

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GERSON ULBRICHT

UM MODELO DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO MULTISTÁGIO COM
ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS LIMITADOS

CURITIBA

2015

GERSON ULBRICHT

UM MODELO DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO MULTISTÁGIO COM
ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS LIMITADOS

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, do Setor de Exatas e de Tecnologias da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração em Programação Matemática, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Neida M. Patias Volpi.

CURITIBA

2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

U36m Ulbricht, Gerson

Um modelo de planejamento da produção multiestágio com estoques intermediários limitados. Gerson Ulbricht – Curitiba, 2015. 207 p.

Orientador: Prof^a. Dra. Neida M. Patias Volpi.
Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração Programação Matemática – Universidade Federal do Paraná.

1. Programação da produção. 2. Sequenciamento da produção. 3. Métodos de otimização. 4. Modelos matemáticos. I. Volpi, Neida M. Patias. II. Universidade Federal do Paraná.

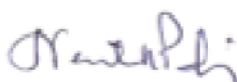
CDD – 511.8

TERMO DE APROVAÇÃO

GERSON ULBRICHT

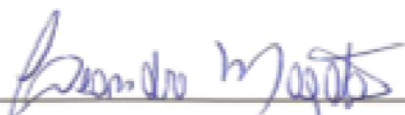
UM MODELO DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO MULTISTÁGIO COM ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS LIMITADOS

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de doutor no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:



Prof.^a Dr.^a Neida Maria Patias Volpi
Orientadora – membro do PPGMNE/UFPR

Prof.^a Dr.^a Maristela Oliveira dos Santos
Membro do ICMC – USP (por vídeo conferência)



Prof. Dr. Leandro Magatão
Membro da UTFPR – Curitiba/PR



Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin
Membro do PPGMNE/UFPR



Prof. Dr. Volmir Eugênio Wilhelm
Membro do PPGMNE/UFPR

Curitiba, 18 de dezembro de 2015.

"Le silence éternel de ces espaces infinis m'effraye..."
Blaise Pascal (1623 – 1662).

RESUMO

Este trabalho baseia-se em estudos de modelos de programação e sequenciamento da produção existentes na literatura. A partir destes estudos foram propostas formulações matemáticas envolvendo diferentes estágios produtivos compostos por máquinas paralelas distintas, os quais são interligados por estoques intermediários cujos lotes dos itens produzidos podem estar sujeitos a permanecer por um tempo mínimo. A motivação para o desenvolvimento do modelo surgiu a partir de um caso prático, de uma fábrica de placas eletrônicas onde, em um primeiro estágio do sistema de produção, diferentes itens são submetidos a um processo chamado SMD (*Surface Mounting Devices*), de modo que são inseridos microcomponentes eletrônicos em placas de circuito impresso. Ainda neste mesmo estágio, algumas placas recebem uma proteção especial por meio da aplicação de uma pasta protetora, a qual necessita de um tempo mínimo para secagem para que então os itens possam ser submetidos ao segundo estágio, o que motiva a necessidade de se manter um estoque intermediário entre estágios, com tempo mínimo de estocagem. No segundo estágio produtivo, denominado PTH (*Pin Through Hole*), as mesmas placas recebem componentes maiores que são inseridos em furos preexistentes. A formulação do modelo matemático em um primeiro momento envolveu dois estágios com um estoque intermediário localizado entre estes, buscando atender à abordagem encontrada no processo de fabricação de placas eletrônicas. Embora as formulações propostas tenham sido inspiradas no caso da indústria produtora de placas eletrônicas, o modelo foi generalizado de forma a atender múltiplos estágios, contendo múltiplos estoques intermediários, cada um deles localizado entre dois estágios consecutivos. Essa formulação generalizada possibilita a utilização do modelo em outros ambientes produtivos, inclusive quando não há necessidade de um tempo mínimo de espera dos lotes entre estágios o que pode ser de grande interesse para implementações práticas nas indústrias. Duas formulações decorrentes do modelo multiestágio foram ainda propostas, com redução no número de variáveis e parâmetros. Além do objetivo de minimizar o custo de produção por meio da escolha do sequenciamento dos itens, bem como das máquinas em que serão processados em cada estágio, há também o controle do tempo de início e término de cada lote em cada um dos estágios, assim como do tempo de permanência nos estoques intermediários, buscando cumprir as demandas estabelecidas com o menor atraso possível e minimizando a utilização de horas extras de trabalho das máquinas em cada período do horizonte de planejamento. Experimentos computacionais foram realizados envolvendo instâncias de teste baseadas em dados reais, onde soluções iniciais foram obtidas com uso de diferentes estratégias baseadas na heurística *relax-and-fix*, melhoradas por meio da heurística *fix-and-optimize*. onde os melhores resultados em termos de valor de função objetivo foram verificados para a estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo *forward* com *overlapping*.

Palavras-chave: Múltiplos estágios. Estoques intermediários com tempo limitado.

ABSTRACT

This work is based on studies of the programming and scheduling models of production existing in literature where, starting from these it was proposed mathematical formulations in order to involve different productive stages composed by distinct parallel machines, which are interconnected by intermediate stocks where the lots of items produced may be subject to remain for a minimum time. The motivation for the model development arose from a practical case, from an electronic plates factory where, in a first stage of the production system, different items are submitted to a process called SMD (Surface Mounting Devices), so that are inserted electronic microcomponents in printed circuit plaques. Still in this same stage, some plaques receive a special protection through the application of a protective paste, which needs a minimum time to dry so that the items can be submitted to the second stage, which motivates the necessity of keeping an intermediate stock between stages, with a minimum time of storage. In the second productive stage, called PTH (Pin Through Hole), the same plaques receive larger components which are inserted in pre-existing holes. The formulation the mathematical model in a first moment involved two stages with an intermediate stock located between these two stages, in order to answer the approach found in the process of fabrication of electronic plaques. Although the proposed formulations have been inspired in the case of the industry producing electronic plaques, the model was generalized in a way to answer multiple stages, containing multiple intermediate stages, each one of them located between two consecutive stages. This generalized formulation enables the use of the model in other productive environments, even when there is not the necessity of a minimum waiting time of the lots between stages, what can be of great interest for practical implementation on the industries. Two restructuring were still proposed to the multistage model, with a reduction on the number of variables and used parameters. Besides the objective of minimizing the production cost through the choice of the scheduling of the items as well as of the machines in which they will be processed in each stage, there is also the time control of beginning and ending of each lot just like the permanency time in intermediate stocks, seeking to fulfill the established demands with the least possible delay and minimizing the use of overtime from the machines in each period of the planning horizon. Computational experiments were done involving instances of test based in real data, where initial solutions were obtained with the use of different strategies based in the heuristic relax-and-fix, undergoing through improvements because of the heuristic fix-and-optimize where the best results in terms of objective function value were checked for relax-and-fix based on forward-time strategy with overlapping.

Keywords: Multiple stages. Intermediate stocks with limited time.

LISTA DE FIGURAS E GRÁFICOS

FIGURA 2.1 - MODELO DLSP: OCIOSIDADE DA MÁQUINA E DUAS OCORRÊNCIAS DE <i>SETUP</i>	34
FIGURA 2.2 - MODELO CSLP: OCIOSIDADE DA MÁQUINA E UMA OCORRÊNCIA DE <i>SETUP</i>	35
FIGURA 2.3 - MODELO PLSP: PRODUÇÃO DE SEGUNDO ITEM NO MESMO PERÍODO..	37
FIGURA 3.1 - PLACA ELETRÔNICA COM COMPONENTES SMD E PTH	53
FIGURA 3.2 - COMPARAÇÃO ENTRE RESISTOR SMD E RESISTOR COMUM (PTH)	54
FIGURA 3.3 - A) MÁQUINA SMD. B) ROLOS DE COMPONENTES SMD	54
FIGURA 3.4 - MÁQUINA PTH	55
FIGURA 3.5 - COMPONENTES SMD E PTH	56
FIGURA 3.6 - ESQUEMA DO AMBIENTE DE PRODUÇÃO COM DOIS ESTÁGIOS: SMD/PTH	57
FIGURA 4.1 - REPRESENTAÇÃO DO INSTANTE DE TÉRMINO DO LOTE DE CADA ITEM NO ESTÁGIO I PARA UM PERÍODO t	73
FIGURA 4.2 - FLUXO DE PROCESSAMENTO NO AMBIENTE COM DOIS ESTÁGIOS E ESTOQUE INTERMEDIÁRIO.....	78
FIGURA 4.3 - SEQUENCIAMENTO NO 1º PERÍODO – ESTÁGIO I	84
FIGURA 4.4 - TÉRMINO DO PROCESSAMENTO - ESTÁGIO I - PERÍODO 1	86
FIGURA 4.5 - SEQUENCIAMENTO NO 1º PERÍODO – ESTÁGIO II.....	94
FIGURA 4.6 - SEQUENCIAMENTO NOS CINCO PERÍODOS DO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO	96
FIGURA 5.1 - REPRESENTAÇÃO DO AMBIENTE DE PRODUÇÃO COM MÚLTIPLOS ESTÁGIOS	99
FIGURA 5.2 - REPRESENTAÇÃO DE UM AMBIENTE DE PRODUÇÃO COM TRÊS ESTÁGIOS	110
FIGURA 5.3 - SEQUENCIAMENTO NO 3º PERÍODO – MODELO TRÊS ESTÁGIOS.....	123
FIGURA 6.1 - OCORRÊNCIA DE <i>SETUP</i> CONFORME ESTADO DE PREPARAÇÃO DAS MÁQUINAS	127

FIGURA 6.2 - SEQUENCIAMENTO NOS CINCO PERÍODOS DO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO	147
FIGURA 7.1 - ESTRATÉGIA RF-TF - SUBPROBLEMA INICIAL.....	153
FIGURA 7.2 - ESTRATÉGIA RF-TF - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO.....	154
FIGURA 7.3 - ESTRATÉGIA RF-TB - SUBPROBLEMA INICIAL	155
FIGURA 7.4 - ESTRATÉGIA RF_TB - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO.....	156
FIGURA 7.5 - ESTRATÉGIA RF-TEF1 - SUBPROBLEMA INICIAL	157
FIGURA 7.6 - ESTRATÉGIA RF-TEF1 - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO	157
FIGURA 7.7 - ESTRATÉGIA RF-TEF1 - ÚLTIMO SUBPROBLEMA A SER RESOLVIDO...	158
FIGURA 7.8 - ESTRATÉGIA RF-TEF2 - SUBPROBLEMA INICIAL	159
FIGURA 7.9 - ESTRATÉGIA RF-TEF2 - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO	160
FIGURA 7.10 - ESTRATÉGIA RF-TEF2 - ÚLTIMO SUBPROBLEMA A SER RESOLVIDO.	160
FIGURA 7.11 - ESTRATÉGIA RF-I - SUBPROBLEMA INICIAL	161
FIGURA 7.12 - ESTRATÉGIA RF-I - SUBPROBLEMA SUBSEQUENTE	162
FIGURA 7.13 - ESTRATÉGIA RF-TFO - SUBPROBLEMA INICIAL.....	163
FIGURA 7.14 - ESTRATÉGIA RF-TFO - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO.....	163
FIGURA 7.15 - REPRESENTAÇÃO GERAL DA HEURÍSTICA <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i>	165
FIGURA 7.16 - ESTRATÉGIA <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i> FO-TF	166
FIGURA 7.17 - ESTRATÉGIA <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i> FO-TB.....	167
GRÁFICO 8.1 - PERFIL DE DESEMPENHO PARA AS HEURÍSTICAS <i>RELAX-AND-FIX</i>	179
GRÁFICO 8.2 - PERFIL DE DESEMPENHO - TEMPO - <i>RELAX-AND-FIX</i>	181

LISTA DE QUADROS

QUADRO 4.1 - FLUXO DE PROCESSAMENTO DOS ITENS EM CADA PERÍODO – MODELO 2 ESTÁGIOS	97
QUADRO 5.1 - FLUXO DE PROCESSAMENTO DOS ITENS EM CADA PERÍODO – MODELO TRÊS ESTÁGIOS	124
QUADRO 6.1 - FLUXO DE PROCESSAMENTO DOS ITENS EM CADA PERÍODO.....	148
QUADRO 7.1 - VARIÁVEIS FIXADAS/RELAXADAS NAS PARTIÇÕES.....	152
QUADRO 8.1 - PARÂMETROS UTILIZADOS PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE TESTE	171

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - DESCRIÇÃO DOS ÍNDICES, PARÂMETROS E VARIÁVEIS DOS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO E/OU SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO.	30
TABELA 2.2 - ÍNDICES, PARÂMETROS E VARIÁVEIS DO MODELO GLSP-ST.....	38
TABELA 2.3 - DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS E PARÂMETROS DOS MODELOS MATEMÁTICOS CONSIDERANDO MÚLTIPLAS MÁQUINAS (GLSPPL) ...	40
TABELA 2.4 - DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS E PARÂMETROS DO MODELO GLSPPL	42
TABELA 2.5 - PARÂMETROS ADICIONAIS DO MODELO <i>MULTI-LEVEL</i> PLSP.....	45
TABELA 4.1 - ÍNDICES DO MODELO DOIS ESTÁGIOS COM ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS	62
TABELA 4.2 - PARÂMETROS DO MODELO DOIS ESTÁGIOS COM ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS	63
TABELA 4.3 - VARIÁVEIS DO MODELO DOIS ESTÁGIOS COM ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS	64
TABELA 4.4 - PARÂMETROS GERAIS APLICADOS AO MODELO 2 ESTÁGIOS	79
TABELA 4.5 - PARÂMETROS GERAIS EM DIFERENTES MÁQUINAS E ESTÁGIOS APLICADOS AO MODELO 2 ESTÁGIOS	79
TABELA 4.6 - PARÂMETROS POR ITEM APLICADOS AO MODELO DOIS ESTÁGIOS.....	80
TABELA 4.7 - CUSTO DE <i>SETUP</i> E TEMPO DE <i>SETUP</i> APLICADO AO MODELO DOIS ESTÁGIOS.....	80
TABELA 4.8 - PARÂMETROS PARA CADA ITEM EM DIFERENTES MÁQUINAS E ESTÁGIOS APLICADOS AO MODELO DOIS ESTÁGIOS.....	80
TABELA 4.9 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE ESTOQUE INTERMEDIÁRIO – MODELO DOIS ESTÁGIOS	81
TABELA 4.10 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE DEMANDA NÃO ATENDIDA NO ESTÁGIO II – MODELO DOIS ESTÁGIOS.....	81
TABELA 4.11 - DIMENSÕES DO PROBLEMA EXEMPLO APLICADO A DOIS ESTÁGIOS	82
TABELA 4.12 - QUANTIDADE PROCESSADA - ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO I – MÁQUINA 1	82

TABELA 4.13 - QUANTIDADE PROCESSADA - ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO I – MÁQUINA 2.....	83
TABELA 4.14 - INSTANTE DE TÉRMINO DE PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO I – MÁQUINA 1.....	83
TABELA 4.15 - INSTANTE DE TÉRMINO DE PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO I – MÁQUINA 2.....	83
TABELA 4.16 - INSTANTE DE TÉRMINO DE CADA LOTE DE ITENS EM CADA PERÍODO NO ESTÁGIO I.....	85
TABELA 4.17 - VARIÁVEL BINÁRIA QUE INDICA O PROCESSAMENTO DOS LOTES EM ALGUMA DAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO I – MODELO DOIS ESTÁGIOS .	87
TABELA 4.18 - INSTANTE DE TÉRMINO DE PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO I, ADICIONADO AO TEMPO EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO	88
TABELA 4.19 - QUANTIDADE EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO AO FINAL DE CADA PERÍODO.....	89
TABELA 4.20 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO DE CADA LOTE NO ESTÁGIO II - MÁQUINA 1.....	90
TABELA 4.21 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO DE CADA LOTE NO ESTÁGIO II - MÁQUINA 2.....	91
TABELA 4.22 - QUANTIDADE PROCESSADA - ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO II – MÁQUINA 1.....	91
TABELA 4.23 - QUANTIDADE PROCESSADA - ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO II – MÁQUINA 2.....	91
TABELA 4.24 - QUANTIDADE DE CADA ITEM COM DEMANDA NÃO ATENDIDA NO FINAL DE CADA PERÍODO NO ESTÁGIO II.....	92
TABELA 4.25 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO II – MÁQUINA 1.....	93
TABELA 4.26 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO II – MÁQUINA 2.....	93
TABELA 5.1 - ÍNDICES DO MODELO PARA MÚLTIPLOS ESTÁGIOS.....	100
TABELA 5.2 - PARÂMETROS DO MODELO PARA MÚLTIPLOS ESTÁGIOS.....	101
TABELA 5.3 – VARIÁVEIS DE DECISÃO DO MODELO PARA MÚLTIPLOS ESTÁGIOS .	102

TABELA 5.4 - PARÂMETROS GERAIS DO MODELO TRÊS ESTÁGIOS.....	111
TABELA 5.5 - PARÂMETROS GERAIS DO MODELO TRÊS ESTÁGIOS EM DIFERENTES MÁQUINAS.....	111
TABELA 5.6 - PARÂMETROS PARA OS ITENS EM DIFERENTES MÁQUINAS NOS TRÊS ESTÁGIOS.....	111
TABELA 5.7 - PARÂMETROS POR ITEM.....	112
TABELA 5.8 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA NOS ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS I E II, DE CADA ITEM NO FINAL DE CADA PERÍODO – MODELO TRÊS ESTÁGIOS.....	112
TABELA 5.9 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE DEMANDA NÃO ATENDIDA POR PERÍODO NO ÚLTIMO ESTÁGIO– MODELO TRÊS ESTÁGIOS	112
TABELA 5.10 - DIMENSÃO DO PROBLEMA EXEMPLO APLICADO A TRÊS ESTÁGIOS	113
TABELA 5.11 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO NAS DUAS MÁQUINAS - ESTÁGIO I.....	114
TABELA 5.12 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO I.....	114
TABELA 5.13 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO EM CADA PERÍODO DO ESTÁGIO I.....	115
TABELA 5.14 - VARIÁVEL BINÁRIA QUE INDICA PROCESSAMENTO DOS LOTES EM ALGUMA DAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO I – MODELO TRÊS ESTÁGIOS	115
TABELA 5.15 - INSTANTE DE TÉRMINO NO ESTÁGIO I, SOMADO AO TEMPO MÍNIMO DE PERMANÊNCIA NO ESTOQUE INTERMEDIÁRIO I.....	116
TABELA 5.16 - QUANTIDADE EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO I, NO FINAL DE CADA PERÍODO.....	116
TABELA 5.17 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO EM CADA MÁQUINA DO ESTÁGIO II	117
TABELA 5.18 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO NAS TRÊS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II	118
TABELA 5.19 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NAS TRÊS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II.....	118

TABELA 5.20 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO EM CADA PERÍODO NO ESTÁGIO II	119
TABELA 5.21 - VARIÁVEL BINÁRIA QUE INDICA PROCESSAMENTO DOS LOTES EM MÁQUINAS DO ESTÁGIO II – MODELO TRÊS ESTÁGIOS.....	119
TABELA 5.22 - INSTANTE DE TÉRMINO DE PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO II, ADICIONADO AO TEMPO MÍNIMO DE PERMANÊNCIA DO LOTE NO ESTOQUE INTERMEDIÁRIO II	120
TABELA 5.23 - QUANTIDADE EXISTENTE NO FINAL DE CADA PERÍODO NO ESTOQUE INTERMEDIÁRIO II.....	120
TABELA 5.24 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO III	121
TABELA 5.25 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO III	122
TABELA 5.26 - DEMANDA NÃO ATENDIDA NO FINAL DE CADA PERÍODO, NO ESTÁGIO III	122
TABELA 5.27 - INSTANTES DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO III	123
TABELA 6.1 - DEMANDA - ITEM POR PERÍODO	137
TABELA 6.2 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE ESTOQUE INTERMEDIÁRIO ..	138
TABELA 6.3 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE DEMANDA NÃO ATENDIDA NO ESTÁGIO II	138
TABELA 6.4 - CUSTOS E TEMPOS DE <i>SETUP</i> NÃO DEPENDENTES DA SEQUÊNCIA....	138
TABELA 6.5 - DIMENSÃO DO PROBLEMA EXEMPLO APLICADO A DOIS ESTÁGIOS..	139
TABELA 6.6 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO – ESTÁGIO I.....	140
TABELA 6.7 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO EM CADA MÁQUINA DO ESTÁGIO I.....	141
TABELA 6.8 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO DE CADA LOTE NO ESTÁGIO I.....	141
TABELA 6.9 - VARIÁVEL BINÁRIA QUE INDICA PROCESSAMENTO EM ALGUMA DAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO I	142

TABELA 6.10 - INSTANTE DE TÉRMINO NO ESTÁGIO I, SOMADO AO TEMPO MÍNIMO DE PERMANÊNCIA NO ESTOQUE INTERMEDIÁRIO	142
TABELA 6.11 - QUANTIDADE EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO I NO FINAL DE CADA PERÍODO.....	143
TABELA 6.12 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II	143
TABELA 6.13 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II	144
TABELA 6.14 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO EM CADA MÁQUINA DO ESTÁGIO II.....	144
TABELA 6.15 - DEMANDA NÃO ATENDIDA NO FINAL DE CADA PERÍODO, NO ESTÁGIO II	146
TABELA 8.1 - NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS DE TESTE GERADAS	172
TABELA 8.2 - <i>GAPS</i> OBTIDOS NOS TESTES INICIAIS.....	174
TABELA 8.3 - <i>GAPS</i> OBTIDOS NOS TESTES INICIAIS COM A HEURÍSTICA <i>RELAX AND FIX</i>	175
TABELA 8.4 - TEMPO COMPUTACIONAL - HEURÍSTICA <i>RELAX-AND-FIX</i>	176
TABELA 8.5 - <i>GAPS</i> OBTIDOS APÓS HEURÍSTICAS <i>RELAX-AND-FIX</i> E <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i>	177
TABELA 8.6 - RAZÃO DE DESEMPENHO OBTIDO PARA AS ESTRATÉGIAS <i>RELAX-AND-FIX</i>	178
TABELA 8.7 - RAZÃO DE DESEMPENHO REFERENTE AO TEMPO PARA RESOLUÇÃO DAS HEURÍSTICAS <i>RELAX-AND-FIX</i>	180
TABELA 8.8 - RAZÃO DE DESEMPENHO OBTIDO DAS HEURÍSTICAS <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i>	182

LISTA DE SIGLAS

SMT	<i>Surface Mounting Technology</i> (Tecnologia de Montagem em Superfície)
SMD	<i>Surface Mounting Devices</i> (Dispositivo de Montagem em Superfície)
PTH	<i>Pin Through Hole</i> (Inserção de Pino em Orifício)
PCP	Planejamento e Controle da Produção
EOQ	<i>Economic Order Quantity</i> (Quantidade Econômica)
MIP	<i>Mixed Integer Problem</i> (Problema Inteiro Misto)
ELSP	<i>Economic Lot Scheduling Problem</i> (Problema de Dimensionamento de Lote Econômico)
CLSP	<i>Capacitated Lot-Sizing Problem</i> (Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado)
DLSP	<i>Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem</i> (Problema Discreto de Dimensionamento e Programação de Lotes)
CSLP	<i>Continuous Setup Lot Sizing Problem</i> (Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Contínuo)
PLSP	<i>Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem</i> (Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Compartilhado)
GLSP	<i>General Lot Sizing and Scheduling Problem</i> (Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado)
GLSPPL	<i>General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines</i> (Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado para linhas de Produção Paralelas)
GLSPMS	<i>General Lot-Sizing and Scheduling Problem for Multiple production Stages</i> (Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado para Múltiplos Estágios Produtivos)
RF-TF	Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo (<i>forward</i>)
RF-TB	Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo (<i>backward</i>)
RF-TEF1	Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo e estágio (<i>forward</i>) tipo 1
RF-TEB1	Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo e estágio (<i>backward</i>) tipo 1
RF-TEF2	Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo e estágio (<i>forward</i>) tipo 2

- RF-TEB2 Estrat3gia *relax-and-fix* baseada em tempo e est3gio (*backward*) tipo 2
- RF-I Estrat3gia *relax-and-fix* baseada na demanda dos itens
- FO Estrat3gia *fix-and-optimize*
- FO-TF Estrat3gia *fix-and-optimize* baseada em tempo (*forward*)
- FO-TB Estrat3gia *fix-and-optimize* baseada em tempo (*backward*)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	21
1.1 OBJETIVOS	23
1.1.1 Objetivo Geral	23
1.1.2 Objetivos Específicos	23
1.2 JUSTIFICATIVA.....	24
1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	25
1.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	26
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO	27
2 REVISÃO DE LITERATURA	28
2.1 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO	28
2.2 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO MULTIESTÁGIO.....	44
2.3 ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO	49
3 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA.....	52
3.1 PROCESSO DE FABRICAÇÃO DE PLACAS ELETRÔNICAS	52
3.2 DESCRIÇÃO DE UM AMBIENTE DE PRODUÇÃO	57
4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA DOIS ESTÁGIOS PRODUTIVOS E ESTOQUE INTERMEDIÁRIO.....	60
4.1 MODELO MATEMÁTICO DOIS ESTÁGIOS COM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO	62
4.1.1 Função objetivo	67
4.1.2 Conjuntos de restrições comuns aos estágios produtivos I e II	68
4.1.3 Estoques intermediários, demanda e sincronia entre estágios produtivos.....	72
4.1.4 Restrições indicadoras do domínio das variáveis	78
4.2 FUNCIONAMENTO DO MODELO DOIS ESTÁGIOS - RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE PEQUENO PORTE.....	79
4.2.1 Processamento no Estágio I.....	82
4.2.2 Estoque intermediário.....	86
4.2.3 Processamento no Estágio II.....	89

5 MODELO MATEMÁTICO PARA MÚLTIPLOS ESTÁGIOS	99
5.1 MODELO MATEMÁTICO COM MÚLTIPLOS ESTÁGIOS	100
5.1.1 Função objetivo	105
5.1.2 Conjuntos de restrições comuns a todos os estágios produtivos	106
5.1.3 Estoques intermediários, demanda e sincronia entre estágios produtivos.....	106
5.2 MODELO MULTIESTÁGIO APLICADO A UM PROBLEMA TESTE COM TRÊS ESTÁGIOS	109
5.2.1 Processamento no estágio I - Modelo três estágios	113
5.2.2 Estoque intermediário I - Modelo três estágios	115
5.2.3 Processamento no estágio II - Modelo três estágios.....	117
5.2.4 Estoque intermediário II - Modelo três estágios.....	119
5.2.5 Processamento no estágio III - Modelo três estágios	121
6 FORMULAÇÕES DECORRENTES DO MODELO MULTIESTÁGIO.....	126
6.1 MODELO MULTIESTÁGIO SEM PRESERVAÇÃO DO ESTADO DE PREPARAÇÃO E COM <i>SETUP</i> DEPENDENTE DA SEQUÊNCIA.....	126
6.2 MODELO MULTIESTÁGIO SEM PRESERVAÇÃO DO ESTADO DE PREPARAÇÃO E <i>SETUP</i> NÃO DEPENDENTE DA SEQUÊNCIA	132
6.3 RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE PEQUENO PORTE – MODELO SEM PRESERVAÇÃO DA PREPARAÇÃO E <i>SETUP</i> NÃO DEPENDENTE DA SEQUÊNCIA	137
6.3.1 Processamento no Estágio I.....	139
6.3.2 Estoque intermediário.....	141
6.3.3 Processamento no estágio II	143
6.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE OCIOSIDADE DAS MÁQUINAS	149
7 DEFINIÇÃO DAS HEURÍSTICAS.....	152
7.1 ESTRATÉGIAS <i>RELAX-AND-FIX</i>	152
7.1.1 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo (<i>forward</i>) – RF-TF	153
7.1.2 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo (<i>backward</i>) – RF-TB	154
7.1.3 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo e estágio (<i>forward</i>) tipo 1 (RF-TEF1).....	156
7.1.4 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo e estágio (<i>backward</i>) tipo 1 – RF-TEB1	158
7.1.5 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo e estágio (<i>forward</i>) tipo 2 (RF-TEF2).....	159
7.1.6 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo e estágio (<i>backward</i>) tipo 2 – RF-TEB2	161

7.1.7 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada na demanda dos itens – RF-I.....	161
7.1.8 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo <i>forward</i> com <i>overlapping</i> - RF-TFO.....	162
7.1.9 Estratégia <i>relax-and-fix</i> baseada em tempo <i>backward</i> com <i>overlapping</i> - RF-TBO	164
7.2 ESTRATÉGIAS <i>FIX-AND-OPTIMIZE</i>	164
7.2.1 Estratégia <i>fix-and-optimize</i> baseada em tempo (<i>forward</i>) – FO-TF	166
7.2.2 Estratégia <i>fix-and-optimize</i> baseada em tempo (<i>backward</i>) – FO-TB	167
8 TESTES COMPUTACIONAIS.....	168
8.1 GERAÇÃO DE INSTÂNCIAS DE TESTE	168
8.2 TESTES INICIAIS	174
8.3 TESTES COMPUTACIONAIS PARA TODAS AS INSTÂNCIAS	175
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	184
REFERÊNCIAS.....	186
APÊNDICES.....	193

1 INTRODUÇÃO

Um importante desafio presente nas indústrias consiste em planejar o ambiente de produção, buscando atender às demandas previstas por meio da utilização de recursos muitas vezes escassos.

Considerando a produção de itens em ambientes industriais, nota-se a necessidade de estabelecer o Planejamento e Controle da Produção – PCP, de modo a definir as quantidades a serem produzidas, quais máquinas ou linhas de produção deverão ser utilizadas e em que momento cada item deve ser fabricado (TUBINO, 2000).

À medida que a dimensão dos parâmetros decisórios aumenta, havendo desta forma quantidades elevadas de itens a serem produzidos, de máquinas em operação, de estágios de produção, entre outros, as decisões operacionais se tornam complexas de serem gerenciadas (SLACK *et al.*, 2002). Nestes casos, poderia se perguntar, por exemplo, se haveria uma maneira melhor de combinar os processos produtivos de forma a atender às demandas previstas para um determinado período de tempo, dentro das limitações impostas pelos recursos disponíveis, de modo a minimizar os custos produtivos.

Diversos estudos têm sido realizados nas últimas décadas no sentido de propor modelos matemáticos voltados a auxiliar nas decisões envolvendo o PCP. Alguns dos modelos propostos tratam do dimensionamento de lotes, outros do sequenciamento da produção e outros ainda englobam ao mesmo tempo dimensionamento e sequenciamento (FERREIRA, 2006).

Nos problemas voltados ao dimensionamento de lotes (KARIMI *et al.*, 2003), a preocupação principal é determinar o tamanho do lote de cada tipo de item que deve ser produzido em cada período de tempo, buscando reduzir custos com produção e armazenamento, atender às demandas e obedecer as limitações de capacidade inerentes ao processo de produção e estocagem. Já os problemas voltados ao sequenciamento de produção (PINEDO, 1995), de modo geral, têm por finalidade estabelecer a ordem produtiva, permitindo assim saber em qual momento cada item deve ser produzido de forma a minimizar custos operacionais, procurando atender aos prazos de entrega previamente estabelecidos.

Em alguns tipos de linhas de produção industriais, modelos integrados de dimensionamento e sequenciamento da produção (DREXL e KIMMS, 1997) podem ser mais realistas, pois possibilitam como resultado saber em qual momento e em que quantidade se deve produzir, dentro das limitações técnicas do problema. Dependendo da categoria de produtos que se deseja fabricar, considerando especificidades do processo produtivo a que estes são submetidos, surge a necessidade de se propor novos modelos ou alterar os modelos já existentes, de forma a atender aos objetivos desejados, o que geralmente implica no grande número de variáveis e restrições, gerando complexos modelos matemáticos.

A recente expansão da capacidade de processamento computacional se tornou impulsionadora da implantação de modelos matemáticos mais detalhados, representando de forma realística o ambiente produtivo. Porém, quando se refere à obtenção de soluções, devido a complexidade dos modelos, o esforço computacional se torna grande, principalmente quando o modelo a ser resolvido possui dentre as variáveis consideradas parte destas inteiras ou binárias, sendo em alguns casos impossível de se obter uma solução ótima por um método exato ou mesmo uma solução factível (FLEISCHMANN e MEYR, 1997; KARIMI-NASAB e SEYEDHOSEINI, 2013).

Alguns autores propõem estratégias de resolução que geram boas soluções (não necessariamente a solução ótima), em tempo computacional aceitável. Essas estratégias são denominadas de Heurísticas de Resolução e têm sido utilizadas como ferramenta para resolver problemas de grande porte. Karimi-Nasab e Seyedhoseini (2013) apresentaram uma revisão de literatura abordando métodos heurísticos utilizados até então, enfatizando seu potencial na resolução desta classe de problemas.

Partindo-se dos modelos já existentes na literatura, bem como das estratégias de resolução adotadas recentemente, neste trabalho foram propostas formulações envolvendo um problema de programação e sequenciamento de produção com dois estágios produtivos com necessidade de se manter estoques intermediários entre esses estágios. A estruturação do modelo foi motivada conforme estudos em um caso prático de uma indústria produtora de placas eletrônicas, com objetivo de otimizar o processo de fabricação no que se refere a custos de produção e armazenamento, procurando atender às demandas previstas nos prazos estipulados.

A partir da aplicação motivada pelo caso prático envolvendo dois estágios produtivos, foram propostas formulações para generalizar o modelo, abrangendo assim múltiplos estágios com existência também de múltiplos estoques intermediários dispostos entre estágios subsequentes, contribuindo assim para aplicações em diferentes cenários industriais.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Inspirado em um ambiente industrial composto por dois estágios produtivos contendo máquinas paralelas e fundamentado em modelos matemáticos divulgados na literatura atual, tem-se como objetivo geral desta pesquisa estruturar um modelo matemático voltado à programação e sequenciamento de lotes em estágios produtivos compostos por máquinas paralelas, com existência de estoques intermediários com tempo mínimo de permanência dos lotes e capacidade de armazenamento limitada.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) modelar um problema de programação da produção envolvendo dois estágios produtivos, com existência de estoques intermediários entre estes estágios com tempo mínimo de permanência dos lotes;
- b) generalizar as formulações do modelo dois estágios, de forma a atender a múltiplos estágios produtivos, compostos por máquinas paralelas distintas e com estoques intermediários com tempo mínimo de permanência dos lotes entre cada estágio;

- c) testar os modelos para pequenos exemplos envolvendo diferentes quantidades de estágios produtivos, buscando mostrar detalhadamente a sistemática de funcionamento das formulações propostas;
- d) realizar testes para resolução de instâncias, por meio de estratégias já conhecidas na literatura, baseadas na decomposição do problema.

1.2 JUSTIFICATIVA

Uma das premissas nos ambientes industriais é a constante busca pela redução nos custos operacionais que envolvem o processo de produção, o que implica na melhor utilização dos recursos, os quais muitas vezes são limitados.

Vista a necessidade de atender às demandas previamente estabelecidas, nota-se que não é viável diminuir o consumo dos recursos por meio da redução na quantidade a ser produzida, pois o uso dessa medida faria com que se deixasse de atender demandas preestabelecidas, acarretando conseqüentemente na redução da lucratividade. Resta, assim, partir para o arranjo mais adequado no processo de produção, procurando fabricar as quantidades previstas por meio de uma eficaz utilização dos recursos disponíveis.

Na maioria das vezes é complexa a gestão desse tipo de processo produtivo devido ao número elevado de possíveis seqüências em que os lotes podem ser produzidos, dos tamanhos dos lotes, das máquinas em que serão processados, do momento em que serão produzidos, entre outros fatores. Sendo assim, o desenvolvimento de modelos matemáticos para auxiliar no processo de produção pode se tornar uma importante ferramenta de gestão.

Neste trabalho inicialmente foram propostas formulações matemáticas voltadas à implementação de um modelo de otimização da produção em um caso prático, envolvendo uma indústria de placas eletrônicas, possibilitando ainda que a formulação desse modelo, por suas características gerais, pudesse ser aplicada em ambientes industriais semelhantes.

A formulação inicial aplicada ao ambiente industrial envolveu dois estágios produtivos interligados por um estoque intermediário. O fato de que em muitos ambientes industriais podem ocorrer processos produtivos em etapas (estágios) motivou a proposição de um modelo que pudesse ser aplicado a múltiplos estágios, contendo múltiplos estoques intermediários, cada um situado entre dois estágios subsequentes e com tempo mínimo de permanência dos lotes.

Sendo assim, esse trabalho apresenta importantes estudos referentes a modelos matemáticos de programação da produção multi-estágio, possibilitando tanto a implementação nas indústrias, bem como servindo de apoio para novas pesquisas e aprimoramentos.

1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Uma das contribuições científicas apresentadas nesta tese são as formulações propostas para o problema de programação e sequenciamento da produção envolvendo máquinas paralelas distintas e dois estágios produtivos, com existência de um estoque intermediário onde alguns lotes necessitam permanecer por um tempo mínimo, vindo a atender a necessidades identificadas em um caso prático na indústria.

Outra importante contribuição deste trabalho é a generalização das formulações do problema com dois estágios para atender a múltiplos estágios produtivos, o que possibilita a implementação em um grande número de situações práticas na indústria. Por exemplo, no caso de não haver necessidade de determinado lote permanecer por um tempo mínimo aguardando no estoque intermediário, os parâmetros referentes a esse controle do tempo podem ser definidos como iguais a zero, e o modelo pode ser aplicado sem necessitar de adaptações.

Duas variações na formulação do modelo multiestágio proposto também são apresentadas como contribuição, as quais consideram a perda do estado de preparação das máquinas entre subperíodos subsequentes. Numa destas variações o *setup* é considerado como sendo dependente da sequência em que os itens são produzidos e em outra, não dependente.

Uma importante característica encontrada no problema tratado nesta tese é que nem sempre determinados itens podem ser processados no início do período produtivo, pois estes

dependem muitas vezes da liberação por parte de estágios antecedentes, bem como dos estoques intermediários.

Várias funcionalidades do modelo multiestágio serão apresentadas no decorrer deste trabalho, com alguns problemas-teste resolvidos, de modo a facilitar o entendimento por parte do leitor.

Uma das grandes preocupações nas formulações propostas para o modelo multiestágio está no fato de procurar contribuir para a generalização do problema, possibilitando que este possa ser implementado em variados casos na indústria. Alguns exemplos de aplicações em ambientes de produção que consideram diferentes estágios produtivos e necessitam de um tempo de espera entre estes estágios são os setores que envolvem pintura, onde é necessário aguardar a secagem das peças produzidas antes de serem submetidas a um próximo estágio produtivo, além de outras aplicações como, por exemplo, na indústria química e alimentícia.

1.4 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

Uma limitação técnica dos modelos matemáticos considerados neste trabalho é de que estes foram baseados na ideia de que um mesmo item percorre vários estágios produtivos, onde são agregados componentes, de modo que não fizeram parte dessa pesquisa abordagens que considerem que a produção de um item em determinado estágio produtivo dependa da produção de vários itens em estágios anteriores, que sirvam de componentes de fabricação.

Outra limitação do trabalho está relacionada com a utilização do modelo dois estágios proposto. Os dados completos não foram disponibilizados pela empresa fabricante de placas eletrônicas, de forma que para a realização dos testes computacionais foram utilizados somente limites inferiores e superiores fornecidos pela empresa, dentro dos quais os parâmetros costumam variar. Sendo assim, para realização dos testes, os dados foram gerados aleatoriamente dentro desses limites, o que permite testes sobre o funcionamento do modelo e das heurísticas de resolução, porém, não possibilita a comparação com os resultados da empresa sem a utilização de modelos de otimização.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em 10 capítulos.

No Capítulo 1 é apresentada a introdução, objetivos e justificativa.

No Capítulo 2 são abordados os principais modelos de programação e sequenciamento de produção sugeridos na literatura, bem como métodos de resolução utilizados.

O Capítulo 3 descreve como ocorre o processo de fabricação de placas eletrônicas apresentando o ambiente de produção e a situação problema que motivou o trabalho.

No Capítulo 4 é apresentado o modelo matemático para abordagem do problema com dois estágios, baseado no processo de fabricação de placas eletrônicas.

O Capítulo 5 apresenta a generalização do modelo matemático dois estágios, de modo a atender a múltiplos estágios compostos por máquinas paralelas e estoques intermediários.

O Capítulo 6 apresenta formulações decorrentes do modelo multiestágio proposto no Capítulo 5.

O Capítulo 7 apresenta a definição das heurísticas a serem utilizadas na resolução de instâncias de teste.

O Capítulo 8 aborda experimentos computacionais.

No Capítulo 9 são descritas considerações finais e sugestões para trabalhos futuros e no Capítulo 10 são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas na pesquisa.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Nos últimos anos, diversos trabalhos têm abordado questões referentes ao planejamento e controle da produção. Saber o quê, quando e onde se deve produzir são premissas investigadas no decorrer das últimas décadas, para as quais diversos modelos matemáticos vêm sendo desenvolvidos. Modelos que tratam do sequenciamento de tarefas, de dimensionamento de lotes ou de ambos são estudados desde meados do século XX (HARRIS, 1913). Com o desenvolvimento dos sistemas computacionais durante as últimas décadas, tornou-se possível aprimorar os modelos, de modo a ampliar o número de parâmetros, variáveis e restrições, buscando representar de forma mais realista os ambientes produtivos, o que levou os pesquisadores também a buscar o desenvolvimento de estratégias para resolvê-los.

Nas próximas seções é apresentada uma breve revisão de literatura dos modelos de programação e sequenciamento de produção publicada ao longo dos últimos anos, onde é possível perceber a evolução dos modelos, os quais têm cada vez mais por objetivo comum representar o real funcionamento do ambiente de produção para atender às necessidades das indústrias.

2.1 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO

A crescente competitividade industrial faz com que seja necessário para as empresas desenvolver estratégias que busquem a redução dos custos de produção, sendo que muitas vezes esse custo pode ser reduzido apenas por um arranjo produtivo mais apropriado (SLACK *et al.*, 2002). Nesta seção são apresentados modelos que tratam do dimensionamento ou do sequenciamento de lotes, ou ainda de ambos de forma integrada, os quais foram utilizados como fundamento para as pesquisas desenvolvidas.

Um trabalho pioneiro nos estudos desta temática é o modelo *Economic Order Quantity* (EOQ) proposto por Harris (1913). Este modelo trata de determinar tamanhos de lotes com

objetivo de minimizar custos de produção de um único item, levando em consideração custos de estocagem e custos de preparação de máquina também denominados custos de *setup*, sem considerar restrições de capacidade. Embora o EOQ seja um modelo precursor, por simplificar a problemática, não abrange a situação real de modo a ser aplicado em ambientes industriais.

Novas formulações no sentido de incluir características para tornar os modelos mais gerais e realistas surgiram baseadas no EOQ. Desta forma, buscando uma melhor abrangência, foi proposto então por Manne (1958), o modelo *Economic Lot Sizing Problem* (ELS) o qual considerava a produção de apenas um item com capacidade de produção ilimitada, tratando de demanda variável no decorrer do tempo e horizonte de planejamento discreto e finito.

Conforme Pizzolato e Guerrero (1999), atendendo a “necessidade de se definir padrões cíclicos de produção de vários produtos numa mesma máquina”, surgiu o modelo *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP) o qual considera múltiplos itens com restrição de capacidade de produção, porém com horizonte de planejamento infinito e tempo contínuo. Uma revisão de literatura sobre este modelo é encontrada em Deboth *et al.* (1984) e Bahl *et al.* (1987). Alguns trabalhos publicados na literatura apresentaram metodologias para solução exata deste problema, como por exemplo Aggarwal e Park (1993), Federgruen e Tzur (1991) e Wagelmans *et al.* (1992), enquanto outros propõem a resolução por métodos heurísticos, como Dobson (1987), Zipkin (1991) e Gallego e Joneja (1994).

Com o passar dos anos, os modelos aplicados à programação da produção evoluíram quanto às suas formulações, visando o objetivo comum de melhor representar a aplicação prática no processo de planejamento da produção. Foi proposto então o modelo CLSP - Problema de Dimensionamento de Lotes Capacitado (*Capacitated Lot-Sizing Problem*) (TRIGEIRO *et al.*, 1989).

O CLSP caracteriza-se por permitir a partição do horizonte de planejamento em períodos de tamanho suficiente, de forma a possibilitar a produção de múltiplos itens em um mesmo período, onde estes competem pelo mesmo recurso. Devido a essa característica, esse tipo de problema é classificado como *big bucket* (DREXL e KIMMS, 1997).

A seguir são apresentados alguns importantes modelos matemáticos, os quais utilizam o conjunto de índices, parâmetros e variáveis apresentados na tabela 2.1.

TABELA 2.1 - DESCRIÇÃO DOS ÍNDICES, PARÂMETROS E VARIÁVEIS DOS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO E/OU SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO.

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
Índices	$i, j = 1, \dots, N$ item
	$t = 1, \dots, T$ período
Parâmetros	N número de itens
	T número de períodos do horizonte de planejamento
	cs_i custo de preparação de máquina (custo de <i>setup</i>) para produção do item i
	st_i tempo de preparação de máquina (tempo de <i>setup</i>) para produzir uma unidade do item i
	p_i custo de produção de uma unidade do item i
	tp_i tempo necessário para produzir uma unidade do item i
	I_{i0} estoque inicial do item i
	h_i custo unitário de estoque por período, do item i
	d_{it} demanda do item i no período t
	C_t capacidade de produção (tempo) de máquina no período t
	x_{i0} indica que a máquina está configurada para a produção do item i no primeiro período do horizonte de planejamento ($x_{i0} = 1$), caso contrário ($x_{i0} = 0$)
M número suficientemente grande	
Variáveis	q_{it} quantidade produzida do item i no período t
	I_{it} estoque do item i no final do período t
	x_{it} indica que a máquina está configurada para a produção do item i no período t ($x_{it} = 1$), caso contrário ($x_{it} = 0$)
	y_{it} indica ocorrência de <i>setup</i> para a produção do item i no período t ($y_{it} = 1$), caso contrário ($y_{it} = 0$)

FONTE: O Autor (2015)

Segundo Ferreira (2006), uma variação da restrição de capacidade ocorre quando os tempos de *setup* também são contabilizados. Sendo assim, por ser mais abrangente, é apresentado o modelo CLSP com tempo de *setup* (*Capacitated Lot-Sizing Problem with Setup Times Problem*) conforme Trigeiro *et al.* (1989) e Miller *et al.* (2003).

Modelo CLSP (Trigeiro *et al.*, 1989):

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_i I_{it} + p_i q_{it} + c_{s_i} y_{it}) \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + q_{it} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^N t p_i q_{it} + \sum_{i=1}^N s t_i y_{it} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.3)$$

$$q_{it} \leq M \cdot y_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.4)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.5)$$

$$I_{it}, q_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.6)$$

A função objetivo (2.1) minimiza custos totais de estoque, produção e *setup*. O conjunto de restrições (2.2) representa o balanceamento entre estoques, quantidades produzidas e demandas. O conjunto de restrições (2.3) garante que a soma dos tempos de produção com os tempos de *setup* de todos os itens produzidos em qualquer período t seja menor ou igual à capacidade desse mesmo período t . O conjunto de restrições (2.4) garante que se não houver *setup* da máquina, não haverá produção do item i no período t . As restrições (2.5) e (2.6) representam o domínio das variáveis.

Segundo Maes *et al.* (1991), o CLSP é considerado um problema de complexidade NP-difícil, sendo assim, à medida que o número de variáveis aumenta linearmente, o tempo computacional para resolução possui aumento exponencial e assim a possibilidade de encontrar uma solução ótima por um método exato vai reduzindo. Alguns trabalhos que abordam o CLSP são encontrados na literatura recente. Toledo e Armentano (2006), utilizaram a relaxação Lagrangeana em um modelo envolvendo máquinas paralelas. Helber e Sahling (2010), utilizaram a heurística *Fix-and-Optimize* aplicada para a resolução de um modelo CLSP multinível. Lang e Shen (2011), utilizaram em conjunto as heurísticas *Relax-and-Fix* e *Fix-and-Optimize* aplicadas a um modelo abordando *setup* dependente da sequência. Almeder *et al.* (2015), consideraram o CLSP multinível, abordando o tempo de processamento das tarefas (*lead time*). Chen (2015) utilizou em conjunto o *Fix-and-Optimize* e *Variable Neighborhood Search* (VNS) aplicado a um

modelo multinível. Xiao *et al.* (2015) utilizaram o *Simulated Annealing* aplicado a um modelo CLSP com máquinas paralelas e *setup* dependente da sequência. Visto o fato de que no CLSP é permitida a produção de vários itens em um mesmo período, este é um modelo que possibilita saber quais as quantidades a serem produzidas, ou seja, o dimensionamento dos lotes, mas não necessariamente a ordem em que as tarefas devem ser realizadas.

Com o intuito de estabelecer um modelo que permitisse realizar o dimensionamento e sequenciamento de lotes de modo integrado, Fleischmann (1990) apresentou o modelo DLSP - Problema Discreto de Dimensionamento e Programação de Lotes (*Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem*). A ideia principal do DLSP é a de considerar períodos pequenos (turnos, horas, minutos, por exemplo) e permitir que apenas um item seja produzido por período, possibilitando assim saber o quanto será produzido e em que ordem cronológica.

No DLSP a produção se dá na forma "tudo ou nada", ou seja, quando um item é produzido em um determinado período, sua produção utiliza toda a capacidade produtiva do respectivo período. Devido a essa característica de se permitir a produção de apenas um item dentro de um período, o DLSP é chamado de *Small Bucket* (EPPEN e MARTIN, 1987 *apud* DREXL e KIMMS, 1997). O modelo DLSP é apresentado a seguir:

Modelo DLSP:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (cs_i y_{it} + h_i I_{it}) \quad (2.7)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + q_{it} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.8)$$

$$tp_i q_{it} = C_t x_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.9)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{it} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (2.10)$$

$$y_{it} \geq x_{it} - x_{i(t-1)} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.11)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.12)$$

$$I_{it}, q_{it}, y_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.13)$$

A função objetivo (2.7) minimiza custos de *setup* e estoques. O conjunto de restrições (2.8) é responsável pelo balanceamento de estoques. O conjunto de restrições (2.9) indica que quando um item é produzido dentro de um período, este utiliza toda a capacidade produtiva (tudo ou nada). O conjunto de restrições (2.10) afirma que a máquina pode estar configurada para no máximo 1 item por período. O conjunto de restrições (2.11) indica o início de um novo lote, o que gera custo de *setup*, e o conjunto de restrições (2.12) e (2.13) representam o domínio das variáveis. Observa-se que a variável y_{it} é obtida de uma combinação de variáveis binárias, conforme o conjunto de restrições (2.11), portanto não há necessidade de defini-la como binária.

Por considerar rigorosa a abordagem do DLSP (devido à suposição tudo ou nada), uma relaxação no conjunto de restrições ‘tudo ou nada’ permite que para o cumprimento da demanda seja possível utilizar parte da capacidade do período, o que torna a formulação no modelo CSLP - Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Contínuo (*Continuous Setup Lot Sizing Problem*) (DREXL e KIMMS, 1997). Os índices, variáveis de decisão, parâmetros, e a premissa de que somente um item pode ser produzido por período, permanecem iguais ao modelo DLSP.

Modelo CSLP:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (cs_i y_{it} + h_i I_{it}) \quad (2.14)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + q_{it} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.15)$$

$$tp_i q_{it} \leq C_t x_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.16)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{it} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (2.17)$$

$$y_{it} \geq x_{it} - x_{i(t-1)} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.18)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.19)$$

$$I_{it}, q_{it}, y_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.20)$$

Quando comparado ao DLSP, o CSLP apresenta uma diferença aparentemente pouco significativa, pois estes modelos diferem entre si apenas se comparadas respectivamente as

restrições (2.9) e (2.16). Porém, esse diferencial permite que dada a produção de um item i , seguida de um período de ociosidade da máquina e seguida ainda da produção deste mesmo item novamente, não seja contabilizado um novo custo de *setup*. Para tornar mais claro esse diferencial entre o DLSP e o CSLP, foram elaboradas 2 ilustrações (Figura 2.1 e 2.2).

Observa-se no modelo DLSP conforme ilustrado na Figura 2.1, que caso ocorra a produção do item i no período $t - 1$, e em seguida, pelo menos em um período t , haja ociosidade de máquina de modo que não ocorra a produção de nenhum tipo de item (consequentemente $q_{it} = 0$), o sinal de igualdade presente no conjunto de restrições (2.9), força a ocorrência no período t , de $x_{it} = 0$ (considerando $C_t > 0$). Considerando ainda que o mesmo item i , seja produzido no período $t + 1$, logo, por meio do conjunto de restrições (2.11), há ocorrência de novo *setup*, ocasionando assim 2 *setups* para o mesmo item, que não condiz com uma situação real, pois já que a máquina foi preparada para o item i no início do período $t - 1$, esta continua preparada para a produção do item i , a menos que haja mudança para um item j .

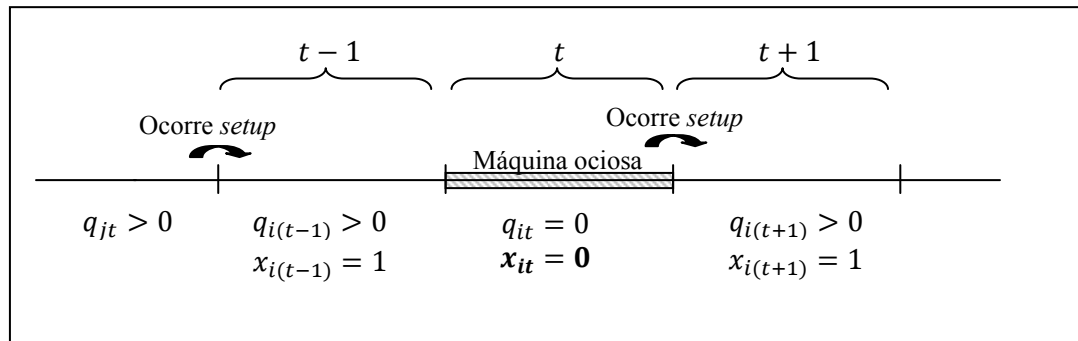


FIGURA 2.1 - MODELO DLSP: OCIOSIDADE DA MÁQUINA E DUAS OCORRÊNCIAS DE *SETUP*

FONTE: O Autor (2015)

A formulação proposta no conjunto de restrições (2.16) do modelo CSLP permite que, mesmo havendo ociosidade de máquina em pelo menos um período t (após a produção do item i no período $t - 1$), de modo que não ocorra no período t a produção de nenhum tipo de item (consequentemente $q_{it} = 0$), possa-se manter o estado de preparação da máquina ($x_{it} = 1$), possibilitando a produção do mesmo tipo de item i no período $t + 1$, evitando assim a ocorrência nesse caso, de 2 *setups*, conforme ilustrado na Figura 2.2.

