

MARCUS CALMON NAVARRO TEIXEIRA DA SILVA

**MODELOS COSMOLÓGICOS VISCOSOS SEGUNDO
A TERMODINÂMICA DOS PROCESSOS IRREVERSÍVEIS**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Física do Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Gilberto M. Kremer

CURITIBA

2004

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

PARECER

Os abaixo-assinados, membros da banca examinadora de Defesa de Dissertação de Mestrado do estudante Marcus Calmon Navarro Teixeira da Silva são de parecer favorável e consideram aprovada a redação final da Defesa de Dissertação cujo título é **Modelos Cosmológicos Viscosos Segundo a Termodinâmica dos Processos Irreversíveis.**

Curitiba, 17 de fevereiro de 2004

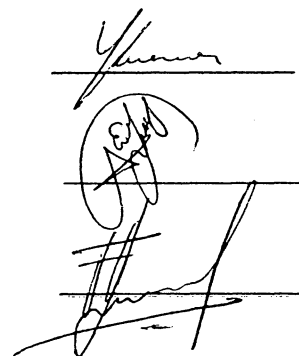
Banca Examinadora

**Prof. GILBERTO MEDEIROS KREMER
(Orientador/ Presidente) (UFPR)**

**Prof. ANTONIO EDSON GONÇALVES
(UEL)**

**Prof. FERNANDO PABLO DEVECCHI
(UFPR)**

Assinatura



The image shows three handwritten signatures, each written over a horizontal line. The top signature is the most legible, appearing to be 'G. Kremer'. The middle signature is more stylized and less legible. The bottom signature is also stylized and less legible.

RESUMO

No presente trabalho, investigamos a influência da viscosidade volumétrica sobre algumas variáveis cosmológicas, supondo que o segundo coeficiente de viscosidade seja proporcional a uma potência da densidade de energia da mistura, cujos valores estão compreendidos entre 0 e 1. Com este objetivo, formulamos dois modelos fenomenológicos, combinando a teoria da relatividade geral de Einstein com a termodinâmica dos processos irreversíveis. No primeiro modelo (Universo desacelerado-acelerado), o Universo evolui de uma fase passada de aceleração negativa para uma fase atual de aceleração positiva, sob a influência de um campo de energia escura, que interage fracamente com a matéria ordinária. A interação da energia escura e do campo gravitacional é de caráter reversível. Na primeira fase, a matéria é dominante, enquanto que, na segunda, a energia escura domina. A evolução temporal do campo de densidade de matéria está relacionada à expansão cósmica e à interação irreversível da matéria com o campo gravitacional, descrita pela pressão de não-equilíbrio. De tal modo que, quando o efeito da pressão de não-equilíbrio é acentuado, a densidade de energia da matéria diminui mais lentamente, o contrário ocorrendo quando o mesmo efeito é atenuado. A evolução da energia escura está relacionada à taxa de expansão. A pressão de não-equilíbrio e a viscosidade diminuem com o tempo, de sorte que o Universo atual é menos viscoso do que na fase evolutiva anterior. Por outro lado, a pressão de não-equilíbrio e a viscosidade são fortemente sensíveis a uma alteração no valor do expoente que define a dependência da viscosidade com a densidade de energia da mistura.

No segundo modelo (Universo inflacionário-desacelerado-acelerado), após experimentar uma fase inicial de expansão inflacionária, o Universo atravessa uma fase de aceleração negativa, para atingir uma fase de aceleração positiva. Na fase inflacionária, o Universo se expande às custas da energia de um campo escalar clássico ϕ , que age como um inflaton. Nas fases desacelerada e acelerada, o campo ϕ atua como um campo de energia escura, cuja influência prevalece sobre a da matéria apenas na fase atual (acelerada). Na fase inflacionária, a pressão de não-equilíbrio descreve o processo de produção de partículas, enquanto que nas fases seguintes ela descreve a interação do campo gravitacional com a matéria. A pressão de não-equilíbrio, inicialmente nula, aumenta rapidamente até atingir o seu valor máximo (negativo) no fim da inflação, quando a taxa de produção de partículas é máxima. Na evolução subsequente, até a era atual, o seu efeito é atenuado. Como no modelo anterior, a viscosidade e a pressão de não-equilíbrio decrescem com o tempo, e, na fase pós-inflacionária, a evolução do campo de densidade de matéria é influenciada pela expansão e pela interação da matéria com o campo gravitacional.

ABSTRACT

In the present work, we investigate the influence of the bulk viscosity on some cosmological variables by assuming the second viscosity coefficient to be proportional to a power of the energy density of the mixture, the values of which are comprised between 0 and 1. With this aim, we stated two phenomenological models by combining the Einstein's general theory of relativity with the thermodynamics of irreversible processes. In the first model (decelerated-accelerated Universe), the Universe evolves from a past negative acceleration phase to a current positive acceleration phase under the influence of a dark energy field, which interacts weakly with the ordinary matter. The interaction between the dark energy and the gravitational field is of a reversible character. In the first phase, the matter is dominant, while in the second the dark energy dominates. The time evolution of the energy density of the matter is related to the cosmic expansion and to the irreversible interaction between the matter and the gravitational field, described by the non-equilibrium pressure. In such a manner that, when the effect of the non-equilibrium pressure is stressed, the energy density of the matter decays more slowly, the opposite occurring when the same effect is reduced. The evolution of the dark energy is related to the expansion rate. Both the non-equilibrium pressure and the viscosity decrease with time, so that the current Universe is less viscous than in the previous evolution phase. On the other hand, the non-equilibrium pressure and the viscosity are strongly sensible to a change in the value of the exponent that defines how the viscosity scales with the energy density of the matter.

In the second model (inflationary-decelerated-accelerated Universe), after undergoing an initial phase of inflationary expansion, the Universe goes through a negative acceleration phase to reach a positive acceleration phase. In the inflationary phase, the Universe expands at the expense of the energy of a classical scalar field ϕ , which acts like an inflaton. In the decelerated and accelerated phases, the field ϕ acts like a dark energy field, the influence of which prevails over that of the matter only in the current (accelerated) phase. In the inflationary phase, the non-equilibrium pressure describes the particle production process, while in the following phases it describes the interaction between the gravitational field and the matter. The non-equilibrium pressure, initially taken as zero, increases rapidly to reach its maximum (negative) value at the end of inflation, when the particle production rate becomes the largest. In the subsequent evolution, till the current era, its effect is reduced. As in the previous model, both the viscosity and the non-equilibrium pressure decrease with time, and in the post-inflationary phase the evolution of the energy density of the matter is influenced by the expansion and the interaction of the matter with the gravitational field.

AGRADECIMENTOS

Aos meus queridos pais, Vera e Luiz Carlos, cujo amor por mim jamais se cansa de enfrentar desafios, e aos quais dedico este trabalho.

À minha amada esposa Sandra, por sua presença amorosa e solidária em todos os momentos, sobretudo nos de maior dificuldade.

Ao Professor Gilberto Medeiros Kremer, por sua dedicação e paciência como orientador.

A Adriana do Rocio Lopes, a minha mais profunda gratidão pelas incontáveis vezes em que me estendeu a mão, e sem cuja generosidade este trabalho não teria sido possível.

A Giselle Munhoz Alves, amiga fiel por quem nutro enorme admiração, por seu espírito solidário e (sábios) conselhos, sem os quais talvez eu não tivesse chegado aonde cheguei.

A José Renato Ramos Barbosa, pelo conselho certo na hora certa... .

A Beatriz Bronislava Lipinski, por sua indescritível, indefectível e divertidíssima figura, que muito contribui para o meu bom desempenho acadêmico.

A José Carlos Pereira Coninck, por sua enorme e eficaz boa vontade.

A Carina Maria Zanetti, pelos momentos em que me estendeu a mão.

Ao amigo de longa data, Gustavo Gustavsson Detthow, pelos momentos de discussão sobre cosmologia, que muito me valeram.

A Marcos Antonio Florczak, pelo incentivo nos momentos difíceis.

Ao Professor Sérgio Meister Berleze, pelo auxílio num momento crítico.

A todos os meus colegas de pós-graduação, sem exceção, por tornarem a minha vida acadêmica extremamente prazerosa.

Ao Departamento de Física da UFPR, por me ter concedido a oportunidade de cursar o mestrado.

Conteúdo

1	Introdução	4
2	Fundamentos Teóricos	11
2.1	O Princípio Cosmológico	11
2.2	A Luz	12
2.3	A Expansão do Universo	14
2.4	Partículas no Universo	16
2.5	A Métrica	18
2.6	A Equação de Friedmann	19
2.7	A Equação do Fluido	21
2.8	A Equação da Aceleração	22
2.9	Parâmetros Observacionais	22
2.10	Modelos Cosmológicos Viscosos	27
2.11	A Constante Cosmológica Λ	28
2.12	A Inflação Cosmológica	31
2.13	A Radiação Cós mica de Fundo	34
3	Descrição dos Modelos	37
3.1	O Universo Modelado Como Uma Mistura de Matéria e Energia Escura	37
3.1.1	Equações de Balanço	38
3.1.2	Equações de Evolução	42
3.1.3	Parâmetros e Condições Iniciais	47
3.2	O Universo Modelado Como Uma Mistura de Matéria e Campo Escalar	49
3.2.1	Equações de Balanço	50

3.2.2	Equações de Evolução	53
3.2.3	Parâmetros e Condições Iniciais	57
4	Resultados e Discussões	60
4.1	O Universo Modelado Como Uma Mistura de Matéria e Energia Escura	60
4.2	O Universo Modelado Como Uma Mistura de Matéria e Campo Escalar	72
5	Conclusões	81
	Referências Bibliográficas	85

Capítulo 1

Introdução

O nosso Universo pode ser pensado como uma mistura de fluidos relativísticos em expansão, na qual existem efeitos dissipativos que são produzidos por um mecanismo de viscosidade. Este mecanismo opera através da transferência de energia-momentum entre os fluidos compõem a mistura [1]. Referimo-nos aqui à viscosidade volumétrica, sobre a qual iremos falar mais adiante.

Por outro lado, existem processos físicos na cosmologia e na astrofísica nos quais a dissipação está relacionada não só ao transporte de energia-momentum, mas também, à condução de calor e ao cisalhamento. Portanto, tais processos só podem ser adequadamente descritos e compreendidos mediante uma teoria relativística de fluidos dissipativos [1]. Ao longo da própria história evolutiva do Universo, é possível identificar inúmeros efeitos dissipativos cosmológicos e astrofísicos importantes. Uma análise pormenorizada destes efeitos pode ser encontrada, por exemplo, nos trabalhos [1, 2, 3]. Neste ponto, citamos apenas dois efeitos dissipativos de enorme influência sobre a evolução cósmica: o reaquecimento do Universo no fim da era inflacionária e o transporte de calor e momentum decorrente do aumento do livre caminho médio dos fótons, na era do desacoplamento. Para uma discussão dos mesmos, remetemos o leitor às seções 2.12 e 2.13, respectivamente, da presente dissertação.

Os processos dissipativos são modelados com base na teoria termodinâmica de processos irreversíveis. Embora a abordagem mais satisfatória a esta teoria seja através da teoria cinética do não-equilíbrio, ela é muito complicada. Por isso, optamos por uma abordagem fenomenológica que permita descrever diferentes regimes de parâmetros em teorias cosmológicas.

O objetivo do presente trabalho consiste em investigar, para um dado regime de parâmetros, a influência da viscosidade volumétrica sobre algumas variáveis cosmológicas, quando, seguindo o trabalho [4], se supõe que o segundo coeficiente de

viscosidade seja proporcional a uma potência da densidade de energia da mistura, cujos valores estão compreendidos entre 0 e 1, isto é:

$$\eta = \alpha \rho^m , \quad (1.1)$$

onde η denota o segundo coeficiente de viscosidade (viscosidade volumétrica), α é uma constante e os valores de m pertencem ao intervalo $0 < m \leq 1$.

Com este propósito, formulamos dois modelos fenomenológicos (Cap. 3) através de uma combinação da termodinâmica dos processos irreversíveis com a teoria da relatividade geral de Einstein [4-16].

Ambos os modelos incorporam resultados de observações cosmológicas recentes, que indicam haver evidência de que o Universo é plano (curvatura espacial nula) e de que se expande com aceleração positiva. Além disso, medidas do desvio para o vermelho do comprimento de onda da supernova SN 1997ff do tipo Ia indicam ter havido uma fase anterior à atual em que o Universo possuía aceleração negativa [7, 8].

No capítulo 3, mostramos que os Universos desacelerado-acelerado e inflacionário-desacelerado-acelerado são soluções da equação de Friedmann, a qual, para uma métrica de Robertson-Walker definida por

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] , \quad (1.2)$$

e para um Universo sem constante cosmológica, pode ser escrita como

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho . \quad (1.3)$$

Na Eq. (1.2), ds denota o elemento de linha da métrica, $a(t)$ representa o chamado fator de escala cósmica, e a constante k mede a curvatura espacial (a seção 2.5 é dedicada à métrica).

Na Eq. (1.3), H representa o parâmetro de Hubble, G é a constante gravitacional e ρ denota a densidade de energia da mistura. Aqui, omitimos a dependência temporal do fator de escala (dedicamos a seção 2.6 à equação de Friedmann, e o capítulo 2, à exposição dos fundamentos teóricos do presente trabalho).

Nas Eqs. (1.2) e (1.3), bem como nas demais equações do presente trabalho, as unidades foram escolhidas de modo que a velocidade da luz no vácuo seja igual a 1.

A Eq. (1.3) é obtida a partir das equações do campo gravitacional de Einstein, as quais, para um Universo sem constante cosmológica, podem ser escritas na forma

$$R_{\nu}^{\mu} - \frac{1}{2} R g_{\nu}^{\mu} = -8\pi G T_{\nu}^{\mu} , \quad (1.4)$$

onde R_{ν}^{μ} representa o tensor de Ricci, g_{ν}^{μ} denota o tensor métrico, R denota a curvatura escalar e T_{ν}^{μ} representa o tensor energia-momentum [9, 17].

No primeiro modelo, consideramos o Universo como uma mistura de matéria e energia escura, e no segundo, como uma mistura de matéria e campo escalar. Em ambos os casos, incluímos um termo de pressão de não-equilíbrio no tensor energia-momentum da mistura, que representa um processo irreversível de transferência de energia (momentum) entre os campos de matéria e gravitacional. A inclusão desse termo foi proposta por Murphy [4].

É importante mencionar que um Universo desacelerado-acelerado constitui uma solução possível da equação de Friedmann independentemente da presença do termo de pressão de não-equilíbrio [7]. Contudo, segundo a referência [18], é discutível modelar o Universo como um fluido perfeito composto por matéria e campo escalar que evolui na ausência de efeitos dissipativos.

A inclusão do termo de pressão de não-equilíbrio no tensor energia-momentum torna possível descrever a criação de partículas no Universo primordial a partir da teoria termodinâmica dos processos irreversíveis. Aqui, fizemos uso da descrição da termodinâmica usual (clássica) e da termodinâmica estendida.

A primeira destas, conhecida também como termodinâmica não causal ou de primeira ordem, foi formulada por Eckart em 1940 e estende a termodinâmica irreversível dos fluidos newtonianos para os relativísticos [4, 5, 6, 7, 11]. Na década de 50, Landau e Lifshitz elaboraram uma variante da mesma teoria.

Ambas as formulações (Eckart e Landau) sofrem dos mesmos problemas: violação da causalidade e instabilidade dos estados de equilíbrio. O primeiro problema reside no fato de uma perturbação dissipativa propagar-se no fluido com velocidade infinita. Quanto ao segundo, ele surge do fato de a descrição dos estados de não-equilíbrio ser feita somente por meio de variáveis que são usadas na descrição do equilíbrio termodinâmico local.

Estes aspectos indesejáveis não existem na termodinâmica estendida [6, 7, 10, 12, 13, 14, 19]. Esta, desenvolvida por Ingo Müller na década de 60, descreve os estados de não-equilíbrio através de um conjunto de variáveis ampliado, “estendido”, que inclui variáveis dissipativas (pressão dinâmica ou pressão de não-equilíbrio, fluxo de calor e tensão anisotrópica). A termodinâmica estendida é conhecida também como termodinâmica causal (perturbações no fluido propagam-se com velocidade finita), termodinâmica de segunda ordem (na definição da entropia figuram termos de segunda ordem nas variáveis dissipativas) e termodinâmica transiente (a teoria incorpora fenômenos transientes que ocorrem na escala do livre caminho médio das partículas,

contrariamente ao regime quase-estacionário da termodinâmica de Eckart).

Na termodinâmica irreversível, a entropia não é conservada, mas aumenta, de acordo com a segunda lei da termodinâmica. Na forma covariante, a segunda lei é expressa por

$$S^\mu{}_{;\mu} \geq 0, \quad (1.5)$$

onde S^μ denota o quadrifluxo de entropia, o índice μ se refere às quatro coordenadas espaço-temporais, e o ponto e vírgula representa a derivada covariante. A Eq. (1.5) é uma equação de balanço para o quadrifluxo de entropia S^μ [1, 6].

Num Universo homogêneo e isotrópico, a decomposição de S^μ com respeito à quadrivelocidade U^μ ($U^\mu U_\mu = 1$) é dada por

$$S^\mu = nsU^\mu, \quad (1.6)$$

onde n denota a densidade numérica de partículas, e s , a entropia por partícula da mistura.

O campo de S^μ , juntamente com os campos do quadrifluxo de partículas N^μ e do tensor energia-momentum $T^{\mu\nu}$, caracterizam um fluido dissipativo [20, 21].

A taxa de produção de partículas Σ leva à não conservação do número de partículas e contribui para a produção de entropia, de modo que, na forma covariante, a equação de balanço para N^μ pode ser escrita como

$$N^\mu{}_{;\mu} = n\Sigma. \quad (1.7)$$

Num Universo homogêneo e isotrópico, o quadrifluxo de partículas N^μ pode ser decomposto em relação a U^μ como

$$N^\mu = nU^\mu. \quad (1.8)$$

A contribuição da criação de partículas para a produção de entropia pode ser modelada como uma viscosidade volumétrica efetiva [1, 6], como mostraremos a seguir.

A lei de conservação da energia-momentum é válida tanto na termodinâmica irreversível usual como na estendida [1, 6, 7, 8, 20]. Na forma covariante, é expressa por

$$U_\mu T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0. \quad (1.9)$$

Num Universo homogêneo e isotrópico, a decomposição de $T^{\mu\nu}$ em relação à quadrivelocidade U^μ é dada por

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p + \varpi) U^\mu U^\nu - (p + \varpi) g^{\mu\nu}, \quad (1.10)$$

onde ϖ denota a pressão de não-equilíbrio, p representa a pressão hidrostática e $g^{\mu\nu}$ representa o tensor métrico.

A pressão de não-equilíbrio ϖ pode ser identificada com a taxa de produção de partículas Σ , resultado este que foi obtido pela primeira vez por Zimdahl [22]. De fato, inserindo as decomposições expressas pelas Eqs. (1.6), (1.8) e (1.10) nas equações de balanço (1.5), (1.7) e (1.9), respectivamente, obtemos

$$n\dot{s} + ns\Sigma \geq 0, \quad (1.11)$$

$$\dot{n} + n\Theta = n\Sigma, \quad (1.12)$$

$$\dot{\rho} + (\rho + p + \varpi)\Theta = 0. \quad (1.13)$$

Nas Eqs. (1.12) e (1.13), usamos a notação usual $\Theta \equiv U^\mu{}_{;\mu}$ para a taxa de expansão. Na Eq. (1.12), usamos $\dot{n} \equiv U^\mu n_{;\mu}$ para a derivada covariante ao longo de U^μ [6].

Em termos da derivada covariante ao longo de U^μ , a equação de Gibbs pode ser escrita como

$$n\dot{s} = \frac{1}{T} \left(\dot{\rho} - \frac{\rho + p}{n} \dot{n} \right), \quad (1.14)$$

onde T é a temperatura absoluta. Usando as Eqs. (1.12) e (1.13), podemos eliminar da Eq. (1.14) as derivadas da densidade numérica de partículas n e da densidade de energia ρ , obtendo

$$n\dot{s} + ns\Sigma = \frac{1}{T} (-\varpi\Theta - n\mu\Sigma) \geq 0, \quad (1.15)$$

onde μ é o potencial químico definido por

$$\mu = \frac{(\rho + p)}{n} - Ts. \quad (1.16)$$

Num processo adiabático ($\dot{s} = 0$), a desigualdade acima permite concluir que $ns\Sigma \geq 0$ e que

$$\varpi = -(\rho + p) \frac{\Sigma}{\Theta}. \quad (1.17)$$

Para satisfazer à condição expressa pela Eq. (1.5), é necessário impor relações entre os “fluxos” termodinâmicos e as “forças” termodinâmicas correspondentes. Na teoria de Eckart, isso resulta em equações constitutivas ou equações de transporte para as variáveis dissipativas [1]. Para um fluido cosmológico em expansão, tais equações são expressas na forma covariante por

$$\varpi = -3\eta H, \quad (1.18)$$

$$q_\mu = -\lambda \left(D_\mu T + T\dot{U}_\mu \right), \quad (1.19)$$

$$\pi_{\mu\nu} = -2\zeta\sigma_{\mu\nu} , \quad (1.20)$$

onde D_μ denota a derivada espacial covariante, definida através do tensor de projeção $h_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - U_\mu U_\nu = h_{\nu\mu}$, e o ponto, a derivada covariante na direção da quadrivelocity U^μ . Além disso, $3H = D^\mu U_\mu = U^\mu{}_{;\mu}$ e $\sigma_{\mu\nu} = D_{\langle\nu} U_{\mu\rangle} = U_{\langle\mu;\nu\rangle}$. Os símbolos “ \langle ” e “ \rangle ” representam a parte simétrica, espacial e sem traço de um tensor [1].

As Eqs. (1.18), (1.19) e (1.20) são generalizações relativísticas das leis newtonianas correspondentes, exceto pelo termo de aceleração $T\dot{U}_\mu$ que figura na Eq. (1.19), relacionado à inércia da energia térmica e para o qual não existe análogo clássico. Para comprová-lo, basta escrever aquelas equações num referencial de Lorentz que está local e momentaneamente em repouso no fluido. Nas mesmas equações, os “fluxos” termodinâmicos (pressão de não-equilíbrio ϖ , fluxo de calor q_μ e o tensor $\pi_{\mu\nu}$) aparecem no primeiro membro, e as “forças” (H , $D_\mu T + T\dot{U}_\mu$ e $\sigma_{\mu\nu}$), no segundo. Finalmente, os coeficientes termodinâmicos η , λ e ζ denotam a viscosidade volumétrica, a condutividade térmica e a viscosidade de cisalhamento, respectivamente.

Na termodinâmica estendida, as relações lineares que correspondem às Eqs. (1.18), (1.19) e (1.20), quando escritas na forma covariante de Maxwell-Cattaneo [1], são:

$$\tau_0 \dot{\varpi} + \varpi = -3\eta H , \quad (1.21)$$

$$\tau_1 h_\mu^\nu \dot{q}_\nu + q_\mu = -\lambda \left(D_\mu T + T\dot{U}_\mu \right) , \quad (1.22)$$

$$\tau_2 h_\mu^\gamma h_\nu^\delta \dot{\pi}_{\gamma\delta} + \pi_{\mu\nu} = -2\zeta \sigma_{\mu\nu} . \quad (1.23)$$

Nas Eqs. (1.21), (1.22) e (1.23), as quantidades τ_0 , τ_1 e τ_2 são tempos de relaxação que podem ser calculados através da teoria cinética, e h_μ^ν é o tensor de projeção.

As Eqs. (1.18), (1.19) e (1.20) da teoria de Eckart e as Eqs. (1.21), (1.22) e (1.23) da teoria de Müller distinguem-se essencialmente pelo fato de as primeiras serem equações algébricas (constitutivas), enquanto que as segundas são equações diferenciais evolutivas. Nas Eqs. (1.21), (1.22) e (1.23), os termos evolutivos são introduzidos para preservar a causalidade e para a modelagem de fenômenos de alta frequência ou fenômenos transientes, nos quais os efeitos de relaxação são importantes.

Num Universo homogêneo e isotrópico, descrito por uma métrica de Robertson-Walker, a dissipação é devida apenas à viscosidade volumétrica [4, 10, 23], pois: $q_\mu = \pi_{\mu\nu} = 0$. Este é o modelo mais simples de fluido dissipativo, utilizado no presente trabalho. Portanto, neste caso, sobrevivem apenas as Eqs. (1.18) e (1.21).

Se o nosso Universo fosse estático, então, de acordo com a Eq. (1.18), a

pressão de não-equilíbrio não existiria, pois, neste caso, $H(t) = 0$. Portanto, nos nossos modelos, só existe pressão de não-equilíbrio (transferência de energia-momentum) porque os fluidos que compõem a mistura estão em expansão. Trata-se de um efeito puramente relativístico. E, de fato, segundo a referência [10], a existência da pressão de não-equilíbrio é um fenômeno cosmológico geral.

Considerando a relação existente entre a pressão de não-equilíbrio ϖ e a viscosidade volumétrica η , expressa pelas Eqs. (1.18) e (1.21), bem como a relação entre ϖ e a taxa de produção de partículas Σ , descrita pela Eq. (1.17), concluímos que a contribuição da criação de partículas para a produção de entropia pode ser modelada como uma viscosidade volumétrica efetiva [10, 22].

Dedicamos o capítulo 4 à apresentação, análise e interpretação dos resultados que foram obtidos a partir dos dois modelos fenomenológicos mencionados nesta introdução.

No capítulo 5, expomos as conclusões do presente trabalho.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

Neste capítulo, apresentamos alguns conceitos básicos de cosmologia que foram utilizados no presente trabalho. Além disso, são abordados alguns resultados observacionais recentes. Trata-se de uma visão panorâmica, que não tem a pretensão de esgotar o assunto.

2.1 O Princípio Cosmológico

O princípio cosmológico ocupa um lugar central na cosmologia [2, 3, 9, 24]. Essencialmente, ele afirma que o Universo se apresenta com o mesmo aspecto em cada ponto, e que, portanto, o Universo é homogêneo (“todos os lugares são iguais”).

Naturalmente, o princípio cosmológico não é exato. Na verdade, é uma aproximação que se torna cada vez melhor quanto maior for a escala de comprimento considerada. Por exemplo, na escala de uma galáxia, ele deixa de ser uma boa aproximação, ao passo que uma região que contenha cerca de um milhão de galáxias é semelhante a qualquer outra de mesma escala, se não levarmos em conta as irregularidades locais na distribuição de massa. O estudo dos desvios da homogeneidade é, atualmente, a linha de pesquisa mais proeminente em cosmologia [24].

