

SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS

POSICIONADORES INERCIAIS

Dissertação apresentada ao
Curso de Pós-Graduação em Ciên-
cias Geodésicas para obtenção
do Grau de Mestre em Ciências
pela Universidade Federal do
Paraná.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
1980

POSICIONADORES INERCIAIS

DISSERTAÇÃO

Apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências
Geodésicas para obtenção do Grau de Mestre em
Ciências pela Universidade Federal do Paraná

por

SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS, Licenc. em Física

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1980

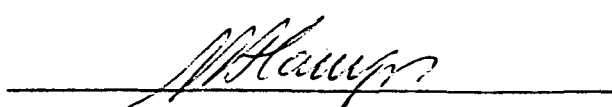
BANCA EXAMINADORA:



DR. CAMIL GEMAEI - Orientador



M.S. LUIZ/DANILO DAMASCENO FERREIRA



M.S. MILTON DE AZEVEDO CAMPOS

AGRADECIMENTOS

Desejo manifestar agradecimentos às pessoas e instituições abaixo relacionadas, que contribuíram de forma relevante na confecção deste trabalho:

Prof. Camil Gemael, pela orientação e incentivo;

Defense Mapping Agency (DMA); Diretoria do Serviço Geográfico do Exército (DSG); 2^a Divisão de Levantamento (2^aDL) e Instituto de Terras e Cartografia (ITC), pelo apoio;

Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, pela impressão e auxílio financeiro, inclusive durante todo o tempo acadêmico;

Srta. Ediclêa Walter, pelo auxílio na datilografia e revisão;

Professores e Colegas do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e a todos aqueles que de alguma forma deram auxílio; e

à minha esposa Lindamir Luzia, pelo auxílio e incentivo.

RESUMO

O presente trabalho visa sistematizar os princípios ligados ao posicionamento inercial, assim como analisar a viabilidade dos Posicionadores Inerciais para a determinação de pontos de apoio à Cartografia. São discutidos neste trabalho: os princípios físicos relacionados com a tecnologia inercial; os Posicionadores Inerciais existentes e os seus estágios de desenvolvimento. São também apresentados os resultados de testes, com um Posicionador Inercial, na Região Metropolitana de Curitiba.

ABSTRACT

The aim of this paper is to systematize the principles of inertial surveying and to analyze the applicability of Inertial Survey Systems on the determination of control points for mapping purposes. Physical principles related to inertial technology, Inertial Survey Systems on hand and their state of development together with an Inertial Survey System in the Metropolitan Region of Curitiba are also presented.

SUMÁRIO

	Página
Título	ii
Agradecimentos	iii
Resumo	iv
Abstract	iv
Sumário	v
Lista de Símbolos e Abreviaturas	xi
Introdução	xv

CAPÍTULO 1

ACELERÔMETROS, GIROSCÓPIOS E INTEGRADORES; PRINCÍPIOS FÍSICOS

1.1.	Acelerômetros	01
1.1.1.	Cinemática da partícula.	01
1.1.2.	Leis de Newton do movimento e da gravitação.	05
1.1.3.	Força inercial e aceleração.	07
1.1.4.	Acelerômetros inerciais.	07
1.1.5.	Parâmetros básicos e incertezas.	12
1.2.	Giroscópios.	13
1.2.1.	Dinâmica de um corpo rígido no espaço.	13
1.2.1.1.	Momento angular de uma partícula e torque.	13
1.2.1.2.	Rotação de um corpo rígido.	15
1.2.1.3.	Momentos, produtos e elipsóide de inércia.	18
1.2.1.4.	Momento angular de um corpo rígido e torque.	22
1.2.1.5.	Equações de Euler para a rotação de um corpo rígido	23

1.2.2.	Teoria do giroscópio	25
1.2.3.	Giroscópio sujeito a torques externos.	29
1.2.4.	Giroscópios verticais, livres e direcionais.	31
1.2.5.	Fenômeno de deriva e erros	31
1.2.6.	Tipos	34
1.2.7.	Parâmetros básicos e erros	36
1.3.	Integradores	36

CAPÍTULO 2

PLATAFORMAS INERCIAIS

2.1.	Navegação inercial	39
2.1.1.	Sistemas auto-contidos	39
2.1.2.	Plataformas inerciais e referenciais	40
2.1.3.	Controles de compensação	42
2.2.	Plataforma inercial instrumentando referencial estabilizado espacialmente	43
2.3.	Plataforma inercial instrumentando referencial de nível local	44
2.3.1.	Compensação para rotação da Terra, movimento relativo e outros efeitos	44
2.3.2.	Nivelamento e alinhamento com o norte verdadeiro	49
2.4.	Plataforma instrumentando referencial analiticamente	52
2.5.	Plataforma inercial com calibração Schuler; erros	53

CAPÍTULO 3

POSICIONADORES INERCIAIS

3.1.	Posicionamento inercial.	59
------	----------------------------------	----

3.2.	Posicionador inercial "Auto-Surveyor"	60
3.2.1.	Descrição	61
3.2.2.	Princípios de operação.	65
3.2.3.	Operação	66
3.2.3.1.	Procedimentos preparatórios	66
3.2.3.2.	Introdução de dados iniciais.	67
3.2.3.3.	Condução entre pontos conhecidos.	67
3.2.3.4.	Levantamento de dados . . . ,	68
3.2.3.5.	Introdução de dados finais.	69
3.2.3.6.	Compensação final.	69
3.2.3.7.	Inicialização de nova linha de levantamento . .	70
3.2.4.	Considerações adicionais.	70
3.2.5.	Calibração dinâmica	72
3.2.6.	Testes de controle	79
3.2.7.	Versões para operação em veículo terrestre e helicóptero	81
3.3.	Outros posicionadores inerciais	83

CAPÍTULO 4

TRATAMENTO DAS OBSERVAÇÕES

EM UM POSICIONAMENTO INERCIAL

4.1.	Teoria para determinação de posição com um Po- sicionador Inercial	85
4.1.1.	Natureza e efeitos dos erros em um posicionamen- to inercial	85
4.1.1.1.	Correlação entre a velocidade e posição	88
4.1.2.	Compensação de erros nas posições determinadas através do erro de fechamento observado	91
4.1.3.	Equação de distribuição de erros	93
4.1.3.1.	Linearização	94

4.1.3.2.	Soluções	95
4.1.3.3.	Ajustamento das observações.	99
4.1.4.	Outros fatores que afetam a precisão das observações	100

CAPÍTULO 5

PLANEJAMENTO DE OPERAÇÃO PARA UM POSICIONADOR INERCIAL

5.1.	Características de um posicionador inercial e planejamento de operação	102
5.1.1.	Planejamento de linhas de levantamento.	103
5.1.1.1.	Critérios gerais para o planejamento	103
5.1.1.2.	Solução geral para uma área a ser levantada.	105
5.2.	Estabelecimento de linhas de levantamento	107
5.3.	Análise custo/benefício de um PI	107
5.3.1.	Formação de pessoal	108
5.3.2.	Otimização de uso	109

CAPÍTULO 6

TESTES COM UM POSICIONADOR INERCIAL NA REGIÃO METROPOLITANA DE CURITIBA

6.1.	Programação dos testes.	111
6.1.1.	O Posicionador Inercial testado.	112
6.1.2.	Apoio existente.	112
6.1.3.	Estabelecimento de linhas de calibração	112
6.1.4.	Estabelecimento de linhas de testes.	113
6.1.5.	Implantação dos pontos	114
6.2.	Atividades durante o período de testes	114

	Página	
6.3.	Calibração dinâmica	116
6.3.1.	Determinação de KN, THEZ e THZE	117
6.3.1.1.	Determinação de (KN) _{novo}	117
6.3.1.2.	Determinação de (THEZ) _{novo}	118
6.3.1.3.	Determinação de (THZE) _{novo}	120
6.3.2.	Determinação de KE, THNZ e THZN	121
6.3.2.1.	Determinação de (KE) _{novo}	121
6.3.2.2.	Determinação de (THNZ) _{novo}	122
6.3.2.3.	Determinação de (THZN) _{novo}	123
6.3.3.	Síntese da calibração dinâmica.	124
6.4.	Testes efetuados	126
6.4.1.	Linhas de testes e resultados	126
6.4.1.1.	Linha de testes número 1	130
6.4.1.2.	Linha de testes número 2	132
6.4.1.3.	Linha de testes número 3	133
6.4.1.4.	Linha de testes número 4	136
6.4.1.5.	Linha de testes número 5	136
6.4.1.6.	Linha de testes número 6	137
6.5.	Problemas ocorridos.	138

CAPÍTULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1.	O aspecto mais notável	139
7.2.	Análise dos resultados.	139
7.3.	Outras considerações	141

	CONCLUSÕES	144
--	----------------------	-----

APÊNDICE 1

	REFERENCIAIS	145
--	------------------------	-----

APÊNDICE 2

CADERNETAS E DADOS COLHIDOS COM UM POSICIONADOR INERCIAL	151
NOTAS DE REFERÊNCIAS.	165
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	168

LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

- a - aceleração; semi-eixo maior de modelo elipsóidico, coeficiente a determinar.
- A - ponto geométrico; azimute; matriz de coeficientes a determinar.
- AS - Auto-Surveyor.
- B - ponto geométrico.
- C - ponto geométrico; valor de compensação.
- $C_{1,2,\dots}$ - constante de integração.
- $C_{1,2,\dots}^+$ - capacitância.
- CG - centro de gravidade.
- CM - centro de massa.
- COMEC - Coordenação da Região Metropolitana de Curitiba.
- CPGCG - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.
- d - diferencial.
- DMA - Defense Mapping Agency.
- DSG - Diretoria do Serviço Geográfico do Exército.
- e - excentricidade de modelo elipsóidico; eixo leste.
- E - matriz dos erros; direção leste; eixo.
- ETL - Engineer Topographic Laboratories.
- \vec{F} - força.
- g - aceleração da gravidade.
- G - constante da Gravitação Universal.
- h - altitude.
- \hat{i} - versor do eixo x.
- I - momento de inércia.

IBGE	- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.
IPPUC	- Instituto de Planejamento Urbano de Curitiba.
IPS	- Inertial Positioning System.
ISS	- Inertial Survey System.
ITC	- Instituto de Terras e Cartografia.
\vec{j}	- versor do eixo y.
J	- constante.
\vec{k}	- versor do eixo z.
K	- constante.
KE	- fator de escala do acelerômetro alinhado com a direção leste.
KN	- fator de escala do acelerômetro alinhado com a direção norte.
l	- comprimento.
\vec{L}	- momento angular de uma partícula.
L	- indutância.
\vec{L}	- momento angular de um sistema de partículas.
m	- massa
M	- massa; raio de curvatura da seção meridiana.
n	- eixo norte.
N	- matriz dos erros acidentais; norte; raio da seção 1º vertical.
o	- ponto geométrico.
O	- ponto de origem.
\vec{p}	- momento linear de uma partícula.
P	- ponto geodésico; matriz dos pesos.
\vec{P}	- momento linear de uma sistema de partículas.
PADS	- Position and Azimuth Determining System.
PI	- Posicionador Inercial.
PN	- pólo norte.
q	- ponto geométrico.

\vec{r}	- vetor posição.
R	- raio; resistência.
RGSS	- Rapid Geodetic Survey System.
RMC	- Região Metropolitana de Curitiba.
RN	- Referência de Nível.
s	- trajetória.
S	- Sul; sinal de saída.
t	- tempo (observação).
THEZ	- desvio do eixo do acelerômetro leste em relação ao eixo vertical.
THNZ	- desvio do eixo do acelerômetro norte em relação ao eixo vertical.
THZE	- desvio do eixo do acelerômetro vertical em relação ao eixo leste.
THZN	- desvio do eixo do acelerômetro vertical em relação ao eixo norte.
\vec{u}	- vetor arbitrário.
\vec{v}	- velocidade.
V	- tensão; vertical.
x	- coordenada; eixo.
X	- eixo; matriz das coordenadas.
y	- coordenada; eixo.
Y	- eixo.
z	- coordenada; eixo.
Z	- eixo.
2 ^a DL	- Segunda Divisão de Levantamento do Exército.
$\vec{\alpha}$	- aceleração angular.
δ	- variação.
Δ	- variação; erro.
Δg	- anomalia da gravidade.

η	- componente 1ª vertical da deflexão da vertical.
θ	- ângulo; deslocamento angular.
λ	- longitude.
$\hat{\lambda}$	- versor de um eixo.
μ	- densidade linear.
ν	- frequência.
ξ	- componente meridiana da deflexão da vertical.
π	- constante PI; partícula.
σ	- domínio.
$\vec{\tau}$	- torque sobre uma partícula.
\vec{T}	- torque sobre um sistema de partículas.
ϕ	- latitude, produto de inércia.
$\vec{\omega}$	- velocidade angular.
$\vec{\Omega}$	- velocidade de precessão.
$\vec{\Omega}_T$	- velocidade angular da Terra.
\rightarrow	- vetor.
$ $	- módulo.
\gg	- muito maior.
\approx	- aproximadamente igual.
\equiv	- idêntico.

INTRODUÇÃO

A evolução de dispositivos de navegação, baseados em sensores inerciais, assim como o desenvolvimento de novas técnicas de processamento e controle de erros, permitiram a concepção de Posicionadores Inerciais (PI), capazes de interpolar coordenadas de pontos, com precisão compatível a muitas finalidades geodésicas. Tais posicionadores possuem características marcantes que prometem revolucionar os métodos geodésicos, pois permitem a obtenção de: latitude; longitude; altitude; anomalia "free-air" da gravidade; deflexão da vertical. A obtenção de tais parâmetros se faz com rapidez incomparável e independentemente de qualquer radiação ou outra informação externa, além de independêr de condições climáticas.

O Brasil é um país com parcela significativa de seu território ainda não mapeada em escala adequada ao desenvolvimento, agora tão urgente, em vista das pressões econômicas decorrentes da conjuntura mundial.

No presente trabalho, pretende-se sistematizar os princípios relacionados com a concepção, funcionamento, operação e obtenção de resultados, além de se apresentar uma descrição do teste desenvolvido na Região Metropolitana de Curitiba (RMC), em fins de 1979, com um PI, visando subsídios quanto à aplicabilidade de tais posicionadores como auxiliares efetivos à solução do problema cartográfico nacional.

Com a intenção de tornar a exposição mais amena e mais útil a diferentes interesses que possa vir despertar, foi o

trabalho subdividido em capítulos, relacionados com os diferentes aspectos do posicionamento inercial. Foram adicionados como apêndices ao trabalho: um tópico relacionado com referenciais e diversas cadernetas com dados reais.

CAPÍTULO 1

ACELERÔMETROS, GIROSCÓPIOS E INTEGRADORES; PRINCÍPIOS FÍSICOS

Conhecidas as condições iniciais de velocidade e posição de um dado corpo, sujeito à determinada aceleração, pode-se conhecer do mesmo, em qualquer instante, a velocidade e posição em adequado referencial. Serão aqui revisados os princípios físicos envolvidos para estas determinações. Dispositivos inerciais baseados nas leis fundamentais da mecânica são capazes de detectar forças inerciais e conseqüentemente acelerações em um referencial instrumentado também por dispositivos inerciais. O relacionamento entre as grandezas envolvidas é efetuado também por dispositivos adequados.

1.1. Acelerômetros

Os dispositivos capazes de detectar forças inerciais e fornecer como saída um sinal proporcional à aceleração à qual são sujeitos, denominam-se acelerômetros.

1.1.1. Cinemática da partícula *

* Partícula no sentido próprio, é um corpo de dimensões omíssíveis para qualquer análise e de massa elementar. No sentido impróprio, pode ter massa qualquer e dimensões omíssíveis em vista do fenômeno tratado.

Considerando-se uma partícula π com o vetor posição \vec{r} em um referencial Oxyz (figura 1.1), em um determinado instante t a sua velocidade em relação ao referencial é dada por:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.1)$$

A aceleração da partícula relativamente ao mesmo referencial é dada em qualquer instante t por

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.2)$$

ou

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \quad (1.2a)$$

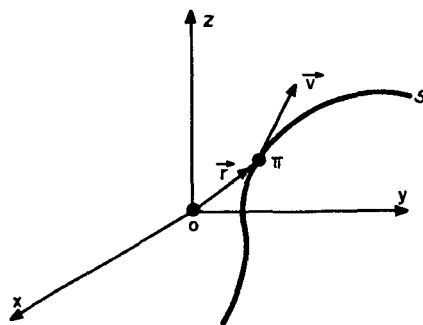


Figura 1.1.- Partícula em movimento

Se o vetor posição é expresso em componentes cartesianas, na forma

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (1.3)$$

então

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}, \quad (1.4)$$

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} + \frac{dv_z}{dt}\vec{k} \quad (1.5)$$

ou

$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}. \quad (1.5a)$$

Da (1.2), considerando-se a aceleração ainda como uma função do tempo (caso mais geral), escreve-se:

$$d\vec{v} = \vec{a}(t)dt \quad (1.6)$$

e integrando-se ambos os membros

$$\vec{v} = \int \vec{a}(t)dt + C_1. \quad (1.7)$$

O valor da constante C_1 é obtido conhecendo-se o valor da velocidade no instante $t=0$. Igualmente, da (1.1), para a velocidade como uma função do tempo, escreve-se:

$$d\vec{r} = \vec{v}(t)dt \quad (1.8)$$

e integrando-se ambos os membros:

$$\vec{r} = \int \vec{v}(t)dt + C_2. \quad (1.9)$$

O valor da constante C_2 é também obtido de condições iniciais. Observe-se ainda que C_1 e C_2 devem ter natureza vetorial. Da (1.5), comparando-se os valores das componentes, escreve-se:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}; \quad a_z = \frac{dv_z}{dt} \quad (1.10)$$

e por intermédio da (1.6):

$$\begin{aligned} dv_x &= a_x(t)dt; \\ dv_y &= a_y(t)dt; \\ dv_z &= a_z(t)dt; \end{aligned} \quad (1.11)$$

as quais tendo ambos os membros integrados resultam em:

$$\begin{aligned}v_x &= \int a_x(t) dt + C_{1x}; \\v_y &= \int a_y(t) dt + C_{1y}; \\v_z &= \int a_z(t) dt + C_{1z}.\end{aligned}\tag{1.12}$$

Igualmente, comparando-se os valores das componentes da (1.4) escreve-se:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}\tag{1.13}$$

e por intermédio da (1.8):

$$\begin{aligned}dx &= v_x(t) dt; \\dy &= v_y(t) dt; \\dz &= v_z(t) dt;\end{aligned}\tag{1.14}$$

as quais tendo ambos os membros integrados resultam em:

$$\begin{aligned}x &= \int v_x(t) dt + C_{2x}; \\y &= \int v_y(t) dt + C_{2y}; \\z &= \int v_z(t) dt + C_{2z}.\end{aligned}\tag{1.15}$$

Novamente, as constantes C_{1x} , C_{1y} , C_{1z} , C_{2x} , C_{2y} e C_{2z} podem ser obtidas das condições iniciais, tendo aqui, natureza escalar.

Em conjunto, as (1.12) e (1.15) mostram que conhecidas as condições iniciais de movimento da partícula π no referencial Oxyz e a sua aceleração como uma função do tempo, pode-se conhecer em qualquer instante t a sua velocidade e posição.

1.1.2. Leis de Newton do movimento e da gravitação

Ao pesquisar-se as causas do movimento, verifica-se sempre a existência de forças que são resultantes da ação direta ou à distância entre os corpos. Tais forças são os únicos agentes capazes de modificar o estado de repouso ou movimento de um corpo. Da experimentação observam-se sempre acelerações nos sentidos destas forças e proporcionais à massa do corpo de prova. Este fato não pode ser demonstrado matematicamente e se constitui em um dos princípios da Mecânica Newtoniana *.

Antes de Galileo Galilei (1564-1642), acreditava-se que o estado natural de um corpo era o repouso e que um movimento só subsistiria mediante uma contínua aplicação de forças. Galileo concluiu que força externa a um corpo somente provoca variação em sua velocidade e para que um corpo permaneça em movimento retilíneo uniforme (MRU) ** ou em repouso, não será necessária a aplicação de força externa. Este postulado tornou-se a primeira das três leis de Newton para o movimento. A primeira lei foi estabelecida como segue-se: "todo corpo persiste em seu estado de repouso ou de MRU, desde que não seja levado a variar este estado por forças aplicadas a ele". Esta lei é também conhecida como Lei da Inércia. O enunciado restritivo da segunda lei é aquele que estabelece que uma força \vec{F} atuante sobre um corpo segundo uma reta de ação passante pelo centro de massa deste, imprime a este uma aceleração \vec{a} de mesma orientação da força e inversamente proporcional a sua massa, ou seja

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (1.16)$$

* Isaac Newton (1642-1727).

** MRU é o único tipo de movimento em que o vetor velocidade é constante.

O enunciado original desta lei estabelece que: "A taxa de variação temporal do momento linear de um corpo é proporcional à força impressa sobre ele e tem a direção desta"; ou seja

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}). \quad (1.17)$$

Esta expressão não é restritiva, pois não estabelece a constância da massa. A quantidade

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (1.18)$$

é definida como momento linear ou quantidade de movimento de um corpo. A terceira lei pode ser enunciada como: "Quando dois corpos atuam um sobre o outro, as forças de ação e reação correspondentes são diretamente opostas^{*}".

Pode-se observar que a primeira lei de Newton decorre da segunda, quando a força atuante é igual ao vetor nulo, isto é, pela (1.16) deduz-se que o vetor aceleração é nulo e pela (1.2), ou o vetor velocidade é constante ou nulo.

A lei de Newton da gravitação pode ser enunciada como: "Dois corpos atraem-se mutuamente com forças diretamente opostas, cuja reta de ação contém o centro de massa^{**} dos dois corpos". A força de atração que um corpo exerce sobre o outro é:

$$\vec{F} = -\left(G \frac{mM}{r^3}\right) \vec{r} \quad (1.19)$$

ou escalarmente

$$F = G \frac{mM}{r^2}, \quad (1.20)$$

* Diretamente opostas: mesma reta de ação, vetores de módulos iguais e contrários.

** Centro de massa e centro de gravidade coincidem.

onde G é a constante newtoniana da gravitação, m e M as massas de cada um dos corpos e \vec{r} o vetor posição do centro de gravidade (CG) das massas atraídas em relação ao CG da massa atrativa, implicando portanto que a força e o vetor posição têm orientações opostas.

Referencial inercial* é todo aquele em que é válida a lei da inércia. As demais leis de Newton do movimento e da gravitação, são válidas para qualquer referencial inercial.

1.1.3. Força inercial e aceleração

Ao se variar o estado de movimento de um corpo, isto é, ao se imprimir a este corpo uma aceleração, existe em correspondência à força externa aplicada, uma reação contrária conforme estabelecido na terceira lei de Newton do movimento. De acordo com a (1.16), tal força é dada por:

$$\vec{F} = -m\vec{a} \quad (1.21)$$

e opõe-se à variação do estado de movimento do corpo e é denominada de força inercial. Conseqüentemente, a toda aceleração imposta a um corpo, existirá uma oposição proporcional à sua massa**.

1.1.4. Acelerômetros inerciais

O sensor de forças inerciais, que fornece um sinal de saída proporcional à aceleração, é denominada acelerômetro. Atualmente existem muitas versões de tais dispositivos, sendo aqui

* Ver apêndice 1.

** Massa é a medida quantitativa da inércia.

abordadas as mais usuais.

A grande maioria dos acelerômetros em uso atualmente baseiam-se em pêndulos sujeitos à compensação através de um torque*. Consiste tal acelerômetro basicamente de uma haste suspendendo uma determinada massa (figura 1.2.). A haste é articulada em q e sujeita a um conjunto eletromagnético capaz de gerar um torque compensador sempre que a massa tende a deslocar-se na direção do eixo sensitivo em consequência de uma força inercial. Outro conjunto eletromagnético é capaz de detetar desvios da posição de equilíbrio e ativar o dispositivo compensador.

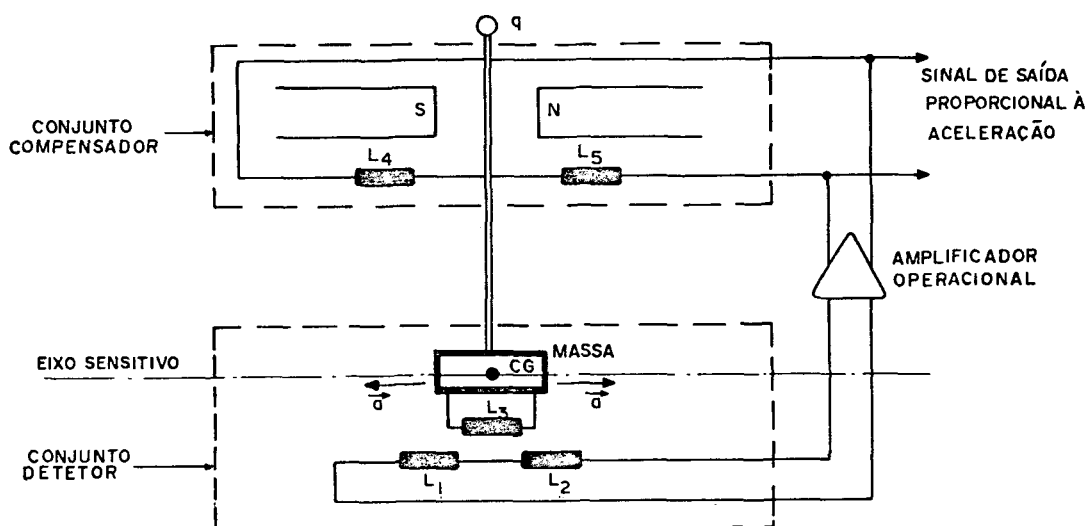


Figura 1.2 - Acelerômetro a pêndulo com torque compensador

Apesar da haste permitir o movimento da massa somente segundo uma circunferência com centro na articulação, devido seus deslocamentos em torno da posição vertical serem pequenos, estes podem ser tratados como se ao longo de uma reta. Quando a massa sensitiva** m é sujeita a uma aceleração \vec{a} segundo a direção do eixo sensitivo, conforme a (1.21), a força inercial com

* Torque = momento de uma força ou sistema de forças.

** A massa sensitiva é a massa total do pêndulo.

a qual ela se opõe ao movimento é:

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}. \quad (1.22)$$

Se o vetor posição do centro de gravidade do pêndulo ao ponto de articulação q é \vec{r} , o torque da força \vec{F}_i em relação ao ponto q é:

$$\vec{T}_i = -\vec{r} \times m\vec{a}. \quad (1.23)$$

Quando este torque é aplicado, o pêndulo não permanece mais na vertical. Com este deslocamento é gerado um sinal de tensão V_o mutuamente induzido devido à variação no acoplamento magnético entre $L_1 - L_3$ e $L_2 - L_3$, sendo V_o proporcional ao afastamento. Este sinal é amplificado para um valor V e aplicado ao conjunto compensador, gerando um torque \vec{T}_o , em relação ao ponto q , de módulo igual a

$$T_o = JV, \quad (1.24)$$

onde J é uma constante característica do conjunto compensador. À medida que o pêndulo se afasta da posição vertical, aumenta a intensidade do torque compensador, até que seja readquirida a condição de equilíbrio, quando

$$\vec{T}_i = \vec{T}_o. \quad (1.25)$$

Da (1.23), (1.24) e (1.25), escreve-se:

$$rma = JV \quad (1.26)$$

e desta, fazendo-se

$$K = \frac{rm}{J} \quad (1.27)$$

pode-se escrever

$$V = K a \cdot \quad (1.28)$$

Então, se K é uma constante, a tensão V é proporcional à aceleração a . Existe incerteza na determinação da constante característica J e também falta de linearidade do sinal de saída, quer devido ao amplificador, quer devido ao fato de o vetor \vec{r} não ser constante. Estes fatores causam o aparecimento de erros no sinal de saída.

Outro tipo de acelerômetro bastante utilizado é aquele em que a massa sensível é suspensa por dois fios tensionados com forças \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , conforme a figura 1.3. Neste acelerômetro, cujo eixo sensitivo é materializado pelos fios, em repouso tem-se $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Quando ele é sujeito a uma aceleração, a diferença entre as forças é dada por:

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = m\vec{a} \quad (1.29)$$

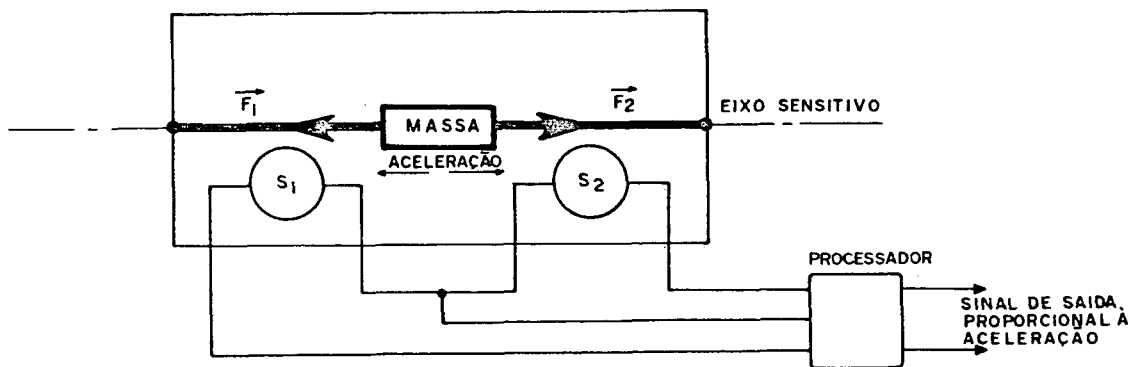


Figura 1.3 - Acelerômetro a fios tensionados

Uma vez que a frequência natural de oscilação de um fio tensionado é proporcional à força que o tensiona, uma aceleração na direção destes fios produzirá uma variação nestas frequências, as quais são dadas por $|^{01}|$

$$v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{\mu_1}} \cdot \frac{1}{2\ell_1} \quad (1.30)$$

e

$$v_2 = \sqrt{\frac{F_2}{\mu_2}} \cdot \frac{1}{2\ell_2} , \quad (1.31)$$

onde μ é densidade linear do fio, ℓ o seu comprimento e v a sua frequência de oscilação. Supondo-se $\ell_1 = \ell_2$ e $\mu_1 = \mu_2$, escreve-se:

$$v_1^2 - v_2^2 = \frac{(F_1 - F_2)}{4\mu\ell^2} \quad (1.32)$$

e pela (1.29)

$$v_1^2 - v_2^2 = \frac{ma}{4\mu\ell^2} \quad (1.33)$$

ou

$$v_1 - v_2 = \frac{m}{4\mu\ell^2(v_1 + v_2)} a . \quad (1.34)$$

Por meio de um servo dispositivo conectado a um oscilador de referência, a soma das frequências pode ser controlada e permanecer constante. Assim

$$v_1 - v_2 = Ka \quad (1.35)$$

com

$$k = \frac{m}{4\mu\ell^2(v_1 + v_2)} . \quad (1.36)$$

O uso deste tipo de acelerômetro, o qual é bastante preciso, sofre restrição devido à curta vida útil deste, devido a problemas de fadiga nos fios.

1.1.5. Parâmetros básicos e incertezas

Um acelerômetro tem como requisitos básicos possuir um alto grau de sensibilidade para mínimas acelerações e permitir grande amplitude na faixa de acelerações aceitáveis com saída linear através de um sinal de alta precisão. Existe uma série de parâmetros caracterizadores dos diferentes tipos de acelerômetros, destinados a diferentes aplicações. Os acelerômetros a pêndulo com torque compensador são os tipos mais empregados devido à sua simplicidade, baixa depreciação e alta sensibilidade. A sua saída é um sinal de corrente contínua, proporcional à aceleração. Os parâmetros básicos, magnitudes e incertezas usualmente encontrados são 10^{-2} : limiar de sensibilidade para medida real de 0,3mGal; linearidade do sinal de saída igual a 5×10^{-2} Gal, para uma aceleração de 10^3 Gal e menos que 0,01% de desvio para os limites toleráveis; amplitude da faixa de acelerações de $\pm 2,5 \times 10^3$ Gal; incerteza de zero (desvio da posição que resulta uma saída nula, em relação à vertical) $\pm 10''$; instabilidade da posição com saída nula de $\pm 5''$ de dia para dia e $\pm 2''$ continuamente; erro de componentes transversais de aceleração, com efeitos sobre a suspensão, de 0,005% da aceleração aplicada. Estes valores não são os melhores, porém referem-se aos dispositivos usuais. Existem outros parâmetros que podem vir a ser de interesse conforme a aplicação do acelerômetro.

1.2. Giroscópios

As informações de saída dos acelerômetros só têm sentido se os respectivos eixos sensitivos são alinhados conforme os referenciais nos quais são efetuadas as medidas de aceleração, velocidade e posição. Giroscópios são dispositivos capazes de instrumentar uma determinada direção no espaço.

1.2.1. Dinâmica de um corpo rígido no espaço

O caso mais geral de movimento encontrado na natureza para um corpo é a sua rotação em torno de um eixo móvel relativamente ao referencial onde se considera o movimento, não sendo mais válida a omissão das distâncias entre as suas diversas partes componentes. O tratamento de um corpo rígido como um conjunto de partículas, permite o estabelecimento de equações mais gerais para o movimento e mediante certas restrições, chega-se às equações adequadas para o movimento giroscópico.

1.2.1.1. Momento angular de uma partícula e torque

O momento linear de uma partícula pode ser expresso em termos da (1.18) como:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (1.37)$$

Como foi visto, esta quantidade permite a escrita da segunda lei de Newton como

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (1.38)$$

Pode ser definida a partir do momento linear uma importante grandeza, denominada momento angular, como

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (1.39)$$

onde \vec{r} é o vetor posição da partícula π em relação a um dado ponto O , conforme a figura 1.4.

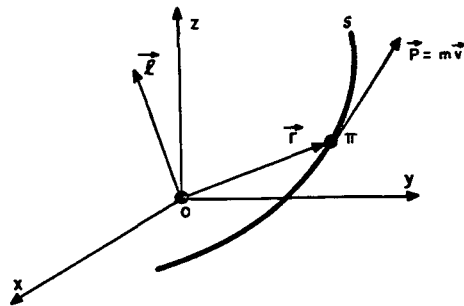


Figura 1.4 - Momento angular de uma partícula

O torque de uma força \vec{F} atuante sobre a partícula é definido como

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (1.40)$$

A (1.39) pode ainda ser escrita como

$$\vec{l} = \vec{r} \times m\vec{v}, \quad (1.41)$$

a qual derivada em relação ao tempo, apresenta-se como

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt} (m\vec{v}). \quad (1.42)$$

Tendo em vista a (1.1) e a (1.2), escreve-se a (1.42) como*

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times m\vec{a}. \quad (1.42a)$$

*Suposta a massa constante.

O primeiro termo do segundo membro da (1.42a) é igual ao vetor nulo e tendo em vista a (1.16), escreve-se:

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (1.42b)$$

e finalmente, tendo em vista a (1.40), escreve-se a (1.42) como

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = \vec{\tau}. \quad (1.43)$$

A (1.43) encerra um importante princípio físico, como será visto adiante, quando da generalização desta para o caso de sistemas de partículas. Convém assinalar que o torque aplicado à partícula é externo à mesma, assim como o é a força aplicada.

1.2.1.2. Rotação de um corpo rígido

Considere-se um corpo rígido* com um movimento qualquer. Uma primeira restrição conveniente para a descrição do seu movimento é aquela em que se considera apenas a sua rotação em torno de um eixo a ele solidário e que tal eixo possa ser considerado momentaneamente fixo no espaço. O movimento é estabelecido em relação a um referencial $O'x'y'z'$, externo ao corpo (figura 1.5) e a um referencial $Oxyz$ solidário ao corpo.

Estando um corpo rígido em rotação, existirá a cada instante particular um eixo em relação ao qual todas as partículas que o constituem terão velocidade finita, exceto aquelas coincidentes com este, as quais terão velocidade nula. Em um movimento geral, esta linha tem sua posição variável em relação

* Corpo rígido é aquele que mantém inalteradas as relações geométricas entre suas partes, para qualquer sistema de força externo aplicado sobre ele.

ao corpo e ao espaço exterior.

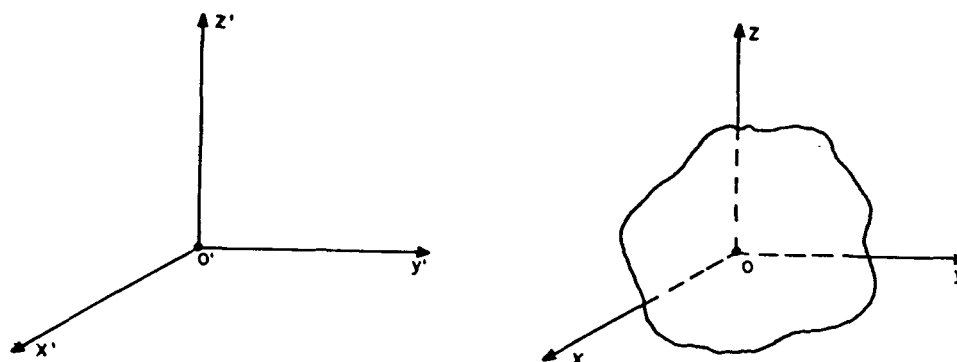


Figura 1.5 - Referencial solidário a corpo rígido

Supondo-se um intervalo de tempo infinitésimo em que o eixo de rotação possa ser considerado fixo relativamente ao corpo e espaço exterior: uma partícula representativa, pertencente ao corpo sofre neste intervalo um deslocamento angular $d\theta$. Define-se como velocidade angular da partícula, nesta situação, o vetor

$$\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \vec{\lambda}, \quad (1.44)$$

onde $\vec{\lambda}$ é o versor do eixo de rotação e como aceleração angular o vetor

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{\lambda}.$$

Em decorrência das propriedades de um corpo rígido, todas suas partículas terão mesma velocidade angular relativamente ao eixo fixo ou eixo de rotação. Assim, sendo \vec{r} o vetor posição da partícula representativa relativamente a um ponto Q do eixo de rotação, em um intervalo de tempo dt , em que a partícula sofra um deslocamento angular $d\theta$, o vetor posição sofrerá um acréscimo $d\vec{r}$ (figura 1.6).