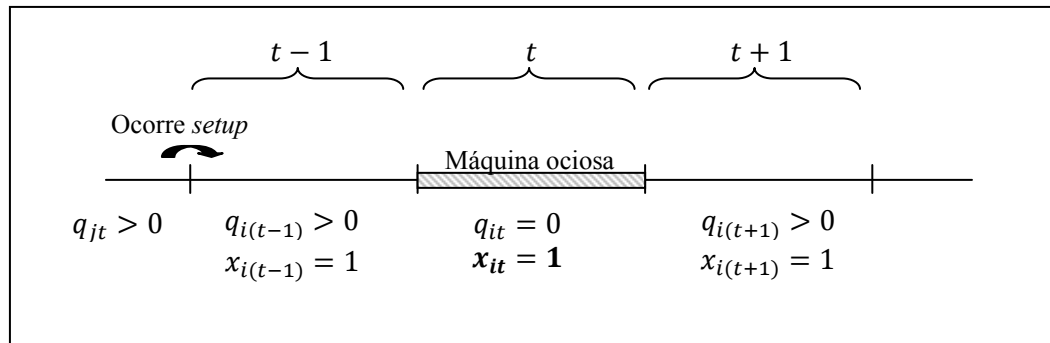


FIGURA 2.2 - MODELO CSLP: OCIOSIDADE DA MÁQUINA E UMA OCORRÊNCIA DE *SETUP*

FONTE: O Autor (2015)

O modelo CSLP possui como principal limitação a sobra de capacidade não utilizada dentro de um período fixo de tempo. Isso se deve ao fato de o modelo permitir produzir somente um item por período, sendo que, muitas vezes, este utiliza parte da capacidade disponível. Conforme Drexl e Kimms (1997), alguns trabalhos importantes que abordam o CSLP são Bitran e Matsuo (1986), Karmarkar e Schrage (1985) e Karmarkar *et al.* (1987).

Buscando evitar sobra de recursos para melhor utilizar a capacidade disponível, Drexl e Haase (1995) propuseram o Problema de Programação e Dimensionamento de Lotes Proporcional - PLSP (*Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem*). Esse modelo assemelha-se ao CSLP, porém, permite a inclusão de um segundo item, quando a capacidade de produção em determinado período, não tiver sido totalmente utilizada pelo item cuja produção foi anteriormente iniciada. Assim sendo, o modelo PLSP possibilita a produção de até dois itens por período, sendo que a troca de itens resulta em custo de *setup* e a produção de mais de um item em um mesmo período implica em decisões de sequenciamento da produção (*scheduling*). Importantes referências para o PLSP são Drexl e Haase (1995), Drexl e Haase (1996) e Kimms (1996).

Modelo PLSP:

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (cs_i y_{it} + h_i I_{it}) \quad (2.21)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + q_{it} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.22)$$

$$tp_i q_{it} \leq C_t (x_{i(t-1)} + x_{it}) \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.23)$$

$$\sum_{i=1}^N tp_i q_{it} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.24)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{it} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (2.25)$$

$$y_{it} \geq x_{it} - x_{i(t-1)} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.26)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.27)$$

$$I_{it}, q_{it}, y_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (2.28)$$

O modelo PLSP difere do CSLP apenas nas restrições (2.23) e (2.24). As restrições (2.24) garantem que o tempo gasto na produção dos itens em um período t seja menor ou igual à capacidade de tempo disponível na máquina neste mesmo período t , o que permite que haja disponibilidade de capacidade para a produção de um segundo item no mesmo período. As restrições (2.23) permitem com que se utilize a preparação da máquina do período anterior para a continuidade da produção no período subsequente, possibilitando assim a troca de item durante o período.

A Figura 2.3 ilustra um exemplo do funcionamento do modelo PLSP considerando a produção de dois itens i e j . Como a produção do item i ocupou toda a capacidade do período $t - 1$, foi utilizado parte do período t para finalizar a produção do lote deste mesmo item (i). Para aproveitar a capacidade restante do período t , passou-se então a produzir o item j , o que ocasionou a existência de *setup* dentro do período t . As variáveis x_{it} e y_{it} mostram, respectivamente, o estado de preparação da máquina e a ocorrência de *setup* de cada item (i ou j) em cada período ($t - 1$ e t).

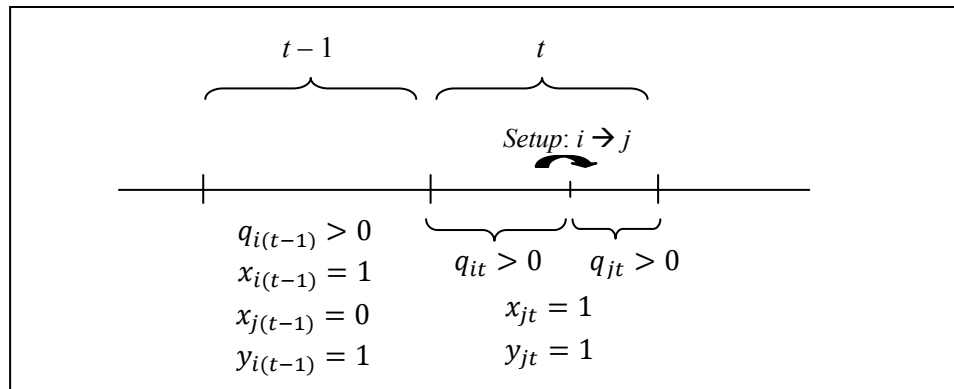


FIGURA 2.3 - MODELO PLSP: PRODUÇÃO DE SEGUNDO ITEM NO MESMO PERÍODO

FONTE: O Autor (2015)

Estudos posteriores conduziram à formulação do Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Generalizado - GLSP (*General Lot Sizing and Scheduling Problem*) apresentado por Fleischmann e Meyr (1997), em que cada período é dividido em subperíodos e em cada subperíodo permite-se a produção do lote de um único tipo de item. A obtenção de uma solução factível neste caso resulta tanto no dimensionamento, quanto no sequenciamento dos lotes. Para fins de formulação do modelo, o número de subperíodos é definido *a priori* e a duração de cada subperíodo é variável, sendo dada pela quantidade a ser produzida de um determinado tipo de item, multiplicada pelo respectivo tempo de fabricação do item.

Meyr (2000) apresentou uma variação do GLSP à qual denominou de GLSP-ST (*General Lot Sizing and Scheduling Problem - Setup Times*), na qual foram incluídos o tempo e custo do *setup* dependentes da sequência em que os lotes são produzidos. Sendo assim, devido a essa característica, o GLSP-ST é mais abrangente a situações reais e especialmente importante para dar suporte aos estudos nesta tese.

Na tabela 2.2 são apresentados os índices, parâmetros e variáveis utilizados no GLSP-ST.

TABELA 2.2 - ÍNDICES, PARÂMETROS E VARIÁVEIS UTILIZADOS NO MODELO GLSP-ST

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
Índices	$i, j = 1, \dots, N$ item
	$t = 1, \dots, T$ período
	$s = 1, \dots, W$ subperíodo
Parâmetros	N número de itens
	T número de períodos do horizonte de planejamento
	W número total de subperíodos
	W_t Conjunto dos subperíodos s , pertencentes ao período t
	cs_i custo de preparação de máquina (custo de <i>setup</i>) para produção do item i
	st_{ij} tempo de preparação de máquina (tempo de <i>setup</i>) para produzir uma unidade do item j imediatamente após o item i
	tp_i tempo necessário para produzir uma unidade do item i
	I_{i0} estoque inicial do item i
	h_i custo unitário de estoque por período, do item i
	d_{it} demanda do item i no período t
	lm_i lote mínimo do item i a ser produzido
	C_t capacidade de produção (tempo) de máquina no período t
	x_{i0} indica que a máquina está configurada para a produção do item i no primeiro subperíodo do horizonte de planejamento ($x_{i0} = 1$), caso contrário ($x_{i0} = 0$)
Variáveis	q_{is} quantidade produzida do item i no subperíodo s
	I_{it} estoque do item i no final do período t
	x_{is} indica que a máquina está configurada para a produção do item i no subperíodo s ($x_{is} = 1$), caso contrário ($x_{is} = 0$)
	y_{ijs} Indica mudança do item i para o item j no subperíodo s ($y_{ijs} = 1$), caso contrário ($y_{ijs} = 0$)

FONTE: O Autor (2015)

Modelo GLSP-ST (Meyr, 2000):

$$\min \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^W cs_{ij} y_{ijs} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T h_i I_{it} \quad (2.29)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \sum_{s \in W_t} q_{is} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.30)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{s \in W_t} tp_i q_{is} + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sum_{s \in W_t} st_{ij} y_{ijs} \leq C_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.31)$$

$$tp_i q_{is} \leq C_t x_{is} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T; \\ s \in W_t \end{array} \quad (2.32)$$

$$q_{is} \geq lm_i(x_{is} - x_{is-1}) \quad i = 1, \dots, N; \quad s = 1, \dots, W \quad (2.33)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{is} = 1 \quad s = 1, \dots, W \quad (2.34)$$

$$y_{ijs} \geq (x_{i,s-1} + x_{js} - 1) \quad i, j = 1, \dots, N; \quad s = 1, \dots, W \quad (2.35)$$

$$x_{is} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N; \quad s = 1, \dots, W \quad (2.36)$$

$$I_{it}, q_{is}, y_{ijs} \geq 0 \quad \begin{array}{l} i, j = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T; \\ s = 1, \dots, W \end{array} \quad (2.37)$$

A função objetivo (2.29) minimiza custos de *setup* e de estoques. O conjunto de restrições (2.30) corresponde ao balanceamento de estoque para cada item i em cada período t . O conjunto de restrições (2.31) assegura que a soma do tempo para produção e de *setup* de todos os itens em um período t não exceda a capacidade de produção do período. O conjunto de restrições (2.32) assegura que se a máquina não estiver preparada para a produção do item i no subperíodo s ($x_{is} = 0$), o item i não poderá ser produzido no subperíodo s .

O conjunto de restrições (2.33) impõe um lote mínimo para cada item, que somente é ativado quando ocorre a preparação da máquina para a produção de um novo item. O conjunto de restrições (2.34) determina que a máquina esteja preparada para produzir somente um único item em cada subperíodo s . O conjunto de restrições (2.35) indica se houve mudança de tipo de item a ser produzido entre dois subperíodos subsequentes e os conjuntos de restrições (2.36) e (2.37) indicam o domínio das variáveis.

Uma importante extensão do GLSP e conseqüentemente do GLSP-ST, refere-se ao caso da utilização de máquinas paralelas no ambiente de produção. Esse modelo foi apresentado por Meyr (2002), o qual foi chamado de GLSPPL (*General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines*).

O GLSPPL é um modelo que se assemelha ao GLSP, porém a programação da produção leva em consideração o fato de se trabalhar com máquinas paralelas distintas. O modelo apresentado por Meyr (2002) tem como objetivo minimizar custo de estocagem de itens, custo de

setup (o qual é dependente da sequência em que os itens são produzidos) e custo de produção. Os índices, variáveis e parâmetros utilizados no GLSPPL são apresentados na tabela 2.3.

TABELA 2.3 - DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS E PARÂMETROS DOS MODELOS MATEMÁTICOS CONSIDERANDO MÚLTIPLAS MÁQUINAS (GLSPPL)

Simbologia	Descrição
Índices	$i, j = 1, \dots, N$ item
	$t = 1, \dots, T$ período
	$s = 1, \dots, W$ subperíodo
	$k = 1, \dots, K$ máquina
Parâmetros	N número de itens
	T número de períodos do horizonte de planejamento
	W número total de subperíodos
	W_t Conjunto dos subperíodos s , pertencentes ao período t
	K número de máquinas
	st_{ijk} tempo de preparação de máquina (tempo de <i>setup</i>) para produzir uma unidade do item j imediatamente após o item i na máquina k
	cs_{ijk} custo de <i>setup</i> para a transição do item i para o item j na máquina k ;
	tp_{ik} tempo necessário para produzir uma unidade do item i na máquina k
	cp_{ik} custo de produção de uma unidade do item i na máquina k
	I_{i0} estoque do item i no início do horizonte de planejamento
	h_i custo unitário de estoque por período, do item i
	d_{it} demanda do item i no período t
	lm_{ik} lote mínimo do item i a ser produzido na máquina k
	C_{kt} capacidade de produção (tempo) disponível na máquina k no período t
x_{ik0} indica que a máquina está configurada para a produção do item i no primeiro subperíodo do horizonte de planejamento ($x_{ik0} = 1$), caso contrário ($x_{ik0} = 0$)	
Variáveis	q_{iks} quantidade do item i produzido na máquina k no subperíodo s ;
	I_{it} estoque do item i no final do período t
	x_{iks} indica que a máquina k está configurada para a produção do item i no subperíodo s ($x_{iks} = 1$), caso contrário ($x_{iks} = 0$)
	y_{ijk_s} indica quando há troca do item i para o item j na máquina k no subperíodo s ($y_{ijk_s} = 1$), caso contrário ($y_{ijk_s} = 0$)

FONTE: O Autor (2015)

Modelo GLSPPL (MEYR, 2002):

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_i I_{it} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^W c_{sijk} y_{ijks} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N \sum_{s=1}^W c_{pik} q_{iks} \quad (2.38)$$

Sujeito a:

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \sum_{k=1}^K \sum_{s \in W_t} q_{iks} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.39)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{s \in W_t} t_{pik} q_{iks} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{s \in W_t} s_{tijk} y_{ijks} \leq C_{kt} \quad k = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T \quad (2.40)$$

$$q_{iks} \leq \frac{C_{kt}}{t_{pik}} x_{iks} \quad k = 1, \dots, K; i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; s \in W_t \quad (2.41)$$

$$q_{iks} \geq l_{m_{ik}} (x_{iks} - x_{ik(s-1)}) \quad k = 1, \dots, K; i = 1, \dots, N; s = 1, \dots, W \quad (2.42)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{iks} = 1 \quad k = 1, \dots, K; s = 1, \dots, W \quad (2.43)$$

$$y_{ijks} \geq x_{ik(s-1)} + x_{jks} - 1 \quad k = 1, \dots, K; i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N; s = 1, \dots, W \quad (2.44)$$

$$x_{iks} \in \{0, 1\} \quad k = 1, \dots, K; i = 1, \dots, N; s = 1, \dots, W \quad (2.45)$$

$$q_{iks}, y_{ijks}, I_{it} \geq 0 \quad k = 1, \dots, K; i, j = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, W \quad (2.46)$$

A função objetivo (2.38) minimiza custo de estocagem de itens, custo de *setup* e custo de produção. O conjunto de restrições (2.39) realiza o balanço de estoques entre itens produzidos e demanda. O conjunto de restrições (2.40) assegura que o tempo de produção adicionado ao tempo de *setup* deve ser menor ou igual à capacidade disponível em cada máquina em cada período. O conjunto de restrições (2.41) assegura que se a máquina k não estiver preparada para a produção do item i no subperíodo s ($x_{iks} = 0$), o item i não poderá ser produzido na máquina k no subperíodo s , e ao mesmo tempo, permite que toda a capacidade da máquina k no período t , seja utilizada para a produção de um único item i , caso necessário.

O conjunto de restrições (2.42) impõe um lote mínimo para cada tipo de item e somente é ativada no início de um novo lote. O conjunto de restrições (2.43) determina que cada máquina esteja preparada para produzir somente um tipo de item em cada subperíodo s . O conjunto de restrições (2.44) indica se houve transição de produção de diferentes tipos de itens (i, j) entre dois subperíodos subsequentes. Os conjuntos de restrições (2.45) e (2.46) indicam o domínio das variáveis.

Alguns trabalhos presentes na literatura adicionam variantes ao GLSPPL, com objetivo de modelar situações reais. Dastidar e Nagi (2005) abordam o GLSPPL em uma unidade de moldagem por injeção visando atender às demandas previstas com objetivo de minimizar custos de manutenção de estoque, custos de atraso de entrega (também chamado de custo de *backlogging*), custos de *setup* e de produção. Araujo *et al.* (2008) tratam de um problema que considera custos de *backlogging*. Rodriguez (2013) trabalha com um modelo de sequenciamento de produção em máquinas paralelas aplicado ao processo de fabricação de cilindros em uma pequena fundição onde pares de tarefas devem ser concluídos em tempo síncrono. Kawamura (2009) propôs algumas variações no GLSPPL, de modo a considerar a possibilidade de estoque e *backlogging* entre períodos, porém, com restrições de capacidade de estocagem de itens produzidos. Neste modelo, além dos índices, parâmetros e variáveis apresentados na Tabela 2.3, são ainda utilizados mais alguns parâmetros e variáveis referentes ao *backlogging* e capacidade de estocagem conforme Tabela 2.4.

TABELA 2.4 - DESCRIÇÃO DAS VARIÁVEIS E PARÂMETROS DO MODELO GLSPPL (KAWAMURA, 2009)

Simbologia	Descrição	
Parâmetros	I_{i0}^+	quantidade do item i em estoque no início do horizonte de planejamento
	I_{i0}^-	quantidade do item i com demanda em atraso no início do horizonte de planejamento
	g_i	custo de atraso de entrega de uma unidade do item i por período;
	CA	capacidade de armazenagem
	SP_k	conjunto dos itens que podem ser produzidos na máquina k
Variáveis	I_{it}^+	quantidade do item i em estoque no final do período t
	I_{it}^-	quantidade do item i com demanda não atendida no final do período t

FONTE: O Autor (2015)

Modelo GLSPPL com algumas variações (Kawamura, 2009):

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T h_i \cdot I_{it}^+ + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T g_i \cdot I_{it}^- + \sum_{k=1}^K \sum_{i \in SP_k} \sum_{j \in SP_k} \sum_{s=1}^W c_{S_{ijk}} \cdot y_{ijks} \\ & + \sum_{k=1}^K \sum_{i \in SP_k} \sum_{s=1}^W c_{p_{ik}} \cdot q_{iks} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Sujeito a:

$$I_{i,t-1}^+ - I_{i,t-1}^- + \sum_{k=1}^K \sum_{s \in W_t} q_{iks} - I_{it}^+ + I_{it}^- = d_{it} \quad i \in SP_k; t = 1, \dots, T \quad (2.48)$$

$$\sum_{i=1}^N I_{it}^+ \leq CA \quad t = 0, \dots, T \quad (2.49)$$

$$\sum_{i \in SP_k} \sum_{s \in W_t} t_{p_{ik}} \cdot q_{iks} + \sum_{i \in SP_k} \sum_{j \in SP_k} \sum_{s \in W_t} s_{t_{ijk}} \cdot y_{ijks} \leq C_{kt} \quad k = 1, \dots, K; t = 1, \dots, T \quad (2.50)$$

$$t_{p_{ik}} \cdot q_{iks} \leq C_{kt} \cdot x_{iks} \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, K; i \in SP_k; \\ t = 1, \dots, T; s \in W_t \end{array} \quad (2.51)$$

$$q_{iks} \geq l_{m_{ik}} \cdot (x_{iks} - x_{ik,s-1}) \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, K; i \in SP_k; \\ s = 1, \dots, W \end{array} \quad (2.52)$$

$$\sum_{i \in SP_k} x_{iks} = 1 \quad k = 1, \dots, K; s = 1, \dots, W \quad (2.53)$$

$$y_{ijks} \geq x_{ik,s-1} + x_{jks} - 1 \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, K; i, j \in SP_k; \\ s = 1, \dots, W \end{array} \quad (2.54)$$

$$x_{iks} \in \{0,1\} \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, K; i \in SP_k; \\ s = 1, \dots, W \end{array} \quad (2.55)$$

$$q_{iks}, I_{it}^+, I_{it}^-, y_{ijks} \geq 0 \quad \begin{array}{l} k = 1, \dots, K; i, j = 1, \dots, N; \\ t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, W \end{array} \quad (2.56)$$

A função objetivo (2.47) minimiza custos variáveis com armazenagem, *backlogging*, *setups* e de produção. O conjunto de restrições (2.48) realiza o balanço de estoques, *backlogging* quantidade produzida e demanda por período. O conjunto de restrições (2.49) é responsável por limitar a quantidade de itens estocados em cada período t do horizonte de planejamento de acordo

com a capacidade total de armazenagem disponível. As demais restrições assemelham-se ao modelo GLSPPL (MEYR, 2002), anteriormente apresentado.

Nota-se, na prática, que os ambientes produtivos de modo geral são complexos de serem modelados matematicamente. Considerando a aplicação em indústrias, por exemplo, em muitas situações reais o processo de produção ocorre em diversos estágios produtivos diferentes, porém relacionados entre si, e que cada um desses estágios pode envolver um dos modelos anteriormente apresentados ou ainda uma formulação específica que venha a atender a problemática enfrentada. No próximo tópico é apresentada uma revisão de literatura sobre modelos que consideram múltiplos estágios de produção e algumas importantes aplicações práticas.

2.2 PROBLEMAS DE DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO MULTIESTÁGIO

Alguns processos industriais são organizados de tal forma que o processo de modelagem ocorre em diferentes estágios produtivos, também chamados de níveis produtivos, o que torna os modelos mais complexos de serem formulados, bem como de serem computacionalmente resolvidos. Conforme Ferreira *et al.* (2009) “Dependendo do ambiente produtivo, é desejável que em cada estágio, o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes de produção sejam definidos simultaneamente, uma vez que estas decisões são dependentes uma da outra”.

Buscando atender à modelagem de ambientes com múltiplos níveis ou estágios produtivos, um modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes multinível baseado no PLSP, foi proposto por Kimms (1996b), porém neste não era considerada a existência de múltiplas máquinas, fato comum em ambientes de produção. Aprimorando o modelo proposto anteriormente, Drexl e Kimms (1997), apresentaram um modelo multiestágio denominado *Multi-level* PLSP, considerando que a produção de um item final requer a produção de itens intermediários, os quais são produzidos em estágios anteriores.

Além de alguns dos índices, parâmetros e variáveis apresentados na tabela 2.1, o modelo *Multi-level* PLSP utiliza os parâmetros apresentados na tabela 2.5.

TABELA 2.5 - PARÂMETROS ADICIONAIS DO MODELO *MULTI-LEVEL* PLSP.

Simbologia	Descrição
Parâmetros	a_{ij} : quantidade do item i necessária para produzir um item j . Seu valor é zero se o item j não é um sucessor imediato do item i
	C_{kit} : capacidade disponível na máquina k , na qual o item i é produzido no período t ,
	Φ_k : conjunto de todos os itens que compartilham a máquina k
	k_i : máquina na qual o item i é produzido
	Λ_i : conjunto de sucessores imediatos do item i
	v_i : tempo de processamento (<i>lead time</i>) do item i
	K : número de máquinas

FONTE: Adaptado de DREXL e KIMMS (1997)

Modelo *Multi-level* PLSP (DREXL e KIMMS, 1997):

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (cs_i y_{it} + h_i l_{it}) \quad (2.57)$$

Sujeito a:

$$l_{it} = l_{i(t-1)} + q_{it} - d_{it} - \sum_{j \in \Lambda_i} a_{ij} q_{jt} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.58)$$

$$l_{it} \geq \sum_{j \in \Lambda_i} \sum_{\tau=t+1}^{\min\{t+v_i, T\}} a_{ij} q_{j\tau} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 0, \dots, T-1 \quad (2.59)$$

$$tp_i q_{it} \leq C_{kit} (x_{i(t-1)} + x_{it}) \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.60)$$

$$\sum_{i \in \Phi_k} tp_i q_{it} \leq C_{kt} \quad k = 1, \dots, K; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.61)$$

$$\sum_{i \in \Phi_k} x_{it} \leq 1 \quad k = 1, \dots, K; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.62)$$

$$y_{it} \geq x_{it} - x_{i(t-1)} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.63)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.64)$$

$$I_{it}, q_{it}, y_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (2.65)$$

A função objetivo (2.57) minimiza custos de *setup* e de estoque. O conjunto de restrições (2.58) é responsável pelo balanceamento de estoques, sendo que o fator a_{ij} determina a quantidade do item i necessária à produção do item j , onde o conjunto $\Lambda_i = \{j \in \{1, \dots, N\} \mid a_{ij} > 0\}$ define os itens que necessitam de certa quantidade do item i em sua produção no período t considerado. O conjunto de restrições (2.59) garante que ao final de cada período haja uma quantidade suficiente do item i em estoque para produzir outros itens nos próximos v_i períodos. O conjunto de restrições (2.60) indica que somente haverá produção se a máquina estiver configurada para o item. O conjunto de restrições (2.61) assegura que a capacidade da máquina k no período t não seja ultrapassada. O conjunto de restrições (2.62) afirma que uma máquina k pode estar configurada para no máximo um tipo de item por período. O conjunto de restrições (2.63) indica o início de um novo lote e os conjuntos de restrições (2.64) e (2.65) representam o domínio das variáveis.

Vários trabalhos que consideram múltiplos estágios produtivos têm sido publicados nos últimos anos. Seeanner e Meyr (2013) apresentaram uma importante revisão de literatura considerando essa categoria de problemas e destacaram os trabalhos de Grünert (1998), Araújo *et al.* (2007), Mohammadi *et al.* (2009), Ferreira *et al.* (2009), Toledo *et al.* (2009), Sahling *et al.* (2009), Transchel *et al.* (2011), Ferreira *et al.* (2009) e Ferreira *et al.* (2013). Uma breve descrição destes trabalhos é apresentada a seguir.

Grünert (1998) apresenta um problema multinível com linhas de produção individuais em cada nível, levando em consideração tempos e custos de *setup*, e aplicando restrições de balanceamento de estoque para sincronizar as etapas de produção, sendo que o sequenciamento da produção é obtido com a utilização do Problema do Caixeiro Viajante (*Traveling Salesman Problem* - TSP).

Araújo *et al.* (2007) trabalham com um problema de planejamento de duas fases, considerando horizonte rolante, bem como custos e tempo de *setup* dependentes da sequência. Em uma das fases diferentes materiais são produzidos e, em outra, transformados em vários

produtos. A programação é voltada para uma única máquina e para a resolução foi utilizada uma heurística *relax-and-fix* e estratégias de busca local.

Mohammadi *et al.* (2009) consideram uma produção *flowshop* multinível onde todas as máquinas são dispostas em série. Neste modelo eles propõem restrições de sincronização com objetivo de impedir a produção de um item em uma determinada máquina, a menos que tenha sido concluído na máquina antecessora.

Ferreira *et al.* (2009) propõe uma aplicação na produção de refrigerantes em uma fábrica de pequeno porte, considerando dois estágios interdependentes: xaroparia e envase. O modelo considera máquinas paralelas com *setup* dependente da sequência e custos referentes a atrasos no atendimento às demandas.

Toledo *et al.* (2009) resolveu um modelo de planejamento da produção em dois estágios (tanques e linhas de envase) aplicado a um problema de produção de bebidas utilizando como estratégia de resolução o algoritmo genético multipopulacional. Foram obtidas soluções para problemas com dados reais de empresas de pequeno a moderado porte cujos resultados foram comparados com o software GAMS/CPLEX executado durante uma hora. Verificou-se que o algoritmo genético trouxe bons resultados, sendo capaz de retornar uma solução melhor do que o plano de produção utilizado pela indústria.

Sahling *et al.* (2009), apresentou um modelo baseado em múltiplos estágios, utilizando como estratégia de resolução algoritmos baseados na heurística de melhoria *Fix-and-Optimize*, no qual foram gerados vários subproblemas derivados do problema original, consistindo em um processo iterativo de resolução onde em cada subproblema gerado, um grande número de variáveis binárias foi fixado enquanto que um pequeno subconjunto destas variáveis foi utilizado no problema de otimização.

Transchel *et al.* (2011) apresentou um modelo baseado no GLSP, aplicado em uma indústria, envolvendo dois estágios. O primeiro estágio baseou-se em um problema de sequenciamento enquanto que no segundo foram contabilizados os custos com estoque *setup* e produção. No problema foram considerados múltiplos itens com custos e tempos de *setup* dependentes da sequência. Os autores mostraram duas formulações baseadas em problemas de

transporte, as quais apresentaram bom desempenho em relação ao tempo computacional para resolução.

Ferreira *et al.* (2013), propuseram formulações matemáticas monoestágio voltadas à resolução do problema proposto por Ferreira *et al.* (2009), com objetivo de reduzir as dimensões deste problema e consequentemente o esforço computacional para a resolução.

Seeanner e Meyr (2013) apresentaram um modelo matemático chamado de GLSPMS (*General Lot-Sizing and Scheduling Problem for Multiple Production Stages*). O modelo proposto por estes autores aborda a produção multiestágio com possibilidade de haver linhas de produção paralelas por estágio. O modelo considera ainda o fracionamento do microperíodo, dentro do qual pode existir tempo de *setup*, tempo de inatividade e tempo de produção, sendo que a produção de um item pode iniciar em parte de um microperíodo e finalizar em parte de outro, ocasionando o que é chamado de “*WIP-estoque*” (*WIP - Work In Process*). O trabalho apresenta três exemplos de instâncias com diferentes estruturas considerando linhas paralelas, estágios de produção e fluxo com linhas dedicadas os quais são resolvidos com aplicação de um *solver* com tempo limitado, bem como heurísticas de relaxação de variáveis.

Stadtler e Sahling (2013) mostraram uma nova formulação do modelo PLSP multinível, com objetivo de reduzir o tempo entre a produção de um item com seu sucessor dependente. Como estratégia de resolução os autores utilizaram uma abordagem baseada em *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* cujos resultados demonstraram uma melhoria de pelo menos 10% em relação ao modelo original.

Almeder *et al.* (2015) propuseram formulações para o CLSP multinível considerando dois tipos de problemas, sendo o primeiro um item sucessor que só pode ser produzido se a fabricação de todos os itens antecessores estiver sido finalizada; e o segundo, um item sucessor que possa ser produzido simultaneamente com o seu antecessor (*lot-streaming*), desde que utilize recursos diferentes. Comparações com modelos tradicionais mostraram que as formulações apresentaram resultados mais realistas.

Toledo *et al.* (2015) trabalharam com heurísticas de resolução para resolver problemas de dimensionamento de lotes multinível. Em um primeiro momento a heurística *relax-and-fix* é utilizada para construir uma solução inicial, e em seguida essa solução é melhorada por

intermédio da aplicação da heurística *fix-e-optimize*, de modo que os autores propõem diferentes tipos de partições para geração dos subproblemas. A eficiência da abordagem é avaliada resolvendo um modelo CLSP multinível e um problema de dois estágios referente a um caso prático da indústria de vidros. Resultados são comparados com dados da literatura.

Furlan e Santos (2015) utilizaram uma heurística híbrida baseada no algoritmo de abelhas combinado com a heurística *fix-and-optimize* para resolver um problema CLSP multinível. Essa combinação busca evitar ótimos locais a partir da realização de pesquisa aleatória de acordo com o conceito do algoritmo de abelhas. Bons resultados foram obtidos para instâncias da literatura, sendo na maioria dos casos superiores aos melhores resultados fornecidos por abordagens recentemente apresentadas por outros autores.

Considerando o fato de se trabalhar com estoques intermediários com existência de um tempo mínimo de permanência dos lotes entre estágios compostos por linhas paralelas, o que é um dos fatores que caracterizam o ambiente de produção estudado, não foram encontrados na pesquisa bibliográfica realizada, trabalhos que considerem modelos que possam vir a atender a problemática encontrada no ambiente de produção que motivou o desenvolvimento desta tese.

Apesar das particularidades do modelo proposto nesta tese, é possível perceber que essa problemática pode ser aplicada em diversos ambientes produtivos. Algumas sugestões de aplicação foram citadas no Capítulo 1 deste trabalho.

2.3 ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO

Problemas exemplares, de pequeno porte, geralmente são possíveis de serem resolvidos por métodos exatos como por exemplo o *Branch-and-Bound* (LAND e DOIG, 1960) e o *Branch-and-Cut* (BELVAUX e WOLSEY, 2000), mas à medida que as dimensões dos problemas aumentam, o que ocorre geralmente nas aplicações reais, aumenta também a complexidade de resolução.

Conforme Ferreira *et al.* (2008), “[...] modelos de otimização inteira mista são difíceis de serem resolvidos, mesmo aqueles que considerem apenas o dimensionamento de lotes”. Segundo Meyr (2002), para alguns problemas, até o fato de encontrar uma solução factível para iniciar a pesquisa de melhores soluções é uma difícil tarefa.

Segundo Toledo *et al.* (2013), “um número crescente de pesquisadores têm recorrido a heurísticas e abordagens meta-heurísticas para tratar da complexidade de encontrar soluções ótimas ou quase ótimas em tempo computacional razoável”. Muitos pesquisadores têm utilizado heurísticas que consistem na redução de variáveis inteiras ou binárias, ou ainda ambas ao mesmo tempo, aplicadas a problemas de programação da produção. Neste contexto, a heurística *relax-and-fix* (MERCÉ e FONTAN, 2003; POCHET e WOLSEY, 2006) é encontrada em trabalhos recentes como Kawamura (2009), Ferreira *et al.* (2009), Ferreira *et al.* (2013), Seanner e Meyr (2013) e Ribeiro e Santos (2014), apresentando bons resultados em tempo computacional viável.

A heurística *relax-and-fix* se baseia na partição das variáveis inteiras do problema, criando P conjuntos distintos, Q_i onde $i = 1, \dots, P$, sendo que o número P de conjuntos determina o número de iterações da heurística. Conforme Moraes e Santos (2012), “em uma iteração n , apenas as variáveis do conjunto Q_n são definidas como inteiras e as demais variáveis inteiras são relaxadas ou fixadas”. Após a resolução de uma iteração n , os resultados obtidos para as variáveis inteiras são fixados e as variáveis de uma nova partição P são definidas como inteiras. O processo é encerrado quando todas as partições forem resolvidas ou o subproblema gerado for infactível (RIBEIRO e SANTOS, 2014).

Diferentes abordagens utilizando o *relax-and-fix* na resolução de um problema de programação e sequenciamento de produção monoestágio são encontradas em Kawamura (2009), que apresenta um estudo do desempenho dessa heurística, baseado na “influência do modo como as partições são criadas e da ordem em que as mesmas são resolvidas”. Verificou-se conforme mostrado pelo autor, que de modo geral, a qualidade da solução pode variar conforme a estratégia escolhida. Bons resultados foram encontrados em estratégias que combinam as partições dos problemas em relação ao tempo e à criticidade na produção dos itens, fixando-se as variáveis inteiras nos períodos em ordem cronológica crescente, dando importância para os itens com maior demanda.

Ferreira (2006) utilizou o *relax-and-fix* na resolução de um modelo de programação e sequenciamento de produção multiestágio, obtendo bons resultados com partições por máquina, períodos e estágios concomitantemente. Observou-se, ainda, que a qualidade da solução variou para cada estratégia, conforme o tipo e dimensão do modelo, e que o *relax-and-fix* produziu boas soluções em um tempo computacional razoável, tornando possível de ser implementado em um ambiente de produção.

Outra heurística que trata da redução de variáveis inteiras ou binárias é a *fix-and-optimize* (SAHLING *et al.*, 2009), a qual consiste numa heurística de melhoria, inicializando com uma solução estabelecida (TOLEDO *et al.*, 2013), fixando todas as partições de variáveis inteiras e/ou binárias, com exceção da que será otimizada. Pochet e Wolsey (2006) propuseram inicialmente essa heurística, a qual denominaram de *Exchange*, sendo então posteriormente chamada por Sahling *et al.* (2009) de *fix-and-optimize*. Alguns trabalhos abordando problemas de produção que utilizaram o *fix-and-optimize* como estratégia de melhoria das soluções encontradas são Helber e Sahling (2010), James e Almada-Lobo (2011), Lang e Shen (2011) e Toledo *et al.* (2013).

Como estratégia de resolução, neste trabalho foi aplicada a heurística *relax-and-fix*, envolvendo diferentes abordagens quanto ao processo de relaxação das variáveis inteiras e binárias para geração de soluções iniciais, e o *fix-and-optimize*, buscando melhoria na qualidade das soluções obtidas. Um maior detalhamento das heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* será apresentado no Capítulo 7 deste trabalho.

3 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O desenvolvimento deste trabalho foi inspirado em um caso prático de uma empresa fabricante de placas eletrônicas, a qual utiliza da tecnologia SMT (*Surface Mounting Technology*), que consiste em um processo de fixação de componentes eletrônicos sobre uma superfície, bem como através de orifícios de placas de circuito impresso.

Neste capítulo será detalhado o funcionamento do processo de produção.

3.1 PROCESSO DE FABRICAÇÃO DE PLACAS ELETRÔNICAS

A utilização de micro componentes é uma tecnologia que contribui para a redução das dimensões dos produtos eletrônicos e conseqüentemente dos custos com matéria-prima, transporte e armazenamento, bem como da quantidade de lixo eletrônico gerado após o uso e descarte.

Os componentes eletrônicos convencionais possuem invólucros que são na maioria das vezes maiores que os elementos ativos no seu interior, devido ao fato de ter que permitir o manuseio direto por parte de operadores humanos. Já a tecnologia de montagem dos componentes em superfície (SMT) dispensa a utilização de tais invólucros.

A miniaturização dos componentes dificulta o manuseio por parte de operadores humanos, sendo necessário recorrer ao trabalho mecanizado por meio de máquinas específicas que possibilitam a fabricação de equipamentos eletrônicos com desempenho elevado e tamanho reduzido, por meio da inserção de um maior número de componentes nas placas de circuito impresso. A Figura 3.1 mostra um detalhe de uma placa eletrônica com componentes SMD (colados na superfície da placa), e PTH (terminais inseridos nos orifícios da placa).

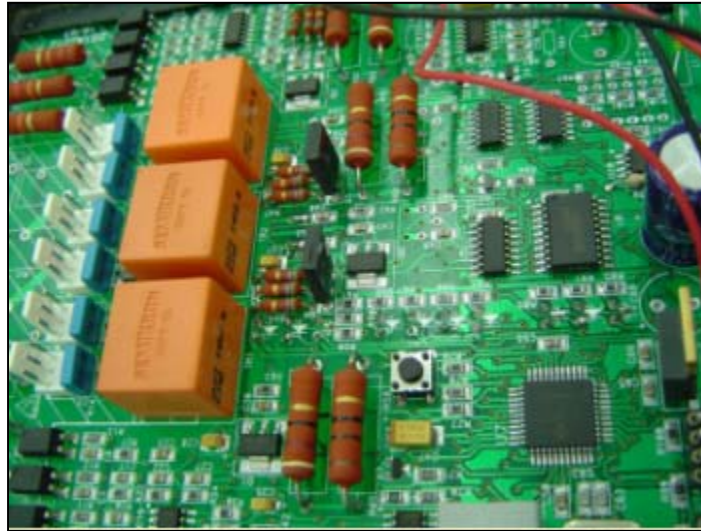


FIGURA 3.1 - PLACA ELETRÔNICA COM COMPONENTES SMD E PTH

FONTE: www.fockink.ind.br (acesso em 09/07/2015)

O processo de fabricação de placas eletrônicas com a tecnologia SMT ocorre em dois estágios. Num primeiro estágio, chamado SMD (*Surface Mounting Devices*), por meio de máquinas é realizada a inserção de microcomponentes, e em um segundo estágio denominado PTH (*Pin Through Hole*) são fixados os componentes com maior dimensão.

Em algumas linhas de produção industrial, partes ou mesmo todo o processo PTH é realizado manualmente, devido à complexidade de alguns componentes, assim como pela necessidade de inspeção visual, o que não é o caso do processo industrial considerado nesta tese, em que todo processo de fabricação é mecanizado.

A Figura 3.2 faz um comparativo entre um resistor SMD e outro PTH. É possível visualizar que na tecnologia SMD a fixação ocorre diretamente sobre a placa condutora, permitindo, inclusive, afixar componentes dos dois lados da placa de circuito impresso, enquanto que na PTH os componentes são inseridos através de orifícios.

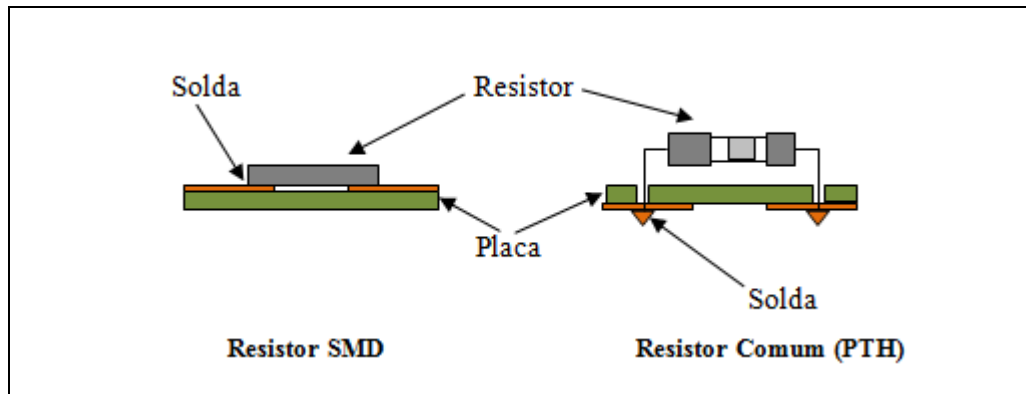


FIGURA 3.2 - COMPARAÇÃO ENTRE RESISTOR SMD E RESISTOR COMUM (PTH)
 FONTE: O Autor (2015)

A Figura 3.3.(a) mostra uma máquina responsável pela inserção de componentes sobre a superfície da placa de circuito impresso (SMD). Os componentes SMD são fornecidos em rolos (Figura 3.3.(b)), os quais são conectados na máquina de modo a suprir as necessidades de cada tipo de placa eletrônica a ser produzida. A mudança no tipo de placa a ser produzida acarreta no ajuste da máquina, bem como na possível substituição dos rolos de componentes, resultando em tempo de *setup* de máquina, o qual pode variar conforme o tipo e a ordem cronológica seguida.

No modelo de otimização apresentado no capítulo 4 desta tese, uma placa eletrônica é chamada de ‘um item’, o qual percorre os estágios produtivos SMD e PTH, onde são inseridos componentes.

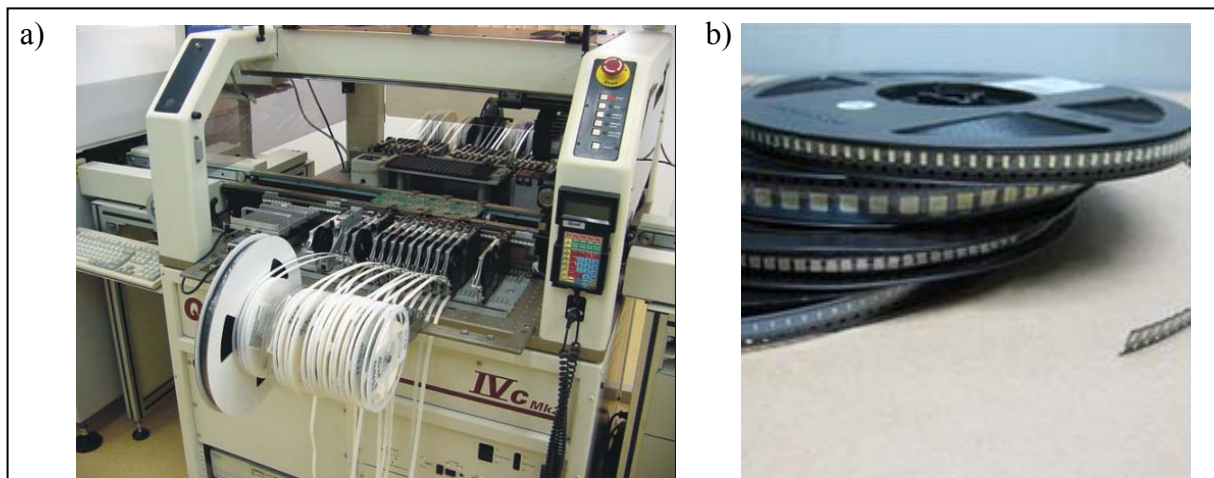


FIGURA 3.3 - A) MÁQUINA SMD. B) ROLOS DE COMPONENTES SMD
 FONTE: www.fockink.ind.br (acesso em 11/07/2015)

Após o término do processamento do item no estágio SMD, dependendo do tipo de item, este pode ser encaminhado para colocação de uma pasta protetora, a qual é necessária para que alguns componentes possam suportar a alta temperatura a que são submetidos no processo de soldagem (solda onda) existente no segundo estágio.

Depois de aplicada, a pasta protetora necessita de um tempo para secagem (sendo este tempo variável conforme o tipo do item produzido), para que assim o item possa ser encaminhado ao estágio PTH, onde componentes maiores são inseridos em orifícios já existentes da placa de circuito impresso. É importante salientar que existem itens que podem não depender da aplicação da pasta protetora podendo então, após o processamento no estágio SMD, serem encaminhados diretamente ao estágio PTH, desde que haja disponibilidade de máquina.

A Figura 3.4 mostra uma máquina PTH, responsável pela inserção e soldagem dos componentes eletrônicos.



FIGURA 3.4 - MÁQUINA PTH

FONTE: www.ebertech.com.br (acesso em 15/07/2015)

A Figura 3.5 mostra alguns componentes SMD e PTH. De modo geral, os componentes PTH possuem dimensão física maior que os SMD. De modo a permitir uma melhor visualização, não foi mantida na figura a proporção em relação ao tamanho real dos componentes.

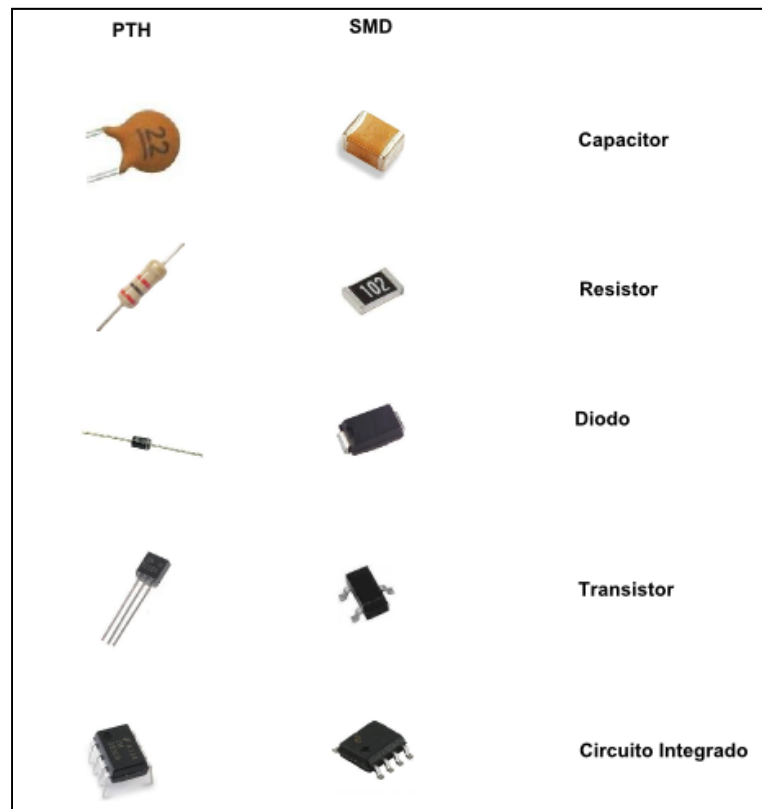


FIGURA 3.5 - COMPONENTES SMD E PTH (componentes não estão em escala real).

FONTE: <http://www.eletronpi.com.br> (acesso em 28/06/2015)

O processo de fabricação de placas eletrônicas abrange um ambiente de produção complexo, onde cada estágio produtivo pode envolver o uso de diversas máquinas trabalhando de modo paralelo, o que torna o gerenciamento das operações uma difícil tarefa.

A ideia principal neste tipo de ambiente produtivo é organizar o processo de produção de forma a cumprir as demandas previstas por meio da utilização dos recursos disponíveis, diminuindo a ocorrência de filas ou máquinas ociosas e buscando assim reduzir o custo de produção por meio da escolha da máquina certa, no momento certo.

Na próxima seção é descrito um caso real de um ambiente de produção composto por dois estágios onde operam máquinas com funcionamento de modo paralelo.

3.2 DESCRIÇÃO DE UM AMBIENTE DE PRODUÇÃO

Buscando estabelecer um modelo matemático voltado para o processo de fabricação de placas eletrônicas, foi realizado um estudo inspirado em um caso real em uma empresa situada no norte do estado de Santa Catarina.

A Figura 3.6 apresenta um esquema simplificado do ambiente de produção nesta empresa. O início do processamento de cada item se dá no primeiro estágio, denominado SMD. Este estágio é composto de máquinas paralelas distintas. Cada item a ser produzido tem sua especificidade, sendo que, dependendo do tipo de item, este pode ser processado em quaisquer das máquinas SMD, porém, pode ocorrer de algumas das máquinas não serem capazes de processar determinado tipo de item. Isso se deve ao fato de as máquinas serem distintas sendo que alguns dos itens somente podem ser submetidos a uma ou mais máquinas específicas.

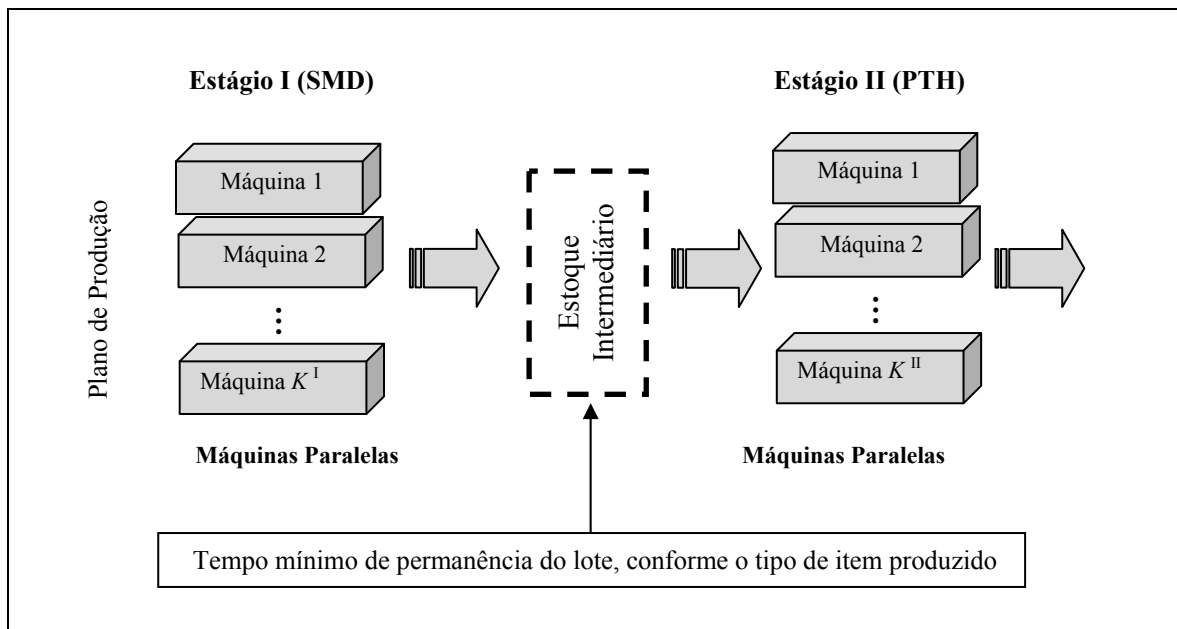


FIGURA 3.6 - ESQUEMA DO AMBIENTE DE PRODUÇÃO COM DOIS ESTÁGIOS: SMD/PTH
 FONTE: O Autor (2015)

O segundo estágio de processamento (PTH), caracteriza-se por receber as placas eletrônicas já com os microcomponentes afixados no primeiro estágio (SMD). Neste segundo estágio são fixados componentes de maior tamanho através dos furos existentes. A disposição das máquinas do estágio PTH é de forma paralela, onde, dependendo do tipo de item, este pode ser processado em quaisquer das máquinas, ou ainda em máquina(s) específica(s).

A conexão entre os estágios SMD e PTH se dá por meio de um estoque intermediário, onde os lotes devem aguardar o momento de início no segundo estágio.

A existência de um estoque intermediário entre os estágios, justifica-se por dois motivos. O primeiro se caracteriza pelo fato de que alguns dos itens processados no estágio SMD necessitam receber uma pasta protetora de componentes, antes de serem encaminhados para o PTH. Essa pasta visa proteger alguns furos das placas bem como alguns componentes sensíveis ao calor do processo de soldagem (solda onda). Após receberem essa pasta, é necessário um tempo para secagem, o qual depende do tipo de item, para que então possam ser submetidos ao segundo estágio.

O segundo motivo se refere ao sincronismo das tarefas entre os dois estágios. É importante observar que os itens possuem tempos de processamento que variam em ambos os estágios, sendo que a disposição SMD/PTH em série, com máquinas dedicadas, acaba por gerar filas, ou máquinas operando com tempos ociosos. Há itens, por exemplo, cujo tempo de processamento no estágio SMD é pequeno, enquanto que no estágio PTH esse tempo é grande e vice-versa. A manutenção de um estoque intermediário permite que ambos os estágios possam trabalhar buscando com que as máquinas fiquem constantemente ocupadas dentro do período produtivo.

Nos dois estágios (SMD e PTH), o tempo e custo de preparação das máquinas (*setup*), para processar um novo item podem variar conforme a ordem dos itens a serem produzidos e conforme a máquina, ou seja, o tempo ou custo de *setup* para a produção de um lote do item j imediatamente após um lote do item i pode ser diferente se a ordem desses lotes for invertida. É importante analisar em cada problema a ser resolvido se a inversão da ordem de processamento de dois lotes subsequentes ocasiona diferenças significativas no custo e/ou tempo de *setup*, sendo

que dependendo do caso, pode-se considerar esses custos e/ou tempos como não dependentes da sequência de processamento, o que contribui para a simplificação da modelagem matemática.

Após a saída no estágio PTH, os itens são encaminhados para outra fábrica da mesma empresa onde, já concluídos, passam a ser componentes de um novo produto, o qual não é foco de estudo neste trabalho. Vale ressaltar que o tempo máximo de estocagem (prazo de validade do produto) de cada item após o estágio PTH é informado para a outra fábrica, cabendo a ela a responsabilidade por esses controles.

Analisando o ambiente de produção descrito anteriormente, é possível perceber que se trata de um complexo plano de gerenciamento da produtividade, onde saber o quanto produzir, em qual momento e em qual sequência, se torna imprescindível para buscar a redução de filas ou tempos ociosos em máquinas, bem como pelo atendimento às demandas previstas, com o menor custo possível.

Com objetivo de auxiliar no planejamento e controle da produção, foram propostas formulações matemáticas, apresentadas a partir do Capítulo 4 deste trabalho. Embora tenha sido inspirado no processo de fabricação de placas eletrônicas, por se tratar de um modelo multiestágio envolvendo máquinas paralelas, este pode ser implantado em outros ambientes industriais que possuam um tipo de configuração semelhante.

Um importante diferencial dos modelos propostos é a existência de estoques intermediários (situado entre dois estágios produtivos consecutivos) com atribuição de tempo mínimo de permanência dos lotes. Esse diferencial pode contribuir significativamente para que o modelo se torne mais realista, com o objetivo de melhor representar algumas situações específicas, como por exemplo, setores de pinturas, onde é condição fundamental um tempo mínimo para secagem antes dos itens serem submetidos ao setor de embalagem ou para outra etapa de processamento. Caso opte-se em aplicar o modelo em ambientes onde não é necessário manter itens em estoque intermediário, basta definir os parâmetros referentes ao tempo mínimo de permanência (em estoque intermediário), como iguais a zero.

Sendo assim, uma importante contribuição desta pesquisa é o fato de se propor um modelo matemático que, além de resolver um caso específico do processo de fabricação de placas eletrônicas, possa ser aplicado também em diferentes ambientes industriais.

4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA DOIS ESTÁGIOS PRODUTIVOS E ESTOQUE INTERMEDIÁRIO

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático considerando dois estágios com estoques intermediários de itens (entre os estágios I e II) com capacidade limitada de estocagem e necessidade do cumprimento de um tempo mínimo de espera dos lotes, voltado a atender à problemática apresentada para o processo de fabricação de placas eletrônicas apresentado no Capítulo 3.

