

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ALCEMIR MILIAVACCA

IDENTIFICAÇÃO DOS COEFICIENTES DINÂMICOS DE MANCAIS EM MÁQUINAS
ROTATIVAS ATRAVÉS DE RESPOSTAS AO DESBALANCEAMENTO E
TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR

CURITIBA

2015

ALCEMIR MILIAVACCA

IDENTIFICAÇÃO DOS COEFICIENTES DINÂMICOS DE MANCAIS EM MÁQUINAS
ROTATIVAS ATRAVÉS DE RESPOSTAS AO DESBALANCEAMENTO E
TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica do Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri

CURITIBA

2015

M644i

Miliavacca, Alcemir

Identificação dos coeficientes dinâmicos de mancais em máquinas rotativas através de respostas ao desbalanceamento e técnicas de otimização não linear/ Alcemir Miliavacca. – Curitiba, 2015.
136 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, 2015.

Orientador: Carlos Alberto Bavastrí .
Bibliografia: p. 113-116.

1. Máquinas elétricas. 2. Mancais (Máquinas). 3. Otimização matemática (não linear). 4. Elementos finitos. 5. Otimização estrutural. I. Universidade Federal do Paraná. II. Bavastrí, Carlos Alberto. III. Título.

CDD: 629.2502


TERMO DE APROVAÇÃO

ALCEMIR MILIAVACCA

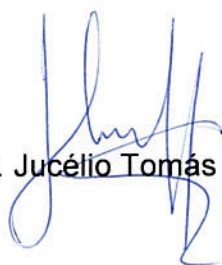
IDENTIFICAÇÃO DOS COEFICIENTES DINÂMICOS DE MANCAIS EM MÁQUINAS ROTATIVAS ATRAVÉS DE RESPOSTAS AO DESBALANCEAMENTO E TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica do Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

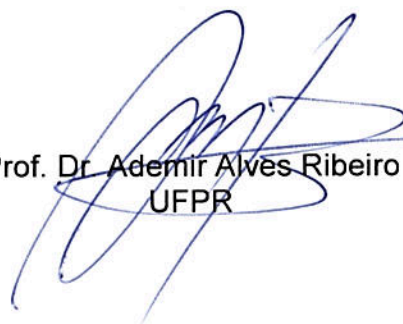
Banca Examinadora:



Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado
PUC/PR



Prof. Dr. Jucélio Tomás Pereira
UFPR



Prof. Dr. Ademir Alves Ribeiro
UFPR

Curitiba, 01 de outubro de 2015.

*Dedico este trabalho a minha esposa Júlia
e meu filho Luís Otávio.*

AGRADECIMENTOS

Agradecer a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho não é fácil, dessa forma, gostaria de expressar minha profunda gratidão a todos de maneira geral.

A algumas pessoas devo agradecimento especial. Primeiramente, a Deus, que tem conduzido meu caminho e suprido todas as minhas necessidades.

A minha esposa Júlia e filho Luís Otávio, pela motivação, compreensão, carinho e por todos os momentos que não podemos passar juntos durante esta trajetória.

Ao meu pai Alcides e mãe Rosa, que sempre apoiaram e incentivaram minha educação e formação profissional.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri, pela orientação, profissionalismo, amizade e apoio no decorrer deste trabalho.

Aos meus colegas e a todo grupo do Laboratório de Vibrações e Mecânica dos Sólidos da UFPR.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PGMEC), seu corpo docente e administrativo, pelo apoio, conhecimento e por propiciar o recurso necessário a este trabalho.

Agradeço aos amigos e colegas de trabalho da Petrobras Repar, pela amizade, apoio e pela compreensão durante minhas ausências para execução deste trabalho. Em especial, agradeço ao colega de trabalho e também colega do grupo de pesquisa, Rodrigo Bubniak Silvério, pelas discussões, companheirismo e apoio durante este trabalho.

À Petrobras e a unidade Repar, por incentivar e propiciar meu desenvolvimento através do Programa de Pós-Graduação.

A todas as pessoas que de alguma maneira contribuíram para que este trabalho fosse realizado.

A educação não transforma o mundo.
Educação muda pessoas.
Pessoas transformam o mundo.

Paulo Freire

RESUMO

Máquinas rotativas são amplamente empregadas na indústria e geralmente ocupam funções críticas nos processos produtivos. A fim de garantir a operação segura e confiável destes equipamentos faz-se necessária a correta predição de seu comportamento dinâmico nas fases de projeto e o adequado acompanhamento preditivo e de diagnóstico durante sua operação. Estas características estão estreitamente relacionadas aos coeficientes dinâmicos dos mancais. Porém, estes parâmetros são geralmente de difícil obtenção e conduzem a erros na modelagem do sistema. Este trabalho propõe uma metodologia experimental robusta para determinar, simultaneamente, os coeficientes dinâmicos dos mancais e a distribuição do desbalanceamento de massa em rotores flexíveis, por meio de conceitos associados a modificações estruturais e técnicas de otimização não linear. O método ajusta a resposta ao desbalanceamento simulada, via método dos elementos finitos, a sua equivalente experimental, medida em procedimentos de *rundown*. Como a função objetivo resultante é multimodal, um método híbrido que emprega algoritmo genético e o algoritmo de busca direta de Nelder-Mead foi empregado para garantir a determinação do ótimo global com um tempo de processamento reduzido. Uma base formada por autovetores de um sistema primário invariante (rotor real e coeficientes de mancais iniciais constantes) foi utilizada para obter a resposta ao desbalanceamento no ambiente de otimização. Esta base permite encontrar a resposta do rotor real (sistema composto), quando os coeficientes dos mancais são atualizados na rotina de otimização, de forma semelhante à utilizada em técnicas de modificação estrutural. Este conceito permite resolver o problema de autovalores uma única vez e sua associação à redução modal mediante truncagem dos autovetores permite reduzir o custo computacional despendido. Validações numéricas baseadas num rotor exemplo clássico da literatura foram inicialmente realizadas, permitindo analisar a influência de diferentes parâmetros do algoritmo genético, coeficientes iniciais dos mancais e reduções modais, na convergência e precisão do código para identificação de parâmetros. A validação experimental foi realizada por meio de duas diferentes configurações de rotores. O modelo inicial incluiu um mancal confeccionado com quatro molas, sendo seus coeficientes de rigidez obtidos via ensaios mecânicos e comparados aos obtidos pela metodologia. O segundo modelo experimental foi montado com um mancal hidrodinâmico cilíndrico de geometria fixa, e os valores identificados via metodologia proposta neste trabalho foram comparados aos calculados através de um código comercial. Resultados satisfatórios foram obtidos nas análises numéricas e experimentais e são amplamente discutidos. A metodologia mostra-se eficiente e confiável para identificar, simultaneamente, os coeficientes dinâmicos de mancais e excitações por desbalanceamentos.

Palavras-chave: Máquinas Rotativas. Mancais. Otimização Não Linear. Elementos Finitos. Modificações Estruturais.

ABSTRACT

Rotating machines are widely used in industry usually performing critical roles in production processes. In order to ensure a safe and reliable operation of such equipment, it is fundamental to have a correct prediction of their dynamic behavior throughout the design stages and an appropriate predictive monitoring and diagnosis when in operation. These characteristics are closely related to the bearing dynamic coefficients. However, such parameters are usually difficult to obtain besides leading to errors in the process of modeling the system. The present study proposes a robust experimental methodology to determine the bearing dynamic coefficients simultaneously with the distribution of mass unbalance in flexible rotors applying concepts associated to structural modifications and nonlinear optimization techniques. The method adjusts the unbalance response simulated by a finite element model, to its experimental equivalent, measured in rundown procedures. As the resulting target function is multimodal, a hybrid method using a genetic algorithm and the direct search Nelder-Mead algorithm was used to ensure the determination of the global optimum with a reduced processing time. A basis consisting of eigenvectors of a primary invariant system (real rotor and coefficients of constant initial bearings) was used to obtain the response to unbalance in the optimization environment. This basis allows finding the response of the real rotor (compound system) when the coefficients of the bearings are updated in the optimization routine as in structural modification techniques. This concept allows solving the eigenvalue problem at once; and its association to modal reduction by eigenvectors truncation reduces the spent computational cost. Numerical validations based on a rotor that is a classic example in the literature were initially performed, allowing analyzing the influence of various parameters of the genetic algorithm, initial bearing coefficients, and modal reductions in the convergence and accuracy of the parameter identification code. The experimental validation was performed using two different rotor configurations. The initial model included a bearing made with four springs, the stiffness coefficients of which were obtained via mechanical tests and compared to those obtained by the methodology. The second experimental model was constructed using a plain hydrodynamic journal bearing, and the values identified via the methodology proposed in the present study were compared to those calculated through a commercial code. Satisfactory results were obtained in numerical and experimental analyses and discussed at length. The methodology proves to be efficient and reliable to identify both the bearing coefficients and the excitations by unbalances.

Keywords: Rotating Machines. Bearings. Nonlinear Optimization. Finite Elements. Structural Modifications.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Elemento finito de eixo.	30
Figura 2 – Coeficientes de rigidez e amortecimento para um mancal.	31
Figura 3 – Massa desbalanceamento.	34
Figura 4 – Vetores de excitação e resposta.	36
Figura 5 – Diagrama de Campbell para o Rotor de Lalanne e Ferraris (2001, p.125).	42
Figura 6 – Mapa de rigidez para um rotor hipotético.	47
Figura 7 – Configuração geral de um sistema rotor-mancais.	48
Figura 8 – Diagrama de Bode.	50
Figura 9 – Compensação de runout.	51
Figura 10 – Sistema rotor-mancais (Modelo simplificado).	55
Figura 11 – Modelagem do sistema primário e composto.	55
Figura 12 – Ajuste da função quadrática para coeficientes de mancais.	62
Figura 13 – Fluxograma da rotina de otimização.	63
Figura 14 – Fluxograma da metodologia proposta.	67
Figura 15 – Rotor de Lalanne para validação numérica da metodologia.	68
Figura 16 – Resposta ao desbalanceamento para o rotor de Lalanne obtida via software Rotordin.	69
Figura 17 – Resposta ao desbalanceamento para o rotor de Lalanne obtida na bibliografia.	70
Figura 18 – Mapa de rigidez para o rotor de Lalanne e Ferraris.	70
Figura 19 – Função objetivo para desbalanceamento e coeficientes de modificação da rigidez principal como incógnitas.	72
Figura 20 – Função objetivo para coeficientes de mancais como incógnitas.	72
Figura 21 – Resposta ao desbalanceamento simulada e pontos selecionados para o nó 12 do rotor de Lalanne e Ferraris (2001, p.125).	75
Figura 22 – Resposta ao desbalanceamento simulada e pontos selecionados para o nó 2 do rotor de Lalanne.	79
Figura 23 – Sistema de aquisição de dados.	82
Figura 24 – Rotor com a configuração para medições com o mancal de mola.	83
Figura 25 – Mancal de molas.	84

Figura 26 – Modelagem em elementos finitos do rotor com mancal de molas.....	85
Figura 27 – Resposta ao desbalanceamento medidas para o sensor (a) X e (b) Z para o rotor com mancal de molas.	87
Figura 28 – Resposta ao desbalanceamento para ambos os sensores com subtração dos runouts para o mancal de molas.	87
Figura 29 – Resposta ao desbalanceamento com 20 pontos vibração X rotação para o rotor com mancal de molas.	88
Figura 30 – Mapa de rigidez para o rotor com mancal de molas.....	89
Figura 31 – Resposta ao desbalanceamento experimental e ajustada para o rotor com mancal de molas.	92
Figura 32 – Performance do (a) algoritmo genético e (b) algoritmo Nelder-Mead para o mancal de molas.	92
Figura 33 – Rotor com a configuração para medições com o mancal hidrodinâmico.	94
Figura 34 – (a) Montagem do mancal hidrodinâmico e (b) seção do mancal hidrodinâmico.	95
Figura 35 – Bomba de lubrificação forçada do mancal hidrodinâmico.	96
Figura 36 – Modelagem em elementos finitos do rotor com mancal hidrodinâmico.	96
Figura 37 – Gráfico de cascata para o rotor com mancal hidrodinâmico.	98
Figura 38 – Resposta ao desbalanceamento medidas para (a) o sensor X e (b) para o sensor Z para o rotor com mancal hidrodinâmico.	100
Figura 39 – Resposta ao desbalanceamento com subtração dos runouts para o rotor com mancal hidrodinâmico.....	100
Figura 40 – Resposta ao desbalanceamento com os 18 pontos selecionados para o rotor com mancal hidrodinâmico.	101
Figura 41 – Mapa de rigidez para o rotor com mancal hidrodinâmico.....	102
Figura 42 – Coeficientes de rigidez teórico e experimental para o mancal hidrodinâmico.	104
Figura 43 – Coeficientes de amortecimento teórico e experimental para o mancal hidrodinâmico.	104
Figura 44 – Resposta ao desbalanceamento experimental e identificada para o rotor com mancal hidrodinâmico.....	105
Figura 45 – Performance do (a) algoritmo genético e (b) algoritmo de Nelder-Mead para o rotor com mancal hidrodinâmico.	106

Figura A.1 – Tipos mais comuns de rolamentos.	118
Figura A.2 – Deflexão devido à compressão dos elementos de um rolamento.	119
Figura A.3 – Mancal hidrodinâmico cilíndrico plano.	120
Figura A.4 – Representação do mancal hidrodinâmico cilíndrico plano.	121
Figura A.5 – Representação do mancal tipo <i>Tilting Pad</i>	121
Figura B.1 – Poliedro de Nelder-Mead e definição de novos pontos.	124
Figura D.1 – Conjunto de demoduladores e modelo de sensor de proximidade utilizados.	127
Figura D.2 – Placa de aquisição utilizada para medição das respostas ao desbalanceamento.	128
Figura E.1 – (a) Teste de impacto e (b) ajuste da FRF para o eixo do rotor com mancal de molas.	130
Figura E.2 – (a) Teste de impacto e (b) ajuste da FRF para o eixo do rotor com mancal hidrodinâmico.	131
Figura F.1 – (a) Bancada para ensaio do mancal de molas e (b) instrumento utilizado.	132
Figura F.2 – Comportamento da rigidez em função do deslocamento.	133
Figura G.1 – Medição dimensional do mancal hidrodinâmico.	135
Figura G.2 – Coeficientes dinâmicos obtidos numericamente para o mancal hidrodinâmico.	136

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados do rotor de Lalanne e Ferraris (2001, p. 125).....	68
Tabela 2 – Análise de diferentes quantidades de populações e gerações do algoritmo genético.	76
Tabela 3 – Análise de diferentes parâmetros iniciais para mancais e reduções modais.....	77
Tabela 4 – Resultados numéricos para 2 mancais e 1 plano de desbalanceamento.	80
Tabela 5 – Runout dos sensores X e Z para o rotor com mancal de molas.....	86
Tabela 6 – Condições iniciais e restrições para variáveis do rotor com mancal de molas.....	89
Tabela 7 – Parâmetros da rotina de otimização ajustados para o rotor com mancal de molas.....	90
Tabela 8 – Valores identificados para os parâmetros do rotor com mancal de molas.	91
Tabela 9 – Runout dos sensores X e Z para o rotor com mancal hidrodinâmico.	99
Tabela 10 – Condições iniciais e restrições para variáveis do rotor com mancal hidrodinâmico.	103
Tabela 11 – Parâmetros da rotina de otimização ajustados para o rotor com mancal hidrodinâmico.	103
Tabela 12 – Valores identificados para os parâmetros de desbalanceamento.	103
Tabela F.1 – Ensaio para medição da rigidez do mancal de molas.	133
Tabela G.1 – Principais parâmetros do mancal hidrodinâmico.	135

LISTA DE ABREVIATURAS

AG	Algoritmos Genéticos
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
LAVIBS	Laboratório de Vibrações e Som da Universidade Federal do Paraná
MEF	Método dos Elementos Finitos
MGL	Múltiplos Graus de Liberdade
ROMAC	<i>University of Virginia Rotating Machinery and Controls Laboratory</i>
TONL	Técnica de Otimização Não Linear
UFPR	Universidade Federal do Paraná
UR	<i>Unbalance Response</i> (Resposta ao Desbalanceamento)

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Latino

$[A]$	Matrix auxiliar do problema $2n$ dimensional (dimensão $2n \times 2n$)
B_B	Largura de um mancal hidrodinâmico
$[B]$	Matrix auxiliar do problema $2n$ dimensional (dimensão $2n \times 2n$)
c	Coeficiente de amortecimento
$[c_M]$	Matriz de amortecimento viscoso para um mancal (dimensão 4×4)
$[c_{0_M}]$	Matriz de amortecimento inicial para um mancal (dimensão 4×4)
$[C]$	Matriz global de amortecimento viscoso (dimensão $n \times n$)
$[C_1]$	Adição da matriz global de amortecimento viscoso e matriz de efeito giroscópico (dimensão $n \times n$)
$[C_M]$	Matriz global de amortecimento viscoso para os mancais (dimensão $n \times n$)
$[C_{0_M}]$	Matriz global inicial de amortecimento para mancais (dimensão $n \times n$)
d_{rol}	Deslocamento total radial em mancais de rolamentos
$\{d\}$	Vetor erro para a rotina de otimização (dimensão $(N_p * N_r) \times 1$)
D_B	Diâmetro do eixo para um mancal hidrodinâmico ou diâmetro do elemento rolante para um mancal de rolamento.
$\{D\}$	Vetor posição de uma massa desbalanceada (dimensão 3×1)
E	Módulo de Young
f_{obj}	Função objetivo para o problema de otimização
Fq_i	Força generalizada associada a i -ésima coordenada generalizada
F_r	Carregamento radial imposto a um mancal
F_u	Componente da força generalizada na direção X
F_w	Componente da força generalizada na direção Z
F_y	Componente do momento fletor em torno do eixo X
F_η	Componente do momento fletor em torno do eixo Z
$\{f(t)\}$	Vetor de excitações no espaço temporal (dimensão $n \times 1$)
$\{F(\Omega)\}$	Vetor de excitações no espaço da frequência (dimensão $n \times 1$)
$[G]$	Matriz global de efeitos giroscópicos (dimensão $n \times n$)

$[G_1]$	Matriz global de efeitos giroscópicos sem o termo associado à velocidade de rotação (dimensão $n \times n$)
i	Variável complexa ($i = \sqrt{-1}$)
$[I]$	Matriz identidade (dimensão $2n \times 2n$)
k	Coefficiente de rigidez
$[k_M]$	Matriz de rigidez para um mancal (dimensão 4×4)
$[k0_M]$	Matriz de rigidez inicial para um mancal (dimensão 4×4)
$[K]$	Matriz global de rigidez (dimensão $n \times n$)
$[K_E]$	Matriz global de rigidez para o eixo (dimensão $n \times n$)
$[K_M]$	Matriz global de rigidez para os mancais (dimensão $n \times n$)
$[K0_M]$	Matriz global inicial de rigidez para os mancais (dimensão $n \times n$)
L	Comprimento do elemento de eixo
m_u	Massa desbalanceada
$[M]$	Matriz global de massa (dimensão $n \times n$)
n	Número de graus de liberdade do modelo numérico
Nb	Número de planos de balanceamento
Nm	Número de mancais
Np	Número de sensores/posições de medição de vibração
Nr	Número de velocidades de rotações para medição de vibração
Nv	Número de variáveis do vetor projeto de otimização
$\{N\}$	Vetor de forças do problema $2n$ dimensional
$\{p(t)\}$	Vetor de coordenadas do espaço modal no tempo (dimensão $2n \times 1$)
$\{P(\Omega)\}$	Vetor de coordenadas do espaço modal na frequência (dimensão $2n \times 1$)
q_i	i -ésima coordenada generalizada
$\{q(t)\}$	Vetor de coordenadas generalizadas (dimensão $n \times 1$)
$\{q_e\}$	Vetor de deslocamentos elementar (dimensão 8×1)
$Q(\Omega)$	Resposta ao desbalanceamento do sistema rotor
Q^{exp}	Resposta experimental do sistema rotor
Q^{num}	Resposta numérica do sistema rotor
r_u	Excentricidade da massa desbalanceada
$R(t)$	Resposta a uma excitação por desbalanceamento
$R_0(XYZ)$	Sistema de coordenadas inercial

s	Variável conjugada igual a $-\lambda$
T	Energia cinética
u	Deslocamento lateral na direção X
u_m	Magnitude do desbalanceamento de massa
U	Energia potencial
w	Deslocamento lateral na direção Z
$\{X\}$	Vetor de variáveis de projeto do problema de otimização (dimensão $Nv \times 1$)
$y(t)$	Definição do espaço de estado no tempo
$Y(\Omega)$	Definição do espaço de estado na frequência

Alfabeto Grego

α_r	Ângulo de contato de um rolamento
$[\alpha]$	Matriz de receptância no espaço de estado (dimensão $2n \times 2n$)
β	Fase do vetor da resposta vibratória
γ	Giro em torno do eixo X
δ_{ij}	Delta de Kronecker
δ_m	Fase do vetor excitação
δu	Deslocamento virtual na direção u
δw	Deslocamento virtual na direção w
δW	Trabalho virtual de forças externas
$[\Delta c_M]$	Matriz de modificação de amortecimento para um mancal (dimensão 4×4)
$[\Delta C_M]$	Matriz global de modificação de amortecimento para mancais (dimensão $n \times n$)
$[\Delta k_M]$	Matriz de modificação de rigidez para um mancal (dimensão 4×4)
$[\Delta K_M]$	Matriz global de modificação de rigidez para mancais (dimensão $n \times n$)
η	Giro em torno do eixo Z
$[\theta]$	Matriz de autovetores à esquerda (dimensão $2n \times 2n$)
$[\Theta]$	Matriz de autovetores à esquerda ortonormalizados (dimensão $2n \times 2n$)

$\{\lambda\}$	Vetor de autovalores (dimensão $2n \times 1$)
$[\Lambda]$	Matriz diagonal de autovalores (dimensão $2n \times 2n$)
μ	Parâmetro do algoritmo de Nelder-Mead
ξ	Fator de amortecimento
ρ	Densidade de um material
$[\psi]$	Matriz de autovetores à direita (dimensão $2n \times 2n$)
$[\Psi]$	Matriz de autovetores à direita ortonormalizados (dimensão $2n \times 2n$)
Ω	Frequência
Ω_r	Velocidade de rotação

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	20
1.1 OBJETIVOS.....	21
1.1.1 Objetivos específicos	22
1.2 ESTRUTURA DO TEXTO.....	22
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
3 REVISÃO CONCEITUAL	29
3.1 MODELAGEM NUMÉRICA DO SISTEMA	29
3.1.1 Modelagem dos mancais.....	30
3.1.2 Excitação tipo desbalanceamento	33
3.2 RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES	37
3.2.1 Ortogonalização	39
3.2.2 Diagrama de Campbell.....	41
3.2.3 Solução simplificada.....	42
3.2.4 Resposta na Frequência – Excitação por Desbalanceamento	44
3.3 INTERAÇÃO ROTOR-MANCAIS	45
4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	48
4.1 OBTENÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS	48
4.1.1 Runout da medição	51
4.2 FORMULAÇÃO NUMÉRICA PARA O PROBLEMA	52
4.2.1 Sistema primário e sistema composto.....	52
4.2.2 Resolução do sistema composto.....	55
4.3 FUNÇÃO OBJETIVO E PROBLEMA PADRÃO DE OTIMIZAÇÃO	58
4.3.1 Mancais com coeficientes constantes	60
4.3.2 Mancais com coeficientes que variam com a rotação	61
4.4 ROTINA DE OTIMIZAÇÃO	62
4.5 DETALHAMENTO DA IMPLEMENTAÇÃO	64
5 VALIDAÇÃO NUMÉRICA	68
5.1 SIMULAÇÃO DA RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO.....	69
5.2 FORMA DA FUNÇÃO OBJETIVO.....	70
5.3 DETERMINAÇÃO DE COEFICIENTES DE MANCAIS E DESBALANCEAMENTO	73
5.3.1 Caso 1 – Determinação dos parâmetros do mancal do nó 14 e desbalanceamento do nó 6	74
5.3.2 Caso 2 – Determinação dos coeficientes dos mancais dos nós 1 e 14 e desbalanceamento do nó 6	78
6 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	81
6.1 SISTEMA DE AQUISIÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS.....	81
6.2 ROTOR COM MANCAL DE MOLAS	82
6.2.1 Configuração do rotor e modelagem	82
6.2.2 Resposta ao desbalanceamento	85
6.2.3 Determinação dos parâmetros desconhecidos	88
6.3 ROTOR COM MANCAL HIDRODINÂMICO	93
6.3.1 Configuração do rotor e modelagem	93
6.3.2 Instabilidade hidrodinâmica.....	96
6.3.3 Resposta ao desbalanceamento	99
6.3.4 Determinação dos parâmetros desconhecidos	100

6.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	106
7 CONCLUSÕES.....	109
7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	112
REFERÊNCIAS.....	113
APÊNDICE A - TIPOS DE MANCAIS.....	117
A.1 MANCAIS DE ROLAMENTO.....	117
A.2 MANCAIS HIDRODINÂMICOS.....	120
APÊNDICE B - ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO.....	122
B.1 ALGORITMO GENÉTICO.....	122
B.2 ALGORITMO DE NELDER-MEAD	123
APÊNDICE C - DESCRIÇÃO DO SOFTWARE ROTORDIN	125
C.1 HISTÓRICO.....	125
C.2 CAPACIDADES	126
APÊNDICE D - EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO	127
D.1 SENSORES DE PROXIMIDADE E DEMODULADORES	127
D.2 PLACA DE AQUISIÇÃO	128
APÊNDICE E - PROPRIEDADES DOS EIXOS DOS ROTORES.....	129
E.1 EIXO DO ROTOR COM MANCAL DE MOLAS	129
E.2 EIXO DO ROTOR COM MANCAL HIDRODINÂMICO	130
APÊNDICE F - ENSAIO EXPERIMENTAL DO MANCAL DE MOLAS	132
APÊNDICE G - MANCAL HIDRODINÂMICO UTILIZADO NOS ENSAIOS	134

1 INTRODUÇÃO

A utilização de máquinas rotativas no ambiente industrial geralmente está ligada a etapas críticas dentro das matrizes produtivas mundiais. Nestes equipamentos, o conhecimento preciso de rotodinâmica possui elevada importância para a operação confiável e ininterrupta destas máquinas. Sua presença é importante no projeto do equipamento, estendendo-se por toda a vida útil em diagnósticos e manutenções. Pode-se citar nesta classe de equipamentos: bombas, motores, geradores, compressores, turbinas a vapor, turbinas a gás, etc.

Devido às crescentes demandas por alta potência, alta velocidade e redução de peso de rotores de turbomáquinas, a predição do comportamento dinâmico de sistemas girantes é essencial para projetos adequados e para controle de vibrações (TAPLAK *et al.*, 2012). Um fator crucial que governa as características de vibrações são os elementos que permitem o movimento relativo entre o rotor e partes estacionárias, ou seja, os mancais. Segundo Vance (1988), as características rotodinâmicas de uma turbomáquina são fortemente influenciadas pelos mancais nos quais o rotor gira.

A determinação dos coeficientes dinâmicos dos mancais é uma etapa crítica e complexa durante uma análise rotodinâmica. Historicamente, a estimativa teórica destes parâmetros sempre foi considerada uma fonte de erro na predição do comportamento destes sistemas. Especialmente para mancais do tipo hidrodinâmicos, a determinação de seus parâmetros depende de uma grande quantidade de fenômenos e variáveis físicas que acrescentam elevado grau de dificuldade à modelagem e são fontes de erros nestas predições. Além disso, durante a operação de máquinas rotativas por longos períodos, significativo desgaste ocorre na superfície de mancais (PAPADOPOULOS *et al.*, 2008). O acompanhamento predito de variáveis relacionadas direta ou indiretamente aos mancais torna-se necessário, uma vez que este é um dos componentes que mais é responsabilizado por falhas e defeitos durante a operação de máquinas.

A obtenção de coeficientes dinâmicos de mancais por meio de dados experimentais permite melhorar a qualidade dos parâmetros que são utilizados nos projetos rotodinâmicos. Durante a vida operacional destes equipamentos, a possibilidade de obter os parâmetros dos mancais mediante dados experimentais coletados diretamente no campo possibilita uma ferramenta auxiliar para diagnósticos

de defeitos e falhas nos equipamentos. De similar importância, o recurso experimental para determinação dos coeficientes de mancais pode ser aplicado em laboratórios e estudos para mensurar e analisar fenômenos complexos associados a estes componentes.

De mesma importância aos mancais apresenta-se o desbalanceamento de massa presente nos elementos rotativos. Reconhecido como sendo responsável pelas excitações mais comuns em rotores, desbalanceamentos residuais são fontes indesejáveis de vibrações e devem ser reduzidas a valores toleráveis, geralmente determinados por normas. Isso é realizado no processo de balanceamento de um rotor, que compreende a medição e redução da vibração por meio da remoção ou adição de massa em pontos específicos e discretos do rotor. A redução destas excitações permite operar o equipamento com menores amplitudes de vibrações, aumentando a vida útil dos componentes do sistema (SHIH; LEE, 1997). Os métodos atualmente empregados para balanceamento de rotores compreendem técnicas, em geral, com dificuldades intrínsecas à sua execução. Dependendo do rotor, pode ser necessário seu balanceamento em alta rotação, perto de rotações críticas ou acima destas, devendo considerar modelos de eixos flexíveis. Nesses casos, os procedimentos usuais de balanceamento com massas de testes podem levar a resultados pouco precisos, envolvendo um elevado tempo de execução e, conseqüentemente, a indisponibilidade do equipamento para a operação.

Na metodologia proposta para identificação das características dos mancais, deve-se também ter presente a identificação das excitações por desbalanceamento, uma vez que o desconhecimento desta distribuição pode provocar erros. A obtenção simultânea dos parâmetros dos mancais e o desbalanceamento do rotor via técnicas de otimização, considerando uma teoria robusta de eixos flexíveis, permitirá melhorar diagnósticos e corrigir mais rapidamente possíveis defeitos em componentes do rotor.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é propor e desenvolver uma metodologia que permita identificar, simultaneamente, os coeficientes dos mancais e os parâmetros de desbalanceamento de um conjunto rotor-mancais, através de um problema inverso, utilizando técnicas de otimização não linear.

1.1.1 Objetivos específicos

O objetivo principal pode ser detalhado nos seguintes objetivos secundários:

- Desenvolver um código numérico utilizando, para o problema inverso, o ajuste entre respostas de vibração obtidas experimentalmente e suas equivalentes numéricas na determinação dos parâmetros desconhecidos.
- Validar numericamente a metodologia desenvolvida através da utilização de um rotor exemplo clássico disponível na literatura.
- Implementar uma bancada para realização dos ensaios experimentais.
- Validar experimentalmente a metodologia através do emprego de diferentes tipos de mancais, analisando a eficiência e aplicabilidade da metodologia.

1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

Com o intuito de atingir os objetivos apresentados, este texto possui a seguinte divisão:

- Na corrente seção, é apresentada a importância e relevância do tema deste trabalho para projetos e manutenção de sistemas girantes.
- Na segunda seção é realizada a revisão bibliográfica de trabalhos científicos relacionados ao tema proposto.
- Na terceira seção, são revisados os modelos matemáticos e conceitos necessários para o entendimento dos propósitos e dos meios utilizados no desenvolvimento deste trabalho.
- Na quarta seção é descrita e detalhada a metodologia proposta neste trabalho, visando a obtenção dos parâmetros desconhecidos do sistema rotor-mancais.
- Na quinta e sexta seção a metodologia proposta é validada numericamente e experimentalmente.
- Na sétima seção são apresentadas as conclusões e recomendações de trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um dos primeiros trabalhos citando a importância da determinação das propriedades dos mancais no comportamento dinâmico de um rotor foi realizado por Newkirk e Taylor (1925). Nesse trabalho, os autores investigaram fenômenos de instabilidade gerados por mancais e denominado por eles de *Oil Whip*, e associaram as causas diretamente as características dos mancais.

Para mancais do tipo rolamento, a obtenção teórica das propriedades de rigidez pode ser feita com auxílio do uso da teoria de Hertz que permite calcular as pressões de contato entre os elementos girantes e estacionários. Estudos mostram que em menores cargas ocorre uma relação não linear entre carregamento e deformação dos elementos girantes sendo que, para cargas mais elevadas, esta relação é aproximadamente linear (MOURAD *et al.*, 2008). A variação da velocidade de rotação mostra um reduzido efeito sobre a rigidez deste tipo de mancal sujeitado a rotações moderadas. Via modelagem analítica, os coeficientes de amortecimento para mancais de rolamento podem ser obtidos pela teoria da lubrificação elasto-hidrodinâmica (JAIN *et al.*, 1984), apresentando de forma geral baixos valores para esta propriedade.

Em mancais hidrodinâmicos, a solução analítica para as propriedades dinâmicas do mancal somente é factível para modelos e condições de contorno específicas: a aproximação para mancais longos e a aproximação para mancais curtos, ambos com geometrias planas e fixas (SILVA, 2004). No primeiro caso, a razão entre a largura e o diâmetro do mancal deve tender a infinito, enquanto no segundo caso este fator deve tender a zero. Além disso, é necessário considerar o fluido como sendo isoviscoso, Newtoniano, incompressível e de escoamento laminar. Dessa forma, as considerações necessárias à modelagem destes tipos de mancais embutem erros na determinação dos parâmetros. Para soluções mais precisas e configurações de mancais mais complexas, como por exemplo o mancal tipo *Tilting Pad*, torna-se necessária a utilização de métodos numéricos (VIGNOLO *et al.*, 2011) como elementos finitos ou volumes finitos.

Nas últimas décadas, pesquisadores ao redor do mundo têm proposto métodos experimentais para a determinação dos coeficientes de mancais como uma forma de melhorar a predição do comportamento dinâmico destes componentes. Essencialmente, os métodos empregados utilizam para excitação do rotor impulsos

ou excitação por desbalanceamento de massa. Lee e Hong (1989) estudaram um método para identificação dos coeficientes dinâmicos de mancais por meio de respostas ao desbalanceamento. No trabalho dos autores, a resposta ao desbalanceamento de um rotor deve ser medida junto aos mancais e a metodologia é aplicada a rotores rígidos, suportado por mancais anisotrópicos. Através de um experimento numérico, o método proposto forneceu uma boa estimativa dos coeficientes dos mancais.

A utilização de excitações por desbalanceamento também é aplicada por Tieu e Qiu (1994) que desenvolveram uma metodologia para determinação dos coeficientes dinâmicos de um sistema girante. O modelo assume o rotor como rígido e exige a execução de no mínimo dois *rundowns*, com a utilização de massas de teste em posições específicas. As respostas ao desbalanceamento medidas são transferidas para o domínio da frequência, a partir do qual um estimador linear para os coeficientes é desenvolvido com base no método dos mínimos quadrados. Este método mostra-se pouco robusto, principalmente no que tange à aplicação das massas de teste quanto às suas posições, excentricidades e magnitudes, além da consideração de rotor rígido.

O método de excitação do rotor baseado em impulsos é aplicado por Tiwari e Chakravarthy (2006). A metodologia apresenta-se para múltiplos graus de liberdade (MGL) e rotores flexíveis permitindo, simultaneamente, identificar parâmetros de mancais e desbalanceamentos residuais. Visando reduzir o número de medições requeridas para estimativa dos parâmetros, o método propõe eliminar alguns graus de liberdade por condensação. Não são consideradas a fundação e a flexibilidade de suportes. A identificação dos parâmetros ocorre no domínio da frequência. Bons resultados foram obtidos em análises numéricas realizadas neste trabalho. Num trabalho posterior (TIWARI; CHAKRAVARTHY, 2009), os autores realizaram as análises experimentais relativas à metodologia proposta no trabalho anterior, com resultados satisfatórios.

Com mesmo intuito, De Santiago e San Andrés (2007a) estudaram um método para aplicação em campo para identificação dos coeficientes dinâmicos dos mancais. A partir da coleta dos dados transientes e ajuste dos coeficientes, a metodologia mostrou bons resultados quando aplicada a uma análise experimental.

Baseado na resposta dinâmica devido ao desbalanceamento, De Santiago e San Andrés (2007b) desenvolveram um procedimento aplicado a rotores flexíveis. O método exige a realização de dois testes independentes, com distribuições das massas desbalanceadas conhecidas e medições da vibração o mais próximo possível dos mancais. O procedimento ajusta as forças resultantes nos mancais como uma função do movimento medido. Através de análises experimentais, a metodologia mostra razoáveis resultados para o objetivo proposto.

Trabalhos com foco na utilização de excitações por impulso mostram, de forma geral, bons resultados. A grande desvantagem citada pelos autores está na dificuldade de utilização deste método para máquinas reais, de grandes dimensões e situadas no campo, haja vista a dificuldade de excitação por força impulsiva e a grande quantidade de medições necessárias (TIEU; QIU, 1994). Neste cenário, a utilização de excitações provenientes de desbalanceamentos de massa mostra-se vantajosa. A necessidade, porém, da realização de vários testes com massas conhecidas aplicadas em posições específicas pode trazer dificuldades práticas.

Para procedimentos de balanceamento, um rotor pode ser considerado como rígido ou flexível. Segundo definição prática, os rotores passam a ser considerados como flexíveis quando operam próximos ou em rotações superiores a primeira rotação crítica. De forma geral, a grande parte dos rotores de turbomáquinas é considerado flexível, o que aumenta a complexidade de procedimentos e técnicas de balanceamento. Classicamente, duas técnicas são utilizadas para balanceamento de rotores flexíveis: balanceamento modal e balanceamento por coeficientes de influência. O primeiro deles é um método geralmente adequado para estruturas com baixa densidade modal. Neste cenário, nas proximidades de cada ressonância, o modo em questão é predominante e podem-se desprezar os componentes de outros modos (FERREIRA, 1989). O método de balanceamento por coeficientes de influência é um método amplamente utilizado na prática e baseia-se na hipótese de comportamento linear do sistema rotativo. Apesar de que nenhum sistema apresente este comportamento ideal, considerando uma faixa estreita de rotação, o sistema pode ser considerado linear. A implementação deste método é simples, uma vez que é desnecessário o conhecimento de parâmetros do sistema para execução do desbalanceamento. A sua grande desvantagem está na quantidade de leituras necessárias para sua realização. Desta forma, sua aplicação demanda elevado tempo para execução.

Visando evitar os diversos ciclos de partida e parada para balanceamento de um rotor por métodos convencionais, Bronkhorst *et al.* (2010) implementaram uma metodologia global de balanceamento de eixos flexíveis a partir de respostas medidas experimentalmente e respostas do modelo numérico do rotor em estudo. Através de técnicas de otimização não linear, os parâmetros de desbalanceamento são identificados por meio da minimização de uma função erro estabelecida. O trabalho mostrou resultados satisfatórios.

