

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RUDINEI LUIZ BOGO

SIMULAÇÃO DO TRÁFEGO DE VEÍCULOS USANDO AUTÔMATOS  
CELULARES

CURITIBA  
ABRIL/2015

RUDINEI LUIZ BOGO

SIMULAÇÃO DO TRÁFEGO DE VEÍCULOS USANDO AUTÔMATOS  
CELULARES

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Programação Matemática, linha de pesquisa em Análise Numérica, do Departamento de Matemática, Setor de Ciências Exatas e do Departamento de Construção Civil, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientadora: Profa. Dra. Liliana Madalena Gramani

Co-Orientador: Prof. Dr. Eloy Kaviski

CURITIBA

2015

## TERMO DE APROVAÇÃO

RUDINEI LUIZ BOGO

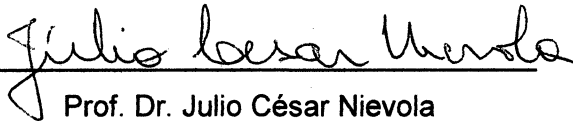
### SIMULAÇÃO DO TRÁFEGO DE VEÍCULOS USANDO AUTÔMATOS CELULARES

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de doutora no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:



---

Prof. Dr. Prof. Dr. Eloy Kaviski  
Coorientador – Membro do PPGMNE/UFPR.



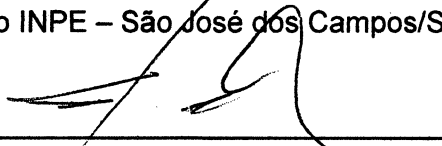
---

Prof. Dr. Julio César Nievola  
Membro do PPGIA/PUCPR



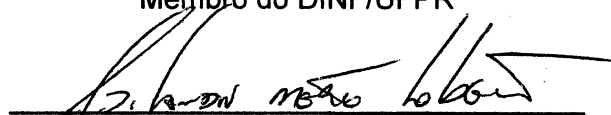
---

Prof. Dr. Elbert Einstein Nehrer Macau  
Membro do INPE – São José dos Campos/SP



---

Prof. Dr. Eduardo Todt  
Membro do DINF/UFPR



---

Prof. Dr. Adilandri Mércio Lobeiro  
Membro da UTFPR – Campo Mourão/PR

Curitiba, 24 de abril de 2015.

Dedico este trabalho à minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Sobretudo a Deus por eu chegar até aqui.

À minha família, que sempre esteve em minha vida, me ajudando e dando força para que eu continuasse.

Aos meus orientadores: Profa. Liliana M. Gramani e Prof. Eloy Kaviski, pela amizade, dedicação, compreensão e orientação. Sem dúvidas, contribuíram diretamente para que este trabalho fosse realizado.

Aos demais Professores do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, que de forma direta ou indireta transmitiram conhecimentos importantes para minha formação profissional e pessoal.

À todos os meus amigos que se fizeram presente nesta longa jornada. Em especial, ao amigo e colega Maiko F. Buzzi, que me ajudou na programação computacional.

À minha namorada Karen C. S. Santos, que sempre esteve ao meu lado apoiando e me dando força.

A secretária do CESEC, Maristela Bandil, já aposentada, mas que pela sua enorme alegria e amizade constante, será lembrada com muito carinho. Uma pessoal ímpar que nunca mediu esforços para ajudar à todos nós do CESEC.

A CAPES, pelo apoio financeiro durante esta pesquisa.

O interesse que tenho em acreditar numa coisa não é prova da  
existência dessa coisa.

Voltaire

## RESUMO

Esta tese propõe um modelo para o tráfego de veículos em uma pista com duas faixas, que considera o comportamento do motorista. Os principais modelos encontrados na literatura apresentam em sua estrutura equações diferenciais ou integro-diferenciais que exigem muitas variáveis para calibração do modelo. Por isso, usa-se neste trabalho a modelagem computacional via autômatos celulares. Os autômatos celulares possuem uma estrutura bastante simples e são capazes de modelar diversos fenômenos complexos por meio de regras simples. Sendo assim, desenvolveu-se um modelo de tráfego em uma pista com duas faixas onde avalia-se a mudança do comportamento do motorista a medida em que a densidade da via aumenta. Os perfis considerados neste trabalho são: Calmo, Moderado, Agitado e Agressivo. Esta análise é baseada na modelagem de um parâmetro  $\alpha$  em função da densidade, utilizando uma distribuição de probabilidade contínua. Este parâmetro é utilizado para o cálculo da distância efetiva entre dois veículos permitindo o ajuste da velocidade do veículo atrás baseado no seu comportamento. O modelo também considera regras de mudanças de faixas assimétricas baseadas na evolução do comportamento adotado para melhor representar o fenômeno do fluxo de tráfego. Os resultados do modelo proposto mostraram-se satisfatórios quando comparados com outros modelos que consideram o comportamento do motorista em suas regras. A modelagem proposta para o comportamento do motorista resultou em um modelo que possibilita descrever a alteração no comportamento do motorista quando a densidade é aumentada.

Palavras-chave: simulação computacional, tráfego de veículos, autômatos celulares, comportamento do motorista.

## ABSTRACT

This thesis proposes a model for the traffic of vehicles on a double lane track, which considers the driver's behavior. The main models found in literature present in its structure differential or integro-differential equations that require many variables for model calibration. Therefore, in this work, computational modeling via cellular automata is used. The cellular automata have a very simple structure and are capable to model several complex phenomena through simple rules. Thus, a traffic model was developed on a double lane track where the driver's behavior change is evaluated as the track density increases. The profiles considered in this work are: Calm, Moderate, Agitated and Aggressive. This analysis is based on the modeling of a parameter around density, using a continuous probability distribution. This parameter is used to calculate the effective distance between two vehicles, allowing the adjustment of the speed of the vehicle behind based on its behavior. The model also considers rules of asymmetric track changes based on the evolution of the adopted behavior to better represent the traffic flow phenomenon. The results of the model were satisfactory when compared to other models that consider the driver's behavior in your rules. The proposed modeling for driver behavior resulted in a model that allows to describe the change in driver behavior when the density is increased.

Key-words: computational simulation, vehicular traffic, cellular automata, driver behavior.



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 8 – MÉDIA ESPACIAL .....	26
FIGURA 9 – MÉDIA TEMPORAL .....	27
FIGURA 10– DIAGRAMA FUNDAMENTAL .....	28
FIGURA 11– MODELO TEÓRICO PARA DENSIDADE-VELOCIDADE .....	30
FIGURA 12– MODELO TEÓRICO PARA FLUXO-VELOCIDADE .....	30
FIGURA 13– DIFERENTES TOPOLOGIAS DE CÉLULAS DE AC COM 2 DIMENSÕES .....	34
FIGURA 14– PADRÕES ESPAÇO-TEMPORAIS CARACTERÍSTICOS DE REGRAS TÍPICAS EM CADA UMA DAS QUATRO CLASSES DE WOLFRAM. (A) CLASSE 1, (B) CLASSE 2, (C) CLASSE 3 E (C) CLASSE 4 .....	36
FIGURA 15– AUTÔMATO CELULAR EM 1D, 2D E 3D, RESPECTIVAMENTE ..	37
FIGURA 16– VIZINHANÇAS DE NEUMANN .....	38
FIGURA 17– VIZINHANÇAS DE MOORE .....	38
FIGURA 18– VIZINHANÇAS ALEATÓRIAS .....	38
FIGURA 19– CONDIÇÕES DE CONTORNO .....	39
FIGURA 20– EXEMPLO DA REGRA 184 DE WOLFRAM .....	42
FIGURA 21– RESULTADOS DO MODELO REGRA 184 .....	42
FIGURA 22– RESULTADOS DO MODELO DE FUKUI-ISHIBASHI .....	44
FIGURA 23– RESULTADOS DO MODELO DE FUKUI-ISHIBASHI PARA $V_{MAX} \rightarrow \infty$ .....	45
FIGURA 24– RESULTADOS DO MODELO NASCH PARA DIFERENTES VALORES DE $P$ .....	46
FIGURA 25– COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DO MODELO NASCH COM $P = 0,40$ COM DADOS DO TRÁFEGO REAL .....	47

FIGURA 26– INVERSÃO DO USO DE FAIXA. ....	49
FIGURA 27– MUDANÇA DE FAIXA DA DIREITA PARA A ESQUERDA. ....	51
FIGURA 28– MUDANÇA DE FAIXA DA ESQUERDA PARA A DIREITA. ....	51
FIGURA 29– RESULTADOS DO MODELO MULTI-FAIXA COM REDUTOR DE VELOCIDADE. ....	52
FIGURA 30– MUDANÇA DE FAIXA DA DIREITA PARA A ESQUERDA. ....	53
FIGURA 31– RESULTADOS DO MODELO MULTI-FAIXA COM LUZ DE FREIO	54
FIGURA 33– EXEMPLO DE UM VETOR PISTA COM 10 POSIÇÕES ....	56
FIGURA 34– MUDANÇA DE FAIXA DIREITA PARA À ESQUERDA ....	62
FIGURA 35– DISTRIBUIÇÕES <i>BETA</i> ....	64
FIGURA 36– EXEMPLOS DE DISTRIBUIÇÕES <i>BETA</i> ....	66
FIGURA 37– DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE <i>BETA</i> COM $P = Q = 2$ ....	67
FIGURA 38– $\alpha$ EM FUNÇÃO DA DENSIDADE $\rho$ ....	69
FIGURA 39– TEMPO MÉDIO DE PROCESSAMENTO EM FUNÇÃO DO NÚ- MERO DE VEÍCULOS ....	71
FIGURA 40– FLUXOGRAMA DO PROGRAMA ....	72
FIGURA 42– CURVA DO MOTORISTA CALMO ....	75
FIGURA 43– FLUXOGRAMA MOTORISTA CALMO ....	76
FIGURA 44– COMPARAÇÃO DE RESULTADOS ....	77
FIGURA 45– DENSIDADE-FLUXO MOTORISTA CALMO ....	78
FIGURA 46– DENSIDADE-VELOCIDADE MÉDIA MOTORISTA CALMO ....	78
FIGURA 47– CURVA MOTORISTA MODERADO ....	79
FIGURA 48– FLUXOGRAMA MOTORISTA MODERADO ....	80
FIGURA 49– DENSIDADE-FLUXO MOTORISTA MODERADO ....	81
FIGURA 50– DENSIDADE-VELOCIDADE MÉDIA MOTORISTA MODERADO ..	82
FIGURA 51– CURVA MOTORISTA AGITADO ....	83
FIGURA 52– FLUXOGRAMA MOTORISTA AGITADO ....	84

FIGURA 53– DENSIDADE-FLUXO MOTORISTA AGITADO .....	85
FIGURA 54– DENSIDADE-VELOCIDADE MÉDIA MOTORISTA AGITADO .....	85
FIGURA 55– CURVA DO MOTORISTA AGRESSIVO .....	86
FIGURA 56– FLUXOGRAMA MOTORISTA AGRESSIVO .....	87
FIGURA 57– DENSIDADE-FLUXO MOTORISTA AGRESSIVO .....	88
FIGURA 58– DENSIDADE-VELOCIDADE MÉDIA MOTORISTA AGRESSIVO ..	88
FIGURA 59– EVOLUÇÃO DE $\alpha$ PARA O MOTORISTA CALMO .....	90
FIGURA 60– EVOLUÇÃO DE $\alpha$ PARA O MOTORISTA MODERADO .....	91
FIGURA 61– EVOLUÇÃO DE $\alpha$ PARA O MOTORISTA AGITADO .....	93
FIGURA 62– EXEMPLO DE SIMULAÇÃO PARA O COMPORTAMENTO DINÂMICO .....	94
FIGURA 63– FLUXOGRAMA COMPORTAMENTO DINÂMICO .....	95
FIGURA 64– DIAGRAMA DENSIDADE-FLUXO PARA OS 4 (QUATRO) COMPORTAMENTOS .....	96
FIGURA 65– PORCENTAGEM DO USO DAS FAIXAS .....	97
FIGURA 66– RESULTADOS DO MODELO DE LÁRRAGA .....	97
FIGURA 70– COMPORTAMENTOS ESTÁVEIS .....	107
FIGURA 71– COMPORTAMENTOS OSCILATÓRIOS .....	108
FIGURA 72– CAMINHANTES .....	108
FIGURA 73– ESTRUTURAS QUE DESAPARECEM DEPOIS DE VÁRIOS PASSOS .....	108
FIGURA 74– CRESCIMENTO ILIMITADO .....	109
FIGURA 77– DIAGRAMA FUNDAMENTAL PARA $PROB = 0,3$ .....	113
FIGURA 78– DENSIDADE <i>VERSUS</i> VELOCIDADE, PARA $PROB = 0,3$ .....	114

## **LISTA DE TABELAS**

TABELA 10 – PROPORÇÃO INICIAL DE MOTORISTAS .....	89
TABELA 15 – DIMENSÃO DAS GRANDEZAS UTILIZADAS NESTE TRABALHO	110

## LISTA DE SIGLAS

AC	Autômato Celular
ACE	Autômato Celular Elementar
CTB	código de trânsito brasileiro

## LISTA DE SÍMBOLOS

$q$	fluxo
$\rho$	densidade global
$\bar{v}$	velocidade média
$N$	número de veículos
$L$	trecho da pista
$dt$	intervalo de tempo
$\bar{v}_e$	velocidade média espacial
$v_j$	velocidade do j-ésimo veículo
$x$	espaço
$t$	tempo
$x_k$	seção da pista
$T$	período de tempo
$N_p$	número de veículos que cruzam uma seção da pista
$v_i$	velocidade do i-ésimo veículo
$v_0$	velocidade que fornece o fluxo máximo
$\mathcal{A}$	autômato celular
$\chi$	grade regular
$d$	dimensão
$\phi$	conjunto de estados de um AC
$\eta$	vizinhança de um AC
$\delta$	função de transição de um AC
$\alpha_{m,n}$	peso de influência de uma célula (m,n)
$r_1$	extensão da vizinhança na horizontal
$r_2$	extensão da vizinhança na vertical
$\eta_{VN}(c)$	vizinhança de Von Neumann
$\eta_M(c)$	vizinhança de Moore
$v_i^t$	velocidade do veículo $i$ no instante de tempo $t$
$d_i$	distância do veículo $i$ ao veículo $i + 1$

$x_i^{t-1}$	posição do veículo $i$ no instante de tempo $t - 1$
$x_i^t$	posição do veículo $i$ no instante de tempo $t$
$J$	fluxo
$v_{max}$	velocidade máxima da pista
$v$	velocidade de um veículo
$gap$	distância ou número de células vazias entre dois veículos
$p$	probabilidade de reduzir a velocidade
$d_{FE}$	distância para o veículo à frente na faixa da esquerda
$d_{TE}$	distância para o veículo que vem atrás na faixa da esquerda
$d_{FD}$	distância para o veículo à frente na faixa da direita
$v_{off}$	compensação de velocidade ou redutor de espaço
$d_{TD}$	distância para o veículo que vem atrás na faixa da direita
$b_n$	informa se o veículo freou ou não
$d_{succ}$	distância para o veículo que vem atrás na outra faixa
$v_{succ}$	velocidade do veículo que vem atrás na outra faixa
$d_{pred}^{(eff)}$	distância efetiva entre dois veículos
$t^h$	distância temporal 1
$t_{pred}^h$	distância temporal 2
$cv$	Comprimento de um veículo
$d_{i,i+1}^{t+1(eff)}$	Distância efetiva entre os veículos $i$ e $i + 1$
$\alpha$	parâmetro usado para o comportamento do motorista
$dist_{(i,j)}^{eff}$	distância efetiva entre os veículos $i$ e $i + 1$ na faixa $j$
$v_{(i,j+1)}$	velocidade do veículo $i$ na faixa da esquerda
$v_{(i-1,j+1)}$	velocidade do veículo detrás na faixa da esquerda
$d_{t_1}$	distância temporal 1 em segundos
$dist_{(i,j+1)}$	distância do veículo $i$ ao veículo $i + 1$ na faixa da esquerda
$v_{i,j}$	velocidade do veículo $i$ na faixa $j$
$d_{t_2}$	distância temporal 2 em segundos
$dist_{(i,j)}$	distância do $i$ ao $i + 1$ na faixa da direita
$dist_{(i-1,j)}$	distância do $i$ ao $i - 1$ na faixa da direita
$\Gamma(n)$	Gama de um inteiro $n$

$p$	parâmetro da distribuição <i>Beta</i>
$q$	parâmetro da distribuição <i>Beta</i>
$E(x)$	esperança da distribuição <i>Beta</i>
$V(x)$	variância da distribuição <i>Beta</i>
$CV$	coeficiente de variação
$\alpha(\rho)$	função $\alpha$ que depende da densidade $\rho$
$pmuda$	probabilidade de mudar de faixa
$pista$	vetor que define o tamanho da pista



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>18</b>
1.1 OBJETIVOS .....	22
1.1.1 Objetivo Geral .....	22
1.1.2 Objetivos Específicos .....	23
1.2 JUSTIFICATIVA .....	23
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	24
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>25</b>
2.1 TEORIAS DO FLUXO DE TRÁFEGO .....	25
2.1.1 Médias Espaciais .....	25
2.1.2 Médias Temporais .....	27
2.1.3 Diagrama Fundamental .....	28
2.2 AUTÔMATOS CELULARES .....	30
2.2.1 Definição de Autômato Celular .....	32
2.2.2 Espaço e dimensão de um AC .....	36
2.2.3 Vizinhaça e contorno .....	37
2.3 AUTÔMATOS CELULARES PARA TRÁFEGO DE VEÍCULOS .....	40
2.3.1 Modelos Com 1 Faixa .....	41
2.3.1.1 Modelo Regra 184 .....	41
2.3.1.2 Modelo Fukui-Ishibashi .....	43
2.3.1.3 Modelo NaSch .....	45
2.3.2 Modelos Multi-faixas .....	48
2.3.2.1 Modelo multi-faixa com redutor de espaço .....	49
2.3.2.2 Modelo multi-faixa com luz de freio .....	52

<b>3</b>	<b>MODELO PROPOSTO</b>	<b>55</b>
3.1	REGRAS BÁSICAS DE MOVIMENTAÇÃO DOS VEÍCULOS	55
3.2	REGRAS PARA MUDANÇA DE FAIXAS	60
3.2.1	Mudança de Faixa: Da direita para à esquerda	61
3.2.2	Mudança de Faixa: Esquerda para à Direita	62
3.3	MODELAGEM DE $\alpha$ EM FUNÇÃO DA DENSIDADE	64
3.4	FORMULAÇÃO E COMPLEXIDADE DO ALGORITMO	70
<b>4</b>	<b>RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES</b>	<b>73</b>
4.1	COMPORTAMENTO ESTÁTICO	74
4.1.1	Motorista Calmo	74
4.1.2	Motorista Moderado	79
4.1.3	Motorista Agitado	82
4.1.4	Motorista Agressivo	86
4.2	COMPORTAMENTO DINÂMICO	89
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES DE ESTUDOS FUTUROS</b>	<b>99</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>102</b>
	<b>APÊNDICE A – EXEMPLO DE AUTÔMATO CELULAR - JOGO DA VIDA</b>	<b>107</b>
	<b>APÊNDICE B – ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS</b>	<b>110</b>
	<b>APÊNDICE C – RESULTADOS DO MODELO PARA UMA FAIXA</b>	<b>112</b>
	<b>APÊNDICE D – CÓDIGO COMPUTACIONAL EM FORTRAN</b>	<b>115</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A necessidade de modelar o fluxo do tráfego de veículos tem se tornado uma prioridade nos grandes centros urbanos e vias de trânsito em geral. Esse tipo de modelagem pode ser usado como ferramenta para estabelecer novas estratégias, políticas de gerência e controle de tráfego para melhorar a eficiência do sistema de transportes (MAIA, 2007). No entanto, a modelagem nesse tipo de sistema pode considerar as mais diversas variáveis que geram grande complexidade e um esforço computacional.

O tráfego de veículos pode ser modelado de duas formas: usando métodos computacionais ou modelagem computacional. Os métodos computacionais representam ferramentas computacionais que são utilizadas para a obtenção de soluções numéricas de modelos teóricos, por exemplo, modelos com várias equações diferenciais e que utilizam o computador para investigar os fenômenos dos modelos teóricos. Por outro lado, a modelagem computacional é utilizada para a compreensão de vários fenômenos utilizando elementos básicos da computação e formalizando-os diretamente em termos de algoritmos (AGRAWAL, 1998).

Assim, os fenômenos comportamentais que requerem muitas variáveis ou componentes, por exemplo, o tráfego de veículos, acabam tornando o sistema complexo o bastante para utilizar mecanismos matemáticos comuns. Logo, a modelagem computacional pode ser amplamente utilizada já que possuem uma natureza muito mais simples do que os métodos computacionais que utilizam, por exemplo, as equações diferenciais parciais (WOLFRAM, 1983).

Os primeiros estudos sobre teorias do fluxo do tráfego de veículos começaram a ser desenvolvidas na década de 30, com o trabalho de Bruce Greenshields, que relacionou grandezas como: fluxo, densidade e velocidade (GREENSHIELDS, 1935) e a aplicação da teoria de probabilidades para tentar descrever o fluxo de tráfego (ADAMS,

1936). Desde então, vários estudos têm sido realizados na tentativa de descrever a relação entre veículos, via, semáforos e outros componentes do trânsito, utilizando esses conceitos (GREENBERG, 1958; LIGHTHILL; WHITHAM, 1955; HELBING *et al.*, 2001; ZANG; KIM, 2005; BENTALEB; JETTO; BENYOUSSEF, 2013).

Os métodos computacionais para o do fluxo de tráfego pode ser observado e representado por três diferentes escalas: microscópica, macroscópica e mesoscópica (GRAMANI, 2010). Os modelos microscópicos analisam todos os veículos individualmente, considerando a posição e a velocidade. Os modelos macroscópicos descartam a escala microscópica relacionando grandezas globais (que correspondem todo o sistema) tais como a densidade, o momento linear e a energia cinética dos veículos. Os modelos mesoscópicos ou cinéticos utilizam as grandezas da macro e microscópica para representar o estado do sistema. Nesta escala, utiliza-se uma distribuição de probabilidades sobre o estado microscópico considerado como uma variável aleatória.

Por outro lado, os modelos computacionais também são divididos da seguinte forma: modelos determinísticos e probabilísticos. Os modelos determinísticos são aqueles que, para um determinado conjunto de dados de entrada, tem-se um único conjunto de saída. Os modelos probabilísticos utilizam variáveis aleatórias para definir o estado final de um sistema (SANTOS, 2008).

Assim, os Autômatos Celulares vêm se destacando dentre os principais modelos computacionais para simulação do tráfego de veículos devido a sua capacidade de representar as principais características do tráfego, utilizando regras simples e com baixo custo computacional (WU; LI; JIANG, 2005; NASSABA, 2006; LARRAGA; RIO; SCHADSCHNEIDER, 2003; LI; JIA; JIANG, 2006; JIANG; WU, 2006; KNOSPE, 2002; RAJESWARAN, 2014). Um exemplo do uso de autômatos celulares para modelagem do tráfego é feita na Alemanha, onde pode-se prever a situação do tráfego em até uma hora, a partir de dados colhidos a cada minuto por sensores espalhadas pelas estradas do país (SYSTEM, 2013).

O trabalho de Nagel e Schreckenberg (NAGEL; SCHRECKENBERG, 1992) é considerado um dos pioneiros em modelagem de tráfego em autoestradas que utilizam autômatos celulares. O modelo NaSch, como é chamado, é um modelo unidimensional probabilístico para analisar a relação densidade-fluxo, em que, a distância entre dois veículos (*gap*) e a velocidade são atualizados sincronamente, baseados apenas na informação da velocidade e do *gap* no instante de tempo anterior. Nesse modelo, considera-se que todos os motoristas desejam andar na velocidade máxima e, eventualmente, com uma certa probabilidade  $p$ , algum veículo reduz sua velocidade sem nenhum motivo aparente. Apesar de reproduzir as características básicas do tráfego, o modelo não reproduz o comportamento do motorista na via, servindo apenas como base para outros modelos encontrados na literatura.

Lima (LIMA, 2007) expõe em sua dissertação um modelo probabilístico de tráfego baseado em um esquema de antecipação para evitar colisões irreais, recalculando a velocidade de um veículo sempre que houver risco de colisão, caso algum veículo se movimente menos que o esperado. Para o cálculo da distância efetiva, considera-se o comportamento de cada motorista baseado em uma função de distribuição discreta utilizando o método de Monte-Carlo. O modelo considera uma pista simples, com veículos de diferentes tamanhos e é expandido para pista com múltiplas faixas. Este modelo permite observar três tipos de comportamento do motorista: baixa agressividade, média agressividade e alta agressividade. Porém, o modelo não leva em conta que um motorista pode alterar seu comportamento ao longo da via com o aumento da densidade, muito menos uma distribuição de probabilidade contínua e adequada para representar o comportamento do motorista.

Mateus (MATEUS, 2001), desenvolveu em 2001, um modelo de autômato celular probabilístico para o tráfego em uma pista com multifaixas. Este modelo baseia-se nas regras impostas por Nagel com apenas algumas mudanças na desaceleração aleatória dos veículos por conta dos diferentes comportamentos dos motoristas. Os resultados apresentados mostram uma boa relação fluxo-densidade quando comparados com outros artigos, o que implica em um modelo capaz de reproduzir as principais

características do tráfego. No entanto, o comportamento do motorista não é tratado neste trabalho.

Peixoto (PEIXOTO; NAKAMURA, 2011) propôs um modelo microscópico semelhante ao NaSch, realizando algumas modificações para torná-lo mais realístico. As alterações feitas consideram, além da velocidade máxima, a velocidade máxima permitida da via e, também, no tratamento das colisões. O modelo considera a existência ou não de um semáforo na via a fim de avaliar em quanto aumenta a vazão de veículos sem a retenção causada pelo semáforo. Uma aplicação do modelo foi feita em uma via de grande movimentação na cidade de Manaus-AM. Embora o modelo apresente resultados satisfatórios, um modelo mais realístico poderia ser obtido considerando uma pista com duas faixas. Além disso, o modelo não apresenta nenhuma característica quanto ao comportamento do motorista.

Um dos maiores problemas existentes atualmente no trânsito é o grande número de congestionamentos nas estradas do mundo todo. Recentemente, Alghamdi propôs um modelo de tráfego utilizando autômatos celulares para explicar esse fenômeno. O método é baseado nos conceitos introduzidos pelo modelo NaSch. Os resultados obtidos mostram que os principais motivos de haver congestionamentos são: as diferentes velocidades entre os veículos e o tempo de demora no arranque entre eles (ALGHAMDI, 2012).

Ainda no campo de simulação de engarrafamentos, o trabalho de Nagel e Paczuski (NAGEL; PACZUSKI, 2008) apresenta um modelo de tráfego de pista simples que é baseado no comportamento dos motoristas em engarrafamentos. Uma diferença deste modelo em relação ao modelo NaSch é a existência do "cruise control limit", que permite ao motorista viajar a uma determinada velocidade máxima. No Brasil, é conhecido como "piloto automático", disponíveis em alguns veículos.

Assim como nas rodovias, o tráfego urbano também preocupa devido ao alto índice de veículos que circulam pelas vias, gerando grandes congestionamentos que influenciam na economia de um país (JABLONSKYTE, 2010). Nesse âmbito, o uso de

Autômatos Celulares para este fim têm se tornado muito útil para representar as diversas características existentes em uma via urbana como por exemplo semáforos, cruzamentos, congestionamentos e até a interação entre veículos e pedestres (ZHANG; CHANG, 2011).

O trabalho de Tavares (TAVARES, 2010) apresenta um simulador de tráfego urbano utilizando autômatos celulares, que reúnem algumas das principais características existentes em uma via urbana, tais como: vias de múltiplas faixas; diferentes tipos de veículos como carros, caminhões e ônibus, cruzamentos, parada de ônibus e congestionamentos. Além disso, o modelo é capaz de simular eventos que causam congestionamentos, como veículos com defeitos e acidentes. Os resultados se apresentaram adequados se comparados aos dados empíricos. Porém, o comportamento também não é tratado neste trabalho.

Outros trabalhos relacionados a simulação de tráfego em ambientes urbanos, via autômatos celulares, podem ser encontrados na literatura. Como o de Rosenblueth (ROSENBLUETH; GERSHENSON, 2011) e Gershenson (GERSHENSON; ROSENBLUETH, 2009), que apresentam modelos de ACs para coordenação de semáforos, e Toguz (TOGUZ; VIRIYASITAVAT, 2009), que apresenta um modelo de mobilidade urbana analisando a influência de cruzamentos e semáforos no fluxo do tráfego. O trabalho de Marzoug (MARZOUG; EZ-ZAHRAOUY; BENYOUSSEF, 2014) apresenta um modelo de AC para analisar o comportamento do fluxo em um cruzamento de duas estradas simétricas. Nenhum desses modelos incluem regras para simular algum tipo de comportamento do motorista.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um modelo computacional de tráfego de veículos fundamentado em autômatos celulares, que permita simular diferentes comportamentos dos motoristas.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Implementar um modelo computacional via autômato celular para o tráfego de veículos em uma pista com duas faixas;
- Obtenção dos gráficos densidade versus fluxo (diagrama fundamental) e densidade versus velocidade;
- Avaliar como a mudança nos comportamentos dos motoristas (Calmo, Moderado, Agitado e Agressivo) afetam o fluxo da via;
- Comparar os resultados obtidos com resultados obtidos com modelos existentes na literatura.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Com o aumento significativo do número de veículos em grandes centros urbanos e com a expansão do sistema viário surgiu o estudo das características do tráfego, inicialmente envolvendo modelos descritos por equações diferenciais e integro-diferenciais. Por se tratar de modelos que requerem muitas variáveis, tornando o sistema bastante complexo e exigindo grandiosos recursos computacionais, os autômatos celulares surgem como alternativa de grande ferramenta para avaliar as principais características do tráfego.

Muitos trabalhos que utilizam autômatos celulares têm sido feitos no sentido de tornar cada vez mais realista os modelos de tráfego. Avaliar e representar diferentes comportamentos dos motoristas em geral tem sido o foco principal de pesquisadores, mas um modelo que possa descrever a interação entre veículos baseado em vários perfis de motoristas ainda não apresenta respostas satisfatórias quanto a mudança do comportamento de um motorista ao longo da pista alterada a sua densidade.

Na modelagem do tráfego, o uso de Autômatos Celulares têm se mostrado mais eficiente do que modelos baseados em equações diferenciais devido a grande capaci-



dade de avaliar o tráfego pela representação microscópica. Assim, modelos baseados em Autômatos Celulares possibilitam fornecer resultados mais próximos da realidade utilizando regras simples para descrever a movimentação de cada veículo em uma pista.

A justificativa para esse trabalho é aplicar os autômatos celulares para obter um modelo de tráfego em uma pista com duas faixas onde as interações entre os veículos são representadas por diferentes tipos de comportamentos de motoristas. A dinâmica da representação do comportamento do motorista é feita por meio de uma distribuição de probabilidade contínua e uniforme. Assim, o trabalho é inédito por apresentar um modelo capaz de representar a dinâmica que envolve a questão comportamental do motorista, utilizando uma distribuição de probabilidade contínua para modelar os tipos de perfis considerados, e também, pelo fato dos motoristas alterarem o seu comportamento a medida que o tráfego vai ficando mais congestionado. Logo, o modelo obtido é de grande importância, pois pode servir como ferramenta no gerenciamento e controle do fluxo de tráfego, bem como em planejamentos futuros.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está subdividido em mais 4 capítulos. No capítulo 2 são descritos os principais conceitos de tráfego de veículos, a teoria dos Autômatos Celulares e como os Autômatos Celulares são utilizados para analisar a dinâmica do tráfego de veículos. O capítulo 3 apresenta o modelo com as regras de movimentação e mudança de faixas, e também, a teoria necessária para compreender e modelar os diferentes tipos de comportamentos considerados. No capítulo 4, apresentam-se os principais resultados obtidos pelo modelo proposto. Por fim, o capítulo 5 apresenta as considerações finais desta tese.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresentam-se os principais conceitos sobre a dinâmica do tráfego de veículos e um resumo da história dos Autômatos Celulares, bem como, conceitos e definições. Além disso, apresentam-se alguns dos principais modelos de tráfego que utilizam Autômatos Celulares.

