

JOSÉ ARINOS TEIXEIRA JÚNIOR

**DIVISOR RESISTIVO PARA ENSAIOS DE FRENTE  
DE ONDA EM ISOLADORES**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Física do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre.

Curitiba

1994



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

ATA DA DEFESA DE TESE DE MESTRADO DO SR. JOSE ARINOS TEIXEIRA JÚNIOR

TÍTULO DA TESE: "Divisor Resistivo para Ensaios de Frente de Onda  
em Isoladores"

Em sessão pública de defesa de tese, iniciada às quatorze horas, nesta data, após um seminário sobre o assunto da tese e arguição pela banca, esta decidiu atribuir Conceito A.

Curitiba, 28 de fevereiro de 1994.

Banca examinadora:

PROF.DR. RENE ROBERT

Presidente/Orientador - UFPR

PROF.DR. CARLOS M. LEPIENSKI

DEPTº DE FÍSICA-UFPR

DR. GABRIEL P. DE SOUZA

LAB.CENT.ELETROT. E ELETRONICA-UFPR  
COPEL

Aos meus pais, Yolanda de Oliveira Teixeira e José Arinos Teixeira pelo apoio e incentivo durante todos estes anos.

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Renê Robert, pelo apoio, incentivo e orientação.

Aos colegas da divisão de alta tensão, Engenheiros Marcelo A. Ravaglio, José Carlos Schaefer, José Mario Moraes e Silva, Carlos Nakaguishi e aos Técnicos João Salkoski, Celso Martins, Wandir Ney, Oberdan Fernandes e Gilberto A. de Oliveira pelo apoio, idéias e colaboração no desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas da Copel : Guilherme Schmitt (confecção das partes mecânicas), Joseane M. Bellow e Almir Castilho (confecção das soluções), Méorian Matocanovic (revisão bibliográfica), Minoru Ikeda, Rafael Kravetz (análise computacional).

À Companhia Paranaense de Energia - COPEL, e especialmente ao Laboratório de Eletrotécnica e Eletrônica - LAC, pela oportunidade e apoio para a realização deste curso de mestrado.

Ao Departamento de Física e aos professores de pós-graduação da Universidade Federal do Paraná, pelos conhecimentos adquiridos.

## SUMÁRIO

	<u>LISTA DE FIGURAS</u> .....	vii
	<u>LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS</u> .....	xi
	<u>RESUMO</u> .....	xv
	<u>ABSTRACT</u> .....	xvi
1	<u>INTRODUÇÃO</u> .....	1
1.1	HISTÓRICO .....	2
1.2	JUSTIFICATIVA DO TRABALHO .....	6
2	<u>PARTE TEÓRICA</u> .....	20
2.1	TEORIA SOBRE O DIVISOR .....	20
2.1.1	DIVISORES RESISTIVOS "PUROS" .....	24
2.1.2	DIVISORES MISTOS CAPACITIVOS-RESISTIVOS EM PARALELO ....	30
2.1.3	DIVISORES CAPACITIVOS "PUROS" .....	33
2.1.4	DIVISORES CAPACITIVOS AMORTECIDOS .....	36
2.1.5	ESCOLHA DO TIPO DE DIVISOR E DO MATERIAL RESISTIVO .....	38
2.2	EFEITO SKIN .....	42
2.3	EFEITO TÉRMICO .....	60
2.4	DISTRIBUIÇÃO DE TENSÃO AO LONGO DA COLUNA .....	65
2.5	MECANISMO DE CONDUÇÃO NO MATERIAL RESISTIVO .....	70
2.5.1	EFEITO WIEN E EFEITO DEBYE-FALKENHAGEN .....	78
3	<u>PARTE EXPERIMENTAL</u> .....	80
3.1	PROJETO E DESENHOS MECÂNICOS .....	80
3.2	MEDIDA DA RESISTÊNCIA PRIMÁRIA E SECUNDÁRIA .....	85
3.3	ENSAIO DE RESPOSTA A DEGRAU UNITÁRIO E RESPOSTA EM FREQUÊNCIA .....	91
3.3.1	RESPOSTA À DEGRAU.....	91
3.3.2	RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.....	95

3.4	COMPARAÇÃO COM DIVISOR RESISTIVO DA HAEFELY.....	97
3.5	RESULTADOS COMPARATIVOS PARA O EFEITO <i>SKIN</i> .....	100
4	<u>CONCLUSÕES</u> .....	104
4.1	SOBRE A CONSTRUÇÃO DO DIVISOR .....	104
4.2	SOBRE A MEDIÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO DIVISOR.....	105
4.3	PROGRAMAS DE COMPUTADOR DESENVOLVIDOS.....	105
4.4	EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS .....	106
4.5	INOVAÇÕES .....	107
4.6	APLICABILIDADE DO DIVISOR .....	108
5	<u>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</u> .....	109
	<u>APÊNDICES</u> .....	110
	<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u> .....	126

## LISTA DE FIGURAS

1	Curva tensão-tempo para uma unidade de isolador.....	3
2	Circuito típico para o ensaio de perfuração com ondas de impulso com frente íngreme em isoladores .....	4
3	Oscilograma típico de um impulso obtido em ensaio de perfuração .....	5
4	Sistema básico de ensaios .....	7
5	Impulso atmosférico (1,2/50 $\mu$ s) cortado em um tempo $T_c$ .....	8
6	Espectro de amplitude de frequência normalizado de um impulso atmosférico, onda plena e cortada .....	10
7	Espectro de amplitude de frequência normalizado de um impulso obtido em ensaio de perfuração .....	12
8	Resposta à degrau unitário e definição de tempo de resposta $T^0$ .....	14
9	Erro de medida $\Delta V$ para rampa de tensão linear cortada no tempo $T_c$ .....	17
10	Relação entre $T_\alpha$ e $t_s$ necessário para limitar o erro na tensão de crista em 5% para respostas à degrau oscilatórias (sobreoscila- ção $\beta > 2\%$ ) .....	19
11	Diagrama simplificado de um divisor .....	21
12	Circuito equivalente de um divisor generalizado com parâmetros distribuídos .....	23
13	Circuito equivalente do divisor resistivo .....	25

14	Resposta à degrau unitário calculado para divisores resistivos de acordo com a equação (2.7) .....	30
15	Espectros normalizados de a) resposta em amplitude de frequência; b) resposta à degrau.....	32
16	Circuito equivalente para divisores capacitivos puros e capacitivos amortecidos .....	34
17	Resposta à degrau unitário calculada para divisor capacitivo puro.....	35
18	Resposta à degrau unitário calculado para um divisor capacitivo amortecido de acordo com a equação (2.15) .....	37
19	Sistema de medição normalmente utilizado em ensaios de perfuração .....	41
20	Efeito <i>Skin</i> .....	42
21	Densidade de corrente (equação (2.77) com $\sigma = 67$ mS/cm).....	57
22	Densidade de corrente (equação (2.77) com $\sigma = 225$ mS/cm).....	57
23	Densidade de corrente (equação (2.77) com $\sigma = 1,5$ mS/cm).....	58
24	Resistência transitória para uma excitação do tipo função degrau.....	59
25	Nº de aplicações possíveis para que o acréscimo de temperatura não seja superior a 0,5 °C .....	64
26	Malha gerada pelo ANSYS® 5.0 - (1) vista geral, (2) detalhe.....	66
27	Intensidade do campo elétrico. A) vista geral, B) detalhe .....	67
28	Distribuição de tensão ao longo da unidade primária.....	69
29	Mobilidade de alguns íons em solução aquosa em 25 °C.....	71
30	Possíveis modos de hidratação em um par de íons.....	72
31	Raio efetivo de alguns íons .....	73
32	Distribuição assimétrica de cargas em torno de um íon central positivo devido a um campo elétrico aplicado .....	75
33	Movimento de um íon central positivo e a atmosfera iônica sob ação de um campo elétrico .....	76



34	Fotografia do divisor .....	80
35	Toróide utilizado no divisor .....	82
36	Desenho da unidade secundária.....	83
37	Desenho da unidade primária .....	84
38	Tabela para as soluções de KCl.....	85
39	Dados de calibração do KCl.....	86
40	Determinação da constante de calibração da célula de platina.....	86
41	Dados obtidos para a solução de $\text{Na}_3\text{PO}_4$ [ $M=163,96 \text{ g/mol}$ ].....	87
42	Dados obtidos para a solução de NaCl [ $M=58,44 \text{ g/mol}$ ] .....	87
43	Resistência primária utilizando NaCl [ $c=0,941 \text{ g/l}$ ].....	88
44	Resistência primária utilizando $\text{Na}_3\text{PO}_4$ [ $c=0,45 \text{ g/l}$ ] .....	89
45	Resistência secundária utilizando NaCl [ $c=37 \text{ g/l}$ ] .....	90
46	Resistência secundária utilizando $\text{Na}_3\text{PO}_4$ [ $c=64,7 \text{ g/l}$ ].....	90
47	Arranjo físico do ensaio de resposta à degrau.....	91
48	Parâmetros de resposta para os dois eletrólitos .....	92
49	Resposta à degrau do divisor com solução de NaCl .....	93
50	Integral da resposta à degrau do divisor com solução de NaCl .....	93
51	Resposta à degrau do divisor com solução de $\text{Na}_3\text{PO}_4$ .....	94
52	Integral da resposta à degrau do divisor com solução de $\text{Na}_3\text{PO}_4$ .....	94
53	Diagrama de medida de resposta em frequência em um divisor de tensão.....	95
54	Resposta em frequência do divisor com solução de $\text{Na}_3\text{PO}_4$ .....	96
55	Tabela com resultados da intercomparação .....	98
56	Circuito de medida da densidade de corrente .....	100
57	Resistência secundária com solução de NaCl.....	101
58	Esquema para medir a resposta à degrau de corrente .....	102
59	Comparação entre resposta calculada pela equação (2.77) e a medida pelo circuito da figura 58.....	103

60	Exemplo de frequências limites para uma resposta em amplitude de frequência .....	118
61	Definição da origem virtual $O_1$ e da área de distorção inicial $T_0$ dos parâmetros de resposta à degrau.....	119
62	Definição dos parâmetros de resposta com respeito a resposta à degrau normalizada $g(t)$ .....	120
63	Definição dos parâmetros de resposta em função da integral da resposta à degrau $T(t)$ .....	121

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

$\alpha$	-	Coefficiente térmico da condutividade das soluções [ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ]
$\beta$	-	Sobreoscilação [%]
$\theta$	-	Azimute no sistema de coordenadas cilíndricas [rd]
$\Lambda$	-	Condutância molar [S.l/mol.m]
$\sigma$	-	Condutividade [S/m] ou [mS/cm]
$\varepsilon$	-	Permissividade do meio [F/m] = $\varepsilon_r\varepsilon_0$
$\varepsilon_0$	-	Permissividade do espaço vazio [F/m]
$\varepsilon_r$	-	Constante dielétrica ou permissividade relativa
$\mu$	-	Permeabilidade do meio [H/m] = $\mu_r\mu_0$
$\mu_0$	-	Permeabilidade do espaço vazio [H/m]
$\mu_r$	-	Permeabilidade relativa
$\rho$	-	Constante de fricção média [dyna], massa específica [ $\text{kg/m}^3$ ]
$\rho$	-	Raio vetor no sistema de coordenadas cilíndricas [m]
$\Gamma$	-	Símbolo de função gama
$\delta$	-	<i>Skin depth</i> (penetração do efeito pelicular) [m], erro percentual [%]
$\eta$	-	Viscosidade da solução no sistema cgses [poise]
$\Delta\theta$	-	Aumento de temperatura [ $^{\circ}\text{C}$ ]
$^{\circ}\text{C}$	-	Escala de temperatura em graus centígrados [ $^{\circ}\text{C}$ ]
$\lambda_n$	-	Raízes da equação $J_1(\lambda_n) = 0$
$\delta_{TC}$	-	Erro na tensão de crista [%]
$\omega$	-	Frequência angular [rad/s]
A	-	Ampère

- $a$  - Raio efetivo do íon central [cm]
- $a_i$  - Raio efetivo do íon de espécie  $i$  [cm]
- AISI - American Iron and Steel Institute
- ANSYS<sup>®</sup> - Marca comercial de *software*
- ASCII - American Standard Code for Information Interchange
- B** - Vetor Indução Magnética [T]
- $b^{-1}$  - Raio de Debye [cm]
- $c$  - Calor específico a pressão constante [kJ/kg°C], concentração molar [mol/l]
- $C$  - Capacitância [F], constante de célula de platina (distância/área) [cm<sup>-1</sup>]
- $c_i$  - N° médio de íons de espécie  $i$  por unidade de volume [n° íon m<sup>-3</sup>]
- CIGRE - Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques à haute tension
- D** - Vetor deslocamento elétrico [C/m<sup>2</sup>]
- $e$  - Carga eletrônica [C]
- E** - Vetor campo elétrico [V/m]
- E.D. - Equação diferencial
- EXCEL<sup>®</sup> - Marca comercial de *software*
- $F$  - Erro [%]
- $F(i\omega)$  - Transformada de Fourier
- $G(f)$  - Resposta em amplitude/frequência de um sistema de medição
- $G(t)$  - Resposta à degrau de um sistema de medição
- $g(t)$  - Resposta à degrau normalizada
- $h(s)$  - Resposta em amplitude de frequência, função de transferência
- H** - Vetor de campo magnético [A/m]
- Haefely<sup>®</sup> - Marca comercial de produto
- $i$  - Base dos números imaginários =  $\sqrt{-1}$
- I** - Corrente [A]
- $I_0$  - Função de Bessel modificada de 1ª classe e ordem 0
- IEC - International Electrotechnical Commission

ISO	-	International Organization for Standardization
$I_t$	-	Intervalo de tempo nominal [s]
$\mathbf{J}$	-	Vetor densidade de corrente [A/m <sup>2</sup> ]
$J_0$	-	Função de Bessel de 1ª espécie e ordem 0
$J_1$	-	Função de Bessel de 1ª espécie e ordem 1
$k$	-	Constante de Boltzmann [Wm <sup>-2</sup> K <sup>-4</sup> ]
kS/s	-	kilo- <i>samples</i> por segundo - número de amostragens por segundo
$K$	-	Escala de temperaturas Kelvin [K], relação de divisor
$K_0$	-	Função de Bessel modificada de 2ª classe e ordem 0
$L$	-	Indutância [H], comprimento da coluna [m]
$\mathcal{L}$	-	Operador da transformada de Laplace
LOTUS <sup>©</sup>	-	Marca comercial de <i>software</i>
$m$	-	Massa [kg]
$m_{\pm}$	-	Mobilidade do íon $\pm$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> V <sup>-1</sup> ]
$m_i$	-	Massa do íon de espécie $i$ [g]
$n$	-	Número de aplicações de impulso
$n_{\pm}$	-	Densidade de íons [íons/m <sup>3</sup> ]
Na <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	-	Ortofosfato de sódio
NaCl	-	Cloreto de sódio
$O_1$	-	Origem virtual de uma resposta à degrau
O.T.	-	Objeto sob teste
$q_{\pm}$	-	Carga do íon $\pm$ [C]
$r$	-	Raio do cilindro do divisor [m]
$R$	-	Resistência elétrica [ $\Omega$ ]
$s$	-	Variável no domínio das transformadas de Laplace
SC	-	Sub-committee
SG	-	Centelhador de esferas
$t$	-	Tempo [s]

- $T$  - Tempo de resposta experimental [s], temperatura absoluta [K]  
 $T^0$  - Tempo de resposta [s]  
 $T_\alpha$  - Primeiro tempo de resposta parcial [s]  
 $T(t)$  - Função integral da resposta à degrau  
 $T_0$  - Tempo de distorção inicial [s]  
 $T_1$  - Constante de tempo [s]  
 $T_2$  - Constante de tempo [s]  
 $T_c$  - Tempo de corte em uma onda de impulso [s]  
 $T_f$  - Tempo de frente de um impulso normalizado [s]  
 $T_n$  - Tempo de resposta experimental [s]  
 $T_R$  - Tempo de resposta residual [s]  
 $T_s$  - *Standard Rise Time* [s]  
 $t_s$  - Tempo de estabilização [s]  
 $v_i$  - Velocidade do íon de espécie  $i$  [ $\text{cms}^{-1}$ ]  
 $W$  - Perdas por efeito Joule [W]  
 $X$  - Reatância [ $\Omega$ ]  
 $x$  - Variável auxiliar adimensional =  $\rho/r$   
 $y$  - Variável auxiliar =  $t/(\mu\sigma r^2)$  [s/H.S]  
 $z$  - Cota no sistema de coordenadas cilíndricas [m]  
 $Z$  - Impedância elétrica [ $\Omega$ ]  
 $Z_c$  - Impedância de onda [ $\Omega$ ]  
 $z_i$  - Valência do íon de espécie  $i$   
 $z/y \mu\text{s}$  - Parâmetros de tempo de uma onda tipo dupla exponencial, onde  $z$  é o tempo para atingir a crista e  $y$  o tempo para atingir 50% do valor de crista na cauda da onda. As ondas mais comuns são a de impulso atmosférico (1,2/50  $\mu\text{s}$ ) e impulso ou surto de manobra (250/2500  $\mu\text{s}$ ). Ver norma IEC 60-1 (1989).

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo desenvolver um divisor de tensão resistivo adequado para medir ondas de impulso atmosféricas cortadas na frente obtidas em ensaios de perfuração com ondas de impulso com frente íngreme em isoladores de suspensão. Ele aborda os métodos de projeto de divisores, levando em conta principalmente o efeito *Skin*, a distribuição de tensão ao longo da coluna e a solicitação térmica dos impulsos medidos pelo divisor. A meta foi alcançar parâmetros de resposta à degrau adequados para medir as ondas acima referidas. No que se refere ao efeito *Skin*, foi desenvolvida a solução a partir das equações de Maxwell para o vetor densidade de corrente para um impulso de corrente do tipo função degrau e a solução comparada com o valor medido experimentalmente. A distribuição de tensão ao longo da coluna foi calculada através do método dos elementos finitos utilizando o programa "ANSYS<sup>®</sup> 5.0", possibilitando assim o cálculo da intensidade do campo elétrico, da distribuição de tensões e eficácia de elementos toroidais utilizados. O dimensionamento térmico foi determinado analiticamente levando-se em conta os tipos de solicitação a serem exigidos do divisor. Os resultados obtidos em relação ao efeito *Skin* coincidem com os resultados teóricos. Os dados obtidos do cálculo das solicitações térmicas mostram que é possível utilizar o divisor sem problemas de aquecimento do material resistivo para o ensaio de perfuração. A resposta à degrau medida no divisor construído foi calculada através de um programa onde os dados digitais são filtrados de ruídos sobrepostos e tratados numericamente e os resultados foram adequados ao requerido pela literatura especializada, no que concerne a exatidão das medidas de parâmetros à degrau. As soluções utilizadas para confeccionar os elementos resistivos foram o Cloreto de Sódio e Ortofosfato de Sódio, onde este último apresentou melhores resultados devido a sua propriedade não corrosiva. Com este divisor é possível medir tensões impulsivas obtidas nos ensaios de perfuração com uma exatidão melhor que  $\pm 5\%$ .

## ABSTRACT

The main goal of this work is to develop a voltage divider suitable for measurements of atmospheric voltage impulse obtained in steep front voltage test on suspension insulators. It deals with methods of dividers design, taking into account the Skin effect, voltage distribution along the high voltage column of the divider and the heat generated by the impulses measured by the divider. By proper design it is possible to obtain certain values of the parameters of step response to measure correctly the impulses above referred to. As far as the Skin effect is concerned, it was found a solution to the vector current density to an applied current step function from the general Maxwell equations, this theoretical function was later compared with the practical one. The voltage distribution along the column was calculated by the finite element method using the software "ANSYS<sup>®</sup> 5.0". The thermic dimensioning was determined analytically considering the heat generated by the impulses applied to the divider. The results concerning the Skin effect agrees well with the measured ones. The data from the thermic stress calculation anticipates that the heating of resistive material for steep front voltage test will be very little. The divider's step response parameters were calculated by a software where the digital data was smoothed and numerically processed, obtaining results suitable with those required by the specialized literature, as far as accuracy on measurements of step response parameters is concerned. The resistive solutions used in the divider were made of Sodium Chloride and Sodium Orthophosphate, where the latter presented better results for it poses no problems concerning corrosion. With this divider is possible to measure steep front voltages waves with an accuracy better than  $\pm 5$  %.



## **1 INTRODUÇÃO**

O objetivo principal desta dissertação de mestrado é o projeto, construção e ensaio de um sistema de medição em alta tensão para aplicação específica em ensaios de frente de onda em isoladores, tendo em vista, a inexistência no mercado comercial nacional e internacional, de um sistema adequado para este tipo de ensaio. Para fundamentar o problema, um histórico simplificado das questões envolvendo o ensaio de frente de onda, erros de medida obtidas em ensaios de alta tensão de modo geral e tipos de sistemas de medição serão tratados neste item.

## 1.1 HISTÓRICO

Atualmente, o desempenho de linhas de transmissão de alta tensão é vital para a sociedade de modo geral e em especial para a indústria, cada vez mais dependente de processos automatizados e computadores. Portanto, é necessário conhecer os fenômenos que ocasionam os desligamentos das linhas de maneira a apresentar soluções para evitá-los. Um, dentre os diversos problemas que estão relacionados aos desligamentos e danos em linhas de transmissão, é o causado por descargas atmosféricas que atingindo a linha ou proximidades dão origem a surtos de tensão muito íngremes, que por sua vez, solicitam os isoladores das cadeias podendo danificá-los e conseqüentemente causar atuações dos dispositivos de proteção das linhas e, em alguns casos, a queda do condutor causado pelo rompimento mecânico de uma cadeia de isoladores, levando a uma interrupção no funcionamento da linha por tempo prolongado.

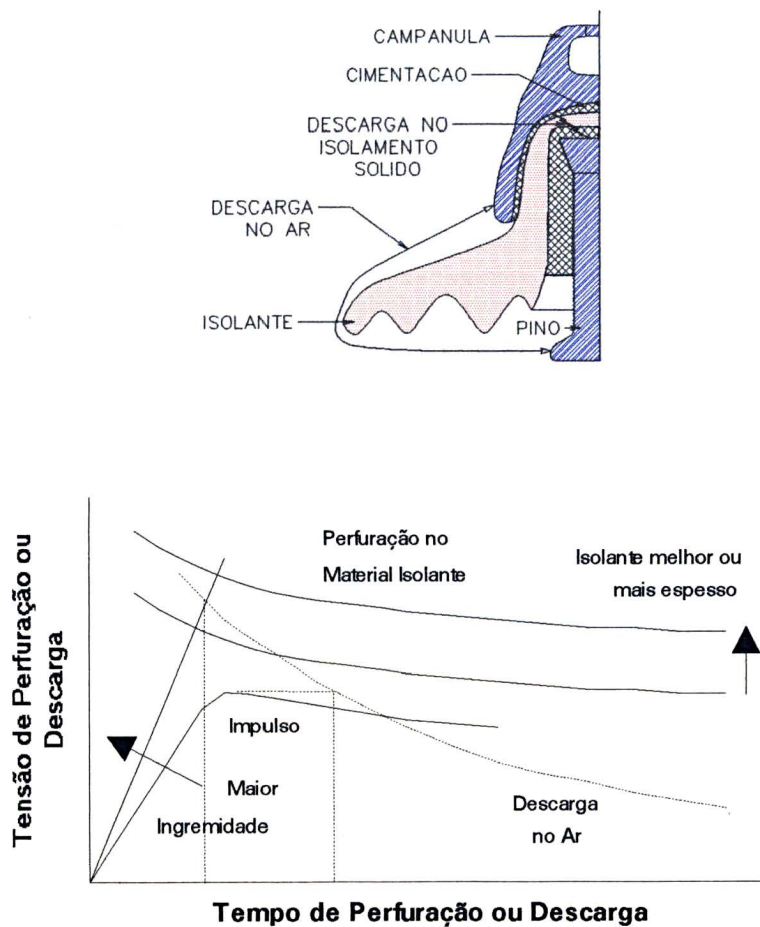
Fisicamente o dano ao isolador ocorre da seguinte maneira, uma descarga atmosférica ao atingir a linha de transmissão dá origem a sobretensões transitórias, cuja forma de onda apresenta uma frente muito íngreme. Este surto é aplicado a cadeia de isoladores, podendo ocasionar a perfuração do isolamento sólido entre pino e câmpanula de um dos isoladores, danificando-o de maneira permanente. Através de um projeto adequado é possível melhorar o desempenho dos isoladores para este fenômeno.

No caso do isolador de suspensão temos dois tipos de isolamento envolvidos, ou seja, o ar e o isolamento sólido entre o pino e a campânula cujas características isolantes dependem basicamente da forma de onda da sobretensão e do formato dos eletrodos. Estas características podem ser expressas através de curvas tensão-tempo de ruptura do material, como podemos ver na figura 1.

Se aplicarmos um impulso de frente de onda muito íngreme, a curva de tensão atingirá a curva representativa do isolamento sólido antes de atingir a curva do isolamento no ar, ver figura 1, causando uma perfuração no material isolante, se a onda for um pouco mais lenta, haverá uma descarga de contorno pelo ar. Para evitar a perfuração temos dois

caminhos, ou aumentar a espessura do isolamento ou utilizar materiais isolantes melhores, aumentando assim a suportabilidade do isolador para este tipo de fenômeno. Logo se o isolador for corretamente dimensionado, com materiais de boa qualidade, a ocorrência de perfurações é rara e o desempenho do isolador sob este aspecto é satisfatória.

**FIGURA 1. CURVA TENSÃO-TEMPO (para uma unidade de Isolador). (78)**

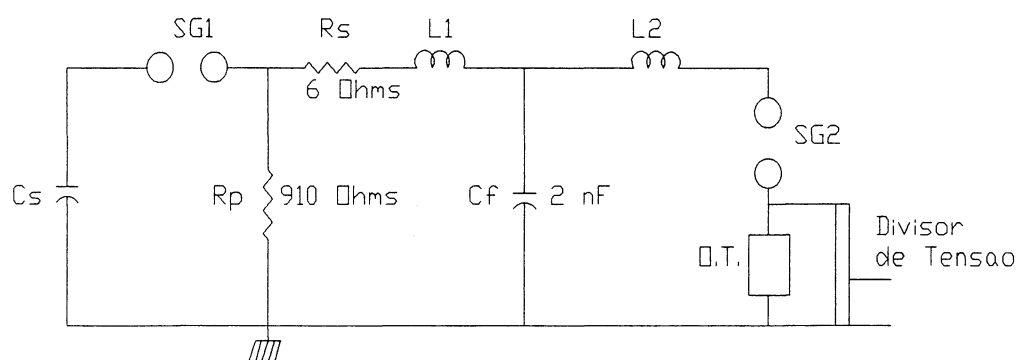


Com intuito de melhorar e verificar a qualidade dos isoladores para este problema é necessário a realização de ensaios. Um deles é o ensaio de perfuração em frequência industrial, que consiste em mergulhar o isolador em óleo isolante para impedir as descargas no ar e aplicar uma tensão CA até que aconteça uma perfuração no isolamento sólido

interno, contudo estes ensaios realizados em diversos países ao longo de muitos anos revelaram-se imprecisos e não-seletivos, além de não representarem os estresses de serviço. O outro ensaio é o ensaio de perfuração com ondas íngremes que, além de serem mais precisos e seletivos, representam os estresses de serviço. Neste ensaio uma sequência de ondas é aplicada ao isolador testado e geradas de acordo com o circuito da figura 2. (2)

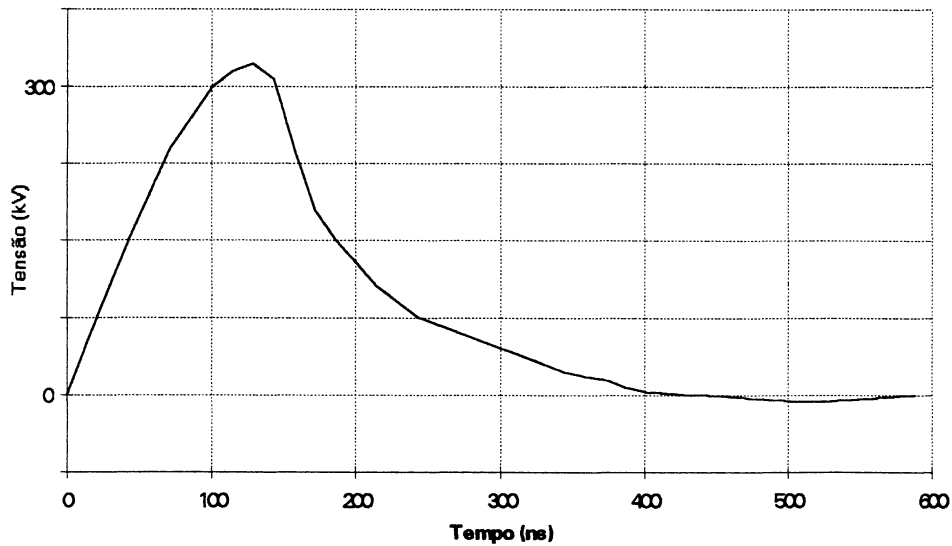
Este circuito, denominado circuito de duplo *loop*, onde além do centelhador de esferas  $SG_1$ , coloca-se um centelhador de esferas  $SG_2$  adicional para obter-se altas taxas de crescimento na tensão, é o mais indicado para a geração das sobretensões. Na figura  $C_s$  é a capacitância do gerador de impulsos,  $R_p$  a resistência paralela e  $R_s$  a resistência série do gerador de impulsos,  $C_f$  é o capacitor de frente e  $O.T.$  é o objeto sob teste (Isolador). Deve-se também manter as indutâncias ( $L_1$  e  $L_2$ ) tão pequenas quanto possível, utilizando-se fitas de cobre finas e largas e minimizando todas as dimensões. (80,81)

**FIGURA 2. CIRCUITO TÍPICO PARA O ENSAIO DE PERFURAÇÃO COM ONDAS DE IMPULSO COM FRENTE ÍNGREME EM ISOLADORES (CIRCUITO DE DUPLO LOOP).**



A forma de onda típica obtida no circuito da figura 2 pode ser vista na figura 3, onde a mesma atinge o valor máximo em um tempo da ordem de 130 ns. Este tempo geralmente está entre 50 e 200 ns.

**FIGURA 3. OSCILOGRAMA TÍPICO DE UM IMPULSO OBTIDO EM ENSAIO DE PERFURAÇÃO.**



O grande problema nos ensaios de frente de onda íngreme é a medição da forma de onda acima, que devido ao alto conteúdo de harmônicas de alta frequência, com componentes significativas em torno de 10 MHz e amplitude de tensão elevada inviabilizam a utilização dos sistemas de medição normalmente encontrados em laboratórios e indústrias, introduzindo erros inadmissíveis.

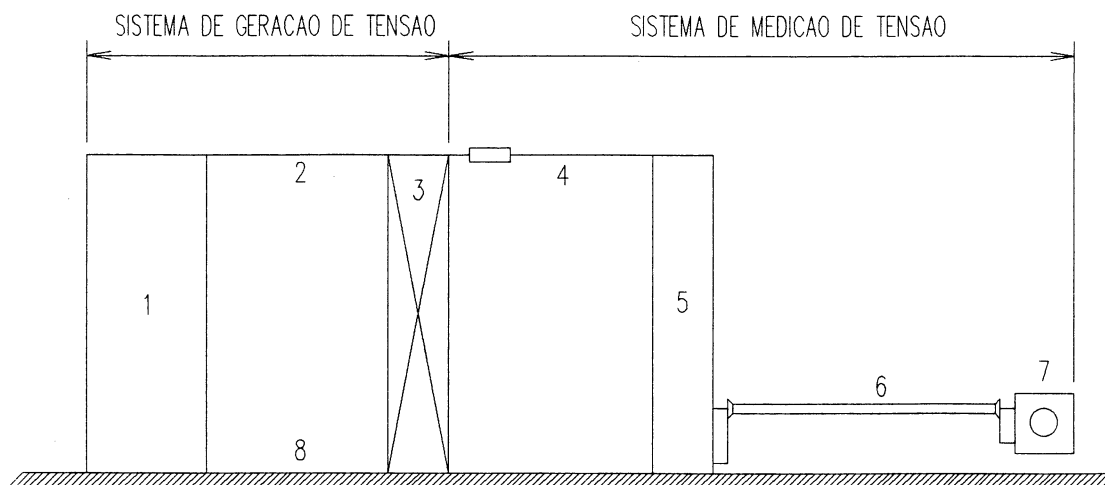
Uma vez que no comércio não existe, um sistema de medição, cujas características sejam adequadas a este ensaio, para utilização em laboratório, a construção de um sistema com características adequadas é necessário. No item seguinte entraremos em mais detalhes de sistemas de medição de tensão e requisitos que os mesmos devem atender para medir-se uma determinada onda de tensão.

## 1.2 JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

A medição de impulsos de tensão de maneira geral, e de impulsos de curta duração em particular, não apresentam grandes dificuldades, desde de que os mesmos não apresentem uma amplitude muito grande ou estejam dentro da gama de alguns kilovolts. No comércio é possível encontrar osciloscópios cuja largura de banda está situada bem além dos 100 MHz e pontas de prova e atenuadores para tensões de até 10 kV.

A dificuldade aparece quando tensões maiores necessitam ser medidas. A amplitude destas tensões são da ordem de alguns milhares de kV e são utilizadas principalmente em ensaios e pesquisa em alta tensão. Como precisamos medir a amplitude e parâmetros de tempo destas ondas é necessário atenuá-las a níveis suportáveis pela instrumentação eletrônica de medida (osciloscópios e voltímetros). Este fracionamento da tensão é obtido as custas de um divisor de tensão, que não deve introduzir distorções significativas na onda original a não ser o escalonamento da mesma. O divisor é portanto um equipamento especial, parte integrante de um sistema de medição, cuja construção, com a acurácia especificada, é feita por apenas umas poucas indústrias em todo o mundo.

A figura 4 (pág. 7) ilustra um arranjo bastante comum e amplamente utilizado para o circuito de ensaios em laboratórios. O gerador de impulsos 1 é conectado ao objeto de teste 3, através de um condutor 2. Estes três elementos formam o sistema de geração de tensão, onde o condutor 2 pode conter uma impedância ou resistência para limitar oscilações excessivas ou correntes de curto-circuito através do objeto de teste. O sistema de medição começa nos terminais do objeto sob teste 3 e é composto por um condutor 4 ao divisor de tensão 5. Na parte inferior do divisor de tensão conecta-se um cabo coaxial de medição 6, onde de sua outra extremidade é ligado um instrumento de registro 7. O retorno de terra 8 deve garantir que não exista diferença de potencial entre os diversos equipamentos aterrados para os fenômenos altamente transitórios decorrentes das aplicações de tensão.

**FIGURA 4. SISTEMA BÁSICO DE ENSAIOS.**

Logo o sistema de medição compreende quatro elementos principais, com comportamento elétrico um tanto diferente. A correta aplicação deste sistema, dependerá do tipo de onda aplicada no objeto de teste e quais são suas componentes em frequência para que o sistema de medição tenha uma resposta em amplitude de frequência apropriada para obter-se resultados precisos. Uma análise do conteúdo em frequência dos sinais encontrados nos ensaios e nos impulsos de tensão obtidos em ensaios de perfuração com frente de onda íngreme deve portanto preceder a análise dos diversos divisores de tensão possíveis.