Nas últimas décadas, técnicas de otimização têm sido introduzidas gradativamente nos campos de análise de sistemas girantes com comportamento linear, através de problemas inversos. Este tipo de análise permite, mediante obtenção de dados experimentais, determinar e ajustar parâmetros desconhecidos do modelo matemático por meio da minimização de uma função objetivo apropriada para o problema. Entre eles, o método de mínimos quadrados é amplamente usado. Trabalhos com foco em diagnóstico de trincas (SEKHAR, 2004) e auxílio na determinação de parâmetros de mancais e desbalanceamento (TIWARI; CHAKRVARTHY, 2006) foram realizados empregando esta técnica. Duas técnicas de otimização bastante difundidas são o Método Quasi-Newton e o Método de busca direta de Nelder-Mead. Estas técnicas de otimização possuem elevada velocidade, porém, não garantem o mínimo global para a função objetivo, especialmente para problemas com ruído e variáveis incertas. Com isso, a identificação dos parâmetros pode ser imprecisa.

Neste sentido, métodos evolucionários como algoritmo genético têm sido utilizados para otimização global de variáveis. Estes métodos executam uma busca envolvendo os candidatos à solução ótima por meio do uso de operadores não determinísticos e melhorando os indivíduos que formam a população mediante mecanismos inspirados na genética (RENDERS; FLASSE, 1996). A grande desvantagem desta técnica de otimização é o elevado tempo consumido nos cálculos desses algoritmos, uma vez que são baseadas em estratégias de iteração e trabalham em paralelo com elevado número de pontos de busca (indivíduos), ao contrário de métodos determinísticos que operam com um único ponto. Dessa forma, no caso específico de sistemas girantes, torna-se necessário um elevado número de determinações dos autovalores e autovetores associados ao problema.

Com o intuito de reduzir o tempo consumido por estas técnicas, métodos híbridos, que empregam ao mesmo tempo métodos evolucionários e métodos

determinísticos, têm sido empregados. Segundo Renders e Flasse (1996), um dos métodos híbridos que melhor permite unir o compromisso com a busca de mínimos globais, associado maior velocidade de solução é a utilização de algoritmo genético associado ao método de busca direta de Nelder-Mead.

Com foco na determinação de parâmetros de mancais em sistemas girantes por meio do problema inverso e com reduzido tempo de solução, Kim *et al.* (2007) propuseram um método híbrido que agrupa os indivíduos de cada geração do algoritmo genético em vários *clusters*. Além de coeficientes de mancais, o método permite determinar o desbalanceamento residual, por meio da coleta da resposta ao desbalanceamento do rotor num único teste. Após a classificação de todos os indivíduos dentro dos *clusters*, uma procura pelo mínimo local é realizada. Foram utilizadas três diferentes formulações para a função objetivo, que quantifica a diferença entre o modelo numérico e experimental. A aplicação a um exemplo numérico mostrou bons resultados para os valores identificados. A validação experimental por meio da utilização de um mancal-mola (rolamento suportado externamente por molas com reduzida rigidez) mostrou boa determinação dos parâmetros de mancais procurados, assim como redução do tempo demandado pelo algoritmo. Também ficou evidente naquele trabalho a importância da formulação de uma correta função objetivo para o problema de otimização. Esta metodologia foi aplicada pelo autor a rotores do tipo flexíveis e mostrou-se bastante robusta.

Mais recentemente e com o mesmo objetivo, Han *et al.* (2013) estudaram a aplicação de algoritmo evolucionário associado ao Modelo de Substituição *Kriging*, que é construído por intermédio de várias amostras dos vários parâmetros a serem identificados (desbalanceamentos e parâmetros de mancais) e as sucessivas respostas ao desbalanceamento medidas, que substitui o modelo inicial em elementos finitos. Após a construção deste modelo, técnicas de otimização baseada em algoritmo evolucionário são aplicadas. Este modelo foi empregado pelo autor como uma alternativa ao elevado tempo consumido pela técnica de algoritmo evolucionário quanto aplicado diretamente ao modelo numérico do rotor. O modelo proposto pelos autores é testado com exemplos numéricos e aplicações experimentais. O método mostrou-se muito dependente do número de amostras escolhido, mas apresenta bons resultados especialmente para a determinação dos coeficientes de rigidez e desbalanceamentos, com maior erro associado à determinação dos parâmetros de amortecimento. O tempo demandado pelo código para a determinação dos

parâmetros de mancais e desbalanceamentos foi sensivelmente reduzido. Da mesma forma que o trabalho de Kim *et al.* (2007), esta metodologia também é aplicada a rotores flexíveis.

O emprego de técnicas de otimização baseadas em métodos híbridos mostra-se promissor. A desvantagem reportada em trabalhos (HAN *et al.*, 2013) situa-se ainda no elevado tempo consumido pelos códigos, especialmente quando torna-se necessária a resolução do problema de autovalores e autovetores para cada um dos indivíduos para compor seus parâmetros modais. Dessa forma, uma alternativa explorada neste trabalho é a utilização de conceitos aplicados por Espíndola e Silva (1992) e posteriormente por Bavastri *et al.* (2007) e Doubrawa Filho (2008) para controle passivo de vibrações por meio de neutralizadores dinâmicos. Este conceito permite descrever a dinâmica de um sistema composto em função das coordenadas generalizadas do sistema primário. Dessa forma, é possível descrever a dinâmica do sistema composto em um sub-espço modal do sistema primário, o que permite a resolução do problema de autovalores e autovetores uma única vez, sendo estes parâmetros modais utilizados para composição da resposta do sistema composto. O emprego de tal conceito permite um elevado ganho em tempo computacional na resolução destes problemas.

3 REVISÃO CONCEITUAL

Nesta seção é apresentada a revisão dos conceitos e modelos necessários ao desenvolvimento deste trabalho.

3.1 MODELAGEM NUMÉRICA DO SISTEMA

Um rotor simples é composto basicamente por um eixo, discos e mancais. Neste trabalho são considerados mancais de rolamento, com propriedades aproximadamente constantes com a velocidade de rotação, e mancais hidrodinâmicos, com variação dos parâmetros com a rotação. Num caso mais geral, as excitações para o rotor podem possuir origem em desbalanceamentos (excitação síncrona), desalinhamentos de eixo (excitação síncrona e harmônicos), instabilidades hidrodinâmicas (excitação subsíncrona) ou excitações a uma frequência qualquer ($\Omega \neq \Omega_r$). Porém, neste trabalho são considerados esforços provenientes exclusivamente de desbalanceamentos de massa, e somente o comportamento lateral de rotores foi estudado.

As equações gerais para rotores são deduzidas a partir das equações de Lagrange (LALANNE; FERRARIS, 2001) dadas por

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F q_i . \quad (1)$$

Na equação, T representa a energia cinética, U a energia potencial. Também, q_i representa a i -ésima coordenada generalizada, com $i = 1$ a n graus de liberdade, e $F q_i$ a força generalizada associada à coordenada q_i .

Considerando a utilização do método dos elementos finitos (MEF), o elemento de eixo representado pela Figura 1 é aplicado. Este elemento possui dois nós, incluindo um total de quatro deslocamentos laterais, representados por u e w , e quatro giros ao elemento, representados por η e γ , para cada nó. O mesmo é denominado Elemento de Viga de Euler-Bernoulli corrigido, e nele assume-se que a seção transversal permanece plana e perpendicular ao eixo após a deformação (REDDY, 2006). O vetor de deslocamentos elementar é descrito por

$$\{q_e\} = [u_1, w_1, \gamma_1, \eta_1, u_2, w_2, \gamma_2, \eta_2]^T. \quad (2)$$

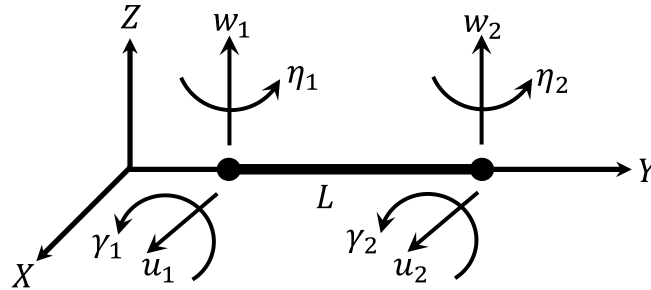


Figura 1 – Elemento finito de eixo.

As matrizes elementares de massa, rigidez e efeitos giroscópicos para discos e eixos são obtidas a partir da aplicação das equações de Lagrange (Eq. 1), sendo descritas com propriedade em Lalanne e Ferraris (2001) e Genta (2005).

A equação de movimento global de rotores para elementos finitos (MEF), na sua forma matricial, é desenvolvida conforme Lalanne e Ferraris (2001) e Genta (2005) e dada por

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + ([C] + [G(\Omega_r)])\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{f(t)\}, \quad (3)$$

onde $q(t)$ é o vetor contendo as coordenadas generalizadas, $[M]$ é matriz global de massa, $[C]$ a matriz global de amortecimento viscoso, $[G]$ a matriz global giroscópica, $[K]$ a matriz global de rigidez e $\{f(t)\}$ o vetor global de excitações do sistema. As matrizes $[M]$, $[C]$ e $[K]$ são simétricas e reais, enquanto a matriz $[G]$ é anti-simétrica.

3.1.1 Modelagem dos mancais

Os mancais são considerados, de uma maneira simplificada, como elementos de suporte, dispostos discretamente ao longo do eixo, e representados geralmente por matrizes de rigidez e amortecimento associados aos deslocamentos u e w . No modelo numérico, os mancais são considerados geralmente adicionando seus vínculos elásticos e de amortecimento ao sistema de equações. Os mancais são modelados por quatro coeficientes de rigidez k_{xx} , k_{zz} , k_{xz} e k_{zx} e mais quatro

coeficientes de amortecimento c_{xx} , c_{zz} , c_{xz} e c_{zx} (SILVA, 2004), de forma geral, conforme Figura 2.

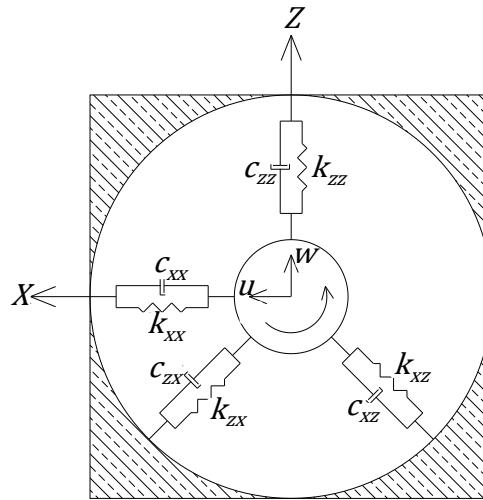


Figura 2 – Coeficientes de rigidez e amortecimento para um mancal.

Os valores dos coeficientes dinâmicos dos mancais são calculados de acordo com o tipo de mancal, podendo ser dependentes em maior ou menor grau da velocidade de rotação de trabalho (Ω_r). Os mancais são classificados conforme seus princípios de funcionamento. Dois tipos de mancais amplamente empregados em máquinas rotativas são os mancais de rolamentos e os mancais hidrodinâmicos. Para ambos, discute-se no Apêndice A seus princípios de funcionamento e propriedades dos coeficientes de rigidez e amortecimento. Os códigos numéricos comerciais desenvolvidos pelo laboratório ROMAC, da Universidade de Virgínia – USA, têm sido internacionalmente utilizados por fabricantes de turbomáquinas para cálculo dos coeficientes dinâmicos de mancais. Neste trabalho, o código intitulado MAXBRG (HE *et al.*, 2007) para cálculo de mancais de geometria fixa é empregado nos itens relacionados à validação experimental deste trabalho.

O trabalho virtual δW das forças dos mancais que agem sobre o eixo, considerando-se o comportamento linear, é dada por (LALANNE; FERRARIS, 2001)

$$\begin{aligned} \delta W = & -k_{xx}u\delta u - k_{xz}w\delta u - k_{zz}w\delta w - k_{zx}u\delta w - c_{xx}\dot{u}\delta u - c_{xz}\dot{w}\delta u \\ & - c_{zz}\dot{w}\delta w - c_{zx}\dot{u}\delta w \quad , \end{aligned} \quad (4)$$

onde δu e δw são os deslocamentos virtuais. A Eq.(4) também pode ser escrita como

$$\delta W = F_u \delta u + F_w \delta w, \quad (5)$$

onde F_u e F_w são os componentes das forças generalizadas e são descritos por

$$F_u = -k_{xx}u - k_{xz}w - c_{xx}\dot{u} - c_{xz}\dot{w} \quad (6)$$

$$F_w = -k_{zz}w - k_{zx}u - c_{zz}\dot{w} - c_{zx}\dot{u}. \quad (7)$$

As Eq. (6) e Eq. (7) podem ser também obtidas da expansão por Série de Taylor da reação sobre o mancal, medido com base no deslocamento estático do centro do mancal. É considerada neste caso, a expansão em primeira ordem da Série de Taylor, fornecendo uma modelagem linear para os coeficientes do mancal.

Desconsiderando a influência dos momentos fletores de giros (F_γ e F_η) como hipótese, e considerando os quatro graus de liberdade por nó do elemento, as equações acima são escritas na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \\ F_\gamma \\ F_\eta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} & 0 & 0 \\ k_{zx} & k_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ \gamma \\ \eta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} & 0 & 0 \\ c_{zx} & c_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

A primeira matriz é a matriz de rigidez e a segunda a matriz de amortecimento para um mancal. Observa-se que as forças dependem dos deslocamentos e velocidades nos nós de aplicação. É possível descrever as matrizes dos coeficientes de rigidez e amortecimento para um mancal respectivamente como

$$[k_M] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \quad (9)$$

e

$$[c_M] = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Portanto, na resolução do sistema matricial, as matrizes das Eq. (9) e Eq. (10) devem ser adicionadas diretamente aos termos relativos aos nós do eixo, ao qual o mancal está aplicado.

3.1.2 Excitação tipo desbalanceamento

O desbalanceamento de massa em rotores é conhecido como sendo a fonte mais comum de vibração em máquinas rotativas. A sua presença é responsável pelo movimento conhecido como precessão síncrona (VANICE, 1988). Estas excitações são representadas como forças periódicas com frequência igual à velocidade de rotação (Ω_r) e sua magnitude é dada por (LALANNE; FERRARIS, 2001)

$$F(\Omega) = m_u r_u \Omega_r^2, \quad (11)$$

onde m_u representa a massa desbalanceada e r_u a sua excentricidade. O produto dessas duas variáveis, $u_m = m_u r_u$, fornece a magnitude do desbalanceamento, cuja unidade comumente utilizada é o grama-milímetro ($1(g.mm) = 10^{-6} (kg.m)$).

Na representação gráfica da Figura 3, a posição da massa desbalanceada D , para uma coordenada no plano $X - Z$, considerando uma posição Y qualquer e constante será, conforme Lalanne e Ferraris (2001), dada por

$$\{D\} = \begin{Bmatrix} u + r_u \cdot \sin \Omega t \\ \text{constante} \\ w + r_u \cdot \cos \Omega t \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

e a velocidade será

$$\{\dot{D}\} = \begin{Bmatrix} \dot{u} + r_u \Omega \cdot \cos \Omega t \\ 0 \\ \dot{w} - r_u \Omega \cdot \sin \Omega t \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

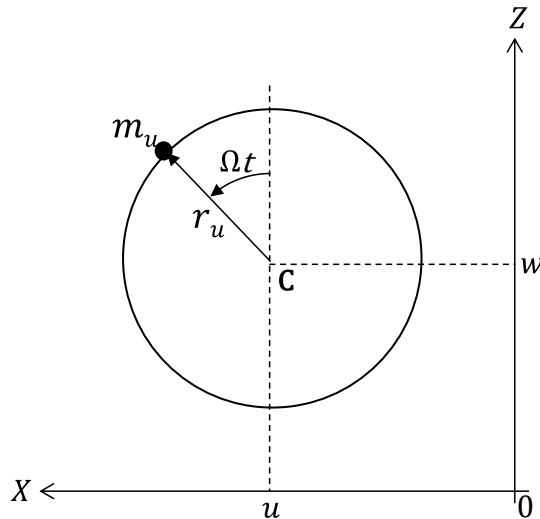


Figura 3 – Massa desbalanceamento.

Fonte: Adaptada de Lalanne e Ferraris (2001)

A energia cinética associada à massa desbalanceada m_u , conforme Lalanne e Ferraris (2001), pode ser escrita em uma forma aproximada por

$$T_u \cong m_u r_u \Omega (\dot{u} \cos \Omega t - \dot{w} \sin \Omega t). \quad (14)$$

Aplicando à equação de Lagrange (Eq. 1), a expressão da energia cinética para uma massa desbalanceada (Eq. 12), situada sobre o eixo de X (Figura 3) em $t = 0$, resulta

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = -(m_u r_u) \cdot \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin \Omega t \\ \cos \Omega t \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Na prática, a influência de várias massas de desbalanceamento deve ser considerada atuando simultaneamente num rotor. Para uma massa situada em $t = 0$ numa posição angular δ_m com respeito ao eixo Z (Figura 4), as forças tornam-se

$$\begin{bmatrix} f_u \\ f_w \end{bmatrix} = m_u r_u \Omega^2 \begin{bmatrix} \sin(\Omega t + \delta_m) \\ \cos(\Omega t + \delta_m) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

A posição angular δ_m comumente é conhecida como fase do vetor de desbalanceamento (força) e é vital para procedimentos de balanceamento.

A transformada de Fourier para a excitação periódica ao desbalanceamento a ser considerada no vetor de força para as coordenadas u e w , correspondente à j -ésima coordenada generalizada excitada, possui a forma

$$\{F(\Omega)\} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ u \\ w \\ \gamma \\ \eta \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vdots \\ i(m_u r_u)\Omega^2 \cdot e^{i\delta_m} \\ -(m_u r_u)\Omega^2 \cdot e^{i\delta_m} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad (17)$$

onde $i = \sqrt{-1}$ é a variável complexa.

Além da amplitude do desbalanceamento, é importante considerar a posição angular dos vetores de força e de resposta. Em aplicações práticas, a posição angular (fase) da resposta é medida com relação a um sensor de referência (usualmente denominado *Keyphasor*). Este sinal de impulso é recebido simultaneamente com os sinais dos transdutores de medição do deslocamento lateral do eixo (VANCE, 1988). O impulso é utilizado como referência e marca a fase zero do rotor (MUSZYNSKA, 2005).

A fase da força de desbalanceamento δ_m é medida em graus ou radianos a partir da referência fixa marcada no rotor. A fase da resposta, β , representa o ângulo entre o vetor resposta e a mesma referência fixa. A resposta está sempre atrasada em relação à força de desbalanceamento, pois move-se em direção contrária à rotação.

A magnitude e a fase podem ser representadas através do formalismo de números complexos, desconsiderando a parte complexa conjugada por simplificação. A excitação ($F(t)$) e a resposta ($R(t)$), respectivamente, podem ser escritas como

$$F(t) = F e^{i(\Omega t + \delta_m)} = m_u r_u \Omega^2 e^{i(\Omega t + \delta_m)} \quad (18)$$

e

$$R(t) = R e^{i(\Omega t + \beta)}. \quad (19)$$

Eliminando-se a parcela dependente do tempo, resulta

$$F(t) = F e^{i\delta_m} = m_u r_u \Omega^2 e^{i\delta_m} \quad (20)$$

e

$$R(t) = R e^{i\beta}. \quad (21)$$

Os vetores da Eq. (20) e Eq.(21) são representados graficamente conforme Figura 4.

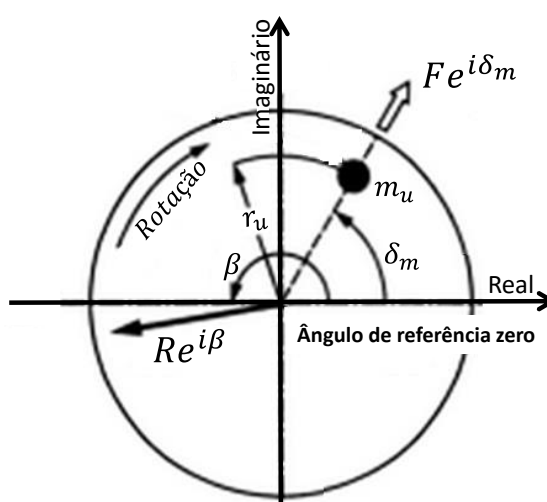


Figura 4 – Vetores de excitação e resposta.

Fonte: Adaptado de Muszynska (2005)

Uma das formas de atenuação desta excitação é por meio do processo de balanceamento do rotor. Neste processo, a distribuição de massa de um corpo rotativo é modificada, de modo que o centro de gravidade do rotor permaneça tão próximo quanto possível do centro de rotação do corpo. Na prática, rotores reais nunca podem ser perfeitamente balanceados, uma vez que erros de instrumentos e equipamentos são intrínsecos a este processo. Dessa forma, os limites permissíveis para desbalanceamentos residuais em rotores são impostos por normas, como por exemplo a ISO 1940 (INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION (ISO), 2003) e a API RP 684 (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API), 2010), normas técnicas amplamente empregadas em construção e manutenções de máquinas rotativas.

3.2 RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

Considerando que o sistema se encontra em regime permanente e em uma dada velocidade de rotação (Ω_r) fixa, a Eq. (3) pode ser escrita como

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [[C] + [G]]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{f(t)\}. \quad (22)$$

Para solução deste problema, será considerado o modelo viscoso não-proporcional (EWINS, 2000). Esta consideração, associada a condição de anti-simetria da matriz giroscópica, torna necessária a solução da Eq. (22) no denominador “espaço de estado” o qual pode ser definido por

$$\{y(t)\} = \begin{Bmatrix} \{q(t)\} \\ \{\dot{q}(t)\} \end{Bmatrix}_{2n \times 1}. \quad (23)$$

Esta condição leva à solução para um problema de $2n$ autovalores. Dessa forma, aplicando a Eq. (23) à Eq. (22) e considerando-se ainda $[C_1] = [C] + [G]$, resulta

$$[[C_1] \quad [M]]\{\dot{y}(t)\} + [[K] \quad [0]]\{y(t)\} = \{f(t)\}. \quad (24)$$

Visando manter o sistema de equações de ordem quadrada, acrescenta-se a equação

$$[M \quad 0]\{\dot{y}(t)\} + [0 \quad -[M]]\{y(t)\} = \{0\}, \quad (25)$$

que permite obter a expressão com dimensões $2n \times 2n$ no espaço de estado dada por

$$\begin{bmatrix} [C_1] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix} \{\dot{y}(t)\} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} \{y(t)\} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (26)$$

Este sistema de equações pode ser reescrito da seguinte forma

$$[A]\{\dot{y}(t)\} + [B]\{y(t)\} = \{N(t)\}, \quad (27)$$

onde

$$[A] = \begin{bmatrix} [C_1] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix}_{2n \times 2n}, \quad (28)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix}_{2n \times 2n}, \quad (29)$$

e

$$\{N(t)\} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix}_{2n \times 1}. \quad (30)$$

A Eq. (27) representa um problema de $2n$ equações diferenciais de primeira ordem. Supondo uma solução do tipo $\{q(t)\} = \{\phi\}e^{st}$, que para o espaço de estado resulta $\{y(t)\} = \{\theta\}e^{st}$, sendo s uma variável complexa igual a $-\lambda$, o problema de autovalores e autovetores generalizados, com $j = 1$ a $2n$, será dado por

$$[B]\{\theta\}_j = \lambda_j[A]\{\theta\}_j, \quad (31)$$

permitindo a montagem do conjunto

$$[B][\theta] = [\Lambda][A][\theta], \quad (32)$$

sendo $[\Lambda]$ a matriz diagonal de autovalores e $[\theta]$ a matriz de autovetores do sistema no espaço de estado. Como a matriz $[A]$ não é simétrica devido a presença de efeitos giroscópicos, é necessário resolver o problema adjunto de autovetores $[\psi]$

$$[B]^T[\psi] = [\Lambda][A]^T[\psi]. \quad (33)$$

O conjunto de autovetores $[\theta]$ e $[\psi]$ são denominados autovetores a esquerda e a direita do problema associado (EWINS, 2000). Para esta solução, define-se para uma dada rotação

$$\{\theta\} = \begin{Bmatrix} \{\phi\} \\ s\{\phi\} \end{Bmatrix}, \quad (34)$$

e para os autovalores a direita

$$\{\psi\} = \begin{Bmatrix} \{\varphi\} \\ s\{\varphi\} \end{Bmatrix}. \quad (35)$$

3.2.1 Ortogonalização

Conforme Espíndola (1990), a ortonormalização dos vetores a esquerda e direita, para uma dada rotação, é obtida mediante $\theta_j/\sqrt{a_j}$ e $\psi_j/\sqrt{a_j}$, com $a_j = \psi_j A \theta_j$. Com estas operações, obtém-se as matrizes ortonormalizadas $[\Psi]$ e $[\Theta]$, sendo as seguintes propriedades de ortogonalidade verificadas:

$$[\Psi]^T [A] [\Theta] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & 1 & \\ & & \ddots \end{bmatrix} = [I], \quad (36)$$

e

$$[\Psi]^T [B] [\Theta] = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Da Eq. (36) tem-se

$$\begin{aligned} \{\Psi\}_j^T [A] \{\Theta\}_k &= -(\lambda_k + \lambda_j) \{\varphi\}_j^T [M] \{\phi\}_k + \{\varphi\}_j^T [C_1] \{\phi\}_k \\ &= a_j \delta_{jk}, \end{aligned} \quad (38)$$

e da Eq. (37)

$$\{\Psi\}_j^T [B] \{\Theta\}_k = \{\varphi\}_j^T [K] \{\phi\}_k - \lambda_j \lambda_k \{\varphi\}_j^T [M] \{\phi\}_k = b_j \delta_{jk}, \quad (39)$$

onde δ_{jk} é definido pelo produto de Kronecker, onde $\delta_{i \neq j} = 0$ e $\delta_{i=j} = 1$. Para $j \neq k$ e $\lambda_k = \lambda_j^*$ na Eq. (38), obtém-se

$$-(\lambda_j + \lambda_j^*)\{\varphi\}_j^T [M]\{\phi\}_k + \{\varphi\}_j^T [C_1]\{\phi\}_k = 0. \quad (40)$$

Para $j \neq k$, mas aplicando $\lambda_k = \lambda_j^*$ na Eq. (39), obtém-se $b_j = 0$, logo

$$\{\varphi\}_j^T [K]\{\phi\}_k - \lambda_j \lambda_j^* \{\varphi\}_j^T [C_1]\{\phi\}_k = 0. \quad (41)$$

As duas equações – Eq. (40) e Eq. (41) - constituem as condições de ortogonalidade do sistema.

As características das matrizes $[A]$ e $[B]$ conduzem à solução de autovalores complexos aos pares conjugados do tipo

$$\lambda_j = \delta_j \pm i\nu. \quad (42)$$

Inserindo a Eq. (42) na Eq. (40) resulta

$$2\delta_j = \frac{\{\varphi\}_j^T [C_1]\{\phi\}_k}{\{\varphi\}_j^T [M]\{\phi\}_k} = \frac{c_j}{m_j}, \quad (43)$$

onde c_j e m_j podem ser descritos como parâmetros modais de amortecimento e massa, respectivamente. Efetuando a mesma operação com a Eq. (41), obtém-se

$$\lambda_j \lambda_j^* = \delta_j^2 + \nu_j^2 = \frac{\{\varphi\}_j^T [K]\{\phi\}_k}{\{\varphi\}_j^T [M]\{\phi\}_k} = \frac{k_j}{m_j} = \Omega_j^2, \quad (44)$$

onde k_j pode ser descrita como parâmetros modais de rigidez. Definindo a expressão para o fator de amortecimento ξ como sendo

$$\xi_j = \frac{c_j}{2m_j\Omega_j}, \quad (45)$$

e substituindo-se as Eq. (43) e Eq. (45) na Equação (42), resulta a seguinte expressão para os autovalores associados:

$$\lambda_j = \xi_j \Omega_j \pm i \Omega_j \sqrt{1 - \xi_j^2}. \quad (46)$$

3.2.2 Diagrama de Campbell

Em sistemas girantes, alguns componentes possuem propriedades intrinsicamente dependentes da velocidade de rotação (Ω_r): a matriz de efeito giroscópico, $[G]$; as matrizes $[C]$ e $[K]$, dependendo do tipo de mancal; e em alguns casos componentes internos como selos mecânicos ⁽¹⁾. Dessa forma, o problema de autovalores deve ser resolvido para cada uma das velocidades de rotação da faixa de interesse. O Diagrama de Campbell é um gráfico composto pelas frequências naturais do sistema (Ω_j) versus a velocidade de rotação (Ω_r), e permite realizar esta análise.

A Figura 6 representa um diagrama de Campbell típico, para o rotor exemplo disponível em Lalanne e Ferraris (2001, p. 125), obtido através do código de análises rotodinâmicas RotorDin, utilizado no desenvolvimento deste trabalho. A primeira linha traçada a 45° ($\Omega = \Omega_r$), refere-se à localização das rotações críticas, frequências características para a excitação do tipo desbalanceamento de massa. A linha $\Omega = 2 \times \Omega_r$ pode representar uma das harmônicas da excitação do tipo desalinhamento, muito comum em máquinas rotativas. Por último, a linha $\Omega = 0,5 \times \Omega_r$ representa as frequências decorrentes de uma excitação do tipo instabilidade hidrodinâmica (“oil whirl”), comum em mancais do tipo hidrodinâmicos.

Na Figura 5, observa-se a influência do efeito giroscópico nas frequências naturais: a linha das frequências naturais devido a precessão no sentido contrário à velocidade de rotação, dita “backward”, e a outra pela precessão no sentido da rotação, denominada “forward”. Em Genta (2005), Vance (1988), Ehrich (1992) e Rangwala (2005) estes fenômenos intrínsecos à dinâmica de rotores são detalhados com propriedade.

¹ Por hipótese, os componentes do tipo selo mecânico não serão considerados e modelados neste trabalho.

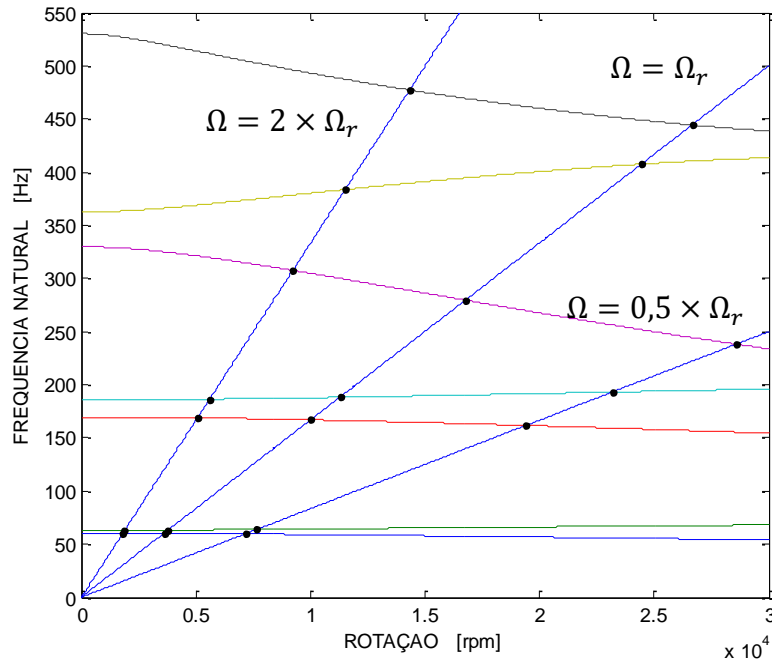


Figura 5 – Diagrama de Campbell para o Rotor de Lalanne e Ferraris (2001, p.125).

3.2.3 Solução simplificada

Como premissa, neste trabalho é considerado unicamente a excitação do tipo massa desbalanceada, linha “ $\Omega = \Omega_r$ ” da Figura 5. Segundo Espíndola e Bavastri (1997) é possível simplificar a solução do sistema de equações determinando somente as rotações críticas e considerando apenas excitações de desbalanceamento. Neste caso, a matriz de efeito giroscópico pode ser escrita na forma de

$$[G(\Omega_r)] = [G(\Omega)] = \Omega_r [G_1] = \Omega [G_1], \quad (47)$$

onde $[G_1]$ é descrito por Lalanne e Ferraris (2001).

Substituindo a Eq. (47) na Eq. (3), resulta

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [\Omega[G_1] + [C]]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{f(t)\}. \quad (48)$$

Levando a Eq. (48) para o domínio da frequência por meio da transformada de Fourier e agrupando os termos, resulta

$$\left[-\Omega^2[M] - i[G_1] + i\Omega[C] + [K]\right]\{Q(\Omega)\} = \{F(\Omega)\}. \quad (49)$$

Definindo a matriz $[\widehat{M}] = [M] - i[G_1]$, obtém-se

$$\left[-\Omega^2[\widehat{M}] + i\Omega[C] + [K]\right]\{Q(\Omega)\} = \{F(\Omega)\}. \quad (50)$$

A partir desta simplificação, o sistema de equações pode ser representado no espaço de estado como

$$\begin{bmatrix} [C] & [\widehat{M}] \\ [\widehat{M}] & [0] \end{bmatrix} \{\dot{y}(t)\} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -[\widehat{M}] \end{bmatrix} \{y(t)\} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (51)$$

Este sistema de equações pode ser reescrito da seguinte forma:

$$[A] \{\dot{y}(t)\} + [B] \{y(t)\} = \{N(t)\}, \quad (52)$$

na qual

$$[A] = \begin{bmatrix} [C] & [\widehat{M}] \\ [\widehat{M}] & [0] \end{bmatrix}_{2n \times 2n}, \quad (53)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -[\widehat{M}] \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (54)$$

e

$$\{N(t)\} = \begin{Bmatrix} f(t) \\ 0 \end{Bmatrix}_{2n \times 1}. \quad (55)$$

Utilizando as mesmas definições já apresentadas nas Eq. (32) e Eq. (33), obtém-se os parâmetros modais $[\Theta]$, $[\Psi]$ e $[\Lambda]$ do sistema.

3.2.4 Resposta na Frequência – Excitação por Desbalanceamento

No domínio da frequência, a Eq. (52) pode ser representada por

$$[i\Omega[A] + [B]]\{Y(\Omega)\} = \{N(\Omega)\}. \quad (56)$$

Aplicando-se a transformação de variáveis no domínio tempo

$$\{y(t)\} = [\theta]\{p(t)\}, \quad (57)$$

e efetuando-se a transformada de Fourier, a resposta no espaço de estado pode ser escrita da seguinte forma

$$\{Y(\Omega)\} = [\theta]\{P(\Omega)\}. \quad (58)$$

Substituindo-se a Eq. (58) em (56) e multiplicando-se pelos autovetores a esquerda $[\Psi]^T$ ortonormalizados, é possível achar a solução no espaço modal do espaço de estado:

$$[i\Omega[\Psi]^T[A][\theta] + [\Psi]^T[B][\theta]]\{P(\Omega)\} = [\Psi]^T\{N(\Omega)\}. \quad (59)$$

Considerando-se que $[\Psi]^T[A][\theta]$ e $[\Psi]^T[B][\theta]$ resultam em matrizes diagonais após a ortonormalização das matrizes de autovetores, pode-se reescrever a Eq. (59) como

$$[D[\Omega]]\{P(\Omega)\} = [\Psi]^T\{N(\Omega)\}, \quad (60)$$

onde

$$[D[\Omega]] = \left[i\Omega[I] + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \lambda_j & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \right]. \quad (61)$$

Dessa forma, a resposta no espaço modal do espaço de estado será dada por

$$\{P(\Omega)\} = [D[\Omega]]^{-1}[\Psi]^T\{N(\Omega)\} \quad (62)$$

e no espaço de configurações é:

$$\begin{Bmatrix} \{Q(\Omega)\} \\ i\Omega\{Q(\Omega)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Theta][D[\Omega]]^{-1}[\Psi]^T \\ \{0\} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{F(\Omega)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}, \quad (63)$$

onde por definição, a função de transferência, α , é a relação entre deslocamentos e excitação generalizados. Dessa forma, a matriz de receptância no espaço de estado pode ser encontrada da forma:

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} [\Theta][D[\Omega]]^{-1}[\Psi]^T \\ \{0\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}. \quad (64)$$

Assim, a relação excitação – deslocamento, que define a matriz de receptância no espaço de configuração e permite a obtenção da resposta ao desbalanceamento é dada por

$$[Q(\Omega)] = [\alpha_{11}]\{F(\Omega)\}. \quad (65)$$

Conhecidos os parâmetros modais do sistema para cada rotação, e conhecido o vetor de excitação $\{F(\Omega)\}$, é possível calcular a resposta no domínio da frequência $[Q(\Omega)]$.

3.3 INTERAÇÃO ROTOR-MANCAIS

As velocidades críticas, bem como seus modos de vibrar associados são extremamente influenciados pela magnitude da rigidez do mancal e sua posição e massa e rigidez do rotor. Dependendo se a rigidez dos mancais é relativamente baixa ou elevada se comparado a rigidez do rotor, alteram-se os parâmetros que governam o comportamento do rotor em análise (GENTA, 2005). Esta análise é denominada de análise de velocidades críticas não-amortecidas, ou do inglês, *Undamped Critical Speed* (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API), 2010).

A análise é realizada excluindo qualquer amortecimento e excitações como desbalanceamentos de massa, sendo por isso denominada preliminar. Porém, seu emprego permite visualizar rapidamente o comportamento dinâmico de um sistema girante (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API), 2010) e por isto é amplamente utilizada e exigida por normas internacionais durante projetos de turbomáquinas.

As frequências naturais são obtidas por meio da resolução do sistema de equações do rotor, desconsiderando as matrizes de amortecimento e os coeficientes de rigidez cruzados dos mancais, variando-se dessa forma unicamente as propriedades k_{xx} e k_{zz} dos mancais. O rotor é equacionado efetuando-se as devidas considerações, e permitindo a obtenção dos parâmetros modais para cada rigidez considerada. Os autovalores λ_j resultantes serão apresentados por

$$\Omega_j = |\lambda_j|. \quad (66)$$

A análise de velocidades críticas não amortecidas, como função da rigidez dos mancais é representada no denominado mapa de rigidez, ou do inglês, *Undamped Critical Speed Map*. A Figura 6 retrata um mapa de rigidez para um rotor hipotético, obtido da API RP 684 (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API), 2010). Observa-se que o eixo horizontal descreve o valor para a rigidez principal k_{xx} e k_{zz} dos mancais, e no eixo vertical, como resultado da modelagem, as quatro primeiras rotações críticas do sistema girante.

Uma importante característica que o mapa de rigidez fornece é a relação entre a rigidez do eixo e a rigidez dos mancais. Observa-se na Figura 6, para a primeira e segunda velocidade crítica representadas, duas regiões distintas do mapa de rigidez: a primeira, situada a direita no mapa de rigidez, praticamente constante, onde a rigidez do eixo governa as frequências naturais; e uma segunda, a esquerda, onde a rigidez do mancal é baixa se comparada ao eixo e as frequências naturais são governadas pelas propriedades dos mancais.

Na região a direita do mapa, a rigidez do sistema é prioritariamente função das propriedades do eixo. Esta região é diferenciada no mapa de rigidez por uma região onde a inclinação da curva é praticamente constante, ou seja, a partir de uma certa rigidez dos mancais a alteração destas propriedades não mais altera as velocidades críticas. Esta configuração de rotores é utilizada quando as

características da máquina requerem que o rotor tenha uma posição determinada de trabalho (GENTA, 2005). Porém, dependendo da configuração das máquinas, apesar do pequeno deslocamento na região dos mancais, regiões do eixo afastadas dos mancais sofrem elevados deslocamentos, sendo necessárias maiores folgas internas entre peças estatoras e rotoras para evitar o contato entre elas. Numa turbomáquina, esta necessidade pode representar a perda de performance fluído-dinâmica. Além disso, o pequeno movimento do eixo na região dos mancais permitirá um reduzido amortecimento do rotor, o que é uma característica indesejada para rotores que necessitam passar por velocidades críticas.