O modelo proposto traz algumas características de modelos presentes na literatura, como por exemplo, a estrutura de períodos com capacidade limitada, divididos em subperíodos de tamanho variável presente no GLSPPL (MEYR, 2002), e a existência de múltiplos estágios presente no GLSPMS (SEEANNER e MEYR, 2013). Porém, considerando atender às características próprias do ambiente produtivo, o modelo apresenta peculiaridades que faz com este seja diferente dos demais presentes na literatura, principalmente pela necessidade da existência de um estoque intermediário com tempo mínimo de permanência para os itens, permitindo melhor arranjo dos lotes para que estes sejam enviados ao segundo estágio produtivo, além de atender à condição necessária no que se refere à secagem dos itens, entre estágios.

Para melhor entendimento e interpretação da formulação matemática, são apresentados a seguir alguns aspectos característicos que foram considerados:

- a) Existência de 2 estágios, cada um contendo máquinas paralelas;
- b) Existência de estoque intermediário entre estágios para fins de balanceamento de produção, bem como para cumprimento de tempo mínimo de permanência do lote (processo de secagem de pasta protetora de componentes eletrônicos);
- c) Tempo mínimo de permanência do lote no estoque intermediário varia conforme o tipo de item produzido;
- d) Cada item (placa) percorre os dois estágios produtivos e em cada um dos estágios ocorre o processamento de modo que são inseridos componentes eletrônicos;
- e) Capacidade limitada de tempo nas máquinas de cada estágio;
- f) Características distintas das máquinas;

- g) Um único item pode ser processado por vez, em cada máquina, sem interrupção;
- h) Até n itens podem ser processados ao mesmo tempo nas n máquinas paralelas capazes de produzir o item i , em cada estágio;
- i) Há itens que só podem ser processados em uma ou mais máquinas específicas;
- j) Os tempos de processamento das tarefas são fixos, devido ao processo mecanizado;
- k) O tempo de *setup* (preparação da máquina para processamento de um novo item) é dependente da sequência de tarefas e pode ser diferente para cada máquina, bem como para cada estágio.
- l) Há processamento apenas se a máquina estiver preparada;
- m) Existência de lotes mínimos de cada tipo de item para cada máquina de cada estágio;
- n) Um lote de determinado tipo de item somente pode ser processado no segundo estágio após ter sido completamente processado no primeiro estágio e cumprido o tempo mínimo de permanência no estoque intermediário, ou ainda se tiver sido processado no período anterior. A característica existente no estágio II, onde o processamento de um lote muitas vezes não pode ser iniciado no instante zero, pois depende da liberação do estágio anterior, é conhecida como *request job*.
- o) Possibilidade de utilização de tempo extra (contabilizado em minutos extras) para cada máquina em ambos os estágios produtivos;
- p) Demanda estabelecida: item por período;
- q) Possibilidade da existência de estoques no final de cada período, dos itens processados no primeiro estágio produtivo;
- r) Possibilidade da existência de demanda não atendida (*backlogging*) no segundo estágio no final de cada período.

Os aspectos acima mencionados serão explicados no tópico 4.1 mostrado a seguir, onde é apresentado o modelo matemático e o detalhamento de seu funcionamento.

4.1 MODELO MATEMÁTICO DOIS ESTÁGIOS COM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO

Neste tópico é apresentado o modelo matemático desenvolvido, o qual é do tipo multimáquinas, multiperíodos, multi-itens, *big bucket* e composto por dois estágios com estoques intermediários, com capacidade de estocagem limitada e necessidade de cumprimento de tempo mínimo de espera dos lotes.

Na tabela 4.1 são apresentados os índices utilizados no modelo matemático.

TABELA 4.1 - ÍNDICES DO MODELO DOIS ESTÁGIOS COM ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS

Simbologia	Descrição
θ	(= I, II) estágios produtivos
i, j	(= 1, ..., N) itens
k	(= 1, ..., K^θ) máquinas pertencentes ao estágio θ
t	(= 1, ..., T) períodos
s	(= 1, ..., W) subperíodos

FONTE: O Autor (2015)

A tabela 4.2 apresenta os parâmetros utilizados no modelo.

TABELA 4.2 - PARÂMETROS DO MODELO DOIS ESTÁGIOS COM ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS

Simbologia	Descrição
N	número de itens
T	número de períodos no horizonte de planejamento
W	número total de subperíodos em todo o horizonte de planejamento
W_t	conjunto de subperíodos contidos no período t
K^θ	número de máquinas pertencentes ao estágio θ
SP_{K^θ}	conjunto de itens que podem ser processados na máquina k , pertencente ao estágio θ
CA_{kt}^θ	capacidade de processamento (min) disponível no estágio θ , na máquina k , no período t
CP_{ik}^θ	custo de processamento do item i na máquina k , pertencente ao estágio θ
CH_k^θ	custo por minuto extra, do funcionamento de cada máquina k , pertencente ao estágio θ
CS_{ijk}^θ	custo de <i>setup</i> para processar o item j imediatamente após o item i na máquina k , pertencente ao estágio θ
ST_{ijk}^θ	tempo de <i>setup</i> para processar o item j imediatamente após o item i na máquina k , pertencente ao estágio θ
ST_{oiik}^θ	tempo de <i>setup</i> para processar o item i na máquina k , pertencente ao estágio θ , no início do horizonte de planejamento
TP_{ik}^θ	tempo consumido para processamento de uma unidade do item i na máquina k , pertencente ao estágio θ
L_{ik}^θ	lote mínimo do item i que poderá ser processado na máquina k , pertencente ao estágio θ
x_{ik0}^θ	igual a 1, se a máquina k , pertencente ao estágio θ , está preparada para processar o item i , no início do horizonte de planejamento; 0, caso contrário
B_{kt}^θ	quantidade máxima permitida em minutos extra, para processamento na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t
$I_{i,0}^{-II}$	quantidade do item i , com demanda não atendida pelo estágio II, no início do horizonte de planejamento
I_{i0}^+	quantidade do item i , existente no estoque intermediário no início do horizonte de planejamento
Q_{it}^+	quantidade máxima permitida de estoque intermediário, do item i , no período t
Q_{it}^{-II}	quantidade máxima permitida de demanda não atendida no estágio II, do item i , no período t
D_{it}	demanda do item i no período t
TE_i	tempo mínimo de permanência em estoque intermediário, de um lote do item i
CE_i	custo por período, para manter uma unidade do item i , no estoque intermediário
G_i	custo por período, do atraso de entrega do item i , no estágio II
M	número suficientemente grande

FONTE: O Autor (2015)

Na tabela 4.3 são apresentadas as variáveis de decisão utilizadas no modelo matemático.

TABELA 4.3 - VARIÁVEIS DO MODELO DOIS ESTÁGIOS COM ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS

Simbologia	Descrição
q_{iks}^{θ}	quantidade do item i processado na máquina k , pertencente ao estágio θ , no subperíodo s
qe_{it}	quantidade do item i enviada ao estoque intermediário no período t
x_{iks}^{θ}	é igual a 1, se a máquina k , pertencente ao estágio θ , está preparada para processar o item i no subperíodo s , no estágio θ ; 0, caso contrário
z_{iks}^{θ}	é igual a 1, quando o item i é processado na máquina k , pertencente ao estágio θ , no subperíodo s ; 0, caso contrário
ze_{it}	é igual a 1, quando o item i é processado no estágio I, no período t ; 0, caso contrário
y_{ijks}^{θ}	é igual a 1, se há <i>setup</i> do item i para o item j na máquina k pertencente ao estágio θ no subperíodo s ; 0, caso contrário
hm_{ikt}^{θ}	Instante de término de processamento do lote do item i em cada período t em cada máquina k pertencente ao estágio θ
ht_{it}^I	instante de término de processamento do lote do item i em cada período t em todas as máquinas do estágio I
he_{it}^I	instante de término de processamento do lote do item i em cada período t do estágio I, somado ao tempo mínimo em que o lote deve permanecer em estoque intermediário (instante de liberação da ordem do lote do item i no período t , para o estágio II)
hi_{ikt}^{θ}	instante em que o item i inicia o processamento na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t
e_{kt}^{θ}	quantidade em minutos extra, utilizada para processamento na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t
I_{it}^+	quantidade do item i , armazenada no estoque intermediário no final do período t
I_{it}^{-II}	quantidade do item i , com demanda não atendida no final do período t , no estágio II

A seguir é apresentado o modelo matemático, seguido da descrição da função objetivo e de cada uma das restrições, o qual foi fundamentado nos modelos GLSPPL (MEYR, 2002), e GLSPMS (SEEANNER e MEYR, 2013).

Modelo Matemático Dois Estágios com Estoque Intermediário:

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{\theta} \sum_{i \in SP_{K^\theta}} \sum_{j \in SP_{K^\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CS^\theta_{ijk} \cdot y^\theta_{ijks} + \sum_{\theta} \sum_{i \in SP_{K^\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CP^\theta_{ik} \cdot q^\theta_{iks} \\ & + \sum_{\theta} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{t=1}^T CH^\theta_k \cdot e^\theta_{kt} + \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (G_i \cdot I_{i,t}^- + CE_i \cdot I_{i,t}^+) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Sujeito a:

Conjuntos de restrições comuns aos estágios I e II:

$$TP^\theta_{ik} \cdot q^\theta_{iks} \leq (CA^\theta_{kt} + B^\theta_{kt}) \cdot x^\theta_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad k = 1, \dots, K^\theta \\ i \in SP_{K^\theta}; \quad s \in W_t; \\ t = 1, \dots, T \end{array} \quad (4.2)$$

$$q^\theta_{iks} \geq L^\theta_{ik} \cdot (x^\theta_{iks} - x^\theta_{ik,s-1}) \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad k = 1, \dots, K^\theta; \\ i \in SP_{K^\theta}; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} x^\theta_{iks} = 1 \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (4.4)$$

$$y^\theta_{ijks} \geq x^\theta_{ik,s-1} + x^\theta_{jks} - 1 \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad i, j = 1, \dots, N; \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (4.5)$$

$$z^\theta_{iks} \leq q^\theta_{iks} \leq \left(\sum_{t=1}^T D_{it} \right) \cdot z^\theta_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad i = 1, \dots, N; \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (4.6)$$

$$\sum_{s \in W_t} z^\theta_{iks} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad i = 1, \dots, N \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T \end{array} \quad (4.7)$$

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} z^\theta_{ik(s-1)} \geq \sum_{i \in SP_{K^\theta}} z^\theta_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad k = 1, \dots, K^\theta \\ t = 1, \dots, T; \quad s \in W_t \end{array} \quad (4.8)$$

$$hi^\theta_{jkt} \geq hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} + ST^\theta_{ijk} + M \cdot \sum_{s \in W_t} y^\theta_{ijks} - M \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \\ i, j = 1, \dots, N \quad (i \neq j); \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T \end{array} \quad (4.9)$$

$$hi^{\theta}_{ikt} \leq M. \sum_{s \in W_t} z^{\theta}_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad i = 1, \dots, N; \\ k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad t = 1, \dots, T \end{array} \quad (4.10)$$

$$hi^{\theta}_{ik1} \geq ST^{\theta}_{0ik} \cdot z^{\theta}_{ik1} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad i = 1, \dots, N \\ k = 1, \dots, K^{\theta} \end{array} \quad (4.11)$$

$$hm^{\theta}_{ikt} = hi^{\theta}_{ikt} + TP^{\theta}_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^{\theta}_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad i = 1, \dots, N; \\ k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad t = 1, \dots, T \end{array} \quad (4.12)$$

$$e^{\theta}_{kt} \geq hm^{\theta}_{ikt} - CA^{\theta}_{kt} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad i \in SP_{K^{\theta}} \\ k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad t = 1, \dots, T \end{array} \quad (4.13)$$

$$e^{\theta}_{kt} \leq B^{\theta}_{kt} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \\ k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad t = 1, \dots, T \end{array} \quad (4.14)$$

Conjuntos de Restrições: Estoque intermediário, demanda e sincronia entre estágios.

$$ht^1_{it} \geq hm^1_{ikt} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N; \\ t = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K^I \end{array} \quad (4.15)$$

$$ht^1_{it} \leq M. ze_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.16)$$

$$qe_{it} = \sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^1_{iks} \quad i \in SP_{K^I}; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.17)$$

$$ze_{it} \leq \sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^1_{iks} \leq M. ze_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.18)$$

$$he^1_{it} = ht^1_{it} + TE_{i.} ze_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.19)$$

$$hi^{II}_{ikt} \geq he^1_{it} \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T; \\ k = 1, \dots, K^{II} \end{array} \quad (4.20)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{II}} \sum_{s \in W_t} q^{II}_{iks} = qe_{it} + I^+_{i,t-1} - I^+_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.21)$$

$$I_{it}^+ \leq Q_{it}^+ \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.22)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{\text{II}}} \sum_{s \in W_t} q_{iks}^{\text{II}} - I_{i,t-1}^{-\text{II}} + I_{it}^{-\text{II}} = D_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.23)$$

$$I_{it}^{-\text{II}} \leq Q_{it}^{-\text{II}} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (4.24)$$

Conjuntos de Restrições: Domínio das Variáveis

$$\begin{aligned} q_{iks}^{\theta} &\in Z^+ \quad \forall \theta, i, s; \quad k = 1, \dots, K^{\theta} \\ x_{iks}^{\theta}, z_{iks}^{\theta}, ze_{it} &\in \{0,1\} \quad \forall \theta, i, t, s; \quad k = 1, \dots, K^{\theta} \\ y_{ijks}^{\theta}, hm_{ikt}^{\theta}, e_{kt}^{\theta}, qe_{it}, ht_{it}^1, he_{it}^1, hi_{ikt}^{\theta}, I_{it}^+, I_{it}^{-\text{II}} &\geq 0 \quad \forall \theta, i, j, t, s; \quad k = 1, \dots, K^{\theta} \end{aligned} \quad (4.25)$$

A seguir são explicados detalhes referentes à função objetivo, bem como sobre cada conjunto de restrições.

4.1.1 Função objetivo

A função objetivo (4.1) representa a minimização dos custos de *setup*, custos de processamento e da utilização de horas extras nos dois estágios produtivos, bem como custos referentes a estoques intermediários existentes entre períodos e custos do não cumprimento da demanda (*backlogging*) em cada período do estágio II.

4.1.2 Conjuntos de restrições comuns aos estágios produtivos I e II ($\theta = I, II$)

O conjunto de restrições apresentado em (4.2), indica que somente haverá processamento do item i no subperíodo s , na máquina k , pertencente ao estágio θ , se a máquina estiver preparada para o processamento do respectivo item ($x^\theta_{iks} = 1$).

O conjunto de restrições (4.3) impõe uma condição de lote mínimo para processamento de cada tipo de item em um subperíodo, a qual somente é ativada quando ocorre a preparação de máquina para um novo item.

O conjunto de restrições (4.4) determina que cada máquina esteja preparada para processar somente um tipo de item em cada subperíodo s .

O conjunto de restrições (4.5) indica se houve mudança (de processamento) do item i para o item j na máquina k entre os subperíodos. Conforme Ferreira *et al.* (2013), neste caso, “um conjunto alternativo de restrições pode ser considerado sem perda de generalidade, (...) podendo ser substituídas pelas restrições de fluxo de *setup*”. Wolsey (1997), apresenta esse conjunto alternativo de restrições, de modo que o conjunto de restrições (4.5), foi substituído pelos conjuntos de restrições apresentados em (4.26) e (4.27).

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} y^\theta_{ijks} = x^\theta_{jks} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad k = 1, \dots, K^\theta \\ j \in SP_{K^\theta} \quad s = 1, \dots, W \quad k = 1, \dots, K^\theta \end{array} \quad (4.26)$$

$$\sum_{j \in SP_{K^\theta}} y^\theta_{ijks} = x^\theta_{ik(s-1)} \quad \begin{array}{l} \theta = I, II; \quad k = 1, \dots, K^\theta \\ i \in SP_{K^\theta} \quad s = 2, \dots, W \quad k = 1, \dots, K^\theta \end{array} \quad (4.27)$$

O conjunto de restrições (4.6) impõe a condição de que quando o item i é processado na máquina k no subperíodo s do estágio θ , a variável binária z^θ_{iks} assume o valor 1. Caso contrário, $z^\theta_{iks} = 0$.

Deste modo, se a quantidade produzida do item i , na máquina k no subperíodo s do estágio θ for igual zero, ($q_{iks}^\theta = 0$), então o conjunto de restrições (4.6) pode ser escrito como $z_{iks}^\theta \leq 0 \leq (\sum_{t=1}^T D_{it}) \cdot z_{iks}^\theta$, de forma que para satisfazer a esta expressão, o valor da variável binária z_{iks}^θ será atribuído pelo modelo como igual a 0 (zero).

Considerando o fato do item i ser processado na máquina k no subperíodo s do estágio θ , tem-se $q_{iks}^\theta \geq 1$, de modo que se pode escrever:

$$z_{iks}^\theta \leq q_{iks}^\theta \leq \left(\sum_{t=1}^T D_{it} \right) \cdot z_{iks}^\theta$$

Neste caso, para satisfazer a esta expressão, o valor da variável binária z_{iks}^θ deverá obrigatoriamente ser igual a 1. Vale lembrar que somente poderá ocorrer $q_{iks}^\theta \geq 1$ se houver demanda para o item i no horizonte de planejamento, o que implica em $\sum_{t=1}^T D_{it} \geq 1$.

Para fins de programação, o conjunto de restrições (4.6) pode ser dividido em 2 outros conjuntos, sendo a primeiro $q_{iks}^\theta \geq z_{iks}^\theta$, e o segundo $q_{iks}^\theta \leq (\sum_{t=1}^T D_{it}) \cdot z_{iks}^\theta$.

O conjunto de restrições (4.7) impõe que o lote de um item do estágio θ seja processado dentro de um único subperíodo do respectivo período ao qual pertence. É esperado que isso ocorra naturalmente devido à existência de custo de *setup*, porém, pode ocorrer de o mesmo item ser processado em dois ou mais subperíodos consecutivos, o que não ocasiona *setup*. A existência desta restrição se justifica no fato de facilitar o controle do tempo de processamento e término dentro de um determinado período do estágio produtivo, e não ocasiona impacto sob o valor da função objetivo do modelo.

O conjunto de restrições (4.8) ordena a produção em subperíodos consecutivos dentro de cada período t do estágio θ , sendo que no caso de haverem mais subperíodos do que itens em determinado período, os subperíodos ociosos ficam concentrados no final de cada período.

O conjunto de restrições (4.9) é responsável pelo cálculo dos instantes de início do processamento de cada lote, em cada máquina e em cada período, em cada estágio θ , de modo a garantir que o instante de início de um lote do item j deve ser maior ou igual ao instante de início de um lote do item i adicionado ao seu tempo de processamento e de *setup*, quando houver.

Conforme já citado anteriormente, a variável y_{ijks}^θ indica se houve ou não *setup* do item i para o item j no subperíodo s , na máquina k , no estágio θ . No caso da ocorrência de *setup* ($y_{ijks}^\theta = 1$), esta variável indica também que o item i precede o item j em subperíodos consecutivos. Considerando o conjunto de restrições (4.7), o qual impõe que um lote é processado dentro de um único subperíodo pertencente ao período t do estágio θ , pode-se afirmar que um item i pode preceder um item j no máximo uma única vez dentro de um período, o que garante que a expressão $\sum_{s \in W_t} y_{ijks}^\theta$ assumirá valor 0 ou 1 somente. Quando $\sum_{s \in W_t} y_{ijks}^\theta = 1$, pode-se afirmar que o item i precede o item j no período t , na máquina k , pertencente ao estágio θ , e, deste modo, o processamento do lote do item j neste mesmo estágio poderá iniciar somente após a conclusão do processamento do lote do item i .

Assim sendo, se $\sum_{s \in W_t} y_{ijks}^\theta = 1$, o item j sucede o item i no estágio θ , na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t (veja que $s \in W_t$), e a restrição (4.9) será escrita como:

$$hi_{jkt}^\theta \geq hi_{ikt}^\theta + TP_{ik}^\theta \cdot \sum_{s \in W_t} q_{iks}^\theta + ST_{ijk}^\theta + M \cdot 1 - M$$

O que resulta em:

$$hi_{jkt}^\theta \geq hi_{ikt}^\theta + TP_{ik}^\theta \cdot \sum_{s \in W_t} q_{iks}^\theta + ST_{ijk}^\theta$$

Assim, o momento em que o lote do item j estará disponível para ser processado no estágio θ deverá ser maior ou igual ao instante em que o lote do item i estará disponível para ser processado neste mesmo estágio, adicionado do tempo de processamento do lote deste item ($TP_{ik}^\theta \cdot \sum_{s \in W_t} q_{iks}^\theta$), bem como do tempo de *setup* (ST_{ijk}^θ).

Se o item i não for processado em nenhum dos subperíodos s pertencentes ao período t do estágio θ , então $\sum_{s \in W_t} y_{ijks}^\theta = 0$, e assim a restrição (4.9) passa a ser escrita como:

$$hi_{jkt}^\theta \geq hi_{ikt}^\theta + TP_{ik}^\theta \cdot 0 + ST_{ijk}^\theta + M \cdot 0 - M$$

Resultando em:

$$hi_{jkt}^\theta \geq hi_{ikt}^\theta + ST_{ijk}^\theta - M$$

Como M é um número suficientemente grande, então a restrição se torna inoperante.

O conjunto de restrições (4.10) garante que o valor atribuído para o instante em que o item i inicia o processamento no estágio θ , na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t (hi^θ_{ikt}), quando o item i não for processado no período t , seja igual a zero.

Observa-se que, caso o item i seja processado na máquina k pertencente ao estágio θ , em algum dos subperíodos s pertencentes ao período t , então $\sum_{s \in W_t} z^\theta_{iks} = 1$. Neste caso, tem-se:

$$hi^\theta_{ikt} \leq M.1$$

Como M é um número suficientemente grande, a restrição se torna inoperante. Caso contrário, considerando que não houve processamento, tem-se $\sum_{s \in W_t} z^\theta_{iks} = 0$ e a restrição fica escrita como:

$$hi^\theta_{ikt} \leq M.0$$

o que resulta em:

$$hi^\theta_{ikt} \leq 0$$

Considerando o domínio das variáveis conforme o conjunto de restrições (4.25), onde $hi^\theta_{ikt} \geq 0$ tem-se nesse caso $hi^\theta_{ikt} = 0$.

Conforme já descrito, se o item i não for processado em um nenhum dos subperíodos s pertencentes ao período t do estágio θ , então $\sum_{s \in W_t} y^\theta_{ijks} = 0$, fazendo com que a restrição (4.9) se torne inoperante. É certo que o valor do instante de início do processamento (hi^θ_{ikt}) é minimizado no modelo matemático, pois seu aumento consequentemente causa impacto no valor atribuído para os instantes de término do processamento dos lotes, o qual é limitado pela capacidade (tempo) das máquinas, bem como pelo custo de utilização de horas extras. Porém, esta inoperância pode ocasionar resultados não nulos para hi^θ_{ikt} , quando não há processamento do item i , no período t na máquina k pertencente ao estágio θ , o que é evitado com a existência do conjunto de restrições (4.10).

O conjunto de restrições (4.11) indica que, quando o item i for processado na máquina k , pertencente ao estágio θ , no primeiro subperíodo do horizonte de planejamento (neste caso, $z^\theta_{ik1} = 1$), o instante de início do processamento deve ser maior ou igual ao tempo necessário para preparação da máquina para este item, no início do horizonte de planejamento (ST^θ_{oik}).

O conjunto de restrições (4.12) calcula o instante de término do processamento de cada lote de determinado tipo de item em cada período t do horizonte de planejamento, em cada máquina pertencente ao estágio θ .

O conjunto de restrições (4.13) calcula a quantidade de horas extras necessárias em cada máquina k pertencente ao estágio θ , de modo a concluir o processamento dos itens. Nota-se que se no estágio θ , o instante de término do lote do item i , na máquina k , no período t (hm^{θ}_{ikt}) for maior que a capacidade de tempo disponível para a máquina k , no período t (CA^{θ}_{kt}), tem-se um valor positivo para a quantidade de tempo extra utilizado (e^{θ}_{kt}), o qual será o menor possível, pois esse tempo extra tem seu custo minimizado pela função objetivo. Já no caso de ocorrer o valor de hm^{θ}_{ikt} menor que o valor da variável CA^{θ}_{kt} o resultado seria negativo, porém, considerando $e^{\theta}_{kt} \geq 0$, conforme domínio das variáveis mostrado no conjunto de restrições (4.25) e o fato de se estar minimizando o valor dessa variável, o resultado esperado nesse caso é 0 (zero).

O conjunto de restrições (4.14) define o valor máximo permitido para a utilização de tempo extra na máquina k , no período t , no estágio θ .

4.1.3 Estoques intermediários, demanda e sincronia entre estágios produtivos

O conjunto de restrições (4.15) refere-se ao instante de término do processamento de cada lote, em cada período do estágio I, de modo que se um mesmo item for processado em diferentes máquinas, havendo assim diferentes instantes de término (hm^I_{ikt}) conforme calculado pelo conjunto de restrições (4.12) quando $\theta = 1$, a desigualdade presente no conjunto de restrições (4.15) busca atribuir à variável ht^I_{it} um valor maior que os instantes de término de todas as máquinas. Devido à limitação de capacidade das máquinas, bem como pelo fato de se buscar minimizar os instantes de término no segundo estágio por meio da atribuição de custos de tempo extra, o valor de ht^I_{it} é indiretamente minimizado pela função objetivo.

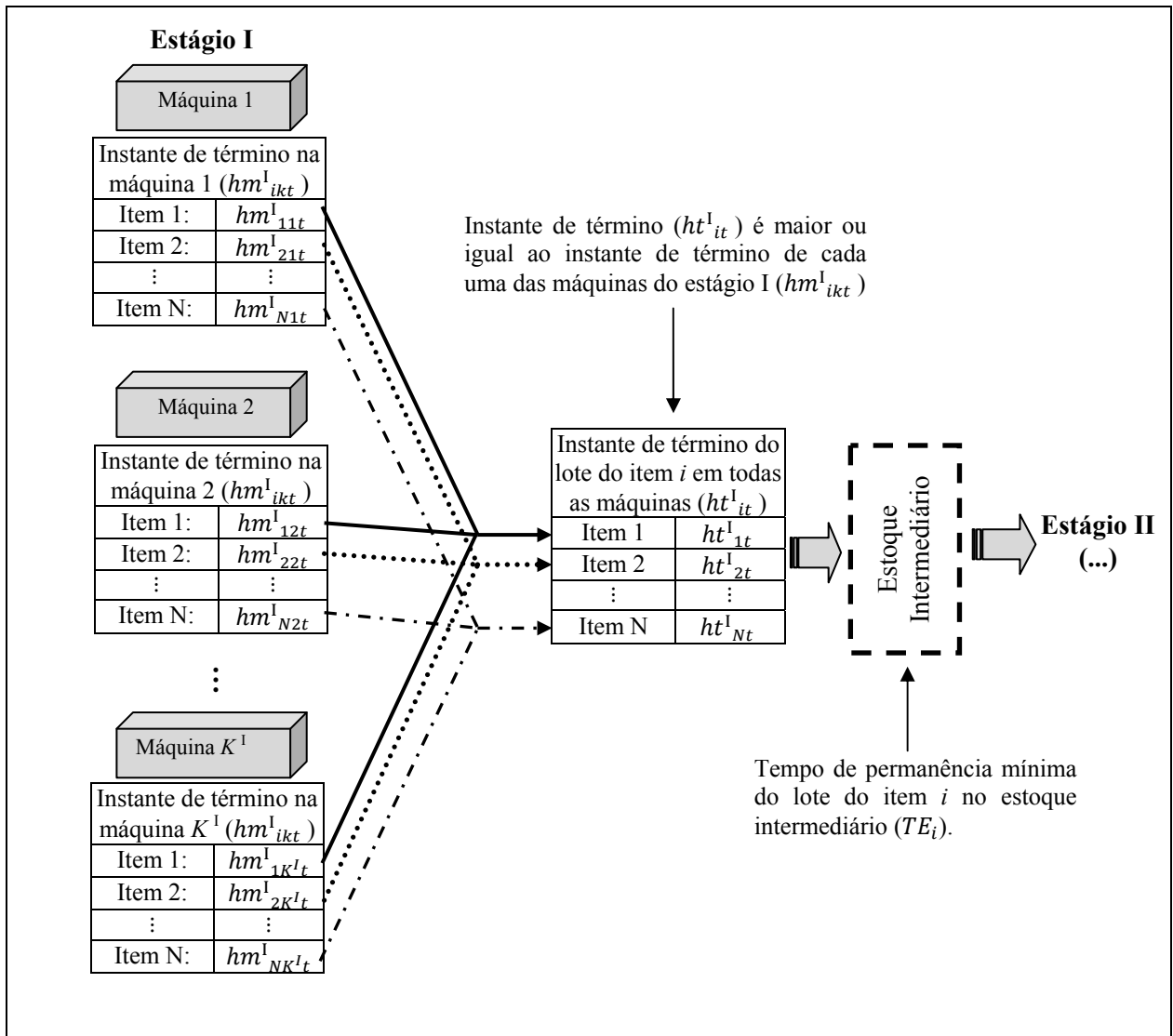


FIGURA 4.1 - REPRESENTAÇÃO DO INSTANTE DE TÉRMINO DO LOTE DE CADA ITEM NO ESTÁGIO I PARA UM PERÍODO t
 FONTE: O Autor (2015)

Considerando que um item pode ser processado em diversas máquinas em paralelo, a abordagem realizada neste modelo matemático permite que itens sejam encaminhados ao estágio II somente quando a produção do lote do item i for finalizada em todas as máquinas do estágio I, e houver cumprimento do tempo mínimo de armazenamento do lote no estoque intermediário. Desta forma, o valor de ht^1_{it} indica o instante em que o processamento de cada lote do item i em cada período t foi finalizado no estágio I, conforme ilustrado na figura 4.1.

O conjunto de restrições (4.16) garante que o valor atribuído para o instante de término do processamento do lote do item i , no período t , em todas as máquinas do estágio I seja igual a zero se o item não for processado no período t , no estágio I.

Observa-se que, caso o item i for processado no período t em uma ou mais máquinas k pertencentes ao estágio I, então $ze_{it} = 1$, conforme determinado pelo conjunto de restrições (4.18), o qual será mais adiante explicado.

Neste caso, tem-se:

$$ht_{it}^I \leq M.1$$

o que resulta em:

$$ht_{it}^I \leq M$$

Como M é um número suficientemente grande, a restrição se torna inoperante. Caso contrário, considerando que o item i não foi processado no período t do estágio I, então $ze_{it} = 0$, o que implica em:

$$ht_{it}^I \leq M.0$$

resultando em:

$$ht_{it}^I \leq 0$$

Considerando o domínio das variáveis conforme o conjunto de restrições (4.23), onde $ht_{it}^I \geq 0$, tem-se, neste caso, $ht_{it}^I = 0$.

O conjunto de restrições (4.17) determina que os itens processados em todas as máquinas durante os subperíodos s pertencentes ao período t , no estágio I, sejam enviados a um estoque intermediário existente entre os dois estágios produtivos.

O conjunto de restrições (4.18) impõe que quando pelo menos uma unidade do item i for processada em pelo menos uma das máquinas pertencentes ao estágio I, a variável ze_{it} assume o valor 1. Caso contrário, $ze_{it} = 0$.

Assim, se a quantidade processada do item i em todas as máquinas e em todos os subperíodos pertencentes ao período t do estágio I for igual zero ($\sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q_{iks}^I = 0$), então o

conjunto de restrições (4.18) será escrito como $ze_{it} \leq 0 \leq M \cdot ze_{it}$, de forma que para satisfazer a esta expressão o valor da variável binária ze_{it} será necessariamente igual a 0 (zero), significando que o item i não foi processado no estágio I, no período t .

Por outro lado, no caso em que pelo menos uma unidade do item i seja processada em alguma das máquinas em algum dos subperíodos pertencentes ao período t do estágio I, tem-se $\sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^I_{iks} \geq 1$, de forma que se pode escrever:

$$ze_{it} \leq \sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^I_{iks} \leq M \cdot ze_{it}$$

Neste caso, para satisfazer a esta expressão, o valor da variável binária ze_{it} será obrigatoriamente igual a 1.

Essa restrição pode ser dividida, para fins de programação computacional, em outros dois conjuntos de restrições, sendo o primeiro $\sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^I_{iks} \geq ze_{it}$ e o segundo $\sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^I_{iks} \leq M \cdot ze_{it}$.

O conjunto de restrições (4.19) calcula o instante de término de processamento no estágio I, adicionado do tempo em que o lote do item i permanece em estoque intermediário, ou seja, é o instante (*request job*) da liberação da ordem de processamento para o estágio II.

É importante observar que o tempo em estoque intermediário (TE_i), somente será adicionado ao instante de término do lote no estágio I (ht^I_{it}), quando $ze_{it} = 1$. Assim, se um lote que deverá ser enviado ao segundo estágio é proveniente do processamento no período anterior e esteve armazenado no estoque intermediário ($I^+_{i,t-1}$), não é necessário que este lote aguarde o tempo mínimo, pois já terá cumprido este requisito. É importante salientar que a concepção do modelo matemático proposto neste trabalho considera cada período como um dia de trabalho e que o intervalo de tempo existente entre períodos é maior ou igual ao tempo máximo que os itens necessitam permanecer no estoque intermediário. Esta condição é importante, pois permite que um item processado no período anterior no estágio I seja processado já no início do próximo período no estágio II, o que melhora a condição de existência de tempos ociosos e a utilização de

tempo extra de trabalho. No caso de não haver necessidade de permanência mínima em estoque intermediário de determinado lote, esse tempo (TE_i) deve ser atribuído como valor nulo.

Os conjuntos de restrições (4.17) e (4.19) poderiam ser omitidos e suas definições utilizadas diretamente nos pontos de interesse. Optou-se por manter esses conjuntos de restrições no modelo de forma a permitir uma melhor compreensão por parte do leitor.

O conjunto de restrições (4.20) indica que o instante em que será iniciado o processamento dos lotes dos itens, em cada máquina, no segundo estágio, deve ser maior ou igual ao instante de término da permanência do lote no estoque intermediário. Essa condição de desigualdade (\geq) se faz necessária, pois nem todos os itens poderão ser processados no segundo estágio no exato momento em que tenham cumprido o tempo mínimo de permanência no estoque intermediário, pois pode haver indisponibilidade de máquinas no segundo estágio. Assim, permite-se que um lote fique aguardando até o momento em que possa ser processado no segundo estágio, desde que cumpra o tempo mínimo previsto de permanência no estoque intermediário, conforme mencionado.

O conjunto de restrições (4.21) é responsável pelo balanceamento entre as quantidades processadas no primeiro e segundo estágio, de modo que as quantidades a serem processadas no estágio II em determinado período podem ser compostas pelos itens processados neste mesmo período no estágio I, e que foram enviados ao estoque intermediário (qe_{it}), bem como por itens que foram processados em períodos anteriores e que permaneceram armazenados no estoque intermediário ($I_{i,t-1}^+$). Esse conjunto de restrições possibilita também manter itens no estoque intermediário no final do período t (I_{it}^+), para que sejam processados em um próximo período. O modelo permite ainda a existência de quantidades do item i , armazenadas no estoque intermediário no início do horizonte de planejamento, definidas pelo conjunto de parâmetros I_{i0}^+ .

O conjunto de restrições (4.22) impõe a quantidade máxima permitida de estoque intermediário, do item i , no período t . Esse conjunto de restrições é importante, pois permite estabelecer níveis de estocagem, bem como controlar a quantidade máxima desejada de estoques intermediários.

O conjunto de restrições (4.23) é responsável pelo balanceamento entre a demanda (D_{it}) de cada item i para cada período t , assim como possíveis atrasos (I_{it}^{-II}) no atendimento desta

demanda no período t , os quais possuem custos que são minimizados pela função objetivo. É importante observar que o atraso no cumprimento da demanda somente pode ocorrer no último estágio produtivo (estágio II), pois é neste estágio que os itens estarão totalmente processados, de modo a possibilitar o cumprimento das demandas estabelecidas. O modelo permite ainda a ocorrência de demanda não atendida no estágio II, do item i , no início do horizonte de planejamento, conforme indicado pelo conjunto de parâmetros $I_{t,0}^{-II}$. Observa-se que não há necessidade de definir as variáveis I_{it}^+ e I_{it}^{-II} como inteiras, visto que estas resultam da combinação de variáveis e parâmetros inteiros.

O conjunto de restrições (4.24) impõe a quantidade máxima permitida de demanda não atendida no estágio II, do item i , no período t . A finalidade deste conjunto de restrições é estabelecer limites para o não atendimento de demandas previstas, permitindo assim um maior controle sobre o modelo. Esse conjunto de restrições é importante, por exemplo, no caso de ocorrer a extrapolação da capacidade das máquinas, fazendo-se necessário o uso de horas extras, cujo custo é maior que o custo do não atendimento da demanda. Sendo assim, a decisão que minimizaria os custos estaria direcionada para a ação de deixar de atender parte da demanda, porém na prática, em alguns casos o atendimento da demanda pode tornar-se necessário mesmo com custos produtivos altos.

No momento em que é iniciada a produção no segundo estágio, passam a atuar os conjuntos de restrições (4.2) a (4.14) onde $\theta = 2$.

Na Figura 4.2 é ilustrado o fluxo de processamento nos dois estágios produtivos interligados por um estoque intermediário.

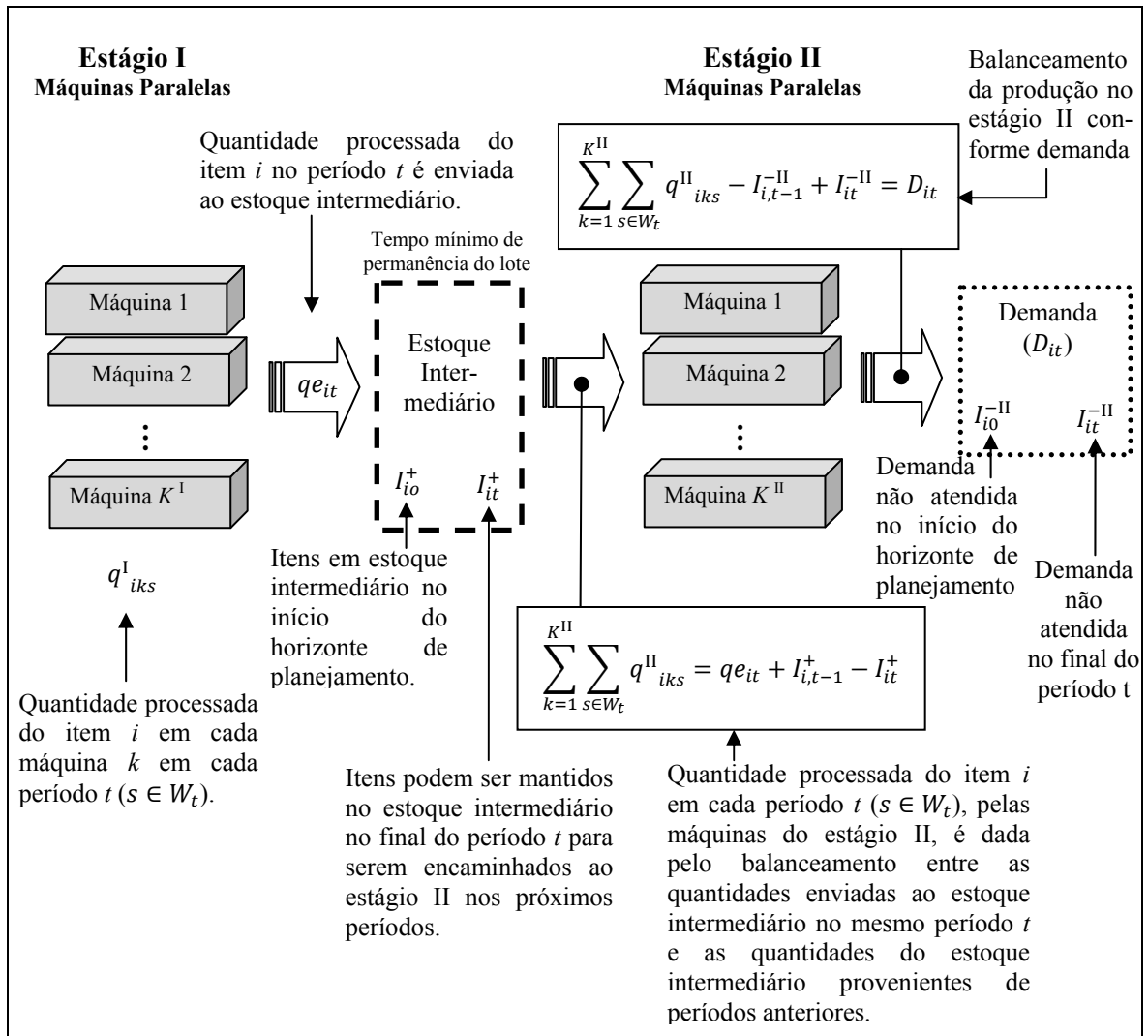


FIGURA 4.2 - FLUXO DE PROCESSAMENTO NO AMBIENTE COM DOIS ESTÁGIOS E ESTOQUE INTERMEDIÁRIO

FONTE: O Autor (2015)

4.1.4 Restrições indicadoras do domínio das variáveis

O conjunto de restrições (4.25) indica o domínio das variáveis, onde nota-se a existência de variáveis binárias, inteiras e reais positivas.

4.2 FUNCIONAMENTO DO MODELO DOIS ESTÁGIOS - RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE PEQUENO PORTE

De modo a possibilitar um melhor entendimento do modelo matemático contendo dois estágios produtivos, um problema de pequeno porte foi resolvido, para o qual foram utilizados parâmetros fictícios.

O problema gerado considera a produção de quatro itens havendo em cada um dos dois estágios produtivos, duas máquinas que operam de modo paralelo, sendo que cada um dos itens pode ser processado em quaisquer das máquinas em cada estágio.

Foi considerado um horizonte de planejamento composto por cinco períodos, sendo cada período dividido em quatro subperíodos, número igual à quantidade de itens. O objetivo foi fazer uma analogia com uma semana de trabalho, dividida em cinco dias úteis de 8h cada (480 minutos) sendo cada período t a representação de cada um desses dias.

Nas Tabelas 4.4 a 4.10 são mostrados os parâmetros do problema.

TABELA 4.4 - PARÂMETROS GERAIS APLICADOS AO MODELO 2 ESTÁGIOS

Descrição	Valor
Número de Itens (N)	4
Número de períodos (T)	5
Número de máquinas – Estágio I ($k \in K^I$)	2
Número de máquinas – Estágio II ($k \in K^{II}$)	2

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.5 - PARÂMETROS GERAIS EM DIFERENTES MÁQUINAS E ESTÁGIOS APLICADOS AO MODELO 2 ESTÁGIOS

Máquina	Custo do tempo extra por máquina	
	Estágio I (CH_k^I)	Estágio II (CH_k^{II})
1	3	4
2	3	4

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.6 - PARÂMETROS POR ITEM APLICADOS AO MODELO DOIS ESTÁGIOS

Item	Demanda (D_{it})					Tempo mínimo estoque intermediário (TE_i)	Custo (por período) estoque intermediário (CE_i)	Custo (por período) de atraso de produção (G_i)
	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5			
1	10	0	20	0	10	10	1	2
2	0	10	10	10	0	10	1	2
3	20	5	0	0	5	10	1	2
4	10	0	0	20	0	10	1	2

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.7 - CUSTO DE *SETUP* E TEMPO DE *SETUP* APLICADO AO MODELO DOIS ESTÁGIOS

Estágio	Máquina 1				Máquina 2				
	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	
Estágio I [CS^I_{ijk} ; ST^I_{ijk}]	Item 1	[0; 0]	[26; 15]	[30; 15]	[10; 15]	[0; 0]	[26; 15]	[30; 15]	[10; 15]
	Item 2	[30; 15]	[0; 0]	[10; 15]	[10; 15]	[30; 15]	[0; 0]	[10; 15]	[10; 15]
	Item 3	[30; 15]	[18; 15]	[0; 0]	[10; 15]	[30; 15]	[18; 15]	[0; 0]	[10; 15]
	Item 4	[20; 15]	[18; 15]	[17; 15]	[0; 0]	[20; 15]	[18; 15]	[17; 15]	[0; 0]
Estágio II [CS^{II}_{ijk} ; ST^{II}_{ijk}]	Item 1	[0; 0]	[26; 15]	[30; 15]	[10; 15]	[0; 0]	[26; 15]	[30; 15]	[10; 15]
	Item 2	[30; 15]	[0; 0]	[10; 15]	[10; 15]	[30; 15]	[0; 0]	[10; 15]	[10; 15]
	Item 3	[30; 15]	[18; 15]	[0; 0]	[10; 15]	[30; 15]	[18; 15]	[0; 0]	[10; 15]
	Item 4	[20; 15]	[18; 15]	[17; 15]	[0; 0]	[20; 15]	[18; 15]	[17; 15]	[0; 0]

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.8 - PARÂMETROS PARA CADA ITEM EM DIFERENTES MÁQUINAS E ESTÁGIOS APLICADOS AO MODELO DOIS ESTÁGIOS

Item	Máquina	Custo de processamento		Tempo de processamento		Lote mínimo	
		Estágio I	Estágio II	Estágio I	Estágio II	Estágio I	Estágio II
		CP^I_{ik}	CP^{II}_{ik}	TP^I_{ik}	TP^{II}_{ik}	L^I_{ik}	L^{II}_{ik}
1	1	8	8	10	10	4	3
	2	7	7	10	10	4	3
2	1	7	7	10	10	4	3
	2	9	9	10	10	4	3
3	1	7	7	10	10	4	3
	2	6	6	10	10	4	3
4	1	6	6	10	10	4	3
	2	5	5	10	10	4	3

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.9 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE ESTOQUE INTERMEDIÁRIO – MODELO DOIS ESTÁGIOS

	Item	Período				
		1	2	3	4	5
Q_{it}^+	1	10	10	20	20	0
	2	10	20	20	20	0
	3	20	25	20	15	0
	4	10	20	20	30	0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.10 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE DEMANDA NÃO ATENDIDA NO ESTÁGIO II – MODELO DOIS ESTÁGIOS

	Item	Período				
		1	2	3	4	5
Q_{it}^{-II}	1	10	10	30	25	0
	2	0	10	20	20	0
	3	20	25	15	15	0
	4	10	10	10	30	0

FONTE: O Autor (2015)

A capacidade de produção disponível por período nos dois estágios (CA_{kt}^θ) foi fixada em 480 minutos para cada máquina. A quantidade máxima permitida em minutos extras para processamento em cada máquina k , em cada período t , em cada um dos estágios (B_{kt}^θ), foi limitada em 60 minutos. O tempo de preparação (ST_{oik}^θ) de quaisquer das máquinas no início do horizonte de planejamento, em ambos os estágios e para quaisquer dos itens foi fixado em 20 minutos. A quantidade de cada item i , existente em estoque intermediário no início do horizonte de planejamento (I_{i0}^+), bem como com demanda não atendida no estágio II, no início do horizonte de planejamento (I_{i0}^{-II}), foram ambas nulas.

A Tabela 4.11 mostra o número de restrições, variáveis e coeficientes do problema gerado.

TABELA 4.11 - DIMENSÕES DO PROBLEMA EXEMPLO
APLICADO A DOIS ESTÁGIOS

Descrição	Quantidade
Número de restrições	2.900
Total de variáveis	2.540
Variáveis binárias	660
Variáveis inteiras	300
Variáveis reais (não inteiras)	1.580
Coefficientes diferentes de zero	11.848

FONTE: O Autor (2015)

O modelo foi implementado utilizando o pacote computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL implementado em um computador com processador Intel Xeon 3.7GHz e 16Gb de memória RAM, de modo que foi obtida a solução ótima em 9h e 29min. O valor da função objetivo foi R\$ 1.995,00. Os demais resultados são apresentados a seguir.

Buscando possibilitar uma melhor compreensão deste exemplo, um dos períodos produtivos foi escolhido para detalhamento. Para isso, tomou-se como exemplo o período 1 do horizonte de planejamento, o qual foi destacado nas tabelas a seguir.

4.2.1 Processamento no Estágio I

As tabelas 4.12 e 4.13 mostram as quantidades processadas de cada item em cada subperíodo que compõem os cinco períodos do horizonte de planejamento nas duas máquinas.

TABELA 4.12 - QUANTIDADE PROCESSADA - ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO I – MÁQUINA 1

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
$q^l_{i(k=1)s}$	1	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
	2	0 0 0 0	0 10 0 0	10 0 0 0	10 0 0 0	0 0 0 0
	3	20 0 0 0	10 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
	4	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.13 - QUANTIDADE PROCESSADA - ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO I – MÁQUINA 2

$q^I_{i(k=2)s}$	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
	1	10 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 16 0 0
2	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
3	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
4	0 10 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	20 0 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

As tabelas 4.14 e 4.15 apresentam os instantes de término de processamento de cada lote em cada máquina no estágio I.

TABELA 4.14 - INSTANTE DE TÉRMINO DE PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO I – MÁQUINA 1

$hm^I_{i(k=1)t}$	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
	1	0	0	0	0	0
2	0	400	380	100	0	
3	320	100	0	0	0	
4	0	0	0	0	0	

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.15 - INSTANTE DE TÉRMINO DE PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO I – MÁQUINA 2

$hm^I_{i(k=2)t}$	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
	1	120	0	0	390	140
2	0	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	
4	235	0	0	200	0	

FONTE: O Autor (2015)

No início do horizonte de planejamento, ou seja, no primeiro subperíodo do período 1, há um tempo de preparação de cada máquina conforme o item que será produzido (ST^{θ}_{oik}), o qual neste exemplo foi atribuído como sendo de 20min para quaisquer dos itens. Vale lembrar que o modelo permite atribuir tempos diferentes conforme o tipo de item a ser produzido.

Conforme já citado anteriormente, as explicações a seguir referem-se ao período 1, o qual foi destacado nas tabelas pertencentes a este exemplo. Sendo assim, analisando a Tabela 4.12, a qual se refere à máquina 1, nota-se que foram processadas 20 unidades do item 3. Como há sobra de capacidade (tempo), houve uma ociosidade inicial da máquina 1 de 100min. Assim, o instante

de término deste lote nesta máquina será de 320min, conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da Tabela 4.14 (20min para *setup* inicial + 100min de ociosidade + 20 unidades x 10min cada. Os demais itens não foram processados na máquina 1 no período 1, conforme mostra a Tabela 4.12.

A Tabela 4.13 mostra as quantidades processadas no estágio I, na máquina 2. Nota-se que no período 1 foram processadas inicialmente 10 unidades do item 1, logo, o instante de término deste lote na máquina 2 será de 120min, (20min para *setup* inicial + 10 unidades x 10min cada), conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da tabela 4.15. Em seguida, conforme apresentado na tabela 4.13, foram processadas 10 unidades do item 4, de modo que considerando o tempo acumulado de 120min, adicionado ao *setup* de 15min (pois houve troca de item), mais o tempo para processamento destas 10 unidades que é de 100min (10 itens x 10min cada), resulta no instante de término igual a 235min, conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da Tabela 4.15. Os itens 2 e 3 não foram processados na máquina 2 no período 1, como mostra a Tabela 4.13, de modo que seus instantes de término são iguais a zero (conforme garantido por meio do conjunto de restrições (4.10)). A Figura 4.3 busca representar a situação anteriormente apresentada.

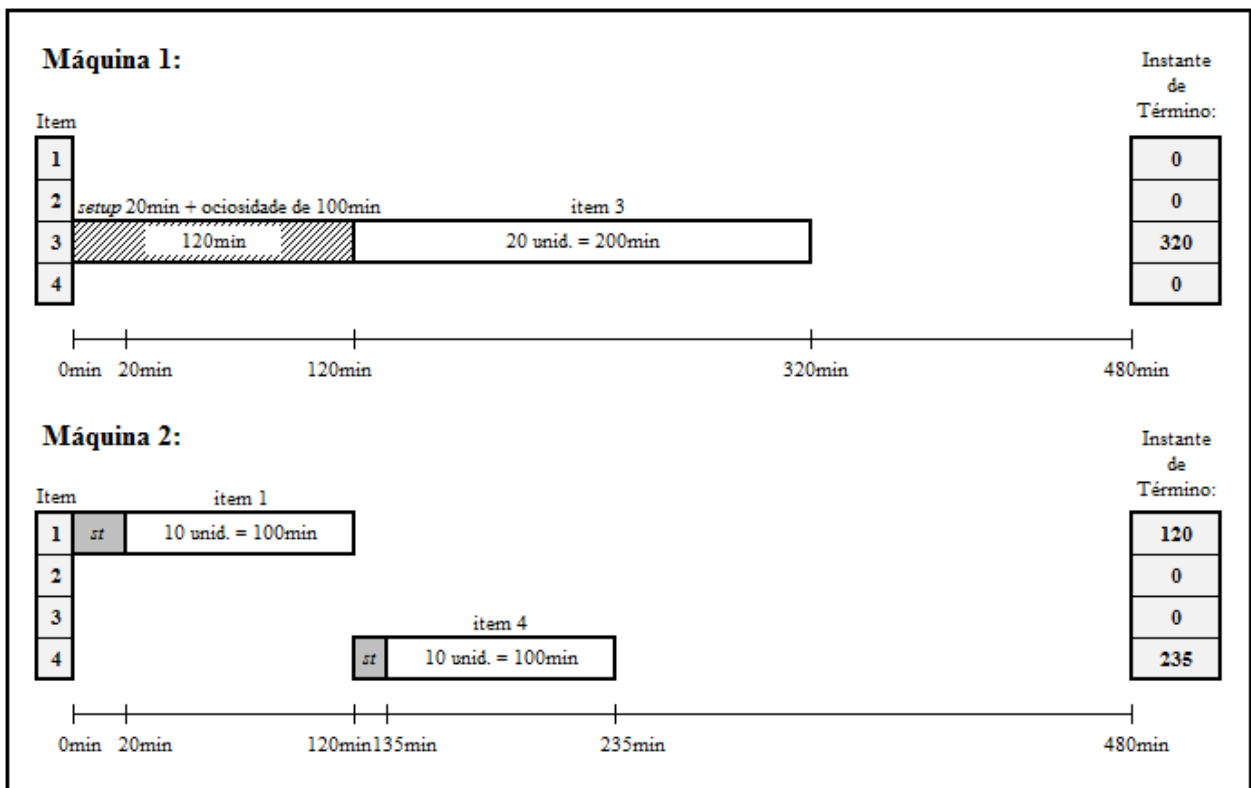


FIGURA 4.3 - SEQUENCIAMENTO NO 1º PERÍODO – ESTÁGIO I
FONTE: O Autor (2015)

Conforme a formulação do modelo matemático aqui apresentado, um lote de determinado item só será finalizado quando o processamento for concluído em todas as máquinas. Assim, o instante de término do processamento no primeiro estágio para o lote de cada tipo de item em cada período (ht^I_{it}) não pode ser menor que o máximo instante de término entre todas as máquinas que produzem este mesmo tipo de item no mesmo período (hm^I_{ikt}), conforme definido pelo conjunto de restrições (4.15), onde $ht^I_{it} \geq hm^I_{ikt}$ para $i = 1, \dots, N$; $t = 1, \dots, T$; $k = 1, \dots, K^I$. Devido ao fato de que se pretende minimizar os instantes de término pela busca da mínima utilização de horas extras, os valores para as variáveis ht^I_{it} tendem a se aproximar do valor máximo entre os instantes de término de todas as máquinas para um determinado item i em determinado período t .

