

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ELIESER SANTOS HIRYE

MODELO NUMÉRICO PARA O FLUXO DE TRÁFEGO VEICULAR EM  
TRECHO DE RODOVIA COM OBRAS E FAIXA ÚNICA DE CIRCULAÇÃO

CURITIBA

2015

ELIESER SANTOS HIRYE

MODELO NUMÉRICO PARA O FLUXO DE TRÁFEGO VEICULAR EM  
TRECHO DE RODOVIA COM OBRAS E FAIXA ÚNICA DE CIRCULAÇÃO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Mecânica Computacional, Departamento de Matemática, Setor de Ciências Exatas, e Departamento de Construção Civil, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Métodos Numéricos Aplicados em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Eloy Kaviski  
Coorientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Liliana Madalena Gramani

CURITIBA

2015

---

H671m

Hirye, Elieser Santos

Modelo numérico para o fluxo de tráfego veicular em trecho de rodovia com obras e faixa única de circulação/ Elieser Santos Hirye. – Curitiba, 2015. 86 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, 2015.

Orientador: Eloy Kaviski – Co-orientador: Liliana Madalena Gramani. Bibliografia: p. 69-71.

1. Trânsito - Fluxo. 2. Navier-Stokes, Equações de. 3. Diferenças finitas. I. Universidade Federal do Paraná. II. Kaviski, Eloy. III. Gramani, Liliana Madalena. IV. Título.

CDD: 625.7

---

**TERMO DE APROVAÇÃO**

ELIESER SANTOS HIRYE

MODELO NUMÉRICO PARA O FLUXO DE TRÁFEGO VEICULAR EM TRECHO DE  
RODOVIA COM OBRAS E FAIXA ÚNICA DE CIRCULAÇÃO

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de mestre no  
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, da  
Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:



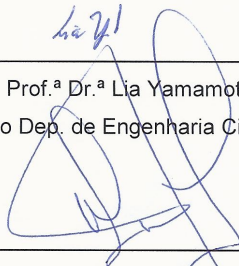
---

Prof. Dr. Eloy Kaviski.  
Orientador – Membro do PPGMNE/UFPR.



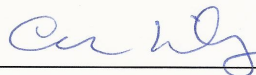
---

Prof.ª Dr.ª Lia Yamamoto  
Membro do Dep. de Engenharia Civil da UFPR



---

Prof. Dr. Waldyr de Lima e Silva Junior  
Membro do Dep. de Engenharia Mecânica da UFPR



---

Prof. Dr. Emerson Dilay  
Membro da UNICEMP

Curitiba, 12 de fevereiro 2015

Dedico este trabalho a todas as pessoas que me incentivaram e apoiaram.

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus, pela vida.

Aos meus pais, por todas as condições e oportunidades oferecidas.

Ao meu orientador e coorientadora Prof. Dr. Eloy Kaviski e Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Liliana Madalena Gramani pelo acompanhamento e contribuições para o trabalho.

Aos docentes e discentes do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia pela oportunidade e auxílios recebidos.

À Universidade Federal do Paraná pela estrutura disponibilizada.

Ao Departamento de Polícia Rodoviária Federal pelo material e apoio recebidos.

Aos amigos e colegas pelo incentivo.

Todo sujeito é livre para conjugar o verbo que quiser  
Todo verbo é livre para ser direto ou indireto  
Nenhum predicado será prejudicado  
Nem tampouco a frase, nem a crase  
Nem a vírgula e ponto final  
Afinal, a má gramática da vida  
Nos põe entre pausas  
Entre vírgulas  
E estar entre vírgulas  
Pode ser aposto  
E eu aposto o oposto  
Que vou cativar a todos  
Sendo apenas um sujeito simples

(Fernando Anitelli)

## RESUMO

Congestionamentos são cada vez mais frequentes na proporção em que a frota de veículos cresce no Brasil. Esta dissertação inicia-se com a coleta de dados de velocidade e densidade veicular em um trecho de uma rodovia brasileira onde ocorre congestionamentos devido a uma obra existente no local. Escolhe-se o modelo mais adequado da relação entre velocidade e densidade veicular e aplica-se o Método dos Mínimos Quadrados para realizar a regressão dos dados levantados. Trata-se do modelo de equilíbrio desenvolvido por Wang et al. (2011). A função obtida possibilitou entender melhor como se formam os congestionamentos no local escolhido, e como a dinâmica dos veículos ocorre. Determinam-se as condições de contorno baseando-se no local do problema e as utilizam para a resolução de uma equação diferencial. Trata-se da equação de Navier-Stokes unidimensional, que rege o escoamento de fluidos, adaptada ao fluxo de tráfego veicular. A equação diferencial citada é não-linear e de segunda ordem, logo sua solução analítica torna-se bastante difícil. O método numérico usado para a solução da mesma é o Método das Diferenças Finitas na forma explícita, com o esquema de Lax-Wendroff. A linguagem e o programa escolhidos para a implementação e interpretação do algoritmo desenvolvido são respectivamente *Python* e *Spider2*. Este trabalho apresenta uma solução em regime permanente e outra em regime transiente. A interpretação dos resultados permite concluir que a equação de Navier-Stokes unidimensional descreve adequadamente o fluxo de tráfego veicular no local do problema. O fluxo nesse trecho é caracterizado da seguinte maneira: partindo-se de um local de alta densidade para um de baixa, a velocidade veicular aumenta e se estabiliza. Outra conclusão é a de que, ao aumentar drasticamente a densidade veicular, a velocidade e fluxo diminuem gerando congestionamentos.

Palavras-chave: Fluxo de Tráfego Veicular, Equação de Navier-Stokes, Método das Diferenças Finitas.



## ABSTRACT

Jams are more frequent as the vehicle fleet grows in Brazil. This dissertation begins with a speed and vehicular density data collection in a Brazilian highway where congestion occurs due to a work on site. The most suitable model of the speed-density relationship is chosen to apply the method of least squares and perform regression of the data collected. It is the balance developed by Wang et al. (2011). The function obtained made it possible to better understand how the congestion are formed at the site chosen, and as the dynamics of the vehicle occurs. The boundary conditions are determined based on the location of the problem and are used them for solving a differential equation. The Navier-Stokes equation, which governs the fluid flow, is chosen to model the vehicular traffic flow after some adaptation. The differential equation is a second order nonlinear equation, hence its analytical solution becomes quite difficult. The numerical method for its solution is the Finite Difference Method in explicit form, with the Lax-Wendroff scheme. The language and the program chosen for the implementation and interpretation of the developed algorithm are respectively Python and Spider2. This work presents the solutions for both steady and transient states. The results obtained permit to conclude that the Navier-Stokes equation describes adequately the vehicular traffic flow on the site of the problem. The flow in this road stretch is characterized as follows: Starting from a high local vehicle density into a low one, the vehicle speed increases and stabilizes. Another conclusion is that when vehicle density increases dramatically, speed and flow decrease causing congestion.

Keywords: Vehicular Traffic Flow, Navier-Stokes Equation, Finite Difference Method.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – MODELO LINEAR DE GREENSHIELDS (1935).....	25
FIGURA 2 – MODELO LOGARÍTMICO DE GREENBERG (1959).....	26
FIGURA 3 – MODELO EXPONENCIAL DE UNDERWOOD (1961).....	27
FIGURA 4 – MODELO DE PIPES E MUNJAL (1967).....	28
FIGURA 5 – MODELO DE KERNER E KONHAUSER (1994).....	29
FIGURA 6 – MODELO DE MACNICHOLAS (2008).....	30
FIGURA 7 – MODELO DE WANG ET AL. (2011).....	31
FIGURA 8 - SOLUÇÃO DE MÍNIMOS QUADRADOS.....	32
FIGURA 9 – MAPA DO LOCAL DO ESTUDO DE CASO.....	46
FIGURA 10 – LOCAL DE OBTENÇÃO DOS DADOS.....	46
FIGURA 11 – VEÍCULOS ANTES DO LOCAL DE MEDIÇÃO.....	47
FIGURA 12 – VEÍCULOS NO LOCAL DA MEDIÇÃO.....	47
FIGURA 13 – RADAR DE VELOCIDADE.....	49
FIGURA 14 – LOCAL DE MEDIÇÃO E POSIÇÃO DO RADAR.....	50
FIGURA 15 – DENSIDADE PARA UM VEÍCULO GENÉRICO.....	52
FIGURA 16 – DADOS OBSERVADOS DE VELOCIDADE-DENSIDADE.....	58
FIGURA 17 – GRÁFICO VELOCIDADE-DENSIDADE WANG.....	60
FIGURA 18 – GRÁFICO FLUXO-DENSIDADE WANG.....	60
FIGURA 19 - SOLUÇÃO EM REGIME PERMANENTE (t = 4,4h).....	64
FIGURA 20 - SOLUÇÃO EM REGIME TRANSIENTE.....	65

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – EXEMPLO DE DADOS DE SAÍDA DO RADAR.....	50
TABELA 2 – ARRANJOS DE VELOCIDADE E DIFERENÇA DE TEMPO.....	51

## LISTA DE SIGLAS

DENATRAN	- Departamento Nacional de Trânsito
DPRF	- Departamento de Polícia Rodoviária Federal
EUA	- Estados Unidos da América
INMETRO	- Instituto Nacional de Metrologia
KM	- Marco Quilométrico
MDF	- Métodos das Diferenças Finitas
MMQ	- Método dos Mínimos Quadrados
N	- Norte

## LISTA DE SÍMBOLOS

$v$	- Velocidade Instantânea (km/h)
$x$	- Posição (km)
$t$	- Instante de Tempo (h)
$dx$	- Diferencial de Espaço (km)
$dt$	- Diferencial de Tempo (s)
$\rho$	- Densidade Veicular (veic/km)
$q$	- Fluxo (veic/h)
$\rho_j$	- Densidade Máxima (veic/km)
$v_f$	- Velocidade Média Livre de Congestionamento (km/h)
$v_b$	- Velocidade em Condição de Congestionamento (km/h)
$\rho_t$	- Densidade de transição (veic/km)
$d$	- Distância (km)
$V$	- Elemento Cúbico de Volume
$\pi$	- Transporte Molecular de Momento
$p$	- Pressão
$\delta$	- Delta de Kronecker
$\tau$	- Tensor Viscoso de Tensões
$\mu$	- Viscosidade (km <sup>2</sup> /h)
$k$	- Viscosidade de Dilatação
$\varphi$	- Fluxo de Momento
$\bar{\omega}$	- Pressão do Tráfego
$\hat{\bar{\omega}}$	- Diferença de Pressão do Tráfego
$\tau_0$	- Tempo de Relaxamento Coletivo
$\alpha$	- Parâmetro de Forma
$u$	- Solução Numérica
$ds$	- Diferencial de Espaço (km)
$vel$	- Arranjo de Velocidades
$den$	- Arranjo de Densidades

$\rho_{max}$	- Densidade Máxima (veic/km)
$t_{tot}$	- Tempo Total (h)
$v_w$	- Velocidade do Modelo de Wang
$T$	- Instante de Tempo Final (h)
$\sigma$	- Condição de Courant
$U$	- Matriz dos Termos Derivados em Relação ao Tempo
$F$	- Matriz dos Termos Derivados em Relação ao Espaço
$S$	- Matriz dos Termos Independentes

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	15
1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA.....	16
1.2 OBJETIVOS.....	17
1.2.1 Objetivo Geral.....	17
1.2.2 Objetivos Específicos.....	17
1.2.2 Objetivos Específicos.....	17
1.3 JUSTIFICATIVA.....	18
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	19
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	21
2.1 ESCALAS DE REPRESENTAÇÃO.....	21
2.1.1 Escala Microscópica.....	22
2.1.2 Escala Mesoscópica.....	22
2.1.3 Escala Macroscópica.....	22
2.2 DESCRIÇÃO DE UM MEIO CONTÍNUO.....	23
2.2.1 Definição de um Meio Contínuo.....	23
2.2.2 Descrição Lagrangeana.....	23
2.2.3 Descrição Euleriana.....	23
2.3 MODELOS DE EQUILÍBRIO PARA O TRÁFEGO VEICULAR.....	24
2.3.1 Modelo de Greenshields.....	25
2.3.2 Modelo de Greenberg.....	26
2.3.3 Modelo de Underwood.....	27
2.3.4 Modelo de Pipes e Munjal.....	28
2.3.5 Modelo de Kerner.....	29
2.3.6 Modelo de MacNicholas.....	30
2.3.7 Modelo de Wang.....	31
2.4 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS.....	32
2.5 EQUAÇÃO DE NAVIER-STOKES.....	33
2.5.1 Equação da Conservação de Massa.....	34
2.5.2 Equação da Conservação de Quantidade de Movimento Linear.....	35

2.6 NAVIER-STOKES ADAPTADO AO TRÁFEGO VEICULAR.....	39
2.7 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS.....	41
2.7.1 Forma Explícita.....	43
2.7.2 Método de Lax-Wendroff.....	44
3 MATERIAIS E MÉTODOS.....	45
3.1 APRESENTAÇÃO DO LOCAL.....	45
3.2 MATERIAIS.....	49
3.3 OBTENÇÃO DOS DADOS.....	50
3.4 APLICAÇÃO DOS MÍNIMOS QUADRADOS.....	53
3.5 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO.....	55
3.6 APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS.....	56
4 RESULTADOS.....	58
4.1 DADOS OBTIDOS.....	58
4.2 EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO.....	59
4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	62
4.4 SOLUÇÃO NUMÉRICA.....	64
4.4.1 Solução em Regime Estacionário e Transiente.....	64
4.4.2 Análise das Soluções Numéricas.....	65
5 CONCLUSÃO.....	67
5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	67
5.2 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS.....	68
REFERÊNCIAS.....	69
ANEXO A.....	72
APÊNDICE A.....	74
APÊNDICE B.....	78
APÊNDICE C.....	85



## 1 INTRODUÇÃO

A crescente frota de veículos nas grandes cidades tem como consequência diversos problemas, tais como congestionamentos, emissão de gases, aumento no número de acidentes e vítimas do trânsito (CHEN; YANG, 2012) e (JABBARPOUR et al., 2014). Estes congestionamentos são, em geral, caracterizados por extensas filas e longo tempo de espera por parte dos motoristas. Muitas pesquisas relacionando a matemática e a engenharia com o trânsito de veículos foram realizadas com o objetivo de compreender melhor como o tráfego veicular se comporta (PLACZEK, 2012). Pode-se, ainda, citar análises estatísticas de acidentes de trânsito e modelagens matemáticas do fluxo de tráfego veicular (DOLFIN, 2014).

Matematicamente, o fluxo de tráfego veicular pode ser modelado por meio das equações de equilíbrio relacionando velocidade com densidade, fluxo com densidade e velocidade com fluxo. As grandezas fluxo e densidade veicular são fundamentais para se analisar a capacidade de uma rodovia bem como o nível de controle sobre ela demandada (BONZANI; GRAMANI CUMIN, 2008). Assim, percebe-se a importância de desenvolver bons modelos matemáticos em locais críticos a fim de atender essas necessidades no campo da engenharia de tráfego veicular.

O primeiro modelo de fluxo de tráfego veicular encontrado na literatura foi aplicado em uma rodovia no estado de Ohio, Estados Unidos da América (EUA), por Greenshields (1935). Neste, por meio de observações empíricas, o pesquisador estabeleceu uma relação linear entre velocidade e densidade veicular. A partir de então, diversas pesquisas foram realizadas a fim de modelar o tráfego veicular em locais críticos. Como exemplo, em uma rodovia no estado de Connecticut, EUA, Underwood (1961) coletou dados de velocidade e densidade e modelou a relação entre eles para uma equação exponencial envolvendo dois parâmetros. Uma outra equação exponencial, agora com cinco parâmetros, foi modelada por Wang et al. (2011) partindo do modelo de quatro parâmetros elaborado por MacNicholas (2008).

Outras formas de análise do tráfego veicular foram realizadas utilizando equações diferenciais que regem o escoamento de fluidos. Aplicando a simulação do Método de Monte Carlo com base na Equação de Boltzmann, Waldeer (2003) contrastou as colisões das moléculas de gases com as interações entre veículos. Mais recentemente, Marques Jr. (2013) aplicou métodos para resolver o problema da viscosidade, contida na Equação de Navier-Stokes, e obter resultados condizentes com o tráfego veicular.

No mesmo contexto das pesquisas citadas anteriormente, o presente trabalho apresenta o levantamento dos dados observados da relação entre velocidade e densidade veicular e, da mesma forma que Prado (2011), trata o tráfego veicular análogo ao movimento de um fluido. Desta maneira, escolhe-se a Equação de Navier-Stokes adaptada ao fluxo de tráfego veicular a qual é resolvida com condições de contorno específicas para o trânsito de veículos em um trecho de rodovia com obras e faixa única de circulação.

## 1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Os modelos numéricos para o fluxo de tráfego veicular desenvolvidos, tais como Greenshields (1935), Underwood (1961) e Wang et al. (2011), relacionam a velocidade com a densidade. Embora distintos um do outro, todos os modelos apresentam relações inversamente proporcionais, ou seja, quanto maior a densidade veicular menor é a velocidade desenvolvida por cada veículo. Em trechos de rodovias onde há obras as quais reduzem o número de faixas de rolamento, percebe-se o acúmulo de veículos e a redução da velocidade média por eles praticada. Tal fato ocorre dado que a redução no número de faixas resulta em um rápido aumento da densidade veicular, e conseqüentemente, na redução da velocidade média naquele local. Caso haja um fluxo relativamente alto na entrada desse sistema, forma-se um congestionamento caracterizado por extensas filas de veículos e longo período de tempo de espera por parte dos motoristas envolvidos.

Entre os meses de abril à julho do ano de 2013, um serviço de correção no quilômetro 106 da rodovia BR 116 sentido norte (BR 116 KM 106 N), em São José dos Pinhais, Paraná, Brasil, caracterizou-se por reduzir a pista de duas faixas de rolamento para apenas uma. Segundo o Departamento de Polícia Rodoviária Federal (DPRF), foram observadas formações de filas de até sete quilômetros de extensão e trânsito lento. Logo, percebe-se o efeito real das propriedades referentes à relação velocidade-densidade presentes nos modelos citados. O presente trabalho inicia-se com a coleta de dados observados no local do problema e análise dos mesmos. Utiliza-se das condições de contorno resultantes dos dados levantados para resolver uma equação diferencial simulando o fluxo de tráfego veicular.

## 1.2 OBJETIVOS

Considera-se o local do problema como sendo o trecho com obras no quilômetro 106 da pista sentido norte da rodovia BR 116 (BR 116 KM 106 N) em São José dos Pinhais, Paraná, Brasil. Assim, tem-se como objetivos para esta pesquisa:

### 1.2.1 Objetivo Geral

Adaptar e resolver a equação de Navier-Stokes unidimensional para modelar um movimento de fluxo veicular e verificar se a solução da mesma representa adequadamente as condições observadas no local do estudo de caso.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

a) Levantar dados observados da relação velocidade *versus* densidade para o fluxo de tráfego veicular utilizando-se de um radar eletrônico de velocidade;

b) Ajustar os dados observados ao modelo de Wang et al. (2011), relacionando velocidade e densidade veicular, utilizando o Método dos Mínimos Quadrados;

c) Encontrar as condições de contorno para o local do problema em um período de tempo que varia do trânsito livre ao congestionado;

d) Resolver a equação de Navier-Stokes unidimensional para o fluxo de tráfego veicular utilizando o Métodos das Diferenças Finitas na forma explícita com o esquema de Lax-Wendroff.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

Da mesma forma como no local apresentado (BR 116 KM 106 N), diversos outros apresentam as mesmas características. A partir da década de 1950, com o significativo aumento da frota de veículos, começou-se a perceber a ocorrência de congestionamentos em diversas regiões. Geralmente, tais situações são cada vez mais frequentes em trechos próximos à obras, pontes, viadutos ou qualquer outro lugar onde haja redução do número de faixas de rolamento. A ocorrência de diversas situações análogas à descrita anteriormente motivou a escolha do local para obtenção dos dados para este trabalho. A presente pesquisa permite prever a formação de congestionamentos em locais semelhantes ao apresentado, mensurar sua dimensão e o tempo de espera por parte dos motoristas envolvidos.

Uma das dificuldades de se modelar ou simular computacionalmente o fluxo de tráfego veicular é a existência da variável relacionada com a tomada de decisão por parte do motorista envolvido. Entretanto, o problema escolhido neste trabalho decorre exclusivamente da geometria e da densidade veicular local. Tal condição possibilita a aplicação de modelos macroscópicos da teoria cinética a fim de simular e compreender melhor o problema. Muitos pontos de rodovias e avenidas possuem mecanismos distintos de monitoramento do tráfego. Pode-se citar contadores eletrônicos de fluxo, praças de pedágio os quais enumeram e distinguem os tipos veículos, radares registradores de velocidade veicular, entre outros. Muitos modelos macroscópicos da teoria cinética adaptados ao fluxo de tráfego veicular são encontrados na literatura, entretanto, poucos autores utilizam dados obtidos experimentalmente a fim de simular o trânsito de forma condizente com a realidade.

Dessa forma, neste trabalho realiza-se a obtenção de dados observados por meio de um equipamento eletrônico registrador de velocidade instantânea. Estes dados são ajustados a um recente modelo para o tráfego veicular e usados como condição de contorno para a simulação do trânsito no local do problema.

A Equação de Navier-Stokes, proveniente das equações de balanço de massa e quantidade de movimento, descreve a dinâmica de fluidos viscosos. A partir dela, Marques Jr. e Mendez (2013) modelaram o tráfego veicular para uma equação diferencial não linear de segunda ordem. Com esta, Prado (2010) utilizou o Método das Características e o Método das Diferenças Finitas e simulou o tráfego de veículos com condições de contorno hipotéticas. Logo, parece consistente a resolução da Equação de Navier-Stokes unidimensional para simular o tráfego veicular no local do problema escolhido.

Diante da possibilidade de coletar experimentalmente dados confiáveis, e da existência de um modelo consolidado para o fluxo de tráfego veicular, adota-se como tema desta pesquisa a resolução da Equação de Navier-Stokes usando condições de contorno resultantes das observações empíricas. Os resultados obtidos por meio dos modelos, métodos e cálculos realizados neste trabalho, juntamente com equipamentos registradores instantâneos de velocidade, permitem que haja em determinados locais a sinalização e a orientação de trânsito de forma a prevenir ou reduzir a ocorrências de congestionamentos.

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho, além do Capítulo 1 (1 INTRODUÇÃO), foi organizado e dividido em outros quatro capítulos.

O Capítulo 2 (2 REVISÃO DE LITERATURA) apresenta os conceitos pertinentes à pesquisa realizada. Na seção 2.1 (2.1 ESCALAS DE REPRESENTAÇÃO) são definidas as escalas microscópica, mesoscópica e macroscópica. A seção 2.2 (2.2 DESCRIÇÃO DE UM MEIO CONTÍNUO) define a descrição Lagrangeana e descrição Euleriana para os meios contínuos.

Na seção 2.3 (2.3 MODELOS DE EQUILÍBRIO PARA O TRÁFEGO VEICULAR) são apresentadas os modelos para o fluxo de tráfego veicular propostos por Greenshields, Greenberg, Underwood, Pipes-Munjaj, Kerner, MacNicholas e Wang. A seção 2.4 (2.4 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS) apresenta o conceito do Método dos Mínimos Quadrados. A seção 2.5 (2.5 EQUAÇÃO DE NAVIER-STOKES) apresenta a demonstração das equações da conservação de massa e de quantidade de movimento.

Na seção 2.6 (2.6 NAVIER-STOKES ADAPTADO AO TRÁFEGO VEICULAR) é apresentado o esquema numérico da Equação de Navier-Stokes para o tráfego veicular. Finalmente, na seção 2.7 (2.7 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS) é demonstrado o método das diferenças finitas para a resolução de equações diferenciais na forma explícita por meio do esquema de Lax-Wendroff.

O Capítulo 3 (3 MATERIAIS E MÉTODOS) contém os seguintes itens. A seção 3.1 (3.1 APRESENTAÇÃO DO LOCAL) apresenta o local de obtenção dos dados observados. A seção 3.2 (3.2 MATERIAIS) cita o equipamento utilizado para a coleta de informações. Na seção 3.3 (3.3 OBTENÇÃO DOS DADOS) é explicada a forma de cálculo dos dados do problema partindo das informações de saída do equipamento. A seção 3.4 (3.4 APLICAÇÃO DOS MÍNIMOS QUADRADOS) apresenta a equação do modelo de Wang e explica a aplicação do método dos mínimos quadrados ao modelo em questão. A seção 3.5 (3.5 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO) apresenta a forma de cálculo das condições iniciais e de contorno para o problema da pesquisa. Por último, na seção 3.6 (3.6 APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS) é explicada a aplicação do esquema de Lax-Wendroff na equação de Navier-Stokes.

O Capítulo 4, (4 RESULTADOS) apresenta e comenta os resultados vinculados aos: dados obtidos (Seção 4.1), à equação de equilíbrio (Seção 4.2), às condições de contorno (Seção 4.3) e à solução numérica (Seção 4.4). Tanto em regime permanente quanto em regime transiente.

O Capítulo 5 (5 CONCLUSÃO) contém na seção 5.1 (5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS) as conclusões dos resultados, e na seção 5.2 (68) sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo apresenta os conceitos pertinentes ao presente trabalho e é composto por sete seções. A seção 2.1 cita e define as escalas de representação. Entre elas a microscópica, mesoscópica e macroscópica. A seção 2.2 explica as duas descrições de um meio contínuo. São elas a Lagrangeana e a Euleriana. Na seção 2.3 são exibidos modelos de equilíbrio para o tráfego veicular, tais como: Greenshields, Greenberg, Underwood, Pipes-Munjal, Kerner, MacNicholas e Wang. A seção 2.4 apresenta o Método dos Mínimos Quadrados. Na seção 2.5 é demonstrado a Equação de Navier-Stokes. Finalmente, a seção 2.6 contém a Equação de Navier-Stokes adaptada ao tráfego veicular. E a seção 2.7 mostra o Método das Diferenças Finitas, sua forma explícita e a implementação do esquema de Lax-Wendroff.

### 2.1 ESCALAS DE REPRESENTAÇÃO

Para que um fluido seja considerado um meio contínuo, pode-se utilizar o conceito do número de Knudsen (BIRD et al., 2007). O número de Knudsen  $k_n = \frac{\lambda}{L}$  representa a razão entre a distância média entre as partículas ( $\lambda$ ) e alguma dimensão relevante onde é realizado o experimento. Se  $k_n \ll 1$ , então o fluido em questão é considerado um meio contínuo.

Bassalo (1973) afirma que, uma vez considerado como contínuo o todo ou a parte de um fluido, este meio em questão atende as equações da Mecânica do Contínuo. Para observar e representar um determinado meio contínuo, pode-se utilizar diferentes escalas. Assim como descrito por Bonzani e Gramani (2009), cada uma delas deve ser escolhida adequadamente de acordo com o meio em questão. Entre as possíveis escalas, para o fluxo de tráfego veicular, pode-se citar a microscópica, a mesoscópica e a macroscópica, cujas características e diferenças serão apresentadas a seguir:

### 2.1.1 Escala Microscópica

A escala microscópica se refere às partículas identificadas individualmente. Cada veículo é analisado medindo sua posição e velocidade ao longo do tempo e trajeto percorrido. A equação diferencial do modelo matemático para esta escala rege apenas o veículo escolhido, e o conjunto dessas equações descreve o fluxo de tráfego veicular.

### 2.1.2 Escala Mesoscópica

A escala mesoscópica, ou cinética, refere-se à várias partículas. Entretanto, não sendo possível observar todas as partículas do sistema, considera-se uma distribuição adequada de probabilidades. Neste caso, os modelos matemáticos são compostas por equações integro diferenciais não-lineares. Suas variáveis são aleatórias e a solução é uma função que descreve a evolução da distribuição de probabilidades.

### 2.1.3 Escala Macroscópica

A escala macroscópica refere-se ao conjunto de partículas que compõem o sistema analisado. Os valores de velocidade são obtidos por meio de médias aritméticas das medições. Os modelos matemáticos são semelhantes aos da hidrodinâmica, no qual suas equações diferenciais provêm das leis de conservação de massa e quantidade de movimento. Uma única equação diferencial rege o fluxo de tráfego veicular.

Para esta trabalho, estabelece-se como macroscópica a escala mais apropriada para coleta de dados, aplicação dos métodos numéricos e a simulação do tráfego veicular no local do problema.



## 2.2 DESCRIÇÃO DE UM MEIO CONTÍNUO

Para obtenção de dados relacionados as grandezas de um meio contínuo qualquer, deve-se escolher uma das duas descrições apresentadas a seguir (LAI; RUBIN; KREMPL, 1993):

### 2.2.1 Definição de um Meio Contínuo

Define-se Descrição Lagrangeana quando a grandeza do meio contínuo é obtida acompanhando uma determinada partícula ao longo de sua trajetória no espaço. Para isso, é necessário que o observador identifique uma ou mais partículas, prenda-se à ela e registre o seu movimento ao longo do tempo.

### 2.2.2 Descrição Lagrangeana

Define-se Descrição Lagrangeana quando a grandeza do meio contínuo é obtida acompanhando uma determinada partícula ao longo de sua trajetória no espaço. Para isso, é necessário que o observador identifique uma ou mais partículas, prenda-se à ela e registre o seu movimento ao longo do tempo.