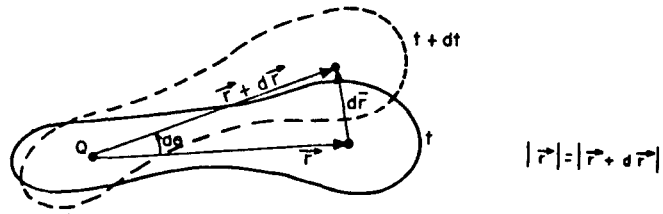


Figura 1.6 - Corpo rígido sujeito a um deslocamento angular infinitésimo

O deslocamento linear $d\vec{r}$ relaciona-se com o deslocamento angular $d\theta$ de acordo com a expressão

$$d\vec{r} = d\theta \vec{\lambda} \times \vec{r} \quad (1.46)$$

Derivando-se esta expressão em relação ao tempo, obtém-se:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \vec{\lambda} \times \vec{r} + d\theta \vec{\lambda} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.47)$$

Tendo em vista a (1.1) e a (1.44), adicionalmente, sendo o segundo membro um infinitésimo, escreve-se:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad (1.48)$$

onde \vec{v} é a velocidade tangencial da partícula. Derivando-se a (1.48) em relação ao tempo, resulta:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.49)$$

e tendo em vista a (1.2), (1.45) e a (1.48):

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}). \quad (1.49a)$$

O vetor resultado do produto $\vec{\alpha} \times \vec{r}$ é paralelo a uma tangente à trajetória. O vetor resultado do produto $\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ é paralelo a \vec{r} e dirigido para o centro do movimento. Então pode-se escrever:

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_R \quad (1.50)$$

onde \vec{a} é a aceleração resultante sobre uma partícula representativa, \vec{a}_T e \vec{a}_R respectivamente a aceleração tangencial e radial desta. Pode-se observar que a (1.48) relaciona parâmetros de rotação com parâmetros da dinâmica. Os vetores $\vec{\omega}$ e $\vec{\alpha}$ são paralelos entre si e ao eixo de rotação. Relações de interesse em seção posterior, são obtidas entre o vetor velocidade angular em componentes cartesianas

$$\vec{\omega} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k} \quad (1.51)$$

e os versores dos eixos cartesianos solidários ao corpo rígido, quando, de acordo com a (1.48), escreve-se:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{i}}{dt} &= \vec{\omega} \times \vec{i} = \omega_z \vec{j} - \omega_y \vec{k} ; \\ \frac{d\vec{j}}{dt} &= \vec{\omega} \times \vec{j} = \omega_x \vec{k} - \omega_z \vec{i} ; \\ \frac{d\vec{k}}{dt} &= \vec{\omega} \times \vec{k} = \omega_y \vec{i} - \omega_x \vec{j} ; \end{aligned} \quad (1.52)$$

que permitem a obtenção das taxas de variação temporal dos versores.

1.2.1.3. Momentos, produtos e elipsóide de inércia

Como referido anteriormente, quando se analisa o movimento de um corpo rígido, são de interesse as relações geométricas entre suas partes, relações estas diretamente associadas com a distribuição de massa. Existem quantidades denominadas de

momentos de inércia e produtos de inércia que expressam esta distribuição.

Define-se como momentos de inércia de um corpo rígido, em relação aos eixos de um referencial Oxyz solidário a um corpo e com origem no centro de gravidade deste, as integrais:

$$\begin{aligned} I_x &= \int_{\sigma} (y^2 + z^2) dm; \\ I_y &= \int_{\sigma} (z^2 + x^2) dm; \\ I_z &= \int_{\sigma} (x^2 + y^2) dm; \end{aligned} \tag{1.53}$$

onde dm é a massa de um elemento infinitesimal, $(x;y;z)$ as coordenadas deste elemento relativamente ao referencial adotado e σ o domínio do corpo rígido. Define-se como produtos de inércia deste corpo relativamente aos planos xy , yz e zx as integrais:

$$\begin{aligned} \phi_{x,y} &= \int_{\sigma} xy \, dm; \\ \phi_{y,z} &= \int_{\sigma} yz \, dm; \\ \phi_{z,x} &= \int_{\sigma} zx \, dm. \end{aligned} \tag{1.54}$$

Considerando-se um eixo arbitrário E que passe pelo centro de gravidade do corpo rígido e sejam λ_x , λ_y e λ_z os co-senos diretores do versor $\vec{\lambda}$ deste eixo, dado por:

$$\vec{\lambda} = \lambda_x \vec{i} + \lambda_y \vec{j} + \lambda_z \vec{k} \tag{1.55}$$

e admitindo-se uma partícula π com vetor posição \vec{r} no referencial Oxyz, conforme a figura 1.7,

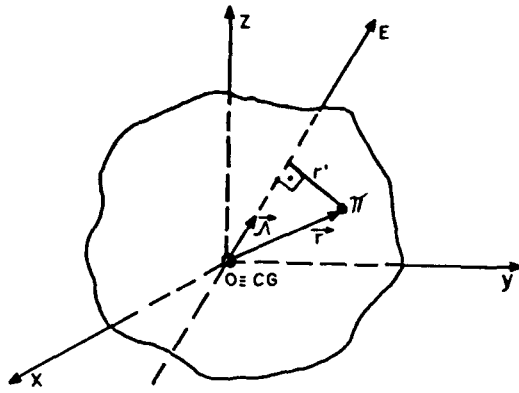


Figura 1.7 - Relações para um eixo arbitrário

a distância da partícula ao eixo E segundo uma perpendicular a este é

$$r' = |\vec{\lambda} \times \vec{r}|. \quad (1.56)$$

O momento de inércia do corpo relativamente ao eixo E é dado por

$$I_E = \int_{\sigma} r'^2 \, dm, \quad (1.57)$$

como

$$\vec{\lambda} \times \vec{r} = (\lambda_y z - \lambda_z y) \vec{i} + (\lambda_z x - \lambda_x z) \vec{j} + (\lambda_x y - \lambda_y x) \vec{k}, \quad (1.58)$$

então

$$r'^2 = |\vec{\lambda} \times \vec{r}|^2 = (\lambda_y z - \lambda_z y)^2 + (\lambda_z x - \lambda_x z)^2 + (\lambda_x y - \lambda_y x)^2. \quad (1.59)$$

Substituindo-se a (1.59) na (1.57), obtêm-se:

$$I_E = \int_{\sigma} \left[(\lambda_y z - \lambda_z y)^2 + (\lambda_z x - \lambda_x z)^2 + (\lambda_x y - \lambda_y x)^2 \right] dm. \quad (1.60)$$

Desenvolvendo os termos entre parênteses e tendo em vista as (1.53) e as (1.54) pode-se escrever:

$$I_E = I_x \lambda_x^2 + I_y \lambda_y^2 + I_z \lambda_z^2 - 2\phi_{x,y} \lambda_x \lambda_y - 2\phi_{y,z} \lambda_y \lambda_z - 2\phi_{z,x} \lambda_z \lambda_x. \quad (1.61)$$

Até agora nada restringiu a posição dos eixos x, y, z e E , a não ser o fato de serem baricentrais. Supondo-se que um vetor \vec{u} arbitrário, desde a origem, com módulo igual ao inverso da raiz quadrada do momento de inércia I_E , colinear ao versor $\vec{\lambda}$ e dado por

$$\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (1.62)$$

então, têm-se:

$$\begin{aligned} x &= \frac{\lambda_x}{\sqrt{I_E}} \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{\lambda_x^2}{I_E} \\ y &= \frac{\lambda_y}{\sqrt{I_E}} \quad \rightarrow \quad y^2 = \frac{\lambda_y^2}{I_E} \\ z &= \frac{\lambda_z}{\sqrt{I_E}} \quad \rightarrow \quad z^2 = \frac{\lambda_z^2}{I_E} \end{aligned} \quad (1.63)$$

Aplicando os valores das (1.63) na (1.61) obtêm-se:

$$I_x x^2 + I_y y^2 + I_z z^2 - 2\phi_{x,y} xy - 2\phi_{y,z} yz - 2\phi_{z,x} zx = 1. \quad (1.64)$$

A (1.64) é a equação de uma quádrlica centrada em O . Tal superfície define um elipsóide denominado de elipsóide de inércia do corpo rígido em relação a O . Fazendo-se os eixos x, y e z coincidentes com os eixos de simetria do elipsóide, transforma-se a (1.64) em

$$I_x x^2 + I_y y^2 + I_z z^2 = 1. \quad (1.65)$$

É possível, mediante raciocínio similar, encontrar um conjunto de eixos para os quais os produtos de inércia de qualquer sólido se anulem. Tais eixos são denominados de eixos principais de inércia.

1.2.1.4. Momento angular de um corpo rígido e torque

O momento angular de um corpo rígido é dado por

$$\vec{L} = \int_{\sigma} (\vec{r} \times \vec{v}) \, dm. \quad (1.66)$$

Aplicando-se na (1.66) a (1.48), obtêm-se:

$$\vec{L} = \int_{\sigma} [\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \, dm. \quad (1.66a)$$

Como

$$\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = (\vec{r} \cdot \vec{r})\vec{\omega} - (\vec{r} \cdot \vec{\omega})\vec{r}, \quad (1.67)$$

a (1.66) pode ser escrita como:

$$\vec{L} = \int_{\sigma} \left[r^2 \vec{\omega} - (\vec{r} \cdot \vec{\omega}) \vec{r} \right] \, dm. \quad (1.68)$$

Efetuando-se os produtos entre os colchetes da (1.68) com os vetores na forma cartesiana, obtêm-se

$$\begin{aligned} \vec{L} = \int_{\sigma} \{ & [(y^2+z^2)\omega_x - xy\omega_y - zx\omega_z] \vec{i} + \\ & [(z^2+x^2)\omega_y - yz\omega_z - xy\omega_x] \vec{j} + \\ & [(x^2+y^2)\omega_z - zx\omega_x - yz\omega_y] \vec{k} \} \, dm. \end{aligned} \quad (1.69)$$

Tendo em vista as (1.53) e as (1.54), obtêm-se da (1.69):

$$\begin{aligned} \vec{L} = & [I_{xx}\omega_x - \phi_{x,y}\omega_y - \phi_{z,x}\omega_z] \vec{i} + \\ & [I_{yy}\omega_y - \phi_{y,z}\omega_z - \phi_{x,y}\omega_x] \vec{j} + \\ & [I_{zz}\omega_z - \phi_{z,x}\omega_x - \phi_{y,z}\omega_y] \vec{k}. \end{aligned} \quad (1.70)$$

A (1.70) é aplicável a qualquer sistema de eixos baricentrais fixos a um corpo rígido. Se os eixos x , y e z são os eixos principais de inércia, então os produtos de inércia se anulam e a (1.70) torna-se:

$$\vec{L} = I_x \omega_x \vec{i} + I_y \omega_y \vec{j} + I_z \omega_z \vec{k}. \quad (1.71)$$

Da (1.70) e (1.71) conclui-se que os vetores momento angular e velocidade angular serão paralelos sempre que o corpo gire em torno de um eixo principal de inércia.

Generalizando-se a (1.43) para o caso de um corpo rígido, escreve-se:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{T}, \quad (1.72)$$

onde \vec{T} é o torque externo resultante aplicado sobre ele. É oportuno ressaltar-se que apesar do momento angular e o torque estarem referidos a um referencial solidário ao corpo rígido, no caso em que o torque externo aplicado é nulo, não existe variação no seu momento angular interno ("spin"), existindo aí a sua conservação, o que pode ser constatado em qualquer referencial, resultando daí o "Princípio da Conservação do Momento Angular", uma das principais ferramentas para o tratamento da dinâmica de sistemas físicos.

1.2.1.5. Equações de Euler para a rotação de um corpo rígido

Considerando ainda a formulação em que o referencial $Oxyz$ é baricentral e fixo a um corpo rígido, sendo x , y e z eixos principais de inércia. Aplicando-se a (1.71) na (1.72) obtém-se:

$$\vec{T} = \frac{d}{dt} (I_x \omega_x \vec{i} + I_y \omega_y \vec{j} + I_z \omega_z \vec{k}). \quad (1.72a)$$

Efetuada a derivada do segundo membro desta, resulta:

$$\begin{aligned} \vec{T} = & I_x \left(\frac{d\omega_x}{dt} \vec{i} + \omega_x \frac{d\vec{i}}{dt} \right) + \\ & I_y \left(\frac{d\omega_y}{dt} \vec{j} + \omega_y \frac{d\vec{j}}{dt} \right) + \\ & I_z \left(\frac{d\omega_z}{dt} \vec{k} + \omega_z \frac{d\vec{k}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (1.72b)$$

e de acordo com as (1.52), obtêm-se

$$\begin{aligned} \vec{T} = & \left[I_x \frac{d\omega_x}{dt} - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \right] \vec{i} + \\ & \left[I_y \frac{d\omega_y}{dt} - (I_z - I_x) \omega_z \omega_x \right] \vec{j} + \\ & \left[I_z \frac{d\omega_z}{dt} - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y \right] \vec{k}, \end{aligned} \quad (1.73)$$

donde

$$\begin{aligned} T_x = & I_x \frac{d\omega_x}{dt} - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z; \\ T_y = & I_y \frac{d\omega_y}{dt} - (I_z - I_x) \omega_z \omega_x; \\ T_z = & I_z \frac{d\omega_z}{dt} - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y; \end{aligned} \quad (1.74)$$

As (1.74) são as equações diferenciais de Euler para a rotação de corpos rígidos. Tais equações descrevem exatamente o movimento destes. Para os casos reais são de solução bastante complexa, sendo preciso se recorrer a métodos numéricos ou a certas particularizações ^[03]. As soluções podem ainda sofrer transformações

adequadas para serem referidas a um referencial exterior, não associado ao corpo do qual se estuda o movimento.

1.2.2. Teoria do giroscópio

A (1.71) pode ser escrita, para um corpo rígido girando em torno de um eixo principal de inércia, como:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}, \quad (1.75)$$

onde $\vec{\omega}$ é a velocidade angular em torno de um eixo principal de inércia e I o correspondente momento principal de inércia. O momento angular \vec{L} é sempre paralelo à velocidade angular que é dirigida segundo o eixo de rotação. Se não existe torque externo atuando sobre um corpo rígido girante em torno de um eixo principal de inércia, de acordo com a (1.72) e a (1.75), ele permanecerá girando com velocidade angular constante em torno deste. Pode-se ilustrar este fato com o giroscópio, que nada mais é do que um corpo dotado de forte característica de momento angular, constituído por um rotor que pode girar em torno de um eixo principal de inércia. Se um giroscópio não é sujeito a torques externos, então ele é capaz de materializar uma direção no espaço.

Para se fixar os princípios relacionados ao giroscópio, é bastante útil o exemplo do pião que gira com uma velocidade angular $\vec{\omega}$ em torno de um de seus eixos principais de inércia (figura 1.8). A origem do referencial de eixos x, y, z é coincidente com a origem de um referencial $OXYZ$, em relação ao qual o movimento é descrito. O pião gira em torno do eixo z que forma um ângulo θ com o eixo Z , alinhado de acordo com a vertical. Existe um torque externo, aplicado ao pião como consequência do seu peso $m\vec{g}$, dado por:

$$\vec{T} = \vec{r} \times m\vec{g}, \quad (1.76)$$

onde \vec{r} é o vetor posição do CG do pião em relação à origem O.

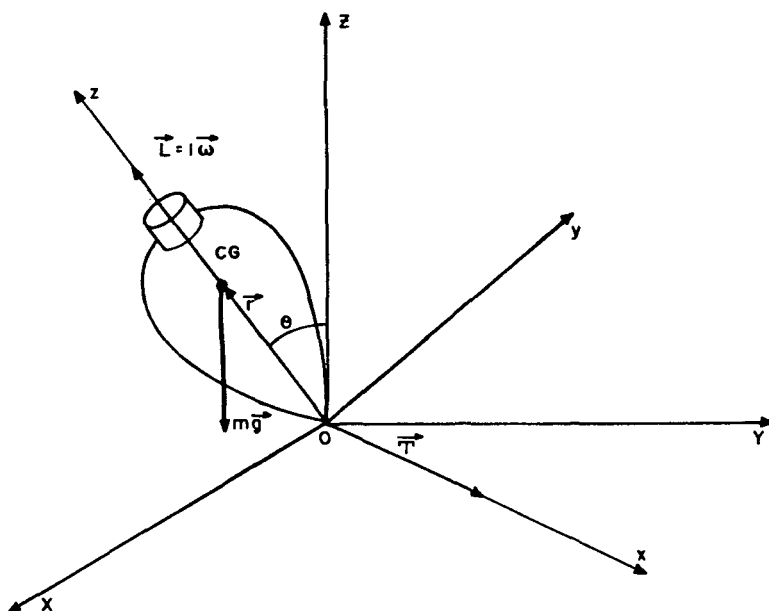


Figura 1.8 - Pião

O torque \vec{T} é perpendicular ao plano zOz e portanto perpendicular a \vec{L} . Escalarmente, a (1.76) é escrita como:

$$T = r mg \text{ sen}\theta. \quad (1.77)$$

Este torque externo em um intervalo de tempo dt produz, de acordo com a (1.72), uma variação no momento angular igual a $d\vec{L}$. Esta variação será perpendicular a \vec{L} como o é \vec{T} . A variação do momento angular é representada na figura 1.9. Devido à variação $d\vec{L}$, a extremidade do vetor \vec{L} muda da posição A para a posição B, permanecendo com origem no ponto O. Sendo a variação \vec{AB} igual a $d\vec{L}$ e portanto perpendicular a \vec{L} , a intensidade do vetor L permanece constante, tal que

$$|\vec{L}| = |\vec{L} + d\vec{L}| = OA = OB \quad (1.78)$$

e descrevendo sua extremidade uma circunferência de raio igual a

$$AC = OA \operatorname{sen}\theta = L \operatorname{sen}\theta, \quad (1.79)$$

em torno do eixo Z.

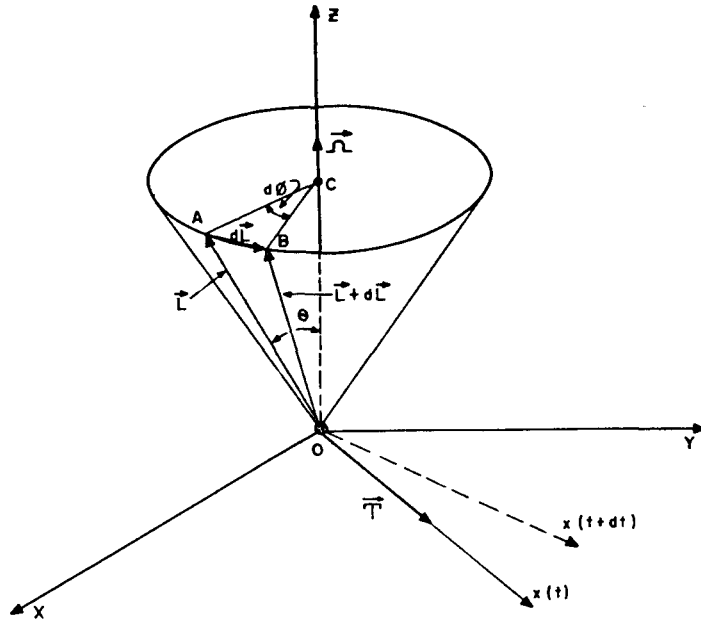


Figura 1.9 - Comportamento do vetor momento angular no pião

Como o eixo z é um eixo principal de inércia, \vec{L} é sempre paralelo a este eixo. Então a velocidade angular com a qual \vec{L} e z giram em torno do eixo Z é dada por

$$\Omega = \frac{d\phi}{dt}. \quad (1.80)$$

Da figura 1.9, observa-se que

$$dL = L \operatorname{sen}\theta d\phi. \quad (1.81)$$

Tendo em vista a (1.80), escreve-se a (1.81) como

$$dL = L \operatorname{sen}\theta \Omega dt \quad (1.81a)$$

ou, ainda

$$\frac{dL}{dt} = L \operatorname{sen}\theta\Omega, \quad (1.81b)$$

Igualando-se a (1.72) com a (1.81b), obtêm-se:

$$T = L \operatorname{sen}\theta\Omega. \quad (1.82)$$

A (1.77) e a (1.82) permitem escrever

$$\Omega = \frac{mgr}{L} = \frac{mgr}{I\omega}. \quad (1.83)$$

Observando-se na figura 1.9 a orientação relativa dos vetores $\vec{\Omega}$, \vec{L} e \vec{T} e a (1.82), pode-se escrever

$$\vec{T} = \vec{\Omega} \times \vec{L}. \quad (1.84)$$

O vetor $\vec{\Omega}$ é conhecido como velocidade de precessão. A (1.83) e a (1.84) são expressões aproximadas quando $\omega \gg \Omega$, pois, uma vez que deve-se considerar como velocidade angular do pião, em relação ao referencial OXYZ, a soma vetorial de $\vec{\omega}$ com $\vec{\Omega}$. Em consequência, o momento angular total do pião relativamente a este referencial não será mais \vec{L} . O resultado de tal combinação é que o eixo z além de girar em torno do eixo Z, oscila entre duas circunferências (figura 1.10). Tal movimento é denominado de nutação. Pode-se pensar ainda que a nutação também contribui para o momento angular total e assim sucessivamente. Estes movimentos são também encontrados nos giroscópios, pois através de uma estrutura adequada de balancins, torques externos só podem ser aplicados perpendicularmente ao seu eixo de rotação, conforme será visto.

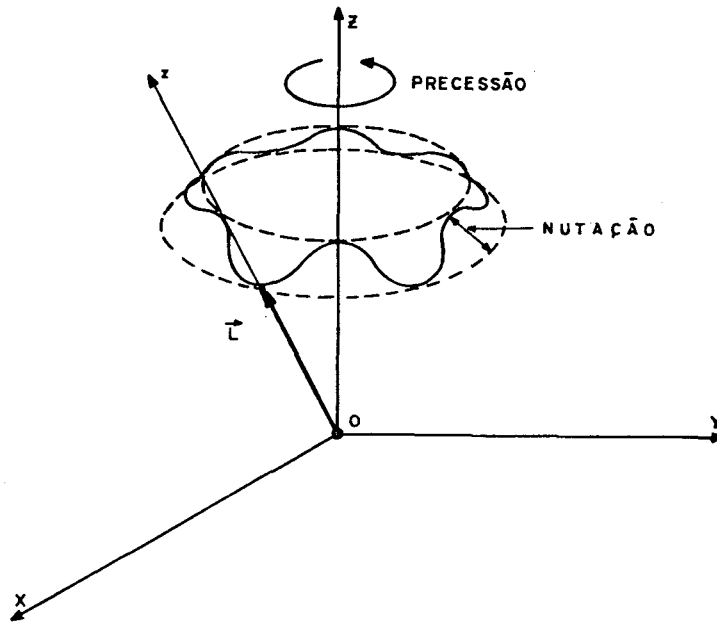


Figura 1.10 - Precessão e nutação

A nutação, ao contrário da precessão, não precisa de torque externo para a sua manutenção, pois ela representa apenas uma transferência temporária de energia mecânica [04].

1.2.3. Giroscópio sujeito a torques externos

Um giroscópio tem três eixos mutuamente associados que podem ser utilizados para descrever os efeitos de torques externos aplicados sobre ele (figura 1.11).

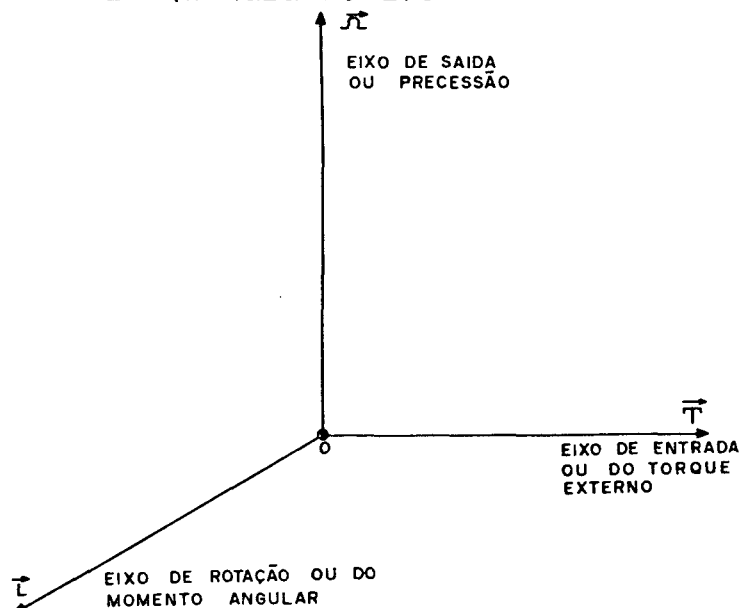


Figura 1.11 - Eixos associados a um giroscópio.

Pela (1.84), o eixo de entrada é perpendicular aos eixos de precessão e de rotação. No caso particular do giroscópio, os eixos de precessão e de rotação são ortogonais entre si.

Deve-se aplicar certas restrições a um giroscópio para que ele se torne um dispositivo útil. O seu projeto deve ter em vista estas restrições, que podem ser traduzidas em termos de graus de liberdade do eixo de rotação. Este tem no máximo dois graus de liberdade, isto é, bastam duas coordenadas angulares para descrever a atitude do eixo no espaço. Estes ângulos são, via de regra, dados pelos ângulos dos balancins que suportam o rotor (figura 1.12).

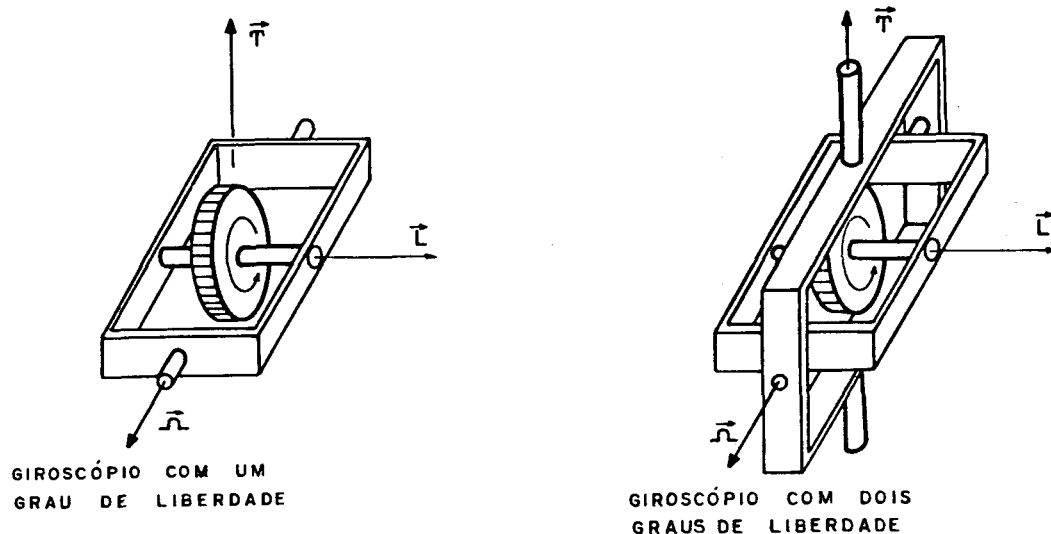


Figura 1.12 - Giroscópios com um e dois graus de liberdade

Assim, um giroscópio suportado por um balancim tem um grau de liberdade e o suportado por dois balancins, dois graus de liberdade. Quando os dois balancins do giroscópio com dois graus de liberdade situam-se no mesmo plano, o eixo de rotação perde um grau de liberdade.

1.2.4. Giroscópios verticais, livres e direcionais

Um giroscópio com dois graus de liberdade, cujo eixo de rotação tem orientação paralela à vertical local, é denominado de giroscópio vertical. Este tipo de giroscópio tem aplicação sempre que uma precisa referência vertical é requerida como na aviação, marinha, etc.

Um giroscópio com dois graus de liberdade, cujo eixo de rotação pode ser direcionado segundo qualquer orientação específica é denominado de giroscópio livre. É utilizado sempre que seja necessária a informação indicadora de deslocamento angular desde uma atitude de referência. A mudança da atitude da carcaça do giroscópio em relação ao eixo de rotação, pode ser detectada pelos deslocamentos angulares dos balancins.

Um giroscópio com dois graus de liberdade, cujo eixo de rotação é direcionado paralelamente a um plano horizontal, é denominado de giroscópio direcional. É utilizado sempre que se tencione guardar certa direção sobre o plano horizontal, como por exemplo, norte verdadeiro, um dado azimuth, etc.

Conforme a sua destinação, um giroscópio é sujeito a uma mecanização específica, como será visto no Capítulo 2.

1.2.5. Fenômeno de deriva e erros

Um giroscópio deve manter seu eixo de rotação invariável ou variável de forma predita em relação a um referencial inercial. Tal propósito é afetado por limitações construtivas que influem no seu desempenho, provocando desvios em relação à direção que deveria ser predita. A performance de um giroscópio pode ser avaliada pela magnitude destes desvios, usualmente referida como taxa de deriva giroscópica e expressa em termos de um

ângulo por unidade de tempo. É o parâmetro mais importante na avaliação do desempenho giroscópico, sendo tanto menor quanto melhor a qualidade do giroscópio.

Uma deriva aparente é observada quando um giroscópio livre é deixado em repouso na superfície da Terra e não sendo sujeito a torques externos. Supondo-se que ele situa-se no equador e que seu eixo de rotação aponta em determinado instante na direção leste-oeste, nota-se que com o decorrer do tempo, tal eixo vai se inclinando e cerca de seis horas depois estará paralelo com a vertical local. Esta deriva do eixo de rotação do eixo do giroscópio é apenas aparente, pois na realidade quem girou foi a Terra, estando o eixo giroscópico a menos de erros seus, a materializar a mesma direção relativamente ao espaço. Em um dia sideral*, a Terra efetua uma rotação em torno de seu eixo, implicando portanto em uma velocidade angular de aproximadamente $7,2921 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$, correspondendo a uma deriva aparente do eixo do giroscópio de $15,041^\circ/\text{h}$. Este valor é conhecido como taxa de deriva terrestre, devendo ser utilizado nos cálculos de orientação do giroscópio relativamente a Terra. Para pontos sobre a superfície da Terra, com latitudes diferentes, o efeito da taxa de deriva terrestre será diferente (figura 1.13).

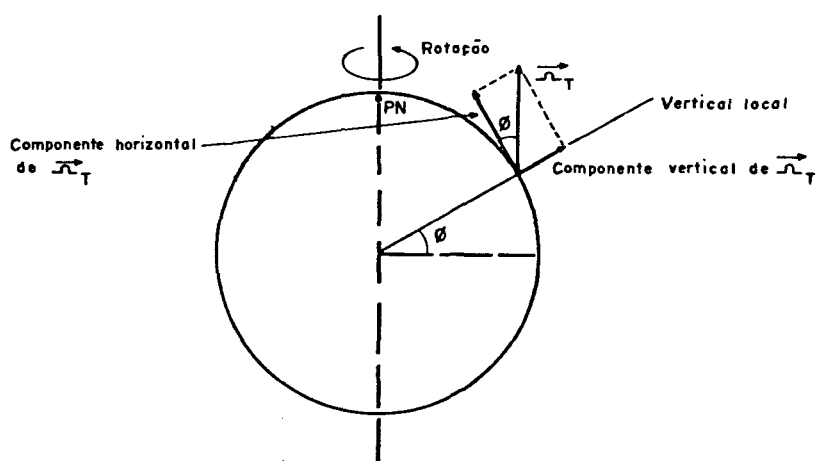


Figura 1.13 - Componentes da velocidade angular terrestre

* Dia sideral contém 86164s, sendo o segundo definido como a fração de 1/86400 do dia solar médio.

Sendo $\vec{\Omega}_T$ a velocidade angular da Terra em relação ao espaço inercial, em um local de latitude ϕ , $\vec{\Omega}_T$ pode ser decomposta em duas componentes, uma horizontal meridiana e outra vertical, a saber:

$$\Omega_H = \Omega_T \cos\phi , \quad (1.85)$$

$$\Omega_V = \Omega_T \operatorname{sen}\phi . \quad (1.86)$$

Sendo o eixo de rotação do giroscópio restrito a um plano horizontal, a componente de velocidade angular segundo o eixo de entrada do giroscópio será (conforme a figura 1.11),

$$\Omega_G = \Omega_T \cos\phi \operatorname{sen}\theta , \quad (1.87)$$

onde θ é o ângulo entre o eixo de rotação e a componente horizontal de $\vec{\Omega}_T$. Existe em correspondência um torque externo aplicado sobre o eixo do giroscópio, dado conforme a (1.84) por

$$T = \Omega_T L \cos\phi \operatorname{sen}\theta , \quad (1.88)$$

Verifica-se, através desta, que o torque externo aplicado é nulo quando θ é igual a zero, isto é, quando o eixo de rotação do giroscópio é paralelo ao meridiano. Portanto, o eixo de rotação do giroscópio oscila em torno do meridiano local, tendendo a ficar paralelo a este. Tal é o princípio utilizado em bússolas giroscópicas e em giroteodolitos, que possuem a capacidade de apontar para o norte verdadeiro independentemente da anomalia magnética local.

Outro efeito que produz uma deriva aparente no eixo de um giroscópio é a chamada força de Coriolis^{*}. Um corpo de

^{*}Gaspard Gustave de Coriolis (1792-1843).

prova de massa m em um local de latitude ϕ , é sujeito a uma força centrífuga de intensidade

$$f = m \Omega_T^2 R \cos\phi \quad (1.89)$$

onde R é a distância do ponto onde situa-se este até o centro da Terra. A força da gravidade atuante sobre o corpo será o resultante desta força (perpendicular ao eixo de rotação da Terra) e da força de atração gravitacional. Porém sendo ele móvel relativamente a Terra, existe em consequência uma variação na sua velocidade angular. Se ele desloca-se em uma direção de azimute A com uma velocidade v relativamente à Terra, pode-se escrever então a nova velocidade angular como

$$\Omega_C = \frac{v \operatorname{sen}A}{R \cos\phi} + \Omega_T \quad (1.90)$$

Aplicando-se o resultado desta à (1.89) obtêm-se

$$F = m \Omega_T^2 R \cos\phi + 2m\Omega_T v \operatorname{sen}A + \frac{mv^2 \operatorname{sen}^2 A}{R \cos\phi}, \quad (1.91)$$

onde o primeiro termo do segundo membro é a força centrífuga devido à rotação terrestre, o segundo a força de Coriolis e o terceiro a força centrífuga adicional decorrente do movimento do corpo relativamente à Terra. A força de Coriolis é perpendicular a $\vec{\Omega}_T$ e a \vec{v} e tende anular-se quando o deslocamento se processa ao longo de um meridiano. Sempre que se desejar uma precisa referência vertical para um corpo em movimento, deve-se introduzir uma correção devida à força de Coriolis.

1.2.6. Tipos

O maior problema encontrado em um giroscópio é aquele

relacionado com a suspensão do rotor relativamente ao balancim que o suporta, tal que exista a menor reação possível entre o eixo e o mancal. Igualmente, devem ser providos meios de redução da reação entre os balancins. Os diferentes tipos de giroscópios existentes são devidos ao tipo de solução adotada para a suspensão do rotor.

Uma forma de solução é aquela que se vale de princípios hidrostáticos ou hidrodinâmicos para a criação de uma película de gás entre as partes girantes e suportes, evitando o seu contato direto. Giroscópios que se valem destes princípios são denominados de giroscópios com suspensão a gás. O gás pode ser introduzido sob pressão (suspensão hidrostática) ou devido a características construtivas, é criada uma película de gás nos mancais, não sendo necessária a sua introdução sob pressão (suspensão hidrodinâmica). Tais giroscópios são os mais empregados.

Existem giroscópios onde a suspensão do rotor é feita através de um campo elétrico. Tal giroscópio é conhecido como giroscópio eletrostático. Como desvantagem deste tipo pode-se citar a necessidade de altas tensões elétricas para criar este campo e que o ambiente onde situa-se o rotor deve ser mantido a alto vácuo.

Outra técnica é aquela que se vale do fenômeno de supercondutividade de certas substâncias a baixas temperaturas. O rotor é suspenso por campos magnéticos que substituem os balancins. Tal giroscópio é conhecido como giroscópio criogênico. Os problemas que limitam a aplicação de tal concepção, são aqueles relacionados à manutenção de um ambiente a baixas temperaturas e isolação de influências magnéticas externas.

O mais simples dos giroscópios é aquele que utiliza como rotor as partículas elementares. Tais partículas possuem

um momento angular próprio ("spin") e seus eixos de rotação podem ser orientados através de um campo elétrico ou magnético externo. Tal giroscópio é denominado giroscópio à partícula. O problema associado ao uso de tal princípio é aquele relacionado com a incerteza na detecção de deslocamentos angulares.

Existem ainda outros arranjos que permitem a instrumentação de um eixo em um referencial inercial, sendo porém os mencionados, os mais pesquisados.

1.2.7. Parâmetros básicos e erros

O parâmetro fundamental para a descrição do comportamento de um giroscópio e que permite avaliar a sua qualidade é a taxa de deriva giroscópica. Existem diversas fontes para esta deriva, sendo as mais comuns aquelas devido a falta de balanceamento, torques reativos devido a correntes elétricas parasitas no rotor e variações na velocidade angular do rotor. Valores usuais para esta fonte de erros são na ordem de $0,001^\circ/\text{h}$.

1.3. Integradores

Os acelerômetros adequadamente orientados, como por exemplo, segundo as direções dos eixos de um referencial Oxyz, são adequados à finalidade de descrição do movimento do corpo a eles associado. Três acelerômetros adequadamente orientados podem fornecer velocidade e posição em um referencial adequado (figura 1.14) conforme estabelecido nas (1.12) e nas (1.15).

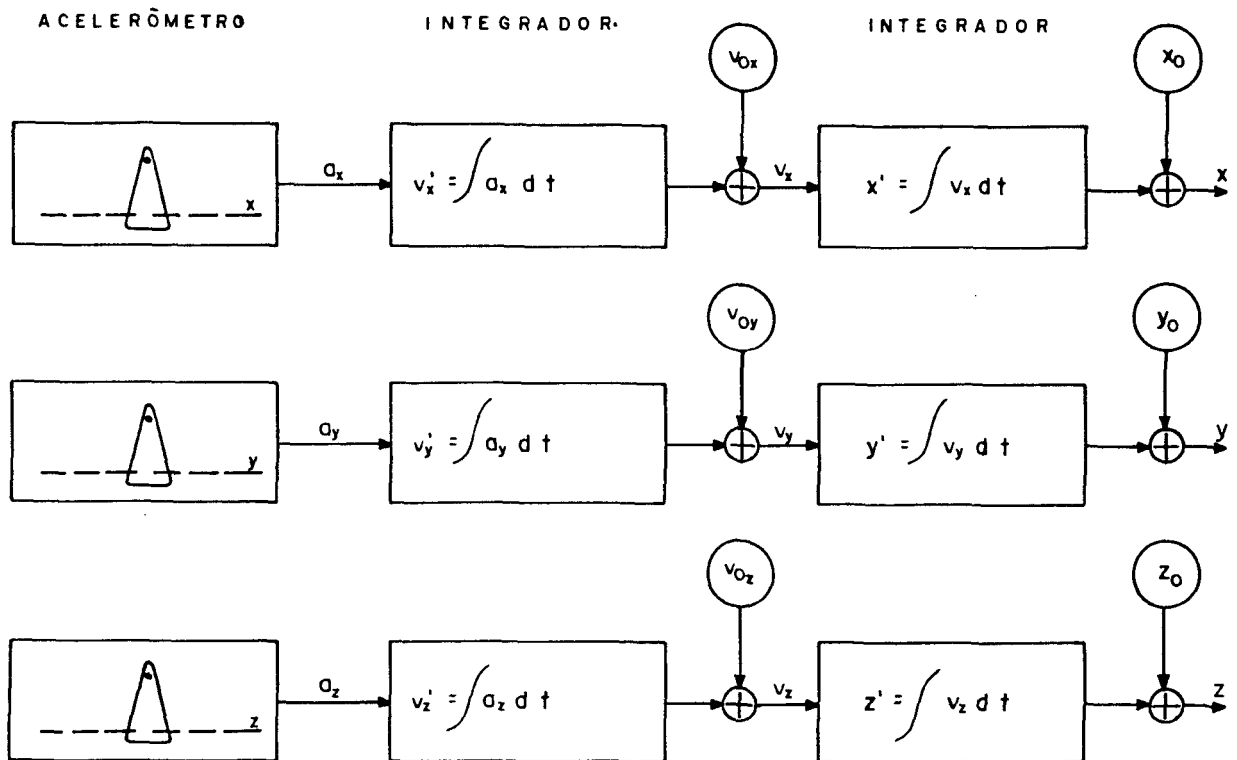


Figura 1.14 - Diagrama de bloco simplificado da obtenção de velocidade e posição em um referencial Oxyz

A integração do sinal de aceleração resulta em outro, proporcional à velocidade e mediante nova integração, em um sinal proporcional ao deslocamento. Dispositivos capazes de processar tais integrações são denominados integradores. O sinal de saída do acelerômetro é integrado duplamente a intervalos regulares de tempo, normalmente na ordem de 15ms. O sinal de entrada no duplo integrador é o sinal de saída do acelerômetro, decodificado da forma analógica para uma forma digital, tal que as informações de saída dos integradores podem ser diretamente processadas por um computador. Pode-se [05] esquematizar um duplo integrador (figura 1.15), como um dispositivo em que o sinal de entrada é uma tensão V_1 proporcional à aceleração. Integrado uma vez tal sinal, resulta um sinal de tensão V_2 proporcional à velocidade, o qual integrado resulta em um sinal de tensão V_3 , proporcional ao deslocamento no período de integração.