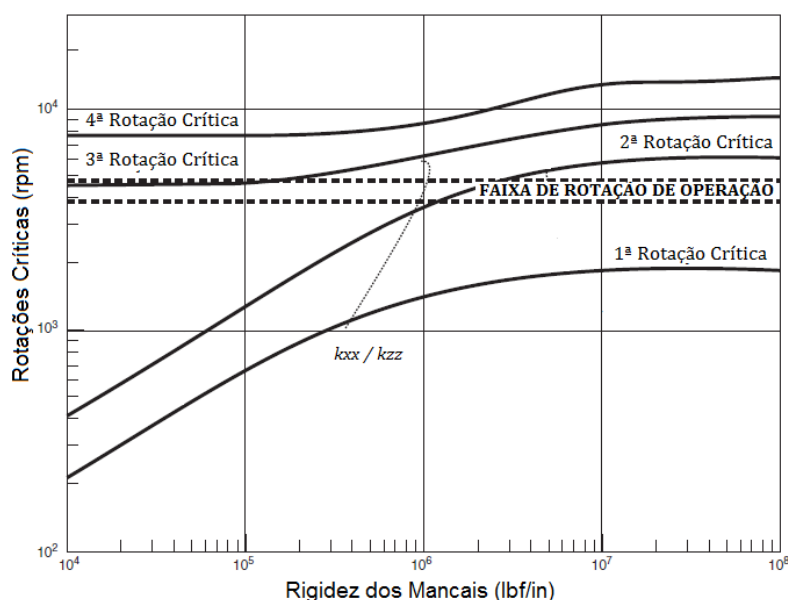


Figura 6 – Mapa de rigidez para um rotor hipotético.

Fonte: Adaptado de API RP 684 (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API), 2010)

Por outro lado, a região esquerda do gráfico é identificada por uma maior influência da rigidez dos mancais sobre as velocidades críticas do rotor. Neste caso, a deflexão dos mancais será muito maior que a deformação sofrida pelo eixo. O maior movimento do eixo no interior dos mancais é utilizado para aumentar o amortecimento do rotor. Esta é uma característica desejada para rotores que operam em regiões supercríticas (acima da primeira velocidade crítica) pela maior atenuação da amplitude de vibração na passagem pela velocidade crítica. Grande parte das turbomáquinas que operam em velocidades de rotação supercríticas são projetados com rigidez que permite operar mais próximo ao modo “rotor rígido”, onde a rigidez dos mancais determina predominantemente as frequências naturais do sistema.

4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nesta seção, é apresentada a formulação proposta para obtenção dos coeficientes dinâmicos de mancais e desbalanceamento do conjunto rotor.

Antecedendo a definição do problema padrão de otimização, torna-se necessário a identificação e visualização dos principais componentes do rotor e suas denominações, conforme a Figura 7.

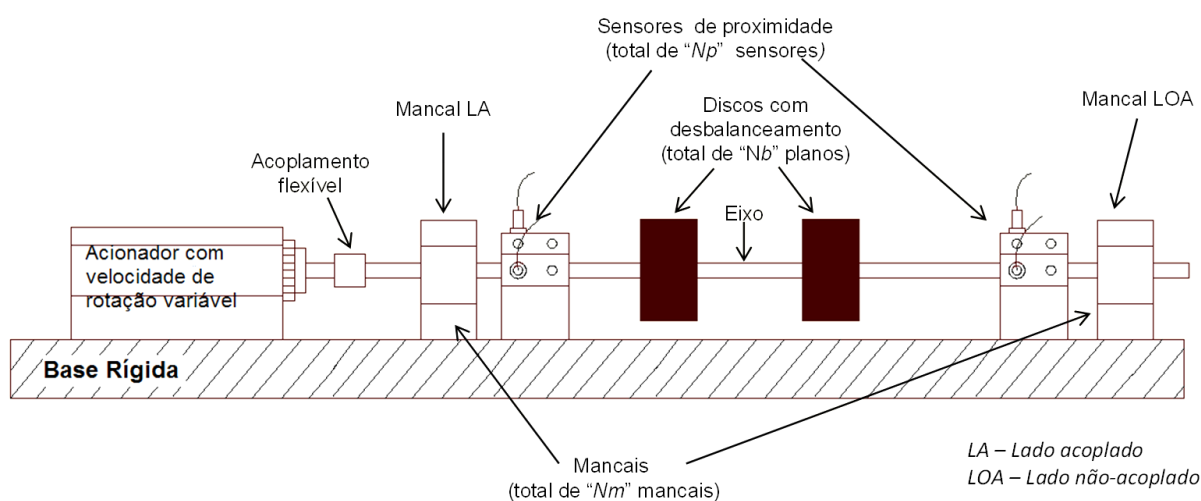


Figura 7 – Configuração geral de um sistema rotor-mancais.

A partir da Figura 7, as seguintes variáveis são definidas:

- N_m : número de mancais;
- N_b : número de planos com desbalanceamento;
- N_p : número de sensores de proximidade (*probes*).

4.1 OBTENÇÃO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

A medição da resposta de um rotor pode ser realizada por intermédio de diferentes tipos de sensores: sensores de proximidade (comumente denominados de *probes*), sensores tipo acelerômetro e sensores tipo velômetro. Sendo o primeiro mais comum para medições em turbomáquinas (EISENMANN, 1997), os sensores de proximidade foram utilizados neste trabalho.

Sensores de proximidade são utilizados para medições da posição relativa do eixo, que determinam a distância entre a ponta do sensor e a superfície de medição. Seu funcionamento é baseado na emissão de um campo magnético pelo sensor, que é absorvido pela superfície de leitura. A variação da distância entre emissor e receptor causa uma variação na diferença de potencial necessária para manter o campo magnético. Os sinais obtidos em diferença de potencial elétrico são transformados em valores de distância por meio de uma constante também chamada de sensibilidade do sensor (EISENMANN, 1997). Todo sensor de proximidade possui uma faixa de linearidade entre o sinal eletrônico (diferença de potencial) e o sinal mecânico (distância). Esta faixa de linearidade deve ser aferida experimentalmente, método este que permite verificar em conjunto a sensibilidade do sensor. Este processo de aferição e calibração é discutido com detalhes teóricos e práticos por Eisenmann (1997).

A amplitude de uma resposta à vibração medida por um sensor do tipo deslocamento, pode ser apresentada em dois formatos: pico-à-pico (de forma simplificada $p-p$ ou $pk-pk$), onde a amplitude considera a diferença entre a parte inferior e a parte superior do sinal dinâmico; ou zero à pico (de forma simplificada $0-p$ ou $0-pk$), que considera a diferença entre a centro do sinal dinâmico e o ponto mais elevado deste sinal.

Vários fenômenos podem se apresentar em equipamentos rotativos, cada um com frequências características associadas à excitação, a citar:

- Instabilidade hidrodinâmica – frequência aproximadamente de 0,5 vezes a velocidade de rotação.
- Desalinhamento de eixo – frequência 1 vez a velocidade de rotação em conjunto com seus harmônicos.
- Desbalanceamento de massa – frequência de 1 vez a velocidade de rotação.

Em Adams (2001) são discutidos com detalhes estes e outros fenômenos característicos de máquinas rotativas.

Como citado, o desbalanceamento de massa em rotores possui a característica essencial de apresentar resposta síncrona, ou seja, na mesma frequência da velocidade de rotação. Aplicando-se um filtro na frequência de rotação (comumente denominada $1X$), é possível diferenciar da totalidade do sinal a parcela devido à resposta síncrona, e o conhecimento do funcionamento da máquina rotativa e permite associar a esta resposta ao desbalanceamento de massa.

A resposta medida pelos sensores, para identificação da resposta ao desbalanceamento de um rotor, deve ser obtida em relação a uma fase. Por isso, deve-se utilizar um sensor adicional, usualmente denominado *Keyphasor*. Esse tipo de sensor permite a marcação da posição angular do rotor e pode ser realizado com sensores do tipo ótico, do tipo proximidade, entre outros. O mais comum deles, para instalações fixas em equipamentos rotativos, utiliza sensores de proximidade, que demandam que o rotor possua uma modificação geométrica. A fase da vibração é importante para que se possa comparar de forma mais completa um modelo experimental e um modelo numérico. Para identificação de desbalanceamentos, esta medição permite que se faça a identificação da correta posição angular das massas desbalanceadas. Além disso, a associação das amplitudes às fases de vibração permite um intuitivo acréscimo na velocidade de convergência da rotina de otimização.

Comumente, a amplitude e a fase de uma resposta ao desbalanceamento são apresentadas no formato do Diagrama de Bode. A Figura 8 exhibe um exemplo deste gráfico para uma turbina à gás, retirado da bibliografia, que possui a característica de transcrever a amplitude e fase da vibração como função da velocidade de rotação. A faixa de rotação pode ultrapassar ou não as rotações críticas do rotor.

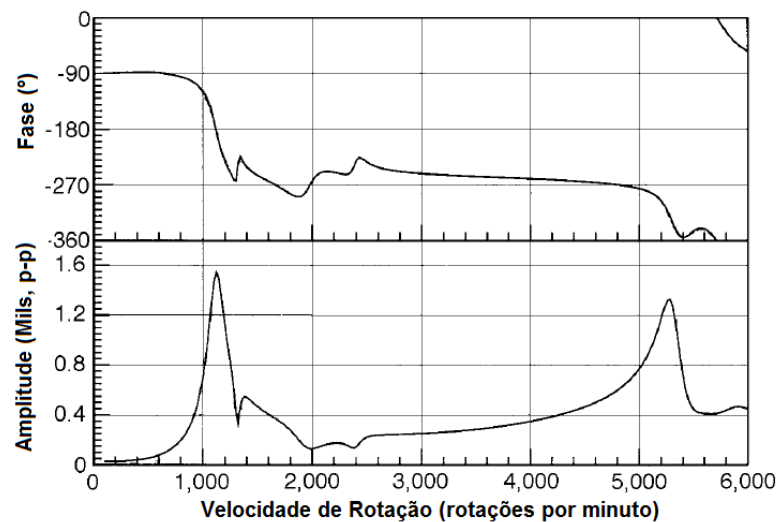


Figura 8 – Diagrama de Bode.

Fonte: Adaptada de Eisenmann (1997)

Neste trabalho, a resposta ao desbalanceamento obtida experimentalmente será denominada Q^{exp} , possuindo características complexas e permitindo representar a amplitude e a fase de um sinal.

4.1.1 Runout da medição

Durante a medição é importante considerar a existência de *runout* no sinal lido e eliminá-lo. Este termo em inglês é atribuído a parcelas adicionadas erroneamente ao sinal, e que não se devem a uma resposta dinâmica do sistema rotor-mancais. Sua origem se deve a imperfeições geométricas e metalúrgicas do rotor na região de medição dos sensores de proximidade. O *runout* pode ser quantificado medindo-se a vibração em baixa velocidade de rotação, numa região onde o efeito dinâmico é inexistente. A obtenção do sinal com *runout* compensado é feita mediante subtração vetorial do sinal de *runout* medido em baixa velocidade ao sinal da vibração lida em todos os pontos de rotação. Na Figura 9 é mostrado um Diagrama de Bode com um caso prático da literatura exemplificando o sinal não compensado e o sinal com *runout* compensado. A norma API 670 (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API), 2003) possui recomendações de valores máximos de *runout* para instalações em máquinas rotativas.

Os sensores de vibração devem ser posicionados corretamente, evitando-se locais em que o modo de vibrar forme um nó. Equipamentos rotativos com mancais hidrodinâmicos usualmente possuem os sensores de proximidade posicionados próximos aos mancais.

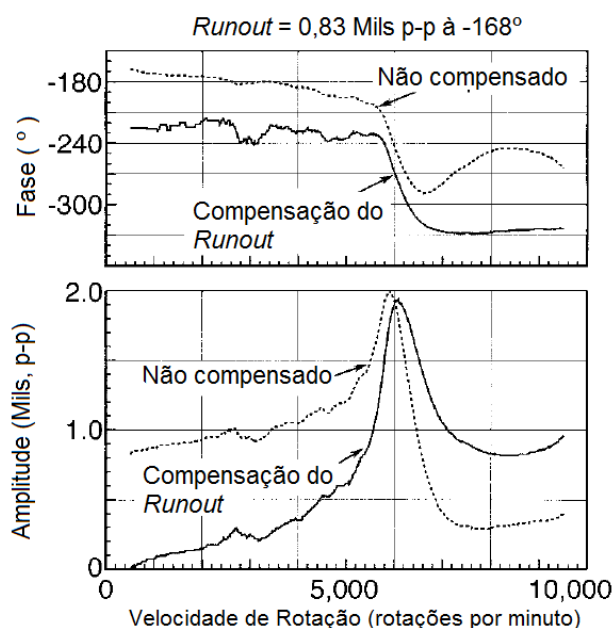


Figura 9 – Compensação de runout.

Fonte: Adaptada de Eisenmann (1997)

4.2 FORMULAÇÃO NUMÉRICA PARA O PROBLEMA

4.2.1 Sistema primário e sistema composto

Conforme a teoria apresentada, a equação que permite a solução simplificada do sistema girante é dada por

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [\Omega[G_1] + [C]]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{f(t)\}. \quad (67)$$

A solução para a resposta em frequência deste sistema, conforme já exposto, sugere que qualquer variação dos parâmetros de amortecimento e/ou rigidez dos mancais gera a necessidade de solução de um novo problema de autovalores e autovetores. Neste formato, a solução desta equação num ambiente de otimização implica num elevado custo computacional.

Uma maneira de resolver a Eq. (67) de forma ágil e eficiente para identificar os parâmetros dos mancais e desbalanceamento é através de uma formulação desenvolvida por Espíndola e Silva (1992) e utilizada em outros trabalhos (DOUBRAWA FILHO, 2008) para controle passivo de vibrações mediante neutralizadores dinâmicos. Através desta teoria, a dinâmica de um sistema composto é descrita em função das coordenadas generalizadas do sistema primário. Esta teoria se assemelha à modificação estrutural proposta por Brandon (1990). Dessa forma, a resolução do problema de autovalores e autovetores é realizada uma única vez para um sistema denominado primário, permitindo-se assim, descrever o sistema composto em um sub-espço modal deste sistema primário. Buscando-se a aplicação deste conceito, a matriz global de rigidez da Eq. (67) pode ser decomposta como

$$[K]_{n \times n} = [K_E]_{n \times n} + [K_M]_{n \times n}, \quad (68)$$

onde $[K_E]$ é a denominada matriz global de rigidez do eixo, e $[K_M]$ a matriz global de rigidez dos mancais. Para a matriz de amortecimento tem-se que

$$[C]_{n \times n} = [C_M]_{n \times n}, \quad (69)$$

uma vez que o amortecimento do sistema considerado neste trabalho deve-se, unicamente, ao amortecimento viscoso dos mancais ⁽²⁾.

Considerando-se somente as matrizes globais de rigidez e amortecimento para os mancais, pode-se decompô-las da seguinte forma:

$$[K_M]_{n \times n} = [K0_M]_{n \times n} + [\Delta K_M]_{n \times n} \quad (70)$$

e

$$[C_M]_{n \times n} = [C0_M]_{n \times n} + [\Delta C_M]_{n \times n} \quad (71)$$

Nesta formulação, convencionou-se a denominação de $[K0_M]$ e $[C0_M]$ para as matrizes globais de rigidez e amortecimento iniciais de mancais, e $[\Delta K_M]$ e $[\Delta C_M]$ as matrizes globais de modificação de rigidez e amortecimento de mancais, respectivamente. As matrizes que compõem as propriedades de cada mancal serão representadas, segundo a denominação anterior, como

$$[k_M]_{4 \times 4} = [k0_M]_{4 \times 4} + [\Delta k_M]_{4 \times 4} \quad (72)$$

e

$$[c_M]_{4 \times 4} = [c0_M]_{4 \times 4} + [\Delta c_M]_{4 \times 4}, \quad (73)$$

ou de forma expandida:

$$\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k0_{xx} & k0_{xz} \\ k0_{zx} & k0_{zz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta k_{xx} & \Delta k_{xz} \\ \Delta k_{zx} & \Delta k_{zz} \end{bmatrix} \quad (74)$$

e

$$\begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c0_{xx} & k0_{xz} \\ c0_{zx} & k0_{zz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta c_{xx} & \Delta c_{xz} \\ \Delta c_{zx} & \Delta c_{zz} \end{bmatrix}. \quad (75)$$

² Por hipótese, o amortecimento histerético do eixo não foi considerado.

sendo que as matrizes individuais de coeficientes são montadas diretamente sobre suas equivalentes globais nas Eq. (70) e Eq. (71).

a) Sistema Primário:

Considerando-se a decomposição anterior e a Eq. (67), o sistema primário será considerado como sendo

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [\Omega[G_1] + [C0_M]]\{\dot{q}(t)\} + [[K_E] + [K0_M]]\{q(t)\} = \{f(t)\} \quad (76)$$

b) Sistema Composto:

Reescrevendo a Eq. (76) e incluindo as matrizes de modificação de rigidez e amortecimento dos mancais, obtém-se a equação do sistema composto

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{q}(t)\} + [\Omega[G_1] + [[C0_M] + [\Delta C_M]]]\{\dot{q}(t)\} \\ + [[K_E] + [K0_M] + [\Delta K_M]]\{q(t)\} = \{f(t)\}. \end{aligned} \quad (77)$$

A inclusão das matrizes de rigidez $[\Delta K_m]$ e amortecimento $[\Delta C_m]$ no sistema se assemelham à teoria de modificação estrutural proposta por Brandon (1990).

Graficamente, o sistema rotor-mancais pode ser simplificada representado conforme a Figura 10. Nesta Figura representa-se as matrizes globais de massa, efeitos giroscópicos e rigidez do rotor. As matrizes individuais de rigidez e amortecimento são acrescidas do sobrescrito j , sendo $j = 1$ a Nm sendo Nm igual ao número de mancais com parâmetros desconhecidos do sistema. Estes termos são adicionados diretamente aos termos relativos aos nós do eixo ao qual o mancal está aplicado, permitindo a composição das matrizes globais para rigidez e amortecimento dos mancais $[K_M]$ e $[C_M]$.

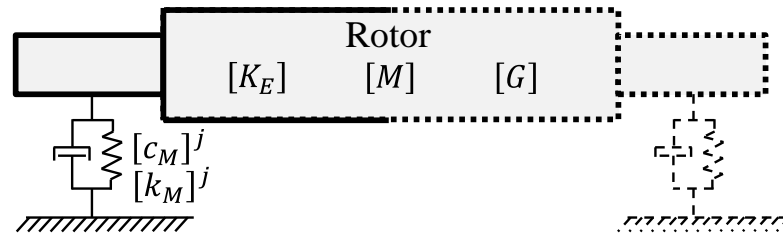


Figura 10 – Sistema rotor-mancais (Modelo simplificado).

Considerando-se por simplificação gráfica somente um dos mancais e uma seção do rotor do sistema da Figura 10, pode-se remodelar graficamente este sistema segundo o equacionamento das Eq. (76) e Eq. (77), ou seja, considerando-se o sistema primário e o sistema composto, conforme Figura 11. Na Figura, denomina-se $[k_{0_M}]$ e $[c_{0_M}]$ as matrizes locais de rigidez e amortecimento inicial para cada mancal, e $[\Delta k_M]$ e $[\Delta c_M]$ as matrizes individuais de modificação de rigidez e amortecimento para cada mancal, respectivamente. Essas últimas são atualizadas no processo de identificação dos coeficientes dos mancais, enquanto $[k_{0_M}]$ e $[c_{0_M}]$ são constantes e pré-estabelecidos.

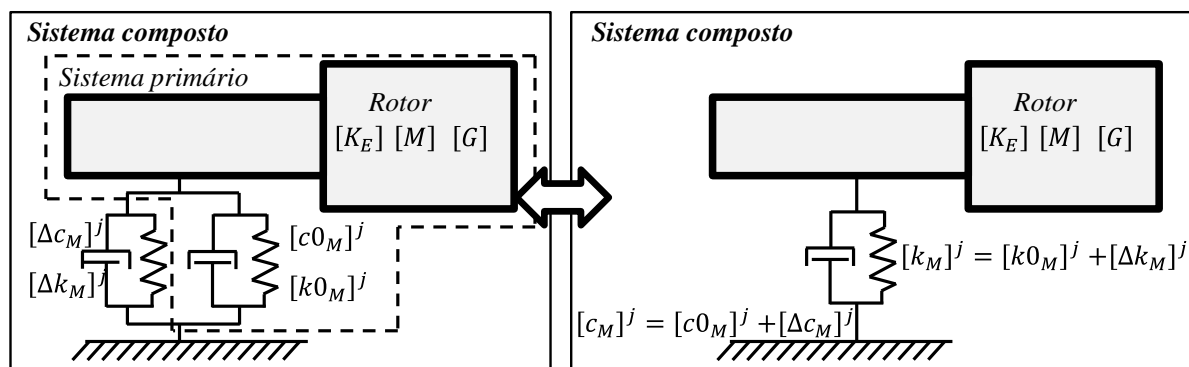


Figura 11 – Modelagem do sistema primário e composto.

4.2.2 Resolução do sistema composto

A equação proposta na Eq. (76) para o sistema primário, considerando-se a excitação proveniente exclusivamente do desbalanceamento de massa (Campbell simplificado $\Omega = \Omega_r$), será

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [\Omega[G_1] + [C0_M]]\{\dot{q}(t)\} + [[K_E] + [K0_M]]\{q(t)\} = \{f(t)\}, \quad (78)$$

levada ao domínio da frequência, resulta

$$\left[-\Omega^2[M] - i\Omega[G_1] + i\Omega[C0_M] + [[K_E] + [K0_M]] \right] \{Q(\Omega)\} = \{F(\Omega)\}. \quad (79)$$

Fazendo-se as mesmas considerações já discutidas para resolução do sistema, porém considerando-se

$$[A] = \begin{bmatrix} [C0_M] & [\hat{M}] \\ [\hat{M}] & [0] \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (80)$$

e

$$[B] = \begin{bmatrix} [[K_E] + [K0_M]] & [0] \\ [0] & -[\hat{M}] \end{bmatrix}_{2n \times 2n}, \quad (81)$$

obtem-se os parâmetros modais $[\Theta]$, $[\Psi]$ e $[\Lambda]$ para sistema primário considerado.

Para o sistema composto, tem-se por definição

$$[\bar{A}] = [A] + [\tilde{A}] \quad (82)$$

$$[\bar{B}] = [B] + [\tilde{B}], \quad (83)$$

onde

$$[\tilde{A}] = \begin{bmatrix} [\Delta C_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}_{2n \times 2n} \quad (84)$$

e

$$[\tilde{B}] = \left[\begin{array}{cc} [\Delta K_m] & [0] \\ [0] & [0] \end{array} \right]_{2n \times 2n}. \quad (85)$$

Para determinar a resposta em frequência do sistema composto, monta-se novamente o sistema de equações utilizando variáveis de estado, de forma similar a Eq. (23). A solução proposta para essa equação possuirá o formato

$$[Y(\Omega)] = [\Theta][P(\Omega)]. \quad (86)$$

A equação do sistema composto no domínio da frequência, considerando-se o espaço de estado e as definições anteriores será

$$[i\Omega [\Psi]^T [\bar{A}] [\Theta] + [\Psi]^T [\bar{B}] [\Theta]] \{P(\Omega)\} = [\Psi]^T \{N(\Omega)\}. \quad (87)$$

Como os autovetores são ortonormalizados, a Eq. (87) pode ser escrita como

$$[i\Omega [I] + [A] + i\Omega [\Psi]^T [\tilde{A}] [\Theta] + [\Psi]^T [\tilde{B}] [\Theta]] \{P(\Omega)\} = [\Psi]^T \{N(\Omega)\}. \quad (88)$$

Definindo o termo

$$[D] = [i\Omega [I] + [A] + i\Omega [\Psi]^T [\tilde{A}] [\Theta] + [\Psi]^T [\tilde{B}] [\Theta]], \quad (89)$$

a resposta no espaço modal do espaço de estado pode ser dada por

$$\{P(\Omega)\} = [D[\Omega]]^{-1} \Psi^T \{N(\Omega)\}. \quad (90)$$

Considerando-se a definição de variável de estado Eq. (23) e a transformação de variáveis proposta na Eq. (86), obtém-se a relação

$$\left\{ \begin{array}{c} \{Q(\Omega)\} \\ i\Omega \{Q(\Omega)\} \end{array} \right\} = [\Theta [D[\Omega]]^{-1} \Psi^T] \left\{ \begin{array}{c} F(\Omega) \\ 0 \end{array} \right\}. \quad (91)$$

Uma vez que alguns sistemas possuem elevando número de graus de liberdade, é conveniente truncar as matrizes de autovetores $[\Theta]$ e $[\Psi]$ dentro de uma faixa de frequência de interesse, mas mantendo uma precisão adequada com um número reduzido de equações (EWINS, 2000). As novas matrizes de autovetores truncadas para um número múltiplo de $2\hat{n}$ serão

$$[\hat{\Psi}] = [\Psi]_{2n \times 2\hat{n}}, \quad (92)$$

$$[\hat{\Theta}] = [\Theta]_{2n \times 2\hat{n}}, \quad (93)$$

Por consequência,

$$[\hat{D}] = \left[i\Omega[\hat{I}] + [A] + i\Omega[\hat{\Psi}]^T [\hat{A}] [\hat{\Theta}] + [\hat{\Psi}]^T [\hat{B}] [\hat{\Theta}] \right], \quad (94)$$

e a resposta em frequência é reescrita como

$$\begin{Bmatrix} \{Q(\Omega)\} \\ i\Omega\{Q(\Omega)\} \end{Bmatrix} = \left[\hat{\Theta} [\hat{D}[\Omega]]^{-1} \hat{\Psi}^T \right] \begin{Bmatrix} F(\Omega) \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (95)$$

permitindo obter a resposta em frequência $\{Q(\Omega)\}$ para o sistema composto para uma frequência de excitação Ω . Esta resposta será denominada Q^{num} , referenciando a resposta numérica do sistema analisado.

4.3 FUNÇÃO OBJETIVO E PROBLEMA PADRÃO DE OTIMIZAÇÃO

Visando a identificação das variáveis objetivo deste trabalho, propõem-se o emprego de uma técnica de otimização não linear, por meio da minimização da função objetivo que mapeia um espaço de \mathfrak{R}^{Nv} em \mathfrak{R} ,

$$f_{obj}(\{X\}): \mathfrak{R}^{Nv} \rightarrow \mathfrak{R}, \quad (96)$$

sendo $\{X\}$ o vetor de variáveis projeto que inclui as Nv variáveis relativas aos parâmetros de desbalanceamento e aos coeficientes dos mancais desconhecidos.

A função objetivo deve ser tal que permita mensurar a diferença entre a resposta medida experimentalmente e a resposta numérica ajustada, mediante variação das variáveis que compõem o vetor de variáveis projeto (parâmetros desconhecidos). A rotina de otimização deverá ajustar as duas respostas, de forma que as duas se aproximem da melhor forma possível. Em um trabalho relacionado, Bronkhorst *et al.* (2010) faz a implementação do vetor erro, d , que é utilizado também neste trabalho,

$$\{d(\{X\})\} = \begin{pmatrix} Q^{num}_1(\{X\}) - Q^{exp}_1 \\ \vdots \\ Q^{num}_{Np}(\{X\}) - Q^{exp}_{Np} \\ Q^{num}_1(\{X\}) - Q^{exp}_1 \\ \vdots \\ Q^{num}_{Np}(\{X\}) - Q^{exp}_{Np} \\ \vdots \\ \vdots \\ Q^{num}_1(\{X\}) - Q^{exp}_1 \\ \vdots \\ Q^{num}_{Np}(\{X\}) - Q^{exp}_{Np} \end{pmatrix} \begin{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} Q^{num}_1(\{X\}) - Q^{exp}_1 \\ \vdots \\ Q^{num}_{Np}(\{X\}) - Q^{exp}_{Np} \end{matrix}} \right\} \Omega^{1_r} \\ \left. \vphantom{\begin{matrix} Q^{num}_1(\{X\}) - Q^{exp}_1 \\ \vdots \\ Q^{num}_{Np}(\{X\}) - Q^{exp}_{Np} \end{matrix}} \right\} \Omega^{2_r} \\ \vdots \\ \left. \vphantom{\begin{matrix} Q^{num}_1(\{X\}) - Q^{exp}_1 \\ \vdots \\ Q^{num}_{Np}(\{X\}) - Q^{exp}_{Np} \end{matrix}} \right\} \Omega^{Nr_r} \end{matrix} \quad (97)$$

$(Np * Nr) \times 1$

onde Nr refere-se ao número diferentes velocidades de rotação consideradas na resposta ao desbalanceamento. Também, Q^{num} refere-se a resposta numérica e Q^{exp} à resposta experimental, obtidas a partir do deslocamento do centro do eixo em relação ao equilíbrio. Ambas respostas incluem a amplitude e a fase dos vetores de vibração.

Devido às características do modelo numérico e da bancada experimental, as respostas numéricas (Q^{num}) são medidas de deslocamento absoluto do rotor, enquanto as respostas experimentais (Q^{exp}) são medidas do deslocamento relativo entre o eixo e a base do rotor. Dependendo das características de rigidez e amortecimento da base e mancais, esta diferença pode ser significativa e considerada uma fonte de erro na aplicação desta metodologia. Neste trabalho, devido ao isolamento imposto à bancada do rotor, assume-se por hipótese a igualdade entre as duas medições.

Considerando-se que as respostas são complexas (incluem amplitude e fase), a função objetivo será definida como o logaritmo do erro quadrático do vetor erro, que simplificado, pode ser posto em forma explícita como:

$$f_{obj} = \log_{10}(d^T(d^*)). \quad (98)$$

Esta função objetivo escrita neste formato possui as seguintes vantagens:

- O erro quadrático permite incluir a amplitude e a fase das vibrações, além de aumentar a taxa de convergência.
- A aplicação do logaritmo permite melhorar o desempenho da rotina de otimização.

4.3.1 Mancais com coeficientes constantes

Considerando-se que as propriedades dos mancais permanecem constantes em diferentes velocidades de rotação (Ω_r), o problema padrão de otimização associado a metodologia de identificação proposta pode ser escrito como

$$\text{minimizar } f_{obj} = \log_{10}(d^T(d^*)), \quad (99)$$

onde o vetor de variáveis de projeto, $\{X\}$, num caso onde as propriedades dos mancais não variam com a velocidade de rotação, é dado por

$$\{X\} = \{u_m^j, \delta_m^j, \dots, \Delta k_{M_{xx}}^l, \Delta k_{M_{xz}}^l, \Delta k_{M_{zx}}^l, \Delta k_{M_{zz}}^l, \Delta c_{M_{xx}}^l, \Delta c_{M_{xz}}^l, \Delta c_{M_{zx}}^l, \Delta c_{M_{zz}}^l, \dots\}_{Nv \times 1}, \quad (100)$$

onde $j = 1$ a Nb e $l = 1$ a Nm . As variáveis u_m e δ_m referem-se a magnitude e a fase do desbalanceamento de massa, respectivamente, para cada um dos Nb planos de balanceamento do rotor. As variáveis Δk_M e Δc_M são os coeficientes de modificação de rigidez e amortecimento para cada um dos Nm mancais, sendo estas características dos mancais descritas por $k_M = k_{0M} + \Delta k_M$ e $c_M = c_{0M} + \Delta c_M$.

Os parâmetros de desbalanceamento são sujeitos às seguintes restrições de desigualdade:

$$\begin{aligned} 0 < u_m^j &\leq u_m^j \text{ máximo} \\ 0^\circ &\leq \delta_m^j \leq 360^\circ, \end{aligned} \quad (101)$$

onde $u_m^j \text{ máximo}$ representa um limite estabelecido para a magnitude do desbalanceamento. Para as variações dos coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais, aplicam-se as restrições

$$\begin{aligned} \Delta k_M^l \text{ mínimo} &\leq \Delta k_M^l \leq \Delta k_M^l \text{ máximo} \\ \Delta c_M^l \text{ mínimo} &\leq \Delta c_M^l \leq \Delta c_M^l \text{ máximo} \end{aligned} \quad (102)$$

aos quatro coeficientes de rigidez e quatro coeficientes de amortecimento de cada um dos mancais, sendo os limites mínimo e máximo estabelecidos conforme valores de coeficientes esperados para o tipo de mancal em análise. Dependendo das características construtivas dos mancais, é possível desconsiderar no vetor de variáveis de projeto (Eq. 100) os termos de rigidez e amortecimento com valores nulos. Esta consideração permite reduzir a quantidade de variáveis no vetor projeto, simplificando e melhorando o tempo de solução da rotina de otimização.

4.3.2 Mancais com coeficientes que variam com a rotação

Considerando-se que os coeficientes dos mancais podem ser dependentes da velocidade de rotação (Ω_r), considera-se neste trabalho que estas variáveis podem variar, da forma mais geral, com uma função quadrática da velocidade de rotação. Visando a utilização de funções de interpolação do software MATLAB®, utilizam-se três diferentes pontos para cada propriedade do mancal (Δk_M ou Δc_M) na sua respectiva velocidade de rotação (Ω_r). Isto permite o ajuste quadrático das propriedades nas diferentes velocidades de rotação consideradas na resposta ao desbalanceamento. A Figura 12 representa graficamente esta consideração.

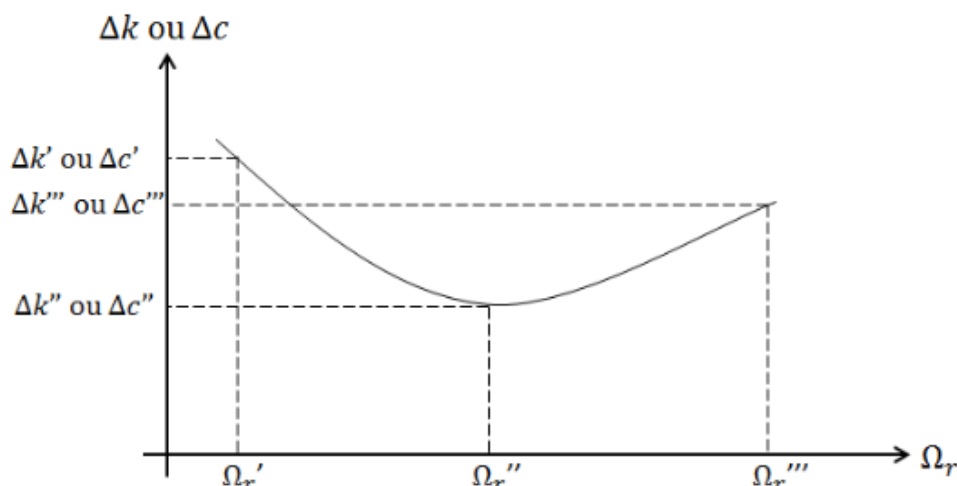


Figura 12 – Ajuste da função quadrática para coeficientes de mancais.

Neste trabalho, as velocidades de rotação convencionadas para o ajuste da função quadrática são:

- Ω_r' - primeiro ponto da velocidade de rotação em que a resposta ao desbalanceamento é medida;
- Ω_r'' - ponto central da velocidade de rotação da resposta ao desbalanceamento;
- Ω_r''' - último ponto da velocidade de rotação da resposta ao desbalanceamento.

Com esta consideração, cada uma das variáveis para mancais inclusas no vetor projeto (Eq. 101) será multiplicada por três, resultando num vetor projeto com as variáveis de mancais no formato

$$\{X\} = \left\{ \dots, \Delta k_{Mxx}^{l'}, \Delta k_{Mxx}^{l''}, \Delta k_{Mxx}^{l'''}, \Delta k_{Mzz}^{l'}, \Delta k_{Mzz}^{l''}, \Delta k_{Mzz}^{l'''}, \dots \right\}, \quad (103)$$

sujeitas as mesmas restrições impostas conforme Eq. (101) e Eq. (102).

4.4 ROTINA DE OTIMIZAÇÃO

Para identificação das variáveis desconhecidas via otimização não linear, utiliza-se uma combinação de um algoritmo evolucionário (algoritmo genético) com um método de busca direta, o algoritmo de Nelder-Mead. Ambos os métodos são conceitualmente apresentados no Apêndice B deste trabalho. A utilização deste método híbrido de otimização permite ao mesmo tempo a busca por um mínimo global

e a redução do tempo de processamento. A Figura 13 representa o fluxograma da rotina de otimização empregada para a metodologia proposta.

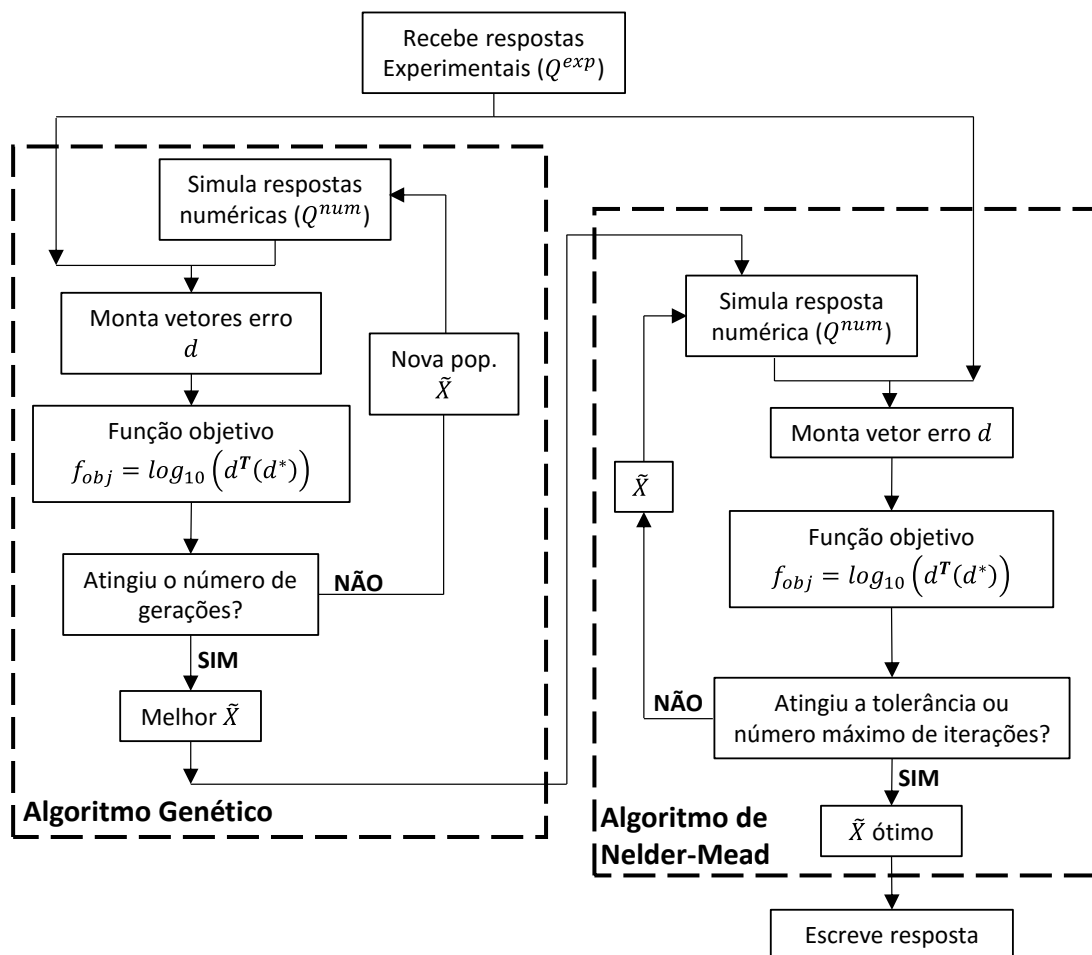


Figura 13 – Fluxograma da rotina de otimização.

