UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

BRUNO SCHLÖGL

TRANSMISSÃO DOS EFEITOS DE POLÍTICA FISCAL: UMA ANÁLISE *"NEW OPEN ECONOMY MACROECONOMICS"*

CURITIBA
2016

BRUNO SCHLÖGL

TRANSMISSÃO DOS EFEITOS DE POLÍTICA FISCAL: UMA ANÁLISE *"NEW OPEN ECONOMY MACROECONOMICS"*

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico, Departamento de Economia, Setor de Ciência Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Motta Correia

CURITIBA
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. SISTEMA DE BIBLIOTECAS.
CATALOGAÇÃO NA FONTE

Schlögl, Bruno
Transmissão dos efeitos de política fiscal: uma análise “new open economy macroeconomics” / Bruno Schlögl. - 2016.
94 f.
Orientador: Fernando Motta Correia.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico.
Defesa: Curitiba, 2016.

1. Política tributária. 2. Dívida pública. 3. Macroeconomia. I. Correia, Fernando Motta, 1977-. II. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Sociais Aplicadas. Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico. III. Título.

CDD 336.3

UFPR
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
Setor CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
Programa de Pós Graduação em DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO
Código CAPES: 40001016024P0

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **BRUNO SCHLOGL**, intitulada: **"TRANSMISSÃO DOS EFEITOS DE POLÍTICA FISCAL: UMA ANÁLISE "NEW OPEN ECONOMY MACROECONOMICS""**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação.

Curitiba, 14 de Março de 2016.

Prof FERNANDO MOTTA CORREIA (UFPR)
(Presidente da Banca Examinadora)

Armando Vaz Sampaio
Prof ARMANDO VAZ SAMPAIO (UFPR)

Prof GUSTAVO INACIO DE MORAES (PUC/RS)

AGRADECIMENTOS

Ao professor Fernando pela atenção no desenvolvimento de todo o trabalho, incluindo a paciência com seu (des)orientando ligeiramente ansioso;

Aos professores do PPGDE que, direta ou indiretamente contribuíram para esta dissertação, seja na sala de aula ou no convívio na Universidade;

Aos contribuintes brasileiros pelo auxílio financeiro;

À minha família;

Aos amigos;

À Odila.

“Should five percent
Appear too small
Be thankful I don't
Take it all

'Cause I'm the taxman
Yeah, I'm the taxman

If you drive a car
I'll tax the street
If you try to seat
I'll tax your seat
If you get too cold
I'll tax the heat
If you take a walk
I'll tax your feet

Taxman!”

The Beatles - Taxman

RESUMO

O objetivo desta dissertação é apresentar um modelo para análise de política fiscal em economias abertas, considerando que o choque fiscal desencadeia não apenas um efeito de demanda, mas paralelamente altera as condições de oferta. A partir do artigo seminal "*Exchange rate dynamics redux"* de Obstfeld & Rogoff (1995) uma extensa literatura que combina rigidez nominal no curto-prazo, imperfeições de mercado, num modelo de equilíbrio geral, desenvolveu-se procurando analisar os impactos de políticas econômicas em economias abertas e seus efeitos *spillover*. Esta literatura, tradicionalmente conhecido como "*New Open Economy Macroeconomics"* deu muita importância para análises de política monetária, mas relegou as análises de política fiscal para segundo plano. A despeito disto, estes modelos têm muito potencial para analisar as implicações tanto positivas quanto normativas de política fiscal. Estas análises contemplaram algumas variantes do modelo *redux* alterando algumas de suas hipóteses e demonstraram grande sensibilidade relacionada às especificações microeconômicas do modelo. Dentre estas, a possibilidade dos gastos públicos gerarem ganhos de produtividade, influenciando a oferta, não foi levada em consideração nesta literatura. Alguns trabalhos de crescimento endógeno e *Real Business Cycle*, por exemplo, incorporam esta hipótese e apresentaram resultados muito interessantes. O modelo desenvolvido nesta dissertação incorpora esta hipótese seguindo de forma muito próxima o modelo *redux,* e, permitindo considerar este como um caso particular de nosso modelo. As análises positivas sugerem que os efeitos de choques fiscais descritos no modelo *redux* têm o mesmo sentido, mas são menos intensas que as variações observadas naquele modelo, por exemplo, para as taxas de câmbio, variação no consumo, efeitos sobre transações correntes, taxas de juros, etc. Este resultado está intimamente relacionado a assunção de que o choque fiscal afeta também as condições de oferta, desencadeando um efeito que se sobrepõe ao choque de demanda do modelo *redux*. Do ponto de vista normativo, o modelo de Obstfeld & Rogoff (1995) sugere que a política fiscal é *beggar-thyself* e *prosper-thy-neighbor*. No modelo aqui apresentado, estes efeitos são atenuados na medida em que inserimos algum potencial para os gastos públicos influenciarem a produtividade dos agentes privados.

Palavras-chave: *"New Open Economy Macroeconomics"*, Política fiscal, Gasto público produtivo.

ABSTRACT

The main purpose of this dissertation is to present a model to analyze fiscal policy in open economies, considering that the fiscal shock triggers not just an demand effect, but parallel to this effect alters the offer conditions. From Obstfeld & Rogoff (1995) seminal paper "Exchange rate dynamics redux" on, a literature which combines market imperfections, nominal rigidities, in a general equilibrium framework, launched to analyze policies in an open economy setting considering the spillover effects involved. This literature usually known as "New Open Economy Macroeconomics", gave lots of attention to monetary policy, putting aside fiscal policy. Despite of that, these models have a huge potential to analyze the positive and normative implications of fiscal policy. The fiscal policy in the "New Open Economy Macroeconomics" framework studied some changes in the baseline redux model, showing that the results of the models are of great sensibility to the hypothesis considered. Between these, the possibility that public sector expenditures give rise to a improvement in the private productivity was not considered. Some endogenous growth models and Real Business Cycle, for example, incorporate this hypothesis showing interesting results. The model developed in this dissertation incorporate this hypothesis following narrowly the redux model and allowing us to consider that model, in which public expenditure is considered pure waste, a special case of our work. The positive analysis suggest that the effects of fiscal policy described in our model have the same qualitative results as the redux model, but are less sensitive that the results of the original model. This result is linked with the fact that the fiscal shock also changes the supply side of the economy, differently of the redux model. In a normative point of view, Obstfeld & Rogoff (1995) suggest that fiscal policy is beggar-thyself and prosper-the neighbor. In the model that we present here, these effects are attenuated as the public expenditure has the capacity to influence the private productivity.

Key-words: *"New Open Economy Macroeconomics", Fiscal policy, Productive public expenditure.*

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

As críticas aos modelos macroeconômicos da síntese neoclássica[1] culminaram numa orientação metodológica clara a partir de meados da década de 70. Aqueles modelos foram criticados, basicamente, por adotarem hipóteses *ad hoc* e não construírem explicitamente um arcabouço para análises de bem-estar. As recorrentes críticas a estes modelos ensejaram uma ampla revisão metodológica, convencionalmente conhecida como “novo consenso macroeconômico”.

No que diz respeito às análises em economias abertas, o modelo Mundell-Fleming constituía o *workhorse* das análises até então. Este modelo é uma extensão do tradicional IS-LM, derivado da contribuição seminal de Hicks (1937). Dentro das proposições metodológicas do novo consenso macroeconômico, a partir de meados da década de 90, consolidou-se uma nova geração de modelos para economias abertas que busca superar as limitações do Mundell-Fleming, classificados como “New Open Economy Macroeconomics” (NOEM). Como descrito por Lane (2001) “The unifying feature of this emerging literature is the introduction of nominal rigidities and market imperfections into a dynamic general equilibrium model with well-specified microfoundations.” (pg. 235)

Se por um lado estes modelos incorporam os desenvolvimentos do novo consenso macroeconômico[2], não se prescindiu da rigidez de preços e/ou salários de curto-prazo, estruturas oligopolistas, além das discussões sobre os impactos das políticas econômicas, centrais na síntese neoclássica. Na medida em que permanece a problemática da política econômica e a rigidez nominal de curto prazo, tradicional daquela literatura convencional, e se incorporam os avanços metodológicos da restrição intertemporal dos agentes com microfundamentação rigorosa, podemos dizer que estes modelos são uma versão “novo-keynesiana” para analisar economias abertas. (WALSH, 2003)

O trabalho de Obstfeld & Rogoff (1995) é considerado seminal neste programa de pesquisa NOEM. A partir do modelo *“Exchange rate dynamics redux” (redux),* uma extensa gama de trabalhos buscou desenvolver um aparato analítico coeso para lidar com economias abertas, dando especial atenção para análises de

[1] Conhecidos também como modelos Keynesianos.
[2] Também presentes nos trabalhos novos clássicos e Real Business Cycle.

política monetária. Como destaca Lane (2001) em seu importante survey, "...I focus almost exclusively on the analysis of monetary shocks. This reflects the emphasis in the literature…" (2001, pg.237)

Na linha desta observação de Lane (2001), percebe-se que, comparativamente, pouca atenção tem sido despendida às análises de política fiscal. O que é mais surpreendente, como destaca Ganelli (2005, pg.170) é que estes modelos, ao considerarem as preferências intertemporais explicitamente, têm muito potencial para explicar os diferentes efeitos dos choques de política fiscal, particularmente se compararmos ao arcabouço Mundell-Fleming de caráter *ad hoc*.

Além desta característica, deve-se destacar que um dos traços metodológicos centrais destes modelos em relação aos modelos *ad hoc,* reside na microfundamentação rigorosa das decisões dos agentes. A análise da literatura dos modelos NOEM, no entanto, demonstra que os resultados destes modelos, tanto positivos quanto normativos, apresentam resultados muito sensíveis às especificações microeconômicas, como apontado em Obstfeld & Rogoff (2000), Sarno (2001), Sarno & Taylor (2002), Lane (2001) e Ganelli & Lane (2003), Coutinho (2005), dentre outros.

No modelo *redux* de Obstfeld & Rogoff (1995) os gastos públicos eram considerados como "puro desperdício". Esta hipótese, bastante forte, tem importantes implicações do ponto de vista positivo. Além disto, do ponto de vista de bem-estar implica que choques fiscais são *beggar-thyself* e *prosper-thy-neighbor*[3]. O modelo que sugerimos permite alterar esta hipótese, abrindo espaço para novos canais de transmissão da política fiscal na linha dos modelos NOEM.

Partimos do modelo *redux*, dado sua importância para esta literatura, e incorporamos a hipótese de que os gastos públicos têm a capacidade de reduzir a desutilidade do trabalho, considerada explicitamente no modelo.[4] Isto pode ser interpretado como uma alteração na produtividade do agente representativo, ou como uma mera modificação nas preferências do agente.[5]

[3] Conceitualmente *beggar-thyself* refere-se ao caso em que a política fiscal leva a uma perda de bem-estar no país que realiza o choque*; prosper-thy-neighbor* refere-se ao caso em que o choque fiscal em um país gera um ganho de bem-estar em outro país.
[4] Na versão do *redux* apresentada no *"Foundations of International macroeconomics"* Obstfeld & Rogoff (1996) consideram os choques fiscais e de produtividade isoladamente (exógenos). A idéia central aqui apresentada é endogeneizar a produtividade em função da eficiência dos gastos públicos na provisão de bens públicos.
[5] Ver Obstfeld & Rogoff (1996).

Esta hipótese que procuramos incorporar já foi abordada em alguns modelos de crescimento. Teoricamente, por exemplo, temos o trabalho de Barro (1990), que incorpora aos modelos de crescimento endógeno a possibilidade do setor público alterar a produtividade ou a função a utilidade por meio da oferta de serviços públicos. Do ponto de vista empírico, destaca-se o trabalho Aschauer (1989) que analisa a capacidade dos gastos públicos de influenciar a produtividade na economia norte-america. Na mesma linha, podem-se destacar também trabalhos na tradição "*Real Business Cycle",* como Turnovsky & Fisher (1995), dentre outros.

Assim, o objetivo desta dissertação é construir um modelo para analisar detidamente política fiscal, incorporando esta hipótese, que acreditamos mais plausível quando comparada ao caso *"pure waste"* do modelo *redux*. A estrutura deste modelo permite-nos avaliar os efeitos internos sobre as variáveis relevantes, além dos efeitos transmissão dos choques para outras economias, como convencionalmente a literatura tem abordado o tema.

Como já comentado, seguindo uma abordagem bastante convencional, partimos do modelo *redux*. Isto permite comparar nossos resultados com aquele modelo, que se torna um caso particular do modelo aqui apresentado. No capítulo 2 descrevemos as principais características destes modelos e apresentamos trabalhos relevantes que abordaram o tema fiscal na literatura. A discussão procura demonstrar como as especificações microeconômicas são muito importantes para os resultados encontrados. Além disto, apresentamos alguns trabalhos que consideram a possibilidade do gasto público gerar externalidades positivas, alterando a produtividade privada. No capítulo 3 apresentamos detalhadamente o modelo. No capítulo 4 são analisadas as implicações positivas e normativas de choques de política fiscal, enfatizando sempre que possível, suas diferenças com relação ao modelo *redux*.[6] O ultimo capítulo apresenta as considerações finais.

[6] Os apêndices apresentam todas as deduções das equações apresentadas nos capítulos 3 e 4.

2. REVISÃO DA LITERATURA

A seção 1 deste capítulo caracteriza os modelos “New Open Economy Macroeconomics”. A seção 2 faz um apanhado de alguns dos principais trabalhos que abordaram a política fiscal, foco desta dissertação, procurando demonstrar como as especificações dos microfundamentos levam estes modelos a apresentar resultados bastante diversos tanto do ponto de vista positivo quanto normativo. Na seção 3 apresentamos alguns trabalhos que estudaram os impactos dos gastos do governo sobre a produtividade, visando justificar a adoção desta hipótese em nosso trabalho.

2.1. PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS “NEW OPEN ECONOMY MACROECONOMICS”

Como destacam Obstfeld & Rogoff (1995) na introdução do modelo *redux* “…Until now, thinking on open macroeconomics has been largely schizofrenic.” Os avanços teóricos a partir de fins dos anos 70, tiveram o mérito de incorporar analiticamente um arcabouço onde a otimização dos agentes, consideradas suas restrições intertemporais, fossem devidamente consideradas.[7] Todavia, no intuito de superar os modelos keynesianos agregativos de curto prazo, o *workhorse* das análises até aquele momento, assumiu-se que os mercados operam em concorrência perfeita e não há qualquer rigidez nominal, seja de preços ou de salários. (OBSTFELD & ROGOFF, 1995, pg.624)

As restrições intertemporais são indispensáveis para uma análise adequada do comportamento dos agentes no longo-prazo. Em uma economia aberta, isto se torna ainda mais relevante, na medida em que pode-se realocar o consumo intertemporalmente. Da mesma forma, a política fiscal pode ser mais coerentemente avaliada se as restrições orçamentárias do governo são explicitamente consideradas.

[7] O sistema de Breton Woods rui no início dos anos 70. A pesquisa relacionada à transmissão de choques de política ganha novo fôlego a partir de então. Exemplo disto é o trabalho de Dornbusch (1976).

Até o inicio dos anos 90 os avanços dos trabalhos que incorporavam as análises dinâmicas na linha do "novo consenso macroeconômico" demonstrava resultados robustos e bastante diversos daqueles modelos keynesianos, mas o abandono das hipóteses de rigidez no curto prazo apresentava muitos problemas ainda não equacionados. Como é apontado por Sarno (2001), a necessidade de incorporar rigidez nos modelos já vinha sendo enfatizada por vários autores, como Lucas (1982), dentre muitos outros. Nas palavras de Obstfeld & Rogoff (1995),

> "While the intertemporal approach has proved valuable for some facets of current-account, many of the most fundamental problems in international finance cannot be seriously addressed in a setting of frictionless markets. Because the newer paradigm seems so ill equipped to explain, for example, the effects of macroeconomics policies on output and exchange rates, empirical practitioners and policymakers have not yet been persuaded to abandon traditional aggregative Keynesian models." (pg. 625)

A fusão destes elementos deu origem ao modelo *redux*, trabalho considerado seminal na literatura NOEM. Este modelo representa, como é comum na macroeconomia, um movimento de síntese, onde elementos considerados adequados são mantidos no arcabouço analítico e elementos que estavam em segundo plano são incorporados às análises. Em síntese,

> "Given their lack of microfoundations for intertemporal choice, the [keynesian] models have very little to say about current accounts or budget deficits, and even less to say about welfare. But the older Keynesian models have one very important feature that give them an empirical edge over flexible-price monetary models: they allow for nominal rigidities. **Fortunately is possible to introduce nominal rigidities without abandoning the insights of modern intertemporal economics…**" (OBSTFELD & ROGOFF, pg. 659, 1996)

Como se observa, o principal objetivo desta literatura é construir uma teoria para análise de economias abertas e desenho de políticas que supere as referidas limitações do modelo Mundell-Fleming[8], enquanto preserva a relevância empírica e os debates sobre política econômica presentes nesta mesma literatura mais convencional. Neste sentido, deve-se destacar que uma das grandes preocupações da literatura tem sido manter um grau de tratabilidade dos modelos.[9] (CORSETTI 2008, pg. 45)

---

[8] Mais a frente detalhamos as críticas destes modelo acerca do Mundel Fleming.
[9] Esta, por outro lado, tem sido uma das grandes críticas a estes modelos. Ver, por exemplo, Terra (2014).

Corsetti (2008) destaca que os modelos NOEM superam as análises do Mundell-Fleming em pelo menos dois traços fundamentais: as preferências de todos os agentes (firmas, indivíduos, etc.) são rigorosamente definidas. Sendo assim, a utilidade esperada do consumidor fornece uma medida natural para a análise de bem estar, proporcionando um critério claro para análise. Além disto, deve-se destacar que analises de equilíbrio geral possibilitam uma maior integração das discussões em economia internacional. O campo da Macroeconomia aberta e teoria do comércio tinham pouco diálogo em ambientes não microfundamentados. Ainda com relação ao Mundell-Fleming, Wickens (2008, pg. 334), destaca que a grande vantagem dos modelos NOEM é que estes modelos não necessitam impor restrições ou no produto ou nos preços, como ocorria nos modelos Keynesianos para conferir tratabilidade.

Com relação às características fundamentais dos modelos NOEM deve-se destacar primeiramente, que se considera um grau de monopólio nos mercados de bens ou de trabalho. Tradicionalmente a literatura toma esta rigidez como uma característica exógena do modelo[10]. Como destaca Lane (2001, pg. 235), as imperfeições de mercado são um ingrediente chave destes modelos. As vantagens de adotar a hipótese de competição imperfeita são: (a) permite analisar explicitamente as decisões de preço (ou salário) ótimas de cada agente ofertante de um bem (ou trabalho); (b) preços (salários) de equilíbrio acima do custo marginal tornam o produto determinado pelo lado da demanda; (c) algum grau de monopólio implica em produção abaixo do ótimo social, uma distorção passível de ser minimizada por choques de política econômica.

Em segundo lugar, deve-se destacar a incorporação da rigidez nominal de curto-prazo como uma hipótese do modelo. O fundamento para estabelecer a rigidez está no grau de monopólio desfrutado pelos agentes destacado anteriormente. Esta imperfeição de mercado permite que os agentes precifiquem unilateralmente. Em geral convenciona-se nos modelos, assim como no *redux*, que esta decisão é tomada antes de se iniciar o período relevante de análise, estabelecendo-se o preço *ex ante*. Uma vez definido o preço o agente não corrige seu preço no curto-prazo. Como destacado em Corsetti & Pesenti (2001) este aspecto é muito importante, pois se o choque de política for suficientemente grande as firmas buscariam ajustar

[10] A exceção é o trabalho de Beaudry e Deveroux (1995), onde a rigidez de preços é endógena ao modelo, num ambiente com retornos crescentes de escala. (LANE, 2001, pg. 240)

preços imediatamente. Desta forma, os *policy makers* devem incorporar esta restrição ao decidir o tamanho do estímulo. Em geral, modelos que adotam rigidez nominal adotam duas estratégias distintas para o ajuste: "*time dependent*" e "*state-dependent*". Esta segunda opção, que consiste em assumir que, atingido certo diferencial, o agente ajusta os preços é muito mais difícil de ser formalizada em modelos de equilíbrio geral e, portanto, não tem sido utilizada na literatura NOEM. (LANE, 2001)

Em terceiro lugar, a apresentação rigorosa das preferências dos agentes deve ser destacada. Como destaca Lane (2001),

> "This approach offers several attractions. The presentation of explicit utility and profit maximization problems provides welcome clarity and analytical rigor. Moreover, it allows the researcher to conduct welfare analysis, thereby laying the groundwork for credible policy evaluation. Allowing for nominal rigidities and market imperfections alters the transmission mechanism for shocks and also provides a more potent role for monetary policy." (pg. 235)

Das características destes modelos emergem algumas discussões muito relevantes na literatura, na medida em que as opções para incorporar estes elementos são muito diversas. A rigidez de preços ou salários, a forma de precificação do agente, a consideração de mercados financeiros completos, dentre muitos outros, tem se demonstrado muito sensíveis para os resultados dos modelos. Na próxima seção, vamos analisar alguns trabalhos que avaliaram política fiscal, buscando evidenciar a relevância deste ponto.[11]

2.2. ANÁLISES DE POLÍTICA FISCAL NA LITERATURA NOEM

Na literatura especificamente sobre política fiscal a sensibilidade das especificações aos resultados dos modelos têm sido reiteradamente destacada por muitos autores, dentre os quais podem-se destacar Sarno (2001), Ganelli & Lane (2003), Ganelli (2003, 2005), Coutinho (2005), dentre outros. Tomando o modelo *redux* como um *benchmark,* alguns importantes trabalhos da literatura serão analisados, buscando demonstrar o quão sensível estas especificações são para estes modelos. O modelo *redux* não será exposto neste capítulo. Como ficará claro

[11] Para um tratamento mais geral destes aspectos recomenda-se o *survey* de Lane (2001) e Corsetti (2008).

no capítulo 3, o modelo *redux* é idêntico ao nosso modelo quando se considera que $\gamma \rightarrow 0$.[12]

Betts & Devereux (2001)

Betts & Deveroux (2001) estendem o modelo *redux,* explorando dois pontos principais em seu trabalho: (i) o modelo considera uma estrutura de “Pricing to Market” (PTM), onde permite-se que uma parcela das firmas definam os preços na moeda em que ofertam seus produtos.[13] No contexto de preços rígidos, isto gera desvios com relação a lei do preço único, na medida em que algumas firmas discriminam os mercados doméstico e internacional; (ii) permite-se que a estrutura do mercado financeiro internacional varie entre um ambiente de mercados completos, onde a perfeita “coinsurance” entre os países e um ambiente mais limitado, onde ativos “noncontingent” são o único ativo negociado, como no *redux*.

No que diz respeito às análises de política fiscal, os resultados apontam que os efeitos transmissão são pouco sensíveis as hipóteses sobre os preços. Variando da hipótese de “Producer currency price” onde o agente define o preço em termos de sua própria moeda, até a hipótese de PTM completa, onde o agente precifica em termos do mercado em que vai vender seu produto, os resultados qualitativos e quantitativos, realizado por meio de simulações, são muito semelhantes. Independentemente do mercado em que os preços estão pré-determinados, os resultados são os mesmos que no *redux*.[14] (BETTS & DEVEREUX, 2001)

Por outro lado, a estrutura do mercado financeiro internacional é muito crítica do ponto de vista da transmissão de choques fiscais. Ao se considerar mercados completos, os choques de política fiscal não têm qualquer impacto sobre as taxas reais e nominais de câmbio, e nem sobre os termos de troca. Além disto, os aumentos de gasto público geram efeitos iguais sobre o produto e o consumo de ambos os países. Como fica evidente, o *wealth effect* das taxas mais elevadas é compartilhado igualmente pelos dois países, e, assim nem as transações correntes

[12] Ver detalhes no capítulo 3. Este é um parâmetro de eficiência dos gastos públicos para alterar a produtividade.

[13] Tanto no Mundell-Fleming como no *redux*, a precificação é na forma “Producer Currency Price”. Ver cap. 3.

