de graus de liberdade restritos. O sistema de equações é acoplado e a equação matricial de movimento correspondente ao sistema sem amortecimento, é dada por:

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2)$$

Existem diversas formas de relacionar o problema de autovalores de álgebra linear com o problema de vibrações posto pela equação 2. A forma mais direta é chamada de problema de autovalores generalizado, obtido através da substituição da solução harmônica apresentada abaixo na equação 3, na equação 2 em sua forma homogênea, ou seja, com $\mathbf{f}(t) = \mathbf{0}$. Assim, levando a

$$\mathbf{x}(t) = \boldsymbol{\phi}e^{i\omega t} \quad (3)$$

em (2), com $\mathbf{f}(t) = \mathbf{0}$, obtém-se

$$K\boldsymbol{\phi}_j = \lambda_j M\boldsymbol{\phi}_j \quad (4)$$

A equação 4 é chamada de problema de autovalores generalizado, sendo que o j -ésimo autovalor, λ_j , corresponde ao quadrado da j -ésima frequência natural do sistema (ω_{nj}^2), enquanto $\boldsymbol{\phi}_j$ é o j -ésimo autovetor e representa o j -ésimo modo de vibrar do sistema (EWINS, 2000).

Uma alternativa para a abordagem acima é o problema padrão de autovalores, onde a equação 4 é multiplicada por M^{-1} , resultando em

$$-\lambda_j \boldsymbol{\phi}_j + M^{-1}K\boldsymbol{\phi}_j = \mathbf{0} \quad (5)$$

ou

$$(M^{-1}K)\boldsymbol{\phi}_j = \lambda_j \boldsymbol{\phi}_j \quad (6)$$

A matriz $M^{-1}K$ não é simétrica e nem possui o formato de banda, mas os autovalores e autovetores obtidos conservam o mesmo significado físico e matemático do problema generalizado.

Um terceiro método decorre da chamada forma de espaço de estado, em que se considera o mesmo problema vibracional sob a forma da equação

$$\dot{\mathbf{x}}(t) + M^{-1}K\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (7)$$

Realiza-se, então, uma transformação para um sistema de equações diferenciais de primeira ordem, através da definição de dois novos vetores, \mathbf{y}_1 e \mathbf{y}_2 , com dimensão $n \times 1$, sendo,

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_1 &= \mathbf{x} \\ \mathbf{y}_2 &= \dot{\mathbf{x}}\end{aligned}\quad (8)$$

Tomando as derivadas temporais dos vetores de deslocamentos e de velocidades, definidos na equação 8, tem-se que

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{y}}_1 &= \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{y}_2 \\ \dot{\mathbf{y}}_2 &= \ddot{\mathbf{x}} = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{y}_1\end{aligned}\quad (9)$$

As expressões da equação 9 constituem um sistema matricial de equações diferenciais de primeira ordem, e podem ser escritas na forma

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A}\mathbf{y}\quad (10)$$

sendo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix}\quad (11)$$

onde \mathbf{A} é chamada de matriz de estado. A submatriz $\mathbf{0}$ representa uma matriz nula de dimensão $n \times n$, enquanto \mathbf{I} representa a matriz identidade de dimensão $n \times n$ e \mathbf{y} é o vetor de estado, tal que

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix}\quad (12)$$

A solução para este problema assume a forma $\mathbf{y} = \mathbf{z}e^{\lambda t}$, sendo \mathbf{z} um vetor de constantes não nulas e λ um escalar. Substituindo essa solução na equação 10, obtém-se

$$\mathbf{A}\mathbf{z}_j = \lambda_j\mathbf{z}_j\quad (13)$$

O problema apresentado na equação 13 possui dimensão $2n \times 2n$. Pode-se mostrar que os $2n$ autovalores e autovetores resultantes aparecem aos pares, na forma de número complexo e seu conjugado. Isto ocorre devido ao fato da matriz A não ser simétrica e nem possuir formato de banda. Os $2n$ autovalores λ_j correspondem às n frequências naturais do sistema ω_{nj} , sendo que a relação entre eles é $\lambda_j = \omega_{nj}i$, onde $i = \sqrt{-1}$. Já os $2n$ autovetores, \mathbf{z}_j , assumem a forma

$$\mathbf{z}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_j \\ \lambda_j \mathbf{u}_j \end{bmatrix} \quad (14)$$

em que \mathbf{u}_j representa o j -ésimo modo de vibrar.

As abordagens apresentadas acima podem ser substituídas, pelo problema de autovalores simétrico, cujo custo computacional é menor (INMAN, 2008). Isto é possível devido à natureza das matrizes de massa e rigidez, que, na maioria dos casos, se apresentam como simétricas.

Sendo M simétrica e positiva definida, a seguinte fatoração pode ser realizada

$$M = LL^T \quad (15)$$

onde L é uma matriz triangular inferior. A operação descrita na equação 15 é chamada de decomposição de Cholesky. A inversa da matriz L permite substituir o sistema de coordenadas original por outro, no qual o sistema vibracional pode ser representado por uma única matriz simétrica. Para que esta transformação de coordenadas seja atingida é necessário que o vetor original de coordenadas, \mathbf{x} , na equação 2 seja substituído por

$$\mathbf{x} = L^{-1}\mathbf{q} \quad (16)$$

em que \mathbf{q} é o novo vetor de deslocamentos. Após a substituição em questão na equação matricial de movimento, executa-se uma operação de multiplicação por L^{-1} em ambos os lados, resultando em

$$L^{-1}ML^{-1}\ddot{\mathbf{q}}(t) + L^{-1}KL^{-1}\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (17)$$

Como $L^{-1}ML^{-1} = I$, a equação 17 se reduz a

$$I\ddot{\mathbf{q}}(t) + \tilde{\mathbf{K}}\mathbf{q}(t) = \mathbf{0} \quad (18)$$

onde a matriz $\tilde{\mathbf{K}}$, bem como as matrizes M e K , é simétrica. Esta matriz é denominada matriz de rigidez normalizada pela massa.

A equação 18 tem solução similar às abordagens anteriores, com a solução assumindo a forma $\mathbf{q}(t) = \mathbf{v}e^{-i\omega t}$, sendo \mathbf{v} um vetor de constantes não nulo. Substituindo essa solução na equação 18, obtém-se o seguinte problema de autovalores:

$$\tilde{\mathbf{K}}\mathbf{v}_j = \lambda_j\mathbf{v}_j \quad (19)$$

Acima, \mathbf{v}_j representa o j -ésimo autovetor e λ_j representa autovalor, que é o quadrado da j -ésima frequência natural do sistema.

2.2.3.2 Sistemas amortecidos

Para o caso geral de sistemas amortecidos, utiliza-se a forma de espaço de estado para a obtenção da solução. O problema vibracional amortecido não forçado é descrito pela equação de movimento na forma

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (20)$$

onde C , que representa a matriz de amortecimento global do sistema não girante, é positiva semidefinida e simétrica.

O problema de autovalores associado à abordagem no espaço de estado, decorrente da equação 7, para o caso sem amortecimento, também se aplica ao estudo de sistemas vibrantes não conservativos. O mesmo procedimento apresentado anteriormente pode ser empregado para o caso não conservativo, a partir da multiplicação da equação 20 pela matriz M^{-1} , resultando em

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) + M^{-1}C\dot{\mathbf{x}}(t) + M^{-1}K\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (21)$$

O problema vibracional amortecido, da equação 21 também pode ser transformado num problema com equações diferenciais vetorial de primeira ordem, em que

$$\dot{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}}_1 \\ \dot{\mathbf{y}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\mathbf{y}_1 + \mathbf{I}\mathbf{y}_2 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K}\mathbf{y}_1 - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{y} \quad (22)$$

A solução para este problema possui a mesma forma da apresentada para o sistema conservativo, $\mathbf{y} = \mathbf{z}e^{\lambda t}$. O problema de autovalores é definido com dimensão $2n \times 2n$, onde os autovalores e autovetores são números complexos que se apresentam em pares conjugados. Os autovalores, λ_j , possuem a seguinte forma:

$$\lambda_j, \bar{\lambda}_j = -\zeta_j \omega_{nj} \pm i\omega_{nj} \sqrt{1 - \zeta_j^2} \quad (23)$$

onde ω_{nj} é a j -ésima frequência natural e ζ_j é a j -ésima razão de amortecimento modal. Como os autovalores surgem na forma $\lambda_j = \alpha_j \pm i\beta_j$, onde $\alpha_j = \text{Re}(\lambda_j)$ e $\beta_j = \text{Im}(\lambda_j)$, respectivamente, pode-se obter a j -ésima frequência natural e a j -ésima razão de amortecimento do sistema em função das partes reais e imaginárias dos autovalores, a saber

$$\omega_{nj} = \sqrt{\alpha_j^2 + \beta_j^2} = \sqrt{\text{Re}(\lambda_j)^2 + \text{Im}(\lambda_j)^2} \quad (24)$$

$$\zeta_j = \frac{-\alpha_j}{\sqrt{\alpha_j^2 + \beta_j^2}} = \frac{-\text{Re}(\lambda_j)}{\sqrt{\text{Re}(\lambda_j)^2 + \text{Im}(\lambda_j)^2}} \quad (25)$$

A equação 23 representa os autovalores obtidos quando se usa a hipótese de amortecimento viscoso. Já para o caso do amortecimento hysterético, tem-se,

$$\lambda_j = \pm \omega_{nj} \sqrt{1 + i\eta_j} \quad (26)$$

onde η_j é o j -ésimo fator de perda modal.

2.3 AMORTECIMENTO

No estudo da dinâmica estrutural, o fenômeno que menos se tem conhecimento é o amortecimento. Os mecanismos de amortecimento, responsáveis pela dissipação de energia mecânica, ainda não são totalmente entendidos. Desta forma, um modelo matemático geral, que represente de forma satisfatória seus efeitos, não está disponível; como consequência, aproximações são utilizadas (PRELLS e FRISWELL, 2000).

Para o modelo de amortecimento viscoso, amplamente utilizado por sua simplicidade e conveniência, os efeitos de dissipação de energia são descritos pelo produto entre o coeficiente de amortecimento viscoso, c , e a velocidade do sistema, $\dot{x}(t)$, para o caso de um sistema com 1 grau de liberdade. A equação de movimento correspondente é escrita na forma

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (27)$$

sendo m a massa, c o coeficiente de amortecimento e k a rigidez do sistema. A razão de amortecimento correspondente é definida como

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (28)$$

Quando a razão de amortecimento é $\zeta = 1$, tem-se o chamado amortecimento crítico, que representa a transição entre uma resposta oscilatória de um sistema subamortecido ($\zeta < 1$) e a resposta não oscilatória de um sistema superamortecido ($\zeta > 1$).

Já o uso do modelo de amortecimento histerético, ou estrutural, para um sistema com um grau de liberdade, conduz a uma equação de movimento da seguinte forma:

$$m\ddot{x}(t) + \left(\frac{h}{\omega}\right)\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (29)$$

ou, alternativamente,

$$m\ddot{x}(t) + (k + ih)x(t) = f(t) \quad (30)$$

Em ambas as equações, a excitação $f(t)$ é harmônica de frequência ω . A constante h é dita constante de amortecimento hysterético.

A principal diferença entre os dois modelos de amortecimento é que, no amortecimento viscoso, a dissipação de energia por ciclo é linearmente dependente da frequência de excitação, ao passo que, no hysterético, ela é independente desta variável (INMAN, 2008).

Para sistemas não girantes com n graus de liberdade, a equação 27 se transforma na equação 1. Já a equação 30 assume a forma

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + (K + iH)\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (31)$$

onde M , H e K são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, com dimensão $n \times n$.

Na solução da equação 1, é conveniente usar uma aproximação conhecida como amortecimento proporcional. No caso de amortecimento viscoso, faz-se

$$C = \alpha M + \beta K \quad (32)$$

onde α e β são constantes de proporcionalidade. Já, no caso de amortecimento hysterético, tem-se

$$H = \sigma M + \delta K \quad (33)$$

onde σ e δ também são constantes de proporcionalidade, porém diferentes de α e β .

2.3.1 Amortecimento viscoelástico

Os materiais viscoelásticos se distinguem pelo fato de que quando solicitados dinamicamente comportam-se tanto de forma viscosa quanto de forma elástica, contribuindo respectivamente para o amortecimento e para rigidez do sistema em que se encontram inseridos. Em especial, observa-se que suas propriedades elásticas e de amortecimento são afetadas significativamente pela temperatura e pela frequência em que o material é solicitado (NASHIF et al., 1985).

Os elos viscoelásticos são dispositivos que contêm elementos viscoelásticos e, para fins de controle de vibrações, conectam pontos de uma estrutura sem adição significativa de massa.

Seu comportamento pode ser caracterizado através de sua rigidez complexa \bar{k} . Essa rigidez complexa, com a aplicação de conceitos apropriados, pode ser transformada em uma rigidez equivalente k_e e um coeficiente de amortecimento equivalente c_e , para fins de modelagem matemática no domínio da frequência.

Um elo viscoelástico simples pode ser descrito através de uma mola e um amortecedor viscoso equivalentes atuando em paralelo (NUNES, 2012). Para um elo submetido a tração, têm-se, como mostrado na FIGURA 5, as seguintes relações:

$$\bar{k}(\omega, T) = \frac{A_t}{l} \bar{E}(\omega, T) \quad (34)$$

$$k_e(\omega, T) = \text{Re}[\bar{k}(\omega, T)] \quad (35)$$

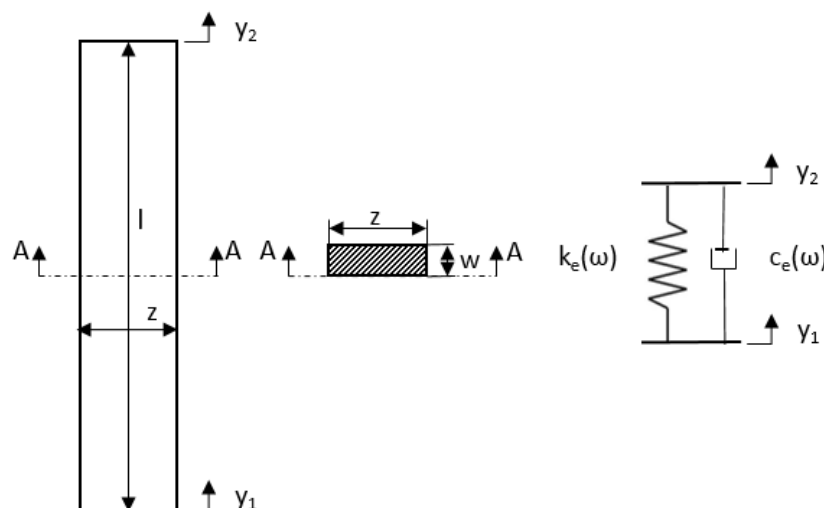
$$c_e(\omega, T) = \frac{\text{Im}[\bar{k}(\omega, T)]}{\omega} \quad (36)$$

onde A_t é a área da seção transversal do elo, w a sua espessura, z a sua largura, l o seu comprimento total e \bar{E} o módulo complexo de elasticidade do material viscoelástico empregado.

Considerando apenas a dependência em frequência, o módulo de elasticidade complexo pode ser escrito com o uso do modelo de derivadas fracionárias, em que (NASHIF et al., 1985),

$$\bar{E}(\omega) = \frac{E_0 + E_\infty(i\omega)^\varphi}{1 + b(i\omega)^\varphi} \quad (37)$$

FIGURA 5 – ELO SUBMETIDO A TRAÇÃO E MODELO EQUIVALENTE



onde E_0 , E_∞ , φ , b são parâmetros materiais, sendo que φ é a ordem da derivada fracionária. Adicionando a dependência em temperatura, tem-se

$$\bar{E}(\omega, T) = \frac{E_0 + E_\infty [b_0 i \omega \alpha_T(T)]^\varphi}{1 + [b_0 i \omega \alpha_T(T)]^\varphi} \quad (38)$$

onde $b^{1/\varphi} = b_0$. A função α_T é denominada fator de deslocamento, pode ser obtida através da equação 39, em que

$$\log \alpha_T = \frac{-\mu_1 (T_a - T_0)}{\mu_2 + (T_a - T_0)} \quad (39)$$

onde μ_1 e μ_2 são constantes a determinar, T_0 é a temperatura de referência e T_a a temperatura ambiente. Esta equação é conhecida como equação WLF (Williams-Landel-Ferry).

2.4 ENSAIOS DINÂMICOS

Ensaio dinâmico de vibrações são procedimentos que vêm sendo amplamente utilizados na análise de estruturas, em especial para a aplicação da técnica chamada de análise modal experimental, onde parâmetros modais da estrutura são obtidos através das funções resposta em frequência medidas. Essa técnica é amplamente empregada no diagnóstico e na modelagem do comportamento dinâmico. As informações obtidas através de ensaios de vibração são um componente fundamental em projetos de controle de vibrações – ativo e passivo – bem como na atualização estrutural (EWINS, 2000).

Os dados experimentais possuem diversas fontes de erros, incluindo ruídos inerentes ao procedimento, que devem ser minimizados. A qualidade dos dados obtidos experimentalmente afeta diretamente a precisão obtida no controle de vibrações ou atualização estrutural. Os ruídos podem estar presentes na entrada e/ou na saída dos sinais.

Uma montagem experimental típica consiste de 4 elementos: (i) a estrutura de fixação, (ii) a fonte de excitação (iii) os transdutores⁴, para medir a força aplicada sobre a estrutura e a

⁴ Transdutor é um dispositivo que converte movimento mecânico em tensão (ou vice versa) (INMAN, 2008).

resposta a esta excitação e (iv) o sistema de análise (analisador), no qual o processamento do sinal é realizado. Esses elementos serão brevemente tratados abaixo

2.4.1 Estrutura de fixação

A estrutura de fixação deve ser específica para cada sistema testado, que pode ser avaliado em seu próprio local de aplicação ou em laboratório. Essa última situação normalmente ocorre devido à necessidade de se avaliar o sistema isoladamente de outros componentes e do solo (SAVADKOOHI et al., 2011).

A determinação de como a estrutura em teste será fixada influencia diretamente nas respostas obtidas. Os métodos mais comuns são o de suspensão do sistema, utilizando elementos flexíveis e permitindo os movimentos de corpo rígido, ou, o de fixação da estrutura em uma base.

2.4.2 Fonte de excitação

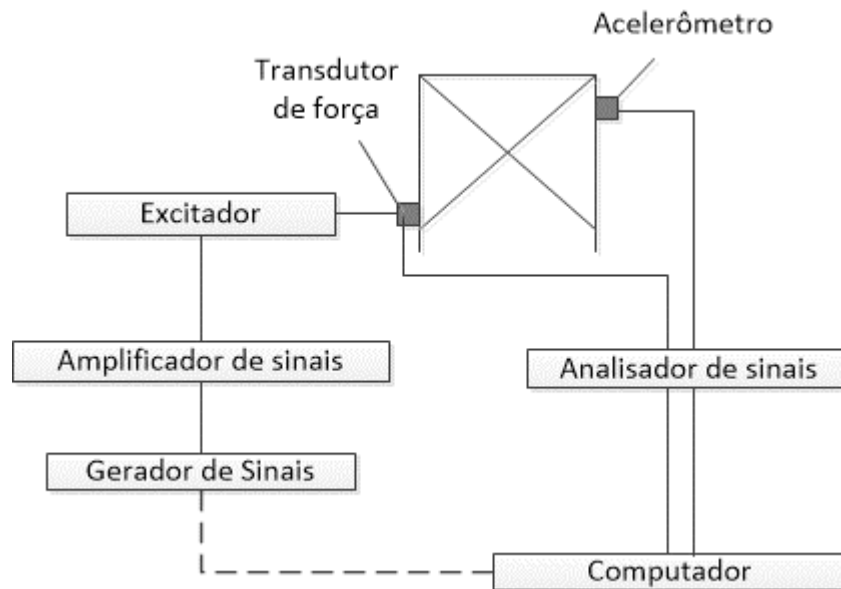
A fonte de excitação fornece uma entrada conhecida e/ou controlada, que pode ocorrer com ou sem contato. A primeira, com contato, consiste em excitações que de alguma forma estão, durante todo o intervalo de tempo, conectadas à estrutura, tal como as fornecidas por um excitador (*shaker*). Já as sem contato, decorrentes de dispositivos que não estão conectados a todo momento na estrutura, tal como o martelo de impacto. A escolha da forma de excitar a estrutura ocorre a partir de uma avaliação prévia das características do sistema avaliado, sendo que as formas mais usuais são a excitação através de um excitador – via de regra, eletromagnético ou eletrohidráulico, ou por um martelo de impacto.

O excitador eletromagnético - um motor elétrico linear - permite avaliar um sistema de forma precisa em amplas faixas de frequências e sob várias intensidades de excitação. Através do uso deste equipamento, pode-se variar convenientemente a forma do sinal de excitação através de um gerador de sinais. O sinal do gerador é convertido em um campo eletromagnético alternado no excitador, que aplica na estrutura em teste um movimento linear.

A impedância da estrutura é desconhecida, desta forma este dispositivo é conectado a um sistema de controle que realimenta o excitador com um sinal relativo à frequência de excitação, de modo a garantir maior precisão no conteúdo harmônico. Dentre os sinais de

excitação empregados, apresentam-se os *chirps*⁵, as ondas senoidais e as excitações aleatórias, dentre outros. A FIGURA 6 ilustra aspectos da utilização do excitador.

FIGURA 6 – CADEIA DE MEDIÇÃO UTILIZANDO EXCITADOR



FONTE: Adaptado de FRISWELL e MOTTERSHEAD (1995)

Outro dispositivo de excitação amplamente utilizado é o martelo de impacto, que promove uma excitação impulsiva na estrutura, buscando se aproximar do impacto ideal (função delta de Dirac de curta intensidade). Este dispositivo possui duas características importantes, a saber, a flexibilidade quanto às condições de excitação, e a não inserção de massa adicional. Em contrapartida, o controle da amplitude, da direção e do ponto de aplicação da excitação, é inferior ao proporcionado pelo excitador. O martelo de impacto possui um transdutor piezoelétrico⁶ de força logo após a ponta do martelo.

A forma da excitação influencia diretamente a qualidade dos resultados das medições. A TABELA 1 consolida os comportamentos de diversos tipos de funções de excitação.

⁵ *Chirps* são sinais determinísticos cuja frequência aumenta ou diminui progressivamente ao longo de um tempo pré-determinado. Para alguns autores, também são conhecidos como *fast sweep signals*.

⁶ Materiais piezoelétricos geram carga elétrica proporcional à deformação por eles experimentada.

TABELA 1 – COMPORTAMENTO DE CADA FUNÇÃO DE EXCITAÇÃO COM RELAÇÃO A DIVERSOS CRITÉRIOS

	Harmônica senoidal	Aleatória verdadeira	Pseudo Aleatória	Aleatória	Varredura Senoidal rápida	Impacto	Senoidal transiente	Aleatória transiente
Reduzir Vazamento	Não	Não	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Sinal / Ruído	Muito Alta	Regular	Regular	Regular	Alto	Baixo	Alto	Regular
Razão entre RMS e ruído	Alta	Regular	Regular	Regular	Alto	Baixo	Alto	Regular
Tempo de medição	Muito Longo	Bom	Muito Bom	Regular	Regular	Muito Bom	Muito Bom	Muito Bom
Conteúdo controlado em frequência	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Conteúdo controlado em amplitude	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Não
Remove distorção	Não	Sim	Não	Sim	Não	Não	Não	Sim
Caracteriza não linearidade	Sim	Não	Não	Não	Sim	Sim	Sim	Não

FONTE: Modificado de Agilent (2004)

2.4.3 Transdutores

Os transdutores mais comuns são fabricados a partir de materiais piezoelétricos. Transdutores piezoelétricos de força são aqueles que, quando submetidos a forças dinâmicas, apresentam deformação em seus elementos piezoelétricos e geram sinais proporcionais a essas forças. Já os transdutores de aceleração, ou acelerômetros, apresentam um funcionamento que pode ser descrito com o auxílio de um sistema massa-mola-amortecedor viscoso com um grau de liberdade e excitação pela base, sendo o material piezoelétrico modelado pela mola em paralelo com o amortecedor. A deformação dos elementos de mola piezoelétricos entre a base vibrante e a massa superior do dispositivo é diretamente proporcional à amplitude de aceleração da base.

Os acelerômetros são classificados, dentre outros critérios, pela faixa utilizável de frequência, sendo que a frequência de vibração medida deve ser consideravelmente menor que a frequência natural do acelerômetro. Para que se tenha um erro máximo de medição de 5%, a frequência limite de utilização do acelerômetro deve ser 20% de sua frequência natural

(MCCONNELL, 1995). Deve-se ainda evitar a introdução acelerômetros de massa significativa num sistema, reduzindo assim os efeitos do carregamento de massa.

Os transdutores do tipo IEPE possuem um circuito eletrônico integrado, que converte a carga gerada em uma tensão elétrica na saída do transdutor. Já os outros transdutores devem ser associados a um pré-amplificador de carga, o qual reduz a elevada impedância de saída do transdutor e amplifica o sinal gerado.

2.4.4 Analisador de sinais

Os analisadores digitais de sinais são dispositivos que adquirem sinais de tensão analógicos, e, então, filtram, digitalizam e processam esses sinais, convertendo informação analógica no domínio do tempo em informação digital no domínio da frequência. Os sinais digitalizados são levados para o domínio da frequência através de um algoritmo conhecido como transformada rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*), implementado nos analisadores.

A partir das funções resposta em frequência obtidas através de um analisador digital de sinais e manipulados por técnicas de análise modal experimental, é possível extrair frequências naturais, modos de vibrar e razões de amortecimento modal de estruturas (EWINS, 2000).

A razão entre as transformadas de Fourier de uma resposta e a excitação associada é uma função resposta em frequência (FRF – *Frequency Response Function*). Devido à resposta ser geralmente obtida através de um sinal de aceleração, essa FRF é denominada inertância. As funções resposta em frequência geradas pelos analisadores de sinais não são obtidas do cômputo direto da razão entre transformadas rápidas de Fourier por estimação, mas via densidade espectral e densidade espectral cruzada (SHIN e HAMMOND, 2008, FRISWELL e MOTTERSHEAD, 1995).

2.4.4.1 Janelamento de sinais

Devido à limitação física de se medir apenas um intervalo finito de tempo de um sinal, pode haver truncamento deste sinal. Como efeito deste truncamento, parte da informação e da energia contidas no sinal pode ser perdida. Com isso, poderá haver distorções nos resultados.

Para reduzir este efeito, é utilizada uma função especial conhecida como janela, que impõe ao sinal a condição de que ele seja nulo no início e no término do período de medição. A janela é multiplicada ao sinal no domínio do tempo, antes do processamento pela FFT. Uma

boa função janela irá conduzir a uma transformada de Fourier do sinal ‘janelado’ similar à que seria obtida se o tempo de medição fosse infinito.

Há uma grande quantidade de janelas disponíveis nos analisadores, cada qual com seu efeito e objetivo específico. Dentre elas são citadas a Bartlett, a Hamming, a Hann e a Parzen. A janela deve conter duas características, a saber (SHIN e HAMMOND, 2008):

- permitir a identificação de picos de amplitude próximos uns dos outros.
- reduzir o vazamento de energia para as frequências adjacentes.

2.4.4.2 Função Coerência

A função coerência, é disponibilizada pelos analisadores, tanto em forma gráfica quanto numérica é uma medida da associação linear entre dois sinais, no domínio da frequência. A função coerência assume valores entre 0 e 1. Quando o valor é unitário, significa que os sinais são linearmente relacionados; por outro lado, quando o valor é 0, os sinais não são linearmente relacionados. As possíveis fontes de desvios para que a função coerência não seja igual à unidade são:

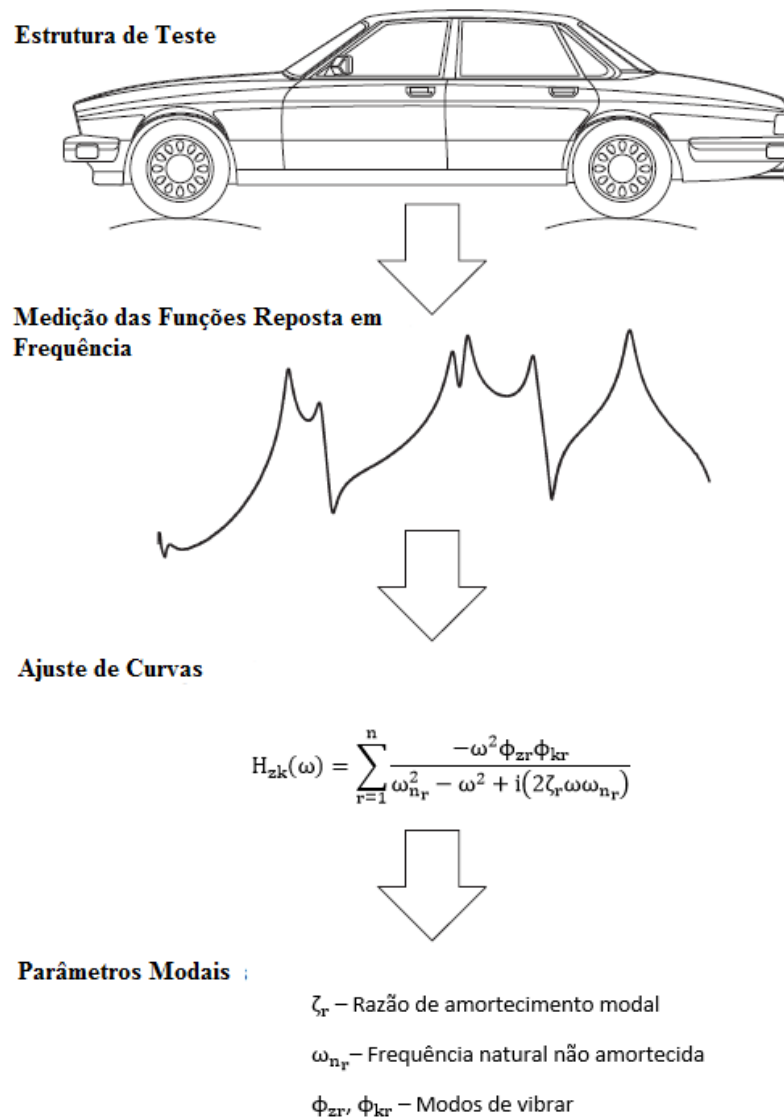
- ruídos presentes na medição, em pelo menos um dos sinais;
- sinais não são apenas linearmente relacionados;
- um dos sinais pode ser resultado do outro sinal e de um terceiro sinal.

