

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LUCILA CORTIANO ZOTTO ALBUQUERQUE

DA FORMAÇÃO DE UM GRUPO À OBSERVAÇÃO NA ESCOLA:  
DOCUMENTANDO EM VÍDEO AS AÇÕES INTENCIONAIS DE UM GRUPO DE  
ESTUDOS VOLTADAS PARA O MODO DE PENSAR MATEMÁTICO

CURITIBA

2014

LUCILA CORTIANO ZOTTO ALBUQUERQUE

DA FORMAÇÃO DE UM GRUPO À OBSERVAÇÃO NA ESCOLA:  
DOCUMENTANDO EM VÍDEO AS AÇÕES INTENCIONAIS DE UM GRUPO DE  
ESTUDOS VOLTADAS PARA O MODO DE PENSAR MATEMÁTICO

Dissertação apresentada como requisito parcial  
à obtenção do título de Mestre em Educação  
em Ciências e em Matemática no Curso de  
Pós-Graduação em Educação em Ciências e  
em Matemática, Setor de Ciências Exatas, da  
Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Emerson Rolkouski

CURITIBA

2014

---

A345

Albuquerque, Lucila Cortiano Zotto

Da formação de um grupo à observação na escola: documentando em vídeo as ações intencionais de um grupo de estudos voltadas para o modo de pensar matemático / Lucila Cortiano Zotto Albuquerque. – Curitiba, 2014. 168f. : il. color. ; 30 cm. - Acompanha DVD (1:28:43) : digital, estereo. ; 12 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciência Exatas, Programa de Pós-graduação em Ciências e em Matemática, 2014.

Orientador: Emerson Rolkouski.

Bibliografia: p. 150-154.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Matemática - Educação. 3. Matemática - Psicologia. I. Universidade Federal do Paraná. II. Rolkouski, Emerson. III. Título.

CDD: 510.7

---



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA

## PARECER

Defesa de Dissertação de **LUCILA CORTIANO ZOTTO ALBUQUERQUE**, intitulada “**DA FORMAÇÃO DE UM GRUPO À OBSERVAÇÃO NA ESCOLA: DOCUMENTANDO EM VÍDEO AS AÇÕES INTENCIONAIS DE UM GRUPO DE ESTUDOS VOLTADAS PARA O MODO DE PENSAR MATEMÁTICO**”, para obtenção do Título de Mestre em Educação em Ciências e em Matemática.

De acordo com o Protocolo aprovado pelo Colegiado do Programa, a Banca Examinadora composta pelos professores abaixo-assinados arguiu, nesta data, a candidata acima citada. Procedida a arguição, a Banca Examinadora é de Parecer que a candidata está **apta ao Título de MESTRA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA**, tendo merecido as apreciações abaixo:

| BANCA   | ASSINATURA | APRECIÇÃO |
|---|------------|-----------|
| Prof. Dr. Emerson Rolkouski<br>(orientador)                   |            | APROVADA  |
| Prof <sup>a</sup> . Dr <sup>a</sup> . Angelita Minetto Araújo |            | APROVADA  |
| Prof <sup>a</sup> . Dr <sup>a</sup> . Flávia Dias Ribeiro     |            | APROVADA  |

Curitiba, 09 de Junho de 2014.

  
Prof. Dr. Carlos Roberto Vianna  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Educação em Ciências e em Matemática.



À estrela que mais brilha em minha vida:

minha doce e amada filha Júlia.

À mais verdadeira e doce inspiração dos meus dias:

meu amado marido Vinicius.

Às pessoas que dão sentido pleno às minhas realizações e conquistas:

meus amados pais Maria Lúcia e Antonio Carlos.

Aos companheiros e colaboradores de todos os momentos:

meus amados irmãos Letícia e Luciano.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por conduzir-me pelos melhores caminhos e inspirar-me nos momentos de incerteza.

Aos meus pais, Maria Lúcia e Antonio Carlos, pelo apoio e amor incondicionais que demonstraram durante nossas conversas sobre a pesquisa e, sobretudo, ao lerem e revisarem cada texto escrito. Vocês me ensinaram o valor do estudo e da dedicação e amor à profissão.

Ao meu esposo, Vinicius, pela paciência, amor, compreensão e dedicação à nossa filha Júlia. Seu amor e cuidado me trouxeram segurança e tranquilidade no decorrer da pesquisa.

À minha filha, Júlia, pela sua alegria contagiante, amor e encantamento pelo brincar e aprender. Seu sorriso e sua descontração me fizeram acreditar na concretização dos meus sonhos!!

Ao meu irmão, Luciano, pela sua sabedoria e discernimento, os quais possibilitaram a coroação deste trabalho por meio da elaboração de um documentário acadêmico.

À minha irmã, Letícia, pelo seu apoio, companheirismo e torcida!!! Você é um exemplo de coragem, determinação e sabedoria!

Aos meus sogros, Maria Neusa e Antonio, pelos seus conselhos, pelas suas orações e pelo apoio e carinho constantes!!!

À minha tia Cleci, por seus conselhos e carinho de sempre!

Aos meus padrinhos, Marlene e Manoel, por seu incentivo, interesse, apoio e carinho em todos os momentos!

À minha sempre amiga Cynthia, pelo seu carinho e verdadeira amizade.

À minha eterna amiga Terezinha, pelo seu carinho, companheirismo e pela sua disposição e empenho em compreender e revisar a dissertação.

Ao meu orientador, Emerson Rolkouski, por sua paciência e compreensão nos momentos de incerteza e por me encorajar a abraçar uma pesquisa neste formato, proporcionando as discussões e reflexões necessárias em cada etapa desta empreitada.

Às professoras de minha banca de qualificação Flávia Dias Ribeiro, Luciane Ferreira Mocrosky e Luciane Mulazani, pelas contribuições valiosas que enriqueceram a pesquisa e me fizeram crescer enquanto pesquisadora e formadora de professores.

À professora e amiga Luciane Ferreira Mocrosky, pelas imensas contribuições durante a pesquisa de campo e qualificação. Você é um exemplo de vida e profissionalismo!

À professora Flávia Dias Ribeiro, por seu apoio e colaboração após a qualificação. Você trouxe um brilho especial à pesquisa!

À professora Luciane Mulazani, pelo seu apoio e por acreditar numa pesquisa idealizada sob a forma de um documentário acadêmico.

À professora de minha banca de defesa Angelita Minetto Araújo, pelas suas contribuições valiosas, apoio e colaboração.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática: Carlos, Cifuentes, Emerson, Kalinke, Leônia e Luciane, pelas discussões e pelas aulas ministradas.

Aos colegas do Mestrado que encontrei, partilhando tantos momentos, conversas e estudos: Alex, Luciane, Alessandra, Nelem, Rosane, Sheila, Diego, Brunna, Henrique e Suellen.

Às amigas Luciane, Nelem, Rosane e Sheila, pela amizade, companheirismo e trocas de experiências.

Às participantes do grupo de estudos: Camille, Carla, Juliana e Laynara, por suas imensas contribuições e pela sua disposição em participar da minha pesquisa.

Aos familiares e amigos que me acompanharam nesta jornada.

À Prefeitura Municipal de Curitiba, por me conceder uma licença para estudos nos dois turnos.

Às amigas e parceiras da SME/Matemática: Anne, Cinthya, Justina, Marinês, Michele, Ana Carolina, Rita, Silmara, Luciane B., Luciane K., por seu apoio e carinho.

Às pedagogas e alfabetizadoras dos Núcleos Regionais de Educação, da Secretaria Municipal da Educação de Curitiba, pelas vivências e experiências que compartilhamos sobre a formação de professores.

Às amigas Rita, Viviane, Rúbia e professora Renata, pelas contribuições durante a seleção para o Mestrado e durante a pesquisa.

Às queridas Mari, Andressa e Marília, gestoras da E.M. Maria Clara B. Tesserolli, pelo acolhimento, carinho e amizade.

Aos professores e funcionários da E.M. Maria Clara B. Tesserolli, pela participação na pesquisa.

Aos estudantes da E.M. Maria Clara Tesserolli, por aceitarem este desafio e pela colaboração em todos os momentos de observação na escola.

“Mal a planta rompe as entranhas da terra,  
pequenina e tenra,  
dirige-se em sentido contrário ao de seu leito.

Procura do ar a pureza  
e do sol o calor.

Assim também o homem  
em busca de grandeza.

Árvores há em todas as posições.

Homens também.

Duas vezes a árvore lhe serve de berço.  
Talvez, por isso, a afinidade entre ambos”.

**Maria Nicolas, Canção da Vida**

## RESUMO

O presente estudo objetivou investigar as ações intencionais de um grupo de estudos voltadas para o pensamento matemático de estudantes de sétimo ano, tendo como pergunta norteadora: Como a intencionalidade da atividade pedagógica influencia o modo de pensar matemático dos estudantes? Nesse sentido, assumiu-se a dimensão colaborativa da pesquisa-ação e criou-se um grupo de estudos, constituído pela pesquisadora, três licenciandas da UFPR e uma professora regente de turmas de 7.º ano, de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Curitiba. Filmaram-se as observações realizadas na escola e as reuniões do grupo de estudos, além de entrevistas e depoimentos dos estudantes. De abril a dezembro do ano de 2012, ocorreram reuniões semanais com estudos teóricos e vivências de práticas que pudessem criar um ambiente investigativo. Além disso, houve interações na escola com a finalidade de observar o movimento dos estudos e das práticas vivenciadas nas salas de aula. Durante todo o processo, foram elaboradas sequências de fichas de atividades que privilegiavam o uso, pelo professor, de metodologias como a de resolução de problemas e investigações matemáticas. Durante a realização das atividades por meio do trabalho em equipes, priorizou-se os registros e anotações dos estudantes durante a resolução das atividades, além da apresentação oral dos resultados encontrados. De posse dos dados, optou-se em apresentá-los como um documentário, analisando-os sob a perspectiva do enfoque Histórico-Cultural da psicologia e da Teoria da Atividade. Os dados coletados revelam que, quanto mais o professor orienta suas ações de ensino para o modo de pensar matemático, mais ele terá possibilidade de analisar as manifestações desse, estabelecendo-se relações entre: o pensamento matemático e a comunicação; a formação de um ambiente investigativo e o desenvolvimento do pensamento matemático e linguagem dos estudantes; o modo de pensar matemático dos estudantes e o desenvolvimento do pensamento teórico, a formação de conceitos e a interação entre os estudantes e seus pares e também com o professor.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Intencionalidade Pedagógica. Pensamento Matemático. Ambiente Investigativo.