### 2.2.3 Descrição Euleriana

Define-se Descrição Euleriana ou Espacial quando a grandeza do meio contínuo é determinada por meio da observação em um local fixo, por onde as partículas se movimentarão. Para isso, é necessário que o observador fixe um local apropriado e registre uma propriedade qualquer ao longo do tempo. Como exemplo, o módulo da velocidade, o sentido e a direção das partículas que passam por um determinado local a cada instante de tempo.

$$v(x, t) = \frac{dx}{dt} \quad (2.2.2.1)$$

Na equação (2.2.2.1)  $v$  representa o módulo da velocidade,  $dx$  a variação de espaço e  $dt$  a variação de tempo. Nesta representação, as variáveis são denominadas Variáveis de Euler, as quais são independentes e os valores podem ser alterados desde que em momentos distintos. Pode-se ainda relacionar duas representações, bastando o fato de elas serem independentes da posição do observador.

$$\rho(v, q) = \rho[v, q(n, t)] = \frac{q}{v} = \frac{n}{vt} \quad (2.2.2.2)$$

Na expressão (2.2.2.2)  $\rho$  representa a densidade,  $q$  representa o fluxo e  $n$  a quantidade de elementos.

### 2.3 MODELOS DE EQUILÍBRIO PARA O TRÁFEGO VEICULAR

Diversos modelos para a equação de equilíbrio da relação entre velocidade e densidade para o fluxo de tráfego veicular vêm sendo desenvolvidos desde os anos 1930. Algumas delas serão apresentadas nesta seção. Um bom modelo permite conhecer condições de contorno para a resolução de equações diferenciais que regem o fluxo de tráfego veicular (PRADO, 2010). Entre essas condições pode-se citar o fluxo e a velocidade em locais de densidade mínima e máxima, e a densidade para fluxo máximo.

Para os modelos que serão apresentados nas subseções (2.3.1) a (2.3.5), considera-se  $v$  a velocidade,  $v_f$  a velocidade média livre de congestionamento,  $\rho$  a densidade e  $\rho_j$  a densidade máxima para o local. Nas subseções (2.3.6) e (2.3.7),  $m, n, \theta_1, \theta_2 e \rho_t$  são parâmetros de comportamento das curvas dos gráficos cujas equações os contém. Para as plotagens dos gráficos contidos nas Figuras 1 à 6, o eixo das abcissas tem como intervalo  $[0, \rho_j]$ , e o eixo das ordenadas tem como intervalo  $[0, v_f]$ .

### 2.3.1 Modelo de Greenshields

Modelo linear de Greenshields (1935) definido pela equação (2.3.1) e representado pela Figura 1.

$$v(\rho) = v_f \left(1 - \frac{\rho}{\rho_j}\right) \quad (2.3.1)$$

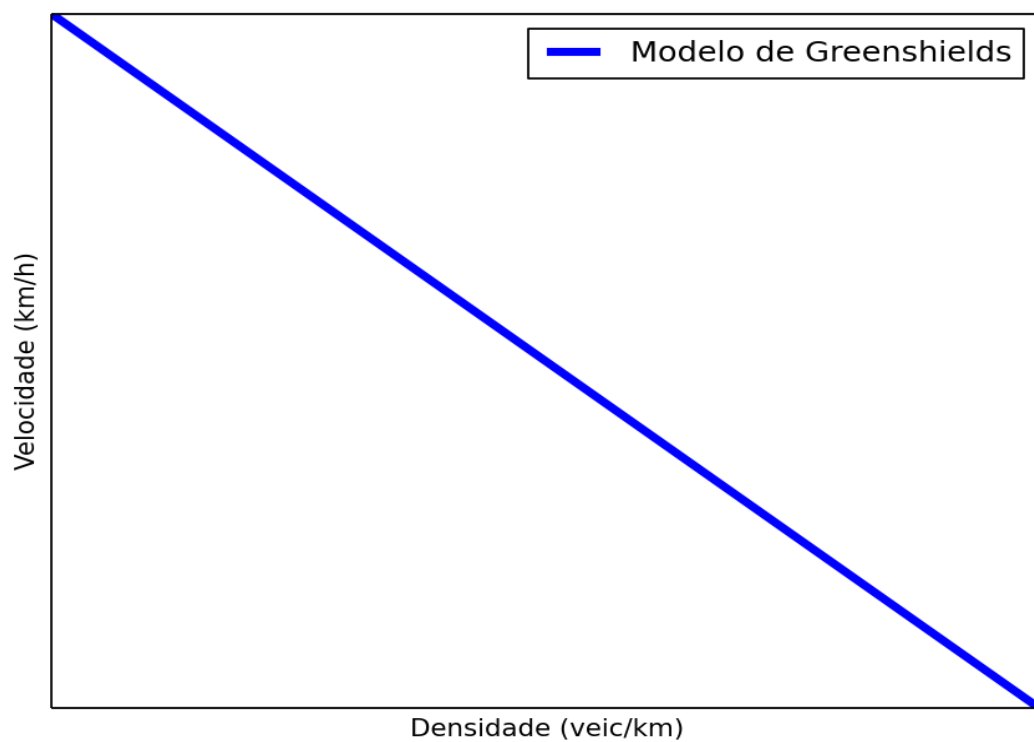


FIGURA 1 – MODELO LINEAR DE GREENSHIELDS (1935)

### 2.3.2 Modelo de Greenberg

Modelo logarítmico de Greenberg (1959) definido pela equação (2.3.2) e representado pela Figura 2.

$$v(\rho) = v_f \log\left(\frac{\rho_j}{\rho}\right) \quad (2.3.2)$$

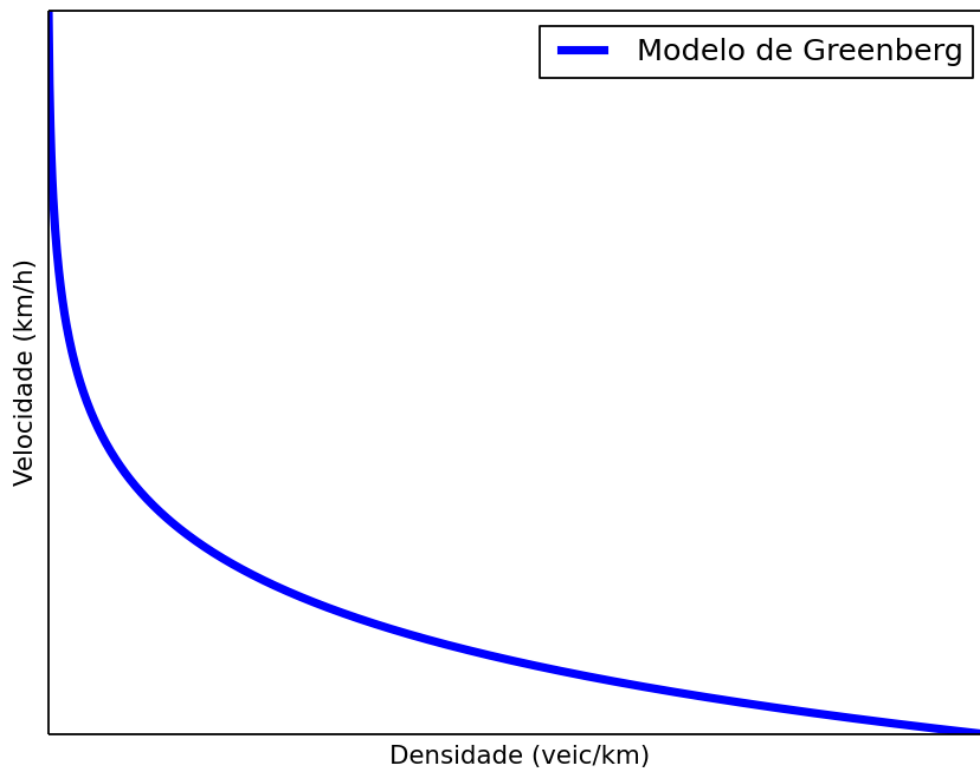


FIGURA 2 – MODELO LOGARÍTMICO DE GREENBERG (1959)

### 2.3.3 Modelo de Underwood

Modelo exponencial de Underwood (1961) definido pela equação (2.3.3) e representado pela Figura 3.

$$v(\rho) = v_f \exp\left(\frac{-\rho}{\rho_j}\right) \quad (2.3.3)$$

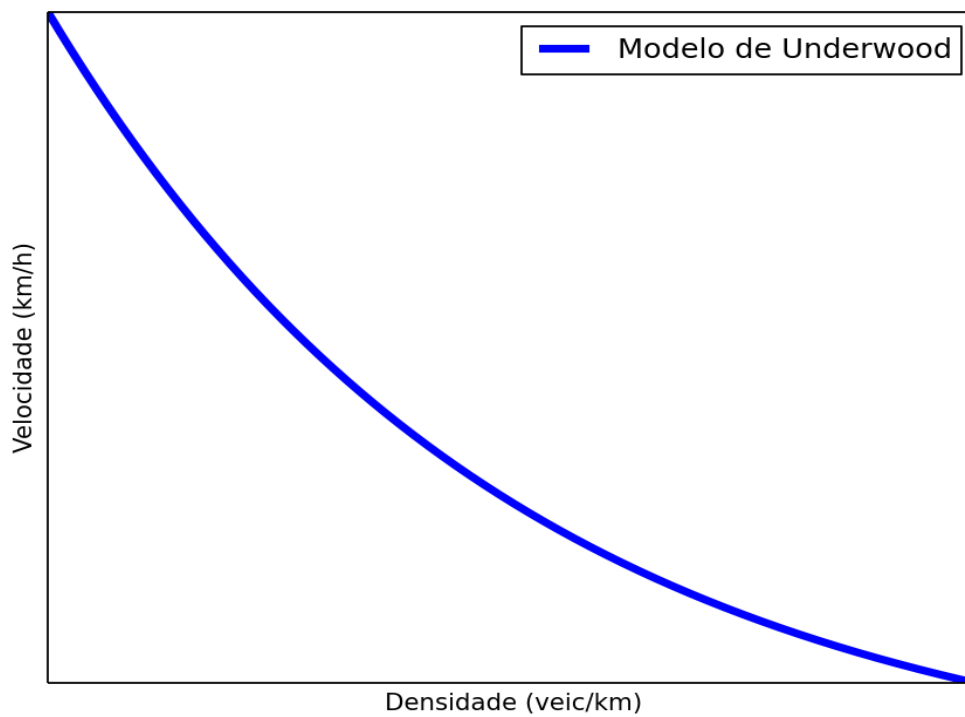


FIGURA 3 – MODELO EXPONENCIAL DE UNDERWOOD (1961)

### 2.3.4 Modelo de Pipes e Munjal

Modelo de Pipes e Munjal (1967) para rodovias de múltiplas faixas definido pela equação (2.3.4), no qual  $n$  representa o número de faixas, e abaixo representado pela Figura 4.

$$v(\rho) = v_f \left(1 - \frac{\rho}{\rho_j}\right)^n \quad (2.3.4)$$

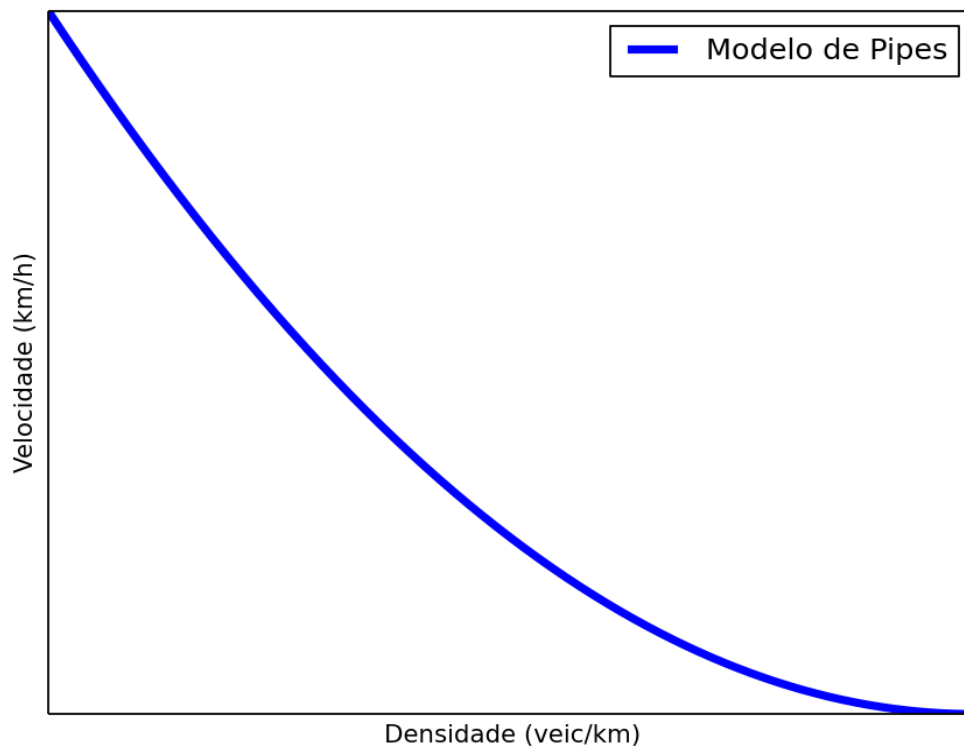


FIGURA 4 – MODELO DE PIPES E MUNJAL (1967)

Para a plotagem do gráfico contido na Figura 4 foi considerado uma rodovia com duas faixas de circulação (  $n=2$  ).

### 2.3.5 Modelo de Kerner

Modelo exponencial de Kerner e Konhauser (1994) definido pela equação (2.3.5) e representado pela Figura 5.

$$v(\rho) = v_f \left( \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{25}{6} \frac{\rho}{\rho_j}\right)} - 3,72 \times 10^{-6} \right) \quad (2.3.5)$$

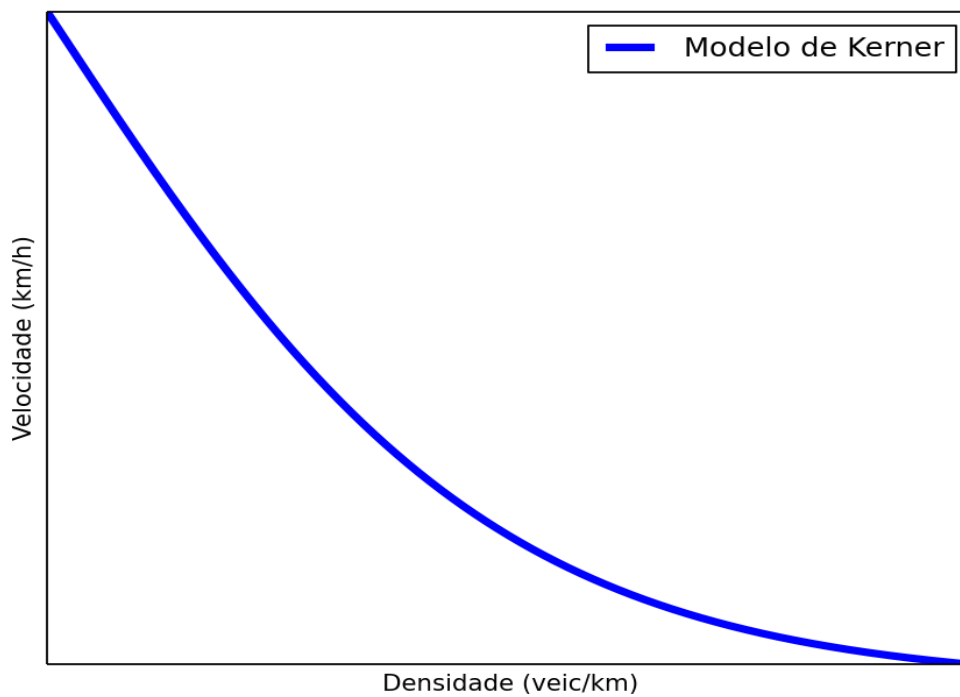


FIGURA 5 – MODELO DE KERNER E KONHAUSER (1994)

### 2.3.6 Modelo de MacNicholas

Modelo exponencial com 4 parâmetros de MacNicholas (2008) definido pela equação (2.3.6), no qual  $m$  e  $n$  são parâmetros de comportamento, e representado pela Figura 6.

$$v = v_f \left( \frac{\rho_j^n - \rho^n}{\rho_j^n + m \rho^n} \right) \quad (2.3.6)$$

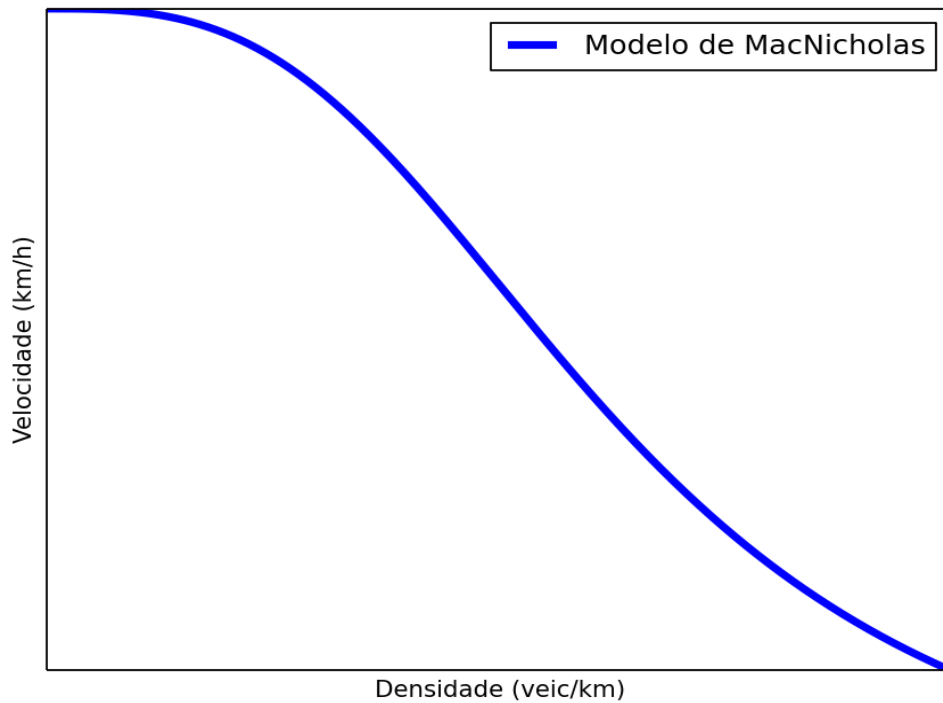


FIGURA 6 – MODELO DE MACNICHOLAS (2008)



### 2.3.7 Modelo de Wang

Partindo do modelo de MacNicholas (2008), Wang et al. (2011) aprimoraram o modelo matemático, da relação velocidade versus densidade, para uma equação exponencial com 5 parâmetros dada da seguinte forma:

$$v = v_b + \frac{v_f - v_b}{(1 + \exp(\frac{\rho - \rho_t}{\theta_1}))^{\theta_2}}, \quad (2.3.7)$$

no qual  $v_f$  é a velocidade média para fluxo livre de congestionamento,  $v_b$  é a velocidade em condição de densidade máxima,  $\rho_t$  é a densidade de transição de livre de congestionamento para congestionado,  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são parâmetros de comportamento da velocidade em relação às densidades.

Em sua publicação, Wang et al. (2011), modelou a equação (2.3.7) e usou dados coletados em uma rodovia no estado da Califórnia, EUA, para ajustar os parâmetros e obter a função plotada conforme o Figura 7.

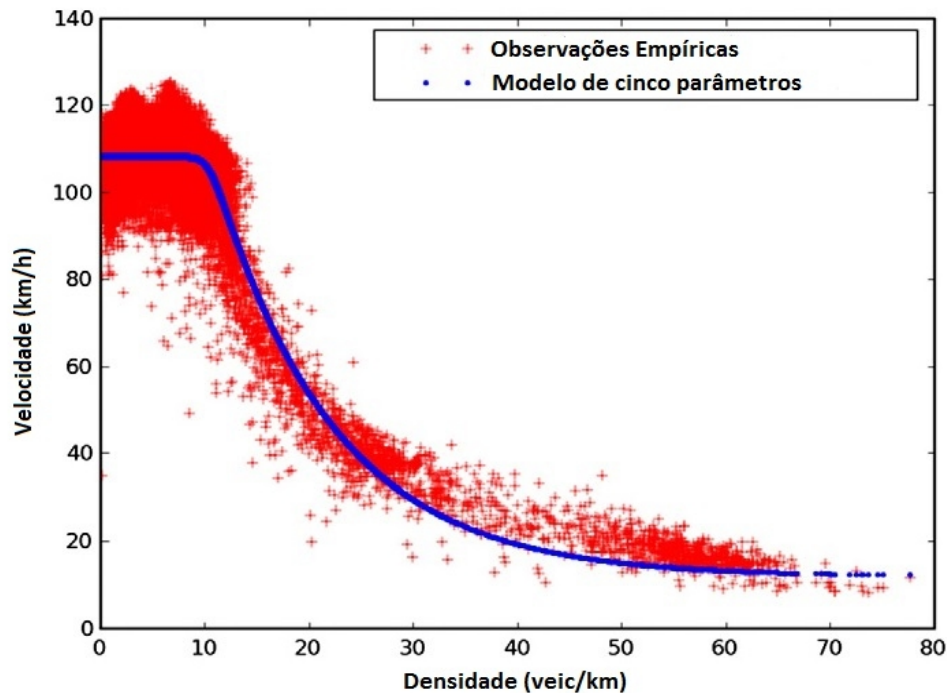


FIGURA 7 – MODELO DE WANG ET AL. (2011)

FONTE: Wang et al. (2011)

## 2.4 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Com o objetivo de representar um conjunto de dados por meio de uma função, pode-se aplicar o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Considerando que não é possível encontrar uma função que satisfaça todos os dados existentes, o método consiste em minimizar a soma dos quadrados das distâncias entre os dados existentes e seus respectivos valores na função desejada (LEON, 2011). A Figura 8 representa o método aplicado para uma função linear na qual minimiza-se o somatório das distâncias simbolizadas por  $d$ .

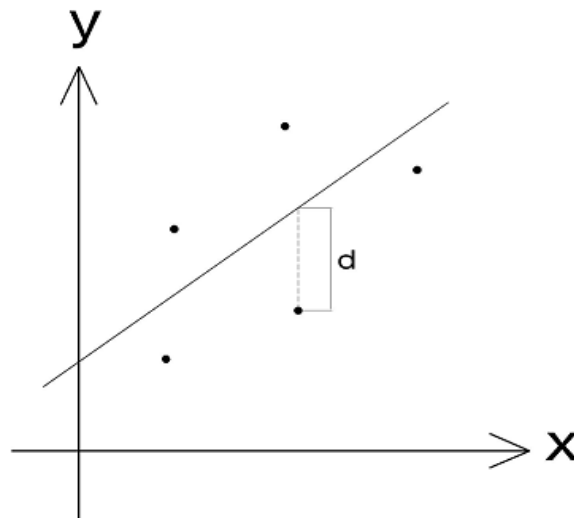


FIGURA 8 - SOLUÇÃO DE MÍNIMOS QUADRADOS

Considere  $d_i$  a distância entre um ponto existente até a função desejada no ponto de mesmo domínio  $x_i$ . Para ajustar a função  $f(x)$  da melhor forma possível, deve-se minimizar a seguinte soma:

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 = d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 \quad (2.4.1)$$

As distâncias devem ser elevadas ao quadrado ou considerada seus valores absolutos, pois assim, não há possibilidade de a soma de valores positivos e negativos causar engano na minimização do somatório.

Seja  $f(x)$  uma função de forma que contém o termo independente  $x$  e os parâmetros  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p$ . Deseja-se que a função  $f(x)$ , por meio do MMQ, seja da melhor forma ajustada aos conjuntos de pares ordenados  $(a_i, b_i)$  com  $i=1, 2, 3, \dots, n$ . O conceito do MMQ dado por Leon (2011) consiste na minimização da equação (2.4.1).

O somatório correspondente à equação (2.4.1) é dado por

$$F = \sum_{i=1}^n [f(a_i) - b_i]^2, \quad (2.4.2)$$

e será mínimo desde que o seguinte sistema de equações de ordem  $p$  seja satisfeito:

$$\left( \begin{array}{l} \frac{\partial F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p)}{\partial \alpha_1} = 0 \\ \frac{\partial F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p)}{\partial \alpha_2} = 0 \\ \frac{\partial F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p)}{\partial \alpha_3} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial F(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p)}{\partial \alpha_p} = 0 \end{array} \right) . \quad (2.4.3)$$

O sistema de equações (2.4.3) tem como solução os valores dos parâmetros dados por  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p$ . Os quais substituídos em  $f(x)$  a transforma na função que melhor se ajusta aos pares ordenados  $(a_i, b_i)$  com  $i=1, 2, 3, \dots, n$ .

## 2.5 EQUAÇÃO DE NAVIER-STOKES

A Equação de Navier-Stokes é um modelo matemático que descreve o escoamento de um fluido. Sua fórmula é obtida a partir dos princípios básicos da conservação de massa e de quantidade de movimento (KUNDU, 2008).

### 2.5.1 Equação da Conservação de Massa

A equação da conservação de massa é desenvolvida ao descrever o balanço de massa sobre um elemento cúbico de volume o qual está a fluir (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2007). Pode-se sistematizar da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \text{taxa de} \\ \text{variação} \\ \text{de massa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{taxa de} \\ \text{entrada} \\ \text{de massa} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{taxa de} \\ \text{saída} \\ \text{de massa} \end{bmatrix} . \quad (2.5.1.1)$$

Considerando as faces perpendiculares ao eixo  $x$  do elemento cúbico de volume  $V$ , a taxa de entrada de massa é dada por  $(\rho v_x)_x \Delta y \Delta z$  e a taxa de saída de massa por  $(\rho v_x)_{(x+\Delta x)} \Delta y \Delta z$ . Analogamente, pode-se escrever as equações em relação às faces perpendiculares aos outros dois eixos. A taxa de aumento de massa no interior do elemento de volume é  $\Delta x \Delta y \Delta z \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$ . Logo, o balanço de massa pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta y \Delta z \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) &= [(\rho v_x)_x - (\rho v_x)_{(x+\Delta x)}] \cdot \Delta y \Delta z + \\ &+ [(\rho v_y)_y - (\rho v_y)_{(y+\Delta y)}] \Delta x \Delta z + \\ &+ [(\rho v_z)_z - (\rho v_z)_{(z+\Delta z)}] \Delta x \Delta y . \end{aligned} \quad (2.5.1.2)$$

Dividindo a equação (2.5.1.2) por  $\Delta x \Delta y \Delta z$ , tomando o limite com  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  tendendo à zero, e, usando as definições de derivadas parciais, chega-se à:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left( \frac{\partial}{\partial x} \rho v_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho v_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z \right) , \quad (2.5.1.3)$$

a qual é conhecida como a Equação da Continuidade, que descreve a taxa de variação de densidade de um fluido em um elemento cúbico de volume  $V$ .

Ao reescrever a equação (2.5.1.3) utilizando notação vetorial, segue que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{v}) \quad . \quad (2.5.1.4)$$

Considerando uma única dimensão  $x$ , a equação (2.5.1.4) resume-se a:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left(\frac{\partial \rho v}{\partial x}\right) \quad ,$$

ou ainda,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0 \quad . \quad (2.5.1.5)$$

## 2.5.2 Equação da Conservação de Quantidade de Movimento Linear

Para a equação da conservação de quantidade de movimento considera-se a aplicação de uma força sobre um elemento de volume  $V$ . O balanço da conservação de quantidade de movimento sobre este elemento é sistematizado como:

$$\begin{bmatrix} \text{taxa de} \\ \text{variação} \\ \text{de momento} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{taxa de} \\ \text{entrada} \\ \text{de momento} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{taxa de} \\ \text{saída} \\ \text{de momento} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{forças} \\ \text{externas} \\ \text{sobre o fluido} \end{bmatrix} \quad . \quad (2.5.2.1)$$

A entrada e saída de quantidade de movimento em  $V$  podem ocorrer por dois mecanismos: transporte molecular de quantidade de movimento e/ou transporte convectivo de quantidade de movimento.

Transporte molecular de quantidade de movimento:

O transporte molecular de quantidade de movimento é dado da seguinte forma:  $\pi_{ij} = p\delta_{ij} + \tau_{ij}$ , no qual  $p$  é a pressão que age sempre perpendicular à face de  $V$ . O termo  $\delta_{ij}$ , matriz de Delta de Kronecker, é composta pelos valores de 1 se  $i=j$  e 0 se  $i \neq j$ . Por fim,  $\tau_{ij}$  refere-se ao tensor viscoso de tensões. Os índices  $i$  e  $j$  podem ser  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Segundo Bird, Stewart e Lightfoot (2007), o tensor viscoso de tensões é dado por:

$$\tau = -\mu(\nabla v + (\nabla v)^t) + \left(\frac{2}{3}\mu - k\right)(\nabla v)\delta, \quad (2.5.2.2)$$

no qual  $\mu$  representa a viscosidade e  $k$  a viscosidade de dilatação.