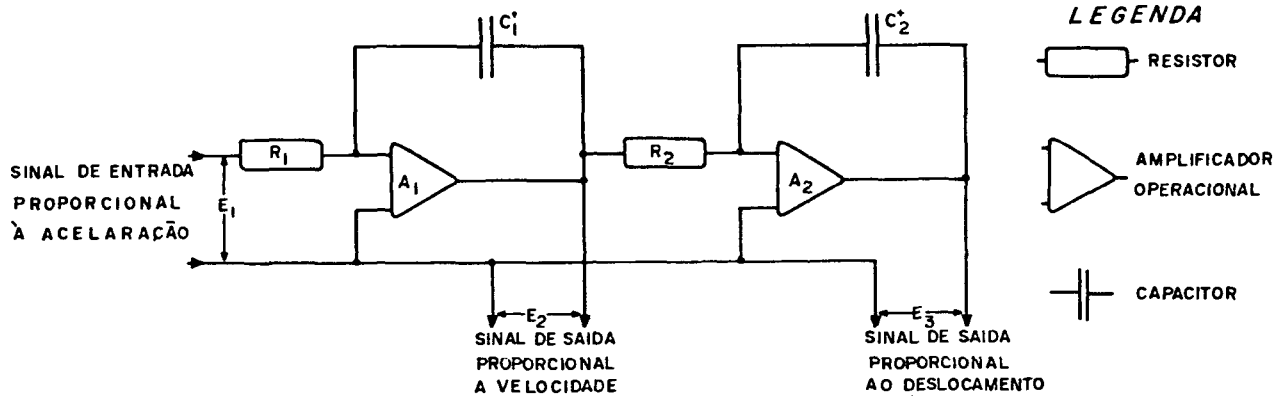


Figura 1.15 - Duplo integrador

O intervalo de integração é dada pelo capacitor e resistor de cada integrador. As expressões que traduzem este processo são:

$$v_2(t) = \frac{1}{R_1 C_1} \int v_1(t) dt + C_1, \quad (1.92)$$

$$v_3(t) = \frac{1}{R_2 C_2} \int v_2(t) dt + C_2, \quad (1.93)$$

que são formas análogas às (1.12) e às (1.15).

CAPÍTULO 2

PLATAFORMAS INERCIAIS

2.1. Navegação inercial

Navegação de um veículo é a condução deste de um local a outro, valendo-se de informações de referência. Na navegação inercial, as informações de referência são fornecidas por dispositivos inerciais.

2.1.1. Sistemas auto-contidos

As informações de referência para a navegação de um veículo são: velocidade; posição; atitude. Tais informações devem ser relacionadas com um referencial adequado e tanto mais precisas quanto o for a finalidade da navegação. Existem sistemas complexos que podem fornecer parcial ou totalmente estas informações, como: sistemas de rádio-navegação; sistemas posicionadores por efeito Doppler; sistemas inerciais.

Sistemas que fornecem as informações de referência, não sendo sujeitos a interferências por não dependerem de informações externas, são denominados sistemas auto-contidos. Um sistema auto-contido pode ser obtido pela conjugação de dispositivos inerciais. Atualmente, os sistemas inerciais além da desejável qualidade de serem auto-contidos, são capazes de fornecer

todas as informações de referência necessárias à navegação, de forma muito mais precisa que os demais, com volume, peso e preço muito menores.

2.1.2. Plataformas inerciais e referenciais

Um sistema de navegação inercial é essencialmente constituído por acelerômetros, giroscópios e por dispositivos capazes de processar as informações deles obtidas. O sistema efetua medidas inerciais de forças e deslocamentos angulares. Uma inicialização apropriada da navegação inercial, possibilita o conhecimento contínuo de velocidade, posição e atitude, livres de qualquer interferência externa.

Todos os sistemas de navegação inercial baseiam-se nas seguintes funções: instrumentação de um referencial; medida de força inercial; conhecimento do campo gravitacional; processamento de dados para obtenção das informações de referência.

A primeira função é desempenhada por giroscópios. Um referencial triortogonal pode ser instrumentado por três giroscópios de um grau de liberdade, cada um com seu eixo de rotação instrumentando um dos eixos ou ainda por dois giroscópios com dois graus de liberdade, onde dois eixos são instrumentados pelo eixo de rotação de cada um dos giroscópios e o terceiro pela eliminação do grau de liberdade redundante entre eles. Torques externos são sensoreados pelos giroscópios, sendo tais informações utilizadas para manter a orientação espacial desejável para o referencial. Se o conjunto de dois ou três giroscópios é montado sobre uma plataforma cujos movimentos são dirigidos para manter a orientação desejável dos seus eixos de rotação, tal plataforma é denominada plataforma inercial.

A segunda função é desempenhada por acelerômetros mon-

tados sobre a plataforma inercial e com eixos sensitivos paralelos aos eixos instrumentados pelos giroscópios (fig. 2.1).

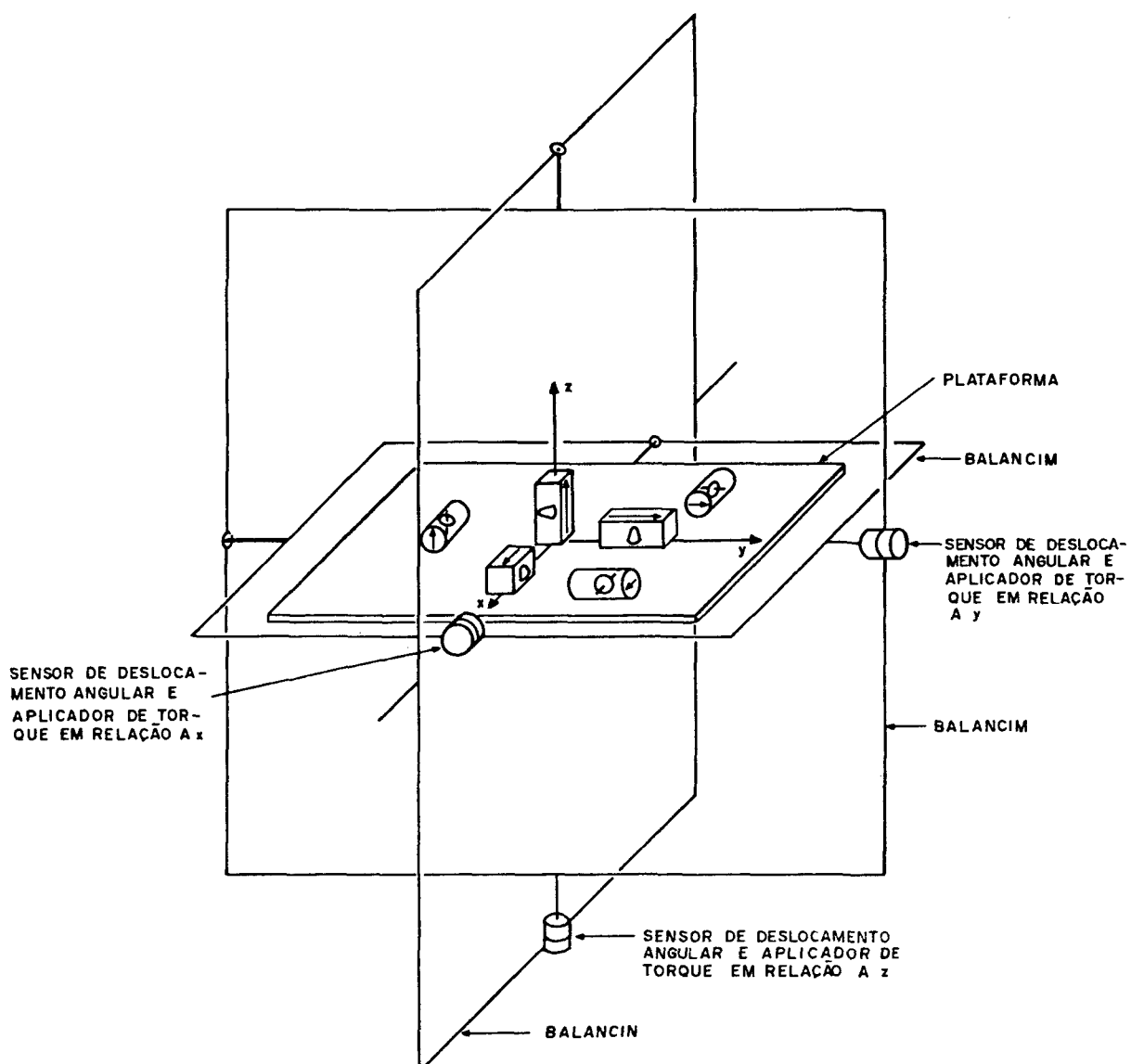


Figura 2.1 - Plataforma inercial com três giroscópios, três acelerômetros e três balancins, instrumentando referencial Oxyz.

De acordo com o Princípio da Equivalência* de Albert Einstein (1879-1955), forças inerciais e gravitacionais são manifestação de um mesmo fenômeno, não sendo possível sua distinção. Portanto, a navegação inercial, dentro de um campo gravitacional, exige o conhecimento deste, para a detecção de componen-

* Ver Apêndice 1.

tes de forças inerciais na sua direção, sendo esta a terceira função mencionada.

Os acelerômetros fornecem como saídas sinais proporcionais à aceleração, os quais, se adequadamente processados, podem fornecer velocidade e posição da plataforma. Nos sistemas de navegação inercial modernos, existe um computador associado, o qual efetua tais processamentos, além de efetuar todos os controles da plataforma, sendo esta a última das funções referidas.

2.1.3. Controles de Compensação

Tanto no giroscópio quanto na plataforma inercial, devem ser providos dispositivos capazes de compensar eventuais desvios de predeterminada altitude. A carcaça de um giroscópio (envólucro), serve de elemento de referência para desvios do rotor. Cada vez que este sofre um desvio em relação à carcaça, um dispositivo capaz de aplicar um torque sobre os balancins que o suportam, é acionado, possibilitando assim a recuperação de sua posição inicial em relação à carcaça. Analogamente, na plataforma sempre que ocorre um desvio de determinada atitude de referência, atuam dispositivos compensadores existentes na estrutura de balancins que a suportam, podendo-se desta forma, comandar esta para uma atitude desejada em determinado referencial. Uma plataforma inercial com quatro balancins tem completa liberdade de rotação em relação ao veículo que a suporta, o que não acontece em uma suportada por três balancins, a qual tem um grau de liberdade perdido, quando dois dos balancins são paralelos.

2.2. Plataforma inercial instrumentando referencial estabilizado espacialmente

Uma plataforma inercial, a menos de problemas de deriva, devido a erros inerentes aos giroscópios, quando não é sujeita a torques externos, instrumentará um referencial com atitude constante em relação ao espaço. Nestas condições, o referencial é denominado estabilizado espacialmente. Este é adequado para navegação no espaço, onde deslocamentos não se processam em relação a corpos girantes. Tal tipo de estabilização é vantajoso, uma vez que não se aplicam torques à plataforma e somente são detectados os movimentos angulares dos balancins devido ao movimento do veículo que a conduz.

Quando o veículo está sujeito ao movimento de rotação da Terra (fig. 2.2), informações colhidas nos sensores de deslocamento angular, associadas com os sinais dos acelerômetros, podem ser processadas e desta forma se efetuar uma transformação de coordenadas para um referencial ligado à Terra.

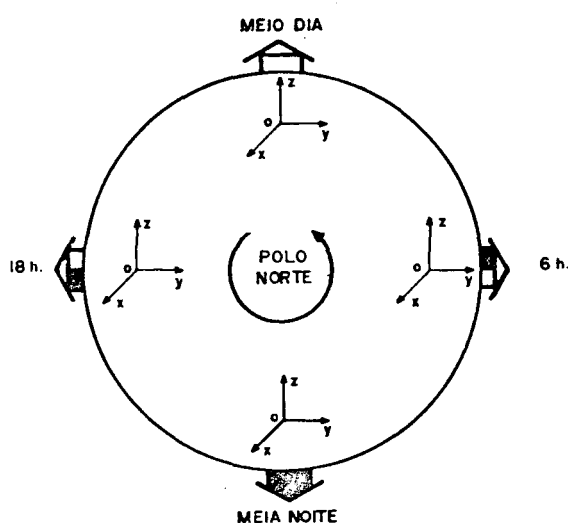


Figura 2.2 - Referencial Oxyz espaço estabilizado, instrumentado por plataforma inercial

2.3. Plataforma inercial instrumentando referencial de nível local

Mediante a aplicação de torques adequados sobre os eixos de rotação dos giroscópios, pode-se comandar a plataforma para que dois eixos por ela instrumentados situem-se em um plano horizontal e o terceiro eixo alinhado com a vertical local. Se um dos eixos horizontais é dirigido para o norte verdadeiro e o outro para leste, então, através de uma acumulação dos deslocamentos desde uma posição inicial, pode-se conhecer permanentemente a latitude, longitude e altitude do veículo.

2.3.1. Compensação para rotação da Terra, movimento relativo e outros efeitos

O método de compensação para desvios de uma plataforma inercial relativamente a uma atitude de referência, pode ser esquematizada conforme a seqüência a seguir, baseada na figura 2.3.: um sinal do acelerômetro (1), adequadamente processado, é relacionado com um deslocamento ou outro efeito, sendo gerado um sinal de referência que serve como sinal de entrada em dispositivo aplicador de torque (2) sobre o eixo de rotação do giroscópio (3); a nova atitude do eixo de rotação do giroscópio em relação a sua carcaça (4) é detectado pelo sensor de deslocamento angular (5) sendo gerado um sinal de referência que serve como sinal de entrada em dispositivo aplicador de torque (6) sobre a plataforma (7). O movimento da plataforma é desta forma dirigido para restituir a posição relativa da carcaça do giroscópio em relação ao seu eixo de rotação.

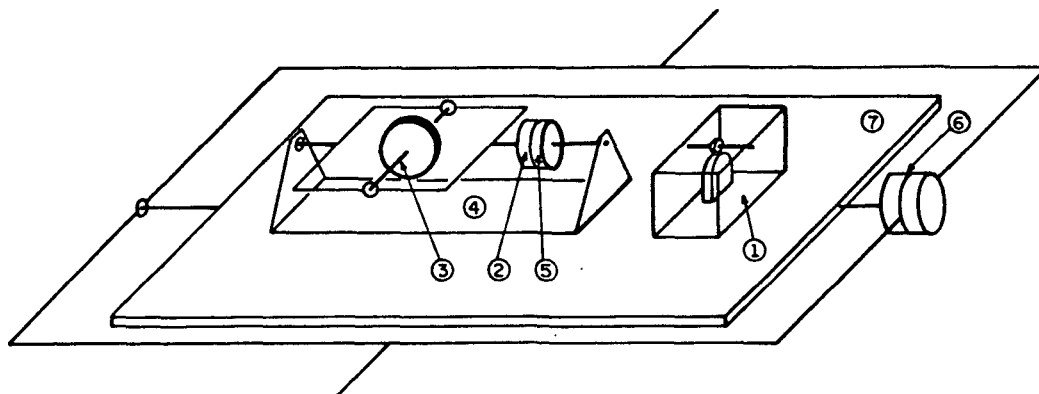


Figura 2.3 - Modelo simplificado de plataforma inercial

Uma plataforma inercial que deva instrumentar um referencial de nível local, quando em repouso na superfície da Terra, conforme pode-se concluir da figura 2.2, deverá ser sujeita continuamente a uma rotação de compensação para continuar nivelada. Conforme visto para o caso do giroscópio direcional, deve-se aplicar uma compensação contínua, da forma.

$$C_{\Omega_T} = C_{\Omega_T}(\vec{\Omega}_T, \phi), \quad (2.1)$$

sendo $\vec{\Omega}_T$ a velocidade angular da Terra em relação ao espaço e ϕ a latitude do ponto onde situa-se a plataforma (figura 2.4).

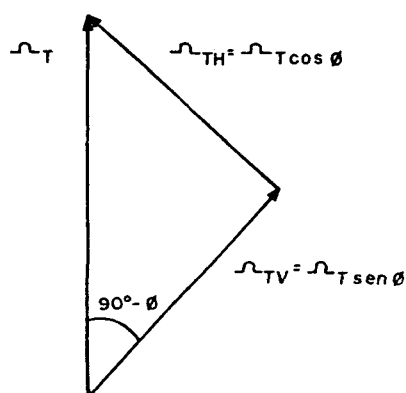


Figura 2.4 - Componentes da velocidade angular da Terra em um ponto

De forma análoga, se uma plataforma inercial é deslocada relativamente à superfície da Terra de um ponto a outro, com uma velocidade \vec{v} , devido à curvatura terrestre, deve ser aplicada uma compensação dada por

$$C_v = \frac{v}{R}, \quad (2.2)$$

onde R é o raio de um modelo esférico representativo. Evidentemente, uma navegação nunca se processa a velocidades absolutamente constantes e também não se pode, com todo o rigor, atribuir um raio à Terra. Em processos reais de navegação é sempre possível obter a velocidade para cada ponto e se estimar a distância deste ao centro do modelo adotado, sendo a compensação calculada dentro de intervalos de tempo suficientemente pequenos para a precisão desejada. A informação de velocidade é obtida integrando-se uma vez o sinal de saída dos acelerômetros horizontais; a altitude e latitude são informações disponíveis e permitem, dentro de um modelo terrestre adequado, o cálculo da distância até o centro deste.

A compensação para os efeitos de rotação da Terra, movimento relativo a esta e efeitos adicionais decorrentes (força centrífuga e de Coriolis), podem ser esquematizados como na figura 2.5, adotando-se um modelo terrestre esférico com raio R e sendo ϕ_0 , λ_0 e h_0 respectivamente a latitude, longitude e altitude iniciais. Adicionalmente, o referencial instrumentado Oxyz é topocêntrico móvel* com o eixo x dirigido para a direção leste, o y para o norte e o z vertical, com sentido oposto ao vetor gravidade. A correção na direção do eixo z consiste na eliminação dos efeitos da aceleração de Coriolis, da aceleração centrífuga adicional devida à velocidade relativa e da aceleração

* Ver Apêndice 1.

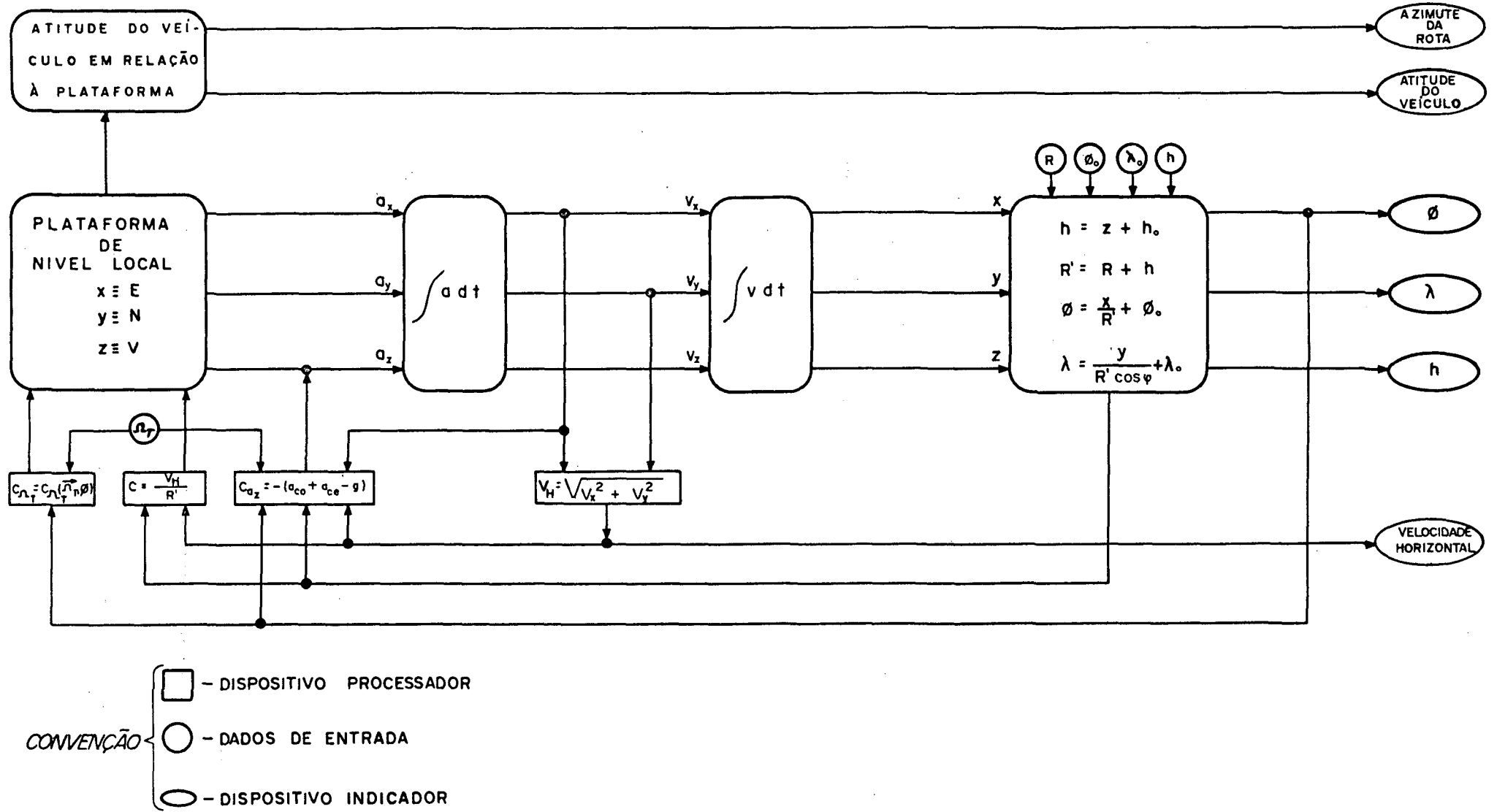


Figura 2.5 - Esquema de plataforma inercial instrumentando referencial de nível local

da gravidade, sendo dada por

$$C_{a_z} = -(a_{\text{Coriolis}} + a_{\text{centrífuga rel}} - g) . \quad (2.3)$$

A aceleração de Coriolis é dada conforme a (1.91) por

$$a_{C_o} = 2\Omega_T v_x \quad (2.4)$$

e a aceleração centrífuga devida à velocidade relativa dada por

$$a_{C_e} = \frac{v^2}{R' \cos\phi} , \quad (2.5)$$

sendo R' a distância até o centro do modelo. A aceleração da gravidade é dada por

$$g = \frac{GM}{R'^2} - \Omega_T^2 R' \cos\phi \quad (2.6)$$

onde o segundo termo do segundo membro é a aceleração centrífuga devida ao movimento de rotação da Terra e $GM^* \text{ [}^{06}\text{]}$ o produto da constante universal da gravitação pela massa da Terra. O sinal negativo na (2.3) é devido à orientação do eixo z .

Deve-se aqui assinalar que uma plataforma pode ser comandada para navegar segundo determinados modelos, como por exemplo o elipsóide internacional, com algumas modificações no esquema apresentado na figura 2.5, pela adoção de: compensações por intermédio de modelos matemáticos; cálculo da gravidade normal e de anomalia gravimétrica **.

* $GM = 3986005 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$

** Ver Capítulo 3.

2.3.2. Nivelamento e alinhamento com o norte verdadeiro

A orientação de uma plataforma inercial de nível local, antes do início da navegação, envolve dois processos distintos: nivelamento e orientação. A precisão com a qual uma navegação poderá ser desenvolvida, depende sobremaneira da precisão destes processos.

O processo de nivelamento consiste essencialmente em utilizar-se os sinais de saída dos acelerômetros cujos eixos sensitivos deverão ser horizontais, como referência do estado de nivelamento. A plataforma estando em repouso relativamente à superfície da Terra, já compensada do movimento de rotação desta, os sinais de saída dos acelerômetros horizontais devem ser iguais a zero, pois um valor diferente deste indicará a existência de uma componente da aceleração da gravidade segundo a direção dos eixos sensitivos destes. Quando a plataforma está desnivelada segundo a direção de um dos eixos, o sinal de saída do acelerômetro é computado, sendo gerado um sinal proporcional à inclinação, que serve como entrada no dispositivo aplicador de torque sobre o eixo de rotação do giroscópio, alinhado segundo esta direção. Tal rotação, conforme o exposto na seção 2.3.1, desencadeia o processo de nivelamento da plataforma segundo a direção do eixo de rotação. Simultaneamente ocorre processo semelhante em relação ao outro acelerômetro que deverá ter seu eixo sensitivo horizontal.

O processo de alinhamento sucede-se ao processo de nivelamento. Tal operação pode ser feita com um dos eixos horizontais apontando para o norte verdadeiro e o outro para leste ou ainda com um destes segundo uma orientação, a qual pode ter seu azimute conhecido a qualquer instante durante a navegação. O alinhamento com o norte verdadeiro (figura 2.6) é a desejável, porém

só é conseguido entre os paralelos 75°N e 75°S . Para latitudes acima de 75° , a determinação do norte verdadeiro se torna imprecisa à medida que aumenta a latitude, tornando-se tal processo indeterminado nas imediações dos pólos. Adota-se, como solução para a navegação em regiões polares, a orientação de um dos eixos segundo uma direção com um ângulo θ , que varia em relação ao ângulo de alinhamento inicial, em função da longitude, conforme a figura 2.7(A).

O processo de alinhamento com o norte verdadeiro consiste essencialmente em, estando a plataforma nivelada e em repouso relativamente à Terra, aplicar-se uma compensação devida à rotação terrestre como se o eixo x estivesse apontando para leste e o y para o norte. Nestas condições, de acordo com a figura 2.4, a componente da velocidade angular da Terra, $\vec{\Omega}_T$, segundo y será igual à componente horizontal e a componente segundo z será igual à componente vertical, não existindo componente segundo x . Para que seja instrumentado um referencial nas condições acima, é necessário que os eixos instrumentados sejam girados no espaço. Tal rotação referida aos próprios eixos instrumentados pode ser decomposta em uma rotação dos eixos x e z em torno do y , com velocidade angular dada por

$$\Omega_y = \Omega_T \cos\phi \quad (2.7)$$

e uma rotação dos eixos x e y em torno do z , como velocidade angular dada por

$$\Omega_z = \Omega_T \sin\phi, \quad (2.8)$$

onde ϕ é a latitude do ponto onde se está alinhando a plataforma. Se aplicadas as rotações descritas aos eixos instrumentados e a

plataforma permanecer nivelada, então os eixos x , y e z estão alinhados conforme as direções leste, norte e vertical respectivamente.

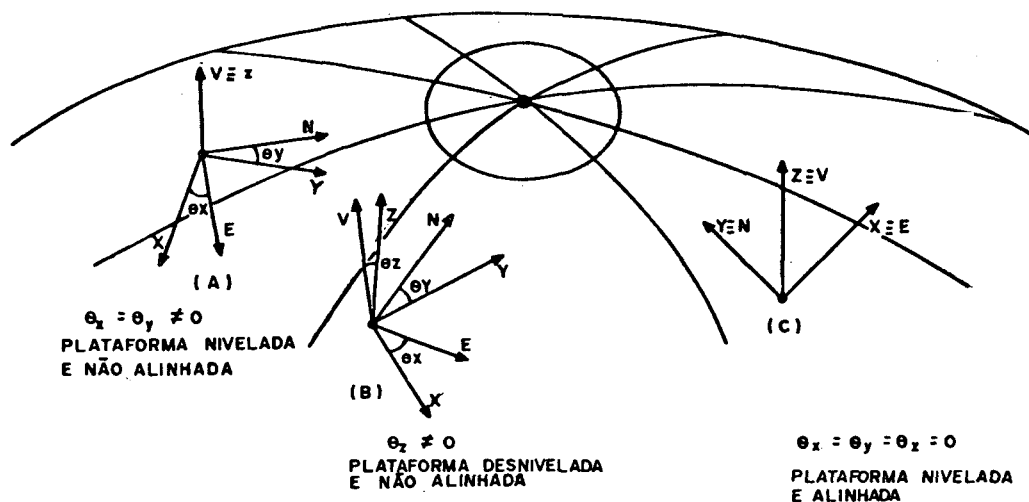


Figura 2.6 - Processo de alinhamento com o norte verdadeiro

Caso a plataforma esteja nivelada, porém não alinhada, conforme a figura 2.6(A), uma compensação dada pela (2.7) e pela (2.8), provocará um desnivelamento, conforme a figura 2.6(B), que será detectado pelos acelerômetros "horizontais". Estes irão gerar um sinal proporcional à diferença entre a compensação real, necessária para manter a plataforma nivelada e aquela que seria aplicada, caso esta estivesse alinhada e nivelada. Este sinal é aplicado para girar os eixos x e y em torno do z , levando tal procedimento, a estes alinharem-se conforme a figura 2.6(C).

Se o alinhamento é desejado para uma direção com azimute A , conforme a figura 2.7(B), o procedimento é análogo ao anterior, porém as componentes da velocidade angular da Terra, segundo os eixos instrumentados, serão dadas por

$$\Omega_x = -\Omega_T \cos\phi \operatorname{sen}A = -\Omega_N \operatorname{sen}A ,$$

$$\Omega_y = \Omega_T \cos\phi \operatorname{cos}A = \Omega_N \operatorname{cos}A ; \quad (2.9)$$

$$\Omega_z = \Omega_T \operatorname{sen}\phi .$$

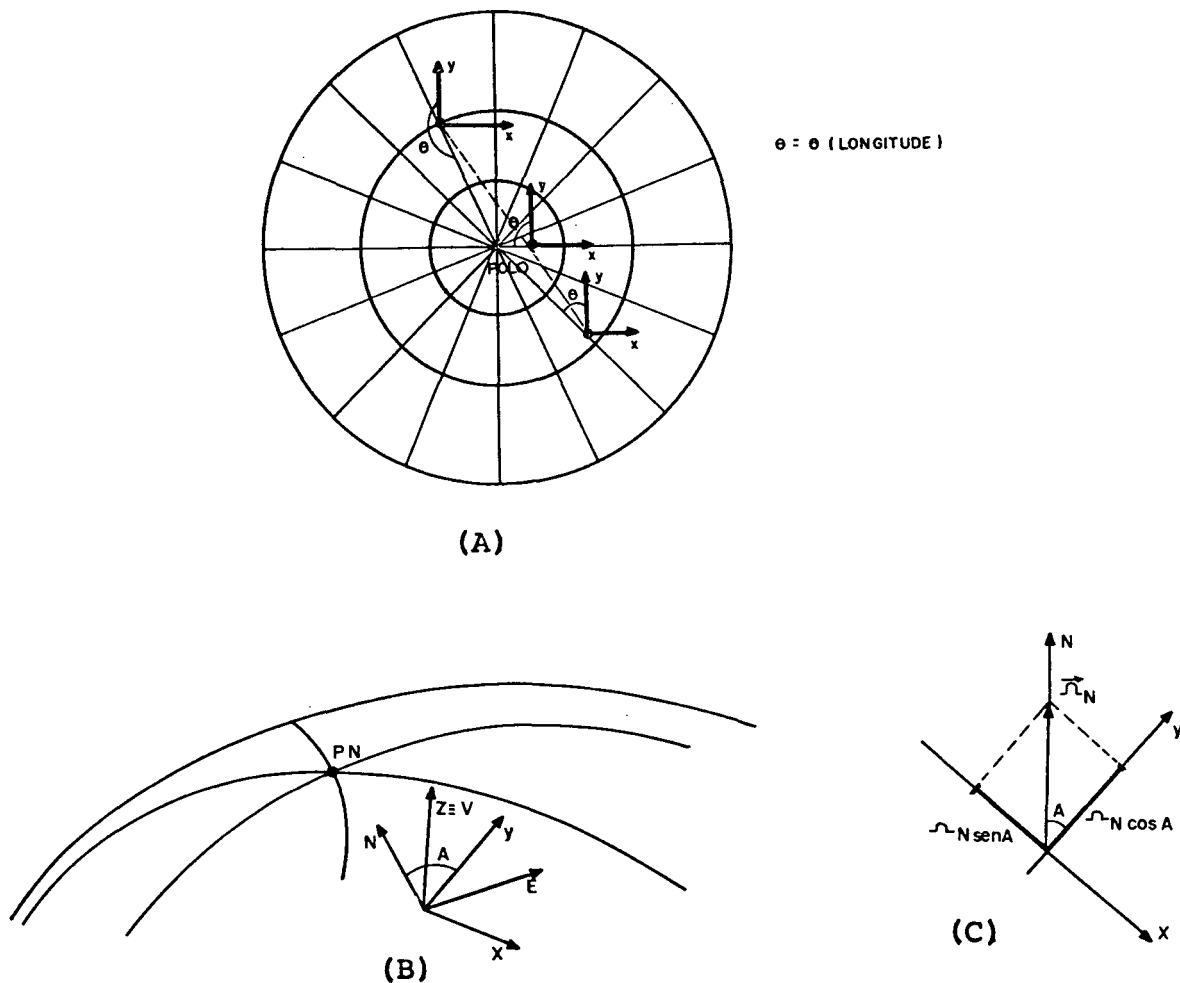


Figura 2.7 - Navegação com direção de alinhamento diversa da do norte verdadeiro

2.4. Plataforma instrumentando referencial analiticamente

Um método alternativo de instrumentação de referencial é aquele em que os giroscópios que irão instrumentar os eixos são montados diretamente sobre o veículo que irá executar a fun-

ção de navegação. Nesta configuração, quando o veículo varia uma das direções instrumentadas, existe em correspondência um torque aplicado sobre o eixo de rotação do giroscópio, o qual é proporcional à taxa de variação do momento angular deste, conforme a (1.72). Uma vez que o momento angular é proporcional à velocidade angular do rotor, conforme a (1.75), podendo a velocidade ser medida, então pode-se conhecer os deslocamentos angulares e assim relacionar o referencial instrumentado com outro, em relação ao qual se possa expressar as informações de referência para a navegação.

2.5. Plataforma inercial com calibração Schuler; erros

A figura 2.8 representa um pêndulo simples. Tal pêndulo é constituído de uma partícula de massa m suspensa por um fio de massa omissível e de comprimento constante igual a l .

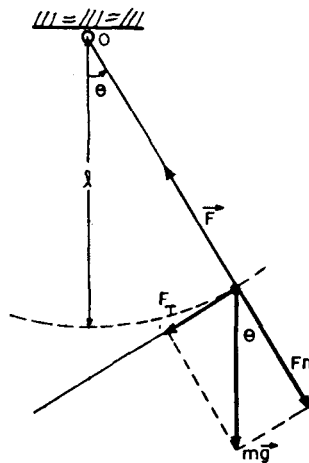


Figura 2.8 - Pêndulo simples

A força exercida pelo fio sobre a partícula, quando o fio é vertical, é dada por

$$\vec{F} = -m\vec{g}. \quad (2.10)$$

Quando a partícula é afastada da posição de equilíbrio, ela irá descrever em torno do ponto de suporte O , um arco de circunferência de raio ℓ . Em um ponto qualquer desta trajetória, diferente daquele da posição de equilíbrio, a força \vec{F} e o peso $m\vec{g}$, não serão mais colineares, tal que existem componentes do peso, uma tangencial e outra normal à trajetória da partícula. A componente tangencial é dada por

$$F_T = -mg \operatorname{sen}\theta = ma_T, \quad (2.11)$$

onde a_T é a aceleração tangencial e o sinal negativo aparece em consequência da força tangencial opor-se ao afastamento de ângulo θ da posição de equilíbrio. A componente normal à trajetória é dada por

$$F_N = mg \operatorname{cos}\theta, \quad (2.12)$$

a qual é diretamente oposta à força \vec{F} .

A aceleração tangencial pode ser expressa, de acordo com a (1.2), na forma

$$a_T = \frac{dv_T}{dt}, \quad (2.13)$$

onde v_T é a velocidade tangencial da partícula, a qual pode ser expressa como

$$v_T = \ell \frac{d\theta}{dt} \quad (2.14)$$

e sendo ℓ constante, é válida a expressão

$$a_T = \ell \frac{d^2\theta}{dt^2}. \quad (2.15)$$

De acordo com a (2.11) pode-se escrever

$$m\ell \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg \operatorname{sen}\theta , \quad (2.16)$$

donde

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \operatorname{sen}\theta = 0 . \quad (2.17)$$

Considerando-se afastamentos de pequena amplitude em relação à posição de equilíbrio, pode-se escrever

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \theta = 0 \quad (2.18)$$

que é a equação diferencial de um pêndulo simples para oscilações de pequena amplitude e de período dado por $|^{07}|$

$$\frac{1}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} . \quad (2.19)$$

Assumindo que o fio que sustenta a partícula tenha um comprimento igual ao raio da Terra, que a partícula situe-se no centro desta e o ponto de suspensão na superfície, então, se tal pêndulo é posto a oscilar e supondo-se a partícula como fixa *, o período de tal oscilação será, de acordo com a (2.19), de cerca de 84,48 minutos, quando se admite que o comprimento do fio é de cerca de 6378×10^3 m e um valor uniforme da aceleração da gravidade igual a $9,8\text{ms}^{-2}$. A direção do fio de suspensão será sempre vertical, qualquer que seja o deslocamento do suporte na superfície da Terra. Tal dispositivo hipotético é denominado de pêndulo de Schuler, descoberto por Max Schuler em 1923.

* O movimento da partícula é relativo ao ponto de suspensão, tal que se pode considerar este como oscilando relativamente à partícula.

O valor de 84,48 minutos é então o período natural de oscilação de qualquer dispositivo móvel relativamente à Terra e que guarde permanentemente uma direção vertical. Dispositivos complexos podem se comportar da mesma forma que um pêndulo simples de Schuler, como é o caso de uma plataforma inercial⁰⁸.

Quando uma plataforma inercial de nível local é sujeita a uma inclinação em relação à horizontal, o sinal de saída de um acelerômetro com eixo sensitivo sofrendo tal inclinação é dado por

$$S = g \operatorname{sen} \theta, \quad (2.20)$$

onde θ é a inclinação da plataforma. Para pequenos valores de θ , escreve-se a (2.20) como

$$S = g \theta. \quad (2.21)$$

O sinal de saída do acelerômetro é integrado duas vezes e utilizado para restaurar o horizontalismo da plataforma, tal que é válido escrever

$$\theta = -K \iint S dt dt, \quad (2.22)$$

sendo o sinal negativo devido ao fato da compensação opor-se à inclinação e K é uma constante dos dispositivos integradores do sinal S . Substituindo na (2.22) o valor de S dado na (2.21), obtém-se

$$\theta = -Kg \iint \theta dt dt. \quad (2.23)$$

Derivando-se duas vezes a (2.23) em relação ao tempo, resulta

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + Kg\theta = 0 . \quad (2.24)$$

Esta equação diferencial é semelhante à equação diferencial de um pêndulo simples, donde conclui-se que uma plataforma inercial pode ser comandada para comportar-se como tal.