### 2.1 TEORIAS DO FLUXO DE TRÁFEGO

A dinâmica do tráfego de veículos em uma autoestrada é composta basicamente por três grandezas físicas (variáveis): fluxo ( $q$ ), densidade ( $\rho$ ) e velocidade média ( $\bar{v}$ ). A partir do relacionamento dessas grandezas é possível obter informações sobre o comportamento do tráfego em uma determinada via. Além disso, é importante ressaltar que tais grandezas variam no tempo e no espaço, sendo assim, deve-se adotar valores médios que podem ser temporais ou espaciais (SILVA, 1994).

#### 2.1.1 Médias Espaciais

A densidade, também chamada concentração e representada por  $\rho$ , é definida pelo número de veículos ( $N$ ) que estão presentes em um trecho da pista de tamanho  $L$  num determinado instante de tempo  $dt$ , conforme a Figura 8, ou seja,

$$\rho = \frac{N}{L} \quad (8)$$

onde  $N$  é o número de veículos presentes no trecho de pista  $L$ .

A velocidade média dos veículos ( $\bar{v}_e$ ) que estão presentes nesse trecho da via é

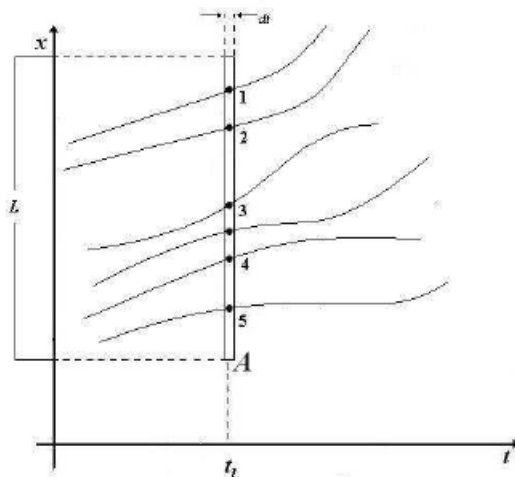


FIGURA 8: Média Espacial

FONTE: (LIMA, 2007)

$$\bar{v}_e = \frac{\sum_{j=1}^N v_j}{N}, \quad (9)$$

onde  $v_j$  é a velocidade do  $j$ -ésimo veículo no trecho da pista. Considerando um regime permanente, ou seja, numa situação onde não há alteração nos valores das variáveis, fluxo  $q$  e densidade  $\rho$  independem de  $x$  e  $t$ , a velocidade é dada por:

$$v = \frac{q}{\rho}, \quad (10)$$

e, então,

$$q = \rho v. \quad (11)$$

Considerando a velocidade média espacial dos veículos, tem-se

$$q = \rho \bar{v}_e. \quad (12)$$

Substituindo as Equações 8 e 9 na Equação 12, obtém-se

$$q = \frac{\sum_{j=1}^N v_j}{L}, \quad (13)$$

Assim, o fluxo médio espacial  $q$  pode ser obtido dividindo a soma das velocidades dos  $N$  veículos pelo tamanho  $L$  do trecho da pista considerado.

### 2.1.2 Médias Temporais

No tráfego real, o regime permanente é uma ocorrência muito rara e, assim, as grandezas variam ao longo do tempo e do espaço. No caso anterior, o que se dispõe é de um trecho da pista em um determinado instante de tempo, similar a uma foto aérea. Agora, para definir as grandezas em função do tempo e do espaço, deve-se considerar uma seção da via  $x_k$  em um período de tempo  $T$ , conforme a Figura 9.

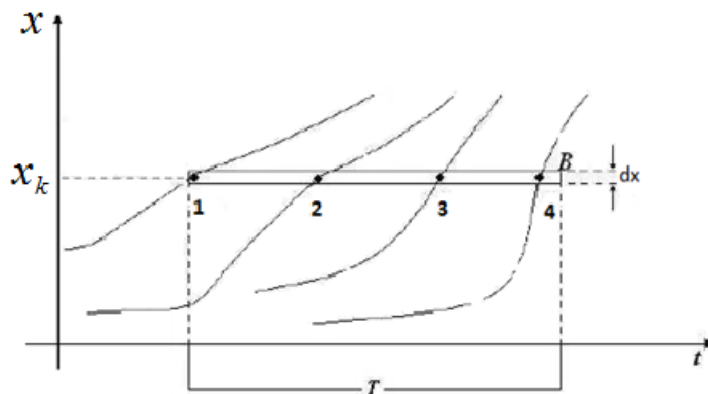


FIGURA 9: Média Temporal

FONTE: (LIMA, 2007)

Logo, o fluxo médio temporal  $q$  pode ser obtido a partir de

$$q = \frac{N_p}{T}, \quad (14)$$

onde  $N_p$  é o número de veículos que cruzam uma determinada seção da via em um determinado intervalo de tempo  $T$ .

A velocidade média temporal dos veículos que cruzam a mesma seção da via é

$$\bar{v}_t = \frac{\sum_{i=1}^{N_p} v_i}{N_p}, \quad (15)$$

onde  $v_i$  é a velocidade do  $i$ -ésimo veículo a cruzar esta seção. A densidade média temporal é obtida substituindo as Equações 14 e 15, na Equação 12. Assim, tem-se:

$$\rho = \frac{N_p^2}{T \sum_{i=1}^{N_p} v_i}. \quad (16)$$

### 2.1.3 Diagrama Fundamental

A análise do fluxo em uma via pode ser realizada pela construção dos seguintes diagramas: fluxo-densidade, densidade-velocidade e fluxo-velocidade (IMMERS, 2003).

O principal diagrama utilizado é o que relaciona o fluxo e a densidade, também chamado diagrama fundamental (Figura 10). Observa-se no modelo teórico a existência de 3 (três) fases bem definidas conhecidas como: fluxo livre, sincronizado e congestionado.

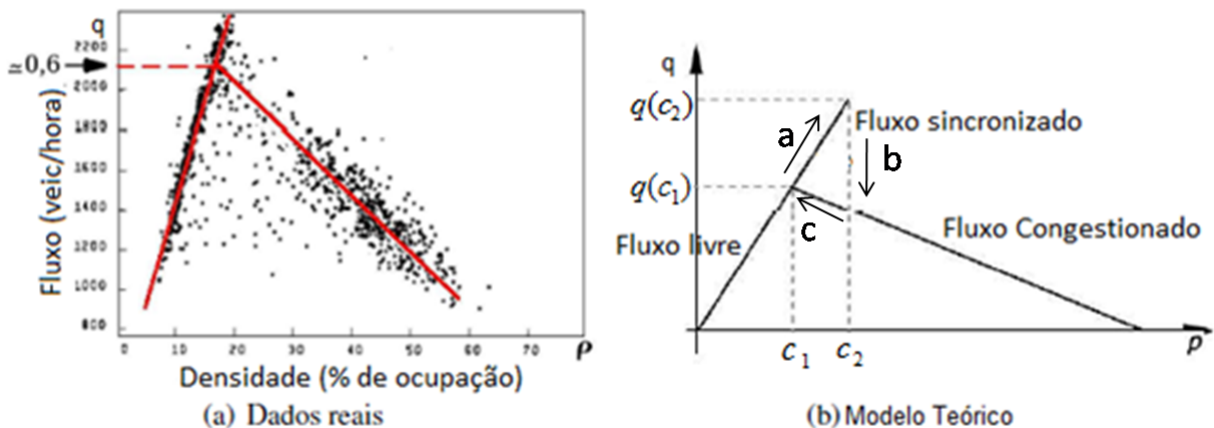


FIGURA 10: Diagrama Fundamental

FONTE: (LIMA, 2007)

O **fluxo livre** representa a fase onde não há interação entre os veículos e todos andam na velocidade desejada, que é a velocidade máxima da pista. Esta fase corresponde a uma região de baixa e média densidade ( $0 < \rho < c_2$ ) e o fluxo cresce linearmente ( $0 \leq q \leq q(c_2)$ ).

O **fluxo sincronizado** ( $c_1 < \rho < c_2$ ) encontra-se em uma região de média e alta densidade. Nessa região o fluxo não é unicamente definido apenas pela densidade, mas também pela interação entre os veículos. Desta maneira, tem-se o fluxo livre ou congestionado. Quando o fluxo é livre (de  $q(c_1)$  até  $q(c_2)$ ) sentido *a*, continua sendo caracterizado pela relação linear entre a densidade e a velocidade média da via. A partir desse momento, quando um veículo desacelera, os veículos que o seguem também desaceleram gerando um congestionamento (sentido *b*). Em seguida, os veículos retomam sua velocidade lentamente até atingir  $q(c_1)$ , sentido *c*. Isso acontece devido a inércia do comportamento do motorista em acelerar. Além disso, sabe-se que o fluxo de saída de um congestionamento é menor do que o fluxo de entrada.

O **fluxo congestionado** encontra-se na região onde  $\rho > c_2$ . Nesta região, o aumento da densidade provoca uma redução no fluxo e o congestionamento formado permanece movendo-se no sentido contrário ao fluxo, pois a medida em que os veículos saem do congestionamento, outros chegam e dessa forma o congestionamento anda no sentido contrário ao fluxo.

Além do diagrama fundamental, existem dois outros tipos de diagramas que são utilizados para analisar o comportamento do tráfego: densidade-velocidade e fluxo-velocidade. O modelo teórico do diagrama densidade-velocidade é ilustrado pela Figura 11 e mostra como a velocidade diminui com a saturação da via. Quando a densidade é próxima de 0 (zero), a velocidade é máxima  $v_f$ . Quando  $\rho = \rho_j$ , a velocidade se aproxima de 0 (zero).

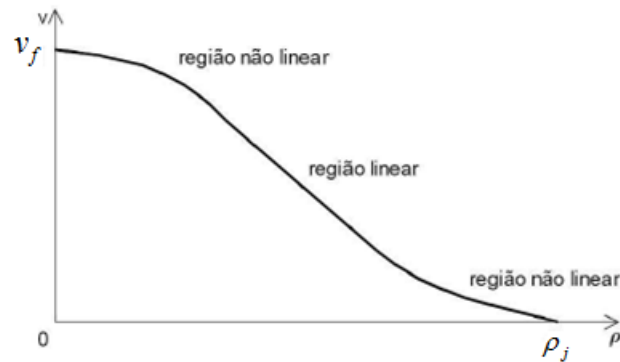


FIGURA 11: Modelo Teórico para Densidade-Velocidade

FONTE: (IMMERS, 2003)

O modelo teórico do diagrama fluxo-velocidade é ilustrado pela Figura 12, onde  $\bar{v}$  é a velocidade média final, normalmente abaixo da velocidade máxima da pista, pois em um fluxo livre nem todos os veículos transitam na velocidade máxima o tempo todo, e  $v_0$  é a velocidade que fornece o fluxo máximo  $q$ , chamada de velocidade ótima. A partir de  $v_0$  o fluxo cai e a velocidade média também é reduzida, gerando um fluxo congestionado.

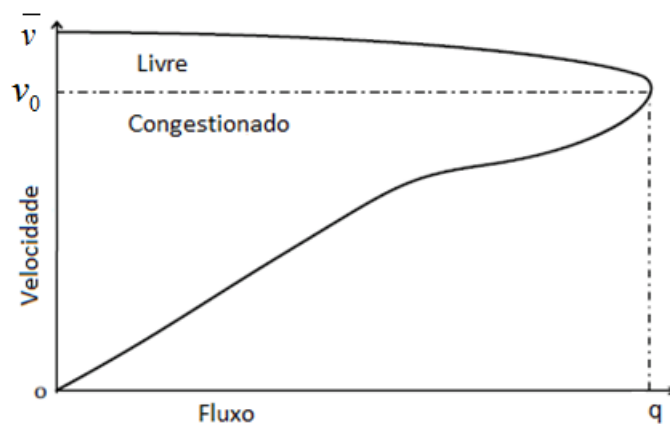


FIGURA 12: Modelo Teórico para Fluxo-Velocidade

FONTE: (IMMERS, 2003)

## 2.2 AUTÔMATOS CELULARES

Os Autômatos Celulares (ACs), com o avanço das novas tecnologias, tem sido muito úteis em diversos campos de estudos, por exemplo: em análise de incêndios flo-

restais (LOUZADA; FERREIRA, 2008), na biologia (MASSAHUD; PAIXÃO, 2010; FERREIRA, 2009; VILCARROMERO; JAFELICE; BARROS, 2010), no reconhecimento de padrões (estatística) (CHAVEZ; LIANG, 2003), no acompanhamento do crescimento de câncer (MARTINS, 2010), para agrupamentos de dados e interações sociais (ALONSO, 2008), no monitoramento e previsão de alterações do meio ambiente (BASTOS, 2011) e, também, no estudo do tráfego de veículos (RAJESWARAN, 2012).

Numa primeira aproximação, um autômato celular (AC) é um sistema matemático discreto, estudado em diversas áreas, dentre elas, a física. A principal utilização é simular comportamentos complexos a partir de regras simples. Nos ACs, o tempo, o espaço e as variáveis são discretizados em uma grade regular de células, onde cada célula é um autômato que pode assumir um número finito de estados. O autômato celular também pode ser chamado de "Máquina de Estados"(LIMA, 2007).

Um dos primeiros estudos com modelos de ACs foi realizado por John Von Neumann<sup>1</sup> na década de 50. Ele propôs um modelo matemático abstrato que simulava as rotinas de um robô que podia se replicar a partir de um conjunto de peças separadas. Este modelo bidimensional ficou conhecido como *universal copier and constructor* (PESAVENTO, 1995).

Na década de 70, o matemático John Horton Conway<sup>2</sup> popularizou os Autômatos Celulares com o chamado jogo da vida (*game of life*). Este jogo é um modelo bidimensional que simula alterações em populações de seres vivos baseados em regras locais simples (MORAES, 2007).

A partir do modelo de Conway, os ACs identificaram-se como imagens complexas que podem ser geradas por simples modelos e regras que evoluem e interagem com o

---

<sup>1</sup>John Von Neumann (1903-1957) foi um matemático húngaro de etnia judaica, naturalizado estadunidense. Contribuiu na teoria dos conjuntos, análise funcional, teoria ergódica, mecânica quântica, ciência da computação, economia, teoria dos jogos, análise numérica, hidrodinâmica das explosões, estatística e muitas outras as áreas da Matemática. De fato é considerado um dos mais importantes matemáticos do século XX.

<sup>2</sup>John Horton Conway (Liverpool, 26 de Dezembro de 1937) é um matemático ativo na teoria dos grupos finitos, teoria dos nós, teoria dos números, teoria combinatória dos jogos e teoria de códigos. Entres os matemáticos amadores, é o mais bem conhecido por sua teoria combinatória dos jogos e pela invenção do Jogo da vida.



tempo (SILVA, 2012). Conseqüentemente, John H. Conway originou as primeiras manifestações práticas dos autômatos celulares, sendo que, até então, apenas estudos com aspectos teóricos contribuía à estruturação do AC.

Em 2002, Stephen Wolfram<sup>3</sup> publicou o livro "A New Kind of Science" sobre pesquisas realizadas nos anos 80 e 90 onde trata do uso de ACs unidimensionais para modelar sistemas complexos a partir de mecanismos determinísticos simples (WOLFRAM, 2001).

Segundo Chavez e Liang (2003), os ACs são constituídos de uma grande quantidade de componentes simples com interações locais capazes de produzir padrões complexos. Cada componente é chamado de célula ou elemento definido por um conjunto finito de estados que evoluem simultaneamente por regras idênticas.

O estado de cada célula é atualizado a cada iteração, analisando previamente os estados da vizinhança, isto é, as células mais próximas, que são caracterizadas em intervalos de tempos discretos. Assim, à medida que o sistema evolui dinamicamente, despontam comportamentos complexos em virtude dessas influências mútuas, caracterizando um sistema complexo. Tal complexidade é observada pelo comportamento dinâmico estocástico dos ACs quando há repetidas atualizações no estado das células, em intervalos de tempos discretos, seguindo as regras iniciais e sujeitos a aleatoriedade (MAERIVOET; MOOR, 2008).

A seguir, apresentam-se algumas definições básicas dos ACs e, também, alguns modelos de tráfego baseados em ACs.

### 2.2.1 Definição de Autômato Celular

Segundo (ALONSO, 2008), um modelo de Autômato Celular  $\mathcal{A}$  é um conjunto  $d$ -dimensional  $(\chi, \phi, \eta, \delta)$  onde:

---

<sup>3</sup>Stephen Wolfram (Londres, 29 de agosto de 1959) é um cientista famoso pelo seu trabalho em autômatos celulares e pela criação do programa de computador Mathematica. Wolfram publicou o livro A New kind of Science em 2002, onde defende que programas simples podem explicar e ajudar a entender a natureza.

- $\chi$  é uma grade regular,  $d$ -dimensional, formada por células;
- $\phi$  é um conjunto finito, cujos elementos representam os estados possíveis de cada célula;
- $\eta$  é um subconjunto finito de  $\chi^d$ , chamado de *vizinhança* de  $\mathcal{A}$ , onde cada elemento  $\mathbf{n} \in \eta$  deve ser interpretado como as coordenadas locais das células vizinhas; ou seja, dada uma célula  $c$  localizada em  $p \in \chi^d$ , a sua vizinhança  $\eta(c)$  é o conjunto de células localizadas em  $\mathbf{p} + \mathbf{n}$ ; por simplicidade, supõem-se que  $(0, \dots, 0) \in \eta$ ;
- $\delta: \phi^{|\eta|} \rightarrow \phi : \bigcup_{j \in \eta} \sigma_j(t) \mapsto \sigma_i(t+1)$  é a chamada função de transição local de  $\mathcal{A}$ , onde cada  $i$ -ésima célula da grade possui um estado  $\sigma_i(t) \in \phi$ , no instante de tempo  $t$ . A função  $\delta$  atualiza o estado da  $i$ -ésima célula no próximo passo de tempo  $t+1$  baseado no estado de todas as células em sua vizinhança no instante atual de tempo  $t$ .  $|\eta|$  representa o número de células em sua vizinhança, sendo invariante em relação ao tempo e espaço.

Além desses 4 (quatro) elementos, são partes importantes na descrição de um autômato celular a definição da condição de contorno e a vizinhança destas células do contorno do domínio considerado. Os conceitos de vizinhança e contorno serão descritos mais adiante. A topologia de cada célula deve satisfazer geometricamente os limites de um polígono regular. A Figura 13 apresenta os principais tipos de grades típicas: quadrada, triangular e hexagonal (ou *honeycomb*). No entanto, a mais usada é a quadrada (CHAVEZ; LIANG, 2003).

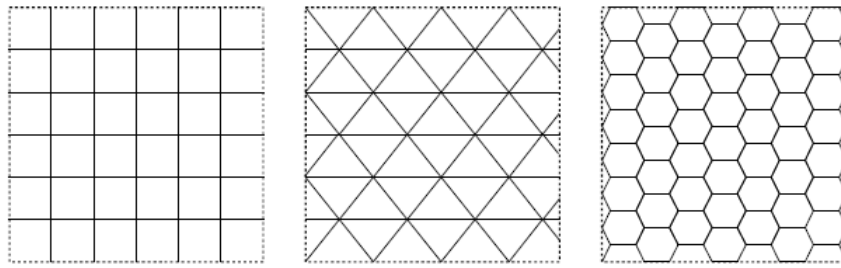


FIGURA 13: Diferentes topologias de células de AC com 2 dimensões

FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

Todavia, é necessário considerar alguns fatores importantes para as regras de transição, como dimensão, vizinhança, contorno, condições iniciais, conjunto de estados possíveis e regras de interação.

Considerando as células distribuídas em uma grade bidimensional, define-se a função de transição como:

$$a_{i,j}^{(t+1)} = \phi \left[ \sum_{m=-r_1}^{r_1} \sum_{n=-r_2}^{r_2} \alpha_{m,n} a_{i+m,j+n}^{(t)} \right], \quad (17)$$

onde  $\alpha_{m,n}$  representa o peso de influência da célula  $(i+m, j+n)$  na célula  $(i, j)$ , sujeita aos parâmetros  $r_1$  (extensão da vizinhança na horizontal) e  $r_2$  (extensão da vizinhança na vertical),  $t$  o instante de tempo,  $a_{i,j}^{(t)}$  o estado atual da célula  $(i, j)$ , e  $a_{i,j}^{(t+1)}$  representa o próximo estado da célula  $(i, j)$ , dada pelo somatório das células vizinhas.

Em um autômato celular, as funções de transição podem ser de 2 (dois) tipos:

- **Função Determinística:** É uma função onde, dada uma configuração para a vizinhança considerada, existe um único estado possível para a célula analisada;
- **Função Probabilística:** É uma função onde, as regras são definidas pelas probabilidades de ocorrência, ou seja, definidas as regras para a vizinhança, existe um conjunto de possibilidades de estados para a célula, que são escolhidos com base nas variáveis aleatórias.

A partir do conjunto de estados que cada célula pode assumir, sendo este um

conjunto finito de qualquer tipo de dados ou informações, são atribuídos valores a cada célula para iniciar a simulação. O estado da célula após algumas iterações é tido como o resultado desta simulação.

A cada iteração, a função de transição  $\phi$  determina uma nova configuração na grade,  $C_t : \chi \rightarrow \eta$  dada por  $C_{t+1} = \phi(C_t)$ , onde  $C_{t+1}(c) = \phi(C_t(i)|i \in \eta(c))$ . Esta regra é aplicada a cada iteração da simulação e pela sensibilidade os estados finais podendo assumir grandes variações quando comparados ao estado inicial, justificando a complexidade dos resultados.

Durante a evolução dos ACs, podem ser classificados em 4 (quatro) classes qualitativas (ver Figura 14), como segue:

- Classe 1: Independentemente da configuração inicial, o AC tende a um estado global espacialmente homogêneo, por exemplo, todos um (1) ou todos zeros (0) no caso binário;
- Classe 2: Atinge um estado estável formado por estruturas espaciais periódicas estáveis;
- Classe 3: Os sucessivos estados do AC não apresentam estrutura alguma, e sim um comportamento aleatório. A maioria de ACs da classe 3 gera padrões fractais;
- Classe 4: Podem ser geradas estruturas estacionárias, periódicas ou fractais. As estruturas persistentes podem ser também simples, crescentes ou complexas.

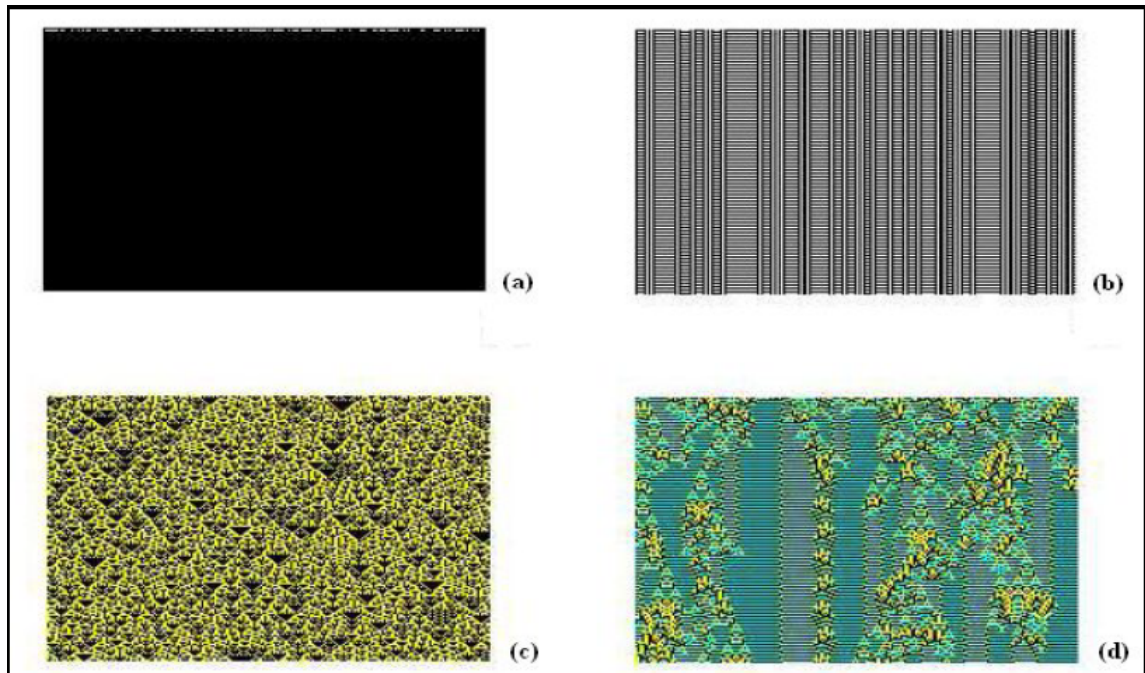


FIGURA 14: Padrões espaço-temporais característicos de regras típicas em cada uma das quatro classes de Wolfram. (a) Classe 1, (b) Classe 2, (c) Classe 3 e (c) Classe 4

### 2.2.2 Espaço e dimensão de um AC

Um modelo de autômato celular pode ser de diferentes dimensões. Para a sua criação, primeiramente define-se uma grade regular como sendo uma discretização do domínio de dimensão  $d$ , em que as células preenchem o domínio completamente e ao ocorrer uma translação da grade em  $d$  direções independentes, obtém-se a mesma grade.

Na Figura 15, tem-se uma representação das  $d$  dimensões de um autômato celular  $\mathcal{A}$ . Para  $d = 1$ , existe uma sequência (finita ou não) de autômatos justapostos em linha. O próximo estado de uma célula  $c(i)$  depende do seu estado atual e do estado das células vizinhas  $c(i-r)$  e  $c(i+r)$ , onde  $r$  é o espaçamento entre as células, também conhecido como raio de vizinhança. Para  $d = 2$  tem-se um plano. Nesse caso, supõe-se que uma célula  $c(i, j)$  possui, em sua vizinhança, as células  $c(i-r, j), c(i, j-r), c(i, j+r)$  e  $c(i+r, j)$ , sendo que a transição é feita pela célula  $c(i, j)$ , que está no centro desses elementos. Por fim, para  $d = 3$  tem-se um volume.

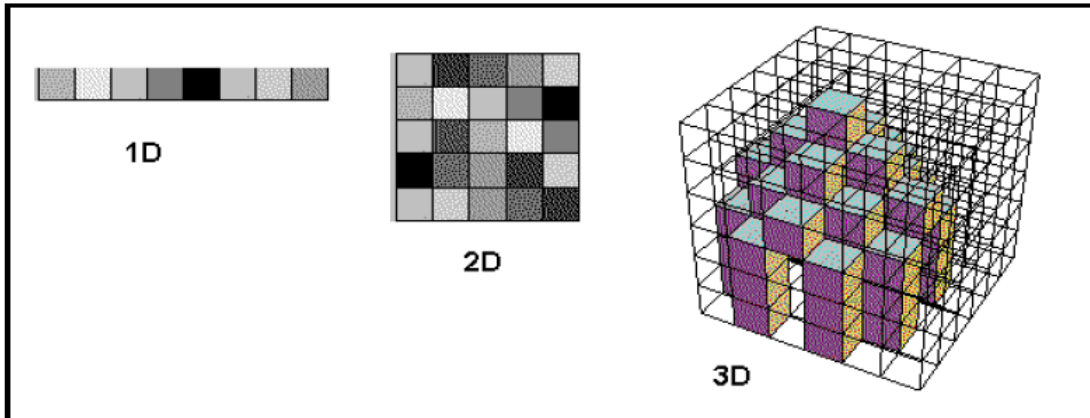


FIGURA 15: Autômato Celular em 1D, 2D e 3D, respectivamente

FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

### 2.2.3 Vizinhaça e contorno

Em um AC  $\mathcal{A} = (\chi, \phi, \eta, \delta)$ , a vizinhaça de uma célula  $c$ ,  $\eta(c)$ , é o conjunto de células da grade que determinarão o próximo estado de  $c$ .

Para o caso em que  $\chi = 1$ , a vizinhaça de uma célula  $c$  é definida pelas células  $(r-c)$  e  $(r+c)$ , onde  $r$  é o espaçamento (raio) entre as células. Assim, se  $r = 1$ , tem-se os primeiros vizinhos; se  $r = 2$ , tem-se os segundos vizinhos; e se  $r = n$ , tem-se os  $n$ -vizinhos.

Para o caso em  $\chi = n$ , existem dois tipos de vizinhaças simples e comuns, a vizinhaça de von Neumann e a de Moore, as quais serão definidas a seguir.

Seja  $c$  uma célula no ponto  $x$  de  $\chi^d$ , com  $x = (x_1, \dots, x_d)$ . Considere as normas  $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^d |x_i|$  e  $\|x\|_\infty = \max\{|x_i|; i = 1, \dots, d\}$ . As definições das duas vizinhaças são as seguintes:

- vizinhaça de Von Neumann:  $\eta_{VN}(c) = \{z \mid z \in \chi^d, \|x - z\|_1 \leq r\}$ , onde  $r$  é o raio da vizinhaça;
- vizinhaça de Moore:  $\eta_M(c) = \{z \mid z \in \chi^d, \|z - x\|_\infty \leq r\}$ , onde  $r$  é o raio da vizinhaça.

As Figuras 16 e 17, ilustram as vizinhanças de von Neumann e de Moore para os casos em que  $r = 1$  e  $r = 2$  num plano  $\chi^2$ .

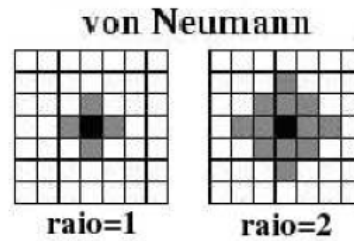


FIGURA 16: Vizinhanças de Neumann  
 FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

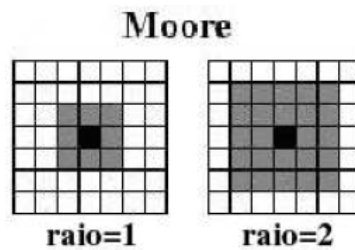


FIGURA 17: Vizinhanças de Moore  
 FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

Por fim, a Figura 18 apresenta um tipo de vizinhança aleatória.

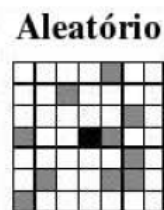


FIGURA 18: Vizinhanças Aleatórias  
 FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

Na prática, ao simular uma determinada regra de um autômato celular, o número de células deve ser finito em  $\chi^d$ . Neste caso, uma célula que está na fronteira não

terá a mesma vizinhança que outras células internas. Logo, é preciso definir especificamente uma regra de evolução diferente. Tal regra é conhecida como condição de contorno (ou condição de borda).

A seguir, definem-se os 3 (três) principais tipos de condições de contorno:

1. Periódica: neste caso, considera-se uma grade onde, para cada dimensão, as bordas estão fundidas. Assim, para  $d = 1$ , tem-se que a última célula é vizinha da primeira e que a primeira célula é vizinha da última, formando um anel. Para  $d = 2$ , os lados esquerdo e direito, superior e inferior, estão conectados gerando uma grade toroidal;
2. Reflexiva: é definida de modo que cada célula da borda se reflete como vizinho das suas células à esquerda e à direita;
3. Fixa ou constante: é definida de modo que a vizinhança é completada com células "virtuais" com um valor pré-definido, por exemplo, 0 (zero) ou 1 (um). Estes valores serão mantidos durante a evolução do AC.

A Figura 19 ilustra as condições de contorno supracitadas para o caso unidimensional. Vale lembrar que a natureza do sistema que está sendo modelada é que irá definir o tipo de condição de contorno a ser utilizada.

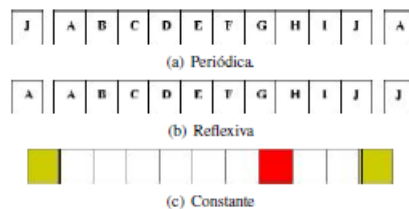


FIGURA 19: Condições de Contorno

FONTE: (LIMA, 2007)



## 2.3 AUTÔMATOS CELULARES PARA TRÁFEGO DE VEÍCULOS

O primeiro modelo de AC usado para modelagem de tráfego de veículos possivelmente foi proposto por Cremer e Ludvig, em 1986 (ROSENBLUETH; GERSHENSON, 2011). No entanto, o uso dos ACs para modelagem do tráfego de veículos começou a difundir-se a partir do modelo proposto por K. Nagel e M. Schreckenberg, conhecido como modelo NaSch, em 1992. A partir desse modelo, vários autores propuseram melhorias ao modelo de NaSch visando torná-lo mais próximo das condições reais de trânsito.