Dentre todos os tipos de ondas obtidas em ensaios, a que mais exige dos sistemas de medição em termos de suas funções de transferência (resposta em frequência) é, sem dúvida, as ondas de impulso atmosférico. A análise do circuito do gerador de impulso mostra que esta onda é do tipo dupla exponencial, representada pela equação (1.1):

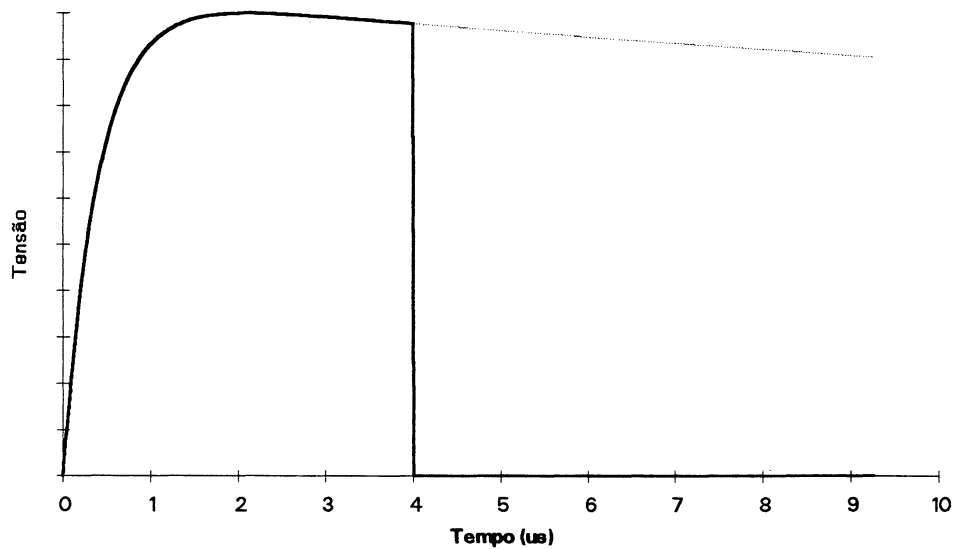
$$v_1(t) = A \left[ \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right) - \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \right] \quad (1.1)$$

Na equação (1.1) temos que  $A$  é uma constante e  $\tau_{1,2}$  são constantes de tempo. Esta equação pode ser "cortada" em qualquer tempo instantâneo  $T_c$ , efeito este causado pela

descarga disruptiva no objeto de teste, onde o colapso da tensão é abrupto. Podemos então formar a equação (1.2), cuja curva podemos ver na figura 5,

$$v_1(t) = \begin{cases} 0 & p / t < 0; t > T_c \\ A \left[ \exp\left(\frac{-t}{\tau_1}\right) - \exp\left(\frac{-t}{\tau_2}\right) \right] & p / 0 \leq t \leq T_c \end{cases} \quad (1.2)$$

**FIGURA 5.** IMPULSO ATMOSFÉRICO (1,2/50 $\mu$ s) CORTADO EM UM TEMPO  $T_c$ .



Com esta equação e suas condições de contorno podemos utilizar a transformada de Fourier. Uma vez que trata-se de um sinal não periódico, somente um número infinito de senóides é capaz de representar a tensão  $v_1$ . Temos então:

$$\dot{V}_1(i\omega) = \int_{\tau=-\infty}^{\infty} v_1(t) \exp(-i\omega\tau) d\tau \quad (1.3)$$



Substituindo a tensão representada pela equação (1.2), com suas condições de contorno, na equação (1.3) obteremos o resultado da equação (1.4). Os cálculos não representam nenhuma dificuldade, contudo são um tanto extensos.

$$\dot{V}_1(i\omega) = A (\text{Re} + i \text{Im}) \quad (1.4)$$

Onde :

$$\begin{aligned} \text{Re} = & \frac{\tau_1}{1 + (\omega\tau_1)^2} \left\{ 1 + [\omega\tau_1 \text{sen}(\omega T_c) - \cos(\omega T_c)] \exp\left(\frac{-T_c}{\tau_1}\right) \right\} - \dots \\ & \dots - \frac{\tau_2}{1 + (\omega\tau_2)^2} \left\{ 1 + [\omega\tau_2 \text{sen}(\omega T_c) - \cos(\omega T_c)] \exp\left(\frac{-T_c}{\tau_2}\right) \right\} \end{aligned}$$

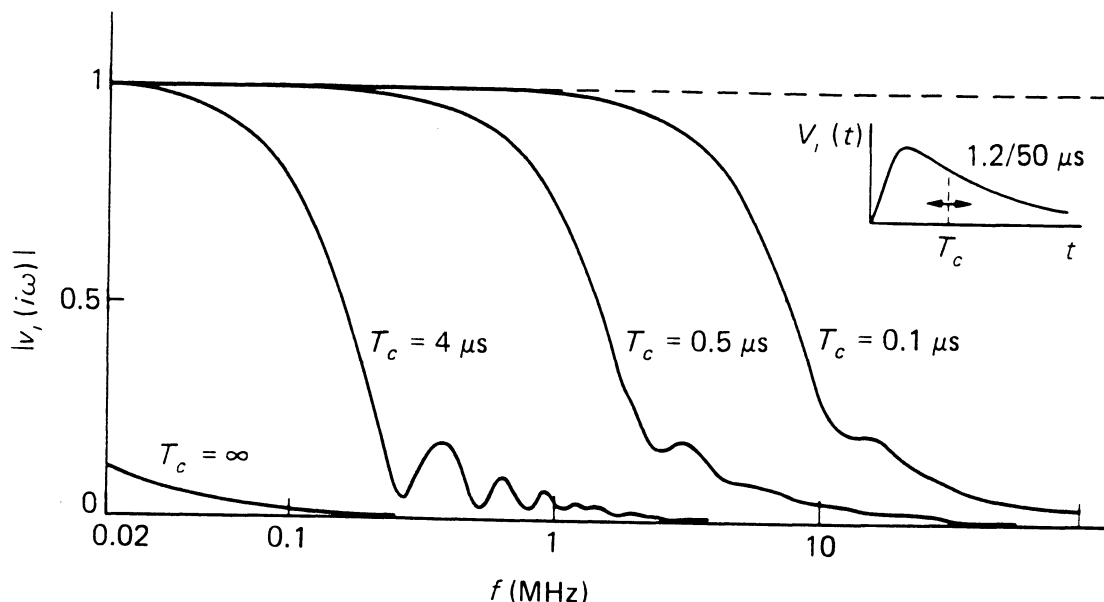
$$\begin{aligned} \text{Im} = & \frac{\tau_1}{1 + (\omega\tau_1)^2} \left\{ \omega\tau_1 - [\omega\tau_1 \cos(\omega T_c) + \text{sen}(\omega T_c)] \exp\left(\frac{-T_c}{\tau_1}\right) \right\} - \dots \\ & \dots - \frac{\tau_2}{1 + (\omega\tau_2)^2} \left\{ \omega\tau_2 - [\omega\tau_2 \cos(\omega T_c) + \text{sen}(\omega T_c)] \exp\left(\frac{-T_c}{\tau_2}\right) \right\} \end{aligned}$$

Admitindo um impulso atmosférico normalizado, conhecido como impulso 1,2/50  $\mu\text{s}$ , teremos  $\tau_1 = 68,2 \mu\text{s}$  e  $\tau_2 = 0,405 \mu\text{s}$  e diferentes tempos de corte  $T_c$ . Para comparação entre os diversos espectros, é conveniente fazermos uma normalização de acordo com a equação (1.5):

$$\dot{v}_1(i\omega) = \frac{\dot{V}_1(i\omega)}{\dot{V}_1(\omega = 0)} \quad (1.5)$$

Na figura 6 a seguir está representado somente o módulo da equação (1.5), que é o conteúdo em amplitude de frequência, para diversos tempos de corte  $T_c$ .

**FIGURA 6.** ESPECTRO DE AMPLITUDE DE FREQUÊNCIA NORMALIZADO DE UM IMPULSO ATMOSFÉRICO, ONDA PLENA E CORTADA.



Analisando a figura 6, podemos facilmente concluir que o conteúdo de harmônicas de uma onda de impulso atmosférica plena ( $T_c \rightarrow \infty$ ) torna-se muito pequeno na gama de frequências de 0,5-1 MHz, logo se a resposta em amplitude de frequência (função de transferência) do sistema de medição for plana até este valor, o sistema de medição não introduzirá obviamente erros significativos na medida da onda.

Já no caso das ondas cortadas, podemos ver que quando menor  $T_c$  maior será o conteúdo de harmônicas. Por exemplo, para  $T_c = 4 \mu s$ , isto é, corte na cauda da onda atmosférica, o conteúdo de harmônicas pode chegar até aproximadamente 3~4 MHz. Se a resposta em amplitude de frequência do sistema de medição for plana até, por exemplo, 1 MHz, teremos mesmo assim uma medida correta do valor de crista, contudo erro apreciável ocorrerá durante o instante de corte. Para a medida ser totalmente correta,

deveríamos ter uma resposta em amplitude de frequência do sistema de medição plana até pelo menos 4 MHz.

Para  $T_c = 0,5 - 0,1 \mu s$ , o conteúdo de harmônicas ultrapassa 100 MHz, o que torna muito difícil construir-se sistemas de medição em alta tensão com resposta em amplitude de frequência que atinjam frequências tão altas.

Para o caso das ondas obtidas em ensaios de perfuração com frente íngreme, poderíamos simulá-las como uma dupla exponencial (equação 1.1) obedecendo a forma de onda da figura 3. A transformada de Fourier desta onda é facilmente calculada e resulta na equação (1.6).

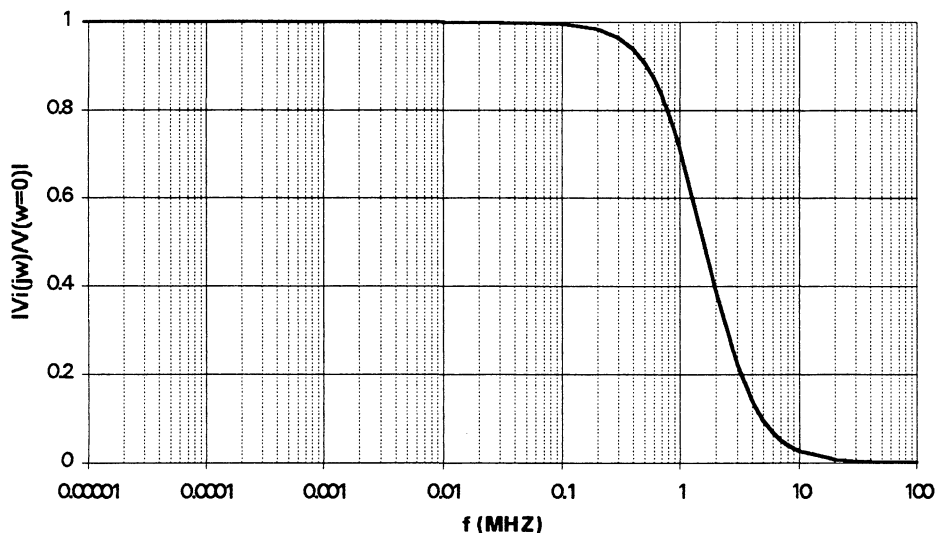
$$\dot{V}_i(i\omega) = A \left[ \left( \frac{\tau_1}{1 + (\omega\tau_1)^2} - \frac{\tau_2}{1 + (\omega\tau_2)^2} \right) - i \left( \frac{\omega\tau_1^2}{1 + (\omega\tau_1)^2} - \frac{\omega\tau_2^2}{1 + (\omega\tau_2)^2} \right) \right] \quad (1.6)$$

Para calcularmos os espectros em amplitude de frequência deste impulso de perfuração, basta apenas substituir os valores de  $\tau_1 = 120 \text{ ns}$  e  $\tau_2 = 80 \text{ ns}$ , normalizar a função e calcular o módulo. Ver equação (1.7).

$$v_i(i\omega) = |\dot{v}_i(i\omega)| = \frac{\dot{V}_i(i\omega)}{\dot{V}_i(\omega = 0)} \quad (1.7)$$

Com a equação (1.7) podemos traçar o gráfico da figura 7. Analisando o conteúdo de harmônicas contido em uma onda típica obtida em ensaio de perfuração podemos verificar que temos componentes significativos até 10 MHz ou mais, ou seja, para medirmos estas ondas em um sistema de medição é necessário que o mesmo tenha espectro de amplitude de frequência plano até pelo menos 10 MHz ou mais.

**FIGURA 7. ESPECTRO DE AMPLITUDE DE FREQUÊNCIA NORMALIZADO DE UM IMPULSO OBTIDO EM ENSAIO DE PERFURAÇÃO.**



Para utilização do método descrito acima, temos, portanto, que conhecer o conteúdo de frequências em um dado sinal e depois verificar se o sistema de medição possui uma relação, cujo espectro em amplitude de frequências seja amplo e plano o suficiente para se medir corretamente o sinal. Infelizmente este procedimento, utilizando função de transferência no domínio da frequência, tem muitos inconvenientes e deve ser aplicado com reservas. Um deles é a dificuldade de obter-se funções de transferência confiáveis para divisores, devido ao alto valor da relação dos mesmos (na prática, aplica-se, através de um gerador de sinais, uma tensão da ordem de algumas dezenas de volts, na entrada do sistema de medição, o qual produzirá, no secundário do sistema, tensões da ordem de algumas dezenas de mV, possivelmente, influenciados por ruídos eletromagnéticos superpostos ao sinal principal). Outro inconveniente é que este procedimento é muito trabalhoso.

Existe, porém, uma outra opção para determinação da adequabilidade de um determinado sistema de medição para medir um determinado sinal com erro especificado. Este método, denominado, "resposta à degrau unitário", é feito no domínio do tempo e tem

tido sua validade testada por muitos trabalhos (16,26,39,41,43,50,54,92). Este método é baseado no fato de que a transformada de Fourier de um degrau de tensão único no tempo é proporcional a  $1/i\omega + \pi \delta(\omega)$  e conseqüentemente todas as frequências estão presentes neste sinal. A idéia é aplicarmos este sinal na entrada do sistema de medição e obteremos na saída do sistema de medição um sinal muito menor, defasado no tempo e distorcido, principalmente na frente do degrau.

Vamos representar a tensão de entrada no sistema de medição pela seguinte função degrau, equação (1.8):

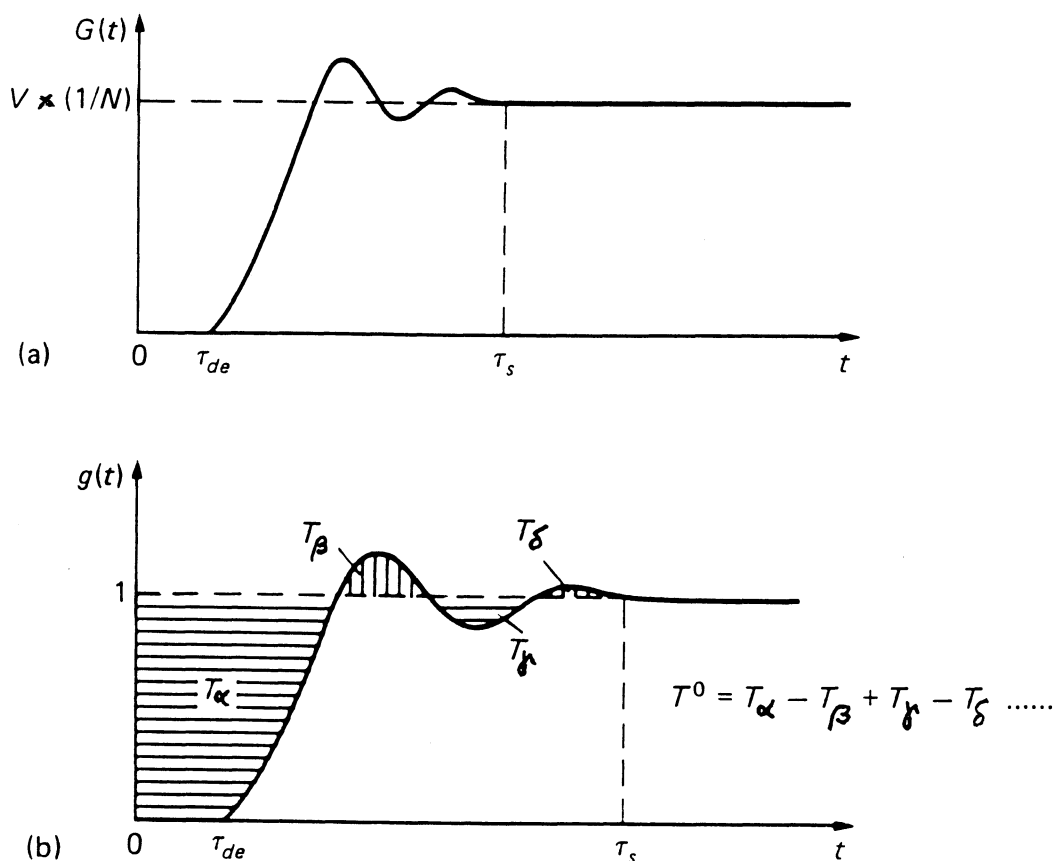
$$v_i(t) = \begin{cases} 0 & p/t < 0 \\ V & p/t > 0. \end{cases} \quad (1.8)$$

A resposta do sistema de medição a este degrau de tensão, vamos chamar de resposta à degrau unitário e denotar por  $G(t)$ , ver figura 8 (a), onde  $t = 0$  é definido pela equação (1.8),  $\tau_{de}$  é tempo de retardo no sinal no sistema de medição e  $V/N$  é o valor final, onde  $N$  é a relação ou fator de atenuação em regime permanente entre a tensão de entrada e de saída do divisor. Quanto antes a resposta atingir este valor final, melhor e mais rápido é o divisor.

A resposta à degrau unitário é facilmente medida através de um osciloscópio conectado à saída do sistema de medição. Com a resposta à degrau medida é possível, através da aplicação do teorema da superposição ou integral de Duhamel, calcular a resposta do sistema de medição a qualquer tensão de entrada arbitrária, ver equação (1.9)

$$v_2(t) = \begin{cases} v_1(t) \cdot G(0^+) + \int_0^t v_1(t) \cdot G'(t - \tau) \cdot d\tau \\ G(t) \cdot v_1(0^+) + \int_0^t v_1'(t - \tau) \cdot G(\tau) \cdot d\tau \end{cases} \quad (1.9)$$

**FIGURA 8. RESPOSTA À DEGRAU UNITÁRIO E DEFINIÇÃO DO TEMPO DE RESPOSTA  $T^0$ . A) RESPOSTA À DEGRAU COMO TENSÃO DE SAÍDA. B) RESPOSTA À DEGRAU UNITÁRIO NORMALIZADO.**



O caso mais clássico da aplicabilidade da resposta à degrau é o caso das ondas de impulso atmosférico cortadas na frente ( $T_c \leq 1\mu s$  na figura 5). O corte na frente da onda pode ser aproximada por uma rampa aproximadamente linear até o tempo  $T_c$ . Vamos assumir que esta rampa seja idealmente linear, onde  $S$  é a ingremidade:

$$v_1(t) = S \cdot t \quad (1.10)$$

Substituindo a equação (1.10) na equação (1.9), obtemos para a tensão de saída:

$$v_2(t) = S \cdot \int_0^t G(\tau) \cdot d\tau = \frac{S}{N} \cdot \int_0^t g(\tau) \cdot d\tau \quad (1.11)$$

Onde  $g(t)$  é a quantidade normalizada da resposta à degrau unitária  $G(t)$ , cujo valor final torna-se 1. (ver figura 8.b). O termo  $N v_2(t)$  representa uma quantidade comparável à  $v_1(t)$  da equação (1.10). Podemos introduzir este termo na equação (1.11) e expandí-la como:

$$N \cdot v_2(t) = S \cdot \left[ t - \int_0^t [1 - g(\tau)] d\tau \right] \quad (1.12)$$

Esta equação relaciona a tensão de saída para uma tensão de entrada crescente  $St$ . O termo integral irá estabilizar a um valor final fixo após um tempo  $\tau_s$ , indicado na figura 8. Este valor final fixo é uma quantidade muito interessante, ele mostra que diferenças em amplitude da entrada  $v_1(t)=St$  e da tensão de saída amplificada  $N v_2(t)$  permanecem constantes. Podemos escrever que:

$$v_1(t) - N \cdot v_2(t) = S \cdot \int_0^{t > \tau_s} [1 - g(\tau)] \cdot d\tau = S \cdot T^0 \quad (1.13)$$

onde:

$$T^0 = \int_0^{\infty} [1 - g(\tau)] \cdot d\tau \quad (1.14)$$

A quantidade expressa na equação (1.14) é denominada tempo de resposta do sistema de medição. Ela é facilmente obtida pela integração das áreas expressas na figura 8.b, contudo em medidas práticas geralmente não se obtém a parcela correspondente a  $\tau_{de}$ . Calcula-se, então, outra quantidade relacionada com a equação (1.14), denominada "Tempo de resposta experimental":

$$T = \int_{\tau_{de}}^{\infty} [1 - g(\tau)] \cdot d\tau = T^0 - \tau_{de} \quad (1.15)$$

Vamos formar a seguinte quantidade, denominada erro na amplitude de tensão:

$$\delta = \frac{N \cdot v_2(T_c + \tau_{de}) - v_1(T_c)}{v_1(T_c)} \quad (1.16)$$

Com auxílio da equação (1.12) temos que:

$$N \cdot v_2(T_c + \tau_{de}) = S \cdot \left[ T_c + \tau_{de} - \int_0^{\infty} [1 - g(\tau)] \cdot d\tau \right] \quad (1.17)$$

Substituindo a equação (1.14) dentro da equação (1.17), obtemos:

$$N \cdot v_2(T_c + \tau_{de}) = S \cdot [T_c + \tau_{de} - T^0] \quad (1.18)$$

Como  $v_1(T_c) = ST_c$  e com os resultados das equações (1.15) e (1.18) levados a equação (1.16), obtemos:

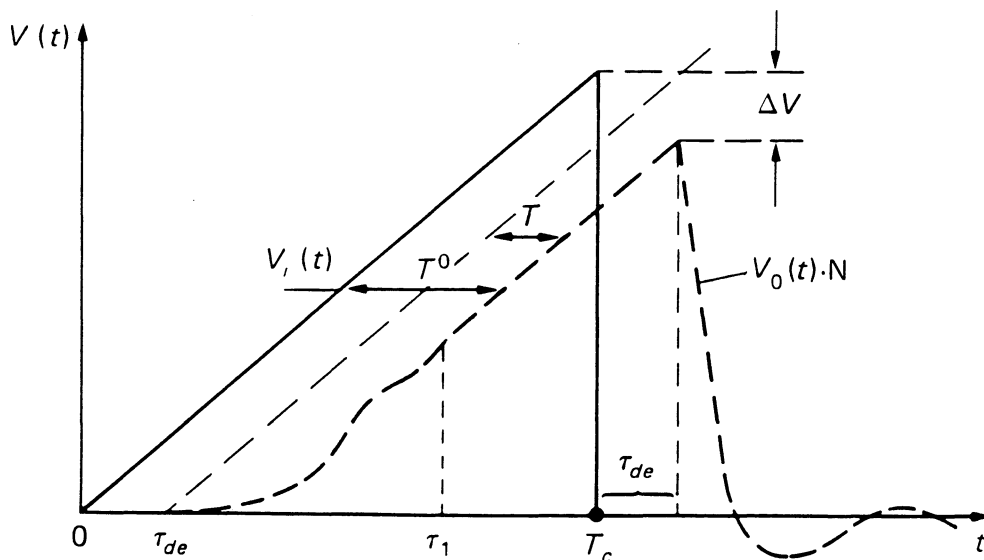
$$\delta = \frac{S \cdot [T_c + \tau_{de} - T^0 - \tau_{de}] - S \cdot T_c}{S \cdot T_c} = - \frac{T^0}{T_c} \quad (1.19)$$

Na figura 9, temos todos os termos acima definidos graficamente desenhados. Podemos ver que este método permite estimar o erro cometido na medida de uma determinada forma de onda através de um parâmetro de resposta à degrau, denominado, tempo de resposta experimental, parâmetro este obtido da resposta à degrau do sistema de medição utilizado para fazer a medida. Este critério tem, evidentemente, algumas desvantagens, como por exemplo, a equação (1.19) só pode ser utilizada se a hipótese inicial de  $v_1(t)$  ser uma rampa linear e  $\tau_s < T_c$  for atendida. Primeiramente uma tensão tipo rampa



linear é um tanto difícil para gerar e ainda mais para confirmar a sua linearidade, uma vez que os valores medidos não são precisos.

**FIGURA 9. ERRO DE MEDIDA  $\Delta V$  PARA RAMPA DE TENSÃO LINEAR CORTADA NO TEMPO  $T_c$ .**



Vimos até aqui a aplicabilidade de um parâmetro de resposta denominado  $T$ , tempo de resposta experimental, para medida de uma forma de onda específica. Existem outros parâmetros derivados da resposta à degrau que podem ser calculados e utilizados para estimar erros em determinadas formas de onda. Muito embora, até a presente data, não seja possível utilizar um conjunto de parâmetros de resposta para determinar erros cometidos por um sistema de medição para uma forma de onda arbitrária, podemos utilizá-los para o caso de ondas íngremes obtidas em ensaios de perfuração.

Em um estudo realizado na Finlândia (2), foram feitas simulações utilizando milhares de respostas à degrau, representando assim milhares de divisores diferentes. Estas respostas foram obtidas através de circuitos equivalentes de sistemas de medição e dentre vários parâmetros de resposta, dois foram combinados de maneira que, quando certos valores dos mesmos fossem obtidos, o erro para se medir a tensão de crista de uma onda de frente íngreme obtida em ensaio de perfuração resultasse em valores inferiores a 5%.

Estes dois parâmetros são o primeiro tempo de resposta parcial  $T_\alpha$  e o tempo de estabilização  $t_s$ , definidos pelas equações abaixo (ver apêndice 2, para mais detalhes):

$$T_\alpha = \int_{\tau_{de}}^{t_1} [1 - g(\tau)] \cdot d\tau \quad (1.20)$$

Onde  $t_1$  é a abscissa de tempo onde a resposta à degrau primeiro cruza o nível unitário. É um tipo de medida semelhante ao tempo de subida ou *rise time*, utilizado, por exemplo, para caracterizar a resposta de um osciloscópio. Ver figura 8. O outro parâmetro é dado pela seguinte equação:

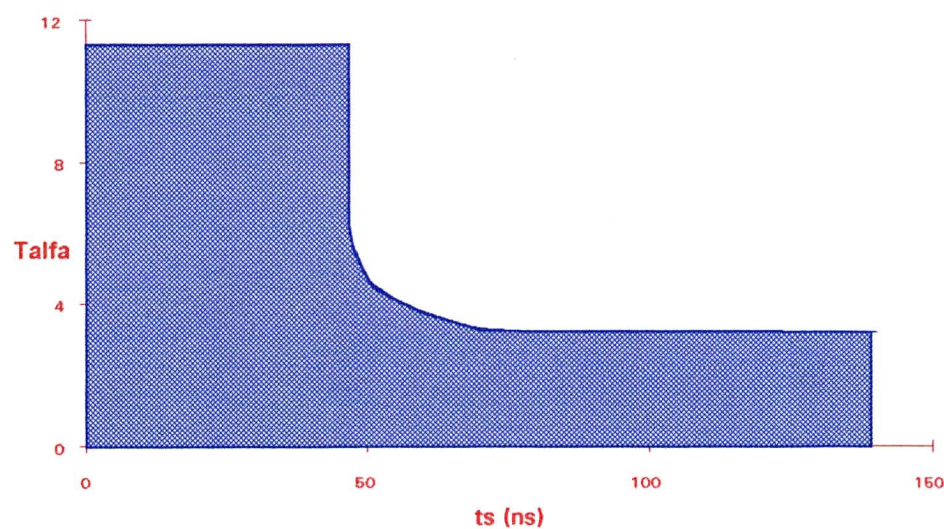
$$\left| \int_{t_s}^{t_{max}} (1 - g(t)) \right| \leq 0.02 \cdot t_s \quad (1.21)$$

Onde  $t_s$  é o menor tempo que satisfaz a inequação (1.21). Este parâmetro é indicativo de quando tempo um dado sistema de medição leva para entrar em regime permanente (*steady-state*), após uma excitação do tipo degrau de tensão.

O estudo anteriormente citado conclui que se em um dado sistema de medição, obtivéssemos  $T_\alpha$  e  $t_s$  dentro da área hachureada da figura 10 a seguir, o erro cometido pelo

mesmo, para medir a amplitude de ondas íngremes obtidas em ensaios de perfuração seriam menores que 5%.

**FIGURA 10. RELAÇÃO ENTRE  $T_\alpha$  E  $t_s$  NECESSÁRIA PARA LIMITAR O ERRO NA TENSÃO DE CRISTA EM 5% PARA RESPOSTAS À DEGRAU OSCILANTES (SOBREOSCILAÇÃO  $\beta > 2$  %). (2)**



No próximo item, discutiremos, quais seriam os sistemas de medição que atendessem aos requisitos descritos acima em relação a resposta em amplitude de frequência e parâmetros de resposta à degrau especificados.

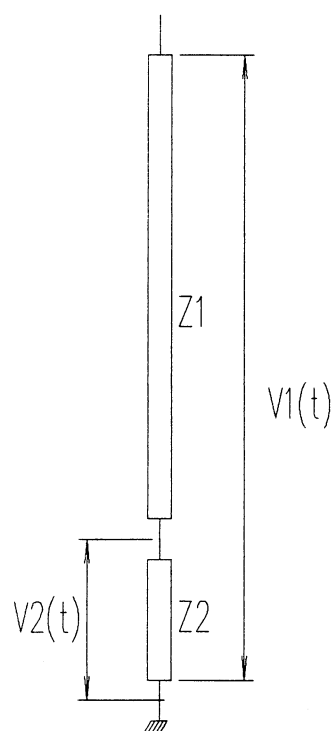
## **2 PARTE TEÓRICA**

### **2.1 TEORIA SOBRE DIVISORES (42,54)**

Na metrologia de alta tensão existem vários métodos para medir as altas tensões, sejam elas, CC, CA e Impulsivas. Um desses métodos é a utilização de um divisor de tensão para fracionar extra alta tensões a níveis compatíveis com instrumentos convencionais de medida (voltímetros e osciloscópios), os quais trabalham, no máximo, até aproximadamente 1500 V de crista. Os divisores são a parte principal dos sistemas de medição em AT.

O diagrama mais simples de um divisor é o mostrado na figura 11, onde  $Z_1$  representa a impedância da unidade primária e  $Z_2$  a da unidade secundária. O fracionamento da tensão, ou seja, a relação entre a tensão aplicada entre o terminal de alta tensão  $V_1(t)$  e o obtido na baixa tensão  $V_2(t)$  é conhecido como a relação do divisor  $N$ . É possível também expressar esta relação através das impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$  (ver equação 2.1).

**FIGURA 11. DIAGRAMA SIMPLIFICADO DE UM DIVISOR.**



$$N = \frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = \frac{Z_1}{Z_2} + 1 \quad (2.1)$$

As impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$  podem ser construídas de resistores, capacitores ou combinações convenientes desses elementos. Os elementos são geralmente instalados dentro de cilindros isolantes onde, dependendo do tipo de divisor, é necessário adicionar-se óleo isolante. A altura da coluna da unidade primária depende principalmente, entre outros fatores, da tensão disruptiva da coluna, quando maior a coluna maior a tensão nominal de trabalho do divisor. Esta tensão disruptiva é também influenciada pela distribuição de tensão

ao longo da coluna, e portanto do projeto do eletrodo de alta tensão, a ser instalado na parte superior do divisor.

Como regra geral admi-ti-se as seguintes distâncias de isolamento entre eletrodo de alta tensão e terra ou estruturas aterradas:

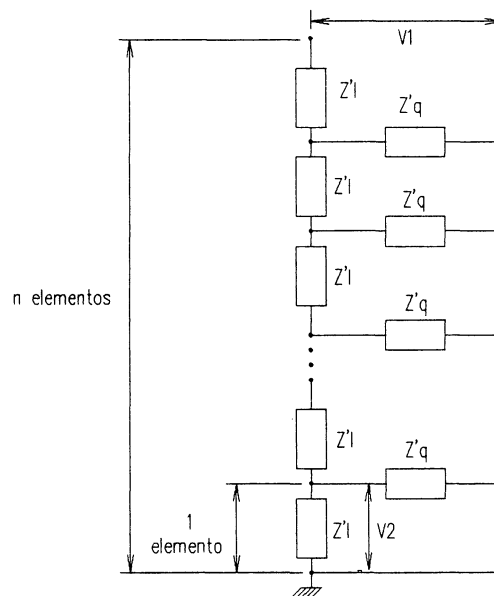
- 2,5 a 3 m/MV para tensões CC
- mais de 5 m/MV<sub>rms</sub> para tensões CA
- mais de 4 m/MV para tensões de impulso de manobra (250/2500  $\mu$ s)
- 2 a 2,5 m/MV para tensões de impulso atmosférico (1,2/50  $\mu$ s)

Uma das grandes dificuldades em metrologia de alta tensão é a simulação do circuito elétrico real dos divisores. Isto em grande parte é devido a inadequada representação das capacitâncias parasitas dos mesmos. Estas capacitâncias parasitas ocorrem em qualquer parte da coluna da unidade primária para estruturas aterradas (incluindo o terra do laboratório) e elas existem também entre a coluna da unidade primária e o eletrodo superior desta e entre secções da própria coluna. Um outro fator que contribui para agravar o problema é que é muito difícil apresentar um circuito equivalente com parâmetros distribuídos, porque é necessário, para representar o tamanho físico da coluna, um grande número de elementos individuais de diferentes valores.

Tendo em vista o exposto no parágrafo anterior, a dedução matemática da função de transferência de sistemas de medição é uma solução de compromisso, pois depende de várias simplificações, como por exemplo, assumindo que as capacitâncias parasitas serão igualmente distribuídas ao longo da coluna. Funções de transferência calculadas com estas simplificações são, no entanto, úteis para projetar divisores. Vamos admitir um divisor de tensão generalizado, ver figura 12, onde a unidade primária é formada por um grande número ( $n$ ) de elementos ou secções de impedância  $Z'_i$  conectadas em série e responsáveis pela redução da tensão. Um número igual de impedâncias  $Z'_q$  para terra distribuídas ao longo

da coluna representarão as capacitâncias parasitas. Uma tensão  $V_1$  aplicada ao eletrodo de alta tensão do divisor será amplamente reduzida a uma pequena tensão  $V_2$  na saída do sistema. As impedâncias totais deste divisor estão definidas na equação (2.2).

**FIGURA 12. CIRCUITO EQUIVALENTE DE UM DIVISOR GENERALIZADO COM PARÂMETROS DISTRIBUÍDOS.**



$$Z_i = \sum Z'_i = n \cdot Z'_i; \quad Z_q = \left( \sum \frac{1}{Z'_q} \right)^{-1} = \frac{Z'_q}{n} \quad (2.2)$$

É possível aplicar a teoria de matrizes a malha do circuito da figura 12, a qual é equivalente a malha ou circuito de um linha de transmissão com parâmetros distribuídos. Através dessa teoria é possível encontrar facilmente a função de transferência normalizada no domínio da variável da transformada de Laplace, ver equação (2.3):

$$h(s) = \frac{nV_2}{V_1} = \frac{n \sinh\left(\frac{1}{n} \sqrt{\frac{Z_1(s)}{Z_q(s)}}\right)}{\sinh\sqrt{\frac{Z_1(s)}{Z_q(s)}}} \quad (2.3)$$

A resposta à degrau normalizada pode ser derivada da equação (2.3) e é dada pela expressão seguinte, ver equação (2.4):

$$g(t) = \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s} \cdot h(s)\right] \quad (2.4)$$

Ambas as quantidades, expressas pelas equações (2.3) e (2.4) podem ser calculadas e analisadas para diferentes circuitos equivalentes de divisores, para os quais as impedâncias  $Z'_1$  e  $Z'_q$  estejam especificadas.  $Z'_q$  será, contudo, representada sempre por capacitâncias parasitas  $C'_e$  para terra, uma vez que não se conhece nenhum exemplo de um divisor que tenha outro tipo de elemento nesta localização. Esta capacitância é assumida ser igualmente distribuída ao longo das secções da unidade primária.