Uma plataforma inercial é dita com calibração Schuler, quando os sinais de realimentação e compensação, gerados pelos acelerômetros, são utilizados na forma descrita no parágrafo anterior, tal que a frequência da oscilação produzida seja igual ao inverso do período de Schuler.

Quando uma plataforma inercial assim calibrada é perturbada, todos os erros decorrentes desta perturbação podem ser descritos em termos da frequência de Schuler. Tal frequência pode ser permanentemente calculada durante o processo de navegação, desde que se conheça os parâmetros envolvidos na (2.19).

Os erros em um sistema de navegação inercial assim calibrado, podem ser resumidos como $|\theta^0|$

FONTE DO ERRO	ERROS		
	Inclinação	Velocidade	Posição
Deriva Giroscópica	$\frac{\omega}{v} \text{senvt}$	$R\omega(1 - \text{cosvt})$	$R\omega(t - \frac{\text{senvt}}{v})$
Velocidade Inicial	$\frac{v_0}{Rv} \text{senvt}$	$v_0 \text{cosvt}$	$\frac{v_0}{v} \text{senvt}$
Inclinação Inicial	$\theta_0 \text{cosvt}$	$\frac{\theta_0 g}{v} \text{senvt}$	$R\theta_0(1 - \text{cosvt})$

Tabela 2.1 - Erros em plataformas inerciais com calibração Schuler

onde ω - taxa de deriva giroscópica;

v - frequência de Schuler;

v_0 - velocidade inicial;

θ_0 - inclinação inicial;

R - raio da Terra;

g - aceleração da gravidade;

t - tempo de navegação.

CAPÍTULO 3

POSICIONADORES INERCIAIS

3.1. Posicionamento inercial

O desenvolvimento de plataformas inerciais começou efetivamente com o programa germânico V-2. Após a II Guerra Mundial, nos laboratórios de instrumentação do Massachusetts Institute of Technology e Redstone Arsenal, iniciaram-se intensos trabalhos de desenvolvimento de plataformas inerciais, motivados pela idéia de um sistema auto-contido, capaz de fornecer informações de velocidade e posição de um veículo, através unicamente da medição da aceleração deste.

Surgiram plataformas para desempenharem funções em duas e três dimensões.

Quando a elevação, relativamente a uma superfície de referência, é permanentemente conhecida ou não é de interesse, resulta conveniente um sistema operacional em duas dimensões.

Os sistemas tridimensionais são ideais para navegação de mísseis, de veículos espaciais e mais recentemente, devido ao estágio de desenvolvimento tecnológico dos sensores inerciais e de técnicas estatísticas, também para aplicações geodésicas.

Atualmente, as plataformas inerciais são amplamente utilizadas para finalidades geodésicas, existindo inclusive países com programas de densificação de sua rede fundamental, utili-

zando plataformas inerciais como Posicionadores Inerciais (PI).

Os PI mostraram-se particularmente eficientes quando utilizados como interpoladores de coordenadas entre pontos conhecidos, possibilitando uma densificação entre vértices de rede geodésica existente ou pontos levantados via rastreamento Doppler. Desta forma, podem ser obtidos pontos de apoio para múltiplas finalidades, densificação de levantamentos gravimétricos através da determinação de anomalias free-air e ainda obtenção de deflexão da vertical.

3.2. Posicionador inercial "Auto-Surveyor"

Os primeiros PI com aplicação à Geodésia foram desenvolvidos visando a determinação simultânea de posição e azimute, para aplicações militares em artilharia.

A maioria dos PI em uso atualmente, foram desenvolvidos a partir da plataforma inercial bidimensional com calibração Schuler, "Litton LN-15", destinada à navegação aeronáutica. Tal plataforma foi inicialmente transformada, mediante contrato entre a "Litton Guidance and Control Systems" e o "US Army Engineer Topographic Laboratories (USAETL)". Assim, entre 1965 e 1972 foi desenvolvido um sistema tridimensional de medição denominado "Position and Azimuth Determining System (PADS)", visando principalmente aplicações à artilharia. Tal dispositivo, partindo de um ponto de coordenadas conhecidas é capaz de fornecer posições planimétricas com precisão de $\pm 20\text{m}$, altimétricas com $\pm 10\text{m}$ e azimute com precisão de 1' para missões de até 4 horas. Posteriormente, em 1974, a Litton e o USAETL modificaram o PADS com a inclusão na programação de técnicas de compensação de erros durante o levantamento (filtragem Kalman) e no fim deste, conhecido o erro de fechamento ("smoothing"). Adicionalmente foi

introduzido um acelerômetro extra-sensível no canal vertical, possibilitando ao sistema interpolar, além de coordenadas, anomalias da gravidade e deflexão da vertical.

Baseando-se nos resultados deste protótipo e melhores estudos resultantes de um contrato de pesquisa, foi construído para o "Defense Mapping Agency (DMA)", um PI denominado "Inertial Positioning System (IPS)", o qual apresenta erros em posição na ordem de 1,5m (raiz média quadrática) para missões de 4 horas de duração (resultados compensados). Erros em anomalia da gravidade e deflexão da vertical respectivamente de $\pm 2\text{mGal}$ e 1,5" são os costumeiramente obtidos para o mesmo período ¹⁰.

A versão comercial do IPS é conhecida como "Auto Surveyor (AS)". As denominações "Inertial Survey System (ISS)" e "Rapid Geodetic Survey System (RGSS)", foram dadas por usuários, referindo-se à mesma versão comercial, salvo peculiaridades no modo de operação.

3.2.1. Descrição

O AS é essencialmente constituído das seguintes unidades: plataforma inercial tridimensional com acelerômetro extra-sensível no canal vertical, com limiar de sensibilidade de 1 a 2 μGal e dois acelerômetros horizontais com limiar de sensibilidade de 8 a 10 μGal ¹¹, além de dois giroscópios com dois graus de liberdade e baixa taxa de deriva, sendo o conjunto isolado da carcaça por quatro balancins (figura 3.1). Um prisma de Porro do qual se pode conhecer permanentemente o azimute e que permite a transferência deste para referências no terreno, com o auxílio de um teodolito (figura 3.3). Um computador digital, com memória de 12k palavras de 28 bit, o qual desenvolve todos os cálculos necessários para prover as informações durante o levanta-

tamento e realiza a interação entre todas as partes do sistema, possuindo adicionalmente uma fonte própria de energia, visando a preservação das informações alocadas na memória de eventuais panes no sistema elétrico do veículo. Uma unidade de controle e "display" a qual permite a comunicação entre o operador e o sistema, quer através de informações introduzidas pelo operador quer através de sinalizações e informações de saída do sistema. Uma unidade de armazenagem de dados em fita cassete, sendo possível transferir para esta todas as informações de levantamento armazenadas na memória do computador. Uma unidade fornecedora de energia, a qual recebe do sistema elétrico do veículo, que conduz o posicionador, uma tensão de 24V em corrente contínua e fornece ao sistema todas as tensões de precisão exigidas.

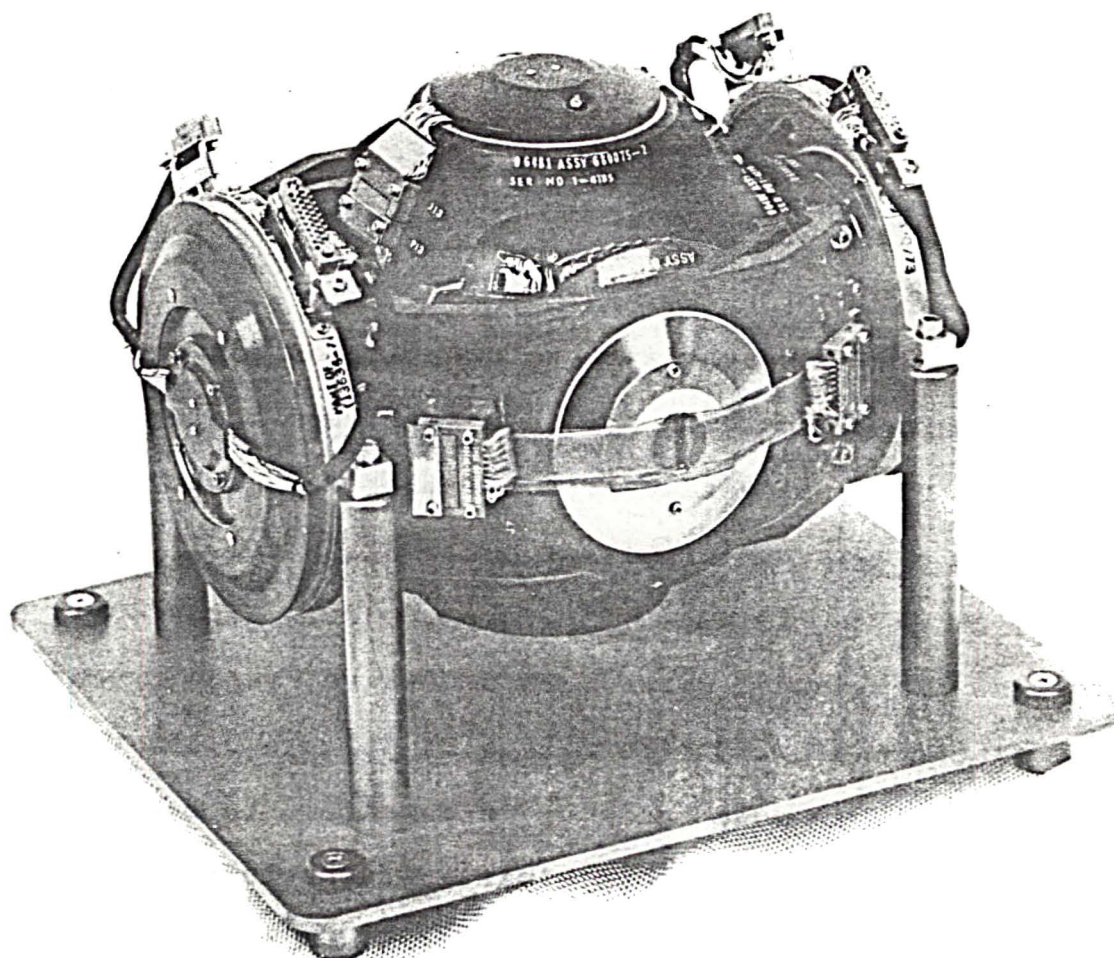


Figura 3.1 - Plataforma Inercial LN-15 fabricada pela Litton Guidance & Control Systems - USA.

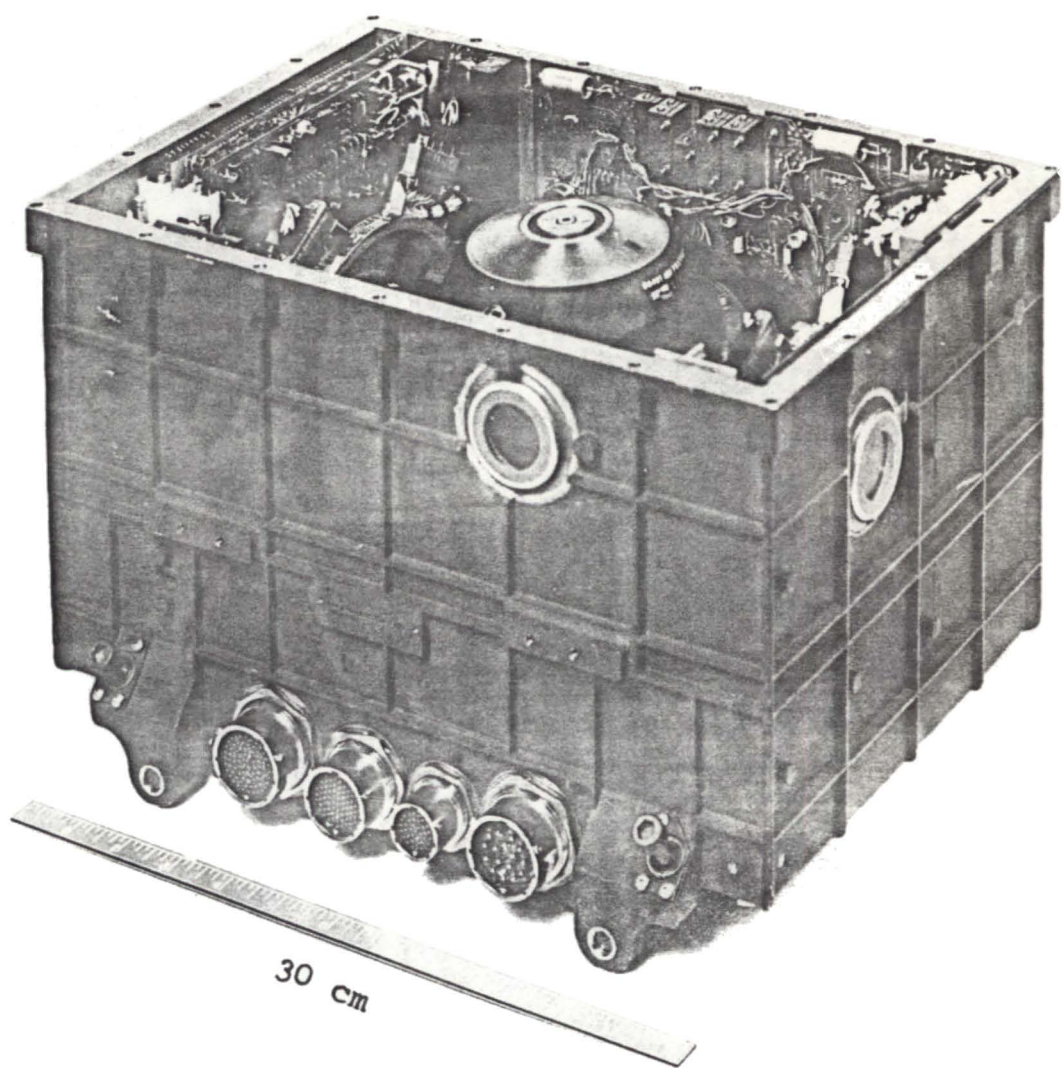


Figura 3.2 - Plataforma Inercial LN-15, montada dentro da carcaça.



Figura 3.3 - Transferência de azimute através do prisma de Porro do AS e de teodolito.

3.2.2. Princípios de operação

No AS, a navegação é conduzida segundo um elipsóide de referência, o qual pode ser selecionado via um comando do operador na unidade de controle. São previstas compensações devido o modelo ser rotante e também devido ao movimento relativo do PI em relação a este. Isto posto, os incrementos de distâncias "horizontais e verticais" * podem ser processados e fornecer latitude, longitude e altitude para qualquer ponto.

Quando o veículo condutor do PI movimentar-se, acelerações relativas à orientação local dos eixos instrumentados (norte, leste e normal) são duplamente integradas, fornecendo a variação na posição geodésica. Esta integração é efetuada a intervalos subsequentes de 16ms, e mediante as informações obtidas deste curto processamento, os eixos são levados imediatamente a assumir uma posição de acordo com as direções norte, leste e normal da nova posição.

O computador gera as compensações para manter as orientações referidas, realiza o nivelamento e alinhamento iniciais, desenvolve rotinas de auto-teste e controle de aceite de valores observados. Quando o PI é situado sobre um ponto conhecido, no final do levantamento, são calculadas compensações para todos os valores levantados, tendo em vista o erro de fechamento.

A principal função de controle dos valores observados é a desempenhada por um programa de filtragem Kalman no computador. Este processo é baseado em um algoritmo de predição de erros para um grande número de fontes, as mais significativas para o levantamento. Avalia a performance real em oposição à perfor-

* Como a navegação é conduzida sobre um modelo deve-se pausar em direções tangentes e normal, conforme será discutido na seção 3.2.3.

mance predita e quando uma propagação de erros sistemáticos é detectada, as predições são atualizadas e produz-se então uma nova estimativa de erro $|^{12}|$. Este processo dinâmico de previsão, comparação e reestimativa produz um ajustamento de dados em tempo real, dentro de determinadas tolerâncias.

3.2.3. Operação

A operação de um PI pode ser sintetizada em sete etapas $|^{13}|$.

3.2.3.1. Procedimentos preparatórios

No início de cada missão ^{*}, envolvendo uma ou mais linhas de levantamento, devem ser efetuadas algumas operações preliminares. O sistema é energizado e por cerca de cinco minutos é submetido a um processo de controle térmico da plataforma. A temperatura é considerada como estabilizada quando a deriva giroscópica é menor que $0,007^{\circ}/h$.

Após a estabilização térmica, o sistema é submetido a um processo de calibração estática. Para este processo é exigido o conhecimento das coordenadas do ponto sobre o qual se efetuará a calibração, com um erro de no máximo 30m (aproximadamente 1" para latitude e longitude). O procedimento envolvendo nivelamento segundo a horizontal local, alinhamento com o meridiano local e calibração da deriva giroscópica dentro dos limites de $0,001^{\circ}/h$, requer cerca de uma hora. Durante este período, o veículo deve permanecer estacionário, não sendo sujeito a vibra-

* A palavra missão é aqui empregada para designar o trabalho efetuado em um dia.

ções excessivas e mudanças de atitude, sob pena de ter-se de reiniciar o processo.

No final da calibração pré-missão, existem parâmetros que indicam a qualidade do alinhamento procedido para os eixos instrumentados. Tais parâmetros (B_0 , B_1 e B_2), são denominados mini-desvios e podem ser visualizados na unidade de controle. Se tais valores excedem a $\pm 0,004^\circ/h$, o alinhamento não é aceito pelo computador e nova calibração deve ser procedida.

3.2.3.2. Introdução de dados iniciais

O ponto inicial da primeira linha a ser levantada na missão, não precisa necessariamente coincidir com o ponto onde se efetuou a calibração e inclusive, salvo na versão RGSS, o ponto inicial para latitude e longitude pode não ser coincidente com o ponto inicial para altitude. Após estar o sistema calibrado é possível conduzir-se o veículo sobre um ponto de controle altimétrico e posteriormente a um planimétrico ou vice-versa. Introduzidos os valores iniciais, o veículo pode ser conduzido para o levantamento de coordenadas em pontos de interesse.

3.2.3.3. Condução entre pontos conhecidos

Um levantamento efetuado por um PI, processa-se essencialmente entre pontos de controle, ou seja, entre pontos dos quais se conheçam os parâmetros a serem interpolados para os pontos intermediários. Estando o sistema calibrado e registrados os valores iniciais de latitude, longitude, altitude e adicionalmente, se de interesse, gravidade e deflexão da vertical, pode-se iniciar o processo de levantamento. Posteriormente, o

PI deve ser conduzido para um ponto de controle final, do qual sejam conhecidos os mesmos parâmetros-objetos do levantamento.

Durante o período de levantamento, utiliza-se como parte da técnica de controle de erros a parada do veículo a intervalos regulares de tempo. Nas paradas, devido ao fato da navegação ser conduzida sobre o elipsóide e também à deriva dos giroscópios, a plataforma não estará mais nivelada, existindo componentes da aceleração da gravidade atuando nos acelerômetros supostos horizontais. Informa-se ao sistema que a velocidade é zero e a plataforma é renivelada através da eliminação das componentes da aceleração. Correções aos valores determinados até então, são geradas automaticamente. Tais paradas, que podem coincidir com pontos a serem levantados, devem ser efetuadas a intervalos de tempo tais que a deriva giroscópica possa ser considerada linear. Este intervalo pode variar de 3 a 5 minutos, sendo ideal 4 minutos, com um período de parada que pode durar 20 a 90 segundos.

3.2.3.4. Levantamento de dados

À medida que o veículo condutor do PI se desloca, são calculados novos valores para as coordenadas, anomalia da gravidade e azimuth. Em qualquer instante, é possível observar-se um dos valores no visor da unidade de controle. Quando o veículo pára sobre um ponto a ser levantado, aguarda-se o período de estabilização e correções. Registram-se, com um único comando, todos os valores, que ficam armazenados na memória do computador. A identificação da estação é fornecida através de um número que identifica o conjunto de dados armazenados. A capacidade de armazenagem do banco de memória do computador é de informações de até 36 pontos intermediários.

3.2.3.5. Introdução de dados finais

O fechamento de uma linha de levantamento se dá quando o veículo pára sobre um ponto de controle final e são introduzidos os valores conhecidos dos parâmetros de interesse. Como no caso da inicialização, o fechamento de latitude-longitude e o de altitude pode ocorrer em pontos diferentes. Neste caso, o levantamento termina quando todos os valores finais são introduzidos.

3.2.3.6. Compensação final *

Quando é completada a entrada de dados finais, efetua-se, através do computador, uma compensação de todos os valores determinados para os pontos intermediários, tendo em vista o erro de fechamento. Quando o levantamento começa e termina em pontos de controle completos, pode-se obter coordenadas compensadas para os pontos intermediários. No caso em que os pontos iniciais para latitude-longitude e altitude não são coincidentes, obtêm-se valores compensados, conforme a tabela 3.1.

	Caso	Inicial de	Inicial de	Pontos Interm.	Final de	Final de
Esquema	A	h	$\phi - \lambda$	ϕ, λ, h	$\phi - \lambda$	h
V. compensados		-	h	ϕ, λ, h	h	-
Esquema	B	$\phi - \lambda$	h	ϕ, λ, h	h	ϕ, λ
V. compensados		-	$\phi - \lambda$	ϕ, λ, h	$\phi - \lambda$	-
Esquema	C	$\phi - \lambda$	h	ϕ, λ, h	$\phi - \lambda$	h
V. compensados		-	$\phi - \lambda$	ϕ, λ, h	h	-
Esquema	D	h	$\phi - \lambda$	ϕ, λ, h	h	ϕ, λ
V. compensados		-	h	ϕ, λ, h	ϕ, λ	-

Tabela 3.1

* Ver Capítulo 4.

Após o processo de compensação, todos os valores compensados e os obtidos em tempo real, são gravados em fita. Todos os valores podem ser verificados através do visor e dessa forma, ao final do levantamento, verificar-se-ão eventuais falhas.

3.2.3.7. Inicialização de nova linha de levantamento

Após o processamento de compensação, pode-se iniciar nova linha de levantamento, utilizando o ponto final da linha anterior como ponto inicial. Esta nova linha pode ser o mesmo percurso anterior, percorrido em sentido contrário ou ainda outra linha subsequente. Em ambos os casos, não é necessária nova calibração estática do sistema.

3.2.4. Considerações adicionais

Vistos os princípios básicos de operação do AS, são válidas aqui as seguintes observações:

1.^a) no ponto de controle inicial, o sinal de saída do acelerômetro vertical é proporcional ao valor local da aceleração da gravidade. Quando o AS parte de tal ponto, começam a ser efetuados cálculos contínuos da gravidade em função da latitude, cuja variação é conhecida desde o ponto inicial, tal que os deslocamentos verticais podem ser permanentemente estimados.

Ao chegar sobre um ponto, a plataforma é levada ao repouso. Informa-se ao computador, através da unidade de controle, que a velocidade do veículo é zero. Portanto, as componentes da aceleração da gravidade, segundo os acelerômetros supostos horizontais, devido à inclinação destes e quando integradas, resultarão em uma velocidade remanescente que é eliminada por rotações da plataforma em torno dos eixos E e N. As rotações são

interpretadas respectivamente como as componentes meridiana ξ e transversal η da deflexão da vertical, relativamente ao ponto de controle inicial.

O sinal de saída do acelerômetro vertical, menos o valor no ponto inicial, é igual à diferença da aceleração da gravidade neste ponto e no ponto inicial, a menos de erros próprios do acelerômetro. Neste ponto, é possível separarem-se acelerações da gravidade e do veículo, sendo que os cálculos de anomalia "free-air" e dupla integração podem fornecer, respectivamente, a variação de anomalia desde o ponto inicial e o valor corrigido de altitude $|^{14}|$.

2.^a) A altitude, no ponto inicial, é suposta ortométrica. A plataforma parte daí com o eixo (orientado segundo a vertical local) na direção do qual se processam as medidas de variação na altitude. Chegando-se no ponto onde efetuará a medida e após o processo de nivelamento, determina-se uma altitude ortométrica, uma vez que é conhecido o desnível desde o ponto inicial, assim como a variação da gravidade.

A altitude determinada na forma descrita é utilizada para a redução de latitude e longitude à superfície de referência, existindo um certo erro, uma vez que a altitude se refere ao geóide e não elipsóide, em relação ao qual a navegação foi efetuada. Uma forma de eliminação de tal erro seria aquela de se conhecer a ondulação do geóide e a deflexão da vertical em pelo menos um ponto da linha de levantamento.

3.^a) Entre dois pontos conhecidos podem ser interpolados valores de latitude, longitude, altitude, anomalia da gravidade e deflexão da vertical. A plataforma é renivelada em cada parada para essas determinações, ou simplesmente para informação de velocidade zero. Todas as variações em anomalia da gravidade, deflexão da vertical e deslocamentos, são acumuladas desde o ponto de controle inicial.

4^a.) Existe uma versão de operação do AS em que não existe alinhamento com a vertical em pontos intermediários. Nesses pontos, são medidas as saídas dos acelerômetros supostos horizontais e calculadas em função desses valores: a deflexão da vertical e as correções a serem introduzidas nas demais observações.

Com esse método, conseguem-se melhores resultados para a deflexão da vertical, altitude e anomalia da gravidade e resultados inferiores para latitude e longitude, se comparados com o método convencional relatado.

Tal configuração é a versão RGSS, que apresenta uma séria desvantagem em relação às outras versões, pois neste modo de operação os pontos de controle inicial e final devem ser controles completos, isto é, deve-se conhecer, para um mesmo ponto, a latitude, longitude e altitude ou, adicionalmente, gravidade e deflexão da vertical.

3.2.5. Calibração dinâmica |¹⁵|

Existem certas fontes de erro em um PI que exigem grande precisão em sua determinação. Como toda construção mecânica, uma plataforma inercial está sujeita a determinadas limitações na precisão devido ao processo de fabricação e montagem.

Um dos erros conseqüentes, de maior influência no processo de levantamento, é a falta de alinhamento dos eixos dos acelerômetros, com os eixos instrumentados pela plataforma. Este erro é de controle muito difícil por ocasião da montagem, devido ao grau de alinhamento exigido e às dimensões reduzidas envolvidas.

O sinal de saída de um acelerômetro é digitalizado e integrado duas vezes em relação ao tempo, fornecendo o desloca-

mento na direção do eixo sensitivo. O fator de escala para o canal * norte, leste e vertical, que relaciona um deslocamento verdadeiro com o correspondente medido, é também de difícil obtenção por ocasião do processo de fabricação, vindo a se constituir em fonte de erro no processo de levantamento.

Esses erros possuem um caráter sistemático e podem ser controlados através de um procedimento de calibração dinâmica, quando o sistema é operacional.

Para essa calibração, o PI é conduzido sobre cursos de testes que possuem pontos com coordenadas precisamente conhecidas dentro de uma geometria adequada. Devido à extensão das linhas que compõem um curso de testes, é possível: verificar os erros introduzidos pelas fontes referidas e em decorrência da geometria, isto é, da posição relativa das linhas que compõem os cursos; separar os erros devidos à falta de alinhamento dos eixos sensitivos e os conseqüentes, do fator de escala. Torna-se, assim, possível a geração de fatores de correção, os quais são introduzidos no computador a bordo e que serão posteriormente, na fase de levantamento, aplicados aos valores observados.

Esses erros não são constantes no decorrer do tempo. Normalmente, efetua-se uma calibração dinâmica mensal no AS, quando em operação. A calibração envolverá: determinação dos fatores de escala do canal leste (KE) e do norte (KN); determinação da falta de alinhamento utilizando os ângulos de desvio em relação aos eixos instrumentados. THEZ e THNZ são os desvios dos eixos sensitivos dos acelerômetros leste e norte em relação ao eixo z respectivamente. THZE e THZN são os desvios do eixo sensitivo do acelerômetro vertical em relação aos eixos instrumentados na direção leste e norte respectivamente (figura 3.4).

* A palavra canal refere-se ao conjunto de acelerômetro, digitalizador e integrador, sendo envolvidas diversas fontes de erro.

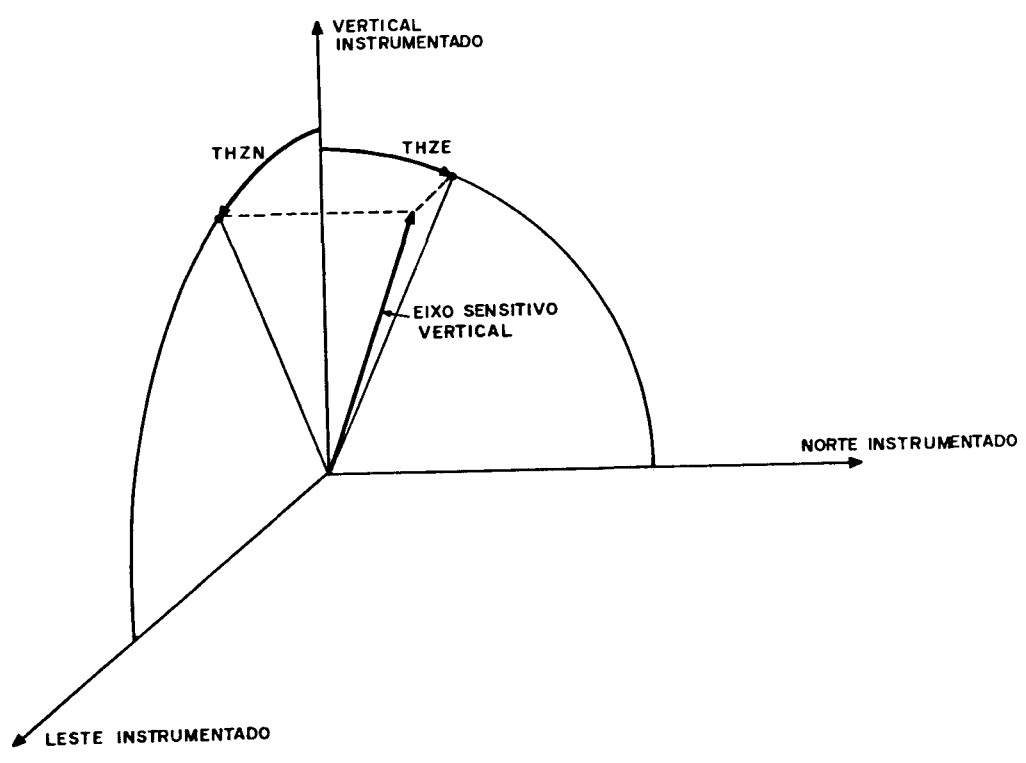
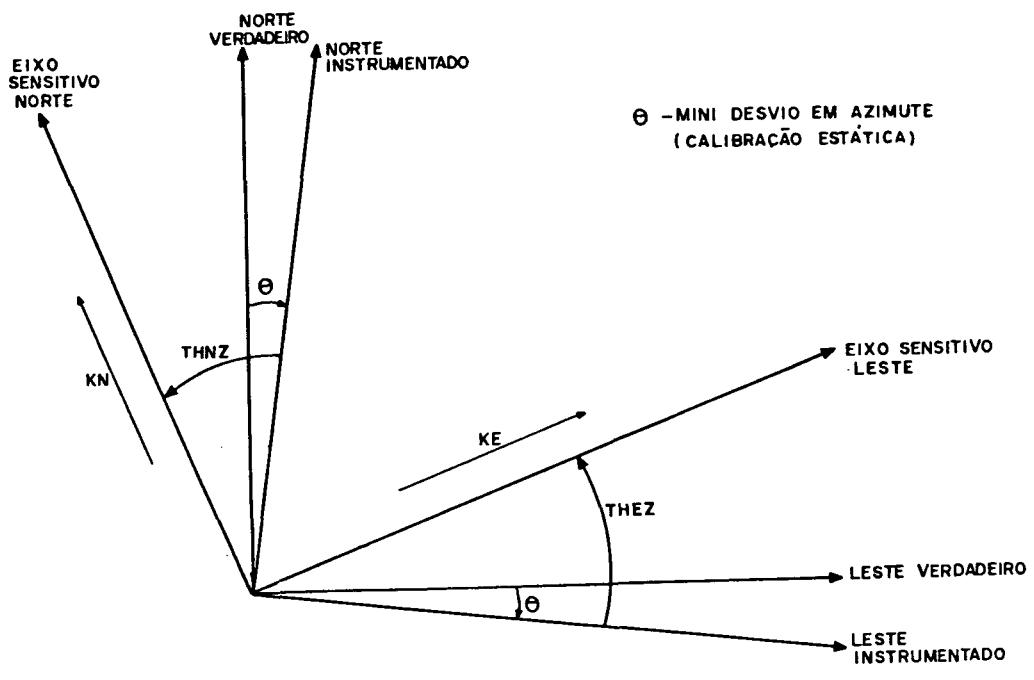


Figura 3.4 - Parâmetros envolvidos na calibração dinâmica.

Devido à alta sensibilidade e aos pequenos deslocamentos envolvidos, não há necessidade da determinação periódica de um fator de escala para o canal vertical.

O procedimento de calibração, a seguir exposto, refere-se a um curso ABC composto de duas linhas com um ponto em comum A, sendo conhecidas as coordenadas deste e dos pontos extremos B e C. O comprimento adequado de cada uma das linhas é cerca de 10Km, visando-se um compromisso do tempo de calibração e precisão. Elas podem formar um ângulo entre si de 60° a 90° . O curso será ideal quando as linhas formarem entre si um ângulo de 90° e estiverem aproximadamente alinhadas com as direções norte-sul e leste-oeste respectivamente (figura 3.5).

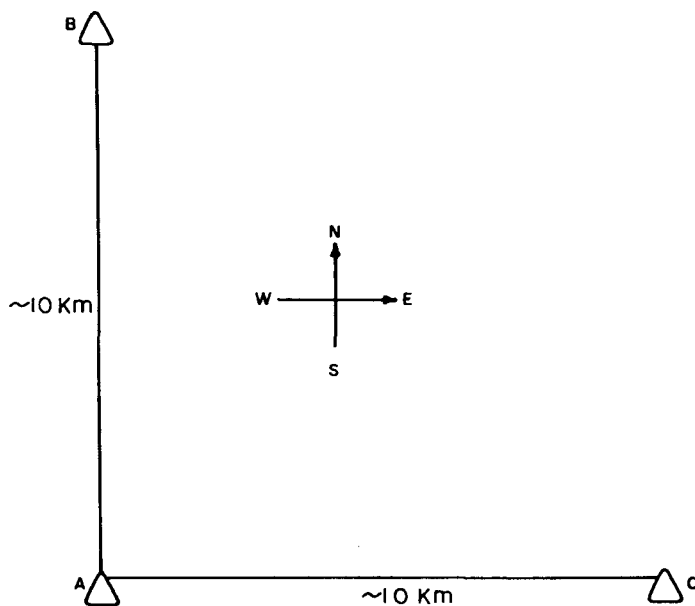


Figura 3.5 - Curso de calibração.

Na calibração dinâmica, efetua-se uma calibração estática em A e dirige-se para o ponto B. Em B, verifica-se a diferença entre os valores medidos pelo AS para as coordenadas e os conhecidos, onde se compara o valor medido com o conhecido e a seguir retorna-se para A. Então, procede-se uma nova calibração

estática e repete-se a seqüência acima de A para C e deste para A.

Os valores obtidos permitem a determinação de correções a serem aplicadas aos parâmetros KE, KN, THEZ, THNZ, THZE e THZN.

Repete-se o procedimento de calibração até que as correções determinadas não sejam maiores que certos valores toleráveis, conforme será visto na seção 3.2.6.

Os valores envolvidos no processo de calibração dinâmica são:

- ΔKE - erro em KE;
- ΔKN - erro em KN;
- $\Delta THEZ$ - erro em THEZ;
- $\Delta THNZ$ - erro em THNZ;
- $\Delta THZE$ - erro em THZE;
- $\Delta THZN$ - erro em THZN;
- $\Delta \lambda_{ab}, \Delta \phi_{ab}$ - distância entre A e B nas direções leste e norte;
- $\Delta \lambda_{ac}, \Delta \phi_{ac}$ - distância entre A e C nas direções leste e norte;
- $A_{\lambda}, A_{\phi}, A_e$ - erro em longitude, latitude e altitude no ponto A;
- $B_{\lambda}, B_{\phi}, B_e$ - erro em longitude, latitude e altitude no ponto B;
- $C_{\lambda}, C_{\phi}, C_e$ - erro em longitude, latitude e altitude no ponto C;
- $B_{\lambda t}, B_{\phi t}, B_{et}$ - erro em longitude, latitude e altitude no ponto B devido ao tempo;
- $C_{\lambda t}, C_{\phi t}, C_{et}$ - erro em longitude, latitude e altitude no ponto C devido ao tempo;
- ΔT_{ab} - tempo de percurso entre A e B;

ΔT_{ac} - tempo de percurso entre A e C;

ΔT_t - tempo total de percurso (ABA) ou (ACA).

Os erros em latitude e longitude são expressos como:

$$B_{\lambda} = (\Delta KE) (\Delta \lambda_{ab}) + (\Delta THEZ) (\Delta \phi_{ab}) + B_{\lambda t} ; \quad (3.1)$$

$$B_{\phi} = (\Delta KN) (\Delta \phi_{ab}) - (\Delta THNZ) (\Delta \lambda_{ab}) + B_{\phi t} ;$$

$$C_{\lambda} = (\Delta KE) (\Delta \lambda_{ac}) + (\Delta THEZ) (\Delta \phi_{ac}) + C_{\lambda t} ; \quad (3.2)$$

$$C_{\phi} = (\Delta KN) (\Delta \phi_{ac}) - (\Delta THNZ) (\Delta \lambda_{ac}) + C_{\phi t} ;$$

com

$$B_{\lambda t} = (A_{\lambda}) \left(\frac{\Delta T_{ab}}{\Delta T_t} \right) ; \quad (3.3)$$

$$B_{\phi t} = (A_{\phi}) \left(\frac{\Delta T_{ab}}{\Delta T_t} \right) ;$$

$$C_{\lambda t} = (A_{\lambda}) \left(\frac{\Delta T_{ac}}{\Delta T_t} \right) ; \quad (3.4)$$

$$C_{\phi t} = (A_{\phi}) \left(\frac{\Delta T_{ac}}{\Delta T_t} \right) .$$

Os erros em elevação são expressos como:

$$B_e = -(\Delta THZE) (\Delta \phi_{ab}) + (\Delta THNZ) (\Delta \lambda_{ab}) + B_{et} ; \quad (3.5)$$

$$C_e = -(\Delta THZE) (\Delta \phi_{ac}) + (\Delta THNZ) (\Delta \lambda_{ac}) + C_{et} ; \quad (3.6)$$

com

$$B_{et} = (A_e) \left(\frac{\Delta T_{ab}}{\Delta T_t} \right) \quad (3.7)$$

e

$$C_{et} = (A_e) \left(\frac{\Delta T_{ac}}{\Delta T_t} \right) . \quad (3.8)$$

Os erros nos parâmetros de calibração são obtidos pelas (3.1) e (3.2), como

$$\Delta_{THEZ} = \frac{C_\lambda \Delta\lambda_{ab} - C_{\lambda t} \Delta\lambda_{ab} + B_{\lambda t} \Delta\lambda_{ac} - B_\lambda \Delta\lambda_{ac}}{\Delta\phi_{ac} \Delta\lambda_{ab} - \Delta\phi_{ab} \Delta\lambda_{ac}} ; \quad (3.9)$$

$$\Delta_{THNZ} = - \frac{(B_\phi \Delta\phi_{ac} - C_\phi \Delta\phi_{ab} - B_{\phi t} \Delta\phi_{ac} + C_{\phi t} \Delta\phi_{ab})}{\Delta\lambda_{ab} \Delta\phi_{ac} - \Delta\lambda_{ac} \Delta\phi_{ab}} ; \quad (3.10)$$

$$\Delta_{KE} = \frac{C_\lambda \Delta\phi_{ab} - C_{\lambda t} \Delta\phi_{ab} - B_\lambda \Delta\phi_{ac} + B_{\lambda t} \Delta\phi_{ac}}{\Delta\lambda_{ac} \Delta\phi_{ab} - \Delta\lambda_{ab} \Delta\phi_{ac}} ; \quad (3.11)$$

$$\Delta_{KN} = \frac{C_\phi \Delta\lambda_{ab} - C_{\phi t} \Delta\lambda_{ab} + B_{\phi t} \Delta\lambda_{ac} - B_\phi \Delta\lambda_{ac}}{\Delta\lambda_{ab} \Delta\phi_{ac} - \Delta\lambda_{ac} \Delta\phi_{ab}} ; \quad (3.12)$$

e da (3.5) e (3.6) como

$$\Delta_{THZE} = \frac{C_e \Delta\phi_{ab} - C_{et} \Delta\phi_{ab} + B_{et} \Delta\phi_{ac} - B_e \Delta\phi_{ac}}{\Delta\phi_{ab} \Delta\lambda_{ac} - \Delta\phi_{ac} \Delta\lambda_{ab}} ; \quad (3.13)$$

$$\Delta_{THZN} = \frac{C_e \Delta\phi_{ab} - C_{et} \Delta\phi_{ab} - B_e \Delta\phi_{ac} + B_{et} \Delta\phi_{ac}}{\Delta\phi_{ab} \Delta\lambda_{ac} - \Delta\phi_{ac} \Delta\lambda_{ab}} ; \quad (3.14)$$

quando se admite o erro no fator de escala do canal vertical (KZ) como omissível.