Em um modelo de AC para tráfego tem-se:

- $\chi$ , uma grade  $d$ -dimensional que representa a via, onde cada célula representa um pequeno trecho da pista. Por exemplo, se  $d = 1$ , tem-se uma pista com uma faixa. Para representar uma pista com duas faixas, considera-se duas pistas simples unidimensionais e adjacentes;
- $\phi$ , o conjunto de estados que a célula pode assumir e é composto de informações como: ocupação da célula, velocidade do veículo que a ocupa, tamanho do veículo, entre outras. Essas informações dependem do modelo considerado;
- $\eta$ , a vizinhança, é um conjunto de células à frente da célula avaliada, no sentido do tráfego.
- $\delta$ , a função de transição é o conjunto de regras que decidirá sobre a movimentação dos veículos, e também varia para cada modelo.

A maioria dos trabalhos publicados utilizam para simulação dos modelos, condições de contorno periódicas com um número fixo de veículos. Cada célula pode ter um estado: vazia ou ocupada. Além disso, utilizam-se o comprimento de cada célula (veículo) igual a 7,5 m, velocidade máxima igual a  $v_{max} = 5$  células (135 km/h) e passo de tempo  $\Delta t = 1$  segundo (BENYOUSSEF; CHAKIB, 2003; NAGATANI, 1993). Assim, um veículo que está com velocidade igual a  $v = 1$  célula por segundo, este

veículo está a  $7,5m/s$  ou  $27km/h$  (MAERIVOET; MOOR, 2008). Os principais modelos existentes são: modelo regra 184 (WOLFRAM, 2001), modelo Fukui-Ishibashi (FUKUI; ISHIBASHI, 1996) e o modelo pioneiro de NaSch (NAGEL; SCHRECKENBERG, 1992).

A seguir apresenta-se alguns dos principais modelos de tráfego baseados em autômatos celulares encontrados na bibliografia. Dentre os modelos unidimensionais determinísticos tem-se o modelo regra 184 (WOLFRAM, 2001) e o modelo Fukui-Ishibashi (FUKUI; ISHIBASHI, 1996). No caso dos modelos probabilísticos, destaca-se o modelo pioneiro de NaSch (NAGEL; SCHRECKENBERG, 1992).

### 2.3.1 Modelos Com 1 Faixa

#### 2.3.1.1 Modelo Regra 184

Um dos primeiros modelos determinísticos para modelar o tráfego é um modelo unidimensional e se baseia na regra 184 de Wolfram. Este modelo é chamado de autômato celular elementar (ACE) pelo fato das células serem regulares e unidimensional. Esta regra, representada pela Figura 20, indica que a célula preta está ocupada por um veículo e a branca, está desocupada. Assim, um veículo pode mover-se apenas para célula à sua frente, se ela estiver vazia, e com uma velocidade máxima igual a 1 (uma célula por segundo). O algoritmo pode ser representado pelas duas regras:

- Regra 1. Atualização da velocidade:

$$v_i^t = \min \left\{ \frac{d_i}{\Delta t}, 1 \right\} \quad (18)$$

- Regra 2. Movimento do veículo:

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t \Delta t \quad (19)$$

onde  $v_i^t$  é a velocidade;  $d_i$  é distância para o veículo a sua frente, ou seja, o número de células vazias à frente do veículo considerado no sentido da pista;  $x_i^{t-1}$  é a posição

do veículo na pista no instante de tempo  $t - 1$ ;  $x_i^t$  é a posição atualizada do veículo; e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo.

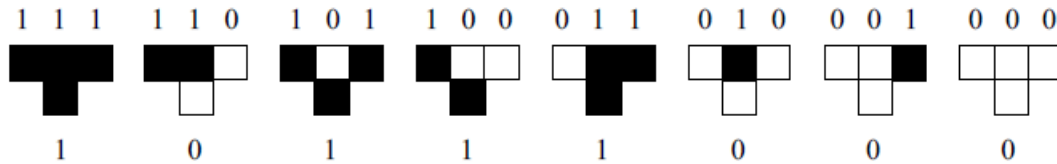


FIGURA 20: Exemplo da Regra 184 de Wolfram

FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

Na análise de fluxo e velocidade desse modelo, representada pelo diagrama fundamental (Figura 21), onde  $J$  é o fluxo (número de veículos por passo de tempo) e  $\rho$  é a densidade (número de veículos dividido pelo comprimento da pista), verifica-se duas fases distintas de fluxo: a primeira, é de crescimento linear ( $\rho < 0,5$ ), chamada de fluxo livre, onde os veículos sempre conseguem andar na velocidade máxima e, a segunda, é de decrescimento linear  $\rho > 0,5$ , chamada de fluxo congestionado, onde os veículos não encontram espaço suficiente para se movimentar na velocidade máxima. Quando  $\rho = 0,5$ , tem-se o chamado ponto crítico, que indica a mudança do fluxo livre para o congestionado.

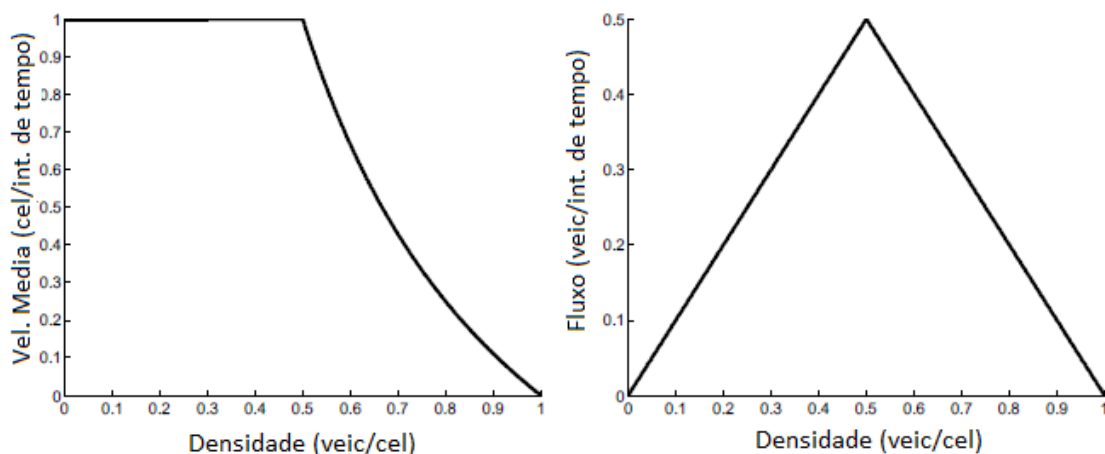


FIGURA 21: Resultados do Modelo Regra 184

FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

Quando  $\rho \leq 0,5$ , sempre existirá pelo menos um espaço a frente de cada veículo, permitindo sua movimentação. Tal fato acontece por esse modelo ser determinístico, com distribuição uniforme e com velocidade máxima igual 1. Quando  $\rho > 0,5$ , nem todos os veículos terão espaço para se movimentar. Assim, o fluxo cairá de forma proporcional ao número de veículos que estão sobre a pista.

### 2.3.1.2 Modelo Fukui-Ishibashi

Em 1996, Fukui e Ishibashi generalizaram o modelo regra 184. Esse modelo é essencialmente estocástico, porém, discute-se aqui sua versão determinística. A ideia concebida por Fukui e Ishibashi foi considerar outras velocidades além de 0 e 1. O modelo considera a velocidade de 1 até  $v_{max}$  (velocidade máxima) células por segundo e o veículo pode acelerar instantaneamente para a mais alta velocidade. A partir dessa mudança na regra 1 do modelo regra 184 de tráfego, o algoritmo de Fukui-Ishibashi é definido como:

- Regra 1. Atualização da velocidade:

$$v_i = \min \left\{ \frac{di}{\Delta t}, v_{max} \right\} \quad (20)$$

- Regra 2. Movimento do veículo:

$$x_i^t = x_i^{t-1} + v_i^t \Delta t \quad (21)$$

Nesse modelo, os veículos devem agora evitar colisões tendo em conta a distância entre dois veículos (*gap*) e, para isso, podem desacelerar instantaneamente, isto é, se um veículo está trafegando com a velocidade máxima, ele pode reduzir abruptamente sua velocidade para 0 (zero) em um passo de tempo.

Os resultados deste modelo são apresentados pela Figura 22 e consideram diferentes velocidades máxima da pista. Neste modelo, a divisão entre as fases do fluxo é feita quando a densidade é

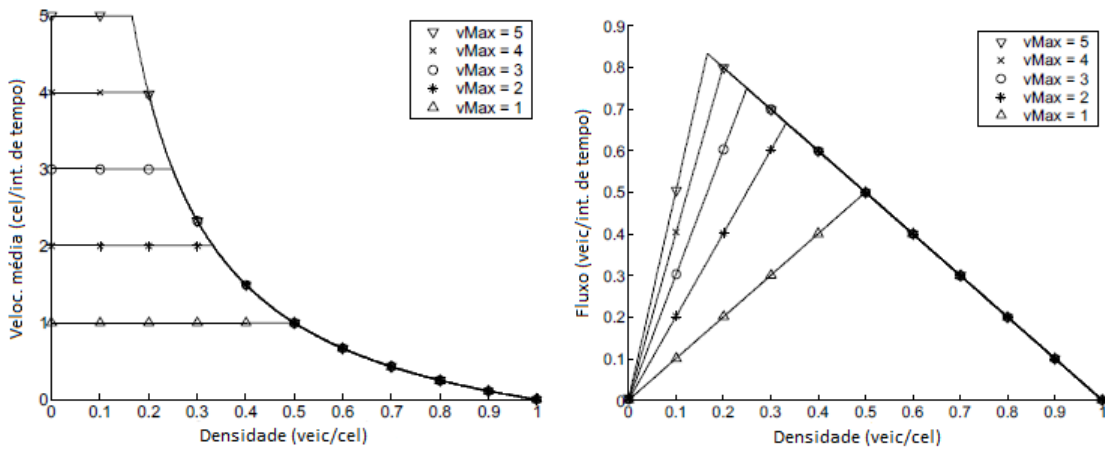


FIGURA 22: Resultados do modelo de Fukui-Ishibashi

FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

$$\rho = \frac{1}{v_{max}\Delta t + 1}, \quad (22)$$

com fluxo máximo igual a

$$J = \rho v_{max}, \quad (23)$$

onde  $v_{max}\Delta + 1$  é o espaço mínimo que um veículo necessita para permanecer na velocidade máxima. Por outro lado, quando a razão entre o número de células e o número de veículos for menor que  $v_{max}\Delta t + 1$ , significa que nem todos os veículos poderão permanecer com velocidade máxima, diminuindo assim, o fluxo livre. Por exemplo, para uma  $v_{max} = 5$ , tem-se uma densidade  $\rho \approx 0,167$  veículos por células e um fluxo correspondente  $J \approx 0,83$  veículos por intervalo de tempo.

Ao contrário da aceleração instantânea na regra 1 do modelo Fukui-Ishibashi, pode-se considerar uma aceleração gradual de uma célula por passo de tempo (desaceleração contínua instantânea) aplicando a seguinte regra:

- Regra - Aceleração e frenagem:

$$v_i = \min \left\{ v_i + 1, \frac{d_i}{\Delta t}, v_{max} \right\}. \quad (24)$$

No entanto, experimentos realizados com essa mudança não indicaram diferença na

dinâmica do sistema global. Uma situação interessante nesse modelo ilustrada pela Figura 23 é quando a velocidade máxima da pista cresce indefinidamente, isto é,  $v_{max} \rightarrow \infty$ , observa-se que o fluxo  $J$  e a densidade  $\rho$  são relacionados por uma reta. Assim, para  $\rho = 0$  o fluxo  $J = 1$  e, para  $\rho = 1$  o fluxo  $J = 0$ .

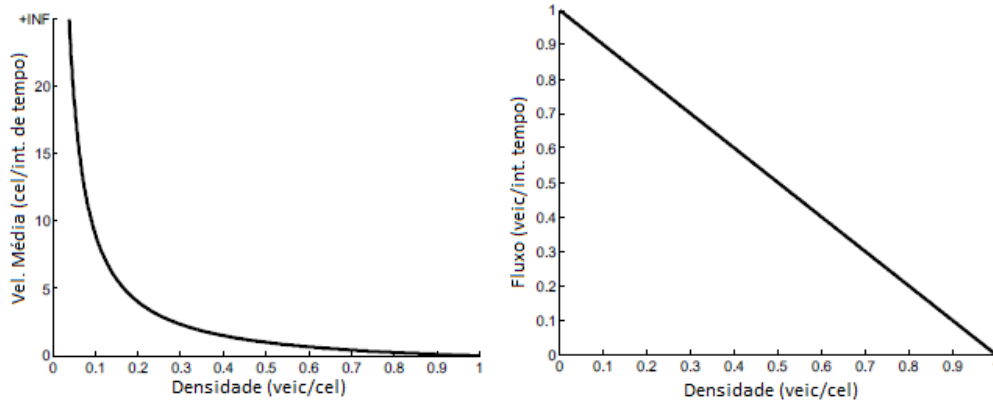


FIGURA 23: Resultados do modelo de Fukui-Ishibashi para  $v_{max} \rightarrow \infty$

FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

Os modelos determinísticos, em geral, não têm a capacidade de reproduzirem a incerteza envolvida no comportamento do motorista. Tal incerteza deve envolver algum parâmetro estocástico que seja responsável pela tomada de decisão do motorista quanto a sua movimentação. Esses modelos servem apenas de base para se obter outros modelos.

### 2.3.1.3 Modelo NaSch

Em 1992, Nagel e Schreckenberg introduziram um modelo pioneiro de autômato celular probabilístico aplicado ao tráfego de veículos. Esse modelo é considerado como uma elaboração da regra 184, adota  $\Delta t = 1$  com as seguintes extensões:

- **Aceleração:** Se a velocidade  $v$  de um veículo é menor do que  $v_{max}$ , e se, a distância para o veículo a frente é maior do que  $v + 1$ , então a velocidade é aumentada em uma célula, isto é,  $v = v + 1$ ;

- **Frenagem:** Se a distância até o próximo veículo ( $gap$ ) for menor ou igual a sua velocidade,  $gap \leq v$ , então o veículo deve reduzir sua velocidade para  $v = gap - 1$ ;
- **Randomização:** com probabilidade  $p$ , a velocidade de cada veículo, se for maior do que 0 (zero), é diminuída em uma célula, ou seja,  $v = v - 1$ ;
- **Movimento do veículo:** cada veículo avança  $v$  células.

A randomização, ou aleatoriedade, adotada por Nagel neste modelo, é muito importante na simulação do fluxo de tráfego mais realista, visto que, caso não houvesse esta dinâmica o modelo seria determinístico. Num tráfego real, mudanças naturais de velocidade ocorrem devido ao comportamento humano ou fatores externos.

A Figura 24 apresenta os resultados das regras propostas por Nagel considerando alguns valores para a probabilidade  $p$ . Observa-se que, o aumento no valor de  $p$  provoca uma flutuação maior nas velocidades dos veículos e, conseqüentemente, uma redução no fluxo da pista.

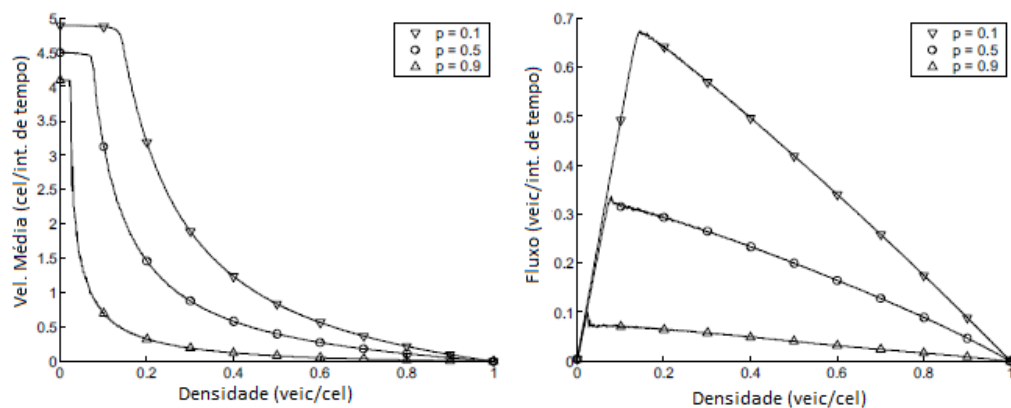


FIGURA 24: Resultados do modelo Nasch para diferentes valores de  $p$

FONTE: (MAERIVOET; MOOR, 2008)

Por outro lado, apesar da estrutura básica da dinâmica do tráfego ser corretamente reproduzida neste modelo, ele não é suficiente para uma descrição precisa do tráfego, pois não consegue simular a meta-estabilidade (região intermediária ao fluxo livre e fluxo congestionado), gerando uma curva abaixo da observada no diagrama funda-

mental do tráfego real (Figura 25), que para valores de  $p$  entre 0,3 e 0,5, devem ficar com valores próximos a 0,6 de fluxo (EMMERICH; RANK, 1997). Em relação a representação comportamental do motorista o modelo introduz o parâmetro estocástico  $p$  capaz de gerar flutuações nas velocidades dos veículos, pois nem todos os motoristas desejam andar sempre na velocidade máxima da pista.

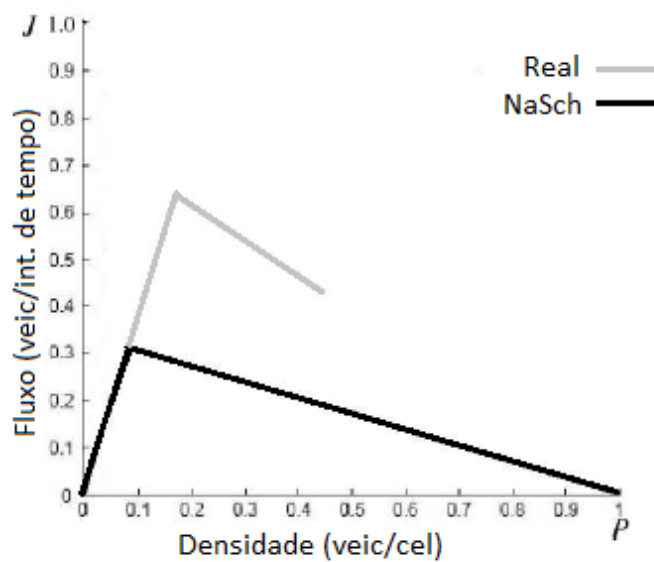


FIGURA 25: Comparação entre resultados do modelo NaSch com  $p = 0,40$  com dados do tráfego real

FONTE: (EMMERICH; RANK, 1997)

Na tentativa de obter modelos mais realistas, alguns autores têm sugerido modificações no modelo NaSch, tentando melhorar a representação Densidade-Fluxo (BARLOVICH, 1998; RAJESWARAN, 2012; ZHANG; CHANG, 2011; XUN *et al.*, 2013). Esses modelos não apresentam nenhuma regra capaz de simular comportamentos de um motorista baseados na movimentação de possíveis veículos à sua frente.

Outro modelo similar ao modelo NaSch é o modelo de ajuste de fluxo de Emmerich e Rank (EMMERICH; RANK, 1997). A única modificação neste modelo é na regra de frenagem que é feita por uma matriz  $M(d, v)$ , onde  $d$  é a distância entre o veículo  $i$  ao veículo  $i + 1$  e  $v$  é a velocidade do veículo considerado. Apesar de considerar a possível movimentação do veículo à frente, a matriz utiliza valores fixos entre 0 (zeros)



e 5 (cinco).

### 2.3.2 Modelos Multi-faixas

Nesta subseção, apresentam-se as regras necessárias para se modelar vias com mais de uma faixa, uma extensão dos modelos de autômatos celulares para tráfegos de veículos. A maioria dos modelos com mais de uma faixa é dividida em duas partes independentes (WAGNER; NAGEL; WOLF, 1997; YAN; YU, 2012; NAGEL; WOLF; SIMON, 1998):

- Um conjunto de regras para mudança de faixa aplicadas simultaneamente para todos os veículos;
- Um modelo de tráfego de faixa única para todas as faixas.

Num modelo multi-faixa a mudança de faixa é definida por regras que podem ser simétrica ou assimétrica. A primeira é aquela que considera a mesma regra para mudar de faixa, tanto da direita para a esquerda quanto da esquerda para a direita. A segunda é a que considera a preferência do motorista por alguma faixa. Conforme o código brasileiro de trânsito, os veículos mais lentos devem permanecer na faixa da direita (quando ela existir) e as ultrapassagens só podem ser realizadas da direita para esquerda (Leis de trânsito). Logo, para um modelo apresentar características mais realistas, ele deve ser assimétrico.

Basicamente, as regras para mudança de faixa consistem em:

- Desejo do motorista mudar de faixa;
- Segurança para realizar tal mudança;

O desejo do motorista em mudar de faixa ocorre devido as condições da faixa em que o veículo se encontra, por exemplo, a velocidade e posição dos veículos. Por outro lado, as regras de segurança são aplicadas quando deseja-se mudar de faixa. Neste

caso, deve-se avaliar a posição e velocidade dos veículos próximos a ele na faixa que ele desejar. Para a mudança de faixa ser concretizada, as duas regras devem ser satisfeitas.

O fenômeno característico da mudança de faixa apresentado pela Figura 26, é chamado diagrama de uso percentual de cada faixa por fluxo. Quando a densidade é baixa, a maioria dos veículos estão na faixa da direita. Aumentando a densidade, os veículos mudam para a faixa da esquerda, pois são bloqueados por outros veículos.

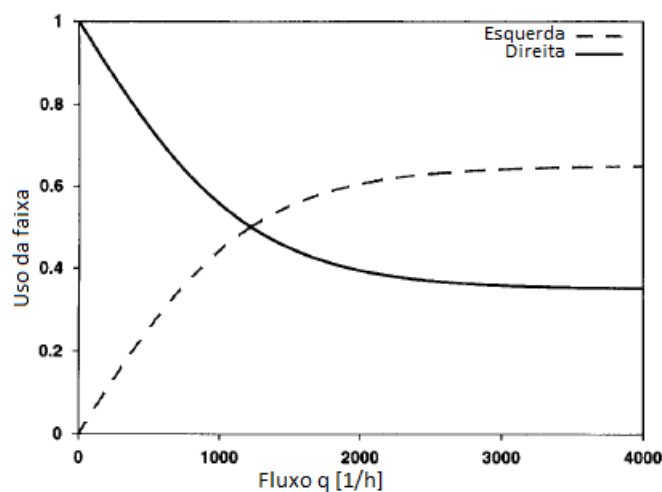


FIGURA 26: Inversão do uso de faixa.

FONTE: (WAGNER; NAGEL; WOLF, 1997)

### 2.3.2.1 Modelo multi-faixa com redutor de espaço

Este modelo foi proposto por Wagner, Nagel e Wolf (1997) e utiliza um parâmetro chamado redutor de espaço para controlar as mudanças de faixas. O modelo é dividido em duas partes, sendo que a primeira é a utilização do modelo Nasch, descrito na seção 2.3.1, para movimentação dos veículos e a segunda, é definição das regras para as mudanças de faixas. Neste modelo, como na maioria dos modelos multi-faixas, considera-se somente a velocidade do veículo analisado. Todavia, a velocidade do veículo na outra faixa é definida como a máxima. Assim, tem-se as seguintes regras de mudança de faixas:

**(I) Mudança da direita para a esquerda**

- Regra 1:  $v_{max} < d - 1$  e  $d_{FE} \geq d$  onde,  $v_{max}$  é velocidade máxima,  $d$  a distância até o veículo ligeiramente a sua frente e  $d_{FE}$  a distância para o veículo da frente na faixa da esquerda. Esta regra é realizada quando o motorista percebe que será bloqueado e quando o espaço na faixa da esquerda é maior que na faixa da direita.
- Regra 2:  $v_{max} < d_{TE} - 1$  e  $v \leq d_{FE} - 1$  onde,  $d_{TE}$  é a distância para o veículo que vem atrás na pista da esquerda e  $v$  é a velocidade do veículo analisado. Essa regra é traduzida como a regra de segurança, pois garante que o veículo não irá bloquear ninguém e não será bloqueado por outro veículo.

**(II) Mudança da esquerda para a direita**

- Regra 1:  $v_{max} < d - 1 - v_{off}$  e  $v_{max} < d_{FD} - 1 - v_{off}$  onde  $d_{FD}$  é distância para o veículo a frente na faixa direita e  $v_{off}$  é a compensação da velocidade. Este novo parâmetro permite ajustar o ponto de inversão do uso das faixas, pois com baixa densidade os veículos preferem a faixa da direita. Logo, compara-se as distâncias nas duas faixas e a compensação de velocidade reduz esta distância.
- Regra 2:  $v_{max} \leq d_{TD} - 1$  e  $v \leq d_{FD} - 1$  onde  $d_{TD}$  é a distância para o veículo atrás na faixa da direita. Da mesma forma definida na regra de mudança da direita para a esquerda, esta é a regra de segurança que torna possível a mudança de faixa.

As Figuras 27 e 28 ilustram as regras de mudança de faixa deste modelo.

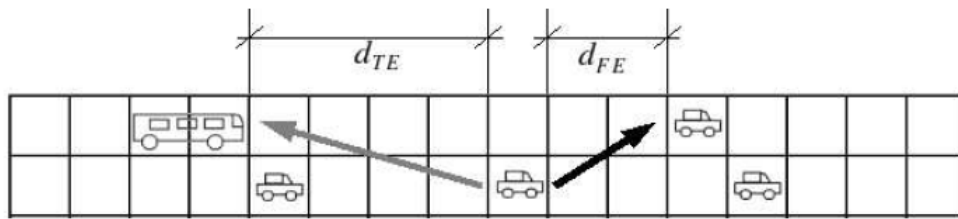


FIGURA 27: Mudança de faixa da direita para a esquerda.

FONTE: (WAGNER; NAGEL; WOLF, 1997)

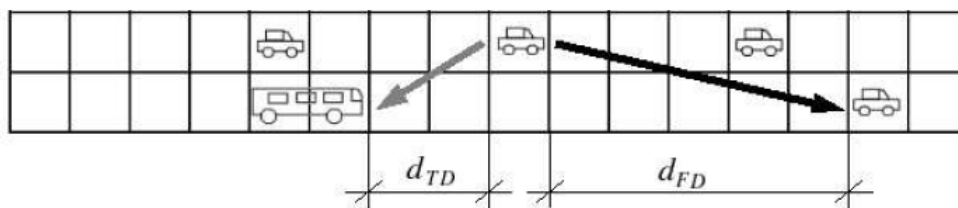


FIGURA 28: Mudança de faixa da esquerda para a direita.

FONTE: (WAGNER; NAGEL; WOLF, 1997)

A Figura 29 apresenta os resultados obtidos para este modelo, juntamente com as regras do modelo Nasch, considerando  $v_{max} = 4.6$ ,  $p = 0,2$  e  $v_{off} = 8$ . Os dados gerados na simulação foram obtidos utilizando 300 passos de tempo e 133 células (aproximadamente 1km de pista). Observa-se que o uso faixa da direita é preferida pelos veículos quando a densidade é baixa. A medida em que a densidade aumenta, os veículos não encontram espaço livre na faixa da direita e mudam para esquerda. O ponto de inversão do uso das faixas ocorre quando em uma densidade que não é a densidade quando o fluxo é máximo. Ainda, o fluxo máximo na faixa da direita é menor que o fluxo máximo da faixa da esquerda e ocorrem para densidades diferentes. Tal fato é possível devido as velocidades máximas dos veículos serem maiores na faixa da esquerda em relação a faixa da direita.

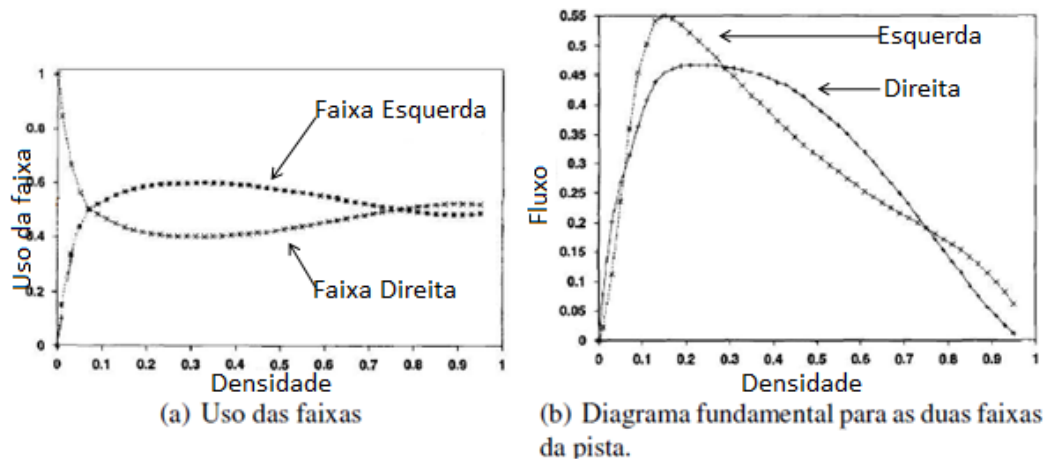


FIGURA 29: Resultados do modelo multi-faixa com redutor de velocidade.

FONTE: (WAGNER; NAGEL; WOLF, 1997)

### 2.3.2.2 Modelo multi-faixa com luz de freio

O modelo proposto por Knospe (KNOSPE, 2002) apresenta regras assimétricas de mudanças de faixas, além de fazer uso de uma "variável" que informa se um veículo freou no instante de tempo anterior  $t - 1$ , conhecida como luz de freio.

- (i) Mudança da faixa da direita para a esquerda

Neste tipo de mudança, um motorista é motivado a mudar de faixa quando sente que será bloqueado por outro veículo em sua faixa, isto é,  $v > d$ . Além disso, o motorista em questão não pode ter freado. As regras de segurança para efetuar a troca de faixa utilizadas neste modelo, consideram o fato de o veículo não bloquear outro que se encontra na faixa de destino, e se ele não será bloqueado por outro veículo na faixa de destino, considerando o seu deslocamento. Assim, as regras para mudar da faixa da direita para a faixa da esquerda podem ser representadas por

**(a) Motivação:**  $v(t) > d$  e  $b_n = 0$ , e

**(b) Segurança:**  $d_{pred}^{(eff)} \geq v(t)$  e  $d_{succ} \geq v_{succ}$ ,

onde  $b_n$  informa se o veículo freou ou não;  $v(t)$  e  $d$  são a velocidade e o *gap*,

respectivamente;  $d_{succ}$  e  $v_{succ}$  são a distância para o veículo que vem atrás na outra faixa e a sua velocidade, respectivamente;  $d_{pred}^{(eff)} = d_{pred} + \max\{v^{(anti)} - gap_{safety}, 0\}$  denota a distância efetiva para o veículo à frente na faixa de destino, onde  $v^{(anti)} = \min(gap, v_{pred})$  é velocidade esperada do veículo à frente na faixa de destino no próximo passo de tempo e,  $gap$  e  $v_{pred}$  são a distância e a velocidade desse mesmo veículo na faixa de destino (Figura 30).

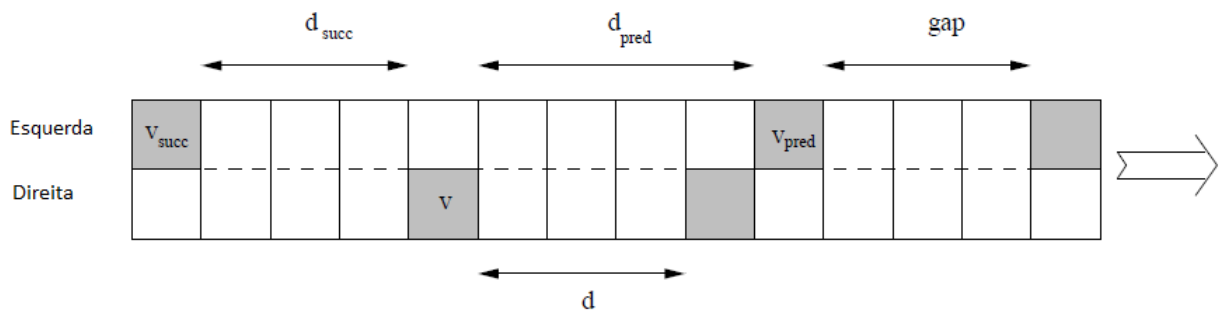


FIGURA 30: Mudança de faixa da direita para a esquerda.