[14] Uma exceção notável é que com “Local Curency Price” (LCP) a taxa de cambio nominal sofre *overshooting*. Isto ocorre pois sob LCP os preços não se ajustam imediatamente.

se modificam. Ao se considerar, no entanto, mercados financeiros internacionais incompletos, a expansão fiscal causa a deterioração dos termos de troca, depreciação real e nominal das taxas de cambio, além de mover o consumo e o produto dos dois países em direções opostas.

Cabe comentar que, no que diz respeito as análises de política monetária, os resultados são exatamente o oposto. A estrutura do mercado financeiro tem pouca relevância para explicar os choques de política, enquanto a hipótese sobre os preços é de grande relevância. Este ponto ilustra bem como a forma em que o modelo é estruturado tem importantes conseqüências para seus resultados. Um modelo que é desenhado primordialmente para análises de política monetária, em geral pode apresentar resultados não muito consistentes do ponto de vista das análises fiscais.[15]

Corsetti & Pessenti (2001)

No modelo *redux* o setor público é considerado de forma muito simples, conforme já comentado na introdução. Primeiramente, deve-se destacar que os gastos do governo não afetam diretamente a utilidade dos agentes. Nenhuma utilidade advém dos gastos do governo, que é considerado um puro desperdício. Corsetti & Pesenti (2001) são os primeiros autores nesta literatura a incorporar os gastos do governo explicitamente na função utilidade.

A utilidade dos gastos públicos é captada por meio de uma função aditiva separadamente. Como destacado por Coutinho (2005) os ganhos ao se adotar esta formulação são bastante modestos. As análises positivas neste caso seriam modificadas apenas se os gastos fossem incorporados de forma não separada[16], na medida em que isto alteraria as condições de ótimo. Ainda assim, neste novo formato, os efeitos sobre o bem-estar poderiam ser completamente modificados. No entanto, como os autores não especificam a forma funcional que a utilidade advinda dos gastos do governo se incorpora na análise, estes autores não avaliam os efeitos da expansão fiscal sobre o bem-estar.

Incorpora-se uma função na forma geral $V(G)$ como um novo argumento na função utilidade do agente, mantendo-se as demais características do redux. Um

[15] Como esta tem sido a ênfase da literatura parece oportuno construir um modelo para análises fiscais. Este parece o caso, por exemplo, do próprio modelo *redux* que privilegia análise monetária.
[16] Como foi introduzido por Ganelli (2003). Ver a frente.

traço muito importante a ser destacado é que, neste caso admite-se que a função $V(G)$ pode ser diferente entre os países considerados. Esta é uma importante distinção com relação ao *redux*, onde os agentes nos países considerados são completamente simétricos.

Neste modelo, a política fiscal é expressa por um índice g definido como:

$$g = Y/(Y - G)$$

Quando os gastos do governo G são nulos este índice é igual a um. Y representa a renda da economia. A magnitude do choque de política fiscal, portanto, é inversamente proporcional a este índice. No longo prazo os gastos do governo em nível só podem ser determinados endogenamente, na medida em que são determinados conjuntamente com o produto. Este ponto é muito importante, pois não é necessário considerar os gastos do governo iguais a zero, como no caso *steady state* particular apresentado para o *redux*.

Diferentemente do redux, a elasticidade de substituição entre bens domésticos e estrangeiros é igual a unidade, assumindo-se assim preferências do tipo Cobb-Douglas. Como conseqüência desta formulação as contas correntes estão sempre em equilíbrio. A variação dos termos de troca prove o mesmo tipo de *risk sharing* que se observa no modelo de Betts & Deveroux (2001). Estes modelos, no entanto, não são comparáveis diretamente, por outra notável diferença, a introdução de *home-bias* nos gastos governamentais. (COUTINHO, 2005)

Como considera-se *home-bias* completo, no curto-prazo, o choque fiscal em H estimula apenas a demanda por bens produzidos internamente, aumentando o produto numa relação um para um.[17] “When a domestic fiscal shock stimulates the demand for home goods only, foreign output, the nominal exchange rate, home and foreign consumption are unaffected in the short-run, while home output increases on a one-to-one basis.” (GANELLI & LANE, 2003)

Se a expansão fiscal é permanente, o aumento da demanda pelos bens decorrente do aumento do consumo público requer um aumento dos preços deste país no longo prazo, dado que toda a demanda recai sobre este país, levando a uma melhora dos termos de troca. No caso do modelo *redux* ocorre o contrário, pois a demanda recai igualmente sobre os dois países[18]. (COUTINHO, 2005)

---

[17] *Home bias* é definido como uma hipótese na qual o governo compra apenas produtos de seu país.
[18] Não há qualquer tipo de *Home bias no redux*. Ver capítulo 3.

Em tese, no longo-prazo os resultados dependeriam do grau de substitubilidade entre os bens produzidos domesticamente e no país estrangeiro. Como neste modelo o grau de substitubilidade é igual a 1, a elasticidade de substituição intertemporal (interpretada como o coeficiente de aversão ao risco) passa a ser determinante.[19]

> "If home and foreign goods are substitutes, the effect of a domestic expansion on welfare abroad is always negative: a fiscal expansion increases the relative price of home goods reducing demand for the home good, if the goods are substitutes demand for foreign good increases and so does labor supply, while foreign consumption decreases due to the negative impact on wealth due to the deterioration in terms of foreign terms of trade. If home and foreign goods are complements, labor supply abroad decreases and the final effect depends on the relative weight of consumption and leisure in the utility, but Corsetti and Pesenti argue that the effect is negative for a wide range of parameter values." (COUTINHO, 2005)

Novamente, nesta formulação, não se observa nenhum impacto sobre a conta-corrente, sendo as modificações na riqueza captadas via modificações nos termos de troca. Uma vantagem desta formulação é que pode-se encontrar uma solução fechada para o modelo sem recorrer a linearizações, o que permite que os choques considerados sejam mais amplos.

Finalmente, é importante observar que no *redux*, a política fiscal é *beggar-thyself* e *prosper-thy-neighbor*. Define-se *beggar-thyself* como o caso em que um choque fiscal reduz o bem-estar no próprio país que o realizou. No caso de *prosper-thy-neighbor* o país estrangeiro é que se beneficia do choque em termos de bem-estar. Tal resultado pode ser revertido neste modelo de Corsetti e Pesenti. No entanto, conforme Ganelli (2003), este resultado é, em grande medida, devido a assunção de *home-bias*, que confere "quase neutralidade" a política fiscal. Novamente a alteração de alguns parâmetros do modelo demonstra ser crucial para os resultados de bem-estar encontrados.

Ganelli (2003)

Diferentemente de Corsetti & Pessenti (2001), Ganelli (2003) desenvolve um modelo onde os gastos do governo afetam a utilidade do agente representativo de forma não separável. Neste caso, as implicações tanto positivas quando normativas

[19] Uma análise que aborda a relevância das elasticidades de substituição entre os bens é fornecida por Tille (2001). Este autor generaliza os resultados do modelo *redux* e de Corsetti & Pesenti.

se alteram. O modelo é basicamente uma generalização do modelo *redux*, tornando-o um caso particular. As demais hipóteses do modelo *redux* permanecem válidas.

Para isto, considera-se que função utilidade incorpora os gastos do governo, substituindo-se o consumo privado por uma noção expandida de consumo (*full consuption*), dado por $C + \gamma G$. O parâmetro γ representa a taxa marginal de substituição entre o consumo privado e público, chamado efeito *crowding-out* pelos autores. Este formato geral incorpora várias possibilidades na substituição entre o consumo privado e público, limitadas ao intervalo $0 \leq \gamma \leq 1$.[20] A principal contribuição do modelo é a analise dos impactos do gasto útil nos multiplicadores do consumo e no produto em relação ao *redux*.

Um aumento permanente dos gastos do governo reduz o consumo, desvaloriza o câmbio e aumenta o produto. Como neste modelo não há *home-bias*, esta política diminui a renda disponível dos agentes onde ocorre a expansão fiscal. Sua reação é diminuir o consumo, mais intensamente que no caso do redux, devido ao *crowding-out*. Neste caso, a demanda por moeda passa a depender também dos gastos do governo, na medida em que ao influenciar o consumo estes gastos repercutem também na demanda.

Ganelli (2005)

Segundo (Ganelli, 2005) um dos motivos que levam a literatura NOEM a dar menos importância ao tema de política fiscal tem íntima relação com a adoção da hipótese de equivalência ricardiana. Isto tem por conseqüência limitar as análises a orçamentos públicos equilibrados. (pg.168) No intuito de fornecer uma análise mais robusta das diferentes opções de política fiscal, e, em alguma medida reconciliar os resultados dos modelos NOEM com os resultados do modelo Mundell-Fleming este autor desenvolve uma modelo que introduz um *overllaping Generation (OLG)*[21] na linha de Blanchard (1985).

Apesar de algumas diferenças na exposição do modelo, as principais características do *redux* são mantidas. Com relação aos pontos incorporados merece destacar que cada agente tem uma dada probabilidade de morrer. Ao não

[20] Nada impede a priori que $\gamma > 1$, mas este caso é muito improvável. No caso do *redux* $\gamma \to 0$.
[21] Isto tem uma série de implicações relevantes em outros aspectos como evidenciado em Cavallo & Gironi (2003).

se considerar mais um agente que otimiza em horizonte infinito cria-se as condições para quebrar a hipótese da equivalência ricardiana, dado que os agente passam a perceber os títulos públicos como riqueza líquida. Neste sentido, abre-se outra importante diferença, na medida em que o setor público pode incorporar dívidas como uma forma de financiamento, alterando a restrição orçamentária.

> The possibility of considering alternative fiscal policy options means that our analysis can also give some insights on the consequences of different ways of financing a given level of government spending, by contrasting tax financing with debt financing. The latter is another important difference with the existing literature on fiscal policy, which usually focuses on changes in the level of government spending rather than on changes in the financing choices of a given amount of spending. (GANELLI, 2005, pg. 168)

Dentre as diferentes políticas analisadas pelo autor deve-se destacar que um corte de tributos mantendo o gasto no mesmo nível (financiado com dívida) aprecia a taxa de câmbio no curto-prazo. Este efeito, entretanto, é revertido no longo-prazo. Esta é uma diferença fundamental com relação ao *redux* pois naquele modelo não há *overshotting*, ou seja, o cambio no curto e longo-prazo assumem mesmo valor.

Tabela 1 – Impactos expansão fiscal em H no curto prazo em Ganelli (2005)

POLÍTICA	**Consumo**(C)	**Câmbio**(E)	**Produto**(Y)
Debt-financed tax cut (i)	↑	↑	$ambíguo$
Balanced-budget spending (ii)	↓	↑	↑
Deficit-financed spending (iii)	$ambíguo$	$ambíguo$	$ambíguo$

Adaptado de Ganelli (2005, pg.183)

O caso (iii) é o exercício clássico para o modelo Mundell-Fleming. Os efeitos são mais próximos de (i) quanto maior for a probabilidade de morrer do agente. Por outro lado, quando a expansão fiscal é implementada mediante um orçamento equilibrado, como em (ii) os impactos são idênticos aos obtidos no *redux*.

Estes trabalhos comentados acima evidenciam como as hipóteses e especificações dos modelos são determinantes para os resultados encontrados. Como se depreende da discussão anterior nenhum dos trabalhos analisou o impacto do gasto público sobre a produtividade dos agentes. Isto implica em abrir uma nova frente nas pesquisas relacionadas aos modelos NOEM. Como já foi comentado na introdução, isto permite a introdução de uma modificação não apenas pelo lado da demanda, mas também da capacidade de oferta da economia. Tal tema já foi analisado por algumas linhas de investigação econômica. Na próxima seção comentamos alguns destes trabalhos que analisam a hipótese do gasto público influenciar positivamente sobre a produtividade.

2.3. GASTOS PÚBLICOS E PRODUTIVIDADE

Alguns trabalhos na literatura macroeconômica estudaram a hipótese dos gastos públicos exercerem influência sobre a produtividade do setor privado, dentre os quais pode-se destacar a literatura sobre crescimento endógeno e alguns modelos da tradição RBC. Dentro do primeiro grupo destacam-se alguns conhecidos trabalhos, como Barro (1990) e Aschauer (1989), por exemplo. Em ambos trabalhos, os gastos públicos podem gerar efeitos sobre o nível de produtividade e crescimento econômico. Dentre os trabalhos RBC pode-se mencionar, por exemplo, o trabalho de Turnovsky & Fisher (1995).[22]

Barro (1990) desenvolve um modelo teórico de crescimento endógeno com retornos constantes de escala que incorpora o setor público às análises. Por conta das externalidades vinculadas aos gastos públicos e os tributos, os valores determinados para poupança e crescimento da economia podem ser subótimos quando determinados apenas pelo setor privado. O setor público poderia neste caso gerar externalidades positivas sobre a economia.

Dentre as diferentes formas que o autor incorpora o setor público à análise, vale destacar o caso em que se aproxima muito ao do modelo que apresentaremos no capítulo 3. Considera-se que os bens demandados pelo setor público fornecem um *input* para o setor privado, por exemplo, educação. É interessante observar que neste caso o governo não produz e nem detém capital, mas apenas compra produtos do setor privado. Além disto, considera-se válido a hipótese de equivalência ricardiana, sendo todos os gastos financiados com tributos *lump-sum* no período corrente. Os resultados teóricos apontam que o fornecimento destes bens públicos, pode incrementar a produtividade da economia. (BARRO, 1990, pg. 107)

[22] A discussão que apresentamos aqui não é exaustiva. Apenas mencionamos alguns trabalhos relevantes no intuito de demonstrar que esta discussão esta presente no debate econômico. Para mais detalhes acerca de gastos públicos e crescimento ver Barro & Sala-I-Martin (1992).

Aschauer (1989) analisa os impactos do estoque de capital público e do fluxo de gastos do governo sobre a produtividade agregada empiricamente na Economia Norte Americana. Este autor encontra que o estoque de capital público é mais relevante que o fluxo de gastos, particularmente os não militares, relacionados a infra-estrutura. O artigo inclusive sugere que a baixa produtividade observada na economia norte-americana nas décadas de 1970-80 tem íntima relação com a queda dos investimentos públicos. Além dos investimentos, os autores sugerem que "the decrease in productive government services might be crucial in explaining the general decline in the rate of growth of productivity which apparently arose in the early 1970`s." (ASCHAUER, 1989, pg. 179)

O trabalho de Turnovsky & Fischer (1995) avalia os efeitos de diferentes composições dos gastos do governo sobre o crescimento, produtividade e bem-estar em uma economia fechada. Do ponto de vista analítico, os autores argumentam que os gastos do governo provêm utilidade diretamente para o agente na medida em que fornecem serviços[23], e, por outro lado os gastos públicos aumentam a capacidade produtiva das firmas. Especificamente, os autores permitem que o gasto público seja um substituto para o esforço de trabalho. É importante destacar que esta segunda categoria não abarca apenas investimentos, mas também gastos correntes em educação, treinamento profissional, etc. (TURNOVSKY & FISHER, 1995, pg. 748-50)

Os resultados são decompostos pelos autores em dois componentes. Primeiramente, como as atividades do governo reduzem os recursos disponíveis para o setor privado, isto gera um *wealth effect* negativo. Desta forma os agentes são estimulados a trabalhar mais, expandindo a economia.[24] O segundo efeito, depende da efetividade dos gastos públicos na provisão dos bens e, consequentemente, sua capacidade de estimular a oferta. Por conta deste segundo efeito, os autores argumentam que gastos com investimento seriam mais benéficos para o agente privado, apesar dos resultados do modelo não serem conclusivos neste sentido.

[23] Este é o caso incorporado por Ganelli (2003).
[24] Resultados analogamente obtidos em nosso modelo.

3. MODELO

O capítulo anterior procurou salientar como as especificações dos modelos NOEM impactam significativamente sobre seus resultados de política, tanto do ponto de vista positivo quanto normativo. Como destacam Obstfeld & Rogoff (1995), ao comentar os resultados de política fiscal do modelo *redux,*

> "[O]bviously some of the precise positive implications of our model depend on the exact manner in which government spending enter it. The standard intertemporal approach admits a plethora of possibilities (government purchases can be used for investment, government consumption can be substitute for private consumption, etc.)." (pg. 652)

Além disto,

> "[…] welfare results are also sensitive to the way in which government spending affects private agents' utility. If government spending directly enters the utility function, and if the initial share of government consumption in total consumption is suboptimally low, a rise in Home government spending can raise Home Welfare." (OBSTFELD & ROGOFF, 1996, pg.706)

Fica evidente que para avaliar mais cuidadosamente implicações de política fiscal é necessário incorporar os gastos do governo de forma mais coerente com este propósito. Neste sentido, os impactos, particularmente os normativos, encontrados no modelo *redux* são muito sensíveis ao fato dos gastos do governo serem considerados "puro desperdício", como demonstrado em Ganelli (2003).

Além disto, como salientam Turnovski & Fisher (1995), "[a]t an analytical level, one can usefully distinguish between government expenditure which provides directly utility to households, on the one hand, and **government expenditure which raises the productive capacity of firms**, on the other." (pg. 749)

O primeiro caso é o apresentado em Ganelli (2003), ao incorporar gastos públicos potencialmente úteis para o agente, inserindo-o diretamente na função utilidade. Desta forma os gastos do governo alteraram as condições de ótimo no curto-prazo, considerando o gasto público como um substituto imperfeito do gasto privado.[25] O modelo que sugerimos neste capítulo incorpora a assunção de que os gastos do governo ao reduzirem o consumo privado, tem em contrapartida, a capacidade de reduzir a desutilidade do trabalho para a produção de uma unidade

[25] Chamado pelo autor de *crowding-out*. Ver seção 2.2.

de produto, reduzindo o esforço para produzir. Como se percebe este caso alinha-se a segunda possibilidade sugerida por Turnovski e Fisher (1995).

O modelo segue de forma muito próxima o modelo *redux*. A organização do trabalho e os métodos de resolução seguem a mesma sistemática sugerida em Obstfeld e Rogoff (1995, 1996). Como em Ganelli (2003), o modelo *redux* pode ser considerado um caso particular do modelo aqui apresentado, como ficara claro no texto.

3.1. EQUAÇÕES DE PARTIDA: PREFERÊNCIAS, TECNOLOGIA E ESTRUTURA DE MERCADO

Apresenta-se neste Capítulo um modelo de equilíbrio geral, num contexto de expectativas racionais e informação perfeita. Assume-se que economia é composta por dois países: *Home (H) e Foreign (F).* Os agentes que residem nesta economia são "*yeoman farmers*"[26] indexados por $z \in [0,1]$. Desta forma, as variáveis podem ser interpretadas em termos *per-capita*. A parcela $[0, n]$ da população vive no país H, enquanto $(n, 1]$ habita em F. Cada consumidor-produtor produz um único bem perecível e diferenciado, sendo este agente seu único ofertante. Desta forma, os próprios indivíduos são o *lócus* do poder de monopólio. Considera-se que o agente representativo vive infinitamente e tem suas preferências expressas conforme a função utilidade U_t:

$$U_t = \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left[logC_s + \chi log\left(\frac{M_s}{P_s}\right) - \frac{k}{2} y_s(z)^2 \right] \qquad (1)$$

Onde: $\beta \in [0,1]$ representa um fator de desconto; C_t é a cesta de consumo; M_t é o saldo nominal de moeda retido pelo agente; P_t é o índice de preços; χ é um parâmetro positivo; k é uma função positiva dos gastos do governo (explicada a frente) e $y_t(z)$ é o produto produzido pelo indivíduo z. Os agentes considerados possuem preferências simétricas, não apenas dentro de cada país, mas também entre os países considerados, o que permite-nos trabalhar com um agente representativo de cada país. Todas as variáveis relativas ao país F são indexadas por asteriscos.

[26] Produtores-consumidores.

Como se observa da equação (1) cada agente toma decisões considerando suas preferências sobre uma cesta de consumo, a retenção de saldos reais de moeda[27] e a desutilidade do trabalho para a produção de uma unidade de produto. O último argumento da função utilidade representa a desutilidade do trabalho. Este componente é muito importante, pois esta não é uma economia de "*endowment*"[28]. Como a oferta de trabalho é elástica (implicitamente se supõe que existe capacidade ociosa na economia), o produto é determinado endogenamente, derivado das condições de ótimo da maximização da função utilidade.

> "An unusual, but clever, feature of the *redux* model is the way that the supply side is formulated. Output of good z, which is given by $y_t(z)$, is produced by households who only use labor in production, Instead of specifying a production function explicitly, production is assumed to be negatively related to leisure and capital is implicitly assumed to be fixed, and so is omitted entirely. As a result, neither work nor leisure is included explicitly." (WICKENS, 2008, pg.336)

Mantendo esta característica geral, o modelo aqui apresentado se diferencia com relação ao modelo *redux* na medida em que os gastos do governo podem influenciar na magnitude do parâmetro[29] k. Formalmente vamos assumir que:

$$dk = \frac{k_t - k_0}{k_0} = \gamma \frac{dG_t}{\bar{C}_0} \qquad (2)$$

Assume-se que a taxa de variação em k em relação ao seu valor inicial (*steady state*), desenvolvido a frente, é dada pelo produto de um fator exógeno de "eficiência dos gastos públicos" na provisão de bens públicos $\gamma \in [0, -1]$ e do choque de política fiscal $\frac{dG_t}{\bar{C}_0}$.[30] Quando este índice γ é igual a 0 os gastos do governo não geram qualquer efeito sobre k, representando o caso do *redux*, onde o gasto público é "puro desperdício". Quando este fator corresponde a -1, significa que os gastos do governo são plenamente úteis. Quanto menor o valor de γ (quanto mais próximo de -1), menos trabalho será necessário para produzir uma unidade adicional de produto. Em suma, consideramos que os gastos públicos ponderados pela

[27] Os saldos reais de moeda são incorporados no formato "Money-in utility". Ver Walsh (2003) cap. 2.
[28] Utilizamos este termo aqui no sentido de que o produto não é exógeno, mas determinado endogenamente no modelo.
[29] No *redux* é um parâmetro exógeno.
[30] $\bar{C}_0$ é a consumo no *steady state* simétrico. Ver a frente.

capacidade do governo de prover bens públicos[31] γ reduzem a desutilidade do trabalho. Em suma, a forma como modelamos o choque fiscal tem também repercussão sobre o lado da oferta.

A cesta de consumo do agente no país H é dada por uma função elasticidade de substituição constante no formato Dixit-Stiglitz:

$$C_t = \left[\int_0^1 c(z)^{(\theta-1)/\theta} dz\right]^{\theta/(\theta-1)} \qquad (3)$$

Onde $c(z)$ representa o consumo de um dado bem z e θ é um parâmetro exógeno que determina o grau de concorrência da economia. Quando $\theta \rightarrow \infty$ o mercado tende a concorrência perfeita. Impõe-se a condição de que $\theta > 1$, pois a receita marginal seria negativa quando a elasticidade da demanda é menor que um. Impondo-se esta condição, pode-se garantir a solução interior do modelo com um nível positivo de produto. Quanto mais θ aproxima-se de 1 maior é o poder de mercado da economia.

Com base nesta cesta de consumo, pode-se obter um índice de preços do consumidor. Formalmente este índice é obtido através da maximização do consumo sujeito a um dado nível de renda[32]. O índice de preços do consumidor P_t é dada por[33]:

$$P_t = \left[\int_0^1 p(z)^{(1-\theta)} dz\right]^{1/(1-\theta)} \quad (4)$$

Nesta equação, $p(z)$ representa o preço do bem z. Considera-se que não há qualquer impedimento ao comércio, sendo válida a lei do preço único (LPU):

$$p(z) = Ep^*(z) \qquad (5)$$

Esta relação diz que o preço de um bem z é igual em quaisquer dois países. A taxa de câmbio nominal E expressa o preço da moeda do país F em unidades monetárias de H. Utilizando esta condição o índice de preços pode ser reescrito como,

$$P_t = \left[\int_0^n p(z)^{(1-\theta)} dz \int_n^1 [Ep^*(z)]^{(1-\theta)} dz\right]^{1/(1-\theta)}$$

[31] Na linha do discutido na seção 2.3. Para mais detalhes ver Musgrave & Musgrave (1981).
[32] Ou pode ser obtido por seu problema dual, ou seja, pela minimização do dispêndio sujeito ao consumo de 1 unidade da cesta composta C_t.
[33] Ver apêndice 1.