A rotina de otimização inicia a busca do melhor indivíduo com o método do algoritmo genético. Através da função objetivo já determinada e as restrições do problema de otimização já impostas, a busca do melhor indivíduo inicia-se pela geração aleatória da população inicial, interna ao intervalo de busca. A partir desta população, são aplicados os mecanismos do código de otimização. O algoritmo genético empregado nas análises utiliza uma probabilidade de cruzamento (“crossover”) de 85% e de mutação de 1%. O tamanho da população e o número de gerações é determinado em função da complexidade do problema e é detalhado nas análises posteriores deste trabalho. De forma a favorecer os indivíduos “mais aptos” emprega-se um elitismo de 2,0% da população. O método prossegue até atingir o número máximo de gerações, e o melhor indivíduo é utilizado como ponto inicial para

o método de busca direta. O algoritmo de Nelder-Mead prossegue a busca do ponto ótimo segundo o critério de diferença entre valores de duas iterações consecutivas menor que 1×10^{-8} seja atingido. Adicionalmente, o critério de parada pelo número máximo de iterações é habilitado e selecionado em 15.000 iterações para este método.

Neste trabalho, utilizou-se as rotinas do software MATLAB® para o algoritmo genético por meio do emprego da função *ga*. O algoritmo de Nelder-Mead foi empregado por meio da função *fminsearch*, também disponível no banco de funções do MATLAB®. No Apêndice B é realizada uma descrição conceitual para ambas as técnicas de otimização empregadas neste trabalho.

Visando garantir a determinação do mínimo global para a função objetivo, segundo o teorema de Weierstrass (ARORA, 2004), restrições inferiores e superiores de desigualdade foram impostas as variáveis do vetor projeto para as duas técnicas de otimização, conforme as Eq. (101) e Eq. (102). Para o algoritmo de Nelder-Mead, a função *fminsearch* do MATLAB® não fornece diretamente recursos para aplicação de restrições à função objetivo. Dessa forma, a rotina que emprega a função *fminsearch* do MATLAB® foi ajustada aplicando-se restrições inferiores e superiores através do método da Transformação senoidal (RAO, 1996). Neste método, cada variável do vetor projeto é adimensionalizada para o domínio padrão de -1 a $+1$ através de uma função senoidal (PARK, 1975). Além da imposição das restrições, a adimensionalização permite melhorar a convergência do algoritmo de Nelder-Mead, uma vez que os diferentes domínios de busca para cada variável são padronizados.

4.5 DETALHAMENTO DA IMPLEMENTAÇÃO

Toda a metodologia proposta foi implementada no ambiente MATLAB®. O software RotorDin versão 8.0 foi desenvolvido em trabalhos anteriores do grupo de pesquisas do Laboratório de Vibrações e Som, LAVIBS, da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Empregando esta plataforma e a versão 8.0, o código já permite análises de respostas de rotores no domínio do tempo e no domínio da frequência, além de módulos específicos para análises empregando-se materiais viscoelásticos em mancais. O Apêndice C descreve o histórico e as capacidades do *software* RotorDin.

A partir desta versão disponível do RotorDin (versão 8.0), foram desenvolvidas, criadas e incorporadas outras sub-rotinas necessárias para a implementação da metodologia proposta neste trabalho. Além disso, ambientes específicos para pré e pós-processamento para os resultados foram incluídos. A nova versão do software RotorDin foi denominada versão 9.0.

Para execução da rotina desenvolvida, o software necessita da entrada das seguintes informações:

- Arquivo de dados contendo a resposta medida experimentalmente, assim como nós e direções destas medições.
- Planos para balanceamento do rotor e limites superior e inferior para as restrições de desbalanceamento e de fase.
- Valores iniciais de rigidez e amortecimento viscoso para mancais para obtenção dos parâmetros modais do sistema primário. Estes valores podem ser definidos a partir do modelo de mancal empregado, ou a partir do mapa de rigidez que permite uma aproximação inicial para estes coeficientes.
- Limites superior e inferior para as restrições dos coeficientes de mancais (rigidez e amortecimento). O próprio *software* converte estes limites ($[k_M]$ e $[c_M]$) em limites de modificação dos mancais ($[\Delta k_M]$ e $[\Delta c_M]$), por meio dos valores iniciais já estabelecidos ($[k_{0M}]$ e $[c_{0M}]$).
- Tipo de ajuste dos coeficientes para diferentes velocidades de rotação (constantes ou variação quadrática).
- Quantidade de modos utilizados para montagem da resposta em frequência do sistema, empregado especialmente para malhas muito refinadas.
- Parâmetros da rotina de otimização, incluindo a população e número de gerações do algoritmo genético; e tolerância para o algoritmo de Nelder-Mead.

O processo de determinação das variáveis desconhecidas é representado pela Figura 14. Nesta representação é possível observar os três grupos de tarefas necessárias à aplicação desta metodologia: a modelagem experimental, obtida por intermédio de medições experimentais; a modelagem numérica, que objetiva descrever o comportamento dinâmico do rotor em estudo; e a rotina de otimização, que permite identificar e ajustar o modelo matemático ao experimental. O resultado final é consequência deste conjunto etapas.

O processo proposto neste trabalho envolve os seguintes passos sequenciados:

1. Medição da resposta ao desbalanceamento do rotor por meio de *rundowns*, com coletas de valores de vibração e fase para diversas velocidades de rotação. Antes da execução, toda a instrumentação deve ser corretamente aferida e o software de processamento dos dados corretamente configurado.
2. Tratamento dos dados medidos, por meio da subtração do *runout* e seleção de quantidade determinada de pontos para criação do arquivo de resposta experimental (Q^{exp}).
3. Modelagem numérica dos componentes rotores do sistema, incluindo eixo, discos e inércias. Estes componentes devem ser modelados com elevado nível de coerência com o modelo experimental, de forma que suas considerações não impliquem em alterações na resposta ao desbalanceamento senão as ajustadas pelos parâmetros de desbalanceamento e coeficientes de mancais.
4. Montagem das matrizes $[M]$, $[G]$, $[K_E]$, $[K_{O_M}]$ e $[C_{O_M}]$ e resolução do problema de autovalores e autovalores para o sistema primário, obtendo-se os parâmetros modais $[\Theta]$, $[\Psi]$ e $[\Lambda]$ para sistema primário considerado. O problema de autovalores é resolvido uma única vez.
5. Truncagem das matrizes modais e obtenção das matrizes reduzidas de $[\hat{\Theta}]$ e $[\hat{\Psi}]$.
6. Montagem da resposta numérica do sistema composto (Q^{num}), ajustada por meio da montagem do vetor de excitações $\{F(\Omega)\}$ e da modificação estrutural com inclusão das matrizes $[\Delta K_M]$ e $[\Delta C_M]$. Se os coeficientes dos mancais possuem propriedades que variam com a velocidade de rotação, torna-se necessário sua consideração neste momento.
7. Minimização da função objetivo pela rotina de otimização até os critérios pré-estabelecidos serem atingidos.
8. Por meio do vetor de variáveis de projeto minimizado ($\{X\}$), pós-processamento dos dados.

O pós-processamento implementado no software RotorDin versão 9.0 permite a visualização gráfica simultânea das respostas ao desbalanceamento obtidas experimentalmente e ajustada numericamente, assim como a descrição dos desbalanceamentos e coeficientes dos mancais obtidos. No caso dos coeficientes dos mancais possuírem variação com a velocidade de rotação, o código permite a

visualização gráfica destas propriedades e a gravação de arquivo de dados para posterior utilização em outras rotinas de análise.

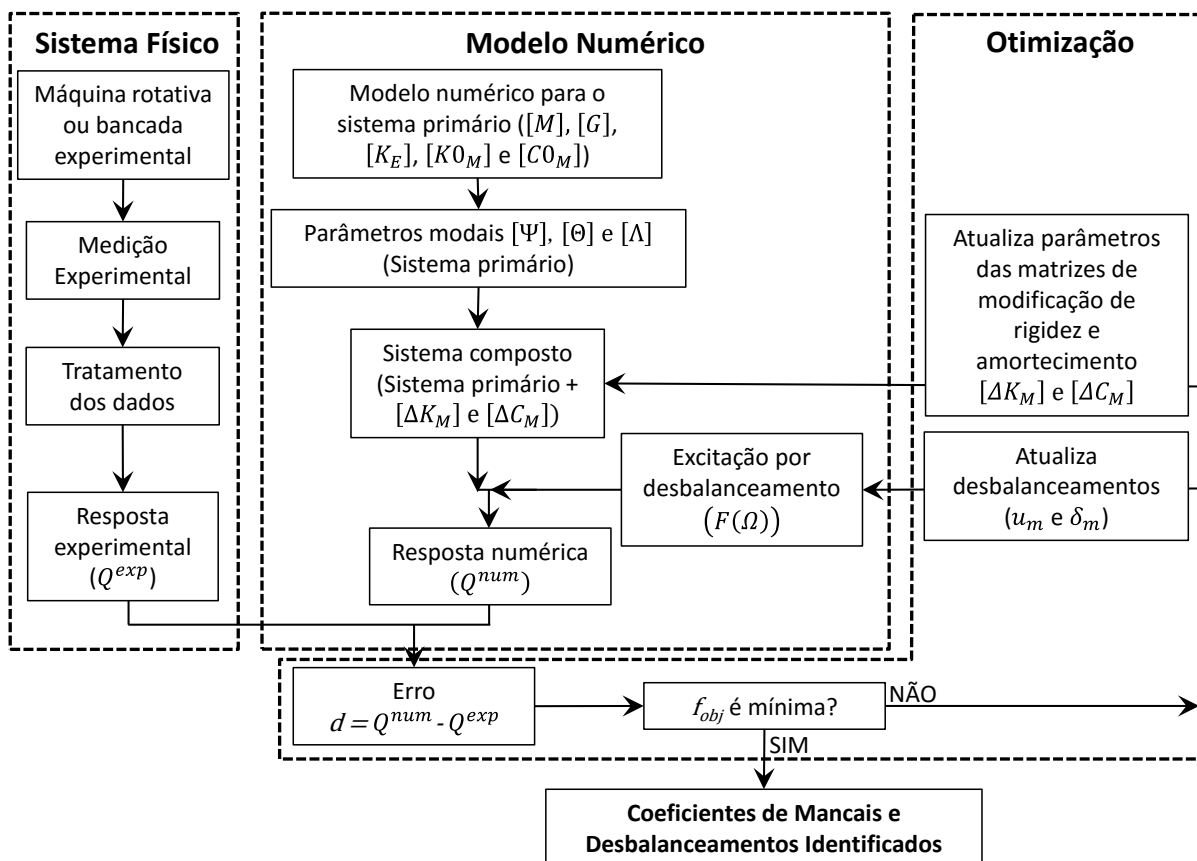


Figura 14 – Fluxograma da metodologia proposta.

5 VALIDAÇÃO NUMÉRICA

Esta seção tem como objetivo validar numericamente o código desenvolvido e verificar a eficiência e a robustez da metodologia proposta. Para isso, são realizadas análises a partir do rotor exemplo de Lalanne, disponível em Lalanne e Ferraris (2001, p. 125), conforme a Figura 15.

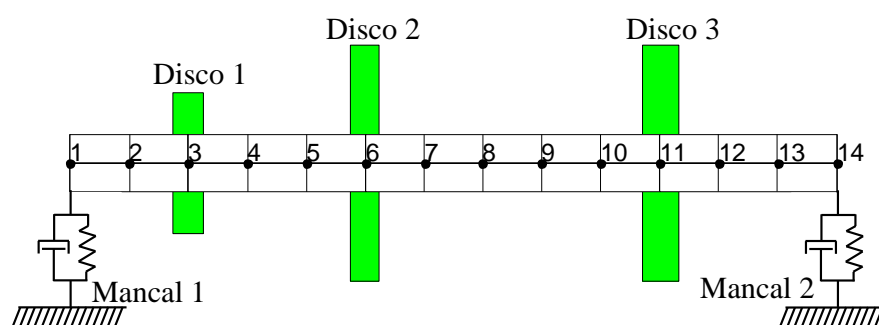


Figura 15 – Rotor de Lalanne para validação numérica da metodologia.

Fonte: Adaptado de Lalanne e Ferraris (2001, p. 125)

Os dados do rotor são descritos na Tabela 1. Os mesmos são utilizados para as análises que seguem nessa seção.

Tabela 1 – Dados do rotor de Lalanne e Ferraris (2001, p. 125).

Eixo		Coeficientes dos Mancais	
Comprimento do eixo (m)	1,3	Mancal 1 (nó 1) e Mancal 2 (nó 14)	
Diâmetro do eixo (m)	0,1	k_{xx}	(MN/m) 50
Módulo de elasticidade (GPa)	200	k_{zz}	(MN/m) 70
Poisson	0,3	c_{xx}	(N.s/m) 500
Discos		c_{zz}	(N.s/m) 700
		$k_{xz}, k_{zx}, c_{xz}, c_{zx}$	0
Largura dos discos (m)	0,05	Desbalanceamento: Disco 2 (nó 6)	
Diâmetro disco 1 - nó 3 (m)	0,12	u_m	(g.mm) 200
Diâmetro disco 2 - nó 6 (m)	0,20	δ_m	(°) 0
Diâmetro disco 3 - nó 9 (m)	0,20		

As respostas ao desbalanceamento são simuladas numericamente por meio da modelagem do rotor conforme dados da Tabela 1 e posterior aplicação da metodologia proposta para análise de resultados. Todas as simulações são realizadas no *software* de análise de dinâmica de rotores RotorDin. O computador utilizado para as simulações é um *notebook* de fabricação Dell, com processador Core I5 e 6GB de memória RAM. O sistema operacional é o Windows 8 de 64 bits da empresa Microsoft.

5.1 SIMULAÇÃO DA RESPOSTA AO DESBALANCEAMENTO

A resposta em frequência foi obtida via rotinas do próprio software RotorDin, através da modelagem do rotor e aplicação da excitação conforme dados da Tabela 1. O rotor foi modelado com elementos de viga de Euler Bernoulli corrigido.

A resposta ao desbalanceamento medida junto ao nó de número 6 para uma faixa de velocidade de rotação de 0 a 30.000 rpm segue representada na Figura 16. Para fins de comparação e aferição geral das rotinas do código RotorDin, a Figura 17 mostra a resposta obtida e descrita por Lalanne e Ferraris (2001) para este modelo. Observa-se uma boa proximidade entre as duas respostas.

Para subsídio às próximas análises desta validação, a Figura 18 mostra o mapa de rigidez calculado via RotorDin para este rotor. Observa-se no mapa de rigidez que para valores de rigidez de mancal superiores a $1 \times 10^8 \text{ N/m}$ não mais ocorre variação das primeiras frequências naturais do rotor. A partir desta rigidez, o rotor é considerado no modo “rotor flexível”, sendo suas propriedades dinâmicas quase que exclusivamente determinadas pelas propriedades do eixo. Para a rigidez dos mancais descrita na Tabela 1 e utilizados neste exemplo, os mancais possuem elevada influência na determinação das frequências naturais do rotor, sendo, portanto, esta configuração adequada para aplicação da metodologia.

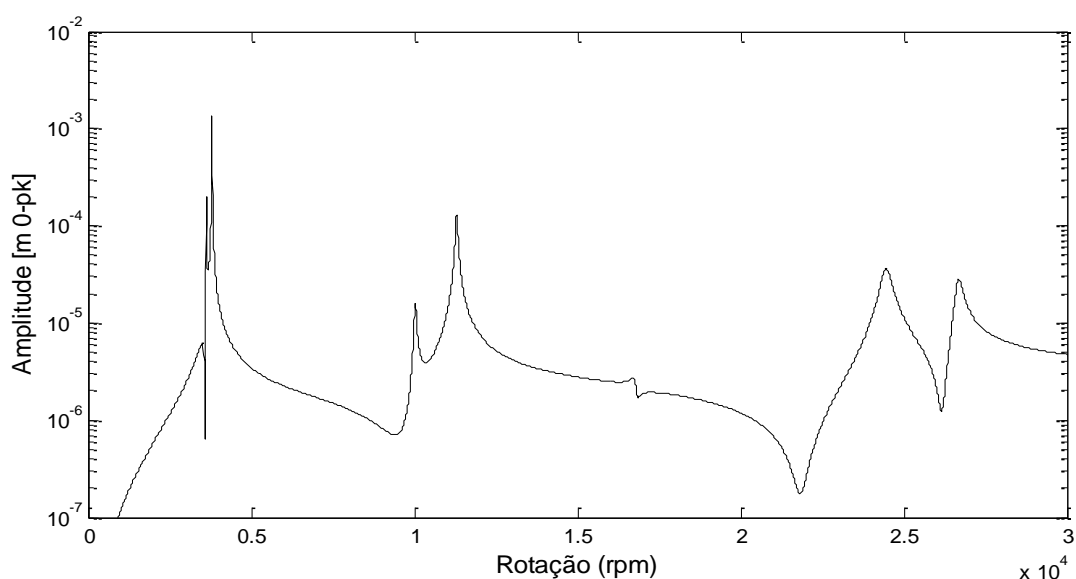


Figura 16 – Resposta ao desbalanceamento para o rotor de Lalanne obtida via software Rotordin.

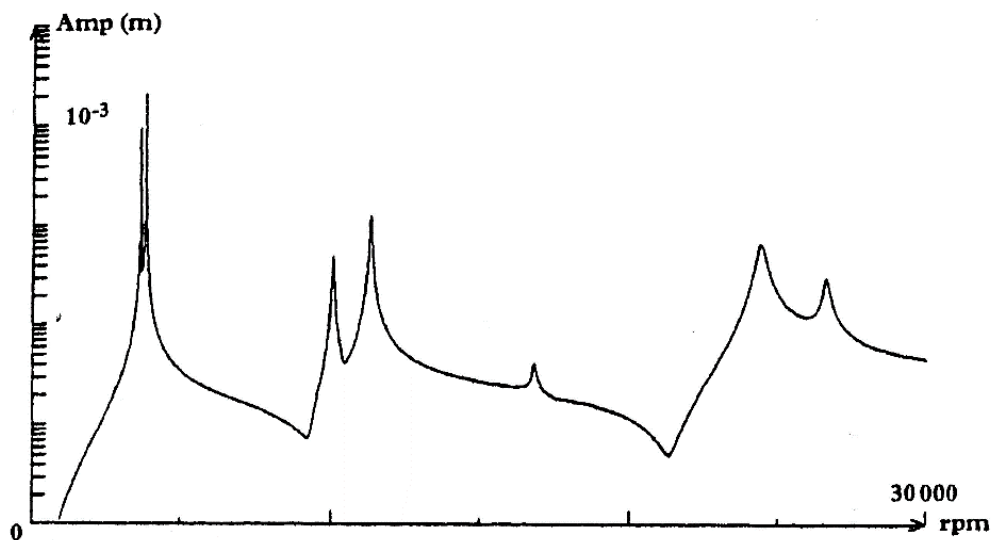


Figura 17 – Resposta ao desbalanceamento para o rotor de Lalanne obtida na bibliografia.

Fonte: Lalanne e Ferraris (2001)

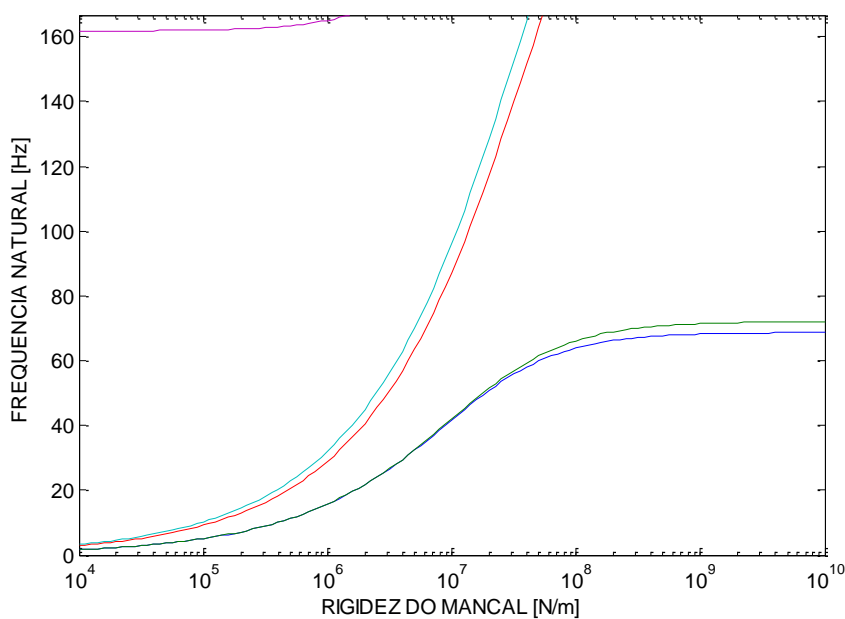


Figura 18 – Mapa de rigidez para o rotor de Lalanne e Ferraris.

5.2 FORMA DA FUNÇÃO OBJETIVO

O comportamento da função objetivo segundo a metodologia proposta é analisado graficamente. Com o objetivo de permitir a representação gráfica da função objetivo num plano de três dimensões, o rotor de Lalanne (LALANNE; FERRARIS, 2001, p. 125) é alterado afim de torna-lo simétrico. Essa alteração permitirá considerar

somente duas variáveis no vetor projeto. Desta forma, os coeficientes de rigidez e amortecimento para os dois mancais (nó 1 e nó 14) modificados para esta análise serão $k_{xx} = k_{zz} = 7 \times 10^7 \text{ N/m}$ e $c_{xx} = c_{zz} = 700 \text{ N.s/m}$. Os demais dados e considerações do modelo são mantidos conforme Figura 15 e Tabela 1.

O código RotorDin desenvolvido no ambiente MATLAB® é novamente utilizado para simular uma resposta ao desbalanceamento deste rotor, numa faixa de velocidade de rotação de 2500 rpm a 4500 rpm , medidas no nó número 12 nas direções X e Z (Figura 15). Foram considerados um total de 30 diferentes pontos de vibração igualmente espaçados na faixa de rotação escolhida. Esta resposta em frequência é considerada como sendo a resposta experimental, e por meio desta, é utilizada a metodologia proposta para visualização gráfica da função objetivo conforme a Eq. (98).

A primeira função objetivo visualizada considera como variáveis desconhecidas para o problema de otimização o desbalanceamento presente no nó número 6, u_m , e os coeficientes de modificação de rigidez principal, $\Delta k_{M_{xx}}$ e $\Delta k_{M_{zz}}$, do mancal instalado no nó número 14 (Figura 15). Os dois coeficientes de rigidez principal são considerados como uma única variável, a partir da consideração de simetria do rotor. O valor inicial de rigidez $k_{0_{M_{xx}}}$ e $k_{0_{M_{zz}}}$ considerado para a resolução do problema de autovalores é de $1 \times 10^5 \text{ N/m}$. A resposta ao desbalanceamento é lida no nó número 12. Todas as demais características do rotor são modeladas, com exceção das variáveis acima. A Figura 19 representa a função objetivo resultante para este modelo, que considera como variáveis do vetor projeto os coeficientes modificação da rigidez principal ($\Delta k_{M_{xx}}$ e $\Delta k_{M_{zz}}$) e a magnitude do desbalanceamento (u_m).

A segunda análise da função objetivo considera os coeficientes de modificação da rigidez principal como variáveis desconhecidas, a exemplo da consideração anterior, além dos coeficientes de modificação do amortecimento principal $\Delta c_{M_{xx}}$ e $\Delta c_{M_{zz}}$. Assim como para os coeficientes de rigidez, os coeficientes de amortecimento para as duas direções serão considerados uma única variável. O valor inicial dos coeficientes de amortecimento $c_{0_{M_{xx}}}$ e $c_{0_{M_{zz}}}$, considerado para a resolução do problema de autovalores foi de 100 N.s/m . A Figura 20 representa a função objetivo resultante para este modelo.

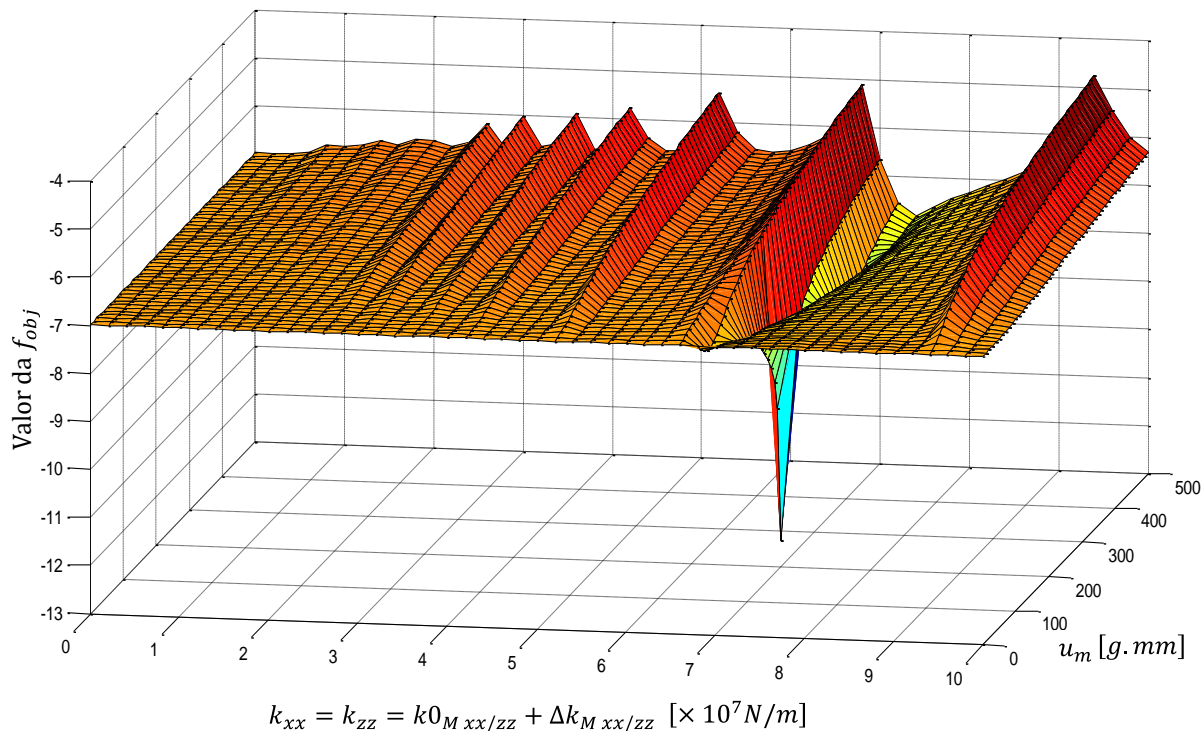


Figura 19 – Função objetivo para desbalanceamento e coeficientes de modificação da rigidez principal como incógnitas.

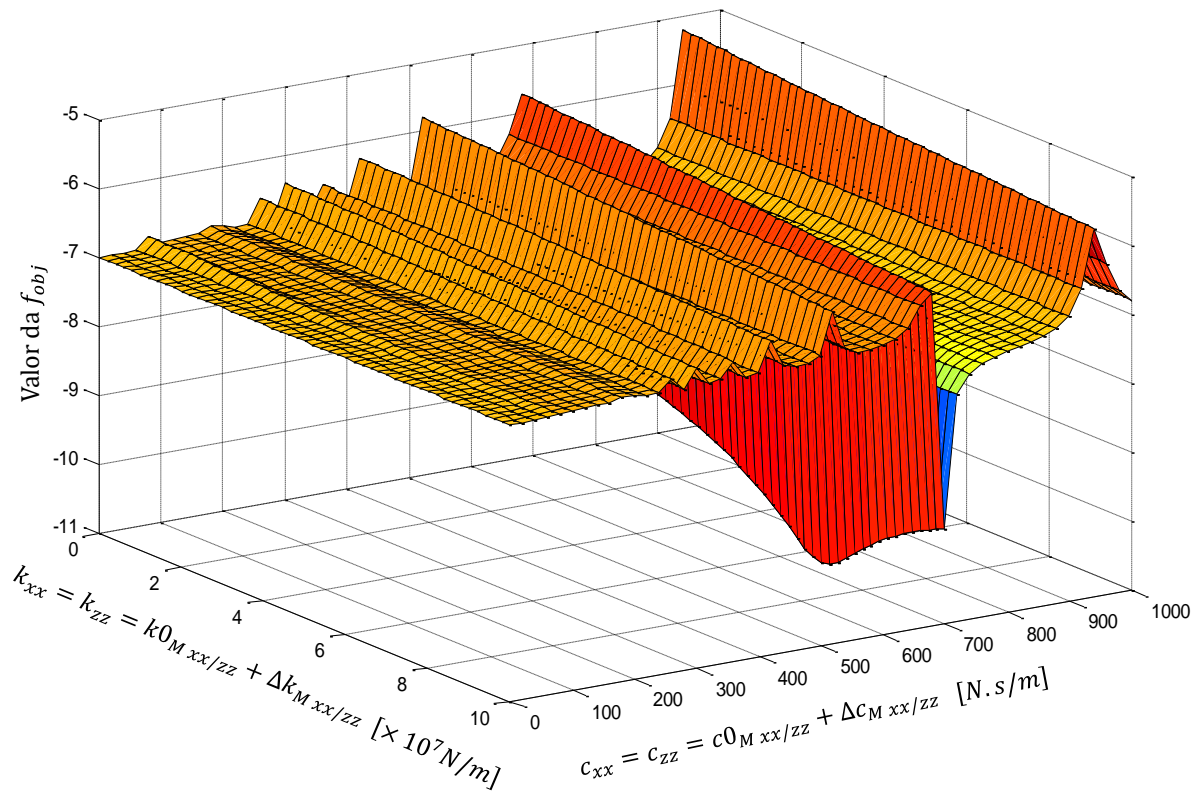


Figura 20 – Função objetivo para coeficientes de mancais como incógnitas.

A partir destes exemplos que consideram um vetor de projeto com apenas duas variáveis, conclui-se, a partir destes casos, que a função objetivo possui muitos mínimos locais, além de mínimo global extremamente pontiagudo. A análise de uma função objetivo com número maior de variáveis indica uma tendência de fortalecimento desta característica. Dessa forma, as condições verificadas reforçam a necessidade de utilização de técnicas robustas de otimização que permitam a busca de mínimos globais, sob o risco da TONL não localizar o mínimo desejado. Através da determinação de um ponto interno ao vale do mínimo global, uma técnica de busca direta pode ser utilizada para ganhar agilidade computacional nesta etapa.

5.3 DETERMINAÇÃO DE COEFICIENTES DE MANCAIS E DESBALANCEAMENTO

Para validação numérica da metodologia, utiliza-se como modelo o rotor de Lalanne e Ferraris (2001, p.125). A resposta ao desbalanceamento calculada é utilizada como dado de entrada para a rotina de otimização proposta. Dessa forma, torna-se possível verificar a convergência do algoritmo e conhecer a influência dos diversos parâmetros da metodologia. Com este intuito, dois casos são analisados e discutidos:

- Caso 1: Determinação dos coeficientes do mancal instalado no nó número 14 e o desbalanceamento do nó número 6 (conforme Figura 15). Demais informações do modelo são conhecidas, como os parâmetros do mancal do nó número 1 e demais propriedades do eixo e discos. Duas análises são executadas neste caso, com foco na verificação da influência de diferentes parâmetros na convergência e qualidade da resposta:
 - Análise I – Influência de diferentes parâmetros do algoritmo genético.
 - Análise II – Influência da escolha de diferentes valores de coeficientes iniciais para os mancais e diferentes quantidades de modos utilizados na composição da resposta (truncagem).
- Caso 2: Via metodologia proposta, determinação dos coeficientes de rigidez e amortecimento para os mancais dos nós números 1 e 14, e do desbalanceamento

inserido nó 6 (conforme Figura 15). As propriedades do eixo e discos são admitidas como conhecidas.

5.3.1 Caso 1 – Determinação dos parâmetros do mancal do nó 14 e desbalanceamento do nó 6

Para este caso, serão identificados, via ajuste da resposta ao desbalanceamento simulada e ajustada via rotina de otimização, os parâmetros do mancal instalado no nó 14 e os parâmetros de desbalanceamento do nó 6 (Figura 15). O vetor de variáveis de projeto desta forma é composto por

$$\{X\} = \{u_m, \delta_m, \Delta k_{M_{xx}}, \Delta k_{M_{zz}}, \Delta c_{M_{xx}}, \Delta c_{M_{zz}}\}. \quad (104)$$

Aos parâmetros de mancais e desbalanceamento são aplicadas as seguintes restrições às suas propriedades finais:

$$\begin{aligned} 10^5 &\leq k_{xx}, k_{zz} \leq 10^9, \\ 0 &\leq c_{xx}, c_{zz} \leq 10^3, \\ 0 &\leq u_m \leq 500 \text{ e} \\ 0 &\leq \delta_m \leq 360^\circ. \end{aligned} \quad (105)$$

Estes valores são assumidos e baseados nos valores de referência a serem determinados. As restrições de mancais, quando transcritas no vetor de variáveis de projeto da rotina de otimização, contém os valores das restrições para as modificações de rigidez e amortecimento ($\Delta k_{M_{xx}}, \Delta k_{M_{zz}}, \Delta c_{M_{xx}}, \Delta c_{M_{zz}}$), considerando-se os valores iniciais para cada caso.

5.3.1.1 Análise I – Diferentes parâmetros do algoritmo genético

Nesta análise, é verificada a convergência e qualidade das respostas com foco nos parâmetros de população e número de gerações do AG.

As curvas contendo a resposta ao desbalanceamento de entrada (simulada no RotorDin), foram selecionadas na faixa de velocidade de rotação de 2500 rpm e

4500 rpm com um total de 30 diferentes pontos de vibração igualmente espaçados na rotação e medidos no nó número 12 para as direções X e Z do modelo (Figura 21). Para esta análise, os valores de rigidez e amortecimento iniciais para os mancais considerados foram $k_{0_{M_{xx}}} = k_{0_{M_{zz}}} = 1 \times 10^6 \text{ N/m}$ e $c_{0_{M_{xx}}} / c_{0_{M_{zz}}} = 1000 \text{ N.s/m}$, respectivamente.

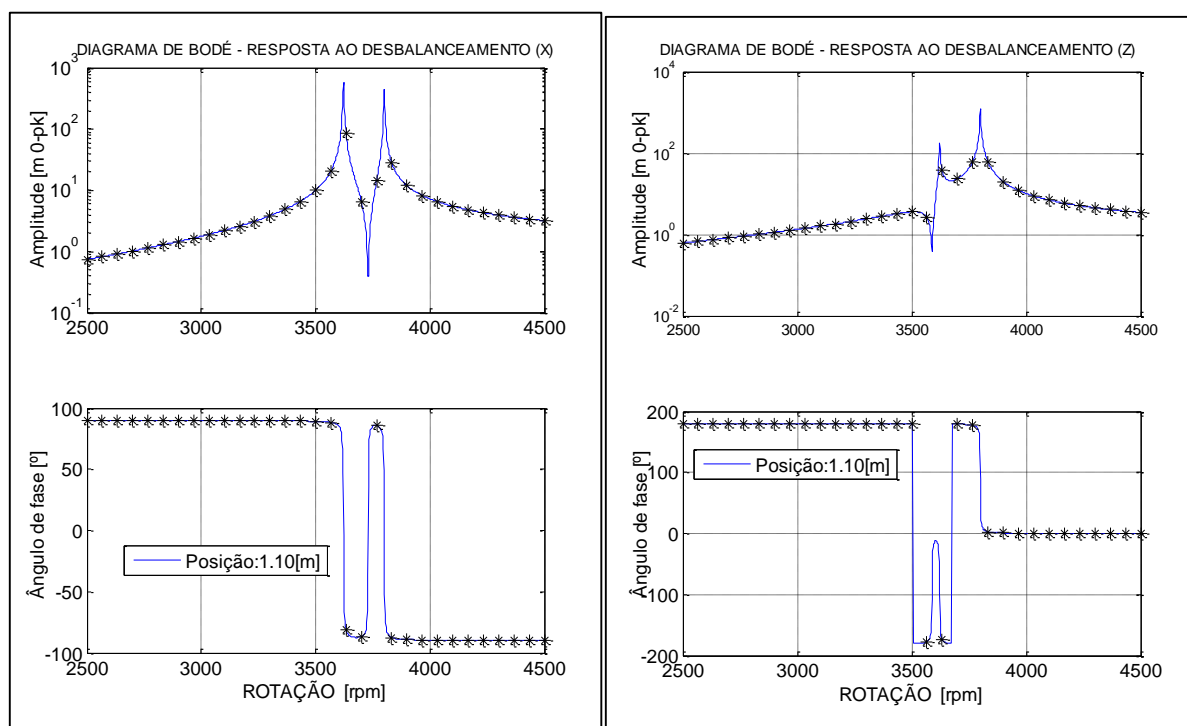


Figura 21 – Resposta ao desbalanceamento simulada e pontos seleccionados para o nó 12 do rotor de Lalanne e Ferraris (2001, p.125).

Os resultados obtidos e agrupados para as 9 diferentes rodadas de simulações seguem na Tabela 2. Esta tabela traz os valores identificados para cada parâmetro juntamente com o erro baseado no valor de referência conhecido, além do tempo de solução para cada simulação. O tamanho da população utilizado nas análises foi de 1300, 700 e 300 indivíduos, e número de gerações de 20, 15 e 10.

Observa-se a partir dos resultados que populações com número de indivíduos de 700 e 1300 forneceram bons resultados, com reduzidos erros e boa convergência. Para população de 300 indivíduos, mesmo considerando-se 20 gerações do algoritmo genético, a simulação não fornece bons resultados para o problema em análise (erros elevados). A partir desta análise, fica evidente a vantagem na utilização de um número mais elevado de indivíduos e menor número de gerações. Com exceção das análises

que empregam 300 indivíduos, todas as demais apresentaram bons resultados, identificando com precisão os parâmetros buscados na rotina de otimização.

Tabela 2 – Análise de diferentes quantidades de populações e gerações do algoritmo genético.