A Tabela 4.16 apresenta os instantes de término do processamento do lote de cada item em todas as máquinas do estágio I.

TABELA 4.16 - INSTANTE DE TÉRMINO DE CADA LOTE DE ITENS EM CADA PERÍODO NO ESTÁGIO I

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
ht^I_{it}	1	120	0	0	390	140
	2	0	400	380	100	0
	3	320	100	0	0	0
	4	235	0	0	205	0

FONTE: O Autor (2015)

A Figura 4.4 ilustra os valores mostrados na coluna ‘Período 1’ da tabela 4.16. Nota-se que o instante de término do processamento do lote de determinado item é maior ou igual (o qual é minimizado pelo modelo) ao instante de término da produção deste mesmo item em cada máquina, os quais foram apresentados nas colunas ‘Período 1’ das tabelas 4.14 e 4.15.

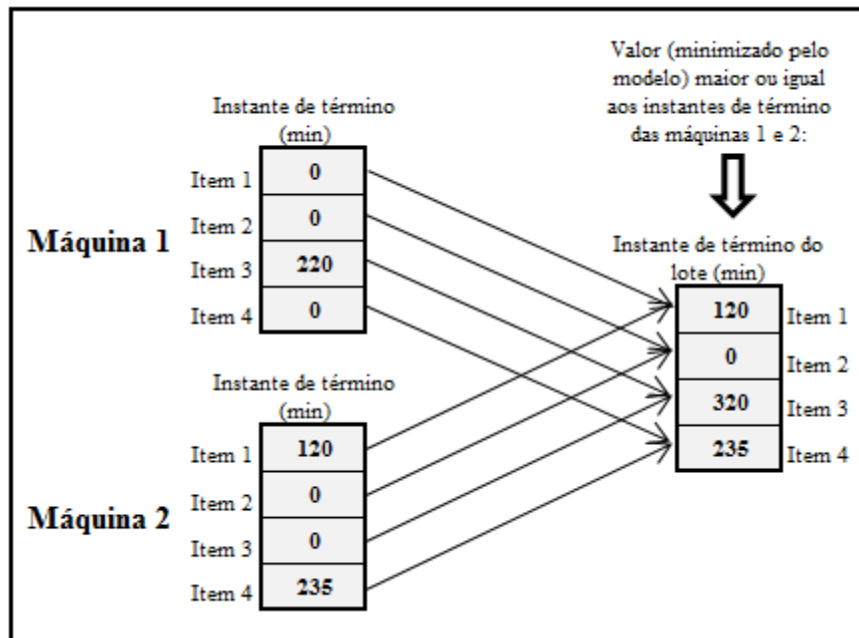


FIGURA 4.4 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO – ESTÁGIO I – PERÍODO 1
FONTE: O Autor (2015)

Para os demais períodos, procede-se com interpretação análoga. Nota-se que não houve utilização de tempo extra no primeiro estágio, pois todos os instantes de término foram menores ou iguais à capacidade do período de cada máquina, que foi fixado em 480 minutos.

4.2.2 Estoque intermediário

Após serem processados no primeiro estágio produtivo, os itens são encaminhados ao estoque intermediário localizado entre os estágios I e II, onde cada lote deverá aguardar por um tempo mínimo antes do envio ao segundo estágio produtivo. Neste exemplo, considerando a produção de placas eletrônicas, esse tempo é necessário para secagem da pasta protetora de componentes, a qual resguarda alguns itens do calor provocado pelo processo de soldagem que ocorre no estágio II. O tempo mínimo em que um lote deve aguardar até que seja processado no estágio II pode variar conforme o tipo de item e é um parâmetro de entrada do modelo. Pode ocorrer inclusive de determinado tipo de item não necessitar de um tempo mínimo de

permanência no estoque intermediário. Neste caso, atribui-se tempo 0 (zero) ao parâmetro TE_i , no modelo matemático.

No exemplo aqui apresentado, todos os lotes necessitam permanecer por, no mínimo, 10 minutos em estoque intermediário, conforme mostrado na Tabela 4.6.

Um lote de determinado item somente pode ser encaminhado ao segundo estágio se estiver cumprido o tempo mínimo de permanência em estoque intermediário, ou se ele for processado em um período anterior ao analisado, sendo que neste caso não há necessidade de cumprir esse tempo mínimo de permanência, pois o lote já terá aguardado de um período para outro. O conjunto de restrições (4.18), dado por $ze_{it} \leq \sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^I_{iks} \leq M \cdot ze_{it}$, com $i = 1, \dots, N$ e $t = 1, \dots, T$, onde ze_{it} são variáveis binárias, retorna à condição referente ao processamento de determinado item em um certo período do estágio I. Sendo assim, se um item i for processado em determinado período t em alguma das máquinas, a expressão $\sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^I_{iks}$, assumirá um valor diferente de zero, o que faz com que ze_{it} assumo o valor 1. Caso contrário, quando não há processamento do item i no período t , a expressão $\sum_{k=1}^{K^I} \sum_{s \in W_t} q^I_{iks}$ assume valor zero, o que força ze_{it} a assumir o valor 0.

A Tabela 4.17 apresenta os valores retornados para as variáveis ze_{it} considerando a resolução deste exemplo, pois como explicado anteriormente, o valor ‘1’ representa que o item i foi processado no período t em pelo menos uma das máquinas pertencentes ao estágio I, enquanto que o valor ‘0’ (zero) indica que o item não foi processado no período t deste mesmo estágio.

TABELA 4.17 - VARIÁVEL BINÁRIA QUE INDICA O PROCESSAMENTO DOS LOTES EM ALGUMA DAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO I – MODELO DOIS ESTÁGIOS

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
ze_{it}	1	1	0	0	1	1
	2	0	1	1	1	0
	3	1	1	0	0	0
	4	1	0	0	1	0

FONTE: O Autor (2015)

A necessidade da existência das variáveis ze_{it} justifica-se pelo fato de que somente se deseja adicionar o tempo necessário para permanência no estoque intermediário quando o lote for

processado no mesmo período em que será processado no estágio II. Por exemplo, o item 3 foi processado em pelo menos uma das máquinas do estágio I, no primeiro e segundo período, mas não foi processado (no estágio I) no terceiro, quarto e quinto período, porém, como foi mantido estoque (de 5 unidades) deste item (I_{it}^+) no final do quarto período, conforme será mostrado mais adiante na Tabela 4.19, foi possível produzi-lo no estágio II, no quinto período, em pelo menos uma das máquinas. Sendo assim, neste caso, para que haja processamento no estágio II no quinto período, não é necessário adicionar o tempo de permanência no estoque intermediário, pois conforme a premissa do modelo matemático, a situação de espera do lote entre períodos é condição suficiente para que se cumpra o tempo mínimo de espera do lote no estoque intermediário. Essa situação é abordada pelo conjunto de restrições (4.19) dado por $he_{it}^1 = ht_{it}^1 + TE_i \cdot ze_{it}$, com $i = 1, \dots, N$ e $t = 1, \dots, T$, onde se nota que tempo mínimo de permanência em estoque intermediário de um lote do item i (TE_i) só é adicionado ao instante de término do lote do item i em cada período t , em todas as máquinas do estágio I (ht_{it}^1), quando $ze_{it} = 1$.

O instante de término dos lotes após o processamento no estágio I e o tempo de permanência mínimo em estoque intermediário de cada lote do item i , em cada período t (he_{it}^1), calculado pelo conjunto de restrições (4.19), é mostrado na Tabela 4.18.

TABELA 4.18 - INSTANTE DE TÉRMINO DE PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO I, ADICIONADO AO TEMPO EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
he_{it}^1	1	130	0	0	400	150
	2	0	410	390	110	0
	3	330	110	0	0	0
	4	245	0	0	215	0

FONTE: O Autor (2015)

A condição referente à soma dos tempos de permanência no estoque intermediário somente quando o lote foi processado no estágio I, no mesmo período em que será processado no estágio II, é importante devido ao balanceamento de estoque intermediário proposto no conjunto de restrições (4.21), cuja quantidade que será enviada ao estágio II pode ser provinda diretamente do processamento do estágio I no mesmo período (qe_{it}), ou ainda, do processamento do estágio I em períodos anteriores ($I_{i,t-1}^+$). Parte dos itens processados no estágio I pode ainda ser armazenada no estoque intermediário para ser processada em períodos posteriores (I_{it}^+). De modo

a controlar as quantidades armazenadas entre períodos no estoque intermediário, foi proposto o conjunto de restrições (4.22) dado por $I_{it}^+ \leq Q_{it}^+$, onde $i = 1, \dots, N$ e $t = 1, \dots, T$. O conjunto de parâmetros (Q_{it}^+) permite restringir a quantidade máxima permitida de estoque intermediário, do item i , no período t , possibilitando controlar inclusive os níveis de estoque no último período do horizonte de planejamento. É possível, ainda, no modelo, informar a quantidade do item i existente no estoque intermediário no início do horizonte de planejamento (I_{i0}^+). No exemplo aqui apresentado, as quantidades de cada item, tanto no início, quanto no final do horizonte de planejamento foram iguais a zero.

A Tabela 4.19 apresenta a quantidade de cada item i existente em estoque intermediário ao final de cada período t .

TABELA 4.19 - QUANTIDADE EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO AO FINAL DE CADA PERÍODO

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
I_{it}^+	1	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	5	5	5	0
	4	0	0	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

4.2.3 Processamento no Estágio II

O segundo estágio produtivo recebe itens processados no primeiro estágio que cumpriram o tempo mínimo de permanência no estoque intermediário (quando necessário). Esses itens podem ter sido processados no mesmo período no primeiro estágio, e, depois de encaminhados ao estoque intermediário, serem processados no segundo estágio, ou ainda, podem ter sido produzidos em períodos anteriores e encaminhados diretamente ao segundo estágio nos períodos seguintes, sem precisar cumprir o tempo mínimo no estoque intermediário, devido ao fato já mencionado de que o armazenamento entre dois períodos configura condição suficiente de tempo mínimo necessário entre os dois estágios.

O instante de início de processamento de cada lote do item i , em cada período t , em cada máquina k pertencente ao segundo estágio, é armazenado nas variáveis hi^{II}_{ikt} . O conjunto de restrições (4.20), onde $hi^{II}_{ikt} \geq he^I_{it}$ para $i = 1, \dots, N$; $t = 1, \dots, T$; $k = 1, \dots, K^{II}$, afirma que o processamento do lote de um determinado item i em um determinado período t no estágio II somente pode iniciar em um instante de tempo superior à conclusão de seu processamento no estágio I, adicionado ao tempo em estoque intermediário (he^I_{it}), o qual pode ser zero, para o caso de itens que não necessitam ali permanecer, ou para itens que tenham sido processados no estágio I, em períodos anteriores. Isso garante que o início do processamento de um lote no estágio II somente ocorrerá após a liberação deste lote (*request job*) do cumprimento do tempo mínimo de permanência no estoque intermediário.

Nas tabelas 4.20 e 4.21 são apresentados os instantes (hi^θ_{ikt}), em será iniciado o processamento em cada período t , do lote de cada item i , em cada máquina k , do estágio $\theta = II$. Esse instante de início é calculado pelo conjunto de restrições (4.9), onde nota-se que o instante de início do processamento de um item j (hi^θ_{jkt}) é maior ou igual ao instante de início do processamento de um item i que o antecede (hi^θ_{ikt}), adicionado do tempo de processamento do lote ($TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks}$), mais o tempo de *setup* (ST^θ_{ijk}), sendo essa restrição ativada somente quando há *setup* de um item i para um item j em algum subperíodo s que compõe o período t ($\sum_{s \in W_t} y^\theta_{ijks}$), ou seja, quando um item i antecede um item j no sequenciamento da produção.

TABELA 4.20 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO DE CADA LOTE NO ESTÁGIO II - MÁQUINA 1

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
$hi^{II}_{i(k=1)t}$	1	130	0	0	400	150
	2	0	410	390	110	0
	3	330	110	0	0	0
	4	245	0	0	215	0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.21 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO DE CADA LOTE NO ESTÁGIO II - MÁQUINA 2

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
$hi^{\text{II}}_{i(k=2)t}$	1	130	0	0	400	150
	2	0	410	390	110	0
	3	330	110	0	0	430
	4	245	0	0	215	0

FONTE: O Autor (2015)

O conjunto de restrições (4.9) é responsável pelo cálculo dos instantes de início de processamento (hi^{II}_{ikt}) para todos os itens, mesmo que o item não seja processado no estágio II, no período t . Os cálculos realizados por esse conjunto de restrições podem resultar em valores não nulos quando o item i não for processado no estágio II. Sendo assim, esse inconveniente é evitado por meio do conjunto de restrições (4.10), de modo que no caso de não haver processamento no estágio II, do item i , na máquina k , no período t , tem-se $\sum_{s \in W_t} z^{\text{II}}_{iks} = 0$, o que implica em $hi^{\text{II}}_{ikt} = 0$.

Nas tabelas 4.22 e 4.23 são apresentadas as quantidades processadas de cada item i em cada período t , em cada máquina k , pertencente ao estágio II ($\theta = \text{II}$).

TABELA 4.22 - QUANTIDADE PROCESSADA - ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO II – MÁQUINA 1

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
$q^{\text{II}}_{i(k=1)s}$	1	3 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 8 0	1 0 0 0
	2	0 0 0 0	0 7 0 0	9 0 0 0	9 0 0 0	0 0 0 0
	3	0 0 5 0	1 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
	4	0 3 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 3 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.23 - QUANTIDADE PROCESSADA - ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO II – MÁQUINA 2

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
$q^{\text{II}}_{i(k=2)s}$	1	7 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 8 0	13 0 0 0
	2	0 0 0 0	0 3 0 0	1 0 0 0	1 0 0 0	0 0 0 0
	3	0 0 15 0	4 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 5 0 0
	4	0 7 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 17 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

É possível ocorrer no estágio II o não atendimento da demanda do item i , no período t (D_{it}). Esse fato acarreta custos pela não entrega do lote do item i no prazo estipulado (G_i), o qual

é contabilizado na função objetivo do modelo. A quantidade do item i , com demanda não atendida no final do período t , no Estágio II, é representada pelo conjunto de variáveis I_{it}^{-II} . A Tabela 4.24 apresenta essas quantidades para o problema aqui considerado.

TABELA 4.24 - QUANTIDADE DE CADA ITEM COM DEMANDA NÃO ATENDIDA NO FINAL DE CADA PERÍODO NO ESTÁGIO II

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
I_{it}^{-II}	1	0	0	20	4	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A máxima demanda permitida a não ser atendida no estágio II, do item i , no período t (I_{it}^{-II}), é controlada pelo conjunto de restrições (4.24). A finalidade deste conjunto de restrições é estabelecer limites para o não atendimento de demandas previstas, o que é importante principalmente no último período do horizonte de planejamento, de modo a permitir, neste caso, um melhor controle sobre os níveis finais deste atendimento. Em alguns casos, o não atendimento aos pedidos ao final deste horizonte pode ser um inconveniente para a empresa, de modo que na prática pode ser imprescindível atender a um pedido dentro de um prazo admissível, mesmo que o custo de horas extras seja maior que a penalidade atribuída por item (G_i), para o não atendimento da demanda dentro de um período t .

Por meio do parâmetro $I_{i,0}^{-II}$ é possível, ainda, informar quantidade do item i , com demanda não atendida no estágio II, no início do horizonte de planejamento. No exemplo apresentado neste tópico, as quantidades estabelecidas para cada item, tanto no início, quanto no final do horizonte de planejamento foram iguais a zero.

O instante de término do processamento do lote do item i , no período t , na máquina k , pertencente ao estágio II (hm_{ikt}^{θ}), é calculado pelo conjunto de restrições (4.12), o qual considera o instante de início hi_{ikt}^{θ} de cada lote no estágio II, somado ao tempo consumido para produção do lote ($TP_{ik}^{\theta} \cdot \sum_{s \in W_t} q_{iks}^{\theta}$). O tempo necessário para preparação da máquina (tempo de *setup*), é calculado anteriormente pelo conjunto de restrições (4.9), e sendo assim, o instante de início (hi_{ikt}^{θ}), com $\theta = II$, corresponde ao momento em que será iniciado o processamento do lote do item i na máquina k , no período t , no estágio II.

As tabelas 4.25 e 4.26 apresentam os instantes de término em cada máquina após o processamento dos lotes no segundo estágio produtivo.

TABELA 4.25 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO II – MÁQUINA 1

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
$hm^{II}_{i(k=1)t}$	1	160	0	0	480	160
	2	0	480	480	200	0
	3	380	120	0	0	0
	4	275	0	0	245	0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 4.26 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO II – MÁQUINA 2

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
$hm^{II}_{i(k=2)t}$	1	200	0	0	480	280
	2	0	440	400	120	0
	3	480	150	0	0	480
	4	315	0	0	385	0

FONTE: O Autor (2015)

Devido aos itens serem processados no primeiro estágio antes de serem encaminhados para o estoque intermediário e em seguida ao segundo estágio, grande parte destes não se encontra disponível para processamento no segundo estágio, no início de cada período, exceto os itens que foram processados em períodos anteriores, no primeiro estágio.

Tomando como exemplo o primeiro período do horizonte de planejamento, conforme destacado nas tabelas 4.20 a 4.23, 4.25 e 4.26, foi elaborada uma ilustração apresentada na Figura 4.5, que busca representar como ocorre o sequenciamento dos lotes no estágio II, neste caso.

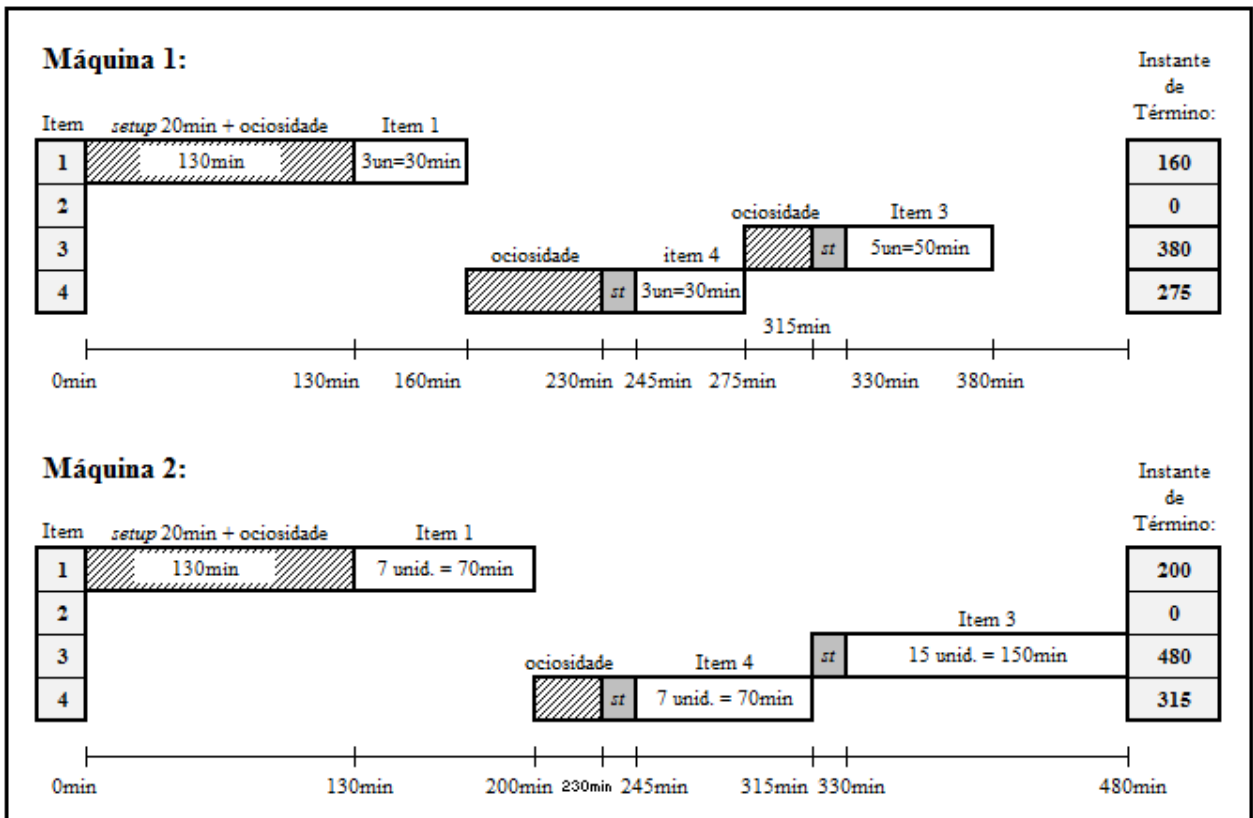


FIGURA 4.5 - SEQUENCIAMENTO NO 1º PERÍODO – ESTÁGIO II
 FONTE: O Autor (2015)

Observando a Figura 4.5, nota-se a ocorrência de ociosidade das máquinas no início do período produtivo. Isso se justifica pela necessidade dos itens serem processados no estágio I, bem como terem cumprido o tempo mínimo em estoque intermediário antes de serem encaminhados ao estágio II. Sendo assim, após um tempo ocioso de 130min, dentro do qual foi realizado o *setup* inicial que é de 20min, deu-se início ao processamento de um lote de 3 unidades do item 1, conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da tabela 4.22. Deste modo, o instante de início do processamento deste lote ocorreu aos 130min a partir do início do período produtivo, conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da tabela 4.20, durando 30min (3 unidades x 10min cada) e, tendo assim, o instante de término aos 160min conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da tabela 4.25.

Na sequência, considerando a troca de item, houve ociosidade da máquina 1 de 70min e logo após *setup* de 15min, pois para processar o item 4 foi necessário aguardar sua finalização no

estágio 1, bem como o cumprimento do tempo mínimo em estoque intermediário, o qual foi encerrado aos 245min conforme Tabela 4.18. Então, no instante de início 245min, como mostrado na coluna ‘Período 1’ da tabela 4.20 foi iniciado o processamento de 3 unidades do item 4 (ver tabela 4.22 , coluna ‘Período 1’), de modo que o instante de término do processamento deste lote ocorreu aos 275min, como apresentado na coluna ‘Período 1’ da tabela 4.25.

Novamente ocorreu a troca de item havendo assim, ociosidade de 40min e *setup* de 15min para então iniciar o processamento de um lote de 5 unidades do item 3 (ver tabela 4.22, coluna ‘Período 1’). A tabela 4.20 (coluna ‘Período 1’), mostra que o processamento do lote de 5 unidades do item 3 foi iniciado aos 330min. Deste modo, o tempo ocioso de 40min da máquina 1 foi necessário porque o lote do item 3 somente foi liberado do estoque intermediário aos 330min, conforme mostrado na Tabela 4.18, coluna ‘Período 1’, sendo assim, a máquina 1 foi obrigada a aguardar sua liberação para então poder dar início ao processamento no estágio II.

O instante de término do processamento do lote do item 3 ocorreu aos 380min, conforme mostrado na tabela 4.25, coluna ‘Período 1’. O item 2 não foi processado em nenhuma das máquinas pertencentes ao estágio II, no período 1.

Interpretação análoga pode ser feita para a máquina 2 no período 1, conforme mostrado na Figura 4.5, bem como para as duas máquinas nos demais períodos. Nota-se que em nenhum dos períodos houve a utilização de tempo-extra das máquinas que compõe o estágio II, já que nenhum dos valores apresentados nas Tabelas 4.25 e 4.26 extrapolou a capacidade de máquina que foi fixada em 480min para cada uma das máquinas em cada um dos períodos.

A Figura 4.6 representa o sequenciamento nos 5 períodos que compõe o horizonte de planejamento, para os lotes dos 4 tipos de itens processados.

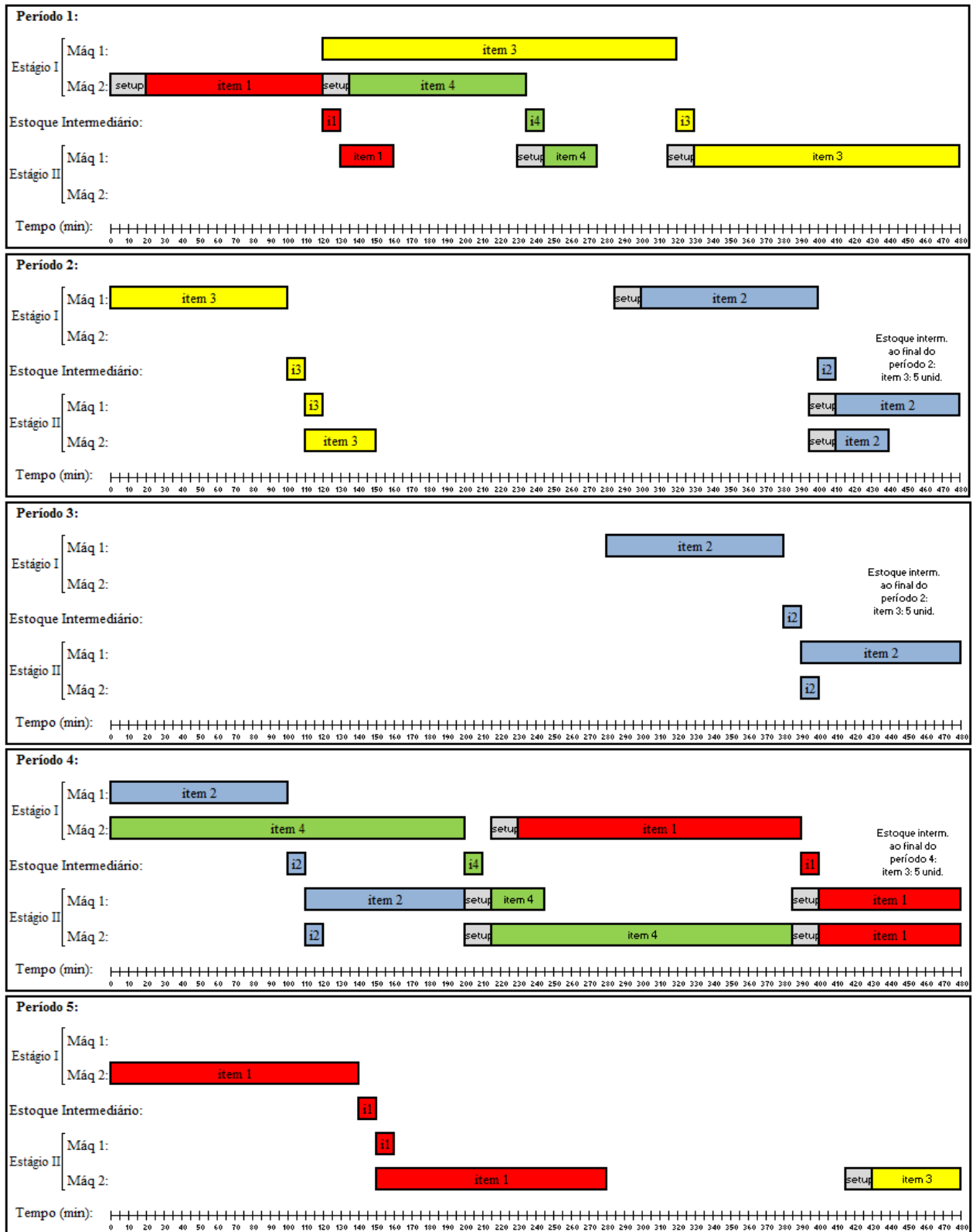


FIGURA 4.6 - SEQUENCIAMENTO NOS CINCO PERÍODOS DO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO
 FONTE: O Autor (2015)

Buscando auxiliar o leitor na compreensão em relação ao fluxo de processamento dos itens nos estágios I e II, permanência nos estoques intermediários entre períodos e demandas não atendidas ao final de cada período, é apresentado a seguir o Quadro 4.1. O objetivo deste quadro é resumir os conteúdos apresentados nas tabelas 4.12, 4.13, 4.19, 4.22, 4.23 e 4.24, porém apresentando somente as quantidades, sem mostrar o sequenciamento dos itens, ou seja, a ordem em que serão processados.

	Item	Período 1		Período 2		Período 3		Período 4		Período 5	
		Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2
Itens processados Estágio I	Item 1	0	10	0	0	0	0	0	16	0	14
	Item 2	0	0	10	0	10	0	10	0	0	0
	Item 3	20	0	10	0	0	0	0	0	0	0
	Item 4	0	10	0	0	0	0	0	20	0	0
Estoque intermediário ao final do período t	Item 1	0		0		0		0		0	
	Item 2	0		0		0		0		0	
	Item 3	0		5		5		5		0	
	Item 4	0		0		0		0		0	
Itens processados Estágio II	-	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2
	Item 1	3	7	0	0	0	0	8	8	1	13
	Item 2	0	0	7	3	9	1	9	1	0	0
	Item 3	5	15	1	4	0	0	0	0	0	5
	Item 4	3	7	0	0	0	0	3	17	0	0
Demanda não atendida ao final do período t	Item 1	0		0		20		4		0	
	Item 2	0		0		0		0		0	
	Item 3	0		0		0		0		0	
	Item 4	0		0		0		0		0	
Demanda	Item 1	10		0		20		0		10	
	Item 2	0		10		10		10		0	
	Item 3	20		5		0		0		5	
	Item 4	10		0		0		20		0	

QUADRO 4.1 - FLUXO DE PROCESSAMENTO DOS ITENS EM CADA PERÍODO – MODELO 2 ESTÁGIOS

FONTE: O Autor (2015)

O Quadro 4.1 representa o fluxo de processamento de cada item em cada período, podendo ser mais bem interpretado, seguindo-se uma ordem por item em cada período, conforme mostrado a seguir:

- a) Processamento do item 1 no período 1: no estágio I, foram processadas 10 unidades nas máquinas 1 e 2, (0 unidade na máquina 1, e 10 unidades na máquina 2). Destas, nenhuma unidade permaneceu armazenada no estoque intermediário para

processamento em período(s) posterior(es). Sendo assim, as 10 unidades foram processadas no estágio II, nas máquinas 1 e 2 (3 unidades na máquina 1 e 7 unidades na máquina 2), atendendo à demanda do período, de 10 unidades.

- b) Processamento do item 1 no período 2: não houve processamento em nenhum dos estágios. Não havia demanda.
- c) Processamento do item 1 no período 3: não houve processamento em nenhum dos estágios. Como havia uma demanda de 20 unidades no período e nenhum item foi produzido, houve uma demanda não atendida no final do período 3, de 20 unidades.
- d) Processamento do item 1 no período 4: no estágio I, foram processadas 16 unidades nas máquinas 1 e 2, (0 unidade na máquina 1 e 16 unidades na máquina 2). Nenhuma unidade permaneceu armazenada no estoque intermediário para processamento em período(s) posterior(es). As 16 unidades foram processadas no estágio II, nas máquinas 1 e 2 (8 unidades na máquina 1 e 8 unidades na máquina 2). Neste período não havia demanda, porém, havia uma demanda não atendida do período anterior, de 20 unidades. Sendo assim, as 16 unidades produzidas atenderam parte desta falta, restando ainda ao final do período 4 uma demanda não atendida de 4 unidades do item 1.

Raciocínio similar pode ser seguido para interpretação do fluxo dos itens nos demais períodos.

Este problema-exemplo foi apresentado para facilitar a compreensão do funcionamento do modelo apresentado. Buscando atender a uma gama maior de aplicações práticas, foi proposta a generalização do modelo matemático com dois estágios, abordando assim, situações que possam envolver um número maior de estágios, conforme será mostrado no Capítulo 5.

5 MODELO MATEMÁTICO PARA MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

Neste capítulo é apresentada a generalização do modelo matemático dois estágios mostrado no Capítulo 4, de forma a possibilitar a aplicação em ambientes de produção com características semelhantes, porém que possuam mais de dois estágios produtivos.

Esta generalização visa contribuir com um modelo matemático que possibilite a implementação em ambientes produtivos nos quais um mesmo item tenha de ser processado em diversos estágios compostos por máquinas paralelas. A Figura 5.1 ilustra de maneira simplificada a generalização proposta.

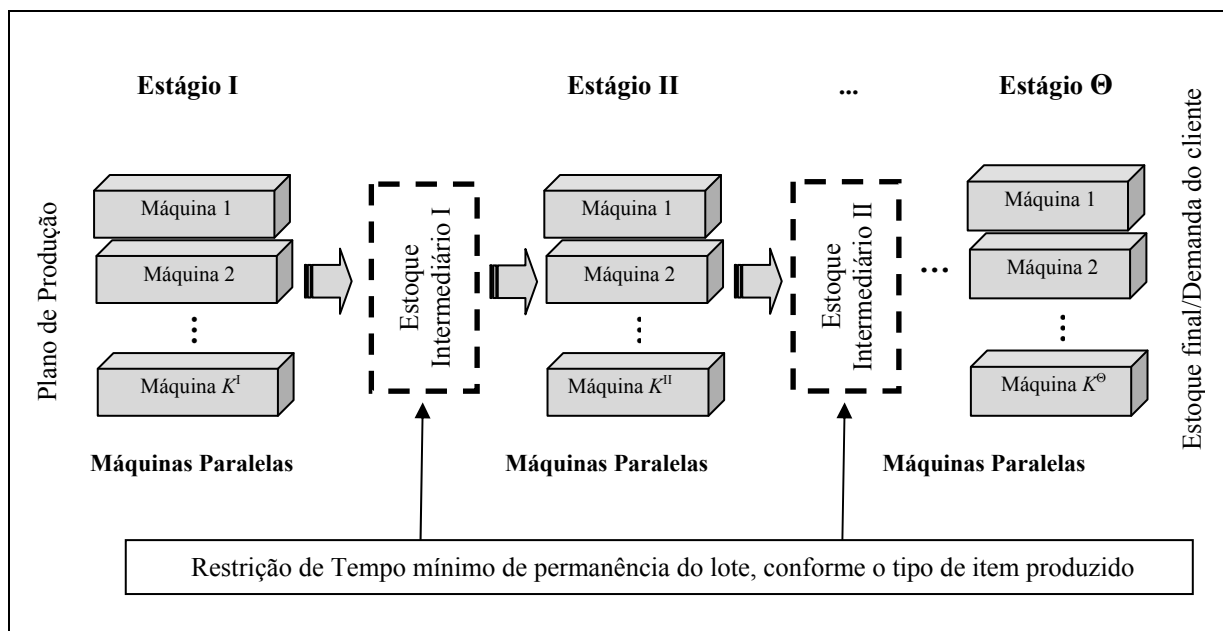


FIGURA 5.1 - REPRESENTAÇÃO DO AMBIENTE DE PRODUÇÃO COM MÚLTIPLOS ESTÁGIOS
 FONTE: O Autor (2015)

O modelo generalizado para múltiplos estágios apresentado neste capítulo pode ser aplicado em ambientes onde o item a ser processado seja submetido a vários estágios compostos por máquinas paralelas, onde sejam agregados componentes ou ainda sejam submetidos a processos de fabricação como pinturas, soldas, acabamentos, etc. Entre cada um dos estágios há um estoque intermediário, onde os lotes devem aguardar por um tempo mínimo até serem

submetidos ao próximo estágio. Vale salientar que esse tempo mínimo é definido conforme o tipo de item e pode ser nulo, inclusive. Outra observação importante é que o modelo permite que um estágio seja composto também por uma única máquina. Esses e mais aspectos podem ser definidos na implementação do modelo, o qual foi formulado de maneira a buscar atender uma ampla gama de situações, as quais podem ser definidas por meio de ajustes em seus parâmetros.

No tópico a seguir é apresentado o modelo matemático com múltiplos estágios, uma generalização do modelo apresentado no Capítulo 4.

5.1 MODELO MATEMÁTICO COM MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

Para o modelo matemático com múltiplos estágios foram utilizados os índices, parâmetros e variáveis semelhantes aos apresentados respectivamente nas tabelas 4.1, 4.2 e 4.3, porém, com algumas modificações, de modo a representarem diversos estágios. Para facilitar a leitura do modelo, alguns dos índices, parâmetros e variáveis já mencionados nessas tabelas estão sendo novamente apresentados, outros, porém, sofreram alterações de modo a representar múltiplos estágios produtivos.

Na tabela 5.1 são apresentados os índices utilizados.

TABELA 5.1 - ÍNDICES DO MODELO PARA MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

Simbologia	Descrição
i, j	(= $1, \dots, N$) itens
θ	(= $1, \dots, \Theta$) estágios produtivos
k	(= $1, \dots, K^\theta$) máquinas pertencentes ao estágio θ
t	(= $1, \dots, T$) períodos
s	(= $1, \dots, W$) subperíodos

FONTE: O Autor (2015)

A tabela 5.2 apresenta os parâmetros utilizados no modelo.

TABELA 5.2 - PARÂMETROS DO MODELO PARA MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

Simbologia	Descrição
Θ	quantidade de estágios produtivos
N	número de itens
T	número de períodos no horizonte de planejamento
W	número total de subperíodos em todo o horizonte de planejamento
W_t	conjunto de subperíodos contidos no período t
K^θ	número de máquinas pertencentes ao estágio θ
SP_{K^θ}	conjunto de itens que podem ser processados na máquina k , pertencente ao estágio θ
CA_{kt}^θ	capacidade de processamento disponível, na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t
CP_{ik}^θ	custo de processamento do item i na máquina k , pertencente ao estágio θ
CH_k^θ	custo, em minutos extras, do funcionamento de cada máquina k , pertencente ao estágio θ
CS_{ijk}^θ	custo de <i>setup</i> para processamento do item j imediatamente após o item i na máquina k , pertencente ao estágio θ
ST_{ijk}^θ	tempo de <i>setup</i> para processamento do item j imediatamente após o item i na máquina k , pertencente ao estágio θ
ST_{oik}^θ	tempo de <i>setup</i> para processamento do item i na máquina k , pertencente ao estágio θ , no início do horizonte de planejamento
TP_{ik}^θ	tempo consumido para processamento de uma unidade do item i na máquina k , pertencente ao estágio θ
L_{ik}^θ	lote mínimo do item i que poderá ser processado na máquina k , pertencente ao estágio θ
x_{ik0}^θ	igual a 1, se a máquina k , pertencente ao estágio θ , está preparada para processar o item i , no início do horizonte de planejamento; 0, caso contrário
B_{kt}^θ	quantidade máxima permitida em minutos extras, para processamento na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t
$I_{i,0}^-$	quantidade do item i , com demanda não atendida pelo último estágio (estágio Θ), no início do horizonte de planejamento
I_{i0}^+	quantidade do item i existente no estoque intermediário do estágio θ , no início do horizonte de planejamento
Q_{it}^+	quantidade máxima permitida de estoque intermediário do estágio θ , do item i , no período t
Q_{it}^-	quantidade máxima permitida de demanda não atendida pelo último estágio (estágio Θ), do item i , no período t
D_{it}	demanda do item i no período t
TE_i^θ	tempo mínimo de permanência no estoque intermediário imediatamente após o estágio θ , de um lote do item i
CE_i^θ	custo por período, para manter uma unidade do item i , no estoque intermediário imediatamente após o estágio θ
G_i	custo por período, do atraso de entrega do item i , no último estágio
M	número suficientemente grande

FONTE: O Autor (2015)

Na tabela 5.3 são apresentadas as variáveis de decisão utilizadas no modelo matemático.

TABELA 5.3 – VARIÁVEIS DE DECISÃO DO MODELO PARA MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

Simbologia	Descrição
q_{iks}^{θ}	quantidade processada do item i na máquina k , pertencente ao estágio θ , no subperíodo s
qe_{it}^{θ}	quantidade do item i enviada ao estoque intermediário θ no período t , no estágio θ
x_{iks}^{θ}	é igual a 1, se a máquina k , pertencente ao estágio θ , está preparada para processar o item i no subperíodo s ; 0, caso contrário
z_{iks}^{θ}	é igual a 1, quando o item i é processado na máquina k , pertencente ao estágio θ , no subperíodo s ; 0, caso contrário
ze_{it}^{θ}	é igual a 1 quando o item i é processado no período t , no estágio θ ; 0, caso contrário
y_{ijks}^{θ}	é igual a 1 se há <i>setup</i> do item i para o item j , na máquina k , pertencente ao estágio θ , no subperíodo s ; 0, caso contrário
hm_{ikt}^{θ}	Instante de término do lote do item i , em cada período t , em cada máquina k , pertencente ao estágio θ
ht_{it}^{θ}	instante de término do lote do item i , em cada período t , em todas as máquinas pertencentes ao estágio θ
he_{it}^{θ}	instante de término do lote do item i , em cada período t , do estágio θ , somado ao tempo mínimo em que o lote deve permanecer no estoque intermediário θ (é o instante de liberação do lote do item i no período t , do estágio e estoque intermediário θ , para que possa ser processada no estágio $\theta + 1$)
hi_{ikt}^{θ}	instante em que o item i inicia o processamento na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t
e_{kt}^{θ}	Capacidade extra (em minutos) para produção na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t
$I_{it}^{+\theta}$	quantidade do item i armazenada no estoque intermediário θ , no final do período t
$I_{it}^{-\theta}$	quantidade do item i com demanda não atendida no final do período t , no último estágio do horizonte de planejamento

FONTE: O Autor (2015)

Modelo matemático generalizado para múltiplos estágios:

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i \in SP_{K^\theta}} \sum_{j \in SP_{K^\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CS^\theta_{ijk} \cdot y^\theta_{ijks} + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i \in SP_{K^\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CP^\theta_{ik} \cdot q^\theta_{iks} \\ & + \sum_{\theta} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{t=1}^T CH^\theta_k \cdot e^\theta_{kt} + \sum_{\theta=1}^{\Theta-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T CE^\theta_i \cdot I_{it}^{\theta+} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T G_i \cdot I_{i,t}^- \end{aligned} \quad (5.1)$$

Sujeito a:

Conjuntos de restrições comuns a todos os estágios:

$$TP^\theta_{ik} \cdot q^\theta_{iks} \leq (CA^\theta_{kt} + B^\theta_{kt}) \cdot x^\theta_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; k = 1, \dots, K^\theta; \\ i \in SP_{K^\theta}; \\ s \in W_t; t = 1, \dots, T \end{array} \quad (5.2)$$

$$q^\theta_{iks} \geq L^\theta_{ik} \cdot (x^\theta_{iks} - x^\theta_{ik,s-1}) \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; k = 1, \dots, K^\theta; \\ i \in SP_{K^\theta}; s = 1, \dots, W \end{array} \quad (5.3)$$

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} x^\theta_{iks} = 1 \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \\ k = 1, \dots, K^\theta; s = 1, \dots, W \end{array} \quad (5.4)$$

$$y^\theta_{ijks} \geq x^\theta_{ik,s-1} + x^\theta_{jks} - 1 \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; i, j = 1, \dots, N \\ k = 1, \dots, K^\theta; s = 1, \dots, W \end{array} \quad (5.5)$$

$$z^\theta_{iks} \leq q^\theta_{iks} \leq \left(\sum_{t=1}^T D_{it} \right) \cdot z^\theta_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; i = 1, \dots, N; \\ k = 1, \dots, K^\theta; s = 1, \dots, W \end{array} \quad (5.6)$$

$$\sum_{s \in W_t} z^\theta_{iks} \leq 1 \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; i = 1, \dots, N; \\ k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \end{array} \quad (5.7)$$

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} z^\theta_{ik(s-1)} \geq \sum_{i \in SP_{K^\theta}} z^\theta_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; k = 1, \dots, K^\theta \\ s \in W_t; t = 1, \dots, T \end{array} \quad (5.8)$$

$$hi^\theta_{jkt} \geq hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} + ST^\theta_{ijk} + M \cdot \sum_{s \in W_t} y^\theta_{ijks} - M \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \\ i, j = 1, \dots, N (i \neq j); \\ k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \end{array} \quad (5.9)$$

$$hi^{\theta}_{ikt} \leq M \cdot \sum_{s \in W_t} z^{\theta}_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.10)$$

$$hi^{\theta}_{ik1} \geq ST^{\theta}_{0ik} \cdot z^{\theta}_{ik1} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K^{\theta} \quad (5.11)$$

$$hm^{\theta}_{ikt} = hi^{\theta}_{ikt} + TP^{\theta}_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^{\theta}_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i = 1, \dots, N; \quad k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.12)$$

$$e^{\theta}_{kt} \geq hm^{\theta}_{ikt} - CA^{\theta}_{kt} \quad i \in SP_{K^{\theta}}; \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.13)$$

$$e^{\theta}_{kt} \leq B^{\theta}_{kt} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.14)$$

Conjuntos de restrições: estoque intermediário, demanda e sincronia entre estágios:

$$ht^{\theta}_{it} \geq hm^{\theta}_{ikt} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K^1 \quad (5.15)$$

$$ht^{\theta}_{it} \leq M \cdot ze^{\theta}_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.16)$$

$$qe^{\theta}_{it} = \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s \in W_t} q^{\theta}_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i \in SP_{K^{\theta}}; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.17)$$

$$ze^{\theta}_{it} \leq \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s \in W_t} q^{\theta}_{iks} \leq M \cdot ze^{\theta}_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.18)$$

$$he^{\theta}_{it} = ht^{\theta}_{it} + TE^{\theta}_i \cdot ze^{\theta}_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.19)$$

$$hi^{(\theta+1)}_{ikt} \geq he^{\theta}_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K^{(\theta+1)} \quad (5.20)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{(\theta+1)}} \sum_{s \in W_t} q^{(\theta+1)}_{iks} = qe^{\theta}_{it} + I_{i,t-1}^{+\theta} - I_{it}^{+\theta} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.21)$$

$$I_{it}^{+\theta} \leq Q_{it}^{+\theta} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad (5.22)$$

$$i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T$$

Conjuntos de restrições aplicáveis somente ao último estágio (Θ : último estágio):

$$\sum_{k=1}^{K^\Theta} \sum_{s \in W_t} q_{iks}^\Theta - I_{i,t-1}^{-\Theta} + I_{it}^{-\Theta} = D_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.23)$$

$$I_{it}^{-\Theta} \leq Q_{it}^{-\Theta} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (5.24)$$

Conjuntos de Restrições: Domínio das Variáveis

$$q_{iks}^\theta \in Z^+ \quad \forall \theta, i, s; \quad k = 1, \dots, K^\theta$$

$$x_{iks}^\theta, z_{iks}^\theta, ze_{it}^\theta \in \{0,1\} \quad \forall \theta, i, t, s; \quad k = 1, \dots, K^\theta \quad (5.25)$$

$$y_{ijks}^\theta, hm_{ikt}^\theta, e_{kt}^\theta, qe_{it}^\theta, ht_{it}^\theta, he_{it}^\theta, hi_{ikt}^\theta, I_{it}^{+\theta}, I_{it}^{-\theta} \geq 0 \quad \forall \theta, i, j, t, s; \quad k = 1, \dots, K^\theta$$

Observa-se que não há necessidade de definir as variáveis $I_{it}^{+\theta}$ e $I_{it}^{-\theta}$ como inteiras, visto que estas resultam da combinação de variáveis e parâmetros inteiros.

Os tópicos a seguir descrevem o funcionamento da função objetivo, bem como de cada conjunto de restrições do modelo apresentado nas expressões 5.1 a 5.25.

5.1.1 Função objetivo

A função objetivo (5.1) representa a minimização dos custos de *setup*, custos de processamento, custos da utilização de horas extras em todos os estágios produtivos, custos de estocagem nos estoques intermediários e custos do não cumprimento da demanda (*backlogging*) no último estágio do horizonte de planejamento.

5.1.2 Conjuntos de restrições comuns a todos os estágios produtivos

Os conjuntos de restrições (5.2) a (5.14) assemelham-se respectivamente aos conjuntos de restrições (4.2) a (4.14), apresentados no Capítulo 4. O diferencial, neste caso, é que o modelo considera múltiplos estágios produtivos, sendo que a quantidade total de estágios produtivos (Θ) deve ser definida *a priori*, de modo que o modelo foi elaborado para a existência de no mínimo dois estágios.

O conjunto de restrições (5.5) pode ser substituído por restrições de fluxo de *setup* (WOLSEY, 1997), apresentadas no Capítulo 4, em (4.26) e (4.27), porém considerando $\theta = 1, \dots, \Theta$.

5.1.3 Estoques intermediários, demanda e sincronia entre estágios produtivos

O conjunto de restrições (5.15) assemelha-se ao conjunto de restrições (4.15) apresentado no Capítulo 4. O valor de ht_{it}^{θ} indica o instante em que o processamento de cada lote do item i foi finalizado no estágio θ , em cada período t , sendo que este deve ser maior ou igual ao instante de término de lotes do mesmo item i , no mesmo período t , em todas as máquinas k pertencentes ao estágio θ . Sendo assim, os lotes serão encaminhados ao estágio $(\theta + 1)$ somente quando o processamento do lote do item i no período t , for finalizado no estágio θ em todas as máquinas.

O conjunto de restrições (5.16) garante que o valor atribuído para o instante de término de processamento do lote do item i , no período t , em todas as máquinas do estágio θ , seja igual a zero se o item não for processado no período t , no estágio θ . Esse conjunto de restrições é semelhante ao conjunto de restrições (4.16) apresentado no Capítulo 4, porém atuando do primeiro até o penúltimo estágio ($\theta = 1, \dots, \Theta - 1$).

O conjunto de restrições (5.17) determina que os itens produzidos em todas as máquinas durante os subperíodos s pertencentes ao período t , do estágio θ , sejam enviados ao estoque intermediário θ .

O conjunto de restrições (5.18) é semelhante ao conjunto de restrições (4.18), estabelecendo valores para a variável binária ze^{θ}_{it} , de modo que quando pelo menos uma unidade do item i for processada em no mínimo uma das máquinas pertencentes ao estágio θ , a variável ze^{θ}_{it} assume o valor 1. Caso contrário, $ze^{\theta}_{it} = 0$. Para fins de programação computacional, esse conjunto de restrições pode ser dividido em dois outros conjuntos, sendo o primeiro $\sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s \in W_t} q^{\theta}_{iks} \geq ze^{\theta}_{it}$ e o segundo $\sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s \in W_t} q^{\theta}_{iks} \leq M \cdot ze^{\theta}_{it}$.

O conjunto de restrições (5.19) calcula o instante de término de processamento no estágio θ , adicionado do tempo em que o lote do item i permanece aguardando no estoque intermediário deste mesmo estágio (θ), ou seja, é o instante da liberação da ordem de processamento para o estágio subsequente ($\theta + 1$). De modo semelhante ao conjunto de restrições (4.19), apresentado no Capítulo 4, o tempo mínimo que o lote do item i necessita permanecer no estoque intermediário θ (TE_i^{θ}), somente será adicionado ao instante de término do lote no estágio θ (ht^{θ}_{it}), quando $ze^{\theta}_{it} = 1$, ou seja, quando o lote do item i estiver sido processado no estágio θ no mesmo período t .

O conjunto de restrições (5.20) indica que o instante em que será iniciado o processamento dos lotes dos itens, em cada máquina, no estágio subsequente ($\theta + 1$), deve ser maior ou igual ao instante de término da permanência do lote no estoque intermediário θ . De maneira similar ao conjunto de restrições (4.20) apresentado no Capítulo 4, porém generalizado para Θ estágios, a condição de desigualdade (\geq) se faz necessária porque nem todos os itens poderão ser processados no estágio ($\theta + 1$) no exato momento em que tenham cumprido o tempo mínimo que deveriam permanecer no estoque intermediário θ , pois pode haver indisponibilidade de máquinas no estágio ($\theta + 1$). Assim, permite-se que um lote fique aguardando até o momento em que possa ser processado no estágio ($\theta + 1$), desde que cumpra o tempo mínimo previsto de permanência no estoque intermediário θ .

O conjunto de restrições (5.21) é responsável pelo balanceamento entre as quantidades processadas no estágio imediatamente sucessor ($\theta + 1$) e no estágio θ , estabelecendo que as

quantidades a serem processadas no estágio $(\theta + 1)$ no período t , podem ser compostas pelos lotes processados no mesmo período t no estágio θ , e que foram enviados ao estoque intermediário θ (qe_{it}^{θ}), bem como por itens que foram processados no estágio θ em períodos anteriores e que permaneceram armazenados no estoque intermediário θ ($I_{i,t-1}^{+\theta}$). É possível manter itens no estoque intermediário θ no final do período t ($I_{it}^{+\theta}$), para que sejam processados em períodos posteriores. A quantidade existente de cada item i no estoque intermediário θ no início do horizonte de planejamento é informada pelo conjunto de parâmetros $I_{i0}^{+\theta}$.

A quantidade armazenada no estoque intermediário θ referente a cada período t pode ser controlada por meio do conjunto de parâmetros ($Q_{it}^{+\theta}$) que estabelece as máximas quantidades armazenadas de cada item i , ao final de cada período t , no estoque intermediário θ , conforme definido no conjunto de restrições (5.22).

O conjunto de restrições (5.23) é responsável pelo balanceamento entre as quantidades processadas no período t do último estágio produtivo ($\sum_{k=1}^{K^{\Theta}} \sum_{s \in W_t} q_{iks}^{\Theta}$), a demanda (D_{it}) de cada item i para cada período t , bem como possíveis atrasos no cumprimento da demanda estabelecida para o período t ($I_{it}^{-\Theta}$). A ocorrência de demanda não atendida no último estágio produtivo (estágio Θ), do item i , no início do horizonte de planejamento, é indicada pelo conjunto de parâmetros $I_{i,0}^{-\Theta}$.

É importante notar que a ocorrência de demanda não atendida é considerada apenas para o último estágio produtivo, pois é neste estágio que o item terá percorrido todos os processos produtivos podendo então ser liberado da linha de produção. A ocorrência de demanda de um lote do item i , no período t , não implica a obrigatoriedade de que todos os estágios tenham que produzi-lo neste mesmo período, pois o estoque intermediário de determinado estágio proveniente de períodos anteriores do horizonte de planejamento pode vir a suprir a demanda de um estágio sucessor. Não foram considerados no modelo matemático, custos com estocagem entre períodos no último estágio devido ao possível cumprimento das demandas em períodos anteriores ao estabelecido, pois a ideia é de que lotes fabricados sejam encaminhados ao destino final, que pode ser uma nova fase de processamento ou a entrega ao destinatário, não ocasionando esse tipo de custo.

O conjunto de restrições (5.24) impõe a quantidade máxima permitida de demanda não atendida no estágio final (estágio Θ), do item i , no período t .

De modo a testar o funcionamento do modelo multiestágio, foram resolvidos dois problemas teste, sendo o primeiro envolvendo três estágios e o segundo quatro estágios produtivos. O objetivo destes dois exemplos é mostrar que modelo pode ser aplicado a problemas envolvendo qualquer quantidade de estágios, sendo que cada estágio pode ser composto por iguais ou diferentes quantidades de máquinas.

Nestes dois exemplos foi considerado um horizonte de planejamento composto por cinco períodos, onde cada um destes períodos foi dividido em subperíodos em número igual à quantidade de itens. De modo similar ao exemplo para dois estágios, apresentado no tópico 4.2, buscou-se fazer uma analogia com uma semana de trabalho dividida em cinco dias úteis de 8h cada (480 minutos), cada período t representando um desses dias. Nestes exemplos, foi variada a quantidade de máquinas pertencentes a cada estágio, de modo a mostrar que o modelo da maneira como foi formulado pode abranger qualquer número de máquinas em cada estágio.

