

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ALLAN CHRISTIAN KRAINSKI FERRARI

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MULTIVÁRIAVEIS POR EVOLUÇÃO  
DIFERENCIAL OTIMIZADO POR LÓGICA NEBULOSA

CURITIBA

2015

ALLAN CHRISTIAN KRAINSKI FERRARI

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MULTIVÁRIAVEIS POR EVOLUÇÃO  
DIFERENCIAL OTIMIZADO POR LÓGICA NEBULOSA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas Eletrônicos, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Gideon Villar Leandro.

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Henrique da Costa Oliveira.

CURITIBA

2015

---

F375

Ferrari, Allan Christian Krainski

Identificação de sistemas multiváriaveis por evolução diferencial otimizado por lógica nebulosa / Allan Christian Krainski Ferrari. – Curitiba, 2015.

133 f. : il., tab. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado). Universidade Federal do Paraná. Setor de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2015.

Orientador: Gideon Villar Leandro

Coorientador: Gustavo Henrique da Costa Oliveira

Bibliografia: p. 99-102.

1. Sistemas eletrônicos- Controle - Modelos matemáticos. 2. Lógica difusa. 3. Algoritmos difusos. 4. Inversores elétricos. I. Leandro, Gideon Villar. II. Oliveira, Gustavo Henrique da Costa. III. Universidade Federal do Paraná. IV. Título.

CDD: 621.3

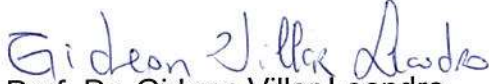
---

## TERMO DE APROVAÇÃO

ALLAN CHRISTIAN KRAINSKI FERRARI

### IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MULTIVÁRIAVEIS POR EVOLUÇÃO DIFERENCIAL OTIMIZADO POR LÓGICA NEBULOSA

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:   
Prof. Dr. Gideon Villar Leandro  
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

Coorientador:   
Prof. Dr. Gustavo Henrique da Costa Oliveira  
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

  
Prof. Dr. Alexandre Rasi Aoki  
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

  
Prof. Dr. Wilson Arnaldo Artuzi Junior  
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

  
Prof. Dr. Flávio Neves Junior  
Departamento de Engenharia Eletrônica, UTFPR

Curitiba, 24 de Junho de 2015.



## TERMO DE APROVAÇÃO

ALLAN CHRISTIAN KRAINSKI FERRARI

### IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS MULTIVÁRIAVEIS POR EVOLUÇÃO DIFERENCIAL OTIMIZADO POR LÓGICA NEBULOSA

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:   
Prof. Dr. Gideon Villar Leandro  
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

Coorientador:   
Prof. Dr. Gustavo Henrique da Costa Oliveira  
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

  
Prof. Dr. Alexandre Rasi Aoki  
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

  
Prof. Dr. Wilson Arnaldo Artuzi Junior  
Departamento de Engenharia Elétrica, UFPR

  
Prof. Dr. Flávio Neves Junior  
Departamento de Engenharia Elétrica, UTFPR

Curitiba, 24 de Junho de 2015.

Nenhuma grande descoberta foi feita jamais sem um palpite ousado (Isaac Newton).

## **AGRADECIMENTOS**

A DEUS por ter me dado forças para lutar a cada desafio que vem pela frente.

Ao meu orientador Gideon Villar Leandro e co-orientador Gustavo Oliveira pela assistência.

À SANEPAR pelos dados fornecidos para a execução deste trabalho.

A Adriana Silva da Luz pelo seu amor, carinho e companhia.

A minha família pelo apoio incondicional.

Ao meu avô falecido Antonio Magalhães Pinto sem sua ajuda não chegaria aonde estou.

## RESUMO

A maior parte dos sistemas físicos reais são multivariáveis, sendo que muitas vezes são simplificados para um modelo monovariável, para aplicações práticas nas mais diversas áreas. Na área de Teoria de Controle, a obtenção de um modelo matemático é de fundamental importância para síntese de controladores. Uma das formas de obtenção de modelos matemáticos é através da metodologia de Identificação de Sistemas. Nesta metodologia, são conhecidos apenas os sinais de entrada e saída (Identificação Caixa Preta) do sistema sob o estudo. Caso se tenha mais alguma informação sobre o sistema, por exemplo, sua ordem e seu grau de não linearidade. O sistema passa a ser o problema de Identificação Caixa Cinza. Na Identificação de Sistemas há várias etapas a serem realizadas, sendo que uma destas etapas é a Estimção de Parâmetros. Esta etapa pode ser vista como um problema de otimização, sendo que há vários métodos que podem ser utilizados, tanto para sistemas lineares e não lineares. Dentre os métodos disponíveis, um bastante utilizado para os mais variados problemas de otimização, é a Evolução Diferencial (ED). Esta metodologia é baseada na evolução populacional, e possui conceitos como mutação e cruzamento. Neste trabalho uma versão modificada do algoritmo ED é proposta, que consiste em ajustar os parâmetros referentes à taxa de cruzamento e mutação *on-line* utilizando lógica nebulosa para a estimção de parâmetros de sistemas multivariáveis reais. Os algoritmos ED modificados têm sua base de conhecimento baseada no comportamento da evolução de suas soluções, estes comportamentos se referem ao momento da evolução e a taxa de melhoria. Para a modelagem matemática dos sistemas foram escolhidos, o modelo linear, e os modelos não lineares de Hammerstein e Wiener. Os sistemas físicos multivariáveis escolhidos fazem parte dos sistemas de reservatórios reais, estes sistemas são alimentados por bombas controladas por inversores de frequência com configuração PID. Inicialmente os sistemas foram identificados com o algoritmo ED clássico para-se determinar o melhor modelo que se adequa a cada estudo de caso. Nesta etapa além de obter o melhor modelo que representa o sistema, foram obtidos os melhores valores de taxa de cruzamento, mutação e população, assim constituindo a base de conhecimento do otimizador nebuloso. O Modelo de Hammerstein representou melhor o comportamento dos estudos de casos. Após a escolha do melhor modelo, foi realizado uma segunda identificação sendo aplicado o algoritmo ED clássico e os otimizados por lógica nebulosa. Nesta segunda etapa de testes cada algoritmo era submetido a 100 simulações, onde era avaliado o número de interações, o tempo, SSE, MSE e qualidade da estimção e validação por correlação  $R^2$ . Os algoritmos ED otimizados por lógica nebulosa melhoraram a velocidade de convergência sem comprometer a qualidade da estimção dos parâmetros.

Palavras-chave: Evolução Diferencial. Lógica nebulosa. Otimização. Sistemas Multivariáveis.

## ABSTRACT

Most real physical systems are multivariate, and often are simplified for a univariate model for practical applications in several areas. In Control Theory area, it is fundamental obtain a mathematical model for the synthesis of controllers. One way of obtaining mathematical models is the System Identification methodology. In this methodology, are known only the input and output signals (identification Black Box) system under study, if you have any further information about the system, for example, their order, the degree of non-linearity, etc. The system becomes a problem of Grey Box Identification. In the System Identification, there are a lot of steps to taken. One of these steps is the Parameter Estimation. This step may be viewed as an optimization problem and there are a lot of methods that can be used for linear and nonlinear systems. Among the methods available, the Differential Evolution (ED) is used for various optimization problems. This methodology is based on population evolution, and has concepts like mutation and crossover. In this work a modified ED algorithm is proposed, which adjusts on-line the parameters of cross rate and mutation rate using fuzzy logic for the estimation of the real multivariable systems parameters. The modified ED algorithms have their knowledge base based on the behavior of the evolution of its solutions, these behaviors refer to the time of evolution and the improve rate of solutions. The linear model, and Hammerstein and Wiener nonlinear models were chosen as mathematical models to identification. The multivariate physical systems chosen are part of real reservoir systems, these systems are powered by pumps controlled by frequency inverter with PID setting. Initially, systems had been identified with the classic ED algorithm to determine the best model to suit each case study. At this stage in addition to get the best model that represents the system, also it was obtained the best values of cross rate, mutation and population, constituting the knowledge base of fuzzy optimizer. The Hammerstein model was the best model that represented the behavior of the case studies. After choosing the best model, it was done a second identification with application of the classic ED algorithm and its upgrade by fuzzy logic. In second stage of tests, each algorithm was subjected to 100 simulations, where it was evaluated the number of interactions, time, SSE, MSE and quality of estimation and validation by correlation  $R^2$ . The ED algorithms optimized for fuzzy logic improved the speed of convergence without compromise the quality of the parameters estimated.

Keywords: Differential Evolution. Fuzzy logic. Optimization. Multivariable Systems.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1.1: Exemplos de modelagem, simulação e controle.....	19
FIGURA 1.2: Número de publicações sobre identificação de sistemas multivariáveis via algoritmo ED.....	22
FIGURA 2.1: Processo de Inicialização do algoritmo ED.....	29
FIGURA 2.2: Diferença ponderada de dois indivíduos, gerando a perturbação: $x_{r1} - x_{r2}$ . .....	30
FIGURA 2.3: Mutação.....	31
FIGURA 2.4: Cruzamento.....	32
FIGURA 2.5: Processo de seleção.....	33
FIGURA 2.6: Fluxograma do Algoritmo ED.....	34
FIGURA 2.7: Fluxograma do algoritmo ED otimizado por lógica <i>fuzzy</i> . .....	41
FIGURA 3.1: Fluxograma do processo de identificação.....	43
FIGURA 3.2: As quatro formas de representação de um sistema físico. ....	45
FIGURA 3.3: Modelo de Wiener.....	55
FIGURA 3.4: Modelo de Hammerstein.....	56
FIGURA 3.5: Modelo Hammerstein-Wiener. ....	56
FIGURA 3.6: Representação de Kortmann e Unbehauen (KU). ....	57
FIGURA 3.7: Representação de Eskinat, Johnson e Luyben (EJL). ....	57
FIGURA 3.8: Representação do modelo de Hammerstein na forma de previsão de erro recursivo para o sistema MISO.....	58
FIGURA 3.9: Representação do modelo de Wiener na forma de previsão de erro recursivo para o sistema MISO. ....	58
FIGURA 3.10: Representação do modelo de Hammerstein-Wiener na forma de previsão de erro recursivo para o sistema MISO. ....	59
FIGURA 4.1: A distribuição de $z_t$ quando $H_0: \mu = \mu_0$ for verdadeira, com região de rejeição para (a) a alternativa unilateral à esquerda $H_1: \mu < \mu_0$ , (b) a alternativa unilateral $H_1$ à direita: $\mu > \mu_0$ e (c) a alternativa bilateral $H_1: \mu \neq \mu_0$ . ....	65
FIGURA 4.2: Sistema do reservatório do bairro Tarumã.....	67
FIGURA 4.3: Sinais de entradas do sistema SIMO.....	68
FIGURA 4.4: Dados usados para Identificação do sistema SIMO: (a) dados para estimação e (b) dados para a validação.....	69

FIGURA 4.5: Resultado da Estimação do sistema SIMO (1ª Etapa).....	70
FIGURA 4.6: Resultado da Validação do sistema SIMO (1ª Etapa).....	70
FIGURA 4.7: Gráficos de $R^2$ em função do número de interações e dos valores de $C_R$ e $F$ (SIMO). .....	72
FIGURA 4.8: Resultado da Estimação do sistema SIMO (2ª Etapa).....	80
FIGURA 4.9: Resultado da Validação do sistema SIMO (2ª Etapa).....	81
FIGURA 4.10: Sinais de entradas do sistema MIMO. ....	82
FIGURA 4.11: Sistema do reservatório do bairro São Braz. ....	83
FIGURA 4.12: Dados usados para Identificação do sistema MIMO: (a) dados para estimação e (b) dados para a validação.....	84
FIGURA 4.13: Resultado da Estimação do sistema MIMO (1ª Etapa). ....	85
FIGURA 4.14: Resultado da Validação do sistema MIMO (1ª Etapa). ....	86
FIGURA 4.15: Gráficos de $R^2$ em função do número de interações e dos valores de $F$ e $C_R$ (MIMO).....	88
FIGURA 4.16: Resultado da Estimação do sistema MIMO (2ª Etapa). ....	95
FIGURA 4.17: Resultado da Validação do sistema MIMO (2ª Etapa). ....	95
FIGURA A.1: Histograma dos parâmetros estimados pelo algoritmo ED na 2ª etapa (SIMO).....	109
FIGURA A.2: Histograma dos parâmetros estimados pelo algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM na 2ª etapa (SIMO).....	110
FIGURA A.3: Histograma dos parâmetros estimados pelo algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR na 2ª etapa (SIMO).....	111
FIGURA A.4: Histograma dos parâmetros estimados pelo algoritmo ED <i>fuzzy</i> combinação MOM e IR na 2ª etapa (SIMO).....	112
FIGURA A.5: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED na 2ª etapa (Modelo SIMO).....	113
FIGURA A.6: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM na 2ª etapa (Modelo SIMO).....	114
FIGURA A.7: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR na 2ª etapa (Modelo SIMO).....	115
FIGURA A.8: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED <i>fuzzy</i> combinação MOM e IR na 2ª etapa (Modelo SIMO).....	116
FIGURA B.1: Histograma dos parâmetros estimados do algoritmo ED na 2ª etapa (MIMO).....	123

FIGURA B.2: Histograma dos parâmetros estimados do algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM na 2ª etapa (MIMO).....	124
FIGURA B.3: Histograma dos parâmetros estimados do algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR na 2ª etapa (MIMO).....	125
FIGURA B.4: Histograma dos parâmetros estimados do algoritmo ED <i>fuzzy</i> combinação MOM e IR na 2ª etapa (MIMO).....	126
FIGURA B.5: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED na 2ª etapa (Modelo MIMO).....	127
FIGURA B.6: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM na 2ª etapa (Modelo MIMO).....	128
FIGURA B.7: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR na 2ª etapa (Modelo MIMO).....	129
FIGURA B.8: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED <i>fuzzy</i> combinação MOM e IR na 2ª etapa (Modelo MIMO).....	130



## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1: Estratégias de Evolução Diferencial. ....	37
TABELA 4.1: Resultados da identificação do modelo SIMO (1ª Etapa). ....	69
TABELA 4.2: Parâmetros Obtidos do modelo SIMO Hammerstein (1ª Etapa). ....	71
TABELA 4.3: Conjunto de regras de inferência para IR. ....	73
TABELA 4.4: Conjunto de regras de inferência para MOM. ....	73
TABELA 4.5: Funções de pertinências de entrada e saída, do ajuste <i>fuzzy</i> do algoritmo ED por MOM (Modelo SIMO). ....	74
TABELA 4.6: Funções de pertinências de entrada e saída, do ajuste <i>fuzzy</i> do algoritmo ED por IR (Modelo SIMO). ....	75
TABELA 4.7: Parâmetros médios estimados para 100 simulações do modelo SIMO de Hammerstein. ....	77
TABELA 4.8: Número de interações, tempo, SSE estimação, MSE estimação, $R^2$ estimação, SSE validação, MSE validação e $R^2$ validação para 100 estimativas do modelo SIMO de Hammerstein. ....	78
TABELA 4.9: Parâmetros do melhor modelo da estimação para 100 simulações do modelo SIMO de Hammerstein. ....	78
TABELA 4.10: Teste de Hipóteses para 100 estimativas do modelo SIMO de Hammerstein. ....	79
TABELA 4.11: Resultados da identificação do modelo MIMO (1ª Etapa). ....	85
TABELA 4.12: Parâmetros Obtidos do modelo MIMO Hammerstein (1ª Etapa). ....	86
TABELA 4.13: Funções de pertinências de entrada e saída, do ajuste <i>fuzzy</i> do algoritmo ED por MOM (Modelo MIMO). ....	89
TABELA 4.14: Funções de pertinências de entrada e saída, do ajuste <i>fuzzy</i> do algoritmo ED por IR (Modelo MIMO). ....	90
TABELA 4.15: Parâmetros médios estimados para 100 estimativas do modelo MIMO de Hammerstein. ....	91
TABELA 4.16: Número de interações, tempo, SSE estimação, MSE estimação, $R^2$ estimação, SSE validação, MSE validação, e $R^2$ validação para 100 estimativas o modelo MIMO de Hammerstein. ....	92
TABELA 4.17: Parâmetros do melhor modelo da estimação para 100 simulações do modelo MIMO de Hammerstein. ....	92

TABELA 4.18: Teste de Hipóteses para 100 estimativas do modelo MIMO de Hammerstein. ....	94
TABELA A.1: Resultados da estimação, $R^2$ para uma população $N_P = 100$ (SIMO).....	103
TABELA A.2: Resultados da validação, $R^2$ para uma população $N_P = 100$ (SIMO).....	104
TABELA A.3: Resultados da estimação, $R^2$ para uma população $N_P = 250$ (SIMO).....	105
TABELA A.4: Resultados da validação, $R^2$ para uma população $N_P = 250$ (SIMO).....	106
TABELA A.5: Resultados da estimação, $R^2$ para uma população $N_P = 500$ (SIMO).....	107
TABELA A.6: Resultados da validação, $R^2$ para uma população $N_P = 500$ (SIMO).....	108
TABELA B.1: Resultados da estimação, $R^2$ para uma população $N_P = 100$ (MIMO).....	117
TABELA B.2: Resultados da validação, $R^2$ para uma população $N_P = 100$ (MIMO).....	118
TABELA B.3: Resultados da estimação, $R^2$ para uma população $N_P = 250$ (MIMO).....	119
TABELA B.4: Resultados da validação, $R^2$ para uma população $N_P = 250$ (MIMO).....	120
TABELA B.5: Resultados da estimação, $R^2$ para uma população $N_P = 500$ (MIMO).....	121
TABELA B.6: Resultados da validação, $R^2$ para uma população $N_P = 500$ (MIMO).....	122

## LISTA DE SIGLAS

AIS – Sistema imunológico artificial (Artificial Immune System).

AL – Alto.

AG – Algoritmos genéticos.

ARMAX – Modelo autoregressivo com media móvel e entradas exógenas (Nonlinear Autoregressive Moving Average Model with Exogenous Inputs).

ARX – Modelo autoregressivo com entradas exógenas (Autoregressive with Exogenous Inputs).

BA – Baixo.

BM – Baixo Médio.

BT – Busca Tabu.

CEC – Conferência de computação evolutiva (Conference on Evolutionary Computation).

DEFMRAC - Controlador adaptativo por modelo de referência modificado por evolução diferencial baseada por lógica *fuzzy* (Evolution Differential based Fuzzy modified Model Reference Adaptive Controller).

ED – Evolução Diferencial.

EPSDE – Conjunto de estratégias dos parâmetros de cruzamento e mutação no algoritmo de evolução diferencial (Ensemble of mutation and crossover Parameter Strategies settings used in Differential Evolution).

FLANN – Rede neural artificial com ligação funcional (Functional Link Artificial Neural Network).

FM – Fim.

FMRAC – Controlador adaptativo por modelo de referência modificado por lógica *fuzzy* (Fuzzy modified Model Reference Adaptive Controller).

GD – Grande.

IAE – Erro absoluto integral (Integral Absolute Error).

IN – Início.

IM – Início Meio.

IR – Taxa de melhoria de evolução (Improve Rate).

MA – Médio Alto.

MD – Médio.

ME – Meio.

MDEA – Algoritmo de evolução diferencial multiobjetivo. (Multi-objective Differential Evolution Algorithm).

MF – Meio Fim.

MG – Médio Grande.

MIMO – Múltiplas entradas e múltiplas saídas (Multiple Inputs and Multiple Outputs).

MISO – Múltiplas entradas e única saída (Multiple inputs and Simple Output).

MOM – Momento (Momentum).

MRAC – Controlador adaptativo por modelo de referência (model reference adaptive controller).

MOESP – Espaço de estado de erro de saída multivariável (Multivariable Output Error State Space).

MSE – Erro médio quadrático (Mean Square Error).

NARMAX – Modelo autoregressivo com média móvel e entradas exógenas não linear (Nonlinear Autoregressive Moving Average Model with Exogenous Inputs).

NARX – Modelo autoregressivo com entradas exógenas não linear (Nonlinear Autoregressive with Exogenous Inputs).

ODE – Oposição baseada na evolução diferencial (Opposition based Differential Evolution).

PAT – Tratamento e bombeamento (Pump and Treat).

PI – Proporcional e Integral.

PID – Proporcional, Integral e Derivativo.

PM – Pequeno Médio.

PQ – Pequeno.

PSO – Otimização por enxame de partícula (Particle Swarm Optimization).

RNN – Rede neural recorrente (Recurrent Neural Network).

RA – Região de Aceitação.

RR – Região de Rejeição.

RTOS – Sistema Operacional de Tempo Real (Real Time Operating System).

SANEPAR – Companhia de Saneamento do Paraná.

SISO – Única entrada e única saída (Simple Input and Simple Output).

SIMO – Única entrada e múltiplas saídas (Simple input and Multiple Outputs).

SSE – Soma dos erros quadráticos (Sum of Squared Error).

TRMS – Sistema MIMO rotor duplo (Twin Rotor Multi-input-multi-output System).

## LISTA DE SÍMBOLOS

$X$  – População.

$X'$  – População da próxima geração.

$N_P$  – Tamanho da população.

$x_i$  – Vetor solução.

$d$  – Número de componentes.

$l$  – Índices sequenciais.

$n$ ,  $m$  e  $r$  – Último número sequencial.

$t$  – Geração.

$v_i$  – Vetor mutante.

$F$  – Taxa de mutação.

$C_R$  – Taxa de cruzamento.

$f$  – Função objetivo.

$F$  – Função não linear do modelo NARMAX.

$f_1(\cdot), f_2(\cdot) \dots f_n(\cdot)$  – Funções não lineares de sistema multivariável.

$e(k)$  – ruído.

$d$  – Tempo de atraso.

$l$  – Grau da função polinomial.

$n_u, n_y$  e  $n_e$  – Atrasos dos sinais de entrada, saída e erro.

$r_i$  – Número aleatório gerado com valores entre zero e um.

$u_i$  – Vetor filho gerado pelo processo de cruzamento.

$p, q$  e  $r$  – Índices aleatórios.

$N$  – Números de entradas.

$M$  – Número de saídas.

$x_0$  – Valor inicial.

$n$  – Número de equações diferenciais de primeira ordem.

$U_1, U_2, \dots U_N$  – Sinais de entradas.

$Y_1, Y_2, \dots Y_M$  – Sinais de saídas.

$G(s)$  – Matriz de funções de transferências de um sistema MIMO.

$x_1(t), x_2(t), \dots x_n(t)$  – Elementos do vetor de estados.

$\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t), \dots \dot{x}_n(t)$  – Elementos do vetor derivada de estados.

$A, B, C, D$  e  $N_L$  – Vetores e matrizes da representação de espaço de estados.

$s$  - Domínio da frequência (Laplace).

$u$  – Variável de entrada.

$y$  – Variável de saída.

$w$  e  $v$  – Variável de intermediária.

$N$  – Número de amostras.

$k$  – Tempo discreto.

$\theta_i$  – Parâmetros do modelo NARMAX.

$B8$ ,  $B9$  e  $B10$  – Bombas do Reservatório do Bairro Tarumã.

$B1$ ,  $B2$ ,  $B3$  e  $B4$  – Bombas do Reservatório do Bairro São Braz.

$FT02$  e  $FT04$  – Sensores de Vazão.

$PT01$  e  $PT06$  – Sensores de pressão.

$H_0$  – Hipóteses Nula.

$H_1$  – Hipóteses Alternativa.

$z_t$  – Estatística teste.

$z_\alpha$  – Estatística do erro de confiança.

$\mu$  - Média.

$\sigma$  - Desvio padrão.

$\alpha$  - Erro de confiança.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	19
1.1	OBJETIVOS .....	21
1.1.1	Objetivo geral.....	21
1.1.2	Objetivos específicos.....	21
1.2	JUSTIFICATIVA.....	22
1.3	REVISÃO DA LITERATURA TÉCNICA-CIENTÍFICA .....	23
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	27
2	EVOLUÇÃO DIFERENCIAL.....	28
2.1	EVOLUÇÃO DIFERENCIAL CLÁSSICA .....	28
2.1.1	Inicialização .....	28
2.1.2	Mutação .....	29
2.1.3	Cruzamento .....	31
2.1.4	Processo de Seleção .....	32
2.1.5	Representação do Algoritmo ED.....	33
2.1.6	Estratégias de Evolução Diferencial .....	36
2.2	LÓGICA <i>FUZZY</i> .....	37
2.3	ALGORITMO ED OTIMIZADO POR LÓGICA <i>FUZZY</i> .....	38
2.3.1	Ajuste dos Parâmetros taxa de Cruzamento e Mutação por Lógica <i>Fuzzy</i> .....	39
2.3.2	Funções de Pertinência e Regras.....	40
2.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	42
3	IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS MULTIVARIÁVEIS .....	43
3.1	MODELOS MULTIVARIÁVEIS.....	44
3.1.1	Representação de Sistemas Físicos em Espaços de Estados .....	45
3.1.1.1	Representação de espaço de estados do sistema SISO na forma canônica observável .....	46

3.1.1.2	Representação de espaço de estado do sistema MISO na forma canônica observável .....	48
3.1.1.3	Representação de espaço de estados do sistema SIMO na forma canônica observável .....	51
3.1.1.4	Representação de espaço de estado do sistema MIMO na forma canônica observável .....	53
3.2	MODELOS NÃO LINEARES .....	55
3.2.1	Modelo Wiener .....	55
3.2.2	Modelo Hammerstein .....	55
3.2.3	Modelo Hammerstein-Wiener .....	56
3.3	EXTENSÃO DOS MODELOS NÃO LINEARES DE HAMMERSTEIN E WIENER PARA SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS .....	56
3.4	REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS FÍSICOS EM ESPAÇO DE ESTADOS EM TEMPO DISCRETO .....	59
3.5	EXTENSÃO DA REPRESENTAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADOS EM TEMPO DISCRETO PARA MODELOS NÃO LINEARES DE HAMMERSTEIN E WIENER .....	60
3.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	61
4	ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	62
4.1	ESTUDO DE CASO BAIRRO TARUMÃ .....	66
4.1.1	Resultados do Processo de identificação do modelo SIMO (1ª Etapa) .....	68
4.1.2	Resultados das modificações do algoritmo ED via lógica <i>Fuzzy</i> na identificação do modelo SIMO (2ª Etapa) .....	72
4.2	ESTUDO DE CASO BAIRRO SÃO BRAZ .....	81
4.2.1	Resultados do Processo de identificação do modelo MIMO (1ª Etapa) .....	84
4.2.2	Resultados das modificações do algoritmo ED via lógica <i>Fuzzy</i> na identificação do modelo MIMO (2ª Etapa) .....	88
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS .....	97
	REFERÊNCIAS .....	99
	APÊNDICES .....	103



APÊNDICE A – Resultados do estudo de caso do Reservatório do Bairro Tarumã. .....	103
APÊNDICE B – Resultados do estudo de caso do Reservatório do Bairro São Braz. ....	117
ANEXOS – Tabela de Distribuição Normal Padrão. ....	131

## 1 INTRODUÇÃO

A identificação de sistemas foi desenvolvida com o objetivo de obter-se modelos matemáticos de sistemas nos mais variados campos da ciência, dentre estes destacam-se em sua utilização as áreas de sinais e sistemas e teoria de controle. Esta ferramenta propicia modelos matemáticos para métodos de sintonia de controladores e algoritmos de otimização aplicados a uma vasta variedade de sistemas reais e processos, conforme ilustrado na Figura 1.1. A identificação de sistemas também tem grande aplicação em processos industriais, previsão no comportamento da economia, sistemas financeiros, medicina, biologia, sistemas sociais, sistemas de controle e entre outros (BILLINGS, 2013).

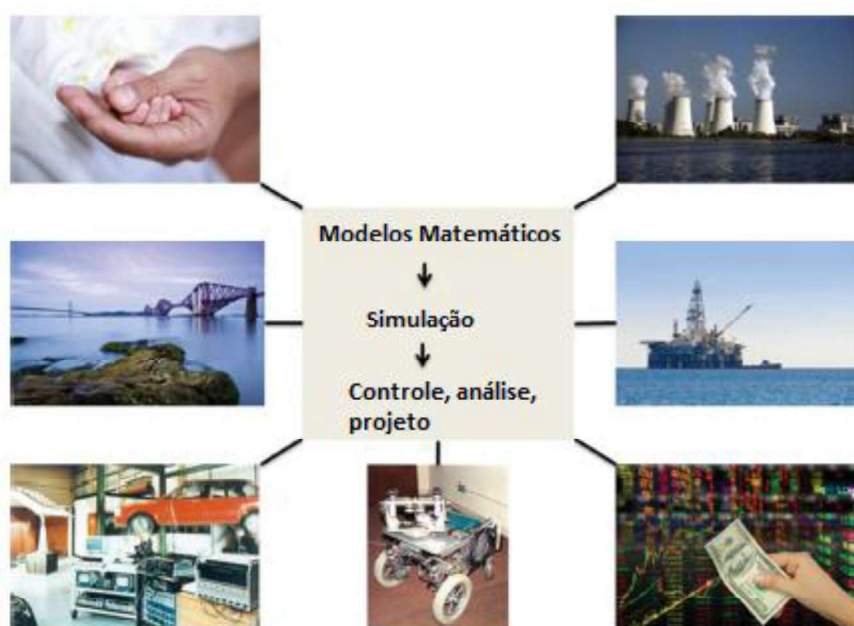


FIGURA 1.1: Exemplos de modelagem, simulação e controle.

Fonte: Billings (2013).

O conceito e a obtenção de um modelo matemático são fundamentais em muitos campos da ciência e da engenharia. De uma forma genérica, pode-se dizer que todo sistema real pode ser descrito por um modelo matemático com certa precisão. A identificação procura uma relação entre os sinais de saída e os sinais de entrada que representem o comportamento da planta/processo em estudo (LJUNG, 1987).

Estes modelos são obtidos através da identificação de sistemas reais que podem ter várias configurações em relação ao número de entradas e saídas ou o grau da ordem de linearidade ou não linearidade presentes na dinâmica do sistema.

A identificação de sistemas tornou-se um tema importante em várias áreas da ciência ao longo das últimas décadas. Inicialmente, o foco era a identificação de sistemas lineares, com o “*know how*” adquirido o foco foi mudando, e dado mais ênfase em sistemas não lineares ao longo dos últimos anos (BILLINGS, 2013).

Além da não linearidade que pode estar presente no comportamento de um sistema real, a multivariabilidade pode estar presente na forma de interação ou acoplamento entre sinais de entrada e saída. Todos os sistemas físicos do mundo são multivariáveis, a resposta de um sistema (saída) pode ser composta pela influência de vários sinais de entrada. Na maior parte dos casos estes sistemas são simplificados para um sistema de uma entrada e uma saída (SISO), quando se considera que um sinal de entrada tem muito mais influência na resposta de saída que os outros sinais que acabam sendo desprezados. Quando não se consegue representar um sistema físico por um modelo SISO se faz necessário considerar outros sinais que influenciam a resposta desse sistema físico para obter o modelo desejável (GOODWIN *et. al*, 2000).

Para a identificação desses sistemas multivariáveis existem algoritmos de otimização como: evolutivos (ED e AG), comportamento social (colônia de formigas, abelhas), pássaros (cuco) e etc. Estes são aplicados no apoio a processos de identificação de sistemas físicos não lineares. Buscam achar um ponto ótimo para máxima eficiência de um comportamento desejado (PRICE *et. al*, 2005).

Boa parte dos algoritmos de otimização convencionais são determinísticos. Alguns usam a informação do gradiente da função objetivo, porém quando a função objetivo apresenta descontinuidades, esses algoritmos podem não convergir para os valores esperados, isto é, os ótimos globais. Nesse caso é preferível utilizar algoritmos que não usam a informação do gradiente, mas somente valores de funções como no caso dos algoritmos estocásticos (YANG, 2010).

Os algoritmos de otimização estocásticos são classificados em dois tipos: heurísticos e meta-heurísticos. Os algoritmos heurísticos são mais simples, mas não garantem soluções ótimas. Enquanto que os algoritmos meta-heurísticos são mais completos em relação às heurísticos na busca da solução ótima (YANG, 2010).

Muitos algoritmos meta-heurísticos têm seu processo de otimização inspirado no comportamento de um processo natural, por exemplo: colônia de abelhas, formigas, grupos de morcegos; genética (algoritmos genéticos); sistema nervoso (redes neurais artificiais), etc (LEE; YAO, 2004).

Um dos algoritmos baseados em comportamento natural para estimação dos parâmetros de processos físicos é o algoritmo da evolução diferencial (ED). O algoritmo ED é robusto e tem rápida convergência na busca das soluções desejadas. A estratégia de otimização desse algoritmo se baseia na evolução da população de soluções que representam os parâmetros possíveis da função desejada a ser otimizada. A evolução desses parâmetros acontece por meio de processos de cruzamento, mutação e seleção (PRICE *et. al*, 2005).

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho faz a aplicação do algoritmo ED com a otimização de seus parâmetros de cruzamento e mutação por lógica nebulosa (*fuzzy*) com o objetivo de deixar o algoritmo ED original mais rápido e eficiente, assim diminuindo o tempo do processo de identificação, com aplicação voltada para sistemas físicos multivariáveis não lineares.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Analisar de forma crítica sobre o uso do algoritmo ED no processo de identificação de sistemas físicos;
- Aplicar a representação de modelos multivariáveis em modelos de espaço de estados;
- Avaliar estratégias de melhoria de tempo e desempenho do algoritmo ED via lógica *fuzzy*.
- Utilizar dados de sistemas multivariáveis reais para estudo de caso;

- Fazer a identificação dos sistemas multivariáveis através do modelo linear e dos modelos não lineares representado em espaço de estados;
- Implementar o algoritmo ED com modificações baseadas em lógica *fuzzy* e comparar seu tempo de processamento com o algoritmo ED original;

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Nos últimos anos tem crescido o número de publicações sobre identificação de sistemas multivariáveis via algoritmo ED (IEEE, 2014). O gráfico na Figura 1.2 mostra o número de publicações relacionadas com o assunto abordado neste trabalho desde o surgimento da técnica de evolução diferencial.



FIGURA 1.2: Número de publicações sobre identificação de sistemas multivariáveis via algoritmo ED. Fonte: IEEE (2014).

Observa-se na Figura 1.2 que as primeiras publicações da evolução diferencial surgiram em 1994, em 1995 houve um aumento significativo no número de publicações de evolução diferencial com aplicação voltada a sistemas multivariáveis em relação ano anterior.

Para a identificação desses sistemas físicos o algoritmo de evolução diferencial (ED) é de simples compreensão, aplicação e oferece certa robustez na otimização de sistemas físicos (PRICE *et. al*, 2005).

A representação de um sistema multivariável pode conter um grande número de parâmetros, isto pode se tornar um problema de identificação desafiador, pois quanto mais parâmetros há para se estimar, o processo de identificação e o esforço computacional tende a ser maior. O algoritmo ED por suas qualidades já citadas pode ser uma ferramenta eficaz na estimação de parâmetros de uma planta multivariável. Porém estudos anteriores mostram que o algoritmo ED, pode ter seu desempenho melhorado se os parâmetros de cruzamento  $C_R$  e mutação  $F$  forem adaptados no processo de otimização. Desta forma o presente trabalho propõe o ajuste dos parâmetros  $C_R$  e  $F$  do algoritmo ED utilizando lógica *fuzzy* com isto espera-se acelerar o processo de estimação dos parâmetros que representam melhor o comportamento da planta.

### 1.3 REVISÃO DA LITERATURA TÉCNICA-CIENTÍFICA

Na literatura foram encontrados trabalhos relacionados à identificação e ao controle de sistemas multivariáveis com aplicação de técnicas de identificação com ênfase à evolução diferencial. Destes trabalhos, o algoritmo ED foi combinado com outras técnicas de identificação visando melhorar seu desempenho. A seguir esses trabalhos são relatados.

Lee e Yao (2004) propõem um algoritmo de programação evolucionária com processo de mutação baseado na probabilidade de distribuição de Lévy. Esta mutação é usada tanto na forma adaptativa quanto não adaptativa. O algoritmo proposto é aplicado na otimização de funções multivariáveis. O resultado experimental mostra que em muitas funções com muitos mínimos locais, o desempenho do algoritmo proposto foi melhor do que a clássica programação evolutiva usando mutação de Gauss.

Potter *et. al* (2008) apresentam um novo algoritmo híbrido baseado na otimização enxame de partícula (PSO), algoritmo evolutivo e evolução diferencial (ED) para o treinamento de uma rede neural recorrente (RNN) para a predição de canal de um sistema MIMO. O algoritmo híbrido tem desempenho superior em relação ao PSO e o algoritmo ED em diferentes ambiente de canal. O sinal ruído

recebido é derivado de *beam-forming* de sistemas MIMO não codificados, isto visto como o erro da RNN afeta o desempenho. Este erro deteriora a precisão dos modos singulares fracos, fazendo a tecnologia *beam-forming* mais desejável.

Inoue e Yasunobu (2008) propõem um sistema inteligente de direção veicular de duas rodas, o qual aplica o controle MIMO inteligente. Este método pode ser construído a partir de conhecimento MIMO humano. Este sistema apresenta claramente auxílio de informação de duas maneiras de interface de apoio à direção e suporte ao usuário. A efetividade do sistema proposto é validada por simulação experimental.

Mallipeddi e Suganthan (2009) propõem um algoritmo ED que consiste em um conjunto de estratégias de mutação, cruzamento e no controle de seus parâmetros associados sendo conhecido por EPSDE. Neste algoritmo, um conjunto de estratégias de mutação e cruzamento de técnicas distintas, juntamente com um conjunto de valores para cada parâmetro de controle convive durante todo o processo de evolução e concorre para produzir melhores descendentes. O desempenho do EPSDE é aplicado em um conjunto de 25 problemas com restrições limitadas, designado pela Conferência de Computação Evolutiva (CEC) 2005 e seu desempenho é comparável com algoritmos do estado da arte.

Subudhi (2009) propõe um sistema de identificação neural baseado em três métodos de pesquisa global: AG, PSO e ED. Os três métodos evolutivos são hibridizados junto com os métodos de pesquisa local como gradiente descendente e retro propagação da rede neural. Assim o poder de convergência é aumentado. O sistema de identificação proposto é aplicado na modelagem de um sistema MIMO constituído por duplo rotor não linear (TRMS). O algoritmo de pesquisa híbrido retro propagação baseado na evolução diferencial mostra melhor resultado quando comparado ao algoritmo de aprendizado da rede neural.

Nanda *et al.* (2009) desenvolvem um novo algoritmo de otimização baseado no sistema de imunidade artificial (AIS) para identificação de plantas MIMO não linear. Este algoritmo é hibridizado com uma estrutura de rede neural artificial com ligação funcional (FLANN) para o desenvolvimento de um novo modelo eficiente para a identificação de sistemas dinâmicos não lineares. O algoritmo proposto mostra desempenho superior quando comparado com abordagem baseada em algoritmos genéticos (AG) e enxame de partículas (PSO).

Adeyemo e Otieno (2010) aplicam o algoritmo de evolução diferencial multiobjetivo (MDEA) no problema de gerenciamento de qualidade de um aquífero envolvendo tecnologias de bombeamento e tratamento (PAT). Dois objetivos considerados no modelo são minimizar o custo do projeto de remediação e minimizar a massa de contaminação remanescente no processo de remediação horizontal. Os resultados são comparados com outros trabalhos de gerenciamento de qualidade de aquíferos. O algoritmo MDEA se mostra uma boa ferramenta para resolução de problemas de gerenciamento de aquífero.

Subudhi e Jena (2011) propõem um novo paradigma combinando computação evolutiva com de treinamento da rede neural para a identificação de sistemas não lineares. No trabalho são utilizadas duas técnicas de evolução computacional: algoritmo de evolução diferencial (ED) e sua oposição baseada na evolução diferencial (OED). Estas técnicas são combinadas com o algoritmo Levenberg Marquardt para o treinamento da rede neural com aplicação em identificação de sistemas não lineares. Os métodos são testados em um sistema duplo-rotor com múltiplas entradas e múltiplas saídas sendo altamente não linear. Os resultados mostram que a rede neural combinada à técnica de oposição baseada na evolução diferencial exibe melhor modelo de identificação quando comparado com a abordagem de rede neural combinada com evolução diferencial.

Marques (2011) implementou lógica *fuzzy* para adaptação de parâmetros em algoritmos genéticos (AG) e busca Tabu (BT), visando diminuir o esforço computacional. Os sistemas nebulosos adaptam os parâmetros de cruzamento e mutação do algoritmo genético e as memórias da Busca Tabu de forma online, a partir do comportamento de convergência dos mesmos. As modificações baseadas em lógica *fuzzy* foram aplicadas no problema clássico de roteamento de veículos com janela de tempo. Nos resultados, os sistemas nebulosos melhoram a qualidade das soluções e a convergência dos algoritmos quando comparados às versões padrões (sem implementação *fuzzy*).

Jalaleddini e Kearney (2011) descrevem um novo algoritmo de identificação para sistemas de Hammerstein de uma entrada e uma saída usando representação de espaço de estado de erro de saída multivariável (MOESP). O algoritmo consiste em três passos. Primeiro, o algoritmo MOESP é usado para determinar a ordem do sistema e estimar a ordem de duas matrizes em espaço de estado. Segundo, um problema de mínimo quadrado é resolvido para minimizar o erro de predição.



Finalmente, a otimização de pesquisa global é necessária para ser usada na estimação de valores ótimos para atualização de parâmetros. Os resultados mostram que o algoritmo estima os parâmetros de forma eficaz mesmo com a adição de ruído na saída do modelo.

Filipic e Lorencin (2012) empregam métodos estocásticos integrados com modelos numéricos de sistemas de abastecimento de energia. Para estes é aplicado a otimização multiobjetivo de maneira simples através de uma soma ponderada aproximada ou a transformação de critérios selecionados dentro das restrições. Os autores descrevem a aproximação multiobjetivo de Pareto baseada na evolução diferencial para otimização de um sistema alternativo de abastecimento de energia.

Vasu *et al.* (2012) propõe uma simples aproximação computacional para redução de larga escala de dinâmica linear para sistemas SISO e MIMO usando a técnica de otimização ED. O método é baseado na minimização do erro quadrático integral (ISE) entre a resposta do transiente real e do modelo de ordem reduzida. O processo de redução é simples, eficiente e computacionalmente orientado. O algoritmo é aplicado em dois exemplos numéricos e seu resultado é comparado com outras técnicas de redução de ordem conhecidas para mostrar sua superioridade.

Sahoo e Ghosh (2013) implementam duas técnicas de otimização evolutivas baseadas no algoritmo genético e na evolução diferencial na sintonia de um controlador constituído por várias malhas proporcional-integral (PI). O critério de erro utilizado é o erro absoluto integral (IAE). O sistema físico de estudo é uma planta de coluna de destilação binária constituída de duas entradas e duas saídas. Na simulação cada técnica é aplicada para um tempo computacional médio de mais de 20 ensaios. Os resultados mostram que as duas técnicas são eficazes na sintonia dos parâmetros do controlador.

Mohideen *et al.* (2014) propõem um controlador adaptativo de modelo de referência (MRAC), sendo sintonizado por lógica *fuzzy*, nomeado de FMRAC para o controle de um processo de nível com acoplamento de tanques. Os autores também propõem o uso do algoritmo ED para a sintonia *offline* dos parâmetros das funções de pertinências do controle FMRAC, assim melhorando sua performance, nomeando o controlador de DEFMRAC. O controlador DEFMRAC é comparado com FMRAC e MRAC quando aplicados no controle do processo de nível com acoplamento de tanques. O controlador DEFMRAC tem melhor resposta no transiente em comparação com os demais.

A evolução diferencial é uma das técnicas de modelagem matemática mais conhecida na literatura devido a sua simplicidade de implementação e robustez nos resultados estimados. Dos trabalhos relatados nesta revisão bibliográfica, percebe-se que a maior parte da aplicação da evolução diferencial tem objetivo focado à identificação e ao controle de sistemas multivariáveis. Tendo em vista esta revisão da literatura, foi decidido aplicar modificações baseadas em lógica *fuzzy* nas estratégias de cruzamento e mutação da evolução diferencial, visando diminuir o esforço computacional na estimação de parâmetros de sistemas físicos multivariáveis.

#### 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada em sete capítulos: O primeiro capítulo faz uma introdução sobre o problema de identificação de sistemas multivariáveis, o segundo, terceiro e quarto capítulos, se referem à fundamentação teórica, fazem abordagens respectivamente sobre evolução diferencial, sistemas físicos e identificação. O quinto capítulo apresenta e explica os métodos utilizados no trabalho. No sexto faz-se o estudo de casos e apresentam-se os resultados. Finalmente, as conclusões são expostas no último capítulo.

## 2 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Não é exagero dizer que a otimização está presente em nossa vida, projetos da engenharia aplicados no planejamento dos negócios ou soluções obtidas do roteamento de internet sendo utilizados para o planejamento de férias. A otimização dessas atividades buscam lucro, qualidade e o tempo, onde tempo e dinheiro são sempre limitados no mundo real. Para otimização de casos reais utilizam-se ferramentas matemáticas que constituem de algoritmos de busca. Estes algoritmos muitas vezes são inspirados no comportamento de um processo natural, por exemplo: social (colônia de formigas), neurônios (RNA) ou genética (algoritmos evolucionários) (YANG, 2010).

