## **EDUARDO MASSAHIKO HIGASHI**

# MODELAGEM DA BOBINA DE ROGOWSKI PARA MEDIDAS DE PULSOS DE CORRENTE ELÉTRICA

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia e Ciência de Materiais, Programa de Pós-Graduação em Engenharia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Vitoldo Swinka Filho

CURITIBA 2006

Dedico este trabalho:

À minha esposa Alessandra e a meu filho José Eduardo pelo apoio e confiança.

#### AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Vitoldo Swinka Filho, pelos ensinamentos, conselhos, sugestões e principalmente pela oportunidade oferecida em trabalhar em uma área desconhecida para mim.

Ao Prof. Dr. Renê Robert pelas orientações, ensinamentos, apoio e sugestões para o desenvolvimento do trabalho.

Aos meus colegas Walmor Cardoso de Godoi, pela ajuda nos trabalhos iniciais de conhecimento dos softwares utilizados, Nilton Ramos Quiorin, pelo apoio e orientações do início do trabalho, Guilherme Cunha da Silva, Wilson José da Silva , Rafael Pires Machado e Bruno Nahuili Bressan e Sebastião Ribeiro Junior pelo apoio e incentivo ao trabalho.

À Elizete Pires, secretária do Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Paraná.

À Universidade Federal do Paraná.

Ao Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento – LACTEC.

À Companhia Paranaense de Energia – COPEL, pelo auxílio financeiro concedido.

A todos aqueles que de uma forma ou outra contribuíram e me incentivaram para esse trabalho.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	X
LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS	xi
RESUMO	xiii
ABSTRACT	xiv
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	3
2.1. Características de um elemento sensor	3
2.2. Sensores de corrente	4
2.2.1.Resistor Shunt	4
2.2.2. Bobina de Rogowski	6
2.4. Freqüência de ressonância	15
2.5. Determinação dos limites de freqüência.	16
2.6. Cálculo da indutância de um toróide	17
2.7. Cálculo da capacitância parasita entre as espiras	20
CAPÍTULO 3 – DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL	22
3.1.Confecção das Amostras	22
3.2. Análise da impedância	23
3.3. Determinação da capacitância parasita utilizando a freqüênci	a de
ressonância	27
3.4. Determinação da função de transferência G	27
3.5.Determinação da resposta da bobina para impulsos de corrent	te27
3.5.1. Modelagem dos Pulsos de entrada da Bobina de Rogo	owski
	27
CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO	33
4.1. Análise de espectroscopia de impedância e função de transfe	rência
	33

4.2. Determinação e análise da faixa de freqüência	50
4.3. Análise da resposta da bobina a diferentes pulsos e cargas	54
4.3.1. Resposta da bobina ao pulso de corrente	54
4.3.2. Resposta da bobina ao pulso Degrau	56
4.3.3. Resposta da bobina a um sinal senoidal	58
CAPÍTULO 5 – CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	63
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	64
ANEXO A - DEMONSTRAÇÃO $Z(S) = G(S)N$	65
ANEXO B – SIMULAÇÕES	66

## LISTA DE FIGURAS

Figura	1 – Determinação da Corrente Através do Resistor Shunt	4
Figura	2 – Circuito Equivalente do Resistor Shunt	5
Figura	3 – Bobina de Rogowski	7
Figura	4 – Bobina de Rogowski Flexível	8
Figura	5 – Bobina de Rogowski Rígida	8
Figura	6 – Bobina de Rogowski Permanente	8
Figura	7 – Diagrama Esquemático da Bobina de Rogowski Ideal	9
Figura	8 – Diagrama Esquemático da Bobina de Rogowski com Integrador.	10
Figura	9 – Circuito Equivalente da Bobina de Rogowski	11
Figura	10 – Grandezas Relevantes na Confecção da Bobina	12
Figura	11 – Circuito Equivalente da Bobina de Rogowski sem Carga	13
Figura	12 – Diagrama Esquemático com Resistor de Carga R	14
Figura	13 – Representação de um Indutor com Nucleo em Forma de Toróide	18
Figura	14 – Indutância Externa do Toróide	19
Figura	15 – Secção Transversal da Bobina	21
Figura	16 – Bobina de Rogowski Confeccionada	23
Figura	17 – Analisador de Impedância Solartron (SI 1260)	24
Figura	18 – Sinal Senoidal Fornecido pelo Gerador sobre a Bobina	24
Figura	19 – Diagrama Esquemático do Gerador de Sinal Senoidal	25
Figura	20 - Representação Esquemática da Medida de Tensão e Corrente do Analisador Solartron.	25
Figura	21 – Medida de Impedância com o Analisador de Impedância Solartron	26
Figura	22 – Medida de Fase com o Analisador de Impedância Solartron	26
Figura	23 – Circuito Gerador de Pulsos	28

Figura	24 - Representação da Forma de Onda: Pulso Experimental e Simulado	.29
Figura	25 – Diagrama Esquemático do Gerador Degrau	31
Figura	26 – Diagrama Esquemático do Gerador de Pulso Senoidal	31
Figura	27 – Diagrama de Bode da Bobina de Rogowski A1	.33
Figura	28 – Diferença de Fase – Bobina A1	.34
Figura	29 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A1 sem Carga	.35
Figura	30 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A1 com Carga de 10 Ω	.35
Figura	31 – Espectroscopia da Impedância em função da freqüência da Bobina A1 com carga de 56 Ω	.36
Figura	32 – Espectroscopia da Fase em Função da Freqüência da Bobina A1 com Carga de 56 $\Omega$	.36
Figura	33 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A1 com Carga de 120 Ω	.37
Figura	34 – Espectroscopia Comparativa da Fase em Função da Freqüência da Bobinas A1 com Diversas Carga	ιs.
		.37
Figura	35 - Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A2 sem Carga	.38
Figura	36 - Espectroscopia da Fase em Função da Freqüência da Bobina A2 sem Resistência de Carga	.39
Figura	37 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A2 com Carga de 10 Ω	.39
Figura	38 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A2 com Carga de 56 Ω	.40
Figura	39 – Espectroscopia da Fase em Função da Freqüência da Bobina A2 com Carga de 56 Ω	.40
Figura	40 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A2 com Carga de 120 Ω	41
Figura	41 – Espectroscopia Comparativa da Fase em Função da Freqüência da Bobina A2 com Diversas Carga	s.
		41
Figura	42 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A3 sem Carga	.42
Figura	43 – Espectroscopia de Fase em Função da Freqüência da Bobina A3 sem Carga	.42
Figura	44 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A3 com uma Carga. de 10 Ω	.43
Figura	45 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A3 com Carga de 56 $\Omega$	.43
Figura	46 – Espectroscopia da Fase em função da freqúência da bobina A3 com uma carga. de 56 Ω	.44
Figura	47 – Espectroscopia da Impedância em Função da Freqüência da Bobina A3 com uma Carga. de 120 Ω	.44
Figura	48 – Espectroscopia Comparativa da Fase em Função da Freqüência da Bobina A3 com Diversas Cargas	5.
		.45

Figura 49 – Espectroscopia da Função de Transferência da Bobina A1 com uma Carga. de 10 Ω......46

Figura	$50 - Espectroscopia da Função da Freqüência da Bobina A1 com uma Carga. de 56 \Omega46$
Figura	51 - Espectroscopia da Função de Transferência da Bobina A1 com uma Carga de 120 Ω
Figura	52 – Espectroscopia da Função de Transferência da Bobina A2 com uma Carga de 10 Ω47
Figura	53 - Espectroscopia da Função de Transferência da Bobina A2 com uma Carga de 56 Ω48
Figura	54 – Espectroscopia da Função de Transferência da Bobina A2 com uma Carga de 120 $\Omega$ 48
Figura	55 – Espectroscopia da Função de Transferência da Bobina A3 com uma Carga de 10Ω49
Figura	56 – Espectroscopia da Função de Transferência da Bobina A3 com uma Carga de 56 Ω49
Figura	57 – Espectroscopia da Função de Transferência da Bobina A3 com uma Carga de 120 Ω50
Figura	58 – Diagrama de Bode com a Indicação da Freqüência Mínima e Máxima de Corte da Bobina A151
Figura	59 – Diagrama de Bode com a Indicação da Freqüência Mínima e Máxima de Corte da Bobina A252
Figura	60 – Diagrama de Bode com a Indicação da Freqüência Mínima e Máxima de Corte da Bobina A352
Figura	61 – Pulso de Corrente Gerado Experimentalmente e Simulado
Figura	$62 - Pulso de Saída Simulado e Experimental da Bobina de Rogowski A1 para uma Carga de 120 \Omega 55$
Figura	$63$ – Pulso de Saída Simulado e Experimental da Bobina de Rogowski A2 para uma Carga de 120 $\Omega$ 55
Figura	64 – Pulso de Saída Simulado e Experimental da Bobina de Rogowski A3 para uma Carga de 120 $\Omega$ 56
Figura	65 – Pulso Degrau Experimental e Ajustado Utilizado na Simulação
Figura	66 - Pulso de Saída Função Degrau Simulado e Experimental da Bobina de Rogowski A1 para uma Carga
de	± 120 Ω
Figura	67 - Pulso de Saída Função Degrau Simulado e Experimental da Bobina de Rogowski A2 para uma Carga
de	± 120 Ω
Figura	68 - Pulso de Saída Função Degrau Simulado e Experimental da Bobina de Rogowski A3 para uma Carga
de	58
Figura	69 - Pulso de Corrente Senoidal e Tensão de Saída Experimental da Bobina de Rogowski A1 para uma
Ca	arga de 120 Ω e Freqüência 200 kHz
Figura	70 - Pulso de Corrente Senoidal e Tensão de Saída Experimental da Bobina de Rogowski A1 para uma
Ca	arga de 120 Ω e Freqüência 1MHz
Figura	71 - Pulso de Corrente Senoidal e Tensão de Saída Experimental da Bobina de Rogowski A2 para uma
Ca	arga de 120 Ω e Freqüência 200 kHz60