Assim sendo, a função coerência, de certa forma, indica a qualidade da medição realizada. Por vezes, a coerência se afasta da unidade em regiões próximas às ressonâncias e antirressonâncias, em virtude da influência do ruído de medição nessas regiões (SHIN e HAMMOND, 2008).

2.5 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Após a obtenção das funções resposta em frequência experimentais, pode-se passar para a etapa de análise modal experimental. Em que se busca um modelo que permita uma representação satisfatória dos dados experimentais. Neste processo, são empregadas equações que relacionam as características dinâmicas da estrutura com as respectivas funções resposta em frequência, como mostrado na FIGURA 7. As características dinâmicas, ou parâmetros modais, da estrutura em teste são as frequências naturais (ω_n), as razões de amortecimento (ζ) (ou os fatores de perda η) e os modos de vibrar (Φ).

FIGURA 7 – FLUXO DE DESENVOLVIMENTO DA ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL



FONTE: Modificado de Agilent (2004)

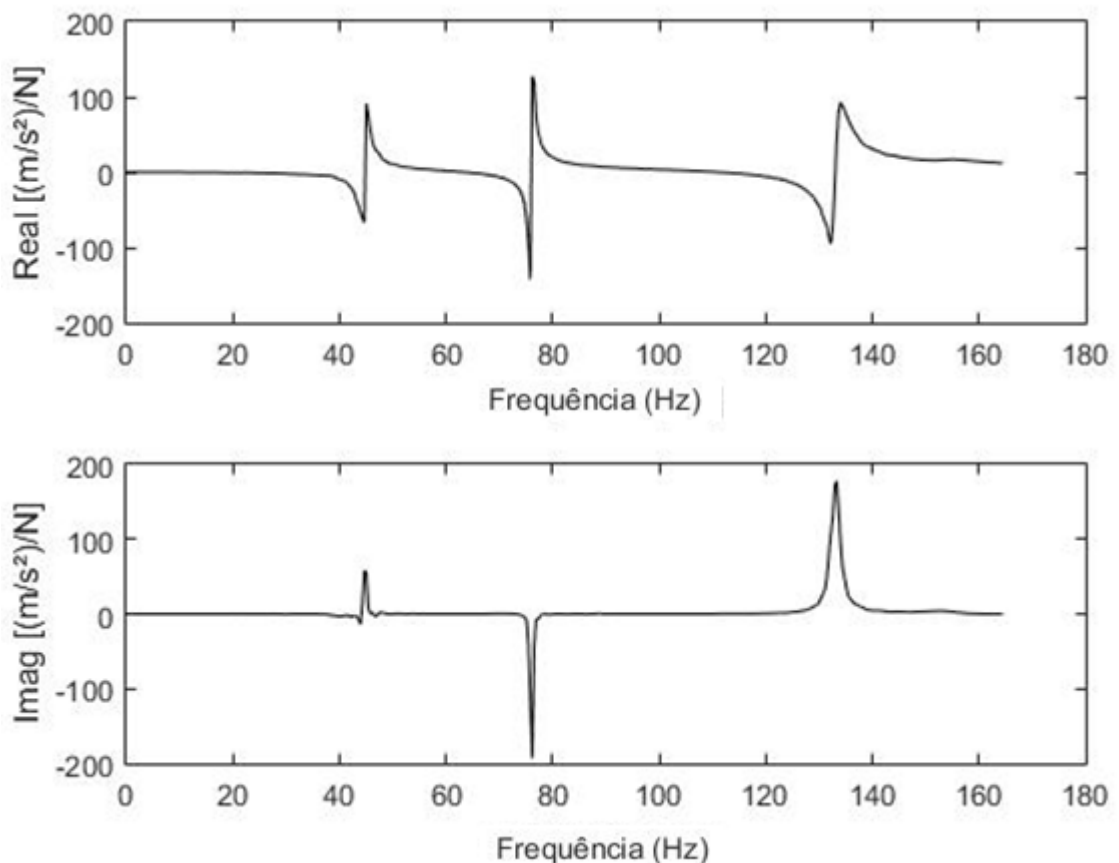
A análise modal experimental é classificada em técnicas de ressonância simples, métodos no domínio da frequência e métodos no domínio do tempo. Ela é considerada um ramo da identificação de sistemas para a determinação de parâmetros modais (MOTTERSHEAD e FRISWELL, 1993). Para uma estrutura linear, estas características devem ser as mesmas em todas as FRFs, independentemente do local de aquisição da resposta e da excitação.

As funções resposta em frequência podem ser representadas em diferentes formas, todas elas usadas na análise modal experimental. Uma das representações se dá em coordenadas retangulares, com as partes real e imaginária nas ordenadas e a frequência nas abcissas, conforme a FIGURA 8. Outra alternativa é através do gráfico de Nyquist, em que a FRF é

representada com partes real e imaginária nos eixos das abscissas e das ordenadas, respectivamente. Tem-se ainda a representação pelo diagrama de Bode, onde os eixos das abscissas representam as frequências e o das ordenadas contém a amplitude (módulo) e a fase (argumento), respectivamente, da FRF, como exposto na FIGURA 9. A primeira e a terceira formas são as de maior interesse nesse trabalho.

Cada forma de representação das FRFs expõe de maneiras distintas as características dinâmicas da estrutura. Por exemplo, para o caso da identificação de uma frequência de ressonância, a partir da representação em coordenadas retangulares, busca-se a frequência associada aos maiores valores das partes real e imaginária. Já no diagrama de Bode, busca-se a frequência onde há a ocorrência do maior valor para amplitude no espectro de amplitude e uma variação de 180° , ou π radianos, no espectro de fase.

FIGURA 8 – FRF REPRESENTADA PELAS PARTES REAL E IMAGINÁRIA

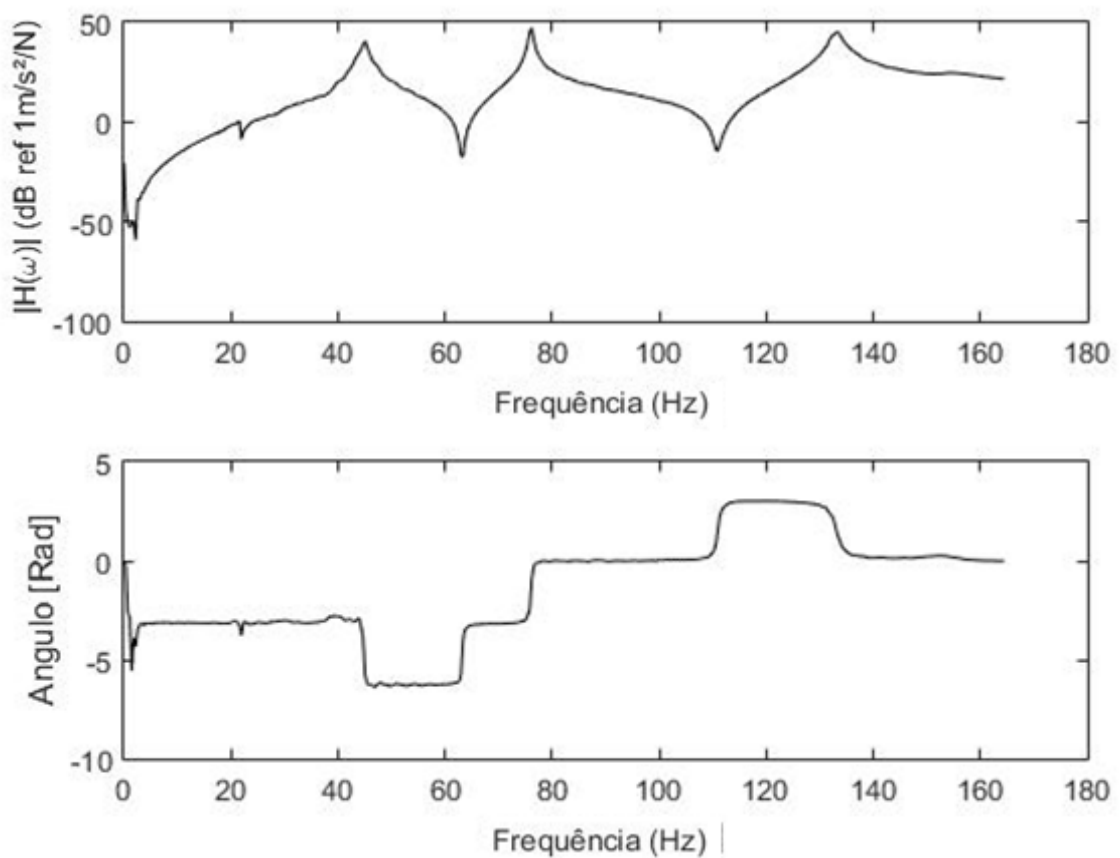


FONTE: O autor (2016).

Nas técnicas de ressonância simples, são inspecionadas as regiões de uma FRF próximas as ressonâncias. Então, os parâmetros modais são identificados para sistemas de um grau de liberdade equivalente. Esta análise é possível devido ao fato de que, em alguns casos, quando

a estrutura está sendo excitada próxima a uma frequência de ressonância, a magnitude da resposta se aproxima de um valor de máximo, ocorrendo um amplo domínio do modo de vibrar correspondente àquela frequência. Embora sistemas com múltiplos graus de liberdade (MDOF) possam apresentar significativo acoplamento modal, a identificação através da consideração sucessiva de modelos com um grau de liberdade (SDOF) é aceitável. Caso os modos de vibrar se apresentem relativamente bem espaçados, com razões de amortecimento compatíveis. Caso contrário, modelos mais sofisticados devem ser empregados.

FIGURA 9 – FRF EM DIAGRAMA DE BODE



FONTE: O autor (2016).

Para estruturas com baixo amortecimento, as frequências naturais ocorrem próximas aos picos de magnitude das FRF. Isto é verificado, para um sistema de um grau de liberdade e amortecimento viscoso, através da relação $\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$, para a receptância, quando se considera a inércia, onde se nota que quanto menor a razão de amortecimento ζ , mais a frequência de ressonância, ω_r , identificada pelo pico de amplitude na FRF se aproxima da localização da frequência natural ω_n .

Uma dificuldade na aplicação da análise modal experimental é a definição da quantidade de graus de liberdade que devem ser considerados. Isto ocorre devido ao fato de que nem sempre os picos de ressonância podem ser facilmente identificados nas FRFs. Diversos modos de vibrar podem estar concentrados em uma estreita faixa de frequência, dificultando a obtenção da quantidade de graus de liberdade da estrutura apenas pela inspeção visual.

2.5.1 Extração de parâmetros modais

2.5.1.1 Extração simples sem ajuste de curvas

No caso de FRFs com picos bem espaçados e definidos, um método simples denominado *Peak Picking*, permite a obtenção aproximada das frequências naturais, razões de amortecimento e amplitudes modais em cada pico ressonante da FRF obtida experimentalmente (FRISWELL e MOTTERSHEAD, 1995; EWINS, 2000). O método consiste em dividir a função resposta em frequência nas proximidades de cada pico, sendo cada um destes picos analisado separadamente, sob a consideração de que se aborda um sistema de um grau de liberdade, isolado e sob excitação harmônica. A estimativa da frequência natural se dá pela localização dos picos.

Já para estimar a razão de amortecimento modal, é realizada inspeção da largura de cada pico, por um método chamado de banda de -3dB. A qualidade do resultado está intimamente ligada à precisão da FRF no entorno da ressonância, o que nem sempre é satisfatório, uma vez que em torno da frequência de ressonância há uma grande variação de amplitude e fase em um pequeno intervalo do espectro.

Para o caso da extração dos modos de vibrar, parte-se da premissa de que seja possível excitar a estrutura em vários pontos. Posto que é necessário que o número de pontos de medição seja suficientemente grande para que se possa descrever adequadamente os modos de interesse. Com a medição de várias FRFs ao longo da estrutura (seja excitação em vários pontos e resposta fixa – uso de martelo de impacto ou vice-versa – uso de excitador), pode-se obter informações sobre um dado modo relacionado à razão de amortecimento do modo em questão, a frequência natural correspondente e os valores de amplitude e fase das FRFs nessa frequência natural (INMAN, 2008).

2.5.1.2 Extração via método global de ajuste de curvas.

Quando a estrutura analisada não apresenta FRFs com picos bem espaçados e/ou bem definidos, ou também quando maior precisão na estimação dos parâmetros modais é desejada, outros métodos mais elaborados são utilizados. Um desses métodos é empregado nesse trabalho. Sendo, portanto, descrito a seguir. Através dele, as várias FRFs medidas são consideradas simultaneamente para a extração dos parâmetros de interesse.

Para teoricamente se obter uma FRF $\alpha_{jk}(\omega)$ (no caso, para receptância) a partir dos parâmetros modais, pode-se utilizar a seguinte expressão (EWINS, 2000):

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{z=1}^n \frac{B_{jk}^z}{\omega_{n_z}^2 - \omega^2 + i\eta_z \omega_{n_z}^2} \quad (40)$$

onde, B_{jk}^z é a z-ésima constante modal dessa receptância, η_z é o z-ésimo fator de perda modal, $\omega_{n_z}^2$ o quadrado da frequência natural do z-ésimo modo de vibrar, ω^2 o quadrado da variável frequência e n é o número de graus de liberdade não restritos da estrutura.

Por outro lado, do ponto de vista experimental é usualmente necessário, por razões práticas, limitar a faixa de frequência de medição ou de análise. Dessa forma, não é possível identificar as propriedades dos modos que se encontram fora dessa faixa. A influência desses modos, entretanto, está presente nas FRFs medidas e deve ser levada em consideração.

Assim, para lidar com essa situação, a equação 40 pode ser apresentada, sem perda de generalidade, da seguinte forma

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{z=1}^{m_1-1} + \sum_{z=m_1}^{m_2} + \sum_{z=m_2+1}^n \left(\frac{B_{jk}^z}{\omega_{n_z}^2 - \omega^2 + i\eta_z \omega_{n_z}^2} \right) \quad (41)$$

em que m_1 é o primeiro modo identificado e m_2 o último, na faixa de frequência considerada.

A equação 41 apresenta três termos, sendo que o primeiro se refere aos modos de baixa frequência, o segundo se refere aos modos identificados e o terceiro se refere aos modos de alta frequência. Considerando que os modos de baixa e alta frequência não tenham sido identificados e assumindo que, dentro da faixa de frequência de interesse, os modos de baixa frequência têm um comportamento dominado por efeitos inerciais e os de alta frequência por efeitos de rigidez, então a equação 41 pode ser reescrita como

$$\alpha_{jk}(\omega) = -\frac{1}{\omega^2 R_{jk}^m} + \sum_{z=m_1}^{m_2} \frac{B_{jk}^z}{\omega_{n_z}^2 - \omega^2 + i\eta_z \omega_{n_z}^2} + \frac{1}{R_{jk}^k} \quad (42)$$

sendo R_{jk}^m e R_{jk}^k os resíduos de massa e rigidez, respectivamente, para a FRF em questão e a particular faixa de frequências. Para o caso da inertância, a equação 42 é multiplicada por $-\omega^2$.

Os coeficientes B_{jk}^z , B_{jk}^z , ..., ω_{n_1} , ω_{n_2} , ..., η_1 , η_2 , ..., R_{jk}^M e R_{jk}^k na equação 42 podem ser determinados da seguinte forma. Sejam $\alpha_{jk}^m(\omega_i) = \alpha_i^m$ os valores medidos, num dado experimento da receptância em questão, sendo que ω_i representa uma frequência medida genérica. Sejam ainda $\alpha_{jk}(\omega_i) = \alpha_i$ os valores teóricos correspondentes, dados pela equação 42.

Definindo, então, um erro individual κ_i dado por

$$\kappa_i = \alpha_i^m - \alpha_i \quad (43)$$

e expressando esse erro em forma real por

$$ER_i = \kappa_i \cdot \bar{\kappa}_i \quad (44)$$

onde $\bar{\kappa}_i$ representa o complexo conjugado de κ_i , pode-se determinar os coeficientes desejados pela minimização do erro total dado por

$$ER = \sum_{i=1}^p ER_i \quad (45)$$

onde p é o número de valores medidos (EWINS, 2000).

Como se dispõe de um conjunto de receptâncias medidas, correspondente a uma linha, ou uma coluna, da matriz de receptância da estrutura sob análise, podem ser obtidos não só as frequências naturais e os fatores de perda modais numa certa faixa de frequência, como exposto acima, mas também, num procedimento mais amplo de minimização, os modos de vibrar. Os modos de vibrar que, nesse caso, reúnem as informações das constantes modais identificadas, necessárias para tal. Detalhes de um procedimento desse tipo, aqui empregado, podem ser encontrados em Bavastri (2015).

2.6 OTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR

Devido a constante necessidade de projetos mais robustos, com redução de custos sem comprometer a integridade dos sistemas, o desenvolvimento de componentes e sistemas tem novos desafios. O processo de desenvolvimento tradicional depende única e exclusivamente da experiência e da intuição do projetista, característica esta que pode levar a interpretações equivocadas. Objetivando o aumento desta eficiência, a otimização de projeto auxiliada por computador (*Computer-Aided Design Optimization, CADO*) é utilizada para atingir este objetivo (ARORA, 2004).

A metodologia de projeto tradicional e otimizado são expostas no anexo A, e podem ser usados em conjunto em diferentes etapas do desenvolvimento simultaneamente. Experiências anteriores podem acelerar o processo de projeto otimizado com a alimentação de dados iniciais com maior precisão, principalmente no tocante as restrições do sistema, as entradas no sistema e a determinação de uma função objetivo adequada ao sistema, que será minimizada. Os métodos são classificados entre métodos globais ou locais, os quais são capazes de identificar mínimos globais ou apenas locais, respectivamente.

Quando se considera um problema real de otimização para engenharia, o número total de análises é limitado, e a presença de eventuais mínimos locais é desconhecida. Apesar disso, conseguir resultados globais continua sendo um objetivo do otimizador. Desta forma, utilizou-se neste trabalho o método globalizado e com restrições de Nelder-Mead (GBNM - do inglês, *Globalized Bounded Nelder-Mead*) que tenta aliar simplicidade e eficiência na busca do mínimo global. Este método é descrito a seguir.

2.6.1 Método de Nelder-Mead globalizado com restrições

O método clássico de Nelder-Mead é de busca direta e minimiza funções reais sem restrições. É baseado na comparação de valores da função objetivo nos $n + 1$ vértices v_i de um simplex. O tamanho de um simplex a , iniciado em \mathbf{v}_0 , é

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_0 + p\mathbf{e}_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n q\mathbf{e}_k \quad i = 1, n \quad (46)$$

onde \mathbf{e}_i são os vetores unitários da base do espaço, n o número de vértices do simplex, e

$$p = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} + n - 1) \quad (47)$$

$$q = \frac{a}{n\sqrt{2}}(\sqrt{n+1} - 1) \quad (48)$$

Os vértices do simplex são atualizados através de operações de reflexão, expansão e contração, em uma dada direção de busca. O algoritmo é encerrado quando os valores dos vértices atingem o seguinte critério de convergência

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n+1} (f_i - \bar{f})^2} < \varepsilon \quad (49)$$

ε é um escalar pequeno e positivo, f_i o valor da função objetivo no i -ésimo vértice, e \bar{f} é definido da seguinte forma,

$$\bar{f} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} f_i \quad (50)$$

na medida que o simplex diminui, o método torna-se uma busca local.

O método de Nelder-Mead globalizado com restrições é uma técnica local-global proposta por Luersen, Le Riche e Guyon (2004). Um procedimento de reinício probabilístico é aplicado ao método local, onde através do cômputo da densidade de probabilidade na qual o ponto x tenha sido visitado, mantendo registro das buscas locais efetuadas anteriormente torna o método de busca em global. Restrições das variáveis são levadas em consideração através de uma penalização adaptativa. A busca de ótimos locais para funções objetivo são executadas por um algoritmo melhorado de Nelder-Mead, permitindo a restrição das variáveis de projeto. As melhorias no algoritmo consistem na detecção de degeneração⁷ do simplex e controle deste comportamento através de reinicialização da busca. O método não necessita o cálculo de sensibilidades.

⁷ O simplex é degenerado quando ele se encontra confinado em um subespaço do domínio de busca. (LUERSEN, LE RICHE e GUYON, 2004)

O GBNM pode ser aplicado a funções descontínuas – não necessita informação a respeito do gradiente – e funções não convexas, já que as buscas locais são baseadas na variante do algoritmo de Nelder-Mead. Um teste de convergência específico, baseado numa reinicialização do simplex com tamanho pequeno no ponto de convergência é necessário para verificação de projeto ótimo. O fluxograma do método está apresentado na FIGURA 10.

O algoritmo GBNM difere do método de Nelder-Mead em parte devido ao conjunto de configurações do reinício da busca, outras diferenças são relacionadas à forma de manipular das restrições. Primeiramente, reinícios probabilísticos executam buscas locais repetidas, até um custo total máximo, fixo, ser atingido. A probabilidade de ter localizado um ótimo global aumenta com o número de reinícios probabilísticos. Na implementação de reinícios probabilísticos utilizada, o tamanho do novo simplex, \mathbf{a} , é uma variável aleatória e uniforme entre 2 e 10% da menor dimensão do domínio. Em seguida, reinícios são usados para verificar e melhorar a convergência do algoritmo. Os dois modos de reinícios que são relacionados com a convergência, iniciam um novo simplex a partir do melhor vértice atual.

A convergência do método local de Nelder-Mead é estimada através de três testes, se o simplex é pequeno, plano ou degenerado. O simplex é considerado pequeno se

$$\max_{k=1,\dots,n+1} \left(\sum_{i=1}^n \left| \frac{e^k}{x_i^{\max} - x_i^{\min}} \right| \right) < \varepsilon_{s1} \quad (51)$$

onde e^k é a k -ésima aresta, x_i^{\max} e x_i^{\min} são as restrições na i -ésima direção e ε_{s1} é a tolerância de comprimento.

O simplex é considerado plano se,

$$|f_H - f_L| < \varepsilon_{s2} \quad (52)$$

onde f_H e f_L o maior e menor valor da função objetivo obtidos no simplex, respectivamente, e ε_{s2} é o valor da tolerância. O simplex degenerado é o sintoma mais comum da busca de Nelder-Mead ter falhado, pois a busca fica restrita a um subespaço. Ele é classificado de tal forma se não é classificado como pequeno, não toca a restrição de uma variável e uma das duas seguintes condições é satisfeita:

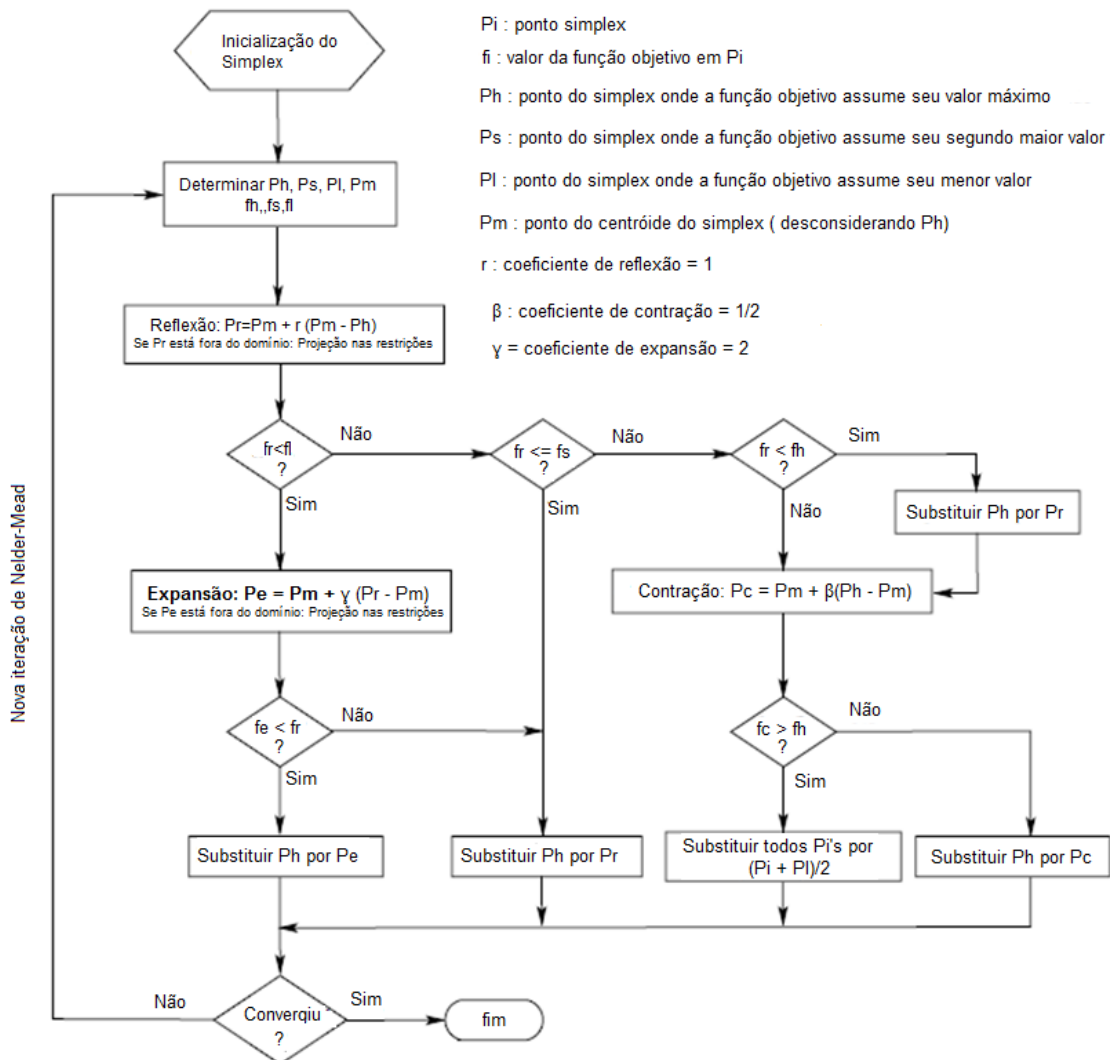
$$\frac{\min_{k=1,n} \|e^k\|}{\max_{k=1,n} \|e^k\|} < \varepsilon_{s3} \quad (53)$$

ou,

$$\frac{\det[Q]}{\prod_k \|e^k\|} < \varepsilon_{s4} \quad (54)$$

onde, Q é a matriz de arestas e ε_{s3} e ε_{s4} são constantes positivas e pequenas.

FIGURA 10 – ALGORITMO DO MÉTODO DE NELDER-MEAD GLOBALIZADO COM RESTRIÇÕES



FONTE: Adaptado de Luersen, Le Riche e Guyon (2004)

A memória dos pontos de convergência é mantida, prevenindo cálculos desnecessários em pontos já analisados.

Quando o simplex é plano, o reinício probabilístico é realizado. Quando a condição de ótimo de um ponto de convergência é incerta, assim como a convergência de uma restrição de uma variável onde o simplex se tornou degenerado, um reinício, porém com simplex de tamanho pequeno é realizado para verificar se é ótimo local. Se o simplex retornar ao mesmo ponto de convergência, este é considerado um ótimo local.

As tolerâncias para os simplex pequeno e degenerados, ε_{s1} e $[\varepsilon_{s3}, \varepsilon_{s4}]$, respectivamente, não são obtidas de forma trivial. Um simplex que está se tornando pequeno, deve ser indicado como degenerado antes que a tolerância ε_{s1} seja atingida. Se a degeneração é detectada duas vezes consecutivas no mesmo ponto, o ponto é tido como um possível ótimo e o reinício probabilístico é iniciado. De forma semelhante, se a degeneração é detectada após um reinício com simplex pequeno, o ponto é armazenado e tido como um possível ótimo, então um reinício de simplex grande é realizado.

Ao término da execução do algoritmo GBNM, uma lista de candidatos a ótimos locais, e eventuais globais, é fornecida. Para localizar todos os ótimos locais, o número de reinícios probabilísticos deve ser igual ou maior ao número de ótimos locais.

2.7 MAC COMO CRITÉRIO DE ANÁLISE DE RESULTADOS

Por limitações físicas experimentais, de tempo e de orçamento, é impossível analisar todos os graus de liberdade que o sistema físico e o modelo em elementos finitos possuem. Assim, são necessários indicadores para aferir a consistência entre os comportamentos dinâmicos do sistema real e do modelo numérico.

Para a análise dos resultados obtidos, um critério denominado critério de confiança modal, ou *Modal Assurance Criterion* (MAC), é amplamente utilizado. Ele permite estimar o grau de correlação (consistência) entre os modos de vibrar experimentais e numéricos (ALLEMANG, 2003). Trata-se, portanto, de um indicador estatístico, que busca avaliar a relação entre os modos de vibrar.

Sua principal característica é a de empregar apenas informações relativas aos modos de vibrar. O MAC entre modos medidos Φ_{mj} e numéricos Φ_{nk} é dado por

$$MAC_{jk} = \frac{|\Phi_{mj}^T \Phi_{nk}|^2}{(\Phi_{nk}^T \Phi_{nk})(\Phi_{mj}^T \Phi_{mj})} \quad (55)$$

O MAC apresenta variação entre 0 e 1, onde 1 significa que os modos são consistentes (mas não necessariamente corretos) e múltiplos entre si, enquanto 0 indica que os modos são inconsistentes e linearmente independentes.

