

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ADELITA RAMAIANA BENNEMANN GRANEMANN

ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE VAZÕES MÍNIMAS

CURITIBA

2016

ADELITA RAMAIANA BENNEMANN GRANEMANN

ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE VAZÕES MÍNIMAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Área de Concentração em Engenharia de Recursos Hídricos, Departamento de Hidráulica e Saneamento, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a. Miriam Rita Moro Mine

CURITIBA

2016

G756a

Granemann, Adelita Ramaiana Bennemann

Análise de frequência de vazões mínimas/ Adelita Ramaiana Bennemann
Granemann. – Curitiba, 2016.

61, 8, 7, 5, 5 f. : il. color. ; 30 cm.

TeseDissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia,
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e
Ambiental, 2016.

Orientador: Miriam Rita Moro Mine .

Bibliografia: p. 57-61.

1. Teoria dos valores extremos. 2. Frequência. 3. Vazante. 4. Iguazu, Rio,
Bacia. I. Universidade Federal do Paraná. II.Mine, Miriam Rita Moro. III.
Título.

CDD: 627.042021

TERMO DE APROVAÇÃO

ADELITA RAMAIANA BENNEMANN GRANEMANN

“Análise de Frequência de Vazões Mínimas”

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

PRESIDENTE:



Miriam Rita Moro Mine
Universidade Federal do Paraná
Orientadora

MEMBROS:



Cláudio Marchand Krüger
Universidade Positivo



Eloy Kaviski
Universidade Federal do Paraná



Cristovão Vicente Scapulatempo Fernandes
Universidade Federal do Paraná

Curitiba, 26 de fevereiro de 2016

Dedico este trabalho à estrela mais brilhante do céu.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus pela força impregnada em minha alma para alcançar meus objetivos.

Agradeço a minha família Dirceu, Jacinta, Lílian e Monalisa, e ao meu namorado Rhuan, pelo apoio incondicional, dedicação e compreensão imprescindíveis nesse período em que nem sempre pude estar presente e inteira.

Agradeço a minha orientadora professora Miriam Rita Moro Mine por toda a dedicação como professora, orientadora e pesquisadora, sempre acreditando no trabalho proposto, se fazendo presente e se prestando como grande auxiliadora nos momentos de dificuldade, e pelo exemplo de pessoa e profissional que deixa sua marca no meu período de mestrado como fonte de inspiração.

Agradeço aos membros da banca examinadora professor Cristóvão Vicente Scapulatempo Fernandes, Claudio Marchand Krüger por aceitarem participar deste trabalho contribuindo para o desenvolvimento da pesquisa e para o desenvolvimento de uma futura professora e pesquisadora. E ao professor Eloy Kaviski, também membro da banca, agradeço pela dedicação e generosidade de ceder seu tempo para desvendar alguns pontos primordiais para a realização desta dissertação.

Agradeço ao professor Heinz Fill pela disponibilidade em contribuir com seu vasto conhecimento sobre a bacia hidrográfica do rio Iguaçu auxiliando na escolha das estações fluviométricas estudadas neste trabalho.

Agradeço à CAPES pela concessão da bolsa de Mestrado e ao PPGERHA pelo apoio com recursos para participação em Simpósio permitindo a oportunidade de dividir parte desta pesquisa com pesquisadores de todo o país.

Agradeço às amigas que fiz nesse período de Mestrado por tornarem meus dias mais alegres, Mayra, Luiza, Ricardo, Ellen, Livia, Carol, Tabata, Cinthia, Bruna, Dani, Cesar, Artur, Anderson, Julio e em especial ao Pedro, Ana Paula, Robinson e João, pela ajuda na solução de problemas matemáticos e estatísticos que apareceram ao longo do caminho. E também a todos os colegas e professores do PPGERHA que admiro pela competência e dedicação ao programa, ao ensino e à pesquisa.

Agradeço também aos velhos amigos de sempre do peito que me acompanham e me dão força há tanto tempo.

Tudo vale a pena quando a alma não é pequena.

Fernando Pessoa

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS.....	iv
RESUMO.....	viii
ABSTRACT	ix
LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE TABELAS.....	xii
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xiii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
INTRODUÇÃO.....	1
OBJETIVOS	2
ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	3
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: UMA REVISÃO CRÍTICA DA ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE VAZÕES MÍNIMAS.....	4
1.1. Vazões mínimas	4
1.2. Frequência de vazões mínimas	6
1.3. Testes estatísticos	10
1.4. Revisão Bibliográfica	12
1.5. Conclusão do item	17
2. ESTUDO DE DISTRIBUIÇÕES TEÓRICAS PARA MÍNIMOS	18
3. MÉTODO.....	24
3.1. Análise Convencional	25
3.2. Análise Assintótica – Método do Bloco	26
3.2.1. Distribuição Gama	26
3.2.2. Distribuição Lognormal	27
3.3. Desempenho do método.....	28
3.3.1. Testes de aderência	28
3.3.2. Análise gráfica dos parâmetros	30
4. ESTUDO DE CASO.....	31
4.1. Descrição da bacia hidrográfica do rio Iguaçu	31
4.2. Dados	34
5. APLICAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS	38
5.1. Análise Convencional	38
5.2. Método do Bloco.....	43
5.2.1. Distribuição Gama	43

5.2.2. Distribuição Lognormal	46
5.2.3. Análise dos parâmetros da distribuição “mãe”	48
CONCLUSÃO	54
SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	56
REFERÊNCIAS	57
APÊNDICE A – Preenchimento de Falhas.....	1
APÊNDICE B – Análise Convencional	1
APÊNDICE C – Distribuição Gama.....	1
APÊNDICE D – Distribuição Lognormal.....	1

RESUMO

Na teoria de valores extremos, a análise de máximos sempre atrai mais atenção do que a de mínimos. Ainda há muitos detalhes a serem descobertos e esclarecidos para mínimos em relação às propriedades das funções de distribuições de probabilidade. O reconhecimento crescente da importância das vazões mínimas para a viabilidade de ecossistemas, para a sustentabilidade da economia e como sentinela das mudanças climáticas, faz com que o estudo de extremos mínimos torne-se cada vez mais importante. O objetivo desta dissertação é compensar em parte a falta de tratamento teórico sobre extremos mínimos e, especificamente, vazões mínimas. O método está dividido em duas abordagens: a análise convencional e a análise assintótica. Na análise convencional foram ajustadas as distribuições de Weibull e Lognormal de dois parâmetros às séries de vazões mínimas anuais e mínimas médias móveis de 7 dias de duração. Em seguida, foram aplicados os testes de aderência Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov. O estudo da abordagem da análise assintótica foi baseado no artigo de Gottschalk *et al.*, 2013, e nesta pesquisa é dada ênfase ao Método do Bloco (BM). Duas distribuições “mãe”, aqui entendidas como as distribuições de todas as vazões médias diárias, com comportamento de potência para vazões mínimas, são investigadas: i) Distribuição Gama; ii) Distribuição Lognormal de dois parâmetros. Busca-se demonstrar que essas distribuições pertencem ao domínio mínimo de atração da distribuição de Weibull, isto é, amostras de mínimos dessas duas distribuições, assintoticamente tenderão à distribuição de Weibull. A teoria estudada nesta dissertação é aplicada a 11 estações fluviométricas da bacia hidrográfica do rio Iguaçu com séries de dados de 48 anos. A partir da análise convencional, conclui-se que a distribuição Lognormal foi a que apresentou melhor ajuste segundo o teste χ^2 , na quase totalidade das estações. Porém, para a maioria das estações, a distribuição de Weibull também obteve um bom ajuste com o mesmo teste de aderência. Verificou-se que a distribuição Gama, com relação aos mínimos, tende a uma função de potência em consequência da distribuição de Weibull, e a Lognormal não apresenta bom ajuste para 3 das estações da bacia do rio Iguaçu. Isto não foi suficiente para rejeitar a distribuição Lognormal como uma boa candidata para modelar vazões mínimas, devido à análise dos parâmetros. Observou-se que a assimetria das séries de vazões médias diárias das estações da bacia do rio Iguaçu é maior do que a assimetria da distribuição de Weibull, e tem bom ajuste à distribuição Lognormal. Os parâmetros k , b e μ_X , das séries de vazões mínimas anuais moduladas, se ajustaram bem à distribuição Lognormal. Em conformidade com os estudos da análise convencional prefere-se indicar a LN2 do que a W2 para estudos de vazões mínimas na bacia hidrográfica do rio Iguaçu.

Palavras-chave: distribuições de extremos mínimos, análise de frequência, vazões médias diárias.

ABSTRACT

In extreme value theory analysis maximums, always attracts more attention than the minimums. There are still many details to be discovered and clarified to minimums in relation to the properties of distribution functions. The growing recognition of the importance of minimum flows for the viability of ecosystems, sustainability of the economy and as a sentinel of climate change, makes the minimum extremes study become increasingly important. The aim of this work is to offset in part the lack of theoretical treatment of extreme minimum and specifically minimum flows. The method has two approaches, the conventional analysis and the asymptotic analysis. In conventional analysis were adjusted the Weibull and Lognormal 2 parameters distributions to the series of annual minimum flows and minimum averages of 7 days. Then were applied the tests Qui-Square and Kolmogorov-Smirnov. The study of the asymptotic analysis was based on the paper of Gottschalk *et al.*, 2013 and this research emphasis is given to the block method (BM). Two parent distributions here understood as the distributions of all average daily flow rates with power behavior for low flows are investigated: i) Gamma distribution; ii) Lognormal distribution. The aim is to demonstrate that these distributions belong to a minimum domain of attraction of the Weibull distribution, that is, minimal samples of these two distributions asymptotically tend to Weibull distribution. The theory studied in this thesis is applied to 11 gauged stations of the Iguaçu river basin with 48-year data series. From the conventional analysis it is concluded that the Lognormal distribution presents the best fit according to the χ^2 test. However, for most stations Weibull distribution has also achieved a good fit with the same test. It was found that the Gamma distribution with respect to the minimum tends to a power function as a result of the Weibull distribution and the Lognormal presents no good fit for three stations of the Iguaçu River basin. This was not enough to reject the Lognormal distribution as a good candidate to model minimum flows, because of the parameters analysis. It was observed that the asymmetry of the average daily flow of the Iguaçu River basin gauged stations series is higher than the asymmetry of the Weibull distribution, and has good fit to Lognormal distribution. The parameters k , b and μ_x , of the annual minimum flows modulated series, had good fit to the Lognormal distribution. In accordance with the studies of conventional analysis is preferred to indicate the LN2 than W2 for studies of minimum flows in the catchment area of the Iguaçu River.

Key-words: distributions of minimum extreme, frequency analysis, average daily flow.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ilustração gráfica das três expressões teóricas para mínimos: a) $GZz \rightarrow 1$; b) $GZz \rightarrow 0$. (Adaptado de Gottschalk <i>et al.</i> , 2013).....	20
Figura 2: Ilustração gráfica da GEV para mínimos: a) $GZz \rightarrow 1$; b) $GZz \rightarrow 0$. (Adaptado de Gottschalk <i>et al.</i> , 2013).....	21
Figura 3: Curvas das expressões teóricas modificadas (equações (7), (8) e (9)) em função da variável de Gumbel para mínimos. (Adaptado de Gottschalk <i>et al.</i> , 2013).....	21
Figura 4: Curvas das expressões teóricas modificadas para a GEV em função da variável de Gumbel para mínimos. (Adaptado de Gottschalk <i>et al.</i> , 2013).....	22
Figura 5: Fluxograma do método.	24
Figura 6: Bacia hidrográfica do rio Iguaçu e estações fluviométricas do estudo. (FONTE: Águas Paraná, elaborado pela autora).....	33
Figura 7: Período de falhas no ano de 1958 preenchido da estação Águas do Verê com Ponte do Vitorino e Balsa do Santana.	37
Figura 8: Período de falhas no ano de 1983 preenchido da estação Águas do Verê com Ponte do Vitorino e Balsa do Santana.	37
Figura 9: FDP e FDA para Porto Amazonas para vazão mínima média móvel de 7 dias.	40
Figura 10: FDP e FDA para Rio da Várzea dos Lima para vazão mínima média móvel de 7 dias.....	40
Figura 11: FDP e FDA para Jangada do Sul para vazão mínima média móvel de 7 dias.....	41
Figura 12: FDP e FDA para Fazenda Maracanã para vazão mínima média móvel de 7 dias.	41
Figura 13: Distribuição Gama modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de VX a) com a aproximação da função potência b) para a estação Porto Amazonas.....	44
Figura 14: Distribuição Gama modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de VX a) e com a aproximação da função potência b) para a estação União da Vitória.....	44
Figura 15: Distribuição Gama modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de VX a) e com a aproximação da função potência b) para a estação Santa Clara.....	45
Figura 16: Distribuição Lognormal modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de VX a) e com a aproximação da função potência b) para a estação Porto Amazonas.....	46
Figura 17: Distribuição Lognormal modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de VX a) e com a aproximação da função potência b) para a estação São Mateus do Sul. .	47
Figura 18: Distribuição Lognormal modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de VX a) e com a aproximação da função potência b) para a estação União da Vitória.....	47
Figura 19: Distribuição Lognormal modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de VX a) e com a aproximação da função potência b) para a estação Ponte do Vitorino.....	47
Figura 20: Diagrama de momentos ($\gamma \times VX$) com as vazões médias diárias moduladas e a curva teórica das distribuições de Weibull e Lognormal.....	50
Figura 21: Dependência do parâmetro k da distribuição de Weibull, da série de vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal.	50
Figura 22: Dependência do parâmetro b da distribuição de Weibull, da série de vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal, para $\nu=10$	51

Figura 23: Dependência do parâmetro b da distribuição de Weibull, da série de vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal, para $v=20$	51
Figura 24: Dependência do parâmetro b da distribuição de Weibull, da série de vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal, para $v=1$	52
Figura 25: Dependência do parâmetro μ da distribuição de Weibull, com as vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal.	52
Figura 26: Dependência do parâmetro σ da distribuição de Weibull, com as vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Quadro resumo das referências pesquisadas.	16
Tabela 2: Valores de ak , ac e pc para diferentes níveis de probabilidade α	28
Tabela 3: Estações fluviométricas da bacia do rio Iguaçu selecionadas para o estudo. (FONTE: Hidroweb)	34
Tabela 4: Regressões utilizadas para o preenchimento de falhas.....	36
Tabela 5: Parâmetros das Distribuições Lognormal e Weibull para vazões mínimas médias móveis de 7 dias.....	38
Tabela 6: Parâmetros das Distribuições Lognormal e Weibull para vazões mínimas.	39
Tabela 7: Vazões mínimas médias móveis de 7 dias e período de retorno de 10 anos em m^3/s	39
Tabela 8: Vazões mínimas anuais para período de retorno de 10 anos em m^3/s	40
Tabela 9: Testes de Aderência KS e χ^2 para vazão mínima média móvel de 7 dias.	42
Tabela 10: Testes de Aderência KS e χ^2 para vazão mínima.....	42
Tabela 11: Parâmetros, coeficientes de variação e assimetria, e parâmetros da função potência para a distribuição Gama.....	45
Tabela 12: Parâmetros, coeficientes de variação e assimetria, e parâmetros da função potência para a distribuição Lognormal.....	48
Tabela 13: μ_x , σ_x , k e b da distribuição de Weibull calculados para a série de vazões mínimas anuais modulada.	49
Tabela 14: VX e γ calculados para a série de vazões médias diárias moduladas.....	49
Tabela 15: γ , k , b , μ_x e σ_x calculados com valores de VX arbitrados para as curvas teóricas.	49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANA	Agência Nacional de Águas
AV	Águas do Verê
BM	<i>Block Method</i> – Método do Bloco
BS	Balsa do Santana
FDA	Função de Distribuição Acumulada
FDP	Função Densidade de Probabilidade
F	Fluviópolis
FM	Fazenda Maracanã
FR	Fragosos
GEV	<i>Generalized Extreme Values</i> – Generalizada de Valores Extremos
<i>Hidroweb</i>	Sistema de informações Hidrológicas
iid	independente identicamente distribuída
JS	Jangada do Sul
KS	Kolmogorov-Smirnov
LN2	Lognormal de 2 parâmetros
PA	Porto Amazonas
PV	Ponte do Vitorino
Q	Quitandinha
RN	Rio Negro
RP	Rio Preto do Sul
SB	São Bento
SC	Santa Clara
SM	São Mateus do Sul
UHE	Usina Hidrelétrica
UV	União da Vitória
VL	Rio da Várzea dos Lima
W2	Weibull de 2 parâmetros

LISTA DE SÍMBOLOS

$f_X(x)$	Função Densidade de Probabilidade
$F_X(x)$	Função Distribuição Acumulada
x	Variável
z	Resultado de um experimento aleatório;
u	Limite inferior da distribuição de Weibull
α	Parâmetro da distribuição Gama, Weibull, nível de confiança
β	Parâmetro da distribuição Gama
k	Parâmetro da distribuição Weibull
Γ	Função Gama
γ	Coefficiente de assimetria
V_X	Coefficiente de variação
χ^2	Qui-Quadrado
$Q_{7,10}$	Vazão média móvel de 7 dias de duração e período de retorno 10 anos
N	Tamanho da amostra;
NC	Número de Classes;
m	Cada valor da ordem de classificação;
n	Número total de dados observados de vazão;
σ_X	Desvio padrão da variável X ;
μ_X	Média da variável X ;
σ_Y	Desvio padrão da variável Y ;
μ_Y	Média da variável Y ;
\bar{y}	Média das observações Y ;
x_i	Observação de X ;
y_i	Observação de Y ;
n	Número de observações da amostra;
R^2	Coefficiente de determinação

INTRODUÇÃO

As vazões mínimas são muito utilizadas para o planejamento e gestão de recursos hídricos, pois consistem em uma informação primordial para a elaboração de projetos de sistemas de abastecimento de água, sistemas de esgotos, aproveitamentos hidrelétricos de pequeno e grande porte, e outros estudos que demandem a análise hidrológica de mananciais, bem como para a outorga de recursos hídricos. A manutenção das vazões mínimas nos corpos hídricos é importante para o melhor controle e gerenciamento destes quanto às estiagens (Kaviski, 1983; Collischonn *et al.*, 2005; Queiroz *et al.* 2010).

Os fenômenos hidrológicos naturais são altamente irregulares e geralmente de natureza estocástica e, portanto, são passíveis de interpretação estatística e análise de probabilidade. Com isto, há o problema de probabilidade futura de ocorrência, que surge para estimar frequência de cheias, secas, chuvas, qualidade da água. O procedimento envolvido é conhecido como análise de frequência (Chow, 1964). O estudo completo de estiagens, em uma determinada seção de um rio, é aquele que fornece, para várias probabilidades de ocorrência, a magnitude média das vazões mínimas, correspondentes a períodos de diferentes durações (Kaviski, 1983).

Na teoria de valores extremos, a análise de máximos sempre atrai mais atenção do que a de mínimos. Isso ocorre, em parte, porque, em geral, os quantis estimados para vazões mínimas não são tão extremos como ocorre para vazões máximas. Para um grande número de aplicações, a vazão mínima anual de 7 dias de duração e 10 anos de recorrência ou uma estimativa da vazão de 95% de permanência são suficientes. A partir da distribuição empírica é possível estimar esses quantis diretamente, sem recorrer a um ajuste de modelo teórico. Por outro lado, estiagens realmente severas, como a que ocorreu na região Sudeste do Brasil entre 2014 e 2015, exigem a aplicação de modelos estatísticos mais sofisticados.

Ainda há muitos detalhes a serem descobertos e esclarecidos para mínimos em relação às propriedades das funções de distribuições. O reconhecimento crescente da importância das vazões mínimas para a viabilidade de ecossistemas, para a sustentabilidade da economia e como sentinela das mudanças climáticas, faz

com que o estudo de extremos mínimos torne-se cada vez mais importante (Gottschalk *et al.*, 2013).

Neste contexto, o estudo de vazões mínimas é necessário, pois destas partem os parâmetros para outorga de uso da água e diluição de efluentes que influenciam na gestão de conflitos pelo uso em situações de escassez. Compreender as características de formação de vazões mínimas é crucial para o desenvolvimento eficiente e gestão integrada desses recursos hídricos. Torna-se importante levantar a questão: como postular uma distribuição adequada e que respeite o princípio da parcimônia (poucos parâmetros) para descrever o fenômeno de interesse?

Devido ao frequente uso da distribuição Lognormal de dois parâmetros como um modelo para vazões mínimas, torna-se importante verificar se esta realmente é a melhor distribuição a ser considerada, uma vez que sua assimetria é positiva. Esta dissertação se propõe a verificar este e outros desafios com relação ao estudo de frequência de extremos mínimos. Visto que, a maioria dos livros de estatística avançada discutem profundamente as distribuições recomendadas para extremos máximos com exemplos reais, mas para eventos mínimos citam as distribuições em poucos parágrafos, limitando-se a dizer que os procedimentos de ajustes são semelhantes.

OBJETIVOS

Objetivo Geral

O objetivo geral desta dissertação é de compensar em parte a falta de tratamento teórico sobre extremos mínimos e especificamente vazões mínimas. Consideram-se duas abordagens: i) análise de frequência convencional; ii) análise assintótica de extremos mínimos (Método do Bloco).

Objetivos Específicos

- Verificar se a Distribuição de Weibull pode ser de fato recomendada como a melhor distribuição para vazões mínimas diárias;

- Verificar se o comportamento de potência da distribuição das vazões médias diárias (distribuição "mãe"), aqui postuladas como Gama e Lognormal de 2 parâmetros, em direção aos valores mínimos (distribuição da cauda) corresponde a uma distribuição de Weibull (domínio de atração da Weibull);

- Identificar a distribuição "mãe" mais adequada para o estudo de caso realizado e determinar os parâmetros da distribuição de Weibull em função do coeficiente de variação da distribuição "mãe" postulada.

- Avaliar o ajuste das distribuições de probabilidades estudadas na análise convencional com base em testes de aderência;

ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No item 1 apresenta-se uma Revisão Bibliográfica que aborda conceitos e considerações a respeito de vazões mínimas, frequência de vazões mínimas e uma revisão sobre estudos realizados deste tema, destacando-se as principais conclusões obtidas pelos diversos autores, além de alguns testes estatísticos de aderência. No item 2 é apresentado um estudo de distribuições teóricas para mínimos, baseado no trabalho de Gottschalk *et al.* (2013) . No item 3 está descrito o Método a ser utilizado neste trabalho. No item 4 apresenta-se o estudo de caso da bacia hidrográfica do rio Iguaçu, seguido do item 5 com a aplicação do Método e a Análise dos Resultados. Por último, são evidenciadas as conclusões da dissertação, seguidas de sugestões para desenvolvimento em trabalhos futuros.

1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: UMA REVISÃO CRÍTICA DA ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE VAZÕES MÍNIMAS

Neste item é realizada uma revisão bibliográfica que aborda conceitos e considerações a respeito de vazões mínimas, como vazão remanescente, vazão residual, vazão ecológica, vazão mínima média móvel de 7 dias de duração e 10 anos de período de retorno. É apresentada uma revisão bibliográfica sobre estudos de frequência de vazões mínimas realizados destacando-se as principais conclusões obtidas pelos diversos autores. Testes estatísticos de aderência mais utilizados para variáveis hidrológicas, como o teste Kolmogorov-Smirnov (KS), o teste do Qui-Quadrado (χ^2), Anderson-Darling (AD) e Filliben são rapidamente apresentados.

1.1. Vazões mínimas

A vazão do rio é resultante dos processos naturais, que operam em uma escala de bacia hidrográfica. Conceitualmente, a bacia pode ser percebida como uma série de reservatórios interligados, cada um dos quais tem componentes de recarga, armazenamento e descarga (Smakhtin, 2001). O período de estiagem é regido pela contribuição subterrânea em ausência de precipitação. O regime de vazões mínimas resulta de fatores naturais, incluindo características hidráulicas e extensão dos aquíferos, geologia, relevo, características de infiltração de solos, frequência e quantidade de recarga, taxas de evapotranspiração, precipitação, temperatura, variações sazonais, tipos de vegetação, topografia, clima, além dos fatores antropogênicos (Kaviski, 1983; Bangash *et al.*, 2012).

Existem algumas nomenclaturas diferentes para referir-se às vazões mínimas, sendo denominadas de acordo com o objetivo de utilização. Santos e Cunha (2013) citam algumas nomenclaturas para as vazões mínimas: residuais, remanescentes, ecológicas ou ambientais.

Para Santos e Cunha (2013) e Santos (2011), a vazão ecológica pode ser determinada a partir de um contexto mais amplo e diverso incluindo aspectos ecológicos, econômicos, sociais e culturais. É a quantidade de água com qualidade que deve permanecer à jusante de importantes usos deste recurso de forma a satisfazer os usos múltiplos, principalmente os ecológicos. A vazão remanescente é

a quantidade de água que não pode ser extraída do corpo hídrico, entendida apenas como uma vazão mínima.

Silva *et al.* (2006) afirmam que a vazão de referência é o valor de vazão que passa a representar o limite superior de utilização da água, sendo um dos principais entraves à implantação de um sistema de outorga em casos de conflito pelo uso da água, pois a vazão de referência implica em uma maior ou menor quantidade de água a ser outorgada, podendo causar limitações aos usuários.

Segundo Benetti, Lanna e Cobalchini (2003) as vazões ambientais, ecológicas, mínimas, residuais e remanescentes são utilizadas para descrever a quantidade de água que deve permanecer no leito do rio após múltiplos usos como o abastecimento público, industrial, irrigação, geração de energia elétrica entre outros.

A quantificação da vazão mínima de determinada frequência pode ser feita através das distribuições de probabilidade, que permitem a estimativa do risco de ocorrer vazões menores que a vazão mínima exigida em função do objetivo (Silva, 2003).

O estudo sobre o comportamento desta variável hidrológica é importante, visto que seu conhecimento torna possível a determinação de valores adequados de vazões de referência para a disponibilidade hídrica em certa região. O conhecimento da disponibilidade de água é a informação básica para a tomada de decisão na gestão de recursos hídricos (Mello *et al.*, 2010; Moreira e Silva, 2013; Victorino *et al.*, 2014).

É primordial o conhecimento da variação da quantidade de água disponível nos mananciais ao longo dos anos, uma vez que as mudanças no meio ambiente como desmatamento, monocultura, queimadas, afetam a disponibilidade hídrica. As estimativas de vazões mínimas são fundamentais para a avaliação das disponibilidades hídricas em bacias hidrográficas e comportamento do escoamento subterrâneo, o dimensionamento em projetos de abastecimento de água de cidades, irrigação, projetos agrícolas, navegação, geração de energia, engenharia hidráulica, estudos de qualidade de água, e também do ponto de vista da classificação de corpos de água, sendo decisiva nos custos e segurança dos projetos de engenharia (Silvino *et al.*, 2007; Mello *et al.*, 2010).

Um índice de análise de vazões mínimas muito utilizado atualmente no cenário internacional e como vazão de referência exigida na legislação de alguns estados brasileiros é a $Q_{7,10}$ (vazão mínima média móvel de 7 dias de duração e

período de retorno de 10 anos). Segundo Tomaz (2013) os métodos mais usados no mundo são o $Q_{7,10}$ e o $Q_{95\%}$ (vazão com permanência de 95% do tempo).

A vazão $Q_{7,10}$ pode ser entendida como o valor anual da média de 7 vazões diárias consecutivas que pode se repetir, em média, ao menos uma vez a cada dez anos, ou seja, período de retorno de 10 anos (Kroll e Vogel, 2002; Naghettini e von Sperling, 2014; Uliana *et al.*, 2011).

Quando surgiu, em meados dos anos 70 nos Estados Unidos, o método $Q_{7,10}$ foi exigido em projetos para evitar o problema de poluição dos rios. No Estado da Pensilvânia foi exigido para áreas maiores que $1,3 \text{ km}^2$ e a vazão mínima usada foi de 1 L/s.km^2 , que corresponde à vazão necessária na bacia para o fluxo natural da água. Se a vazão fosse menor que $Q_{7,10}$ haveria degradação do curso de água. O método $Q_{7,10}$ não possui nenhuma base ecológica. Portanto, na origem da criação da $Q_{7,10}$ tinha como função o recebimento de descargas de esgotos sanitários. Mais tarde houve mudança de significado do método $Q_{7,10}$ passando a refletir a situação do *habitat* aquático e do *habitat* na região ribeirinha, ou seja, a zona ripária (Tomaz, 2013).

O cálculo da vazão mínima de 7 dias consecutivos e período de retorno de 10 anos ($Q_{7,10}$) é um importante parâmetro hidrológico com grande aplicação nos estudos de planejamento e gestão dos recursos hídricos. Constitui importante instrumento da Política Nacional dos Recursos Hídricos do Brasil, pois fornece estimativa estatística da disponibilidade hídrica dos escoamentos naturais de água (Silveira *et al.*, 2006; Pinto *et al.*, 2010).

Quando um longo registro de vazões médias diárias está disponível em uma estação fluviométrica, quantis de vazões mínimas como a $Q_{7,10}$ podem ser obtidos através da análise de frequências. Para analisar os valores mínimos, o período de retorno neste caso (série anual) é o inverso da probabilidade de não excedência (Kroll e Vogel, 2002).

1.2. Frequência de vazões mínimas

Um instrumento para avaliação das alterações dos processos constituintes do ciclo hidrológico, decorrentes de intervenções humanas no uso e cobertura do solo e/ou de mudanças climáticas, é constituído pela análise do comportamento hidrológico de uma bacia hidrográfica por meio de suas séries históricas de vazões.

As vazões das séries históricas, submetidas a ajustes de funções de probabilidades e análises estatísticas, fornecem vazões de referência que se caracterizam por possibilitar a determinação dos limites de retirada de água outorgadas para atendimento aos usos múltiplos de um corpo hídrico (Lanna, 1993; Pinto *et al.*, 2010).

Este instrumento permite avaliar a disponibilidade hídrica e detectar mudanças no regime hidrológico significativas em longos períodos que, por sua vez, fornecem elementos indispensáveis ao processo de gestão dos recursos hídricos associados aos usos múltiplos da água (Pinto *et al.*, 2010).

Segundo Barbosa *et al.* (2005) é fundamental o conhecimento das vazões mínimas, que são caracterizadas pelo período de retorno, na avaliação da disponibilidade natural dos cursos d'água para se tomar decisão sobre a necessidade ou não de regularização artificial para projetos de obras hidráulicas, para estudos envolvendo a capacidade natural de autodepuração do curso d'água e, também, para avaliar a possibilidade de concessão do uso da água para uma dada finalidade.

A importância do estudo das vazões mínimas se dá pelo fato de que implicam no planejamento futuro dos usos que serão dados à água em cada bacia hidrográfica. E são muitas as atividades humanas que dependem da água, abastecimento humano, pesca, agropecuária, geração de energia elétrica, lazer, turismo, navegação, diluição de efluentes em corpos hídricos.

Para a geração hidrelétrica, por exemplo, é necessária a determinação do tempo de enchimento de reservatórios baseado em uma vazão mínima. Para a conservação de ecossistemas aquáticos, é preciso determinar vazões ecológicas $Q_{7,10}$ que também implica em uma vazão mínima para outorga do uso dos recursos hídricos.

A análise de vazões mínimas é semelhante à análise de vazões máximas, exceto pelo fato que no caso das vazões mínimas o interesse é pela probabilidade de ocorrência de vazões iguais ou menores do que um determinado limite. Para encontrar este valor de vazão, são utilizadas distribuições de probabilidade que melhor se ajustem às vazões observadas (Uliana *et al.*, 2011).

Os registros de vazão observados disponíveis normalmente são insuficientes para uma quantificação de frequência confiável de eventos extremos de vazões baixas e, portanto, diferentes tipos de funções de distribuição teóricas são usados

para extrapolar além do limite das probabilidades observadas e para melhorar a acurácia da estimação de vazões mínimas. As verdadeiras distribuições de probabilidade de vazões mínimas são desconhecidas e o problema prático é identificar uma distribuição funcional razoável (chamada aqui de distribuição postulada) e quantificar os seus parâmetros (Smakhtin, 2001).

O tratamento e a quantificação da aleatoriedade das variáveis hidrológicas, com base estatística, são realizados por modelos probabilísticos, que podem ser distribuições teóricas de probabilidade aplicadas às séries hidrológicas, formadas por variáveis discretas ou contínuas. A análise e o ajuste de variáveis contínuas, interesse desta dissertação, como a vazão, a precipitação, e outras, requer o conhecimento de modelos probabilísticos teóricos para essas variáveis aleatórias que são ajustados à distribuição amostral de frequências (Leme, 2003).

Atualmente, a teoria de valores extremos é um ramo importante e ativo da estatística, com desdobramentos práticos de grande relevância, principalmente, para as áreas de economia e engenharia (Naghettini e Pinto, 2007).

Não se pode definir, a priori, a distribuição de probabilidades para descrever a frequência de vazões em hidrologia e, sim, selecionar uma família de curvas indicadas ao tipo de dados analisados e, em seguida, individualizar a lei de probabilidade que mais se adapta a interpretar cada série histórica disponível. Dentre as funções de distribuição mais frequentemente referenciadas na literatura relacionadas a vazões mínimas estão diferentes formas de distribuições: Distribuições Assintóticas de Extremos, entre as quais a Tipo I (Distribuição de Gumbel para mínimos) e Tipo III (Distribuição de Weibull), Pearson tipo III e Lognormal de dois e de três parâmetros (Euclides, 1992; Silva *et al.*, 2006; Naghettini e Sperling, 2014).

Existem diversas famílias de distribuições de probabilidade que podem ser consideradas candidatas a modelar um conjunto de dados regionais. A sua adequação como distribuições candidatas depende de sua capacidade de reproduzir algumas características amostrais relevantes. Em geral, a seleção da melhor distribuição de probabilidade baseia-se na qualidade e consistência de seu ajuste aos dados disponíveis. O procedimento inclui ajustar várias funções de distribuições teóricas aos dados observados de vazões mínimas e decidir, com base em testes estatísticos e gráficos, qual distribuição melhor se ajusta aos dados (Naghettini e Pinto, 2007; Smakhtin, 2001).

Os parâmetros das distribuições de probabilidade são estimados por métodos convencionais como o método dos momentos ou da máxima verossimilhança. O que se preconiza é a seleção, entre diversas candidatas, da distribuição mais robusta, ou seja, daquela que produz as melhores estimativas de quantis (Naghetini e Pinto, 2007).

A análise tradicional de frequência de vazões mínimas não difere da realizada para vazões máximas, pois não se dá especial atenção à teoria dos valores extremos mínimos e nem ao mecanismo de formação dessas vazões. Estudos recentes sobre "método da distribuição derivada" permitem levar em consideração os mecanismos mencionados acima, isto é, desenvolvimento de uma cadeia de eventos no processo de formação do escoamento que leva a certa frequência de vazões (Gottschalk *et al.*, 2013).