Variáveis do vetor projeto	Valores de Ref.	Número de gerações	Valores identificados (% erro)		
			Número de indivíduos da população		
			População = 1300	População = 700	População = 300
k_{xx} (MN/m)	50	20	50,00 (0,0%)	50,00 (0,0%)	50,00 (0,0%)
		15	50,00 (0,0%)	50,00 (0,0%)	10,28 (-79,4%)
		10	50,00 (0,0%)	50,00 (0,0%)	22,20 (-55,6%)
k_{zz} (MN/m)	70	20	69,97 (0,0%)	69,97 (0,0%)	69,97 (0,0%)
		15	69,97 (0,0%)	69,97 (0,0%)	43,92 (-37,3%)
		10	69,97 (0,0%)	69,97 (0,0%)	70,51 (0,7%)
c_{xx} (N.s/m)	500	20	499,40 (-0,1%)	499,49 (-0,1%)	557,00 (11,4%)
		15	499,49 (-0,1%)	499,45 (-0,1%)	0,00 (-100%)
		10	501,50 (0,3%)	499,49 (-0,1%)	999,00 (99,8%)
c_{zz} (N.s/m)	700	20	699,90 (0,0%)	699,85 (0,0%)	0,04 (-100%)
		15	699,85 (0,0%)	699,85 (0,0%)	0,00 (-100%)
		10	673,10 (-3,8%)	699,89 (0,0%)	13,13 (-98,1%)
u (g.mm)	200	20	199,97 (0,0%)	199,97 (0,0%)	199,83 (-0,1%)
		15	199,97 (0,0%)	199,98 (0,0%)	119,19 (-41,1%)
		10	199,89 (-0,1%)	199,98 (0,0%)	130,74 (-34,6%)
δ_m (°)	0	20	0,00 (0,0%)	360,00 (0,0%)	0,00 (0,0%)
		15	360,00 (0,0%)	360,00 (0,0%)	360,00 (0,0%)
		10	360,00 (0,0%)	360,00 (0,0%)	360,00 (0,0%)
Tempo solução (seg.)	-	20	8568	4738	2298
		15	6906	4106	1753
		10	4765	3036	1313

5.3.1.2 Análise II – Diferentes coeficientes iniciais de mancais e reduções modais

Nesta segunda análise, a metodologia é avaliada segundo diferentes coeficientes iniciais dos mancais considerados (k_{0M} e c_{0M}) para definir o sistema primário e achar a base de soluções, além de diferentes reduções modais aplicadas aos autovetores e autovalores deste sistema primário.

As curvas contendo as respostas ao desbalanceamento de entrada para as direções X e Z medidas no nó número 12 foram as mesmas empregadas na análise I (Figura 21). Uma população de 700 indivíduos com 15 gerações foi empregada nas simulações realizadas. Considera-se nesta análise a utilização de 100%, 80% e 50% dos modos (total de $2n = 56$ modos) na elaboração da resposta, além de diferentes

valores de rigidez inicial. A Tabela 3 apresenta os dados obtidos nesta análise, identificando o erro entre o parâmetro obtido e o valor de referência.

Tabela 3 – Análise de diferentes parâmetros iniciais para mancais e reduções modais.

Var. do vetor projeto	Val. de Ref.	% de modos utilizados	Valores identificados (% erro)			
			Valores de rigidez e amortecimento iniciais para o mancal			
			$k0_M = 10^3 N/m$ $c0_M = 10^2 N.s/m$	$k0_M = 10^6 N/m$ $c0_M = 10^2 N.s/m$	$k0_M = 10^8 N/m$ $c0_M = 10^2 N.s/m$	$k0_M = 10^9 N/m$ $c0_M = 10^2 N.s/m$
k_{xx} (MN/m)	50	100%	50,00 (0,0%)	50,00 (0,0%)	50,00 (0,0%)	50,00 (0,0%)
		80%	50,00 (0,0%)	50,00 (0,0%)	49,98 (0,0%)	Não convergiu
		50%	49,98 (0,0%)	49,98 (0,0%)	49,92 (-0,2%)	Não convergiu
k_{zz} (MN/m)	70	100%	69,99 (0,0%)	69,97 (0,0%)	70,00 (0,0%)	69,99 (0,0%)
		80%	69,89 (-0,2%)	69,88 (-0,2%)	69,97 (0,0%)	Não convergiu
		50%	69,61 (-0,6%)	69,62 (-0,5%)	69,89 (-0,2%)	Não convergiu
c_{xx} (N.s/m)	500	100%	496,20 (-0,8%)	504,00 (0,8%)	500,01 (0,0%)	496,10 (-0,8%)
		80%	494,70 (-0,2%)	496,00 (-0,8%)	498,69 (-0,3%)	Não convergiu
		50%	461,00 (-7,8%)	488,89 (-2,2%)	496,42 (-0,7%)	Não convergiu
c_{zz} (N.s/m)	700	100%	698,20 (-0,3%)	698,00 (-0,3%)	700,03 (0,0%)	700,00 (0,0%)
		80%	759,20 (8,5%)	689,00 (-1,6%)	701,47 (0,2%)	Não convergiu
		50%	782,00 (11,7%)	695,84 (-0,6%)	704,70 (0,7%)	Não convergiu
u (g.mm)	200	100%	199,95 (0,0%)	199,96 (0,0%)	200,00 (0,0%)	200,00 (0,0%)
		80%	200,00 (0,0%)	199,88 (-0,1%)	199,94 (-0,1%)	Não convergiu
		50%	199,51 (-0,2%)	199,52 (-0,2%)	199,91 (-0,2%)	Não convergiu
δ_m (°)	0	100%	359,96 (-0,1%)	0,00 (0,0%)	360,00 (0,0%)	360,00 (0,0%)
		80%	359,72 (-0,1%)	0,00 (0,0%)	0,00 (0,0%)	Não convergiu
		50%	0,00 (0,0%)	0,00 (0,0%)	0,00 (0,0%)	Não convergiu
Tempo sol. (seg.)	-	100%	4239	3410	3801	5041
		80%	2507	2693	2598	Não convergiu
		50%	2193	1616	1938	Não convergiu

Segundo resultados obtidos (Tabela 3), fica evidente um ganho computacional com menor tempo de processamento truncando-se os autovetores do sistema primário. Com exceção do caso que considerou valores de $k0_M = 1 \times 10^9 N/m$, todos os demais casos convergiram para a solução do problema truncando-se autovetores, com reduzidos valores para o erro. Para este caso em específico, a consideração de um valor para a rigidez inicial do mancal maior que a rigidez de referência, forneceu autovetores que não puderam ser truncados para formar a resposta do sistema composto. Tal resultado deve-se a menor influência do mancal na resposta dinâmica, conforme pode ser visto no mapa de rigidez da Figura 18.

5.3.2 Caso 2 – Determinação dos coeficientes dos mancais dos nós 1 e 14 e desbalanceamento do nó 6

Para este caso, será buscado via ajuste da resposta ao desbalanceamento simulada e ajustada via rotina de otimização os parâmetros dos mancais instalados nos nós número 1 e 14 e os parâmetros de desbalanceamento do nó 6 (Figura 15). O vetor de variáveis de projeto é composto por:

$$\{X\} = \left\{ \begin{array}{l} u_m, \delta_m, \Delta k_{Mxx}^1, \Delta k_{Mzz}^1, \Delta c_{Mxx}^1, \Delta c_{Mzz}^1, \\ \Delta k_{Mxx}^{14}, \Delta k_{Mzz}^{14}, \Delta c_{Mxx}^{14}, \Delta c_{Mzz}^{14} \end{array} \right\}, \quad (106)$$

onde as notações sobrescritas representam o nó relativo à propriedade aplicada. Aos parâmetros de mancais e desbalanceamento são aplicadas as seguintes restrições

$$\begin{aligned} 10^5 &\leq k_{xx}^1, k_{zz}^1, k_{xx}^{14}, k_{zz}^{14} \leq 10^9, \\ 0 &\leq c_{xx}^1, c_{zz}^1, c_{xx}^{14}, c^{14} \leq 10^3, \\ 0 &\leq u_m \leq 500 \text{ e} \\ 0 &\leq \delta_m \leq 360^\circ. \end{aligned} \quad (107)$$

Os valores para as restrições são assumidos e baseados nos valores de referência buscados. As restrições devem conter os valores para as modificações de rigidez e amortecimento dos mancais, considerando-se os valores iniciais para cada caso.

Como dado de entrada, são utilizadas as respostas ao desbalanceamento nas direções X e Z calculadas para o nó 12 (Figura 21), incluindo agora a resposta para o nó número 2 (Figura 22), por este estar mais próximo ao nó do mancal inserido na análise.

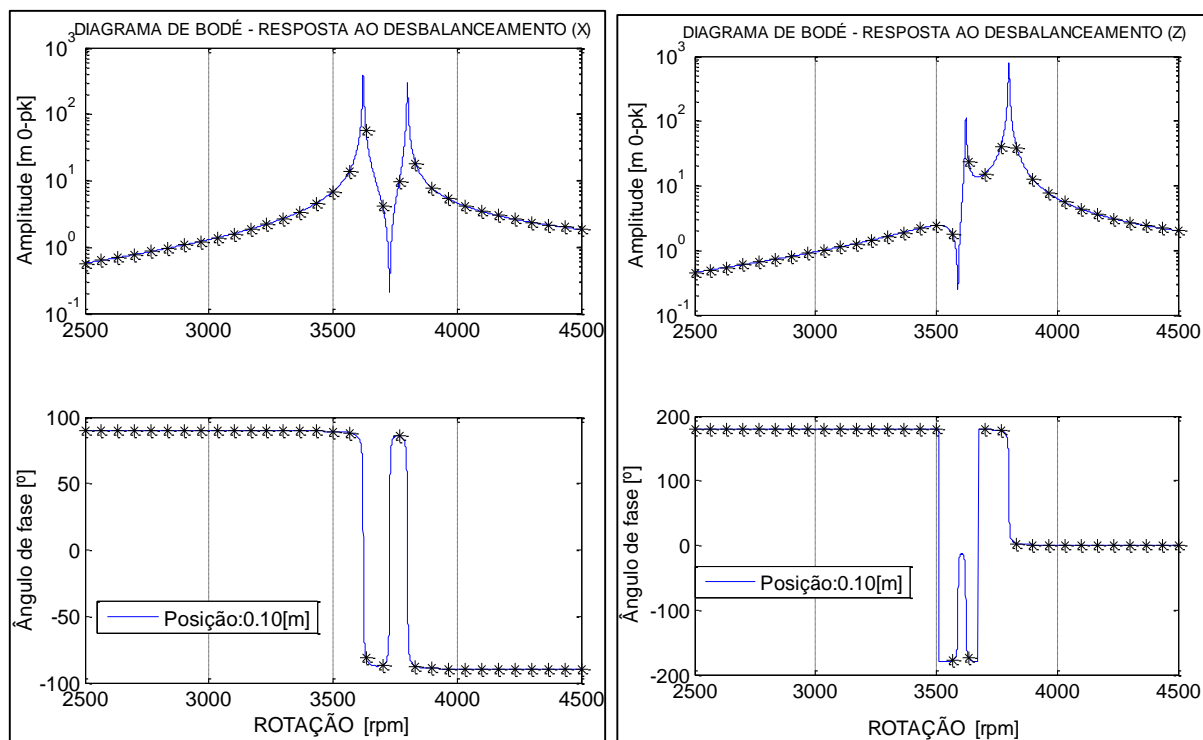


Figura 22 – Resposta ao desbalanceamento simulada e pontos selecionados para o nó 2 do rotor de Lalanne.

Está análise constou de 3 diferentes simulações visando a determinação dos parâmetros desconhecidos, onde variou-se:

- Valor inicial para a rigidez principal dos mancais nas duas direções ($k0_M$).
- Valor inicial para o amortecimento principal dos mancais nas duas direções ($c0_M$).
- Tamanho da população do algoritmo genético.
- Número de gerações do algoritmo genético.
- Tolerância para finalização do algoritmo de Nelder-Mead.
- Percentual de modos utilizados para formulação da resposta do sistema composto.

A Tabela 4 agrupa os resultados obtidos para cada uma das simulações, além dos dados de entrada utilizados.

Tabela 4 – Resultados numéricos para 2 mancais e 1 plano de desbalanceamento.

Var. do vetor projeto		Valores de Ref.	Valores identificados (% erro)		
			Simulação 1 $k_{0_M} = 10^6 \text{ N/m}$ $c_{0_M} = 100 \text{ N.s/m}$ Pop. = 1200 Gerações = 16 Nelder Mead = 10^{-8} % modos util. = 100%	Simulação 2 $k_{0_M} = 10^7 \text{ N/m}$ $c_{0_M} = 100 \text{ N.s/m}$ Pop. = 2000 Gerações = 15 Nelder Mead = 10^{-8} % modos util. = 100%	Simulação 3 $k_{0_M} = 10^7 \text{ N/m}$ $c_{0_M} = 400 \text{ N.s/m}$ Pop. = 1200 Gerações = 30 Nelder Mead = 10^{-9} % modos util. = 90%
Mancal nó 1	$k_{xx} \text{ (MN/m)}$	50	50,33 (0,7%)	49,69 (-0,6%)	50,01 (0,0%)
	$k_{zz} \text{ (MN/m)}$	70	70,07 (0,1%)	70,81 (1,2%)	70,00 (0,0%)
	$c_{xx} \text{ (N.s/m)}$	500	91,86 (-81,6%)	318,00 (-36,4%)	476,00 (-4,8%)
	$c_{zz} \text{ (N.s/m)}$	700	842,20 (20,3%)	855,00 (22,1%)	734,00 (4,9%)
Mancal nó 14	$k_{xx} \text{ (MN/m)}$	50	49,72 (-0,6%)	51,16 (2,3%)	49,99 (0,0%)
	$k_{zz} \text{ (MN/m)}$	70	69,94 (-0,1%)	69,31 (-1,0%)	69,97 (0,0%)
	$c_{xx} \text{ (N.s/m)}$	500	792,00 (58,4%)	858,00 (71,6%)	482,80 (-3,4%)
	$c_{zz} \text{ (N.s/m)}$	700	777,58 (11,1%)	851,00 (21,6%)	673,70 (-3,6%)
Desb. Nó 6	$u \text{ (g.mm)}$	200	200,00 (0,0%)	200,83 (0,4%)	199,98 (0,0%)
	$\delta_m \text{ (}^\circ\text{)}$	0	0,00 (0,0%)	0,00 (0,0%)	0,00 (0,0%)
Valor final fun.obj.			-12,06	-10,92	-14,34
Tempo solução (seg.)			6704	9792	8679

Para as três simulações são observados bons resultados para a determinação dos coeficientes principais de rigidez para ambos os mancais. Para os parâmetros de desbalanceamento, todas as simulações forneceram excelentes resultados, com reduzidos valores de erros. Para os coeficientes de amortecimento, c_{xx} e c_{zz} , vê-se resultados afastados dos valores de referência para as simulações 1 e 2. Apesar de os valores se afastarem até 80% dos valores de referência, observou-se um bom ajuste entre a resposta ao desbalanceamento de entrada e a ajustada. Dessa forma, entende-se que a metodologia apresenta maior dificuldade para diferenciar o mancal de origem do amortecimento, quando utilizado parâmetros do algoritmo genético e Nelder-Mead já empregados. O aumento do número de gerações e a diminuição da tolerância do algoritmo de Nelder-Mead, conforme simulação 3, permite a esse caso uma adequada convergência e determinação dos parâmetros dos mancais e desbalanceamento.

6 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Nesta seção a metodologia proposta é validada experimentalmente. As medições foram realizadas no LAVIBS da UFPR, utilizando a infraestrutura disponível e adaptando componentes conforme a necessidade. Duas configurações de rotor foram empregadas: uma configuração com um mancal de molas e outra com um mancal hidrodinâmico. Para ambos, buscou-se a identificação dos coeficientes destes mancais e dos parâmetros de desbalanceamento, mediante metodologia implementada junto ao software RotorDin no ambiente MATLAB® (Apêndice C).

6.1 SISTEMA DE AQUISIÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

Os itens empregados na bancada experimental, comuns às duas configurações de rotores empregados nas análises são:

- Sensores de proximidade tipo *probes* e demoduladores (*Proximitors*), de fabricação Bently Nevada, conforme detalhes do Apêndice D, item 1.
- Placa de aquisição de dados de fabricação Brüel & Kjaer (detalhes no Apêndice D item 2).
- Software de aquisição e tratamento de dados Pulse Lab Shop.
- Rotor de laboratório tipo Rotorkit, modelo RK4, de fabricação Bently Nevada. Este rotor pode operar com diferentes configurações, numa faixa de velocidade de rotação de 0 a 10.000 *rpm* e com possibilidade de ajuste de diferentes rampas de aceleração e desaceleração.
- Notebook para aquisição de dados experimentais de fabricação Lenovo, modelo Thinkpad, com processador Core I5 de 2,4 GHz e 4 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7 de 32 bits.

Os equipamentos acima listados são pertencentes ao LAVIBS. O sistema de aquisição pode ser visualizado na Figura 23, sendo que os demais itens inclusos no rotor serão apresentados nos próximos itens desta seção.

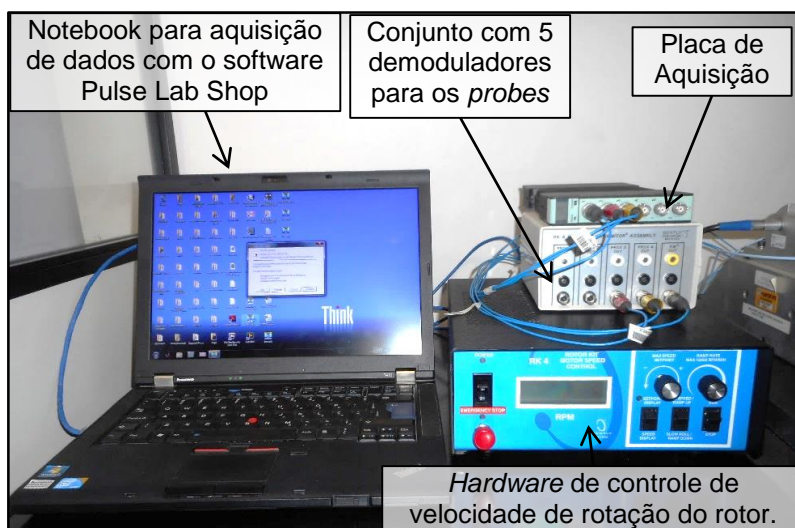


Figura 23 – Sistema de aquisição de dados.

O computador para processamento do software Rotordin com a metodologia desenvolvida foi um *notebook* de fabricação Dell, com processador Core I5, 6GB de memória RAM e sistema operacional Windows 8.1 de 64 bits. A versão do MATLAB® utilizada foi a R2012b (8.0.0.783).

6.2 ROTOR COM MANCAL DE MOLAS

Esta análise experimental envolveu uma configuração do rotor adaptada com a montagem de um mancal com quatro molas helicoidais. O principal objetivo desta configuração é a maior facilidade na determinação via ensaios mecânicos dos coeficientes dinâmicos deste mancal, permitindo assim a melhor comparação posterior com os valores obtidos via metodologia proposta.

6.2.1 Configuração do rotor e modelagem

O rotor foi montado fixado a uma chapa de aço carbono inteiriça, de 72,6 kg, isolada da mesa de suportação por espuma de média densidade, visando baixa transmissibilidade para as frequências de excita o previstas. O rotor e sua base podem ser visualizados na Figura 24.

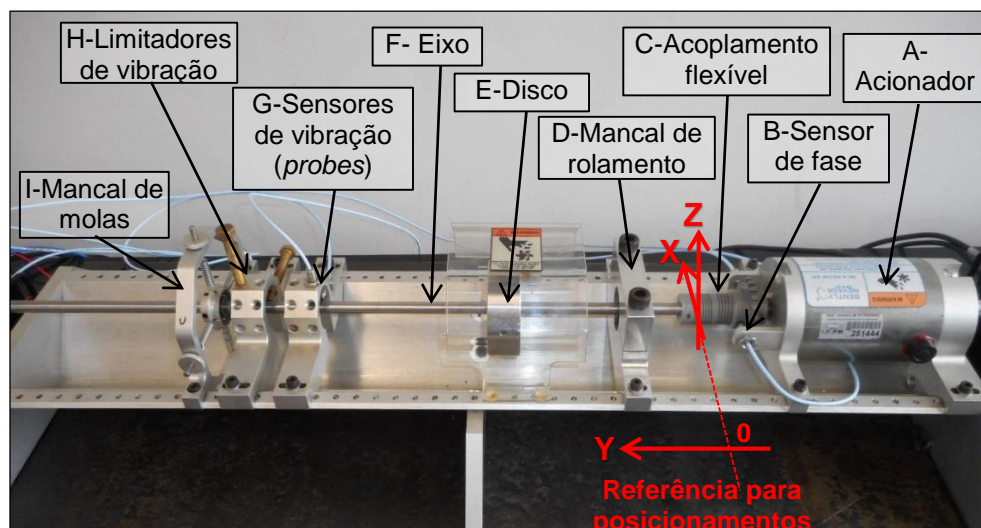


Figura 24 – Rotor com a configuração para medições com o mancal de mola.

A configuração de rotor projetada conforme a Figura 24 é composta por:

1. Eixo (Figura 24 item F):

- Eixo de comprimento total 560mm e diâmetro de 10mm .
- A massa específica considerada foi de $\rho = 7747,15\text{ kg/m}^3$ (Apêndice E.1).
- O módulo de elasticidade foi obtido experimentalmente mediante teste por impacto (*Bump test*), medindo-se a FRF em inércia e ajustando sua equivalente numérica. O valor de 204GPa foi obtido (Apêndice E.1). O coeficiente de Poisson considerado foi de 0,3.

2. Discos (Figura 24 item E):

- O disco foi instalado na posição 150mm .
- A massa do disco informada pelo fabricante é de 800 gramas , sendo este valor conferido em balança de precisão.
- Os momentos de inércia foram obtidos por meio da modelagem em software de CAD. O valor considerado para o momento de inércia polar é $334 \times 10^{-6}\text{kg.m}^2$ e o momento de inércia transversal $578 \times 10^{-6}\text{kg.m}^2$.

3. Sensores de vibração (Figura 24 item G):

- Instalados na posição 300 mm .

- Os *gaps* dos sensores foram ajustados com auxílio de multímetro em $-8,35Vdc$ para o sensor horizontal (X) e $-8,34 Vdc$ para o vertical (Z).

4. Mancal de rolamento (Figura 24 item D):

- Instalado na posição $50mm$ com relação ao seu centro.
- Caixa do mancal fabricada por usinagem, permitindo a montagem de um rolamento autocompensador de esferas (Figura A.1) modelo 1200 G15 e fabricação SNR.
- Coeficientes de rigidez do rolamento calculados analiticamente conforme o Apêndice A.1 em $k_{xx} = k_{zz} = 2 \times 10^7 N/m$ e coeficientes de amortecimento foram assumidos como sendo $c_{xx} = c_{zz} = 10 N.s/m$. Demais coeficientes foram considerados nulos.

5. Mancal de molas (Figura 24 item I e Figura 25):

- Instalado na posição $380mm$.
- O valor para os coeficientes de rigidez principal (k_{xx}, k_{zz}) foi medido e identificado por ensaios mecânicos como sendo igual a $7313,2 N/m$, conforme Apêndice F. Devido ao construtivo dos mancais que emprega somente molas helicoidais nas direções principais (direção X e direção Z), os dois coeficientes de rigidez cruzada, k_{xz} e k_{zx} , foram considerados nulos. Não foi possível a obtenção via ensaios dos coeficientes de amortecimento para esse mancal, que serão dessa forma unicamente obtidos via metodologia.

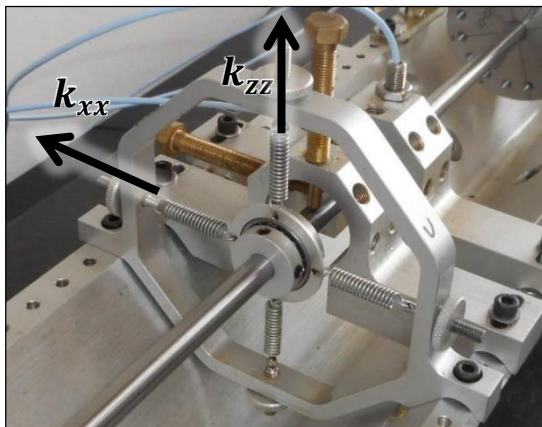


Figura 25 – Mancal de molas.

O rotor com mancal de molas foi modelado no RotorDin com 12 elementos de viga, considerando-se a necessidade de posicionamento dos nós nas localizações específicas necessárias aos mancais, discos e pontos de medição de vibração. Através de simulações com maior número de elementos (não descritas em detalhes neste trabalho), não foi evidenciado a necessidade de consideração de uma maior discretização do rotor, sendo desta forma admitido 12 elementos como suficientes para esta análise. O rotor modelado e a numeração dos nós são representados na Figura 26.

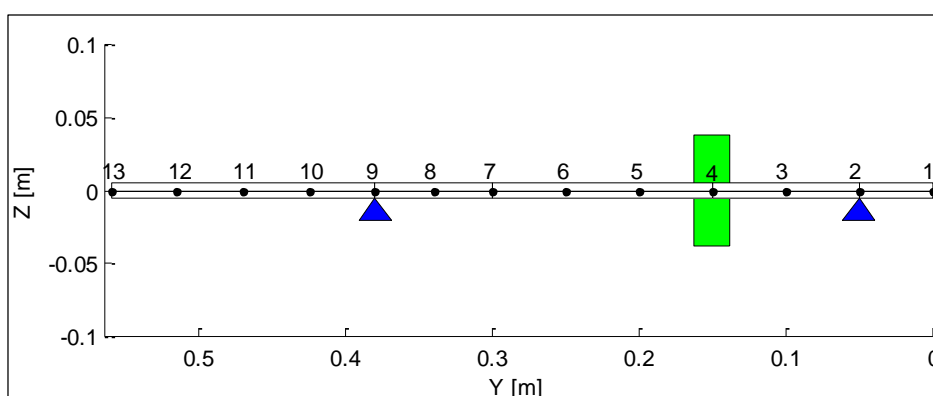


Figura 26 – Modelagem em elementos finitos do rotor com mancal de molas.

6.2.2 Resposta ao desbalanceamento

O teste de resposta ao desbalanceamento é realizado com massa de teste conhecida, instalada em local determinado. A distribuição de massas no rotor entorno de seu eixo inercial, ainda sem adição de massa de teste, nunca será perfeita. Dessa forma, sempre existirá um desbalanceamento residual que, adicionado à massa de teste, irá compor o vetor de excitações do rotor. Para as análises experimentais, foi fixado ao disco uma massa de $1,0\text{ g}$ numa excentricidade de 30 mm e posição angular de 0° , o que resulta num desbalanceamento de $30\text{ g}\cdot\text{mm}$ neste plano. Neste trabalho, o desbalanceamento residual não foi mensurado individualmente.

A coleta dos dados é preferencialmente realizada em corridas de *rundown* frente a corridas de *runup*, uma vez que a primeira oferece melhores condições de controle da rampa de desaceleração/aceleração, além de minimizar os efeitos do torque transmitido pelo eixo. Os dados experimentais deste experimento foram coletados durante uma corrida de *rundown* do rotor, sendo a velocidade de rotação

variada de 2200 *rpm* a 247 *rpm* (mínima rotação controlada pelo motor). Nesta faixa de rotação foram coletados os valores de vibração para 205 diferentes rotações para ambos os sensores (*X* e *Z*). Esta faixa de rotação selecionada permitiu coletar dados de vibração antes e após a primeira rotação crítica do rotor.

Os dados coletados na mais baixa rotação controlada pelo rotor foram considerados como sendo iguais ao *runout* dos sinais, sendo medidos em 247 *rpm*. Nesta rotação, os efeitos dinâmicos do rotor são praticamente inexistentes, medindo-se portanto somente as imperfeições mecânicas e elétricas que conduzem ao sinal de *runout*. Os valores de *runout* seguem na Tabela 5.

Tabela 5 – Runout dos sensores X e Z para o rotor com mancal de molas.

Sensor	Runout medido	
	Amplitude (μm)	Fase ($^\circ$)
Direção X	41,21	157,33
Direção Z	44,86	-122,43

Observa-se pela Tabela 5 que os *runouts* medidos apresentaram elevados valores. Como referência, normas técnicas de fabricação de máquinas especiais como a API 670 (AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE (API), 2003) recomenda valores máximos de amplitude de *runout* de 6,25 μm . Dessa forma, os valores obtidos mostram-se aproximadamente 7 vezes maiores que o valor recomendado e, portanto, demasiadamente elevados. Porém, na impossibilidade de executar procedimentos tipo *burnishing* ⁽³⁾ estes dados foram considerados nas análises.

A Figura 27 mostra os diagramas de Bode com as respostas ao desbalanceamento, contendo as amplitudes e fases para a faixa de rotação lida, para os sinais sem tratamento (incluindo o *runout*) e para os sinais subtraídos os *runouts*. A Figura 28 mostra os mesmos sinais agora agrupados e subtraídos os *runouts*. Nesse ensaio, não houveram contatos do rotor com peças estáticas como sensores ou limitadores, que pudessem perturbar a resposta de vibração lida.

A verificação dos resultados após a subtração do *runout* (Figura 28) mostra resultados de amplitude coerentes para os dois sensores, com rotações críticas muito próximas (aproximadamente 1440 *rpm*) e formato das curvas conforme esperado para esta configuração simétrica de rotor. A diferença de fase entre os sensores, porém, mostrou-se próxima a 75° ante os 90° esperados para esta configuração de rotor (rotor

³ Procedimento mecânico para redução de *runout* na pista de medição de sensores tipo *probes*.

simétrico). Apesar da diferença de fase entre os sensores não ser exatamente a esperada, os formatos das curvas de fase mostraram-se adequadas quando analisadas em conjunto com as amplitudes. Dessa forma, os dados foram considerados e utilizados na rotina de otimização para determinação dos parâmetros demandados. As hipóteses para estas discrepâncias serão descritas posteriormente.

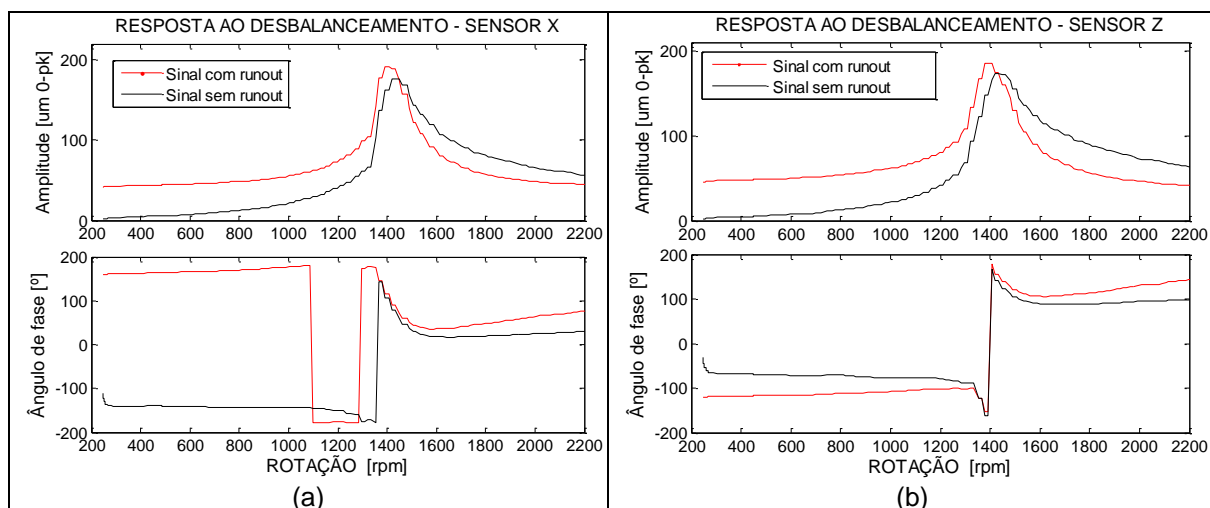


Figura 27 – Resposta ao desbalanceamento medidas para o sensor (a) X e (b) Z para o rotor com mancal de molas.

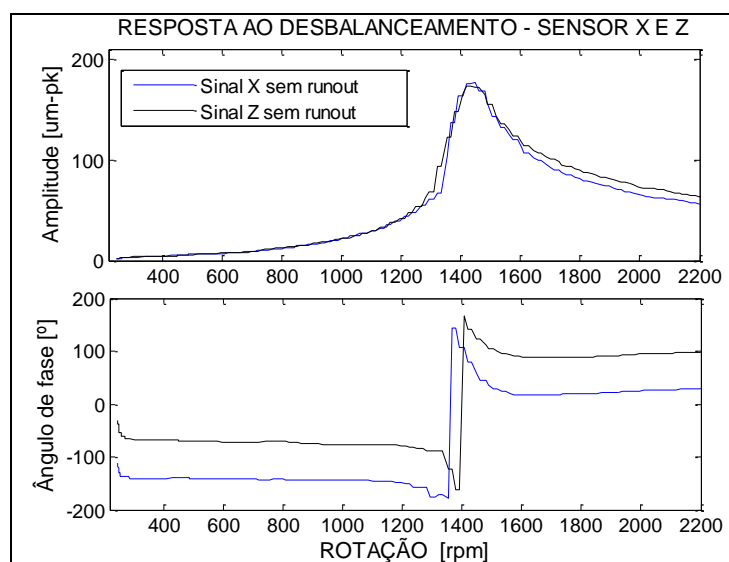


Figura 28 – Resposta ao desbalanceamento para ambos os sensores com subtração dos runouts para o mancal de molas.

6.2.3 Determinação dos parâmetros desconhecidos

Para a rotina de otimização, a utilização de toda faixa de velocidade de rotação com a totalidade de pontos lidos (205 pontos) na resposta ao desbalanceamento é desnecessária, podendo representar um custo computacional elevado. Desta forma, para determinação dos parâmetros, a faixa de rotação de 698 a 1754 *rpm* foi selecionada, objetivando simplificar o problema de otimização. Para esta faixa de velocidade de rotação duas análises distintas foram realizadas: uma considerando um total de 20 pontos (Figura 29), e outra considerando 39 pontos de resposta.

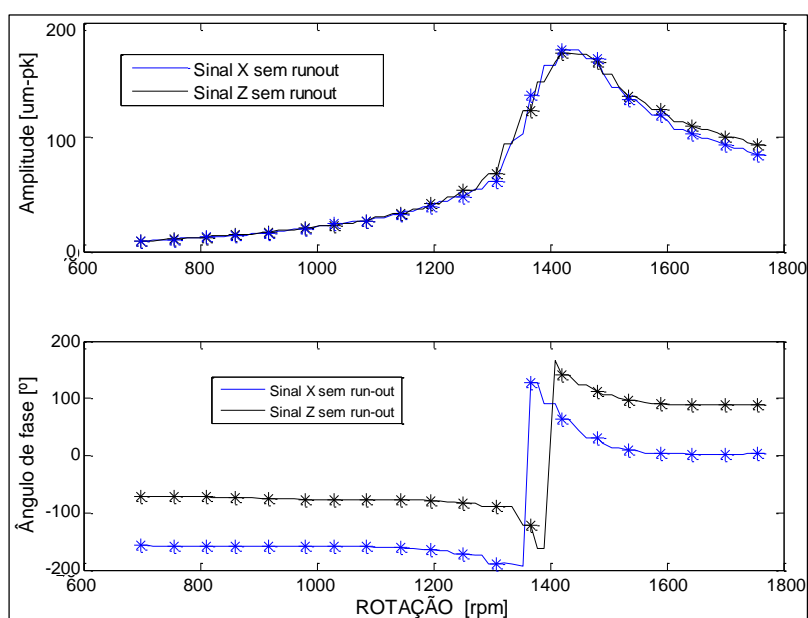


Figura 29 – Resposta ao desbalanceamento com 20 pontos vibração X rotação para o rotor com mancal de molas.

Visando conhecer a dinâmica do sistema, a análise para determinação dos parâmetros desejados iniciou-se pelo mapa de rigidez, considerando-se as propriedades do mancal de rolamentos como conhecidas e fixas e o mancal de molas com coeficientes desconhecidos (Figura 30). Considerando-se a rotação crítica visualizada previamente nas respostas ao desbalanceamento coletadas (Figura 29), observa-se que a configuração adotada com a instalação do mancal de molas permite que o mancal tenha grande influência no comportamento dinâmico do rotor.

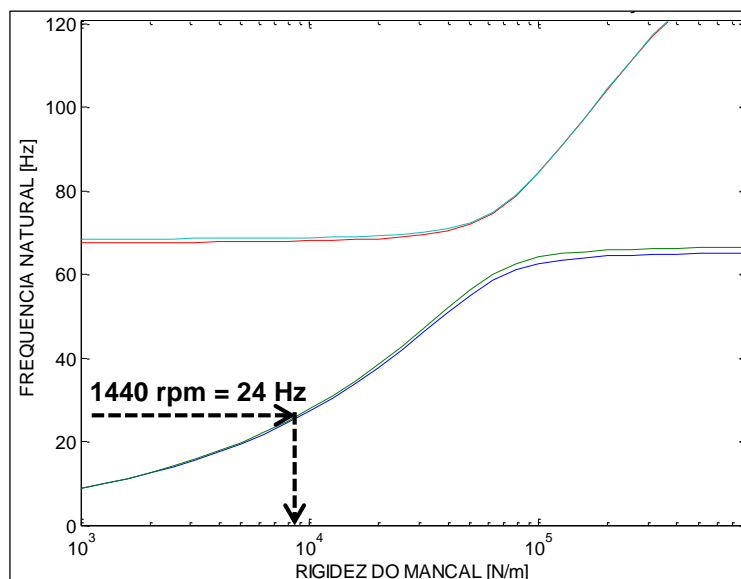


Figura 30 – Mapa de rigidez para o rotor com mancal de molas.

O problema de otimização para esta análise constou de um total de 6 variáveis de projeto, sendo quatro associadas aos coeficientes dinâmicos (k_{xx} , k_{zz} , c_{xx} e c_{zz}) do mancal de molas posicionado no nó número 9 do modelo; e duas associadas ao desbalanceamento (u_m e δ_m) do disco posicionado no nó 4. As restrições e coeficientes iniciais para o mancal de molas foram impostas ao problema de otimização conforme Tabela 6.

Tabela 6 – Condições iniciais e restrições para variáveis do rotor com mancal de molas.

Variável	Restrição Inferior	Valor Inicial	Restrição Superior
k_{xx} (N/m)	100	1000	10000
k_{zz} (N/m)	100	100	10000
c_{xx} (N.s/m)	0,0	5,0	50,0
c_{zz} (N.s/m)	0,0	5,0	50,0
u_m (g.mm)	0,1	-	100
δ_m (°)	0,0	-	360

Para a rotina de otimização, os parâmetros para o algoritmo genético e o algoritmo de Nelder-Mead foram ajustados conforme Tabela 7 e utilizados nas análises deste rotor.

Tabela 7 – Parâmetros da rotina de otimização ajustados para o rotor com mancal de molas.

TONL	Parâmetro	Valor
Algoritmo Genético	População	600 indivíduos
Algoritmo Genético	Elitismo	15 indivíduos
Algoritmo Genético	Gerações	15
Algoritmo Genético	Probabilidade de cruzamento	85%
Algoritmo Genético	Probabilidade de mutação	1%
Algoritmo de Nelder-Mead	Tolerância para finalização	1×10^{-8}

Os parâmetros desconhecidos foram identificados via metodologia proposta para as duas diferentes quantidades de pontos na resposta ao desbalanceamento (20 e 39 pontos) e para diferentes truncagens dos parâmetros modais (100%, 50% e 35% de um total de $n = 52$ autovalores e autovetores), sendo a performance do código avaliada por meio do cálculo do erro com relação aos valores de referência e pelo tempo de resolução do código. O resultado é mostrado na Tabela 8.