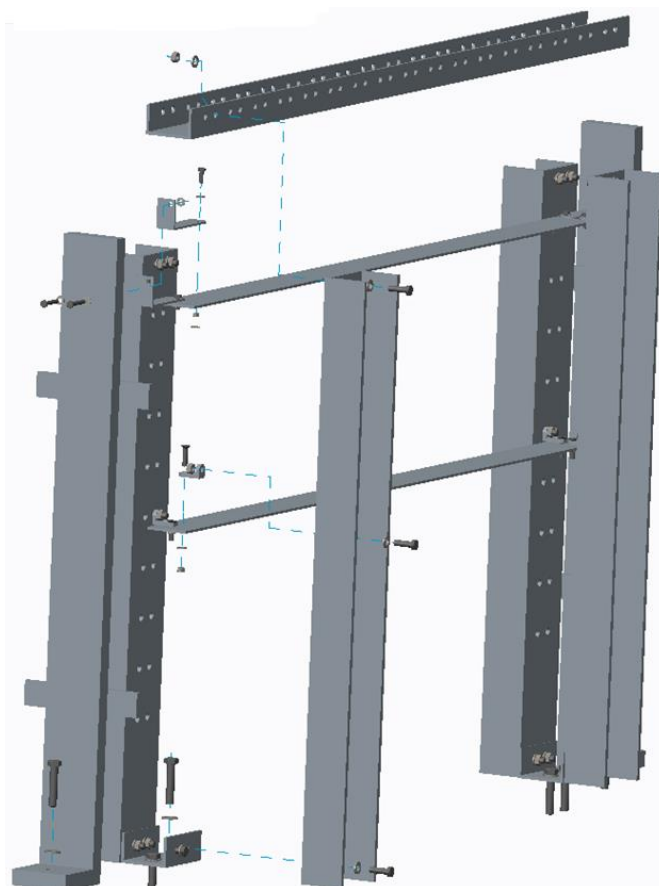
3 MATERIAIS, MÉTODOS E MODELAGEM

3.1 ESTRUTURAS DE FIXAÇÃO E VIGAS

Para a fixação das vigas nos ensaios dinâmicos, duas estruturas foram projetadas, buscando alcançar, ainda que de forma aproximada, condições de contorno de engaste. A viga inferior foi instalada num quadro metálico, produzido em aço carbono 1020 laminado a quente e com tratamento superficial de zinco branco. Já a viga superior foi fixada em dois apoios em “L”. A descrição detalhada de cada componente da estrutura de fixação da viga inferior é feita no apêndice A.

A FIGURA 11 ilustra as estruturas com seus componentes explodidos. Já a FIGURA 12 mostra uma imagem real das vigas instaladas nas estruturas de fixação e conectadas por um elo viscoelástico. Observa-se parcialmente, na FIGURA 12, que as estruturas de fixação estão montadas sobre uma base de concreto.

FIGURA 11 – ESTRUTURAS DE FIXAÇÃO (VISTA EXPLODIDA)



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 12 – VIGAS CONECTADAS POR ELO VISCOELÁSTICO EM SUAS ESTRUTURAS DE FIXAÇÃO



FONTE: O autor (2016).

Para o quadro, foi realizado um ensaio dinâmico preliminar, com martelo de impacto e acelerômetros, para caracterizar o comportamento dinâmico correspondente nas 3 direções. Esse ensaio revelou que, para análises até 170Hz na direção vertical, não há influência significativa da resposta do quadro sobre as medições nas vigas.

As duas vigas utilizadas são construídas em alumínio. Elas são nominalmente iguais, porém, conforme exposto nas TABELAS 2 e 3, as suas dimensões médias são ligeiramente diferentes na largura e na espessura. As designações das dimensões são demonstradas na FIGURA 13.

Como há as variações apresentadas nas TABELAS 2 e 3, utilizam-se as dimensões que apresentam maior sensibilidade no modelo como parâmetros a ser otimizados, buscando assim valores médios consistentes com os resultados obtidos nos ensaios de vibração das vigas em questão. Cabe observar que, quando colocados os componentes necessários para instalação das vigas nas estruturas de fixação o comprimento livre reduz para 770mm em ambas as vigas. As dimensões são aferidas utilizando uma fita métrica para o comprimento, e um paquímetro para as demais dimensões.

TABELA 2 – DIMENSÕES, EM mm, DA VIGA INFERIOR

Dimensão	Medição 1	Medição 2	Medição 3	Média	Desvio Padrão
A	851	851	851	851	0,000
B	43,5	43,1	43,7	43,4	0,250
C	2,35	2,30	2,30	2,32	0,0290

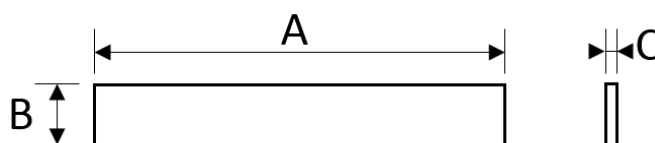
FONTE: O autor, 2016.

TABELA 3 – DIMENSÕES, EM mm, DA VIGA SUPERIOR

Dimensão	Medição 1	Medição 2	Medição 3	Média	Desvio Padrão
A	851	851	851	851	0,000
B	41,7	42,9	43,7	42,8	0,822
C	2,45	2,03	2,30	2,35	0,087

FONTE: O autor, 2016.

FIGURA 13 – DESIGNAÇÕES DAS DIMENSÕES DAS VIGAS



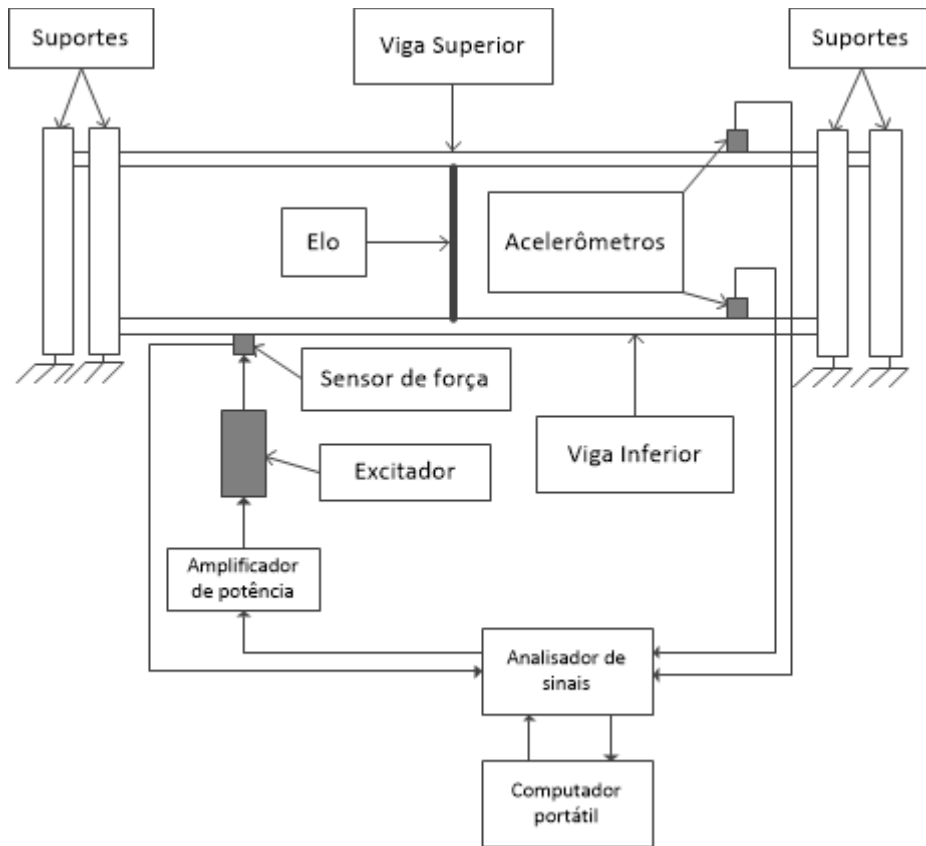
FONTE: O autor (2016).

3.2 EQUIPAMENTOS PARA COLETA DE DADOS

Para coleta de dados experimentais relativas às vigas e às suas estruturas de fixação, foram utilizados dois acelerômetros uniaxiais PCB Piezotronics® modelo 352C68, um transdutor de força Brüel & Kjaer® modelo 8230-002 e uma haste flexível Brüel & Kjaer® modelo UA-1598 (com 2,5mm de diâmetro). Foram também utilizados um martelo de impacto, com transdutor de força piezoelétrico PCB Piezotronics® modelo 086C04, e um excitador eletrodinâmico Brüel & Kjaer® modelo 4824, associado a um amplificador de sinal Brüel & Kjaer® modelo 2732. Foram ainda empregados um analisador de sinais LDS Corporation® modelo Photon® II, associado ao software Brüel & Kjaer® RT Pro® 6.4100 e cabos coaxiais Brüel & Kjaer® modelo A0 0531-D-050 e PCB Piezotronics® modelo 003C10 e 002T03.

A FIGURA 14 expõe o arranjo experimental de forma esquemática para melhor compreensão da investigação.

FIGURA 14 – ARRANJO EXPERIMENTAL, ESQUEMÁTICO



FONTE: O autor (2016).

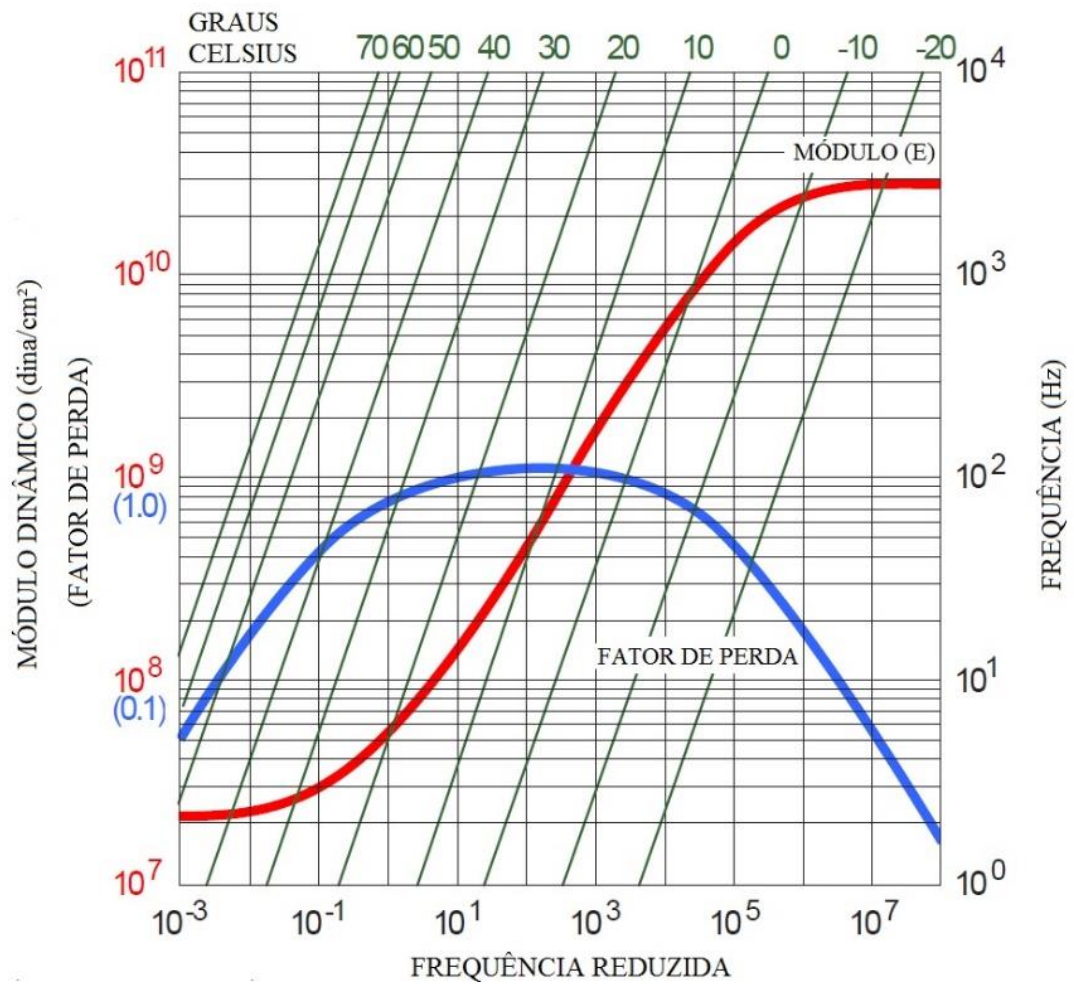
3.3 MATERIAL VISCOELÁSTICO E.A.R ISODAMP C-1002

O material empregado no elo viscoelástico utilizado é fabricado pela E-A-R Specialty Composites e comercialmente conhecido por Isodamp® C-1002. É um termoplástico de alta performance para controle de vibração, sendo caracterizado pelo alto fator de perda. Este material é fornecido em várias espessuras nominais, tendo sido usada uma de 0,762mm para confecção do elo.

As propriedades dinâmicas do material, quais sejam, modo dinâmico de elasticidade e fator de perda, são ilustrados no nomograma de frequência reduzida fornecido pelo fabricante, apresentado na FIGURA 15.

A partir do nomograma de frequência reduzida fica clara a variação do módulo de elasticidade e do fator de perda do material viscoelástico em função da temperatura e da frequência de excitação. Pode-se extrair os dados necessários para se obter a rigidez complexa do elo viscoelástico, neste caso específico representado pelas equações 34 a 36, onde os principais componentes são o módulo de elasticidade e o fator de perda.

FIGURA 15 – NOMOGRAMA DO MATERIAL ISODAMP® C-1002

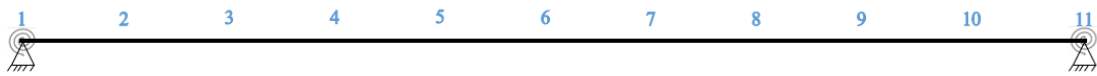


FONTE: EAR (2002)

3.4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O modelo confeccionado em elementos finitos para vigas contém 10 elementos iguais, com 11 nós, numerados de 1 a 11, respectivamente, conforme a FIGURA 16. As vigas reais também contêm, em correspondência, os mesmos 11 pontos de referência do modelo em elementos finitos. Desta forma, é possível comparar as respostas e características dinâmicas das vigas utilizando as mesmas coordenadas.

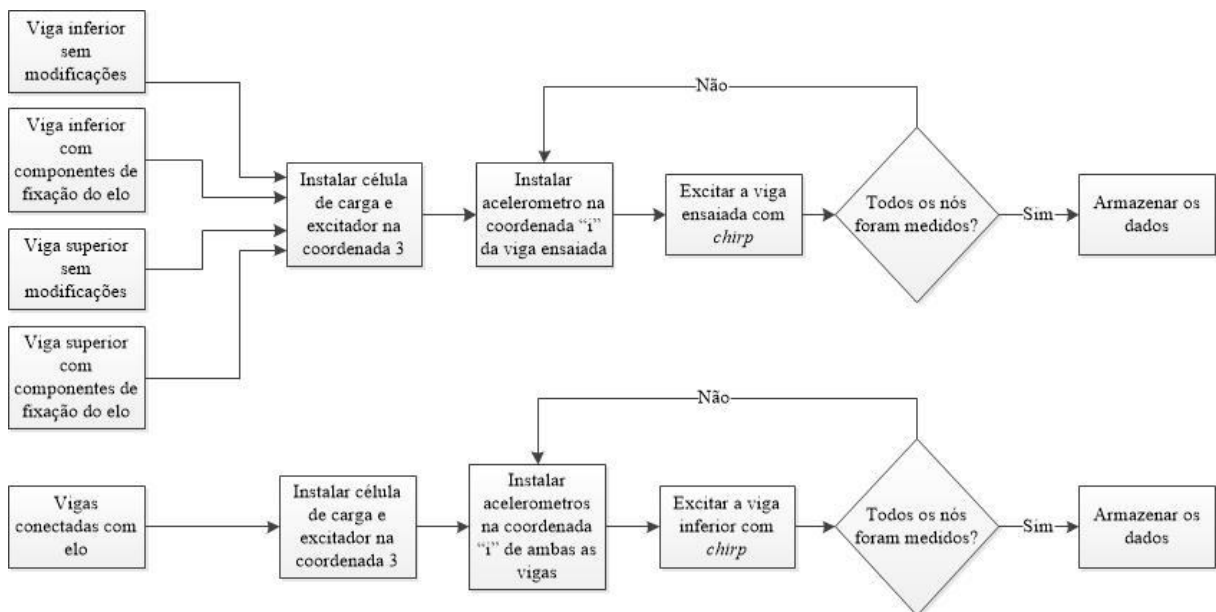
FIGURA 16 – MODELO DE VIGA EM ELEMENTOS FINITOS COM NUMERAÇÃO DOS NÓS



FONTE: O autor (2016).

A metodologia utilizada para a aquisição dos dados experimentais é exposta na FIGURA 17. Na primeira etapa, as vigas inferior e superior são instaladas nas estruturas de fixação e, ainda desacopladas, inseridas separadamente. A excitação, em cada uma, se dá no ponto correspondente ao terceiro nó do modelo em elementos finitos. A escolha deste ponto se deve ao fato de que, nesta coordenada, nenhum dos primeiros modos de vibrar das vigas apresenta deslocamento nulo. A excitação empregada é do tipo *chirp* (portanto, determinística), com conteúdo em frequência de 0,05 a 170Hz.

FIGURA 17 – METODOLOGIA PARA AQUISIÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS



FONTE: O autor (2016).

Os ensaios na primeira etapa ocorrem com a excitação sempre no ponto correspondente ao terceiro nó e a resposta medida em todos os pontos de referência da viga, de forma sucessiva. Parte-se da premissa de que as vigas são lineares e invariantes no tempo. Esta primeira etapa permite a identificação das vigas, através da extração dos parâmetros modais, quais sejam, frequências naturais, modos de vibrar e razões de amortecimento modal.

Posteriormente, numa etapa intermediária, os componentes de fixação utilizados para conectar o elo às vigas são instalados e novos ensaios são realizados com esta condição. Nesta etapa, o objetivo específico é determinar qual a influência dos componentes de fixação do elo no comportamento dinâmico das vigas, investigando eventuais efeitos de carregamento de massa e também de enrijecimento localizado. Dessa forma os efeitos produzidos pelo elo viscoelástico poderão ser claramente distinguidos.

Por fim, na última etapa, é realizada a inserção do elo viscoelástico submetido à tração entre as vigas, que passam, então a ficar acopladas. O elo é introduzido no ponto correspondente ao quarto nó de cada viga. Esta determinação da localização obedecendo ao mesmo critério da excitação.

O elo viscoelástico é construído a partir de uma lâmina do material EAR Isodamp® C-1002, com dimensões de 5mm de largura, 0,762mm de espessura e 165mm de comprimento, tendo sido instalado com 8mm de deformação à tração. Devido à sua característica de variação das propriedades dinâmicas, tais como módulo dinâmico de elasticidade e fator de perda, com a temperatura, o controle dessa variável torna-se necessário para análise dos resultados. Os ensaios com o elo foram realizados à uma temperatura média de 22°C, sendo que, nesta condição, alguns valores do módulo dinâmico de elasticidade e do fator de perda (representados, respectivamente pela parte real e pela razão entre parte real e imaginária do módulo de elasticidade complexo), são expostos na TABELA 4. Estes valores foram extraídos de forma experimental e à partir do nomograma da FIGURA 18.

TABELA 4 – PROPRIEDADES DINÂMICAS C-1002 A 22°C

Frequência [Hz]	E (Real) [MPa]	E (Imaginário) [MPa]	Fator de Perda (η)
1	6,46	1,28	0,16
10	8,49	4,33	0,30
50	11,6	10,3	0,42
100	13,7	15,0	0,47
150	15,2	18,6	0,49

Fonte: Adaptada de Balbino, 2012.

O elo é introduzido na estrutura, conforme mostrado na FIGURA 12. Novamente o mesmo procedimento é realizado para as medições.

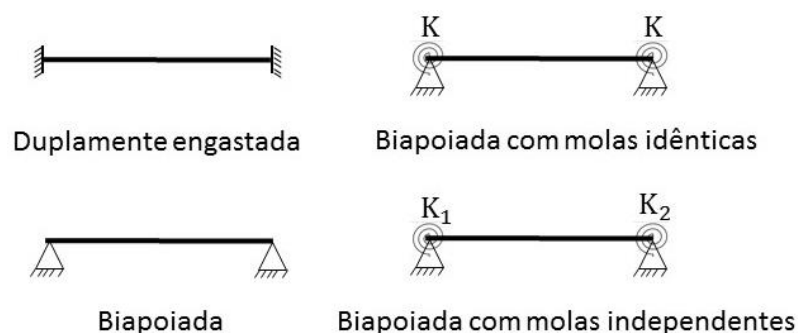
3.5 PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Do ponto de vista numérico, a abordagem empregada é a seguinte. Após a obtenção dos dados experimentais, cada conjunto de medições obtidos em cada etapa descrita anteriormente é submetida à uma rotina de ajuste global de múltiplas curvas de FRF através do método dos mínimos quadrados. Esta rotina permite obter os modos de vibrar, as frequências naturais e os fatores de perda de interesse.

Para cada viga, em cada etapa, quatro modelos distintos em elementos finitos são considerados. Todos os modelos são subdivididos em 10 elementos, com 11 nós, e utilizam o elemento de viga de Timoshenko (B21) do software Abaqus®.

Os cinco modelos de viga distinguem-se apenas pelas condições de contorno utilizadas, quais sejam: duplamente engastada; biapoiada; biapoiada com molas de torção de rigidez igual nos dois apoios; biapoiada com molas de torção de rigidez distintas nos dois apoios. A FIGURA 18 ilustra de forma simplificada, os modelos correspondentes. Salienta-se que cada viga, inferior ou superior, tem seus próprios valores de rigidez à torção.

FIGURA 18 – CONDIÇÕES DE CONTORNO UTILIZADAS PARA ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS



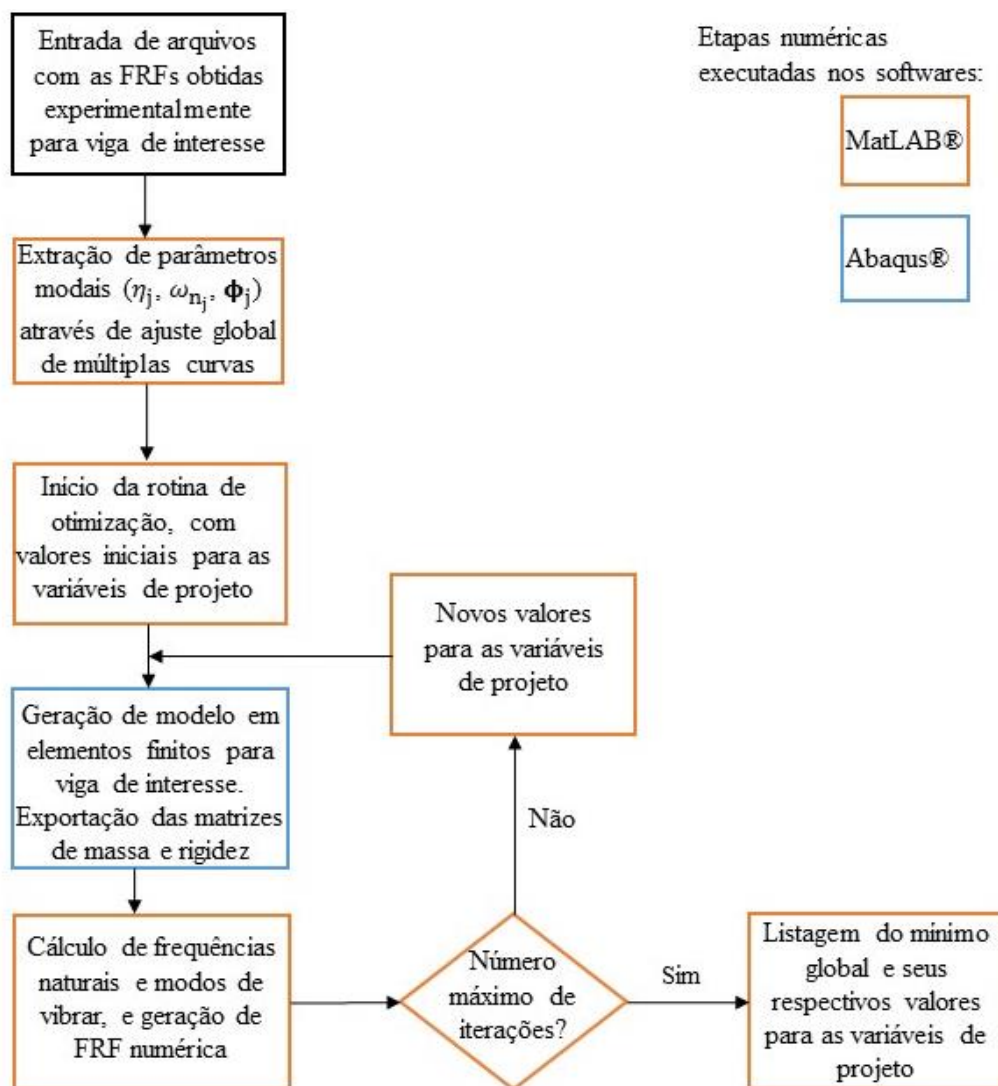
FONTE: O autor (2016).

Estes modelos em elementos finitos são associados a uma rotina de otimização, que utiliza o método GBNM, codificada em MATLAB®. Desta forma, o conjunto de propriedades físicas e/ou geométricas de interesse são modificados a cada iteração. Essas propriedades são a densidade (ρ) e o módulo de elasticidade (E) do material da viga, a espessura da viga (t_v), e as razões de amortecimento (ζ) e o(s) valor(es) rigidez dos apoios (K). As demais propriedades

físicas geométricas, tais como o coeficiente de Poisson (ν) do material da viga e a largura da viga permanecem fixas nos modelos, com valores obtidos da literatura ou por medição direta no sistema real.

A partir dos modelos em elementos finitos são geradas as matrizes de massa, rigidez e amortecimento. Uma segunda rotina em MATLAB® é responsável pelo cálculo dos autovalores e autovetores, pela determinação das frequências naturais e dos modos de vibrar respectivamente, e pela geração das FRFs. O fluxograma da abordagem numérica, que corresponde à atualização estrutural propriamente dita, é representado na FIGURA 19.

FIGURA 19 – METODOLOGIA EMPREGADA PARA ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL



FONTE: O autor (2016).

A função objetivo utilizada no procedimento de otimização é

$$\text{Erro} = \sum_{i=1}^n \left(|\omega_{\text{rei}} - \omega_{\text{rni}}| + |H_{3_{\text{rei}}} - H_{3_{\text{rni}}}| \right) \quad (56)$$

onde, n é o número de modos, ω_{rni} é a i -ésima frequência de ressonância numérica do sistema, ω_{rei} a i -ésima frequência de ressonância experimental do sistema, ambas em Hz, $H_{3_{\text{rni}}}$ é a amplitude da inertância relacionada a i -ésima frequência de ressonância numérica e $H_{3_{\text{rei}}}$ é a amplitude da inertância relacionada a i -ésima frequência de ressonância experimental correspondente à anterior, ambas em dB, utilizando como referência a resposta pontual tomada no nó 3. Diversas funções objetivo foram avaliadas, tendo esta apresentado o melhor desempenho quanto à obtenção da FRF a partir do modelo numérico.

O problema padrão de otimização é representado na FIGURA 20.

FIGURA 20 – PROBLEMA PADRÃO DE OTIMIZAÇÃO ASSOCIADO À ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL

<p>Dados de entrada: $\rho_{\text{máx}}, \rho_{\text{min}}, E_{\text{máx}}, E_{\text{min}}, t_{\text{máx}}, t_{\text{min}}, \zeta_{j\text{máx}}, \zeta_{j\text{min}}, k_{\text{máx}}, k_{\text{min}}$ largura da viga (z), comprimento da viga (l), ω, coeficiente de Poisson (ν)</p> <p>Variáveis de projeto: ρ, E, t_v, ζ_j, k</p> <p>Função objetivo: minimizar</p> $\text{Erro}(\omega) = \sum_{i=1}^n \left(\omega_{\text{rei}} - \omega_{\text{rni}} + H_{3_{\text{rei}}} - H_{3_{\text{rni}}} \right)$ <p>Restrições:</p> <p>Limites variáveis de projeto: $\rho_{\text{máx}} \geq \rho \geq \rho_{\text{min}}$ $E_{\text{máx}} \geq E \geq E_{\text{min}}$ $t_{\text{máx}} \geq t_v \geq t_{\text{min}}$ $\zeta_{j\text{máx}} \geq \zeta_j \geq \zeta_{j\text{min}}$</p>

FONTE: O autor (2016).

3.6 NORMALIZAÇÃO VETOR PROJETO

Devido à grande diferença entre as ordens de grandeza das variáveis de projeto, torna-se necessário uma normalização do vetor projeto. A normalização escolhida define que o valor mínimo de cada variável de projeto assume é o valor 1, e o máximo é o valor 2. Esta normalização é representada pela seguinte equação:

$$\tau_i = \frac{\delta - \delta_{\min}}{\delta_{\max} - \delta_{\min}} + 1 \quad (57)$$

sendo τ_i o valor da i -ésima variável de projeto normalizada, δ o valor atual da variável de projeto no SI e δ_{\min} e δ_{\max} os limites inferior e superior da variável de projeto, respectivamente.