O fato do Universo permanecer homogêneo no tempo sugere que as leis da natureza devem ser as mesmas de ponto para ponto. A homogeneidade do Universo permite também definir um tempo universal, denominado tempo cósmico, com base no qual é possível sincronizar relógios em todos os pontos. Os desvios da sincronicidade são causados por irregularidades locais [25].

Num Universo homogêneo, a isotropia num ponto implica em isotropia em todos os pontos. Isotropia é a propriedade pela qual o Universo se apresenta com

o mesmo aspecto em todas as direções espaciais (“todas as direções são iguais”).

Homogeneidade e isotropia não implicam necessariamente uma na outra [25]. Por exemplo, podemos imaginar um Universo homogêneo mas anisotrópico no qual as galáxias possuam eixos de rotação que apontem numa mesma direção, ou no qual um campo magnético intergaláctico aponte numa única direção. Por outro lado, um Universo inhomogêneo pode ser isotrópico num ponto, mas não isotrópico em todos os pontos. Por exemplo, do cimo de uma montanha a paisagem circundante pode parecer isotrópica, mas quando observada de um ponto situado na vizinhança da montanha, a mesma paisagem se apresenta anisotrópica por causa da presença da própria montanha. Portanto, homogeneidade e isotropia são propriedades gerais do Universo, que deixam de ser válidas quando consideramos fenômenos locais.

O princípio cosmológico é a base da chamada cosmologia do Big Bang. E o Big Bang constitui a melhor descrição que temos do nosso Universo [24].

2.2 A Luz

Durante a maior parte da história da astronomia, o estudo do Universo foi feito praticamente com base em informação extraída da região visível do espectro eletromagnético [24]. No século XX, praticamente todo o espectro havia sido explorado por medidas astronômicas. Atualmente, existem instrumentos capazes de realizar observações de ondas de rádio, microondas, luz infravermelha, luz visível, luz ultravioleta, raios X e raios gama. Além disso, a astronomia inicia uma era na qual é possível extrair informação de outros tipos. É o que se pretende com os experimentos de detecção de neutrinos, ou com a construção de aparatos que tornem possível a detecção de ondas gravitacionais.

Embora existam lacunas no nosso conhecimento cosmológico, possuímos um quadro consistente, baseado no princípio cosmológico, de como a matéria se distribui no Universo [24]. Na região visível do espectro, por exemplo, são observados estrelas, galáxias, o grupo local de galáxias, aglomerados de galáxias, super aglomerados de galáxias e vazios.

As observações que usam luz visível são úteis para investigar o que ocorre no Universo atual. No entanto, são as microondas que constituem a região de frequência mais importante em cosmologia [24]. De fato, em 1965, Penzias e Wilson descobriram acidentalmente que a Terra é banhada por uma radiação de microondas, que se encontra a uma temperatura aproximada de 3 K e cujo espectro é de corpo negro [2, 3, 24]. Esta radiação tornou-se conhecida como Radiação Cósmica de Fundo ou

CMBR (“Cosmic Microwave Background Radiation”) e é uma evidência forte em favor da teoria do Big Bang, na qual a cosmologia moderna se baseia. As observações realizadas pelo FIRAS (“Far InfraRed Absolute Spectrometer”), colocado a bordo do satélite COBE (“Cosmic Background Explorer”), confirmaram tratar-se de uma radiação cujo espectro é praticamente idêntico ao espectro de um corpo negro que irradia a uma temperatura de $2,725 \pm 0,001$ K [3, 24]. Além disso, aquelas observações mostram que, exceto por pequenas flutuações, a temperatura em diferentes regiões do Universo observável é praticamente uniforme, o que representa a melhor evidência de que o princípio cosmológico pode ser usado como fundamento da cosmologia. As flutuações de temperatura detectadas são da ordem de 10^{-5} . Acredita-se que estejam relacionadas a flutuações de densidade primordiais que deram origem às grandes estruturas observadas atualmente, quais sejam, aglomerados e superaglomerados de galáxias [3, 24].

A importância do alto grau de isotropia (observado) da radiação cósmica de fundo deve-se, essencialmente, a três aspectos: (i) é uma forte evidência da isotropia do Universo em grande escala; (ii) exclui qualquer modelo no qual a radiação tenha uma origem galáctica ou no qual seja produzida por uma distribuição randômica de fontes; (iii) possui um espectro de corpo negro quase perfeito [3]. Na seção 2.13, voltaremos a falar sobre a radiação cósmica de fundo.

As ondas de rádio constituem outra importante fonte de informação astronômica, permitindo obter mapas de alta resolução de galáxias distantes [24]. E, de fato, muitas das galáxias mais distantes foram detectadas através do mapeamento nessa região espectral.

As observações no infravermelho são um excelente meio de detecção de galáxias jovens, nas quais a formação estelar se encontra nos estágios iniciais. Além disso, a luz infravermelha sofre menos absorção e espalhamento pela poeira da nossa galáxia do que a luz visível, permitindo não só observar objetos mais distantes como investigar as regiões mais próximas do plano galático nas quais o obscurecimento pela poeira é mais intenso. Em 1980, o satélite IRAS (“InfraRed Astronomical Satellite”) realizou um levantamento (“survey”) do Universo observável nessa faixa de frequência, detectando populações de galáxias de brilho mais fraco do que as observadas na região ótica [24].

Para a investigação dos aglomerados de galáxias, a região espectral dos raios X é particularmente útil. De fato, entre as galáxias de um aglomerado, existe um gás tão quente que emite difusamente na faixa de frequência de raios X. A sua temperatura é de cerca de dezenas de milhões de Kelvin. Provavelmente, este gás é material

remanescente da formação de galáxias, que não sofreu colapso gravitacional para dar origem a estrelas [24].

2.3 A Expansão do Universo

É um fato observacional que quase tudo no Universo parece estar se afastando de nós, e que quanto mais distante estiver um objeto astronômico, mais rápido parece ser o seu movimento de recessão. Numa situação deste tipo, a velocidade é medida através do deslocamento para o vermelho (“redshift”) das linhas espectrais, que é explicado pelo efeito Döppler aplicado à luz [2, 3, 9, 24]. Em espectroscopia de galáxias, por exemplo, sabe-se que cada galáxia possui um conjunto de linhas de emissão e de absorção, e que estas linhas podem ser identificadas por suas frequências características, as quais são bem conhecidas. Desse modo, quando uma galáxia está se afastando de nós, o intervalo de tempo entre os instantes de chegada de duas cristas de onda consecutivas aumenta, o que corresponde a uma diminuição de frequência. Neste caso, as linhas características são deslocadas em direção ao extremo de baixa frequência (“zona vermelha”) do espectro visível. Por isso, este efeito é conhecido como “redshift”. Analogamente, quando uma galáxia se aproxima de nós, as suas linhas características são deslocadas em direção à região “azul” do espectro, e dizemos que houve um “blueshift”. Quem empregou esta técnica pela primeira vez para medir a velocidade de uma galáxia foi Vesto Slipher, por volta de 1912 [24]. Nas décadas seguintes, o astrônomo Edwin Hubble a aplicou sistematicamente à investigação cosmológica [2, 3, 9, 24].

O deslocamento para o vermelho z é definido por

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}}, \quad (2.1)$$

onde λ_{em} e λ_{obs} são os comprimentos de onda da luz nos pontos de emissão (galáxia) e de observação (nós). Se um objeto próximo recua a uma velocidade v , então o seu deslocamento para o vermelho é

$$z = \frac{v}{c}, \quad (2.2)$$

onde c é a velocidade da luz. A Eq. (2.2) é válida somente para velocidades $v \ll c$. Ela resulta da fórmula da Relatividade Especial

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}}. \quad (2.3)$$

Hubble percebeu a partir de suas observações que a velocidade de recessão era proporcional à distância entre o objeto e o observador:

$$\vec{v} = H_0 \vec{r}. \quad (2.4)$$

A Eq. (2.4) é conhecida como lei de Hubble e a constante de proporcionalidade como constante de Hubble [2, 3, 9, 24]. Como o Universo não é perfeitamente homogêneo, a lei de Hubble não é exata para galáxias próximas, embora descreva o comportamento médio destas com grande precisão. Pois, em virtude das inhomogeneidades existentes na distribuição de matéria, as galáxias apresentam movimentos randômicos conhecidos como velocidades peculiares [3, 24].

Ao longo dos últimos anos, foram feitas várias tentativas para a determinação do valor da constante de Hubble, mas apenas recentemente tem havido acordo a respeito do seu valor [24].

À primeira vista, o fato observacional de que praticamente tudo no Universo está se afastando do ponto em que nos encontramos pode sugerir que o princípio cosmológico não seja válido, isto é, que ocupamos um lugar privilegiado no Universo. Entretanto, é preciso não esquecer que um observador situado em qualquer outro ponto do Universo também observaria objetos afastando-se dele segundo a lei de Hubble (aproximadamente). Uma analogia comum consiste em imaginar uma bexiga com pontos desenhados em sua superfície [24]. À medida que a bexiga é enchida, os pontos se afastam uns dos outros. Do ponto de vista de cada ponto, todos os outros parecem estar se afastando, e quanto mais distante um ponto estiver, mais rapidamente parecerá estar se afastando. Portanto, embora esteja se expandindo, o Universo se apresenta com o mesmo aspecto, qualquer que seja o ponto (galáxia) em que nos encontremos.

A Eq. (2.4) nos leva naturalmente à seguinte questão: se a velocidade é proporcional à distância, então, quando consideramos galáxias suficientemente distantes umas das outras, não é possível tornar as suas velocidades relativas tão grandes quando queiramos, a ponto de exceder a velocidade da luz? Em outras palavras, a lei de Hubble é incompatível com a teoria da relatividade especial? A resposta é não, porque a velocidade superluminal de objetos distantes é apenas aparente [24]. Na verdade, é o próprio espaço-tempo que se expande levando consigo tudo o que se encontra nele.

Considerando que o nosso Universo se encontra em expansão, podemos concluir que, num passado remoto, ele possuía um tamanho bem menor do que o atual, e que, portanto, todos os seus pontos estavam muito próximos uns dos outros. Intuitivamente, somos levados a admitir que, em algum instante do passado, todo o Universo estava concentrado num único ponto. Um modelo que procura descrever a

evolução do Universo com base na hipótese de que ele teve um começo é conhecido como cosmologia do Big Bang [2, 3, 24].

2.4 Partículas no Universo

Tudo o que existe no Universo é constituído de partículas fundamentais. O comportamento do Universo como um todo depende das propriedades destas partículas [2, 3, 24]. Atualmente, acredita-se que as partículas existentes no Universo são:

- *Bárions.* Nós somos formados de átomos, cuja massa é atribuída em grande parte aos prótons e nêutrons existentes nos núcleos atômicos. Acredita-se que os prótons e os nêutrons sejam formados de partículas ainda mais fundamentais, denominadas quarks. Um próton é constituído de dois quarks up e um quark down, ao passo que um nêutron é constituído de um quark up e dois quarks down. O termo bárion é reservado às partículas formadas pela combinação de três quarks. Como, dentre todos os bárions, apenas o próton e o nêutron podem ser estáveis, considera-se que estes sejam as únicas partículas que representam significativamente a matéria bariônica existente no Universo [2, 3, 24]. Embora o termo núcleon também seja utilizado para prótons e nêutrons, iremos, seguindo [24], nos referir aos prótons e aos nêutrons como bárions. O próton e o nêutron possuem energias da ordem de 938,3 MeV e 939,6 MeV, respectivamente. Embora os elétrons não sejam constituídos de quarks, os cosmólogos costumam incluí-los entre os bárions.

O Universo possui carga elétrica nula, de modo que existe um elétron para cada próton. A energia de um elétron é menos que um milésimo da energia de um próton (0,511 MeV). Por isso, a contribuição dos elétrons para a massa total do Universo pode ser desprezada [24].

No Universo atual, os bárions são não-relativísticos, o que significa que sua energia cinética é muito menor do que sua energia de repouso relativística [3, 24].

- *Radiação.* Tudo o que podemos perceber visualmente no Universo provém da radiação eletromagnética [2, 3, 24]. Do ponto de vista da mecânica quântica, a radiação é constituída de partículas conhecidas como fótons, usualmente denotados pelo símbolo γ . Os fótons propagam-se à velocidade da luz, e como possuem massa de repouso nula, sua energia total é sempre cinética. A energia

e a frequência de um fóton estão relacionadas por

$$E = h\nu, \quad (2.5)$$

onde h é a constante de Planck. Os fótons interagem com os bárions e os elétrons. Por exemplo, um fóton de alta energia pode “arrancar” um elétron de um átomo (processo conhecido como ionização), ou pode ser espalhado por um elétron livre (no caso não-relativístico, espalhamento de Thomson; no caso relativístico, espalhamento de Compton) [3].

- *Neutrinos.* Os neutrinos são partículas que interagem muito fracamente e são produzidos, por exemplo, no decaimento radioativo. Há evidências experimentais suficientes de que possuem massa de repouso não-nula, embora não esteja claro se esta é suficiente para produzir efeitos cosmológicos [2, 24]. Seguindo [24], iremos tratá-los como partículas sem massa e adotaremos a suposição de que, como os fótons, eles são relativísticos. Os fótons e os neutrinos juntos compõem a matéria relativística do nosso Universo. Alguns autores utilizam o termo radiação para se referir a toda a matéria relativística existente. Existem três tipos de neutrinos: neutrino do elétron, neutrino do múon e neutrino do tau. Há evidências de que os neutrinos possuem a habilidade de mudar seu tipo enquanto se propagam. Este fenômeno é conhecido como oscilação do neutrino (veja, por exemplo, a referência [2]). Originalmente, a existência dos neutrinos foi prevista teoricamente, embora a existência de um fundo cósmico de neutrinos possa ser inferida indiretamente a partir de algumas observações cosmológicas [2, 24].
- *Matéria escura.* Há um outro tipo de partícula que pode existir no nosso Universo, e que não é parte do modelo padrão da teoria de partículas. É conhecido como matéria escura [2, 3, 24]. O termo “escura” é uma alusão ao fato de esta forma de matéria não interagir com a luz, embora produza efeitos gravitacionais. A matéria escura é classificada em dois tipos: bariônica e não-bariônica. A primeira é muito tênue para ser observada. Alguns candidatos a este tipo de matéria escura são as anãs marrons e os chamados objetos halomassivos e compactos (“massive compact halo objects”). Os candidatos a matéria escura não-bariônica são em maior número: partículas exóticas, denominadas “axions”, neutrinos com massa e partículas com massa que interagem fracamente (“weakly interacting massive particles”) [2, 3, 24]. A matéria escura tem sido objeto de debate freqüente entre os cosmólogos. Supõe-se, entretanto, que a

maior parte da matéria escura seja não-bariônica, pois, a hipótese contrária levaria a dificuldades teóricas com a nucleossíntese [24].

2.5 A Métrica

A métrica descreve a distância física entre pontos (eventos) do espaço-tempo (veja, por exemplo, [9, 24]). Segundo o trabalho [24], ela é útil para a interpretação correta da geometria do Universo bem como para a compreensão de outras idéias cosmológicas importantes, como por exemplo, a de luminosidade.

Em relatividade geral, é necessário conhecer a distância entre pontos de um espaço-tempo quadridimensional. Esta distância é dada por

$$ds^2 = \sum_{\mu, \nu} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.6)$$

onde $g_{\mu\nu}$ é a métrica ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$), x^0 é a coordenada temporal e x^1 , x^2 e x^3 denotam as coordenadas espaciais.

Em geral, a métrica é uma função das coordenadas e as distâncias são escritas em notação infinitesimal, pois, no caso de um espaço-tempo curvo, só faz sentido expressar a distância entre pontos próximos. Esta situação pode ser simplificada se recorrermos ao princípio cosmológico de que, num dado instante de tempo, o Universo não possui direções preferenciais. Esta hipótese requer que a parte espacial da métrica possua curvatura constante. A métrica espaço-temporal mais geral que satisfaz a esta condição é a métrica de Robertson-Walker. Para um tensor métrico $g_{\mu\nu}$ com assinatura $(+ - - -)$, o elemento de linha desta métrica é definido por

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right], \quad (2.7)$$

onde $a(t)$ é denominado fator de escala cósmica, e descreve como a distância física (entre duas galáxias, por exemplo) varia com a expansão. Na mesma equação, a constante k mede a curvatura do espaço e pode assumir os valores -1 , 0 e 1 , os quais correspondem às geometrias hiperbólica, plana e esférica, respectivamente [3, 9, 24]. É importante mencionar que, na Eq. (2.7), as coordenadas espaciais são comóveis e a expansão é causada por $a(t)$.

As coordenadas comóveis são coordenadas carregadas pelo fluido em expansão. A relação entre a distância real \vec{r} e a distância comóvel, que denotaremos por \vec{x} , é expressa por

$$\vec{r} = a(t) \vec{x}, \quad (2.8)$$

onde fizemos uso da propriedade de homogeneidade para garantir que o fator de escala a seja uma função exclusiva do tempo. Para entender a Eq. (2.8), podemos imaginar uma grade coordenada que se expande juntamente com o espaço-tempo. Durante a expansão, objetos quaisquer (galáxias, por exemplo) permanecem em posições fixas no sistema de coordenadas da grade (\vec{x}), ao passo que sua posição varia no sistema de coordenadas físicas (\vec{r}), que não sofre expansão.

2.6 A Equação de Friedmann

A equação de Friedmann descreve a expansão do Universo, e por isso é a equação mais importante da cosmologia. A dedução desta equação a partir da teoria da relatividade geral pode ser encontrada em diversos autores, como, por exemplo, em [9, 26]. Ela é obtida a partir das equações do campo gravitacional de Einstein, às quais já nos referimos no capítulo 1:

$$R_{\nu}^{\mu} - \frac{1}{2} g_{\nu}^{\mu} R = -8\pi G T_{\nu}^{\mu} , \quad (2.9)$$

onde o escalar de Ricci R fornece a curvatura do espaço-tempo (uma análise detalhada do escalar de Ricci pode ser encontrada, por exemplo, em [9]).

Como se supõe que o tensor energia-momentum seja simétrico, existem dez componentes independentes das equações de Einstein (o número de equações independentes é menor, caso a métrica possua simetrias adicionais). Estas equações nos dizem como a presença da matéria encurva o espaço-tempo. Para a métrica de Robertson-Walker, adotada no presente trabalho, há duas equações independentes, uma relacionada à coordenada 00, e outra relacionada à coordenada 11 (as equações relacionadas às coordenadas 22 e 33 são iguais à equação relacionada à coordenada 11). A equação de Friedmann é obtida a partir da equação relacionada à coordenada 00. Embora já tenhamos nos referido a ela no capítulo 1, iremos reescrevê-la aqui por conveniência:

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho . \quad (2.10)$$

A equação de Friedmann nos permite entender porque a expressão “constante de Hubble” é equivocada. De fato, a velocidade de recessão é dada por $\vec{v} = d\vec{r}/dt$ e possui a mesma direção de \vec{r} . Logo, podemos escrever

$$\vec{v} = \frac{|\dot{\vec{r}}|}{|\vec{r}|} \vec{r} \quad (2.11)$$

e, a partir da Eq. (2.8),

$$\vec{v} = \frac{\dot{a}}{a} \vec{r}. \quad (2.12)$$

Comparando a Eq. (2.12) com a equação $\vec{v} = H\vec{r}$, que expressa a lei de Hubble, concluímos que

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \quad (2.13)$$

Portanto, embora seja constante no espaço em virtude do princípio cosmológico, a quantidade H_0 que aparece na Eq. (2.4) não é constante no tempo. Por convenção, o valor de um parâmetro cosmológico medido no Universo atual é denotado pelo subíndice “0”. Assim, a quantidade H_0 representa o valor atual do parâmetro de Hubble (voltaremos a este assunto quando falarmos sobre parâmetros observacionais).

Desse modo, a Eq. (2.10) é interpretada como uma equação de evolução para $H(t)$ ou $a(t)$. Na forma padrão, a equação de Friedmann é escrita como

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho. \quad (2.14)$$

A equação de Friedmann também é útil para investigar o efeito da curvatura k sobre a dinâmica evolutiva do Universo, mais exatamente sobre o destino do Universo. Pode-se, por exemplo, mostrar a partir da hipótese de que o Universo é dominado por matéria não-relativística [24] que, se $k = 0$ na equação de Friedmann, o Universo jamais deixará de se expandir. Neste caso, a expansão torna-se cada vez mais lenta à medida que a idade do Universo aumenta, sem que $H = 0$. Porém, a expansão pode cessar, se $k \neq 0$. Realmente, a partir da Eq. (2.14) podemos escrever:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}. \quad (2.15)$$

Se $k > 0$, os dois termos do membro direito da Eq. (2.15) podem cancelar-se. Isto ocorrerá inevitavelmente, pois, com o tempo, a influência negativa do termo k/a^2 torna-se cada vez mais importante em relação ao termo da densidade de matéria não-relativística, que é proporcional a $1/a^3$. Portanto, após um tempo finito, cessa a expansão e a auto-gravitação provoca o colapso do Universo, conhecido como “Big Crunch”.

Para $k < 0$, os dois termos do membro direito da Eq. (2.15) são positivos, e a expansão do Universo é eterna. Como o termo k/a^2 cai mais lentamente com a expansão do que o termo da matéria não-relativística, ele se torna dominante após um tempo suficientemente longo. Quando isto ocorre, a equação de Friedmann pode

ser escrita como

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{k}{a^2}, \quad (2.16)$$

e sua solução é $a \propto t$. Portanto, quando o termo k/a^2 se torna dominante, a expansão do Universo torna-se ainda mais rápida, com uma velocidade de expansão que não tende a zero, mas a um valor constante. Esta situação é conhecida como “expansão livre”.

2.7 A Equação do Fluido

Embora seja fundamental, a equação de Friedmann (2.14) não teria utilidade se não existisse uma equação que descrevesse como a densidade do fluido ρ evolui com o tempo. Esta última equação envolve a pressão p do fluido, e é denominada equação do fluido. A evolução temporal da densidade ρ depende da natureza dos componentes do fluido, pois cada componente exerce uma pressão distinta. Em cosmologia, supõe-se usualmente que exista uma única pressão associada com a densidade de cada componente, isto é, que $p \equiv p(\rho)$. Esta relação é conhecida como equação de estado. O caso mais simples é aquele em que $p = 0$ (matéria não-relativística) [1, 3, 24].

Uma vez especificada a equação de estado, é possível descrever a evolução do Universo a partir da equação de Friedmann e da equação do fluido.

As equações de Einstein (2.9) implicam em conservação da energia-momentum [9, 26]. Na forma covariante, a lei de conservação da energia-momentum é expressa por

$$T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0, \quad (2.17)$$

onde $T^{\mu\nu}$ é o tensor energia-momentum do fluido. Num Universo homogêneo e para uma métrica de Robertson-Walker, o tensor energia-momentum de um fluido dissipativo é dado por [20]

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p + \varpi)U^\mu U^\nu - (p + \varpi)g^{\mu\nu}, \quad (2.18)$$

onde p é a pressão hidrostática, ϖ é a pressão de não-equilíbrio ou pressão dinâmica, U^μ é a quadrivelocidade e $g^{\mu\nu}$ é o tensor métrico, respectivamente ($U^\mu U_\mu = 1$). A pressão dinâmica, conforme comentamos na introdução, é usada para descrever fenomenologicamente a produção de partículas. Voltaremos a falar sobre ela no capítulo 3.

A partir da Eq. (2.17) obtemos a equação do fluido:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p + \varpi) = 0, \quad (2.19)$$

onde o ponto representa a derivada com respeito ao tempo. Na Eq. (2.19), o primeiro termo entre parênteses descreve a diminuição de densidade decorrente do aumento de volume, que é causado pela expansão, ao passo que o termo que envolve $p + \varpi$ descreve a variação de energia produzida pelo trabalho que a pressão efetiva realiza durante a expansão do fluido.

Para um fluido perfeito, o tensor energia momentum e a equação do fluido podem ser obtidos a partir das Eqs. (2.18) e (2.19), respectivamente, se fizermos $\varpi = 0$.

2.8 A Equação da Aceleração

A partir das equações de Friedmann (2.14) e do fluido (2.19) pode-se deduzir uma terceira equação [24], denominada equação da aceleração, que descreve a aceleração do fator de escala cósmica:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p + 3\varpi) \quad (2.20)$$

Na Eq. (2.20), a pressão hidrostática aumenta o efeito da força gravitacional sobre a expansão, e portanto, o valor da desaceleração, ao passo que a pressão de não-equilíbrio produz o efeito oposto, pois é negativa (veja, por exemplo, a Eq. (3.15)). Na mesma equação, a pressão efetiva é dada por $p + \varpi$.

Para um fluido perfeito, a equação da aceleração é obtida da Eq. (2.20), se fizermos $\varpi = 0$. Neste caso, portanto, o sinal da aceleração depende da equação de estado.

2.9 Parâmetros Observacionais

O modelo do “Big Bang” incorpora alguns parâmetros cosmológicos que precisam ser determinados a partir de observações astronômicas. Como os valores destes parâmetros diferem de uma observação para outra, a descrição do nosso Universo fornecida por aquele modelo não é única. Em razão disso, recorre-se às observações para escolher o(s) conjunto(s) de parâmetros que descrevem o Universo da maneira mais satisfatória [24]. Alguns dos parâmetros cosmológicos mais comumente usados são

- *A taxa de expansão H_0 .* O parâmetro de Hubble H_0 , que figura na Eq. (2.4), mede a taxa de expansão atual do Universo, e é tido por muitos autores co-

mo o mais fundamental dos parâmetros cosmológicos (veja, por exemplo, [24]). Entretanto, embora a lei de Hubble esteja extremamente bem determinada, a determinação do valor de H_0 enfrenta sérias dificuldades observacionais. Como já comentamos anteriormente, uma destas dificuldades consiste em que as galáxias possuem velocidades peculiares (randômicas). Para uma dada galáxia, não é possível decompor a velocidade numa componente associada à expansão do Universo (“velocidade de Hubble”) e numa outra associada ao seu movimento próprio. Contudo, a primeira obedece à lei de Hubble, ao passo que a segunda, não. Por isso, a dificuldade é contornada observando-se galáxias que estejam a uma distância suficientemente grande para que a componente de Hubble de sua velocidade seja dominante, permitindo ignorar a velocidade peculiar, que é independente da distância. E aqui reside a segunda dificuldade envolvida na determinação do parâmetro de Hubble. Pois, para distinguir a velocidade associada à expansão da velocidade peculiar, é preciso medir distâncias absolutas com alto grau de precisão, a fim de que seja possível calcular $H_0 = v/r$ com um mínimo de incerteza. Como as distâncias envolvidas são muito grandes, o método da paralaxe é ineficiente. Por isso, recorre-se a outros métodos, que, em todo o caso, só permitem determinar distâncias relativas entre duas galáxias, embora progressos venham sendo realizados com o advento de novas tecnologias.