FONTE: (KNOSPE, 2002)

- Mudança da faixa da esquerda para a direita

Para realizar este tipo de mudança de faixa, é necessário que as regras

**(a) Motivação:**  $b_n = 0$  e  $(t_{pred}^h > 3.0)$  e  $(t^h > 6.0)$  ou  $(v > gap)$ , e

**(b) Segurança:**  $d_{pred}^{(eff)} \geq v(t)$  e  $d_{succ} \geq v_{succ}$ ,

sejam satisfeitas, onde  $t^h = d/v$  e  $t_{pred}^h = d_{pred}/v$  são parâmetros apresentados como "distância temporal". Assim, um veículo será motivado a trocar de faixa se o veículo à sua frente na faixa da esquerda não está próximo, ou seja, mais longe que um determinado tempo ( $t_{pred}^h$ ), em segundos, e se o veículo à sua frente está a mais de  $t^h = d/v$  segundos de distância ou não tem espaço suficiente para permanecer na mesma velocidade. As regras de segurança são as mesmas usadas para um veículo mudar da faixa da direita para a esquerda. A inserção das duas distâncias temporais possibilitou obter o fenômeno da inversão do uso das faixas.

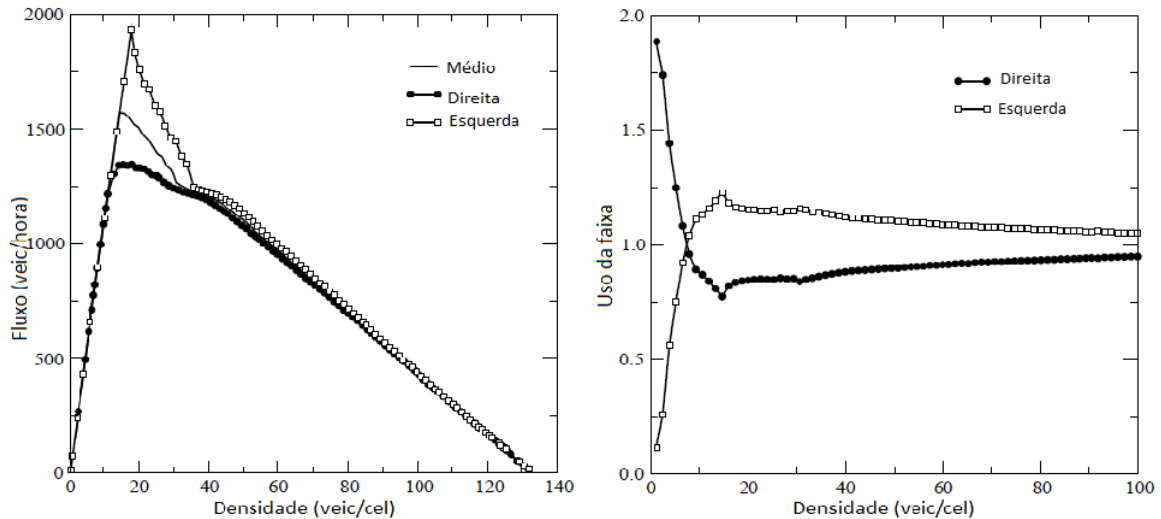


FIGURA 31: Resultados do modelo multi-faixa com Luz de Freio

FONTE: (KNOSPE, 2002)

Pode-se dizer que o fluxo na faixa da direita é ligeiramente menor que o fluxo na faixa da esquerda. Em geral, o modelo representa bem o fenômeno do uso das faixas (Figura 31). Para uma densidade  $\rho < 10$  veic/km a concentração de veículos é maior na faixa da direita. A partir  $\rho \approx 10$  ocorre a inversão do uso das faixas, ou seja, com o aumento da densidade os veículos não encontram espaço suficiente para permanecer na faixa da direita e mudam para a faixa da esquerda, sendo esta passa a ter a maior concentração de veículos. Conforme a densidade aumenta, a tendência é de que a proporção de veículos seja a mesma para ambas as faixas.

Em ambos os modelos, o único parâmetro estocástico utilizado é o mesmo presente no modelo NaSch. Todavia, os modelos reproduzem de forma mais realística a dinâmica na movimentação dos veículos, melhorando assim, a relação Densidade-Fluxo.

### 3 MODELO PROPOSTO

Neste capítulo, descreve-se o modelo computacional proposto nesta tese, desenvolvido para uma pista com duas faixas, de modo a fornecer subsídios necessários para compreender o processo de formulação e adaptação da teoria dos autômatos celulares. Na sequência do trabalho, trata-se da execução do modelo computacional para uma pista com duas faixas e a inserção do comportamento humano na movimentação dos veículos para análise do tráfego.

#### 3.1 REGRAS BÁSICAS DE MOVIMENTAÇÃO DOS VEÍCULOS

As primeiras investigações que deram origem a esta tese foram baseadas nas regras básicas de movimentação propostas no modelo Nasch com algumas adaptações. Vale ressaltar que, neste modelo, todas as variáveis utilizadas são adimensionais para facilitar na resolução do problema. A dimensionalização das variáveis utilizadas pode ser encontrada no Apêndice B. Assim, inicialmente, considera-se uma malha discreta unidimensional de comprimento  $L$  como sendo o comprimento de um pequeno trecho da pista. A partir da definição da malha unidimensional (tamanho da pista), faz-se a divisão da malha em  $n$  partes iguais. Cada parte é nomeada célula. À cada célula podem ser atribuídos os valores:

- 0 - célula livre;
- 1 - célula ocupada por um veículo;

A Figura 33 exemplifica um vetor pista com 10 posições, sendo que o sentido do movimentação dos veículos é da esquerda para a direita.



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	1	1	0	1	0	0	1

FIGURA 33: Exemplo de um vetor pista com 10 posições

FONTE: O autor (2013)

O comprimento de cada veículo adotado é  $c_v = 7,5m$ , o que implica na ocupação média de cada veículo em um engarrafamento mais a distância até o veículo sucessor, e cada passo de tempo igual a  $\Delta t = 1s$  (um segundo). Portanto, um veículo que está com uma velocidade igual a  $v = 1$  (uma célula por segundo), está a  $7,5m/s$  ou  $27km/h$ . Assim, têm-se as velocidades

- $v = 0$  - zero células por segundo: 0 km/h;
- $v = 1$  - uma célula por segundo: 27 km/h;
- $v = 2$  - duas células por segundo: 54 km/h;
- $v = 3$  - três células por segundo: 81 km/h;
- $v = 4$  - quatro células por segundo: 108 km/h;
- $v_{max} = 5$  - cinco células por segundo: 135 km/h;

O valor da velocidade de cada veículo representa o número de células que ele irá se deslocar a cada passo de tempo  $t$ . Logo, se um veículo  $i$  estiver com uma velocidade  $v_i$ , por exemplo, significa que ele se movimentará  $v_i$  células. Isto é, se o veículo  $i$  está na posição  $l_i$  no instante de tempo  $t$  ( $l_i^t$ ) e a sua velocidade é  $v_i^t$ , então a nova posição desse veículo no instante de tempo seguinte  $t + 1$  é dada por:

$$l_i^{t+1} = l_i^t + k_{i,i+1}^t, \quad (26)$$

$$v_i^{t+1} = k_{i,i+1}^t, \quad (27)$$

sendo o valor de  $k_{i,i+1}^t$  calculado considerando-se as informações conhecidas no instante de tempo  $t$  usando-se uma regra de movimentação, como por exemplo, as regras que foram adotadas nesta tese e que estão apresentadas na página 59, e a velocidade do veículo  $i$  no instante de tempo  $t + 1$  é determinado pela equação 27.

As regras microscópicas de movimentação para cada veículo foram definidas levando-se em conta a distância (*gap*) entre o  $i$ -ésimo veículo e o veículo a sua frente, considerando a velocidade do  $i$ -ésimo veículo no instante de tempo atual. Neste modelo, todos os motoristas tentam andar sempre na maior velocidade possível (no caso,  $v_{max} = 5$ ) e, eventualmente, com alguma probabilidade  $p = prob$ , o motorista reduz a velocidade em uma unidade por segundo. Esta última regra é muito importante para simular tráfegos mais realistas, evidenciando possíveis reações dos motoristas motivadas por fatores externos. Logo, para todos os veículos na pista, são aplicadas as seguintes regras de movimentação que compõem este modelo:

1. Aceleração: se a velocidade do veículo  $i$ ,  $v_i$ , for menor que  $v_{max}$  e sua distância para o próximo veículo (*gap*) for maior que  $v_i + 1$ ,  $gap > v_i + 1$ , então a velocidade é aumentada em uma unidade,  $k_{i,i+1}^t = v_i + 1$ ;
2. Aleatoriedade: com uma probabilidade  $p = prob$ , definida inicialmente, a velocidade de cada veículo, se maior que 0 (zero), é reduzida em uma unidade ( $k_{i,i+1}^t = v_i - 1$ );
3. Frenagem: se a distância de um veículo até o próximo veículo (*gap*) for menor ou igual a sua velocidade ( $gap \leq v_i$ ), então ele deve reduzir sua velocidade para  $k_{i,i+1}^t = gap - 1$ ;
4. Atualização da posição: Cada veículo avança  $v$  posições, ou seja,  $l_i^{t+1} = l_i^t + k_{i,i+1}^t$ .

Diferentemente do modelo NaSch e de outros modelos existentes na literatura, a ordem de aplicação das regras de aleatoriedade e frenagem foram invertidas para que a redução aleatória da velocidade influencie na reação antecipada do motorista ao perceber um veículo a sua frente que, possivelmente, também reduza a sua velocidade

de maneira inesperada. Esta troca na aplicação das regras permite a modelagem dos diferentes tipos de comportamentos dos motoristas, pois quando a regra (3) é satisfeita, ele reduzirá a sua velocidade analisando a possibilidade de movimentação do veículo imediatamente a sua frente e considerando a conduta do motorista em questão.

A segunda fase na criação do modelo proposto neste trabalho, tomou-se como base as propostas feitas por Knospe (KNOSPE, 2002) e Larraga (LARRAGA; RIO; SCHADSCHNEIDER, 2003) para avaliar as diferentes reações de um motorista ao perceber que não poderá se movimentar na velocidade desejada. Lárraga fez uma estimativa para determinar o quanto um veículo  $i$  poderá se movimentar no instante de tempo  $t + 1$ , considerando a velocidade do veículo precedente  $i + 1$ . Essa estimativa é chamada de distância efetiva e é dada por

$$d_{i,i+1}^{t+1(eff)} = gap_i^{t+1} + int \left( \left[ (1 - \alpha)v_{i+1}^t + \frac{1}{2} \right] \right), \quad (28)$$

onde  $d_{i,i+1}^{t+1(eff)}$  é a distância efetiva entre os veículos  $i$  e  $i + 1$ ;  $gap_i^{t+1}$  é a distância ou número de células vazias entre os veículos  $i$  e  $i + 1$  no instante de tempo anterior;  $v_{i+1}^t$  é velocidade do veículo a frente do veículo  $i$ ; e  $\alpha \in [0, 1]$ . O termo  $int \left( \left[ (1 - \alpha)v_{i+1}^t + \frac{1}{2} \right] \right)$  denota o valor inteiro mais próximo. Caso o valor obtido seja de 0,5, por exemplo, a função  $int$  retorna o valor 1,0. Nessa abordagem, quando  $\alpha = 0$ , o veículo  $i$  considera que o veículo  $i + 1$  se deslocará com a mesma velocidade no instante de tempo anterior  $t$ . Quando  $\alpha = 1$ , tem-se o modelo NaSch, em que a velocidade do veículo  $i + 1$  não influencia na tomada de decisão do veículo  $i$ , que o antecede, dispondo apenas da distância no instante de tempo anterior. Para valores de  $\alpha$  próximos de 0, o veículo  $i$  verifica que o veículo  $i + 1$  não irá variar muito a sua velocidade e adotará um comportamento mais agressivo. Para valores de  $\alpha$  próximos de 1, o veículo  $i$  adota um comportamento mais conservador mantendo uma distância segura em relação ao veículo  $i + 1$ , prevendo que este diminuirá a sua velocidade no instante atual de tempo.

O procedimento apresentado por Larraga para ajuste da velocidade, quando a

regra 3 do modelo é satisfeita, pode causar a sobreposição entre os veículos  $i$  e  $i + 1$ , ou seja, pode ocorrer uma colisão irreal motivada pelo fato do veículo  $i + 1$  não se movimentar da maneira esperada. Diante disso, Knospe propôs em seu trabalho, considerar além da velocidade do veículo  $i + 1$ , a distância (*gap*) do veículo  $i + 1$  ao veículo  $i + 2$  para o ajuste de velocidade do veículo  $i$ . Assim, o veículo  $i$  ajustará a sua velocidade tendo uma precisão melhor sobre a movimentação do veículo à sua frente.

A partir dessas duas abordagens para analisar a dinâmica da movimentação dos veículos, e com base no modelo proposto no início desta seção, foi possível formular o modelo com as regras de movimentação dos veículos que será usado como base para a inserção de um novo método que permitirá analisar os diferentes comportamentos dos motoristas em uma via. Estas regras são:

1. Aceleração: se a velocidade do veículo  $i$ ,  $v_i$ , for menor que  $v_{max}$  e sua distância para o próximo veículo (*gap*) for maior que  $v_i + 1$ ,  $gap_i > v_i + 1$ , então a velocidade é aumentada em uma unidade,  $k_{i,i+1}^t = v_i^t + 1$ ;
2. Aleatoriedade: com uma probabilidade  $p = prob$ , definida inicialmente, a velocidade de cada veículo, se maior que 0 (zero), é reduzida em uma unidade ( $k_{i,i+1}^t = v_i^t - 1$ );
3. Comportamento:  $\alpha \in [0, 1]$ ;
4. Cálculo da distância efetiva:  $d_{i,i+1}^{t+1(eff)} = gap_i^{t+1} + \min \{ \text{int}[(1 - \alpha)v_{i+1}^t], gap_{i+1}^{t+1} \}$ ;
5. Frenagem: se  $k_{i,i+1}^t > d_{i,i+1}^{t+1(eff)}$ , então  $k_{i,i+1}^t = d_{i,i+1}^{t+1(eff)}$ ;
6. Posição:  $l_i^{t+1} = l_i^t + k_{i,i+1}^t$ .

O termo  $gap_{i+1}^{t+1}$  representa o número de células vazias entre os veículos  $i + 1$  e  $i + 2$ . O novo termo adotado neste modelo,  $\min \{ \text{int}[(1 - \alpha)v_{i+1}^t], gap_{i+1}^{t+1} \}$ , representa a percepção da distância que o motorista terá para se movimentar baseado na possível movimentação do seu veículo à sua frente. Para isso, considera-se tanto a velocidade

do veículo  $i + 1$  quanto à sua distância para o veículo  $i + 2$ . A função *int* faz o arredondamento para o número inteiro mais próximo. Caso o valor obtido seja de 0,5, por exemplo, a função *int* retorna o valor 1,0. O valor de  $\alpha$  deve ser um número entre 0 e 1. Caso  $\alpha = 0$ , o veículo  $i$  irá ajustar a sua velocidade baseado na possível movimentação do veículo  $i + 1$ . Quando  $\alpha = 1$ , o veículo  $i$  ajusta a sua velocidade baseado apenas no  $gap_i^{t+1}$ .

### 3.2 REGRAS PARA MUDANÇA DE FAIXAS

O objetivo de simular o tráfego em uma via com duas faixas permite entender mais corretamente o real comportamento dos motoristas nessa via. As regras de mudança de faixa definem o procedimento realizado por um veículo para trocar de faixa. Conforme descrito na subseção 29, para um modelo ser mais realista deve-se considerar regras assimétricas para efetuar a troca de faixas. Nas regras assimétricas há preferência por uma das faixas, isto é, o conjunto de regras aplicadas para mudar da faixa da esquerda para à direita é diferente do conjunto de regras para mudar da direita para à esquerda. Por exemplo, veículos mais lentos deverão sempre optar pela faixa direita. Estas suposições seguem as normas constantes no CTB (Código de Trânsito Brasileiro).

Assim, a partir do modelo de uma faixa apresentado anteriormente, o próximo passo é determinar as regras de mudanças de faixa próprias e baseadas nos modelos já existentes. Tomou-se como base as regras propostas por Wagner (WAGNER; NAGEL; KLENOV, 1997), Knospe (KNOSPE, 2002) e Lima (LIMA, 2007) que tratam de modelos assimétricos e apresentam bons resultados. O procedimento para um veículo realizar a mudança de faixa é baseado por regras de motivação e segurança. As regras de motivação são as responsáveis por analisar o desejo de um veículo em mudar de faixa. As regras de segurança verificam se o veículo pode efetuar tal mudança sem interferir na movimentação dos veículos na faixa de destino. A seguir, descrevem-se as regras usadas neste trabalho.

### 3.2.1 Mudança de Faixa: Da direita para à esquerda

Nesta situação, o motorista do veículo  $i$  na faixa  $j$  (direita) indicado por  $veic(i, j)$ , com velocidade  $v_{(i,j)} \leq v_{max}$ , sente-se motivado sempre que observar uma determinada distância em relação o veículo à sua frente  $veic(i+1, j)$  e, também, verificar que a faixa  $j+1$  (esquerda) apresenta um fluxo melhor. Estas regras de motivação são descritas pelas inequações

$$(v_{(i,j)} > dist_{(i,j)}^{eff}) \text{ e } (dist_{(i,j+1)} > dist_{(i,j)}), \quad (29)$$

onde  $dist_{(i,j)}^{eff}$  representa a distância, considerando a distância efetiva apresentada anteriormente, entre o veículo  $i$  e o veículo  $i+1$  na faixa da direita  $j$ ;  $dist_{(i,j)}$  ou  $gap$  é distância entre o veículo  $i$  e o veículo  $i+1$  na faixa  $j$ ;  $dist_{(i,j+1)}$  refere-se a distância do veículo  $i$  ao veículo  $i+1$  na faixa da esquerda  $j+1$ . Uma hipótese utilizada neste trabalho é considerar a posição ocupada pelo veículo analisado para o cálculo das distâncias aos veículos (frente e atrás) na outra faixa. A aleatoriedade presente nesta etapa é determinada pelos mesmos valores de  $\alpha$  obtidos no conjunto de regras para movimentar os veículos. Aqui,  $\alpha$  tem o objetivo de motivar o motorista a efetuar a troca de faixa. Quando  $\alpha$  assume valores próximos de 1, o motorista é motivado a trocar de faixa quando estiver próximo do veículo à frente, e com valores de  $\alpha$  próximos de 0 o motorista trocará de faixa com antecedência ao perceber a movimentação do veículo à sua frente.

As regras de segurança utilizadas neste modelo, para o veículo  $i$  na faixa da direita  $j$  mudar para a faixa da esquerda  $j+1$ , consideram tanto o espaço disponível na faixa  $j+1$ , quanto a possibilidade do veículo  $i$  bloquear algum outro veículo que está logo atrás na mesma faixa. Estas regras são descritas por

$$(v_{(i,j)} < dist_{(i-1,j+1)}) \text{ e } (dist_{(i-1,j+1)} > v_{(i-1,j)}). \quad (30)$$

onde  $dist_{(i,j+1)}$  é a distância, em células, do veículo  $i$  ao veículo  $i+1$  na faixa da es-

querda  $j + 1$ ; e  $dist_{(i-1,j+1)}$  é a distância, em células, do veículo  $i$  ao veículo atrás  $i - 1$  na faixa da esquerda  $j + 1$ . A Figura 34 ilustra o procedimento de mudança da faixa da direita para à esquerda. Por exemplo, nesta figura tem-se  $dist_{(i-1,j+1)} = 4$  células e  $dist_{(i,j+1)} = 5$  células.

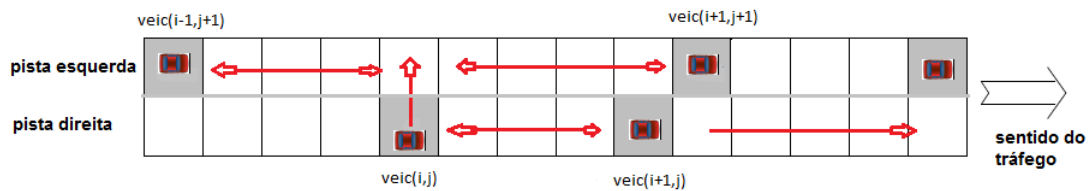


FIGURA 34: Mudança de faixa Direita para à Esquerda

FONTE: O Autor (2015)

### 3.2.2 Mudança de Faixa: Esquerda para à Direita

As regras de mudança da faixa da esquerda para a direita devem considerar o fato de que a faixa da direita é destinada a veículos lentos ou de grande porte. Também, devem considerar o fato de que quando a densidade na pista é baixa os veículos optam por usar a faixa da direita.

Nesse modelo, as regras que motivam o motorista a mudar para a faixa da direita são: quando um veículo  $i$ , que está na faixa esquerda  $j + 1$ , percebe a aproximação de um veículo que vem atrás  $i - 1$  mais rápido e a uma pequena distância de  $i$ ,

$$(v_{(i,j+1)} < v_{(i-1,j+1)}) \text{ e } (dist_{(i-1,j+1)} < d_{t_1} v_{(i-1,j+1)}), \quad (31)$$

$v_{(i,j+1)}$  é a velocidade do veículo  $i$  na faixa da esquerda  $j + 1$ ;  $v_{(i-1,j+1)}$  é a velocidade do veículo que vem atrás ( $i - 1$ ) na mesma faixa;  $dist_{(i-1,j+1)}$  é distância entre o veículo  $i$  e o veículo  $i - 1$  na faixa da esquerda;  $d_{t_1}$  é conhecido como "distância temporal", ou seja, verifica se o veículo que vem atrás está a menos de  $t_1$  segundos do veículo  $i$ .

A outra regra de motivação é quando o veículo  $i$  observa que o veículo à sua

frente  $i + 1$  está se distanciando, o motorista do veículo  $i$  opta por mudar para a faixa da direita, isto é,

$$dist_{(i,j+1)} > d_{t_2} v_{(i,j+1)}, \quad (32)$$

$dist_{(i,j+1)}$  é a distância do veículo  $i$  ao veículo  $i + 1$  na faixa da esquerda;  $v_{i,j}$  é velocidade do veículo  $i$  na mesma faixa; e  $d_{t_2}$  é a "distância temporal". Só que nesse caso, quando o veículo  $i$  está a mais de  $t_2$  segundos de distância em relação ao veículo  $i + 1$ , o que significa que a densidade na pista é baixa e, então, opta por mudar para a faixa da direita.

Entretanto, mesmo que as regras de motivação sejam satisfeitas, um motorista pode, com alguma probabilidade  $pmuda$ , optar por permanecer na faixa da esquerda. De fato, é comum observar no trânsito brasileiro motoristas lentos trafegando pela faixa da esquerda, mesmo após perceberem a aproximação de um veículo mais rápido.

As regras de segurança para um veículo mudar da faixa da esquerda para a faixa da direita são análogas às utilizadas para mudança da direita para esquerda, ou seja:

$$(v_{(i,j)} < dist_{(i,j)}) \text{ e } (dist_{(i-1,j)} > v_{(i-1,j)}), \quad (33)$$

onde  $dist_{(i,j)}$  é a distância, em células, do veículo  $i$  ao veículo  $i + 1$  na faixa da direita  $j$ ; e  $dist_{(i-1,j)}$  é a distância, em células, do veículo  $i$  ao veículo atrás  $i - 1$  na faixa da direita  $j$ .

Além das regras de motivação e segurança, para tornar o modelo mais próximo da realidade, é necessário considerar a situação onde um motorista por razões desconhecidas efetue a mudança da faixa da esquerda para a faixa da direita, desde que haja espaço suficiente. Assim, incrementa-se outra regra que é

$$rand() < pmuda \text{ e } v_{(i,j)} > dist_{(i+1,j)}, \quad (34)$$



onde  $pmuda$  é a probabilidade do motorista mudar para a faixa da direita; a função  $rand()$  sorteio um número no intervalo  $[0, 1]$ ;  $v_{(i,j)} > dist_{(i+1,j)}$  é a regra usada para verificar se existe espaço disponível na faixa da direita. A seguir, apresenta-se a modelagem para o cálculo dos valores de  $\alpha$  que será adotada neste trabalho.

### 3.3 MODELAGEM DE $\alpha$ EM FUNÇÃO DA DENSIDADE

Para modelar o parâmetro  $\alpha$  em termos da densidade na via, primeiramente buscou-se analisar a possibilidade em usar funções de densidade de probabilidade contínuas (FDP's). Sabendo-se que, tanto  $\alpha$  quanto a densidade  $\rho$  variam entre 0 e 1, a função densidade de probabilidade que melhor representa as diferentes formas para avaliar o parâmetro  $\alpha$ , é a distribuição *Beta*.

A razão principal pela escolha desta distribuição é poder escolher os parâmetros que possibilitam sortear valores aleatórios com maior probabilidade de valores próximos de 0 (zero) ou mais próximos de 1 (um), e também, pela facilidade e flexibilidade na manipulação e representação de diversas curvas que podem ser simétricas ou assimétricas (CASTRO, 2011). Por exemplo, na Figura 35, a curva em vermelho apresenta uma probabilidade maior de valores próximos de 1 (um) e a curva em azul apresenta uma probabilidade maior de valores próximos de 0 (zero).

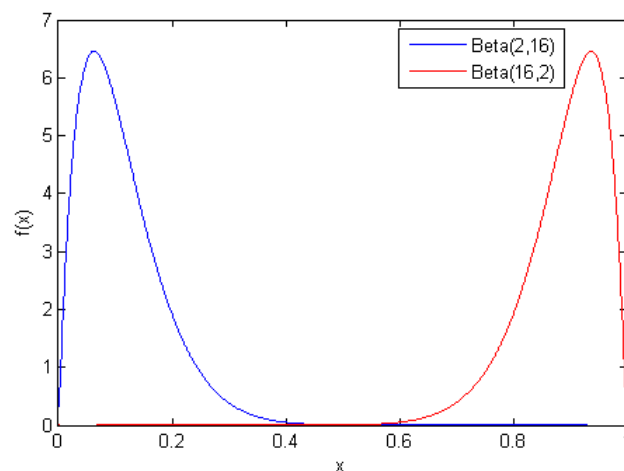


FIGURA 35: Distribuições *Beta*

FONTE: O autor (2015)

A função *Beta* pode ser expressa de duas formas: padrão e geral, sendo que a mais utilizada é forma padrão (SANTOS, 2008). A expressão geral da distribuição *Beta* é dada por:

$$f_X(x) = \frac{(x-a)^{p-1}(b-x)^{q-1}}{B(p,q)(b-a)^{p+q-1}} \text{ se } a \leq x \leq b \text{ e } p, q > 0, \quad (35)$$

onde

$$B(p,q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx. \quad (36)$$

A forma padrão da distribuição *Beta* é dada por

$$f_X(x) = \frac{(x)^{p-1}(1-x)^{q-1}}{B(p,q)} \text{ se } 0 \leq x \leq 1 \text{ e } p, q > 0, \quad (37)$$

onde

$$B(p,q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}, \quad (38)$$

sendo que a função  $\Gamma(n)$  representa o fatorial de  $n \in N$  e  $x \in [0, 1]$ . Os parâmetros  $p$  e  $q$  são valores inteiros maiores que 0 (zero) e definem qual formato a curva terá:

- Se  $p > q$ , tanto o valor máximo da curva, quanto a maior parte da área sob ela, ficarão próximos de 1 (um);
- Se  $q > p$ , então os valores ficarão mais próximos de 0 (zero);
- Se  $p = q$ , a curva é simétrica. Para  $p = q = 1$ , a distribuição é constante.

A esperança  $E(x)$  de uma distribuição *Beta* é dada por

$$E(x) = \frac{p}{p+q}. \quad (39)$$

A variância  $V(x)$  é

$$V(x) = \frac{pq}{(p+q+1)(p+q)^2}. \quad (40)$$

Outra forma útil para comparar o grau de concentração dos dados da distribuição *Beta* é pelo chamado coeficiente de variação (CV), definido por

$$CV = \frac{\sqrt{V(X)}}{E(x)} \quad (41)$$

O *CV* é interpretado como a variabilidade dos dados em relação à média. Quanto menor for o *CV* mais homogêneo é o conjunto de dados. Além disso, é adimensional, isto é, um número puro, que será positivo se a média for positiva; será 0 (zero) quando não houver variabilidade entre os dados ( $V(X) = 0$ ).

A Figura 36 exemplifica as diferentes formas que as curvas obtidas pela distribuição *Beta* podem assumir em função dos parâmetros  $p$  e  $q$ .

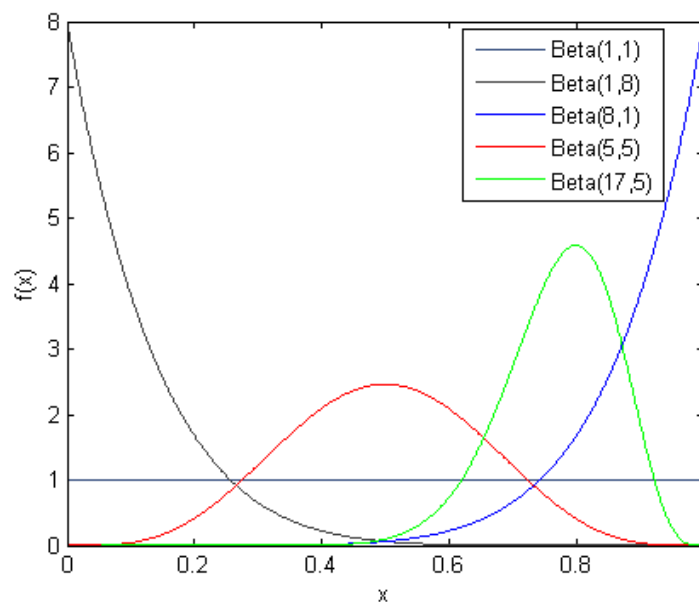


FIGURA 36: Exemplos de distribuições *Beta*

FONTE: O autor (2015)

Em todas as situações, tem-se que a área sob a curva definida pela distribuição

*Beta* é igual a 1 (um), ou seja,

$$\int_0^1 \frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{B(p,q)} dx = 1. \quad (42)$$

Essa distribuição sugere uma flexibilidade na escolha de valores para o parâmetro  $\alpha$ , o qual possibilita definir a percepção da distância que o motorista irá ter em relação ao veículo à sua frente ajustando a sua velocidade de acordo com o seu comportamento. Entretanto, como este trabalho sugere que o comportamento é alterado a medida em que a densidade varia, o parâmetro  $\alpha$  será modelado com base na seguinte relação:

$$\alpha(\rho) = 1 - \int_0^\rho \frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{B(p,q)} dx. \quad (43)$$

Assim, para o caso do comportamento dinâmico adotou-se  $\alpha(\rho)$ , que irá variar de acordo com a densidade da via e o termo à direita significa a probabilidade de  $\alpha$  assumir valores maiores ou iguais a  $\rho$ . Para ilustrar o funcionamento da equação 43, tomou-se  $p = q = 2$  que gera uma curva simétrica para a distribuição *Beta*, conforme a Figura 37:

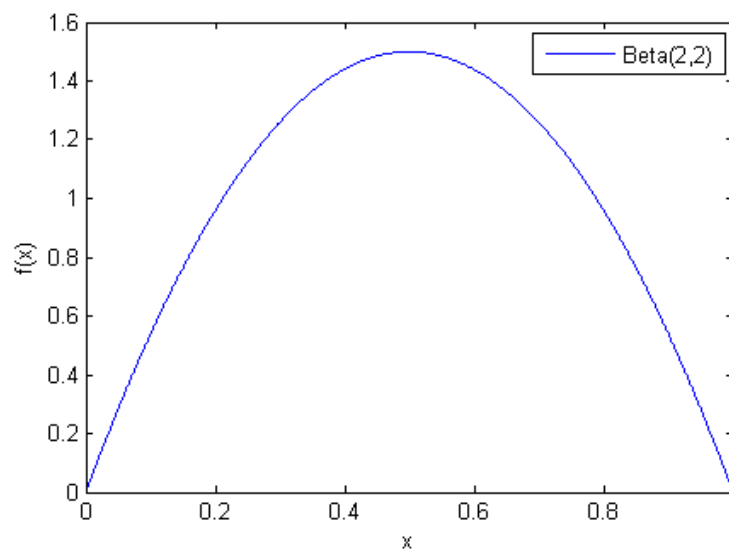


FIGURA 37: Distribuição de probabilidade *Beta* com  $p = q = 2$

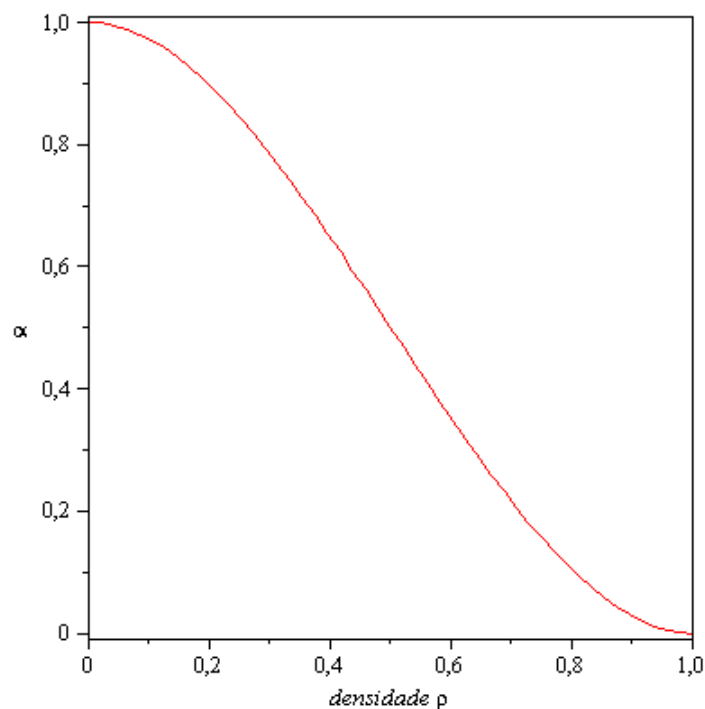
FONTE: O autor (2015)

cuja média é  $E(x) = 0,5$  e a variância é  $V(x) = 12,8$ . O coeficiente de variação obtido por essa distribuição é  $CV = 0,45$  ou 45%. O CV desta distribuição indica que os desvios dos dados relativos à média atingem 45% do valor desta. Na prática, observa-se que a FDP fornece a maior parte dos valores próximos de 0,5, sua respectiva média.