O índice de preços se compõe de uma parcela [0,n] de bens que produzidos domesticamente e dos (n,1] bens importados do país F. Uma implicação muito importante da lei do preço único é que, como consideramos preferências idênticas entre os dois países, é possível demonstrar a validade da Paridade do Poder de Compra (PPC), ou seja[34]:

$$P_t = EP_t^* \qquad (6)$$

Note que a taxa de cambio nominal se ajusta de forma a manter a relação de igualdade entre os índices de preços. É de suma relevância mencionar que a paridade do poder de compra é válida para os preços dos consumidores, mas não necessariamente para o deflator do produto. Cada país produz tipos específicos de bens e isto possibilita alterações dos termos de troca, na medida em que estes dois índices divergem.

Há um mercado de capitais mundial integrado, sendo o único ativo negociado um título real B_t denominado em termos da cesta de consumo do agente representativo. Um residente não retém moeda estrangeira, mas apenas títulos do outro país e moeda doméstica como forma de alocar sua riqueza. Como já comentado, os agentes dentro de cada país são simétricos, sendo caracterizados pelas mesmas preferências e restrições. Pode-se assim, sem perda de generalidade, agregar as equações e considerar um agente representativo nas análises subsequentes.[35] A restrição orçamentária do agente representativo doméstico é dada por:

$$P_t B_t + M_t = P_t(1 + r_{t-1})B_{t-1} + M_{t-1} + p_t(z)y_t(z) - P_t C_t - P_t T_t \qquad (7)$$

Onde B_t é o estoque de títulos retidos ao entrar no período t+1; r_{t-1} é taxa de juros real entre t e t-1; e T_t são os tributos pagos ao governo no período t. As variáveis com subscrito t-1 são interpretadas como o estoque de ativos ao iniciar o período t. Durante um dado período t o agente aufere um fluxo de renda do trabalho $p_t(z)y_t(z)$ e é tributado em $P_t T_t$. Parte da renda disponível é consumida e o restante alocado sobre a forma de títulos e moeda que se incorporam aos estoques (títulos e moeda) do início do período anterior.

[34] Ver apêndice 2.
[35] Este ponto facilita muito a resolução do modelo. Ver Obstfeld & Rogoff (1996).

Assume-se a hipótese simplificadora de que as compras do governo têm a mesma composição que o consumo privado[36]. Ou seja,

$$G_t = \left[\int_0^1 g(z)^{\frac{(\theta-1)}{\theta}} dz\right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \qquad (8)$$

Portanto o grau de substitubilidade entre quaisquer dois bens (representado pelo θ) é o mesmo do consumo privado. Desta forma, não está sendo considerado qualquer tipo de *home-bias* na alocação dos gastos do governo. A demanda do governo pode ser adicionada a demanda privada, recaindo sobre os dois países. Note, por outro lado, que o financiamento dos gastos recai somente sobre o país que implementa o aumento de gastos.

Considera-se válida a hipótese da equivalência ricardiana neste modelo, sendo todos os gastos do setor público financiados pelas taxas *lump-sum* T_t e senhoriagem $\frac{\Delta M_t}{P_t}$:

$$G_t = T_t + \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} \qquad (9)$$

A demanda privada em H por um bem z é dada pela maximização do consumo sujeita a um dado nível de renda. Esta demanda é dada por[37]:

$$y_t^p(z) = \left[\frac{p_t(z)}{P_t}\right]^{-\theta} C_t \qquad (10)$$

De forma análoga, a demanda em F por este mesmo bem z é dada por[38]:

$$y_t^{p*}(z) = \left[\frac{p_t(z)}{P_t}\right]^{-\theta} C_t^{\,*} \qquad (11)$$

As demandas privadas em H e F podem ser adicionadas. O mesmo procedimento pode ser realizado para a demanda pública, de modo que a demanda mundial por um bem z é dada por:

[36] Esta poderia ser outra hipótese interessante a ser quebrada no *redux*, na medida em que os gastos do governo tendem a ser muito mais rígidos comparativamente ao setor privado.
[37] Ver apêndice 3.
[38] Aqui foram utilizadas as hipóteses de LPU e de PPC para converter preços e o índice de preços para uma mesma unidade.

$$y_t(z) = \left[\frac{p_t(z)}{P_t}\right]^{-\theta} (C_t^w + G_t^w) \qquad (12)$$

Cada consumidor-produtor tem uma curva de demanda com elasticidade de substituição constante pelo seu produto conforme (12), onde C^Wé o consumo agregado privado mundial, definido como:

$$C_t^w = nC_t + (1-n)C_t^* \qquad (13)$$

E G^W é o agregado mundial dos gastos do governo, definido como:

$$G_t^w = nG_t + (1-n)G_t^* \qquad (14)$$

O produtor do bem z tem uma curva de demanda negativamente inclinada pelo seu produto, que depende dos preços relativos, como evidencia a equação (12). As equações (1) – (14), são as equações de partida do modelo. Por meio destas, as preferências, a tecnologia e a estrutura de mercado estão rigorosamente definidas. A única alteração em relação ao modelo *redux,* é a assunção de que os gastos públicos não são puro desperdício, mas podem influenciar na utilidade dos agentes como referido na equação (2), na medida em que podem reduzir a desutilidade do trabalho (influenciando a oferta via mudanças em k).

3.2. MAXIMIZAÇÃO INDIVIDUAL

Podemos definir a taxa de juros nominal i_t no período t como sendo,

$$(1+i_t) = \frac{P_{t+1}}{P_t}(1+r_t) \qquad (15)$$

Como há equidade entre as taxas de juros reais entre os dois países e a PPC está vigorando, pode-se demonstrar que é atendida a paridade descoberta dos juros no modelo[39],

$$(1+i_t) = \frac{E_{t+1}}{E_t}(1+i_t^*)$$

De modo a explicitar as decisões ótimas dos agentes representativos, deve-se utilizar a equação (12) para eliminar $p(z)$ da restrição orçamentária (7) e

[39] Ver apêndice 4.

maximizar a função objetivo (1) sujeito àquela restrição.[40] As condições de primeira ordem são dadas por[41]:

$$C_{t+1} = \beta(1 + r_t)C_t \qquad (16)$$

$$C_{t+1}^* = \beta(1 + r_t)C_t^* \qquad (17)$$

$$\frac{M_t}{P_t} = \left[\chi C_t \left(\frac{1 + i_t}{i_t}\right)\right] \qquad (18)$$

$$\frac{M_t^*}{P_t^*} = \left[\chi C_t^* \left(\frac{1 + i_t^*}{i_t^*}\right)\right] \qquad (19)$$

$$y_t(z)^{(\theta+1)/\theta} = \left(\frac{\theta - 1}{\theta k}\right) C_t^{-1}(C_t^W + G_t^W)^{1/\theta} \qquad (20)$$

$$y_t^*(z)^{(\theta+1)/\theta} = \left(\frac{\theta - 1}{\theta k}\right) C_t^{*-1}(C_t^W + G_t^W)^{1/\theta} \qquad (21)$$

Portanto, dada a restrição e a função utilidade, os agentes, respectivamente residentes em H e F, definem um nível de consumo, saldos reais de moeda e quantidade a ser produzida. O nível de consumo é determinado pelas equações de Euler (16) e (17), quando a elasticidade intertemporal do consumo é igual a unidade. A decisão intertemporal do agente é caracterizada inteiramente pela cesta de consumo e pela taxa de juros reais.

Os saldos reais de moeda retidos pelos agentes são determinados em (18) e (19). Estas equações determinam a quantidade ótima de retenção de moeda pelo agente, de modo a equalizar a utilidade marginal do consumo privado com a utilidade marginal de reter saldos reais (mediado pela taxa de juros nominal). Os agentes devem ser indiferentes entre consumir uma unidade de produto em t ou usar o saldo de moeda retido convertendo o consumo presente em consumo no período t+1. Qualquer redução na utilidade marginal do consumo levara os agentes a realocar suas decisões de modo a reter mais moeda. Este comportamento derivado das preferências do agente tem impacto fundamental sobre o ajuste das taxas de câmbio. Como fica evidenciado, a demanda por moeda depende do consumo e não da renda.[42]

---

[40] Ver apêndice 5.
[41] Ver apêndice 6.
[42] No modelo Mundell-Fleming esta demanda por moeda depende do nível de renda. Os Impactos disto sobre o cambio são opostos ao que ocorre no Mundell-Fleming. Ver final da seção 4.1.2.

As equações (20) e (21) são derivadas do *trade-off* renda-lazer, determinando assim, a oferta de produto ótima do bem z. Esta expressão equaliza a desutilidade marginal de consumir uma unidade adicional do produto, implicitamente o lazer desperdiçado, a utilidade marginal da unidade adicional de da renda que permite ao agente consumir mais.

Fica evidente a importância do parâmetro θ neste modelo. Quanto maior o grau de monopólio (menor o θ), mais produto o agente é estimulado a ofertar. Menos trabalho é necessário para aumentar a renda proveniente desta oferta adicional de produto, na medida que maior é a capacidade de apropriar de renda quanto maior o *mark-up*. Adicionalmente, o parâmetro k assume relevância no mesmo sentido. Quanto menor for k maior o estimulo para ampliar a oferta.

3.3. *STEADY STATE* SIMÉTRICO

Como a precificação é determinada por um agente com poder de mercado e o produto é endógeno, o modelo não apresenta uma solução fechada simples para as trajetórias das variáveis exógenas. A intuição do modelo é muito mais simples quando se examina uma forma linearizada. Para isto, primeiramente se estabelece um *steady state* simétrico considerando preços flexíveis, em torno do qual se pode proceder a linearização. (OBSTFELD & ROGOFF, pg. 667, 1996)

As variáveis em *steady state* são denotadas com barras. Genericamente qualquer variável X é denotada $\bar{X}$. Considera-se que todas as variáveis exógenas são constantes no *steady state*. Isto implica num consumo constante neste *steady state* inicial, sendo a taxa de juros de equilíbrio $\bar{r}$ determinada pela equação de Euler.[43]

$$\bar{r} = \frac{1-\beta}{\beta} \qquad (22)$$

Em cada período deve ser atendida uma condição de equilíbrio geral no mercado de bens mundial. Formalmente esta condição é obtida utilizando a restrição orçamentária de H e F e a restrição do governo nos dois países.[44] Para H, temos

[43] Ver apêndice 7.
[44] Ver apêndice 8.

$$C_t = (1 + r_t)B_{t-1} - B_t + \frac{p_t(h)y_t(h)}{P_t} - G_t \qquad (23)$$

Para o país F, temos

$$C_t^* = (1 + r_t)B_{t-1}^* - B_t^* + + \frac{p_t^*(f)y_t^*(f)}{P_t^*} - G_t^* \qquad (24)$$

Adicionando estas equações ponderadas pelo respectivo tamanho de cada país e utilizando a identidade $nB_t + (1-n)B_t^* = 0$, chega-se a equação:

$$C_t^w = n\frac{p_t(h)y_t}{P_t} + (1-n)\frac{p_t^*(f)y_t^*}{P_t^*} - G_t^w = y_t^w - G_t^w \quad (25)$$

Onde y_te y_t^* são o produto de H e F respectivamente. $p_t(h)$ e $p_t^*(f)$ são os preços de um típico bem produzido em H e em F. Como os produtores são simétricos podemos interpretá-lo como uma deflator do produto neste modelo. Como esta condição sempre vigora (é válida para qualquer t), também deve ser válida no *steady state.* Em termos globais, a cada período o consumo (publico e privado) se iguala a renda real. Em cada país, no entanto, pode haver mudanças nos ativos externos, contraindo-se empréstimos para financiar o consumo em alguns períodos. Assim, em alguns períodos pode ocorrer de consumo e gastos do governo serem maiores que a renda, como se observa de (23) e (24).

Esta mudança no estoque de ativos é um dos mais importantes tópicos em estudos de economias abertas, dado a capacidade de os agentes consumirem acima de sua renda por alguns períodos. De qualquer forma, no longo prazo, a restrição intertemporal requer que os gastos com consumo sejam iguais ao pagamento líquido de juros mais o produto real menos os gastos do governo. Partindo de (23) e (24), o consumo de *steady state* nos dois países é[45]:

$$\bar{C} = \bar{r}\bar{B} + \frac{\bar{p}(h)\bar{y}}{\bar{P}} - \bar{G} \qquad (26)$$
$$\bar{C}^* = \bar{r}\left(\frac{n}{1-n}\right)\bar{B} + \frac{\bar{p}^*(h)\bar{y}^*}{\bar{P}^*} - \bar{G}^* \qquad (27)$$

Onde em (26) se usou novamente a identidade $nB_t + (1-n)B_t^* = 0$. Esta é a condição de que em termos globais os passivos externos dos dois países devem somar zero (*Asset clearing condition*). A solução fechada pode ser encontrada ao se estabelecer que inicialmente o passivo externo e que os gastos *per capita* do

[45] Ver apêndice 9.

governo em ambos países são iguais a zero.[46] (OBSTFELD & ROGOFF, 1995) Estes autores defendem a adoção deste procedimento que, posteriormente, foi amplamente adotado na literatura NOEM. Este *steady state* inicial simétrico é representado pela notação $\bar{X}_0$. Neste caso, formalmente assumimos que $\bar{B}_0 = \bar{B}_0^* = \bar{G}_0 = \bar{G}_0^* = 0$ e, portanto, utilizando (26) e (27), chegamos a

$$\bar{C}_0 = \frac{\bar{p}_0(h)\bar{y}_0}{\bar{P}_0} \quad e \;\; \bar{C}_0^* = \frac{\bar{p}_0^*(f)\bar{y}_0^*}{\bar{P}_0^*}$$

Neste caso, o equilíbrio é completamente simétrico entre os dois países. Para um mesmo nível inicial de riqueza (por isso as hipóteses sobre os ativos externos e os gastos públicos) os agentes, sujeitos as mesmas restrições, estabelecem os mesmos preços e o mesmo produto. Desta forma $\frac{\bar{p}_0(h)}{\bar{P}_0} = \frac{\bar{p}_0^*(f)}{\bar{P}_0^*} = 1$. Portanto, o índice de preços do consumidor e o deflator do PIB são iguais neste caso particular. Além disto $\bar{C}_0 = \bar{y}_0$ e $\bar{C}_0^* = \bar{y}_0^*$, ou seja, neste equilíbrio toda a renda é consumida.

O produto *per capita* e a demanda por moeda são dados, respectivamente, por[47]:

$$\bar{y}_0 = \bar{y}_0^* = \left(\frac{\theta - 1}{\theta k}\right)^{1/2} \qquad (28)$$

$$\frac{\bar{M}_0}{\bar{P}_0} = \frac{\bar{M}_0^*}{\bar{P}_0^*} = \left(\frac{1-\beta}{\chi}\right)^{-1} \bar{y}_0 \qquad (29)$$

$$\bar{y}_0 = \bar{y}_0^* = \bar{C}_0 = \bar{C}_0^* = \bar{C}_0^w$$

A equação (28) evidencia que o poder de mercado coloca o produto abaixo do seu nível de equilíbrio competitivo, que seria um equilíbrio ótimo. Quanto maior for θ, mais a economia se aproxima da concorrência perfeita, maior é o produto e menor a perda de bem-estar. É importante destacar que para o cálculo deste *steady state* assume-se k como um parâmetro constante, dado que os gastos públicos são iguais a zero inicialmente. Ao se proceder a log-linerização (ver próxima seção) assume-se que k varia de acordo com os gastos do governo, conforme já especificado na equação (2).

[46] Ver seção 2 de Obstfeld & Rogoff (1995).
[47] Ver apêndice 10.

3.4. LOG-LINEARIZAÇÃO

O passo seguinte é proceder a "log-linearização" do modelo. Desta forma, as políticas fiscais e seus impactos sobre as variáveis relevantes podem ser avaliadas. As equações representadas abaixo são log-linearizadas[48] em torno do *steady state* simétrico, adotado como *baseline*. Empregamos a seguinte convenção $\hat{X}_t \equiv \frac{dX_t}{\bar{X}_0}$ para qualquer variável X. As equações são:

(i) Paridade do poder de compra:

$$\hat{E}_t = \hat{P}_t - \hat{P}_t^* \qquad (30)$$

(ii) Índices de preços

$$\hat{P}_t = n\hat{p}_t(h) + (1-n)\left[\hat{E}_t + \hat{p}_t^*(f)\right] \qquad (31)$$

$$\hat{P}_t^* = n\left[\hat{p}_t(h) - \hat{E}_t\right] + (1-n)[\hat{p}_t^*(f)] \qquad (32)$$

(iii) Demanda por um bem z

$$\hat{y}_t = \theta\left[\hat{P}_t - \hat{p}_t(h)\right] + \hat{C}_t^w + \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (33)$$

$$\hat{y}_t^* = \theta\left[\hat{P}_t^* - \hat{p}_t^*(f)\right] + \hat{C}_t^w + \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (34)$$

(iv) Condição de equilíbrio global do mercado de bens

$$\hat{C}_t^w = \hat{y}_t^w - \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} = n\left[\hat{p}_t(h) + \hat{y}_t - \hat{P}_t\right] + (1-n)\left[\hat{p}_t^*(f) + \hat{y}_t^* - \hat{P}_t^*\right] - \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (35)$$

(v) Condição de oferta

$$(\theta+1)\hat{y}_t = \hat{C}_t^w + \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} - \theta\hat{C}_t - \theta\gamma\frac{dG_t}{\bar{C}_0^w} \qquad (36)$$

$$(\theta+1)\hat{y}_t^* = \hat{C}_t^w + \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} - \theta\hat{C}_t^* - \theta\gamma\frac{dG_t^*}{\bar{C}_0^w} \qquad (37)$$

(vi) Consumo

$$\hat{C}_{t+1} = \hat{C}_t + (1-\beta)\hat{r}_t \qquad (38)$$

$$\hat{C}_{t+1}^* = \hat{C}_t^* + (1-\beta)\hat{r}_t \qquad (39)$$

(vii) Demanda por moeda

$$\hat{M}_t - \hat{P}_t = \hat{C}_t - \beta\left(\hat{r}_t + \frac{\hat{P}_{t+1} - \hat{P}_t}{1-\beta}\right) \qquad (40)$$

[48] Ver apêndice 11.

$$\widehat{M}_t^* - \hat{P}_t^* = \hat{C}_t^* - \beta\left(\hat{r}_t + \frac{\hat{P}_{t+1}^* - \hat{P}_t^*}{1-\beta}\right) \quad (41)$$

Deve-se observar que, como no *steady state* simétrico os gastos do governo e os passivos externos eram iguais a zero. Os desvios em relacionados a estas variáveis serão representadas em termos de variações com relação ao nível de consumo mundial de *steady state*, conforme a notação $\frac{dG_t}{\bar{C}_0^w}$ e $\frac{dB_t}{\bar{C}_0^w}$. Desta forma, optamos pelo procedimento mais comum na literatura NOEM normalizando em torno do consumo agregado mundial. Os mesmos resultados seriam obtidos se fosse realizada a normalização utilizando a renda.

É muito importante salientar que ao apresentarmos a equação (2) utilizamos a notação $\frac{dG_t}{\bar{C}_0}$, ou seja, em relação ao consumo doméstico. Entretanto, como no *steady state* inicial temos $\bar{C}_0 = \bar{C}_0^* = \bar{C}_0^w$ procedemos a log linearização em termos do *baseline* $\bar{C}_0^w$, sem nenhuma perda.

O último passo para resolver o modelo, comparando posições de *steady state*[49], antes e depois de realizar um choque, é usar a restrição orçamentária que está implícita em (26) e (27). A notação $\hat{\hat{X}}$ denota a mudança com relação ao *steady state* simétrico inicial para outra posição de *steady state* após o choque de política fiscal. Linearizando estas duas equações e considerando neste novo *steady state*[50]

$$\hat{\hat{C}} = \bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} + \hat{\hat{p}}(h) - \hat{\hat{y}} - \hat{\hat{P}} - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} \qquad (42)$$

$$\hat{\hat{C}}^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} + \hat{\hat{p}}^*(h) - \hat{\hat{y}}^* - \hat{\hat{P}}^* - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} \qquad (43)$$

Estas duas equações consideradas conjuntamente com $(31) - (35)$[51] vigoram entre *steady states* formando um sistema com 7 equações e 7 incógnitas: $\hat{\hat{C}}, \hat{\hat{C}}^*, \hat{\hat{C}}^w$, $\hat{\hat{y}}^*, \hat{\hat{y}}, \hat{\hat{p}}(h) - \hat{\hat{P}}, \hat{\hat{p}}^*(h) - \hat{\hat{P}}^*$.

[49] Ver seção 4.1.1.
[50] Ver demonstração da relação (iii) no apêndice 11.2.
[51] As equações $(31) - (35)$ vigoram em todos os períodos t e no *steady state*.

4. CHOQUES DE POLÍTICA FISCAL

Como reiteradamente destacado um traço característico da literatura NOEM são as análises dos choques de política econômica. Com preços rígidos no curto-prazo num contexto de concorrência imperfeita, justifica-se a adoção de medidas de política econômica para melhorar o bem-estar.[52] Adotando o mesmo procedimento que Obstfeld & Rogoff (1995) consideramos o curto prazo como o período onde os preços são rígidos, por definição $t = 1$. Para $t \geq 2$ os preços são flexíveis e a economia encontra-se em seus novos valores de steady state, após implementado o choque. Em sequência avaliamos os resultados positivos dos choques de política fiscal (seção 4.1). Na seção 4.2 analisamos os resultados normativos destas políticas.

4.1. ANÁLISES POSITIVAS

Os choques de política fiscal consideram inicialmente um ambiente com preços flexíveis (seção 4.1.1). Posteriormente a rigidez de preços (seção 4.1.2) é introduzida no modelo. Neste capítulo serão avaliados apenas choques de política fiscal permanentes, mas as fórmulas aqui apresentadas permitem a consideração também de choques temporários.

4.1.1. Choques de política fiscal com Preços flexíveis

Antes de iniciarmos a analise dos choques de política fiscal cabe um comentário sobre o método empregado. A resolução do modelo segue a metodologia desenvolvida por Aoki (1981) e empregada em Obstfeld & Rogoff (1995,1996) . Primeiramente o modelo é resolvido em termos de **diferenças entre as variáveis** dos dois países. Em termos genéricos, para qualquer variável x temos $(x - x^*)$. Em seguida, encontra-se o **agregado mundial ponderado pela população** de qualquer variável $x^w = nx + (1 - n)x^*$. Com estas duas expressões é

---

[52] Ver capítulo 2 para uma discussão deste ponto.

possível obter qualquer variável do modelo isoladamente, por meio da fórmula $x = x^w + (1-n)(x - x^*)$ para qualquer variável de H e $x^* = x^w - n(x - x^*)$ para qualquer variável de F.

Vamos analisar os impactos de uma expansão fiscal permanente num ambiente onde os preços são flexíveis e considerando todas as demais variáveis exógenas constantes. Como destacado por Wickens (2008, pg. 256), neste caso, o modelo está sempre em seus pontos de *steady-state*, garantido pelo ajuste imediato dos preços.[53] Como comentado anteriormente. este será caracterizado como o longo-prazo em nosso modelo.

Os resultados dos multiplicadores dos choques fiscais sobre as variáveis relevantes dependem dos parâmetros θ, que determina o grau de concorrência da economia, da capacidade do setor público de gerar externalidades positivas na produção γ, e do tamanho dos países H e F. A interação entre estes parâmetros é fundamental na resposta aos choques.

Consideramos inicialmente a resolução para os agregados mundiais (por somas ponderadas pelo tamanho da população) para as variáveis consumo e produto. Após algumas manipulações, chega-se as duas equações:

$$\hat{\hat{C}}^w = (\gamma + 1)\left[-\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (44)$$

$$\hat{\bar{y}}^w = (1 - \gamma)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (45)$$

Como se percebe de (45), um aumento permanente dos gastos do governo, independente do país que gerou o choque, estimula o incremento do produto mundial no *steady-state*. A magnitude da resposta varia de acordo com o parâmetro γ. Quanto mais γ tende a -1 maior é o estímulo a produção, pois maior é a capacidade dos gastos de estimular a oferta. Neste caso limite, a variação do produto é exatamente igual a variação dos gastos do governo (que varia entre ½ e 1). No extremo oposto temos o caso do modelo *redux,* onde $\gamma = 0$. Neste caso, a capacidade de incrementar a oferta não foi alterada pelo choque fiscal. O produto se amplia apenas como resposta ao choque de demanda oriundo da expansão fiscal,

[53] Todas as equações expostas aqui estão demonstradas no apêndice 11.

mas a resposta é, no entanto, menos que proporcional caso em que $\gamma \neq 0$ (é exatamente igual a ½ no caso do *redux*).