O método usual de medição de distâncias, conhecido como velas-padrão (“standard candles”), supõe que um certo tipo de objeto astronômico possui exatamente as mesmas propriedades (mais precisamente, o mesmo brilho intrínseco) em todas as partes do Universo. A idéia básica do método pode ser expressa da seguinte maneira: se o brilho de uma lâmpada é $1/4$ do brilho de outra, então, pela lei do inverso do quadrado da distância, a primeira deve estar a uma distância que é o dobro da distância da segunda — contanto que as duas lâmpadas possuam exatamente o mesmo brilho. Alguns objetos utilizados como velas-padrão são as supernovas de um determinado tipo e as galáxias mais brilhantes de aglomerados galácticos.

Costuma-se expressar o parâmetro de Hubble como

$$H_0 = 100 h \text{ kms}^{-1}(\text{Mpc})^{-1} . \quad (2.21)$$

Por razões históricas, a unidade de distância mais usada em cosmologia é o parsec, e é denotada por “pc” (“Mpc” é abreviatura de “Megaparsec”). Define-se um parsec como a distância à qual a distância média entre a Terra e o Sol (denominada uma unidade astronômica) subtende um ângulo de um segundo

de arco. Um parsec é igual a $3,086 \times 10^{16}$ m.

O valor de h medido pelo “Hubble Space Telescope Key Project” é

$$h = 0,72 \pm 0,08 . \quad (2.22)$$

Isto significa, por exemplo, que um objeto com uma velocidade de recessão de 7200 km/s encontra-se a uma distância de $v/H_0 = 100$ Mpc. Quanto menor for o valor de h , mais lentamente o Universo se expande. A precisão no valor de h introduz incertezas em toda a cosmologia, particularmente na determinação das distâncias absolutas de objetos distantes, porque as velocidades de recessão são o único meio de medir sua distância. Por esta razão, é freqüente encontrarmos distâncias expressas na forma $100 h^{-1}$ Mpc, onde h^{-1} não é conhecido com a precisão desejada. É como ter um mapa sem escala. Sabemos, por exemplo, que uma certa galáxia está duas vezes mais distante do que outra, porém, não conhecemos a distância a nenhuma delas com precisão suficiente. Portanto, a escala dos mapas do Universo que estão atualmente disponíveis é imprecisa.

- *O parâmetro de densidade Ω_0 .* Uma das maneiras de especificar a densidade do Universo é através do parâmetro de densidade. A partir da equação de Friedmann (2.10) percebemos que, para um dado valor de H , existe um valor de densidade que torna a geometria do Universo plana, isto é, $k = 0$. Este valor é conhecido como densidade crítica ρ_c :

$$\rho_c(t) = \frac{3H^2}{8\pi G} . \quad (2.23)$$

Como o valor de H é conhecido, embora de forma imprecisa, é possível calcular o valor atual de ρ_c . A partir da Eq. (2.21) (convertendo megaparsecs em metros) obtém-se

$$\rho_c(t_0) = 1,88 h^2 \cdot 10^{-26} \text{ kg/m}^3 . \quad (2.24)$$

Portanto, uma densidade extremamente pequena é suficiente para produzir um campo gravitacional capaz de fazer cessar a expansão e provocar o colapso do Universo.

É possível que o Universo não seja plano. Por isso, a densidade crítica não é necessariamente a densidade verdadeira do Universo. Mesmo assim, ela define uma escala natural de densidade, razão pela qual em cosmologia não se faz referência à densidade do Universo diretamente, mas ao seu valor em relação à densidade crítica. Isto define uma quantidade adimensional conhecida como parâmetro de densidade Ω , definido por

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho}{\rho_c} . \quad (2.25)$$

A equação de Friedmann (2.10) pode ser escrita na forma

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2} . \quad (2.26)$$

Quando $\Omega = 1$, $k = 0$. E como k é uma constante, temos que $\Omega = 1$ para qualquer instante de tempo t , independentemente do tipo de matéria existente no Universo. Este modelo é conhecido como Universo com densidade crítica. Quando $\Omega \neq 1$, a Eq. (2.26) é empregada na análise da evolução da densidade.

- *O parâmetro de desaceleração q_0 .* A taxa de expansão do Universo, representada pelo parâmetro de Hubble, varia com o tempo. Uma maneira de descrever como isso ocorre é através do parâmetro de desaceleração q_0 [3, 9, 24]. Expandindo o fator de escala em série de Taylor em torno do tempo atual t_0 , pode-se mostrar que

$$q_0 = -\frac{a(t_0)\ddot{a}(t_0)}{\dot{a}^2(t_0)} . \quad (2.27)$$

Quanto maior o valor de q_0 , maior a desaceleração.

O parâmetro de desaceleração está relacionado aos parâmetros de Hubble e de densidade. Por exemplo, pode-se mostrar a partir das Eqs. (2.20), (2.23) e (2.27) que, num Universo com curvatura espacial nula, composto por matéria e constante cosmológica, a relação entre q_0 , Ω_0 e Ω_Λ é dada por

$$q_0 = \frac{\Omega_0}{2} - \Omega_\Lambda(t_0) , \quad (2.28)$$

onde $\Omega_\Lambda(t_0)$ denota o valor atual da constante cosmológica.

Nos anos 90, dois grupos de pesquisa, denominados “Supernova Cosmology Project” e “High-z Supernova Search Team”, realizaram medidas de q_0 a partir de observações de uma classe de supernovas distantes, conhecidas como supernovas do tipo Ia. Como o brilho destas é comparável ao de uma galáxia e se mantém estável por décadas, elas são consideradas como boas velas-padrão [24]. Os dois grupos mencionados produziram amostras que continham dezenas de supernovas com deslocamentos para o vermelho aproximadamente iguais a 1. A análise dessas amostras permitiu efetuar o cálculo da distância aparente dos objetos com base na medida da densidade do fluxo de radiação proveniente dos mesmos. Essa distância é conhecida como distância medida por luminosidade (“luminosity distance”), d_{lum} . A relação entre d_{lum} e o deslocamento para o vermelho z é dada por

$$d_{lum} = d_{fis}(1 + z) , \quad (2.29)$$

onde d_{fis} denota a distância física entre a fonte e o observador. Para uma geometria plana,

$$d_{fis} = a_0 r_0, \quad (2.30)$$

onde $a_0 = a(t_0)$. Para uma geometria que não é plana,

$$d_{fis} = a_0 \int_0^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (2.31)$$

onde $k > 0$ ou $k < 0$. Nas equações (2.30) e (2.31), r_0 é a distância radial comóvel entre a fonte e o observador e $a(t_0)$ é o valor do fator de escala no Universo atual. Conforme a geometria do modelo, pode-se utilizar a Eq. (2.30) ou (2.31), juntamente com a Eq. (2.27), para calcular o valor de q_0 [24].

A análise das observações realizadas pelos dois grupos anteriormente mencionados indica, como já havíamos comentado na introdução ao presente trabalho, que o Universo atual experimenta aceleração positiva, o que equivale a $q_0 < 0$. Esta conclusão baseia-se no fato de que as supernovas distantes (com z elevado) são observadas a uma distância d_{lum} significativamente maior do que a calculada teoricamente a partir dos seus deslocamentos para o vermelho, d_{fis} . Esta diferença (mais acentuada para valores de z grandes) faz com que o brilho aparente (densidade de fluxo) desses objetos astronômicos seja, em média, 25% menor do que o previsto. De acordo com a Eq. (2.29), a redução no brilho é causada pelo fato de que a área $4\pi d_{lum}^2$ da esfera de radiação produzida pela supernova é maior do que a área $4\pi d_{fis}^2$ da mesma esfera (calculada com base no deslocamento para o vermelho) por um fator $(1+z)^2$. Portanto, a densidade de fluxo (brilho), quando calculada a partir da distância observada, é $1/(1+z)^2$ da densidade de fluxo prevista.

O fato de as supernovas do tipo Ia serem observadas a uma distância maior do que a prevista teoricamente é interpretado da seguinte maneira: enquanto a luz proveniente da fonte (supernova) se propaga até nós, a taxa de expansão cósmica aumenta. Por isso, nós a vemos mais distante do que prevíamos. A explicação mais satisfatória é a de que a expansão está sendo acelerada porque uma forma de energia exótica que preenche o espaço vazio (energia escura) atua como um campo gravitacional repulsivo, cuja influência é dominante no Universo atual.

2.10 Modelos Cosmológicos Viscosos

Para explicar a aceleração positiva atual do nosso Universo, é necessário que a chamada condição de energia forte (“strong energy condition”) seja violada. O significado físico desta condição é o de que o campo gravitacional seja sempre atrativo, produzindo, portanto, um efeito desacelerador sobre a expansão do espaço-tempo [3, 27]. Para um fluido perfeito, por exemplo, a condição de energia forte, segundo a referência [27], pode ser expressa pelas desigualdades

$$\rho + p \geq 0, \quad \rho + 3p \geq 0. \quad (2.32)$$

Neste caso, a condição em questão pode ser violada por uma densidade de energia negativa ou por uma pressão extremamente negativa. Por exemplo, num fluido perfeito com densidade de 1 g/cm^3 , as condições acima deixam de ser válidas, se $p < -10^{15} \text{ atm}$.

Considerando a equação da aceleração (2.20) para um fluido perfeito, vemos que, se a condição de energia forte é satisfeita, temos $\ddot{a} \leq 0$. Portanto, violá-la implica em admitir a possibilidade de que exista um campo gravitacional repulsivo, pois $\rho + 3p < 0$ implica em $\ddot{a} > 0$.

Há várias maneiras pelas quais a condição de energia forte pode ser violada. Uma delas é supor que o Universo seja descrito por um fluido imperfeito, quer dizer, por um fluido que apresenta efeitos dissipativos. Como já comentamos na introdução ao presente trabalho, os efeitos dissipativos num Universo homogêneo e isotrópico, descrito por uma métrica de Robertson-Walker, são devidos exclusivamente à viscosidade volumétrica, pois, neste caso, não existem gradientes de pressão e de temperatura (em fluidos não-relativísticos e ultra-relativísticos, os efeitos da viscosidade volumétrica são desprezíveis [3]). Considerar a viscosidade volumétrica corresponde a substituir a pressão hidrostática p por uma pressão “efetiva” $p + \varpi$, pois, a viscosidade e a pressão de não-equilíbrio ϖ estão associadas uma à outra, como se depreende das Eqs. (1.18) e (1.21). Por isso, o tensor energia-momentum de um fluido imperfeito possui a forma dada pela Eq. (2.18), e a equação de um fluido imperfeito possui a forma da Eq. (2.19).

No capítulo 3, veremos que os modelos fenomenológicos de Universo inflacionário-desacelerado-acelerado e desacelerado-acelerado violam a condição expressa pela Eq. (2.32). No primeiro modelo, o campo escalar ϕ atua como um campo gravitacional repulsivo, sendo o seu efeito predominante nas fases inflacionária e atual, ao passo que, no segundo, este papel é desempenhado pelo campo de energia escura ρ_X , cujo efeito predomina no Universo atual (Cap. 3). Ambos os modelos fornecem

resultados compatíveis com as observações (Cap. 4).

2.11 A Constante Cosmológica Λ

A condição de energia forte também pode ser violada através da introdução de uma constante cosmológica. Esta pode ser positiva ou negativa, embora a primeira alternativa seja usada mais freqüentemente [3, 9, 24]. A constante cosmológica foi concebida por Einstein, ao formular a teoria da relatividade geral, pois ele acreditava que o Universo fosse estático. Por isso, introduziu em suas equações de campo um termo que equilibrasse o efeito atrativo do campo gravitacional criado por todas as massas existentes no Universo sobre elas mesmas, e que as impede de permanecer em equilíbrio estático. A idéia original era equilibrar a curvatura k , a constante cosmológica Λ e a densidade ρ , a fim de obter $H(t) = 0$. Embora as observações astronômicas, e particularmente a lei de Hubble, tenham mostrado posteriormente que a motivação original de Einstein para introduzir a constante cosmológica estivesse errada, esta mesma constante tem sido útil para explicar a expansão acelerada do Universo atual. Além disso, é possível que ela tenha desempenhado papel importante no Universo primordial, levando o Universo a experimentar uma fase inflacionária, como veremos adiante na seção 2.12.

A equação de Friedmann (2.10), escrita com a constante cosmológica, torna-se

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.33)$$

onde Λ possui unidades de $1/s^2$.

Definindo um parâmetro de densidade para a constante cosmológica como uma fração da densidade crítica ρ_c , isto é:

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}, \quad (2.34)$$

podemos reescrever a Eq. (2.33) como

$$\Omega + \Omega_\Lambda - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}. \quad (2.35)$$

Seguiremos a convenção adotada entre os astrônomos de não considerar o termo da constante cosmológica como parte da densidade de matéria total Ω , embora os físicos de partículas façam o contrário. Com base nesta convenção, a relação entre os parâmetros de densidade e a geometria pode ser obtida através da Eq. (2.35):

- Universo com curvatura negativa: $0 < \Omega + \Omega_\Lambda < 1$.

- Universo com curvatura nula: $\Omega + \Omega_\Lambda = 1$.
- Universo com curvatura positiva: $\Omega + \Omega_\Lambda > 1$.

Embora a constante cosmológica não seja um fluido, o seu tensor energia-momentum tem a mesma forma do tensor energia-momentum de um fluido [3, 24]. Por isto, é útil tratá-la como um fluido com densidade ρ_Λ e pressão p_Λ . Definindo

$$\rho_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad (2.36)$$

obtemos a partir da Eq. (2.33):

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho + \rho_\Lambda) - \frac{k}{a^2}. \quad (2.37)$$

Por outro lado, levando em conta a equação do fluido para Λ

$$\dot{\rho}_\Lambda + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_\Lambda + p_\Lambda) = 0, \quad (2.38)$$

e considerando que ρ_Λ é constante, chegamos à equação de estado:

$$p_\Lambda = -\rho_\Lambda. \quad (2.39)$$

Portanto, a constante cosmológica comporta-se como um fluido que viola a condição de energia forte, pois a Eq. (2.39) nos leva à desigualdade

$$\rho_\Lambda + 3p_\Lambda < 0, \quad (2.40)$$

o que contraria a condição expressa pela Eq. (2.32)₂.

Pensando o Universo como uma mistura da qual a constante cosmológica é um dos fluidos componentes, concluímos a partir da equação de estado (2.39) que, à medida que o Universo se expande, um certo trabalho é realizado sobre este fluido componente, mantendo a densidade ρ_Λ constante, como indica a Eq. (2.36).

A constante cosmológica e a energia escura podem ser caracterizadas como um fluido denominado quintessência [8, 24], cuja equação de estado é:

$$p_Q = w\rho_Q, \quad (2.41)$$

onde w é uma constante. O caso $w = -1$ corresponde à constante cosmológica (Eq. (2.39)), e o caso $w < -1/3$, à energia escura (Eqs. (3.3) e (3.4)).

Como veremos na seção 2.12, a constante cosmológica também é interpretada como uma quantidade efetiva relacionada à densidade de energia de vácuo de um

campo quântico escalar ϕ , homogêneo e isotrópico, que teria dominado a dinâmica do Universo primordial [3, 24]. A sua evolução é governada pela densidade de lagrangeana

$$L_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (2.42)$$

onde o primeiro termo corresponde a uma “energia cinética”, e o segundo, a um “potencial efetivo”. Na Eq. (2.42), as unidades foram escolhidas de modo que $c = \hbar = 1$.

De acordo com [28, 29], o tensor energia-momentum do campo ϕ é

$$T_\phi^{\mu\nu} = (\rho_\phi + p_\phi)U^\mu U^\nu - p_\phi g^{\mu\nu}, \quad (2.43)$$

onde a “densidade de energia” ρ_ϕ e a “pressão” p_ϕ são interpretadas como quantidades efetivas dadas por

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (2.44)$$

$$p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (2.45)$$

Se o termo cinético for desprezível em comparação com o termo potencial, a equação de estado para o campo ϕ torna-se

$$p_\phi = -\rho_\phi. \quad (2.46)$$

Comparando as equações de estado (2.39) e (2.46), percebemos que é fisicamente aceitável interpretar a densidade ρ_Λ e a pressão p_Λ como representando a densidade e a pressão do vácuo, respectivamente, isto é:

$$\rho_\Lambda \equiv \rho_\phi, \quad p_\Lambda \equiv p_\phi = -\rho_\phi. \quad (2.47)$$

Os parâmetros de densidade de constante cosmológica Ω_Λ e de densidade de matéria Ω são comumente usados para parametrizar modelos cosmológicos [3, 24]. Estes modelos podem ser identificados num plano de coordenadas $(\Omega_0, \Omega_\Lambda)$, onde Ω_0 e Ω_Λ denotam os valores atuais daqueles parâmetros. A reta $\Omega_0 + \Omega_\Lambda = 1$, que corresponde a um Universo plano, divide o plano $\Omega_0 - \Omega_\Lambda$ em duas regiões: uma, na qual são possíveis apenas Universos abertos ($\Omega_0 + \Omega_\Lambda < 1$); outra, na qual apenas Universos fechados podem existir ($\Omega_0 + \Omega_\Lambda > 1$). Para identificar no plano em questão um modelo de Universo acelerado ou desacelerado, é necessário expressar o parâmetro de desaceleração q_0 em termos de Ω_0 e Ω_Λ . Por outro lado, as observações de supernovas distantes do tipo Ia, mencionadas na seção (2.9), juntamente com os dados da radiação cósmica de fundo, impõem restrições sobre os valores possíveis de Ω_0 e Ω_Λ [24]. Com base numa relação adequada entre q_0 , Ω_0 e Ω_Λ , e a partir dos vínculos observacionais, a conclusão que emerge de análises recentes é a seguinte:

- O nosso Universo se encontra numa fase de aceleração positiva ($q_0 < 0$).
- A geometria do nosso Universo é aproximadamente plana¹.
- Os valores atuais das densidades de matéria e de constante cosmológica são $\Omega_0 \simeq 0,3$ e $\Omega_\Lambda \simeq 0,7$.

2.12 A Inflação Cosmológica

Em 1981, Alan Guth propôs a ideia da inflação como solução para três problemas cosmológicos: o da “planura”, o do horizonte e o dos monopólos magnéticos. A exposição destes problemas é fartamente encontrada na literatura (veja, por exemplo, [31, 32]).

A inflação não substitui a teoria do “Big Bang”. Trata-se de mais uma ideia que se aplica às fases mais remotas da expansão do Universo [24, 29, 32]. Essencialmente, a inflação é definida como um período da história evolutiva do Universo no qual o fator de escala $a(t)$ cresce muito rapidamente, e portanto, no qual

$$\ddot{a}(t) > 0. \quad (2.48)$$

Para um fluido perfeito, por exemplo, a Eq. (2.48) implica na desigualdade

$$\rho + 3p < 0, \quad (2.49)$$

como se deduz da equação da aceleração (2.20), com $\varpi = 0$. A condição expressa pela Eq. (2.49) contraria a condição expressa pela Eq. (2.32)₂. Portanto, para que haja expansão inflacionária, é necessário que a condição de energia forte seja violada. Na seção anterior, vimos que isto ocorre para um Universo que possui uma constante cosmológica, o que equivale a uma mistura na qual um dos fluidos componentes possui uma equação de estado dada pela Eq. (2.39).

Uma aproximação simples permite entender de que maneira o fator de escala é afetado pela presença da constante cosmológica [24]. Considerando que, após

¹A densidade atual do Universo, calculada com base nos dados das observações que foram realizadas com o satélite WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), após um ano de operação, é $\Omega \simeq 1,013$. Este valor parece indicar que o Universo não é plano e infinito, mas que teria uma geometria semelhante ao de um dodecaedro esférico. Entretanto, para extrair alguma conclusão segura sobre a topologia do Universo, é necessário aguardar a análise dos dados de experimentos que estão sendo realizados em escalas maiores com a radiação cósmica de fundo. Com este objetivo, deverá ser lançado até o fim desta década o satélite Planck Surveyor [30].

um tempo suficientemente longo, os dois primeiros termos do segundo membro da Eq. (2.33) se tornam insignificantes, se comparados ao termo que contém Λ , e levando em conta a Eq. (2.13), obtemos

$$a(t) = \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t\right). \quad (2.50)$$

Portanto, à época da inflação, o Universo se expande a uma taxa bem mais elevada do que a atual. No fim da era inflacionária, a energia da constante cosmológica é convertida em partículas (radiação), e a expansão do Universo prossegue mais lentamente. Prevê-se que a expansão inflacionária deva ter ocorrido quando o Universo era extremamente jovem (10^{-45} s), de modo que as explicações bem sucedidas do “Big Bang” continuam válidas [2, 3, 24, 32].

Tudo o que dissemos até agora, nesta seção, é aceitável no sentido de desenvolver a intuição a respeito do que é a inflação. Contudo, um modelo que simplesmente postule uma constante cosmológica e afirme que ela decai em partículas, após guiar o processo de expansão inflacionária do Universo, não é satisfatório, pois incorpora uma hipótese *ad hoc*. Um modelo de inflação autêntico deve ser capaz de explicar a origem da constante cosmológica e como o processo inflacionário chega ao fim de maneira natural, levando em conta as condições físicas extremas do Universo primordial. Isto pode ser feito com o auxílio da moderna física de partículas [24, 29].

Aqui, a idéia-chave é a da transição de fase [3, 32]. Esta, como sabemos, consiste numa mudança significativa nas propriedades de um sistema físico, à medida que este é aquecido ou resfriado. Em suas primeiras fases evolutivas, o Universo sofreu uma série de transições de fase, à medida que a sua temperatura foi diminuindo. Por exemplo, uma destas transições ocorreu quando os quarks se condensaram para dar origem aos hádrons (veja, por exemplo, o trabalho [3]). As transições de fase cosmológicas são controladas por um campo quântico escalar, conhecido como inflaton, que, a depender da natureza da transição, pode exercer pressão negativa e pode satisfazer à condição inflacionária, expressa pela Eq. (2.40), comportando-se como uma constante cosmológica efetiva [3, 24, 32].

Nas modernas teorias da física de partículas elementares, a relação entre a densidade de energia do vácuo ρ_ϕ e o potencial efetivo $V(\phi, T)$ é dada por

$$\rho_\phi \simeq V(\phi, T), \quad (2.51)$$

onde T é a temperatura e ϕ é o campo de Higgs. Atualmente, o campo de Higgs é descartado como partícula hipotética candidata a inflaton, embora tenha tido certa importância histórica na compreensão do mecanismo inflacionário (veja, por exemplo,

as referências [31, 32]). Entretanto, numa discussão de caráter meramente qualitativo, como a que é apresentada a seguir, e em razão de sua relevância histórica, a expressão “campo de Higgs” pode ser empregada para aludir ao campo inflacionário, sem prejudicar a compreensão da idéia de inflação. Na Eq. (2.51), o potencial $V(\phi, T)$ desempenha um papel análogo ao da energia livre F no caso termodinâmico, ao passo que o valor esperado do campo ϕ corresponde ao parâmetro de ordem do sistema termodinâmico em questão (daqui em diante, a expressão “campo de Higgs” refere-se ao valor esperado do campo de Higgs). A densidade ρ_ϕ depende do tempo através da temperatura T e a sua variação com T determina uma quebra espontânea de simetria, associada à transição. De acordo com a teoria da inflação, a quebra espontânea de simetria ocorre quando o campo de Higgs adquire valor não nulo ($\phi = \pm \phi_0$) [32].

Uma transição de fase pode ser de dois tipos: de primeira ordem ou de segunda ordem. Numa transição de fase de segunda ordem, um sistema termodinâmico qualquer passa de um estado (fase) de falso vácuo, no qual o parâmetro de ordem (que representaremos também por ϕ) é nulo ($\phi = 0$), para um estado energeticamente estável de vácuo verdadeiro, no qual esse mesmo parâmetro é não nulo ($\phi = \pm \phi_0$), quando a sua temperatura (em declínio) atinge um certo valor crítico $T = T_c$. As fases de falso vácuo e de vácuo verdadeiro correspondem aos valores mínimos da energia F : $F(0, T)$ ($T > T_c$) e $F(\pm \phi_0, T_c)$, respectivamente. O termo “falso” é usado com a conotação de temporário, pois o estado de falso vácuo não é o estado em que F é mais baixa, e sim, o de vácuo verdadeiro [3, 32]. Logo: $F(\pm \phi_0, T_c) < F(0, T)$. Se a transição de fase é de primeira ordem, a passagem para o vácuo verdadeiro não ocorre no instante em que $T = T_c$, mas quando $T \ll T_c$ (isto é, o sistema sofre super-resfriamento), porque, neste caso, existe uma barreira de energia que separa o estado de densidade de energia mais baixa (vácuo verdadeiro) do falso vácuo [3, 35]. Em termos cosmológicos, o estado de falso vácuo ($\phi = 0$) seria absolutamente estável sob o ponto de vista da física clássica porque, nestas circunstâncias, não haveria energia disponível para fazer com que o campo de Higgs ultrapassasse a barreira. Mas, de acordo com as leis da física quântica, um campo pode tunelar através da barreira. No modelo original de inflação de Guth (“Old inflation”) [31, 32], é exatamente isto que acontece: por tunelamento quântico, o campo de Higgs é deslocado em direção ao seu valor de vácuo verdadeiro ($\phi = \pm \phi_0$), formando bolhas (“bubbles”) sobre um fundo de falso vácuo. Em seguida, estas bolhas começariam a crescer até coalescer na nova fase (o crescimento é energeticamente favorável, pois a pressão do vácuo verdadeiro é muito maior do que a do falso vácuo). Eventualmente, uma dessas bolhas poderia ter crescido o suficiente para envolver a região do Universo observável em

que nos encontramos. No novo modelo inflacionário (“New inflation”) [32], não há barreira de energia. Ao invés disso, a forma do potencial $V(\phi)$ é tal que o falso vácuo está no topo de um platô bastante plano. Nestas circunstâncias, a transição do falso vácuo para o vácuo verdadeiro ocorre através de um mecanismo de rolagem lenta, descrito como “slow-roll approximation”: flutuações quânticas ou térmicas deslocam o campo de Higgs do topo do platô de potencial (no qual $\phi = 0$) em direção ao seu valor de vácuo verdadeiro ($\phi = \pm \phi_0$), assim como uma bola deslizaria do alto de um morro que possuísse a mesma forma desse potencial [32]. A expansão acelerada do Universo, causada pela pressão negativa do estado de falso vácuo, ocorre durante os primeiros estágios da rolagem, nos quais a densidade de energia do falso vácuo permanece praticamente constante. Quando o campo de Higgs atinge o valor de vácuo verdadeiro, formam-se domínios (“domain walls”). Como no caso do modelo de inflação original, um desses domínios, na fase em que a simetria é quebrada, poderia ter crescido o suficiente para envolver a nossa “porção” do Universo observável [3, 32]. Após atingir o valor de vácuo verdadeiro, o campo de Higgs oscila em torno do valor de densidade de energia mais baixo, fenômeno esse que é descrito como decaimento do vácuo [3, 32]. Durante as oscilações, há liberação do chamado “calor latente” da transição. Estas oscilações são amortecidas pela criação de partículas acopladas ao campo de Higgs, e a liberação do calor latente provoca a elevação da temperatura, reaquecendo o Universo.