### 2.1 EVOLUÇÃO DIFERENCIAL CLÁSSICA

Assim como outros algoritmos evolucionários, o algoritmo ED utiliza uma população de soluções candidatas randomicamente geradas, dentro de uma região de domínio, para minimizar a função objetivo. À medida que a população evolui, a direção de busca e o tamanho do passo na mutação mudam auto ajustando-se de acordo com a distribuição da população no espaço de busca (PRICE *et al.*, 2005), (HAMMOUCHE *et al.*, 2010).

A evolução diferencial pode ser considerada como um desenvolvimento adicional para algoritmos genéticos. Em relação ao algoritmo genético, a evolução diferencial considera as soluções como série de números reais sem precisar usar processos de codificação ou decodificação (YANG, 2010).

#### 2.1.1 Inicialização

O algoritmo ED inicializa com uma população escolhida aleatoriamente composta por  $N_P$  indivíduos que são chamados vetores  $x_i$ , onde  $i = 1, 2, \dots, N_P$ . Para um problema com  $d$  parâmetros de projeto, cada vetor (indivíduo da população) possui  $d$  componentes (COELHO; MARIANI, 2006).

A cada solução  $x_i$  em uma geração  $t$ , pode ser representada pela seguinte notação:

$$x_i^t = (x_{1,i}^t, x_{2,i}^t, \dots, x_{d,i}^t) \quad (2.1)$$

O vetor  $x_i$  consiste de  $d$  componentes em um espaço dimensional de tamanho  $d$ . Cada vetor solução pode ser considerado como um cromossoma ou genoma (YANG, 2010).

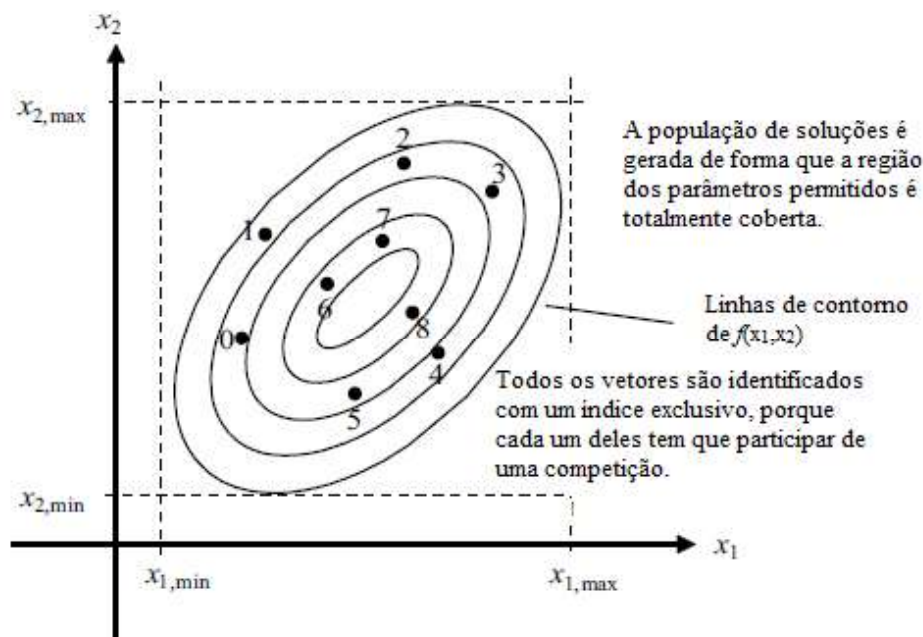


FIGURA 2.1: Processo de Inicialização do algoritmo ED.

Fonte: Price *et al.* (2005).

A evolução diferencial consiste de três passos: mutação, cruzamento e seleção.

### 2.1.2 Mutação

A evolução da população é inicializada com a operação de mutação, aonde novos indivíduos  $v_i$  (vetores modificados) são gerados pela adição da diferença vetorial ponderada entre dois indivíduos  $x_q$  e  $x_r$  da população a um terceiro indivíduo  $x_p$  (COELHO; MARIANI, 2006), (YANG, 2010).

O vetor mutante  $v_i$  é representado pelo seguinte esquema:

$$v_i^{t+1} = x_p^t + F \cdot (x_q^t - x_r^t) \quad (2.2)$$

Onde  $F \in [0, 2]$  é o parâmetro de perturbação, mas na prática, um esquema com  $F \in [0, 1]$  é mais eficiente e prático (YANG, 2010).

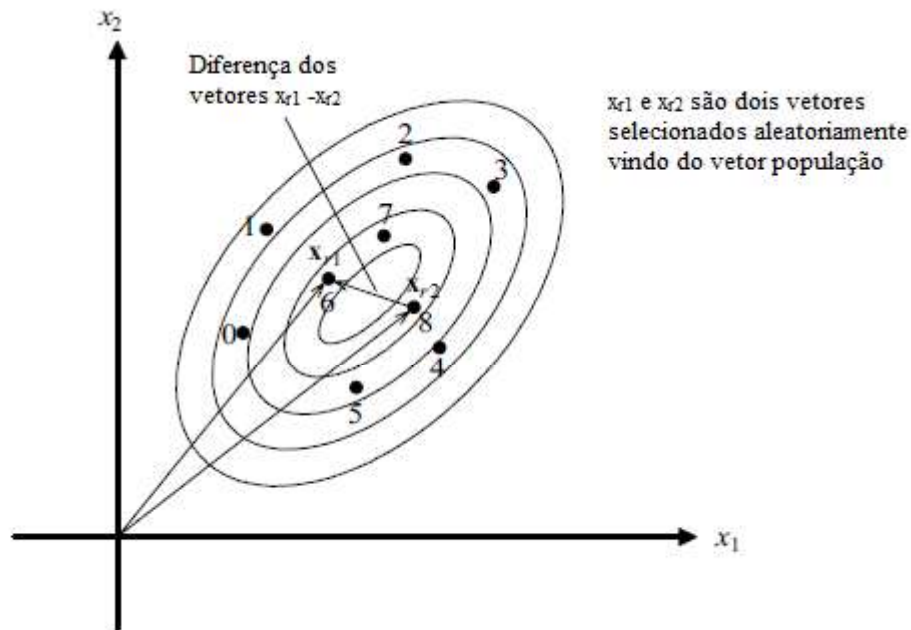


FIGURA 2.2: Diferença ponderada de dois indivíduos, gerando a perturbação:  $x_{r1} - x_{r2}$ .

Fonte: Price *et al.* (2005).

A nova solução gerada pela mutação tem suas componentes misturadas com as componentes de um indivíduo escolhido aleatoriamente da população (definido como vetor alvo), para resultar no vetor chamado experimental. Este processo de misturar os parâmetros é referido como cruzamento (SARASWAT *et al.*, 2013).

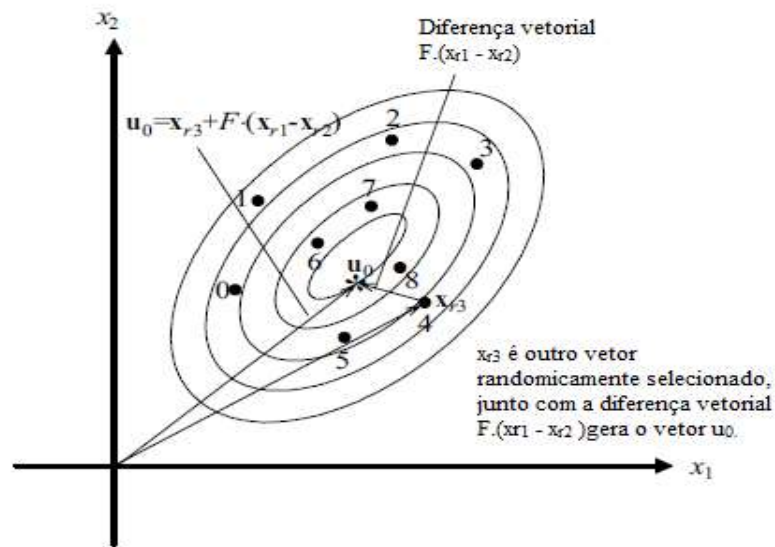


FIGURA 2.3: Mutação.  
Fonte: Price *et al.* (2005).

### 2.1.3 Cruzamento

O cruzamento é controlado pela taxa de probabilidade de cruzamento  $C_R \in [0, 1]$ . O processo de cruzamento pode ser executado por duas formas: binomial e exponencial (YANG, 2010).

O esquema binomial atua no cruzamento de cada componente  $d$ . Este processo gera números aleatórios distribuídos uniformemente  $r_i \in [0, 1]$ , a  $i$ -ésima componente  $j$  de  $v_i$  é manipulada como:

$$u_{j,i}^{t+1} = \begin{cases} v_{j,i} & \text{se } r_i \leq C_R \\ x_{j,i}^t & \text{se não} \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, d. \quad (2.3)$$

Neste esquema, cada componente pode ser decidida aleatoriamente se troca com o vetor mutante ou não.

No esquema exponencial, um segmento do vetor mutante é selecionado e começa aleatoriamente com um número  $k$  e tamanho  $L$  com o qual pode incluir muitos componentes. Matematicamente é escolhido  $k \in [0, d - 1]$  e  $L \in [1, d]$  aleatoriamente, então:

$$u_{j,i}^{t+1} = \begin{cases} v_{j,i}^t & \text{para } j = k, \dots, k - L + 1 \in [1, d] \\ x_{j,i}^t & \text{se não.} \end{cases} \quad (2.4)$$

O esquema binomial é mais simples que o exponencial e será usado no trabalho desta dissertação.

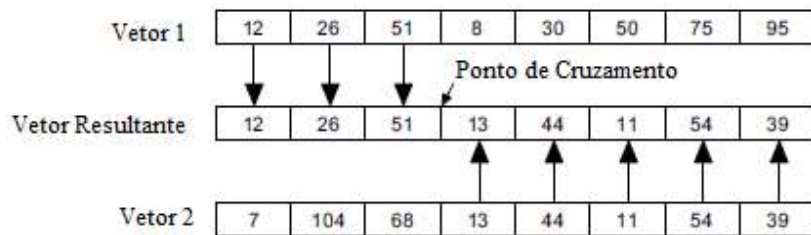


FIGURA 2.4: Cruzamento.

Fonte: Price *et al.* (2005).

#### 2.1.4 Processo de Seleção

Os vetores gerados pelo processo de cruzamento e mutação são testados no processo de seleção. Se o valor da função objetivo do vetor experimental for menor que o custo do vetor alvo, então o vetor experimental se torna um vetor alvo na próxima iteração. Este processo é repetido a cada geração até que um critério de condição seja satisfeito (PRICE *et al.*, 2005).

O processo de seleção pode ser representado por:

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} u_i^{t+1} & \text{se } f(u_i^{t+1}) \leq f(x_i^t), \\ x_i^t & \text{se não.} \end{cases} \quad (2.5)$$

Onde  $f$  é a função objetivo.

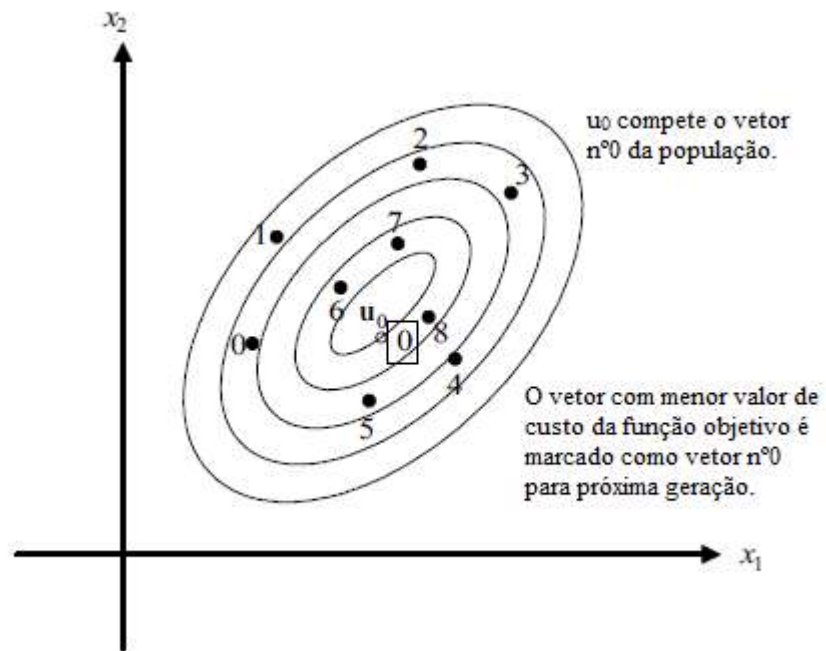


FIGURA 2.5: Processo de seleção.

Fonte: Price *et al.* (2005).

### 2.1.5 Representação do Algoritmo ED

O raciocínio do algoritmo de evolução diferencial pode ser representado pelo seguinte fluxograma:



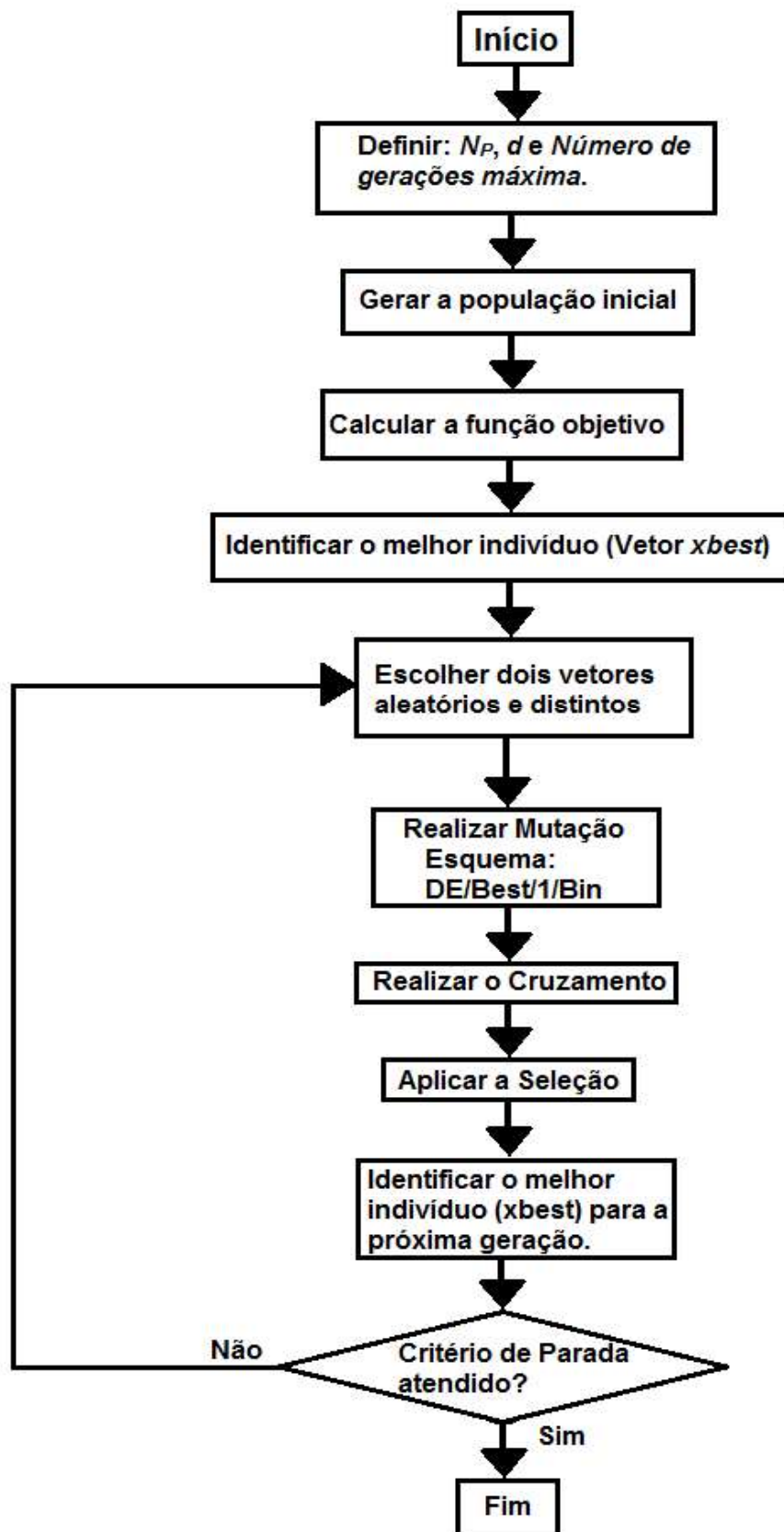


FIGURA 2.6: Fluxograma do Algoritmo ED.

Adaptado: Carneiro (2009).

Juntando as equações (2.1) a (2.5) e lógica do fluxograma (FIGURA 2.6), temos o algoritmo ED representado por seu pseudocódigo:

```

Inicializar (aleatoriamente) e avaliar a população X
enquanto nenhum critério de parada for satisfeito faça
{
  para ( $i = 0 ; i < N_P ; i++$ )
  {
    Aleatoriamente selecione os pais  $x_p, x_q$  e  $x_r$ , ( $p \neq q \neq r \neq i$ ).
    Geração do candidato:
     $v_i = x_p + F \times (x_q - x_r)$ 
     $v_i$  é obtido do cruzamento dos genes de  $x_i$  e  $v_i$  como segue:
    para ( $n = 0 ; n < d ; n++$ )
    {
      se ( $r < C_R$ )
       $u_i^n = v_i^n$ 
      senão
       $u_i^n = x_i^n$ 
    }
    Avalie o candidato  $u_i$ 
    se ( $u_i$  é melhor que  $x_i$ )
     $x_i' = u_i$ 
    senão
     $x_i' = x_i$ 
  }
   $X = X'$ 
}

```

Neste pseudocódigo  $N_P$  é o tamanho da população,  $X$  é a população da geração atual, e  $X'$  é a população da próxima geração  $v_i$  é a solução candidata  $i$  da população,  $v_i^n$  é a  $j$ -ésima entrada no vetor solução de  $v_i$ ,  $r$  é um número aleatório entre 0 e 1,  $C_R$  é a probabilidade de cruzamento e  $F$  é a taxa de mutação.

### 2.1.6 Estratégias de Evolução Diferencial

O algoritmo ED possibilita ao usuário a escolha do tipo de estratégia que será utilizada durante o processo evolutivo. Tais estratégias dependem do vetor escolhido para ser perturbado, do número de vetores que serão considerados para a perturbação e do tipo de cruzamento que será utilizado (PRICE *et al.*, 2005).

Muitos estudos tem foco na escolha dos parâmetros  $F$  e  $C_R$  bem como as modificações. Quando se geram os vetores mutantes, pode-se usar diferentes tipos de formulação e segue para vários esquemas com a conversão nominal:  $ED/x/y/z$  onde  $x$  é o esquema de mutação que pode ser aleatório (*rand*) ou o melhor (*best*),  $y$  é número da diferença de vetores e  $z$  é o esquema de cruzamento que pode ser binomial (*bin*) ou exponencial (*exp*). O esquema básico  $ED/Rand/1/Bin$  está representado na equação (2.2). Neste esquema, se o vetor aleatório  $x_p$  for trocado para o vetor que representa a melhor solução da população  $x_{best}$ . Logo, este esquema é nomeado por  $ED/Best/1/Bin$  e escrito por:

$$v_i^{t+1} = x_{best}^t + F(x_q^t - x_r^t) \quad (2.6)$$

Outros podem ser obtidos com a adição de mais vetores aleatórios, se um esquema além do vetor que representa a melhor solução tiver quatro vetores aleatórios para operação da diferença, logo:

$$v_i^{t+1} = x_{best}^t + F(x_{k1}^t + x_{k2}^t - x_{k3}^t - x_{k4}^t) \quad (2.7)$$

Este esquema é nomeado por  $ED/Best/2/Bin$ . Se um esquema contem cinco vetores aleatórios, tem-se o esquema  $ED/Rand/2/Bin$ :

$$v_i^{t+1} = x_{k1}^t + F_1(x_{k2}^t - x_{k3}^t) + F_2(x_{k4}^t - x_{k5}^t) \quad (2.8)$$

Onde  $F_1$  e  $F_2$  são os pesos diferenciais no intervalo  $[0,1]$ . Para simplificar, pode-se considerar  $F_1 = F_2 = F$ . Outros esquemas por combinações podem ser obtidos (PRICE *et al.*, 2005).

As estratégias da ED podem ser resumidas em dez que podem variar conforme o tipo de indivíduo a ser modificado no vetor doador, o número de indivíduos da perturbação e o tipo de cruzamento (ARANTES *et al.*, 2007).

TABELA 2.1: Estratégias de Evolução Diferencial.

Adaptado: Carneiro (2009).

Nº	Notação
1	ED/rand/1/bin
2	ED/best/1/bin
3	ED/rand/2/bin
4	ED/best/2/bin
5	ED/rand-to_best/2/bin
6	ED/rand/1/exp
7	ED/best/1/exp
8	ED/rand/2/exp
9	ED/best/2/exp
10	ED/rand-to_best/2/exp

## 2.2 LÓGICA FUZZY

A lógica *fuzzy* é uma técnica de inteligência artificial que provê um método de traduzir expressões verbais, vagas, imprecisas e qualitativas, comuns a comunicação humana, em valores numéricos. Sua metodologia e seus conceitos são fáceis de entender e aplicar, mas o usuário necessita ter um bom conhecimento do sistema a ser estudado (ZADEH, 1965).

Em lógica *fuzzy*, o grau de pertinência é a referência para se determinar o quanto é possível que um determinado valor ou elemento pertençam a um determinado grupo, é calculado através de uma função que retornará valores compreendidos, normalmente, entre “0” e “1” indicando, assim, a possibilidade do valor ou elemento pertencer a um determinado grupo (SIMÕES; SHAW, 2007).

Como se sabe, a lógica *fuzzy* tem como principal característica a transmissão de conhecimentos subjetivos para o problema analisado. Esta

transmissão de conhecimentos é feita através de regras que são denominadas de regras “*Fuzzy*” e implementadas através de termos condicionais da seguinte forma: SE <premissa> ENTÃO <consequente>. Estas regras são facilmente entendidas por serem estruturadas próximas à linguagem usada pelos especialistas (PEDRYCZ; GOMIDE, 2008).

A primeira etapa dentro do processo de utilização da lógica *fuzzy* é o que denomina-se de “Fuzzificação”. Nesta etapa os valores provenientes de um ou mais equipamentos ou sensores, são devidamente transformados de variáveis numéricas (valores *Crisp*) em variáveis naturais. Logo, o processo de fuzzificação incumbe-se de definir, através de conhecimentos obtidos subjetivamente, as características e significados dos valores numéricos de entrada, assim, cada valor ou intervalo numérico terá seu correspondente em termo de variáveis linguísticas (LI *et al.*, 2012).

Após o processo de fuzzificação, dá-se início ao assim denominado “Processo de Inferência”. A principal característica desse processo é a utilização do conhecimento subjetivo do especialista feito através de uma base de dados e que, através desse conhecimento, formulará diversas regras condicionais do tipo Se-Então que serão associadas às entradas fuzzificadas (SIMÕES; SHAW, 2007).

O processo inverso ao da fuzzificação recebe o nome de defuzzificação e é nesse processo em que ocorre a transformação das variáveis linguísticas - qualitativas - para variáveis numéricas, ou seja, quantitativas e, para tal, diversos métodos podem ser empregados (PEDRYCZ; GOMIDE, 2008).

### 2.3 ALGORITMO ED OTIMIZADO POR LÓGICA FUZZY

Neste trabalho, as modificações aplicadas no algoritmo ED são baseadas na lógica *fuzzy*. Estas modificações calculam os valores dos parâmetros de cruzamento e mutação do algoritmo ED de acordo com o comportamento da evolução do próprio algoritmo. São aplicadas duas topologias: a primeira recebe o valor do desempenho da evolução da população a cada geração, sendo este representado por taxa de melhoria (IR); a segunda recebe o valor da relação entre a geração atual e número total de gerações, sendo este representado por momento (MOM). Estas topologias são baseadas na metodologia proposta por Marques (2011), o qual fez aplicação em Algoritmos Genéticos e Busca Tabu.

### 2.3.1 Ajuste dos Parâmetros taxa de Cruzamento e Mutação por Lógica *Fuzzy*

A taxa de melhoria (IR) é calculada pelo *fitness* da função objetivo da evolução da população de soluções da geração atual do algoritmo ED.

$$IR = \frac{\textit{fitness médio da geração atual} - \textit{fitness médio da geração anterior}}{\textit{fitness médio da geração anterior}}. \quad (2.9)$$

A função *fitness* indica a qualidade de uma solução estimada em relação ao comportamento de um sistema real. Quanto maior o valor do *fitness*, melhor sua modelagem. O inverso do valor da Soma dos Erros Quadráticos (SSE – *Sum of Squared Error*) do melhor indivíduo da população do algoritmo ED é usado como função *fitness*.

O momento (MOM) é determinado pela razão do valor da geração atual e pelo número máximo de gerações.

$$MOM = \frac{\textit{Geração atual}}{\textit{Número máximo de gerações}}. \quad (2.10)$$

O modelo do ajustador *fuzzy* dos parâmetros das taxas de cruzamento e mutação recebe na entrada o valor correspondente a IR ou MOM. Em sua saída é gerado o valor correspondente à taxa de cruzamento ( $C_R$ ) e a taxa de mutação ( $F$ ). Esses valores são fuzzificados por suas respectivas funções de pertinência e são obtidos os seus valores linguísticos.

Com os valores IR e MOM, determinam-se os valores semânticos de  $C_R$ ,  $F$  e seus respectivos graus de pertinências. Depois de determinado estes valores, é aplicado o processo de defuzzificação para estimar os valores numéricos  $C_R$  e  $F$  na saída do modelo *fuzzy*. A lógica das regras foi determinada pelo comportamento da evolução de cada estudo de caso deste trabalho e apresentado no capítulo 5.

Neste trabalho, primeiramente, as topologias baseadas por MOM e IR são aplicadas isoladas na otimização dos parâmetros do algoritmo ED. Em seguida foi

realizado uma aplicação em conjunto, onde é adicionado mais um vetor mutante no algoritmo ED original. Logo, há um vetor candidato ajustado pelo valor de MOM e outro por IR. O Processo de seleção seleciona as melhores soluções dos dois vetores candidatos para a próxima geração.

O sistema *fuzzy* do modelo dos ajustadores das taxas de cruzamento e mutação deste trabalho utiliza o modelo Mamdani, funções de pertinência triangular, operador de agregação de antecedentes mínimo, operador de agregação de regras máximo e defuzzificação por centro do máximo.

### 2.3.2 Funções de Pertinência e Regras

Neste trabalho, os termos linguísticos das funções de pertinências, utilizados para descrever os valores semânticos da variável de entrada IR são declarados como: BA (baixo); BM (baixo-médio); MD (médio); MA (médio-alto) e AL (alto). Para descrever os valores semânticos da variável de entrada MoM são declarados como: IN (início); IM (início-meio); ME (meio); MF (meio-fim) e FM (fim).

Os valores semânticos para as variáveis de saída  $C_R$  e  $F$  são declarados como: PQ (pequeno); PM (pequeno-médio); MD (médio); MG (médio-grande) e GD (grande).

O esquema do algoritmo ED otimizado por lógica *fuzzy* está representado por um fluxograma na Figura 2.7. As taxas IR e MOM são calculadas de forma *online* e aplicadas no ajustador *fuzzy* que calcula os valores de  $C_R$  e  $F$  otimizados de acordo com o comportamento do algoritmo ED à cada geração. Neste trabalho, o algoritmo ED é modificado em três esquemas: o primeiro está em função de MoM; o segundo está em função de IR e o terceiro aplica os dois otimizadores *fuzzy*. No terceiro esquema geram-se dois vetores mutação com valores de  $C_R$  e  $F$  distintos, um vetor utiliza esses valores em função de MOM e o outro em função de IR.

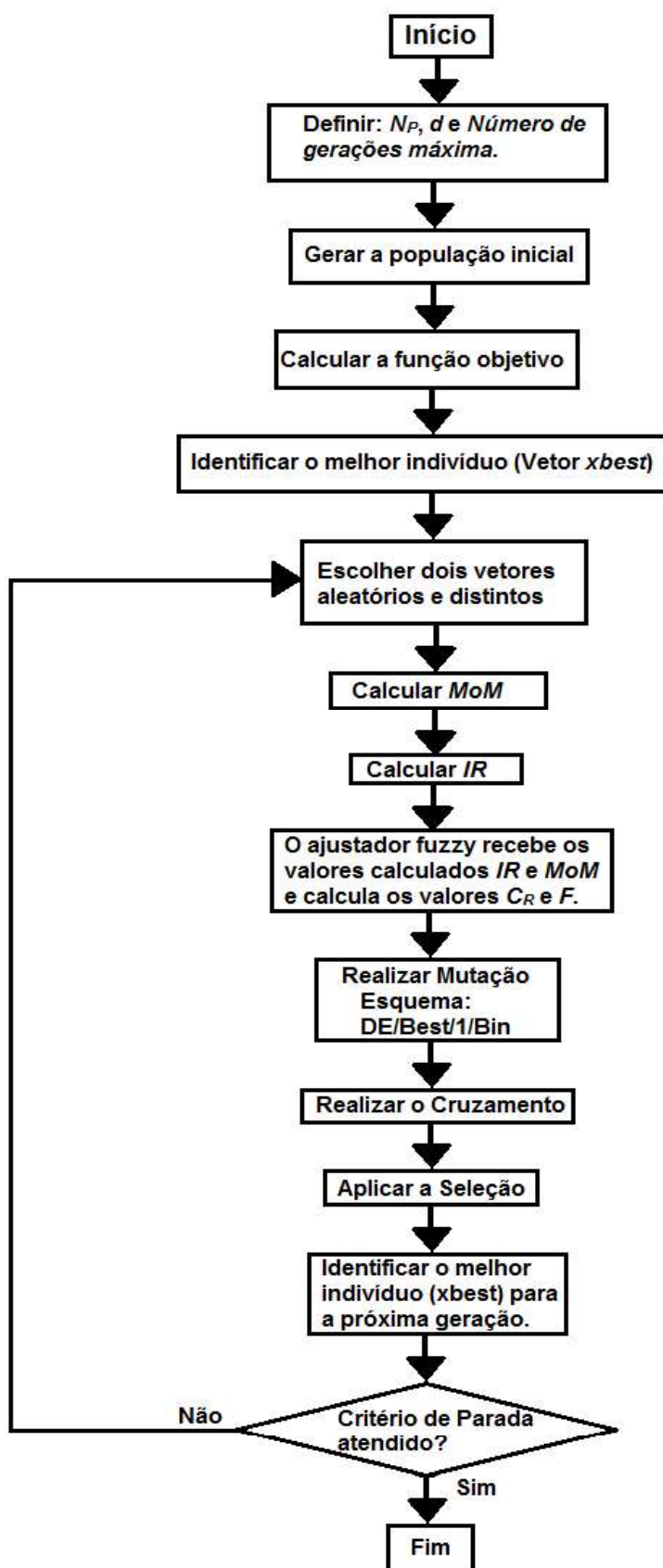


FIGURA 2.7: Fluxograma do algoritmo ED otimizado por lógica *fuzzy*.

Fonte: Autor (2015).



## 2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi feita uma apresentação do algoritmo de evolução diferencial clássico e do ajustador dos parâmetros de cruzamento e mutação baseado por lógica *fuzzy*. O conjunto de regras que relacionam as entradas IR e MOM, e as saídas  $C_R$  e  $F$ , os valores numéricos e o formato do arranjo das funções de pertinência estão de acordo com cada estudo de caso específico deste trabalho, sendo apresentadas no capítulo 5.

### 3 IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS MULTIVARIÁVEIS

O campo de identificação de sistemas e análise de séries temporais está atualmente em um estado de desenvolvimento rápido. Contribuições significativas foram feitas nos últimos anos por pesquisadores de diversas áreas como estatística, teoria de controle, teoria de sistemas, econometria e teoria da informação (AGUIRRE, 2004).

A identificação de sistemas busca a representação do comportamento de um processo através de um modelo matemático independente do conhecimento prévio a respeito do mesmo. Isto se faz seguindo os seguintes passos: (i) teste de dinâmica e coleta de dados; (ii) escolha de um modelo clássico; (iii) estrutura de seleção; (iv) estimação de parâmetros e (v) validação do modelo. Cada passo representa seus próprios desafios para o qual há soluções com variados graus de eficácia (AGUIRRE *et al.*, 2010), (SANTOS, 2003). O processo de identificação pode ser representado pelo seguinte fluxograma (FIGURA 3.1):

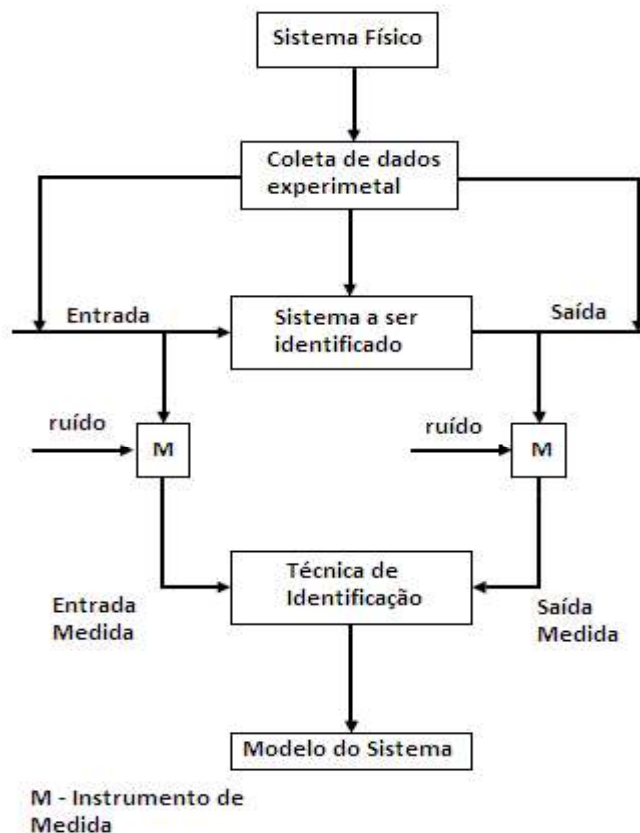


FIGURA 3.1: Fluxograma do processo de identificação.

Adaptado: Santos (2003).

Os modelos para a identificação dos modelos físicos podem ser classificados em: caixa branca, caixa cinza e caixa preta. O modelo caixa branca é empregado quando se conhece todas as informações de um sistema físico. O modelo caixa cinza é empregado quando se conhece informações parciais do sistema em estudo. Já o sistema caixa preta é empregado quando se conhece somente os dados de entrada e de saída da planta (AGUIRRE, 2004).

O sistema a ser identificado pode ser representado por um modelo em tempo contínuo com equações diferenciais ou em tempo discreto ou amostrado em equações a diferenças. Neste trabalho é empregado o conceito caixa preta em tempo discreto no processo de identificação.

Praticamente todos os sistemas físicos tem comportamento não linear, mas sua representação pode ser obtida por modelos lineares e não lineares. O modelo linear é adequado para aplicação mais simples e com uma faixa restrita de operação para o controle do sistema, enquanto o modelo não linear traz uma representação mais fiel do sistema (SANTOS, 2003).

### 3.1 MODELOS MULTIVARIÁVEIS

Um sistema físico pode ser representado por um modelo linear SISO (*simple input and simple output*), sendo que o modelo tem uma variável de entrada e outra de saída. A influência de outras variáveis na dinâmica do sistema SISO é fraca, sendo considerada como perturbações. Enquanto em outros casos, essa influência não é fraca e o comportamento de um sistema depende da interação simultânea de várias variáveis. Nesse caso a representação do modelo depende de múltiplas entradas e múltiplas saídas, denominado de sistema MIMO (*multiple inputs and multiple output*) (GOODWIN *et al.*, 2000).

Também pode haver outras topologias de representação de sistemas físicos como SIMO (*simple inputs and multiple output*) e MISO (*multiple inputs and simple output*).

A Figura 3.2 ilustra as possíveis representações de sistemas, baseado em entradas e saídas.

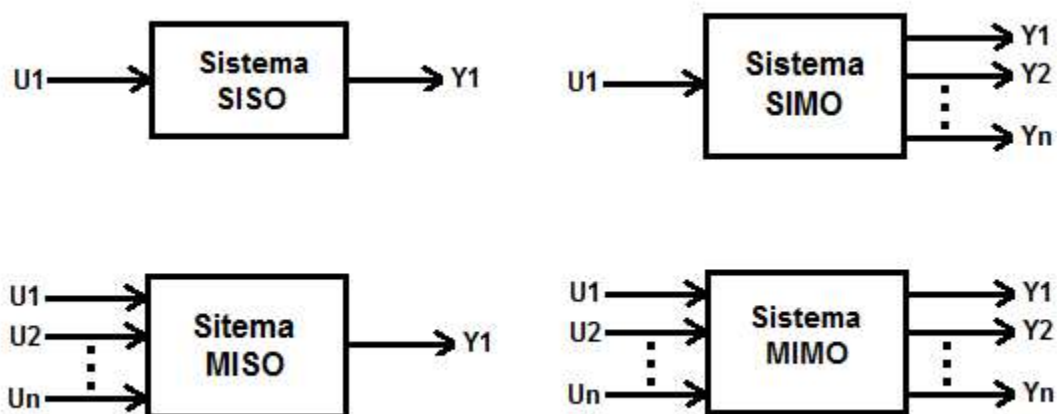


FIGURA 3.2: As quatro formas de representação de um sistema físico.

Adaptado: Bessai (2005).

### 3.1.1 Representação de Sistemas Físicos em Espaços de Estados

Um sistema moderno e complexo pode ter muitas entradas e saídas, e elas podem ser inter-relacionadas entre si de maneira complexa. Para analisar esse tipo de sistema, é essencial reduzir a complexidade das expressões matemáticas, bem como recorrer aos computadores para a maioria dos processos tediosos necessários na análise. Abordagem com base no espaço de estados é mais apropriada para analisar o sistema sob este ponto de vista. A representação de um modelo em função de espaço e estado consiste representar um sistema físico em termos  $n$  equações diferenciais de primeira ordem (OGATA, 2011).

O modelo básico que representa um sistema físico em equação de espaço de estados é escrito por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) & x(t_0) &= x_0 \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Um sistema físico pode ter sua função de transferência sendo representado em função de espaço de estados de inúmeras formas. As formas de representação mais comum de acordo com sua aplicabilidade são: a forma canônica observável; controlável e diagonal (GOODWIN *et al.*, 2000). Neste trabalho, o sistema será

representado em espaço de estados na forma observável para visualização dos parâmetros dos sistemas que serão estimados.

### 3.1.1.1 Representação de espaço de estados do sistema SISO na forma canônica observável

Um sistema SISO pode ser definido pela seguinte função de transferência (OGATA, 2011):

$$Y(s) = \frac{b_0s^n + b_1s^{n-1} + \dots + b_{n-1}s + b_n}{s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n} U(s) \quad (3.2)$$

Onde  $U$  é a entrada e  $Y$  é a saída. A equação (3.2) pode ser alterada para a seguinte forma:

$$s^n[Y(s) - b_0U(s)] + s^{n-1}[a_1Y(s) - b_1U(s)] + \dots + s[a_{n-1}Y(s) - b_{n-1}U(s)] + a_nY(s) - b_nU(s) = 0 \quad (3.3)$$

Dividindo toda a equação por  $s^n$  e rearranjando, obtemos:

$$Y(s) = b_0U(s) + \frac{1}{s}[b_1U(s) - a_1Y(s)] + \dots + \frac{1}{s^{n-1}}[b_{n-1}U(s) - a_{n-1}Y(s)] + \frac{1}{s^n}[b_nU(s) - a_nY(s)] \quad (3.4)$$

Agora defina as variáveis de estado, como segue:

$$\begin{aligned} X_n(s) &= \frac{1}{s}[b_1U(s) - a_1Y(s) + X_{n-1}(s)] \\ X_{n-1}(s) &= \frac{1}{s}[b_2U(s) - a_2Y(s) + X_{n-2}(s)] \\ &\vdots \\ X_2(s) &= \frac{1}{s}[b_{n-1}U(s) - a_{n-1}Y(s) + X_1(s)] \end{aligned}$$

$$X_1(s) = \frac{1}{s} [b_n U(s) - a_n Y(s)] \quad (3.5)$$

A equação (3.4) pode ser escrita como:

$$Y(s) = b_0 U(s) + X_n(s) \quad (3.6)$$

Substituindo a equação (3.6) na equação (3.5) e multiplicando ambos os lados das equações por  $s$ , obtêm-se:

$$\begin{aligned} sX_n(s) &= X_{n-1}(s) - a_1 X_n(s) + (b_1 - a_1 b_0) U(s) \\ sX_{n-1}(s) &= X_{n-2}(s) - a_2 X_n(s) + (b_2 - a_2 b_0) U(s) \\ &\vdots \\ sX_2(s) &= X_1(s) - a_{n-1} X_n(s) + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) U(s) \\ sX_1(s) &= -a_n X_n(s) + (b_n - a_n b_0) U(s) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Considerando a transformada inversa de Laplace das  $n$  equações precedentes e escrevendo-as na ordem reversa, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_n x_n + (b_n - a_n b_0) u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - a_{n-1} x_n + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) u \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_{n-2} - a_2 x_n + (b_2 - a_2 b_0) u \\ \dot{x}_n &= x_{n-1} - a_1 x_n + (b_1 - a_1 b_0) u \end{aligned} \quad (3.8)$$

Por sua vez, a transformada inversa de Laplace da equação (3.6) fornece:

$$y = x_n + b_0 u \quad (3.9)$$

Se as equações de estado e de saída forem reescritas na forma vetorial-matricial padrão, obtêm-se o sistema SISO na sua forma canônica observável:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u \quad (3.10)$$

3.1.1.2 Representação de espaço de estado do sistema MISO na forma canônica observável

Um sistema MISO pode ser definido pela seguinte função de transferência:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{b_{01}s^n + b_{11}s^{n-1} + \cdots + b_{(n-1)1}s + b_{n1}}{s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n} U_1(s) \\ &+ \frac{b_{02}s^n + b_{12}s^{n-1} + \cdots + b_{(n-1)2}s + b_{n2}}{s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n} U_2(s) + \cdots \\ &+ \frac{b_{0M}s^n + b_{1M}s^{n-1} + \cdots + b_{(n-1)M}s + b_{nM}}{s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n} U_M(s) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Seguindo a mesma linha de raciocínio apresentado por Ogata (2011) para o sistema SISO, a equação (3.11) pode ser alterada para a seguinte forma:

$$\begin{aligned} &s^n[Y(s) - (b_{01}U_1(s) + b_{02}U_2(s) + \cdots + b_{0M}U_M(s))] \\ &+ s^{n-1}[a_1Y(s) - (b_{11}U_1(s) + b_{12}U_2(s) + \cdots + b_{1M}U_M(s))] + \cdots \\ &+ s[a_{n-1}Y(s) - (b_{(n-1)1}U_1(s) + b_{(n-1)2}U_2(s) + \cdots + b_{(n-1)M}U_M(s))] \\ &+ a_nY(s) - (b_{n1}U_1(s) + b_{n2}U_2(s) + \cdots + b_{nM}U_M(s)) = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Dividindo toda a equação por  $s^n$  e rearranjando, obtêm-se:

$$\begin{aligned}
Y(s) &= (b_{01}U_1(s) + b_{02}U_2(s) + \dots + b_{0M}U_M(s)) \\
&+ \frac{1}{s} [(b_{11}U_1(s) + b_{12}U_2(s) + \dots + b_{1M}U_M(s)) - a_1Y(s)] + \dots \\
&+ \frac{1}{s^{n-1}} [(b_{(n-1)1}U_1(s) + b_{(n-1)2}U_2(s) + \dots + b_{(n-1)M}U_M(s)) - a_{n-1}Y(s)] \\
&+ \frac{1}{s^n} [(b_{n1}U_1(s) + b_{n2}U_2(s) + \dots + b_{nM}U_M(s)) - a_nY(s)]
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Agora são definidas as variáveis de estado, como segue:

$$\begin{aligned}
X_n(s) &= \frac{1}{s} [(b_{11}U_1(s) + b_{12}U_2(s) + \dots + b_{1M}U_M(s)) - a_1Y(s) + X_{n-1}(s)] \\
X_{n-1}(s) &= \frac{1}{s} [(b_{21}U_1(s) + b_{22}U_2(s) + \dots + b_{2M}U_M(s)) - a_2Y(s) + X_{n-2}(s)] \\
&\vdots \\
X_2(s) &= \frac{1}{s} [(b_{(n-1)1}U_1(s) + b_{(n-1)2}U_2(s) + \dots + b_{(n-1)M}U_M(s)) - a_{n-1}Y(s) + X_1(s)] \\
X_1(s) &= \frac{1}{s} [(b_{n1}U_1(s) + b_{n2}U_2(s) + \dots + b_{nM}U_M(s)) - a_nY(s)]
\end{aligned} \tag{3.14}$$

A equação (3.13) pode ser escrita como:

$$Y(s) = (b_{01}U_1(s) + b_{02}U_2(s) + \dots + b_{0M}U_M(s)) + X_n(s) \tag{3.15}$$