O aumento dos gastos em qualquer dos países aumenta a demanda em n para H e $1 - n$ para F. Como não há *home-bias* a demanda recai sobre os dois países de acordo com seu tamanho (sua participação inicial na demanda). Sendo assim, ambos países ampliam a oferta, mas o país que sofreu o choque incrementa em maior magnitude. Se $\gamma = 0$ ocorre apenas este efeito de demanda, caso do modelo *redux*. Temos ainda o efeito da expansão da capacidade de oferta que se adiciona a este se $-1 < \gamma < 0$. O aumento da produtividade permite que o agente também se beneficie da expansão fiscal em seu país, aumentando ainda mais sua oferta neste caso. É importante observar que os impactos são assimétricos em qualquer dos dois casos, mas é intensificado neste segundo caso, pois impacta apenas no país onde ocorreu o choque.

O consumo agregado, por outro lado, tem relação inversa com os gastos públicos. O aumento dos gastos leva a queda do consumo mundial como evidencia a equação (44). O parâmetro γ novamente é fundamental. Independente do valor assumido por γ, a redução do consumo é menos que proporcional ao aumento dos gastos (entre ½ e 0), pois o aumento da demanda proveniente dos gastos públicos força os agentes a trabalhar mais e reduzir seu consumo no país onde ocorreu o choque.

Quanto mais $\gamma \rightarrow -1$ menor é a redução do consumo e, no caso limite, o consumo permanece inalterado em termos globais. Quanto mais produtivo o choque fiscal menos o agente é forçado a reduzir seu consumo. Note que o termo θ foi cancelado na dedução das equações (44) e (45). Este parâmetro é essencial para determinar o impacto da política em cada país, como explicado logo à frente.

Analisando as equações (44) e (45) em conjunto, se evidencia que parte do aumento dos gastos é financiada por meio de um aumento na produção e parte com redução do consumo. No caso do *redux* o ônus divide-se igualmente entre a redução do consumo e a ampliação da oferta de produto. Agora o parâmetro γ pode alterar este padrão, no caso limite podendo toda a expansão do gasto público ser contrabalançada por um aumento do produto, mantendo o consumo inalterado em termos agregados.

Em cada país isoladamente é interessante analisar os multiplicadores do choque permanente de política fiscal sobre os níveis de consumo, produto e os termos de troca. Com preços flexíveis chega-se a seguinte equação para o consumo no novo *steady state* do país doméstico, após implementado o choque:

$$\hat{\bar{C}} = \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{(1-n+\theta)(1+\gamma)-2\theta\gamma(1-n)}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{(1-n)(1+\gamma-2\theta\gamma)}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} \quad (46)$$

No país F temos,

$$\hat{\bar{C}}^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{n(1-\gamma)}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{n+\theta-\gamma(n-\theta)}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} \quad (47)$$

Como de evidencia em (46) um aumento dos gastos no país F ($d\bar{G}^*$) aumenta o consumo privado de H, pois parte da expansão de gastos recai sobre os bens produzidos domesticamente estimulando $\hat{\bar{y}}$, sem que o país H incorra no ônus de financiar esta expansão. O efeito multiplicador deste gasto é diretamente proporcional ao tamanho do país estrangeiro $(1-n)$, pois maior é o incremento da demanda pelos bens produzidos em H. Por outro lado, a expansão fiscal em F tem multiplicador inversamente proporcional a θ.[54] Assim, quanto mais se aproxima da concorrência perfeita, menor tende a ser o impacto da expansão fiscal estrangeira sobre consumo de H. Quanto mais $\gamma \to -1$, maior o impacto positivo da política fiscal realizada em F sobre o consumo do país H.[55] Note, no entanto, que na medida em que o parâmetro γ assume este valor limite, θ vai influenciando cada vez menos a magnitude deste multiplicador, como evidencia a tabela abaixo.

Tabela 2 – Impactos de um choque fiscal em F sobre o consumo de H.

$\boldsymbol{\gamma/\theta}$	**2**	**5**	**10**
$\boldsymbol{\gamma = 0}$	0,125	0,05	0,025
$\boldsymbol{\gamma = -0,5}$	0,3125	0,275	0,2625
$\boldsymbol{\gamma = -1}$	0,5	0,5	0,5

Elaboração própria. Obs: assumindo $(1-n) = 0{,}5$

[54] Conforme comentado em concorrência perfeita $\theta \to \infty$.
[55] No limite ele independe de θ.

Quando ocorre uma expansão domestica dos gastos $(d\bar{G})$ o efeito multiplicador é negativo, reduzindo-se o consumo neste país. Como apenas este país financia o gasto o agente tem menor renda disponível e consome menos. Assim, como no caso de um choque em F, este multiplicador é proporcional ao tamanho do país estrangeiro $(1-n)$. Quanto maior θ menor será a redução do consumo decorrente do choque. Para um dado poder de monopólio, quanto mais $\gamma \rightarrow -1$ menor será a redução do consumo do agente residente em H.

Tabela 3 – Impactos de um choque fiscal em H sobre o consumo de H.

$\boldsymbol{\gamma/\theta}$	**2**	**5**	**10**
$\boldsymbol{\gamma = 0}$	0,625	0,55	0,525
$\boldsymbol{\gamma = -0,5}$	0,5625	0,525	0,5125
$\boldsymbol{\gamma = -1}$	0,5	0,5	0,5

Elaboração própria. Obs: assumindo $(1-n) = 0{,}5$

De acordo com (44), em termos agregados apenas γ tem relevância na alteração do consumo, mas não θ. É importante observar a simetria do resultado. Uma expansão de F em H tem o mesmo multiplicador que a expansão de H sobre F. Ao somar os efeitos para cada parametrização das tabelas acima se observa que quando $\gamma \rightarrow 0$, o consumo mundial se reduz em 1/2. Se $\gamma \rightarrow -0{,}5$, o consumo mundial cai em apenas ¼ e se $\gamma \rightarrow -1$ o consumo permanece inalterado, como já explicito em (44). Agora, note a importância de θ na composição destes efeitos entre os países. A imperfeição de mercado condiciona a resposta ótima do consumidor-produtor.

Um traço interessante deste modelo é que o exercício clássico do modelo Mundell-Fleming, assumindo uma pequena economia, pode ser realizado.[56] O que percebe-se ao se considerar os efeitos de choques neste caso, seja doméstico ou estrangeiro sobre as variáveis de H, é que os resultados encontrados são mais intensos que os da tabela 2 e 3. Note que ambos multiplicadores são diretamente proporcionais ao tamanho do país estrangeiro.

No caso do produto, temos o seguinte:

[56] Neste caso consideramos que $n \rightarrow 0$.

$$\hat{\hat{y}} = -\frac{\theta}{\theta+1}\hat{\hat{C}} + \frac{1}{2}\left(\frac{-2\theta\gamma+1-\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}}\right] - \frac{\theta}{\theta+1}(1-n)\gamma\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^{w}} - \frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^{w}}\right] \quad (48)$$

Como evidencia (48) o produto em H aumenta de forma inversamente proporcional a redução do consumo ao se implementar um choque fiscal neste mesmo país. Além disto, independentemente de onde ocorreu o choque de política fiscal $(d\bar{G}^{w})$ ocorre um aumento de demanda que estimula o produto.[57] Além disto temos o impacto da oferta, expresso por meio de γ. De acordo com a ultima parcela de (48) temos um efeito diferencial decorrente do aumento de produtividade. Ao se implementar um choque fiscal em H o produto também aumenta quanto mais $\gamma \rightarrow -1$. Se $\gamma = 0$, temos novamente o caso do modelo *redux*. Neste caso, apenas os efeitos do incremento da demanda agregada influenciam na decisão de oferta do agente.[58]

Com relação aos termos de troca, chega-se a seguinte expressão

$$\hat{\hat{p}}(h) - \hat{\hat{E}} - \hat{\hat{p}}^{*}(f) = \left(\frac{1}{2\theta}\right)\left(\frac{1}{1-n}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^{w}} - \left(\frac{1-\gamma}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^{w}} - \frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^{w}}\right] \quad (49)$$

Um aumento dos gastos domésticos leva a uma deterioração permanente dos termos de troca independentemente do valor de γ. Por outro lado, o país se beneficia de uma expansão fiscal de F. A expansão fiscal leva o país onde ocorre o choque a expandir sua oferta, que consequentemente, gera uma deterioração dos termos de troca deste mesmo país. Na medida em que $\gamma \rightarrow -1$, a deterioração dos termos de troca é ainda maior no caso de uma expansão fiscal doméstica, pois maior é o estimulo a oferta. Note que o parâmetro γ apenas influencia a produtividade do país onde ocorreu o choque. Assim, o país onde foi realizado o choque também é fundamental aqui, assim como no produto. Como ocorria no redux, a modificação dos termos de troca independe do tamanho relativo de cada país, como se observa de (49).

Por último, é importante observar que quanto mais a economia tende a concorrência perfeita, menor será a deterioração dos termos de troca. O país pode aumentar sua oferta gerando pouco impacto sobre os preços. Para um mesmo parâmetro θ, quanto mais eficiente os gastos públicos maior a deterioração dos

[57] O mesmo ocorre no país F.
[58] A ultima parcela de (48) anula-se.

termos de troca. O agente do país onde ocorreu o choque é estimulado a ofertar mais e consequentemente reduzira seus preços. Portanto, avaliando em termos dos termos de troca, será interessante para um país com algum grau de gasto público eficiente realizar um choque de política quanto mais competitivo o contexto econômico.

Cabe comentar um traço fundamental do modelo. Entre *steady states* a taxa de juros real é constante e determinada pelas equações de Euler.[59] Considera-se a inflação igual a zero entre *steady states*. Utilizando isto e as versões linearizadas da demanda por moeda, chega-se a equação,

$$\hat{\hat{P}} = \hat{\hat{M}} - \hat{\hat{C}} \quad (50)$$

Um aumento da oferta de moeda, por exemplo, não gera qualquer impacto real. Considerando preços flexíveis, nenhuma variável nominal influencia nas variáveis reais do modelo. Isto evidencia a importância de introduzir preços rígidos no modelo, ponto que vai gerar uma dinâmica distinta ao se implementar políticas econômicas no curto prazo. (WALSH, 2003, pg.273) Ainda assim, mesmo sob a hipótese de equivalência ricardiana assumida no modelo e preços flexíveis, os impactos de política fiscal sobre as variáveis econômicas são bastante sensíveis.

4.1.2. Choques de Política fiscal com Preços Rígidos no curto prazo

Antes de proceder à análise propriamente dita é necessário introduzir a rigidez nos preços, o que impacta algumas equações do modelo apresentado até aqui. A rigidez nominal é introduzida de modo que os preços são definidos *ex ante* e só podem ser ajustados após o termino do primeiro período. Este período onde os preços não se ajustam aos choques é definido como o curto-prazo. Adota-se a hipótese de que os preços são determinados pelo produtor e são rígidos em termos de sua moeda. Esta hipótese é conhecida como "Producer Currency Price" (PCP). Formalmente se estabelece que $\hat{p}(h) = \hat{p}^*(f) = 0$, sendo $p(h)$o preço determinado *ex ante* pelo produtor em H e $p^*(f)$ o preço determinado *ex ante* em F.[60]

Como foi mencionado, com preços flexíveis a economia está sempre em seu valor de *steady state*. No entanto, se assumimos que os preços são rígidos no curto-

[59] Como demonstrado na equação (21).
[60] Neste modelo não há *overshooting* da taxa de cambio, como em Dornbusch (1976). Este ponto está intimamente relacionado a hipótese de PCP.

prazo é mais lucrativo aumentar o produto devido ao incremento de demanda não esperada que ajustar preços, considerando um choque suficientemente pequeno. Ao se adotar esta hipótese o comportamento de curto-prazo dos preços e da oferta se modifica, implicando em modificações na taxa de câmbio, transações correntes e demais variáveis.

O produto torna-se determinado pela demanda no curto-prazo. Desta forma, as equações de oferta que igualam custo marginal a receita marginal [equações (36) e (37)] não precisam mais vigorar. O produto só é restrito pelas equações de demanda (33) e (34). Embora os preços sejam fixos na moeda do produtor, o preço externo de um bem z e o índice de preços se modifica quando o câmbio se altera. Isto causa alterações nos preços, mesmo no curto-prazo. Assumindo a hipótese de que $\hat{p}(h) = 0$ a equação (31) torna-se[61]:

$$\hat{P} = (1 - n)\hat{E} \qquad (51)$$

Assumindo a hipótese de $\hat{p}^*(f) = 0$ a equação (32), que determina a variação do índice de preços no país F, torna-se,

$$\hat{P}^* = -n\hat{E} \qquad (52)$$

Os índices de preços ainda se alteram no curto-prazo, mesmo sob a hipótese de rigidez. No entanto, a variação de preços no curto prazo ocorre estritamente via alterações da taxa de câmbio. O tamanho de cada país também é de suma relevância, na medida em que, determina a participação do componente importado em cada índice de preços. O efeito *pass-through* sobre H é dependente do tamanho de F, pois este é o componente importado do índice de preços doméstico.

A equação (33), que determina a demanda, é encontrada assumindo $\hat{p}(h) = 0$ e utilizando a expressão (51) para o índice de preços,

$$\hat{y} = \theta\left[(1 - n)\hat{E}\right] + \hat{C}^w + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (53)$$

No caso de F, Substituindo (52) e $\hat{p}^*(f) = 0$ em (34)

$$\hat{y}^* = -\theta nE + \hat{C}^w + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (54)$$

[61] Estas novas equações considerando preços rígidos são descritas no apêndice 12.

As equações (53) e (54) expressam as variações na demanda que determinam o produto em $t = 1$ (curto-prazo). A variação do produto nos dois países é agora dependente do câmbio. Além das equações (51)–(54), permanecem válidas as equações (30), da paridade do poder de compra; (35) que representa o equilíbrio do mercado de bens mundial; (38)–(41), determinando o consumo e a demanda pelos saldos reais de moeda. Nestas equações t é interpretado como curto prazo, denotado genericamente como $\hat{X}$, e $t+1$ como o longo prazo, denotado por $\hat{\hat{X}}$ como anteriormente. Para qualquer $t \geq 2$, como os preços são flexíveis, a economia assume seus valores de *steady state* detalhados na seção anterior.

É necessário uma última consideração em relação ao curto-prazo. Em *steady state*, o consumo privado mais os gastos públicos devem ser iguais a renda real, conforme expresso em (42) e (43). Entretanto, no período em que se realiza um choque, os gastos não são necessariamente iguais a renda. Esta diferença se manifesta nas transações correntes de cada país, agora dadas por

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}_{\mathrm{t}} = \hat{y} - \hat{C} - (1-n)\hat{E} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w} \quad (55)$$

Analogamente para o residente estrangeiro,

$$\frac{d\bar{B}^*}{\bar{C}_0^w}_{\mathrm{t}} = \hat{y}^* - \hat{C}^* - n\hat{E} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} = \left(\frac{-n}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} \quad (56)$$

Para obter estas equações foram utilizadas as equações (51) e (52); as condições $\hat{p}(h) = \hat{p}^*(f) = 0$, além de $\bar{B}_0 = \bar{B}_0^* = 0$ (*steady state* simétrico em $t = 0$), para substituir em (26) e (27). O resultado das transações correntes no primeiro período torna-se o novo valor de *steady state*. Por isto chegamos ao resultado da posição externa a partir de $t \geq 2$ como função das variaçoes de curto-prazo.

A política fiscal será avaliada mediante um choque fiscal permanente no país H. Desconsidera-se qualquer choque de política monetária nas análises, assim como na seção anterior. O procedimento é o mesmo que o adotado em Obstfeld e Rogoff (1995, 1996) e Ganelli (2003), por exemplo. Como os efeitos dos choques são aditivos nada se perde por meio da adoção deste procedimento. O choque em F é considerado nulo ($\frac{dG^*}{\bar{C}_0^W} = \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^W} = 0$). Este procedimento também é adotado pelos referidos autores e não prejudica a análise aqui proposta.[62]

Duas equações fundamentais

Podem-se encontrar duas equações fundamentais que relacionam o diferencial do consumo entre os dois países e a taxa de câmbio.[63] Por meio das diferenças das equações de Euler linearizadas (39) e (38) chega-se a expressão,

$$\left(\hat{\bar{C}} - \hat{\bar{C}}^*\right) = \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) \quad (57)$$

Como ficara evidente em seguida, esta equação fornece um link fundamental entre o curto e longo-prazos. Calculando as diferenças entre as equações (41) e (40), e utilizando algumas condições adicionais[64] chega-se a,

$$-\hat{E} = \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) - \frac{\beta}{(1-\beta)}\left(\hat{\bar{E}} - \hat{E}\right) \qquad (58)$$

Defasando esta expressão em um período utilizando (57),

$$\hat{\bar{E}} = -\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) \quad (59)$$

Finalmente, utilizando (59) para substituir em (58) e isolando $\hat{E}$,

$$\hat{E} = -\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) \qquad (60) \quad ou\ (MM)$$

Ao comparar as equações (59) e (60) nota-se que $\hat{\bar{E}} = \hat{E}$. Como fica evidente, neste modelo não ocorre *overshotting* da taxa de câmbio como ocorre no modelo de Dornbusch (1976). Um aumento (diminuição) do diferencial de consumo entre os dois países leva a uma valorização (desvalorização) da taxa de câmbio.

Uma segunda equação, denominada GG, pode ser derivada utilizando as condições de equilíbrio para transações correntes no curto e longo prazo, fornecendo um link essencial para o modelo. Primeiramente, calculando a diferença

[62] O apêndice 13 fornece as fórmulas completas, considerando os choques em ambos os países.
[63] Ver apêndice 13 para as demais deduções desta seção.
[64] Detalhadas em 13.1.

de (56) e (55), encontra-se uma expressão para $\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}$ como função das variações no curto-prazo. Outra expressão pode ser obtida para $\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}$ utilizando o diferencial de consumo dos dois países no longo-prazo[65] e notando que $\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) = \left(\hat{\bar{C}} - \hat{\bar{C}}^*\right)$. Igualando estas duas equações para $\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}$ e utilizando as condições que no curto-prazo $(\hat{y} - \hat{y}^*) = \theta\hat{E}$ e (60), pode-se encontrar a equação GG,

$$\hat{E} = \left(\frac{\bar{r}(1+\theta) + 2\theta}{\bar{r}(\theta^2 - 1)}\right)\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) + \left(\frac{1}{\theta - 1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta - 1) + 1 + \theta}{1 + \theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} \quad (61) \ \ ou\ (GG)$$

Por meio destas duas equações que relacionam as taxas de câmbio e o diferencial de consumo entre os dois países, pode-se encontrar as variáveis do modelo em termos de choques de política fiscal. Destacamos os impactos sobre o consumo, produto, taxas de câmbio, transações-correntes e juros reais no curto-prazo. Adotando o mesmo procedimento que Obstfeld & Rogoff (1995, 1996), vamos esboçar graficamente a solução para as taxas de câmbio.

Consumo

Para resolver analiticamente pode-se igualar a equação (60) e (61), encontrando-se a seguinte expressão para os diferencias de consumo no curto-prazo, em termos do choque fiscal doméstico,

$$\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) = -\left(\frac{\bar{r}(\theta + 1)}{\bar{r}\theta(1+\theta) + 2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta - 1) + 1 + \theta}{1 + \theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} \quad (62)$$

Ao se realizar uma expansão fiscal, o consumo doméstico se reduz em relação ao consumo do país estrangeiro, como evidencia o multiplicador dos gastos fiscais em (62).[66] Como a expansão fiscal é financiada apenas pelos residentes de H, o consumo em termos relativos se reduz $(\downarrow \hat{C}\ e\ \hat{C}^* \uparrow)$. O mecanismo de transmissão para a economia doméstica pode ser ilustrado da seguinte forma:

[65] A equação (iv) encontrada no apêndice 11.
[66] Note que o multiplicador é necessariamente negativo.

$$\bar{y}_0 \Rightarrow dG \uparrow \Rightarrow dT \uparrow \Rightarrow Y_d \downarrow \Rightarrow \hat{C} \downarrow$$

Para F ocorre um aumento da demanda pelos seus produtos, pois a expansão da demanda oriunda da expansão fiscal recai também sobre seus produtos (lembrando que não há *home-bias* neste modelo), permitindo assim um aumento do consumo. Quanto mais próximo da concorrência perfeita (maior θ) menor é o diferencial de consumo entre os dois países, pois há uma maior substitubilidade entre os bens. Quanto maior for a taxa de juros $\bar{r}$ maior será o diferencial de consumo entre os dois países, pois o agente de H reduziria mais o seu consumo no curto-prazo. O *spillover* de um choque fiscal em F sobre o diferencial de consumo teria efeito exatamente oposto ao detalhado acima.

É interessante observar como o parâmetro γ não exerce nenhuma influencia sobre o multiplicador fiscal no curto-prazo. Este parâmetro apenas influencia nos choques permanentes, que são descontados[67] pela taxa de juros $\bar{r}$. O consumo cai em menor intensidade que o choque na medida em que $\gamma \to -1$. O agente suaviza o consumo, pois no futuro terá maior capacidade de produzir, reduzindo seu consumo menos que no caso do *redux* onde $\gamma = 0$.

Produto

No caso do produto, partindo $(\hat{y} - \hat{y}^*) = \theta\hat{E}$ e usando (60),

$$(\hat{y} - \hat{y}^*) = -\theta\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) = \theta\hat{E} \qquad (63)$$

Ou substituindo (63) em (62),

$$(\hat{y} - \hat{y}^*) = \left(\frac{\theta\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

De (63) percebe-se que no curto-prazo, a oferta se ajusta apenas em função do câmbio. Como $\theta > 1$, uma desvalorização cambial (maior $\hat{E}$) aumenta a diferença de produto entre os dois países, pois mais se incrementa a demanda pelos bens produzidos no país que sofreu a desvalorização. Quanto maior for θ mais a economia tende a concorrência perfeita e maior é o incremento da demanda dos

[67] Trazidos a valor presente utilizando $\bar{r}$.

residentes em F pelos bens de H, dada a elevada substitubilidade entre os bens (maior o efeito deslocamento da demanda). Se θ é pequeno o efeito deslocamento da demanda é de menor magnitude e o diferencial de produto se altera menos.

Quanto maior for γ, menos o agente é estimulado atender a demanda no curto-prazo. No caso onde $\gamma \to -1$, o agente aumenta sua produção no futuro e, como comentado não reduz na mesma magnitude seu consumo. No caso onde $\gamma \to 0$, o agente aumenta mais sua oferta no curto-prazo, caso do modelo *redux.*

Taxa de câmbio

As equações MM e GG são representáveis graficamente no plano $\{(\hat{C} - \hat{C}^{*}), \hat{E}\}$. A curva MM tem inclinação igual a -1. Uma redução no consumo relativo doméstico implica numa diminuição da demanda por moeda neste país. Desta forma ocorre uma desvalorização da taxa de câmbio. Esta curva, dado que não ocorre nenhum choque monetário, não se desloca no curto prazo. A curva GG, por outro lado responde aos choques de política fiscal de curto e longo-prazo.