Na teoria de valores extremos, a análise de eventos máximos atrai mais a atenção do que a de eventos mínimos. Este fato é evidente mesmo em livros que aprofundam o assunto tal como em Coles (2001). Este e outros autores de livros desenvolvem a teoria dos máximos de uma sequência de variáveis aleatórias X_i em detalhes, enquanto que para eventos mínimos o assunto é coberto dizendo que os mesmos procedimentos são aplicados à identidade $\min\{X_1, X_2, \dots, X_v\} = -\max\{-X_1, -X_2, \dots, -X_v\}$.

Sabe-se que há ainda muitos detalhes a serem descobertos e esclarecidos para eventos mínimos com relação aos três tipos básicos de distribuições de eventos extremos: tipo I (Gumbel), tipo II (Fréchet), tipo III (Weibull) bem como em termos da distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV) para mínimos, muitas vezes nem tratada em livros textos sobre o assunto.

A distribuição generalizada de valores extremos (GEV) é uma forma matemática geral que incorpora os três tipos de distribuições assintóticas de valores extremos máximos (EV). Gottschalk *et al.* (2013) apresentam este estudo para mínimos, mas não é comum encontrar esta teoria em livros. As distribuições de valores extremos foram classificadas por Gumbel (1958) em: tipo I – a forma dupla exponencial; tipo II – a forma exponencial simples; e tipo III – a forma exponencial com limite superior para máximos, e inferior para mínimos.

A teoria de probabilidades oferece uma vasta gama de distribuições teóricas de probabilidades para aplicações na análise de frequência hidrológica de vazões mínimas. Então surge a pergunta: Que critério deve ser usado para a seleção da

distribuição mais adequada? Um procedimento padrão é selecionar a função de distribuição que melhor se ajuste ao conjunto de dados observados de acordo com alguns testes estatísticos, sem qualquer outro tipo de consideração. A distribuição escolhida é como uma “caixa preta” (Mamun *et al.*, 2010; Gottschalk *et al.*, 2013).

Há, contudo, mais para se estudar, quando se foca na relevância de certas distribuições com a teoria dos extremos e a formação dos processos envolvendo a formação das vazões mínimas. Pode-se compreender, com um estudo mais aprofundado, todo o espectro do problema do comportamento da cauda da distribuição “mãe” (distribuição da série original) via a teoria assintótica dos valores extremos para distribuições aproximadas, permitindo ainda a interpretação física dos parâmetros. Isto abre uma vasta linha de pesquisa para análise conjunta e consistente da física do problema com sua natureza estocástica, ou seja, o comportamento das vazões mínimas diárias.

Segundo Gottschalk *et al.* (2013) e de acordo com o método do Bloco (BM - Block Method), a potência k (parâmetro de forma) da distribuição de Weibull, que define sua forma, é derivada da distribuição “mãe” pelo comportamento da cauda em direção aos extremos mínimos. Há também uma identificação entre o comportamento de potência da distribuição “mãe” para vazões mínimas com o comportamento exponencial da curva de recessão. Ainda, segundo os autores mencionados neste parágrafo, o método BM apresenta um segundo parâmetro, número efetivo de observações independentes (ν). É também possível determinar a dependência geral deste parâmetro do coeficiente de variação da distribuição “mãe”.

Um método alternativo para o BM é o Método do Limiar que não apresenta um acrônimo como para máximos que é conhecido como POT - *Peak Over Threshold*. Önöz e Bayazit (2002) sugerem *Through Under Threshold* (TUT) enquanto Pacheco *et al.* (2006) sugerem *Pit Under Threshold* (PUT) (Gottschalk *et al.*, 2013). Porém, nesta dissertação, apenas o método BM será abordado.

1.3. Testes estatísticos

A simples visualização dos dados amostrais em um histograma de frequência não é suficiente para inferir, entre as diversas funções de distribuição de probabilidade conhecidas, a que melhor se ajusta aos dados a serem estudados.

Faz-se necessário verificar qual dessas distribuições representa melhor, e essa validação é dada pelos testes de aderência (Silvino *et al.*, 2007).

Testes de aderência verificam se uma dada distribuição de probabilidades pode dar origem à amostra observada. O caso mais comum é verificar se uma determinada série de dados segue uma distribuição Normal, porém existem diversas distribuições a serem testadas. De acordo com Naghettini e Pinto (2007), os principais testes de aderência empregados no contexto da hidrologia estatística são: i) Qui-Quadrado (χ^2), ii) Kolmogorov-Smirnov (KS), iii) Anderson-Darling (AD), iv) Filliben.

Segundo Silvino *et al.* (2007), os testes KS e χ^2 são os mais comumente utilizados e mais apropriados para variáveis aleatórias contínuas, como vazões. Esses testes verificam se valores amostrais podem ser razoavelmente considerados como provenientes de uma população. Devido a isto, estes dois testes serão aplicados nesta dissertação.

Testes de hipóteses, de acordo com Naghettini e Pinto (2007), são procedimentos de inferência estatística, utilizados para analisar as características da amostra de uma população. Para tais testes, é formulada uma hipótese a ser testada (hipótese nula H_0), que consiste em uma afirmação sobre alguma característica da população da distribuição da variável aleatória de interesse. Com base nos valores calculados pelo teste, é realizada a decisão sobre a hipótese nula ser ou não verdadeira. O procedimento de um teste estatístico consiste em especificar uma estatística de teste, função dos dados da amostra e uma região de rejeição que é o conjunto dos valores da estatística de testes para os quais a hipótese nula é rejeitada.

O teste de aderência KS é um teste não paramétrico, cujo teste estatístico tem como base a diferença máxima entre as funções de probabilidades acumuladas, empírica e teórica. O máximo desvio em módulo resultante, ou a máxima diferença, é comparado com o valor tabelado com base no tamanho da amostra e nível de significância. O teste KS não é aplicável a variáveis aleatórias discretas (Gomide, 1976; Naghettini e Pinto, 2007).

No teste de χ^2 a comparação é feita entre a soma do quadrado dos desvios entre as frequências observadas e teóricas (χ^2 calculado) e o valor obtido em tabela (χ^2 tabelado), em função do número de graus de liberdade e número de parâmetros da respectiva distribuição e nível de significância. Obtem-se o número de classes de

agrupamento pela regra de Sturges, conforme equação (36), ou pode-se trabalhar com classes equiprováveis. Para que o modelo de probabilidades seja considerado adequado, os valores calculados deverão ser iguais ou inferiores aos tabelados para cada teste. Para Naghettini e Pinto (2007) e Victorino *et al.* (2014) o teste χ^2 é um ótimo indicador de precisão por refletir o quadrado médio do erro. Porém, Gomide e Kaviski (1981), por meio de uma investigação experimental, concluíram que o teste χ^2 é muito dependente da decisão do analista referente ao procedimento adotado no agrupamento em classes, sendo então, um teste pouco robusto.

Outro teste não-paramétrico é o teste de aderência Anderson-Darling (AD), tal como o KS, baseia-se na diferença entre as funções de probabilidades acumuladas, empírica, $F_N(x)$, e teórica, $F_X(x)$, de variáveis aleatórias contínuas. Porém, o teste AD dá mais peso às caudas, por meio da divisão das diferenças entre $F_N(x)$ e $F_X(x)$ por $\sqrt{F_X(x)[1 - F_X(x)]}$. Se o resultado da estatística for um valor elevado, as distribuições empírica, $F_N(x)$, e teórica, $F_X(x)$, diferem muito entre si e, isto significa que a hipótese nula deve ser rejeitada.

Introduzido por Filliben em 1975, como um teste de verificação da hipótese nula de normalidade, posteriormente, o teste de Filliben foi adaptado, para contemplar diversas outras distribuições de probabilidades, sob H_0 . Dada uma amostra $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$, de uma variável aleatória X , e posta a hipótese nula de que a amostra foi extraída de uma população cuja distribuição de probabilidades é $F_X(x)$, a estatística do teste de aderência de Filliben é construída com base no coeficiente de correlação linear r , entre as observações ordenadas em modo crescente $\{x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(i)}, \dots, x_{(N)}\}$ e os quantis teóricos $\{w_1, w_2, \dots, w_i, \dots, w_N\}$, os quais são calculados por $w_i = F_X^{-1}(1 - q_i)$, onde q_i representa a probabilidade empírica correspondente à ordem de classificação i .

1.4. Revisão Bibliográfica

Estudos convencionais têm sido realizados para conhecer com certeza os tipos de distribuição e métodos de estimação de parâmetros que melhor podem representar a distribuição de vazões mínimas, por exemplo, Nathan e McMahon (1990), Lawal e Watt (1996), e Durrans e Tomic (2001) *apud* WMO (2009). Os resultados destes estudos são em geral diferentes, pois não estão baseados nas mesmas distribuições nem nos mesmos dados ou métodos de ajuste (WMO, 2009).

Silva (2003) afirma que eventos extremos não seguem uma distribuição Normal, são mais adaptados à distribuição generalizada de valores extremos (GEV), definidas por Chow *et al.* (1988) como dos tipos I, II e III, ou de Gumbel, Fréchet e Weibull. A distribuição de Extremos tipo I ou de Gumbel é recomendada para o estudo de mínimas. A distribuição de Gumbel para valores mínimos representa a parte inferior da distribuição de dados e trata dos valores mínimos menos frequentes.

Segundo Kaviski (1983) as distribuições de probabilidades que normalmente são consideradas modelos satisfatórios quando aplicadas a séries de vazões mínimas são: Lognormal de três parâmetros (Galton), extremos tipo I, aplicada ao logaritmo dos eventos (LogGumbel), e extremos tipo III (Weibull). O trabalho de Kaviski (1983), realizado em pequenas bacias hidrográficas do Estado de Santa Catarina, demonstra que a distribuição mais adequada é a Weibull, que foi testada em 36 estações e a Galton, testada em 18 estações. Para o autor, a distribuição LogGumbel não demonstrou bom ajuste em nenhuma das aplicações.

Para Tomaz (2013) a constatação de que, em um cenário extremo, as vazões que escoam por uma seção fluvial são forçosamente limitadas inferiormente pelo valor zero, faz com que a distribuição de Weibull seja uma candidata natural à modelagem de eventos hidrológicos mínimos.

Clarke (1993) também observou que a distribuição que apresentou maior aderência para vazões mínimas foi a distribuição de Weibull, sendo que a distribuição exponencial subestimou as vazões mínimas.

Mamun *et al.* (2010) testaram várias distribuições, três tipos de GEV, Lognormal e LogPearson III, para a análise de vazões mínimas. Em geral, a distribuição de valores extremos (GEV) mostrou bom ajuste para a maioria das vazões mínimas.

Silva *et al.* (2006) aplicaram os modelos de probabilidade Lognormal de três parâmetros, Weibull e Gumbel às séries históricas de vazões. Através dos testes KS e χ^2 verificaram que as vazões mínimas diárias anuais e mínimas médias de 7 dias de duração foram melhor representadas pelo modelo de probabilidade Lognormal de 3 parâmetros.

Euclides (1992) e Silva *et al.* (2006) utilizaram as distribuições de Gumbel, Lognormal de 2 e 3 parâmetros. Concluíram que as vazões mínimas foram melhor representadas pela distribuição Lognormal de 3 parâmetros. As vazões mínimas

(médias móveis de 7 dias) de todas as estações estudadas apresentaram bom ajuste aos modelos Lognormal de três parâmetros e Gumbel, pelos testes KS e χ^2 . O modelo Lognormal de três parâmetros produziu menores valores de χ^2 calculado, demonstrando ser mais preciso para a série hidrológica estudada pelos autores.

Para Silva (2003), no caso das mínimas vazões anuais com duração de 7 dias, a distribuição de Gumbel apresentou uma ligeira discrepância entre a reta de probabilidade teórica e os eventos observados e simulados.

Alguns estudos recentes sobre a vazão $Q_{7,10}$ que se destacam são os trabalhos desenvolvidos por Ribeiro, Marques e Silva (2005) na bacia do Rio Doce; Silva *et al.* (2006) na região do Alto Rio Grande em Minas Gerais; Pereira *et al.* (2007) na bacia do rio Dourados; e Reis *et al.* (2008) na bacia hidrográfica do rio Itabapoana.

Uliana *et al.* (2011) afirmam que a distribuição Lognormal é adequada para a determinação da $Q_{7,10}$ para a bacia hidrográfica do rio São Mateus-ES em relação aos modelos probabilísticos: Normal, Weibull, Gama Incompleta e Gumbel analisados pelos autores. Além disso, verificaram que os modelos probabilísticos Gama Incompleta e Weibull também se ajustaram bem aos dados.

Porém, para Tomaz (2013) a determinação da $Q_{7,10}$ pelo modelo da distribuição Lognormal apresentou a maior diferença quando comparado à distribuição empírica, e o modelo de distribuição LogGumbel foi o que mais se aproximou. Os resultados obtidos pelo autor demonstram que a distribuição LogGumbel tem maior precisão na representação dos dados da série histórica de vazões mínimas analisadas e alcança o melhor ajuste do valor da $Q_{7,10}$.

No estudo de Silvino *et al.* (2007) as distribuições que obtiveram aderência para as vazões mínimas foram a Normal, Lognormal, Gama e Weibull segundo o teste KS. Pelo teste do χ^2 , as distribuições de probabilidade que obtiveram maior aderência foram a Normal e a Gama, os resultados foram compatíveis aos obtidos com o teste KS.

Para Correa e Melo (2014), quanto às vazões mínimas médias de 7 dias, os modelos de probabilidade Gumbel, Lognormal de dois e de três parâmetros e Gama mostraram-se adequados. No entanto, o modelo Gumbel pelo Método de Máxima Verossimilhança produziu ajustes de melhor qualidade. A distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV) foi a que pior se ajustou às vazões mínimas médias de 7 dias, tanto graficamente como rejeitada no teste do χ^2 .

Pinto *et al.* (2010) observaram boa aderência das distribuições ajustadas às frequências observadas, especialmente a distribuição Weibull e Lognormal de 3 parâmetros. A distribuição Weibull obteve o melhor ajuste na estimativa da vazão mínima média de 7 dias segundo o teste do χ^2 . E o modelo Lognormal de 3 parâmetros apresentou o melhor ajuste pelo teste KS.

Silva *et al.* (2006), analisando a aplicação de modelos de probabilidade às séries históricas de vazões mínimas diárias anuais e mínimas anuais das médias de 7 dias consecutivos, para 7 estações fluviométricas à montante do reservatório da Usina Hidrelétrica de Camargos - CEMIG, concluíram que as vazões mínimas diárias anuais e média mínima de 7 dias foram melhor representadas pelo modelo de probabilidades Lognormal de três parâmetros.

Segundo Victorino *et al.* (2014) no teste KS, todas as distribuições testadas são adequadas à série histórica, porém apenas Lognormal de dois parâmetros, Lognormal de três parâmetros e Gama de dois parâmetros foram consideradas adequadas perante todos os testes de aderência. Dentre essas a distribuição Lognormal de dois parâmetros foi a mais precisa, por apresentar menor valor do χ^2 calculado.

Para Uliana *et al.* (2011) utilizando o teste KS ao nível de 20% de significância, para as vazões mínimas, todas as distribuições aplicadas se adequaram à variável em estudo. Foram aplicados os modelos probabilísticos Gumbel (valor-extremo Tipo I), Lognormal de três parâmetros, Pearson III, LogPearson Tipo III e a distribuição generalizada de valores extremos (GEV).

Matalas (1963) analisou dados de 34 estações nos Estados Unidos utilizando as distribuições de Pearson tipo III e tipo V, de Gumbel tipo II, conhecida como distribuição de Weibull de três parâmetros, e Lognormal de três parâmetros. O autor concluiu que as distribuições de Extremos tipo III e de Pearson tipo III davam os mesmos resultados, em geral, e eram melhores que as outras distribuições.

Condie e Nix (1975) analisaram de forma similar os dados de 38 rios canadenses utilizando as mesmas distribuições de probabilidade que Matalas (1963). Para determinar a adequação da distribuição, consideraram que o parâmetro de limite inferior era maior que zero e menor que a vazão mais baixa observada. Recomendaram utilizar a distribuição de Extremos tipo III, com parâmetros estimados pelo método da máxima verossimilhança.

Condie e Cheng (1982), deram continuidade ao trabalho de Condie e Nix (1975), e também recomendaram utilizar a distribuição de Extremos tipo III para a análise de frequência de vazões mínimas. Neste último estudo consideraram que seria aceitável um limite inferior negativo.

O trabalho de Finkler *et al.* (2015) analisou o ajuste das funções de distribuição de probabilidade teórica Weibull, Normal, Lognormal de dois parâmetros, Gumbel (mínimos), LogPearson de três parâmetros e Pearson aos dados mensais de vazões mínimas de 7 dias de duração, realizando um ajusta sazonal. Através dos testes Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling e Qui-quadrado, os autores concluíram que a distribuição Pearson tipo III demonstra maior precisão na representação dos dados mensais e alcança o melhor ajuste do valor da vazão mínima.

Por fim, as referências citadas são retratadas de forma resumida na Tabela 1, onde pode-se notar que a distribuição de Weibull é bastante recomendada como um bom modelo para a análise de frequência de vazões mínimas.

Tabela 1: Quadro resumo das referências pesquisadas.

Referência	Distribuição de Probabilidade	Local	Área (km ²)	Vazão
Matalas (1963)	Extremas tipo III e Pearson tipo III	Estados Unidos	50 a 13000 mi ²	Mínima anual e mínima de 7 dias
Condie e Nix (1975)	Extremas tipo III	Canadá	-	-
Condie e Cheng (1982)	Extremas tipo III	Canadá	-	-
Kaviski (1983)	Weibull	Santa Catarina	< 2000	Mínima e média de longo termo
Mamun <i>et al.</i> (2010)	Distribuição de valores extremos (GEV III)	Península da Malásia	> 20	Mínima de 1, 7 e 30 dias
Silva (2003)	Gumbel	Córrego Capetinga, Brasília/DF	9624	Mínima anual de 7 dias
Uliana <i>et al.</i> (2011)	Lognormal Gama Incompleta e Weibull	Bacia hidrográfica do rio São Mateus/ES	300 a 12000	Mínima de 7 dias
Silvino <i>et al.</i> (2007)	Normal, Lognormal, Gama e Weibull	Rio Paraguai, Cáceres/MT	32774	Mínimas anuais
Correa e Melo (2014)	Gumbel, Lognormal de 2 e 3 parâmetros e Gama	Sub-bacia Paraopeba, Bambuí/MG	-	Mínima anual de 7 dias
Pinto <i>et al.</i> (2010)	Weibull e Lognormal de 3 parâmetros	Rio Itabapoana, RJ/ES	2854	Mínima de 7 dias
Silva <i>et al.</i> (2006)	Lognormal de 3 parâmetros	Região do alto rio Grande, MG	>100 e <2500	Mínima anual e mínima anual da média de 7 dias
Victorino <i>et al.</i> (2014)	Lognormal de 2 e 3 parâmetros	Rio Grande, Barreiras/BA	-	Mínimas anuais de 7 dias
Finkler <i>et al.</i> (2015)	Pearson tipo III	Bacia do rio Arroio Belo, Caxias do Sul/RS	75,10	Mensal mínima de 7 dias

Estes estudos indicam que a distribuição de frequência mais indicada varia conforme a região, e não há apenas uma distribuição de frequência claramente superior a todas as outras.

1.5. Conclusão do item

De tudo o que foi lido e escrito sobre frequência de vazões mínimas, sentiu-se a necessidade de fazer um estudo mais claro da análise assintótica de valores extremos mínimos para, a partir deste, poder constatar a adequação da distribuição de Weibull para vazões mínimas diárias, tal como recomendado boa parte dos estudos realizados. Este assunto é abordado no item 2 desta dissertação, baseado em Gottschalk *et al.* (2013) e cobre parte do objetivo geral e do primeiro objetivo específico.

2. ESTUDO DE DISTRIBUIÇÕES TEÓRICAS PARA MÍNIMOS

Como dito anteriormente neste texto, os livros de estatística dão mais importância para a análise assintótica de extremos máximos. Neste item, procura-se, com base em Gottschalk *et al.* (2013), apresentar um estudo detalhado da análise assintótica dentro do Método do Bloco (BM) para extremos mínimos incluindo a GEV, distribuição de extremos generalizada, que nem é tratada na literatura clássica. As distribuições de probabilidade foram ajustadas para um hidrograma hipotético, com poucos dados.

Segundo o BM na teoria de valores extremos (Naghetini e Pinto, 2007; Gottschalk *et al.*, 2013) se a distribuição "mãe" $F_X(x)$ de uma variável aleatória (v.a.) X é conhecida e de um bloco de v repetições são retirados valores extremos, surge a pergunta: Qual distribuição de probabilidades que esses extremos seguem? Nesta dissertação a preocupação é com o mínimo valor Z de uma sequência de v.a. $X_k = X(t_k), k = 1, \dots, v$ e $Z = \min\{X_1, X_2, \dots, X_v, \}$. Exemplificando, no caso de vazões médias diárias X , Z é a mínima vazão no ano, logo v é igual a 365 dias.

Sob a hipótese de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (v.a.i.i.d.), a função de distribuição acumulada (FDA) para valores mínimos de Z é dada pela equação (1):

$$F_Z(\xi) = 1 - [1 - F_X(\xi)]^v. \quad (1)$$

Como dito anteriormente, em aplicações hidrológicas busca-se o mínimo evento (vazão média diária, nesta dissertação) dentro de um bloco de 1 ano, isto é, o número de repetições dentro de tal bloco deveria teoricamente ser $v = 365$. Isto somente seria válido se as hipóteses de que vazões médias diárias são independentes e identicamente distribuídas (i.i.d) e $F_X(x)$ seja conhecida, sejam aceitas. Estas hipóteses são pouco plausíveis em aplicações práticas. No lugar disto, deve-se considerar um número efetivo de repetições que uma amostra anual possa representar.

Em termos estatísticos o problema está em estimar a cauda de uma distribuição desconhecida, $F_X(x)$, baseada num conjunto limitado de dados quando a maioria desses dados está concentrada em direção ao centro da distribuição. Para máximos, o BM permite enxergar soluções assintóticas quando o número de repetições $v \rightarrow \infty$, conforme formulado no teorema de Fisher-Tippet (Gumbel, 1958).

Para mínimos este teorema pode ser expresso conforme equação (2) para $b_v > 0$ e u_v (Gottschalk *et al.*, 2013):

$$\lim_{v \rightarrow \infty} P(Z_v \leq b_v z_v + u_v) = \lim_{v \rightarrow \infty} (1 - (1 - F_x(b_v z_v + u_v))^v) = G_Z(z), \quad (2)$$

onde

$$Z_v = \frac{z - u_v}{b_v}. \quad (3)$$

Os parâmetros b_v e u_v são constantes de escala e posição, respectivamente. A transformação linear dada pela equação (3) é necessária (Coles, 2001) para que a função $G_Z(z)$ convirja, embora não de modo exaustivo, para as três formas funcionais dadas a seguir, para eventos mínimos, dependendo do comportamento da cauda da distribuição $F_X(x)$ da variável original X , na direção desses extremos. $G_Z(z)$ deve ser uma das seguintes distribuições:

Tipo I - Gumbel - Forma dupla exponencial $G_Z(z) = e^{-e^z}$ para $-\infty < z < \infty$, (4)

Tipo II - Fréchet - Forma exponencial simples $G_Z(z) = \begin{cases} 0 & \text{para } z \geq 0 \\ e^{-(-z)^{-a}} & \text{para } z < 0 \text{ e } a > 0 \end{cases}$, (5)

Tipo III - Weibull - Forma exponencial com limite inferior para mínimos

$$G_Z(z) = \begin{cases} e^{-(z)^b} & \text{para } z > 0 \text{ e } b > 0 \\ 1 & \text{para } z \leq 0 \end{cases}. \quad (6)$$

É importante notar que apesar dos nomes destas distribuições serem os mesmos para extremos máximos, suas propriedades são invertidas. A Gumbel é definida, como para máximos, para todos os números reais de menos infinito até mais infinito. A distribuição de Fréchet tem no caso de mínimos um limite superior nulo e não é limitada em direção ao extremo mínimo. Por outro lado, a distribuição de Weibull tem um limite inferior igual a zero, isto é, ela é limitada em direção ao valor mínimo extremo.

Nas distribuições para mínimos dadas pelas equações (4), (5) e (6), o valor $G_Z(z) = 1$ é obtido para o extremo mínimo, isto é, a abscissa de z é invertida comparada à forma regular de apresentação da Função de Distribuição Acumulada (FDA). É possível reformular as equações tal que $G_Z(z) = 0$ para extremos mínimos e $G_Z(z) = 1$ para extremos máximos, conforme equações (7), (8) e (9).

Tipo I - Gumbel $G_Z(z) = 1 - e^{-e^z}$ para $-\infty < z < \infty$, (7)

$$\text{Tipo II - Fréchet} \quad G_Z(z) = \begin{cases} 1 & \text{para } z \geq 0 \\ 1 - e^{-(-z)^{-a}} & \text{para } z < 0 \text{ e } a > 0 \end{cases}, \quad (8)$$

$$\text{Tipo III- Weibull} \quad G_Z(z) = \begin{cases} 1 - e^{-(z)^b} & \text{para } z > 0 \text{ e } b > 0 \\ 0 & \text{para } z \leq 0 \end{cases}. \quad (9)$$

As diferenças com relação aos limites e escala entre as três expressões teóricas originais estão ilustradas na Figura 1a (equações (4), (5), e (6)) e Figura 1b (equações (7), (8) e (9)). O valor dos parâmetros a e b das distribuições de Fréchet e Weibull foram feitos iguais a 4 por Gottschalk et al. (2013). Nesta dissertação manteve-se o mesmo valor com o objetivo de verificar os resultados e entender a teoria.

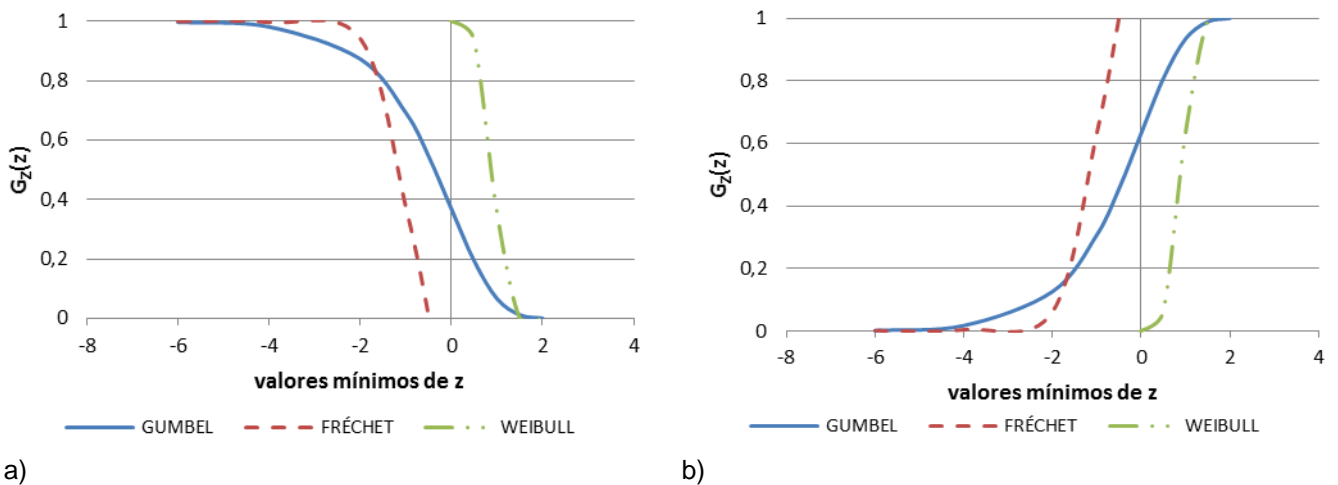


Figura 1: Ilustração gráfica das três expressões teóricas para mínimos: a) $G_Z(z) \rightarrow 1$; b) $G_Z(z) \rightarrow 0$. (Adaptado de Gottschalk et al., 2013)

A distribuição de extremos generalizada (GEV) para mínimos inclui todos os três tipos, conforme equação (10).

$$G_Z(z) = \begin{cases} e^{-(1+kz)^{1/k}} & \text{para } k \neq 0 \\ e^{-e^z} & \text{para } k = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Na formulação GEV a escala é alterada pelo fator $|k|$ e o limite superior é para o tipo Fréchet mudado para $1/k = 4$ e o limite inferior para o tipo Weibull é $-1/k = -4$. Nas equações (10) o valor $G_Z(z) = 1$ é obtido para o extremo mínimo. Da mesma forma que para os três tipos teóricos originais é possível alterar para $G_Z(z) = 0$ para o extremo mínimo (e $G_Z(z) = 1$ para extremo máximo). Estas distribuições estão ilustradas nas Figura 2a e Figura 2b respectivamente.

Em aplicações hidrológicas para máximos as distribuições de probabilidade são aplicadas substituindo a escala de probabilidades pela chamada variável de Gumbel. A distribuição de Gumbel deve então tomar a forma de uma linha reta. Aceitando as equações (7), (8) e (9), a variável de Gumbel para mínimos z_G é dada pela equação (11).

$$z_G = \ln(-\ln(1 - p)) \quad (11)$$

Onde p é a probabilidade de não excedência.

O gráfico da Figura 3 apresenta a plotagem das variáveis de Gumbel em função de z para as três distribuições teóricas para mínimos: Gumbel, Fréchet e Weibull. Nota-se que as distribuições de Fréchet e Weibull apresentam curvaturas convexa e côncava respectivamente.

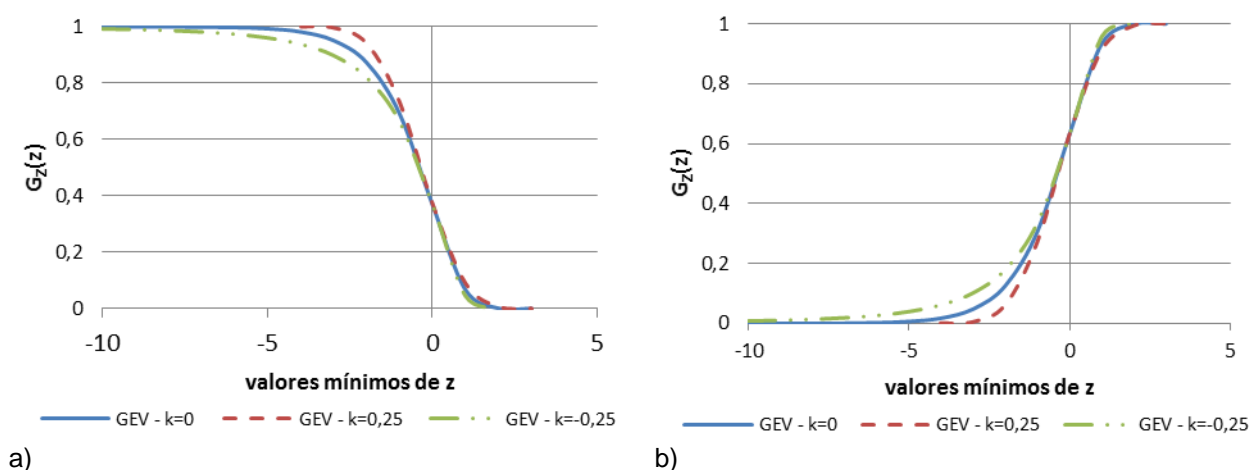


Figura 2: Ilustração gráfica da GEV para mínimos: a) $G_Z(z) \rightarrow 1$; b) $G_Z(z) \rightarrow 0$. (Adaptado de Gottschalk *et al.*, 2013)

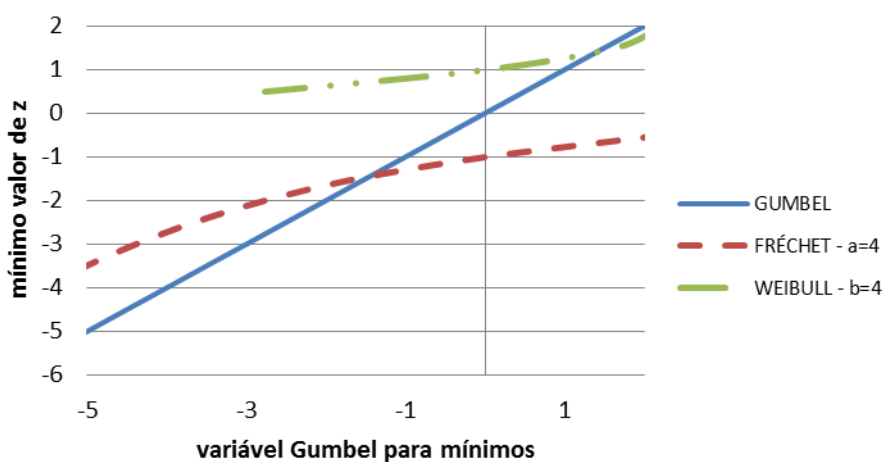


Figura 3: Curvas das expressões teóricas modificadas (equações (7), (8) e (9)) em função da variável de Gumbel para mínimos. (Adaptado de Gottschalk *et al.*, 2013)

O mesmo procedimento foi repetido para a GEV e os resultados estão apresentados na Figura 4. Para as distribuições originais o limite inferior (Weibull) e superior (Fréchet), respectivamente, são iguais a zero. Isto é mudado na formulação GEV (equações (10)) para $-1/k$ e $1/k$, respectivamente.