Substituindo a equação (3.15) na equação (3.14) e multiplicando ambos os lados das equações por  $s$ , obtêm-se:

$$\begin{aligned}
sX_n(s) &= X_{n-1}(s) - a_1X_n(s) + [(b_{11} - a_1b_{01})U_1(s) + (b_{12} - a_1b_{02})U_2(s) + \dots \\
&\quad + (b_{1M} - a_1b_{0M})U_M(s)] \\
sX_{n-1}(s) &= X_{n-2}(s) - a_2X_{n-1}(s) + [(b_{21} - a_2b_{01})U_1(s) + (b_{22} - a_2b_{02})U_2(s) + \dots \\
&\quad + (b_{2M} - a_2b_{0M})U_M(s)] \\
&\vdots
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
sX_2(s) &= X_1(s) - a_{n-1}X_n(s) + [(b_{(n-1)1} - a_{(n-1)}b_{01})U_1(s) + (b_{(n-1)2} - a_{(n-1)}b_{02})U_2(s) \\
&\quad + \cdots + (b_{(n-1)M} - a_{(n-1)}b_{0M})U_M(s)] \\
sX_1(s) &= -a_nX_n(s) + [(b_{n1} - a_nb_{01})U_1(s) + (b_{n2} - a_nb_{02})U_2(s) + \cdots \\
&\quad + (b_{nM} - a_nb_{0M})U_M(s)]
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Considerando a transformada inversa de Laplace das  $n$  equações precedentes e escrevendo-as na ordem reversa, obtêm-se:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -a_nx_n + [(b_{n1} - a_nb_{01})u_1 + (b_{n2} - a_nb_{02})u_2 + \cdots + (b_{nM} - a_nb_{0M})u_M] \\
\dot{x}_2 &= x_1 - a_{n-1}x_n + [(b_{(n-1)1} - a_{(n-1)}b_{01})u_1 + (b_{(n-1)2} - a_{(n-1)}b_{02})u_2 + \cdots \\
&\quad + (b_{(n-1)M} - a_{(n-1)}b_{0M})u_M] \\
&\quad \vdots \\
\dot{x}_{n-1} &= x_{n-2} - a_2x_n + [(b_{21} - a_2b_{01})u_1 + (b_{22} - a_2b_{02})u_2 + \cdots + (b_{2M} - a_2b_{0M})u_M] \\
\dot{x}_n &= x_{n-1} - a_1x_n + [(b_{11} - a_1b_{01})u_1 + (b_{12} - a_1b_{02})u_2 + \cdots + (b_{1M} - a_1b_{0M})u_M]
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Por sua vez, a transformada inversa de Laplace da equação (3.15) fornece:

$$y = x_n + [b_{01}u_1 + b_{02}u_2 + \cdots + b_{0M}u_M] \tag{3.18}$$

Se as equações de estado e de saída forem reescritas na forma vetorial-matricial padrão, obtêm-se o sistema MISO na sua forma canônica observável:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{MISO} &= A_{MISO}x_{MISO} + B_{MISO}u_{MISO} \\
y_{MISO} &= C_{MISO}x_{MISO} + D_{MISO}u_{MISO}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Onde:

$$\dot{x}_{MISO} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}_{n \times 1}, \quad A_{MISO} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix}_{n \times n}, \quad x_{MISO} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{n \times 1},$$

$$B_{MISO} = \begin{bmatrix} (b_{n1} - a_n b_{01}) & (b_{n2} - a_n b_{02}) & \cdots & (b_{nM} - a_n b_{0M}) \\ (b_{(n-1)1} - a_{(n-1)} b_{01}) & (b_{(n-1)2} - a_{(n-1)} b_{02}) & \cdots & (b_{(n-1)M} - a_{(n-1)} b_{0M}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (b_{11} - a_1 b_{01}) & (b_{12} - a_1 b_{02}) & \cdots & (b_{1M} - a_1 b_{0M}) \end{bmatrix}_{n \times M},$$

$$u_{MISO} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix}_{M \times 1}, \quad D_{MISO} = [b_{01} \quad b_{02} \quad \cdots \quad b_{0M}]_{1 \times M},$$

$$C_{MISO} = [0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]_{1 \times n} \text{ e } y_{MISO} = y_{1 \times 1}$$

### 3.1.1.3 Representação de espaço de estados do sistema SIMO na forma canônica observável

Um sistema SIMO pode ser definido pelas seguintes funções de transferência:

$$Y_1(s) = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{(n-1)} s + b_n}{s^n + a_{11} s^{n-1} + \cdots + a_{(n-1)1} s + a_{n1}} U(s)$$

$$Y_2(s) = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{(n-1)} s + b_n}{s^n + a_{12} s^{n-1} + \cdots + a_{(n-1)2} s + a_{n2}} U(s)$$

$$\vdots$$

$$Y_N(s) = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{(n-1)} s + b_n}{s^n + a_{1N} s^{n-1} + \cdots + a_{(n-1)N} s + a_{nN}} U(s)$$

(3.20)

O sistema SIMO pode ser representado por  $N$  sistemas SISO dependentes da mesma entrada. Sua representação em espaço de estado canônica observável pode ser composto por subsistemas SISO. Logo a representação do sistema SIMO em espaço de estados na forma canônica observável fica:

$$\dot{x}_{SIMO} = A_{SIMO} x_{SIMO} + B_{SIMO} u_{SIMO}$$

$$y_{SIMO} = C_{SIMO} x_{SIMO} + D_{SIMO} u_{SIMO}$$

(3.21)

Onde:

$$A_{SIMO} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -a_{n1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -a_{(n-1)1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_{n2} & & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -a_{(n-1)2} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{12} & & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \hline \vdots & & & & & \vdots & & & & & & \vdots & & & & \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & & 0 & 0 & \dots & 0 & -a_{nN} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & -a_{(n-1)N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & & 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{1N} \end{bmatrix} \quad (n.N) \times (n.N)$$

$$B_{SIMO} = \begin{bmatrix} b_n - a_{n1}b_0 \\ b_{n-1} - a_{(n-1)1}b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_{11}b_0 \\ \hline b_n - a_{n2}b_0 \\ b_{n-1} - a_{(n-1)2}b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_{12}b_0 \\ \hline \vdots \\ \hline b_n - a_{nN}b_0 \\ b_{n-1} - a_{(n-1)N}b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_{1N}b_0 \end{bmatrix} \quad (N.n) \times 1$$

$$, \dot{x}_{SIMO} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{21} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n1} \\ \hline \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{22} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n2} \\ \hline \vdots \\ \hline \dot{x}_{1N} \\ \dot{x}_{2N} \\ \vdots \\ \dot{x}_{nN} \end{bmatrix} \quad (n.N) \times 1$$

$$, x_{SIMO} = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \vdots \\ x_{n1} \\ \hline x_{12} \\ x_{22} \\ \vdots \\ x_{n2} \\ \hline \vdots \\ \hline x_{1N} \\ x_{2N} \\ \vdots \\ x_{nN} \end{bmatrix} \quad (n.N) \times 1$$

$$y_{SIMO} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad N \times 1, \quad D_{SIMO} = b_0, \quad u_{SIMO} = u_{1 \times 1} \mathbf{e}$$

$$C_{SIMO} = \left[ \begin{array}{cccc|cccc|ccc|cccc} 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \vdots & & & & \vdots & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{array} \right] \quad N \times (N.n)$$

### 3.1.1.4 Representação de espaço de estado do sistema MIMO na forma canônica observável

A partir da representação de espaço de estado do modelo MISO na forma canônica observável, pode ser empregado para obter MIMO.

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) = \frac{b_{011}s^n + b_{111}s^{n-1} + \dots + b_{(n-1)11}s + b_{n11}}{s^n + a_{11}s^{n-1} + \dots + a_{(n-1)1}s + a_{n1}} U_1(s) + \dots + \frac{b_{0M1}s^n + b_{1M1}s^{n-1} + \dots + b_{(n-1)M1}s + b_{nM1}}{s^n + a_{11}s^{n-1} + \dots + a_{(n-1)1}s + a_{n1}} U_M(s) \\ Y_2(s) = \frac{b_{012}s^n + b_{112}s^{n-1} + \dots + b_{(n-1)12}s + b_{n12}}{s^n + a_{12}s^{n-1} + \dots + a_{(n-1)2}s + a_{n2}} U_1(s) + \dots + \frac{b_{0M2}s^n + b_{1M2}s^{n-1} + \dots + b_{(n-1)M2}s + b_{nM2}}{s^n + a_{12}s^{n-1} + \dots + a_{(n-1)2}s + a_{n2}} U_M(s) \\ \vdots \\ Y_N(s) = \frac{b_{01N}s^n + b_{11N}s^{n-1} + \dots + b_{(n-1)1N}s + b_{n1N}}{s^n + a_{1N}s^{n-1} + \dots + a_{(n-1)N}s + a_{nN}} U_1(s) + \dots + \frac{b_{0MN}s^n + b_{1MN}s^{n-1} + \dots + b_{(n-1)MN}s + b_{nMN}}{s^n + a_{1N}s^{n-1} + \dots + a_{(n-1)N}s + a_{nN}} U_M(s) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

O sistema físico MIMO é definido como um sistema que possui múltiplas entradas e múltiplas saídas, onde o seu comportamento depende da interação dessas variáveis. O modelo MIMO pode melhor ser trabalhado e representado em equações de espaço e estado do que representação de função transferência (GOODWIN et al., 2000).

Em relação ao modelo SISO, o modelo MIMO tem em sua representação no modelo de estado e espaço com a adição de mais colunas no vetor de entrada  $B$  e a adição de mais linhas no vetor de saída  $D$ .

$$\begin{aligned} \dot{x}(t)_{MIMO} &= A_{MIMO}x(t)_{MIMO} + B_{MIMO}u(t)_{MIMO} \\ y(t)_{MIMO} &= C_{MIMO}x(t)_{MIMO} + D_{MIMO}u(t)_{MIMO} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Onde:

$$\dot{x}_{MIMO} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{21} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n1} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{22} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{1N} \\ \dot{x}_{2N} \\ \vdots \\ \dot{x}_{nN} \end{bmatrix}_{(n.N) \times 1}, \quad x_{MIMO} = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \vdots \\ x_{n1} \\ x_{12} \\ x_{22} \\ \vdots \\ x_{n2} \\ \vdots \\ x_{1N} \\ x_{2N} \\ \vdots \\ x_{nN} \end{bmatrix}_{(n.N) \times 1}, \quad u_{MIMO} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_M \end{bmatrix}_{M \times 1},$$

$$A_{MIMO} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{(n-1)1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{(n-1)2} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_{nN} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{(n-1)N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{1N} \end{bmatrix}_{(n.N) \times (n.N)},$$

$$B_{MIMO} = \begin{bmatrix} (b_{n11} - a_{n1}b_{011}) & (b_{n21} - a_{n1}b_{021}) & \cdots & (b_{nM1} - a_{n1}b_{0M1}) \\ (b_{(n-1)11} - a_{(n-1)1}b_{011}) & (b_{(n-1)21} - a_{(n-1)1}b_{021}) & \cdots & (b_{(n-1)M1} - a_{(n-1)1}b_{0M1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (b_{111} - a_{11}b_{011}) & (b_{121} - a_{11}b_{021}) & \cdots & (b_{1M1} - a_{11}b_{0M1}) \\ \hline (b_{n12} - a_{n2}b_{012}) & (b_{n22} - a_{n2}b_{022}) & \cdots & (b_{nM2} - a_{n2}b_{0M2}) \\ (b_{(n-1)12} - a_{(n-1)2}b_{012}) & (b_{(n-1)22} - a_{(n-1)2}b_{022}) & \cdots & (b_{(n-1)M2} - a_{(n-1)2}b_{0M2}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (b_{112} - a_{12}b_{012}) & (b_{122} - a_{12}b_{022}) & \cdots & (b_{1M2} - a_{12}b_{0M2}) \\ \hline \vdots & \vdots & & \vdots \\ \hline (b_{n1N} - a_{nN}b_{01N}) & (b_{n2N} - a_{nN}b_{02N}) & \cdots & (b_{nMN} - a_{nN}b_{0MN}) \\ (b_{(n-1)1N} - a_{(n-1)N}b_{01N}) & (b_{(n-1)2N} - a_{(n-1)N}b_{02N}) & \cdots & (b_{(n-1)MN} - a_{(n-1)N}b_{0MN}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (b_{11N} - a_{1N}b_{01N}) & (b_{12N} - a_{1N}b_{02N}) & \cdots & (b_{1MN} - a_{1N}b_{0MN}) \end{bmatrix}_{N \times M},$$

$$y_{MIMO} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}_{N \times 1}, \quad C_{MIMO} = \left[ \begin{array}{cccc|cccc|ccc|cccc} 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{array} \right]_{N \times (N.n)} \mathbf{e}$$

$$D_{MIMO} = \begin{bmatrix} b_{011} & b_{021} & \cdots & b_{0M1} \\ b_{012} & b_{022} & \cdots & b_{0M2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{01N} & b_{02N} & \cdots & b_{0MN} \end{bmatrix}_{N \times M}$$

## 3.2 MODELOS NÃO LINEARES

Neste trabalho são usados representações de modelos não lineares para a identificação dos sistemas físicos reais. Estas representações são apresentadas inicialmente para o modelo SISO e depois expandidas para os modelos MISO, SIMO e MIMO.

A seguir são descritos brevemente os modelos não lineares utilizados neste trabalho.

### 3.2.1 Modelo Wiener

O modelo de Wiener apresenta um sistema dinâmico linear  $G(s)$  seguido por um elemento não linear  $NL$  sendo representado pela Figura 3.3.

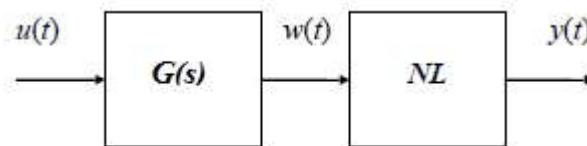


FIGURA 3.3: Modelo de Wiener.

Adaptado: Santos (2003).

A não linearidade do modelo de Wiener é estática, sendo representada por:

$$y(t) = y_1 w(t) + y_2 w(t)^2 + \dots + y_n w(t)^n \quad (3.24)$$

### 3.2.2 Modelo Hammerstein

O modelo de Hammerstein é uma representação contrária a de Wiener e apresenta um sistema dinâmico não linear  $N_L$  seguido por um elemento linear  $G(s)$  sendo representado pela Figura 3.4.

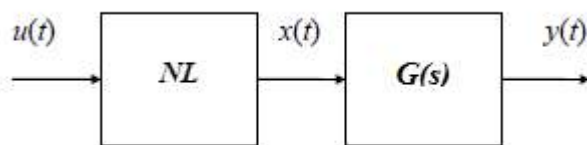


FIGURA 3.4: Modelo de Hammerstein.

Adaptado: Santos (2003).

A não linearidade do modelo de Hammerstein é estática, sendo representada por:

$$x(t) = x_1 u(t) + x_2 u(t)^2 + \dots + x_n u(t)^n \quad (3.25)$$

### 3.2.3 Modelo Hammerstein-Wiener

Os modelos Hammerstein-Wiener podem ser combinados em um só modelo, assim considerando as linearidades estáticas presentes na entrada e na saída, sendo representado como na Figura 3.5.

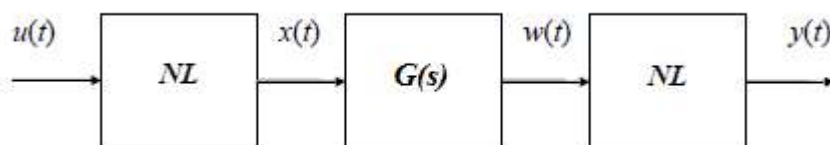


FIGURA 3.5: Modelo Hammerstein-Wiener.

Adaptado: Santos (2003).

## 3.3 EXTENSÃO DOS MODELOS NÃO LINEARES DE HAMMERSTEIN E WIENER PARA SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS

Os modelos não lineares aplicados em sistemas SISO podem ser facilmente estendidos para sistemas multivariáveis (BILLINGS, 2013). Os modelos anteriormente apresentados terão agora sua representação estendida para o caso multivariável.

Existem diferentes formas de representação dos modelos Hammerstein para sistemas multivariáveis. Um dos primeiros modelos generalizados foi proposto por Kortmann e Unbehauen (1987), representado na Figura 3.6.

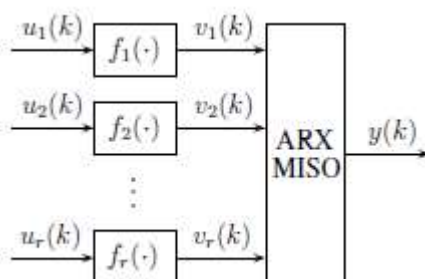


FIGURA 3.6: Representação de Kortmann e Unbehauen (KU).

Adaptado: Ribeiro e Aguirre (2014).

Nesta representação cada sinal de entrada ( $u_1(k)$ ,  $u_2(k)$ , ...,  $u_r(k)$ ) é aplicada em cada função ( $f_1(\cdot)$ ,  $f_2(\cdot)$ , ...,  $f_r(\cdot)$ ) que representa cada um modelo de Hammerstein. Assim são geradas as entradas intermediárias ( $v_1(k)$ ,  $v_2(k)$ , ...,  $v_r(k)$ ) para o modelo ARX MISO que representa a parte linear do sistema (RIBEIRO e AGUIRRE, 2014).

Outra representação genérica, figura 3.7, é de EJK (Eskinat, Johnson e Luyben), as funções que representam a não linearidade de Hammerstein  $f_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) são relacionadas com as variáveis de entrada  $u_i$  ( $i = 1, 2, \dots, r$ ) e com as variáveis intermediárias  $v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) (RIBEIRO e AGUIRRE, 2014).

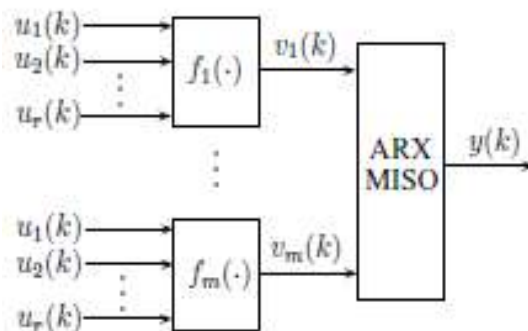


FIGURA 3.7: Representação de Eskinat, Johnson e Luyben (EJK).

Adaptado: Ribeiro e Aguirre (2014).

Estes modelos de Hammerstein podem ser aplicados para o modelo MIMO. Já para aplicação ao modelo SIMO é utilizado um bloco de Hammerstein para a



entrada. Seguindo a mesma linha de raciocínio dos modelos de Hammerstein para o bloco do modelo ARX linear, pode se obter modelos de Wiener. Para os modelos SISO e MISO é aplicado um bloco de Wiener para a saída.

Outra topologia de representação dos modelos de Hammerstein e Wiener para sistemas multivariáveis é baseada no método previsão do erro recursivo, Figuras 3.8 a 3.10, foram utilizadas nos trabalhos de Boutayeb e Darouach (1995), Guo e Bretthauer (2003) e Guo (2004).

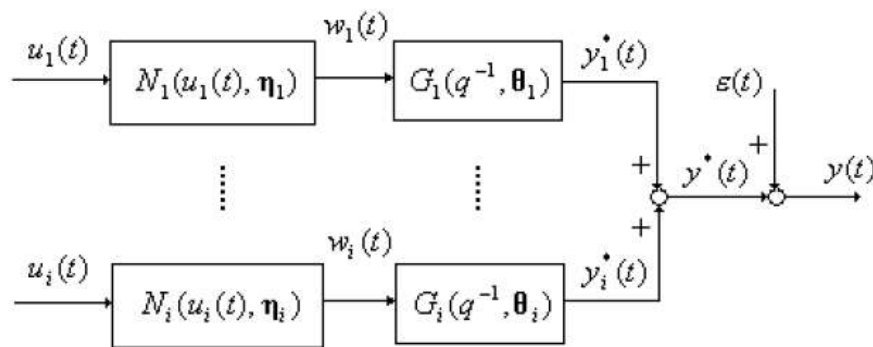


FIGURA 3.8: Representação do modelo de Hammerstein na forma de previsão de erro recursivo para o sistema MISO.

Fonte: Boutayeb e Darouach (1995), Guo e Bretthauer (2003) e Guo (2004).

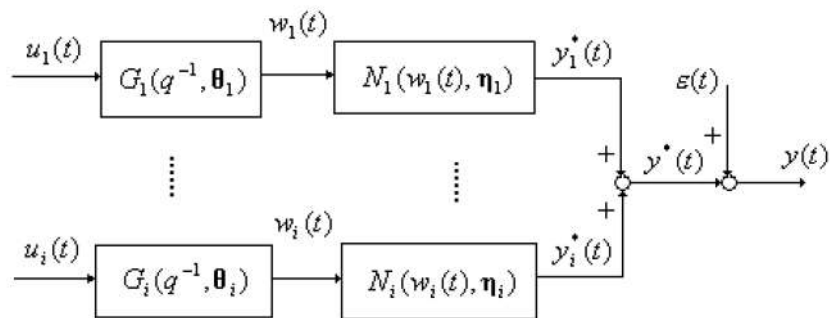


FIGURA 3.9: Representação do modelo de Wiener na forma de previsão de erro recursivo para o sistema MISO.

Fonte: Boutayeb e Darouach (1995), Guo e Bretthauer (2003) e Guo (2004).

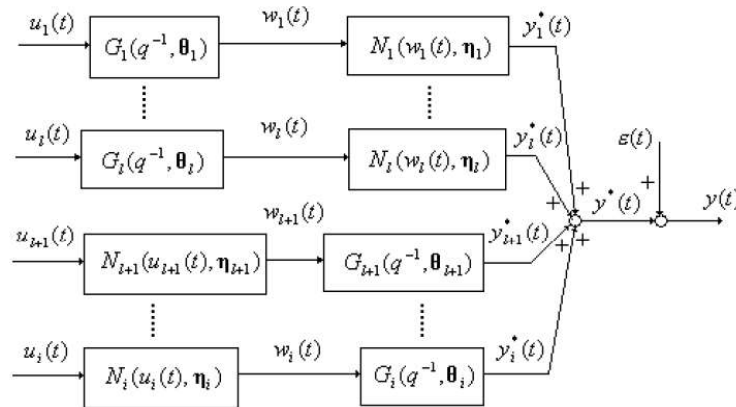


FIGURA 3.10: Representação do modelo de Hammerstein-Wiener na forma de previsão de erro recursivo para o sistema MISO.

Fonte: Boutayeb e Darouach (1995), Guo e Bretthauer (2003) e Guo (2004).

Nas representações das Figuras 3.8, 3.9 e 3.10,  $G_i$  é o termo linear,  $N_i$  representa a não linearidade estática e  $q^{-1}$  o operador atraso.

### 3.4 REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS FÍSICOS EM ESPAÇO DE ESTADOS EM TEMPO DISCRETO

Os modelos em espaço de estados deduzidos anteriormente estão no domínio de tempo contínuo. No processo de identificação deste trabalho, as funções objetivo dos algoritmos ED utilizam o modelo de espaço de estado representado por tempo discreto  $k$ . A representação de espaço de estado no tempo discreto segue o mesmo padrão representado em tempo contínuo. A diferença está no formato dos vetores de estados que em tempo discreto depende da informação das diferenças e não das derivadas no caso da representação em tempo contínuo (OGATA, 1995).

$$\begin{aligned} x[k+1] &= Gx[k] + Hu[k] & x[0] &= x_0 \\ y[k] &= Cx[k] + Du[k] \end{aligned} \quad (3.26)$$

As matrizes  $G$  e  $H$  seguem respectivamente os mesmos padrões de formato das matrizes  $A$  e  $B$  na representação de espaço de estado em tempo contínuo. Na conversão de um sistema contínuo para discreto, as matrizes  $C$  e  $D$  mantêm seus coeficientes com os mesmos valores (OGATA, 1995).

### 3.5 ESTENSÃO DA REPRESENTAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADOS EM TEMPO DISCRETO PARA MODELOS NÃO LINEARES DE HAMMERSTEIN E WIENER

Neste trabalho, a identificação dos sistemas físicos reais é trabalhada em tempo discreto. A representação de espaço de estados em tempo discreto para os modelos de Hammerstein e Wiener na forma multivariável pode ser estendida da seguinte forma:

$$u[k] = [u_1[k] \ u_2[k] \ \cdots \ u_M[k]]_{M \times 1}$$

Bloco Hammerstein:

$$X[k] = \begin{bmatrix} x_{11} \cdot u_1[k] + x_{21} \cdot u_1[k]^2 + x_{31} \cdot u_1[k]^3 + \cdots + x_{n1} \cdot u_1[k]^n \\ x_{12} \cdot u_2[k] + x_{22} \cdot u_2[k]^2 + x_{32} \cdot u_2[k]^3 + \cdots + x_{n2} \cdot u_2[k]^n \\ \vdots \\ x_{1M} \cdot u_M[k] + x_{2M} \cdot u_M[k]^2 + x_{3M} \cdot u_M[k]^3 + \cdots + x_{nM} \cdot u_M[k]^n \end{bmatrix}_{M \times 1}$$

$$\text{Onde: } W[k] = [w_1[k] \ w_2[k] \ \cdots \ w_N[k]]_{N \times 1}$$

Bloco Wiener:

$$Y[k] = \begin{bmatrix} y_{11} \cdot w_1[k] + y_{21} \cdot w_1[k]^2 + y_{31} \cdot w_1[k]^3 + \cdots + y_{n1} \cdot w_1[k]^n \\ y_{12} \cdot w_2[k] + y_{22} \cdot w_2[k]^2 + y_{32} \cdot w_2[k]^3 + \cdots + y_{n2} \cdot w_2[k]^n \\ \vdots \\ y_{1N} \cdot w_N[k] + y_{2N} \cdot w_N[k]^2 + y_{3N} \cdot w_N[k]^3 + \cdots + y_{nN} \cdot w_N[k]^n \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

$$x[k+1] = Gx[k] + HX[k]$$

$$W[k] = Cx[k] + DX[k]$$

(3.27)

Os blocos de Hammerstein e Wiener são representados respectivamente pelos vetores  $X[k]$  e  $Y[k]$ . Em cada linha destes vetores é aplicado o modelo de Hammerstein para cada entrada ou Wiener para cada saída.

### 3.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentados os modelos matemáticos que foram usados como função objetivo para o algoritmo ED e nas suas modificações baseadas em lógica *fuzzy*, na modelagem matemática de sistemas físicos reais.

#### 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS E DISCUSSÃO

O processo de identificação e avaliação dos algoritmos foi aplicado com base de sistemas físicos multivariáveis reais. Os dados obtidos das plantas reais representam o comportamento físico de dois sistemas de reservatórios da companhia paranaense de saneamento (SANEPAR). Estes sistemas são alimentados por bombas controladas por inversores de frequência com configuração PID e monitoradas por sensores de pressão e vazão. Estes reservatórios são responsáveis pelo abastecimento de água dos bairros Tarumã e São Braz da cidade de Curitiba.

A estimação dos parâmetros nos estudos de casos foi feita por simulação livre. A simulação livre consiste em gerar o sinal de resposta da saída prevista que depende das excitações de entrada e dos sinais de saídas passadas gerada a partir dos sinais de entrada. No algoritmo ED, este processo ocorre na função objetivo que otimiza a melhor solução que reproduza o comportamento desejado mais próximo da resposta real. Para avaliação da estimação dos modelos matemáticos, o MSE (*Medium of Squared Error*), o SSE (*Sum of Squared Error*) e o coeficiente de correlação múltipla  $R^2$  são os critérios de desempenho utilizados.

$$MSE_n = \frac{1}{n \cdot N} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N (y_i(k) - \hat{y}_i(k))^2 \quad (4.1)$$

$$SSE_n = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N (y_i(k) - \hat{y}_i(k))^2 \quad (4.2)$$

$$R_n^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N (y_i(k) - \hat{y}_i(k))^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^N (y_i(k) - \bar{y}_i)^2} \quad (4.3)$$

Onde  $i$  é o índice correspondente à  $i$ -ésima saída do processo  $y_i(t)$  que está sendo analisado,  $n$  corresponde ao número da saída do processo analisado,  $\bar{y}_i$

é a média das  $N$  amostras medidas para a saída  $i$  do processo e  $\hat{y}_i$  é a saída prevista do processo. Quando o valor  $R_n^2$  é igual a 1,0 indica uma exata adequação do modelo para os dados medidos do processo. O valor de  $R_n^2$  entre 0,9 e 1,0 é considerado suficiente para aplicações práticas de controle (COELHO e COELHO, 2000).

A validação em identificação de sistemas consiste em verificar o quão bom é um modelo para explicar um sistema e reproduzir seu comportamento (COELHO S., 2002). A validação foi feita utilizando um conjunto de dados diferente aos usados no processo de estimação. Os mesmos critérios utilizados na estimação foram aplicados na validação dos parâmetros estimados.

Para identificação dos sistemas multivariáveis foi utilizado o modelo linear e os modelos não lineares estáticos que são os modelos: Hammerstein; Wiener e Hammersteins-Wiener. Estes modelos não lineares foram utilizados para identificação porque são muito usados na literatura. Esses modelos são usados para representar as não linearidades estáticas presentes em atuadores na alimentação de um sistema (BILLINGS, 2013).

A representação de um modelo NARMAX ou NARX em um processo de identificação de um sistema representado por múltiplas entradas e múltiplas saídas teria um grande número de parâmetros não lineares e conseqüentemente aumentaria o esforço computacional do algoritmo de estimação e necessitaria de técnicas de redução de termos (BILLINGS, 2013), (AGUIRRE, 2000).

Para a identificação de cada estudo de caso foi inicialmente aplicado o algoritmo ED com o esquema *ED/Best/1/Bin* na estimação dos parâmetros com as funções objetivos: linear; modelo de Hammerstein, modelo de Wiener e bloco Hammerstein-Wiener. Sendo que estes estão representados no formato de espaço de estado. As funções objetivo são modelos de terceira ordem que estão representadas em espaço de estado em tempo discreto. Para os blocos que representam a não linearidade estática dos modelos Hammerstein e Wiener, foi adotado para que estes blocos modelem as não linearidades seguindo a forma polinomial de até a quinta ordem.

Neste trabalho, cada estudo de caso está dividido em duas etapas. A primeira é realizada uma bateria de testes testando os melhores parâmetros de otimização  $C_R$  e  $F$  do algoritmo *ED/Best/1/Bin* para cada modelo matemático. Os

intervalos utilizados para esses parâmetros são  $C_R \in [0, 1]$  e  $F \in [0, 1]$ , faixa de valores recomendada pela literatura. Nesta etapa, é feito o processo de identificação do algoritmo *ED/Best/1/Bin* com todas as combinações de valores de  $C_R$  e  $F$  considerando com passo de integração igual a 0,1 para ambos. Assim a bateria de teste resulta uma estrutura de tamanho 10x10 contendo 100 elementos, cada célula contém informações referentes aos valores de erros, resposta da validação e número de épocas para combinação de parâmetros. O algoritmo *ED/Best/1/Bin* começou com uma população de 100 indivíduos, depois este processo foi repetido para 250 e 500 indivíduos. Para critério de parada foi considerado o número máximo 1000 de interações, exceto para o estudo de caso MIMO que foi estendido para um número de 2000 interações. Para os dois estudos de casos foram usadas amostras diferentes para execução dos processos de estimação e validação.

As respostas obtidas foram usadas na segunda etapa deste trabalho para a formulação da base de conhecimento *fuzzy* na implementação de modificações no algoritmo *ED/Best/1/Bin*.

Na segunda etapa foram feitas modificações via lógica *fuzzy* no algoritmo *ED/Best/1/Bin* visando melhorar sua velocidade de convergência sem comprometer a qualidade de estimação dos parâmetros. O algoritmo *ED/Best/1/Bin* tem seus parâmetros  $C_R$  e  $F$  otimizados por ajustador *fuzzy* que atua na evolução dos parâmetros estimados. Nesta etapa, é feita uma segunda bateria de testes de 100 simulações com o algoritmo *ED/Best/1/Bin* com a melhor configuração de parâmetros  $C_R$ ,  $F$  e  $N_P$  obtida da primeira bateria de testes e suas modificações por lógica *fuzzy*. Nas simulações são avaliados os números de interações, o tempo de convergência e a validação dos parâmetros estimados.

Para análise e comparação dos resultados do tempo de convergência do algoritmo *ED/Best/1/Bin* e suas modificações por lógica *fuzzy*, é aplicado o teste de Hipóteses com direção unilateral à esquerda, como método estatístico, para duas amostras populacionais diferentes com valores de média e desvio padrão conhecidos, com nível de confiança de 99%.

O teste de hipóteses consiste em um método estatístico que faz suposições que se faz acerca dos parâmetros de uma população, ao tentar a tomada de decisões. Estas suposições podem ser verdadeiras ou não (MONTGOMERY & RUNGER, 2012).

O teste das suposições consiste na aplicação da Hipótese Nula ( $H_0$ ) e a Hipótese Alternativa ( $H_1$ ). O teste de hipóteses coloca  $H_0$  em contraposição a  $H_1$ . As suposições  $H_0$  e  $H_1$  são relacionadas respectivamente com regiões de rejeição (RR) e aceitação (RA) da curva de distribuição normal. Se  $H_0$  é testado,  $H_1$  dará direção do teste, sendo da seguinte forma (MONTGOMERY e RUNGER, 2012).

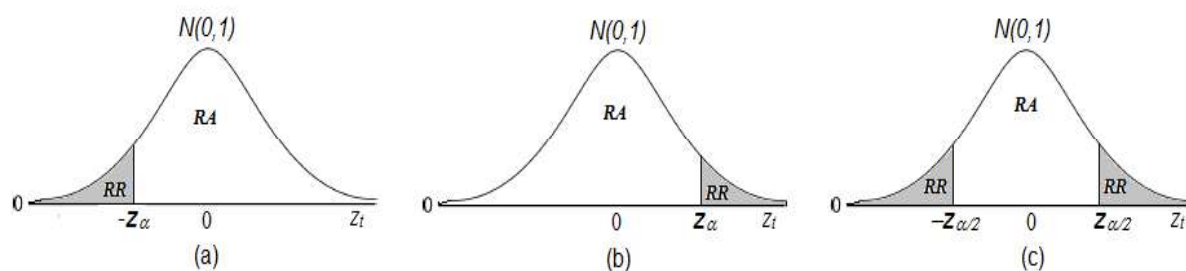


FIGURA 4.1: A distribuição de  $z_t$  quando  $H_0: \mu = \mu_0$  for verdadeira, com região de rejeição para (a) alternativa unilateral à esquerda  $H_1: \mu < \mu_0$ , (b) a alternativa unilateral  $H_1$  à direita:  $\mu > \mu_0$  e (c) a alternativa bilateral  $H_1: \mu \neq \mu_0$ .

Adaptado: Montgomery e Runger (2012).

Estas regiões são delimitadas pela escolha do nível de confiança ( $1 - \alpha$ ), sendo representado por  $-z_\alpha$  (alternativa lateral à esquerda),  $z_\alpha$  (alternativa lateral à direita) e  $[-z_{\alpha/2} \quad z_{\alpha/2}]$  (alternativa bilateral), onde é muito comum a utilização dos níveis 95% e 99%. Através dos valores de dispersão calcula-se o valor da estatística teste  $z_t$  que indicará na abcissa da curva de distribuição normal se a hipótese  $H_0$  será aceita na região RA ou rejeitada na região RR.

Neste trabalho, para análise e comparação do tempo de estimação dos algoritmos ED modificado por lógica *fuzzy* e sua versão convencional, é aplicado o teste de hipótese para duas amostras independentes com valores de média e desvio-padrão conhecidos. Logo, o valor da estatística teste  $z_t$  a ser usada está escrita na equação (4.4).

$$z_t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

(4.4)



Onde  $\bar{x}_1$ ,  $\sigma_1$  e  $n_1$  são respectivamente a média, o desvio-padrão e o número de elementos da amostra 1. Enquanto  $\bar{x}_2$ ,  $\sigma_2$  e  $n_2$  são respectivamente a média, o desvio-padrão e o número de elementos da amostra 2.

A partir do valor  $z_t$  é obtido seu respectivo valor da probabilidade  $P(z_t)$  da curva de distribuição normal que determinará se esse valor no teste de hipóteses estará em RA ou RR. O valor  $P(z_t)$  é obtido através da tabela de distribuição normal padrão (TABELA C.1) presente no apêndice C.

O objetivo do teste de hipótese é provar ou não, se um algoritmo converge mais rápido do que o outro. O teste de hipóteses compara dois algoritmos por vez, para hipótese nula ( $H_0$ ) foi considerado o algoritmo com o maior valor médio de tempo de estimação (o mais lento) e para a hipótese alternativa ( $H_1$ ) o algoritmo supostamente que converge mais rápido com o menor valor médio de tempo de estimação (o mais rápido). O valor da estatística teste  $z_t$  foi calculado através da equação (3.31) e sua probabilidade correspondente que determina se  $z_t$  está na região de aceitação ou rejeição foi obtida através tabela (C.1) presente no Apêndice C.

Para esta pesquisa foi utilizado como materiais: um computador com processador *intel i7*, 16 Giga *bytes* de memória e 1 Tera *bytes* de HD; *software* Matlab® 2013 para utilização dos algoritmos de estimação e dados de sistemas multivariáveis referente a reservatórios foi fornecido pela Sanepar®. Os conjuntos de dados utilizados no processo de identificação tem tempo de amostragem igual à uma hora.

#### 4.1 ESTUDO DE CASO BAIRRO TARUMÃ

A partir do conjunto de dados do sistema de reservatório do bairro Tarumã, um sistema real SIMO foi extraído para identificação. Este sistema está marcado na Figura 4.1 que é um subsistema do reservatório do bairro Tarumã que alimenta o Bairro Alto.

Este sistema é alimentado pelas bombas *B8* e *B9*, enquanto a bomba *B10* está desativada. O sinal de entrada é composto pela alimentação de uma das bombas. As bombas *B8* e *B9* agem de forma simultânea enquanto que a *B9* está ligada, a bomba *B8* está desligada e quando a bomba *B9* é desligada a bomba *B8* é ligada. Este comportamento pode ser verificado na Figura 4.2.

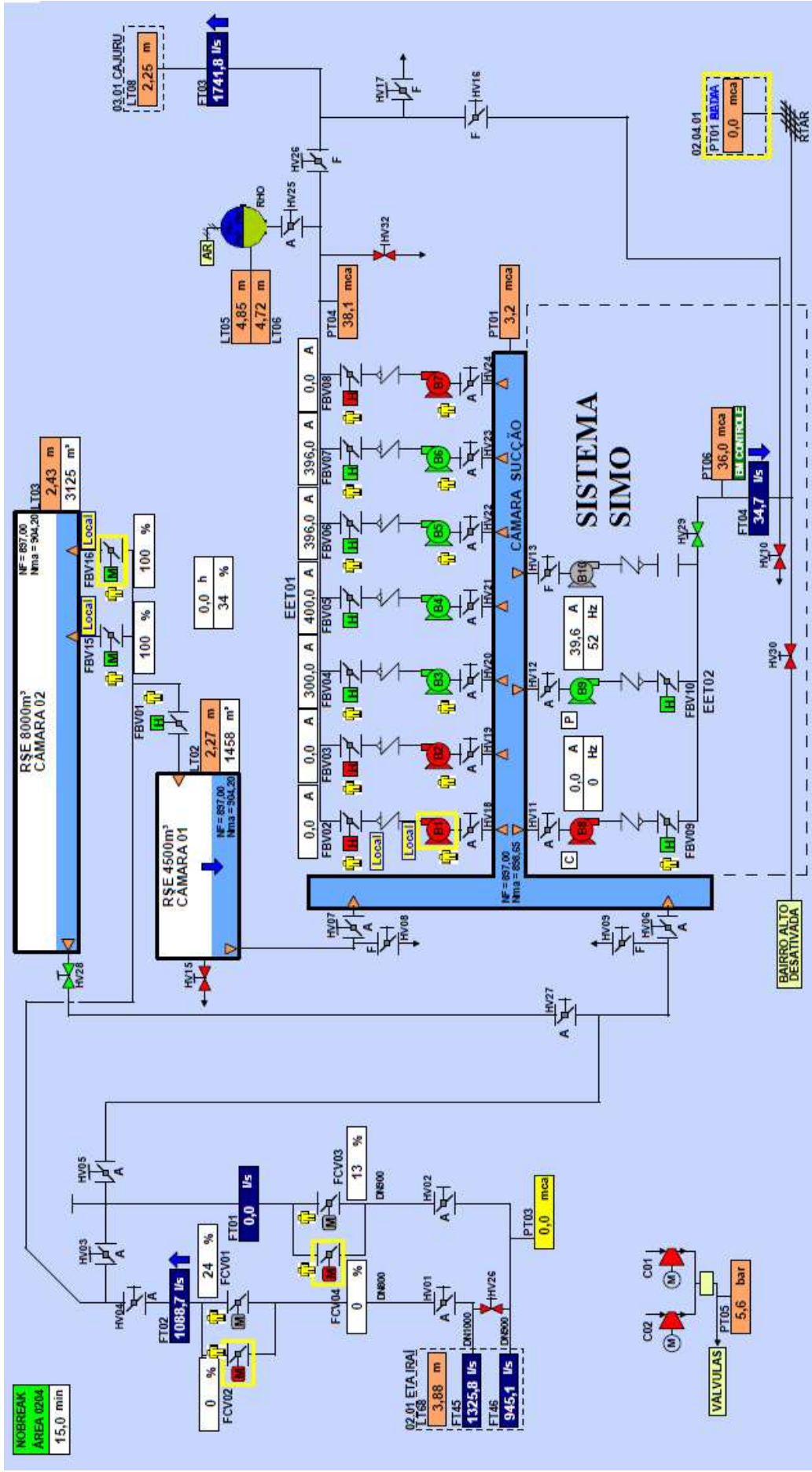


FIGURA 4.2: Sistema do reservatório do bairro Tarumã.

Fonte: SANEPAR (2014).

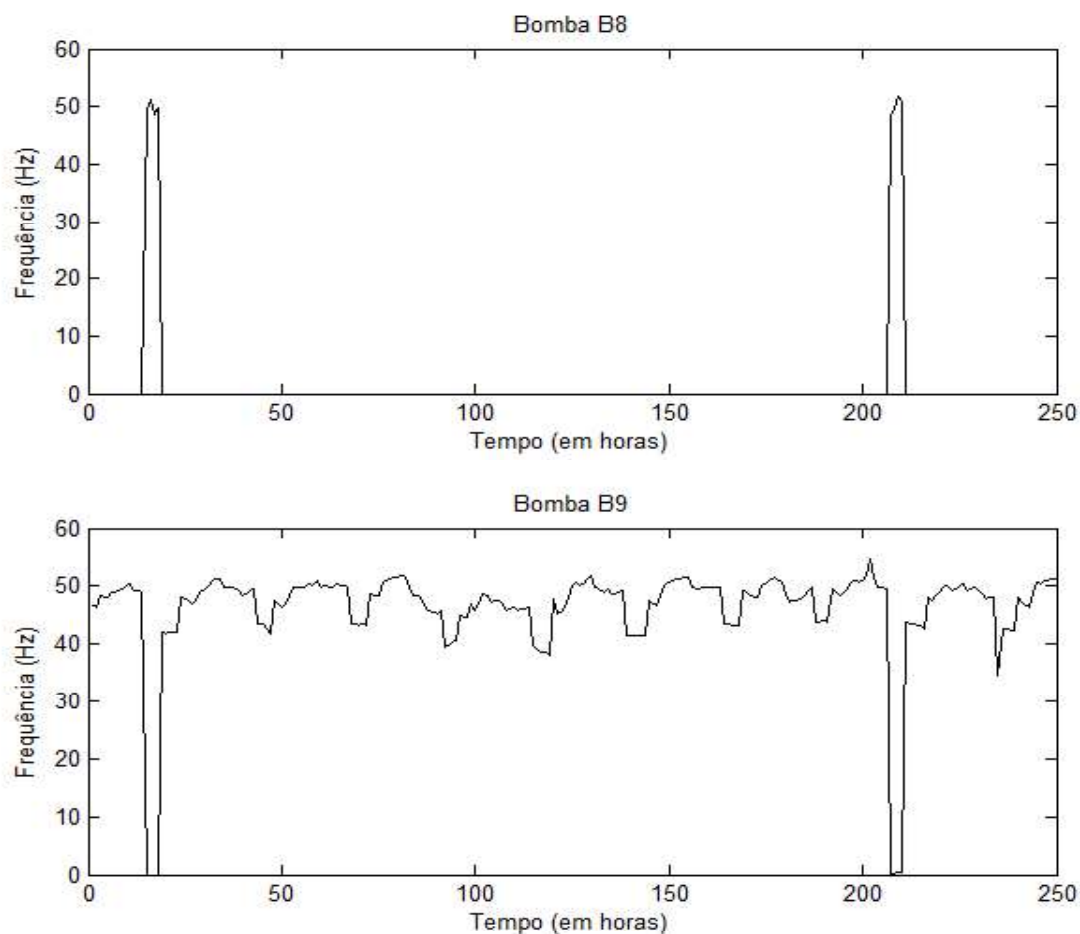


FIGURA 4.3: Sinais de entradas do sistema SIMO.

Adaptado: SANEPAR (2014).

Pode ser observado na Figura 4.2 que a bomba *B9* atua por mais tempo e a bomba *B8* atua por pouco tempo quando a bomba *B9* está desligada, logo este sistema foi simplificado para um sistema SIMO de uma entrada e duas saídas.

O sinal de entrada da bomba *B9* foi considerado como sinal de entrada. As saídas do sistema SIMO são os valores de vazão e pressão monitorados respectivamente pelos sensores *FT04* e *PT06*.

#### 4.1.1 Resultados do Processo de identificação do modelo SIMO (1ª Etapa)

Para estimação foi escolhida uma amostra de dados de 95 elementos e para a validação 48 elementos, Figura 4.3, o suficiente para representar o comportamento.