Pode-se resolver analiticamente o modelo igualando as equação MM e GG, como já procedemos anteriormente. Agora, no entanto vamos encontrar a solução em termos de $\hat{E}$. Desta forma, encontramos as variações na taxa câmbio em termos dos choques de política fiscal apenas. Utilizando (60) e (61),

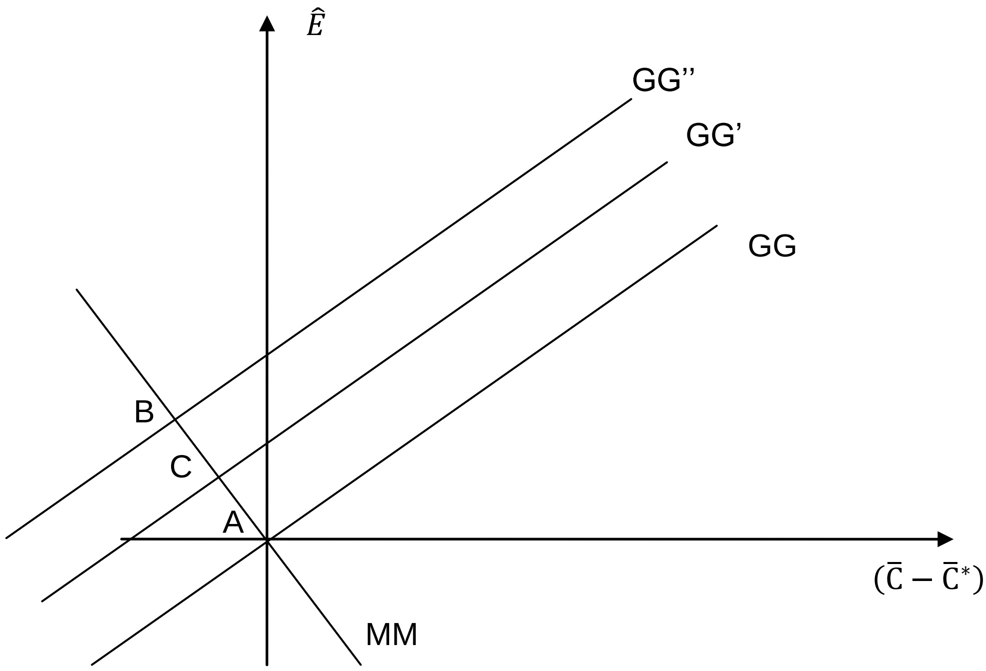
$$\hat{E} = \left(\frac{\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^{w}} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^{w}}\right]\right\} \quad (64)$$

No *steady-state* inicial $\bar{C}_0 = \bar{C}_0^{*}$, portanto $(\bar{C}_0 - \bar{C}_0^{*}) = \frac{dG}{\bar{C}_0^{w}} = \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^{w}} = 0$. Fica claro de (64) que neste caso $\hat{E} = 0$ sendo o equilíbrio representado pelo ponto “A” no gráfico 1. Ao se implementar um choque de política fiscal a curva GG se desloca para a esquerda. O novo equilíbrio da taxa de câmbio, mais desvalorizada, vai depender do valor assumido pelo parâmetro γ, assim como demonstrado para o produto e consumo.

Se $\gamma \to 0$ temos o caso do modelo *redux*. O aumento dos gastos leva a uma queda do consumo privado doméstico em relação ao país estrangeiro, como já explicado. O produto de H aumenta em relação ao produto de F, mas não suficientemente para compensar todo o aumento das taxas. A redução do consumo diminui a demanda por moeda, e conseqüentemente o câmbio desvaloriza. O aumento dos gastos gera uma depreciação cambial levando a economia até a sua nova taxa de câmbio de equilíbrio “B”. Esta desvalorização é proporcional ao aumento dos gastos do governo trazidos a valor presente (descontados pela taxa de juros) e multiplicadas pelo intercepto (parâmetro), que depende do grau de monopólio θ. Quando $\theta \to \infty$, ou seja, quanto mais competitiva a economia, mais a curva GG torna-se horizontal. Como neste caso os produtos produzidos em H e F são substitutos mais próximos, pequenas variações cambiais levam a grandes deslocamentos de demanda e, consequentemente do produto no curto-prazo.

No caso de $-1 < \gamma < 0$, o aumento da produção induzido pelo aumento da produtividade (choque de oferta) exige uma desvalorização cambial menos intensa. Neste caso, o novo equilíbrio é igual, por exemplo, ao ponto “C”. O diferencial de consumo entre os dois países é menos que proporcional a intensidade do choque que ocorreu no caso onde $\gamma = 0$ e o produto é menos expandido no curto-prazo. O impacto sobre o câmbio é minorado, gerando uma depreciação menos intensa.

Gráfico 1 – Efeitos de um aumento permanente dos gastos do governo



Transações correntes

Pode-se deduzir a seguinte equação para as transações correntes.

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}=\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)(1-n)}{\bar{r}(1+\theta)+2}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w}+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{(\gamma+1)(1+\theta)-2\gamma\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}-(1-n)\left[\frac{dG}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (65)$$

No caso de $\gamma=0$ o país incorre num superávit em transações correntes.[68] Partindo da situação onde $\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}=0$ (posição de *steady-state*) temos,

$$\uparrow d\bar{B} \equiv \uparrow \hat{y} - \downarrow \hat{C}$$

$$\downarrow d\bar{B}^* \equiv \downarrow \hat{y}^* - \uparrow \hat{C}^*$$

O ajuste, portanto, implica num superávit em transações correntes no país H e em déficit em F. Visando suavizar o consumo o agente aumenta a poupança. No caso de $\gamma \neq 0$ temos a intensidade do superávit no curto prazo é minorada em função dos aspectos já discutidos em relação ao comportamento do consumo e do produto.

Taxas de juros

Para resolver para as taxas de juros no curto-prazo deve-se encontrar duas equações para $\hat{C}^w$. Ponderando as versões linearizadas das equações de Euler (38) e (39) pelo tamanho de cada país e adicionando-as e usando a equação (44) temos,

$$\hat{C}^w=-(\gamma+1)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right]-(1-\beta)\hat{r} \quad (66)$$

A segunda equação pode ser obtida adotando o mesmo procedimento que acima para as equações de demanda por moeda (40) e (41), além de utilizar as equações para os preços no curto-prazo e longo-prazo.[69] Considerando os choques monetários iguais a zero,

[68] Note que se o aumento for temporário o país incorre num déficit. A redução no consumo é menor que o aumento do produto. Ver Obstfeld & Rogoff (1996)
[69] Equações (51), (52), (50) e sua contrapartida para o país F.

$$\hat{C}^w = \beta\hat{r} - \frac{\beta}{1-\beta}\left[-(\gamma+1)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (67)$$

Combinando estas duas expressões, encontramos uma equação para $\hat{r}$,

$$\hat{r} = -(1+\gamma)\left(1+\frac{\beta}{1-\beta}\right)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (68)$$

As taxas de juros real no curto prazo depende da magnitude do choque do governo, de γ e das preferências intertemporais do agente determinadas por β. Como o produto é determinado pela demanda no curto-prazo, o choque fiscal estimula um aumento do produto. Desta forma, o produto disponível para consumo privado se eleva no curto-prazo e isto induz a uma queda nos juros na medida em que os agentes suavizam o consumo. Como é evidente há uma modificação nas transações correntes, como já destacado.

De (68) percebe-se que um choque fiscal diminui as taxas de juros de curto-prazo, variando de acordo com γ. No caso do *redux* a redução das taxas de juros é maior que no caso geral aqui apresentando. À medida que $\gamma \to -1$, o aumento da produtividade leva a um pequeno aumento das taxas de juros que diminui o efeito da redução que se observa no *redux* original. O que ocorre neste caso, é que antecipando o aumento futuro na produtividade, os agentes não aumentam tanto o produto no curto-prazo como no caso em que a produtividade não se alterava. Este movimento contrário observado nas taxas de juros, no entanto, não chega a compensar o efeito inicial do aumento do produto induzido pelo componente de demanda do choque fiscal.

É importante observar que apenas os gastos permanentes do governo influenciam na equação (68). Se houvesse apenas um aumento temporário nos gastos do governo nenhum efeito teria sobre as taxas de juros. Isto ocorre, pois como no curto-prazo o produto é determinado pela demanda, o aumento dos gastos induz um aumento do produto mundial temporariamente, sem gerar qualquer alteração no produto disponível para o setor privado. Desta forma, a taxa de juros permanece inalterada.

Tabela 4 – Resultados da expansão fiscal no curto-prazo em Home (H)

$\boldsymbol{Variavel}$	$(\widehat{\boldsymbol{C}}-\widehat{\boldsymbol{C}}^{*})$	$(\widehat{\boldsymbol{E}})$	$(\boldsymbol{dB})$	$(\widehat{\boldsymbol{y}}-\widehat{\boldsymbol{y}}^{*})$
$\boldsymbol{\gamma=0}$	$--$	$++$	$++$	$++$
$\boldsymbol{\gamma=-0,5}$	$-$	$+$	$+$	$+$

Elaboração própria.

Por último é muito interessante ressaltar alguns resultados do modelo *redux* que permanecem no modelo aqui apresentado em termos qualitativos e que são muito distintos do modelo Mundell-Fleming. Neste, uma expansão fiscal em H aumenta o produto neste país, mas por um mecanismo distinto. Como a demanda por moeda depende da renda neste modelo, esta procura se eleva ao se expandir os gastos, implicando num aumento dos juros e em apreciação da taxa de cambio por meio da entrada de capitais. Assim os efeitos no câmbio e transações correntes, por exemplo, são o inverso do previsto no modelo *redux*.

Assim, no modelo Mundell-Fleming, uma **expansão fiscal** em H **aprecia** a moeda deste mesmo país, deslocando-se a demanda para os bens produzidos em F. O produto em F aumenta, devido a sua desvalorização do câmbio. O processo é a contrapartida do descrito no parágrafo anterior.

4.2. ANÁLISES NORMATIVAS

Além dos aspectos positivos já tratados na seção anterior, vamos analisar as implicações normativas do modelo desenvolvido. Para derivar formalmente os resultados adota-se o procedimento empregado em Obstfeld & Rogoff (1995, 1996). Como comentado anteriormente, a função utilidade do agente representativo pode ser utilizada como um critério objetivo para mensurar os impactos das políticas fiscais sobre o bem-estar.

Procedemos a log-linearização da função utilidade (1), avaliando apenas o componente real desta função, ou seja, a utilidade advinda do consumo e da desutilidade do trabalho do agente e não a utilidade dependente dos saldos de moeda retidos pelo agente.[70] Este método é comumente empregado nos trabalhos

[70] Implicitamente C_s é a métrica para as análises de bem-estar.

NOEM e defendido por Obstfeld & Rogoff (1995, 1996), por exemplo. Conforme estes autores, desde que a utilidade derivada da retenção de saldos reais não é muito elevada, hipóteses bastante razoável supondo-se que χ não é muito grande, os efeitos reais da função utilidade predominam. Este componente real será denotado por U_t^R. Reescrevendo a equação (1), temos

$$U_t^R = \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left[logC_s - \frac{k}{2} {y_s}^2 \right] \qquad (69)$$

Esta forma geral de U_t^R, considerando todos os períodos, pode ser reescrita notando-se que em t=1 estamos atendendo as condições de curto-prazo e a partir de t=2 a economia encontra-se sempre *steady-state* (com os preços flexíveis). Tomando o diferencial total de (69) e utilizando estas condições podemos decompor a análise em apenas dois períodos,

$$dU^R = \hat{C} - k{\bar{y}_0}^2 \hat{y} + \frac{1}{\bar{r}} \left[\hat{\bar{C}} - (dk + \hat{\bar{y}}){\bar{y}_0}^2 \right] \qquad (70)$$

Sabemos de (28) que $\bar{y}_0 = \bar{c}_0$ no *steady-state* inicial particular.[71] Substituindo (28) em (70), portanto

$$dU^R = \hat{C} - \left(\frac{\theta - 1}{\theta} \right) \hat{y} + \frac{1}{\bar{r}} \left[\hat{\bar{C}} - \left(\frac{\theta - 1}{\theta} \right) \hat{\bar{y}} - \left(\frac{\theta - 1}{\theta} \right) \gamma \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} \right] \qquad (71)$$

Nas análises positivas da seção anterior encontramos os resultados do modelo em termos das diferenças entre estas variáveis. Dado que (71) expressa as variações na utilidade do agente representativo em termos de $\hat{C}$, $\hat{\bar{C}}$, $\hat{y}$ e $\hat{\bar{y}}$ vamos encontrar as equações para estas variáveis.[72]

Uma alternativa para resolver o modelo seria encontrar as formas reduzidas para todas variáveis em termos dos choques de política fiscal. No caso do consumo no curto prazo, por exemplo, podemos usar (62), (66) e (68) para obter

$$\hat{C} = -\left(\frac{\bar{r}(\theta + 1)(1 - n)}{\bar{r}\theta(1 + \theta) + 2\theta} \right) \left\{ \frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}} \right) \left(\frac{\gamma(\theta - 1) + 1 + \theta}{1 + \theta} \right) \left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} \right] \right\} \quad (72)$$

[71] Recorde que gastos do governo e ativos externos são iguais a zero neste ponto particular. Desta forma, a renda é igual ao consumo privado.
[72] Estes resultados formais são apresentados aqui por conveniência, mas poderiam ter sido derivados nas análises positivas.

Este procedimento pode ser facilmente empregado para as demais variáveis[73]. No entanto ao introduzir os resultados para estas equações em (71) o modelo torna-se complexo do ponto de vista algébrico e pouco intuitivo. Seguindo o sugerido por Obstfeld & Rogoff (1996), ao analisar política monetária, é mais interessante encontrar formas semi-reduzidas para estas variáveis.[74] Assim, estas variáveis podem ser representadas em termos da variação cambial e dos choques fiscais. Desta forma, fica explícito as variações em termos globais, independente de onde foi implementado o choque de política fiscal, e os impactos distintos sobre cada país analisado, que variam em função do câmbio. Utilizando a expressão (72)e a equação (64), chegamos a expressão

$$\hat{C} = -(1-n)\hat{E} \qquad (73)$$

A variação do consumo no curto-prazo depende apenas do tamanho do país estrangeiro e da magnitude da desvalorização cambial. Quanto maior o tamanho de F maior a redução no consumo em H. Quanto maior for a desvalorização cambial, maior será este efeito, pois maior é o componente importado da cesta do agente. Quando $(1-n) \to 0$ a variação no consumo é pequena, mesmo que a desvalorização seja grande. Este ponto ilustra que se F é muito pequeno, poucos são os efeitos sobre a economia doméstica.

Da mesma forma, podemos encontrar uma expressão para $\hat{y}$ utilizando (53), (66) e (68).

$$\hat{y} = (1-n)\theta\hat{E} + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w} \quad (74)$$

Independente do país onde ocorre o choque fiscal ocorre um incremento na demanda proporcional ao tamanho do país. Para H, quanto maior o tamanho de F maior é o aumento do produto, pois mais intensa foi a ampliação da demanda (maior o efeito deslocamento da demanda para seus bens). Para uma mesma desvalorização cambial, quanto maior for θ maior sua capacidade de influenciar a oferta. Se θ for muito pequeno a subsitubilidade entre os bens também é pequena e mesmo que ocorra desvalorização a ampliação da demanda é de pequena magnitude. Se o grau de concorrência é elevado, uma desvalorização pequena pode

[73] A resolução neste formato reduzido é apresentada no apêndice que deriva as equações na forma semi-reduzida.
[74] Obstfeld & Rogoff (1995, 1996) não analisam aspectos normativos de política fiscal formalmente.

levar a um grande incremento da demanda pelos bens produzidos em H, dado o elevado efeito deslocamento da demanda.

Com estes resultados é possível comentar os resultados esperados. Substituindo o consumo e a renda de curto-prazo encontrados nas equações (73) e (74) e considerando apenas a componente de curto-prazo da função (71), denominado dU_{cp}^{R}, temos

$$dU_{cp}^{R} = -(1-n)\theta\hat{E} - \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)\frac{dG^{w}}{\bar{C}_{0}^{w}}$$

Uma desvalorização cambial diminui a utilidade do consumo no curto prazo em H. Quanto maior a desvalorização, maior é a perda de bem-estar neste país. No modelo aqui desenvolvido a desvalorização é menor que no modelo *redux* e, portanto, a perda de bem-estar é menos intensa que naquele modelo. Já um choque fiscal em F valoriza o câmbio, gerando um ganho de bem-estar, mas em menor intensidade que no *redux*.

A mesma análise pode ser realizada com relação ao segundo componente, onde o choque de gastos aparece explicitamente. Um choque fiscal em H leva os agentes a trabalhar mais reduzindo a utilidade deste agente. Neste caso, quanto maior for θ maior é a perda de bem estar. Por outro lado, com mais poder de mercado há menos perda de bem-estar, dado que é possível ampliar a oferta com menos trabalho adicional.

No curto-prazo, os efeitos no modelo aqui apresentado e no *redux* são os mesmos com relação as decisões de ótimo na produção, pois no curto-prazo o produto é determinado pela demanda. A diferença entre os modelos, que ainda assim existe, é inteiramente capturada magnitude do ajuste cambial, como comentado anteriormente. Novamente no caso de $\gamma \to 0$ estamos no caso do *redux,* podendo todos os resultados serem interpretados na mesma linha das análises positivas.[75]

Em síntese, no curto-prazo o agente residente em H tem uma perda de bem-estar ao se implementar um choque de política fiscal em seu país. Este agente consume menos e trabalha mais para financiar os gastos do governo. Em nosso modelo, este resultado qualitativo segue os mesmos resultados que os

---

[75] Note que uma parte dos efeitos sobre o bem-estar está vinculado ao gasto público global e não tem impactos diferente sobre cada país.

apresentados no modelo redux. Todavia, na medida em que o gasto público pode ser eficiente, esta redução do bem estar vai sendo minorada.

No longo-prazo deve-se considerar a parte referente ao período $t = 2$ da função (71),

$$dU_{lp}^{R} = \frac{1}{\bar{r}}\left[\hat{\hat{C}} - \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right)\hat{\hat{y}} - \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right)\gamma \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Pode-se deduzir a seguinte expressão para o consumo,

$$\hat{\hat{C}} = -(1 - n)\hat{E} - (\gamma + 1)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] \qquad (75)$$

A influência do câmbio é a mesma que no caso do curto-prazo, como expresso em (73). Além do impacto em cada captado por $\hat{E}$, o parâmetro γ exerce influência sobre o consumo independentemente de onde foi implementado o choque.[76] Quanto maior o ganho de produtividade ao se implementar um choque fiscal, menor é a redução do consumo, como evidencia o primeiro componente desta expressão. O agente perde bem-estar proveniente do consumo e quanto mais $\gamma \to -1$ menor a intensidade desta perda.

Como ilustra a segunda componente de (45), independente do país onde ocorreu choque fiscal, se os gastos tiverem algum grau de eficiência, a redução do consumo será menos intensa que no caso do modelo *redux*.[77] É interessante observar que mesmo que o choque ocorra em F, de alguma forma, o país H se beneficia do choque de produtividade daquele país, aumentando seu consumo.

Como se evidencia, portanto, um choque em H, diminui o bem-estar neste mesmo país, assim como ocorre no curto-prazo. Um choque em F tem resultado oposto. Além deste efeito, que se manifesta via variação cambial, temos um efeito adicional que diminui esta perda de bem-estar no caso de $\gamma \neq 0$, independente de onde ocorreu o choque e que tem íntima relação com a maior capacidade de consumo da economia. O choque de produtividade permite que a redução do consumo seja menos intensa.

É muito importante chamar a atenção para o fato de que as variações na taxa de câmbio também são influenciadas por γ. No entanto, o impacto do segundo

[76] Recorde que em nosso modelo $\hat{E}$ também é influenciado por γ.
[77] Ver equações (44) e (45).

componente independe de onde ocorreu o choque. Além disto, note que os efeitos de longo prazo estão descontados pela taxa de juros real, trazidas assim para valor-presente.

O produto no longo-prazo, por sua vez, é dado por

$$\hat{\bar{y}} = (1-n)\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\hat{E} \ + (1-\gamma)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1-n)\left(\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (76)$$

Substituindo este resultado em (71), observamos novamente um efeito isolado para cada país, capturado pela variação da taxa de câmbio e um efeito do choque fiscal global. A desvalorização cambial gera um incremento do produto, proporcional ao tamanho do país estrangeiro. Este aumento da produção gera uma redução do bem estar do agente.

Adicionalmente temos um efeito diferencial que incorpora o ganho de produtividade e afeta apenas o país onde foi realizado a ampliação do gasto, como expresso na ultima parcela de (76). Note que um expansão fiscal em F reduz a produção de H, por intermédio deste canal, gerando um efeito positivo sobre o bem-estar dos residentes em H.

Finalmente temos a última parcela de, temos a parcela dU_{lp}^R que é necessariamente positiva e gera um ganho de bem estar para o agente residente quando implementa-se um choque na economia em que reside. Este é o efeito da produtividade mais elevada.

Em termos de variações na utilidade total (considerados curto-prazo e longo-prazo, mediado pela taxa de juros) temos o mesmo resultado que no modelo redux. Obstfeld e Rogoff (1995) argumentam que uma expansão fiscal é *beggar-thyself* e *prosper-thy-neighbor*. Este argumento se fundamenta na observação que consumo e lazer geram utilidade ao agente. Ao ocorrer a expansão fiscal o resultado é que ambos se reduzem, apesar do produto crescer. Este é o mesmo resultado que encontramos no modelo aqui desenvolvido, apenas a magnitude da redução podendo ser minorada, através do ganho de produtividade.

Para concluir é interessante observar que implicitamente o modelo Mundell-Fleming considera que a métrica para análise de bem-estar é o produto. Este deve ser o objetivo perseguido pelas autoridades fiscais. Como a expansão fiscal engendra um crescimento do produto, este modelo considera que a expansão é *prosper-thyself*. As recomendações de política econômicas são completamente dissonantes em relação ao nosso modelo. Em alguma medida, e como recorrentemente comentado no texto, o efeito dos gastos públicos sobre a produtividade inseriu um choque de oferta em paralelo aos choques de demanda ao modelo, que permitem um efeito compensação nos resultados encontrados no *redux.*

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação elaborou um modelo para analisar choques de política fiscal em economias abertas considerando não apenas seus efeitos sobre a demanda, mas incorporando a possibilidade de alterarem as condições de oferta. Esta hipótese ainda não havia sido investigada dentro da linha de modelos *New Open Economy Macroeconomics*, que se consolidou a partir de meados dos anos 90. Da avaliação desta literatura, ressaltamos dois pontos que julgamos fundamentais: (i) as análises de política fiscal ficaram relegados a um segundo plano, mesmo levando-se em conta que estes modelos possuem uma estrutura muito robusta para analisá-las; (ii) os resultados destes modelos mostram-se bastante sensíveis às especificações microeconômicas e demais hipóteses assumidas.

Desta constatação, um modelo que visa analisar especificamente política fiscal modificando uma hipótese inicial do *Exchange Rate Dynamics Redux* de Obstfeld & Rogoff (1995) foi apresentado. Tal opção se deve ao fato de que no referido trabalho *baseline* dos trabalhos *New Open Economy Macroeconomics,* o gasto público é considerado “puro desperdício”. Este aspecto parece intimamente relacionado com o referido interesse em analisar mais detidamente política monetária que política fiscal por estes autores, levando-os a modelar os aspectos fiscais de forma muito simples. Além disto, pode-se mencionar o relativo descrédito na utilização de políticas fiscais discricionárias, característica marcante do período em que esta literatura toma corpo.[78]

Dentre as possibilidades de incorporar o setor público a análise, tarefa levada a cabo em alguns trabalhos posteriores ao de Obstfeld & Rogoff, optou-se por inserir a hipótese ainda não estudada e comumente adotada em trabalhos de crescimento endógeno e RBC, de que os gastos públicos podem reduzir a desutilidade do trabalho, por meio de uma melhoria da produtividade privada.

O modelo que apresentamos permite analisar o modelo redux como um de seus casos particulares, onde os gastos públicos não geram qualquer influência sobre a produtividade. É interessante que, para pontuar as diferenças entre os dois modelos, façamos uma decomposição entre um choque de demanda, e outro de

[78] Imediatamente após o “Consenso de Washington”.

oferta. Isto nos permite racionalizar e sintetizar os principais resultados positivos do modelo.

No caso do redux, os choques de política fiscal representavam apenas um choque de demanda. Ao se implementar um choque num país, a renda disponível menor levava os agentes a consumir menos e trabalhar mais, de acordo com suas condições de ótimo. Como se observa, os impactos disto sobre a oferta, são fruto apenas dos ajustes do agente em relação ao choque de demanda fiscal, naquelas condições iniciais de oferta.

Em nosso modelo, além do choque de demanda, temos um efeito diferencial capturado pelo lado da oferta. Podemos dizer que temos um choque de demanda e, em paralelo, uma alteração nas condições de oferta. Assim, soma-se ao efeito inicial do modelo *redux*, este efeito diferencial, que, ao reduzir o esforço do trabalho para produzir, altera as condições apresentadas naquele modelo.