Para todas as condições de truncagem de parâmetros modais, visualiza-se o atingimento de valores identificados muito semelhantes e com reduzidos tempos de solução, validando desta forma o recurso de redução modal. A comparação dos resultados para as duas diferentes quantidades de pontos da resposta ao desbalanceamento (20 e 39 pontos) também mostrou o atingimento de resultados muito próximos. O maior erro localizou-se na identificação dos parâmetros de desbalanceamento: apesar de a fase ter sido identificada com erros próximos a -5%, a magnitude do desbalanceamento apresentou um erro aproximado de -24%. Como nestas análises o desbalanceamento residual não foi identificado, esta foi a hipótese atribuída como fonte deste erro.

Tabela 8 – Valores identificados para os parâmetros do rotor com mancal de molas.

Var. do vetor projeto	Valores de Referência	% de modos utilizados	Valores identificados (% erro)	
			Num. pontos na resposta ao desbalanceamento: 20	Num. pontos na resposta ao desbalanceamento: 39
k_{xx} (N/m)	7313,2	100%	7256,10 (-0,8%)	7212,66 (-1,4%)
		50%	7255,91 (-0,8%)	7212,49 (-1,4%)
		35%	7255,46 (-0,8%)	7212,04 (-1,4%)
k_{zz} (N/m)	7313,2	100%	7230,70 (-1,1%)	7283,87 (-0,4%)
		50%	7230,50 (-1,1%)	7282,67 (-0,4%)
		35%	7230,08 (-1,1%)	7282,21 (-0,4%)
c_{xx} (N.s/m)	-	100%	4,35 -	4,08 -
		50%	4,35 -	4,08 -
		35%	4,35 -	4,08 -
c_{zz} (N.s/m)	-	100%	4,20 -	4,16 -
		50%	4,20 -	4,16 -
		35%	4,20 -	4,16 -
u_m (g.mm)	30	100%	22,94 (-23,5%)	22,60 (-24,7%)
		50%	22,94 (-23,5%)	22,60 (-24,7%)
		35%	22,94 (-23,5%)	22,60 (-24,7%)
δ_m (°)	0	100%	343,30 (-4,6%)	341,10 (-5,2%)
		50%	343,30 (-4,6%)	341,10 (-5,2%)
		35%	343,30 (-4,6%)	341,10 (-5,2%)
Tempo sol. (seg.)	-	100%	1769	3489
		50%	534	1061
		35%	334	595
Valor final da função objetivo	-	100%	-7,33	-7,05
		50%	-7,33	-7,05
		35%	-7,33	-7,05

A Figura 31 transcreve a resposta ao desbalanceamento medida experimentalmente e a ajustava via rotina de otimização para o caso com 20 pontos na resposta ao desbalanceamento e utilização de 35% dos modos para compor a resposta do sistema composto. Visualiza-se um bom ajuste entre as curvas, especialmente com coincidência de rotações críticas visualizadas pela mudança de fase e pico de amplitudes. Para ambos os sensores, discrepâncias são percebidas para as amplitudes maiores que 1600 rpm, porém, com boa concordância de fases. Além disso, mediante o melhor ajuste, fica evidenciado para rotações na faixa de 698 rpm a 1350 rpm (Figura 31) a necessidade teórica de uma defasagem de 90° entre a fase dos dois sensores. As hipóteses para estas discrepâncias serão discutidas posteriormente. Apesar disto, as respostas obtidas conforme Tabela 8 mostram resultados satisfatórios para as identificações dos parâmetros buscados, com reduzidos tempos de solução especialmente onde a redução modal foi aplicada.

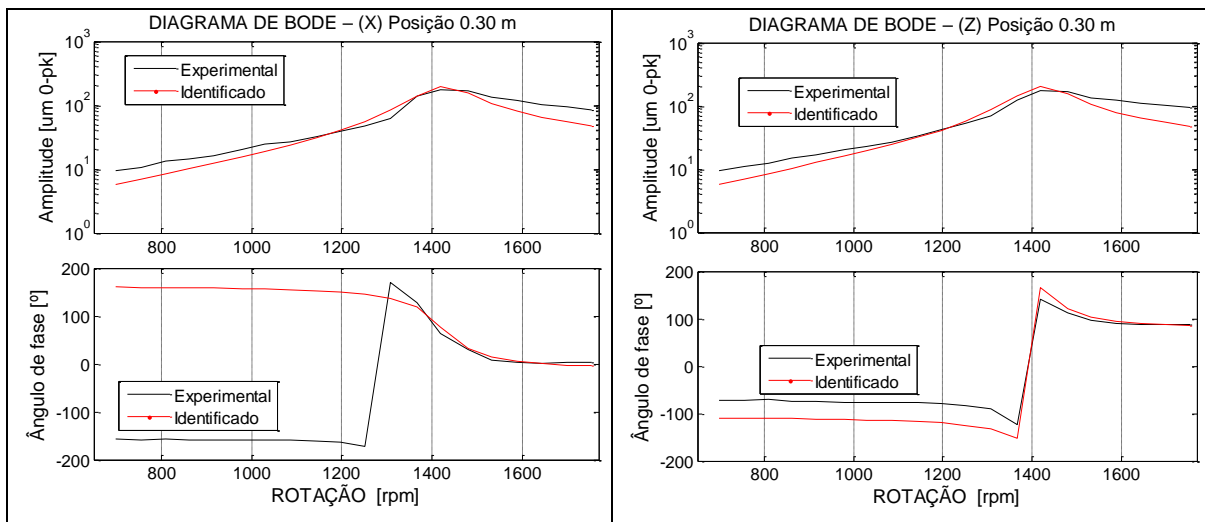


Figura 31 – Resposta ao desbalanceamento experimental e ajustada para o rotor com mancal de molas.

Como análise de eficiência da rotina de otimização, a Figura 32 mostra o pior, o melhor e o valor médio dos indivíduos para cada geração do algoritmo genético, além da evolução do algoritmo de Nelder-Mead para cada iteração. Estas informações são relativas ao caso rodado com 20 pontos na resposta ao desbalanceamento e 35% dos modos.

Com um total de 15 gerações, o algoritmo genético indicou para o melhor indivíduo na primeira geração um valor da função objetivo de -6,75, e para a última geração o valor escalar de -7,19. Partindo-se deste indivíduo, o algoritmo de Nelder-Mead identificou o mínimo global com eficiência e agilidade em 277 iterações.

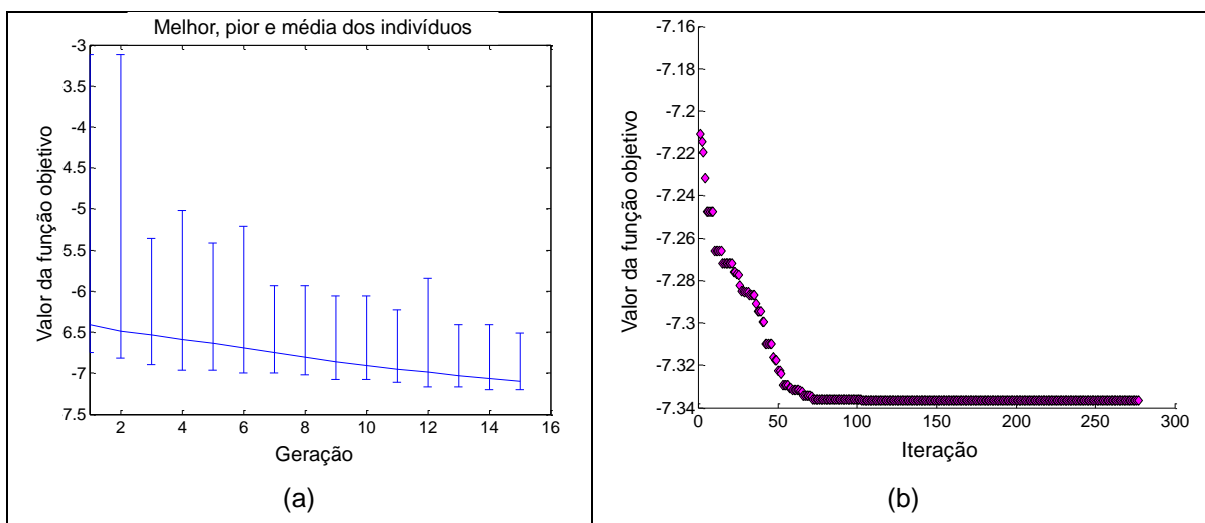


Figura 32 – Performance do (a) algoritmo genético e (b) algoritmo Nelder-Mead para o mancal de molas.

6.3 ROTOR COM MANCAL HIDRODINÂMICO

Esta análise experimental objetiva a identificação dos coeficientes dinâmicos de um mancal hidrodinâmico, do tipo cilíndrico com geometria fixa, além dos parâmetros de desbalanceamento do modelo. Os mancais hidrodinâmicos possuem ampla aplicação em máquinas rotativas e seus coeficientes dinâmicos são fortemente influenciados pela velocidade de rotação do eixo.

6.3.1 Configuração do rotor e modelagem

O rotor empregado nesta análise foi fixado sobre a mesma estrutura do experimento com mancal de molas, sendo montado conforme Figura 33. A configuração montada é composta por:

1. Eixo (Figura 33 item D):

- O eixo utilizado neste rotor possui um comprimento total de 457mm , diâmetro de $10,0\text{ mm}$ com excessão da sua extremidade localizada no lado oposto ao acionador que possui diâmetro de $24,99\text{ mm}$.
- A massa específica do eixo considerada foi $7747,15\text{ kg/m}^3$ (Apêndice E.2).
- O módulo de elasticidade foi obtido experimentalmente mediante teste por impacto (*Bump test*), medindo-se a FRF em inertância e ajustando posteriormente sua equivalente numérica. O valor de 202GPa foi obtido (Apêndice E.2). O coeficiente de Poisson considerado foi de 0,3.

2. Discos (Figura 33 item G):

- Os discos foram instalados nas posições 350mm e 390mm , posições mais próximas possíveis do mancal hidrodinâmico, buscando favorecer uma maior carga estática sobre este mancal. Este recurso permite operar o rotor numa mais elevada rotação sem ocorrência dos fenômenos de *oil whirl* e *oil whip*.

A massa dos discos informada pelo fabricante é de 800 gramas , sendo este valor conferido em balança de precisão e estando adequado. Os momentos de inércia foram obtidos por meio da modelagem em software de CAD. O valor considerado

para o momento de inércia polar é $334 \times 10^{-6} \text{kg.m}^2$ e o momento de inércia transversal $578 \times 10^{-6} \text{kg.m}^2$.

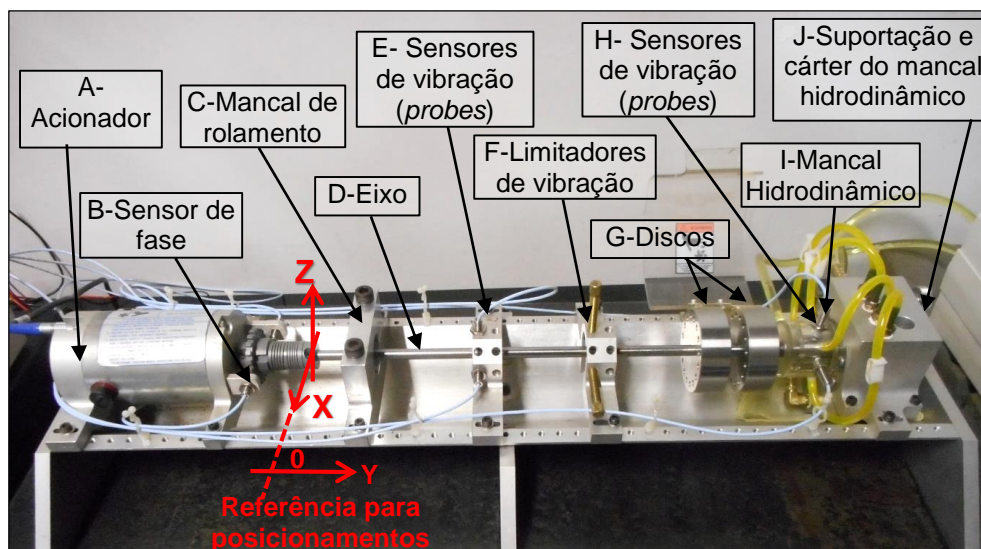


Figura 33 – Rotor com a configuração para medições com o mancal hidrodinâmico.

3. Sensores de vibração (Figura 33 item H):

- Foram instalados na posição $444,3 \text{ mm}$, exatamente no centro do mancal hidrodinâmico. Apesar deste posicionamento não ser usual (em máquinas rotativas usualmente os sensores ficam posicionados na lateral do mancal), esta região do eixo apresentou reduzido *runout*, sendo portanto selecionada.
- Os *gaps* dos sensores do item H (Figura 33) foram ajustados em $-7,03 \text{ Vdc}$ para o sensor horizontal (direção X) e $-7,87 \text{ Vdc}$ para o vertical (direção Z).
- Os sensores instalados no item E da Figura 33 não foram utilizados nesta análise.

4. Mancal de rolamento (Figura 33 item C):

- Instalado na posição 50 mm com relação ao seu centro.
- Caixa do mancal fabricada por usinagem, permitindo a montagem de um rolamento autocompensador de esferas (Figura A.1) modelo 1200 G15 e fabricação SNR.
- Coeficientes de rigidez do rolamento calculados analiticamente conforme o Apêndice A.1 em $k_{xx} = k_{zz} = 2 \times 10^7 \text{ N/m}$ e coeficientes de amortecimento foram assumidos como sendo $c_{xx} = c_{zz} = 10 \text{ N.s/m}$. Demais coeficientes foram considerados nulos.

5. Mancal hidrodinâmico (Figura 33 item I):

- Instalado na posição $444,3\text{mm}$ (centro do mancal hidrodinâmico).
- O mancal é confeccionado em acrílico para finalidades didáticas (Figura 34a), e recebe a injeção de óleo pressurizado em quatro pontos de sua seção (Figura 34b). Os sensores são fixados diretamente à estrutura do mancal.
- Principais propriedades do mancal (detalhes no Apêndice G):
 - Diâmetro do eixo: $24,99\text{mm}$
 - Diâmetro do mancal: $25,45\text{mm}$
 - Óleo: Chevron GST ISO 32
 - Pressão de injeção de óleo no mancal: 7 psi
 - Largura do mancal: $25,4\text{ mm}$.
 - Material do mancal: Acrílico
- Coeficientes dinâmicos do mancal calculadas numericamente por meio do código MAXBRG do laboratório ROMAC da universidade de Virgínia, conforme Apêndice G.
- O óleo é mantido em circulação e pressurizado no mancal por uma bomba de princípio centrífugo, conforme Figura 35. A pressão foi ajustada em 7 psi para estes ensaios.

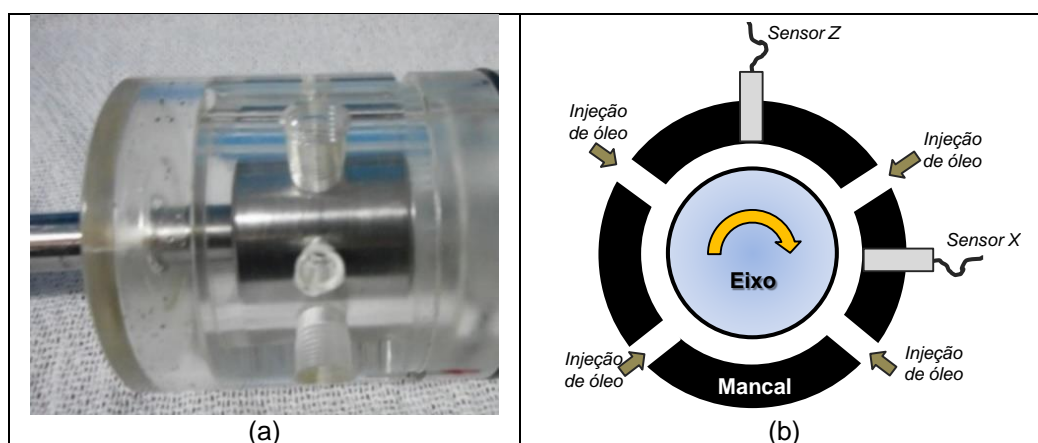


Figura 34 – (a) Montagem do mancal hidrodinâmico e (b) seção do mancal hidrodinâmico.



Figura 35 – Bomba de lubrificação forçada do mancal hidrodinâmico.

O rotor da Figura 33 foi modelado no RotorDin com 11 elementos de viga, considerando-se a necessidade de posicionamento dos nós em localizações específicas, conforme Figura 36. Através de simulações com maior número de elementos (não descritas em detalhes neste trabalho), não foi evidenciado a necessidade de consideração de uma maior discretização do rotor, sendo desta forma admitido 11 elementos como suficientes para esta análise. Os pontos em azul indicam os posicionamentos dos mancais.

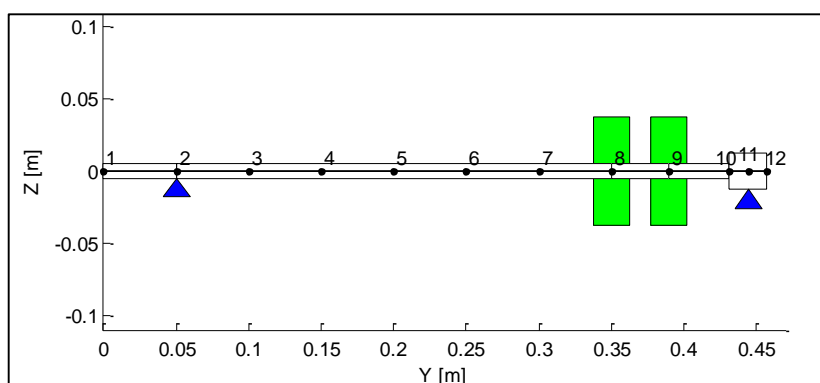


Figura 36 – Modelagem em elementos finitos do rotor com mancal hidrodinâmico.

6.3.2 Instabilidade hidrodinâmica

Rotores com mancais hidrodinâmicos do tipo cilíndrico plano possuem elevada suscetibilidade à instabilidade devido à existência de coeficientes de rigidez cruzada (k_{xz} e k_{zx}) com valores não nulos e por vezes elevados (HARNOY, 2003).

Rotores com este tipo de mancal possuem uma rotação acima da qual o sistema torna-se instável e o fenômeno denominado *oil whirl* é caracterizado.

O início da ocorrência do fenômeno de *oil whirl* é identificado pela aparição de componentes na ordem de aproximadamente 0,5 vezes a frequência de rotação do rotor no espectro de frequência (vibrações denominadas sub-síncronas). Esta relação é mantida aproximadamente constante com aumentos de velocidades de rotação. A ocorrência deste fenômeno é agravada por baixos carregamentos estáticos no mancal e elevadas rotações de trabalho, devido ao favorecimento da operação do eixo na região mais próxima ao centro da folga do mancal.

Uma vez que a velocidade de rotação é aumentada, um ciclo limite é atingido e o eixo se aproxima da superfície do mancal, cuja rigidez deverá ser superior à do eixo. A partir deste momento, a frequência de precessão será aproximadamente constante na rotação e corresponderá à frequência de ressonância do rotor, ditada basicamente pela rigidez do eixo. A partir daí o fenômeno será denominado *oil whip*. Durante este fenômeno, a vibração será limitada à folga do mancal, mas o modo de flexão pode produzir vibrações de altas amplitudes entre mancais, resultando em roçamentos e ciclos severos de tensão que podem ser muito destrutivos para máquinas. Estes fenômenos são ditos fenômenos auto-excitados, justamente por não demandarem a presença de excitação externa para sua ocorrência. Em Eisenmann (1997), Genta (2005) e Ehrich (1992) são apresentados mais detalhes e embasamentos matemáticos para estes fenômenos.

Na metodologia proposta para identificação de coeficientes de mancais, a única excitação do rotor modelada foi o desbalanceamento de massa, que produz componentes na ordem de $1X$ no espectro de frequências. Deve-se evitar, dessa forma, a coleta de dados para utilização na determinação de parâmetros de mancais e desbalanceamentos após o início da aparição do fenômeno de instabilidade.

Isto posto, foi necessário realizar coletas de dados em diferentes rotações do rotor e posterior transformada de Fourier para análise dos espectros de frequência. Foram coletados dados na faixa de rotação de 240 *rpm* a 6940 *rpm*, com intervalos aproximados de 300 *rpm*, sendo o ensaio interrompido devido a elevada vibração e ruído do rotor. O sensor utilizado nas análises foi o sensor de proximidade do plano horizontal junto a posição H da Figura 33. Este conjunto de dados é agrupado no denominado gráfico de Cascata (EISENMANN, 1997), que possui em seus eixos

horizontais a frequência do sinal e a rotação em que o espectro foi coletado, e no eixo vertical a amplitude do sinal.

O gráfico de cascata montado com as coletas realizadas segue na Figura 37. Observa-se que para rotações até aproximadamente 3100 *rpm* o componente 1X é predominante nos espectros de frequência. A partir desta rotação, observa-se a aparição de amplitudes não nulas para frequências próximas à 0,5X, caracterizando o fenômeno *oil whirl*. Este fenômeno prevalece até 5500 *rpm*, onde a amplitude antes próxima à 0,5X deixa de seguir a rotação e tende a uma frequência fixa. A partir deste ponto, o fenômeno *oil whip* foi evidenciado. A partir de sua aparição, um elevado ruído foi percebido próximo ao rotor devido à elevada deformação do eixo. Neste momento, o ensaio foi interrompido sob risco de elevados danos ao equipamento.

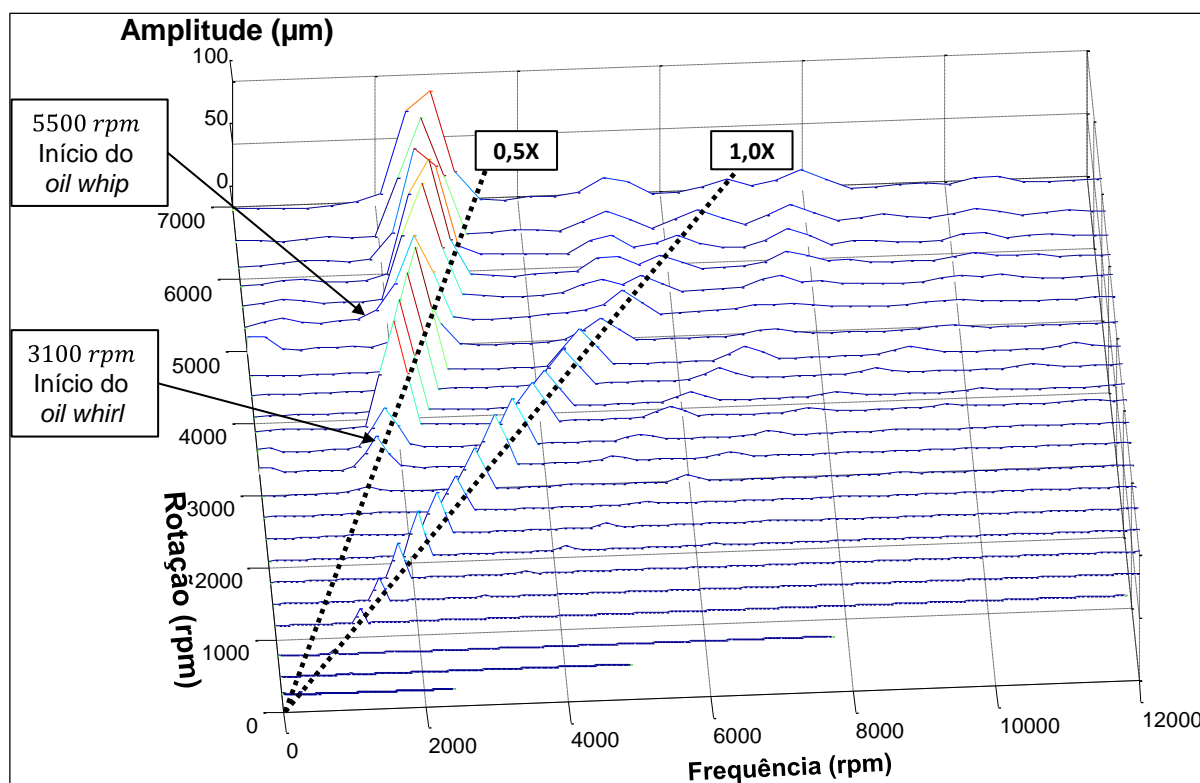


Figura 37 – Gráfico de cascata para o rotor com mancal hidrodinâmico.

6.3.3 Resposta ao desbalanceamento

Assim como na análise do rotor com mancal de molas, o desbalanceamento residual é intrínseco ao rotor e seus componentes. Para estas análises experimentais realizadas, foi adicionado ao disco da posição 350 mm (nó 8) uma massa de 1,0 g num raio de 30mm e ângulo de 0°, o que resulta num desbalanceamento de 30 g.mm neste plano. Supondo que a magnitude do desbalanceamento inserido no disco é superior ao residual, neste trabalho o desbalanceamento residual não foi mensurado individualmente.

A coleta de dados foi realizada em uma corrida de *rundown* entre a rotação de 3989 rpm a 268 rpm, coletando-se os valores de vibração em 191 diferentes rotações para os sensores nas direções X e Z, instalados na posição H da Figura 33. Os valores de amplitude e fase coletados na rotação de 268 rpm foram admitidos como sendo iguais ao *runout* dos sinais (Tabela 9). Pelos valores, observa-se reduzidos valores para o *runout* quando comparados aos valores obtidos para o rotor com mancal de molas (Tabela 5). Este resultado é consequência de um melhor acabamento mecânico desta superfície, uma vez que a mesma também é utilizada como superfície para formação do filme de óleo pressurizado. Devido à sua qualidade, este foi definido como o ponto para medição da resposta ao desbalanceamento para este rotor.

Tabela 9 – Runout dos sensores X e Z para o rotor com mancal hidrodinâmico.

Sensor	Runout medido	
	Amplitude (μm)	Fase (°)
Direção X	10,55	-95,99
Direção Z	9,48	-0,69

A Figura 38 mostra os diagramas de Bode com as respostas em frequência para os sensores X e Z, para os sinais sem tratamento (incluindo o *runout*) e para os sinais já subtraído o *runout*. A Figura 39 mostra os sinais para ambos sensores medidos, já subtraídos os valores de *runout*. No ensaio, também não houve quaisquer toques do rotor em limitadores ou sensores de vibrações.

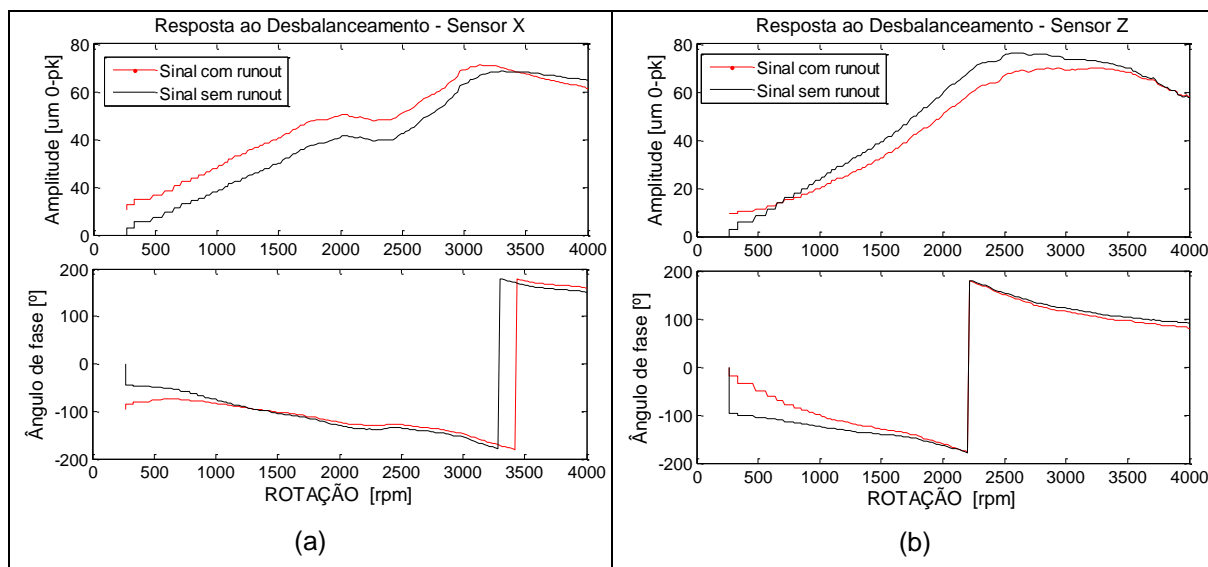


Figura 38 – Resposta ao desbalanceamento medidas para (a) o sensor X e (b) para o sensor Z para o rotor com mancal hidrodinâmico.

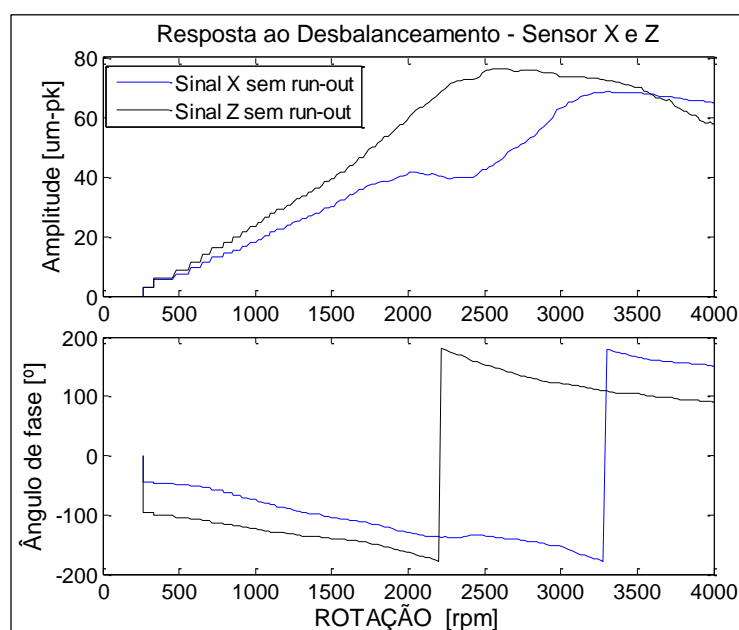


Figura 39 – Resposta ao desbalanceamento com subtração dos runouts para o rotor com mancal hidrodinâmico.

6.3.4 Determinação dos parâmetros desconhecidos

Para a utilização das respostas ao desbalanceamento na rotina de otimização, é prudente a redução do número de pontos vibração x rotação medidos no *rundown* (total de 191 pontos). Por intermédio do ensaio de instabilidade realizado, observou-

se que após a rotação de 3100 *rpm* o sistema torna-se instável devido às características do mancal hidrodinâmico. A faixa de rotação entre 268 *rpm* e 650 *rpm* também foi preferencialmente removida do conjunto de dados. Dessa forma, foram selecionados 18 pontos uniformemente espaçados na rotação, na faixa de 658 *rpm* a 3111 *rpm*. A Figura 40 mostra a resposta ao desbalanceamento, e os 18 diferentes pontos selecionados para a rotina de otimização.

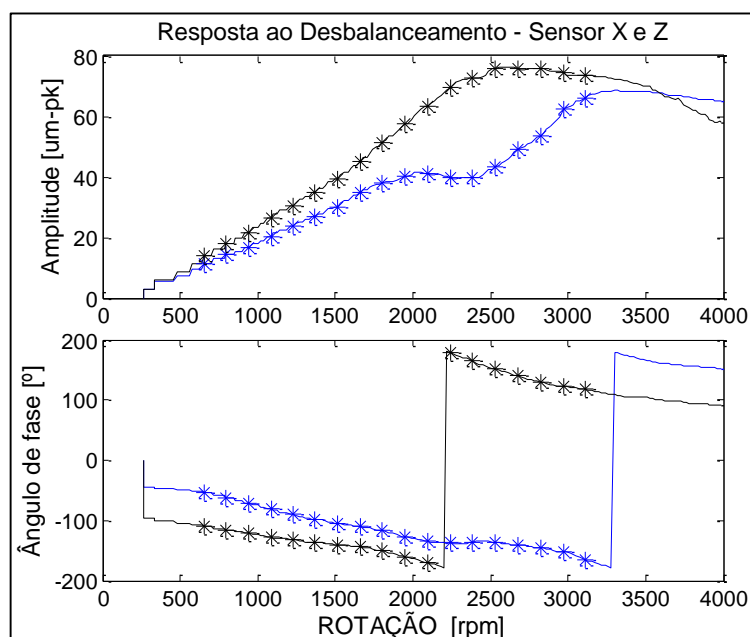


Figura 40 – Resposta ao desbalanceamento com os 18 pontos selecionados para o rotor com mancal hidrodinâmico.

Para visualizar a influência do mancal hidrodinâmico na característica dinâmica do sistema, o mapa de rigidez foi traçado considerando-se a rigidez principal do mancal hidrodinâmico variando de $5 \times 10^2 \text{ N/m}$ a $3 \times 10^7 \text{ N/m}$, conforme a Figura 42. Este recurso mostrou que para rotações críticas aproximadas de 2700 *rpm* (conforme resposta vibratória na direção Z Figura 40) o mancal ainda exerce elevada influência no comportamento dinâmico do rotor, sendo, portanto, possível determinar suas propriedades pela metodologia proposta.

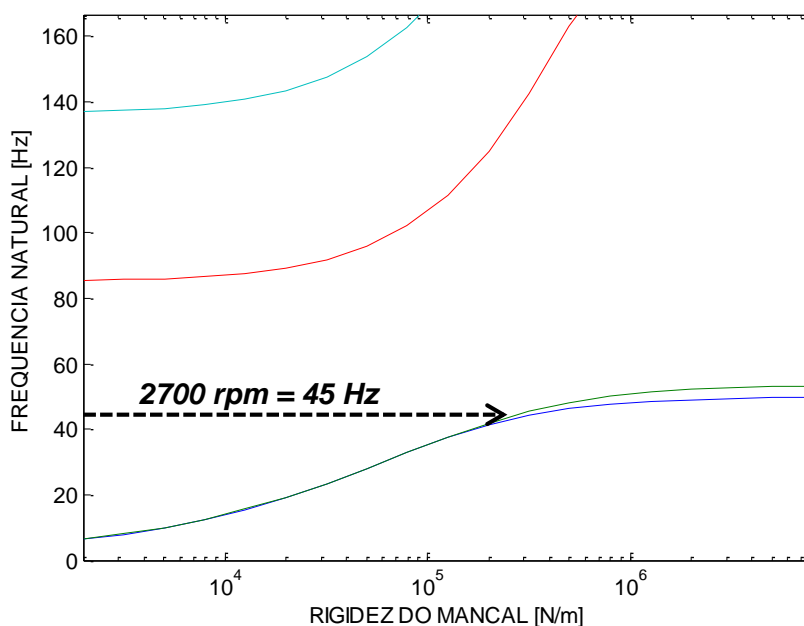


Figura 41 – Mapa de rigidez para o rotor com mancal hidrodinâmico.

Considerando-se que as propriedades do mancal variam com a rotação, foi adotado o caso mais geral de determinação dos coeficientes dos mancais, por meio do ajuste de funções quadráticas. Dessa forma, três variáveis foram necessárias para descrever cada uma das funções quadráticas associadas à cada coeficiente dinâmico. O problema de otimização para esta análise constou de um total de 26 variáveis de projeto, sendo 24 associadas aos coeficientes dinâmicos do mancal posicionado no nó número 11 (k_{xx} , k_{zz} , k_{xz} , k_{zx} , c_{xx} , c_{zz} , c_{xz} e c_{zx}) e duas associadas ao desbalanceamento (u_m e δ_m) do disco posicionado no nó 8 (Figura 36). As restrições e coeficientes iniciais para o mancal hidrodinâmico foram impostas ao problema de otimização conforme Tabela 10, e foram baseados em limites esperados para este tipo de mancal.

Para a rotina de otimização, os parâmetros para o algoritmo genético e o algoritmo de Nelder-Mead foram assumidos conforme Tabela 11 e utilizados nas análises desta configuração de rotor. O número de indivíduos da população do AG foi ajustado após análises prévias que avaliaram a convergência e qualidade do ajuste das respostas.

Tabela 10 – Condições iniciais e restrições para variáveis do rotor com mancal hidrodinâmico.

Variável	Restrição Inferior	Valor Inicial	Restrição Superior
k_{xx} (N/m)	1×10^4	1×10^5	1×10^7
k_{zz} (N/m)	1×10^4	1×10^5	1×10^7
k_{xz} (N/m)	1×10^{-5}	0	1×10^5
k_{zx} (N/m)	1×10^{-5}	0	1×10^5
c_{xx} (N.s/m)	0	1×10^3	1×10^5
c_{zz} (N.s/m)	0	1×10^3	1×10^5
c_{xz} (N.s/m)	1×10^{-4}	0	1×10^4
c_{zx} (N.s/m)	1×10^{-4}	0	1×10^4
u_m (g.mm)	0,1	-	100
δ_m (°)	0	-	360

Tabela 11 – Parâmetros da rotina de otimização ajustados para o rotor com mancal hidrodinâmico.

Técnica de ONL	Parâmetro	Valor
Algoritmo Genético	População	10000 indivíduos
Algoritmo Genético	Elitismo	200 indivíduos
Algoritmo Genético	Gerações	20
Algoritmo Genético	Probabilidade de cruzamento	85%
Algoritmo Genético	Probabilidade de mutação	1%
Algoritmo de Nelder-Mead	Tolerância para finalização	1×10^{-8}

Duas análises foram realizadas objetivando determinar os parâmetros desconhecidos e evidenciar a influência da redução modal na resposta: uma considerando a totalidade dos modos do modelo, e outro utilizando 70% dos modos. Os resultados para os parâmetros de desbalanceamento, tempos de solução e valores finais da função objetivo são descritos na Tabela 12. Para as variáveis associadas ao desbalanceamento, os valores de referência são baseados na massa adicionada ao disco.

Tabela 12 – Valores identificados para os parâmetros de desbalanceamento.

Variáveis do vetor projeto	Valores de Referência	Valores identificados (% erro)	
		100% dos modos	70% dos modos
u_m (g.mm)	30	37,73 (25,8%)	37,67 (25,6%)
δ_m (°)	0	27,33 (7,6%)	27,11 (7,5%)
Tempo sol. (seg.)	-	35613	20699
Valor final da função obj.	-	-9,72	-9,72

Para o caso onde os modos foram truncados em 70%, os coeficientes de rigidez para o mancal hidrodinâmico obtidos são representados graficamente na Figura 42, e os coeficientes de amortecimento na Figura 43. Estas Figuras representam também os valores para os coeficientes teóricos obtidos via código ROMAC, para fins de referência e comparação aos obtidos experimentalmente.