Resolvendo a integral da equação 43 para  $p = q = 2$  e um  $\rho$  qualquer (entre 0 e 1), obtem-se

$$\alpha(\rho) = 1 - 3\rho^2 + 2\rho^3. \quad (44)$$

A Figura 38 mostra a evolução do parâmetro  $\alpha$  quando a densidade  $\rho$  varia entre 0 e 1. Pode-se observar que quando a densidade é próxima de 0 (zero),  $\alpha$  ficará próximo de 1 (um). Essa situação ilustra um motorista inicialmente calmo, considerando que o veículo à sua frente irá reduzir a velocidade no instante atual de tempo e, portanto, manterá uma distância em relação a este. Porém, a medida que a via apresenta uma densidade cada vez maior e aproximando de 1 (um), este mesmo motorista adotará um comportamento mais agressivo, considerando que o veículo à sua frente não irá variar muito a sua velocidade. O motivo dessa mudança de comportamento é esperado, pois enquanto a densidade é baixa o motorista trafega livremente e na velocidade desejada. Com o aumento da densidade, o motorista passa a ficar mais nervoso, pois não consegue manter seu ritmo na via e acaba tomando atitudes que refletirão no fluxo da via considerada.

FIGURA 38:  $\alpha$  em função da densidade  $\rho$ 

FONTE: O autor (2015)

Um método para se obter valores para  $\alpha$  foi incorporado ao modelo exposto neste capítulo. Para análise de cada perfil considerado, será adotado uma FDP *Beta* com parâmetros  $p$  e  $q$  específicos.

Resumindo, neste capítulo apresentou-se as regras de movimentação e de mudança de faixa para uma pista com duas faixas. Tais regras consideram o parâmetro  $\alpha$  para avaliar a distância e velocidade baseada na atitude de cada motorista. Evidenciou-se, por meio de uma distribuição normal, que os diferentes tipos de motoristas considerados, tendem a mudar o seu comportamento com o aumento da densidade. Entretanto, não foi testado com outro modelo de distribuição de probabilidade contínua. Apresentou-se, também, o método para representar os diversos comportamentos de motoristas com a adoção do parâmetro  $\alpha$  em função da densidade  $\rho$ , baseado numa FDP *Beta* com parâmetros  $p$  e  $q$ , possibilitando obter várias curvas que modelam a dinâmica no perfil comportamental de cada motorista.

### 3.4 FORMULAÇÃO E COMPLEXIDADE DO ALGORITMO

Para execução do algoritmo proposto nesta tese, primeiramente devem ser fornecidos o tamanho da pista  $L$ , que definirá o vetor unidimensional "pista", o comprimento de cada veículo (célula)  $cv$ , a probabilidade do motorista reduzir a velocidade  $prob$  e a probabilidade de mudar de faixa  $pmuda$ . Também devem ser fornecidos a quantidade de passos ou simulações para cada densidade e quantidade de passos que serão desprezados para fins de cálculo das grandezas expostas na seção 2.1. Tais informações são importadas de um arquivo com extensão ".txt". A partir de então, calcula-se a quantidade de células que definirá o vetor  $pista$ . O algoritmo utiliza condições de contorno periódicas, simulando uma pista circular para simplificar a resolução do modelo (PRADO, 2010). Na sequência, o vetor  $pista$  é preenchido com zeros, indicando que a pista está vazia.

Os veículos são colocados na pista de forma aleatória (distribuição uniforme) e a sua posição é identificada por meio de um vetor auxiliar definido com tamanho igual ao número de veículos inicialmente. A velocidade de cada veículo também é designada por meio de um número gerado aleatoriamente e é armazenada em um outro vetor. Inicia-se o algoritmo escolhendo um veículo de forma aleatória que está na posição  $l_i$  da pista, também definido de forma aleatória. Para a densidade inicial definida, são realizados 10.000 passos de tempo, de modo que, a cada passo de tempo todos os veículos são sorteados aleatoriamente e, então, para cada veículo é aplicado a subrotina para verificar a mudança de faixa e, posteriormente, aplica-se a subrotina para movimentar esse veículo. O algoritmo atualiza conjuntamente a posição, a velocidade e o estado da célula. Para o comportamento estático, o valor de  $\alpha$  é sorteado aleatoriamente e para o comportamento dinâmico utiliza-se a equação 43 para modelar cada comportamento. O processo é repetido até que a densidade seja igual a 0,99 ou 297 veículos em cada faixa. Por fim, são gerados os gráficos para posterior análise.

A Figura 40 (página 72) apresenta os principais módulos implementados para exe-

cução do algoritmo proposto neste trabalho. Primeiramente, o algoritmo faz a leitura dos dados por meio de um módulo implementado. A partir da leitura dos dados, define-se a primeira densidade da pista e, então, os veículos são distribuídos aleatoriamente nas duas faixas da via. As velocidades também são definidas por meio de um número aleatório. Para passo de tempo  $k$ , executa-se os módulos "mudança de faixa" e "regras de movimentação", nesta ordem, até  $N_s = 10.000$  passos de tempo. Ao final desse processo, o algoritmo retorna para o cálculo da densidade, que é incrementada em 0,01, e realizar novamente os mesmos passos até que a densidade seja igual a 0,99. Depois disso, os resultados são apresentados e o algoritmo é finalizado.

Em relação a complexidade e desempenho do algoritmo proposto, dentre os possíveis métodos para estabelecer a complexidade, utilizou-se o tempo de execução do programa (TOSCANI; VELOSO, 2012). Para medir a quantidade de trabalho realizado pelo algoritmo, realizou-se 30 (trinta) execuções do algoritmo para cada densidade considerada, ou seja, a densidade foi incrementada de 3 em 3 veículos até 297 veículos. Ao final, obteve-se o tempo médio de execução para cada densidade.

A Figura 39 apresenta os resultados obtidos do tempo médio de processamento para cada entrada considerada. Em geral, observa-se um crescimento linear do tempo médio de execução do algoritmo proposto sugerindo uma complexidade linear de ordem  $n$ , denotado por  $O(n)$ .

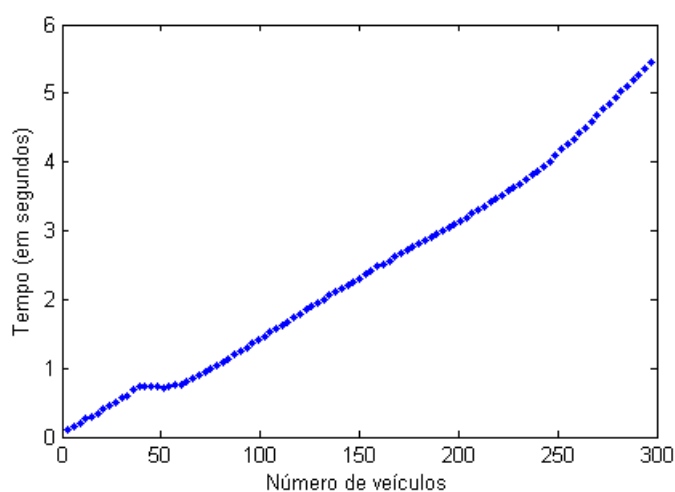


FIGURA 39: Tempo médio de processamento em função do número de veículos



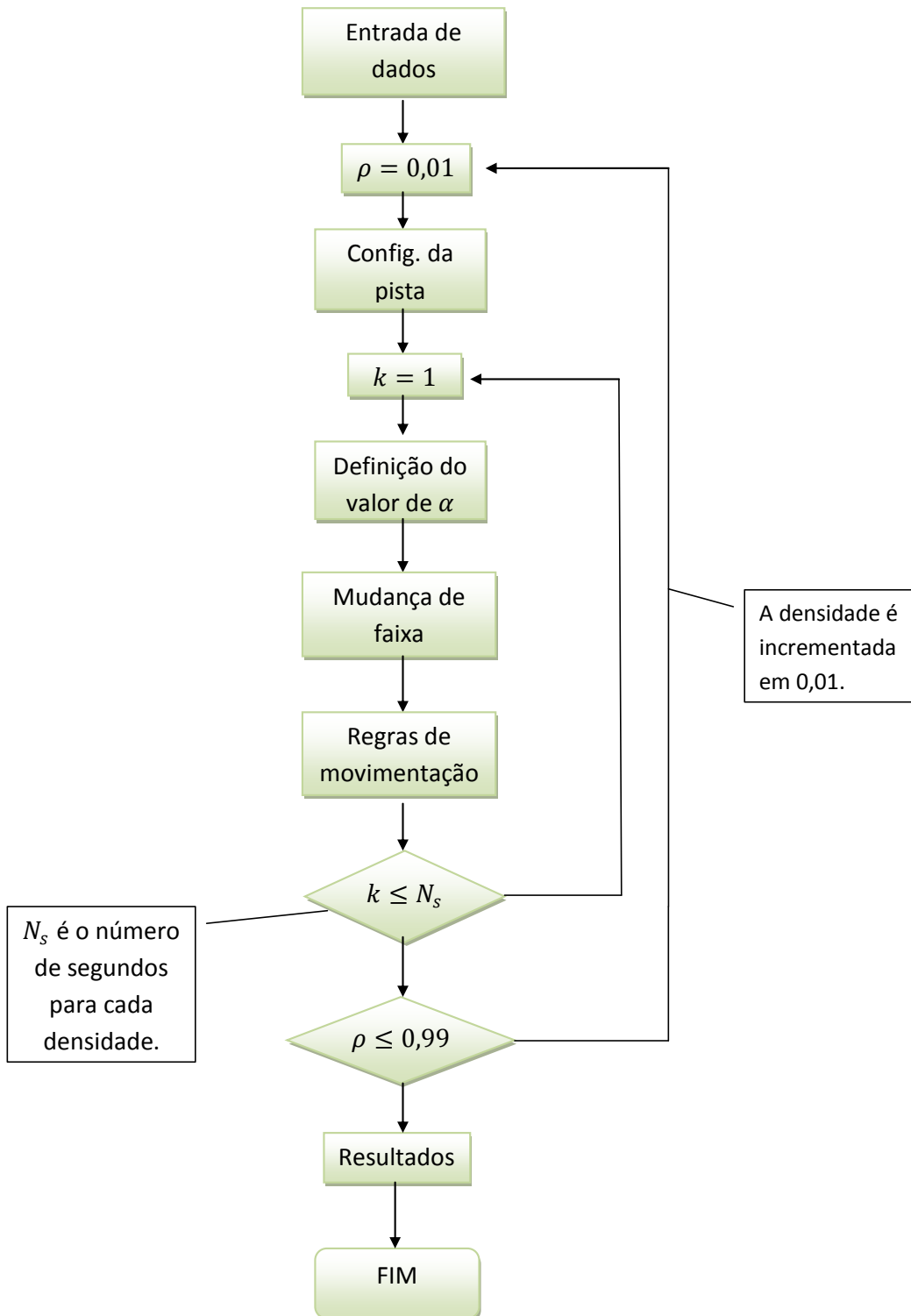


FIGURA 40: Fluxograma do programa

#### 4 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Para validar o modelo proposto neste trabalho, em todas as simulações apresentadas considera-se: uma pista com 300 células (2,25 km) em cada faixa; a probabilidade do motorista reduzir a sua velocidade  $prob = 0,35$ ; a probabilidade do motorista trocar de faixa  $pmuda = 0,5$ ; as distâncias temporais  $d_{t_1} = 3$  e  $d_{t_2} = 6$ . Os valores dos parâmetros  $pmuda$ ,  $d_{t_1}$  e  $d_{t_2}$  são sugeridos por (KNOSPE, 2002), (WAGNER; NAGEL; KLENOV, 1997), entre outros autores. Assim, variou-se a densidade de  $\rho = 0,01$  a  $\rho = 0,99$  com incremento de 0,01 e foram realizados 10.000 passos de tempo ( $\approx 2,7$  horas) para cada densidade.

Os resultados são obtidos por meio de medições realizadas a cada 300 passos de tempo (5 min.) descartando os primeiros 1.000 passos tempos para que os resultados não sejam influenciados pela configuração inicial. Para realizar as medições, utiliza-se as equações 14, 15 e 16 apresentadas na subseção 2.1.2 e a célula detectora de movimento localizada na metade da pista. Tanto para o comportamento estático quanto para o comportamento dinâmico, os resultados referem-se aos valores médios (gráfico na forma de pontos) obtidos a partir das simulações feitas nas duas faixas da pista. Cada ponto representa a média de aproximadamente 100 observações realizadas, onde cada observação é feita em um intervalo de 300 segundos para que os resultados não sejam correlacionados. Vale ressaltar ainda, que o algoritmo não necessita de nenhuma condição inicial especial para realização das simulações.

As simulações foram realizadas de duas formas: primeiramente, analisou-se o comportamento estático de cada tipo de comportamento proposto neste trabalho. Assim, os valores de  $\alpha$  são sorteados aleatoriamente com base na distribuição *Beta* com parâmetros  $p$  e  $q$  definidos apropriadamente para cada comportamento, sem variação da densidade; em seguida, analisou-se a partir de uma determinada proporção inicial

de motoristas com os quatro comportamentos, como os motoristas reagem a medida em que a pista tem a densidade aumentada. As seções 4.1 e 4.2 apresentam estes resultados.

#### 4.1 COMPORTAMENTO ESTÁTICO

Nesta seção, apresentam-se os resultados das simulações realizadas quando a pista possui apenas motoristas Calmos, Moderados, Agitados ou Agressivos. Para isso, os valores do parâmetro  $\alpha$  são sorteados aleatoriamente com base na distribuição *Beta* com parâmetros  $p$  e  $q$  definidos para cada perfil de motorista.

##### 4.1.1 Motorista Calmo

O Motorista Calmo é conhecido por ser aquele motorista que se mantém sempre a uma determinada distância em relação ao veículo à sua frente e possui uma retomada de velocidade mais lenta em relação à este. Também opta quase sempre por permanecer na faixa da direita, ultrapassando somente veículos com velocidade inferior a sua ou que estejam parados sob a faixa direita da via. A curva que irá representar o comportamento do motorista calmo é uma distribuição *Beta* distribuição *Beta* com parâmetros  $p = 16$  e  $q = 1$ , indicada pela equação 46

$$f_X(x) = \frac{(x)^{16-1}(1-x)^{1-1}}{B(16,1)}, \quad (46)$$

cujo gráfico é apresentado pela Figura 42.

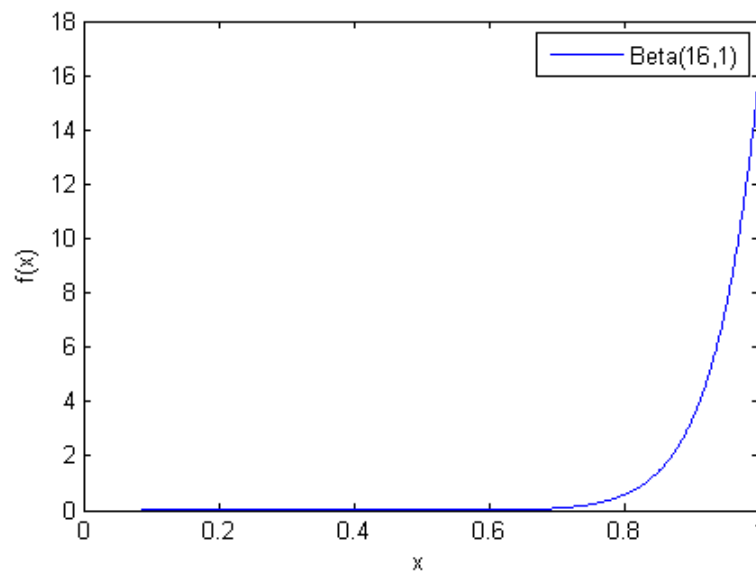


FIGURA 42: Curva do Motorista Calmo

FONTE: O Autor (2015)

Para essa curva tem-se que a média  $E(x) = 0,9411$ , a variância  $V(x) = 0,003$  e o coeficiente de variação  $CV = 0,0589$  indicando que os valores sorteados para  $\alpha$  estarão próximos à 1 (um) e, portanto, os veículos com este comportamento, não irão considerar a possibilidade de movimentação do veículo à sua frente ( $\alpha \approx 1$ ), mantendo uma distância de segurança entre eles. Assim, os veículos com este comportamento irão se movimentar baseados apenas na distância para o veículo à sua frente.

A simulação foi realizada seguindo os passos da Figura 43. Tem-se basicamente os mesmos passos descritos na seção 3.4, com a diferença de que  $\alpha$  é sorteado aleatoriamente em cada passo de tempo para a execução das regras de mudança de faixa e de movimentação.

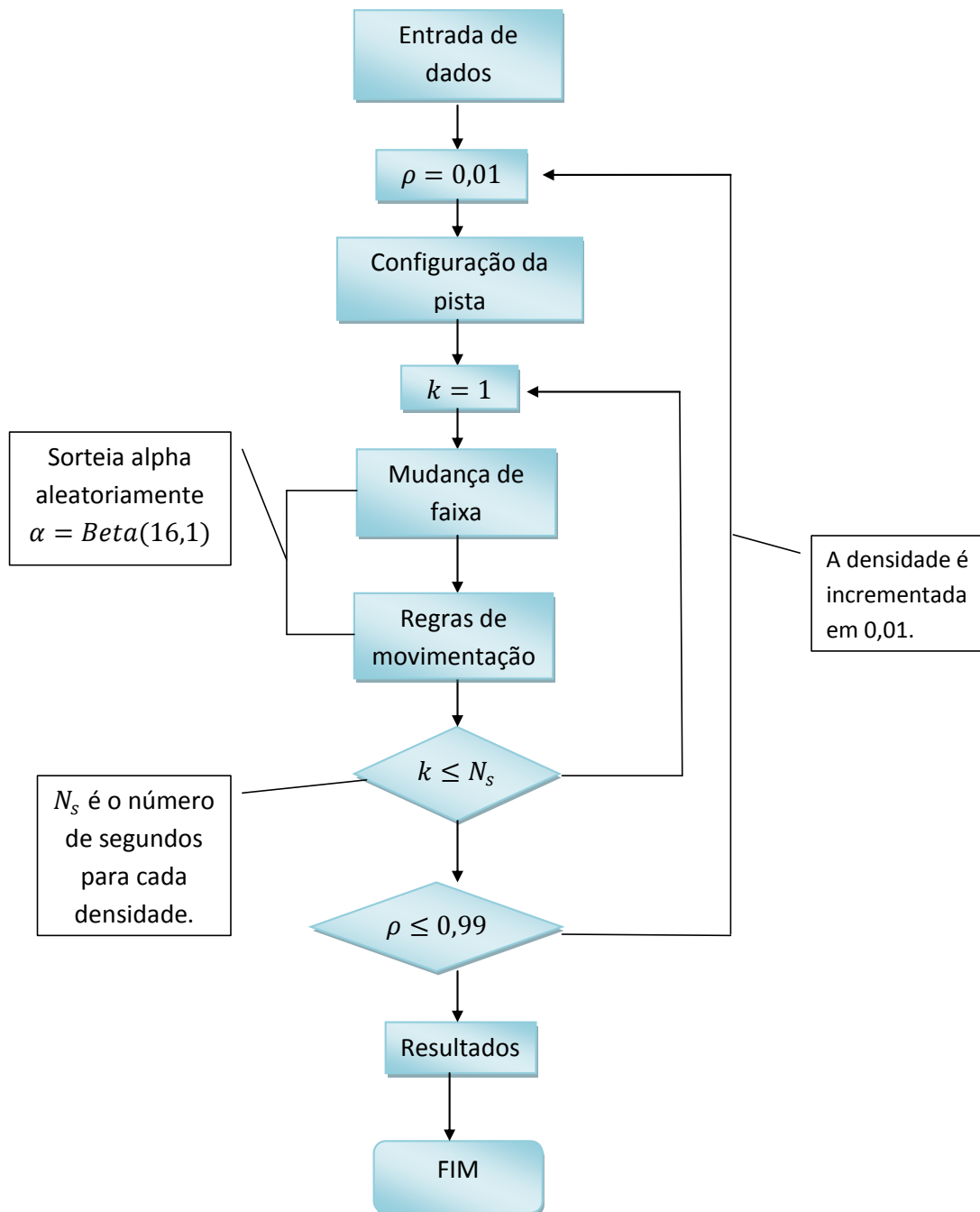


FIGURA 43: Fluxograma Motorista Calmo

FONTE: O Autor (2015)

A Figura 44 mostra que não há diferença significativa entre realizar uma ou mil simulações. Os pontos em azuis representam as médias de cada densidade incrementada (0,01 a 0,99) para 1.000 simulações realizadas, lembrando que a cada simulação são realizados 10.000 mil passos de tempo. Assim, com o objetivo de reduzir o custo computacional optou-se em realizar apenas uma simulação para cada caso considerado.

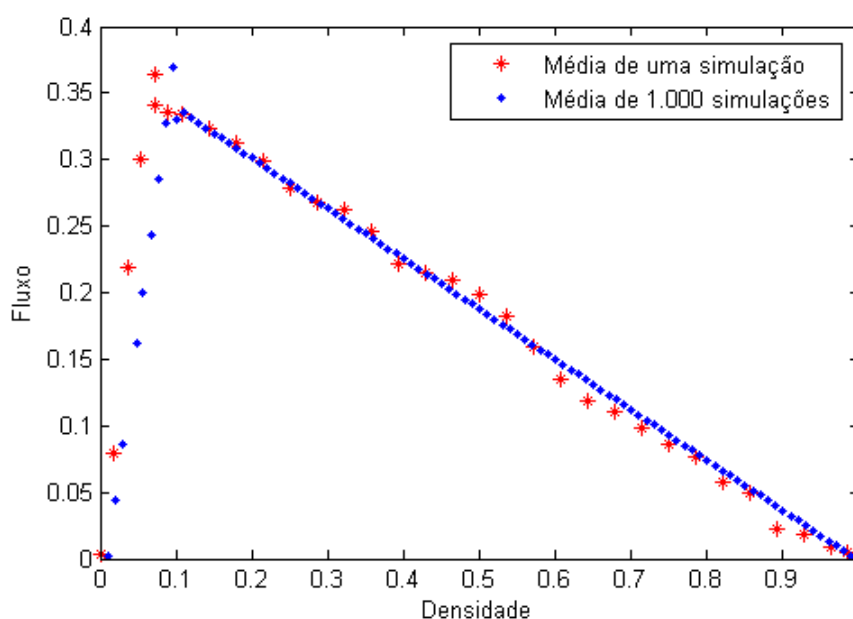


FIGURA 44: Comparação de Resultados

FONTE: O Autor (2015)

O diagrama fundamental desta simulação, Figura 45, onde os pontos representam os resultados médios obtidos de uma simulação para as duas faixas da via, é possível observar que o fluxo é baixo considerando que todos os motoristas são calmos. Neste caso, o fluxo livre é mantido até  $\rho \leq 0,09$  e, nesse ponto, o fluxo máximo observado é  $q \approx 0,34$ . A partir de  $\rho > 0,09$  o fluxo passa para o regime congestionado. O fato do motorista sempre manter-se seguro em relação ao veículo à sua frente, faz com que os espaços entre eles sejam maiores e, por consequência, o fluxo atinga seu máximo mesmo com uma densidade considerada baixa.

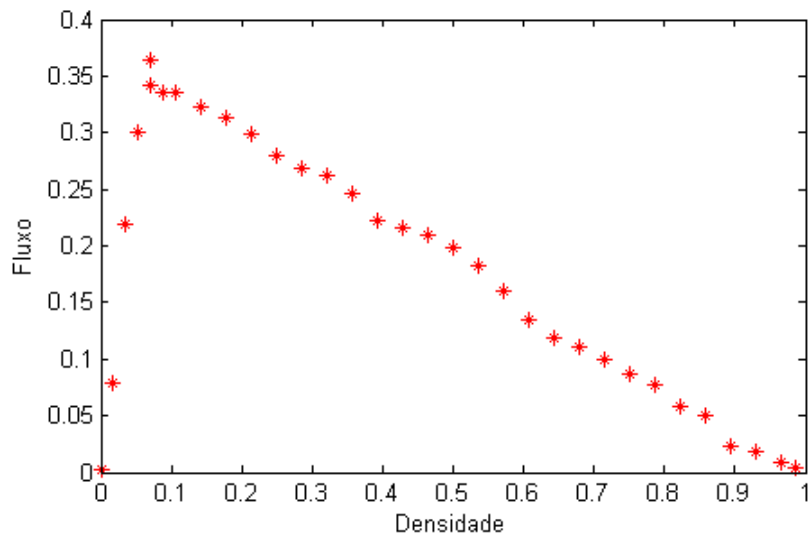


FIGURA 45: Densidade-Fluxo Motorista Calmo

FONTE: O Autor (2015)

Da mesma forma, a Figura 46 comprova que os motoristas permanecem com a velocidade próxima da máxima até  $\rho \leq 0,09$  e, a partir de então, a velocidade média decai rapidamente.

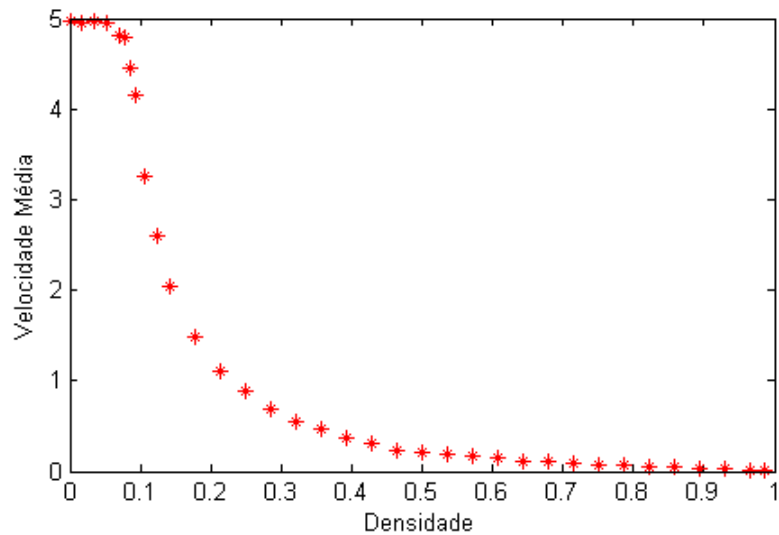


FIGURA 46: Densidade-Velocidade Média Motorista Calmo

FONTE: O Autor (2015)

#### 4.1.2 Motorista Moderado

O Motorista considerado Moderado não apresenta uma característica específica. Pode-se dizer que é um comportamento intermediário ao motorista Calmo e o Agitado. Nesse caso, adaptou-se os parâmetros da distribuição *Beta* para os valores de  $\alpha$  devem ficar entre 0,2 e 0,4. Assim, a curva que possibilita tais valores é definida pela equação 47 com parâmetros  $p = 12$  e  $q = 5$

$$f_X(x) = \frac{(x)^{12-1}(1-x)^{5-1}}{B(12,5)}, \quad (47)$$

e representada pela Figura 47,

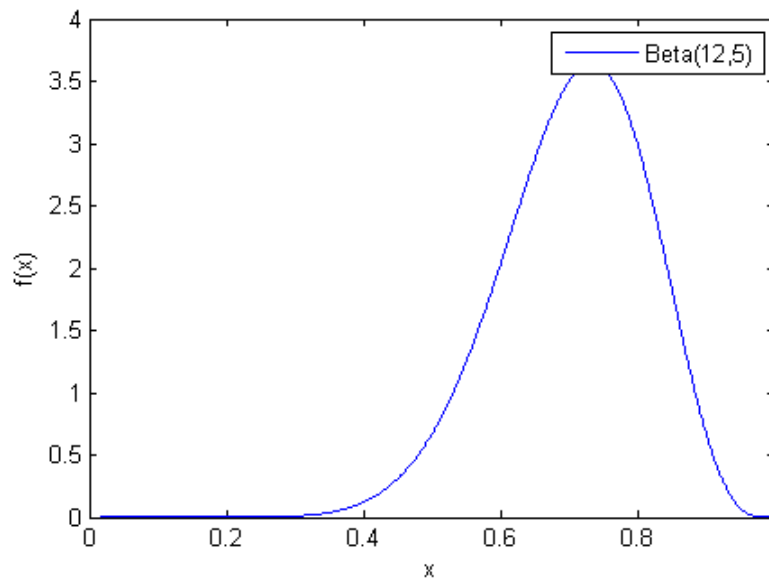


FIGURA 47: Curva Motorista Moderado

FONTE: O Autor (2015)

que tem a média igual a  $E(x) = 0,294$ , a variância  $V(x) = 0,011$  e o coeficiente de variação  $CV = 0,3651$ . O coeficiente de variação indica uma grande variabilidade dos dados. Todavia, devido a incerteza desse tipo de comportamento, optou-se por usar esta curva.



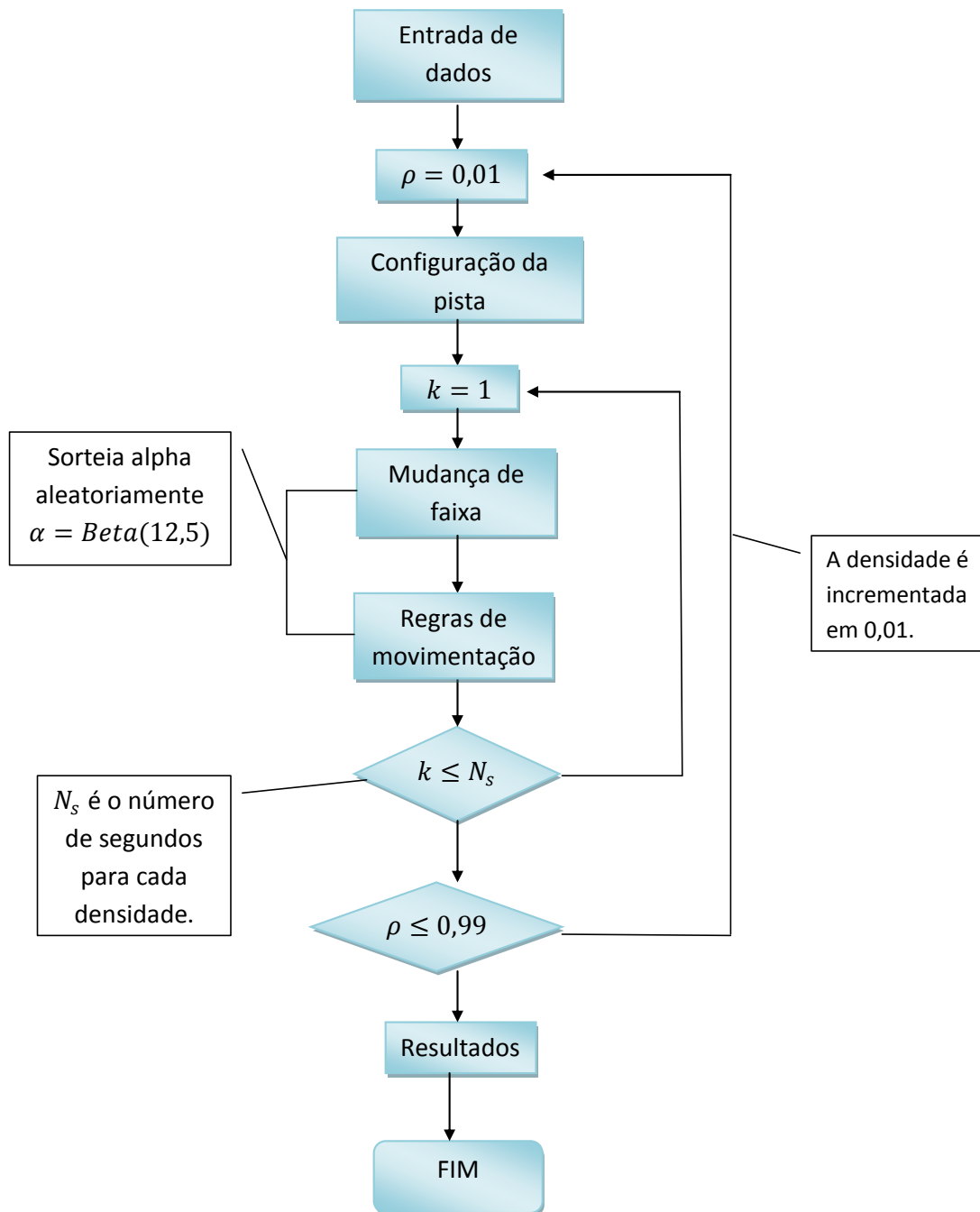


FIGURA 48: Fluxograma Motorista Moderado

FONTE: O Autor (2015)

A simulação foi realizada seguindo os passos da Figura 48. Tem-se basicamente os mesmos passos descritos na seção 3.4, com a diferença de que  $\alpha$  é sorteado aleatoriamente em cada passo de tempo para a execução das regras de mudança de faixa e de movimentação.