Figura 72 – Pulso de Corrente Senoidal e Tensão de Saída Experimental da Bobina de Rogowski	A2 para uma
Carga de 120 Ω e Freqüência 1MHz	60
Figura 73 – Pulso de Corrente Senoidal e Tensão de Saída Experimental da Bobina de Rogowski	A3 para uma
Carga de 120 Ω e Freqüência 200 kHz	61
Figura 74 – Pulso de Corrente Senoidal e Tensão de Saída Experimental da Bobina de Rogowski	A3 para uma
Carga de 120 $\Omega$ e Freqüência 1MHz	61

## LISTA DE TABELAS

Tabela I – Características Físicas das Bobinas de Rogowski	.23
Tabela II – Valores Experimentais da Resistência e Indutância das Bobinas em Baixa Freqüência	.33
Tabela III – Valores da Capacitância Parasita da Bobina de Rogowski Medida e Simulada	. 38
Tabela IV – Valores Simulados da Freqüência Mínima e Máxima de Corte.	.51
Tabela V – Fator de Qualidade das Bobinas de Rogowski	. 53
Tabela VI – Resultados Comparativos da Função de Transferência e Fase da Bobina de Rogowski para Carga de	;
120 Ω.	. 62

# LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS

Z <sub>in</sub>	Impedância de Entrada
Z <sub>out</sub>	Impedância de Saída
i(t)	Intensidade de corrente elétrica instantânea
v(t)	Tensão Instantânea
R	Resistência Elétrica
v(t)	Tensão Instantânea total
$v_{R}(t)$	Tensão Instantânea no resistor
$v_{\rm L}(t)$	Tensão Instantânea no indutor
XLPE	Polietileno Reticulado
I <sub>MAX</sub>	Intensidade de corrente máxima
V <sub>RMS</sub>	Tensão média quadrática
М	Mútua Indutância
U <sub>s</sub> (t)	Tensão instantânea de saída do integrador
$U_i(t)$	Tensão instantânea de entrada do integrador
R <sub>INT</sub>	Resistor do integrador
C <sub>INT</sub>	Capacitor do integrador
L <sub>S</sub>	Auto-indutância ou indutância própria
Cs	Capacitância Parasita
R <sub>S</sub>	Resistência equivalente da bobina
R	Resistência de carga
u <sub>i</sub> (t)	Tensão gerada pela mútua indutância
$u_0(t)$	Tensão aplicada no resistor de carga
$I_1(t)$	Corrente que atravessa o núcleo da bobina
Ν	Número de espiras
a	Raio interno da bobina
b	Raio externo da bobina
h	Espessura da bobina
XL <sub>S</sub>	Reatância indutiva
XC <sub>S</sub>	Reatância capacitiva
Z	Impedância
RLC	Resistor, Indutor e Capacitor
Y	Admitância
$\omega_{0}$	Freqüência de ressonância
$\omega_{\scriptscriptstyle L}$	Limite de freqüência inferior
$\omega_{\scriptscriptstyle H}$	Limite de freqüência superior
Q	Fator de qualidade
В	Largura de faixa
$\mu_0$	Permeabilidade magnética
Φ	Fluxo magnético
C <sub>tt</sub>	Capacitância entre duas espiras adjacentes
t	Espessura do revestimento isolante do fio
g	Distância entre duas espiras

р	Distância entre os centros dos fios
r	Raio do fio
D	Diâmetro da volta
ε <sub>0</sub>	Permissividade no vácuo
ε <sub>r</sub>	Permissividade relativa
AWG	American Wire Gauge
f	Freqüência
Т	Período
V1	Tensão do diferenciador
$V_{\rm L} \ e \ V_{\rm H}$	Tensão baixa e alta do Analisador de impedância
у	Variável dependente da função pulso
Х	Variável independente da função pulso
А	Amplitude do pulso
X <sub>0</sub>	Tempo inicial
$t_1 e t_2$	Tempo de subida e descida
CH1 e CH2	Canal 1 e canal 2 do osciloscópio Tektronix

### **RESUMO**

O presente trabalho apresenta a modelagem de sensores de corrente baseados no efeito Rogowski. O objetivo é o desenvolvimento de um sensor para detectar pulsos de corrente de alta freqüência que percorrem um cabo isolado com polietileno reticulado XLPE de média tensão durante a sua ruptura dielétrica. Utilizou-se um modelo de circuito equivalente da bobina de Rogowski onde a indutância própria, a resistência do fio e a capacitância parasita entre as espiras foram determinadas de forma experimental. A resposta em freqüência simulada pelo modelo e os resultados experimentais mostram boa concordância. Além disso, foram simuladas as respostas temporais da bobina, analisando sinais de corrente elétrica do tipo pulso, degrau e senoidal, os quais fluem por um condutor que atravessa este sensor. A bobina de Rogowski se baseia em utilizar um núcleo em forma toroidal de material não magnético, onde é enrolada uma certa quantidade de espiras ao redor do mesmo. A modelagem do circuito equivalente da bobina de Rogowski foi utilizada para analisar a função de transferência da bobina e determinar a faixa de freqüência de operação da mesma. Os resultados mostram a possibilidade de caracterização do sensor para que ele trabalhe em uma faixa de freqüência compatível com a freqüência do pulso de corrente que percorre o cabo durante a ruptura do material dielétrico.

### ABSTRACT

This work presents the modeling of electric current sensors based on the Rogowski effect. The objective is to develop a sensor to detect high-frequency current pulses that flow through a medium voltage polyethylene (XLPE) isolated cable during its dielectric rupture. A Rogowski coil equivalent circuit model was used where the self-inductance, the wire resistance and the inter-turn stray capacitance had been determined experimentally. The model-simulated frequency response and the experimental results show good agreement. Moreover, the transient responses of the coil were simulated, analyzing pulse, step and sinusoidal electric current signals which flow through a conductor that crosses this sensor. The Rogowski coil is based on using a toroidal non-magnetic core and winding a certain amount of turns around it. The modeling of the Rogowski coil equivalent circuit was used to analyze the coil transfer function and to determine its operating frequency range. The results show the possibility of sensor characterization in order to operate in frequency range compatible with the frequency of the current pulse that flows through the cable during the rupture of the dielectric material.

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica são projetados para operar com sinais senoidais com freqüências de 50 Hz ou 60 Hz. Entretanto, quando em operação, esses sistemas são constantemente afetados por pulsos de correntes transitórias de curtíssima duração. As origens destas perturbações podem ser diversas, tais como descargas atmosféricas, surtos de manobras, chaveamento de cargas e descargas em sistemas de isolamento. Descargas atmosféricas geram um forte campo eletromagnético nos locais próximos a sua ocorrência. Esse campo provoca o surgimento de pulsos de corrente nos meios condutores, como fios e cabos. A corrente gerada pode ter intensidade suficiente para provocar danos tanto nos condutores como no material isolante dos cabos. O chaveamento de cargas provoca o aparecimento dos chamados surtos de manobra, que são associados ao fato de que toda mudança brusca do estado de um circuito elétrico provoca pulsos de corrente transitórios que afetam o circuito elétrico e suas adjacências. Em relação às descargas em sistemas de isolamento podem ocorrer descargas internas, superficiais e corona. Devido aos fenômenos citados surgiu a idéia do desenvolvimento de um sensor que pudesse detectar pulsos de corrente em cabos isolados durante a sua ruptura dielétrica. Em situação de campo, vários cabos isolados estão instalados, num mesmo circuito, em redes subterrâneas ramificadas, existindo uma grande dificuldade em localizar qual cabo está apresentando defeito. A função do sensor nesta situação é permitir a localização rápida do cabo defeituoso por meio de um sistema de monitoramento, ligado a um computador central por meio de um sistema de comunicação..

Os vários sensores de corrente existentes diferem basicamente pela faixa de freqüência que operam e pelo modo de detecção de corrente. No capítulo 2 será realizado um comparativo entre o método convencional de medida de corrente, o resistor de derivação (resistor *shunt*) e a bobina de Rogowski. A análise procura

apresentar quais os aspectos físicos envolvidos na medida dos pulsos de corrente elétrica e quais as vantagens da Bobina de Rogowski em comparação com o resistor shunt. O capítulo 3 apresenta como as bobinas foram confeccionadas e a metodologia utilizada para a determinação de suas características físicas, entre as quais: impedância, função de transferência, capacitância parasita e freqüência de ressonância. Além disso, descreve o método experimental utilizado para a obtenção da resposta destas bobinas para vários impulsos de corrente elétrica, com a respectiva modelagem destes. No capítulo 4 são analisados e discutidos os resultados experimentais e das modelagens para os diferentes impulsos de corrente elétrica. No capítulo 5 são apresentados as conclusões e os trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os sensores são dispositivos que convertem uma grandeza física numa segunda grandeza física sendo adequado a um sistema de medição.

## 2.1. Características de um elemento sensor

As características de um elemento sensor são: função de transferência, saturação, impedância de saída, excitação e resposta em freqüência. A principal característica de um elemento sensor é a função de transferência, a qual estabelece a relação entre o sinal de entrada e o sinal de saída, sendo sempre possível determinar uma função de transferência ideal para um sensor. A saturação também deve ser considerada pois todos os sensores têm limites de funcionamento a partir dos quais perdem a sua linearidade. A impedância de saída de um sensor é importante para o projeto do circuito de interface com o sistema de medida. Para uma saída em tensão, a impedância de saída ( $Z_{out}$ ) deve ser baixa e a impedância de saída deve ser alta. Por outro lado, para a saída em corrente, a impedância de saída deve ser alta e a de entrada deve ser baixa. As características de excitação especificam quais as grandezas necessárias ao funcionamento de um sensor. Para alguns tipos de sensores é importante saber a especificação da resposta em freqüência e qual a estabilidade necessária ao sinal de excitação. A resposta em freqüência especifica qual a sensibilidade do sensor às variações de freqüência do sinal de entrada.

As características da aplicação podem também influenciar na escolha dos sensores a utilizar. Fatores como desenho, peso, dimensões e preço são determinantes na escolha dos sensores. Quando se obtém informação de um sensor uma importante questão a ser verificada é a sua confiabilidade. Enquanto que as distorções fixas podem ser compensadas, as distorções provenientes de ruído podem ser estatisticamente atenuadas. O processamento estatístico implica, no entanto, um número consideravelmente grande de medidas [Fonseca, 2003].