Através da normalização tem-se uma maior estabilidade numérica, pois todos os elementos do vetor de projeto assumem valor entre 1 e 2, permitindo, assim, que o critério de ótimo, ε , que nesta aplicação é a norma do simplex atual subtraído do ótimo local armazenado das iterações anteriores, possa ser determinado. Esse procedimento também reduz a suscetibilidade do método a problemas numéricos, evitando o uso de ordens de grandeza muito elevadas, muito pequenas, valores nulos ou muito distintas das variáveis.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados numéricos e experimentais, assim dispostos: seção 4.1 análise e discussão dos resultados experimentais; seção 4.2 expõe e discute os resultados da extração dos parâmetros modais a partir dos resultados experimentais; seção 4.3 apresenta aspectos gerais do desenvolvimento da atualização estrutural, bem como seus resultados.

4.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Seguindo o procedimento experimental anteriormente exposto, foram obtidos os resultados, tanto para viga inferior quanto para superior, apresentados nas FIGURAS 21 a 28, para os casos de apenas viga, viga acrescida de elementos de fixação do elo e viga acoplada com elo viscoelástico,

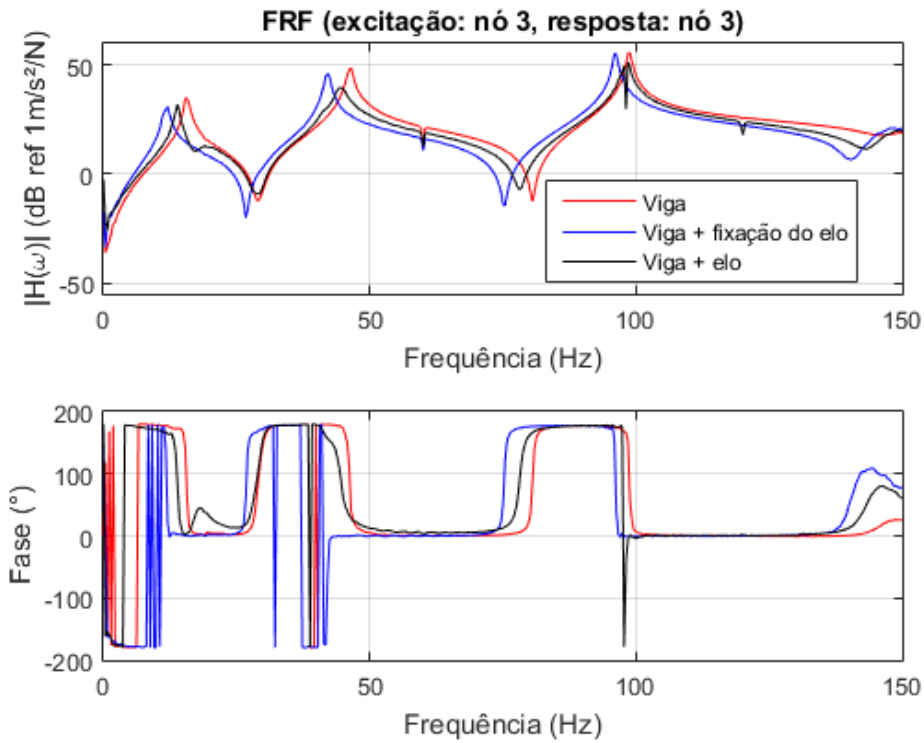
Os diagramas de Bode para a viga inferior, com respostas medidas nos nós 3, 4, 7 e 8, são expostos nas FIGURAS 21 a 24. Esses nós correspondem aos pontos em que se dá a excitação, em que o elo se encontra (quando presente) e em que a instalação do elo se revela de forma mais significativa sobre a resposta do sistema composto. Para ambas as vigas, a excitação utilizada foi, como já exposto, um sinal de *chirp*, com conteúdo harmônico de 0,05 a 170Hz, sendo que a resposta e a excitação ocupam 90% da janela de aquisição total no tempo (2,73s).

De maneira similar, os resultados experimentais para a viga superior, nos nós 3, 4, 7 e 8 são expostos nas FIGURAS 25 a 38.

Para a viga superior, a resposta obtida com o elo instalado é, via de regra, muito inferior à obtida nas outras condições no domínio do tempo. Isto ocorre pelo fato de que a excitação, neste caso, se dá exclusivamente pela transmissão de movimento através do elo viscoelástico. A viga superior é analisada apenas para caracterizar a montagem experimental de forma completa. Os efeitos do elo sobre seu comportamento não serão objeto de maior detalhamento.

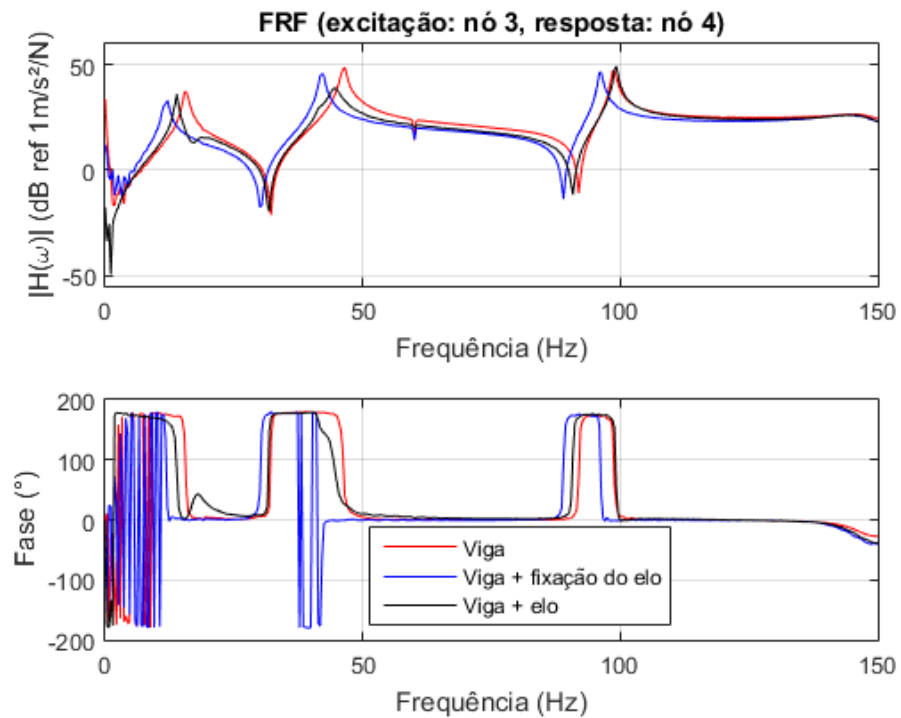
Nota-se na FIGURA 23 que para o terceiro modo de vibrar não há nenhuma modificação significativa na sua amplitude, significando que neste nó há um deslocamento em concordância de fase entre as vigas, onde não há nem atenuação nem amplificação da resposta medida neste ponto.

FIGURA 21 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA INFERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 3)



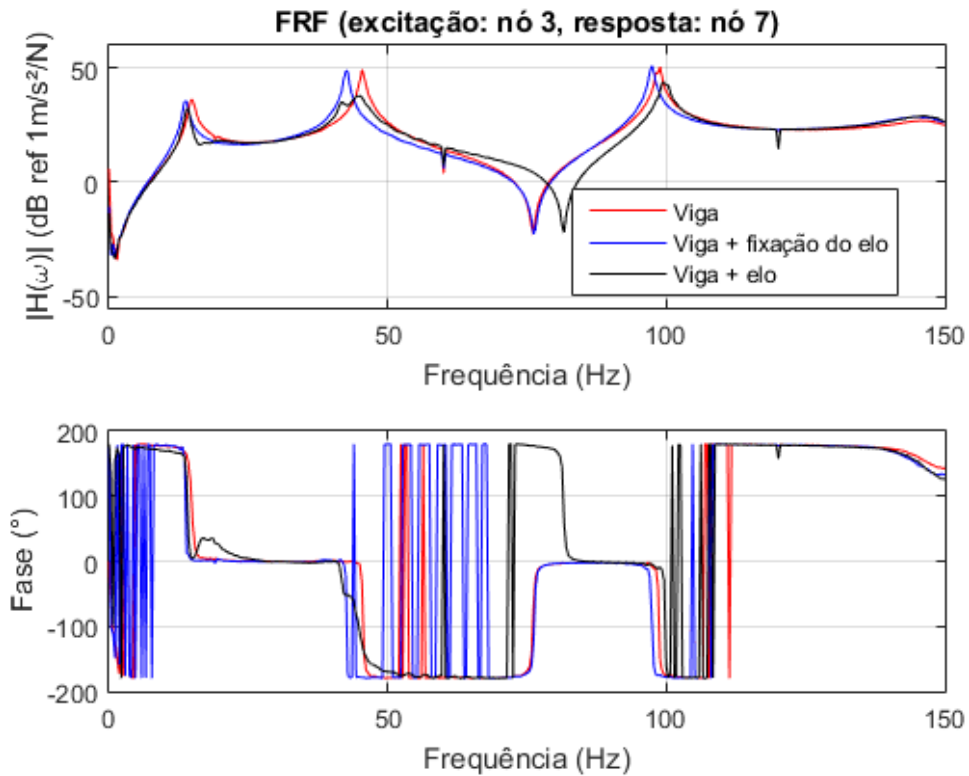
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 22 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA INFERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 4)



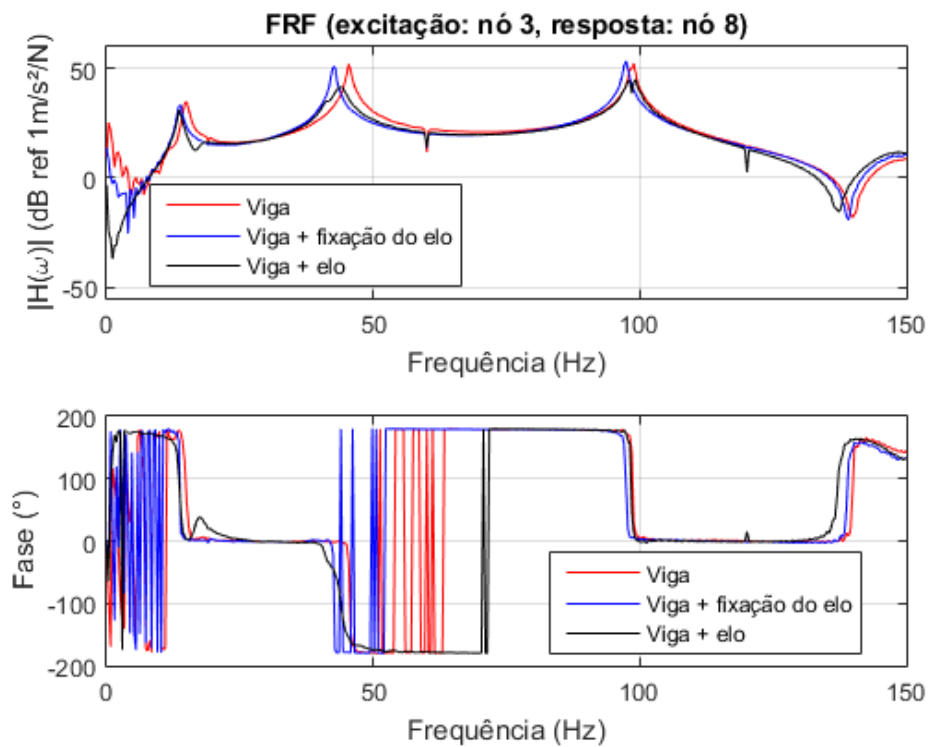
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 23 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA INFERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 7)



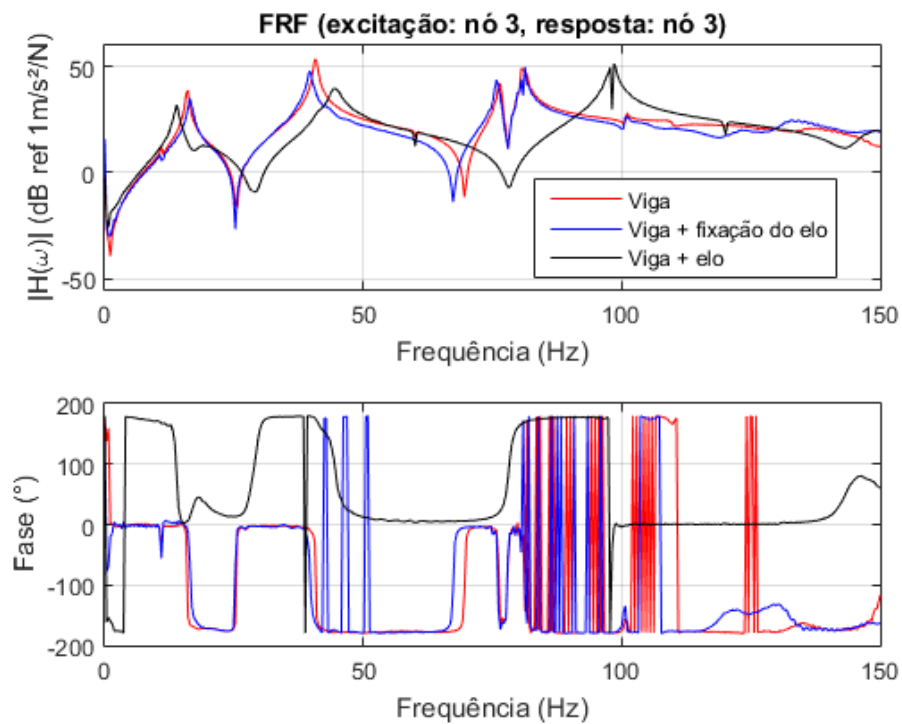
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 24 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA INFERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 8)



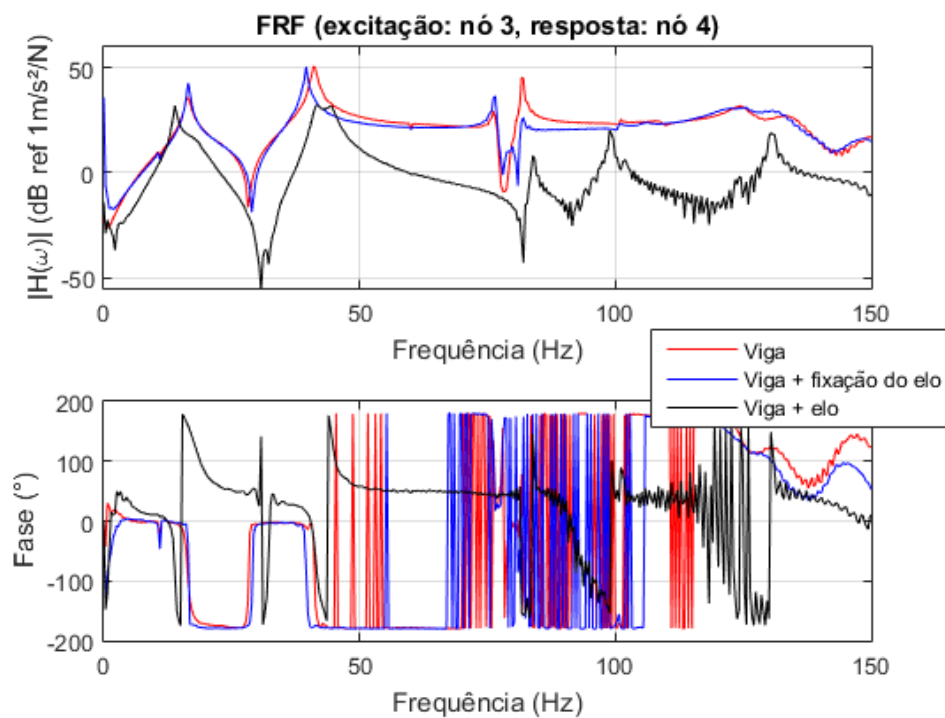
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 25 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA SUPERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 3)
3)



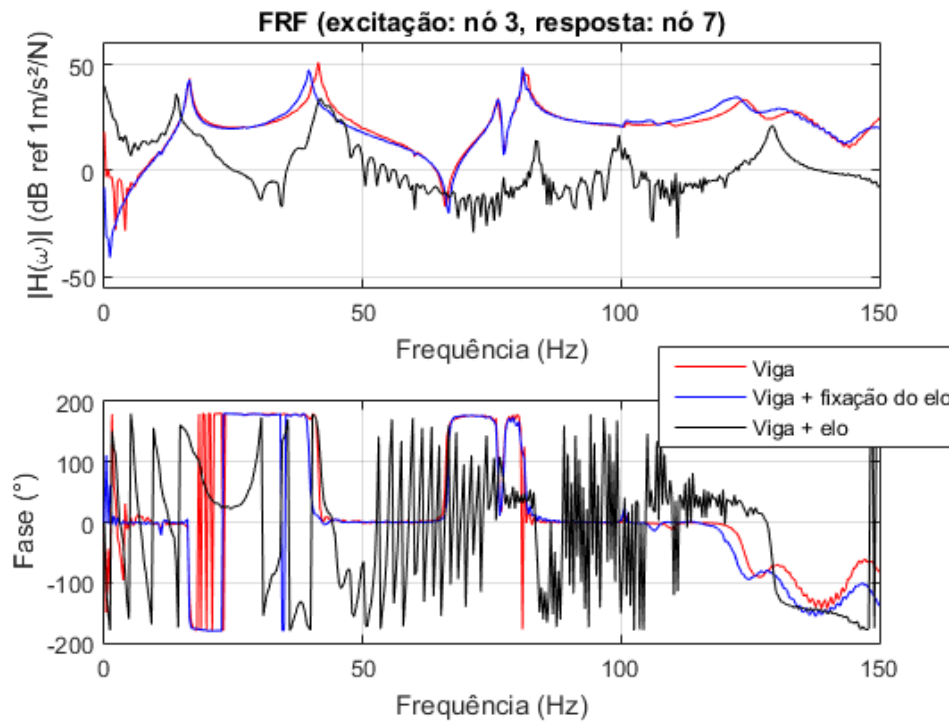
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 26 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA SUPERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 4)
4)



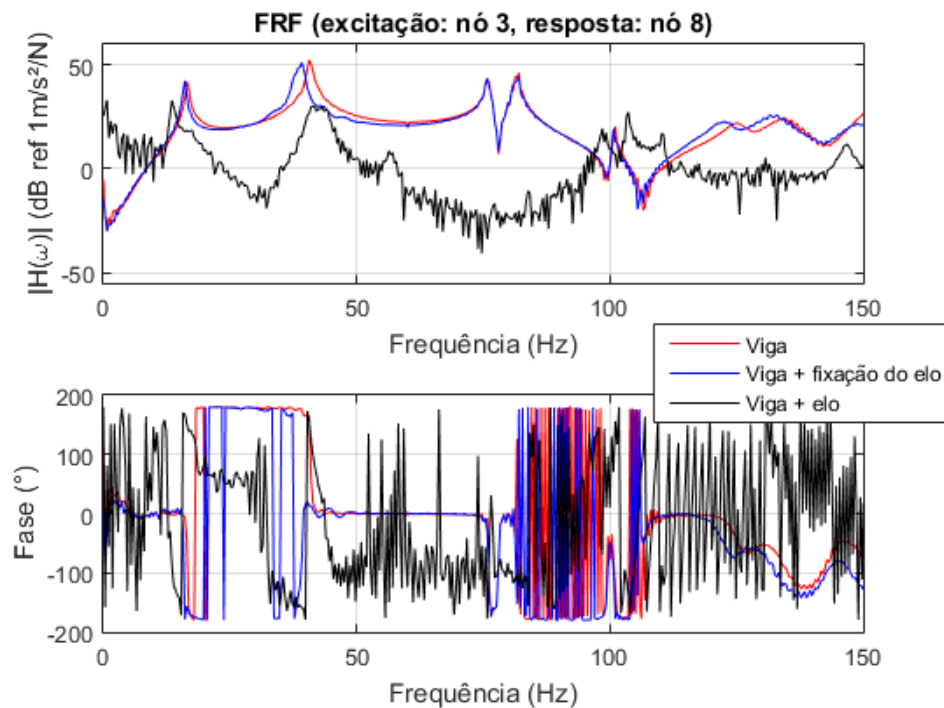
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 27 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA SUPERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 7)
7)



FONTE: O autor (2016).

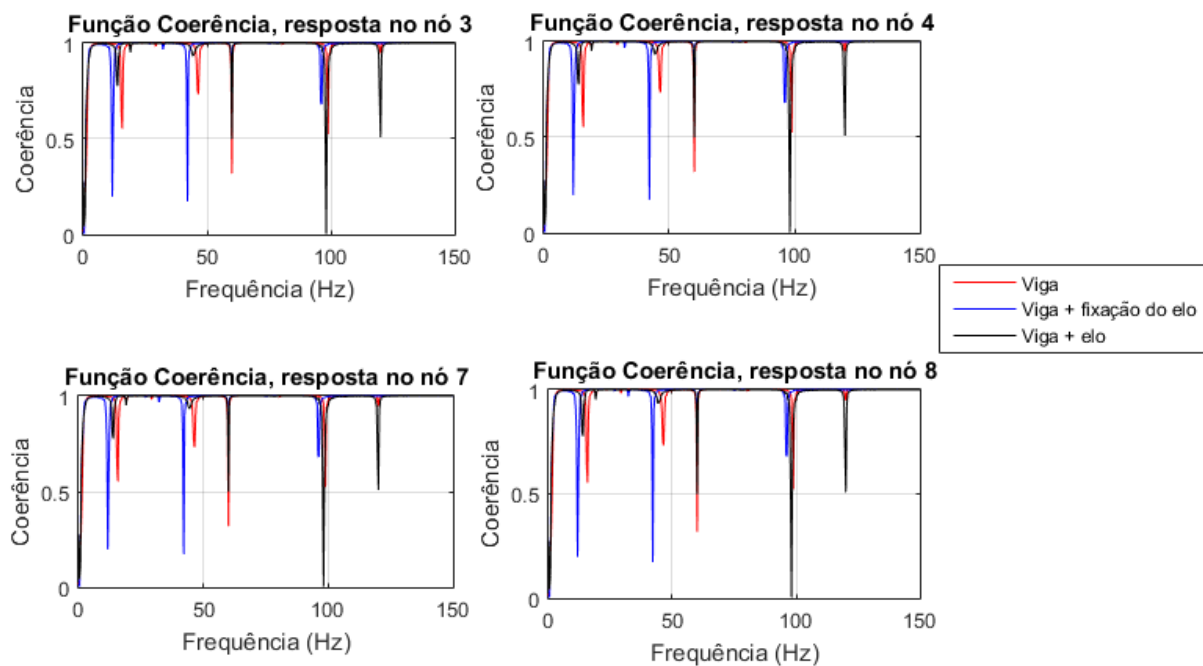
FIGURA 28 – DIAGRAMA DE BODE PARA A VIGA SUPERIOR (EXCITAÇÃO: NÓ 3, RESPOSTA: NÓ 8)
8)



FONTE: O autor (2016).

A função coerência está relacionada à qualidade das medições obtidas. Esta função pode ser calculada através dos estimadores H_1 , H_2 e H_w (SHIN e HAMMOND, 2008), tendo sido, neste caso, usado o estimador H_1 . A função coerência apresenta valores entre 0 e 1: quando o valor dela for próximo à 1, pode-se afirmar que a resposta possui relação linear com a excitação. A FIGURA 29 expõe, a título de ilustração, a função coerência obtida nos pontos de interesse da viga inferior.

FIGURA 29 – FUNÇÃO COERÊNCIA PARA VIGA INFERIOR

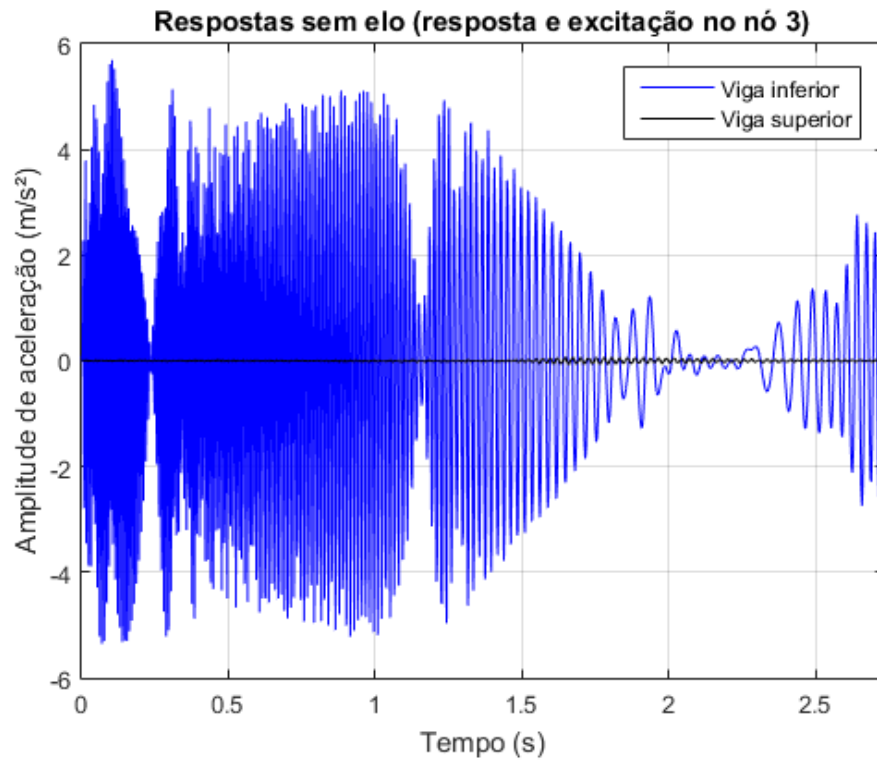


FONTE: O autor (2016).

Nota-se que há uma boa correlação entre a excitação e a resposta em várias partes da faixa de frequências investigadas, com a função coerência apresentando valores próximos ou iguais à unidade. Nas regiões próximas às ressonâncias e antirressonâncias, há uma variação brusca, que é um comportamento esperado para um sistema linear nessas regiões críticas, face à sensibilidade dos sinais envolvidos a ruídos. Desta forma, confirma-se a hipótese de que o sistema é linear.

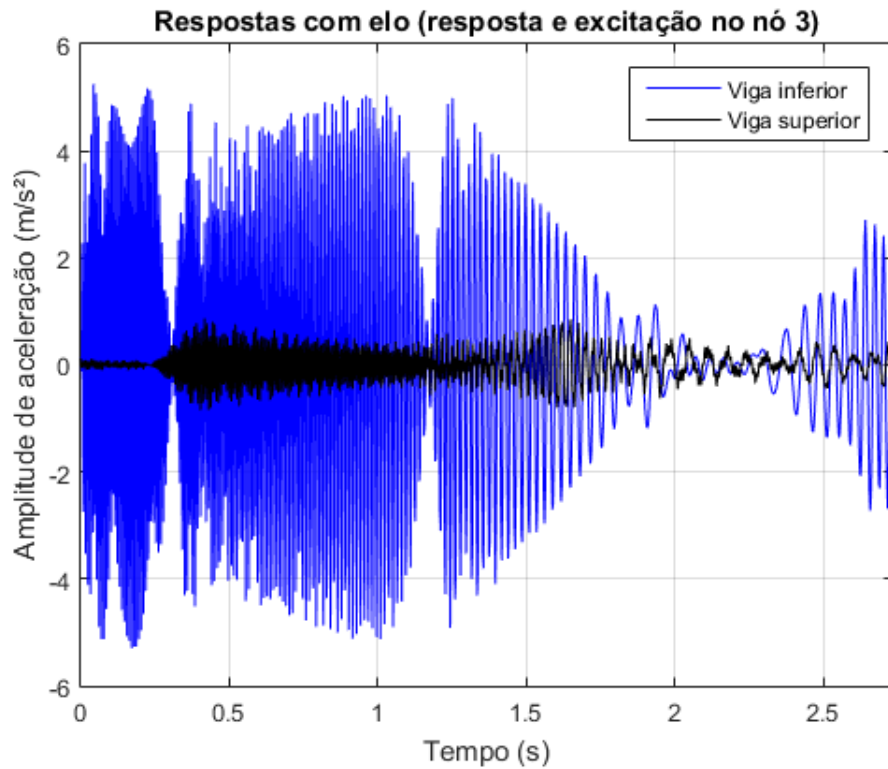
Não há acoplamento nem transmissão de movimento significativo entre as duas vigas, nem mesmo pelos suportes, quando o elo não se encontra presente. A FIGURA 30 expõe as respostas temporais medidas nas vigas, quando desacopladas. A excitação se dá na viga inferior, no nó 3, e as respostas são capturadas nos nós 3 de ambas as vigas. Já a FIGURA 31, as vigas estão acopladas pelo elo, sendo claramente notada, nessa figura, a transmissão de movimento entre as vigas.

FIGURA 30 – RESPOSTAS (ACELERAÇÕES) DAS VIGAS INFERIOR E SUPERIOR, SEM ELO



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 31 – RESPOSTAS (ACELERAÇÕES) DAS VIGAS INFERIOR E SUPERIOR, COM ELO



FONTE: O autor (2016).

Apesar de se observar uma pequena variação na amplitude de resposta da viga superior na FIGURA 31, não é suficiente para caracterizar a existência de uma transmissibilidade pela significativa pela base, associada à resposta na viga inferior. De fato, essa resposta da viga superior, está muito próxima do nível de ruído das medições. Esse ruído está na ordem de $0,045\text{m/s}^2$, e o valor máximo para amplitude medido é de $0,051\text{m/s}^2$.

4.2 RESULTADOS DE IDENTIFICAÇÃO

De posse dos dados experimentais, passa-se para a extração dos parâmetros modais, quais sejam, frequências naturais, modos de vibrar, fatores de perda e modos de vibrar, para as duas vigas, em praticamente todos os casos descritos. Esses parâmetros são utilizados como referência para os cálculos da função objetivo e do MAC. Os parâmetros modais são extraídos através de uma rotina em MATLAB® para ajuste de múltiplas curvas de FRF utilizando o método de mínimos quadrados. A TABELA 5 apresenta os resultados para frequências naturais e fatores de perda.