As correções nos parâmetros de calibração têm as expressões

$$(KE)_{novo} = (1 - \Delta KE) \left[(KE)_{antigo} \right] ; \quad (3.15)$$

$$(KN)_{\text{novo}} = (1 - \Delta KN) \left[(KN)_{\text{antigo}} \right]; \quad (3.16)$$

$$(THEZ)_{\text{novo}} = (THEZ)_{\text{antigo}} + \Delta THEZ; \quad (3.17)$$

$$(THNZ)_{\text{novo}} = (THNZ)_{\text{antigo}} + \Delta THNZ; \quad (3.18)$$

$$(THZE)_{\text{novo}} = (THZE)_{\text{antigo}} + \Delta THZE; \quad (3.19)$$

$$(THZN)_{\text{novo}} = (THZN)_{\text{antigo}} + \Delta THZN. \quad (3.20)$$

Os cálculos serão bastante simplificados se as linhas do curso tiverem direções próximas às cardinais (admite-se até 10° de desvio), sendo os erros nos parâmetros expressos como

$$\Delta KE = \frac{C_{\lambda} - C_{\lambda t}}{\Delta \lambda_{ac}}; \quad (3.21)$$

$$\Delta KN = \frac{B_{\phi} - B_{\phi t}}{\Delta \phi_{ab}}; \quad (3.22)$$

$$\Delta THEZ = \frac{B_{\lambda} - B_{\lambda t}}{\Delta \phi_{ab}}; \quad (3.23)$$

$$\Delta THNZ = \frac{C_{\phi t} - C_{\phi}}{\Delta \lambda_{ac}}. \quad (3.24)$$

3.2.6. Testes de controle |¹⁵|

O AS sai de fábrica com uma série de parâmetros definidos e integrados na sua programação. Muitos desses parâmetros são variáveis com o tempo e devem ser verificados periodicamente, conforme visto na seção anterior.

Após uma calibração estática, são gerados sinais que indicam desvios de um estado previsto (mini-desvios) e que durante o levantamento subsequente irão gerar correções aos valo-

res observados. Os desvios são anotados em um livro de registro e servem como verificação do estado de estabilidade da plataforma.

Se for acusado um mini-desvio superior a $0,004^{\circ}/h$, após uma calibração estática, esta deve ser repetida. Persistindo este valor, ele é introduzido na programação para ser parte integrante dos parâmetros de calibração. Quando um mini-desvio excede a $0,004^{\circ}/h$ e comporta-se aleatoriamente a cada calibração, existem problemas no PI.

Quando em período de produção, o AS deve ser submetido a cada três semanas, a um teste estático. No teste é procedida uma calibração estática sobre um ponto conhecido e simulado um processo de levantamento sem o movimento do veículo. São obedecidos os períodos de levantamento entre informação de velocidade zero e nesta ocasião são levantadas as coordenadas do ponto. Após duas horas do início do levantamento simulado, processa-se a introdução dos valores conhecidos para o ponto e a compensação dos valores observados. A seguir, os valores determinados de ϕ , λ e h para todas as paradas simuladas, não devem diferir mais do que 15cm dos valores conhecidos. Quando excedido esse limite, deve o PI ser submetido a um processo de calibração dinâmica.

O AS deve ser calibrado dinamicamente: no início de cada projeto; cada vez que sofrer um deslocamento superior a 1000Km do local da última calibração; em intervalos de 30 dias. Correções aos valores dos parâmetros de calibração são geradas pelo computador em cada ponto do curso de calibração onde se faça introdução de valores conhecidos, após o alinhamento inicial. Podem ser visualizadas com dois algarismos significativos no painel de controle, para o fator de escala em pés/segundo/pulso e para a orientação dos eixos sensitivos em milirradianos. Após

percorridas as linhas de calibração, o processo é considerado completo quando os valores forem, em módulo, inferiores a 0,02. A cada entrada de dados, em um levantamento normal, tais valores podem ser observados e se algum apresentar sistematicamente valor em módulo superior ao estabelecido, então ele pode ser incorporado aos parâmetros de calibração. Este procedimento preserva a calibração dinâmica de deteriorização com o passar do tempo.

3.2.7. Versões para operação em veículo terrestre e helicóptero

Um PI montado em veículo terrestre é particularmente útil para levantamentos em áreas densamente ocupadas, onde exista uma estrutura viária implantada ou mesmo para regiões onde seja possível o deslocamento com veículo terrestre. Exige-se nesta versão, pequenas modificações em veículos terrestres normais, como por exemplo, a instalação de um alternador extra para 24V, baterias adicionais e acelerador manual para que seja mantido um adequado regime de funcionamento do motor durante o processo de calibração estática. Na instalação do equipamento no veículo, são medidas as distâncias do centro da plataforma inercial até o ponto de referência para medida, normalmente situado sob a porta do motorista ao nível inferior das rodas (figura 3.6).

Essas distâncias são introduzidas no computador e são compensadas para cada observação. Estando a marca de referência sobre o ponto a ser levantado, basta medir a distância deste à marca na soleira e descontar-se o desnível do ponto em relação ao nível inferior das rodas e introduzir-se a correção via unidade de controle.



Figura 3.6 - Ponto de referência para medida em veículo terrestre.

A versão em helicóptero (figura 3.7) é adequada para operação em regiões inóspitas ou mesmo quando a região a ser levantada não exija pontos muito próximos. Nessa versão, normalmente, a única modificação requerida é a instalação de uma tomada de força na parte posterior do helicóptero, com comando em seu painel. O ponto de referência para medida está situado à esquerda do piloto, em um ponto que permita fácil sobreposição com o ponto a ser levantado. Sobre a marca de referência, é montado um transferidor de 360° , cujos 0° deste e do prisma de Porro coincidam. Essa montagem permite a realização de medidas com pequena excentricidade, muito comuns nesta versão.

Cada versão tem suas características próprias, resultando em particularidades nos resultados e no modo de operação, que serão abordadas nos Capítulos 4 e 5.

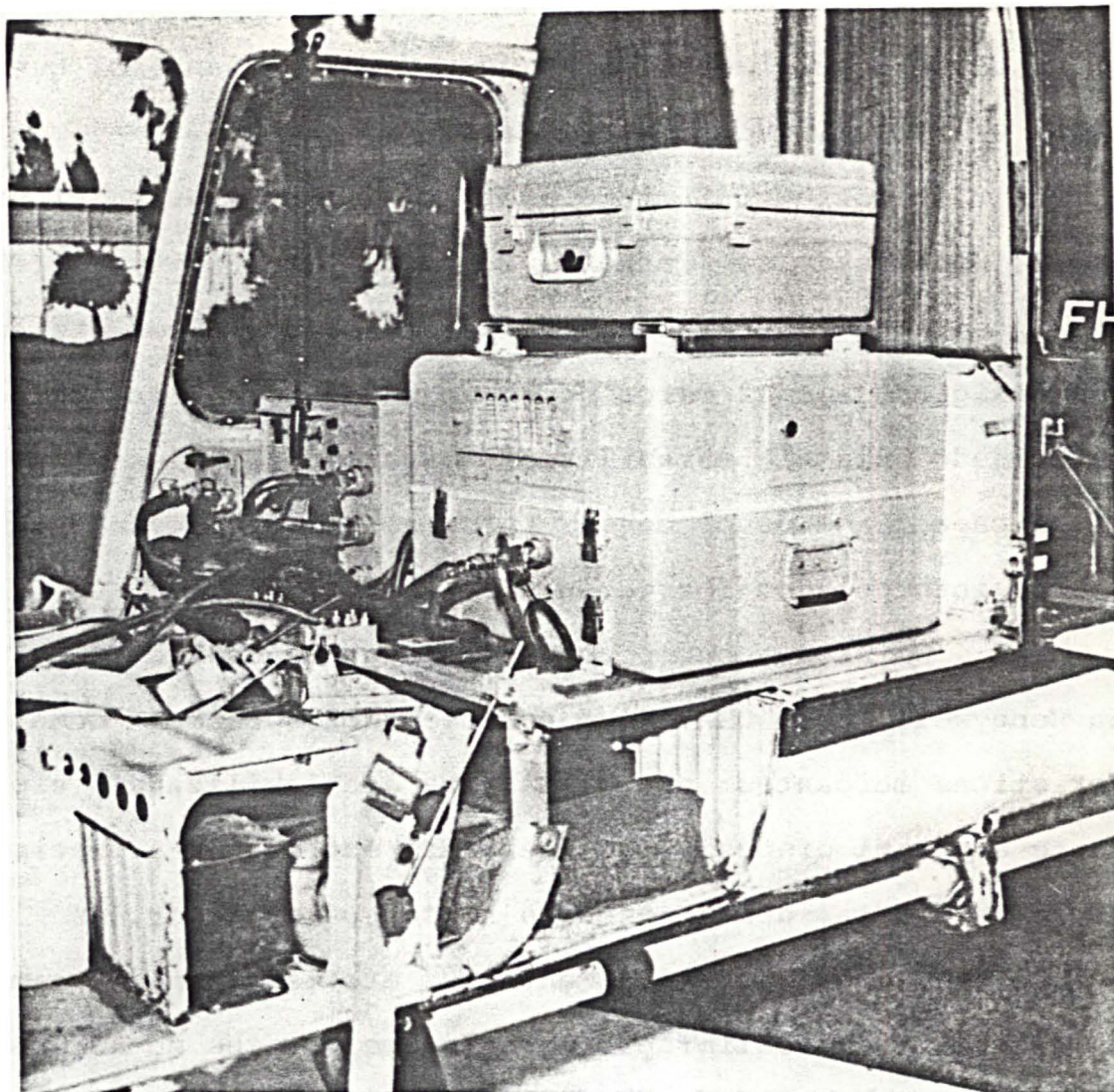


Figura 3.7 - Versão do AS em helicóptero

3.3. Outros Posicionadores Inerciais

Existem versões do AS, cujas modificações introduzidas visaram uma melhor flexibilidade operacional. Como por exemplo, as modificações efetuadas pela SPAN International Inc. USA, que dotou o posicionador da capacidade de efetuar medidas excêntricas a grandes distâncias, pelo acréscimo de um distanciômetro a laser sobre a carcaça da plataforma, o qual tem sua atitude conhecida em relação a esta.

Foram também, nos últimos anos, iniciados outros projetos de desenvolvimento de PI por outras companhias, que resultaram em dispositivos operacionais.

A Ferranti Limited Scotland desenvolveu um PI similar ao AS, denominado de "Ferranti Inertial Land Surveyor (FILS)". Esse posicionador possui uma plataforma inercial de alta precisão, exigindo apenas cerca de 10 segundos para a informação de velocidade nula e a estabilização para medida. Além disso, possui a capacidade de processar informações de um grande número de pontos interpolados (cerca de 280 pontos |¹⁷|).

Um PI de concepção bastante avançada é o "Geo Spin", da Honeywell Inc., USA. Esse posicionador apresenta como características marcantes: sua plataforma é estabilizada espacialmente e possui dispositivos inerciais extremamente precisos. Como consequência, destaca-se que nesse posicionador, os processos de nivelamento e alinhamento são efetuados analiticamente, revertendo em uma calibração estática melhor que no AS, uma vez que não estão envolvidos movimentos mecânicos. Existe, em contrapartida, um aumento no número de informações a serem processadas e são requeridos dispositivos mais precisos para relacionar o referencial instrumentado e o de medida. Resulta, assim, o aparecimento de um número maior de fontes de erro, tal que a precisão resultante é equivalente à do AS. Com conhecimento mais profundo de algumas fontes e técnicas de controle, é possível que a precisão desse posicionador venha a ser maior que a dos outros posicionadores, embora com a restrição de que ele só realiza interpolações entre controles completos.

CAPÍTULO 4

TRATAMENTO DAS OBSERVAÇÕES EM UM POSICIONAMENTO INERCIAL

4.1. Teoria para determinação de posição com um Posicionador Inercial |¹⁹|

À medida que o posicionamento inercial é um método peculiar para a obtenção de pontos de apoio multi-finalidades, assim o são também as técnicas de controle de erro para tal propósito. O tratamento das observações envolve três estágios distintos: um processamento em tempo real, à medida que a variação da posição geodésica é detectada; um processamento de compensação no término do levantamento, tendo em vista o erro de fechamento no ponto de controle final; um ajustamento geodésico utilizando todas as informações externas disponíveis, fornecendo os valores ajustados das observações e a respectiva matriz variância-covariância.

4.1.1. Natureza e efeitos dos erros em um posicionamento inercial

O fator fundamental para o modelamento e tratamento dos erros em qualquer processo de medição consiste essencialmente em, conhecidas as fontes desses, prover-se, através de um mo-

delo adequado, correções às medidas.

O problema do posicionamento inercial é a existência de um grande número de fontes de erros e a dificuldade de modelamento destes. As principais fontes de erro, ou seja, as que induzem as maiores discrepâncias nas medidas são: erro de fator de escala dos acelerômetros; desalinhamento angular dos eixos sensitivos dos acelerômetros em relação ao referencial onde se efetuarão as medidas; ruídos nos acelerômetros; erro na posição inicial; erro na velocidade inicial; erro não compensado na atitude da plataforma inercial; escala de deriva da plataforma; incertezas no campo gravitacional. Os erros induzidos por tais fontes podem ser sistemáticos ou acidentais. A solução de modelamento adotada em um PI é bastante flexível, tal que muitas vezes, um erro tratado como acidental, notado o seu caráter sistemático, é incorporado à programação na forma de um parâmetro permanente. Este comportamento, conforme visto no Capítulo 3, evita a degradação dos resultados, pois quer na operação de calibração inicial, quer no período de navegação ou mesmo no fechamento em pontos de coordenadas conhecidas, o computador, mediante um processo de estimativa e avaliação, pode detectar a sistematicidade de erros, atualizar parâmetros de correção e aplicá-los às medidas.

Os erros de alinhamento e escala nos acelerômetros, conforme visto no Capítulo 3, traduzem-se em erros de posição, em grande parte de natureza sistemática, podendo ser quase que totalmente eliminados se providos parâmetros de calibração precisos, oriundos de um processo de calibração dinâmica adequado.

O erro acidental, em consequência de ruídos em um acelerômetro, assim como aquele devido às incertezas no campo gravitacional, manifestam-se na forma de um erro na aceleração medida. Quando integrado um vez, resulta em um erro de velocidade e quando duplamente integrado em um de posição. O procedimento de condu-

zir-se a navegação por curtos intervalos de tempo e, parado o veículo, observar-se o erro em velocidade, aliado a um processo de estimativa durante o período de navegação, permitem a eliminação de grande parte dos erros acidentais referidos.

Um erro inicial em posição irá se repetir sistematicamente em todas as observações durante o levantamento. No fechamento da linha, o erro será atribuído a outras fontes, salvo o caso em que este exceda aos previstos e normalmente encontrados. É fundamental, portanto, que sejam supridos pontos de controle de boa qualidade.

A falta de estacionaridade do veículo parado para introdução de dados ou para observações, devido a vibrações, movimentos dos ocupantes e outros fenômenos acidentais, vêm a se constituir em uma fonte significativa de erro. Essa falta se manifesta como um erro de velocidade inicial, e no período de navegação subsequente, quando integrado, acumula-se como um erro em posição. Tanto para este caso quanto para o devido a ruídos e distúrbios gravitacionais, manifestando-se em erros de velocidade, os quais integrados, resultam em erros de posição, devem ser correlacionados durante o período de navegação. Portanto, não basta somente a eliminação do erro de velocidade em uma parada, uma vez que o erro em posição foi acumulado durante todo o período de navegação. A correlação referida será objeto da seção 4.1.1.1.

Se a plataforma é sujeita a um processo de alinhamento e resta um erro residual em atitude, este poderá ser eliminado via uma solução de compensação através do erro de fechamento observado, conforme será visto na seção 4.1.2.

A taxa de deriva da plataforma inercial induz erros de navegação, uma vez que ela é integrada, resultando em uma inclinação da plataforma. Por sua vez, essa inclinação aparece como um erro em aceleração que, sendo integrado, resulta em um de ve-

locidade e, duplamente integrado, em um de posição. Tal fonte de erro é quase totalmente neutralizada, se a navegação é conduzida por curtos intervalos de tempo e a plataforma é re-alinhada a cada parada. Os erros em velocidade e posição, devido à deriva da plataforma, conforme visto no Capítulo 2, tendem a acumular-se no tempo, segundo as expressões

$$R\omega(1 - \cos vt) \quad (4.1)$$

em velocidade, e

$$R\omega \left(t - \frac{\text{sen} vt}{v} \right) \quad (4.2)$$

em posição, onde ω é a taxa de deriva da plataforma, v a frequência de Schuler e R o raio médio de curvatura das seções principais passantes pelo ponto, dado por $|^{20}|$

$$R = \sqrt{MN} \quad , \quad (4.3)$$

com

$$N = a / (1 - e^2 \text{sen}^2 \phi)^{1/2} \quad (4.4)$$

e

$$M = a(1 - e^2) / (1 - e^2 \text{sen}^2 \phi)^{3/2} \quad , \quad (4.5)$$

sendo

a - semi-eixo maior do elipsóide adotado;

e - excentricidade do elipsóide adotado;

ϕ - latitude do ponto.

4.1.1.1. Correlação entre a velocidade e posição

Conforme visto, os erros acidentais mais significativos

em um levantamento, resultam em um erro de velocidade.

O erro em velocidade foi observado ser fortemente correlacionado com o erro em posição *. Assim é possível estabelecer um modelo aproximado do comportamento destes.

Se o período de navegação é suficientemente curto, o modelo estocástico resulta suficientemente preciso, permitindo a estimação do erro acumulado em posição dentro dos limites satisfatórios.

O erro em velocidade, durante um período de navegação, é tipicamente da forma mostrada na figura 4.1a. O erro em posição apresenta-se tipicamente, no mesmo período, na forma da figura 4.1b, não sendo totalmente eliminado nas paradas, devido sua correlação com o erro em velocidade não ser perfeita, restando um resíduo, o qual tende se acumular com a raiz quadrada do número de paradas, na forma mostrada na figura 4.1c.

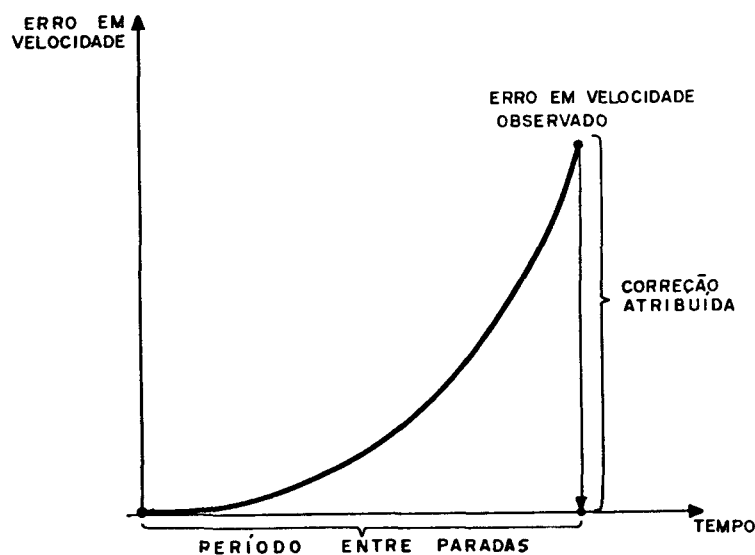


Figura 4.1a - Erro em velocidade entre paradas

* O valor do coeficiente de correlação entre o erro em velocidade e posição é

$$\frac{\sqrt{15}}{4},$$

para curtos intervalos de tempo $|^2|$.

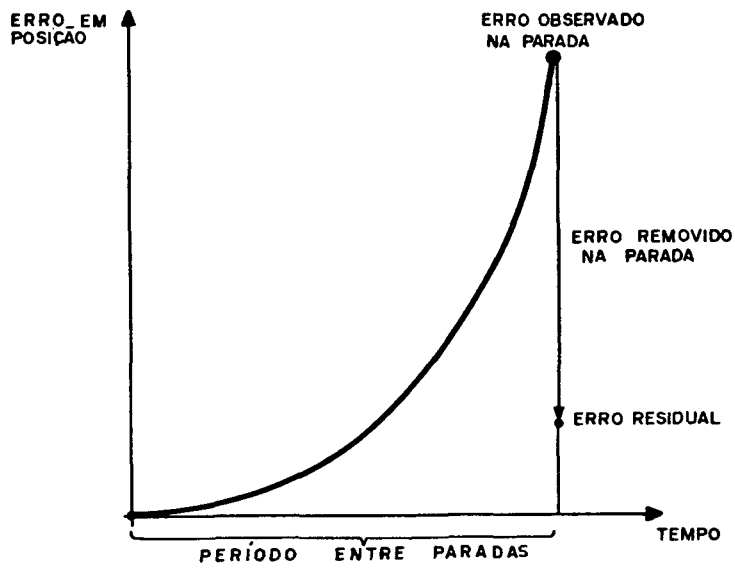


Figura 4.1b - Erro em posição entre paradas

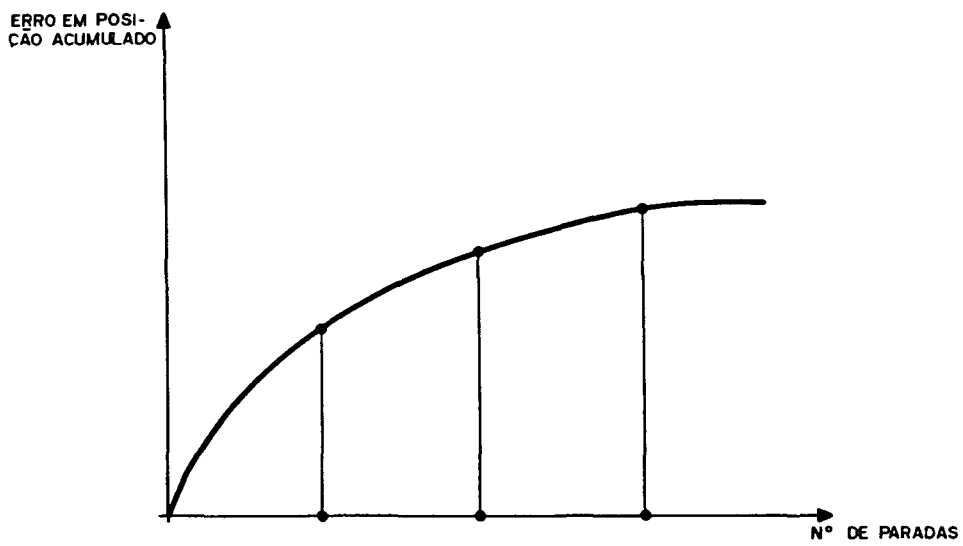


Figura 4.1c - Acumulação do erro em posição

Figura 4.1 - Correção de erros em paradas e acumulação de erros acidentais em uma poligonal.

4.1.2. Compensação de erros nas posições determinadas através do erro de fechamento observado

No término de uma linha de levantamento, quando o PI efetuar a determinação da posição do ponto de controle final, existirá aí uma discrepância entre as coordenadas observadas e as conhecidas, ou seja, um erro de fechamento. Este erro é consequência de erros acidentais acumulados e a erros sistemáticos devido a discrepâncias nos parâmetros de calibração.

O processo de acumulação dos erros em posição pode ser razoavelmente modelado, conforme visto na seção 4.1.1.1 e os erros sistemáticos serão proporcionais ao deslocamento desde o ponto inicial. Resulta assim que o erro de fechamento pode ser utilizado para introduzir correções nas coordenadas determinadas para os pontos intermediários.

Sendo o levantamento conduzido de uma forma uniforme, ou seja, com paradas a intervalos de tempo regulares, sendo o deslocamento entre paradas aproximadamente constante e o curso seguido aproximadamente retilíneo, então, todos os erros podem ser expressos como uma função do deslocamento e ser praticamente eliminados no fechamento.

Após o processo de compensação nas coordenadas dos pontos intermediários, tendo em vista o erro de fechamento, restarão erros acidentais não compensados, distribuídos conforme a figura 4.2, os quais podem ser reduzidos pela repetição da linha de levantamento.

Um aspecto importante a ser considerado é a existência de determinados erros sistemáticos, função da geometria da linha de levantamento, os quais não são passíveis de eliminação. Um exemplo que pode realçar este aspecto é aquele em que numa linha de levantamento, dirigida aproximadamente de forma paralela a u-

ma das direções cardinais, irá se estabelecer um ponto afastado desta.

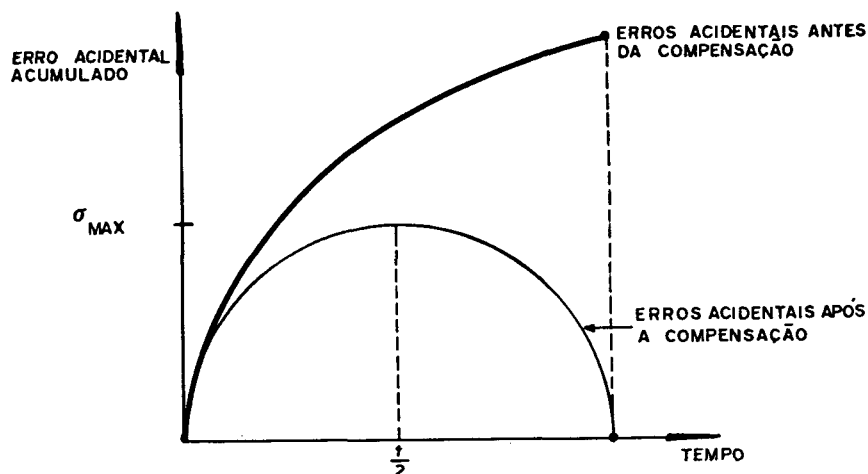


Figura 4.2 - Erros acidentais em função do tempo, antes e depois da compensação.

Conforme a figura 4.3, a linha de levantamento é dirigida na direção S-N aproximadamente em torno de uma linha reta que une os pontos de controle inicial e final, salvo no estabelecimento do ponto intermediário P_e , onde o PI percorre um trajeto de ida na direção W-E e de volta na E-W. Assim, o erro sistemático induzido pelo fator de escala do acelerômetro alinhado com a direção leste, nas coordenadas de P_e , é subtraído no trajeto de volta. O erro de fechamento, no final do levantamento, será devido unicamente ao fator de escala do acelerômetro alinhado com a direção norte, não existindo compensação de erro na direção leste-oeste.

O exemplo citado é bastante particular, pois de uma forma geral, as linhas de levantamento não se apresentam como linhas retas alinhadas com as direções cardinais, porém é útil pa-

ra se alertar que, existindo um erro sistemático em particular, o qual não é detectável no fechamento, então o respectivo erro introduzido em posição não será compensado.

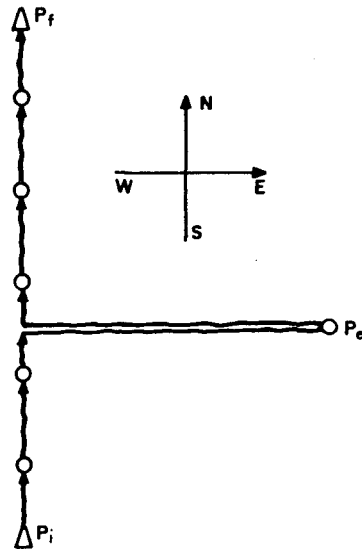


Figura 4.3 - Linha de levantamento com geometria inadequada

4.1.3. Equação de distribuição de erros

Os erros acumulados em um levantamento, segundo as direções dos eixos instrumentados leste (e), norte (n) e vertical (z), após correções de velocidade zero, podem ser modelados na forma

$$E = D + T + \int_0^t N(\mu) d\mu, \quad (4.6)$$

onde

E - erro em posição;

D - erro devido à contribuição de erros sistemáticos em função do deslocamento;

T - erro devido à contribuição de erros sistemáticos em

função do tempo (como por exemplo, a deriva da plataforma);

$N(\mu)$ - variável aleatória, cuja integral representa a acumulação de erros acidentais desde o início do levantamento.

A (4.6), em uma linha de levantamento qualquer, não se apresenta de forma linear, tal que sua solução aproximada exigiria a observação de erros em um grande número de pontos para a sua solução. Assim é que se impõem certas restrições em um levantamento, visando-se a linearização daquela equação.

4.1.3.1. Linearização |²²|

A linearidade e continuidade das curvas de distribuição de erros não ajustados, decorrentes de um levantamento, são afetadas principalmente por certas condições operacionais, como por exemplo: duração do levantamento; variações na direção da linha de levantamento (inclusive reversão); paradas adicionais que não aquelas para correção de velocidade e observações; duração das paradas para correção de velocidade e para observações; duração do período entre paradas; uniformidade em tempo e distância percorrida no período entre paradas. A linearização da (4.6) é, portanto, condicionada a procedimentos operacionais passíveis de controle. A falta de linearidade é insignificante se a duração de uma linha de levantamento não excede 1,5h, se não existe reversão nas componentes cardinais do movimento, se não existem interrupções e se o levantamento é conduzido a uma taxa constante.

4.1.3.2 Soluções |²³|

Em operações normais de levantamento, a solução da (4.6) deve ser obtida para dois pontos conhecidos (pontos de controle inicial e final).

Se a duração de um levantamento é suficientemente curta e este é conduzido a uma taxa uniforme, então os erros sistemáticos devidos ao tempo, podem ser agrupados com os devidos ao deslocamento em um único termo e os erros acidentais têm uma distribuição aproximadamente linear no tempo. Sob estas condições, pode-se escrever em forma matricial

$$E \approx AX + N, \quad (4.7)$$

onde

$$E = \begin{bmatrix} E_{e1} & E_{e2} & \dots & E_{ej} & \dots & E_{em} \\ E_{n1} & E_{n2} & \dots & E_{nj} & \dots & E_{nm} \\ E_{h1} & E_{h2} & \dots & E_{hj} & \dots & E_{hm} \end{bmatrix}; \quad (4.8)$$

$$A = \begin{bmatrix} S_e & \theta_{eh} + \alpha_n & -\theta_{en} \\ -(\theta_{nh} + \alpha_h) & S_n & \theta_{ne} \\ \theta_{hn} & -\theta_{he} & S_h \end{bmatrix}; \quad (4.9)$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{e1} & x_{e2} & \dots & x_{ej} & \dots & x_{em} \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{nm} \\ x_{h1} & x_{h2} & \dots & x_{hj} & \dots & x_{hm} \end{bmatrix}; \quad (4.10)$$

$$N = \begin{bmatrix} N_e^{(t_1)} & N_e^{(t_2)} & \dots & N_e^{(t_j)} & \dots & N_e^{(t_m)} \\ N_n^{(t_1)} & N_n^{(t_2)} & \dots & N_n^{(t_j)} & \dots & N_n^{(t_m)} \\ N_h^{(t_1)} & N_h^{(t_2)} & \dots & N_h^{(t_j)} & \dots & N_h^{(t_m)} \end{bmatrix} ; \quad (4.11)$$

com

E_{ij} - erro em posição, segundo a direção (e,n,h) no ponto j;

S_i - valor em função do erro no fator de escala do acelerômetro i;

θ_{ik} - valor em função do desalinhamento do acelerômetro i em relação ao eixo k;

α_n - valor em função do erro em azimute da plataforma inercial;

x_{ij} - deslocamento na direção i, desde o ponto inicial até o ponto j;

$N_i^{(t_j)}$ - erro accidental acumulado em posição, na direção do eixo i, desde o início do levantamento;

i - relativo ao eixo e, n ou h;

k - relativo ao eixo e, n ou h;

Se não existem atrasos na execução do levantamento e a taxa deste é uniforme, então os erros accidentais podem ser considerados funções do deslocamento, podendo-se escrever simplesmente

$$E \approx AX . \quad (4.12)$$

Uma vez que o deslocamento no ponto inicial é nulo e

não existe aí erro observado, para n pontos conhecidos, incluindo-se o inicial, podem-se escrever 3m equações em termos dos coeficientes incógnitos (elementos da matriz A), com m=n-1. Assim, para se determinar os nove coeficientes incógnitos de A são necessários quatro pontos conhecidos.

Nas linhas de levantamento usuais, os deslocamentos horizontais são muito maiores que os verticais, então os produtos $(-\theta_{en})(x_{hj})$, $(\theta_{ne})(x_{hj})$ e $(S_h)(x_{hj})$ são pequenos em comparação aos demais, podendo-se negligenciá-los, e para um ponto genérico, escreve-se

$$\begin{bmatrix} E_{ej} \\ E_{nj} \\ E_{hj} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} S_e & \theta_{eh} + \alpha_n \\ -(\theta_{nh} + \alpha_n) & S_n \\ \theta_{hn} & -\theta_{he} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ej} \\ x_{nj} \end{bmatrix}, \quad (4.13)$$

restando, portanto, seis coeficientes incógnitos. Assim, são necessários três pontos com coordenadas conhecidas para a determinação dos coeficientes.

Se a linha de levantamento segue aproximadamente uma linha de azimuth constante, então:

$$\begin{bmatrix} x_{ej} \\ x_{nj} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} r_j \operatorname{sen} \alpha \\ r_j \operatorname{cos} \alpha \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

com

$$r_j = (x_{ej}^2 + x_{nj}^2)^{1/2}. \quad (4.15)$$

Nestas condições, a (4.13) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} E_{ej} \\ E_{nj} \\ E_{hj} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} a_e \\ a_n \\ a_h \end{bmatrix} [r_j], \quad (4.16)$$

com

$$\begin{aligned}
 a_e &\approx S_e \operatorname{sen} \alpha + (\theta_{eh} + \alpha_h) \operatorname{coss} \alpha \\
 a_n &\approx -(\theta_{nh} + \alpha_h) \operatorname{sen} \alpha + S_n \operatorname{coss} \alpha \\
 a_h &\approx \theta_{hn} \operatorname{sen} \alpha - \theta_{he} \operatorname{coss} \alpha
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

Restam, portanto, três coeficientes incógnitos, sendo necessários somente dois pontos conhecidos para a sua determinação, incluído o ponto inicial. Tal é a configuração usualmente encontrada em levantamentos normais.

O erro de fechamento, observado no ponto de controle final, permite a determinação dos três coeficientes incógnitos na forma

$$\begin{aligned}
 a_e &= \frac{E_{ef}}{r_f} ; \\
 a_n &= \frac{E_{nf}}{r_f} ; \\
 a_h &= \frac{E_{hf}}{r_f} ;
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

os quais podem ser aplicados para determinar os erros nas posições observadas para os pontos intermediários na forma

$$\begin{bmatrix} E_{e1} & E_{e2} & \cdots & E_{e(m-1)} \\ E_{n1} & E_{n2} & \cdots & E_{n(m-1)} \\ E_{h1} & E_{h2} & \cdots & E_{h(m-1)} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} a_e \\ a_n \\ a_h \end{bmatrix} [r_1, r_2, \cdots, r_{m-1}] \cdot$$

(4.19)

Quando se conhecem os coeficientes S_e , S_n , θ_{he} ou θ_{hn} na (4.9), quer através de valores médios obtidos em linhas anteriores ou mesmo em função dos parâmetros de calibração, admitidos como rigorosos, então restam somente três coeficientes incógnitos, tal que:

$$A \approx \begin{bmatrix} KE & (\theta_{eh} + \alpha_h) \\ -(\theta_{nh} + \alpha_n) & KN \\ KZ & -\theta_{he} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

onde KE, KN e KZ são conhecidos *. É possível, portanto, uma solução para dois pontos, não existindo a restrição de azimute constante, podendo os coeficientes incógnitos serem obtidos das expressões:

$$\begin{aligned} (\theta_{eh} + \alpha_n) &\approx (E_{ef} - KE x_{ef}) / s_{nf} ; \\ (\theta_{nh} + \alpha_n) &\approx (KN x_{nf} - E_{nf}) / x_{ef} ; \\ \theta_{he} &\approx (KZ x_{ef} - E_{hf}) / x_{nf} . \end{aligned} \quad (4.21)$$

4.1.3.3 Ajustamento das observações

Nas soluções apresentadas, podem ser atribuídos pesos às coordenadas dos pontos conhecidos, tal que a (4.12) se apresenta na forma:

$$EP = AXP \quad (4.22)$$

ou, explicitando-se a matriz A, como

* Ver Capítulo 3.

$$A = EP (XP)^{-1} . \quad (4.23)$$

Se são conhecidos mais pontos que os indispensáveis para a determinação dos coeficientes incógnitos nas soluções apresentadas, podem-se aplicar o método dos mínimos quadrados e reduzir-se as equações de distribuição de erros a um número de equações normais igual ao número de coeficientes incógnitos. Então,

$$EPX^T \approx AXPX^T \quad (4.24)$$

e

$$A \approx EPX^T (XPX^T)^{-1} . \quad (4.25)$$

Após um pré-processamento, visando principalmente a eliminação de erros sistemáticos, pode ser efetuado um ajustamento geodésico das observações. Métodos complexos têm sido desenvolvidos e aplicados onde as observações são ajustadas e avaliadas em um processo de mínimos quadrados com matriz variância-covariância apropriada e onde os erros sistemáticos remanescentes são removidos por modelamento matemático adequado. Assim, as coordenadas finais obtidas, em cujo processo de ajustamento contribuíram todas informações externas e compatíveis, resultam adequadas às finalidades geodésicas, com precisão em termos de posição horizontal de 1/100000 sobre 50km, rotineiramente obtidas |²⁴|.