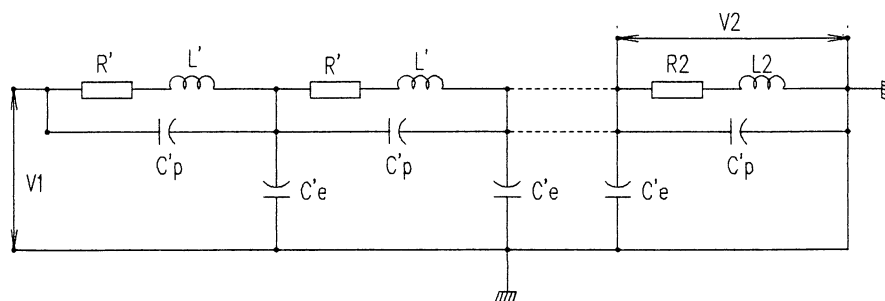
### 2.1.1 DIVISORES RESISTIVOS "PUROS"

Nestes divisores a unidade primária é geralmente formada por um fio, com uma certa resistividade, enrolado de maneira anti-indutiva e instalado dentro de uma coluna cilíndrica isolante preenchida com óleo isolante. A unidade secundária tem um projeto coaxial, com um grande número de resistores de carbono ligados em paralelo, minimizando-se assim as indutâncias residuais dos mesmos. A melhor representação desses divisores é assumir para uma secção da unidade primária uma resistência  $R'$  em série com uma indutância residual  $L'$ , esta última sempre inerente com qualquer fluxo de corrente devido ao campo magnético formado. Existe também uma pequena capacitância entre secções,  $C'_p$ , formada na



construção dos resistores e as capacitâncias parasitas das secções em relação à terra,  $C'_e$ . Na figura 13 está representado um diagrama do circuito equivalente deste tipo de divisor, com o qual podemos escrever as relações da equação (2.5).

**FIGURA 13. CIRCUITO EQUIVALENTE DO DIVISOR RESISTIVO**



$$R = nR'; L = nL'; C_e = nC'_e; C_p = C'_p/n \quad (2.5)$$

$$R_2 = R'; L_2 = L'; R_1 = (n - 1) \cdot R'$$

Substituindo os valores encontrados na equação (2.5) na equação (2.3) obtemos a seguinte relação, dada pela equação (2.6):

$$h(s) = n \frac{\sinh \left[ \frac{1}{n} \sqrt{\frac{(R + sL)sC_e}{1 + (R + sL)sC_p}} \right]}{\sinh \left[ \sqrt{\frac{(R + sL)sC_e}{1 + (R + sL)sC_p}} \right]} \quad (2.6)$$

Através da equação (2.4) é possível calcular a resposta à degrau unitário normalizada, com auxílio da equação (2.6), onde admitiu-se uma aproximação, plenamente justificável, que  $n \gg 1$ . O resultado é expresso na equação (2.7).

$$g(t) = 1 + 2 \exp(-at) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\cosh(b_k t) + \frac{a}{b_k} \sinh(b_k t)}{1 + \frac{C_p}{C_e} k^2 \pi^2} \quad (2.7)$$

onde:

$$a = R/(2L)$$

$$b_k = \sqrt{a^2 - \frac{k^2 \pi^2}{LC_e [1 + (C_p/C_e) k^2 \pi^2]}}$$

Para calcular numericamente as equações (2.6) e (2.7), podemos fazer algumas simplificações, que auxiliarão a obter expressões mais simples e manuseáveis. Uma simplificação plausível é desprezar os valores de  $L$  e  $C_p$  nas equações acima. Isto é justificável, somente quando a construção do divisor é feita de maneira a obter uma indutância residual muito pequena, da ordem de alguns  $\mu\text{H}$ . Obteremos então as seguintes expressões.

$$h(s) \approx n \frac{\sinh\left[\frac{1}{n} \sqrt{sRC_e}\right]}{\sinh\sqrt{sRC_e}} \quad (2.8)$$

$$g(t) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \exp\left[-\frac{k^2 \pi^2}{RC_e} t\right] \quad (2.9)$$

Com a equação (2.8) é possível calcular o espectro em amplitude de frequências do divisor  $|h(s)|$ , que será constante em frequências baixas e continuamente decrescente em frequências mais altas. Logo é possível encontrar a largura de banda passante, definida por uma frequência  $f_b$ , onde a resposta em amplitude de frequência do divisor atinge uma amplitude de  $1/\sqrt{2}$ . Este valor é dado pela expressão (2.10):

$$f_b = \frac{1,46}{RC_e} \quad (2.10)$$

Similarmente, o tempo de resposta  $T^0$  pode ser calculado aplicando a equação (1.14) e obter:

$$T^0 = \frac{RC_e}{6} \approx T \quad (2.11)$$

Através de  $f_b$  e  $T^0$ , podemos verificar como seria o projeto de um divisor resistivo puro, para os diversos tipos de tensões a serem medidas. Um dado importante, que pode ser confirmado por cálculo envolvendo as dimensões físicas das estruturas é o valor aproximado de  $C_e$ , dado pela expressão abaixo, onde  $H$  é a altura da coluna da unidade primária:

$$C_e [pF] \approx (10...15) \cdot H[m] \quad (2.12)$$

Para utilizar este divisor para medidas de tensão CC ou CA, devemos lembrar que, para efeito de limitar o carregamento das fontes CC ou CA e garantir que a transferência de calor do corpo do resistor por convecção seja adequado é praxe limitar a corrente através dos mesmos em 1 a 2 mA. Podemos, portanto, escrever a seguinte relação para valores resistivos para divisores CC e CA, onde  $V$  é a tensão de operação do divisor:

$$R[G\Omega] \approx (1...2) \cdot V[MV] \quad (2.13)$$

Podemos agora combinar a equação (2.10) com as equações (2.12) e (2.13) e obter:

$$f_b \approx \frac{50...150}{HV} \begin{cases} f_b [Hz] \\ H[m] \\ V[MV] \end{cases} \quad (2.14)$$

Com auxílio da equação (2.14) verificamos que para medir uma tensão de 1 MV em CC, requerendo para isso uma altura da coluna da unidade primária da ordem de 3 m, teremos uma banda passante da ordem de 50 Hz. É possível, portanto, medir a componente CC da tensão, contudo, não será possível medir ondulações na tensão (*ripple*), que exigiria uma banda passante de algumas centenas de Hz. Isto limita o uso de divisores resistivos puros para tensões de aproximadamente 100 kV CC, uma vez que as ondulações na tensão devem ser medidas corretamente por requisitos de norma.

No caso das tensões alternadas, medidas precisas em 60 Hz e harmônicas de ordem superior, superpostas a onda fundamental, exigiriam uma banda passante de pelo menos 1 kHz, resultando em um produto HV da ordem de 100kVm na equação (2.14). Lembrando que para CA, a distância de isolamento recomendada para a unidade primária é de  $5\text{m}/\text{MV}_{\text{rms}}$ , limitaremos a tensão de operação de divisores resistivos para CA em 100 a 200  $\text{kV}_{\text{rms}}$  no máximo.

Para as tensões impulsivas os requisitos de banda passante são bem mais rigorosos, podendo chegar a mais de 10 MHz para uma onda de impulso atmosférico cortada em um tempo de  $0,5 \mu\text{s}$ , ver figura 6. Analisando a equação (2.10), verificamos que é possível aumentar a banda passante diminuindo  $R$  ou  $C_e$  ou ambas.

Diminuir  $C_e$  por um fator de 5 a 10 vezes é possível, através de uma blindagem da unidade primária, contudo, além desta redução ser insuficiente, as equações utilizadas até aqui teriam que ser reavaliadas. Logo, a única solução exequível é diminuir drasticamente o valor de  $R$ . Como exemplo, vamos tomar uma onda de impulso atmosférico cortada em um tempo de  $0,5 \mu\text{s}$ , admitindo que a mesma pode ser simulada por uma rampa de tensão linear. As normas de metrologia em alta tensão exigem que para a onda de tensão descrita acima, o erro cometido pelo sistema de medição seja inferior a 5%, logo, através da equação (1.19) chegamos a conclusão que necessitamos de um tempo de resposta  $T = 25 \text{ ns}$ . Supondo que vamos construir um divisor de 1m de altura e para 0,5 MV, obteremos, substituindo estes valores na equação (2.11) em conjunto com (2.12), a um valor para a resistência da unidade

primária de  $15\text{ k}\Omega$ . Similarmente podemos chegar a este mesmo valor via equação (2.10), considerando a banda passante necessária.

Este valor de resistência muito baixo pode sobrecarregar o gerador de impulsos, contudo, ajustando corretamente algumas resistências no gerador, é possível utilizar divisores resistivos puros de baixa impedância para medir ondas de impulso atmosférico cortadas. Um outro fator importante é a dissipação de calor dentro da unidade resistiva. Para valores constantes de  $R$  e com tensões crescentes, a energia dissipada nos materiais resistivos é proporcional a  $V^2$ . Durante o curto tempo de aplicação da tensão a dissipação do calor para o ambiente é mínima, logo, a energia é armazenada na massa do resistor.

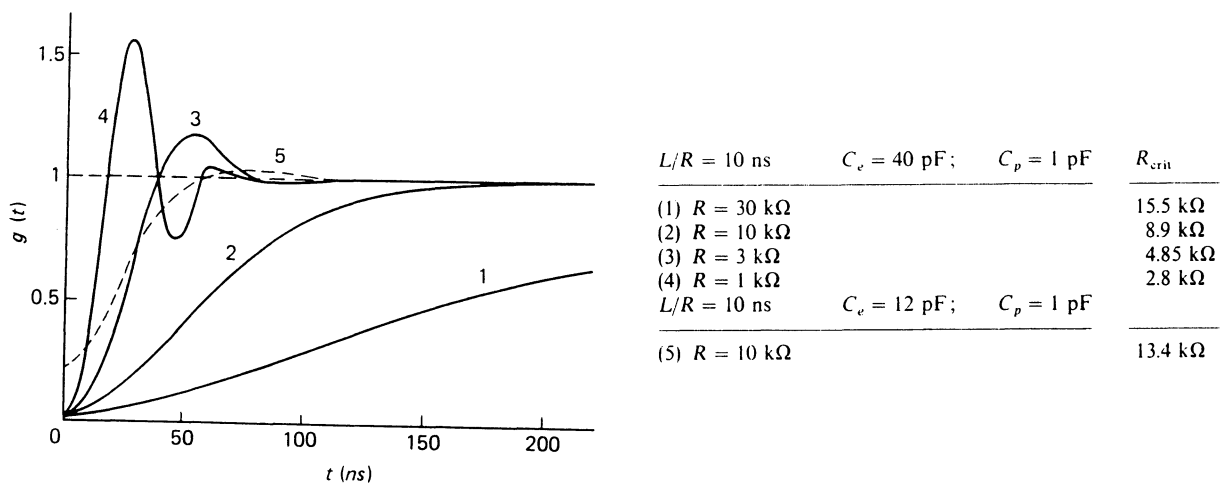
Para o caso das ondas plenas, o problema da dissipação do calor se agrava. Para resistores construídos com fio enrolado, o cálculo do aumento da temperatura indica que o valor da resistência da unidade primária de divisores resistivos puros devem estar na faixa de  $10\text{-}20\text{ k}\Omega$  e tensões da ordem de  $1\text{ a }2\text{ MV}$  para uma dissipação de calor satisfatória.

É possível ainda reduzir o valor de resistência da unidade primária de divisores resistivos puros a níveis de  $1\text{ k}\Omega$ , se o mesmo for utilizado apenas para medição de ondas cortadas na frente de curta duração ( $T_c \leq 1\mu\text{s}$ ) ou de ondas de frente íngreme obtidas em ensaios de perfuração, os quais não exigiriam muito em termos de dissipação de calor. Os requisitos de banda passante são da ordem de  $10\text{ MHz}$  ou mais, como podemos concluir analisando as figuras 6 e 7. É essencial neste tipo de projeto reduzir ao máximo o valor da constante de tempo indutiva  $L/R$ . Na figura 14 temos um exemplo da avaliação numérica da equação (2.7) para valores baixos de  $R$ . Podemos verificar que, para valores muito pequenos de  $R$ , a resposta á degrau oscila, mesmo mantendo os valores de  $L/R$ ,  $C_p$  e  $C_e$  constantes. A razão para esta oscilação pode ser facilmente explicada pela análise da equação (2.7). Embora o termo de amortecimento exponencial  $\exp(-at)$  permaneça constante na série infinita, as funções hiperbólicas mudarão para funções trigonométricas, dependendo do número de série  $k$ . O termo mais eficiente desta série é o primeiro ( $k=1$ ). Para este termo a transição ocorre se  $b_k$  tornar-se complexo, portanto temos:

$$R_{crit} \approx R \leq 2\pi \sqrt{\frac{L}{C_e} \frac{1}{1 + \pi^2 C_p/C_e}} \quad (2.15)$$

Esta resistência crítica está incluída na tabela da figura 14, e sempre que o valor de  $R$  for menor que  $R_{crit}$ , a resposta à degrau será oscilatória.

**FIGURA 14. RESPOSTA À DEGRAU UNITÁRIO CALCULADO PARA DIVISORES RESISTIVOS DE ACORDO COM A EQUAÇÃO (2.7).**



### 2.1.2 DIVISORES MISTOS CAPACITIVOS-RESISTIVOS EM PARALELO

O problema dos divisores resistivos puros são as capacitâncias parasitas para as partes aterradas. Com intuito de reduzir o efeito destas capacitâncias, foi desenvolvido um divisor, o qual as capacitância parasitas  $C'_p$  teriam seus valores aumentados através de capacitância reais colocadas em paralelo com os resistores  $R'$ . Esta idéia de utilizar um arranjo paralelo em divisores para alta tensão já era uma técnica comum utilizada em atenuadores de osciloscópios, conhecida como divisores resistivos compensados.

No cálculo da resposta à degrau deste tipo de divisor, não será mais possível admitir a simplificação de que  $C_p \ll C_e$  ou mesmo  $C_p = 0$ . Podemos ver que na figura 14, que mesmo com  $C_p = 1$  pF, este pequeno valor causa uma excitação tipo degrau em  $t = 0^+$ . Se aumentarmos  $C_p$  é evidente que este degrau, proporcional a relação  $C_p/C_e$  (compare as curvas 1 a 4 com 5 na figura 14), aumentará também. A questão é, então, se podemos aumentar a relação  $C_p/C_e$  o suficiente para que este pequeno degrau alcance o valor final unitário.

Para analisar este problema podemos utilizar o circuito equivalente da figura 13, onde os valores de  $C'_p$  seriam capacitores reais. A aplicabilidade deste circuito provou-se ser inadequada para analisar este problema em altas frequências ou respostas à degrau na gama de ns ou mesmo  $\mu$ s. A razão para isso é que a indutância inerente nestes capacitores ( $C'_p$ ) causam uma ressonância série, cuja frequência é relativamente baixa para os valores de capacitância capazes de compensar o efeito descrito no parágrafo anterior.

Podemos, conseqüentemente, utilizar o circuito equivalente da figura 13, para frequências baixas e desprezar a indutância residual  $L'$ , uma vez que a mesma, nesta gama de frequências, não é mais importante. O cálculo da função de transferência normalizada e da resposta à degrau unitário permite escrever as seguintes relações para elementos iguais nas unidades primária e secundária do divisor misto, ou seja,  $R_2C_2 = R'C'_p$ :

$$h(s) = n \frac{\sinh \left[ \frac{1}{n} \sqrt{\frac{sRC_e}{1 + sRC_p}} \right]}{\sinh \left[ \sqrt{\frac{sRC_e}{1 + sRC_p}} \right]} \quad (2.16)$$

$$g(t) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\exp(-a_k t)}{1 + k^2 \pi^2 C_p/C_e} \quad (2.17)$$

onde:

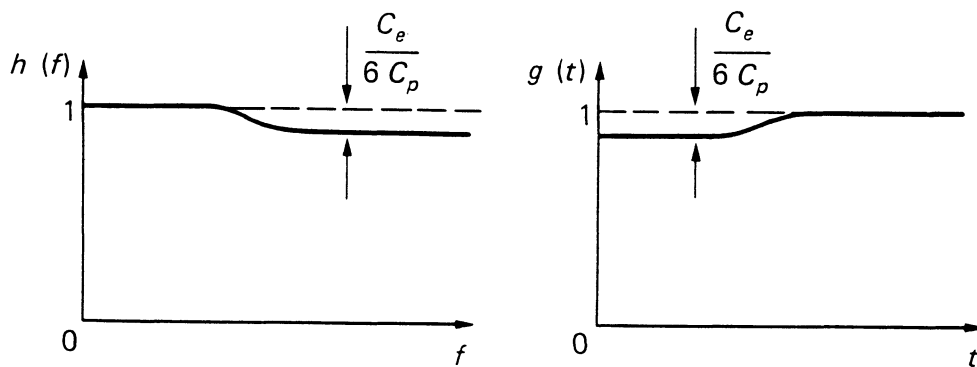
$$a_k = \frac{k^2 \pi^2}{RC_e (1 + k^2 \pi^2 C_p / C_e)}$$

Podemos agora verificar se o problema descrito no segundo parágrafo deste item é detectável. Vamos calcular qual será o resultado da aplicação da equação (2.16) para baixas e médias frequências, fazendo:

$$\lim_{s \rightarrow 0} [h(s)] = 1; \quad \lim_{s \rightarrow \infty} [h(s)] = 1 - \frac{C_e}{6C_p} \quad (2.18)$$

Similarmente, esta mesma análise pode ser feita para tempos muito curtos e muito longos, obtendo o mesmo valor da equação (2.18).

**FIGURA 15.** ESPECTROS NORMALIZADOS DE: a) RESPOSTA EM AMPLITUDE DE FREQUÊNCIA; b) RESPOSTA À DEGRAU



Na figura 15, um esquema da resposta em amplitude de frequência e da resposta à degrau unitário mostra esta diferença na relação, causada pela quantidade  $C_e/6C_p$ , requerendo valores elevados de  $C_p$  para reduzir esta diferença a um valor muito pequeno. Harada et alli <sup>(54)</sup> mostraram que é possível compensar este efeito através da redução do



valor de  $C_2$  da unidade secundária, aumentando assim a queda de tensão para altas frequências, a condição para isto calculada por Harada é:

$$R_2 C_2 \approx RC_p \left[ 1 - \frac{C_e}{6C_p} \right] \quad (2.19)$$

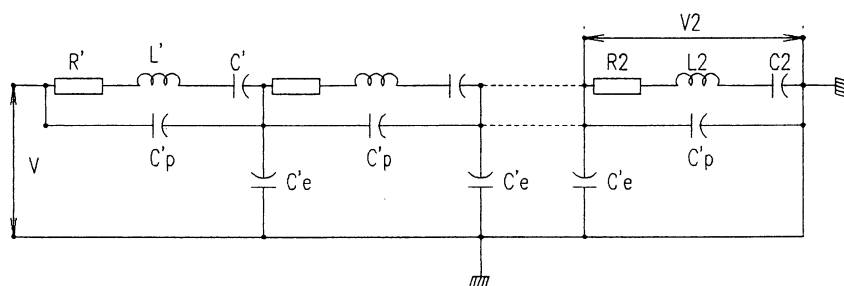
Apesar deste cálculo, é possível que haja ainda alguma descontinuidade na resposta em frequência e resposta à degrau. Recomenda-se, portanto, não utilizar este circuito para metrologia de alta tensão no que se refere a impulsos de curta duração. Contudo, para medidas em altas tensões CC e CA, este é um divisor que apresenta um desempenho muito bom, principalmente na gama de frequências de 100 Hz até uns 100 kHz, dependendo do tamanho do divisor. É possível também algum tipo de amortecimento do fenômeno de ressonância dentro dos capacitores através da inserção de resistências séries com os mesmos.

### 2.1.3 DIVISORES CAPACITIVOS "PUROS"

As unidades primárias destes divisores são formadas conectando-se várias unidades em série, sendo que estas unidades podem ser construídas por um grande número de pequenos capacitores formados por folhas metálicas isoladas com papel e óleo isolante. Uma outra possibilidade, embora bem mais cara, é formar uma unidade primária única utilizando um capacitor a gás comprimido (geralmente SF<sub>6</sub>). A grande vantagem deste último é que pode-se evitar as capacitâncias parasitas e através de um projeto muito cuidadoso é possível obter um divisor com uma performance muito boa para altas frequências. O circuito equivalente desses divisores está representado na figura 16, onde as unidades capacitivas são representadas por  $C'$ , e  $L'$  a indutância inerente sempre presente. A resistência  $R'$  pode ser usada para simular ou as perdas ativas dentro das unidades capacitivas ou resistores reais em

série com as unidades capacitivas formando os assim chamados divisores capacitivos amortecidos. Existe também uma pequena capacitância parasita entre as unidades capacitivas  $C'_p$  e as capacitâncias parasitas para terra  $C'_e$ , completando assim o circuito equivalente.

**FIGURA 16. CIRCUITO EQUIVALENTE PARA DIVISORES CAPACITIVOS PUROS E CAPACITIVOS AMORTECIDOS.**



Para o circuito equivalente da figura 16, podemos escrever as seguintes relações.

$$\begin{aligned} R &= nR'; L = nL'; C_e = nC'_e; C = C'/n; \\ C_p &= C'_p/n; R_2 = R'; L_2 = L'; C_2 = C' \end{aligned} \quad (2.20)$$

A resposta à degrau unitário pode ser escrita substituindo os valores da equação (2.20) nas equações (2.3) e (2.4), obtendo a equação (2.21):

$$g(t) = 1 - \frac{C_e}{6(C + C_p)} + 2 \exp(-at) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\cosh(b_k t) + \frac{a}{b_k} \sinh(b_k t)}{AB} \quad (2.21)$$

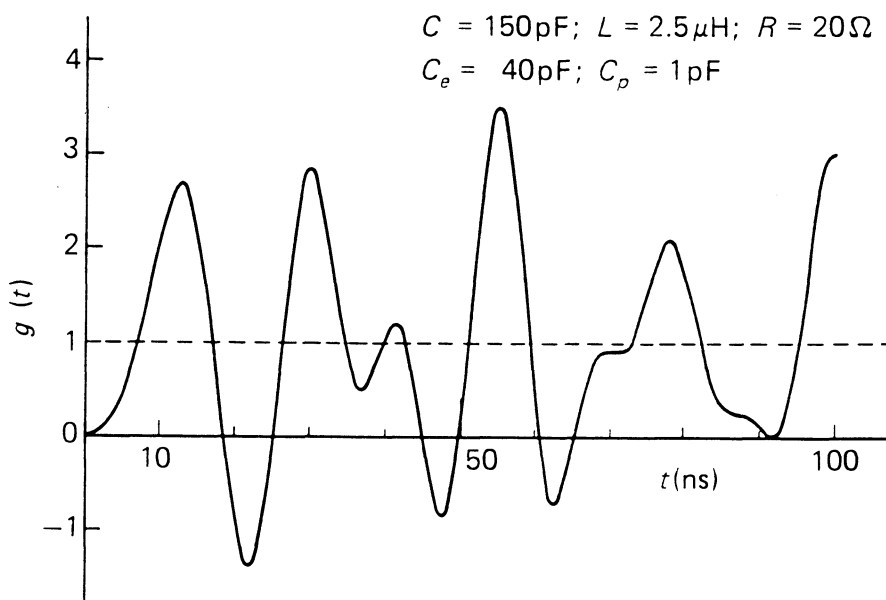
Onde :

$$A = \left( 1 + \frac{C_p}{6(C + C_p)} + \frac{C_e}{C k^2 \pi^2} \right); \quad a = \frac{R}{2L};$$

$$B = \left( 1 + \frac{C_p k^2 \pi^2}{C_e} \right); \quad b_k = \sqrt{a^2 - \frac{k^2 \pi^2 A}{LC_e B}}$$

Para simularmos o divisor capacitivo puro, podemos fazer  $R=0$  na equação (2.21), contudo ela se torna muito complexa, pois o termo de amortecimento  $\exp(-at)$  será igual a 1, e todas funções hiperbólicas convergirão para funções trigonométricas. Consequentemente a avaliação numérica desta equação fica muito difícil, pois teremos uma somatória com número infinito de termos senoidais. Por outro lado, é irrealístico assumir  $R = 0$ , pois temos perdas ativas no dielétrico dos capacitores e eletrodos dos mesmos, o valor de  $R$  pode ser estimado através da tangente do ângulo de perdas assumindo um circuito equivalente série, que é igual a  $\operatorname{tg}\delta = \omega RC$ . Uma vez que a tangente, para a maior parte dos materiais utilizados, é aproximadamente constante com a frequência, nenhum valor constante de  $R$  pode levar em conta este efeito. Contudo um valor de  $R = 20 \Omega$  foi determinado por medidas práticas, e obteve-se a seguinte resposta à degrau (ver figura 17).

**FIGURA 17. RESPOSTA À DEGRAU UNITÁRIO CALCULADA PARA DIVISOR CAPACITIVO PURO.**



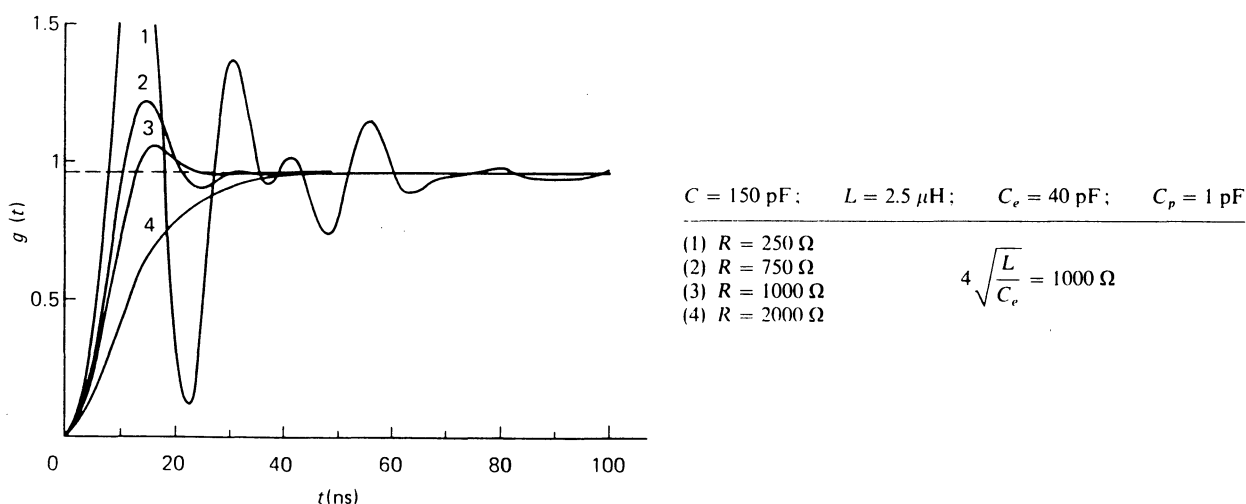
Analisando a figura 17, vemos que a resposta à degrau é oscilatória. Sabendo-se que a unidade primária é considerada um circuito de parâmetros distribuídos, similar a uma linha de transmissão, ocorre que devido as baixas perdas na capacitância da unidade primária, reflexões do degrau de tensão nas extremidades do divisor não serão atenuadas convenientemente e causarão as oscilações representadas na figura 17. Estas oscilações são, portanto, facilmente explicadas pela teoria das linhas de transmissão a luz das indutâncias residuais de  $C$ .

Devido a alta sensibilidade dos divisores capacitivos puros a tensões de entrada de curta duração, não oscilatórias, causando uma tensão de saída oscilatória, desaconselha-se a utilização deste divisor para tensões de impulso com frente íngreme ou cortadas ou qualquer outro fenômeno altamente transitório. É um divisor adequado para tensões CA ou impulsos mais lentos, por exemplo, impulsos de manobra.

#### **2.1.4 DIVISORES CAPACITIVOS AMORTECIDOS**

Um aperfeiçoamento dos divisores capacitivos puros foi desenvolvido através da análise do circuito equivalente da figura 16. Pensou-se que para amortecer as oscilações presentes na resposta à degrau do divisor poder-se-ia aumentar o valor da resistência série  $R'$ , de um valor apenas suficiente para amortecer as oscilações, obtendo assim um comportamento transitório mais adequado. Uma equação similar a equação (2.15) poderia ser derivada, calculando a transição de funções hiperbólicas para funções trigonométricas, onde o argumento  $b_k$  com  $k = 1$  (termo mais importante) na equação (2.21), resultando em uma resistência crítica.

**FIGURA 18.** RESPOSTA À DEGRAU UNITÁRIO CALCULADO PARA UM DIVISOR CAPACITIVO AMORTECIDO DE ACORDO COM A EQUAÇÃO (2.15).



Uma avaliação da resposta à degrau unitário para um divisor de acordo com a equação (2.21), admitindo uma tensão nominal de 1 MV e 3 m de altura é apresentado na figura 18, onde podemos ver o efeito da magnitude da resistência  $R$ . O valor da resistência crítica, para obter uma resposta bem amortecida, é dada por:

$$R \approx 4 \sqrt{\frac{L}{C_e}} \quad (2.22)$$

Com valores mais baixos que a resistência crítica é observado um oscilação da resposta à degrau, contudo, estes valores são aceitáveis. O tempo de resposta  $T$  pode calculado para esses divisores via função de transferência ou pela equação (2.21). Os valores calculados de  $T$ , para resistências relativamente pequenas para amortecer as oscilações, não aumentam significativamente.

A impedância de entrada destes divisores aumenta com a diminuição da frequência, não carregando em demasia os sistemas de geração. Sua aplicação para CA, impulso de

manobra e impulso atmosférico sem nenhuma restrição é, portanto, possível. Esses divisores não são limitados pela tensão de entrada, uma vez que é possível interligar um grande número de capacitores em série. São conhecidos como divisores de uso geral, podendo inclusive medir CC, através da construção de uma resistência de alto valor paralela à coluna da unidade primária.

Sua única limitação é que não alcança um comportamento adequado para as altas frequências, como é o caso de ondas atmosféricas cortadas na frente ( $T_c < 1 \mu s$ ) e ondas íngremes obtidas em ensaios de perfuração sob impulso atmosférico. É possível, no entanto, melhorar bastante seu desempenho através de um projeto adequado da unidade secundária, a qual é formada também pela conexão série entre capacitores e resistores.

### 2.1.5 ESCOLHA DO TIPO DE DIVISOR E DO MATERIAL RESISTIVO

Analisando cuidadosamente os divisores básicos expostos nos itens 2.1.1 a 2.1.4, chegamos facilmente a conclusão que o divisor mais adequado, para medida de ondas íngremes obtidas em ensaio de perfuração sob impulso atmosférico, seria um divisor resistivo puro, pois para efetuar medidas precisas (erro  $< 5\%$ ) em ensaios de frente de onda em isoladores é necessário que os parâmetros  $T_\alpha$  e  $t_s$ , obtidos da resposta à degrau unitário do sistema de medição, estejam dentro da área hachureada da figura 10. Pela análise da figura 14 constatamos que para obter-se o valor de  $T_\alpha$  adequado é necessário escolher a resposta de maior íngremidade, ou seja, à obtida para valor de  $R \approx 1 \text{ k}\Omega$ , sem, no entanto, ser excessivamente oscilatória, obtendo assim um valor de  $t_s$  compatível. Similarmente, através da equação (2.10), onde a largura da banda passante pode ser estimada, chegaremos

a conclusão que um divisor com  $R \approx 1 \text{ k}\Omega$  e comprimento 1m (tensão nominal 500 kV), teria um valor  $f_b > 10 \text{ MHz}$ , portanto, adequado para medidas de ondas íngremes obtidas em ensaios de perfuração. Os demais divisores não atenderiam estes requisitos.

Devido a inexistência, no mercado nacional e internacional, de um sistema de medição específico para ensaios de perfuração com ondas íngremes, é inevitável a construção de um divisor. O trabalho desta dissertação de mestrado é centrada, portanto, nas considerações teóricas, na construção e nos testes de um divisor que atenda as características exigidas para medidas com boa exatidão, no que concerne aos ensaios de perfuração utilizando ondas de impulso com frente íngreme, possibilitando que estes ensaios possam oferecer a confiabilidade requerida para os usuários dos mesmos.

Em relação ao material resistivo para confeccionar as unidades primária e secundária, as seguintes opções podem ser utilizadas:

- resistor de fio enrolado, *wire wound* ou *bifilar ribbon resistor*, de NiCr, com as vantagens da estabilidade do valor resistivo e da independência de variações de temperatura em suas características, contudo, por mais cuidadosa que seja sua construção, é praticamente impossível evitar indutâncias residuais no braço de alta tensão, o que, em conjunto com as capacitâncias parasitas, acarretam respostas à degrau fortemente oscilatórias, conseqüentemente fugindo aos parâmetros de resposta exigidos.
- resistor de cerâmica, tais como, Carbetto de Silício ou Óxido de Zinco, com as vantagens de possuir parâmetros de resposta excelentes, fácil construção, robustez e baixa indutância própria, porém problemas relativos ao efeito da temperatura no material cerâmico e da linearidade com respeito a tensão exigem técnicas refinadas de calibração ou correções em medidas feitas com este divisor. Contudo com a experiência atualmente existente para este tipo de divisor aconselham seu uso em aplicações industriais por sua praticidade. (10,37)

- Resistores de filme metálico, onde grande número de resistores, conectados em série-paralelo e dispostos ao longo de um cilindro isolante formando a unidade primária. Têm vantagens no que se refere a estabilidade do valor da resistência com a temperatura e parâmetros de resposta adequados. Porém seu comportamento térmico é sofrível, inviabilizando sua utilização.<sup>(10)</sup>

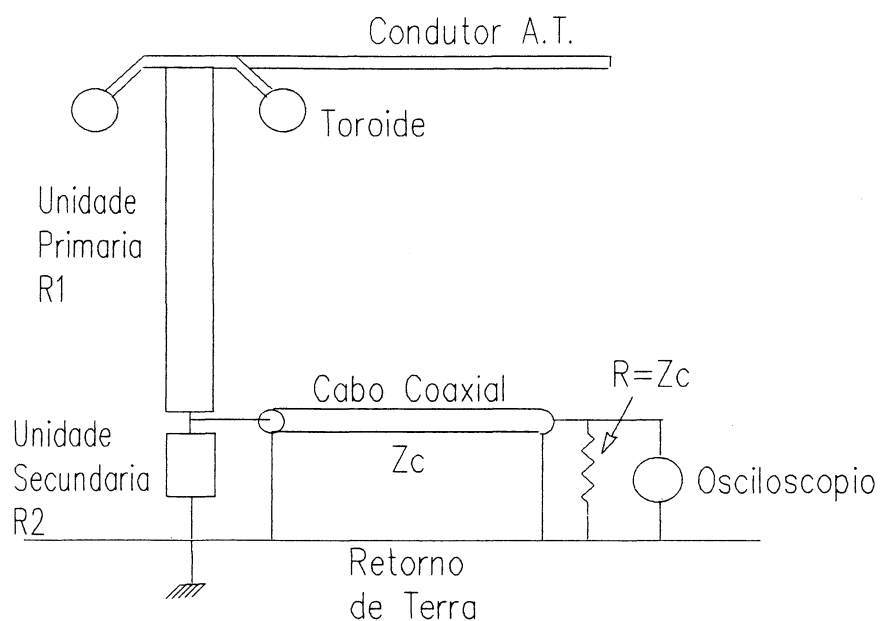
- Soluções Aquosas, de NaCl, Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> ou outras, reúnem as vantagens de parâmetros de resposta excelentes e boa linearidade, contudo têm problemas devido ao alto coeficiente de temperatura do valor resistivo. Uma vez utilizado com os cuidados apropriados é o divisor adequado para laboratórios de pesquisa e controle de qualidade, sendo hoje utilizado em alguns laboratórios no mundo. (3,37,57,89,102)

Neste trabalho, optamos por este último tipo de material resistivo, ou seja, solução aquosa de NaCl e Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>, cujas resistividades foram controladas de modo a obter-se uma resistência da ordem de 1 k $\Omega$  na unidade primária. A unidade secundária foi construída similarmente, com as mesmas soluções, porém com resistividade diferente, de modo que um valor de aproximadamente 2  $\Omega$  fosse obtido, resultando assim em uma relação do divisor da ordem de 500. Foi adotado um arranjo coaxial para a unidade secundária para eliminar tensões induzidas nos seus terminais de saída. A utilização do mesmo tipo de material nas unidades primária e secundária tem por objetivo minimizar o problema do alto coeficiente de temperatura da condutividade das soluções.