## **ABSTRACT**

The present study aimed to investigate the intentional actions within a group of studies focused on mathematical thinking of seventh grade students. The guiding question for this group was: How the intentionality of pedagogical activity can influence the students 'mathematical thinking'? According to that, it was assumed the contributory dimension of a research-action and it was created a group of studies constituted by: the researcher, three undergraduate students from UFPR and a regent 7th grade teacher from a municipal school of Curitiba. The observations performed at the school and on the study group meetings, besides all students interviews and testimonials, were filmed. From April to December 2012, there were weekly meetings in the study group, covering theoretical and practical experience in order to create an investigative environment. Besides that, there were interactions in the school aiming to observe the movement of studies and practices experienced in the classroom. Throughout the process, sequences of activity reports were elaborated favoring the use, by the teacher, of methodologies such as problems solving and mathematical investigations. During the activities performed through work groups, it was prioritized the records and notes of the students while solving activities, besides the oral presentation of their obtained results. Having the data obtained, it was decided to present them as a documentary, analyzing them from the perspective of historical-cultural approach to psychology and theory of activity. All obtained data revealed that, as much more the teacher guides the teaching actions to the mathematical thinking, there is more possibility to analyze its manifestations. This establishes relations between: mathematical thinking and the communication, the creation of an investigative environment and the development of mathematical thinking and the language of the students, the way of mathematical thinking in the students and the development of a theoretical thinking, the creation of concepts and the interaction between the students and their colleagues and also with their teacher.

Key-words: Mathematical Education. Pedagogical Intentionality. Mathematical Thinking. Investigative Field.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|              |  |     |
|--------------|--|-----|
| QUADRO 1     | - REUNIÕES DO GRUPO E OBSERVAÇÕES.....   | 66  |
| QUADRO 2     | - REPORTAGEM (PRIMEIRA SEQUÊNCIA).....   | 76  |
| QUADRO 3     | - FICHA UM DA PRIMEIRA SEQUÊNCIA.....    | 79  |
| QUADRO 4     | - FICHA DOIS DA PRIMEIRA SEQUÊNCIA.....  | 81  |
| QUADRO 5     | - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 1..... | 82  |
| ILUSTRAÇÃO 1 | - FICHA UM DA SEGUNDA SEQUÊNCIA.....     | 86  |
| ILUSTRAÇÃO 2 | - FICHA DOIS DA SEGUNDA SEQUÊNCIA.....   | 87  |
| QUADRO 6     | - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 2..... | 93  |
| ILUSTRAÇÃO 3 | - FICHA UM DA TERCEIRA SEQUÊNCIA.....    | 97  |
| QUADRO 7     | - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 3..... | 102 |
| QUADRO 8     | - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 4..... | 110 |
| QUADRO 9     | - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 5..... | 117 |
| QUADRO 10    | - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 6..... | 123 |

## LISTA DE CÓDIGOS

|      |  |
|------|--|
| ENT  | - recortes das entrevistas das participantes do grupo de estudos |
| DEP  | - depoimentos dos estudantes                                     |
| RE   | - registros escritos   |
| RO   | - registros orais  |
| APRO | - apresentações orais dos estudantes                             |
| E    | - estudante (acrescido de número)                                |
| LIC  | - licencianda (acrescido de nome)                                |
| PR   | - professora regente (acrescido de nome)                         |
| PE   | - pesquisadora (acrescido de nome)                               |

## SUMÁRIO

|   |     |
|---|-----|
| <b>INTRODUÇÃO</b> .....   | 15  |
| MINHA TRAJETÓRIA .....  | 18  |
| <b>1 DOCUMENTÁRIO E TRABALHO ACADÊMICO</b> .....  | 21  |
| 1.1 DOCUMENTÁRIO .....  | 21  |
| 1.2 DOCUMENTÁRIO ACADÊMICO X TRABALHO ACADÊMICO.....  | 26  |
| <b>2 O DOCUMENTÁRIO</b> .....   | 28  |
| 2.1 MOTIVAÇÃO E APRESENTAÇÃO .....  | 28  |
| 2.2 DIMENSÃO COLABORATIVA .....   | 30  |
| 2.3 OS ATORES.....  | 35  |
| 2.3.1 Do grupo de estudos.....  | 35  |
| 2.3.2 Do grupo estendido: a escola.....   | 53  |
| 2.4 AS LOCAÇÕES .....   | 56  |
| 2.4.1 Sala de reuniões 10.....  | 56  |
| 2.4.2 A escola .....  | 57  |
| 2.5 O TRABALHO .....  | 58  |
| 2.5.1 No grupo de estudos .....   | 58  |
| 2.5.2 Na escola .....   | 65  |
| 2.6 SOBRE EPISÓDIOS.....  | 72  |
| 2.6.1 Episódio 1 - Delineando e aplicando a primeira sequência de<br>ficha de atividades.....   | 73  |
| 2.6.2 Episódio 2 - Segunda sequência de fichas de atividades:<br>desafios e possibilidades de resolução.....  | 84  |
| 2.6.3 Episódio 3 - Terceira sequência de fichas de atividades: integrando<br>o trabalho com vídeos, histórias e materiais diversos.....             | 94  |
| 2.6.4 Episódio 4 - Quarta sequência de fichas de atividades:<br>percebendo semelhanças e diferenças.....  | 103 |
| 2.6.5 Episódio 5 - Entrevistas: entrelaçando múltiplos olhares sobre o papel<br>do professor e o modo de pensar e de comunicar dos estudantes ..... | 111 |
| 2.6.6 Episódio 6 - Contemplando resultados.....   | 118 |
| <b>3 ANALISANDO O DOCUMENTÁRIO</b> .....  | 124 |
| 3.1 UM OLHAR PARA O PENSAMENTO DOS ESTUDANTES .....   | 124 |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.1.1    | Pensamento teórico e formação de conceitos.....  | 128        |
| 3.1.2    | Interação e comunicação .....  | 133        |
| 3.2      | O PAPEL DO GRUPO.....  | 136        |
| 3.2.1    | Formando um ambiente investigativo.....  | 137        |
| 3.2.2    | Fichas de atividades.....  | 139        |
| 3.2.3    | A intencionalidade da atividade pedagógica e a mediação do professor<br>e do grupo de estudos..... | 143        |
| <b>4</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>  | <b>146</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS.....</b>  | <b>150</b> |
|          | <b>DOCUMENTOS CONSULTADOS.....</b>   | <b>155</b> |
|          | <b>APÊNDICES.....</b>  | <b>157</b> |

## INTRODUÇÃO

O presente estudo objetivou investigar as ações intencionais de um grupo de estudos<sup>1</sup> voltadas para o pensamento matemático de estudantes de sétimo ano do ensino fundamental. Neste sentido, descrevo minha trajetória, a qual influenciou a pesquisa e a metodologia adotada. Apresento um documentário acadêmico, com suas locações, atores, episódios, estilo e metáfora utilizada para a apresentação da dissertação, sustentados pela dimensão colaborativa de uma pesquisa-ação. Finalmente, explicito os referenciais teóricos que possibilitaram compreender os dados obtidos a partir de filmagens.

No projeto inicial de pesquisa idealizei a criação de um grupo e o grupo se formou – um grupo de estudos constituído por mim, licenciandas que estudavam na UFPR e uma professora regente de turmas de 7.º ano de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Curitiba. Naquele espaço de discussão, ideias consolidaram-se, pensamentos firmaram-se, novos olhares constituíram-se. Todas as participantes estabeleceram uma rotina de elaboração de fichas de atividades, que privilegiaram o uso pelo professor de metodologias como resolução de problemas e investigações matemáticas.

Durante a realização das atividades por meio do trabalho em equipes, priorizou-se os registros e anotações dos estudantes durante a resolução das atividades, além da apresentação oral dos resultados encontrados.

As reuniões do grupo tornaram-se um dos bastidores do que acontecia na sala de aula e possibilitaram a cada um de seus integrantes não só relatar e analisar a dinâmica de sala de aula, mas também apontar possíveis soluções para as questões que surgiam na relação professor-estudante. Portanto, uma das possibilidades que emergiram foi centrar na formação de professores.

A professora, recém-formada pela UFPR e recém-concursada da Rede Municipal de Ensino de Curitiba, ao investigar sua própria prática, interessou-se na possibilidade de introduzir outras metodologias e descobrir as potencialidades dos seus estudantes. Ela permitiu que registrássemos, por meio de filmagens, suas

---

<sup>1</sup> Neste documento, quando for utilizado o termo grupo, estarei me referindo ao grupo de estudos e, quando for utilizado o termo equipe, estarei me referindo aos trabalhos realizados pelos estudantes em duplas ou trios.

aulas na Escola Municipal Maria Clara B. Tesserolli. Assim, as salas de aula tornaram-se palcos para esses estudantes que, ao adentrarem em um ambiente investigativo, tornaram-se também pesquisadores, e puderam desenvolver suas competências matemáticas, construindo conceitos a partir das questões investigativas propostas.

Após seis meses de estudo, pesquisadora, orientador e participantes do grupo elegeram o pensamento matemático dos estudantes como ponto central de toda a pesquisa, o que determinou escolhas e decisões para a elaboração de um documentário. Aos poucos, as evidências do pensamento matemático destacavam-se nas aulas, no modo como os estudantes formulavam ideias, construíam os conceitos, sistematizavam e registravam o que pensavam e, também, suas explicações orais de como pensavam.

Porém, esse olhar cuidadoso dos participantes do grupo de estudos para a produção dos estudantes revelou um modo especial de ver a formação de professores, vinculando a formação destes profissionais ao desenvolvimento do pensamento matemático do estudante. Assim, após a qualificação deste trabalho, decidiu-se focar novamente na formação de professores, tendo em vista que são as intervenções do professor e o seu modo de agir e organizar o ensino que possibilitam as manifestações do pensamento matemático do estudante. Nesse sentido, uma pergunta tornou-se disparadora: *Como a intencionalidade da atividade pedagógica influencia o modo de pensar matemático dos estudantes?*

Além disso, quando optei em fazer um trabalho que envolvesse a criação de um grupo de estudos e, paralelamente, a observação em sala de aula, pensei ser importante que se registrassem todas as cenas como em um filme, mesmo que, ao final, fosse difícil apresentar e analisar tantos dados, além da definição de um foco preciso.

Devido à complexidade da análise de dados, confesso que, muitas vezes, meu desejo era congelar as cenas, as imagens de cada dia, fazendo-as permanecer intactas em meu pensamento. Mas era necessário contar essa história por meio de episódios, aliando os registros aos referenciais teóricos, para compreender o que os dados nos traziam, ao entrelaçar as falas no grupo com as observações na escola. Assim, o filme completo que retrata a construção de um objeto de estudos e do caminho que eu, enquanto pesquisadora, delineei, exibiu-se em todas as suas nuances na forma de um documentário.

Com o intuito de conduzir a uma reflexão sobre a prática pedagógica, a qual estabelece novos olhares sobre a relação professor-aluno e sobre o pensamento do aluno, esperamos que esta pesquisa gere expectativas positivas para os futuros professores.

A seguir, apresento a minha trajetória, a qual influenciou nas escolhas realizadas durante a pesquisa, e destaco as dificuldades encontradas no decorrer do processo.

Na primeira parte, descrevo os elementos presentes em um documentário e delinheio a minha ideia do que seria um documentário acadêmico nesta pesquisa.