Como consequência, uma expansão fiscal doméstica leva os agentes a reduzir menos seu consumo, que explica a desvalorização menos intensa da taxa de câmbio, por exemplo. Todos os resultados positivos do modelo podem ser interpretados em termos destes dois componentes de cada choque. Em síntese, este efeito diferencial da oferta diminui a intensidade dos ajustes das variáveis. Apesar de alterar a magnitude, o ajuste sempre tem o mesmo sentido que no modelo *redux*.

Os resultados normativos, por sua vez, foram apresentados em termos de um efeito cambial e um efeito global que independe do país onde foi realizado o choque. Se analisarmos os resultados nos mesmos termos que no caso das análises positivas, os efeitos de oferta geram uma deterioração mais branda em relação ao *baseline*. A redução na desutilidade do trabalho, ou seja, a mudança nas condições de oferta é benéfica para os agentes.

A possibilidade de considerar a política fiscal um choque de demanda e oferta, permite que, mesmo sob a hipótese da equivalência ricardiana, as decisões de ótimo do agente mudem o perfil de produção e consumo ao longo do tempo. Isto já foi observado na análise com preços flexíveis e reforçado nas análises com preços rígidos. A endogeneidade do produto, traço muito saliente no *redux*, fica ainda mais relevante no caso de nosso modelo. As conclusões de que um choque fiscal são *beggar-thyself,* na medida em que o agente trabalha mais e consome menos no país onde ocorreu o choque, caso do *redux,* são parcialmente revertidas em nosso modelo.

Por último, podemos destacar a semelhança de nossos resultados com os encontrados em Turnovski & Fisher (1995), que em suma decompõe o resultado de seu modelo também em dois efeitos principais. Um efeito, ligado ao financiamento do choque fiscal, que diminui o consumo e aumenta o produto, de forma muito semelhante ao encontrado em nosso modelo. Além deste efeito, um segundo efeito que capta a capacidade de melhorar a oferta por meio da melhoria da produtividade. Nosso modelo pode ser interpretado exatamente como a composição destes dois efeitos.

6. REFERÊNCIAS

AOKI, M. (1981); *Dynamic Analysis of open economies*. New York: Academic Press.

ASCHAUER, D. (1989); Is public expenditure productive? *Journal of Monetary Economics 27*, 1201-1209.

BARRO, R. (1974); Are government bonds net wealth? *Journal of political economy 81*; pgs. 1095-1117.

BARRO, R. (1990); Government spending in a simple model of endogenous growth. *Journal of political economy 98*, 103-125.

BARRO, R.; SALA-I-MARTIN (1992); Public Finance in models of economic growth. *Review of economic Studies 59*, 645-661.

BEAUDRY, C.; DEVEREUX, M. (1995); Money and the real exchange rate with sticky prices and increasing returns. *Carnegiere-Rochester Conference Series on Public Policy 43*, pgs. 55-101.

BETTS, C.; DEVEREUX, M. (1999); *The International Effects of Monetary and Fiscal Policy in a Two-Country Model*, mimeo, University of British Columbia,.

BLANCHARD, O. J., FISCHER, S. (1989); *Lectures on Macroeconomics*. The MIT Press, Cambridge.

CAVALLO, M.; GHIRONI (2003); Net Foreign Assets and the Exchange Rate: Redux Revived, *Journal of Monetary Economics*.

CORSETTI, G. (2008); “New Open Economy Macroeconomics”. The *New Palgrave dictionary of economics;* Second Edition: Palgrave Macmillan.

CORSETTI, G.; PESENTI, P. (2001) Welfare and Macroeconomic Interdependence, *Quarterly Journal of Economics*, 421-445.

COUTINHO, L. (2005); Fiscal Policy in the New Open Economy Macroeconomics and Prospects for Fiscal Policy coordination. *Journal of Economic Surveys* 19, 789-822.

DORNBUSH, R. (1976); Expectations and Exchange rate dynamics. *Journal of Political Economy 84*, pgs 1161-76

GANELLI, Giovanni (2002), *“Finite Horizons, Temporary Nominal Rigidities and Fiscal Policy"*, mimeo, Trinity College Dublin. (2002)

GANELLI, Giovanni (2003); Useful Government Spending, Direct Crowding-Out and Fiscal Policy Interdependence. *Journal of International Money and Finance.* Elsevier, vol. 22(1), pgs. 87-103, Fevereiro.

GANELLI, Giovanni (2005); The new open economy Macroeconomics of Government Debt**.** *Journal of International Economics*, Elsevier, vol. 65(1), pgs. 167-184, Janeiro.

HICKS, J. (1937); Mr. Keynes and the classics: A suggestion of interpretation*; Econometrica. Pgs. 147-159.*

LANE, P.R. (2001); *The New Open Economy Macroeconomics: A Survey*, Journal of International Economics 54, 235-266.

LANE P.; GANELLI, G. (2003); Dynamic General Equilibrium Analysis: The Open Economy Dimension. *Dynamic Macroeconomic Analysis.* Cambridge University Press, Cambridge.

LUCAS, R. E. (1982); Interest rates and currency prices in a two-country world. *Journal of monetary economics 103*, pgs. 336-359.

MUSGRAVE & MUSGRAVE (1981); *Public Finance in theory and practice*. New York: McGraw-Hill.

OBSTFELD, M.; ROGOFF, K. (1995); Exchange Rate Dynamics Redux, *Journal of Political Economy* 103, 624-660.

OBSTFELD, M.; ROGOFF, K. (1996); *Foundations of International Macroeconomics*, The MIT Press, Cambridge.

OBSTFELD, M.; ROGOFF, K. (2000); The Six major Puzzles in International Economics: Is There a Common Cause**?** In: *Bernanke, Ben and Rogoff, Keneth. NBER macroeconomics annual 2000*, The MIT Press, pgs 339-390.

SARNO, L. (2001), *Toward a New Paradigm in Open Economy Modeling: Where Do We Stand?*, Federal Reserve Bank of St. Louis Review, 83(3), 21-36.

SARNO, L; TAYLOR, M. (2002); *The economics of exchange rates*. Cambridge University Press.

TERRA, C, (2014); *Finanças internacionais: Macroeconomia aberta*, 1 edição, Rio de Janeiro: Elsevier.

TILLE, C. (2001); The Role of Consumption Substitutability in the International Transmission of Shocks, *Journal of International Economics*, 2001

TURNOVSKY, S. J.; FISHER, W. H. (1995); The composition of government expenditure and its consequences in macroeconomic performance. *Journal of Economic Dynamics and control 19*, pgs. 747-786.

WALSH C. (2002); *Monetary theory and Policy*. Second Edition.

WICKENS (2008); *Macroeconomic Theory: An Dynamic General Equilibrium Approach*.

APÊNDICES

APÊNDICE 1- Derivação do índice de preços P_t

O índice de preços P_t pode ser obtido através da maximização do consumo sujeito a um dado nível de renda Z. Adotando $p(z)$ como o preço do bem z, temos o seguinte problema de otimização:

$$\max_{c(z)} C = \left(\int_0^1 c(z)^{(\theta-1/\theta)} dz\right)^{(\theta/1-\theta)} \qquad s.a. \qquad \int_0^1 p(z)c(z)dz = Z$$

Montando o Lagrangiano, temos:

$$\mathcal{L} = \left[\int_0^1 c(z)^{(\theta-1/\theta)} dz\right]^{(\theta/\theta-1)} - \lambda\left(\int_0^1 p(z)c(z)dz - Z\right)$$

Pelas condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial c} = \frac{\theta}{\theta-1}\left(\int_0^1 c(z)^{(\theta-1)/\theta} dz\right)^{\frac{\theta}{\theta-1}-1} \frac{\theta-1}{\theta} c(z)^{\frac{\theta-1}{\theta}-1} - \lambda p(z) = 0$$

Rearranjando os termos,

$$\left(\int_0^1 c(z)^{(\theta-1)/\theta} dz\right)^{\frac{1}{\theta-1}} c(z)^{\frac{-1}{\theta}} - \lambda p(z) = 0$$

Rearranjando de modo a explicitar a definição da cesta de consumo,

$$\left[\left(\int_0^1 c(z)^{(\theta-1)/\theta} dz\right)^{\frac{\theta}{1-\theta}}\right]^{1/\theta} c(z)^{\frac{-1}{\theta}} - \lambda p(z) = 0$$

Utilizando C

$$C^{\frac{1}{\theta}} c(z)^{\frac{-1}{\theta}} = \lambda p(z)$$

Esta relação deve ser mantida para todos os bens z. Assim, tomando-se dois bens quaiquer z e z', substituindo na equação anterior as dividindo,

$$\left[\frac{c(z)}{c(z')}\right]^{\frac{-1}{\theta}} = \frac{p(z)}{p(z')}$$

Isolando $c(z)$,

$$c(z) = \left[\frac{p(z)}{p(z')}\right]^{-\theta} c(z')$$

Utilizando a última expressão (equação de demanda para um bem z) pode-se resolver para $c(z)$, substituindo na restrição orçamentária. Pela restrição temos,

$$\int_0^1 p(z)c(z)dz = Z$$

Substituindo $c(z)$ acima

$$\int_0^1 p(z)c(z')\left[\frac{p(z)}{p(z')}\right]^{-\theta} dz = Z \qquad (A)$$

Manipulando a equação

$$c(z')p(z')^{\theta}\int_0^1 p(z)^{1-\theta}dz = Z$$

Rearranjando

$$c(z') = \frac{Zp(z')^{-\theta}}{\int_0^1 p(z)^{1-\theta}dz}$$

Pode-se utilizar o resultado encontrado na equação acima para avaliar onde $C = 1$.

$$C = \left(\int_0^1 c(z)^{(\theta-1/\theta)}dz\right)^{(\theta/1-\theta)} = \left(\int_0^1 \left(\frac{Zp(z')^{-\theta}}{\int_0^1 p(z)^{1-\theta}dz}\right)^{(\theta-1/\theta)} dz\right)^{(\theta/\theta-1)}$$

Tirando Z da integral

$$C = Z\left(\int_0^1 \frac{p(z')^{1-\theta}}{\int_0^1 p(z)dz^{(\theta-1)/\theta}}dz\right)^{\left(\frac{\theta}{\theta-1}\right)}$$

Rearranjando

$$C = Z\left[\left(\int_0^1 p(z')^{1-\theta}dz\right)^{1-\left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)}\right]^{\left(\frac{\theta}{\theta-1}\right)}$$

Usando o fato de que $C = 1$

$$C = Z\left(\int_0^1 p(z)^{1-\theta}dz\right)^{\frac{1}{\theta-1}} \equiv 1$$

Definindo P como o gasto necessário para consumir uma unidade da cesta de consumo, ou seja $P \equiv Z|C = 1$. Usando esta definição pode-se resolver para P.

$$P = \left(\int_0^1 p(z)^{1-\theta}dz\right)^{\frac{1}{1-\theta}} \qquad (4)$$

APÊNDICE 2 - Paridade do Poder de Compra

O índice de preços doméstico, denominado na moeda doméstica, pode ser desagregado em 2 componentes: consumo da produção doméstica e importação. Assim, partindo de (4),

$$P = \left(\int_0^n p(z)^{1-\theta} dz + \int_n^1 [Ep^*(z)]^{1-\theta} dz\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Onde se utilizou a hipótese da lei do preço único (5) para a parcela importada do consumo.

Para o índice no país F,

$$P^* = \left(\int_0^n \left[\frac{p(z)}{E}\right]^{1-\theta} dz + \int_n^1 p^*(z)^{1-\theta} dz\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Multiplicando esta equação por E, temos:

$$EP^* = \left(\int_0^n p(z)^{1-\theta} dz + \int_n^1 \left[Ep^*(z)^{1-\theta}\right] dz\right)^{\frac{1}{1-\theta}}$$

Como se nota, o lado direito da última equação é igual a P. Igualando,

$$EP^* = P \quad (6)$$

APÊNDICE 3 - Derivação da demanda por um bem z

A demanda por um bem z pode ser obtida pela maximização do consumo sujeito a uma dado nível de dispêndio Z. (WALSH, pg. 315, 2003) Como se percebe, o procedimento é o mesmo que o empregado no apêndice 1. Partimos da equação A,

$$c(z')p(z')^{\theta} \int_0^1 p(z)^{1-\theta} dz = Z \quad (A)$$

Usando a definição do índice de preços P, ambos os lados da expressão acima podem ser divididos por P,

$$\frac{c(z')p(z')^{\theta}\left[\int_0^1 p(z)^{1-\theta}dz\right]}{\left[\int_0^1 p(z)^{1-\theta}dz\right]^{\frac{1}{1-\theta}}} = \frac{Z}{P}$$

Simplificando a expressão acima temos:

$$c(z')\left[\frac{p(z')}{P}\right]^{\theta} = \frac{Z}{P}$$

Substituindo $C = \frac{Z}{P}$,

$$c(z') = \left[\frac{p(z')}{P}\right]^{-\theta} C$$

Realizando-se o mesmo procedimento para a demanda externa do bem z, chegamos a:

$$c^{*}(z') = \left[\frac{p^{*}(z')}{P^{*}}\right]^{-\theta} C^{*}$$

A equações acima implicam que a demanda do bem z por qualquer agente z (*Yomen-farmers*) em H é igual a

$$c^{z}(z) = \left[\frac{p(z)}{P}\right]^{-\theta} C^{z}$$

No caso dos j residentes em F, temos

$$c^{z*}(z) = \left[\frac{p^{*}(z)}{P^{*}}\right]^{-\theta} C^{z*}$$

Assim, mediante a integração [0,n) indivíduos consumidores em H e considerando que os z agentes são idênticos entre si se obtém a demanda pelo bem z:

$$y^{p}(z) = n\left[\frac{p(z)}{P}\right]^{-\theta} C \qquad (10)$$

Mediante a integração de [n,1] indivíduos consumidores e considerando que os z agentes são idênticos entre si obtém-se a demanda em F pelo bem z:

$$y^{p*}(z) = (1-n)\left[\frac{p^{*}(z)}{P^{*}}\right]^{-\theta} C^{*} \qquad (11)$$

Adicionando a demanda privada em H pelo bem z $[y_t^{p}(z)]$ e a demanda em F pelo bem z $[y_t^{p*}(z)]$, chegamos a demanda privada por um bem z:

$$y_t(z) = n\left[\frac{p(z)}{P}\right]^{-\theta} C + (1-n)\left[\frac{p^{*}(z)}{P^{*}}\right]^{-\theta} C^{*}$$

Utilizando a hipótese da LPU e da PPC para substituir na equação acima, temos:

$$y_t(z) = n\left[\frac{p(z)}{P}\right]^{-\theta} C + (1-n)\left[\frac{p(z)}{P}\right]^{-\theta} C^{\,*}$$

Assim,

$$y_t(z) = \left[\frac{p(z)}{P}\right]^{-\theta} C^w$$

Onde se define, $C^w = nC + (1-n)C^*$.

Pode-se adotar o mesmo procedimento para a demanda do governo. Adicionando as demandas privadas a do governo temos,

$$y_t(z) = \left[\frac{p(z)}{P}\right]^{-\theta} (C^w + G^w) \qquad (12)$$

Onde se define $G^w = nG + (1-n)G^*$.

APÊNDICE 4 - Paridade descoberta de juros

Tomando a equação (15) que define os juros nominais para H,

$$1 + i_t = \frac{P_{t+1}}{P_t}(1 + r_t)$$

E a mesma expressão para F:

$$1 + i_t^* = \frac{P_{t+1}^*}{P_t^*}(1 + r_t)$$

Isolando $(1 + r_t)$ nas duas equações e igualando,

$$\frac{P_t}{P_{t+1}}(1 + i_t) = \frac{P_t^*}{P_{t+1}^*}(1 + i_t^*)$$

Usando a paridade do poder de compra (4)

$$\frac{E_t P_t^*}{P_t^*}(1 + i_t) = \frac{E_{t+1} P_{t+1}^*}{P_{t+1}^*}(1 + i_t^*)$$

Cortando os termos comuns,

$$(1 + i_t) = \frac{E_{t+1}}{E_t}(1 + i_t^*)$$

APÊNDICE 5 - Restrição orçamentária para problema de otimização

Deve-se rearranjar (12) para substituir na restrição (7).

$$y_t(z) = \left[\frac{P_t}{p_t(z)}\right]^{\theta} (C^w + G^w)$$

Isolando $p_t(z)$

$$p_t(z)^{\theta} = P_t{}^{\theta} y_t(z)^{-1}(C^w + G^w)$$

Elevando a $1/\theta$ ambos os lados,

$$p_t(z) = P_t y_t(z)^{-1/\theta}(C^w + G^w)^{1/\theta}$$

Multiplicando por $y_t(z)$ ambos os lados

$$y_t(z)p_t(z) = P_t y_t(z)^1 y_t(z)^{-1/\theta}(C^w + G^w)^{1/\theta}$$

Simplificando

$$y_t(z)p_t(z) = P_t y_t(z)^{\theta-1/\theta}(C^w + G^w)^{1/\theta}$$

Substituindo $y_t(z)p_t(z)$ obtido na equação acima em (7), a restrição torna-se:

$$P_t B_t + M_t = P(1+r_{t-1})B_{t-1} + M_{t-1} + P_t y_t^d(z)^{\theta-1/\theta}(C^w + G^w)^{1/\theta} - P_t C_t - P_t T_t$$

APÊNDICE 6 - Problema de otimização do agente representativo

Utilizando a restrição encontrada acima, temos o seguinte problema de otimização,

$$\max_{C_t;M_t;B_{t+1};y_t(z)} U_t = \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t}\left[\log C_s + \chi log\left(\frac{M_s}{P_s}\right) - \frac{g}{2}y_s(z)^2\right] \quad s.a. \;\; [P(1+r_s)F_s - P_s F_s$$
$$+ M_{s-1} - M_s + P_s y_s^d(z)^{\theta-1/\theta}(C^w + G^w)^{1/\theta} - P_s C_s - P_s T_s]$$

Montando o lagrangiano chegamos a:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t\left[\log C_t + \frac{\chi}{1-\epsilon}\left(\frac{M_t}{P_t}\right) - \frac{k}{2}y_t(z)^2\right] - \lambda_t[P_t(1+r_{t-1})B_{t-1} - P_t B_t + M_{t-1} - M_t$$
$$+ y_t^d(z)^{\theta-1/\theta}(C^w + G^w)^{1/\theta} - P_t C_t - P_t T_t]$$

As CPO são dadas por:

$$\frac{\partial L}{\partial C_t} = \beta^t \frac{1}{C_t} - \lambda_t = 0 \quad (B)$$

$$\frac{\partial L}{\partial B_t} = \lambda_{t+1}(1+r_t) - \lambda_t = 0 \quad (C)$$

$$\frac{\partial L}{\partial M_t} = \beta^t \chi \frac{M_t}{P_t}^{-1} + \lambda_{t+1} - \lambda_t = 0 \quad (D)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_t(z)} = -\beta^t k y_t(z) - \lambda_t \frac{\theta-1}{\theta} y_t(z)^{-1/\theta}(C^w + G^w)^{1/\theta} = 0 \quad (E)$$

6.1. Equação de Euler:

Rearranjando (C):

$$(1 + r_t) = \frac{\lambda_t}{\lambda_{t+1}}$$

Rearranjando (B):

$$\beta^t \frac{1}{C_t} = \lambda_t \qquad \forall t$$

Substituindo (B) em (C)

$$\frac{\beta^t \frac{1}{C_t}}{\beta^{t+1} \frac{1}{C_{t+1}}} = (1 + r_t)$$

Simplificando,

$$C_{t+1} = C_t \beta (1 + r_t) \qquad (16)$$

Para o país F

$$C_{t+1}^* = C_t^* \beta (1 + r_t) \qquad (17)$$

6.2. Demanda ótima por moeda

Igualando (C) e (D) e cortando os termos comuns

$$\lambda_{t+1} r_t = \beta^t \chi \frac{M_t}{P_t}^{-1} + \lambda_{t+1}$$

Utilizando λ_{t+1} em (B)

$$\beta^{t+1} \frac{1}{C_{t+1}} = \lambda_{t+1}$$

Substituindo este resultado acima na expressão anterior e utilizando a *a equação (15) que define a taxa de juros nominal chegamos a,*

$$\frac{M_t}{P_t} = \left[\chi C_t \left(\frac{1 + i_t}{i_t}\right)\right] \qquad (18)$$

$$\frac{M_t^*}{P_t^*} = \left[\chi C_t^* \left(\frac{1 + i_t^*}{i_t^*}\right)\right] \qquad (19)$$

6.3. Oferta ótima de z

Isolando λ_t em (B)

$$\beta^t \frac{1}{C_t} = \lambda_t \qquad \forall t$$

Usando para substituir na equação (E):

$$-\beta^t k y_t(z) + \beta^t \frac{1}{C_t} \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right) y_t(z)^{-\frac{1}{\theta}} (C^w + G^w)^{\frac{1}{\theta}} = 0$$

Rearranjando

$$-\beta^t k y_t(z) = -\beta^t \frac{1}{C_t}\left(\frac{\theta-1}{\theta}\right) y_t(z)^{-\frac{1}{\theta}}(C^w + G^w)^{\frac{1}{\theta}}$$

Multiplicando ambos lados por -1 e reescrevendo C_t

$$y_t(z)^1 = C_t^{-1}\left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) y_t(z)^{-\frac{1}{\theta}}(C^w + G^w)^{\frac{1}{\theta}}$$

Isolando $y_t(z)$

$$\frac{y_t(z)^1}{y_t(z)^{-\frac{1}{\theta}}} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) C_t^{-1}(C^w + G^w)^{\frac{1}{\theta}}$$

Simplificando

$$y_t(z)^{(\frac{\theta+1}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) C_t^{-1}(C^w + G^w)^{\frac{1}{\theta}} \qquad (20)$$

Pelo mesmo procedimento para F,

$$y_t^*(z)^{(\frac{\theta+1}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) C_t^{*-1}(C^w + G^w)^{\frac{1}{\theta}} \qquad (21)$$

APÊNDICE 7 - Taxa de juros no steady-state

Considerando em (15) $C_{t+1} = C_t = \bar{C}$, temos

$$\bar{C} = \beta(1+\bar{r})\bar{C}$$

Simplificando

$$\beta + \beta\bar{r} = 1$$

Isolando $\bar{r}$

$$\bar{r} = \frac{1-\beta}{\beta} = \delta \qquad (22)$$

APÊNDICE 8 - Condição de equilíbrio geral no mercado de bens mundial

Em cada período a restrição orçamentária dos agentes de H deve ser atendida. Reordenando a equação (7), temos

$$P_t(1+r_t)B_{t-1} - P_t B_t + M_{t-1} - M_t + p_t(z)y_t(z) - P_t C_t - P_t T_t = 0$$

Dividindo esta expressão por P_t

$$(1+r_t)B_{t-1} - B_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} - \frac{M_t}{P_t} + \frac{p_t(z)y_t(z)}{P_t} - C_t - T_t = 0$$

Rearranjando,

$$C_t = (1 + r_t)B_{t-1} - B_t - \frac{M_t - M_{t-1}}{P_t} - T_t + \frac{p_t(z)y_t(z)}{P_t}$$

Usando a restrição do governo (9),

$$C_t = (1 + r_t)B_{t-1} - B_t + \frac{p_t(h)y_t(h)}{P_t} - G_t \quad (23)$$

Pelo mesmo procedimento para o residente em F chegamos a,

$$C_t^* = (1 + r_t)B_{t-1}^* - B_t^* + + \frac{p_t^*(f)y_t^*(f)}{P_t^*} - G_t^* \quad (24)$$

Ponderando estas equações pelo respectivo tamanho de cada país e somando,

$$nC_t + (1 - n)C_t^* = n(1 + r_t)B_{t-1}(1 - n)(1 + r_t)B_{t-1}^* - nB_t - (1 - n)B_t^* + n\frac{p_t(h)y_t(h)}{P_t}$$

$$+ (1 - n)\frac{p_t^*(f)y_t^*(f)}{P_t^*} - nG_t - (1 - n)G_t^*$$

Usando as definições para os agregados mundiais e a condição de que $nB_t + (1 - n)B_t^* = 0$ para qualquer t,

$$C_t^w = n\frac{p_t(h)y_t(h)}{P_t} + (1 - n)\frac{p_t^*(f)y_t^*(f)}{P_t^*} - G_t^w$$

$$C_t^w = Y_t^w - G_t^w \quad (25)$$

APÊNDICE 9 - Nível de consumo per capita no steady state

Tomando a restrição orçamentária do residente em H (derivada acima) e isolando C_t.

$$C_t = (1 + r_t)B_{t-1} - B_t + \frac{M_{t-1} - M_t}{P_t} + \frac{p_t(z)y_t(z)}{P_t} - T_t$$

Isolando T_t da restrição do governo (9) e substituindo acima,

$$C_t = (1 + r_t)B_{t-1} - B_t + \frac{p_t(z)y_t(z)}{P_t} - G_t$$

Em steady-state $B_t = B_{t-1} = \bar{B}$. Considerando as demais variáveis em steady-state,

$$\bar{C} = (1 + \bar{r})\bar{B} - \bar{B} + \frac{\bar{p}(z)\bar{y}(z)}{\bar{P}} - \bar{G}$$

Multiplicando

$$\bar{C} = \bar{r}\bar{B} + \bar{B} - \bar{B} + \frac{\bar{p}(z)\bar{y}(z)}{\bar{P}} - \bar{G}$$

$$\bar{C} = \bar{r}\bar{B} + \frac{\bar{p}(z)\bar{y}(z)}{\bar{P}} - \bar{G} \qquad (26)$$

No país F

$$\bar{C}^* = \bar{r}\bar{B}^* + \frac{\bar{p}^*(z)\bar{y}^*(z)}{\bar{P}^*} - \bar{G}^*$$

Fazendo uso da identidade $nB + (1-n)B^* = 0$, chega-se a

$$\bar{C}^* = -\bar{r}\left(\frac{n}{1-n}\right)\bar{B} + \frac{\bar{p}^*(z)\bar{y}^*(z)}{\bar{P}^*} - \bar{G}^* \quad (27)$$

APÊNDICE 10 - Steady state particular

Assume-se no steady-state particular que $\bar{B} = \bar{B}^* = \bar{G} = \bar{G}^* = 0$. É Imediato, portanto, que as equações (26) e (27), consumo de steady-state em H e F são:

$$\bar{C} = \frac{\bar{p}(z)\bar{y}(z)}{\bar{P}}$$

$$\bar{C}^* = \frac{\bar{p}^*(z)\bar{y}^*(z)}{\bar{P}^*}$$

Como o balanço de pagamentos consiste apenas de comércio e este deve estar equilibrado no longo-prazo, $\bar{C} = \bar{y}(z)$ e $\bar{C}^* = \bar{y}^*(z)$. Decorre daí de imediato, que no *steady state* particular $\frac{\bar{p}(z)}{\bar{P}} = \frac{\bar{p}^*(z)}{\bar{P}^*} = 1$.