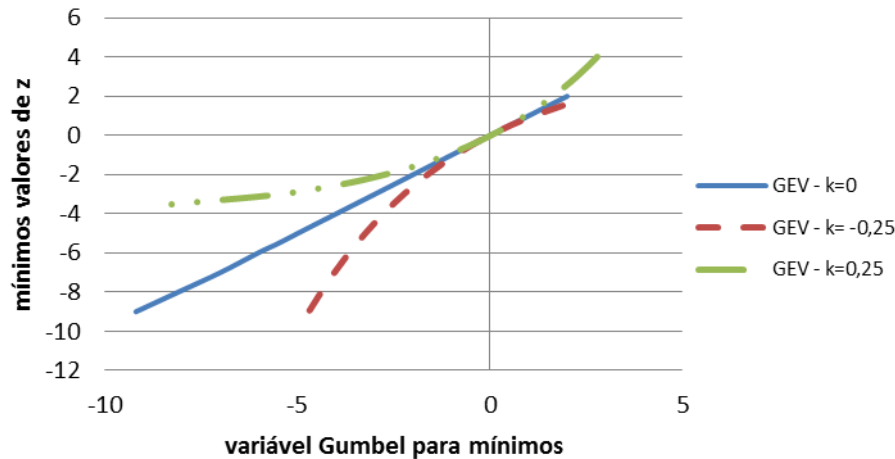


Figura 4: Curvas das expressões teóricas modificadas para a GEV em função da variável de Gumbel para mínimos. (Adaptado de Gottschalk *et al.*, 2013)

Como o objetivo desta dissertação está voltado ao estudo de vazões mínimas diárias para diversas aplicações, uma distribuição de probabilidades que melhor represente essas vazões deve ser limitada em direção ao extremo mínimo. A inspeção das propriedades das três candidatas possíveis, bem como os gráficos das figuras 1 a 4 indicam que somente a distribuição de Weibull é aplicável. Weibull em 1939 (Gottschalk *et al.*, 2013) em seu estudo sobre resistência dos materiais escreveu a distribuição, que mais tarde recebeu seu nome, de acordo com a formulação da equação (12).

$$G_z(z) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{z-u}{b}\right)^{1/k}\right\} \quad u \leq z < \infty \quad (12)$$

Na equação (12), a variável z cresce de seu mínimo a infinito. Weibull incluiu um parâmetro de limite inferior u e um parâmetro de escala b além do parâmetro de forma k . Os dois primeiros momentos μ_z e σ_z , a mediana md , o coeficiente de variação V_z e o coeficiente de assimetria γ são dados respectivamente pelas equações de (13) a (17). Nas equações a seguir (Γ) é a função gama que é igual a $(x-1)!$. E para calcular os parâmetros b e k , pelo método dos momentos, calcula-se μ_z^2/σ_z^2 , e então encontra-se b e posteriormente k por tentativas (Kite, 1977; Naghettini e Pinto, 2007).

$$\mu_z = u + b\Gamma(1 + k) \quad (13)$$

$$\sigma_z = b[\Gamma(1 + 2k) - \Gamma^2(1 + k)]^{1/2} \quad (14)$$

$$md = u + b(\ln 2)^k \quad (15)$$

$$V_z = \frac{\sigma_z}{\mu_z} = \frac{b[\Gamma(1+2k)-\Gamma^2(1+k)]^{1/2}}{b\Gamma(1+k)+u} \quad (16)$$

$$\gamma = \frac{[\Gamma(1+3k)-3\Gamma(1+2k)\Gamma(1+k)+2\Gamma^3(1+k)]}{[\Gamma(1+2k)-\Gamma^2(1+k)]^{3/2}} \quad (17)$$

3. MÉTODO

O método está dividido em duas abordagens, a análise convencional e a análise assintótica e seguirá a sequência apresentada no fluxograma da Figura 5. A análise convencional se desenvolve com o ajuste das distribuições Weibull e Lognormal de dois parâmetros a dados de 11 séries de vazões mínimas anuais e vazões mínimas médias móveis de 7 dias de duração, e com a estimação dos parâmetros de forma convencional. Os ajustes são analisados por meio dos testes de aderência Kolmogorov-Smirnov (KS) e Qui-Quadrado (χ^2). A análise assintótica se baseia na teoria dos valores extremos, em que é realizado o ajuste das distribuições “mãe” (definidas aqui como as distribuições da série original e que apresentam comportamento de potência para valores baixos) Gama e Lognormal de dois parâmetros a dados de uma série de vazões médias diárias, e é verificada a tendência da cauda esquerda à distribuição Weibull descrita por lei de potência. Nesta abordagem os parâmetros da distribuição Weibull são determinados em função do coeficiente de variação das distribuições “mãe”. Os resultados são analisados graficamente.

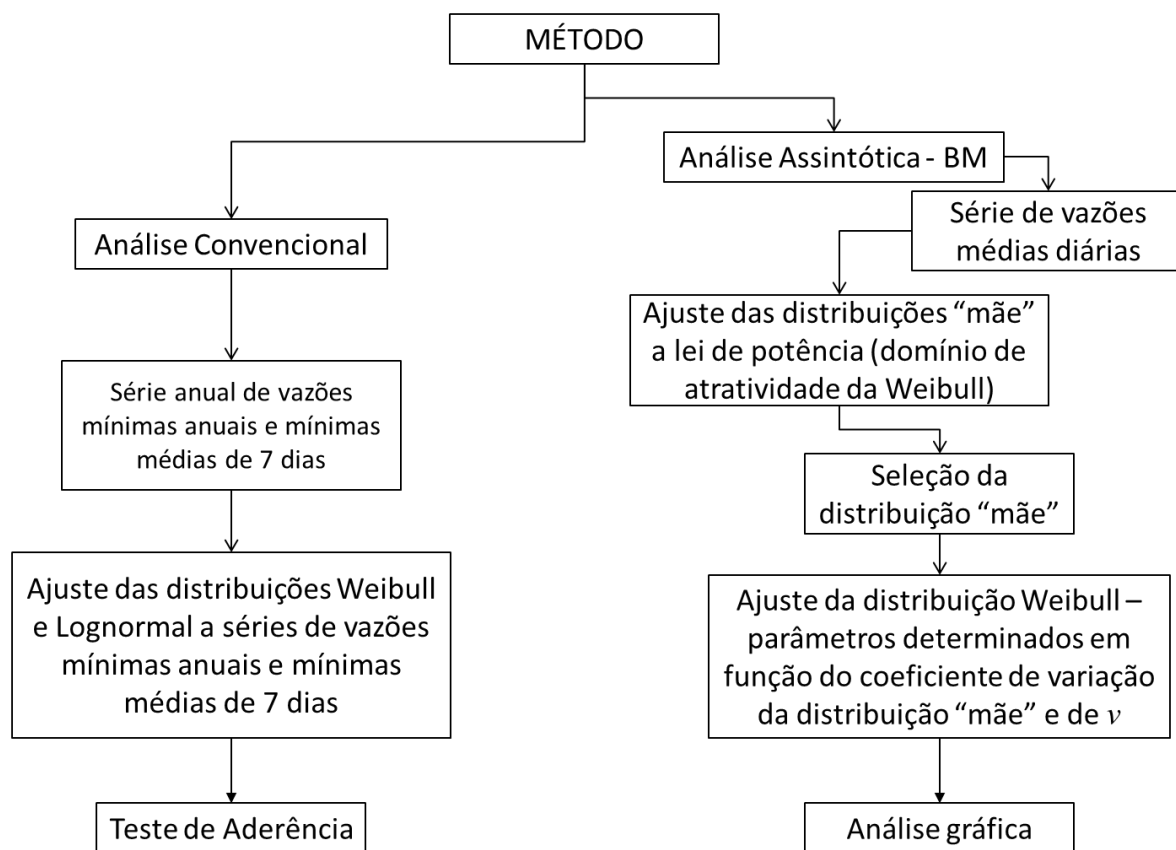


Figura 5: Fluxograma do método.

3.1. Análise Convencional

O estudo é aplicado a séries anuais de vazões mínimas médias móveis de 7 dias de duração e vazões mínimas anuais. Foram selecionadas duas distribuições: i) Lognormal de dois parâmetros (LN2); ii) Weibull (W2). A distribuição LN2 é recomendada na literatura para vazões máximas anuais devido a sua assimetria sempre positiva, mas também para vazões mínimas anuais, tendo em vista ser limitada inferiormente para variáveis aleatórias positivas, caso das vazões médias diárias mínimas anuais.

A Função Densidade de Probabilidade (FDP) da distribuição LN2 é dada pela equação (18) (Gottschalk *et al.*, 2013), onde X é a variável aleatória de vazão mínima média móvel de 7 dias de duração (ou de vazão mínima anual) e Y o seu logaritmo neperiano. Os primeiros dois momentos dos logaritmos das vazões são representados respectivamente por μ_Y e σ_Y , conforme equações (19) e (20), ditos parâmetros naturais da distribuição estimados pelo método dos momentos. Os mesmos parâmetros estimados pelo método da máxima verossimilhança são descritos pelas equações (21) e (22) (Stedinger, 1992):

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma_Y^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2\right] \text{ para } x > 0, \quad (18)$$

$$\mu_Y = \ln(\mu_X) - \frac{1}{2}\sigma_Y^2, \quad (19)$$

$$\sigma_Y = \left[\ln\left(1 + \frac{\sigma_X^2}{\mu_X^2}\right)\right]^{1/2}, \quad (20)$$

$$\mu_Y = \sum_{i=1}^n \frac{\ln x_i}{n}, \quad (21)$$

$$\sigma_Y = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}. \quad (22)$$

A Função de Distribuição Acumulada (FDA) da distribuição de W2 é apresentada na equação (23), onde Weibull (Gottschalk *et al.*, 2013) incluiu um parâmetro de limite inferior u e um parâmetro de escala b além do parâmetro de forma k . A variável aleatória X representa a vazão mínima anual (ou mínima média móvel de 7 dias de duração). Para estimar os parâmetros utilizam-se as equações (24) e (25):

$$F_X(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x-u}{b}\right)^{1/k}\right\} \quad u \leq x \leq \infty; x > 0; b k > 0, \quad (23)$$

$$\mu_X = b\Gamma(1+k), \quad (24)$$

$$\sigma_X = b[\Gamma(1 + 2k) - \Gamma^2(1 + k)]^{1/2}. \quad (25)$$

Na equação (23), a variável x cresce de seu mínimo u a infinito. No caso de vazões médias diárias o parâmetro u é considerado igual a zero.

3.2. Análise Assintótica – Método do Bloco

O domínio mínimo de atração da Weibull (Distribuição de Extremos Tipo III) contém distribuições limitadas em direção ao mínimo. Exemplos são as distribuições Uniforme e Beta quando são limitadas em direção ao mínimo bem como ao máximo. Consequentemente distribuições com comportamento de lei de potência próximo ao limite inferior pertencem a este domínio de atração. Logo, pode-se escrever a equação (26):

$$F_X(x) \cong C(x - u)^{1/k}, \quad (26)$$

para constantes $C > 0$ e $k > 0$. $F_X(x)$ converge quando $x \rightarrow u$ para a distribuição de Weibull com constante $b_v = (Cv)^{-k}$, onde v é o número de elementos do bloco (Gottschalk *et al.* 2013).

As distribuições Lognormal, Gama e Exponencial, todas têm um comportamento de lei de potência próximo ao seu limite inferior que é igual a zero em todos os casos. Foi analisado o comportamento próximo de zero das distribuições Gama e Lognormal, segundo Gottschalk *et al.* (2013). São consideradas distribuições "mãe" para as vazões médias diárias que são moduladas com relação à média de longo termo, isto é, a variável aleatória X (vazão média diária) a ser estudada aqui tem uma média $\mu_X = 1$ e desvio padrão igual ao coeficiente de variação V_X .

A teoria do BM aponta a possibilidade de uma dependência entre os parâmetros da distribuição de mínimos e o coeficiente de variação da distribuição "mãe", o que é testado nos dados disponíveis.

3.2.1. Distribuição Gama

Conforme Gottschalk *et al.* (2013), partindo da FDP da distribuição Gama conforme equação (27) pode-se deduzir a FDA para o caso de variáveis moduladas, que pode ser expressa somente em termos do coeficiente de variação, dada pela equação (28):

$$f_X(x) = \frac{\alpha}{\Gamma(r)} \alpha^{r-1} x^{r-1} e^{-\alpha x} \quad x > 0. \quad (27)$$

Usando $E(X) = \frac{r}{\alpha} = 1$ e $VAR(X) = \frac{r}{\alpha^2} = V_X^2$ chega-se a expressão (28) para variáveis moduladas:

$$f_X(x) = \frac{1}{V_X^{2V_X^{-2}} \Gamma(V_X^{-2})} x^{V_X^{-1}-1} e^{-xV_X^{-2}} \quad x > 0. \quad (28)$$

A integral da expressão (28) não pode ser obtida analiticamente, mas por aproximações numéricas. Foi utilizada a função DISTGAMA do *Excel* para calcular a FDA.

Adotando como distribuição "mãe" a distribuição Gama e considerando valores mínimos com relação à cauda equivalente entre a lei de potência (equação 26) e a distribuição "mãe" postulada Gama, usando a regra de l'Hôpital para determinação dos limites, chega-se aos valores das constantes k e C conforme equações (29):

$$k = V_X^2 \quad (29)$$

$$C = \left\{ V_X^{2V_X^{-2}} \Gamma(V_X^{-2} + 1) \right\}^{-1}$$

A constante $b_v > 0$, no caso da distribuição Gama é dada pela equação (30):

$$b_v = V_X^2 \left\{ \frac{\Gamma(V_X^{-2} + 1)}{v} \right\}^{V_X^2}. \quad (30)$$

3.2.2. Distribuição Lognormal

De acordo com Gottschalk *et al.* (2013) a distribuição LN2 também pode ser expressa em termos do coeficiente de variação somente para variáveis moduladas. A FDP é dada pela equação (31) a seguir:

$$f_X(x) = \frac{1}{x \sqrt{2\pi \ln(1+V_X^2)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(\ln(x) + \frac{1}{2} \ln(1+V_X^2))^2}{\ln(1+V_X^2)} \right\}; \quad 0 < x < \infty. \quad (31)$$

Podem ser usadas as funções DIST.LOGNORMAL.N do *Excel* para o cálculo das probabilidades para a variável modulada.

Segundo Gottschalk *et al.* (2013) os valores de k e C da equação (26) dependerão das probabilidades para as quais o ajuste do comportamento de potência foi selecionado. As equações para k e C são dadas pelas equações (32) e (33).

$$k = a_k \sqrt{\ln(1 + V_X^2)} \quad (32)$$

$$C = a_c V_X^{p_c} \quad (33)$$

onde a_k , a_c e p_c são parâmetros de ajuste. Kaviski (2015) obteve os valores destes parâmetros para diversos níveis de probabilidade α a partir do trabalho de Gottschalk *et al.* (2013) que utilizou o nível de probabilidade 0,01. Os valores dos parâmetros são apresentados na Tabela 2. Para esta dissertação o valor de interesse é $\alpha = 0,1$ correspondente ao período de retorno de 10 anos. A constante b_v é dada pela equação (34):

$$b_v = (a_c V_X^{p_c} v)^{-a_k \sqrt{\ln(1+V_X^2)}}. \quad (34)$$

Tabela 2: Valores de a_k , a_c e p_c para diferentes níveis de probabilidade α . Fonte: Kaviski (2015)

α	a_k	a_c	p_c
0,001	0,3195	59,8159	0,9350
0,002	0,3366	36,4476	0,8875
0,005	0,3651	18,5459	0,8184
0,010	0,3929	10,9772	0,7604
0,020	0,4291	6,4447	0,6963
0,050	0,4984	3,1774	0,5995
0,100	0,5812	1,8807	0,5140
0,200	0,7231	1,1498	0,4131
0,500	1,2543	0,6991	0,2382

3.3. Desempenho do método

O desempenho das distribuições na análise convencional foi verificado com base nos testes de aderência Kolmogorov-Smirnov (KS) e Qui-Quadrado (χ^2). No caso da análise assintótica (Método BM) a avaliação das distribuições de probabilidade foi realizada a partir de análise gráfica dos parâmetros comparando os parâmetros de distribuição de Weibull com o coeficiente de variação da distribuição “mãe”.

3.3.1. Testes de aderência

Após aplicar as distribuições de frequência postuladas na análise convencional, o ajuste destas é verificado com os testes de χ^2 e KS, que são apresentados a seguir.

Teste Qui-Quadrado

O teste χ^2 é utilizado para avaliar a normalidade de uma amostra e também pode ser utilizado para a avaliação de ajuste dos dados a uma distribuição qualquer. O teste χ^2 , segundo Gomide (1976), analisa se as frequências de ocorrência dos dados separados em k intervalos de classe equiprováveis, os quais foram definidos a partir da distribuição analisada, são concordantes com as frequências esperadas para esses intervalos. A equação (35) calcula a estatística χ^2 .

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(Nobs_i - Nesp_i)^2}{Nesp_i} \quad (35)$$

Onde:

χ^2 = Qui-Quadrado;

k = número de classes estipulado;

$Nobs_i$ = frequência observada em cada classe;

$Nesp_i$ = frequência esperada em cada classe.

O número de classe k também pode ser obtido pela fórmula de Sturges (1926) (equação (36)) com um mínimo de 5 classes.

$$k = 1 + 3,3 \log N \quad (36)$$

O valor obtido no cálculo do χ^2 é comparado com o valor crítico, obtido de tabelas de distribuição de χ^2 para o nível de confiança de 95% e um grau de liberdade igual ao número de classes menos 2. Se o valor calculado χ^2 for menor que o valor tabelado $\chi^2_{(95\%,k-2)}$, aceita-se a hipótese de normalidade dos dados para o nível de confiança estipulado (Gomide, 1976; Naghettini e Pinto, 2007).

Teste Kolmogorov – Smirnov

O princípio do teste KS é a diferença máxima entre a função de probabilidade acumulada empírica e a teórica, de variáveis aleatórias contínuas. Este é um teste não paramétrico, e é aplicável apenas para testar a adequação do ajuste de distribuições contínuas completamente especificadas, isto é, quando não há parâmetros a estimar. Então a série estudada deve ser dividida em duas partes, a primeira é utilizada para realizar o ajuste da distribuição e determinação dos parâmetros, e a segunda para aplicar o teste de aderência KS. Para cada elemento ordenado da amostra x_m , a distribuição empírica F_N é calculada pela equação (37) (Gomide, 1976; Naghettini e Pinto, 2007):

$$F_N(x_m) = \frac{m}{n+1}. \quad (37)$$

Então são calculadas as probabilidades teóricas, segunda a distribuição de probabilidades postulada $F_X(x)$. A hipótese nula a ser testada é $H_0: P(X < x) = F_X(x)$. A estatística do teste correspondente à maior diferença entre a probabilidade empírica e teórica é dada pela equação (38):

$$D_N = \sup_{-\infty < x < \infty} |F_N(x) - F_X(x)|. \quad (38)$$

Os valores de crítico são tabelados (Gomide, 1976), e variam de acordo com o tamanho das amostras (N) e o nível de significância (α). Sendo que nesta dissertação foi utilizado $\alpha = 5\%$.

3.3.2. Análise gráfica dos parâmetros

O comportamento próximo de zero das distribuições Gama e Lognormal é analisado para uma faixa de coeficientes de variação V_X de 0,5 a 2,5, e para o V_X observado as distribuições são comparadas com a função de potência do domínio de atratividade da distribuição Weibull.

Através do diagrama de momentos verifica-se a relação do V_X e do coeficiente de assimetria γ , e é também inserida a curva teórica de Weibull para verificar a dispersão dos pontos ao redor da curva. Para este diagrama o coeficiente de variação e o coeficiente de assimetria são calculados de acordo com as equações (39) e (40), respectivamente, para as séries de vazões médias diárias.

$$V_X = \sigma_X / \mu_X \quad (39)$$

$$\gamma = \frac{N}{(N-1)(N-2)} \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{s^3} \quad (40)$$

Os parâmetros da distribuição de Weibull k e b , bem como o primeiro e segundo momentos, μ e σ , são plotados contra o V_X da distribuição das vazões médias diárias (distribuição “mãe”) a fim de compreender estas relações teóricas. Estes gráficos apresentam, portanto, as curvas teóricas das distribuições investigadas, Gama e Lognormal, e os correspondentes valores observados das séries de vazões mínimas anuais moduladas, os quais permitem definir a melhor distribuição a ser postulada para vazões mínimas anuais. Segundo Gottschalk *et al.* (2013) os parâmetros k , b , a média e o desvio padrão são estimados através do método dos momentos.

4. ESTUDO DE CASO

Neste item retrata-se uma descrição breve da bacia hidrográfica do rio Iguaçu e apresentam-se as estações fluviométricas selecionadas para o estudo. A descrição é feita em termos de geologia, forma, relevo, clima e tipos de uso do solo.

4.1. Descrição da bacia hidrográfica do rio Iguaçu

O estudo de caso foi realizado para a bacia hidrográfica do rio Iguaçu, afluente do rio Paraná, sendo o maior rio do Estado do Paraná. Junto à divisa de Curitiba com os municípios de Pinhais e São José dos Pinhais ocorre o encontro dos rios Iraí e Atuba na parte leste do município paranaense formando o rio Iguaçu. O curso do rio segue o sentido geral de leste a oeste com algumas partes servindo de divisa natural entre Paraná e Santa Catarina, bem como em certo trecho do seu baixo curso faz a fronteira entre o Brasil e Argentina (província de Misiones).

A bacia hidrográfica do rio Iguaçu está localizada na região Sul do Brasil entre as latitudes 25°05'S e 26°45'S e longitudes 48°57'W e 54°57'W e conta com uma área de drenagem de 69400 km². Trata-se de uma sub-bacia da bacia hidrográfica do rio da Prata, classificada pela ANA (Agência Nacional de Águas) pelo número 65. Na porção oeste da Serra do Mar estão localizadas as nascentes do rio Iguaçu, com altitude em torno de 1200 m, apresentando um relevo ondulado. Posteriormente atravessa o segundo e terceiro planaltos do Estado do Paraná, desembocando finalmente no rio Paraná junto a tríplice fronteira do Brasil, Argentina e Paraguai. De acordo com a Secretaria Estadual do Meio Ambiente do Paraná, o leito principal do rio Iguaçu possui 1320 km de extensão. A montante de União da Vitória o rio Iguaçu apresenta declividades baixas, solos relativamente permeáveis e extensas planícies de inundação. Já a jusante, o rio tem declividade alta, vale bem encaixado e solos pouco permeáveis (Castanharo *et al.*, 2007).

As regiões atravessadas de leste a oeste são os Planaltos de Curitiba, de Ponta Grossa e o de Guarapuava, também chamados respectivamente de Primeiro, Segundo e Terceiro Planaltos Paranaenses. Tanto a topografia como os rios, nas três regiões cortadas pela bacia, revelam características distintas (Castanharo *et al.*, 2007). O fato de ocupar grande parte da extensão do Estado do Paraná, no sentido

Leste-Oeste, faz com que a bacia do rio Iguaçu seja, usualmente, dividida em três sub-bacias: (i) Alto Iguaçu; (ii) Médio Iguaçu; e, (iii) Baixo Iguaçu.

A região denominada de Alto Iguaçu comporta suas nascentes localizadas na vertente ocidental da Serra do Mar, nas proximidades de Curitiba. Nesta região, seu curso pelo Primeiro Planalto Paranaense é caracterizado por muitos meandros e amplas curvaturas, o que confere um aspecto senil à drenagem. Dentro da Região Metropolitana de Curitiba, este trecho do rio Iguaçu faz fronteira com a drenagem da vertente oriental da Serra do Mar à leste, com a bacia do rio Ribeira ao norte e com a bacia do rio Negro ao sul, sendo que este rio encontra o rio Iguaçu no Município de São Mateus do Sul. Este trecho se caracteriza como uma bacia parcialmente urbanizada (cerca de 40%), com intensa produção industrial e com pouca vegetação nativa. A bacia do Alto Iguaçu se estende das nascentes até a cidade de Porto Amazonas onde o rio adentra o 2º planalto (MAACK, 1981).

A sub-bacia do Médio Iguaçu é caracterizada por atividades agropecuárias extensivas e também por possuir aproveitamentos hidrelétricos importantes para o Estado (UHE Foz do Areia, UHE Segredo, UHE Salto Santiago). Embora não haja conformidade entre as várias fontes e autores, costuma-se considerar esta sub-bacia até o local de Salto Osório, próximo à foz do rio Chopim. Contudo há fontes que consideram o médio Iguaçu apenas até o local de Porto Vitória, onde ocorre a passagem do 2º para o 3º planalto do Estado do Paraná (Silva *et al.*, 2008).

Por último, a sub-bacia do Baixo Iguaçu, região mais a jusante da bacia, é caracterizada pela presença de agricultura intensiva e de áreas agroindustriais. Nesta sub-bacia situam-se as Cataratas do rio Iguaçu, atração turística importante do município de Foz do Iguaçu.

O método de Köppen classifica a bacia do rio Iguaçu como de clima subtropical úmido, com verão quente e inverno fresco, sem estação seca. Os altos e constantes níveis de precipitação favorecem a agricultura e condicionam um ótimo potencial hidrelétrico, também favorecido devido à complexidade da formação geológica que compõe a bacia do rio Iguaçu, que é capaz de gerar aproximadamente 8300 MW de energia, o que equivale a 30,6% da potência elétrica gerada pelo Estado do Paraná (Silva *et al.*, 2008).

Para o estudo de caso do presente trabalho foram selecionadas 11 estações fluviométricas da bacia do rio Iguaçu cuja localização consta na Figura 6 juntamente com as estações secundárias.

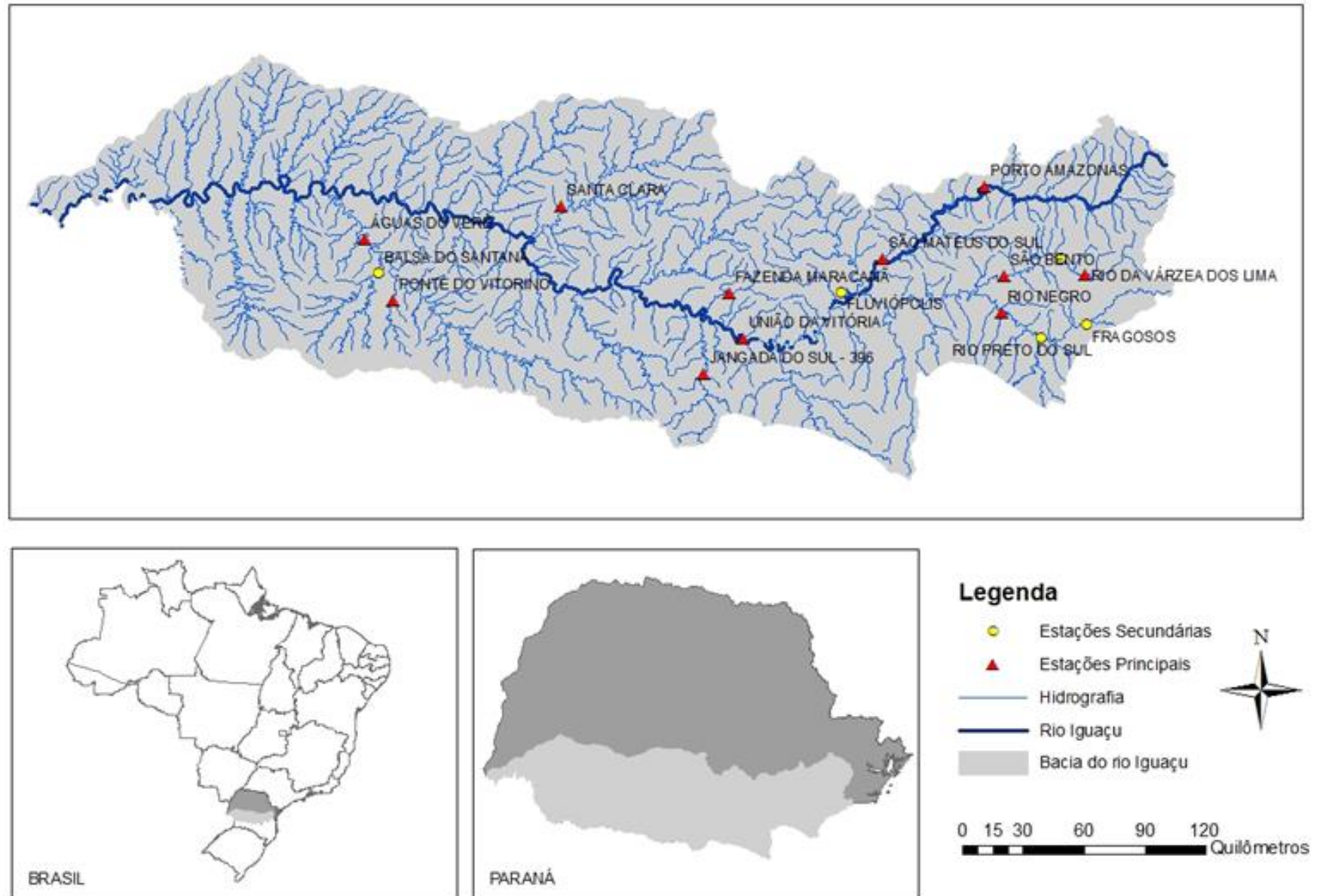


Figura 6: Bacia hidrográfica do rio Iguazu e estações fluviométricas do estudo. (FONTE: Águas Paraná, elaborado pela autora)

4.2. Dados

No sistema *Hidroweb* da ANA foram coletados dados de vazões médias diárias do maior número possível de estações fluviométricas que apresentam um período comum de observação. Foram selecionadas 11 estações principais para o desenvolvimento deste trabalho, situadas na bacia hidrográfica do rio Iguaçu. Os critérios para esta seleção foram: estações que não sejam afetadas por reservatórios com alto nível de regularização, ou seja, estações no rio Iguaçu à montante de Porto Vitória e nos seus afluentes; período mínimo de observação de 30 anos; nível de consistência dos dados igual a 2 (ANA, 2006); sem falhas de anos consecutivos ou meses consecutivos por cada ano; estações que formem um conjunto com o máximo período de observações em anos comuns; preenchimento de falhas que apresente bons resultados com coerência na magnitude das vazões; e boa distribuição espacial na bacia hidrográfica.

As estações principais são: Porto Amazonas (PA), São Mateus do Sul (SM), Rio Negro (RN), Rio da Várzea dos Lima (VL), São Bento (SB), União da Vitória (UV), Jangada do Sul (JS), Fazenda Maracanã (FM), Santa Clara (SC), Ponte do Vitorino (PV) e Águas do Verê (AV). O período comum de observação é de 48 anos de 1957 a 2004. As estações e algumas de suas características estão listadas na Tabela 3.

Tabela 3: Estações fluviométricas da bacia do rio Iguaçu selecionadas para o estudo. (FONTE: Hidroweb)

Estação	Código	Rio	Latitude	Longitude	Altitude (m)	Área de Drenagem (km ²)	Período	
							Inicial	Final
Porto Amazonas	65035000	Iguaçu	-25:32:53	-49:53:19	780	3620	1935	2005
São Mateus do Sul	65060000	Iguaçu	-25:52:33	-50:23:23	745	6050	1930	2007
Rio Negro	65100000	Negro	-26:06:35	-49:48:04	766	3450	1930	2007
R. Várzea dos Lima	65135000	da Várzea	-25:56:04	-49:23:35	810	605	1939	2006
São Bento	65155000	da Várzea	-25:56:44	-49:47:29	750	2000	1930	2005
União da Vitória	65310000	Iguaçu	-26:13:41	-51:04:49	670	24200	1930	2007
Jangada do Sul	65370000	Jangada	-26:23:13	-51:16:19	800	1010	1945	2005
Fazenda Maracanã	65415000	Palmital	-26:01:49	-51:08:30	840	327	1945	2005
Santa Clara	65825000	Jordão	-25:38:17	-51:58:02	740	3930	1949	2005
Ponte do Vitorino	65945000	Vitorino	-26:03:02	-52:48:03	550	554	1956	2005
Águas do Verê	65960000	Chopim	-25:46:26	-52:55:58	390	6690	1956	2007

Foi realizado o preenchimento de falhas por regressão linear múltipla no *software Excel* utilizando as seguintes estações secundárias: Fragosos (FR - 65090000), Rio Preto do Sul (RP - 65095000), Quitandinha (Q - 65136550), Fluvópolis (F - 65220000) e Balsa do Santana (BS - 65955000). Apenas as estações de Porto Amazonas, União da Vitória e Santa Clara não apresentaram falhas no período definido. Na Tabela 4 são apresentadas as estações utilizadas para preenchimento, a equação de regressão, o coeficiente de determinação (R^2) e o respectivo período de dados preenchido de cada estação.

As equações de regressão dos preenchimentos de falhas das estações Jangada do Sul e Fazenda Maracanã apresentaram coeficiente de determinação baixo, 0,560 e 0,633 respectivamente. Não foi possível obter um coeficiente de determinação mais alto, pois a única estação secundária encontrada próxima a localização destas estações primárias foi União da Vitória, que possui dados observados no período de falhas desejado, porém não está localizada no mesmo rio e possui uma área de drenagem muito maior. As demais estações obtiveram equações de regressão com bom coeficiente de determinação.

Tabela 4: Regressões utilizadas para o preenchimento de falhas.

Estação	Rio	AD (km ²)	Estação	Rio	AD* (km ²)	Período Utilizado	Período Preenchido	Equação R ²
São Mateus do Sul	Iguaçu	6050	Porto Amazonas	Iguaçu	3620	1974 a 1982	9 a 19/jul, 5 a 21/ago, 16 a 25/set, 4 a 15 e 19 a 27/out, 27 a 30/nov, e 1 a 13/dez de 1983; 20 a 31/jan, e 11 a 29/fev de 1984; 1 a 7/jul de 1992; e Maio/1999.	$Q_{SM} = -0,03Q_{UV} + 0,32Q_{PA} + 0,29Q_F ; R^2 = 0,965$
			Fluviópolis	Iguaçu	18600			
			União da Vitória	Iguaçu	24200			
Rio Negro	Negro	3450	São Bento Fluviópolis	da Várzea Iguaçu	2000	1992 a 2004	Jul/1983.	$Q_{RN} = 1,45Q_{SB} + 0,06Q_F ; R^2 = 0,913$
			Fragosos	Negro	803			
			Rio Preto do Sul	Negro	2610			
Rio da Várzea dos Lima	da Várzea	605	São Bento	da Várzea	2000	1940 a 1965	Jan/1966.	$Q_{VL} = 0,34Q_{SB} ; R^2 = 0,883$
			Quitandinha	da Várzea	939			
São Bento	da Várzea	2000	Rio da Várzea dos Lima	da Várzea	605	1984 a 1990	9 a 20 e 23 a 27/mar de 1991.	$Q_{SB} = 0,66Q_{VL} + 1,51Q_Q ; R^2 = 0,927$
Jangada do Sul	Jangada	1010	Quitandinha	da Várzea	939	1953 a 2000	29 a 30/jan, 13 a 31/dez de 2001.	$Q_{JS} = 0,05Q_{UV} ; R^2 = 0,560$
Fazenda Maracanã	Palmital	327	União da Vitória	Iguaçu	24200			
Ponte do Vitorino	Vitorino	554	Águas do Verê	Chopim	6690	1962 a 1972	8 a 30/noz, 1 a 4/dez de 1961; 1 a 11/fev de 1974.	$Q_{PV} = 0,07Q_{AV} ; R^2 = 0,868$
Águas do Verê	Chopim	6690	Ponte do Vitorino	Vitorino	554	1984 a 2001	Nov/1958; 14 a 31/jul, 1 a 3 e 5 a 31/ago, e 1 e 2/set de 1983.	$Q_{AV} = 4,22Q_{PV} + 2,50Q_{BS} ; R^2 = 0,953$
			Balsa do Santana	Santana	1720			

*AD – Área de Drenagem

Os hidrogramas dos períodos de falhas preenchidos da estação Águas do Verê são apresentados nas Figuras 7 e 8 demonstrando a coerência dos resultados. Para as demais estações os hidrogramas encontram-se no Apêndice A.