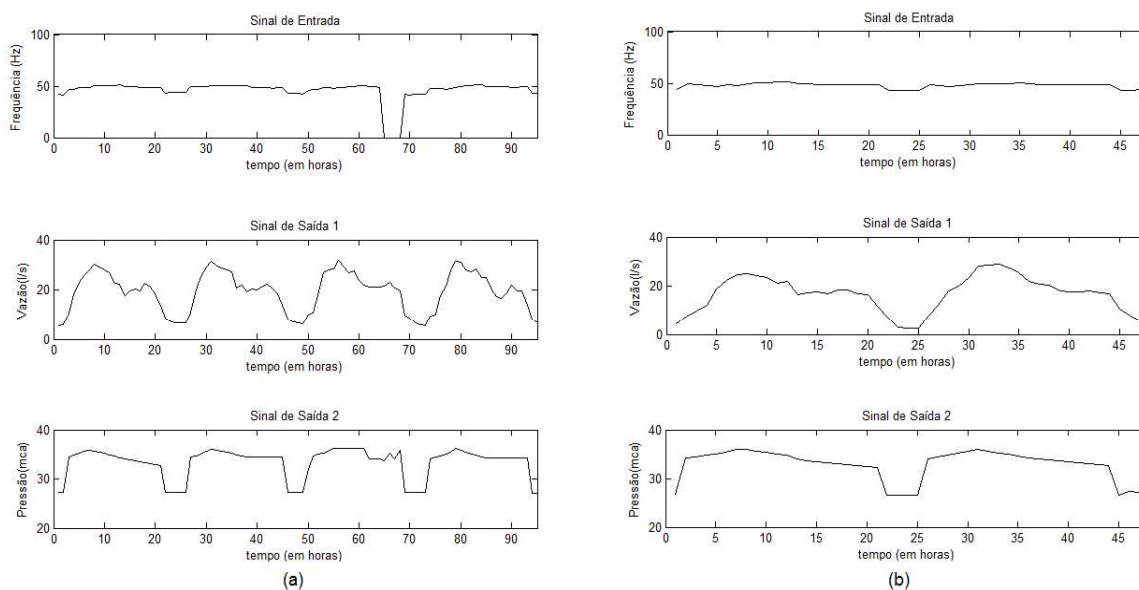


FIGURA 4.4: Dados usados para Identificação do sistema SIMO: (a) dados para estimação e (b) dados para a validação.

Adaptado: SANEPAR (2014).

No Apêndice A, estão os resultados referentes à bateria testes do modelo SIMO. Dos modelos testados, o modelo de Hammerstein modelou melhor o comportamento do sistema, enquanto os outros modelos não garantiam  $R^2 \geq 0,9$  tanto na estimação quanto na validação. Nas Figuras 4.4, 4.5 e na Tabela 4.1 estão os melhores resultados de cada modelo testado na bateria de testes do algoritmo *ED/Best/1/Bin*.

TABELA 4.1: Resultados da identificação do modelo SIMO (1ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

Modelo	Algoritmo <i>ED/Best/1/Bin</i> .	Estimação			Validação		
	$C_R / F / N_P / d$	$R^2$	SSE	MSE	$R^2$	SSE	MSE
Linear	0,8/0,6/100/10	0,4168	4014,6	40,146	-1,116	2963,9	59,278
Hammerstein	1,0/0,9/500/15	0,9244	520,14	5,2014	0,9221	230,85	4,60
Wiener	0,9/0,6/500/20	0,6220	2602,4	26,024	0,6554	1020,9	20,4180
Hammerstein -Wiener	0,9/0,5/500/25	0,6842	2174,2	21,742	0,5185	1426,6	28,532

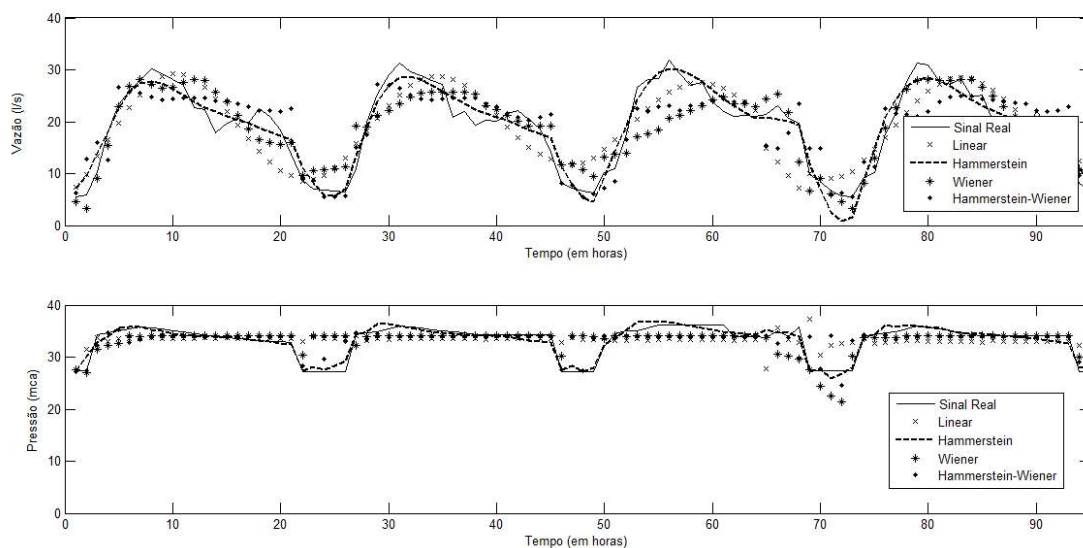


FIGURA 4.5: Resultado da Estimação do sistema SIMO (1ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

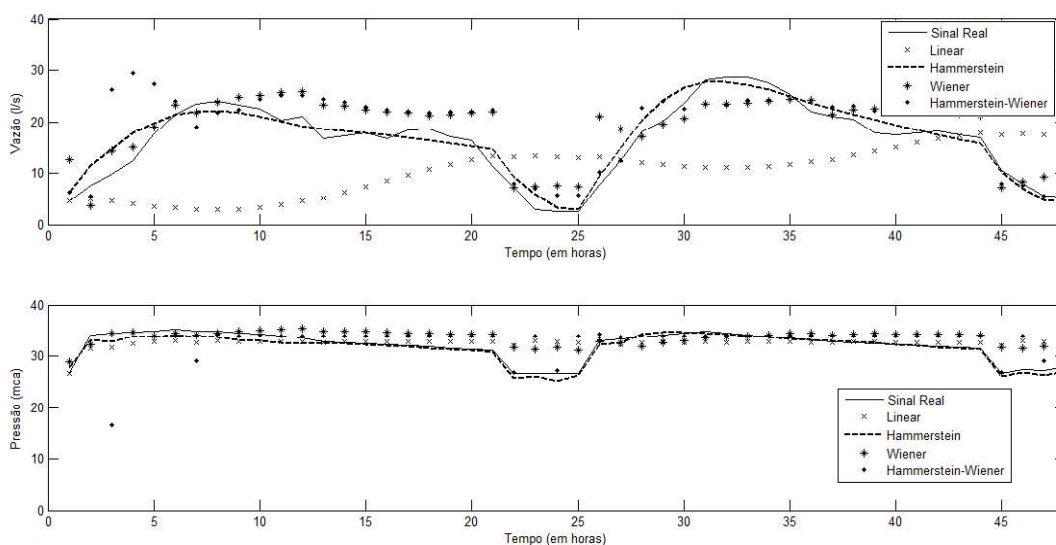


FIGURA 4.6: Resultado da Validação do sistema SIMO (1ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

Pode ser observado no sinal de entrada da amostra da estimação que há uma comutação de funcionamento entre as bombas *B9* e *B8*. A bomba *B8* não faz parte do processo de estimação, quando *B8* é ligada e a bomba *B9* é desligada simultaneamente. Isto acaba se tornando uma não linearidade adicional que o modelo de Hammerstein consegue representar melhor esse comportamento na estimação. Na validação, a amostra de dados utilizada não tem a comutação de sinais de entradas entre as bombas *B8* e *B9*, Figura 4.3b.

Os parâmetros obtidos pelo melhor modelo de Hammerstein da Tabela 4.1 estão representados na Tabela 4.2:

TABELA 4.2: Parâmetros Obtidos do modelo SIMO Hammerstein (1ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

Parâmetros Obtidos					
Coeficientes da matriz A					
$a_{11}$	$a_{21}$	$a_{31}$	$a_{12}$	$a_{22}$	$a_{32}$
-1,8618	1,0577	-0,1672	-1,1073	0,0713	0,0524
Coeficientes do vetor B					
$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$		
-0,0606	0,0760	-0,0234	0,0231		
Coeficiente do vetor $N_L$ (Não linearidade estática de Hammerstein)					
$x[k] = x_1.u[k] + x_2.u[k]^2 + x_3.u[k]^3 + x_4.u[k]^4 + x_5.u[k]^5$					
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
-9725,8	827,3159	-26,2914	0,3701	-0,0019	

Aplicando esses coeficientes na equação (3.21), logo a sua representação em espaço de estado na forma canônica observável:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,1672 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1,0577 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1,8618 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,0524 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -0,0713 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1,1073 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0,0130 \\ 0,0406 \\ -0,0368 \\ 0,0263 \\ -0,0191 \\ 0,0089 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -0,0606 \\ -0,0606 \end{bmatrix} \text{ e } NL = \begin{bmatrix} -9725,8 \\ 827,32 \\ -26,291 \\ 0,3701 \\ -0,0019 \end{bmatrix}.$$

#### 4.1.2 Resultados das modificações do algoritmo ED via lógica *Fuzzy* na identificação do modelo SIMO (2ª Etapa)

Na segunda etapa foi analisada a melhor configuração do algoritmo *ED/Best/1/Bin* que obteve a melhor representação do modelo matemático do sistema SIMO, na primeira etapa da identificação do sistema SIMO.

Os ajustadores de parâmetros *fuzzy* foram projetados a partir do comportamento de evolução do algoritmo *ED/Best/1/Bin* na 1ª etapa, sendo expresso por  $R^2$  em função do número de interações e dos valores de  $C_R$  e  $F$  (FIGURA 4.6).

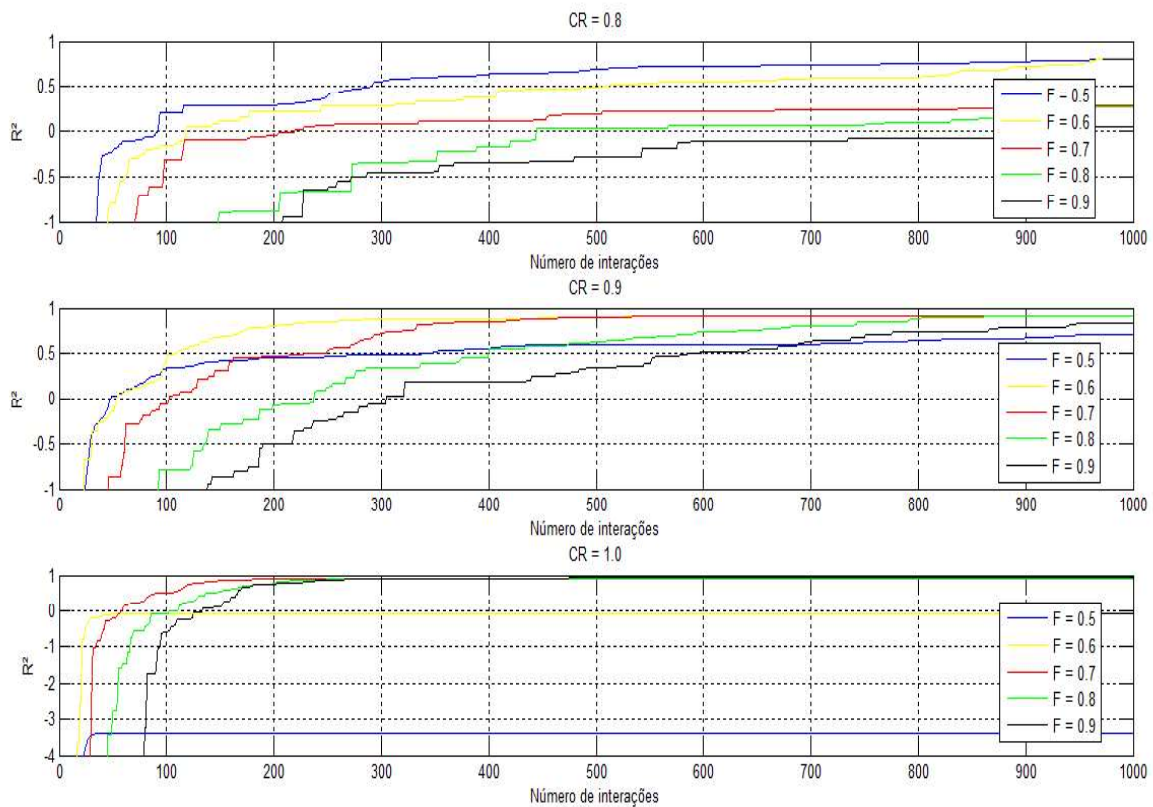


FIGURA 4.7: Gráficos de  $R^2$  em função do número de interações e dos valores de  $C_R$  e  $F$  (SIMO).

Fonte: Autor (2015).

A base de conhecimento dos ajustadores *fuzzy* foi elaborada de acordo com o comportamento de evolução da Figura 4.6. A Figura 4.6 foi extraída a partir dos melhores resultados da primeira etapa (Apêndice A).

O conjunto de regras e os limites das funções de pertinências foram determinados pela faixa dos melhores valores de  $C_R$  e  $F$  a partir do melhor valor de correlação  $R^2$  da estimação e validação da primeira etapa (Apêndice A).

Pode-se observar na Figura 4.6 que a convergência da evolução dos parâmetros expressa por  $R^2$  é mais rápida quando  $C_R$  assume maiores valores e  $F$  assume os menores valores, mas isso pode ocorrer convergência prematura da população do algoritmo ED, como por exemplo: a configuração  $C_R = 1,0$  e  $F = 0,5$  (curva azul). Este conhecimento foi utilizado para a elaboração do conjunto de regras.

O conjunto de regras e as configurações das funções pertinências estão representados nas tabelas 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6.

TABELA 4.3: Conjunto de regras de inferência para IR.

Fonte: Autor (2015).

<b>Se</b> (IR é AL)	<b>Então</b> ( $C_R$ é PQ e $F$ é PQ)
<b>Se</b> (IR é MA)	<b>Então</b> ( $C_R$ é PM e $F$ é PM)
<b>Se</b> (IR é MD)	<b>Então</b> ( $C_R$ é MD e $F$ é MD)
<b>Se</b> (IR é BM)	<b>Então</b> ( $C_R$ é MG e $F$ é MG)
<b>Se</b> (IR é BA)	<b>Então</b> ( $C_R$ é GD e $F$ é GD)

TABELA 4.4: Conjunto de regras de inferência para MOM.

Fonte: Autor (2015).

<b>Se</b> (MOM é IN)	<b>Então</b> ( $C_R$ é PQ e $F$ é PQ)
<b>Se</b> (MOM é IM)	<b>Então</b> ( $C_R$ é PM e $F$ é PM)
<b>Se</b> (MOM é ME)	<b>Então</b> ( $C_R$ é MD e $F$ é MD)
<b>Se</b> (MOM é MF)	<b>Então</b> ( $C_R$ é MG e $F$ é MG)
<b>Se</b> (MOM é FM)	<b>Então</b> ( $C_R$ é GD e $F$ é GD)



TABELA 4.5: Funções de pertinências de entrada e saída, do ajuste *fuzzy* do algoritmo ED por MOM (Modelo SIMO).

Fonte: Autor (2015).

Função de pertinência da entrada MOM			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
IN	0	0	0,25
IM	0	0,25	0,5
ME	0,25	0,5	0,75
MF	0,5	0,75	1,0
FM	0,75	1,0	1,0
Função de pertinência da saída $C_R$			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
PQ	0,9	0,9	0,925
PM	0,9	0,925	0,95
MD	0,925	0,95	0,975
MG	0,95	0,975	1,0
GD	0,975	1,0	1,0
Função de pertinência da saída $F$			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
PQ	0,6	0,6	0,65
PM	0,6	0,65	0,7
MD	0,65	0,7	0,75
MG	0,7	0,75	0,8
GD	0,75	0,8	0,8

TABELA 4.6: Funções de pertinências de entrada e saída, do ajuste *fuzzy* do algoritmo ED por IR (Modelo SIMO).

Fonte: Autor (2015).

Função de pertinência da entrada IR			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
BA	0	0	0,25
BM	0	0,25	0,5
MD	0,25	0,5	0,75
MA	0,5	0,75	1,0
AL	0,75	1,0	1,0
Função de pertinência da saída $C_R$			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
PQ	0,9	0,9	0,925
PM	0,9	0,925	0,95
MD	0,925	0,95	0,975
MG	0,95	0,975	1,0
GD	0,975	1,0	1,0
Função de pertinência da saída $F$			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
PQ	0,675	0,675	0,7
PM	0,675	0,7	0,725
MD	0,7	0,725	0,75
MG	0,725	0,75	0,775
GD	0,75	0,775	0,775

O valor MOM influi nos valores de  $C_R$  e  $F$  da seguinte forma: quando o valor de busca MOM assume um valor baixo que se refere ao início do processo de evolução, a população começa diversificada, logo é buscada e é aplicada uma taxa  $F$  baixa e uma taxa  $C_R$  baixa; quando o valor de busca MOM está no processo final, acontece o contrário com as taxas  $C_R$  e  $F$ , pois é buscada uma maior diversificação no processo final de evolução.

O valor IR influi nos valores de  $C_R$  e  $F$  da seguinte forma: quando o valor de IR é baixo, é aplicada mudanças na busca por maior diversificação sendo aplicado

uma taxa  $F$  alta e  $C_R$  alta; quando IR assume valor alto, há aumento na intensificação, então a taxa  $F$  assume valor baixo enquanto  $C_R$  também assume valor baixo.

As topologias propostas por Marques (2011) para o AG, MOM e IR seguem lógicas diferentes em relação ao ajuste dos parâmetros  $C_R$  e  $F$ . O sistema nebuloso genético de Marques (2011) aplica as regras baseadas por MOM e IR de forma isolada, sem a combinação desses dois comportamentos. A base de regras seleciona as melhores regras de acordo com o desempenho das taxas MOM e IR.

Neste trabalho, inicialmente, as topologias baseadas por MOM e IR são aplicadas isoladas na otimização dos parâmetros do algoritmo ED. Também foi feita uma aplicação em conjunto, onde é adicionado mais um vetor mutante no algoritmo ED original. Logo, há um vetor candidato ajustado pelo valor de MOM e outro por IR. O processo de seleção seleciona as melhores soluções dos dois vetores candidatos para a próxima geração.

Para 100 simulações, os algoritmos foram testados com critério de parada no máximo de 1000 interações e  $R^2 \leq 0,91$ . Os resultados da bateria de testes da 2ª Etapa deste estudo de caso estão representados nas Tabelas 4.7, 4.8 e 4.9. Os resultados das Tabelas 4.7 e 4.8 estão também representados na forma de histogramas no Apêndice A.

TABELA 4.7: Parâmetros médios estimados para 100 simulações do modelo SIMO de Hammerstein.

Fonte: Autor (2015).

Parâmetros estimados		Algoritmos			
		ED	<i>Fuzzy</i> MOM	<i>Fuzzy</i> IR	<i>Fuzzy</i> MOM e IR
$a_{11}$	Média	-2,1397	-2,1518	-2,1521	-2,1732
	Desvio Padrão	0,1695	0,1538	0,1677	0,1531
$a_{21}$	Média	1,5468	1,5669	1,5681	1,6032
	Desvio Padrão	0,2820	0,2568	0,2789	0,2555
$a_{31}$	Média	-0,3864	-0,3947	-0,3958	-0,4105
	Desvio Padrão	0,1191	0,1091	0,1176	0,1086
$a_{12}$	Média	-1,1997	-1,2060	-1,2045	-1,2115
	Desvio Padrão	0,0633	0,0576	0,0628	0,0562
$a_{22}$	Média	0,2058	0,2136	0,2116	0,2212
	Desvio Padrão	0,0894	0,0832	0,0871	0,0784
$a_{32}$	Média	0,0058	0,0041	0,0045	0,0016
	Desvio Padrão	0,0325	0,0307	0,00294	0,0270
$b_0$	Média	-0,0178	-0,0160	-0,0156	-0,0120
	Desvio Padrão	0,0318	0,0284	0,0308	0,0280
$b_1$	Média	0,0228	0,0216	0,0198	0,0152
	Desvio Padrão	0,0398	0,0376	0,0383	0,0347
$b_2$	Média	-0,0089	-0,0090	-0,0077	-0,0058
	Desvio Padrão	0,0150	0,0155	0,0143	0,0124
$b_3$	Média	0,0088	0,0073	0,0078	0,0060
	Desvio Padrão	0,0160	0,0132	0,0159	0,0136
$x_1$	Média	1,3681e4	6,9245e4	7479,5	1,3258e4
	Desvio Padrão	3,5075e4	5,0423e5	1,1061e5	4,8923e4
$x_2$	Média	-811,6213	-4652	-657,8276	-1035,4
	Desvio Padrão	3099,8	3,2343e4	6867,6	2950,5
$x_3$	Média	13,4326	104,2337	21,6692	29,6639
	Desvio Padrão	149,3305	656,4984	131,3401	52,1336
$x_4$	Média	-4,1151e-4	-0,8004	-0,3167	-0,3681
	Desvio Padrão	3,1499	3,5777	0,7841	0,2661
$x_5$	Média	-0,0011	4,4587e-4	0,0017	0,0017
	Desvio Padrão	0,0230	0,0137	0,0073	0,0039

TABELA 4.8: Número de interações, tempo, SSE estimação, MSE estimação,  $R^2$  estimação, SSE validação, MSE validação e  $R^2$  validação para 100 estimativas do modelo SIMO de Hammerstein.

Fonte: Autor (2015).

Dados obtidos		Algoritmo ED	Algoritmo ED fuzzy MOM	Algoritmo ED fuzzy IR	Algoritmo ED fuzzy MOM e IR
Número de interações	Média	488,94	279,12	260,42	189,09
	Desvio Padrão	190,8471	55,6790	60,1765	40,8516
Tempo (s)	Média	437,2846	264,8453	246,7001	194,2036
	Desvio Padrão	176,7621	55,4065	56,1809	42,6025
SSE (Estimação)	Média	620,276	617,7354	618,3732	618,5514
	Desvio Padrão	15,9430	2,0405	2,0166	1,0989
MSE (Estimação)	Média	6,2028	6,1774	6,1837	6,1855
	Desvio Padrão	0,1594	0,0204	0,0202	0,0110
$R^2$ (Estimação)	Média	0,9099	0,9103	0,9102	0,9102
	Desvio Padrão	0,0023	2,9639e-4	2,9292e-4	1,5963e-4
$R^2$ (melhor modelo da Estimação)		0,9117	0,9117	0,9114	0,9121
SSE (Validação)	Média	276,1812	268,8912	270,7615	269,4179
	Desvio Padrão	21,0919	16,1962	16,8511	14,7385
MSE (Validação)	Média	5,5236	5,3778	5,4152	5,3884
	Desvio Padrão	0,4218	0,3239	0,3370	0,2948
$R^2$ (Validação)	Média	0,9068	0,9092	0,9086	0,9091
	Desvio Padrão	0,0071	0,0055	0,0057	0,0050

TABELA 4.9: Parâmetros do melhor modelo da estimação para 100 simulações do modelo SIMO de Hammerstein.

Fonte: Autor (2015).

Parâmetros estimados	Algoritmos			
	ED	Fuzzy MOM	Fuzzy IR	Fuzzy MoM e IR
$a_{11}$	-1,7290	-2,0719	-1,9924	-1,8663
$a_{21}$	0,8643	1,4388	1,3029	1,0929
$a_{31}$	-0,0986	-0,3429	-0,2835	-0,1926
$a_{12}$	-0,9880	-1,2078	-1,2118	-1,0740
$a_{22}$	-0,1082	0,2476	0,2710	0,0215
$a_{32}$	0,1175	-0,0261	-0,0437	0,0720
$b_0$	-0,0974	-0,0429	-0,0520	-0,0748
$b_1$	0,0961	0,0653	0,0805	0,0973
$b_2$	-0,0279	-0,0291	-0,0398	-0,0389
$b_3$	0,0659	0,0137	0,0208	0,0361
$x_1$	-2082,31	-107,4925	21,8513	-21,2311

$x_2$	169,5481	-18,3328	-25,6991	-10,3182
$x_3$	-5,129	1,5519	1,6582	0,7610
$x_4$	0,0683	-0,0367	-0,0362	-0,0174
$x_5$	-3,3802e-04	0,0003	0,0003	0,0001

A partir dos resultados das Tabelas 4.8 e 4.9, observa-se que o algoritmo ED e suas modificações por lógica *fuzzy* apresentam resultados próximos referentes à qualidade da identificação do sistema SIMO. Porém, os algoritmos ED com as modificações com lógica *fuzzy* apresentam valores médios referentes ao número de interações e ao tempo de cada simulação menor que os valores médios apresentados pelo algoritmo convencional ED.

Para provar que as modificações por lógica *fuzzy* melhoraram o algoritmo ED convencional em relação ao esforço computacional, foi realizado um teste de hipóteses com a finalidade de comparar os resultados de cada algoritmo através dos valores de média e desvio padrão do tempo de estimação. Os resultados do teste de hipóteses estão representados na Tabela 4.10.

TABELA 4.10: Teste de Hipóteses para 100 estimativas do modelo SIMO de Hammerstein.

Fonte: Autor (2015).

Teste unilateral à esquerda, com confiabilidade de 99% ( $\alpha = 0,01$ e $z_\alpha = -2,37$ ).			
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ então RA.			
$H_1: \mu_1 < \mu_2$ então RR.			
Comparação	$Z_t$	$H_0: P(Z_t \geq z_\alpha)$	$H_1: P(Z_t < z_\alpha)$
$H_0$ : Algoritmo ED $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM	-9,3089	Rejeitado	Aceito
$H_0$ : Algoritmo ED $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR	-10,2754	Rejeitado	Aceito
$H_0$ : Algoritmo ED $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM e IR	-13,3690	Rejeitado	Aceito
$H_0$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR	-2,2995	Aceito	Rejeitado
$H_0$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM e IR	-10,1073	Rejeitado	Aceito

$H_0$ : Algoritmo ED fuzzy IR $H_1$ : Algoritmo ED fuzzy MOM e IR	-7,4455	Rejeitado	Aceito
--	---------	-----------	--------

Os resultados do teste de hipóteses da Tabela 4.10 mostram que os algoritmos modificados por lógica *fuzzy* ( $H_1$ ) melhoram o algoritmo ED ( $H_0$ ) em relação ao tempo de estimação. O teste de hipóteses também mostra que o algoritmo ED que usa a combinação das estratégias MOM e IR converge mais rápido em relação aos algoritmos ED que usam as estratégias IR e MOM de forma isolada.

Nas Figuras 4.7 e 4.8 estão respectivamente às curvas de estimação e validação do modelo SIMO a partir do melhor valor de  $R^2$  dos algoritmos da Tabela 4.8.

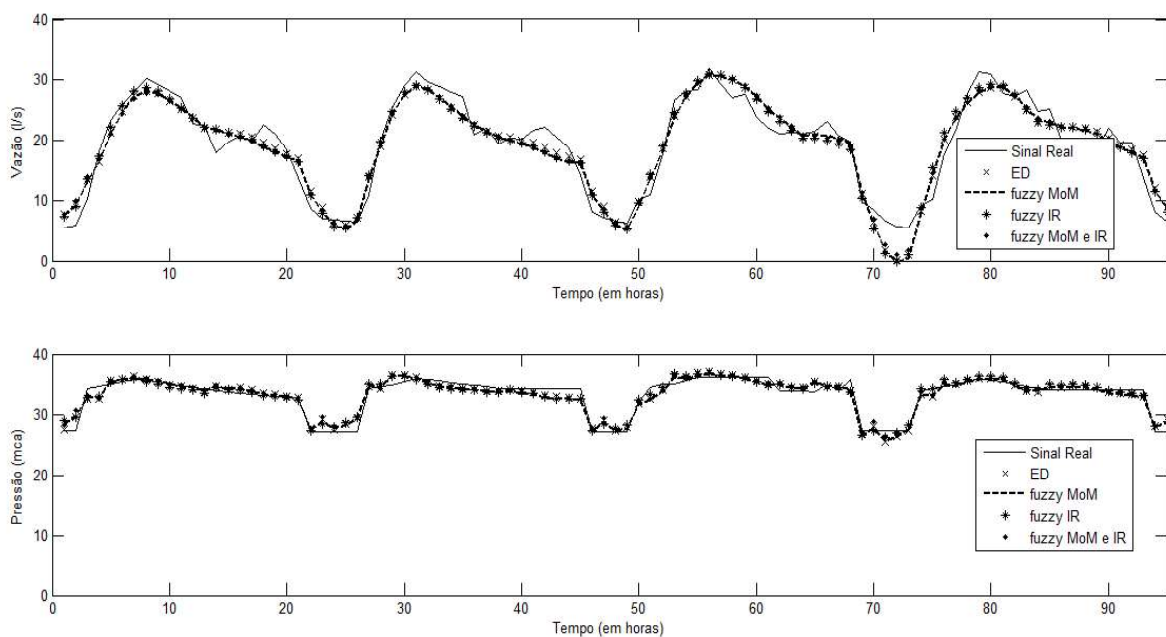


FIGURA 4.8: Resultado da Estimação do sistema SIMO (2ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

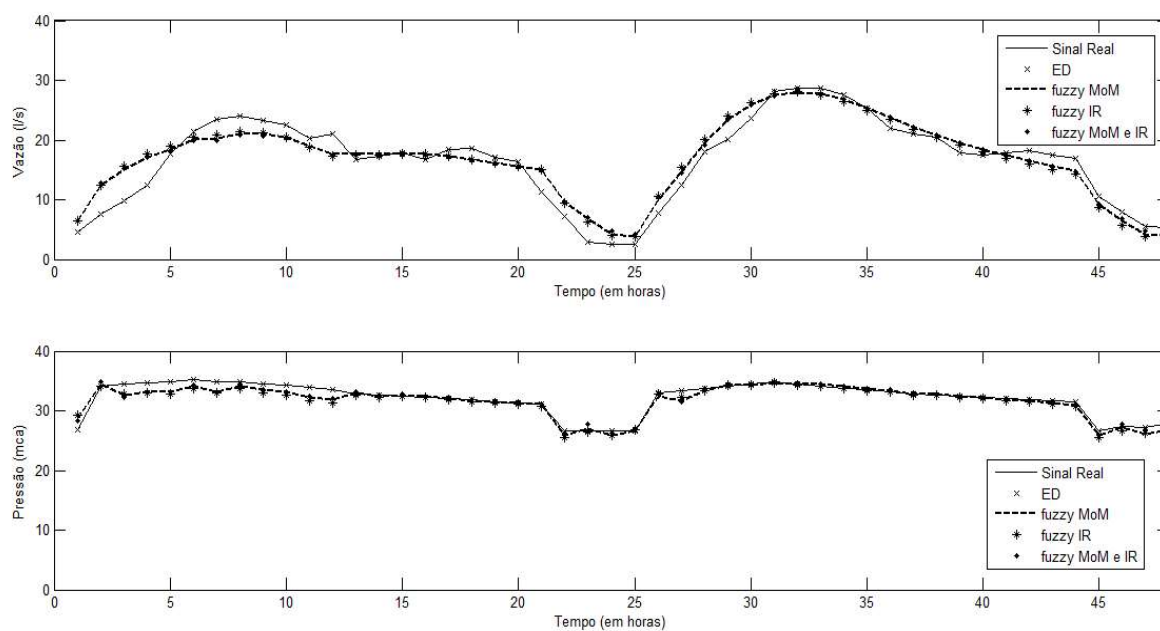


FIGURA 4.9: Resultado da Validação do sistema SIMO (2ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

Pode ser observado nos histogramas (Apêndice A) e nas tabelas dos parâmetros estimados que o desempenho com os ajustadores *fuzzy* deixaram o processo de estimação do algoritmo *ED/Best/1/Bin* mais rápido sem comprometer a convergência dos parâmetros. Isto é confirmado através do teste de hipóteses da Tabela 4.10. A combinação das estratégias MOM e IR melhorou ainda mais a velocidade de convergência do algoritmo em relação ao número de interações e ao tempo. O resultado do melhor modelo SIMO na 1ª etapa tem os valores de seus parâmetros obtidos (TABELA 4.2) dentro ou próximo da faixa dos valores estimados (média e desvio padrão) na 2ª etapa deste estudo de caso (TABELA 4.3). As Figuras 4.7 e 4.8 mostram que as modificações *fuzzy* não comprometeram a qualidade do processo de estimação e validação.

## 4.2 ESTUDO DE CASO BAIRRO SÃO BRAZ

A partir do conjunto de dados do sistema de reservatório do bairro São Braz, um sistema real MIMO foi extraído para identificação. Este sistema é mostrado na Figura 4.10 que é um subsistema do reservatório do bairro São Braz que interliga os sistemas dos bairros Campo Comprido e Santa Felicidade.



Este sistema é alimentado pelas bombas *B1*, *B2*, *B3* e *B4*. Estas bombas são controladas por inversores de frequência. As saídas são fornecidas pelos sensores de vazão *FT02* e pressão *PT01* (FIGURA 4.10).

Nos dados extraídos para a estimação e validação a bomba *B1* está desativada (FIGURA 4.9), sendo que o modelo matemático é simplificado para três entradas e duas saídas.

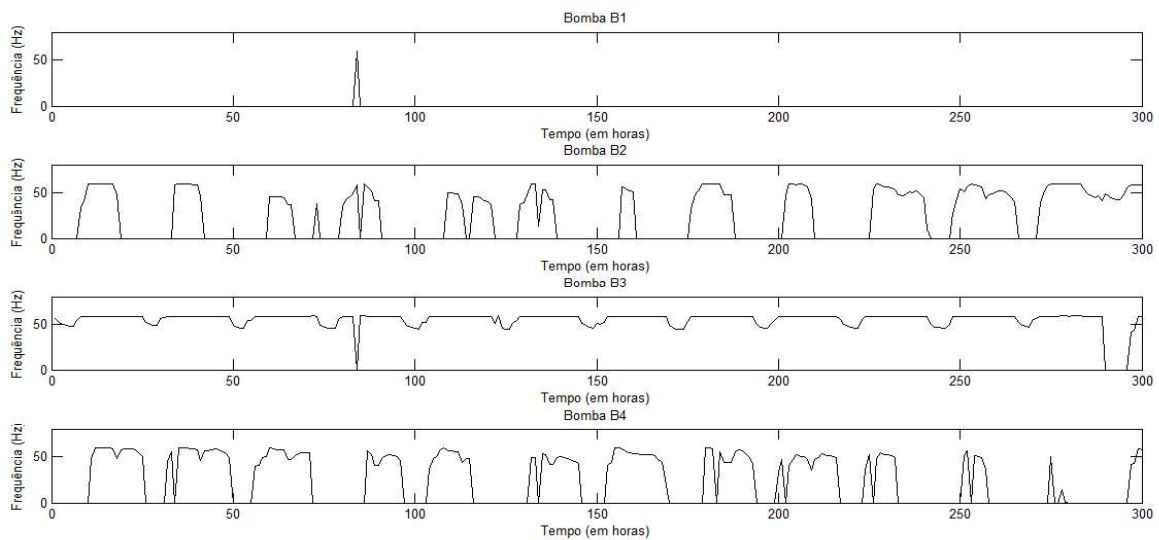


FIGURA 4.10: Sinais de entradas do sistema MIMO.

Adaptado: SANEPAR (2014).

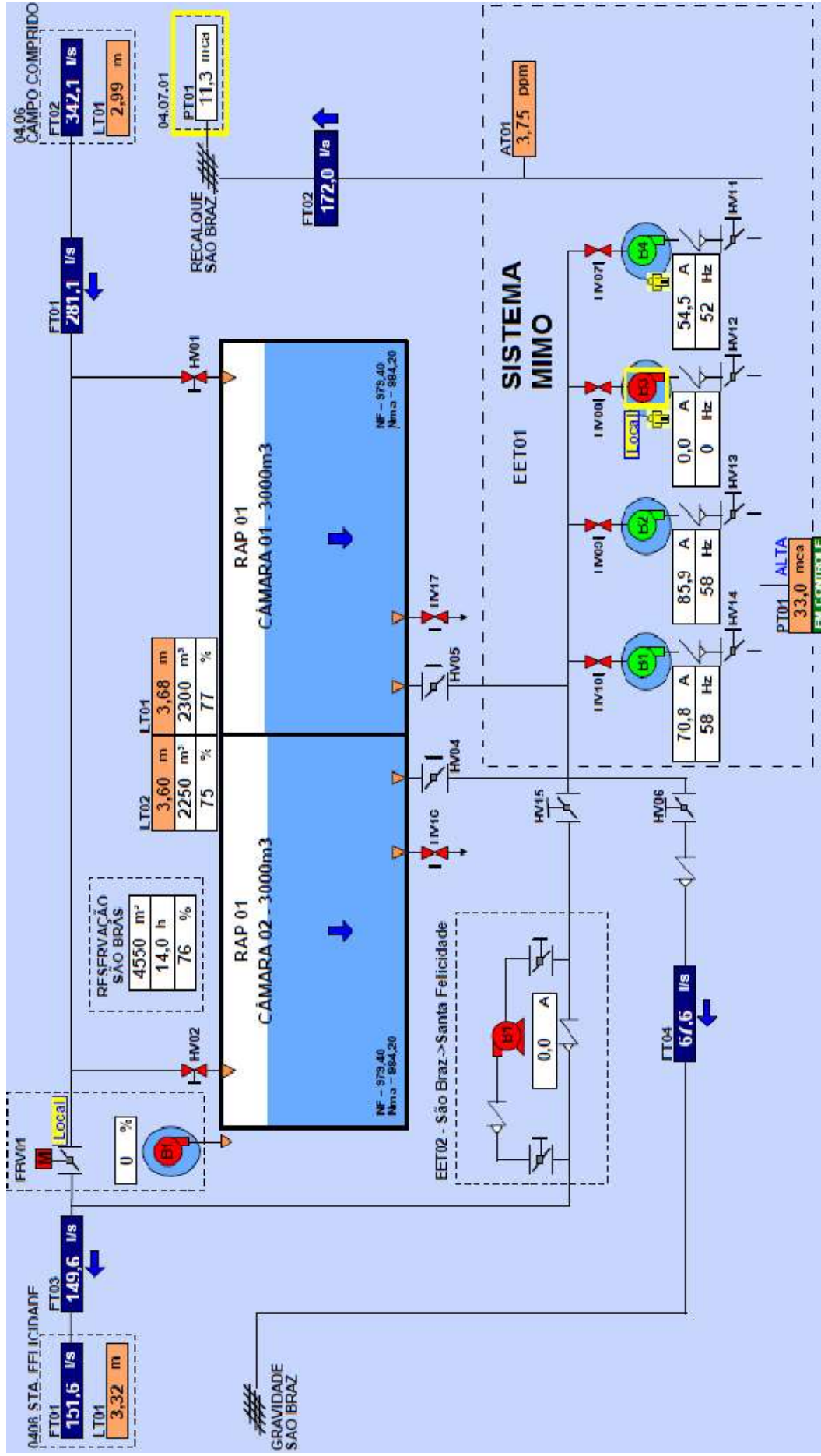


FIGURA 4.11: Sistema do reservatório do bairro São Braz.

Fonte: SANEPAR (2014).

#### 4.2.1 Resultados do Processo de identificação do modelo MIMO (1ª Etapa)

Na estimação do sistema MIMO, o processo de seleção é feito de forma que o sistema MIMO seja dividido por  $N$  sistemas MISO para diminuir o esforço computacional. A estimação dos subsistemas sistemas MISO ocorre paralelamente.

Para estimação foi escolhida uma amostra de dados de 200 elementos e para a validação 100 elementos (FIGURA 4.11) para representar o comportamento.

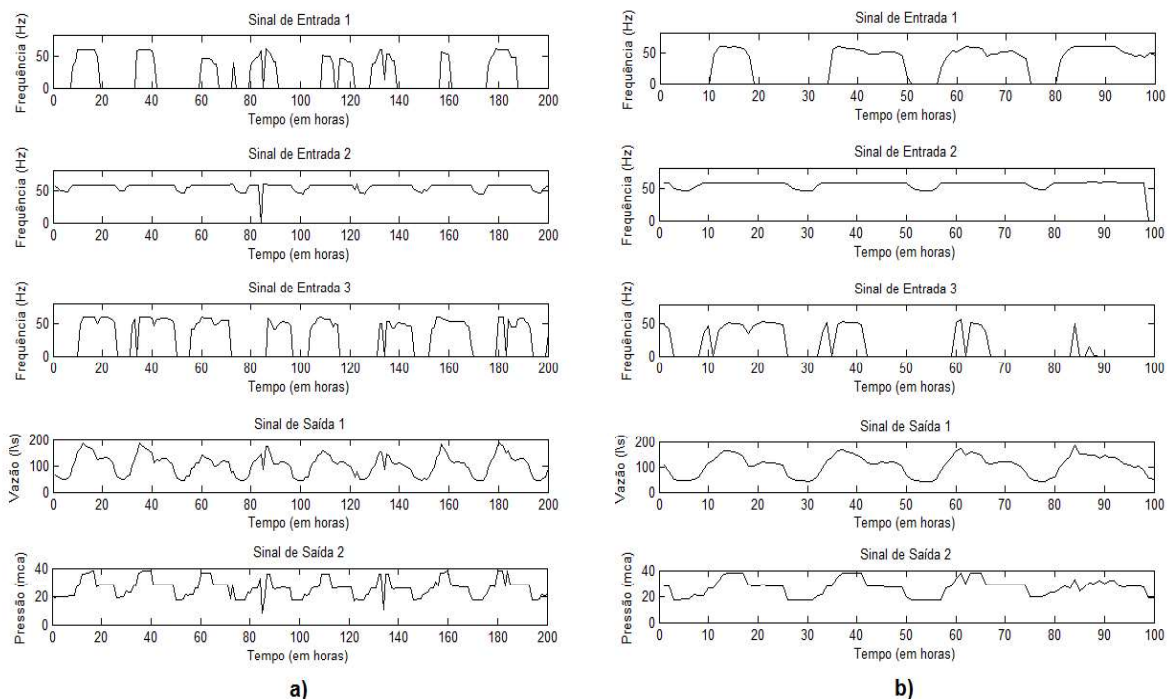


FIGURA 4.12: Dados usados para Identificação do sistema MIMO: (a) dados para estimação e (b) dados para a validação.

Adaptado: SANEPAR (2014).

No Apêndice B, estão os resultados referentes à bateria testes do modelo MIMO. Dos modelos testados, o modelo de Hammerstein representou melhor o comportamento do sistema. Nas Figuras 4.12 e 4.13 e na Tabela 4.11 estão os melhores resultados de cada modelo na 1ª etapa.