O exemplo aplicado a três estágios é apresentado no tópico 5.2 a seguir, em forma de tabelas e figuras. Já para o exemplo considerando quatro estágios, é apresentado somente o relatório de resposta gerado por meio da resolução com o IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL, o qual se encontra nos apêndices desta tese. Nos dois casos, para facilitar a análise, foi considerada a produção de somente quatro itens, sendo que cada um dos itens pode processado em quaisquer das máquinas pertencentes a cada estágio.

5.2 MODELO MULTIESTÁGIO APLICADO A UM PROBLEMA TESTE COM TRÊS ESTÁGIOS

A seguir é apresentado o funcionamento do modelo matemático para um problema envolvendo três estágios produtivos. De modo a mostrar que o modelo pode operar com qualquer quantidade de máquinas em cada estágio produtivo, optou-se por trabalhar com duas máquinas no

estágio I, três máquinas no estágio II e duas máquinas no estágio III, conforme representado na figura 5.2.

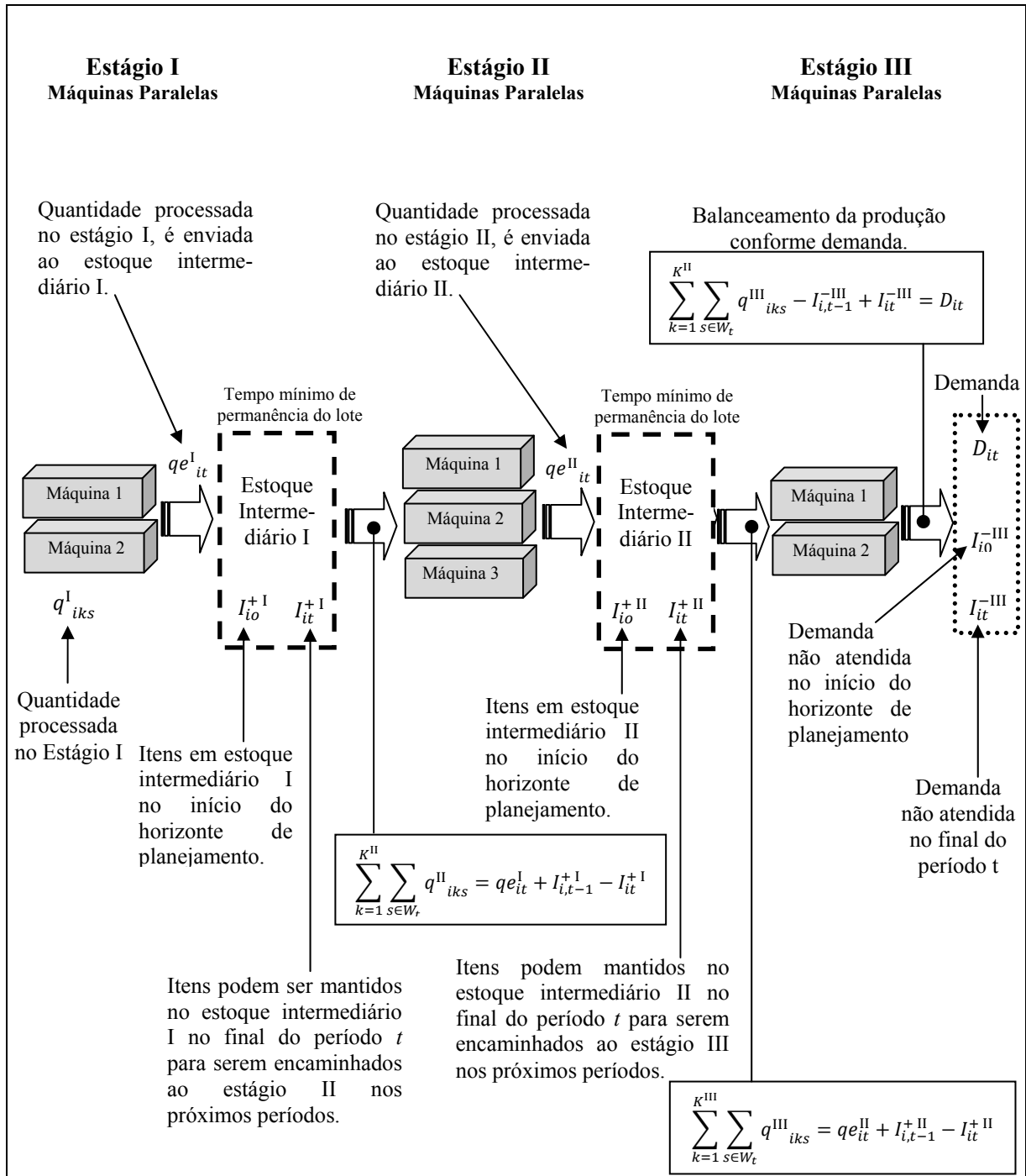


FIGURA 5.2 - REPRESENTAÇÃO DE UM AMBIENTE DE PRODUÇÃO COM TRÊS ESTÁGIOS
 FONTE: O Autor (2015)

Nas tabelas 5.4 a 5.9 são apresentados os parâmetros utilizados para o problema, os quais foram gerados arbitrariamente com a finalidade de demonstrar o funcionamento do modelo.

TABELA 5.4 - PARÂMETROS GERAIS DO MODELO TRÊS ESTÁGIOS

Descrição	Valor
Número de Itens (N)	4
Número de períodos (T)	5
Número de máquinas – Estágio I (K^I)	2
Número de máquinas – Estágio II (K^{II})	3
Número de máquinas – Estágio III (K^{III})	2

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 5.5 - PARÂMETROS GERAIS DO MODELO TRÊS ESTÁGIOS EM DIFERENTES MÁQUINAS

Máquina	Custo do tempo extra por máquina		
	Estágio I (CH_k^I)	Estágio II (CH_k^{II})	Estágio III (CH_k^{III})
1	3	4	4
2	3	4	4
3	-	4	-

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 5.6 - PARÂMETROS PARA OS ITENS EM DIFERENTES MÁQUINAS NOS TRÊS ESTÁGIOS

Item	Máquina	Custo de processamento			Tempo para processamento			Lote mínimo		
		Estágio I	Estágio II	Estágio III	Estágio I	Estágio II	Estágio III	Estágio I	Estágio II	Estágio III
		CP_{ik}^I	CP_{ik}^{II}	CP_{ik}^{III}	TP_{ik}^I	TP_{ik}^{II}	TP_{ik}^{III}	L_{ik}^I	L_{ik}^{II}	L_{ik}^{III}
1	1	8	8	8	10	10	10	4	3	3
	2	7	7	7	10	10	10	4	3	3
	3	-	8	-	-	10	-	-	3	-
2	1	7	7	7	10	10	10	4	3	3
	2	9	9	9	10	10	10	4	3	3
	3	-	7	-	-	10	-	-	3	-
3	1	7	7	7	10	10	10	4	3	3
	2	6	6	6	10	10	10	4	3	3
	3	-	7	-	-	10	-	-	3	-
4	1	6	6	6	10	10	10	4	3	3
	2	5	5	5	10	10	10	4	3	3
	3	-	6	-	-	10	-	-	3	-

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 5.7 - PARÂMETROS POR ITEM

Item	Demanda item por período (D_{it})	Tempo mínimo de permanência		Custo de estocagem (por período)		Custo de atraso de entrega (unid. por período) (G_i)
		Estoque intermediário I (TE_i^I)	Estoque intermediário II (TE_i^{II})	Estoque intermediário I (CE_i^I)	Estoque intermediário II (CE_i^{II})	
1	[20, 10, 0, 0, 10]	10	10	1	1	2
2	[10, 0, 0, 30, 10]	10	10	1	1	2
3	[0, 5, 25, 0, 0]	10	10	1	1	2
4	[10, 30, 0, 0, 0]	10	10	1	1	2

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 5.8 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA NOS ESTOQUES INTERMEDIÁRIOS I E II, DE CADA ITEM NO FINAL DE CADA PERÍODO – MODELO TRÊS ESTÁGIOS

Q_{it}^+ ($\theta = I, II$)	Item	Período				
		1	2	3	4	5
	1	20	20	20	20	0
	2	10	10	30	30	0
	3	0	5	25	25	0
	4	10	30	30	30	0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 5.9 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE DEMANDA NÃO ATENDIDA POR PERÍODO NO ÚLTIMO ESTÁGIO – MODELO TRÊS ESTÁGIOS

Q_{it}^- III	Item	Período				
		1	2	3	4	5
	1	20	30	30	20	0
	2	10	10	40	30	0
	3	0	5	25	30	0
	4	10	30	30	30	0

FONTE: O Autor (2015)

Os custos de *setup* (CS_{ijk}^θ) referentes à preparação das máquinas para o processamento de um item j após um item i para todas as máquinas k pertencentes a cada um dos três estágios receberam valores aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo [15, 30]. O tempo de *setup* (ST_{ijk}^θ) foi fixado em 15min para todos os itens de modo a facilitar a análise. A capacidade de produção disponível por período, nos dois estágios (CA_{kt}^θ), foi definida em 480 minutos para cada máquina. A quantidade máxima permitida em minutos extras, para processamento em cada

máquina k , em cada período t , em cada um dos estágios (B_{kt}^θ), foi limitada em 60 minutos. O tempo de preparação (ST_{oik}^θ) de quaisquer das máquinas no início do horizonte de planejamento, em ambos os estágios e para quaisquer dos itens foi fixado em 20 minutos. A quantidade de cada item i , existente nos estoques intermediários I e II no início do horizonte de planejamento (I_{i0}^{+I} e I_{i0}^{+II}), bem como com demanda não atendida no último estágio (estágio III), no início do horizonte de planejamento (I_{i0}^{-III}), foram ambas nulas.

O modelo foi implementado utilizando o pacote computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL. Foi utilizado um computador com processador Intel Xeon 3.7GHz e 16Gb de memória RAM. O tempo de execução, neste caso, foi limitado em 30 minutos.

A Tabela 5.10 mostra o número de restrições, variáveis e coeficientes deste exemplo envolvendo três estágios produtivos.

TABELA 5.10 - DIMENSÃO DO PROBLEMA EXEMPLO APLICADO A TRÊS ESTÁGIOS

Descrição	Quantidade
Número de restrições	5.140
Total de variáveis	4.456
Variáveis binárias	1.160
Variáveis inteiras	540
Variáveis reais (não inteiras)	2.756
Coeficientes diferentes de zero	21.231

FONTE: O Autor (2015)

O valor da função objetivo foi \$ 3.978,00. Os demais resultados são apresentados a seguir.

5.2.1 Processamento no estágio I - Modelo três estágios

A Tabela 5.11 apresenta as quantidades processadas em cada máquina no estágio I.

TABELA 5.11 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO NAS DUAS MÁQUINAS - ESTÁGIO I

		Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
q^l_{iks}	1		1	0 7 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
			2	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 10 0	21 0 0 0	19 0 0 0
			3	0 0 0 0	0 0 0 0	5 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
			4	17 0 0 0	0 0 0 0	0 12 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
	2		1	4 0 0 0	29 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
			2	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
			3	0 0 0 0	0 0 0 0	25 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
			4	0 11 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

O instante de término (em minutos) do processamento do lote de cada item, em cada máquina que compõe o estágio I, nos cinco períodos do horizonte de planejamento é mostrado na Tabela 5.12.

TABELA 5.12 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO I

		Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
hm^l_{ikt}	1		1	275	0	0	0	0
			2	0	0	315	210	190
			3	0	0	65	0	0
			4	190	0	200	0	0
	2		1	65	305	0	0	0
			2	0	0	0	0	0
			3	0	0	270	0	0
			4	190	0	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A tabela 5.13 mostra o instante de término de processamento do lote de cada item em cada período (em minutos), sendo este maior ou igual ao instante de término de processamento do lote de cada tipo de item nas máquinas que compõe o estágio I, conforme é calculado pelo conjunto de restrições 5.15.

TABELA 5.13 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO EM CADA PERÍODO DO ESTÁGIO I

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
ht^l_{it}	1	285	305	0	0	0
	2	0	0	315	210	190
	3	0	0	270	0	0
	4	190	0	200	0	0

FONTE: O Autor (2015)

Nota-se que não houve utilização de horas extras no estágio I, pois todos os instantes de término de processamento foram menores ou iguais à capacidade de cada máquina em cada período, fixada em 480 minutos.

5.2.2 Estoque intermediário I - Modelo três estágios

Depois de produzidos no estágio I, os lotes são imediatamente encaminhados ao estoque intermediário I, onde devem permanecer, no mínimo, pelo tempo estipulado no parâmetro TE_i^I .

A Tabela 5.14 apresenta os valores retornados para as variáveis ze^l_{it} , onde o valor 1 representa que o item i foi processado em alguma das máquinas do estágio I em determinado período t .

TABELA 5.14 - VARIÁVEL BINÁRIA QUE INDICA PROCESSAMENTO DOS LOTES EM ALGUMA DAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO I – MODELO TRÊS ESTÁGIOS

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
ze^l_{it}	1	1	1	0	0	0
	2	0	0	1	1	1
	3	0	0	1	0	0
	4	1	0	1	0	0

FONTE: O Autor (2015)

O instante de término de processamento dos lotes após a produção no estágio I, adicionado ao tempo de permanência mínimo no estoque intermediário I, de cada lote do item i , em cada período t (he^I_{it}), é mostrado na Tabela 5.15. Nota-se que o tempo de permanência em estoque intermediário I (TE^I_i), somente é adicionado ao instante de término no estágio I, do lote de cada item i , em cada período t , quando o lote foi processado no estágio I no mesmo período. Esse cálculo é realizado pelo conjunto de restrições 5.19 considerando $\theta = I$.

TABELA 5.15 - INSTANTE DE TÉRMINO NO ESTÁGIO I, SOMADO AO TEMPO MÍNIMO DE PERMANÊNCIA NO ESTOQUE INTERMEDIÁRIO I

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
he^I_{it}	1	295	315	0	0	0
	2	0	0	325	220	200
	3	0	0	280	0	0
	4	200	0	210	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A Tabela 5.16 apresenta a quantidade de itens em estoque no final de cada período, no estoque intermediário I. As quantidades estocadas ao final de cada período t poderão ser processadas nos períodos posteriores, nos próximos estágios. Isso possibilita ao estágio II processar o lote de determinado item, no instante de tempo 0 (zero) minutos, pois não haverá necessidade de aguardar até que os itens sejam processados no estágio I.

TABELA 5.16 - QUANTIDADE EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO I, NO FINAL DE CADA PERÍODO

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
I^+_{it}	1	0	13	0	0	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	0	18	0	0
	4	0	0	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

5.2.3 Processamento no estágio II - Modelo três estágios

A Tabela 5.17 apresenta os instantes (hi^{II}_{ikt}), em que se dará o início do processamento em cada período t , do lote de cada item i em cada máquina k , do estágio II. Esse instante deverá ser maior ou igual ao instante de término do processamento dos lotes após a produção no estágio I, adicionado ao tempo de permanência mínimo em estoque intermediário de cada lote do item i em cada período t (he^I_{it}), apresentados na Tabela 5.15, conforme calculado pelo conjunto de restrições (5.20). Além disso, considerando que o processamento do lote de um item j seja imediatamente sucessor ao processamento do lote de um item i , numa mesma máquina, o instante de início do processamento do lote do item j (hi^{II}_{jkt}) deve ser maior ou igual ao instante de término do processamento do lote do item i , adicionado ao tempo de *setup*, conforme calculado pelo conjunto de restrições (5.9), considerando $\theta = II$.

TABELA 5.17 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO EM CADA MÁQUINA DO ESTÁGIO II

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
hi^{II}_{ikt}	1	1	295	315	0	0	0
		2	0	0	325	220	200
		3	0	0	370	0	0
		4	200	0	210	0	0
	2	1	315	315	0	0	0
		2	0	0	325	220	200
		3	0	0	280	0	0
		4	200	0	210	0	0
	3	1	315	315	0	0	0
		2	0	0	335	220	200
		3	0	0	280	0	0
		4	200	0	210	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A Tabela 5.18 apresenta as quantidades processadas em cada máquina no estágio II.

TABELA 5.18 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO NAS TRÊS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
	q^{II}_{iks}	1	1	0 5 0 0	3 0 0 0	1 0 0 0	0 0 0 0
2			0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 3 0	0 10 0 0	9 0 0 0
3			0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 5	18 0 0 0	0 0 0 0
4			8 0 0 0	0 0 0 0	0 3 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
2		1	0 3 0 0	6 0 0 0	1 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		2	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 4	10 0 0 0	9 0 0 0
		3	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 3 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		4	10 0 0 0	0 0 0 0	0 4 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
3		1	0 3 0 0	7 0 0 0	11 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		2	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 3	1 0 0 0	1 0 0 0
		3	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 4 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		4	10 0 0 0	0 0 0 0	0 5 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

Na Tabela 5.19 é mostrado o instante de término do processamento (em minutos) do lote de cada item, nas três máquinas que compõe o estágio II, nos cinco períodos do horizonte de planejamento.

TABELA 5.19 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NAS TRÊS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
	hm^{II}_{ikt}	1	1	345	345	10	0
2			0	0	355	320	290
3			0	0	420	180	0
4			280	0	240	0	0
2		1	345	375	10	0	0
		2	0	0	365	320	290
		3	0	0	310	0	0
		4	300	0	250	0	0
3		1	345	385	110	0	0
		2	0	0	365	230	210
		3	0	0	320	0	0
		4	300	0	260	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A tabela 5.20 mostra o instante de término do processamento do lote de cada item em todas as máquinas, em cada período do estágio II.

TABELA 5.20 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO EM CADA PERÍODO NO ESTÁGIO II

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
ht_{it}^{II}	1	345	385	110	0	0
	2	0	0	365	320	290
	3	0	0	420	180	0
	4	300	0	260	0	0

FONTE: O Autor (2015)

Não houve utilização de horas extras no estágio II, pois todos os instantes de término foram menores ou iguais à capacidade do período para cada máquina, definido em 480 minutos.

5.2.4 Estoque intermediário II - Modelo três estágios

Após processados no estágio II, os lotes são imediatamente encaminhados ao estoque intermediário II, onde devem permanecer, no mínimo, pelo tempo estipulado no parâmetro TE_i^{II} .

A Tabela 5.21 apresenta os valores retornados para as variáveis ze_{it}^{II} , na qual o valor 1 representa que o item i foi processado em alguma das máquinas do estágio II em determinado período t .

TABELA 5.21 - VARIÁVEL BINÁRIA QUE INDICA PROCESSAMENTO DOS LOTES EM ALGUMA DAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II – MODELO TRÊS ESTÁGIOS

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
ze_{it}^{II}	1	1	1	1	0	0
	2	0	0	1	1	1
	3	0	0	1	1	0
	4	1	0	1	0	0

FONTE: O Autor (2015)

O instante de término dos lotes após o processamento no estágio II, adicionado ao tempo de permanência mínimo no estoque intermediário II, de cada lote do item i , em cada período t (he^{II}_{it}) é mostrado na Tabela 5.22. Da mesma forma que ocorre com o instante de término dos lotes após a produção no estágio I, o tempo de permanência no estoque intermediário II (TE^{II}_i) somente é adicionado ao instante de término no estágio II do lote de cada item i em cada período t , quando o lote foi processado no estágio II, no mesmo período. Esse cálculo é realizado pelo conjunto de restrições (5.19), considerando $\theta = II$.

TABELA 5.22 - INSTANTE DE TÉRMINO DE PROCESSAMENTO NO ESTÁGIO II, ADICIONADO AO TEMPO MÍNIMO DE PERMANÊNCIA DO LOTE NO ESTOQUE INTERMEDIÁRIO II

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
he^{II}_{it}	1	355	395	120	0	0
	2	0	0	375	330	300
	3	0	0	430	190	0
	4	310	0	270	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A Tabela 5.23 apresenta a quantidade de itens em estoque no final de cada período, no estoque intermediário II. As quantidades estocadas ao final de cada período t poderão ser processadas nos períodos posteriores, permitindo, assim, ao estágio III iniciar o lote de determinado item, no instante de tempo 0 (zero) minutos, pois não necessitará aguardar até que os itens sejam processados nos estágios anteriores.

TABELA 5.23 - QUANTIDADE EXISTENTE NO FINAL DE CADA PERÍODO NO ESTOQUE INTERMEDIÁRIO II

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
$I^{+ II}_{it}$	1	0	0	10	10	0
	2	0	0	0	0	0
	3	0	0	4	0	0
	4	18	0	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

5.2.5 Processamento no estágio III - Modelo três estágios

Na Tabela 5.24 são apresentados os instantes (hi^{III}_{ikt}), em que dar-se-á o início do processamento em cada período t , do lote de cada item i , em cada máquina k , do estágio III.

De forma análoga ao que foi comentado no tópico 5.2.3, em relação ao instante de início no período II, agora, para o estágio III, o instante de início do processamento (hi^{III}_{ikt}) deverá ser ‘maior ou igual ao instante de término dos lotes após o processamento no estágio II adicionado ao tempo de permanência mínimo no estoque intermediário II de cada lote do item i em cada período t' (he^{II}_{it}), apresentado na Tabela 5.22, conforme calculado pelo conjunto de restrições (5.20), onde $\theta = II$. Além disso, considerando que um item j suceda um item i numa mesma máquina, o instante de início do processamento do lote do item j (hi^{III}_{jkt}), no estágio III, deve ser maior ou igual ao instante de término do processamento do lote do item i , adicionado ao tempo de *setup*, conforme calculado pelo conjunto de restrições (5.9), considerando $\theta = III$.

TABELA 5.24 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO III

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
hi^{III}_{ikt}	1	1	355	395	120	0	0
		2	0	0	375	330	300
		3	0	0	450	190	0
		4	440	0	270	0	0
	2	1	355	395	120	0	325
		2	0	0	375	415	300
		3	0	0	430	190	0
		4	420	0	270	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A Tabela 5.25 mostra as quantidades processadas em cada máquina no estágio III.

TABELA 5.25 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO III

q^{III}_{iks}	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
		1	1	6 0 0 0	8 0 0 0	1 0 0 0	0 0 0 0
2			0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 6 0	0 15 0 0	18 0 0 0
3			0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 3	1 0 0 0	0 0 0 0
4			0 4 0 0	0 0 0 0	0 3 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
2		1	5 0 0 0	0 8 0 0	2 0 0 0	0 0 0 0	0 10 0 0
		2	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 4 0	0 6 0 0	1 0 0 0
		3	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 5	21 0 0 0	0 0 0 0
		4	0 6 0 0	18 0 0 0	0 9 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

No último estágio (estágio III, neste exemplo), é possível ocorrer o não atendimento da demanda (D_{it}) dos itens no período previsto. A quantidade do item i , com demanda não atendida ao final do período t , no último estágio (I_{it}^{-III}), é apresentada na Tabela 5.26.

TABELA 5.26 - DEMANDA NÃO ATENDIDA NO FINAL DE CADA PERÍODO, NO ESTÁGIO III

I_{it}^{-III}	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
		1	9	3	0	0
2		10	10	0	9	0
3		0	5	22	0	0
4		0	12	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

Os instantes de término (em minutos) do processamento do lote de cada item, nas duas máquinas que compõe o estágio III, nos cinco períodos do horizonte de planejamento, são mostrados na Tabela 5.27. Não houve utilização de horas extras no estágio III.

TABELA 5.27 - INSTANTES DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO III

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
hm^{III}_{ikt}	1	1	415	475	130	0	0
		2	0	0	435	480	480
		3	0	0	480	200	0
		4	480	0	300	0	0
	2	1	405	475	140	0	425
		2	0	0	415	475	310
		3	0	0	480	400	0
		4	480	180	360	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A Figura 5.3 foi construída a partir dos resultados dispostos nas tabelas 5.11 a 5.25, e apresenta, tomando como exemplo o período três, o sequenciamento no estágio I, estoque intermediário I, estágio II, estoque intermediário II e estágio III, para os lotes dos quatro tipos de itens produzidos.

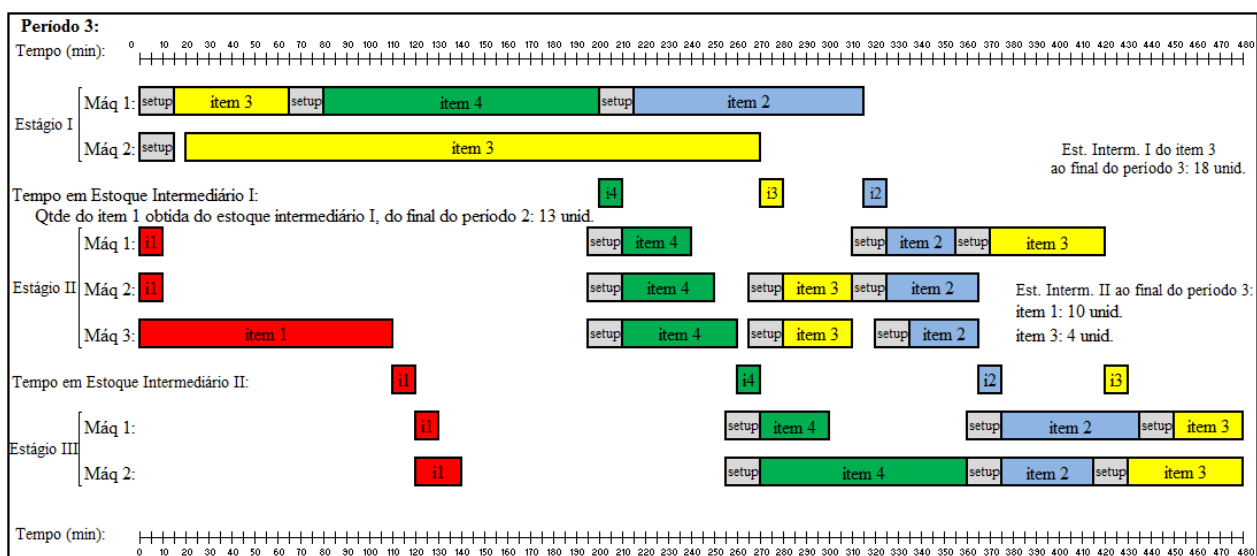


FIGURA 5.3 - SEQUENCIAMENTO NO 3º PERÍODO – MODELO TRÊS ESTÁGIOS

FONTE: O Autor (2015).

Analisando a Figura 5.3, nota-se que o início do processamento em um estágio posterior somente é possível após ser concluído o processamento no estágio anterior adicionado ao tempo mínimo de permanência no estoque intermediário. Salienta-se, ainda, que o processamento do

item 1 a partir do estágio II foi possível, devido a este ter sido processado no estágio I em períodos anteriores, permanecendo no estoque intermediário I, conforme mostra a Tabela 5.16.

Buscando auxiliar na interpretação do modelo três estágios em relação ao fluxo de processamento dos itens, foi elaborado o Quadro 5.1 mostrado a seguir.

	Item	Período 1		Período 2		Período 3		Período 4		Período 5						
		Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2					
Itens processados no Estágio I	Item 1	7	4	0	29	0	0	0	0	0	0					
	Item 2	0	0	0	0	10	0	21	0	19	0					
	Item 3	0	0	0	0	5	25	0	0	0	0					
	Item 4	17	11	0	0	12	0	0	0	0	0					
Estoque intermediário I ao final do período t	Item 1	0		13		0		0		0						
	Item 2	0		0		0		0		0						
	Item 3	0		0		18		0		0						
	Item 4	0		0		0		0		0						
Itens processados no Estágio II	-	Máq 1	Máq 2	Máq 3	Máq 1	Máq 2	Máq 3	Máq 1	Máq 2	Máq 3	Máq 1	Máq 2	Máq 3	Máq 1	Máq 2	Máq 3
	Item 1	5	3	3	3	6	7	1	1	11	0	0	0	0	0	0
	Item 2	0	0	0	0	0	0	3	4	3	10	10	1	9	9	1
	Item 3	0	0	0	0	0	0	5	3	4	18	0	0	0	0	0
	Item 4	8	10	10	0	0	0	3	4	5	0	0	0	0	0	0
Estoque intermediário II ao final do período t	Item 1	0		0		10		10		0						
	Item 2	0		0		0		0		0						
	Item 3	0		0		4		0		0						
	Item 4	18		0		0		0		0						
Itens processados no Estágio III	-	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2					
	Item 1	6	5	8	8	1	2	0	0	0	10					
	Item 2	0	0	0	0	6	4	15	6	18	1					
	Item 3	0	0	0	0	3	5	1	21	0	0					
	Item 4	4	6	0	18	3	9	0	0	0	0					
Demanda não atendida ao final do período t	Item 1	9		3		0		0		0						
	Item 2	10		10		0		9		0						
	Item 3	0		5		22		0		0						
	Item 4	0		12		0		0		0						
Demanda	Item 1	20		10		0		0		10						
	Item 2	10		0		0		30		10						
	Item 3	0		5		25		0		0						
	Item 4	10		30		0		0		0						

QUADRO 5.1 - FLUXO DE PROCESSAMENTO DOS ITENS EM CADA PERÍODO – MODELO TRÊS ESTÁGIOS

FONTE: O Autor (2015)

O Quadro 5.1 resume os conteúdos apresentados nas tabelas 5.11, 5.16, 5.18, 5.23, 5.25 e 5.26, apresentando somente as quantidades de cada item, sem mostrar a ordem em que serão

processados e pode ser melhor interpretado se for seguida uma ordem para leitura, tomando-se cada item em cada período, conforme mostrado a seguir:

- a) Processamento do item 1 no período 1: no estágio I, foram processadas 11 unidades do item 1, (7 unidades na máquina 1 e 4 unidades na máquina 2). Nenhuma destas unidades permaneceu estocada no estoque intermediário I, para aguardar processamento em período(s) posterior(es). Sendo assim, essas 11 unidades foram processadas no estágio II (5 unidades na máquina 1, 3 unidades na máquina 2 e 3 unidades na máquina 3). Nenhuma destas unidades permaneceu estocada no estoque intermediário II, para processamento em período(s) posterior(es). As 11 unidades foram processadas no estágio III (6 unidades na máquina 1 e 5 unidades na máquina 2). Como a demanda do item 1 no período 1 era de 20 unidades, houve uma demanda não atendida de 9 itens.
- b) Processamento do item 1 no período 2: no estágio I, foram processadas 29 unidades do item 1, (0 unidade na máquina 1 e 29 unidades na máquina 2). Destas, 13 unidades permaneceram estocadas no estoque intermediário I, para aguardar processamento em período(s) posterior(es) e 16 unidades foram processadas no estágio II (3 unidades na máquina 1, 6 unidades na máquina 2 e 7 unidades na máquina 3). Nenhuma destas unidades permaneceu estocada no estoque intermediário II, para processamento em período(s) posterior(es). As 16 unidades foram processadas no estágio III (8 unidades na máquina 1 e 8 unidades na máquina 2). Como a demanda do item 1 no período 2 era de 10 unidades, mas havia uma demanda não atendida no final do período anterior (período 1) de 9 unidades, há no total 19 unidades a serem atendidas (10 unidades + 9 unidades). Como foram processadas 16 unidades ao final do estágio III, houve ao final do período 2, uma demanda não atendida de 3 itens.

O objetivo destes exemplos é facilitar a compreensão por parte do leitor referente ao funcionamento do modelo multiestágio. Pode-se seguir raciocínio similar, para interpretação do fluxo dos itens nos demais períodos.

Ainda em relação ao modelo multiestágio, foram propostas duas formulações decorrentes, as quais consideram a não conservação do estado de preparação das máquinas entre subperíodos, bem como a ocorrência de *setup*, dependente ou não, da sequência em que os itens são processados. Essas formulações são apresentadas no Capítulo 6.

6 FORMULAÇÕES DECORRENTES DO MODELO MULTIESTÁGIO

Neste capítulo são apresentadas duas formulações baseadas no modelo multiestágio considerado no Capítulo 5, as quais abordam a não preservação do estado de preparação das máquinas entre dois lotes a serem processados, bem como a dependência ou não, do sequenciamento dos lotes na contabilização do tempo e custo de *setup*.

As duas formulações foram propostas no sentido de ofertar diferentes modelos que possam melhor representar aplicações reais no cenário industrial.

Os tópicos 6.1 e 6.2 apresentam outras justificativas referentes a estas formulações, bem como os modelos matemáticos detalhados.

6.1 MODELO MULTIESTÁGIO SEM PRESERVAÇÃO DO ESTADO DE PREPARAÇÃO E COM *SETUP* DEPENDENTE DA SEQUÊNCIA

O modelo matemático multiestágio apresentado neste tópico diferencia-se do modelo apresentado no Capítulo 5 pela condição da não preservação do estado de preparação das máquinas entre subperíodos subsequentes.

Neste caso, se um lote de determinado item for processado em um subperíodo s , e pretende-se processar esse mesmo tipo de item em algum subperíodo posterior s' , havendo ou não subperíodos ociosos entre s e s' (e não sendo processado outro tipo de item entre s e s'), ocorrerá mesmo assim, novo custo e novo tempo de *setup*.

Considerando o modelo multiestágio proposto neste tópico, a condição da não preservação do estado de preparação das máquinas não causa grande impacto no custo e tempo total de *setup*, pois vale lembrar que conforme o conjunto de restrições (5.7), apresentado no Capítulo 5 (e esta condição será mantida nos dois modelos do Capítulo 6), quando um lote de determinado item for processado, este deverá ocupar um único subperíodo s pertencente ao

período t . Sendo assim, se um novo lote for processado dentro do mesmo período t , ocupando um subperíodo subsequente, este obrigatoriamente será de outro tipo de item, o que neste caso ocasionaria *setup* de máquina mesmo que fosse considerada a preservação do estado de preparação.

Sendo assim, o diferencial apresentado nesta formulação se refere ao caso de que quando o item i for o último item processado no período t , e o primeiro item processado no período $(t + 1)$, será contabilizado novo *setup*, o que não ocorre quando há preservação do estado de preparação das máquinas, conforme é ilustrado na Figura 6.1.

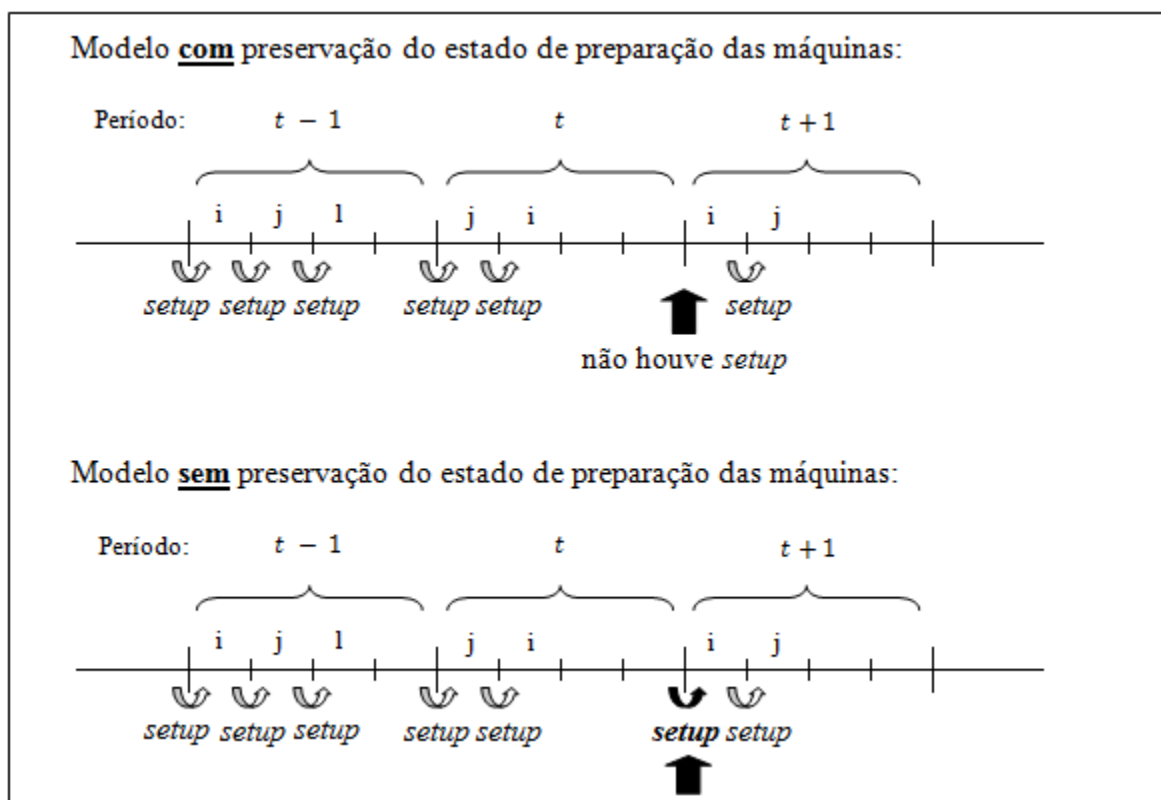


FIGURA 6.1 - OCORRÊNCIA DE *SETUP* CONFORME ESTADO DE PREPARAÇÃO DAS MÁQUINAS

FONTE: O Autor (2015)

O modelo matemático multiestágio sem preservação do estado de preparação e com *setup* dependente da sequência é apresentado a seguir. Os índices, parâmetros e variáveis são os mesmos utilizados no modelo multiestágio apresentado no Capítulo 5 e constam nas tabelas 5.1 a

5.3 respectivamente. Nota-se, porém, que o modelo não utiliza o conjunto de variáveis $z_{ik_s}^\theta$, reduzindo assim a quantidade de variáveis binárias em $(\sum_{\theta=1}^{\Theta} K^\theta) \cdot N \cdot W$ variáveis.

Modelo multiestágio sem preservação do estado de preparação das máquinas e com *setup* dependente da sequência:

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i \in SP_{K^\theta}} \sum_{j \in SP_{K^\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CS_{ijk}^\theta \cdot y_{ijks}^\theta + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i \in SP_{K^\theta}} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s=1}^W CP_{ik}^\theta \cdot q_{ik_s}^\theta \\ & + \sum_{\theta} \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{t=1}^T CH_{k,t}^\theta \cdot e_{kt}^\theta + \sum_{\theta=1}^{\Theta-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T CE_{i,t}^\theta \cdot I_{i,t}^{+\theta} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T G_i \cdot I_{i,t}^{-\theta} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Sujeito a:

Conjuntos de restrições comuns a todos os estágios:

$$TP_{ik}^\theta \cdot q_{ik_s}^\theta \leq (CA_{kt}^\theta + B_{kt}^\theta) \cdot x_{ik_s}^\theta \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i \in SP_{K^\theta}; \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (6.2)$$

$$q_{ik_s}^\theta \geq L_{ik}^\theta \cdot x_{ik_s}^\theta \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i \in SP_{K^\theta}; \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (6.3)$$

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} x_{ik_s}^\theta \leq 1 \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \quad k = 1, \dots, K^\theta; \\ s = 1, \dots, W \end{array} \quad (6.4)$$

$$y_{ijks}^\theta \geq x_{ik,s-1}^\theta + x_{jks}^\theta - 1 \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i, j = 1, \dots, N \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (6.5)$$

$$\sum_{s \in W_t} x_{ik_s}^\theta \leq 1 \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i = 1, \dots, N; \\ k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T \end{array} \quad (6.6)$$

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} x^\theta_{ik(s-1)} \geq \sum_{i \in SP_{K^\theta}} x^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad k = 1, \dots, K^\theta \quad (6.7)$$

$$s \in W_t; \quad t = 1, \dots, T$$

$$hi^\theta_{jkt} \geq hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} + ST^\theta_{ijk} + M \cdot \sum_{s \in W_t} y^\theta_{ijks} - M \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad (6.8)$$

$$i, j = 1, \dots, N \quad (i \neq j);$$

$$k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T$$

$$hi^\theta_{ikt} \geq ST^\theta_{oik} \cdot \sum_{s \in W_t} x^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i = 1, \dots, N; \quad (6.9)$$

$$k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T$$

$$hi^\theta_{ikt} \leq M \cdot \sum_{s \in W_t} x^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i = 1, \dots, N; \quad (6.10)$$

$$k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T$$

$$hm^\theta_{ikt} = hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i = 1, \dots, N; \quad (6.11)$$

$$k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T$$

$$e^\theta_{kt} \geq hm^\theta_{ikt} - CA^\theta_{kt} \quad i \in SP_{K^\theta}; \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad (6.12)$$

$$k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T$$

$$e^\theta_{kt} \leq B^\theta_{kt} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; \quad (6.13)$$

$$k = 1, \dots, K^\theta; \quad t = 1, \dots, T$$

Conjuntos de restrições: estoque intermediário, demanda e sincronia entre estágios:

$$ht^\theta_{it} \geq hm^\theta_{ikt} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N \quad (6.14)$$

$$t = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K^1$$

$$ht^\theta_{it} \leq M \cdot ze^\theta_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad (6.15)$$

$$i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T$$

$$qe^\theta_{it} = \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i \in SP_{K^\theta} \quad (6.16)$$

$$t = 1, \dots, T$$

$$ze^\theta_{it} \leq \sum_{k=1}^{K^\theta} \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} \leq M \cdot ze^\theta_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad (6.17)$$

$$i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T$$

$$he^\theta_{it} = ht^\theta_{it} + TE^\theta_i \cdot ze^\theta_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad (6.18)$$

$$i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T$$

$$hi^{(\theta+1)}_{ikt} \geq he^\theta_{it} \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \\ i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; \\ k = 1, \dots, K^{(\theta+1)} \end{array} \quad (6.19)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{(\theta+1)}} \sum_{s \in W_t} q^{(\theta+1)}_{iks} = qe^\theta_{it} + I_{i,t-1}^{+\theta} - I_{it}^{+\theta} \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \\ i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \end{array} \quad (6.20)$$

$$I_{it}^{+\theta} \leq Q_{it}^{+\theta} \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \\ i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \end{array} \quad (6.21)$$

Conjuntos de restrições aplicáveis somente ao último estágio (Θ : último estágio)

$$\sum_{k=1}^{K^\Theta} \sum_{s \in W_t} q^\Theta_{iks} - I_{i,t-1}^{-\Theta} + I_{it}^{-\Theta} = D_{it} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (6.22)$$

$$I_{it}^{-\Theta} \leq Q_{it}^{-\Theta} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (6.23)$$

Conjuntos de Restrições: Domínio das Variáveis

$$\begin{aligned} q^\theta_{iks}, & \in Z^+ \quad \forall \theta, i, s; k = 1, \dots, K^\theta \\ x^\theta_{iks}, ze^\theta_{it} & \in \{0,1\} \quad \forall \theta, i, t, s; k = 1, \dots, K^\theta \\ y^\theta_{ijks}, hm^\theta_{ikt}, e^\theta_{kt}, qe^\theta_{it}, ht^\theta_{it}, he^\theta_{it}, hi^\theta_{ikt}, I_{it}^{+\theta}, I_{it}^{-\Theta} & \geq 0 \quad \forall \theta, i, j, t, s; k = 1, \dots, K^\theta \end{aligned} \quad (6.24)$$

A função objetivo (6.1) e o conjunto de restrições (6.2) são idênticos, respectivamente, à função objetivo (5.1) e ao conjunto de restrições (5.2) do modelo multiestágio apresentado no Capítulo 5.

O conjunto de restrições (6.3) possibilita estipular um lote mínimo a ser processado sempre que a máquina for preparada. Esse conjunto de restrições impõe ainda que a máquina k perca seu estado de preparação caso não haja processamento no subperíodo s , ou seja, se $q^\theta_{iks} = 0$, obrigatoriamente a variável binária x^θ_{iks} será igual a zero também.

O conjunto de restrições (6.4) determina que cada máquina k , pertencente ao estágio θ , esteja preparada para processar no máximo um tipo de item em cada subperíodo s .

O conjunto de restrições (6.5) é idêntico ao conjunto de restrições (5.5) do modelo multiestágio apresentado no Capítulo 5.

Os conjuntos de restrições (6.6) e (6.7) possuem as mesmas funcionalidades dos conjuntos de restrições (5.7) e (5.8) do modelo multiestágio apresentado no Capítulo 5, porém em vez do conjunto de variáveis z^θ_{iks} , utilizam para este fim o conjunto de variáveis x^θ_{iks} , ou seja, utilizam o estado de preparação de máquina, já que o modelo sem preservação da preparação considera que a máquina esteja preparada apenas se houver processamento no subperíodo s . Sendo assim, o conjunto de restrições (6.6) impõe que, quando um lote do item i for processado, esse processamento ocorra dentro de um único subperíodo pertencente ao período t do estágio θ . Já o conjunto de restrições (6.7) ordena o processamento em subperíodos consecutivos concentrando os subperíodos ociosos no final de cada período t .

O conjunto de restrições (6.8) é idêntico ao conjunto de restrições (5.9) do modelo multiestágio apresentado no Capítulo 5, sendo responsável pelo cálculo do instante de início do processamento de cada lote.

É necessário incluir uma restrição que garanta que o *setup* seja considerado quando o subperíodo anterior ($s - 1$) tenha ficado ocioso e ocorra processamento no subperíodo atual (s). Vale lembrar que os subperíodos ociosos, quando existirem, serão sempre alocados ao final de cada período t , conforme é garantido pelo conjunto de restrições (6.7). Nota-se que no conjunto de restrições (6.5) dado por $y^\theta_{ijks} \geq x^\theta_{iks-1} + x^\theta_{jks} - 1$, ocorre *setup* somente quando há processamento de itens distintos (i e j) em períodos consecutivos. Assim, o conjunto de restrições (6.9) dado por $hi^\theta_{ikt} \geq ST^\theta_{oik} \cdot \sum_{s \in W_t} x^\theta_{iks}$, onde $\theta = 1, \dots, \Theta$; $i = 1, \dots, N$; $k = 1, \dots, K^\theta$ e $t = 1, \dots, T$, garante que o instante de início do processamento do lote do item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ , em cada período t (hi^θ_{ikt}), será maior ou igual ao tempo inicial de *setup* necessário para o processamento do lote do item i na máquina k , pertencente ao estágio θ , se o item i , for produzido no subperíodo s ($\sum_{s \in W_t} x^\theta_{iks} = 1$).

O conjunto de restrições (6.10) tem função semelhante ao conjunto de restrições (4.10) do modelo dois estágios, garantindo que o valor atribuído para o instante de início do processamento do lote do item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ , em cada período t (hi^θ_{ikt}) seja igual a zero se o item i não for processado no período t ($\sum_{s \in W_t} x^\theta_{iks} = 0$).

Os demais conjuntos de restrições são os mesmos utilizados no modelo multiestágio apresentado no Capítulo 5.

Nota-se que um importante diferencial no modelo multiestágio sem preservação da preparação e com *setup* dependente da sequência, em relação ao modelo multiestágio apresentado no Capítulo 5, foi a exclusão do conjunto de restrições (5.4), o qual obriga que a máquina k esteja sempre preparada para o processamento de algum tipo de item e a inserção do conjunto de restrições (6.4), o qual possibilita que a máquina esteja ou não preparada para processar um item i .

A combinação conjuntos de restrições (6.2) e (6.3) faz com que, neste caso, a máquina seja preparada ($x_{iks}^\theta = 1$) se e somente se houver processamento no subperíodo s , o que faz com que a utilização do conjunto de variáveis z_{iks}^θ seja desnecessária, contribuindo assim para a redução da quantidade de variáveis binárias.

6.2 MODELO MULTIESTÁGIO SEM PRESERVAÇÃO DO ESTADO DE PREPARAÇÃO E *SETUP* NÃO DEPENDENTE DA SEQUÊNCIA

Uma importante formulação decorrente do modelo matemático multiestágio consiste em considerar o tempo e custo de *setup* como não dependente da sequência em que os lotes de diferentes itens são processados.

Nota-se que na prática, à medida que o número de diferentes tipos de itens aumenta, torna-se difícil estabelecer esses tempos e custos. Considere-se, por exemplo, a existência de 30 diferentes itens e 4 máquinas distintas em um estágio produtivo. Neste caso, o custo de *setup* para processar o item j imediatamente após o item i , na máquina k , do estágio θ (CS_{ijk}^θ) seria representado por 4 matrizes (cada uma referente a uma máquina) de dimensão 30 x 30, ou seja, ao todo haveria 3600 valores ($4 \times 30 \times 30 = 3600$) apenas para um estágio. Considerando ainda o tempo de *setup* (ST_{ijk}^θ), seriam mais 3600 valores para este mesmo estágio.

Em alguns ambientes de produção, o processamento de lotes suficientemente grandes faz com que o tempo de *setup* muitas vezes seja proporcionalmente pequeno se comparado ao tempo de produção do lote, trazendo, assim, pouco impacto sobre o valor função objetivo. Nestes casos,

pode eventualmente ser mais viável (pela redução na quantidade de parâmetros) considerar o *setup* como sendo não dependente da sequência.

A seguir é apresentado o modelo matemático multiestágio sem preservação do estado de preparação das máquinas e com *setup* não dependente da sequência. Os índices, parâmetros e variáveis são os mesmos mostrados nas tabelas 5.1 a 5.3, utilizados no modelo multiestágio apresentado no Capítulo 5. Neste modelo, além da não utilização do conjunto de variáveis z^{θ}_{iks} , que reduzem a quantidade de variáveis binárias em $(\sum_{\theta=1}^{\Theta} K^{\theta}) \cdot N \cdot W$ variáveis, há também uma diminuição na quantidade de parâmetros utilizados referentes ao custo e tempo de *setup*, cujos parâmetros CS^{θ}_{ijk} passam a ser representados por CS^{θ}_{ik} (custo de *setup* para produzir o item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ) e os parâmetros ST^{θ}_{ijk} são substituídos por ST^{θ}_{ik} (tempo de *setup* para produzir o item i na máquina k , pertencente ao estágio θ).

Modelo multiestágio sem preservação do estado de preparação das máquinas e *setup* não dependente da sequência:

$$\begin{aligned} \min Z = & \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i \in SP_{K^{\theta}}} \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s=1}^W CS^{\theta}_{ik} \cdot x^{\theta}_{iks} + \sum_{\theta=1}^{\Theta} \sum_{i \in SP_{K^{\theta}}} \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s=1}^W CP^{\theta}_{ik} \cdot q^{\theta}_{iks} \\ & + \sum_{\theta} \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{t=1}^T CH^{\theta}_k \cdot e^{\theta}_{kt} + \sum_{\theta=1}^{\Theta-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T CE^{\theta}_i \cdot I_{it}^{+\theta} + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T G_i \cdot I_{i,t}^{-\Theta} \end{aligned} \quad (6.25)$$

Sujeito a:

Conjuntos de restrições comuns a todos os estágios:

$$TP^{\theta}_{ik} \cdot q^{\theta}_{iks} \leq (CA^{\theta}_{kt} + B^{\theta}_{kt}) \cdot x^{\theta}_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i \in SP_{K^{\theta}}; \\ k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (6.26)$$

$$q^{\theta}_{iks} \geq L^{\theta}_{ik} \cdot x^{\theta}_{iks} \quad \begin{array}{l} \theta = 1, \dots, \Theta; \quad i \in SP_{K^{\theta}}; \\ k = 1, \dots, K^{\theta}; \quad s = 1, \dots, W \end{array} \quad (6.27)$$

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} x^\theta_{iks} \leq 1 \quad \theta = 1, \dots, \Theta; k = 1, \dots, K^\theta; s = 1, \dots, W \quad (6.28)$$

$$y^\theta_{ijks} \geq x^\theta_{ik,s-1} + x^\theta_{jks} - 1 \quad \theta = 1, \dots, \Theta; i, j = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K^\theta; s = 1, \dots, W \quad (6.29)$$

$$\sum_{s \in W_t} x^\theta_{iks} \leq 1 \quad \theta = 1, \dots, \Theta; i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \quad (6.30)$$

$$\sum_{i \in SP_{K^\theta}} x^\theta_{ik(s-1)} \geq \sum_{i \in SP_{K^\theta}} x^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; k = 1, \dots, K^\theta; s \in W_t; t = 1, \dots, T \quad (6.31)$$

$$hi^\theta_{jkt} \geq hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} + ST^\theta_{jk} + M \cdot \sum_{s \in W_t} y^\theta_{ijks} - M \quad \theta = 1, \dots, \Theta; i, j = 1, \dots, N (i \neq j); k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \quad (6.32)$$

$$hi^\theta_{ikt} \geq ST^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} x^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \quad (6.33)$$

$$hi^\theta_{ikt} \leq M \cdot \sum_{s \in W_t} x^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \quad (6.34)$$

$$hm^\theta_{ikt} = hi^\theta_{ikt} + TP^\theta_{ik} \cdot \sum_{s \in W_t} q^\theta_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \quad (6.35)$$

$$e^\theta_{kt} \geq hm^\theta_{ikt} - CA^\theta_{kt} \quad i \in SP_{K^\theta}; \theta = 1, \dots, \Theta; k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \quad (6.36)$$

$$e^\theta_{kt} \leq B^\theta_{kt} \quad \theta = 1, \dots, \Theta; k = 1, \dots, K^\theta; t = 1, \dots, T \quad (6.37)$$

Conjuntos de restrições: estoque intermediário, demanda e sincronia entre estágios:

$$ht^\theta_{it} \geq hm^\theta_{ikt} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, K^1 \quad (6.38)$$

$$ht^\theta_{it} \leq M \cdot ze^\theta_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (6.39)$$

$$qe^{\theta}_{it} = \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s \in W_t} q^{\theta}_{iks} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i \in SP_{K^{\theta}} \quad t = 1, \dots, T \quad (6.40)$$

$$ze^{\theta}_{it} \leq \sum_{k=1}^{K^{\theta}} \sum_{s \in W_t} q^{\theta}_{iks} \leq M \cdot ze^{\theta}_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (6.41)$$

$$he^{\theta}_{it} = ht^{\theta}_{it} + TE_i^{\theta} \cdot ze^{\theta}_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (6.42)$$

$$hi^{(\theta+1)}_{ikt} \geq he^{\theta}_{it} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T; \quad k = 1, \dots, K^{(\theta+1)} \quad (6.43)$$

$$\sum_{k=1}^{K^{(\theta+1)}} \sum_{s \in W_t} q^{(\theta+1)}_{iks} = qe^{\theta}_{it} + I_{i,t-1}^{+\theta} - I_{it}^{+\theta} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (6.44)$$

$$I_{it}^{+\theta} \leq Q_{it}^{+\theta} \quad \theta = 1, \dots, \Theta - 1; \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (6.45)$$

Conjuntos de restrições aplicáveis somente ao último estágio (Θ : último estágio)

$$\sum_{k=1}^{K^{\Theta}} \sum_{s \in W_t} q^{\Theta}_{iks} - I_{i,t-1}^{-\Theta} + I_{it}^{-\Theta} = D_{it} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (6.46)$$

$$I_{it}^{-\Theta} \leq Q_{it}^{-\Theta} \quad i = 1, \dots, N; \quad t = 1, \dots, T \quad (6.47)$$

Conjuntos de Restrições: Domínio das Variáveis

$$\begin{aligned} q^{\theta}_{iks} &\in Z^+ \quad \forall \theta, i, s; \quad k = 1, \dots, K^{\theta} \\ x^{\theta}_{iks}, ze^{\theta}_{it} &\in \{0,1\} \quad \forall \theta, i, t, s; \quad k = 1, \dots, K^{\theta} \\ y^{\theta}_{ijks}, hm^{\theta}_{ikt}, e^{\theta}_{kt}, qe^{\theta}_{it}, ht^{\theta}_{it}, he^{\theta}_{it}, hi^{\theta}_{ikt}, I_{it}^{+\theta}, I_{it}^{-\theta} &\geq 0 \quad \forall \theta, i, j, t, s; \quad k = 1, \dots, K^{\theta} \end{aligned} \quad (6.48)$$

O modelo multiestágio sem preservação do estado de preparação das máquinas e *setup* não dependente da sequência (6.25 – 6.48), difere do modelo multiestágio sem preservação do estado de preparação das máquinas e com *setup* dependente da sequência (6.1 – 6.24) apenas na função objetivo (6.25) e no conjunto de restrições (6.32) e (6.33).