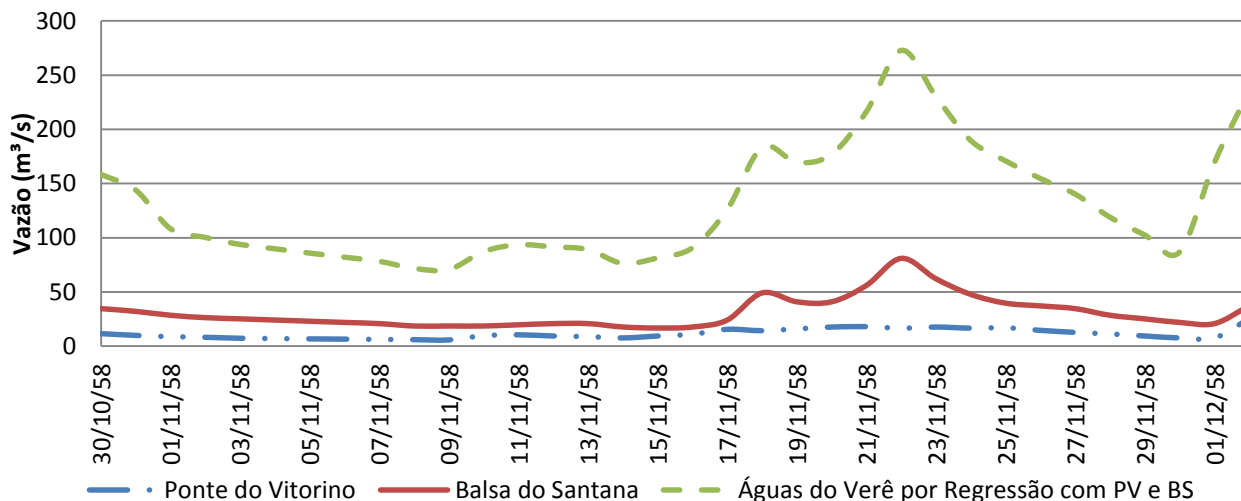


Figura 7: Período de falhas no ano de 1958 preenchido da estação Águas do Verê com Ponte do Vitorino e Balsa do Santana.

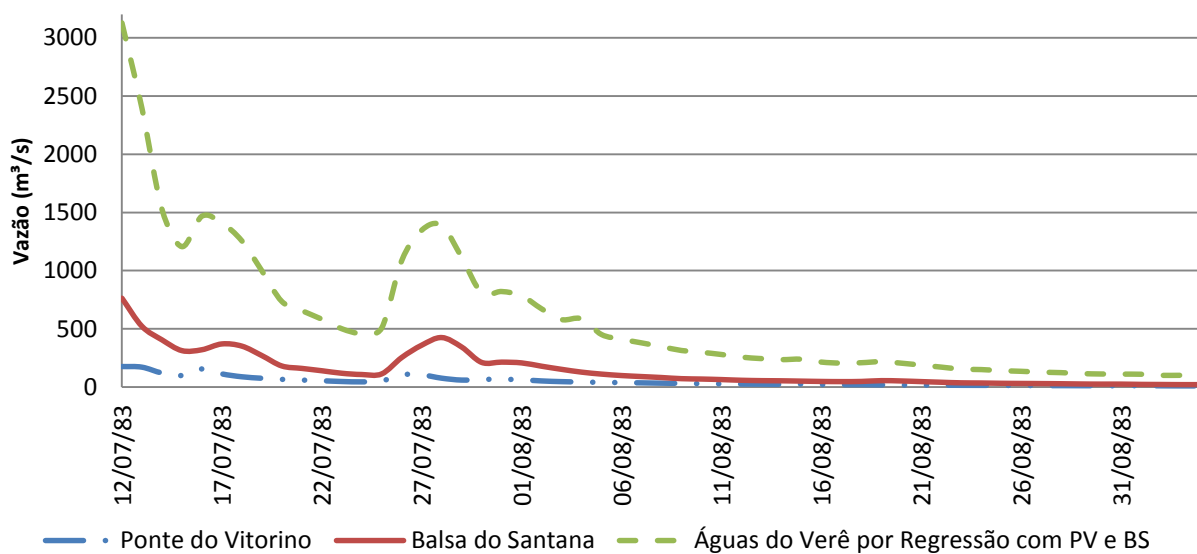


Figura 8: Período de falhas no ano de 1983 preenchido da estação Águas do Verê com Ponte do Vitorino e Balsa do Santana.

5. APLICAÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste item apresentam-se os resultados obtidos, bem como a análise da aplicação do método. Foram ajustadas as distribuições Lognormal de dois parâmetros (LN2) e Weibull (W2) às vazões mínimas anuais e mínima média móvel de 7 dias para às 11 estações selecionadas da bacia hidrográfica do rio Iguaçu. Bem como foram ajustadas as distribuições “mãe” LN2 e Gama aos dados de vazões médias diárias das 11 estações, segundo o método do Bloco (BM) descrito por Gottschalk *et al.* (2013).

5.1. Análise Convencional

As Tabelas 5 e 6 apresentam os parâmetros das distribuições LN2 e W2 calculados. Para a distribuição LN2 os parâmetros naturais foram determinados pelo método dos momentos e da máxima verossimilhança, sendo que o primeiro (média) e segundo (desvio padrão) momentos naturais foram estimados pelas equações (19) e (20). Os estimadores de máxima verossimilhança foram obtidos dos estimadores amostrais dos parâmetros, substituindo-se $n - 1$ por n no denominador da variância do logaritmo de X . Estes estimadores são mais fáceis de calcular e mais eficientes que os estimadores pelo método dos momentos, constituindo-se em estimativas eficientes de máxima verossimilhança da distribuição LN2 (Stedinger *et al.*, 1992).

Tabela 5: Parâmetros das distribuições LN2 e W2 para vazões mínimas médias móveis de 7 dias.

Estação	Momentos LN2		Máxima Verossimilhança LN2		Momentos W2	
	μ_Y	σ_Y	μ_Y	σ_Y	k	b
PA	2,553	0,510	2,530	0,578	0,524	16,487
UV	4,662	0,400	4,670	0,368	0,389	129,145
SC	3,027	0,425	3,016	0,463	0,418	25,470
SB	2,455	0,364	2,455	0,361	0,347	13,954
AV	3,434	0,438	3,405	0,546	0,433	38,518
SM	3,204	0,401	3,208	0,385	0,390	30,056
PV	0,996	0,416	0,968	0,513	0,407	3,329
RN	3,060	0,366	3,062	0,357	0,349	25,587
VL	1,359	0,348	1,364	0,324	0,329	4,629
JS	1,417	0,462	1,425	0,434	0,462	5,181
FM	0,516	0,479	0,513	0,483	0,484	2,120

Tabela 6: Parâmetros das distribuições Lognormal e Weibull para vazões mínimas.

Estação	Momentos LN2		Máxima Verossimilhança LN2		Momentos W2	
	μ_Y	σ_Y	μ_Y	σ_Y	k	b
PA	2,422	0,545	2,395	0,613	0,570	14,678
UV	4,599	0,393	4,605	0,366	0,380	120,761
SC	2,928	0,412	2,917	0,450	0,402	22,932
SB	2,404	0,369	2,404	0,366	0,352	13,295
AV	3,324	0,421	3,290	0,547	0,413	34,206
SM	3,141	0,408	3,147	0,387	0,398	28,335
PV	0,859	0,438	0,775	0,779	0,433	2,932
RN	2,984	0,376	2,987	0,364	0,360	23,831
VL	1,281	0,361	1,289	0,329	0,343	4,311
JS	1,208	0,472	1,208	0,474	0,476	4,226
FM	0,389	0,479	0,379	0,507	0,484	1,867

As Tabelas 7 e 8 apresentam os quantis para período de retorno de 10 anos, para as distribuições de probabilidades LN2 e W2. A distribuição W2 foi a que resultou nos menores valores de vazão, para a maioria das estações analisadas (exceto AV e PV para mínimas anuais, mas assim mesmo os valores foram próximos), seguida da distribuição Empírica e LN2 com valores maiores. Exceto para as estações AV, PV e VL esta relação foi diferente, sendo que a Empírica gerou os maiores valores de vazão. Estes resultados estão dentro do esperado, uma vez que as amostras não são suficientemente grandes para que o valor amostral tenda ao valor teórico.

Tabela 7: Vazões mínimas médias móveis de 7 dias e período de retorno de 10 anos em m³/s.

Estação	Empírica	LN2	W2
PA	5,40	5,98	5,07
UV	66,26	66,55	53,85
SC	10,41	11,28	9,94
SB	7,17	7,34	6,40
AV	16,33	14,97	14,54
SM	14,80	15,10	12,50
PV	1,37	1,37	1,33
RN	13,33	13,53	11,66
VL	2,79	2,58	2,21
JS	2,18	2,38	1,83
FM	0,86	0,90	0,71

Tabela 8: Vazões mínimas anuais para período de retorno de 10 anos em m³/s.

Estação	Empírica	LN2	W2
PA	4,29	5,00	4,07
UV	61,94	62,54	51,39
SC	9,51	10,39	9,28
SB	6,66	6,93	6,02
AV	14,17	13,32	13,52
SM	13,40	14,17	11,57
PV	1,16	0,80	1,11
RN	12,40	12,44	10,60
VL	2,54	2,38	1,99
JS	1,65	1,82	1,45
FM	0,66	0,76	0,63

As Figuras 9, 10, 11 e 12 apresentam a FDP e FDA das distribuições LN2 e W2 ajustadas às estações de PA, VL, JS e FM, respectivamente, para as vazões mínimas de 7 dias. A FDA é apresentada juntamente com os valores amostrais da distribuição empírica. Para as demais estações esta análise é apresentada no Apêndice B para vazões mínimas anuais e mínimas médias de 7 dias.

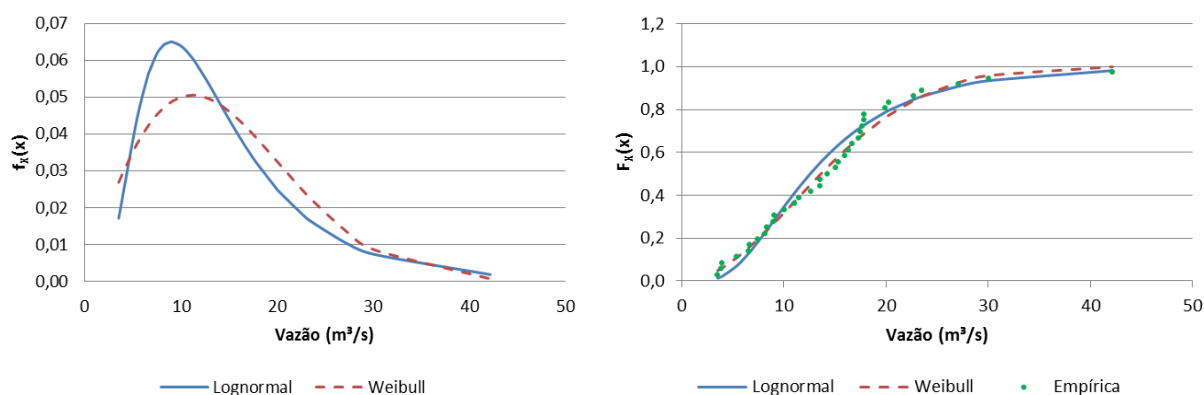


Figura 9: FDP e FDA para Porto Amazonas para vazão mínima média móvel de 7 dias.

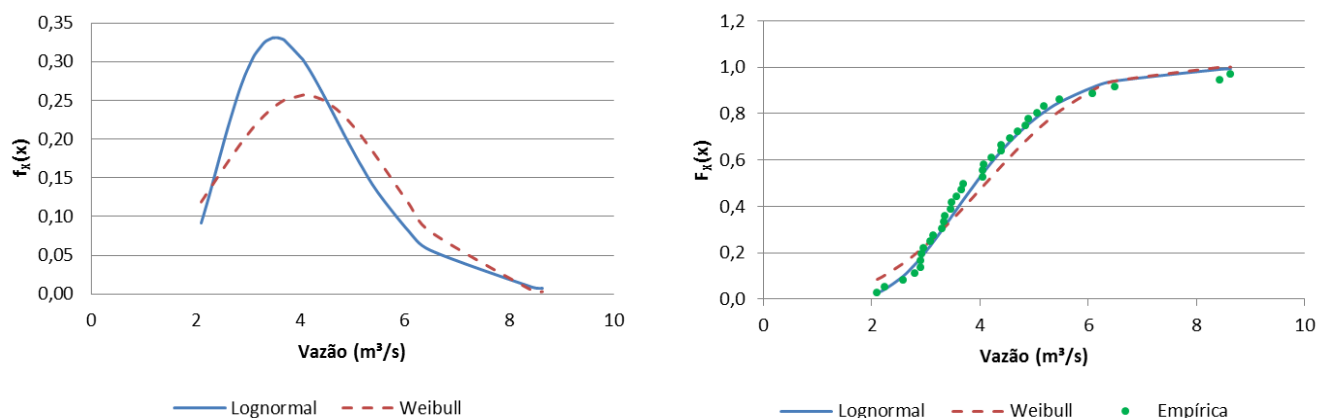


Figura 10: FDP e FDA para Rio da Várzea dos Lima para vazão mínima média móvel de 7 dias.

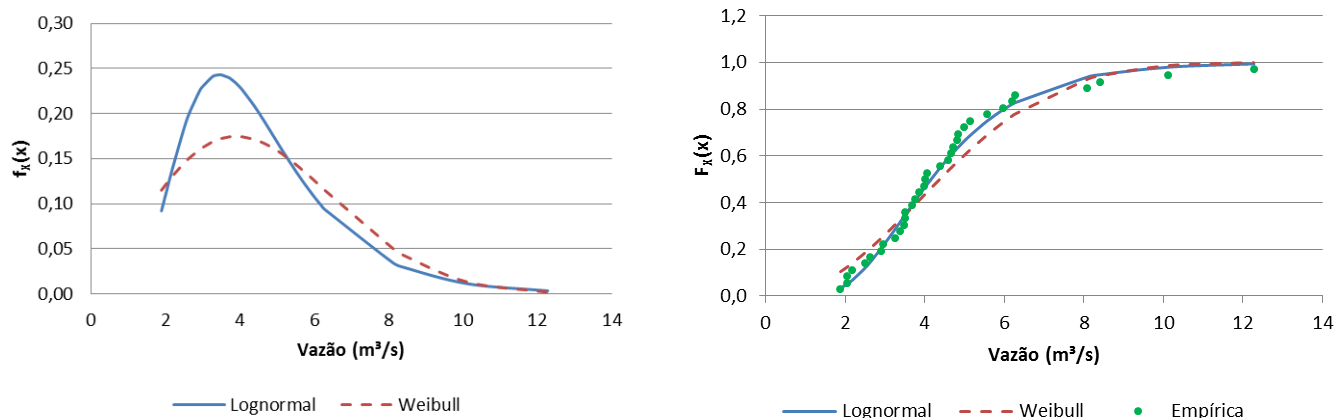


Figura 11: FDP e FDA para Jangada do Sul para vazão mínima média móvel de 7 dias.

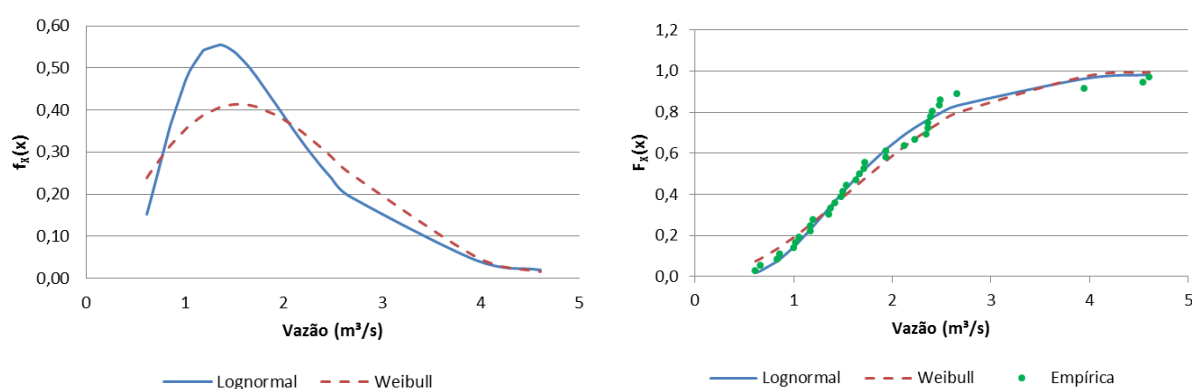


Figura 12: FDP e FDA para Fazenda Maracanã para vazão mínima média móvel de 7 dias.

A avaliação da adequação do ajuste das distribuições estudadas, através dos testes de aderência KS e χ^2 , para as vazões mínimas médias móveis de 7 dias e vazão mínimas é mostrada nas Tabelas 9 e 10, respectivamente. Para o teste KS as séries de vazões foram divididas em duas partes, a primeira contém os anos de 1957 a 1991, e a segunda, para a qual foi aplicado o teste KS, compreende os anos de 1992 a 2004. Esta divisão faz-se necessária, porque diferentemente do teste χ^2 o teste KS perde a validade quando parâmetros são estimados a partir da amostra. O teste χ^2 foi aplicado ao período total do ano de 1957 a 2004. O índice de significância considerado para os testes foi de 5%, e a hipótese nula H_0 a ser testada foi: a série de vazões mínimas estudada segue uma distribuição de Weibull, para testar a distribuição W2; e, a série de vazões mínimas estudada segue uma distribuição Lognormal, para testar a distribuição LN2.

É possível constatar que a distribuição LN2 teve maior número de aceitações pelo teste χ^2 , porém o mesmo não ocorreu com o teste KS. Sendo que apenas a estação PV teve rejeição da hipótese nula quando analisadas as vazões

mínimas anuais. Para a distribuição de Weibull também ocorreu uma divergência entre os resultados dos testes χ^2 e KS. As estações PA, SC, SB, AV, PV, JS e FM tiveram bom ajuste à distribuição de Weibull pelo teste χ^2 , e para o teste KS o resultado foi oposto. Era esperado um resultado mais conservador do teste KS quando aplicado à amostra diferente daquela usada para estimação de parâmetros.

Tabela 9: Testes de Aderência KS e χ^2 para vazão mínima média móvel de 7 dias.

Estação	Distribuição Lognormal						Distribuição de Weibull					
	χ^2			KS			χ^2			KS		
	D_{1calc}	D_{1tab}	Hipótese H_o	D_{2calc}	D_{2tab}	Hipótese H_o	D_{1calc}	D_{1tab}	Hipótese H_o	D_{2calc}	D_{2tab}	Hipótese H_o
PA	2,20	7,81	Aceita-se	0,41	0,23	Rejeita-se	5,15	7,81	Aceita-se	0,36	0,23	Rejeita-se
UV	6,01	9,49	Aceita-se	0,19	0,23	Aceita-se	13,18	9,49	Rejeita-se	0,21	0,23	Aceita-se
SC	2,35	7,81	Aceita-se	0,39	0,23	Rejeita-se	3,29	7,81	Aceita-se	0,33	0,23	Rejeita-se
SB	3,65	9,49	Aceita-se	0,29	0,23	Rejeita-se	6,76	9,49	Aceita-se	0,27	0,23	Rejeita-se
AV	2,12	9,49	Aceita-se	0,38	0,23	Rejeita-se	3,90	9,49	Aceita-se	0,31	0,23	Rejeita-se
SM	2,93	7,81	Aceita-se	0,40	0,23	Rejeita-se	10,19	7,81	Rejeita-se	0,36	0,23	Rejeita-se
PV	5,45	7,81	Aceita-se	0,46	0,23	Rejeita-se	3,99	7,81	Aceita-se	0,39	0,23	Rejeita-se
RN	3,68	7,81	Aceita-se	0,23	0,23	Aceita-se	10,10	7,81	Rejeita-se	0,17	0,23	Aceita-se
VL	5,38	9,49	Aceita-se	0,36	0,23	Rejeita-se	22,14	9,49	Rejeita-se	0,31	0,23	Rejeita-se
JS	2,48	7,81	Aceita-se	0,34	0,23	Rejeita-se	6,90	7,81	Aceita-se	0,31	0,23	Rejeita-se
FM	5,15	7,81	Aceita-se	0,31	0,23	Rejeita-se	7,34	7,81	Aceita-se	0,29	0,23	Rejeita-se

Tabela 10: Testes de Aderência KS e χ^2 para vazão mínima.

Estação	Distribuição Lognormal						Distribuição de Weibull					
	χ^2			KS			χ^2			KS		
	D_{1calc}	D_{1tab}	Hipótese H_o	D_{2calc}	D_{2tab}	Hipótese H_o	D_{1calc}	D_{1tab}	Hipótese H_o	D_{2calc}	D_{2tab}	Hipótese H_o
PA	0,61	7,81	Aceita-se	0,40	0,23	Rejeita-se	2,50	7,81	Aceita-se	0,36	0,23	Rejeita-se
UV	4,24	5,99	Aceita-se	0,22	0,23	Aceita-se	7,62	5,99	Rejeita-se	0,23	0,23	Aceita-se
SC	1,10	7,81	Aceita-se	0,44	0,23	Rejeita-se	3,16	7,81	Aceita-se	0,38	0,23	Rejeita-se
SB	3,63	9,49	Aceita-se	0,29	0,23	Rejeita-se	8,69	9,49	Aceita-se	0,26	0,23	Rejeita-se
AV	4,15	9,49	Aceita-se	0,41	0,23	Rejeita-se	3,39	9,49	Aceita-se	0,34	0,23	Rejeita-se
SM	4,69	7,81	Aceita-se	0,39	0,23	Rejeita-se	13,41	7,81	Rejeita-se	0,36	0,23	Rejeita-se
PV	8,86	7,81	Rejeita-se	0,50	0,23	Rejeita-se	0,58	7,81	Aceita-se	0,47	0,23	Rejeita-se
RN	4,98	7,81	Aceita-se	0,24	0,23	Rejeita-se	17,03	7,81	Rejeita-se	0,18	0,23	Aceita-se
VL	7,24	9,49	Aceita-se	0,40	0,23	Rejeita-se	22,88	9,49	Rejeita-se	0,34	0,23	Rejeita-se
JS	3,02	7,81	Aceita-se	0,30	0,23	Rejeita-se	7,29	7,81	Aceita-se	0,25	0,23	Rejeita-se
FM	2,98	7,81	Aceita-se	0,31	0,23	Rejeita-se	4,31	7,81	Aceita-se	0,27	0,23	Rejeita-se

A aplicação dos testes χ^2 e KS demonstraram resultados exatamente opostos para quase todas as estações e para as duas distribuições investigadas. Ao analisar os resultados obtidos é possível observar que a distribuição LN2 gerou

valores mais próximos da distribuição empírica e foi a distribuição que apresentou melhor ajuste segundo o teste χ^2 , na quase totalidade das estações, sendo rejeitada a hipótese nula apenas na estação PV. Com o teste KS a distribuição Lognormal obteve bom ajuste apenas na estação UV.

Para a distribuição de Weibull também ocorreu uma divergência entre os resultados dos testes χ^2 e KS. As estações PA, SC, SB, AV, PV, JS e FM tiveram bom ajuste à distribuição de Weibull pelo teste χ^2 . E para o teste KS, as mesmas estações, incluindo SM e VL, não apresentaram bom ajuste.

5.2. Método do Bloco

Foram ajustadas as distribuições “mãe” Lognormal de dois parâmetros (LN2) e Gama às vazões médias diárias das 11 estações segundo o BM e neste item são apresentados os resultados obtidos. A seleção da distribuição “mãe” que mais se aproxima da função de potência do domínio de atratividade da distribuição Weibull foi realizada através da análise gráfica das distribuições teóricas juntamente com valores amostrais das 11 estações selecionadas, ou seja, dos parâmetros da distribuição Weibull e dos momentos básicos média e desvio padrão com o coeficiente de variação da distribuição “mãe”.

5.2.1. Distribuição Gama

A Figura 13a ilustra a integral da distribuição Gama (28) em escala bilogarítmica para coeficientes de variação de 0,5 a 2,5. Os gráficos confirmam o comportamento de lei de potência próximo ao zero desta distribuição. Para coeficientes de variação menores que 0,5 o comportamento de potência ocorre somente para probabilidades muito pequenas, enquanto para valores maiores a aproximação é válida para probabilidades maiores.

A Figura 13b adiciona uma função de potência, dada pela equação (30) para V_x observado de cada estação, neste caso estação de Porto Amazonas. Esta figura permite constatar que a distribuição Gama tende exatamente para a distribuição de potência e, por conseguinte à distribuição Weibull, na direção da cauda equivalente aos mínimos.

O mesmo se verifica na Figura 14 e na Figura 15 para as estações União da Vitória e Santa Clara, respectivamente. Estes gráficos elaborados para as demais estações são apresentados no Apêndice C.

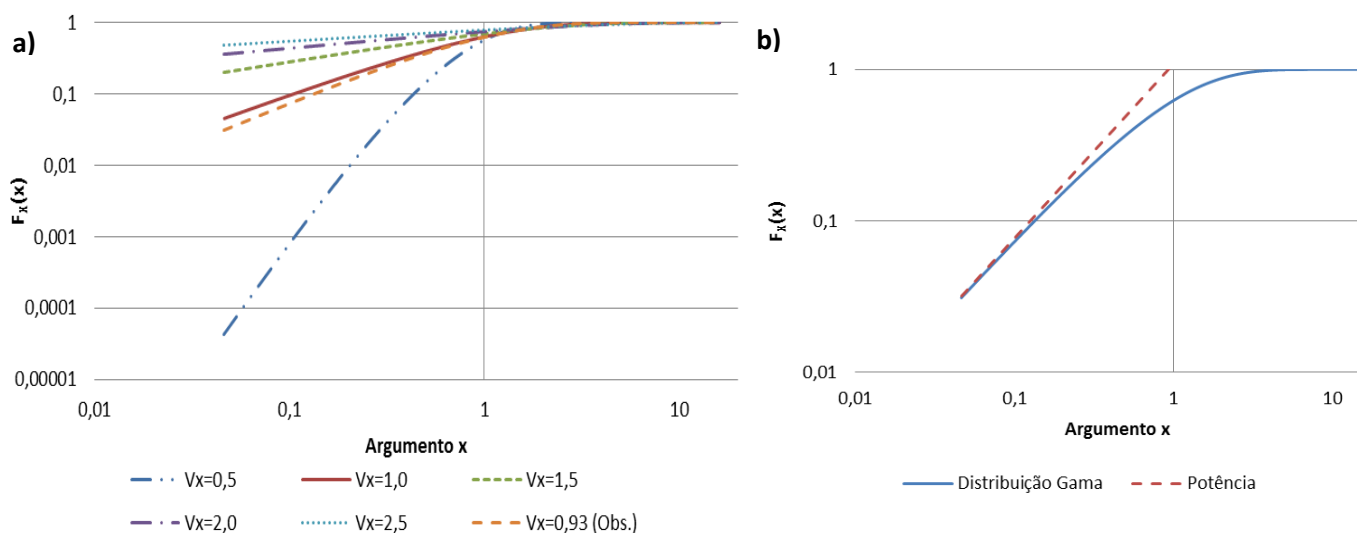


Figura 13: Distribuição Gama modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de V_X a) com a aproximação da função potência b) para a estação Porto Amazonas

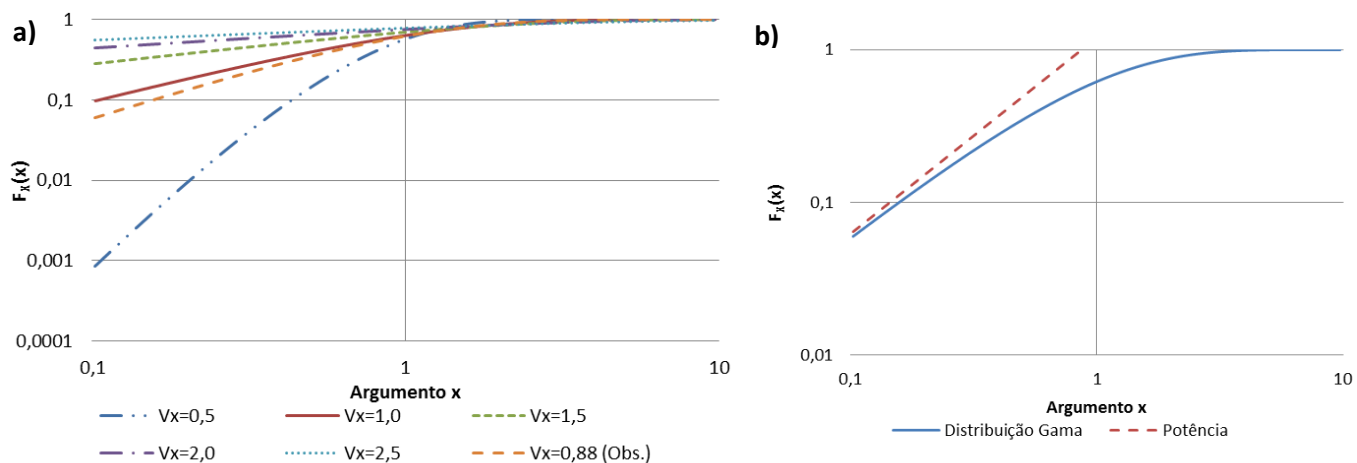


Figura 14: Distribuição Gama modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de V_X a) e com a aproximação da função potência b) para a estação União da Vitória

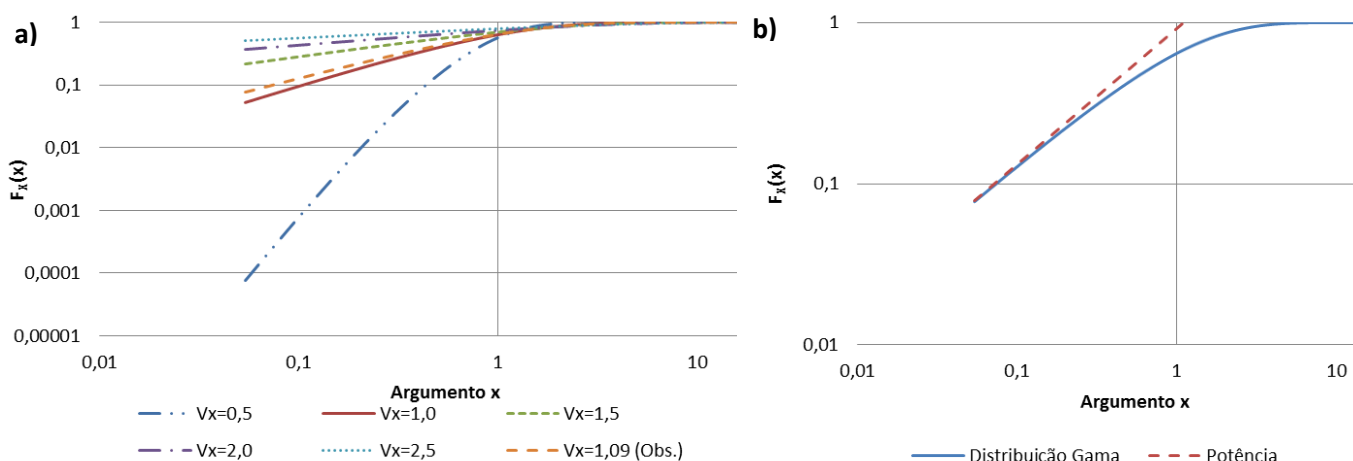


Figura 15: Distribuição Gama modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de V_X a) e com a aproximação da função potência b) para a estação Santa Clara

É possível notar que a cauda da distribuição Gama com relação aos mínimos tende a uma função de potência em consequência da distribuição de Weibull, diante dos resultados expostos nas Figura 13 a 15, e assim conclui-se que a distribuição Gama é a distribuição “mãe” que mais se aproxima da função de potência do domínio de atratividade da distribuição Weibull.

A Tabela 11 exhibe os parâmetros α e β da distribuição Gama e, os coeficientes de variação V_X e de assimetria γ , além do C e k , parâmetros da função potência, calculados para as vazões médias diárias moduladas das 11 estações.

Tabela 11: Parâmetros, coeficientes de variação e assimetria, e parâmetros da função potência para a distribuição Gama.

Estação	$V_{X Obs.}$	γ	α	β	C	k
PA	0,93	3,82	1,15	0,87	1,09	0,87
UV	0,88	2,55	1,28	0,78	1,19	0,78
SC	1,09	5,35	0,84	1,19	0,92	1,19
SB	0,80	3,64	1,56	0,64	1,44	0,64
AV	1,25	5,06	0,64	1,57	0,84	1,57
SM	0,94	3,12	1,13	0,88	1,08	0,88
PV	1,23	7,44	0,66	1,52	0,84	1,52
RN	0,93	3,14	1,16	0,86	1,10	0,86
VL	0,79	2,43	1,6	0,63	1,48	0,63
JS	1,25	5,39	0,64	1,55	0,84	1,55
FM	1,27	5,77	0,62	1,62	0,83	1,62

5.2.2. Distribuição Lognormal

As Figuras 16 a 19 ilustram a distribuição Lognormal para variáveis moduladas (média igual a 1,0 e desvio padrão igual ao coeficiente de variação) em uma escala bilogarítmica para diversos coeficientes de variação, e apenas para o coeficiente de variação observado de cada estação com a aproximação da função de potência. Ao analisar estas figuras pode-se antecipar que o comportamento de potência não é exato como para a distribuição Gama.

A hipótese de Gottschalk *et al.* (2013), de que a cauda inferior da distribuição Lognormal tende à função de potência somente para níveis especificados de probabilidade, não se verificou integralmente para a bacia hidrográfica do rio Iguaçu. Para o nível de probabilidade 0,1 esta hipótese se confirmou para as estações UV (Figura 18), SC, SB, AV, RN e VL (Apêndice D). Para PA e SM verifica-se nas Figuras 16 e 17, respectivamente, que há uma boa aproximação entre a cauda da Lognormal e da função de potência. Para as demais estações JS, PV e FM isto não ocorreu, conforme pode ser visto na Figura 19 para PV.