As equações de produto (oferta) tornam-se,

$$y(z)^{(\frac{\theta+1}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) C^{-1}(nC + [1-n]C^*)^{\frac{1}{\theta}}$$

$$y^*(z)^{(\frac{\theta+1}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) C^{*-1}(nC + [1-n]C^*)^{\frac{1}{\theta}}$$

Substituindo

$$\bar{y}(z)^{(\frac{\theta+1}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) \bar{C}^{-1}(n\bar{C} + [1-n]\bar{C}^*)^{\frac{1}{\theta}}$$

$$\bar{y}(z)^{(\frac{\theta+1}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) \bar{y}(z)^{-1}(n\bar{y}(z) + [1-n]\bar{y}^*(z))^{\frac{1}{\theta}}$$

$$\bar{y}(z)^{(\frac{1+\theta+\theta}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) (n\bar{y}(z) + [1-n]\bar{y}^*(z))^{\frac{1}{\theta}}$$

$$\bar{y}(z)^{(\frac{2\theta+1}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) (n\bar{y}(z) + [1-n]\bar{y}^*(z))^{\frac{1}{\theta}}$$

No país F, pelo mesmo processo,

$$\bar{y}^*(z)^{(\frac{2\theta+1}{\theta})} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) (n\bar{y}(z) + [1-n]\bar{y}^*(z))^{\frac{1}{\theta}}$$

Portanto, note que o lado direito das equações para H e F é igual. Temos,

$$\bar{y}_0(z) = \bar{y}_0^*(z) = \bar{c}_0 = \bar{c}_0^* = \bar{c}_0^W$$

Considerando no steady state, temos no ponto de *steady state*,

$$\bar{y}_0(z)^{\left(\frac{2\theta+1}{\theta}\right)} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right)\bar{y}_0(z)^{\frac{1}{\theta}}$$

$$\bar{y}_0(z)^{\left(\frac{1}{\theta}\right)}\bar{y}_0(z)^2 = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right)\bar{y}_0(z)^{\frac{1}{\theta}}$$

$$\bar{y}_0(z) = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (28)$$

11. log-linearização do modelo

Expressa-se as equações em termos de variações em torno do *baseline*. Def.: $\hat{X}_t = \frac{dX_t}{\bar{X}_0}$. Na dedução de (28) demonstramos que $\bar{c}_0 = \bar{c}_0^w$ Portanto a equação (2) pode ser reescrita em termos do consumo mundial.

11.1. Paridade do poder de compra

De (6) a linearização é imediata:

$$\hat{E}_t = \hat{P}_t - \hat{P}_t^* \qquad (30)$$

11.2. Índices de preços

Dada a simetria entre os países a equação (4) para H é

$$P_t = \left\{np_t(h)^{(1-\theta)} + (1-n)[E_t p_t^*(f)]^{1-\theta}\right\}^{(1/1-\theta)}$$

Linearizando,

$$\hat{P}_t = n\hat{p}_t(h) + (1-n)\left[\hat{E}_t + \hat{p}_t^*(f)\right] \qquad (31)$$

Para F,

$$P_t = \left\{n\left[\frac{p_t(h)}{E_t}\right]^{(1-\theta)} + (1-n)p_t^*(f)^{1-\theta}\right\}^{(1/1-\theta)}$$

Linearizando,

$$\hat{P}_t^* = n\left[\hat{p}_t(h) - \hat{E}_t\right] + (1-n)[\hat{p}_t^*(f)] \qquad (32)$$

11.3. Demanda de bens em H e F

Log-linearizando (12) e sua contrapartida para F:

$$\hat{y}_t = \theta\left[\hat{P}_t - \hat{p}_t(h)\right] + \hat{C}_t^w + \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (33)$$

$$\hat{y}_t^* = \theta\left[\hat{P}_t^* - \hat{p}_t^*(f)\right] + \hat{C}_t^w + \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (34)$$

11.4. Mercado de bens mundial

Usando as equações (23) e (24), ponderadas pelo tamanho da população e somando, temos:

$$n\hat{C}_t^w + (1-n)\hat{C}_t^w = n\theta\left[\hat{p}_t(h) - \hat{P}_t\right] + (1-n)\theta\left[\hat{p}_t^*(f) - \hat{P}_t^*\right] + (1-n)\hat{y}_t^* + n\hat{y}_t - \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w}$$

Usando as expressões (31) e (32), todos os termos de preço se cancelam,

$$\hat{C}_t^w = \hat{y}_t^w - \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (35)$$

11.5.Oferta de bens em H e F

Partindo da equação (20)

$$y_t(z)^{\left(\frac{\theta+1}{\theta}\right)} = \left(\frac{\theta-1}{\theta k}\right) C_t^{-1}\left(C_t^w + G_t^w\right)^{\frac{1}{\theta}} \quad (20)$$

Rearranjando,

$$y_t(z)^{\left(\frac{\theta+1}{\theta}\right)} = \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right) k^{-1} C_t^{-1}\left(C_t^w + G_t^w\right)^{\frac{1}{\theta}}$$

Linearizando

$$\left(\frac{\theta+1}{\theta}\right)\hat{y}_t = -dk - \hat{C}_t + \frac{1}{\theta}\hat{C}_t^w + \frac{1}{\theta}\hat{G}_t^w$$

Multiplicando por θ ambos os lados,

$$(\theta+1)\hat{y}_t = -\theta dk - \theta\hat{C}_t + \hat{C}_t^w + \hat{G}_t^w$$

Utilizando (2), $dk = \gamma \frac{dG_t}{\bar{C}_0^w}$,

$$(\theta+1)\hat{y}_t = \hat{C}_t^w + \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} - \theta\hat{C}_t - \theta\gamma\frac{dG_t}{\bar{C}_0^w} \qquad (36)$$

Analogamente para F, partindo da equação (20),

$$(\theta+1)\hat{y}_t^* = \hat{C}_t^w + \frac{dG_t^w}{\bar{C}_0^w} - \theta\hat{C}_t^* - \theta\gamma\frac{dG_t^*}{\bar{C}_0^w} \qquad (37)$$

11.6. Equações de Euler

Log-linearizando (16) e (17),

$$\hat{C}_{t+1} = \hat{C}_t + (1-\beta)\hat{r}_t \qquad (38)$$

$$\hat{C}_{t+1}^* = \hat{C}_t^* + (1-\beta)\hat{r}_t \qquad (39)$$

11.7. Demanda por moeda

Log-linearizando (18) e (19)

$$\widehat{M}_t - \widehat{P}_t = \hat{C}_t - \beta\left(\hat{r}_t + \frac{\widehat{P}^*_{t+1} - \widehat{P}_t}{1-\beta}\right) \quad (40)$$

$$\widehat{M}^*_t - \widehat{P}^*_t = \hat{C}^*_t - \beta\left(\hat{r}_t + \frac{\widehat{P}^*_{t+1} - \widehat{P}_t}{1-\beta}\right) \quad (41)$$

APÊNDICE 11 - Resolvendo para steady state (preços flexíveis)

11.1.Equações (44) e (45)

Resolvendo para agregados mundiais, a oferta de produto é obtida mediante a ponderação das equações (36) e (37) pelo respectivo tamanho dos países.

$$n(\theta+1)\hat{\bar{y}} + (1-n)(\theta+1)\hat{\bar{y}}^* = -n\theta\hat{\bar{C}} - (1-n)\theta\hat{\bar{C}}^* + n\hat{\bar{C}}^w + (1-n)\hat{\bar{C}}^w + n\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0} + (1-n)\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0} - n\theta\gamma\frac{d\bar{G}}{\bar{C}^w_0} - (1-n)\theta\gamma\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}^w_0}$$

Usando a igualdade $\hat{\bar{x}}^w = n\hat{\bar{x}} + (1-n)\hat{\bar{x}}^*$,

$$(\theta+1)\hat{\bar{y}}^w = -\theta\hat{\bar{C}}^w + \hat{\bar{C}}^w + \frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0} - \theta\gamma\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0}$$

Rearranjando, temos

$$(\theta+1)\hat{\bar{y}}^w = (1-\theta)\hat{\bar{C}}^w + (1-\theta\gamma)\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0}$$

Combinando a expressão acima com a condição (35), considerada no longo-prazo

$$(\theta+1)\left(\hat{\bar{C}}^w + \frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0}\right) = (1-\theta)\hat{\bar{C}}^w + (1-\theta\gamma)\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0}$$

Simplificando,

$$2\theta\hat{\bar{C}}^w = -\theta\gamma\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0} - \theta\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0}$$

Dividindo por 2θ ambos lados da equação,

$$\hat{\bar{C}}^w = (1+\gamma)\left[-\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}^w_0}\right] (44)$$

Analogamente para a equação do produto, pode-se isolar $\hat{\bar{C}}^w$ em (35) e substituir,

$$(\theta+1)\hat{\hat{y}}^{w} = (1-\theta)\left(\hat{\hat{y}}^{w} - \frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}}\right) + (1-\theta\gamma)\frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}}$$

Multiplicando,

$$\hat{\hat{y}}^{w} + \theta\hat{\hat{y}}^{w} = \hat{\hat{y}}^{w} - \frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}} - \theta\hat{\hat{y}}^{w} + \theta\frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}} + \frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}} - \theta\gamma\frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}}$$

Rearranjando

$$2\theta\hat{\hat{y}}^{w} = \theta\frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}} - \theta\gamma\frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}}$$

Dividindo por θ ambos lados,

$$\hat{\hat{y}}^{w} = (1-\gamma)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}}\right] \quad (45)$$

<u>*11.2 Dedução das equações (46)–(50)*</u>

Vamos primeiramente encontrar algumas relações fundamentais.

(i) Subtraindo (34) de (33), considerando no longo-prazo,

$$(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^{*}) = \theta\left[\hat{\hat{P}} - \hat{\hat{p}}(h) - \hat{\hat{P}}^{*} + \hat{\hat{p}}^{*}(f)\right] + \hat{\hat{C}}^{w} + \frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}} - \hat{\hat{C}}^{w} - \frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}}$$

Cortando os termos iguais,

$$(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^{*}) = \theta\left[\hat{\hat{P}} - \hat{\hat{p}}(h) - \hat{\hat{P}}^{*} + \hat{\hat{p}}^{*}(f)\right]$$

Usando a PPC, temos:

$$(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^{*}) = \theta\left[\hat{\hat{E}} + \hat{\hat{P}}^{*} - \hat{\hat{P}}^{*} - \hat{\hat{p}}(h) + \hat{\hat{p}}^{*}(f)\right]$$

Simplificando

$$(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^{*}) = \theta\left[\hat{\hat{E}} - \hat{\hat{p}}(h) + \hat{\hat{p}}^{*}(f)\right] \ (i)$$

Onde $\left[\hat{\hat{E}} - \hat{\hat{p}}(h) + \hat{\hat{p}}^{*}(f)\right]$ representa os termos de troca.

(ii) Subtraindo (37) de (36), e considerando variações de *steady state*, temos

$$(\theta+1)(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^{*}) = -\theta\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^{*}\right) + \hat{\hat{C}}^{w} - \hat{\hat{C}}^{w} + \frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}} - \frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^{w}} - \theta\gamma\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^{w}} + \theta\gamma\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^{w}}$$

Cortando os termos comuns,

$$(\theta+1)(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^{*}) = -\theta\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^{*}\right) - \theta\gamma\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^{w}} - \frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^{w}}\right]$$

Isolando $(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^{*})$,

$$(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^*) = -\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) - \left(\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] \; (ii)$$

(iii) Linearizando (26) e (27), e considerando em *steady-state*, chega-se a:

$$\hat{\hat{C}} = \frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + \hat{\hat{p}}(h) - \hat{\hat{P}} + \hat{\hat{y}} - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} \quad (42)$$

$$\hat{\hat{C}}^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + \hat{\hat{p}}^*(f) - \hat{\hat{P}}^* + \hat{\hat{y}}^* - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} \quad (43)$$

Resolvendo por diferenças, entre (42) e (43)

$$\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left[1 + \left(\frac{n}{1-n}\right)\right]\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + \hat{\hat{p}}(h) - \hat{\hat{p}}^*(f) + \hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^* - \hat{\hat{P}} + \hat{\hat{P}}^* - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Coletando termos comuns e usando a PPC,

$$\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + (\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^*) - \left[\hat{\hat{E}} + \hat{\hat{p}}^*(f) - \hat{\hat{p}}(h)\right] - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} \quad (iii)$$

(iv) Substituindo a expressão para os termos de troca em (i) em (iii),

$$\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + (\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^*) - \frac{1}{\theta}(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^*) - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Coletando $(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^*)$,

$$\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^*) - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Substituindo (ii) na expressão acima

$$\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)\left\{-\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) - \left(\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Simplificando,

$$\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + (\theta-1)\left\{-\frac{1}{(\theta+1)}\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) - \left(\frac{\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Isolando $\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right)$,

$$\left[1 + \frac{(\theta-1)}{(\theta+1)}\right]\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} - \frac{(\theta-1)\gamma}{(\theta+1)}\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Simplificando os termos multiplicativos de $\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right)$

$$\frac{2\theta}{\theta+1}\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} - \left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right] - \frac{(\theta-1)\gamma}{(\theta+1)}\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right] + \left[\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] + \frac{(\theta-1)\gamma}{(\theta+1)}\left[\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Simplificando para os choques de política fiscal,

$$\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^{*}\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} - \left(\frac{1+\theta}{2\theta} + \frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right]\ (iv)$$

<u>Consumo em H (46)</u>

Deve-se utilizar o método de Aoki (1981), onde $\hat{\hat{X}} = \hat{\hat{X}}^{w} + (1-n)(\hat{\hat{X}} - \hat{\hat{X}}^{*})$. Utilizando (44) e (iv)

$$\hat{\hat{C}} = -(1+\gamma)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^{w}}{\bar{C}_0^w} + (1 - n)\left\{\left(\frac{1}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} - \left(\frac{1+\theta}{2\theta} + \frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Simplificando e desagregando o choque fiscal agregado,

$$\hat{\hat{C}} = \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} - (1-n)\left(\frac{1+\theta}{2\theta} + \frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right] - (1+\gamma)\frac{1}{2}\left[n\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + (1-n)\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (F)$$

Aplicando a propriedade distributiva,

$$\hat{\hat{C}} = \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma-n-n\theta+n\theta\gamma-n\gamma}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right] - (1+\gamma)\frac{1}{2}\left[n\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + (1-n)\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Colocando os termos comuns em evidência,

$$\hat{\hat{C}} = \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma-n-n\theta+n\theta\gamma-n\gamma}{2\theta} + \frac{n+\gamma n}{2}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma-n-n\theta+n\theta\gamma-n\gamma}{2\theta} - \frac{1-n-n\gamma+\gamma}{2}\right]\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}$$

Escrevendo a expressão acima em termos de 2θ

$$\hat{\hat{C}} = \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma-n-n\theta+n\theta\gamma-n\gamma+n\theta+\gamma n\theta}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma-n-n\theta+n\theta\gamma-n\gamma-\theta+n\theta+n\theta\gamma-\theta\gamma}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}$$

Cortando os termos comuns,

$$\hat{\hat{C}} = \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{1-n+\theta-\theta\gamma+\gamma-n\gamma+2n\theta\gamma}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{1-n+\gamma-n\gamma+2n\theta\gamma-2\theta\gamma}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Simplificando,

$$\hat{\hat{C}} = \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{(1-n+\theta)(1+\gamma)-2\theta\gamma(1-n)}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{(1-n)(1+\gamma-2\theta\gamma)}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} \quad (46)$$

Consumo em F (47)

Pode-se utilizar a fórmula $\hat{\hat{X}} = \hat{\hat{X}}^w + -n(\hat{\hat{X}} - \hat{\hat{X}}^*)$

$$\hat{\hat{C}}^* = -(1+\gamma)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w} - n\left\{\left(\frac{1}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} - \left(\frac{1+\theta}{2\theta} + \frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Simplificando,

$$\hat{\hat{C}}^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + n\left(\frac{1+\theta}{2\theta} + \frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] - (1+\gamma)\frac{1}{2}\left[n\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + (1-n)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Aplicando a propriedade distributiva,

$$\hat{\hat{C}}^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} + \left(\frac{n+n\theta+n\theta\gamma-n\gamma}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] - (1+\gamma)\frac{1}{2}\left[n\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + (1-n)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Colocando os termos comuns em evidência,

$$\hat{\hat{C}}^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{n+n\theta+n\theta\gamma-n\gamma}{2\theta} - \frac{n+\gamma n}{2}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{n+n\theta+n\theta\gamma-n\gamma}{2\theta} + \frac{1-n-n\gamma+\gamma}{2}\right]\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Rearranjando em termos dos choques de política fiscal,

$$\hat{\hat{C}}^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{n+n\theta+n\theta\gamma-n\gamma-n\theta-\gamma\theta n}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{n+n\theta+n\theta\gamma-n\gamma+\theta-n\theta-n\gamma\theta+\gamma\theta}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Simplificando,

$$\hat{\hat{C}}^* = -\left(\frac{n}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} + \left[\frac{n(1-\gamma)}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \left[\frac{n+\theta-\gamma(n-\theta)}{2\theta}\right]\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} \quad (47)$$

<u>Produto em H (48)</u>

De (ii) e (iv),

$$(\hat{\hat{y}} - \hat{\hat{y}}^*) = -\frac{\theta}{\theta+1}\left[\left(\frac{1}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] - \frac{\theta\gamma}{\theta+1}\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Usando $\hat{\hat{X}} = \hat{\hat{X}}^w + (1-n)(\hat{\hat{X}} - \hat{\hat{X}}^*)$ e a equação (45)

$$\hat{\hat{y}} = (1-n)\left\{-\frac{\theta}{\theta+1}\left(\frac{1}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} + \frac{\theta}{\theta+1}\left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{\theta}{\theta+1}\left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} - \frac{\theta\gamma}{\theta+1}\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} + (1-\gamma)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}$$

Aplicando a propriedade distributiva,

$$\hat{\hat{y}} = -\frac{\theta}{\theta+1}\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} + (1-n)\frac{\theta}{\theta+1}\left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - (1-n)\frac{\theta}{\theta+1}\left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} - (1-n)\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] + (1-\gamma)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}$$

Pode-se rearranjar a expressão acima,

$$\hat{\hat{y}} = -\frac{\theta}{\theta+1}\left[\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\bar{r}\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - (1-n)\left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + (1-n)\left(\frac{1+\theta-\theta\gamma+\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} + (1-n)\gamma\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right] + (1-\gamma)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}$$

Pode-se utilizar a expressão (F) encontrada no desenvolvimento de (46) para simplificar,

$$\hat{\hat{y}} = -\frac{\theta}{\theta+1}\hat{\hat{C}} - \frac{\theta}{\theta+1}(1+\gamma)\frac{1}{2}\left[\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] + (1-\gamma)\frac{1}{2}\left[\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - \frac{\theta}{\theta+1}(1-n)\gamma\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Colocando o choque fiscal agregado em evidência,

$$\hat{\hat{y}} = -\frac{\theta}{\theta+1}\hat{\hat{C}} + \frac{1}{2}\left\{\frac{-\theta-\theta\gamma}{\theta+1} + (1-\gamma)\right\}\left[\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - \frac{\theta}{\theta+1}(1-n)\gamma\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Rearranjando,

$$\hat{\hat{y}} = -\frac{\theta}{\theta+1}\hat{\hat{C}} + \frac{1}{2}\left\{\frac{-\theta-\theta\gamma+\theta-\gamma\theta+1-\gamma}{\theta+1}\right\}\left[\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - \frac{\theta}{\theta+1}(1-n)\gamma\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Cortando termos comuns,

$$\hat{\hat{y}} = -\frac{\theta}{\theta+1}\hat{\hat{C}} + \frac{1}{2}\left(\frac{-2\theta\gamma+1-\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - \frac{\theta}{\theta+1}(1-n)\gamma\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (48)$$

Termos de Troca (49)

De (i) e (ii),

$$\frac{\theta}{\theta+1}\left(\hat{\bar{C}}-\hat{\bar{C}}^{*}\right)=-\theta\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]-\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\left(\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right)$$

Isolando $\left(\hat{\bar{C}}-\hat{\bar{C}}^{*}\right)$,

$$\left(\hat{\bar{C}}-\hat{\bar{C}}^{*}\right)=-\theta\left(\frac{\theta+1}{\theta}\right)\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]-\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\left(\frac{\theta+1}{\theta}\right)\left(\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right)$$

Simplificando os termos comuns,

$$\left(\hat{\bar{C}}-\hat{\bar{C}}^{*}\right)=-(\theta+1)\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]-\gamma\left(\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right)$$

Substituindo em (iii) e usando novamente (i),

$$-(\theta+1)\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]-\gamma\left(\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{1-n}\right)\bar{r}\frac{d\bar{F}}{\bar{C}_0^w}+\theta\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]-\left[\hat{\bar{E}}+\hat{\bar{p}}^{*}(f)-\hat{\bar{p}}(h)\right]-\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}+\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}$$

Colocando os termos de troca em evidência do lado direito,

$$-(\theta+1)\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]-\gamma\left(\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{1-n}\right)\bar{r}\frac{d\bar{F}}{\bar{C}_0^w}+(\theta-1)\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]-\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}+\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}$$

Isolando os termos de troca

$$-(\theta+1)\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]-(\theta-1)\left[\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}(h)+\hat{\bar{p}}^{*}(f)\right]$$
$$=\left(\frac{1}{1-n}\right)\bar{r}\frac{d\bar{F}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}+\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}+\gamma\left(\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right)$$