Transporte convectivo de quantidade de movimento:

Outra forma de haver entrada e saída de quantidade de movimento sobre um elemento cúbico de volume  $V$ , é o transporte convectivo de quantidade de movimento. Seja  $V$  com seu centro de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , o fluxo de quantidade de movimento sobre o plano que passa pelo ponto  $(x, y, z)$  e é perpendicular ao eixo  $x$ , é dado por  $\rho v_x \vec{v}$ . No qual  $\vec{v}$  é o vetor velocidade do fluido no elemento de volume,  $\rho$  é a densidade de  $V$  e  $v_x$  é a componente de  $\vec{v}$  na direção do eixo  $x$ . Considerando os demais eixos  $y$  e  $z$ , o fluxo de quantidade de movimento passa a possuir 9 componentes dadas por:

$$\rho v_i v_j \quad \text{com } i, j = x, y, z. \quad (2.5.2.3)$$

A combinação do transporte molecular com o transporte convectivo de quantidade de movimento é conhecida como fluxo de quantidade de movimento, e é dado por:

$$\varphi_{ij} = p\delta_{ij} + \tau_{ij} + \rho v_i v_j \quad \text{com } i, j = 1, 2, 3 \quad . \quad (2.5.2.4)$$

Por conseguinte, para a conservação de quantidade de movimento analisa-se a componente  $x$  do elemento cúbico de volume  $V$ . A taxa de entrada de quantidade de movimento sobre uma face perpendicular ao eixo  $x$  é  $(\varphi_{xx})_x \Delta y \Delta z$  e a taxa de saída sobre a face oposta é  $(\varphi_{xx})_{(x+\Delta x)} \Delta y \Delta z$ . Ainda com relação à componente  $x$ , as taxas de entrada e saída de quantidade de movimento sobre as faces perpendiculares ao eixo  $y$  são respectivamente  $(\varphi_{yx})_y \Delta x \Delta z$  e  $(\varphi_{yx})_{(y+\Delta y)} \Delta x \Delta z$ . Similarmente, as taxas de entrada e saída de quantidade de movimento sobre as faces perpendiculares ao eixo  $z$  são respectivamente  $(\varphi_{zx})_z \Delta x \Delta y$  e  $(\varphi_{zx})_{(z+\Delta z)} \Delta x \Delta y$ . Ao somarmos as diferenças dos três pares de contribuições com relação ao componente  $x$ , tem-se que:

$$\begin{aligned} \Delta y \Delta z \cdot [(\varphi_{xx})_x - (\varphi_{xx})_{(x+\Delta x)}] + \Delta x \Delta z \cdot [(\varphi_{yx})_y - (\varphi_{yx})_{(y+\Delta y)}] + \\ + \Delta x \Delta y [(\varphi_{zx})_z - (\varphi_{zx})_{(z+\Delta z)}] \quad , \end{aligned} \quad (2.5.2.5)$$

o qual representa a taxa de entrada de quantidade de movimento menos a taxa de saída de quantidade de movimento sobre o elemento cúbico de volume  $V$ .

Considerando não haver forças externas sobre o elemento cúbico de volume  $V$ , e tomando a taxa de aumento de quantidade de movimento como  $\frac{\partial}{\partial t} \rho v_x \Delta x \Delta y \Delta z$ , forma-se, a partir do balanço de quantidade de movimento (2.5.2.1), a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial}{\partial t} \rho v_x = \Delta y \Delta z [(\varphi_{xx})_x - (\varphi_{xx})_{(x+\Delta x)}] \\ + \Delta x \Delta z [(\varphi_{yx})_y - (\varphi_{yx})_{(y+\Delta y)}] \\ + \Delta x \Delta y [(\varphi_{zx})_z - (\varphi_{zx})_{(z+\Delta z)}] + 0 \quad . \end{aligned} \quad (2.5.2.6)$$

Dividindo a equação (2.5.2.6) por  $\Delta x \Delta y \Delta z$  e assumindo o limite da mesma com  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$  tendendo a zero, e ainda, usando as definições de derivadas parciais, segue para a componente  $x$  que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_x = - \left( \frac{\partial}{\partial x} \varphi_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \varphi_{yx} + \frac{\partial}{\partial z} \varphi_{zx} \right) . \quad (2.5.2.7)$$

Equações similares podem ser formuladas para as componentes  $y$  e  $z$ . Segundo Bird, Stewart e Lightfoot (2007), as mesmas podem ser escritas como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_y = - \left( \frac{\partial}{\partial x} \varphi_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \varphi_{yy} + \frac{\partial}{\partial z} \varphi_{zy} \right) \quad (2.5.2.8)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_z = - \left( \frac{\partial}{\partial x} \varphi_{xz} + \frac{\partial}{\partial y} \varphi_{yz} + \frac{\partial}{\partial z} \varphi_{zz} \right) . \quad (2.5.2.9)$$

As equações (2.5.2.7) à (2.5.2.9), em notação vetorial, podem ser compactadas em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_i = - [\nabla \Phi]_i \quad \text{com } i=x, y, z . \quad (2.5.2.10)$$

Substituindo a equação (2.5.2.4) em (2.5.2.10) chega-se à equação da conservação de quantidade de movimento dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v = - [\nabla \rho v v] - \nabla p - [\nabla \cdot \tau] , \quad (2.5.2.11)$$

na qual  $\tau$  é dada pela equação (2.5.2.2).



## 2.6 NAVIER-STOKES ADAPTADO AO TRÁFEGO VEICULAR

Os primeiros modelos macroscópicos que descrevem o fluxo de tráfego veicular foram propostos por Lighthill e Whitham (1955). Alguns anos mais tarde, Whitman (1974) e Payne (1979) consideraram o fluxo de tráfego veicular análogo ao de um fluido e desenvolveram equações diferenciais de segunda ordem. Seguindo a mesma linha de pesquisa, Aw e Rascle (2000) efetuaram correções sobre as equações de Whitman (1974) e Payne (1979) e ajustaram os modelos para o tráfego veicular.

Marques Jr. e Mendez (2013), partindo da Equação de Boltzmann, desenvolveram uma equação de segunda ordem para o fluxo de tráfego veicular similar a Equação de Navier-Stokes. Aplicaram o Método de Chapman-Enskog e o Método de Momentos de Grad com o objetivo de resolver o problema da viscosidade contido na equação desenvolvida. Basearam-se na similaridade do resultado obtido com a forma para fluidos viscosos de Navier-Stokes, e definiram um coeficiente de viscosidade de tráfego veicular. Aplicaram esse coeficiente na Equação de Navier-Stokes adaptando-a para o tráfego veicular.

Ao aplicarem o Método de Chapman-Enskog para o tráfego veicular, Marques Jr. e Mendez (2013) chegaram à uma equação para o termo de pressão de tráfego dado por:

$$\bar{\omega} = \frac{\rho v^2}{\alpha} - 2 \frac{\rho v^2}{\alpha} \tau \left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \right) , \quad (2.6.1)$$

no qual  $\tau$  representa o tempo de relaxamento coletivo e  $\alpha$  é o parâmetro de forma. Na mesma oportunidade, esses autores usaram o Método dos Momentos de Grad para resolver a Equação de Boltzmann, no qual o termo de diferença de pressão do tráfego encontrado é dado por:

$$\hat{\omega} = -2 \frac{\rho v^2}{\alpha} \tau \left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \right) \frac{\partial v}{\partial x} , \quad (2.6.2)$$

concluindo que ambos métodos são física e matematicamente equivalentes.

Uma vez que as relações de pressão do tráfego tem uma forma similar à relação de Navier-Stokes para fluidos viscosos, Marques Jr. e Mendez (2013) concluíram que, para o fluxo de tráfego veicular, o termo viscosidade pode ser dado por:

$$\mu(\rho, v) = 2 \frac{\rho v^2}{\alpha} \tau \left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \right) . \quad (2.6.3)$$

Substituindo a equação (2.6.1) ou (2.6.2) nas equações da conservação de massa e de quantidade de movimento, obtêm-se à Equação de Navier-Stokes unidimensional adaptada ao tráfego veicular, dada por:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} = S(U) , \quad (2.6.4)$$

no qual

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v \end{pmatrix} , \quad (2.6.5)$$

$$F(U) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \left( \frac{\alpha+1}{\alpha} \right) \rho v^2 \end{pmatrix} \quad (2.6.6)$$

e

$$S(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho v \left( \frac{w-1}{\tau} \right) - \rho(1-p)P \end{pmatrix} , \quad (2.6.7)$$

os quais compõem a equação (2.6.4) de forma matricial.

## 2.7 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Como método para a resolução de equações diferenciais pode ser adotado o Método das Diferenças Finitas (MDF), o qual aproxima os valores das derivadas por diferenças finitas (THOMAS, 1995). As fórmulas das derivadas são obtidas por meio da função na forma de Expansão em Série de Taylor, como mostrado a seguir:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)(x-a)^2}{2!} + \dots + \frac{f^{(n-1)}(a)(x-a)^{(n-1)}}{(n-1)!} \quad (2.7.1)$$

A partir da equação (2.7.1), pode-se escrever  $f(x+\Delta x)$  e  $f(x-\Delta x)$  da seguinte forma:

$$\begin{aligned} f(x+\Delta x) = f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x + \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} + \frac{d^3 f}{dx^3} \frac{(\Delta x)^3}{3!} + \dots \\ \dots + \frac{d^{(n-1)} f}{dx^{(n-1)}} \frac{(\Delta x)^{(n-1)}}{(n-1)!} \end{aligned} \quad (2.7.2)$$

e

$$\begin{aligned} f(x-\Delta x) = f(x) - \frac{df}{dx} \Delta x + \frac{d^2 f}{dx^2} \frac{(\Delta x)^2}{2!} - \frac{d^3 f}{dx^3} \frac{(\Delta x)^3}{3!} + \dots \\ \dots - \frac{d^{(n-1)} f}{dx^{(n-1)}} \frac{(\Delta x)^{(n-1)}}{(n-1)!} \end{aligned} \quad (2.7.3)$$

Para  $(n=2)$  tem-se  $f(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$ , e subtraindo (2.7.3) de (2.7.2) chega-se à:

$$f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x) = [f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x] - [f(x) - \frac{df}{dx} \Delta x] ,$$

$$f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x) = f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x - f(x) + \frac{df}{dx} \Delta x ,$$

$$f(x+\Delta x)-f(x-\Delta x)=\frac{df}{dx}\Delta x+\frac{df}{dx}\Delta x \quad ,$$

$$\frac{df}{dx}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$$

ou

$$\frac{du}{dx}=\frac{u_{(i+1)}-u_{(i-1)}}{2\Delta x} \quad . \quad (2.7.5)$$

As equações (2.7.4) e (2.7.5) representam a fórmula da derivada primeira para o MDF com erro de ordem  $(\Delta x)^2$  .

Para  $n=3$  tem-se  $f(x)=f(a)+f'(a)(x-a)+[f''(a)(x-a)^2]/2!$  , e somando as equações (2.7.2) e (2.7.3) chega-se à:

$$\begin{aligned} f(x+\Delta x)+f(x-\Delta x) &= [f(x)+\frac{df}{dx}\Delta x+\frac{d^2f}{dx^2}\frac{(\Delta x)^2}{2!}] \\ &+ [f(x)-\frac{df}{dx}\Delta x+\frac{d^2f}{dx^2}\frac{(\Delta x)^2}{2!}] \quad , \end{aligned}$$

$$f(x+\Delta x)+f(x-\Delta x)=2f(x)+\frac{d^2f}{dx^2}\frac{2(\Delta x)^2}{2!} \quad ,$$

$$\frac{d^2f}{dx^2}=\frac{f(x+\Delta x)-2f(x)+f(x-\Delta x)}{(\Delta x)^2} \quad (2.7.6)$$

ou

$$\frac{d^2u}{dx^2}=\frac{u_{(i+1)}-2u_i+u_{(i-1)}}{(\Delta x)^2} \quad . \quad (2.7.7)$$

As equações (2.7.6) e (2.7.7) representam a fórmula da derivada segunda para o MDF com erro de ordem  $(\Delta x)^3$ .

Aplicando a equação (2.7.7) em (2.7.5) obtém-se:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{d^2 u}{dx^2} \right) = \frac{\left[ \frac{u_{(i+2)} - 2u_{(i+1)} + u_i}{(\Delta x)^2} \right] - \left[ \frac{u_i - 2u_{(i-1)} + u_{(i-2)}}{(\Delta x)^2} \right]}{2\Delta x}, \quad (2.7.8)$$

ou

$$\frac{d^3 u}{dx^3} = \frac{u_{(i+2)} - 2u_{(i+1)} + 2u_{(i-1)} - u_{(i-2)}}{2(\Delta x)^3}. \quad (2.7.9)$$

As equações (2.7.8) e (2.7.9) representam a fórmula da derivada terceira para o MDF com erro de ordem  $(\Delta x)^2$ .

Aplicando a equação (2.7.7) nela mesma, analogamente chega-se à:

$$\frac{d^4 u}{dx^4} = \frac{u_{(i+2)} - 4u_{(i+1)} + 6u_i - 4u_{(i-1)} + u_{(i-2)}}{(\Delta x)^4}. \quad (2.7.10)$$

A equação (2.7.10) representa a fórmula da derivada quarta para o MDF com erro de ordem  $(\Delta x)^3$ .

### 2.7.1 Forma Explícita

As soluções numéricas das equações diferenciais dependentes do tempo podem ser calculados na forma explícita ou implícita. O método na forma explícita exhibe a solução utilizando o resultado no tempo anterior, ao passo que a forma implícita mostra a solução utilizando os tempos anterior e atual (TANNEHILL; ANDERSON; PLETCHER, 1997).

De forma genérica, a forma explícita é dada pela seguinte equação:

$$u(t+\Delta t)=F(u(t)) \quad , \quad (2.7.1.1)$$

no qual  $u(t)$  representa o resultado numérico no tempo anterior.

### 2.7.2 Método de Lax-Wendroff

O esquema de “dois passos” proposto por Lax-Wendroff é um método para resolução de equações diferenciais parciais de segunda ordem no tempo e no espaço. Sua implementação evita dissipação numérica e movimentação de malha (PRESS et al., 2007). Primeiramente, o processo calcula por diferenças centradas, os valores nos meios tempos e meios espaços de malha, da seguinte forma:

$$u_{(j+\frac{1}{2})}^{(n+\frac{1}{2})} = \frac{1}{2}(u_{(j+1)}^n + u_j^n) - \frac{\Delta t}{\Delta x}(F_{(j+1)}^n - F_j^n) + \frac{\Delta t}{2}(S_j^n + S_{(j+1)}^n) \quad , \quad (2.7.2.1)$$

no qual  $n$  indica o avanço no tempo e  $j$  indica o avanço no espaço. Isto posto, pode-se obter a solução no tempo seguinte por meio da expressão:

$$u_j^{(n+1)} = u_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}(F_{(j+\frac{1}{2})}^{(n+\frac{1}{2})} - F_{(j-\frac{1}{2})}^{(n+\frac{1}{2})}) + \frac{\Delta t}{2}(S_{(j+\frac{1}{2})}^{(n+\frac{1}{2})} + S_{(j-\frac{1}{2})}^{(n+\frac{1}{2})}) \quad . \quad (2.7.2.2)$$

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo apresenta os materiais e os procedimentos usados nesta pesquisa. É composto por seis seções. Na seção 3.1 (APRESENTAÇÃO DO LOCAL) é caracterizado o local do problema. A seção 3.2 (MATERIAIS) descreve o material utilizado para a coleta dos dados. A seção 3.3 (OBTENÇÃO DOS DADOS) explica os procedimentos metodológicos para a formação dos dados de entrada do problema. A seção 3.4 (MÍNIMOS QUADRADOS AO MODELO DE WANG) descreve a aplicação do método dos mínimos quadrados para regressão dos dados ao modelo de Wang et al. (2011). A seção 3.5 (CÁLCULO DAS CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO) apresenta a forma de cálculo das condições iniciais e de contorno. A seção 3.6 (FORMA EXPLÍCITA COM LAX-WENDROFF) contém a forma de aplicação do método das diferenças finitas com o esquema de Lax-Wendroff.

#### 3.1 APRESENTAÇÃO DO LOCAL

O local escolhido como objeto para esta pesquisa, Figuras 9 e 10, foi um trecho do quilômetro 106 da rodovia BR 116 no sentido norte (BR 116 KM 106 N) localizado no município de São José dos Pinhais, Paraná, Brasil. A obtenção dos dados, com o apoio da Polícia Rodoviária Federal, ocorreu aos onze dias do mês de junho do ano de dois mil e treze (11/06/2013), no período das 8h às 13h.

Nos meses de maio a julho de 2013, uma obra de repavimentação da faixa da direita da pista sentido norte (BR 116 KM 106 N) fez com que o fluxo de veículos ocorresse apenas pela faixa da esquerda. Segundo a Polícia Rodoviária Federal, tal situação gerou congestionamentos diários formando fila de veículos com cinco à sete quilômetros de extensão no sentido norte.

Outra característica do local é a ausência de acessos ou saídas de veículos entre os quilômetros 106 e 112 da BR 116 N. Dessa forma, além de não haver ultrapassagens, não há veículos entrando ou saindo da rodovia.

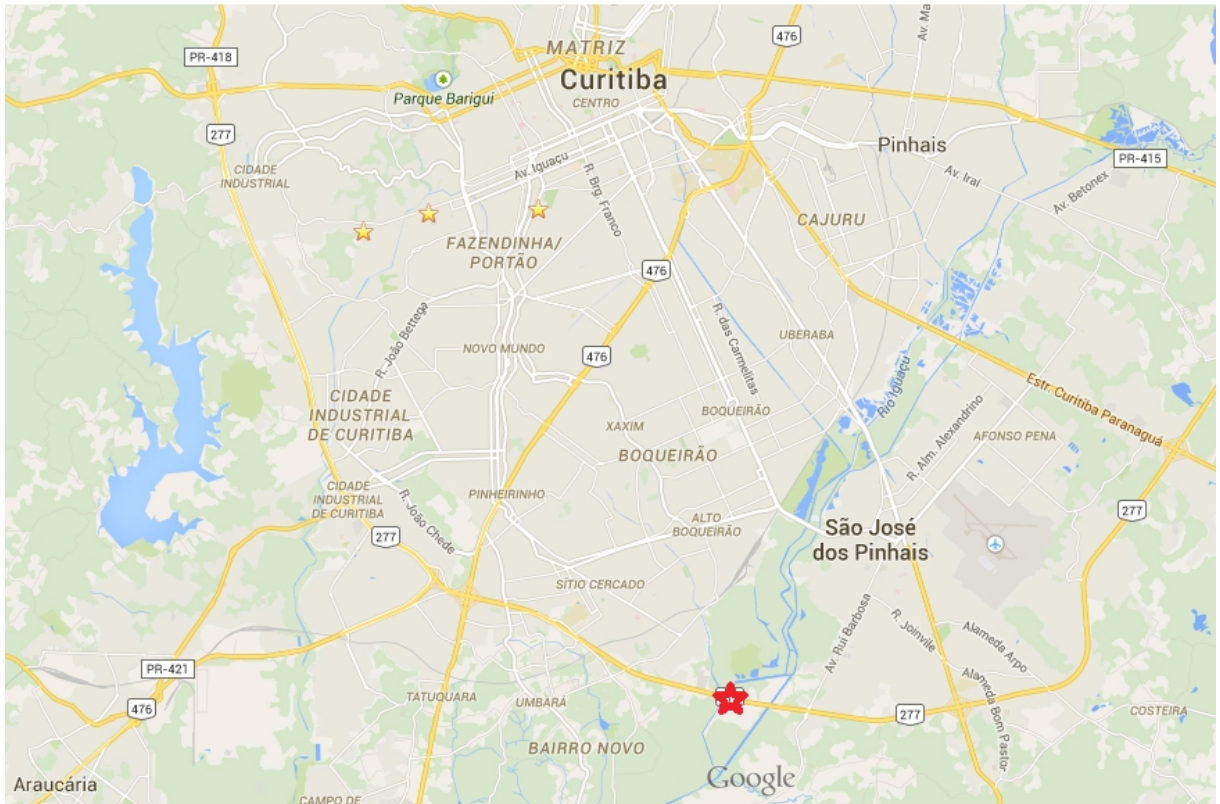


FIGURA 9 – MAPA DO LOCAL DO ESTUDO DE CASO

FONTE: Google Earth (2015)



FIGURA 10 – LOCAL DE OBTENÇÃO DOS DADOS

FONTE: Google Earth (2014)



As Figuras 11 e 12 são imagens do local de obtenção dos dados.



FIGURA 11 – VEÍCULOS ANTES DO LOCAL DE MEDIÇÃO



FIGURA 12 – VEÍCULOS NO LOCAL DA MEDIÇÃO

A ausência de acessos e saídas do local apresentado, a impossibilidade de ultrapassagem e as altas densidades veiculares, possibilitaram a coleta dos dados de velocidade e densidade veicular sem perturbações externas, como exemplo, a entrada e saída de veículos. Tais características, assim como sugerido por Mendez (2008), permitem considerar o fluxo veicular análogo ao movimento de um meio contínuo. Consequentemente, torna-se possível usar modelos macroscópicos para a descrição do movimento em questão.

### 3.2 MATERIAIS

Para a obtenção dos dados foi utilizado, com o apoio do Departamento de Polícia Rodoviária Federal (DPRF), um equipamento registrador instantâneo de velocidade. Radar estático e/ou portátil de modelo Trucam LTI20/20 e número de série TC1282, da marca Lasertech apresentado na Figura 13.



FIGURA 13 – RADAR DE VELOCIDADE

O equipamento citado pertence ao DPRF, homologado pelo Departamento Nacional de Trânsito (DENATRAN) e aferido conforme certificado de aferição número 17/2011 do Instituto Nacional de Metrologia (INMETRO), o qual encontra-se no Anexo A (CERTIFICADO INMETRO DO RADAR).

### 3.3 OBTENÇÃO DOS DADOS

As velocidades e densidades referentes a cada veículo foram medidas sob o ponto de vista microscópico, semelhante à dinâmica dos fluidos, na qual cada veículo é tratado como uma partícula. A medição foi realizada conforme a Descrição Euleriana, fixando-se um ponto adequado para medir a velocidade de cada veículo e o momento em que ele passa por este local (Figura 14).

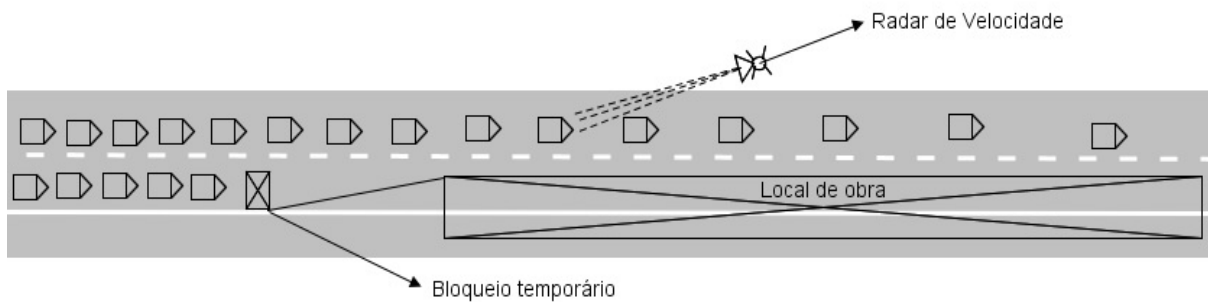


FIGURA 14 – LOCAL DE MEDIÇÃO E POSIÇÃO DO RADAR

Os dados obtidos pelo equipamento são a velocidade do veículo e o instante em que este passa em frente ao feixe de laser emitido pelo radar, conforme exemplo a seguir representado pela Tabela 1.  $V$  representa o veículo o qual sua velocidade  $Vel$  é medida no instante de tempo dada na forma hh (horas) - mn (minutos) - ss (segundos).

$V$	$Vel$	hh-mn-ss
1	34	08-12-47
2	37	08-12-51
3	32	08-12-58
4	35	08-13-03
5	33	08-13-09

:

TABELA 1 – EXEMPLO DE DADOS DE SAÍDA DO RADAR

Para esta etapa do trabalho foi utilizado o *Microsoft Developer Studio* para compilação dos algoritmos na linguagem Fortran. Os dados de saída do radar são os dados de entrada do programa desenvolvido. Esses foram processados gerando dois arranjos de dados, um para a velocidade e outro para a diferença de tempo entre cada medição. Como exemplo, a Tabela 2 mostra os arranjos  $vel(i)$  para velocidade em quilômetros por hora e  $dt(i)$  para diferença de tempo em segundos.

```

vel(1) = 34, dt(1) = 0
vel(2) = 37, dt(2) = 4
vel(3) = 32, dt(3) = 7
vel(4) = 35, dt(4) = 5
vel(5) = 33, dt(5) = 6
:
```

TABELA 2 – ARRANJOS DE VELOCIDADE E DIFERENÇA DE TEMPO

Os valores do arranjo  $dt(i)$  são calculados por meio da subtração simples entre o instante da medição  $i$  e  $i-1$ . Ressalta-se que para  $i=1$  considera-se  $dt(1)=0$ . O valor da densidade em que se encontra cada veículo é calculado pelo programa desenvolvido da seguinte forma:

$$q = \frac{n}{dt} \quad , \quad (3.3.1)$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad e \quad (3.3.2)$$

$$\rho = \frac{n}{ds} \quad , \quad (3.3.3)$$

então

$$\rho(i) = \frac{q(i)}{v(i)} \quad . \quad (3.3.4)$$

Considerando  $n=4$ , o cálculo de  $\rho(i)$  torna-se:

$$\rho(i) = \frac{4 \cdot (3600)}{[dt(i-1) + dt(i) + dt(i+1) + dt(i+2)]v(i)} \quad (3.3.5)$$

Observa-se que para o cálculo da densidade relativa ao veículo  $i$ , considera-se um veículo atrás e dois veículos à sua frente,  $(i-1)$ ,  $(i+1)$  e  $(i+2)$ . A Figura 15 ilustra o método do cálculo da densidade para um veículo genérico  $i$ .

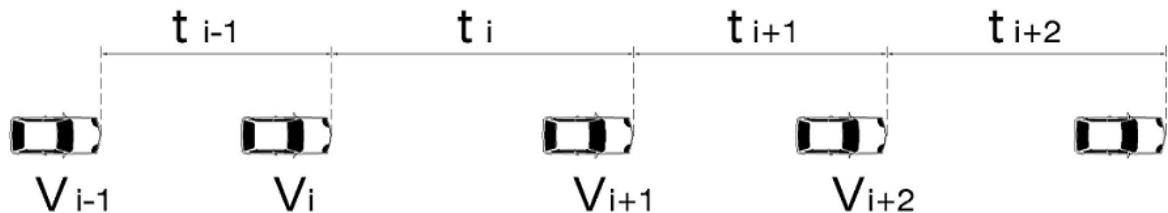


FIGURA 15 – DENSIDADE PARA UM VEÍCULO GENÉRICO

Após o processamento descrito, os resultados são dois arranjos de valores que interessam para este trabalho: de velocidades  $vel(i)$  e densidades  $den(i)$ . Se  $m$  for a quantidade de medições realizadas pelo radar de velocidade, então o índice  $i$  varia de  $i=2$  até  $i=n$ , no qual  $n=m-2$ . Foram desconsideradas as densidades referentes as duas primeiras medições e a última.

Segundo Kerner (1994), um motorista desenvolve a velocidade de seu veículo considerando, entre outros fatores, a posição e velocidade do veículo à sua frente. Tal condição é o que justifica o método utilizado para obtenção dos dados e ilustrado pela Figura 15. Dentre outros fatores, variáveis, que influenciam a velocidade do veículo são as condições da pista e potência do veículo. Como as condições da pista são as mesmas para todos os envolvidos no momento da obtenção dos dados, esta variável foi desconsiderada para este trabalho. Devido ao local apresentar grandes densidades veiculares, a velocidade média caracteriza-se por ser relativamente baixa, entre 0 km/h e 55 km/h. Logo, a variável relacionada a potência de cada veículo também pôde ser desconsiderada para este trabalho.

### 3.4 APLICAÇÃO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Wang et al. (2011) desenvolveram a equação de equilíbrio (3.4.1) da relação entre a velocidade  $v$  e a densidade  $\rho$  por meio de um modelo com os cinco parâmetros  $v_f$ ,  $v_b$ ,  $\rho_t$ ,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ . Os quais foram apresentados na subseção 2.3.7 desta pesquisa.

$$v(\rho) = v_b + \frac{v_f - v_b}{(1 + \exp(\frac{\rho - \rho_t}{\theta_1}))^{\theta_2}} \quad (3.4.1)$$

O Método dos Mínimos Quadrados é usado para encontrar os parâmetros da equação (3.4.1) conforme apresentado a seguir.