Finalmente, segundo [24], as chamadas teorias supersimétricas oferecem a melhor perspectiva de criar modelos de expansão inflacionária, embora um dos objetivos da cosmologia seja o de reduzir o grande número de modelos de inflação atualmente existentes, na tentativa de selecionar o(s) modelo(s) de inflação mais satisfatório(s), ou mesmo, de refutar a teoria da inflação.

2.13 A Radiação Cósmica de Fundo

Quando o tamanho (fator de escala cósmica) do Universo era 1.000.000 vezes menor do que o atual, a sua temperatura era aproximadamente igual a 3.000.000 K, o que corresponde a uma energia de 260 eV. Portanto, a esta temperatura, a energia de um fóton é muito maior do que a energia de ionização do átomo de hidrogênio ($\simeq 13,6\text{ eV}$). Isto significa que, àquela época, o Universo era como um “mar” de núcleos e elétrons. Estes formavam um plasma ionizado no qual os fótons interagiam fortemente com os elétrons através do espalhamento Thomson, impedindo a formação de sistemas atômicos estáveis [2, 3, 24].

À medida que o Universo se expandiu e esfriou, os fótons se tornaram cada vez menos energéticos, permitindo que os elétrons e os núcleos se combinassem para formar os átomos dos chamados elementos leves (hidrogênio, hélio, lítio, etc), processo este conhecido como recombinação (“recombinação” é um termo equivocado, pois elétrons e núcleos nunca haviam se combinado antes). Estima-se que, no início da recombinação, a temperatura do Universo era de 52.600 K ($\simeq 13,6$ eV). Quando cerca de 90 por cento do processo de recombinação havia sido realizado, a temperatura média de um fóton era igual a 3.600 K ($\simeq 0,31$ eV) [24].

À era da recombinação, seguiu-se a era do desacoplamento, quando os fótons já não podiam mais espalhar os elétrons, pois possuíam uma energia de 0,26 eV ($\simeq 3.000$ K) [24]. O desacoplamento é uma era muito breve na história evolutiva do Universo. Chegada ao fim, o Universo muda subitamente de opaco para completamente transparente, uma vez que os fótons podem então viajar desimpedidos até nós [2, 3, 24].

Como o desacoplamento ocorreu quando o Universo era mil vezes menor do que o atual e a sua idade era igual a 10^{-5} vezes a idade atual, a distância percorrida por um fóton desde aquela época até hoje é aproximadamente igual ao tamanho do Universo observável. Os fótons provenientes da era do desacoplamento, que nós detectamos sob a forma de um fundo de microondas, originaram-se na superfície de uma esfera centrada no ponto do Universo em que nos encontramos, denominada superfície do último espalhamento (“last scattering surface”) [3, 24]. Portanto, esta superfície, localizada a mais de 12.000.000.000 de anos-luz de nós, representa uma época em que a temperatura do Universo baixou o suficiente para que o plasma ionizado preexistente pudesse se recombinar para formar hidrogênio neutro, o qual é transparente à radiação. Na última superfície de espalhamento, a temperatura era de aproximadamente 3.000 K, e portanto, os fótons possuíam uma frequência (energia) muito mais alta do que a medida no Universo atual. Durante o percurso destes fótons até nós, o Universo se expandiu e esfriou. Por causa disto, eles são detectados atualmente a uma temperatura um pouco inferior a 3 K e possuem frequência na região de microondas do espectro eletromagnético (se a matéria existente na última superfície de espalhamento estiver se aproximando ou se afastando do observador, os fótons da luz proveniente desta superfície sofrerão deslocamento para o azul ou deslocamento para o vermelho, respectivamente).

O fato de ter havido um período no qual o Universo compreendia um plasma de matéria e radiação em equilíbrio térmico explica porque o fundo de microondas é tão bem descrito por uma distribuição térmica. Além disso, a existência da superfície

do último espalhamento explica porque o espectro de corpo negro quase perfeito da radiação cósmica de fundo não teve a sua forma alterada até o presente [3, 24].

Na seção 2.2, mencionamos que a temperatura em diferentes regiões do Universo observável é praticamente uniforme, exceto por pequenas flutuações. Estas foram detectadas na região de microondas em 1992 pelo satélite COBE, e a sua detecção representa um marco importante no desenvolvimento da cosmologia [3, 24]. De fato, além da descoberta acidental da própria radiação cósmica de fundo por Penzias e Wilson, a detecção das flutuações de temperatura desta radiação é considerada por muitos autores como o evento mais importante desde a descoberta da expansão do Universo por Hubble, na década de 1920 [3]. A justificativa para considerá-la dessa forma está no fato de que tais flutuações fornecem informações importantes sobre a origem, natureza e evolução das flutuações de densidade que se supõe terem originado as galáxias e as grandes estruturas atualmente observadas no Universo.

A importância da detecção do COBE reside precisamente na maneira pela qual se supõe que as flutuações de temperatura foram geradas [3]. Segundo a concepção atual, estas flutuações, conhecidas como anisotropias, estão associadas a flutuações (perturbações) de densidade que ocorreram à época da recombinação (mais precisamente, na última superfície de espalhamento), através de um efeito conhecido na literatura como efeito Sachs-Wolfe [3, 33]. Uma vez que os fótons da radiação cósmica de fundo propagaram-se até nós ininterruptamente desde o desacoplamento, aquelas anisotropias carregam informação a respeito de como o Universo era àquela época e de quais processos físicos podem ter ocorrido e influenciado a sua evolução. Portanto, tais anisotropias são como que impressões digitais do Universo primordial.

Capítulo 3

Descrição dos Modelos

No presente capítulo, descrevemos os modelos cosmológicos que foram utilizados com o propósito de simular um Universo em expansão, para um certo regime de parâmetros. De acordo com as observações cosmológicas, há três períodos da história do Universo que podem ser distinguidos por seu campo de aceleração. São eles: (a) um período primordial de aceleração exponencial ou inflacionário; (b) um período passado de desaceleração; e (c) um período atual de aceleração [6, 7, 8].

No período (a), a densidade de energia do inflaton prevalece sobre a densidade de energia da matéria. No período (b), a densidade de energia da matéria prevalece sobre a densidade de energia escura. No período (c), a situação descrita no período (b) se inverte.

O primeiro modelo que apresentamos a seguir descreve fenomenologicamente a evolução de um Universo que passa do período (b) para o período (c), ao passo que o segundo descreve fenomenologicamente a trajetória evolutiva de um Universo que, começando no período (a), atravessa o período (b) para atingir o período (c) [6, 7].

3.1 O Universo Modelado Como Uma Mistura de Matéria e Energia Escura

Conforme mencionamos nos capítulos 1 e 2, observações cosmológicas recentes indicam que o Universo se encontra atualmente em expansão acelerada, e que experimentou uma fase anterior de desaceleração. Explica-se a aceleração atual como sendo causada por um campo escalar com pressão negativa, denominado campo de energia escura [28]. A razão disso reside no fato de que, na composição do nosso Universo, a maior parte da densidade de energia é devida à matéria e à energia

não-bariônicas. De fato, a análise de dados observacionais recentes indica que cerca de 70% da densidade de energia do Universo são devidos a alguma forma exótica de energia, denominada energia de vácuo, ao passo que, dos 30% restantes, 25% estão relacionados à matéria escura fria (“Cold Dark Matter”), e 5%, à matéria bariônica [24]. A energia escura interage fracamente com a matéria ordinária (trabalhos recentes sobre energia escura podem ser encontrados em [28]).

No presente modelo, o Universo é considerado como uma mistura de dois constituintes: um campo escalar, que é identificado com o campo de energia escura, e um campo de densidade de matéria, que descreve a matéria bariônica e a matéria escura fria. A energia escura e a matéria interagem através do campo gravitacional, representado aqui pelo fator de escala cósmica. Seguindo a referência [7], descrevemos esta interação por meio da inclusão de um termo de pressão de não-equilíbrio no tensor energia-momentum. No modelo em questão, a pressão de não-equilíbrio é a quantidade que descreve fenomenologicamente o processo irreversível de transferência de energia do campo gravitacional para a matéria. A interação do campo de energia escura com o campo gravitacional é de natureza reversível.

Vimos na introdução que, na teoria termodinâmica de Eckart, a pressão de não-equilíbrio é considerada como uma quantidade constitutiva, que é proporcional ao parâmetro de Hubble e cujo coeficiente de proporcionalidade é o coeficiente de viscosidade volumétrica (Eq. (1.18)). Na teoria termodinâmica estendida, a pressão de não-equilíbrio é tida como uma variável termodinâmica, que obedece à equação de evolução (1.21).

3.1.1 Equações de Balanço

Em conformidade com o princípio cosmológico, supomos que o Universo que modelamos é espacialmente homogêneo e isotrópico (Cap. 2). Com esta hipótese, podemos descrevê-lo por meio da métrica de Robertson-Walker, definida pela Eq. (2.7):

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]. \quad (3.1)$$

Considerando que, no modelo em questão, há um processo irreversível de transferência de energia do campo gravitacional para a matéria, descrito pela pressão de não-equilíbrio, podemos, seguindo o trabalho [7], escrever o tensor energia-momentum como

$$T^{\mu\nu} = (\rho_X + \rho_m + p_X + p_m + \varpi)U^\mu U^\nu - (p_X + p_m + \varpi)g^{\mu\nu}. \quad (3.2)$$

Na Eq. (3.2), ρ_X é a densidade de energia escura, ρ_m é a densidade de energia da matéria, p_X é a pressão da energia escura, p_m é a pressão da matéria, ϖ é a pressão de não-equilíbrio, e U^μ denota a quadrivelocidade ($U^\mu U_\mu = 1$).

Seguindo a referência [28], expressamos a relação entre a pressão da energia escura e a densidade de energia escura por meio de uma equação barotrópica de estado:

$$p_X = w_X \rho_X . \quad (3.3)$$

Para que no fluido de energia escura a condição de energia forte, expressa pelas Eqs. (2.32), seja violada, é necessário que

$$w_X < -1/3 , \quad (3.4)$$

em cujo caso obtemos: $\rho_X + 3p_X = \rho_X(1 + 3w_X) < 0$. Se a desigualdade (3.4) não for válida, a energia escura não pode produzir um efeito repulsivo sobre a expansão do espaço-tempo. Podemos entender porque isso ocorre a partir da Eq. (2.20). Para um fluido perfeito, por exemplo, a desigualdade expressa pela Eq. (3.4) leva a $\ddot{a} > 0$, ou seja, fornece uma contribuição positiva para a aceleração. O mesmo não ocorre se $w_X = -1/3$, pois, neste caso, tem-se $\ddot{a} = 0$, o que significa que o campo de energia escura não produziria nenhum efeito sobre a aceleração. Portanto, respeitada a condição expressa pela Eq. (3.4), quanto mais negativo for o parâmetro w_X mais acentuado será o efeito acelerador do campo de energia escura sobre a expansão, desde que este campo seja predominante.

A pressão da matéria e a densidade de energia da matéria também se relacionam através de uma equação barotrópica de estado [1]:

$$p_m = w_m \rho_m , \quad (3.5)$$

onde o parâmetro w_m satisfaz à condição

$$0 \leq w_m \leq 1 . \quad (3.6)$$

As desigualdades (3.6) garantem que o fluido de matéria satisfaz à condição de energia forte expressa pelas Eqs. (2.32), pois, neste caso, os valores de w_m são tais que $\rho_m + p_m = \rho_m(1 + w_m) > 0$ e $\rho_m + 3p_m = \rho_m(1 + 3w_m) > 0$. Isto nos leva à conclusão de que a matéria (escura fria e bariônica) produz um efeito desacelerador sobre a expansão. Este efeito será tanto mais acentuado quanto maior for o valor de w_m pertencente ao intervalo indicado nas desigualdades (3.6). Em termos fenomenológicos, podem-se distinguir os seguintes casos:

- $w_m = 0$: fluido de poeira com $p = 0$ (“pressure-free dust”).
- $w_m = 1/3$: fluido de matéria relativística (radiação) com $p = \rho/3$.
- $w_m = 2/3$: fluido de matéria não-relativística com $p = 2\rho/3$.
- $w_m = 1$: fluido de matéria rígida (“stiff matter”) ou fluido de Zel’dovich¹, com $p = \rho$.

No presente trabalho, a matéria e a radiação são tratados indistintamente.

Num referencial comóvel e para uma métrica de Robertson-Walker, a lei de conservação do tensor energia-momentum, expressa em termos da quadrivelocidade U^μ como $U_\mu T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$, permite obter a equação de balanço para a densidade de energia da mistura:

$$\dot{\rho}_X + \dot{\rho}_m + 3H(\rho_X + \rho_m + p_X + p_m + \varpi) = 0 , \quad (3.7)$$

onde $H = \dot{a}/a$ define o parâmetro de Hubble, e o ponto refere-se à derivada com respeito ao tempo.

Como a energia escura foi identificada com um campo escalar que interage apenas consigo mesmo e, fracamente, com o campo gravitacional, a equação de balanço para a densidade de energia escura se desacopla da equação de balanço para a densidade de energia da matéria, e portanto, podemos escrever a partir da Eq. (3.7):

$$\dot{\rho}_X + 3H(\rho_X + p_X) = 0 . \quad (3.8)$$

Na Eq. (3.8), o segundo termo do lado esquerdo descreve a diminuição da densidade de energia escura que é provocada pelo aumento do volume (fator de escala), causado pela expansão, ao passo que o terceiro termo representa o trabalho (negativo) que a pressão realiza sobre o fluido de energia escura. É importante ressaltar que, na Eq. (3.8), não aparece a pressão de não-equilíbrio ϖ , o que indica o caráter reversível da interação entre o campo de energia escura e o campo gravitacional.

A partir das Eqs. (3.7) e (3.8) inferimos que a equação de balanço para a densidade de energia da matéria é dada por:

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = -3H\varpi . \quad (3.9)$$

O segundo termo do lado esquerdo da Eq. (3.9) descreve a diminuição da densidade de energia do campo de matéria, causada pela expansão. Durante a expansão, o

¹Segundo a referência [11], num fluido de matéria rígida, a velocidade do som é igual à velocidade da luz.

fluido de matéria realiza um trabalho positivo, descrito pelo terceiro termo da mesma equação. O termo $-3H\varpi$ que figura no lado direito da Eq. (3.9) é positivo, pois, durante a expansão, ϖ se mantém negativa tanto no período de desaceleração como no período de aceleração positiva, conforme indicam os resultados referentes à evolução temporal da pressão de não-equilíbrio que apresentamos no Cap. 4. Portanto, há uma taxa líquida de ganho de energia pelo campo de matéria, representada pelo termo $-3H\varpi$, que evidencia o caráter irreversível da interação entre o campo de matéria e o campo gravitacional, indicando ao mesmo tempo em que sentido ocorre a transferência de energia: do campo gravitacional para o campo de matéria. É importante salientar que o presente modelo diz respeito à era pós-inflacionária, na qual não há produção cosmológica de partículas, de modo que o termo $-3H\varpi$ está relacionado a um processo que envolve apenas transferência de energia (momentum). Salientamos também que a interação entre a energia escura e a matéria é indireta, e que o campo gravitacional desempenha o papel de mediador das interações entre esses campos físicos.

No presente modelo, a equação de Friedmann (1.2) pode ser escrita como [7]

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}(\rho_X + \rho_m). \quad (3.10)$$

Segundo os trabalhos [6, 7, 8], o pseudotensor energia-momentum do campo gravitacional, para um Universo com curvatura espacial nula, é dado por

$$T_G^{00} = -\frac{3}{8\pi G}H^2. \quad (3.11)$$

Num espaço plano, a quantidade T_G^{00} é identificada com a densidade de energia do campo gravitacional, ρ_G . Uma vez que $T_G^{00} = \rho_G$, para uma métrica plana, as Eqs. (3.10) e (3.11) nos permitem obter uma relação (covariante) entre as densidades de energia do campo gravitacional, do campo de energia escura e do campo de matéria:

$$\rho_G = -(\rho_X + \rho_m). \quad (3.12)$$

Derivando a Eq. (3.12) com respeito ao tempo e usando a Eq. (3.7), chegamos à equação de balanço para a densidade de energia do campo gravitacional, num Universo sem curvatura:

$$\dot{\rho}_G + 3H(\rho_G - p_X - p_m) = 3H\varpi. \quad (3.13)$$

À primeira vista, pode parecer que a Eq. (3.13) é uma equação de balanço para um terceiro fluido (o campo gravitacional). Na realidade, pela própria maneira

como foi deduzida, essa equação nada mais é do que a Eq. (3.10), escrita numa nova forma. Com efeito, nos dois modelos descritos neste capítulo, o campo gravitacional não constitui um terceiro fluido. Ele é necessário, apenas, à interpretação física (veja a Eq. (3.48)).

O termo que aparece no membro direito das Eqs. (3.9) e (3.13) possui sinais contrários, indicando que, na primeira equação, há um ganho líquido de energia pela matéria, e que, na segunda, ocorre uma perda líquida de energia pelo campo gravitacional [7].

3.1.2 Equações de Evolução

Considerando a Eq. (3.3), podemos obter a equação que descreve a evolução temporal da densidade de energia escura efetuando a integração da Eq. (3.8). Disso resulta:

$$\frac{\rho_X}{\rho_X^0} = \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(w_X+1)}, \quad (3.14)$$

onde ρ_X^0 e a_0 denotam valores da densidade de energia escura e do fator de escala cósmica convenientemente escolhidos em $t = 0$ (ajustando relógios), respectivamente. No entanto, segundo a Eq. (3.14), para determinar a evolução temporal da densidade de energia escura é necessário conhecer a evolução do fator de escala cósmica. A evolução do fator de escala, por sua vez, é descrita pelo sistema de Eqs. (3.9), (3.10) e (3.14), acrescido da equação barotrópica (3.5) para o fluido de matéria e de uma equação para a pressão de não-equilíbrio ϖ . De fato, na equação de Friedmann (3.10), a evolução do fator de escala e a evolução da densidade de energia da mistura estão acopladas. A evolução temporal da mistura depende de como a densidade de energia de cada fluido componente (energia escura e matéria) evolui com o tempo. A evolução temporal da densidade de energia da matéria, descrita pela Eq. (3.9), depende de sua interação (irreversível) com o campo gravitacional, interação na qual intervém a pressão de não-equilíbrio (definida por uma equação constitutiva ou, enquanto variável termodinâmica, por uma equação evolutiva) para descrever fenomenologicamente a transferência de energia (momentum) envolvida. Além disso, a pressão do fluido de matéria depende da natureza (propriedades) de suas partículas, que é especificada pela equação de estado (3.5), uma vez fixado o valor do parâmetro w_m .

Conforme comentamos na introdução à presente seção, na teoria termodinâmica usual, supomos que exista uma relação linear entre a pressão de não-

equilíbrio ϖ e o parâmetro de Hubble H , expressa por

$$\varpi = -3\eta H . \quad (3.15)$$

Na Eq. (3.13), η é a viscosidade volumétrica, que supomos ser proporcional a uma potência m da densidade de energia da mistura, isto é:

$$\eta = \alpha(\rho_X + \rho_m)^m , \quad (3.16)$$

onde α é a constante de viscosidade (volumétrica) e o expoente m possui valores que estão compreendidos no intervalo $0 < m \leq 1$. Na teoria cinética, tais valores correspondem a diferentes potenciais de interação entre as partículas [20].

Na teoria termodinâmica estendida, ao invés de usar a Eq. (3.15), consideramos a pressão de não-equilíbrio como uma variável, que obedece à equação

$$\varpi + \tau\dot{\varpi} = -3\eta H , \quad (3.17)$$

onde τ é um tempo característico. Seguindo os trabalhos [13, 16], supomos que este tempo é dado por

$$\tau = \frac{\eta}{\rho} . \quad (3.18)$$

No que diz respeito à termodinâmica usual, determinamos a equação de evolução do fator de escala da maneira que descrevemos a seguir. Derivando a Eq. (3.10) com respeito ao tempo, obtemos

$$\dot{H} = \frac{k}{a^2} + \frac{4\pi G}{3H} (\dot{\rho}_X + \dot{\rho}_m) . \quad (3.19)$$

A partir da Eq. (3.8) podemos escrever

$$\dot{\rho}_X = -3H(w_X + 1)\rho_X . \quad (3.20)$$

Levando em conta as Eqs. (3.5) e (3.15), obtemos a partir da Eq. (3.9):

$$\dot{\rho}_m = -3H[(w_m + 1)\rho_m - 3\eta H] . \quad (3.21)$$

Utilizando as Eqs. (3.20) e (3.21), reescrevemos a Eq. (3.19) como

$$\dot{H} = \frac{k}{a^2} - 4\pi G [(w_X + 1)\rho_X + (w_m + 1)\rho_m - 3\eta H] . \quad (3.22)$$

A partir da Eq. (3.10) deduzimos a relação

$$\rho_X + \rho_m = \frac{3}{8\pi G} \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) . \quad (3.23)$$

Em seguida, combinamos as Eqs. (3.16), (3.22) e (3.23), obtendo

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \frac{k}{a^2} + 4\pi G \left[(w_m - w_X)\rho_X - \frac{3}{8\pi G}(w_m + 1) \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + 3\alpha H \left(\frac{3}{8\pi G} \right)^m \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right)^m \right]. \end{aligned} \quad (3.24)$$

A Eq. (3.24) precisa ser adimensionalizada. Com este propósito, definimos as seguintes quantidades adimensionais:

$$\begin{aligned} H &\equiv \frac{H}{H_0}, & t &\equiv tH_0, & a &\equiv \frac{a}{a_0}, & \alpha &\equiv \alpha H_0(\rho_X^0)^{m-1}, \\ H_0 &= \left[\frac{8\pi G}{3}(\rho_X^0 + \rho_m^0) - \frac{k}{a_0^2} \right]^{1/2}, & \rho_X &\equiv \frac{\rho_X}{\rho_X^0}, & \rho_m &\equiv \frac{\rho_m}{\rho_m^0} \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde as quantidades H_0 , a_0 , α , ρ_X^0 e ρ_m^0 representam, respectivamente, os valores do parâmetro de Hubble, fator de escala cósmica, constante de viscosidade, densidade de energia escura e densidade de energia da matéria, convenientemente escolhidos no instante $t = 0$ (ajustando relógios). As Eqs. (3.25)₁, (3.25)₂, (3.25)₃, (3.25)₄, (3.25)₆ e (3.25)₇ definem um novo parâmetro de Hubble, um novo tempo próprio, um novo fator de escala cósmica, uma nova constante de viscosidade, uma nova densidade de energia escura e uma nova densidade de energia da matéria, respectivamente. A Eq. (3.25)₅ provém da equação de Friedmann (3.10), quando expressa em termos de H_0 , a_0 , ρ_X^0 e ρ_m^0 .

Finalmente, empregando as Eqs. (3.25), podemos escrever a Eq. (3.24), após algumas manipulações algébricas, como

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} + \frac{3}{2} \left[\frac{(w_m - w_X)}{1 + \rho_m^0/\rho_X^0} \left(\frac{1}{a} \right)^{3(w_X+1)} \left(1 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2} \right) \right] \\ &\quad - \frac{3}{2} \left[(w_m + 1) \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right) - 3\alpha H \left(\frac{1 + \rho_m^0/\rho_X^0}{1 + k/(H_0^2 a_0^2)} \right)^{m-1} \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right)^m \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

onde $\dot{H} = \ddot{a}/a - (\dot{a}/a)^2$.

A Eq. (3.26) é uma equação diferencial de segunda ordem para o fator de escala cósmica a . Para k e m fixos, ela é função de cinco parâmetros, a saber, w_m , w_X , α , ρ_m^0/ρ_X^0 e $H_0^2 a_0^2$. Os parâmetros w_X e w_m representam os coeficientes de proporcionalidade que figuram nas equações barotrópicas (3.3) e (3.5) da energia escura e da matéria, respectivamente, e os seus valores obedecem às condições expressas pelas Eqs. (3.4) e (3.6). O parâmetro α é uma constante adimensional que representa a

constante de viscosidade volumétrica, a qual aparece na Eq. (3.16) como coeficiente de proporcionalidade entre a viscosidade η e a densidade de energia total da mistura. Por fim, o parâmetro ρ_m^0/ρ_X^0 denota a razão entre a densidade de energia da matéria e a densidade de energia escura no instante $t = 0$, e o seu valor foi escolhido respeitando-se os vínculos observacionais (subseção 3.1.3). Portanto, uma solução da Eq. (3.26) é determinada a partir da especificação dos valores dos parâmetros w_m , w_X , α , ρ_m^0/ρ_X^0 e $H_0^2 a_0^2$, e de duas condições iniciais, quais sejam, $a(0)$ e $H(0)$.

Uma vez determinada a equação que descreve a evolução temporal do fator de escala cósmica $a(t)$, podemos determinar as equações que descrevem a evolução temporal das densidades de energia do campo de matéria $\rho_m(t)$ e do campo de energia escura $\rho_X(t)$. Com efeito, utilizando as Eqs. (3.25)₃ e (3.25)₆, podemos reescrever a Eq. (3.14) na forma

$$\rho_X = \left(\frac{1}{a}\right)^{3(w_X+1)}. \quad (3.27)$$

A partir da Eq. (3.27) vemos que, uma vez determinado o comportamento temporal do fator de escala, é possível descrever a evolução da densidade de energia escura com o tempo.

Em seguida, substituímos na Eq. (3.23) as definições (3.25)₁, (3.25)₃, (3.25)₅, (3.25)₆ e (3.25)₇, juntamente com a Eq. (3.25), para obter a equação evolutiva da densidade de energia do campo de matéria:

$$\rho_m = \frac{1 + \rho_X^0/\rho_m^0}{1 + k/H_0^2 a_0^2} \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right) - \frac{\rho_X^0}{\rho_m^0} \left(\frac{1}{a} \right)^{3(w_X+1)}. \quad (3.28)$$

Portanto, uma vez determinada a evolução do fator de escala, é possível descrever o comportamento temporal da densidade de energia do campo de matéria, para k e m fixos. Em virtude das condições iniciais $H(0) = 1$ e $a(0) = 1$, os valores de H_0 e a_0 na Eq. (3.29) não são independentes entre si, mas satisfazem à condição

$$H_0^2 a_0^2 \neq 1, \quad (3.29)$$

se $k = -1$. De fato, se admitirmos, para aquelas condições iniciais e para $k = -1$, que $H_0^2 a_0^2 = 1$, teremos no lado direito da Eq. (3.29) um termo indeterminado, o que não faz sentido físico.