A Figura 49 apresenta a relação Densidade-Fluxo para ilustrar o comportamento do motorista Moderado. O motorista Moderado encontra o fluxo livre até  $q \leq \approx 0,57$  no momento em que a densidade é  $\rho \approx 0,12$ . Para  $0 < \rho \leq 0,12$  a velocidade média se mantém próximo da máxima permitida e, para  $\rho > 0,12$  a velocidade média começa a diminuir evidenciando o fluxo congestionado (Figura 50). Observa-se um aumento relativo no fluxo deste tipo de comportamento em relação ao motorista Calmo.

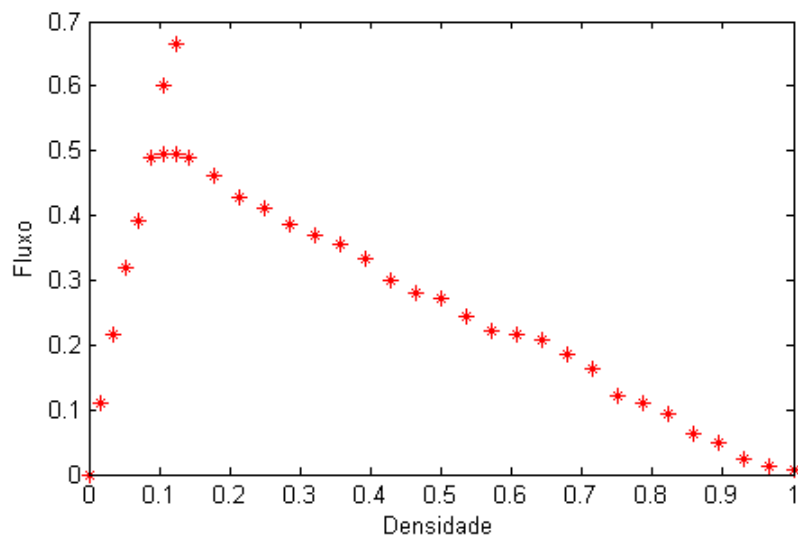


FIGURA 49: Densidade-Fluxo Motorista Moderado

FONTE: O Autor (2015)

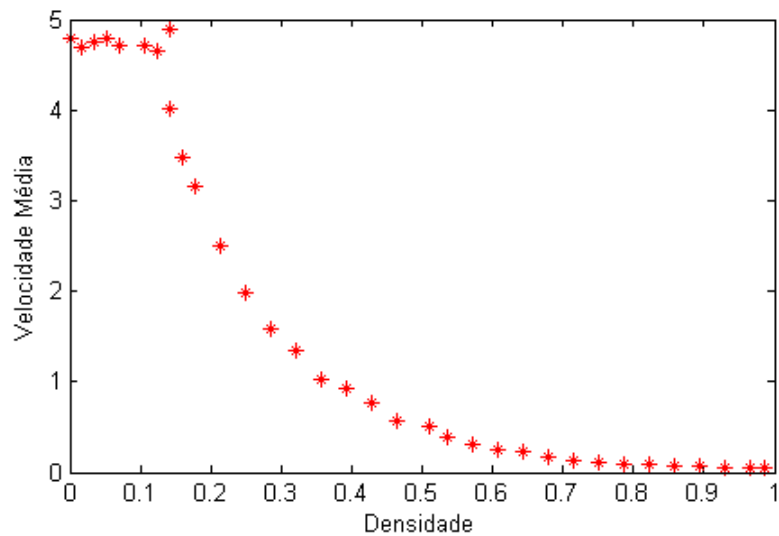


FIGURA 50: Densidade-Velocidade Média Motorista Moderado

FONTE: O Autor (2015)

#### 4.1.3 Motorista Agitado

O motorista Agitado caracteriza-se por querer andar rápido, mas procura manter uma certa distância em relação ao veículo à sua frente. Assim, para representar este comportamento considerou-se valores para o parâmetro  $\alpha$  entre 0,6 e 0,8. Os parâmetros distribuição *Beta* escolhidos para representar o motorista Agitado são  $p = 5$  e  $q = 12$ , cuja equação é

$$f_X(x) = \frac{(x)^{5-1}(1-x)^{12-1}}{B(5,12)}. \quad (48)$$

A Figura 51 apresenta a distribuição *Beta* com os parâmetros  $p$  e  $q$  escolhidos para esta simulação.

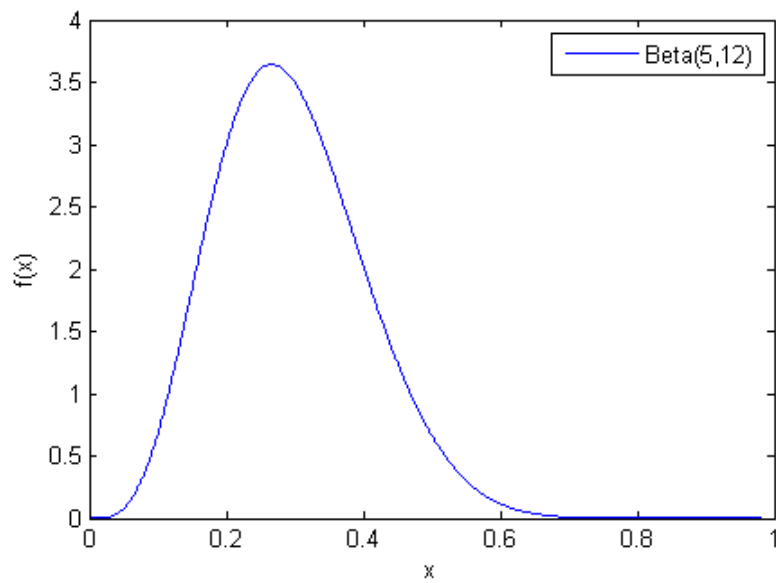


FIGURA 51: Curva Motorista Agitado

FONTE: O Autor (2015)

onde a média obtida é  $E(x) = 0,705$ , a variância  $V(x) = 0,011$  e o coeficiente de variação  $CV = 0,1521$ , garantindo assim que a maioria dos valores obtidos estarão no intervalo considerado.

A simulação foi realizada seguindo os passos da Figura 52. Tem-se basicamente os mesmos passos descritos na seção 3.4, com a diferença de que  $\alpha$  é sorteado aleatoriamente em cada passo de tempo para a execução das regras de mudança de faixa e de movimentação.

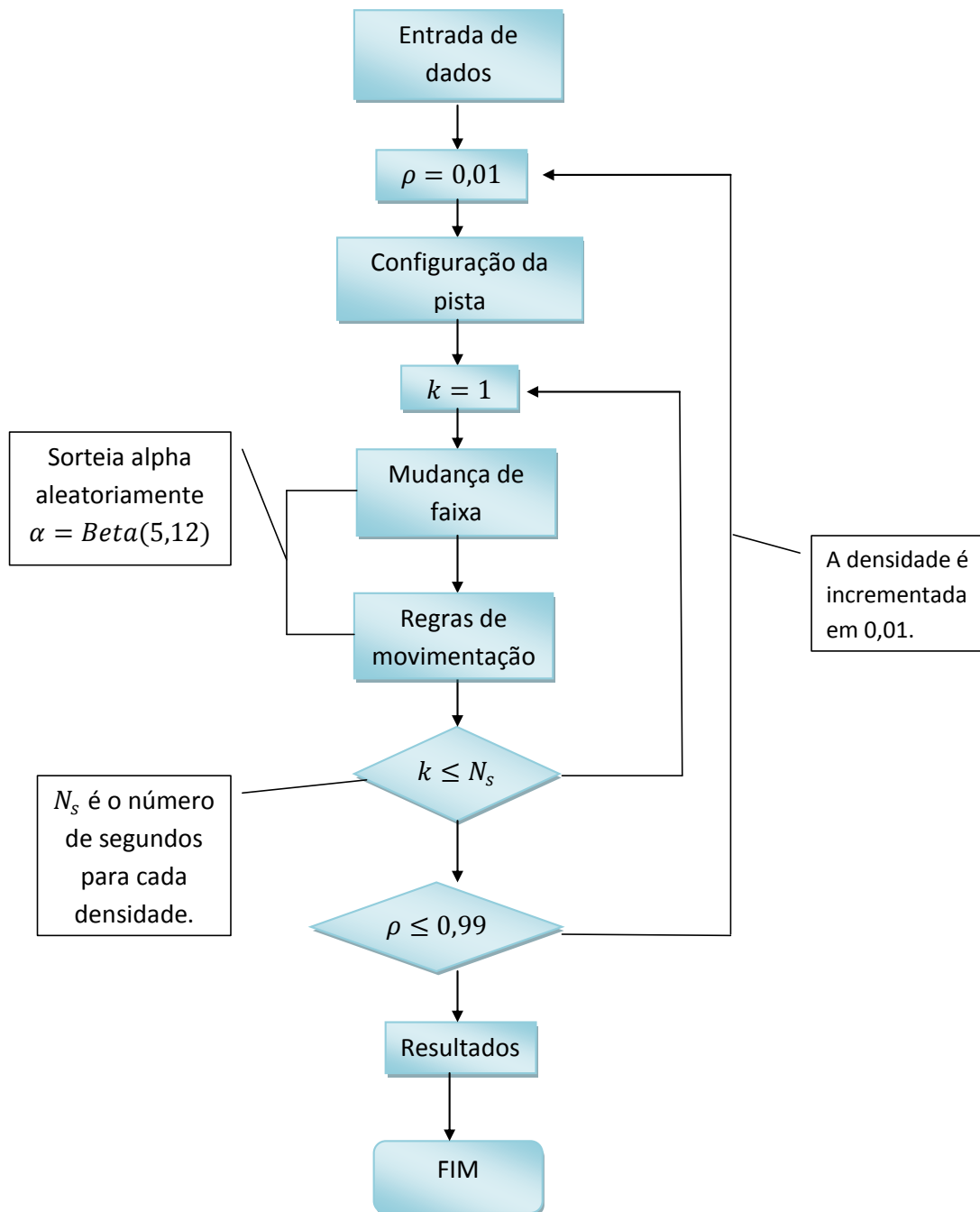


FIGURA 52: Fluxograma Motorista Agitado

FONTE: O Autor (2015)

O diagrama fundamental (Figura 53) mostra que os motoristas com comportamento agitado tem fluxo livre até  $q \leq \approx 0,54$  para uma densidade  $\rho \leq 0,12$ . A velocidade média (Figura 54) é mantida próximo da máxima também para esta mesma densidade. Após  $\rho \approx 0,12$ , tem-se o fluxo congestionamento. Da mesma forma que os motoristas Calmos, os motoristas Agitados procuram manter-se distantes dos demais veículos aumentando o espaço entre eles. Porém, pelo fato do motorista Agitado procurar andar rápido e distante, qualquer flutuação de velocidade do veículo à sua frente não é percebida, propiciando um aumento considerável no fluxo da via.

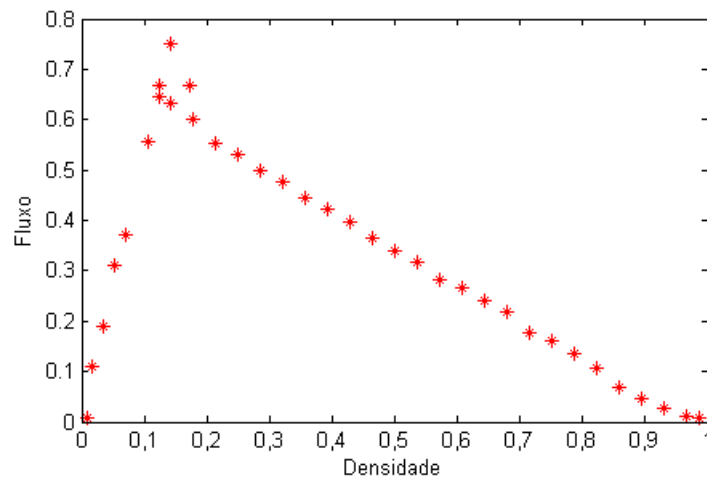


FIGURA 53: Densidade-Fluxo Motorista Agitado

FONTES: O Autor (2015)

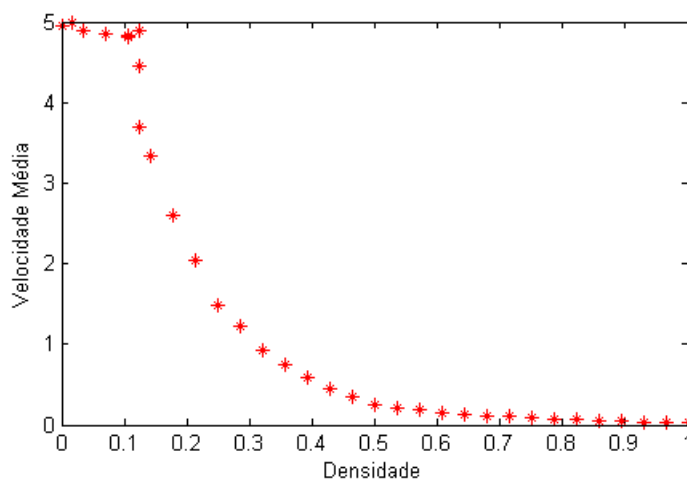


FIGURA 54: Densidade-Velocidade Média Motorista Agitado

FONTES: O Autor (2015)

#### 4.1.4 Motorista Agressivo

Esse tipo de motorista se caracteriza por sempre andar próximo ao veículo que está na sua frente e rápido. Assim, para avaliar o motorista considerado agressivo deve-se escolher uma distribuição *Beta* que apresenta a maioria dos valores próximos a 0 (zero). Logo, os parâmetros da distribuição *Beta* escolhidos para motorista Agressivo são  $p = 1$  e  $q = 14$ , obtendo-se a equação

$$f_X(x) = \frac{(x)^{1-1}(1-x)^{14-1}}{B(1,14)}, \quad (49)$$

que gera a curva representada pela Figura 55.

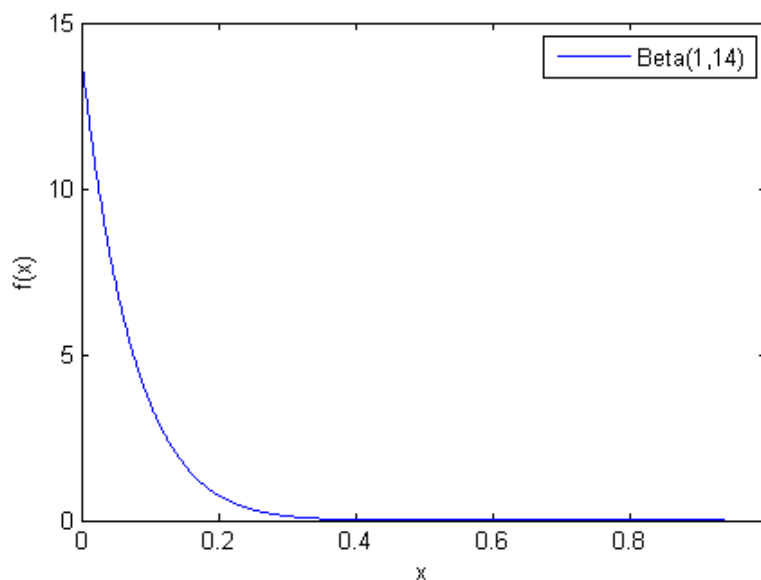


FIGURA 55: Curva do Motorista Agressivo

FONTE: O Autor (2015)

A média desta distribuição é  $E(x) = 0,06$ , a variância é  $V(x) = 0,009$  e o coeficiente de variação é  $CV = 0,9354$ , confirmando que os valores de  $\alpha$  serão próximos de 0 (zero).

Para simular o motorista Agressivo foram realizados os passos conforme a Figura 56. Tem-se basicamente os mesmos passos descritos na seção 3.4, com a diferença de que  $\alpha$  é sorteado aleatoriamente em cada passo de tempo para a execução das regras de mudança de faixa e de movimentação.

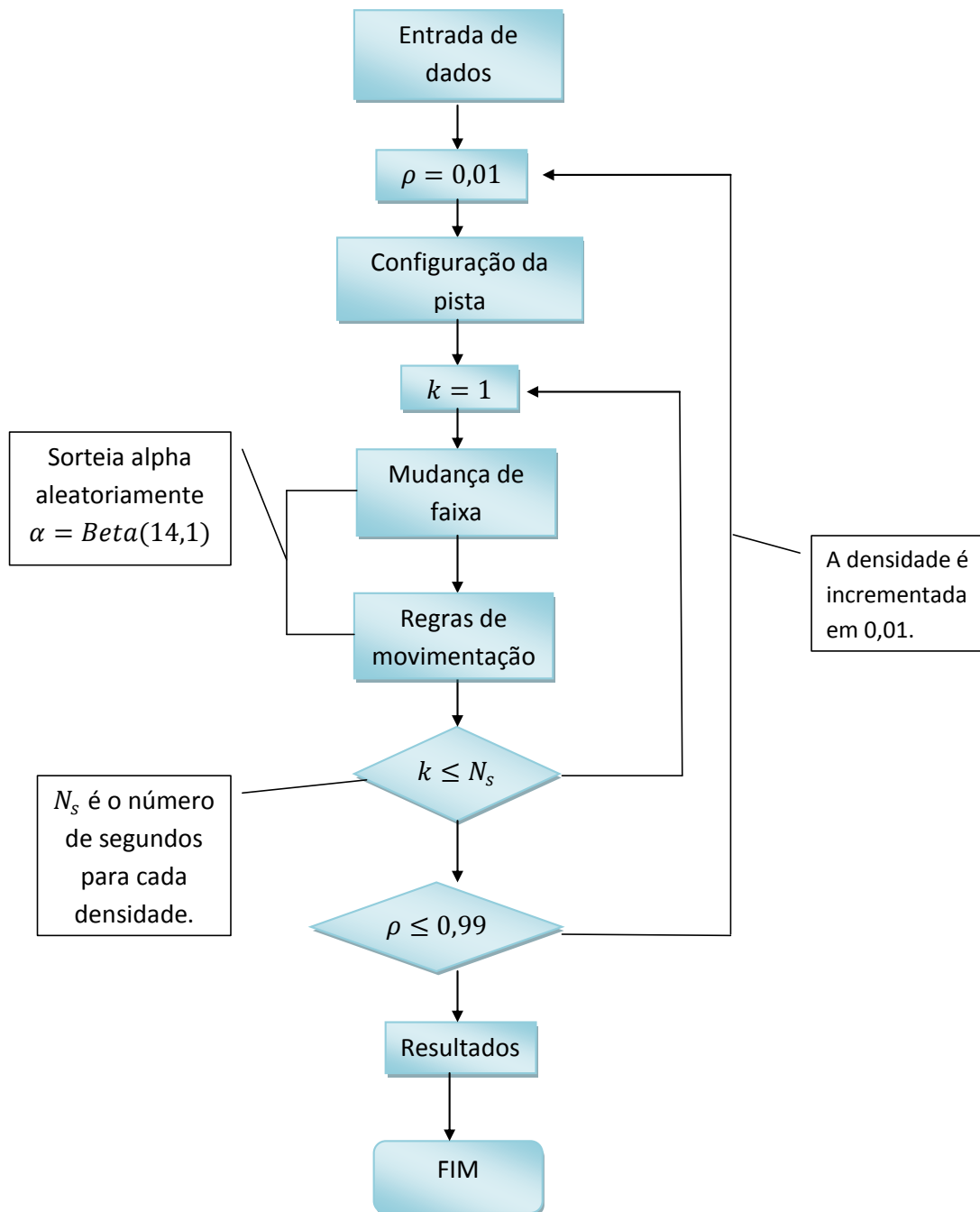


FIGURA 56: Fluxograma Motorista Agressivo

FONTE: O Autor (2015)



As Figuras 57 e 58 apresentam os resultados para validar o comportamento do motorista agressivo. O fluxo máximo obtido apresentou um valor  $q \approx 0,7$  para uma densidade  $\rho = 0,15$ . A velocidade média dos veículos mantém-se máxima até quando a densidade é  $\rho = 0,15$  e, depois, começa a diminuir caracterizando fluxo congestionado. Estes valores, obtidos pelo motorista considerado agressivo, são maiores em relação aos outros comportamentos, pois os motoristas diminuem o espaço em relação ao veículo à sua frente, resultando num fluxo maior de veículos.

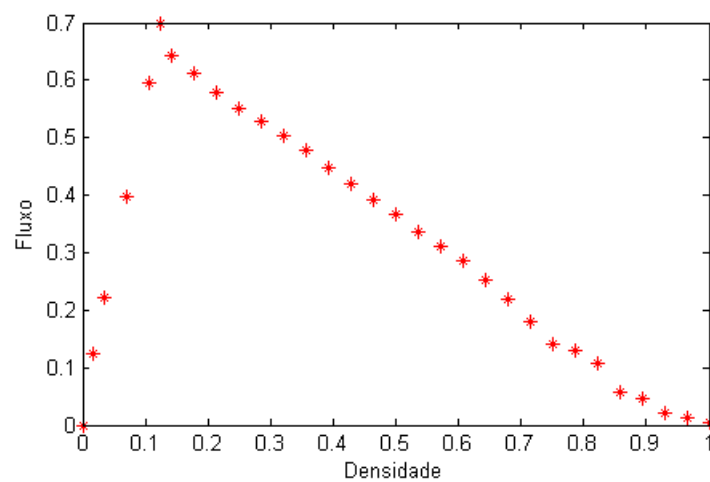


FIGURA 57: Densidade-Fluxo Motorista Agressivo

FONTE: O Autor (2015)

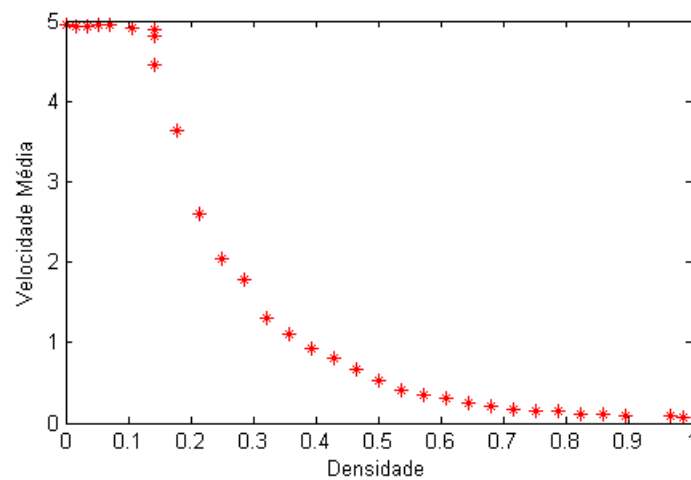


FIGURA 58: Densidade-Velocidade Média Motorista Agressivo

FONTE: O Autor (2015)

## 4.2 COMPORTAMENTO DINÂMICO

Nesta seção, ilustra-se como o parâmetro  $\alpha$ , em função da densidade, influencia na dinâmica do tráfego de veículos em uma pista com duas faixas quando o comportamento dos motoristas é alterado.

Para modelar o parâmetro  $\alpha$ , considera-se apenas os 2 (dois) primeiros casos de perfis analisados em apenas uma simulação. Esta simulação, em que envolve os casos 1 (um) e 2 (dois), evidenciou-se que para a distribuição inicial de perfis adotada, tem-se todos os motoristas com comportamento agressivo quando a densidade é 1 (um).

A Tabela 10 mostra a proporção de motoristas utilizada para simular o comportamento dinâmico na pista.

Caso	Calmos	Moderado	Agitados	Agressivos
1	27,5%	22,5%	22,5%	27,5%

TABELA 10: Proporção inicial de motoristas

FONTE: O autor (2015)

O ajuste do parâmetro  $\alpha$  é feito com base na equação 43, com alguns ajustes necessários, e para cada comportamento considerado neste trabalho.

No caso do motorista Calmo, adotou-se uma distribuição *Beta* simétrica com parâmetros  $p = 4$  e  $q = 4$ . Substituindo na equação 43 tem-se

$$\alpha_1(\rho) = 1 - \int_0^\rho \frac{x^{4-1}(1-x)^{4-1}}{B(4,4)} dx. \quad (50)$$

Resolvendo a equação 50, obtém-se

$$\alpha_1(\rho) = 1 + 20\rho^7 - 70\rho^6 + 84\rho^5 - 35\rho^4, \quad (51)$$

onde  $\rho \in [0, 1]$ . Os parâmetros  $p$  e  $q$  adotados nesta etapa são diferentes em relação ao comportamento estático. Tal mudança justifica-se para obter uma curva com

um decaimento mais linear evitando uma mudança abrupta de comportamento. Esta relação gera a curva ilustrada pelo gráfico da Figura 59, que para uma densidade inicial  $\rho = 0,01$  o motorista mantém distância em relação ao veículo à sua frente e, na medida em que  $\rho$  aumenta tem seu comportamento alterado até se tornar agressivo.

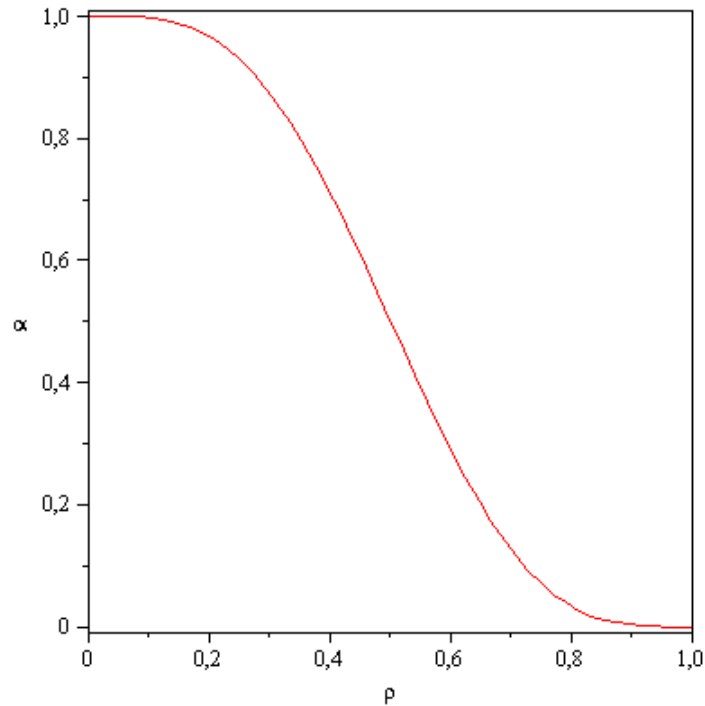


FIGURA 59: Evolução de  $\alpha$  para o motorista Calmo  
 FONTE: O Autor (2015)

No caso do motorista Moderado, considerou-se a distribuição *Beta* com parâmetros  $p = 12$  e  $q = 5$ , os mesmos adotados para o comportamento estático. Porém, para simular a evolução do motorista Moderado para o motorista agressivo é feita a partir da equação

$$\alpha_2(\rho) = \left| 0,8 - \int_0^\rho \frac{x^{12-1}(1-x)^{5-1}}{B(12,5)} dx \right|, \quad (52)$$

para que  $\alpha$  inicie próximo de 0,8 e permaneça positivo para  $\rho \in [0, 1]$ . Assim, a equação é da forma

$$\alpha_2(\rho) = |0.8 + 1365\rho^{16} - 5824\rho^{15} + 9360\rho^{14} - 6720\rho^{13} + 1820\rho^{12}|. \quad (53)$$

A Figura 60 apresenta a curva gerada pela equação 53, que descreve a evolução de  $\alpha$ .

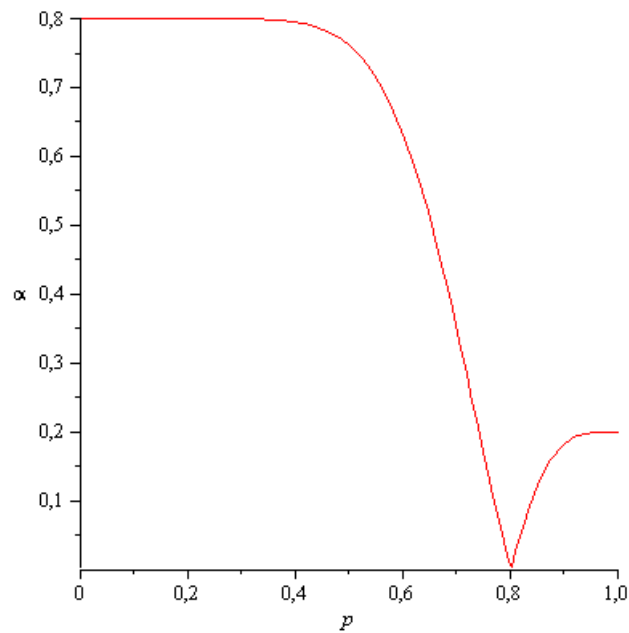


FIGURA 60: Evolução de  $\alpha$  para o motorista Moderado

FONTE: O Autor (2015)

Observa-se que quando tem-se a densidade inicial,  $\rho = 0,01$ ,  $\alpha$  inicia com um valor próximo de 0,8, indicando o comportamento Moderado do motorista. A medida que  $\rho$  aumenta,  $\alpha$  vai ficando próximo de 0 (zero) significando que o motorista terá um comportamento agressivo. Porém, quando a densidade  $0,8 \leq \rho < 1$ , os valores de  $\alpha$  voltam a crescer, mas atingem o máximo de 0,2 quando  $\rho$  se torna próximo de 1 (um), isto é,

$$\lim_{\rho \rightarrow 1} \alpha_2(\rho) = 1. \quad (54)$$

O comportamento Agressivo, conforme os resultados para o comportamento dinâmico, é definido justamente para valores de  $\alpha$  menores que 0,2. Comprova-se assim,

que um motorista considerado inicialmente Moderado, migrará para Agressivo e manterá este comportamento até o final da simulação.