4.1.4. Outros fatores que afetam a precisão das observações

Existem certos fatores que diferenciam substancialmente um levantamento efetuado com um PI montado em veículo terrestre, daquele efetuado com a versão em helicóptero.

A excursão no sentido vertical é acentuadamente diferen-

te, uma vez que na versão em helicóptero, além de pousos e decolagens a imporem acelerações extras, o deslocamento vertical é mais rápido e maior, resultando uma precisão final em altitude, inferior àquela obtida com a versão terrestre.

Outro aspecto notável é o deslocamento horizontal entre paradas para um mesmo intervalo de tempo, na versão em helicóptero ser muito maior do que na versão em veículo terrestre. Isto implica que a variação em anomalia da gravidade é maior, existindo um aumento nas incertezas do campo gravitacional. O modelamento dos erros relacionados com este aspecto, resulta menos satisfatório para versão em helicóptero do que em veículo terrestre, sendo em consequência, as observações afetadas em precisão.

CAPÍTULO 5

PLANEJAMENTO DE OPERAÇÃO PARA UM POSICIONADOR INERCIAL

5.1. Características de um posicionador inercial e planejamento de operação

Um PI coloca problemas únicos para o planejador de levantamentos, devido suas características ímpares. As variáveis: tempo, custo e precisão, para um determinado projeto, são afetadas sobremaneira pela qualidade do planejamento efetuado. A escala de produção de pontos, com coordenadas conhecidas, é incomparável, se as condições operacionais são favoráveis a um PI. As áreas de operação podem ser as mais diversas ²⁵, como por exemplo: desertos, florestas, pântanos e regiões montanhosas. Mesmo as condições encontradas em tais áreas são as mais diversas, porém se adequadamente controladas, os resultados obtidos podem ser os mais satisfatórios.

Um PI é essencialmente um interpolador de alta precisão, existindo porém certas restrições operacionais para se alcançar tal qualidade *. Um levantamento visando bons resultados deve ter duração limitada em tempo, deve seguir um curso aproximadamente

* Precisoões de 1/100000 são atualmente obtidas de forma rotineira, para distâncias de 50km. Ver Capítulo 4.

retilíneo entre as estações de controle inicial e final e ainda, ser conduzido a uma taxa constante, isto é, com uniformidade de tempo de duração da parada para informação de velocidade zero e estabelecimento de pontos, período e distância entre paradas constantes ao longo do levantamento.

5.1.1. Planejamento de linhas de levantamento

O estabelecimento de pontos de apoio, em uma determinada área, deve sempre que possível atender a múltiplas finalidades. Resulta adequado a tal propósito, uma distribuição uniforme de pontos dentro de tal área com certa flexibilidade na locação, observando-se a sua utilidade para aplicações futuras.

Como primeira fase de um planejamento, estuda-se a região através dos melhores mapas disponíveis, visando-se a locação dos pontos e uma opção para veículo terrestre ou helicóptero, em função da topografia da região e acessibilidade dos pontos. Se existe uma boa possibilidade viária na região e é exigida uma densidade grande de pontos, é óbvia a aplicação de veículo terrestre. Se não existe a possibilidade de tráfego para veículo terrestre e não é exigida uma densidade grande de pontos, um helicóptero é adequado a tal propósito. Em adição, é sempre possível uma solução mista para o problema, em termos de veículo terrestre e helicóptero.

5.1.1.1. Critérios gerais para o planejamento

Os critérios de estabelecimento, para uma linha de levantamento com um PI, são fundamentalmente aqueles relacionados com a distribuição dos pontos a serem levantados entre os pontos de controle inicial e final desta.

Em primeiro lugar, a precisão dos pontos interpolados irá depender das coordenadas dos pontos de controle, as quais devem ter precisão igual ou superior àquela de interpolação do PI. Tais pontos de controle podem ser: pertencentes à rede geodésica fundamental; controle existente; estabelecidos via rastreamento Doppler; estabelecidos com um PI em linhas anteriores.

Um controle rigoroso dos erros em um levantamento é conseguido se a duração do período de execução de uma linha não excede a uma hora e meia. O intervalo entre paradas subsequentes pode variar de 3 a 5 minutos, com uma duração de um minuto, coincidindo idealmente esta parada com um ponto a ser levantado. Assim, em princípio, uma linha de levantamento pode conter cerca de quinze pontos a serem levantados.

O espaçamento dos pontos e o comprimento de uma linha são funções do tipo de veículo que conduz o PI e do intervalo entre paradas. Com um veículo terrestre, cobrem-se distâncias de dois a três quilômetros entre paradas e, no período de uma hora e meia, distâncias em torno de quarenta quilômetros. Com um helicóptero, no intervalo entre paradas, incluindo decolagem e aterragem, cobrem-se distâncias de sete a dez quilômetros e, no período de uma hora e meia, distâncias em torno de cento e trinta quilômetros.

As distâncias de quarenta e cento e trinta quilômetros dão uma idéia do espaçamento entre os pontos de controle necessários, para cada uma das versões.

Além do espaçamento entre os pontos intermediários e de controle, deve ser observado que os intermediários não devem se afastar significativamente de uma linha reta que une os de controle. Uma forma prática é limitar-se a distribuição dos pontos a serem levantados dentro de um losango, no qual a diagonal maior é a linha que une os pontos de controle e a menor uma linha com

comprimento igual a um sexto da maior $|^{26}|^*$, conforme a figura 5.1.

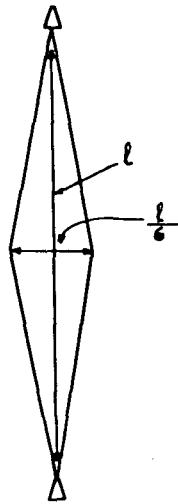


Figura 5.1 - Limites para o estabelecimento de pontos intermediários

Devem ser evitados, em adição, mesmo dentro do losango, trajetos nos quais exista reversão de componentes cardinais dos deslocamentos **, por períodos de tempo em que venham surgir erros não compensáveis.

5.1.1.2. Solução geral para uma área a ser levantada

Uma área pode ser recoberta por um certo número de linhas paralelas e outras transversais a estas, com alguns pontos em comum com as primeiras, fornecendo observações superabundantes.

Uma região a ser levantada pode ser idealmente dividida em quadrados com lados de comprimentos igual àquele admissível entre dois pontos de controle, para uma determinada versão

* Segundo o fabricante do AS, a diagonal menor pode ser até 2/3 da maior.

** Ver Capítulo 4.

de operação. Se existem pontos de controle nos vértices do quadrado, o PI estabelece linhas entre estes, cujos pontos interpolados serão utilizados como controle para linhas subsequentes (figura 5.2).

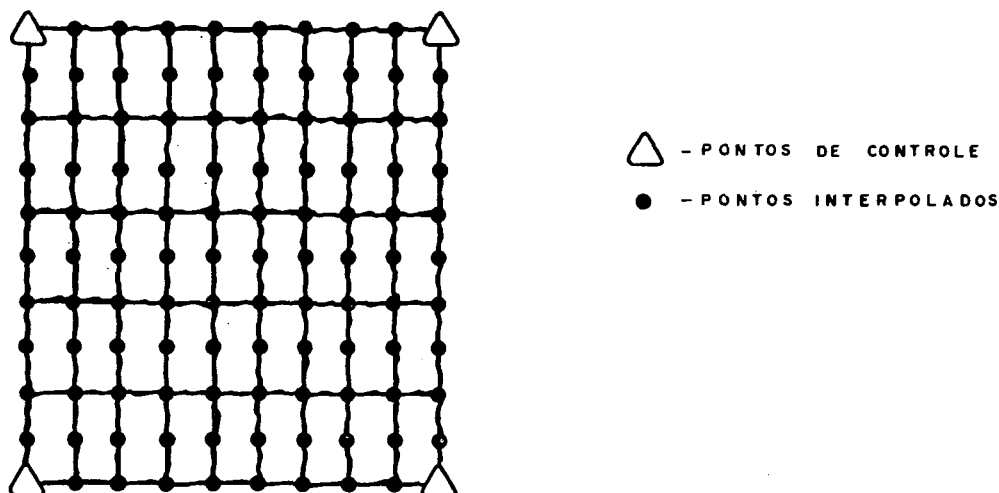


Figura 5.2 - Densificação de pontos de controle com um PI

Usualmente, uma linha de levantamento é percorrida em ida-e-volta, fornecendo medidas superabundantes, assim como aquelas obtidas na interseção de linhas, resultando possível um ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados.

Os pontos de controle nos vértices dos quadrados podem ser pontos obtidos via rastreamento Doppler, tal que a solução pode se adequar a regiões inóspitas. Se existe rede altimétrica de precisão na região, esta altitude pode ser transportada pelo próprio PI, para as linhas de levantamento, desde uma referência de nível (RN). Em caso de ausência de altitude de precisão, uma precária pode ser obtida através de cartas geoidais ou via barométrica.

Adicionalmente, nas vizinhanças de grandes projetos, devem ser previstas linhas de calibração com cerca de dez quilômetros de extensão para veículo terrestre e com cerca de trinta

quilômetros para helicóptero.

5.2. Estabelecimento de linhas de levantamento

Após um estudo inicial da região a ser levantada, através de mapas existentes, segue-se a fase da definição. Nesta etapa, os pontos são convenientemente locados no terreno e identificados nos mapas. Os pontos de interesse podem ser monumentados e os serviços complementares como transporte de coordenadas, nivelamento e gravimetria podem ser efetuados. Devem ser efetuados nesta etapa os itinerários para os pontos de controle e intermediários, além de se prover as melhores coordenadas possíveis àqueles a serem interpolados. As coordenadas referidas são extraídas de mapas e serão bastante úteis na fase de medição, tendo em vista que a posição do PI pode ser permanentemente conhecida no visor da unidade de controle, o que permitirá a rápida localização de estações a serem levantadas.

A sinalização para aproximação dos pontos deve ser efetuada o mais próximo possível do instante do levantamento, evitando-se assim a sua perda. A destruição de tais sinais em linhas de levantamento é comum, pois os pontos se situam, normalmente, em locais de fácil acesso. Não existe forma ou cor definidas para um sinal, devendo-se buscar a combinação que permita a aproximação mais rápida e precisa. Um sinal deve ser o mais contrastante possível com a paisagem local e deve ser tanto melhor quanto menos precisas forem as coordenadas de aproximação.

5.3. Análise custo/benefício de um PI

O custo atual de um PI é de cerca de quinhentos mil dólares. Somando-se a este custo um veículo adequadamente equipado,

treinamento de pessoal para operação e manutenção e estoque de peças para reposição, o valor final torna-se muito mais elevado, cerca de oitocentos mil dólares se o PI for montado em um veículo terrestre.

O investimento inicial de capital é um fator por si só significativo para uma utilização intensa e racional do equipamento.

5.3.1. Formação de pessoal

Outros fatores, além do capital investido, justificam a formação de equipes aptas a operar com um PI.

A existência de um grande número de operações de controle para: introdução de dados, observações, avaliação da precisão da navegação, detecção de erros grosseiros, controle de parâmetros indicadores do estado do PI, tomada de decisão em vista a uma disfunção evitando a perda de observações acumuladas e a própria condução do veículo de forma adequada justificam um operador altamente capacitado.

Em uma equipe de campo é essencial a existência de elementos aptos para a manutenção do PI, pois a grande maioria dos problemas que ocorrem durante levantamentos são passíveis de solução no próprio local.

Os componentes do grupo de planejamento devem conhecer as características do equipamento, tais como os aspectos não convencionais envolvidos. Existem, aí, particularidades a serem consideradas, não usuais em projetos normais.

O treinamento de uma equipe para operar com tecnologia inercial em levantamentos deve envolver aspectos teóricos e práticos de: princípios operação, planejamento, manutenção e avaliação de resultados. Uma equipe inicialmente treinada deve

ser, fundamentalmente, capaz de treinar outras, tal que se forme rapidamente uma comunidade apta a operar com um PI.

5.3.2. Otimização de uso

Um aspecto importante no dimensionamento do uso de um PI é o de que, bem ou mal utilizado, o custo operacional por unidade de tempo deve ser computado. Tendo em vista a amortização do capital em oposição a uma vida útil limitada, a manutenção de uma equipe e o custo de eventuais reparos de danos devidos a uso impróprio, o custo operacional por unidade de tempo tende a subir se o equipamento é mal empregado.

Os problemas operacionais de um PI opõem-se à necessidade de assegurar uma utilização que justifique o investimento inicial de capital ^[27].

Segundo experiências ^[28], o incremento no tempo de execução de um projeto e conseqüentemente no seu custo final, podem atingir percentuais elevados se o planejamento não for adequado. O acréscimo no tempo de execução das observações é de 40% se as coordenadas de aproximação não são satisfatórias e a sinalização é inadequada; 20% se o reconhecimento é inadequado; 10% se a aplicação dos pontos de controle existentes é inadequada; 40% se o controle de qualidade do sistema ou de dados deste é incompleto; 20% se a lógica de execução das linhas e abastecimento do veículo não são adequados; 30% se o operador não é suficientemente treinado; 70% se os intervalos entre estações e paradas não são adequadamente concordantes.

Todos os percentuais expostos podem ser, no mínimo, substancialmente, reduzidos se o planejamento é adequado.

A otimização do uso de um PI envolve diversos aspectos, os quais são intrínsecos aos itens relacionados. A existência de

linhas de calibração nas imediações do projeto permite a manutenção da qualidade de execução. Pontos, onde se efetue calibração estática pré-missão, devem situar-se próximos a locais de abastecimento, alojamento e refeições, visando-se redução no tempo despendido no campo.

Precauções visando eliminação de interrupções, reconhecimento e monumentações adequadas, cumprimento de requisitos de proteção e segurança, manutenção e reparos rápidos, pessoal treinado e lógica de execução adequada, são fatores que dinamizam sobremaneira a execução do levantamento de uma área.

CAPÍTULO 6

TESTES COM UM POSICIONADOR INERCIAL NA REGIÃO METROPOLITANA DE CURITIBA

6.1. Programação dos testes

Durante o IX Congresso Brasileiro de Cartografia, realizado em Curitiba de 04 a 09 de fevereiro de 1979, foi despertado um grande interesse na comunidade cartográfica pelos Posicionadores Inerciais. No final do Congresso, foi inclusive apresentada a moção no sentido de que se procedesse um estudo de custo/benefício, visando a aplicação desses equipamentos como auxiliares efetivos na solução do problema cartográfico nacional. Ainda durante o Congresso, foram realizadas gestões junto a representante do DMA, com o intuito de se obter, por empréstimo, um PI para testes em território brasileiro.

Em consequência do empenho da Diretoria do Serviço Geográfico do Exército (DSG), do Instituto de Terras e Cartografia (ITC) e da Universidade Federal do Paraná, por intermédio de seu Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, foi acertado com o DMA um período de testes na Região Metropolitana de Curitiba, para o mês de dezembro.

O planejamento dos testes ficou destinado ao CPGCG, com o apoio do ITC e da 2^a Divisão de Levantamentos do Exército (2^a DL).

6.1.1. O Posicionador Inercial testado

O equipamento a ser testado chegou a Curitiba no dia 26 de outubro de 1979. O PI, de fabricação da Litton Guidance & Control Systems, denominado de IPS, contrato Litton/DMA nº DAAK02-74-C-0182, permaneceu em Curitiba até o dia 16 de novembro de 1979. Veio montado em uma camioneta e acompanhado por uma equipe composta pelo operador, Mark Todd, Mestre em Ciências Geodésicas, pertencente ao ETL e do técnico George Janson, engenheiro de campo, pertencente a Litton. Participaram também dos testes, os senhores Manuel Quintero e Fred Goodel, do Inter American Geodetic Survey.

6.1.2. Apoio existente

A RMC encontra-se totalmente mapeada na escala 1:10.000; é atravessada pela rede geodésica fundamental do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE); possui apoio geodésico suplementar constituído pela rede da Coordenação da RMC (COMEC) e pela rede do Instituto de Pesquisas e Planejamento Urbano de Curitiba (IPPUC). Existem, adicionalmente, as linhas de nivelamento do IBGE e COMEC ao longo das estradas convergentes para Curitiba e do IPPUC, dentro da cidade.

As características referidas fizeram a região escolhida particularmente útil para os testes.

6.1.3. Estabelecimento de linhas de calibração

Conforme solicitação do DMA ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, estabelecemos duas linhas de calibração alinhadas a menos de 10^0 , com as direções norte-sul e leste-oeste,

tendo comprimento de aproximadamente 4km cada uma e com um ponto comum a ambas (ponto intermediário). As coordenadas destes pontos foram transportadas desde a rede do IPPUC, pela equipe da 2ª DL. Foi também efetuado um nivelamento geométrico vinculado à rede altimétrica do IPPUC. Estas linhas não se mostraram satisfatórias, e por ocasião dos testes, estabelecemos outras, também orientadas aproximadamente nas direções norte-sul e leste-oeste, com cerca de 10km de comprimento cada uma. As extremidades das novas linhas coincidiram com vértices já existentes e como ponto intermediário foi estabelecida uma estação excêntrica a 13 metros de um vértice. A existência de referência de nível próxima a cada um dos pontos, dispensou operações de nivelamento. Estas linhas apresentaram-se satisfatórias.

6.1.4. Estabelecimento de linhas de testes

Elaboramos um projeto com oito linhas de testes ao longo de estradas dotadas de apoio altimétrico. Visamos para que apresentassem as condições mais diversas para os testes, como por exemplo: desníveis, mudanças de azimute, direção geral, comprimento e tipo de estrada.

Efetuamos um estudo prévio das linhas em mapas na escala 1:50.000, da COMEC. Ainda nesta fase, elaboramos um estudo do apoio existente através de descrições e itinerários, selecionando pontos e referências de nível que poderiam vir a ser úteis. De acordo com os pontos e referências de nível que puderam ser reconhecidos, fixamos os pontos inicial e final de cada uma das linhas. Como pontos intermediários utilizamos as referências de nível existentes ou pontos excêntricos a estas no caso de inacessibilidade e ainda alguns pontos geodésicos acessíveis com veículo terrestre. A grande maioria dos pontos intermediários apre-

sentou o espaçamento de 2km, igual àqueles das referências de nível.

No projeto das linhas de testes incluímos: descrição dos pontos inicial e final; descrição dos pontos intermediários; acessibilidade de cada um dos pontos; direção geral da linha; extensão; descrição e informações para os serviços complementares de transporte de coordenadas, nivelamento e sinalização a serem efetuados. Adicionalmente, efetuamos complementação e correções de descrições e itinerários existentes.

6.1.5. Implantação dos pontos

Por se tratar de um teste, não efetuamos monumentação de pontos. Onde estes não eram já existentes, colocamos apenas piquetes de madeira ou pinos metálicos. Extraímos, de mapas na escala 1:10.000, coordenadas aproximadas para os pontos de difícil visualização. A sinalização consistiu em se pintar os piquetes da cor amarela ou traçado de uma circunferência da mesma cor em torno dos pinos metálicos. Em adição, sempre indicamos na estrada, com setas pintadas, qual a direção para se chegar ao ponto. Os serviços complementares de nivelamento e transporte de coordenadas foram efetuados pela 2ª DL.

Efetuamos observações gravimétricas para todos os pontos, com dois gravímetros LaCoste & Romberg, operação estendida até após a conclusão dos testes.

6.2. Atividades durante o período de testes

No dia 29 de outubro, o equipamento foi apresentado no ITC e efetuamos um relato dos testes projetados dentro da RMC.

Como a viatura, a qual estava integrado o PI, apresen-

tasse problemas mecânicos, não foi possível efetuar testes neste dia, sendo a mesma conduzida para reparos.

Nos dias 30 e 31 de outubro, discutimos os projetos com a equipe de demonstradores. No final do dia 31, o veículo foi retirado da oficina. Os demonstradores efetuaram, neste mesmo dia, uma calibração estática, a qual não foi concluída. Surgiu um problema na unidade de comando, o qual foi corrigido pela troca de um módulo eletrônico. Efetuada então uma nova calibração estática (satisfatória), partimos do ponto onde esta foi realizada (defronte a sede do ITC); demos uma volta dentro da cidade, retornando ao ponto de partida. As coordenadas observadas no retorno apresentavam discrepâncias de 10cm em latitude, 18cm em longitude e 1cm em altitude.

No dia 1º de novembro, os demonstradores iniciaram a calibração dinâmica do PI nas linhas previamente estabelecidas, atividade esta que participamos como observadores. Não foi possível o prosseguimento da atividade, uma vez que os pontos não apresentavam coordenadas suficientemente precisas. Efetuamos testes entre pontos das redes do IPPUC e da COMEC, sendo os resultados satisfatórios.

Nos dias 2 e 3 de novembro, efetuamos uma revisão em todos os cálculos das coordenadas dos pontos estabelecidos. Plotando-se os pontos duvidosos em mapas 1:10.000, eliminamos os que apresentavam discrepâncias. Reprogramamos os testes, tendo em vista os pontos rejeitados.

No dia 4 de novembro, estabelecemos novas linhas de calibração.

De 5 a 8 de novembro, efetuamos a calibração dinâmica do equipamento.

De 8 a 12 de novembro e nos dias 14 e 15, realizamos testes em linhas de levantamento.

O dia 13 de novembro foi destinado para demonstrações do PI, à comunidade cartográfica.

6.3. Calibração dinâmica

As linhas de calibração efetivamente utilizadas são as esquematizadas na figura 6.1. Sobre os pontos extremos destas linhas não foram transportadas altitudes via nivelamento geométrico, uma vez que existiam referências de nível próximas.

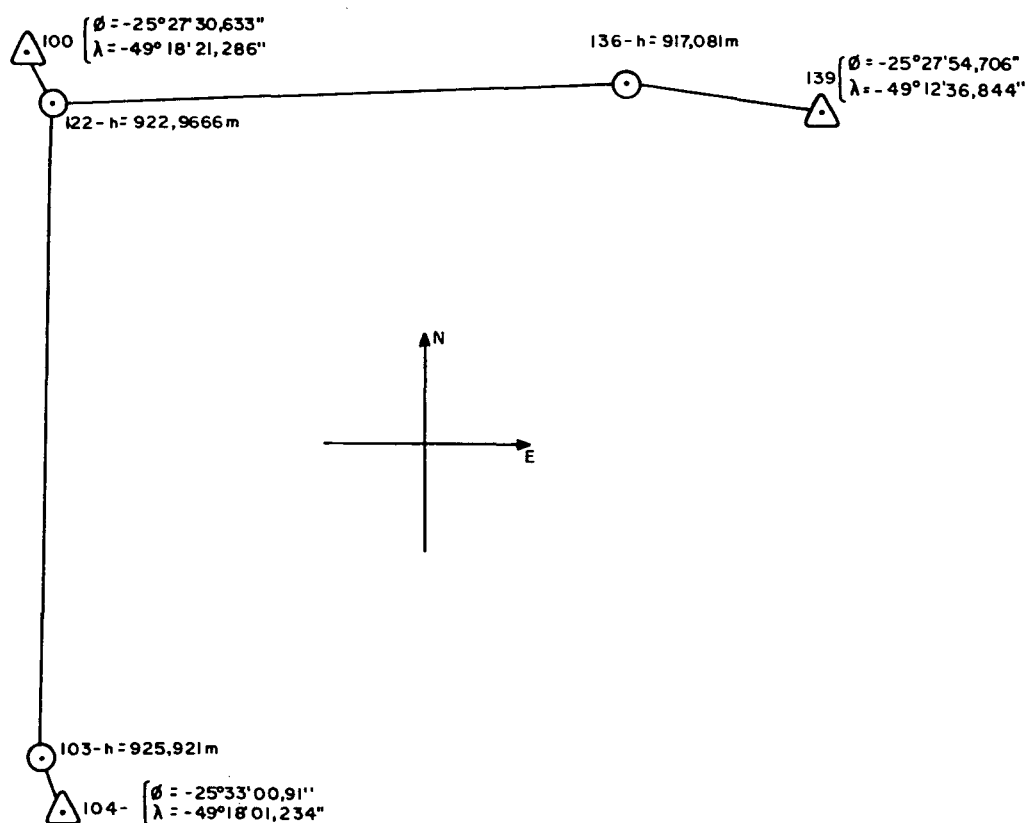


Figura 6.1. - linhas de calibração utilizadas no teste na RMC

Uma vez que as linhas de calibração foram dirigidas

aproximadamente nas direções norte-sul e leste-oeste, foi possível a utilização das fórmulas simplificadas (3.21), (3.22), (3.23) e (3.24) para as determinações das correções ΔKE , ΔKN , ΔTEZ e $\Delta THNZ$, respectivamente. As correções $\Delta THZE$ e $\Delta THZN$ foram determinadas a partir da (3.5) e da (3.6), fazendo nestas $\Delta\lambda$ e $\Delta\phi$ respectivamente iguais a zero. O processo de calibração pôde então ser dividido em duas etapas distintas: uma primeira etapa, onde percorremos a linha norte-sul, determinando correções aos parâmetros KN, THEZ e THZE; uma segunda etapa, onde percorremos a linha leste-oeste, determinando correções aos parâmetros KE, THNZ e THZN. As correções foram aplicadas aos valores antigos dos parâmetros, gerando-se os novos, de acordo com a (3.15), (3.16), (3.17), (3.18), (3.19) e (3.20).

6.3.1. Determinações de KN, THEZ e THZE

A primeira etapa da calibração dinâmica é descrita a seguir, sendo $\Delta\phi = 10163,62\text{m}$ a distância sul-norte entre o ponto sul ($\phi_S = -25^\circ 33' 00,911''$) e o intermediários ($\phi_I = -25^\circ 27' 30,633''$).

6.3.1.1. Determinação de (KN)_{novo}

Dia 5/11 - $(KN)_{\text{antigo}} = 0,512204357$.

Foi procedida uma calibração estática sobre o ponto sul e o veículo foi conduzido para o ponto intermediário. O valor observado para latitude neste ponto foi $\phi = -25^\circ 27' 30,662''$ ou erro = $-0,89\text{m}$. Sem introdução de dados, retornamos ao ponto sul, onde foi observada a latitude $\phi = -25^\circ 33' 00,925''$ ou erro = $-0,43\text{m}$. De acordo com a (3.22), aqui transcrita:

$$\Delta KN = \frac{B_{\phi} - B_{\phi t}}{\Delta \phi},$$

com $B_{\phi} = -0,89m$ e $B_{\phi t} \approx \frac{1}{2} (-0,43m)$, foi obtido na missão de calibração * número 1:

$$\Delta KN = -0,000066417.$$

Este valor, aplicado na (3.16):

$$(KN)_{\text{nov}} = (1 - \Delta KN) [(KN)_{\text{antigo}}],$$

forneceu o valor:

$$(KN)_{\text{nov}} = 0,512238376.$$

No dia 7 de novembro, com $(KN)_{\text{antigo}} = 0,512238376$, por procedimento análogo ao do dia 5 de novembro, foi determinado, nas missões de calibração números 8 e 9, através das médias dos erros observados:

$$(KN)_{\text{nov}} = 0,512227533.$$

6.3.1.2 Determinação de $(THEZ)_{\text{nov}}$

No dia 5 de novembro, com $(THEZ)_{\text{antigo}} = 0,118907169$, na missão de calibração número 1, foi observada, no ponto inter-

* Missão de calibração consiste em uma calibração estática sobre um dos pontos da linha, condução até o outro extremo, anotação das observações, retorno ao ponto inicial e anotação de observações. Cada missão executada teve a duração de cerca de 2h e 30min.

mediário, a longitude $\lambda = -49^{\circ} 18' 21,280''$ ou erro de 0,17m, sendo a longitude conhecida $\lambda_I = -49^{\circ} 18' 21,286''$. No retorno para o ponto sul, de longitude $\lambda_S = -49^{\circ} 18' 01,234''$, foi observada $= -49^{\circ} 18' 01,200''$, ou um erro de 1,02m. Não foi efetuada mudança em THEZ, buscando-se primeiro uma confirmação dos valores observados. Nas missões números 2 e 3, neste mesmo dia, foram obtidos, para ida, erros de 1,68m e 1,70m, respectivamente, e para a volta, de 0,50m e 0,67m, respectivamente. Com a média dos erros nas missões números 2 e 3, aplicados na (3.23), aqui reescrita:

$$\Delta\text{THEZ} = \frac{B_{\lambda} - B_{\lambda t}}{\Delta\phi},$$

sendo $B_{\lambda} = 1,69\text{m}$ e $B_{\lambda t} = \frac{1}{2} (0,58\text{m})$, foi obtido:

$$\Delta\text{THEZ} = 0,000137254.$$

Este valor, aplicado na (3.17), aqui reescrita:

$$(\text{THEZ})_{\text{novo}} = (\text{THEZ})_{\text{antigo}} + \Delta\text{THEZ},$$

forneceu:

$$(\text{THEZ})_{\text{novo}} = 0,119044423.$$

No dia 7 de novembro, com $(\text{THEZ})_{\text{antigo}} = 0,118907169$, foi efetuada nova determinação para THEZ, através de um procedimento de interpolação, pois, segundo os demonstradores, as fórmulas utilizadas apresentam resultados que convergem muito lentamente para o valor adequado, sendo necessárias diversas missões.

O procedimento de interpolação consiste em se arbitrar um valor para o parâmetro de calibração, procurando-se que o valor correto situe-se entre o valor antigo e o arbitrado. Este

procedimento é conseguido tentando-se obter com o parâmetro arbitrado um erro observado de um sinal oposto àquele obtido com o parâmetro antigo. Interpola-se, então, um valor para o parâmetro de calibração que supostamente forneceria um erro nulo.

Através do procedimento descrito, foi obtido, com as missões números 8 e 9, um valor final:

$$(THEZ)_{\text{novo}} = 0,136898932.$$

No dia 8 de novembro, foi procedida apenas uma verificação do valor determinado para THEZ através da missão número 11*. Partindo-se do ponto intermediário, foi observado um erro em longitude de 0,17m no ponto sul, sendo o valor de THEZ julgado ainda insatisfatório. Devido à exigüidade do tempo restante para testes, não foi efetuado um refinamento do valor encontrado, pelo método normal.

6.3.1.3 Determinação de (THZE)_{novo}

No dia 5 de novembro, com (THZE)_{antigo} = 0,121762462, foi obtido um novo valor, após as missões números 1, 2 e 3. Os erros observados, em ida, foram -0,66m, -0,64m e -0,72m respectivamente, e na volta de -0,15m, 0,04m e -0,15m respectivamente. Com a média destes valores, aplicados na expressão:

$$\Delta THZE = \frac{C_e - C_{et}}{-\Delta\phi}, \quad (6.1)$$

* Essa missão antecedeu o primeiro teste na linha de teste número 1, consistindo somente em trajeto de ida em ponto intermediário e sul.

quando se faz $\Delta\lambda = 0$ na (3.6). Com $C_e = -0,68m$ e $C_{et} \approx \frac{1}{2} (-0,09m)$, foi obtido, a partir da (6.1):

$$\Delta THZE = 0,00062478.$$

Com este valor aplicado na (3.19), aqui reescrita:

$$(THZE)_{\text{novo}} = (THZE)_{\text{antigo}} + \Delta THZE,$$

resultou:

$$(THZE)_{\text{novo}} = 0,121824940.$$

No dia 7 de novembro, com $(THZE)_{\text{antigo}} = 0,121762462$, por procedimento de interpolação, foi obtido, na missão número 8, o valor $(THZE)_{\text{novo}} = 0,42574282$, o qual, utilizado nas missões números 9 e 11, implicou nos erros em ida de 0,01m e 0,10m, respectivamente e -0,04m na volta da missão número 9. Estes valores foram considerados satisfatórios e o valor obtido para THZE foi considerado final.

6.3.2. Determinação de KE, THNZ e THZN

A segunda etapa da calibração dinâmica é apresentada a seguir, sendo $\Delta\lambda = -9622,72m$ a distância leste-oeste entre os pontos leste ($\lambda_E = -49^{\circ} 18' 21,286''$) e intermediário.

6.3.2.1. Determinação de $(KE)_{\text{novo}}$

No dia 6 de novembro, com $(KE)_{\text{antigo}} = 0,512015574$, na missão número 4, foram observados os erros de 1,54m em ida e 0,53m na volta. A (3.21), aqui reescrita:

$$\Delta KE = \frac{C_{\lambda} - C_{\lambda t}}{\Delta \lambda},$$

com $C_{\lambda} = 1,54m$ e $C_{\lambda t} \approx \frac{1}{2} (0,53m)$, forneceu o valor:

$$\Delta KE = -0,000132499.$$

Este valor, aplicado na (3.15), aqui reescrita:

$$(KE)_{\text{nov}} = (1 - \Delta KE) [(KE)_{\text{antigo}}],$$

forneceu:

$$(KE)_{\text{nov}} = 0,512083415.$$

Foi ainda procedida, neste mesmo dia, a determinação de um novo valor para KE, tendo em vista a média dos erros em ida de $-0,08m$, $0,14m$ e $0,36m$, respectivamente nas missões números 5, 6 e 7, resultando, como valor final:

$$(KE)_{\text{nov}} = 0,512090862.$$

Os erros na volta, de $0,25m$, $0,61m$ e $0,50m$, foram desconsiderados, uma vez que eram maiores dos que em ida.

6.3.2.2. Determinação de $(THNZ)_{\text{nov}}$

No dia 6 de novembro, com $(THNZ)_{\text{antigo}} = 0,047008641$, nas missões números 4 e 5, foi observada a tendência dos erros. Foram observados os erros em ida de $-1,5m$ e $-0,98m$ e na volta de $0,09m$ e $0,37m$, respectivamente. Aplicando-se os erros da missão número 4 na (3.24), aqui reescrita:

$$\Delta\text{THNZ} = \frac{C_{\phi t} - C_{\phi}}{\Delta\lambda},$$

com $C_{\phi t} \approx \frac{1}{2} (0,09\text{m})$ e $C_{\phi} = -1,51\text{m}$, foi obtido:

$$\Delta\text{THNZ} = -0,000162116.$$

Este valor, aplicado na (3.18), aqui reescrita:

$$(\text{THNZ})_{\text{novo}} = (\text{THNZ})_{\text{antigo}} + \Delta\text{THNZ},$$

forneceu:

$$(\text{THNZ})_{\text{novo}} = 0,046846525.$$

Neste mesmo dia, foi ainda determinado $(\text{THNZ})_{\text{novo}} = 0,022027173$, por interpolação, na missão número 6. Na missão número 7, neste mesmo dia, com o novo valor, foram observados os erros em ida de 0,19m e na volta de 0,46m, não sendo efetuada mudança em THNZ.

No dia 7 de novembro, na missão número 10, foram observados os erros em latitude na ida de -0,40m e na volta de 0,22m. Não sendo observada alguma tendência dos erros em relação à missão número 7, o valor

$$(\text{THNZ})_{\text{novo}} = 0,022027173$$

foi aceito como final, apesar da magnitude dos erros.

6.3.2.3. Determinação de $(\text{THZN})_{\text{novo}}$

No dia 6 de novembro, com $(\text{THZN}) = 0,101371348$, nas

missões números 4, 5 e 6, foram observados os erros em ida de 0,15m, 0,22m e 0,37m, respectivamente, e na volta de -0,27m, 0,12m e 0,11m. Com a média dos valores em ida, destas três missões, e com o erro observado em ida de -2,15m na missão número 7, com THZN arbitrado, foi interpolado o valor:

$$\boxed{(THZN)_{\text{novo}} = 0,090811832.}$$

No dia 7 de novembro, com $(THZN)_{\text{antigo}} = 0,090811832$, na missão número 10, foram observados os erros em altitude de 0,11m em ida, e 0,08m na volta. A expressão:

$$THZN \approx \frac{B_e - B_{et}}{\Delta\lambda}, \quad (6.2)$$

obtida da (3.5) quando $\Delta\lambda = 0$, com $B_e = 0,11m$ e $B_{et} = 0$, forneceu

$$\boxed{\Delta THZN = -0,000011431.}$$

Com este valor aplicado na (3.20), aqui reescrita:

$$(THZN)_{\text{novo}} = (THZN)_{\text{antigo}} + \Delta THZN,$$

foi obtido

$$\boxed{(THZN)_{\text{novo}} = 0,090800401}$$

aceito como valor final.

6.3.3. Síntese da calibração dinâmica

A calibração dinâmica, efetuada durante o período de testes na RMC, pode ser resumida conforme a tabela 6.1.

PARÂMETRO	KN	THEZ	THZE	KE	THNZ	THZN
Valor antigo	0,512204357	0,118907169	0,121762462	0,512015574	0,047008641	0,101371348
Valor novo obtido	0,512227533	0,136898932	0,142574282	0,512090862	0,022027173	0,090800401
Missões realizadas para o parâmetro (números)	1,8 e 9	1,2,3,8 e 9	1,2,3,8,9 e 11	4,5,6 e 7	4,5,6,7 e 10	4,5,6,7 e 10
Valor novo obtido na(s) missão(ões) (números)	8 e 9	8 e 9	8	5,6 e 7	6	10
Método pelo qual foi obtido o resultado final	fórmulas simplificadas	interpolação	interpolação	fórmulas simplificadas	interpolação	interpolação
tempo total despendido para o parâmetro	7,5h	12,5h	13h	10h	12,5h	12,5h
O valor final obtido foi julgado satisfatório?	sim	não	sim	sim	não	sim

Tabela 6.1. - Resumo da Calibração Dinâmica

6.4. Testes efetuados

Projetamos oito linhas de testes, seis das quais foram efetivamente utilizadas, uma vez que em duas delas o apoio existente era insuficiente, não existindo pontos intermediários para testes. Com isto, efetuamos observações superabundantes sobre determinadas linhas.

No período de testes, foram efetuadas 338 observações sobre 93 pontos intermediários.

6.4.1. Linhas de testes e resultados

Apesar das linhas de testes estabelecidas situarem-se ao longo de uma determinada rodovia, efetuamos certas variações dentro de cada uma destas, visando mudanças nas condições dos testes.

Durante os testes realizados, obtivemos valores compensados somente para latitude, longitude e altitude. Não efetuamos observações de anomalia da gravidade e deflexão da vertical, uma vez que não existiam, por ocasião dos testes, valores conhecidos destas para os pontos de controle inicial e final de cada uma das linhas. No entanto, anotamos durante os testes os parâmetros * DN(B4), DE(B5), DZ(B6), SUME(C7) e SUMN(C7), os quais permitem o cálculo das variações em anomalia da gravidade e deflexão da vertical, em relação ao ponto de controle inicial de acordo com as expressões:

$$\delta\Delta g(\text{mGal}) = - 0,98(\text{DZ}); \quad (6.3)$$

* Ver cadernetas de observações, Apêndice 2.

$$\Delta\xi'' = -(\text{SUME}) - \frac{(\text{DN})}{4,85} ; \quad (6.4)$$

$$\Delta\eta'' = -(\text{SUMN}) + \frac{(\text{DE})}{4,85} ; \quad (6.5)$$

quando os valores residuais iniciais são subtraídos.

Uma vez conhecidos os valores para Δg , ξ e η para os pontos de controle, é possível o cálculo das mesmas grandezas para os pontos intermediários e inclusive a sua compensação, tendo em vista o erro de fechamento, distribuindo-se tal erro de forma linear em função do tempo. Tal foi o procedimento seguido pois, após o período de testes, completamos as observações gravimétricas e obtivemos valores compensados na forma descrita. Estes resultados são apresentados na tabela 6.2.