TABELA 5 – PARÂMETROS MODAIS EXTRAÍDOS A PARTIR DOS DADOS EXPERIMENTAIS

	Frequências naturais (Hz)			Fator de Perda		
	ω_{n_1}	ω_{n_2}	ω_{n_3}	η_1	η_2	η_3
Viga inferior	15,29	46,70	97,87	0,034	0,010	0,004
Viga Inferior + fixação do elo	12,62	42,91	96,04	0,016	0,004	0,004
Viga inferior + elo	13,91	44,69	98,53	0,046	0,050	0,002
Viga superior	16,50	41,30	81,29	0,028	0,010	0,006
Viga superior + fixação do elo	16,47	39,76	81,10	0,012	0,010	0,008
Viga superior +elo	-	-	-	-	-	-

FONTE: O autor, 2016.

Informa-se que os parâmetros modais não foram extraídos para a viga superior com o elo instalado pelo fato de que a razão sinal/ruído (S/R) é muito alta, resultando assim em FRFs que não permitem uma análise confiável.

No projeto do elo viscoelástico, não foram almejadas condições ótimas de valor da rigidez e da localização. Buscou-se tão somente que a rigidez do elo fosse significativamente menor do que a rigidez equivalente da viga no ponto de instalação.

O elo viscoelástico impõe uma atenuação significativa, observada em alguns nós, no segundo e terceiro modos. As TABELAS 6 e 7 apresentam valores máximos de amplitude da FRF e frequências de ressonância para os ensaios realizados com a viga inferior. As FIGURAS 32 a 35 permitem melhor visualização a atenuação anteriormente exposta.

TABELA 6 – AMPLITUDE DE FRF E FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA (EM Hz) PARA A VIGA INFERIOR

Viga Inferior						
Modo	1°		2°		3°	
Nó	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r
2	16,5	27,2	48,0	43,5	100,0	53,5
3	15,4	34,9	46,5	48,8	98,9	55,7
4	15,8	37,2	46,5	48,8	98,9	47,4
5	14,7	35,9	47,6	43,7	97,1	51,9
6	15,0	35,8	47,6	34,9	97,1	55,6
7	15,0	36,2	45,4	49,3	98,9	50,6
8	15,0	34,9	45,4	52,2	98,9	52,4
9	15,0	26,7	46,5	49,3	96,7	55,8
10	15,4	29,5	46,5	41,8	96,7	51,4

FONTE: O autor, 2016.

TABELA 7 – AMPLITUDE DE FRF E FREQUÊNCIA DE RESSONÂNCIA (EM Hz) PARA A VIGA INFERIOR

(continua)

Modo	Viga + fixação do elo						Viga + elo					
	1°		2°		3°		1°		2°		3°	
Nó	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r
2	11,7	21,4	42,5	41,3	96,7	50,7	14,3	23,1	45,0	32,7	99,2	47,1
3	12,1	31,0	42,1	46,1	96,0	55,4	13,9	32,0	44,7	39,7	98,5	51,5
4	12,1	33,1	42,1	45,9	96,0	46,5	13,9	36,1	44,7	39,1	99,2	49,4
5	11,4	33,5	42,9	39,8	94,1	52,2	13,9	33,4	45,4	31,0	99,2	48,1
6	11,4	33,2	42,9	39,1	94,1	55,5	13,9	32,1	45,8	29,6	98,1	51,1
7	13,6	35,5	42,5	48,8	97,4	51,1	13,9	32,2	45,0	37,9	99,2	43,8
8	13,6	33,0	42,5	50,8	97,4	53,6	13,6	31,7	44,0	41,6	99,2	45,0
9	13,6	25,9	44,3	51,8	96,3	60,0	13,9	25,9	44,7	39,2	96,3	50,9

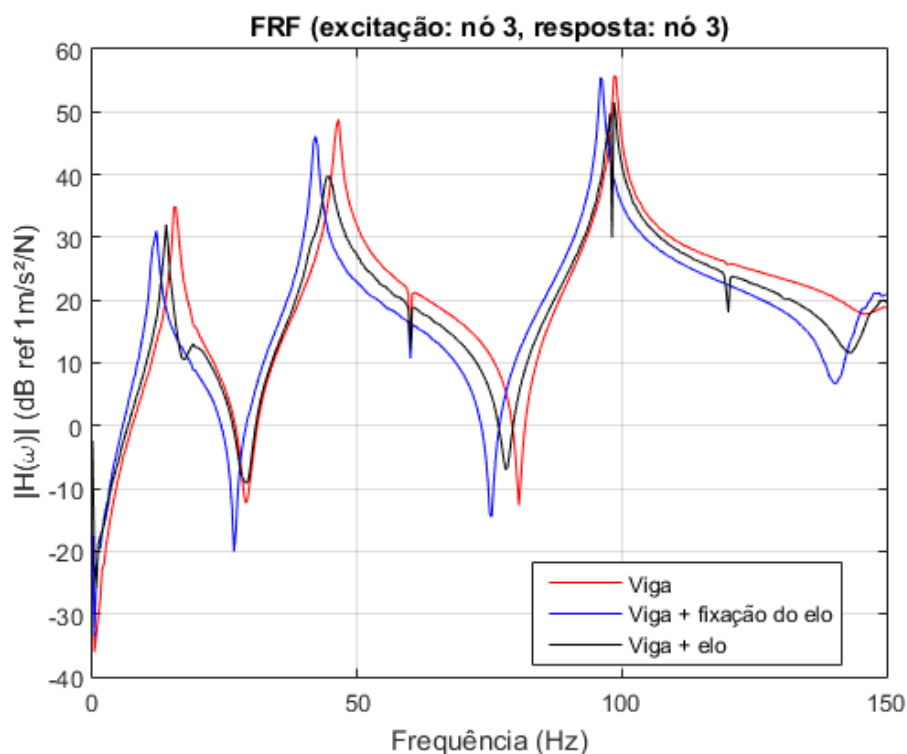
(conclusão)

Modo	Viga + fixação do elo						Viga + elo					
	1°		2°		3°		1°		2°		3°	
Nó	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r
10	13,6	16,7	44,3	43,9	96,3	55,5	13,9	14,8	45,0	31,7	98,1	47,8

FONTE: O autor, 2016.

Nas TABELAS 6 e 7, a pequena variação nas frequências de ressonância, ou frequências naturais amortecidas, medidas em cada nó se dá devido à discretização no domínio da frequência e pequenas variações nas medições principalmente próximo às condições de contorno. Estas diferenças não são significativas a ponto de indicar alteração na localização da frequência natural do modo

FIGURA 32 – ESPECTRO DE AMPLITUDE PARA VIGA INFERIOR, COM RESPOSTA NO TERCEIRO NÓ



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 33 – ESPECTRO DE AMPLITUDE PARA VIGA INFERIOR, COM RESPOSTA NO QUARTO NÓ

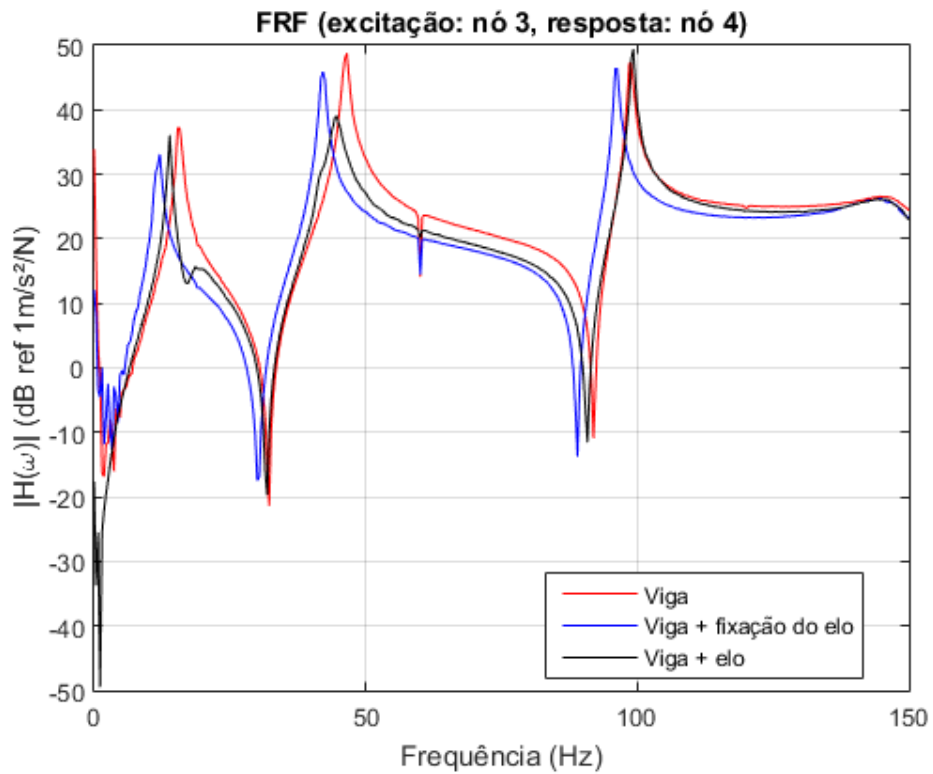


FIGURA 34 – ESPECTRO DE AMPLITUDE PARA VIGA INFERIOR, COM RESPOSTA NO SÉTIMO NÓ

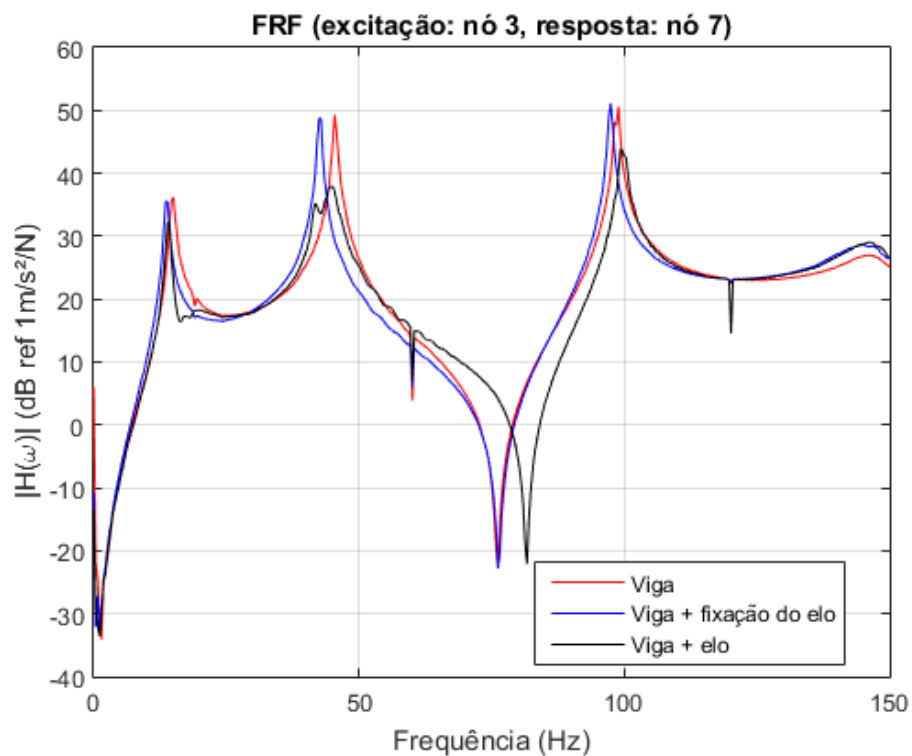
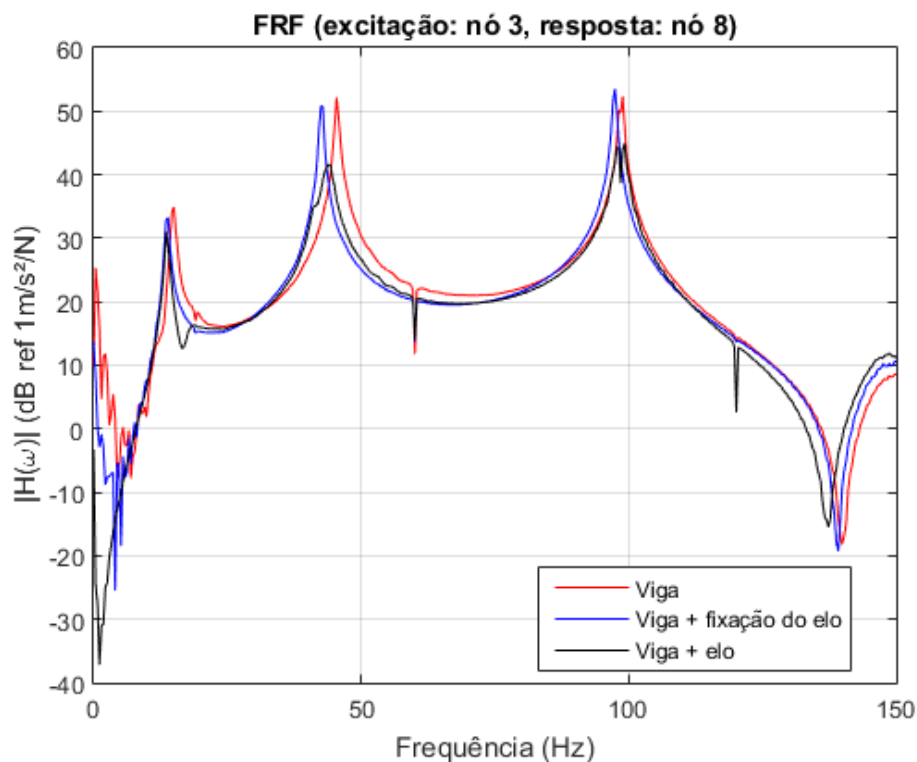


FIGURA 35 – ESPECTRO DE AMPLITUDE PARA VIGA INFERIOR, COM RESPOSTA NO OITAVO NÓ



FONTE: O autor (2016).

É possível comparar, a esta altura, alguns resultados experimentais com resultados correspondentes, oriundos de modelos analíticos.

A TABELA 8 apresenta, para tal fim, as frequências naturais experimentais e as frequências naturais computadas através de modelos analíticos de viga biengastada e biapoçada.

TABELA 8 – FREQUÊNCIAS NATURAIS ANALÍTICAS E EXPERIMENTAIS, EM Hz

	Biengastada (analítico)	Biapoçada (analítico)	Viga inferior (experimental)	Viga superior (experimental)
1ª frequência natural (Hz)	17,06	7,53	15,29	16,49
2ª frequência natural (Hz)	47,02	30,10	46,7	41,3
3ª frequência natural (Hz)	92,18	67,72	97,87	81,29
4ª frequência natural (Hz)	152,37	120,39	-	-

FONTE: O autor, 2016.

Os modelos analíticos para vigas biengastada e biapoçada são discutidos em Rao (2011). Nesses modelos, para obtenção dos resultados da TABELA 8, são utilizados, para as vigas, os

seguintes valores: espessura de 2,2mm, largura de 43mm, comprimento de 770mm, módulo de elasticidade de 60GPa, densidade de 3000 Kg/m³ e coeficiente de Poisson igual a 0,33.

Observa-se que as vigas inferior e superior se aproximam da condição de viga biengastada, como desejado.

4.3 ATUALIZAÇÃO ESTRUTURAL

4.3.1 Considerações gerais

Os parâmetros modais experimentais para cada condição investigada constituem informações fundamentais para que a atualização estrutural dos modelos em elementos finitos seja realizada. O objetivo principal é obter um modelo que descreva de forma satisfatória o comportamento da viga em diversas condições. Na sequência, esta descrição é validada através de comparações entre as frequências naturais e amplitudes de FRF (inertância) nas frequências de ressonância obtidas experimentalmente e em decorrência à atualização estrutural.

O sistema físico viga, em um primeiro momento, aparenta ser bastante simples. Porém durante o desenvolvimento nota-se que parâmetros com alta sensibilidade na resposta do modelo não haviam sido inicialmente considerados. Isso demonstra a aplicabilidade do método e a dificuldade em se calibrar os parâmetros do modelo numérico sem uma estratégia adequada. Para se atingir uma melhor correlação entre resultados experimentais e numéricos, os seguintes modelos são estudados: (i) viga biengastada; (ii) viga biapoiada; (iii) viga biapoiada com molas de torção de igual rigidez nos apoios; e (iv) viga biapoiada com molas de torção de rigidez independente nos apoios.

Ressalta-se que, apesar das vigas serem nominalmente iguais, pequenos desvios de fabricação são notados nas aferições dimensionais realizadas. De maneira similar, as condições de contorno implementadas para as vigas são distintas e podem se distanciar, em maior ou menor medida, das condições teóricas de engaste ou apoio simples.

Como primeira etapa da atualização estrutural, selecionam-se os parâmetros a serem otimizados (atualizados). Esta escolha é baseada em investigação dimensional da estrutura, bem como em incertezas sobre propriedades físicas e condições dos apoios. Para garantir que os parâmetros finais fiquem dentro de valores fisicamente possíveis, introduzem-se limites superiores e inferiores às variáveis escolhidas. Os parâmetros a serem atualizados em cada modelo e aqueles os utilizados diretamente como entrada, sendo oriundos dos experimentos, são relacionados na TABELA 9.

TABELA 9 – PARÂMETROS MANIPULADOS EM CADA MODELO

	Parâmetros atualizados (variáveis de projeto)	Parâmetros de entrada (obtidos experimentalmente)
Modelo i	t_v, ρ, E, ζ_j	$\omega_{n_j}, \Phi_j, \omega$
Modelo ii	t_v, ρ, E, ζ_j	$\omega_{n_j}, \Phi_j, \omega$
Modelo iii	t_v, ρ, E, K, ζ_j	$\omega_{n_j}, \Phi_j, \omega$
Modelo iv	$t_v, \rho, E, K_1, K_2, \zeta_j$	$\omega_{n_j}, \Phi_j, \omega$

FONTE: O autor, 2016.

onde ω , representa a frequência de excitação.

A espessura da viga, t_v , é um parâmetro a ser atualizado, pois uma análise preliminar revela que uma variação de 0,1mm na espessura é responsável por alterar em 0,5Hz, ou aproximadamente 3%, a frequência natural do primeiro modo. Observa-se que a espessura aferida não é uniforme em toda a extensão das vigas, e que garantir a acurácia em 0,1mm nas medições não é uma atividade trivial, exigindo meios de medição menos elementares e ambiente controlado. A sensibilidade do modelo em relação a este parâmetro decorre do fato de que ele é elevado ao cubo no cálculo do momento de inércia de área das vigas.

Já para os casos da densidade, ρ , e do módulo de elasticidade, E , tem-se que eles são propriedades dos materiais, que não são conhecidas com exatidão mas sim em uma faixa de valores possíveis. Isto ocorre devido a variações no processo de fabricação do material, bem como em sua composição química, que, por normas de fabricação permite variações nas participações de cada elemento constituinte.

Quanto à rigidez dos apoios, trata-se de um parâmetro sobre o qual se tem pouco conhecimento, pois ele varia conforme a estratégia de fixação e o torque aplicado (no caso de parafusos), entre outros fatores. As molas de torção são utilizadas apenas no eixo z, visto que face à instalação das vigas nas estruturas de fixação, não há deslocamentos significativos nos eixos x e y. O eixo z está orientado para cima de forma perpendicular à disposição horizontal das vigas.

Por fim, há as razões de amortecimento modal, ζ . O amortecimento não é algo trivial de se modelar. Assim, a inclusão de parâmetros associados a ele dentre aqueles sob atualização é corriqueira.

Os limites utilizados para cada parâmetro são expostos na TABELA 10.

TABELA 10 – LIMITES DOS PARÂMETROS ATUALIZADOS

Parâmetro	t (mm)	ρ (Kg/m ³)	E (GPa)	K_1, K_2 (N/m)	ζ_1	ζ_2	ζ_3
Limite máximo	2,6	3000	90	1×10^5	0,050	0,020	0,010
Limite mínimo	2,1	2300	60	0	0,015	0,005	0,001
Valor inicial	2,25	2700	70	2500	0,030	0,010	0,004

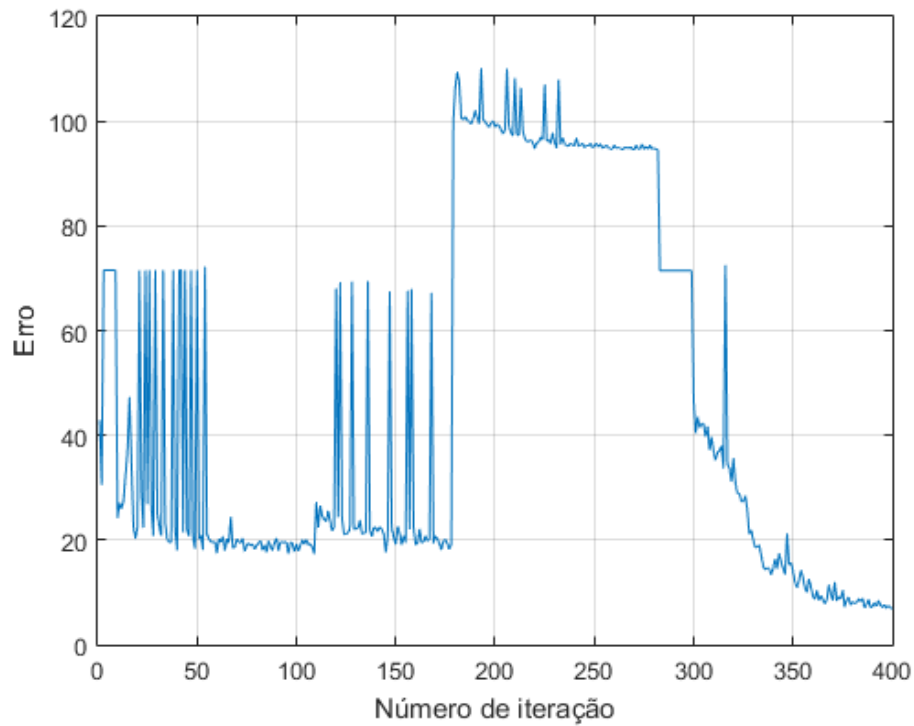
FONTE: O autor, 2016.

4.3.2 Vigas inferior e superior

Num estágio inicial, apenas as vigas inferior e superior são caracterizadas, visando obter um modelo em elementos finitos que melhor represente seu comportamento dinâmico. São expostos os resultados ótimos encontrados bem como a análise do MAC (*Modal Assurance Criterion*), que é um critério utilizado para demonstrar a correlação física entre os modos experimentais e numéricos. Preliminarmente, contudo, são apresentadas as FIGURAS 36 e 37, que representam o comportamento da função objetivo durante a otimização, para os melhores modelos ajustados, quais sejam, o de viga biapoiada com molas de torção simétricas, para a viga inferior, e de viga biapoiada com molas de torção independentes, para a viga superior.

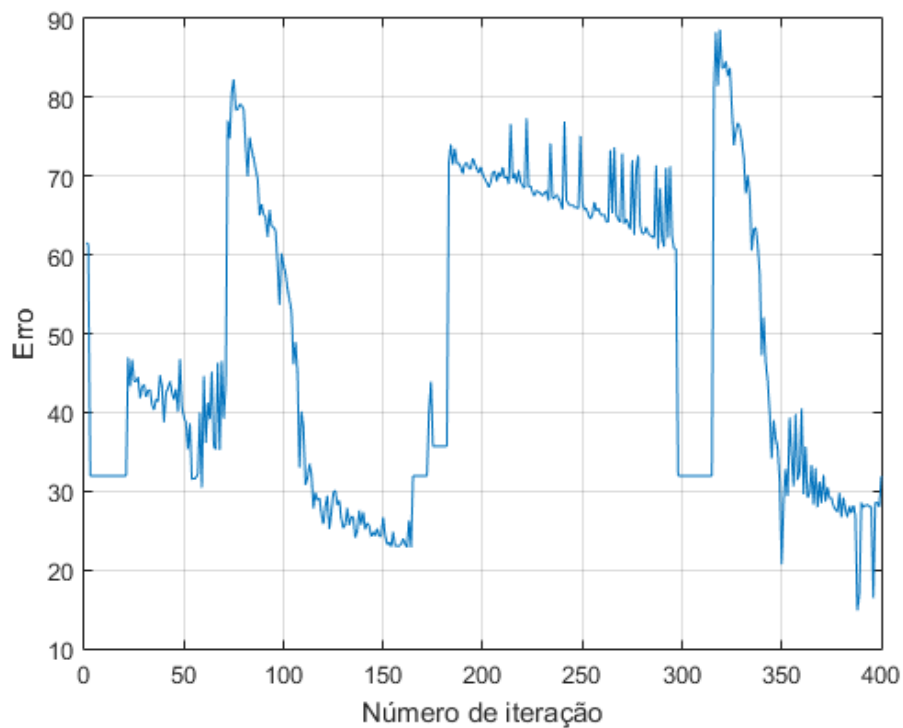
Apesar dos parâmetros pertinentes a esta análise estarem dentro de limites razoáveis, percebe-se que há uma grande variação no comportamento dinâmico, representada pelo erro da função objetivo. Mesmo no caso de duplo engaste, em que a rigidez das molas de torção não é utilizada. A TABELA 11 apresenta uma comparação entre as frequências naturais experimentais e dos modelos ajustados, junto com os valores de MAC associados.

FIGURA 36 – COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO OBJETIVO DURANTE O PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO PARA O MODELO DE VIGA BIAPOIADA COM MOLAS DE TORÇÃO SIMÉTRICAS (VIGA INFERIOR)



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 37 – COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO OBJETIVO DURANTE O PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO, PARA O MODELO DE VIGA BIAPOIADA COM MOLAS DE TORÇÃO INDEPENDENTES (VIGA SUPERIOR)



FONTE: O autor (2016).

TABELA 11 – COMPARAÇÃO ENTRE FREQUÊNCIAS NATURAIS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICAS, COM VALORES ASSOCIADOS DE MAC

	Viga inferior				Viga Superior			
	Experimental [Hz]	Numérico [Hz]	Erro (%)'	MAC	Experimental [Hz]	Numérico [Hz]	Erro (%)	MAC
f_{n_1}	15,29	17,77	16,22	0,98	16,49	15,04	-8,79	0,98
f_{n_2}	46,70	49,25	5,46	0,97	41,30	41,76	1,11	0,96
f_{n_3}	97,87	97,21	-0,67	0,9	81,29	82,54	1,54	0,72

FONTE: O autor, 2016.

Os erros na TABELA 11 representam, percentualmente, a diferença entre o melhor resultado numérico e o experimental. Apesar do erro percentual para o primeiro modo estar acima ou próximo a 10%, a diferença é inferior de 2Hz, o que é satisfatório, levando-se em consideração a grande variação possível para estes resultados.

A TABELA 12 apresenta os valores ótimos para os parâmetros atualizados neste estágio.

TABELA 12 – VALORES ÓTIMOS PARA OS PARÂMETROS ATUALIZADOS

	Viga inferior	Viga Superior
Espessura (t_v) [mm]	2,13	2,10
Densidade (ρ) [Kg/m ³]	2767,1	2700
Módulo de Elasticidade (E) [GPa]	63,6	60,0
Rigidez da mola de torção (K_1) [N/m]	64550	40,0
Rigidez da mola de torção (K_2) [N/m]	64550	4648
Razão de amortecimento modal 1 (ζ_1)	0,015	0,015
Razão de amortecimento modal 2 (ζ_2)	0,013	0,010
Razão de amortecimento modal 3 (ζ_3)	0,010	0,001

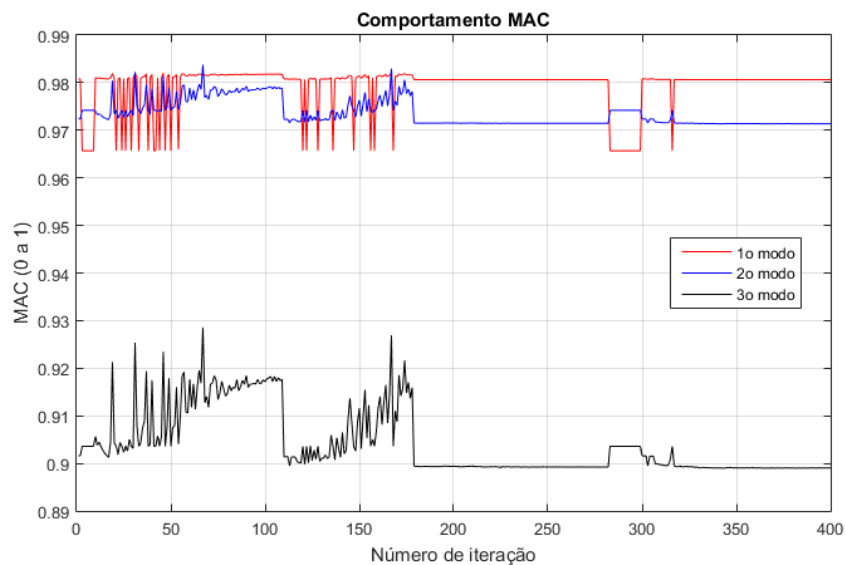
FONTE: O autor, 2016.

Neste ponto é necessário um comentário a respeito da diferença de ordem de grandeza entre os valores de rigidez do apoio, esta diferença se dá pelo processo de otimização levar em consideração apenas o valor da função objetivo. Estes valores são os que apresentam o menor

valor da função objetivo, parâmetros com mesma ordem de grandeza apresentam bons resultados, porém são apresentados apenas os valores que fornecem o menor valor da função objetivo utilizada.