Na termodinâmica estendida, a dedução da equação de evolução do fator de escala difere da que foi feita no caso anterior (termodinâmica usual), pois agora a pressão de não-equilíbrio ϖ é considerada como uma variável termodinâmica que obedece à equação evolutiva (3.17), e não como uma quantidade constitutiva (Eq. (3.15)).

Em linhas gerais, o procedimento de cálculo é descrito como segue.

A partir da Eq. (3.9) podemos escrever

$$\dot{\rho}_m = -3H [(w_m + 1)\rho_m + \varpi] . \quad (3.30)$$

Usando as Eqs. (3.20) e (3.31), reescrevemos a Eq. (3.19) da seguinte maneira:

$$\dot{H} = \frac{k}{a^2} - 4\pi G [(w_X + 1)\rho_X + (w_m + 1)\rho_m + \varpi] , \quad (3.31)$$

onde os parâmetros w_X e w_m possuem o mesmo significado que na Eq. (3.26).

Considerando a Eq. (3.23), podemos escrever a Eq. (3.31) na forma

$$\dot{H} = \frac{k}{a^2} + \frac{3}{2} \left[(w_m - w_X) \frac{8\pi G}{3} \rho_X - (w_m + 1) \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) - \frac{8\pi G}{3} \varpi \right] . \quad (3.32)$$

Para adimensionalizar a Eq. (3.32), é necessário acrescentar às definições (3.25) a quantidade adimensional

$$\varpi = \frac{8\pi G}{3H_0^2} \varpi , \quad (3.33)$$

que corresponde à variável (dimensional) ϖ . Desse modo, substituindo as definições (3.25)₁, (3.25)₂, (3.25)₃, (3.25)₄, (3.25)₅, (3.25)₆ e (3.33) na Eq. (3.32), obtemos

$$\begin{aligned} \dot{H} = & \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} + \frac{3}{2} \left[\frac{(w_m - w_X)}{1 + \rho_m^0 / \rho_X^0} \left(\frac{1}{a} \right)^{3(w_X+1)} \left(1 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2} \right) \right] \\ & - \frac{3}{2} \left[(w_m + 1) \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right) + \varpi \right] . \end{aligned} \quad (3.34)$$

Na Eq. (3.34), a evolução temporal do fator de escala cósmica e a evolução temporal da pressão de não-equilíbrio estão inter-relacionadas. Por isso, é preciso descrever o comportamento de ϖ no tempo, o que pode ser feito por meio da Eq. (3.17), desde que transformada numa equação adimensional. Com este objetivo, reescrevemos a Eq. (3.17) utilizando as Eqs. (3.16) e (3.18):

$$\varpi + \alpha \dot{\varpi} (\rho_X + \rho_m)^{m-1} = -3\alpha H (\rho_X + \rho_m)^m . \quad (3.35)$$

Considerando a Eq. (3.23), a equação (3.35) pode ser escrita como

$$\varpi + \alpha \dot{\varpi} \left[\frac{3}{8\pi G} \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) \right]^{m-1} = -3\alpha H \left[\frac{3}{8\pi G} \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) \right]^m . \quad (3.36)$$

Finalmente, utilizando as Eqs. (3.25)₁, (3.25)₂, (3.25)₃, (3.25)₄, (3.25)₅ e (3.33), a Eq. (3.36) pode ser expressa sob a forma

$$\varpi + \alpha \dot{\varpi} \left[\left(\frac{1 + \rho_m^0 / \rho_X^0}{1 + k / H_0^2 a_0^2} \right) \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right) \right]^{m-1}$$

$$= -3\alpha H \left(\frac{1 + \rho_m^0/\rho_X^0}{1 + k/H_0^2 a_0^2} \right)^{m-1} \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right)^m. \quad (3.37)$$

Na Eq. (3.37), o significado dos parâmetros α e ρ_m^0/ρ_X^0 é o mesmo da Eq. (3.26). As Eqs. (3.34) e (3.37) formam um sistema de equações diferenciais não-lineares acopladas cujas soluções $\{a(t), \varpi(t)\}$ podem ser encontradas se forem especificados os valores dos parâmetros w_m , w_X , α , ρ_m^0/ρ_X^0 e $H_0^2 a_0^2$, e as três condições iniciais $a(0)$, $H(0)$ e $\dot{\varpi}(0)$, para k e m fixos (subseção 3.1.3). Assim, uma solução daquele sistema descreve concomitantemente a evolução temporal do fator de escala cósmica e da pressão de não-equilíbrio.

Uma vez conhecido o comportamento temporal das funções $a(t)$ e $\varpi(t)$, torna-se possível descrever a evolução temporal da densidade de energia escura e da densidade de energia da matéria mediante as Eqs. (3.27) e (3.28), respectivamente, deduzidas para a termodinâmica usual. A razão pela qual estas equações continuam válidas na termodinâmica estendida deve-se ao fato de que a sua dedução não envolve explicitamente a variável termodinâmica ϖ , seguindo uma linha de argumentação idêntica à adotada para a termodinâmica usual, como o leitor poderá constatar revendo os passos do procedimento que conduziu às mesmas equações.

3.1.3 Parâmetros e Condições Iniciais

A descrição da evolução temporal das variáveis cosmológicas $a(t)$, $\rho_X(t)$, $\rho_m(t)$ e $\varpi(t)$, e de suas derivadas, requer a especificação dos valores iniciais dessas variáveis, bem como dos parâmetros α , w_m , w_X , ρ_m^0/ρ_X^0 e $H_0^2 a_0^2$, que figuram nas equações do modelo fenomenológico em questão. A escolha das condições iniciais e dos parâmetros foi guiada pela consideração de que as soluções das equações (variáveis cosmológicas) deveriam apresentar um comportamento fisicamente coerente com um Universo em expansão, que evolui de uma fase passada de aceleração negativa para uma fase atual de aceleração positiva (Universo desacelerado-acelerado). As tabelas 3.1 e 3.2 exibem os parâmetros e condições iniciais selecionados, respectivamente.

Tabela 3.1: Parâmetros.

α	w_m	w_X	ρ_m^0/ρ_X^0	$H_0^2 a_0^2$
0,05; 0,075	1/5; 1/3; 1/2; 4/5	-0,7; -0,5	2	2,25

A escolha dos valores mostrados na tabela 3.1 baseia-se nos seguintes critérios:

- w_X : parâmetro que mede a influência da energia escura sobre a expansão. Os seus valores foram escolhidos de modo que no fluido de energia escura a condição de energia forte seja violada, quer dizer, de modo que $w_X < -1/3$. Para $w_X = -0,7$, o efeito repulsivo do campo de energia escura é mais acentuado do que para $w_X = -0,5$.
- w_m : parâmetro que está relacionado à influência da matéria sobre o processo de expansão. Os valores selecionados correspondem a diferentes propriedades das partículas, a saber: $w_m = 1/5$ e $w_m = 1/3$ pertencem ao intervalo $0 \leq w_m \leq 1/3$ ($w_m = 0$ corresponde a um fluido sem pressão, chamado na literatura de “poeira”, ao passo que $w_m = 1/3$ corresponde a um fluido de matéria relativística); $w_m = 1/2$ encontra-se no intervalo $1/3 \leq w_m \leq 2/3$ ($w_m = 2/3$ é usado na descrição de um fluido de matéria não relativística); e $w_m = 4/5$ pertence ao intervalo $2/3 \leq w_m \leq 1$ ($w_m = 1$ corresponde a um fluido de matéria rígida (“stiff matter”)). Para $w_m = 0$, o Universo não possui fase de desaceleração.
- α : parâmetro que está relacionado ao processo irreversível de transferência de energia do campo gravitacional para o campo de matéria, e ao efeito da pressão de não-equilíbrio sobre a expansão. Selecionamos os valores que melhor simulam um Universo desacelerado-acelerado, quais sejam, $\alpha = 0,05$ e $\alpha = 0,075$. Destes, o segundo corresponde a um efeito mais acentuado da pressão de não-equilíbrio. Verifica-se que, para $\alpha < 0,05$, o efeito da pressão de não-equilíbrio é insuficiente para produzir uma fase de aceleração positiva, caso os outros parâmetros da tabela 3.1 sejam mantidos constantes. Para $\alpha = 0$, tal pressão não existe.
- ρ_m^0/ρ_X^0 : parâmetro que representa a razão entre a densidade de energia da matéria (escura fria e bariônica) e a densidade de energia escura, no instante $t = 0$. Considerando que, no presente modelo, o Universo evolui de uma fase na qual a influência da matéria prevalece sobre a da energia escura (fase desacelerada) para uma fase na qual a energia escura é dominante (fase acelerada), fixamos um valor para aquele parâmetro que permitisse simular esta trajetória evolutiva. Assim, definimos: $\rho_m^0/\rho_X^0 = 2$. Entretanto, é suficiente que $\rho_m^0/\rho_X^0 > 1$, de modo que haja uma fase evolutiva inicial de domínio da matéria.
- $H_0^2 a_0^2$: parâmetro que satisfaz à condição expressa pela desigualdade (3.29). Em vista desta condição, definimos $a_0 = 1$ e $H_0 = 1,5$. Portanto, $H_0^2 a_0^2 = 2,25$, como mostra a tabela 3.1. Verifica-se que, quando o valor deste parâmetro é

modificado, as curvas que representam a evolução temporal das variáveis cosmológicas do presente modelo são deslocadas, porém, a sua forma é preservada.

A fim de estabelecer as condições iniciais mostradas na tabela 3.2, definimos que, no instante $t = 0$ (por ajuste de relógios), a densidade de energia escura e a densidade de energia da matéria possuem um mesmo valor máximo, pois isto nos permite comparar a evolução destes campos com o tempo. Assim, estabelecendo para o fator de escala cósmica que $a(0) = 1$, chegamos através da Eq. (3.27) à condição $\rho_X(0) = 1$. Para que seja válida a condição $\rho_m(0) = 1$, é necessário, de acordo com a Eq. (3.28), que $a(0) = 1$ e $H(0) = 1$, para o parâmetro de Hubble. Portanto, na tabela 3.2, a terceira e a quarta condições iniciais são equivalentes às duas primeiras. No que diz respeito à termodinâmica estendida, supomos que, no instante $t = 0$, a taxa de transferência de energia (momentum) do campo gravitacional para o campo de matéria não varie, embora haja dissipação de energia gravitacional. Por isto, definimos $\dot{\omega}(0) = 0$ na Eq. (3.37).

Tabela 3.2: Condições iniciais.

$a(0)$	$H(0)$	$\rho_X(0)$	$\rho_m(0)$	$\dot{\omega}(0)$
1	1	1	1	0

Na Eq. (3.16), que expressa a relação entre a viscosidade volumétrica e a densidade de energia da mistura, os valores do expoente m que melhor simularam um Universo desacelerado-acelerado são: $1/4$, $1/2$, $3/4$ e 1 . Verifica-se que, para $m < 1/4$, não há fase de aceleração positiva, desde que os parâmetros da tabela 3.1 não sejam alterados.

3.2 O Universo Modelado Como Uma Mistura de Matéria e Campo Escalar

No presente modelo, consideramos o Universo como uma mistura de dois constituintes: um campo escalar e um campo de densidade de matéria. Tal como no modelo da seção (3.1), o termo matéria refere-se à matéria bariônica e à matéria escura fria. Considerando que conseguimos simular um Universo em expansão, desde a era inflacionária até a era da matéria (atual), utilizando apenas um campo escalar, é plausível identificar este campo com um campo escalar (clássico) de mesmo nome que

a partícula hipotética denominada inflaton, para o período inflacionário [29, 34, 35], e com o campo de energia escura, para as etapas seguintes do processo evolutivo. O fator de escala cósmica representa o campo gravitacional, através do qual o campo escalar e o campo de matéria interagem. A interação entre o campo escalar e o campo gravitacional tem caráter reversível, mas o campo gravitacional e a matéria interagem de forma irreversível. Esta última interação, nós a descrevemos fenomenologicamente, segundo os trabalhos [6, 7], através de um termo de pressão de não-equilíbrio que inserimos na expressão do tensor energia-momentum, como fizemos para o modelo anterior. A pressão de não-equilíbrio é considerada tanto na teoria termodinâmica usual como na estendida.

3.2.1 Equações de Balanço

Novamente, supomos que o Universo é modelado por um espaço-tempo homogêneo e isotrópico cuja métrica (Robertson-Walker) é descrita pelo elemento de linha definido pela Eq. (2.7).

No presente modelo, a pressão de não-equilíbrio possui um duplo significado: na fase inflacionária, ela está associada fenomenologicamente à (taxa de) produção de partículas (Eq. (1.17)), enquanto que, nas fases desacelerada e acelerada (atual), ela representa fenomenologicamente o processo irreversível de transferência de energia do campo gravitacional para o campo de matéria. Em vista disso, o tensor energia-momentum, de acordo com a referência [6], pode ser expresso por

$$T^{\mu\nu} = (\rho_\phi + \rho_m + p_\phi + p_m + \varpi)U^\mu U^\nu - (p_\phi + p_m + \varpi)g^{\mu\nu} . \quad (3.38)$$

Na Eq. (3.38), as quantidades ρ_ϕ , ρ_m , p_ϕ , p_m , ϖ e U^μ representam a densidade de energia do campo escalar, a densidade de energia da matéria, a pressão do campo escalar, a pressão da matéria, a pressão de não-equilíbrio, e a quadrivelocidade ($U^\mu U_\mu = 1$), respectivamente [6].

A pressão e a densidade de energia do campo escalar ϕ se relacionam através de uma equação barotrópica de estado, que, segundo o trabalho [36], é expressa por

$$p_\phi = w_\phi \rho_\phi , \quad (3.39)$$

onde

$$-1 \leq w_\phi \leq 0 . \quad (3.40)$$

A partir da Eq. (3.40) concluímos que o fluido do campo escalar ϕ não satisfaz à condição de energia forte para os valores de w_ϕ pertencentes ao intervalo $-1 \leq w_\phi <$

$-1/3$, pois, neste caso, $\rho_\phi + 3p_\phi = \rho_\phi(1 + 3w_\phi) < 0$, contrariando a desigualdade (2.32)₂. Portanto, para estes valores, o campo escalar ϕ produz um efeito repulsivo sobre a expansão, isto é, $\ddot{a} > 0$, como podemos ver a partir da Eq. (2.20), escrita para um fluido perfeito. O efeito repulsivo será tanto mais acentuado quanto mais negativo for o parâmetro w_ϕ . Além disso, os resultados do Cap. 4 indicam que a taxa de expansão do Universo na fase inflacionária é consideravelmente mais elevada do que nas fases desacelerada e acelerada. Na primeira fase evolutiva, o campo ϕ se comporta como um inflaton, e nas duas últimas fases, como um campo de energia escura, embora, na fase de aceleração negativa, o efeito atrativo da matéria predomine sobre o da energia escura.

A relação entre a pressão da matéria e a densidade de energia da matéria é definida pelas Eqs. (3.5) e (3.6). Tudo o que afirmamos a respeito do fluido de matéria na página 36, após a Eq. (3.6), continua válido no modelo em questão. Assim, remetemos o leitor à página 36 do presente trabalho.

A equação de balanço para a densidade de energia da mistura pode ser deduzida a partir da lei de conservação do tensor energia-momentum $U_\mu T^{\mu\nu}{}_{;\nu} = 0$ (expressa em termos da quadrivelocidade U^μ , num referencial comóvel e para a métrica definida pela Eq. (2.7)) :

$$\dot{\rho}_\phi + \dot{\rho}_m + 3H(\rho_\phi + \rho_m + p_\phi + p_m + \varpi) = 0, \quad (3.41)$$

onde o ponto refere-se à derivada com respeito ao tempo.

O campo escalar ϕ , quer o interpretemos como inflaton ou como campo de energia escura, não interage com outros campos não gravitacionais [36], e em particular, com o campo de matéria. Por isso, a sua densidade de energia e a densidade de energia da matéria se desacoplam, de modo que podemos extrair da Eq. (3.41) a equação de balanço para a densidade de energia do campo ϕ :

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(\rho_\phi + p_\phi) = 0. \quad (3.42)$$

O segundo termo da Eq. (3.42) descreve o decréscimo na densidade de energia ρ_ϕ que resulta da expansão (aumento do fator de escala), ao passo que o terceiro termo representa a transferência de energia para o fluido do campo escalar ϕ , associada ao trabalho (negativo) realizado pela pressão p_ϕ durante a expansão, como no modelo tratado anteriormente. A Eq. (3.42) não inclui um termo de pressão de não-equilíbrio, o que sugere que a interação entre o campo ϕ e o campo gravitacional é de natureza reversível.

Levando em conta a Eq. (3.39), integramos a Eq. (3.42) e obtemos a relação entre a

densidade ρ_ϕ e o fator de escala:

$$\frac{\rho_\phi}{\rho_\phi^0} = \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(w_\phi+1)}, \quad (3.43)$$

onde ρ_ϕ^0 e a_0 são os valores da densidade de energia do campo ϕ e do fator de escala cósmica em $t = 0$ (ajustando relógios), respectivamente.

Na fase inflacionária, a expansão ocorre às custas da energia potencial $V(\phi)$ do inflaton, isto é, do campo ϕ . Para obter a equação que relaciona $V(\phi)$ ao fator de escala, reescrevemos primeiramente a Eq. (2.45) utilizando a Eq. (3.39). Em seguida, combinamos a equação que daí resulta com a Eq. (2.44). Desse modo, chegamos a

$$V(\phi) = \rho_\phi \left(\frac{1-w_\phi}{2}\right) \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(w_\phi+1)}. \quad (3.44)$$

Considerando a Eq. (3.42), inferimos a partir da Eq. (3.41) que a equação de balanço para a densidade de energia da matéria é dada por

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = -3H\varpi. \quad (3.45)$$

Na Eq. (3.45), a presença do termo $-3H\varpi$ (positivo) sugere que o campo gravitacional e o campo de matéria interagem de forma irreversível. Contudo, na era inflacionária, o termo $-3H\varpi$ está relacionado a um processo de produção de partículas (Eq. (1.17)), e na era pós-inflacionária, a um processo de transferência de energia (para o campo de matéria). Na primeira, o campo escalar ϕ desempenha o papel do campo inflacionário, enquanto que, na segunda, ele atua como um campo de energia escura. Em ambos os casos, o campo ϕ e o campo de matéria não interagem diretamente, mas através do campo gravitacional. Neste sentido, as partículas de matéria, tal como são conhecidas no Universo atual, são produzidas no fim da era inflacionária a partir da energia do inflaton e da energia gravitacional. Após a inflação, nas fases desacelerada e acelerada (atual), não há produção cosmológica de partículas, de modo que a interação (indireta) entre a energia escura e a matéria envolve tão somente transferência de energia (momentum).

Quanto ao segundo e terceiro termos que figuram no lado esquerdo da equação (3.45), o primeiro deles descreve a diminuição da densidade de energia da matéria, causada pelo aumento do fator de escala, ao passo que o segundo representa o trabalho (positivo) realizado pelo fluido de matéria durante a expansão.

O fator de escala cósmica e a densidade de energia da mistura estão relacionadas através da equação de Friedmann (1.2), a qual, no presente modelo, pode ser escrita como [6]

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}(\rho_\phi + \rho_m). \quad (3.46)$$

Para um Universo com curvatura espacial nula, o pseudo-tensor energia-momentum do campo gravitacional é definido pela Eq. (3.11). Assim, usando o fato de que, para uma métrica plana, $T_G^{00} = \rho_G$, combinamos a Eq. (3.46), escrita para um Universo sem curvatura, com a Eq. (3.11), a fim de obter uma relação (covariante) entre as densidades de energia da matéria, energia escura e campo gravitacional:

$$\rho_G = -(\rho_\phi + \rho_m). \quad (3.47)$$

Após derivar a Eq. (3.47), usamos a Eq. (3.41) para deduzir a equação de balanço para a densidade de energia do campo gravitacional:

$$\dot{\rho}_G + 3H(\rho_G - p_\phi - p_m) = 3H\varpi. \quad (3.48)$$

De acordo com os resultados do Cap. 4, durante as fases inflacionária, desacelerada e acelerada, tem-se: $\varpi < 0$. Portanto, nas equações de balanço (3.45) e (3.48), o termo que figura no lado direito possui sinais contrários, sendo positivo na primeira equação (taxa líquida de ganho de energia ou, na fase inflacionária, de produção de partículas) e negativo na segunda (taxa líquida de perda de energia gravitacional).

3.2.2 Equações de Evolução

A evolução temporal da densidade de energia do campo escalar ϕ é descrita pela Eq. (3.43):

$$\frac{\rho_\phi}{\rho_\phi^0} = \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(w_\phi+1)}. \quad (3.49)$$

De acordo com a Eq. (3.49), a evolução temporal de ρ_ϕ só pode ser descrita mediante o conhecimento prévio do comportamento do fator de escala cósmica ao longo do tempo. Mas, a evolução do fator de escala e a evolução da densidade de energia da mistura estão acopladas através da equação de Friedmann (3.46). Além disso, a evolução da mistura é determinada pela dos seus fluidos componentes (campo escalar e matéria). A evolução temporal do fluido de matéria, governada pela Eq. (3.45), depende de sua interação (irreversível) com o campo gravitacional, e esta interação envolve transferência de energia ou produção de partículas (a depender da fase evolutiva considerada), descrita fenomenologicamente pela pressão de não-equilíbrio (definida, na termodinâmica usual, por uma equação algébrica ou, na termodinâmica estendida, por uma equação diferencial evolutiva). A influência do fluido de matéria sobre o Universo em expansão depende também das propriedades (natureza) das partículas que constituem o fluido. Tais propriedades são determinadas através da equação barotrópica de estado (3.5), quando o valor do parâmetro w_m é fixado. Portanto, o

sistema formado pelas equações (3.45), (3.46) e (3.49), juntamente com a equação de estado (3.5) para a matéria e com uma equação adequada para a pressão de não-equilíbrio, permite determinar a evolução temporal do fator de escala cósmica e da densidade do campo escalar ϕ .

Na teoria termodinâmica usual, a equação que define a pressão de não-equilíbrio é a Eq. (3.15), na qual a viscosidade volumétrica η é dada por

$$\eta = \alpha (\rho_\phi + \rho_m)^m , \quad (3.50)$$

onde α é a constante de viscosidade volumétrica e o expoente m possui valores que estão compreendidos no intervalo $0 < m \leq 1$.

Na teoria termodinâmica estendida, utilizamos em lugar da Eq. (3.15) a Eq. (3.17), na qual o tempo característico τ é definido pela Eq. (3.18).

Para a termodinâmica usual, a equação evolutiva do fator de escala foi deduzida da forma exposta a seguir. Derivando a Eq. (3.46) com respeito ao tempo, e substituindo na equação resultante as equações

$$\dot{\rho}_\phi = -3H(1 + w_\phi)\rho_\phi , \quad (3.51)$$

obtida por combinação das Eqs. (3.39) e (3.42), e

$$\dot{\rho}_m = -3H[(w_m + 1)\rho_m - 3\eta H] , \quad (3.52)$$

oriunda das Eqs. (3.5), (3.15) e (3.45), chegamos a

$$\dot{H} = \frac{k}{a^2} - 4\pi G[(w_\phi + 1)\rho_\phi + (w_m + 1)\rho_m - 3\eta H] . \quad (3.53)$$

Após substituir a Eq. (3.50) na Eq. (3.53), inserimos na equação resultante as expressões para ρ_m e $\rho_\phi + \rho_m$, derivadas a partir da Eq. (3.46), obtendo

$$\begin{aligned} \dot{H} = & \frac{k}{a^2} + 4\pi G \left[(w_m - w_\phi)\rho_\phi - \frac{3}{8\pi G}(w_m + 1) \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right) \right. \\ & \left. + 3\alpha H \left(\frac{3}{8\pi G} \right)^m \left(H^2 + \frac{k}{a^2} \right)^m \right] . \end{aligned} \quad (3.54)$$

A fim de obter uma equação de evolução adimensional para o fator de escala a partir da Eq. (3.54), é necessário que definamos novas quantidades adimensionais:

$$\begin{aligned} H &\equiv \frac{H}{H_0} , & t &\equiv tH_0 , & a &\equiv \frac{a}{a_0} , & \alpha &\equiv \alpha H_0 (\rho_\phi^0)^{m-1} , \\ H_0 &= \left[\frac{8\pi G}{3} (\rho_\phi^0 + \rho_m^0) - \frac{k}{a_0^2} \right]^{1/2} , & \rho_\phi &\equiv \frac{\rho_\phi}{\rho_\phi^0} , & \rho_m &\equiv \frac{\rho_m}{\rho_\phi^0} \end{aligned} \quad (3.55)$$

As Eqs. (3.55)₁, (3.55)₂, (3.55)₃, (3.55)₄, (3.55)₆ e (3.55)₇ definem um novo parâmetro de Hubble, um novo tempo próprio, um novo fator de escala cósmica, uma nova constante de viscosidade, uma nova densidade de energia do campo escalar ϕ e uma nova densidade de energia da matéria, respectivamente. A Eq. (3.55)₅ surge da equação de Friedmann (3.46), quando escrita em termos de H_0 , a_0 , ρ_m^0 e ρ_ϕ^0 . É importante notar que, na Eq. (3.55)₇, a quantidade adimensional ρ_m é definida em termos de ρ_ϕ^0 , e não, de ρ_m^0 (densidade de energia da matéria, no instante $t = 0$). A justificativa para esta definição repousa no fato de que, no início da era inflacionária, não há produção de partículas, de modo que $\rho_m(0) = 0$. Por isso, não haveria sentido em definir $\rho_m \equiv \rho_m/\rho_m^0$. Nas Eqs. (3.55), as quantidades H_0 , a_0 , α e ρ_ϕ^0 representam, respectivamente, os valores do parâmetro de Hubble, fator de escala cósmica, constante de viscosidade e densidade de energia do campo escalar ϕ no instante $t = 0$.