TABELA 4.11: Resultados da identificação do modelo MIMO (1ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

Modelo	Algoritmo ED	Estimação			Validação		
	$C_R/F/N_P/d$	$R^2$	SSE	MSE	$R^2$	SSE	MSE
Linear	1/0,8/250/30	0,9421	18581	92,905	-5,4e+7	9,3e+12	9,3e+10
Hammerstein	0,9/0,6/500/45	0,9666	10696	53,480	0,9506	8404,3	84,043
Wiener	0,8/0,4/500/40	0,9103	28766	143,83	0,8946	17948	179,48
Hammerstein -Wiener	0,9/0,6/500/55	0,9655	11058	55,290	0,9164	14232	142,32

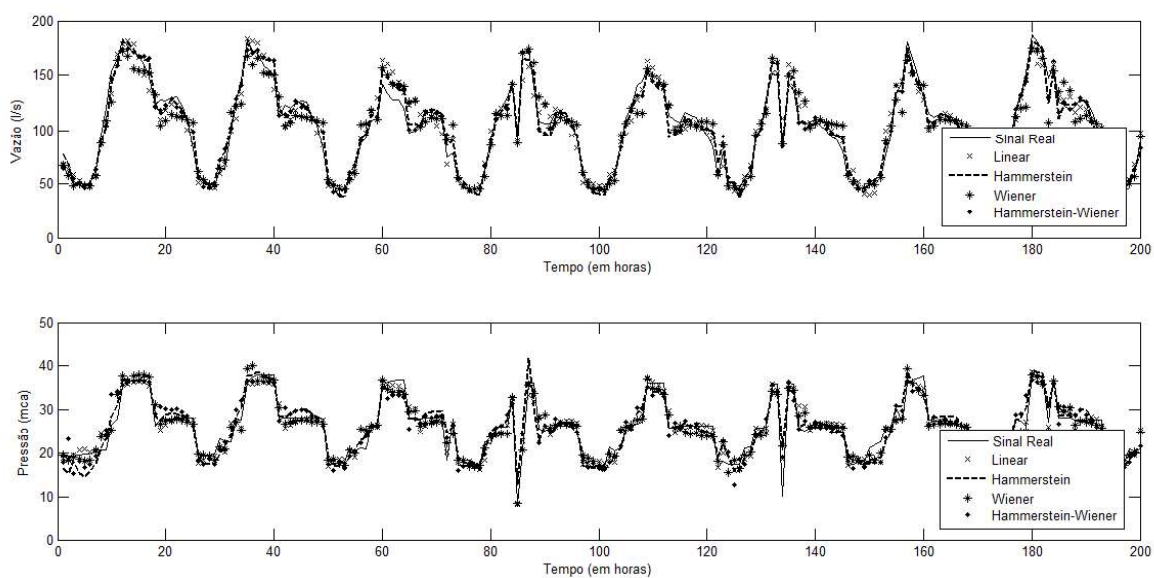


FIGURA 4.13: Resultado da Estimação do sistema MIMO (1ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

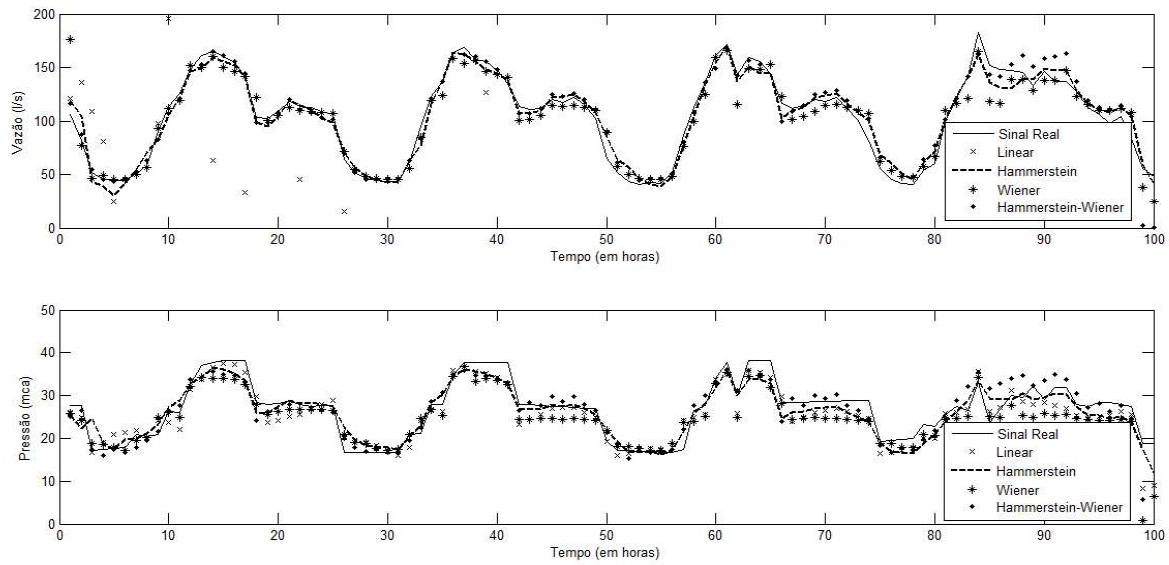


FIGURA 4.14: Resultado da Validação do sistema MIMO (1ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

Os parâmetros obtidos pelo melhor modelo de Hammerstein estão representados na Tabela 4.12:

TABELA 4.12: Parâmetros Obtidos do modelo MIMO Hammerstein (1ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

Parâmetros Obtidos					
Coeficientes da matriz $A$ ( $a_{nN}$ )					
$a_{11}$	$a_{21}$	$a_{31}$	$a_{12}$	$a_{22}$	$a_{32}$
-0,3583	-0,0938	0,4030	-0,4377	-0,0760	-0,4209
Coeficientes do vetor $B$ ( $b_{nMN}$ )					
$b_{011}$	$b_{111}$	$b_{211}$	$b_{311}$		
-0,0941	0,0345	0,0152	-0,0398		
$b_{021}$	$b_{121}$	$b_{221}$	$b_{321}$		
0,0165	-0,0026	0,0039	0,0052		
$b_{031}$	$b_{131}$	$b_{231}$	$b_{331}$		
-0,0876	0,0264	0,0104	-0,0143		
$b_{012}$	$b_{112}$	$b_{212}$	$b_{312}$		
-0,0160	0,0094	5,6160e-4	0,0059		
$b_{022}$	$b_{122}$	$b_{222}$	$b_{322}$		

0,0025	1,1945e-4	-0,0011	-9,7698e-4	
$b_{032}$	$b_{132}$	$b_{232}$	$b_{332}$	
-0,0166	0,0064	0,0015	0,0074	
Coeficiente do vetor $NL$ (Não linearidade estática de Hammerstein)				
$x_n[k] = x_{1n} \cdot u[k] + x_{2n} \cdot u[k]^2 + x_{3n} \cdot u[k]^3 + x_{4n} \cdot u[k]^4 + x_{5n} \cdot u[k]^5$				
$x_{11}$	$x_{21}$	$x_{31}$	$x_{41}$	$x_{51}$
-0,7809	0,0448	0,0051	-3,46e-4	3,5029e-6
$x_{12}$	$x_{22}$	$x_{32}$	$x_{42}$	$x_{52}$
-0,0273	0,0242	0,0368	-7,1084e-4	6,6953e-6
$x_{13}$	$x_{23}$	$x_{33}$	$x_{43}$	$x_{53}$
-1,3800	0,4338	-0,0089	-1,3337e-4	2,1362e-6

Aplicando esses coeficientes na equação (3.23), logo a sua representação em espaço de estado na forma canônica observável:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,4030 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0,0938 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,3583 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,4209 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0,0760 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0,4377 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0,0019 & -0,0015 & 0,0210 \\ 0,0064 & 0,0054 & 0,0022 \\ 0,0008 & 0,0034 & -0,0050 \\ -0,0009 & 0,0001 & 0,0004 \\ -0,0007 & -0,0010 & 0,0002 \\ 0,0024 & 0,0012 & -0,0009 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -0,0941 & 0,0165 & -0,0876 \\ -0,0160 & 0,0025 & -0,0166 \end{bmatrix} e$$

$$NL = \begin{bmatrix} -0,7809 & -0,0273 & -1,3800 \\ 0,0448 & 0,0242 & 0,4338 \\ 0,0051 & 0,0368 & -0,0089 \\ -0,0003 & -0,0007 & -0,0001 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}.$$

### 4.2.2 Resultados das modificações do algoritmo ED via lógica Fuzzy na identificação do modelo MIMO (2ª Etapa)

Depois de ter obtido o melhor modelo matemático que representa melhor o comportamento na 1ª etapa da identificação do sistema MIMO, foram aplicados os algoritmos *ED/Best/1/Bin* modificados por lógica fuzzy.

Do mesmo modo do estudo de caso do bairro Tarumã, os otimizadores fuzzy foram sintonizados a partir do comportamento de evolução do algoritmo *ED/Best/1/Bin* na 1ª etapa, sendo expresso por  $R^2$  em função do número de interações e dos valores de  $C_R$  e  $F$  (FIGURA 4.14).

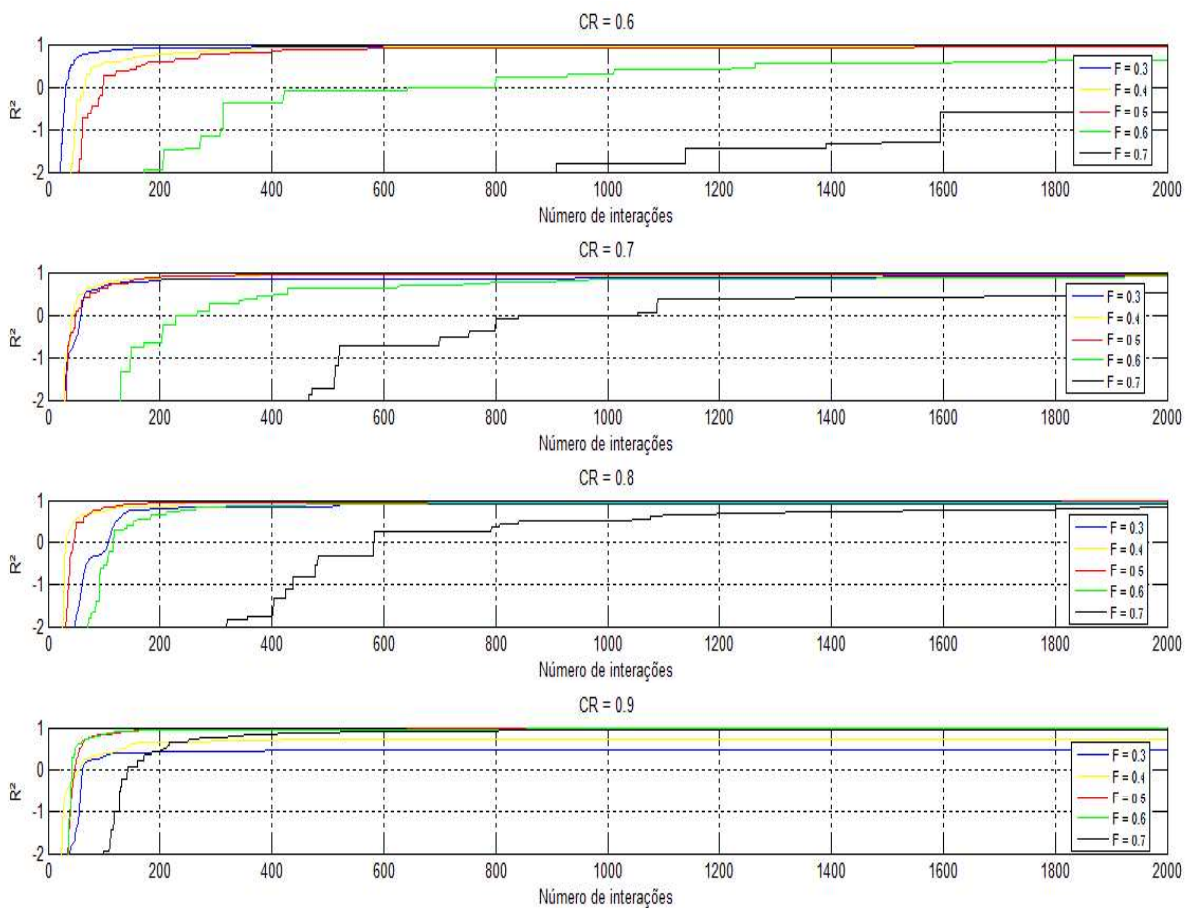


FIGURA 4.15: Gráficos de  $R^2$  em função do número de interações e dos valores de  $F$  e  $C_R$  (MIMO).  
 Fonte: Autor (2015).

A Figura 4.14 foi extraída a partir dos resultados da primeira etapa (Apêndice B). Pode-se observar que a convergência da evolução dos parâmetros expressa por  $R^2$  é mais rápida quando  $C_R$  assume maiores valores e  $F$  assume valores médios.

Assim repete o mesmo comportamento do estudo de caso do reservatório do bairro Tarumã, logo é utilizado o mesmo conjunto de regras das Tabelas 4.3 e 4.4. As funções de pertinências foram ajustadas de acordo com os valores da figura 4.14 que representam os melhores valores de  $C_R$  e  $F$  para estimação e validação.

A partir dos resultados da Figura 4.14, as funções pertinências dos modelos *fuzzy* foram ajustadas e estão representadas nas Tabelas 4.13 e 4.14:

TABELA 4.13: Funções de pertinências de entrada e saída, do ajuste *fuzzy* do algoritmo ED por MOM (Modelo MIMO).

Fonte: Autor (2015).

Função de pertinência da entrada MOM			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
IN	0	0	0,25
IM	0	0,25	0,5
ME	0,25	0,5	0,75
MF	0,5	0,75	1,0
FM	0,75	1,0	1,0
Função de pertinência da saída $C_R$			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
PQ	0,75	0,75	0,8
PM	0,75	0,8	0,85
MD	0,8	0,85	0,9
MG	0,85	0,9	0,95
GD	0,9	0,95	0,95
Função de pertinência da saída $F$			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
PQ	0,4	0,4	0,45
PM	0,4	0,45	0,5
MD	0,45	0,5	0,55
MG	0,5	0,55	0,6
GD	0,55	0,6	0,6



TABELA 4.14: Funções de pertinências de entrada e saída, do ajuste *fuzzy* do algoritmo ED por IR (Modelo MIMO).

Fonte: Autor (2015).

Função de pertinência da entrada IR			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
BA	0	0	0,25
BM	0	0,25	0,5
MD	0,25	0,5	0,75
MA	0,5	0,75	1,0
AL	0,75	1,0	1,0
Função de pertinência da saída CR			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
PQ	0,75	0,75	0,8
PM	0,75	0,8	0,85
MD	0,8	0,85	0,9
MG	0,85	0,9	0,95
GD	0,9	0,95	0,95
Função de pertinência da saída F			
Funções de pertinência	Limite inferior	Valor de Pico	Limite superior
PQ	0,4	0,4	0,45
PM	0,4	0,45	0,5
MD	0,45	0,5	0,55
MG	0,5	0,55	0,6
GD	0,55	0,6	0,6

Para as 100 simulações, os algoritmos foram testados com critério de parada no máximo de 2000 interações e  $R^2 \leq 0,92$ . Os resultados da bateria de testes da 2ª Etapa deste estudo de caso estão representados nas Tabelas 4.15, 4.16 e 4.17. Os resultados das Tabelas 4.15 e 4.16 estão também representadas em histogramas no Apêndice B.

TABELA 4.15: Parâmetros médios estimados para 100 estimativas do modelo MIMO de Hammerstein.

Fonte: Autor (2015).

Parâmetros estimados		Algoritmos			
		ED	Fuzzy MOM	Fuzzy IR	Fuzzy MOM e IR
$a_{11}$	Média	-0.0094	-0.0205	-0.0161	-0.0013
	Desvio Padrão	0.0641	0.0757	0.0780	0.0352
$a_{21}$	Média	-0.0026	-0.0032	0.0085	-0.0029
	Desvio Padrão	0.0594	0.0666	0.0717	0.0373
$a_{31}$	Média	0.0174	-0.0014	0.0075	0.0038
	Desvio Padrão	0.0718	0.0392	0.0594	0.0389
$a_{12}$	Média	0.0024	-0.0042	0.0036	-0.0057
	Desvio Padrão	0.0413	0.0409	0.0476	0.0278
$a_{22}$	Média	-0.0016	-0.0078	8.7769e-4	-0.0015
	Desvio Padrão	0.0529	0.0487	0.0851	0.0207
$a_{32}$	Média	0.0099	-0.0100	-0.0025	-0.0011
	Desvio Padrão	0.0614	0.0514	0.0336	0.0218
$b_{011}$	Média	-0.0075	0.0090	0.0093	-0.0014
	Desvio Padrão	0.0738	0.0606	0.0644	0.0669
$b_{111}$	Média	-3.8374e-4	-0.0012	-3.3850e-4	-7.9481e-4
	Desvio Padrão	0.0113	0.0163	0.0078	0.0079
$b_{211}$	Média	4.8857e-5	3.4606e-4	5.1432e-5	8.0329e-4
	Desvio Padrão	0.0084	0.0073	0.0076	0.0088
$b_{311}$	Média	3.9905e-4	-7.0817e-4	7.2346e-4	-5.3203e-4
	Desvio Padrão	0.0066	0.0050	0.0066	0.0055
$b_{021}$	Média	4.0657e-4	-4.7993e-4	-0.0069	-0.0034
	Desvio Padrão	0.0409	0.0408	0.0413	0.0361
$b_{121}$	Média	6.4255e-4	-9.5567e-4	-0.0031	-0.0031
	Desvio Padrão	0.0189	0.0205	0.0225	0.0218
$b_{221}$	Média	-0.0017	-9.6529e-4	-9.0618e-4	2.1794e-5
	Desvio Padrão	0.0113	0.0081	0.0113	0.0089
$b_{321}$	Média	2.9160e-4	6.9455e-4	-4.2731e-4	-1.1236e-4
	Desvio Padrão	0.0077	0.0071	0.0070	0.0065
$b_{031}$	Média	-1.8882e-4	0.0049	0.0122	0.0012
	Desvio Padrão	0.0642	0.0654	0.0622	0.1031
$b_{131}$	Média	-9.6318e-4	-2.1070e-4	3.2743e-5	0.0012
	Desvio Padrão	0.0092	0.0102	0.0082	0.0071
$b_{231}$	Média	9.8974e-4	-0.0015	-8.2395e-4	2.0996e-4
	Desvio Padrão	0.0119	0.0159	0.0097	0.0238
$b_{331}$	Média	4.1510e-4	-3.4573e-4	-0.0026	0.0028
	Desvio Padrão	0.0162	0.0150	0.0136	0.0422
$b_{012}$	Média	-4.9277e-4	8.2524e-4	0.0010	2.2274e-4
	Desvio Padrão	0.0108	0.0102	0.0082	0.0084
$b_{112}$	Média	-7.6834e-5	5.2982e-4	6.2263e-4	-4.4178e-4
	Desvio Padrão	0.0088	0.0062	0.0085	0.0068
$b_{212}$	Média	-4.3433e-4	-2.1636e-4	-4.3475e-4	8.9194e-4
	Desvio Padrão	0.0099	0.0062	0.0075	0.0073
$b_{312}$	Média	-4.5598e-5	-3.1217e-4	-7.2867e-4	-5.4392e-4
	Desvio Padrão	0.0070	0.0049	0.0056	0.0056
$b_{022}$	Média	-3.7568e-4	8.1954e-5	-0.0014	-5.8007e-4
	Desvio Padrão	0.0085	0.0086	0.0094	0.0088
$b_{122}$	Média	-5.1875e-4	3.0497e-4	-2.3282e-4	-3.9248e-4
	Desvio Padrão	0.0084	0.0088	0.0116	0.0081
$b_{222}$	Média	0.0015	-0.0011	-0.0013	-0.0012
	Desvio Padrão	0.0100	0.0084	0.0081	0.0082
$b_{322}$	Média	-4.5189e-4	8.9066e-4	-4.7520e-4	2.2738e-4
	Desvio Padrão	0.0066	0.0062	0.0080	0.0056
$b_{032}$	Média	8.1745e-5	-2.6411e-4	0.0010	6.5466e-4
	Desvio Padrão	0.0113	0.0084	0.0074	0.0081
$b_{132}$	Média	0.0013	-8.9815e-4	8.9719e-4	-2.8156e-4
	Desvio Padrão	0.0103	0.0059	0.0064	0.0066
$b_{232}$	Média	-7.8236e-4	0.0016	-7.1497e-4	-4.1466e-4
	Desvio Padrão	0.0082	0.0062	0.0069	0.0076
$b_{332}$	Média	6.2384e-4	-2.2578e-4	1.1959e-4	2.7007e-4
	Desvio Padrão	0.0060	0.0061	0.0060	0.0060
$X_{11}$	Média	-0.0060	0.0159	0.0013	-0.0023
	Desvio Padrão	0.0486	0.0898	0.0581	0.0380
$X_{21}$	Média	8.6216e-4	0.0015	0.0011	-0.0129
	Desvio Padrão	0.0633	0.0274	0.0444	0.1064
$X_{31}$	Média	2.6151	0.0055	2.8247e-5	0.0082
	Desvio Padrão	0.0323	0.0258	0.0237	0.0647
$X_{41}$	Média	-1.8345	-8.0425e-4	-5.0843e-7	-1.4056e-4
	Desvio Padrão	0.0013	0.0050	0.0027	0.0059
$X_{51}$	Média	1.5800e-7	6.6097e-6	-3.2670e-6	-7.3780e-6
	Desvio Padrão	1.1847e-5	6.2137e-5	6.1086e-5	7.8185e-5

X <sub>12</sub>	Média	0.0022	-1,5701e-4	0.0066	-0,0049
	Desvio Padrão	0.0886	0.0508	0.0542	0.0243
X <sub>22</sub>	Média	-0,0019	7,8067e-4	6,2431e-4	0,0033
	Desvio Padrão	0,0558	0,0244	0,0439	0,0243
X <sub>32</sub>	Média	0,0013	-8,4497e-4	-0,0011	-0,0020
	Desvio Padrão	0,0337	0,0242	0,0166	0,0253
X <sub>42</sub>	Média	-2,3160e-4	1,6568e-4	-6,7661e-5	-2,3009e-4
	Desvio Padrão	0,0020	0,0052	0,0044	0,0039
X <sub>52</sub>	Média	2,0008e-6	-4,4083e-6	6,4109e-7	-1,1613e-6
	Desvio Padrão	1,7478e-5	6,9343e-5	4,7732e-5	3,2915e-5
X <sub>13</sub>	Média	-0,0026	0,0027	0,0047	0,0145
	Desvio Padrão	0,0578	0,0441	0,0332	0,1098
X <sub>23</sub>	Média	8,7205	8,2450e-4	0,0089	-0,0016
	Desvio Padrão	0,0627	0,0281	0,0431	0,0320
X <sub>33</sub>	Média	9,9979e-4	-0,0031	-1,9034e-4	0,0021
	Desvio Padrão	0,0292	0,0214	0,0226	0,0231
X <sub>43</sub>	Média	-4,4786e-5	8,7642e-5	8,9562e-4	6,3375e-4
	Desvio Padrão	0,0011	0,0026	0,0070	0,0054
X <sub>53</sub>	Média	5,4706e-7	1,0360e-6	-7,8228e-6	-1,0217e-5
	Desvio Padrão	1,0398e-5	3,4254e-5	1,0939e-4	9,4252e-5

TABELA 4.16: Número de interações, tempo, SSE estimação, MSE estimação,  $R^2$  estimação, SSE validação, MSE validação, e  $R^2$  validação para 100 estimativas o modelo MIMO de Hammerstein.

Fonte: Autor (2015).

Dados obtidos		Algoritmo ED	Algoritmo ED MOM	Algoritmo ED IR	Algoritmo ED MOM e IR
Número de interações	Média	143,250	107,89	89,080	72,180
	Desvio Padrão	19,1941	40,9897	22,1454	22,2331
Tempo (s)	Média	519,5468	405,677	341,3936	374,5912
	Desvio Padrão	85,8548	159,1910	86,0755	118,7169
SSE (Estimação)	Média	25145	25265	25279	25320
	Desvio Padrão	497,4866	391,3187	376,9158	311,4862
MSE (Estimação)	Média	125,725	126,3250	126,3934	126,6007
	Desvio Padrão	5,2367	1,9566	1,8846	1,5574
$R^2$ (Estimação)	Média	0,9216	0,9212	0,9212	0,9210
	Desvio Padrão	0,0016	0,0012	0,0012	9,7134e-4
$R^2$ (melhor modelo da Estimação)		0,9265	0,9265	0,9260	0,9258
SSE (Validação)	Média	14559	10740	10941	11110
	Desvio Padrão	3242,8	2363,8	2241,1	2670,6
MSE (Validação)	Média	145,59	107,4025	109,4107	111,0964
	Desvio Padrão	72,0613	23,6375	22,4110	26,7064
$R^2$ (Validação)	Média	0,9145	0,9369	0,9357	0,9347
	Desvio Padrão	0,0190	0,0139	0,0132	0,0157

TABELA 4.17: Parâmetros do melhor modelo da estimação para 100 simulações do modelo MIMO de Hammerstein.

Fonte: Autor (2015).

Parâmetros estimados	Algoritmos			
	ED	Fuzzy MOM	Fuzzy IR	Fuzzy MOM e IR
$a_{11}$	0,0505	0,0648	-0,0022	-0,0016
$a_{21}$	0,0909	-0,0466	0,0302	-0,0402

$a_{31}$	-0,0005	-0,0030	-0,0007	0,0153
$a_{12}$	-0,0305	0,0172	0,0173	-0,0720
$a_{22}$	-0,0151	-0,0407	0,0054	0,0059
$a_{32}$	0,0338	0,0120	0,0538	0,0069
$b_{011}$	0,0618	-0,0665	-0,0437	-0,0050
$b_{111}$	-0,0029	-0,0041	0,0033	-0,0118
$b_{211}$	0,0033	0,0064	0,0055	-0,0045
$b_{311}$	-0,0020	0,0026	-0,0054	-0,0017
$b_{021}$	0,0313	-0,0026	-0,0347	-0,0005
$b_{121}$	0,0205	-0,0015	-0,0203	0,0264
$b_{221}$	0,0090	0,0001	0,0021	0,0078
$b_{321}$	0,0021	-0,0003	-0,0026	-0,0097
$b_{031}$	0,0335	-0,0281	-0,0287	-0,0058
$b_{131}$	0,0024	-0,0019	-0,0038	0,0243
$b_{231}$	0,0020	0,0059	0,0057	0,0194
$b_{331}$	-0,0097	0,0042	0,0073	-0,0110
$b_{012}$	0,0093	-0,0140	-0,0082	-0,0116
$b_{112}$	0,0045	0,0067	0,0097	-0,0025
$b_{212}$	-0,0073	0,0008	-0,0054	0,0017
$b_{312}$	0,0017	0,0030	-0,0020	0,0062
$b_{022}$	0,0051	-0,0009	-0,0073	-0,0016
$b_{122}$	0,0038	0,0001	0,0011	-0,0030
$b_{222}$	-0,0011	-0,0001	-0,0138	0,0005
$b_{322}$	0,0075	-0,0002	0,0041	-0,0010
$b_{032}$	0,0036	-0,0057	-0,0049	0,0025
$b_{132}$	0,0018	0,0003	-0,0031	-0,0014
$b_{232}$	0,0028	-0,0045	0,0057	0,0056
$b_{332}$	-0,0083	0,0043	-0,0010	-0,0012
$x_{11}$	0,0307	0,0160	-0,1011	0,0027
$x_{21}$	-0,0010	-0,0308	0,0295	0,0010
$x_{31}$	-0,0139	0,0024	0,0231	-0,0032
$x_{41}$	0,0006	-0,0002	-0,0011	0,0001
$x_{51}$	-0,0000	0,0000	0,0000	-0,0000
$x_{12}$	0,0070	-0,0071	0,0258	-0,0107
$x_{22}$	-0,0222	0,0075	-0,0290	0,0317
$x_{32}$	0,0041	-0,0472	0,0122	0,0014
$x_{42}$	0,0000	-0,0038	-0,0007	-0,0008
$x_{52}$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
$x_{13}$	0,0056	0,0052	-0,0202	0,0223
$x_{23}$	-0,0259	0,0615	0,0077	0,0311
$x_{33}$	0,0210	0,0269	-0,0026	0,0229
$x_{43}$	-0,0007	-0,0014	-0,0000	-0,0010
$x_{53}$	0,0000	0,0000	-0,0000	0,0000

Obtido os resultados das 100 estimativas (Tabelas 4.15 e 4.16) e com o objetivo de provar que as modificações por lógica *fuzzy* melhoraram o algoritmo ED convencional em relação ao esforço computacional. O teste de hipóteses foi

realizado da mesma forma como foi feito para o estudo de caso do bairro Tarumã. Os resultados do teste hipóteses estão representados na Tabela 4.18.

TABELA 4.18: Teste de Hipóteses para 100 estimativas do modelo MIMO de Hammerstein. Fonte: Autor (2015).

Teste unilateral à esquerda, com confiabilidade de 99% ( $\alpha = 0,01$ e $z_\alpha = -2,37$ ).			
$H_0: \mu_1 = \mu_2$ então RA.			
$H_1: \mu_1 < \mu_2$ então RR.			
Comparação	$z_t$	$H_0: P(z_t \geq z_\alpha)$	$H_1: P(z_t < z_\alpha)$
$H_0$ : Algoritmo ED $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM	-6,2957	Rejeitado	Aceito
$H_0$ : Algoritmo ED $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR	-14,6539	Rejeitado	Aceito
$H_0$ : Algoritmo ED $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM e IR	-9,8940	Rejeitado	Aceito
$H_0$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR	-3,5521	Rejeitado	Aceito
$H_0$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM e IR	-1,5653	Aceito	Rejeitado
$H_0$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> MOM e IR $H_1$ : Algoritmo ED <i>fuzzy</i> IR	-2,2639	Aceito	Rejeitado

Os resultados do teste de hipóteses da Tabela 4.18 mostram que os algoritmos modificados por lógica *fuzzy* ( $H_1$ ) melhoram o algoritmo ED ( $H_0$ ) em relação ao tempo de estimação. O teste de hipóteses também mostra que o algoritmo ED *fuzzy* IR converge mais rápido que o algoritmo ED *fuzzy* MOM, porém não converge mais rápido que o algoritmo ED *fuzzy* que usa a combinação das estratégias MOM e IR.

Nas Figuras 4.16 e 4.17 estão respectivamente às curvas de estimação e validação do modelo MIMO a partir do melhor valor de  $R^2$  dos algoritmos da Tabela 4.16 e dos melhores parâmetros estimados da Tabela 4.17.

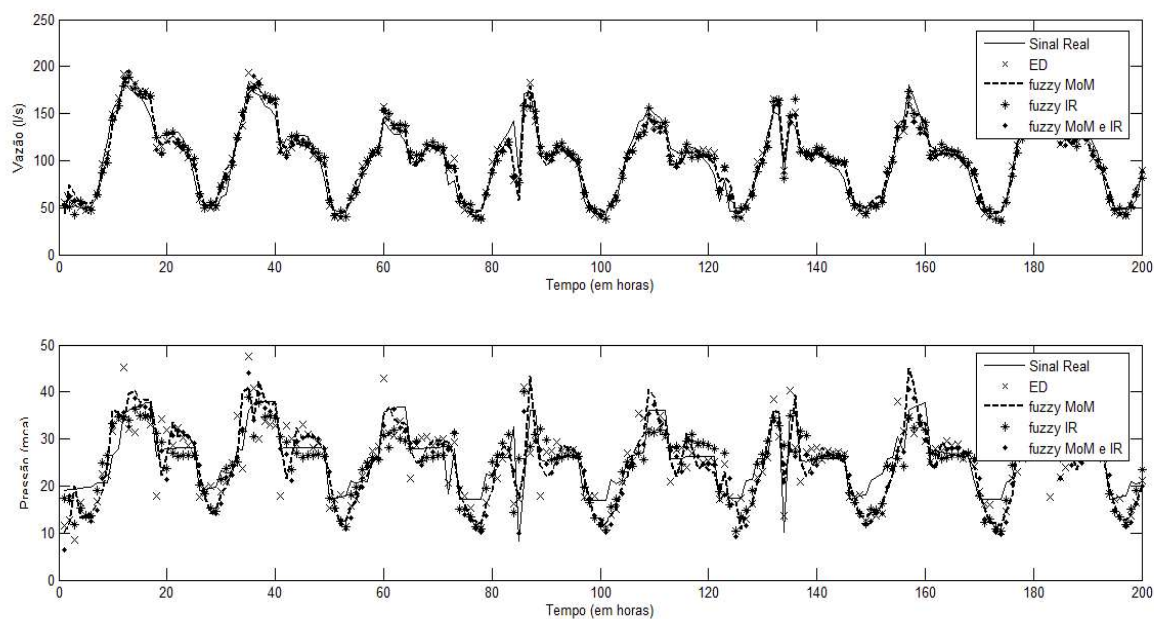


FIGURA 4.16: Resultado da Estimação do sistema MIMO (2ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

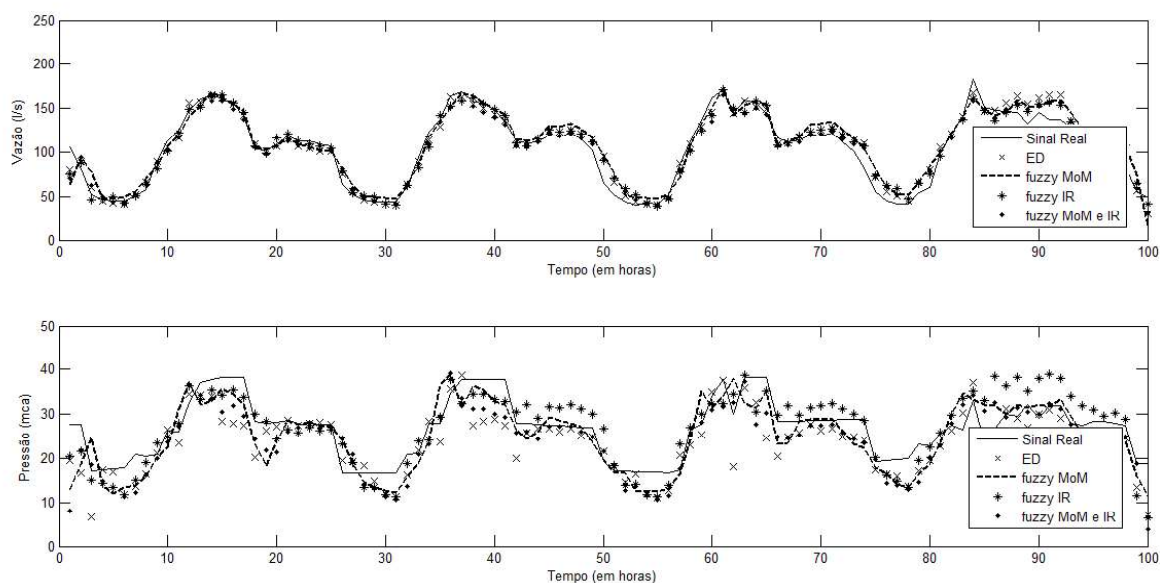


FIGURA 4.17: Resultado da Validação do sistema MIMO (2ª Etapa).

Fonte: Autor (2015).

Pode ser observado nas tabelas dos parâmetros estimados e de desempenho que os ajustadores *fuzzy* deixaram o processo de estimação do algoritmo *ED/Best/1/Bin* mais rápido e sem comprometer a convergência dos parâmetros. Isto pode ser confirmado pelo teste de hipóteses (TABELA 4.18). A

combinação das estratégias MOM e IR melhorou ainda mais a velocidade de convergência do algoritmo em relação ao número de interações, mesmo aumentando o esforço computacional de cada interação. O resultado do melhor modelo MIMO na 1ª etapa tem os valores de seus parâmetros obtidos (TABELA 4.12) dentro ou próximo da faixa dos valores estimados (média e desvio-padrão) na 2ª etapa deste estudo de caso (TABELA 4.15). As Figuras 4.16 e 4.17 mostram que as modificações *fuzzy* não comprometeram a qualidade do processo de estimação e validação

## 5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A maior parte dos trabalhos sobre a evolução diferencial tem aplicação com ênfase para identificação e controle de sistemas físicos. Neste trabalho foi feita a identificação de sistemas multivariáveis reais com a aplicação do algoritmo de evolução diferencial na versão *ED/Best/1/Bin* e também suas implementações baseadas por lógica *fuzzy* com o objetivo geral de diminuir o tempo de estimação e assim o esforço computacional do algoritmo ED convencional. Os dados dos sistemas multivariáveis reais usados neste trabalho são dos sistemas de reservatórios fornecidos pela SANEPAR. Destes dados, foram realizados os estudos de casos dos sistemas de reservatórios dos bairros Tarumã e São Braz da cidade de Curitiba do estado do Paraná, Brasil.

O processo de identificação de cada estudo de caso foi feito em duas etapas: a primeira etapa era obter o melhor modelo estimado na representação de espaço de estados com o algoritmo *ED/Best/1/Bin*; a segunda etapa era testar e analisar o algoritmo *ED/Best/1/Bin* e suas modificações por lógica *fuzzy*. Os modelos utilizados na estimação da primeira etapa foram o linear, Hammerstein, Wiener e Hammerstein-Wiener.

Para os casos reais estudados de sistemas de reservatórios o modelo não linear de Hammerstein modelou melhor o comportamento dos sistemas, na bateria testes do *ED/Best/1/Bin* (1ª Etapa). Para o caso do bairro Tarumã, o modelo de Hammerstein foi o único que conseguiu representar adequadamente o sistema SIMO, enquanto outras representações não atingiram correlação  $R^2 \geq 0,9$  na estimação e validação, que seria o suficiente para práticas de controle. Para o estudo de caso do bairro São Braz, todos os modelos conseguiram ter uma boa representação na estimação, porém os modelos de Hammerstein e Hammerstein-Wiener foram os únicos que conseguiram validar adequadamente os parâmetros estimados do sistema MIMO.

Na segunda bateria de testes (2ª Etapa), onde modificações do algoritmo *ED/Best/1/Bin* foram feitas via lógica *fuzzy*. Os algoritmos ED otimizados por lógica *fuzzy* melhoram a velocidade de convergência do algoritmo *ED/Best/1/Bin* convencional assim diminuindo o tempo de simulação computacional e consequentemente o esforço computacional. Isto foi confirmado através do teste de hipóteses usado como método estatístico de análise e comparação do algoritmo ED



e suas modificações por lógica *fuzzy*. Os parâmetros estimados na 2ª etapa confirmaram a qualidade na validação. A combinação das estratégias baseadas em momento e taxa de melhoria aplicada no algoritmo *ED/Best/1/Bin* ajudou a diminuir o número de interações necessárias para estimar um sistema, mas o tempo de simulação aumentou sem comprometer muito o esforço computacional.

Apesar de que a combinação das estratégias não tenha se mostrado tão eficaz em relação ao tempo de estimação do estudo de caso do bairro São Braz, há a possibilidade de se explorar outras ferramentas computacionais. A programação usada nos algoritmos é sequencial, isto é uma desvantagem na combinação de estratégias diferentes no ajuste dos parâmetros de cruzamento e mutação. Se os algoritmos forem usados em sistemas operacionais de tempo real RTOS (Real Time Operating System), esta deficiência é compensada, pois as funções da programação ocorrem de forma paralela, assim diminui o esforço computacional.

Este trabalho mostrou as dificuldades do processo de identificação de sistemas reais e certamente será referência para trabalhos futuros envolvendo identificação e teoria de controle com ênfase aplicada a sistemas reais. Na estimação dos modelos SIMO e MIMO dos estudos de caso dos sistemas de reservatório da SANEPAR, dos modelos que tiveram boa representação na estimação nem todos conseguiram confirmar sua representatividade na validação. Isto pode ter acontecido devido à deficiência dos modelos não lineares (Exemplo: Modelo de Wiener e Hammerstein-Wiener) usados na função objetivo do algoritmo ED na modelagem de algumas não linearidades. Logo, há possibilidade de explorar outras estratégias de identificação.

Os reservatórios da SANEPAR que foram usados para estudo de caso são controlados por controladores PID simples e estão integrados nos inversores de frequência. Outras estratégias de controle podem ser aplicadas para compensar a variação de dinâmica e melhorar as respostas de saída desses sistemas. O algoritmo ED pode ser implementado como estimador de planta em técnicas de controle adaptativo, preditivo e robusto tornando-se eficientes para estes estudos de casos e uma solução que pode ser explorada pela SANEPAR.

## REFERÊNCIAS

ADEYEMO, J.; OTIENO, F. GROUNDWATER REMEDIATION SYSTEMS DESIGN USING MULTI-OBJECTIVE DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM ( MDEA ). *EWISA*. Tshwane University of Technology, 2010.

AGUIRRE, L. A. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. 2ª ed. Belo Horizonte, 2004.

AGUIRRE, L. A.; BARBOSA, B. H. G.; BRAGA, A. P. Prediction and simulation errors in parameter estimation for nonlinear systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 24, n. 8, p. 2855–2867, 2010. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0888327010001469>>. Acesso em: 3/2/2014.

ARANTES, M. B.; OLIVEIRA, G. T. S.; SARAMAGO, S. F. P. Algoritmos Evolutivos Aplicados à Solução de Problemas de Otimização. Universidade Federal de Uberlândia, 2007.

BILLINGS, S. A. *Nonlinear System Identification*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2013.

BOUTAYEB, M.; DAROUACH, M. Recursive Identification Method for MISO Wiener-Hammerstein Model. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, VOL. 40, NO. 2. FEBRUARY 1995, v. 40, n. 2, p. 0–4, 1995.

COELHO, L. DOS S.; MARIANI, V. Evolução diferencial híbrida com programação quadrática aplicada ao problema de despacho econômico de energia elétrica. *Revista Controle & Automação*, v. 17, n. 4, 2006.

COELHO, L. S.; COELHO, A. A. R. Estudo Comparativo de Configurações de Algoritmos Genéticos Aplicados à Identificação de Processo Multivariável. *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2000*, 11 e 14 de Setembro de 2000 - Florianópolis - SC - Brasil. 2000.

FILIPIC, B.; LORENCIN, I. Evolutionary Multiobjective Design of an Alternative Energy Supply System. *WCCI 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence*, June, 10-15, 2012 - Brisbane, Australia, p. 10–15, 2012.

GOODWIN, G. C.; GRAEBE, S. F.; SALGADO, M. E. *CONTROL SYSTEM DESIGN*. Valparaíso, 2000.

GUO, F. *A New Identification Method for Wiener and Hammerstein Systems*. Karlsruhe. Institut für Angewandte Informatik. 2004

GUO, F.; BRETTHAUER, G. IDENTIFICATION OF MISO WIENER AND HAMMERSTEIN SYSTEMS. *European Control Conferences*, 2003.

HAMMOUCHE, K.; DIAF, M.; SIARRY, P. *A comparative study of various meta-heuristic techniques applied to the multilevel thresholding problem. Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 23, n. 5, p. 676–688, 2010. Elsevier.  
Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S095219760900133X>>. Acesso em: 3/7/2013.

IEEE. *You searched for: Multivariable Systems Identification differential evolutionary.*  
Disponível em:  
<[http://ieeexplore.ieee.org/search/searchresult.jsp?newsearch=true&queryText=Multi variable+Systems+Identification+differential+evolutionary+](http://ieeexplore.ieee.org/search/searchresult.jsp?newsearch=true&queryText=Multi+variable+Systems+Identification+differential+evolutionary+)>. Acesso em: 10/12/2014.

INOUE, G.; YASUNOBU, S. An Intelligent MIMO Control and Its Application to Two-wheeled Vehicle for Driving Support. *Intelligent Control and Automation, 2008. WCICA 2008. 7th World Congress on*, p. 2804–2809, 2008.

JALALEDDINI, K.; KEARNEY, R. E. An identification algorithm for Hammerstein systems using subspace method. *Proceedings of the 2011 IEEE: American Control Conference*, p. 4793–4797, 2011. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=5991487>>. Acesso em: 10/12/2014.

KORTMANN, M.; UNBEHAUEN, H. Identification methods for nonlinear MISO systems. *10th IFAC World Congress. Munich (FRG)*, pp. 233-238. 1987.

LEE, C.; YAO, X. Based on the Lévy Probability Distribution. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 8, n. 1, p. 1–13, 2004.

LI, D.; HAN, M.; WANG, J. Chaotic Time Series Prediction Based on a Novel Robust Echo State Network. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 23, no. 5, 2012.

LJUNG, L. *SYSTEM IDENTIFICATION: Theory for the User*. Prentice Hall. New Jersey. 1987.

LUIZA, D.; CARNEIRO, C. *Supervisão e Gerenciamento Quase Ótimo de Sistemas Híbridos de Energia Baseado em Evolução Diferencial para a Região do Pantanal*. Dissertação de Mestrado. UFMG, 2009.

MALLIPEDDI, R.; SUGANTHAN, P. N. Differential evolution algorithm with ensemble of populations for global numerical optimization. *Operational Research Society of India*, Opsearch, v. 46, n. 2, p. 184–213, 2009.  
Disponível em: <<http://www.springerlink.com/index/10.1007/s12597-009-0012-3>>.

MARQUES, V. H. *Adaptação de Parâmetros em Meta-heurísticas com Sistemas Nebulosos Genéticos*. Dissertação de Mestrado. UNICAMP. 2011.

MOHIDEEN, K. A.; VALARMATHI, K.; RADHAKRISHNAN, T. K. Differential Evolution Algorithm for System Identification and Tuning of a Fuzzy Modified Model

Reference Adaptive Controller for a Coupled Tank Level Process. *International Journal of Engineering and Technology (IJET)*, v. 6, n. 3, p. 1530–1549, 2014.

MONTGOMERY, D. C. & RUNGER, G. C. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. 5º ed. LTC, 2012.

NANDA, S. J.; PANDA, G.; TAH, P. Improved Identification of Nonlinear MIMO Plants using New Hybrid FLANN-AIS Model. *2009 IEEE International Advance Computing Conference (IACC 2009)* Patiala, India, 6-7 March 2009, v. 00, n. March, p. 6–7, 2009.

OGATA, K. *Discrete-Time Control Systems*. Second ed. New Jersey: Prentice Hall International, 1995.

OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5º ed. São Paulo: Pearson, 2011.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. *Fuzzy Systems Engineering: Toward Human-Centric Computing*. IEEE Press, 2008.

POTTER, C.; VENAYAGAMOORTHY, G. K.; KOSBAR, K. MIMO Beam-forming with Neural Network Channel Prediction Trained By a Novel PSO-EA-DEPSO Algorithm. *2008 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN 2008)*, n. 1, p. 3338–3344, 2008.

PRICE, K.; STORN, R. M.; LAMPINEN, J. A. *Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization*. Springer, 2005.

RIBEIRO, A. H.; AGUIRRE, L. A. Relações Estáticas de Modelos NARX MISO e sua Representação de Hammerstein. *Anais do XX Congresso Brasileiro de Automática*, Belo Horizonte, MG, 20 e 24 de Setembro de 2014. p. 617–624, 2014.

SAHOO, P. R.; GHOSH, S. Evolutionary optimization based tuning for multivariable process. *2013 Annual IEEE India Conference (INDICON)*, p. 1–5, 2013.

Disponível em:

<<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6725849>> . .

SANEPAR. *Dados dos Reservatórios Tarumã e São Braz*. 2014.

SANTOS, J. E. S. *Controle Preditivo não-linear para Sistemas de Hammerstein*, Tese de Doutorado. UFSC. 2003.

SARASWAT, M.; ARYA, K. V.; SHARMA, H. Leukocyte segmentation in tissue images using differential evolution algorithm. *Journal: Swarm and Evolutionary Computation*, v. 11, p. 46–54, 2013. Elsevier. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2210650213000072>>. Acesso em: 4/6/2013.

SIMÕES, M. G.; SHAW, I. S. *Controle e Modelagem Fuzzy*. 2º ed. São Paulo: Blucher, 2007.