Na função objetivo (6.25), o custo de *setup* (CS^{θ}_{ik}), o qual é não dependente da sequência em que os itens são processados, é contabilizado sempre que a máquina k , pertencente ao estágio θ , está preparada para processar o item i no subperíodo s ($x^{\theta}_{iks} = 1$). Os demais termos da função objetivo são iguais à função objetivo (6.1).

O conjunto de restrições (6.32) difere do conjunto de restrições (6.8) por considerar o tempo de *setup* para processar o item j , na máquina k , pertencente ao estágio θ (ST^{θ}_{jk}), como não dependente da sequência em que os lotes são processados.

O conjunto de restrições (6.33) garante que o instante de início do processamento do lote do item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ , em cada período t (hi^{θ}_{ikt}), quando ocorrer processamento do item i no período t ($\sum_{s \in W_t} x^{\theta}_{iks} = 1$), será maior ou igual ao tempo de *setup* (ST^{θ}_{ik}) (não dependente da sequência em que os lotes são processados) necessário para o processamento do lote do item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ . A justificativa sobre a utilização deste conjunto de restrições é a mesma do conjunto de restrições (6.9) abordado anteriormente. Buscando melhor representar uma situação real, pode-se ainda (conforme julgar mais adequado) substituir neste conjunto de restrições, o parâmetro ST^{θ}_{ik} , por ST^{θ}_{oik} .

Os demais conjuntos de restrições são idênticos aos utilizados no modelo sem preservação do estado de preparação das máquinas e com *setup* dependente da sequência, apresentados no tópico 6.1.

Para melhor possibilitar a compreensão do modelo, um problema de pequeno porte foi resolvido, sendo mostrado a seguir. Devido à semelhança entre os dois modelos apresentados neste capítulo, os quais se diferem apenas na contabilização do tempo e custo de *setup* conforme dependência ou não da ordem em que os lotes são processados, optou-se por detalhar a resolução de apenas um desses modelos. Sendo assim, no tópico 6.3, é mostrado o funcionamento detalhado do modelo multiestágio sem preservação do estado de preparação das máquinas e *setup* não dependente da sequência.

6.3 RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE PEQUENO PORTE – MODELO SEM PRESERVAÇÃO DA PREPARAÇÃO E *SETUP* NÃO DEPENDENTE DA SEQUÊNCIA

De modo a facilitar a compreensão dos modelos multiestágio apresentados nos tópicos 6.1 e 6.2, um problema de pequeno porte foi resolvido. Conforme comentado anteriormente, devido à semelhança dos dois modelos optou-se por detalhar o funcionamento apenas do modelo multiestágio sem preservação do estado de preparação das máquinas e *setup* não dependente da sequência.

Neste exemplo, foi considerado um horizonte de planejamento composto por cinco períodos, onde cada período foi dividido em quatro subperíodos, número igual à quantidade de itens. Cada estágio foi composto por duas máquinas paralelas, capazes de produzir quaisquer dos quatro itens.

As demandas, custos e tempos de *setup*, quantidades máximas permitidas de estoque intermediário, bem como de demanda não atendida no estágio II utilizadas na resolução são apresentadas nas Tabelas 6.1 a 6.4. Os demais parâmetros utilizados encontram-se nas tabelas 4.4 a 4.6 e 4.8.

TABELA 6.1 - DEMANDA - ITEM POR PERÍODO

	Item	Período				
		1	2	3	4	5
D_{it}	1	10	10	20	0	10
	2	10	0	0	30	10
	3	20	10	10	0	10
	4	10	30	10	0	0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 6.2 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE ESTOQUE INTERMEDIÁRIO

	Item	Período				
		1	2	3	4	5
Q_{it}^+	1	10	20	20	30	0
	2	10	10	10	30	0
	3	20	25	25	25	0
	4	10	30	20	20	0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 6.3 - QUANTIDADE MÁXIMA PERMITIDA DE DEMANDA NÃO ATENDIDA NO ESTÁGIO II

	Item	Período				
		1	2	3	4	5
Q_{it}^{-II}	1	20	20	20	20	0
	2	10	10	10	30	0
	3	20	20	20	20	0
	4	10	20	20	20	0

FONTE: O Autor (2015)

TABELA 6.4 - CUSTOS E TEMPOS DE *SETUP* NÃO DEPENDENTES DA SEQUÊNCIA

Item	Custo de <i>setup</i>				Tempo de <i>setup</i>			
	Estágio I (CS^I_{ik})		Estágio II (CS^{II}_{ik})		Estágio I (ST^I_{ik})		Estágio II (ST^{II}_{ik})	
	Máq. 1	Máq. 2	Máq. 1	Máq. 2	Máq. 1	Máq. 2	Máq. 1	Máq. 2
1	12	11	12	11	15	15	15	15
2	10	15	10	15	15	15	15	15
3	13	12	13	12	15	15	15	15
4	14	11	14	11	15	15	15	15

FONTE: O Autor (2015)

A capacidade de processamento disponível por período, nos dois estágios (CA^{θ}_{kt}), foi fixada em 480 minutos para cada máquina. A quantidade máxima permitida em minutos extras, para processamento em cada máquina k , em cada período t , em cada um dos estágios (B^{θ}_{kt}), foi limitada em 60 minutos. A quantidade de cada item i existente em estoque intermediário no início do horizonte de planejamento (I_{i0}^+), bem como com demanda não atendida no estágio II, no início do horizonte de planejamento (I_{i0}^{-II}), foram ambas nulas. A Tabela 6.5 mostra o número de restrições, variáveis e coeficientes do problema.

TABELA 6.5 - DIMENSÃO DO PROBLEMA EXEMPLO
APLICADO A DOIS ESTÁGIOS

Descrição	Quantidade
Número de restrições	2.980
Total de variáveis	2.221
Variáveis binárias	340
Variáveis inteiras	340
Variáveis reais (não inteiras)	1.541
Coeficientes diferentes de zero	11.288

FONTE: O Autor (2015)

O modelo foi implementado utilizando o pacote computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL. Foi utilizado um computador com processador Intel Xeon 3.7GHz e 16Gb de memória RAM, pelo qual foi obtida a solução ótima após 4h54min de execução. O valor da função objetivo foi \$ 3.068,00. Os demais resultados são apresentados a seguir.

De modo a melhor explicar o funcionamento do modelo, tomou-se primeiramente o período 1 e depois o período 3 como exemplos, os quais foram destacados nas tabelas.

6.3.1 Processamento no Estágio I

A Tabela 6.6 mostra as quantidades processadas de cada item, em cada subperíodo, nas duas máquinas pertencentes ao estágio I.

TABELA 6.6 - QUANTIDADE PROCESSADA DE CADA ITEM POR PERÍODO – ESTÁGIO I

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
q^l_{iks}	1	1	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		2	10 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	24 0 0 0	16 0 0 0
		3	0 11 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		4	0 0 0 0	25 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
	2	1	0 20 0 0	0 0 0 0	30 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		2	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		3	19 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	20 0 0 0
		4	0 0 0 0	25 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

Analisando a Tabela 6.6 e tomando-se como exemplo o período 1, nota-se que na máquina 1 foram processadas inicialmente 10 unidades do item 2, cujo instante de término desse lote é dado pela soma do tempo de *setup* (15min) com o tempo de processamento do lote (10 unidades x 10min cada), totalizando, assim, 115min conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da Tabela 6.7. Na sequência, conforme mostra a Tabela 6.6, foram processadas 11 unidades do item 3, de modo que, considerando o tempo acumulado de 115min, adicionado ao *setup* de 15min (novo lote), mais o tempo para processamento destas 11 unidades que é de 110min (11 unidades x 10min cada), resulta no instante de término igual a 240min, conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da Tabela 6.7.

Na máquina 2, no período 1, conforme Tabela 6.6, foram processadas inicialmente 19 unidades do item 3, deste modo, o instante de término deste lote é dado pela soma do tempo de *setup* (15min) com o tempo de processamento do lote (19 unidades x 10min cada), totalizando, assim, 205min, conforme mostrado na coluna ‘Período 1’ da Tabela 6.7. Na sequência, conforme Tabela 6.6, foram processadas 20 unidades do item 1, de modo que considerando o tempo acumulado de 205min, adicionado ao *setup* de 15min (novo lote), mais o tempo para produção destas 20 unidades que é de 200min (20 unidades x 10min cada), resulta no instante de término igual a 420min. Para os demais períodos o raciocínio é análogo.

Os instantes de término do processamento de cada lote em cada máquina do estágio I são apresentados na Tabela 6.7.

TABELA 6.7 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO EM CADA MÁQUINA DO ESTÁGIO I

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
hm^l_{ikt}	1	1	0	0	0	0	0
		2	115	0	0	260	175
		3	240	0	0	0	0
		4	0	265	0	0	0
	2	1	420	0	320	0	0
		2	0	0	0	0	0
		3	205	0	0	0	300
		4	0	265	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A tabela 6.8 mostra o instante de término do processamento do lote de cada item em cada período (calculado pelo conjunto de restrições 6.36), sendo que cada um dos valores é maior ou igual ao instante de término do processamento do lote de cada tipo de item nas máquinas que compõe o estágio I, conforme mostrado na Tabela 6.7.

TABELA 6.8 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO DE CADA LOTE NO ESTÁGIO I

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
ht^l_{it}	1	420	0	320	0	0
	2	115	0	0	260	175
	3	240	0	0	0	300
	4	0	265	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

Não houve utilização de horas extras no estágio I.

6.3.2 Estoque intermediário

Depois de processados no estágio I, os lotes são encaminhados ao estoque intermediário onde devem permanecer, no mínimo, pelo tempo estipulado no parâmetro TE_i^l (tempo mínimo de permanência no estoque intermediário).

A Tabela 6.9 apresenta os valores retornados para as variáveis ze_{it}^I , onde o valor 1 representa que o item i foi processado em alguma das máquinas do estágio I no período t .

TABELA 6.9 - VARIÁVEL BINÁRIA QUE INDICA PROCESSAMENTO EM ALGUMA DAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO I

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
ze_{it}^I	1	1	0	1	0	0
	2	1	0	0	1	1
	3	1	0	0	0	1
	4	0	1	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A Tabela 6.10 mostra o instante de término (em minutos) do processamento de cada lote no estágio I, adicionado ao tempo de permanência mínimo no estoque intermediário de cada lote do item i em cada período t (he_{it}^I). O tempo de permanência em estoque intermediário (TE_i^I) somente é adicionado ao instante de término no estágio I, do lote de cada item i em cada período t , quando o lote foi processado no estágio I no mesmo período, ou seja, quando $ze_{it}^\theta = 1$ (considerando $\theta = I$). Esse cálculo é realizado pelo conjunto de restrições 5.40.

TABELA 6.10 - INSTANTE DE TÉRMINO NO ESTÁGIO I, SOMADO AO TEMPO MÍNIMO DE PERMANÊNCIA NO ESTOQUE INTERMEDIÁRIO

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
he_{it}^I	1	430	0	330	0	0
	2	125	0	0	270	185
	3	250	0	0	0	310
	4	0	275	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

Na Tabela 6.11 é mostrada a quantidade armazenada de cada item no estoque intermediário ao final de cada período. De forma similar aos modelos apresentados no Capítulo 5, as quantidades estocadas ao final de cada período t poderão ser processadas nos períodos posteriores, nos próximos estágios, possibilitando assim ao estágio II processar o lote de determinado item, no instante de tempo 0 (zero) minutos (mais o tempo de *setup*), pois neste caso não haverá necessidade de aguardar até que os itens sejam produzidos no estágio I.

TABELA 6.11 - QUANTIDADE EM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO I NO FINAL DE CADA PERÍODO

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
I_{it}^{+I}	1	10	0	10	10	0
	2	0	0	0	0	0
	3	10	0	0	0	0
	4	0	10	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

6.3.3 Processamento no estágio II

Na Tabela 6.12 é apresentado o instante onde será iniciado o processamento em cada período t , do lote de cada item i , em cada máquina k , pertencente ao estágio II (hi_{ikt}^{II}). Conforme calculado pelo conjunto de restrições (6.41) onde $\theta = II$, o instante início do processamento (hi_{ikt}^{II}) em cada máquina do estágio II será maior ou igual ao ‘instante de término dos lotes após o processamento no estágio I adicionado ao tempo de permanência mínimo no estoque intermediário I de cada lote do item i em cada período t' (he_{it}^I). Além disso, conforme o conjunto de restrições (6.31) (com $\theta = II$), o instante de início do processamento do lote do item j (hi_{jkt}^{II}) no estágio II deve ser maior ou igual ao instante de término do processamento do lote do item i , adicionado ao tempo de *setup*.

TABELA 6.12 - INSTANTE DE INÍCIO DO PROCESSAMENTO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
hi_{ikt}^{II}	1	1	430	0	330	0	0
		2	125	0	0	270	185
		3	250	0	0	0	330
		4	0	275	0	0	0
	2	1	430	130	330	0	150
		2	125	0	0	270	265
		3	250	15	0	0	310
		4	0	280	215	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A Tabela 6.13 mostra as quantidades processadas em cada máquina no estágio II.

TABELA 6.13 - QUANTIDADE PROCESSADA POR PERÍODO NAS DUAS MÁQUINAS DO ESTÁGIO II

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
q^{II}_{iks}	1	1	0 0 5 0	0 0 0 0	5 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
		2	7 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	21 0 0 0	13 0 0 0
		3	0 4 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 3 0 0
		4	0 0 0 0	20 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0
	2	1	0 0 5 0	0 10 0 0	0 15 0 0	0 0 0 0	10 0 0 0
		2	3 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	3 0 0 0	0 3 0 0
		3	0 16 0 0	10 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 17 0
		4	0 0 0 0	0 0 20 0	10 0 0 0	0 0 0 0	0 0 0 0

FONTE: O Autor (2015)

A Tabela 6.14 mostra os instantes de término (em minutos) do processamento do lote de cada item, nas duas máquinas que compõe o estágio II, conforme calculado pelo conjunto de restrições (6.33).

TABELA 6.14 - INSTANTE DE TÉRMINO DO PROCESSAMENTO EM CADA MÁQUINA DO ESTÁGIO II

	Máquina	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
hm^{II}_{ikt}	1	1	480	0	380	0	0
		2	195	0	0	480	315
		3	290	0	0	0	360
		4	0	475	0	0	0
	2	1	480	230	480	0	250
		2	155	0	0	300	295
		3	410	115	0	0	480
		4	0	480	315	0	0

FONTE: O Autor (2015)

Tomando-se agora como exemplo o período 3 (em destaque nas tabelas 6.12 a 6.14), nota-se conforme a Tabela 6.13, que foram processadas 5 unidades do item 1 na máquina 1. O instante de início do processamento desse lote, conforme mostrado na tabela 6.12, coluna ‘Período 3’ ocorreu aos 330min. Sendo assim, adicionando ao instante de início, o tempo para processamento

das 5 unidades, que é de 50min (5 unidades x 10min cada), resulta no instante de término igual a 380min conforme mostrado na coluna ‘Período 3’ da Tabela 6.14.

Considerando o processamento na máquina 2 no período 3 (em destaque), nota-se por meio da Tabela 6.13, que foram processados inicialmente 10 unidades do item 4. O instante de início do processamento desse lote, conforme mostrado na tabela 6.12, coluna ‘Período 3’ ocorreu aos 215min. Observa-se (conforme Tabela 6.13) que o último item processado no período anterior (período 2) pela máquina 2 foi também o item 4. Se fosse considerada a preservação do estado de preparação da máquina 2 não haveria *setup*. Esse é o diferencial dos modelos sem preservação do estado de preparação apresentados nos tópicos 6.1 e 6.2, em relação aos modelos que consideram a preservação do estado de preparação das máquinas abordados anteriormente, nos Capítulos 4 e 5. Neste exemplo, o processamento do lote do item 4 foi inicializado somente aos 215min, pois haviam estoques intermediários provindos do período anterior, somente do item 4, totalizando 10 unidades e o processamento do item 1 (que foi processado no estágio I no período 3) poderia ser iniciado no estágio II somente aos 330min, tempo necessário para *setup* e para que o lote fosse produzido e tivesse aguardado o tempo mínimo de estocagem no estoque intermediário.

Pela concepção dos modelos matemáticos formulados nesta tese, o lote de um item será processado dentro de um único subperíodo pertencente ao período t . Logo, sempre que houver processamento em mais de um subperíodo s pertencente ao período t , este será de itens distintos, o que ocasiona *setup* independentemente da preservação ou não do estado de preparação das máquinas. Sendo assim, o fato da não preservação do estado de preparação das máquinas somente poderá ocasionar diferença em relação aos modelos com preservação da preparação quando ocorrer mudança de período e o mesmo tipo de item continuar a ser processado, e ainda, quando houver itens disponíveis para possibilitar esse processamento no início do período.

É importante salientar que em alguns casos na indústria, mesmo que o item i seja o último tipo de item processado no período $t - 1$ e o primeiro item processado no período t pode ser necessário um tempo (e custos) para *setup*. Por exemplo, se cada período for considerado um dia de trabalho, e for necessário o reaquecimento de um forno no dia seguinte para ser dada continuidade ao processamento de um mesmo tipo de item, o modelo neste tópico apresentado melhor representa a situação real.

Voltando à análise da Tabela 6.13 e tomando como exemplo o período 3, na máquina 2 foram processadas inicialmente 10 unidades do item 4, cujo instante de início do processamento desse lote ocorreu aos 215min (conforme mostrado na tabela 6.12, coluna ‘Período 3’), sendo que, neste caso, adicionando o tempo de processamento do lote (10 unidades x 10min cada), resulta no instante de término igual a 315min, mostrado na tabela 6.14, coluna ‘Período 3’.

Na sequência, conforme mostra a Tabela 6.13, foram processadas 15 unidades do item 1. Considerando o tempo acumulado de 315min, adicionado ao *setup* de 15min (novo item), tem-se o instante de início do lote igual a 330min, mostrado na coluna ‘Período 3’ da Tabela 6.12, que somado ao tempo de processamento (15 unidades x 10min cada) resulta no instante de término igual a 480min.

Não houve utilização de horas extras no estágio II. Nota-se, nesse caso, que todos os instantes de término foram menores ou iguais à capacidade do período para cada máquina (480 minutos).

De modo similar aos modelos apresentados no Capítulo 5, no último estágio (estágio II, neste caso), é possível ocorrer o não atendimento da demanda dos itens no período previsto. Essas quantidades são representadas pelas variáveis I_{it}^{-II} , sendo mostradas na Tabela 6.15.

TABELA 6.15 - DEMANDA NÃO ATENDIDA NO FINAL DE CADA PERÍODO, NO ESTÁGIO II

	Item	Período 1	Período 2	Período 3	Período 4	Período 5
I_{it}^{-II}	1	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	6	0
	3	0	0	10	10	0
	4	10	0	0	0	0

FONTE: O Autor (2015)

A Figura 6.2 foi construída a partir dos resultados dispostos nas tabelas 6.6 a 6.14, e apresenta, para os cinco períodos que compõe o horizonte de planejamento, o sequenciamento no estágio I, estoque intermediário e estágio II para os lotes dos itens produzidos.

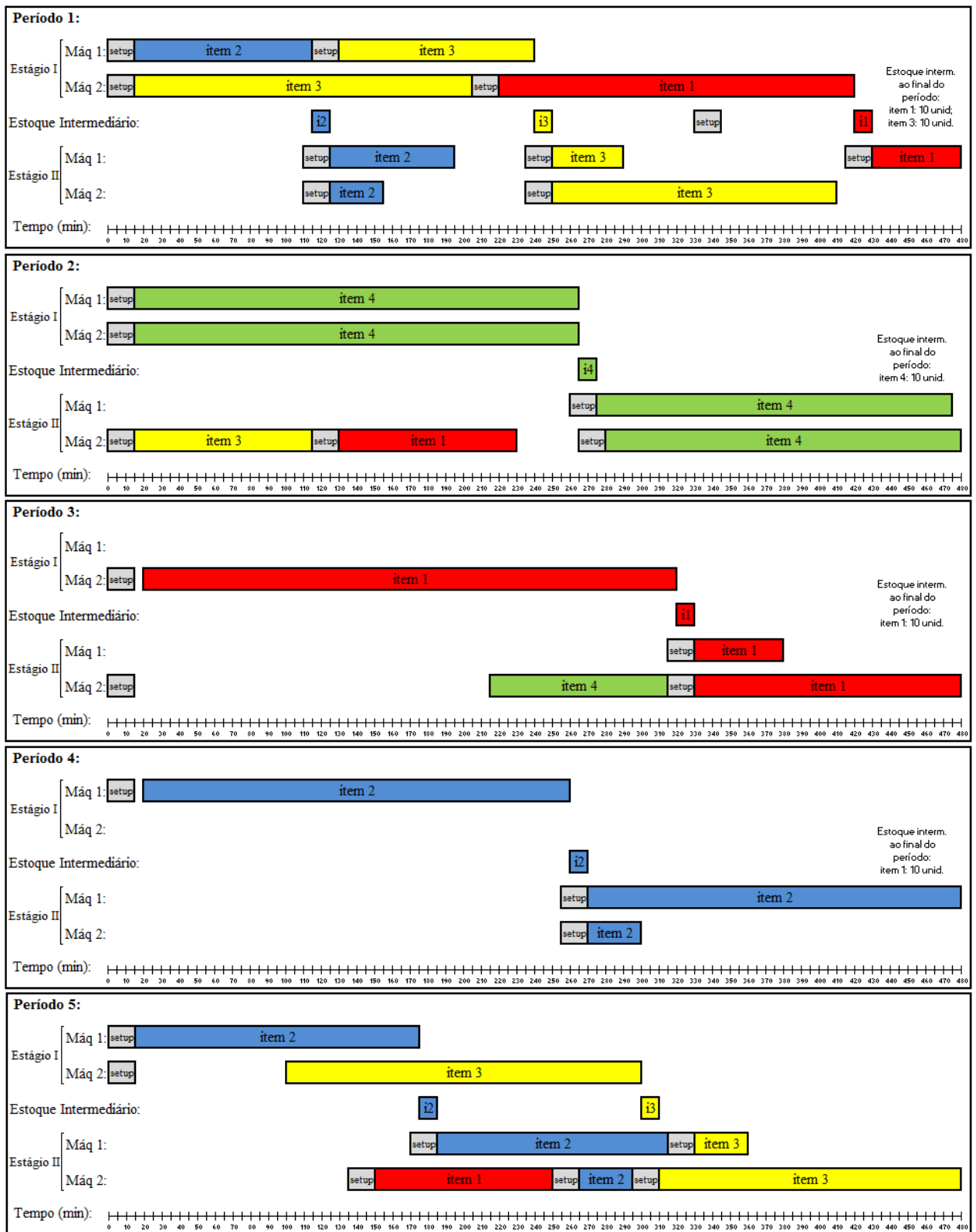


FIGURA 6.2 - SEQUENCIAMENTO NOS CINCO PERÍODOS DO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO
 FONTE: O Autor (2015)

Analisando a Figura 6.2 é possível notar, do mesmo modo que nos modelos apresentados nos capítulos anteriores, que o início do processamento de um lote em um estágio posterior somente é possível depois de concluído o processamento no estágio anterior bem como ter ocorrido o cumprimento do tempo mínimo de permanência do lote no estoque intermediário. Nota-se também que parte da quantidade, processada no estágio I, pode eventualmente ser mantida em estoque intermediário ao final de cada período para que seja processada em períodos(s) posterior(es).

Para facilitar a compreensão do funcionamento do modelo é apresentado o Quadro 6.1, o qual mostra o fluxo de processamento de cada item em cada período, para o modelo dois estágios sem preservação do estado de preparação e *setup* não dependente da sequência em que os lotes são produzidos, resumindo os conteúdos das tabelas 6.6, 6.11, 6.13 e 6.15.

	Item	Período 1		Período 2		Período 3		Período 4		Período 5	
		Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2
Itens processados Estágio I	Item 1	0	20	0	0	0	30	0	0	0	0
	Item 2	10	0	0	0	0	0	24	0	16	0
	Item 3	11	19	0	0	0	0	0	0	0	20
	Item 4	0	0	25	25	0	0	0	0	0	0
Estoque intermediário ao final do período t	Item 1	10		0		10		10		0	
	Item 2	0		0		0		0		0	
	Item 3	10		0		0		0		0	
	Item 4	0		10		0		0		0	
Itens processados Estágio II	-	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2	Máq 1	Máq 2
	Item 1	5	5	0	10	5	15	0	0	0	10
	Item 2	7	3	0	0	0	0	21	3	13	3
	Item 3	4	16	0	10	0	0	0	0	3	17
	Item 4	0	0	20	20	0	10	0	0	0	0
Demanda não atendida ao final do período t	Item 1	0		0		0		0		0	
	Item 2	0		0		0		6		0	
	Item 3	0		0		10		10		0	
	Item 4	10		0		0		0		0	
Demanda	Item 1	10		10		20		0		10	
	Item 2	10		0		0		30		10	
	Item 3	20		10		10		0		10	
	Item 4	10		30		10		0		0	

QUADRO 6.1 - FLUXO DE PROCESSAMENTO DOS ITENS EM CADA PERÍODO

FONTE: O Autor (2015)

Analisando os resultados apresentados no Quadro 6.1, seguindo-se uma ordem, tomando cada item em cada período, tem-se:

- a) Processamento do item 1 no período 1: no estágio I foram processadas 20 unidades do item 1 (0 unidade na máquina 1 e 20 unidades na máquina 2). O total de 10 unidades deste item foi estocado (no estoque intermediário) para aguardar processamento em período(s) posterior(es) e 10 unidades foram processadas no estágio II (5 unidades na máquina 1 e 5 unidades na máquina 2). Como a demanda do item 1 no período 1 era de 10 unidades, houve o atendimento de toda a demanda prevista.
- b) Processamento do item 1 no período 2: no estágio I não foi processado este item (0 unidade na máquina 1 e 0 unidade na máquina 2). Porém, as 10 unidades deste item, provenientes do período anterior (período 1) armazenadas no estoque intermediário, permitiram o processamento de 10 unidades no estágio II (0 unidade na máquina 1 e 10 unidades na máquina 2). Como a demanda do item 1 no período 2 era de 10 unidades, houve novamente o atendimento de toda a demanda prevista.

Pode-se seguir raciocínio similar para interpretação do fluxo dos itens para os demais períodos.

6.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE OCIOSIDADE DAS MÁQUINAS

Uma importante questão a ser abordada referente aos modelos envolvendo múltiplos estágios apresentados nesta tese é a ocorrência de ociosidade das máquinas, o que pode contribuir para o aumento do *lead time*, que consiste no tempo de fluxo no processo produtivo (GODINHO FILHO e UZSOY, 2010), ou ainda conforme Ericksen *et al.* (2007), implica no “tempo desde quando o cliente faz um pedido, passando pelo caminho crítico, até que a primeira peça do pedido seja entregue”.

Esse fato pode vir a ocorrer nos modelos devido à existência de ‘demandas folgadas’, ou seja, aquelas que podem ser facilmente cumpridas ocupando uma parcela da capacidade das máquinas, bem como pela espera por parte de estágios subsequentes pela liberação dos lotes processados em estágios anteriores, de modo que algumas estratégias podem ser adotadas para buscar diminuir a ociosidade das máquinas no processo produtivo.

Nota-se que todos os modelos propostos estão voltados para o cumprimento das demandas estabelecidas para cada período (pois há custos de *backlogging*, bem como de permanência no estoque intermediário entre períodos), utilizando a capacidade produtiva das máquinas e, caso necessário, um tempo extra limitado. Sendo assim, considerando um período t , se for fixada a capacidade (de tempo) das máquinas, existe uma relação direta entre demandas e ociosidades de máquina, de modo que demandas folgadas tendem a produzir maior ociosidade das máquinas se comparadas às demandas apertadas. Isso ocorre porque o processamento de um novo lote numa máquina inicia somente após a liberação do lote anterior, mas não necessariamente imediatamente após, desde que haja capacidade (de tempo), o que produz folgas na ocupação das máquinas.

Uma estratégia que pode ser adotada para reduzir a ociosidade quando na prática ocorrerem demandas folgadas é reduzir a capacidade de processamento das máquinas, somando a capacidade reduzida ao tempo extra de funcionamento de máquina (de modo a evitar a infactibilidade do problema). Esse procedimento faz com que a demanda torne-se apertada, fazendo com que o modelo evite a utilização de tempo extra, pois nesse caso haveria aumento no valor da função objetivo.

Considerando ainda a ocorrência de demanda folgada, pode ser desejável, na prática, processar toda a demanda nos períodos iniciais do horizonte de planejamento. Sendo assim, uma estratégia possibilitada pelo modelo matemático consiste em ajustar os parâmetros referentes à capacidade de máquina (CA_{kt}^θ), bem como os de tempo extra (B_{kt}^θ) dos períodos finais para valores nulos, impossibilitando assim a produção em um ou mais períodos. Outra estratégia ainda nesse caso é não permitir o uso de determinada(s) máquina(s) em determinado(s), período(s) (diminuição do número de máquinas), o que é possível por meio da atribuição de valor nulo aos parâmetros CA_{kt}^θ e B_{kt}^θ , para a máquina k , no período t , do estágio θ .

Uma grande contribuição para redução de ociosidades é a possibilidade que o modelo multiestágio oferece de permitir o armazenamento de lotes nos estoques intermediários entre períodos. Essa funcionalidade permite uma melhor utilização da capacidade disponível, de modo que se possa processar uma quantidade maior de itens em determinado período, para que assim, além atender às necessidades dos próximos estágios no mesmo período, seja possível estocá-los

para a continuidade do processamento em estágios subsequentes e em períodos futuros. Nota-se que quando há estoque intermediário de determinado item ao início de um novo período, o estágio imediatamente sucessor pode iniciar o processamento no instante zero, pois não há necessidade, no mesmo período, do processamento do item no estágio anterior.

Vale lembrar que um ajuste muito rígido, ou seja, uma redução pouco flexível na capacidade do modelo pode tornar o problema infactível. Em muitos casos, mesmo havendo estoques intermediários oriundos de períodos anteriores de itens a serem processados, pode não haver no período atual máquina disponível para processar o lote, o que obriga a espera até a liberação da máquina, aumentando conseqüentemente a utilização da capacidade (tempo para processamento).

7 DEFINIÇÃO DAS HEURÍSTICAS

Neste capítulo são abordadas diferentes estratégias das heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*, para aplicação em instâncias geradas baseadas em intervalos de parâmetros reais fornecidos pela empresa fabricante de placas eletrônicas.

Nas heurísticas utilizadas, o processo de relaxação das variáveis inteiras consistiu em torná-las reais positivas (≥ 0), já para as binárias em torná-las reais no intervalo $[0, 1]$. O quadro 7.1 mostra os conjuntos de variáveis inteiras e binárias utilizadas mostrando sobre quais destes conjuntos incidiu o processo de fixação e relaxação em todas as estratégias de particionamento da heurística *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*.

Variáveis	Tipo	Tipo das variáveis durante a execução dos subproblemas
q^{θ}_{iks}	Inteiras	Mantidas inteiras, relaxadas ou fixadas conforme o subproblema a ser resolvido
x^{θ}_{iks}	Binárias	Mantidas binárias, relaxadas ou fixadas conforme o subproblema a ser resolvido
ze^{θ}_{it}	Binárias	

QUADRO 7.1 - VARIÁVEIS FIXADAS/RELAXADAS NAS PARTIÇÕES DAS HEURÍSTICAS
 FONTE: O Autor (2015)

No tópico 7.1 são descritas as diferentes estratégias *relax-and-fix* utilizadas nos testes computacionais.

7.1 ESTRATÉGIAS *RELAX-AND-FIX*

Neste tópico são apresentadas nove diferentes estratégias *relax-and-fix*, utilizadas na fase de testes computacionais do modelo multiestágio.

A heurística *relax-and-fix*, conforme já descrito no Capítulo 2, consiste em um processo iterativo de fixação e relaxação de variáveis. Um estudo amplo sobre sua aplicação em um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes é encontrado em Kawamura (2011), porém, considerando um problema monoestágio. Devido à característica dos modelos apresentados nesta tese, as estratégias de particionamento foram aplicadas de modo a atender à formulação multiestágio, conforme mostrado nos tópicos a seguir.

7.1.1 Estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo (*forward*) – RF-TF

Na estratégia RF-TF, o problema original foi dividido em T subproblemas, cada um correspondendo a um período t do horizonte de planejamento. A sequência de resolução foi iniciada em ordem cronológica partindo do subproblema correspondente ao primeiro período e finalizando na última iteração, no subproblema correspondente ao último período. A Figura 7.1 ilustra o funcionamento dessa estratégia para o primeiro subproblema gerado, onde as variáveis inteiras e binárias do primeiro período foram mantidas e estas mesmas variáveis para os demais períodos foram relaxadas (valores reais não negativos).

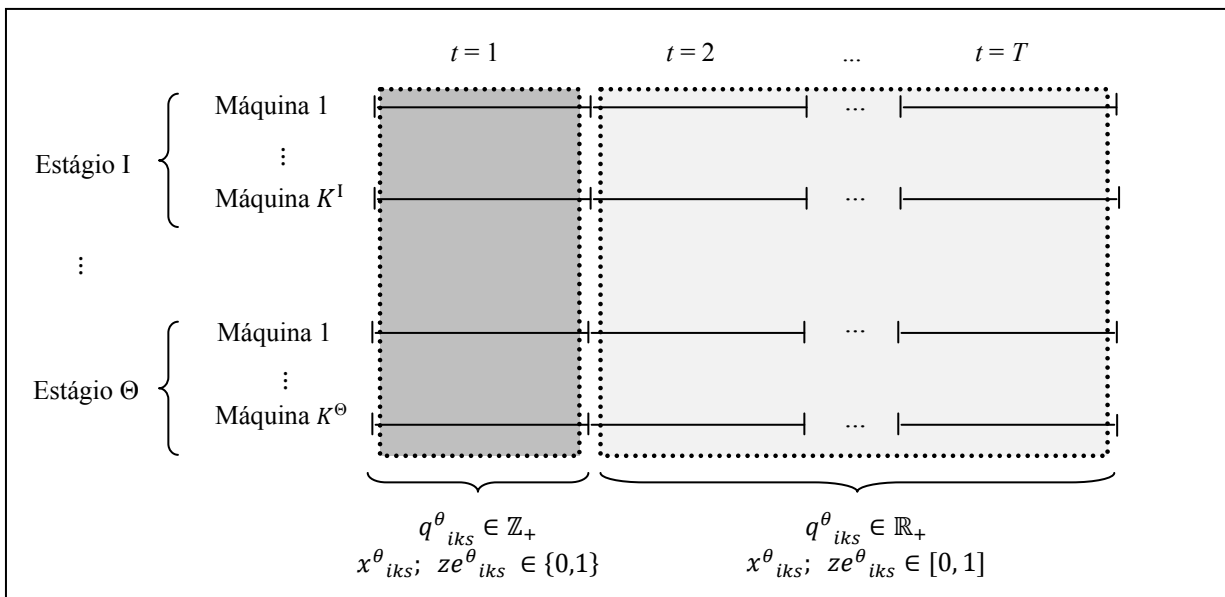


FIGURA 7.1 - ESTRATÉGIA RF-TF - SUBPROBLEMA INICIAL
FONTE: O Autor (2015)

Após resolver este primeiro subproblema, as variáveis inteiras e binárias do primeiro período para todos os estágios são fixadas (tornam-se parâmetros, recebendo os valores resultantes da resolução do primeiro subproblema), as variáveis inteiras e binárias referentes ao segundo período ($t = 2$) são mantidas, e as variáveis inteiras e binárias dos demais períodos são relaxadas, conforme ilustra a Figura 7.2.

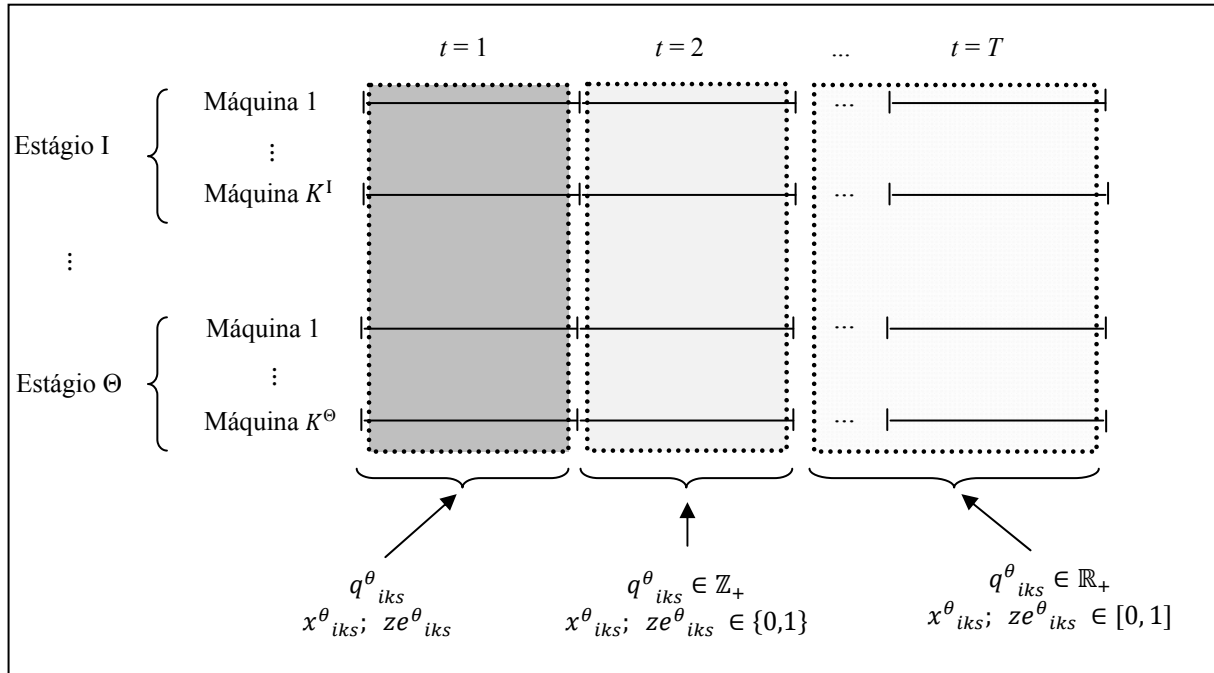


FIGURA 7.2 - ESTRATÉGIA RF-TF - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO
FONTE: O Autor (2015)

Procede-se fixando as variáveis de cada subproblema até que o último subproblema, correspondente ao último período do horizonte de planejamento, seja resolvido.

7.1.2 Estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo (*backward*) – RF-TB

A estratégia RF-TB é semelhante à estratégia RF-TF anteriormente apresentada, porém, a sequência de subproblemas a serem resolvidos é iniciada em ordem cronológica inversa, de modo que o primeiro subproblema resolvido foi o correspondente ao último período do horizonte de

planejamento, até se chegar na última iteração, ao subproblema correspondente ao primeiro período. A figura 7.3 ilustra o primeiro subproblema a ser resolvido, onde as variáveis inteiras e binárias de todos os estágios referentes ao último período do horizonte de planejamento, foram assim mantidas, e estas mesmas variáveis para os demais períodos foram relaxadas.

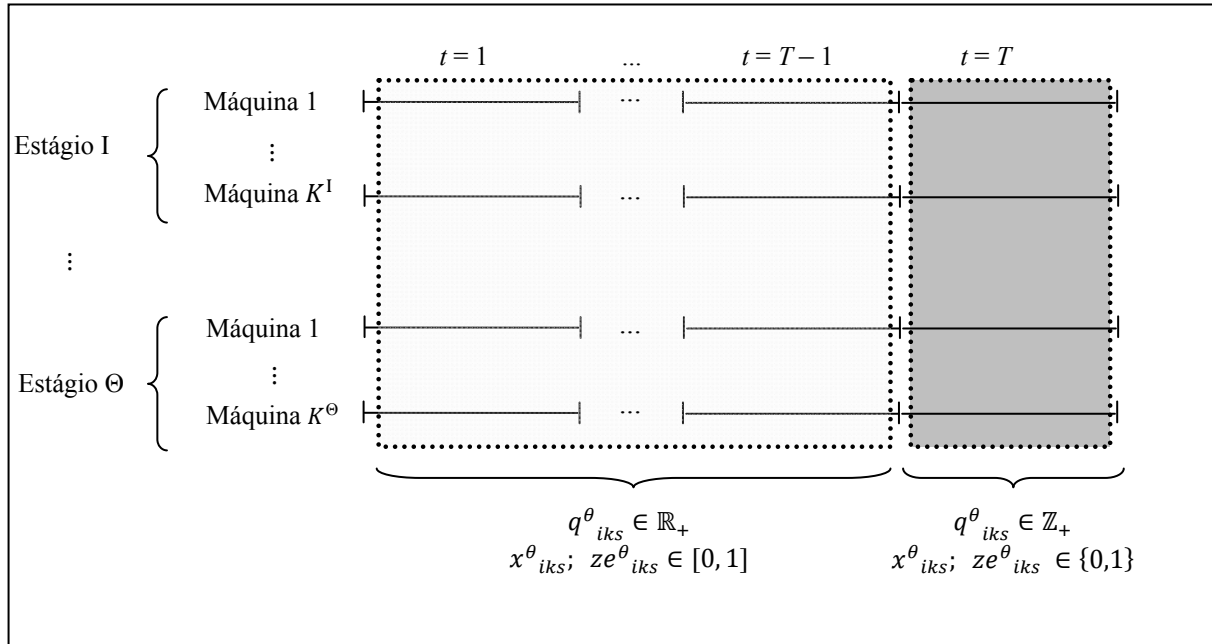


FIGURA 7.3 - ESTRATÉGIA RF-TB - SUBPROBLEMA INICIAL

FONTE: O Autor (2015)

Após resolver este primeiro subproblema, as variáveis inteiras e binárias do último período, para todos os estágios, são fixadas (tornam-se parâmetros, recebendo os valores resultantes da resolução do primeiro subproblema), as variáveis inteiras e binárias referentes ao penúltimo período ($t = 2$) são mantidas, e as variáveis inteiras e binárias dos demais períodos são relaxadas, conforme ilustra a Figura 7.4.

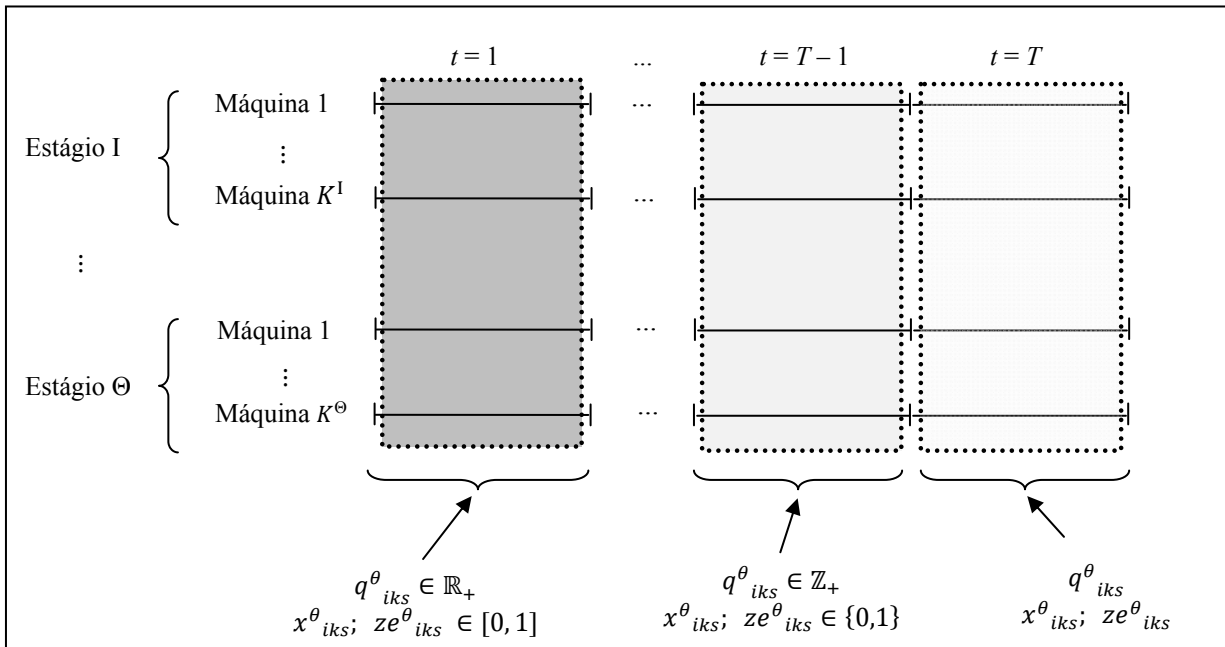


FIGURA 7.4 - ESTRATÉGIA RF_TB - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO
 FONTE: O Autor (2015)

Prossegue-se fixando as variáveis de cada subproblema até que o último subproblema, correspondente ao primeiro período do horizonte de planejamento, seja resolvido.

7.1.3 Estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo e estágio (*forward*) tipo 1 (RF-TEF1)

A estratégia RF-TEF1 consiste em dividir o problema original em $\theta \cdot T$ subproblemas, onde θ é o número de estágios e T , o número de períodos do horizonte de planejamento.

A sequência de resolução é iniciada em ordem cronológica partindo-se do subproblema correspondente ao primeiro período do horizonte de planejamento do primeiro estágio, seguindo para o segundo subproblema, o qual correspondente ao segundo período do horizonte de planejamento do primeiro estágio até o último subproblema, correspondente ao último período ainda do primeiro estágio. Em seguida, parte-se para o segundo estágio nesta mesma ordem de

resolução, finalizando a resolução no subproblema correspondente ao último período do último estágio. A Figura 7.5 ilustra o funcionamento dessa estratégia.

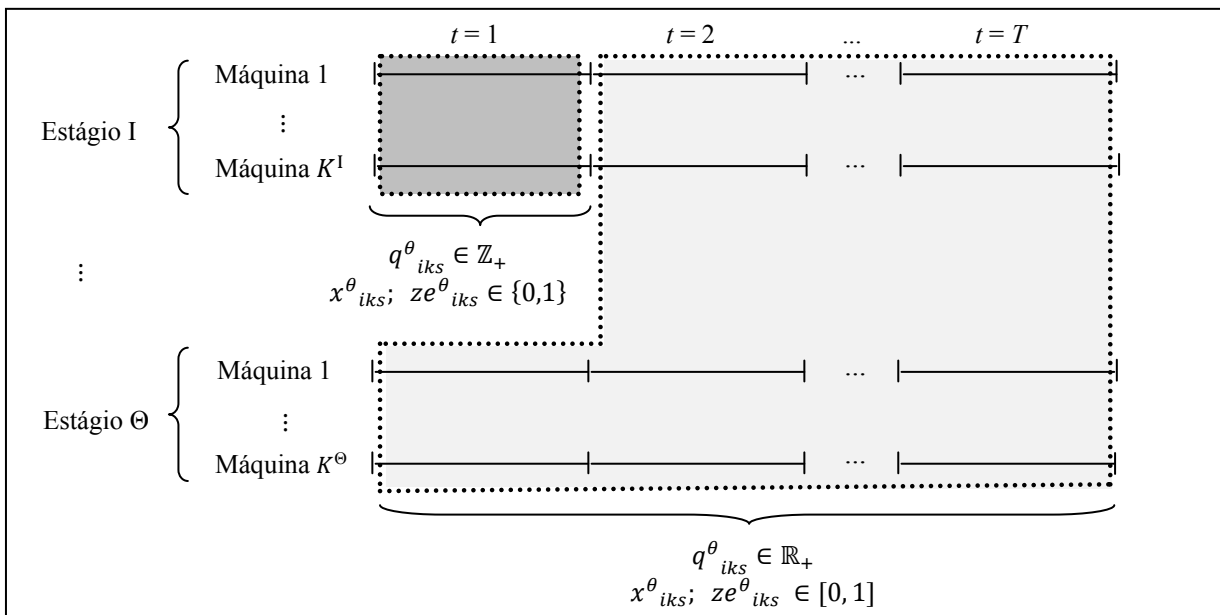


FIGURA 7.5 - ESTRATÉGIA RF-TEF1 - SUBPROBLEMA INICIAL

FONTE: O Autor (2015)

O segundo subproblema (imediatamente subsequente), é ilustrado na Figura 7.6.

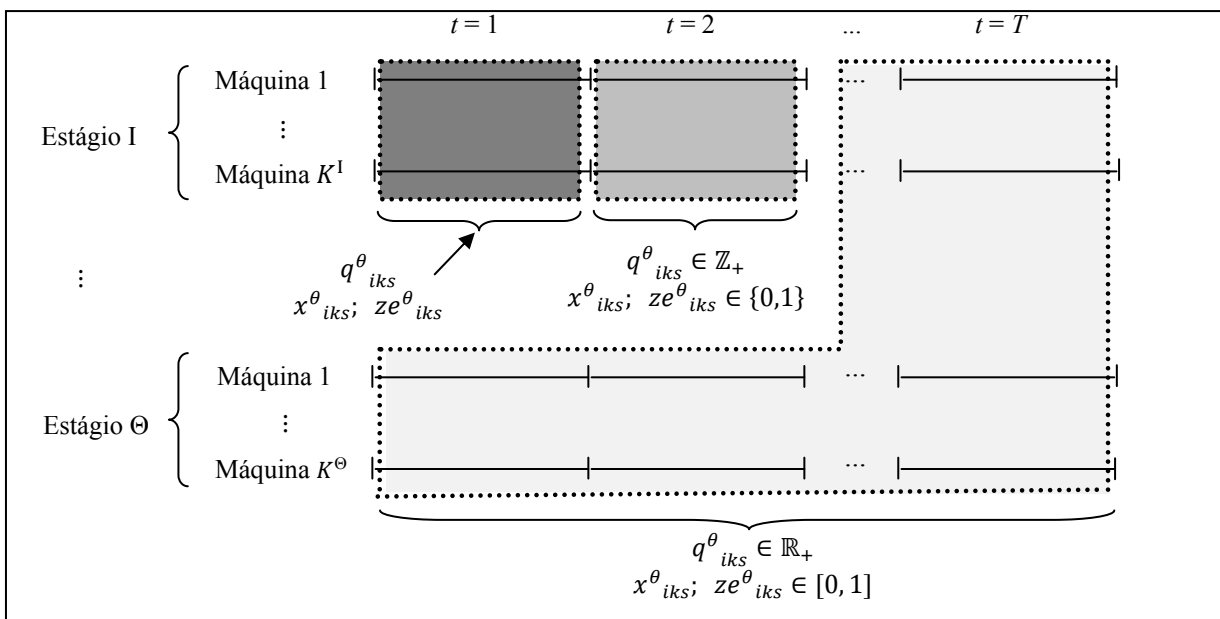


FIGURA 7.6 - ESTRATÉGIA RF-TEF1 - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO

FONTE: O Autor (2015)

O último subproblema a ser resolvido é ilustrado na Figura 7.7.

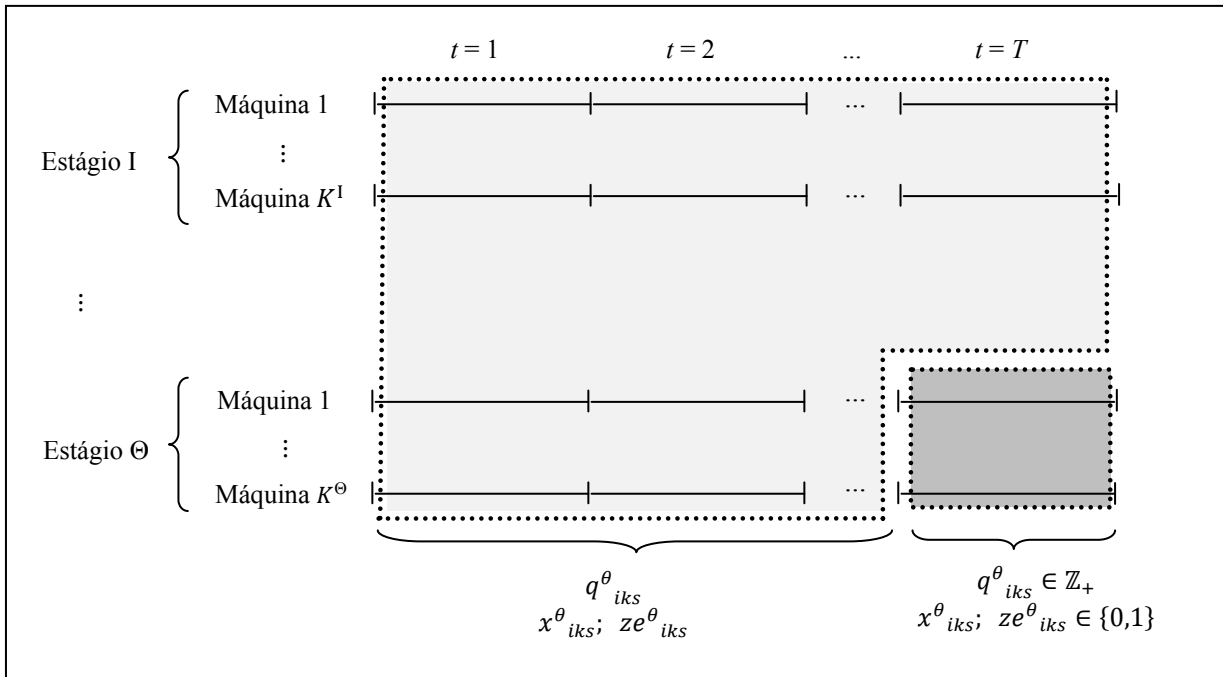


FIGURA 7.7 - ESTRATÉGIA RF-TEF1 - ÚLTIMO SUBPROBLEMA A SER RESOLVIDO
 FONTE: O Autor (2015)

7.1.4 Estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo e estágio (*backward*) tipo 1 – RF-TEB1

A estratégia RF-TEB1 é semelhante à estratégia RF-TEF1, anteriormente descrita, consistindo também na divisão do problema original em $\Theta \cdot T$ subproblemas, porém a sequência de resolução dos subproblemas é inversa em cada um dos estágios.

Sendo assim, inicia-se com a resolução do subproblema correspondente ao último período do horizonte de planejamento do primeiro estágio, partindo-se para o segundo subproblema, o qual correspondente ao penúltimo período do horizonte de planejamento do primeiro estágio até o subproblema correspondente ao primeiro período do primeiro estágio. Em seguida, parte-se para o segundo estágio nessa mesma ordem de resolução, finalizando com a resolução do subproblema correspondente ao primeiro período do último estágio.

7.1.5 Estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo e estágio (*forward*) tipo 2 (RF-TEF2)

A estratégia RF-TEF2, da mesma forma que a RF-TEF1, consiste em dividir o problema original em $\theta \cdot T$ subproblemas, onde θ é o número de estágios e T o número de períodos do horizonte de planejamento. O diferencial, neste caso, está na ordem de resolução dos subproblemas. Na RF-TEF2, a sequência de resolução ocorre em ordem cronológica iniciando no subproblema correspondente ao primeiro período do primeiro estágio, partindo-se para o segundo subproblema, o qual correspondente ao primeiro período do próximo estágio até o último subproblema, correspondente ao primeiro período do último estágio.