Na segunda parte, apresento o documentário escrito, com suas locações, atores, episódios, ressaltando a importância de assumirmos a dimensão colaborativa de uma pesquisa-ação e analisando os dados obtidos sob a perspectiva do enfoque Histórico-Cultural da psicologia e da Teoria da Atividade.

Na terceira parte, dialogo com os teóricos que possibilitaram compreender os dados obtidos a partir de filmagens, confrontando-os com o meu olhar de pesquisadora nos episódios. Nas considerações finais, explico os desafios que se apresentaram em minha pesquisa e os resultados alcançados. Nos apêndices, tem-se uma amostra dos trabalhos desenvolvidos pelos estudantes.

## MINHA TRAJETÓRIA

Ingressei no curso de Matemática, da UFPR, em 1995, e minha vida profissional iniciou no ano seguinte, dando aula para os anos finais do ensino fundamental na rede privada, que era uma possibilidade de vivenciar a rotina de sala de aula. Ao mesmo tempo, participava como bolsista de um projeto de extensão na UFPR, que envolvia professores da universidade, professores da rede estadual de ensino e graduandos do curso de Matemática.

No ano seguinte, participei como bolsista de um projeto chamado “A Didática na formação do licenciando”, que investigava o modo como os estudantes dos cursos de Matemática, Física e Química percebiam a Didática em sala de aula.

Em 1999, após três anos de trabalho na rede privada, decidi prestar concurso para professora dos anos iniciais da Rede Municipal de Ensino de Curitiba. Inicialmente, assumi como professora apenas no turno da tarde. Depois de três anos, prestei outro concurso e assumi no turno da manhã. Posteriormente, realizei a mudança de área de atuação para trabalhar na área de Matemática, do 6.º ao 9.º ano, em um dos padrões assumidos. Ao longo dessa trajetória, participei de vários eventos e cursos de capacitação promovidos pela Secretaria Municipal da Educação e sempre me interessaram as questões relacionadas à formação de professores que ensinam Matemática. Em 2008, fui surpreendida com um convite para atuar como formadora de professores em Matemática no Núcleo Regional de Educação do Portão da Rede Municipal de Ensino de Curitiba.

Lá, fazíamos reuniões e assessoramentos pontuais nas escolas e formação continuada no Núcleo. Sempre me preocupou o trabalho do professor dos anos iniciais com os conceitos relacionados à Geometria, pois a experiência como formadora me evidenciava que as professoras, quando trabalhavam os conteúdos referentes à essa área, era de modo superficial ou somente no fim do ano letivo.

Vivenciando essa experiência, intensifiquei a reflexão sobre a minha prática e os estudos sobre formação de professores, bem como sobre o trabalho do professor dos anos iniciais com a Matemática. No mesmo ano, realizei uma pós-graduação em Educação Especial Inclusiva, buscando aprimorar o estudo acerca desse relevante tema, de modo a compreender como são elaboradas as adequações das aulas para os estudantes que necessitam de um atendimento

pedagógico diferenciado. Esse processo de estudo e de trabalho me motivaram, e em 2011, tomei a importante decisão de inscrever-me no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática (PPGECM-UFPR).

Ao ingressar no Mestrado, consegui uma licença para estudos, com a duração de dois anos. Isso me possibilitou colocar em prática a sugestão dada pelo orientador de constituir um grupo de estudos nos moldes da pesquisa-ação. Assim, realizei, três manhãs por semana, uma pesquisa de campo em uma escola da Rede Municipal de Ensino que atendia os anos finais do ensino fundamental. Além disso, duas vezes por semana, fiz reuniões no grupo de estudos.

Coordenando esse grupo, constituído por mim, três licenciandas que estudavam na UFPR e uma professora regente de turmas de 7.º ano de uma escola da rede municipal de ensino de Curitiba, direcionei as ações para que todas atuassem de modo cooperativo.

No início da pesquisa, eu e meu orientador tínhamos algumas dúvidas sobre a metodologia de pesquisa, pois você pode idealizar um grupo que atenda aos critérios da pesquisa-ação, permitindo a transformação da realidade estudada e contemplação dos interesses de todos os participantes, mas isso pode não se concretizar durante a investigação. Outra dúvida que permeou todo o trabalho foi sobre o objeto de estudo, pois é possível focar numa questão presente em sala de aula e, posteriormente, outros fatos tornarem-se mais interessantes para o desenvolvimento da pesquisa.

Então, decidimos filmar todas as observações realizadas na escola e todas as reuniões do grupo de estudos, além das entrevistas e outras ações importantes durante a investigação. Assim, após alguns meses investigando a escola e efetivando as reuniões do grupo, optamos por tomar como objeto de estudo o pensamento matemático dos estudantes, que as cenas evidenciam.

Porém, quando resolvi assumir a dimensão colaborativa da pesquisa-ação, não notei que isso poderia implicar numa demora na delimitação de um objeto de estudo, o que de fato ocorreu. As filmagens também mostravam aspectos que eu e as participantes do grupo julgávamos importantes para discussão em nossas reuniões, o que causou uma mudança no foco dos estudos e planejamento das ações.

Da mesma forma, muitas vezes tive dificuldade em priorizar certos estudos, ao invés de outros. Isso ocorreu quando tentava definir um objeto de estudo, mas

concentrava minhas leituras nas metodologias de ensino ou na formação de professores.

É importante destacar que toda a minha trajetória influenciou a pesquisa, a metodologia adotada e o meu desejo de desenvolver a pesquisa de campo e coordenar um grupo de estudos, o qual se mostrou o centro, o “coração” de uma investigação voltada inicialmente para os estudantes e seu pensamento matemático.

Ao refletir sobre as considerações realizadas na qualificação deste trabalho, incorporei definitivamente a formação de professores como foco central da pesquisa, pois o grupo de estudos se configurou um núcleo revelador de como o modo de os professores pensarem suas ações – nesse caso, tomando como referência os participantes desse grupo – influencia na organização do ensino e no desenvolvimento do referido pensamento dos estudantes. Isso nos levou a eleger a seguinte questão norteadora: *Como a intencionalidade da atividade pedagógica influencia o modo de pensar matemático dos estudantes?*

As escolhas que realizei durante todo esse processo foram fundamentais na construção dos alicerces que dão sentido à minha pesquisa, pois, vale lembrar: as filmagens se materializaram como a base do documentário, metáfora utilizada para a apresentação da dissertação. Essa é a razão pela qual são apresentadas no próximo capítulo algumas considerações deste gênero cinematográfico. A seguir, apresenta-se a ideia do que constitui um documentário acadêmico, aliando a elaboração de um documentário à estrutura de um trabalho acadêmico.

## 1 DOCUMENTÁRIO E TRABALHO ACADÊMICO

Como já foi relatado, inicialmente percebi que seria produtivo ir além do texto escrito, complementando a dissertação com filmagens de todos os procedimentos de pesquisa, pois essa forma de registro permite revisitar, quantas vezes forem necessárias, momentos relevantes para a compreensão da relação existente entre o desafio pedagógico lançado pelo professor e o efeito que isso causa no pensamento matemático do estudante, bem como facilita futuras exemplificações.

Para que isso se efetivasse, com o apoio do meu orientador, iniciei uma série de estudos e organizei uma logística, que possibilitou a materialização das propostas discutidas no capítulo 2. Ao mesmo tempo, continuei escrevendo a dissertação dentro dos padrões técnicos e teóricos orientados cientificamente. Nesse sentido, considero válido destacar como se processou a parceria dissertação/documentário.

Início expondo o caminho percorrido por um documentarista durante a elaboração de um documentário até a consolidação do seu trabalho por meio de um filme. Em paralelo, descrevo sucintamente os elementos de um documentário bem como de um trabalho acadêmico com vistas a expor a possibilidade da utilização deste gênero cinematográfico como metáfora de apresentação da dissertação. Assim, delinheio a minha ideia sobre documentário acadêmico, que se revela pela apresentação de um filme, detalhado em uma dissertação escrita.

### 1.1 DOCUMENTÁRIO

Num filme de ficção, há um controle do universo de representação. Mas no documentário, essa aquisição é gradual, aponta-nos Puccini (2012). Busca-se algo que é externo ao documentarista, capturando-se “um real que gradualmente vai sendo moldado até se transformar em filme”. Assim:

O documentário é também resultado de um processo criativo do cineasta, marcado por várias etapas de seleção, comandadas por escolhas subjetivas desse realizador. Essas escolhas orientam uma série de recortes, entre a

concepção e a edição final do filme, que marcam a apropriação do real por uma consciência subjetiva. (PUCCINI, 2012, p. 15).

De acordo com Field (2001), o filme é um meio visual. Você deve encontrar maneiras de revelar os conflitos do seu personagem *visualmente*. Você não poderá revelar o que não conhece. Por isso, o filme depende de uma pesquisa criativa bem estruturada que demonstre o estudo realizado no sentido de fazer perguntas e obter respostas, escolhendo imagens<sup>2</sup> que incorporam a história construída. Puccini (2012) ressalta que existem imagens obtidas:

- por meio de registros originais realizados pelo próprio documentarista;
- em material de arquivo, que correspondem a imagens em movimento, filmes e vídeos;
- por meio de recursos gráficos, que correspondem a animações gráficas, ilustração de dados por meio de gráficos, números e escalas.

No que diz respeito ao som<sup>3</sup>, Puccini (2012) destaca cinco possibilidades:

- som direto - é o som obtido em situação de filmagem, que poderia originar-se de entrevistas, depoimentos, dramatizações, etc.;
- som de arquivo - tem origens diversas, como filmes, programas de rádio e televisão, discursos, entrevistas, etc.;
- voz *over* - é a voz sobreposta à imagem durante a montagem do filme, ocupando-se da narração do documentário;
- efeitos sonoros - sons criados durante a edição;
- trilha musical do documentário.

Ao explorar seu assunto, enfatiza Field (2001), você verá que todas as coisas se relacionam no seu roteiro. Nada é jogado por acaso, ou somente porque é gracioso ou inteligente. E os fatos dão apoio à história num roteiro; pode-se até dizer que eles criam a história.

Sendo assim, para roteirizar um documentário deve-se escolher um tema,

---

<sup>2</sup> Assim como num documentário, as imagens registradas pela pesquisadora e demais participantes da pesquisa são escolhidas para contar uma história.

<sup>3</sup> As possibilidades de som presentes em um documentário destacam-se também em uma pesquisa que privilegia a filmagens em um grupo de estudos e em uma escola.

definir os personagens e vozes<sup>4</sup>, escolher locações e cenários<sup>5</sup>, definir cenas e sequências<sup>6</sup>, culminando com os detalhes técnicos como: enquadramento, trabalho de câmera e som, etc. Além disso:

[...] o trabalho de roteirização para um filme documentário deixa de ser guiado exclusivamente pela escrita de cenas dramáticas, podendo incluir descrição, mais ou menos detalhada, de sequências de arquivo, situações de entrevista, sequências de imagens de cobertura, animações gráficas, entre outras variáveis. (PUCCINI, 2012, p. 24).