SUBUDHI, B. Nonlinear System Identification of A Twin Rotor MIMO System. *IEEE TENCON 2009*, p. 1–6, 2009.

SUBUDHI, B.; JENA, D. A differential evolution based neural network approach to nonlinear system identification. *Journal: Applied Soft Computing*, Elsevier v. 11, n. 1, p. 861–871, 2011.

Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1568494610000116>>. Acesso em: 16/11/2014.

VASU, G.; SANTOSH, K. V. S.; SANDEEP, G. Reduction of large scale linear dynamic SISO and MIMO systems using differential evolution optimization algorithm. *2012 IEEE Students' Conference on Electrical, Electronics and Computer Science*, p. 1–6, 2012.

Disponível em:

<<http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6184732>>. .

YANG, X.-S. *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*. Second ed. United Kingdom: Luniver Press, 2010.

ZADEH, L. A. *Fuzzy Sets*. *Information and Control*, p. 338–353, 1965.

## APÊNDICES

APÊNDICE A – Resultados do estudo de caso do Reservatório do Bairro Tarumã.

TABELA A 1: Resultados da estimação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 100$  (SIMO).

Linear											
Taxa Mutação (F)											
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.1142	-0.0973	-0.0801	-0.0934	-0.0671	-0.0369	-0.0718	-0.0988	-0.1049	-0.0759
0.2	-0.0882	-0.0801	-0.0799	-0.0335	-0.0670	-0.0917	-0.0441	-0.0579	-0.0733	-0.0190	
0.3	-0.0546	-0.0627	-0.0303	-0.0335	-0.0415	-0.0810	-0.0499	-0.0477	-0.0838	-0.0833	
0.4	-0.0400	0.0571	0.1575	0.2240	0.1923	0.0937	-0.0058	0.0229	-0.0765	-0.0827	
0.5	-0.1459	0.3924	0.0731	0.0383	0.3275	0.2590	0.2161	0.0515	-0.0594	-0.1118	
0.6	-0.1300	0.4112	-4.0058e-04	0.4027	0.4088	0.3609	0.3469	0.2563	0.0968	-0.0646	
0.7	-0.1432	-0.0407	0.4168	0.4978	0.4610	0.5159	0.4485	0.4017	0.3889	0.3264	
0.8	-0.1572	-0.1414	-0.1656	0.4485	0.5694	0.5695	0.5695	0.5695	0.5618	0.1223	
0.9	-0.3086	-0.2157	-0.2428	-0.1339	0.4623	0.5695	0.5695	0.5695	0.5695	0.2997	
1.0	-0.5934	-0.6364	-0.1569	-0.2144	-0.1581	-0.1255	0.4413	0.5695	0.2953	-0.2418	
Hammerstein											
Taxa Mutação (F)											
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.3305	-0.3876	-0.3706	-0.4092	-0.3238	-0.3788	-1.3067	-1.0821	-10.2235	-2.5593
0.2	-0.3463	-0.2986	-0.2927	-0.2125	-0.1371	-0.3958	-0.4505	-0.3169	-0.4398	-3.3065	
0.3	-0.1646	-0.0116	-0.0480	-0.1091	-0.1731	-0.1763	-0.2269	-0.5320	-0.5371	-0.4508	
0.4	-1.5453	-0.0487	-0.0662	0.0269	-0.1403	-0.0162	-0.4065	-0.2519	-1.1128	-0.9906	
0.5	-26.6403	0.1578	-0.0143	0.1624	-0.0407	-0.0797	-0.4223	-0.3968	-0.4170	-0.9347	
0.6	-109.1963	-0.0642	0.0877	0.1359	0.1640	0.0441	0.0099	-0.2592	-0.4374	-0.1491	
0.7	-6.6546e+03	-0.1418	0.5232	0.4094	0.2324	0.3159	0.0666	-0.1011	0.0266	0.2420	
0.8	-2.1857e+03	-8.5859	0.1337	0.5113	0.8184	0.5083	0.6791	0.3046	0.1373	-1.8270	
0.9	-3.2210e+05	-11.5593	-7.2969	-0.6755	0.4024	0.6029	0.8888	0.8820	0.4547	-0.2554	
1.0	-8.5847e+03	-1.2045e+05	-1.1169e+03	-1.3612e+04	-3.5965	-0.9762	-0.1921	0.0189	-16.5752	-2.0553e+05	
Wiener											
Taxa Mutação (F)											
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.1792	-0.4055	-0.3819	-0.3451	-0.4706	-0.3917	-0.4857	-0.4705	-0.4707	-0.3527
0.2	-0.3045	-0.5386	-0.4773	-0.3632	-0.4437	-0.3586	-0.4485	-0.4221	-0.4539	-0.4776	
0.3	-0.3960	-0.4100	-0.3074	-0.8195	-0.4126	-0.3982	-0.5728	-0.4708	-0.5861	-0.3472	
0.4	-0.6550	-0.2679	-0.3315	-0.3004	-0.3310	-0.4262	-0.4881	-0.5093	-0.7879	-0.8759	
0.5	-0.3032	-0.3470	-0.2552	-0.2780	-0.3215	-0.3363	-0.4230	-0.5036	-0.9028	-0.6695	
0.6	-1.1854	-0.3107	0.0221	-0.0062	-0.2644	-0.1122	-0.3560	-0.4255	-0.5760	-0.1587	
0.7	-0.7674	-0.2961	0.1940	-0.1823	0.1699	0.0840	-0.3189	0.0880	0.0681	-0.4504	
0.8	-2.6508	-1.1717	0.0163	0.3116	0.3884	0.4157	0.2806	-0.1210	0.2323	0.0648	
0.9	-1.3049	-1.0683	-1.0693	-0.6494	0.3982	0.5791	0.4910	0.4255	0.4290	-0.1674	
1.0	-3.0361	-1.3914	-0.9259	-1.0754	-0.3835	-0.9021	-0.4895	0.1531	-0.3349	-5.0376	
Hammerstein-Wiener											
Taxa Mutação (F)											
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-4.7384	-1.5424	-1.7372	-1.3470	-0.8387	-0.5942	-0.9340	-11.5532	-458.9761	-3.1542e+04
0.2	-0.5346	-1.2515	-1.2488	-0.7797	-0.6932	-0.2602	-0.5386	-1.3277	-15.8531	-129.1592	
0.3	-1.5083	-0.6683	-0.5089	-0.5134	-0.7207	-0.8304	-1.1856	-2.5989	-10.3732	-2.3662e+03	
0.4	-20.1809	-0.2798	-0.9914	-1.0284	-0.5229	-1.0098	-1.5329	-3.2965	-21.0509	-6.5677	
0.5	-18.0076	-0.7944	-0.6378	-0.7632	-0.5397	-0.7268	-3.2432	-1.2656	-14.7185	-2.9774	
0.6	-5.8545e+10	-12.7836	-0.2958	-0.8082	-0.6725	-0.9458	-0.8350	-0.9588	-2.3625	-0.1500	
0.7	-45.9858	-27.6826	0.0619	-0.0915	-0.0347	-0.3569	-0.4876	-0.5644	0.0847	-5.5720	
0.8	-3.0905e+23	-6.6079e+23	-135.0016	-16.8890	-0.2261	0.3384	-0.1076	0.3170	-0.1362	-3.2797	
0.9	-2.8880e+26	-1.1250e+29	-1.3708e+19	-22.1350	0.3706	0.2332	0.0787	0.2590	0.1233	-4.9024e+04	
1.0	-1.4757e+32	-1.4543e+31	-1.1107e+13	-7.2212e+04	-26.3278	-4.3862	-1.0509	-6.8473	-25.6846	-3.0836e+21	



Tabela A2: Resultados da validação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 100$  (SIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.1094	0.1127	0.0844	0.1095	0.0807	0.1089	0.0948	0.1141	0.0792	0.0573
	0.2	0.1094	0.1094	0.1166	0.1154	0.1256	0.0910	0.1183	0.0633	0.1082	0.1195
	0.3	0.1309	0.1082	0.1048	0.1032	0.1441	0.0803	0.1597	0.0688	0.1420	0.0711
	0.4	0.1006	0.1204	0.1290	-0.0438	0.0348	0.0696	0.1404	0.0640	0.1208	0.1739
	0.5	0.0993	0.4907	0.1148	0.1342	0.2833	-0.0828	0.1563	0.1362	0.1767	0.1666
	0.6	0.1127	0.5361	-79.2822	0.4999	0.5123	0.4364	0.4203	0.1646	-0.2024	0.1842
	0.7	0.1153	0.1018	0.5799	-0.4593	0.4441	-0.8577	0.4493	0.4765	0.5301	0.4170
	0.8	0.0977	0.1221	0.1266	0.5134	-1.1639	-1.1185	-1.1503	-1.1585	-1.0881	0.1030
	0.9	-0.0492	0.1256	0.0759	0.1021	0.0389	-1.1569	-1.1503	-1.1504	-1.1579	0.3679
	1.0	-0.0499	-0.4593	0.1300	0.1635	0.1014	0.1444	0.4916	-1.1501	0.4595	0.0417
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.1864	-0.1016	-0.0909	-0.0601	-0.2100	-0.0545	-1.4079	-0.4086	-10.5685	-2.6324
	0.2	0.0087	-0.0061	-0.0690	-0.1377	-0.0952	-0.2828	-0.1416	-0.5023	-0.1445	-4.5751
	0.3	-0.0310	-0.2328	0.0242	-0.0950	-0.1930	-0.2715	-0.1331	-0.1606	-0.1695	-0.3477
	0.4	-2.2878	-0.1779	-0.0784	0.0314	-0.4750	-0.1780	-0.9868	-0.1849	-1.2249	-0.8791
	0.5	-28.4290	0.2295	0.0851	0.0939	-0.2143	-0.0797	-0.3336	-0.8377	-0.6861	-0.3011
	0.6	-105.5910	-22.5169	0.2255	0.2544	0.2506	-0.4261	-0.0888	-0.3028	-0.1064	-0.4343
	0.7	-8.5938e+03	-0.2138	0.4939	0.5377	0.1482	0.3472	-0.0410	-0.1205	0.0758	0.2703
	0.8	-3.1151e+03	-7.0702	-0.1099	0.5433	0.7240	0.3251	0.6702	0.1788	0.2127	-1.0394
	0.9	-4.2315e+05	-11.9297	-7.3586	-0.8040	-4.7462	0.6266	0.8838	0.8764	-0.2889	-0.3774
	1.0	-1.0332e+04	-1.3272e+05	-1.3003e+03	-1.3842e+04	-4.0062	-0.2257	-0.0562	-0.2635	-17.1900	-1.9201e+05
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-2.7534	-0.0046	-0.2803	-0.6740	0.0686	0.2212	-0.0959	-4.1169	-119.1717	-1.6922e+04
	0.2	0.3190	0.2846	-0.2305	0.2626	0.2922	0.2780	0.2817	-0.0767	-2.8881	-101.7780
	0.3	0.1556	-1.4801	0.3929	0.4123	-0.0922	0.1988	-2.8984	0.1311	-8.8354	-1.1498e+03
	0.4	-3.9307	0.3195	0.1396	-0.0362	0.4754	0.0520	-1.7262	-0.7548	-5.3816	-0.5202
	0.5	-4.2531	-0.1777	0.4357	0.2111	0.3830	0.3011	-0.2880	0.0180	-4.5098	-0.6202
	0.6	-2.1623e+12	-2.5439	0.4115	0.1024	0.2469	0.0848	0.0546	0.1487	0.4701	0.3187
	0.7	-3.2052	-22.6284	0.3090	0.5326	0.5777	0.0471	0.3657	0.5581	0.5463	-13.8493
	0.8	-1.0889e+21	-1.5114e+23	-204.3881	-3.1582	0.2313	0.3132	-0.8819	0.4188	0.0369	-0.7271
	0.9	-6.1520e+26	-1.0304e+27	-1.7317e+20	-8.1179	0.5130	0.1507	0.1824	0.5082	0.1271	-9.1380e+05
	1.0	-2.8195e+32	-7.0610e+29	-2.4683e+12	-2.1464e+05	-9.9130	-1.9217	0.1535	-0.5293	-652.8920	-2.0405e+23
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.1864	-0.1016	-0.0909	-0.0601	-0.2100	-0.0545	-1.4079	-0.4086	-10.5685	-2.6324
	0.2	0.0087	-0.0061	-0.0690	-0.1377	-0.0952	-0.2828	-0.1416	-0.5023	-0.1445	-4.5751
	0.3	-0.0310	-0.2328	0.0242	-0.0950	-0.1930	-0.2715	-0.1331	-0.1606	-0.1695	-0.3477
	0.4	-2.2878	-0.1779	-0.0784	0.0314	-0.4750	-0.1780	-0.9868	-0.1849	-1.2249	-0.8791
	0.5	-28.4290	0.2295	0.0851	0.0939	-0.2143	-0.0797	-0.3336	-0.8377	-0.6861	-0.3011
	0.6	-105.5910	-22.5169	0.2255	0.2544	0.2506	-0.4261	-0.0888	-0.3028	-0.1064	-0.4343
	0.7	-8.5938e+03	-0.2138	0.4939	0.5377	0.1482	0.3472	-0.0410	-0.1205	0.0758	0.2703
	0.8	-3.1151e+03	-7.0702	-0.1099	0.5433	0.7240	0.3251	0.6702	0.1788	0.2127	-1.0394
	0.9	-4.2315e+05	-11.9297	-7.3586	-0.8040	-4.7462	0.6266	0.8838	0.8764	-0.2889	-0.3774
	1.0	-1.0332e+04	-1.3272e+05	-1.3003e+03	-1.3842e+04	-4.0062	-0.2257	-0.0562	-0.2635	-17.1900	-1.9201e+05

Tabela A3: Resultados da estimação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 250$  (SIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.0954	-0.0875	-0.0565	-0.0622	-0.0594	-0.0777	-0.0672	-0.0919	-0.0672	-0.0750
	0.2	-0.0601	-0.0916	-0.0259	-0.0526	-0.0544	-0.0391	-0.0204	-0.0502	-0.0654	-0.0743
	0.3	-0.0559	-0.0276	0.1349	-0.0280	0.0073	-0.0349	-0.0355	-0.0409	-0.0560	-0.0308
	0.4	-0.0174	0.3360	0.3020	0.2565	0.1690	0.0040	0.0044	0.0710	0.0072	-0.0366
	0.5	-0.1417	0.3527	0.3123	0.3732	0.3363	0.2597	0.1471	0.0537	-0.0324	-0.0834
	0.6	-0.0652	0.4284	0.4254	0.4349	0.4173	0.3451	0.2783	0.1706	0.0653	-0.0215
	0.7	-0.0533	-0.0547	0.5693	0.5695	0.5691	0.5578	0.4075	0.4059	0.2550	0.3387
	0.8	-0.2219	-0.1354	0.5692	0.5695	0.5695	0.5695	0.5695	0.5693	0.5232	0.3845
	0.9	-0.0921	-0.1963	-0.0366	0.4049	0.5370	0.5695	0.5695	0.5695	0.5695	0.2454
	1.0	-0.2853	-0.2429	-0.1637	-0.1861	-0.0857	0.4219	0.5695	0.5695	0.5695	-0.0905
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.2466	-0.2921	-0.2209	-0.3300	-0.8752	-0.8367	-0.3459	-0.9310	-1.5145	-2.3966
	0.2	-0.1196	-0.2665	-0.1365	-0.2508	-0.2223	-0.2839	-0.4246	-0.5650	-1.1496	-0.3373
	0.3	-0.2091	0.1223	-0.0404	-0.1528	-0.1189	-0.1321	-0.2949	-0.4943	-0.5612	-0.9456
	0.4	-0.0662	-0.0071	0.0298	-1.4941e-04	-0.0229	-0.1023	-0.1649	-0.4007	-0.9441	-1.2122
	0.5	-0.8857	0.2372	0.1214	0.1372	0.0872	-0.0695	-0.2109	-0.5883	-0.5905	-0.6551
	0.6	-0.8637	-0.0642	0.2147	0.2086	0.1674	0.0249	0.0150	-0.4201	-0.3923	-0.5669
	0.7	-2.3186	-0.1854	0.2938	0.4473	0.3259	0.0975	0.0178	-0.1876	-0.2184	-0.1925
	0.8	-2.9978	-1.0390	-0.3297	0.8647	0.8730	0.8651	0.4602	0.2676	0.2115	0.8516
	0.9	-15.3996	-3.3074e+03	-2.8381	-0.2371	0.8924	0.8842	0.9083	0.9100	0.8805	0.5312
	1.0	-1.5109e+04	-545.4173	-2.3507	-2.7039	-0.2095	-0.7394	0.8662	0.9175	0.8576	-0.5134
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.3848	-0.3479	-0.3313	-0.5956	-0.4727	-0.3750	-0.3786	-0.4723	-0.2301	-0.3801
	0.2	-0.3740	-0.3425	-0.3167	-0.3429	-0.2678	-0.4666	-0.3820	-0.3217	-0.4233	-0.4599
	0.3	-0.2993	-0.3481	-0.3427	-0.2688	-0.3952	-0.3852	-0.4396	-0.4432	-0.4841	-0.3935
	0.4	-0.2923	-0.3386	-0.2740	-0.4216	-0.4059	-0.3605	-0.5323	-0.5976	-0.5076	-0.5789
	0.5	-0.6185	-0.2771	-0.2902	0.1840	-0.2764	-0.3831	-0.3869	-0.3355	-0.6434	-0.5572
	0.6	-0.4255	0.1618	-0.3442	0.0803	-0.2583	-0.2760	-0.5294	-0.3977	-0.5083	-0.3377
	0.7	-0.8339	-0.3664	0.3584	0.3904	0.1876	0.0910	0.0046	-0.3426	-0.3876	-0.3802
	0.8	-1.2066	-0.9813	-0.2646	0.3465	0.4932	0.3511	0.1863	0.0456	-0.0107	0.1324
	0.9	-1.2040	-0.7213	-0.3596	-0.3432	0.5798	0.4458	0.4023	0.5526	0.4524	0.4040
	1.0	-1.1882	-1.6622	-0.4970	-1.2238	-0.7910	-0.6705	-0.2148	0.4581	-0.3165	-3.5570
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.7337	-0.6055	-0.3524	-0.5237	-0.5642	-0.3503	-1.1520	-4.1589	-522.0703	-95.1224
	0.2	-1.0139	-0.2265	-0.2327	-0.4028	-0.7282	-0.5023	-1.2923	-2.1494	-5.3729	-73.5022
	0.3	-3.6399	-0.5846	-1.0309	-0.9314	-1.0541	-0.8840	-0.7435	-0.7331	-8.4582	-434.9698
	0.4	-17.4543	-1.1612	-0.9642	-0.6698	-0.5087	-0.5572	-1.4761	-4.3845	-51.2103	-1.4931e+03
	0.5	-3.9958e+13	-0.6273	-0.3527	-0.6912	-0.3633	-0.8240	-0.9935	-4.5067	-11.9819	-4.1082
	0.6	-7.0730e+03	-0.5864	0.0107	0.0071	-0.2641	-0.4194	-1.1983	-3.9966	-5.2277	-1.6701
	0.7	-20.6409	-0.2829	-0.3070	0.1723	-0.6823	-0.3431	-0.4392	-0.9002	-0.3800	-1.2901
	0.8	-1.7436e+06	-1.1764	-0.8708	0.1491	0.4936	0.3309	-0.0233	-0.1961	0.0422	0.0722
	0.9	-4.6519e+26	-1.2046e+04	-13.3305	-4.0472	0.5316	0.4843	0.5510	0.1357	0.2300	-14.8558
	1.0	-1.6947e+31	-2.5432e+26	-59.3523	-18.9872	-1.8865	-12.7053	-0.3453	0.5607	-0.2286	-16.1445



Tabela A4: Resultados da validação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 250$  (SIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.1064	0.1017	0.1145	0.1147	0.0984	0.1275	0.1069	0.1154	0.1307	0.1078
	0.2	0.1282	0.1100	0.1140	0.1583	0.1547	0.0980	0.1480	0.0882	0.0813	0.0847
	0.3	0.1241	0.1355	0.1785	0.1055	0.2465	0.1361	0.0962	0.0822	0.1467	-0.0877
	0.4	0.0911	0.3484	0.1329	0.2251	0.1732	-0.0247	0.1118	0.1616	0.0703	0.2182
	0.5	0.1390	0.3658	0.2391	0.2974	0.3126	0.2189	0.1516	0.1505	0.0115	0.0084
	0.6	0.0957	0.5644	0.4644	0.4027	0.5253	0.4718	0.4816	0.0157	0.2285	0.0057
	0.7	-0.1010	-1.0104e+03	-1.1983	-1.1774	-1.1037	-1.2428	0.5069	0.5069	0.4922	0.4226
	0.8	0.1025	0.1056	-1.1455	-1.1659	-1.1503	-1.1503	-1.1506	-1.1647	-0.4275	0.4596
	0.9	0.1071	0.1402	0.1262	0.5065	-0.4580	-1.1504	-1.1503	-1.1503	-1.1503	0.1637
	1.0	-0.2565	0.1439	0.1351	0.1230	0.1117	0.5119	-1.1502	-1.1503	-1.1506	0.1108
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.0322	-0.0355	-0.0573	0.0212	-0.3184	-0.7981	0.1578	-1.1299	-1.4224	-2.3558
	0.2	-0.0502	-0.0200	-0.1556	-0.0407	-0.0901	-0.2334	-0.7090	-0.9997	-0.7862	-0.5866
	0.3	-0.1342	0.0677	-0.1316	-0.2370	-0.1608	-0.0850	-0.2834	-0.0735	-0.1770	-0.4873
	0.4	-4.2379	0.1016	0.0190	-0.0858	-0.3401	-0.2792	-0.2278	-0.9268	-1.0907	-0.9682
	0.5	-0.8661	0.3599	-0.7969	0.1234	0.0077	-0.3318	-0.1463	-0.4633	-0.6443	-1.1170
	0.6	-0.2229	-86.2114	0.1505	0.3022	0.1982	-0.3083	0.1642	-0.4660	-0.4134	-0.5831
	0.7	-1.8974	-0.2160	-68.0650	0.4912	0.4113	0.1015	-0.0618	0.0913	-0.2834	-0.0895
	0.8	-4.2052	-0.6584	-0.3565	0.8464	0.8522	0.8446	0.5091	0.0390	0.0849	0.8056
	0.9	-13.3233	-3.9875e+03	-2.6669	-0.3588	0.8847	0.8815	0.9086	0.9117	0.8602	0.2286
	1.0	-2.3031e+04	-629.0256	-2.6970	-2.4719	-0.1624	-0.6557	0.8573	0.9262	0.8374	-0.3768
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-2.7534	-0.0046	-0.2803	-0.6740	0.0686	0.2212	-0.0959	-4.1169	-119.1717	-1.6922e+04
	0.2	0.3190	0.2846	-0.2305	0.2626	0.2922	0.2780	0.2817	-0.0767	-2.8881	-101.7780
	0.3	0.1556	-1.4801	0.3929	0.4123	-0.0922	0.1988	-2.8984	0.1311	-8.8354	-1.1498e+03
	0.4	-3.9307	0.3195	0.1396	-0.0362	0.4754	0.0520	-1.7262	-0.7548	-5.3816	-0.5202
	0.5	-4.2531	-0.1777	0.4357	0.2111	0.3830	0.3011	-0.2880	0.0180	-4.5098	-0.6202
	0.6	-2.1623e+12	-2.5439	0.4115	0.1024	0.2469	0.0848	0.0546	0.1487	0.4701	0.3187
	0.7	-3.2052	-22.6284	0.3090	0.5326	0.5777	0.0471	0.3657	0.5581	0.5463	-13.8493
	0.8	-1.0889e+21	-1.5114e+23	-204.3881	-3.1582	0.2313	0.3132	-0.8819	0.4188	0.0369	-0.7271
	0.9	-6.1520e+26	-1.0304e+27	-1.7317e+20	-8.1179	0.5130	0.1507	0.1824	0.5082	0.1271	-9.1380e+05
	1.0	-2.8195e+32	-7.0610e+29	-2.4683e+12	-2.1464e+05	-9.9130	-1.9217	0.1535	-0.5293	-652.8920	-2.0405e+23
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.0651	0.2519	-11.1444	0.4460	0.2420	-0.0394	-0.5514	-3.3809	-597.9468	-98.9425
	0.2	-0.0440	-5.4811	0.6285	0.5976	0.1640	0.2782	0.1219	-0.0870	-0.8435	-48.0605
	0.3	0.4329	0.1757	0.2153	0.3541	0.1263	0.1903	-0.2283	-0.2543	-3.4412	-141.9021
	0.4	-4.2817	0.1252	0.1498	-0.0950	0.2451	-0.1500	0.2584	-0.8756	-30.3201	-1.0628e+03
	0.5	-5.8331e+15	0.1506	0.3150	-0.0690	0.1419	0.3375	-0.2649	-1.7516	-0.1524	-0.8180
	0.6	-53.3820	0.3687	0.4639	0.2807	0.6258	0.4664	0.1595	-0.2523	-0.0102	-0.1196
	0.7	-4.8548	0.4096	0.4362	-0.5041	0.3971	0.0932	-8.2435	0.1375	0.1154	0.1557
	0.8	-2.7781e+06	0.1447	-0.1538	0.5668	0.5475	-33.8890	0.4609	0.3877	0.3431	0.4940
	0.9	-8.6720e+25	-619.7902	-2.7760	0.3476	0.4955	0.0469	-2.5090	-0.0460	0.1993	-15.8811
	1.0	-4.8029e+30	-9.6584e+25	-20.2986	-0.0434	-1.0023	0.1825	0.3888	0.5773	0.2094	-3.9882

Tabela A5: Resultados da estimação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 500$  (SIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.0824	-0.0815	-0.0417	-0.0637	-0.0661	-0.0522	-0.0381	-0.0850	-0.0334	-0.0754
	0.2	-0.0544	-0.0287	-0.0137	-0.0315	-0.0048	-0.0265	-0.0237	-0.0087	0.0375	-0.0376
	0.3	-0.0275	0.2745	0.0025	0.0764	0.0600	0.0162	0.1680	0.0331	-0.0271	-0.0525
	0.4	0.3630	0.3210	0.3663	0.2821	0.1910	0.1712	0.0350	-0.0381	0.0061	-0.0785
	0.5	0.4056	0.4122	0.3796	0.3858	0.3234	0.2556	0.1643	0.1663	0.0178	-0.0486
	0.6	0.4566	0.5230	0.4317	0.4242	0.4318	0.3779	0.3085	0.1480	0.1178	0.1010
	0.7	-0.1506	0.5687	0.5695	0.5695	0.5695	0.5674	0.4726	0.3916	0.1517	0.1591
	0.8	-0.1547	0.2416	0.5694	0.5695	0.5695	0.5695	0.5695	0.5676	0.5236	0.4572
	0.9	-0.2230	-0.1146	-0.1122	0.5236	0.5695	0.5695	0.5695	0.5695	0.5695	0.5273
	1.0	-0.2922	-0.2683	-0.1760	-0.2411	-0.0626	0.1375	0.5695	0.5695	0.5695	0.0615
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.2374	-0.1387	-0.2643	-0.2997	-0.3715	-0.3474	-0.5565	-1.5433	-2.0371	-2.5091
	0.2	-0.1484	-0.1331	-0.1262	-0.1257	-0.1102	-0.1504	-0.3512	-0.3975	-0.7265	-0.9123
	0.3	-0.1250	-0.0949	-0.0791	-0.0571	-0.0271	-0.0991	-0.1488	-0.2705	-0.6349	-0.8256
	0.4	-0.2936	0.0767	0.0311	0.1100	-0.0527	-0.1687	-0.2270	-0.3054	-0.6138	-2.0849
	0.5	0.4542	0.0489	0.1469	0.0786	0.0330	-0.0180	-0.1393	-0.3952	-1.1404	-1.1956
	0.6	-0.3944	0.4462	0.2883	0.1408	0.1383	0.1508	-0.1032	-0.1575	-0.5952	-0.8551
	0.7	-0.2089	0.7201	0.3568	0.6339	0.2524	0.1917	0.1062	-0.1594	-0.3599	-0.4266
	0.8	-5.2583	-0.9495	0.8259	0.8055	0.8110	0.8204	0.2836	0.2658	0.0509	0.1574
	0.9	-156.4861	-2.6382	-0.9518	-0.2309	0.7135	0.9099	0.9090	0.9102	0.8335	0.1398
	1.0	-1.0986e+03	-5.6140e+03	-2.3789	-1.3611	-3.3968	-0.0907	0.9080	0.9175	0.9244	0.6073
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.3131	-0.3240	-0.3734	-0.3777	-0.3827	-0.3911	-0.3429	-0.3370	-0.2883	-0.2123
	0.2	-0.2060	-0.2885	-0.3365	-0.1509	-0.4042	-0.3423	-0.3287	-0.4418	-0.2102	-0.1751
	0.3	-0.2681	-0.3866	-0.3485	-0.3475	-0.3616	-0.2108	-0.4116	-0.1749	-0.3692	-0.3012
	0.4	0.1103	-0.3533	-0.2691	-0.2887	-0.3098	-0.3919	-0.4134	-0.4502	-0.2959	-0.5076
	0.5	-0.0850	-0.0302	-0.2744	-0.2848	-0.2766	-0.2954	-0.1225	-0.4674	-0.5550	-0.7859
	0.6	-0.4741	0.2569	0.1713	0.1655	-0.0627	-0.3635	-0.3738	-0.5501	-0.4314	-0.7089
	0.7	-0.5619	0.0674	0.2075	0.0561	0.2642	-0.2595	-0.0634	-0.2895	-0.3142	-0.4901
	0.8	-0.7605	-0.2699	0.3800	0.4266	0.4664	0.3867	0.3580	0.0241	-0.0862	-0.0673
	0.9	-1.1057	-0.7410	-0.5586	-0.2971	0.6020	0.6220	0.6172	0.5427	0.4606	0.4205
	1.0	-1.5625	-1.3286	-0.7400	-0.8563	-0.4478	-0.4403	0.4859	0.5762	-1.1174	-9.8544
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-1.6205	-0.8296	-0.9370	-0.7658	-1.0636	-0.4084	-1.4105	-1.4698	-12.7471	-6.1116e+04
	0.2	-1.0893	-0.4378	-0.4580	-0.3929	-0.4481	-0.4885	-0.7642	-2.7066	-19.3953	-168.6062
	0.3	-1.5692	-0.1883	-0.6141	-0.4470	-0.2778	-0.5597	-0.5955	-1.1937	-9.1648	-1.6329e+04
	0.4	-0.2041	0.0285	-0.5042	-0.6155	-0.6187	-0.3145	-1.4922	-4.2476	-17.0401	-4.3818e+03
	0.5	-5.2312	-0.4504	-0.5486	-0.3842	-0.3078	-0.7658	-0.7555	-2.4687	-155.3219	-1.0385e+06
	0.6	-2.8607	-0.6298	-0.0428	-0.3811	-0.4548	-0.7114	-1.2931	-1.7730	-206.6834	-30.2368
	0.7	-496.4842	-0.0554	-0.2615	-0.0487	-0.2099	-0.4262	-0.3902	-2.4320	-9.7423	-2.7306
	0.8	-20.6389	-2.5626	-6.5881e+10	0.2074	0.3277	-0.0566	-0.2707	-0.1488	-0.3371	0.0295
	0.9	-2.2867e+26	-4.9862e+04	-10.2874	-0.0824	0.6842	0.5684	0.5181	0.3747	0.2173	0.0051
	1.0	-2.2838e+30	-1.8814e+03	-904.4331	-3.3578	-7.8599	-0.8040	0.2184	0.6265	0.3840	-20.5341



Tabela A6: Resultados da validação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 500$  (SIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.1041	0.1232	0.1289	0.1036	0.1114	0.1044	0.1114	0.0991	0.1186	0.1364
	0.2	0.1072	0.0974	-0.0470	0.1060	0.1066	0.1191	0.1091	0.1052	-0.0141	0.0862
	0.3	0.1330	0.2019	0.1016	0.1260	0.1470	0.1425	0.2869	0.0756	0.2031	0.1033
	0.4	0.4131	0.2491	0.4742	0.1956	0.1246	0.1748	0.0970	0.1522	0.0428	0.2135
	0.5	0.5218	0.4718	0.3470	0.3347	0.3288	0.3009	0.2223	0.4738	0.3137	0.1516
	0.6	0.4550	-0.6024	0.4960	0.4437	0.5118	0.4987	0.2574	0.2403	0.1263	0.3483
	0.7	0.1509	-1.1650	-1.1502	-1.1502	-1.1488	-1.0628	0.2620	0.5273	0.1955	0.1377
	0.8	0.1193	0.0514	-1.1432	-1.1502	-1.1503	-1.1502	-1.1498	-1.0565	-0.7486	0.1465
	0.9	0.1237	0.1152	0.1147	-0.6358	-1.1510	-1.1503	-1.1502	-1.1501	-1.1503	-1.3285
	1.0	-0.0165	0.1697	0.1477	0.1504	0.0981	0.0769	-1.1503	-1.1504	-1.1503	0.1985
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.1001	-0.0571	0.0593	0.0182	0.0297	-0.5732	-0.1485	-1.1881	-1.3529	-1.4502
	0.2	-0.0990	-0.1433	0.0052	-0.1296	-0.0497	0.0148	-0.0578	-0.3477	-0.3823	-0.3477
	0.3	-0.1599	-0.3366	-0.2462	-0.0365	0.0282	0.2276	-0.0915	-0.4884	-0.3388	0.0268
	0.4	-0.0167	0.0594	-0.0143	0.1614	-0.0297	-0.3829	-0.3365	-0.3201	0.0256	-3.3626
	0.5	0.5275	0.1833	0.2071	0.1854	-0.1499	-0.4267	-0.3421	0.0733	-1.4609	-1.9310
	0.6	-0.2937	0.5441	-0.0194	0.2518	-0.1468	0.0526	-0.2911	-0.1942	-0.2101	-1.2593
	0.7	-0.0339	0.7753	-77.9775	0.5361	0.3590	0.2035	-0.1002	-0.2733	-0.0911	-0.1053
	0.8	-3.3226	-0.3940	0.5703	0.7642	0.7052	0.7125	-0.1195	0.2933	0.0145	-0.4027
	0.9	-126.4832	-3.1880	-1.1527	-0.1138	0.1821	0.9095	0.9094	0.9086	-0.2497	-3.3907
	1.0	-1.5196e+03	-6.9562e+03	-1.7918	-1.0637	-4.1102	-0.1104	0.9080	0.9263	0.9221	0.3787
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.4388	0.4421	0.4997	0.1724	0.4836	0.3533	0.2981	0.2799	0.4726	-0.0647
	0.2	-0.3429	0.3163	0.5197	0.1621	0.3574	0.5981	0.2574	0.5443	0.3738	0.1295
	0.3	0.5117	0.2524	0.3814	0.4663	0.4041	0.5212	0.3076	0.3495	0.3077	0.2661
	0.4	0.4780	0.4379	0.6376	0.3900	0.3315	0.5203	0.2695	0.0842	0.4554	0.5443
	0.5	0.3905	0.6623	0.4973	0.5681	0.5427	0.2894	0.4794	0.3195	0.5098	0.1651
	0.6	0.3269	0.2244	0.2932	0.6337	0.4207	0.2375	0.2012	0.5384	0.3169	0.3731
	0.7	0.2044	0.5476	0.6248	0.6602	0.6335	-0.7072	0.4013	0.2702	0.3461	0.1410
	0.8	0.1243	0.5791	0.3498	0.5875	0.6770	0.3703	0.5740	0.5180	0.3414	0.2629
	0.9	0.3360	0.3721	0.5030	0.5432	0.6250	0.6554	0.5719	0.5552	0.6717	0.4089
	1.0	0.1029	0.5219	0.5066	0.3698	0.3267	0.4978	0.6701	0.5421	0.4090	-3.7422
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-0.1096	0.0208	0.2488	0.2501	-0.0697	-0.0673	0.0999	-0.1516	-0.7205	-2.7300e+04
	0.2	0.2931	0.4212	0.5001	0.5172	0.5516	0.4955	0.0795	-0.0657	-8.1424	-14.4469
	0.3	0.0233	0.0912	0.2926	-0.1197	0.3523	0.4337	0.2162	-0.6457	-2.2223	-2.9518e+04
	0.4	0.3107	0.4051	0.4481	0.4769	0.4803	0.3718	0.0363	-2.3992	-1.8412	-6.1582e+03
	0.5	-1.6132	0.3597	0.1739	0.5269	0.5351	-0.1924	0.2042	-0.4681	-174.1415	-1.4663e+05
	0.6	0.0223	0.1986	-0.2203	0.1936	0.3905	0.5083	-0.3782	-0.3002	-163.7367	-43.2071
	0.7	-38.5279	0.3303	0.3931	0.4452	0.4914	0.4271	-0.0241	-0.6556	-1.9402	-0.3213
	0.8	-5.8484	-1.4678	-2.3667e+11	0.0310	0.5483	0.4747	0.0515	0.3213	0.6645	0.4791
	0.9	-1.7787e+27	-6.8762e+06	-10.7057	-0.8202	0.5185	0.5485	0.5590	-26.1243	0.6122	-0.0277
	1.0	-3.2199e+29	-6.3263e+03	-1.4605e+04	-0.9378	-0.4536	-0.0216	0.3511	-0.2437	-0.0293	-4.2370

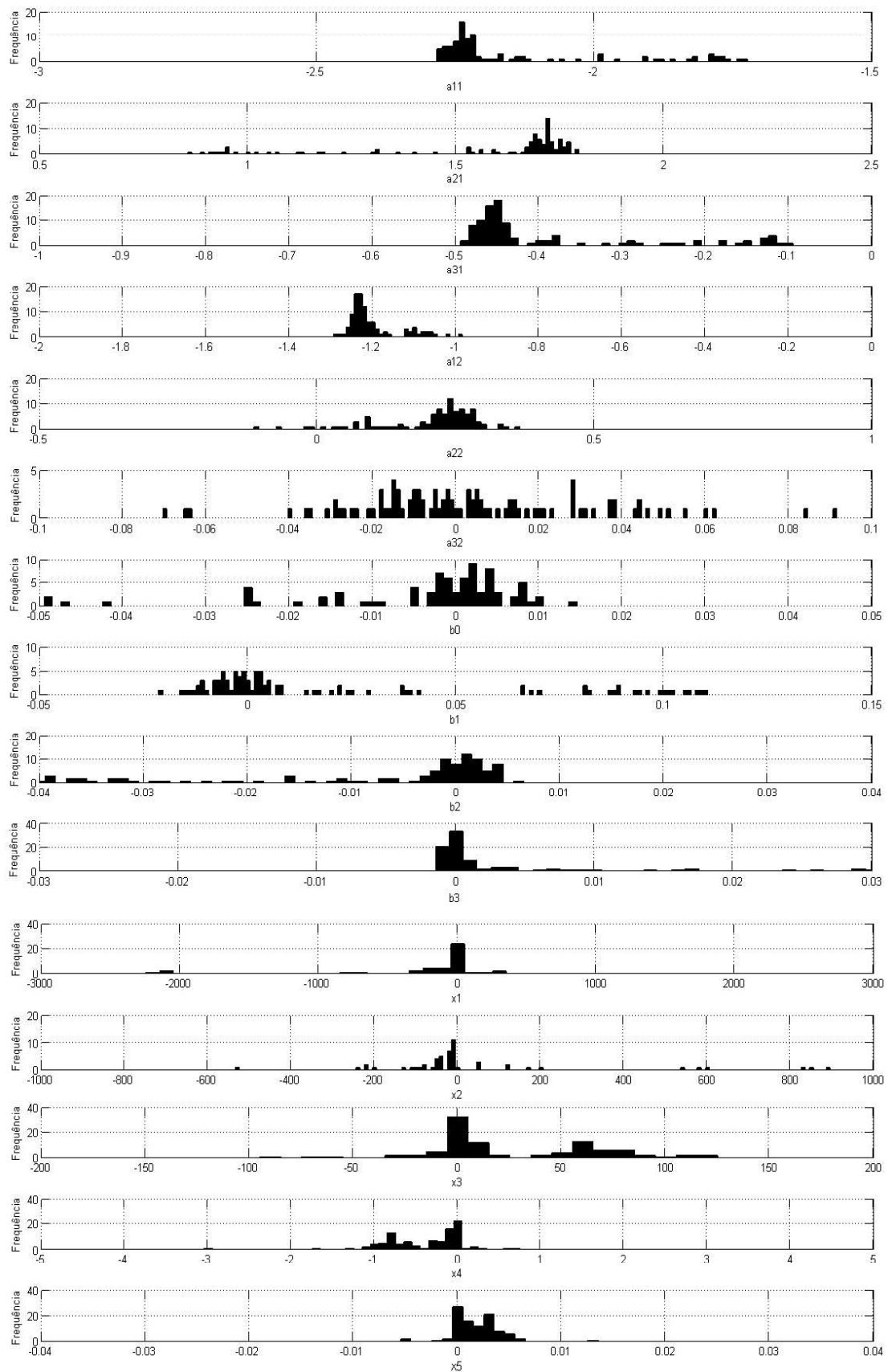


FIGURA A.1: Histograma dos parâmetros estimados pelo algoritmo ED na 2<sup>a</sup> etapa (SIMO).

Fonte: Autor (2015).

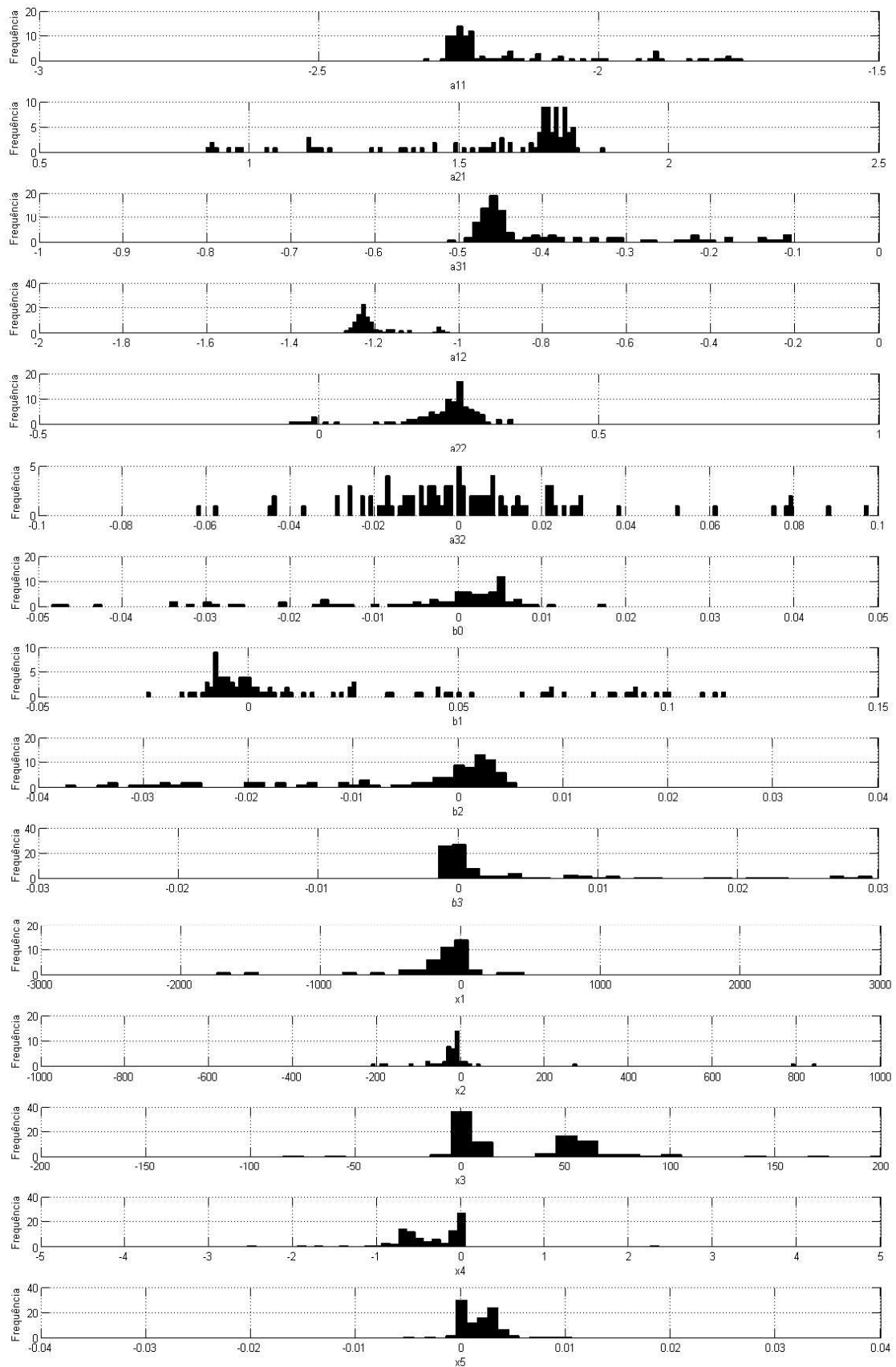


FIGURA A.2: Histograma dos parâmetros estimados pelo algoritmo ED *fuzzy* MOM na 2ª etapa (SIMO). Fonte: Autor (2015).