Através das definições (3.55), a Eq. (3.54) pode ser escrita na forma adimensional como

$$\begin{aligned} \dot{H} = & \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} + \frac{3}{2} \left[\frac{(w_m - w_\phi)}{1 + \rho_m^0/\rho_\phi^0} \left(\frac{1}{a}\right)^{3(w_\phi+1)} \left(1 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2}\right) \right] \\ & - \frac{3}{2} \left[(w_m + 1) \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2}\right) - 3\alpha H \left(\frac{1 + \rho_m^0/\rho_\phi^0}{1 + k/H_0^2 a_0^2}\right)^{m-1} \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2}\right)^m \right] \end{aligned} \quad (3.56)$$

onde $\dot{H} = \ddot{a}/a - (\dot{a}/a)^2$. A Eq. (3.56) é uma equação diferencial de segunda ordem para o fator de escala cósmica $a(t)$. Uma vez fixados k e m , é possível determinar uma solução desta equação se forem especificados os valores dos parâmetros w_m , w_ϕ , α , ρ_m^0/ρ_ϕ^0 e $H_0^2 a_0^2$, e das condições iniciais $a(0)$ e $H(0)$. Os parâmetros w_m e w_ϕ são os coeficientes de proporcionalidade que aparecem nas equações de estado (3.5) e (3.39) da matéria e do campo escalar ϕ , respectivamente. A constante adimensional α representa a constante de viscosidade volumétrica (dimensional) que figura na Eq. (3.16). O parâmetro ρ_m^0/ρ_ϕ^0 expressa a razão entre a densidade de energia da matéria e a densidade de energia do campo ϕ , no instante $t = 0$.

A equação (adimensional) que descreve a evolução temporal do campo escalar ϕ é obtida ao substituirmos as definições (3.55)₃ e (3.55)₆ na Eq. (3.49), o que resulta em

$$\rho_\phi = \left(\frac{1}{a}\right)^{3(w_\phi+1)}. \quad (3.57)$$

Portanto, a evolução do campo ϕ pode ser determinada graças à Eq. (3.56).

Substituindo as Eqs. (3.55)₁, (3.55)₃, (3.55)₅, (3.55)₆, (3.55)₇ e (3.57) na Eq. (3.46),

obtemos a equação de evolução para a matéria:

$$\rho_m = \frac{1 + \rho_m^0/\rho_\phi^0}{1 + k/H_0^2 a_0^2} \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right) - \left(\frac{1}{a} \right)^{3(w_\phi+1)}. \quad (3.58)$$

Novamente, é possível descrever o comportamento do campo de matéria ao longo do tempo com o auxílio da Eq. (3.56). Na Eq. (3.58), os parâmetros H_0 e a_0 satisfazem à condição expressa pela desigualdade (3.29), pelas razões já expostas.

Na termodinâmica estendida, a pressão de não-equilíbrio não é definida como uma quantidade constitutiva, mas como uma variável termodinâmica. Neste caso, a sua evolução temporal é descrita pela Eq. (3.17), e não pela Eq. (3.15), como fizemos para a termodinâmica usual. Assim, para obter a equação de evolução do fator de escala, substituímos a Eq. (3.5) na Eq. (3.45):

$$\dot{\rho}_m = -3H [(w_m + 1)\rho_m + \varpi]. \quad (3.59)$$

Após derivar a Eq. (3.46) com respeito ao tempo, combinamos a equação resultante com as Eqs. (3.51) e (3.59), o que nos leva a

$$\dot{H} = \frac{k}{a^2} - 4\pi G [(w_\phi + 1)\rho_\phi + (w_m + 1)\rho_m + \varpi]. \quad (3.60)$$

Em seguida, isolamos ρ_m na Eq. (3.46) e o substituímos, juntamente com as definições (3.33), (3.55)₁, (3.55)₂, (3.55)₃, (3.55)₄, (3.55)₅ e (3.55)₆ na Eq. (3.60), obtendo a equação de evolução (adimensional) para o fator de escala cósmica:

$$\begin{aligned} \dot{H} = & \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} + \frac{3}{2} \left[\frac{(w_m - w_\phi)}{1 + \rho_m^0/\rho_\phi^0} \left(\frac{1}{a} \right)^{3(w_\phi+1)} \left(1 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2} \right) \right] \\ & - \frac{3}{2} \left[(w_m + 1) \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right) + \varpi \right]. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Na Eq. (3.61), o fator de escala e a pressão de não-equilíbrio não evoluem de forma independente: trata-se de uma equação diferencial acoplada. Portanto, é necessário determinar a evolução temporal da pressão de não-equilíbrio. Para isso, transformamos a Eq. (3.17) numa equação adimensional da maneira descrita a seguir. A partir das Eqs. (3.17), (3.18) e (3.50), obtemos

$$\varpi + \alpha \dot{\varpi} (\rho_\phi + \rho_m)^{m-1} = -3\alpha H (\rho_\phi + \rho_m)^m. \quad (3.62)$$

Combinando as Eqs. (3.33), (3.46), (3.55)₁, (3.55)₂, (3.55)₃, (3.55)₄, (3.55)₅ e (3.62), chegamos a

$$\varpi + \alpha \dot{\varpi} \left[\left(\frac{1 + \rho_m^0/\rho_\phi^0}{1 + k/H_0^2 a_0^2} \right) \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2 a^2} \right) \right]^{m-1}$$

$$= -3\alpha H \left(\frac{1 + \rho_m^0/\rho_\phi^0}{1 + k/H_0^2 a_0^2} \right)^{m-1} \left(H^2 + \frac{k}{H_0^2 a_0^2} \right)^m. \quad (3.63)$$

Para resolver o sistema formado pelas Eqs. (3.61) e (3.63), é necessário especificar as condições iniciais $a(0)$, $H(0)$ e $\dot{\varpi}(0)$ e os parâmetros w_m , w_ϕ , α , ρ_m^0/ρ_ϕ^0 e $H_0^2 a_0^2$ (k e m fixos). Uma solução $\{a(t), \varpi(t)\}$ desse sistema pode, então, ser usada para descrever a evolução dos campos de energia escura e de densidade de matéria através das Eqs. (3.57) e (3.58), deduzidas para a termodinâmica usual. Na termodinâmica estendida, a dedução das Eqs. (3.57) e (3.58) é idêntica à da termodinâmica usual, uma vez que não envolve a variável termodinâmica ϖ , explicitamente.

3.2.3 Parâmetros e Condições Iniciais

Para uma descrição fenomenológica de um Universo inflacionário-desacelerado-acelerado, baseada no presente modelo, é necessário conhecer o comportamento evolutivo das variáveis cosmológicas $a(t)$, $\ddot{a}(t)$, $\rho_\phi(t)$, $\rho_m(t)$ e $\varpi(t)$ que o caracterizam, e isto envolve um problema de condições iniciais. Desse modo, a evolução temporal de cada variável fica completamente determinada quando são especificados os seus valores iniciais e os parâmetros α , w_m , w_ϕ , ρ_m^0/ρ_ϕ^0 e $H_0^2 a_0^2$, que aparecem nas equações evolutivas. Os parâmetros estão registrados na tabela 3.3, e as condições iniciais, na tabela 3.4. Naturalmente, as condições iniciais e os parâmetros foram escolhidos de modo que o comportamento daquelas variáveis cosmológicas seja coerente, sob o ponto de vista físico, com um Universo que, partindo de um período inflacionário, passa por um período de aceleração negativa, para atingir a fase atual de aceleração positiva.

Tabela 3.3: Parâmetros selecionados.

α	w_m	w_ϕ	ρ_m^0/ρ_ϕ^0	$H_0^2 a_0^2$
0, 3	1/3	-0, 6; -0, 55	0	2, 25

Na tabela 3.3, os valores foram escolhidos com base nos seguintes critérios:

- w_ϕ : mede a pressão do campo escalar ϕ e representa a sua influência sobre a expansão. Os valores deste parâmetro foram escolhidos de modo que o campo escalar ϕ viole a condição de energia forte ($w_\phi < -1/3$). O efeito repulsivo do campo ϕ é mais acentuado para $w_\phi = -0,6$ do que para $w_\phi = -0,55$. Para $-1 \leq w_\phi < -0,6$ ou $-0,55 < w_\phi < -1/3$, ao menos uma das três fases evolutivas está ausente.

- w_m : parâmetro que mede a pressão do fluido de matéria e representa a sua influência sobre o Universo em expansão. Embora tenha sido possível simular um Universo inflacionário-desacelerado-acelerado para vários valores de w_m , escolhemos um valor que fosse representativo: $w_m = 1/3$ (fluido de matéria relativística).
- α : está relacionado à produção de partículas, na fase inflacionária, e ao processo (irreversível) de transferência de energia do campo gravitacional para o campo de matéria, nas fases desacelerada e acelerada, bem como ao efeito da pressão de não-equilíbrio sobre a expansão. O valor que melhor simula um Universo inflacionário-desacelerado-acelerado é $\alpha = 0,3$.
- ρ_m^0/ρ_ϕ^0 : parâmetro que denota a razão entre a densidade de energia da matéria e a densidade de energia do campo escalar ϕ , no instante $t = 0$. Este instante assinala o início da era inflacionária, no qual a matéria, tal como a conhecemos no Universo atual, não existe. Em razão disso, definimos: $\rho_m^0/\rho_\phi^0 = 0$.
- $H_0^2 a_0^2$: os valores deste parâmetro obedecem à restrição imposta pela desigualdade (3.29), em virtude do que definimos: $H_0^2 a_0^2 = 2,25$ ($a_0 = 1$, $H_0 = 1,5$). Verifica-se que, quando o valor de $H_0^2 a_0^2$ é alterado, as curvas que descrevem o comportamento temporal das variáveis cosmológicas são deslocadas, mas, sem que a sua forma seja alterada.

Tabela 3.4: Condições iniciais.

$a(0)$	$H(0)$	$\rho_\phi(0)$	$\rho_m(0)$	$\varpi(0)$
1	1	1	0	0

As condições iniciais mostradas na tabela 3.4 foram especificadas da maneira descrita a seguir. Considerando que, no início da era inflacionária, não existe matéria (tal como a observamos atualmente) e que toda a densidade de energia do Universo existe sob a forma de energia de vácuo, estabelecemos que, no instante $t = 0$, a densidade de energia da matéria possui um valor mínimo nulo, e que a densidade de energia do campo escalar ϕ possui um valor máximo igual a 1, de modo que $\rho_m(0) = 0$ e $\rho_\phi(0) = \rho_\phi^0 = 1$. Esta última condição inicial, quando substituída na Eq. (3.57), nos conduz à primeira condição mostrada na tabela 3.4, isto é, $a(0) = 1$. De acordo com a Eq. (3.58), para que $\rho_m(0) = 0$, é preciso que $a(0) = 1$ e $H(0) = 1$, para o parâmetro de Hubble. Isto nos mostra que estas duas últimas condições equivalem às definições

$\rho_m(0) = 0$ e $\rho_\phi(0) = 1$, tomadas em conjunto. A condição $\varpi(0) = 0$ corresponde à suposição de que não há produção de partículas no começo da inflação.

Quanto ao expoente que, na Eq. (3.50), define a dependência da viscosidade volumétrica com a densidade de energia da mistura, verifica-se que, quando $0 < m \leq 0,5$ (mantendo inalterados os parâmetros da tabela 3.3), ao menos uma das três fases evolutivas (inflacionária, desacelerada, acelerada) desaparece. No entanto, mediante uma escolha adequada do valor da constante de viscosidade α , é possível simular uma trajetória evolutiva com essas três fases, para $0,5 < m \leq 1$ (preservando os outros valores da tabela 3.3). Assim, selecionamos: $m = 1$. Neste caso, a viscosidade é diretamente proporcional à densidade de energia da mistura.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

No presente capítulo, são analisados e interpretados os resultados que foram obtidos por meio dos dois modelos descritos no capítulo anterior. Estes resultados foram gerados a partir do Maple V Release 5.

4.1 O Universo Modelado Como Uma Mistura de Matéria e Energia Escura

Em primeiro lugar, foi analisada a influência do expoente m , que aparece na Eq. (3.16), sobre a evolução temporal das seguintes funções: densidade de energia escura $\rho_X(t)$, densidade de energia da matéria $\rho_m(t)$, aceleração $\ddot{a}(t)$, pressão de não-equilíbrio $\varpi(t)$ e viscosidade volumétrica $\eta(t)$. A investigação prossegue com a análise do comportamento temporal da aceleração em função dos parâmetros α , w_m e w_X . Finalmente, a evolução temporal do campo de densidade de matéria é comparada com a do campo de densidade de energia escura.

É importante ressaltar que, sob o ponto de vista qualitativo, a descrição baseada na termodinâmica usual em nada difere da que é dada, nesta seção, em termos da termodinâmica estendida, uma vez definida a condição inicial: $\dot{\varpi}(0) = 0$ (tabela 3.2). De fato, verifica-se que, quando esta condição é levada em conta na Eq. (3.17), os valores da pressão de não-equilíbrio, nas termodinâmicas usual e estendida, coincidem no modelo em questão, pois, nos dois casos, a condição inicial $H(0) = 1$ é a mesma. Além disso, os resultados relativos aos Universos com curvaturas positiva e negativa são análogos aos apresentados aqui para um Universo com curvatura nula. Portanto, exceto quando disposto de outra maneira, os resultados apresentados e discutidos nesta seção dizem respeito, exclusivamente, à termodinâmica estendida e a

um Universo sem curvatura ($k = 0$).

A Fig. 4.1 mostra como a pressão de não-equilíbrio evolui com o tempo num Universo com curvatura nula, para valores de m distintos. Para todos os valores de

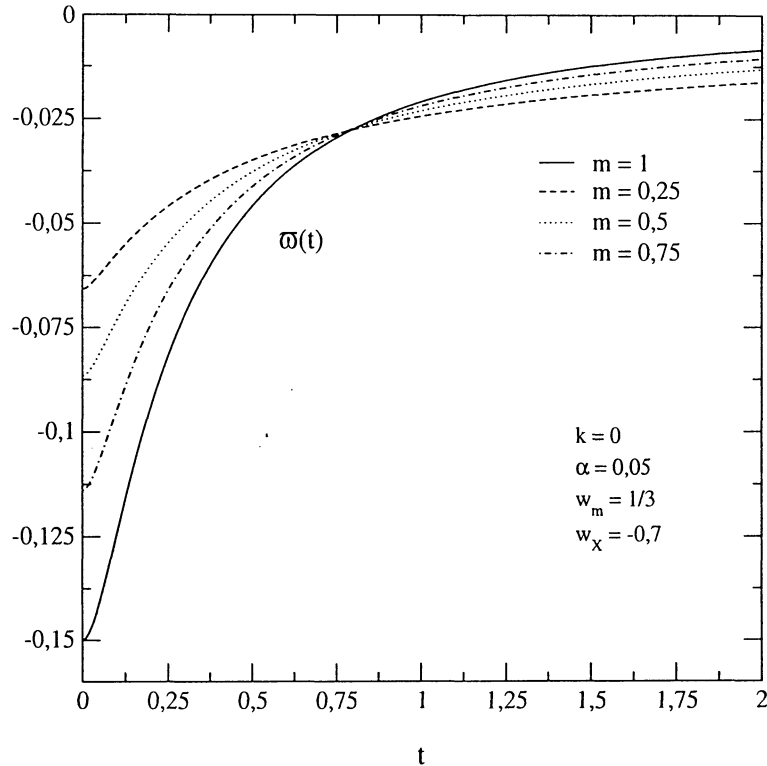


Figura 4.1: Evolução temporal da pressão de não-equilíbrio num Universo com curvatura espacial nula, para valores de m distintos. A evolução é descrita em termos da termodinâmica estendida.

m considerados, o efeito da pressão de não-equilíbrio torna-se menos acentuado (o módulo de w diminui) ao longo do tempo. Isto significa que o processo dissipativo no Universo em evolução torna-se mais lento. Em outras palavras, à medida que o Universo evolui, o campo gravitacional transfere cada vez menos energia (momentum) para o campo de densidade de matéria (redução na dissipação de energia gravitacional envolvida no processo). Portanto, há menos dissipação no Universo atual do que na fase anterior de sua história evolutiva.

Na Fig. 4.1, a redução na taxa de dissipação é maior para $m = 1$, pois, neste caso, a pressão de não-equilíbrio sofre maior atenuação. Por outro lado, em virtude da não-linearidade das equações do modelo, a taxa de dissipação de energia gravitacional é fortemente sensível a uma alteração no valor de m . De fato, ao examinar a Fig. 4.1, percebe-se que, num instante t qualquer pertencente ao intervalo $0 < t \leq 0,8$, o efeito

de ϖ é acentuado quando m aumenta, o contrário ocorrendo para t pertencente ao intervalo $0,8 < t \leq 2$.

Quando a pressão de não-equilíbrio é considerada como uma variável termodinâmica, e não como quantidade constitutiva, a interação da matéria e do campo gravitacional envolve uma maior dissipação de energia gravitacional. De fato, verifica-se que a derivada $\dot{\varpi}$ é estritamente positiva durante toda a evolução (exceto em $t = 0$). Além disso, durante todo o processo evolutivo, as funções η , H e τ não atingem valores negativos (H é positiva, devido à expansão, ao passo que τ e η são positivas, por definição). Pelo fato de η , H e τ não atingirem valores negativos e em razão de $\dot{\varpi}$ ser estritamente positiva, a Eq. (3.17) possui um termo a mais em relação à Eq. (3.15), que é negativo. Neste caso, portanto, o efeito de ϖ é mais acentuado. Sob o ponto de vista fenomenológico, isto significa que, segundo o modelo em questão, há mais dissipação envolvida no processo de transferência de energia do campo gravitacional para a matéria.

A evolução da pressão de não-equilíbrio nos Universos com curvaturas positiva, nula e negativa também foi investigada. Com base na análise do comportamento da derivada $\dot{\varpi}(t)$ ao longo do tempo, verifica-se que, no presente modelo, o efeito de ϖ é atenuado mais rapidamente num Universo com curvatura positiva do que num Universo com curvatura negativa (para m fixo). Portanto, num Universo com $k < 0$, a taxa de dissipação de energia gravitacional envolvida no processo de transferência de energia do campo gravitacional para o campo de matéria decresce mais lentamente do que num Universo com $k > 0$. Este efeito está relacionado ao comportamento da viscosidade volumétrica. De fato, verifica-se que, para m fixo, o efeito da viscosidade diminui mais lentamente num Universo com curvatura negativa do que num Universo com curvatura positiva, pois, de acordo com a equação de Friedmann (3.10), a densidade de energia da mistura decai mais lentamente no primeiro. Segundo a lei expressa na Eq. (3.16), o decréscimo mais lento da densidade de energia leva a um decaimento mais lento da viscosidade, e portanto, da taxa de dissipação.

O comportamento da pressão efetiva da mistura, dada por $p + \varpi$, é semelhante ao da pressão de não-equilíbrio. Constata-se que, no intervalo de tempo das simulações, ela se mantém negativa. Além disso, o efeito da pressão efetiva é fortemente sensível a uma alteração no valor de m . De acordo com a Eq. (2.20), uma pressão efetiva negativa contribui para aumentar o valor da aceleração.

A Fig. 4.2 mostra a influência do expoente m sobre a evolução temporal da viscosidade volumétrica, num Universo sem curvatura. De maneira análoga ao que ocorre com a pressão de não-equilíbrio e com a pressão efetiva, a viscosidade é for-

temente sensível a uma alteração no valor do expoente m . Na Fig. 4.2, o aumento

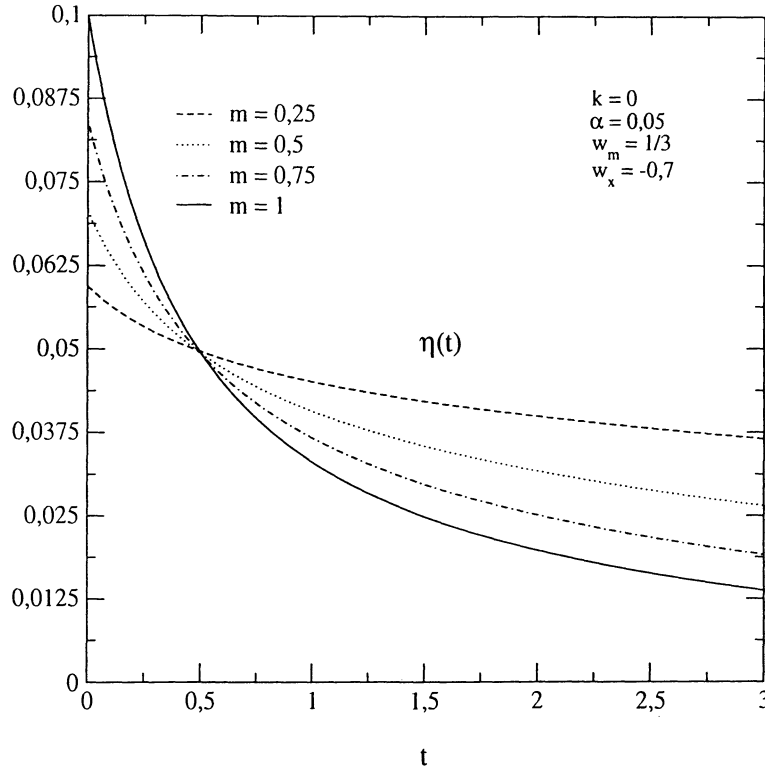


Figura 4.2: Evolução temporal da viscosidade volumétrica num Universo com curvatura espacial nula, para valores de m distintos (termodinâmica estendida).

de m em qualquer instante t pertencente ao intervalo $0 < t \leq 0,5$ causa aumento da viscosidade, tornando o processo dissipativo no interior da mistura mais rápido. No intervalo $0,5 < t \leq 3$, ao contrário, a viscosidade η diminui com o aumento de m , tornando mais lenta a dissipação de energia gravitacional. Esse comportamento resulta do caráter não-linear das equações que descrevem o modelo. Observa-se ainda na Fig. 4.2 que, para m fixo, a viscosidade η diminui ao longo do tempo, pois, de acordo com a Eq. (3.16), a densidade de energia da mistura também decai com o tempo (α é uma constante). Neste sentido, o Universo é menos viscoso na fase acelerada do que na desacelerada. Verifica-se também que a densidade de energia da mistura decai mais lentamente num Universo com $k < 0$, e mais rapidamente, num Universo com $k > 0$, para m fixo. Por isso, de acordo com a Eq. (3.16), a viscosidade se comporta de forma semelhante.

A Fig. 4.3 mostra como o expoente m influencia a evolução temporal da densidade de energia escura num Universo sem curvatura. Nesta figura, o aumento de m (com t fixo) acentua o decaimento da densidade ρ_X . Isto significa que a taxa de

variação da densidade de energia escura aumenta com o aumento de m , de acordo com a equação de balanço (3.20). Em outras palavras, a taxa de conversão de energia escura em energia cinética de expansão é maior para valores de m maiores. Portanto, quando m aumenta, o Universo tende a expandir-se mais rapidamente às expensas da energia escura. De acordo com a Eq. (3.27), a um decaimento mais rápido da densidade de energia escura corresponde um aumento mais rápido do fator de escala cósmica.

A evolução temporal da energia escura com o tempo, segundo as termo-

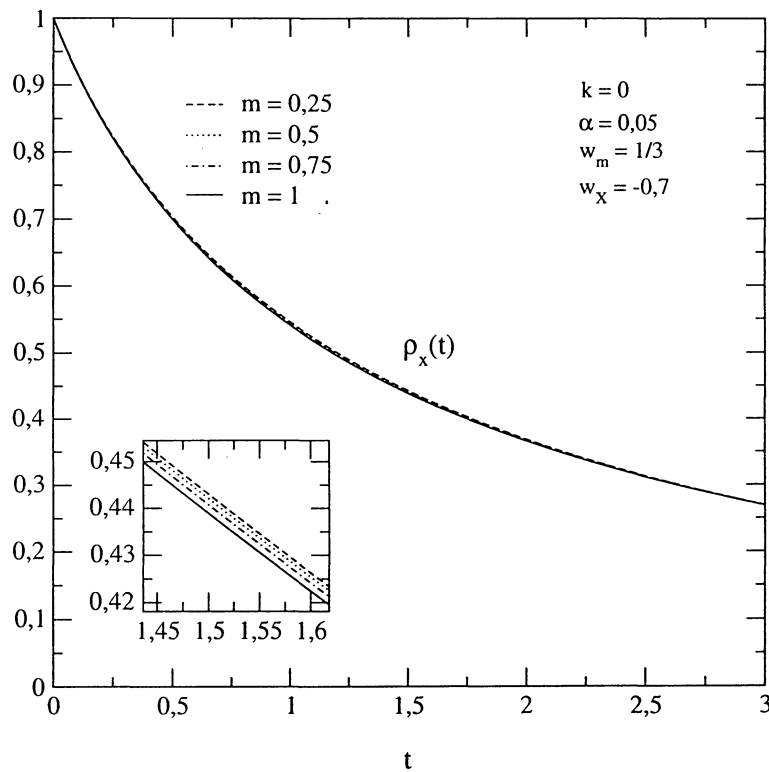


Figura 4.3: Evolução temporal da densidade de energia escura num Universo com curvatura espacial nula, para valores de m distintos (termodinâmica estendida).

dinâmicas usual e estendida, é mostrada na Fig. 4.4. Percebe-se que, na descrição da termodinâmica estendida, a densidade do campo de energia escura diminui mais rapidamente do que na termodinâmica usual. Este comportamento está relacionado ao fato de que, na termodinâmica estendida e para o modelo em questão, o aumento do fator de escala é mais rápido do que na termodinâmica usual. Por isso, de acordo com a Eq. (3.27), a densidade de energia escura apresenta um decaimento mais acentuado na primeira do que na segunda.