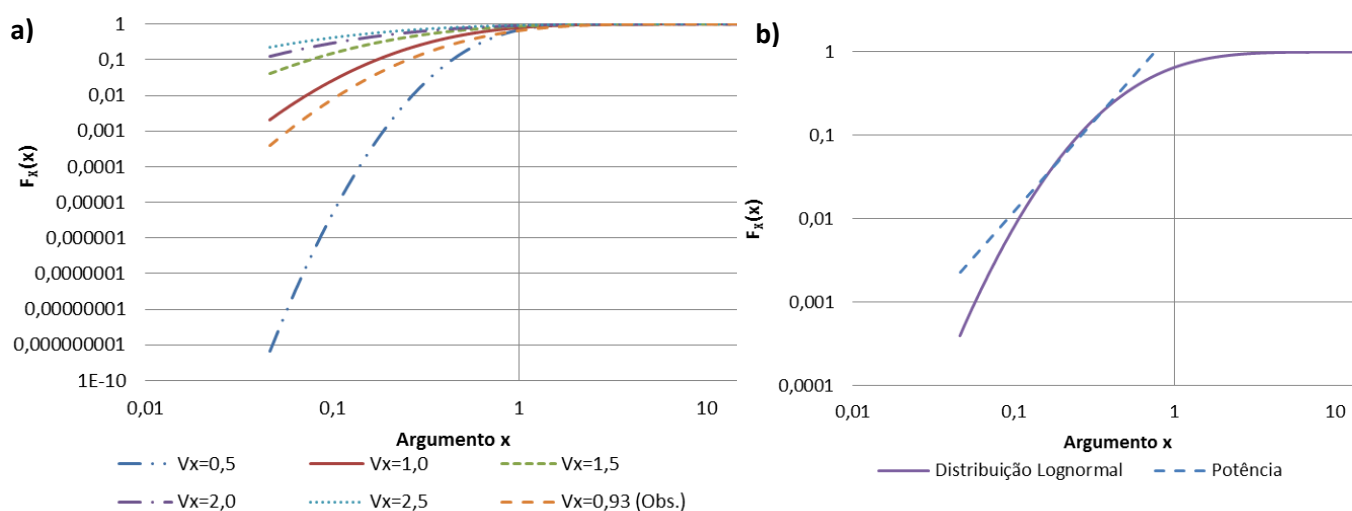


Figura 16: Distribuição Lognormal modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de V_x a) e com a aproximação da função potência b) para a estação Porto Amazonas.

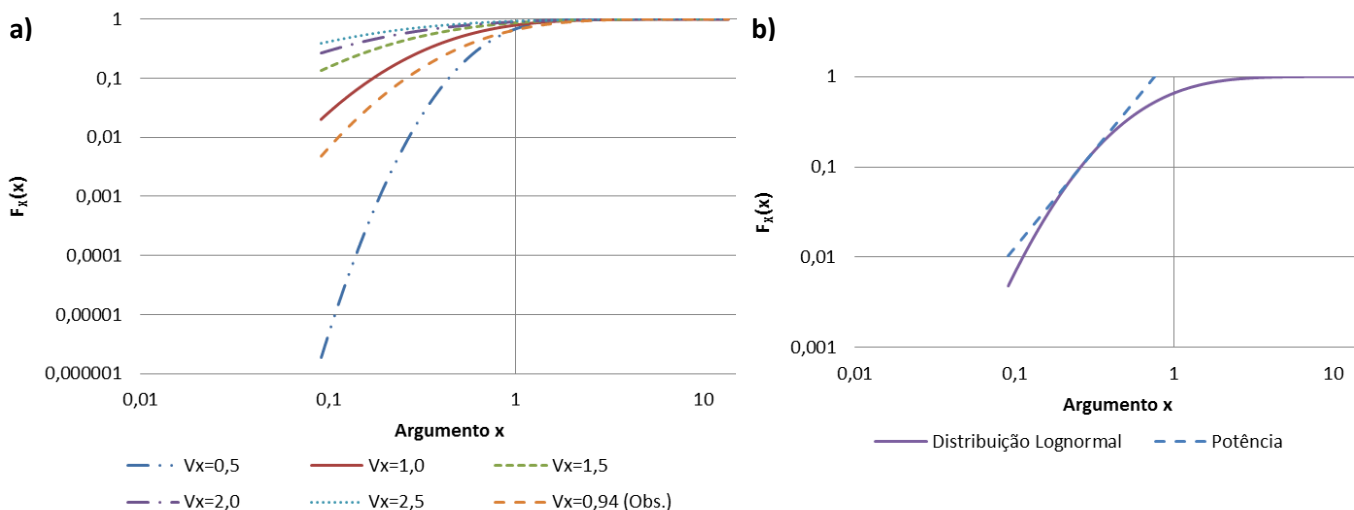


Figura 17: Distribuição Lognormal modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de V_X a) e com a aproximação da função potência b) para a estação São Mateus do Sul.

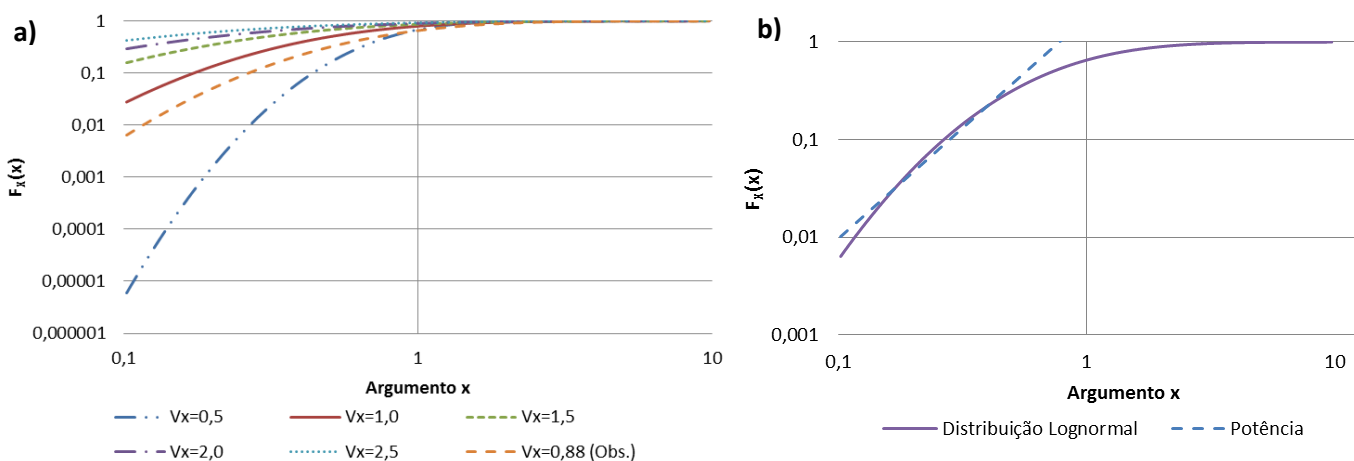


Figura 18: Distribuição Lognormal modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de V_X a) e com a aproximação da função potência b) para a estação União da Vitória.

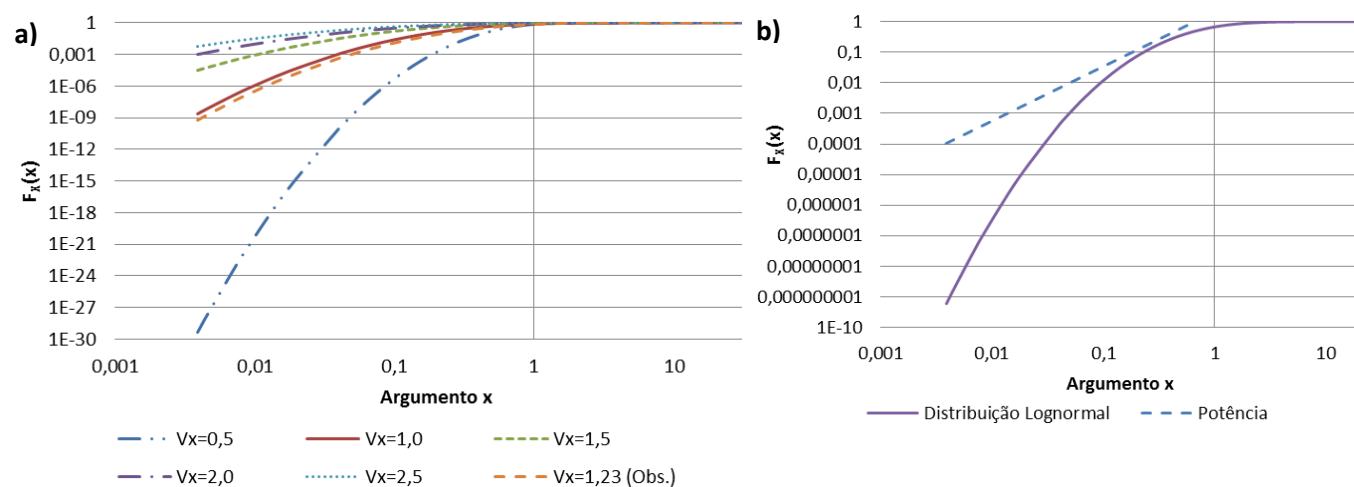


Figura 19: Distribuição Lognormal modulada em escala bilogarítmica para diferentes valores de V_X a) e com a aproximação da função potência b) para a estação Ponte do Vitorino.

A Tabela 12 exibe os parâmetros μ_Y e σ_Y da distribuição Lognormal além do C e k , parâmetros da função potência, calculados para as vazões médias diárias moduladas das 11 estações.

Tabela 12: Parâmetros, coeficientes de variação e assimetria, e parâmetros da função potência para a distribuição Lognormal.

Estação	μ_Y	σ_Y	C	k
PA	-0,32	0,82	1,81	0,46
UV	-0,31	0,79	1,76	0,44
SC	-0,36	0,83	1,97	0,51
SB	-0,23	0,66	1,68	0,41
AV	-0,43	0,90	2,11	0,56
SM	-0,32	0,80	1,82	0,46
PV	-0,38	0,85	2,10	0,56
RN	-0,28	0,71	1,81	0,46
VL	-0,23	0,65	1,67	0,41
JS	-0,43	0,89	2,11	0,56
FM	-0,40	0,84	2,13	0,57

Nota-se que a cauda da distribuição Lognormal com relação aos mínimos para o nível de probabilidade 0,1 tende a uma função de potência em consequência da distribuição de Weibull, para algumas das estações. Diante dos resultados expostos nas Figura 16 a Figura 19, conclui-se que a distribuição Lognormal pode ser considerada a distribuição “mãe” para as estações PA, UV, SC, SB, AV, SM, RN e VL.

5.2.3. Análise dos parâmetros da distribuição “mãe”

A Tabela 13 apresenta os valores dos parâmetros μ_X , σ_X , k e b calculados para a série de vazões mínimas anuais modulada. Os valores para V_X e γ , calculados para a série de vazões médias diárias moduladas são expostos na Tabela 14. E a Tabela 15 apresenta os mesmos dados das tabelas 13 e 14, porém, calculados com valores de V_X arbitrados para as curvas teóricas.

Tabela 13: μ_x , σ_x , k e b da distribuição de Weibull calculados para a série de vazões mínimas anuais modulada.

Estação	μ_x	σ_x	k	b
PA	0,208	0,121	0,565	0,233
UV	0,217	0,086	0,367	0,244
SC	0,196	0,082	0,392	0,221
SB	0,334	0,128	0,352	0,375
AV	0,166	0,074	0,416	0,187
SM	0,232	0,100	0,406	0,261
PV	0,192	0,088	0,430	0,217
RN	0,298	0,113	0,349	0,334
VL	0,335	0,119	0,325	0,375
JS	0,153	0,075	0,467	0,173
FM	0,190	0,089	0,446	0,214

Tabela 14: V_x e γ calculados para a série de vazões médias diárias moduladas.

V_x	γ
0,932	1,238
0,883	1,561
1,090	0,724
0,800	1,262
1,253	0,589
0,940	1,727
1,234	0,698
0,928	1,141
0,791	1,309
1,246	1,177
1,271	0,921

Tabela 15: γ , k , b , μ_x e σ_x calculados com valores de V_x arbitrados para as curvas teóricas.

V_x Arbitrado	Weibull	Lognormal					Gama			
	γ	k	b_v	μ_v	σ_v	γ	k	b_v	μ_x	σ_x
0,000	-	0	-	-	-	0	0	-	-	-
0,100	-0,715	0,058	0,903	0,876	0,063	0,301	0,010	0,371	0,369	0,005
0,300	-0,026	0,171	0,674	0,624	0,124	0,927	0,090	0,362	0,346	0,038
0,500	0,566	0,275	0,493	0,444	0,136	1,625	0,250	0,311	0,282	0,079
1,000	2,000	0,484	0,242	0,214	0,109	4,000	1,000	0,100	0,100	0,100
1,500	3,631	0,631	0,138	0,124	0,080	7,875	2,250	0,010	0,025	0,065
2,000	5,578	0,737	0,088	0,081	0,060	14,000	4,000	0,000	0,006	0,054
2,500	7,877	0,818	0,062	0,058	0,047	23,125	6,250	0,000	0,003	0,092
3,000	10,538	0,882	0,046	0,044	0,039	36,000	9,000	0,000	0,002	0,441

O diagrama de momentos ilustrado na Figura 20 foi elaborado com a série de vazões médias diárias moduladas e a curva teórica das distribuições de Weibull e Lognormal. Observa-se neste gráfico que a assimetria das séries de vazões médias diárias observadas no rio Iguaçu é maior do que a assimetria da distribuição de Weibull. Também foi possível demonstrar que as vazões médias diárias se ajustam melhor no entorno da distribuição Lognormal.

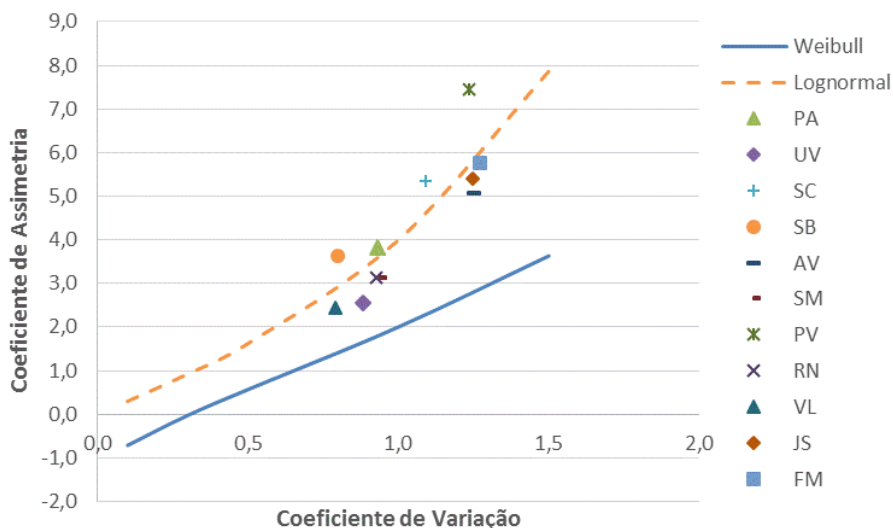


Figura 20: Diagrama de momentos ($\gamma \times V_x$) com as vazões médias diárias moduladas e a curva teórica das distribuições de Weibull e Lognormal.

A dependência do parâmetro k da distribuição de Weibull do V_x da distribuição “mãe” (série de vazões médias diárias modulada) é demonstrada na Figura 21, com o k originado da série de vazões mínimas anuais moduladas. Este gráfico demonstra uma dispersão ao redor da curva teórica da distribuição Lognormal.

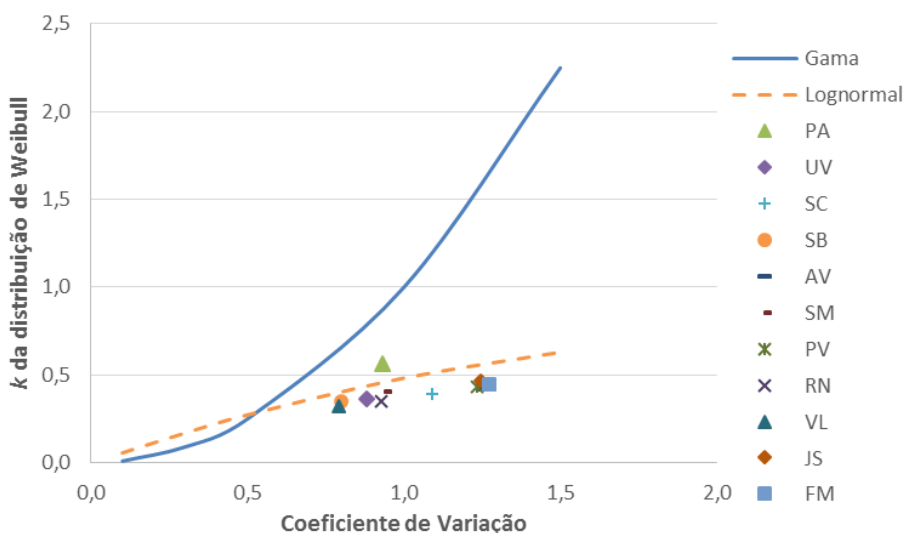


Figura 21: Dependência do parâmetro k da distribuição de Weibull, da série de vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal.

O parâmetro b da distribuição de Weibull depende de um número efetivo de repetições ν . Diferentes valores de ν foram testados para visualizar a diferença de forma das curvas teóricas. Para a série de vazões mínimas anuais moduladas tem-se as Figura 22, Figura 23 e Figura 24, com $\nu = 10$, $\nu = 20$ e $\nu = 1$, respectivamente.

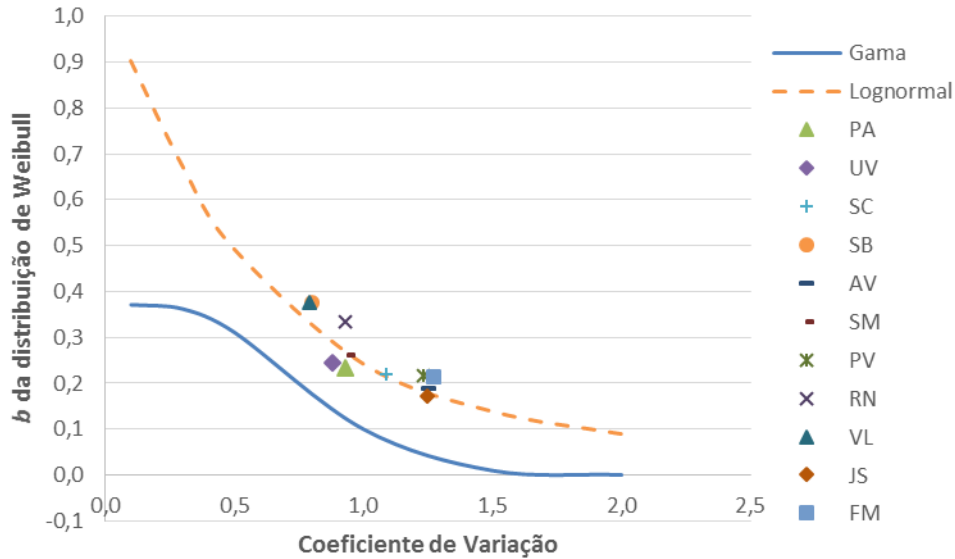


Figura 22: Dependência do parâmetro b da distribuição de Weibull, da série de vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal, para $\nu=10$.

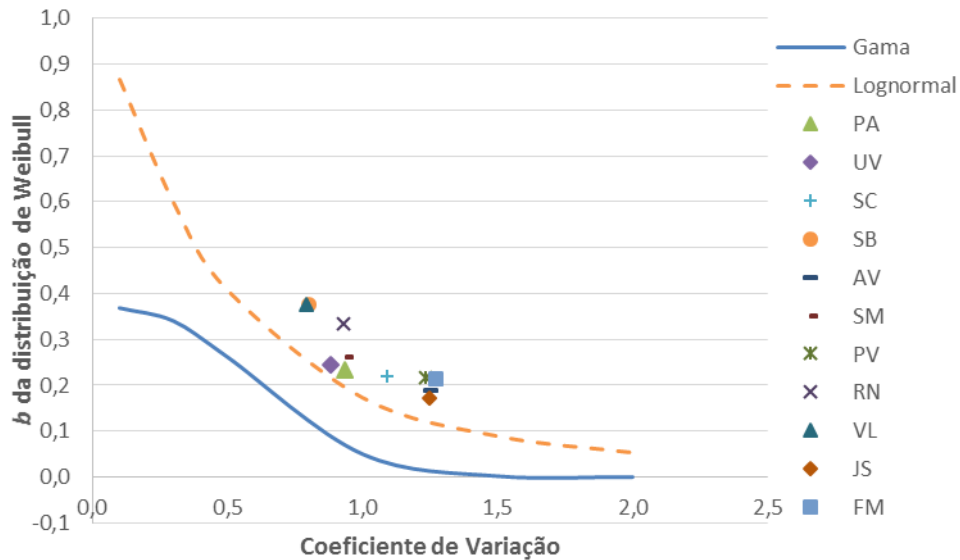


Figura 23: Dependência do parâmetro b da distribuição de Weibull, da série de vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal, para $\nu=20$.

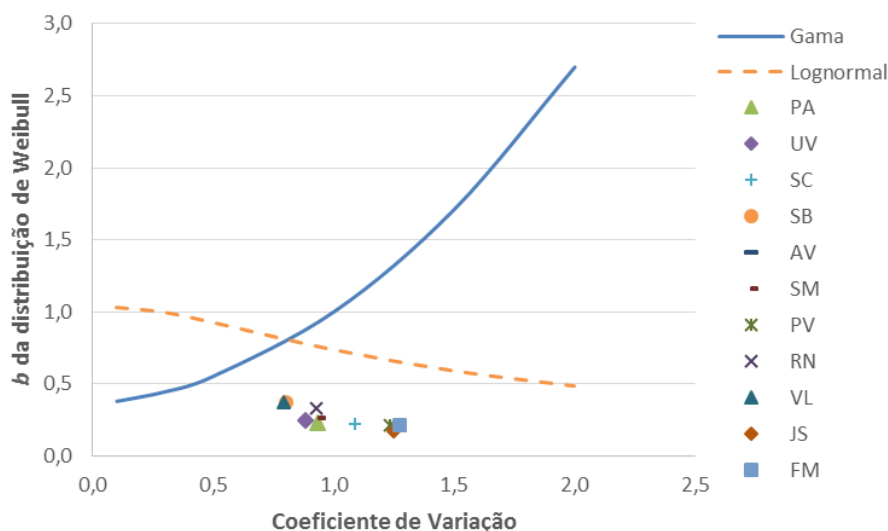


Figura 24: Dependência do parâmetro b da distribuição de Weibull, da série de vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal, para $\nu=1$.

Para $\nu = 10$ e $\nu = 20$ o resultado foi semelhante considerando a forma das curvas, porém, para $\nu = 10$ os dados observados se ajustaram melhor no entorno da curva teórica da distribuição Lognormal. Quando considerado $\nu = 1$ as curvas teóricas não são boas, e vale salientar que este valor é questionável pois, representaria uma série de mínimas anuais.

A dependência do parâmetro μ da distribuição de Weibull, com as vazões mínimas anuais moduladas em função do respectivo V_X das vazões médias diárias, com $\nu=10$, das distribuições Gama e Lognormal está retratada na Figura 25. Observa-se, novamente, que há uma dispersão dos pontos amostrais ao redor da curva teórica da distribuição Lognormal.

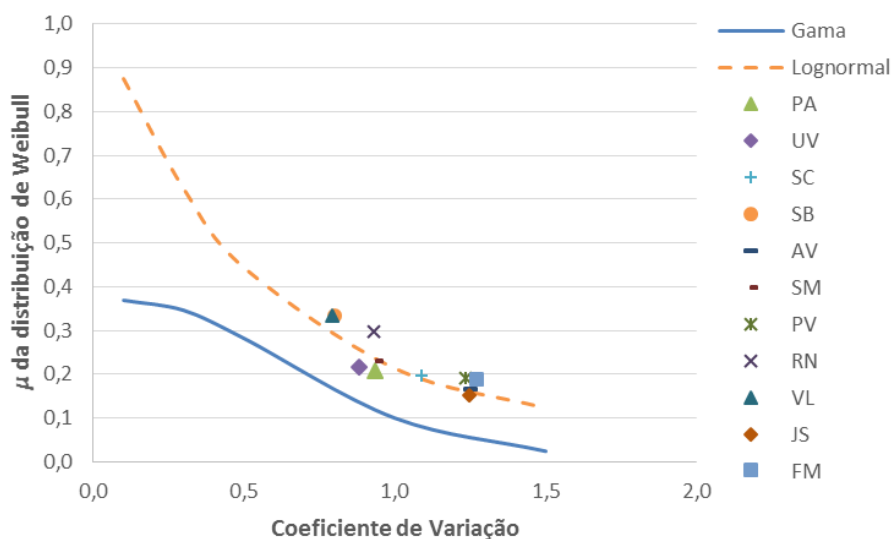


Figura 25: Dependência do parâmetro μ da distribuição de Weibull, com as vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal.

Por fim, a Figura 26 aponta que o desvio padrão σ das vazões mínimas anuais moduladas, em função do respectivo V_x , estão distribuídos no entorno das duas distribuições investigadas.

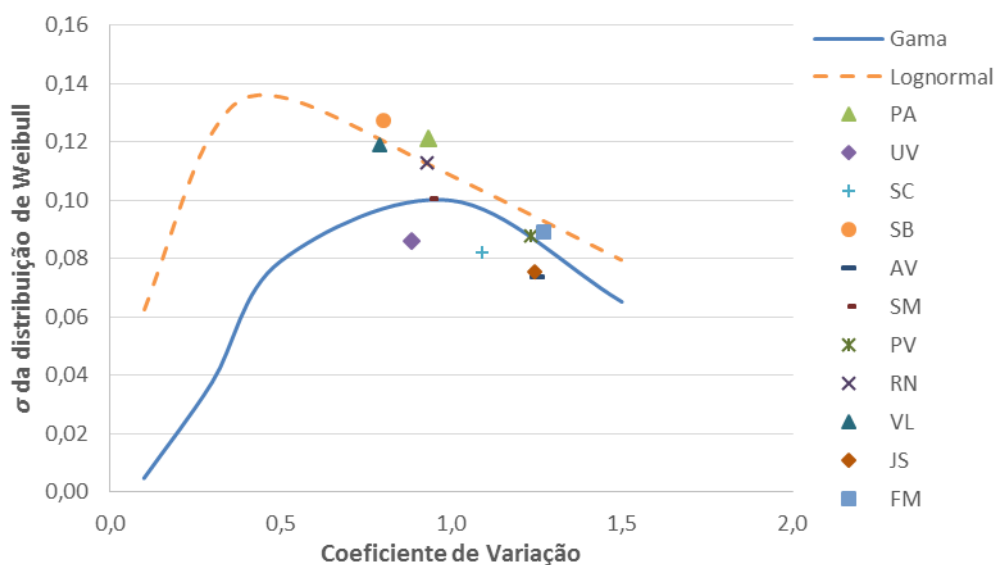


Figura 26: Dependência do parâmetro σ da distribuição de Weibull, com as vazões mínimas anuais moduladas, do coeficiente de variação das distribuições Gama e Lognormal.

Nota-se que a distribuição Lognormal apresenta conformidade com os dados amostrais. Apenas a Figura 26 não permite chegar a esta conclusão, pois os pontos se dispersam entorno das duas curvas. Este fato corrobora com a conclusão do item anterior de que a distribuição Lognormal pode ser a distribuição “mãe”, por se aproximar da função de potência do domínio de atratividade da distribuição de Weibull, para algumas estações do rio Iguaçu. Considerando tais resultados, pode-se dizer que a distribuição “mãe” Lognormal pode ser recomendada para o estudo de vazões mínimas para algumas das estações da bacia hidrográfica do rio Iguaçu.

CONCLUSÃO

As principais conclusões deste estudo estão divididas em termos da Análise Convencional e da Análise Assintótica.

Análise convencional:

- A distribuição W2 apresentou vazões menores que a distribuição LN2 para o período de retorno de 10 anos, para a maioria das estações analisadas, tanto para vazões mínimas médias móveis de 7 dias de duração quanto para vazões mínimas anuais;
- Observou-se que a distribuição LN2 se aproximou mais da distribuição empírica para período de retorno 10 anos para mínimas médias móveis de 7 dias;
- A LN2 foi a distribuição que apresentou melhor ajuste segundo o teste χ^2 , na quase totalidade das estações;
- O teste KS teve resultado mais conservador, rejeitando a hipótese H_0 para a maioria das estações na bacia do rio Iguaçu.

Análise Assintótica:

- Para a bacia hidrográfica do rio Iguaçu foi possível comprovar que a distribuição Gama é a distribuição “mãe” que mais se aproxima da função de potência do domínio de atratividade da distribuição de Weibull.;
- Os gráficos confirmaram o comportamento de lei de potência próximo ao zero desta distribuição. Para coeficientes de variação menores que 0,5 o comportamento de potência ocorre somente para probabilidades muito pequenas, enquanto para valores maiores a aproximação é válida para probabilidades maiores.
- Para o nível de probabilidade 0,1 a hipótese de que a cauda inferior da distribuição Lognormal tende à função de potência, foi confirmada para algumas das estações estudadas;
- A distribuição Lognormal não apresentou boa aproximação à função de potência da distribuição de Weibull, para 3 das estações da bacia do rio Iguaçu. O que não é suficiente para rejeitar a distribuição Lognormal como uma boa candidata para modelar vazões mínimas, devido à posterior análise dos parâmetros;

- Observou-se que a assimetria das séries de vazões médias diárias das estações da bacia do rio Iguaçu é maior do que a assimetria da distribuição de Weibull, e tem bom ajuste à distribuição Lognormal;

- Os parâmetros k , b e μ_X , das séries de vazões mínimas anuais moduladas, se ajustaram bem à distribuição Lognormal;

- Em conformidade com os estudos da análise convencional prefere-se indicar a LN2 do que a W2 para estudos de vazões mínimas na bacia hidrográfica do rio Iguaçu.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Diante dos resultados obtidos, sugere-se uma investigação mais aprofundada sobre como estimar o parâmetro v , número de repetições de um bloco, para determinar o parâmetro b que se aplique para a bacia do rio Iguaçu. Também sugere-se uma nova análise em que não seja utilizado o mesmo valor de v para todas as estações.

Nesta pesquisa foi dada ênfase ao Método do Bloco (BM), porém, ainda há mais para investigar a respeito dos outros dois métodos sugeridos por Gottschalk *et al.* (2013) para derivação ou escolha da distribuição teórica adequada para vazões mínimas diárias: i) Método do Limiar; ii) Distribuição derivada baseada no processo de formação das vazões mínimas.

É preciso dar continuidade a esta linha de pesquisa, pois há um potencial para contribuir com um impacto positivo na gestão de recursos hídricos no que tange à estimativa e à previsão de vazões mínimas, bem como o estabelecimento de vazões de referência para outorga.

REFERÊNCIAS

- ANA – Agência Nacional de Águas. Resolução nº 597 de 27 de dezembro de 2006.
- ANA – Agência Nacional de Águas. **HidroWeb** – Sistemas de Informações Hidrológicas. Disponível em: <http://hidroweb.ana.gov.br/> Acesso em: 30 ago 2014.
- BANGASH, R. F.; PASSUELLO, A., HAMMOND, M.; SCHUHMACHER, M. Water allocation assessment in low flow river under data scarce conditions: A study of hydrological simulation in Mediterranean basin. **Science of the Total Environment**, v. 440, p. 60-71, 2012.
- BARBOSA, S. E. da S.; BARBOSA JÚNIOR, R. A.; SILVA, G. Q.; CAMPOS, E. N. B.; RODRIGUES, V. C. Geração de modelos de regionalização de vazões máximas, médias de longo período e mínimas de sete dias para a bacia do rio Carmo, Minas Gerais. **Engenharia Sanitária e Ambiental**, Rio de Janeiro, vol. 10, n.1. Jan./Mar. 2005.
- BENETTI, A. D.; LANNA, A. E.; COBALCHINI, M. S. Metodologias para determinação de vazões ecológicas em rios. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 8, n. 2, p. 149-160, 2003.
- CÂMARA, A. C. F. C. **Análise da vazão máxima outorgável e da introdução simplificada da qualidade da água no processo de outorgada bacia do Rio Gramame (PB)**. 219p.,Dissertação Mestrado, Porto Alegre: UFRGS, 2003.
- CASTANHARO, G.; GIBERTONI, R. D. F. C.; MÜLLER, I. I.; ANDRIOLO, M. V.; KAVISKI, E.; GUILHON, L. G. F.; ROCHA, V. F. Previsão de vazões na bacia do rio Iguazu baseada no modelo SMAP e com incorporação de informações de precipitação. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.12, p. 37-68. 2007.
- CHOW, V. T. **Handbook of applied hydrology**. New York : McGraw-Hill, 1964.
- CHOW, V. T.; MAIDMENT, D. R. E MAYS, L. W. **Applied Hidrology**. New York : McGraw-Hill , 1988. 571p.
- CLARKE, R. T. Hidrologia Estatística. In: TUCCI, C. E. M. **Hidrologia Ciência e Aplicação**. Porto Alegre: Editora da UFRGS. Livro da Coleção ABRH, 1993.
- COLES, S. **An introduction to statistical modeling of extreme values**. London: Springer, 2001.
- COLLISCHONN, W.; AGRA, S.G.; FREITAS, G.K.; PRIANTE, G. R.; TASSI, R.; SOUZA, C.F. Em busca do Hidrograma Ecológico In: XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. **Anais**. João Pessoa, Nov., 2005.

CONDIE, R.; NIX, G. A. Modelling of low flow frequency distributions and parameter estimation. International Water Resources Symposium, Water for Arid Lands, Dez., 1975.

CONDIE, R.; CHENG, L. C. Low Flow Frequency Analysis Program LOFLOW, Inland Waters Directorate, Water Resources Branch, Ministério do Meio Ambiente do Canadá , 1982.

CORREA, S. W.; MELO, C. R. Análise estatística de precipitações máximas diárias anuais e vazões mínimas anuais na sub-bacia Paraopeba, rio Ribeirão da Ajuda. In: XLIII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola - CONBEA **Anais**. Campo Grande – MS, 2014.

EUCLYDES, H. P. **Regionalização de vazões máximas e mínimas para a bacia do rio Juatuba-MG**. 66p., Dissertação de Mestrado, Viçosa: UFV, 1992.

FINKLER, N. R.; MENDES, L. A.; SCHNEIDER, E. H. M.; BORTOLIN, T. A.; SCHNEIDER, V. E. Análise de funções de distribuição de probabilidades na determinação de vazão mínima sazonal. In: XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos – XXISBRH **Anais**. Brasília – DF, 2015.

GOMIDE, F. L. S. Noções de estatística e probabilidade (Apêndice). In: PINTO, N. L. S., HOLTZ, A. C. T., MARTINS, J. A.; GOMIDE, F. L. S., **Hidrologia Básica**. Editora Edgard Blücher Ltda., 1976.

GOMIDE, F. L. S.; KAVISKI, E. Poder de testes de adequação de ajuste: uma investigação experimental. In: IV Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos. **Anais**. Vol. I, p.551-567, 1981.

GOTTSCHALK, L.; YU, K.; LEBLOIS, E.; XIONG, L. Statistics of Low flow: Theoretical derivation of the distribution of minimum streamflow series. **Journal of Hydrology**, v. 401, p. 204-219, 2013.

GUMBEL, E. J. **Statistics of Extremes**. Columbia University Press: New York USA, 1958.