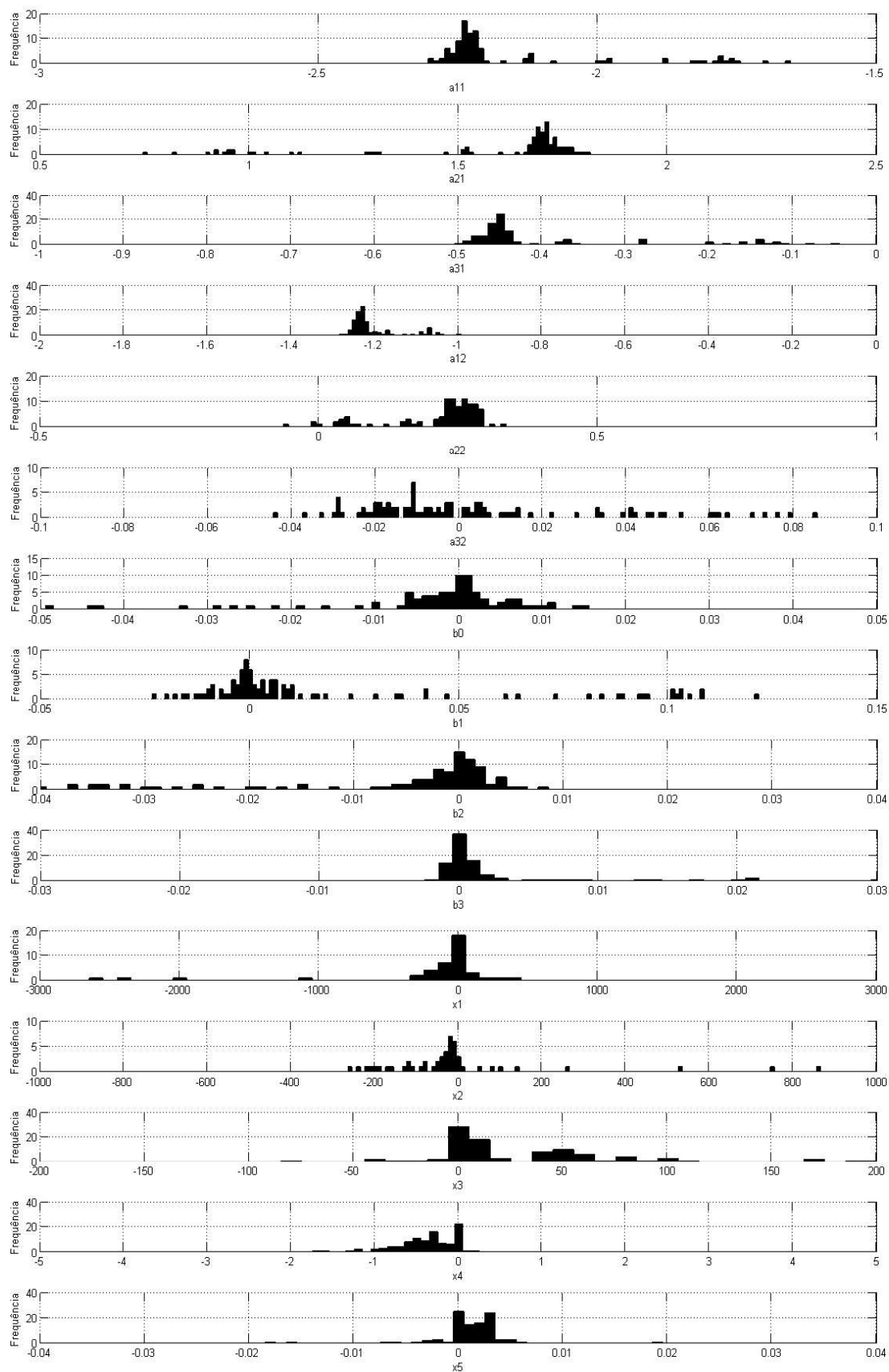


FIGURA A.3: Histograma dos parâmetros estimados pelo algoritmo ED *fuzzy* IR na 2<sup>a</sup> etapa (SIMO).  
 Fonte: Autor (2015).

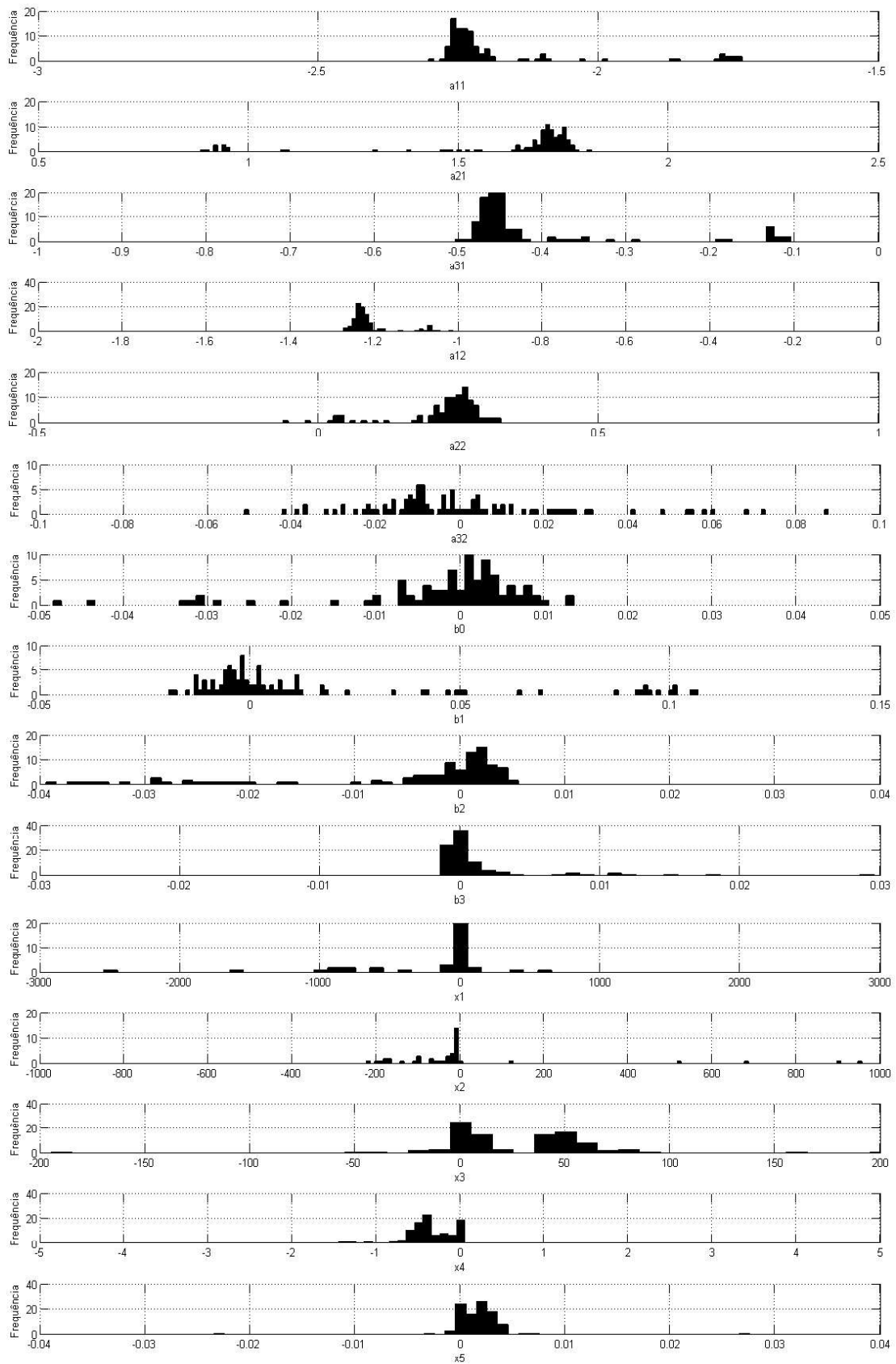


FIGURA A.4: Histograma dos parâmetros estimados pelo algoritmo ED *fuzzy* combinação MOM e IR na 2<sup>a</sup> etapa (SIMO). Fonte: Autor (2015).

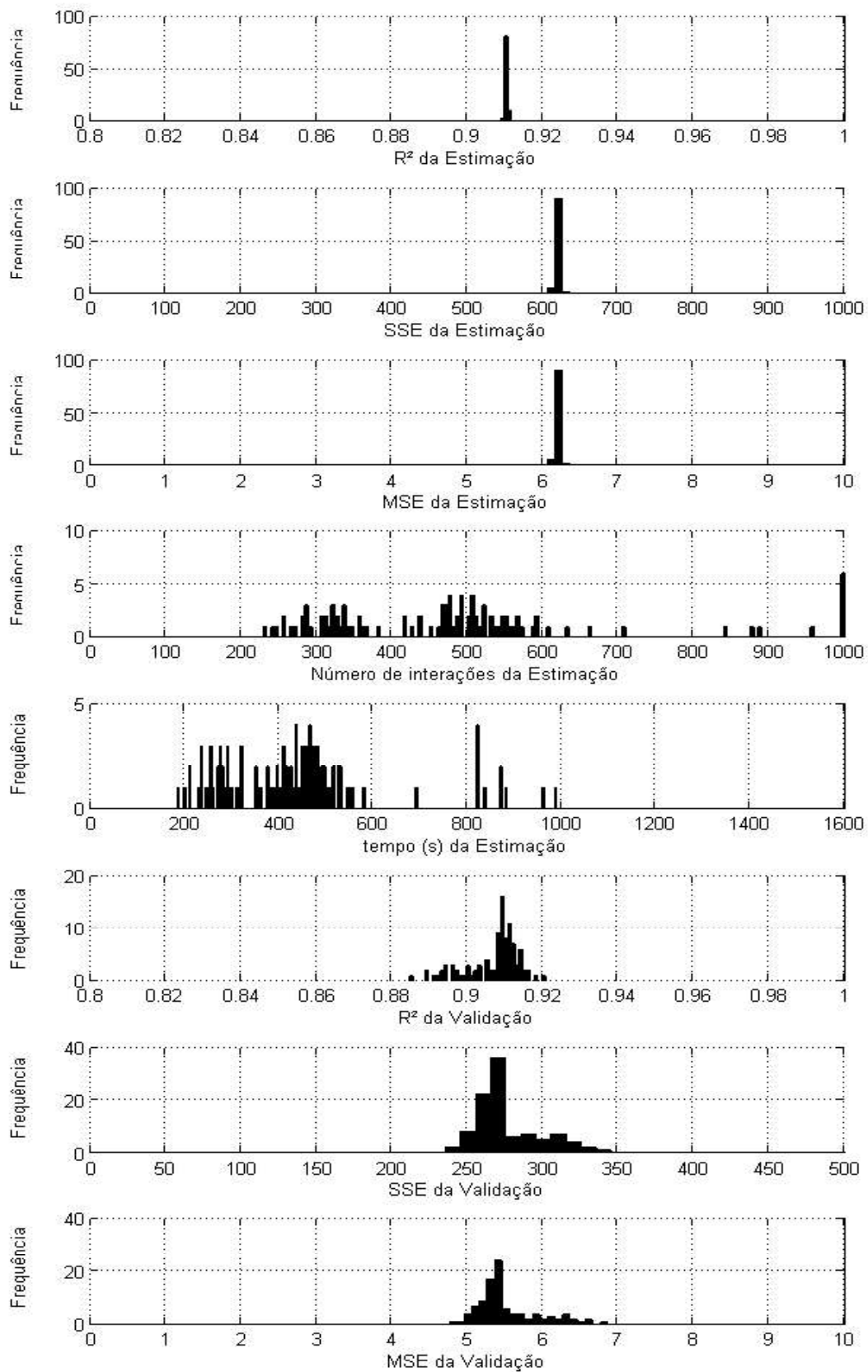


FIGURA A5: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED na 2<sup>a</sup> etapa (Modelo SIMO). Fonte: Autor (2015).



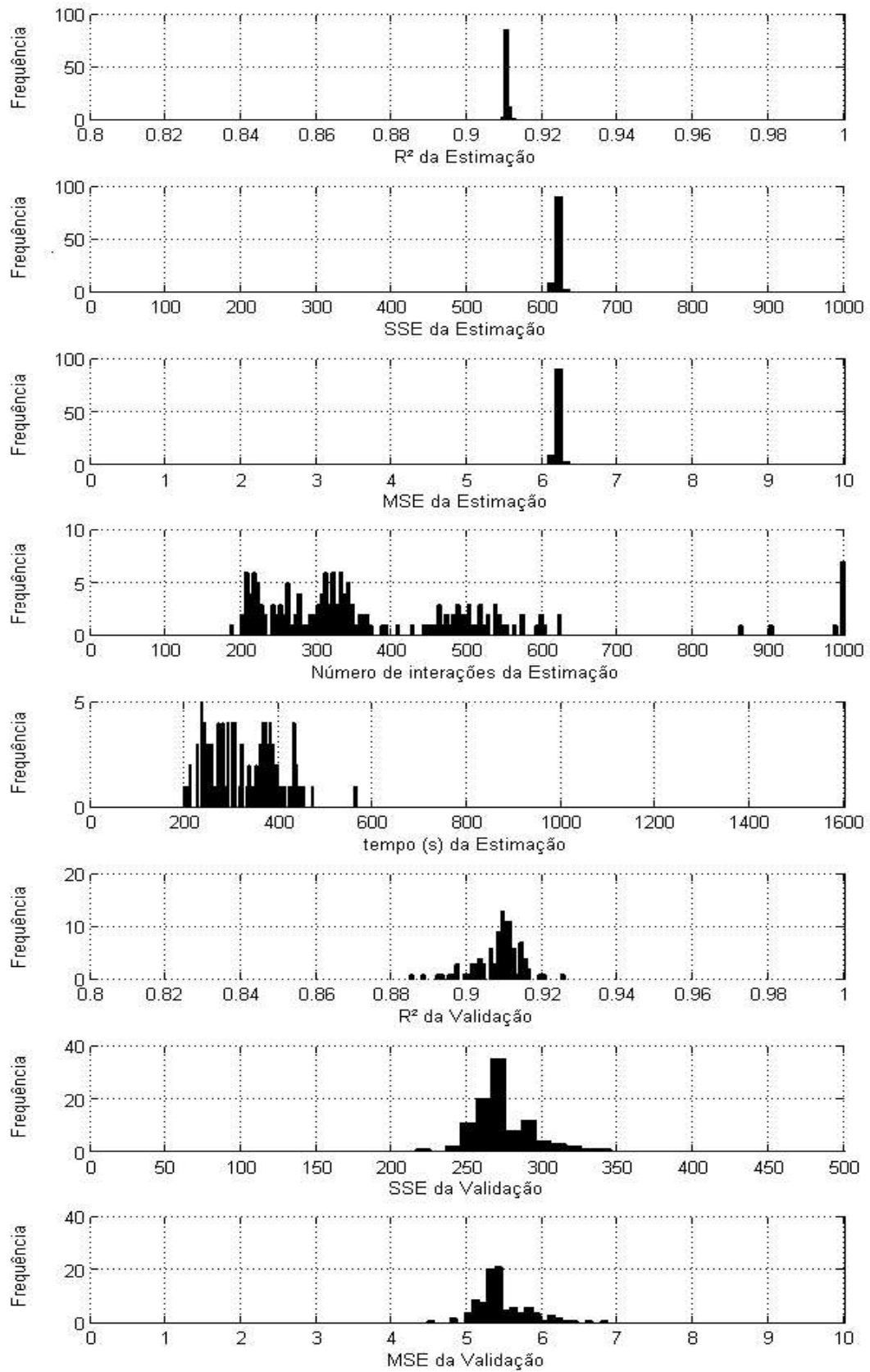


FIGURA A.6: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED *fuzzy* MOM na 2ª etapa (Modelo SIMO). Fonte: Autor (2015).

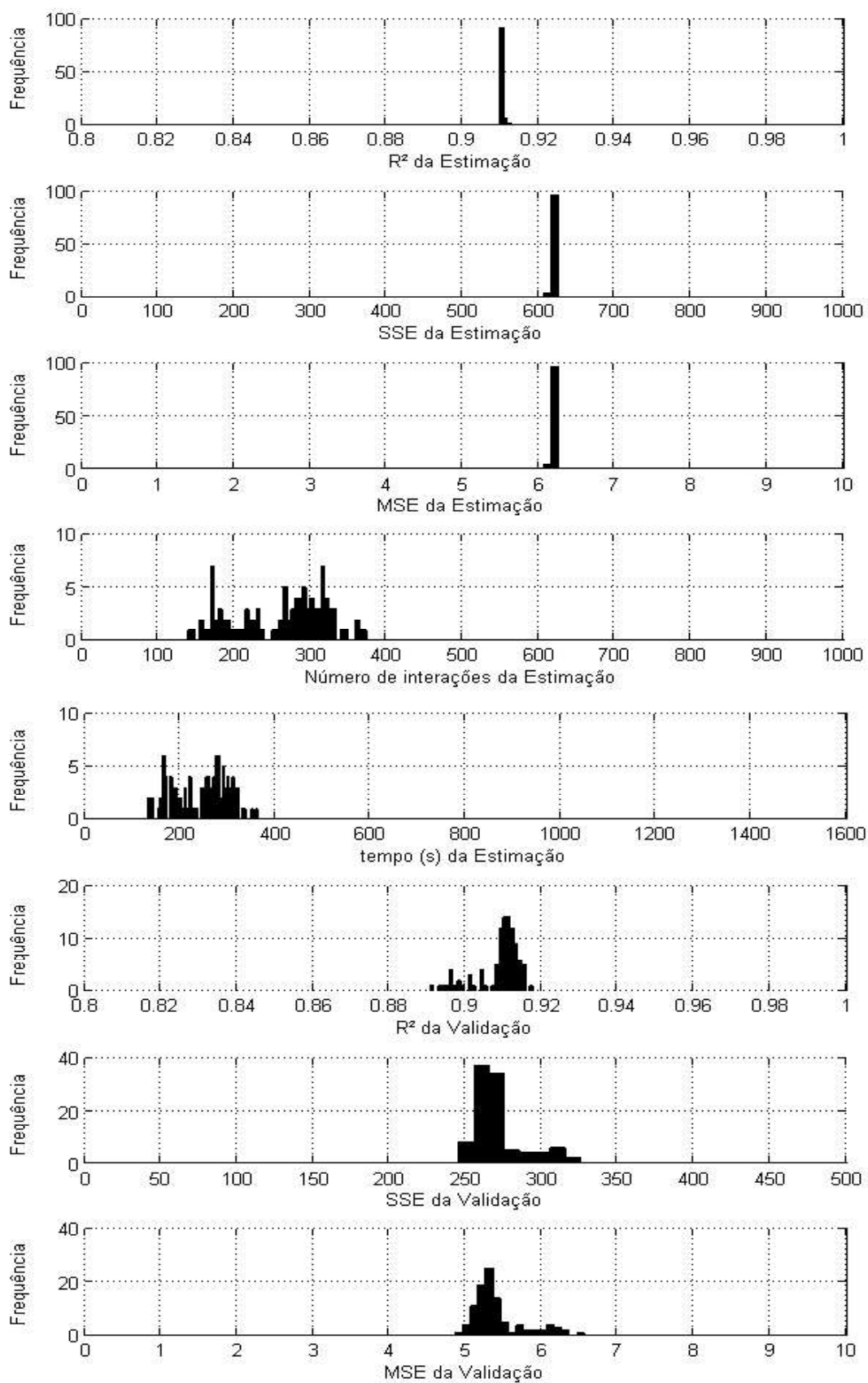


FIGURA A.7: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED *fuzzy* IR na 2ª etapa (Modelo SIMO). Fonte: Autor (2015).

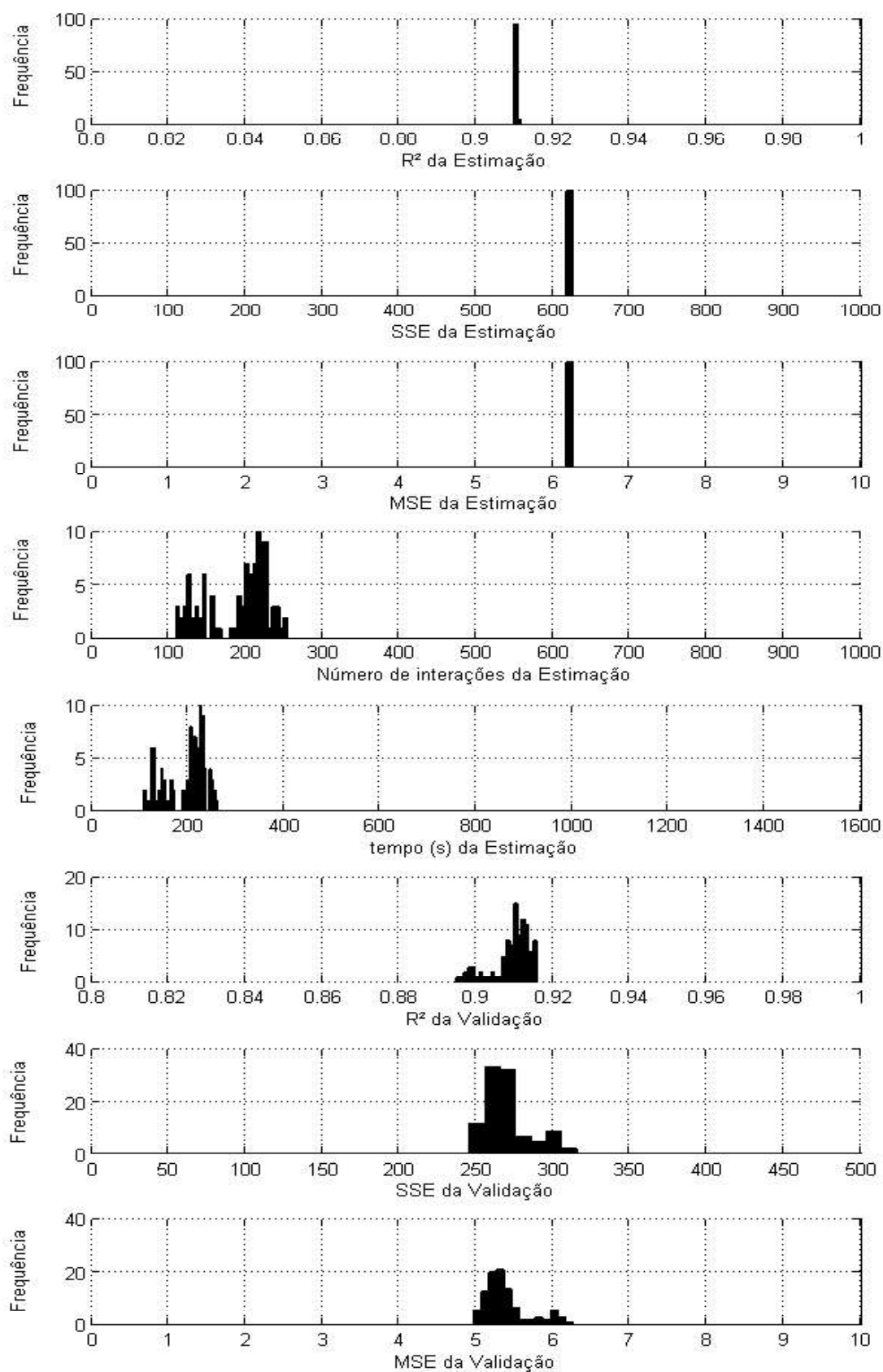


FIGURA A.8: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED *fuzzy* combinação MOM e IR na 2ª etapa (Modelo SIMO). Fonte: Autor (2015).

APÊNDICE B – Resultados do estudo de caso do Reservatório do Bairro São Braz.

Tabela B1: Resultados da estimação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 100$  (MIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.2834	0.6188	0.5176	0.8885	0.8977	0.8953	0.8944	0.8958	0.8969	0.8928
	0.2	-0.2049	0.4085	0.7561	0.9002	0.9005	0.9027	0.9020	0.9018	0.8944	0.8937
	0.3	-5.1847	0.2621	0.8139	0.8972	0.9104	0.8975	0.9070	0.9042	0.9026	0.8902
	0.4	-5.6434	0.5186	0.4287	0.8539	0.9104	0.9121	0.9059	0.8945	0.8946	0.8868
	0.5	-5.8014	-0.5265	0.2501	0.5642	0.9163	0.9140	0.9081	0.8989	0.8979	0.8946
	0.6	-5.7440	-5.6252	0.2459	0.5343	0.9170	0.9181	0.9167	0.9091	0.9119	0.9126
	0.7	-5.9600	-5.7155	-5.2991	0.1951	0.7465	0.9223	0.9185	0.9174	0.9151	0.9157
	0.8	-5.8579	-5.6613	-5.4591	-0.0245	0.6827	0.9263	0.9196	0.9248	0.9201	0.9177
	0.9	-6.0777	-5.9649	-5.6829	-5.5932	-4.9127	0.5919	0.9199	0.9199	0.9271	0.8977
	1.0	-6.2297	-6.1054	-5.7876	-5.9504	-5.3973	-3.8666	0.5513	0.8886	0.9066	0.8430
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.7485	0.8628	0.7986	0.8979	0.8166	0.8819	0.5742	0.5699	0.0282	-1.6315
	0.2	0.6591	0.7894	0.7765	0.8085	0.8066	0.7667	0.5474	-0.4954	-1.4917	-3.3241
	0.3	0.8663	0.5304	0.8529	0.8020	0.8824	0.6595	0.3771	-1.9863	-6.9390	-18.8612
	0.4	-0.8624	0.1020	0.9500	0.9053	0.6772	0.6938	0.4320	-3.9383	-14.7192	-66.3476
	0.5	0.3183	-0.5633	0.9192	0.9483	0.8894	0.7268	0.7843	-2.1968	-1.0815	-34.7231
	0.6	-39.8823	-16.2436	0.8758	0.9408	0.9335	0.7932	0.0866	0.5627	-0.1547	0.7223
	0.7	-2.6631e+03	-0.1739	-1.3793	0.9478	0.9601	0.8932	0.8256	0.8071	0.9094	0.7275
	0.8	-527.4951	-9.8088	0.4347	0.9454	0.9614	0.9612	0.9472	0.8625	0.9096	0.5811
	0.9	-1.0613e+03	-24.1388	-8.2910	-0.3705	0.8584	0.9662	0.9662	0.9562	0.9430	-0.1391
	1.0	-3.2186e+04	-630.7310	-1.9245e+03	-19.5822	-1.0986	-1.3334	0.9025	-1.5878	-0.8996	-38.4721
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.8685	0.8490	0.8845	0.8888	0.8693	0.8645	0.8436	0.8695	0.8343	0.8487
	0.2	0.8683	0.8531	0.8886	0.8568	0.8767	0.8712	0.8679	0.8405	0.8254	0.7901
	0.3	0.8582	0.8944	0.8760	0.8933	0.8823	0.8526	0.8372	0.8049	0.6979	0.7311
	0.4	0.7159	0.8105	0.8896	0.8963	0.8748	0.8782	0.8466	0.8051	0.7714	0.7141
	0.5	0.5245	0.8645	0.9017	0.9044	0.8980	0.8935	0.8745	0.8166	0.8228	0.7406
	0.6	0.5016	0.6662	0.8673	0.9024	0.9032	0.8945	0.8354	0.8604	0.7824	0.7101
	0.7	-0.0108	0.5720	0.7830	0.9057	0.9072	0.9060	0.8827	0.8527	0.8788	0.8832
	0.8	-1.1207	-0.4775	0.5076	0.7970	0.9078	0.9071	0.9055	0.9046	0.9047	0.8729
	0.9	-1.9965	0.3553	0.5572	0.7289	0.8905	0.9093	0.9088	0.9066	0.9074	0.8612
	1.0	-1.1823	-1.3625	-0.8782	-0.1911	0.3466	0.6221	0.6262	0.8027	0.4309	-0.3720
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-1.7149	-1.3115	-0.8472	-0.4629	-3.4693	-3.0569	-6.5438e+04	-1.9250e+08	-1.7772e+09	-9.9136e+12
	0.2	-47.0420	-7.6887	-1.4985	-0.3377	-3.1170	-6.4573	-2.1556e+05	-6.1164e+08	-1.5710e+11	-3.1001e+15
	0.3	-6.5040e+05	-2.7138	-3.2207	-1.8410	-1.7626	-5.6181	-3.4379e+06	-5.7201e+11	-1.5489e+16	-1.1982e+18
	0.4	-4.7026e+06	-5.4422	-2.2643	-1.6919	-1.4762	-6.8529	-1.1215e+09	-2.7271e+13	-1.9833e+19	-1.5859e+19
	0.5	-3.2629e+04	-5.0908e+03	-0.1032	-2.6833	-2.7048	-3.8953	-1.2267e+09	-7.0678e+10	-1.2963e+09	-3.5032e+13
	0.6	-2.5822e+15	-4.7679e+08	-56.6619	-2.9824	-1.7767	-2.4080	-1.1719e+06	-3.8254e+08	-2.3959e+05	-13.2443
	0.7	-1.9163e+16	-4.5042e+07	-1.5614e+10	0.2221	0.3012	-0.6387	-3.5416	-3.1486	-1.7865	-7.0892e+03
	0.8	-5.1684e+24	-5.7741e+09	-2.1960e+16	-1.5281	0.0602	0.7884	-0.2046	0.0874	0.7200	-7.0890e+11
	0.9	-1.6891e+31	-5.3455e+18	-9.3831e+09	-1.2918e+11	0.8762	0.4755	0.7897	0.4453	0.7785	-4.3380e+11
	1.0	-6.6561e+34	-2.6024e+15	-9.0463e+17	-3.0966e+15	-9.4366e+13	-4.8798e+07	0.7416	-4.7352e+11	-647.9318	-7.0834e+28



Tabela B2: Resultados da validação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 100$  (MIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.2888	0.5987	0.4890	0.9029	0.8836	0.8830	0.8797	0.9015	0.8833	0.8859
	0.2	-0.0014	0.3719	0.8750	0.8837	0.8906	0.9013	0.8901	0.8881	0.9014	0.8867
	0.3	-4.9962	0.3670	0.8707	0.8906	0.8805	0.9002	0.8759	0.8960	0.8858	0.8973
	0.4	-5.3716	0.5605	0.4360	0.8265	0.9011	0.8668	0.8840	0.8994	0.8831	0.8991
	0.5	-5.5344	-2.1910	0.2831	0.5723	0.8771	0.8733	0.9007	0.8741	0.8978	0.8940
	0.6	-5.5794	-5.3109	0.2425	0.5203	0.8578	0.8784	0.8774	0.8972	0.8931	0.8923
	0.7	-5.6568	-5.4710	-5.1354	0.2308	0.7956	-0.3192	0.8755	0.8850	0.8866	0.8946
	0.8	-5.5519	-5.3773	-5.2099	0.1270	0.7548	-12.6036	0.8747	0.1946	0.7794	0.8797
	0.9	-5.7757	-5.7070	-5.4325	-5.6300	-5.0299	0.5569	0.8765	0.8767	-23.3040	0.8820
	1.0	-5.8333	-5.7747	-5.5580	-5.6106	-5.1691	-3.7178	0.7230	0.9052	0.8492	0.8960
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.7244	0.8428	0.6275	0.9046	0.7266	0.8430	0.6664	0.4694	0.2512	-0.4492
	0.2	0.6176	0.7199	0.7489	0.8063	0.8418	0.8694	0.5197	-0.1420	-0.1908	-2.5860
	0.3	0.8598	0.5676	0.8412	0.8459	0.8803	0.6154	0.6346	0.0615	-3.4178	-7.6897
	0.4	-0.6538	-0.0859	0.9524	0.9228	0.6916	0.7390	0.5336	-3.1617	-3.8162	-21.0839
	0.5	0.8415	-0.2929	0.9262	0.9512	0.8815	0.6867	0.7287	-0.2627	-0.7635	-9.7706
	0.6	-8.0365	-3.4212	0.8916	0.9434	0.9602	0.8071	0.6007	0.7134	0.3839	0.6632
	0.7	-196.5243	0.2778	-0.8795	0.9356	0.9518	0.8760	0.7503	0.8001	0.8875	0.8392
	0.8	-31.2183	-5.0032	0.2916	0.9436	0.9441	0.9542	0.9322	0.7987	0.8755	0.2492
	0.9	-198.0987	-12.6317	-1.7046	-0.2431	0.9052	0.9492	0.9515	0.9477	0.9096	0.3362
	1.0	-4.2473e+03	-37.3972	-170.1366	-5.8972	0.2177	-0.0517	0.9087	-0.0155	-1.7122	-8.1574
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.8221	0.7062	0.8298	0.8985	0.8319	0.8199	0.8002	0.8751	0.8436	-0.2608
	0.2	0.8085	0.8437	0.8385	0.8389	0.8391	0.8607	0.8675	0.8638	0.6928	0.8133
	0.3	0.8603	0.8912	0.8954	0.8741	0.8177	0.8665	0.8276	0.8538	0.7623	-67.3637
	0.4	0.7018	0.8675	0.8376	0.8886	0.8380	0.8844	0.8490	0.7641	-90.4406	0.7555
	0.5	0.6289	0.8889	0.8924	0.8858	0.8921	0.8744	0.8100	0.8507	0.8725	0.7318
	0.6	0.5523	0.7014	0.8042	0.8912	0.8681	0.8522	0.7680	0.8724	-2.2535	0.7733
	0.7	0.3012	0.7661	0.7754	0.8870	0.8944	0.8936	0.8882	0.8735	0.8562	0.8663
	0.8	-0.7118	-0.6549	0.5850	0.8634	0.8942	0.8991	0.8878	-3.2886	0.8998	-81.5327
	0.9	-3.5101	0.5380	0.5823	0.7251	0.8796	0.9027	0.9049	0.8917	0.8991	0.8809
	1.0	-1.6878	-2.2601	-0.2121	-0.4041	0.4345	0.6684	0.8505	0.8258	0.2998	-0.2387
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	-8.0409	-1.9547	-1.6623	-1.7423	-189.4057	-2.9181	-2.2895e+05	-1.2975e+08	-2.4203e+10	-2.0392e+13
	0.2	-1.2915e+06	-6.4437	-1.4377	-1.1568	-3.5189	-4.6485	-9.9042e+04	-1.2981e+08	-1.4510e+10	-4.8763e+17
	0.3	-4.7708e+07	-180.7697	-182.9251	-1.7385	-1.1845	-44.4455	-1.4400e+06	-7.1864e+12	-1.0080e+14	-6.7105e+18
	0.4	-1.4430e+06	-5.8183	-42.0238	-1.1834	-1.0529	-6.3846	-1.5414e+08	-1.3244e+12	-2.0650e+19	-3.5280e+14
	0.5	-5.5055e+03	-1.8154e+03	-2.0073	-50.5236	-7.9614	-130.6773	-1.6036e+09	-3.1082e+10	-5.6666e+08	-3.9680e+12
	0.6	-4.5926e+12	-9.0196e+06	-9.0550	-3.5698	-0.2609	-0.0587	-1.6942e+06	-1.5784e+08	-318.1850	-6.3988
	0.7	-7.2481e+16	-1.5593e+07	-9.8456e+07	-1.0705	0.1708	-278.2674	-3.8193	-7.0459	-1.7118	-7.9637e+04
	0.8	-5.6129e+23	-2.0267e+11	-9.8038e+14	-0.7661	-47.6817	0.5954	-1.0729	-1.8969	0.5229	-3.3702e+15
	0.9	-2.3802e+29	-1.3757e+18	-2.9523e+09	-1.6576e+13	0.6772	-7.9886	0.6741	0.1860	0.1604	-4.7144e+16
	1.0	-4.4696e+29	-6.2505e+14	-1.5004e+15	-4.8045e+12	-4.0335e+11	-5.5207e+07	0.6231	-2.5083e+07	-21.4318	-2.9543e+27

Tabela B3: Resultados da estimação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 250$  (MIMO).

Linear											
		Taxa Mutaçao (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento (C <sub>R</sub> )	0.1	0.3878	0.5546	0.7756	0.8916	0.8954	0.8965	0.9007	0.8985	0.8959	0.8992
	0.2	-0.8966	0.5103	0.7171	0.9041	0.8966	0.8999	0.8971	0.9032	0.8955	0.8992
	0.3	-1.7211	0.3802	0.7329	0.9039	0.9146	0.9079	0.9036	0.8972	0.8954	0.8931
	0.4	-4.8658	0.6233	0.7835	0.8910	0.9142	0.9122	0.9010	0.8969	0.8964	0.8955
	0.5	-5.4816	0.3476	0.6625	0.9020	0.9157	0.9121	0.9106	0.9020	0.9003	0.8876
	0.6	-5.6708	-0.0563	-1.6114	0.4897	0.9159	0.9165	0.9132	0.9075	0.9069	0.8935
	0.7	-5.6798	-5.5314	0.2597	0.5572	0.9212	0.9225	0.9172	0.9140	0.9087	0.9097
	0.8	-5.9124	-5.5591	-3.8430	0.3205	0.6436	0.9271	0.9196	0.9207	0.9174	0.9206
	0.9	-5.9850	-5.9980	-5.7587	-4.8575	0.2129	0.8477	0.9319	0.9201	0.9199	0.9068
	1.0	-6.3342	-6.2385	-6.0699	-5.6704	-5.2250	-4.2097	0.7121	0.9421	0.9133	0.8409

Hammerstein											
		Taxa Mutaçao (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento (C <sub>R</sub> )	0.1	0.9380	0.9254	0.8812	0.9007	0.8740	0.8034	0.6837	0.3889	-0.4588	-0.1146
	0.2	0.9076	0.9056	0.9177	0.8947	0.8239	0.8209	0.3573	0.1577	-0.5675	-2.2540
	0.3	0.7638	0.9233	0.8771	0.8777	0.8407	0.7629	0.3083	-0.3788	-12.9305	-21.1148
	0.4	-1.7531	0.7603	0.9292	0.9133	0.8569	0.1542	-5.0766e-04	-9.0621	-57.3051	-120.2274
	0.5	0.4278	0.7977	0.9416	0.9391	0.8619	0.5607	-4.5336	-11.2126	-27.6531	-4.2634
	0.6	-3.1986	0.3681	0.9413	0.9455	0.9406	0.7883	0.3234	-2.7745	-38.4024	-2.2305
	0.7	-1.8191	-0.6956	0.2882	0.9553	0.9492	0.9113	0.5244	-0.1731	0.4198	0.0190
	0.8	-9.1395	-10.9101	-2.9199	0.6912	0.9632	0.9588	0.9110	0.7358	0.8377	0.8243
	0.9	-78.2147	-10.6841	-7.7905	0.9277	0.9669	0.9668	0.9644	0.9378	0.9611	0.8876
	1.0	-592.0134	-54.5383	-10.3143	-7.6754	0.1617	0.8775	0.9408	0.9559	0.9207	-4.6706

Wiener											
		Taxa Mutaçao (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento (C <sub>R</sub> )	0.1	0.8788	0.8825	0.8737	0.8749	0.8784	0.8547	0.8665	0.8670	0.8365	0.8347
	0.2	0.8884	0.8882	0.8534	0.8902	0.8872	0.8853	0.8658	0.8529	0.8499	0.8273
	0.3	0.8372	0.8854	0.8929	0.8954	0.8965	0.8777	0.8497	0.8479	0.8131	0.7050
	0.4	0.8525	0.8884	0.9038	0.9014	0.8781	0.8894	0.8616	0.7801	0.7078	0.6877
	0.5	0.6547	0.8916	0.9017	0.9008	0.9002	0.8756	0.8673	0.7776	0.7900	0.6385
	0.6	0.2453	0.7883	0.9058	0.9068	0.9046	0.8877	0.8672	0.7982	0.7840	0.7314
	0.7	0.4216	0.7310	0.8857	0.9078	0.9058	0.9057	0.8943	0.8699	0.7864	0.8713
	0.8	-0.2150	0.4871	0.6893	0.8978	0.9101	0.9081	0.9033	0.8925	0.8972	0.8971
	0.9	-1.4629	-0.2115	0.6557	0.6787	0.9086	0.9103	0.9083	0.9071	0.9064	0.8965
	1.0	-2.4867	-0.0610	0.2715	-0.1676	0.6782	0.8590	0.8994	0.8749	0.5550	0.2803

Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutaçao (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento (C <sub>R</sub> )	0.1	0.3698	0.6105	0.4938	0.6924	-3.1966	-5.2458	-94.2619	-6.7812e+06	-6.9272e+07	-3.0193e+14
	0.2	-1.6988	0.0718	0.7750	0.4312	-0.0544	-3.3352	-2.0100e+04	-2.9604e+07	-1.0040e+10	-1.7370e+15
	0.3	-0.4887	0.1036	0.5685	-0.0484	0.1436	-12.4783	-2.5244e+04	-1.0962e+11	-1.3406e+16	-4.0955e+18
	0.4	-6.7110e+03	0.8030	0.3134	0.6415	-1.0242	-24.3663	-1.0416e+10	-8.6028e+13	-5.7506e+18	-2.3292e+20
	0.5	-9.3576e+05	-7.5689e+04	0.0455	0.2501	0.1413	-6.5258	-1.3170e+07	-1.8211e+14	-2.1417e+14	-6.1115e+20
	0.6	-3.6278e+09	-2.6589e+07	0.9401	0.7819	0.3294	-0.9050	-6.2639e+08	-1.0724e+12	-3.1509e+14	-1.3827e+15
	0.7	-7.6472e+18	-2.6913e+09	-1.3427e+04	0.9037	0.8149	0.3664	-2.2040	-6.0228e+06	-4.4431e+04	-2.2532e+03
	0.8	-8.8403e+18	-1.1580e+09	-3.2593	0.5709	0.9402	0.8772	-0.1908	0.1965	-1.2539	0.5571
	0.9	-1.0107e+14	-5.5948e+09	-2.6619e+13	-1.5241e+10	0.9636	0.9375	0.9080	0.9437	0.9097	-29.8104
	1.0	-2.1547e+18	-5.2485e+14	-1.7070e+10	-4.4822e+17	-1.6075e+05	0.5105	0.8544	0.8438	0.1192	-6.3487e+22



Tabela B4: Resultados da validação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 250$  (MIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.4040	0.5359	0.7854	0.9020	0.8873	0.8948	0.9015	0.9030	0.8919	0.8974
	0.2	-2.1370	0.4976	0.6589	0.8685	0.8985	0.8929	0.8946	0.8945	0.8940	0.8801
	0.3	-0.4329	0.2942	0.8131	0.9000	0.8692	0.8929	0.8888	0.8728	0.8792	0.9127
	0.4	-4.5276	0.6124	0.7991	0.8849	0.8887	0.8738	0.8727	0.8832	0.8889	0.8978
	0.5	-5.3180	0.4311	0.7132	0.8750	0.8861	0.8752	0.8790	0.8767	0.8473	0.9013
	0.6	-5.4237	0.1065	-2.6552	0.4850	0.8740	0.8857	0.8862	0.8706	0.8936	0.8896
	0.7	-5.4992	-5.3334	0.3724	0.6344	-0.0853	0.1144	0.8854	0.8842	0.8726	0.8996
	0.8	-5.6782	-5.3937	-3.5995	0.4068	0.6290	-5.3436	0.8773	0.7526	0.8716	0.3859
	0.9	-5.6479	-5.7207	-5.5263	-4.7040	0.2326	0.9217	-640.3847	0.8765	0.8765	0.9072
	1.0	-5.9046	-5.8064	-5.8024	-5.4178	-4.9442	-4.0823	0.6036	-5.4482e+07	0.8933	0.8888
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.9421	0.9271	0.8294	0.9247	0.8411	0.7871	0.5227	0.0455	-0.6740	0.4015
	0.2	0.9248	0.9033	0.8942	0.8995	0.8047	0.7572	0.2471	0.4956	-0.0569	-1.3545
	0.3	0.7062	0.9394	0.8855	0.8538	0.8295	0.7480	0.5078	0.5758	-3.1734	-2.0181
	0.4	-2.1273	0.8904	0.9445	0.9420	0.8309	0.4318	0.3567	-8.2932	-15.2985	-29.7403
	0.5	0.5444	0.7735	0.9413	0.9263	0.9214	0.6776	-3.3418	-0.0922	-5.0357	-2.1500
	0.6	-1.6656	0.3261	0.9474	0.9422	0.9388	0.8164	0.5278	-1.8992	-6.5475	-1.1540
	0.7	-1.4599	-0.6798	0.0037	0.9540	0.9489	0.9177	0.3596	0.1551	0.3656	0.5780
	0.8	-5.7147	-9.4078	-3.1823	0.8197	0.9591	0.9555	0.9011	0.8210	0.8379	0.7855
	0.9	-10.3049	-5.1566	-3.5993	0.9471	0.9501	0.9500	0.9542	0.9422	0.9435	0.8559
	1.0	-148.1267	-36.6364	-1.3383	-1.4341	0.5033	0.8636	0.9326	0.9481	0.9424	-0.0827
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.8448	0.8693	0.8795	0.8392	0.8829	0.8186	0.8499	0.8553	0.7897	0.8003
	0.2	0.7844	0.8680	0.8903	0.8900	0.8752	0.8589	0.8335	0.8483	0.8732	0.7941
	0.3	0.8565	0.8427	0.8593	0.8922	0.8821	0.8339	0.8555	0.8333	0.8207	0.7633
	0.4	0.8052	0.8579	0.8917	0.8828	0.8751	0.8769	-59.2320	0.7419	0.7462	0.7414
	0.5	0.7580	0.8903	0.9026	0.8886	0.8890	0.8731	0.8241	0.7712	0.7037	0.7304
	0.6	0.5076	0.8131	0.8901	0.8897	0.8810	0.8888	0.8757	-3.7867	0.8762	-106.2636
	0.7	0.6414	0.7099	0.8928	0.8919	0.8921	0.8974	0.8772	0.8785	-4.7885	0.8961
	0.8	0.0495	0.5546	0.8011	0.8933	0.9110	0.8938	0.8784	0.8711	0.8730	0.8825
	0.9	-2.0763	0.1447	0.6669	0.7805	0.9016	0.9201	0.8938	0.8897	-8.0798	-4.0001
	1.0	-3.1349	0.4903	0.5663	0.3024	0.6853	0.8432	0.8635	0.8738	0.5965	0.6596
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.3698	0.6105	0.4938	0.6924	-3.1966	-5.2458	-94.2619	-6.7812e+06	-6.9272e+07	-3.0193e+14
	0.2	-1.6988	0.0718	0.7750	0.4312	-0.0544	-3.3352	-2.0100e+04	-2.9604e+07	-1.0040e+10	-1.7370e+15
	0.3	-0.4887	0.1036	0.5685	-0.0484	0.1436	-12.4783	-2.5244e+04	-1.0962e+11	-1.3406e+16	-4.0955e+18
	0.4	-6.7110e+03	0.8030	0.3134	0.6415	-1.0242	-24.3663	-1.0416e+10	-8.6028e+13	-5.7506e+18	-2.3292e+20
	0.5	-9.3576e+05	-7.5689e+04	0.0455	0.2501	0.1413	-6.5258	-1.3170e+07	-1.8211e+14	-2.1417e+14	-6.1115e+20
	0.6	-3.6278e+09	-2.6589e+07	0.9401	0.7819	0.3294	-0.9050	-6.2639e+08	-1.0724e+12	-3.1509e+14	-1.3827e+15
	0.7	-7.6472e+18	-2.6913e+09	-1.3427e+04	0.9037	0.8149	0.3664	-2.2040	-6.0228e+06	-4.4431e+04	-2.2532e+03
	0.8	-8.8403e+18	-1.1580e+09	-3.2593	0.5709	0.9402	0.8772	-0.1908	0.1965	-1.2539	0.5571
	0.9	-1.0107e+14	-5.5948e+09	-2.6619e+13	-1.5241e+10	0.9636	0.9375	0.9080	0.9437	0.9097	-29.8104
	1.0	-2.1547e+18	-5.2485e+14	-1.7070e+10	-4.4822e+17	-1.6075e+05	0.5105	0.8544	0.8438	0.1192	-6.3487e+22