Geralmente, os documentários nascem da parceria entre documentarista (realizador) e produtor (patrocinador) e “podem ter origem em desejos pessoais de investigação e divulgação de determinados assuntos presentes em nossa história e sociedade, mas também se originam de projetos institucionais [...]” (PUCCINI, 2012, p. 26).

Em relação a isso, de acordo com Rosenthal (1996, *apud* Puccini, 2012), o documentarista deve apresentar uma proposta para receber apoio financeiro para o filme, contendo: título e assunto do filme, duração aproximada, breve apresentação do assunto, estratégias de abordagem, cronograma de filmagem, orçamento, público-alvo, estratégias de marketing e distribuição, currículo do diretor e cartas de apoio e recomendação, além de anexos, fotos, vídeos, desenhos e mapas para enriquecer a proposta. Puccini (2012, p. 31) evidencia que a escrita da proposta “marca também o início de um processo de seleção, necessário para ajustar esse conteúdo do mundo ao formato discursivo de um filme”.

Após a aprovação da proposta, Rosenthal (1996, *apud* Puccini, 2012), considera que a pesquisa é conduzida pela hipótese de trabalho do documentarista e indica quatro fontes de pesquisa<sup>7</sup>: material impresso, material de arquivo (filmes, fotos, arquivos de som), entrevistas e pesquisa de campo nas locações de filmagem.

---

<sup>4</sup> Os personagens e vozes, ou seja, os atores são os participantes da pesquisa. Neste caso em particular, os atores são: a pesquisadora, licenciandas, professora e estudantes.

<sup>5</sup> As locações e cenários são a sala de reuniões do grupo de estudos, localizada no quarto andar do Prédio da Administração, no Centro Politécnico, UFPR, e a escola, que representam o campo de estudos definido pela pesquisadora.

<sup>6</sup> As sequências da pesquisa revelam-se por meio de episódios, constituídos por cenas ambientadas nas reuniões do grupo de estudos ou na escola.

<sup>7</sup> As fontes de pesquisa do documentário equivalem às fontes de pesquisa do trabalho realizado pela pesquisadora.

Somando-se a isso, Puccini (2012) apresenta como principais etapas de criação no trabalho de roteirista:

- Ideia<sup>8</sup> - estabelece o interesse principal do filme, seu conflito original em poucas linhas de texto.
- Sinopse/argumento<sup>9</sup> - resumo da história com início, desenvolvimento e resolução, contendo os personagens principais, ação dramática, tempo e lugar da ação e os eventos principais que irão compor a história.
- Tratamento/escaleta<sup>10</sup> - decupagem da história em cenas dramáticas, trabalho com a estrutura narrativa de roteiro (macroestrutura) e visualização da ordem em que as sequências do filme irão aparecer.
- Roteiro literário - trabalho detalhado do conteúdo das cenas (microestrutura)<sup>11</sup>.
- Roteiro técnico - é o roteiro de filmagem, com os respectivos enquadramentos e trabalhos de câmera.

Segundo Swain (1976, *apud* Puccini, 2012) também existem sequências possíveis em um documentário:

- sequências montadas para expressar um conceito, uma ideia ou pensamento;
- sequências montadas para cobrir uma ação;
- sequências que introduzem um cenário, um ambiente ou lugar;
- sequências que apresentam um personagem;
- sequências que servem para criar um clima para o documentário.

No que diz respeito às situações de filmagem no documentário, destacam-se: a filmagem de entrevista, os eventos encenados e eventos autônomos (sem roteiro).

---

<sup>8</sup> A ideia encontra-se detalhada na introdução desta dissertação.

<sup>9</sup> O argumento é apresentado na segunda parte desta dissertação.

<sup>10</sup> A decupagem da história revela-se na forma de seis episódios, que finalizam a segunda parte desta pesquisa.

<sup>11</sup> Em cada episódio da segunda parte da dissertação, temos o detalhamento de cada cena.

A partir do momento que o documentarista é capaz de controlar o universo de representação do filme, ele inicia a etapa de montagem (edição) do filme documentário, analisando o material filmado, em relação às imagens e sons captados. A primeira montagem ocorre com a definição e a ordenação de cenas dramáticas no roteiro. Já a segunda etapa de montagem refere-se à leitura da descrição do conteúdo de cada cena.

Além disso, de acordo com Puccini (2012), o diretor do filme realiza cortes que fazem “a ação avançar em pequenos (ou grandes) saltos no tempo”. Por isso, “uma ação pode ser recomposta, no filme, com base somente naquilo que lhe for mais essencial”. (PUCCINI, 2012, p. 99). Isso reforça a possibilidade de simular uma continuidade que não existiu na situação de filmagem.

Em relação à etapa de seleção inicial do material para o documentário, Puccini (2012) evidencia que se elimina tudo que apresentar problemas técnicos ou que seja desinteressante para o filme. Em seguida, transcrevem-se as entrevistas e realiza-se a decupagem das cenas de ação, o que propicia ao documentarista um olhar mais distanciado da estrutura de seu filme. Assim, “o documentarista estabelece seus métodos de trabalho, sua maneira de organizar o material colhido, com o objetivo de fazer o filme”. (PUCCINI, 2012, p. 128). E mais:

Tudo o que vemos no filme é resultado de escolhas feitas na busca da construção de um sentido para o filme: escolhas feitas na pré-produção (proposta de filmagem, argumento, tratamento), escolhas que orientam as decisões de filmagem (enquadramento<sup>12</sup>, trabalho de câmera, duração das tomadas<sup>13</sup>) e escolhas que orientam as decisões de montagem (corte e recomposição dos planos<sup>14</sup>, intertítulos<sup>15</sup>, narração, efeitos de edição, ritmo e estrutura). Entre a primeira ideia e o filme pronto, temos um caminho marcado pelo afinilamento de escolhas, feito para que um conteúdo de

---

<sup>12</sup> Enquadrar é decidir o que faz parte do filme em cada momento de sua realização. É determinar o modo como o espectador perceberá o mundo que está sendo criado pelo filme. <http://www.primeirofilme.com.br/site/o-livro/enquadramentos-planos-e-angulos/> Acesso em: 08/08/2013.

<sup>13</sup> Tomada: cada uma das filmagens de um plano. (REISZ e MILLAR, 1978, *apud* PUCCINI, 2012).

<sup>14</sup> Plano: corresponde à imagem entre dois cortes, ou seja, o tempo de duração entre ligar e desligar a câmera a cada vez. (CHRIS RODRIGUES, 2002, *apud* PUCCINI, 2012, p. 85)  
Porém, muitas vezes, escolher o plano é determinar qual é a distância entre a câmera e o objeto que está sendo filmado. <http://www.primeirofilme.com.br/site/o-livro/enquadramentos-planos-e-angulos/> Acesso em: 15/08/2013

<sup>15</sup> Intertítulo: cartela de texto; serve para pontuar o documentário, marcar um ritmo para o filme e os inícios de blocos temáticos, além de propiciar a exploração de efeitos estéticos por meio da formatação do texto na tela. (PUCCINI, 2012, p. 120)

mundo se ajuste aos critérios de um discurso. Todas essas escolhas estão implicadas na construção de um roteiro. (PUCCINI, 2012, p. 131).

Enfim, por meio desse detalhamento sobre os elementos presentes em um roteiro de documentário, da pré-produção à pós-produção, entende-se o preparo e o planejamento necessários para que o documentarista realize um trabalho viável, dos pontos de vista técnico e artístico, bem como proporcione um espetáculo inovador e criativo aos seus espectadores.

## 1.2 DOCUMENTÁRIO ACADÊMICO X TRABALHO ACADÊMICO

Ao longo do ano de 2012, fizemos um filme, que registrou reuniões do grupo de estudos, observações em uma escola da Rede Municipal de Ensino de Curitiba, entrevistas e depoimentos de estudantes. Como falávamos de filme a todo momento, percebemos que utilizando o documentário como metáfora de apresentação poderíamos trazer todos os elementos de uma pesquisa, tendo em vista as filmagens, as leituras e as discussões firmadas no grupo. Além disso, poderíamos investir em processos de formação de professores a partir desse documentário.

Pesquisadora, orientador e participantes do grupo optaram por tomar como objeto de investigação as ações intencionais de um grupo de estudos voltadas para o pensamento matemático dos estudantes, tomando como fonte de dados as cenas, presentes nos episódios, que evidenciam como ocorre o pensamento matemático dos estudantes.

Para o documentário tornar-se real, ocorreu um processo com várias etapas de seleção, priorizando-se algumas escolhas, como a definição do tema, dos atores e das locações, e concretizou-se por meio de recortes de imagens e sons, estabelecendo-se a relação entre tudo. Exigiu pesquisa, tendo como fonte: filmes, fotos ou impressos, ou ainda entrevistas e o que se observou na pesquisa de campo. Demandou habilidade durante a decupagem das cenas, além de sensibilidade e bom senso no decorrer da análise do material e montagem do filme.

Somando-se a isso, algumas leituras e estudos a respeito de documentários e roteiros foram pertinentes. Entre essas leituras, destacou-se o site do CEPECIDOC<sup>16</sup> (Centro de Pesquisas em Cinema Documentário da UNICAMP), fundado em 2001, e vinculado ao Departamento de Cinema (DECINE) e ao PPGMM (Programa de Pós-Graduação em Múltiplos Meios) do Instituto de Artes da UNICAMP. O CEPECIDOC dedica-se a promoção de pesquisas e divulgação de acervo fílmico na área do cinema documentário. Nesse site, encontram-se artigos, indicação de leituras e pesquisadores que se destacam na área de documentários, que fazem entender o porquê do uso de certos termos e, principalmente, os cuidados que se deve ter ao elaborar um documentário.

Por outro lado, desenvolver um trabalho acadêmico significa realizar uma pesquisa, determinando um foco de estudo específico, um tema delimitado, uma justificativa plausível, procedimentos metodológicos detalhados, uma definição de possíveis resultados, um cronograma coerente com a pesquisa, além de referenciais teóricos adequados, que podem culminar com a produção do trabalho escrito, o qual segue uma estrutura padronizada.

Aliando-se as exigências que permeiam a elaboração de um documentário à estrutura de um trabalho acadêmico, tem-se a definição de documentário acadêmico, elaborada por mim e por meu orientador, que corresponde à apresentação de um filme, o qual está descrito detalhadamente em uma dissertação, cujos participantes (pesquisadora, professora, licenciandas e estudantes) e campos de estudo (sala de reuniões 10, localizada no quarto andar do Prédio da Administração, no Centro Politécnico, UFPR, local da reunião do grupo de estudos, e a escola municipal), transformam-se, respectivamente, nos atores e nas locações presentes nos episódios, durante um período de estudo, levantamento, organização e análise de dados desenvolvidos pela pesquisadora.