KAVISKI, E. Vazões de estiagem em pequenas bacias hidrográficas do Estado de Santa Catarina. In: Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos. **Anais**. Florianópolis: ABRH, 1983, p. 43-67.

KAVISKI, E. **Comunicação pessoal**. 2015.

KITE, G. W. **Frequency and risk analyses in hydrology**. Water Resources Publications: Colorado USA, 1977.

KROLL, C. N.; VOGEL, R. M. Probability Distribution of Low Streamflow Series in the United States. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 8, n. 5, p. 297-298, 2002.

LANNA, A. E. Elementos de hidrologia Estatística. In: TUCCI, C. E. A. **Hidrologia: ciência e aplicação**. Porto Alegre: Editora da UFRGS. Livro da Coleção ABRH, 1993. p. 79 - 176.

- LEME, E. J. A. Hidrologia estatística da vazão mínima do rio Jaguari Mirim. **Revista Ecosystema**, v. 27, n. 2, 2003.
- MAACK, R. Geografia física do Estado do Paraná. Rio de Janeiro. **J. Olympio**, 1981. 450p.
- MAMUN, A. A.; HASHIM, A.; DAOUD, J. I. Regionalisation of low frequency curves for the Peninsular Malaysia. **Journal of Hydrology**, v. 381, p. 174-180, 2010.
- MATALAS, N. C. Probability Distributions of Low Flows, Washington DC: US Government Printing Office, Professional Paper 434-A, 1963
- MELLO, C. R.; VIOLA, M. R.; BESKOW, S. Vazões máximas e mínimas para bacias hidrográficas da região Alto Rio Grande, MG. **Ciênc. agrotec.**, Lavras, v. 34, n. 2, p. 494-502, mar./abr., 2010.
- MOREIRA, M. C.; SILVA, D. D. Análise de Métodos para Estimativa das Vazões da Bacia do Rio Paraopeba. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.19, n. 2, p. 313-324. 2013.
- NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007.
- NAGHETTINI, M.; VON SPERLING, M. Características hidrológicas de rios. In: VON SPERLING, M. **Estudos e modelagem da qualidade da água de rios**. Editora UFMG, Belo Horizonte - MG, pp. 59-96, 2014.
- ÖNÖZ, B.; BAYAZIT, M. Troughs under threshold modeling of minimum flows in perennial streams. **Journal of Hydrology**, v. 258, n. 1, p. 187-197, 2002.
- PACHECO, A., GOTTSCHALK, L., KRASOVSKAIA, I. Regionalization of low flow in Costa Rica. In: Climate Variability and Change—Hydrological Impacts. Proceedings of the Fifth FRIEND World Conference **IAHS Publ.** Havana, Cuba, November 2006.
- PEREIRA, S. B.; ALVES SOBRINHO, T.; FEDATTO, E.; PEIXOTO, P. P. P.; BONACINA, R. Variação temporal do comportamento hidrológico na bacia do Rio Dourados no período de 1973 a 2002, Jaboticabal, SP. **Engenharia Agrícola**, v.27, n.2, p.560-568, 2007.
- PINTO, N. L. S., HOLTZ, A. C. T., MARTINS, J. A.; GOMIDE, F. L. S., **Hidrologia Básica**. Editora Edgard Blücher Ltda., 1976.
- PINTO, L. C.; MACHADO, E. F. P.; MELLO, C. R.; SILVA, A. M. Análise de Distribuições de Probabilidades e Estimativa da $Q_{7, 10}$ para a Região do Rio Itabapoana, Espírito Santo/Rio De Janeiro. In: XIX Congresso De Pós-Graduação da UFLA. **Anais**. 2010. p. 27.
- QUEIROZ, M. M. F., SAMPAIO, S. C., GOMES, B. M., IOST, C. Estudo de vazões mínimas $Q_{1,10}$ e $Q_{7,10}$ de rios do Paraná segundo distribuição generalizada. **Revista Verde de Agroecologia e Desenvolvimento Sustentável**, v. 5, n. 3, 2010.

REIS, J. A. T. dos.; GUIMARÃES, M. A.; BARRETO NETO, A. A.; BRINGHENTI, J. Indicadores regionais aplicáveis à avaliação do regime de vazão dos cursos d'água da bacia hidrográfica do Rio Itabapoana, São Paulo, SP. **Geociências**, v. 27, n. 4, p. 509-516, 2008.

RIBEIRO, M. M. R. **Alternativas para outorga e a cobrança pelo uso da água: Simulação de um caso**. 200p. Tese Doutorado. Porto Alegre: IPH/URGS, 2000.

RIBEIRO, C. B. de M.; MARQUES, F. de A.; SILVA, D. D. da. Estimativa e regionalização de vazões mínimas de referência para a bacia do Rio Doce. **Engenharia na Agricultura**, v.13, n.2, p. 103-117, 2005.

SANTOS, P.V.C.J. **Potencial de Vazão Ambiental como subsídio à outorga de Recursos Hídricos para construção e operação de hidrelétricas na Amazônia**. 140p. Dissertação de Mestrado. Programa de pós-graduação em Direito Ambiental e Políticas Públicas - Macapá/Amapá. 2011.

SANTOS, P. V. C. J.; CUNHA, A. C. Outorga de recursos hídricos e vazão ambiental no Brasil: Perspectivas metodológicas frente ao desenvolvimento do setor hidrelétrico na Amazônia. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 18, n. 3, p. 81-95, 2013.

SILVA, C. L. Análise estatística das características de vazão do córrego Capetinga. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 7, n. 2, p. 311-317, 2003.

SILVA, F. M., LERMEN, V. K.,; NERY, J. T. Variabilidade interanual da precipitação na bacia do rio Iguaçu. **Acta Scientiarum**, v. 23, n.6, p. 1439-1444, 2008.

SILVA, A. M.; OLIVEIRA, P. M.; MELLO, C. E.; PIERANGELI, C. Vazões mínimas e de referência para outorga na região do Alto Rio Grande, Minas Gerais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**. v. 10, n. 2, p. 374-380, 2006.

SILVEIRA, A.; MOURA, R. M. P. de; ANDRADE, N. L. R. de. Determinação da $Q_{7.10}$ para o rio Cuiabá, Mato Grosso, Brasil e comparação com a vazão regularizada após a implantação do reservatório de Aproveitamento Múltiplo de Manso. In: XXX Congresso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental. **Anais**. Punta del Este – Uruguay, 2006.

SILVINO, A. N. O.; SILVEIRA, A.; MUSIS, C. R.; WYREPKOWSKI, C. C. Determinação de vazões extremas para diversos períodos de retorno para o Rio Paraguai utilizando métodos estatísticos. **Geociências**, v. 26, n.4, p. 369-378, 2007.

SMAKHTIN, V. U. Low flow hydrology: a review. **Journal of hydrology**, v. 240, n. 3, p. 147-186, 2001.

STEDINGER, J. R.; VOGEL, R. M.; FOUFOULA-GEORGIU, E. Frequency analysis of extreme events. In: MAIDMENT, D.R. **Handbook of Hydrology**. New York: McGraw-Hill, pp. 18.1 - 18.66, 1992.

TOMAZ, P. **Vazão mínima com Weibull**. Apostila do Curso de Manejo de águas pluviais - Capítulo 133. Documento não publicado, 2013.

TUCCI, C. E. A. (org.) **Hidrologia: ciência e aplicação**. ABRH. EDUSP, Editora da Universidade/UFRGS. São Paulo, 1993.

ULIANA, E. M.; MARTINS, C. A. S.; SILVA, J. G. F.; REIS, E. F. Análise estatística para determinação da $Q_{7,10}$ na bacia do rio São Mateus-ES. In: XV Encontro Latino Americano de Iniciação Científica e XI Encontro Latino Americano de Pós-Graduação. **Anais**. Universidade do Vale do Paraíba, 2011.

VICTORINO, E. C., MATIAS, G. C., DA, T. B. S., SILVA, R. C. P. A., DE CARVALHO, L. G. Adequabilidade de diferentes distribuições de probabilidade aplicadas a uma série histórica de vazões mínimas para o rio Grande, na região de Barreiras (BA). In: XLII Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola – CONBEA. **Anais**. 2014.

WMO. **Guide of hydrological practices**. Vol. II Management of water resources and application of hydrological practices. N. 168. 2009.

APÊNDICE A – PREENCHIMENTO DE FALHAS

LISTA DE FIGURAS – APÊNDICE A

Figura 27: Período de falhas preenchido da estação São Bento com Rio da Várzea dos Lima e Quitandinha.	3
Figura 28: Período de falhas no ano de 1961 preenchido da estação Ponte do Vitorino com Águas do Verê.	3
Figura 29: Período de falhas no ano de 1974 preenchido da estação Ponte do Vitorino com Águas do Verê.	3
Figura 30: Período de falhas no ano de 1983 preenchido da estação São Mateus do Sul com Porto Amazonas, Fluvioópolis e União da Vitória.	4
Figura 31: Período de falhas no ano de 1984 preenchido da estação São Mateus do Sul com Porto Amazonas, Fluvioópolis e União da Vitória.	4
Figura 32: Período de falhas no ano de 1992 preenchido da estação São Mateus do Sul com Porto Amazonas, Fluvioópolis e União da Vitória.	4
Figura 33: Período de falhas no ano de 1999 preenchido da estação São Mateus do Sul com Porto Amazonas, Fluvioópolis e União da Vitória.	5
Figura 34: Período de falhas no ano de 1979 preenchido da estação Rio Negro com Fragosos e Rio Preto do Sul.	5
Figura 35: Período de falhas no ano de 1983 preenchido da estação Rio Negro com São Bento e Fluvioópolis.	5
Figura 36: Período de falhas no ano de 1966 preenchido da estação Rio da Várzea dos Lima com São Bento.	6
Figura 37: Período de falhas no ano de 1983 preenchido da estação Rio da Várzea dos Lima com Quitandinha.	6
Figura 38: Período de falhas no ano de 1995 preenchido da estação Rio da várzea dos Lima com Quitandinha.	6
Figura 39: Período de falhas de junho de 2001 preenchido da estação Jangada do Sul com União da Vitória.	7
Figura 40: Período de falhas de dezembro de 2001 preenchido da estação Jangada do Sul com União da Vitória.	7
Figura 41: Período de falhas no ano de 1993 preenchido da estação Fazenda Maracanã com União da Vitória.	7
Figura 42: Período de falhas no ano de 1998 preenchido da estação Fazenda Maracanã com União da Vitória.	8

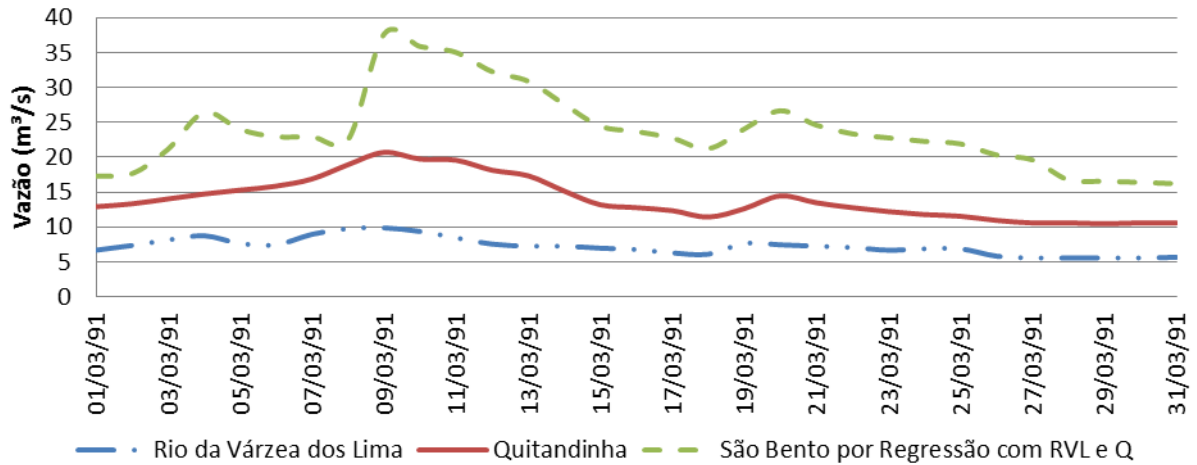


Figura 27: Período de falhas preenchido da estação São Bento com Rio da Várzea dos Lima e Quitandinha.

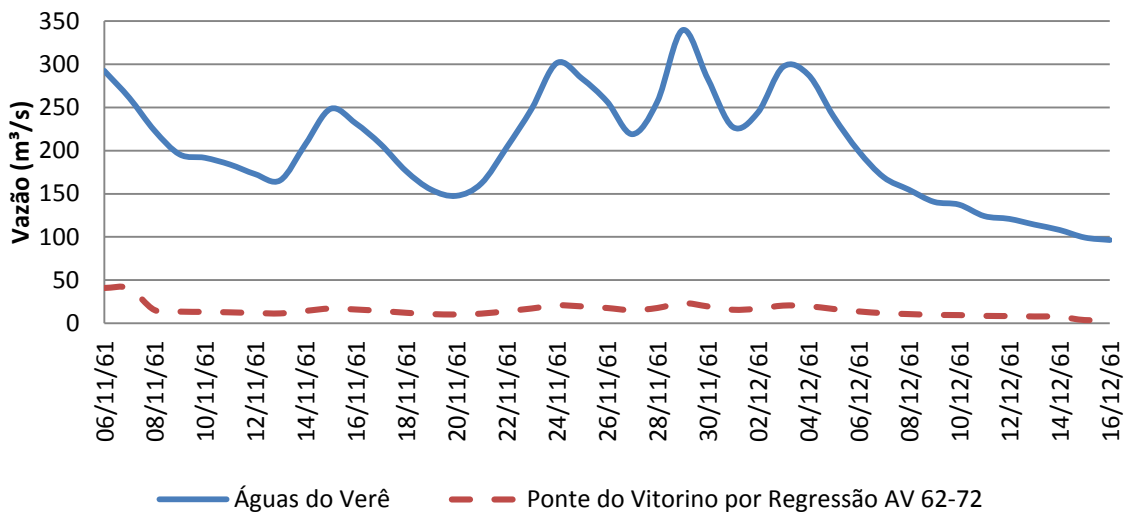


Figura 28: Período de falhas no ano de 1961 preenchido da estação Ponte do Vitorino com Águas do Verê.

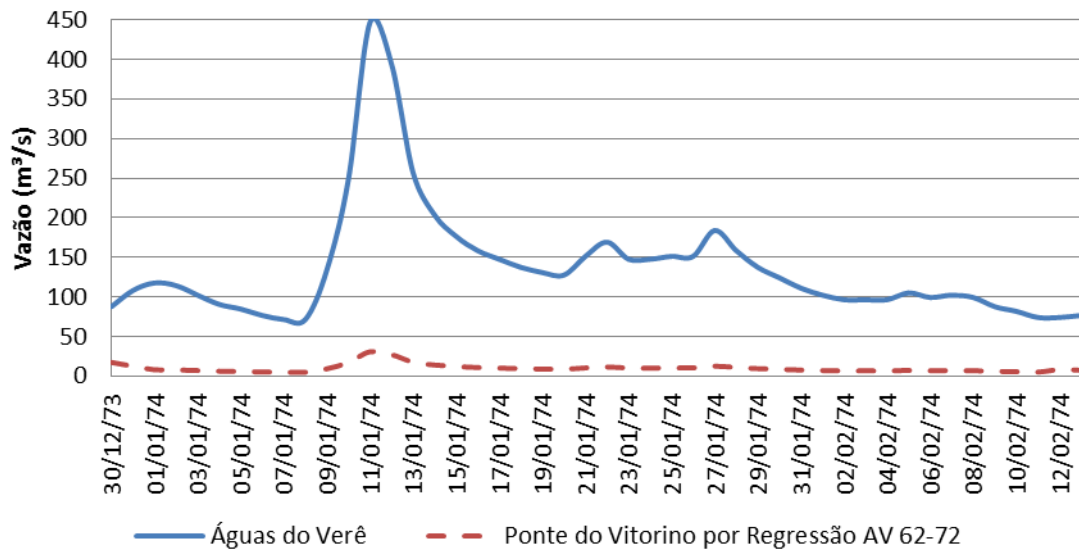


Figura 29: Período de falhas no ano de 1974 preenchido da estação Ponte do Vitorino com Águas do Verê.

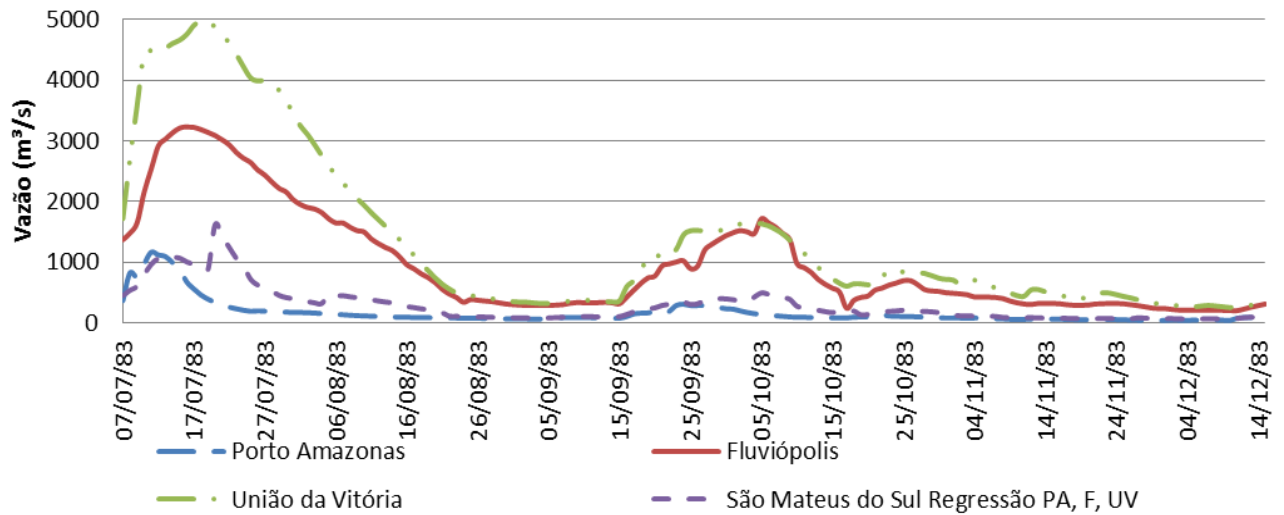


Figura 30: Período de falhas no ano de 1983 preenchido da estação São Mateus do Sul com Porto Amazonas, Fluviópolis e União da Vitória.

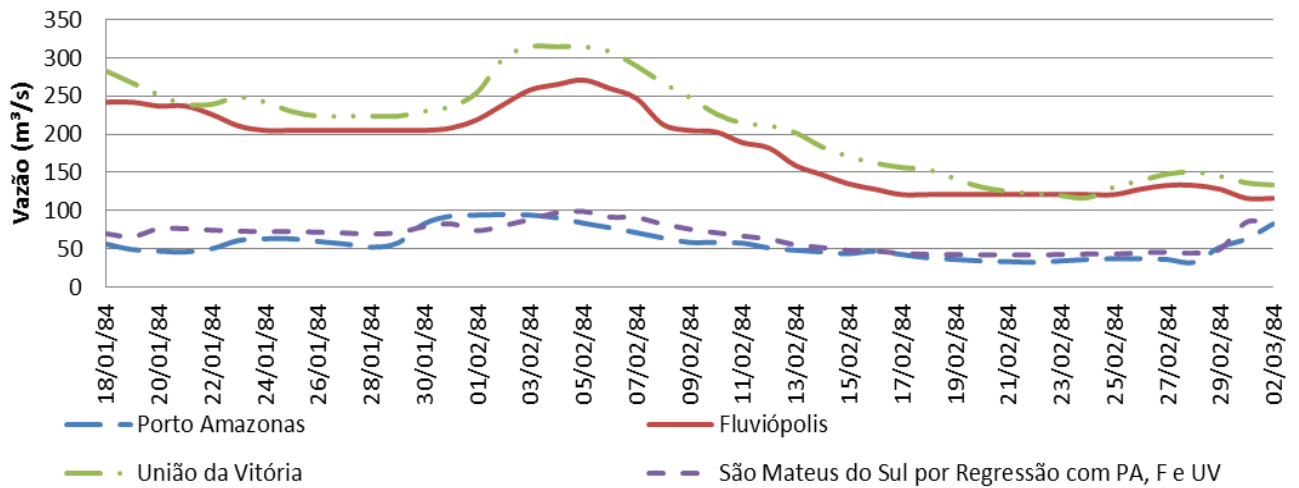


Figura 31: Período de falhas no ano de 1984 preenchido da estação São Mateus do Sul com Porto Amazonas, Fluviópolis e União da Vitória.

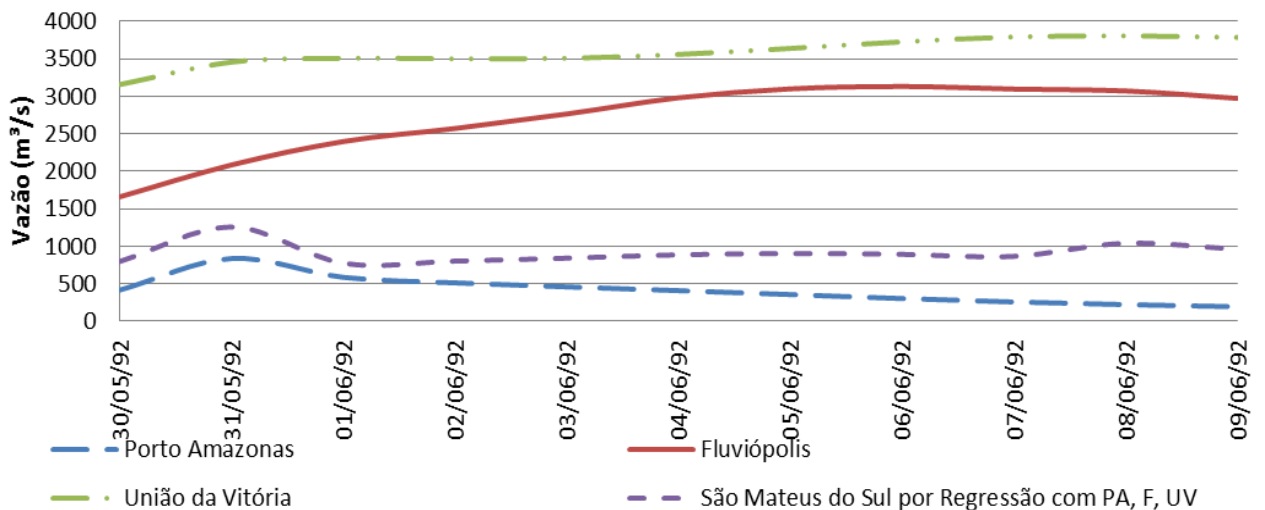


Figura 32: Período de falhas no ano de 1992 preenchido da estação São Mateus do Sul com Porto Amazonas, Fluviópolis e União da Vitória.

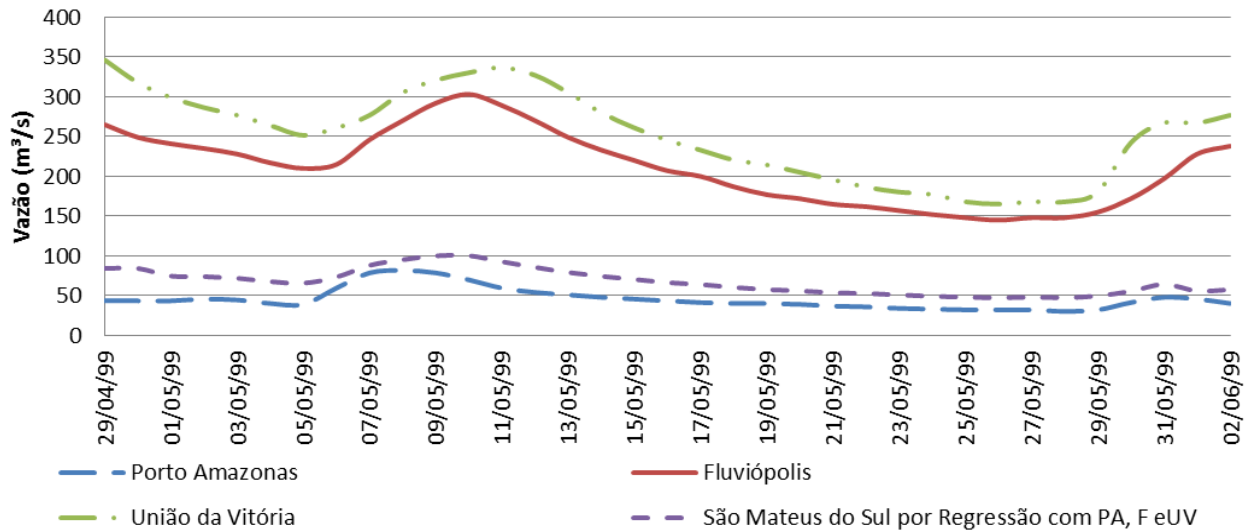


Figura 33: Período de falhas no ano de 1999 preenchido da estação São Mateus do Sul com Porto Amazonas, Fluviópolis e União da Vitória.

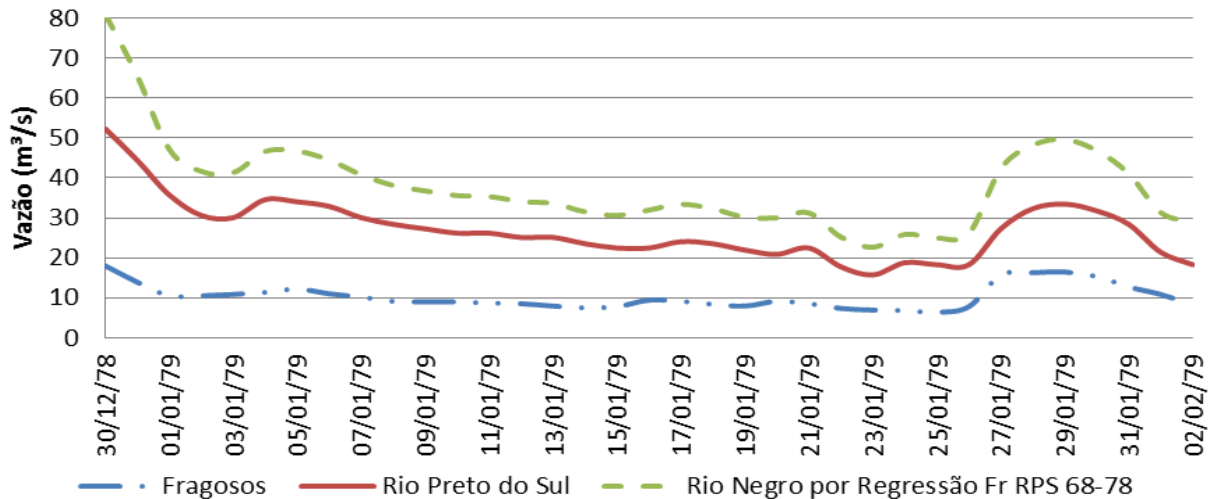


Figura 34: Período de falhas no ano de 1979 preenchido da estação Rio Negro com Fragosos e Rio Preto do Sul.

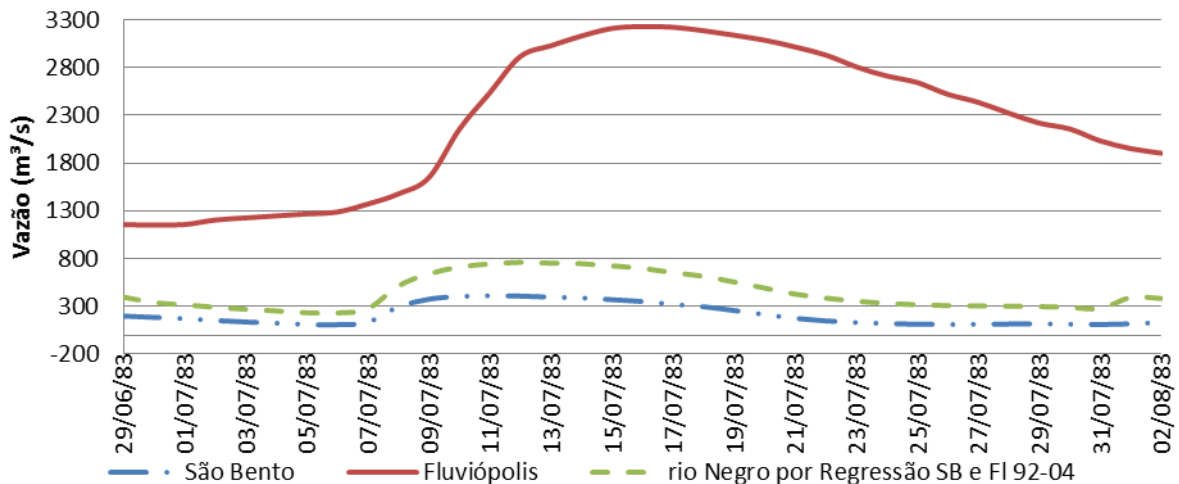


Figura 35: Período de falhas no ano de 1983 preenchido da estação Rio Negro com São Bento e Fluviópolis.

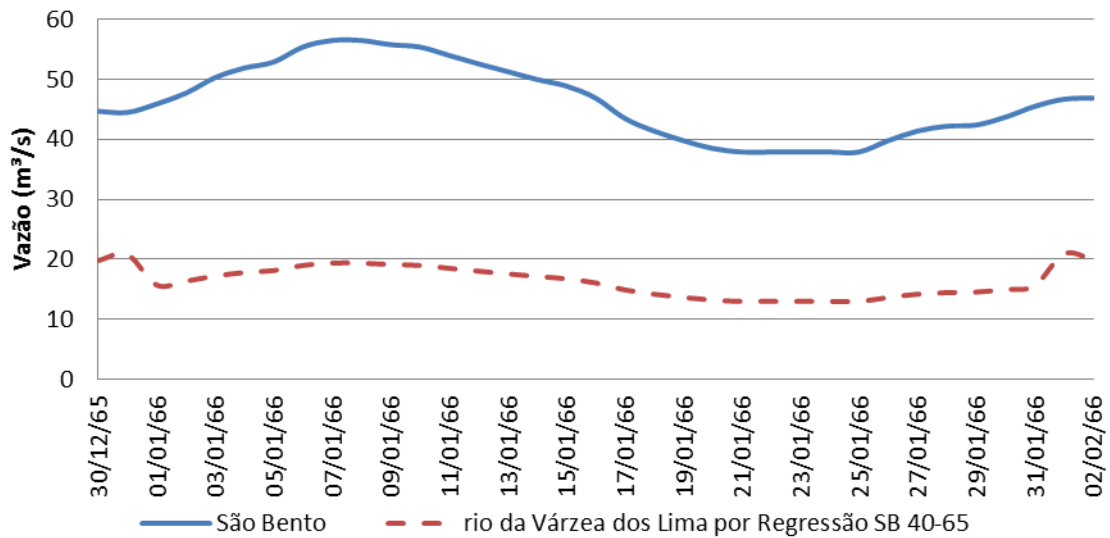


Figura 36: Período de falhas no ano de 1966 preenchido da estação Rio da Várzea dos Lima com São Bento.

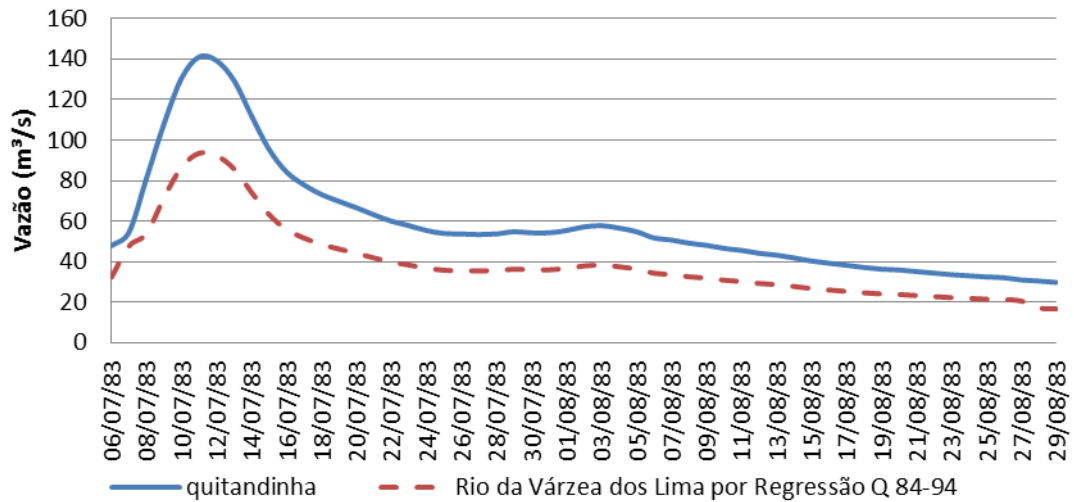


Figura 37: Período de falhas no ano de 1983 preenchido da estação Rio da Várzea dos Lima com Quitandinha.

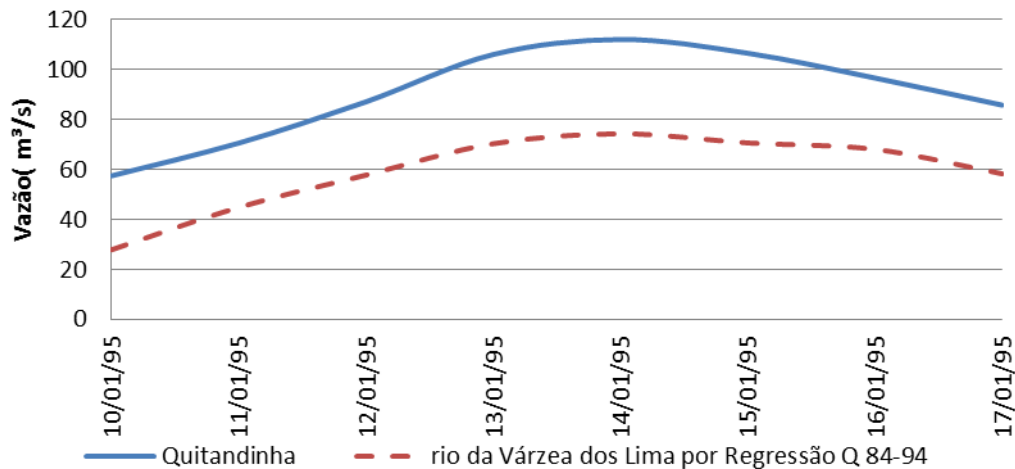


Figura 38: Período de falhas no ano de 1995 preenchido da estação Rio da várzea dos Lima com Quitandinha.