### 2.2. Sensores de corrente

#### 2.2.1.Resistor Shunt

O processo mais utilizado de medida de corrente elétrica em um circuito é feito introduzindo-se uma resistência s*hunt* em série com o mesmo. A intensidade de corrente é obtida pela lei de Ohm (equação 1) a partir da tensão medida na resistência shunt conforme a Figura 1. Tal método apresenta alguns inconvenientes, como no caso da alta corrente que provoca um aquecimento do resistor, a tensão que causa problemas de isolação elétrica do sistema de medida e a alta freqüência que produz o Efeito Pelicular (Skin).



FIGURA 1 – DETERMINAÇÃO DA CORRENTE ATRAVÉS DO RESISTOR SHUNT

$$i(t) = \frac{v(t)}{R}$$
(1)

No caso real, os fios que formam o resistor shunt possuem uma indutância interna e outra externa, a qual pode ser representada por meio do circuito equivalente da Figura 2. Esta indutância provoca um atraso da corrente em relação à tensão.



FIGURA 2 - CIRCUITO EQUIVALENTE DO RESISTOR SHUNT

$$v(t) = v_R(t) + v_L(t) \tag{2}$$

$$v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$
(3)

Existe ainda uma capacitância parasita, mas como seu valor é muito pequeno, esta pode ser desprezada. Algumas características importantes do resistor *shunt* devem ser citadas:

• Características Elétricas

Dentre as características elétricas é necessário salientar que a indutância própria (interna) do fio que compõe o resistor pode ser desprezada, isto é, apesar do fio possuir uma indutância, ela é muito pequena. O resistor deve ter: boa linearidade, isto é, a relação entre a entrada e a saída deve ser constante; pequena resistência ôhmica para interferir o menos possível no trecho do circuito em que ocorre a medição, além de permitir o aterramento do cabo de medição, diminuindo ruídos que possam causar erros de medida [WEBSTER, 1999].

### • Características Térmicas

O resistor dissipa energia sob a forma de calor. Como a perda de potência é proporcional ao quadrado da corrente, temos que, para altas correntes, ocorre uma

energia dissipada alta. Entretanto, a variação da resistência é desprezível com a variação da temperatura.

Um resistor *shunt* deve possuir valores que o caracterizam e o identificam, entre os quais:

- Corrente máxima (I<sub>MAX</sub>)
- Nível do sinal (V<sub>RMS</sub>)
- Resistência (Ω)
- Tempo de resposta (s)

As vantagens de um resistor s*hunt* são o baixo custo e a excelente precisão. Por outro lado, o resistor s*hunt* possui indutâncias e capacitâncias parasitas associadas [THOMAZINI, 2004].

## 2.2.2. Bobina de Rogowski

Atualmente, encontramos sensores de corrente que são constituídos de várias espiras enroladas em núcleos magnéticos. Apesar da sua confecção ser aparentemente simples, existem alguns problemas que estes núcleos podem apresentar. Devido à magnetização do núcleo, existe uma perda de energia, fato que determina transdutores pouco precisos. Ao não utilizar um núcleo magnético, não existe perda de energia e, portanto, há uma maior precisão e linearidade dos mesmos, além do baixo custo para a sua confecção.

Uma alternativa segura e confiável para medida de corrente elétrica é o uso da bobina de Rogowski. Esta bobina, representada na Figura 3, consiste de um núcleo toroidal, não magnético, que é colocado em torno do condutor. O campo magnético produzido pela corrente alternada no condutor induz uma tensão na bobina.



FIGURA 3 – BOBINA DE ROGOWSKI

Dentre as vantagens da bobina de Rogowski, podemos citar a larga faixa de leitura em relação ao resistor s*hunt*, a qual vai desde mA até alguns kA. A bobina não apresenta histerese, pois seu núcleo é de material não magnético. Possui boa linearidade, formato que facilita as medidas em lugares com acesso limitado, não possui contato físico com o circuito, um baixo consumo e uma baixa variação do sinal da saída com a temperatura. Além disso, a indutância mútua não depende da corrente nem da freqüência do sinal a medir [SUETA, 1999]. A única limitação em freqüência vem determinada pela ressonância da bobina, a qual depende do projeto.

Podemos ressaltar dois tipos de bobinas de Rogowski, as bobinas flexíveis e as bobinas rígidas. No caso das bobinas flexíveis, a bobina se localiza sobre um núcleo flexível (ver Figura 4). A bobina pode ser fechada ao redor do condutor que se deseja medir por meio da união de seus extremos. Neste caso, o importante é que a união se faça corretamente para obter um circuito fechado e minimizar desta forma toda a influência de correntes externas à bobina. Este tipo de construção é útil quando se trabalha com condutores largos e de difícil acesso, além de ser apropriado para medir a corrente sem ter que desconectar o condutor [RAY, 2000].



FIGURA 4 – BOBINA DE ROGOWSKI FLEXÍVEL

A bobina rígida é composta de um núcleo toroidal rígido de material não magnético sobre o qual se enrolam as espiras que formam o sensor (ver Figura 5). Esta bobina é mais indicada para medidas de grande precisão e para ser instalada de forma permanente (ver Figura 6). A indutância mútua é mais elevada e desta maneira, a tensão de saída é maior que nas flexíveis.



FIGURA 5 – BOBINA DE ROGOWSKI RÍGIDA



FIGURA 6 – BOBINA DE ROGOWSKI PERMANENTE

Quando uma corrente  $i_1(t)$  percorre um condutor que atravessa o toróide, induz uma tensão  $U_i(t)$  na bobina de Rogowski, que é proporcional à indutância mútua da bobina M e a variação de corrente durante certo intervalo de tempo.

$$U_i(t) = M \frac{di_1(t)}{dt} \tag{4}$$

onde a indutância mútua M depende da geometria da bobina.

A equação 4 é válida para uma bobina ideal, representada na Figura 7, onde toda energia induzida é transferida para a saída da bobina.



FIGURA 7 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA BOBINA DE ROGOWSKI IDEAL

Deve ser levada em consideração que a tensão de saída não é exatamente proporcional a corrente de entrada, tal como ocorre com os transformadores de corrente convencionais, mas sim, proporcional a derivada em relação ao tempo da corrente. Portanto, para se obter uma saída proporcional deve-se colocar um integrador nos terminais da bobina, como representado na Figura 8, de tal forma que obtenhamos uma tensão de saída proporcional a corrente que circula pelo cabo condutor [RAMBOZ, 1996].



FIGURA 8 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DA BOBINA DE ROGOWSKI COM INTEGRADOR.

A tensão  $U_i(t)$  é integrada para fornecer uma tensão de saída  $U_S(t)$  com a mesma forma de onda da corrente medida *i*.

$$U_{S}(t) = -\frac{1}{R_{INT}C_{INT}} \int U_{i}(t)dt \qquad (5)$$

Substituindo a equação (4) na equação (5), tem-se:

$$U_{S}(t) = -\frac{M}{R_{INT}C_{INT}}i(t)$$
(6)

Como M,  $R_{INT}$  e  $C_{INT}$ , a princípio, são constantes,  $U_s(t)$  é proporcional a i(t).

As bobinas são construídas de modo que sua saída seja influenciada o menos possível pela posição do condutor dentro do toróide e para rejeitar a interferência dos campos magnéticos externos causados, por exemplo, pelos condutores próximos [WARD, D. A, 1993].

Uma bobina real apresenta algumas grandezas que influenciam na sua resposta. São elas: a resistência interna ( $R_s$ ) devido às características físicas do fio (comprimento, área da secção transversal e resistividade elétrica) e a capacitância parasita  $C_s$  que ocorre devido à proximidade das espiras. Além disso, deve-se considerar um resistor nos terminais de saída da bobina como um resistor de carga R. Este resistor de carga será analisado posteriormente.

O circuito equivalente da bobina de Rogowski está apresentado na Figura 9 [XIAOLIN, 2003].



FIGURA 9 - CIRCUITO EQUIVALENTE DA BOBINA DE ROGOWSKI

onde M é a indutância mútua,  $L_S$  é a indutância própria ,  $C_S$  é uma capacitância parasita,  $R_S$  é a resistência equivalente da bobina e R é a resistência de carga. A tensão gerada pela indutância mútua é denominada  $u_i(t)$  e  $u_0(t)$  é a tensão no resistor de carga [XIAOLIN, 2003].

Aplicando a lei das malhas de Kirchoff no circuito da Figura 9 pode-se escrever a equação:

$$u_{i}(t) = L_{S} \frac{di(t)}{dt} + R_{S}i(t) + u_{0}(t)$$
(7)

e a lei dos nós de Kirchoff

$$i(t) = C_s \frac{du_0(t)}{dt} + \frac{u_0(t)}{R}$$
(8)

e substituindo a equação (7) na equação (8) tem-se

$$L_{S}C_{S}\frac{dU_{0}^{2}}{dt^{2}} + \left(\frac{L_{S}}{R} + R_{S}C_{S}\right)\frac{dU_{0}}{dt} + \left(\frac{R_{S}}{R} + 1\right)U_{0}(t) = U_{1}(t)$$
(9)

Aplicando transformada de Laplace nas equações 4 e 9 e considerando as condições iniciais nulas, obtém-se

$$L_{S}C_{S}s^{2} + \left(\frac{L_{S}}{R} + R_{S}C_{S}\right)s + \left(\frac{R_{S}}{R} + 1\right)u_{0}(s) = MsI_{1}(s)$$

$$(10)$$

onde  $s = \sigma + j\omega$  é uma variável complexa no domínio da freqüência .

Pode-se então, segundo C. Xiaolin [XIAOLIN, 2003], determinar a função de transferência do sistema utilizando:

$$G(s) = \frac{U_0(s)}{I_1(s)} = \frac{Ms}{(L_s C_s s^2 + (\frac{L_s}{R} + R_s C_s)s + \frac{R_s}{R} + 1)}$$
(11)

A indutância própria  $L_s$  pode ser determinada em função das características físicas da bobina (Ver Figura 10), como o raio interno (a) e externo (b), espessura (h) e número de espiras (N) [XIAOLIN, 2003].