Na sequência, parte-se para a resolução do subproblema correspondente ao segundo período seguindo essa mesma ordem de resolução, finalizando com a resolução no subproblema correspondente ao último período do último estágio. A Figura 7.8 ilustra o funcionamento dessa estratégia.

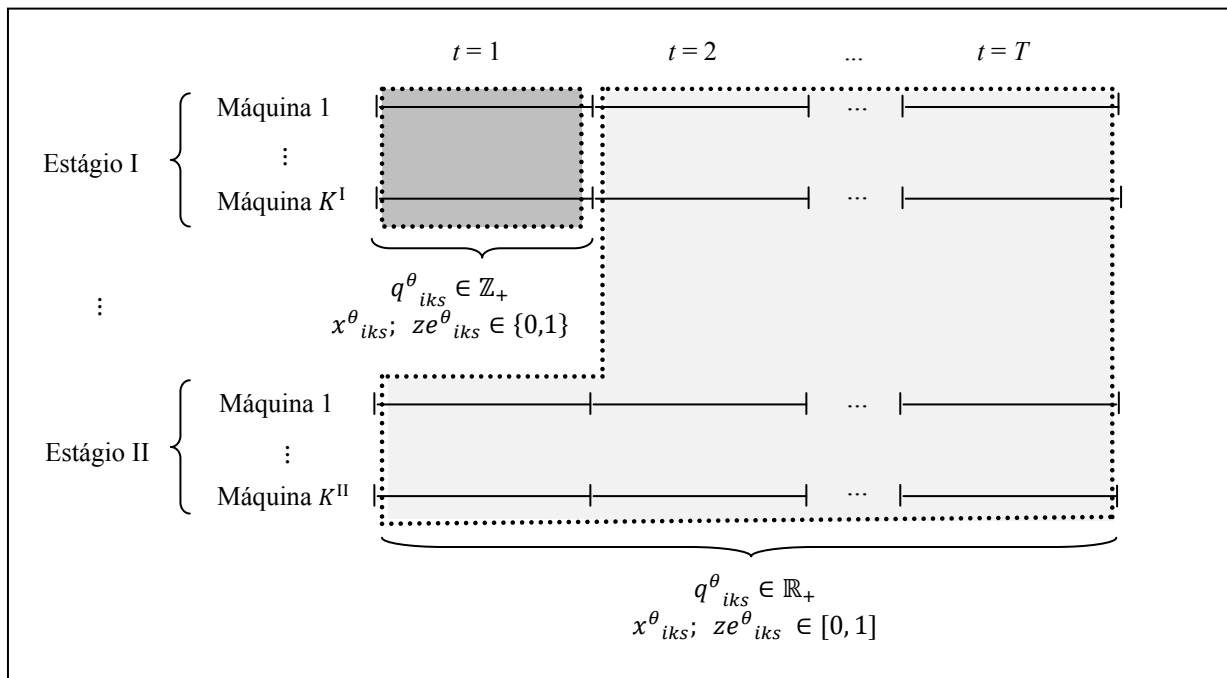


FIGURA 7.8 - ESTRATÉGIA RF-TEF2 - SUBPROBLEMA INICIAL
 FONTE: O Autor (2015)

O segundo subproblema (imediatamente subsequente) é ilustrado na Figura 7.9.

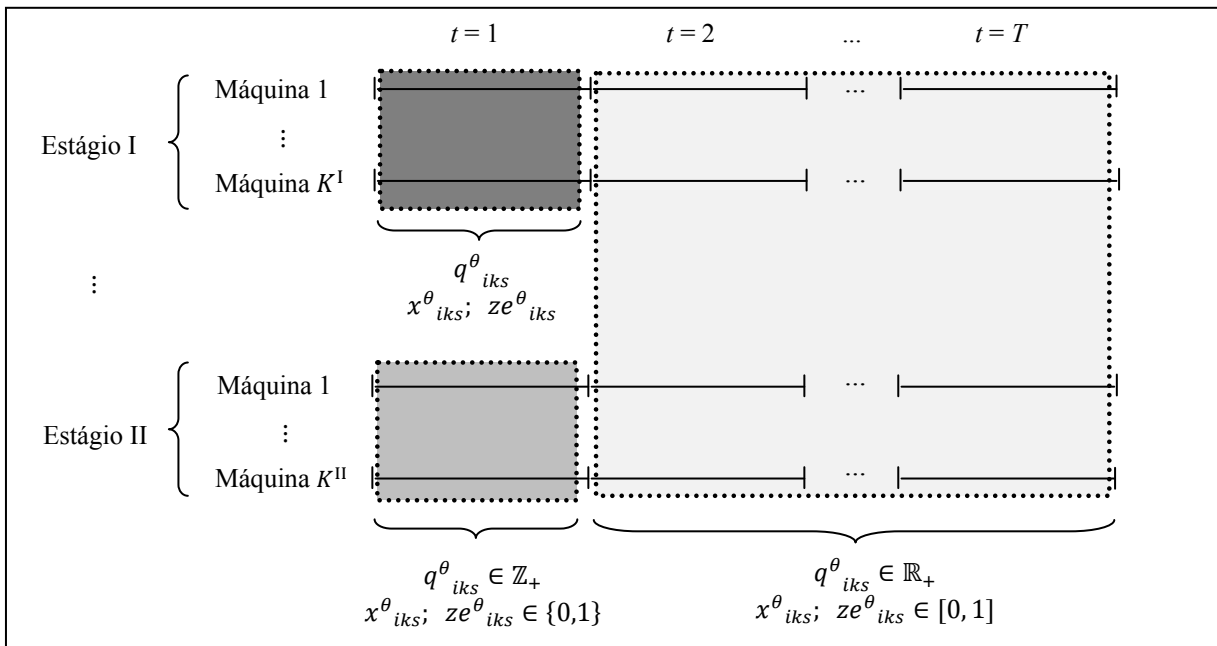


FIGURA 7.9 - ESTRATÉGIA RF-TEF2 - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO
 FONTE: O Autor (2015)

O último subproblema a ser resolvido é ilustrado na Figura 7.10.

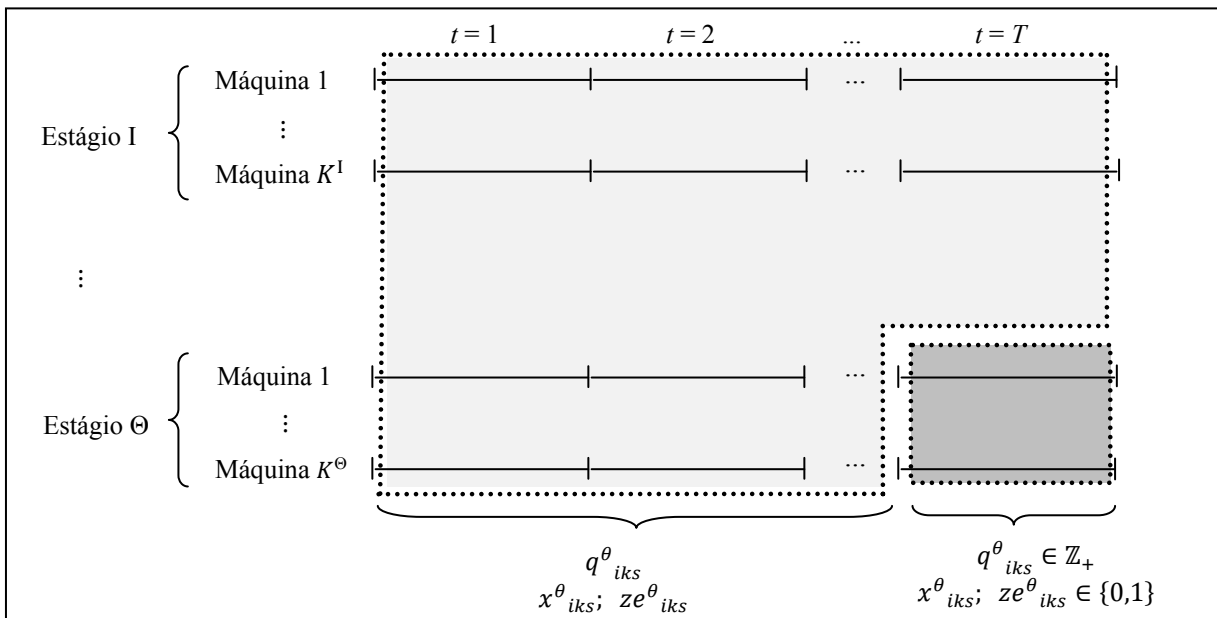


FIGURA 7.10 - ESTRATÉGIA RF-TEF2 - ÚLTIMO SUBPROBLEMA A SER RESOLVIDO
 FONTE: O Autor (2015).

7.1.6 Estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo e estágio (*backward*) tipo 2 – RF-TEB2

A estratégia RF-TEB2 é semelhante à estratégia RF-TEF2, anteriormente descrita, porém a sequência de resolução dos subproblemas ocorre em ordem inversa.

Sendo assim, inicia-se com a resolução do subproblema correspondente ao último período do último estágio, partindo-se para o segundo subproblema, o qual correspondente ao último período do penúltimo estágio, continuando assim até o último subproblema, correspondente ao último período do primeiro estágio. Em seguida, parte-se para o penúltimo período nesta mesma ordem de resolução, finalizando com a resolução do subproblema correspondente ao primeiro período do primeiro estágio.

7.1.7 Estratégia *relax-and-fix* baseada na demanda dos itens – RF-I

Na estratégia RF-I foram criados N subproblemas, de acordo com o número (N) de diferentes itens a serem produzidos. A ordem de resolução destes subproblemas ocorreu obedecendo à demanda dos itens, partindo do subproblema referente ao item com maior demanda, até o subproblema correspondente ao item de menor demanda. As figuras 7.11 e 7.12 ilustram essa estratégia.

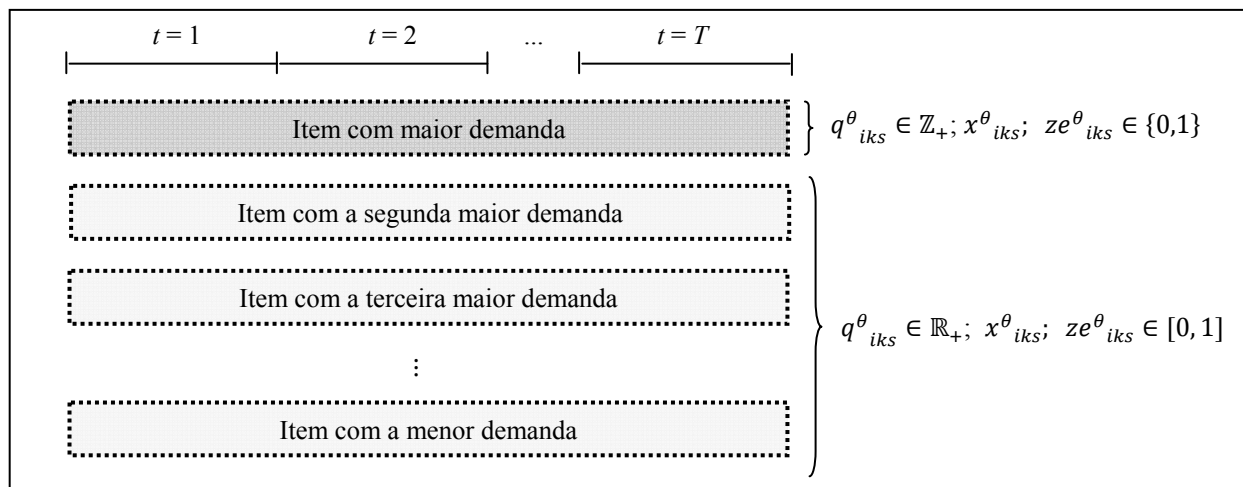


FIGURA 7.11 - ESTRATÉGIA RF-I - SUBPROBLEMA INICIAL
 FONTE: O Autor (2015)

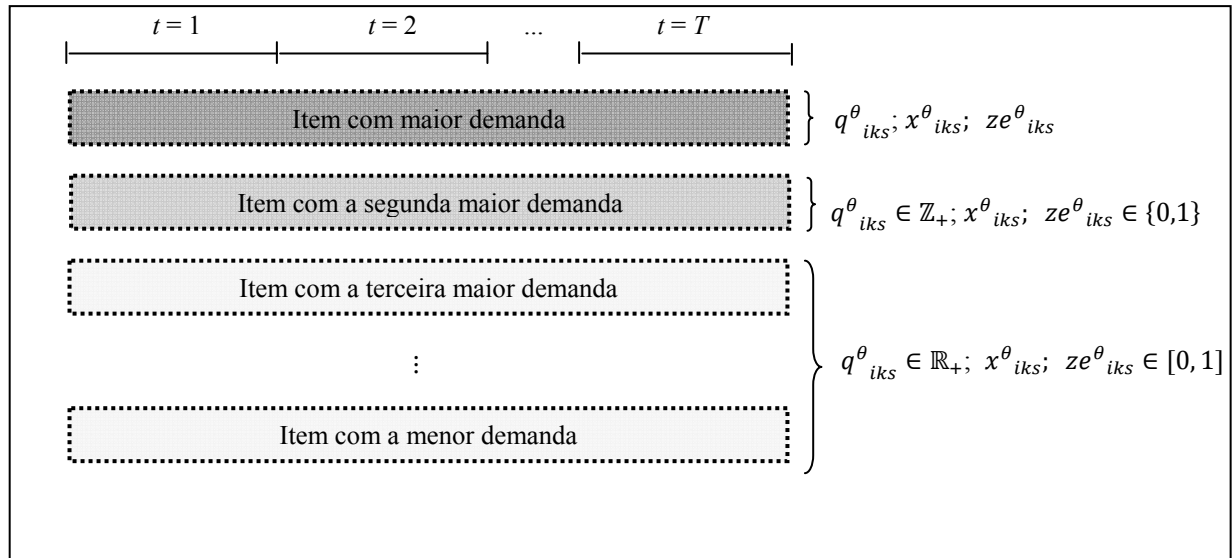


FIGURA 7.12 - ESTRATÉGIA RF-I - SUBPROBLEMA IMEDIATAMENTE SUBSEQUENTE
 FONTE: O Autor (2015)

7.1.8 Estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo *forward* com *overlapping* - RF-TFO

A estratégia RF-TFO se baseia na sobreposição de partições referentes aos períodos. Sendo assim, cada subproblema é resolvido mantendo inteiras e/ou binárias as variáveis correspondentes aos períodos $t - 1$ e t , e as variáveis dos períodos subsequentes são relaxadas. Após a resolução do primeiro subproblema, as variáveis inteiras e/ou binárias do período $t - 1$ são fixadas, as variáveis dos períodos t e $t + 1$ são mantidas inteiras e/ou binárias e as variáveis dos períodos subsequentes são relaxadas, assim sucessivamente até o último subproblema.

A Figura 7.13 ilustra o funcionamento dessa estratégia para o primeiro subproblema gerado, onde as variáveis inteiras e binárias do primeiro e segundo período do horizonte de planejamento foram mantidas, e estas mesmas variáveis para os demais períodos foram relaxadas (valores reais não negativos).

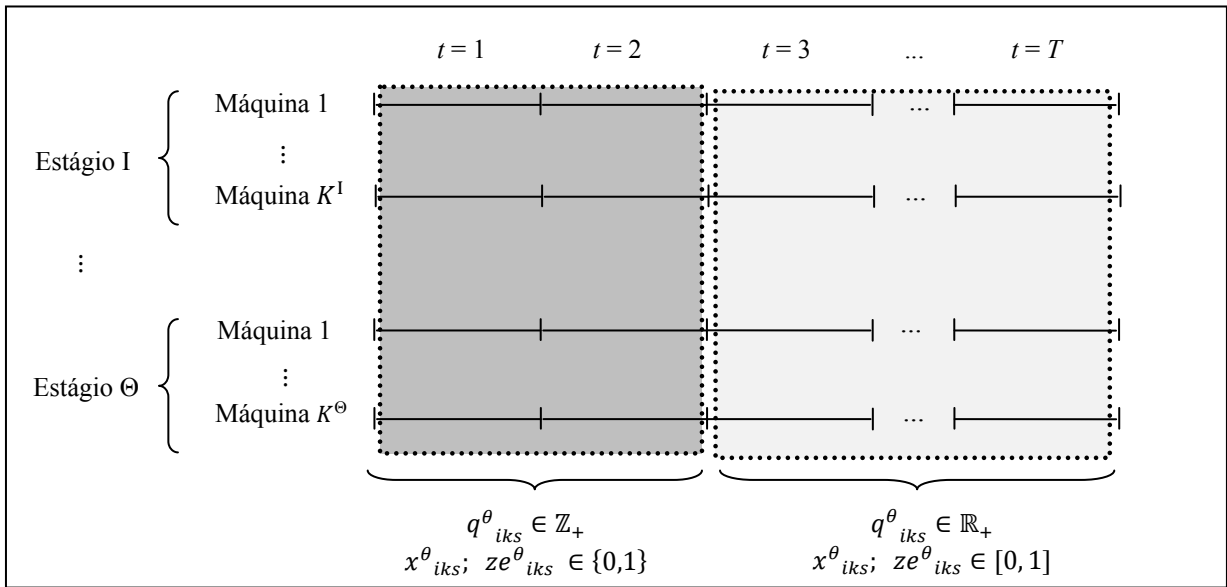


FIGURA 7.13 - ESTRATÉGIA RF-TFO - SUBPROBLEMA INICIAL
 FONTE: O Autor (2015)

Após a resolução deste primeiro subproblema, as variáveis inteiras e binárias do primeiro período para todos os estágios são fixadas (tornam-se parâmetros, recebendo os valores resultantes da resolução do primeiro subproblema), as variáveis inteiras e binárias referentes ao segundo e ao terceiro período ($t = 2$ e $t = 3$) são mantidas, e as variáveis inteiras e binárias dos demais períodos são relaxadas, conforme ilustra a Figura 7.14.

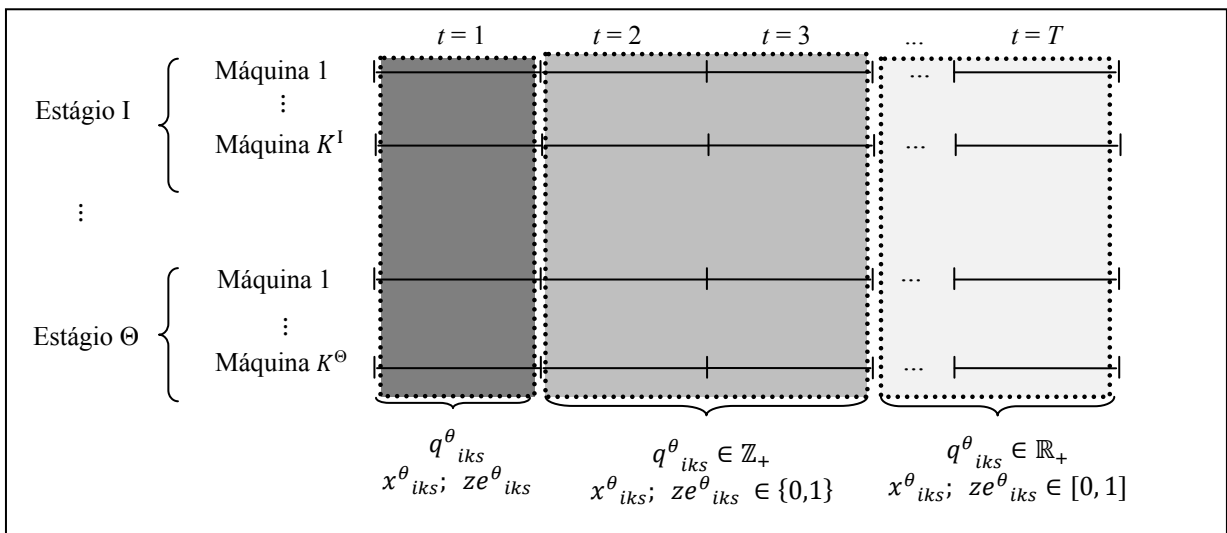


FIGURA 7.14 - ESTRATÉGIA RF-TFO - SUBPROBLEMA SECUNDÁRIO
 FONTE: O Autor (2015)

Procede-se desta forma até a resolução do último subproblema, onde as variáveis correspondentes aos períodos $T - 1$ e T são mantidas inteiras e/ou binárias e as variáveis dos períodos anteriores permanecem fixadas.

Optou-se, devido às dimensões do problema, por manter inteiras/binárias em cada subproblema as variáveis de dois períodos, porém há a possibilidade de se trabalhar com três ou mais períodos.

7.1.9 Estratégia *relax-and-fix* baseada em tempo *backward* com *overlapping* - RF-TBO

A estratégia RF-TBO se assemelha à estratégia RF-TFO, no entanto, a sequência de subproblemas a serem resolvidos é iniciada em ordem cronológica inversa, partindo-se dos subproblemas correspondentes aos últimos períodos do horizonte de planejamento, até se chegar na última iteração, ao subproblema correspondente ao primeiro período.

7.2 ESTRATÉGIAS *FIX-AND-OPTIMIZE*

A heurística *fix-and-optimize* consiste em um método de melhoria, de modo que necessita de uma solução inicial factível, a qual pode ser obtida por meio da heurística *relax-and-fix*, por exemplo. O método consiste na criação de P partições para o problema original, gerando assim pelo menos P subproblemas a serem resolvidos. Em cada iteração, uma partição é mantida com as variáveis disponíveis escolhidas para serem otimizadas. Nas demais partições, todas as variáveis são fixadas tornando-se parâmetros, os quais recebem os valores correspondentes à solução incumbente.

Esse procedimento faz com que um menor número de variáveis seja otimizado em cada iteração, quando comparado à resolução do problema original sem partições, o que torna cada subproblema mais simples de ser resolvido do que o problema original.

Em cada iteração do *fix-and-optimize*, se a solução obtida na resolução do subproblema correspondente for melhor que a solução incumbente, esta será substituída. Em uma próxima iteração, outra partição é mantida com as variáveis escolhidas livres e todas as demais fixadas, e assim sucessivamente até a última iteração. O critério de parada da heurística consiste no momento em que todos os subproblemas forem resolvidos sem haver melhoria na solução incumbente.

A Figura 7.15 ilustra as iterações da heurística *fix-and-optimize*, cujo problema original foi dividido em P partições. A partição destacada em cada iteração terá suas variáveis disponíveis para serem otimizadas, enquanto nas demais partições as variáveis são fixadas tornando-se parâmetros.

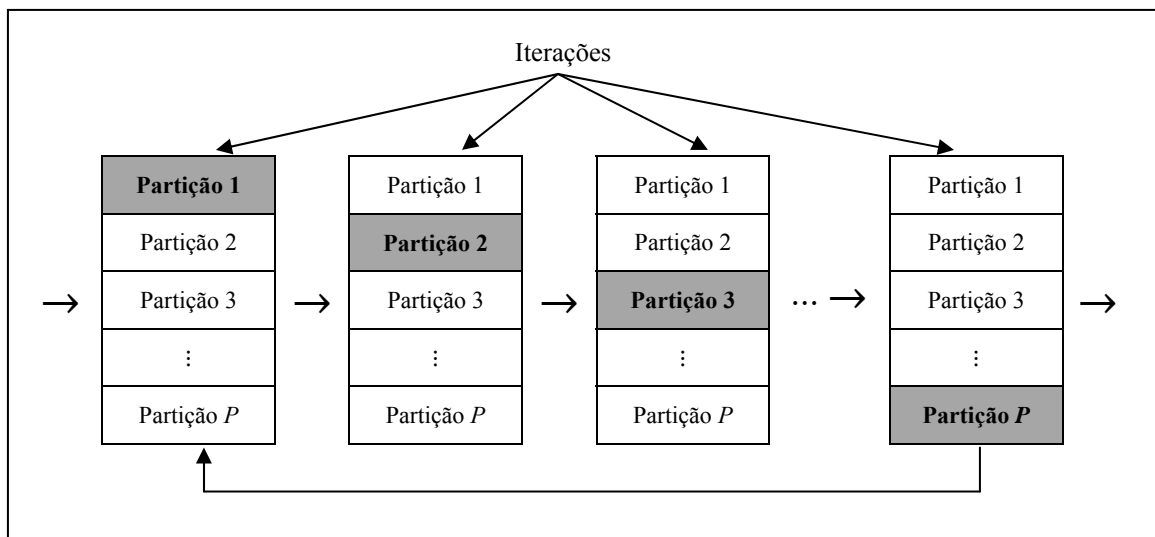


FIGURA 7.15 - REPRESENTAÇÃO GERAL DA HEURÍSTICA *FIX-AND-OPTIMIZE*
 FONTE: O Autor (2015)

Diferentes formas de particionamento para fins de aplicação da heurística *fix-and-optimize* permitem diversificar o processo de busca. Neste trabalho foram propostas duas estratégias de particionamento, as quais são apresentadas a seguir. Nas figuras apresentadas, a notação v^{opt} representa as variáveis a serem otimizadas, e a notação v^{fix} , as variáveis fixadas como parâmetros.

7.2.1 Estratégia *fix-and-optimize* baseada em tempo (*forward*) – FO-TF

Na estratégia FO-TF, o problema original foi dividido em T subproblemas a serem resolvidos de modo que cada subproblema corresponda a um período t do horizonte de planejamento. A sequência de execução do *fix-and-optimize* foi iniciada em ordem cronológica partindo do subproblema correspondente ao primeiro período do horizonte de planejamento, conforme mostrado na Figura 7.16.

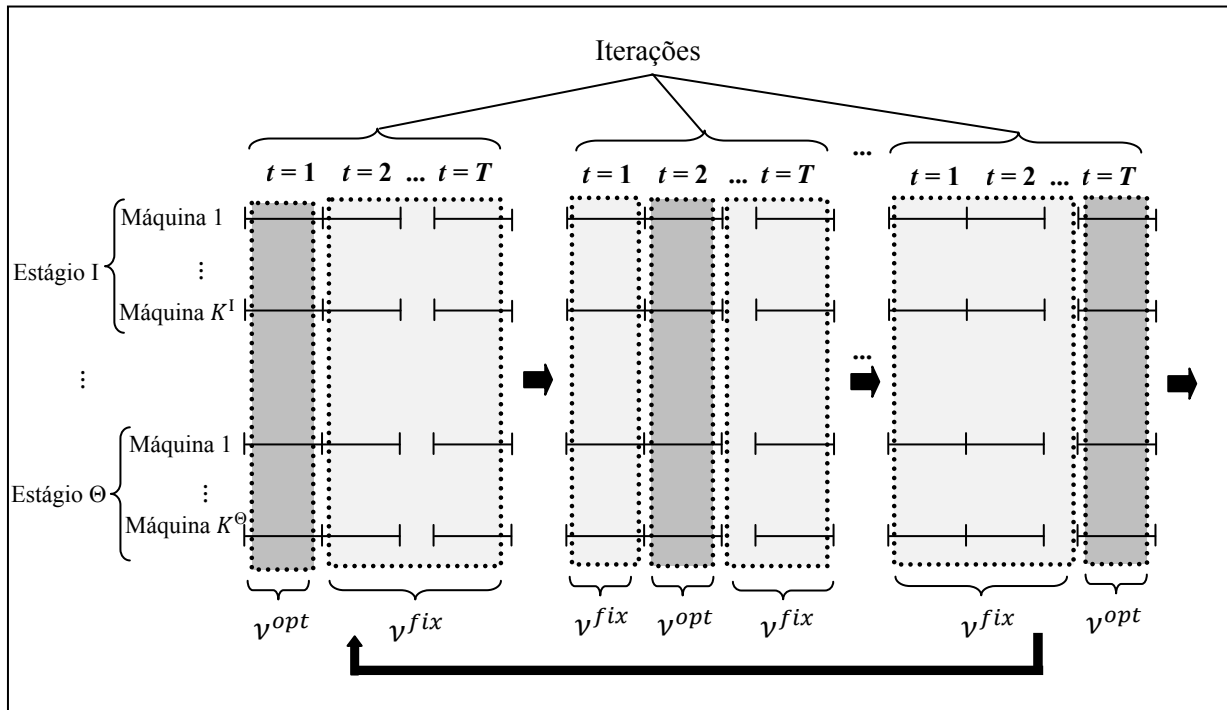


FIGURA 7.16 - ESTRATÉGIA *FIX-AND-OPTIMIZE* FO-TF.
FONTE: O Autor (2015).

Em cada iteração ficam disponíveis para serem otimizadas as variáveis pertencentes ao período t de todos os estágios produtivos. As variáveis pertencentes aos demais períodos são fixadas como parâmetros. Se a solução encontrada numa iteração for melhor que a solução incumbente, esta passa a substituir a solução incumbente, de modo que a heurística é finalizada somente quando forem executadas as iterações referentes a todos os períodos sem que seja encontrada uma solução melhor que a incumbente.

7.2.2 Estratégia *fix-and-optimize* baseada em tempo (*backward*) – FO-TB

A estratégia FO-TB é semelhante à estratégia FO-TF anteriormente apresentada, tendo como diferencial a ordem cronológica em que as iterações são executadas, de modo que parte-se do subproblema correspondente ao último período do horizonte de planejamento seguindo-se em ordem decrescente em relação aos períodos antecedentes.

A Figura 7.17 ilustra a estratégia FO-TB.

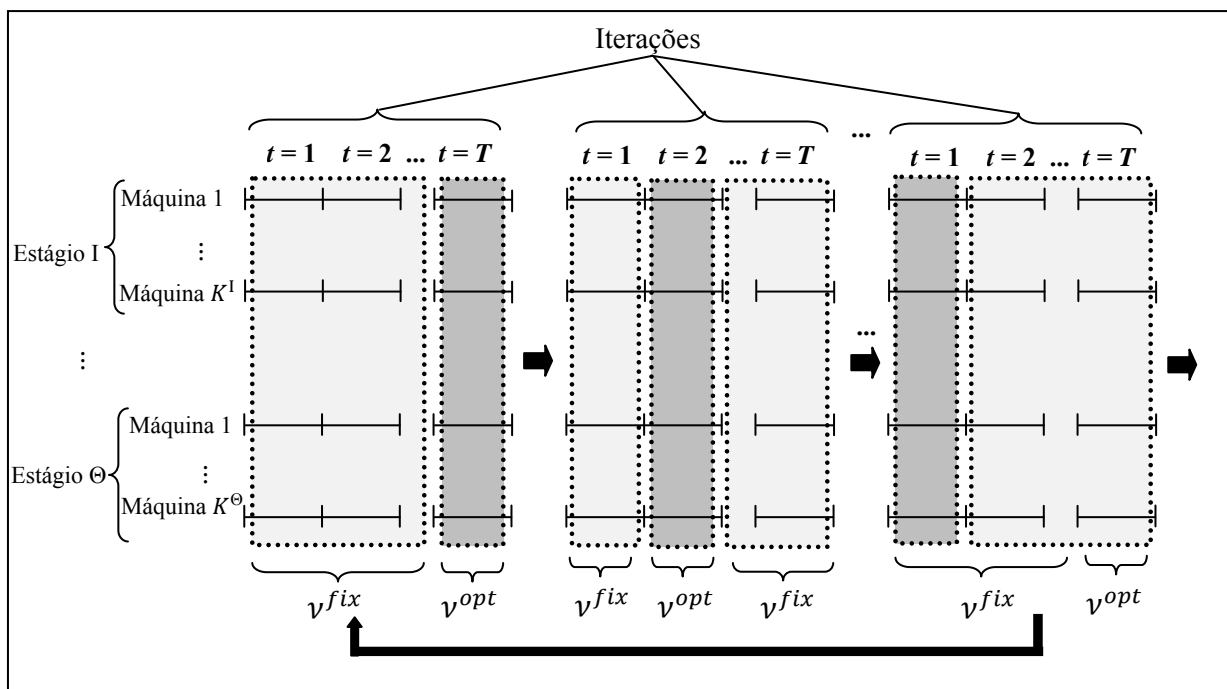


FIGURA 7.17 - ESTRATÉGIA *FIX-AND-OPTIMIZE* FO-TB
 FONTE: O Autor (2015)

Nota-se que o *fix-and-optimize* é uma heurística de melhoria, de modo que depende de uma solução inicial. Neste trabalho, como solução inicial tomaram-se os resultados obtidos com a utilização da heurística *relax-and-fix*.

8 TESTES COMPUTACIONAIS

Este capítulo aborda testes computacionais aplicados ao modelo multiestágio, com utilização das heurísticas de relaxação de variáveis *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* abordadas no Capítulo 7. A complexidade de resolução deste tipo de problema pertence à classe NP-Completo (FLORIAN *et al.*, 1980), assim, à medida que o número de variáveis aumenta de maneira linear, o espaço de busca cresce exponencialmente (GAREY e JOHNSON, 1979).

Os experimentos computacionais aqui abordados baseiam-se na obtenção de soluções inteiras factíveis para os MIPs propostos dentro de um tempo limite de execução, para a partir de então, estabelecer comparações entre as diferentes estratégias de resolução utilizadas de modo a identificar quais destas técnicas são mais promissoras.

8.1 GERAÇÃO DE INSTÂNCIAS DE TESTE

Para a realização dos experimentos foram propostos cinco problemas de tamanhos diferentes, para que então, a partir desses problemas possam ser geradas as instâncias de teste. A geração dos parâmetros ocorreu a partir de dados reais fornecidos pela empresa referentes a 10 modelos distintos de placas eletrônicas produzidas com frequência. Atendendo a solicitações da empresa esses dados não serão divulgados, porém foram utilizados como limitantes superiores e inferiores para a geração aleatória¹ de parâmetros uniformemente distribuídos nesse intervalo, de modo a manter a ordem de grandeza dos dados.

Devido ao fato de na prática na empresa o planejamento da produção ser realizado para uma semana, tomou-se como horizonte de planejamento cinco dias de trabalho de 8 horas cada, sendo cada um dos dias correspondente a um período t do horizonte de planejamento. Conforme Kawamura (2011), “[...] é possível afirmar que a quantidade de subperíodos dentro de cada

¹ O termo ‘aleatório’, utilizado nessa tese se refere a sequências computacionais pseudo-aleatórias.

período não precisa ser maior que a quantidade total de itens, uma vez que não é interessante que ocorram *setups* para um mesmo item dentro de cada período”, assim, o número de subperíodos para cada uma das máquinas em cada estágio foi definido como sendo igual ao número de itens a serem produzidos, possibilitando assim a produção de quaisquer dos itens.

Os testes foram realizados para problemas envolvendo de 10 a 30 itens, considerando 2 estágios produtivos contendo cada um dos estágios entre 2 e 4 máquinas paralelas.

A capacidade de processamento (tempo) disponível em cada estágio produtivo, em cada máquina e em cada período foi fixada em 480min, correspondente a um dia de trabalho de 8h.

Os tópicos a seguir informam detalhes referentes aos demais parâmetros.

- a) Custo de processamento de cada item em cada máquina, no estágio θ : refere-se ao custo de funcionamento da máquina;
- b) Custo por minuto extra do funcionamento de cada máquina k , pertencente ao estágio θ : de modo a penalizar a utilização de tempo extra, o valor desse custo foi calculado tomando-se a máxima quantidade de itens que a máquina k , pertencente ao estágio θ , poderia processar em 1 hora (1 hora dividida pelo tempo necessário para produzir o item que possui o menor tempo de processamento), multiplicada pelo item que possui maior custo de produção, acrescido de 100% de modo a compensar despesas extras que a empresa possa contabilizar. Esse valor foi convertido para custo por minuto (divide-se por 60).
- c) Custo de *setup* do item j imediatamente após o item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ , no estágio θ : dados gerados baseados em custos fornecidos pela empresa;
- d) Tempo de *setup* do item j imediatamente após o item i em cada máquina, no estágio θ : dados gerados baseados em tempos fornecidos pela empresa;
- e) Tempo de *setup* do item i na máquina k pertencente ao estágio θ , no início do horizonte de planejamento: dados gerados baseados em tempos fornecidos pela empresa;
- f) Tempo consumido para processamento de uma unidade do item i em cada máquina do estágio θ : dados gerados baseados em tempos fornecidos pela empresa;
- g) Lote mínimo do item i que poderá ser processado em cada máquina pertencente a cada estágio θ : valores atribuídos aleatoriamente, porém, tomou-se o cuidado para que o

tamanho mínimo do lote fosse sempre menor ou igual à demanda total do item no horizonte de planejamento;

- h) Quantidade máxima permitida em minutos extra, para processamento em cada máquina, em cada período, no estágio θ : considerando que cada máquina demanda pelo menos um funcionário (operador), foi definido um tempo máximo de 2h extras (120min) por período de trabalho em todas as máquinas e estágios;
- i) Quantidade máxima permitida de demanda não atendida no último estágio, do item i , no fim do período t : limitada a uma quantidade inferior a 30% da demanda total de cada item, porém, no último período, toda a demanda deverá ser atendida;
- j) Quantidade máxima permitida de estoque intermediário do estágio θ , do item i , no período t : no máximo 50% da demanda total do item;
- k) Demanda do item i no período t : oscila muito na prática, pois depende diretamente do mercado. Para fins de teste, foi definida a demanda a partir de valores médios fornecidos pela empresa para a demanda dos itens de alguns modelos distintos de placas eletrônicas. Para os demais itens, os valores das demandas foram gerados com base nesses valores.
- l) Tempo mínimo de permanência no estoque intermediário imediatamente após o estágio θ , de um lote do item i : valores baseados em dados fornecidos pela empresa;
- m) Custo por período, para manter uma unidade do item i , de um período para outro, no estoque intermediário imediatamente após o estágio θ : Foram atribuídos valores referentes a custo (penalidade pela estocagem entre períodos) de aproximadamente 20% do custo de produção do item no estágio posterior;
- n) Custo por período, do atraso de entrega do item i , no último estágio: devido ao fato de que o atraso na entrega causa, de modo geral, grandes transtornos, optou-se por definir este custo como sendo igual a cinco vezes a soma do custo de produção do item em todos os estágios.

Os intervalos de valores utilizados para geração das instâncias de teste para quaisquer dos estágios θ são apresentados no Quadro 8.1 mostrado a seguir.

Parâmetro	Simbologia	Unid. de medida	Problema A	Problema B	Problema C	Problema D	Problema E
Número de itens	N	unid.	10	15	20	25	30
Número de máquinas pertencentes a cada estágio. {Estágio I, Estágio II}	K^θ	unid.	{2; 2}	{2; 3}	{3; 3}	{3; 4}	{4; 4}
Capacidade de processamento disponível estágio θ , na máquina k , no período t	CA^θ_{kt}	min	480	480	480	480	480
Custo de processamento do item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ	CP^θ_{ik}	\$/unid.	[4; 30]	[4; 30]	[4; 30]	[4; 30]	[4; 30]
Custo por minuto extra do funcionamento da máquina k , pertencente ao estágio θ	CH^θ_k	\$/min	30,00	30,00	30,00	30,00	30,00
Custo de <i>setup</i> para processar o item j imediatamente após o item i na máquina pertencente ao estágio θ	CS^θ_{ijk}	\$/unid.	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]
Tempo de <i>setup</i> para processar o item j imediatamente após o item i na máquina k pertencente ao estágio θ	ST^θ_{ijk}	min	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]
Tempo de <i>setup</i> para processar o item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ , no início do horizonte de planejamento	ST^θ_{oik}	min	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]	[5; 20]
Tempo de processamento de uma unidade do item i , na máquina k , pertencente ao estágio θ	TP^θ_{ik}	min	[2; 15]	[2; 15]	[2; 15]	[2; 15]	[2; 15]
Lote mínimo do item i que poderá ser processado na máquina pertencente ao estágio θ	LM^θ_{ik}	unid.	[1; 4]	[1; 4]	[1; 4]	[1; 4]	[1; 4]
Quantidade máxima permitida em minutos extra, para processamento na máquina k , pertencente ao estágio θ , no período t	ME^θ_{kt}	min	120	120	120	120	120
Quantidade do item i , com demanda não atendida no último estágio, no início do horizonte de planejamento	$I_{i,0}^-$	unid.	0	0	0	0	0
Quantidade do item i , existente no estoque intermediário do estágio θ , no início do horizonte de planejamento	I_{i0}^+	unid.	0	0	0	0	0
Quantidade máxima permitida de demanda não atendida no último estágio do item i , no período t	MI_{it}^-	unid.	No máximo 30% da demanda total de cada item, sendo no último período de 0%.				
Quantidade máxima permitida no estoque intermediário θ , do item i , no período t	MI_{it}^+	unid.	No máximo 50% da demanda total de cada item				
Demanda do item i no período t	D_{it}	unid.	[1; 8]	[1; 8]	[1; 8]	[1; 8]	[1; 8]
Tempo mínimo de permanência no estoque intermediário imediatamente após o estágio θ , de um lote do item i	TE_i^θ	min	[0; 40]	[0; 40]	[0; 40]	[0; 40]	[0; 40]
Custo por período, para manter uma unidade do item i , no estoque intermediário θ	CE_i^θ	\$/unid.	Igual a 20% do custo de produção de cada item no estágio $(\theta + 1)$.				
Custo (penalidade) por período do atraso de entrega do item i , no último estágio	G_i	\$/unid.	Igual a 5 vezes a soma do custo de produção do item i em todos os estágios.				

QUADRO 8.1 - PARÂMETROS UTILIZADOS PARA GERAÇÃO DAS INSTÂNCIAS DE TESTE

FONTE: O Autor (2015)

Para geração das instâncias de teste a partir dos parâmetros do quadro 8.1 foi utilizado o método proposto por Taillard (1993), o qual consiste na atribuição de valores aleatórios, dentro de um intervalo predefinido. A partir da definição dos parâmetros, foram geradas 3 instâncias de teste para cada um dos 5 problemas, totalizando assim 15 instâncias de teste.

Foram definidas nomenclaturas para as 15 instâncias de teste geradas, sendo o nome iniciado por uma letra correspondente ao problema (A, B, C, D ou E) mostrados no quadro 8.1, seguido por um número (1, 2 ou 3), correspondente aos 3 sorteios de parâmetros distribuídos uniformemente dentro dos intervalos numéricos correspondentes a cada um dos 5 problemas. Por exemplo, a instância A1 se refere ao primeiro sorteio de dados uniformemente distribuídos dentro dos limites estabelecidos pelos intervalos de dados do problema A, já a instância A2 se refere ao segundo sorteio de dados uniformemente distribuídos dentro dos limites estabelecidos pelos intervalos de dados do problema A e assim sucessivamente para cada um dos 5 problemas.

A Tabela 8.1 apresenta as nomenclaturas utilizadas para as 15 instâncias de teste geradas.

TABELA 8.1 - NOMENCLATURAS UTILIZADAS PARA AS INSTÂNCIAS DE TESTE GERADAS

Nº do sorteio aleatório	Problema A	Problema B	Problema C	Problema D	Problema E
1	A1	B1	C1	D1	E1
2	A2	B2	C2	D2	E2
3	A3	B3	C3	D3	E3

FONTE: O Autor (2015)

As instâncias de teste geradas fornecem os parâmetros referentes ao processamento dos itens em um estágio qualquer do modelo multiestágio. A partir de então, foram realizados testes iniciais, buscando verificar o tempo computacional para resolução das instâncias.

Os testes computacionais apresentados neste capítulo foram realizados utilizando um computador com processador Intel Xeon 3.7GHz e 16Gb de memória RAM, bem como o pacote computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6. O modelo matemático referente a cada problema foi gerado com o software Matlab.

Para comparar os resultados encontrados a partir dos testes computacionais realizados foi calculado o *gap* relativo, o qual levou em consideração a diferença (relativa) entre a solução factível encontrada e o melhor limitante inferior fornecido pelo CPLEX após um tempo fixo de execução (*best bound*), conforme mostrado na expressão 8.1.

$$gap(\%) = \frac{\text{Solução Factível} - \text{Limitante Inferior}}{\text{Solução Factível}} \times 100 \quad (8.1)$$

Os testes computacionais foram realizados para o modelo sem preservação da preparação e com *setup* não dependente da sequência apresentado no tópico 6.2, levando em consideração dois estágios produtivos. Este modelo vem a atender ao cenário da indústria de placas eletrônicas caracterizado no Capítulo 3, pois na prática, na empresa, os *setups* são considerados como não dependentes da sequência.

Quanto à condição da não preservação do estado de preparação das máquinas, conforme mostrado na figura 6.1, a contabilização de um novo *setup* sem que haja troca de tipo de item, quando ocorrer, será atribuída somente à passagem de um período produtivo para outro subsequente, o que na prática é um aspecto favorável, pois no início de um novo período de trabalho na empresa há sempre a necessidade de um tempo para verificação e acionamento das máquinas, mesmo que se continue produzindo o mesmo item que tenha finalizado o período anterior.

Os demais modelos propostos nos Capítulos 4 e 5 e no tópico 6.1 foram apresentados nesta tese como contribuição e serviram de base para a formulação do modelo apresentado no tópico 6.2, que melhor atende ao ambiente de produção estudado. Estes modelos podem ser aplicáveis em situações industriais específicas e não serão aqui submetidos aos testes quanto à utilização de heurísticas de resolução visto à ausência de intervalos de parâmetros reais para geração de instâncias de teste.

8.2 TESTES INICIAIS

A primeira etapa de testes envolveu 9 instâncias (A1, A2, A3, B1, B2, B3, C1, C2 e C3), as quais se referem aos problemas A, B e C, especificados na Tabela 8.1.

Inicialmente, foi verificado o *gap* obtido conforme o tempo de execução computacional (limitado em 1h) sem a utilização de heurísticas de resolução. Os resultados são apresentados na Tabela 8.2.

TABELA 8.2 - GAPS OBTIDOS NOS TESTES INICIAIS

Instância	<i>gap</i> após 1h
A1	37,3%
A2	31,2%
A3	28,5%
B1	37,8%
B2	39,9%
B3	32,8%
C1	38,5%
C2	25,7%
C3	29,1%

FONTE: O Autor (2015)

Buscando verificar a qualidade das soluções, foram realizados testes envolvendo todas as estratégias da heurística construtiva *relax-and-fix* apresentadas no Capítulo 7 para estas mesmas nove instâncias (A1, A2, ..., C3). Na execução das heurísticas de resolução, o software Matlab foi utilizado tanto para gerar cada subproblema, como para controlar a ordem de resolução e fazer a leitura dos relatórios de resposta gerados pelo CPLEX.

A Tabela 8.3 mostra os valores dos *gaps* relativos obtidos após 1h de execução, sendo esse tempo igualmente dividido entre os subproblemas correspondentes. Os valores faltantes na tabela representam problemas ineficazes.

TABELA 8.3 - GAPS OBTIDOS NOS TESTES INICIAIS COM A HEURÍSTICA *RELAX AND FIX*

Instância	RF-TF	RF-TB	RF-TEF1	RF-TEB1	RF-TEF2	RF-TEB2	RF-I	RF-TFO	RF-TBO
A1	26,1%	**	26,1%	**	27,2%	**	**	24,9%	**
A2	18,7%	60,8%	20,2%	53,5%	23,2%	60,8%	36,1%	18,6%	50,3%
A3	17,2%	**	19,6%	51,7%	18,8%	**	**	16,8%	**
B1	36,3%	**	29,7%	**	30,9%	**	**	30,2%	**
B2	33,3%	**	33,3%	56,9%	33,2%	75,7%	**	33,4%	52,7%
B3	27,4%	**	27,4%	**	27,3%	**	**	23,5%	**
C1	37,1%	**	37,2%	**	37,2%	**	**	32,7%	**
C2	31,6%	**	40,5%	**	42,3%	**	62,1%	19,3%	**
C3	37,7%	**	40,8%	**	41,4%	**	**	20,3%	**

**Problema infactível

FONTE: O Autor (2015)

Nestes primeiros testes, foi possível verificar que a utilização da heurística *relax-and-fix* produziu resultados promissores. Quando comparado o valor médio do *gap* obtido sem utilização de heurísticas (conforme mostrado na Tabela 8.2) ao *gap* obtido com a estratégia RF-TFO, por exemplo, observa-se melhoria na qualidade da solução de aproximadamente 9%.

Nota-se, conforme a Tabela 8.3, que algumas estratégias encontraram poucas soluções factíveis para os problemas, ou ainda valores elevados para o *gap*, quando comparados às demais. Sendo assim, por serem consideradas mais promissoras, neste caso, serão utilizadas para a construção das soluções nos testes envolvendo as demais instâncias, as estratégias *relax-and-fix*: RF-TF, RF-TEF1, RF-TEF2 e RF-TFO.

8.3 TESTES COMPUTACIONAIS PARA TODAS AS INSTÂNCIAS

Neste tópico são apresentados os resultados encontrados para os testes computacionais envolvendo todas as instâncias de teste indicadas na Tabela 8.1. Para geração das soluções iniciais foram utilizadas as estratégias *relax-and-fix* consideradas promissoras (conforme testes

iniciais) para o modelo testado: RF-TF, RF-TEF1, RF-TEF2 e RF-TFO. O tempo utilizado para execução de cada heurística (em segundos) é apresentado na Tabela 8.4.

TABELA 8.4 - TEMPO COMPUTACIONAL - HEURÍSTICA *RELAX-AND-FIX*

Instância	RF-TF Tempo (s)	RF-TEF1 Tempo (s)	RF-TEF2 Tempo (s)	RF-TFO Tempo (s)
A1	632	646	623	820
A2	651	609	603	933
A3	608	601	614	987
B1	985	945	907	2174
B2	909	1008	993	1793
B3	1082	1043	1040	1635
C1	1792	2105	1976	3090
C2	1829	1984	1891	3245
C3	1903	2231	2024	3004
D1	3600	3600	3600	3600
D2	3600	3600	3600	3600
D3	3600	3600	3600	3600
E1	3600	3600	3600	3600
E2	3600	3600	3600	3600
E3	3600	3600	3600	3600

FONTE: O Autor (2015)

A partir das soluções iniciais obtidas por meio do *relax-and-fix* foram aplicadas as heurísticas de melhoria *fix-and-optimize* FO-TF e FO-TB. Os valores dos *gaps* obtidos são apresentados na Tabela 8.5.

TABELA 8.5 - GAPS OBTIDOS APÓS HEURÍSTICAS RELAX-AND-FIX E FIX-AND-OPTIMIZE

Instância	RF-TF	FO-TF	FO-TB	RF-TEF1	FO-TF	FO-TB	RF-TEF2	FO-TF	FO-TB	RF-TFO	FO-TF	FO-TB
A1	26,1%	21,2%	22,4%	26,1%	21,2%	22,5%	27,2%	24,0%	23,9%	24,9%	21,2%	22,4%
A2	18,7%	13,7%	14,9%	20,2%	15,1%	16,2%	23,2%	15,4%	21,7%	18,6%	15,3%	14,9%
A3	17,2%	11,7%	12,9%	19,6%	12,9%	13,4%	18,8%	14,2%	14,9%	16,8%	10,5%	10,7%
B1	36,3%	32,0%	32,1%	29,7%	24,4%	25,1%	30,9%	25,6%	26,2%	30,2%	25,6%	25,8%
B2	33,3%	29,3%	29,4%	33,3%	29,7%	29,4%	33,2%	30,0%	30,2%	33,4%	29,6%	30,0%
B3	27,4%	23,2%	23,4%	27,4%	23,2%	23,3%	27,3%	23,4%	23,3%	23,5%	19,6%	19,9%
C1	37,1%	35,6%	35,7%	37,2%	35,8%	35,8%	37,2%	35,8%	35,8%	32,7%	30,9%	31,0%
C2	31,6%	30,0%	30,1%	40,5%	39,3%	39,4%	42,3%	40,8%	40,5%	19,3%	17,1%	17,2%
C3	37,7%	36,6%	36,7%	40,8%	36,7%	36,6%	41,4%	39,1%	39,8%	20,3%	18,5%	18,5%
D1	36,3%	33,1%	33,1%	37,4%	35,5%	35,4%	37,9%	37,3%	37,5%	30,1%	26,6%	26,4%
D2	41,0%	38,9%	38,9%	41,9%	40,3%	40,8%	42,0%	41,1%	41,1%	32,8%	30,3%	30,1%
D3	42,0%	39,9%	40,1%	42,2%	40,1%	40,0%	42,1%	39,9%	40,0%	41,0%	35,7%	36,7%
E1	34,4%	32,0%	34,2%	36,3%	32,2%	32,6%	44,3%	40,1%	40,3%	34,8%	29,9%	29,5%
E2	36,1%	31,8%	32,2%	38,7%	35,5%	35,7%	43,4%	37,5%	37,6%	36,8%	35,5%	35,4%
E3	38,8%	35,8%	35,9%	37,1%	33,7%	33,8%	37,5%	35,1%	35,4%	40,3%	37,0%	37,7%
Média	32,9%	29,7%	30,1%	33,9%	30,4%	30,7%	35,3%	32,0%	32,6%	29,0%	25,6%	25,8%
D. Padrão	7,5%	8,6%	8,2%	7,6%	8,9%	8,7%	8,1%	9,2%	8,5%	8,0%	8,1%	8,2%

FONTE: O Autor (2015)

Para analisar o desempenho das estratégias de resolução, foi utilizado o método proposto por Dolan e Moré (2002), o qual permite avaliar diferentes estratégias de resolução fazendo comparativos com os melhores resultados obtidos. Como critério de análise de desempenho, foram utilizados os valores absolutos da função objetivo de cada heurística de resolução.

A razão, ou coeficiente de desempenho, conforme Dolan e Moré (2002), é calculada pela expressão (8.2), a qual permite avaliar o desempenho de uma solução em relação à melhor solução, onde S é o conjunto de diferentes estratégias de resolução a serem analisadas, $r_{p,s}$ é a razão (ou coeficiente) de desempenho referente ao problema p pertencente ao conjunto P de problemas, resolvido com a estratégia s (ou heurística s), e FO_{ps} é o valor da função objetivo obtida na resolução do problema p , pela estratégia s .

$$r_{p,s} = \frac{FO_{ps}}{\min\{FO_{ps} : \forall s \in S\}} \quad (8.2)$$

Observa-se que esta razão é sempre maior que 1, e “representa o desempenho relativo da estratégia avaliada em comparação com o melhor resultado obtido para um dado problema” (KAWAMURA, 2011). Se houvessem falhas na resolução de algum problema, seria utilizada ainda a razão r_M , tal que $r_M \geq r_{p,s}$ que não será aqui detalhada, visto que para todas as instâncias a serem analisadas foi obtida pelo menos uma solução inteira factível. Maiores detalhes podem ser vistos em Dolan e Moré (2002).

A Tabela 8.6 mostra os valores obtidos para a razão de desempenho em relação ao valor da função objetivo para cada uma das estratégias *relax-and-fix* utilizadas na resolução das instâncias de teste.