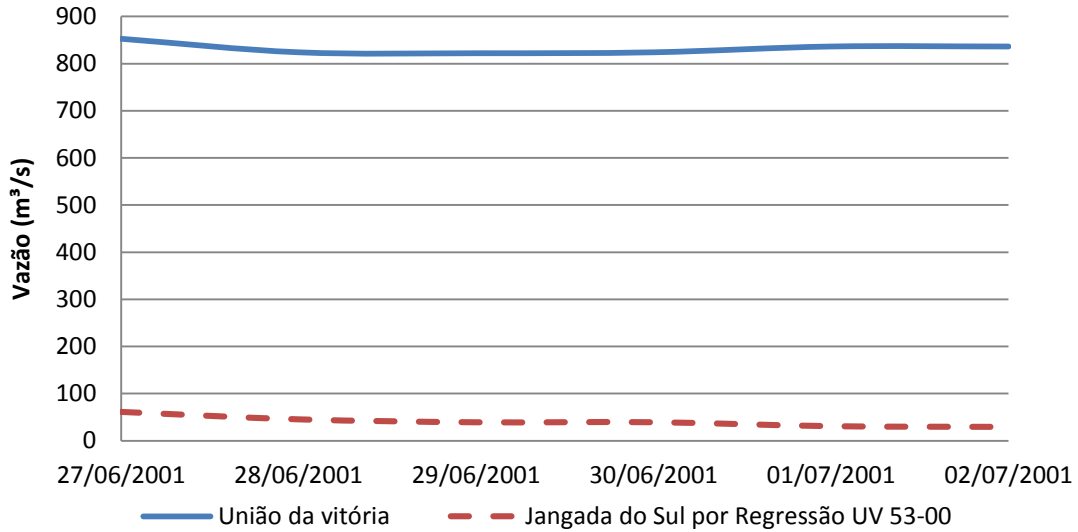


Figura 39: Período de falhas de junho de 2001 preenchido da estação Jangada do Sul com União da Vitória.

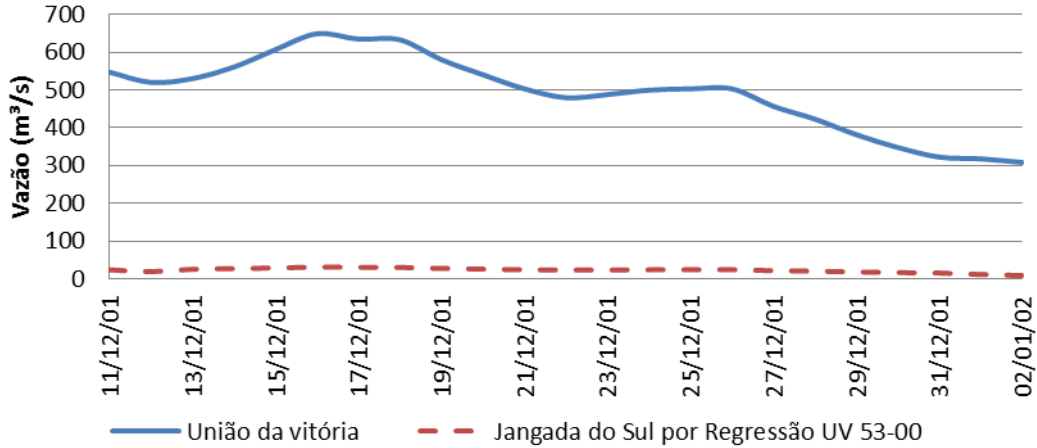


Figura 40: Período de falhas de dezembro de 2001 preenchido da estação Jangada do Sul com União da Vitória.

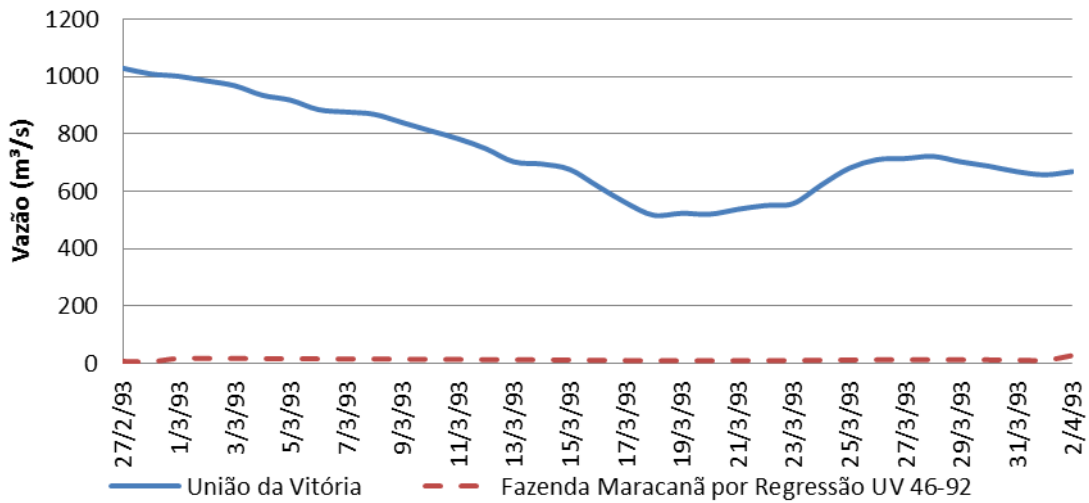


Figura 41: Período de falhas no ano de 1993 preenchido da estação Fazenda Maracanã com União da Vitória.

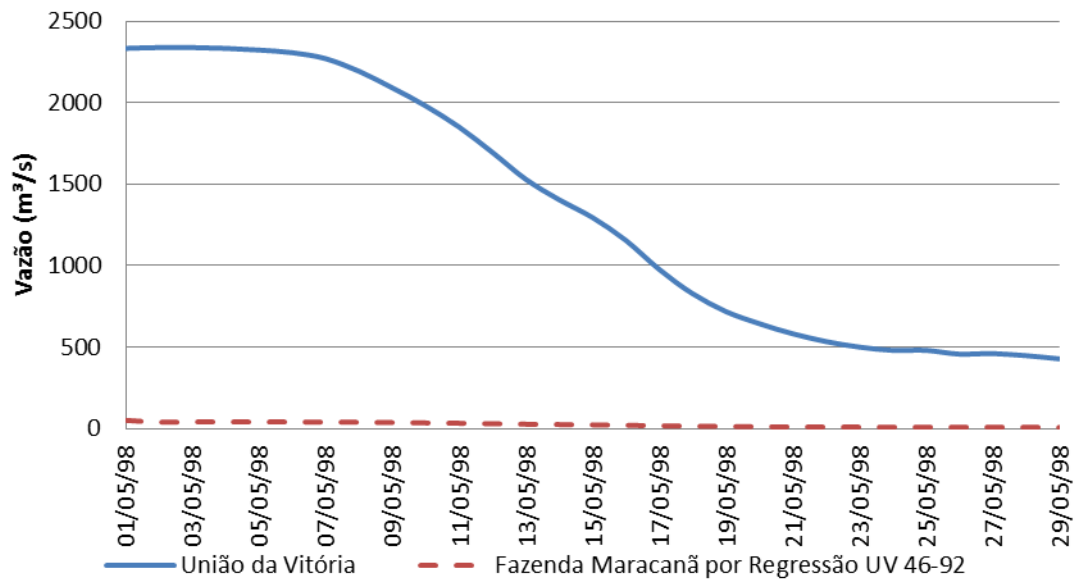


Figura 42: Período de falhas no ano de 1998 preenchido da estação Fazenda Maracanã com União da Vitória.

APÊNDICE B – ANÁLISE CONVENCIONAL

LISTA DE FIGURAS DO APÊNDICE B

Figura 43: FDP e FDA para União da Vitória para vazão mínima média móvel de 7 dias.	3
Figura 44: FDP e FDA para Santa Clara para vazão mínima média móvel de 7 dias.....	3
Figura 45: FDP e FDA para São Bento para vazão mínima média móvel de 7 dias.....	3
Figura 46: FDP e FDA para Águas do Verê para vazão mínima média móvel de 7 dias.	3
Figura 47: FDP e FDA para São Mateus do Sul para vazão mínima média móvel de 7 dias.	4
Figura 48: FDP e FDA para Ponte do Vitorino para vazão mínima média móvel de 7 dias.	4
Figura 49: FDP e FDA para Rio Negro para vazão mínima média móvel de 7 dias.	4
Figura 50: FDP e FDA para Porto Amazonas para vazão mínima anual.....	4
Figura 51: FDP e FDA para União da Vitória para vazão mínima anual.....	5
Figura 52: FDP e FDA para Santa Clara para vazão mínima anual.	5
Figura 53: FDP e FDA para São Bento para vazão mínima anual.	5
Figura 54: FDP e FDA para Águas do Verê para vazão mínima anual.....	5
Figura 55: FDP e FDA para São Mateus do Sul para vazão mínima anual.	6
Figura 56: FDP e FDA para Ponte do Vitorino para vazão mínima anual.....	6
Figura 57: FDP e FDA para Rio Negro para vazão mínima anual.	6
Figura 58: FDP e FDA para Rio da Várzea dos Lima para vazão mínima anual.	6
Figura 59: FDP e FDA para Jangada do Sul para vazão mínima anual.	7
Figura 60: FDP e FDA para Fazenda Maracanã para vazão mínima anual.....	7

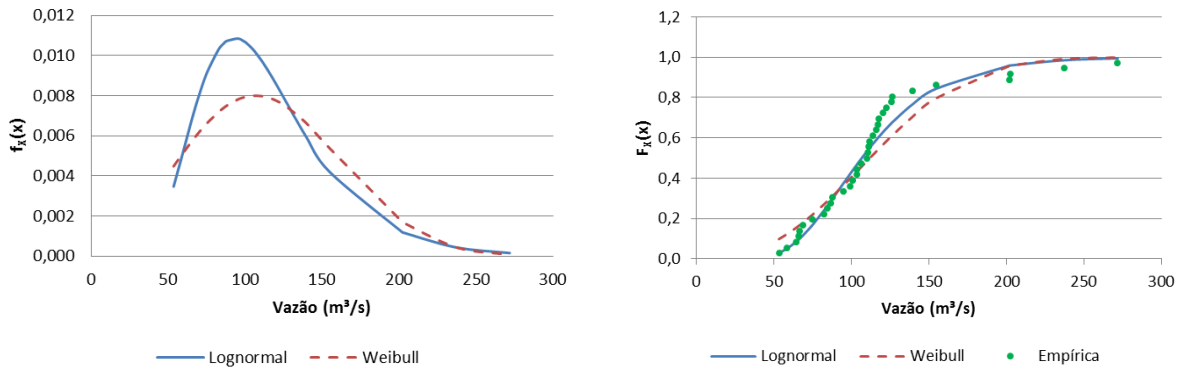


Figura 43: FDP e FDA para União da Vitória para vazão mínima média móvel de 7 dias.

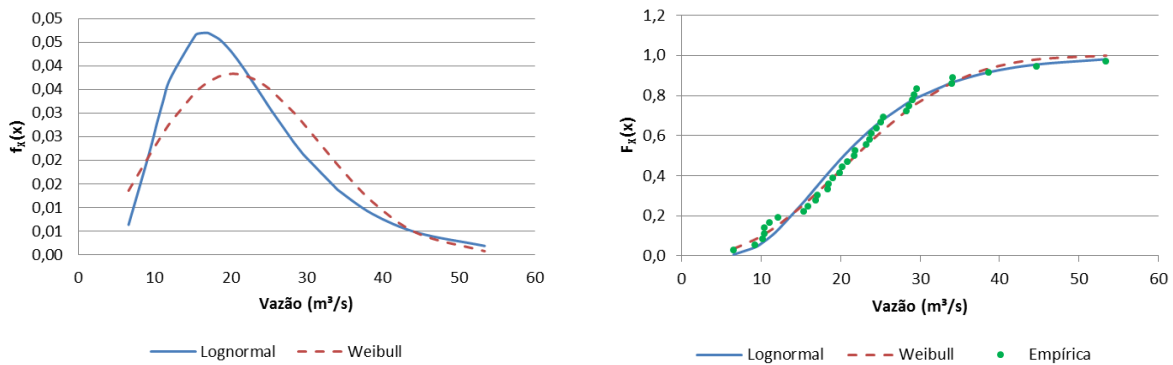


Figura 44: FDP e FDA para Santa Clara para vazão mínima média móvel de 7 dias.

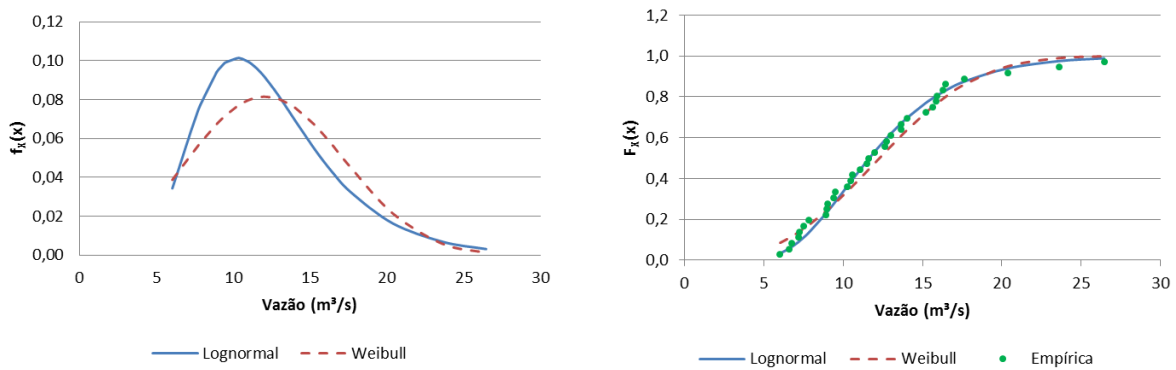


Figura 45: FDP e FDA para São Bento para vazão mínima média móvel de 7 dias.

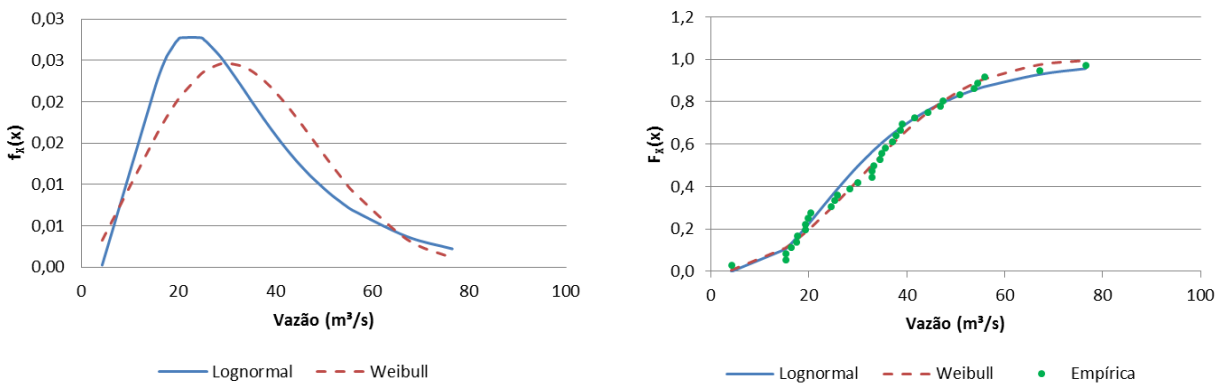


Figura 46: FDP e FDA para Águas do Verê para vazão mínima média móvel de 7 dias.

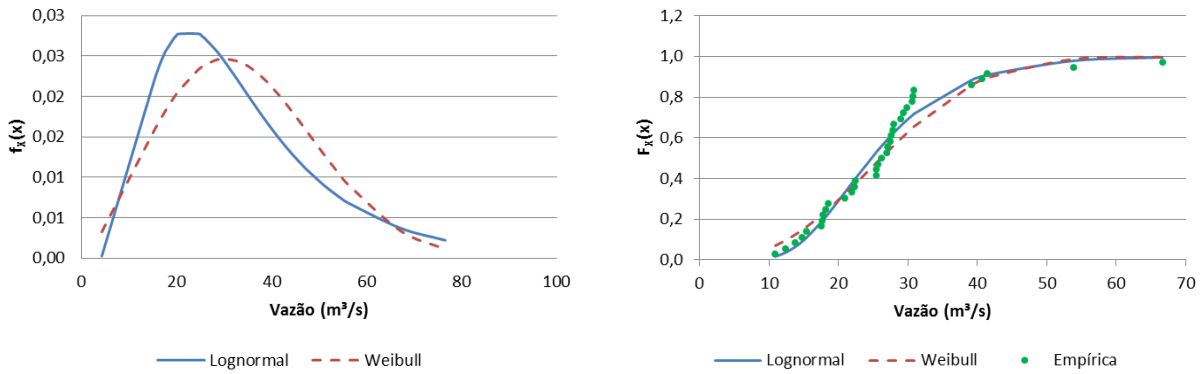


Figura 47: FDP e FDA para São Mateus do Sul para vazão mínima média móvel de 7 dias.

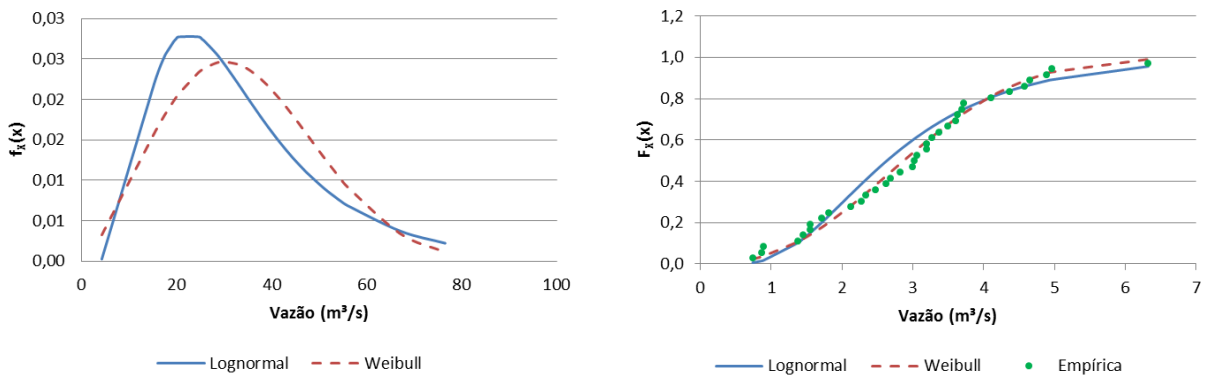


Figura 48: FDP e FDA para Ponte do Vitorino para vazão mínima média móvel de 7 dias.

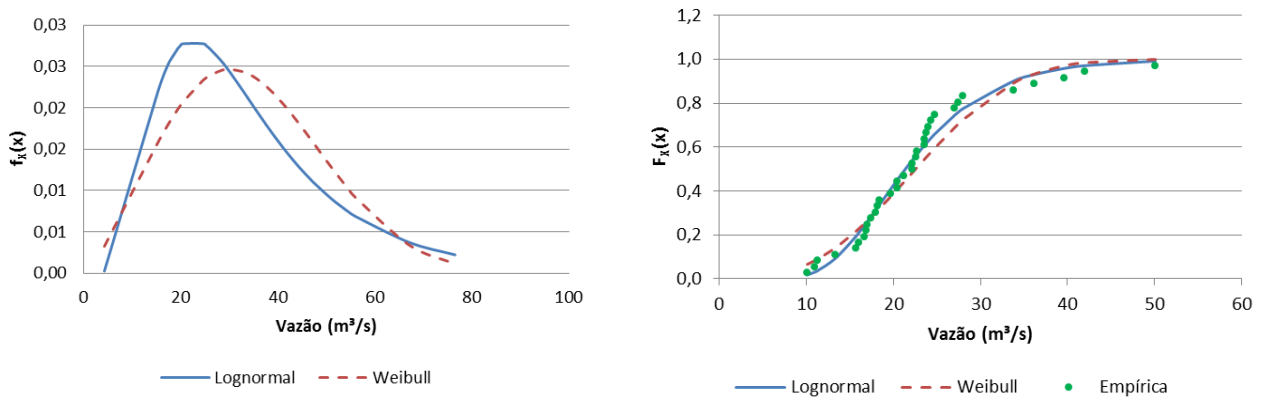


Figura 49: FDP e FDA para Rio Negro para vazão mínima média móvel de 7 dias.

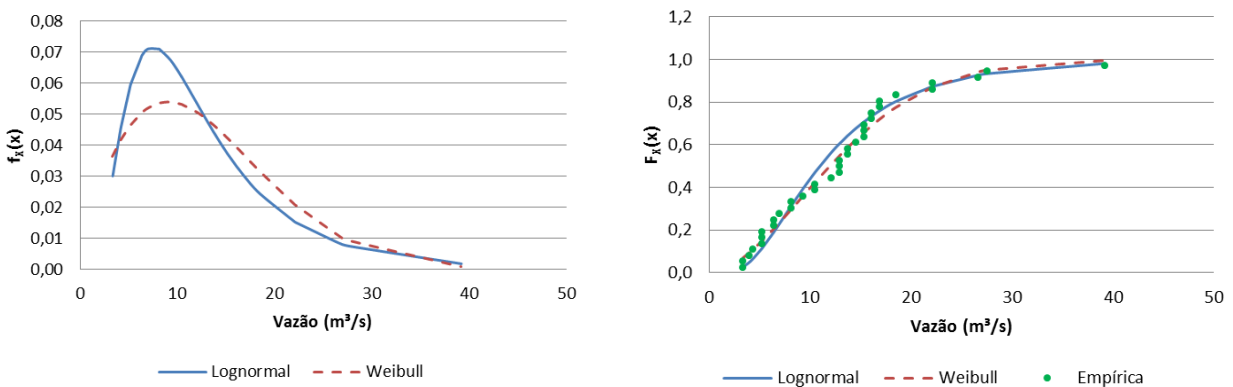


Figura 50: FDP e FDA para Porto Amazonas para vazão mínima anual.

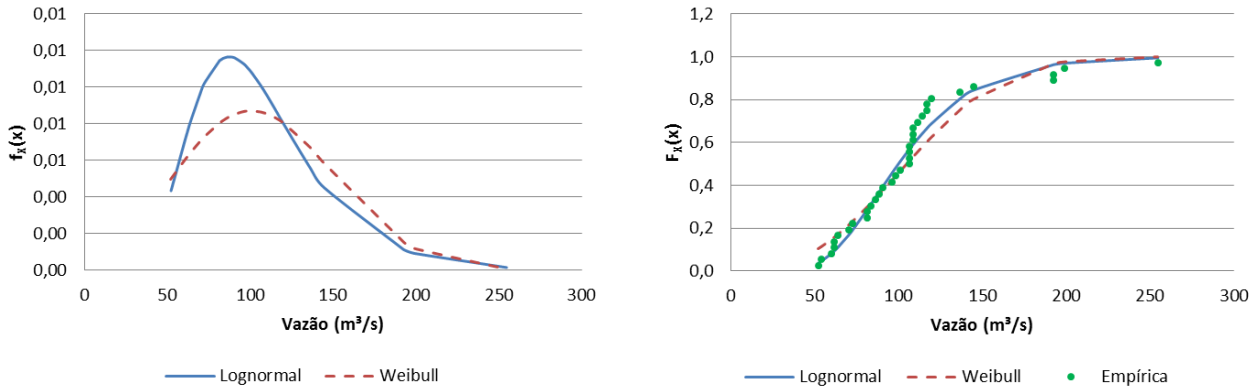


Figura 51: FDP e FDA para União da Vitória para vazão mínima anual.

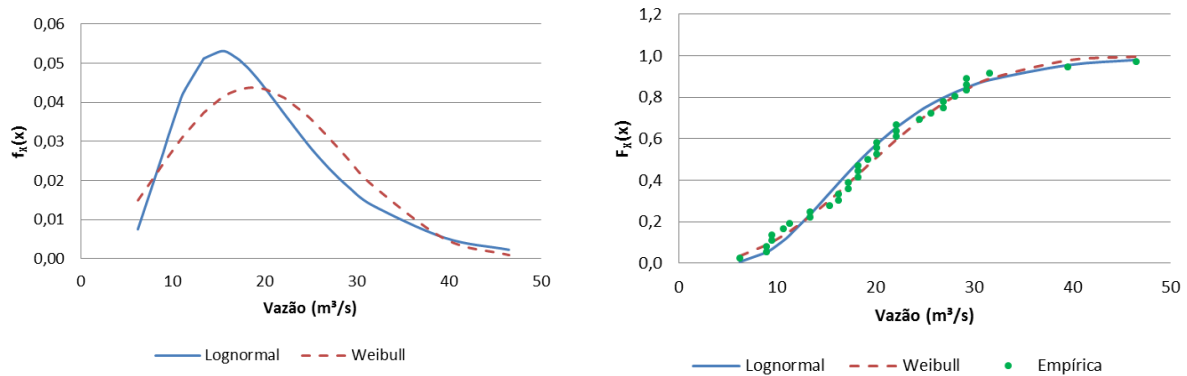


Figura 52: FDP e FDA para Santa Clara para vazão mínima anual.

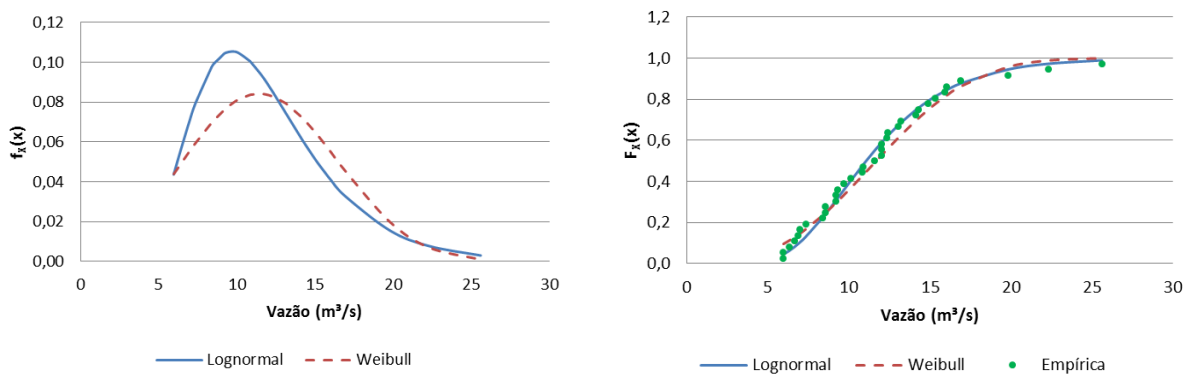


Figura 53: FDP e FDA para São Bento para vazão mínima anual.

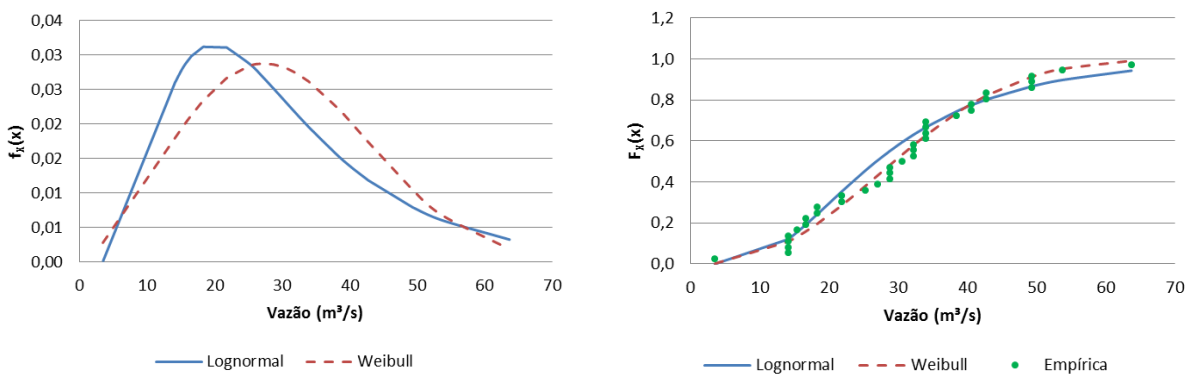


Figura 54: FDP e FDA para Águas do Verê para vazão mínima anual.

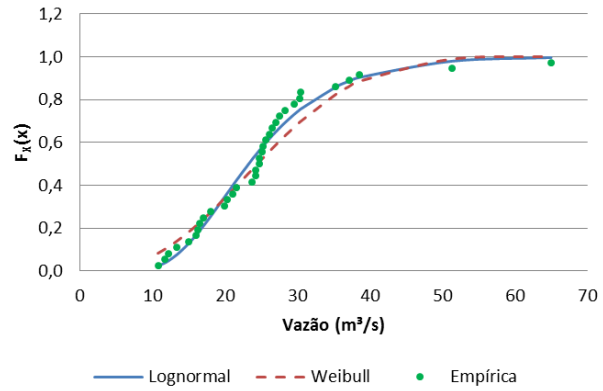
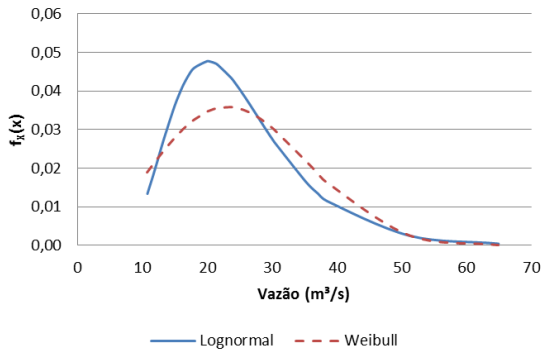


Figura 55: FDP e FDA para São Mateus do Sul para vazão mínima anual.

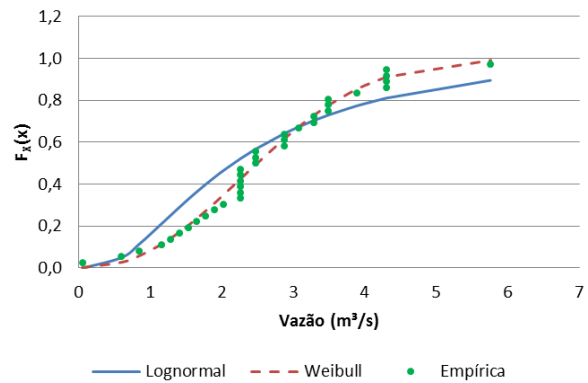
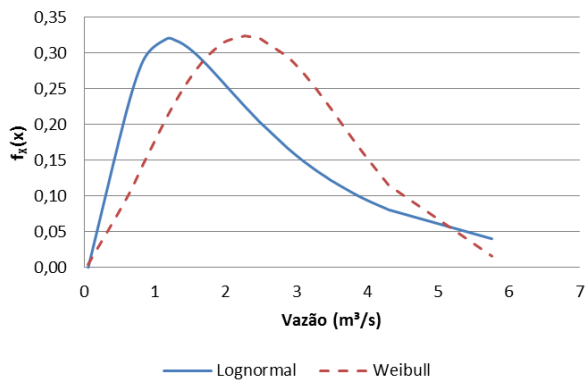


Figura 56: FDP e FDA para Ponte do Vitorino para vazão mínima anual.

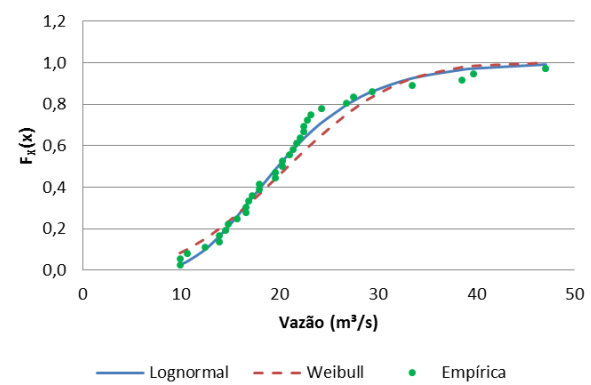
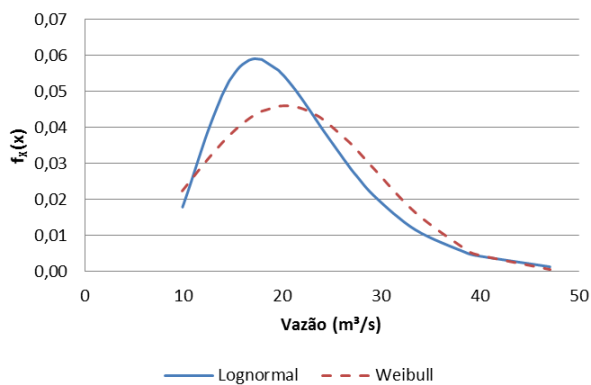


Figura 57: FDP e FDA para Rio Negro para vazão mínima anual.

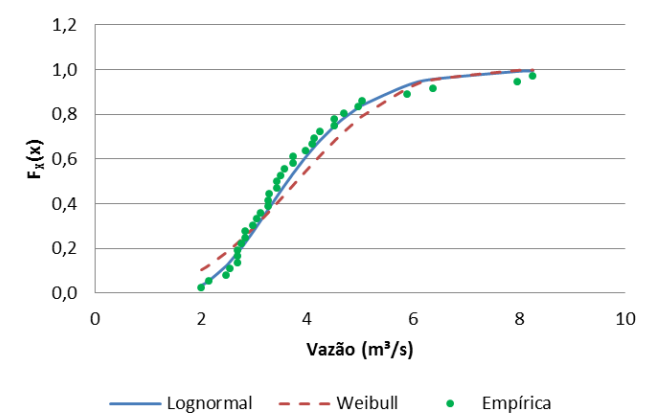
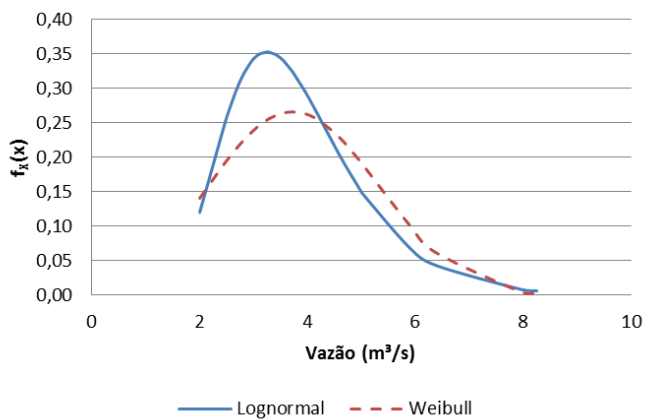


Figura 58: FDP e FDA para Rio da Várzea dos Lima para vazão mínima anual.