---

<sup>16</sup> <<http://www.iar.unicamp.br/cepecidoc/>>. Acesso em: 12/08/2013

## 2 O DOCUMENTÁRIO

### 2.1 MOTIVAÇÃO E APRESENTAÇÃO

*Um grupo.*

*Uma intenção.*

*Desejo de compartilhar  
saberes e experiências.*

*Ações que lançaram  
luzes para a sala de aula  
e ali permaneceram.*

*Uma escola.*

*Debruçar-se sobre um modo de pensar*

*E um modo de produzir*

*dos estudantes*

*traduzia-se num falar, na escrita*

*ou numa expressão, o que*

*revelou uma nova disposição,*

*um caminho a ser delineado.*

*Um documentário acadêmico.*

*A busca*

*levou a um encontro.*

*Ancorar,*

*fincar os pés e permanecer*

*transformou-se no desvelar*

*de novas possibilidades...*

**(RE, 20/08/13, PE Lucila)<sup>17</sup>**

---

<sup>17</sup> Nesta parte, foram escolhidos códigos (tipo de registro, data, nome da pessoa) para explicitar como os dados foram coletados. (Ver Lista de Códigos, p. 12).

Após doze anos atuando como professora dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental na Rede Municipal de Ensino de Curitiba, fui convidada para atuar como profissional responsável pela Matemática no Núcleo Regional de Educação - Portão. Dessa forma, intensifiquei a pesquisa sobre a minha prática, os estudos sobre formação de professores e o trabalho com a Matemática nos anos iniciais. Durante mais de três anos atuei na formação de professores dos anos iniciais da Rede Municipal de Ensino de Curitiba e desejava realizar uma pesquisa que focasse a formação de professores.

Ao escrever meu projeto de pesquisa, considerando a abordagem metodológica da pesquisa-ação, e ingressar no mestrado, em que aprofundei meus estudos sobre pesquisa-ação, passei a considerar a possibilidade da criação de um grupo com esta característica.

O grupo de estudos constituiu-se por mim, três licenciandas que estudam na UFPR e uma professora regente de turmas de 7.<sup>o</sup> ano de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Curitiba e se revelou uma possibilidade transformadora de intervenção na ação pedagógica das professoras regentes de turmas dos anos finais do ensino fundamental e de futuras professoras que ensinam Matemática.

Reafirmo que o olhar dos participantes do grupo de estudos para o modo de pensar e para a produção dos estudantes revelou um modo de ver a formação de professores. Portanto, são as intervenções do professor e o seu modo de agir e organizar o ensino que possibilitam as manifestações do pensamento do estudante.

Sendo assim, nas reuniões semanais do grupo de estudos, realizávamos leituras, discussões e elaboração de fichas de atividades, seguidas das observações na sala de aula. E aquele grupo inicial em que pesquisadora e participantes atuavam de modo cooperativo e estabeleciam um planejamento de suas ações de forma conjunta assumiu uma dimensão colaborativa.

## 2.2 DIMENSÃO COLABORATIVA

Pautados em experiências anteriores como o GPA (Grupo de Pesquisa-Ação - UNESP/Rio Claro) que teve sua atuação entre os anos de 1993 a 2002, procurou-se a criação de um espaço de intervenção em sala de aula. Segundo Baldino<sup>18</sup>, “intervir em uma sala de aula é uma expressão incompreensível do ponto de vista do ensino tradicional vigente, para o qual o professor dá ou ministra aulas”. (BALDINO, 1999, p. 237).

De acordo com Engel (2000), uma das características deste tipo de pesquisa é que através dela se procura intervir na prática de modo inovador já no decorrer do próprio processo de pesquisa e não apenas como possível consequência de uma recomendação na etapa final do projeto. Baseando-se em Mc Kernan (*apud* Hopkins, 1993), Engel estabelece fases que caracterizam a pesquisa-ação:

- 1) definição de um problema;
- 2) pesquisa preliminar (revisão bibliográfica, observação em sala de aula, e levantamento das necessidades);
- 3) formulação de hipóteses (com base nas informações anteriores);
- 4) desenvolvimento de um plano de ação;
- 5) implementação do plano de ação;
- 6) coleta de dados para avaliação dos efeitos da implementação do plano de ação (gravações em vídeo, entrevistas, discussões em grupo);
- 7) avaliação do plano de intervenção;
- 8) comunicação dos resultados.

Assim, esta pesquisa evidencia a relação com uma ação e demanda a resolução de um problema coletivo, em que eu e as componentes do grupo de estudos inicialmente atuamos numa perspectiva cooperativa e participativa que, ao longo do processo, floresceu e se consolidou em uma dimensão colaborativa.

De acordo com Miranda e Resende (2006), é possível situar a pesquisa-ação em dois grandes períodos: o primeiro, mais norte-americano, a partir da emergência do termo cunhado por Kurt Lewin nos anos anteriores à Segunda

---

<sup>18</sup> Roberto Ribeiro Baldino e Antonio Carlos Carrera de Souza (UNESP- Rio Claro) coordenavam os estudos e trabalhos no Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática (GPA).

Guerra Mundial, indo até os anos de 1960; o segundo, mais europeu, australiano e canadense, do final dos anos de 1960 até os dias atuais (Barbier, 2002; André, 1995). Além disso, as pesquisadoras enfatizam as distinções entre as abordagens de Barbier e Morin, e de Carr e Kemmis e destacam que os autores são bastante incisivos na crítica ao positivismo nas ciências sociais, aos limites de sua noção científicista de pesquisa, de objetividade, racionalidade e verdade. Segundo as autoras, eles recorrem às abordagens compreensivas para extrair delas as possibilidades do sujeito (do conhecimento ou da ação) e dar significado à realidade vivida mediante categorias interpretativas. Também vinculam a noção da pesquisa à ideia de *mudança*, de transformação dos atores e sua realidade. Além disso, postulam uma noção de totalidade que se afirma referida à prática e diz respeito a tudo que nela se constitui, abrangendo a ação e a experiência do sujeito. Assumem que a pesquisa-ação, mais do que uma abordagem metodológica, é um posicionamento diante de questões epistemológicas fundamentais, como a relação entre sujeito e objeto, teoria e prática, reforma e transformação social.

Em relação aos resultados da pesquisa, essas autoras consideram que:

[...] as ideias de ação, mudança, intervenção podem ficar condicionadas às exigências normativas e adaptativas da resolução de problemas imediatos: a boa pesquisa, a boa prática e a boa teoria seriam, assim, aquelas que presidiriam a efetiva solução dos problemas enfrentados individual ou coletivamente pelo professor. Não é preciso argumentar muito para demonstrar que efetivas soluções implicam muito mais que soluções pontuais e emergenciais, pois requerem mediações teóricas, históricas, políticas, sociais e culturais a serem construídas coletivamente, são reivindicativas e raramente se orientam pela adaptação dos indivíduos ou grupos ao já instituído. (MIRANDA; RESENDE, 2006, p. 517).

Chaves (2000), em sua pesquisa, descreve as ações tomadas a partir da implantação de um grupo de pesquisa-ação em Educação Matemática na Universidade Federal de Viçosa, (GPAEM) e convida a uma reflexão sobre a importância de legitimar o trabalho cooperativo e socializador, para compreender e transformar os quadros de fracasso no ensino da Matemática a partir de grupos de pesquisa-ação.

Com vistas a estabelecer uma orientação para análise da pesquisa-ação, Gary Anderson e Kathryn Herr (1999, *apud* André, 2007) propõem os seguintes critérios:

1. validade externa - diz respeito ao valor dos resultados alcançados;
2. validade de processo - refere-se aos métodos e técnicas utilizadas, assim como às evidências obtidas para sustentar as afirmações feitas;
3. validade democrática - indaga se as múltiplas perspectivas e interesses dos participantes foram contemplados;
4. validade catalítica - leva os participantes a conhecerem melhor a realidade para transformá-la;
5. validade dialógica - consiste na busca do diálogo com os pares para discussão do problema e dos resultados da pesquisa.

Para que os critérios relacionados à pesquisa-ação fossem respeitados e houvesse a possibilidade de se construir uma pesquisa, tendo como foco a formação de professores voltada para o pensamento matemático dos estudantes e como campos de estudo a sala de aula e a sala de reuniões do grupo de estudos, delimitou-se que:

De abril a dezembro do ano de 2012, ocorreriam reuniões semanais no grupo de estudos, contemplando estudos teóricos e vivência de práticas que consideram um ambiente investigativo em sala de aula, além da análise das situações observadas na escola, tendo em vista características qualitativas da pesquisa-ação: “compreensão da situação, a seleção dos problemas, busca de soluções internas, aprendizagem dos participantes”. (THIOLLENT, 2007, p. 26).

Durante todo o processo, seriam elaboradas fichas de atividades, que privilegiassem o uso pelo professor de metodologias como resolução de problemas e investigações, com o objetivo não só de desenvolver o pensamento matemático dos estudantes mas também de orientar o desenvolvimento desse pensamento em situações autônomas. As referidas fichas também permitiriam captar como os estudantes, organizados em equipes, formulam ideias, constroem os conceitos, sistematizam e registram o que pensam e, além disso, suas explicações de como pensam, pois pela pesquisa-ação, “podemos captar informações geradas pela mobilização coletiva em torno de ações concretas que não seriam alcançáveis nas circunstâncias da observação passiva”. (THIOLLENT, 2007, p. 26).

Seriam realizadas filmagens, tanto das reuniões do grupo de estudos quanto das observações na escola, entrevistas com as participantes do grupo de estudos, com o intuito de evidenciar o modo como compreenderam os resultados da pesquisa, além de diário de campo, em que eu registraria aspectos relevantes, pois

“no desenvolvimento da pesquisa-ação, os pesquisadores recorrem a métodos e técnicas de grupos para lidar com a dimensão coletiva e interativa da investigação e também técnicas de registros, de processamento e de exposição de resultados”. (THIOLLENT, 2007, p. 29).

Os critérios acima estabelecidos basearam-se no fato de que os métodos ou técnicas escolhidos interferiram na interpretação e análise dos dados desta pesquisa. Da mesma forma, a combinação de técnicas apropriadas ao objetivo da pesquisa, aliada à busca constante de referenciais teóricos e de metodologias adequadas direcionaram o estudo sobre o pensamento matemático e linguagem.

Ainda para delinear a pesquisa, busquei respaldo em Molina (2007), que aponta o impacto e a consolidação dessas experiências relacionadas à pesquisa-ação nos ambientes escolares, bem como sua repercussão na aprendizagem dos alunos, um novo campo aberto à pesquisa. É por isso que, desde o início, eu e as componentes do grupo de estudos procuramos assumir o caráter criador, processual e contextual da pesquisa-ação e, também, sua dimensão colaborativa.

Segundo Fiorentini (2006), as relações no grupo autenticamente colaborativo tendem a ser espontâneas quando partem dos próprios professores, enquanto grupo social, e evoluem a partir da própria comunidade. Porém, nesta pesquisa, o fato de eu não conhecer previamente as participantes do grupo, ocasionou uma demora no estabelecimento de objetivos comuns, pois a “busca de entendimento comum tem relação com a construção de um sentido de pertencimento e de compromisso compartilhado com o projeto e trabalho do grupo”. (FIORENTINI, 2006, p. 58).