Tabela B5: Resultados da estimação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 500$  (MIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.6802	0.7232	0.8937	0.8920	0.8921	0.9001	0.8980	0.8954	0.8993	0.8988
	0.2	0.3467	0.6694	0.8839	0.9047	0.9044	0.9021	0.9020	0.8996	0.9013	0.8966
	0.3	-0.2932	0.6010	0.8808	0.9107	0.9127	0.9126	0.9046	0.9027	0.8974	0.8997
	0.4	-5.1339	0.3499	0.5525	0.8963	0.9151	0.9151	0.9091	0.9007	0.8984	0.8877
	0.5	-5.2775	0.3202	0.4574	0.9078	0.9132	0.9149	0.9121	0.9061	0.8957	0.8789
	0.6	-5.3301	0.1033	0.4822	0.6284	0.9188	0.9159	0.9112	0.9021	0.8987	0.8864
	0.7	-5.6631	-5.3474	-0.9442	0.3037	0.9132	0.9192	0.9180	0.9137	0.9071	0.9052
	0.8	-5.7897	-5.5299	0.2686	-0.4158	0.3010	0.9260	0.9197	0.9219	0.9175	0.9156
	0.9	-5.8500	-5.8759	-5.0790	-0.0970	0.6409	0.8617	0.9351	0.9201	0.9302	0.9281
	1.0	-6.1361	-6.0961	-5.9473	-5.5494	-5.0889	-3.5701	0.8598	0.9201	0.9201	0.8512
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.8793	0.8611	0.9264	0.8930	0.8631	0.8282	0.7494	0.7138	0.1041	0.2248
	0.2	0.8893	0.8706	0.9095	0.9178	0.8486	0.7345	0.5775	-0.2642	-1.9057	-3.4386
	0.3	0.8577	0.9282	0.9183	0.9081	0.8140	0.6600	0.3668	-4.8905	-10.2009	-63.1774
	0.4	0.7643	0.9470	0.9534	0.9308	0.8235	0.5239	-1.6271	-2.1909	-35.5437	-199.7070
	0.5	-0.4930	0.8929	0.9460	0.9525	0.8148	0.6243	-0.7045	-23.6464	-108.8935	-145.8807
	0.6	-1.2336	-1.2530	0.9483	0.9539	0.9350	0.6419	-0.5815	-9.5164	-97.5554	-13.5604
	0.7	-0.6494	0.5749	0.9166	0.9575	0.9574	0.8954	0.5145	-0.0178	-2.1180	-1.0208
	0.8	-3.8915	0.6379	0.9139	0.9626	0.9643	0.9542	0.8483	0.0983	0.4653	0.4945
	0.9	-7.1863	-21.2220	0.4632	0.7202	0.9661	0.9666	0.9613	0.9423	0.8867	0.8163
	1.0	-3.3196e+03	-80.7143	-13.8473	-21.2319	-4.8221	0.8569	0.9647	0.9637	0.9545	0.6729
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.8750	0.8888	0.8921	0.8876	0.8775	0.8826	0.8822	0.8861	0.8523	0.8595
	0.2	0.8933	0.8924	0.8938	0.8840	0.8937	0.8899	0.8666	0.8612	0.8561	0.8405
	0.3	0.8972	0.8938	0.8981	0.8992	0.8778	0.8822	0.8603	0.8430	0.8507	0.8156
	0.4	0.8518	0.9011	0.9011	0.9003	0.8934	0.8868	0.8574	0.8065	0.7708	0.7127
	0.5	0.7828	0.8902	0.9036	0.9025	0.8967	0.8875	0.8657	0.7736	0.6566	0.5984
	0.6	0.7819	0.8923	0.9062	0.9067	0.9046	0.8999	0.8627	0.7175	0.6190	0.5257
	0.7	0.3330	0.6227	0.9024	0.9080	0.9061	0.9044	0.8700	0.8108	0.7613	0.7363
	0.8	0.1350	0.3524	0.8243	0.9103	0.9088	0.9078	0.9045	0.8910	0.8514	0.8933
	0.9	-1.5285	0.3880	0.5616	0.8899	0.9083	0.9089	0.9080	0.9046	0.9059	0.9045
	1.0	-1.9275	-1.7194	-1.6130	0.6392	0.6504	0.8343	0.9052	0.9078	0.8784	0.8279
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.7867	0.6298	0.6020	0.3598	-0.1733	-3.4157	-248.2383	-2.5250e+06	-6.8719e+09	-1.5487e+11
	0.2	0.5671	0.2902	0.7200	0.4592	0.1918	-5.4628	-6.3472e+03	-8.1091e+07	-1.9237e+12	-3.0286e+14
	0.3	0.7330	0.5605	0.6799	0.6710	-1.8831	-5.3432	-4.7464e+05	-4.1363e+12	-1.0082e+16	-6.5102e+17
	0.4	-107.3617	0.7631	0.7177	0.6483	-0.3908	-7.1836	-3.3222e+09	-4.2409e+14	-2.5559e+18	-7.4689e+21
	0.5	-1.0446e+06	0.3042	0.3528	0.5280	0.1040	-3.1038	-1.7293e+10	-3.0803e+16	-1.8967e+18	-2.0897e+17
	0.6	-1.1176e+10	-1.0197e+03	0.5904	0.8874	0.6678	-3.1524	-44.8298	-2.0815e+15	-8.3769e+20	-7.0889e+11
	0.7	-4.7599e+05	-8.2997e+05	-2.5282e+09	-52.7689	0.7645	-0.6396	-1.5749e+05	-9.0030e+10	-1.9264e+07	-5.2725e+08
	0.8	-1.9524e+16	-6.9991e+04	-5.0355e+07	0.5069	0.9408	0.8543	-0.1454	-18.5029	-0.3706	-0.1262
	0.9	-2.3302e+16	-2.5109e+09	-3.3370e+13	0.7974	0.8332	0.9655	0.9429	0.8248	0.7602	-3.8314
	1.0	-8.9018e+12	-1.3363e+14	-4.4010e+17	-8.6972e+10	-7.7279e+11	0.6879	0.9472	0.9409	0.8073	-2.8511e+14



Tabela B6: Resultados da validação,  $R^2$  para uma população  $N_p = 500$  (MIMO).

Linear											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.6989	0.7622	0.8975	0.8996	0.8875	0.9028	0.8815	0.9016	0.8966	0.8938
	0.2	0.3825	0.6845	0.8935	0.8813	0.8956	0.8982	0.8935	0.8838	0.8915	0.9027
	0.3	-0.2968	0.4125	0.8989	0.8889	0.8808	0.8884	0.8717	0.8766	0.8864	0.8716
	0.4	-5.0218	0.2808	0.6330	0.9021	0.8882	0.8844	0.8922	0.9137	0.8953	0.8808
	0.5	-5.0881	0.4056	0.3000	0.8901	0.8866	0.8909	0.8648	0.9003	0.8825	0.8861
	0.6	-5.0506	0.1306	0.2979	0.4567	0.8752	0.8938	0.8797	0.8958	0.8711	0.8822
	0.7	-5.3701	-5.1407	-1.0048	0.1857	-0.3468	0.8775	0.8863	0.8894	0.9044	0.8880
	0.8	-5.5912	-5.3540	0.3086	-0.8186	0.2389	-22.5431	0.8771	0.3073	0.8795	0.8759
	0.9	-5.5647	-5.6662	-4.8753	0.1246	0.6905	0.9193	-3.1800e+04	0.8768	-1.2354e+03	-30.9227
	1.0	-5.8152	-5.8544	-5.5557	-5.2731	-4.7927	-3.4608	0.8799	0.8765	0.8765	0.8699
Hammerstein											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.8152	0.8219	0.9389	0.9094	0.8495	0.6513	0.6865	0.6748	0.0659	0.2943
	0.2	0.9379	0.8434	0.9053	0.9032	0.9044	0.5447	0.6319	0.2384	-0.1279	-0.8693
	0.3	0.8330	0.9378	0.9260	0.8804	0.8077	0.6364	0.1782	-2.0067	-4.3395	-29.0101
	0.4	0.7807	0.9532	0.9481	0.9236	0.7897	0.5457	-0.7988	-0.2736	-12.5423	-33.9878
	0.5	-0.0160	0.9045	0.9482	0.9424	0.8601	0.6170	-0.2485	-17.8090	-11.7981	-42.9825
	0.6	-0.9852	-0.2699	0.9489	0.9518	0.9399	0.5743	0.3224	-9.0966	-4.7654	-1.6560
	0.7	-1.6493	0.4296	0.8700	0.9504	0.9537	0.9032	0.7918	0.0899	0.4724	0.3892
	0.8	-0.7857	0.2501	0.9340	0.9461	0.9510	0.9538	0.8953	0.5798	0.4792	0.6945
	0.9	-2.2989	-9.8745	0.1074	0.4474	0.9498	0.9506	0.9555	0.9246	0.8310	0.5322
	1.0	-20.4948	-2.0222	-11.9882	-5.1253	-2.2893	0.8647	0.9524	0.9512	0.9392	0.8034
Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.8696	0.8873	0.8831	0.8764	0.8961	0.8604	0.8627	0.8703	0.7900	0.8783
	0.2	0.7918	0.8359	0.8754	0.8862	0.8927	0.8908	0.8753	0.8737	0.8886	0.7754
	0.3	0.8451	0.8797	0.8639	0.8755	0.8016	0.8706	0.8814	0.7984	-60.4361	0.8230
	0.4	0.8871	0.9007	0.8999	0.8873	0.8745	0.8697	0.8367	0.8729	0.0620	0.7928
	0.5	0.8195	0.8646	0.8897	0.8943	0.9055	0.8934	0.8775	0.8190	0.7625	-66.6633
	0.6	0.7755	0.8713	0.8889	0.8935	0.8908	0.8894	0.8709	0.7689	0.7205	0.5737
	0.7	0.4340	0.7536	0.8979	0.8930	0.8945	0.8782	0.8737	0.7409	0.8230	0.7141
	0.8	0.2367	0.3081	0.8308	0.8946	0.8995	0.8895	0.8909	0.8844	0.8846	0.9046
	0.9	-2.9209	0.4878	0.6446	0.8974	0.9054	0.8976	0.8974	0.8880	0.8888	0.8817
	1.0	-1.9192	-3.4306	-1.6984	0.6512	0.7546	0.7891	0.8945	0.8892	0.8563	0.7839
Hammerstein-Wiener											
		Taxa Mutação (F)									
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Taxa de Cruzamento ( $C_R$ )	0.1	0.7796	0.4731	0.4729	0.0798	-0.6290	-243.4200	-1.9101e+03	-3.2944e+04	-1.2525e+09	-5.3502e+10
	0.2	0.6326	-0.8544	0.6677	0.6840	0.3463	-7.9029	-3.8944e+04	-2.9765e+08	-1.7504e+12	-1.3574e+14
	0.3	0.7923	0.6024	0.6047	0.6544	-1.7959	-5.3291	-1.0386e+04	-2.3378e+11	-1.2501e+15	-3.0875e+17
	0.4	-31.7072	0.6617	0.7358	0.6127	-0.0729	-5.8527	-1.3708e+09	-7.0637e+10	-1.6982e+16	-2.2697e+21
	0.5	-2.9106e+06	0.4752	0.2442	0.3109	0.2316	-4.1618	-2.0185e+08	-1.0134e+14	-8.1848e+16	-5.9398e+17
	0.6	-1.4484e+11	-364.2880	0.5507	0.8411	0.5619	-301.6444	-300.5089	-7.1539e+14	-5.1053e+18	-2.5356e+11
	0.7	-1.3135e+06	-3.3645e+05	-1.7710e+06	-5.7544e+04	0.8409	-9.9062	-7.2855e+06	-3.7836e+06	-1.2994e+07	-5.0374e+07
	0.8	-5.2224e+14	-5.9381e+05	-9.0877e+06	-1.8089	0.8157	0.7850	-0.0221	-126.1971	-0.4326	-1.3557
	0.9	-1.6589e+17	-3.5879e+07	-2.1262e+13	-3.8188	0.6619	0.9164	0.8822	0.7434	0.7208	-1.0844
	1.0	-1.6929e+06	-4.6830e+13	-6.0246e+14	-3.8583e+07	-9.4266e+11	0.8032	0.8793	0.8217	0.7090	-4.2735e+16

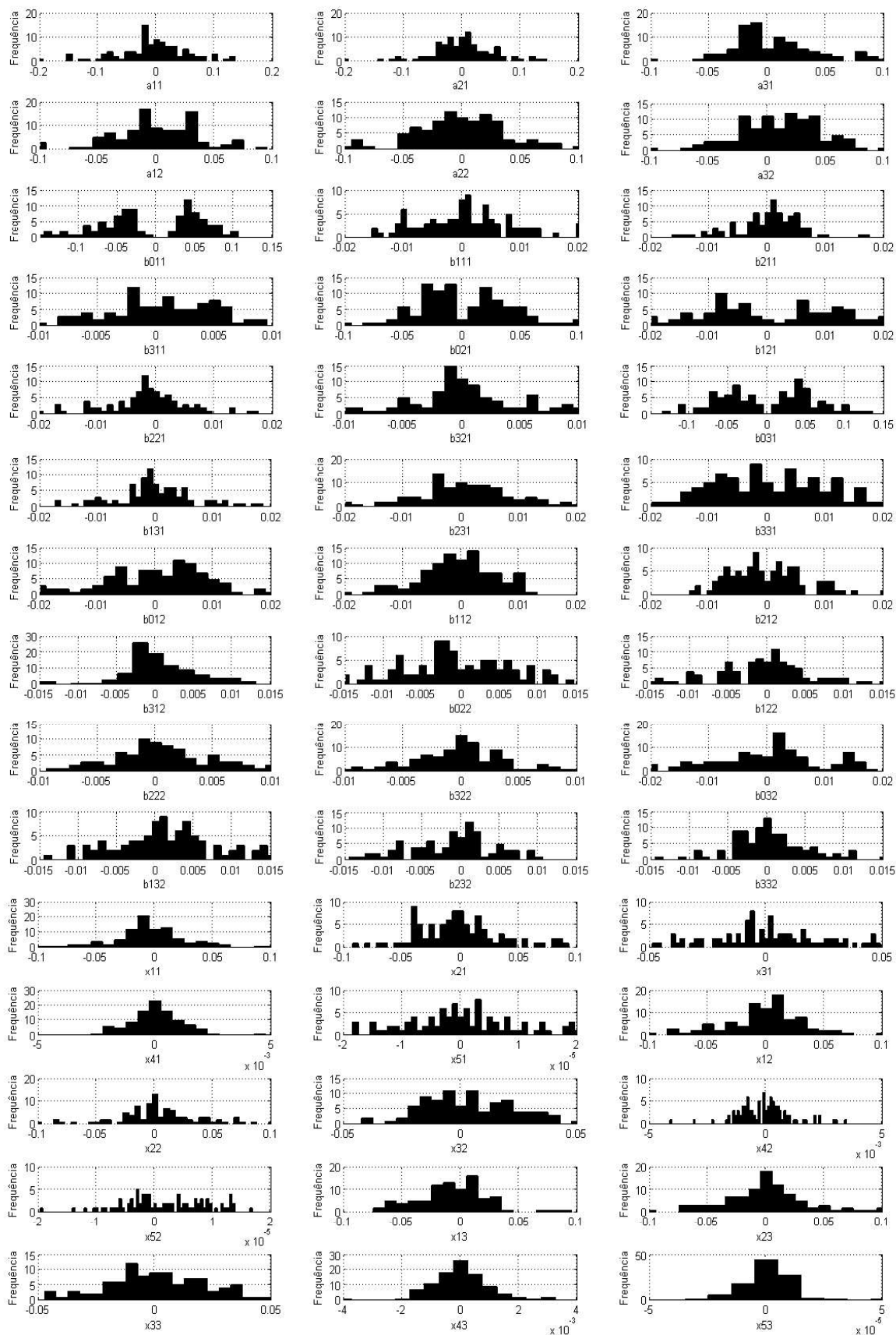


FIGURA B.1: Histograma dos parâmetros estimados do algoritmo ED na 2<sup>a</sup> etapa (MIMO). Fonte: Autor (2015).

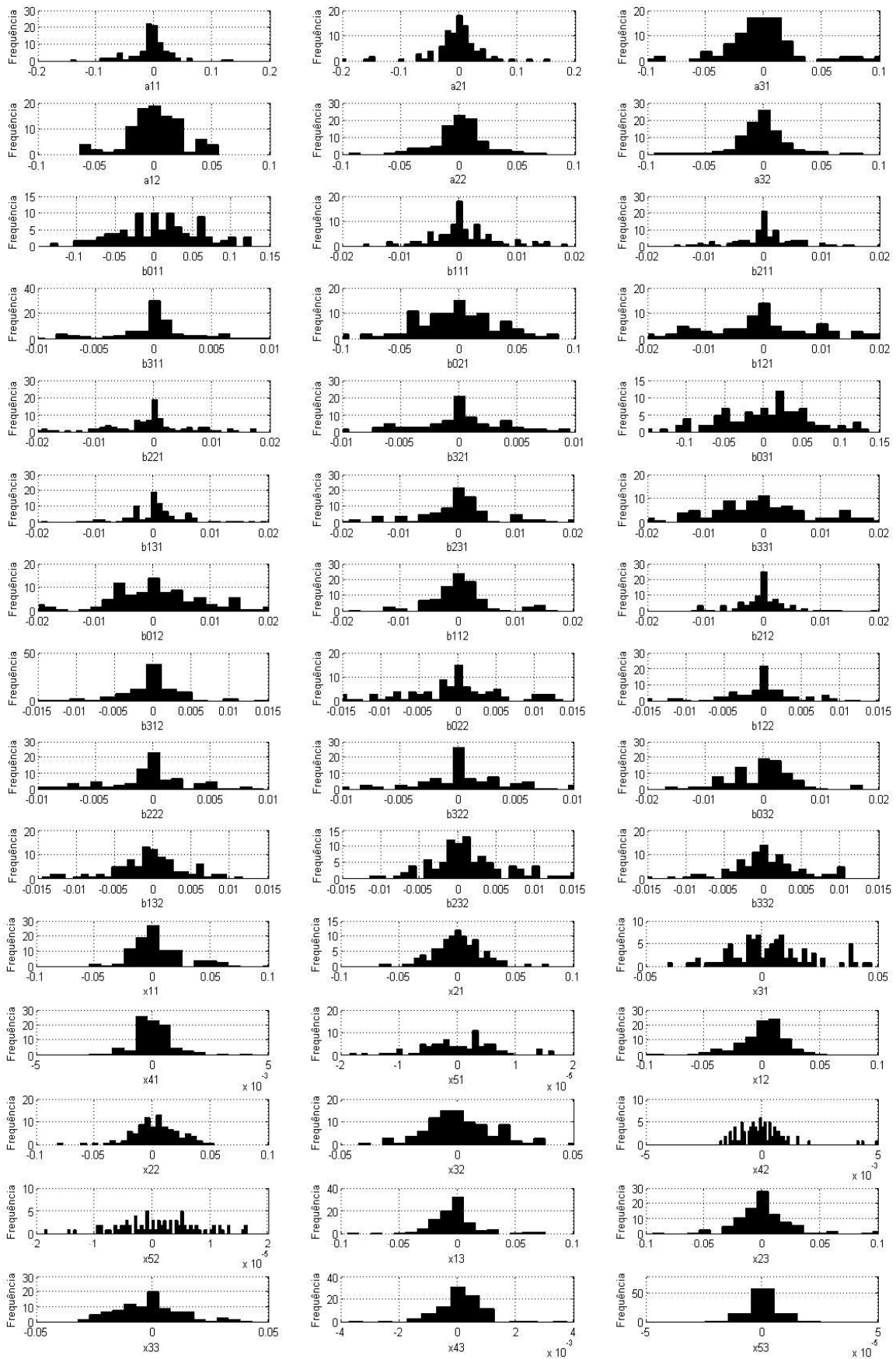


FIGURA B.2: Histograma dos parâmetros estimados do algoritmo ED *fuzzy* MOM na 2ª etapa (MIMO). Fonte: Autor (2015).

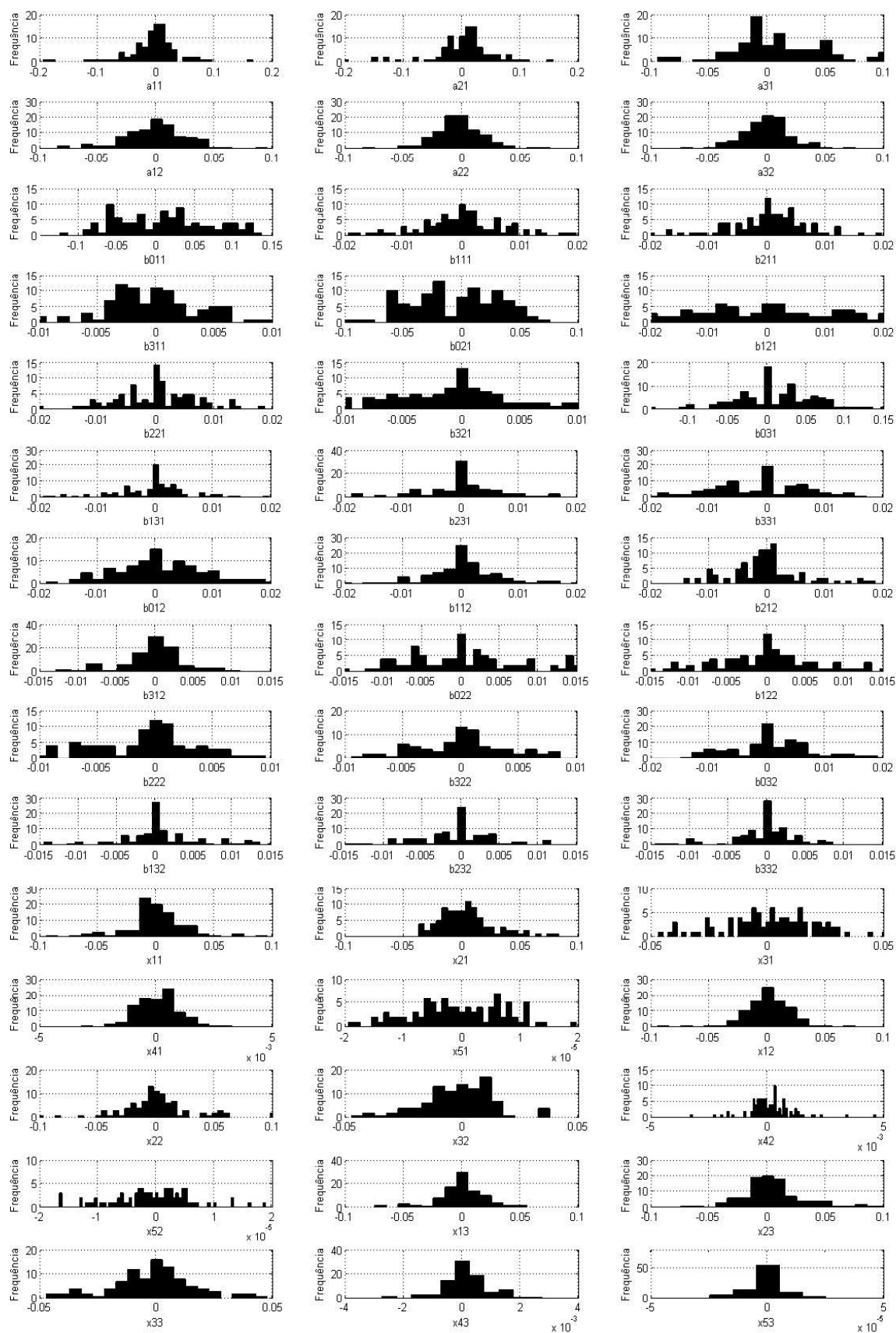


FIGURA B.3: Histograma dos parâmetros estimados do algoritmo ED *fuzzy* IR na 2ª etapa (MIMO).  
Fonte: Autor (2015).

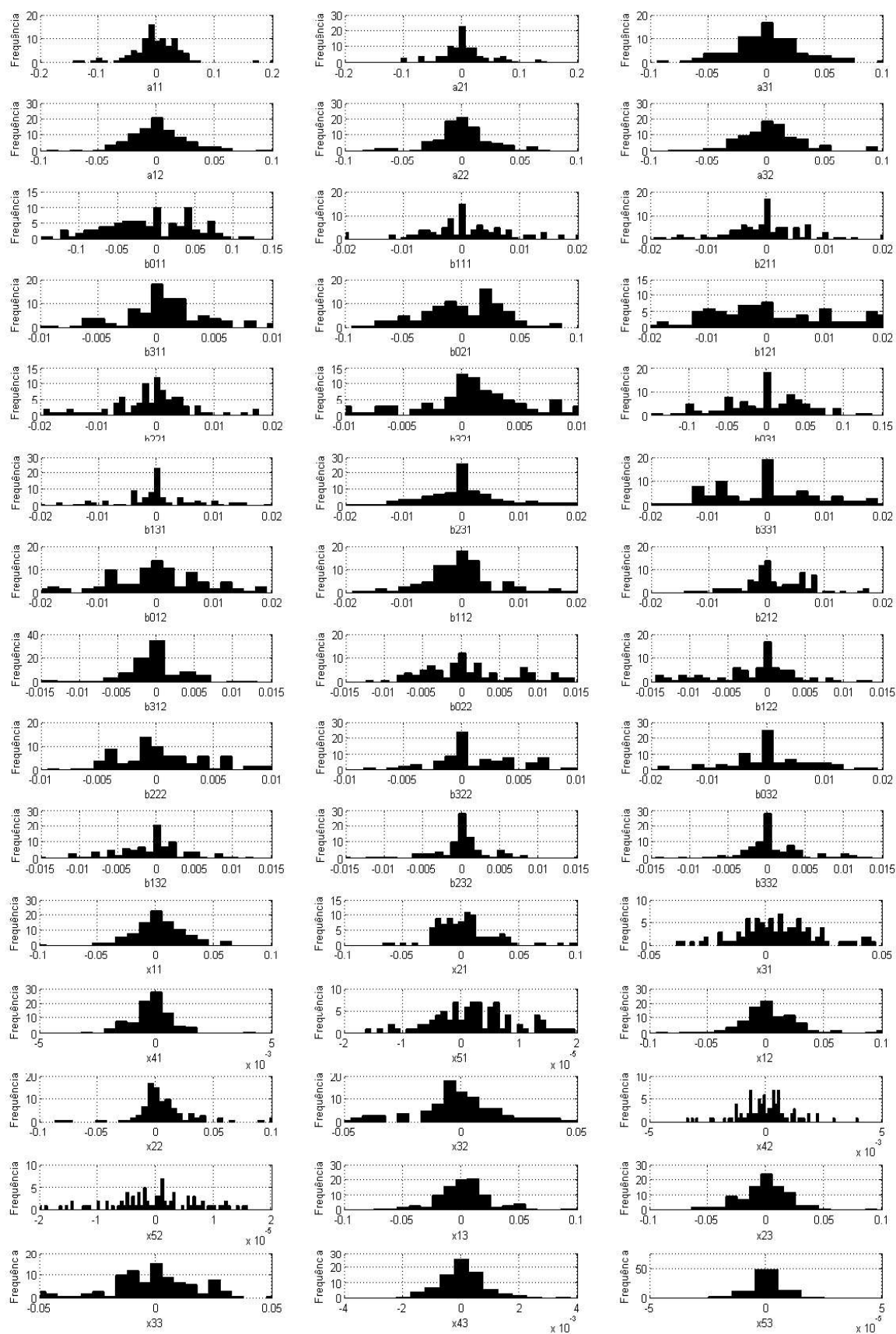


FIGURA B.4: Histograma dos parâmetros estimados do algoritmo ED *fuzzy* combinação MOM e IR na 2ª etapa (MIMO). Fonte: Autor (2015).



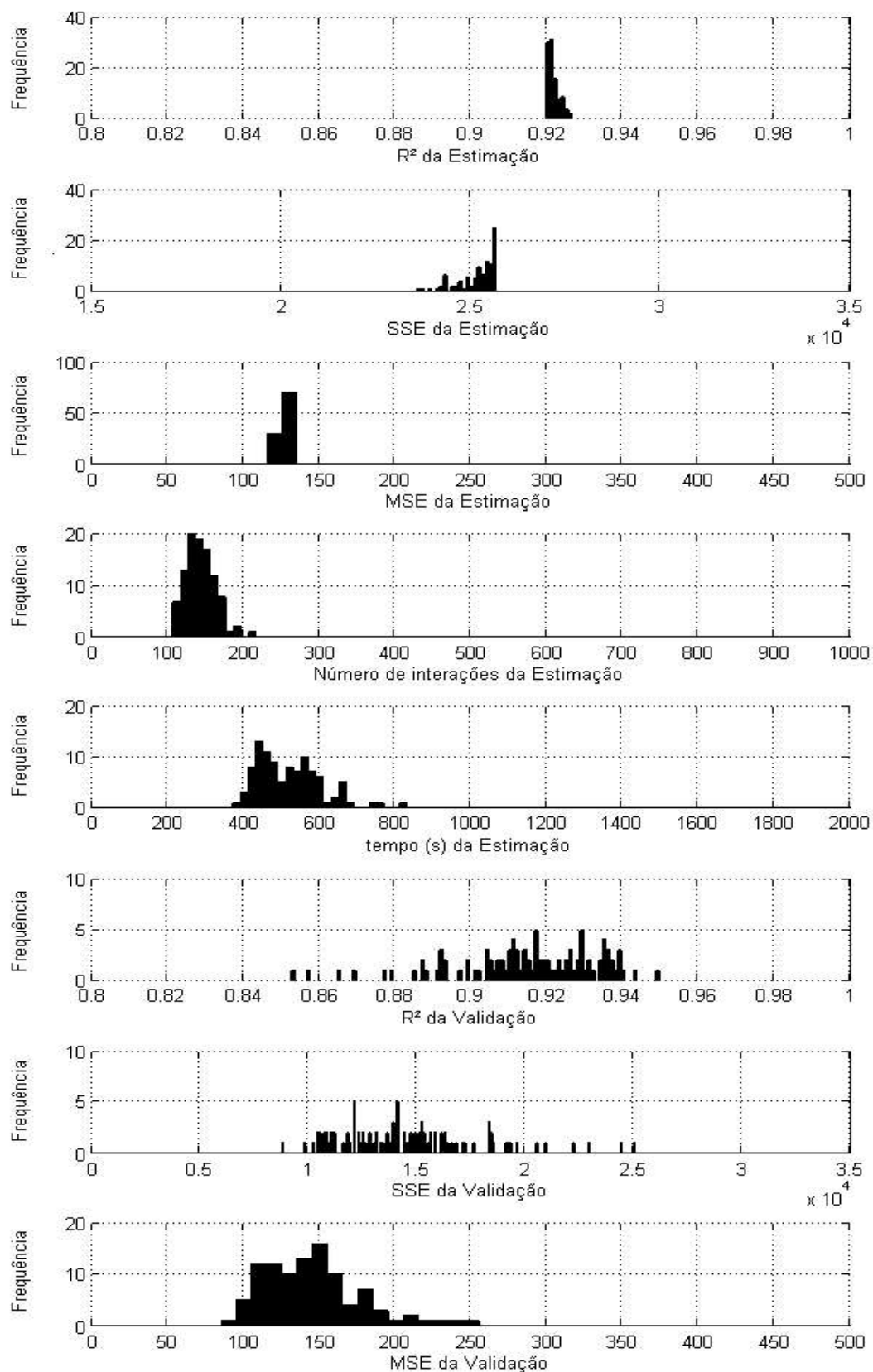


FIGURA B.5: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED na 2ª etapa (Modelo MIMO). Fonte: Autor (2015).

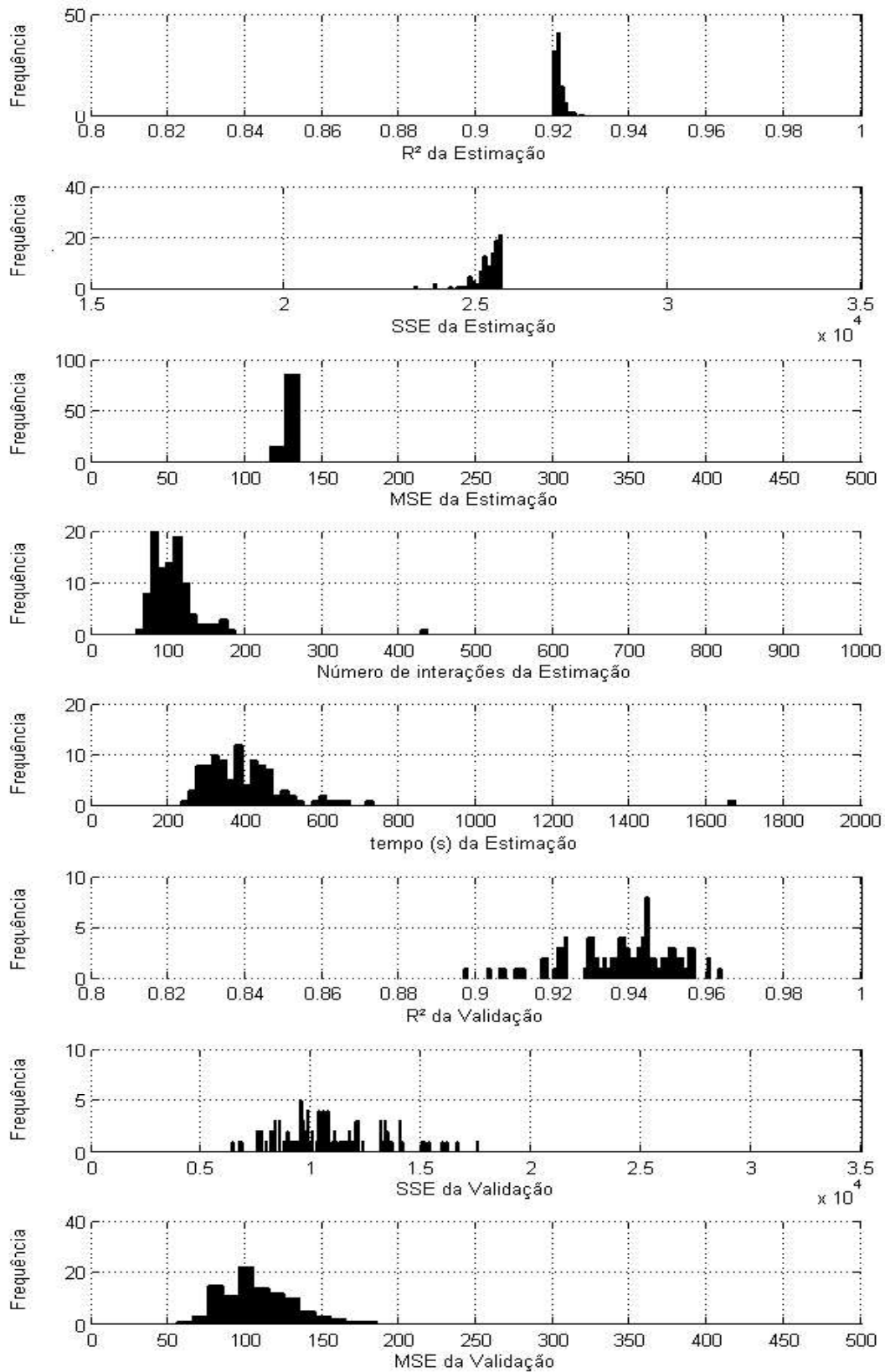


FIGURA B.6: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED *fuzzy* MOM na 2ª etapa (Modelo MIMO). Fonte: Autor (2015).

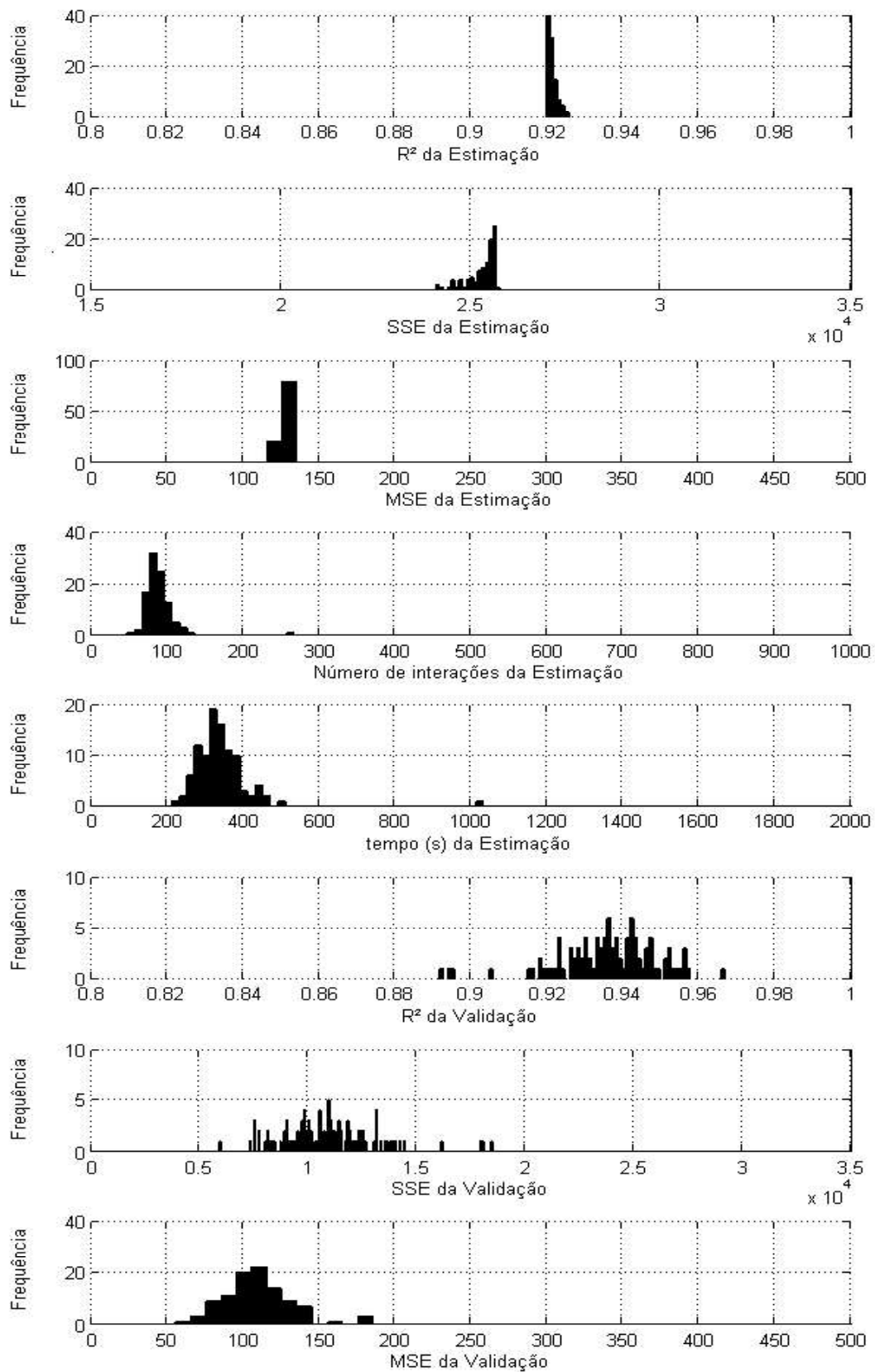


FIGURA B.7: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED *fuzzy* IR na 2<sup>a</sup> etapa (Modelo MIMO). Fonte: Autor (2015).



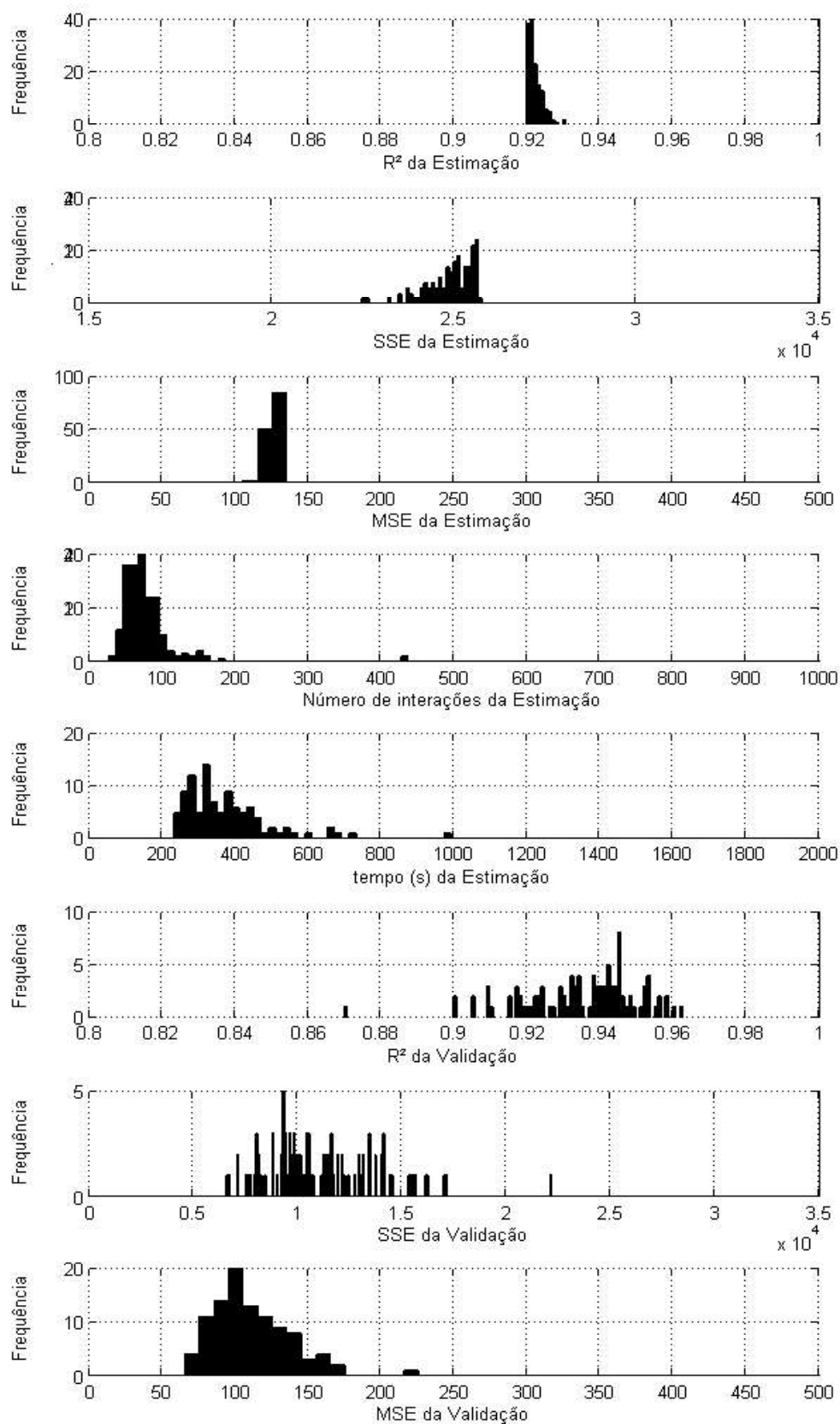


FIGURA B.8: Histograma dos resultados da estimação e validação do algoritmo ED *fuzzy* combinação MOM e IR na 2ª etapa (Modelo MIMO). Fonte: Autor (2015).