A Fig. 4.5 mostra a evolução temporal da densidade de energia da matéria

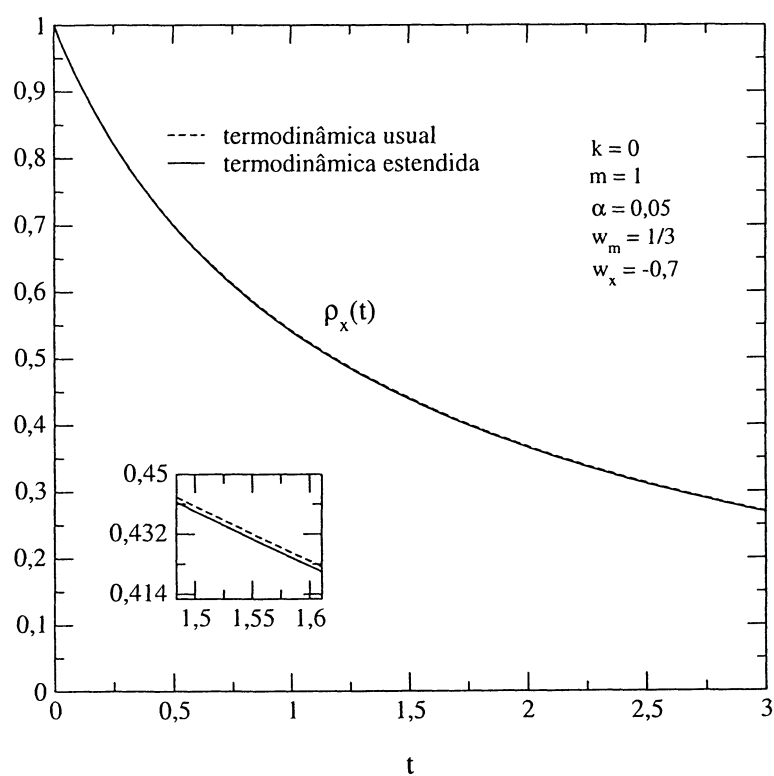


Figura 4.4: Evolução temporal da densidade de energia escura num Universo com curvatura espacial nula, segundo as termodinâmicas usual e estendida.

com o tempo t num Universo sem curvatura, para valores de m distintos. As regiões ampliadas desta figura mostram que a densidade ρ_m pode aumentar ou diminuir com o aumento de m , para t fixo. Este comportamento está relacionado ao termo (positivo) de pressão de não-equilíbrio que aparece no membro direito da Eq. (3.9). No intervalo $0 < t \leq 1,5$, este termo aumenta (em módulo) com o aumento de m , o contrário ocorrendo no intervalo $1,5 < t \leq 3$. Portanto, no primeiro intervalo, há um aumento da taxa de transferência de energia (momentum) do campo gravitacional para a matéria (o processo dissipativo torna-se mais rápido), o que faz com que a diminuição da densidade de energia da matéria, causada pela expansão, se torne mais lenta. No segundo intervalo, aquela taxa de transferência diminui (dissipação mais lenta de energia gravitacional), e conseqüentemente, a densidade ρ_m diminui mais rapidamente, devido à expansão. Isto explica o comportamento das curvas da Fig. 4.5.

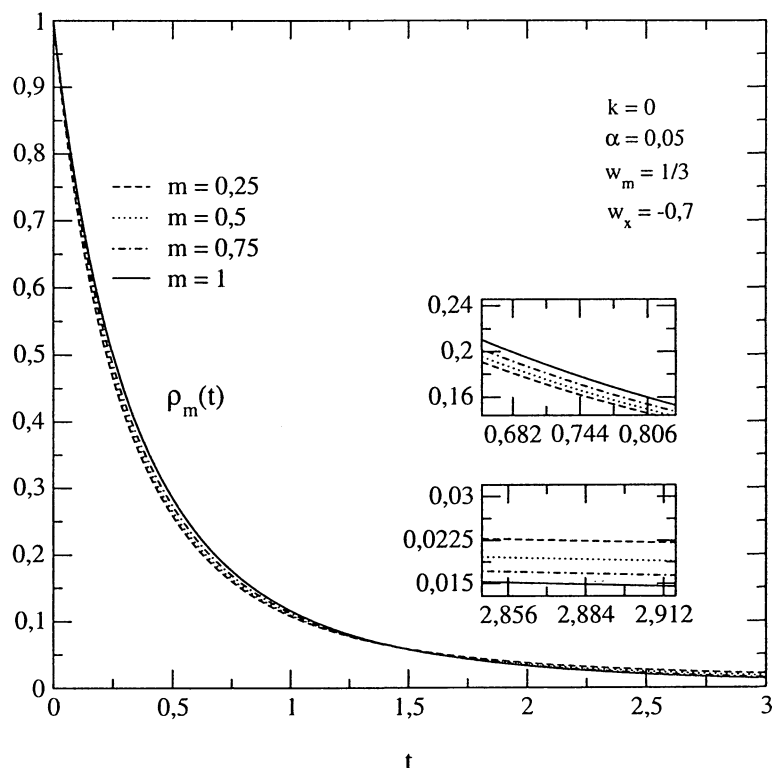


Figura 4.5: Evolução temporal da densidade de energia da matéria num Universo com curvatura espacial nula, para valores de m distintos (termodinâmica estendida).

A Fig. 4.6 mostra a influência do expoente m sobre a aceleração, num Universo com $k = 0$. Na fase de aceleração negativa, o efeito atrativo da matéria prevalece sobre o efeito repulsivo da energia escura, enquanto que, na fase de aceleração positi-

va, a situação se inverte (para m fixo). Na fase de aceleração negativa, o aumento de m (para t fixo) reduz o valor da aceleração, em módulo. Este comportamento pode ser explicado da seguinte maneira: embora a matéria seja dominante nessa fase, o aumento de m acentua o efeito repulsivo do campo de energia escura e, ao mesmo tempo, o efeito (acelerador) da pressão de não-equilíbrio sobre a expansão. A combinação dos dois efeitos resulta num Universo menos desacelerado, quando m aumenta. Na fase de aceleração positiva, o aumento de m reduz o valor da aceleração. Neste caso, o efeito repulsivo do campo de energia escura é acentuado, porém, o efeito acelerador da pressão de não-equilíbrio é atenuado. Por isso, o efeito atrativo da matéria sobre o Universo em expansão se faz sentir com mais intensidade, embora a energia escura seja dominante.

A Fig. 4.7 mostra como a constante α influencia a evolução temporal da aceleração,

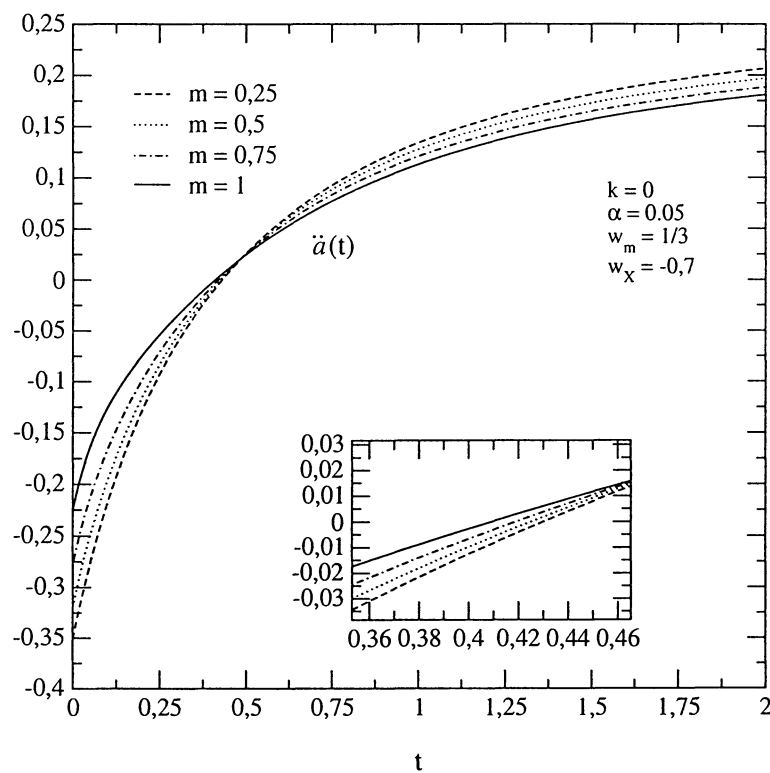


Figura 4.6: Evolução temporal da aceleração num Universo com curvatura espacial nula, para valores de m distintos (termodinâmica estendida).

num Universo com $k = 0$. Ao examinar a figura, percebe-se que a duração do período de aceleração negativa tende a diminuir quando α aumenta (curva cheia), pois o aumento do valor de α acentua o efeito acelerador da pressão de não-equilíbrio sobre a expansão, e, conseqüentemente, antecipa o fim do período de desaceleração. Em

outras palavras, o Universo evolui mais rapidamente para valores maiores de α .

Em seguida, foi investigada a influência do parâmetro w_m sobre a aceleração. A

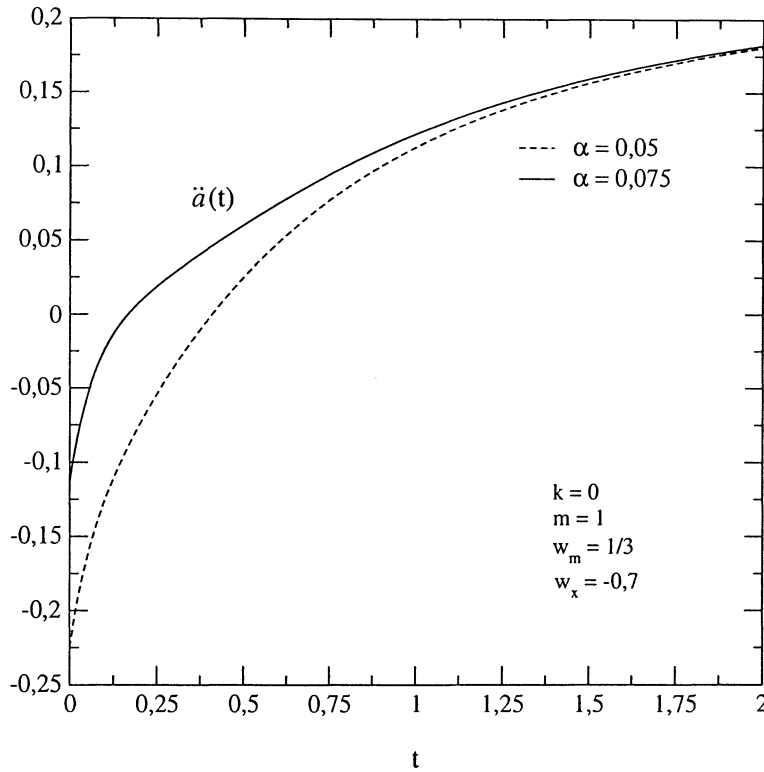


Figura 4.7: Evolução temporal da aceleração, para valores de α distintos (termodinâmica estendida).

Fig. 4.8 ilustra esse efeito num Universo sem curvatura. Nesta figura, o aumento do valor de w_m , pertencente ao intervalo $1/3 < w_m < 1$, leva a um aumento da duração do período de aceleração negativa (observe que a função $\ddot{a}(t)$ muda de sinal mais tardiamente). O parâmetro w_m mede a influência da matéria sobre o Universo em expansão. Portanto, o aumento de w_m corresponde ao aumento do efeito atrativo do fluido de matéria no interior da mistura em expansão, o que prolonga o período de desaceleração. Portanto, o Universo evolui mais lentamente quando w_m aumenta.

A Fig. 4.9 mostra a influência do parâmetro w_x sobre a evolução temporal da aceleração, num Universo com curvatura espacial nula. Verifica-se que, para w_x pertencente ao intervalo $w_x > -0,7$, há um aumento da duração do período de desaceleração quando o valor de w_x diminui, em módulo (a mudança de sinal da função $\ddot{a}(t)$ ocorre bem mais tardiamente). Isto ocorre porque a diminuição do valor de w_x corresponde à atenuação do efeito repulsivo do campo de energia escura, o que retarda o início do período de aceleração positiva. Novamente, a evolução do

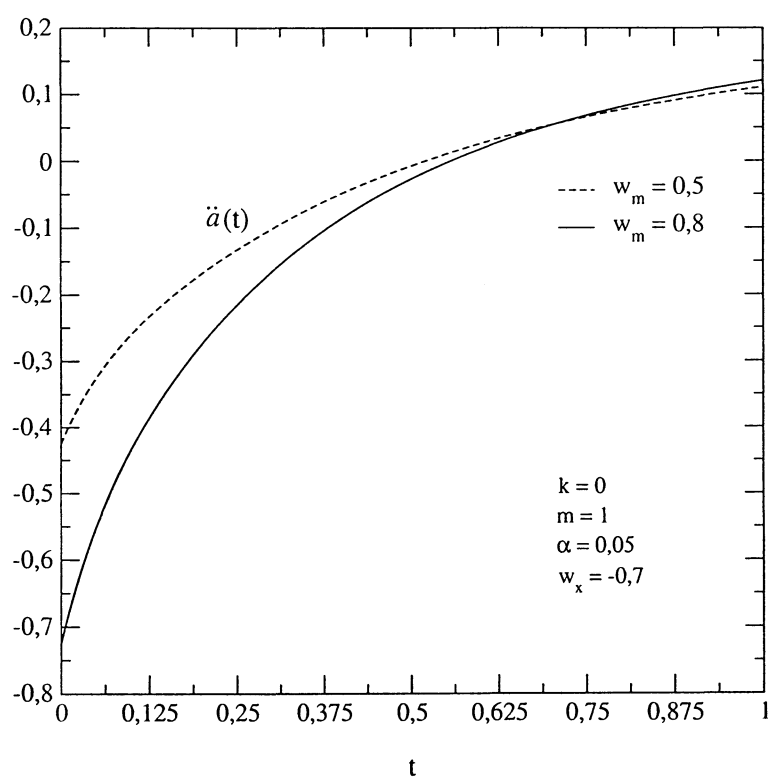


Figura 4.8: Evolução temporal da aceleração, para valores de w_m distintos (termodinâmica estendida).

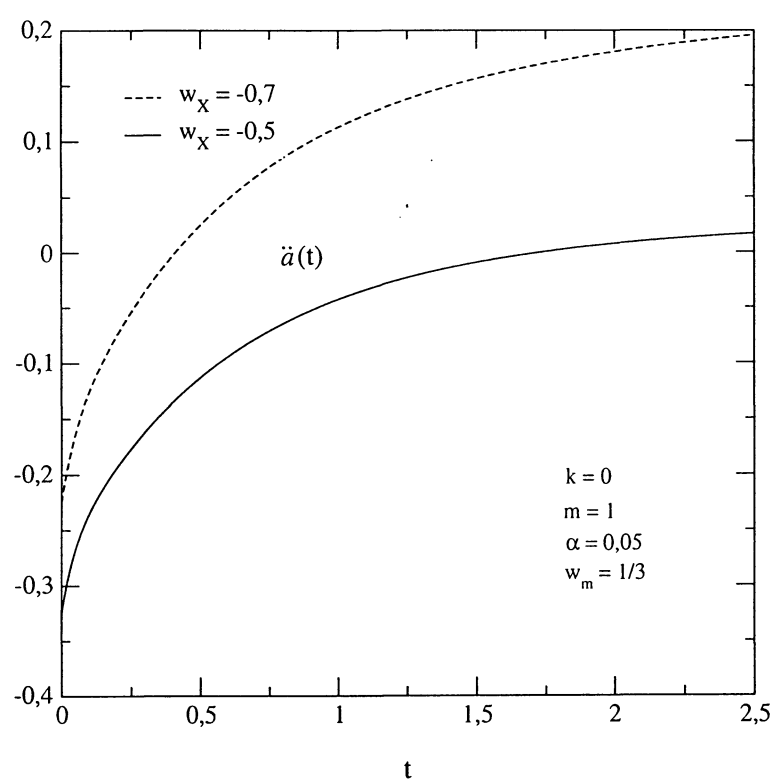


Figura 4.9: Evolução temporal da aceleração, para valores de w_X distintos (termodinâmica estendida).

Universo é mais lenta para valores de $w_x > -0,7$.

A Fig. 4.10 mostra a evolução temporal dos campos de densidade de matéria e energia escura, num Universo com curvatura espacial nula. Para grandes valores de t , e particularmente no Universo atual, a quantidade de energia escura é consideravelmente maior do que a quantidade de energia da matéria. De acordo com a Eq. (3.12), a razão disso está relacionada ao fato de que a densidade de energia da matéria é descrita, em cada instante, como sendo a diferença entre a densidade de energia do campo gravitacional (com o sinal trocado) e a densidade de energia escura. Esta diferença, como se constata, diminui mais rapidamente do que a densidade de energia escura, o que explica a evolução dos campos da Fig. 4.10. Portanto, no presente modelo, o Universo atual é composto, em grande parte, de energia escura. Na

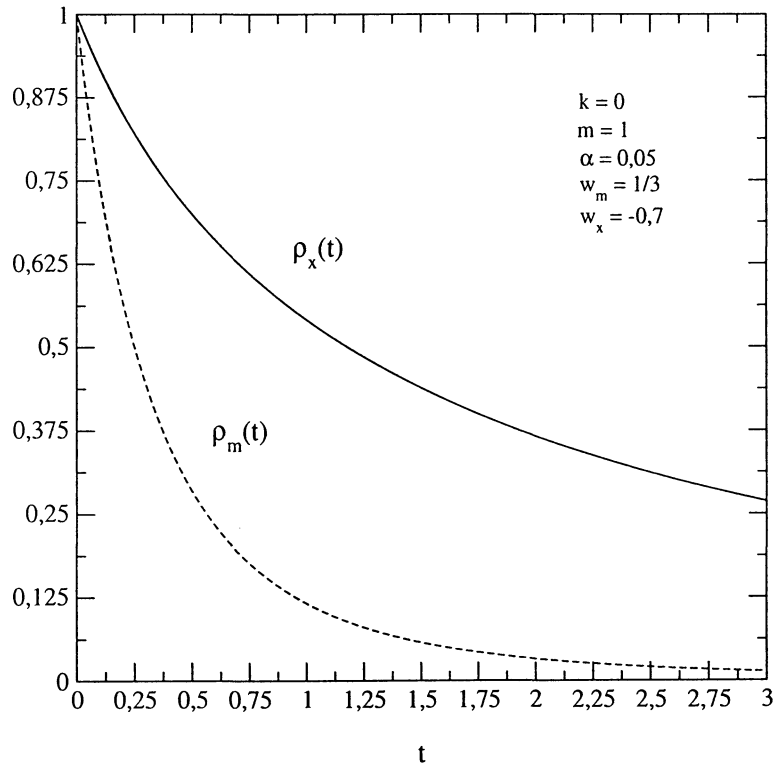


Figura 4.10: Evolução temporal dos campos de matéria e de energia escura, num Universo com curvatura espacial nula (termodinâmica estendida).

Fig. 4.10, a densidade de energia da matéria diminui mais rapidamente no intervalo $0 < t \leq 1$, e mais lentamente, no intervalo $1 < t \leq 3$. O decréscimo mais pronunciado da densidade ρ_m , para pequenos valores de t , está relacionado ao efeito acelerador da pressão de não-equilíbrio, que é bem mais acentuado no primeiro intervalo do que no segundo.

4.2 O Universo Modelado Como Uma Mistura de Matéria e Campo Escalar

A investigação começa com a análise da evolução temporal das funções: aceleração $\ddot{a}(t)$, derivada do fator de escala $\dot{a}(t)$, densidade de energia do campo escalar $\rho_\phi(t)$, densidade de energia da matéria $\rho_m(t)$, pressão de não-equilíbrio $\varpi(t)$ e viscosidade volumétrica $\eta(t)$, em Universos com curvaturas positiva, negativa e nula, para um valor fixo do expoente m , que aparece na Eq. (3.50), igual a 1. Em seguida, é analisada a influência do parâmetro w_ϕ sobre o comportamento da aceleração, num Universo em curvatura.

Ao contrário do que ocorre com o modelo anterior, no presente modelo, as descrições baseadas nas termodinâmicas usual e estendida são distintas. A razão para isso está no fato de que a condição inicial $\varpi(0) = 0$, válida na formulação estendida (tabela 3.4), não se aplica à termodinâmica usual, pois, neste caso, de acordo com a Eq. (3.15), é necessário que $H(0) = 0$. Esta condição inicial difere da condição $H(0) = 1$, adotada para a formulação usual.

A Fig. 4.11 mostra a evolução temporal da pressão de não-equilíbrio em Universos com curvaturas positiva, nula e negativa (para m fixo). Verifica-se que o efeito da pressão de não-equilíbrio é consideravelmente mais acentuado num Universo com $k > 0$ do que nos Universos com $k = 0$ e $k < 0$. Neste último, o efeito da pressão ϖ é menos acentuado do que nos dois primeiros. O efeito acelerador da pressão de não-equilíbrio aumenta rapidamente no intervalo $0 < t < 1,2$ e, em seguida, é atenuado durante a evolução subsequente do Universo. Isto significa que o processo dissipativo no Universo em expansão se intensifica rapidamente naquele intervalo, para se tornar cada vez mais lento até o fim da evolução. De acordo com essa descrição, haveria menos dissipação no Universo atual do que nas fases evolutivas anteriores.

A evolução da viscosidade volumétrica com o tempo t é mostrada na Fig. 4.12, na qual cada curva exibe um patamar. A existência deste patamar, mais saliente num Universo com curvatura negativa, está relacionada à produção de partículas, que ocorre no fim da era inflacionária. De acordo com a Eq. (3.50), a viscosidade diminui porque a densidade de energia (para α fixo) decai durante a evolução. No entanto, embora a densidade de energia do campo escalar ϕ diminua continuamente no decorrer do processo evolutivo, a densidade de energia da matéria experimenta um aumento expressivo no fim da inflação. Este aumento, mais pronunciado num Universo com $k < 0$, está relacionado ao fato de que a taxa de produção de partículas atinge o seu valor máximo no fim da era inflacionária. Portanto, quando

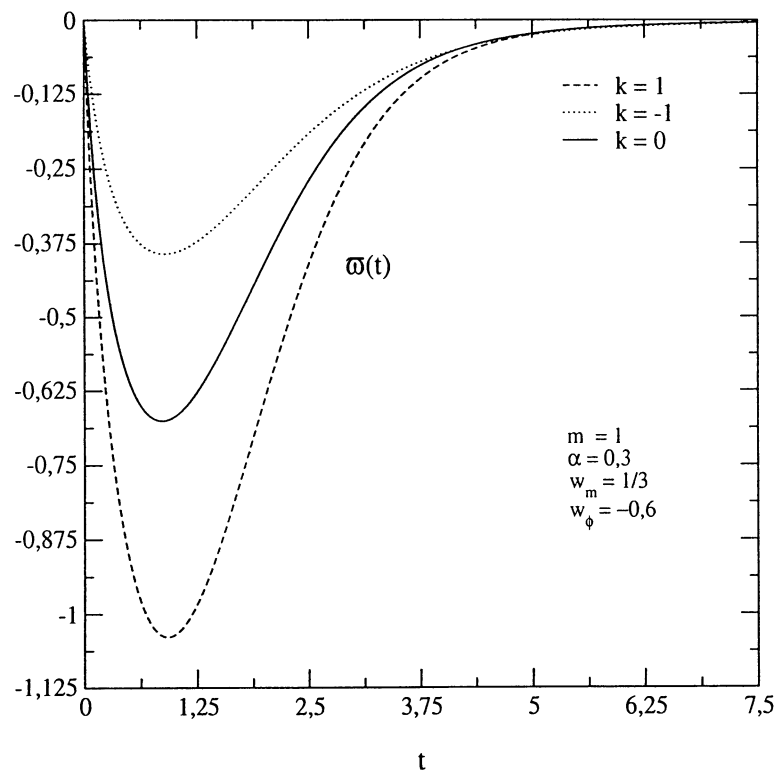


Figura 4.11: Evolução temporal da pressão dinâmica em Universos com curvaturas positiva, nula e negativa, segundo a termodinâmica estendida.

esta está prestes a terminar, a densidade de energia diminui mais lentamente, e, por isso, o decaimento da viscosidade torna-se mais lento. A este decaimento mais lento corresponde o patamar que aparece em cada curva da Fig. 4.12. Antes e depois do máximo na produção de partículas, o decaimento da viscosidade é mais acentuado. O comportamento da viscosidade, após a era inflacionária, indica que, no Universo atual, há menos dissipação de energia gravitacional do que nas fases anteriores de sua história.

A Fig. 4.13 mostra a evolução temporal da densidade de energia do campo escalar

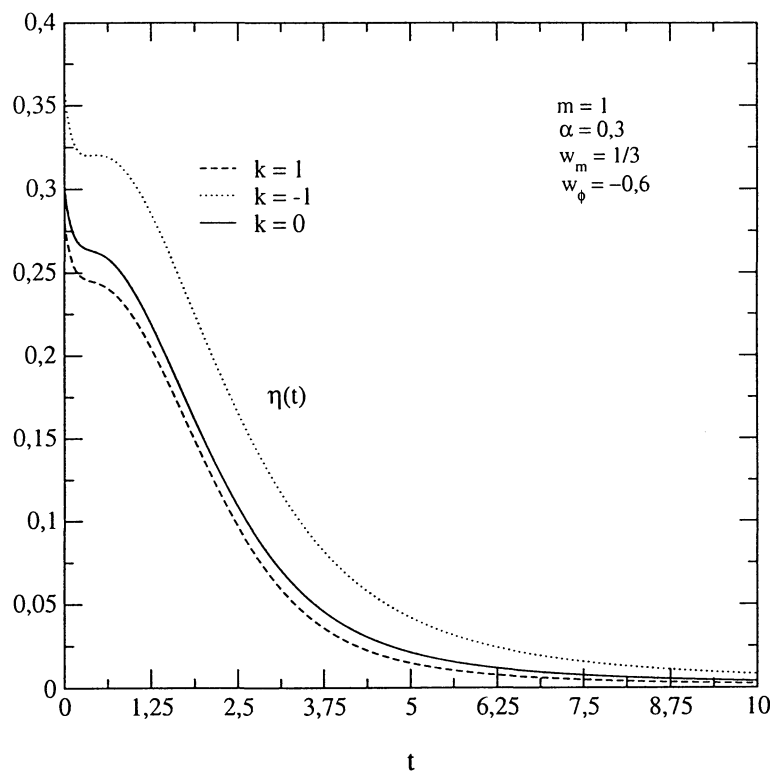


Figura 4.12: Evolução temporal da viscosidade volumétrica em Universos com curvaturas positiva, negativa e nula (termodinâmica estendida).

ϕ em Universos com curvaturas positiva, negativa e nula. A densidade ρ_ϕ diminui mais rapidamente num Universo com $k > 0$, e mais lentamente, num Universo com $k < 0$, como se percebe a partir da figura. Este comportamento está relacionado, em parte, ao da pressão de não-equilíbrio, cujo efeito acelerador sobre a expansão é significativamente maior num Universo com curvatura positiva do que nos Universos com curvaturas nula e negativa. Além disso, a densidade do campo ρ_ϕ diminui mais rapidamente para valores de t pequenos. De acordo com a Eq. (3.57), este decaimento mais acentuado corresponde a um aumento mais rápido do fator de escala cósmica

na fase inflacionária.