Dessa forma, nosso grupo de estudos iniciou com uma prática mais cooperativa que colaborativa. Isso nos leva a outro aspecto fundamental de um trabalho colaborativo, que estabelece uma liderança compartilhada entre os membros do grupo, em que “todos assumem a responsabilidade de cumprir e fazer cumprir os acordos do grupo, tendo em vista seus objetivos comuns”. (FIORENTINI, 2006, p. 58).

Ao delinear as ações que realizaríamos tanto no grupo quanto na escola, dentre elas a leitura e discussão de textos, a elaboração de fichas de atividades, análise da aplicação das atividades pelo professor e da resolução das atividades pelos estudantes, confrontamos olhares diferentes no grupo sobre as metodologias adotadas e também sobre os conteúdos e conceitos trabalhados em sala de aula. Nesse momento, houve possibilidade de discutirmos sobre o papel de

cada participante no grupo e que, mesmo estabelecendo os mesmos objetivos, poderíamos assumir posições divergentes em relação a como realizar a intervenção em sala de aula, tendo em vista nossas experiências vividas social e culturalmente. Isso nos leva a outro aspecto fundamental de um trabalho colaborativo: apoio e respeito mútuo entre todos os membros do grupo, tendo em vista que cada um traz seus saberes e experiências.

Somando-se a isso, no nosso grupo de estudos, discutíamos sobre alguns textos, artigos, dissertações, que não correspondiam às práticas adotadas por alguns dos membros. Então, durante as reuniões, compartilhávamos experiências que denotavam as dificuldades de cada membro em relacionar as teorias adotadas com as práticas vivenciadas como professor em sala de aula ou como estudante na Universidade e procurávamos solucionar coletivamente os problemas encontrados.

Assim:

Cada um conseguia ter um papel, mas na hora de discutir era junto. Ninguém pensava se o outro estava em turno diferente. A gente conseguia discutir mesmo os pontos da sala de aula e os pontos da teoria. Porque essa teoria é legal ou não é, o que ela fundamenta a nossa prática. Esse momento de reflexão foi muito importante pra mim e acho que para as meninas também, pensando como que elas vão construir lá na frente. Porque eu via no estágio, observava a professora, não necessariamente concordava com tudo e não tinha muito com quem conversar porque só estava observando. Eu ia discutir com a própria professora. A maioria dos professores não dá essa abertura. Aqui a gente deu essa abertura uma pra outra. Eu não concordo com essa maneira porque veja bem esse conceito explicado dessa maneira. Houve muito essa troca. Foi uma complementação da experiência de um com o outro. Então, o grupo foi muito rico nisso. **(ENT, 11/12/12, PR Laynara)**

Sintetizando o que seria um grupo de trabalho colaborativo na concepção de Fiorentini (2006), poderíamos ressaltar:

- a participação voluntária dos envolvidos;
- o desejo de compartilhar saberes e experiências;
- os bate-papos informais e comentários sobre episódios da prática escolar;
- a disposição dos participantes para ouvir críticas e mudar;
- as distintas contribuições de cada participante;
- o planejamento das atividades e tarefas dos encontros de modo organizado;

- a confiança e o respeito mútuo entre os participantes;
- a negociação de metas e objetivos comuns e a corresponsabilidade para atingi-los;
- os significados compartilhados pelos participantes acerca do que estão fazendo e aprendendo;
- a produção e sistematização de conhecimentos por meio de estudos investigativos sobre a prática de cada participante;
- a reciprocidade de aprendizagem, pois uns aprendem com os outros.

Nesse sentido, os participantes do grupo de estudos que criamos, em particular, tornaram-se protagonistas da pesquisa quando produziram conhecimentos e significados, ao compartilharem seus saberes e experiências e envolverem-se de modo permanente na análise das produções e do modo de pensar dos estudantes.

## 2.3 OS ATORES

### 2.3.1 Do grupo de estudos

A seguir, apresento as participantes do grupo, as quais foram escolhidas pelo meu orientador, o qual desejava constituir um grupo de estudos com um número menor de integrantes, voltado para a formação de professores e relacionado diretamente com a minha pesquisa:

- Lucila Cortiano Zotto Albuquerque, professora dos anos iniciais e finais do ensino fundamental, na Rede Municipal de Ensino de Curitiba. Atualmente, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática (PPGECM – UFPR). Coordenadora do grupo de estudos. Participava de todas as reuniões.

- Camille Bordin Botke, licencianda do curso de Matemática, da UFPR. Participava das reuniões às terças, pela manhã. Nunca havia lecionado. Possui experiência em outros grupos de formação.
- Juliana Rodrigues de Araújo, licencianda do curso de Matemática, da UFPR. Participava das reuniões às terças, pela manhã. Nunca havia lecionado. Possui experiência em outros grupos de formação. Nessa época, era bolsista do PIBID.
- Carla Corrêa Eidam, licencianda do curso de Matemática, da UFPR. Participava das reuniões às quartas, pela manhã. Atuava como professora dos anos iniciais no período da tarde e professora de reforço dos anos finais do ensino fundamental, na rede privada, no período da manhã. Possui experiência em outros grupos de formação.
- Laynara dos Reis Santos. Participava das reuniões às terças, pela manhã. No momento da pesquisa, atuava como professora de Matemática na escola municipal em que desenvolvemos a pesquisa de campo. Posteriormente, no segundo semestre, lecionou para o ensino médio na rede estadual de ensino e, também, ministrou aulas de reforço para os anos finais do ensino fundamental, na rede de ensino particular.

Após realizar a pesquisa de campo, marquei as entrevistas com as participantes do grupo de estudos. Elas ocorreram em dezembro de 2012, sendo que a primeira entrevista realizada foi com a Camille, a segunda foi com a Juliana, a terceira foi com a Carla e a última entrevista foi com a Laynara.

Optei por apresentar oito fichas a cada um dos entrevistados: evidências do pensamento matemático dos estudantes, participação no grupo de estudos/2012, observação na escola, relação teoria-prática, experiências em outros grupos de formação, experiência escolar com a Matemática, experiência na universidade com a Matemática, e expectativas de vida profissional. A utilização de fichas auxilia na diminuição da interferência do pesquisador sobre a resposta do entrevistado.

Espontaneamente, no início da entrevista, as participantes já estabeleciam uma ordem para as fichas, para que pudessem falar de maneira organizada e sequencial. Durante a filmagem, houve uma preocupação com o direcionamento do olhar da entrevistada. Por isso, ela sentou-se em frente à câmera.

A seguir, apresento as entrevistas, as quais representam os primeiros dados utilizados para a organização da dissertação e consolidação dos episódios.

Entrevista realizada com Camille Bordin Botke, no dia 04/12/2012

*Vou começar pela observação na escola. Achei bem importante a gente ter pensado nisso de ter vindo aqui e olhar aqueles textos da Onuchic e todos que a gente analisou, pensar na sequência e levar para a escola. De todos esses anos estudando, é muito difícil a gente relacionar a teoria com a prática. Na leitura, a gente lê aqueles textos, mas morre na praia. A gente estuda, mas não sabe o que acontece quando você aplica.*

*Achei bem legal essa tua ideia e do Emerson de levar a gente para o colégio. Foi interessante e legal também a reação dos alunos quando a gente leva as sequências e vai ajudá-los.*

*As evidências do pensamento matemático dos estudantes. Eles evoluíram bastante e foi bem legal eles fazerem as coisas e depois apresentarem ou nos grupinhos pra todas as turmas. Até na última sequência a menina falou: “Ai, o volume sumiu quando planificou lá, né?”*

*É legal porque eles falam do jeito deles e a gente nota que estão evoluindo do início que sabiam um pouquinho menos. Fazem várias atividades e parece que vão ampliando esse pensamento matemático e se mantêm interessados. No início, ficavam meio retraídos assim, mas agora parece que flui melhor.*

*A experiência na Universidade com a Matemática. Essa experiência é nesse âmbito da Licenciatura, na formação como professores. Uma experiência no grupo enquanto a gente ainda não se formou, pra poder exercer, de forma aprimorada. O grupo ajudou bastante porque no currículo não tem nada que relacione com a prática, a não ser aquela Prática de Ensino. Mas eu estou fazendo a Prática de Ensino e a maioria das 60 horas é só observação. Na graduação, aproveitam-se mais as bolsas, projetos, que ligam a prática com o que se estuda. E nesses estudos que a gente fez eu relacionei muito com os textos e as aulas da reitoria, porque fica só na teoria.*

*Valeu muito a experiência escolar com a Matemática. A bolsa valeu mais nessa visão da experiência escolar com a Matemática, especialmente para mim que nunca fui na sala de aula e coloquei “a mão na massa”, para ver o resultado quando levasse a sequência para aplicar com os estudantes.*

*A experiência na Universidade com a Matemática é a minha visão como futura professora, do que eu posso fazer para ir melhorando, o que é totalmente ligado à experiência na escola. A gente fica uma professora de mentirinha. Valeu bem a pena o fato de montar a sequência antes de levar pra escola.*

*Eu comentei de um professor do Ensino Médio. Eu o adorava. Ele não usava tanto a investigação ou experiências, ou atividades diferenciadas, mas era bom porque demonstrava autoridade. Todo mundo ficava meio receoso quando ele falava alguma coisa, mas ele era bom no ensino. Era forte naquilo que ele ensinava. Trazia muitos exercícios de vestibular. Deixava a gente bem inteirado nessas coisas. Hoje eu vejo que vale bem mais a pena usar investigação e outras atividades porque o aluno cresce mais em diferentes visões.*

*A relação teoria-prática. É isso mesmo que a gente relaciona que no curso a gente não vê muito. Precisamos das dissertações de mestrado e dos artigos relacionados à geometria que você nos encaminhou para elaborar as sequências. Não teria como não ocorrer isso, porque só consultar livros didáticos não é suficiente. Precisa-se de uma base mais teórica, de outras pessoas e de seus estudos.*

*A participação no grupo. Participei mais no início porque depois acabou com prova e não deu muito pra participar. Faltou a minha participação. Eu não participei o suficiente. A gente tem muita matéria e muita coisa. Às vezes, tem que escolher se estuda pra prova ou vai ao colégio. É meio complicado.*

*A gente ajudou a montar e mexer nas sequências. Na sala de aula, ajudamos mais os alunos, porque a Laynara expõe aquilo que a gente montou juntas. Participamos muito com eles porque eles perguntam bastante. Sou meio chata quando não entendo direito as sequências e pergunto para você: será que é investigação e será que não tinha que ser assim?*

*Experiência em outros grupos de formação. Fiz o PET. Ele é mais pra essa área do Bacharelado, de Iniciação Científica em Matemática. Tem o “Brincando de matemático”, em que o pessoal de Ensino Médio das escolas públicas vem para a universidade durante as férias. Escolhe-se um assunto específico. No ano retrasado foi números complexos. Apresenta-se mais essa visão do bacharelado desse assunto. Geralmente vem aqueles que gostam mesmo da Matemática. Mas não era envolvido com a Licenciatura como esse grupo. Vamos até a escola e pensamos nos alunos, especificamente.*