O modelo da equação de equilíbrio da relação velocidade-densidade proposto por Wang et al. (2011) tem como parâmetros a velocidade média para condição livre de congestionamento,  $v_f$ , e para altas densidades,  $v_b$ . O parâmetro  $\rho_t$  representa a densidade de transição de livre de congestionamento para congestionado. Os parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$  determinam o comportamento da curva entre as condições determinadas por  $v_f$  e  $v_b$ . O algoritmo desenvolvido, na linguagem *Python* e utilizando-se do programa *Spyder 2*, consiste em calcular os 5 parâmetros da função segundo o modelo de Wang et al. (2011) que definem a curva mais próxima dos dados observados.

$$\sum_{i=1}^n d_n^2 = d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_i^2 \quad (3.4.2)$$

A função *optimize\_curve*, pertencente ao módulo *scipy* da biblioteca do *Spyder 2*, foi aplicada ao conjunto de dados observados em relação ao modelo de Wang et al. (2011). O procedimento minimiza a equação (3.4.2) e tem como retorno um arranjo de dimensão cinco que contem os valores dos parâmetros do modelo em questão. O algoritmo encontra-se no Apêndice A (ALGORITMO).

As equações (2.4.2) e (2.4.3) referentes ao MMQ, que foram utilizadas na função *optimize\_curve* correspondem a:

$$F = \sum_{i=1}^n \left[ v_b + \frac{v_f - v_b}{(1 + \exp(\frac{\rho_i - \rho_t}{\theta_1}))^{\theta_2}} - v_i \right]^2, \quad (3.4.3)$$

no qual os pares ordenados  $(\rho_i, v_i)$  foram obtidos por meio do procedimento citado na seção.

O sistema de equações (3.4.4) contém as derivadas parciais da função  $F$  em relação aos parâmetros  $v_b, v_f, \rho_t, \theta_1$  e  $\theta_2$ , as quais foram obtidas por meio do programa *wxMaxima*.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial v_b} &= \sum_{i=1}^n \left[ 1 - \frac{1}{(\exp(\frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2}{\theta_1}) + 1)} - v_i \right]^2 = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial v_f} &= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{1}{(\exp(\frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2}{\theta_1}) + 1)} - v_i \right]^2 = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \rho_t} &= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\theta_2 \exp(\frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2}{\theta_1})(v_f - v_b)}{\theta_1 (\exp(\frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2}{\theta_1}) + 1)} - v_i \right]^2 = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \theta_1} &= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2 \exp(\frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2}{\theta_1})(v_f - v_b)}{\theta_1^2 (\exp(\frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2}{\theta_1}) + 1)} - v_i \right]^2 = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \theta_2} &= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(\rho_t - \rho_i) \exp(\frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2}{\theta_1})(v_f - v_b)}{\theta_1 (\exp(\frac{(\rho_i - \rho_t)\theta_2}{\theta_1}))} - v_i \right]^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

O sistema de equações (3.4.4) tem com solução os valores dos parâmetros  $v_b, v_f, \rho_t, \theta_1$  e  $\theta_2$ , que minimizam a equação (3.4.2).



### 3.5 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

A resolução de uma equação diferencial exige a utilização de valores adequados para as condições de contorno conforme o problema estudado. Esses são os valores da função e de suas derivadas nos extremos do seu domínio. As condições essenciais, ou de Dirichlet, são obtidos calculando os valores da função, segundo Wang et al. (2011), nos extremos do domínio. As condições naturais, ou de Neumann, são calculadas pelos valores das derivadas da mesma função nos extremos do domínio.

Para a relação entre velocidade e densidade veicular segundo o modelo de Wang et al. (2011), são consideradas as velocidades dos veículos cuja densidade pertence ao intervalo fechado  $(0; \rho_{max})$ . O domínio do problema para este trabalho trata-se da pista sentido norte de uma rodovia caracterizada por pista dupla com obras na faixa da direita e acostamento. Restando assim, uma única faixa para a circulação dos veículos. O domínio definido pela variável  $x$  (km) pertence ao intervalo  $(0,0;0,4)$ , e a variável  $t$  (horas) pertence ao intervalo  $(0,0;4,4)$ . Portanto, analogamente a Prado (2010), as condições de contorno e iniciais para o problema são calculados a partir das seguintes equações:

$$\rho(0,t) = \rho_{max} \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \frac{t}{t_{tot}}\right) \quad \text{e} \quad (3.5.1)$$

$$v(0,t) = v_w(\rho(0,t)) \quad , \quad (3.5.2)$$

nas quais  $\rho(0,t)$  representa a densidade na origem do domínio,  $\rho_{max}$  é a densidade veicular máxima para o local do problema,  $t$  é o instante de tempo decorrido,  $t_{tot}$  é o tempo total de simulação do tráfego,  $v(0,t)$  é a velocidade na origem do domínio e  $v_w$  a função velocidade segundo o modelo de Wang et al. (2011) ajustado aos dados observados.

### 3.6 APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Com o objetivo de se obter a solução numérica para o fluxo de tráfego veicular no local apresentado na seção 3.1 deste trabalho, utiliza-se o Método das Diferenças Finitas na forma explícita com o esquema de Lax-Wendroff (2.7.2.1) e (2.7.2.2). O algoritmo na linguagem Python encontra-se no Apêndice A (ALGORITMO). As condições de contorno foram calculadas a partir das equações (3.5.1) e (3.5.2), e a solução numérica é obtida por meio das equações (2.7.2.1) e (2.7.2.2). O período de tempo simulado no programa é de  $t_{tot}=4,4$  horas no qual a densidade veicular de entrada no sistema varia no intervalo fechado  $(0, \rho_{max})$ . Logo, as equações contidas no algoritmo são as seguintes:

$$u_i^n = \frac{1}{2} (u_i^{(n-1)} + u_{(i-1)}^{(n-1)}) - r (F_{(i)}^{(n-1)} - F_{(i-1)}^{(n-1)}) + \frac{\Delta t}{2} (s_{(i)}^{(n-1)} + s_{(i-1)}^{(n-1)}) \quad \text{e} \quad (3.6.1)$$

$$u_i^{(n+1)} = u_i^n - r (F_{(i+1)}^n - F_{(i)}^n) + \frac{\Delta t}{2} (s_{(i+1)}^n + s_{(i)}^n) \quad , \quad (3.6.2)$$

nas quais  $r = \frac{\Delta t}{\Delta x}$  representa a razão entre o diferencial de tempo e o diferencial do espaço, contida na Condição de Courant, a qual deve ser relativamente pequena para que haja estabilidade. Segundo Hirsch (2007), o valor de  $\sigma = \frac{v \Delta t}{\Delta x}$  deve ser menor que 1 para uma condição estável. Foram adotados os seguintes valores:

$$\Delta x = 10^{-3} \text{ km e} \quad (3.6.3)$$

$$v_{max} = 60 \text{ km/h.} \quad (3.6.4)$$

Tendo em vista a necessidade de satisfazer a desigualdade:

$$\frac{v \Delta t}{\Delta x} < 1 \quad , \quad (3.6.5)$$

substitui-se (3.6.3) e (3.6.4) em (3.6.5), resultando em  $\Delta t < \frac{1 \times 10^{-3}}{60}$  h. Logo, adota-se  $\Delta t = 10^{-5}$  h.

Os termos  $U$ ,  $F$  e  $S$ , contidos na equação (2.6.4) significam (MARQUES JR. e MENDEZ, 2013):

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v \end{pmatrix}, \quad (3.6.6)$$

$$F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right) \rho v^2 \end{pmatrix} \text{ e} \quad (3.6.7)$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho v \left(\frac{w-1}{\tau}\right) - \rho(1-p)P \end{pmatrix}. \quad (3.6.8)$$

Da mesma forma como adotado por Prado (2010), para o termo  $S$  considera-se  $v_w = v_0$ ,  $p = 1 - \frac{\rho}{\hat{\rho}}$  e  $P = \frac{\rho v^2}{\alpha}$ , e os parâmetros  $\alpha$ ,  $\tau$  e  $\hat{\rho}$ , possuem os seguintes valores:

$$\alpha = 100,0, \quad \tau = \frac{1}{120} \text{ e } \hat{\rho} = 110,0.$$

Logo, após as devidas substituições, chega-se à:

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v \end{pmatrix}, \quad (3.6.9)$$

$$F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right) \rho v^2 \end{pmatrix} \text{ e} \quad (3.6.10)$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \left[ \left(\frac{v_0 - v}{\tau}\right) - \left(\frac{\rho^2 v^2}{\alpha \hat{\rho}}\right) \right] \end{pmatrix}. \quad (3.6.11)$$

## 4 RESULTADOS

Este capítulo está dividido em 4 seções. Cada uma delas apresenta os resultados obtidos e contém uma subseção com a análise dos mesmos. A seção 4.1 refere-se aos dados observados levantados, a seção 4.2 apresenta a regressão dos dados ao modelo de Wang et al. (2011), na seção 4.3 são definidas as condições de contorno para o problema, e a seção 4.4 apresenta a solução numérica da Equação de Navier-Stokes.

### 4.1 DADOS OBTIDOS

Os dados obtidos após a instalação do radar eletrônico de velocidade e cálculo das respectivas densidades, apresentado na seção 3.3 deste trabalho, encontram-se no Apêndice B (DADOS OBSERVADOS). Foram considerados 1841 elementos para cada arranjo velocidade e densidade. Os dados observados da relação velocidade-densidade estão representados no gráfico contido na Figura 16.

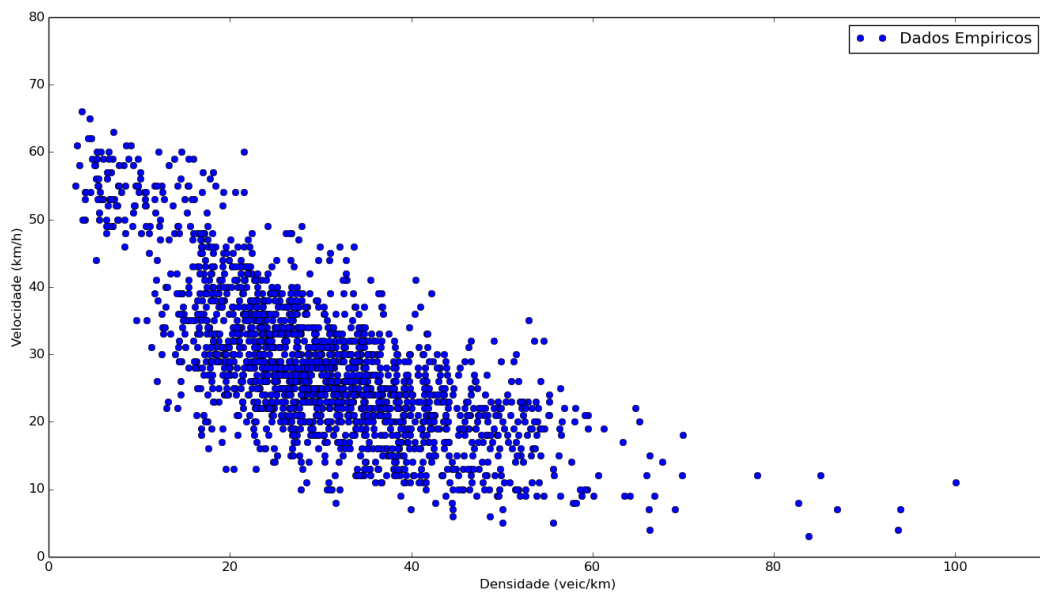


FIGURA 16 – DADOS OBSERVADOS DE VELOCIDADE-DENSIDADE

Considerando os dados observados E obtidos para a relação entre velocidade e densidade, plotados no gráfico contido na Figura 16, percebe-se que em condições de baixa densidade veicular, as velocidades possuem valores relativamente altos e um comportamento constante. Nas condições de alta densidade, as velocidades também possuem um comportamento constante porém com valores relativamente baixos. Já na região de densidade intermediária, as velocidades demonstram um comportamento decrescente sugerindo uma curva com concavidade virada para cima.

## 4.2 EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO

Os parâmetros da equação de equilíbrio proposto por Wang et al. (2011), obtidos após os cálculos apresentados no item 3.4 deste trabalho, foram os seguintes:

$$v_f = 56.5695048 \text{ km/h}, \quad (4.2.1)$$

$$v_b = 12.5851519 \text{ km/h}, \quad (4.2.2)$$

$$\rho_t = 5.07760488 \text{ veic/km}, \quad (4.2.3)$$

$$\theta_1 = 0.357760678 \text{ e} \quad (4.2.4)$$

$$\theta_2 = 0.0166106390 \text{ .} \quad (4.2.5)$$

Os valores dos parâmetros apresentados no item anterior, aplicados na equação de equilíbrio (3.4.1), está representado em vermelho no gráfico contido na Figura 17, juntamente com os dados observados de velocidade-densidade representados em azul.

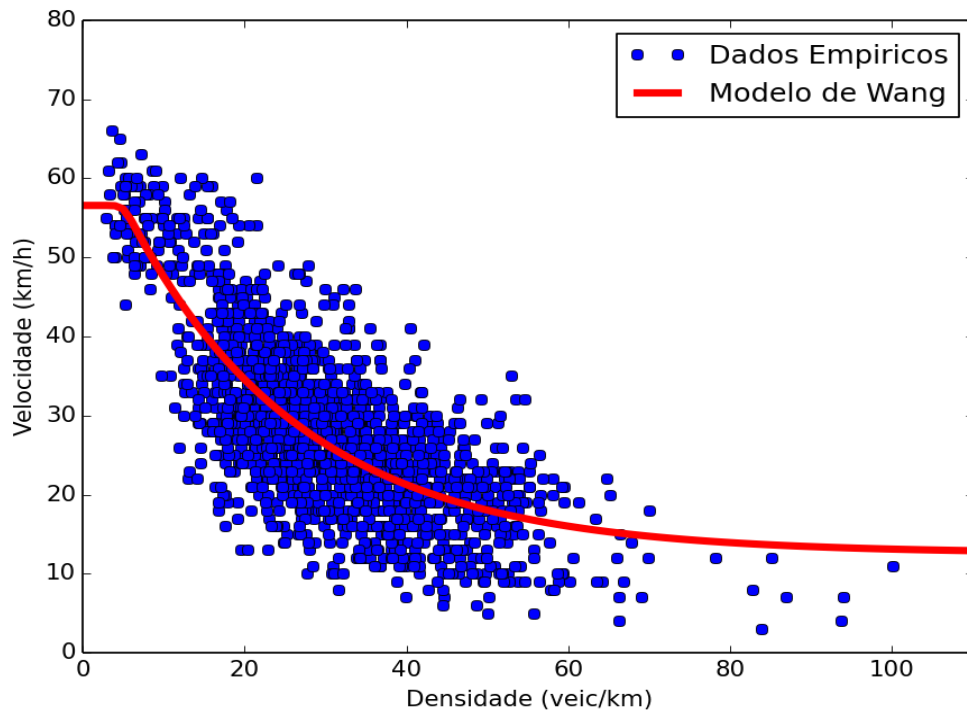


FIGURA 17 – GRÁFICO VELOCIDADE-DENSIDADE WANG

Para o fluxo, em azul estão representados no gráfico contido na Figura 17, os dados observados, e em vermelho a relação fluxo-densidade.

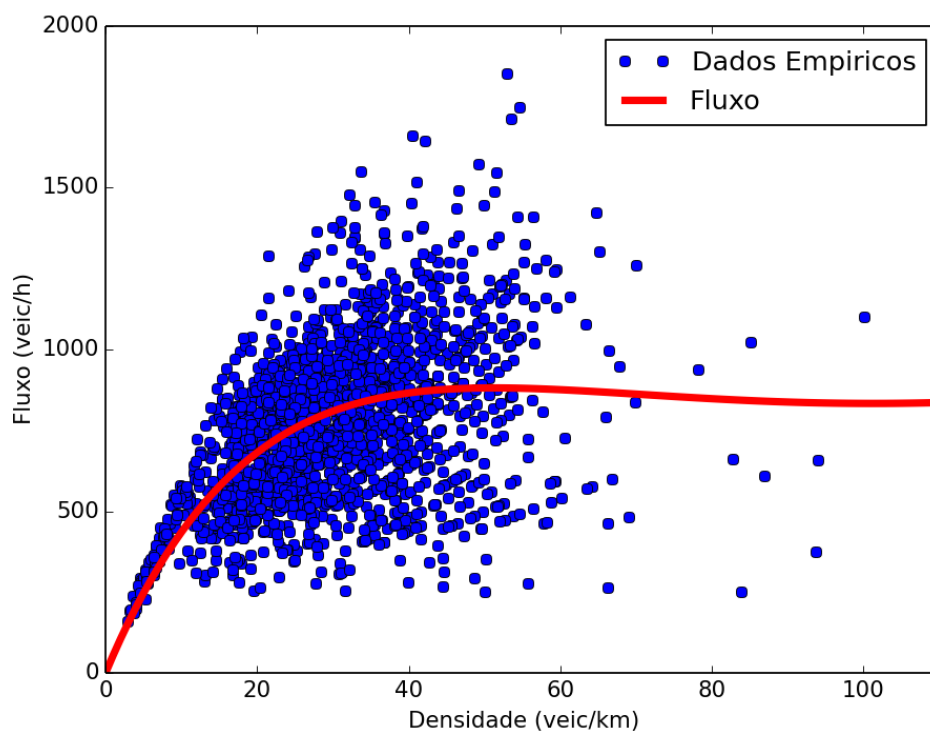


FIGURA 18 – GRÁFICO FLUXO-DENSIDADE WANG

Analisando-se os dados plotados no gráfico contido na Figura 18, para a relação fluxo-densidade, observa-se que o fluxo para a região de baixas densidades possui um comportamento bem definido, sugerindo uma reta crescente seguida continuamente por uma curva com concavidade para baixo. Na região de médias para altas densidades o comportamento do fluxo passa a ser disperso.

Após o cálculo dos parâmetros pela regressão dos dados observados ao modelo de Wang et al. (2011) por meio do Método dos Mínimos Quadrados e plotagem dos mesmos, pôde-se observar que:

O valor do parâmetro  $\rho_t$  indica a densidade de transição entre a condição livre de congestionamento, representado pelo parâmetro  $v_f$ , para a não livre de congestionamento. Tais parâmetros mostram que, em locais onde a densidade veicular é menor ou igual a  $\rho_t=5.07760488$  veic/km, a velocidade dos veículos que por ali transitam independe do valor exato de  $\rho$ , e tem como valor médio para velocidade igual a  $v_f=56.5695048$  km/h.

O parâmetro  $v_b$  representa o valor da velocidade dos veículos que transitam em condições de densidade máxima. Ou seja, se a densidade veicular estiver próxima da máxima  $\rho_{max}=110$  veic/km, a velocidade média dos veículos que por ali transitam se aproxima de  $v_b=12.5851519$  km/h.

O Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), como apresentado na seção 2.4, consiste na minimização da soma dos quadrados das distâncias da função desejada aos pontos que foram submetidos ao método. Todas as distâncias têm o mesmo “peso”, independentemente da quantidade de pontos pertencentes a cada subintervalo do domínio. Logo, o fato de haver mais dados em uma determinada região do domínio, faz com que o modelo se aproxime mais dos pontos na referida região. Observa-se que o valor do parâmetro  $v_b$  é superior a média das velocidades na região de altas densidades. Nas demais regiões, a quantidade de pontos é muito superior, o que diminui a influência das velocidades para as altas densidades no MMQ.

### 4.3 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições iniciais e de contorno, obtidos por meio das equações (3.5.1) e (3.5.2), foram as seguintes:

$$\rho(0,0)=0 \text{ veic/km,} \quad (4.3.1)$$

$$v(0,0)=56.569 \text{ km/h,} \quad (4.3.2)$$

$$\rho(0,t)=\rho_{max} \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \frac{t}{t_{tot}}\right) , \quad (4.3.3)$$

$$v(0,t)=v_w(\rho(0,t)) , \quad (4.3.4)$$

$$\rho(0,T)=110 \text{ veic/km e} \quad (4.3.5)$$

$$v(0,T)=12.585 \text{ km/h.} \quad (4.3.6)$$

Considerando-se a extensão das obras como sendo  $L=0,4$  km, e que ao término do local de simulação do tráfego o local do problema passa a ter duas faixas de circulação sem qualquer impedimento para o fluxo de veículos, adotou-se:

$$\rho(L,t)=0 \text{ veic/km e} \quad (4.3.5)$$

$$v(L,t)=56.5695048 \text{ km/h.} \quad (4.3.6)$$

Dessa forma, considerou-se a condição de contorno na saída do sistema como sendo de tráfego livre de congestionamento com densidade tendendo a zero e velocidade média igual ao máximo para o local com obras.



Nas condições iniciais e de contorno apresentadas,  $\rho(0,0)$  representa a densidade inicial na origem,  $v(0,0)$  a velocidade inicial na origem,  $\rho(0,t)$  a densidade ao longo do tempo na origem,  $v(0,t)$  a velocidade ao longo do tempo na origem,  $\rho(0,T)$  a densidade final na origem,  $v(0,T)$  a velocidade final na origem,  $\rho_{max}$  a densidade máxima para o local do problema,  $t$  o tempo decorrido e  $t_{tot}$  o tempo total de simulação.

Com o objetivo de resolver a Equação de Navier-Stokes simulando o trânsito de veículos no local do problema, consideram-se as condições de contorno mais próximas da realidade, de acordo com os valores observados no momento da coleta dos dados.

As condições de contorno iniciais,  $t=0$  horas nas equações (4.3.1) e (4.3.2), foram as de trânsito livre de congestionamento em todo o domínio do problema, ou seja, com densidade veicular baixa ou nula e máxima velocidade média. O uso do operador  $sen(t\pi/2t_{tot})$  na equação (4.3.3) e implicitamente na equação (4.3.4) simula um rápido crescimento da densidade veicular na origem do domínio até chegar a uma estabilização de forma mais lenta. Assim, a velocidade na origem decresce rapidamente e tende a se estabilizar ao final da simulação. As condições finais,  $t=T$  horas nas equações (4.3.5) e (4.3.6), são a de trânsito congestionado, ou seja, com densidade veicular máxima e baixa velocidade média.

De forma simplificada, as condições de contorno encontradas podem oferecer, como solução da equação de Navier-Stokes, a simulação de um período de um dia útil. Como exemplo, o local do problema: uma via com pouco trânsito que, ao longo do dia, passa a apresentar grande movimento.

## 4.4 SOLUÇÃO NUMÉRICA

Esta seção apresenta os resultados numéricos referentes ao objetivo principal desta dissertação: resolver a Equação de Navier-Stokes para modelar um movimento de fluxo veicular. As subseções 4.4.1 e 4.4.2 contém os resultados e análises.

### 4.4.1 Solução em Regime Estacionário e Transiente

Com o propósito de encontrar a solução numérica para o problema deste trabalho, aplicou-se o Método das Diferenças Finitas na forma explícita (2.7.1) com o esquema de Lax-Wendroff (2.7.2) nas equações (3.6.3) e (3.6.4). Os resultados em regime estacionário encontram-se no Apêndice C e plotados no gráfico contido na Figura 19.

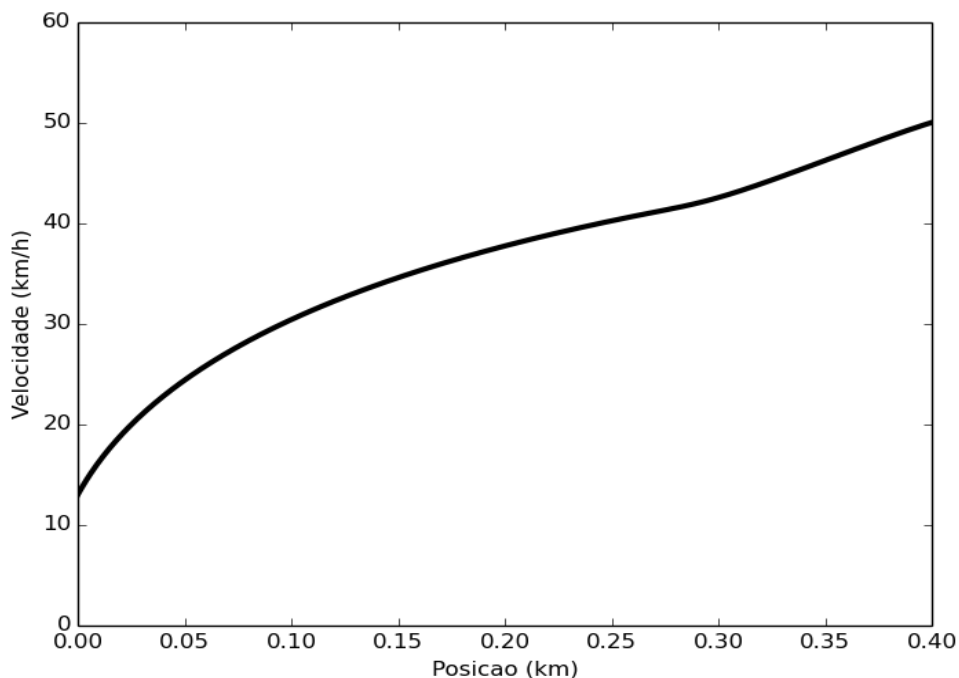


FIGURA 19 - SOLUÇÃO EM REGIME PERMANENTE ( $t = 4,4h$ )

A solução plotada pelo gráfico contido na Figura 19 representa as velocidades para o instante de tempo  $t = 4,4$  horas.

Do mesmo modo como apresentado no item (4.4.1), agora em regime transiente, a Figura 20 apresenta os gráficos das soluções numéricas plotadas da parte superior para a inferior nos tempos 0,0 horas, 1,1 horas, 2,2 horas e para 3,3 horas respectivamente.

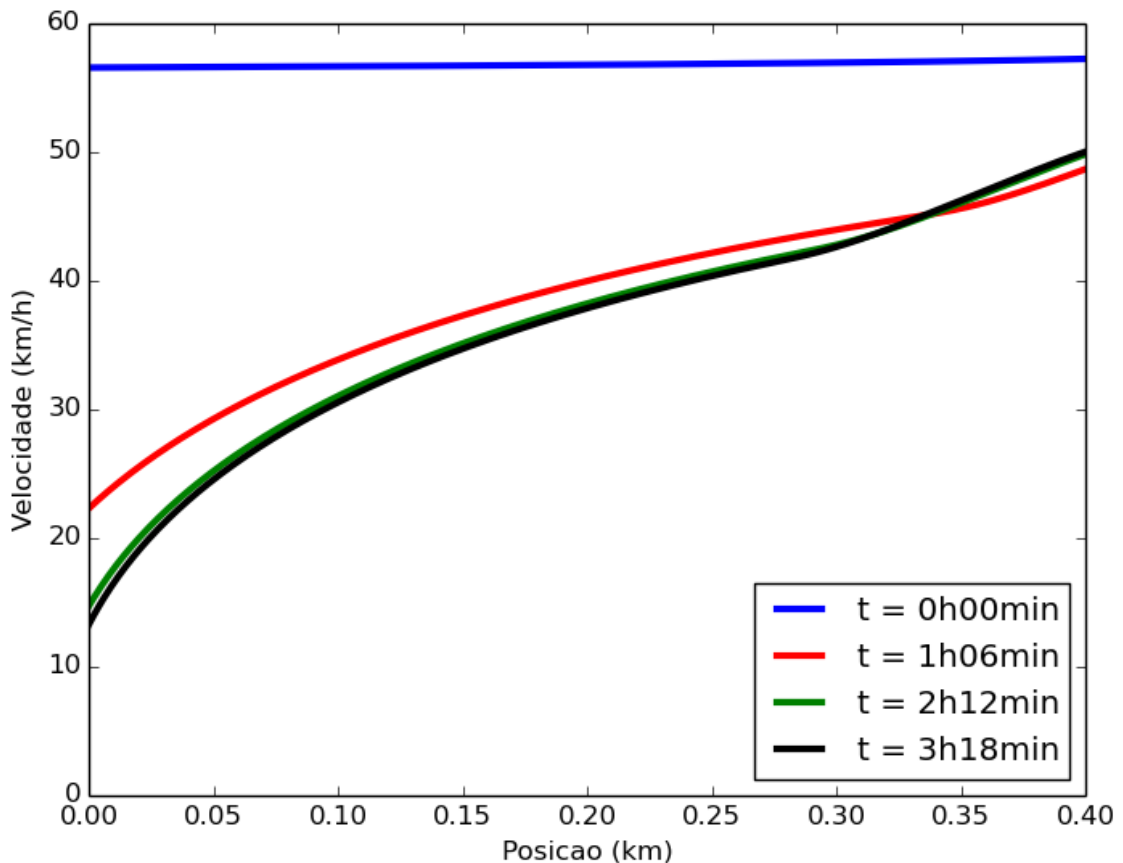


FIGURA 20 - SOLUÇÃO EM REGIME TRANSIENTE

#### 4.4.2 Análise das Soluções Numéricas

Modelos matemáticos da mecânica dos fluidos, da teoria cinética dos gases, como o de Navier-Stokes e Boltzmann descrevem o movimento de fluidos viscosos e compressíveis. Após os devidos ajustes, suas soluções numéricas podem representar o tráfego veicular. Tal procedimento foi adotado por autores como Payne (1979), Aw e Rascle (2000), Bonzani e Gramani Cumin (2008), Prado (2010) e Marques Jr. e Mendez (2013).