No caso do motorista Agitado, adota-se os mesmo parâmetros para a distribuição *Beta* no comportamento estático,  $p = 5$  e  $q = 12$ . O ajuste do parâmetro  $\alpha$  é feita com base na equação:

$$\alpha_3(\rho) = 0.4 - \int_0^\rho \frac{x^{5-1}(1-x)^{12-1}}{B(5,12)} dx \quad (55)$$

para que  $\alpha$  inicie com valores próximos de 0,4 representando o comportamento desejado. Resolvendo a integral da equação 56, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \alpha_3(\rho) = & 0,4 + 1365\rho^{16} - 16016\rho^{15} + 85800\rho^{14} - 277200\rho^{13} + 600600\rho^{12} - 917280\rho^{11} + \\ & + 1009008\rho^{10} - 800800\rho^9 + 450450\rho^8 - 171600\rho^7 + 40040\rho^6 - 4368\rho^5. \end{aligned} \quad (56)$$

No entanto, para  $0,25 < \rho < 1$  tem-se valores negativo para  $\alpha_3$ . O problema nesta situação é que quando  $\rho$  está próximo de 1 (um), obtêm-se  $\alpha$  próximo de  $-0,6$ , tornando inviável o uso do módulo. Uma alternativa encontrada é tomar a função representada pela equação 57,

$$\alpha_3(\rho) = \begin{cases} 0.4 + 1365\rho^{16} - 16016\rho^{15} + \dots + 40040\rho^6 - 4368\rho^5 & \text{se } 0 < \rho \leq 0,25 \\ -\frac{1}{25}\rho + \frac{1}{25} & \text{se } 0,25 < \rho < 1 \end{cases} \quad (57)$$

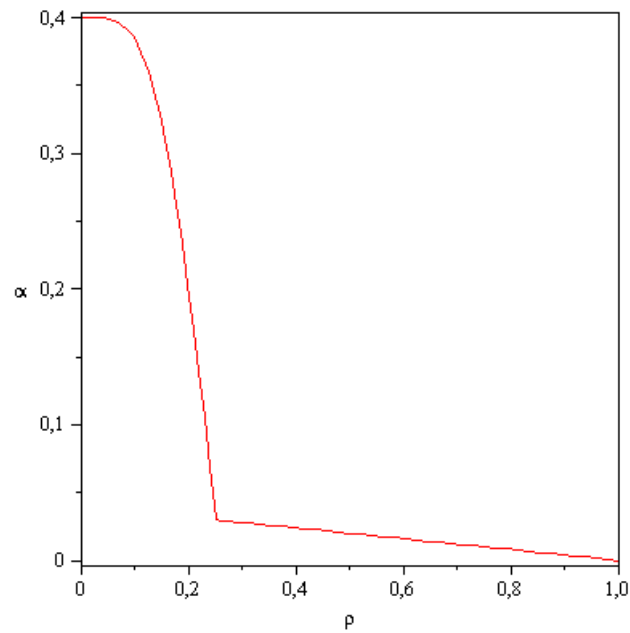


FIGURA 61: Evolução de  $\alpha$  para o motorista Agitado

FONTES: O Autor (2015)

a reta  $-\frac{1}{25}\rho + \frac{1}{25}$ , definida para  $0,25 < \rho < 1$ , é obtida com os pontos  $(0,25;0,03)$  e  $(1,0)$  para representar o comportamento do motorista Agressivo. O gráfico da Figura 61 apresenta a evolução desse comportamento, sendo possível observar que para a densidade inicial,  $\rho = 0,01$ , o motorista apresenta o comportamento Agitado e para  $\rho$  próximo de 0,25 apresenta o comportamento Agressivo. Assim, a reta interpolada garante que o motorista permanecerá com o comportamento Agressivo. Vale ressaltar que a função representada pela equação 56 é contínua em todo o seu domínio, ou seja, o intervalo  $[0, 1]$ .

Por fim, o motorista com perfil agressivo mantém seu comportamento Agressivo ao longo da via. Logo, para esta situação sorteia-se o valor de  $\alpha$  com base na própria distribuição *Beta*, com parâmetros  $p = 1$  e  $q = 14$ , utilizada no comportamento estático.

Nesta etapa, as simulações foram realizadas de acordo com a Figura 63. Após calculada a densidade inicial, definem-se a proporção de motoristas com base na Tabela 10, e então, inicia-se a simulação. A cada passo de tempo, as equações para  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  são utilizadas sempre para o seu respectivo motorista, até o fim da simu-

lação. A Figura 62 ilustra um exemplo de como são realizadas as simulações nesta etapa. Considerando-se 10 (dez) veículos distribuídos aleatoriamente em uma pista de comprimento igual a 20 (vinte) células, tem-se então a densidade  $\rho = \frac{10}{20} = 0,5$ . Supondo que a proporção adotada seja 30% para motoristas calmo, 20% para motoristas moderado, 30% para motoristas agitado e 20% para motoristas agressivo. Quando um veículo é sorteado aleatoriamente para ser movimentado, por exemplo, o veículo 1 (um) que está na célula 11 (onze) na pista, a equação utilizada é a  $\alpha_1$ , que representa um motorista calmo. Dessa maneira, cada veículo é movimentado sempre de acordo com o seu comportamento e a densidade da pista. Caso as proporções correspondam a números não inteiros de veículos, arredonda-se para o inteiro mais próximo.

Vetor Posição	_____	Veículo
$\alpha_1 = \left\{ \begin{array}{l} 11 \\ 3 \\ 8 \end{array} \right.$	_____	1
	_____	2
	_____	3
$\alpha_2 = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 9 \end{array} \right.$	_____	4
	_____	5
$\alpha_3 = \left\{ \begin{array}{l} 14 \\ 6 \\ 2 \end{array} \right.$	_____	6
	_____	7
	_____	8
$\alpha = Beta(1,14) = \left\{ \begin{array}{l} 18 \\ 15 \end{array} \right.$	_____	9
	_____	10

FIGURA 62: Exemplo de simulação para o comportamento dinâmico

FONTE: O Autor (2015)

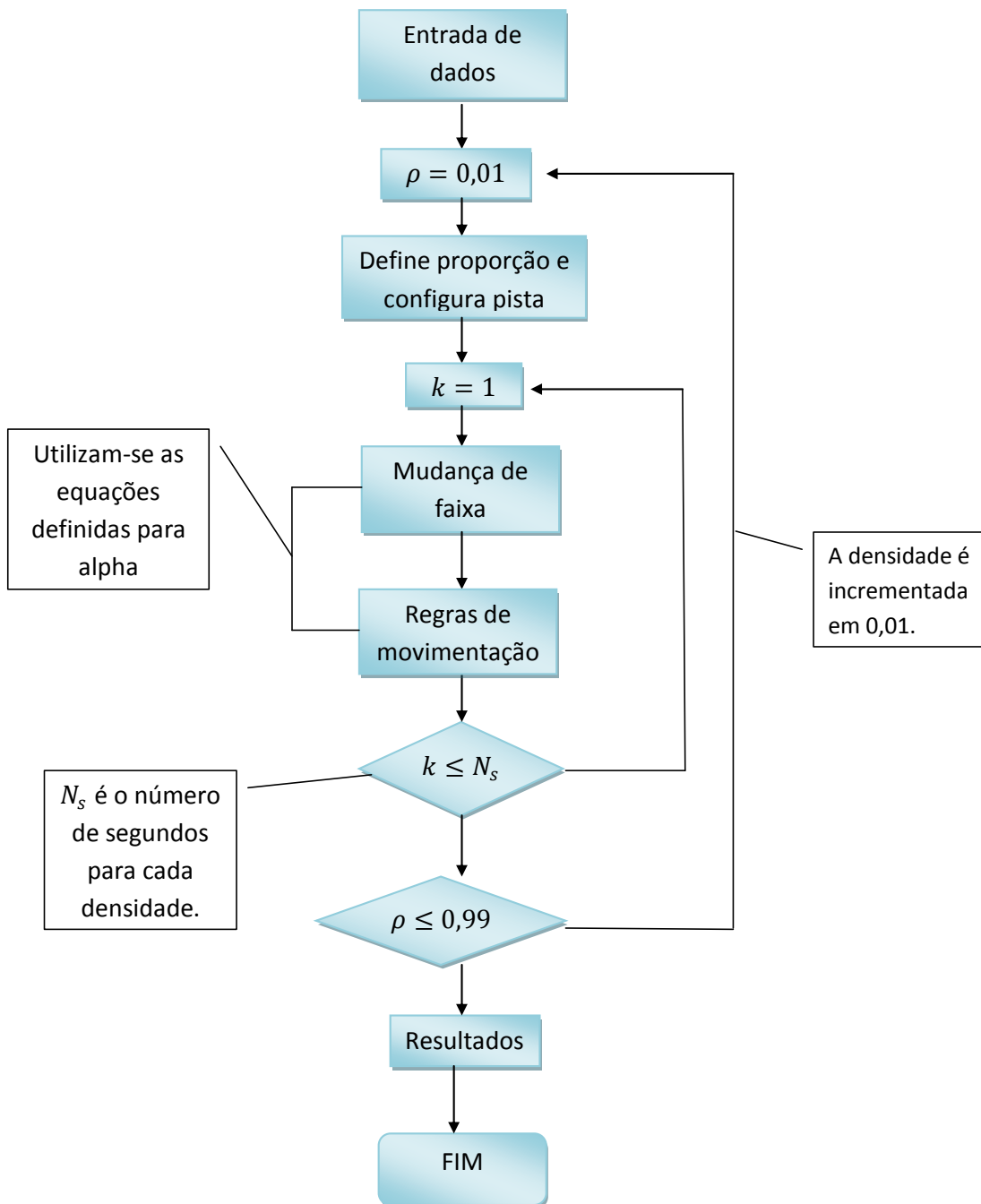


FIGURA 63: Fluxograma Comportamento Dinâmico

FONTE: O Autor (2015)



Para ilustrar essa mudança no comportamento, os motoristas com os 4 (quatro) comportamentos são distribuídos nas duas faixas da pista conforme o porcentagem apresentada pela Tabela 10. A Figura 64 apresenta o diagrama fundamental Densidade-Fluxo com os valores médios obtidos pelas duas faixas da via. É possível observar uma semelhança em relação ao resultado apresentado quando a pista possui apenas motoristas Agressivos.

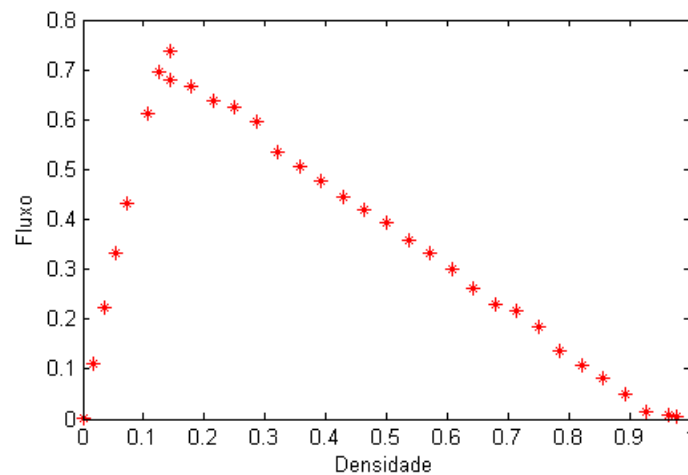


FIGURA 64: Diagrama Densidade-Fluxo para os 4 (quatro) comportamentos

FONTE: O Autor (2015)

A diferença é que o fluxo médio máximo é maior, aproximadamente 0,73. Isso ocorre devido aos motoristas Calmos e Moderados ocuparem a faixa da direita deixando a faixa da esquerda para os motoristas Agressivos e Agitados. Estes, por sua vez, têm uma parcela maior de contribuição para o aumento no fluxo da pista em geral.

A Figura 65 ilustra como é a distribuição dos veículos em cada uma das faixas da pista para os 4 (quatro) comportamentos considerados. Como era previsto, para uma densidade baixa ( $\rho < \approx 0,12$ ) os motoristas têm preferência pela faixa da direita. A inversão do uso da faixa ocorre justamente para  $\rho \approx 0,12$ . Para  $\rho > 0,12$ , os motoristas não encontram espaço suficiente na faixa da direita e mudam para a esquerda. Observa-se ainda, que o modelo proposto reproduz bem o efeito de inversão de uso das faixas perante os modelos encontrados na literatura.

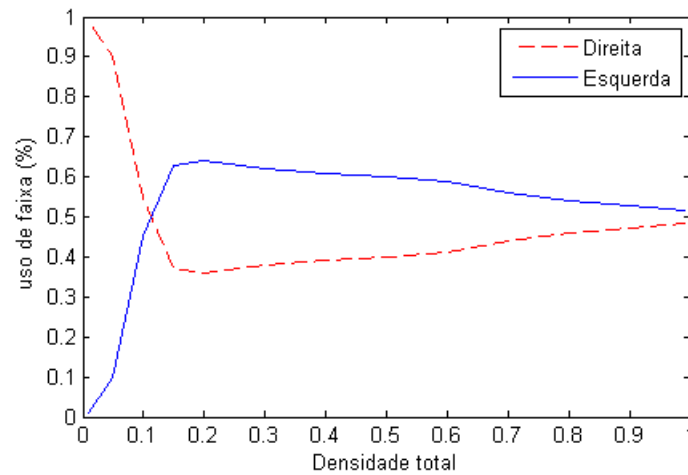


FIGURA 65: Porcentagem do uso das faixas

FONTE: O Autor (2015)

Na literatura, em geral, as regras para mudanças de faixas utilizam somente a probabilidade de não haver troca de faixa, mesmo quando o motorista verifica as condições (motivação e segurança). Neste modelo, emprega-se tanto esta probabilidade quanto a FDP *Beta* permitindo que o motorista adote uma política de pilotagem conforme o seu comportamento. Ainda, os parâmetros  $d_{t_1}$  e  $d_{t_2}$  influenciam alterando a densidade onde ocorre a inversão do uso das faixas e, também, na ocupação mínima e máxima de cada umas faixas.

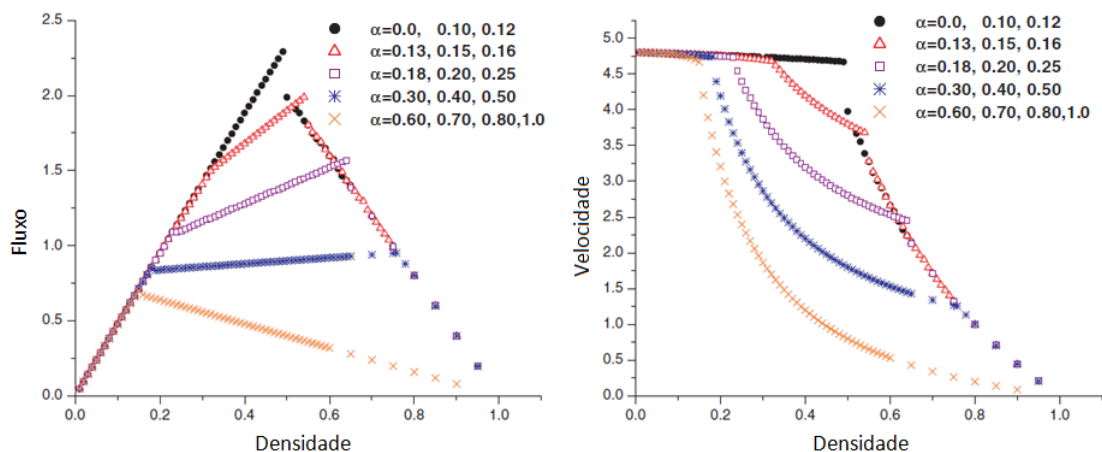


FIGURA 66: Resultados do Modelo de Lárraga

FONTE: (LARRAGA; RIO; SCHADSCHNEIDER, 2003)

Os resultados obtidos com o modelo proposto nesta tese, quando comparados

com resultados obtidos com modelos que tratam do comportamento humano, consegue representar com qualidade as relações Densidade-Fluxo e Densidade-Velocidade. Por exemplo, o gráfico da Figura 66 apresenta os resultados obtidos com o modelo de Lárraga, que propõe a equação 28 para representar os diferentes comportamentos do motorista. O modelo considera valores fixos para o parâmetro  $\alpha$  em cada simulação realizada e a probabilidade do motorista reduzir a velocidade é de  $prob = 0,2$ . Observa-se que valores próximos de 0 (zero) geram uma região de fluxo livre maior e valores de  $\alpha$  próximos de 1 (um) reduzem a região de fluxo livre. Porém, para os parâmetros estocásticos ( $\alpha$  e  $p = prob$ ) considerados no modelo de Lárraga, a região de fluxo livre deveria acontecer para densidades menores (KNOSPE *et al.*, 2000).

Além disso, o modelo apresentado nesta tese utiliza a distribuição *Beta* para atribuir valores aleatórios para o parâmetro  $\alpha$  no caso do comportamento estático do motorista. Assim, diferentemente de outros modelos, é possível representar com qualidade cada comportamento considerado adotando valores adequados para os parâmetros  $p$  e  $q$  da distribuição *Beta*. No comportamento dinâmico, a modelagem do parâmetro  $\alpha$  em função da densidade baseada em uma distribuição *Beta*, possibilitou descrever a mudança no comportamento dos motoristas quando a densidade é aumentada. É importante ressaltar ainda, que o perfil de um motorista não é alterado, o que altera-se é o comportamento desse motorista motivado pelo congestionamento da pista.

Resumindo, os resultados apresentados neste capítulo evidenciam a qualidade do modelo para representar tanto o comportamento estático do motorista, quanto a possibilidade do motorista mudar o seu comportamento, usando uma distribuição de probabilidade contínua e não uniforme.

## 5 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES DE ESTUDOS FUTUROS

Os modelos de autômatos celulares para tráfego de veículos conseguem, em geral, reproduzir as principais características físicas do tráfego utilizando regras simples e locais. Diferentemente da modelagem matemática, onde utiliza-se equações diferenciais, os autômatos celulares não geram um alto custo computacional e não necessitam de condições iniciais especiais. Em relação a modelagem de comportamentos dos motoristas, poucos trabalhos abordam esse assunto. Modelar tais comportamentos de maneira extremamente realista é praticamente impossível, pois trata-se de um fenômeno complexo e que envolve muitas particularidades.

Nesta tese, propôs-se um modelo de AC para tráfego de veículos com duas faixas para melhor representar os diferentes comportamentos dos motoristas usando uma distribuição de probabilidade contínua. O comportamento dos motoristas é baseado no parâmetro  $\alpha$  que permite que um motorista se movimente ajustando a sua velocidade com base na movimentação do veículo à sua frente. Esta dinâmica também é empregada para quando o motorista deseja mudar de faixa. Neste modelo, utilizou-se regras assimétricas para atender ao Código de Trânsito Brasileiro.

De forma diferente dos trabalhos encontrados, para avaliar os 4 (quatro) comportamentos (Calmo, Moderado, Agitado e Agressivo) utiliza-se uma distribuição de probabilidade contínua e uniforme, especificamente a distribuição *Beta*. A utilização desta função neste trabalho permitiu obter resultados inéditos para descrever a dinâmica do comportamento do motorista. A facilidade de representação e manipulação da distribuição *Beta* faz com que se possa representar adequadamente cada comportamento considerado. Esta função é responsável por atribuir valores para  $\alpha$  definindo apenas os parâmetros  $p$  e  $q$ . A variação desses parâmetros possibilitou obter a simulação do comportamento desejado de uma maneira mais fácil e a representação adequada dos

gráficos Densidade-Fluxo e Densidade-Velocidade.

A primeira etapa das simulações, considerou-se motoristas com comportamento estático na pista. Observou-se que motoristas calmos diminuem o fluxo da via por manterem distância maior entre os veículos. Esse fato pode ser comparado com o que acontece na realidade quando veículos mais lentos acabam "atrapalhando" o trânsito. Os motoristas moderados e agitados resumem-se na grande maioria dos motoristas observados no dia-a-dia. Os motoristas agressivos, por andarem próximos, aumentam o fluxo da pista melhorando o tráfego. Porém, esse tipo de comportamento é menos observado nas ruas.

A segunda etapa e mais importante deste trabalho é como a variação dos comportamentos observados na pista afeta, a região de fluxo livre quando a densidade é aumentada. Os motoristas calmos e agressivos são mais fáceis de se representar, pois possuem características bem definidas. Por outro lado, os motoristas moderados e agitados possuem características intermediária em relação aos comportamentos anteriores, respectivamente, dificultando a sua representação. À medida que a densidade é aumentada observa-se como motoristas calmos, por exemplo, tornam-se agressivos. Esse fato evidencia que, na prática um motorista calmo ao se deparar com um trânsito mais congestionado pode tomar atitudes que influenciam no fluxo da via, como por exemplo, uma ultrapassagem mais perigosa.

Outro resultado relevante, até por se tratar de um modelo de duas faixas, é o fenômeno de inversão do uso das faixas. No modelo proposto, observou-se que com uma densidade baixa os veículos preferem a faixa da direita, pois sempre encontram espaço suficiente à sua frente para se movimentar. À medida em que a densidade aumenta os veículos não encontram espaço suficiente na pista da direita e mudam para a faixa da esquerda. O uso da distribuição *Beta* nesta etapa possibilitou representar de forma eficiente o fenômeno de inversão de uso das faixas. Em modelos encontrados na literatura, tal fenômeno é representado somente utilizando um número aleatório baseado em uma distribuição uniforme.

A modelagem do parâmetro  $\alpha$  em função da densidade utilizando a FDP *Beta*, mostrou-se robusta e com resultados coerentes, conseguindo assim representar com qualidade os diferentes comportamentos da pista. Tanto no comportamento estático quanto no comportamento dinâmico, o uso da distribuição *Beta* facilitou a modelagem dos comportamentos adotados. Em geral, o modelo apresentado nesta tese mostrou-se robusto e eficaz quando comparado com outros modelos na representação das principais características físicas do tráfego: fluxo, densidade e velocidade.

O modelo proposto nesta tese, pode servir de ferramenta para gerenciamento e controle do tráfego, bem como em modificações futuras à serem realizadas na estrutura de uma rodovia. O bom planejamento de uma rodovia pode acarretar em uma rodovia melhor para se trafegar, diminuindo o estresse dos motoristas e evitando acidentes.

Dessa forma, cumpriu-se com os objetivos propostos na seção 1.1. Para continuidade deste trabalho, sugerem-se algumas ideias que poderão ser implementadas para aplicação ou melhoria do modelo. São elas:

- Validar o modelo com dados reais referentes aos comportamentos dos motoristas;
- Melhorar a regra de aceleração usando possivelmente com o parâmetro  $\alpha$ ;
- Melhorar as regras de mudanças de faixa considerando obstáculos, acidentes e entrada laterais na pista;
- Ampliar o número de faixas da via.

## REFERÊNCIAS

- ADAMS, W. F. Road traffic considered as a random series. **J. Inst. Civil Engineers**, v. 4, p. 121,130, 1936.
- AGRAWAL, H. **Construction of Molecular Dynamics Like Cellular Automata Models for Simulation of Compressible Fluid Dynamic Systems**. Dissertação (Mestrado) — Indian Institute of Technology, 1998.
- ALGHAMDI, A. Dynamic traffic cellular automata model to express the congestion at one lane highway traffic system. **International Conference on Traffic and Transportation Engineering**, v. 26, p. 69–73, 2012.
- ALONSO, E. J. A. **Autômatos Celulares Generalizados como Modelos de Influência para Agrupamentos de Dados e Interações Sociais**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- BARLOVICH, R. Metastable states in cellular automata for traffic flow. **Eur. Phys. J. B.**, v. 5, p. 793–800, 1998.
- BASTOS, R. R. **Autômato Celular e suas Aplicações no Meio Ambiente**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pelotas, 2011.
- BENTALEB, K.; JETTO, K.; BENYOUSSEF, A. A cellular automata traffic flow modeling of desired speed variability. **Chin. Phys. B.**, v. 22, 2013.
- BENYOUSSEF, A.; CHAKIB, H. Anisotropic effect on two-dimensional cellular automaton traffic flow with periodic and open boundaries. **Université Mohammed**, 2003.
- BOGO, R.; GRAMANI, L. M.; KAVISKI, E. Modelo computacional do tráfego de veículos pela teoria microscópica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 37, 2015.
- CASTRO, E. R. S. **Modelo para a Distribuição de Probabilidade do Comprimento dos Pacotes em Redes de Computadores**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, 2011.
- CHAVEZ, G. C.; LIANG, Z. Sistema celular para reconhecimento de padrão invariante. **Anais do IV Workshop em Tratamento de Imagens**, 2003.
- EMMERICH, H.; RANK, E. An improved cellular automaton model for traffic flow simulation. **Physica A**, v. 234, p. 676–686, 1997.
- FERREIRA, C. R. K. **Simulação do Espalhamento Geográfico da Doença Meningite Viral Utilizando Autômatos Celulares**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, 2009.
- FUKUI, H.; ISHIBASHI, Y. Traffic flow in 1d cellular automata model including cars moving high speed. **Journal of the Physical Society of Japan**, v. 65, p. 1868–1870, 1996.

GARDNER, M. **Mathematical Games**. 1970. [Online; acesso em 09-janeiro-2013]. Disponível em: <<http://www.ibiblio.org/lifepatterns/october1970.html>>.

GERSHENSON, C.; ROSENBLUETH, D. A. Modeling self-organizing traffic lights with elementary cellular automata. **Universidad Nacional Autónoma de México**, 2009.

GRAMANI, L. M. **Notas em Matemática Aplicada. Descrição microscópica, macroscópica e cinética do fluxo de tráfego veicular**. São Carlos-SP, 2010. v. 46, 1297-1377 p.

GREENBERG, H. An analysis of traffic flow. **The Port of New York Authority**, p. 79–85, 1958.

GREENSHIELDS, B. D. A study of traffic capacity. **Proc. Highway Research Board** **14**, p. 448–477, 1935.

GREMONINI, L.; VICENTINI, E. Autômatos celulares: Revisão bibliográfica e exemplos de implementações. **Universidade Estadual do Centro-Oeste**, 2008.

HELBING, D. *et al.* Macroscopic traffic simulation based on a gas-kinetic, non-local traffic model. **Transportation Research Part B**, v. 35, p. 183–211, 2001.

IMMERS, L. H. **Traffic Flow Theory**. [S.l.], 2003.

JABLONSKYTE, J. Simulations of vehicular traffic by cellular automata. **12th World Conference in Transport Research**, 2010.

JIANG, R.; WU, Q. A stopped time dependent randomization cellular automata model for traffic flow controlled by traffic light. **Physica A**, v. 364, p. 493–496, 2006.

KNOSPE, W. A realistic tow-lane traffic model for highway traffic. **J. Phys. A: Math. Gen.**, v. 35, p. 3369–3388, 2002.

KNOSPE, W. *et al.* Towards a realistic microscopic description of highway traffic. **J. Phys. A: Math. Gen.**, v. 33, p. 477–485, 2000.

LARRAGA, M.; RIO, J.; SCHADSCHNEIDER, A. Platoon formation in a traffic model with variable anticipation. **ArXiv Condensed Matter e-prints**, 2003.

LI, X. G.; JIA, B.; JIANG, R. A realistic two-lane cellular automata traffic model considering aggressive lane-changing behavior of fast vehicle. **Physica A**, v. 367, p. 479–486, 2006.

LIGHTHILL, M. J.; WHITHAM, G. B. On kinematic waves i. a theory of traffic flow on long crowded roads. **University of Manchester**, 1955.

LIMA, E. B. **Modelos Microscópicos Para Simulação do Tráfego Baseado em Autômatos Celulares**. Dissertação (Mestrado) — UFF, 2007.

LOUZADA, V. H. P.; FERREIRA, W. C. Incêndios florestais em autômatos celulares, simples e grandes queimadas. **Biomatemática-Unicamp**, v. 18, p. 15–26, 2008.

MAERIVOET, S.; MOOR, B. Cellular automata models of road traffic. **Physics Reports**, 2008.



- MAIA, F. V. B. **Calibração E Validação De Modelos de Meso e Microsimulação do Tráfego para a Avaliação**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2007.
- MARTINS, C. C. **Autômato Celular Aplicado no Crescimento de Câncer**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2010.
- MARZOUG, R.; EZ-ZAHRAOUI, H.; BENYOUSSEF, A. Cellular automata traffic flow behavior at the intersection of two roads. **Phys. Scr.**, v. 89, 2014.
- MASSAHUD, R. A. T.; PAIXÃO, C. A. Modelo de propagação de epidemia usando autômatos celulares. **Anais do Cnmac**, v. 3, p. 1122–1123, 2010.
- MATEUS, J. M. P. **Um Autômato Celular para Tráfego em Multifaixas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Porto, 2001.
- MORAES, A. L. S. **Um Estudo sobre a Aplicação de Autômatos Celulares na Simulação de Fenômenos Ambientais e Aspectos Dinâmicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Católica de Pelotas, 2007.
- NAGATANI, T. Self-organization and phase transition in traffic flow model of a two-lane roadway. **J. Physique A: Math Gen.**, v. 26, p. 781–787, 1993.
- NAGEL, K.; PACZUSKI, M. Emergent traffic jams. **University of Cologne**, 2008.
- NAGEL, K.; SCHRECKENBERG, M. A cellular automaton model for freeway traffic. **J. Phys.**, v. 2, p. 2221–2229, 1992.
- NAGEL, K.; WOLF, D. E.; SIMON, P. Two-lane traffic rules for cellular automata: A systematic approach. **Physica Review E**, v. 58, p. 1425–1437, 1998.
- NASSABA, K. e. a. Effect of the lane reduction in the cellular automata models applied to the two-lane traffic. **Physica A**, v. 369, p. 841–852, 2006.
- PEIXOTO, D. M.; NAKAMURA, F. G. Modelagem microscópica de trânsito: Adaptações no modelo nagel shreckenberg e estudo de caso. **Encontro Regional de Pesquisa Operacional**, 2011.
- PESAVENTO, U. An implementation of von neumann's self-reproducing machine. **Princeton University**, 1995.
- PRADO, A. L. **Modelagem Matemática do Fluxo de Tráfego Veicular**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, 2010.
- RAJESWARAN, S. A realistic approach to the traffic flow behaviors by cellular automata models. **International Journal of Computer Applications**, v. 56, p. 30–34, 2012.
- RAJESWARAN, S. Analysis of traffic flow in congested cities using cellular automata. **Journal of Theoretical and Applied Information Technology**, v. 60, 2014.
- ROSENBLUETH, D. A.; GERSHENSON, C. A model of city traffic based on elementary automata. **Complex Systems Publications, Inc.**, v. 19, p. 305–322, 2011.

SANTOS, L. J. R. **Generalização do Modelo Computacional de Tráfego Veicular IDM (Intelligent Driver Model)**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2008.

SILVA, P. C. M. **Teoria do Fluxo de Tráfego**. [S.l.], 1994.

SILVA, T. C. **Simulação Computacional Aplicadas ao Processo de Evacuação de Ambientes: Uma análise comparativa de variantes geométricas via autômatos celulares bidimensionais**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná, 2012.

SYSTEM, N. T. **Expansion for the motorway network**. 2013. [Online; acesso em 15-janeiro-2013]. Disponível em: <<http://www.autobahn.nrw.de/>>.

TAVARES, L. D. **Um Simulador De Tráfego Urbano Baseado Em Autômatos Celulares**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2010.

TOGUZ, O. K.; VIRIYASITAVAT, W. Modelin urban traffic: A cellular automata approach. **IEEE Communications Magazine**, 2009.

TOSCANI, L. V.; VELOSO, P. A. S. **Complexidade de Algoritmos**. Porto Alegre: Bookman, 2012.

VILCARROMERO, A. C. S.; JAFELICE, R. S. M.; BARROS, L. C. Automôto celular no estudo de um modelo presa-predador. **Biomatemática-Unicamp**, v. 20, p. 147–156, 2010.

WAGNER, P.; NAGEL, k.; KLENOV, S. L. Realistic multi-lane traffic rules for cellular automata. **Physica A**, v. 234, p. 687–698, 1997.

WAGNER, P.; NAGEL, K.; WOLF, D. E. Realistic multi-lane traffic rules for cellular automata. **Physica A**, v. 234, p. 687–698, 1997.

WOLFRAM, S. **Celular Automata**. 1983. [Online; acesso em 02-janeiro-2013]. Disponível em: <<http://www.stephenwolfram.com/publications/articles/general/83-cellular/2/text.html>>.

WOLFRAM, S. **A New Kind of Science**. Champaign: Wolfram Media, 2001.

WU, Q.; LI, X.; JIANG, R. Study of traffic flow at an unsignalized t-shaped intersection by cellular automata model. **The European Physical Journal B**, v. 48, p. 265–269, 2005.

XUN, J. *et al.* The impact of end-to-end communication delay on railway traffic flow using cellular automata model. **Transportation Research Part C**, v. 35, p. 127–140, 2013.

YAN, S. H.; YU, P. A new cellular automaton model for traffic flow considering realistic turn signal effect. **Science China**, v. 55, p. 1624–1630, 2012.

ZANG, H. M.; KIM, T. A car-following theory for multiphase vehicular traffic flow. **Transportation Research Part B**, v. 39, p. 385–399, 2005.

ZHANG, X.; CHANG, G. A ca-based model for simulating vehicular-pedestrian mixed flows in a congested network. **Transportation Research Board**, 2011.