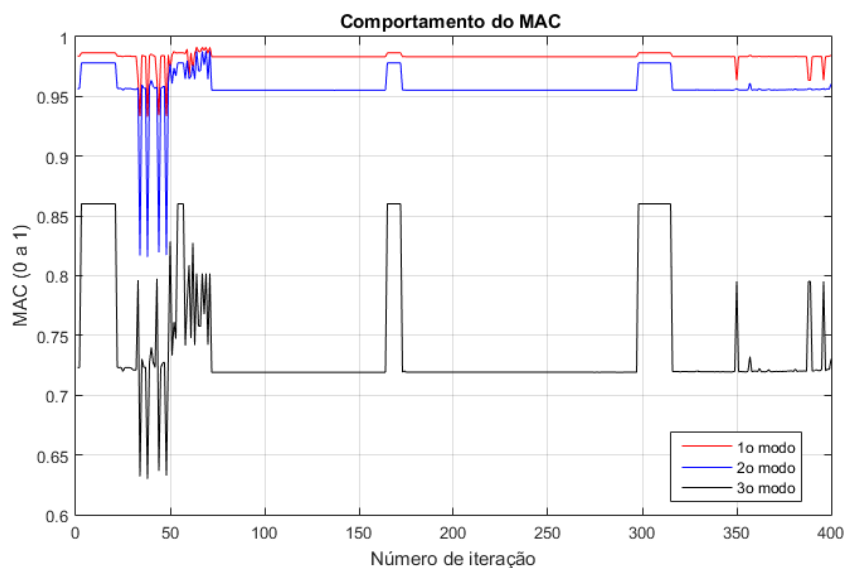
Em geral, os modelos apresentam uma boa concordância com relação às frequências naturais. Analisando o critério MAC (*Modal Assurance Criterion*), exposto mais detalhadamente nas FIGURAS 38 e 39, onde compara-se modos reais.

FIGURA 38 – COMPORTAMENTO DO MAC DURANTE O PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO DA VIGA INFERIOR, COM MODELO DE VIGA BIAPOIADA COM MOLAS DE TORÇÃO SIMÉTRICAS



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 39 – COMPORTAMENTO DO MAC DURANTE O PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO DA VIGA SUPERIOR, COM MODELO DE VIGA BIAPOIADA COM MOLAS DE TORÇÃO INDEPENDENTES



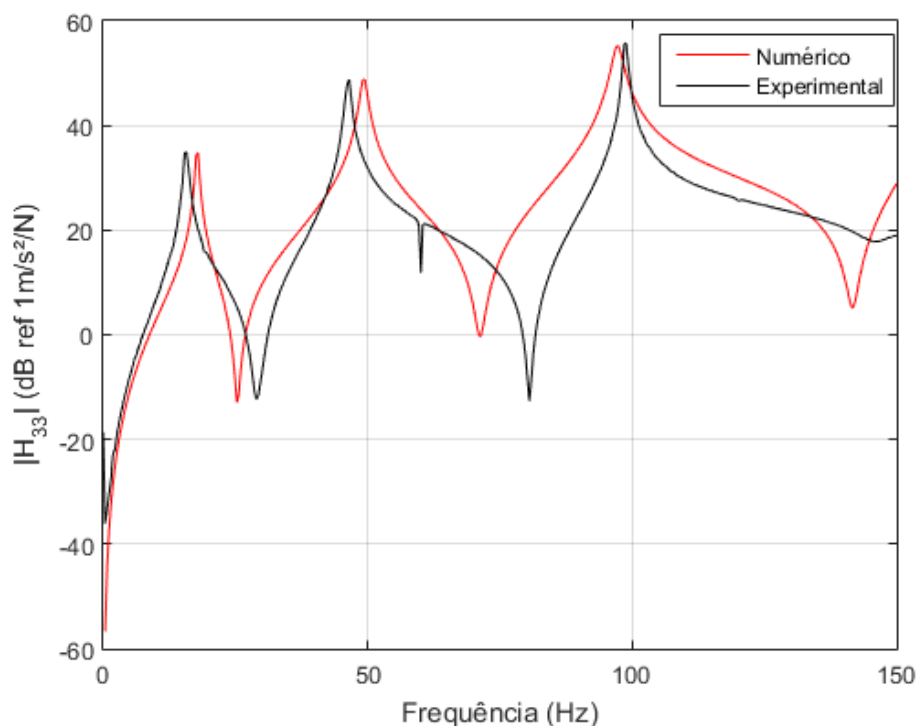
FONTE: O autor (2016).

Os efeitos de dissipação de energia oriundos das vigas, bem como de suas condições de contorno, estão descritos sob as razões de amortecimento modal. Na modelagem numérica é utilizado o modelo de amortecimento proporcional.

A partir da análise das FIGURAS 38 e 39 constata-se que há, na maioria dos casos, uma boa correlação física entre os modos de vibrar experimental e numérico, uma vez que os valores do MAC são, via de regra, iguais ou superiores a 0,9. O menor valor obtido para o 3º modo da viga superior ocorre devido à imprecisão da extração do modo de vibrar experimental.

Abordando a situação como um todo, observa-se que os modelos representam de forma satisfatória o comportamento dinâmico das vigas. Isso é, particularmente no tocante às frequências de ressonância e suas respectivas amplitudes de FRF, conforme ilustrado nas FIGURAS 40 e 41, para inertâncias da viga inferior, com respostas medidas nos nós 3 e 4. A análise é realizada nos demais nós, verificando-se que há um comportamento similar ao já exposto, também observado para a viga superior.

FIGURA 40 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR (RESPOSTA NO NÓ 3)

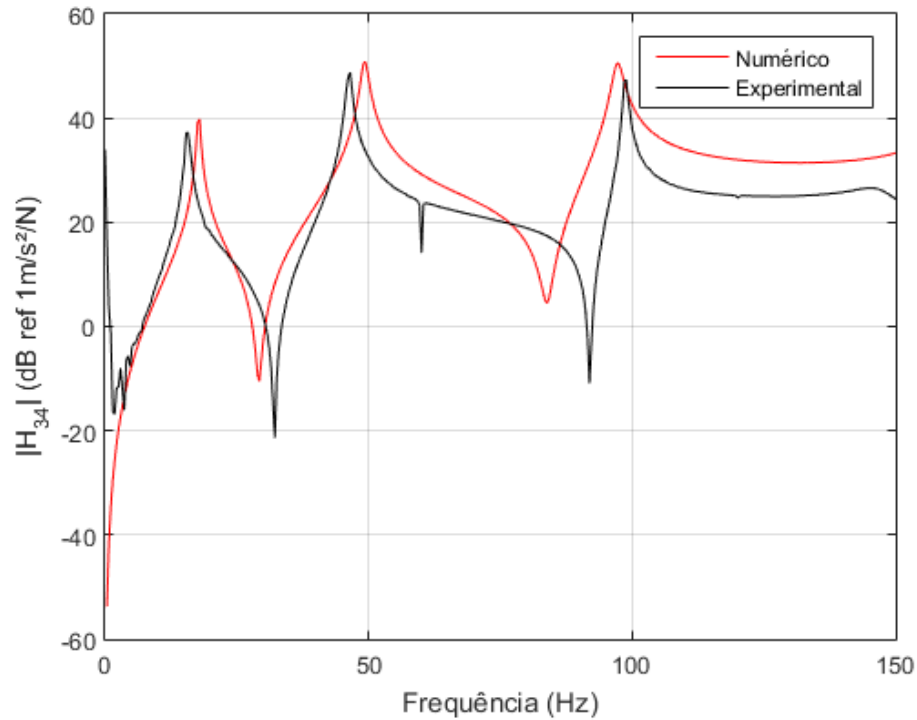


FONTE: O autor (2016).

Nota-se pelo exposto nas FIGURAS 40 e 41 que nas regiões do entorno das frequências de ressonância apresentam uma boa correlação com o modelo experimental. Há uma notada variação da razão de amortecimento modal entre o modelo numérico e experimental, isto ocorre

devido à função objetivo escolhida, a qual leva em consideração a diferença entre as amplitudes das frequências de ressonância, e suas frequências apenas.

FIGURA 41 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR (RESPOSTA NO NÓ 4)



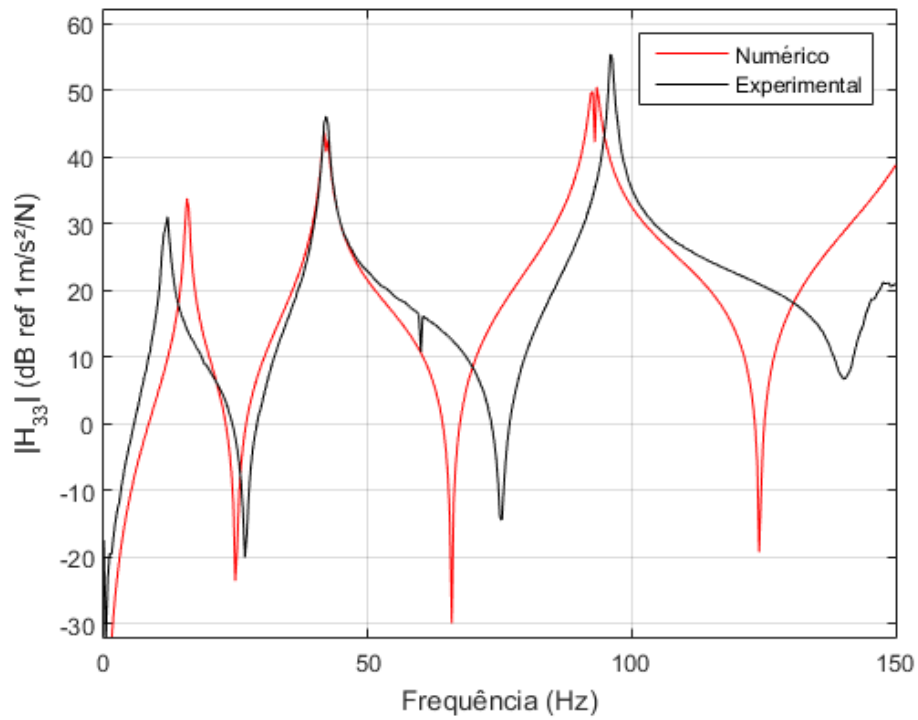
FONTE: O autor (2016).

4.3.3 Vigas inferior e superior com os elementos de fixação dos elos

Com os modelos de viga atualizados, podem ser avaliados os efeitos de modificações nas vigas. Adicionam-se, então, os componentes de fixação do elo, que serão representados por massas concentradas e momentos de inércia de massa localizados nos modelos em elementos finitos. Espera-se que a partir de modelos elementares calibrados, seja possível aplicar modificações e prever os novos comportamentos dinâmicos com um bom grau de confiança.

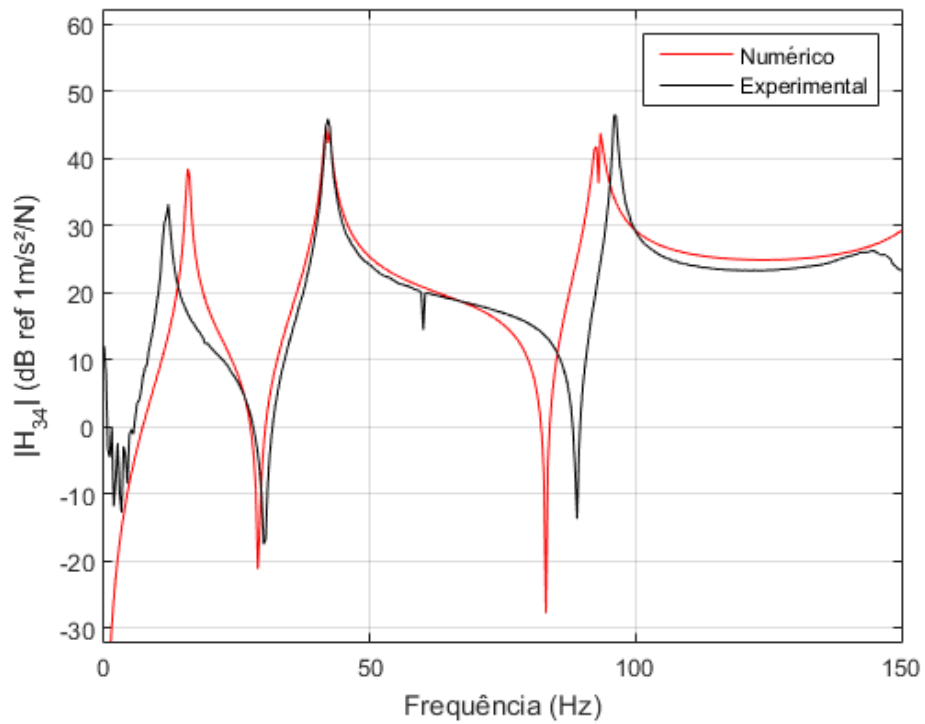
As comparações correspondentes são apresentadas nas FIGURAS 42 e 43, com respostas nos nós 3 e 4 da viga inferior. Nota-se, pela análise dessas figuras, que boas concordâncias continuaram a ser obtidas, especialmente no tocante às frequências de ressonância e amplitudes de FRF, o que é repetido para o comportamento da viga superior.

FIGURA 42 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELEMENTOS DE FIXAÇÃO DO ELO (RESPOSTA: NÓ 3)



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 43 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELEMENTOS DE FIXAÇÃO DO ELO (RESPOSTA: NÓ 4)



FONTE: O autor (2016).

A TABELA 13 apresenta uma comparação, no presente estágio, entre as frequências de ressonância e as respectivas amplitudes em dB para alguns nós selecionados da viga. Apesar de componentes com geometria complexa terem sido ajustados como massas e inércias à rotação concentradas, os modelos se mantiveram representando dinamicamente as vigas reais de forma satisfatória.

TABELA 13 – FREQUÊNCIAS E AMPLITUDES DE RESSONÂNCIA (EM dB) PARA FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA VIGA INFERIOR COM COMPONENTES DE FIXAÇÃO DO ELO

Nó	Experimental						Numérica					
	1° Modo		2° Modo		3° Modo		1° Modo		2° Modo		3° Modo	
	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r
3	12,1	31,0	41,8	45,0	96,0	55,4	15,8	33,8	41,8	43,8	93,4	50,5
4	12,1	33,1	42,1	45,9	96,0	46,5	15,8	38,5	42,5	44,0	93,4	43,8
7	13,6	35,5	42,9	48,6	97,4	51,1	15,8	39,9	41,8	47,3	93,4	45,0
8	13,6	33,0	42,5	50,8	97,4	53,6	16,1	31,3	41,8	45,8	93,4	53,9

FONTE: O autor, 2016.

4.3.4 Vigas inferior e superior com elos viscoelásticos

O estágio final consiste em representar o acoplamento entre as vigas através do elo viscoelástico. Para a presente análise, utiliza-se um modelo composto, com os modelos das duas vigas em paralelo, sendo que esses modelos já apresentam seus parâmetros atualizados. Assim, cada modelo de viga já inclui a modificação do elemento de fixação do elo. Adicionalmente, o elo é representado através de uma mola de rigidez complexa, que une os quartos nós das vigas. A FIGURA 44 ilustra, de forma simplificada, o modelo composto.

FIGURA 44 – MODELO COMPOSTO SIMPLIFICADO, CONTENDO VIGAS E ELO VISCOELÁSTICO



FONTE: O autor (2016).

A mola com rigidez complexa é descrita no modelo em elementos finitos através da parte real e de um fator de amortecimento, que corresponde ao inverso do fator de perda. Recorda-se que a rigidez do elo submetido a tração é dada por

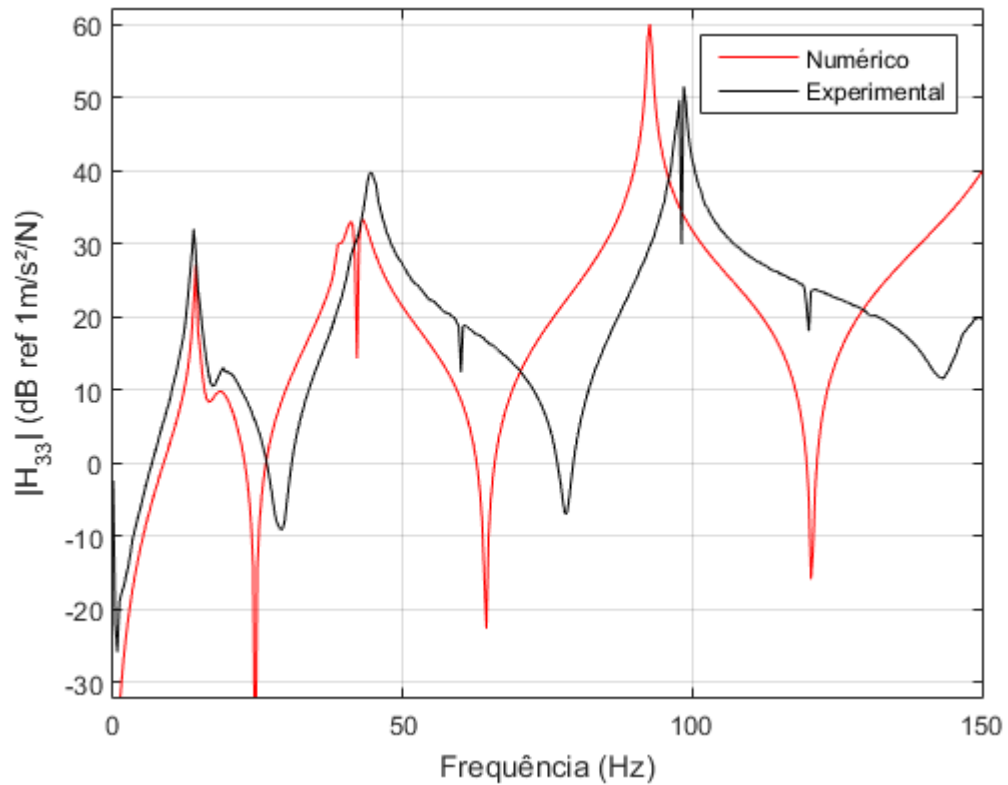
$$\bar{k}(\omega, T) = \frac{A}{l} \bar{E}(\omega, T) \quad (34)$$

A parte real da rigidez contribui com os efeitos elásticos, já a parte imaginária contribui com os efeitos de dissipação de energia. Isso faz com que o sistema composto apresente uma matriz de rigidez complexa da estrutura. Na determinação da rigidez do elo são empregados, para os módulos de elasticidade real e imaginário e o fator de perda, os parâmetros apresentados por Balbino (2012), considerando a temperatura de ensaio de 22°C e a faixa de frequências de interesse.

As FIGURAS 45 a 47 ilustram comparações entre FRFs numéricas (obtida através do modelo em elementos finitos) e experimentais, com respostas nos nós 3, 4 e 7 respectivamente. O modelo empregado apresenta bons resultados, apesar de um certo nível de erro em relação aos resultados experimentais. Isto pode ser explicado, em parte, pelo fato das propriedades físicas do material viscoelástico apresentarem significativa variação de um lote para outro do material, decorrente de seu processo de fabricação. Embora um material viscoelástico nominalmente idêntico ao investigado por Balbino (2012), uma expressiva dispersão nas suas propriedades físicas pode-se fazer presente, sendo este o principal fator de erro nesta etapa da análise.

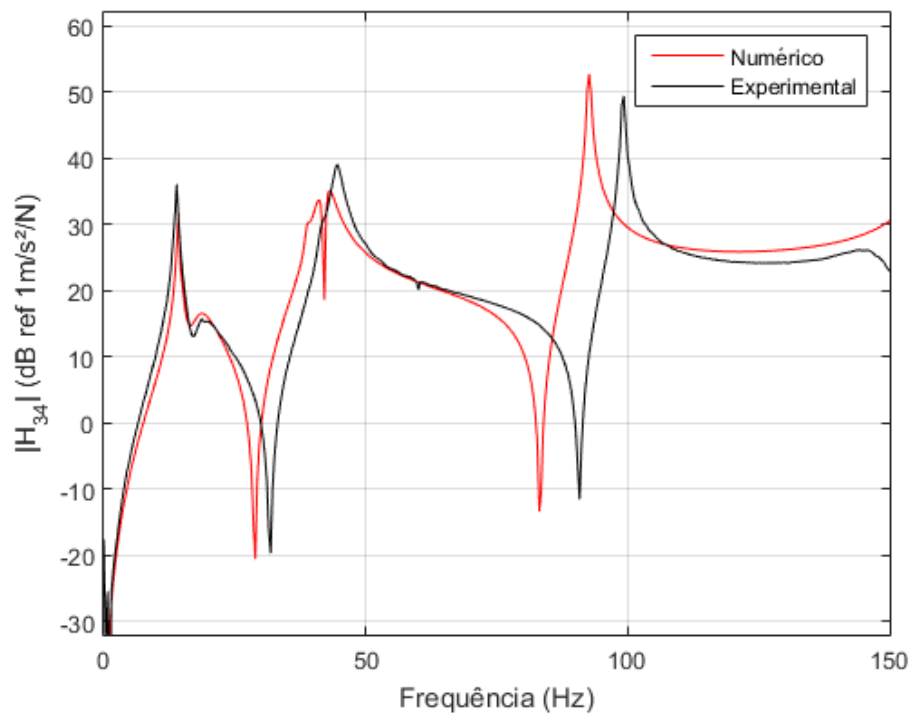
Para os resultados apresentados nas FIGURAS 45 a 47 pode-se atribuir o comportamento e a atenuação aos efeitos dissipativos (rigidez complexa) do elo viscoelástico. Pois simulações que utilizam apenas a parte real da rigidez mostram que a FRF resultante independente do nó seria diferente, com um aumento nas amplitudes das respostas.

FIGURA 45 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELO INSTALADO
(RESPOSTA: NÓ 3)



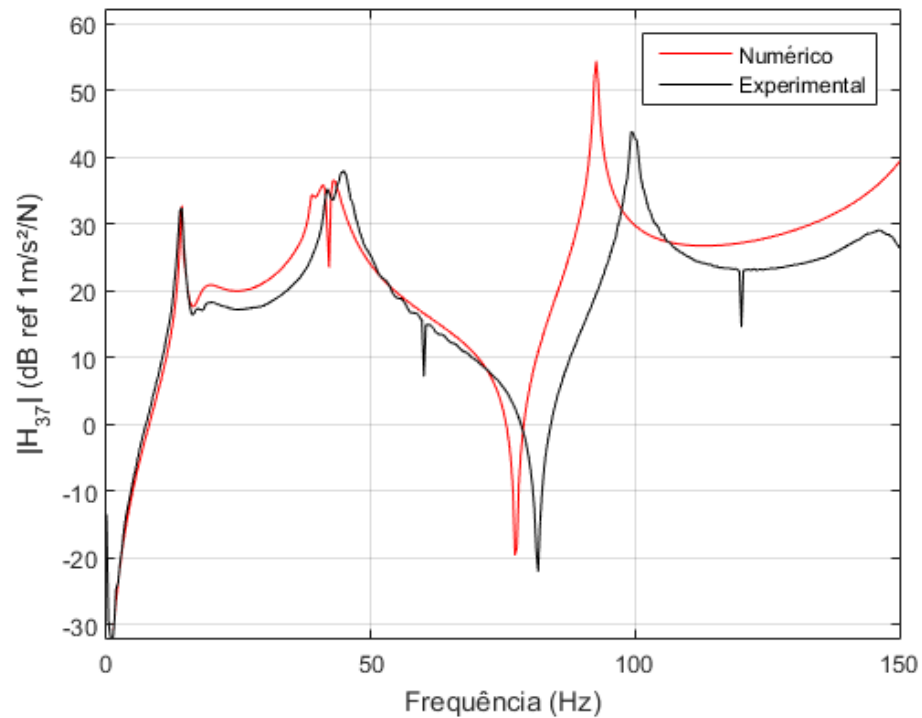
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 46 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELO INSTALADO
(RESPOSTA: NÓ 4)



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 47 – FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL PARA VIGA INFERIOR, COM ELO INSTALADO
(RESPOSTA: NÓ 7)



FONTE: O autor (2016).

A TABELA 14 apresenta uma comparação entre as frequências de ressonância e as respectivas amplitudes, em dB, para alguns nós selecionados. Verifica-se boa concordância entre as frequências experimentais e numéricas, com erros inferiores a 7%.

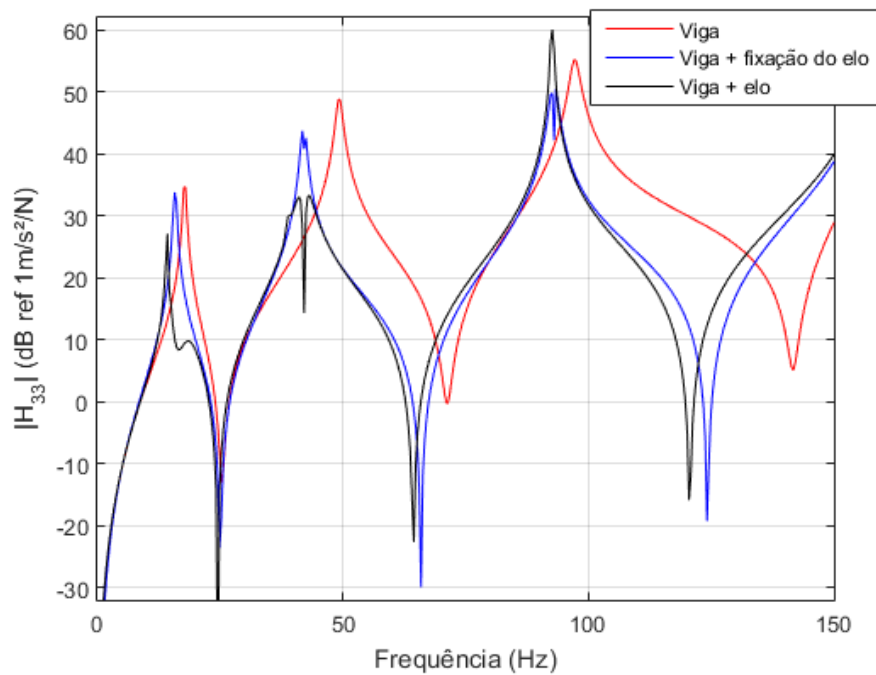
TABELA 14 – FREQUÊNCIAS E AMPLITUDES DE RESSONÂNCIA (EM dB) PARA FRFS NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA VIGA INFERIOR ACOPLADA PELO ELO

Nó	Experimental						Numérico					
	1° Modo		2° Modo		3° Modo		1° Modo		2° Modo		3° Modo	
	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r	f_r	H_r
3	13,9	32,0	44,7	39,7	98,5	51,5	14,3	27,1	42,9	33,1	92,7	60,1
4	13,9	36,1	44,3	38,7	99,2	49,4	14,3	31,6	42,9	34,9	92,7	52,7
7	13,9	32,2	45,0	37,9	99,2	43,8	14,3	32,8	42,9	36,6	92,7	54,4
8	13,6	31,1	44,0	41,6	99,2	45,0	14,3	30,0	42,9	38,2	92,7	59,8

FONTE: O autor, 2016.

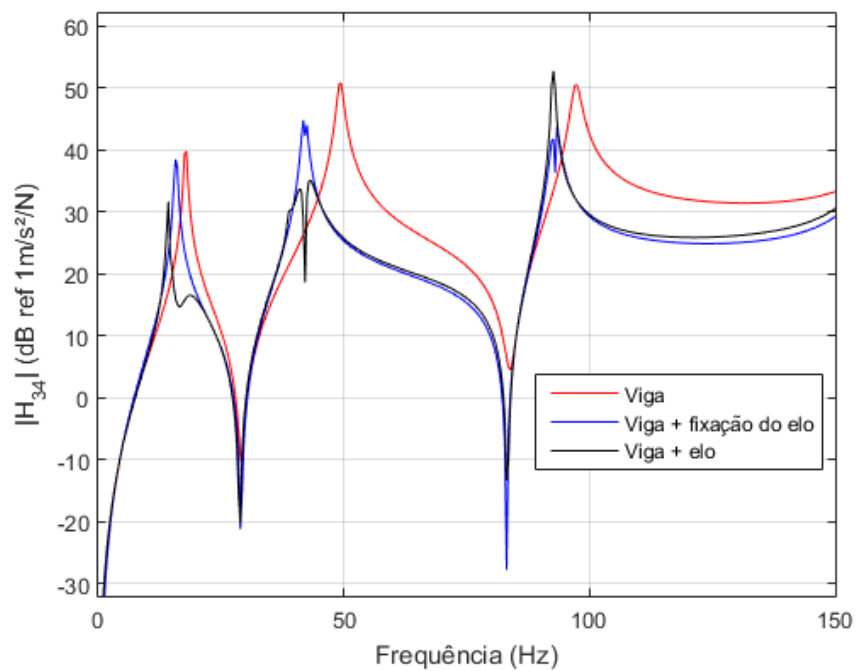
Por fim, as FIGURAS 48 a 51 ilustram as várias FRFs obtidas ao longo da atualização estrutural. Observa-se em geral, que o elo apresenta o efeito significativo de redução de amplitude no segundo e terceiros modos de vibração.