Dos dois tipos de soluções utilizadas, a que possuímos mais dados são as com NaCl, mas estas apresentam problemas com o material dos eletrodos devido ao seu alto poder corrosivo mesmo utilizando-se eletrodos de aço inoxidável. Já as soluções com Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> têm a vantagem de não atacar o material dos eletrodos apesar de não ser uma solução tão conhecida.



**FIGURA 19. SISTEMA DE MEDIÇÃO NORMALMENTE UTILIZADO EM ENSAIOS DE PERFURAÇÃO.**



Na figura 19 temos o diagrama completo do circuito típico de medição em alta tensão que vamos utilizar neste trabalho, onde todos os componentes são partes integrantes deste sistema, inclusive o condutor de alta tensão e o retorno de terra. O projeto da coluna resistiva deverá levar em conta pelo menos três aspectos básicos, entre outros:

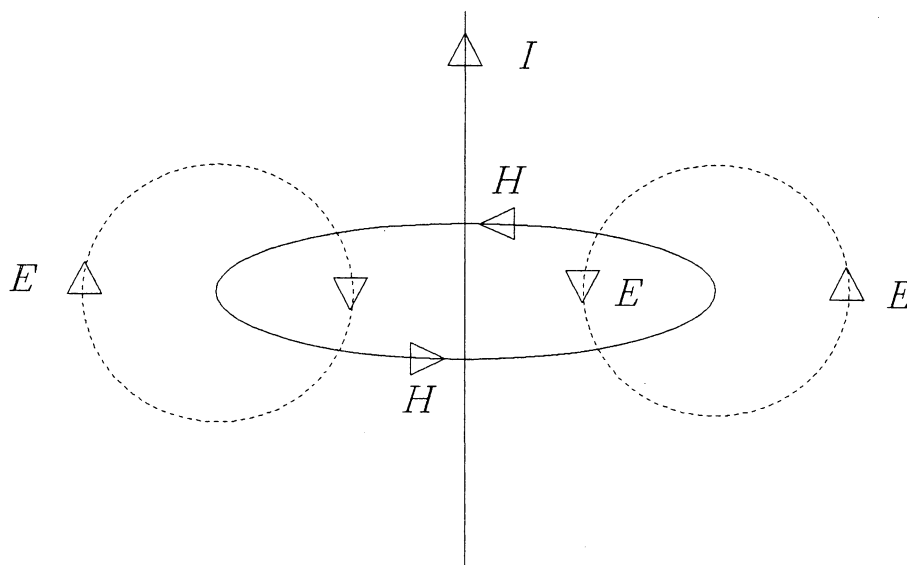
- Efeito *Skin* pequeno, de modo a não limitar os parâmetros de resposta;
- Massa suficiente para limitar o efeito térmico;
- Distribuição da tensão ao longo da coluna aproximadamente linear.

## 2.2 EFEITO SKIN

Quando uma corrente contínua percorre um condutor, a mesma será distribuída uniformemente na seção transversal do condutor. Contudo para outros tipos de corrente, tais como, correntes alternadas em regime ou transitórias, correntes exponenciais, etc, a distribuição dependerá da frequência ou forma da onda de corrente, da condutividade do condutor e de suas dimensões, que se satisfizerem certas condições fluirão principalmente numa fina camada na superfície, isto é chamado efeito *Skin* ou Pelicular. (13,24,69,84,96)

Podemos entender qualitativamente o fenômeno através do seguinte raciocínio. Assumindo um elemento de corrente filamentar  $I$  crescente percorrendo um condutor (ver figura 20). A este elemento de corrente está associado com um campo magnético  $H$  rotacional em torno do mesmo, que por sua vez também está aumentando sua amplitude. Este campo magnético variável vai induzir um campo elétrico  $E$ , rotacional, o qual produzirá um elemento de corrente no condutor. De acordo com a regra de Lenz, a direção de  $E$  será tal que ele se opõe ao aumento de  $I$ , tendendo a manter a situação estável.

FIGURA 20. EFEITO SKIN. (13)



A figura 20 ilustra que simultaneamente a uma certa distância de  $I$  no seio do condutor, um elemento de corrente (paralelo a  $E$ ) é gerado no mesmo sentido de  $I$ , enquanto que no centro do condutor este é oposto a  $I$ . O resultado líquido é que o elemento de corrente original é forçado para a superfície do condutor. Podemos também concluir que o efeito *Skin* será mais tanto mais acentuado quanto mais rápido variar  $I$  ( $E$  será maior quanto mais rápido variar  $H$ ) e quanto maior for a condutividade (maior a condutividade maior a corrente causada por  $E$ ).

Estudando o caso de correntes alternadas em alta frequência pode ser mostrado que, em regime estacionário, a corrente está confinada em uma fina película na superfície do condutor devido ao efeito *Skin*. Através deste resultado clássico podemos caracterizar a espessura desta película por um comprimento  $\delta$ , da ordem de  $\sqrt{2/(\omega\mu\sigma)}$ , onde  $\omega$  é a frequência do campo aplicado, e  $\mu$  e  $\sigma$  são a permeabilidade e condutividade do condutor respectivamente. (13,14,15)

Contudo, assumir que a corrente está confinada na superfície do condutor para todos os casos onde existem correntes variáveis no tempo nem sempre é correto. Em geral durante os estágios iniciais da corrente, quando esta aumenta rapidamente com o tempo, a corrente primeiro está confinada na superfície do condutor, contudo após decorrido algum tempo, ela difunde para dentro do condutor. Logo após os estágios iniciais, quando a difusão ocorre, o conceito de efeito *Skin* não se aplica mais, e se a corrente decai com o tempo, pode-se mostrar que ocorre um efeito *Skin* inverso (corrente máxima no centro do condutor) ou inversão da corrente na superfície do condutor. (6,18,35,36,60,62,63,66,72,79,94)

Vamos, a seguir, estudar o caso de corrente transitória axial em um cilindro condutor infinito e axialmente simétrico, usando coordenadas cilíndricas  $(\rho, \theta, z)$ . O caso estudado será o degrau de corrente, onde optamos pela dedução passo a passo, com intuito didático. Este caso é um dos mais interessantes, uma vez que o degrau é uma função largamente utilizada na derivação dos assim chamados parâmetros de resposta. Foi deduzido também o caso de uma corrente tipo dupla exponencial, ver apêndice 1.

Vamos começar pelas equações de Maxwell para um condutor, que podem ser escritas como:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

(2.23)

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

onde  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  são os vetores Campo Elétrico e Indução Magnética respectivamente, sendo que  $\mathbf{D}$  e  $\mathbf{H}$  os vetores Deslocamento Elétrico e Intensidade de Campo Magnético, campos estes que se relacionam com  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  através dos vetores polarização  $\mathbf{P}$  e magnetização  $\mathbf{M}$  do meio material por meio das equações a seguir:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

(2.24)

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

que aplicadas a meios materiais lineares e homogêneos, simplificam em:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$$

(2.25)

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}$$

que juntamente com :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.26)$$

são chamadas equações substitutivas, admitindo que o meio é isotrópico, homogêneo, linear, não magnético e eletricamente neutro ( $\rho = 0$ ), obtemos:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$$

utilizando a identidade vetorial a seguir, temos:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (2.28)$$

como  $\text{grad div } \mathbf{E} = 0$  e levando em conta a lei de Faraday (eq. 2.27a), ficamos com:

$$\nabla \times \left( -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) = -\nabla^2 \mathbf{E} \quad (2.29)$$

comutando o operador  $\nabla$  com o operador derivada, ficamos:

$$\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla^2 \mathbf{E} \quad (2.30)$$

utilizando a lei de Ampère (eq. 2.27b) na equação acima, obtemos:

$$\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \right) = \nabla^2 \mathbf{E} \quad (2.31)$$

$$\mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla^2 \mathbf{E} \quad (2.32)$$

negligenciando o termo correspondente a corrente de deslocamento em face aos outros termos, a equação se reduz a:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.33)$$

ou, utilizando a lei de Ohm (eq. 2.26):

$$\nabla^2 \mathbf{J} = \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (2.34)$$

que é conhecida como equação de difusão, onde:

$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{x}, t)$  = Densidade de Corrente, onde  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\rho, \theta, z)$

$\mu$  = permeabilidade magnética em H/m

$\sigma$  = condutividade elétrica em S/m

assumindo um condutor infinitamente longo e axialmente simétrico, a densidade de corrente dependerá apenas, em coordenadas cilíndricas, do raio vetor  $\rho$  e do tempo  $t$ , ou seja:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{J}(\rho, \theta, z, t) = J(\rho, t) \hat{\mathbf{k}}$$

a equação de difusão (2.34) na direção  $\hat{\mathbf{k}}$  fica :

$$\nabla^2 J = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( x \frac{\partial J}{\partial \rho} \right) = \mu \sigma \frac{\partial J}{\partial t} \quad (2.35)$$

rearranjando, vem:

$$\frac{\partial^2 J(\rho, t)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial J(\rho, t)}{\partial \rho} = \mu \sigma \frac{\partial J(\rho, t)}{\partial t} \quad (2.36)$$

obtivemos, então, uma equação diferencial parcial de segunda ordem, que resolveremos utilizando variáveis auxiliares definidas a seguir (onde  $r$  é o raio do cilindro):

$$x = \frac{\rho}{r} \quad (2.37)$$

$$y = \frac{t}{\mu \sigma r^2} \quad (2.38)$$

que substituídas na eq. (2.36) transformam a E.D. em:

$$\frac{\partial^2 J(x, y)}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial J(x, y)}{\partial x} = \frac{\partial J(x, y)}{\partial y} \quad (2.39)$$

aplicando a técnica da Transformada de Laplace com relação à coordenada  $y$ , podemos transformar a Equação Diferencial de 2ª Ordem Parcial em uma Equação Diferencial de 2ª Ordem Ordinária, logo:

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{\partial^2 J(x, y)}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial J(x, y)}{\partial x} \right\} = \mathcal{L} \left\{ \frac{\partial J(x, y)}{\partial t} \right\} \quad (2.40)$$

$$\frac{d^2 \bar{J}(x, s)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\bar{J}(x, s)}{dx} = \{s\bar{J}(x, s) - J(x, t = 0)\} \quad (2.41)$$

mas como  $J(x, t=0) = 0$ , ficamos com:

$$\frac{d^2 \bar{J}(x, s)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\bar{J}(x, s)}{dx} = s\bar{J}(x, s) \quad (2.42)$$

se fizermos  $k^2 = s$ , obtemos:

$$\boxed{\frac{d^2 \bar{J}(x, s)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\bar{J}(x, s)}{dx} - k^2 \bar{J}(x, s) = 0} \quad (2.43)$$

que é a Equação de Bessel Modificada com  $\nu = 0$

a solução dessa equação é bem conhecida e pode ser escrita como:

$$\bar{J}(x, s) = AI_0(kx) + BK_0(kx) \quad (2.44)$$

onde  $I_0$  e  $K_0$  são as Funções de Bessel Modificadas de 1ª e 2ª classe respectivamente e de ordem zero, e  $A$  e  $B$  são constantes arbitrárias que serão definidas pelas condições de contôrnio.

### Condições de Contôrnio

1) A função  $\bar{J}(x, s)$  é finita quando  $x$  tende para zero, portanto temos que impor  $B = 0$ , em virtude de  $K_0$  ser divergente em  $x = 0$ . Logo a solução dada pela eq. (2.44) fica:



$$\bar{J}(x, s) = AI_0(kx) \quad (2.45)$$

2) A corrente total em qualquer tempo é dada por:

$$i(y) = \iint_s da J(x, y) = 2\pi r^2 \int_{x=0}^1 dx x J(x, y) \quad (2.46)$$

aplicando a Transformada de Laplace na equação (2.46) obtemos:

$$\mathcal{L}\{i(x, y)\} = \mathcal{L}\left\{\iint_s J(x, y) da\right\} \quad (2.47)$$

admitindo que a corrente seja proporcional a um degrau unitário, teremos:

$$\mathcal{L}\{i(x, y)\} = \frac{I}{s} \quad (2.48)$$

$$\mathcal{L}\{J(x, y)\} = \bar{J}(x, s) \quad (2.49)$$

substituindo as equações (2.48), (2.49) e (2.46) em (2.47), obtemos:

$$\frac{I}{s} = 2\pi r^2 \int_{x=0}^1 dx x \bar{J}(x, s) \quad (2.50)$$

substituindo a equação (2.45) na equação (2.50), obtemos:

$$\frac{I}{s} = 2\pi r^2 \int_{x=0}^1 dx x AI_0(kx) \quad (2.51)$$

$$\frac{I}{s} = \frac{2\pi r^2 A}{k^2} \int_{x=0}^1 d(kx) \cdot kx \cdot I_0(kx) \quad (2.52)$$

$$\frac{I}{s} = \frac{2\pi r^2 A}{k^2} \left| kx I_1(kx) \right|_{x=0}^{x=1} \quad (2.53)$$

onde  $I_1(kx)$  é a função de Bessel Modificada de 1ª Classe e Ordem 1

$$\frac{I}{s} = \frac{2\pi r^2 A}{k^2} (k I_1(k)) \quad (2.54)$$

Logo :

$$A = \frac{kI}{2\pi r^2 s I_1(k)} \quad (2.55)$$

substituindo a equação (2.55) na equação (2.45), vem:

$$\bar{J}(x, s) = \frac{kI}{2\pi r^2 s I_1(k)} I_0(kx) \quad (2.56)$$

com auxílio das identidades abaixo :

$$I_0(kx) = J_0(ikx) \quad (2.57)$$

$$I_1(k) = \frac{J_1(ik)}{i} \quad (2.58)$$

onde  $J_0$  e  $J_1$  são as Funções de Bessel de 1ª Classe e Ordem 0 e 1 respectivamente e  $i = \sqrt{-1}$ , podemos escrever, substituindo as equações (2.57) e (2.58) em (2.56):

$$\bar{J}(x, s) = \frac{ki}{2\pi r^2 s J_1(ik)} J_0(ikx) \quad (2.59)$$

lembrando que  $k^2 = s$ , vem:

$$\bar{J}(x, s) = \frac{Ii}{2\pi r^2 \sqrt{s} J_1(i\sqrt{s})} J_0(i\sqrt{s}x) \quad (2.60)$$

para se calcular a função no tempo devemos operar com a Transformada de Laplace Inversa. Como desconhecemos a existência de valor tabelado para a função acima e como a mesma não possui pontos de ramificação, a transformação inversa pode ser encontrada pela fórmula de Mellin e o teorema dos resíduos, conforme segue:

$$J(x, y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} ds \exp(sy) \bar{J}(x, s) \quad (2.61)$$

$$J(x, y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} ds \frac{Ii \exp(sy) J_0(i\sqrt{s}x)}{2\pi r^2 \sqrt{s} J_1(i\sqrt{s})} \quad (2.62)$$

os pólos do integrando são:

$$\sqrt{s} = 0 \text{ ou } s = 0 \text{ e} \quad (2.63)$$

$$J_1(i\sqrt{s}) = 0 \quad (2.64)$$

### **Cálculo dos resíduos:**

a) Para  $s = 0$

$$R_1 = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{Ii \exp(sy) J_0(i\sqrt{s}x)}{2\pi r^2 \sqrt{s} J_1(i\sqrt{s})} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Ii\sqrt{s}}{2\pi r^2 J_1(i\sqrt{s})} = \frac{0}{0} = ? \quad (2.65)$$

podemos levantar a indeterminação lembrando que:

$$J_1(z) = \frac{z}{2\Gamma(2)} \left\{ 1 - \frac{z^2}{2 \cdot 4} + \frac{z^4}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6} - \dots \right\} \quad (2.66)$$

logo :

$$\frac{\sqrt{s}}{J_1(i\sqrt{s})} = \frac{1}{\frac{J_1(i\sqrt{s})}{\sqrt{s}}} = \frac{1}{\frac{i}{2\Gamma(2)} \left\{ 1 + \frac{s}{2 \cdot 4} + \frac{s^2}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6} + \dots \right\}} \quad (2.67)$$

substituindo equação (2.67) em (2.65) e passando ao limite, temos:

$$R_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Ii}{\frac{2\pi r^2 i}{2\Gamma(2)} \left\{ 1 + \frac{s}{8} + \frac{s^2}{192} + \dots \right\}} = \frac{I}{\pi r^2} \quad (2.68)$$

b) Para as raízes da equação  $J_1(i\sqrt{s}) = 0$

admitindo que as raízes de  $J_1(i\sqrt{s}) = 0$  sejam denominadas de  $\lambda_n$ , obtemos:

$$\lambda_n = i\sqrt{s} \text{ ou } s = -\lambda_n^2 \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots n \quad (2.69)$$

$$R_2 = \lim_{s \rightarrow -\lambda_n^2} (s + \lambda_n^2) \frac{Ii \exp(sy) J_0(i\sqrt{s}x)}{2\pi r^2 \sqrt{s} J_1(i\sqrt{s})}$$

$$R_2 = \frac{Ii \exp(-\lambda_n^2 y) J_0(-\lambda_n x)}{2\pi r^2 i \lambda_n} \lim_{s \rightarrow -\lambda_n^2} \frac{(s + \lambda_n^2)}{J_1(i\sqrt{s})} = \frac{0}{0} = ?$$

$$R_2 = \frac{Ii \exp(-\lambda_n^2 y) J_0(-\lambda_n x)}{2\pi r^2 i\lambda_n} \lim_{s \rightarrow -\lambda_n^2} \frac{1}{\frac{d}{ds} [J_1(i\sqrt{s})]} \quad (2.70)$$

porém :

$$\frac{d}{ds} J_1(i\sqrt{s}) = \frac{i}{2\sqrt{s}} \left[ J_0(i\sqrt{s}) - \frac{1}{i\sqrt{s}} J_1(i\sqrt{s}) \right] \quad (2.71)$$

o limite fica:

$$\lim_{s \rightarrow -\lambda_n^2} \frac{1}{\frac{i}{2\sqrt{s}} \left[ J_0(i\sqrt{s}) - \frac{1}{i\sqrt{s}} J_1(i\sqrt{s}) \right]} = \frac{2i\lambda_n}{iJ_0(-\lambda_n)} \quad (2.72)$$

contudo, observamos que:

$$J_0(-\lambda_n) = J_0(\lambda_n) \quad (2.73)$$

portanto o resíduo fica, substituindo equações (2.72) e (2.73) em (2.70):

$$R_2 = \frac{Ii \exp(-\lambda_n^2 y) J_0(\lambda_n x)}{2\pi r^2 i\lambda_n} \frac{2i\lambda_n}{iJ_0(\lambda_n)} = \frac{I}{\pi r^2} \frac{J_0(\lambda_n x)}{J_0(\lambda_n)} \exp(-\lambda_n^2 y) \quad (2.74)$$

onde  $\lambda_n$  são as raízes da equação  $J_1(i\sqrt{s}) = 0$  com  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ , o resíduo destes pólos é:

$$R_2 = \frac{I}{\pi r^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n x)}{J_0(\lambda_n)} \exp(-\lambda_n^2 y) \quad (2.75)$$

logo, ficamos com:

$$J(x, y) = \sum_{i=1}^2 R_i \quad (2.76)$$

substituindo as equações (2.68) e (2.75) em (2.76), vem:

$$J(x, y) = \frac{I}{\pi r^2} \left\{ 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n x)}{J_0(\lambda_n)} \exp(-\lambda_n^2 y) \right\} \quad (2.77)$$

uma vez que a densidade de corrente é conhecida podemos calcular o aumento efetivo na resistência, assim definimos uma relação entre uma resistência transitória, que é grande nos instantes iniciais da aplicação do degrau de tensão com o valor da resistência medida em regime permanente. Esta relação pode ser definida como:

$$\bar{R} = \frac{R_{TR}}{R_{DC}} = \frac{\iint_A dA \frac{1}{\sigma} J^2(x, y)}{R_{DC} I^2} \quad (2.78)$$

a integral no numerador da equação acima é o valor instantâneo das perdas resistivas por unidade de comprimento do condutor num tempo  $t$ , ou seja:

$$W = \iint_A dA \frac{1}{\sigma} J^2(x, y) = \frac{2\pi r^2}{\sigma} \int_{x=0}^1 dx x J^2(x, y) \quad (2.79)$$

$$W = \frac{2\pi r^2}{\sigma} \frac{I^2}{(\pi r^2)^2} \int_{x=0}^1 dx x \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n x)}{J_0(\lambda_n)} \exp(-\lambda_n^2 y) \right)^2 \quad (2.80)$$

$$W = \frac{2I^2}{\sigma\pi r^2} \int_{x=0}^1 dx x \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n x)}{J_0(\lambda_n)} \exp(-\lambda_n^2 y) + \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n x)}{J_0(\lambda_n)} \exp(-\lambda_n^2 y) \right)^2 \right] \quad (2.81)$$

vamos desenvolver as três integrais separadamente e depois somá-las:

$$A = \int_{x=0}^1 dx x = \frac{1}{2} \quad (2.82)$$

$$B = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\lambda_n^2 y)}{J_0(\lambda_n)} \int_{x=0}^1 dx x J_0(\lambda_n x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\lambda_n^2 y)}{J_0(\lambda_n)} \frac{1}{\lambda_n^2} \left[ \lambda_n x J_1(\lambda_n x) \right]_{x=0}^{x=1} = 0 \quad (2.83)$$

a outra integral teremos dois tipos de produtos, um deles é:

$$C_{n \neq m} = \int_{x=0}^1 dx x \frac{J_0(\lambda_n x)}{J_0(\lambda_n)} \exp(-\lambda_n^2 y) \frac{J_0(\lambda_m x)}{J_0(\lambda_m)} \exp(-\lambda_m^2 y) = \quad (2.84)$$

$$C_{n \neq m} = \frac{\exp\{-(\lambda_n^2 + \lambda_m^2)y\}}{J_0(\lambda_n)J_0(\lambda_m)} \int_{x=0}^1 dx x J_0(\lambda_n x) J_0(\lambda_m x)$$

$$C_{n \neq m} = \frac{\exp\{-(\lambda_n^2 + \lambda_m^2)y\}}{J_0(\lambda_n)J_0(\lambda_m)} \left| \frac{x\{-\lambda_n J_0(\lambda_m x) J_1(\lambda_n x) + \lambda_m J_0(\lambda_n x) J_1(\lambda_m x)\}}{\lambda_m^2 - \lambda_n^2} \right|_{x=0}^{x=1}$$

$$C_{n \neq m} = 0$$

o outro tipo de produto é:

$$C_{n=m} = \int_{x=0}^1 dx \cdot x \cdot \frac{J_0^2(\lambda_n \cdot x)}{J_0^2(\lambda_n)} \exp(-2\lambda_n^2 y)$$

$$C_{n=m} = \frac{\exp(-2\lambda_n^2 y)}{J_0^2(\lambda_n)} \cdot \left| \frac{x^2}{2} \{-J_1(\lambda_n x)\}^2 + \frac{x^2}{2} \{J_0(\lambda_n x)\}^2 \right|_{x=0}^{x=1} = \frac{\exp(-2\lambda_n^2 y)}{2}$$

$$(2.85)$$

como teremos  $n$  produtos deste tipo, vem:

$$C = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-2\lambda_n^2 y) \quad (2.86)$$

e a integral total fica, somando as equações (2.82), (2.83) e (2.86) em (2.81), temos:

$$W = \frac{I^2}{\sigma \pi r^2} \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-2\lambda_n^2 y) \right) \quad (2.87)$$

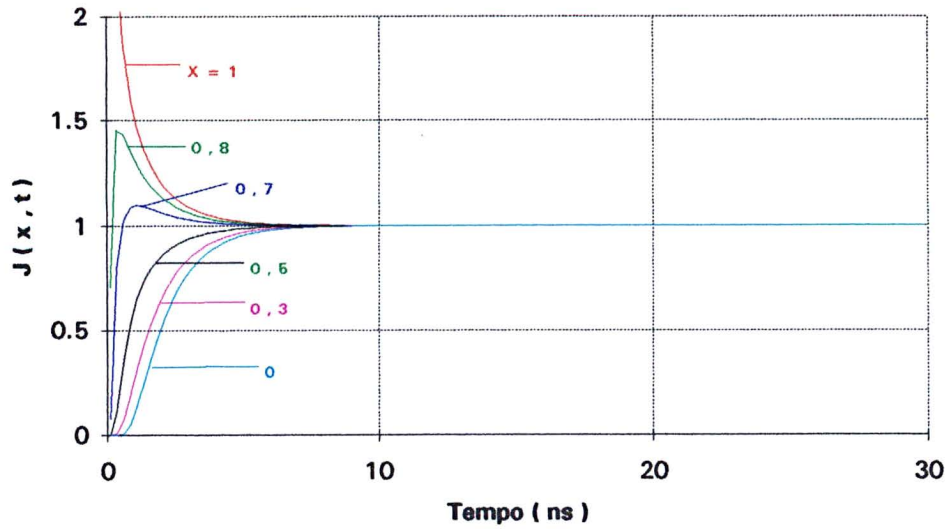
logo, substituindo equação (2.87) na (2.78), e com  $R_{DC} = \frac{1}{\sigma \pi r^2}$ :

$$\boxed{\bar{R} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-2\lambda_n^2 y)} \quad (2.88)$$

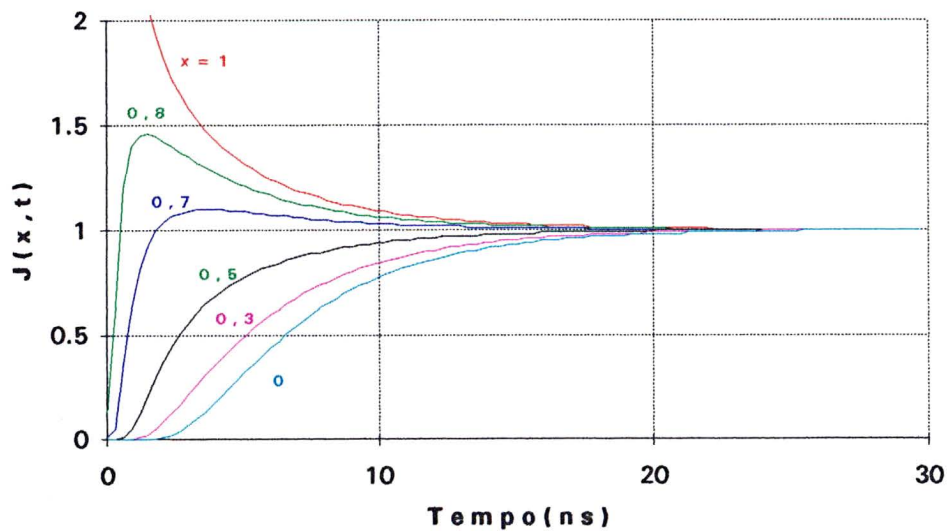
Vamos plotar a função densidade de corrente normalizada para várias distâncias do centro do cilindro, para um condutor cilíndrico utilizando uma solução aquosa de NaCl. Utilizaremos três valores de condutividade [ $\sigma = 1,5$  mS/cm (valor a ser utilizado na unidade primária), 67 mS/cm (valor a ser utilizado na unidade secundária) e 225 mS/cm (valor experimental com alta condutividade)]. Para a solução de água com NaCl utilizaremos uma permeabilidade  $\mu_0 = 12,57 \times 10^{-7}$  H/m e com raio do cilindro utilizado no divisor  $r = 46,5$  mm. Ver figuras 21, 22 e 23.



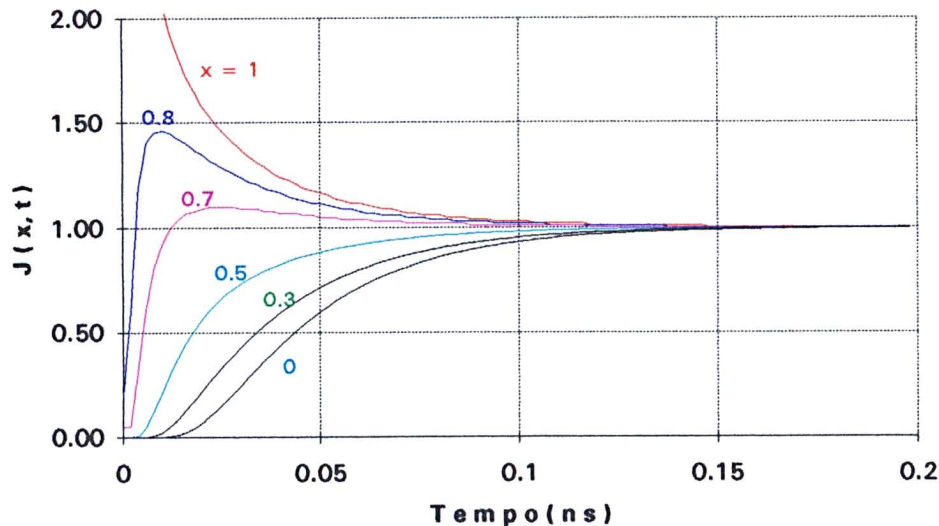
**FIGURA 21.** DENSIDADE DE CORRENTE. (equação (2.77) com condutividade de 67 mS/cm).



**FIGURA 22.** DENSIDADE DE CORRENTE (equação (2.77) com condutividade de 225 mS/cm).



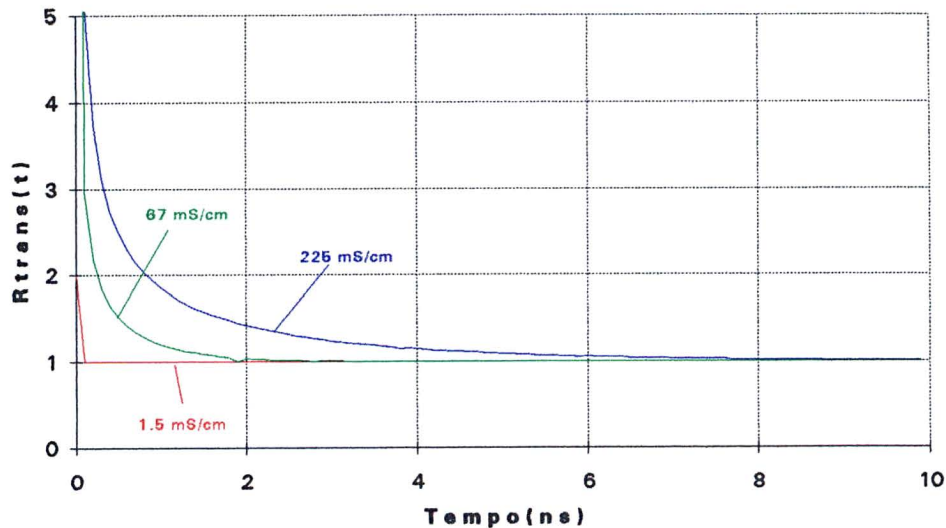
**FIGURA 23. DENSIDADE DE CORRENTE** (equação (2.77) com condutividade de 1.5 mS/cm).



Analisando as curvas podemos verificar que quando a condutividade aumenta o efeito *Skin* perdura por mais tempo, como esperado. Para a solução com condutividade de 225 mS/cm vemos que o efeito perdura até um tempo da ordem de  $20 \approx 25$  ns, após o qual a densidade de corrente se difunde homogeneamente em toda a seção do cilindro. Já para a solução com condutividade de 1,5 mS/cm o efeito perdura até um tempo de aproximadamente 0,2 ns.

Através da equação (2.88) vemos que a resistência varia com o tempo, ver figura 24, para as condutividades de 1,5, 67 e 225 mS/cm. Só depois de um certo tempo é que a resistência transitória assume seu valor em regime, ou seja, a resistência dada pela lei de Ohm. Em termos de simulação de circuitos equivalentes, é muito difícil representar esta resistência, pois a mesma, além de ser variável no tempo, pode ser diferente para cada tipo de corrente que circula pelo material resistivo.

**FIGURA 24.** RESISTÊNCIA TRANSITÓRIA PARA UMA EXCITAÇÃO DO TIPO FUNÇÃO DEGRAU. (equação 2.88 para vários valores da condutividade).



Como utilizaremos uma condutividade de aproximadamente 1,5 mS/cm para a unidade primária do divisor, não nos preocuparemos com o efeito *Skin* neste caso, já para a unidade secundária, com uma condutividade da ordem de 67 mS/cm, o efeito *Skin* está na mesma ordem de grandeza dos parâmetros de resposta exigidos para divisores utilizados em ensaios de perfuração, mas não o suficiente para causar limitações sérias as medições, como veremos mais adiante quando calcularmos os parâmetros de resposta à degrau.

Outro fato interessante é que no instante  $0^+$  a densidade de corrente está confinada na superfície do condutor e possivelmente atinja valores muito elevados. No apêndice 1, temos o desenvolvimento teórico para o caso de excitação com função dupla exponencial.

## 2.3 EFEITO TÉRMICO

Considerando que o divisor vai trabalhar com pulsos de tensão é importante calcular o acréscimo de temperatura proveniente destas solicitações de modo que variações na temperatura do elemento resistivo sejam pequenas e não levem a erros na relação do divisor. Logo é muito importante termos um divisor com massa grande, criando assim uma margem de trabalho mais ampla. Devemos também ter em mente que quanto maior a massa do elemento resistivo maior será a secção transversal da coluna do mesmo para uma mesma altura da coluna e portanto menor deverá ser a condutividade do material para se obter o mesmo valor das resistências.

Uma vez que o coeficiente térmico da condutividade das soluções é aproximadamente o mesmo (ver figuras 41 e 42), tanto para a unidade primária como para a unidade secundária, as variações da relação do divisor, serão muito pequenas. Por exemplo, para a solução de  $\text{Na}_3\text{PO}_4$ , cujos coeficientes térmicos são  $0,0243$  e  $0,0234$   $^{\circ}\text{C}^{-1}$  para as unidades secundária e primária respectivamente, teremos que a variação da relação do divisor será, para uma variação de  $\Delta\theta$  na temperatura das soluções, igual a:

$$K \cong \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_{1-0}(1 + \alpha_2 \cdot \Delta\theta)}{R_{2-0}(1 + \alpha_1 \cdot \Delta\theta)} = K_0 \cdot \frac{(1 + \alpha_2 \cdot \Delta\theta)}{(1 + \alpha_1 \cdot \Delta\theta)} \quad (2.89)$$

Onde :  $K$  = relação do divisor a uma temperatura  $t$

$K_0$  = relação do divisor a uma temperatura  $t_0$

$R_{1,2}$  = resistências primária e secundária a uma temperatura  $t$

$R_{1-0,2-0}$  = resistências primária e secundária a uma temperatura  $t_0$

$\alpha_{1,2}$  = coeficientes térmico das resistências primária e secundária

$\Delta\theta$  = Aumento de temperatura ambiente em [ $^{\circ}\text{C}$ ]

Substituindo os coeficientes térmicos por seus valores e considerando  $\Delta\theta = 1\text{ }^\circ\text{C}$ , teremos que a variação da relação do divisor será:

$$\frac{K}{K_0} = \frac{1 + \alpha_2}{1 + \alpha_1} = 1,000879 \quad (2.90)$$

Isto representa uma variação de menos de 0,09 % por  $^\circ\text{C}$ , para solução de  $\text{Na}_3\text{PO}_4$ , a situação do  $\text{NaCl}$ , representa um valor próximo, ou seja, -0,05 % por  $^\circ\text{C}$ . Logo para que tenhamos um erro de 1% na relação é preciso que a temperatura ambiente varie de aproximadamente 10  $^\circ\text{C}$ .