*Depois fiz um projeto com o Emerson, mas não era bem voltado pra a escola, era voltado para a Licenciatura. Foi bem proveitoso. E agora esse aqui. Valeu bastante. É bom aproveitar todos os projetos, as bolsas que a Universidade oferece porque a gente cresce mais de visão que a gente tem. Foi bem bom. Eu não me arrependo de ter participado de todos. Queria participar de mais também, mas acho que não vai dar tempo.*

*As expectativas de vida profissional. Essas expectativas estão nos três porque depois que a gente tem uma visão de tudo isso, tem expectativas diferentes. Antes de entrar na bolsa, eu tinha outras expectativas. Agora parece que cresceu, umas mudaram, outras eu desisti. Porque se tem outra visão do que levar para o aluno, do que ele entende, do que ele não entende, que dificuldade que ele tem. Se usar de um jeito, uns alunos entendem mais, mas do outro a maioria fica meio assim. Dessas expectativas da vida profissional valeu muito com essa relação teórica prática, da experiência na escola, do pensamento matemático dos estudantes. Relacionou tudo.*

*Em relação às expectativas da minha vida profissional, quero ser que nem você, porque você sabe tanta coisa. Queria saber tudo e quero fazer mestrado na Licenciatura. Relacionando com isso, tive outras visões na questão de metodologias de ensino. A gente viu muitas coisas diferentes, aquele de equações que a gente montou, a do facebook de trazer reportagem, essa dos sólidos. Na verdade eu conhecia pelos textos, mas na hora que a gente faz, tem que pensar em um monte de coisa. Valeu muito pra isso, pra ser um profissional diferente desse só quadro, livro, quadro, e poder usar outras várias coisas.*

*Quem sabe o meu professor de Ensino Médio não teve a experiência que eu tive na formação. Por isso, a aula dele era tradicional. Mas se ele tivesse visto o que a gente viu, quem sabe também fosse mais proveitoso, desse pra entender e ver a Matemática de outras formas. Do jeito dele, era um bom professor. Fazia a gente pegar bem o conteúdo. Ele faria diferente também se tivesse feito o que a gente está fazendo.*

*Ano que vem eu queria entrar em outro projeto, mas não sei ainda. Eu pensei em entrar no PIBID, mas com o nosso currículo é impossível. Porque o PIBID tem que ir duas, três vezes na escola, não sei quantas reuniões na semana. E com todas as matérias e coisa pra estudar, não tem como. Mas vamos ver se aparecer alguma coisa.*

Entrevista realizada com Juliana Rodrigues de Araújo, no dia 05/12/2012

*A minha participação no grupo de estudos em 2012. Como foi direcionado esse grupo, como a gente trabalhou, foi uma maneira diferente da que eu já tinha trabalhado em outros grupos de estudo, em outros projetos e isso abriu muito a forma como eu pensava sobre os alunos, a escola, qual era nossa função na escola, como que a gente lida com os alunos e tem que se portar na escola. E vir aqui e participar dessas reuniões, a forma como você direcionou o grupo, a forma como você trazia os textos e os temas das discussões pra gente poder trabalhar foi muito bacana, foi bem direcionado. Não certinho, mas bem dentro do contexto que quando a gente iniciou o grupo, você falou. Então, você cumpriu com aquilo que você falou e foi bem bacana.*

*As minhas experiências em outros grupos de formação. São também todas que eu trago comigo, que foi uma junção. Participar desse grupo complementou a participação que eu já tive em outro momento, com outros grupos de estudos, que era uma proposta diferente. A gente não tinha contato direto com os alunos semanalmente, mensalmente. Era eventualmente que a gente ia pra escola e aplicava aquilo que a gente realizava na universidade. O nosso contato com os professores foi maior porque nesse grupo a gente tinha contato direto com os alunos, em sala de aula, e no grupo anterior que participei, o contato era mais com os professores. Tanto é que teve um curso de formação continuada para os professores e que a gente fez a monitoria. Então, era mais trabalhar com os professores. A gente também estudava muito, igual a gente estudou durante todo esse ano. Uma proposta diferente.*

*E deu pra perceber muito bem a relação, as diferenças desses dois grupos, mas que se complementam. Eles não estão nada distante um do outro, se complementam. As observações que pude perceber na escola são todas positivas porque em maio que a gente começou a ir para a escola, você percebia que os alunos eram meio distantes. Claro, a gente era uma novidade porque além da professora Laynara, tinha mais duas, três, quatro em sala de aula. Era uma novidade. E eles queriam brincar, se divertir, não se aproximar muito e acabavam se distraindo um pouco da proposta que a gente tinha, que era observá-los trabalhando. Então, foi bacana de observar porque eles começaram a entrar “no*

*nosso jogo”. Porque antes eles pararam de trabalhar. Acharam que a gente estava ali para brincar, que deixavam de lado a tarefa. E ficavam naquela coisa: ah, é diversão. Oba, agora tem outras professoras. A gente pode brincar. E deixavam de fazer aquele trabalho. Então, a gente podia observar mais bagunça, distração, gracinhas. E depois foram entrando no ritmo porque a gente foi apresentando atividades que a gente elaborava e discutia. Chegava, aplicava essas atividades e eles aceitavam. Com o passar do tempo, eles foram aceitando mais e criou-se uma intimidade. Essa intimidade, essa relação abriu as portas, abriu a cabecinha deles. Na verdade, eles passaram a entender qual era a nossa proposta. E colaboraram muito. Foi bem bacana poder observá-los, ter essa aproximação com eles, até pra gente refletir qual é a melhor forma da gente elaborar uma aula, apresentar um assunto, no futuro, e como que a gente consegue desdobrar e desenvolver esse assunto em sala de aula. Então foi bem bacana.*

*A relação teoria e prática. Eu acho que a teoria foi fundamental para que a gente pudesse praticar na escola. Algumas atividades que a gente chegou elaborar e passou para a Laynara, mas também atividades que ela trazia. Ela trouxe o livro da escola, a forma e o assunto que trabalhava, e a atividade que ela precisava dar. Junto com esse conteúdo, mais os textos e a teoria que a gente estudou, a gente pode balancear e encaixar esses dois: a prática em sala de aula com as teorias que a gente estudava. Fizemos uma ficha de exercício muito bacana, que os alunos pudessem absorver isso da forma mais leve e descontraída. Eles acabaram fazendo aquele exercício, estudando daquela forma o conteúdo que a professora queria, do que no dia a dia acham chato. Acabaram fazendo isso porque a gente aplicou e juntou outros exercícios com o mesmo conteúdo. Então, essa teoria é muito importante de ser trabalhada e tem que existir mesmo, ser trabalhada, pra gente praticar no dia a dia.*

*Evidências do pensamento matemático dos estudantes. A gente tem que estar sempre pensando na Matemática, pensando a Matemática. Pra gente poder dar sequência tanto na nossa carreira, vida profissional, na universidade, na escola, na profissão, quanto no dia a dia. A gente precisa pensar também na Matemática fora da universidade e fora da escola.*

*A princípio você vê que os estudantes, não só na Matemática quanto em outras disciplinas, não estão pensando, fazendo e praticando aquilo, sabendo o que estão fazendo. Você fala, mostra o exercício, uma atividade, pede pra fazer, mas*

*eles não sabem e dizem: o que é isso? Eles não conseguem ligar e pensar como que eles vão fazer e desenvolver aquilo. Quando você puxa e os situa no assunto é que eles vão praticar.*

*A experiência escolar com a Matemática. Ela valorizou e enriqueceu muito porque a vida inteira estudei em escola pública. E tive professores de Matemática que chegavam em sala de aula, sentavam, davam bom dia, e pronto, acabou. O conteúdo do livro didático, se a gente não via em casa, não via em lugar nenhum porque o professor não passava isso. Eu tive esse tipo de professor. Tive um professor mais velho que chegava e não passava nada. Só colocava exercício no quadro. Ele achava que aula de Matemática era passar exercício, todo mundo fazer exercício. Por outro lado, tive uma professora muito boa, que além de dar aula na escola, dava aula em duas faculdades da cidade em que eu morava: Jacarezinho. A cabeça dela era completamente diferente. Ela era mais aberta. Quando que eu saí da oitava série e vim fazer Ensino Médio em Curitiba, lembro que ela tinha passado no mestrado, na UFSC. Eu não sei se é por ela pensar diferente, ter contato com a universidade e continuar estudando, a aula dela era maravilhosa. Ela chegava, passava conteúdo e explicava. Tinha toda paciência e recebia aluno na sua casa pra dar aula particular de graça. Nós, alunos de escola pública que não tinham dinheiro pra pagar professor particular, nem monitoria no contra turno, nem projetos de alunos da faculdade que fossem à escola dar aula. Era a professora e nós, em casa. Ela era uma excelente professora, que estava super à disposição. Mas não fazia nada fora do tradicional. Tanto é que, oito anos estudando na mesma escola, e fui conhecer na sexta, sétima série, o laboratório de Matemática. E fiquei encantada. Era um colégio de freira, onde não se tem acesso a muitas salas e corredores. Você via aquele monte de portinha e ficava imaginando o que era lá dentro. Até que um dia passei por aquela porta. A gente entrou e viu: Nossa, é um laboratório, que legal. As turmas que podiam usar aquele laboratório eram as que estavam saindo da escola, que era só até a oitava série. Porque daí o aluno saía da escola mesmo. Pronto, não tem onde mexer, o que fazer, E lá tinha sólidos, não sei se tinha todo o material. A professora pediu pra levar caixinhas pra poder analisar. Formamos grupos. No material de Matemática, a gente não mexia. Ficava no armário, com portinha de vidro, intacto. A gente mexeu nas caixinhas, nas embalagens, sem proposta. Porque ela não chegou a falar que a gente ia analisar isso, analisar o formato, o que tem ou não tem. Não teve esse trabalho. Ela só mudou de ambiente.*

*Mas a didática continuou sendo a mesma. Mas de conteúdo, o que ela precisava passar, ela passava. Foi bem legal essa experiência que eu trago. Quando entro em sala, tento fazer diferente. Porque sempre tem uns flash-back de quando você olha pra turma. O que vou fazer, como vou dar. Você lembra das experiências boas e ruins que você teve e tenta sempre transformar aquilo pra melhor. Esses dias, entrei em uma sala de aula. A professora, na época em que fez faculdade estava na dúvida entre Engenharia Civil ou Matemática. Não entendi, se ela fez mesmo Matemática ou se fez Engenharia Civil e está dando aula de Matemática. Ela chega e dá aquela aula, a mais tradicional possível e é aquilo de “não mostrar os dentes pros alunos”. Eu não podia dar aula no lugar dela. Só que ela estava sem voz e era só pra eu fazer a observação. Quebrei um galho. Foi muito engraçado porque eles estavam vendo regrinha de três e tinham uma ficha de dez exercícios para resolver. E ela resolvia pela tabuada. Eu nunca tinha visto resolver regrinha de três pela tabuada. Os alunos estavam condicionados a resolver regrinha de três pela tabuada. Comecei a ensinar regrinha de três do jeito que a gente viu e discutiu aqui no grupo, que tinha que fazer dos dois lados. E do jeito que eu já tinha visto no grupo de estudos anterior a esse. Então, você vai vendo as coisas que tem dificuldade também e vai melhorando. E eu expliquei. A equação ficava  $3x = 9 \times 250$ . De que forma que ele ia isolar o x.*