A evolução temporal da densidade de matéria é mostrada na Fig. 4.14. Nesta figu-

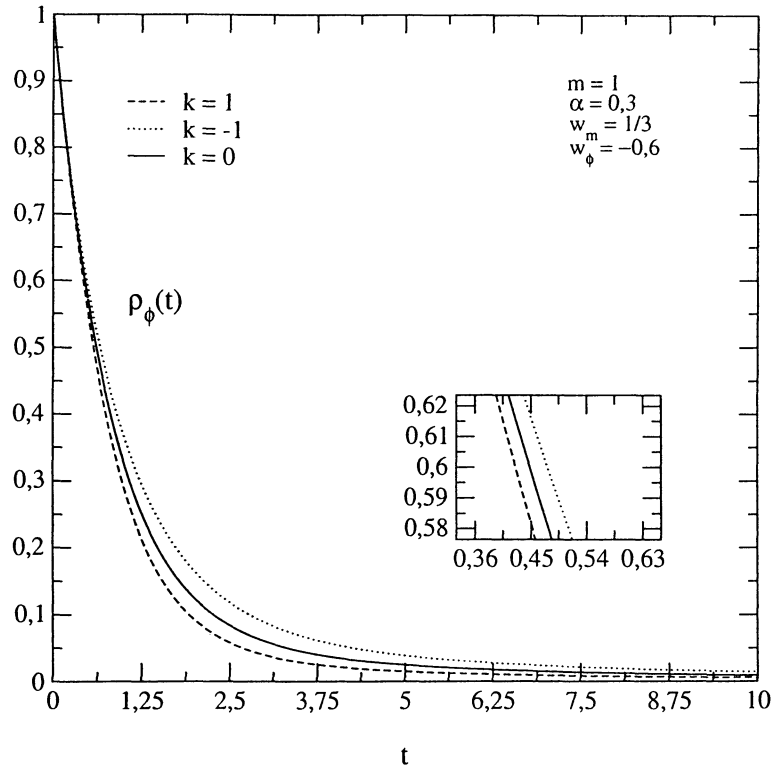


Figura 4.13: Evolução temporal da densidade de energia do campo escalar ϕ em Universos com curvaturas positiva, nula e negativa (termodinâmica estendida).

ra, a densidade de energia da matéria, inicialmente nula, apresenta um crescimento rápido, seguido de um decaimento lento, para as três geometrias espaciais consideradas. Além disso, verifica-se que o valor máximo de ρ_m é atingido no fim da fase inflacionária. De acordo com a Eq. (3.45), o aumento da densidade de matéria, nesta fase, está relacionado ao aumento do termo (positivo) de pressão de não-equilíbrio. Esta, por sua vez, atinge o seu valor máximo no fim da era inflacionária. Este fato indica que o aumento da densidade ρ_m está associado à produção de partículas, processo que ocorre às custas da energia do campo ϕ (inflaton) e da energia gravitacional, e que é descrito fenomenologicamente pela pressão de não-equilíbrio ϖ . O valor máximo da densidade ρ_m está relacionado, portanto, à taxa máxima de produção de partículas no fim da fase inflacionária. Após a era da inflação (fases desacelerada e acelerada), não há produção de partículas: simplesmente, o campo gravitacional transfere energia-momentum para a matéria, e este processo é descrito pela pressão de não-equilíbrio.

A Fig. 4.15 mostra como o fator de escala cósmica evolui com o tempo t , num Uni-

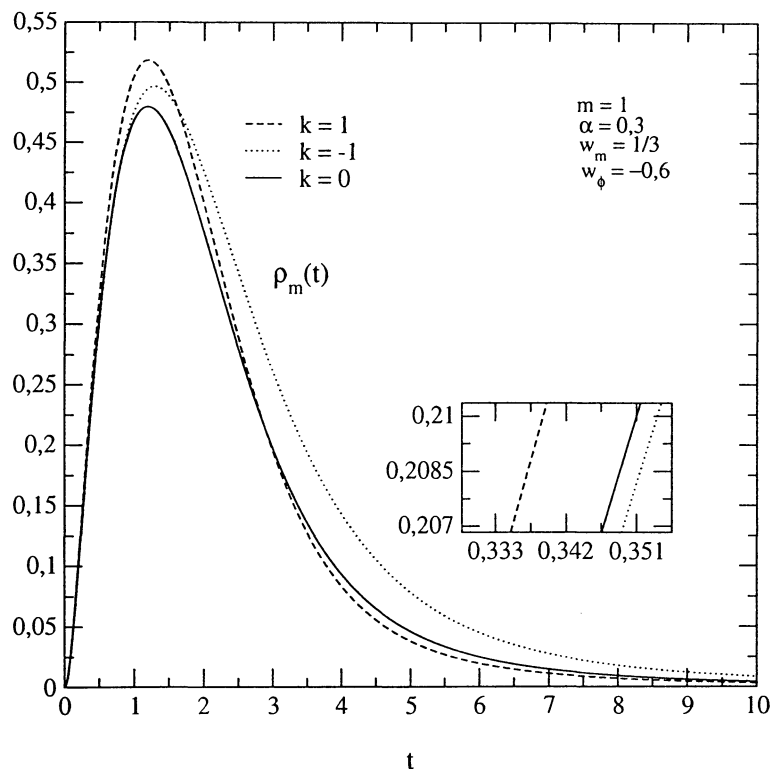


Figura 4.14: Evolução temporal do campo de matéria em Universos com curvaturas positiva, negativa e nula (termodinâmica estendida).

verso com curvatura espacial nula e num Universo com curvatura espacial não nula (positiva ou negativa). O exame dessa figura revela que, num Universo com $k > 0$, o fator de escala aumenta mais rapidamente do que nos Universos com $k = 0$ e $k < 0$. Além disso, para pequenos valores de t , o fator de escala cresce de forma acelerada, indicando que o Universo, quer possua curvatura espacial nula ou não nula, experimenta uma fase inicial em que a expansão é consideravelmente mais rápida do que a da(s) fase(s) seguinte(s).

Na Fig. 4.16, são mostradas as derivadas do fator de escala cósmica num Universo com $k = 0$ e num Universo com $k \neq 0$. Com base nesta figura, infere-se que um Universo, com curvatura espacial nula ou não nula, evolui de uma fase inicial de expansão muito rápida (inflacionária), atravessando uma fase de aceleração negativa, para ingressar numa fase (atual) de aceleração positiva. Na segunda e terceira fases, a taxa de expansão é bem inferior à da fase inicial.

A evolução da aceleração com o tempo, num Universo com curvatura espacial não nula ou sem curvatura, é mostrada na Fig. 4.17. Nesta figura, distinguem-se

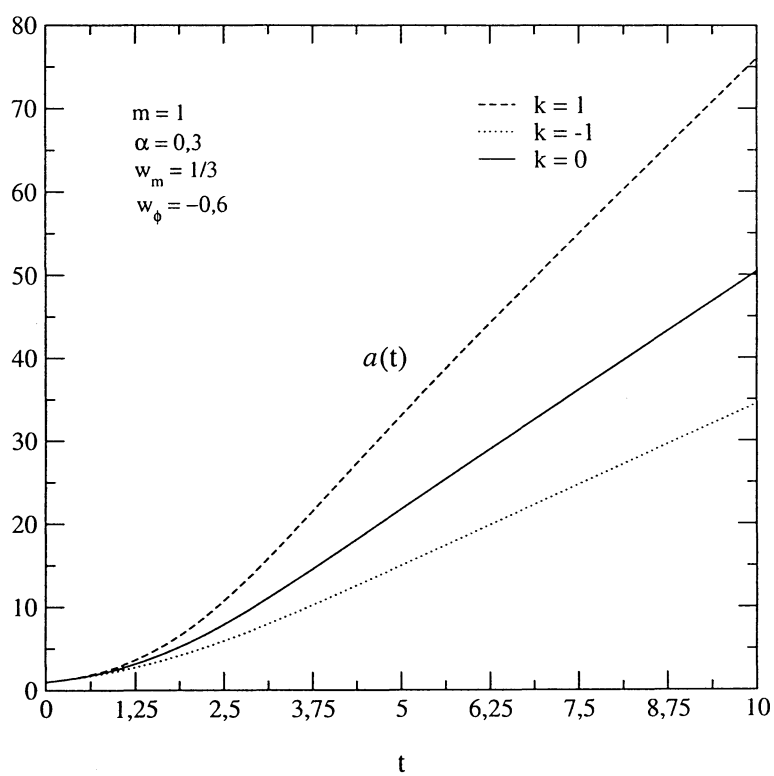


Figura 4.15: Evolução temporal do fator de escala cósmico em Universos com curvaturas espaciais positiva, negativa e nula (termodinâmica estendida).

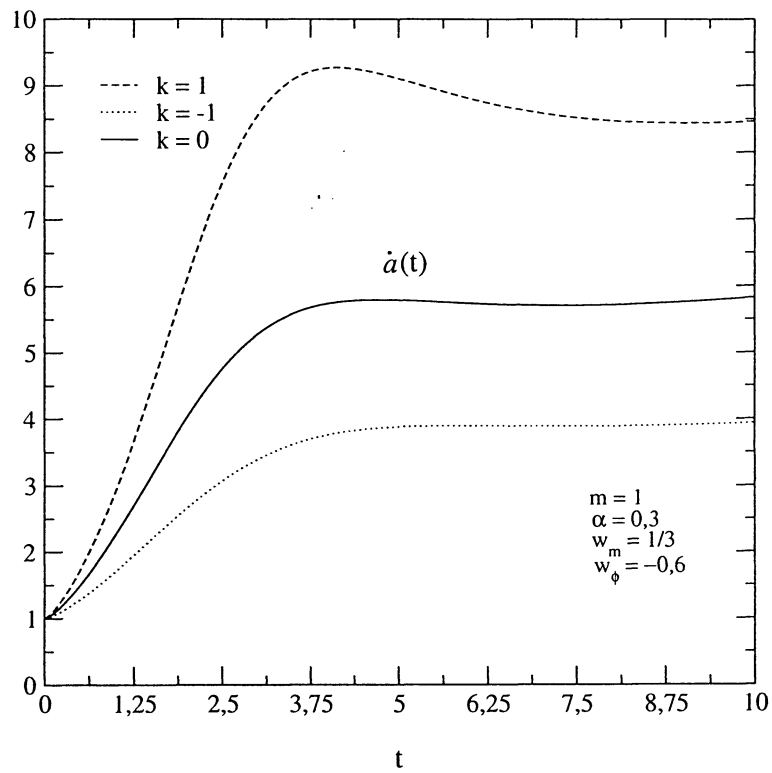


Figura 4.16: Evolução temporal da derivada do fator de escala cósmica em Universos com curvaturas espaciais positiva, nula e negativa (termodinâmica estendida).

três fases evolutivas. Uma primeira fase de expansão inflacionária, na qual o Universo (especialmente para um Universo com $k > 0$) é fortemente acelerado. Em seguida, o Universo é desacelerado (note que a duração desta fase é muito curta para um Universo com $k < 0$) pela influência dominante da matéria, e a sua taxa de expansão é bem inferior à da fase anterior. Finalmente, surge a fase atual de aceleração positiva, na qual a energia do campo ϕ domina.

Em seguida, na Fig. 4.18, analisamos a influência do parâmetro w_ϕ sobre

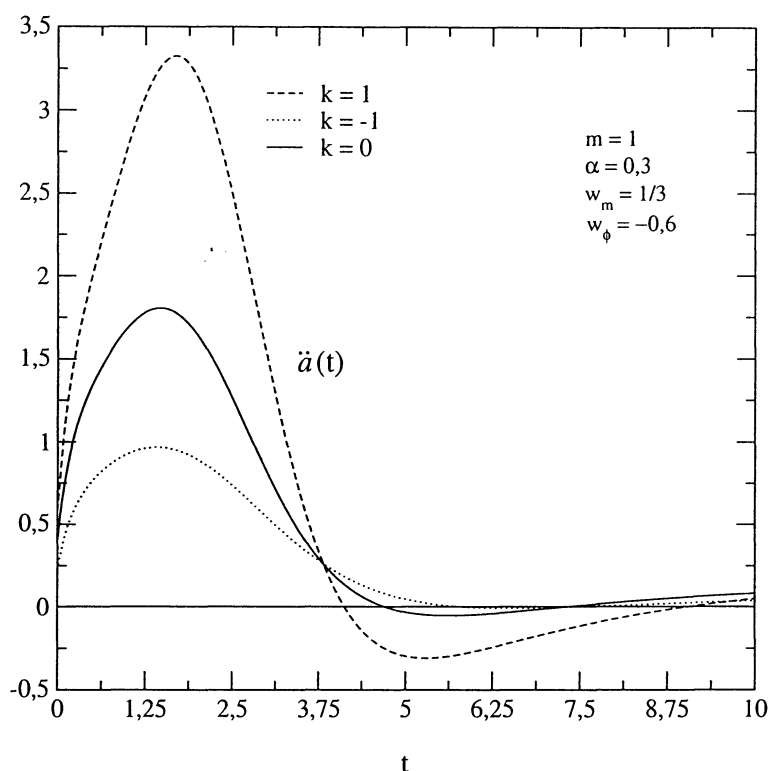


Figura 4.17: Evolução temporal da aceleração em Universos com curvaturas espaciais positiva, nula e negativa (termodinâmica estendida).

a aceleração, num Universo sem curvatura. Verifica-se que, quando o parâmetro w_ϕ diminui (em módulo), o Universo experimenta uma aceleração menor na fase inflacionária, é mais fortemente desacelerado na fase de aceleração negativa, e é menos acelerado na fase atual. Em outros termos, quando w_ϕ diminui, a evolução torna-se mais lenta. A explicação é que a diminuição do valor de w_ϕ corresponde à diminuição do efeito repulsivo do campo escalar ϕ nas três fases evolutivas. Por isso, na fase de aceleração positiva (atual), na qual o campo ϕ atua como um campo de energia escura, o Universo experimenta uma expansão mais lenta. Na fase inflacionária, na qual ϕ atua como um inflaton, a diminuição do valor de w_ϕ torna a expansão mais

lenta e aumenta a energia $V(\phi)$ do inflaton, cuja evolução é descrita pela Eq. (3.44). Conseqüentemente, quando $w_\phi = -0,55$, a quantidade de matéria que é produzida a partir da energia $V(\phi)$, no fim da inflação, aumenta em relação ao caso em que $w_\phi = -0,6$. Portanto, na fase seguinte (desacelerada), o domínio da matéria sobre a expansão se faz sentir com mais intensidade, o que prolonga a fase de aceleração negativa, como mostra a Fig. 4.18. Observe-se que uma pequena alteração no valor de w_ϕ induz mudanças significativas (as que foram mencionadas) no comportamento da função \ddot{a} . Isto torna evidente que a aceleração é fortemente sensível ao valor do parâmetro w_ϕ .

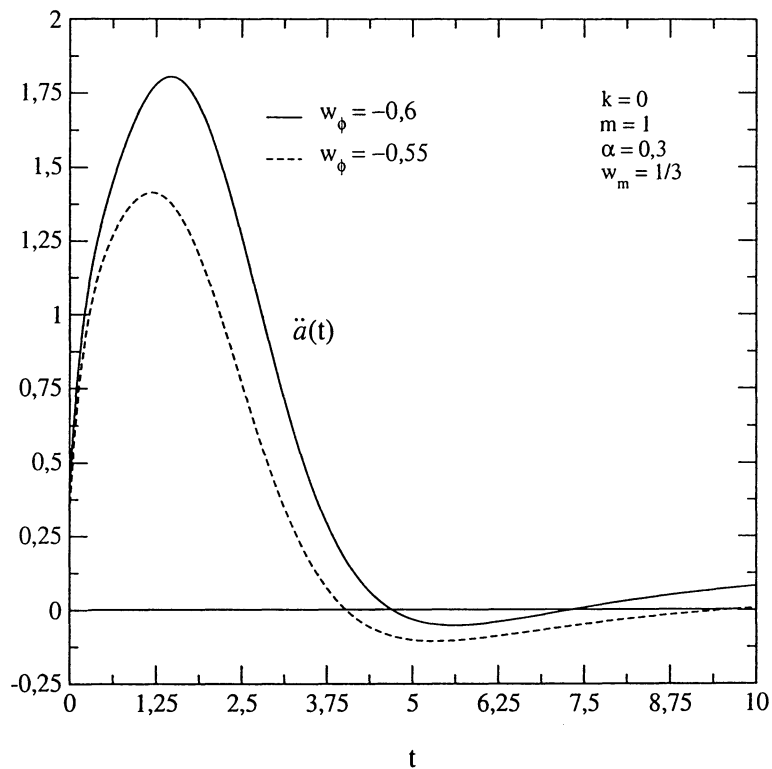


Figura 4.18: Evolução temporal da aceleração num Universo sem curvatura, para valores de w_ϕ distintos (termodinâmica estendida).

Capítulo 5

Conclusões

No capítulo 4, a análise e a interpretação dos resultados baseiam-se no comportamento de algumas variáveis cosmológicas ao longo do tempo, para um regime de parâmetros especificado. A evolução temporal dessas variáveis é influenciada, direta ou indiretamente, pela viscosidade volumétrica, cuja dependência com a densidade de energia da mistura supomos ser definida pela Eq. (1.1).

No que diz respeito a um Universo desacelerado-acelerado, concluímos que:

- O efeito da pressão de não-equilíbrio diminui com o tempo, para m fixo. Isto significa que o processo dissipativo no Universo em expansão torna-se mais lento à medida que este evolui. Conseqüentemente, no Universo atual há menos dissipação de energia gravitacional do que na fase evolutiva anterior (desacelerada). O decréscimo na taxa de dissipação de energia gravitacional está relacionado à diminuição do efeito da viscosidade (para m fixo), causada pelo decaimento da densidade de energia da mistura.
- Devido ao caráter não-linear das equações do modelo, a pressão de não-equilíbrio e a viscosidade volumétrica, e portanto, a taxa de dissipação de energia gravitacional, são fortemente sensíveis a uma alteração no valor do expoente m .
- Na termodinâmica estendida, o efeito da pressão de não-equilíbrio é mais acentuado do que na termodinâmica usual.
- O efeito da pressão de não-equilíbrio sobre a expansão diminui mais lentamente num Universo com curvatura espacial negativa do que num Universo com curvatura espacial positiva (para m fixo). Portanto, no primeiro, a taxa de dissipação decresce mais lentamente do que no segundo. Este efeito está relacionado ao

da viscosidade, cujo decaimento (para m fixo) é mais lento num Universo com $k < 0$ do que num Universo com $k > 0$, pois, no primeiro, a densidade de energia da mistura diminui mais lentamente do que no segundo. Entretanto, qualquer que seja a geometria espacial considerada, o Universo torna-se menos viscoso à medida que se expande, em virtude do decaimento da densidade de energia total da mistura.

- A pressão efetiva do Universo em expansão, dada pela soma da pressão hidrostática com a pressão de não-equilíbrio, mantém-se negativa durante toda a evolução, e por isso, o valor da aceleração tende a aumentar.
- Quando m aumenta, o fator de escala cósmica tende a aumentar mais rapidamente, pois aumenta a taxa de variação (negativa) da densidade de energia escura, isto é, a taxa de conversão de energia escura em energia cinética de expansão.
- A evolução temporal da densidade de energia da matéria sofre influência da expansão (aumento do fator de escala) e da taxa de transferência de energia-momentum do campo gravitacional para a matéria, associada fenomenologicamente à pressão de não-equilíbrio. Quando o efeito da pressão de não-equilíbrio é acentuado, há um aumento da taxa de transferência de energia (momentum) para a matéria, e em consequência disso, a diminuição da densidade de energia da matéria, causada pela expansão cósmica, torna-se mais lenta. Quando o efeito da pressão de não-equilíbrio é atenuado, a taxa de transferência diminui, e a densidade de energia da matéria decai mais rapidamente.
- O Universo experimenta uma evolução mais rápida quando o valor da constante α aumenta, pois este aumento corresponde a um aumento da viscosidade. No presente modelo, o aumento de viscosidade acentua o efeito acelerador da pressão de não-equilíbrio.
- Quando o parâmetro w_m aumenta, a evolução do Universo torna-se mais lenta porque acentua o efeito atrativo da matéria sobre a expansão cósmica.
- O diminuição do w_X torna a evolução do Universo mais lenta porque reduz o efeito acelerador da energia escura.

Quanto a um Universo inflacionário-desacelerado-acelerado, extraímos as seguintes conclusões:

- Na fase inflacionária, o efeito da pressão de não-equilíbrio aumenta rapidamente e atinge o seu valor máximo (negativo) no fim dessa fase, quando a taxa de produção de partículas é máxima. Na fase pós-inflacionária, até a fase de aceleração positiva (inclusive), o efeito da pressão de não-equilíbrio é atenuado.
- O efeito da viscosidade volumétrica diminui durante toda a evolução, para as três geometrias espaciais consideradas. No entanto, a viscosidade decresce muito mais lentamente no fim da fase inflacionária, devido ao aumento significativo da taxa de produção de partículas. O incremento da taxa de produção aumenta a densidade de energia da matéria, levando a um decaimento mais lento da densidade de energia total do Universo em expansão. Antes e depois da produção de partículas, o efeito da viscosidade diminui mais rapidamente. Num Universo com curvatura espacial positiva, o efeito da viscosidade volumétrica diminui mais rapidamente do que em Universos com curvaturas nula e negativa, pois, de acordo com a equação de Friedmann, a densidade de energia da mistura decai mais rapidamente no primeiro do que nos dois últimos.
- Verifica-se que, num Universo com $k > 0$, o fator de escala cósmica aumenta mais rapidamente do que em Universos com $k = 0$ e $k < 0$. Num Universo com curvatura negativa, o aumento do fator de escala é mais lento do que nos dois primeiros. Portanto, a evolução temporal da densidade de energia do campo ϕ , que é função apenas do fator de escala, é mais lenta num Universo com curvatura negativa, e mais rápida, num Universo com curvatura positiva. Para as três geometrias espaciais consideradas, a densidade de energia do campo ϕ diminui mais rapidamente nos instantes iniciais da evolução, devido à expansão inflacionária.
- A evolução temporal do fator de escala cósmica e da taxa de transferência de energia (momentum) do campo gravitacional para o campo de matéria, descrita pela pressão de não-equilíbrio, exercem influência sobre a evolução da densidade de energia da matéria. Ao aumento do efeito da pressão de não-equilíbrio corresponde o aumento da taxa de transferência de energia do campo gravitacional para a matéria. Neste caso, o decaimento da densidade de energia da matéria, provocado pela expansão, torna-se mais lento. Quando o efeito da pressão de não-equilíbrio é atenuado, a taxa de transferência diminui e o decaimento torna-se mais rápido.
- O Universo evolui mais lentamente quando aumentamos o valor de w_ϕ , pois este

aumento corresponde à redução do efeito repulsivo do campo escalar ϕ nas fases inflacionária, desacelerada e acelerada. Na primeira fase, o campo ϕ se comporta como um inflaton, levando o Universo a se expandir muito mais rapidamente do que na segunda e terceira fases. A partir da fase de desaceleração, até o fim da evolução, o campo escalar ϕ comporta-se como um campo de energia escura, cuja influência predomina na terceira fase.

- A densidade de energia potencial do campo ϕ é fortemente sensível a uma alteração no valor do parâmetro w_ϕ . Quando w_ϕ diminui, a quantidade de matéria produzida no fim da era inflacionária aumenta. Este aumento prolonga a fase de desaceleração, pois intensifica o domínio da matéria sobre a expansão.

Referências Bibliográficas

- [1] Maartens, R., *Causal Thermodynamics in Relativity*, astro-ph/9609119, Natal University, 1996.
- [2] Kolb, E.W., Turner, M.S., *The Early Universe* (Addison-Wesley, Redwood City, 1994).
- [3] Coles, P., Lucchin, F., *Cosmology: the Origin and Evolution of Cosmic Structure* (Wiley, Chichester, 2002).
- [4] Murphy, G.L., Phys. Rev. D **8**, 4231 (1973).
- [5] Kremer, G.M., Devecchi, F.P., Phys. Rev. D **65**, 083515 (2002).
- [6] Kremer, G.M., Devecchi, F.P., Phys. Rev. D **66**, 063503 (2002).
- [7] Kremer, G.M., Devecchi, F.P., Phys. Rev. D **67**, 047301 (2003).
- [8] Kremer, G.M., Gen. Relat. Gravit. **35**, 1459 (2003).
- [9] Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology. Principles and Applications of the Theory of Relativity* (Wiley, New York, 1972).
- [10] Zimdahl, W., Phys. Rev. D **61**, 083511 (2000).
- [11] Grøn, Ø., Astrophys. Space Sci. **173**, 191 (1990).
- [12] Romano, V., Pavón, D., Phys. Rev. D **47**, 1396 (1993).
- [13] Belinskii, V.A., Nikomarov, E.S., Khalatnikov, I.M., Sov. Phys. JETP **50**, 213 (1979).
- [14] Coley, A.A., Van den Hoogen, R.J., Class. Quantum Grav. **12**, 1977 (1995).
- [15] Van den Hoogen, R.J., Coley, A.A., Class. Quantum Grav. **12**, 2335 (1995).
- [16] Di Prisco, A., Herrera, L., Ibáñez, J., Phys. Rev. D **63**, 023501 (2000).
- [17] Ellis, G.F.R., *General Relativity and Cosmology* (Academic, Varenna, 1971).
- [18] Calzetta, E., Thibeault, M., Phys. Rev. D **8**, 103507 (2001).
- [19] Chimento, L.P., Jabuki, A.S., Class. Quantum Grav. **10**, 2047 (1993).

- [20] Cercignani, C., Kremer, G.M., *The Relativistic Boltzmann Equation: Theory and Applications* (Birkhäuser, Basel, 2002).
- [21] Kremer, G.M., *Uma Introdução à Teoria Cinética Relativística* (Editora da UF-PR, Curitiba, 1998).
- [22] Zimdahl, W., Phys. Rev. D **57**, 2245 (1998).
- [23] Landau, L.D., Lifshitz, E.M., *Fluid Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, 1959).
- [24] Liddle, A., *An Introduction to Modern Cosmology* (Wiley, Chichester, 2003).
- [25] Harrison, E., *Cosmology - The Science of the Universe* (Cambridge Universe Press, Cambridge, 2000).
- [26] Landau, L.D., Lifshitz, E.M., *Teoria do Campo* (Mir, Moscou, 1980).
- [27] Hawking, S.W., Ellis, G.F.R., *The Large Scale Structure of Space-Time* (Cambridge Universe Press, Cambridge, 1984).
- [28] Peebles, P.J.E., Ratra, B., Rev. Mod. Phys. **75**, 559 (2003).
- [29] Linde, A., *Particle Physics and Inflationary Cosmology* (Harwood Academic Publishers, Chur, 1990).
- [30] Luminet, J.P., Weeks, J.R., Riazuelo, A., Lehoucq, R., Uzan, .P., Nature **425**, 593 (2003).
- [31] Guth, A.H., Phys. Rev. D **23**, 347 (1981).
- [32] Guth, A.H., Steinhardt, P.J., Sci. Am. **250**, 116 (1984).
- [33] Sachs, R.K., Wolfe, A.M., ApJ. **147**, 73 (1967).
- [34] Albrecht, A., Steinhardt, P.J., Turner, M.S., Wilczek, F., Phys. Rev. Lett. **48**, 1437 (1982).
- [35] Guth, A.H., Phys. Rep. **333**, 555 (2000).
- [36] Ratra, B., Peebles, P.J.E., Rev. Mod. Phys. **37**, 3406 (1988).