Assim,

$$\hat{\bar{p}}(h)-\hat{\bar{E}}-\hat{\bar{p}}^{*}(f)=\left(\frac{1}{2\theta}\right)\left(\frac{1}{1-n}\right)\bar{r}\frac{d\bar{F}}{\bar{C}_0^w}+\left(\frac{\gamma-1}{2\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_0^w}\right]\qquad(49)$$

Demanda por moeda (50)

As soluções para *steady state* da demanda por moeda em H e F são imediatas. Entre *steady states* variação da inflação e variação nas taxas de juros são iguais a zero. Partindo de (40),

$$\hat{\bar{P}}=\hat{\bar{M}}-\hat{\bar{C}}\qquad(50)$$

APÊNDICE 12 - Equações com preços rígidos

12.1 Preços no curto-prazo

No caso de H, partimos da equação de preços:

$$\hat{P}_t = n\hat{p}_t(h) + (1-n)\left[\hat{E}_t + \hat{p}_t^*(f)\right] \qquad (31)$$

Tomando $\hat{p}_t(h) = \hat{p}_t^*(f) = 0$ e omitindo t:

$$\hat{P} = (1-n)\hat{E} \qquad (51)$$

No caso de F, a equação de preços torna-se:

$$\hat{P}_t^* = n\left[\hat{p}_t(h) - \hat{E}_t\right] + (1-n)[\hat{p}_t^*(f)] \qquad (32)$$

Tomando $\hat{p}_t(h) = \hat{p}_t^*(f) = 0$ e omitindo t:

$$\hat{P}^* = -n\hat{E} \qquad (52)$$

12.2 Equações de demanda no curto-prazo

No caso de H, o produto é dado por:

$$\hat{y} = \theta\left[\hat{P} - \hat{p}(h)\right] + \hat{C}^w + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (33)$$

Usando (51),e $\hat{p}(h) = 0$:

$$\hat{y} = \theta\left[(1-n)\hat{E}\right] + \hat{C}^w + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (53)$$

No caso de F, o produto é agora dado por:

$$\hat{y}^* = \theta\left[\hat{P}^* - \hat{p}^*(f)\right] + \hat{C}^w + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (34)$$

Usando (52), e $\hat{p}^*(f) = 0$:

$$\hat{y}^* = -\theta nE + \hat{C}^w + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w} \qquad (54)$$

12.3 Conta corrente no curto-prazo

Com o mesmo procedimento que para a obtenção de (41) e (42), mas sem impor a condição de transversalidade,

$$\mathrm{B_t} - \mathrm{B_{t-1}} = \mathrm{r_{t-1}B_{t-1}} + \frac{p_t(h)y_t}{P_t} - C_t - G_t$$

Como parte-se do equilíbrio em *steady-state* onde $\mathrm{B_{t-1}} = 0$, temos

$$\mathrm{B_t} = \frac{p_t(h)y_t}{P_t} - C_t - G_t$$

Linearizando e considerando o curto-prazo,

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} = \hat{y} - \hat{C} + \hat{p}(h) - \hat{P} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w}$$

Utilizando a condição onde $\hat{p}(h) = 0$ e a equação (51),

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_{0\ \mathrm{t}}^w} = \hat{y} - \hat{C} - (1-n)\hat{E} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w} \quad (55)$$

Analogamente para o residente estrangeiro,

$$\frac{d\bar{B}^*}{\bar{C}_{0\ \mathrm{t}}^w} = \hat{y}^* - \hat{C}^* - n\hat{E} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} = \left(\frac{-n}{1-n}\right)\frac{d\bar{F}}{\bar{C}_0^w} \quad (56)$$

Onde se utilizou $\hat{p}^*(f) = 0$ e a equação (52).

APÊNDICE 13 - Equilíbrio no curto-prazo

13.1 Equação MM

Subtraindo (39) de (38),

$$\hat{C}_{t+1} - \hat{C}_{t+1}^* = \hat{C}_t - \hat{C}_t^* + (1-\beta)\hat{r}_t - (1-\beta)\hat{r}_t$$
$$\hat{C}_{t+1} - \hat{C}_{t+1}^* = \hat{C}_t - \hat{C}_t^*$$

Substituindo $\hat{C}_{t+1} = \hat{\bar{C}}$ para o longo-prazo e $\hat{C}_t = \hat{C}$ para o curto-prazo.

$$\hat{\bar{C}} - \hat{\bar{C}}^* = \hat{C} - \hat{C}^* \quad (57)$$

Analogamente, subtraindo (41) de (40) e considerando os choques monetários iguais a zero ($\hat{\bar{M}} = \hat{\bar{M}}^* = \hat{M} = \hat{M}^* = 0$):

$$-\hat{P} + \hat{P}^* = \hat{C} - \hat{C}^* - \beta\left(\hat{r} + \frac{\hat{\bar{P}} - \hat{P}}{1-\beta}\right) + \beta\left(\hat{r} + \frac{\hat{\bar{P}}^* - \hat{P}^*}{1-\beta}\right)$$

$$-\hat{P} + \hat{P}^* = \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) - \beta\left(\hat{r} + \frac{\hat{\bar{P}} - \hat{P}}{1-\beta} - \hat{r} - \frac{\hat{\bar{P}}^* - \hat{P}^*}{1-\beta}\right)$$

$$-\hat{P} + \hat{P}^* = \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) - \frac{\beta}{(1-\beta)}\left(\hat{\bar{P}} - \hat{\bar{P}}^* + \hat{P}^* - \hat{P}\right)$$

A equação (30) é válida no curto e no longo prazo. Portanto,

$$-\hat{E} = \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) - \frac{\beta}{(1-\beta)}\left(\hat{\bar{E}} - \hat{E}\right) \quad (58)$$

Esta equação pode ser defasada em um período de onde se obtém,

$$-\hat{\hat{E}} = \left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) - \frac{\beta}{(1-\beta)}\left(\hat{\hat{E}} - \hat{\hat{E}}\right)$$

Usando (57) temos

$$\hat{\hat{E}} = -\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) \ (59)$$

Utilizando (59) para substituir em (58) e isolando $\hat{E}$,

$$\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) + \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right)\frac{\beta}{(1-\beta)} = \frac{\beta}{(1-\beta)}\hat{E} + \hat{E}$$

Simplificando

$$\hat{E} = -\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) \qquad (60) \ \ ou\ (MM)$$

13.2. Equação GG

Partindo da equação (i), também válida no curto-prazo,

$$(\hat{y} - \hat{y}^*) = \theta\left[\hat{E} - \hat{p}(h) + \hat{p}^*(f)\right]$$

Ao considerar preços rígidos no curto-prazo $\hat{p}(h) = \hat{p}^*(f) = 0$, temos

$$(\hat{y} - \hat{y}^*) = \theta\hat{E}$$

Subtraindo as equações (56) de (55)

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} - \left(\frac{-n}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} = \hat{y} - \hat{y}^* - \hat{C} + \hat{C}^* - (1-n)\hat{E} + n\hat{E} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}$$

Coletando termos em $\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}$, $\hat{E}$ e rearranajando,

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\left(1 - \left(\frac{-n}{1-n}\right)\right) = (\hat{y} - \hat{y}^*) - \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) - (1-n+n)\hat{E} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}$$

Simplificando

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} = (1-n)\left[(\hat{y} - \hat{y}^*) - \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) - \hat{E} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Além desta condição para o equilíbrio das transações correntes no curto-prazo, pode-se isolar $\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}$ de (iv) e substituir $\left(\hat{\hat{C}} - \hat{\hat{C}}^*\right) = \left(\hat{C} - \hat{C}^*\right)$.

$$\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right) = \left(\frac{1}{1-n}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} - \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \left(\frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$
$$+ \left(\frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Isolando $\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}$,

$$\left(\frac{1}{1-n}\right)\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}\bar{r} = \left(\frac{2\theta}{1+\theta}\right)\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) + \frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{2\theta}{1+\theta}\right)\left(\frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w} - \left(\frac{2\theta}{1+\theta}\right)\left(\frac{(\theta-1)\gamma}{2\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}$$

Colocando em termos dos choques de política fiscal

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} = (1-n)\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left[\left(\frac{2\theta}{1+\theta}\right)\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) + \left(\frac{(\theta-1)\gamma}{1+\theta}+1\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \left(\frac{(\theta-1)\gamma}{1+\theta}+1\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Simplificando

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} = (1-n)\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left[\left(\frac{2\theta}{1+\theta}\right)\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) + \left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Igualando a expressão (iv) rearranjada acima a outra equação para as transações correntes,

$$\left[(\hat{y}-\hat{y}^*) - \left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) - \hat{E} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}\right] = \left[\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{2\theta}{1+\theta}\right)\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Pode-se utilizar $(\hat{y}-\hat{y}^*) = \theta\hat{E}$

$$\theta\hat{E} - \left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) - \hat{E} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} = \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right)$$

Rearranjando

$$\theta\hat{E} - \hat{E} - \frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} = \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\left(\hat{\hat{C}}-\hat{\hat{C}}^*\right) + \left(\hat{C}-\hat{C}^*\right)$$

$$\hat{E}(\theta-1) = \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) + \left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) + \frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Isolando $\hat{E}$,

$$\hat{E} = \left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{1+\theta}{2\theta}\right)(\hat{C}-\hat{C}^*) + \left(\frac{1}{\theta-1}\right)(\hat{C}-\hat{C}^*)$$
$$+\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Colocando $(\hat{C}-\hat{C}^*)$ em evidência,

$$\hat{E} = \left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left[1+\frac{2\theta}{\bar{r}+\theta\bar{r}}\right](\hat{C}-\hat{C}^*) + \left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\right\}$$

Simplificando a expressão,

$$\hat{E} = \left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left(\frac{\bar{r}+\theta\bar{r}+2\theta}{\bar{r}+\theta\bar{r}}\right)(\hat{C}-\hat{C}^*)$$
$$+\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Aplicando a distribuição,

$$\hat{E} = \left(\frac{\bar{r}+\theta\bar{r}+2\theta}{\theta\bar{r}+\theta^2\bar{r}-\bar{r}-\theta\bar{r}}\right)(\hat{C}-\hat{C}^*)$$
$$+\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Rearranjando e cortando termos comuns

$$\hat{E} = \left(\frac{\bar{r}(1+\theta)+2\theta}{\bar{r}(\theta^2-1)}\right)(\hat{C}-\hat{C}^*)$$
$$+\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Considerando que não há choque fiscal em F,

$$\hat{E} = \left(\frac{\bar{r}(1+\theta)+2\theta}{\bar{r}(\theta^2-1)}\right)(\hat{C}-\hat{C}^*)$$
$$+\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} \quad (61) \;\; ou \; (GG)$$

<u>13.3. Soluções analíticas para MM=GG</u>

Consumo

De (60) sabemos que $-\hat{E} = (\hat{C}-\hat{C}^*)$. Substituindo esta expressão em GG,

$$-(\hat{C}-\hat{C}^{*})=\left(\frac{\bar{r}(1+\theta)+2\theta}{\bar{r}(\theta^{2}-1)}\right)(\hat{C}-\hat{C}^{*})$$
$$+\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{dG^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right]\right\}$$

Isolando $(\hat{C}-\hat{C}^{*})$

$$-\left(\frac{\bar{r}(1+\theta)+2\theta}{\bar{r}(\theta^{2}-1)}+1\right)(\hat{C}-\hat{C}^{*})$$
$$=\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{dG^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right]\right\}$$

Simplificando,

$$(\hat{C}-\hat{C}^{*})\left[\frac{\bar{r}(1+\theta)+2\theta+\bar{r}(\theta^{2}-1)}{\bar{r}(\theta^{2}-1)}\right]$$
$$=-\left(\frac{1}{\theta-1}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{dG^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right]\right\}$$

Isolando $(\hat{C}-\hat{C}^{*})$,

$$(\hat{C}-\hat{C}^{*})=-\left(\frac{\bar{r}(\theta^{2}-1)}{[\bar{r}(1+\theta)+2\theta+\bar{r}(\theta^{2}-1)](\theta-1)}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{dG^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right]\right\}$$

Decompondo o termo $\bar{r}(\theta^{2}-1)$

$$(\hat{C}-\hat{C}^{*})=-\left(\frac{\bar{r}(\theta-1)(\theta+1)}{[\bar{r}(1+\theta)+2\theta+\bar{r}(\theta^{2}-1)](\theta-1)}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{dG^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right]\right\}$$

Cortando termos comuns

$$(\hat{C}-\hat{C}^{*})=-\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)}{[\bar{r}(1+\theta)+2\theta+\bar{r}(\theta^{2}-1)]}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{dG^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_{0}^{w}}-\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right]\right\}$$

Simplificando e considerando $\frac{dG^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}=\frac{d\bar{G}^{*}}{\bar{C}_{0}^{w}}=0$

$$(\hat{C}-\hat{C}^{*})=-\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_{0}^{w}}+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_{0}^{w}}\right]\right\} \quad (62)$$

Produto

Partindo de $(\hat{y}-\hat{y}^*)=\theta\hat{E}$ e usando (60),

$$(\hat{y}-\hat{y}^*)=-\theta\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right) \quad (63)$$

Ou, usando (62),

$$(\hat{y}-\hat{y}^*)=\left(\frac{\theta\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w}+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} \quad (63)$$

Câmbio

De (60) sabemos que $-\hat{E}=\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right)$. Substituindo esta expressão em (62), é imediato:

$$\hat{E}=\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w}+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} \quad (64)$$

Transações Correntes

Partindo da expressão equilíbrio para a conta corrente no curto-prazo encontrada na derivação de GG,

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}=(1-n)\left[(\hat{y}-\hat{y}^*)-\left(\hat{C}-\hat{C}^*\right)-\hat{E}-\frac{dG}{\bar{C}_0^w}+\frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Pode-se utilizar a condição de e $(\hat{y}-\hat{y}^*)=\theta\hat{E}$ e a equação (60) para obter

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}=(1-n)\left[\theta\hat{E}+\hat{E}-\hat{E}-\frac{dG}{\bar{C}_0^w}+\frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Cortando termos e aplicando a propriedade distributiva,

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}=(1-n)\theta\hat{E}-(1-n)\left[\frac{dG}{\bar{C}_0^w}-\frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Substituindo na expressão acima a equação (64),

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w}=\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)(1-n)\theta}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w}-\frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}+\left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}-\frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$
$$-(1-n)\left[\frac{dG}{\bar{C}_0^w}-\frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Simplificando,

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} = \left(\frac{\bar{r}(\theta+1)(1-n)\theta}{\theta\bar{r}+2\theta+\bar{r}\theta^2}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$
$$- (1-n)\left[\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Eliminando θ temos

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} = \left(\frac{\bar{r}(\theta+1)(1-n)}{\bar{r}(1+\theta)+2}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$
$$- (1-n)\left[\frac{dG}{\bar{C}_0^w} - \frac{dG^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Considerando o choque fiscal apenas em H,

$$\frac{d\bar{B}}{\bar{C}_0^w} = \left(\frac{\bar{r}(\theta+1)(1-n)}{\bar{r}(1+\theta)+2}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} - (1-n)\left[\frac{dG}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (65)$$

Taxa de juros

Ponderando as versões linearizadas das equações de Euler pelo tamanho de cada país,

$$n\hat{C}_{t+1} + (1-n)\hat{C}_{t+1}^* = n\hat{C}_t + (1-n)\hat{C}_t^* + (1-n)(1-\beta)\hat{r}_t + n(1-\beta)\hat{r}_t$$

Agregando os termos comuns usando a expressão $\hat{X}_t^w = n\hat{X}_t + (1-n)\hat{X}_t^*$ chegamos a equação

$$\hat{C}^w = \hat{\bar{C}}^w - (1-\beta)\hat{r}$$

Da equação (44) sabemos que $\hat{\bar{C}}^w = (\gamma+1)\left[-\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right]$. Substituindo na expressão acima,

$$\hat{C}^w = -(\gamma+1)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1-\beta)\hat{r} \quad (66)$$

Podemos encontrar outra equação para $\hat{C}^w$, ponderando as equações de demanda por moeda (40) e (41),

$$n\hat{M} + (1-n)\hat{M}^* - n\hat{P} - (1-n)\hat{P}^*$$
$$= n\hat{C} + (1-n)\hat{C}^* - n\beta\left(\hat{r} + \frac{\hat{\bar{P}} - \hat{P}}{1-\beta}\right) - (1-n)\beta\left(\hat{r}_t + \frac{\hat{\bar{P}}^* - \hat{P}^*}{1-\beta}\right)$$

Fazendo uso das equações de preços no curto-prazo (51) e (52), usando (50) e sua contrapartida para F,

$$\widehat{M}_t^w - n(1-n)\hat{E} + n(1-n)\hat{E}$$
$$= \hat{C}^w - \beta\hat{r} + n\frac{\beta}{1-\beta}\left[\hat{\hat{C}} - (1-n)\hat{E}\right] + (1-n)\frac{\beta}{1-\beta}\left[\hat{\hat{C}}^* + n\hat{E}\right]$$

Considerando choques monetários iguais a zero e cancelando os termos comuns,

$$0 = \hat{C}^w - \beta\hat{r} + \frac{\beta}{1-\beta}\left[n\hat{\hat{C}} - n(1-n)\hat{E}\right] + \frac{\beta}{1-\beta}\left[(1-n)\hat{\hat{C}}^* - (1-n)n\hat{E}\right]$$
$$\hat{C}^w = \beta\hat{r} - \frac{\beta}{1-\beta}\hat{\hat{C}}^w$$

Usando (44) para substituir na expressão acima,

$$\hat{C}^w = \beta\hat{r} - \frac{\beta}{1-\beta}\left[-(\gamma+1)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] \qquad (67)$$

Usando a condição encontrada acima para $\hat{C}^w$ conjuntamente com a encontrada por meio das equações de Euler,

$$\left[-(\gamma+1)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1-\beta)\hat{r} = \beta\hat{r} - \frac{\beta}{1-\beta}\left[-(\gamma+1)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right]$$
$$\hat{r} = -\left[(\gamma+1)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - \frac{\beta}{1-\beta}\left[(\gamma+1)\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right]$$
$$\hat{r} = -(1+\gamma)\left(1+\frac{\beta}{1-\beta}\right)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] \qquad (68)$$

APÊNDICE 14 - Análises de bem-estar

De (1), temos

$$U_t = \sum_{s=t}^{\infty}\beta^{s-t}\left[logC_s + \chi log\left(\frac{M_s}{P_s}\right) - \frac{k}{2}y_s(z)^2\right]$$

Considerando-se apenas os argumentos reais desta função,

$$U_t^R = \sum_{s=t}^{\infty}\beta^{s-t}\left[logC_s - \frac{k}{2}{y_s}^2\right] \qquad (69)$$

Diferenciando a equação acima e notando que para $t \geq 2$ estamos na posição de *steady state,* pode-se reescrever esta equação considerando apenas dois períodos,

$$dU^R = \hat{C} - k{\bar{y}_0}^2\hat{y} + \frac{1}{\bar{r}}\left[\hat{\hat{C}} - (dk + \hat{\hat{y}}){\bar{y}_0}^2\right] \qquad (70)$$

Sabemos $\bar{y}_0 = \bar{c}_0$ no *steady-state* inicial particular. Utilizando (28) para substituir em (70),

$$dU^R = \hat{C} - \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right)\hat{y} + \frac{1}{\bar{r}}\left[\hat{\hat{C}} - \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right)\hat{\hat{y}} - \left(\frac{\theta - 1}{\theta}\right)\gamma\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right] \qquad (71)$$

14.1 Consumo no curto prazo

A expressão (66) nos fornece uma expressão para o consumo agregado mundial no curto prazo. De (62) temos uma expressão para $\left(\hat{C} - \hat{C}^*\right)$. Utilizando a fórmula $\hat{C} = \hat{C}^w + (1-n)(\hat{C} - \hat{C}^*)$ temos,

$$\hat{C} = -(\gamma+1)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1-\beta)\hat{r} - (1 - n)\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Sabemos que $\hat{r}$ é dado por (68). Substituindo na expressão acima,

$$\hat{C} = -(\gamma+1)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] + (1-\beta)(1+\gamma)\left(1+\frac{\beta}{1-\beta}\right)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1 - n)\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Aplicando a distributiva

$$\hat{C} = -(\gamma+1)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] + (1+\gamma)(1-\beta+\beta)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1 - n)\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Simplificando

$$\hat{C} = -(1+\gamma)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] + (1+\gamma)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1 - n)\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\}$$

Cortando termos comuns,

$$\hat{C} = -\left(\frac{\bar{r}(\theta+1)(1-n)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} \quad (72)$$

De forma alternantiva utilizando a expressão para o câmbio (64),

$$\hat{C} = -(1-n)\hat{E} \qquad (73)$$

14.2 Renda no curto prazo

Da equação (53), sabemos que o produto no curto prazo é dado por

$$\hat{y} = (1-n)\theta\hat{E} + \hat{C}^w + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w}$$

Utilizando (66) e (68) para $\hat{r}$ como adotado no consumo,

$$\hat{y} = (1-n)\theta\hat{E} - (\gamma+1)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] + (1-\beta)(1+\gamma)\left(1+\frac{\beta}{1-\beta}\right)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w}$$

Notando o resultado obtido na resolução de (72),

$$\hat{y} = (1-n)\theta\hat{E} + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w} \quad (74)$$

Usando a expressão (64) para substituir para a taxa de câmbio,

$$\hat{y} = \left(\frac{\bar{r}\theta(\theta+1)(1-n)}{\bar{r}\theta(1+\theta)+2\theta}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w}$$

Eliminando θ,

$$\hat{y} = \left(\frac{\bar{r}(\theta+1)(1-n)}{\bar{r}(1+\theta)+2}\right)\left\{\frac{dG}{\bar{C}_0^w} + \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)\left(\frac{\gamma(\theta-1)+1+\theta}{1+\theta}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w}\right]\right\} + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w}$$

14.3 Consumo no longo prazo

Aplicando (44) e (60) a fórmula de Aoki,

$$\hat{\bar{C}} = -(\gamma+1)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1-n)\hat{E} \qquad (75)$$

Para encontrar a forma reduzida, pode-se utilizar a expressão para transações correntes (65) para substituir em (46) e simplificar.

14.4 Renda no longo prazo

De (45) conhecemos $\hat{\bar{y}}^w$

$$\hat{\bar{y}}^w = (1-\gamma)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] \qquad (45)$$

Considerando a relação (ii), temos

$$(\hat{\bar{y}} - \hat{\bar{y}}^*) = -\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\left(\hat{\bar{C}} - \hat{\bar{C}}^*\right) - \left(\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] \ (ii)$$

Aplicando estas equações a fórmula de Aoki e utilizando $\left(\hat{\bar{C}} - \hat{\bar{C}}^*\right) = -\hat{E}$,

$$\hat{\bar{y}} = (1-\gamma)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] + (1-n)\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\hat{E} - (1-n)\left(\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right]$$

Rearranjando

$$\hat{\hat{y}} = (1-n)\left(\frac{\theta}{\theta+1}\right)\hat{E} \; + (1-\gamma)\left[\frac{1}{2}\frac{d\bar{G}^w}{\bar{C}_0^w}\right] - (1-n)\left(\frac{\theta\gamma}{\theta+1}\right)\left[\frac{d\bar{G}}{\bar{C}_0^w} - \frac{d\bar{G}^*}{\bar{C}_0^w}\right] \quad (76)$$

Bem estar no curto-prazo

Utilizando (73) e (74) para substituir em (71),

$$dU_{cp}^R = -(1-n)\hat{E} - \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)\left[(1-n)\theta\hat{E} + \frac{dG^w}{\bar{C}_0^w}\right]$$

$$dU_{cp}^R = -(1-n)\hat{E} - (\theta-1)(1-n)\hat{E} - \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)\frac{dG^w}{\bar{C}_0^w}$$

$$dU_{cp}^R = -(1-n)\hat{E} + (1-n)\hat{E} - (1-n)\theta\hat{E} - \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)\frac{dG^w}{\bar{C}_0^w}$$

$$dU_{cp}^R = -(1-n)\theta\hat{E} - \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)\frac{dG^w}{\bar{C}_0^w}$$