FIGURA 10 - GRANDEZAS RELEVANTES NA CONFECÇÃO DA BOBINA

$$L_{S} = N^{2} \frac{\mu}{2.\pi} h \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$
(12)

Como a indutância mútua é dada por

$$M = \frac{\mu}{2.\pi} Nh \ln\left(\frac{b}{a}\right) \tag{13}$$

tem-se que

$$L_{\rm S} = MN \tag{14}$$

A impedância da bobina pode ser analisada sob o ponto de vista do circuito equivalente, com ou sem a carga R. A partir da Figura 11, é possível determinar a impedância Z do circuito, do ponto de vista da saída do circuito sem carga. [EDMINISTER, 1971]:



FIGURA 11 - CIRCUITO EQUIVALENTE DA BOBINA DE ROGOWSKI SEM CARGA

Aplicando as transformadas de Laplace para os componentes XL<sub>S</sub> e XC<sub>S</sub>

$$XL_s = sL_s$$
 (15)

$$XC_s = \frac{1}{sC_s} \tag{16}$$

$$\frac{1}{Z} = sC_s + \frac{1}{R_s + sL_s}$$
(17)

$$\frac{1}{Z} = \frac{sC_s(R_s + sL_s) + 1}{R_s + sL_s}$$
(18)

$$Z = \frac{R_s + sL_s}{sC_s(R_s + sL_s + \frac{1}{sC_s})}$$
(19)

O módulo da impedância Z é obtido transformando s = j $\omega$  em (19):

14

$$Z = \frac{R_s + j\omega L_s}{j\omega C_s (R_s + j\omega L_s + \frac{1}{j\omega C_s})}$$
(20)

obtém-se o módulo de Z, determinando

$$Z = \sqrt{\operatorname{Re}(Z)^{2} + \operatorname{Im}(Z)^{2}}$$
(21)

e a diferença de fase por

$$\theta = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(Z)}{\operatorname{Re}(Z)}\right)$$
(22)

Do ponto de vista da saída e considerando um resistor de carga R, tem-se o o circuito equivalente da Figura 12:



FIGURA 12 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO COM RESISTOR DE CARGA R

Para calcular a impedância Z, utiliza-se:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + sC_s + \frac{1}{R_s + sL_s}$$
(23)

e chega-se a seguinte relação:

$$Z = \frac{R(R_{s} + sL_{s})}{R + R_{s} + s(L_{s} + C_{s}RR_{s} + s^{2}C_{s}RL_{s})}$$
(24)

A equação 24 será utilizada para determinar o módulo da impedância e a diferença de fase considerando um resistor de carga.

## 2.4. Freqüência de ressonância

O conceito de ressonância é aplicado em diversas áreas da ciência e engenharia. Ela ocorre em qualquer circuito que possua ao menos um indutor e um capacitor, sendo estes a causa de oscilações da energia armazenada de uma forma para outra. Uma das principais características é que na freqüência de ressonância ocorre um ponto de amplitude máxima. A ressonância é uma condição em um circuito RLC na qual as reatâncias capacitivas e indutivas são iguais em módulo, resultando, portanto, em uma impedância puramente resistiva [ALEXANDER,2003]. Considerando o circuito equivalente da bobina de Rogowski como um circuito RLC paralelo, partindo do conceito de Admitância *Y* [ALEXANDER,2003],

$$Y = \frac{I}{V} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega l}$$
(25)

$$Y = \frac{1}{R} + j \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$$
(26)

têm-se que a ressonância  $\omega_0$  ocorre quando a parte imaginária de Y é zero, então

$$\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0 \tag{27}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{28}$$

Como

16

tem-se que

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
(30)

Uma vez que toda a corrente vai passar pelo resistor R, a combinação LC se comporta como um circuito aberto.

 $\omega_0 = 2\pi f_0$ 

2.5. Determinação dos limites de freqüência.

O circuito equivalente do sensor é semelhante a um circuito ressonante RLC paralelo para pequenos sinais de corrente. A máxima potência dissipada ocorre na ressonância quando

$$I = \frac{V_{MAX}}{R}$$
(31)

logo,

$$P(\omega) = \frac{1}{2} \frac{V_{MAX}^{2}}{R}$$
(32)

A largura da banda de freqüência do sensor é determinada pelo limite de freqüência inferior  $f_L$  onde  $\omega_L=2.\pi.f_L$  e limite de freqüência superior  $f_H$  onde  $\omega_H=2.\pi.f_H$ . Esses limites correspondem a freqüência em que a potência dissipada é a metade do valor máximo, ou seja, quando a corrente cai a  $0,707V_{MAX}/R$ .

Os limites de freqüência e a largura da banda podem ser dados pelas equações [XIAOLIN, 2003]:

$$\omega_L = \frac{R + R_S}{L_S + RR_S C_S} \approx \frac{R + R_S}{L_S}$$
(33)

$$\omega_{H} = \frac{L_{S} + RR_{S}C_{S}}{RL_{S}C_{S}} \approx \frac{1}{RC_{S}}$$
(34)

$$\omega_H - \omega_L = \left(\frac{L_S + RR_SC_S}{RL_SC_S} - \frac{R + R_S}{L_S + RR_SC_S}\right)$$
(35)

onde a expressão  $\omega_H - \omega_L$  é denominada largura de faixa ou largura de banda (B).

A razão entre a freqüência de ressonância e a largura de faixa é denominado *fator de qualidade Q*. Para o circuito RLC paralelo, o fator de qualidade Q é dado por:

$$Q = \frac{\omega_0}{B}$$
(36)

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L}$$
(37)

A seletividade de um circuito RLC é a capacidade do circuito de responder a certas freqüências, discriminando-as entre todas as outras freqüências. Se a banda de freqüência a ser selecionada é estreita, o fator de qualidade deve ser alto. Se a banda de freqüência é larga, o fator de qualidade deve ser baixo. Então, o circuito ressonante é caracterizado por cinco parâmetros relacionados: as duas freqüências de meia potência  $\omega_H$  e  $\omega_L$ , a freqüência de ressonância  $\omega_0$ , a largura de faixa B e o fator de qualidade Q [ALEXANDER,2003].

## 2.6. Cálculo da indutância de um toróide

Um indutor é um dispositivo capaz de armazenar energia em um campo magnético. Ele deve ser comparado em sua função com o capacitor, que armazena energia em um campo elétrico. Exemplos de indutores são espiras, solenóides, toróides, etc. Se um solenóide longo é curvado em forma de círculo, e fechado sobre si mesmo, obtemos um toróide. Quando esse toróide possui um enrolamento uniforme, o campo magnético é praticamente todo confinado em seu interior e o campo magnético B é nulo fora dele [KELLER, 1999]. (Ver Figura 13)



FIGURA 13 - REPRESENTAÇÃO DE UM INDUTOR COM NUCLEO EM FORMA DE TORÓIDE

As linhas de campo magnético que em um solenóide são segmentos retos, transformam-se em circunferências concêntricas em um toróide. O campo magnético é tangente em cada ponto da circunferência. Se considerarmos como um caminho fechado uma circunferência de raio r, cujo centro está no eixo do toróide, situado num plano meridiano, o campo magnético B é tangente a circunferência de raio r e tem o mesmo módulo em todos os pontos da circunferência. A circulação, pela Lei de Ampère [KELLER, 1999], é dada por

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0.i.N$$
(38)

$$\oint Bdl\cos 0^\circ = \mu_0 iN \tag{39}$$

$$B\oint dl = \mu_0 iN \tag{40}$$

$$B2\pi r = \mu_0 iN \tag{41}$$

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} \tag{42}$$

19

Para calcular a intensidade do campo magnético que atravessa uma circunferência de raio r, serão analisados dois casos.

1º Caso: Fora do Toróide



FIGURA 14 – INDUTÂNCIA EXTERNA DO TORÓIDE

Neste caso a intensidade de campo magnético que atravessa a circunferência de raio r é zero. Aplicando a lei de Ampère,

$$B2\pi r = \mu_0 0 \tag{43}$$

$$\mathbf{B} = 0 \tag{44}$$

2° Caso: Indutância dentro do toróide

Pela definição de indutância,

$$L = \frac{N\Phi}{i} \tag{45}$$

O fluxo  $\Phi$  sobre a secção transversal do toróide é determinado por

$$\Phi = \int B dA = \int_{a}^{b} (B) (h dr) = \int_{a}^{b} \frac{\mu_{0} i N}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_{0} i N h}{2\pi} \int_{a}^{b} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_{0} i N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$
(46)

A equação para a indutância é obtida substituindo (46) em (45) [HALLIDAY, 1993]

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \tag{47}$$

A equação (47) mostra uma maneira aproximada do cálculo da indutância para um toróide, considerando o campo magnético no interior constante e que o raio r seja muito menor do que b.

## 2.7. Cálculo da capacitância parasita entre as espiras

O comportamento das bobinas de Rogowski em altas freqüências é muito diferente do comportamento para baixas freqüências. A capacitância parasita surge devido a proximidade entre os fios do enrolamento da bobina. Sendo assim, as capacitâncias parasitas não podem ser desprezadas quando se analisam altas freqüências. Elas afetam significativamente o indutor e são responsáveis diretas pela freqüência de ressonância.

Além da capacitância parasita, o efeito Pelicular e os efeitos de proximidade causam nos enrolamentos um aumento na resistência e a indutância diminui ligeiramente com o aumento da freqüência.

Para uma previsão precisa da resposta em freqüência desses indutores o cálculo da capacitância parasita é importante. Visando minimizar os efeitos da capacitância parasita os indutores são usualmente feitos de enrolamentos simples (em geral uma camada) e o uso de núcleos ferromagnéticos foi abolido. O uso de núcleos de ar ou de materiais não ferromagnéticos faz com que a bobina não sofra efeitos de histerese. A distância entre as espiras é aumentada para reduzir a capacitância entre as espiras.

A vista da secção transversal de fios uniformemente enrolados de seções transversais circulares é mostrada na Figura 15. A capacitância entre duas voltas adjacentes  $C_{tt}$  pode ser calculada por meio da fórmula para a determinação da capacitância por unidade de comprimento de dois condutores paralelos retos

infinitamente longos colocados em um meio homogêneo. Sob estas condições e considerando que a espessura t do revestimento isolante do fio é pequena quando comparada com a distância g da distância entre duas espiras, onde g=(p-2r), uma expressão analítica para a capacitância espira-espira (C<sub>tt</sub>), pode ser determinada para fios da seção transversal circular por meio de [GRANDI, 1999],

$$C_{tt} = \frac{\pi D\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{p}{2r} + \sqrt{\left(\frac{p}{2r}\right)^2 - 1}\right)}$$
(48)

onde D é o diâmetro da volta, p é a distância entre os centros dos fios de duas espiras lado a lado e onde r é o raio do fio.