FIGURA 48 – FRFS RESULTANTES DOS MODELOS NUMÉRICOS (NÓ 3)



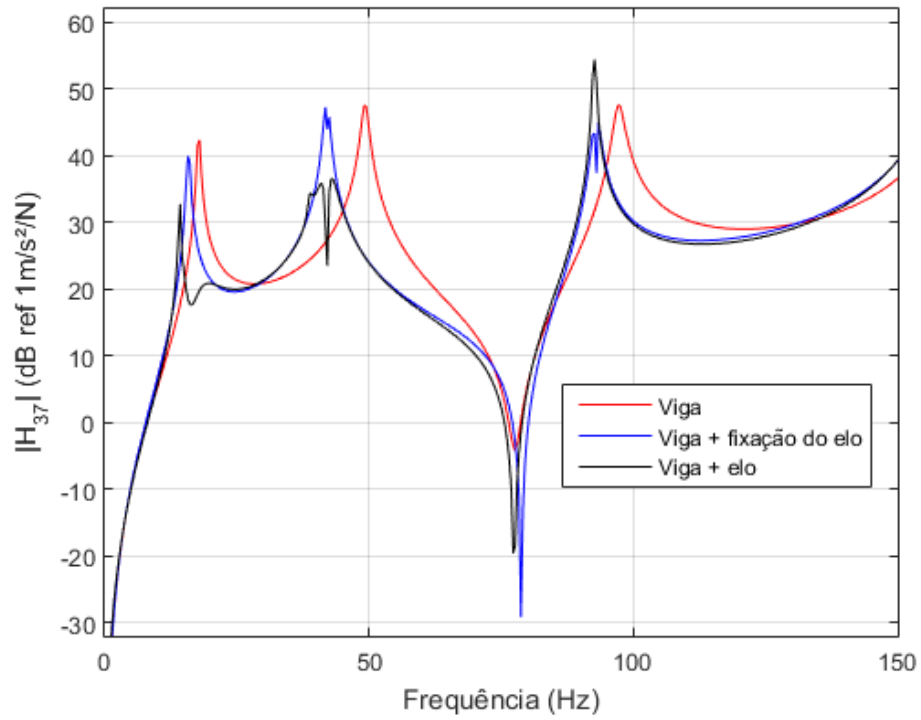
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 49 – FRFS RESULTANTES DOS MODELOS NUMÉRICOS (NÓ 4)



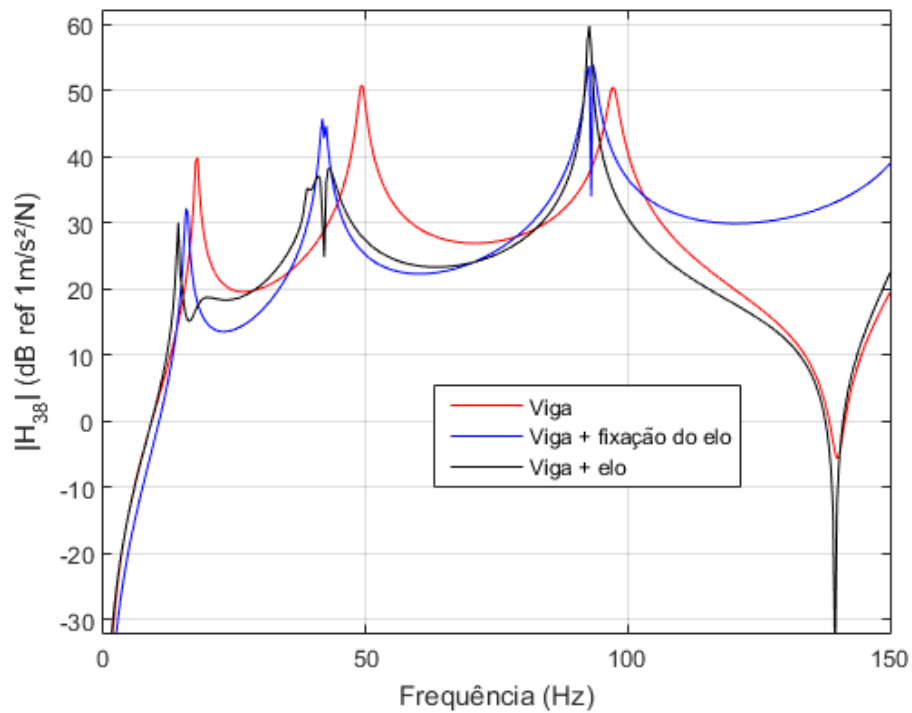
FONTE: O autor (2016).

FIGURA 50 – FRFS RESULTANTES DOS MODELOS NUMÉRICOS (NÓ 7)



FONTE: O autor (2016).

FIGURA 51 – FRFS RESULTANTES DOS MODELOS NUMÉRICOS (NÓ 8)



FONTE: O autor (2016).

As FIGURAS 48 a 51 mostram os efeitos das diversas modificações as quais as vigas sofreram. Nota-se que o comportamento numérico apresentado é similar ao observado nos resultados experimentais, especialmente no entorno das frequências de ressonância. Um efeito característico notado tanto experimentalmente, quanto numericamente, quando as vigas estão acopladas há o surgimento de um segundo pico próximo à região do primeiro modo de vibrar. Adicionalmente o surgimento de dois picos próximos com frequências de ressonância similares é evidenciado próximo ao segundo modo de vibrar da viga inferior. Este efeito é também observado com maior clareza quanto maior a discretização do domínio durante a etapa experimental. Estes comportamentos são oriundos do fato de que apesar de as vigas serem nominalmente iguais, apresentam uma pequena variação na localização das frequências de ressonância.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 CONCLUSÕES

Para as vigas isoladas com molas de torção nos apoios, sem conexão por elo viscoelástico, a atualização estrutural efetuada atinge o objetivo fornecer um modelo que permite a predição do comportamento dinâmico, após a realização de modificações estruturais, para controle de vibrações. Esse objetivo é atingido através da obtenção de parâmetros atualizados para as vigas, a recordar, densidade, módulo de elasticidade, espessura e razão de amortecimento modal. Tais parâmetros influenciam significativamente o comportamento dinâmico das vigas, o que justifica a sua escolha. A importância de se utilizar uma metodologia adequada para atualização estrutural é demonstrada através da grande variação da função objetivo durante o processo correspondente.

Ainda para as vigas isoladas, observa-se que, apesar do uso de modelos numéricos simples, há uma boa correspondência entre as frequências de ressonância obtidas via numérica e experimental. Isso também é observado para as amplitudes de FRF associadas. A correlação entre os modos de vibrar experimentais e numéricos é verificada através do critério MAC, que apresenta valores superior a 0,9 na maioria dos casos.

Entende-se que as discrepâncias observadas entre as FRFs numérica e experimentais residem em fontes de erro não exploradas. Uma delas é o fato de que o modelo de viga em elementos finitos utilizado não permite representar as variações de massa e rigidez ao longo do seu comprimento com a acurácia necessária. A própria seção transversal do modelo da viga não é variável ao longo do comprimento, característica que é observada, ainda que em menor escala, nos componentes reais.

Os modelos empregados no presente trabalho permitem avaliar diversas condições de contorno. Assim, por exemplo, o modelo de viga biapoiada com molas de torção pode representar desde uma viga duplamente engastada até uma viga biapoiada simples, passando por condições intermediárias. Esta abordagem é de grande importância dadas as dificuldades em se obter as condições de contorno exatas da situação real.

Após o acoplamento das vigas pelo elo viscoelástico, continuou-se a observar, em geral, uma boa correspondência entre os resultados numéricos e experimentais. Isso é particularmente verificado nos dois primeiros modos de vibrar, e reforça a conclusão de que a abordagem de atualização estrutural é de grande valia. Outra constatação importante é que, apesar do projeto do elo não ser otimizado, notam-se reduções significativas nas amplitudes máximas de FRF

após a sua inserção, sem adição expressiva de rigidez no sistema composto, conforme esperado.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Considerando os resultados e a metodologia aplicada, uma evolução natural seria o aumento de complexidade da análise, e, conseqüentemente, do custo computacional, podendo-se então obter uma melhor correlação entre o sistema real e o modelo numérico em uma região maior do espectro analisado.

A primeira sugestão é aprimorar a distribuição, de rigidez e massa nos modelos de viga, através do uso de seções transversais variáveis ao longo do comprimento. Para tal, um modelo numérico com elementos tridimensionais pode ser uma alternativa interessante.

A segunda proposta reside na otimização do projeto do elo viscoelástico, bem como na sua localização e quantidade. O projeto do(s) elo(s) teria como premissa reduzir ao máximo os picos de FRF do sistema composto na faixa de frequência de interesse.

A terceira proposta é verificar a presença de transferência de energia entre as vigas, através do fenômeno denominado *energy pumping* no sistema composto acoplado (TUSSET et al., 2012).

Por fim, sugere-se que, para melhor representar o comportamento dinâmico do sistema físico real composto por cabos aéreos de linhas de transmissão com espaçadores amortecedores, ambas as vigas sejam instaladas numa mesma estrutura de fixação. Dessa forma, será possível analisar também os efeitos da transmissão de movimento de uma viga para a outra, mesmo sem o acoplamento por elos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGILENT TECHNOLOGIES. The fundamentals of modal testing. **Application Note 243-3**. Disponível em: <http://www.modalshop.com/techlibrary/Fundamentals%20of%20Modal%20Testing.pdf>. Acesso em 10 dez. 2015.

ALLEMANG, R. J. The modal assurance criterion – twenty years of use and abuse. **Journal of sound and Vibration**, v. 37, n. 8, p. 14-23, 2003.

ARORA, J. **Introduction to optimum design**. Academic Press, 2004.

ARORA, V.; SINGH, S. P.; KUNDRA, T. K. Damped model updating using complex updating parameters. **Journal of Sound and Vibration**, v. 320, n. 1, p. 438-451, 2009a.

ARORA, V.; SINGH, S. P.; KUNDRA, T. K. Finite element model updating with damping identification. **Journal of Sound and Vibration**, v. 324, n. 3, p. 1111-1123, 2009b.

ATALLA, M. J.; INMAN, D. J. On model updating using neural networks. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 12, n. 1, p. 135-161, 1998.

BAGCHI, A. Updating the mathematical model of a structure using vibration data. **Journal of Vibration and Control**, v. 11, n. 12, p. 1469-1486, 2005.

BAKIR, P. G.; REYNDERS, E.; DE ROECK, G. An improved finite element model updating method by the global optimization technique ‘Coupled Local Minimizers’. **Computers & Structures**, v. 86, n. 11, p. 1339-1352, 2008.

BALMES, E. A finite element updating procedure using frequency response functions - Applications to the MIT/SERC interferometer testbed. In: **International Modal Analysis Conference (IMAC), 11 th, Kissimmee, FL**. p. 176-182, 1993.

BALMES, E. Methods for vibration design and validation. **Course notes ENSAM/Ecole Centrale Paris**, 2009.

BALBINO, F. O. **Análise estatística de dados experimentais na caracterização dinâmica de materiais viscoelásticos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, 2012.

BAVASTRI, C. A. **Notas de aula de Análise Modal de sistemas mecânicos**. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Paraná. 2015

CATTARIUS, J.; INMAN, D. J. Time domain analysis for damage detection in smart structures. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 11, n. 3, p. 409-423, 1997.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and applications of finite element analysis**. John Wiley & Sons, 2007.

D'AMBROGIO, W.; FREGOLENT, A. The use of antiresonances for robust model updating. **Journal of Sound and Vibration**, v. 236, n. 2, p. 227-243, 2000.

E-A-R SPECIALTY COMPOSITES. **Technical Data Sheet TDS-19 ISODAMP C-1000 Series Isolation Materials**. USA. 1996.

EWINS, D. J. **Modal testing: theory, practice and application**. Aufl. England: Research Studies Press Ltd, 2000.

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **Um primeiro curso de elementos finitos**. LTC, Rio de Janeiro, 2009.

FRISWELL, M. I.; INMAN, D. J.; PILKEY, D. F. Direct updating of damping and stiffness matrices. **AIAA journal**, v. 36, n. 3, p. 491-493, 1998.

FRISWELL, M.; MOTTERSHEAD, J. E. **Finite element model updating in structural dynamics**. Springer Science & Business Media, 1995.

FRITZEN, C. P.; JENNEWEIN, D.; KIEFER, T. Damage detection based on model updating methods. **Mechanical systems and signal processing**, v. 12, n. 1, p. 163-186, 1998.

HIBBIT, KARLSSON & SORENSEN INC., **ABAQUS/Standard 6.14 User's Manual**, 2014.

HUTTON, D. **Fundamentals of finite element analysis**. McGraw-Hill, 2004.

INMAN, D. J. **Engineering vibration (3rd edition)**. Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2008.

KHODAPARAST, H. H.; MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I. Perturbation methods for the estimation of parameter variability in stochastic model updating. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 22, n. 8, p. 1751-1773, 2008.

KOLAKOWSKI, P.; MUJICA, L. E.; VEHI, J. Two approaches to structural damage identification: model updating versus soft computing. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 17, n. 1, p. 63-79, 2006.

LEVIN, R. I.; LIEVEN, N. A. J. Dynamic finite element model updating using neural networks. **Journal of Sound and Vibration**, v. 210, n. 5, p. 593-607, 1998.

LJUNG, L. **System Identification: Theory for the user**. Englewood Cliffs, 1987.

LOPES, E. M. O. **On the experimental response reanalysis of structures with elastomeric materials**. Tese de Doutorado. University of Wales Cardiff, UK, 1998.

LU, Y.; TU, Z. A two-level neural network approach for dynamic FE model updating including damping. **Journal of Sound and Vibration**, v. 275, n. 3, p. 931-952, 2004.

LUERSEN, M. A.; LE RICHE, R.; GUYON, F. A constrained globalized and bounded Nelder-Mead method for engineering optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 27, n 1, pp. 43-54, 2004.

MARES, C.; DRATZ, B.; MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I. Model updating using Bayesian estimation. In: **International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA2006, Katholieke Universiteit Leuven**. p. 18-20. 2006.

- MCCONNELL, K. G. **Vibration testing: theory and practice**. John Wiley & Sons, 1995.
- MOTTERSHEAD, J. E.; FRISWELL, M. I. Model updating in structural dynamics: a survey. **Journal of Sound and Vibration**, v. 167, n. 2, p. 347-375, 1993.
- MOTTERSHEAD, J. E.; LINK, M.; FRISWELL, M. I. The sensitivity method in finite element model updating: a tutorial. **Mechanical systems and signal processing**, v. 25, n. 7, p. 2275-2296, 2010.
- MOTTERSHEAD, J. E.; LINK, M.; FRISWELL, M. I. The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial. **Mechanical systems and Signal Processing**
- NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration Damping**, John Wiley & Sons, 1985.
- NUNES, J. P. **Predição numérica de modificação estrutural porelos viscoelásticos**. Trabalho de Fim de Curso. Universidade Federal do Paraná, 2012.
- PRELLS, U.; FRISWELL, M. I. A measure of non-proportional damping. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 14, n. 2, p. 125-137, 2000.
- RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. Pearson Prentice Hall, 2011.
- REDDY, J. N. **An Introduction to Finite Element Analysis**. McGraw-Hill, 1993.
- SAVADKOOHI, A. T.; MOLINARI, M.; BURSI, O. S.; FRISWELL, M. I. Finite element model updating of a semi-rigid moment resisting structure. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 18, n. 2, p. 149-168, 2011.
- SHIN, K.; HAMMOND, J. **Fundamentals of signal processing for sound and vibration engineers**. John Wiley & Sons, 2008.
- SOIZE, C. Random matrix theory and non-parametric model of random uncertainties in vibration analysis. **Journal of Sound and Vibration**, v. 263, n. 4, p. 893-916, 2003.
- STEENACKERS, G. **Finite element model updating and optimization of mechanical systems making use of regressive techniques**. Dissertação de Mestrado. VUB University of Brussels, BE, 2008.
- TEUGHELS, A.; DE ROECK, G. Structural damage identification of the highway bridge Z24 by FE model updating. **Journal of Sound and Vibration**, v. 278, n. 3, p. 589-610, 2004.
- TEUGHELS, A.; MAECK, J.; DE ROECK, G. Damage assessment by FE model updating using damage functions. **Computers & Structures**, v. 80, n. 25, p. 1869-1879, 2002.
- TITURUS, B.; FRISWELL, M. I.; STAREK, L. Damage detection using generic elements: Part I. Model updating. **Computers & structures**, v. 81, n. 24, p. 2273-2286, 2003.
- TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; CHAVARETTE, F. R.; FELIX, J. L. P. On energy transfer phenomena, in a nonlinear ideal and nonideal essential vibrating systems, coupled to a (MR) magneto-rheological damper. *Nonlinear Dynamics*, v. 69, p. 1859-1880, 2012.

VINOT, P.; COGAN, S.; CIPOLLA, V. A robust model-based test planning procedure. **Journal of Sound and Vibration**, v. 288, n. 3, p. 571-585, 2005.

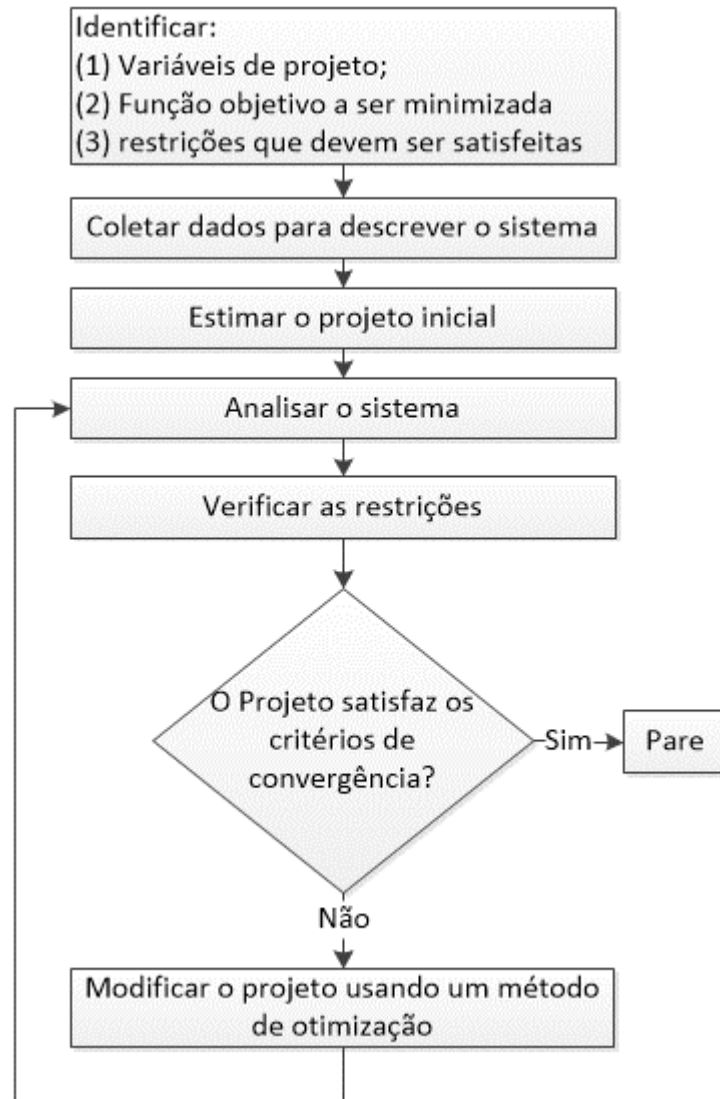
WANG, W.; MOTTERSHEAD, J. E.; MARES, C. Mode-shape recognition and finite element model updating using the Zernike moment descriptor. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 23, n. 7, p. 2088-2112, 2009.

YUEN, K.; KATAFYGIOTIS, L. S. Bayesian modal updating using complete input and incomplete response noisy measurements. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 128, n. 3, p. 340-350, 2002.

ANEXO A – Projeto tradicional e otimizado

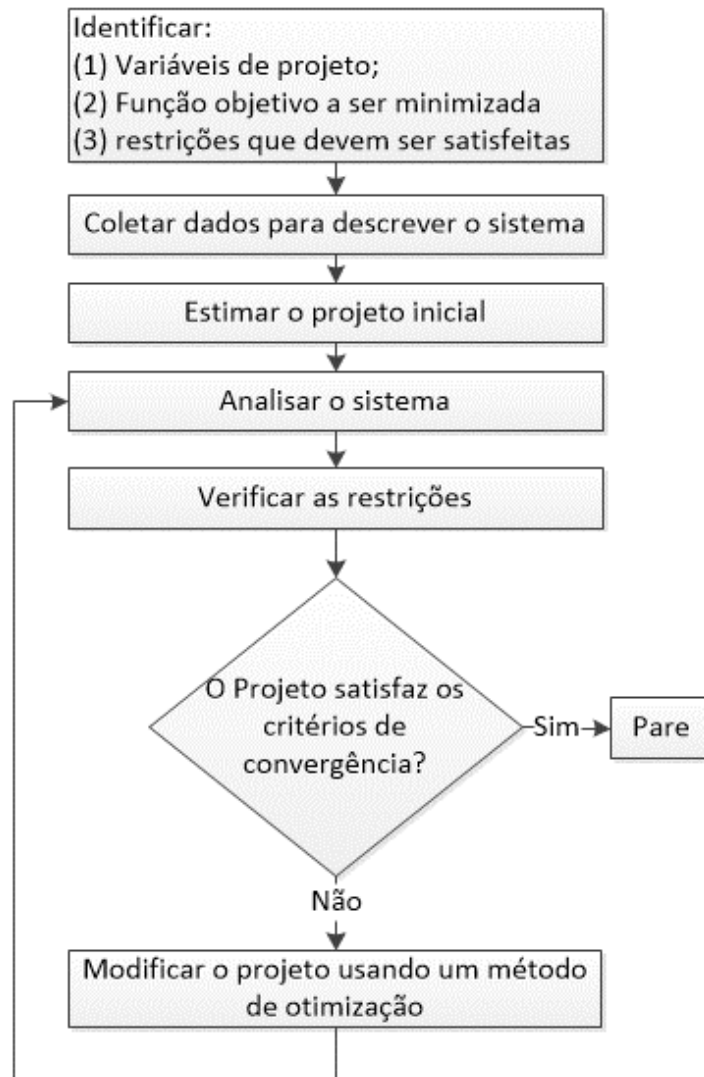
Este anexo se dedica a expor a metodologia de projeto convencional e otimizado através dos fluxogramas expostos nas FIGURAS A.1 e A.2, respectivamente.

FIGURA A.1 – METODOLOGIA DE PROJETO CONVENCIONAL



FONTE: Adaptado de Arora (2004)

FIGURA A.2 – METODOLOGIA DE PROJETO OTIMIZADO

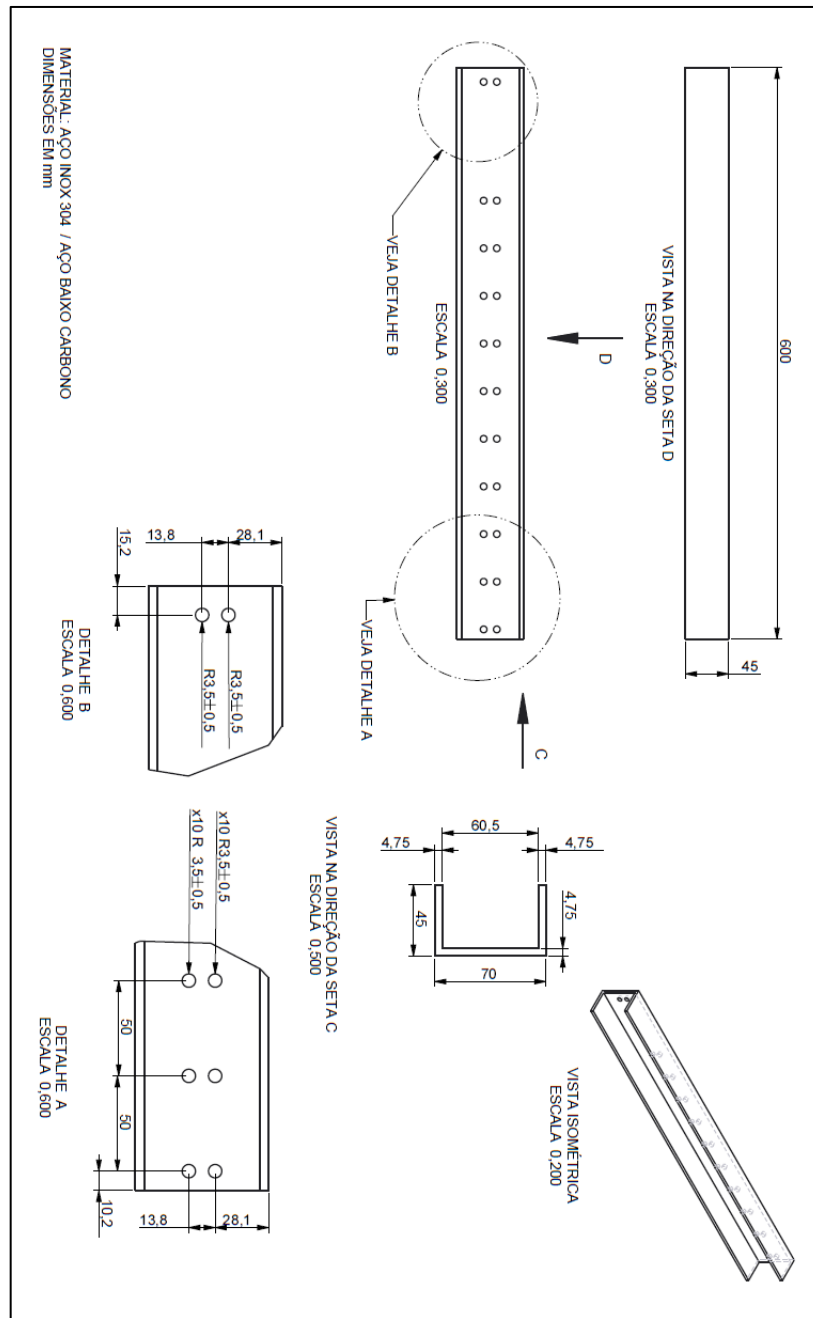


FONTE: Adaptado de Arora (2004)

APÊNDICE B – Estrutura de fixação da viga inferior

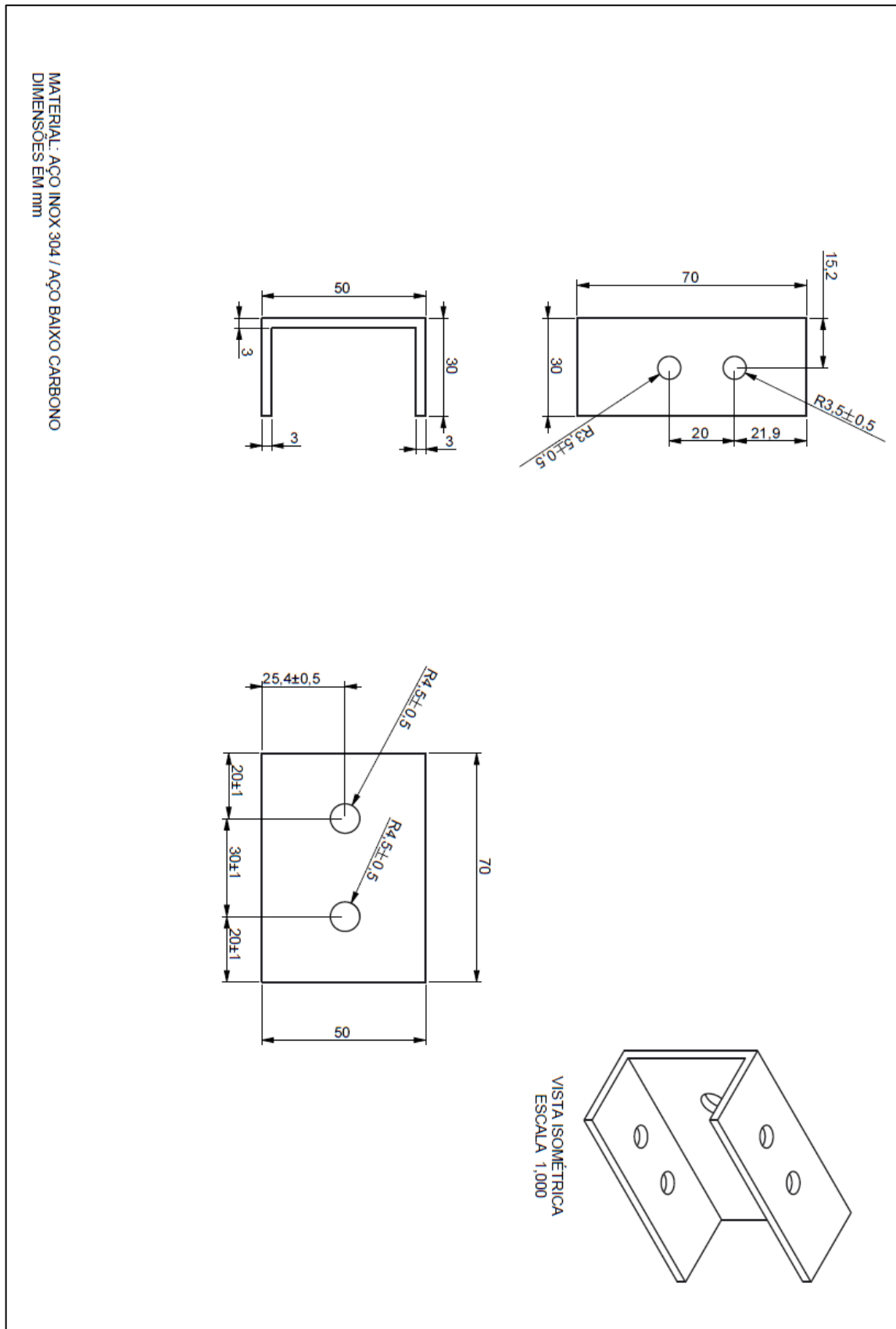
Este apêndice contém o detalhamento dos componentes da estrutura de fixação da viga inferior, submetida a ensaios.