As soluções numéricas apresentadas por meio dos gráficos contidos nas Figuras 19 e 20 da subseção 4.4.1 deste trabalho foi obtida com o Método das Diferenças Finitas na forma explícita com o esquema de Lax-Wendroff. No local e momento da obtenção dos dados, visto na seção 3.1, a velocidade média na origem do domínio possui o valor dado por  $v_b=12.585$  km/h. Para  $x=0,0$  km no instante dado por  $t=4,4$  horas, o valor médio da velocidade foi de  $v(0,t)=12.922$  km/h. A diferença entre a solução numérica e o resultado empírico no mesmo local é de apenas  $\Delta v=0.337$  km/h. Entretanto, para  $x=0,4$  km no instante  $t=4,4$  horas, a solução numérica foi de  $v(0,4;t)=50.056$  km/h contra o verificado empiricamente por meio do equipamento e dado por  $v_f=56.569$  km/h. Percebe-se, então, uma diferença aproximada de  $6.512$  km/h no final do domínio do problema.

A equação de Navier-Stokes é um modelo matemático aproximado e utilizado para representar o escoamento de fluidos. Neste trabalho, esta equação foi adaptada para o fluxo de tráfego veicular, a qual é distinta de um fluido. Embora não haja na literatura resultados comparativos entre simulações por meio desta equação e dados observados, a diferença citada anteriormente, aproximadamente 10%, pode ser considerada baixa.

Com o objetivo de visualizar os resultados em regime transiente, foram plotadas nos gráficos contidos na Figura 19, as curvas pertencentes às soluções a cada intervalo de  $\Delta t=1,1$  horas. Os instantes de tempo plotados foram  $t=0,0$  horas,  $t=1,1$  horas,  $2,2$  horas e  $t=3,3$  horas. A Figura 18 contém o gráfico da curva pra o instante  $t=4,4$  horas. Da mesma forma como em Prado (2010) e Marques Jr. e Mendez (2013), os resultados convergiram uma vez que a condição de Courant, visto na seção 3.6 deste trabalho, foi respeitada.

## 5 CONCLUSÃO

Esta dissertação contém quatro objetivos específicos utilizados para alcançar o objetivo geral. A seção 5.1 (CONSIDERAÇÕES FINAIS) apresenta as considerações finais acerca dos objetivos específicos. Por fim, na seção 5.2 (SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS) seguem as sugestões para futuras pesquisas.

### 5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa pressupõe que o fluxo de tráfego veicular pode ser descrito por modelos matemáticos da mecânica dos fluidos e da teoria cinética dos gases. A fim de confirmar essa ideia foram estabelecidos quatro objetivos específicos os quais serão discutidos a seguir. Com o propósito de atingir o primeiro objetivo, levantamento dos dados, utilizou-se de um radar eletrônico de velocidade para se obter a velocidade e densidade veicular no local do problema. A plotagem das observações revelaram um comportamento bem definido, ou seja, percebe-se a existência de um modelo que rege tal comportamento.

Os dados levantados possibilitaram alcançar o segundo objetivo estabelecido. A partir de um modelo existente na literatura, Wang et al. (2011), definiu-se a equação de equilíbrio para essa relação velocidade-densidade. O Método dos Mínimos Quadrados foi utilizado para otimizar a curva e obter os valores dos parâmetros com precisão de  $1.10^{-8}$ . Concluiu-se que o modelo adotado representa adequadamente o tráfego veicular no local do problema. Consequentemente, a equação pode servir de base para atingir o terceiro objetivo, que trata das condições de contorno.

A equação de equilíbrio de Wang et al. (2011) foi utilizada para obter condições de contorno essenciais. Com elas torna-se possível aplicar o Método das Diferenças Finitas para resolver a Equação de Navier-Stokes para o tráfego veicular. Inicialmente considerou-se o trânsito livre de congestionamento, que ao decorrer do tempo, passou a ser congestionado. Percebeu-se que as condições encontradas simulam, ao longo do tempo, o comportamento do tráfego na origem do domínio do problema, com densidade nula no tempo inicial e máxima no tempo final.

O objetivo principal desta pesquisa foi o de solucionar a citada Equação de Navier-Stokes com as condições de contorno provenientes dos dados observados do tráfego veicular. A escolha do esquema de Lax-Wendroff, respeitando as condições de Courant, produziu resultados que convergiram. A solução obtida permite concluir que, partindo de um congestionamento, o trânsito de veículos, sem interferências externas, tende a ter sua densidade reduzida e velocidade média estabilizada.

Os objetivos traçados neste trabalho foram alcançados. Ressalta-se que a solução numérica apresentada refere-se ao trecho do quilômetro 106 da rodovia BR 116. Neste local, no momento da coleta dos dados, havia obras interditando a faixa da direita e acostamento. Tal situação restringiu o trânsito apenas à circulação pela faixa da esquerda. Logo, os achados ficam limitados a essas condições.

## 5.2 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Modelos matemáticos e suas soluções permitem simular o tráfego de veículos em determinados locais. Entretanto novas investigações podem contribuir para essa linha de pesquisa. A seguir recomendam-se propostas para futuros estudos:

- a) Levantamento e análise estatística dos dados de fluxo de tráfego veicular em locais críticos;
- b) Investigar outros modelos de equilíbrio da relação velocidade-densidade para o fluxo de tráfego veicular;
- c) Propor novos modelos de equilíbrio da relação velocidade-densidade para o fluxo de tráfego veicular;
- d) Resolver a *Equação de Boltzmann* para o fluxo de tráfego veicular;
- e) Utilizar-se de outros métodos para a resolução de equações diferenciais não lineares de segunda ordem;
- f) Usar modelos macroscópicos a fim de prever a formação de congestionamentos; e
- g) Utilizar-se das soluções dos modelos macroscópicos para o tráfego veicular a fim de evitar congestionamentos.

## REFERÊNCIAS

- AW, A.; RASCLE, M. Resurrection of second order models of traffic flow. **SIAM journal on applied mathematics**, v. 60, n. 3, p. 916-938, 2000.
- BASSALO, J. M. **Introdução à mecânica dos meios contínuos**. Universidade Federal do Pará, 1973.
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena**. John Wiley & Sons, 2007.
- BONZANI, I.; GRAMANI CUMIN, L. M. Modelling and simulations of multilane traffic flow by kinetic theory methods. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 56, n. 9, p. 2418-2428, 2008.
- BONZANI, I.; GRAMANI CUMIN, L. M. Critical analysis and perspectives on the hydrodynamic approach for the mathematical theory of vehicular traffic. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 50, n. 3, p. 526-541, 2009.
- CHEN, L.; YANG, H. Managing congestion and emissions in road networks with tolls and rebates. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 46, n. 8, p. 933-948, 2012.
- DOLFIN, M. Boundary conditions for first order macroscopic models of vehicular traffic in the presence of tollgates. **Applied Mathematics and Computation**, v. 234, p. 260-266, 2014.
- GREENBERG, Harold. An analysis of traffic flow. **Operations research**, v. 7, n. 1, p. 79-85, 1959.
- GREENSHIELDS, B. D. A study of traffic capacity. **Highway Research Board Proc**, v. 14, p. 448-477, 1935.
- JABBARPOUR, M. R.; MD NOOR, R.; KHOKHAR, R. H.; KE, C. H. Cross-layer congestion control model for urban vehicular environments. **Journal of Network and Computer Applications**, 2014.
- HIRSCH, C. **Numerical Computation of Internal and External Flows: The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics**. Butterworth-Heinemann, 2007.
- KERNER, B. S.; KONHAUSER, P. Structure and parameters of clusters in traffic flow. **Physical Review**. v. n. 50, p. 54-83, 1994.
- KUNDU, P. K. **Fluid Mechanics**. 5. ed. Amsterdam: Academic Press, 2008.

LEON, S. J. **Álgebra Linear com Aplicações**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

LEVEQUE, R. J. **Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems**. Siam, 2007

LIGHTHILL, M. J.; WHITHAM, G. B. On kinematic waves. II. A theory of traffic flow on long crowded roads. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences**. v. 229, n. 1178, p. 317-345, 1955.

MACNICHOLAS, M. J. A simple and pragmatic representation of traffic flow. in **Symposium on The Fundamental Diagram: 75 years**. p. 161, Woods Hole, MA, 2008.

MARQUES Jr., W.; MENDEZ, A. R. On the kinetic theory of vehicular traffic flow: Chapman-Enskog expansion versus Grad's moment method. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**. v. 392, p. 3430-3440, 2013.

MENDEZ, A. R. Tese de Doutorado: Estudio Cinético-Macroscópico de Flujo Vehicular, Universidad Autonoma Metropolitana, Mexico, 2008.

PAYNE, H. J. Freflo: A macroscopic simulation model of freeway traffic. **Transportation Research Record**. n. 722, 1979.

PLACZEK, B. Selective data collection in vehicular networks for traffic control applications. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 23, p. 14-28, 2012.

PRADO, A. L. **Modelagem Matemática do Fluxo de Tráfego Veicular**. 177 f. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical recipes: The art of scientific computing**. Cambridge university press, 2007.

TANNEHILL, J. C.; ANDERSON, D. A.; PLETCHER, R. H. **Computational fluid mechanics and heat transfer**. Series in computational and physical processes in mechanics and thermal sciences, 1997.

THOMAS, J. W. **Numerical partial differential equations: finite difference methods**. New York: Springer, 1995.

UNDERWOOD, R. T. Speed, volumen and density relationships, quality and theory of traffic flow, **Yale bureau of highway traffic**. p. 141-188, 1961.

VELASCO, R. M.; MARQUES Jr., W. Navier-Stokes-like equations for traffic flow. **Physical Review E**. v. 72, n. 4, p. 46-102, 2005.





WALDEER, K. T. The direct simulation Monte Carlo method applied to a Boltzmann-like vehicular traffic flow model. **Computer Physics Communications**. v. 156, n. 1, p. 1-12, 2003.



WANG, H.; LI, J.; CHEN, Q. Y.; NI, D. Logistic modeling of the equilibrium speed-density relationship. **Transportation Research Part A**. v. 45, n. 6, p. 554-566, 2011.

WHITMAN, G. B. **Linear and nonlinear waves**. J. Wiley, New York, 1974.

## ANEXO A

## CERTIFICADO INMETRO DO RADAR

 Serviço Público Federal <b>MINISTÉRIO DO DESENVOLVIMENTO, INDÚSTRIA E COMÉRCIO EXTERIOR</b> <b>INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA - INMETRO</b>		
RELATÓRIO DE ENSAIO DE MEDIDOR DE VELOCIDADE DE VEÍCULOS AUTOMOTIVOS		
Verificação Inicial	<input type="checkbox"/>	Verificação Eventual por Reparo <input type="checkbox"/>
Verificação Periódica	<input checked="" type="checkbox"/>	Inspeção Metrológica <input type="checkbox"/>
		Executor 600
Folha: 1/2		SEDE N.º: 66/2013
Fabricante (ou interessado):	Ministerio Da Justiça (7ª Srprf/Mj)	
Endereço:	ROD. Br-116, 3312 -	
Município:	Curitiba - PR	
CEP:	82590100	
Fone:	35351910	
CNPJ n.º:	00.394.494/0113-32	
Instrumento: Medidor de Velocidade de Veículos Automotivos - Estático ou Portátil		
Marca:	LASER TECHNOLOGY	
Modelo:	TRUCAM - LTI2020	
Série:	TC001282	
Identificação:		Patrimônio:
CRC:		Processador:
Nº Portaria de Aprovação de Modelo:	348/2009	
Nº do Selo:	D04628764	
Nº do Inmetro:	1146140	
Local de Verificação:	ESTRADA VELHÁ DAS GRACIOSA EM FRENTE AO PARQUE CASTELO BRANCO	
Sentido:		
Município:	PINHAIS - PR	
Erro Máximo Admissível:	±5km/h para velocidade até 100km/h e ±5% para velocidade acima de 100km/h	
Velocidade Nominal:		
Padrão de Referência:	Medidor Padrão de Velocidade e Distância - Cronotacômetro	
	Fabricante: Fumaça Instrumentos de Precisão Ltda.	
	Nº. do Patrimônio: 094181	Nº. de Série: 083444
	Nº. Laudo de Calibração: 41/2011	
Curitiba, 15/02/2013		Data de Emissão: 12/02/2014
	Técnico Executor:	
	DIRCEU DIAS DE CAMARGO TECNICO METROLOGICO	
O presente relatório de ensaio é válido apenas para o instrumento de medição acima identificado, não sendo extensivo a quaisquer outros, ainda que similares.		
	Curitiba - PR SEDE - Instituto de Pesos e Medidas do Estado do Paraná - IPEM/PR Endereço: R. Estados Unidos, 135 - Bairro BACACHERI - Cep.82510-050 - Curitiba, PR Telefone: (0XX41) 3251-2200 E-mail: ipem@ipem.pr.gov.br	PR4040

 Serviço Público Federal <b>MINISTÉRIO DO DESENVOLVIMENTO, INDÚSTRIA E COMÉRCIO EXTERIOR</b> <b>INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA - INMETRO</b>																																															
<b>RELATÓRIO DE ENSAIO DE MEDIDOR DE VELOCIDADE DE VEÍCULOS AUTOMOTIVOS</b>																																															
Verificação Inicial	<input type="checkbox"/>	Verificação Eventual por Reparo	<input type="checkbox"/>																																												
Verificação Periódica	<input checked="" type="checkbox"/>	Inspeção Metrológica	<input type="checkbox"/>																																												
			Executor 600																																												
Folha: 2/2		SEDE N.º: 66/2013																																													
Ensaio:	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Número de Medições</th> <th>Indicação do Padrão (P) (km/h)</th> <th>Indicação do Instrumento (I) (km/h)</th> <th>Erro (E=I-P) (km/h)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>46,0</td><td>45,0</td><td>- 1,0</td></tr> <tr><td>2</td><td>42,0</td><td>41,0</td><td>- 1,0</td></tr> <tr><td>3</td><td>46,0</td><td>46,0</td><td>0,0</td></tr> <tr><td>4</td><td>47,0</td><td>46,0</td><td>- 1,0</td></tr> <tr><td>5</td><td>41,0</td><td>40,0</td><td>- 1,0</td></tr> <tr><td>6</td><td>83,0</td><td>83,0</td><td>0,0</td></tr> <tr><td>7</td><td>81,0</td><td>80,0</td><td>- 1,0</td></tr> <tr><td>8</td><td>81,0</td><td>81,0</td><td>0,0</td></tr> <tr><td>9</td><td>86,0</td><td>86,0</td><td>0,0</td></tr> <tr><td>10</td><td>82,0</td><td>81,0</td><td>- 1,0</td></tr> </tbody> </table>			Número de Medições	Indicação do Padrão (P) (km/h)	Indicação do Instrumento (I) (km/h)	Erro (E=I-P) (km/h)	1	46,0	45,0	- 1,0	2	42,0	41,0	- 1,0	3	46,0	46,0	0,0	4	47,0	46,0	- 1,0	5	41,0	40,0	- 1,0	6	83,0	83,0	0,0	7	81,0	80,0	- 1,0	8	81,0	81,0	0,0	9	86,0	86,0	0,0	10	82,0	81,0	- 1,0
Número de Medições	Indicação do Padrão (P) (km/h)	Indicação do Instrumento (I) (km/h)	Erro (E=I-P) (km/h)																																												
1	46,0	45,0	- 1,0																																												
2	42,0	41,0	- 1,0																																												
3	46,0	46,0	0,0																																												
4	47,0	46,0	- 1,0																																												
5	41,0	40,0	- 1,0																																												
6	83,0	83,0	0,0																																												
7	81,0	80,0	- 1,0																																												
8	81,0	81,0	0,0																																												
9	86,0	86,0	0,0																																												
10	82,0	81,0	- 1,0																																												
<b>Resultado:</b> APROVADO		<b>VÁLIDO ATÉ:</b> 14/02/2014																																													
Curitiba, 15/02/2013		Data de Emissão: 12/02/2014																																													
Técnico Executor:																																															
DIRCEU DIAS DE CAMARGO TECNICO METROLOGICO																																															
O presente relatório de ensaio é válido apenas para o instrumento de medição acima identificado, não sendo extensivo a quaisquer outros, ainda que similares.																																															
 Curitiba - PR SEDE - Instituto de Pesos e Medidas do Estado do Paraná - IPEM/PR Endereço: R. Estados Unidos, 135 - Bairro BACACHERI - Cep.82510-050 - Curitiba, PR Telefone: (0XX41) 3251-2200 E-mail: ipem@ipem.pr.gov.br																																															
			PR4040																																												

## APÊNDICE A

### ALGORITMO

```

import numpy as np
import math
from scipy import optimize
import matplotlib.pyplot as plt
import pylab as pl
import matplotlib.animation as animation

pasta = '/home/elieser/Trab 09 - Elieser Santos Hirye/'

# Definicao da funcao segundo modelo de Wang (velocidade x densidade)

e = 2.718281828459045
def wang(x, vb, vf, xt, o1, o2):
    return vb+(vf-vb)/((1.0+e**((x-xt)/(o1)))**o2)

def q(x, vb, vf, xt, o1, o2):
    return (vb+(vf-vb)/((1.0+e**((x-xt)/(o1)))**o2))*x

# Carregamento dos arrays de velocidade e densidade

vel = np.load(pasta + 'velocidade.npy')
den = np.load(pasta + 'densidade.npy')

# Regressao dos dados para o modelo de Wang
params, params_covariance = optimize.curve_fit(wang, den, vel)
paramsq, paramsq_covariance = optimize.curve_fit(q, den, den*vel)
nx = 400
nigt = 1100
ttot = ((0.00001*nx)*nigt)

```

```
u = np.float128([[[[0. for i in xrange(nx+1)] for j in xrange(2)] for k in
xrange(2)])
f = np.float128([[0. for i in xrange(nx+1)] for j in xrange(2)])
s = np.float128([[0. for i in xrange(nx+1)] for j in xrange(2)])
x = np.float128([0. for i in xrange(nx+1)])
v = np.float128([[0. for i in xrange(nx+1)] for j in xrange(nx+1)])
p = np.float128([[0. for i in xrange(nx+1)] for j in xrange(nx+1)])

alfa = 100.0
roc = 140.0
rox = 110.0
v0 = params[1]
ital = 120.0
lx = nx/1000.0
r = 0.01

dx = lx/nx
dt = r*dx
dts2 = 0.5*dt

ialfa = 1.0/alfa
uialfa = 1.0 + ialfa
iroc = 1.0/roc
tal = 1.0/ital
iral = iroc*ialfa
pi = math.acos(-1.0)

vx = 0.0
xx = 0.0
t = 0.0
```

```

for k in range(0, nx+1):
    for g in range(0, nx+1):
        xx = g*dx
        vx = wang(0.0, *params)
        x[g] = xx
        s[0][g] = 0.0
        u[0][0][g] = rox
        u[0][1][g] = rox*vx

    for j in range(nigt):
        t = t + dt

# Calc

a = 0
for i in range(0, nx+1):
    vx = u[a][1][i]/u[a][0][i]
    f[0][i] = u[a][1][i]
    f[1][i] = uialfa*u[a][1][i]*vx
    s[1][i] = u[a][0][i]*(ital*(v0-vx)-u[a][1][i]*u[a][1][i]*iral)

for i in range(1, nx+1): #meio passo
    for a in range(2):
        u[1][a][i] = 0.5*(u[0][a][i-1] + u[0][a][i]) - r*(f[a][i] -
f[a][i-1]) + dts2*(s[a][i] + s[a][i-1])

a = 1
for i in range(1, nx+1):
    vx = u[a][1][i]/u[a][0][i]
    f[0][i] = u[a][1][i]
    f[1][i] = uialfa*u[a][1][i]*vx
    s[1][i] = u[a][0][i]*(ital*(v0-vx)-u[a][1][i]*u[a][1][i]*iral)

```

```

    for i in range(1, nx): #passo completo
        for a in range(2):
            u[0][a][i] = u[0][a][i] - r*(f[a][i+1] - f[a][i]) +
dts2*(s[a][i] + s[a][i+1])

    b = (t/ttot)*(pi/2.0)
    u[0][0][0] = rox *(math.sin(b))
    u[0][1][0] = wang(u[0][0][0], *params)*u[0][0][0]
    for a in range(2):
        u[0][a][nx] = 2.0*u[0][a][nx-1] - u[0][a][nx-2]

#Fim Calc

    for l in range(nx+1):
        p[k][l] = u[0][0][l]
        v[k][l] = u[0][1][l]/u[0][0][l]

# Plotagem da Solucao

fig = plt.figure()
pl.xlim(0.0,0.4)
pl.ylim(0.0,60.0)
pl.xlabel('Posicao (km)')
pl.ylabel('Velocidade (km/h)')
imgs = []
for i in range(nx+1):
    imgs.append(plt.plot(x, v[i], 'g-', lw=4))
anim = animation.ArtistAnimation(fig, imgs, interval=30,
                                blit=True, repeat_delay=2000)
plt.show(fig)

```

## APÊNDICE B

## DADOS OBTIDOS

VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE
1	31.210710E+00	10.000000E+00	81	26.945850E+00	15.000000E+00	161	28.935200E+00	24.000000E+00
2	16.793320E+00	18.000000E+00	82	29.780620E+00	16.000000E+00	162	23.509750E+00	32.000000E+00
3	28.011640E+00	13.000000E+00	83	37.301840E+00	15.000000E+00	163	19.338980E+00	38.000000E+00
4	34.520460E+00	12.000000E+00	84	42.196080E+00	14.000000E+00	164	13.452770E+00	42.000000E+00
5	52.600820E+00	10.000000E+00	85	40.136240E+00	14.000000E+00	165	17.209240E+00	30.000000E+00
6	49.759830E+00	10.000000E+00	86	43.315050E+00	12.000000E+00	166	18.219780E+00	30.000000E+00
7	44.233520E+00	11.000000E+00	87	48.330560E+00	12.000000E+00	167	18.058900E+00	27.000000E+00
8	46.600130E+00	12.000000E+00	88	41.094130E+00	13.000000E+00	168	17.842950E+00	29.000000E+00
9	50.897780E+00	11.000000E+00	89	36.833840E+00	15.000000E+00	169	19.925030E+00	27.000000E+00
10	44.526770E+00	13.000000E+00	90	47.416290E+00	13.000000E+00	170	12.492970E+00	36.000000E+00
11	36.728890E+00	11.000000E+00	91	78.206500E+00	12.000000E+00	171	14.316910E+00	36.000000E+00
12	33.965470E+00	12.000000E+00	92	10.009110E+01	11.000000E+00	172	38.656450E+00	16.000000E+00
13	12.964640E+00	22.000000E+00	93	46.453860E+00	13.000000E+00	173	48.435290E+00	14.000000E+00
14	13.137080E+00	23.000000E+00	94	48.179230E+00	12.000000E+00	174	41.251340E+00	20.000000E+00
15	19.193530E+00	19.000000E+00	95	59.149720E+00	10.000000E+00	175	44.992110E+00	22.000000E+00
16	17.923910E+00	19.000000E+00	96	46.403690E+00	10.000000E+00	176	56.448400E+00	25.000000E+00
17	21.334650E+00	23.000000E+00	97	50.254950E+00	11.000000E+00	177	50.590150E+00	24.000000E+00
18	24.830060E+00	22.000000E+00	98	41.578610E+00	12.000000E+00	178	43.191830E+00	28.000000E+00
19	29.561260E+00	22.000000E+00	99	35.425740E+00	13.000000E+00	179	52.167500E+00	22.000000E+00
20	42.606800E+00	21.000000E+00	100	22.807980E+00	13.000000E+00	180	53.293150E+00	22.000000E+00
21	69.942280E+00	18.000000E+00	101	28.447360E+00	11.000000E+00	181	56.837960E+00	22.000000E+00
22	59.512810E+00	19.000000E+00	102	30.708200E+00	10.000000E+00	182	50.998790E+00	26.000000E+00
23	45.187500E+00	18.000000E+00	103	31.070660E+00	10.000000E+00	183	47.007890E+00	26.000000E+00
24	55.685320E+00	13.000000E+00	104	93.972120E+00	70.000000E-01	184	50.401470E+00	23.000000E+00
25	53.806840E+00	90.000000E-01	105	69.073330E+00	70.000000E-01	185	35.517620E+00	27.000000E+00
26	60.125510E+00	90.000000E-01	106	64.115360E+00	90.000000E-01	186	39.444640E+00	22.000000E+00
27	54.119270E+00	11.000000E+00	107	63.519730E+00	90.000000E-01	187	37.979480E+00	24.000000E+00
28	48.604320E+00	10.000000E+00	108	57.827580E+00	80.000000E-01	188	49.140540E+00	19.000000E+00
29	66.794690E+00	90.000000E-01	109	82.693990E+00	80.000000E-01	189	48.434950E+00	18.000000E+00
30	54.611240E+00	90.000000E-01	110	49.228790E+00	12.000000E+00	190	39.820800E+00	21.000000E+00
31	47.229690E+00	90.000000E-01	111	46.823060E+00	13.000000E+00	191	28.575660E+00	25.000000E+00
32	49.466690E+00	90.000000E-01	112	40.186200E+00	12.000000E+00	192	17.083070E+00	27.000000E+00
33	44.596400E+00	70.000000E-01	113	50.208330E+00	19.000000E+00	193	12.900000E+00	40.000000E+00
34	41.566840E+00	10.000000E+00	114	58.031760E+00	20.000000E+00	194	16.378700E+00	31.000000E+00
35	34.796730E+00	12.000000E+00	115	59.461870E+00	21.000000E+00	195	14.340020E+00	29.000000E+00
36	30.459950E+00	14.000000E+00	116	52.861100E+00	23.000000E+00	196	18.760950E+00	32.000000E+00
37	59.379000E+00	10.000000E+00	117	55.201600E+00	21.000000E+00	197	18.361040E+00	31.000000E+00
38	35.373700E+00	13.000000E+00	118	50.910550E+00	21.000000E+00	198	19.241000E+00	31.000000E+00
39	38.050640E+00	13.000000E+00	119	39.894940E+00	21.000000E+00	199	29.082530E+00	34.000000E+00
40	44.953210E+00	13.000000E+00	120	34.411900E+00	20.000000E+00	200	25.765240E+00	34.000000E+00
41	49.851140E+00	13.000000E+00	121	27.311410E+00	23.000000E+00	201	27.450430E+00	31.000000E+00
42	65.919590E+00	12.000000E+00	122	26.470690E+00	26.000000E+00	202	22.913720E+00	37.000000E+00
43	46.719860E+00	15.000000E+00	123	31.777270E+00	29.000000E+00	203	23.272070E+00	36.000000E+00
44	52.365930E+00	14.000000E+00	124	45.335480E+00	28.000000E+00	204	27.348600E+00	36.000000E+00
45	53.428310E+00	16.000000E+00	125	43.772210E+00	29.000000E+00	205	33.616310E+00	18.000000E+00
46	32.158930E+00	16.000000E+00	126	28.475260E+00	29.000000E+00	206	30.178650E+00	22.000000E+00
47	36.316680E+00	16.000000E+00	127	27.72730E+00	27.000000E+00	207	42.664810E+00	15.000000E+00
48	27.624310E+00	15.000000E+00	128	26.728140E+00	27.000000E+00	208	44.476890E+00	14.000000E+00
49	25.210080E+00	15.000000E+00	129	25.663230E+00	27.000000E+00	209	38.681350E+00	16.000000E+00
50	24.858440E+00	16.000000E+00	130	31.464400E+00	28.000000E+00	210	34.387260E+00	20.000000E+00
51	26.665190E+00	15.000000E+00	131	28.610260E+00	31.000000E+00	211	28.675850E+00	26.000000E+00
52	39.463310E+00	14.000000E+00	132	25.581900E+00	31.000000E+00	212	26.827590E+00	30.000000E+00
53	41.936050E+00	15.000000E+00	133	21.402330E+00	31.000000E+00	213	33.861350E+00	28.000000E+00
54	56.262130E+00	15.000000E+00	134	21.241260E+00	34.000000E+00	214	37.272550E+00	28.000000E+00
55	37.483880E+00	15.000000E+00	135	29.704500E+00	25.000000E+00	215	33.451350E+00	29.000000E+00
56	34.406620E+00	12.000000E+00	136	33.156510E+00	26.000000E+00	216	26.756580E+00	34.000000E+00
57	36.665110E+00	11.000000E+00	137	41.598770E+00	26.000000E+00	217	31.374250E+00	28.000000E+00
58	27.782600E+00	10.000000E+00	138	37.683720E+00	24.000000E+00	218	27.964000E+00	28.000000E+00
59	19.566390E+00	13.000000E+00	139	27.850320E+00	30.000000E+00	219	23.469870E+00	29.000000E+00
60	48.682540E+00	60.000000E-01	140	23.959090E+00	32.000000E+00	220	26.014540E+00	24.000000E+00
61	66.298360E+00	40.000000E-01	141	44.179770E+00	17.000000E+00	221	23.965600E+00	26.000000E+00
62	93.691410E+00	40.000000E-01	142	41.288210E+00	18.000000E+00	222	20.435880E+00	29.000000E+00
63	43.883710E+00	20.000000E+00	143	46.690490E+00	17.000000E+00	223	18.994720E+00	31.000000E+00
64	45.541090E+00	19.000000E+00	144	49.696300E+00	16.000000E+00	224	17.886660E+00	31.000000E+00
65	47.836080E+00	14.000000E+00	145	45.918960E+00	18.000000E+00	225	18.361280E+00	30.000000E+00
66	41.022840E+00	16.000000E+00	146	54.135340E+00	19.000000E+00	226	23.637530E+00	27.000000E+00
67	36.596530E+00	18.000000E+00	147	55.579390E+00	20.000000E+00	227	23.116040E+00	31.000000E+00
68	39.855630E+00	19.000000E+00	148	55.126180E+00	21.000000E+00	228	27.273170E+00	31.000000E+00
69	20.812200E+00	18.000000E+00	149	51.038320E+00	23.000000E+00	229	34.951460E+00	32.000000E+00
70	17.540010E+00	20.000000E+00	150	52.035160E+00	23.000000E+00	230	34.389060E+00	33.000000E+00
71	16.325750E+00	21.000000E+00	151	58.099230E+00	22.000000E+00	231	35.990490E+00	14.000000E+00
72	17.264120E+00	20.000000E+00	152	53.713750E+00	23.000000E+00	232	33.822480E+00	19.000000E+00
73	46.326080E+00	19.000000E+00	153	43.318050E+00	25.000000E+00	233	29.591000E+00	23.000000E+00
74	53.952790E+00	20.000000E+00	154	31.829660E+00	22.000000E+00	234	38.175940E+00	20.000000E+00
75	47.088830E+00	19.000000E+00	155	29.510850E+00	21.000000E+00	235	39.657460E+00	19.000000E+00
76	26.435600E+00	20.000000E+00	156	19.786870E+00	29.000000E+00	236	39.242750E+00	19.000000E+00
77	28.682170E+00	14.000000E+00	157	23.300970E+00	25.000000E+00	237	34.449760E+00	22.000000E+00
78	30.846410E+00	11.000000E+00	158	21.023580E+00	31.000000E+00	238	37.039010E+00	20.000000E+00
79	20.370230E+00	13.000000E+00	159	23.144940E+00	29.000000E+00	239	28.598390E+00	25.000000E+00
80	19.060730E+00	17.000000E+00	160	27.668790E+00	26.000000E+00	240	28.325130E+00	27.000000E+00



VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE
241	30.334220E+00	28.000000E+00	331	50.587810E+00	18.000000E+00	421	38.316630E+00	28.000000E+00
242	36.223750E+00	30.000000E+00	332	35.049860E+00	21.000000E+00	422	34.022040E+00	29.000000E+00
243	41.229930E+00	30.000000E+00	333	41.828050E+00	17.000000E+00	423	34.475320E+00	30.000000E+00
244	42.425890E+00	29.000000E+00	334	31.984490E+00	21.000000E+00	424	39.121680E+00	26.000000E+00
245	17.333330E+00	31.000000E+00	335	26.044090E+00	21.000000E+00	425	38.050080E+00	28.000000E+00
246	14.698720E+00	34.000000E+00	336	24.890870E+00	26.000000E+00	426	41.651660E+00	25.000000E+00
247	14.251160E+00	31.000000E+00	337	27.090480E+00	23.000000E+00	427	34.392030E+00	29.000000E+00
248	14.610470E+00	29.000000E+00	338	26.702300E+00	24.000000E+00	428	41.936700E+00	25.000000E+00
249	23.281110E+00	32.000000E+00	339	36.423770E+00	23.000000E+00	429	37.194900E+00	25.000000E+00
250	23.877690E+00	31.000000E+00	340	46.536480E+00	21.000000E+00	430	43.636360E+00	24.000000E+00
251	25.992050E+00	32.000000E+00	341	63.326870E+00	17.000000E+00	431	50.083450E+00	20.000000E+00
252	28.693270E+00	31.000000E+00	342	48.119360E+00	24.000000E+00	432	33.919390E+00	24.000000E+00
253	23.226200E+00	34.000000E+00	343	55.191050E+00	23.000000E+00	433	37.238290E+00	23.000000E+00
254	22.605060E+00	32.000000E+00	344	36.683880E+00	32.000000E+00	434	25.343220E+00	31.000000E+00
255	18.783230E+00	37.000000E+00	345	32.069600E+00	32.000000E+00	435	27.998380E+00	29.000000E+00
256	20.994890E+00	34.000000E+00	346	19.071370E+00	37.000000E+00	436	30.732890E+00	29.000000E+00
257	14.603900E+00	39.000000E+00	347	28.853490E+00	19.000000E+00	437	25.181690E+00	28.000000E+00
258	16.749280E+00	35.000000E+00	348	36.389000E+00	21.000000E+00	438	23.197730E+00	25.000000E+00
259	14.667740E+00	39.000000E+00	349	42.310630E+00	20.000000E+00	439	19.925060E+00	27.000000E+00
260	14.866030E+00	36.000000E+00	350	28.775540E+00	25.000000E+00	440	19.586490E+00	25.000000E+00
261	18.414290E+00	38.000000E+00	351	26.685350E+00	27.000000E+00	441	22.080710E+00	24.000000E+00
262	18.793860E+00	41.000000E+00	352	39.874840E+00	11.000000E+00	442	21.011160E+00	30.000000E+00
263	20.716050E+00	41.000000E+00	353	32.471920E+00	15.000000E+00	443	25.219940E+00	28.000000E+00
264	30.419470E+00	17.000000E+00	354	24.059750E+00	22.000000E+00	444	26.275870E+00	32.000000E+00
265	37.128780E+00	20.000000E+00	355	30.894120E+00	19.000000E+00	445	30.869010E+00	31.000000E+00
266	45.288040E+00	19.000000E+00	356	38.494860E+00	18.000000E+00	446	35.705210E+00	29.000000E+00
267	53.125980E+00	19.000000E+00	357	29.975270E+00	21.000000E+00	447	21.795810E+00	29.000000E+00
268	51.271520E+00	19.000000E+00	358	24.019130E+00	22.000000E+00	448	21.567890E+00	28.000000E+00
269	36.424400E+00	22.000000E+00	359	23.975660E+00	19.000000E+00	449	19.971500E+00	28.000000E+00
270	26.828170E+00	25.000000E+00	360	20.758460E+00	21.000000E+00	450	18.792420E+00	29.000000E+00
271	28.843290E+00	18.000000E+00	361	26.860960E+00	18.000000E+00	451	30.503200E+00	26.000000E+00
272	27.009870E+00	17.000000E+00	362	31.850300E+00	17.000000E+00	452	31.865670E+00	24.000000E+00
273	19.314910E+00	24.000000E+00	363	27.668750E+00	21.000000E+00	453	33.469000E+00	26.000000E+00
274	25.584450E+00	20.000000E+00	364	25.662960E+00	21.000000E+00	454	35.187160E+00	27.000000E+00
275	26.318130E+00	24.000000E+00	365	25.209200E+00	26.000000E+00	455	36.389290E+00	26.000000E+00
276	30.770880E+00	25.000000E+00	366	24.387380E+00	29.000000E+00	456	36.079960E+00	27.000000E+00
277	27.265620E+00	26.000000E+00	367	36.809410E+00	22.000000E+00	457	42.523080E+00	24.000000E+00
278	28.019140E+00	23.000000E+00	368	40.731140E+00	27.000000E+00	458	38.158410E+00	25.000000E+00
279	22.561790E+00	26.000000E+00	369	32.167280E+00	30.000000E+00	459	38.284850E+00	24.000000E+00
280	19.329380E+00	29.000000E+00	370	31.554250E+00	33.000000E+00	460	25.955520E+00	27.000000E+00
281	24.041070E+00	28.000000E+00	371	35.390430E+00	30.000000E+00	461	34.131200E+00	27.000000E+00
282	21.653020E+00	35.000000E+00	372	34.808250E+00	31.000000E+00	462	33.211890E+00	28.000000E+00
283	24.172140E+00	36.000000E+00	373	35.074650E+00	29.000000E+00	463	29.490610E+00	28.000000E+00
284	27.191350E+00	39.000000E+00	374	29.477260E+00	32.000000E+00	464	25.160990E+00	29.000000E+00
285	34.698140E+00	32.000000E+00	375	34.441930E+00	27.000000E+00	465	26.204340E+00	28.000000E+00
286	28.286560E+00	36.000000E+00	376	33.188280E+00	26.000000E+00	466	27.526110E+00	30.000000E+00
287	24.410380E+00	39.000000E+00	377	27.335280E+00	28.000000E+00	467	39.597120E+00	27.000000E+00
288	33.789670E+00	26.000000E+00	378	25.170300E+00	27.000000E+00	468	43.982490E+00	27.000000E+00
289	29.431500E+00	31.000000E+00	379	30.936070E+00	22.000000E+00	469	41.520600E+00	27.000000E+00
290	35.272000E+00	16.000000E+00	380	31.886620E+00	20.000000E+00	470	41.698870E+00	26.000000E+00
291	43.074510E+00	19.000000E+00	381	33.831410E+00	20.000000E+00	471	32.458530E+00	29.000000E+00
292	47.336470E+00	21.000000E+00	382	38.772950E+00	19.000000E+00	472	33.653080E+00	28.000000E+00
293	47.071780E+00	26.000000E+00	383	36.814880E+00	21.000000E+00	473	34.681130E+00	28.000000E+00
294	18.027860E+00	33.000000E+00	384	43.512430E+00	20.000000E+00	474	32.229010E+00	29.000000E+00
295	18.792420E+00	29.000000E+00	385	46.803390E+00	22.000000E+00	475	30.116720E+00	30.000000E+00
296	22.631570E+00	20.000000E+00	386	53.978710E+00	22.000000E+00	476	33.555390E+00	29.000000E+00
297	17.557230E+00	24.000000E+00	387	59.144000E+00	21.000000E+00	477	33.030590E+00	30.000000E+00
298	22.561790E+00	26.000000E+00	388	41.138500E+00	19.000000E+00	478	38.564200E+00	29.000000E+00
299	22.561790E+00	26.000000E+00	389	37.78810E+00	21.000000E+00	479	42.841920E+00	30.000000E+00
300	26.934130E+00	26.000000E+00	390	25.915130E+00	28.000000E+00	480	41.343510E+00	30.000000E+00
301	25.496260E+00	31.000000E+00	391	25.170260E+00	27.000000E+00	481	39.412620E+00	27.000000E+00
302	31.112720E+00	27.000000E+00	392	39.515300E+00	26.000000E+00	482	30.006690E+00	29.000000E+00
303	37.575890E+00	25.000000E+00	393	41.214870E+00	26.000000E+00	483	31.138540E+00	28.000000E+00
304	33.389420E+00	25.000000E+00	394	48.344150E+00	27.000000E+00	484	32.055220E+00	25.000000E+00
305	31.734030E+00	22.000000E+00	395	51.819500E+00	26.000000E+00	485	35.074910E+00	25.000000E+00
306	32.548340E+00	26.000000E+00	396	54.277310E+00	26.000000E+00	486	46.056140E+00	23.000000E+00
307	29.341660E+00	29.000000E+00	397	45.921790E+00	29.000000E+00	487	34.544220E+00	26.000000E+00
308	32.524350E+00	31.000000E+00	398	42.968170E+00	28.000000E+00	488	34.747810E+00	26.000000E+00
309	33.792320E+00	37.000000E+00	399	37.536660E+00	33.000000E+00	489	41.564590E+00	23.000000E+00
310	34.567390E+00	31.000000E+00	400	36.610700E+00	31.000000E+00	490	36.534330E+00	25.000000E+00
311	31.612260E+00	32.000000E+00	401	38.495490E+00	30.000000E+00	491	33.358490E+00	25.000000E+00
312	30.614710E+00	31.000000E+00	402	31.082430E+00	34.000000E+00	492	28.108340E+00	26.000000E+00
313	33.103450E+00	30.000000E+00	403	29.272370E+00	33.000000E+00	493	28.470260E+00	28.000000E+00
314	23.592490E+00	35.000000E+00	404	24.529840E+00	32.000000E+00	494	25.239810E+00	28.000000E+00
315	26.693390E+00	36.000000E+00	405	23.113600E+00	30.000000E+00	495	28.317930E+00	24.000000E+00
316	27.489450E+00	34.000000E+00	406	27.930520E+00	27.000000E+00	496	33.950030E+00	24.000000E+00
317	18.083220E+00	40.000000E+00	407	30.580660E+00	26.000000E+00	497	34.871650E+00	23.000000E+00
318	22.393770E+00	38.000000E+00	408	43.223080E+00	23.000000E+00	498	32.337490E+00	23.000000E+00
319	24.140350E+00	32.000000E+00	409	46.598300E+00	24.000000E+00	499	27.327450E+00	26.000000E+00
320	23.015730E+00	35.000000E+00	410	38.112220E+00	26.000000E+00	500	27.947620E+00	25.000000E+00
321	19.890620E+00	36.000000E+00	411	30.140180E+00	24.000000E+00	501	30.426010E+00	24.000000E+00
322	17.683910E+00	41.000000E+00	412	30.113440E+00	22.000000E+00	502	40.760910E+00	23.000000E+00
323	19.608690E+00	39.000000E+00	413	21.186070E+00	26.000000E+00	503	49.631940E+00	22.000000E+00
324	22.857100E+00	38.000000E+00	414	17.327410E+00	29.000000E+00	504	48.381820E+00	21.000000E+00
325	32.829060E+00	44.000000E+00	415	20.499420E+00	27.000000E+00	505	53.530040E+00	16.000000E+00
326	35.509030E+00	41.000000E+00	416	16.296410E+00	29.000000E+00	506	31.774640E+00	23.000000E+00
327	42.197800E+00	39.000000E+00	417	19.315160E+00	28.000000E+00	507	27.094330E+00	22.000000E+00
328	31.077020E+00	45.000000E+00	418	30.168700E+00	28.000000E+00	508	28.907490E+00	20.000000E+00
329	30.936130E+00	44.000000E+00	419	31.524710E+00	31.000000E+00	509	26.750830E+00	25.000000E+00
330	27.863620E+00							

VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE
511	39.260170E+00	22.000000E+00	601	43.751380E+00	21.000000E+00	691	21.834560E+00	33.000000E+00
512	34.477550E+00	26.000000E+00	602	54.682220E+00	19.000000E+00	692	17.940300E+00	42.000000E+00
513	31.265310E+00	25.000000E+00	603	51.772550E+00	20.000000E+00	693	30.966150E+00	32.000000E+00
514	30.937560E+00	22.000000E+00	604	54.313870E+00	19.000000E+00	694	51.333770E+00	29.000000E+00
515	24.456890E+00	24.000000E+00	605	41.431920E+00	22.000000E+00	695	51.540840E+00	30.000000E+00
516	24.611570E+00	22.000000E+00	606	42.140130E+00	19.000000E+00	696	41.924350E+00	29.000000E+00
517	23.297550E+00	22.000000E+00	607	35.746040E+00	20.000000E+00	697	46.545460E+00	25.000000E+00
518	21.941050E+00	24.000000E+00	608	32.125150E+00	21.000000E+00	698	16.930170E+00	54.000000E+00
519	26.596680E+00	22.000000E+00	609	30.657890E+00	20.000000E+00	699	20.536490E+00	54.000000E+00
520	28.118530E+00	23.000000E+00	610	25.841760E+00	22.000000E+00	700	17.752340E+00	56.000000E+00
521	39.047740E+00	20.000000E+00	611	25.146710E+00	24.000000E+00	701	17.036310E+00	57.000000E+00
522	41.422200E+00	24.000000E+00	612	29.680040E+00	25.000000E+00	702	17.424880E+00	51.000000E+00
523	49.628270E+00	22.000000E+00	613	35.022600E+00	26.000000E+00	703	18.254770E+00	43.000000E+00
524	49.639210E+00	21.000000E+00	614	41.009250E+00	23.000000E+00	704	21.802350E+00	43.000000E+00
525	26.612080E+00	21.000000E+00	615	33.332710E+00	23.000000E+00	705	25.178340E+00	40.000000E+00
526	19.485820E+00	26.000000E+00	616	29.133330E+00	24.000000E+00	706	26.789720E+00	40.000000E+00
527	24.207190E+00	18.000000E+00	617	34.506070E+00	22.000000E+00	707	28.816840E+00	39.000000E+00
528	21.796370E+00	20.000000E+00	618	37.070060E+00	22.000000E+00	708	23.413060E+00	41.000000E+00
529	33.145530E+00	21.000000E+00	619	49.752600E+00	22.000000E+00	709	22.888200E+00	41.000000E+00
530	32.289930E+00	20.000000E+00	620	52.309070E+00	23.000000E+00	710	19.301520E+00	45.000000E+00
531	43.773610E+00	19.000000E+00	621	42.853360E+00	23.000000E+00	711	16.992020E+00	46.000000E+00
532	53.238740E+00	15.000000E+00	622	35.818810E+00	24.000000E+00	712	20.069640E+00	47.000000E+00
533	43.823260E+00	17.000000E+00	623	29.097360E+00	23.000000E+00	713	19.526150E+00	46.000000E+00
534	51.150980E+00	16.000000E+00	624	29.309870E+00	23.000000E+00	714	14.235420E+00	55.000000E+00
535	23.928500E+00	16.000000E+00	625	32.285890E+00	23.000000E+00	715	15.387900E+00	59.000000E+00
536	28.147040E+00	20.000000E+00	626	31.900930E+00	23.000000E+00	716	13.207590E+00	58.000000E+00
537	26.017250E+00	20.000000E+00	627	34.653860E+00	24.000000E+00	717	16.347760E+00	43.000000E+00
538	27.273690E+00	21.000000E+00	628	30.667490E+00	25.000000E+00	718	15.329850E+00	55.000000E+00
539	29.892830E+00	21.000000E+00	629	34.562000E+00	24.000000E+00	719	14.977030E+00	53.000000E+00
540	37.737630E+00	20.000000E+00	630	30.215430E+00	25.000000E+00	720	15.400190E+00	55.000000E+00
541	38.722180E+00	20.000000E+00	631	29.859670E+00	24.000000E+00	721	18.155020E+00	45.000000E+00
542	48.207020E+00	18.000000E+00	632	31.332830E+00	23.000000E+00	722	17.543910E+00	49.000000E+00
543	44.093390E+00	20.000000E+00	633	35.875020E+00	19.000000E+00	723	16.380890E+00	48.000000E+00
544	39.842660E+00	18.000000E+00	634	36.639030E+00	24.000000E+00	724	16.844390E+00	47.000000E+00
545	42.028020E+00	19.000000E+00	635	46.948420E+00	27.000000E+00	725	23.849500E+00	35.000000E+00
546	39.286990E+00	21.000000E+00	636	44.194620E+00	26.000000E+00	726	20.811610E+00	40.000000E+00
547	38.306850E+00	23.000000E+00	637	34.398790E+00	30.000000E+00	727	22.097020E+00	42.000000E+00
548	41.989780E+00	17.000000E+00	638	31.731800E+00	26.000000E+00	728	37.207000E+00	12.000000E+00
549	22.408980E+00	25.000000E+00	639	27.160020E+00	26.000000E+00	729	39.012870E+00	13.000000E+00
550	16.125870E+00	28.000000E+00	640	24.002430E+00	27.000000E+00	730	39.368790E+00	11.000000E+00
551	12.536780E+00	34.000000E+00	641	24.908770E+00	26.000000E+00	731	34.800260E+00	13.000000E+00
552	19.850490E+00	28.000000E+00	642	31.370950E+00	24.000000E+00	732	38.688460E+00	12.000000E+00
553	28.784320E+00	23.000000E+00	643	32.505700E+00	25.000000E+00	733	38.112170E+00	12.000000E+00
554	44.047520E+00	22.000000E+00	644	35.093570E+00	26.000000E+00	734	40.313100E+00	12.000000E+00
555	49.631940E+00	22.000000E+00	645	28.031960E+00	25.000000E+00	735	45.676140E+00	13.000000E+00
556	36.780510E+00	24.000000E+00	646	23.814940E+00	28.000000E+00	736	39.510190E+00	17.000000E+00
557	37.634930E+00	22.000000E+00	647	19.911450E+00	31.000000E+00	737	42.459090E+00	15.000000E+00
558	27.904280E+00	24.000000E+00	648	20.262490E+00	30.000000E+00	738	60.612190E+00	12.000000E+00
559	25.128710E+00	24.000000E+00	649	26.114230E+00	27.000000E+00	739	38.566610E+00	15.000000E+00
560	23.893830E+00	24.000000E+00	650	29.651620E+00	24.000000E+00	740	32.726080E+00	16.000000E+00
561	24.461210E+00	23.000000E+00	651	35.309290E+00	25.000000E+00	741	38.271000E+00	14.000000E+00
562	22.783920E+00	26.000000E+00	652	35.913920E+00	25.000000E+00	742	33.134830E+00	17.000000E+00
563	23.509160E+00	28.000000E+00	653	48.146140E+00	22.000000E+00	743	40.424680E+00	17.000000E+00
564	27.245520E+00	28.000000E+00	654	53.297910E+00	19.000000E+00	744	37.466820E+00	22.000000E+00
565	25.415000E+00	27.000000E+00	655	41.999580E+00	23.000000E+00	745	53.832200E+00	18.000000E+00
566	24.501720E+00	29.000000E+00	656	48.449090E+00	20.000000E+00	746	48.926160E+00	17.000000E+00
567	26.602860E+00	27.000000E+00	657	19.143350E+00	27.000000E+00	747	45.666440E+00	10.000000E+00
568	27.283300E+00	27.000000E+00	658	23.015800E+00	22.000000E+00	748	44.562740E+00	10.000000E+00
569	36.390600E+00	13.000000E+00	659	16.770480E+00	25.000000E+00	749	45.644730E+00	10.000000E+00
570	55.731050E+00	12.000000E+00	660	18.705860E+00	23.000000E+00	750	41.289730E+00	11.000000E+00
571	47.932270E+00	17.000000E+00	661	28.078970E+00	20.000000E+00	751	47.873170E+00	11.000000E+00
572	48.646080E+00	16.000000E+00	662	29.551430E+00	21.000000E+00	752	51.483730E+00	10.000000E+00
573	51.577670E+00	17.000000E+00	663	38.466770E+00	22.000000E+00	753	56.415510E+00	90.000000E-01
574	56.569210E+00	18.000000E+00	664	38.473940E+00	24.000000E+00	754	52.617750E+00	90.000000E-01
575	52.620570E+00	22.000000E+00	665	35.619630E+00	22.000000E+00	755	66.222710E+00	70.000000E-01
576	64.742470E+00	22.000000E+00	666	33.770770E+00	24.000000E+00	756	45.196310E+00	10.000000E+00
577	55.248690E+00	24.000000E+00	667	28.377050E+00	25.000000E+00	757	39.148620E+00	11.000000E+00
578	39.298680E+00	25.000000E+00	668	28.150560E+00	24.000000E+00	758	51.976700E+00	90.000000E-01
579	40.349710E+00	20.000000E+00	669	28.561590E+00	27.000000E+00	759	35.536600E+00	12.000000E+00
580	39.724070E+00	19.000000E+00	670	42.564230E+00	21.000000E+00	760	49.658600E+00	90.000000E-01
581	35.903450E+00	18.000000E+00	671	35.652530E+00	24.000000E+00	761	44.493860E+00	80.000000E-01
582	37.352190E+00	16.000000E+00	672	33.307600E+00	23.000000E+00	762	42.664130E+00	80.000000E-01
583	35.183630E+00	16.000000E+00	673	29.613350E+00	23.000000E+00	763	32.109880E+00	10.000000E+00
584	32.343960E+00	17.000000E+00	674	28.216140E+00	23.000000E+00	764	44.532680E+00	60.000000E-01
585	30.862740E+00	20.000000E+00	675	34.907270E+00	22.000000E+00	765	83.860360E+00	30.000000E-01
586	34.756780E+00	18.000000E+00	676	40.006840E+00	22.000000E+00	766	31.646670E+00	80.000000E-01
587	28.130530E+00	20.000000E+00	677	46.439140E+00	21.000000E+00	767	50.070400E+00	50.000000E-01
588	26.494500E+00	22.000000E+00	678	15.955270E+00	59.000000E+00	768	55.666160E+00	50.000000E-01
589	26.084830E+00	23.000000E+00	679	21.511160E+00	60.000000E+00	769	39.918170E+00	70.000000E-01
590	26.032750E+00	25.000000E+00	680	24.112050E+00	49.000000E+00	770	24.802780E+00	14.000000E+00
591	35.786730E+00	24.000000E+00	681	21.493250E+00	54.000000E+00	771	36.064110E+00	11.000000E+00
592	41.636680E+00	21.000000E+00	682	27.059140E+00	43.000000E+00	772	39.443840E+00	12.000000E+00
593	37.202780E+00	22.000000E+00	683	40.500420E+00	41.000000E+00	773	34.975910E+00	14.000000E+00
594	46.280890E+00	19.000000E+00	684	33.667820E+00	46.000000E+00	774	44.584110E+00	13.000000E+00
595	49.465240E+00	18.000000E+00	685	32.107030E+00	46.000000E+00	775	37.576320E+00	15.000000E+00
596	52.108850E+00	15.000000E+00	686	33.563360E+00	39.000000E+00	776	46.671570E+00	11.000000E+00
597	38.753470E+00	20.000000E+00	687	29.266380E+00	32.000000E+00	777	51.860130E+00	10.000000E+00
598	42.213190E+00	19.000000E+00	688	29.467130E+00	38.000000E+00	778	51.655490E+00	10.000000E+00
599	46.193430E+00	19.000000E+00	689	19.162290E+00	44.000000E+00	779	38.464200E+00	13.000000E+00
600	45.848250E+00							

VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE
781	43.412200E+00	12.000000E+00	871	28.087380E+00	34.000000E+00	961	30.330600E+00	36.000000E+00
782	39.252020E+00	13.000000E+00	872	23.558390E+00	39.000000E+00	962	22.364000E+00	34.000000E+00
783	38.137610E+00	14.000000E+00	873	23.224620E+00	32.000000E+00	963	18.782720E+00	39.000000E+00
784	35.731300E+00	16.000000E+00	874	20.410060E+00	34.000000E+00	964	23.506750E+00	22.000000E+00
785	38.474690E+00	16.000000E+00	875	18.629700E+00	33.000000E+00	965	22.865420E+00	22.000000E+00
786	33.463010E+00	18.000000E+00	876	16.114230E+00	35.000000E+00	966	29.126210E+00	20.000000E+00
787	37.098880E+00	18.000000E+00	877	17.344310E+00	37.000000E+00	967	27.863240E+00	21.000000E+00
788	38.349090E+00	18.000000E+00	878	19.275170E+00	35.000000E+00	968	30.962430E+00	28.000000E+00
789	37.687450E+00	19.000000E+00	879	20.716440E+00	35.000000E+00	969	32.910220E+00	26.000000E+00
790	39.231080E+00	18.000000E+00	880	20.235740E+00	33.000000E+00	970	32.369000E+00	30.000000E+00
791	34.961620E+00	20.000000E+00	881	18.626290E+00	33.000000E+00	971	29.727130E+00	31.000000E+00
792	34.969530E+00	19.000000E+00	882	16.652280E+00	39.000000E+00	972	28.520720E+00	28.000000E+00
793	32.734570E+00	18.000000E+00	883	17.870670E+00	38.000000E+00	973	41.962940E+00	20.000000E+00
794	31.428030E+00	18.000000E+00	884	22.681290E+00	41.000000E+00	974	42.467870E+00	20.000000E+00
795	38.016820E+00	15.000000E+00	885	29.720440E+00	37.000000E+00	975	39.513210E+00	23.000000E+00
796	37.111890E+00	16.000000E+00	886	27.939750E+00	38.000000E+00	976	43.676080E+00	25.000000E+00
797	37.839350E+00	18.000000E+00	887	28.794560E+00	42.000000E+00	977	43.935920E+00	23.000000E+00
798	44.977460E+00	15.000000E+00	888	25.311460E+00	37.000000E+00	978	39.130430E+00	25.000000E+00
799	53.327790E+00	11.000000E+00	889	22.185690E+00	42.000000E+00	979	36.972840E+00	25.000000E+00
800	58.780310E+00	90.000000E-01	890	20.276290E+00	45.000000E+00	980	29.438210E+00	28.000000E+00
801	48.073750E+00	10.000000E+00	891	16.793290E+00	46.000000E+00	981	24.971390E+00	28.000000E+00
802	58.207250E+00	80.000000E-01	892	22.941230E+00	17.000000E+00	982	32.322370E+00	24.000000E+00
803	17.587060E+00	16.000000E+00	893	22.673810E+00	18.000000E+00	983	43.854580E+00	19.000000E+00
804	20.558940E+00	25.000000E+00	894	22.753350E+00	22.000000E+00	984	47.712780E+00	18.000000E+00
805	16.106640E+00	29.000000E+00	895	26.681290E+00	22.000000E+00	985	52.104410E+00	23.000000E+00
806	39.083180E+00	15.000000E+00	896	23.755950E+00	26.000000E+00	986	39.997310E+00	24.000000E+00
807	34.322490E+00	15.000000E+00	897	25.681770E+00	27.000000E+00	987	38.637810E+00	23.000000E+00
808	28.516660E+00	17.000000E+00	898	24.750940E+00	27.000000E+00	988	33.51070E+00	28.000000E+00
809	24.570530E+00	21.000000E+00	899	20.839750E+00	33.000000E+00	989	35.126930E+00	26.000000E+00
810	19.792840E+00	24.000000E+00	900	28.130720E+00	28.000000E+00	990	37.989320E+00	26.000000E+00
811	19.500780E+00	24.000000E+00	901	21.439670E+00	36.000000E+00	991	39.231400E+00	29.000000E+00
812	20.699650E+00	24.000000E+00	902	27.489420E+00	34.000000E+00	992	42.800050E+00	28.000000E+00
813	18.195970E+00	23.000000E+00	903	34.379040E+00	26.000000E+00	993	46.593960E+00	29.000000E+00
814	17.819400E+00	28.000000E+00	904	22.234850E+00	34.000000E+00	994	43.636360E+00	30.000000E+00
815	24.628010E+00	20.000000E+00	905	15.990340E+00	32.000000E+00	995	43.205840E+00	27.000000E+00
816	22.867300E+00	20.000000E+00	906	19.638160E+00	27.000000E+00	996	39.83620E+00	30.000000E+00
817	18.749380E+00	25.000000E+00	907	21.377410E+00	26.000000E+00	997	34.992220E+00	32.000000E+00
818	18.146400E+00	23.000000E+00	908	21.765220E+00	29.000000E+00	998	35.291330E+00	32.000000E+00
819	21.437320E+00	22.000000E+00	909	33.178510E+00	32.000000E+00	999	31.591150E+00	31.000000E+00
820	21.196740E+00	25.000000E+00	910	27.843510E+00	33.000000E+00	1000	22.233970E+00	33.000000E+00
821	22.698760E+00	28.000000E+00	911	22.358190E+00	37.000000E+00	1001	20.802030E+00	34.000000E+00
822	27.797710E+00	28.000000E+00	912	16.709130E+00	36.000000E+00	1002	18.058010E+00	38.000000E+00
823	21.475350E+00	36.000000E+00	913	14.505230E+00	39.000000E+00	1003	17.400130E+00	39.000000E+00
824	19.201790E+00	38.000000E+00	914	19.751580E+00	32.000000E+00	1004	22.942870E+00	38.000000E+00
825	23.427670E+00	33.000000E+00	915	15.410960E+00	40.000000E+00	1005	22.268750E+00	38.000000E+00
826	22.014480E+00	35.000000E+00	916	25.929280E+00	33.000000E+00	1006	23.810780E+00	16.000000E+00
827	19.935430E+00	29.000000E+00	917	28.620740E+00	34.000000E+00	1007	33.726820E+00	18.000000E+00
828	24.561140E+00	28.000000E+00	918	26.328590E+00	37.000000E+00	1008	34.690100E+00	23.000000E+00
829	23.697230E+00	29.000000E+00	919	34.406310E+00	32.000000E+00	1009	44.596390E+00	24.000000E+00
830	33.954260E+00	20.000000E+00	920	28.530860E+00	37.000000E+00	1010	35.511710E+00	25.000000E+00
831	29.224990E+00	23.000000E+00	921	23.938090E+00	41.000000E+00	1011	30.045250E+00	27.000000E+00
832	30.821920E+00	25.000000E+00	922	17.173270E+00	48.000000E+00	1012	36.327310E+00	21.000000E+00
833	36.427650E+00	26.000000E+00	923	18.034380E+00	25.000000E+00	1013	33.070380E+00	21.000000E+00
834	33.245590E+00	30.000000E+00	924	29.105730E+00	18.000000E+00	1014	40.146660E+00	23.000000E+00
835	30.901820E+00	31.000000E+00	925	28.701150E+00	23.000000E+00	1015	52.304690E+00	21.000000E+00
836	28.816710E+00	30.000000E+00	926	38.077860E+00	22.000000E+00	1016	47.259610E+00	25.000000E+00
837	27.156280E+00	28.000000E+00	927	40.080160E+00	24.000000E+00	1017	32.575500E+00	30.000000E+00
838	30.585260E+00	29.000000E+00	928	39.303030E+00	24.000000E+00	1018	31.960650E+00	26.000000E+00
839	31.031870E+00	31.000000E+00	929	26.501040E+00	25.000000E+00	1019	22.919830E+00	31.000000E+00
840	30.210470E+00	31.000000E+00	930	22.481450E+00	28.000000E+00	1020	24.787920E+00	29.000000E+00
841	33.330860E+00	32.000000E+00	931	39.396540E+00	23.000000E+00	1021	23.486360E+00	34.000000E+00
842	31.733230E+00	33.000000E+00	932	22.968700E+00	27.000000E+00	1022	22.876210E+00	35.000000E+00
843	26.920670E+00	35.000000E+00	933	30.091780E+00	24.000000E+00	1023	20.989780E+00	32.000000E+00
844	26.640020E+00	39.000000E+00	934	28.574270E+00	25.000000E+00	1024	18.112300E+00	32.000000E+00
845	27.522040E+00	37.000000E+00	935	22.208930E+00	26.000000E+00	1025	16.398480E+00	33.000000E+00
846	29.458160E+00	33.000000E+00	936	14.372390E+00	29.000000E+00	1026	21.941690E+00	35.000000E+00
847	26.472530E+00	36.000000E+00	937	16.057680E+00	29.000000E+00	1027	29.145200E+00	31.000000E+00
848	25.562510E+00	35.000000E+00	938	16.506270E+00	28.000000E+00	1028	24.241770E+00	32.000000E+00
849	23.051720E+00	38.000000E+00	939	18.628480E+00	30.000000E+00	1029	26.156710E+00	32.000000E+00
850	26.877960E+00	33.000000E+00	940	34.244950E+00	29.000000E+00	1030	35.268180E+00	30.000000E+00
851	26.748690E+00	36.000000E+00	941	31.555140E+00	29.000000E+00	1031	38.209770E+00	31.000000E+00
852	33.298970E+00	34.000000E+00	942	24.998440E+00	36.000000E+00	1032	49.884630E+00	29.000000E+00
853	34.836140E+00	37.000000E+00	943	21.032770E+00	38.000000E+00	1033	34.408930E+00	32.000000E+00
854	36.681330E+00	37.000000E+00	944	14.536470E+00	36.000000E+00	1034	26.393060E+00	34.000000E+00
855	32.815040E+00	41.000000E+00	945	14.825700E+00	37.000000E+00	1035	24.240960E+00	36.000000E+00
856	18.125970E+00	40.000000E+00	946	18.192420E+00	33.000000E+00	1036	23.813780E+00	36.000000E+00
857	15.426690E+00	41.000000E+00	947	17.692030E+00	34.000000E+00	1037	26.571890E+00	34.000000E+00
858	17.122560E+00	36.000000E+00	948	32.320820E+00	33.000000E+00	1038	31.640570E+00	36.000000E+00
859	17.402440E+00	35.000000E+00	949	30.687600E+00	35.000000E+00	1039	28.269710E+00	37.000000E+00
860	27.401920E+00	37.000000E+00	950	28.443460E+00	36.000000E+00	1040	31.133790E+00	20.000000E+00
861	25.408120E+00	39.000000E+00	951	22.405830E+00	45.000000E+00	1041	45.881500E+00	22.000000E+00
862	16.718030E+00	45.000000E+00	952	16.632250E+00	33.000000E+00	1042	26.771070E+00	27.000000E+00
863	17.159960E+00	39.000000E+00	953	28.845460E+00	28.000000E+00	1043	17.684770E+00	30.000000E+00
864	14.722120E+00	39.000000E+00	954	35.595100E+00	30.000000E+00	1044	18.681400E+00	29.000000E+00
865	15.383980E+00	39.000000E+00	955	66.344160E+00	15.000000E+00	1045	24.481800E+00	22.000000E+00
866	20.315920E+00	36.000000E+00	956	45.381490E+00	21.000000E+00	1046	32.931450E+00	22.000000E+00
867	22.476120E+00	38.000000E+00	957	35.851930E+00	27.000000E+00	1047	49.106860E+00	22.000000E+00
868	26.273480E+00	37.000000E+00	958	38.349990E+00	27.000000E+00	1048	47.962120E+00	21.000000E+00
869	31.989110E+00	33.000000E+00	959	39.782090E+00	26.000000E+00	1049	47.492790E+00	

VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE
1051	34.791360E+00	28.000000E+00	1141	26.788700E+00	20.000000E+00	1231	40.836580E+00	31.000000E+00
1052	36.568650E+00	30.000000E+00	1142	86.957050E+00	70.000000E-01	1232	24.959000E+00	34.000000E+00
1053	34.059380E+00	29.000000E+00	1143	46.211610E+00	13.000000E+00	1233	26.503960E+00	29.000000E+00
1054	26.772610E+00	29.000000E+00	1144	57.690920E+00	14.000000E+00	1234	20.410020E+00	32.000000E+00
1055	26.077360E+00	31.000000E+00	1145	67.722650E+00	14.000000E+00	1235	50.114320E+00	70.000000E-01
1056	27.427110E+00	28.000000E+00	1146	85.136570E+00	12.000000E+00	1236	34.846740E+00	14.000000E+00
1057	31.777560E+00	25.000000E+00	1147	69.877130E+00	12.000000E+00	1237	41.617900E+00	11.000000E+00
1058	33.351860E+00	30.000000E+00	1148	51.816830E+00	18.000000E+00	1238	40.980810E+00	12.000000E+00
1059	33.317140E+00	30.000000E+00	1149	50.661410E+00	17.000000E+00	1239	41.243490E+00	14.000000E+00
1060	29.998000E+00	32.000000E+00	1150	52.780900E+00	18.000000E+00	1240	33.077600E+00	20.000000E+00
1061	31.692450E+00	31.000000E+00	1151	61.244020E+00	19.000000E+00	1241	38.943440E+00	17.000000E+00
1062	27.760260E+00	33.000000E+00	1152	56.336470E+00	19.000000E+00	1242	34.471690E+00	19.000000E+00
1063	43.796020E+00	90.000000E-01	1153	47.493720E+00	21.000000E+00	1243	25.088640E+00	23.000000E+00
1064	43.975240E+00	13.000000E+00	1154	49.563230E+00	18.000000E+00	1244	27.691240E+00	20.000000E+00
1065	43.647070E+00	17.000000E+00	1155	32.944850E+00	21.000000E+00	1245	33.917870E+00	19.000000E+00
1066	33.463000E+00	18.000000E+00	1156	26.908800E+00	23.000000E+00	1246	31.707860E+00	21.000000E+00
1067	27.378510E+00	18.000000E+00	1157	28.709280E+00	20.000000E+00	1247	32.946450E+00	21.000000E+00
1068	30.678310E+00	17.000000E+00	1158	27.880230E+00	21.000000E+00	1248	31.854450E+00	22.000000E+00
1069	22.590680E+00	19.000000E+00	1159	33.321080E+00	21.000000E+00	1249	35.677120E+00	21.000000E+00
1070	20.906560E+00	21.000000E+00	1160	35.852470E+00	21.000000E+00	1250	34.843200E+00	24.000000E+00
1071	29.730930E+00	18.000000E+00	1161	44.174630E+00	23.000000E+00	1251	32.577260E+00	26.000000E+00
1072	22.118390E+00	21.000000E+00	1162	37.424270E+00	27.000000E+00	1252	31.749530E+00	25.000000E+00
1073	27.122620E+00	21.000000E+00	1163	39.894710E+00	25.000000E+00	1253	32.706460E+00	24.000000E+00
1074	33.094320E+00	21.000000E+00	1164	37.962160E+00	25.000000E+00	1254	30.667220E+00	27.000000E+00
1075	37.645090E+00	20.000000E+00	1165	38.056580E+00	24.000000E+00	1255	28.946120E+00	28.000000E+00
1076	47.309280E+00	20.000000E+00	1166	33.564560E+00	24.000000E+00	1256	32.526660E+00	29.000000E+00
1077	49.866330E+00	22.000000E+00	1167	42.112290E+00	21.000000E+00	1257	31.092240E+00	26.000000E+00
1078	43.553870E+00	23.000000E+00	1168	34.134310E+00	29.000000E+00	1258	28.377630E+00	26.000000E+00
1079	46.215920E+00	23.000000E+00	1169	32.293930E+00	29.000000E+00	1259	31.779310E+00	25.000000E+00
1080	52.478160E+00	20.000000E+00	1170	40.731090E+00	27.000000E+00	1260	27.548210E+00	27.000000E+00
1081	42.440700E+00	21.000000E+00	1171	33.449780E+00	32.000000E+00	1261	25.572370E+00	28.000000E+00
1082	38.747150E+00	24.000000E+00	1172	40.732300E+00	28.000000E+00	1262	23.365840E+00	34.000000E+00
1083	32.913690E+00	27.000000E+00	1173	42.963810E+00	26.000000E+00	1263	24.876350E+00	31.000000E+00
1084	34.513970E+00	26.000000E+00	1174	44.678880E+00	25.000000E+00	1264	27.675730E+00	33.000000E+00
1085	34.937890E+00	28.000000E+00	1175	38.317860E+00	26.000000E+00	1265	27.767980E+00	39.000000E+00
1086	31.838910E+00	27.000000E+00	1176	35.173410E+00	25.000000E+00	1266	30.374550E+00	37.000000E+00
1087	28.138740E+00	25.000000E+00	1177	36.567520E+00	24.000000E+00	1267	36.788860E+00	37.000000E+00
1088	23.683820E+00	30.000000E+00	1178	35.350280E+00	22.000000E+00	1268	36.457840E+00	33.000000E+00
1089	23.646030E+00	33.000000E+00	1179	39.076480E+00	21.000000E+00	1269	34.528710E+00	34.000000E+00
1090	29.395560E+00	30.000000E+00	1180	38.430340E+00	22.000000E+00	1270	28.206100E+00	32.000000E+00
1091	30.378710E+00	32.000000E+00	1181	32.988700E+00	24.000000E+00	1271	23.991840E+00	33.000000E+00
1092	21.156690E+00	44.000000E+00	1182	30.210450E+00	31.000000E+00	1272	20.706440E+00	34.000000E+00
1093	17.065810E+00	48.000000E+00	1183	30.526960E+00	29.000000E+00	1273	18.456140E+00	36.000000E+00
1094	19.314800E+00	42.000000E+00	1184	31.276860E+00	29.000000E+00	1274	20.282940E+00	37.000000E+00
1095	22.411890E+00	42.000000E+00	1185	31.313210E+00	30.000000E+00	1275	20.183030E+00	37.000000E+00
1096	24.576810E+00	43.000000E+00	1186	26.001890E+00	33.000000E+00	1276	19.851550E+00	44.000000E+00
1097	21.158800E+00	42.000000E+00	1187	24.711970E+00	33.000000E+00	1277	20.488830E+00	41.000000E+00
1098	17.521610E+00	47.000000E+00	1188	24.367440E+00	31.000000E+00	1278	15.945880E+00	48.000000E+00
1099	16.882980E+00	45.000000E+00	1189	23.168400E+00	32.000000E+00	1279	15.568840E+00	49.000000E+00
1100	17.183790E+00	41.000000E+00	1190	21.959260E+00	35.000000E+00	1280	32.030750E+00	14.000000E+00
1101	20.218780E+00	43.000000E+00	1191	22.658210E+00	31.000000E+00	1281	43.634250E+00	16.000000E+00
1102	19.834710E+00	44.000000E+00	1192	22.653250E+00	30.000000E+00	1282	37.691400E+00	15.000000E+00
1103	20.256700E+00	43.000000E+00	1193	18.010390E+00	39.000000E+00	1283	29.474620E+00	18.000000E+00
1104	22.999740E+00	42.000000E+00	1194	18.196750E+00	35.000000E+00	1284	26.679860E+00	19.000000E+00
1105	19.707670E+00	40.000000E+00	1195	22.639550E+00	35.000000E+00	1285	29.165500E+00	19.000000E+00
1106	19.047650E+00	41.000000E+00	1196	24.589170E+00	39.000000E+00	1286	26.518170E+00	24.000000E+00
1107	20.120730E+00	40.000000E+00	1197	33.845720E+00	12.000000E+00	1287	28.956370E+00	25.000000E+00
1108	16.600590E+00	43.000000E+00	1198	27.016990E+00	18.000000E+00	1288	31.636190E+00	25.000000E+00
1109	17.102660E+00	42.000000E+00	1199	30.800820E+00	20.000000E+00	1289	26.170730E+00	27.000000E+00
1110	18.807790E+00	40.000000E+00	1200	36.592800E+00	16.000000E+00	1290	28.034160E+00	23.000000E+00
1111	19.231790E+00	40.000000E+00	1201	32.519150E+00	17.000000E+00	1291	26.251020E+00	25.000000E+00
1112	19.170180E+00	43.000000E+00	1202	30.366290E+00	18.000000E+00	1292	26.161640E+00	28.000000E+00
1113	22.230740E+00	43.000000E+00	1203	27.630770E+00	22.000000E+00	1293	29.993750E+00	25.000000E+00
1114	21.896630E+00	42.000000E+00	1204	41.692720E+00	18.000000E+00	1294	36.258150E+00	24.000000E+00
1115	21.495830E+00	43.000000E+00	1205	34.744340E+00	21.000000E+00	1295	38.669770E+00	24.000000E+00
1116	20.845940E+00	46.000000E+00	1206	53.628890E+00	16.000000E+00	1296	31.479270E+00	26.000000E+00
1117	21.956670E+00	47.000000E+00	1207	33.613600E+00	23.000000E+00	1297	33.531890E+00	26.000000E+00
1118	27.579690E+00	47.000000E+00	1208	28.619700E+00	25.000000E+00	1298	29.923580E+00	29.000000E+00
1119	26.776200E+00	48.000000E+00	1209	30.956690E+00	26.000000E+00	1299	29.703440E+00	28.000000E+00
1120	26.157480E+00	48.000000E+00	1210	25.041480E+00	27.000000E+00	1300	30.501480E+00	28.000000E+00
1121	22.429910E+00	48.000000E+00	1211	20.383900E+00	30.000000E+00	1301	33.463010E+00	27.000000E+00
1122	21.113670E+00	43.000000E+00	1212	16.398820E+00	36.000000E+00	1302	25.586220E+00	29.000000E+00
1123	17.698050E+00	46.000000E+00	1213	16.597930E+00	34.000000E+00	1303	23.680280E+00	29.000000E+00
1124	19.616230E+00	45.000000E+00	1214	20.348290E+00	34.000000E+00	1304	23.804970E+00	26.000000E+00
1125	21.590920E+00	41.000000E+00	1215	22.416500E+00	36.000000E+00	1305	21.452600E+00	27.000000E+00
1126	21.541650E+00	46.000000E+00	1216	25.377750E+00	34.000000E+00	1306	23.574470E+00	30.000000E+00
1127	35.215140E+00	13.000000E+00	1217	27.544850E+00	34.000000E+00	1307	24.855060E+00	31.000000E+00
1128	51.626780E+00	15.000000E+00	1218	29.477260E+00	32.000000E+00	1308	33.043270E+00	28.000000E+00
1129	49.528280E+00	23.000000E+00	1219	29.172640E+00	31.000000E+00	1309	29.643120E+00	29.000000E+00
1130	65.170150E+00	20.000000E+00	1220	24.877180E+00	36.000000E+00	1310	24.800430E+00	33.000000E+00
1131	56.608230E+00	20.000000E+00	1221	21.490290E+00	37.000000E+00	1311	24.028670E+00	34.000000E+00
1132	48.745470E+00	23.000000E+00	1222	16.141570E+00	37.000000E+00	1312	22.735030E+00	36.000000E+00
1133	42.949170E+00	24.000000E+00	1223	15.437530E+00	28.000000E+00	1313	29.271490E+00	34.000000E+00
1134	30.667660E+00	25.000000E+00	1224	13.918690E+00	30.000000E+00	1314	30.802140E+00	34.000000E+00
1135	27.348980E+00	32.000000E+00	1225	12.601830E+00	33.000000E+00	1315	33.974140E+00	33.000000E+00
1136	41.993650E+00	21.000000E+00	1226	13.445190E+00	33.000000E+00	1316	34.819960E+00	33.000000E+00
1137	35.677120E+00	21.000000E+00	1227	20.687750E+00	32.000000E+00	1317	34.221860E+00	34.000000E+00
1138	47.763100E+00	22.000000						

VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE
1321	23.062720E+00	36.000000E+00	1411	25.409860E+00	33.000000E+00	1501	19.085390E+00	37.000000E+00
1322	24.700040E+00	35.000000E+00	1412	27.375610E+00	32.000000E+00	1502	18.336150E+00	33.000000E+00
1323	36.246480E+00	16.000000E+00	1413	24.402150E+00	36.000000E+00	1503	19.565480E+00	30.000000E+00
1324	54.274090E+00	15.000000E+00	1414	24.322270E+00	30.000000E+00	1504	15.776240E+00	35.000000E+00
1325	47.342880E+00	17.000000E+00	1415	24.981100E+00	34.000000E+00	1505	24.551250E+00	32.000000E+00
1326	37.167520E+00	23.000000E+00	1416	27.191150E+00	33.000000E+00	1506	29.272400E+00	33.000000E+00
1327	39.424400E+00	24.000000E+00	1417	23.936960E+00	35.000000E+00	1507	27.915210E+00	34.000000E+00
1328	35.004810E+00	27.000000E+00	1418	27.677500E+00	33.000000E+00	1508	29.752680E+00	34.000000E+00
1329	29.839060E+00	29.000000E+00	1419	26.709000E+00	38.000000E+00	1509	26.797770E+00	38.000000E+00
1330	26.371160E+00	33.000000E+00	1420	26.340520E+00	34.000000E+00	1510	33.760950E+00	32.000000E+00
1331	31.788220E+00	26.000000E+00	1421	25.788790E+00	34.000000E+00	1511	41.677520E+00	33.000000E+00
1332	34.750040E+00	26.000000E+00	1422	23.659070E+00	38.000000E+00	1512	23.218690E+00	30.000000E+00
1333	42.055090E+00	24.000000E+00	1423	20.894930E+00	37.000000E+00	1513	24.155690E+00	27.000000E+00
1334	41.462720E+00	25.000000E+00	1424	23.036330E+00	35.000000E+00	1514	18.843710E+00	33.000000E+00
1335	31.092240E+00	26.000000E+00	1425	22.249160E+00	38.000000E+00	1515	17.520770E+00	34.000000E+00
1336	25.545410E+00	29.000000E+00	1426	23.007890E+00	39.000000E+00	1516	31.370240E+00	34.000000E+00
1337	28.162080E+00	27.000000E+00	1427	26.503520E+00	38.000000E+00	1517	32.650420E+00	36.000000E+00
1338	23.577020E+00	28.000000E+00	1428	23.776230E+00	38.000000E+00	1518	34.223130E+00	36.000000E+00
1339	24.747800E+00	31.000000E+00	1429	22.750300E+00	41.000000E+00	1519	31.051260E+00	39.000000E+00
1340	24.584080E+00	31.000000E+00	1430	21.326810E+00	39.000000E+00	1520	26.868430E+00	37.000000E+00
1341	12.415610E+00	30.000000E+00	1431	22.955620E+00	37.000000E+00	1521	25.992060E+00	35.000000E+00
1342	10.803470E+00	35.000000E+00	1432	17.838560E+00	42.000000E+00	1522	21.175240E+00	40.000000E+00
1343	11.303190E+00	31.000000E+00	1433	17.969180E+00	39.000000E+00	1523	22.476120E+00	38.000000E+00
1344	96.802170E-01	35.000000E+00	1434	23.467280E+00	35.000000E+00	1524	24.978380E+00	39.000000E+00
1345	16.573500E+00	33.000000E+00	1435	25.785230E+00	33.000000E+00	1525	11.947750E+00	44.000000E+00
1346	19.271690E+00	30.000000E+00	1436	34.070580E+00	12.000000E+00	1526	13.075220E+00	40.000000E+00
1347	22.442010E+00	29.000000E+00	1437	45.814640E+00	15.000000E+00	1527	11.823580E+00	41.000000E+00
1348	22.134090E+00	28.000000E+00	1438	52.122540E+00	16.000000E+00	1528	12.041550E+00	38.000000E+00
1349	22.099450E+00	30.000000E+00	1439	48.759680E+00	18.000000E+00	1529	24.447220E+00	32.000000E+00
1350	29.488550E+00	25.000000E+00	1440	47.135690E+00	19.000000E+00	1530	29.479450E+00	29.000000E+00
1351	27.403510E+00	30.000000E+00	1441	41.033820E+00	19.000000E+00	1531	36.528580E+00	28.000000E+00
1352	32.737770E+00	31.000000E+00	1442	33.705970E+00	21.000000E+00	1532	39.738350E+00	30.000000E+00
1353	41.504810E+00	28.000000E+00	1443	28.553010E+00	25.000000E+00	1533	25.642790E+00	33.000000E+00
1354	38.058700E+00	29.000000E+00	1444	25.472030E+00	27.000000E+00	1534	17.604520E+00	46.000000E+00
1355	35.146820E+00	30.000000E+00	1445	24.940470E+00	25.000000E+00	1535	14.523490E+00	39.000000E+00
1356	34.031530E+00	13.000000E+00	1446	25.527390E+00	25.000000E+00	1536	21.323770E+00	23.000000E+00
1357	39.952280E+00	19.000000E+00	1447	22.749900E+00	26.000000E+00	1537	14.098700E+00	39.000000E+00
1358	33.586550E+00	23.000000E+00	1448	22.923550E+00	25.000000E+00	1538	12.285300E+00	47.000000E+00
1359	51.467170E+00	14.000000E+00	1449	24.006240E+00	28.000000E+00	1539	16.738270E+00	48.000000E+00
1360	40.335230E+00	16.000000E+00	1450	23.280590E+00	29.000000E+00	1540	22.160790E+00	46.000000E+00
1361	35.338290E+00	17.000000E+00	1451	27.209070E+00	27.000000E+00	1541	12.420820E+00	55.000000E+00
1362	39.777260E+00	16.000000E+00	1452	30.711810E+00	31.000000E+00	1542	11.653860E+00	53.000000E+00
1363	40.820020E+00	16.000000E+00	1453	39.671360E+00	29.000000E+00	1543	11.016250E+00	45.000000E+00
1364	42.448450E+00	17.000000E+00	1454	43.881030E+00	28.000000E+00	1544	12.925150E+00	37.000000E+00
1365	35.200940E+00	20.000000E+00	1455	36.234070E+00	29.000000E+00	1545	16.622560E+00	42.000000E+00
1366	28.654430E+00	20.000000E+00	1456	27.182980E+00	29.000000E+00	1546	17.252120E+00	44.000000E+00
1367	19.742040E+00	24.000000E+00	1457	22.747340E+00	29.000000E+00	1547	24.190860E+00	42.000000E+00
1368	16.405120E+00	25.000000E+00	1458	19.442650E+00	30.000000E+00	1548	21.981190E+00	43.000000E+00
1369	17.946470E+00	26.000000E+00	1459	17.872500E+00	29.000000E+00	1549	16.772490E+00	47.000000E+00
1370	18.358170E+00	29.000000E+00	1460	14.989650E+00	33.000000E+00	1550	13.822330E+00	48.000000E+00
1371	30.718360E+00	25.000000E+00	1461	11.686000E+00	39.000000E+00	1551	13.221570E+00	47.000000E+00
1372	33.725620E+00	25.000000E+00	1462	14.334400E+00	32.000000E+00	1552	14.391940E+00	48.000000E+00
1373	26.665320E+00	27.000000E+00	1463	15.397770E+00	35.000000E+00	1553	17.949480E+00	43.000000E+00
1374	32.396840E+00	22.000000E+00	1464	16.775000E+00	36.000000E+00	1554	34.176350E+00	12.000000E+00
1375	38.830240E+00	90.000000E-01	1465	33.254510E+00	16.000000E+00	1555	34.550270E+00	16.000000E+00
1376	31.603070E+00	12.000000E+00	1466	39.598400E+00	17.000000E+00	1556	29.766330E+00	18.000000E+00
1377	24.933860E+00	14.000000E+00	1467	49.584210E+00	15.000000E+00	1557	32.095290E+00	17.000000E+00
1378	23.243200E+00	16.000000E+00	1468	38.583350E+00	17.000000E+00	1558	29.940120E+00	20.000000E+00
1379	27.419120E+00	17.000000E+00	1469	30.835050E+00	19.000000E+00	1559	30.844760E+00	23.000000E+00
1380	30.241170E+00	18.000000E+00	1470	49.900200E+00	12.000000E+00	1560	33.004060E+00	23.000000E+00
1381	30.450680E+00	24.000000E+00	1471	27.082180E+00	19.000000E+00	1561	27.905680E+00	24.000000E+00
1382	31.319670E+00	25.000000E+00	1472	30.366290E+00	18.000000E+00	1562	31.206050E+00	23.000000E+00
1383	32.698430E+00	26.000000E+00	1473	24.423510E+00	19.000000E+00	1563	31.900890E+00	23.000000E+00
1384	20.280320E+00	32.000000E+00	1474	26.915790E+00	19.000000E+00	1564	31.838680E+00	24.000000E+00
1385	22.089410E+00	28.000000E+00	1475	23.571010E+00	24.000000E+00	1565	42.845530E+00	19.000000E+00
1386	17.669140E+00	34.000000E+00	1476	25.563640E+00	25.000000E+00	1566	31.638270E+00	19.000000E+00
1387	18.039760E+00	33.000000E+00	1477	36.049210E+00	22.000000E+00	1567	16.777240E+00	19.000000E+00
1388	23.692630E+00	34.000000E+00	1478	30.138630E+00	28.000000E+00	1568	11.918110E+00	26.000000E+00
1389	15.166760E+00	35.000000E+00	1479	30.083980E+00	28.000000E+00	1569	14.171030E+00	22.000000E+00
1390	17.409970E+00	33.000000E+00	1480	28.935190E+00	27.000000E+00	1570	17.095420E+00	21.000000E+00
1391	14.809170E+00	35.000000E+00	1481	24.423510E+00	28.000000E+00	1571	36.540230E+00	21.000000E+00
1392	12.839670E+00	34.000000E+00	1482	24.604910E+00	29.000000E+00	1572	33.298340E+00	22.000000E+00
1393	17.844270E+00	33.000000E+00	1483	23.407890E+00	29.000000E+00	1573	29.834410E+00	24.000000E+00
1394	17.854330E+00	31.000000E+00	1484	36.278530E+00	13.000000E+00	1574	30.631980E+00	23.000000E+00
1395	19.595700E+00	31.000000E+00	1485	34.994090E+00	18.000000E+00	1575	45.199440E+00	12.000000E+00
1396	28.495100E+00	30.000000E+00	1486	46.141860E+00	21.000000E+00	1576	58.622370E+00	10.000000E+00
1397	34.018420E+00	30.000000E+00	1487	49.307130E+00	21.000000E+00	1577	38.321520E+00	12.000000E+00
1398	38.093610E+00	32.000000E+00	1488	33.188290E+00	26.000000E+00	1578	30.414400E+00	15.000000E+00
1399	46.303450E+00	31.000000E+00	1489	29.879110E+00	23.000000E+00	1579	27.845130E+00	14.000000E+00
1400	35.819460E+00	32.000000E+00	1490	27.257400E+00	21.000000E+00	1580	26.814440E+00	16.000000E+00
1401	28.612020E+00	31.000000E+00	1491	24.367870E+00	22.000000E+00	1581	23.892800E+00	23.000000E+00
1402	23.405880E+00	34.000000E+00	1492	24.722900E+00	21.000000E+00	1582	25.814540E+00	25.000000E+00
1403	22.797340E+00	33.000000E+00	1493	24.581350E+00	23.000000E+00	1583	32.595340E+00	31.000000E+00
1404	24.124490E+00	33.000000E+00	1494	29.582640E+00	22.000000E+00	1584	30.439090E+00	36.000000E+00
1405	23.843580E+00	36.000000E+00	1495	35.107230E+00	21.000000E+00	1585	34.616210E+00	34.000000E+00
1406	22.095790E+00	36.000000E+00	1496	40.745990E+00	21.000000E+00	1586	34.881360E+00	34.000000E+00
1407	23.383910E+00	32.000000E+00	1497	30.639020E+00	27.000000E+00	1587	16.352970E+00	38.000000E+00
1408	24.672140E+00	29.000000						

VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE	VEICULO	DENSIDADE	VELOCIDADE
1591	30.116710E+00	30.000000E+00	1681	23.714210E+00	29.000000E+00	1771	13.695500E+00	52.000000E+00
1592	32.542680E+00	32.000000E+00	1682	25.734180E+00	23.000000E+00	1772	11.779430E+00	51.000000E+00
1593	33.351860E+00	30.000000E+00	1683	23.318860E+00	26.000000E+00	1773	10.728590E+00	49.000000E+00
1594	34.530390E+00	32.000000E+00	1684	21.399240E+00	27.000000E+00	1774	10.071390E+00	56.000000E+00
1595	41.810630E+00	31.000000E+00	1685	29.208920E+00	25.000000E+00	1775	66.568190E-01	53.000000E+00
1596	31.832330E+00	30.000000E+00	1686	45.670060E+00	19.000000E+00	1776	68.916960E-01	53.000000E+00
1597	26.736980E+00	28.000000E+00	1687	37.702060E+00	22.000000E+00	1777	53.329790E-01	60.000000E+00
1598	27.144200E+00	25.000000E+00	1688	35.098000E+00	24.000000E+00	1778	51.748370E-01	56.000000E+00
1599	24.062480E+00	26.000000E+00	1689	34.226630E+00	25.000000E+00	1779	57.118370E-01	60.000000E+00
1600	26.810260E+00	26.000000E+00	1690	39.303030E+00	24.000000E+00	1780	59.867490E-01	59.000000E+00
1601	36.690490E+00	23.000000E+00	1691	36.360230E+00	23.000000E+00	1781	91.922900E-01	49.000000E+00
1602	42.236790E+00	21.000000E+00	1692	31.398200E+00	25.000000E+00	1782	12.520150E+00	54.000000E+00
1603	43.796030E+00	21.000000E+00	1693	26.121780E+00	28.000000E+00	1783	11.925760E+00	55.000000E+00
1604	36.715950E+00	25.000000E+00	1694	23.127710E+00	29.000000E+00	1784	12.196620E+00	49.000000E+00
1605	33.362850E+00	23.000000E+00	1695	21.804300E+00	36.000000E+00	1785	95.907610E-01	55.000000E+00
1606	29.974530E+00	24.000000E+00	1696	23.541570E+00	37.000000E+00	1786	84.199450E-01	55.000000E+00
1607	25.831910E+00	25.000000E+00	1697	24.820580E+00	39.000000E+00	1787	82.240510E-01	58.000000E+00
1608	14.566640E+00	24.000000E+00	1698	24.011370E+00	38.000000E+00	1788	10.618220E+00	52.000000E+00
1609	14.532070E+00	26.000000E+00	1699	24.756830E+00	33.000000E+00	1789	93.093620E-01	51.000000E+00
1610	37.869220E+00	16.000000E+00	1700	24.912280E+00	30.000000E+00	1790	58.840950E-01	53.000000E+00
1611	25.812970E+00	19.000000E+00	1701	24.304520E+00	33.000000E+00	1791	51.153980E-01	58.000000E+00
1612	23.440250E+00	22.000000E+00	1702	27.111750E+00	33.000000E+00	1792	45.25270E-01	65.000000E+00
1613	22.611390E+00	23.000000E+00	1703	36.544670E+00	27.000000E+00	1793	53.291070E-01	59.000000E+00
1614	20.399490E+00	25.000000E+00	1704	36.241740E+00	26.000000E+00	1794	77.205000E-01	58.000000E+00
1615	34.654030E+00	24.000000E+00	1705	38.396950E+00	30.000000E+00	1795	94.671340E-01	52.000000E+00
1616	35.006690E+00	25.000000E+00	1706	45.209190E+00	27.000000E+00	1796	94.066750E-01	52.000000E+00
1617	32.335930E+00	25.000000E+00	1707	33.949950E+00	29.000000E+00	1797	10.595820E+00	53.000000E+00
1618	29.419270E+00	25.000000E+00	1708	24.897990E+00	38.000000E+00	1798	75.767630E-01	52.000000E+00
1619	27.224050E+00	26.000000E+00	1709	20.66740E+00	43.000000E+00	1799	83.398480E-01	50.000000E+00
1620	27.967950E+00	25.000000E+00	1710	15.839740E+00	43.000000E+00	1800	12.320320E+00	50.000000E+00
1621	20.712270E+00	28.000000E+00	1711	17.427510E+00	40.000000E+00	1801	69.034420E-01	67.000000E+00
1622	22.268270E+00	28.000000E+00	1712	27.784210E+00	24.000000E+00	1802	65.973960E-01	50.000000E+00
1623	23.013680E+00	23.000000E+00	1713	14.119800E+00	42.000000E+00	1803	46.448840E-01	62.000000E+00
1624	17.943540E+00	29.000000E+00	1714	16.899950E+00	38.000000E+00	1804	47.634130E-01	59.000000E+00
1625	23.820310E+00	26.000000E+00	1715	18.445860E+00	39.000000E+00	1805	64.054700E-01	57.000000E+00
1626	19.528080E+00	30.000000E+00	1716	17.362500E+00	39.000000E+00	1806	36.229580E-01	66.000000E+00
1627	22.084810E+00	32.000000E+00	1717	19.020610E+00	38.000000E+00	1807	54.382640E-01	56.000000E+00
1628	23.738880E+00	30.000000E+00	1718	21.481890E+00	39.000000E+00	1808	56.289520E-01	53.000000E+00
1629	22.412100E+00	33.000000E+00	1719	21.694330E+00	36.000000E+00	1809	50.504640E-01	58.000000E+00
1630	19.831620E+00	31.000000E+00	1720	24.251090E+00	38.000000E+00	1810	98.272720E-01	55.000000E+00
1631	17.566390E+00	27.000000E+00	1721	23.104000E+00	36.000000E+00	1811	39.007480E-01	50.000000E+00
1632	15.105720E+00	31.000000E+00	1722	23.585780E+00	37.000000E+00	1812	39.938090E-01	54.000000E+00
1633	16.078470E+00	28.000000E+00	1723	27.130650E+00	37.000000E+00	1813	54.488700E-01	55.000000E+00
1634	16.930660E+00	28.000000E+00	1724	28.411090E+00	36.000000E+00	1814	53.858750E-01	55.000000E+00
1635	25.113010E+00	44.000000E+00	1725	33.839660E+00	37.000000E+00	1815	84.688320E-01	48.000000E+00
1636	26.628790E+00	48.000000E+00	1726	26.713950E+00	44.000000E+00	1816	55.750210E-01	50.000000E+00
1637	29.947710E+00	46.000000E+00	1727	18.362470E+00	46.000000E+00	1817	39.534370E-01	50.000000E+00
1638	32.502710E+00	39.000000E+00	1728	15.261490E+00	51.000000E+00	1818	37.024660E-01	50.000000E+00
1639	27.997480E+00	39.000000E+00	1729	17.241600E+00	43.000000E+00	1819	28.998440E-01	55.000000E+00
1640	29.609890E+00	38.000000E+00	1730	15.889600E+00	47.000000E+00	1820	31.356250E-01	61.000000E+00
1641	26.273490E+00	37.000000E+00	1731	19.262260E+00	54.000000E+00	1821	43.575620E-01	62.000000E+00
1642	22.992910E+00	40.000000E+00	1732	18.411970E+00	55.000000E+00	1822	55.242000E-01	51.000000E+00
1643	30.958760E+00	33.000000E+00	1733	18.165780E+00	57.000000E+00	1823	77.037090E-01	55.000000E+00
1644	31.951650E+00	33.000000E+00	1734	11.700850E+00	55.000000E+00	1824	53.000620E-01	59.000000E+00
1645	36.132970E+00	32.000000E+00	1735	98.113770E-01	59.000000E+00	1825	65.372190E-01	52.000000E+00
1646	41.805290E+00	33.000000E+00	1736	70.484820E-01	59.000000E+00	1826	53.583040E-01	53.000000E+00
1647	46.598320E+00	32.000000E+00	1737	66.100040E-01	59.000000E+00	1827	52.125960E-01	44.000000E+00
1648	49.142720E+00	32.000000E+00	1738	85.496950E-01	61.000000E+00	1828	40.516380E-01	54.000000E+00
1649	53.526810E+00	32.000000E+00	1739	10.129980E+00	57.000000E+00	1829	33.906810E-01	58.000000E+00
1650	52.978170E+00	35.000000E+00	1740	14.669930E+00	60.000000E+00	1830	40.221190E-01	53.000000E+00
1651	54.644810E+00	32.000000E+00	1741	11.128350E+00	49.000000E+00	1831	45.937410E-01	54.000000E+00
1652	35.621520E+00	33.000000E+00	1742	12.738440E+00	53.000000E+00	1832	63.598630E-01	50.000000E+00
1653	36.691920E+00	39.000000E+00	1743	14.183280E+00	49.000000E+00	1833	76.317680E-01	50.000000E+00
1654	36.886760E+00	36.000000E+00	1744	14.291570E+00	49.000000E+00	1834	76.035590E-01	50.000000E+00
1655	32.910370E+00	41.000000E+00	1745	19.158920E+00	52.000000E+00	1835	73.659540E-01	52.000000E+00
1656	32.796740E+00	42.000000E+00	1746	21.549850E+00	41.000000E+00	1836	10.679480E+00	54.000000E+00
1657	36.352340E+00	39.000000E+00	1747	18.044030E+00	48.000000E+00	1837	93.519650E-01	58.000000E+00
1658	41.032070E+00	37.000000E+00	1748	17.935340E+00	46.000000E+00	1838	79.857080E-01	54.000000E+00
1659	40.375590E+00	36.000000E+00	1749	71.457600E-01	63.000000E+00	1839	64.031200E-01	56.000000E+00
1660	29.752070E+00	44.000000E+00	1750	87.847880E-01	59.000000E+00	1840	66.267740E-01	49.000000E+00
1661	32.481230E+00	41.000000E+00	1751	11.065620E+00	48.000000E+00	1841	63.579580E-01	49.000000E+00
1662	25.741130E+00	39.000000E+00	1752	10.212420E+00	48.000000E+00			
1663	27.233110E+00	36.000000E+00	1753	14.575610E+00	56.000000E+00			
1664	23.614140E+00	36.000000E+00	1754	16.054970E+00	53.000000E+00			
1665	23.177770E+00	35.000000E+00	1755	10.560220E+00	54.000000E+00			
1666	24.613700E+00	40.000000E+00	1756	76.510280E-01	55.000000E+00			
1667	27.280070E+00	38.000000E+00	1757	71.820810E-01	53.000000E+00			
1668	27.395180E+00	40.000000E+00	1758	59.547660E-01	53.000000E+00			
1669	27.582510E+00	37.000000E+00	1759	56.867040E-01	54.000000E+00			
1670	29.795160E+00	30.000000E+00	1760	70.648740E-01	49.000000E+00			
1671	40.826160E+00	11.000000E+00	1761	63.175160E-01	48.000000E+00			
1672	39.130970E+00	15.000000E+00	1762	70.703130E-01	49.000000E+00			
1673	44.103450E+00	15.000000E+00	1763	83.752940E-01	46.000000E+00			
1674	42.444820E+00	16.000000E+00	1764	13.895890E+00	59.000000E+00			
1675	38.832750E+00	17.000000E+00	1765	90.356540E-01	61.000000E+00			
1676	41.380500E+00	17.000000E+00	1766	98.620660E-01	55.000000E+00			
1677	44.037370E+00	17.000000E+00	1767	99.221200E-01	54.000000E+00			
1678	46.941010E+00	16.000000E+00	1768	10.747200E+00	52.000000E+00			
1679	41.324680E+00	20.000000E+00	1769	15.749700E+00	53.000000E+00			
1680	41.848060E+00	22.000000E+00	1770	12.065150E+00	60.000000E+00			

APÊNDICE C

SOLUÇÃO NUMÉRICA

x	v(x)	x	v(x)	x	v(x)
0,	1.292217027155977505e+01	81,	2.838752459158642338e+01	161,	3.531630164471058464e+01
1,	1.330481401035820177e+01	82,	2.849998312547587886e+01	162,	3.538357858116119559e+01
2,	1.367351445708708013e+01	83,	2.861153457461325900e+01	163,	3.545050295963687148e+01
3,	1.402948030341459962e+01	84,	2.872219322939427144e+01	164,	3.551707794710515032e+01
4,	1.437375585681377466e+01	85,	2.883197301889950026e+01	165,	3.558330666598210001e+01
5,	1.470725068937993818e+01	86,	2.894088752352131166e+01	166,	3.564919219500212222e+01
6,	1.503076275366462866e+01	87,	2.904894998702952336e+01	167,	3.571473757006594951e+01
7,	1.534499664164809651e+01	88,	2.915617332810596807e+01	168,	3.577994578506694978e+01
8,	1.565057817769130999e+01	89,	2.926257015137628414e+01	169,	3.584481979269605745e+01
9,	1.594806620615127279e+01	90,	2.936815275796541869e+01	170,	3.590936250522545947e+01
10,	1.623796220543397695e+01	91,	2.947293315560172999e+01	171,	3.597357679527166852e+01
11,	1.652071819880527315e+01	92,	2.957692306829308393e+01	172,	3.603746549653841669e+01
12,	1.679674331661366793e+01	93,	2.968013394559683960e+01	173,	3.610103140454055648e+01
13,	1.706649928052542705e+01	94,	2.978257697150437622e+01	174,	3.616427727731011998e+01
14,	1.733005501848729679e+01	95,	2.988426307295958750e+01	175,	3.622720583608610667e+01
15,	1.758799057301632729e+01	96,	2.998520292802953691e+01	176,	3.628981976598968373e+01
16,	1.784050043066711311e+01	97,	3.008540697374455775e+01	177,	3.635212171668646164e+01
17,	1.808784637407062590e+01	98,	3.018488541362389554e+01	178,	3.641411430303725183e+01
18,	1.833026993760291390e+01	99,	3.028364822490222963e+01	179,	3.647580010573825859e+01
19,	1.856799453196964933e+01	100,	3.038170516547146605e+01	180,	3.653718167195098943e+01
20,	1.880122729065770670e+01	101,	3.047906578055135185e+01	181,	3.659826151592123011e+01
21,	1.903016068148219375e+01	102,	3.057573940910176447e+01	182,	3.665904211958567060e+01
22,	1.925497391873768649e+01	103,	3.067173518998881221e+01	183,	3.671952593316385816e+01
23,	1.947583420529016962e+01	104,	3.076706206791615017e+01	184,	3.677971537573267824e+01
24,	1.969289782897967811e+01	105,	3.086172879913238276e+01	185,	3.683961283578030788e+01
25,	1.990631113368211658e+01	106,	3.095574395692477054e+01	186,	3.689922067173721842e+01
26,	2.011621138210400517e+01	107,	3.104911593690894733e+01	187,	3.695854121248254387e+01
27,	2.032272752470237975e+01	108,	3.114185296212379228e+01	188,	3.701757675782602774e+01
28,	2.052598088691496159e+01	109,	3.123396308794022858e+01	189,	3.707632957896768744e+01
29,	2.072608578505990806e+01	110,	3.132545420679208803e+01	190,	3.713480191893987836e+01
30,	2.092315007974743324e+01	111,	3.141633405273691793e+01	191,	3.719299599303844417e+01
31,	2.111727567437886321e+01	112,	3.1506661020585414818e+01	192,	3.725091398925192010e+01
32,	2.130855896524707660e+01	113,	3.159629009648759279e+01	193,	3.730855806686980975e+01
33,	2.149709124885848865e+01	114,	3.168538100933900736e+01	194,	3.736593036607735741e+01
34,	2.168295909134160482e+01	115,	3.177389008741903709e+01	195,	3.742303299014982088e+01
35,	2.186624466416662571e+01	116,	3.186182433586156648e+01	196,	3.747986802424007635e+01
36,	2.204702604985555325e+01	117,	3.194919062560718714e+01	197,	3.753643752676779854e+01
37,	2.222537752080653296e+01	118,	3.203599569696127958e+01	198,	3.759274353179644379e+01
38,	2.240136979467741796e+01	119,	3.212224616303178237e+01	199,	3.764878804958578939e+01
39,	2.257507026691055074e+01	120,	3.220794851305173268e+01	200,	3.770457306712768997e+01
40,	2.274654322572530063e+01	121,	3.229310911559107922e+01	201,	3.776010054864045173e+01
41,	2.291585004834929862e+01	122,	3.237773422166240778e+01	202,	3.781537243599527898e+01
42,	2.308304938207782087e+01	123,	3.246182967724711085e+01	203,	3.787039064905074781e+01
43,	2.324819731103814036e+01	124,	3.254540237858933693e+01	204,	3.792515708587752954e+01
44,	2.341134751008790360e+01	125,	3.262845737023190651e+01	205,	3.797967362286665605e+01
45,	2.357255138703991548e+01	126,	3.271100075251397499e+01	206,	3.803394211472972586e+01
46,	2.373185821427731668e+01	127,	3.279308323181786015e+01	207,	3.808796439441698567e+01
47,	2.388931525071041051e+01	128,	3.287457541359808744e+01	208,	3.814174227299783837e+01
48,	2.404496785492726474e+01	129,	3.295561780485257231e+01	209,	3.81952775395610452e+01
49,	2.419885959030274591e+01	130,	3.303617081651670162e+01	210,	3.824857196123640080e+01
50,	2.435103232275342933e+01	131,	3.311623976578309936e+01	211,	3.83016272833057487e+01
51,	2.450152631175747686e+01	132,	3.319582987835006804e+01	212,	3.835444522979148729e+01
52,	2.465038029519785212e+01	133,	3.327494629060113596e+01	213,	3.840702750391377407e+01
53,	2.479763156853345762e+01	134,	3.335359405171849545e+01	214,	3.845937578939522439e+01
54,	2.494331605875467162e+01	135,	3.343177812573257768e+01	215,	3.851149175169893368e+01
55,	2.508746839353709746e+01	136,	3.350950339351027196e+01	216,	3.856337703965831309e+01
56,	2.523012196596899415e+01	137,	3.358677465468381484e+01	217,	3.861503328720454675e+01
57,	2.537130899519370786e+01	138,	3.366359662952265097e+01	218,	3.866646211504471609e+01
58,	2.55110605832777504e+01	139,	3.373997396075026245e+01	219,	3.871766513207818150e+01
59,	2.564940676858774182e+01	140,	3.381591121530784960e+01	220,	3.876864393631594652e+01
60,	2.578637657593411703e+01	141,	3.389141288606685976e+01	221,	3.881940011507076349e+01
61,	2.592199806371849036e+01	142,	3.396648339349211199e+01	222,	3.88699352442069157e+01
62,	2.605629836829976398e+01	143,	3.404112708725723735e+01	223,	3.892025088641858588e+01
63,	2.618930374577737652e+01	144,	3.411534824781419672e+01	224,	3.897034858822492254e+01
64,	2.632103961137281445e+01	145,	3.418915108791840396e+01	225,	3.902022987627642436e+01
65,	2.645153057657605089e+01	146,	3.426253975411103170e+01	226,	3.906989625275900835e+01
66,	2.658080048420992014e+01	147,	3.433551832816000626e+01	227,	3.911934919061647520e+01
67,	2.670887244155323614e+01	148,	3.440800802846100608e+01	228,	3.916859012907779203e+01
68,	2.683576885165243198e+01	149,	3.448026121139994871e+01	229,	3.921762047020535391e+01
69,	2.696151144294123725e+01	150,	3.455203337267804642e+01	230,	3.926644157723199413e+01
70,	2.708612129727885076e+01	151,	3.46234114860076630e+01	231,	3.931505477544484251e+01
71,	2.720961887650847544e+01	152,	3.469439831733181023e+01	232,	3.936346135627340459e+01
72,	2.733202404763059334e+01	153,	3.476499860011314524e+01	233,	3.941166258503556042e+01
73,	2.745335610667821769e+01	154,	3.483521566245219248e+01	234,	3.945965971248805459e+01
74,	2.757363380137493891e+01	155,	3.490505311527719812e+01	235,	3.950745398992562940e+01
75,	2.769287535265078759e+01	156,	3.497451451606183070e+01	236,	3.955504668709539118e+01
76,	2.781109847508543353e+01	157,	3.504360336991997826e+01	237,	3.960243911167528807e+01
77,	2.792832039634337704e+01	158,	3.511232313067191058e+01	238,	3.964963262854806914e+01
78,	2.804455787566117309e+01	159,	3.518067720188269476e+01	239,	3.969662867664084871e+01
79,	2.815982722144257977e+01	160,	3.524866893787406497e+01	240,	3.974342878075128738e+01
80,	2.827414430801367828e+01				

x	v(x)	x	v(x)	x	v(x)
241,	3.979003455560409463e+01	311,	4.327503955158982052e+01	381,	4.869699711694963895e+01
242,	3.983644769943091291e+01	312,	4.334573791916799479e+01	382,	4.877243627977988893e+01
243,	3.988266997468694086e+01	313,	4.341698864695649718e+01	383,	4.884754085950200420e+01
244,	3.992870317413767367e+01	314,	4.348876574995615432e+01	384,	4.892229254495247659e+01
245,	3.997454907147805159e+01	315,	4.356104402806149523e+01	385,	4.899667223342488143e+01
246,	4.002020935686709890e+01	316,	4.363379910108992732e+01	386,	4.907065998483606251e+01
247,	4.00656855923193742e+01	317,	4.370700743149220102e+01	387,	4.914423497283411990e+01
248,	4.011097895884562092e+01	318,	4.378064633658264881e+01	388,	4.921737543253174607e+01
249,	4.015609049541947684e+01	319,	4.385469399165860693e+01	389,	4.929005860451049159e+01
250,	4.020102067865605022e+01	320,	4.392912942541100563e+01	390,	4.936226067469771550e+01
251,	4.024576950975320955e+01	321,	4.400393250884650342e+01	391,	4.943395670966817335e+01
252,	4.029033642359534184e+01	322,	4.407908393881807285e+01	392,	4.950512058686521044e+01
253,	4.033472026217666695e+01	323,	4.415456521713790750e+01	393,	4.957572491916925372e+01
254,	4.037891929005039060e+01	324,	4.423035862613090075e+01	394,	4.964574097321214907e+01
255,	4.042293126218006449e+01	325,	4.430644720137973991e+01	395,	4.971513857988977492e+01
256,	4.046675355341277935e+01	326,	4.438281470231446946e+01	396,	4.978388605876674688e+01
257,	4.051038335686141068e+01	327,	4.445944558120952905e+01	397,	4.985194972923322609e+01
258,	4.055381795578580295e+01	328,	4.453632495107046196e+01	398,	4.991930469939570258e+01
259,	4.059705507016235515e+01	329,	4.461343855281975124e+01	399,	4.998572773544941583e+01
260,	4.064009327514349224e+01	330,	4.469077272212656737e+01	400,	5.005655417726888601e+01
261,	4.068293248420560815e+01	331,	4.476831435616769284e+01		
262,	4.072557448518876555e+01	332,	4.484605088055604227e+01		
263,	4.076802351291253501e+01	333,	4.492397021662906553e+01		
264,	4.081028683791080169e+01	334,	4.500206074924994937e+01		
265,	4.085237534738019605e+01	335,	4.508031129524126612e+01		
266,	4.089430409199130878e+01	336,	4.515871107254089623e+01		
267,	4.093609277104509658e+01	337,	4.523724967014534570e+01		
268,	4.097776612878286784e+01	338,	4.531591701888354606e+01		
269,	4.101935423660257385e+01	339,	4.539470336304609788e+01		
270,	4.106089263950925528e+01	340,	4.547359923287904593e+01		
271,	4.110242235022029433e+01	341,	4.555259541793831346e+01		
272,	4.114398968071194673e+01	342,	4.563168294128968938e+01		
273,	4.118564590826896676e+01	343,	4.571085303453038762e+01		
274,	4.122744678082631964e+01	344,	4.579009711360031787e+01		
275,	4.126945187405555515e+01	345,	4.586940675534552270e+01		
276,	4.131172381972411500e+01	346,	4.594877367479109154e+01		
277,	4.135432743085751639e+01	347,	4.602818970307701818e+01		
278,	4.139732875376347465e+01	348,	4.610764676600781087e+01		
279,	4.144079407975845442e+01	349,	4.618713686316409195e+01		
280,	4.148478895034183012e+01	350,	4.626665204752318772e+01		
281,	4.152937718861710437e+01	351,	4.634618440553457930e+01		
282,	4.157461998713030482e+01	352,	4.642572603759535355e+01		
283,	4.162057507826862235e+01	353,	4.650526903887082142e+01		
284,	4.166729600830437619e+01	354,	4.658480548040508751e+01		
285,	4.171483153048856707e+01	355,	4.666432739046694422e+01		
286,	4.176322512670341069e+01	356,	4.674382673607630778e+01		
287,	4.181251466144896511e+01	357,	4.682329540465721607e+01		
288,	4.186273216667847663e+01	358,	4.690272518576331606e+01		
289,	4.191390375144656844e+01	359,	4.698210775282250751e+01		
290,	4.196604962664520144e+01	360,	4.706143464484713945e+01		
291,	4.201918423234518229e+01	361,	4.714069724805674610e+01		
292,	4.207331645343359838e+01	362,	4.72198867735959072e+01		
293,	4.212844990828053682e+01	363,	4.729899425763957055e+01		
294,	4.218458329497918413e+01	364,	4.737801050479379938e+01		
295,	4.224171078015428549e+01	365,	4.745692610646581500e+01		
296,	4.229982241628494677e+01	366,	4.753573140241771000e+01		
297,	4.235890457479992222e+01	367,	4.761441646448309939e+01		
298,	4.241894038374683618e+01	368,	4.769297107604061381e+01		
299,	4.247991016049788726e+01	369,	4.777138471094532690e+01		
300,	4.254179183163753919e+01	370,	4.78496465118522095e+01		
301,	4.260456133380877475e+01	371,	4.792774526786250533e+01		
302,	4.266819299081819850e+01	372,	4.800566939141932465e+01		
303,	4.273265986367870539e+01	373,	4.808340689437447679e+01		
304,	4.279793407148166295e+01	374,	4.816094536314236763e+01		
305,	4.286398708202742114e+01	375,	4.823827193285092818e+01		
306,	4.293078997200601066e+01	376,	4.831537326039197211e+01		
307,	4.299831365721637866e+01	377,	4.839223549626513687e+01		
308,	4.306652909385584849e+01	378,	4.846884425510027228e+01		
309,	4.313540745231781415e+01	379,	4.854518458473222609e+01		
310,	4.320492026522236273e+01	380,	4.862124093369018141e+01		