## APÊNDICE A – EXEMPLO DE AUTÔMATO CELULAR - JOGO DA VIDA

O jogo da vida, é um autômato celular com dois estados possíveis  $S = (\text{vivo}, \text{morto})$  e a vizinhança utilizada é de Moore com raio 1. Conway definiu a função de transição, também conhecida como "leis genéticas de Conway", pelas seguintes regras (GARDNER, 1970) :

- Sobrevivência: uma célula viva continua viva se existem 2 ou 3 vizinhos vivos;
- Morte: uma célula morta vive se existem 3 vizinhos vivos;
- Nascimento: uma célula morre se existem mais de 3 ou menos de 2 células vivas.

Essas regras são aplicadas simultaneamente, de maneira que, alguns comportamentos podem ser observados durante o jogo. O comportamento periódico, onde as células alternam constantemente entre dois estados, de acordo com as regras, se deixarem intocadas, manterão o estado para sempre (GREMONINI; VICENTINI, 2008). Tem-se ainda, o comportamento estático (ver Figura 70), que não apresentam variação no decorrer do tempo. O comportamento oscilatório (ver Figura 71), que possuem um ciclo de estados. Ainda, o comportamento caminhante (ver Figura 72), também conhecidos como naves espaciais, que se movem pelo domínio com um ciclo de estados (LIMA, 2007).

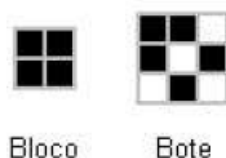


FIGURA 70: Comportamentos estáveis

FONTE: (LIMA, 2007)

Contudo, é possível encontrar outros comportamentos para o jogo da vida. A Figura 73 apresenta um tipo de comportamento do jogo que desaparecem depois de vários passos. Já a Figura 74, apresenta o comportamento onde há o crescimento ilimitado (LIMA, 2007).

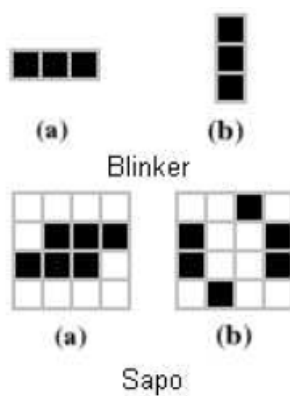


FIGURA 71: Comportamentos oscilatórios

FONTE: (LIMA, 2007)

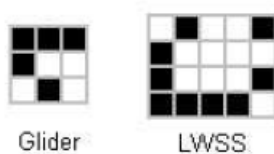


FIGURA 72: Caminhantes

FONTE: (LIMA, 2007)

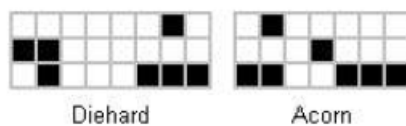


FIGURA 73: Estruturas que desaparecem depois de vários passos

FONTE: (LIMA, 2007)



FIGURA 74: Crescimento ilimitado

FORTE: (LIMA, 2007)

## APÊNDICE B – ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

Neste apêndice, são apresentadas as variáveis dimensionalizadas utilizadas neste trabalho. A Tabela 15 ilustra as variáveis dimensionalizadas. As unidades utilizadas foram: m em metros e s em segundos.

Símbolo	Grandeza	Unidade	Valor adotado
$L$	Comprimento da pista	m	2250
$l$	Comprimento de um trecho da pista	m	variável
$cv$	Comprimento do veículo	m	7,5
$gap$	Distância entre dois veículos	m	0 a 37,5
$c$	Comprimento da célula	m	7,5
$v$	Velocidade	m/s	0 a 37,5
$\Delta v$	Variação da velocidade	m/s	1
$t$	tempo	s	variável
$\Delta t$	passo de tempo	s	1

TABELA 15: Dimensão das grandezas utilizadas neste trabalho

FONTE: O Autor (2015)

As equações que relacionam as variáveis dimensionais são:

- Equação para atualizar posição de um veículo:  $l_i^{t+\Delta t} = l_i^t + k_{i,i+1}^t \Delta t$ ;
- Equação para aumentar ou reduzir a velocidade de um veículo:  $k_{i,i+1}^t = v_i^t \pm \Delta v$ ;
- Equação para reduzir velocidade de um veículo:  $k_{i,i+1}^t = \frac{gap}{\Delta t} - \Delta v$ ;
- Equação para atualizar velocidade a partir da distância efetiva:  $k_{i,i+1}^t = \frac{d_{i,j+1}^{t+\Delta t(eff)}}{\Delta t}$ ;
- Cálculo da distância efetiva considerando o veículo  $i + 1$ :

$$d_{i,i+1}^{t+\Delta t(eff)} = gap_i^{t+\Delta t} + int \left( \left[ (1 - \alpha) v_{i+1}^t \Delta t + \frac{c}{2} \right] \right);$$

- Cálculo da distância Efetiva considerando os veículos  $i + 1$  e  $i + 2$ :

$$d_{i,i+1}^{t+\Delta t(eff)} = gap_i^{t+\Delta t} + min \left\{ int \left[ (1 - \alpha) v_{i+1}^t \Delta t \right], gap_{i+1}^{t+\Delta t} \right\};$$

As equações com as variáveis adimensionais são:

- Equação para atualizar posição de um veículo:  $l_i^{t+1} = l_i^t + k_{i,i+1}^t$ ;
- Equação para aumentar ou reduzir a velocidade de um veículo:  $v_i^{t+1} = v_i^t \pm 1$ ;
- Equação para reduzir velocidade de um veículo:  $k_{i,i+1}^t = gap - 1$ ;
- Equação para atualizar velocidade a partir da distância efetiva:  $k_{i,i+1}^t = d_{i,j+1}^{t+1(eff)}$ ;
- Cálculo da distância efetiva considerando o veículo  $i + 1$ :

$$d_{i,i+1}^{t+1(eff)} = gap_i^{t+1} + int \left( \left[ (1 - \alpha)v_{i+1}^t + \frac{1}{2} \right] \right);$$

- Cálculo da distância Efetiva considerando os veículos  $i + 1$  e  $i + 2$ :

$$d_{i,i+1}^{t+1(eff)} = gap_i^{t+1} + min \{ int[(1 - \alpha)v_{i+1}^t], gap_{i+1}^{t+1} \};$$



## APÊNDICE C – RESULTADOS DO MODELO PARA UMA FAIXA

Um modelo de uma faixa foi desenvolvido inicialmente e serviu como base para a construção do modelo final desta tese (BOGO; GRAMANI; KAVISKI, 2015). A seguir apresentam-se as regras desse modelo e os resultados obtidos.

- **Aceleração:** se a velocidade do veículo  $i$ ,  $v_i$ , for menor que  $v_{max}$  e sua distância para o próximo veículo ( $gap$ ) for maior que  $v_i + 1$ ,  $gap > v_i + 1$ , então a velocidade é aumentada em uma unidade,  $v_i^{t+1} = v_i^t + 1$ ;
- **Aleatoriedade:** com uma probabilidade  $p = prob$ , definida inicialmente, a velocidade de cada veículo, se maior que 0 (zero), é reduzida em uma unidade ( $v_i^{t+1} = v_i^t - 1$ );
- **Frenagem:** se a distância de um veículo até o próximo veículo ( $gap$ ) for menor ou igual a sua velocidade ( $gap \leq v_i$ ), então ele deve reduzir sua velocidade para  $v_i = gap - 1$ ;
- **Atualização da posição:** Cada veículo avança  $v$  posições, ou seja,  $l_i^{t+1} = l_i^t + v_i^t$ .

Para implementar o modelo computacionalmente, além destas regras, deve ser fornecido o tamanho da pista  $L$ , que definirá o vetor unidimensional "pista", o número de veículos  $nv$ , o comprimento de cada veículo (célula)  $cv$ , a probabilidade do motorista reduzir a velocidade  $prob$  e calcular a quantidade de células que definirá o vetor  $pista$ . Na sequência, o vetor pista é preenchido com zeros, indicando que a pista está vazia.

Os veículos são colocados na pista de forma aleatória e sua posição é identificada por meio de um vetor auxiliar definido com tamanho igual ao número de veículos dado inicialmente. A velocidade de cada veículo é designada por meio de um número gerado aleatoriamente e armazenada em um outro vetor. Inicia-se o algoritmo escolhendo um veículo de forma aleatória que está na posição  $l_i$  da pista, também definido de forma aleatória. Aplica-se, o conjunto de regras para movimentar o veículo escolhido aleatoriamente.

A cada iteração, o programa calcula a densidade e o fluxo utilizando as seguintes equações:

$$\rho = \frac{N^t}{L} \quad (63)$$

$N^t$  representa o número de veículos, no instante de tempo  $t$ , sobre um trecho  $L$  da pista. O fluxo é calculado pela seguinte equação:

$$J = \frac{\sum v_i^t}{L} \quad (64)$$

onde  $v_i^t$  é velocidade instantânea do  $i$ -ésimo veículo no instante  $t$  no trecho da pista considerado.

O algoritmo atualiza conjuntamente a posição, a velocidade e o estado da célula. O processo é repetido até que todos os veículos saiam da pista. Pode-se realizar uma nova simulação com uma configuração inicial diferente. O número de simulações é definido pela variável  $nsim$ . Como resultados o programa retorna os gráficos densidade *versus* fluxo e densidade *versus* velocidade, obtidos a partir das equações 63 e 64. Considerou-se  $prob = 0,3$  com uma pista com 300 células (2,25 km) e densidade variável entre  $\rho = 0,00$  a  $\rho = 1,00$ . Foram realizadas 100 simulações para diferentes configurações iniciais garantindo resultados independentes das condições iniciais.

Na Figura 77, tem-se o diagrama fundamental obtido conforme o valor do parâmetro estocástico  $prob$ . Este parâmetro indica a porcentagem dos veículos que podem reduzir a velocidade para um determinado instante de tempo  $t$ .

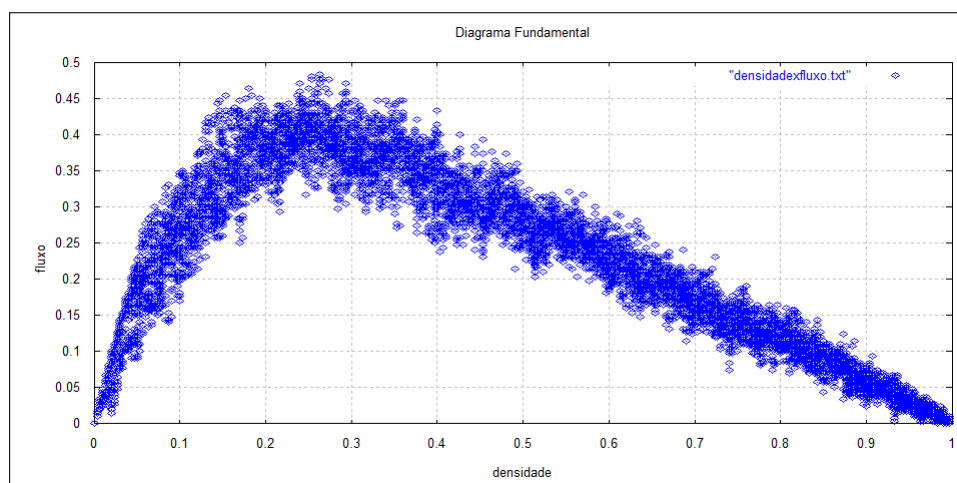


FIGURA 77: Diagrama Fundamental para  $prob = 0,3$

Analisando a curva que representa o fluxo, quando a densidade  $\rho_{crit} \leq 0,2$ , tem-se o chamado regime de fluxo livre. Essa fase permite que os motoristas andem na velocidade desejada e de forma geral, se aproximando da velocidade máxima. Com este comportamento, o diagrama fundamental apresenta um crescimento linear com densidade variando entre  $0 < \rho_{crit} \leq 0,2$ . Quando  $\rho_{crit} > 0,2$ , tem-se a região de fluxo congestionado, onde o fluxo diminui aproximando-se de zero, entretanto ainda existe. Nessa fase, a grande concentração de veículos faz com que estes se agrupem em engarrafamentos e um veículo que deixa um destes engarrafamentos encontra outro logo à frente criando o efeito para e anda. Quando  $\rho_{crit} = 0,2$ , tem-se a mudança de regime de tráfego, conhecida como densidade crítica. Em geral, essa medida depende do parâmetro estocástico  $prob$ , que representa as situações onde nem todos os motoristas desejam andar na velocidade máxima, mesmo tendo espaço disponível para isso. Quanto maior for o valor de  $prob$ , menor será a densidade crítica.

A Figura 78 mostra como a velocidade varia quando densidade atinge seu valor

máximo. Para  $\rho < 0.2$ , os veículos conseguem andar na velocidade desejada caracterizando o regime de tráfego livre, porém, para  $\rho > 0.2$ , os veículos ajustam sua velocidade conforme o espaço disponível a sua frente evidenciando o regime de tráfego congestionado.

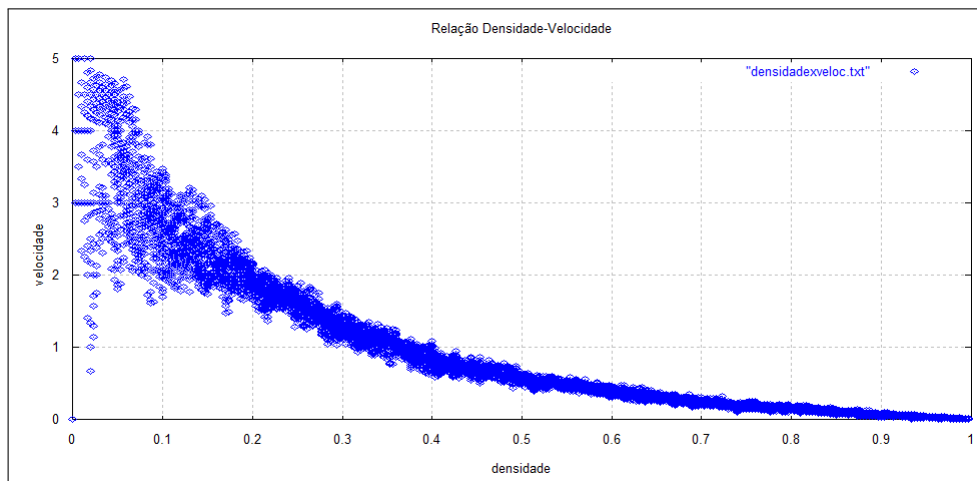


FIGURA 78: Densidade *versus* velocidade, para  $prob = 0,3$

## APÊNDICE D – CÓDIGO COMPUTACIONAL EM FORTRAN

Neste apêndice, uma **parte** do código implementado em Fortan para a execução do algoritmo proposto neste trabalho.

```
program duas_faixas

    use variaveis
    use dados
use movimento_veiculos
    use portlib

    implicit none

integer :: p,n,veic,ver,teste,sim,esq,dir
integer :: num_veic,faixa,m,cel,vei,simtotal
integer :: posidir_ant(300),posiesq_ant(300)

!real :: med, km,t1,t2
!real :: rho
!real:: v_media
!real :: fluxo
!real :: soma_media
!real,allocatable,dimension(:) :: media_veic

    call ler_dados
        nc = l/cv
        cel_det= nc/2
        write(*,*) "nc = ", nc
write(*,*) "l = ", l
write(*,*) "cv =", cv
write(*,*) "nv =", nv
write(*,*) "n_sim =", n_sim
```

```

allocate(pista(2,nc))
  p=0
  somavel_dir=0
  somavel_esq=0
  passam_dir=0
  passam_esq=0
  rho_dir=0
  rho_esq=0
  fluxo_esq=0
  fluxo_dir=0
  num_veic=0
  trocam_DE = 0
  trocam_ED = 0
  NDir=0
  NEsq=0

  open(1,file="densid_dirxfluxo_dir.txt")
  open(2,file="densid_esqxfluxo_esq.txt")
  open(3,file="densid_dirxvelmedia_dir.txt")
  open(4,file="densid_esqxvemdia_esq.txt")
  open(5,file="fluxo_dirxvelmedia_dir.txt")
  open(6,file="fluxo_esqxvelmedia_esq.txt")
  open(11,file="densid_totalxfluxo_total.txt")
  open(12,file="densid_totalxvelmedia_total.txt")
  open(13,file="fluxo_totalxvelmedia_total.txt")
  do simtotal=1,3
    do faixa=1,2
      do cel=1,nc
        pista(faixa,cel)=0
      end do
    end do
    do veic=1,300
      posicao_dir(veic)=0
    posicao_esq(veic)=0
    veloc_dir(veic)=0
    veloc_esq(veic)=0
    end do
  nv=(nc*simtotal)/100.0
  alpha=1.0-3.0*(nv/nc)**2+2.0*(nv/nc)**3
  n=0.0
  m=0.0
  do faixa=1,2
    do vei=1,nv
      m=int(rand(0)*(nc))+1
      do while(pista(faixa,m).ne.0)
        m=rand()*(nc)+1
      end do
      pista(faixa,m)=1
    end do
  end do

```

```

if (faixa==1) then
    posicao_dir(vei)=m
    n=rand()*(vmax)+1
    veloc_dir(vei)=n
else
    posicao_esq(vei)=m
    n=rand()*(vmax)+1
    veloc_esq(vei)=n
end if
    end do
end do

call random_seed()

do sim=1,n_sim
    call random_seed()
esq=1
    dir=1
    NEsq=0
    NDir=0
    do while (esq<=nc)
        if (pista(2,esq)==1) then
            NEsq=NEsq+1
        end if
        esq=esq+1
    end do
do while (dir<=nc)
    if (pista(1,dir)==1) then
        NDir=NDir+1
    end if
    dir=dir+1
end do
do veic=1,NDir
    posidir_ant(veic)=posicao_dir(veic)
end do
do veic=1,NEsq
    posiesq_ant(veic)=posicao_esq(veic)
end do
    call muda_faixa
call mover_veic_dir
    call mover_veic_esq
if (sim>passos_desprezados) then
do veic=1,NDir
    if((posidir_ant(veic)<cel_det) .and.
        (posicao_dir(veic)>cel_det)) then
        passam_dir=passam_dir+1
        somavel_dir= somavel_dir+veloc_dir(veic)
        write(*,*) "passam_dir= antes", passam_dir
    end if
end do
end do

```

```

        end if
    end do
    do veic=1,NEsq
        if ((posiesq_ant(veic)<cel_det)
            .and. (posicao_esq(veic)>cel_det)) then
            passam_esq=passam_esq+1
            somavel_esq=somavel_esq+veloc_esq(veic)
        end if
    end do
    if (mod(sim-passos_desprezados,300)==0) then
    if (somavel_dir>0) then
fluxo=passam_dir
        fluxo_dir=(fluxo_dir*1.0)/300.0
        rho_dir=(1.0*passam_dir*fluxo_dir)/somavel_dir
        velmedia_dir=(1.0*somavel_dir)/passam_dir
    end if
    if (somavel_esq>0) then
        fluxo_esq=(passam_dir*1.0)/300.0
        rho_esq=(1.0*passam_esq*fluxo_esq)/somavel_dir
        velmedia_esq=(1.0*somavel_esq)/passam_esq
    end if
densid_total=(densid_total+rho_esq+rho_dir)/2
fluxo_total=(fluxo_total+fluxo_dir+fluxo_esq)/2
        velmedia_total=
            (velmedia_total+velmedia_dir+velmedia_esq)/2
write(1,*) rho_dir, fluxo_dir
write(2,*) rho_esq, fluxo_esq
write(3,*) rho_dir, velmedia_dir
write(4,*) rho_esq, velmedia_esq
write(5,*) fluxo_dir, velmedia_dir
write(6,*) fluxo_esq, velmedia_esq
write(11,*) densid_total,fluxo_total
write(12,*) densid_total,velmedia_total
write(13,*) fluxo_total,velmedia_total
passam_dir=0
passam_esq=0
somavel_dir=0
somavel_esq=0
rho_dir=0
rho_esq=0
fluxo_dir=0
fluxo_esq=0
velmedia_dir=0
velmedia_esq=0
densid_total=0
fluxo_total=0
velmedia_total=0
write(*,*) "passam_dir= depois", passam_dir

```

```

end if
end if
end do
end do

close(1)
close(2)
close(3)
close(4)
close(5)
close(6)
close(11)
close(12)
close(13)

write(*,*)"NDir depois da simulação = ", NDir
write(*,*)"NESQ depois da simulação = ", NESq

!*****Escreve os resultados nos arquivos de saida*****

open(10,file="teste2.txt")
write(10,41)
41 format(1/,3X,"***PISTA_2FAIXAS***")
write(10,31)
31 format(1/,3X,"*DIREITA**ESQUERDA*")
do teste=1,nc
write(10,33) (pista(faixa,teste),faixa=1,2)
33 format(10 (4X,I5))
end do

write(10,42)
42 format(1/,3X,"***POSIÇÃO E VELOCIDADE FAIXA_DIREITA***")
do teste=1,NDir
write(10,*) "Posição",posicao_dir(teste),"Velocidade=", veloc_dir(teste)
end do

write(10,43)
43 format(1/,3X,"***POSIÇÃO E VELOCIDADE FAIXA_ESQUERDA***")
do teste=1,NESq
write(10,*) "Posição =", posicao_esq(teste),"Velocidade =", veloc_esq(teste)
end do

close(10)

ver=system("Notepad teste2.txt")
ver=system("notepad densid_dirxfluxo_dir.txt")

```



```

ver=system("notepad densid_esqxfluxo_esq.txt")
ver=system("notepad densid_dirxvelmedia_dir.txt")
ver=system("notepad densid_esqxvelmedia_esq.txt")
ver=system("notepad fluxo_dirxvelmedia_dir.txt")
ver=system("notepad fluxo_esqxvelmedia_esq.txt")
ver=system("notepad densid_totalxfluxo_total.txt")
ver=system("notepad densid_totalxvelmedia_total.txt")
ver=system("notepad fluxo_totalxvelmedia_total.txt")

```

```

ver=system("Wgnuplot comandos_total1.txt")
ver=system("Wgnuplot comandos_total2.txt")
ver=system("Wgnuplot comandos_total3.txt")
ver=system("Wgnuplot comandos_dir1.txt")
ver=system("Wgnuplot comandos_dir2.txt")
ver=system("Wgnuplot comandos_dir3.txt")
ver=system("Wgnuplot comandos_esq1.txt")
ver=system("Wgnuplot comandos_esq2.txt")
ver=system("Wgnuplot comandos_esq3.txt")

```

```
!-----
```

```
module movimento_veiculos
```

```

use variaveis
use dados
use portlib

```

```
implicit none
```

```
contains
```

```
! Subrotina para mudança de faixa
```

```
!-----
```

```
subroutine muda_faixa
```

```

integer :: dist_OB !Distância ao veículo anterior na outra faixa
integer :: dist !Distância ao veículo seguinte na mesma faixa
integer :: dist_0 !Distância ao veículo seguinte na outra faixa
integer :: i,j,k,m,n,h
integer :: posicao_dirAux(300),posicao_esqAux(300),
veloc_dirAux(300),veloc_esqAux(300)
integer :: NDirAux,NEsqAux
integer,parameter :: t1=3, t2=6

```

```

NDirAux=NDir
NEsqAux=NEsq

```

```

!-----
! MUDANÇA DE FAIXA DA DIREITA PARA A ESQUERDA
!-----
j=0
if (NDir>0) then      !Verifica se a faixa da direita possui veículos
  do j=1,NDir
    i=0
    k=0
    m=0
    n=0
    dist=0
    dist_0=0
    dist_0B=0
    k=posicao_dir(j)
    m=k
    n=k
    i=k+1
    do while ((i<=nc) .and. (pista(1,i)==0))
      i=i+1
      dist=dist+1
    end do
    do while ((m<=nc) .and. (pista(2,m)==0) .and. (dist_0<=nc))
      m=m+1
      dist_0=dist_0+1
    end do
    do while ((n>0) .and. (pista(2,n)==0) .and. (dist_0B<=nc))
      n=n-1
      dist_0B=dist_0B+1
    end do

if ((veloc_dir(j) <veloc_esq(j-1) .and. (dist_0 >= dist) .and.
(vmax>dist_0B-1) .and. (veloc_dir(j)<dist_0-1)
.and. (rand(<pmuda)) then
  pista(2,k)=1
  pista(1,k)=0
  trocam_DE = trocam_DE + 1
  NDiraux=NDiraux-1
  NEsqaux=NEsqaux+1

  !write(*,*)"o valor de k dentro =", k

```

```

!-----

```

```

        do h=1,NEsqaux-1
            posicao_esqAux(h)=posicao_esq(h)
            veloc_esqAux(h)=veloc_esq(h)
        end do
posicao_esqAux(NEsqaux)=posicao_dir(j)
    veloc_esqAux(NEsqaux)=veloc_dir(j)
        do h=1,NEsqAux
            posicao_esq(h)=posicao_esqAux(h)
            veloc_esq(h)=veloc_esqAux(h)
        end do
!-----
do h=j,NDirAux
    posicao_dir(h)=posicao_dir(h+1)
    veloc_dir(h)=veloc_dir(h+1)
end do
do h=1,NDirAux
    posicao_dirAux(h)=posicao_dir(h)
    veloc_dirAux(h)=veloc_dir(h)
end do
do h=1,NDirAux
    posicao_dir(h)=posicao_dirAux(h)
    veloc_dir(h)=veloc_dirAux(h)
end do
!-----

    end if
    NDir=NDirAux
    NESq=NEsqAux
end do
end if

!-----
! MUDANÇA DE FAIXA DA ESQUERDA PARA A DIREITA
!-----

!write(*,*)"Nesq depois da mudança =", NESq

if (NESq>0) then
    do j=1,NESq
        i=0
        k=0
        m=0
        n=0
        dist=0
        dist_0=0
        dist_0B=0
        k=posicao_esq(j)
        m=k
    end do
end if

```

```

n=k
i=k+1
do while ((i<=nc) .and. (pista(2,i)==0))
  i=i+1
  dist=dist+1
end do
do while ((m<=nc) .and. (pista(1,m)==0) .and. (dist_0<=nc))
m=m+1
dist_0=dist_0+1
end do
do while ((n>0) .and. (pista(1,n)==0) .and. (dist_0B<=nc))
n=n-1
dist_0B=dist_0B+1
end do

if (((veloc_esq(j)<veloc_esq(j-1))) .or. (dist_0<t1).and. \\  

(vmax<=dist_0B-1) .and. (veloc_esq(j)<dist_0-1) .and. \\  

(rand())<pmuda)) .or. ((rand())<pmuda) .and.  

(veloc_esq(j)<dist_0)) then
  pista(2,k)=0
  pista(1,k)=1
  trocam_ED = trocam_ED + 1
  NEsqAux=NEsqAux-1
  NDirAux=NDirAux+1
!-----
  do h=1,NDirAux-1
    posicao_dirAux(h)=posicao_dir(h)
    veloc_dirAux(h)=veloc_dir(h)
  end do
  posicao_dirAux(NDirAux)=posicao_esq(j)
  veloc_dirAux(NDirAux)=veloc_esq(j)
  do h=1,NDirAux
    posicao_dir(h)=posicao_dirAux(h)
    veloc_dir(h)=veloc_dirAux(h)
  end do
  !-----
  do h=j,NEsqAux
posicao_esq(h)=posicao_esq(h+1)
    veloc_esq(h)=veloc_esq(h+1)
  end do
  do h=1,NEsqAux
    posicao_esqAux(h)=posicao_esq(h)
    veloc_esqAux(h)=veloc_esq(h)
  end do
  do h=1,NEsqAux
    posicao_esq(h)=posicao_esqAux(h)
    veloc_esq(h)=veloc_esqAux(h)
  end do

```

```

                !-----
            end if
            NDir=NDirAux
            NEsq=NEsqAux
        end do
    end if

!write(*,*) "Trocam_Direita_Esquerda =", trocam_DE
!write(*,*) "trocam_Esquerda_Direita =", trocam_ED
!write(*,*) "NDir depois da troca =", NDir
!write(*,*) "NEsq depois da troca =", NEsq
!do j=1,NDir
! write(*,*) "posição_dir(h) =", posicao_dir(j)
!end do
!do h=1,NEsq
! write(*,*) "posicao_esq(h)", posicao_esq(h)
!end do

end subroutine muda_faixa

!-----
! Subrotina para movimentação dos Veículos
!-----

subroutine mover_veic_dir

integer :: i,xi,di,dis,vp,j,p,k,cont
integer :: c(NDir),d(NDir)

j=0
i=0
xi=0
p=0
k=0
call sorteia_veiculo_direita(c,d)

do cont=1,NDir
    k=posicao_dir(d(cont))
    xi=k+1
    !-----
    ! Calcula distância para o veiculo à frente
    !-----
do while ((xi.le.nc) .and. (pista(1,xi)==0) .and. (xi.lt.k+5))    xi=xi+1
end do

```



```

        else
            pista(1,i)=1
            posicao_dir(d(cont))=i
        end if
    end if
end do

!write(*,*)"Movimento dir ok"
end subroutine mover_veic_dir

!-----
! Subrotina para movimentar os veículos na faixa esquerda
!-----
subroutine mover_veic_esq

integer :: i,xi,di,dis,vp,j,p,k,cont
integer :: r(NEsq),s(NEsq)

j=0
xi=0
i=0
p=0
k=0
call sorteia_veiculo_esquerda(r,s)
do cont=1,NEsq
    k=posicao_esq(s(cont))
    xi=k+1
    !-----
    ! Calcula distância para o veiculo à frente
    !-----
    do while ((xi.le.nc) .and. (pista(2,xi)==0) .and. (xi.lt.k+5))
        xi=xi+1
    end do
    i=xi-1
    p=k+veloc_esq(s(cont))
    pista(2,k)=0
    !-----
    !Regra de Aceleração
    !-----
    if (p<=i) then
        pista(2,p)=1
        posicao_esq(s(cont))=p
        if ((pista(2,p+1)==0) .and. (veloc_esq(s(cont))<5)) then
            veloc_esq(s(cont))=veloc_esq(s(cont))+1
        end if
    end if
    !-----

```

```

! Regra de aleatoriedade
!-----
if ((rand()<=prob) .and. (veloc_esq(s(cont))>0)) then
  veloc_esq(s(cont))=veloc_esq(s(cont))-1
end if
!-----
! Regra de Desaceleração
!-----
di=0
dis=0
if (p>i) then
  vp=1
do while (vp<=NEsq)
  if(posicao_esq(vp)==xi) then
    vp=NEsq+1
  else
    vp=vp+1
  end if
end do
di=xi-k-1
dis=di+nint((1-alpha)*veloc_esq(vp)+1/2)
pista(2,i)=1
  posicao_esq(s(cont))=i
  if (veloc_esq(s(cont))>dis) then
    veloc_esq(s(cont))=min(veloc_esq(s(cont)),dis)
end if
  end if
!-----
! Condição de Contorno Periódica
!-----
  if (posicao_esq(s(cont))==nc) then
    if (pista(2,1)==0) then
      pista(2,nc)=0
      pista(2,1)=1
      posicao_esq(s(cont))=1
    else
      pista(2,i)=1
      posicao_esq(s(cont))=i
    end if
  end if
end do
!write(*,*)"Movimento esq ok"
end subroutine mover_veic_esq

!-----
! Subrotina para gerar uma sequência aleatória de números inteiros
!-----

```



```

subroutine sorteia_veiculo_direita(a,b)

use portlib

implicit none

integer :: a(NDir),b(NDir)
integer :: x,y,n,z,xy

xy=0
x=0
y=0
n=0
!write(*,*)"NDir sorteia veiculo =", NDir
do xy=1,NDir
  a(xy)=xy
end do

z=0

do y=1,NDir
  x=rand()*(NDir-z)+1
  z=z+1
  b(y)=a(x)
  do n=x,NDir-1
    a(n)=a(n+1)
  end do

end do

!do x=1,NDir
!write(*,*)"Sequencia aleat dir = ", b(x)
!end do

end subroutine  sorteia_veiculo_direita

!-----
subroutine sorteia_veiculo_esquerda(g,t)

use portlib

implicit none

integer g(NEsq),t(NEsq)
integer :: x,y,n,z,xy

```

```
!write(*,*)"NEsq sorteia =", NEsq

x=0
y=0
n=0
xy=0

  do xy=1,NEsq
    g(xy)=xy
  end do

z=0

do y=1,NEsq
  x=rand()*(NEsq-z)+1
  z=z+1
  t(y)=g(x)
  do n=x,NEsq-1
    g(n)=g(n+1)
  end do

end do

!do x=1,NEsq
!
!write(*,*)"Sorteia veic aleat esq =", t(x)
!end do

end subroutine  sorteia_veiculo_esquerda

end module movimento_veiculos

end program duas_faixas
```