FIGURA B.1 - DETALHAMENTO DOS COMPONENTES VERTICAIS DA ESTRUTURA



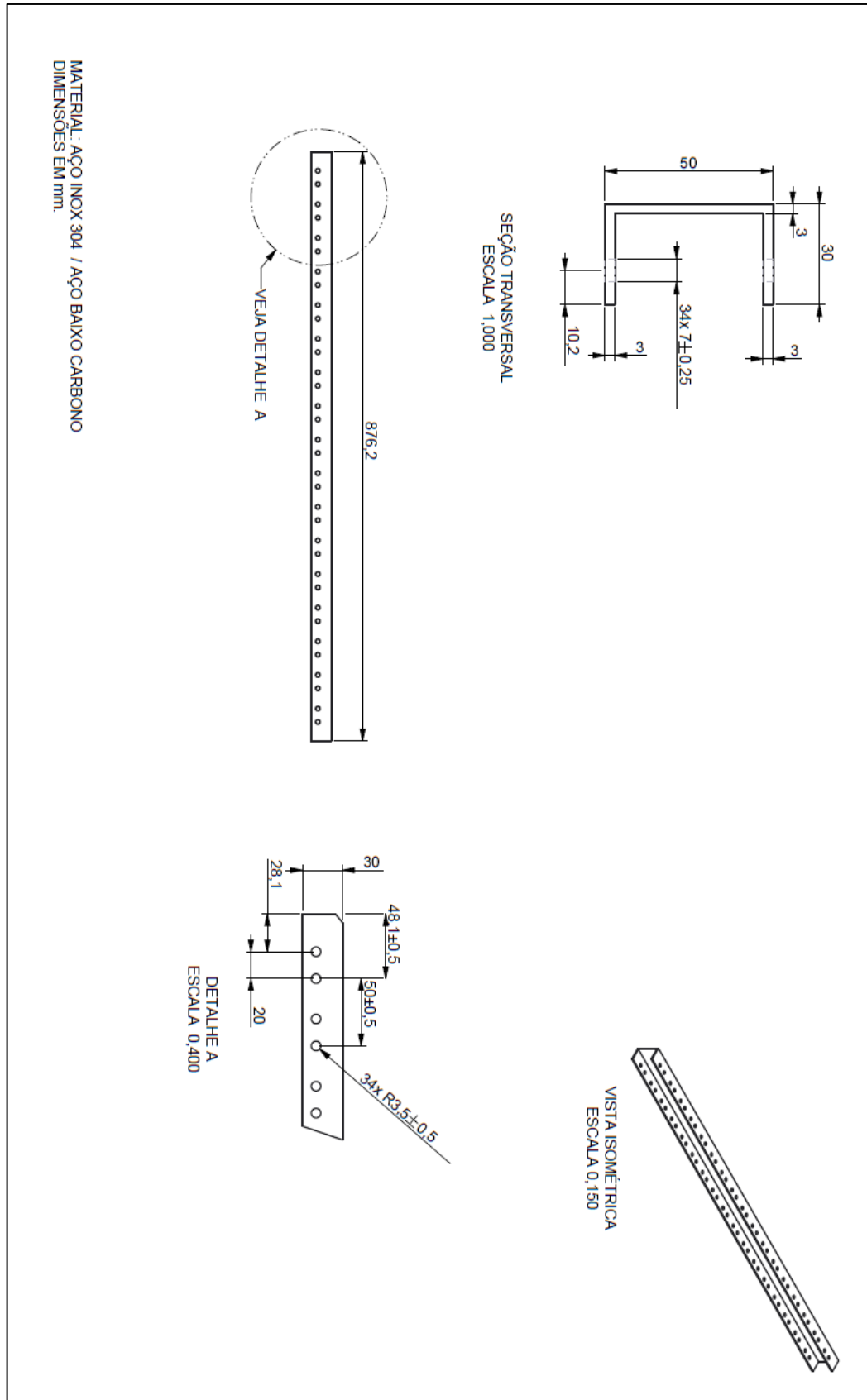
FONTE: O autor (2016).

FIGURA B.2 - DETALHAMENTO DA BASE DA ESTRUTURA



FONTE: O autor (2016).

FIGURA B.3 – DETALLHAMENTO DA TRAVESSA SUPERIOR DA ESTRUTURA



FONTE: O autor (2016).

APÊNDICE C – Rotinas computacionais

Este apêndice contém as rotinas em MatLAB® e ABAQUS® utilizadas para a execução da atualização estrutural no sistema em estudo.

C.1 1VIGA.M

```

%% Rotina para execução de otimização estrutural através do método
%% globalizado de Nelder-Mead para apenas 1 viga com molas de torção
%% simétricas

clear all;
close all;
clc

%% ajuste iterativo da FRF pelo método dos MMQ e extração das frequências
%% naturais e modos de vibrar.

% arquivos de entrada com dados experimentais
h_real = xlsread('real.xlsx');
h_imag = xlsread('imag.xlsx');
freq = xlsread('Omega.xlsx');

% Leitura das funções resposta em frequência:
[QtdePts, NumFRF] = size(h_real);

% Montagem da matriz de valores experimentais H:
H = zeros(QtdePts, NumFRF);
for i = 1 : NumFRF
    H(:,i) = h_real(:,i) + 1i*h_imag(:,i);
end

[Omeg_N, eta, INER, ue] = FRF_MMQ(h_real, h_imag, freq);
global INER Omeg_N freq eta ue H
% Poisson material utilizado (input)
global poisson iter f3
poisson = 0.33;
iter = 0;
f3 = 0;
% spmd

t = cputime;
fun_name = 'err'; % foction cout : fichier "f_mic1.m"

xmin = [1;1;1;1;1;1]; % limites minimos: 1°(E), 1 = 180e9; 2°(rho),
% 1=7400; 3°(t)=2.05 ; 4°(K)=0;
xmax = [2;2;2;2;2;2]; % limites minimos: 1°(E), 2 = 210e9; 2°(rho),

```

```

%2=7600; 3°(t)=2.25; 4°(K)=1e5;
x0aux1=(70e9-60e9)/(90e9-60e9)+1; % ponto inicial aux (E)
x0aux2=(2700-2300)/(3000-2300)+1; % ponto inicial aux (rho)
x0aux3=(2.25e-3-2.1e-3)/(2.6e-3-2.1e-3)+1; % ponto inicial aux (t)
x0aux4=(2.5e3-0)/(1e5-0)+1; % ponto inicial aux (K)
x0aux5=(0.03-0.015)/(0.05-0.015)+1; % eta1
x0aux6=(0.010-0.005)/(0.02-0.005)+1; % eta2
x0aux7=(0.004-0.001)/(0.01-0.001)+1; % eta3

x0 = [x0aux1;x0aux2;x0aux3;x0aux4;x0aux5;x0aux6;x0aux7]; % ponto inicial

max_nb_iteration = 400; % número máximo de iterações
lambda = [2e2]; % valor inicial para penalização
options = fmin_gbnm_set('simplex_size',8,'max_nb_iteration',...
    max_nb_iteration,'show_nb_eval','off','size_optimum',5e-1,...
    'nb_random_points',3,'size_stop',1e-2,'size_degeneration',1e-3);

param1 = 2.0; % parâmetros para a função com restrições
param2 = 1.0; % teste de transporte de parâmetros para a fmin_gbnm

disp('FMIN_GBNM ...');
[x_opt,fct_opt,x_best] = fmin_gbnm(fun_name,x0,xmin,xmax,[],[],options)
toc

print('-f18','eta3','-djpeg')
print('-f17','eta2','-djpeg')
print('-f16','eta1','-djpeg')
print('-f15','k','-djpeg')
print('-f14','t','-djpeg')
print('-f13','rho','-djpeg')
print('-f12','E','-djpeg')
print('-f11','MAC','-djpeg')
print('-f10','erro','-djpeg')

for ii=10:18
    figs(ii-9)=figure(ii);
end

savefig(figs,'FIGURAs.fig')

fid=fopen('result.txt','w');
dlmwrite('result.txt',x_opt,'delimiter',' ','roffset', 1)
dlmwrite('result.txt',fct_opt,'delimiter',' ','-append','roffset', 1)
dlmwrite('result.txt',x_best,'delimiter',' ','-append','roffset', 1)
fclose('all')
type('result.txt')

tempo=cputime-t;

```

C.2 ERR.M

```

function f = err(x)
%% função utilizada para a função objetivo (erro) do algoritmo de otimização
%% obtenção das frequências naturais, modos de vibrar, FRF (inertância)
%% numérica e comparação com os valores obtidos experimentalmente.

tic
global INER Omeg_N poisson freq eta k1 k2 ue H

Omeg_N
%setar variável com nome do arquivo de entrada do abaqus
inpfile='1viga-wire';

E=(x(1)-1)*(90e9-60e9)+60e9 %módulo de elasticidade em (Pa)
rho=(x(2)-1)*(3000-2300)+2300 %densidade em kg/m3
t=(x(3)-1)*(2.6e-3-2.1e-3)+2.1e-3 %espessura em mm
kmola=(x(4)-1)*(1e5-0)+0 % rigidez mola de torção N/m
eta1=(x(5)-1)*(0.05-0.015)+0.015
eta2=(x(6)-1)*(0.02-0.005)+0.005
eta3=(x(7)-1)*(0.01-0.001)+0.001

%escrever arquivo de entrada para input do módulo de elasticidade e rigidez
%mola torcional nos suportes
fid=fopen('modelast.inp','w');
fprintf(fid,'%d, %d',E,poisson);
fclose('all');

fid=fopen('mola.inp','w');
fprintf(fid,'%g,',kmola);
fclose('all');

fid=fopen('rho.inp','w');
fprintf(fid,'%g',rho);
fclose('all');

fid=fopen('t.inp','w');
fprintf(fid,'0.043, %d',t);
fclose('all');

tempfolder=('c:\\temp');
pause(1)
%rotina para iniciar a análise do abaqus.
callabaqusjob=sprintf('!abaqus job=%s %s scratch=%s', sprintf(inpfile),...
    sprintf('interactive'),sprintf(tempfolder));
eval(callabaqusjob);

%rotina em python para extrair as frequências naturais do modelo em
%elementos finitos via abaqus

```

```

getfrequencias=sprintf(...
'abaqus python "get_frequencias.py" 1 -odb %s %s',sprintf(infile),...
sprintf(''));
eval(getfrequencias)

%leitura do arquivo de saida com as frequências naturais
freqoutputfile=sprintf('%s%s',sprintf(infile),sprintf('.out'));
fileID=fopen(freqoutputfile,'r');
formatSpec='%f';
FREQNUM=fscanf(fileID,formatSpec)
fclose('all');

%número de frequencias naturais
nFreq=length(FREQNUM);

%%% % % % %
%% análise da FRF externa ao programa de elementos finitos Abaqus
%leitura das matrizes de massa e rigidez exportadas do Abaqus
Kabaq=import_matrix(sprintf('%s%s',sprintf(infile),sprintf('_STIF2.mtx')))
Mabaq=import_matrix(sprintf('%s%s',sprintf(infile),sprintf('_MASS2.mtx')))
%numero de graus de liberdade do modelo
dof=3;

%transformação de variaveis
K=Kabaq;
M=Mabaq;
%obter a diagonal superior da matriz.
K=K+tril(K,-1)';
M=M+tril(M,-1)';

%guardar matriz original em Kaux e Maux
Kaux=K;
Maux=M;
%% substituir engaste nas equações de massa e rigidez (ABAQUS considera
%% rigidez infinita)
% aplicar condição de contorno (Dirichlet) para viga simplesmente apoiada
locs=ismember(K,1e36);
[row,col]=find(K==1e36);

for ii=length(row):-1:1
    K(row(ii),:)=[];
    K(:,row(ii))=[];
    M(row(ii),:)=[];
    M(:,row(ii))=[];
end

[V,D]=eig(K,M);
%organizar os autovetores e autovalores em ordem crescente
[lambda,k]=sort(diag(D));
lambda2=sqrt(lambda)/(2*pi);

```

```

V=V(:,k);
%%%%%%
K=Kaux;
M=Maux;
for ii=1:length(locs)
    for jj=1:length(locs)
        if locs(ii,jj)==1
            K(ii,:)=0;
            K(:,jj)=0;
        end
    end
end
for ii=1:length(locs)
    for jj=1:length(locs)
        if locs(ii,jj)==1
            M(ii,:)=0;
            M(:,jj)=0;
            M(ii,jj)=1;
        end
    end
end
[V2,D2]=eig(K,M);
[lambda,k]=sort(diag(D));
lambda2=sqrt(lambda)/(2*pi);

%formando matriz de modos de vibrar, modos nas colunas
% passo 1 - decomposição de Choleski
L=chol(M);
Lt=L';
Li=inv(L);
Lti=inv(Lt);

% passo 2 - matriz de rigidez normalizada pela massa
Ktil=Lti*K*Li;
% passo 3 - problema de autovalores
[V,D]=eig(Ktil);
% frequências naturais em rad/s
omn=sqrt(diag(D));
% ordenamento das frequências naturais
[omn,iv]=sort(omn);
% frequências naturais em Hz
fn=omn/(2*pi);

% passo 4 - autovetores normalizados e ordenados
P=zeros(size(V));
P=V(:,iv);

% passo 5 - modos de vibrar em colunas
T=Li*P;

```

```

Tt=T';
Pt=P';
Ti=Pt*L;

% reinserindo graus de liberdade restritos na estrutura
const=zeros(1,length(V));
[fnzero]=find(omn==0);

%plotar os 4 primeiros modos de vibrar
figure(9)
for ii=1:5
    subplot(2,3,ii)
    plot(P(2:3:33,length(fnzero)+ii))
    title([num2str(ii),'º Modo de vibrar'])
end
%extrair os modos de vibrar numéricos
for ii=1:length(Omeg_N)
    ua(:,ii)=P(2:3:33,length(fnzero)+ii);
end

%% Leitura da FRF

s=4; % resposta
r=4; % entrada

etaa=0.005;
zeta=ones(length(omn),1);
zeta=etaa*zeta;
% zeta(5)=eta(1);
% zeta(6)=eta(2);
% zeta(7)=eta(3);
zeta(5)=eta1;
zeta(6)=eta2;
zeta(7)=eta3;
%%
% Taux=P(2:3:33,5:length(P))
for ix=1:length(freq)
    for iq=1:length(omn)
        daux(iq,ix)=-(freq(ix))^2/((fn(iq)^2-freq(ix)^2)+1i*(2*zeta(iq)*fn(iq)*freq(ix)));
    end
    D=diag([daux(:,ix)]);
    Tt1=T';
    Haux=T*D*Tt1;
    H88(ix)=Haux(8,8);
    H1111(ix)=Haux(8,11);
    H2020(ix)=Haux(8,20);
    H2323(ix)=Haux(8,23);
end

% visualização da matriz de receptância

```

```

figure(50)
% subplot(2,2,1)
plot(freq,20*log10(abs(H88)), 'r-', freq, 20*log10(abs(H(:,2))), 'k-')
grid on
xlabel('frequência (rad/s)')
xlim([0 150])
ylabel('|H_{88}| (dB re 1m/N)')
legend('numérico','experimental')

figure(51)
plot(freq,20*log10(abs(H1111)), 'r-', freq, 20*log10(abs(H(:,3))), 'k-')
grid on
xlabel('frequência (rad/s)')
xlim([0 150])
ylabel('|H_{1111}| (dB re 1m/N)')
legend('numérico','experimental')

figure(52)
plot(freq,20*log10(abs(H2020)), 'r-', freq, 20*log10(abs(H(:,6))), 'k-')
grid on
xlabel('frequência (rad/s)')
xlim([0 150])
ylabel('|H_{2020}| (dB re 1m/N)')
legend('numérico','experimental')

figure(53)
plot(freq,20*log10(abs(H2323)), 'r-', freq, 20*log10(abs(H(:,7))), 'k-')
grid on
xlabel('frequência (rad/s)')
xlim([0 150])
ylabel('|H_{2020}| (dB re 1m/N)')
legend('numérico','experimental')

%localizar as frequências onde ocorrem os picos na FRF numérica
for ii=1:length(k1)
    [maxH,ij]=max(abs(H(k1(ii):k2(ii),2)));
    temp=k1(ii):k2(ii);
    idx(ii)=temp(ij);
    clear ij maxH temp
end

for ii=1:length(k1)
    [maxH,ij]=max(abs(H88(k1(ii):k2(ii))));
    temp=k1(ii):k2(ii);
    idx2(ii)=temp(ij);
    clear ij maxH temp
end

```



```

%inicialização e calculo do erro.
f2=0;
f1=0;
for ii=1:length(Omeg_N)
f1=f1+abs(freq(idx(ii))-freq(idx2(ii)))+abs((20*log10(abs(H(idx(ii),2))) -
20*log10(abs(H88(idx2(ii))))));
end

f=f1;

ua
ue;
for ii=1:length(Omeg_N)
    for jj=1:length(Omeg_N)
        MAC(ii,jj)=(abs(ue(:,ii)*ua(:,jj))^2)/((ua(:,jj)*ua(:,jj))*...
        (ue(:,ii)*ue(:,ii)));
    end
end
global iter f3 MAC_aux eaux taux rhoaux eta1aux eta2aux eta3aux kaux
iter=iter+1
if iter==1
    MAC_aux=[MAC(1,1), MAC(2,2), MAC(3,3)];

else
    MAC_aux=[MAC_aux; MAC(1,1), MAC(2,2), MAC(3,3)];
end
% pause()
vet_iter=1:1:iter;
figure(11)
plot(vet_iter,MAC_aux(:,1),'r-',vet_iter,MAC_aux(:,2),'b-',vet_iter,...
    MAC_aux(:,3),'k-')
title('comportamento MAC dos modos normais apenas')
xlabel('numero iteração')
xlim([0 400])
ylabel('MAC (0 a 1)')
legend('1o modo', '2o modo', '3o modo', 'location','best')
%remoção dos arquivos temporários de modulo de elasticidade e das
%frequências naturais gerados a cada iteração
deloutfile=sprintf('!del %s',sprintf(freqoutputfile));
eval(deloutfile);

!del modelast.inp
!del t.inp
!del rho.inp
!del mola.inp

if iter ==1
    f3=f;
    kaux=kmola;
    eaux=E;

```

```
    taux=t;
    rhoaux=rho;
    eta1aux=eta1;
    eta2aux=eta2;
    eta3aux=eta3;
else
    f3=[f3,f];
    kaux=[kaux,kmola];
    eaux=[eaux,E];
    taux=[taux,t];
    rhoaux=[rhoaux,rho];
    eta1aux=[eta1aux,eta1];
    eta2aux=[eta2aux,eta2];
    eta3aux=[eta3aux,eta3];
end
figure(10)
plot(f3)
grid on
xlabel('Número Iteração')
xlim([0 400])
ylabel('Erro')

figure(12)
plot(eaux)
grid on
xlabel('Número iteração')
xlim([0 400])
ylabel('Modulo de Elasticidade,E(Pa)')

figure(13)
plot(rhoaux)
grid on
xlabel('Número iteração')
xlim([0 400])
ylabel('Densidade, \rho (Kg/m³)')

figure(14)
plot(taux)
grid on
xlabel('Número iteração')
xlim([0 400])
ylabel('Espessura viga, t(m)')

figure(15)
plot(kaux)
grid on
xlabel('Numero iteração')
xlim([0 400])
```

```
ylabel('Rigidez mola de torção, K (N/m)')
```

```
figure(16)
```

```
plot(eta1aux)
```

```
grid on
```

```
xlabel('Número iteração')
```

```
xlim([0 400])
```

```
ylabel('Razão de amortecimento modal 1o modo')
```

```
figure(17)
```

```
plot(eta2aux)
```

```
grid on
```

```
xlabel('Número iteração')
```

```
xlim([0 400])
```

```
ylabel('Razão de amortecimento modal 2o modo')
```

```
figure(18)
```

```
plot(eta3aux)
```

```
grid on
```

```
xlabel('Número iteração')
```

```
xlim([0 400])
```

```
ylabel('Razão de amortecimento modal 3o modo')
```

```
toc
```

C.3 FRF_EXT.M

```
%Rotina computacional para computo das FRFs numéricas a partir de matrizes
%de massa e rigidez oriundas das matrizes globais exportadas do modelo em
%elementos finitos
```

```
tic
```

```
clc
```

```
close all
```

```
clear all
```

```
h_real = xlsread('real.xlsx');
```

```
h_imag = xlsread('imag.xlsx');
```

```
freq = xlsread('Omega.xlsx');
```

```
[Omeg_N,eta,INER, ue]=FRF_MMQ(h_real,h_imag,freq);
```

```
global INER Omeg_N freq eta ue H k1 k2
```

```
%Poisson material utilizado (input)
```

```
global poisson iter f3
```

```
poisson = 0.33;
```

```
iter=0;
```

```
f3=0;
```

```
Omeg_N
```

```
% %setar variável com nome do arquivo de entrada do abaqus
```

```
inpfile='1viga-wire';
```

```
%
```

```
%% %% %% %%
```

```
%% análise da FRF externa ao programa de elementos finitos Abaqus
```

```
% leitura das matrizes de massa e rigidez exportadas do Abaqus
```

```
Kabaq=import_matrix(sprintf('%s%s',sprintf(inpfile),sprintf('_STIF2.mtx')));
```

```
Mabaq=import_matrix(sprintf('%s%s',sprintf(inpfile),sprintf('_MASS2.mtx')));
```

```
%numero de graus de liberdade do modelo
```

```
dof=3;
```

```
%transformação de variáveis
```

```
K=Kabaq;
```

```
M=Mabaq;
```

```
% obter a diagonal superior da matriz.
```

```
K=K+tril(K,-1)';
```

```
M=M+tril(M,-1)';
```

```
% guardar matriz original em Kaux e Maux
```

```
Kaux=K;
```

```
Maux=M;
```

```
%% substituir engaste nas equações de massa e rigidez (ABAQUS considera
```

```
%% rigidez infinita)
```

```
% aplicar condição de contorno (Dirichlet) para viga simplesmente apoiada
```

```
locs=ismember(K,1e36);
```

```

[row,col]=find(K==1e36);

for ii=length(row):-1:1
    K(row(ii),:)=[];
    K(:,row(ii))=[];
    M(row(ii),:)=[];
    M(:,row(ii))=[];
end

[V,D]=eig(K,M);
%organizar os autovetores e autovalores em ordem crescente
[lambda,k]=sort(diag(D));
lambda2=sqrt(lambda)/(2*pi);
V=V(:,k);
%% % % % % %
K=Kaux;
M=Maux;
for ii=1:length(locs)
    for jj=1:length(locs)
        if locs(ii,jj)==1
            K(ii,:)=0;
            K(:,jj)=0;
        end
    end
end
for ii=1:length(locs)
    for jj=1:length(locs)
        if locs(ii,jj)==1
            M(ii,:)=0;
            M(:,jj)=0;
            M(ii,jj)=1;
        end
    end
end

[V2,D2]=eig(K,M);
[lambda,k]=sort(diag(D));
lambda2=sqrt(lambda)/(2*pi);

% formando matriz de modos de vibrar, modos nas colunas
% passo 1 - decomposição de Choleski
L=chol(M);
Lt=L';
Li=inv(L);
Lti=inv(Lt);

% passo 2 - matriz de rigidez normalizada pela massa
Ktil=Lti*K*Li;
% passo 3 - problema de autovalores

```

```

[V,D]=eig(Ktil);
% frequências naturais em rad/s
omn=sqrt(diag(D));
% ordenamento das frequências naturais
[omn,iv]=sort(omn);
% frequências naturais em Hz
fn=omn/(2*pi);

% passo 4 - autovetores normalizados e ordenados
P=zeros(size(V));
P=V(:,iv);

% passo 5 - modos de vibrar em colunas
T=Li*P;
Tt=T';
Pt=P';
Ti=Pt*L;

% reinserindo graus de liberdade restritos na estrutura
const=zeros(1,length(V));
[fnzero]=find(omn==0);

% plotar os 4 primeiros modos de vibrar
figure(9)
for ii=1:5
    subplot(2,3,ii)
    plot(P(2:3:33,length(fnzero)+ii))
    title([num2str(ii), 'º Modo de vibrar'])
end
% extrair os modos de vibrar numéricos
for ii=1:length(Omeg_N)
    ua(:,ii)=P(2:3:33,length(fnzero)+ii);
end

% pause()
%% Leitura da FRF

s=4; % resposta
r=4; % entrada

%%
eta2=0.005;
zeta=ones(length(omn),1);
zeta=eta2*zeta;
zeta(5)=0.015;
zeta(6)=0.013;
zeta(7)=0.010;
%%

```

```

for ix=1:length(freq)
    for iq=1:length(omn)
        daux(iq,ix)=-((freq(ix))^2/((fn(iq)^2-freq(ix)^2)+1i*(2*zeta(iq)*fn(iq)*freq(ix)))));
    end
    D=diag([daux(:,ix)]);
    Tt1=T';
    Haux=T*D*Tt1;
    H88(ix)=Haux(8,8);
    H1111(ix)=Haux(8,11);
    H2020(ix)=Haux(8,20);
    H2323(ix)=Haux(8,23);
end
% visualização da matriz de receptância
figure(50)
plot(freq,20*log10(abs(H88)), 'r-', freq, 20*log10(abs(H(2,:))), 'k-')
grid on
xlabel('Frequência (Hz)')
xlim([0 150])
ylabel('|H_{33}| (dB ref 1m/s^2/N)')
legend('Numérico', 'Experimental')

figure(51)
plot(freq, 20*log10(abs(H1111)), 'r-', freq, 20*log10(abs(H(3,:))), 'k-')
grid on
xlabel('Frequência (Hz)')
xlim([0 150])
ylabel('|H_{34}| (dB ref 1m/s^2/N)')
legend('Numérico', 'Experimental')

figure(52)
plot(freq, 20*log10(abs(H2020)), 'r-', freq, 20*log10(abs(H(6,:))), 'k-')
grid on
xlabel('Frequência (Hz)')
xlim([0 150])
ylabel('|H_{37}| (dB ref 1m/s^2/N)')
legend('Numérico', 'Experimental')

figure(53)
plot(freq, 20*log10(abs(H2323)), 'r-', freq, 20*log10(abs(H(7,:))), 'k-')
grid on
xlabel('Frequência (Hz)')
xlim([0 150])
ylabel('|H_{38}| (dB ref 1m/s^2/N)')
legend('Numérico', 'Experimental')

```

C.4 IMPORT_MATRIX.M

%Rotina utilizada para ler arquivos de saida do matlab no formato .mtx

```
function [global_matrix] = import_matrix(mtx_file)

%===== Import Matrix =====%
abaqus_matrix = dlmread(mtx_file);

%%transformar matriz em vetores
for ii=1:length(abaqus_matrix)
    line(ii)=abaqus_matrix(ii,1);
    doflin(ii)=abaqus_matrix(ii,2);
    col(ii)=abaqus_matrix(ii,3);
    dofcol(ii)=abaqus_matrix(ii,4);
    value(ii)=abaqus_matrix(ii,5);

end

%%obtendo os graus de Liberdade do sistema
DOFs=unique(dofline);

%%organizando matriz usando graus de liberdade de referênci
for ii=1:length(line)
    for jj=1:length(DOFs)
        for zz=1:length(DOFs)
            if doflin(ii)==DOFs(jj) && dofcol(ii)==DOFs(zz)
                matlab_matrix(line(ii),col(ii),dofline(ii),dofcol(ii))=value(ii);
            end
        end
    end
end

%%criando a matriz global

for ii=1:length(line)
    if doflin(ii) == 6
        doflin(ii)=3;
    end
    if dofcol(ii)==6
        dofcol(ii)=3;
    end
    global_line=(line(ii)-1)*length(DOFs)+dofline(ii);
    global_col=(col(ii)-1)*length(DOFs)+dofcol(ii);
    global_matrix(global_line,global_col)=value(ii);
end
```


C.5 VIGA1-WIRE-1.INP

*Heading

Análise dinâmica de uma viga com 10 elementos.

** Job name: 1viga-wire Model name: Model-1

** Generated by: Abaqus/CAE 6.13-1

*Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO, contact=NO

**

** PARTS

**

*Part, name=Part-1

*End Part

**

**

** ASSEMBLY

**

*Assembly, name=Assembly

**

*Instance, name=Part-1-1, part=Part-1

*Node

1, 0., 0.

2, 0.077, 0.

3, 0.154, 0.

4, 0.231, 0.

5, 0.308, 0.

6, 0.385, 0.

7, 0.462, 0.

8, 0.539, 0.

9, 0.616, 0.

10, 0.693, 0.

11, 0.77, 0.

*Element, type=B21

1, 1, 2

2, 2, 3

3, 3, 4

4, 4, 5

5, 5, 6

6, 6, 7

7, 7, 8

8, 8, 9

9, 9, 10

10, 10, 11

*Nset, nset=Set-3, generate

1, 11, 1

*Elset, elset=Set-3, generate

1, 10, 1

** Section: VIGA Profile: Profile-1

*Beam Section, elset=Set-3, material=AISI-1020, temperature=GRADIENTS, section=RECT

*INCLUDE,INPUT=t.inp

0.,0.,-1.

```

*End Instance
**
*Nset, nset=Set-3, instance=Part-1-1
1
*Nset, nset=Set-4, instance=Part-1-1
11
*Nset, nset=Set-6, instance=Part-1-1
1, 11
*Spring, elset=Springs/Dashpots-1-spring
6
*INCLUDE, INPUT=mola.inp
*Element, type=Spring1, elset=Springs/Dashpots-1-spring
1, Part-1-1.1
*Spring, elset=Springs/Dashpots-2-spring
6
*INCLUDE, INPUT=mola.inp
*Element, type=Spring1, elset=Springs/Dashpots-2-spring
2, Part-1-1.11
*End Assembly
**
** MATERIALS
**
** Aço carbono 1020, laminado a frio. REF: MATWEB. Unidades SI.
*Material, name=AISI-1020
*Density
*INCLUDE, INPUT=rho.inp
*Elastic
*INCLUDE, INPUT=modelast.inp
** -----
**
** STEP: Frequencia
**
*Step, name=Frequencia, nlgeom=NO, perturbation
Extração das 5 primeiras frequências naturais da viga
*Frequency, eigensolver=Lanczos, acoustic coupling=on, normalization=mass
5, , , , ,
**
** BOUNDARY CONDITIONS
**
** Name: BC-1 Type: Symmetry/Antisymmetry/Encastre
*Boundary
Set-6, PINNED
**
** OUTPUT REQUESTS
**
*Restart, write, frequency=0
**
** FIELD OUTPUT: F-Output-1
**
*Output, field, variable=PRESELECT

```

```
*End Step
*STEP, name=exportmatrix
*MATRIX GENERATE, STIFFNESS, MASS
*MATRIX OUTPUT, STIFFNESS, MASS, FORMAT=LABELS
*BOUNDARY
** Name: BC-1 Type: Symmetry/Antisymmetry/Encastre
*Boundary
Set-6, PINNED
*END STEP
```