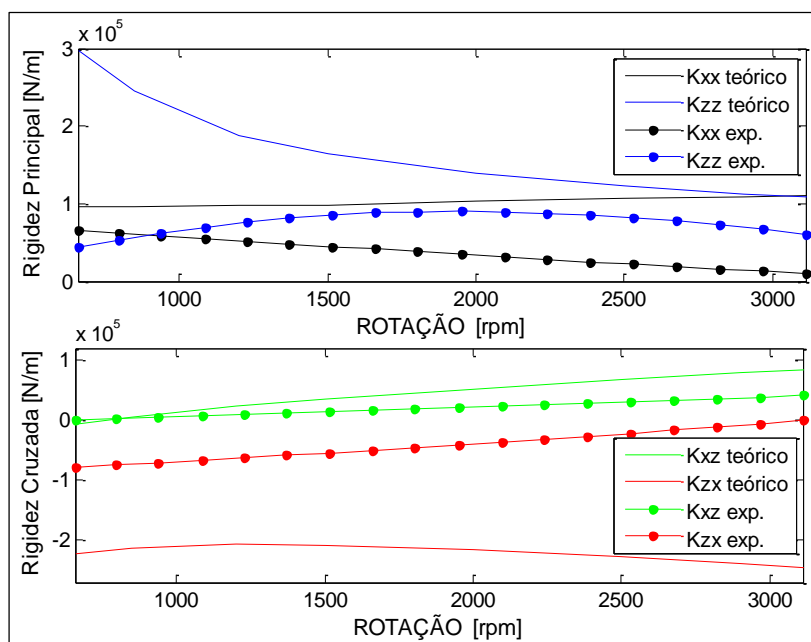


Figura 42 – Coeficientes de rigidez teórico e experimental para o mancal hidrodinâmico.

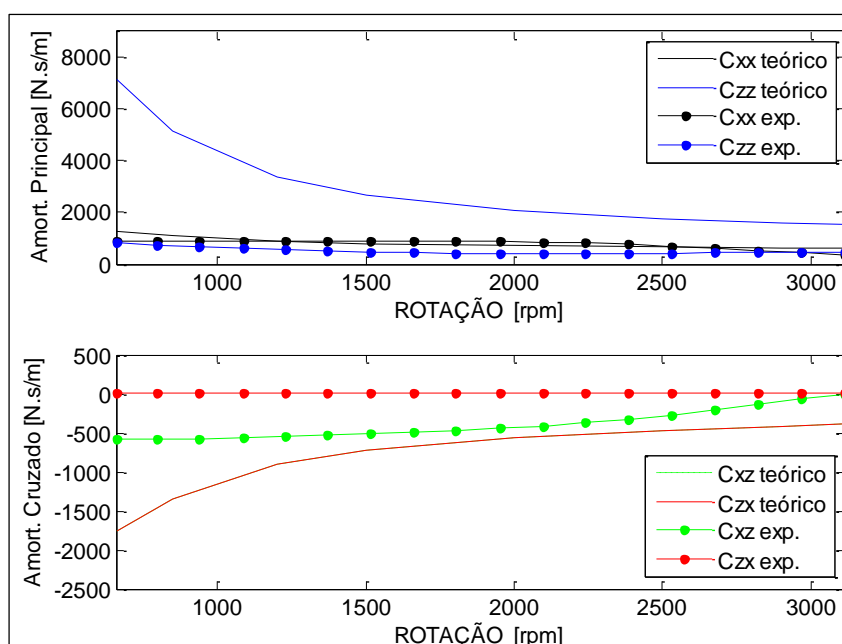


Figura 43 – Coeficientes de amortecimento teórico e experimental para o mancal hidrodinâmico.

A Figura 44 representa as respostas ao desbalanceamento medidas experimentalmente e as equivalentes ajustadas pela metodologia proposta. Observa-se um ajuste adequado entre as curvas.

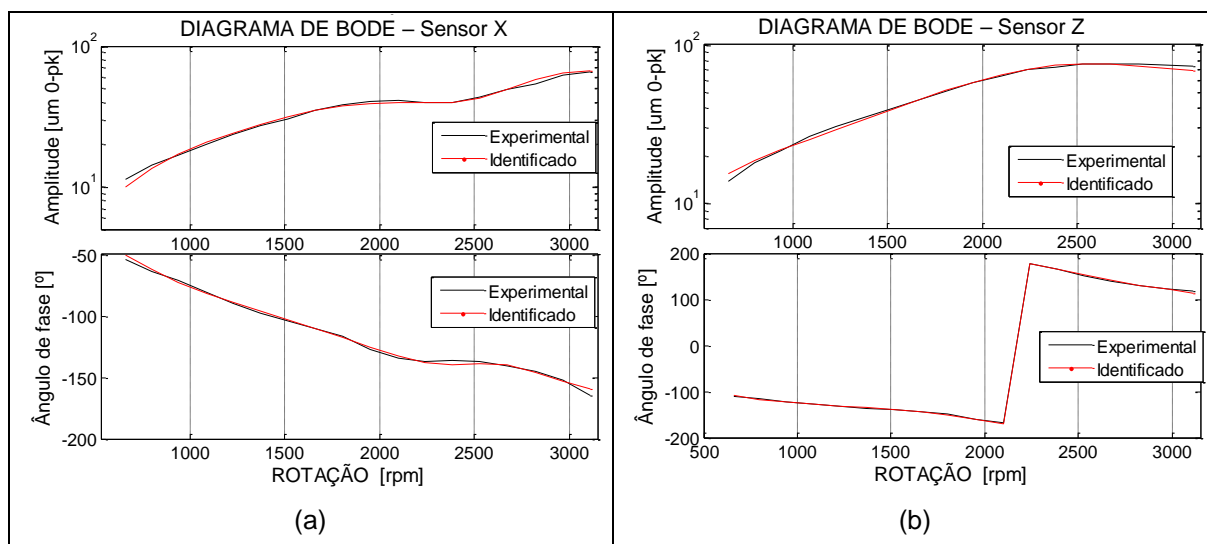


Figura 44 – Resposta ao desbalanceamento experimental e identificada para o rotor com mancal hidrodinâmico.

A performance dos algoritmos de otimização é demonstrada graficamente pela Figura 45. Para o algoritmo genético, observa-se que a busca pelo melhor indivíduo localizou-se entre o intervalo de valores de $-3,5$ e $-8,35$ para a função objetivo, durante as 20 gerações do AG, gradativamente convergindo para o mínimo global (Figura 45a). O algoritmo de Nelder-Mead, partindo do melhor indivíduo do AG, permitiu uma rápida convergência nas primeiras 1000 iterações, e as posteriores iterações permitiram o ajuste “fino” do mínimo global (Figura 45b).

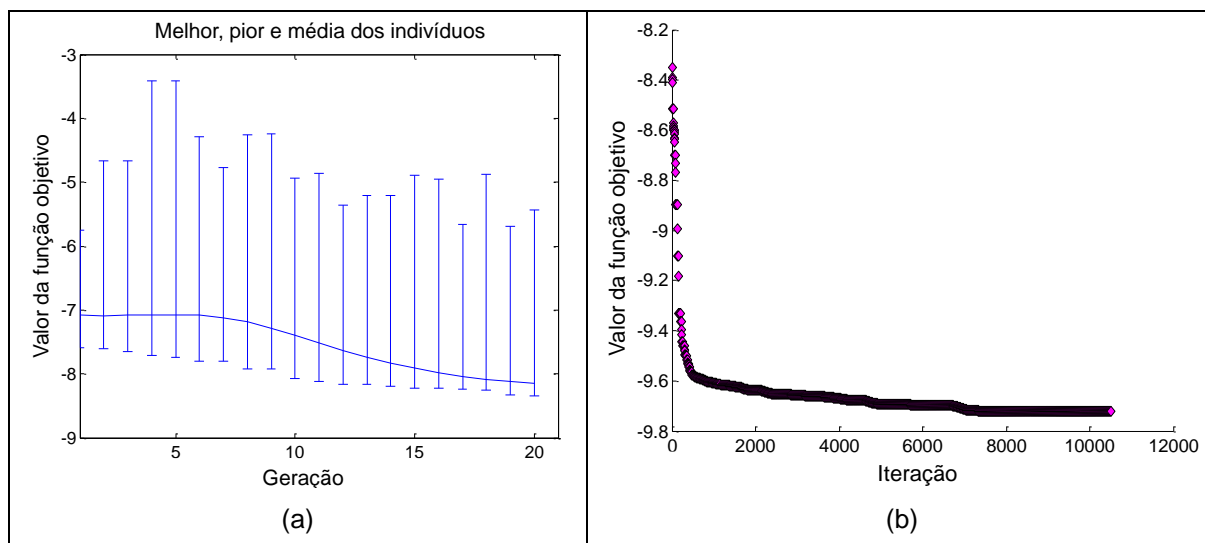


Figura 45 – Performance do (a) algoritmo genético e (b) algoritmo de Nelder-Mead para o rotor com mancal hidrodinâmico.

6.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A configuração de bancada adotada, com utilização do rotor fixado a uma chapa de aço de elevada massa e suportado por uma espuma de média densidade permitiu um adequado isolamento das vibrações. O sistema de aquisição empregado nas análises mostrou-se satisfatório para o objetivo proposto neste trabalho.

O mancal de molas utilizado no primeiro experimento, por possuir coeficientes dinâmicos invariáveis para diferentes rotações e valores mensuráveis em ensaios mecânicos, permitiu aferir a eficácia do código frente a dados obtidos experimentalmente. A comparação entre os dados de referência e os obtidos via metodologia para os valores de rigidez principal iniciais, mostrou excelentes resultados (Tabela 8). Os valores obtidos para os coeficientes de amortecimento, apesar de não possuírem referencial para comparação, se mostraram coerentes para as respostas medidas.

A comparação gráfica entre a melhor resposta ao desbalanceamento ajustada e a medição experimental (Figura 31) mostrou algumas discrepâncias para os valores da amplitude e fase. As hipóteses que justificam estas diferenças são:

- Elevado *runout* dos sinais medidos. Conforme Tabela 5, valores de *runout* na ordem de $40 \mu m$ foram mensurados. Apesar deste sinal ter sido subtraído vetorialmente, magnitudes nestas proporções são inconcebíveis para máquinas

reais. Mesmo após a subtração, diferenças significativas são possíveis para o sinal subtraído frente a real resposta dinâmica do rotor.

- Não linearidade dos coeficientes de rigidez principal do mancal de molas. Conforme Figura F.2, obtida por ensaios mecânicos, observa-se uma tendência de elevação dos valores de rigidez para maiores deslocamentos do centro do mancal. Este fato permite justificar diferenças de amplitude entre o sinal experimental e o ajustado para mais baixas e mais altas rotações, conforme Figura 31.

A determinação dos coeficientes dinâmicos do mancal hidrodinâmico envolveu uma elevada complexidade, devido, principalmente, a variação de seus parâmetros em função da velocidade de rotação e a presença de coeficientes cruzados não nulos. Neste trabalho, um experimento inicialmente foi necessário para avaliação da instabilidade e ocorrência dos fenômenos de *oil whirl* e *oil whip*. Os dados agrupados no gráfico de cascata (Figura 37) permitiram caracterizar com clareza estes fenômenos, servindo como recurso para limitar a rotação máxima utilizada na resposta ao desbalanceamento para determinação das propriedades do mancal.

A coleta da resposta ao desbalanceamento através de sensores, para o rotor com mancal hidrodinâmico mostrou reduzidos valores de *runout* para a região escolhida para medição, sendo, portanto, utilizadas para a finalidade proposta. As respostas foram ajustadas numericamente às experimentais com elevada precisão na faixa de rotação escolhida (Figura 44). Um elevado número de indivíduos foi necessário ao AG (Tabela 11) para convergência do código, devido a elevada quantidade de variáveis no vetor projeto. Apesar do maior custo computacional exigido pelo código, o problema pode ser resolvido num tempo factível.

Os coeficientes do mancal hidrodinâmico determinados via metodologia foram comparados aos calculados numericamente por meio do código comercial MAXBRG (Figura 42 e Figura 43). Para os coeficientes de rigidez k_{zz} e k_{xz} , os valores determinados experimentalmente via metodologia se aproximaram aos calculados numericamente. O coeficiente k_{xx} , porém, apresentou um maior afastamento para mais elevadas rotações, mantendo, porém, a mesma ordem de grandeza entre os valores comparados. Para o parâmetro de rigidez cruzada k_{zx} , maiores diferenças também foram observados para rotações mais elevadas, respeitando porém, a necessidade de valores negativos conforme estimativa numérica. Para os coeficientes de amortecimento, os valores obtidos experimentalmente para parâmetros c_{xx} e c_{xz} aproximaram-se aos obtidos numericamente. Todavia, a comparação dos parâmetros

c_{zz} e c_{zx} a seus equivalentes numéricos mostraram maiores diferenças. De modo geral, estas diferenças podem ser explicadas pelas seguintes hipóteses:

- Limite superior da velocidade de rotação limitada pela instabilidade do mancal. A correta passagem pela rotação crítica seria melhor caracterizada incluindo-se mais pontos a direita da rotação crítica, possibilitando melhorar principalmente a determinação via experimento dos coeficientes de amortecimento.
- Erros intrínsecos à modelagem numérica desse tipo de componente. Além disso, o mancal hidrodinâmico empregado na análise experimental possui características peculiares de geometria, que podem não ser adequadamente modeladas pelo código numérico. Discrepâncias numéricas desta natureza motivaram a execução deste trabalho.

Para ambas configurações de rotores, com mancal de molas e mancal hidrodinâmico, consideráveis erros para a magnitude e a fase do desbalanceamento foram encontrados. A hipótese que melhor explica este desvio é atribuída ao desbalanceamento residual que não foi quantificado individualmente nestas análises. A elevada massa dos discos em conjunto com possíveis excentricidades de suas montagens junto ao eixo podem produzir desbalanceamentos residuais de elevada magnitude. Apesar do cuidado e atenção despendidos na montagem destes componentes, significativos desbalanceamentos residuais coexistiram com as massas inseridas, justificando a diferença obtida nos resultados. Dessa forma, em alguns quesitos o rotor de laboratório empregado nas análises experimentais deste trabalho mostrou-se inadequado para a qualidade demandada.

Apesar do elevado controle sobre o modelo numérico e experimental imposto nesta validação, uma parcela do erro obtido pode ser atribuída à soma de pequenas incertezas atribuídas no decorrer da implementação da metodologia: ensaios mecânicos, modelo do MEF, problema de otimização, modelo mecânico, sistema de medição, etc. Estima-se que a discrepância atribuída a este fator neste trabalho seja reduzida. Porém, a aplicação desta metodologia sempre deve ser seguida do máximo rigor experimental e numérico, visando a obtenção de resultados adequados.

Apesar das dificuldades e desafios intrínsecos à realização destes experimentos, resultados satisfatórios foram obtidos nas análises do rotor com o mancal de molas e com o mancal hidrodinâmico. Os resultados obtidos experimentalmente foram considerados adequados segundo o objetivo proposto e permitiram validar experimentalmente a metodologia proposta.

7 CONCLUSÕES

Foi apresentada a formulação, validação e discussão de uma metodologia que permite identificar, simultaneamente, os coeficientes dinâmicos de rigidez e amortecimento de mancais, assim como o desbalanceamento de massa, considerando-se eixos flexíveis em um sistema rotor-mancais. O método ajusta a resposta ao desbalanceamento simulada via método dos elementos finitos a sua equivalente obtida experimentalmente em procedimentos de *rundown*, por meio de técnicas de otimização não linear e aplicação de conceitos associados a modificações estruturais.

A resolução do problema de autovalores do sistema primário proposto (rotor-mancais com coeficientes iniciais constantes), com o intuito de achar uma base para descrever a dinâmica do sistema composto (rotor-mancal com coeficientes iniciais acrescentados ΔK_M e ΔC_M), permitiu a modelagem precisa e com custo computacional reduzido, dentro de um ambiente de otimização. Por outro lado, a utilização de valores de rigidez iniciais do sistema primário demasiadamente elevados se comparados aos buscados, mostrou que estas condições de contorno criadas podem ser muito rígidas e a base de autovetores formada pode não representar adequadamente a dinâmica do rotor. Porém, um amplo range de valores iniciais pode ser assumido para formular a resposta do sistema real. O conjunto de simulações e análises mostrou que a metodologia é viável, sendo possível a identificação dos parâmetros buscados.

A metodologia proposta foi inicialmente validada numericamente por meio da modelagem de um rotor exemplo disponível na literatura, mediante simulação numérica da resposta na frequência. A consideração destes dados como “entrada” para o código desenvolvido, permitiu analisar a eficiência e convergência do código para diferentes condições de mancais e parâmetros dos algoritmos de otimização. Resultados precisos foram obtidos desta análise, mesmo para o caso mais complexo que considera a identificação dos coeficientes para os dois mancais do rotor e parâmetros de desbalanceamento. A redução modal por meio da adequada truncagem dos autovetores mostrou-se possível e adequada através das validações numéricas realizadas, sem perda de qualidade das respostas e permitindo dessa forma aplicar a metodologia para sistemas com elevada discretização.

Um estudo da função objetivo para o problema foi realizado. Essa análise mostrou que a função objetivo resultante para este problema de otimização possui

muitos mínimos locais e um mínimo global pontiagudo. Dessa forma, mostrou-se necessário o emprego de um elevado número de indivíduos para compor a população do AG, proporcional à quantidade de variáveis a serem identificadas. A influência da escolha de diferentes parâmetros dos algoritmos de otimização foi analisada através da validação numérica. A associação do AG com o Algoritmo de Nelder-Mead permitiu a determinação do mínimo global da função objetivo, mesmo para os casos mais complexos com maior número de variáveis no vetor projeto, num tempo computacional factível.

A validação experimental foi realizada no Lavibs da UFPR, por meio da montagem de um kit de rotor didático comercial, e aquisição de respostas ao desbalanceamento. A configuração original de mancais do rotor kit foi modificada através da montagem de um rolamento junto ao lado acoplado do rotor. Para isso, um projeto específico de caixa de mancal foi realizado no decorrer deste trabalho. Do lado oposto do eixo, duas configurações de mancais foram empregadas: a primeira, de menor complexidade, por meio de um mancal de molas helicoidais flexível e outra, mais complexa, incluindo a montagem de um mancal hidrodinâmico. A execução destes experimentos em laboratório se mostrou um desafio ao trabalho. Consequências associadas, por exemplo, aos pequenos desalinhamentos e a maior tolerância de montagem de componentes, provocaram consequências negativas para as respostas medidas. Outro fator que contribuiu negativamente na validação experimental foi o elevado *runout* para a pista dos sensores, principalmente para o rotor com mancal de molas. Em máquinas de grandes dimensões, os efeitos e resultados associados a estes fatores são controlados por normas e minimizados por processos de usinagem e acabamento mecânico. A amplitude média do *runout* obtida foi de $40\mu m$, enquanto as normas exigem no máximo $6,35\mu m$.

Apesar das dificuldades encontradas na validação experimental, resultados coerentes e com valores próximos às referências foram obtidos. Para o mancal hidrodinâmico, a comparação dos valores dos coeficientes de rigidez e amortecimento obtidos pela metodologia aos coeficientes calculados por um software comercial mundialmente aceito mostrou resultados próximos e satisfatórios. Este tipo de mancal possui uma modelagem fluidodinâmica complexa, sendo a determinação de seus coeficientes objeto de extensos estudos no ambiente da indústria e acadêmico. O emprego da metodologia proposta mostrou-se uma alternativa à determinação destes parâmetros.

Embora a validação experimental não tenha contemplado a determinação dos coeficientes para os dois mancais instalados simultaneamente no rotor, a metodologia mostrou-se perfeitamente aplicável a problemas desta natureza. Deve-se, nesses casos, utilizar uma quantidade maior de informações de respostas, em diferentes localizações do rotor.

Ficou evidente durante as análises a necessidade do conhecimento preciso das propriedades de cada um dos componentes rotores para a adequada consideração e modelagem do sistema. Erros nesta etapa podem penalizar os parâmetros desconhecidos, incumbindo em erros na identificação da característica dinâmica dos mancais e parâmetros de desbalanceamento. Por outro lado, a determinação de parâmetros para eixos e discos são tarefas consagradas e que, se adequadamente realizadas, possuem elevada precisão.

De similar importância é o conhecimento prévio da dinâmica do sistema que está sendo analisado. O mapa de rigidez se mostrou uma ferramenta adequada e ágil para verificar a influência dos mancais no sistema. Para rotores suportados por mancais de elevada rigidez onde o eixo é o principal responsável pela determinação da dinâmica do sistema, esta metodologia mostra-se pouco adequada. Porém, a grande maioria das máquinas rotativas e turbomáquinas é concebida em regiões do mapa de rigidez onde os mancais exercem elevada influência no comportamento dinâmico dos mesmos. Este fato justifica a robustez do método.

Baseado neste trabalho, bons e promissores resultados foram obtidos e validados. Esta metodologia de identificação de parâmetros desconhecidos é um recurso com aplicabilidade em análises de máquinas rotativas reais, como por exemplo turbomáquinas de grande porte instaladas na indústria. Baseado nos resultados obtidos, a metodologia pode auxiliar no desenvolvimento de melhores projetos rotodinâmicos, além de servir como ferramenta auxiliar para diagnósticos e acompanhamentos de máquinas durante suas operações. De similar importância, o método também possui empregabilidade em análises experimentais de rotores em laboratório, para apoio à estudos de fenômenos associados a mancais. Assim, o conhecimento explorado e adquirido neste trabalho é relevante, colaborando de forma significativa para o aumento de confiabilidade e disponibilidade destas máquinas.

7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Determinados temas e assuntos discutidos neste trabalho podem ser aprofundados e, para tanto, seguem sugeridos para trabalhos futuros:

- Inclusão na modelagem rotodinâmica dos efeitos dinâmicos da fundação. Esta poderá ser realizada através da teoria dos parâmetros equivalentes generalizados (BAVASTRI *et al.*, 2007). Os parâmetros da fundação podem ser incluídos na rotina de otimização da metodologia proposta neste trabalho para determinação de seus valores.
- Avaliação com maior profundidade do efeito dinâmico da rigidez e amortecimento inserido por mancais associados à graus de rotação. Em determinadas análises experimentais realizadas neste trabalho pode-se perceber a influência destes coeficientes no comportamento dinâmico do sistema rotor-mancais.
- Realizar novas análises através desta metodologia para um rotor de laboratório com maior robustez e utilizando uma bancada antivibratória, melhorando a qualidade das respostas medidas.
- Aplicação da metodologia proposta na identificação de coeficientes de mancais e desbalanceamento de uma turbomáquina em campo. Máquinas especiais são usualmente providas de suficiente e adequada instrumentação e softwares para aquisição e tratamento de dados.
- Transposição do código já desenvolvido e programado na linguagem MATLAB® para uma linguagem com mais elevada velocidade de execução, como a linguagem FORTRAN. Ganhos significativos de tempo podem ser obtidos.
- Aplicar a medição absoluta do deslocamento do eixo para uma melhor comparação com os resultados numéricos.
- Adequação do modelo numérico para aplicação da metodologia em rotores instalados na posição vertical.

REFERÊNCIAS

- ADAMS, J. M. **Rotating Machinery Vibration**. 1st ed. New York, USA: Marcel Dekker, Inc., 2001.
- AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API 670: Machinery Protection Systems**. 4th ed. 2003.
- AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API RP 684: Rotordynamic Tutorial: Lateral Critical Speeds, Unbalance Response, Stability, Train Torsionals, and Rotor Balancing**. 2nd ed. 2010.
- ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**. 2nd ed. Iowa, USA: Elsevier Inc., 2004.
- BAVASTRI, C. A.; FRANCISCO, J. D.; ESPÍNDOLA, J. J.; LOPES, E. M. O.; VENANCIO, H. W. Modelo geral de neutralizadores dinâmicos para controle de vibrações e ruído: parâmetros equivalentes generalizados. **Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia / Congresso Íbero Latino-Americano sobre Métodos Computacionais em Engenharia**. Porto, Portugal, 2007.
- BRANDON, J. A. **Strategies for Structural Dynamic Modification**. 1st ed. UK: John Wiley & Sons Inc, 1990.
- BRONKHORST, K. B.; BAVASTRI, C. A.; DOUBRAWA FILHO, F. J.; KOKOT, A.; SILVERIO, R. B. Otimização aplicada à identificação do desbalanceamento em sistemas rotativos. **VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**. Campina Grande, Brasil, 2010.
- DE SANTIAGO, O. C.; SAN ANDRÉS, L. Field methods for identification of bearing support parameters – part I: identification from transient rotor dynamic response duo to impacts. **Journal of Engineering for Gas Turbines and Power**, v.129, p. 205-212, 2007a.
- DE SANTIAGO, O. C.; SAN ANDRÉS, L. Field methods for identification of bearing support parameters – part II: identification from rotor dynamic response duo to imbalances. **Journal of Engineering for Gas Turbines and Power**, v.129, p. 213-219, 2007b.
- DOUBRAWA FILHO, F. J. **Controle de Vibração Flexional em Sistemas Girantes Utilizando Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2008.
- EHRICH, F. F. **Handbook of Rotordynamics**. 1st ed. Ohio, U.S.A: McGraw-Hill, 1992.
- EISENMANN, R. C. **Machinery Malfunction Diagnostics and Correction**. 1st ed. U.S.A: Prentice Hall, 1997.

ESPÍNDOLA, J.J. Projeto de isoladores acústicos. **Final Report to the Bank of Brazil Fundation**. Laboratory of Vibrations and Acoustic, Federal of University of Santa Catarina, 1990.

ESPÍNDOLA, J. J.; BAVASTRI, C. A. An efficient definition of transmissibility for a general equipment isolation system. In **Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences, DETC'97/VIB-4120**. Sacramento, USA, 1997.

ESPÍNDOLA, J. J.; SILVA, H. P. Modal reduction of vibration by dynamic neutralizers: A generalized approach. In **Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference**. San Diego, California, 1992.

EWINS, D. J. **Modal Testing: Theory, Practice and Application**. 2nd ed. Baldock: Research Studies Press LTD, 2000.

FERREIRA, J. V. **Balanceamento de Rotores Flexíveis**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Departamento de Mecânica Computacional, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 1989.

FERREIRA, E. M. S. **Modelos de Rotores Dinâmicos com Mancais Flexíveis Utilizando Material Viscoelástico**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

GENTA, G. **Dynamics of Rotating Systems**. 1st ed. Torino: Springer, 2005.

HAN, F.; GUO, X.; GAO, H. Bearing parameter identification of rotor-bearing system based on Kringing surrogate model and evolutionary algorithm. **Journal of Sound and Vibration**, v.332, p. 2659-2671, 2013.

HARNOY, A. **Bearing Design in Machinery Engineering Tribology and Lubrication**. 1st ed. New York: Marcel Dekker, Inc., 2003.

HE, M.; ALLAIRE, P. E.; CLOUD, C. H. Maxbrg user's manual. **ROMAC Report #496**. University of Virginia. Charlottesville, USA, 2007.

INTERNATIONAL STANDARD ORGANIZATION. **ISO 1940-1**: Mechanical Vibration - Balance quality requirements for rotors in a constant (rigid) state - Part 1: Specification and verification of balance tolerances. 2nd ed. 2003.

JACOBS, W.; BOONEN, R.; SAS, P.; MOENS, D. The influence of the lubricant film on the stiffness and damping characteristics of a deep groove ball bearing. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 42, p. 335-350, 2014.

JAIN, S. C.; SINHASAN, R.; SINGH, D. V. Elastohydrodynamic lubrication study of different slider bearings in laminar and turbulent regimes. **Wear**, v. 93, p. 1-22, 1984.

KELLEY, C.T. **Iterative Methods for Optimization**. 1st ed. Raleigh, USA: SIAM, 1999.

KIM, Y.; YANG, B.; TAN, A. Bearing parameter identification of rotor-bearing system using clustering-based hybrid evolutionary algorithm. **Struct. Multidisc. Optim.**, v. 33, p. 493-506, 2007.

LALANNE, M; FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. 2nd ed. New York, USA: John Wiley & Sons Inc., 2001.

LEE, C. W.; HONG S. W. Identification of bearing dynamic coefficient by unbalance response measurements. **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 15, p. 1365-1374, 1989.

MOURAD, D.; TITOUCHE, N. E.; DJAOUI, M.; MOHAMMED, O. The calculation of ball bearings nonlinear stiffness theoretical and experimental study with comparisons. **Journal of Engineering and Applied Sciences** 3, v. 11, p. 872-883, 2008.

MUSZYNSKA, A. **Rotordynamics**. 1st ed. Boca Raton, USA: Taylor & Francis Group, 2005.

NEWKIRK, B. L.; TAYLOR, H. D. Shaft whipping due to oil action in journal bearings. **General Electric Review**, p. 559-568, 1925.

PALMGREN, A. **Ball and Roller Bearing Engineering**. 3th ed. Philadelphia, USA: S. H. Burbank & CO., Inc., 1959.

PAPADOPOULOS, C. A.; NIKOLAKOPOULOS, P. G.; GOUNARIS, G. D. Identification of clearances and stability analysis for a rotor-journal bearing system. **Mechanism and Machine Theory**, v. 43, p. 411-426, 2008.

PARK, S. K. A transformation method for constrained-function minimization. **NASA TECHNICAL NOTE D-7983**. National Aeronautics and Space Administration. Washington, USA, 1975.

RANGWALA, A. S. **Turbomachinery Dynamics**. 1st ed. Orlando, USA: McGraw-Hill, 2005.

RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1996.

REDDY, J. N. **An Introduction to the Finite Element Method**. 3th ed. New York, USA: Mc Graw Hill, 2006.

RENDERS, J. M; FLASSE, S. P. Hybrid methods using genetic algorithms for global optimization. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics - Part B: Cybernetics**, v. 26, p. 243-258, 1996.

SEKHAR, A. S. Crack identification in a rotor system: a model-based approach. **Journal of Sound and Vibration**, v. 270, p. 887-902, 2004.

SHIH, Y. P.; LEE, A. C. Identification of the unbalance distribution in flexible rotors. **International Journal of Mechanical Science**, v. 39, p.841-857, 1997.

SILVA, E. L. **Dinâmica de Rotores: Modelo Matemático de Mancais Hidrodinâmicos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004.

TAPLAK, H.; ERKAYA, S.; UZMAY, I. Passive balancing of a rotating mechanical system using genetic algorithm. **Scientia Iranica B**, p. 1502-1510, 2012.

TIEU, A. K.; QIU, Z. L. Identification of sixteen dynamic coefficients of two journal bearings from experimental unbalance response. **Wear**, v. 177, p. 63-69, 1994.

TIWARI, R.; CHAKRAVARTHY, V. Simultaneous identification of residual unbalances and bearing dynamic parameters from impulse responses of rotor-bearing systems. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 20, p. 1590-1614, 2006.

TIWARI, R.; CHAKRAVARTHY, V. Simultaneous estimation of the residual unbalance and bearing dynamic parameters from the experimental data in a rotor-bearing system. **Mechanism and Machine Theory**, v. 44, p. 792-812, 2009.

VANCE, J. M. **Rotordynamic of Turbomachinery**. New York, EUA: John Wiley & Sons, 1988.

VIGNOLO, G.G.; BARILA, D. O.; QUINZANI, L. M. Approximate analytical solution to Reynolds equation for finite length journal bearings. **Tribology International**, v. 44, p. 1089-1099, 2011.

APÊNDICE A - TIPOS DE MANCAIS

Existem vários tipos de mancais que podem ser empregados em equipamentos rotativos, geralmente caracterizados por seu princípio de funcionamento. Pode-se citar os seguintes tipos de mancais: hidrodinâmico, rolamento, hidrostático, rolamento associado ao material viscoelástico, magnético, etc. Os mancais de rolamento e os mancais hidrodinâmicos são amplamente empregados nos projetos de máquinas rotativas, sendo portados detalhados a seguir.

A.1 MANCAIS DE ROLAMENTO

Segundo Enrich (1992), mancais de rolamento são empregados em classes de máquinas rotativas onde necessita-se de mancais compactos de alta capacidade de carga, além da capacidade de sustentar cargas elevadas da rotação zero até a nominal. Os rolamentos podem ser lubrificados por graxa, porém é preferível a lubrificação por óleo, uma vez que este meio possibilita a remoção de calor.

Este tipo de mancal é também utilizado em aplicações onde a precisão no posicionamento do rotor é importante, como em máquinas ferramentas e equipamentos de menor porte. Ao contrário de mancais de deslizamento que utilizam filme de óleo e falham catastróficamente quando o suprimento de lubrificante é interrompido, mancais de rolamento podem operar por um período maior de tempo quando a condição normal de lubrificação não é atendida. Por esta característica, turbinas aeronáuticas comumente utilizam mancais de rolamento em suas aplicações. Em muitas aplicações, porém, a inabilidade deste tipo de mancal em fornecer adequado amortecimento de vibrações para a passagem segura por rotações críticas, obriga a utilização de outros tipos de mancais ou a utilização em conjunto de rolamentos com filmes de óleo (ADAMS, 2001) ou materiais viscoelásticos (FERREIRA, 2005).

Existem no mercado vários tipos de mancais de rolamento. A Figura A.1 representa os tipos mais comuns encontrados.

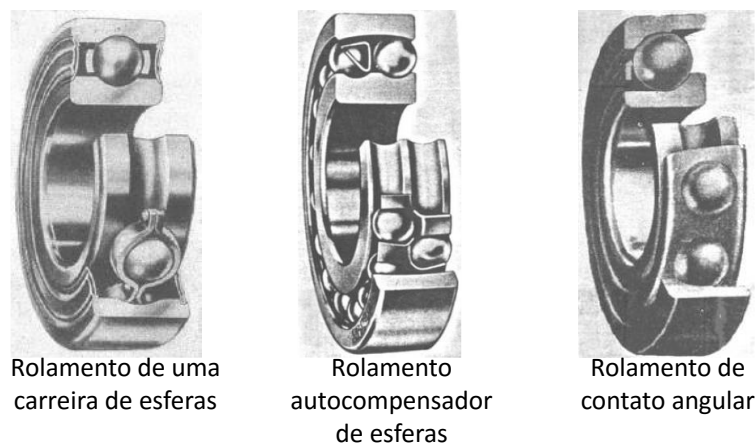


Figura A.1 – Tipos mais comuns de rolamentos.

Fonte: Adaptada de Harnoy (2003)

As duas maiores desvantagens no uso de mancais de rolamento são:

- Quando em operação, os contatos rolantes são sujeitos a elevadas tensões alternadas em alta frequência, que o tornam sujeito ao fenômeno de fadiga (HARNOY, 2003).
- Mancais de rolamento não possuem, essencialmente, amortecimento intrínseco.

O deslocamento total entre os centros das pistas de um rolamento, denominado de d_{rol} , é resultado da compressão elástica dos elementos de rolamento e as pistas, devido a aplicação de uma força radial F_r (Figura A.2). A força radial requerida para produzir esta compressão elástica nos elementos é determinada pelas equações de Hertz. A rigidez radial de um rolamento, k , é obtida pela razão entre a carga radial aplicada, F_r , e o deslocamento total d_{rol} ,

$$k = \frac{F_r}{d_{rol}}. \quad (A.1)$$

Para qualquer rolamento padronizado, a relação entre força e deformação são similares para diferentes tipos de rolamentos e aproximadamente proporcional ao diâmetro do elemento rolante, D_b (PALMGREN, 1959). Dessa forma, para rolamentos de aço, sujeitos a carregamentos puramente radiais, o seguinte se aplica para rolamentos autocompensadores de esferas

$$d_{rol} = \frac{0,0032}{\cos \alpha_r} \sqrt[3]{\frac{F_r^2}{D_B}}, \quad (A.2)$$

e para rolamentos rígido de esferas e contato angular (PALMGREN, 1959):

$$d_{rol} = \frac{0,002}{\cos \alpha_r} \sqrt[3]{\frac{F_r^2}{D_B}}. \quad (A.3)$$

Nas equações acima, α_r representa o ângulo de contato do rolamento. Equações similares para elementos de rolos e outros modelos de rolamento estão disponíveis na literatura. Observa-se pelas Eq. (A.2) e Eq. (A.3) a não linearidade entre força e deformação. Desta forma, a rigidez resultante deve ser função da carga no rolamento, em maior ou menor grau.

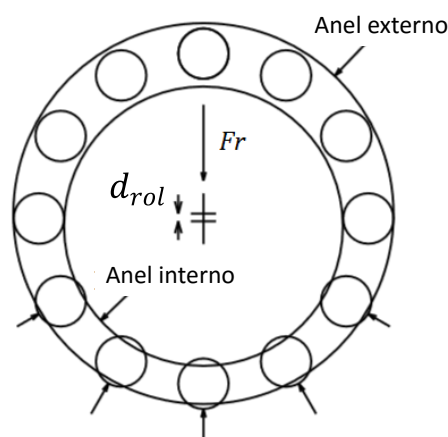


Figura A.2 – Deflexão devido à compressão dos elementos de um rolamento.

Fonte: Adaptada de Ehrich (1992)

Aos coeficientes de rigidez principal k_{xx} e k_{zz} podem ser obtidos diretamente pelas equações descritas. Os coeficientes de amortecimento principal c_{xx} e c_{zz} possuem valores usualmente baixos (JACOBS *et al.*, 2014). Devido à característica dos rolamentos, os coeficientes de rigidez cruzados, k_{xz} e k_{zx} , e amortecimento cruzado c_{xz} e c_{zx} mostram-se nulos ou com valores baixos.

A.2 MANCAIS HIDRODINÂMICOS

Os mancais hidrodinâmicos são largamente empregados em turbomáquinas por permitirem altas cargas em altas velocidades. A condição básica para seu correto funcionamento é a existência de uma separação causada pelo filme de óleo entre o eixo e o mancal, gerada pela ação hidrodinâmica devido ao movimento relativo entre os dois componentes. As forças resultantes que suportam o rotor e conseqüentemente os parâmetros dinâmicos dos mancais, dependem de muitas variáveis incluindo a velocidade de rotação do rotor. Comparativamente, mancais deste tipo possuem mais elevado amortecimento e menores coeficientes de rigidez se comparados aos mancais do tipo rolamento.

Na Figura A.3 e A.4 visualiza-se um mancal cilíndrico plano, construtivamente semelhante ao empregado nas análises deste trabalho, e algumas de suas variáveis. Na Figura A.4, F_r representa o carregamento estático sobre o mancal, Ω_r a velocidade de rotação, D_B o diâmetro do eixo e B_B a largura do mancal. Visualiza-se também na figura o perfil da pressão de óleo desenvolvida devido à ação hidrodinâmica.

Conforme Adams (2001), a solução para obtenção das propriedades dinâmicas dos mancais é obtida a partir da equação de Reynolds. Para o mancal cilíndrico plano visualizado na Figura A.3 e A.4, duas aproximações são usadas para obter a solução analítica para as propriedades dinâmicas, a saber: mancal curto, em que a largura B_B é muito menor que o diâmetro D_B do eixo, e o mancal longo, em que B_B é muito maior que D_B . Ambas soluções impõem simplificações ao modelo para obtenção por via analítica das propriedades dinâmicas destes mancais. Vance (1988) possui detalhes desta formulação analítica.

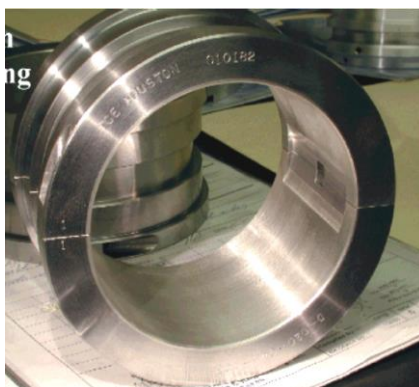


Figura A.3 – Mancal hidrodinâmico cilíndrico plano.