Por outro lado, o aquecimento das soluções devido ao calor absorvido por efeito Joule nas unidades primária e secundária pela aplicação de pulsos de tensão é desproporcional, uma vez que a corrente que circula pelo divisor é basicamente a mesma pelas duas unidades e é predominantemente governada pela resistência primária. Portanto a energia absorvida pela unidade primária será bem maior que a absorvida pela unidade secundária. Admitindo uma variação da temperatura na unidade primária somente, vamos calcular qual será o acréscimo de temperatura admissível para uma variação de 1% na relação do divisor, considerando que:

$$\frac{K}{K_0} = \frac{1}{1 + \alpha_1 \cdot \Delta\theta} \quad (2.91)$$

logo, teremos:

$$\left| \frac{K}{K_0} - 1 \right| \leq 0,01 \quad (2.92)$$

substituindo a equação (2.91) na (2.92), obteremos:

$$\Delta\theta \leq \frac{0,010101\dots}{\alpha_1} \quad (2.93)$$

Para o NaCl o valor de  $\Delta\Theta$  será da ordem de  $0,5\text{ }^\circ\text{C}$  e para o  $\text{Na}_3\text{PO}_4$ , será da ordem de  $0,43\text{ }^\circ\text{C}$ . Para simplificar vamos admitir o valor de  $0,5\text{ }^\circ\text{C}$  nos cálculos subsequentes.

Vamos admitir agora que toda a energia do pulso é absorvida pela coluna de alta tensão do divisor e não levaremos em conta os fenômenos de condução e irradiação do calor da coluna para o meio ambiente e nem a emissão de ondas eletromagnéticas. Considerando o divisor como um cilindro de altura " $L$ " e raio " $r$ ", temos:

Energia Elétrica  $\rightarrow$  Energia Térmica armazenada no material

$$\frac{1}{R} \int_0^{\infty} v^2(t) \cdot dt = m \cdot c \cdot \Delta\Theta \quad (2.94)$$

Onde :

$R$  = Resistência da coluna de alta tensão em  $[\Omega]$

$v(t)$  = Forma de onda do pulso aplicado em  $[\text{V}]$

$m$  = Massa do material resistivo da coluna de alta tensão em  $[\text{kg}]$

$c = 4,179$  = Calor específico a pressão constante em  $[\text{kJ}/\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}]$

Para a função  $v(t)$  vamos admitir dois tipos de impulso da forma dupla exponencial, o primeiro representa o tipo de onda encontrada em ensaios de perfuração e o segundo uma onda típica de impulso atmosférico. A expressão geral para a dupla exponencial é:

$$v(t) = V \cdot \left[ \exp\left(\frac{-t}{T_1}\right) - \exp\left(\frac{-t}{T_2}\right) \right] \quad (2.95)$$

Onde para um impulso de perfuração temos  $T_1 = 210\text{ ns}$  e  $T_2 = 180\text{ ns}$  e para um impulso do tipo atmosférico temos  $T_1 = 68,5\text{ }\mu\text{s}$  e  $T_2 = 0,405\text{ }\mu\text{s}$ . O valor de  $V$  deve ser tal que o valor máximo da função seja o desejado. Vamos desenvolver a integral da equação

(2.95) e substituí-la na equação (2.94), considerando que a extremidade de integração superior como infinito.

$$\frac{1}{R} \int_0^{\infty} v(t)^2 \cdot dt = \frac{V^2}{R} \left[ \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} - \frac{2T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2} \right] \quad (2.96)$$

Como os ensaios serão uma seqüência de aplicações vamos multiplicar esta expressão por "n" e admitir que não existe resfriamento após cada aplicação de tensão. É possível assim isolar este valor "n" para conhecermos quantas aplicações podem ser feitas sem que o acréscimo de temperatura exceda de 0,5 °C. Ficamos então com:

$$n = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\Theta}{\frac{V^2}{R} \left[ \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} - \frac{2T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2} \right]} \quad (2.97)$$

lembrando que :

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^2 \quad (2.98)$$

onde a densidade da água foi considerada como  $\rho = 997,4$  [kg/m<sup>3</sup>] e ficamos substituindo a equação (2.98) na (2.97):

$$n = \frac{\rho \cdot L \cdot \pi \cdot R^2 \cdot c \cdot \Delta\Theta}{\frac{V^2}{R} \left[ \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} - \frac{2T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2} \right]} \quad (2.99)$$

Substituindo os valores na equação acima, obtemos valores de n conforme está mostrado na tabela da figura 25 para os dois tipos de onda e para dois valores de tensão

máxima. Outros tipos de ondas exponenciais podem ser facilmente calculadas pela equação desenvolvida neste item, contudo o caso de onda atmosférica padrão é o mais interessante tendo em vista a possibilidade do uso deste divisor para alguns ensaios com este tipo de onda em, por exemplo, intercomparação de divisores.

Analisando a tabela da figura 25, concluímos que para onda de impulso de perfuração o acréscimo de temperatura será muito pequeno para um ensaio de perfuração usual completo, com aplicação de 10 ondas negativas e depois 10 ondas positivas (10N+10P), contudo em relação a ondas de impulso atmosférico, chegamos a conclusão que este divisor não é o mais recomendado, pois a cada impulso aplicado a temperatura aumentaria a níveis comprometedores.

**FIGURA 25. NÚMERO DE APLICAÇÕES POSSÍVEIS PARA QUE O ACRÉSCIMO DE TEMPERATURA NÃO SEJA SUPERIOR A 0,5 °C.**

Tipo de Onda	Tensão Máxima	n
Perfuração	600 kV	126
	300 kV	505
Impulso	600 kV	1
Atmosférico	300 kV	5



## 2.4 DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO AO LONGO DA COLUNA

A distribuição de tensão ao longo da coluna de alta tensão do divisor é geralmente não-linear e concentrada na parte superior da coluna. É praxe, na engenharia de alta tensão, utilizar toróides ou qualquer outro tipo de elemento para suavizar a distribuição de tensão e diminuir a magnitude do campo elétrico nesta região. (21,27,49,67,77,95)

O cálculo da distribuição ótima destes elementos toroidais é feito através do método da tentativa-erro, onde um ou mais toróides, de dimensões definidas e em certas posições, são instalados ao longo da coluna e posteriormente a distribuição de tensão e o campo elétrico podem ser calculados através de um método qualquer (p. ex. método dos elementos finitos ou método da simulação de cargas, etc).

Existe na literatura especializada alguns casos resolvidos, dando uma idéia geral da posição e diâmetro destes elementos. Neste trabalho a análise do campo elétrico no divisor foi feita através de um programa denominado ANSYS®, onde é empregado o método dos elementos finitos com as seguintes hipóteses:

- Simetria axial
- Todos potenciais quando diferentes de zero assumem o valor de 1 V
- As constantes dielétricas dos materiais são as seguintes:

$$\text{água} - \varepsilon = 80 \varepsilon_0$$

$$\text{acrílico} - \varepsilon = 2,84 \varepsilon_0$$

$$\text{ar} - \varepsilon = \varepsilon_0$$

Foram usados nesta análise elementos quadrangulares de oito nós e geração automática de malhas. O modelos analisados foram os seguintes:

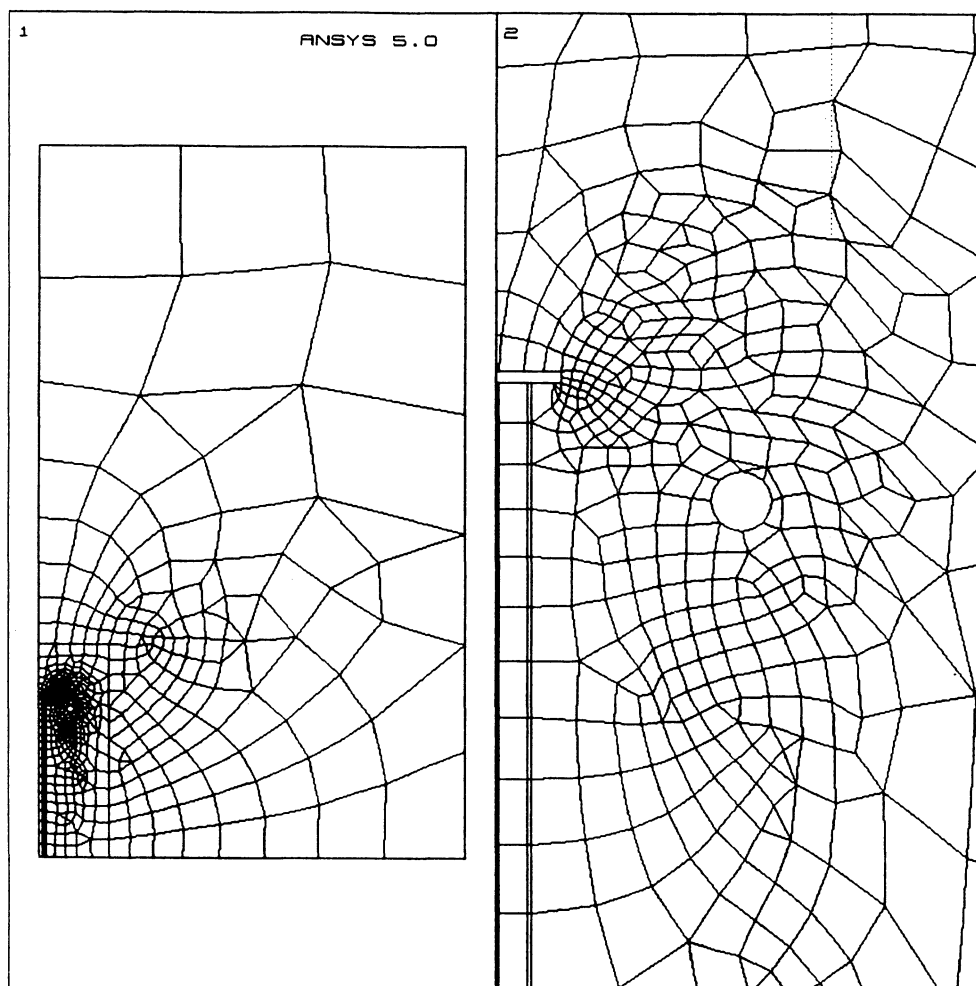
1) apenas o divisor, sem toróide, em um cilindro de altura  $x = 5$  m e raio  $y = 3$  m, utilizou-se 1924 nós e 637 elementos;

2) divisor com toróide de diâmetro de 490 mm, mesmo cilindro, 1971 nós e 655 elementos;

3) idem 2, porém com o toróide de diâmetros 620 mm.

A malha utilizada para o caso 2 pode ser vista na figura 26.

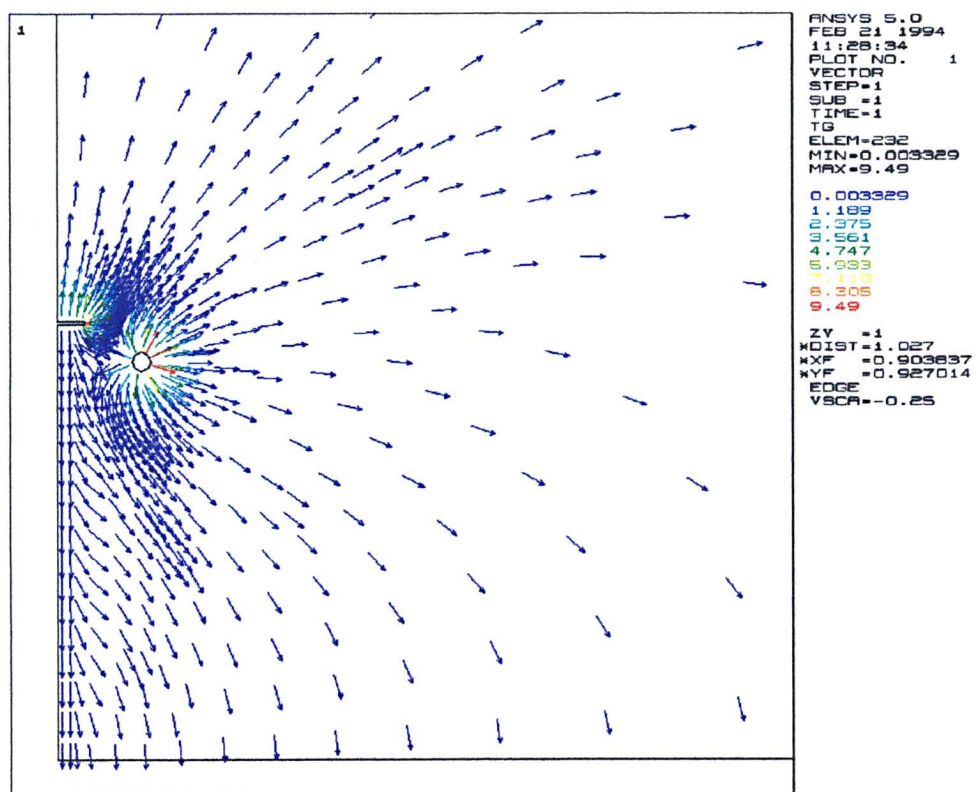
**FIGURA 26.** MALHA GERADA PELO ANSYS 5.0 - (1) vista geral, (2) detalhe



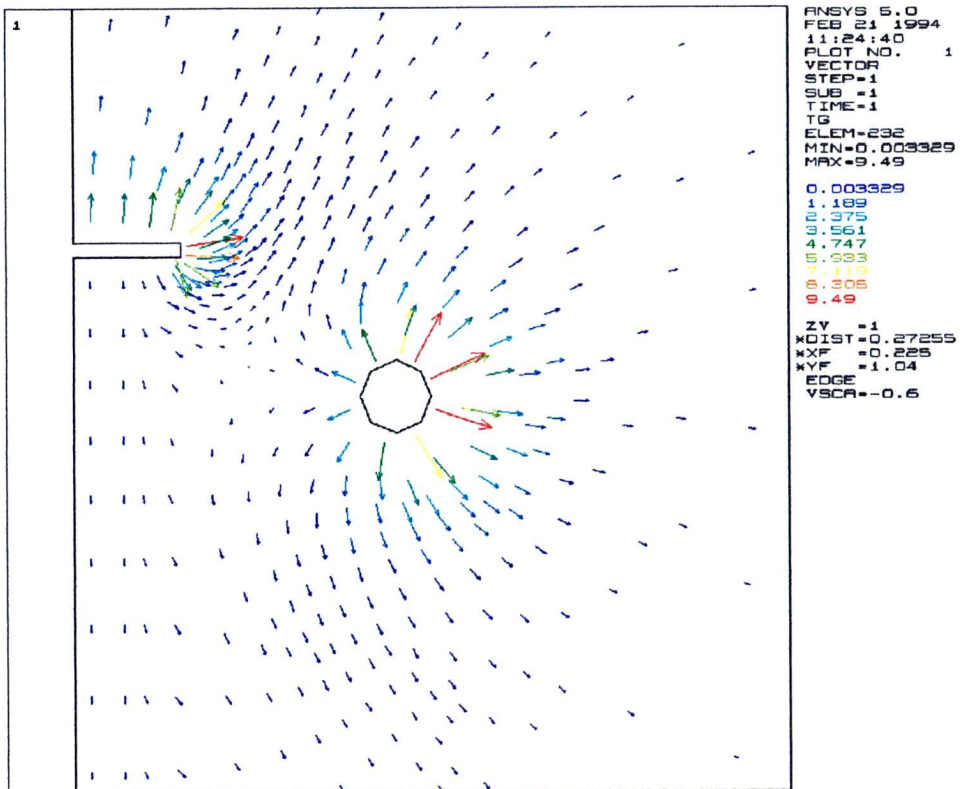
A tensão de 1 V foi aplicada ao eletrodo superior da unidade primária (e toróides quando for o caso) e as paredes da caixa retangular foram mantidas em potencial zero. Os resultados do cálculo da intensidade do campo elétrico e da distribuição do potencial ao longo da coluna são mostrados nas figuras 27 e 28.

**FIGURA 27.** INTENSIDADE DO CAMPO ELÉTRICO (para o caso 2, escala colorida com valores em V/m). A) Vista geral, B) Detalhe.

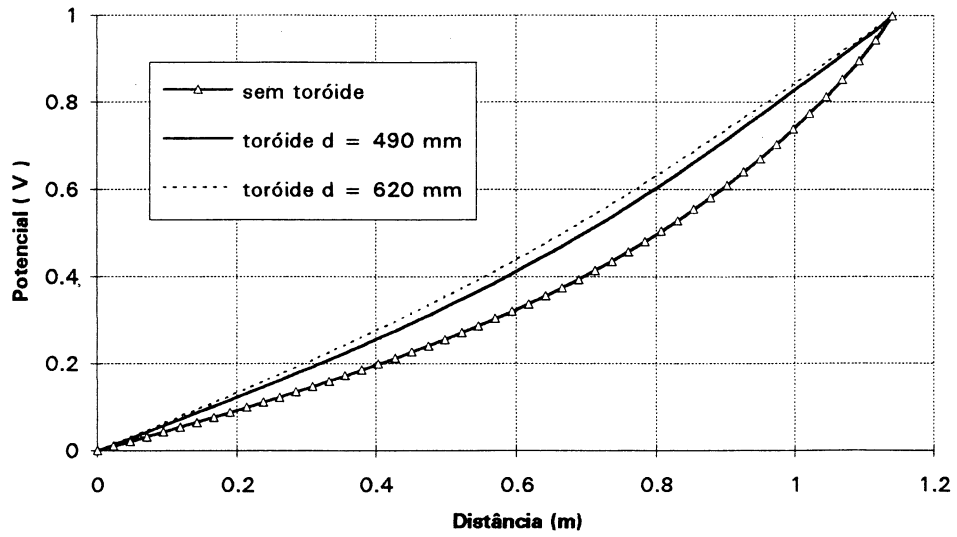
(A)



(B)



**FIGURA 28.** DISTRIBUIÇÃO DE TENSÃO AO LONGO DA UNIDADE PRIMÁRIA. (Desde a base com cota 0 até a altura máxima da coluna de 1,2 m).



## 2.5 MECANISMOS DE CONDUÇÃO NO MATERIAL RESISTIVO

Abordaremos neste item, qualitativamente, quais seriam os mecanismos de condução da corrente elétrica nas soluções utilizadas de NaCl e Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>. Estudaremos este aspecto do ponto de vista da eletroquímica, onde podemos classificar os condutores de eletricidade em condutores de primeira espécie e condutores de segunda espécie. Nas substâncias condutoras de primeira espécie os portadores de carga são os elétrons (p. ex. Metais), e nas de segunda espécie os portadores são os íons, tanto positivos como negativos (p. ex. Soluções aquosas de sais iônicos, sais iônicos fundidos, ácidos, etc). (74)

Uma substância presente em uma solução ou sal fundida na qual se formam espécies com carga elétrica, é chamada eletrólito. Os eletrólitos podem ser divididos em fortes e fracos. Os primeiros são aqueles no qual as ligações químicas são predominantemente iônicas, enquanto que nos segundos as ligações são covalentes. Os íons com carga positiva são chamados cátions e os com carga negativa ânions. A dissociação de moléculas em íons é em geral incompleta. A fração destas dissociadas, chama-se grau de dissociação  $\alpha$ .

Discutiremos somente eletrólitos binários uni-univalentes ou 1-1 (Eletrólitos simétricos de NaCl ou KCl) e eletrólitos quaternários uni-trivalentes ou 1-3 (Eletrólitos não simétricos de Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>) em solução aquosa.

As soluções eletrolíticas obedecem a lei de Ohm e são caracterizadas por sua condutividade  $\sigma$ , a qual é função da temperatura e da concentração. Sob ação do campo elétrico os ânions dirigem-se para o ânodo e os cátions para o cátodo. A condutividade [S/m] da solução eletrolítica é dada por:

$$\sigma = n_+ q_+ \mu_+ + n_- q_- \mu_- \quad (2.100)$$

Onde  $n_{\pm}$  é a densidade de íons ( $\pm$ ),  $q_{\pm}$  é a carga do íon ( $\pm$ ) e  $\mu_{\pm}$  é a mobilidade dos íons ( $\pm$ ).

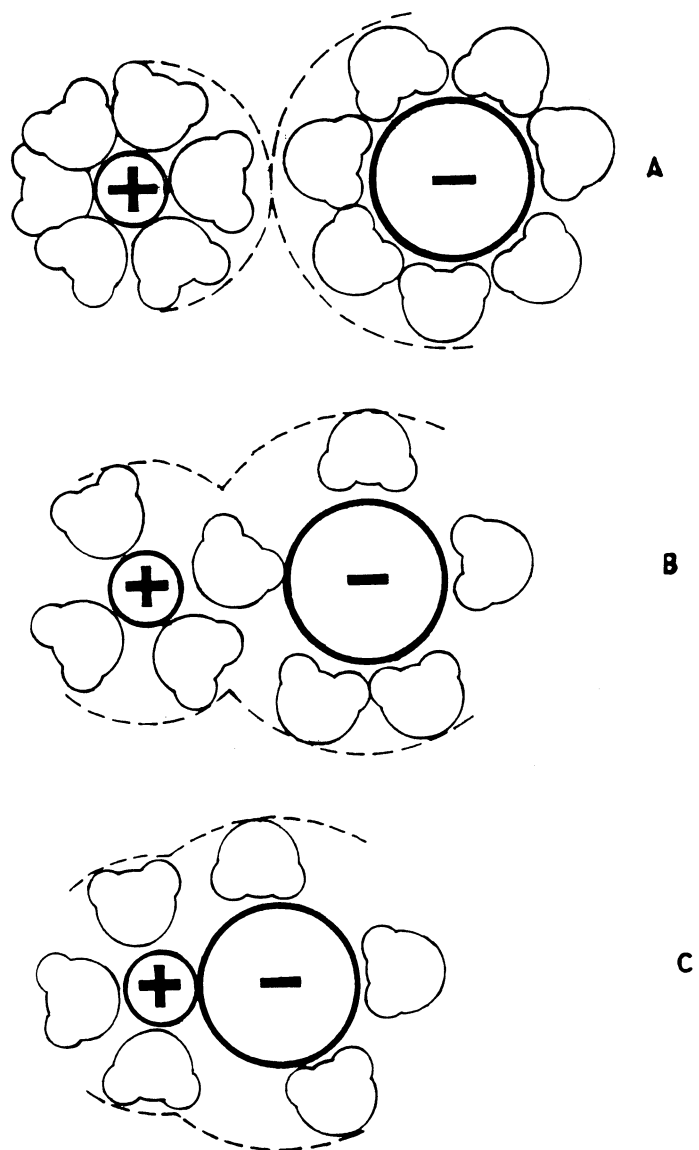
É usual definir a condutividade referida a um mol de soluto, isto é,  $\Lambda = \sigma/c$ , onde  $c$  é a concentração molar. Na tabela da figura 29 a seguir mostramos a mobilidade de alguns íons em solução aquosa a 25 °C.

Sais cristalinos quando em contato com a água são dissolvidos formando uma solução eletrolítica. Quando as concentrações são pequenas e a constante dielétrica do solvente é grande (para a água  $\epsilon = 78,5$  a 25°C) a dissociação é praticamente completa ( $\alpha \approx 1$ ) e cada íon fica rodeado por moléculas de água. Este processo chama-se solvatação e é caracterizado pelo número de hidratação, o qual é definido como sendo o número de moléculas de água que perderem seus graus de liberdade translacionais, em virtude da associação com o íon (ver figura 30). Como exemplo, tomemos o íon  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$  cujos números de hidratação são em média iguais respectivamente a 3 e 2. Íons pequenos se ligam mais a água que íons grandes e cátions mais a água do que ânions, porque a carga positiva é mais efetiva em polarizar as nuvens eletrônicas negativas das moléculas do solvente. Consequentemente o raio efetivo do íon aumenta. No quadro da figura 31 exemplificamos os raios dos íons, onde o íon do  $\text{PO}_4^{3-}$  é um íon complexo com estrutura tetraedral. (38,53)

**FIGURA 29. MOBILIDADE DE ALGUNS ÍONS EM SOLUÇÃO AQUOSA A 25 °C.**

Íon	Mobilidade [ $\text{m}^2\text{s}^{-1}\text{V}^{-1}$ ]
$\text{H}^+$	$36,30 \times 10^{-8}$
$\text{OH}^-$	$20,52 \times 10^{-8}$
$\text{Na}^+$	$5,19 \times 10^{-8}$
$\text{Cl}^-$	$7,91 \times 10^{-8}$
$\text{PO}_4^{3-}$	$1,96 \times 10^{-8}$

**FIGURA 30.** POSSÍVEIS MODOS DE HIDRATAÇÃO DE UM PAR DE ÍONS. (A - contato primário entre camadas; B - acoplamento das camadas; C - contato direto)





**FIGURA 31. RAIOS EFETIVOS DE ALGUNS ÍONS.**

Íon	Raio do íon (nm)	
	não solvatado	solvatado
Na <sup>+</sup>	0,095	0,45
Cl <sup>-</sup>	0,181	0,3
PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	?	0,4

A condutividade dos eletrólitos pode ser compreendida, pelo menos de uma maneira aproximada, com auxílio de algumas teorias. Uma delas é a teoria de Debye-Hückel-Onsager (25,38,100,106), que aplica-se para eletrólitos fortes e baseia-se na hipótese de que os íons não estão distribuídos caoticamente na solução e sim que, em torno de cada íon (íon central) existe uma probabilidade maior (mesmo local) de encontrar íons de sinal oposto do que aqueles de mesmo sinal. O movimento térmico impede qualquer arranjo ordenado, mas a tendência final (regime estacionário) é um compromisso dinâmico entre as interações eletrostáticas tendendo a produzir um arranjo ordenado e as colisões tendendo a produzir um movimento caótico.

Esta distribuição de íons de sinal oposto ao íon central chama-se atmosfera iônica. A densidade de carga desta atmosfera iônica é dada por (SI): (74, 75)

$$\rho = \frac{-z_i \cdot e \cdot b^2 \cdot \exp(ba)}{4\pi \cdot (1 + ba)} \cdot \frac{\exp(-br)}{r} \quad (2.101)$$

Onde :  $b^{-1}$  = raio de Debye, o qual é uma medida da espessura da atmosfera iônica

$z_i$  = a valência do íon de espécie  $i$

$a$  = raio efetivo do íon central

$e$  = carga eletrônica.

O raio de Debye é dado pela expressão (SI): (74, 75)

$$\frac{1}{b} = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot k \cdot T}{e^2 \cdot \sum_i z_i \cdot c_i}} \quad (2.102)$$

Onde :  $k$  = constante de Boltzmann

$\varepsilon$  = constante dielétrica

$\varepsilon_0$  = permissividade do vácuo

$c_i$  = nº médio de íons de espécie  $i$  por unidade de volume

A teoria de interação eletrostática interiônica pode, numa primeira aproximação, ser aplicada para explicar pelo menos qualitativamente a condutividade elétrica em soluções eletrolíticas. Esta teoria foi aperfeiçoada posteriormente por L. Onsager e outros. O cálculo da condutividade de uma solução eletrolítica é mesmo atualmente um problema difícil, razão pela qual apenas o discutiremos qualitativamente.

A aplicação de um campo elétrico a uma solução eletrolítica faz com que os íons se desloquem, não em linha reta, mas numa série de ziguezagues similar ao movimento browniano. É provável que os íons se movam por saltos de um vazio ao outro no líquido solvente. Do ponto de vista microscópico, pode-se dizer que, opondo-se a ação do campo elétrico, surgem três efeitos retardadores:

- Atrito "viscoso" sobre o íon devido ao solvente
- Efeito de assimetria ou relaxação
- Efeito eletroforético

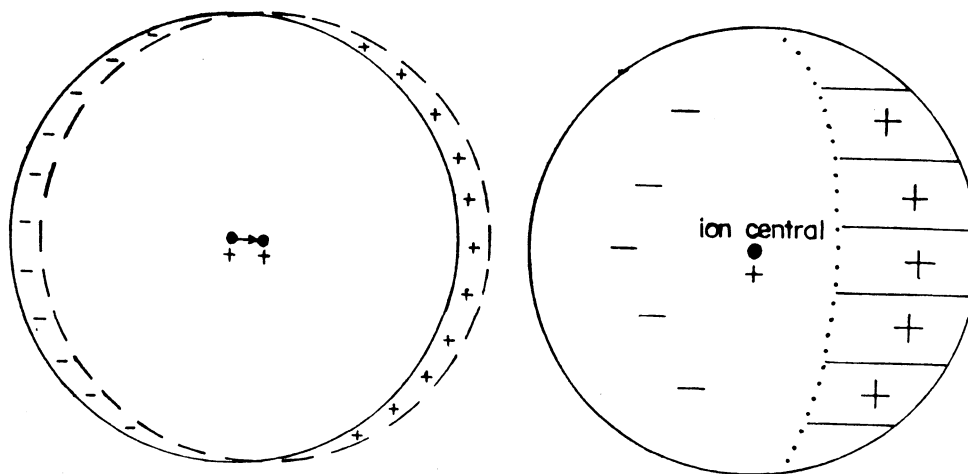
Embora o eletrólito não possa ser considerado como um meio contínuo, costuma-se considerar que o primeiro efeito é caracterizado por uma força de atrito dada pela lei de Stokes.

Os dois últimos estão intimamente relacionados com a atmosfera iônica.

Debye mostrou que para baixas concentrações, a atmosfera iônica tem simetria esférica em torno do íon central, em estado estacionário. Evidentemente esta atmosfera não pode ser criada ou destruída instantaneamente, levando um certo tempo, chamado tempo de relaxação  $\tau$ .

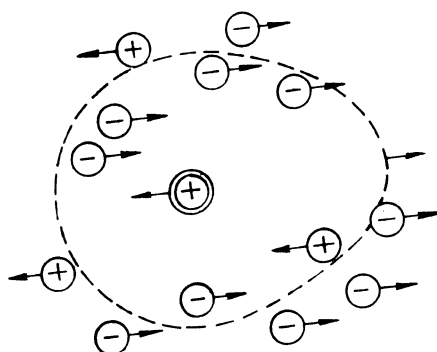
O efeito de assimetria ou relaxação ocorre quando aplicamos um campo elétrico à solução. O íon central começa a se deslocar e a atmosfera iônica também, porém em sentido oposto. Desta forma a simetria da atmosfera é quebrada, devido ao valor finito do tempo de relaxação (as forças interiônicas tendem a restaurar a simetria, contudo a mesma não é restaurada). Durante o deslocamento, o íon central vê em sua frente, uma carga de mesmo sinal, e em sua retaguarda uma carga de sinal oposto. Conseqüentemente esta assimetria causa uma força de retardo a qual diminui a mobilidade do íon central. Esta força é chamada força elétrica de relaxação (ver figura 32).

**FIGURA 32. DISTRIBUIÇÃO ASSIMÉTRICA DE CARGAS EM TORNO DE UM ÍON CENTRAL POSITIVO DEVIDO A UM CAMPO ELÉTRICO APLICADO**



O efeito eletroforético, responsável também pelo decréscimo da mobilidade dos íons, é entendido tendo em vista a existência da atmosfera iônica de sinal oposto a do íon central, causando assim um movimento adicional do solvente em direção oposta à do íon central. O resultado é a força eletroforética (ver figura 33).<sup>(22,100,106)</sup>

**FIGURA 33. MOVIMENTO DE UM ÍON CENTRAL POSITIVO E A ATMOSFERA IÔNICA SOB AÇÃO DE UM CAMPO ELÉTRICO**



Admitindo a aplicabilidade da Lei de Newton pode-se escrever (sistema cgses):

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = z_i e E - \frac{1}{6} \frac{\rho v_i}{\epsilon k T} b e^2 z_i^2 - \rho_i v_i - e z_i b a_i E \quad (2.103)$$

Onde:  $m_i$  = massa do íon de espécie i

$z_i$  = valência do íon de espécie i

$e$  = carga eletrônica

$E$  = campo elétrico

$v_i$  = velocidade do íon de espécie  $i$

$a_i$  = raio efetivo do íon de espécie  $i$

$b^{-1}$  = raio de Debye

$\varepsilon$  = constante dielétrica

$k$  = constante de Boltzmann

$T$  = temperatura absoluta

$\rho_i = 6\pi\eta a_i$

$\eta$  = viscosidade da solução

$n_i$  = número de íons de espécie  $i$  por unidade de volume

$$\rho = \frac{\sum n_i \cdot q_i^2 \cdot \rho_i}{\sum n_i \cdot q_i^2} = \text{constante de fricção média da solução}$$

$q_i$  = carga do íon de espécie  $i$

No segundo membro da equação (2.103), a primeira parcela é a ação do campo elétrico aplicado, a segunda parcela é o efeito de relaxação, a terceira parcela é o atrito "viscoso" e a quarta parcela é a contribuição do efeito eletroforético (Modelo de Debye-Hückel) (25).

A solução estacionária de (2.103) permite determinar  $v_i$  e a mobilidade do íon de espécie  $i$  [  $\mu_i = v_i/E$  ] e de (2.100) a condutividade da solução eletrolítica.

Com alguma álgebra consegue-se mostrar que a solução estacionária de (2.103) permite calcular a condutância molar, cujo resultado é : (106)

$$\Lambda = \Lambda_{\infty} - \Lambda_{\infty} \left[ \frac{k_1 w_i}{\varepsilon^{3/2}} - \frac{k_2 \langle a \rangle}{\varepsilon^{1/2}} \right] \sqrt{2c} \quad (2.104)$$

Onde :  $k_1$  e  $k_2$  = constantes variando sómente com a temperatura

$c$  = concentração molar

$$w_i = \frac{1}{2} \left[ \frac{\mu_{1\infty}}{\mu_{2\infty}} + \frac{\mu_{2\infty}}{\mu_{1\infty}} \right]$$

$\langle \alpha \rangle$  = raio iônico médio

$\Lambda_\infty$  = condutância molar a diluição infinita

É fácil verificar que em regime transiente a lei de Ohm não é válida.

### 2.5.1 EFEITO WIEN E EFEITO DEBYE-FALKENHAGEN (22,25,100)

Wien e seu grupo, quando investigavam o coeficiente de temperatura da condutividade para campos elétricos elevados ( $E > 10$  kV/cm) e em condições na qual a corrente elétrica passava durante intervalos de tempo muito pequenos, descobriram um efeito curioso. A condutividade das soluções aumentavam com o campo elétrico aplicado, além do esperado devido ao efeito Joule. No caso os valores de condutividade utilizados nas unidades primária e secundária, devido aos campos bem inferiores ao acima citado, considera-se que não houve influência deste efeito.

A explicação deste fenômeno foi dada por Joos-Blumentrieh e é a seguinte. Quando se aplica um campo elevado a uma célula, os íons presentes na solução se movem naturalmente mais rápidos que a campos pequenos. De ordinário estas velocidades são da ordem de  $10^{-3}$  cm/s, porém nas experiências de Wien, as velocidades se aproximavam de 1m/s. A estas velocidades é difícil que a atmosfera iônica possa formar-se da mesma maneira que se formaria se o íon viajasse a baixa velocidade. Nestas condições, sem a atmosfera iônica, as forças elétricas de relaxação e eletroforética deixam de existir e o íon deve migrar com velocidade igual á correspondente a diluição infinita (concentração nula).

O efeito Debye-Falkenhagen é o aumento de condutividade com a frequência do campo elétrico aplicado. Quando a frequência é baixa, isto é,  $f \ll 1/\tau$ , a atmosfera iônica se apresenta a cada momento uma determinada dessimetria, e conseqüentemente não existirá

mudança na condutividade. Se  $f \gg 1/\tau$  a dessimetria na atmosfera iônica não poderá se reconstruir devido ao fato de que o campo muda de direção muito rapidamente. Logo a atmosfera iônica fica simétrica. Desta forma o efeito de relaxação não contribuirá mais para a condutividade e esta aumentará com a frequência. O efeito eletroforético permanece independente da frequência.

Observe-se que o tempo de relaxação e o raio de Debye podem ser estimados grosseiramente para eletrólitos 1-1, pela expressão: (25)

$$\frac{1}{b} = \frac{10^{-8}}{\sqrt{c}} \text{ (cm)} \quad \text{e} \quad \tau = \frac{10^{-10}}{\sqrt{c}} \text{ (s)}$$

onde  $c$  é dado em mol/litro.

Este efeito só é importante para frequências  $f$  bem acima de 10 MHz. As medidas de condutividade obtidas no item 3 não podem ser correlacionadas com este efeito por falta de confiabilidade nos dados medidos para frequências acima de 10 MHz e por ser  $1/\tau$  da ordem de 300 ~ 500 MHz.