FIGURA 15 - SECÇÃO TRANSVERSAL DA BOBINA

Ainda quando a espessura t da camada isolante do fio de permissividade relativa  $\varepsilon_r$  é comparável com a distância entre as espiras g, surge uma expressão derivada de (48) onde é assumido o surgimento de um campo radial na superfície da camada isolante [GRANDI, 1999].

$$C_{tt} = \frac{\pi D\varepsilon_0}{\ln\left(F + \sqrt{F^2 - \left(1 + \frac{t}{r}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_r}}}\right)}$$
(49)

onde

$$F = \frac{\frac{p}{2.r}}{\left(1 + \frac{t}{r}\right)^{1 - \frac{1}{\varepsilon_r}}}$$
(50)

As equações 49 e 50 são utilizadas quando a espessura da camada isolante do fio deve ser considerada para a determinação da capacitância parasita.

## **CAPÍTULO 3 – DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL**

#### 3.1.Confecção das Amostras

Os sensores de corrente utilizados atualmente são formados por núcleos magnéticos. Este tipo de metodologia está muito bem desenvolvida e é simples, tanto no projeto, como na fabricação. Entretanto, uma desvantagem observada é que, devido à necessidade de magnetizar o núcleo, ocorre uma perda de energia, motivo que torna este sensor pouco preciso.

As propriedades magnéticas de componentes indutivos são usadas para medir a intensidade de corrente que passa, por exemplo, em um condutor. Este tipo de sensor de corrente possui alta confiabilidade. Por outro lado, possui uma desvantagem: a bobina deve criar um campo magnético sobre o núcleo de material magnético e isto provoca sua saturação, fazendo com que o sensor deixe de funcionar. Esta propriedade limita a intensidade de corrente que o sensor de corrente é capaz de medir. Além disso, o efeito de utilizar um toróide de material magnético, também produz perda de linearidade (a intensidade de saída não varia linearmente com a intensidade do condutor) e erros de fase (as intensidades não estão em fase). Desta forma, não se pode medir com precisão a intensidade de corrente elétrica que circula pelo cabo condutor. Tendo em vista os problemas inerentes à utilização de um núcleo ferromagnético, foi evitado utilizar este tipo de núcleo.

As bobinas utilizadas nos experimentos foram confeccionadas segundo o princípio da bobina de Rogowski. As bobinas são constituídas de um núcleo não magnético. O material utilizado foi o epóxi, que possui baixo custo e fácil moldagem. A Figura 16 apresenta uma das amostras confeccionadas. Essas bobinas foram construídas com núcleos de epóxi, enrolados com um fio de cobre 28 AWG. O diferencial das amostras é o número de espiras. O núcleo não magnético tem a vantagem de não possuir perdas, possuir boa linearidade e além disso, não depende da
permeabilidade magnética ( $\mu_0 = \mu$ ).



FIGURA 16 - BOBINA DE ROGOWSKI CONFECCIONADA

Foram preparadas três bobinas denominadas A1, A2 e A3. As características construtivas das bobinas estão listadas na Tabela I. As medidas foram feitas utilizando um paquímetro digital com uma precisão de 0,1 mm.

TABELAT - CARACTERISTICAS TISICAS DAS DOBINAS DE ROGOWSKI					
Bobina	Número de espiras	a (raio interno) (cm)	b (raio externo) (cm)	Largura (cm)	Espaçamento entre espiras (mm)
A1	150	1,23	2,03	1,21	1,51
A2	30	1,23	2,03	1,21	5,53
A3	15	1,23	2,03	1,21	9,97

TABELA I – CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DAS BOBINAS DE ROGOWSKI

# 3.2. Análise da impedância

Um analisador de impedância foi utilizado para determinar o comportamento das bobinas quando foram aplicados sinais senoidais de 1V de tensão RMS, cujas freqüências foram variadas de 10 Hz a 30 MHz. Desta forma foi possível analisar: a impedância da bobina, diferença de fase da tensão induzida em função da corrente que atravessa a bobina, freqüência de ressonância e ainda, avaliar o comportamento da sua indutância própria  $L_s$  e resistência interna  $R_s$ . O equipamento utilizado foi um

analisador de impedância Solartron, modelo SI-1260. A Figura 17 apresenta uma vista frontal do equipamento.



FIGURA 17 – ANALISADOR DE IMPEDÂNCIA SOLARTRON (SI 1260)

O método de medida do analisador de impedância é baseado na medição da tensão e corrente na saída da bobina. A metodologia utilizada para a obtenção das medidas está descrita a seguir.

O gerador fornece um sinal senoidal para a amostra, cujos parâmetros freqüência, período e amplitude podem ser controlados e estão representados na Figura 18. O diagrama esquemático do gerador está representado na figura 19.



FIGURA 18 – SINAL SENOIDAL FORNECIDO PELO GERADOR SOBRE A BOBINA



FIGURA 19 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO GERADOR DE SINAL SENOIDAL

A medida de tensão sobre a bobina é feita analisando-se o sinal V1 entre os terminais, o ponto de aplicação da tensão alta ( $V_H$ ) e o ponto de aplicação da tensão baixa ( $V_L$ ). A tensão é dada por

$$V1 = A(V_{\rm H} - V_{\rm L}) \tag{51}$$

onde A é um ganho cujo valor é interno e sem possibilidade de variação.

É feita uma amplificação do sinal e posterior medida de corrente elétrica por meio de um resistor s*hunt* localizado dentro do Analisador, conforme a Figura 20 . A impedância da bobina é então obtida pela Lei de Ohm.



FIGURA 20 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA MEDIDA DE TENSÃO E CORRENTE DO ANALISADOR SOLARTRON.

A determinação do ângulo de fase entre a tensão e corrente é realizado pelo método derivado da transformada de Fourier. O sinal digital é somado em 104 pontos

e integrado em um ciclo. O processador utiliza esse resultado e através de funções referências seno e co-seno obtém o ângulo de fase . A Figura 21 e a Figura 22 apresentam os resultados obtidos da medida de impedância e fase realizados com o analisador de impedância Solartron.



FIGURA 21 – MEDIDA DE IMPEDÂNCIA COM O ANALISADOR DE IMPEDÂNCIA SOLARTRON



FIGURA 22 – MEDIDA DE FASE COM O ANALISADOR DE IMPEDÂNCIA SOLARTRON

3.3. Determinação da capacitância parasita utilizando a freqüência de ressonância

Utilizando os resultados e gráficos obtidos da medida de impedância e de diferença de fase pode-se determinar a capacitância parasita da bobina. A análise da freqüência de ressonância da bobina mostra que na ressonância a impedância é máxima e a diferença de fase é nula. Com base nestes dados obteve-se a freqüência de ressonância e utilizando a equação (30) foi determinada a capacitância parasita da bobina.

## 3.4. Determinação da função de transferência G

O objetivo da determinação da função de transferência G é verificar qual a tensão induzida na saída da bobina a cada Ampère de corrente medido. De posse dos valores da impedância, verificou-se que a função de transferência da bobina para altas freqüências pode ser obtida por meio da razão da impedância e do número de espiras, conforme demonstrado no Anexo A.

3.5.Determinação da resposta da bobina para impulsos de corrente

### 3.5.1. Modelagem dos Pulsos de entrada da Bobina de Rogowski

Para a implantação da simulação foi realizada a modelagem do pulso de corrente na entrada, de tal maneira que, controlando as características do pulso que passa pelo condutor fosse possível prever qual a resposta do pulso da tensão de saída na bobina. Foram injetados pulsos de corrente separadamente no condutor que atravessava a Bobina de Rogowski:

A forma de onda tipo pulso foi obtida utilizando-se um gerador de sinais Tektronix, modelo CFG 280. A função deste equipamento é gerar uma onda quadrada. Na saída do gerador foi colocado um circuito na configuração de um diferenciador, formado por um capacitor de baixo valor e um resistor cuja função foi deixar o pulso com uma subida muito rápida, obtendo-se assim, um pulso, cuja freqüência dependia dos valores de R e C. O resistor R tinha a função de resistor de derivação (*shunt*) onde por meio da forma de onda da tensão analisada obtém-se, utilizando a lei de Ohm, a corrente elétrica que passa sobre este. O diagrama esquemático do experimento está apresentado na Figura 23.

O sinal do pulso de corrente (CH2) e o sinal de resposta da saída da bobina (CH1) foram monitorados por um osciloscópio Tektronix TDS 2024. Os sinais foram enviados ao computador por meio de uma interface serial RS-232. Utilizando-se um software específico da Tektronix os sinais foram armazenados no disco rígido.



FIGURA 23 - CIRCUITO GERADOR DE PULSOS

Este pulso foi modelado matematicamente por meio do software *OriginPro<sup>®</sup>*, onde foi determinada a função

$$y = A \left(1 - e^{\frac{-x - x_0}{t_1}}\right) e^{\frac{-x - x_0}{t_2}}$$
 (52)

e feito um ajuste para a determinação dos parâmetros A,  $t_1 e t_2$ . O parâmetro A controla a amplitude do pulso,  $t_1 e t_2$  são responsáveis pelo tempo de subida e descida do pulso respectivamente. Com esses parâmetros o pulso foi simulado no software *Mathematica*<sup>®</sup> (ver Figura 24).



FIGURA 24 - REPRESENTAÇÃO DA FORMA DE ONDA: PULSO EXPERIMENTAL E SIMULADO

A função de transferência (11) também foi simulada no *Mathematica*<sup>®</sup>. De posse da simulação do comportamento da bobina, principalmente da sua função de transferência G, e da simulação do sinal de corrente que atravessa a bobina, foi obtida a resposta simulada da tensão de saída da bobina. Aplicando a relação, válida somente no domínio s, temos

$$G(s) = \frac{V_s(s)}{I_F(s)}$$
(53)

$$I_{E}(s) \times G(s) = V_{S}(s)$$
(54)

Os resultados experimentais e simulados foram comparados no  $OriginPro^{@}$ . Os procedimentos experimentais foram realizados com vários resistores de carga (10 $\Omega$ , 56 $\Omega$  e 120 $\Omega$ ), os quais foram colocados na saída da bobina.