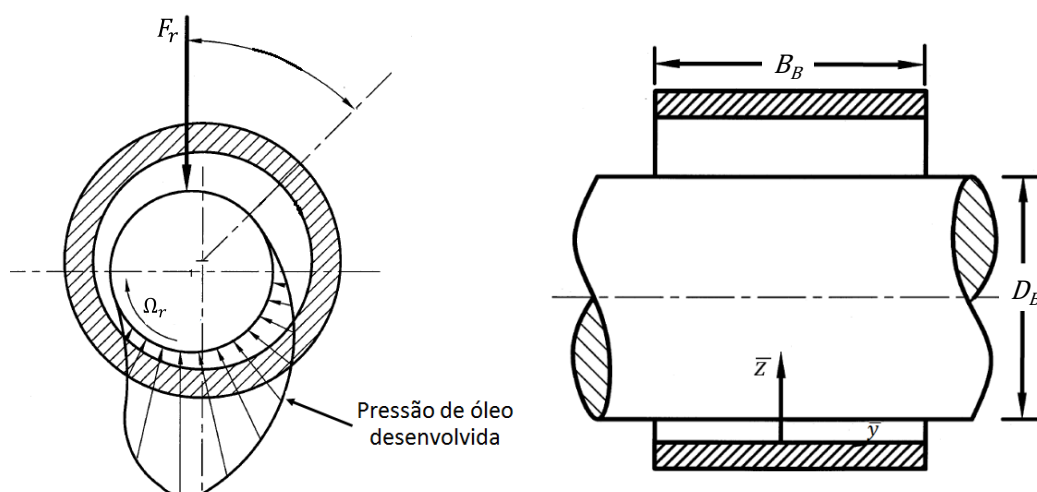


Figura A.4 – Representação do mancal hidrodinâmico cilíndrico plano.

Fonte: Adaptada de Harnoy (2003)

Mancais cilíndricos planos são suscetíveis a fenômenos de instabilidade quando em altas rotações ou reduzidas cargas (HARNOY, 2003). Estes fenômenos são altamente destrutíveis e devem ser evitados. Diversas configurações foram desenvolvidas com o objetivo de minimizar este problema, sendo a mais aplicada atualmente a utilização do mancal de sapatas oscilantes (*Tilting Pad*), conforme Figura A.5.

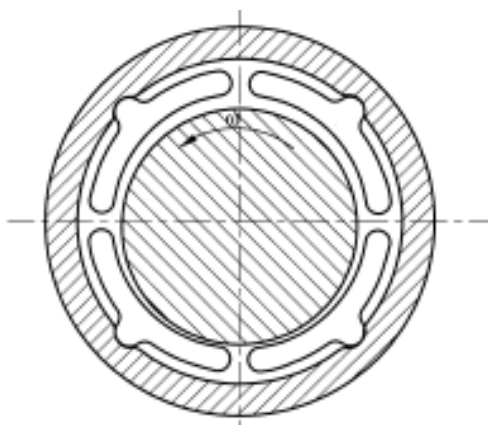


Figura A.5 – Representação do mancal tipo *Tilting Pad*.

Fonte: Adaptada de Harnoy (2003)

Em Adams (2001), Genta (2005), Harnoy (2003) e Rangwala (2005) os mancais hidrodinâmicos são descritos em detalhes, incluindo o equacionamento envolvido na determinação de seus coeficientes dinâmicos.

APÊNDICE B - ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

Visando a resolução do problema de otimização, optou-se pela utilização de um método híbrido, fazendo a combinação entre um algoritmo evolucionário e um método de busca direta. Este Apêndice faz uma descrição conceitual de cada um destes métodos.

B.1 ALGORITMO GENÉTICO

Métodos evolucionários como algoritmo genético tem sido amplamente utilizados para otimização global de variáveis. Este método executa uma busca envolvendo os candidatos a solução através do uso de operadores não determinísticos e melhorando os indivíduos que formam a população por meio de mecanismos inspirados na teoria da seleção natural de Darwin (RENDERS; FLASSE, 1996).

Neste método, o termo "população" é atribuído ao conjunto de pontos de projeto na iteração corrente. "Geração", é o nome dado a cada iteração do algoritmo genético. O conceito de "cromossomo" refere-se ao conjunto de "genes" que compõem cada um dos indivíduos. Dessa forma, o gene representa o valor de uma determinada variável do vetor de variáveis projeto (ARORA, 2004).

O método inicia a busca do melhor indivíduo com uma população randomicamente selecionada de acordo com as restrições impostas ao problema. Cada qual será representado por seu cromossomo com seu valor para a função objetivo. Através desta população inicial, os indivíduos mais aptos, com os valores mínimos para a função objetivo, sofrerão seleção para formarem a base para a próxima geração da população. Um percentual desta população sofrerá cruzamento ("*crossover*"). Ainda, um pequeno percentual da população sofrerá mutação de seus genes, como forma de garantir que hajam indivíduos da população buscando soluções diferentes da inicialmente encontrada, caso esta seja um mínimo local. Com este critério, sucessivas gerações de populações possuem maiores probabilidade de suas características (variáveis do vetor projeto) estarem ajustadas para a função objetivo e convergir para o mínimo global. Ainda, a cada geração, pode-se garantir que os melhores indivíduos da população sobrevivam sem alterações em seu cromossomo.

Este processo é dito elitismo. O processo continua até um critério de parada ser atingido (ARORA, 2004).

A grande desvantagem desta técnica de otimização é o elevado tempo consumido nos cálculos desses algoritmos. Uma boa associação de métodos visando agilidade computacional e precisão na otimização é a junção deste método com algoritmos de procura direta. A método do algoritmo genético é executado até um determinado número de iterações. Após, o melhor indivíduo é utilizado como condição inicial para um método direto.

B.2 ALGORITMO DE NELDER-MEAD

Métodos diretos não empregam explicitamente o gradiente para obtenção do valor ótimo. A ideia básica dos métodos diretos é comparar o valor da função objetivo em $N_v + 1$ vértices de um poliedro, onde N_v é o número de variáveis do vetor de variáveis de projeto, e movê-lo gradativamente em direção ao ponto ótimo durante o processo iterativo (RAO, 1996).

No algoritmo de Nelder-Mead, os vértices deste poliedro $\{x_j\}_{j=1}^{N_v+1}$ são ordenados de acordo com o valor da função objetivo nestes pontos

$$f_{obj}(x_1) \leq f_{obj}(x_2) \leq \dots \leq f_{obj}(x_{N_v+1}), \quad (\text{B.1})$$

onde x_1 é chamado de melhor vértice, e x_{N_v+1} o pior. O algoritmo substitui o pior vértice com um novo ponto descrito no formato

$$x(\mu) = (1 + \mu) \cdot \bar{x} - \mu \cdot x_{N_v+1}, \quad (\text{B.2})$$

onde \bar{x} representa o centroide do poliedro, excluindo-se o pior vértice x_{N_v+1} da iteração. Os valores de μ podem assumir quatro valores: μ_r , tipicamente igual a 1; μ_e , tipicamente igual a 2; μ_{oc} , tipicamente igual a $\frac{1}{2}$ e μ_{ic} , tipicamente igual a $-\frac{1}{2}$.

O algoritmo de Nelder-Mead envolve as seguintes etapas (KELLEY, 1999):

- a. Após computar os primeiros pontos (vértices “1” “2” e “3” da Figura B.1), calcula-se o valor de $x(\mu_r)$, da função objetivo $f_{obj_r} = f_{obj}(x(\mu_r))$ e prossegue-se a execução da etapa “b”.
- b. Reflexão (vértice “R” da Figura B.1): Se $f_{obj}(x_1) \leq f_{obj_r} < f_{obj}(x_{N_v})$, deverá ser substituído x_{N_v+1} por $x(\mu_r)$.
- c. Expansão (vértice “E” da Figura B.1): Se $f_{obj_r} < f_{obj}(x_1)$, deverá ser calculado $f_{obj_e} = f_{obj}(x(\mu_e))$. Se $f_{obj_e} < f_{obj_r}$, substitui-se x_{N_v+1} por $x(\mu_e)$, senão substitui-se x_{N_v+1} por $x(\mu_r)$.
- d. Contração externa (vértice “CE” da Figura B.1): Se $f_{obj}(x_{N_v}) \leq f_{obj_r} < f_{obj}(x_{N_v+1})$, deverá ser calculado $f_{obj_c} = f_{obj}(x(\mu_{oc}))$. Se $f_{obj_c} < f_{obj_r}$, substitui-se x_{N_v+1} por $x(\mu_{oc})$, senão substitui-se x_{N_v+1} por $x(\mu_r)$.
- e. Contração interna (vértice “CI” da Figura B.1): Se $f_{obj_r} \geq f_{obj}(x_{N_v+1})$, deverá ser calculado $f_{obj_c} = f_{obj}(x(\mu_{ic}))$. Se $f_{obj_c} < f_{obj}(x_{N_v+1})$, substitui-se x_{N_v+1} por $x(\mu_{ic})$, senão substitui-se x_{N_v+1} por $x(\mu_r)$.
- f. Ordenação dos vértices para uma nova iteração.

A performance na prática para determinação de um mínimo local, é geralmente boa.

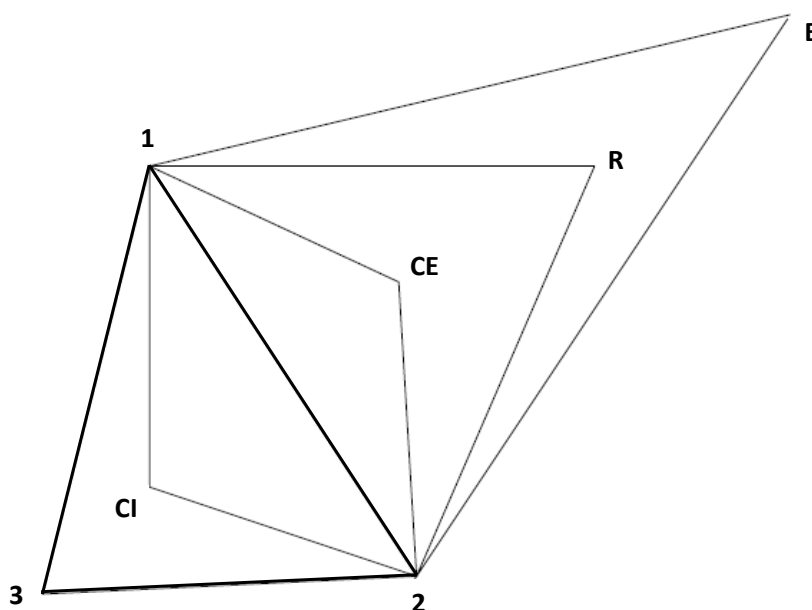


Figura B.1 – Poliedro de Nelder-Mead e definição de novos pontos.

Fonte: Adaptada de Kelley (1999)

APÊNDICE C - DESCRIÇÃO DO SOFTWARE ROTORDIN

Este apêndice fornece detalhes do software RotorDin, plataforma modular para análises de sistemas girantes empregada neste trabalho.

C.1 HISTÓRICO

O desenvolvimento do código empregado neste trabalho teve início em 2004 com o Termo de Cooperação firmado entre a empresa WEG e a UTFPR (FINEP 4931-06), e foi nomeado de RotorDin. A plataforma do MATLAB® foi inicialmente empregada para programação do código.

A partir da versão desenvolvida em MATLAB® em 2004, uma nova versão foi programada agora em SCILAB®, uma versão “*opensource*” do MATLAB®. Esta nova versão permitiu a inclusão do modelo de parâmetros equivalentes generalizados de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos diretamente nas matrizes de massa e amortecimento. Foram também implementadas rotinas para cálculos de resposta em frequência, resposta no tempo e diagrama de Campbell. Esta versão foi empregada por Doubrawa Filho (2008).

Em 2005, Euda Mara da Silva Ferreira implementou novas rotinas na versão em MATLAB® do código RotorDin, em sua dissertação de mestrado (FERREIRA, 2005). Esta nova versão do código permitiu analisar sistemas girantes com inclusão de materiais viscoelásticos sob os mancais. A versão permitiu análises de resposta em frequência, resposta em tempo e diagrama de Campbell.

Num trabalho iniciado em 2011, Rodrigo Bubniak Silvério estuda em sua dissertação de mestrado a aplicação de materiais viscoelásticos na pista externa de mancais. Baseado na versão em MATLAB® do código RotorDin, rotinas específicas para esta aplicação foram desenvolvidas. O ambiente gráfico foi melhorado, facilitando a entrada e saída de dados. Esta versão do RotorDin foi denominada de versão 8.0.

Este trabalho foi construído sobre a versão 8.0 do RotorDin, na plataforma MATLAB®. Além das rotinas existentes na versão anterior, foram incluídas rotinas específicas para otimização não linear e determinação de coeficientes de mancais e

parâmetros de desbalanceamento. Esta nova versão foi denominada de RotorDin V9.0.

C.2 CAPACIDADES

A versão 9.0 do RotorDin, em ambiente MATLAB®, possui as seguintes opções e capacidades de cálculos:

- Entrada de dados: entrada em formato de arquivo de dados do MATLAB®, com opção para criação de novos modelos e alteração de modelagens existentes.
- Mancais e fundação: a versão permite a inclusão de mancais com propriedades dinâmicas fixas e variáveis na rotação. Os efeitos dinâmicos da fundação podem ser incluídos no modelo.
- Modelos de viga: é possível a modelagem do rotor por elementos de viga de Euler-Bernoulli Corrigido ou Timoshenko, ambos com dois nós por elementos e oito graus de liberdade.
- Resposta em frequência: o software calcula a resposta em frequência para excitações do tipo $0,5x$, $1x$ e $2x$ a velocidade de rotação do rotor. Também é possível considerar excitações externas no rotor.
- Resposta no tempo: o código permite o cálculo de órbitas e sentido de precessão (*forward* e *backward*).
- Rotina de otimização: o ambiente gráfico incluído nesta versão do RotorDin inclui todas as informações e parâmetros necessários para o código de otimização. As sub-rotinas incluídas no código permitem otimizar e determinar as propriedades de mancais e desbalanceamentos, com saídas gráficas para avaliação dos algoritmos de otimização e respostas ao desbalanceamento, além de saída de arquivos de dados para mancais com propriedades que variam com a rotação.

APÊNDICE D - EQUIPAMENTOS DE MEDIÇÃO

Este apêndice fornece detalhes de equipamentos específicos utilizados nas medições de laboratório.

D.1 SENSORES DE PROXIMIDADE E DEMODULADORES

Os sensores de proximidade tipo *probes* utilizados na medição de vibração lateral e fase possuem o *part number* 330903-00-03-10-02-00 e os demoduladores (*proximitors*) o *part number* 125885-01, sendo ambos de fabricação Bently Nevada.

A sensibilidade padrão fornecida na folha de dados pelo fabricante é de 200 mV/mil para uma temperatura ambiente de 20°C. Apesar desta informação, as curvas dos conjuntos sensores/demoduladores utilizados nos experimentos foram levantadas experimentalmente, por meio de equipamentos específicos de conferência de sensores. Todos os instrumentos verificados apresentaram valores próximos ao valor da folha de dados, sendo, portanto, este considerado como a sensibilidade do sensor no sistema de aquisição. A região linear dos instrumentos, conforme curvas levantadas experimentalmente, situam-se entre 0,10 mm e 1,40 mm ($-1,89Vdc$ e $-12,31Vdc$, respectivamente). O conjunto de demoduladores e sensor empregados podem ser visualizados na Figura D.1.



Figura D.1 – Conjunto de demoduladores e modelo de sensor de proximidade utilizados.

D.2 PLACA DE AQUISIÇÃO

A placa de aquisição utilizada para medição da resposta ao desbalanceamento foi o modelo 3160-B-042, de fabricação Brüel & Kjaer (Figura D.2).

As principais especificações da placa de aquisição são:

- Número de canais de entrada: 4;
- Número de canais de saída: 2;
- Range de frequência: 0 a 51,2 kHz;
- Taxa de amostragem: até 131.000 amostras por segundo.



Figura D.2 – Placa de aquisição utilizada para medição das respostas ao desbalanceamento.

APÊNDICE E - PROPRIEDADES DOS EIXOS DOS ROTORES

Para melhorar a precisão da determinação experimental das propriedades de mancais e desbalanceamentos, o módulo de elasticidade (E) e a densidade (ρ) dos dois eixos utilizados nos ensaios experimentais foram obtidos experimentalmente.

E.1 EIXO DO ROTOR COM MANCAL DE MOLAS

a) Densidade:

A densidade deste componente foi obtida mediante pesagem do eixo em balança de precisão e posterior cálculo por meio da identificação do volume do eixo por medição geométrica. A balança de precisão utilizada é de fabricação Mettler Toledo e modelo PE DeltaRange, com precisão de 0,01g. A massa específica de $\rho = 7.747,15 \text{ kg/m}^3$ foi encontrada e assumida na modelagem.

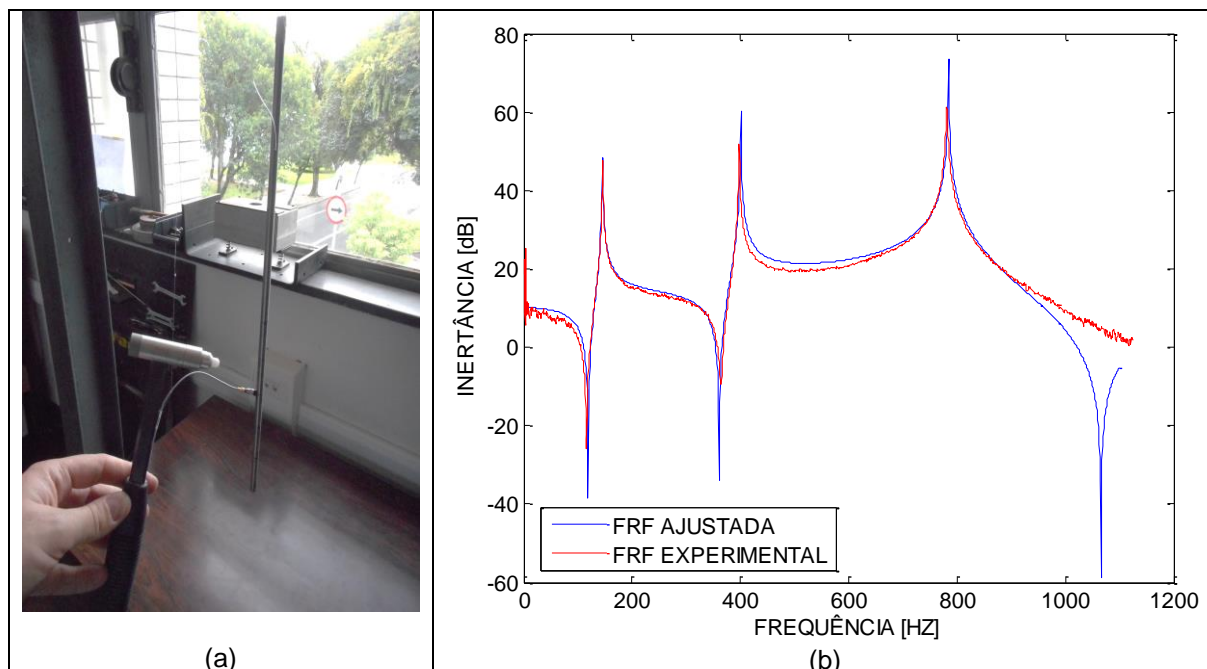
b) Módulo de elasticidade:

O módulo de elasticidade deste componente foi obtido via ensaio experimental por teste de impacto, com medição da função resposta em frequência (FRF) em inertância, e posterior ajuste da sua equivalente numérica obtida em elementos finitos. Os impactos foram proferidos ao eixo na posição vertical, suspenso por fio de material Nylon visando obter a resposta do eixo livre-livre.

A excitação ocorreu na posição 300 mm, e a resposta foi lida na posição 400 mm. Para excitação, utilizou-se um martelo piezoelétrico de fabricação PCB e modelo 086C04. A medição de vibração em unidades de aceleração foi realizada por um acelerômetro de fabricação PCB, modelo 352C68 (Figura E.1a). A inertância foi medida em dB numa escala de frequência de 0 a 1124 Hz, com 1800 linhas. Foi utilizada uma placa de aquisição do fabricante LDS Dactron, modelo PHOTON II.

Para determinação da FRF equivalente numérica, o eixo foi modelado com elementos de viga de Euler-Bernolli modificado, sendo discretizando em 11 elementos. Através do ajuste manual do valor do módulo de elasticidade no modelo

em elementos finitos, este foi otimizado por meio do ajuste gráfico das duas curvas (Figura E.1b). O valor de 204 GPa foi obtido para o módulo de elasticidade deste eixo.



E.2 EIXO DO ROTOR COM MANCAL HIDRODINÂMICO

a) Densidade:

O eixo deste mancal foi considerado confeccionado pelo mesmo material do eixo do rotor com mancal de molas. Desta forma, a massa específica deste componente foi considerada como $\rho = 7.747,15 \text{ kg/m}^3$, valor semelhante ao outro eixo.

b) Módulo de elasticidade:

O módulo de elasticidade deste componente foi obtido através de semelhante ensaio realizado no item E.1. A excitação do eixo ocorreu na posição 250 mm , e a resposta em aceleração foi lida na posição 150 mm . Os mesmos equipamentos e configurações do ensaio descrito no item anterior foram utilizadas (E.2a).

O eixo foi modelado com elementos de viga de Euler-Bernolli modificado, sendo discretizando em 11 elementos. Através do ajuste manual do valor do módulo de elasticidade no modelo em elementos finitos, este foi otimizado por intermédio do ajuste gráfico das duas curvas. O valor de 202 GPa foi obtido para o módulo de elasticidade deste eixo. A Figura E.2b mostra o ajuste entre a FRF media e ajusta.

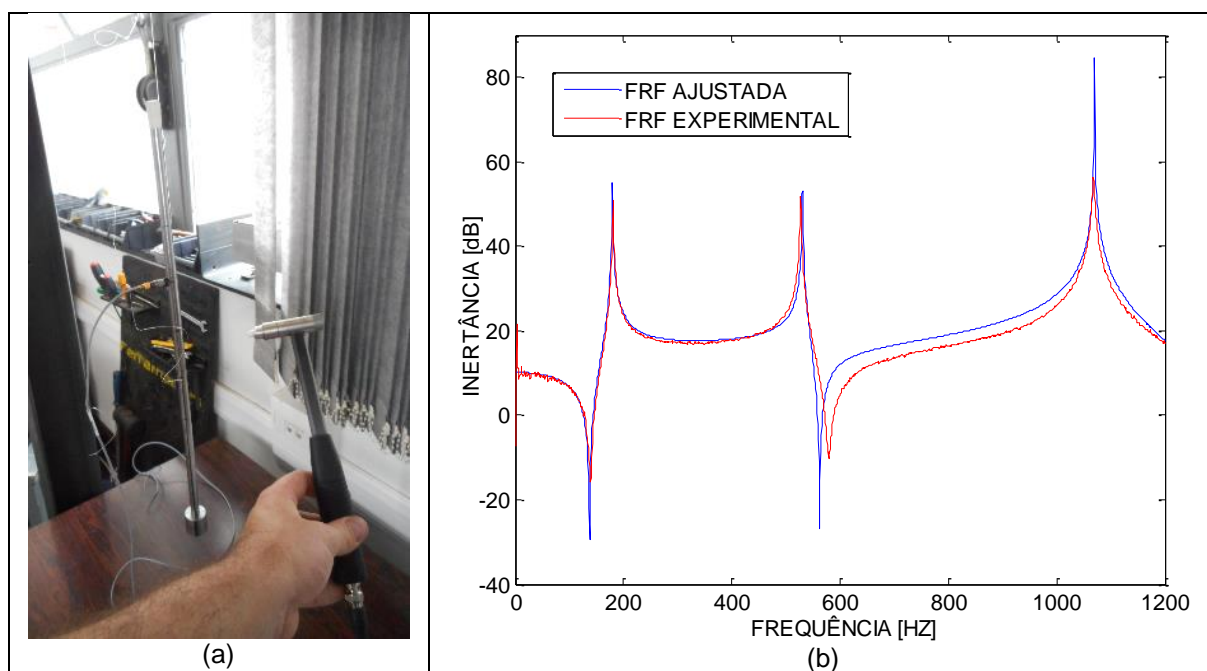


Figura E.2 – (a) Teste de impacto e (b) ajuste da FRF para o eixo do rotor com mancal hidrodinâmico.

APÊNDICE F - ENSAIO EXPERIMENTAL DO MANCAL DE MOLAS

Para subsídio à análise experimental com o mancal de molas, o mancal de molas foi ensaiado visando a determinação de seus coeficientes de rigidez principais.

O ensaio foi realizado por meio da suspensão do mancal de molas e aplicação de massas de valores conhecidos, pesadas em balança de precisão (Figura F.1a). O deslocamento resultante foi medido através de um paquímetro digital (Figura F.1b).

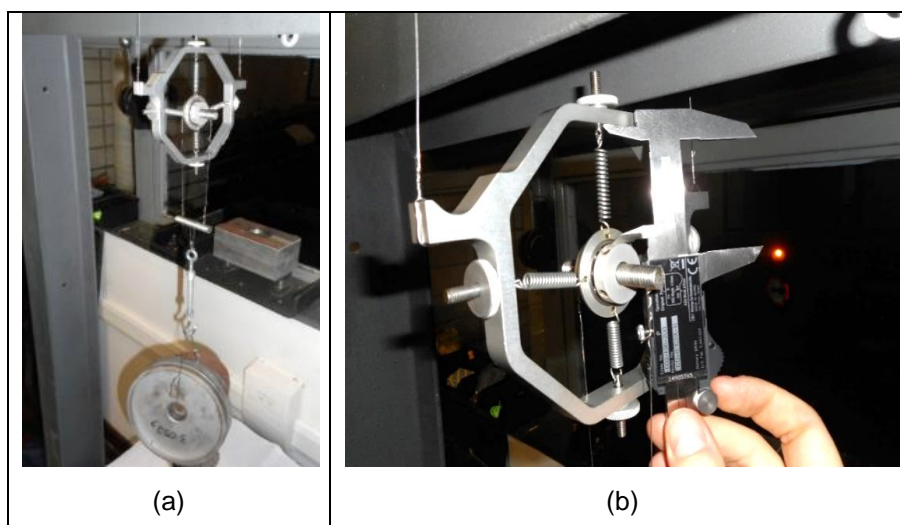


Figura F.1 – (a) Bancada para ensaio do mancal de molas e (b) instrumento utilizado.

O resumo das medições segue na Tabela F.1. Para redução das incertezas, as medições foram repetidas cinco vezes. Observa-se pelos dados da Tabela F.1 uma tendência de não linearidade da rigidez em função do deslocamento. Esse comportamento pode também ser visualizado na Figura F.2, com a propriedade da rigidez representada graficamente como função do deslocamento do centro do mancal. Esse efeito foi atribuído à influência das molas perpendiculares à direção de aplicação da carga, quando o mancal fica sujeito a crescentes deslocamentos. Para as análises deste trabalho, admitiu-se o valor da rigidez média para as cargas ensaiadas. Assim, a rigidez nas direções principais do mancal, considerada após execução do ensaio foi de $k_{xx} = k_{zz} = 7313,2 \text{ N/m}$.

Tabela F.1 – Ensaio para medição da rigidez do mancal de molas.

ENSAIOS	CARGA ESTÁTICA APLICADA (N)	POSIÇÕES RELATIVAS MEDIDAS (mm)	DESLOCAMENTOS CALCULADOS (mm)	RIGIDEZ CALCULADA (N/m)	RIGIDEZ MÉDIA (N/m)
Ensaio 1	0,000	43,80	-	-	7395,9
	7,848	44,88	1,08	7266,7	
	12,321	45,48	1,68	7455,6	
	29,940	47,84	4,04	7465,6	
Ensaio 2	0,000	43,76	-	-	7319,9
	7,848	44,85	1,09	7200,0	
	12,321	45,46	1,70	7333,4	
	29,940	47,83	4,07	7426,2	
Ensaio 3	0,000	43,80	-	-	7300,7
	7,848	44,90	1,10	7134,5	
	12,321	45,51	1,71	7333,4	
	29,940	47,88	4,08	7434,1	
Ensaio 4	0,000	43,85	-	-	7330,5
	7,848	44,96	1,11	7070,3	
	12,321	45,56	1,71	7455,6	
	29,940	47,92	4,07	7465,6	
Ensaio 5	0,000	43,90	-	-	7219,1
	7,848	45,01	1,11	7070,3	
	12,321	45,63	1,73	7215,1	
	29,940	48,02	4,12	7371,9	
Valores Médios para os Ensaios	0,000	-	-	-	7313,2
	7,848	-	1,10	7148,4	
	12,321	-	1,71	7358,6	
	29,940	-	4,08	7432,7	

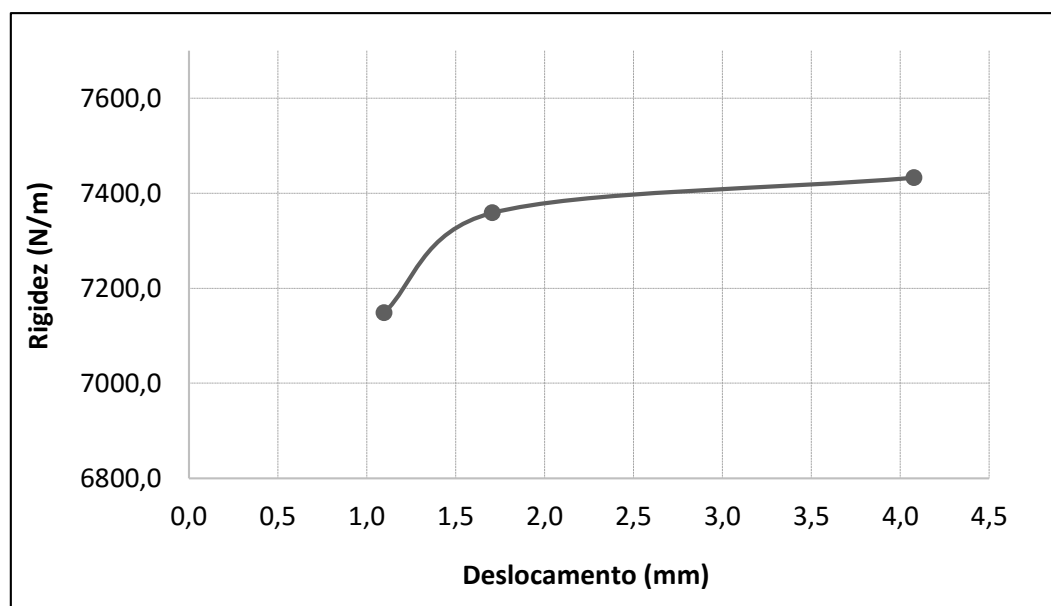


Figura F.2 – Comportamento da rigidez em função do deslocamento.

APÊNDICE G - MANCAL HIDRODINÂMICO UTILIZADO NOS ENSAIOS

Para fins de comparação dos resultados obtidos para os coeficientes do mancal hidrodinâmico utilizou-se valores de referência obtidos via cálculo numérico. O código comercial MAXBRG desenvolvido pelo laboratório ROMAC da Universidade de Virgínia, USA, foi empregado (HE *et al.*, 2007). Este código é baseado em elementos finitos e permite análises termo-elasto-hidrodinâmicas em mancais de geometria plana, tipo *tilting pad* e *pressure dam*. Diferentes condições de lubrificação e consideração de efeitos térmicos são possíveis (HE *et al.*, 2007).

Antecedendo as simulações a análise dimensional do mancal foi realizada, sendo esta uma importante e crucial etapa na obtenção numérica dos coeficientes do mancal. O diâmetro externo do eixo foi medido com auxílio de um micrômetro externo, de fabricação Mitutoyo (Figura G.1a), e o diâmetro interno do mancal foi medido por meio de um micrômetro interno de três pontas (Figura G.1b), também de fabricação Mitutoyo. Foram realizadas um total de seis medições em três planos e duas direções diferentes (direções 0° e 90°) para cada um dos componentes. Os resultados seguem na Figura G.1c e Figura G.1d. O valor médio da folga diametral obtida após as medições foi de $0,46\text{mm}$.

As seguintes considerações foram assumidas para cálculo numérico dos coeficientes pelo código MAXBRG:

- Lubrificação regular: vazão contínua de óleo com injeção em quatro pontos do mancal, assumiu-se uma lubrificação regular do mancal.
- Sem efeitos térmicos: após a operação contínua do mancal e sua bomba de lubrificação, não foi percebida a elevação da temperatura do óleo.
- Sem efeitos de deformação do mancal: devido à baixa carga estática, não foram assumidas deformações do mancal.

A Tabela G.1 traz os valores para os principais parâmetros utilizados nas simulações.

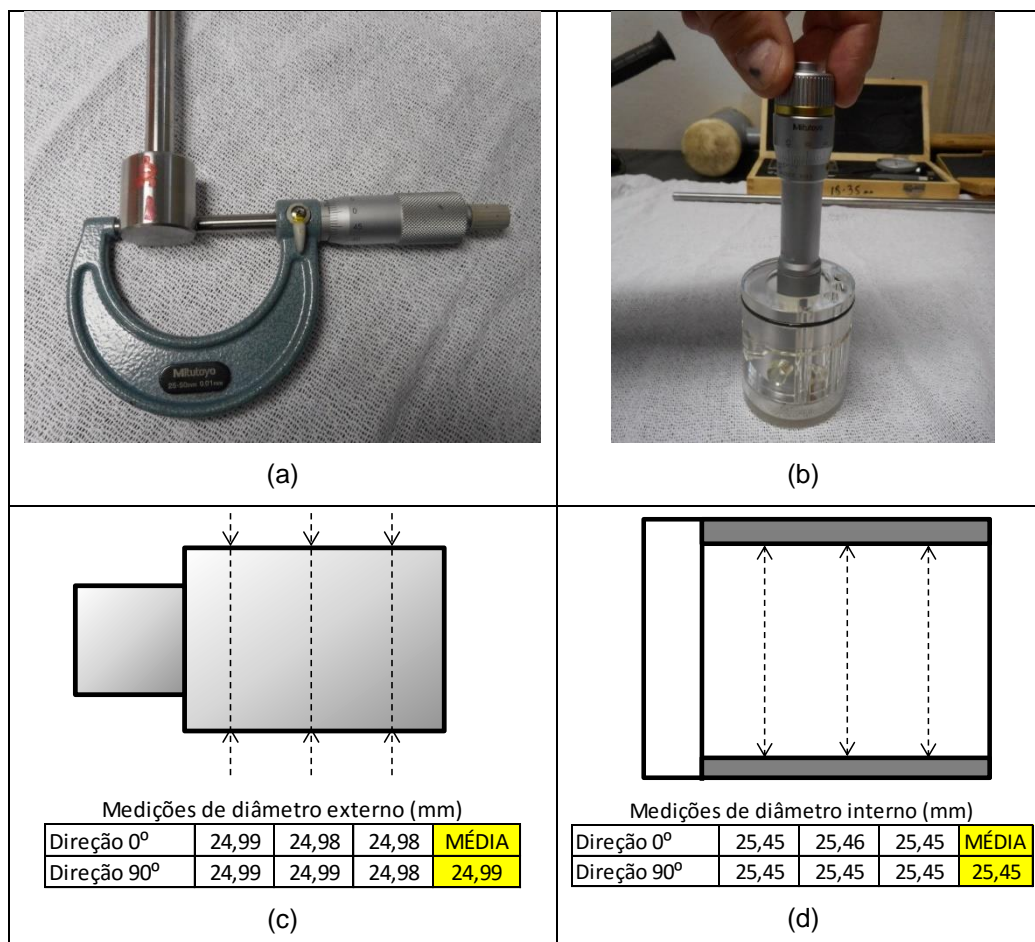


Figura G.1 – Medição dimensional do mancal hidrodinâmico.

Os coeficientes dinâmicos obtidos seguem representados graficamente na Figura G.2, para uma faixa de velocidade de rotação de interesse, de 500 *rpm* a 3.200 *rpm*.

Tabela G.1 – Principais parâmetros do mancal hidrodinâmico.

Carga estática sobre o mancal	14,8 kg	Pressão do óleo de lub.	7 psi
Folga diametral	0,47 mm	Temperatura do óleo de lub.	20 °C
Diâmetro do eixo	24,99 mm	Viscosidade à 40°C	30,4 cSt
Diâmetro do mancal	25,45 mm	Viscosidade à 100°C	5,2 cSt
Largura do mancal	25,4 mm	Densidade do óleo	860 kg/m ³

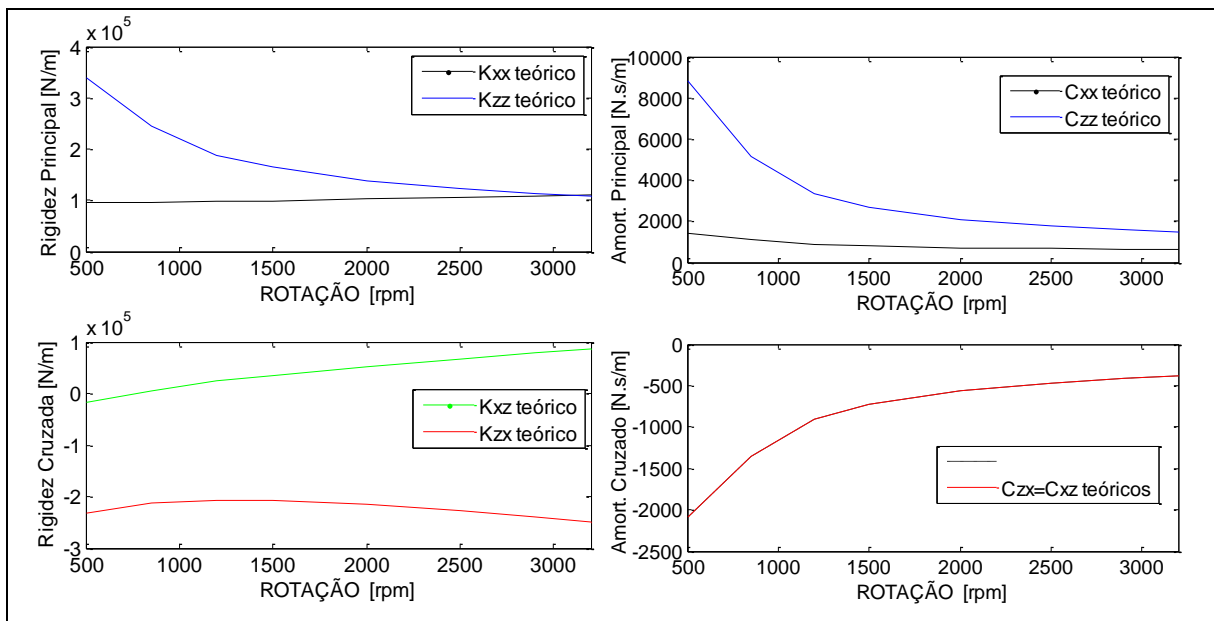


Figura G.2 – Coeficientes dinâmicos obtidos numericamente para o mancal hidrodinâmico.