### **3 PARTE EXPERIMENTAL**

#### **3.1 PROJETO E DESENHOS MECÂNICOS**

Os materiais utilizados no divisor foram aço inox em todos os eletrodos e tubos de acrílico como material isolante e recipiente que contém a solução. O projeto foi basicamente dividido em duas partes, a unidade primária ou de alta tensão e unidade secundária ou de baixa tensão. Na figura 34 temos uma fotografia do divisor.

**FIGURA 34 . FOTOGRAFIA DO DIVISOR.**





A unidade de alta tensão foi projetada levando em conta uma altura suficiente para que, com um dado diâmetro, obter a resistência de aproximadamente  $1\text{ k}\Omega$  e um isolamento suficiente para suportar aproximadamente 500 kV de impulso. O diâmetro do tubo de acrílico é importante também para o dimensionamento térmico. Ambos eletrodos, superior e inferior foram construídos em aço inox.

A unidade de baixa tensão foi projetada de maneira coaxial, ou seja, o condutor que é utilizado para derivar o sinal de tensão para o osciloscópio é inserido no centro da geometria. Este condutor é ligado ao eletrodo superior e soldado a um conector no eletrodo inferior e o mesmo é isolado por um mangueira de fibra de vidro emborrachada. Este projeto evita tensões induzidas no condutor caso este fosse conectado de maneira diferente, formando um *loop*.

O eletrodo inferior da unidade de baixa tensão é conectado via um cilindro de aço inox a um anel de alumínio situado na base do divisor, que por sua vez é conectado ao terra do laboratório através de uma fita de cobre e o eletrodo superior é conectado ao eletrodo inferior da unidade de alta tensão.

No eletrodo superior da unidade de alta tensão é conectado um toróide para equalizar a distribuição de tensão ao longo da coluna de alta tensão. O divisor é suportado por uma base de ferro em forma de cruz onde colocou-se quatro rodas para facilitar a locomoção do mesmo.

O anel de alumínio é então conectada a esta base através de quatro isoladores de epóxi. Este anel é conectado ao terra do laboratório. O condutor de alta tensão é formado por um tubo de alumínio de diâmetro 20 mm e comprimento 0,8 m que também faz parte do circuito de medição. Foi determinada a composição do aço inox através de análises químicas e obteve-se a seguinte composição em % em massa:

Carbono = 0,09

Cromo = 18,5

Níquel = 8,9

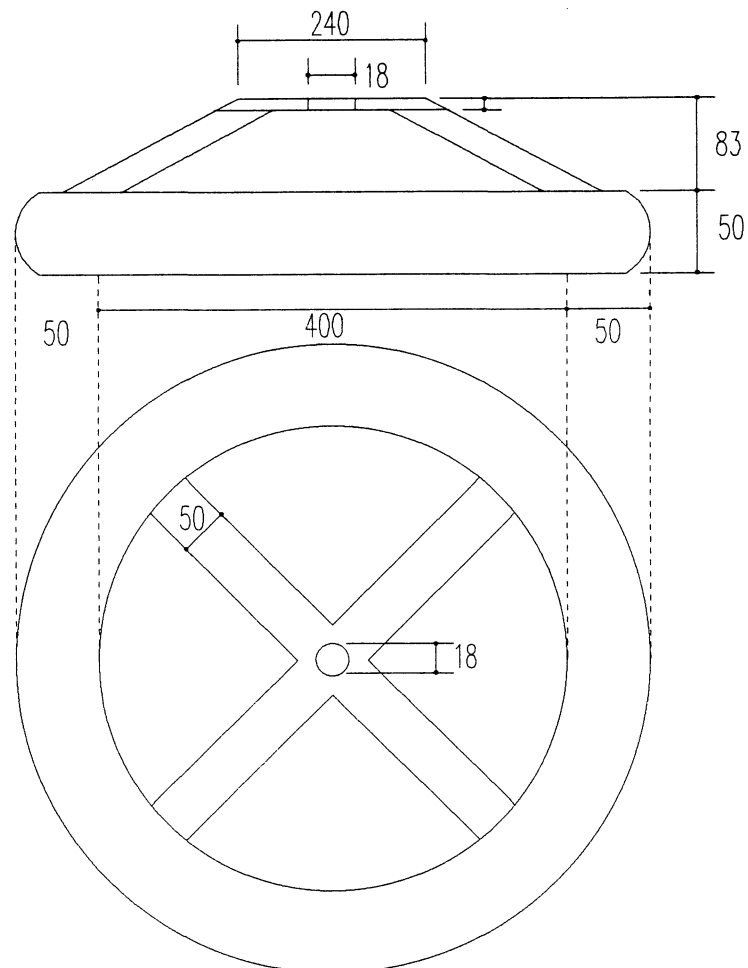
Manganês = 1,79

Molibdênio = 0,35

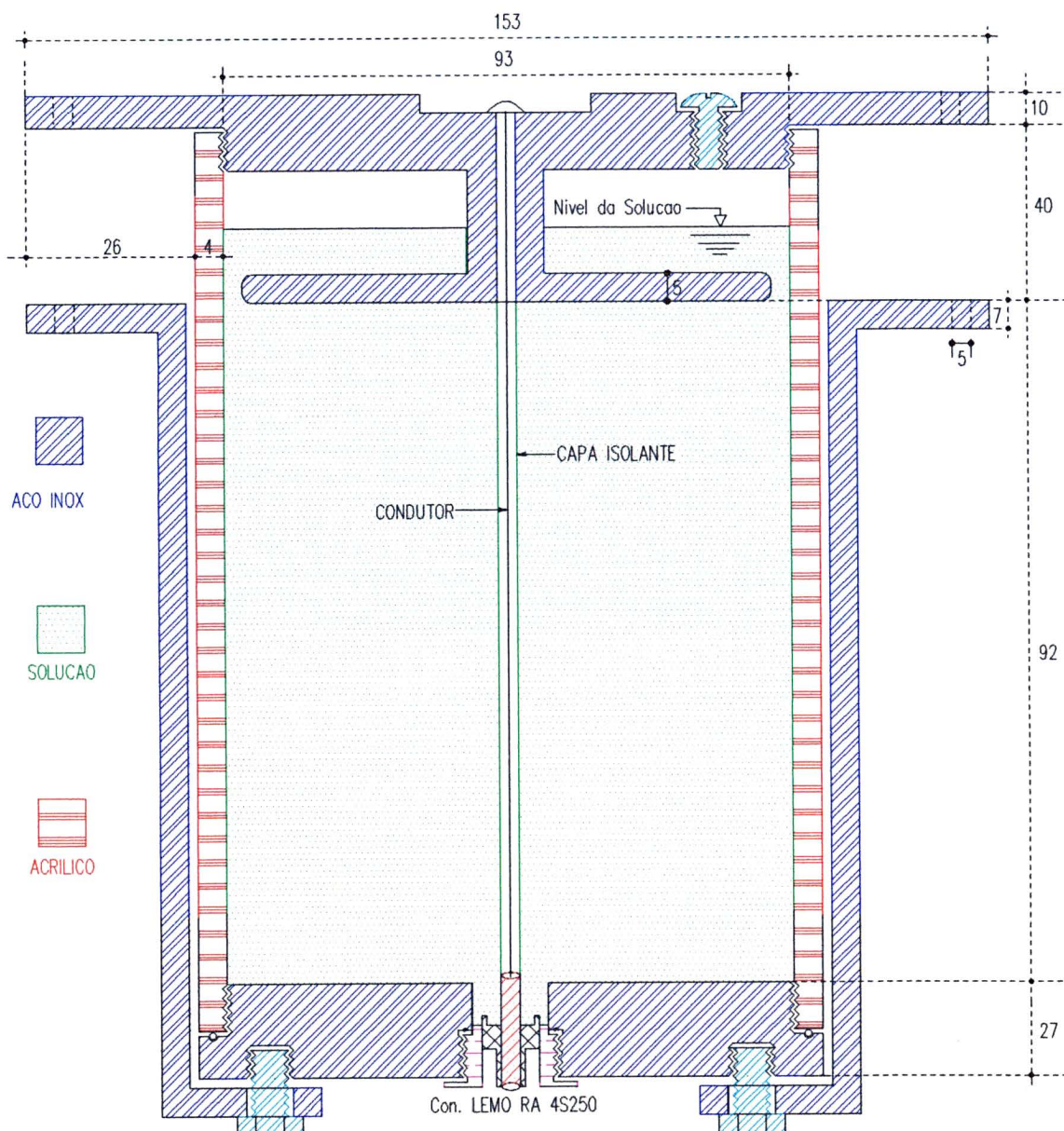
Silício = 0,58

Com estes valores é possível classificar a liga metálica ferrosa como sendo aço inoxidável tipo AISI 302. Nas figuras 35, 36 e 37 temos os desenhos mecânicos representando as secções transversais das partes envolvidas, onde as dimensões são expressas em milímetros.

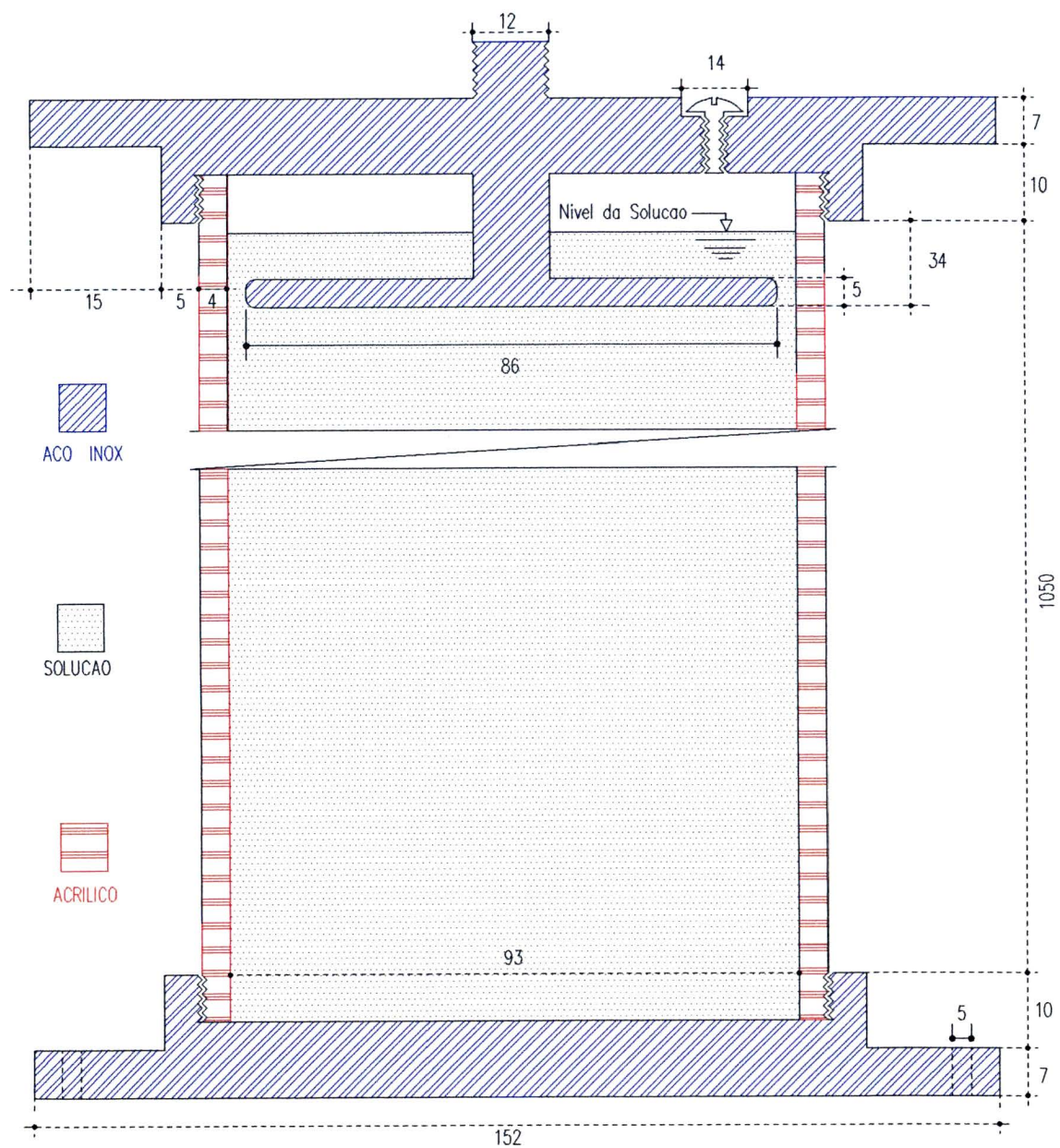
**FIGURA 35. TORÓIDE UTILIZADO NO DIVISOR. (dimensões em mm)**



**FIGURA 36. DESENHO DA UNIDADE SECUNDÁRIA DO DIVISOR MOSTRANDO O CONECTOR COAXIAL PARA O OSCILOSCÓPIO. (dimensões em mm)**



**FIGURA 37. DESENHO DA UNIDADE PRIMÁRIA DO DIVISOR.**  
(dimensões em mm)



### 3.2 MEDIDAS DA RESISTÊNCIA PRIMÁRIA E SECUNDÁRIA

As medidas dos valores da condutividade e do coeficiente térmico da condutividade das soluções de NaCl e Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> em suas diversas concentrações foram determinadas através da utilização de uma célula de platina (constante geométrica  $C = 0,75 \text{ cm}^{-1}$ ), calibrada com uma solução padrão de KCl e com dados obtidos na literatura especializada. As medidas de resistência utilizando a célula de platina foram efetuadas por uma ponte RLC da General Radio, na frequência de 1 kHz, utilizando circuito série, na tensão de aproximadamente  $0,3 V_{\text{rms}}$ .

Primeiramente foram feitas as seguintes soluções padrões de KCl em água bi-destilada e realizadas as relações entre resistência e concentração, conforme podemos ver na tabela da figura 38. Durante a medição a temperatura da solução foi controlada através de banho térmico. A célula de platina foi mantida dentro da solução durante a equalização da temperatura pelo banho térmico, sendo o valor da resistência  $R$  medida com a ponte RLC, via os bornes da célula.

FIGURA 38. TABELA PARA AS SOLUÇÕES PADRÃO DE KCl

$m(\text{KCl})$	$m(\text{H}_2\text{O})$	$c$	$t$	$R$
(g)	(g)	(g/l)	(°C)	( $\Omega$ )
1,52	101,52	14,97	24,9	30,93
1,52	151,52	10,03	25,0	44,72
1,52	201,52	7,54	25,0	58,53

Através da tabela da figura 39, é possível correlacionar resistência com condutividade com auxílio de uma constante, denominada, constante de calibração da célula. Estes dados de calibração são para uma temperatura de 25 °C e com  $M_{\text{KCl}} = 74,551 \text{ g/mol}$ .

**FIGURA 39. DADOS DE CALIBRAÇÃO DO KCl (73)**

$c$ [mol/l]	0,5	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
$\sigma$ [mS/cm]	59,40	24,84	12,88	6,668	2,767	1,413	0,718	0,147
$c$ [g/l]	37,28	14,91	7,455	3,728	1,491	0,746	0,373	0,075

Interpolando uma função de potência correlacionando concentração e condutividade com os dados da figura 39, é possível montar a tabela da figura 40, para os valores medidos de resistência e concentração da tabela da figura 38.

**FIGURA 40. DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DE CALIBRAÇÃO DA CÉLULA DE PLATINA.**

$c$ [g/l]	$\sigma$ [mS/cm]	$R$ [ $\Omega$ ]	Const.
14,97	24,94	30,93	771,39
10,03	17,058	44,72	762,83
7,54	13,012	58,53	761,59

A constante da célula é o valor que dividido pela resistência nos dá o valor da condutividade e seu valor médio é:

$$\langle \text{Constante da Célula} \rangle = 765,27 \pm 5,34 = 765 \pm 5 \text{ [}\Omega \text{ mS/cm]}$$

De posse da constante da célula, é possível medir as condutividades das soluções e seus coeficientes térmicos, os quais coincidem com os da literatura. <sup>(103)</sup> (ver figuras 41 e 42)



**FIGURA 41. DADOS OBTIDOS PARA A SOLUÇÃO DE  $\text{Na}_3\text{PO}_4$**   
**[M=163,96 g/mol].**

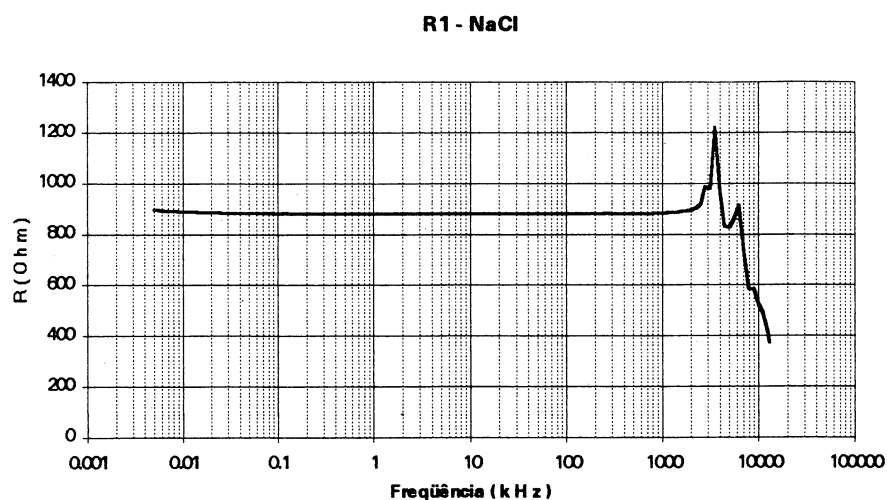
unidade	t	R	$\sigma$	c		$\alpha$
	[°C]	[ $\Omega$ ]	[mS/cm]	[g/l]	[mol/l]	°C <sup>-1</sup>
Secun- dária	20	5,54 ± 0,02	49,2 ± 0,4	64,7	0,395	0,0243 ± 0,003
	25	3,86 ± 0,02	55,2 ± 0,4	64,7	0,395	-
Primária	20	720,1 ± 0,1	1,062 ± 0,009	0,45	0,00274	0,0234 ± 0,003
	25	644,8 ± 0,3	1,186 ± 0,008	0,45	0,00274	-

**FIGURA 42. DADOS OBTIDOS PARA A SOLUÇÃO DE NaCl**  
**[M=58,44 g/mol].**

unidade	t	R	$\sigma$	c		$\alpha$
	[°C]	[ $\Omega$ ]	[mS/cm]	[g/l]	[mol/l]	°C <sup>-1</sup>
Exper.	25	3,429 ± 0,001	223 ± 2	142,8	2,44	-
Secun- dária	20	14,48 ± 0,02	52,8 ± 0,4	37,00	0,633	0,0196 ± 0,002
	25	13,19 ± 0,02	58,0 ± 0,5	37,00	0,633	-
Primária	20	435,0 ± 0,1	1,76 ± 0,01	0,941	0,00161	0,0201 ± 0,002
	25	395,1 ± 0,1	1,94 ± 0,01	0,941	0,00161	-

É possível também, utilizar a geometria do divisor para cálculo aproximado da condutividade, através de medidas das resistências primária e secundária. Estas foram realizadas com um Analizador de Impedâncias LF, tipo 4192A da HP, na faixa de frequências de 5 Hz até 13 MHz e na tensão de aproximadamente 1,1 V<sub>rms</sub>. Estão disponíveis os valores de R para as unidade primária e secundária considerando os dois tipos de eletrólitos, a saber, NaCl e Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>.

**FIGURA 43. RESISTÊNCIA PRIMÁRIA UTILIZANDO NaCl ( $c=0,941\text{g/l}$ ).**



Com a curva da figura 43, podemos obter o valor em regime da resistência da coluna da unidade primária, como sendo de  $R_1 \cong 880 \Omega$ , com o qual, podemos obter o valor da condutividade da solução através da seguinte fórmula.

$$\sigma = \frac{40}{R} \cdot \frac{L}{D^2 \cdot \pi} \quad (3.1)$$

Onde  $\sigma$  = condutividade em [mS/cm]

$R$  = Resistência da Coluna = 880  $\Omega$

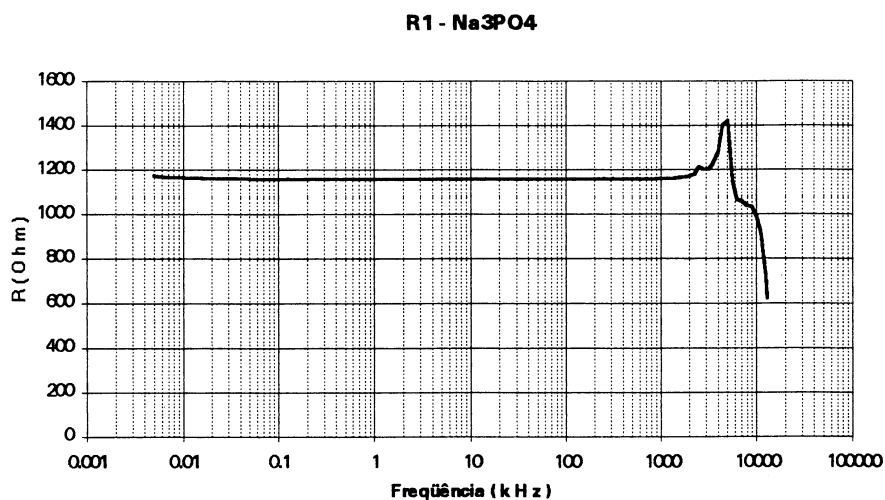
$L$  = Comprimento da Coluna = 1,050 m

$D$  = Diâmetro da Coluna = 0,093 m

Com os valores acima substituídos na equação (3.1) obtemos o valor de  $\sigma = 1,76$  mS/cm para a solução de NaCl.



**FIGURA 44. RESISTÊNCIA PRIMÁRIA UTILIZANDO  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  ( $c=0,45$  g/l)**

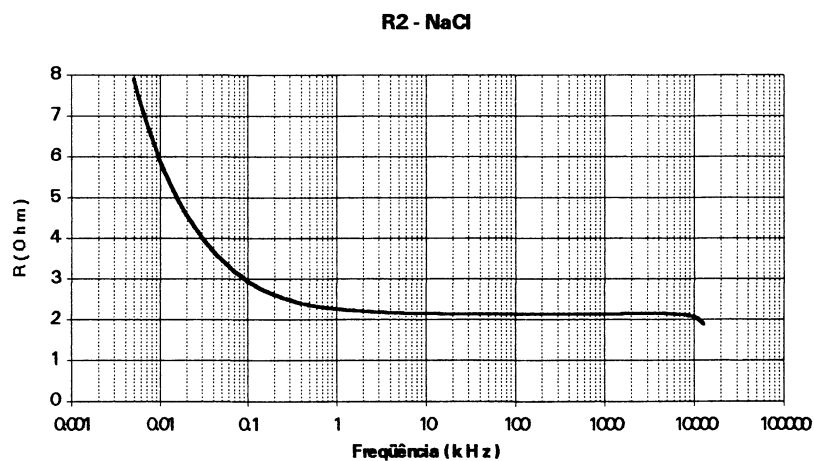


Similarmente para a solução de  $\text{Na}_3\text{PO}_4$  e com auxílio da curva da figura 44, podemos calcular a condutividade. Com o valor de  $R$ , igual a  $1160 \Omega$  (valor em regime permanente), substituído na equação (3.1), obtemos o valor de  $\sigma = 1,33$  mS/cm.

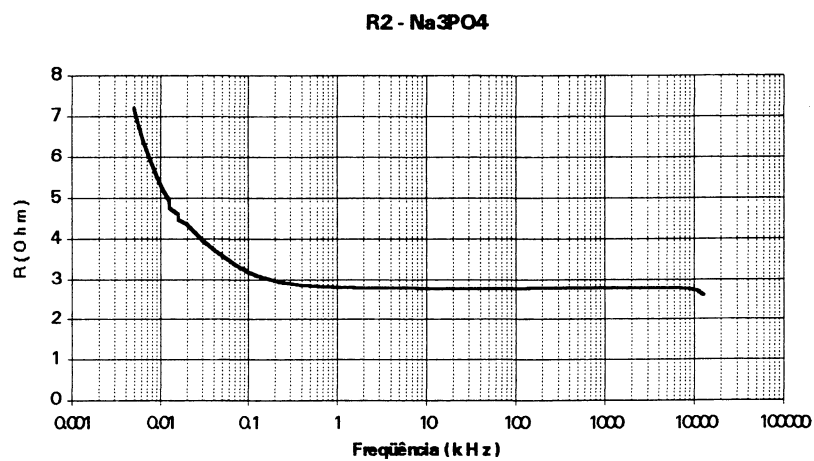
Vamos agora para as curvas da unidade secundária utilizando soluções de NaCl e  $\text{Na}_3\text{PO}_4$ . Utilizando a equação (3.1) novamente, com  $R$  sendo os valores medidos de  $R_2 = 2,128 \Omega$  (NaCl) e  $2,77 \Omega$  ( $\text{Na}_3\text{PO}_4$ , ) e  $L = 92$  mm, obtemos valores de  $\sigma$  iguais a 63,6 e 48,9 mS/cm respectivamente, ver figuras 45 e 46.

Os valores calculados das condutividades são aproximadamente iguais àqueles encontrados pelas medições com a célula de platina. As diferenças podem ser entendidas, levando em conta que é difícil controlar a temperatura de medição dentro das geometrias das unidades primária e secundária. Outro fenômeno interessante é a polarização dos eletrodos em frequências baixas, aumentando o valor da resistência para estas frequências.

**FIGURA 45. RESISTÊNCIA SECUNDÁRIA COM SOLUÇÃO DE NaCl ( $c=37$  g/l).**



**FIGURA 46. RESISTÊNCIA SECUNDÁRIA COM SOLUÇÃO DE Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> ( $c=64,7$  g/l).**

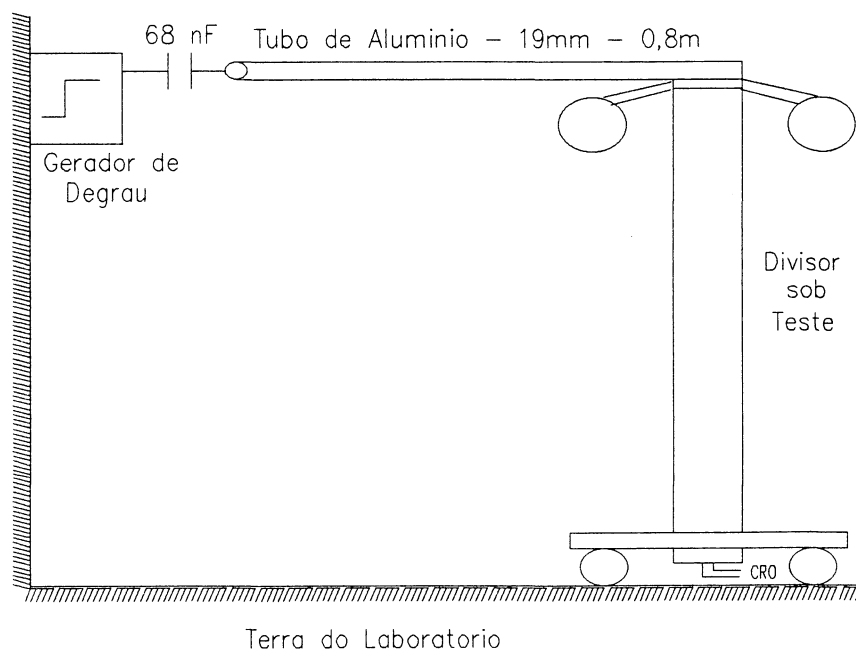


### 3.3 MEDIDAS DA RESPOSTA A DEGRAU E RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

#### 3.3.1 RESPOSTA À DEGRAU

As medidas dos parâmetros de resposta à degrau foram realizadas de acordo com a norma IEC 60 (42), utilizando o circuito mostrado na figura 47. Foi desenvolvido um programa, o qual calcula os parâmetros de resposta. Este programa utiliza a resposta à degrau digitalizada, onde a mesma é processada utilizando algoritmos de filtragem. Este mesmo algoritmo possibilita o cálculo das derivadas primeira e segunda. Um programa adicional faz o cálculo da origem virtual, correção do nível unitário, cálculo dos parâmetros de resposta, cálculo da função  $T(t)$ , etc. No apêndice 3 e na referência (99) temos mais detalhes destes programas.

**FIGURA 47. ARRANJO FÍSICO DO ENSAIO DE RESPOSTA À DEGRAU.**



As respostas à degrau utilizando os dois tipos de eletrólitos foram medidas por um osciloscópio Tektronix digital, tipo 7854, com largura de banda equivalente a 200 MHz e máxima taxa de amostragem de 500 kS/s para evento único.

A conexão do divisor com o sistema de aterramento do laboratório foi feita com uma fita de cobre com largura de 30 cm e comprimento de 1 m. Um cabo coaxial ( $Z_c = 50 \Omega$ ) foi conectado entre a unidade secundária e o osciloscópio. Na extremidade do osciloscópio colocou-se uma impedância de adaptação de  $50 \Omega$ , para evitar ondas viajantes estacionárias no cabo coaxial.

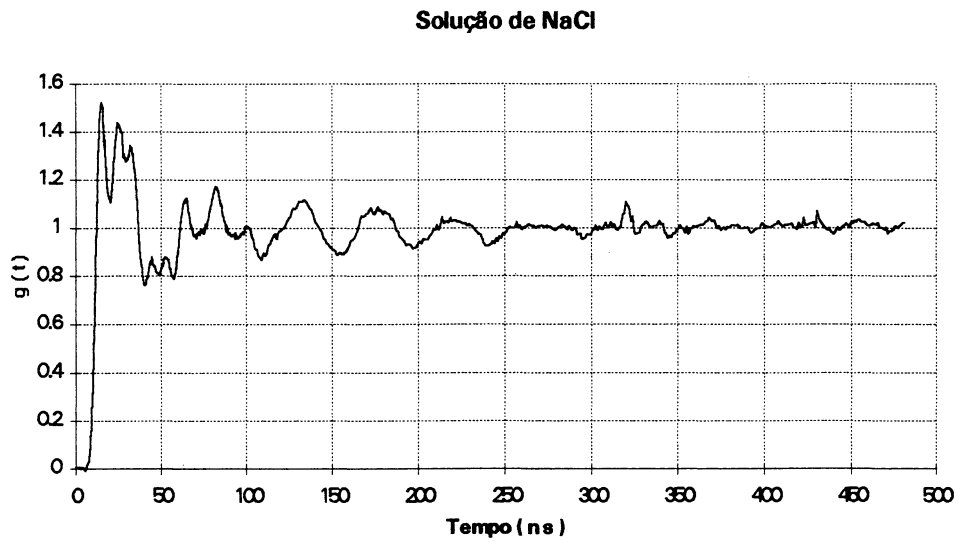
Um degrau de tensão de amplitude de cerca de 90 V e ingremidade de 1 a 3 ns foi aplicado ao divisor sob teste através de um capacitor de 68 nF, cuja finalidade é prover uma certa impedância em frequências relativamente baixas devido a baixa impedância intrínseca do divisor ( $\approx 1 \text{ k}\Omega$ ).

As respostas para os divisores utilizando os dois tipos de eletrólitos e as respectivas funções  $T(t)$  podem ser vistas nas figuras 49 a 52. Os parâmetros de resposta foram calculados por um programa de computador e tabelados na figura 48.