#### Forma de Onda Degrau

Utilizando um gerador de degrau, o pulso foi ajustado para que a subida da rampa fosse a mais rápida possível. O objetivo da aplicação deste sinal foi verificar qual a resposta da saída da bobina, isto é, se a resposta seria amortecida, sub-mortecida ou sem amortecimento. O ajuste do pulso foi feito utilizando a carga e descarga de um cabo coaxial ligado ao gerador.

Foi utilizado um gerador HAEFELY *TYP 40*. O diagrama esquemático do gerador está representado na Figura 25. Ao ligarmos o aparelho, a chave de mercúrio começa a atuar, aplicando sobre o cabo coaxial de 50  $\Omega$  uma tensão de 90 V, carregando a capacitância do cabo e em seguida, descarregando-o por meio de um curto circuito. Este procedimento ocorre a uma freqüência de 60 Hz, fazendo com que sobre o resistor *shunt* exista uma diferença de potencial de 90 V, gerando uma corrente elétrica de aproximadamente 1,8 A que atravessa o circuito. A largura do pulso gerado depende do comprimento do cabo.

A simulação seguiu os mesmos passos e critérios do procedimento da determinação da modelagem tipo pulso. Inicialmente, o pulso de corrente que passa pelo resistor *shunt* e o pulso de saída da bobina são capturados e enviados para o osciloscópio. Este por sua vez, os envia para o computador, onde os parâmetros do pulso são determinados pelo *Origin*<sup>®</sup> e simulados no *Mathemática*<sup>®</sup>. A resposta de saída simulada e a obtida experimentalmente são comparadas por meio do *Origin*<sup>®</sup>. Foram realizadas medidas para vários resistores de carga (10 $\Omega$ , 56 $\Omega$  e 120 $\Omega$ ) colocados na saída da bobina.



FIGURA 25 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO GERADOR DEGRAU

### Forma de onda senoidal

Por ser um sinal cíclico a análise foi feita somente em regime estacionário obtendo-se assim, para uma dada freqüência, a simulação do cálculo do módulo da função de transferência G e do ângulo de fase. Foi utilizado um gerador de sinais do fabricante Tektronix, modelo CFG 280, resistores shunt de 56  $\Omega$  e de 120  $\Omega$  e um osciloscópio TEKTRONIX TDS 2024. A Figura 26 mostra a configuração do experimento realizado.



FIGURA 26 – DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DO GERADOR DE PULSO SENOIDAL

Um sinal senoidal de freqüência determinada é ajustado no gerador de funções. O pulso de corrente obtido no resistor *shunt* e a tensão de saída na bobina são capturados no osciloscópio, nos canais CH2 e CH1, respectivamente, e enviados ao

computador. Utilizando o  $Origin^{\$}$ , foram obtidos os valores da amplitude da tensão de saída da bobina e a corrente que atravessa o resistor s*hunt*, obtendo-se assim a função de transferência *G* 

$$G = \frac{V_{Saida}(rms)}{i_{Shunt}(rms)}$$
(55)

e a diferença de fase entre tensão e corrente,  $\theta$ .

A função de transferência também foi simulada no *Mathematica*<sup>®</sup> para a freqüência analisada e os valores da função de transferência G e da diferença de fase  $\theta$  foram obtidos e posteriormente comparados com as medidas experimentais. Este procedimento foi repetido para freqüências de 200 kHz e 1 MHz.

# CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Análise de espectroscopia de impedância e função de transferência

O analisador de Impedância foi utilizado primeiramente para determinar qual o valor de  $L_s$  e  $R_s$  para baixas freqüências. Na Tabela II são representados os valores obtidos para freqüência de 100 Hz com uma incerteza do equipamento menor que 2%.

	Número de espiras	$R_{S}\left(\Omega ight)$	$L_{S}(\mu H)$	$\mathrm{X}_{\mathrm{LS}}\left(\Omega ight)$
A1	150	0,79	28,00	1,77.10 <sup>-2</sup>
A2	30	0,20	2,15	1,173.10 <sup>-3</sup>
A3	15	0,11	0,87	5,52.10 <sup>-4</sup>

TABELA II –VALORES EXPERIMENTAIS DA RESISTÊNCIA E INDUTÂNCIA DAS BOBINAS EM BAIXA FREQÜÊNCIA

Após a obtenção das grandezas acima, foi determinado experimentalmente o diagrama de Bode de fase da bobina A1, sem carga, para uma faixa de freqüência de 100 Hz até 30 MHz. O diagrama está representado na Figura 27.



FIGURA 27 – DIAGRAMA DE BODE DA BOBINA DE ROGOWSKI A1

Conhecido o valor da freqüência de ressonância é possível determinar a capacitância parasita da bobina através da equação (30). Utilizando os dados obtidos na Tabela II foi possível simular a espectroscopia de impedância e o diagrama de bode no *Mathematica*<sup>®</sup> utilizando a equação (20). O módulo da impedância e a diferença de fase são obtidos por meio das equações (21) e (22). O valor da capacitância parasita encontrada para a bobina A1 foi de 5,36 pF. Os valores simulados e medidos destas grandezas foram agrupados no gráfico da Figura 28 e da Figura 29.



FIGURA 28 - DIFERENÇA DE FASE - BOBINA A1



FIGURA 29 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A1 SEM CARGA.

Outra análise foi realizada adicionando-se resistores de carga R de valores 10  $\Omega$ , 56  $\Omega$  e 120  $\Omega$ , individualmente, nos terminais da bobina. Os mesmos procedimentos foram utilizados. A freqüência de ressonância, mesmo com as resistências de carga, não se alterou. Os resultados experimentais obtidos, assim como os resultados simulados, como esperados, estão representados nos gráficos da Figura 30 à Figura 33.



FIGURA 30 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A1 COM CARGA DE 10 Ω.



FIGURA 31 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A1 COM CARGA DE 56 Ω.



FIGURA 32 – ESPECTROSCOPIA DA FASE EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A1 COM CARGA DE 56 Ω.



FIGURA 33 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A1 COM CARGA DE 120 Ω.



FIGURA 34 – ESPECTROSCOPIA COMPARATIVA DA FASE EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINAS A1 COM DIVERSAS CARGAS.

Os mesmos procedimentos foram utilizados para as bobinas A2 e A3. Devido as suas características físicas pode ser observado que a ressonância ocorre em um valor acima da capacidade de medida do Analisador de Impedância. Como a determinação da freqüência de ressonância não era direta, foram utilizadas várias simulações modificando-se o valor da capacitância parasita até que os valores simulados coincidissem com os pontos experimentais.

Os valores da capacitância parasita, determinados experimentalmente e os simulados pela equação 48 estão representados na Tabela III.

BOBINA	CAPACITÂNCIA MEDIDA (pF)	CAPACITÂNCIA SIMULADA (pF)	DIFERENÇA (%)
A1	5,36	5,54	3,4
A2	1,49	1,60	7,3
A3	1,86	1,88	1,1

TABELA III - VALORES DA CAPACITÂNCIA PARASITA DA BOBINA DE ROGOWSKI MEDIDA E SIMULADA

Para a bobina A2, com uma capacitância parasita de 1,49 pF o valor da freqüência de ressonância obtida foi de 90 MHz. Os resultados experimentais e simulados obtidos para a bobina A2 estão representados nos gráficos da Figura 35 à Figura 41.



FIGURA 35 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A2 SEM CARGA.



FIGURA 36 – ESPECTROSCOPIA DA FASE EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A2 SEM RESISTÊNCIA DE CARGA

Obtido o valor da freqüência de ressonância, foram colocadas novamente as cargas utilizadas para a bobina A1 chegando-se aos seguintes resultados:



FIGURA 37 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A2 COM CARGA DE 10 Ω.



FIGURA 38 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A2 COM CARGA DE 56 Ω.



FIGURA 39 – ESPECTROSCOPIA DA FASE EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A2 COM CARGA DE 56 Ω.



FIGURA 40 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A2 COM CARGA DE 120 Ω.





A freqüência de ressonância da bobina A3 foi obtida através dos mesmos procedimentos utilizados na bobina A2. O valor encontrado para a bobina A3 foi de 125 MHz para uma capacitância parasita de 1,86 pF. A Figura 42 à Figura 48 apresentam simultaneamente as simulações e os dados obtidos experimentalmente para a bobina A3.



FIGURA 42 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A3 SEM CARGA.



FIGURA 43 – ESPECTROSCOPIA DE FASE EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A3 SEM CARGA.



FIGURA 44 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A3 COM UMA CARGA. DE 10 Ω.



FIGURA 45 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A3 COM CARGA DE 56 Ω.



FIGURA 46 – ESPECTROSCOPIA DA FASE EM FUNÇÃO DA FREQÚÊNCIA DA BOBINA A3 COM UMA CARGA. DE 56  $\Omega.$ 



FIGURA 47 – ESPECTROSCOPIA DA IMPEDÂNCIA EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A3 COM UMA CARGA. DE 120 Ω.



FIGURA 48 – ESPECTROSCOPIA COMPARATIVA DA FASE EM FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A3 COM DIVERSAS CARGAS.

Foi observada uma grande diferença de comportamento, tanto de fase como da faixa de freqüência, quando foram variados os resistores de carga. Para o resistor de valor baixo se obteve uma larga faixa de freqüência e amplitude baixa, pois este possui uma região da curva onde a diferença de fase é próxima do zero. Isto significa que a resistência interna e a capacitância parasita formam um integrador (já que as medidas foram feitas somente com o resistor de carga, sem utilizar um circuito integrador), deixando a tensão induzida e a corrente em fase.

Para um resistor de carga de 120  $\Omega$  ocorreu um efeito oposto. A faixa de freqüência se tornou mais seletiva e estreita. Houve um aumento da amplitude e diminuição da largura de faixa. A escolha do resistor de carga vai depender de quais características a bobina deve possuir para um fim específico.

O pequeno número de espiras faz com que exista uma baixa capacitância parasita entre as espiras e também uma indutância própria de pequeno valor, e em conseqüência, a freqüência de ressonância se torna mais alta.