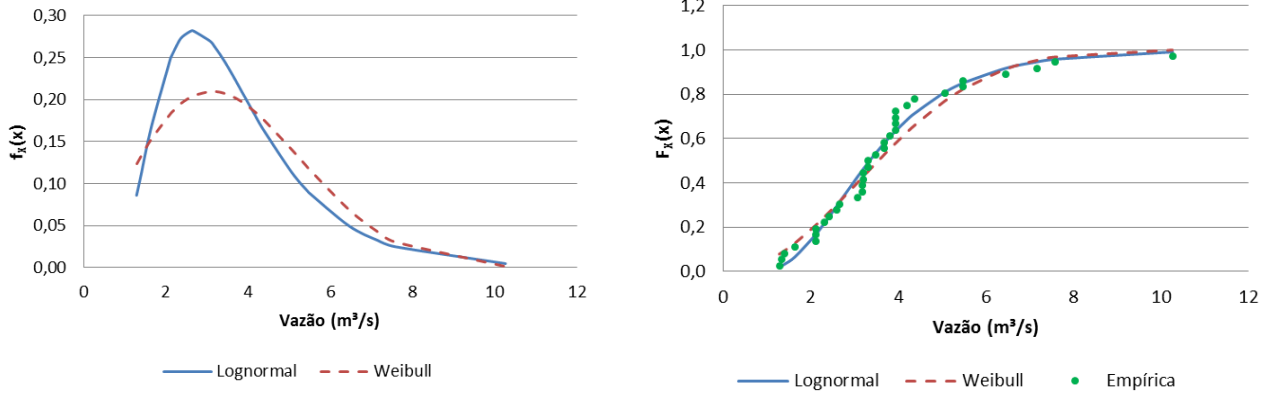


Figura 59: FDP e FDA para Jangada do Sul para vazão mínima anual.

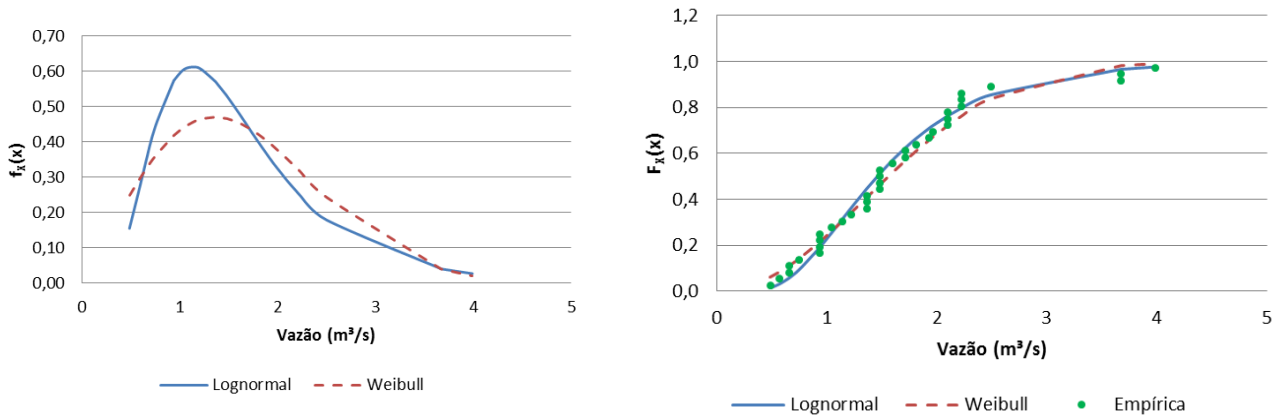


Figura 60: FDP e FDA para Fazenda Maracanã para vazão mínima anual.

APÊNDICE C – DISTRIBUIÇÃO GAMA

LISTA DE FIGURAS – APÊNDICE C

Figura 61: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação São Bento.....	3
Figura 62: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Águas do Verê.....	3
Figura 63: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação São Mateus do Sul.	3
Figura 64: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Ponte do Vitorino.	4
Figura 65: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Rio Negro.	4
Figura 66: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Rio da Várzea dos Lima. ...	4
Figura 67: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Jangada do Sul.....	5
Figura 68: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Fazenda Maracanã.....	5

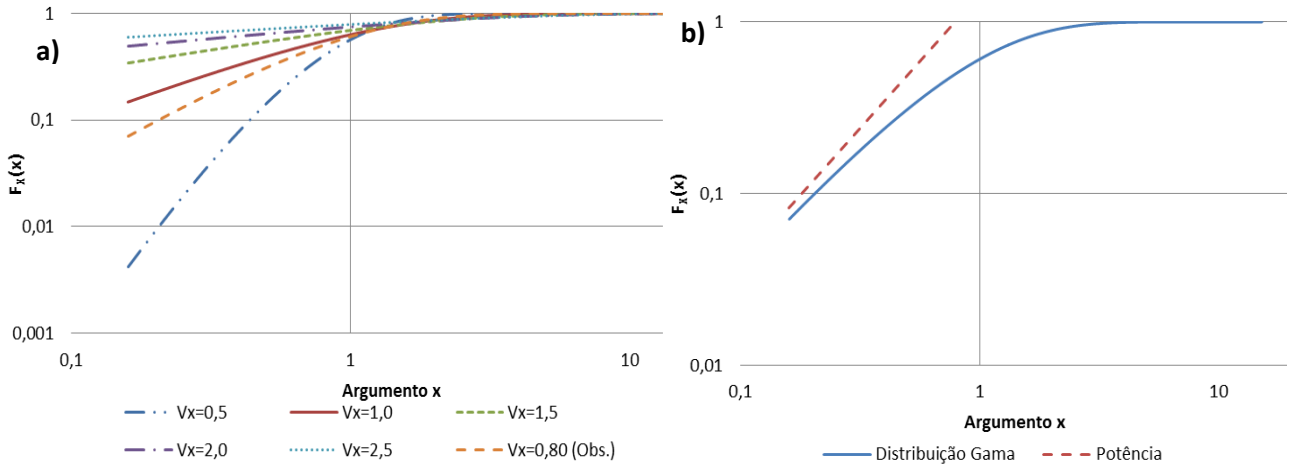


Figura 61: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação São Bento.

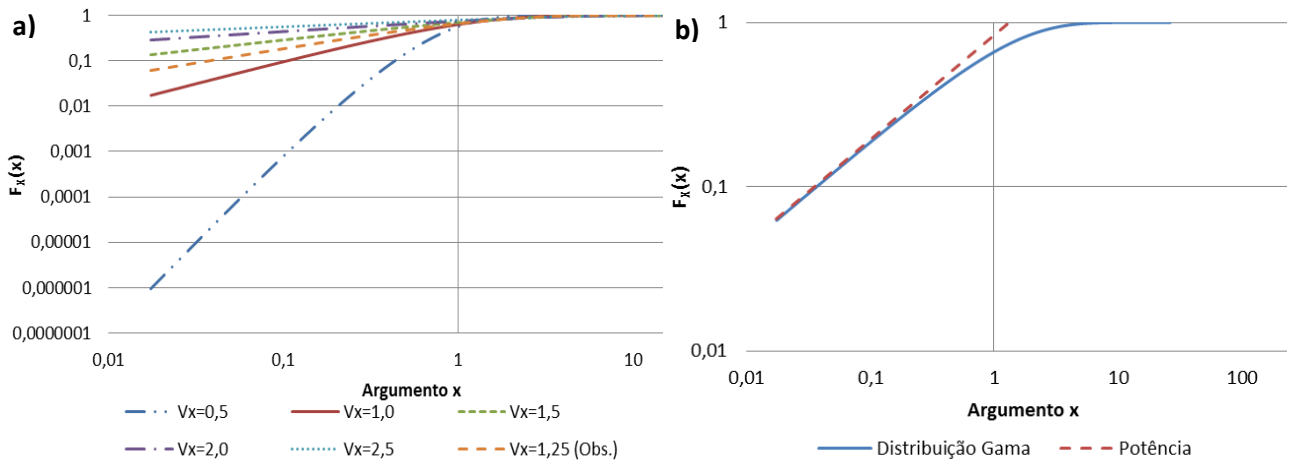


Figura 62: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Águas do Verê.

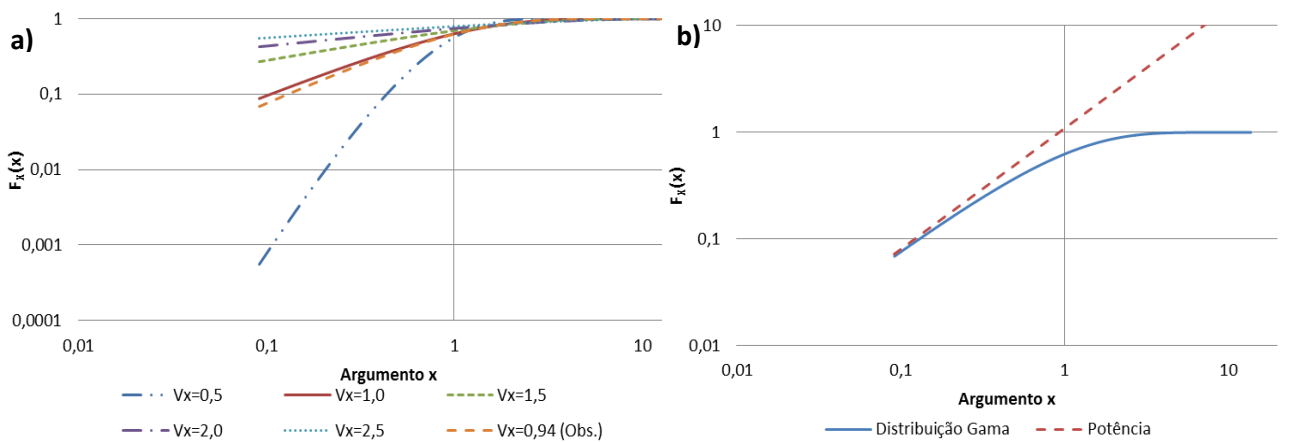


Figura 63: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação São Mateus do Sul.

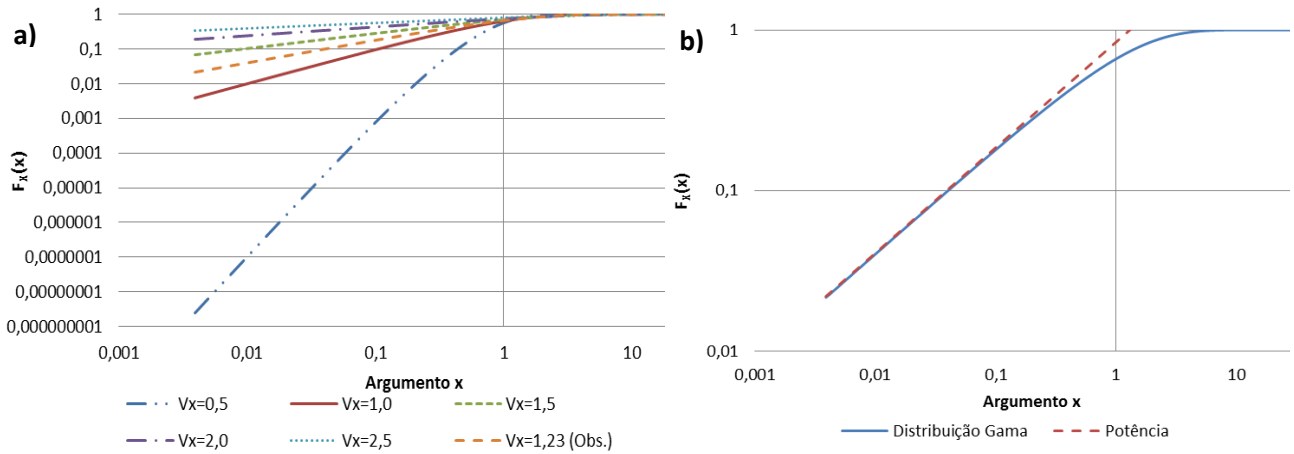


Figura 64: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Ponte do Vitorino.

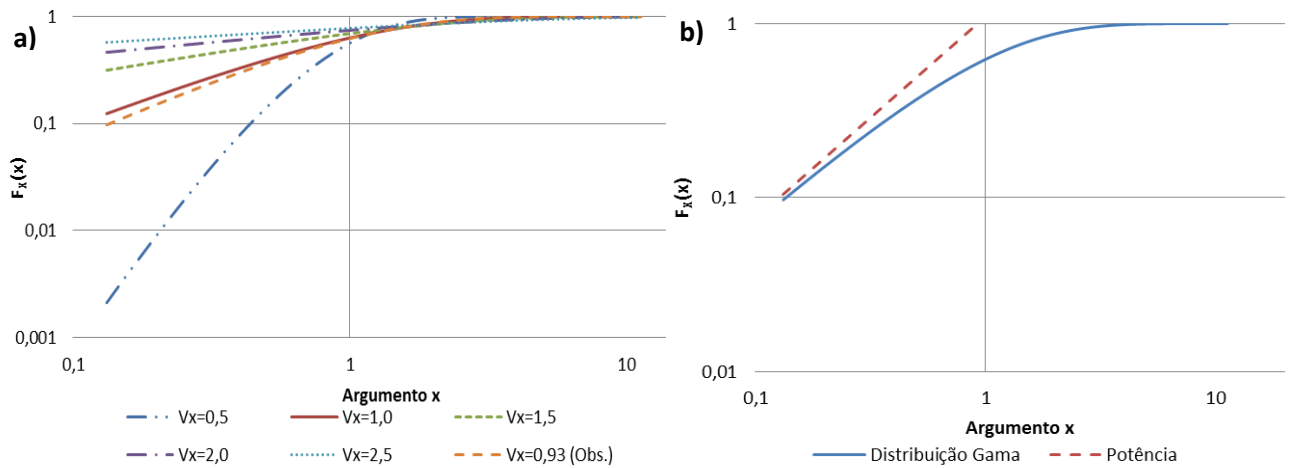


Figura 65: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Rio Negro.

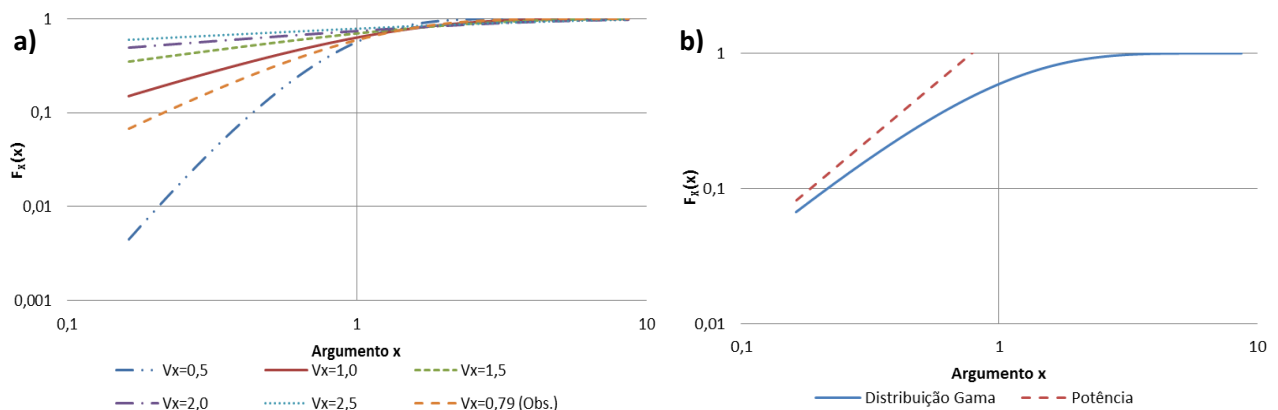


Figura 66: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Rio da Várzea dos Lima.

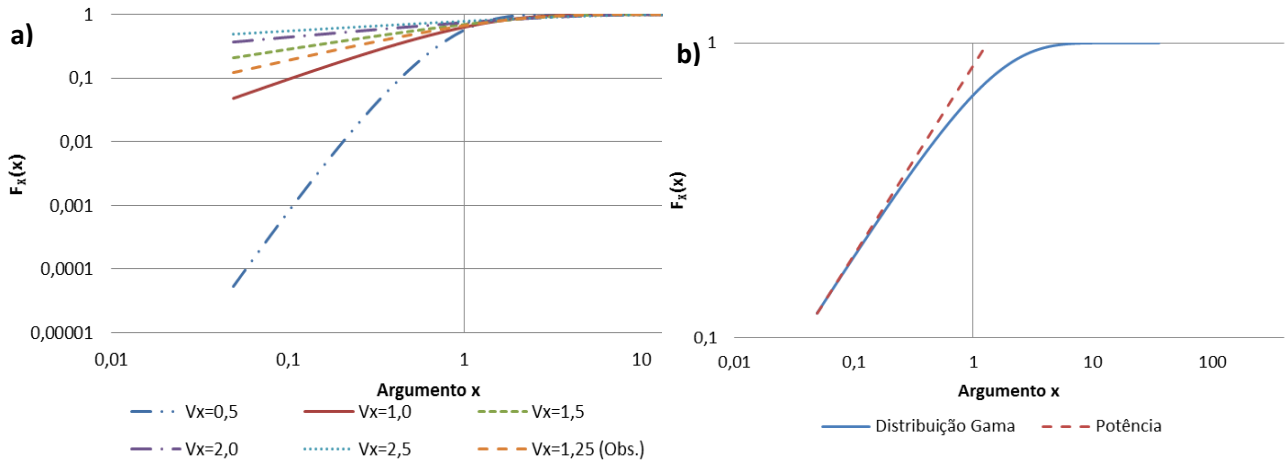


Figura 67: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Jangada do Sul.

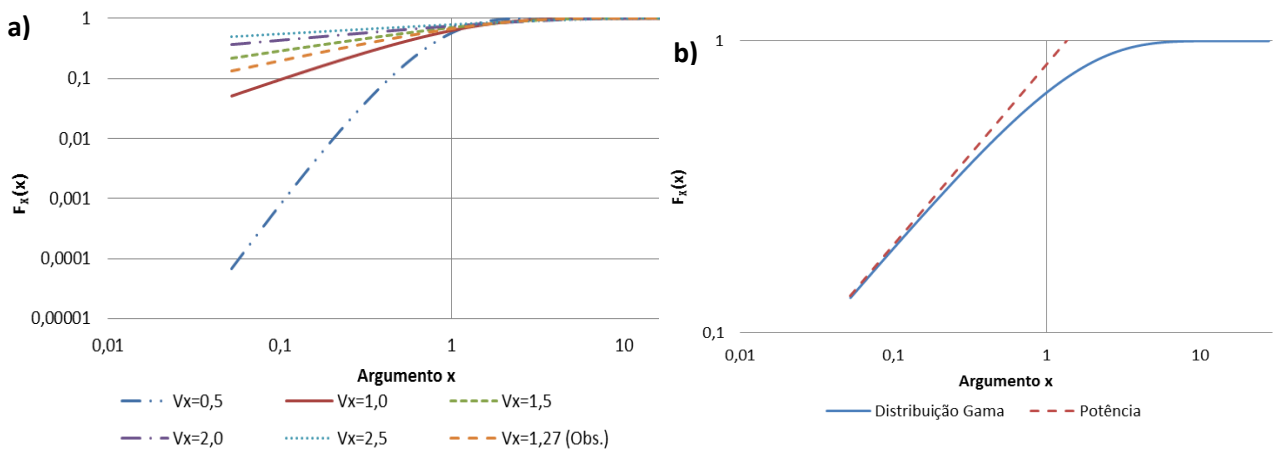


Figura 68: Distribuição Gama modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Fazenda Maracanã.

APÊNDICE D – DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL

LISTA DE FIGURAS – APÊNDICE D

Figura 69: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação São Bento.	3
Figura 70: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Águas do Verê.	3
Figura 71: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Santa Clara.	3
Figura 72: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Rio Negro.	4
Figura 73: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Rio da Várzea dos Lima.	4
Figura 74: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Jangada do Sul.	4
Figura 75: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de VX (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Fazenda Maracanã.	5

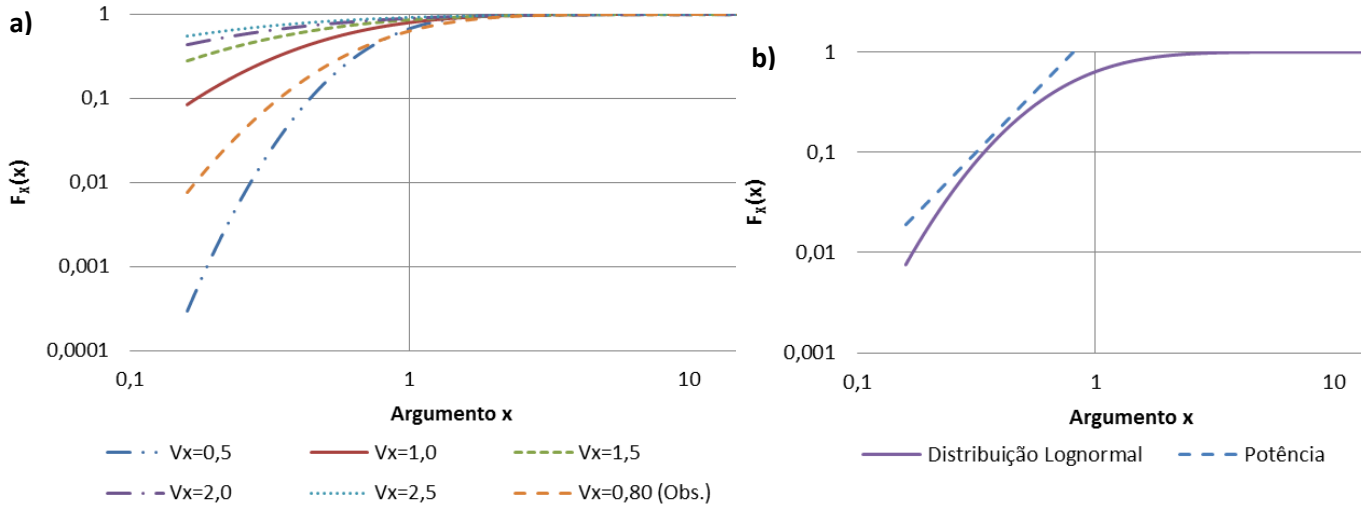


Figura 69: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_x (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação São Bento.

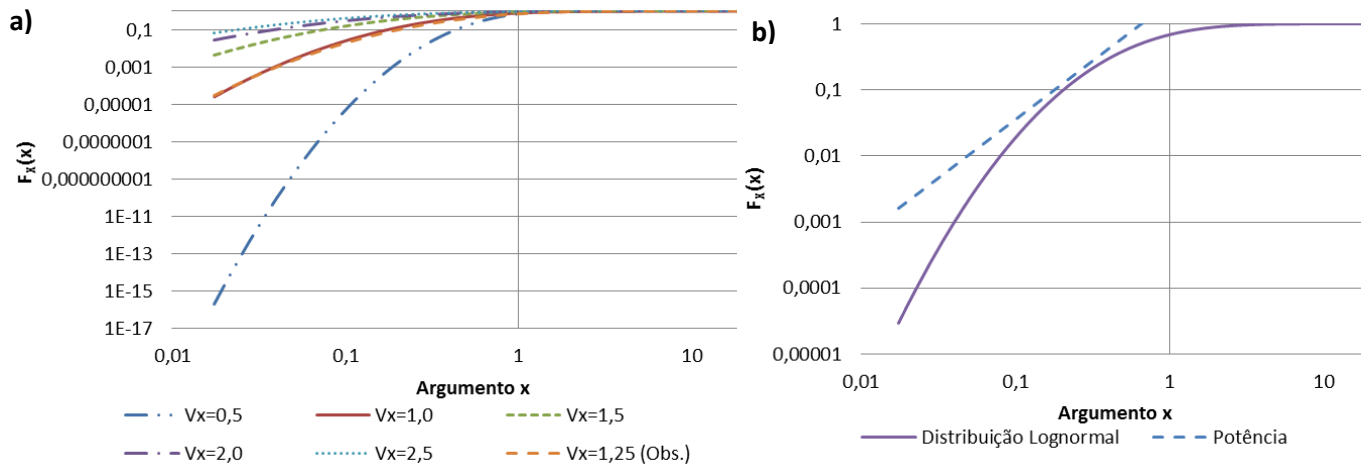


Figura 70: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_x (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Águas do Verê.

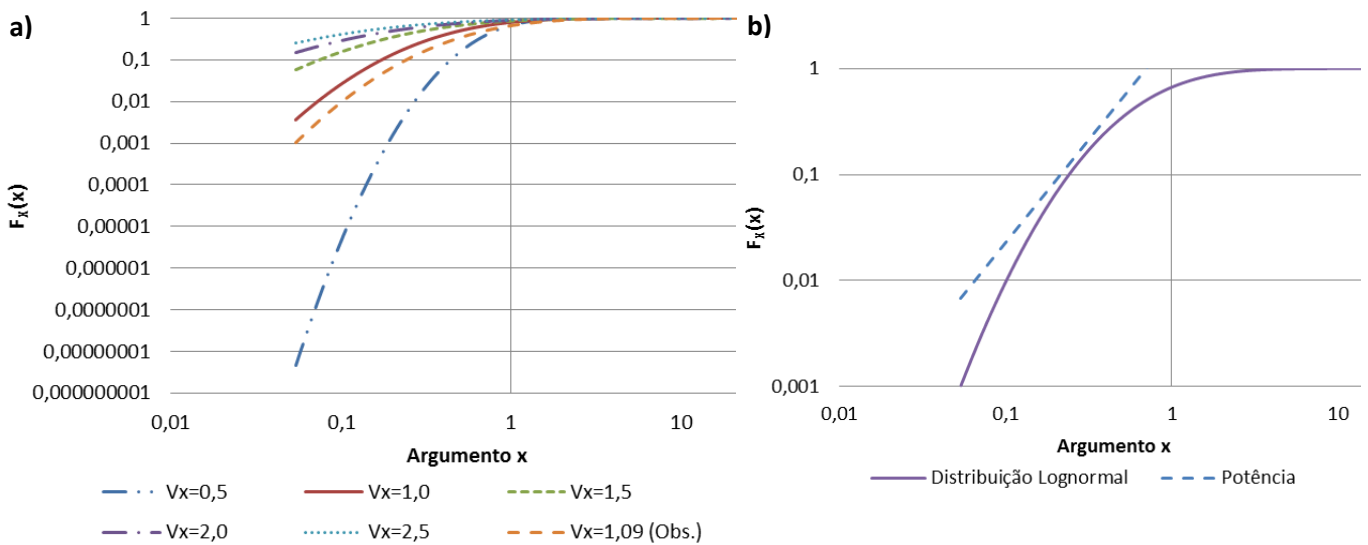


Figura 71: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_x (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Santa Clara.

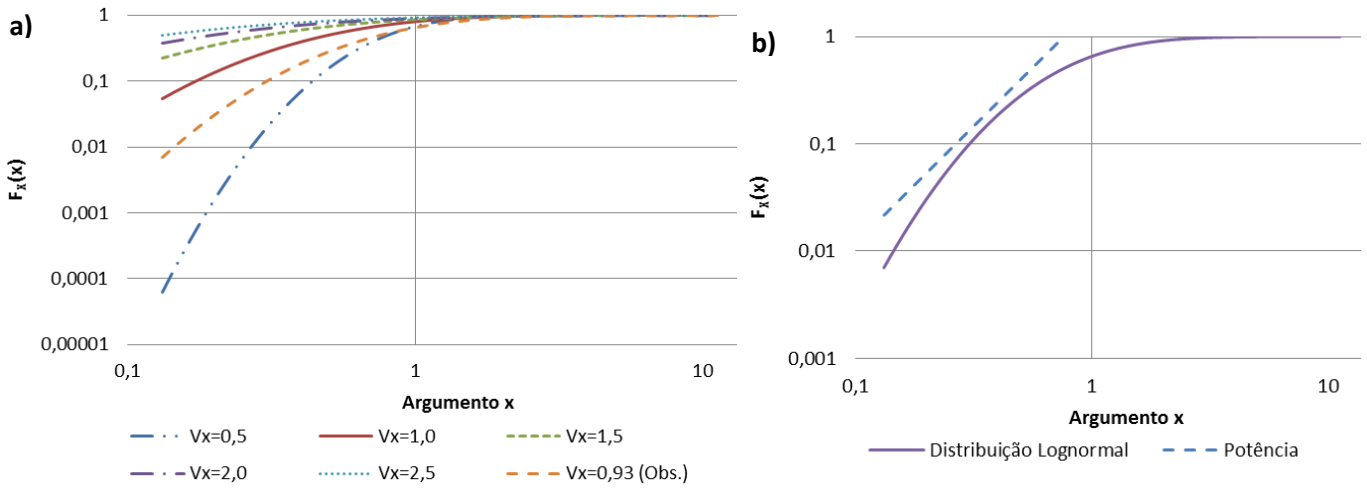


Figura 72: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Rio Negro.

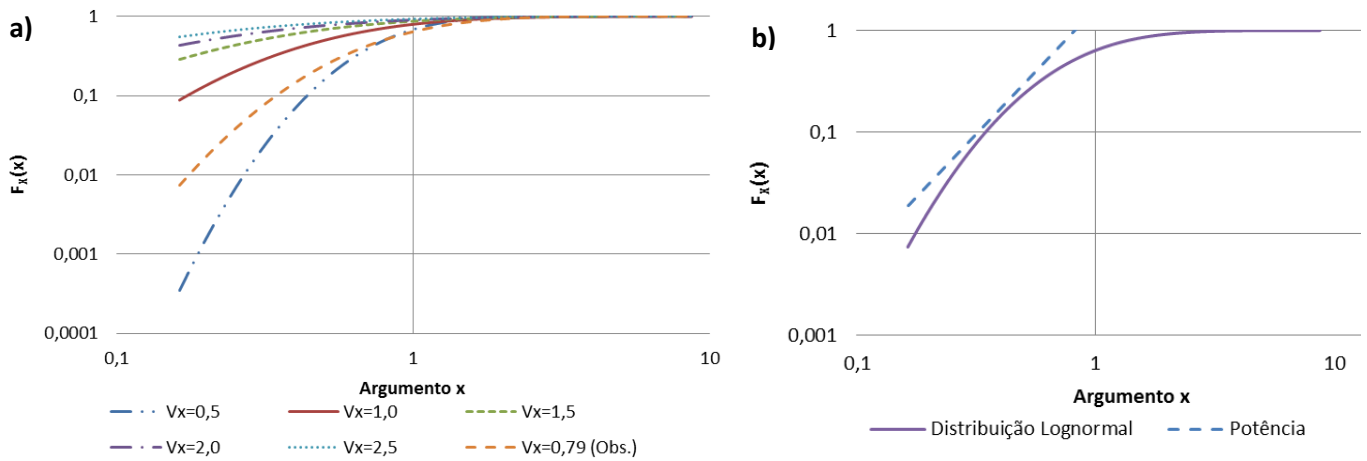


Figura 73: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Rio da Várzea dos Lima.

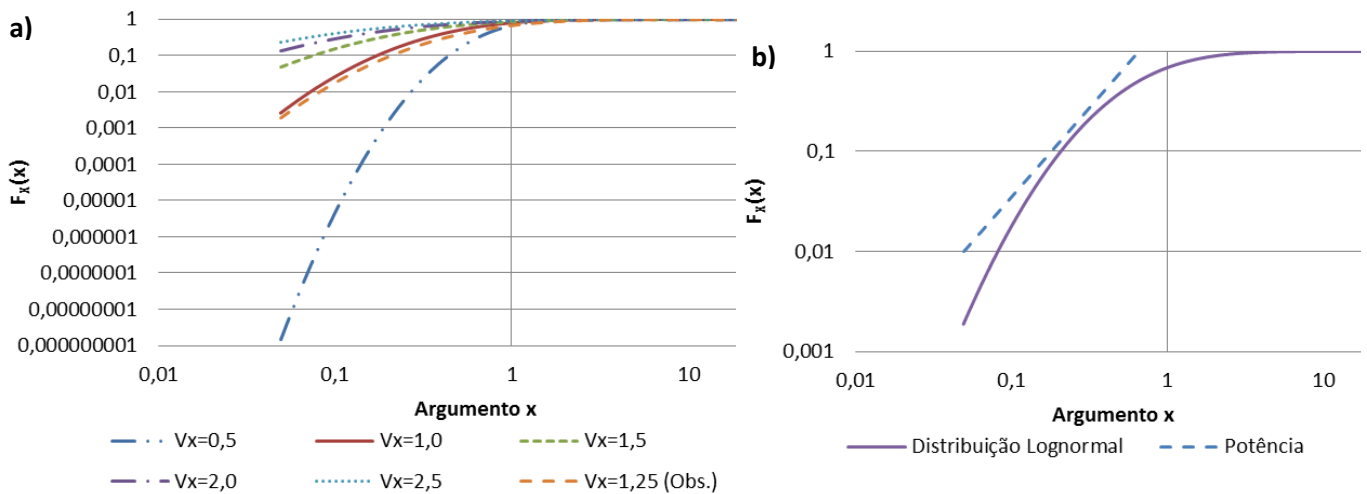


Figura 74: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Jangada do Sul.

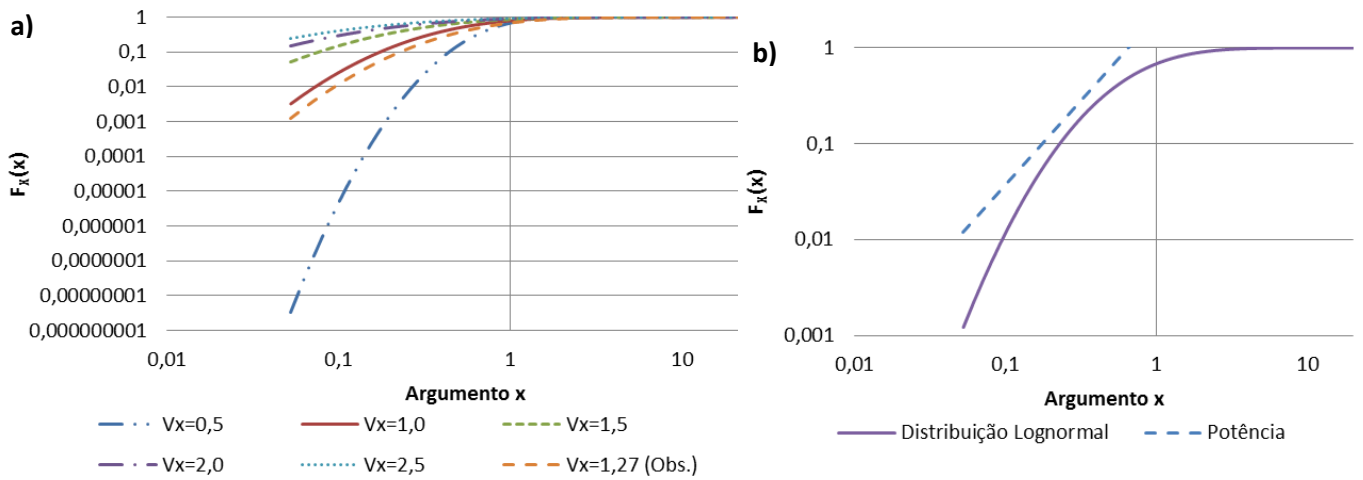


Figura 75: Distribuição Lognormal modulada em escala logarítmica para diferentes valores de V_X (a) e com a aproximação da função potência (b) para a estação Fazenda Maracanã.