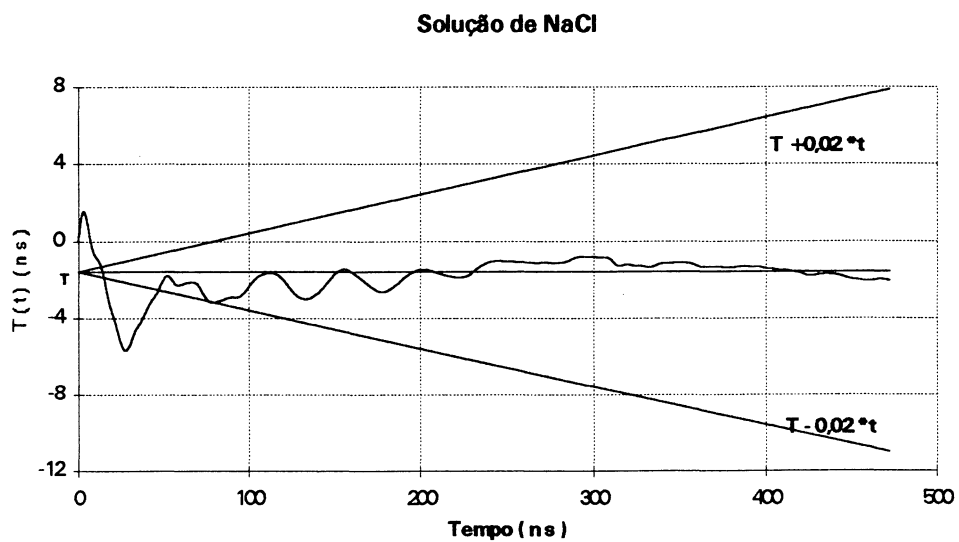
**FIGURA 48. PARÂMETROS DE RESPOSTA PARA OS DOIS ELETRÓLITOS.**

Eletrólito	$T_o$ (ns)	$T_\alpha$ (ns)	$\beta$ (%)	$T$ (ns)	$t_{st}$ (ns)
NaCl	0,3	1,6	52	-1,6	80
Na <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>	0,5	1,5	55	-5,0	81

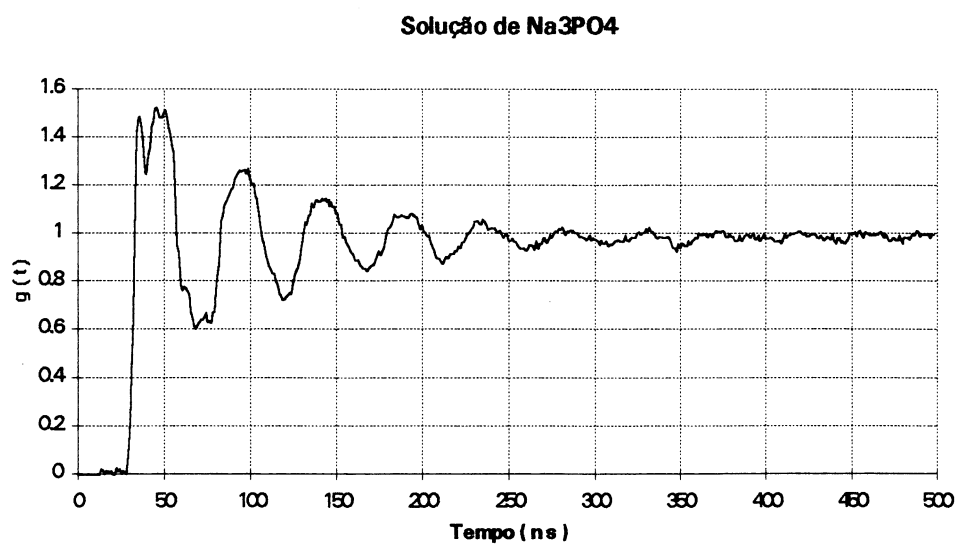
**FIGURA 49. RESPOSTA A DEGRAU COM SOLUÇÃO DE NaCl.**



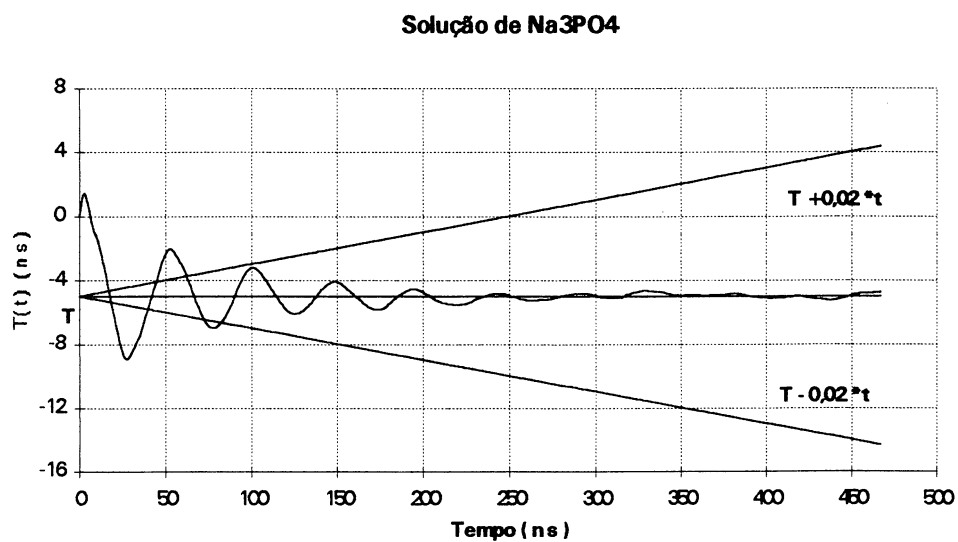
**FIGURA 50. INTEGRAL DA RESPOSTA À DEGRAU DO DIVISOR COM SOLUÇÃO DE NaCl.**



**FIGURA 51. RESPOSTA À DEGRAU DO DIVISOR COM SOLUÇÃO DE  $\text{Na}_3\text{PO}_4$ .**



**FIGURA 52. INTEGRAL DA RESPOSTA À DEGRAU. (com solução de  $\text{Na}_3\text{PO}_4$ ).**



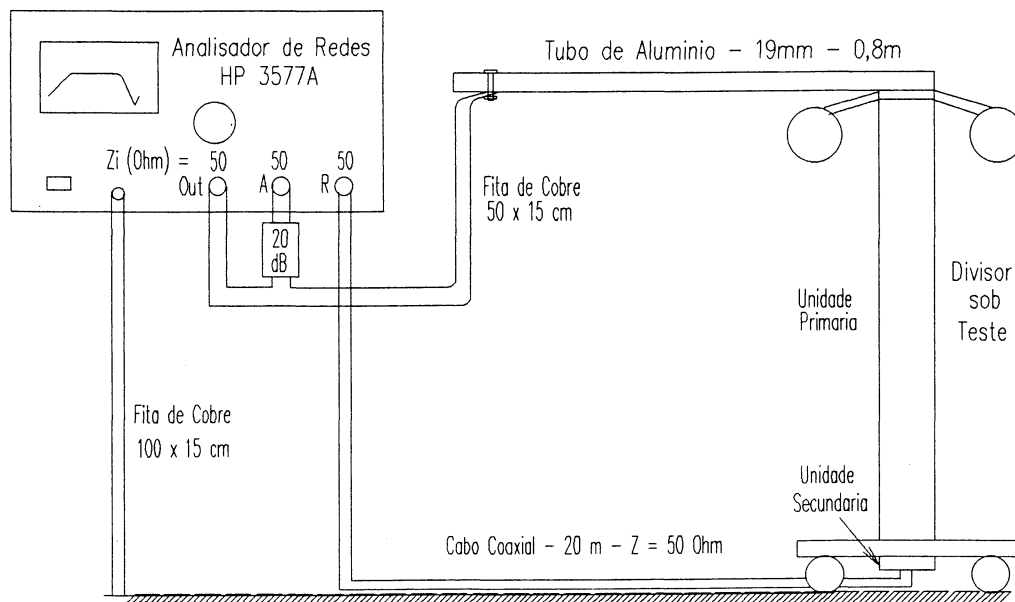
### 3.3.2 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

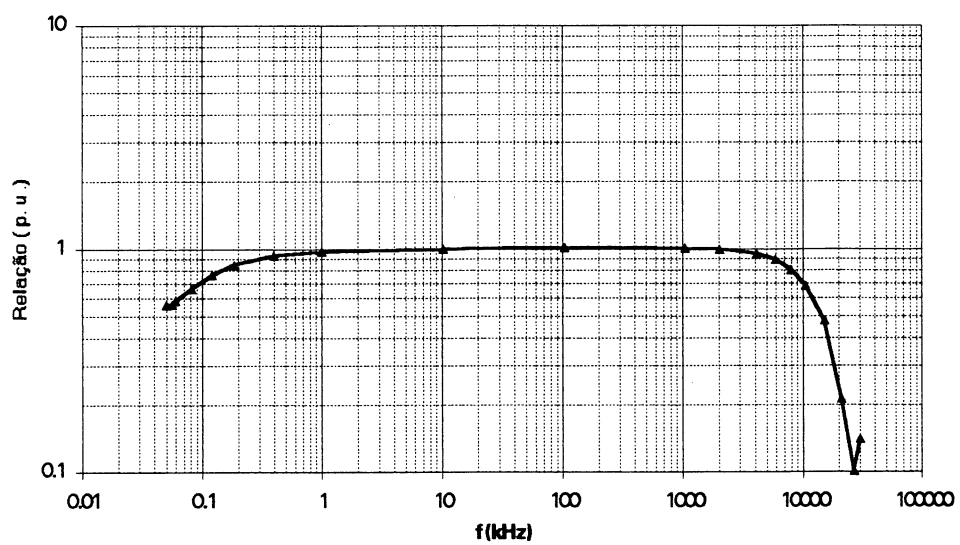
A resposta em frequência do divisor foi medida para o caso do mesmo utilizando o eletrólito de  $\text{Na}_3\text{PO}_4$ . Foi utilizado um analisador de redes da HP, tipo 3577A, para fazer uma varredura em frequência com tensão de  $1,3 \text{ V}_{\text{rms}}$ , ver figura 53.

A tensão gerada pelo instrumento (terminal out) é simultaneamente aplicada ao eletrodo da unidade primária do divisor e medida pelo instrumento no terminal A do mesmo. A tensão resultante na unidade secundária é conectada ao terminal R do analisador através de um cabo coaxial. As impedâncias de entrada dos terminais do instrumento (out, A e R) são todas de  $50 \Omega$ . Foi inserido um atenuador de 20 dB na entrada A para evitar sobrecarga da mesma e conseguir utilizar a tensão máxima de saída do instrumento.

A relação normalizada do divisor é dada pela quociente de A/R para o intervalo das frequências da varredura. O resultado obtido pode ser visto na figura 54, onde a frequência de corte de  $\pm 3 \text{ dB}$  (relação normalizada entre 1,41 e 0,71) está situada perto dos 10 MHz.

**FIGURA 53. DIAGRAMA DA MEDIDA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA EM UM DIVISOR DE TENSÃO.**



**FIGURA 54. RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (com solução de  $\text{Na}_3\text{PO}_4$ ).**



### 3.4 COMPARAÇÃO COM DIVISOR RESISTIVO DA HAEFELY

O divisor resistivo desenvolvido nesta dissertação de mestrado é extremamente rápido e sua utilização se restringe a ondas cortadas na frente para  $T_c < 0,5 \mu s$  e ondas íngremes obtidas em ensaios de perfuração em isoladores por motivo de dissipação térmica. Ele pode também ser utilizado para ondas atmosféricas plenas ( $1,2/50 \mu s$ ), contanto que estas sejam aplicadas em um ritmo lento suficiente para permitir a dissipação do calor absorvido pelo divisor.

Sabemos que o erro cometido por um sistema de medição para ondas cortadas na frente, supondo um crescimento linear, é dado pela equação (3.2). Se admitirmos uma onda cortada em  $T_c = 0,5 \mu s$  e tendo em vista que o tempo de resposta medido para o divisor resistivo é  $T = -1,5 ns$  (ver figura 48 para o NaCl), espera-se um erro da ordem de  $+ 0,3 \%$  introduzido pelo sistema de medição. Este valor é desprezível em metrologia de alta tensão.

No laboratório de alta tensão do LAC existe um divisor resistivo, fabricado pela HAEFELY<sup>®</sup>, tensão nominal 1 MV e resistência da unidade primária de 14 k $\Omega$ . Este divisor não é adequado para medição de ondas de impulso cortadas na frente para  $T_c < 0,5 \mu s$  e muito menos para impulsos íngremes. Contudo, se o mesmo for utilizado para medir ondas de impulso cortadas na frente com  $T_c = 0,5 \mu s$ , podemos esperar um erro, dado pela equação (3.2), de aproximadamente  $- 4,6\%$ , pois o tempo de resposta medido deste divisor é de  $T = 23 ns$ .

$$\delta_{tc} = -\frac{T}{T_c} \quad (3.2)$$

Onde :  $\delta_{tc}$  = Erro na tensão de crista;

$T$  = Tempo de resposta do divisor;

$T_c$  = Tempo de corte da onda de tensão.

Uma idéia interessante para testar o comportamento transitório do divisor desenvolvido nesta dissertação é conectá-lo em paralelo ao divisor da Haefely e aplicar ondas de impulso cortadas na frente em  $T_c = 0,5 \mu s$ . O resultado teórico esperado é que a tensão medida pelo divisor da Haefely<sup>®</sup> seria menor que a tensão medida pelo divisor da dissertação de um quantidade de aproximadamente 5 %, pois este último está medindo a tensão corretamente.

Por outro lado, se aplicarmos uma onda de impulso pleno nos dois divisores em paralelo (teoricamente os dois divisores são adequados para medir este tipo de onda), as medidas teriam que ser coincidentes, dentro de uma diferença menor que 3 %, já que este valor é o erro básico admissível em medidas de alta tensão.

Foram realizadas primeiramente duas seqüências de ensaios com ondas plenas de impulso atmosférico (1,1/40 e 1,25/40  $\mu s$ ) em ambas polaridades em um ritmo lento suficiente para não haver aumento de temperatura na solução do divisor desenvolvido neste trabalho. Depois foram realizadas as aplicações das ondas de impulso cortadas em  $T_c = 0,5 \mu s$ , nas duas polaridades. Na tabela da figura 55, temos os resultados destes ensaios, onde as tensões são valores médios e o  $s$  é desvio padrão amostral do valor de  $\delta$ .

**FIGURA 55. TABELA COM OS RESULTADOS DA INTERCOMPARAÇÃO.**

Onda	Disser.	Haefely	$\delta$	s
	(kV)	(kV)	(%)	(%)
1,25/40 $\mu s$	157,2	156,5	-0,5	0,8
	-167,9	-169,1	+1	1
1,1/40 $\mu s$	158,3	156,9	-0,9	0,6
	-160,9	-157,5	-2,2	0,7
Cortada com 0,5 $\mu s$	198,6	189,3	-5	1
	-204,4	-194,0	-5	1

Pela análise dos resultados chegamos a conclusão que:

a) Para ondas de impulso cortadas na frente, o divisor da Haefely realmente mediu um valor cerca de 5 % inferior ao medido pelo outro divisor;

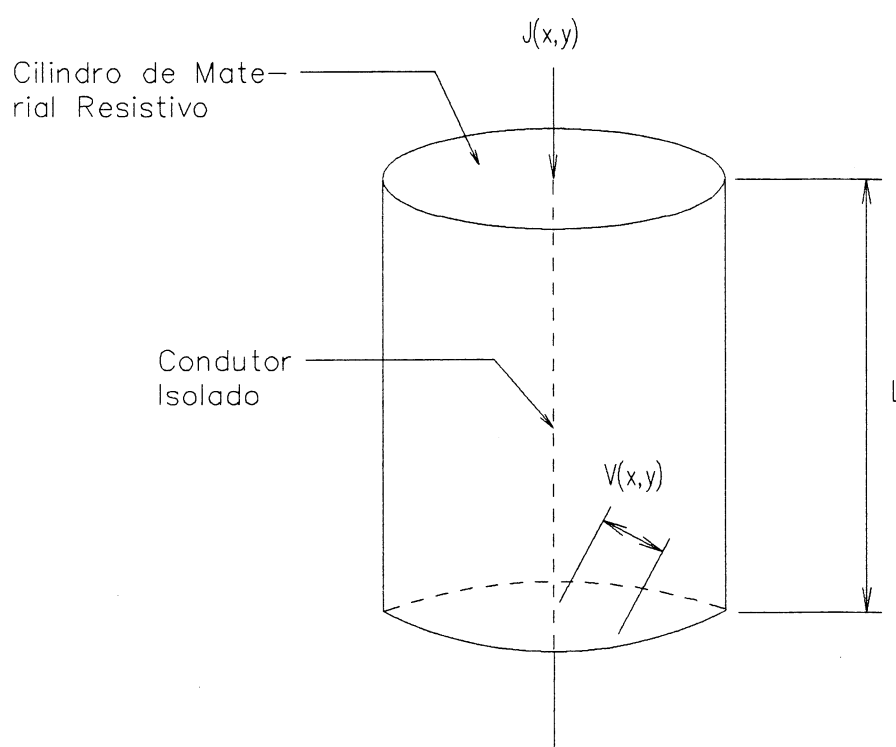
b) Para ondas de impulso pleno, os dois sistemas mediram o mesmo valor, com uma tolerância de  $\pm 3\%$  entre eles.

Estes resultados confirmam o que era esperado teoricamente, em termos de erros em medidas de ondas de impulso cortadas na frente.

### 3.5 RESULTADOS COMPARATIVOS PARA O EFEITO SKIN

Uma experiência foi realizada visando confirmar o resultado obtido para a função densidade de corrente, equação (2.77). Com auxílio da figura 56, podemos escrever a equação (3.3) a seguir:

**FIGURA 56. CIRCUITO DE MEDIDA DA DENSIDADE DE CORRENTE.**



$$V(x, y) = \left( \frac{L}{\sigma} \right) \cdot J(x, y) \quad (3.3)$$

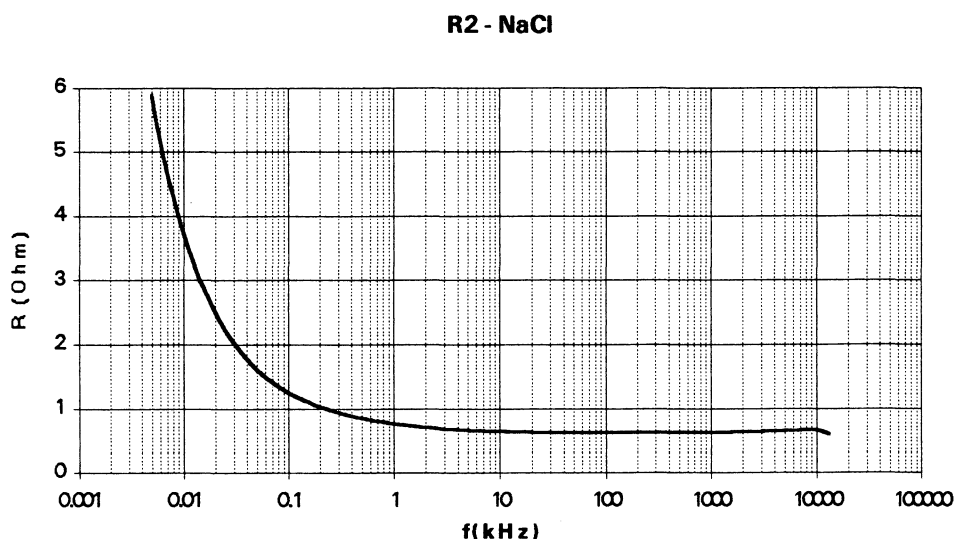
Através da equação (3.3) temos que a queda de tensão nos terminais de saída do cilindro resistivo da figura é proporcional a densidade de corrente, onde  $\sigma$  é a condutividade do material resistivo. Como estamos medindo o sinal no centro da geometria cilíndrica, teremos que impor  $x = 0$ .

Utilizaremos, como geometria cilíndrica a unidade secundária do divisor, pois a mesma tem a conexão coaxial necessária para medir a queda de tensão no cilindro resistivo. Ver figura 36.

No entanto, com intuito de obtermos um efeito Skin mensurável para nossa instrumentação, utilizamos uma solução de NaCl, cuja condutividade era grande o suficiente,  $\sigma = 223 \text{ mS/cm}$  a  $25^\circ\text{C}$  ( $c = 142,8 \text{ g/l}$ ). A resistência obtida na unidade secundária com esta solução foi medida, para confirmação, com um analisador de redes da HP, tipo 3577A, obtendo-se a curva da figura 57.

Com o valor de  $R_2 = 0,628 \Omega$  substituído na equação (3.1) obtivemos um valor de  $\sigma = 216 \text{ mS/cm}$ , bem próximo ao valor medido no parágrafo anterior, que substituído na equação da densidade de corrente  $J(x = 0, t)$  (equação 2.77), nos dá a densidade de corrente teórica a um degrau de corrente unitário no centro da unidade secundária.

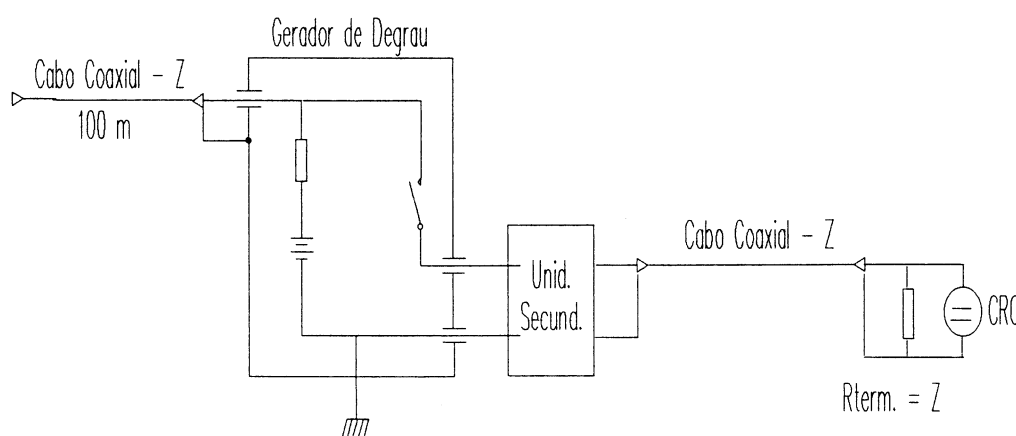
**FIGURA 57. RESISTÊNCIA SECUNDÁRIA COM SOLUÇÃO DE NaCl**



A densidade de corrente medida na prática foi obtida através de um circuito típico para medir a resposta à degrau de corrente. Ele é construído através de um cabo coaxial com uma extremidade em aberto e de comprimento de pelo menos 100 m, atuando como linha de

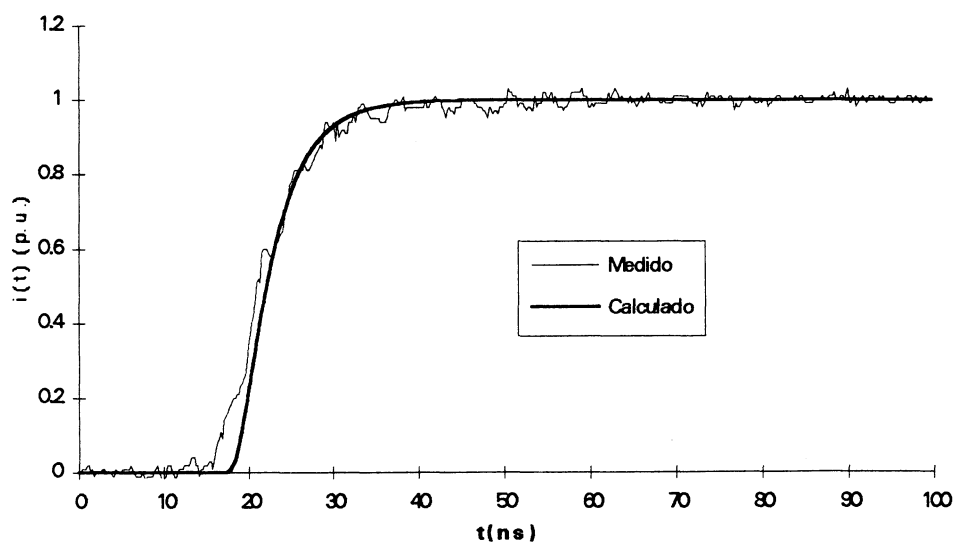
retardo. O degrau de corrente durará pelo menos o tempo de propagação do sinal no comprimento do cabo, contudo teremos tempo suficiente para visualizar a subida do mesmo. O gerador de degrau é conectado a este cabo coaxial e a unidade secundária. A densidade de corrente é proporcional a queda de tensão através da unidade secundária, por meio de um osciloscópio convenientemente terminado na impedância característica do cabo coaxial, como vemos na figura 58.

**FIGURA 58. ESQUEMA PARA MEDIR A RESPOSTA À DEGRAU DE CORRENTE.**



Na figura 59 sobrepussemos as duas respostas obtidas, calculada e medida, ajustando apenas a escala vertical e normalizando ambas pelo valor em regime permanente do sinal. Podemos ver que a correspondência entre elas é muito boa, indicando que a equação (2.77) pode ser utilizada para estimar o efeito Skin para o caso de excitação tipo função degrau.

**FIGURA 59. COMPARAÇÃO ENTRE RESPOSTA CALCULADA PELA EQUAÇÃO (2.77) E A MEDIDA PELO CIRCUITO DA FIGURA 58.**



## **4 CONCLUSÕES**

Como conclusão, optamos por listar as várias etapas do projeto do divisor, com intuito de facilitar a compreensão dos diversos problemas encontrados em cada etapa. Este trabalho apresenta uma forma viável, técnica e econômica, de construir um divisor especial, na impossibilidade de adquirir um no mercado nacional e internacional. Divisores deste tipo, existem somente em uns poucos laboratórios de pesquisa e de fabricantes no mundo. Na América do Sul temos um na Argentina e este no Brasil. Temos um similar em uma fabricante de isoladores de porcelana no Brasil, contudo o mesmo é um divisor de cerâmica, de uso apenas industrial, não adequado para laboratório.

### **4.1 SOBRE A CONSTRUÇÃO DO DIVISOR**

Uma das etapas de construção do divisor de tensão foi a aquisição dos materiais. O aço inoxidável foi o componente mais caro, em virtude de suas características. Felizmente ele foi encontrado em um ferro velho, na forma de um eixo de um navio. O acrílico é encontrado comercialmente sem problemas e a preços acessíveis. As demais peças, tais como, toróides, conectores, ferragens, rodas e isoladores foram obtidos no estoque da COPEL, mas podem ser encontrados no mercado.

Em relação a confecção das peças utilizou-se um torno da UFPr e mão de obra do LAC. Não houve grandes problemas na confecção destas peças, sendo que o acrílico foi a mais difícil para fazer as roscas em suas extremidades.

As soluções aquosas de NaCl e Na<sub>3</sub>PO<sub>4</sub> foram feitas no LAC, com material p.a. adquirido facilmente no mercado. Das duas soluções, a de NaCl mostrou ser altamente



corrosiva, atacando o material em poucos dias. Já a outra solução, apresentou um efeito benéfico de passivizar a superfície dos eletrodos, sendo portanto a mais recomendada.

## 4.2 SOBRE A MEDIÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO DIVISOR

Com o divisor montado foram medidas as seguintes características do mesmo: resposta à degrau, resposta em amplitude de frequência, medição da resistência ôhmica das unidades primária e secundária, comparação com outro divisor, medição da distribuição de tensão, campo elétrico na coluna da unidade primária (utilizando o *software* ANSYS<sup>®</sup> 5.0), dimensionamento térmico e medição da resistividade e coeficiente térmico das soluções envolvidas. A dificuldade na medida destas características é que algumas delas requerem muita experiência, não só com as medidas, mas também com a instrumentação, para obter-se resultados confiáveis, principalmente na medição das resposta em amplitude de frequência e resposta à degrau.

## 4.3 PROGRAMAS DE COMPUTADOR DESENVOLVIDOS

Neste trabalho de dissertação de mestrado foram desenvolvidos programas específicos para várias etapas do projeto, a saber:

a) Programas para cálculo da densidade de corrente (equação 2.77) e da resistência transitória (equação 2.88): estes programas têm como dificuldade principal o cálculo de uma somatória infinita de termos envolvendo funções de Bessel e suas raízes. Dos vários algoritmos encontrados na literatura para cálculo destas funções, grande número deles apresentavam problemas de exatidão em determinadas regiões.<sup>(34,86)</sup>

Para a funções de Bessel de primeiro genero e de ordem 0 e ordem 1 temos problemas de precisão quando o argumento da função está próximo da 1ª e da 2ª raiz de

$J_0(x)$  e  $J_1(x)$  logo, o programa deverá ter correções para aumentar a precisão nestes casos. Os algoritmos utilizados para cálculo de  $J_0$  e  $J_1$  podem ser vários, eles dependem do argumento  $x$  estar nos intervalos de 0-4, de 4-8 ou maior que 8, o programa desenvolvido utiliza nos dois primeiros casos aproximações racionais e no último, a aproximação de Hart.

Para o programa que calcula as raízes da função  $J_1(x) = 0$  utiliza um algoritmo apenas para os zeros superiores ao décimo em diante. Para os primeiros zeros, o programa apresenta valores tabelados. Este programa e o descrito no parágrafo anterior foram feitos em FORTRAN.

b) Programa para cálculo da resposta à degrau:

O ensaio de resposta à degrau em divisores apresenta um problema crucial na avaliação dos diversos parâmetros de resposta. A análise de resposta à degrau feitas manualmente são atualmente inadmissíveis, portanto o desenvolvimento de um programa de computador é imprescindível para se obter parâmetros confiáveis.

O programa desenvolvido abrange duas etapas básicas, a primeira é a filtragem digital dos dados (ver apêndice 4), necessária para calcular algumas características específicas na resposta à degrau medida; a segunda é apresentar algoritmos que calculem os parâmetros e corrijam distorções, tais como, o nível unitário da resposta à degrau medida. Este programa calcula os parâmetros dentro da média dos programas utilizados a nível internacional. (99)

#### 4.4 EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS

As equações para a densidade de corrente com excitação tipo função degrau e dupla exponencial foram desenvolvidas em sua todas as passagens. Este procedimento teve finalidade didática e permitiu encontrar alguns erros na literatura.

As equações foram desenvolvidas analiticamente, desde as equações gerais do eletromagnetismo até a solução final das mesmas. Foram adotadas algumas simplificações na resolução, como por exemplo, utilizando geometria cilíndrica com simetria de translação

(eixo z infinito) e desprezando a contribuição da parcela correspondente à corrente de deslocamento, para chegar na equação de difusão. Daí em diante, passamos ao domínio das variáveis de Laplace, para transformar a E.D. parcial em E.D. ordinária. Finalmente, retornamos ao domínio do tempo, através da transformada inversa de Laplace com o método dos resíduos. Este é um dos poucos casos que podem ser resolvidos analiticamente.

As equações do dimensionamento térmico foram desenvolvidas, admitindo que o calor gerado pela aplicação de ondas de impulso íngreme fossem totalmente absorvido pela coluna resistiva da unidade primária. Os resultados demonstram que o divisor pode ser utilizado normalmente para este tipo de solicitação. Contudo, para ondas de impulso plenas, teremos que ser cuidadosos para evitar o aumento excessivo da temperatura da solução. Este aumento não pode ser superior a 0,5 °C.

#### **4.5 INOVAÇÕES**

As inovações importantes na construção desse divisor foram basicamente o projeto da unidade secundária do divisor, utilizando o mesmo material resistivo utilizado na unidade primária e seu cuidadoso projeto coaxial, evitando tensões magnéticas induzidas pela conexão da unidade secundária do divisor com o osciloscópio. Isto permitiu um resultado adequado para o comportamento dinâmico do sistema de medição. Temos notícia que a construção de um divisor deste tipo não logrou êxito no Brasil, provavelmente devido a este detalhe.

Outra inovação foi que a massa do material resistivo da unidade primária utilizada neste trabalho foi bem maior que em alguns divisores do mesmo tipo encontrados na literatura, este fato contribui para um bom desempenho térmico.

#### 4.6 APLICABILIDADE DO DIVISOR

Analisando o conjunto de dados obtidos chegamos a conclusão de que o divisor desenvolvido apresenta características adequadas para medidas dentro de uma exatidão razoável, menor que 5 %, de fenômenos tais como tensões de impulso obtidas em ensaios de perfuração sob impulso atmosférico e outros tipos de impulso, os quais requerem divisores com espectro de frequências plano até 10 MHz.

É possível também utilizar este divisor como um divisor de referência para o estudo de erros em medidas de alta tensão, principalmente no que se refere a ondas de impulso atmosférico cortadas na frente. Para estudo de erros em ondas de impulso plenas, é necessário levar em conta a elevação de temperatura do divisor, contudo é possível utilizá-lo com o devido cuidado.

A aplicabilidade do sistema de medição para estudo e caracterização de materiais em função da ingremidade das solicitações aplicadas ao mesmo e o ponto de ruptura do isolamento sólido. É possível ainda estudar maneiras de efetuar medidas do tempo de relaxação de dielétricos.

## **5 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Como sugestão para trabalhos futuros, o campo que merece atenção é o de metrologia em alta tensão, especialmente, quando estiverem envolvidos tensões e correntes impulsivas. Este campo têm sido objeto de estudos a nível internacional com intuito de que laboratórios de alta tensão e laboratórios industriais tenham uma rastreabilidade de medidas com relação á laboratórios primários a nível mundial. Este fato se reveste de importância não só científica, mas sobretudo comercial, onde a qualidade dos produtos é a diferença entre participar competitivamente em mercados internacionais e nacionais ou não.

Outro campo que mereceria estudos é a correlação quantitativa entre as teorias eletroquímicas com dados obtidos na prática, possibilitando o conhecimento de qual solução seria a mais adequada para resolver determinados problemas.

O desenvolvimento de modelos e circuitos equivalentes para divisores que levassem em conta o efeito *Skin* seria de muito auxílio, tendo em vista que o efeito *Skin* causa uma dependência temporal da resistência dos divisores.

## SUMÁRIO DE APÊNDICES

Apêndice 1 : Resolução da equação diferencial considerando o efeito <i>Skin</i> .....	111
Apêndice 2 : Ensaio de resposta à degrau .....	116
Apêndice 3 : Programa para cálculo dos parâmetros de resposta à degrau .....	122
Apêndice 4 : Algoritmo para filtragem digital .....	125

## Apêndice 1 : Resolução da Equação Diferencial considerando o Efeito *Skin*

### Caso de excitação por função dupla exponencial.

A dedução a partir das equações de Maxwell é igual a desenvolvida no item 2.2 até a equação (2.47), desta equação em diante admitiremos que a corrente seja proporcional a uma função do tipo dupla exponencial, ou seja:

$$i(t) = I \cdot [\exp(-\alpha' t) - \exp(-\beta' t)] \quad (\text{A1.1})$$

tendo em vista que  $x = \rho/r$  e  $y = t/(\mu\sigma r^2)$  podemos escrever as seguintes relações:

$$\alpha = \alpha' \cdot \mu\sigma r^2 \text{ e } \beta = \beta' \cdot \mu\sigma r^2 \quad (\text{A1.2})$$

substituindo as equações (A1.2) em (A1.1), vem:

$$i(y) = I \cdot [\exp(-\alpha y) - \exp(-\beta y)] \quad (\text{A1.3})$$

calculando a transformada de Laplace da equação (A1.3), temos:

$$\mathcal{L}\{i(x, y)\} = I \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right] \quad (\text{A1.4})$$

$$\mathcal{L}\{J(x, y)\} = \bar{J}(x, s) \quad (\text{A1.5})$$

substituindo as equações (A1.4), (A1.5) e (2.46) em (2.47), ficamos com :

$$I \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right] = 2\pi r^2 \int_{x=0}^1 dx x \bar{J}(x, s) \quad (\text{A1.6})$$

substituindo  $\bar{J}(x, s) = AI_0(x, s)$  na expressão (A1.6), obtemos:

$$I \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right] = 2 \pi r^2 \int_{x=0}^1 dx x AI_0(kx) \quad (\text{A1.7})$$

$$I \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right] = \frac{2 \pi r^2 A}{k^2} \int_{x=0}^1 d(kx) \cdot kx \cdot I_0(kx) \quad (\text{A1.8})$$

$$I \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right] = \frac{2 \pi r^2 A}{k^2} |kxI_1(kx)|_{x=0}^{x=1} \quad (\text{A1.9})$$

onde  $I_1(kx)$  é a função de Bessel Modificada de 1ª Classe e Ordem 1

$$I \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right] = \frac{2 \pi r^2 A}{k^2} (kI_1(k)) \quad (\text{A1.10})$$

Logo :

$$A = \frac{kI \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right]}{2 \pi r^2 I_1(k)} \quad (\text{A1.11})$$

substituindo a equação (A1.11) na equação (2.45) novamente, temos:

$$\bar{J}(x, s) = \frac{kI \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right] I_0(kx)}{2 \pi r^2 I_1(k)} \quad (\text{A1.12})$$

com auxílio das identidades abaixo :

$$I_0(kx) = J_0(ikx) \quad (\text{A1.13})$$



$$I_1(k) = \frac{J_1(ik)}{i} \quad (\text{A1.14})$$

onde  $J_0$  e  $J_1$  são as Funções de Bessel de 1ª Classe e Ordem 0 e 1 respectivamente e  $i = \sqrt{-1}$ , podemos escrever, substituindo as equações (A1.13) e (A1.14) na equação (A1.12):

$$\bar{J}(x, s) = \frac{kiI \cdot \left[ \frac{1}{s + \alpha} - \frac{1}{s + \beta} \right]}{2\pi r^2 J_1(ik)} J_0(ikx) \quad (\text{A1.15})$$

lembrando que  $k^2 = s$ , vem:

$$\bar{J}(x, s) = \frac{Ii\sqrt{s}}{2\pi r^2 J_1(i\sqrt{s})} \frac{(\beta - \alpha)}{(s + \alpha)(s + \beta)} J_0(i\sqrt{sx}) \quad (\text{A1.16})$$

para se calcular a função no tempo devemos operar com a Transformada de Laplace Inversa, como desconhecemos a existência de valor tabelado da função acima e como a mesma não possui pontos de ramificação, a transformação inversa pode ser encontrada pela fórmula de Mellin e o teorema dos resíduos, conforme segue:

$$J(x, y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} ds \exp(sy) \bar{J}(x, s) \quad (\text{A1.17})$$

$$J(x, y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} ds \exp(sy) \frac{Ii\sqrt{s}}{2\pi r^2 J_1(i\sqrt{s})} \frac{(\beta - \alpha)}{(s + \alpha)(s + \beta)} J_0(i\sqrt{sx}) \quad (\text{A1.18})$$

Os pólos do integrando são:

$$s_1 = -\alpha \text{ e } s_2 = -\beta \quad (\text{A1.19})$$

$$J_1(i\sqrt{s}) = 0 \quad (\text{A1.20})$$

**Cálculo dos resíduos:**

a) Para  $s = -\alpha$

$$R_1 = \frac{\exp(-\alpha y) \cdot \sqrt{\alpha} \cdot I \cdot J_0(\sqrt{\alpha}x)}{2\pi r^2 J_1(\sqrt{\alpha})} \quad (\text{A1.21})$$

b) Para  $s = -\beta$

$$R_2 = \frac{\exp(-\beta y) \cdot \sqrt{\beta} \cdot I \cdot J_0(\sqrt{\beta}x)}{2\pi r^2 J_1(\sqrt{\beta})} \quad (\text{A1.22})$$

c) Para as raízes da equação  $J_1(i\sqrt{s}) = 0$

Admitindo que as raízes de  $J_1(i\sqrt{s}) = 0$  sejam denominadas de  $\lambda_n$ , obtemos:

$$\lambda_n = i\sqrt{s} \text{ ou } s = -\lambda_n^2 \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots, n$$

onde  $\lambda_n$  são as raízes da equação  $J_1(i\sqrt{s}) = 0$  com  $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ , o resíduo destes pólos é:

$$R_3 = -\frac{\lambda_n^2 \cdot \exp(-\lambda_n^2 y) \cdot J_0(\lambda_n x)}{\pi r^2 J_0(\lambda_n)} \left[ \frac{I}{\alpha - \lambda_n^2} - \frac{I}{\beta - \lambda_n^2} \right] \quad (\text{A1.23})$$

Logo, ficamos com:

$$J(x, y) = \sum_{i=1}^3 R_i \quad (\text{A1.24})$$

$$\begin{aligned}
 J(x, y) = \frac{I}{\pi r^2} & \left[ \frac{\sqrt{\alpha}}{2} \frac{J_0(\sqrt{\alpha}x)}{J_1(\sqrt{\alpha})} \exp(-\alpha y) - \frac{\sqrt{\beta}}{2} \frac{J_0(\sqrt{\beta}x)}{J_1(\sqrt{\beta})} \exp(-\beta y) \dots \right. \\
 & \left. \dots - \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n^2 \cdot \exp(-\lambda_n^2 y) \cdot \left( \frac{1}{\alpha - \lambda_n^2} - \frac{1}{\beta - \lambda_n^2} \right) \cdot \frac{J_0(\lambda_n x)}{J_0(\lambda_n)} \right]
 \end{aligned}$$

(A1.25)

## Apêndice 2 : Ensaio de Resposta à Degrau

O ensaio de resposta à degrau do divisor constitui um dos ensaios mais importantes para determinação das características de resposta de um sistema de medição. Ele é normalizado por normas referentes a medição em alta tensão, a nível nacional e internacional. Basicamente o ensaio é realizado pela aplicação de um degrau de tensão cujo tempo de subida é inferior a 5 ns e de um valor de tensão da ordem de algumas centenas de volts (quando se utiliza geradores de degrau convencionais) ao terminal de alta tensão do divisor. A resposta do divisor a este sinal é medida na unidade secundária através de um osciloscópio e é conhecida como *resposta à degrau*.