Não foi possível obter os dados experimentais da função de transferência. Isto porque existe uma capacitância na entrada do Analisador de Impedância que estava influenciando as medidas. Utilizando as informações obtidas no anexo A foi possível prever, utilizando a razão entre a impedância e o numero de espiras, os valores prováveis da função de transferência G. Esta probabilidade foi comprovada após as simulações feitas utilizando a equação 11. Os resultados da função de transferência simulada e experimental estão representados nos gráficos da Figura 49 à Figura 57.



FIGURA 49 – ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA BOBINA A1 COM UMA CARGA. DE 10 Ω.



FIGURA 50 – ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DA FREQÜÊNCIA DA BOBINA A1 COM UMA CARGA. DE 56 Ω.



FIGURA 51 - ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA BOBINA A1 COM UMA CARGA DE 120  $\Omega.$ 



FIGURA 52 – ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA BOBINA A2 COM UMA CARGA DE 10  $\Omega.$ 



FIGURA 53 - ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA BOBINA A2 COM UMA CARGA DE 56  $\Omega.$ 



FIGURA 54 – ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA BOBINA A2 COM UMA CARGA DE 120 Ω.



FIGURA 55 – ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA BOBINA A3 COM UMA CARGA DE 10Ω.



FIGURA 56 – ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA BOBINA A3 COM UMA CARGA DE 56 Ω.



FIGURA 57 – ESPECTROSCOPIA DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DA BOBINA A3 COM UMA CARGA DE 120 Ω.

# 4.2. Determinação e análise da faixa de freqüência

Como cada bobina possui uma freqüência de ressonância, existe a necessidade de determinarmos em qual faixa de freqüência a bobina irá responder linearmente quando excitada por um pulso de corrente. Por meio das equações 33 e 34, foi simulado qual a freqüência mínima e máxima de resposta da bobina para cada resistor de carga utilizado. Os valores obtidos estão apresentados na Tabela IV, considerando uma incerteza de 2%:

BOBINA	CARGA	FREQÜÊNCIA MÍNIMA		FREQÜÊNCIA	MÁXIMA
		Simulado	Experimental	Simulado	Experimental
A1	10	61,2 kHz	61 kHz	3,44 GHz	3,4 GHz
	56	322,7 kHz	321 kHz	615,7 MHz	615,6 MHz
	120	686,5 kHz	671 kHz	287,3 MHz	287,7 kHz
A2	10	744,5 kHz	740 kHz	10,9 GHz	11 GHz
	56	4,10 MHz	4,09 MHz	1,98 GHz	1,98 GHz
	120	8,77 MHz	8,72 MHz	924 MHz	928 MHz
A3	10	1,82 MHz	1,83 MHz	8,63 GHz	8,5 GHz
	56	10,1 MHz	10,1 MHz	1,54 GHz	1,54 GHz
	120	21,7 MHz	21,19 MHz	719 MHz	730 MHz

TABELA IV – VALORES SIMULADOS DA FREQÜÊNCIA MÍNIMA E MÁXIMA DE CORTE.

O diagrama de Bode da bobina A1 e o seu comportamento com as três diferentes cargas está representado no gráfico da Figura 58.



FIGURA 58 – DIAGRAMA DE BODE COM A INDICAÇÃO DA FREQÜÊNCIA MÍNIMA E MÁXIMA DE CORTE DA BOBINA A1.

As freqüências mínima e máxima das bobinas A2 e A3 estão indicadas nos

gráficos da Figura 59 e Figura 60.



FIGURA 59 – DIAGRAMA DE BODE COM A INDICAÇÃO DA FREQÜÊNCIA MÍNIMA E MÁXIMA DE CORTE DA BOBINA A2.



FIGURA 60 – DIAGRAMA DE BODE COM A INDICAÇÃO DA FREQÜÊNCIA MÍNIMA E MÁXIMA DE CORTE DA BOBINA A3.

Pode ser notado que os limites da resposta em freqüência da bobina, determinada experimentalmente e por meio da simulação são bem próximos, validando as equações e o método utilizado.

Por meio das equações 36 e 37 foi determinado o fator de qualidade das bobinas. Os valores obtidos para cada carga estão representados na Tabela V .

BOBINA	CARGA	FATOR DE QUALIDADE Q
A1	10	4,08.10 <sup>-3</sup>
150 espiras	56	2,2.10 <sup>-2</sup>
	120	4,8.10 <sup>-2</sup>
A2	10	8,25.10 <sup>-3</sup>
30 espiras	56	4,6.10 <sup>-2</sup>
	120	9,8.10 <sup>-2</sup>
A3	10	1,45.10 <sup>-2</sup>
15 espiras	56	8,17.10 <sup>-2</sup>
	120	1,78.10 <sup>-1</sup>

TABELA V – FATOR DE QUALIDADE DAS BOBINAS DE ROGOWSKI

O fator de qualidade Q aumenta de acordo com a carga escolhida. A medida que a carga é aumentada, ocorre a diminuição da largura da faixa de freqüência e o aumento do valor do fator de qualidade Q . O número de espiras também influencia na determinação do fator de qualidade. Tendo em vista que com o aumento das espiras a indutância aumenta, a capacitância entre as espiras aumenta e conseqüentemente, a largura de faixa B diminui. Todavia, pelos resultados obtidos observa-se que, além disso, a freqüência de ressonância diminui. Como o fator de qualidade Q é proporcional a freqüência de ressonância e inversamente proporcional a largura de faixa, os valores apontam uma maior diminuição da freqüência de ressonância do que da largura de faixa, ocasionando uma diminuição do fator de qualidade Q.

#### 4.3. Análise da resposta da bobina a diferentes pulsos e cargas

### 4.3.1. Resposta da bobina ao pulso de corrente

Os resultados obtidos como resposta da bobina aos pulsos de corrente estão representados a seguir. Primeiramente, o sinal tipo pulso foi gerado pelo circuito mostrado na Figura 23. O resultado do pulso, a sua modelagem por meio do ajuste do pulso e seus respectivos parâmetros calculados pelo software *OriginPro*<sup>®</sup> estão representados no gráfico da Figura 61.



FIGURA 61 – PULSO DE CORRENTE GERADO EXPERIMENTALMENTE E SIMULADO.

Estes resultados foram utilizados para simular a resposta da bobina a este pulso. Utilizando-se a simulação do pulso e aplicando as equações 11 e 54 foi simulada qual a forma do sinal de saída da bobina. Os gráficos mostrando o sinal de saída experimental e simulado estão representados nas figuras 62, 63 e 64.

PULSO DE SAÍDA DA BOBINA - A1 - 120  $\Omega$ 



FIGURA 62 – PULSO DE SAÍDA SIMULADO E EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A1 PARA UMA CARGA DE 120  $\Omega$ 



FIGURA 63 – PULSO DE SAÍDA SIMULADO E EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A2 PARA UMA CARGA DE 120  $\Omega$ 

PULSO DE SAÍDA DA BOBINA - A3 - 120 Ω



FIGURA 64 – PULSO DE SAÍDA SIMULADO E EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A3 PARA UMA CARGA DE 120 $\Omega$ 

# 4.3.2. Resposta da bobina ao pulso Degrau

O mesmo procedimento foi utilizado para o pulso degrau. O sinal de corrente que passa pelo resistor *shunt* e o sinal de saída da bobina são capturados e enviados para o osciloscópio. Este os envia para o computador, onde os parâmetros do pulso são determinados pelo *Origin*<sup>®</sup> (ver Figura 65).



FIGURA 65 - PULSO DEGRAU EXPERIMENTAL E AJUSTADO UTILIZADO NA SIMULAÇÃO.

e simulados no *Mathemática*<sup>®</sup>. A resposta de saída simulada e a obtida experimentalmente são comparadas por meio do *Origin*<sup>®</sup>.

Os resultados obtidos são apresentados nas figuras 66, 67 e 68.



FIGURA 66 – PULSO DE SAÍDA FUNÇÃO DEGRAU SIMULADO E EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A1 PARA UMA CARGA DE 120  $\Omega$ 



FIGURA 67 – PULSO DE SAÍDA FUNÇÃO DEGRAU SIMULADO E EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A2 PARA UMA CARGA DE 120  $\Omega$ 



FIGURA 68 – PULSO DE SAÍDA FUNÇÃO DEGRAU SIMULADO E EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A3 PARA UMA CARGA DE 120  $\Omega$ 

### 4.3.3. Resposta da bobina a um sinal senoidal

Foram escolhidas para a simulação as freqüências de 200 kHz e 1MHz. Um pulso de 200 kHz foi ajustado no gerador de funções. A resposta ao pulso de corrente obtido no resistor *shunt* e a tensão de saída na bobina são capturados no osciloscópio e enviados ao computador. Utilizando o *Origin*<sup>®</sup>, pela análise no gráfico, foram obtidos os valores da amplitude da tensão de saída da bobina e a corrente que atravessa o resistor *shunt*, obtendo-se por meio da equação 55, a função de transferência *G* e também a diferença de fase entre tensão e corrente  $\theta$ .

A função de transferência também foi simulada no *Mathematica*<sup>®</sup> para a freqüência analisada e os valores da função de transferência G e da diferença de fase  $\theta$ .

Os valores obtidos estão apresentados nos gráficos das figuras 69 e 70.


FIGURA 69 – PULSO DE CORRENTE SENOIDAL E TENSÃO DE SAÍDA EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A1 PARA UMA CARGA DE 120 Ω E FREQÜÊNCIA 200 KHZ



FIGURA 70 – PULSO DE CORRENTE SENOIDAL E TENSÃO DE SAÍDA EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A1 PARA UMA CARGA DE 120 Ω E FREQÜÊNCIA 1MHZ

Utilizando os mesmos procedimentos anteriores, as análises forma feitas para as bobinas A2 e A3. Os resultados obtidos estão representados nos gráficos das figuras 71 a 74.



FIGURA 71 – PULSO DE CORRENTE SENOIDAL E TENSÃO DE SAÍDA EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A2 PARA UMA CARGA DE 120 Ω E FREQÜÊNCIA 200 KHZ



FIGURA 72 – PULSO DE CORRENTE SENOIDAL E TENSÃO DE SAÍDA EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A2 PARA UMA CARGA DE 120  $\Omega$  E FREQÜÊNCIA 1MHZ



FIGURA 73 – PULSO DE CORRENTE SENOIDAL E TENSÃO DE SAÍDA EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A3 PARA UMA CARGA DE 120 Ω E FREQÜÊNCIA 200 KHZ



FIGURA 74 – PULSO DE CORRENTE SENOIDAL E TENSÃO DE SAÍDA EXPERIMENTAL DA BOBINA DE ROGOWSKI A3 PARA UMA CARGA DE 120  $\Omega$  E FREQÜÊNCIA 1MHZ

A Tabela VI compara os resultados obtidos com a simulação e os experimentais por meio da análise dos gráficos.