TABELA 8.6 - RAZÃO DE DESEMPENHO OBTIDO PARA AS ESTRATÉGIAS *RELAX-AND-FIX*

Instância	RF-TF	RF-TEF1	RF-TEF2	RF-TFO
A1	1,017	1,017	1,033	1,000
A2	1,000	1,019	1,059	1,000
A3	1,006	1,035	1,025	1,000
B1	1,104	1,000	1,018	1,007
B2	1,002	1,003	1,000	1,003
B3	1,053	1,053	1,052	1,000
C1	1,071	1,073	1,073	1,000
C2	1,180	1,356	1,399	1,000
C3	1,279	1,346	1,360	1,000
D1	1,097	1,116	1,125	1,000
D2	1,139	1,157	1,159	1,000
D3	1,018	1,021	1,019	1,000
E1	1,000	1,029	1,177	1,005
E2	1,000	1,043	1,129	1,012
E3	1,028	1,000	1,007	1,054
Maior valor	1,279	1,356	1,399	1,054

FONTE: O Autor (2015)

A partir da razão de desempenho ($r_{p,s}$) é calculado então o perfil de desempenho $\rho_s(\tau)$, conforme mostrado na expressão (8.3), onde p é o problema a ser resolvido, n_p é a quantidade de problemas do conjunto de problemas P , e τ é um parâmetro variando de $[1, r_M]$, que será usado como abscissa do gráfico de perfil de desempenho.

$$\rho_s(\tau) = \frac{|\{p \in P: r_{p,s} \leq \tau\}|}{n_p} \quad (8.3)$$

Em casos onde ocorre grande variação para τ , pode-se utilizar para apresentação dos perfis de desempenho no gráfico a escala logarítmica, conforme mostra a expressão (8.4).

$$\rho_s(\tau) = \frac{|\{p \in P: \log_2(r_{p,s}) \leq \tau\}|}{n_p} \quad (8.4)$$

Devido à característica dos dados, optou-se pela utilização de escala linear apresentada na expressão (8.3). O Gráfico 8.1 mostra o perfil de desempenho para as heurísticas *relax-and-fix*.

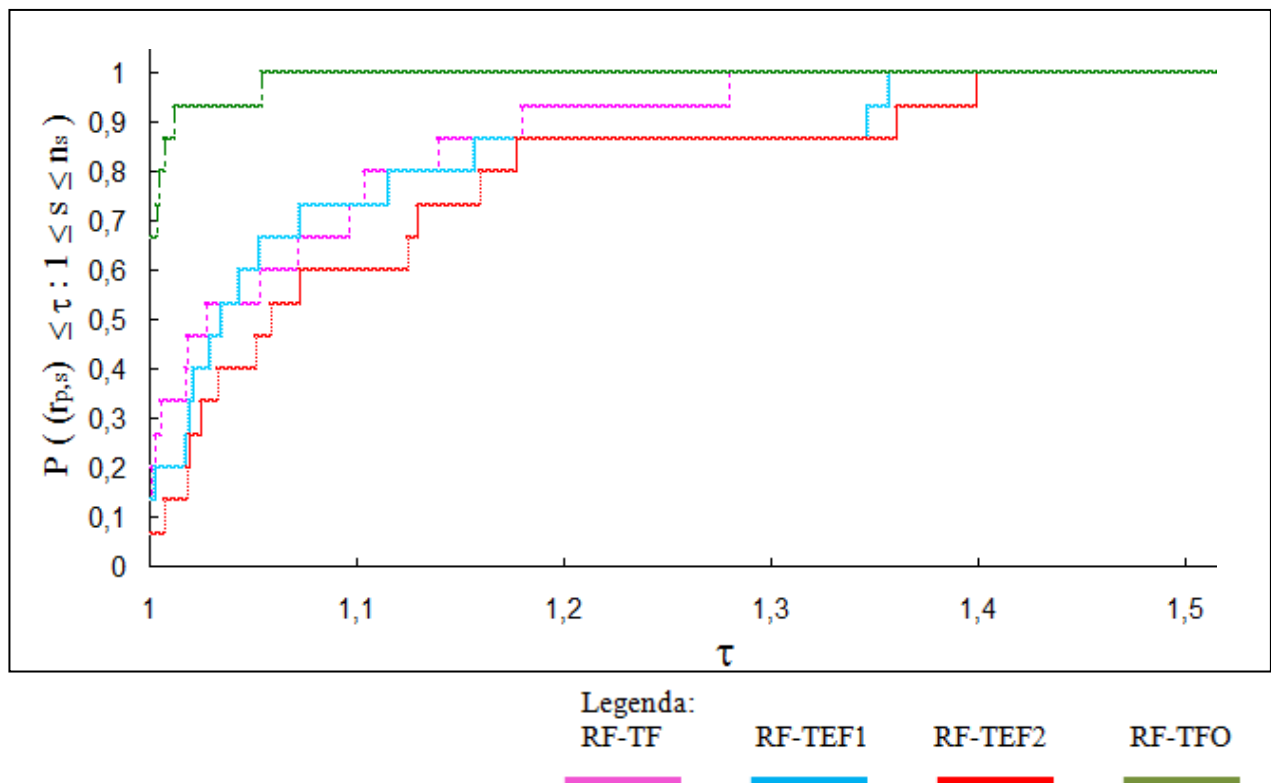


GRÁFICO 8.1 - PERFIL DE DESEMPENHO PARA AS HEURÍSTICAS *RELAX-AND-FIX*
 FONTE: O Autor (2015)

Analisando o Gráfico 8.1, nota-se que o melhor desempenho foi da heurística RF-TFO, a qual converge mais rapidamente, alcançando desempenho igual a 1 com $\tau = 1,054$, indicando que o pior resultado obtido por esta estratégia é 1,054 vezes maior que o melhor resultado obtido pela estratégia de melhor desempenho. A estratégia RF-TF alcança desempenho igual a 1 com $\tau = 1,279$, seguida pela estratégia RF-TEF1 com $\tau = 1,356$ e por último, sendo superada pelas demais estratégias, a RF-TEF2 alcançando desempenho igual a 1, com $\tau = 1,399$.

A Tabela 8.7 mostra a razão de desempenho referente ao tempo de resolução de cada instância de teste por meio das estratégias *relax-and-fix*.

TABELA 8.7 - RAZÃO DE DESEMPENHO REFERENTE AO TEMPO PARA RESOLUÇÃO DAS HEURÍSTICAS *RELAX-AND-FIX*

Instância	RF-TF	RF-TEF1	RF-TEF2	RF-TFO
A1	1,014	1,037	1,000	1,316
A2	1,080	1,010	1,000	1,547
A3	1,012	1,000	1,022	1,642
B1	1,086	1,042	1,000	3,169
B2	1,000	1,109	1,092	1,972
B3	1,040	1,003	1,000	1,572
C1	1,000	1,175	1,103	2,009
C2	1,000	1,085	1,034	1,968
C3	1,000	1,172	1,064	1,892
D1	1,000	1,000	1,000	1,000
D2	1,000	1,000	1,000	1,000
D3	1,000	1,000	1,000	1,000
E1	1,000	1,000	1,000	1,000
E2	1,000	1,000	1,000	1,000
E3	1,000	1,000	1,000	1,000
Maior valor	1,086	1,175	1,103	3,169

FONTE: O Autor (2015)

O Gráfico 8.2 mostra o perfil desempenho em relação ao tempo para resolução dos problemas, para as heurísticas *relax-and-fix*.

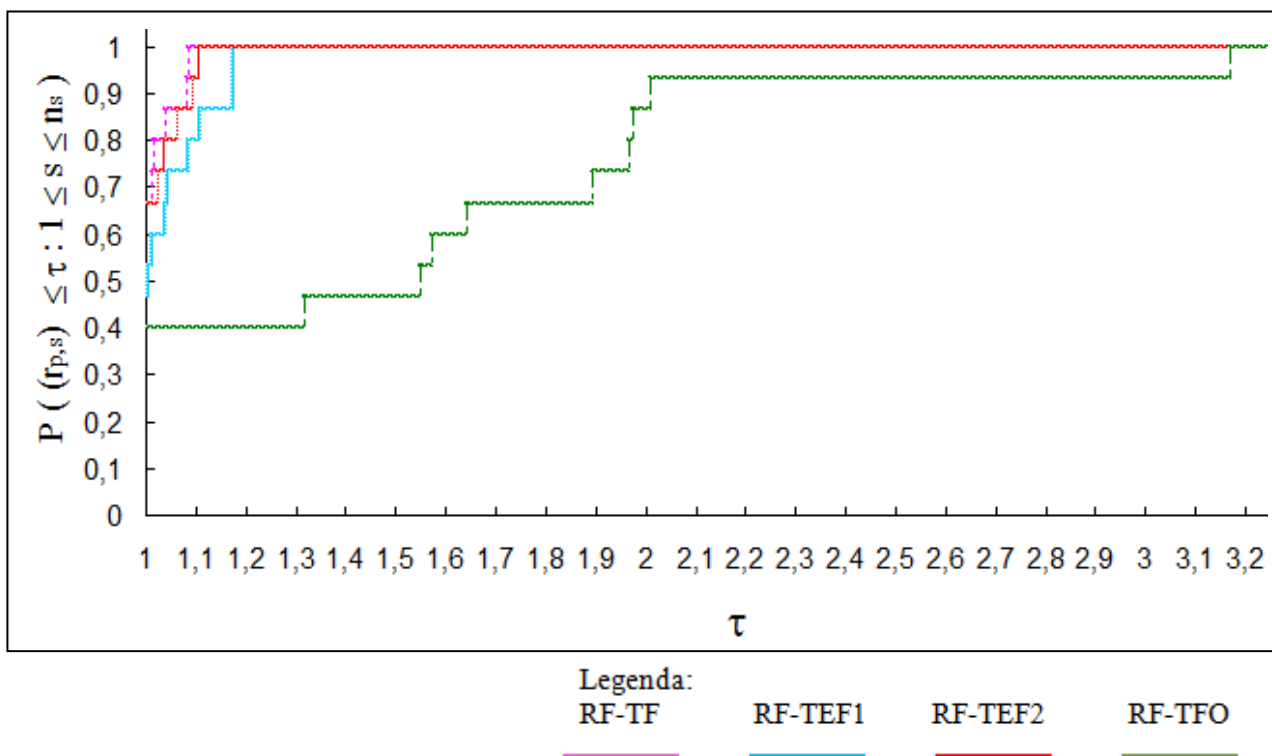


GRÁFICO 8.2 - PERFIL DE DESEMPENHO - TEMPO PARA RESOLUÇÃO - *RELAX-AND-FIX*
 FONTE: O Autor (2015)

Nota-se, pela análise do Gráfico 8.2, que a estratégia RF-TFO teve desempenho (quanto ao tempo de resolução) menor em comparação às demais, alcançando desempenho igual a 1 com $\tau = 3,169$, indicando que o pior resultado obtido por esta estratégia é 3,169 vezes maior que o melhor resultado obtido pela estratégia de melhor desempenho. As estratégias RF-TF, RF-TEF1 e RF-TEF2 apresentaram resultados bastante semelhantes, alcançando desempenho igual a 1 com τ variando no intervalo $[1,086; 1,103]$.

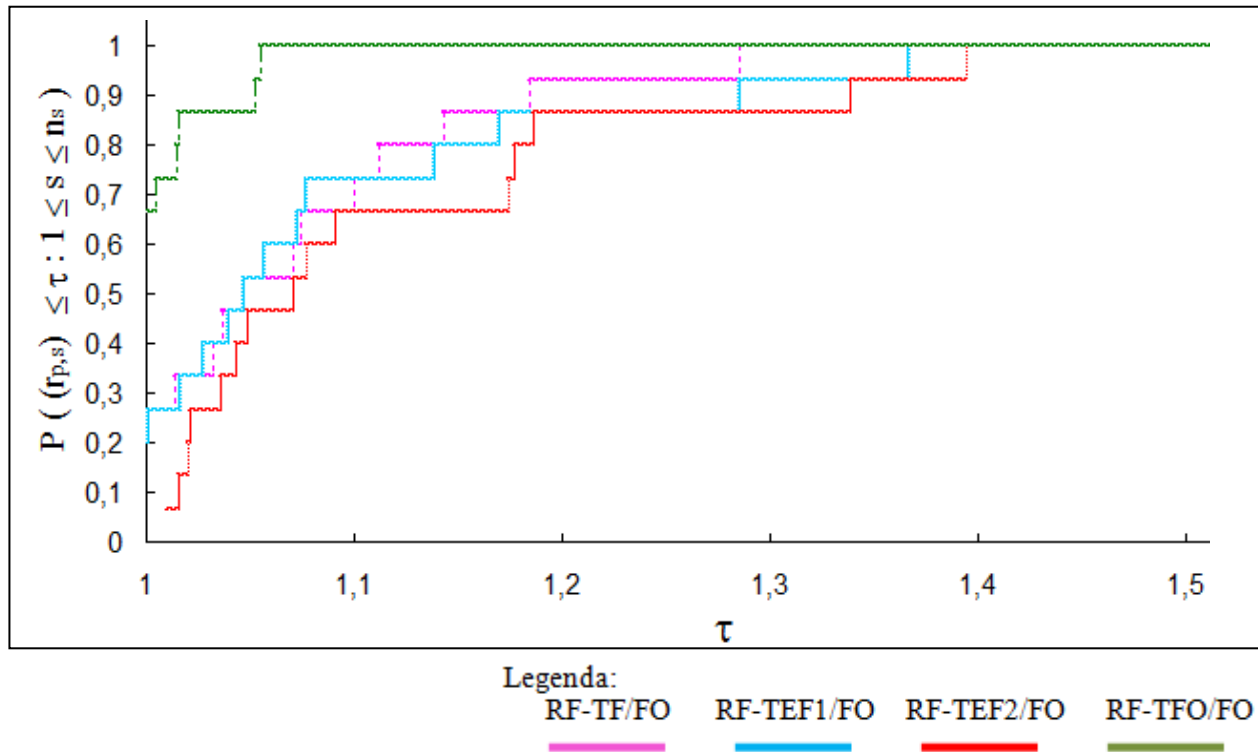
Foi analisado também o desempenho das heurísticas de melhoria *fix-and-optimize*. Desta forma, tomou-se em cada instância resolvida referente a cada estratégia *relax-and-fix* o melhor resultado obtido (menor valor da função objetivo) entre as estratégias FO-TF e FO-TB. Os valores obtidos para a razão de desempenho, neste caso, são mostrados na Tabela 8.8.

TABELA 8.8 - RAZÃO DE DESEMPENHO OBTIDO DAS HEURÍSTICAS *FIX-AND-OPTIMIZE*

Instância	RF-TF/FO	RF-TEF1/FO	RF-TEF2/FO	RF-TFO/FO
A1	1,000	1,000	1,035	1,000
A2	1,000	1,017	1,020	1,015
A3	1,014	1,028	1,043	1,000
B1	1,112	1,000	1,016	1,015
B2	1,000	1,001	1,010	1,004
B3	1,047	1,047	1,049	1,000
C1	1,074	1,077	1,077	1,000
C2	1,185	1,366	1,394	1,000
C3	1,285	1,285	1,338	1,000
D1	1,100	1,138	1,174	1,000
D2	1,143	1,170	1,186	1,000
D3	1,070	1,073	1,070	1,000
E1	1,036	1,040	1,177	1,000
E2	1,000	1,057	1,091	1,055
E3	1,032	1,000	1,021	1,053
Maior valor	1,285	1,366	1,394	1,055

FONTE: O Autor (2015)

O Gráfico 8.3 mostra o perfil desempenho para as estratégias *fix-and-optimize*.

GRÁFICO 8.3 - PERFIL DE DESEMPENHO DAS HEURÍSTICAS *FIX-AND-OPTIMIZE*

FONTE: O Autor (2015)

Nota-se, pela análise do gráfico 8.3, que o melhor desempenho foi da heurística RF-TFO/FO, ou seja, da melhoria por meio do *fix-and-optimize*, a partir dos resultados do RF-TFO, alcançando desempenho igual a 1 com $\tau = 1,055$, indicando que o pior resultado obtido por esta estratégia é 1,055 vezes maior que o melhor resultado obtido pela estratégia de melhor desempenho. Desempenho igual a 1 foi obtido pela estratégia RF-TF/FO com $\tau = 1,285$, pela RF-TEF1/FO com $\tau = 1,366$ e pela estratégia RF-TEF2/FO com $\tau = 1,394$.

Observando as estratégias de resolução utilizadas, nota-se que embora utilize um tempo maior para resolução, a estratégia RF-TFO/FO (*relax-and-fix* baseada em tempo *forward* com *overlapping*, associada a melhorias com o *fix-and-optimize*) apresentou as melhores soluções para o problema, superando as demais heurísticas quanto à qualidade da solução, porém sendo superada por todas em termos de tempo computacional.

No Capítulo 9 são apresentadas considerações finais sobre o desenvolvimento deste trabalho, bem como sugestões para pesquisas futuras.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As ideias iniciais que motivaram o desenvolvimento deste trabalho foram baseadas em estudos realizados em um ambiente de produção de placas eletrônicas. A partir destas ideias, foi elaborado um modelo de programação e sequenciamento da produção, envolvendo dois estágios produtivos com estoques intermediários. No sentido de ampliar a utilização em outros ambientes industriais, o modelo dois estágios foi generalizado, de modo a atender a qualquer número de estágios, com a existência de múltiplos estoques intermediários.

Foram ainda apresentadas duas formulações decorrentes do modelo multiestágio, que consideraram a existência de *setup* dependente ou não da sequência em que os lotes são produzidos, e ainda a ocorrência da não preservação do estado de preparação das máquinas entre subperíodos, as quais possuem quantidade menor de variáveis e parâmetros, quando comparadas ao modelo multiestágio completo. Contudo, conforme mostrado no trabalho, podem melhor representar uma situação real em casos que seja necessário ocorrer *setup* entre dois períodos, mesmo sem haver troca do tipo de item a ser produzido. Um exemplo, neste caso, seria o reaquecimento de um forno sempre que for iniciado um novo período, independentemente da ocorrência ou não da troca de item.

As formulações apresentadas no Capítulo 6 foram propostas devido a verificações junto à empresa de que é difícil contabilizar uma grande quantidade de parâmetros, de forma que modelos que sejam de mais simples utilização, podem se tornar mais práticos no cotidiano. Um exemplo é o tempo de *setup*, pois o fato de considerá-lo dependente da sequência gera uma grande quantidade de parâmetros à medida que o número de itens e de máquinas cresce, sendo muitas vezes difícil ter o conhecimento desses valores, pois na indústria de placas eletrônicas muitos desses valores são semelhantes, ou ainda podem ser proporcionalmente pequenos quando comparados ao tempo para processamento do lote.

A principal contribuição científica deste trabalho foi a formulação de modelos multiestágio que consideraram a existência de estoques intermediários de capacidade limitada, cujos lotes devem permanecer estocados por um tempo mínimo. A vantagem dos modelos apresentados foi a sua generalização, permitindo impor o tempo mínimo de permanência nos

estoques intermediários conforme o tipo de item, podendo inclusive esses tempos serem nulos. Outra vantagem é que o modelo permite a existência de qualquer quantidade de máquinas em cada estágio produtivo, bem como qualquer quantidade destes estágios.

Várias pesquisas podem ainda ser realizadas a partir dos estudos aqui abordados. Sugere-se para trabalhos futuros, do ponto de vista da expansão do escopo da modelagem, inserir a condição de que o processamento de um item em um estágio subsequente dependa da produção de um ou mais itens no(s) estágio(s) anterior(es). Essa situação não foi verificada na indústria de placas eletrônicas que motivou este trabalho, pois neste caso cada item é submetido ao processamento em estágios produtivos subsequentes, porém, esse diferencial pode tornar o modelo mais amplo para atender novas situações práticas. Ainda, outra alteração nos modelos pode ser a inserção de um tempo máximo de permanência dos lotes nos estoques intermediários. Essa característica também pode ser encontrada em alguns ambientes produtivos, como por exemplo, na indústria química e alimentícia.

Do ponto de vista computacional sugere-se a realização de testes envolvendo metodologias de resolução diferentes das utilizadas neste trabalho de modo a verificar se melhores resultados poderão ser obtidos. Meta-heurísticas puras ou híbridas podem ser promissoras na obtenção de soluções. Há ainda a possibilidade de uma abordagem *Warm-Start* a partir de soluções parciais do primeiro ou segundo estágio, bem como o estudo da influência do tamanho do *buffer* (estoque intermediário) na qualidade da solução. Pode ainda ser testado o impacto no tempo computacional quando definidos sequenciamentos parciais *a priori*, a partir de indicadores de prazos de entrega.

Os modelos aqui apresentados podem ainda ser reestruturados de modo a não considerar custos de produção, *setup* e/ou estocagem, mas serem focados somente na minimização do *makespan*, que é o tempo de término de todas as atividades. Essa abordagem pode ser usual em muitos ambientes industriais.

Considerando ainda as especificidades de cada ambiente de produção, diversos outros estudos podem ainda ser realizados, tanto na reformulação dos modelos, quanto na metodologia de resolução.

REFERÊNCIAS

- AGGARWAL, A.; PARK, J.K. Improved algorithms for economic lot-size problems, **Operations Research**, v. 41, p. 549-571, 1993.
- ALMEDER, C. *et al.* Lead Time considerations for the multi-level capacitated lot-sizing. **European Journal of Operational Research**, p. 727-738, 2015.
- ARAUJO, S.; ARENALES, M.; CLARK, A. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. **J Heuristics**, v. 13, n. 4, p. 337–358, 2007.
- ARAUJO, S.A.; ARENALES, M.N.; CLARK, A.R. Lot sizing and furnace scheduling in small foundries. **Computers and Operations Research**, v. 35, p. 916-932, 2008.
- BAHL, H.C.; RITZMAN, L.E; GUPTA, J.N.D. Determining lot sizes and resource requirements: a review. **Operations Research**, v. 35, p. 329-345, 1987.
- BELVAUX, G.; WOLSEY, L.A. Bc – prod: A specialized branch-and-cut system for lot-sizing problems. **Management Science**, v. 46, n. 5, p. 724-738, 2000.
- BITRAN, G.R.; MATSUO, H. Approximation formulations for the single-product capacitated lot size problem. **Operations Research**, v. 34, p. 63-74, 1986.
- CHEN, H. Fix-and-optimize and variable neighborhood search approaches for multi-level capacitated lot sizing problems. **Omega**, v. 56, p. 25–36, 2015.
- DASTIDAR, S.G.; NAGI, R. Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent setup times and costs. **Computers and Operations Research**, v. 32, p. 2987-3005, 2005.
- DEBOTH, M. A.; GELDERS, L. E; WASSENHOVE, L.N. Lot sizing under dynamic demand conditions: a review. **Engineering Costs and Production Economics**, v. 8, p. 165-187, 1984.
- DOBSON, G. The economic lot scheduling problem: achieving feasibility using time varying lot sizes, **Operations Research**, v. 35, p. 764-771, 1987.

DOLAN, E. D.; MORÉ, J. J. Benchmarking optimization software with performance profiles. **Mathematical Programming**, v. 91, p. 201–213, 2002.

DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling - Survey and extensions. **European Journal of Operational Research**, p. 221-235, 1997.

DREXL, A.; HAASE, K. Proportional lotsizing and scheduling. **International Journal of Production Economics**, v. 40, p.73-87, 1995.

DREXL, A.; HAASE, K. Sequential-analysis based randomized-regret-methods for lot-sizing and scheduling. **Journal of the Operational Research Society**, v. 47, p. 251-265, 1996.

EPPEN, G.D.; MARTIN, R.K. Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition. **Operations Research**, v. 35, p. 832-848, 1987.

ERICKSEN, P.D.; STOFLET, N.J.; SURI, R. **Manufacturing Critical-path Time (MCT): the QRM metric for lead time**. Wisconsin-Madison: Technical Report, Center for QRM, 2007.

FEDERGRUEN, A.; TZUR, M. A simple forward algorithm to solve general dynamic lot sizing models with n periods in $O(n \log n)$ or $O(n)$ time. **Management Science**, v. 37, p. 909-925, 1991.

FERREIRA, D. **Abordagens para o Problema Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes da Produção de Bebidas**. 247f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia da Produção, UFSCAR - São Paulo, 2006.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009.

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas *relax and fix* para a programação da produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte. **Produção**, v. 18, n. 1, p. 76-88, 2008.

FERREIRA, D.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R. Formulações monoestágio para o problema da produção de bebidas dois estágios com sincronia. **Produção**, v. 23, n. 1, p. 107-119, 2013.

FLEISCHMANN, B.; MEYR, H. The general lot-sizing and scheduling problem. **OR Spektrum**, v. 19, p. 11- 21, 1997.

FLEISCHMANN, B. The discrete lot-sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 44, p. 337-348, 1990.

FLORIAN, M.; LENSTRA, J.K.; KAN, A.H.G.R. Deterministic production planning: Algorithms and complexity. **Management Science**, v. 26, n. 7, p. 669-679, 1980.

FURLAN, M. M.; SANTOS, M. O. BFO: a hybrid bees algorithm for the multi-level capacitated lot-sizing problem. **Journal of Intelligent Manufacturing**, Jan. 2015.

GALLEGO, G.; JONEJA, D. Economic lot scheduling problem with raw material considerations. **Operations Research**, v. 42, p. 92-101, 1994.

GAREY, M.R.; JOHNSON, D.S. **Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness**. W. H. Freeman, San Francisco, CA, 1979.

GODINHO FILHO, M.; UZSOY, R. Estudo do efeito de programas de melhoria contínua em variáveis do chão de fábrica na relação entre tamanho de lote de produção e *lead time*. **Gestão e Produção.[online]**. v.17, n.1, p. 137-148, 2010.

GRÜNERT, T. **Multi-level sequence-dependent dynamic lotsizing and scheduling**. Shaker Verlag, Aachen, 1998.

HAASE, K.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. **International Journal of Production Economics**, v. 66, p. 159-169, 2000.

HARRIS, F.W. How Many Parts to Make at Once. **The Magazine of Management**, v. 10, n. 2, p. 135-136, 1913.

HELBER, S.; SAHLING, F. A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. **International Journal of Production Economics**, v. 123, p. 247-256, 2010.

HSU, W.L., On the general feasibility test of scheduling lot sizes for several products on one machine, **Management Science**, v. 29, p. 93-105, 1983.

JAMES, R. J. W.; ALMADA-LOBO, B. Single and parallel machine capacitated lot sizing and scheduling: New iterative MIP-based neighbourhood search heuristics. **Computers & Operations Research**, v. 38, n. 12, p. 1816 – 1825, 2011.

KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S.M.T; WILSON, J.T.M.; The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. **Omega**, v. 31, p. 365-378, 2003.

KARIMI-NASAB, M.; SEYEDHOSEINI S. M. Multi-level lot sizing and job shop scheduling with compressible process times: A cutting plane approach. **European Journal of Operational Research**, v. 231, n. 16, p. 598-616, 2013.

KARMARKAR, U.S.; KEKRE, S.; KEKRE, S. The deterministic lot sizing problem with startup and reservation costs. **Operations Research**, v. 35, p. 389-398, 1987.

KARMARKAR, U.S., SCHRAGE, L., The deterministic dynamic product cycling problem. **Operations Research**, v. 33, p. 326-345, 1985.

KAWAMURA, M.S. Aplicação da Heurística *relax-and-Fix* no Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes de Produção em Máquinas Distintas em Paralelo. In.: SIMPOSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 42, Bento Gonçalves, 2009. **Anais...** Bento Gonçalves, 2009.

KAWAMURA, M. S. **Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes de Produção na Indústria de Bens de Consumo de Higiene Pessoal**. 106f. Tese (Doutorado em engenharia de produção) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Produção, USP: São Paulo, 2011.

KIMMS, A., Competitive methods for multi-level lot sizing and scheduling: Tabu Search and randomized regrets. **International Journal of Production Research**, v. 34, p. 2279-2298, 1996.

KIMMS, A. Multi-level, single machine lot sizing and scheduling (with initial inventory). **European Journal of Operational Research**, v. 89, p. 86-99, 1996.

LAND, A.H.; DOIG, A.G. An automatic method of solving discrete programming problems. **Econometrica**, v. 28, n. 3, p. 497-520, 1960.

LANG, J.C.; SHEN, Z.J.M. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. **European Journal of Operational Research**, v. 214, n. 3, p. 595–605, 2011.

MAES, J.; McCLAIN, J.O.; VAN WASSENHOVE, L.N. Multilevel capacitated lot sizing complexity and LP-based heuristics. **European Journal of Operational Research**, v. 53, n. 2, p. 131-148, 1991.

MANNE, A. S. Programming of Economic Lotsizes. **Management Science**, v. 4, n. 2, p. 115-135, 1958.

MERCÉ, C.; FONTAM, G. MIP-based heuristics for capacitated lotsizing problems. **International Journal of Production Economics**, v. 85, 97-111, 2003.

MEYR, H. Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization. **European Journal of Operational Research**, v. 120, p. 311–326, 2000.

MEYR, H. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. **European Journal of Operational Research**, v. 139, p. 277–292, 2002.

MOHAMMADI M; FATEMI S.M.T.; KARIMI B.; TORABI S.A. Development of heuristics for multiproduct multi-level capacitated lotsizing problem with sequence-dependent setups. **J Appl Sci**, v. 9, n. 2, p. 296–303, 2009.

MORAES, L.C.C.; SANTOS M.O. Heurísticas *relax-and-fix* para o Problema de Dimensionamento de Lotes com Janelas de Tempo de Execução. In.: CONGRESSO LATINO IBEROAMERICANO DE INVESTIGACIÓN OPERATIVA. **Anais...** Rio de Janeiro, 2012.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. **Production Planning by Mixed Integer Programming**. Springer, New York, 2006.

PINEDO, M. Scheduling: **Theory, algorithms and systems**. Prentice Hall, 1995.

RIBEIRO, R.S.; SANTOS, M.O. Heurísticas para um Problema de Dimensionamento de Lotes com Substituição de Demanda e Limitação de Capacidade. In.: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 46, 2014, Salvador. **Anais...** Salvador-BA, 2014.

RODRIGUEZ, L.A.O. **Métodos de solução para um problema de sequenciamento da produção com sincronismo de execução de tarefas**. 136f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista,. Unesp – Guaratinguetá, 2013.

SAHLING, F. *et al.* Solving a multilevel capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via fix-and-optimize heuristic. **Computers & Operations Research**, v. 36, p. 2546-2553, 2009.

SEEANNER, F.; MEYR, H. Muti-stage simultaneous lot-sizing and scheduling for flow line production. **OR Spectrum**, v. 35, p. 33-73, 2013.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da Produção**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

STADTLER, H.; SAHLING, F. A lot-sizing and scheduling model for multi-stage flow lines with zero lead times. **European Journal of Operational Research**, p. 404-419, 2013.

TAILLARD, E. Benchmarks for basic scheduling problems. **European Journal of Operational Research**, v. 64, p. 278-285, 1993.

TOLEDO, C. F. M.; FRANÇA P. M.; MORABITO, R.; KIMMS, A. Multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem. **Int J Prod Res**, v. 47, n. 11, p. 3097–3119, 2009.

TOLEDO, C. F. M.; ARANTES M. S.; OLIVEIRA R. R. R.; ALMADA-LOBO, B. Glass container production scheduling through hybrid multi-population based evolutionary algorithm. **Applied Soft Computing**, v. 13, p. 1352–1364, 2013.

TOLEDO, C. F. M.; HOSSOMI, M. Y. B.; ARANTES, M. S.; FRANÇA, P. M. Solucionando o Problema Capacitado de Dimensionamento de Lotes Multi-Nível combinando Heurísticas de Construção e Melhoria. In.: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 45, Natal-RN. **Anais...** Natal-RN, 2013.

TOLEDO, C.F.M. *et al.* A relax-and-fix with fix-and-optimize heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. **Journal of Heuristics**, v. 21, p. 687–717, 2015.

TOLEDO, F.M.B.; ARMENTANO, V.A.A. Lagrangian based heuristic for the capacitated lot-sizing problem in parallel machines. **European Journal of Operational Research**, v. 175, p. 1070–1083, 2006.

TRANSCHEL, S. *et al.* A hybrid general lot-sizing and scheduling formulation for a production process with a two-stage product structure. **Int J Prod Res**, v. 49, n. 9, p. 2463–2480, 2011.

TUBINO, D. F. **Manual de planejamento e controle de produção**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

WAGELMANS, A.; HOESEL, S.; KOLEN, A. Economic lot sizing: an $O(n \log n)$ algorithm that runs in linear time in the Wagner-Whitin case. **Operations Research**, v. 40, p. 145-156, 1992.

WOLSEY, L.A. MIP modeling of changeovers in production planning and scheduling problems. **European Journal of Operational Research**, v. 99, p. 154-165, 1997.

XIAO, J. *et al.* A hybrid Lagrangian-simulated annealing-based heuristic for the parallel-machine capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup times. **Computers & Operations Research**, v. 63, p. 72–82, 2015.

ZIPKIN, P. Computing optimal lot sizes in the economic lot scheduling problem. **Operations Research**, v. 39, p. 56-63, 1991.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 - RELATÓRIO UTILIZANDO IBM ILOG CPLEX – 2 ESTÁGIOS	194
APÊNDICE 2 - RELATÓRIO UTILIZANDO IBM ILOG CPLEX – 3 ESTÁGIOS	196
APÊNDICE 3 - RELATÓRIO UTILIZANDO IBM ILOG CPLEX – 4 ESTÁGIOS	200
APÊNDICE 4 - RELATÓRIO UTILIZANDO IBM ILOG CPLEX – MODELO SEM PRESERVAÇÃO DA PREPARAÇÃO E <i>SETUP</i> NÃO DEPENDENTE DA SEQUÊNCIA - 2 ESTÁGIOS	206

APÊNDICE 1

Relatório gerado utilizando IBM ILOG CPLEX – dois estágios

Relatório gerado utilizando IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL.

Resolução do exemplo apresentado no Capítulo 4.

Número de Itens (n): 4

Número de períodos (t): 5

Número de máquinas – Estágio I: 2

Número de máquinas – Estágio II: 2

```
// solution (integer optimal, tolerance) with objective 1995
//----- Relatório - Resultados Gerais -----

// Quantidades Produzidas - Matrizes q -----
// Estágio 1:
qI = [[ [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 10 0 0 10 0 0 0 10 0 0 0 0 0 0 0]
        [20 0 0 0 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [[10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 16 0 0 14 0 0 0]
         [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
         [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
         [0 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 20 0 0 0 0 0 0]]];

// Instantes de Término Estágio 1: (Em cada máquina)-----
// Instante de término de todas as atividades no Estágio I em cada máquina:
hmI = [[ [0 0 0 0 0]
         [0 400 380 100 0]
         [320 100 0 0 0]
         [0 0 0 0 0]
         [[120 0 0 390 140]
          [0 0 0 0 0]
          [0 0 0 0 0]
          [235 0 0 200 0]]];

// Instantes de Término -----
// Estágio 1: (maior ou igual das máquinas Setups Acumulados)
htI = [[120 0 0 390 140]
        [0 400 380 100 0]
        [320 100 0 0 0]
        [235 0 0 205 0]];

// Estoque Intermediário: 1 se há alguma unidade em estoque Interm. do item
no período)
ze = [[1 0 0 1 1]
       [0 1 1 1 0]
       [1 1 0 0 0]
       [1 0 0 1 0]];

```

```

// HteI: Instante de término de procesamiento no estágio I + tempo em
// Estoque Interm:
HeI = [[130 0 0 400 150]
       [0 410 390 110 0]
       [330 110 0 0 0]
       [245 0 0 215 0]];
// I+: Quantidade de itens em estoque intermediário entre períodos:
Imais = [[0 0 0 0 0]
         [0 0 0 0 0]
         [0 5 5 5 0]
         [0 0 0 0 0]];
// hiII: instante em que a produção será iniciada no estágio II
hiII = [[130 0 0 400 150]
        [0 410 390 110 0]
        [330 110 0 0 0]
        [245 0 0 215 0]]
        [[130 0 0 400 150]
         [0 410 390 110 0]
         [330 110 0 0 430]
         [245 0 0 215 0]];
// Quantidades Produzidas - Matrizes q -----
// Estágio 2:
qII = [[3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 8 0 1 0 0 0]
       [0 0 0 0 0 7 0 0 9 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0 0]
       [0 0 5 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
       [0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0]]
       [[7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 8 0 13 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 3 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 15 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 0 0]
        [0 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 17 0 0 0 0 0 0]];

// Estágio II: quantidade do item i, com demanda não atendida no final do
// período t, no Estágio II:
ImenosII = [[0 0 20 4 0]
            [0 0 0 0 0]
            [0 0 0 0 0]
            [0 0 0 0 0]];

// Instantes de Término Estágio 2: (Em cada máquina)-----
// Instante de término de todas as atividades no Estágio II em cada
// máquina:
hmII = [[160 0 0 480 160]
        [0 480 480 200 0]
        [380 120 0 0 0]
        [275 0 0 245 0]]
        [[200 0 0 480 280]
         [0 440 400 120 0]
         [480 150 0 0 480]
         [315 0 0 385 0]];

// Horas Extra no Estágio I em cada máquina: -----
eI = [[0 0 0 0 0]
      [0 0 0 0 0]];

// Horas Extra no Estágio II em cada máquina: -----
eII = [[0 0 0 0 0]
       [0 0 0 0 0]];

```

APÊNDICE 2:

Relatório gerado utilizando IBM ILOG CPLEX – três estágios

Relatório gerado utilizando IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL.

Resolução do exemplo para três estágios produtivos, apresentado no Capítulo 5.

Número de Itens (n): 4

Número de períodos (t): 5

Número de máquinas – Estágio I: 2

Número de máquinas – Estágio II: 3

Número de máquinas – Estágio III: 2

```
// solution (time limit exceeded) with objective 3978
solution (time limit exceeded) with objective 3978-----

//==== Estágio I: =====

// Quantidades Produzidas - Matrizes q - Estágio I -----
-----
qI = [[ [0 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 10 0 21 0 0 0 19 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [17 0 0 0 0 0 0 0 0 0 12 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
    [[4 0 0 0 29 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 25 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 11 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

// Instante de término de todas as atividades no Estágio I em cada máquina:
hmI = [[[275 0 0 0 0]
        [0 0 315 210 190]
        [0 0 65 0 0]
        [190 0 200 0 0]]
    [[65 305 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]
        [0 0 270 0 0]
        [190 0 0 0 0]]];

// Instante de Término do lote em todas as máquinas do Estágio I: -----
// Estágio I: (maior ou igual de todas as máquinas Setups Acumulados)
htI = [[285 305 0 0 0]
        [0 0 315 210 190]
        [0 0 270 0 0]
        [190 0 200 0 0]]];
```

```

// Horas Extra no Estágio I em cada máquina: -----
eI = [[0 0 0 0 0]
      [0 0 0 0 0]];

// Designação para o Estoque Intermediário I: se há alguma unidade em estoque
Intern. do item no período=1; c.c.=0)
zeI = [[1 1 0 0 0]
       [0 0 1 1 1]
       [0 0 1 0 0]
       [1 0 1 0 0]];

// HeI: Instante de término de processamento no estágio I + tempo em Estoque
Intermediário I:
HeI = [[295 315 0 0 0]
       [0 0 325 220 200]
       [0 0 280 0 0]
       [200 0 210 0 0]];

// I+: Quantidade de itens no ESTOQUE INTERMEDIÁRIO I entre períodos:
ImaisI = [[0 13 0 0 0]
          [0 0 0 0 0]
          [0 0 18 0 0]
          [0 0 0 0 0]];

// hiII: Instante de início da produção no estágio II
hiII = [[[295 315 0 0 0]
         [0 0 325 220 200]
         [0 0 370 0 0]
         [200 0 210 0 0]]
        [[315 315 0 0 0]
         [0 0 325 220 200]
         [0 0 280 0 0]
         [200 0 210 0 0]]
        [[315 315 0 0 0]
         [0 0 335 220 200]
         [0 0 280 0 0]
         [200 0 210 0 0]]];

//==== Estágio II: =====

// Quantidades Produzidas - Matrizes q - Estágio II -----
qII = [[[0 5 0 0 3 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 10 0 0 9 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 18 0 0 0 0 0 0 0]
        [8 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
       [[0 3 0 0 6 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 10 0 0 0 9 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [10 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
       [[0 3 0 0 7 0 0 0 11 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 1 0 0 0 1 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [10 0 0 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

```

```

// Instante de término de todas as atividades no Estágio II em cada máquina:
hmII = [[[345 345 10 0 0]
         [0 0 355 320 290]
         [0 0 420 180 0]
         [280 0 240 0 0]]
        [[345 375 10 0 0]
         [0 0 365 320 290]
         [0 0 310 0 0]
         [300 0 250 0 0]]
        [[345 385 110 0 0]
         [0 0 365 230 210]
         [0 0 320 0 0]
         [300 0 260 0 0]]];

// Instante de Término do lote em todas as máquinas do Estágio II: -----
// Estágio II: (maior ou igual de todas as máquinas Setups Acumulados)
htII = [[345 385 110 0 0]
        [0 0 365 320 290]
        [0 0 420 180 0]
        [300 0 260 0 0]];

// Horas Extra no Estágio II em cada máquina: -----
eII = [[0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]];

// Designação para o Estoque Intermediário II: se há alguma unidade em
estoque Inter. do item no período=1; c.c.=0)
zeII = [[1 1 1 0 0]
        [0 0 1 1 1]
        [0 0 1 1 0]
        [1 0 1 0 0]];

// HeII: Instante de término de processamento no estágio II + tempo em
Estoque Intermediário II:
HeII = [[355 395 120 0 0]
        [0 0 375 330 300]
        [0 0 430 190 0]
        [310 0 270 0 0]];

// I+: Quantidade de itens no ESTOQUE INTERMEDIÁRIO II entre períodos:
ImaisII = [[0 0 10 10 0]
           [0 0 0 0 0]
           [0 0 4 0 0]
           [18 0 0 0 0]];

// hiII: Instante de início da produção no estágio III
hiIII = [[[355 395 120 0 0]
          [0 0 375 330 300]
          [0 0 450 190 0]
          [440 0 270 0 0]]
         [[355 395 120 0 325]
          [0 0 375 415 300]
          [0 0 430 190 0]
          [420 0 270 0 0]]];

```

```

//==== Estágio III: =====
// Quantidades Produzidas - Matrizes q - Estágio III -----
-----
qIII = [[ [6 0 0 0 8 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
          [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 15 0 0 18 0 0 0]
          [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 1 0 0 0 0 0 0 0]
          [0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
      [[5 0 0 0 0 8 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 10 0 0]
       [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 6 0 0 1 0 0 0]
       [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 21 0 0 0 0 0 0 0]
       [0 6 0 0 18 0 0 0 0 9 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

// Estágio III: quantidade do item i, com demanda não atendida no final do
período t, no último estágio (Estágio III):
ImenosTHETA = [[9 3 0 0 0]
               [10 10 0 9 0]
               [0 5 22 0 0]
               [0 12 0 0 0]];

// Instante de término de todas as atividades no Estágio III em cada
máquina:
hmIII = [[ [415 475 130 0 0]
           [0 0 435 480 480]
           [0 0 480 200 0]
           [480 0 300 0 0]]
         [[405 475 140 0 425]
          [0 0 415 475 310]
          [0 0 480 400 0]
          [480 180 360 0 0]]];

// Horas Extra no Estágio III em cada máquina: -----
-----

eIII = [[0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]];

```

APÊNDICE 3:

Relatório gerado utilizando IBM ILOG CPLEX – quatro estágios

Relatório gerado utilizando IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL. Resolução do exemplo para quatro estágios produtivos (Tempo de resolução limitado em 1h).

Número de Itens (n): 4
 Número de períodos (t): 5
 Número de máquinas – Estágio I: 2
 Número de máquinas – Estágio II: 3
 Número de máquinas – Estágio III: 2
 Número de máquinas – Estágio IV: 4

```
// solution (time limit exceeded) with objective 5143

//      ----- MODELO 4 ESTÁGIOS -----

//==== Estágio I: =====

// Quantidades Produzidas - Matrizes q - Estágio I -----
-----
qI = [[ [15 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 13 0 0 0 12 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 15 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 12 0 0 8 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
     [[ [15 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 13 0 0 0 12 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 15 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 12 0 0 8 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

// Instante de término de todas as atividades no Estágio I em cada máquina:
hmI = [[[170 50 0 0 0]
        [0 0 0 145 120]
        [0 0 245 0 0]
        [0 185 80 0 0]]
       [[170 50 0 0 0]
        [0 0 0 145 120]
        [0 0 245 0 0]
        [0 190 80 0 0]]];

// Instante de Término do lote em todas as máquinas do Estágio I: -----
--
// Estágio I: (maior ou igual de todas as máquinas   Setups Acumulados)
htI = [[[170 50 0 0 0]
        [0 0 0 145 120]
        [0 0 245 0 0]
        [0 190 80 0 0]]];
```



```

// Horas Extra no Estágio I em cada máquina: -----
eI = [[0 0 0 0 0]
      [0 0 0 0 0]];

// Designação para o Estoque Intermediário I: se há alguma unidade em estoque
// Interm. do item no período=1; c.c.=0)
zeI = [[1 1 0 0 0]
      [0 0 0 1 1]
      [0 0 1 0 0]
      [0 1 1 0 0]];

// HeI: Instante de término de processamento no estágio I + tempo em Estoque
// Intermediário I:
HeI = [[180 60 0 0 0]
      [0 0 0 155 130]
      [0 0 255 0 0]
      [0 200 90 0 0]];

// I+: Quantidade de itens no ESTOQUE INTERMEDIÁRIO I entre períodos:
ImaisI = [[0 0 0 0 0]
          [0 0 0 0 0]
          [0 0 12 0 0]
          [0 0 0 0 0]];

//==== Estágio II: =====
// hiII: Instante de início da produção no estágio II
hiII = [[[180 60 0 0 0]
        [0 0 0 155 130]
        [0 0 255 0 0]
        [0 200 90 0 0]]
        [[180 60 0 0 0]
        [0 0 0 155 130]
        [0 0 255 0 0]
        [0 200 90 0 0]]
        [[180 60 0 0 0]
        [0 0 0 155 130]
        [0 0 255 0 0]
        [0 200 90 0 0]]];

// Quantidades Produzidas - Matrizes q - Estágio II -----
-----
qII = [[[10 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9 0 0 0 8 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 8 0 0 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
        [[10 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9 0 0 0 8 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 8 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
        [[10 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 8 0 0 8 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 0 0 12 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 8 0 0 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

```

```

// Instante de término de todas as atividades no Estágio II em cada máquina:
hmII = [[[280 100 0 0 0]
         [0 0 0 245 210]
         [0 0 315 0 0]
         [0 280 160 0 0]]
        [[280 80 0 0 0]
         [0 0 0 245 210]
         [0 0 315 0 0]
         [0 280 110 0 0]]
        [[280 100 0 0 0]
         [0 0 0 235 210]
         [0 0 315 120 0]
         [0 280 160 0 0]]];

// Instante de Término do lote em todas as máquinas do Estágio II: -----
--
// Estágio II: (maior ou igual de todas as máquinas   Setups Acumulados)
htII = [[280 100 0 0 0]
        [0 0 0 245 210]
        [0 0 315 120 0]
        [0 280 160 0 0]];

// Horas Extra no Estágio II em cada máquina: -----

eII = [[0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]];

// Designação para o Estoque Intermediário II: se há alguma unidade em
estoque Interm. do item no período=1; c.c.=0)
zeII = [[1 1 0 0 0]
        [0 0 0 1 1]
        [0 0 1 1 0]
        [0 1 1 0 0]];

// HeII: Instante de término de processamento no estágio II + tempo em
Estoque Intermediário II:
HeII = [[290 110 0 0 0]
        [0 0 0 255 220]
        [0 0 325 130 0]
        [0 290 170 0 0]];

// I+: Quantidade de itens no ESTOQUE INTERMEDIÁRIO II entre períodos:
ImaisII = [[10 0 0 0 0]
           [0 0 0 0 0]
           [0 0 0 0 0]
           [0 0 0 0 0]];

```

```

//==== Estágio III: =====
// hiIII: Instante de início da produção no estágio III
hiIII = [[[290 110 0 0 0]
          [0 0 0 255 220]
          [0 0 325 130 0]
          [0 290 170 0 0]]
         [[290 110 0 0 0]
          [0 0 0 255 220]
          [0 0 325 130 0]
          [0 290 170 0 0]]];

// Quantidades Produzidas - Matrizes q - Estágio III -----
-----
qIII = [[[8 0 0 0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
         [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 13 0 0 12 0 0 0]
         [0 0 0 0 0 0 0 0 0 9 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]
         [0 0 0 0 0 12 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
        [[12 0 0 0 16 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
         [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 13 0 0 12 0 0 0]
         [0 0 0 0 0 0 0 0 0 9 0 0 11 0 0 0 0 0 0 0 0]
         [0 0 0 0 0 12 0 0 14 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

// Instante de término de todas as atividades no Estágio III em cada
máquina:
hmIII = [[[370 150 0 0 0]
          [0 0 0 385 340]
          [0 0 415 140 0]
          [0 410 190 0 0]]
         [[410 270 0 0 0]
          [0 0 0 385 340]
          [0 0 415 240 0]
          [0 410 310 0 0]]];

// Instante de Término do lote em todas as máquinas do Estágio III: -----
---
// Estágio III: (maior ou igual de todas as máquinas   Setups Acumulados)
htIII = [[410 270 0 0 0]
         [0 0 0 385 340]
         [0 0 420 240 0]
         [0 410 310 0 0]];

// Horas Extra no Estágio III em cada máquina: -----
-----

eIII = [[0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]];

// Designação para o Estoque Intermediário III: se há alguma unidade em
estoque Inter. do item no período=1; c.c.=0)
zeIII = [[1 1 0 0 0]
         [0 0 0 1 1]
         [0 0 1 1 0]
         [0 1 1 0 0]];

```

```

// HeIII: Instante de término de procesamiento no estágio III + tempo em
Estoque Intermediário III:
HeIII = [[420 280 0 0 0]
         [0 0 0 395 350]
         [0 0 430 250 0]
         [0 420 320 0 0]];

// I+: Quantidade de itens no ESTOQUE INTERMEDIÁRIO III entre períodos:
ImaisIII = [[0 10 10 10 0]
            [0 0 0 0 0]
            [0 0 0 0 0]
            [0 0 0 0 0]];

//==== Estágio IV: =====
// hiIV: Instante de início da produção no estágio IV
hiIV = [[[420 280 0 0 0]
         [0 0 0 395 350]
         [0 0 430 250 0]
         [0 420 320 0 0]]
        [[450 280 0 0 0]
         [0 0 0 395 350]
         [0 0 430 250 0]
         [0 420 320 0 0]]
        [[420 280 0 0 0]
         [0 0 0 395 350]
         [0 0 430 250 0]
         [0 420 320 0 0]]
        [[420 280 0 0 380]
         [0 0 0 450 350]
         [0 0 430 250 0]
         [0 420 320 0 0]]];

// Quantidades Produzidas - Matrizes q - Estágio IV -----
-----
qIV = [[[5 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 8 0 0 1 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 6 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
       [[3 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 0 0 12 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 6 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
       [[6 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 8 0 0 10 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 6 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]
       [[6 0 0 0 7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 10 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 1 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 5 0 0 9 0 0 0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0 6 0 0 9 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

```

```
// Estágio IV: quantidade do item i, com demanda não atendida no final do
período t, no último estágio (Estágio IV):
```

```
ImenosTHETA = [[0 0 0 0 0]
               [10 10 10 14 0]
               [0 5 12 0 0]
               [10 16 0 0 0]];
```

```
// Instante de término de todas as atividades no Estágio IV em cada máquina:
```

```
hmIV = [[[470 290 0 0 0]
         [0 0 0 475 360]
         [0 0 480 260 0]
         [0 480 330 0 0]]
        [[480 290 0 0 0]
         [0 0 0 465 470]
         [0 0 470 260 0]
         [0 480 330 0 0]]
        [[480 290 0 0 0]
         [0 0 0 475 450]
         [0 0 470 260 0]
         [0 480 370 0 0]]
        [[480 350 0 0 480]
         [0 0 0 480 360]
         [0 0 480 340 0]
         [0 480 410 0 0]]];
```

```
// Horas Extra no Estágio IV em cada máquina: -----
```

```
eIV = [[0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]
        [0 0 0 0 0]];
```

APÊNDICE 4:

Relatório gerado utilizando IBM ILOG CPLEX – Modelo sem preservação da preparação e *setup* não dependente da sequência - dois estágios

Relatório gerado utilizando IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL. Resolução do exemplo para quatro estágios produtivos referente ao tópico 6.3.

Número de Itens (n): 4
 Número de períodos (t): 5
 Número de máquinas – Estágio I: 2
 Número de máquinas – Estágio II: 2

```
// solution (integer optimal, tolerance) with objective 3067.99999770824
//----- Relatório - Resultados Gerais -----

// Quantidades Produzidas - Matrizes q -----
// Estágio 1:
qI = [[ [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 24 0 0 0 16 0 0 0]
[0 11 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 25 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[[0 20 0 0 0 0 0 0 30 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[19 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 20 0 0]
[0 0 0 0 25 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

// Instantes de Término Estágio 1: (Em cada máquina)-----
// Instante de término de todas as atividades no Estágio I em cada máquina:
hmI = [[ [0 0 0 0]
[115 0 0 260 175]
[240 0 0 0 0]
[0 265 0 0 0]]
[[420 0 320 0 0]
[0 0 0 0 0]
[205 0 0 0 300]
[0 265 0 0 0]]];

// Instantes de Término -----
// Estágio 1: (maior ou igual das máquinas Setups Acumulados)
htI = [[420 0 320 0 0]
[115 0 0 260 175]
[240 0 0 0 300]
[0 265 0 0 0]]];
```

```

// Estoque Intermediário: 1 se há alguma unidade em estoque Inter. do item no
período)
ze = [[1 0 1 0 0]
[1 0 0 1 1]
[1 0 0 0 1]
[0 1 0 0 0]];

// HteI: Instante de término de processamento no estágio I + tempo em Estoque
Interm:
HeI = [[430 0 330 0 0]
[125 0 0 270 185]
[250 0 0 0 310]
[0 275 0 0 0]];

// I+: Quantidade de itens em estoque intermediário entre períodos:
Imais = [[10 0 10 10 0]
[0 0 0 0 0]
[10 0 0 0 0]
[0 10 0 0 0]];

// hiII: instante em que a produção será iniciada no estágio II
hiII = [[[430 0 330 0 0]
[125 0 0 270 185]
[250 0 0 0 330]
[0 275 0 0 0]
[[430 130 330 0 150]
[125 0 0 270 265]
[250 15 0 0 310]
[0 280 215 0 0]]];

// Quantidades Produzidas - Matrizes q -----
// Estágio 2:
qII = [[[0 0 5 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0 0 0 0 0]
[7 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 21 0 0 0 13 0 0 0]
[0 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0]
[0 0 0 0 20 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]
[[0 0 5 0 0 10 0 0 0 15 0 0 0 0 0 0 10 0 0 0]
[3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 3 0 0]
[0 16 0 0 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 17 0]
[0 0 0 0 0 0 20 0 10 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]]];

// Estágio II: quantidade do item i, com demanda não atendida no final do período
t, no Estágio II:
ImenosII = [[0 0 0 0 0]
[0 0 0 6 0]
[0 0 10 10 0]
[10 0 0 0 0]];

```

```
// Instantes de Término Estágio 2: (Em cada máquina)-----
// Instante de término de todas as atividades no Estágio II em cada máquina:
hmII = [[[480 0 380 0 0]
[195 0 0 480 315]
[290 0 0 0 360]
[0 475 0 0 0]]
[[480 230 480 0 250]
[155 0 0 300 295]
[410 115 0 0 480]
[0 480 315 0 0]]];

// Horas Extra no Estágio I em cada máquina: -----
-
eI = [[0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0]];

// Horas Extra no Estágio II em cada máquina: -----
--
eII = [[0 0 0 0 0]
[0 0 0 0 0]];
```