Esta resposta do divisor tem sido estudada por especialistas em medições nos últimos 50 anos, e é entendida como se fosse a assinatura do sistema de medição, podendo levar informações acerca dos erros cometidos quando se utiliza este sistema para medir determinados tipos de ondas de tensão em ensaios diversos. Existem muitos parâmetros extraídos desta resposta à degrau, que podem ser utilizados para restringir o uso dos sistemas de medição para determinados tipos de ondas de tensão. Os mais comuns são os definidos a seguir, contudo este assunto tem sido objeto de constante estudo por pesquisadores do mundo inteiro e o problema não está ainda completamente definido.

As definições apresentadas a seguir foram extraídas do *draft* da última revisão da norma IEC 60 - *High Voltage Test Techniques - Part 2 : Measuring Systems* e também de alguns trabalhos de pesquisa no campo de medição em alta tensão. Estes termos estão relacionados com o comportamento dinâmico dos sistemas. (1,5,16,26,41,42,43,56,70,99)

- **Intervalo de Tempo Nominal (Nominal Time Interval)  $I_t$**  : É o intervalo entre os parâmetros de tempo de impulso mínimo ( $t_{min}$ ) e máximo ( $t_{max}$ ) para qual o sistema de medição é aprovado.

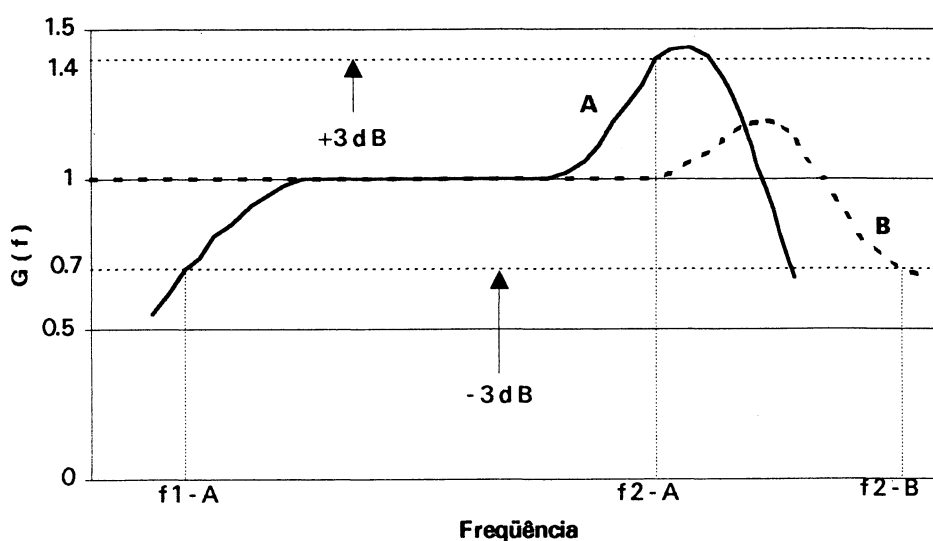
$$I_t = ( t_{min} , t_{max} )$$

Um sistema de medição pode ter mais de um Intervalo de Tempo Nominal para os vários tipos de sinais e tensões nominais.

- **Resposta de um Sistema de Medição  $G$**  : A saída em função do tempo ou frequência, quando uma tensão ou corrente especificada é aplicada a entrada do sistema.
- **Resposta em Amplitude/Frequência  $G(f)$**  : A relação entre saída e entrada de um sistema de medição em função da frequência  $f$ , quando na entrada é aplicada uma onda senoidal.
- **Resposta à Degrau  $G(t)$**  : A saída de um sistema de medição em função do tempo quando a entrada é um degrau de tensão.
- **Parâmetros de Resposta** : Parâmetros os quais são derivados da resposta medida a uma entrada específica pela aplicação de um procedimento específico.
- **Frequências Limites  $f_1$  e  $f_2$**  : São os limites inferior e superior da faixa dentro da qual a resposta em amplitude/frequência é aproximadamente constante. Estes limites são onde a resposta primeiro desvia de  $\pm 3$  dB do valor constante. Ver figura 60.
- **Nível de Referência  $I_r$**  : É o valor médio da resposta à degrau no Intervalo de Tempo Nominal. Um sistema de medição pode ter mais de um nível de referência para os vários tipos de sinais e tensões nominais.
- **Origem Virtual de uma resposta à degrau  $O_1$**  : É a intersecção com o eixo dos tempos de uma linha reta traçada como a tangente a porção mais íngreme

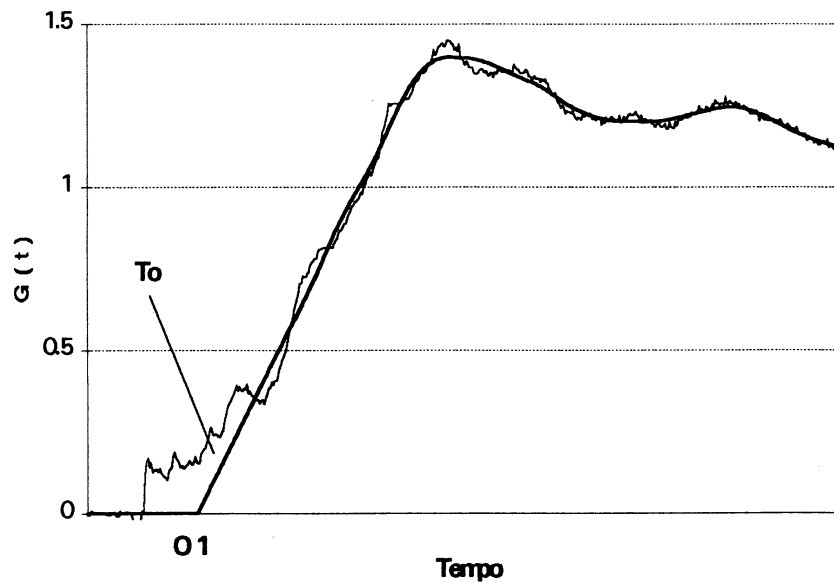
da frente da resposta à degrau. No caso de uma resposta com oscilações na frente, uma curva média é traçada através das oscilações e usada para determinar a linha tangente. No caso de distorções na parte inicial, a parte distorcida é desconsiderada quando for traçada a linha tangente. Todos os demais tempos são então medidos da origem virtual  $O_1$ . Ver figura 61.

**FIGURA 60. EXEMPLO DE FREQUÊNCIAS LIMITES** (para uma resposta em amplitude de frequência. Limites superiores e inferiores são mostrados na curva A. A curva B mostra uma resposta constante até tensão contínua)



- **Resposta à Degrau Normalizado  $g(t)$**  : É a resposta à degrau onde o Nível de Referência é unitário. Um sistema de medição tem uma resposta à degrau normalizada para cada nível de referência.

**FIGURA 61. DEFINIÇÃO DA ORIGEM VIRTUAL  $O_1$  (e da área de Distorção Inicial  $T_0$  dos parâmetros de resposta a degrau)**



- **Integral da Resposta à Degrau  $T(t)$**  : É a integral de  $O_1$  até  $t$  de 1 menos a resposta à degrau normalizada  $g(t)$ , mas com a porção inicial de  $g(t)$  substituída pela linha reta utilizada para determinar  $O_1$ .

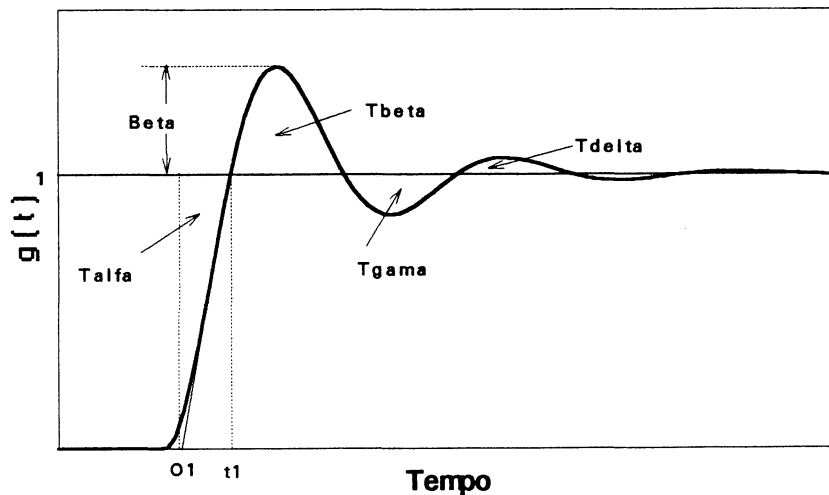
$$T(t) = \int_{O_1}^t (1 - g(\tau)) d\tau$$

- **Tempo de Resposta Experimental  $T_n$  ou  $T$** : É o valor da Integral da Resposta à Degrau em  $t_{max}$ , ou :

$$T_n = T(t_{max})$$

- **Tempo de Resposta Parcial  $T_{\alpha}$**  : É o valor máximo da Integral da Resposta à Degrau (ver figuras 62 e 63). Usualmente é igual a  $T(t_1)$  onde  $t_1$  é o tempo onde  $T(t)$  primeiro alcança a amplitude unitária.
- **Tempo de Resposta Residual  $T_R(t_i)$**  : É o tempo de resposta experimental menos o valor da Integral da Resposta à Degrau em  $t_i$  onde  $t_i$  é menor que  $T_{max}$ .
- **Sobreoscilação (Overshoot)  $\beta$**  : É a quantidade pela qual o valor máximo da resposta à degrau normalizado  $g(t)$  excede a unidade.

**FIGURA 62. DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE RESPOSTA COM RESPEITO A RESPOSTA À DEGRAU NORMALIZADA  $g(t)$**



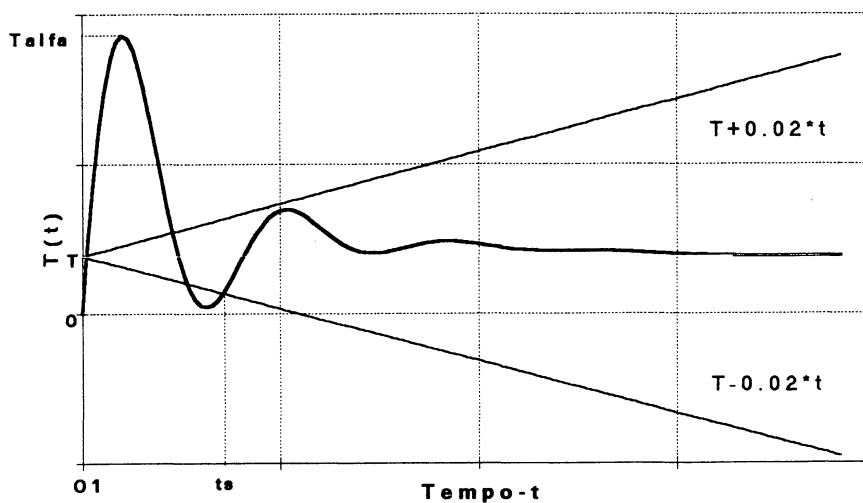
- **Tempo de Distorção Inicial  $T_0$**  : É a área limitada pela linha de zero, a resposta à degrau normalizada e a linha reta utilizada para determinar  $O_1$ . Ver figura 61.



- **Tempo de Estabilização (Settling Time)  $t_s$**  : É o tempo mais curto para o qual o tempo de resposta residual  $T_R(t_s)$  se torna e se mantém menor que 2% de  $t_s$  para todos os valores de  $t$  no intervalo de  $(t_s, t_{max})$ . Ver figura 63.

$$\left| \int_{t_s}^{t_{max}} (1 - g(t)) \right| \leq 0.02 \cdot t_s$$

**FIGURA 63. DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DE RESPOSTA EM FUNÇÃO DA INTEGRAL DA RESPOSTA À DEGRAU  $T(t)$**



### **Apêndice 3 : Programa para cálculo dos parâmetros de resposta à degrau (99)**

No apêndice 2 vimos quais são os parâmetros normalmente utilizados para sistemas de medição de alta tensão. O cálculo destes parâmetros era feito antigamente através de oscilogramas, onde os mesmos eram copiados em papel vegetal quadriculado e as integrais estimadas pelo número de quadradinhos abrangidos. O erro envolvido neste processo era muito grande, principalmente devido ao fato de que alguns parâmetros eram fortemente influenciados pelo nível unitário. Outros parâmetros eram de difícil avaliação, como por exemplo,  $t_s$ .

Um outro passo na melhoria da qualidade de medida dos parâmetros de resposta a degrau foi a digitalização dos oscilogramas manualmente e a utilização de programas para cálculo dos parâmetros. Contudo, a utilização de osciloscópios digitais e/ou digitalizadores veio a auxiliar grandemente a medição destes parâmetros com alguma confiabilidade. Atualmente quase todos laboratórios, nacionais e estrangeiros, têm seus programas específicos para cálculo destes parâmetros, havendo inclusive trabalhos e estudos de intercomparação de *softwares* entre vários laboratórios partindo das mesmas respostas à degrau.

Como não é intuito desta dissertação entrar em detalhes específicos deste programa abordaremos o assunto de maneira a dar uma idéia das etapas envolvidas no cálculo por computador dos parâmetros.

Basicamente temos dois problemas a tratar quando o assunto é medir resposta à degrau. O primeiro é encontrar a origem virtual como definida no apêndice 2 e em segundo ajustar o nível unitário de modo que a integral envolvida no cálculo do tempo de resposta convirja a um certo valor dentro do intervalo de tempo nominal.

O cálculo da origem virtual envolve traçar uma tangente a porção mais íngreme da frente da resposta à degrau. Quando a frente tem oscilações, o cálculo da origem virtual também envolve o traçado de uma curva média através das oscilações, para posteriormente traçar a tangente na porção mais íngreme. Logo temos que necessariamente desenvolver um

algoritmo de filtragem para que possamos obter uma curva média e também as derivadas primeira e segunda de modo que possamos trabalhar com curvas tangentes. Foi adotado um Algoritmo de filtragem denominado *PLSC (Polynomial Least-Squares Convolution) Digital Smoothing* onde foi possível obter as derivadas, ver apêndice 4 para detalhes deste técnica.

O procedimento para cálculo da origem virtual é então conduzido da seguinte maneira. A resposta à degrau unitário digitalizada é submetida ao algoritmo de alisamento ou filtragem, estes dados serão filtrados em um grau dependente do tempo de subida da resposta original, de maneira a garantir que o mesmo não seja distorcido neste processo. Depois o programa calcula a primeira e a segunda derivada. Através da 1ª derivada a curva tangente é traçada na porção mais íngreme da frente da resposta. A intersecção desta tangente com o eixo dos tempos é a origem virtual e a porção inicial da resposta é substituída pela tangente.

O próximo passo é com a resposta a degrau já convertida para a nova origem e filtrada passamos ao cálculo das integrais para determinação dos diversos parâmetros. O método de integração é o Método de Simpson Composto que é calculado ponto-a-ponto para ter-se a função Integral da resposta a degrau  $T(t)$ .

Neste estágio temos um problema relativo ao nível do degrau unitário porque muitas vezes a integral da resposta à degrau não converge para um determinado valor dentro do Intervalo de Tempo Nominal. Foi desenvolvido um algoritmo, ver referência (99), que muda o nível unitário em intervalos de 0.1% para cima ou para baixo em até 20 vezes, calcula a integral de resposta para cada um destes intervalos, interpola uma reta e determina o nível unitário ótimo. A resposta é então recalculada com este nível unitário ótimo e os parâmetros são calculados com estes dados.

O programa tem a opção de calcular o nível unitário ótimo utilizando um parâmetro adicional, chamado *Standard Rise Time*  $T_S$ , que é dado pela equação abaixo:

$$T_S^2 = 2 \cdot \int_{0_1}^{\infty} t \cdot (1 - g(t)) \cdot dt - T$$

A vantagem deste parâmetro é que ele é mais sensível as variações nos diversos níveis unitários utilizados. Como saída de dados o programa fornece arquivos ASCII que podem ser processados facilmente por *softwares* como o LOTUS<sup>®</sup> ou EXCEL<sup>®</sup> e confeccionar gráficos diversos. As curvas das figuras 61 e 63 foram obtidas com auxílio deste programa.

#### Apêndice 4 : Algoritmo para filtragem digital (87)

Dentre os muitos algoritmos existentes para a filtragem e transformação de um conjunto de dados digitais, uma técnica muito flexível e elegante é a do *PLSC - Polynomial Least-Squares Convolution*, que permite através da multiplicação por números inteiros, a filtragem, diferenciação, integração de conjuntos de dados e interpolação entre dados.

Como o próprio nome indica este algoritmo utiliza polinômios para realizar a filtragem. Uma vez que é muito difícil que um polinômio se ajuste a toda massa de dados, esta técnica é feita por sub-conjuntos de dados contíguos, onde um polinômio é ajustado a este sub-conjunto. O grau deste polinômio pode ser também variado, geralmente utilizam-se polinômios quadráticos, cúbicos, quárticos ou quánticos. O polinômio assim ajustado é utilizado para calcular o valor alisado do ponto central do sub-conjunto utilizado. Em seguida move-se o sub-conjunto um ponto adiante e repete-se todo o procedimento para o próximo ponto. Continuando este processo ponto-a-ponto, teremos todo o conjunto de dados filtrado ou alisado.

Os coeficiente deste polinômio variam de acordo com o número de pontos do sub-conjunto. Quando maior o número de pontos maior será o grau de filtragem nos dados originais. Os coeficientes do polinômio de ajuste podem ser calculados pelo método dos mínimos quadrados e tabelados de acordo com o número (ímpar) de pontos do sub-conjunto. Este método requer necessariamente que os dados sejam igualmente espaçados no eixo da variável independente e que o ruído aleatório superposto ao sinal tenha valor médio zero.

Outra possibilidade deste algoritmo é o cálculo das derivadas 1ª, 2ª ou  $n^{\text{a}}$  (requerendo sempre um polinômio de grau  $n + 1$ ), integração para calcular o valor integrado dos dados sobre um determinado intervalo e interpolação para, por exemplo, dobrar a densidade de dados e obter um imagem visual mais agradável.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ARNDT, V.; SCHON, K. On the uncertainty of the new IEC response parameters. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 8, 23-27 August (1993 : Yokohama), nº 51.02.
2. ARO, M. et al. Puncture testing of ceramic and glass insulators. *Electra*, nº 136, p. 113-137, Juin 1991.
3. ARO, M.; PUNKKA, K.; HUHDANMÄKI, J. Fast divider for steep front impulse voltage tests. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), nº 73.01.
4. ARO, M.; RANTANEN, Y. Precision impulse voltage calibrator. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 3, 28-31 August (1979 : Milan), nº 42.11.
5. ARO, M.; VALVE, P.; PIROINEN, J. Errors in measuring short high voltage impulses. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), nº 22.23.
6. BENNETT, F. D.; MARVIN, J. W. Current measurements and transient skin effects in exploding wire circuits. *The Review of Scientific Instruments*, [s.l.], v. 33, nº 11, p. 1218-1226, November 1962.
7. BOLOGNESI, F.; GENTILI, M.; RIZZI, G. Calibration of peak voltmeter using impulse calibrator. **CIGRE 33.92 (WG 03) , Graz, 24 IWD, September 1992.**
8. BONAMY, A. et al. International comparison of hv impulse dividers. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), nº 61.07.
9. BONAMY, A.; DESCHAMPS, F. High voltage comparative measurements: an alternate to the U.S.R. method to characterize high voltage impulse dividers. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), nº 20.02.

10. BOSSI, S.; RIZZI, G.; VALAGUSSA, C.; GARBAGNATI, E. A special screened resistor-type divider for the measurements of the fast front-chopped impulses. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), n° 47.42.
11. BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. **Numerical analysis**. 4. ed. Boston : PWS-Kent, 1989.
12. CARRARA, G.; CHERBAUCICH, C. Scale factors and step response parameters of a voltage measuring system. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.01.
13. CASIMIR, H. B. G.; UBBINK, J. The skin effect - part I. **Philips Technical Review**, [s.l.], v. 28, n° 9, p. 271-283, 1967.
14. CASIMIR, H. B. G.; UBBINK, J. The skin effect - part II. **Philips Technical Review**, [s.l.], v. 28, n° 10, p. 300-315, 1967.
15. CASIMIR, H. B. G.; UBBINK, J. The skin effect - part III. **Philips Technical Review**, [s.l.], v. 28, n°12, p. 366-381, 1967.
16. CHAGAS, F. A.; OLIVEIRA, O. B.; JUNQUEIRA, A. J. S. Practical application of different methods to characterize the dynamic behaviour of high impulse voltage measuring systems. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.05.
17. CUNYI, Y. The influence of input step front on the measured response time. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.02.
18. DALEY, J. L. Current distribution in a rectangular conductor. **AIEE Transactions**, [s.l.], v. 58, p. 687-691, 1939.
19. DEXIANG, H. A 600 kV resistor divider for impulse voltage with non-uniformly distributed resistance on h.v. arm. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.15.
20. DEXIANG, H.; HULGAO, Z.; YAN, Z. Experimental calibration of impulse voltage calibrator. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.12.
21. DI NAPOLI, A.; MAZZETTI, C. Time-analysis of h. v. resistive divider from the electromagnetic field computation° **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [s.l.], v. 98, n° 1, p. 197-206, January/February 1979.
22. DOLE, M. **Principios de electroquímica experimental y teórica**. Madrid : Alhambra, 1952.
23. DURANT, E. **Électrostatique et magnétostatique**. Paris : Masson, 1953.
24. DWIGHT, H. B. Skin effect in tubular and flat conductors. **AIEE Transactions**, [s.l.], v. 37, p. 1379-1403, 1918.

25. FALKENHAGEN, H. The principal ideas in the interionic attraction theory of strong electrolytes. *Review of modern physics*, [s.l.], v. 3, n° 3, p. 412-426, July 1931.
26. FAXÖ, L. Response parameters in the pulse technique. *Elteknik* 9, Sweden, n° 8, p. 125-130, October 1966.
27. FESER, K. Dimensioning of electrodes in the UHV range-illustrated with the examples of toroid electrodes for voltage dividers. In: *Haefely publication E 1-30*, [s.l.], p. 1-6, Switzerland, 1975.
28. GABER, E. High accuracy calibration of the impulse peak voltmeters. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), n° 71.10.
29. GARNACHO, F. Comparison measurements between two dividers influence of the low voltage measuring systems. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.08.
30. GEIBIG, K. F.; OSMOKROVIC, P.; SCHWAB, A. Nonlinearity effects of resistors and capacitors. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 4, 5-9 September (1983 : Athens), n° 52.04.
31. GOBBO, R. et al. Intercomparison tests on reference impulse dividers: the italian experience. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.09.
32. GOBBO, R.; PESAVENTO, G. Impulse divider calibration by comparison method. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), n° 47.40.
33. GOBBO, R.; PESAVENTO, G. Standard measuring systems and possible sources of error. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.03.
34. GRAY, Andrew; MATHEWS, G. B. *A treatise on bessel functions and their application to physics*. 2. ed. London : MacMillan, 1952.
35. GRUMET, A. Penetration of transient eletromagnetic fields into a conductor. *Journal of Applied Physics*, [s.l.], v. 30, n° 5, p. 682-686, May 1959.
36. HAINES, M. G. The Inverse skin effect. *Proceedings of the Physics Society*, London, s. 74, p. 576-584, 1959.
37. HARADA, T.; KASHIWAGI, Y.; SAEKI, M. A new type voltage divider for impulse voltage measurements. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.16.
38. HARNED, H. S.; OWEN, B. B. *Physical chemistry of electrolitic solutions*. New York : Reinhold, 1958.



39. HYLÉN-CAVALLIUS, N.; CHAGAS, F. A.; CHAKRABARTI, A. A new approach to minimize response errors in the measurement of high voltage impulses. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, [s.l.], v. 102, n° 7, p. 2077-2091, July 1983.
40. HYLÉN-CAVALLIUS, N.; CHAGAS, F. A.; MUÑOZ ROJAS, P. Checking and adjustments for minimum errors of impulse dividers and shunts. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), n° 20.05.
41. HYLÉN-CAVALLIUS, N.; MUÑOZ ROJAS, P.; CHAGAS, F. A. Response parameters and response errors; other sources of errors. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), n° 71.01.
42. INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. High voltage impulse tests part II : measuring devices, draft, *Project number 42.2.2*. Geneva, 1992.
43. IRR-IMS Group. Facing UHV measuring problems. *Electra*, n° 35, p. 157-254, 1972?
44. JACKSON, J. D. *Eletrodinâmica clássica*. 2. ed. Rio de Janeiro : Guanabara, 1983.
45. JAROSLAWSKI, V. N.; AVERBUKH, V. D. Ratio meter for adjustment, calibration and performance check of high voltage dividers. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.10.
46. JIDE, W.; JIANZHONG, Y. A precise impulse calibrator with ic comparator. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), n° 73.15.
47. KAANE, H. L. A simple method for the transient analysis of high voltage dividers based on analytical calculation of stray capacitances. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.13.
48. KAHL, G. D.; WEBER, F. N. JR. Circuit analogy for skin effect in conductors. *American Journal of Physics*, [s.l.], v. 39, n° 3, p. 321-324, March 1971.
49. KATO, S. Analysis of voltage divider response by finite element method. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), n° 71.07.
50. KIND, D.; KORFF, H.; SCHMIDT, A.; SCHON, K. Chopping errors for characterizing hv impulse dividers. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), n° 71.02.
51. KIND, D.; SCHON, K.; SCHULTE, R. The calibration of standard impulse dividers. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), n° 41.10.

52. KISELIEV, V. V.; JAROSLAWSKI, V. N. Reference measuring devices for pulses amplitudes up to 1 kv. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.11.
53. KORYTA, P.; DVORÁK, J. *Principles of electrochemistry*. Winchester : J. Wiley, 1987.
54. KUFFEL, E.; ZAENGL, W. S. *High-voltage engineering*. 1. ed. [s.l.] : Pergamon, 1984.
55. LANDERS, E. U. Peak value measurements of ultrafast transient voltages. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 4, 5-9 September (1983 : Athens), n° 61.07.
56. LARZELERE, ZHANG Comments on unit step response parameter definitions. **CIGRE 33.03 (WG 33)**, Graz, 22 iwd, September 1992.
57. LEE, Z. Y. Development of a two-stage resistive divider for nanosecond pulses measurements. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 4, 5-9 September (1983 : Athens), n° 61.12.
58. LÖSCH, Friedrich. *Janhke-Emde-Lösch tafeln höherer funktionen*. 6. ed. Stuttgart : B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1960.
59. LUCAS, W.; MARX, R.; SCHON, K. Automated calibration of hv impulse measuring systems by comparison with a reference system. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.06.
60. LÜHRMANN, H.; MALEWSKI, R. Sprungantwort und antwortzeit rohrförmiger koaxialer strom-meßwiderstände beliebiger wandstärke. *Archiv für Elektrotechnik*, [s.l.], Bd. 57, H.3, p. 111-118, 1975.
61. MAIER, R.; SCHWAB, A. Transient radiation-field interaction with impulse voltage dividers. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), n° 71.12.
62. MAKSIEJEWSKI, J. L. Evaluation of thermal characteristics of conductors under surge currents taking the skin effect into account. *IEE Proceedings*, [s.l.], v. 137, n° 2, Pt. A, p. 85-91, March 1990.
63. MAKSIEJEWSKI, J. L. Losses in conductors due to current surges taking the skin effect into account. *IEE Proceedings*, [s.l.], v. 137, n° 2, Pt. A, p. 80-84, March 1990.
64. MALEWSKI, R. Measurements of transient skin effect within nonlinear conductors. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, [s.l.], v. 91, n° 5, p. 1881-1886, September/October 1972.

65. MALEWSKI, R. Micro-ohm shunts for precise recording of short-circuit currents. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, [s.l.], v. 96, n° 2, p. 579-585, March/April 1977.
66. MALEWSKI, R.; NGUYEN, C. T.; FESER, K.; HYLÉN-CAVALLIUS, N. Elimination of the skin effect error in heavy-current shunts. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 100, n° 3, p. 1333-1340, March 1981.
67. MALEWSKI, R.; SARMA MARUVADA, P. Computer assisted design of impulse voltage dividers. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, [s.l.], v. 95, n° 4, p. 1267-1274, July/August 1976.
68. MANNEBACK, C. An integral equation for skin effect in parallel conductors. *Journal of Mathematics and Physics*, MIT, v. I, p. 123-146, 1922.
69. MARION, J. B.; HEALD, M. A. *Classical electromagnetic radiation*. Orlando : Academic Press, 1980.
70. McCOMB, T. et al. Comparative measurements of hv impulses to evaluate different sets of response parameters. *IEEE Transactions on Power Delivery*, [s.l.], v. 6, n° 1, p. 70-77, January 1991.
71. McCOMB, T. R. et al. An empirical evaluation of various proposed methods of characterizing the dynamic behaviour of a high voltage impulse measuring system. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), n° 41.01.
72. MILLER, K. W. Diffusion of electric current into rods, tubes, and flat surfaces. *AIEE Transactions*, [s.l.], v. 66, p. 1496-1502, 1947.
73. MISCHENKO, K. P.; et alli *Prácticas de química física*. Moscou: Mir, 1985.
74. MOORE, W. J. *Físico-Química vol 2*. São Paulo : Edgar Bücher, 1976.
75. MOORE, W. J. *Eletroquímica Iônica vol 2*. São Paulo : Editora da USP, 1976.
76. MUÑOZ ROJAS, P.; TEIXEIRA JR, J.A. Measurements of the ratio of a divider and its scale factor for different waveforms. In: *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING*, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.04.
77. NAIDU, S. R.; NETO, A. F. C. The stray-capacitance equivalent circuit for resistive voltage dividers. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, [s.l.], v. 34, n° 3, p. 393-398, September 1985.
78. NAITO, K. Protection of power lines against lightning - against damage to insulators and system fault. In: *IEEE THAILAND SECTION MEETING, BANGKOK*, [s.d.], 8p, 1988.
79. NGUYEN, C. T., MALEWSKI, R. A novel principle of distortionless measurement of current impulse. *Proceedings of the IEEE*, [s.l.], v. 96, n° 4, p. 490-491, April 1981.

80. NIKALOPOULOS, P. N. On the generation of steep front high-voltage impulses. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 4, 5-9 September (1983 : Athens), n° 51.07.
81. NIKALOPOULOS, P. N.; ASLANIS, P. Problems associated with the puncture-testing of insulators. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 4, 5-9 September (1983 : Athens), n° 65.08.
82. NIKALOPOULOS, P. N.; TOPALIS, F. V.; DRAMPALOS, F. G. A computer model for the investigation of errors related to the measurement of high impulse voltages. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), n° 20.10.
83. NIKALOPOULOS, P. N.; TOPALIS, F. V. A general method of correction of errors in high impulse voltage measuring systems. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 4, 5-9 September (1983 : Athens), n° 65.08.
84. PANOFSKY, W. K. H.; PHILLIPS, M. ***Classical electricity and magnetism***. 2. ed. [s.l.] : Addison-Wesley, 1962.
85. PEIER, D.; STOLLE, D. Resistive voltage divider for 1 MV switching and lightning voltages. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), n° 73.02.
86. PETIAU, Gérard. ***La théorie des fonctions de Bessel***. Paris : Renseignements et Vente au Service des Publications du Centre National de la Recherche Scientifique (Institut Henri-Poincaré), 1955.
87. RATZLAFF, K. L. ***Introduction to computer-assisted experimentation***. U.S.A. : John Wiley, 1987.
88. REITZ, J.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. ***Fundamentos da teoria eletromagnética***. 3. ed. Rio de Janeiro : Campus, 1982.
89. RIUBRUGENT, J.; FREDIANI, R. H.; DAMPÉ, J. I. A special fast divider for the measurement of front chopped impulses. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), n° 61.18.
90. RUNGIS, J. Frequency response and unit step measurement correlation for impulse dividers. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), n° 71.06.
91. SCHON, K.; LUCAS, W. et al. International comparison of software for evaluating hv impulses and step responses. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 8, 23-27 August (1993 : Yokohama), n° 51.01.
92. SCHWAB, A.; BELLM, H.; SAUTTER, D. Peak-error correction for front-chopped impulse voltages. In: ***INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING***, 3, 28-31 August (1979 : Milan), n° 42.13.

93. SFAKIANAKIS, Z. 1000 kV resistive divider for measuring non-standard lightning impulses. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 5, 24-28 August (1987 : Braunschweig), nº 73.03.
94. SILVESTER, P. Modal network theory of skin effect in flat conductors. **Proceedings of IEEE**, [s.l.], v. 54, nº 9, p. 1147-1151, September 1966.
95. SINGER, H.; STEINBIGLER, H.; WEISS, P. A charge simulation method for the calculation of high voltage fields. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, New York, v. 93, nº 5, p. 1660-1668, September 1974.
96. SMYTHE, W. R. **Static and dynamic electricity**. 2. ed. [s.l.] : McGraw-Hill, 1950.
97. SPIEGEL, M. R. **Transformadas de Laplace**. [s.l.], McGraw-Hill, 1971.
98. STRATON, J. A. **Théorie de l'électromagnétisme**. Paris : Dunod, 1961.
99. TEIXEIRA JR, J. A. Medição de parâmetros de resposta à degrau de sistemas de medição em alta tensão. In: a ser apresentado no **SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE METROLOGIA ELÉTRICA**, 1, 21-23 de Junho (1994 : Curitiba).
100. THE COLLECTD papers of Peter J. W. Debye. New York : Interscience, 1954.
101. TUOHY, E. J.; LEE, T. H.; FULLERTON, H. P. Transient resistance of conductors. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [s.l.], v. 87, nº 2, p. 455-462, February 1968.
102. WATTS, H. W. The development and evaluation of a fast response divider for steep fronted impulse puncture tests. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 7, 26-30 August (1991 : Dresden), nº 61.17.
103. WEAST, R.C. editor. **CRC Handbook of chemistry and physics**, 64 ed. Boca Raton, Flórida : CRC Press, 1983.
104. WIERZBICKI, J.; KWIATKOWSKI, S.; FESER, K. Calibration unit mod. 42. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 3, 28-31 August (1979 : Milan), nº 42.16.
105. WIERZBICKI, J.; KWIATKOWSKI, S.; DECAMP, B. Calibration accuracy of peak voltmeters and oscilloscopes by means of the generator type ivc 42. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 4, 5-9 September (1983 : Athens), nº 61.10.
106. WILLIAMS, J. W.; FALKENHAGEN, H. The interionic attraction theory of electrical conductance. **Chemical Review**, [s.l.], v. VI, nº 3, p. 317-345, September 1929.
107. ZHANG, Y. X., McKNIGHT, R. H., FENIMORE, C. A method for fitting and smoothing digital data. In: **INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON HIGH VOLTAGE ENGINEERING**, 6, 28 Aug.-1 Sept. (1989 : New Orleans), nº 50.06.