CARGA 120 Ω	200 kHz		1 MHz	
	G (V/A)	θ(°)	G (V/A)	θ(°)
A1 EXPERIMENTAL	0,224	72	0,6875	34,92
SIMULADO	0,223	73,7	0,66	34,4
A2 EXPERIMENTAL	0,084	87,8	0,402	85,32
SIMULADO	0,087	88,7	0,39	84,4
A3 experimental	0,0703	87,12	0,342	85,7
SIMULADO	0,073	89,4	0,35	87

TABELA VI – RESULTADOS COMPARATIVOS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA E FASE DA BOBINA DE ROGOWSKI PARA CARGA DE 120 Ω.

Foi observada uma diferença pequena dos resultados experimentais para os resultados medidos. A maior diferença encontrada está nos resultados da bobina A3 devido, em parte, a resposta da bobina ser muito pequena, causando uma certa discrepância de resultados. Essa resposta muito pequena se deve ao fato da bobina possuir um número de espiras baixo e, em conseqüência, uma mútua indutância baixa, resultando em um pequeno sinal de saída.

#### **CAPÍTULO 5 – CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS**

A bobina de Rogowski é um sensor de medida de corrente eficiente, de baixo custo e de simples montagem, cuja resposta em freqüência da bobina pode ser modelada através do resistor de carga R para uma bobina com N espiras. O aumento de R causará uma diminuição da banda de freqüência e conseqüentemente, um aumento da sensibilidade do sensor. Já uma diminuição do resistor de carga R aumentará a faixa de resposta em freqüência da bobina, mas a sensibilidade diminuirá. Desta forma, dependendo da aplicação, pode-se ajustar a bobina para que esta trabalhe na largura de faixa desejada.

Outro aspecto importante diz respeito a capacitância parasita. Uma pequena variação na capacitância parasita pode alterar significativamente a resposta da bobina. Além disso, por ser uma grandeza de valor muito baixo, na ordem de pF, faixa em que a medição é difícil, torna-se necessário a utilização do método da freqüência de ressonância, cuja determinação foi feita pela equação 30.

Os resultados obtidos da simulação quando comparados com os resultados experimentais foram bastante satisfatórios. Sendo assim, no projeto de uma bobina de Rogowski, é possível prever a resposta da bobina a um determinado pulso, sua largura de faixa e função de transferência.

Como continuidade do presente trabalho, sugere-se:

- Desenvolvimento de sensores de corrente para detecção de rupturas em cabos.
- Projeto de integradores para obtenção de uma resposta plana numa determinada faixa de freqüência.

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ALEXANDER, C. K. and SADIKU, M. N. O., Fundamentos de Circuitos Elétricos, Bookman, Porto Alegre, 2003.

EDMINISTER, J. A., Circuitos Elétricos, Coleção Schaum, Editora Mc- Graw-Hill, São Paulo, 1971.

FONSECA, J.M. Introdução e Características de Sensores Disponível em http://www-ssdp.dee.fct.unl.pt/leec/ss/20032004/documentos/8%20-%20Sensores.pdf . Acesso em 20/04/2005

GRANDI, G. and KAZIMIERCZUK, M., Stray Capacitances of Single-Layer Solenoid Air-Core Inductors, IEEE Transactions on industry aplications, vol 35, September/October, 1999.

HALLIDAY, D. and RESNICK, R., Fundamentos de Física, vol 3, 4ª edição, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, Rio de Janeiro, 1993.

KELLER, F. J., Física, vol 2, editora Makron Books, São Paulo, 1999.

RAMBOZ, J. D., Machinable Rogowski Coil, Design, and Calibration, IEEE Transactions on instrumentation and measurement, vol 45, April, 1996.

RAY, W. F. and HEWSON, C. R., High Performance Rogowski Current Transducers, Power Electronic Measurements Ltd, Nottingham, U.K, 2000.

SUETA, H.E, "Desenvolvimento de uma bobina de Rogowski para medições de altas correntes", Metrosul, 1999.

THOMAZINI, D. and ALBUQUERQUE, P. Sensores Industriais - Fundamentos e Aplicações, editora Erica, São Paulo, 2004.

WARD, D. A. and EXON, J., Using Rogowski Coils for Transient Current Measurements, IEEE and Science Journal, June, 1993.

WEBSTER, J. G., The Measurement, Instrumentation and Sensors, IEEE press, 1999.

XIAOLIN C, and YONGHONG C., Study on Wideband Sensor of Partial Discharge for XLPE Power Cable, Proceedings and Applications of Dielectric Materials, June, 2003.

# ANEXO A - DEMONSTRAÇÃO Z(S) = G(S)N

Considerando a função de transferência demonstrada em (11)

$$G(s) = \frac{U_0(s)}{I_1(s)} = \frac{Ms}{(L_s C_s s^2 + (\frac{L_s}{R} + R_s C_s)s + \frac{R_s}{R} + 1)}$$
$$= \frac{sMR}{R + R_s + s^2 LRC_s + s(L_s + RR_s C_s)}$$

a auto-indutância pode ser determinada em função das características físicas da bobina, como por exemplo, raio interno e externo, espessura e número de espiras.

$$L_{\rm S} = N \frac{\mu}{2\pi} Nh \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\operatorname{como} \quad M = \frac{\mu}{2.\pi} Nh \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

tem-se que  $L_s = MN$ 

fazendo 
$$Z(s) = G(s)N$$

$$\frac{R(R_s + sL_s)}{R + R_s + s(L_s + C_s RR_s + sC_s RL_s)} = \frac{sMR}{R + R_s + s^2 LRC_s + s(L_s + RR_s C_s)}.N$$
  
tem-se que  $R(R_s + sL_s) = sMRN$   
como  $M = \frac{L_s}{N}$  e  $RR_s + sRL_s = sRL_s$ 

assim , à medida que a freqüência aumenta  $RR_s \ll sRL_s$  , tornando Z(S) = G(S)N

### ANEXO B – SIMULAÇÕES

```
SIMULAÇÃO DA IMPEDÂNCIA – BOBINA DE ROGOWSKI – CARGA 120 Ω
Rs := 0.7892
R := 120
Ls := 2.799 * 10<sup>-5</sup>
f0 := 14 * 10^6
Cs = 1/(Ls * (2 * \pi * f0)^{2})
4.61723 \times 10^{-12}
s:=2*π*f*i
ZE := (Rs + (s * Ls)) / (s * Cs * (Rs + s * Ls + (1 / (s * Cs))))
\mathbf{Z} := \frac{\mathbf{ZE} \star \mathbf{R}}{\mathbf{ZE} + \mathbf{R}}
\mathbf{ZR} := \sqrt{(\mathbf{Re}[\mathbf{Z}])^2 + (\mathbf{Im}[\mathbf{Z}])^2}
\theta := ArcTan[Im[Z] / Re[Z]] * 180 / \pi
Plot[ZR, {f, 10^3, 30 * 10^6}, PlotRange \rightarrow All];
120
100
 80
 60
  40
 20
            5× 10<sup>6</sup> 1× 10<sup>7</sup> 1.5× 10<sup>7</sup> 2× 10<sup>7</sup> 2.5× 10<sup>7</sup> 3× 10<sup>7</sup>
Plot[\theta, {f, 10<sup>3</sup>, 30 * 10<sup>6</sup>}, PlotRange \rightarrow All];
80
60
40
20
           5× 10<sup>6</sup> 1× 10<sup>7</sup> 1.5× 10<sup>7</sup> 2× 10<sup>7</sup> 2.5× 10<sup>7</sup> 3× 10<sup>7</sup>
   ł
dados = Table [{f, ZR, \theta}, {f, 1 * 10<sup>3</sup>, 30 * 10<sup>6</sup>, 1000}];
Export["A1-150-120MAT.dat", dados]
```

A1-150-120MAT.dat

SIMULAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA - BOBINA DE ROGOWSKI -CARGA 56  $\Omega$ Rs := 0.199 R := 56Ls :=  $2.18 \pm 10^{-6}$ NE := 30 M := Ls / NE $f0 := 90 \star 10^6$  $Cs = 1 / (Ls * (2 * \pi * f0)^{2})$  $1.43449 \times 10^{-12}$ s:=2\*π\*f\*i  $G := (s * M * R) / (R + Rs - s^{2} * R * Ls * Cs + s * (Ls + R * Rs * Cs))$  $GR := \sqrt{(Re[G])^2 + (Im[G])^2}$  $\theta := \operatorname{ArcTan}[\operatorname{Im}[G] / \operatorname{Re}[G]] * 180 / \pi$ << Graphics `Graphics` LogLinearPlot [GR, {f,  $10^3$ ,  $30 * 10^6$ }, PlotRange  $\rightarrow$  All]; 1.75 1.5 1.25 l 0.75 0.5 0.25 οĒ 100000. 1.×10<sup>5</sup> 1.×10<sup>1</sup> 1000 10000 LogLinearPlot[ $\theta$ , {f, 10<sup>3</sup>, 30 \* 10<sup>6</sup>}, PlotRange  $\rightarrow$  All]; 80 б0 40 20 10000 100000. 1000 1.×10<sup>5</sup> 1.×10' dados = Table [{f, GR}, {f,  $10 * 10^3$ ,  $3 * 10^9$ , 10000];

Export["a2-30-gt-56DBmat.dat", dados]

a2-30-gt-56DBmat.dat

## SIMULAÇÃO DA CAPACITÂNCIA PARASITA – BOBINA DE ROGOWSKI

p := 9.97 r := 0.19 w = p / (2 r) 26.2368  $d := 5.6 * 10^{-3}$   $\epsilon := 8.9 * 10^{-12}$  $\pi^{2} * d * \epsilon$ 

$$CT = \frac{1}{Log[w + (\sqrt{w^2 - 1})]}$$

 $1.24219 \times 10^{-13}$ 

 $1.86329 \times 10^{-12}$