Efetuamos o resumo para os resultados de três formas: pela média quadrática das observações em relação aos valores conhecidos (para cada uma das linhas isoladamente); pela média quadrática de todas observações em relação aos valores conhecidos (atribuindo-se como peso o número de observações em um mesmo ponto); pelo desvio-padrão de uma observação e da média, atribuindo-se como peso o número de observações em um mesmo ponto (para todos os pontos com observações superabundantes). Calculamos o valor do desvio-padrão ou média quadrática para um ponto, em função das observações efetuadas sobre este, multiplicando-se este valor pelo número de observações no ponto. Somamos, então, os valores assim obtidos para cada ponto e dividimos pelo número total de observações.

As linhas e os pontos utilizados durante o período de testes podem ser visualizados na figura 6.2.

* No presente trabalho, média quadrática significa a raiz quadrada da razão entre o somatório do quadrado das diferenças entre os valores observados e os conhecidos pelo número de observações.

QUADRO DE RESUMO DOS RESULTADOS					
Valores ponderados: Peso = número de observações em um ponto					
Grandeza	Desvio-Padrão		Média Quadrática		
	Observação	Média	Direto	Reverso	Média
Latitude (metros)	46 pontos/240 observações		7 pontos/42 observações		
	0,27	0,12	0,87	0,78	0,81
Longitude (metros)	46 pontos/240 observações		7 pontos/42 observações		
	0,39	0,18	0,90	0,75	0,81
Altitude (metros)	45 pontos/228 observações		34 pontos/176 observações		
	0,14	0,06	0,23	0,25	0,22
Anomalia "Free-Air" da gravidade (mGal)	43 pontos/234 observações		39 pontos/220 observações		
	1,30	0,57	1,02	1,24	0,90

Tabela 6.2. - Resumo dos resultados

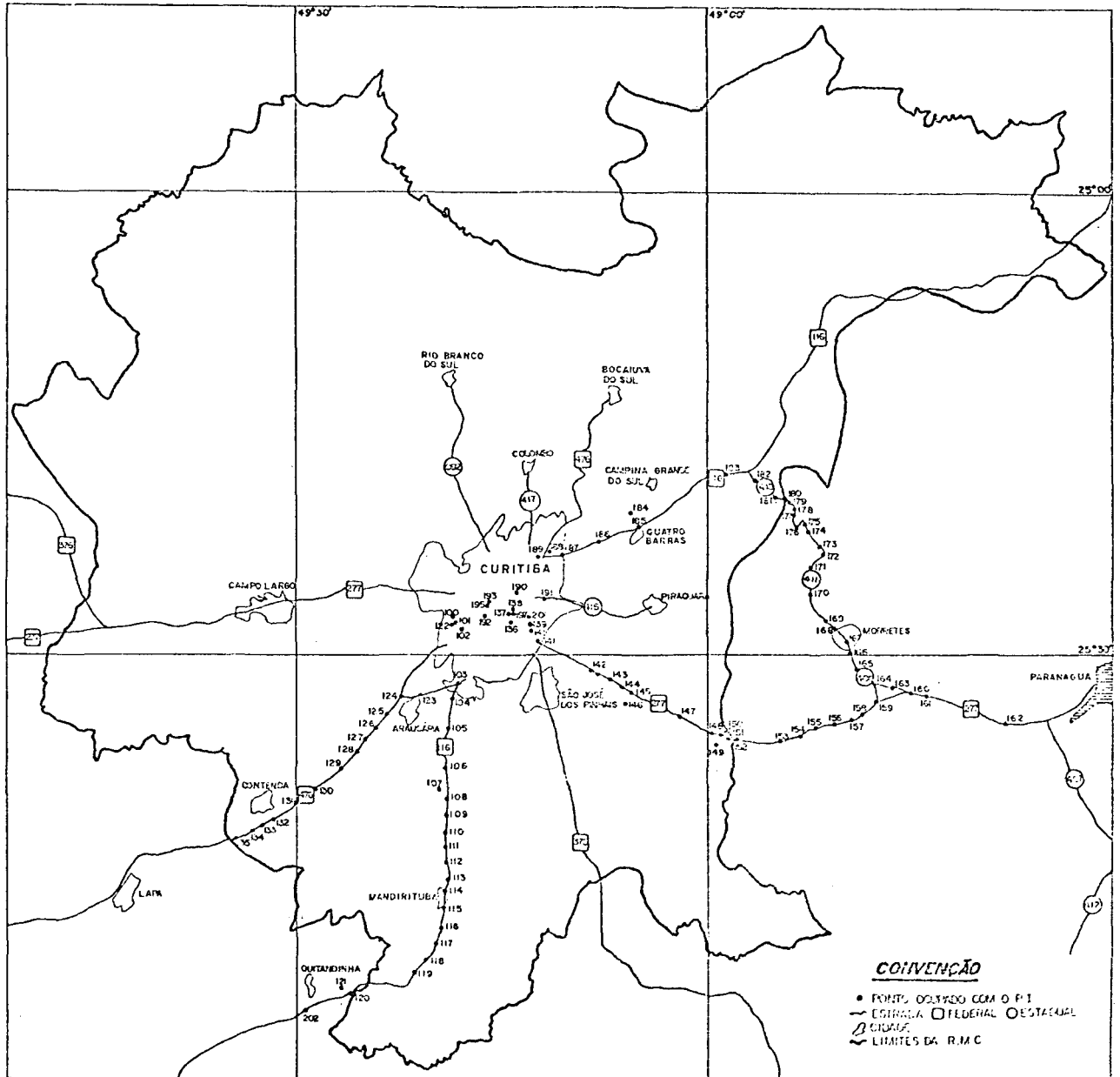


Figura 6.2 - Região Metropolitana de Curitiba - Linhas de testes

6.4.1.1. Linha de testes número 1

Estabelecida ao longo da rodovia BR-116, trecho Curitiba-Quitandinha, entre os pontos Nº 100 e Nº 202, com cerca de 60 km de extensão. Sentido geral N-S, dirigindo-se cerca de 15km para oeste, nas imediações do ponto Nº 116. Entre os pontos extremos, foram implantados, para testes, dois pontos com latitude, longitude e altitude de precisão (pontos Nº 103 e Nº 116). Dois outros pontos existentes (Nº 104 e Nº 107) eram acessíveis para o veículo e foram utilizados para testes. Ao longo da linha, foram também utilizadas 15 referências de nível.

No dia 8 de novembro, foi realizado o primeiro teste sobre a linha número 1. Compreendeu um trajeto de ida e volta entre os pontos Nº 104 e Nº 116. O trajeto de ida teve uma duração de 1h 09min e o de volta de 1h 12min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.3.

Média Quadrática (\pm - metros)				
Grandeza	Nº pontos	Ida	Volta	Média
ϕ	1	0,37	0,31	0,34
λ	1	1,00	0,42	0,71
h	10	0,15	0,17	0,13

Tabela 6.3. - Resumo dos resultados do 1º teste na linha de testes número 1.

O segundo teste sobre a linha número 1 foi realizado no dia 9 de novembro, consistindo em trajeto de ida e volta entre os pontos Nº 100 e Nº 202. O trajeto de ida teve uma duração de

3h 13min e o de volta de 2h 14min. A discrepância entre os tempos de ida e volta foi conseqüência da referência de nível inicialmente destinada ao fechamento de altitude ter sido destruída. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.4.

Média Quadrática (± - metros)				
Grandeza	Nº pontos	Ida	Volta	Média
ϕ	4	0,40	0,65	0,52
λ	4	0,66	0,19	0,42
h	15	0,12	0,27	0,18

Tabela 6.4. - Resumo dos resultados do 2º teste na linha de testes número 1.

O terceiro teste sobre a linha número 1 foi realizado no dia 10 de novembro, consistindo em trajeto de ida e volta entre os pontos Nº 100 e Nº 121. O trajeto de ida teve uma duração de 2h 18min e o de volta de 2h 16min. Os resultados são os apresentados na tabela 6.5.

Média Quadrática (± - metros)				
Grandeza	Nº pontos	Ida	Volta	Média
ϕ	4	0,45	0,49	0,44
λ	4	0,69	0,45	0,45
h	13	0,10	0,18	0,15

Tabela 6.5. - Resumo dos resultados do 3º teste na linha de testes número 1

6.4.1.2. Linha de testes número 2

Estabelecida ao longo da rodovia BR-476, trecho Curitiba-Contenda, entre os pontos Nº 100 e Nº 135, com uma extensão de cerca de 45km. Nos 10km iniciais, dirigida no sentido N-S e nos demais 35km na direção SW. Os pontos Nº 103 e Nº 104 foram utilizados para testes, assim como 14 referências de nível.

No dia 8 de novembro, foi realizado o primeiro teste sobre a linha número 2. Compreendeu um trajeto de ida entre os pontos Nº 103 e Nº 135 e de volta entre os pontos Nº 135 e Nº 104. O trajeto de ida teve duração de 1h 36min e o de volta de 1h 18min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.6.

Média Quadrática (\pm - metros)				
Grandeza	Nº pontos	Ida	Volta	Média
ϕ	1	-	-0,06	-0,06
λ	1	-	-0,27	-0,27
h	13	0,24	0,37	0,30

Tabela 6.6. - Resumo dos resultados do 1º teste na linha de testes número 2.

O segundo teste sobre a linha número 2 foi realizado no dia 9 de novembro, consistindo em um trajeto de ida e volta entre os pontos Nº 100 e Nº 135. O trajeto de ida teve duração de 1h 56min e o de volta de 1h 56min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.7.

Média Quadrática (± - metros)				
Grandeza	Nº pontos	Ida	Volta	Média
ϕ	2	1,07	0,40	0,74
λ	2	1,37	0,82	1,10
h	14	0,49	0,26	0,37

Tabela 6.7. - Resumo dos resultados do 2º teste na linha de testes número 2.

6.4.1.3. Linha de testes número 3

Estabelecida ao longo da rodovia BR-277, trecho Curitiba-Serra do Mar, entre os pontos Nº 100 e Nº 152, com uma extensão de cerca de 45km. Entre os pontos mencionados, foram utilizados os pontos Nº 139, Nº 141, Nº 146 e Nº 149, existentes e 9 referências de nível. Os 10km iniciais dessa linha eram dirigidos no sentido W-E e os restantes na direção SE.

No dia 11 de novembro, foi realizado o primeiro teste sobre essa linha consistindo em ida entre os pontos Nº 100 e Nº 152 e de volta entre os pontos Nº 149 e Nº 100. O trajeto de ida foi rejeitado por suspeitar-se das coordenadas conhecidas para o ponto Nº 152. Pretendemos, em trabalho posterior, proceder a compensação das observações em ida, com a obtenção de coordenadas corretas para esse ponto. O trajeto de ida teve uma duração de 2h 33min e o de volta de 2h 18min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.8.

Média Quadrática (\pm - metros)		
Grandeza	Nº pontos	Volta
ϕ	3	0,96
λ	3	1,08
h	9	0,19

Tabela 6.8. - Resumo dos resultados do 1º teste na linha de testes número 3.

O segundo teste sobre a linha número 3 foi realizado no dia 12 de novembro, consistindo em trajeto de ida e volta entre os pontos Nº 100 e Nº 149. O trajeto de ida teve uma duração de 2h 22min e o de volta de 2h 04min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.9.

Média Quadrática (\pm - metros)				
Grandeza	Nº pontos	Ida	Volta	Média
ϕ	3	1,18	0,93	1,07
λ	3	1,43	1,08	1,24
h	9	0,12	0,20	0,15

Tabela 6.9. - Resumo dos resultados do 2º teste na linha de testes número 3.

O terceiro teste sobre a linha número 3 foi realizado no dia 12 de novembro, consistindo em trajeto de ida e volta entre os pontos Nº 136 e Nº 149. O trajeto de ida teve uma duração de 1h 44min e o de volta de 1h 22min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.10.

Média Quadrática (± - metros)				
Grandeza	Nº pontos	Ida	Volta	Média
ϕ	2	1,19	1,35	1,27
λ	2	0,81	0,36	0,57
h	7	0,27	0,41	0,32

Tabela 6.10. - Resumo dos resultados do 3º teste na linha de testes número 3.

O quarto teste sobre esta linha foi realizado no dia 14 de novembro, consistindo em um trajeto de ida e volta entre os pontos Nº 100 e Nº 149. O trajeto de ida teve uma duração de 2h 04min e o de volta de 1h 54min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.11.

Média Quadrática (± - metros)				
Grandeza	Nº pontos	Ida	Volta	Média
ϕ	3	1,32	0,91	1,03
λ	3	1,31	1,35	1,33
h	9	0,04	0,14	0,08

Tabela 6.11. - Resumo dos resultados do 4º teste na linha de testes número 3.

No dia 14 de novembro, foi ainda realizada uma demonstração entre os pontos Nº 100 e Nº 139, ocasião em que foram implantados pontos na área do Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná, visando-se futuros testes.

O quinto teste sobre a linha número 3 foi realizado no dia 15 de novembro, consistindo em um trajeto de ida entre os pontos Nº 100 e Nº 149, com uma duração de 1h 59min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.12.

Média Quadrática (\pm - metros)		
Grandeza	Nº pontos	Ida
ϕ	3	1,15
λ	3	1,01
h	9	0,11

Tabela 6.12. - Resumo dos resultados do 5º teste na linha de testes número 3.

6.4.1.4. Linha de testes número 4

Estabelecida ao longo da rodovia BR-277, trecho Serra do Mar-Alexandra, entre os pontos Nº 149 e Nº 162, com uma extensão de cerca de 35km. Entre os pontos mencionados, existiam os pontos Nº 150 e Nº 152 de coordenadas conhecidas e 3 referências de nível. Os pontos referidos não foram utilizados para testes, por se suspeitar de suas coordenadas. A direção geral desta linha foi W-E, apresentando como peculiaridade um desnível cerca de 960m entre seus pontos extremos. O único teste realizado sobre essa linha, no dia 15 de novembro, consistiu em um trajeto de ida entre os pontos Nº 149 e Nº 162, com uma duração de 1h 43min, não sendo efetuados testes para latitude e longitude. A média quadrática em altitude, para 3 pontos, foi de $\pm 0,37m$.

6.4.1.5. Linha de testes número 5

Estabelecida ao longo de parte da BR-277, Estrada da

Graciosa e parte da BR-116, trecho Alexandra a Campina Grande do Sul, entre os pontos Nº 162 e Nº 184. Com comprimento total de cerca de 70km, apresentava direção geral NW, sendo os primeiros 20km na direção W, os 30km seguintes na direção NW e os 20km restantes na direção SW. Não foram estabelecidos pontos intermediários para testes, existindo 5 referências de nível entre os pontos de controle. Como peculiaridade, esta linha apresenta um trecho de serra bastante tortuoso, subindo cerca de 800m em 13km. O único teste realizado sobre esta linha, no dia 15 de novembro, consistiu em um trajeto de ida entre os pontos Nº 162 e Nº 184, com uma duração de 3h 33min, não sendo efetuados testes de latitude e longitude. A média quadrática para altitude, para 5 pontos, foi de $\pm 0,42m$.

6.4.1.6. Linha de testes número 6

Estabelecida ao longo da rodovia BR-116, trecho Campina Grande do Sul-Curitiba, entre os pontos Nº 184 e Nº 100. Apresentava um comprimento cerca de 30km e direção geral SW, sendo existente um ponto para testes e 5 referências de nível entre os pontos de controle. O único teste realizado sobre esta linha, no dia 15 de novembro, consistiu em um trajeto de ida entre os pontos Nº 184 e Nº 100, com uma duração de 1h 43min. Os resultados obtidos são os apresentados na tabela 6.13.

Média Quadrática (\pm - metros)		
Grandeza	Nº pontos	Ida
ϕ	1	1,53
λ	1	0,99
h	5	0,10

Tabela 6.13. - Resumo dos resultados do teste na linha de testes número 6.

6.5. Problemas Ocorridos

Além dos problemas mencionados, ocorridos no veículo e na unidade de comando do PI, verificaram-se durante os testes alguns problemas com o equipamento. No dia 5 de novembro, o equipamento apresentou um problema no banco de memória do computador, sanado com a substituição do módulo de memória. No dia 6 de novembro, o sistema apresentou ainda problemas no computador e no gravador, sanados com a substituição de um módulo. Ao longo de todo o período de utilização, houve um problema de controle de temperatura do equipamento, uma vez que o dispositivo de ar-condicionado do veículo apresentava-se com defeito.

Houve também problemas com os pontos de apoio estabelecidos, especificamente para os testes, alguns dos quais apresentaram discrepâncias em suas coordenadas. Em consequência, alguns testes não puderam ser realizados e outros tiveram de ser reprogramados.

A sinalização, à beira das estradas, mostrou-se bastante inadequada, sendo facilmente aviltada. Alguns piquetes colocados foram encobertos e outros quebrados. O período de testes desenvolveu-se quase que inteiramente em época chuvosa. A sinalização se tornou, portanto, menos visível, sendo em muitos casos, as marcas pintadas, encobertas por barro. Estas deficiências vieram retardar a localização de alguns pontos.

Apenas um único ponto, na linha de testes número 2, foi eliminado por impossibilidade de acesso, devido à chuva. Com isto, o número de pontos para testes de latitude e longitude, ao longo dessa linha, ficou reduzido a dois.

CAPÍTULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1. O aspecto mais notável

O aspecto mais impressionante, relativo ao teste do PI, na RMC, foi a taxa de produção de pontos com coordenadas conhecidas. No período de 8/11/1979 a 15/11/1979, em 50h 33min de trabalho com o PI, incluídas 6h de calibração estática pré-missão, foram efetuadas 338 observações. Cada observação poderia fornecer efetivamente para um novo ponto: latitude, longitude, altitude, deflexão da vertical, anomalia da gravidade e ainda, eventualmente, a transferência de azimute para uma mira. No teste realizado, as observações foram efetuadas sobre 93 pontos, fornecendo, desta forma, observações superabundantes para muitos deles. Em média, cada observação requereu nove minutos, incluindo o período de calibração estática e o de deslocamento entre os pontos, taxa esta realmente impressionante. Em adição, grande parte das observações foi efetuada sob chuva, demonstrando a versatilidade do equipamento.

7.2. Análise dos resultados

São preconizadas, pelo fabricante e usuários $|^{29}|, |^{30}|, |^{31}|$, precisões de: cerca de 1:100000 sobre a distância percorrida para latitude; 30cm em altitude; 1" em deflexão da vertical;

2 mGal em anomalia da gravidade. Estes resultados são obtidos quando o tempo de percurso entre pontos de controle não excede a 1h 30min.

No teste realizado na RMC, os percursos das linhas tiveram, em média, um comprimento de 45km e um tempo de percurso de 2h. De acordo com a tabela 6.2, foram obtidos, em média, os erros de 81cm em latitude, 81cm em longitude, 22cm em altitude e 0,90mGal em anomalia da gravidade. Não foram realizados testes quanto à deflexão da vertical por falta de observações astronômicas, porém passíveis de serem efetuadas.

Na distância média percorrida, o erro em latitude e longitude implicou em um erro de 1/56000. Considerando que as redes de pontos entre as quais foram realizados os testes (IPPUC e COMEC) não eram ajustadas entre si e que a precisão nominal na rede da COMEC é de 1/50000, leva-nos a afirmar que os resultados superaram as expectativas. Por outro lado, os parâmetros de calibração THEZ e THNZ não eram ainda satisfatórios quando a calibração dinâmica foi dada como encerrada e o tempo de percurso, em média, excedeu o preconizado. Porém, em vista dos resultados obtidos, os erros oriundos destas fontes não influenciaram nos resultados, levando-nos a supor que só seriam significativos se a precisão requerida fosse maior, como por exemplo de 1/100000. Quando efetuadas observações superabundantes sobre um ponto, notava-se um comportamento repetitivo dos valores observados. Assim, foram obtidos os desvios-padrão para a média das observações em latitude e longitude de respectivamente, 12cm e 18cm, indicando a coerência entre as observações e a possibilidade de um ajustamento por mínimos quadrados para os resultados.

Como pode ser observado nas tabelas de resumo dos resultados (6.3 a 6.12), para uma determinada linha, os erros verificados entre os valores observados e os conhecidos possuíam

sempre a mesma magnitude, aparentando um erro sistemático ou nas coordenadas conhecidas ou conseqüente da compensação final, aos valores observados, realizada no final das linhas não ser satisfatória.

Os resultados obtidos em altitude (0,22cm-RMC/0,30cm-preconizado) são coerentes entre si, em termos de precisão, sendo, portanto, verificada nos testes, a precisão altimétrica preconizada.

Os resultados obtidos em anomalia da gravidade (0,9mGal-RMC/2mGal-preconizado), foram surpreendentes. Acreditamos que o método de distribuição do erro de fechamento que utilizamos, considerando a linha de levantamento gravimétrico restrita entre pontos, os quais não foi introduzida alguma informação externa, possibilitou esse resultado. Quando se introduz um novo dado, muda-se a altitude da plataforma inercial e as correções preditas pelo computador, não sendo efetuada por este, uma distribuição satisfatória do erro de fechamento.

De acordo com as missões realizadas sobre as linhas de testes do ETL* com o mesmo PI testado na RMC, verifica-se uma precisão média de 0,9" na deflexão da vertical, compatível com a preconizada, uma vez que as condições dos testes são favorecidas por um curso retilíneo e um tempo de percurso de apenas 1h.

7.3. Outras considerações

Além do exposto, é importante destacar os fatores seguintes, referidos a um PI: operação; calibração estática e dinâmica; planejamento de operação; custo operacional.

O operador de um PI deve conhecer profundamente todas

* Cadernetas 2, 3, 4 e 5 do Apêndice 2.

suas características tal que a operação seja conduzida, com o intuito de aproveitar todo o potencial que este equipamento possui. A perda de uma missão pode ser consequência de uma única falha por menor que seja. Por outro lado, através de uma exploração adequada dos recursos do PI, é possível uma série de alternativas que podem salvar uma determinada missão, em função de problemas encontrados no campo. Como exemplo: destruição ou inacessibilidade de um ponto de controle e falhas no equipamento.

O processo de calibração estática demanda sempre em lh antes de um dia de trabalho e eventualmente este período é dobrado, quando a calibração não é satisfatória ou quando existe uma deterioração dos parâmetros ao longo das missões. A calibração dinâmica é um processo muito moroso. Nos testes realizados na RMC, foram gastas, neste processo, cerca de 25h, não sendo ainda satisfatórios alguns dos parâmetros determinados. Estimou-se em cerca de 5h o tempo adicional requerido para se chegar a valores satisfatórios. Conseqüentemente, a cada mês de operação, 30h devem ser previstas somente para a calibração dinâmica. Existe um programa de fábrica denominado AUTOCAL que procede a calibração dinâmica de forma mais rápida que a convencional, porém, segundo usuários ³², os resultados não são satisfatórios.

O planejamento de operação é fundamental na utilização de um PI. Este planejamento envolve uma exploração máxima da potencialidade do equipamento, através de uma taxa elevada de produção. Intervêm nas operações fatores logísticos que devem ser estudados, como por exemplo: distribuição dos pontos; apoio existente, alternativas no campo; acesso aos pontos sob diversas condições. Busca-se, assim, uma amortização rápida do custo inicial e uma fase produtiva a baixo custo.

Parece-nos que o maior problema relacionado com o PI é a sua manutenção. O custo inicial pode ser amortizado conforme

referido, porém, como estes equipamentos não são ainda de produção em escala significativa, os seus componentes são bastante caros. Por exemplo, durante os testes na RMC, um módulo de memória apresentou defeito. O custo atual do módulo é cerca de cinquenta mil dólares. Sua reparação só pode ser efetuada na fábrica, devendo o usuário possuir um sobressalente para evitar interrupções na produção.

Os PI, sem dúvida, já são dispositivos versáteis e altamente produtivos, capazes de fornecer coordenadas de grande precisão, além de outras informações de interesse. A sua utilização apresenta ainda certos problemas relacionados principalmente com: distribuição dos pontos; geometria das linhas; operação. Os problemas podem ser virtualmente reduzidos por um planejamento cuidadoso, exigindo esta fase, portanto, grande mobilização em termos de tempo e pessoal, além de grande ênfase ao treinamento da equipe de operação.

O custo final obtido por usuários ³³, para a produção de pontos de apoio para múltiplas finalidades, com o PI montado em veículo terrestre ou em helicóptero, foi de menos de 50% do custo pelos métodos convencionais, incluídas despesas com planejamento, implantação, observação, processamento e amortização do custo inicial, mostrando a potencialidade destes equipamentos.

CONCLUSÕES

Os PI, no seu estado atual de desenvolvimento, já são dispositivos versáteis, capazes de interpolar, para um ponto, todas as informações de posição, anomalia da gravidade e deflexão da vertical, com precisão similar aos métodos geodésicos convencionais e com rapidez incomparável. As únicas condições exigidas para o posicionamento de um novo ponto são relacionadas com a acessibilidade deste a veículo terrestre ou helicóptero e que o ponto possa ser inserido em um curso entre vértices conhecidos. As determinações são efetuadas em qualquer horário, independentemente de condições climáticas e de qualquer informação externa.

Parece-nos ser o momento das instituições oficiais responsáveis pela Cartografia Brasileira, começarem a explorar a potencialidade dos Posicionadores Inerciais, visando inclusive a geração de tecnologia própria, aproveitando as soluções já existentes. Tendo em vista os resultados dos testes na RMC e dos trabalhos de diversos usuários, estes dispositivos terão ampla aplicabilidade como auxiliares efetivos e econômicos na solução do problema cartográfico nacional, principalmente, se atuando em conjunto com rastreadores Doppler e montados em helicópteros. Assim, o apoio necessário para o mapeamento das amplas regiões inóspitas existentes no Brasil, poderá ser rapidamente obtido.

Quer montado em veículo terrestre ou em helicóptero, um PI se presta de forma excepcional para a melhoria e densificação do apoio já existente.

APÊNDICE 1

REFERENCIAIS

Do ponto de vista físico, referencial é o conjunto de um ou mais eixos com orientação definida no espaço e com uma escala adequada de comprimento. A principal característica de um referencial é que em relação a ele, uma posição ou uma orientação possam ser definidas sem ambigüidade.

O tratamento do problema da navegação inercial e conseqüentemente o do posicionamento inercial através de plataformas inerciais, requer a especificação de referenciais relacionados com a geometria da Terra. Estes são, via de regra, triortogonais dextrógiros.

Os princípios físicos relacionados com a navegação inercial requerem a especificação de um referencial de base onde seja válida a lei da inércia, sendo este denominado de Referencial Inercial.

Impossível discorrer-se sobre referenciais inerciais sem a menção das concepções dos gênios: Galileo Galilei (1564-1642), Isaac Newton (1642-1727), Ernst Mach (1838-1916) e Albert Einstein (1879-1955).

Newton referiu suas leis a um "espaço absoluto", em relação ao qual é difícil a descrição de movimentos relativos.

Mach concebeu, como referencial inercial a todo aquele que não é acelerado em relação às estrelas fixas. Obviamente,

este conceito é imperfeito, pois sabe-se serem as estrelas móveis. Mach afirmou que rotações só podem ser concebidas relativamente à matéria do Universo. Em outras palavras, a inércia observada em um ponto é consequência de toda a matéria do Universo, nada mais sendo do que uma manifestação de natureza gravitacional. Esta última afirmativa foi endossada por Einstein, que sintetizou as observações de Galileo, de que as acelerações sofridas por qualquer corpo em um campo gravitacional independem da massa. Com isto, Einstein concluiu que "massa inercial e massa gravitacional são manifestações de um mesmo fenômeno". Este é o chamado "Princípio da Equivalência", de acordo com o qual é impossível a distinção entre força inercial e força gravitacional.

Com a Teoria Relativista da Gravitação de Einstein e, em particular, de acordo com o Princípio da Equivalência, os referenciais inerciais foram definidos de forma totalmente diversa às anteriores. Sob a influência de Mach, Einstein definiu como referencial inercial aqueles em queda livre em relação ao campo gravitacional local, sendo este consequência de toda a matéria próxima ou distante do Universo.

As leis do movimento não são, portanto, afetadas pela presença de matéria, em oposição às idéias de Mach. A Terra, supondo que o seu movimento é central em relação ao Sol, está em queda-livre no seu movimento orbital. Porém, o campo gravitacional próximo à superfície da Terra varia de local para local e não é estático no tempo, tal que, este fato, isoladamente, coloca dúvidas quanto ao movimento de queda-livre referido |³⁴|.

O maior problema aqui é a inexistência de um referencial inercial que possa ser permanentemente associado com a Terra. Com aproximação satisfatória aos propósitos da navegação inercial, pode-se definir Referencial Inercial como um conjunto de eixos triortogonais dextrógiros, com origem no centro

de massa da Terra, eixos um e dois no plano do equador e eixo três, perpendicular a estes, conforme a figura 1a. O eixo três aponta para o pólo norte médio do período de 1900 a 1905 (CIO) e o eixo um para o respectivo ponto vernal.

As coordenadas de saída de um PI são: latitude, longitude e altitude. Resulta conveniente que os acelerômetros estejam alinhados segundo as direções leste, norte e normal ou que se conheça as relações das direções dos acelerômetros com as referidas.

Referencial Geográfico é aquele com origem na plataforma inercial, cujo eixo um aponta para leste, o eixo dois para o norte e o eixo três segundo a normal, tal que o sistema seja tri-ortogonal dextrógiro, conforme a figura 1b.

Referencial Terrestre é um sistema fixo à Terra, tal que para $t=0$ (início da navegação) ele coincida com o Referencial Inercial descrito. Conforme a figura 1c, pode ser escrito:

$$\lambda = \lambda_0 + \alpha - \Omega_T \quad (1)$$

onde:

λ - longitude da plataforma relativa a Greenwich no instante t ;

λ_0 - longitude da plataforma relativa a Greenwich no instante $t=0$;

α - arco de equador do ponto vernal até o meridiano da plataforma (ascensão reta) no instante t ;

Ω_T - velocidade angular da Terra.

Referencial Topocêntrico Móvel é um sistema com origem coincidente com a do Referencial Geográfico. O eixo um aponta para leste, o eixo dois repousa no plano meridiano e o eixo três

é paralelo à vertical local e de sentido oposto ao vetor-gravidade, conforme a figura 1d.

Referencial Associado a Corpo Móvel tem origem no centro de massa do móvel ao qual é associado e é fixo em relação a este. Possui: o eixo um apontando segundo a direção de deslocamento predominante do veículo (eixo de rotação); eixo dois para fora à esquerda (eixo de inclinação); eixo três apontando para uma direção tal que é formado um referencial triortogonal dextrógiro, conforme a figura 1e.

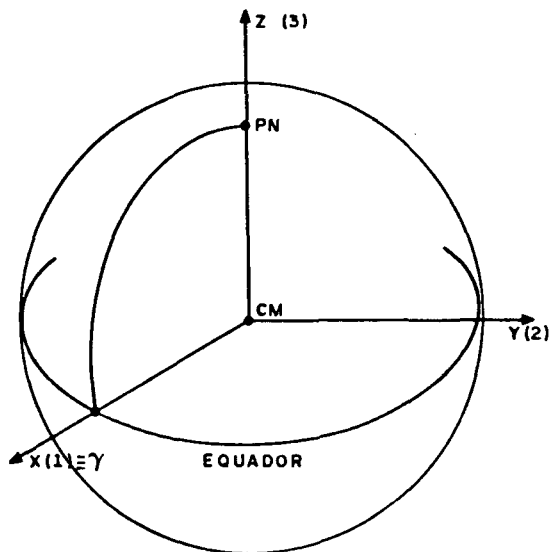
Referencial Geográfico Fixo tem origem fixa na Terra e é alinhado conforme um Referencial Geográfico (figura 1f).

Os dispositivos inerciais têm o seu funcionamento ótimo quando operando em relação a um Referencial Inercial, não sendo sujeitos a perturbações gravitacionais e campos de força. Um dispositivo inercial, na Terra, está sujeito constantemente a um campo gravitacional não uniforme e não estacionário, a uma contínua rotação em conjunto com a Terra e a uma série de outras perturbações. O referencial de base, para operação com dispositivos inerciais próximos a Terra, é aquele com origem no centro de massa desta e não rotante em relação à esfera celeste, o qual pode ser considerado com boa aproximação como inercial. É possível programar uma plataforma inercial, tal que se conheça a sua orientação em qualquer instante em relação a este referencial. Este procedimento é útil pois permite a orientação da plataforma segundo um elipsóide, possibilitando que esta, mesmo sofrendo rotação conjunta com a Terra, possa instrumentar um Referencial Geográfico.

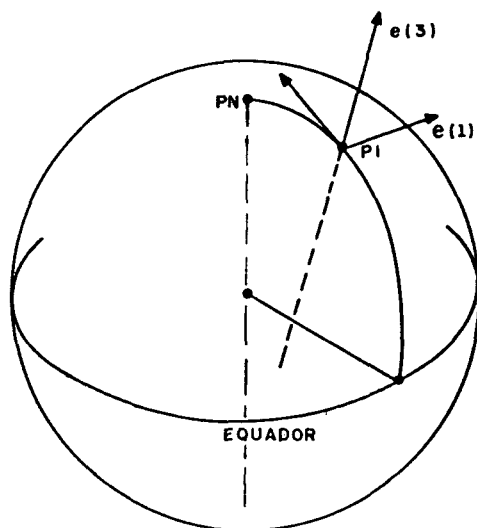
Através da comparação das grandezas no Referencial Geográfico e em um Topocêntrico Móvel, pode-se determinar os valores da deflexão da vertical, que são exatamente os valores das rotações que levam o Referencial Geográfico a coincidir com o

Topocêntrico Móvel.

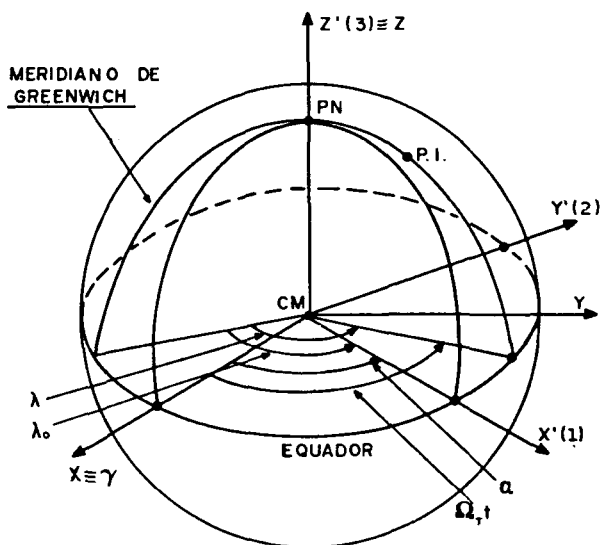
Os referenciais Associado a Corpo Móvel e os Geográficos Fixos são empregados mais especificamente em navegação. O primeiro, quando relacionado com um Referencial Topocêntrico Móvel, permite a descrição da altitude do veículo e o segundo permite a sua localização em relação a um ponto de referência, como por exemplo, a antena de um radar. Os referenciais instrumentados apresentam erros de ortogonalismo e escala, os quais podem ser eliminados na transformação de um sistema para outro ³⁵.



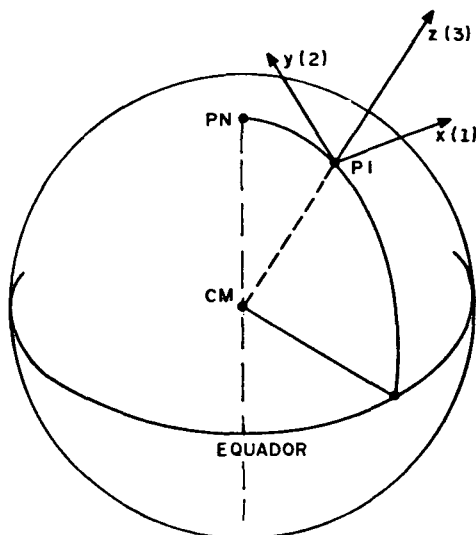
a- Referencial considerado inercial. Origem no CM do Terra, eixos X,Y,Z.



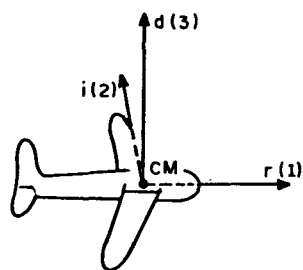
b- Referencial Geográfico. Origem no PI, eixos e,n,h.



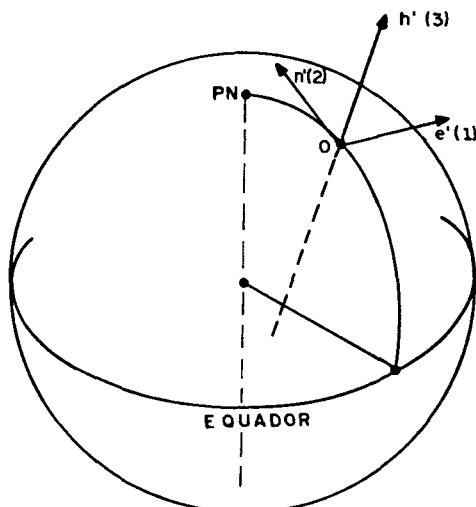
c- Referencial Terrestre. Origem no CM da Terra, eixos X', Y', Z'.



d- Referencial Topocêntrico Móvel. Origem no PI, eixos x,y,z.



e- Referencial Associado a Corpo Móvel. Origem no CM do móvel, eixos r,i,d.



f- Referencial Geográfico Fixo. Origem no ponto fixo O, eixos e',n',h'.

APÊNDICE 2

CADERNETAS E DADOS COLHIDOS COM UM POSICIONADOR INERCIAL

São apresentados, a seguir, algumas cadernetas de observação, que devem ser preenchidas durante as missões. Os dados nelas anotados estão todos gravados em fita, conforme listagens apresentadas, servindo para um controle permanente da missão.

Na caderneta 1, são apresentados os significados das grandezas referidas. Nas cadernetas 2, 3, 4 e 5, são apresentadas as primeiras folhas de missões realizadas em curso do ETL com o mesmo posicionador utilizado no teste na RMC. Nas primeiras folhas, aparece um resumo dos dados colhidos durante cada uma das missões, aqui apresentadas para o conhecimento dos erros em deflexão da vertical, não observados no teste na RMC.

Na caderneta 6, é apresentada a observação em um dos pontos intermediários em uma das missões sobre o curso do ETL.

Nas cadernetas 7 e 8, são, respectivamente, apresentadas a primeira folha (ponto inicial) e a observação em um ponto intermediário dos testes na RMC. Nas listagens 1, 2, 3, 4 e 5, são apresentados, respectivamente, o estado inicial da plataforma, o estado da plataforma no ponto inicial, os valores no ponto inicial, os parâmetros para o ponto intermediários e as observações/valores compensados para o mesmo ponto. Os valores listados correspondem à mesma missão das cadernetas 7 e 8.

Parâmetros de calibração utilizados na missão

Date:	KE		KN						
	THNZ		THEZ						
IPS versão RGSS	THZN		THZE						
	D	R	D	R					
time	Hora Legal	Paradas onde não se efetuou observação			STATISTICS (ave. rms)				
sta.	Ponto	ZUPT 1	ZUPT 2	ZUPT 3		D	R	Mn	
ID	Identificação					ϕ	Direto	Reverso	Média
acc. ϕ						λ			
acc. λ	Valores observados de ϕ , λ e h no instante da parada					H			
acc. H						ξ			
Vc-N	Erros em velocidade observados nos acelerômetros					η			
Vc-E	norte e leste					Δg			
raw ϕ									
raw λ	Valores observados de ϕ , λ e h após estabilização da plataforma e					NOTES			
raw H	correções de Kalman								
DN(B4)									
DE(B5)	Correções aplicadas aos acelerômetros em μg , após estabilização,								
DZ(B6)	em relação ao ponto inicial								
SUME(C7)									
SUMN(C7)	Rotações em torno dos eixos em segundos de arco, após estabilização,								
SUMZ(C8)	em relação ao ponto inicial						KNOWN	ϵ (sm-kwn)	
sm. ϕ						valores conhecidos	erros observados		
sm. λ									
sm. H	Valores compensados para $\phi, \lambda, h, \xi, \eta, e \Delta g$, tendo em vista os erros								
sm. ξ	de fechamento observados								
sm. η									
sm. Δg									

152

Date:	KE 406025230, 92°07'26".397, 511800 KN ¹ 406167062, 92°11'28".153, 512173												
7 April 79	THNZ 47000000, 13°42'39".376, 0761719 THEZ 77333333, 22°17'56".784, 123884												
(IPS)	TRZN 54000000, 15°28'07".500, 0859375 TRZE 105442622, 24°27'26".924, 135875												
RGSS	D	R	D	R	D	R	D	R					
time	1000	1219	1004						STATISTICS (ava. rms)				
sta.	Horse		ZUPT 1		ZUPT 2		ZUPT 3			D	R	Mn	
ID	2010		1						φ	.33	.25	.26	
acc. φ	5.212	0.346	5.582						λ	.86	.54	.39	
acc. λ	37.320	23.322	37.320						H	.15	.24	.16	
acc. H	121.61	121.61	129.03						ε	.83	1.37	1.09	
Vc-N	000	.027	.040						η	1.47	1.58	.38	
Vc-E	000	.060	.154						Δg	1.07	1.35	1.34	
raw φ		0.324	5.623						NOTES 35 km (21 mile) straight course. End stations are Horse (2010) and Hero (1010). One alignment for direct (D) and reverse (R) mission. KNOWN e (sm-kwn) R				
raw λ		23.211	37.096										
raw H		121.37	129.13										
DN(B4)	.15	2.55	1.66										
DE(B5)	.31	-8.92	2.68										
DZ(B6)	-2.17	.09	-2.37										
SUM E (C7)	.05	-1.41	.50										
SUM R (C7)	-.03	9.30	-.14										
SUM Z (C8)	-.05	-5.36	-.36										
sm. φ			5.610										00".586
sm. λ			37.110						23".692			11.54	
sm. H			129.12						121.02 m			.35	
sm. ε									1.63				
sm. η									3".01				
sm. Δg									60.28 myal				

Date	KE 406001300, 92°06'37.15", 511724 KN 406167062, 92°11'28.153, 512173											
17 June 79	THNZ 46377777, 13°32'06.558, 0751253 THEZ 77333333, 22°17'56.784, 123884											
(IPS)	THZN 5400000, 15°28'07.500, 0859375 THZE 105442622, 24°27'26.924, 135875											
RGSS	D	R	D	R	D	R	D	R				
time	1134	1348	1137						STATISTICS (ave. rms)			
sta.	Horse		ZUPT 1		ZUPT 2		ZUPT 3			D	R	Ma
ID	9010		1						φ	.10	.16	.13
acc. φ		0.326	56.827						λ	.70	.65	.28
acc. λ		23.457	42.627						H	.13	.15	.13
acc. H		121.64	128.28						E	.65	1.17	.88
Vc-N	000	-.007	.044						η	1.00	1.03	.32
Vc-E	000	.038	.101						Δg	1.85	1.49	1.47
raw φ		0.319	56.860						NOTES 35km (21 mile) straight course. End stations are Horse (9000) and Aero (1010). One alignment for direct (D) and reverse (R) mission			
raw λ		23.399	42.457									
raw H		121.52	129.05									
DN(B4)	21	8.50	1.38									
DE(B5)	1.01	-5.66	3.56									
DZ(B6)	-.63	6.85	-.30									
SUMD(C7)	.06	4.47	.39									
SUMN(C7)	-.19	9.79	-.60									
SUMZ(C8)	-.08	-4.57	-.43									
sm. φ			56.852									
sm. λ			42.482						00"586	-8.23		
sm. H			129.08						23"692	7.03		
sm. E									121.02 m	.50		
sm. E									1.63			
sm. η									3.01			
sm. Δg									20.28 mps			

Date:	KE 406001300, 92°06'37.151, .511724 KN 406150706, 92°10'53.024, .512119												
26 June 79	THNZ 46335320, 13°30'41.050, .0750633 THEZ 77431025, 22°20'29.087, .124119												
(IPs)	THZN 54012167, 15°28'32.794, .0859165 THZE 105440352, 24°27'21.169, .135866												
RGSS	D	R	D	R	D	R	D	R					
time	1028	1249	7032						STATISTICS (ave. rms)				
sta.	Horse		ZUPT 1		ZUPT 2		ZUPT 3			D	R	Mn	
ID	7010		1							ϕ	0.12m	0.16	0.12
acc. ϕ			54165							λ	0.71m	0.77	0.19
acc. λ			44156							H	0.19m	0.25	0.20
acc. H			12704							ϵ	0.78"	0.81"	0.74"
Ve-N			052							η	0.52"	0.60"	0.29"
Ve-E										Δg	1.90mgal	1.97mgal	1.70mgal
raw ϕ		00.414	54198							NOTES			
raw λ		23.362	43897										
raw H		12029	12730							35 km (21 mile)			
DN(B4)	.26	5.05	1.20							straight course. End			
DE(B5)	-.01	-6.47	1.41							stations are			
DZ(B6)	.27	7.12	1.20							Horse (0010) and			
SUME(C7)	.13	2.71	.48							Aero (1010). One alignment			
SUMN(C7)	.13	8.62	-.15							for direct (D) & reverse (R) run.			
SUMZ(C8)	-.13	-27.94	-.54							KNOWN	$\sigma_e = \frac{(sum - sum_{(D)})}{(n)}$		
sm. ϕ										00.586"	5.530 meters		
sm. λ										23.692"	7.92 meters		
sm. H										121.02m	-.73 meters		
sm. ϵ										1.63"			
sm. η										3.01"			
sm. Δg										60.28mgal			

155

RGSS	D	R	D	R	D	R	D	R	STATISTICS (ave. rms)			
time	10 02	12 28	10 06									
sta.	Horse		ZUPT 1		ZUPT 2		ZUPT 3			D	R	Mn
ID	9010		5415						φ	0.11	0.25	0.16
acc. φ		0.507	54.122						λ	0.25	0.49	0.26
acc. λ		23.111	44.089						H	0.16	0.13	0.13
acc. H		120.75	126.58						ξ	0.69	0.93	0.66
Ve-N	000	-.042	.012						η	0.46	0.37	0.25
Ve-E	000	.005	4.091						Δg	1.14	0.33	0.67
raw φ		0.488	54.131									
raw λ		23.078	43.960									
raw H		121.75	127.09						NOTES			
DN(B4)	1.50	-63.73	2.62						35km (21 mile) straight course. End stations are Horse (9010) and			
DE(B5)	-1.38	-87.80	-2.12						Hers (1010). One alignment for direct (D) and reverse			
DZ(B6)	-1.08	13.62	3.15						(R) mission.			
SUME(C7)	-0	.19	-.01						KNOWN			
SUMN(C7)	-0	.32	.11						e (mm-known)			
SUMZ(C8)	-1.01	-1.10	-.02									
sm. φ										00.586"		
sm. λ										23.692"		
sm. H										121.02m		
sm. ξ										1.63"		
sm. η										3.01"		
sm. Δg										60.28mgal		

Site	KE			KN								
	THNZ			THEZ								
IPB	THZN			TRZE								
RGSS	D	R	D	R	D	R	D	R				
time	10 12	12 22	10 16	12 18	10 20	12 14			STATISTICS (avé. rms)			
sta.	Atlix 4		ZUPT 1		ZUPT 2		ZUPT 3		D	R	Ma	
ID	8010		2		3				φ			
acc. φ	10.963	10.867	47.294	34.022	14.576	30.945			λ			
acc. λ	22.632	22.093	2.630	8.508	42.353	45.085			H			
acc. H	137.76	136.98	126.07	125.43	110.83	84.59			ε			
Vε-N	-.006	-.005	.003	-.010	.003	-.026			η			
Vε-E	-.012	-.020	.030	-.022	.015	.009			Δg			
raw φ	10.963	10.865	47.298	34.018	14.580	30.930						
raw λ	22.650	22.105	2.590	8.523	42.326	45.065			NOTES			
raw H	136.45	137.04	126.97	124.76	111.87	85.35						
DN(B4)	.78	-55.28	.26	-54.67	.05	-52.82						
DE(B5)	-4.34	-82.12	-3.58	-75.98	-7.58	-71.34						
DZ(B6)	-2.56	10.48	3.32	15.10	10.90	22.57						
SUMX(C7)	-.01	.10	-.01	.10	-.02	.10						
SUMN(C7)	.09	.30	.13	.31	.15	.32						
SUMZ(C8)	-.02	-.09	-.03	-.09	-.03	-.08			KNOWN	ε (sum-kwa)	Ma	
sm. φ	10.957	10.953							10.956"	.03	-.09	-.03
sm. λ	22.633	22.668							22.653"	.48	-.36	.06
sm. H	136.43	136.39							136.52m	-.09	-.13	-.11
sm. ε	1.51 (1.29)	1.15 (.98)							1.21"	.08	-.29	-.11
sm. η	2.10 (2.50)	-.93 (.30)							3.22"	-.72	-.21	-.47
sm. Δg	2.77 (4.29)	2.31 (6.30)							62.65m	1.04	.93	1.08

Limbo 1

Folha 1

Date:	KE 0,512091/0406141375		KN 0,512227/0406205130									
10 nov	THNZ 0,0220272/0013216225		THEZ 0,136954/0106075452									
(IPS)	THZN 0,0908004/0056372625		THZE 0,142574/0110776774									
RGSS	D	R	D	R	D	R	D	R				
time	9:00	1:35							STATISTICS (ave. rms)			
sta.	25A		ZUPT 1		ZUPT 2		ZUPT 3			D	R	Mn
ID	100								φ	0,45	0,49	0,44
acc. φ									λ	0,69	0,45	0,45
acc. λ									H	0,10	0,18	0,15
acc. H									ξ			
Ve-N									η			
Ve-E									Δg			
raw φ		30,731										
raw λ		21,081							NOTES			
raw H		308,77							Controle inicial			
DN(B4)	6,75	3,33							para φ e λ. Con-			
DE(B5)	-4,68	-14,30							trole inicial pa-			
DZ(B6)	2,36	10,39							ra h, foi utiliza-			
SUME(C7)	3,17	19,04							do o ponto N° 122			
SUMN(C7)	1,12	21,79							(RN 18 IPPUC)			
SUMZ(C8)	-4,01	-98,55							KNOWN	ε (sm-kwn)		
sm. φ									-25° 27'			
sm. λ									30,633"			
sm. H									-49° 18'			
sm. ξ									21,286"			
sm. η									307,74			
sm. Δg												

Linha 1

Folha 17

Date:	KE		KN										
10 nov	THNZ		THEZ										
(IPS)	THZN		THZE										
RGSS	D	R	D	R	D	R	D	R	STATISTICS (ave. rms)				
time	10:41	12:02											
sta.	RN56		ZUPT 1		ZUPT 2		ZUPT 3				D	R	Mn
ID	116									φ			
acc. φ										λ			
acc. λ										H			
acc. H										ξ			
Ve-N										η			
Ve-E										Δg			
raw φ	38,623"	38,702"											
raw λ	40,799"	40,624"											
raw H	932,76	932,80											
DN(B4)	11,93	2,17											
DE(B5)	-21,19	-12,03											
DZ(B6)	21,21	24,02											
SUME(C7)	10,99	15,07											
SUMN(C7)	14,65	15,06											
SUMZ(C8)	-28,32	-62,43											
sm. φ	38,678"	38,662"								KNOWN	ε(sm-kwn) (metros)		
sm. λ	40,685"	40,671"								-25° 47'	-0,40	-0,90	-0,65
sm. H	932,61	932,73								38,691"	0,34	-0,03	0,12
sm. ξ										-49° 19'			
sm. η										40,674"			
sm. Δg										932,703	-0,03	0,03	-0,03

NOTES
φ e λ transportados desde o vértice 9 COMEC pela 2ª DL

159

LISTAGEM 1

DMATC/GEODETIC SURVEY SQ F.E. WARREN AFB, WYOMING 82031
 COMPUTATIONAL DATE 08 JAN 1980
 TIME 11 16 56.5

MISSION DATA			
1	MISN	MISSION NUMBER	0
2	SECN	SECTION NUMBER	1
3	GPID	OPERATIONAL PROGRAM ID	6
4	SUMP	TURN ON CHECKSUM	42552700
5	DATE	YR/GCD	0
6	TIME	LOCAL TIME	0 52 39.47
7	CBSN	OBSERVER	0
8	MTRN	METER	0
9	MTRS	METER SCALE FACTOR	0.00000 PER UNIT
10	SPHD	SPHEROID	3
11	BE	EAST GYRO BIAS, ALIGN	0.0001 DEG/HR
12	BN	NORTH GYRO BIAS, ALIGN	0.0003 DEG/HR
13	BZ	Z GYRO BIAS, ALIGN	-0.0012 DEG/HR
14	MALM	MISSION MAL WORD	0
15	MALE	ENTERED MAL WORD	0
16	AZPC	AZ. TRANSFER PITCH SENS.	0.000 MRAD
17	AZRC	AZ. TRANSFER ROLL SENS.	0.000 MRAD
18	BAE	E ACC. PERMANENT BIAS	-0.612 MRAD
19	BAN	N ACC. PERMANENT BIAS	-1.701 MRAD
20	BAZ	Z ACC. ALIGN BIAS	0.502 MRAD
21	BEP	E GYRO BIAS, PERMANENT	-0.6408 DEG/HR
22	BNP	N GYRO BIAS, PERMANENT	0.1941 DEG/HR
23	BZP	Z GYRO BIAS, PERMANENT	2.5020 DEG/HR
24	EP	PITCH RESOLVER ZEROING CORR.	0.000 MRAD
25	ER	ROLL RESOLVER ZEROING CORR.	0.000 MRAD
26	ETHP	AZ. RESOLVER ZEROING CORR.	0.000 MRAD
27	KE	E ACC. SF (NOM=.032)	0.03200067 F/S/P
28	KN	N ACC. SF (NOM=.032)	0.03201417 F/S/P
29	KZ	Z ACC. SF (NOM=.032)	-0.03200170 F/S/P
30	KEI	E INTER. SF (NOM=.074)	-0.07399997 UNITS
31	KNI	N INTER. SF (NOM=.074)	-0.07400000 UNITS
32	KZI	Z INTER. SF (NOM=.074)	0.07400000 UNITS
33		Z ACC. TURNAROUND, NORTH	0.0 UG
34		Z ACC. TURNAROUND, 22.5	0.0 UG
35		Z ACC. TURNAROUND, 45.0	-3.5 UG
36		Z ACC. TURNAROUND, 67.5	-4.5 UG
37		Z ACC. TURNAROUND, EAST	-1.5 UG
38		Z ACC. TURNAROUND, 112.5	-2.0 UG
39		Z ACC. TURNAROUND, 135.0	0.0 UG
40		Z ACC. TURNAROUND, 157.5	2.0 UG
41		Z ACC. TURNAROUND, SOUTH	2.5 UG
42		Z ACC. TURNAROUND, 202.5	0.0 UG
43		Z ACC. TURNAROUND, 225.0	-4.0 UG
44		Z ACC. TURNAROUND, 247.5	-4.5 UG
45		Z ACC. TURNAROUND, WEST	-2.0 UG
46		Z ACC. TURNAROUND, 292.5	-2.0 UG
47		Z ACC. TURNAROUND, 315.0	-4.0 UG
48		Z ACC. TURNAROUND, 337.5	0.0 UG
49		Z ACC. TURNAROUND, END	0.0 UG
50	THEZ	E ACC. MISALIGN ABCUT Z	0.535 MRAD
51	THNZ	N ACC. MISALIGN ABCUT Z	0.086 MRAD
52	THZE	Z ACC. MISALIGN ABCUT E	0.557 MRAD
53	THZN	Z ACC. MISALIGN ABCUT N	0.355 MRAD
54	ZATC	Z ACC. TIME CONST.	0.0167 UNITS
55	ZGAM	Z GYRO AMPLITUDE	0.0002 DEG/HR
56	ZGPH	Z GYRO PHAS.	-0.1269 UNITS
57	ZGTC	Z GYRO TIME CONST.	0.0111 UNITS

LISTAGEM 2

DHATC/GEODETTIC SURVEY SQ F.E.WARREN AFB,WYOMING 82001
 COMPUTATIONAL DATE 78 JAN 1980
 TIME 11 16 57.2
 MARK DATA

1	ID	ID	100250
2	TIME	LOCAL TIME	1 16 55.08
3	LEGN	LEG NO.	1
4	MDSN	DATA SET NUMBER	1
5	*Z22	NORTH POS. COVAR., UNFLOATED	-0.04 METERS
6	*Z11	EAST POS. COVAR., UNFLOATED	-0.04 METERS
7	P11	ELEVATION COVAR., UNFLOATED	8.81 METERS
8	*Z55	AZIMUTH COVAR., UNFLOATED	41.1 ARCSEC
9	*FS	HORIZONTAL FLOAT NUMBER	4
10	PLS	VERTICAL FLOAT NUMBER	7
11	ERNE	NORTH FIX SIGMA	0.00 METERS
12	EREE	EAST FIX SIGMA	0.00 METERS
13	ERHE	ELEVATION FIX SIGMA	0.00 METERS
14	ERAE	AZIMUTH FIX SIGMA	0.00 ARCSEC
15	MALM	MISSION MAL WORD	0
16	MALE	ENTERED MAL WORD	0
17	GCS	BASE GRAVITY (0 IF NO ENTRY)	0.000 MGAL
18	EE	KALMAN EAST GYRO BIAS	0.0026 DEG/HR
19	EN	KALMAN NORTH GYRO BIAS	0.0013 DEG/HR
20	EZ	KALMAN Z GYRO BIAS	-0.0001 DEG/HR
21	DE	KALMAN EAST ACC. BIAS	-4.7 UG
22	DQE	KALMAN EAST QUANTIZER BIAS	-2.9 UG
23	DN	KALMAN NORTH ACC. BIAS	6.7 UG
24	DQN	KALMAN NORTH QUANTIZER BIAS	-1.3 UG
25	DZ	KALMAN Z ACC. BIAS	2.2 UG
26	DQZ	KALMAN Z QUANTIZER BIAS	-1.2 UG
27	DAZH	AZ KAL. CORRECTION, POS FIX	-0.7 ARCSEC
28	DBZH	Z BIAS KAL CORRECT., POS FIX	-0.0000 DEG/HR
29	CBZA	Z BIAS KAL CORRECT., AZ. FIX	0.0000 DEG/HR
30	CW	DISPLAY CONTROL WORD	1202440400
31	SUMN	KALMAN TORQUE ABOUT NORTH	3.2 ARCSEC
32	SUME	KALMAN TORQUE ABOUT EAST	1.1 ARCSEC, MER= -2.5, PV= -4.1
33	D	ENTERED DIST	0.000 MTRS
34	DV	ENTERED DEL	0.000 MTRS
35	BRG	ENTERED BEARING	0 DEG 0 MIN 0.0 SEC

1	ID	ID	100252
2	TIME	LOCAL TIME	1 21 55.00
3	LEGN	LEG NO.	1
4	MDSN	DATA SET NUMBER	1
5	*Z22	NORTH POS. COVAR., UNFLOATED	0.35 METERS
6	*Z11	EAST POS. COVAR., UNFLOATED	0.36 METERS
7	P11	ELEVATION COVAR., UNFLOATED	0.00 METERS
8	*Z55	AZIMUTH COVAR., UNFLOATED	41.1 ARCSEC
9	*FS	HORIZONTAL FLOAT NUMBER	4
10	PLS	VERTICAL FLOAT NUMBER	7
11	EKNE	NORTH FIX SIGMA	0.00 METERS
12	EREE	EAST FIX SIGMA	0.00 METERS
13	ERHE	ELEVATION FIX SIGMA	0.00 METERS
14	ERAE	AZIMUTH FIX SIGMA	0.00 ARCSEC
15	MALM	MISSION MAL WORD	0
16	MALE	ENTERED MAL WORD	0
17	GCS	BASE GRAVITY (0 IF NO ENTRY)	0.000 MGAL
18	EE	KALMAN EAST GYRO BIAS	0.0025 DEG/HR
19	EN	KALMAN NORTH GYRO BIAS	0.0013 DEG/HR
20	EZ	KALMAN Z GYRO BIAS	-0.0001 DEG/HR
21	DE	KALMAN EAST ACC. BIAS	-4.6 UG
22	DQE	KALMAN EAST QUANTIZER BIAS	-2.3 UG
23	DN	KALMAN NORTH ACC. BIAS	6.7 UG
24	DQN	KALMAN NORTH QUANTIZER BIAS	-2.6 UG
25	DZ	KALMAN Z ACC. BIAS	2.0 UG
26	DQZ	KALMAN Z QUANTIZER BIAS	-1.3 UG
27	DAZH	AZ KAL. CORRECTION, POS FIX	-0.7 ARCSEC
28	DBZH	Z BIAS KAL CORRECT., POS FIX	-0.0000 DEG/HR
29	CBZA	Z BIAS KAL CORRECT., AZ. FIX	0.0000 DEG/HR
30	CW	DISPLAY CONTROL WORD	1202440400
31	SUMN	KALMAN TORQUE ABOUT NORTH	3.2 ARCSEC
32	SUME	KALMAN TORQUE ABOUT EAST	1.1 ARCSEC, MER= -2.5, PV= -4.1
33	D	ENTERED DIST	0.000 MTRS
34	DV	ENTERED DEL	0.000 MTRS
35	BRG	ENTERED BEARING	0 DEG 0 MIN 0.0 SEC

LISTAGEM 3

DMATC/GEODETTIC SURVEY SQ F.E. WARREN AFB, WYOMING 82001
 COMPUTATIONAL DATE 08 JAN 1980
 TIME 11 17 6.6

RAW + SMOOTH DATA

RAW DATA 1
 ID INIT. POS. 100250
 TIME 1 HRS 16 MIN 55.09 SEC
 LAT -25 DEG 27 MIN 31.56437 SEC
 LONG -49 DEG 18 MIN 21.25464 SEC
 ELEV 907.806 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC
 SIGMAE POS 4148437528.0 FT. SEC
 SIGMAH POS 7262756336.0 FT. SEC
 TRAVEL TIME, VERT 4470.000 SEC
 TRAVEL TIME, HORZ 4470.000 SEC
 BOUGUER ANOMALY ***** MGAL
 METER READING 0.000 DU

SMOOTH DATA 1
 LAT -25 DEG 27 MIN 31.63297 SEC
 LONG -49 DEG 18 MIN 21.28596 SEC
 ELEV 889.339 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC

RAW DATA 2
 ID INIT. ELEV. 10252
 TIME 1 HRS 21 MIN 55.01 SEC
 LAT -25 DEG 27 MIN 51.03136 SEC
 LONG -49 DEG 18 MIN 21.14359 SEC
 ELEV 924.285 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC
 SIGMAE POS 5888.0 FT. SEC
 SIGMAH POS 70976.0 FT. SEC
 TRAVEL TIME, VERT 4726.000 SEC
 TRAVEL TIME, HORZ 256.000 SEC
 BOUGUER ANOMALY ***** MGAL
 METER READING 0.000 DU

SMOOTH DATA 2
 LAT -25 DEG 27 MIN 51.03133 SEC
 LONG -49 DEG 18 MIN 21.13845 SEC
 ELEV 925.129 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC

RAW DATA 3
 ID MARK 253
 TIME 1 HRS 27 MIN 0.00 SEC
 LAT -25 DEG 28 MIN 4.66127 SEC
 LONG -49 DEG 17 MIN 38.42725 SEC
 ELEV 934.189 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC
 SIGMAE POS 21376.0 FT. SEC
 SIGMAH POS 562816.0 FT. SEC
 TRAVEL TIME, VERT 277.000 SEC
 TRAVEL TIME, HORZ 533.000 SEC
 BOUGUER ANOMALY ***** MGAL
 METER READING 0.000 DU

SMOOTH DATA 3
 LAT -25 DEG 28 MIN 4.66172 SEC
 LONG -49 DEG 17 MIN 38.42461 SEC
 ELEV 934.186 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC

LISTAGEM 4

DMATC/GEODETIC SURVEY SC F. E. WARREN AFB, WYOMING 82001
 COMPUTATIONAL DATE 08 JAN 1980
 TIME 11 17 3.7
 MARK DATA

1	ID	ID	560
2	TIME	LOCAL TIME	2 58 33.99
3	LEGN	LEG NO.	1
4	MDSN	DATA SET NUMBER	17
5	*Z22	NORTH POS. COVAR., UNFLOATED	1.64 METERS
6	*Z11	EAST POS. COVAR., UNFLOATED	7.44 METERS
7	P11	ELEVATION COVAR., UNFLOATED	1.47 METERS
8	*Z55	AZIMUTH COVAR., UNFLOATED	41.6 ARCSEC
9	*FS	HORIZONTAL FLOAT NUMBER	4
10	PLS	VERTICAL FLOAT NUMBER	7
11	ERNE	NORTH FIX SIGMA	0.00 METERS
12	EREE	EAST FIX SIGMA	0.00 METERS
13	ERHE	ELEVATION FIX SIGMA	0.00 METERS
14	ERAE	AZIMUTH FIX SIGMA	0.0 ARCSEC
15	MALM	MISSION MAL WORD	0
16	MALE	ENTERED MAL WORD	0
17	GCS	BASE GRAVITY (0 IF NO ENTRY)	0.000 MGAL
18	EE	KALMAN EAST GYRO BIAS	0.0029 DEG/HR
19	EN	KALMAN NORTH GYRO BIAS	0.0048 DEG/HR
20	EZ	KALMAN Z GYRO BIAS	-0.0011 DEG/HR
21	DE	KALMAN EAST ACC. BIAS	-21.2 UG
22	DQE	KALMAN EAST QUANTIZER BIAS	-4.2 UG
23	DN	KALMAN NORTH ACC. BIAS	11.9 UG
24	DQN	KALMAN NORTH QUANTIZER BIAS	0.1 UG
25	DZ	KALMAN Z ACC. BIAS	21.3 UG
26	DQZ	KALMAN Z QUANTIZER BIAS	-0.3 UG
27	DAZH	AZ KAL. CORRECTION, POS FIX	-0.7 ARCSEC
28	DBZH	Z BIAS KAL CORRECT., POS FIX	-0.0000 DEG/HR
29	DBZA	Z BIAS KAL CORRECT., AZ. FIX	0.0000 DEG/HR
30	CH	DISPLAY CONTRL WORD	121020400
31	SUMN	KALMAN TORQUE ABOUT NORTH	11.0 ARCSEC
32	SUME	KALMAN TORQUE ABOUT EAST	14.6 ARCSEC, MER=-17.1, PV=-15.3
33	D	ENTERED DIST	0.000 MTRS
34	DV	ENTERED DEL	0.000 MTRS
35	BRG	ENTERED BEARING	0 DEG 0 MIN 0.0 SEC

1	ID	ID	57
2	TIME	LOCAL TIME	3 1 51.97
3	LEGN	LEG NO.	1
4	MDSN	DATA SET NUMBER	18
5	*Z22	NORTH POS. COVAR., UNFLOATED	1.65 METERS
6	*Z11	EAST POS. COVAR., UNFLOATED	7.78 METERS
7	P11	ELEVATION COVAR., UNFLOATED	1.49 METERS
8	*Z55	AZIMUTH COVAR., UNFLOATED	41.6 ARCSEC
9	*FS	HORIZONTAL FLOAT NUMBER	4
10	PLS	VERTICAL FLOAT NUMBER	7
11	ERNE	NORTH FIX SIGMA	0.00 METERS
12	EREE	EAST FIX SIGMA	0.00 METERS
13	ERHE	ELEVATION FIX SIGMA	0.00 METERS
14	ERAE	AZIMUTH FIX SIGMA	0.0 ARCSEC
15	MALM	MISSION MAL WORD	0
16	MALE	ENTERED MAL WORD	0
17	GCS	BASE GRAVITY (0 IF NO ENTRY)	0.000 MGAL
18	EE	KALMAN EAST GYRO BIAS	0.0029 DEG/HR
19	EN	KALMAN NORTH GYRO BIAS	0.0049 DEG/HR
20	EZ	KALMAN Z GYRO BIAS	-0.0011 DEG/HR
21	DE	KALMAN EAST ACC. BIAS	-21.5 UG
22	DQE	KALMAN EAST QUANTIZER BIAS	-4.7 UG
23	DN	KALMAN NORTH ACC. BIAS	12.4 UG
24	DQN	KALMAN NORTH QUANTIZER BIAS	0.1 UG
25	DZ	KALMAN Z ACC. BIAS	20.9 UG
26	DQZ	KALMAN Z QUANTIZER BIAS	-0.3 UG
27	DAZH	AZ KAL. CORRECTION, POS FIX	-0.7 ARCSEC
28	DBZH	Z BIAS KAL CORRECT., POS FIX	-0.0000 DEG/HR
29	DBZA	Z BIAS KAL CORRECT., AZ. FIX	0.0000 DEG/HR
30	CH	DISPLAY CONTRL WORD	121020400
31	SUMN	KALMAN TORQUE ABOUT NORTH	11.5 ARCSEC
32	SUME	KALMAN TORQUE ABOUT EAST	15.1 ARCSEC, MER=-17.7, PV=-16.0
33	D	ENTERED DIST	0.000 MTRS
34	DV	ENTERED DEL	-0.000 MTRS
35	BRG	ENTERED BEARING	0 DEG 0 MIN 0.0 SEC

LISTAGEM 5

DMATC/GEODETTIC SURVEY SC F.E. WARREN AFB, WYOMING 82001
 COMPUTATIONAL DATE 28 JAN 1980
 TIME 11 17 9.9

RAW + SMOOTH DATA

RAW DATA MARK 16
 ID MARK 55
 TIME 2 HRS 55 MIN 10.00 SEC
 LAT -25 DEG 46 MIN 36.49587 SEC
 LONG -49 DEG 19 MIN 25.93844 SEC
 ELEV 900.353 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC
 SIGMAE POS -20556736.0 FT. SEC
 SIGMAN POS -67636864.0 FT. SEC
 TRAVEL TIME, VERT 5164.000 SEC
 TRAVEL TIME, HORZ 5320.000 SEC
 BOUGUER ANOMALY ***** MGAL
 METER READING 0.000 DU

SMOOTH DATA 16
 LAT -25 DEG 46 MIN 36.54750 SEC
 LONG -49 DEG 19 MIN 25.83127 SEC
 ELEV 900.209 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC

RAW DATA MARK 17
 ID MARK 560
 TIME 2 HRS 58 MIN 34.00 SEC
 LAT -25 DEG 47 MIN 38.62319 SEC
 LONG -49 DEG 19 MIN 41.79828 SEC
 ELEV 932.758 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC
 SIGMAE POS -26985389.0 FT. SEC
 SIGMAN POS -80163328.0 FT. SEC
 TRAVEL TIME, VERT 3246.000 SEC
 TRAVEL TIME, HORZ 5502.000 SEC
 BOUGUER ANOMALY ***** MGAL
 METER READING 0.000 DU

SMOOTH DATA 17
 LAT -25 DEG 47 MIN 38.67816 SEC
 LONG -49 DEG 19 MIN 41.68514 SEC
 ELEV 932.606 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC

RAW DATA MARK 18
 ID MARK 57
 TIME 3 HRS 01 MIN 51.99 SEC
 LAT -25 DEG 48 MIN 37.85183 SEC
 LONG -49 DEG 19 MIN 35.85970 SEC
 ELEV 950.849 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC
 SIGMAE POS -22933568.0 FT. SEC
 SIGMAN POS -91772672.0 FT. SEC
 TRAVEL TIME, VERT 5419.000 SEC
 TRAVEL TIME, HORZ 5675.000 SEC
 BOUGUER ANOMALY ***** MGAL
 METER READING 0.000 DU

SMOOTH DATA 18
 LAT -25 DEG 48 MIN 37.90895 SEC
 LONG -49 DEG 19 MIN 35.74135 SEC
 ELEV 950.690 MTRS
 AZIM 0 DEG 0 MIN 0.00 SEC

NOTAS DE REFERÊNCIAS

- |⁰¹| RESNICK, R. & HALLIDAY, D. Física. 2 ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1976. v.I.2, p.565.
- |⁰²| KEARFOTT SYSTEMS DIVISION. Gyros, platforms & accelerometers. 7 ed. New Jersey, 1967. p.54. Informações técnicas.
- |⁰³| SAVET, P.H. Gyroscopes: theory and design. New York, McGraw-Hill, 1961. p.40-51.
- |⁰⁴| DEIMEL, R.F. Mechanics of the gyroscope. 2 ed. s.l., Dover Publications, 1950. p.75-92.
- |⁰⁵| PICOLLI, H. Eletrônica básica II. Curitiba, Diretório Acadêmico do Setor de Tecnologia, 1977. p.25-7.
- |⁰⁶| MORITZ, H. Fundamental geodetic constants. Report of Special Study Group nº 5.39 of IAG, 1979
- |⁰⁷| ALONSO, M & FINN, E.J. Física: um curso universitário. São Paulo, Edgard Blücher, 1972. v 1. p.348-
- |⁰⁸| KEARFOTT SYSTEMS DIVISION, p.41-2.
- |⁰⁹| HUDDLE, J.R. Navigation to surveying accuracy with an inertial system. Woodland Hills, Litton Guidance & Control Systems, 1976. p.1-8.
- |¹⁰| Ibid, p.1-8.
- |¹¹| O'BRIEN, L.S. Investigations of an inertial survey system by the geodetic survey of Canada. The Canadian Surveyor, 30(5):385-8, December 1976.
- |¹²| Ibid, p.385-8.
- |¹³| LITTON GUIDANCE & CONTROL SYSTEMS. Inertial positioning system (IPS). Woodland Hills, 1975. p.37-58. Manual de operação e manutenção.
- |¹⁴| TODD, M. The development of the inertial rapid geodetic survey system at USAETL. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.113-20.
- |¹⁵| LITTON GUIDANCE & CONTROL SYSTEMS, p.100-8.
- |¹⁶| PENNEY, R.C. Field experience with ISS. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.188-97.

|¹⁷| HAGGLUND, J.E. & HITTEL, A. Evolution of the Ferranti inertial survey system. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY,1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.257-77.

|¹⁸| HADFIELD, M.J. Critical inertial system characteristics for land surveying. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY,1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.90-101.

|¹⁹| HUDDLE, p.1-8.

|²⁰| GEMAEL, C. Introdução à geodésia geométrica. Curitiba, UFPR, 1977. p.3.6-3.12.

|²¹| HUDDLE, J.R. The theoretical principles for design of the inertial surveyor for position and gravity determinations. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY,1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.45-59.

|²²| BALL, E. Jr. & VOORHEES, G.D. Adjustment of inertial survey system errors. The Canadian Surveyor, 32(4): 453-64, December 1978.

|²³| Ibid, p.453-64.

|²⁴| KOUBA, J. Geodetic adjustment of inertial surveys. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY,1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.162-5.

|²⁵| HARRIS, H. C. DMA operations with an inertial positioning system. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY,1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.140-2.

|²⁶| CARRIÈRE, R.J.; KOUBA, J.; PENNEY, R.C. Experience with the inertial survey system at geodetic survey of Canada. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY,1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.152-3.

|²⁷| BABBAGE, G. Operation of the inertial survey system: the manager's view. The Canadian Surveyor, 32(3):349-54, September 1978.

|²⁸| CARRIÈRE, p.146-61.

|²⁹| HUDDLE, J.R. Navigation to surveying accuracy with an inertial system. Woodland Hills, Litton Guidance & Control Systems, 1976. p.1-8.

|³⁰| MANCINI, A & MOORE, R.E. Introduction. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY,1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.1-4.

|³¹| TODD, p.115-7.

|³²| HARRIS, p.144.

|³³| CARRIÈRE, p.155.

|³⁴| BLAIS, J.A.R. Inertia, inertial reference systems and physical geodesy. Collected Papers Geodetic Survey: 55-78, 1977.

|³⁵| BRITTING, K.R. Inertial navigation systems analyses. New York, John-Wiley & Sons, 1971. p.30-43.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALONSO, M. & FINN, E.J. Física: um curso universitário. São Paulo, Edgard Blücher, 1972. 2v.
- BABBAGE, G. Operation of the inertial survey system: the manager's view. The Canadian Surveyor, 32(3):349-54, September 1978.
- BALL, E. Jr. & VOORHEES, G.D. Adjustment of inertial survey system errors. The Canadian Surveyor, 32(4):453-64, December 1978.
- BLAIS, J.A.R. Inertia, inertial reference systems and physical geodesy. Collected Papers Geodetic Survey: 55-78, 1977.
- BRITTING, K.R. Inertial navigation systems analyses. New York, John-Wiley & Sons, 1971. 249p.
- CARRIÈRE, R.J.; KOUBA, J.; PENNEY, R.C. Experience with the inertial survey system at geodetic survey of Canada. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.146-61.
- DEIMEL, R.F. Mechanics of the gyroscope. 2 ed., s.l., Dover Publications, 1950. 192p.
- GEMAEL, C. Introdução à geodésia geométrica. Curitiba, UFPr, 1977.
- HADFIELD, M.J. Critical inertial system characteristics for land surveying. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.90-101.
- HAGGLUND, J.E. & HITTEL, A. Evolution of the Ferranti inertial survey system. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.257-277.
- HARRIS, H.C. DMA operations with an inertial positioning systems. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.138-45.
- HUDDLE, J.R. Navigation to surveying accuracy with an inertial system. Woodland Hills, Litton Guidance & Control Systems, 1976. 8p.
- _____. The theoretical principles for design of the inertial surveyor for position and gravity determinations.

- In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.45-59.
- KEARFOTT SYSTEMS DIVISION. Gyros, platforms & accelerometers. 7 ed. New Jersey, 1967. 66p. Informações técnicas.
- KOUBA, J. Geodetic adjustment of inertial surveys. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.162-87.
- LITTON GUIDANCE & CONTROL SYSTEMS. Inertial positioning systems (IPS). Woodland Hills, 1975. 135p. Manual de operação e manutenção.
- MANCINI, A. & MOORE, R.E. Introduction. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.1-4.
- MORITZ, H. Fundamental geodetic constants. Report of Special Study Group nº 5.39 of IAG, 1979.
- O'BRIEN, L.S. Investigations of an inertial survey system by the geodetic survey of Canada. The Canadian Surveyor, 30(5): 385-8, December 1976.
- PENNEY, R.C. Field experience with ISS. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.188-97.
- PICOLLI, H. Eletrônica básica II. Curitiba, Diretório Acadêmico do Setor de Tecnologia, 1977. 29p.
- RESNICK, R. & HALLIDAY, D. Física. 2 ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1976. 4v.
- SAVET, P.H. Gyroscopes: Theory and design. New York, McGraw-Hill, 1961. 402p.
- TODD, M. The development of the inertial rapid geodetic survey system at USAETL. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INERTIAL TECHNOLOGY FOR SURVEYING AND GEODESY, 1, Ottawa, 1977. Proceedings. p.113-20.