*Ela passava o três e fazia direto pela tabuada. Só que ela não tinha me avisado. Mostrei que eles tinham que isolar o x, dividir os dois lados por três, pra deixar o x sozinho. E dei uma aula pra eles. A maioria entendeu, só que queriam fazer do outro jeito.*

*Depois, ela pediu desculpas porque não era assim que ela fazia. Ela apresentou pela tabuada. E eu falei: olha, mas eu nunca vi pela tabuada. Mas ela falou que do jeito que ensinei era o mais correto, mais adequado. Se ela sabe que é mais adequado, porque ela não ensina e não passa o conceito. Fica só naquela coisa mecânica. E você sempre tenta melhorar.*

*E assim tento fazer, dar a aula, ensinar o aluno, fazer diferente daquilo que eu aprendi. Porque se eu não gostava do jeito que o professor ensinava ou se ensinava com macetinho, regrinha, formulazinha, tenho que passar da melhor maneira porque hoje tenho muita dificuldade com Matemática. Até o terceiro ano de faculdade, a minha dificuldade era gritante porque não tinha essa base. Na fase em que eu aprendia o que iria usar aqui na faculdade, era regrinha, era macetinho, era*

*musiquinha, era formulazinha. Então não aprendia o conceito. Por isso, tento passar diferente para os alunos para que possam, pelo menos, entender uma parte.*

*A experiência na universidade com a Matemática. É muito engraçado, porque quando eu cheguei na universidade, disse: nossa, é isso, então. Geometria no ensino médio e no ensino fundamental eu não tive. Cheguei aqui, tem uma disciplina e o professor começava a desenhar aquelas coisas, tinha um eixo que sai por aqui, e tentava desenhar pra fazer você enxergar tridimensional. Eu não conseguia compreender aquilo. Hoje eu compreendo, enxergo, vejo. A cada dia que passa, estou gostando mais da universidade. Quero sair daqui o quanto antes porque eu já entendi o que é aqui dentro. Quando você chega, não entende, não sabe. Quando você entende o que significa, pra que serve e o que você tem que fazer pra entrar e pra sair. Não vejo a hora de sair daqui. Estou correndo atrás do prejuízo, e poder trabalhar, aplicar o que eu vi e fazer o que eu gosto. Aqui a gente não vê muita coisa pra se aplicar em sala de aula. O curso de licenciatura tinha que ser mais direcionado pra Licenciatura pra estar preparado mesmo pra estar ali e dar aula, mesmo. Porque às vezes você chega e tem que se virar. Você sai da universidade, da graduação e tem que continuar estudando pra se preparar pra sala de aula.*

*As expectativas de vida profissional. Quero continuar estudando muito, aprendendo coisas diferentes porque a gente está em uma outra era, tudo que você vai fazer é tudo digital. Eu que sou nova, mas entrei numa sala de aula, tive que ensinar regrinha de três. Todos os alunos tinham celular de última geração. Se você não sabe usar aquele celular, você vai perder cinquenta minutos, cinquenta e cinco minutos brigando para desligar o celular. O que eu quero fazer é saber lidar com essas tecnologias e usar isso a favor da aula. Coloca o celular em cima da mesa e vamos usar a calculadora do celular. Porque eu acho importante. A calculadora não trabalha sozinha, ela não pensa. Você ensinar como se usa calculadora, pensar nas coisas, nas operações que está fazendo também é um aprendizado, é positivo pra ele. Então, como profissional, eu quero sempre fazer diferente. Aulas diferentes. O irmão de uma amiga tem aula com um professor de Matemática que usa a TV Pendrive<sup>19</sup>. Fantástico! Só que usa de uma forma totalmente equivocada. Porque ele*

---

<sup>19</sup> TV Pendrive é um aparelho de televisão disponibilizado pela Secretaria Estadual da Educação do Paraná, para as escolas estaduais, com entradas para VHS, DVD, pen drives e cartões de memória e saídas para caixas de sons e projetor multimídia.

*prepara as aulas uma vez só e coloca no pen drive. E liga a tevê. Os alunos ficam assistindo tevê. Sabe aquele curso telecurso dois mil, que você assistia em casa. Igual, só que as crianças assistem na sala de aula. Segundo esse irmão dessa amiga, ele não risca o quadro, ele não suja a mão de giz. Você tem que ir lá pra ver se realmente isso acontece. Senão você acredita no menino. Teve uma atividade que a gente passou o videozinho, mas pelo menos a professora Laynara explicou o que era. Ela passou o videozinho, oito minutinhos, explicou e deu sequência nas outras aulas. A gente tem que se preparar pra levar maneiras diferentes de trabalhar na sala de aula, com as ferramentas que estão liberadas pra todo mundo. A internet, fantástico! O computador, nossa! Você ensinar para seu aluno o gráfico no quadro negro e depois colocar no computador e começar a variar, modificar os valores e ver o que acontece. A primeira vez que eu tive isso foi na Geometria Dinâmica, com o Emerson. Ele fez o desenho no quadro e a gente foi fazer no computador. E depois ele foi fazer no computador e você vai vendo. Ficou muito mais claro. Foi muito engraçado porque quando a gente entra na graduação, tem Funções e Geometria Analítica, onde vê um monte de parábolas, hiperbolóide, um monte de coisas que você não entende muito bem. Porque é o primeiro ano.*

*Eu não tive isso no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Pra entender aquilo, passei madrugadas acordada. Porque fazia faculdade à noite, chegava em casa dez e meia, onze horas da noite e depois estudava até duas, três da manhã. Eu só consegui passar nesse processo por causa disso. Porque eu não sabia aquilo, eu não entendia como que acontece. Um ano e meio depois, tendo essa disciplina com o Emerson, é que eu percebi. Se tivesse acontecido isso no primeiro ano, nosso aprendizado teria sido bem melhor, mais rápido. E tudo teria sido lindo, maravilhoso. Não precisava ter sofrido tanto. Então, é bacana assim. Eu acho que é isso.*

Entrevista realizada com Carla Corrêa Eidam, no dia 05/12/2012

*A experiência escolar com a Matemática. Acho legal começar falando sobre isso porque foi isso que me fez querer cursar Matemática. Foi bom, tive sorte com os*

*professores, com as escolas onde estudei, porque não tenho muito que falar de mau como ouço os outros colegas. No ensino médio, quando realmente decidi, tive dois professores ótimos que me incentivaram a cursar Matemática. E teve até um bimestre que a minha média foi dez. Então foi bem bacana. Isso me fez gostar mais ainda da Matemática e querer entender certas coisas. Eu lembro que uma professora do primeiro ano estava trabalhando com funções e falou que no curso de Matemática no primeiro ano faria um curso que entendesse as funções. Eu não sabia que estava falando de cálculo. Mas quando comecei a fazer curso eu me lembrei dela, das coisas que ela dizia. A minha experiência na escola foi muito bacana e me fez querer entrar pro curso e até ser professora.*

*Chegando na Universidade, de primeira foi um susto porque eu não imaginava que seria como é. Foi realmente um susto. Só que mesmo assustada e achando tudo muito estranho, eu me acostumei e comecei a gostar. Não foi de cara, mas eu comecei a entender. A gente aprende a estudar, aprende a se organizar pra estudar, porque na escola não tinha, mas na Universidade nós temos que nos organizar pra isso. Então, aprendi a fazer isso e tudo começou a se encaixar. Eu ouvi falar do grupo e achei bacana, justamente porque eu não entendia como ia levar tudo aquilo que estava aprendendo no curso pra sala de aula, como uma estudante da licenciatura. Muitas vezes a gente acha: eu preciso realmente estudar isso? Então, essa relação fez com que eu quisesse mais ainda participar do grupo. Eu comecei ano passado, foi uma experiência totalmente diferente da desse ano. As duas foram muito legais. Ano passado, foi mais a relação do professor, nós trabalhamos com formação de professores. E esse ano se voltou ao aluno. Então, foram duas experiências bem bacanas.*

*A participação no grupo foi bem legal porque eu me senti útil. A gente trabalhou junto, e achei que me fez crescer como professora, como estudante do curso. A participação pra mim foi muito válida, principalmente porque teve um resultado imediato que foi levar pro meu trabalho tudo que foi dito aqui. Deu certo de esse ano, estar com turmas de idade parecida e com o mesmo conteúdo. Então foi muito legal porque pude colocar na prática tudo que a gente tem feito no grupo.*

*Experiências em outros grupos. Tem o ano passado que eu participei. Eu participei também na formação. Eu posso contar também sobre a experiência no magistério, e sempre vou agregando as coisas que eu vou aprendendo. Acredito que isso só veio a acrescentar mesmo porque nunca dá pra separar as coisas. Então*

*esta experiência que eu tive, unida às que já tive antes no magistério, nos outros anos, estudando a Matemática pura me fez crescer bastante.*

*Observação na escola. Começou a prática realmente. A gente foi pra escola, é uma realidade que nunca tinha visto, que é a escola municipal, com quinta à oitava. Nunca tive a oportunidade de entrar numa escola assim. Foi bem legal, gostei. A escola nos recebeu muito bem. Tivemos um belo ano na escola. Bem bacana. A professora Laynara também participou bastante e nos ajudou, aceitou a nossa ajuda. Se fosse em outra escola, o resultado teria sido outro. A escola colaborou muito pro nosso resultado ter sido tão bom assim. Estou saindo feliz esse ano com tudo que foi feito, vendo os alunos, vendo a mudança que houve. Fica aquele pensamento de dever cumprido, aquela tranquilidade.*

*Evidências do pensamento matemático dos estudantes. Isso que me chamou mais atenção. Como eu disse antes, sempre tinha trabalhado com questão de professor, vamos formar professor, professor vai fazer isso, vai fazer aquilo pra atingir o aluno, mas nunca foi dado, em nenhum momento que eu estive estudando isso na licenciatura ou no magistério sobre valorizar mais o aluno, o que ele está pensando, como que ele chegou naquele pensamento, como ele construiu aquilo. Isso foi muito legal porque a gente aprende a enxergar com outros olhos. E entende os erros, que tem um porquê do erro e que tem um porquê do acerto dele. Isso ajuda para o professor conseguir dar aula, levar o conteúdo, porque eu vou pensar antes em como ele vai mexer com aquilo, porque pergunto pra ele. Então, se levo em consideração o pensamento do aluno, consigo atingi-lo melhor, valorizando-o como alguém que já traz algo consigo e tem as verdades dele, com as quais a gente vai aprender a mexer. Isso foi muito bacana nesse grupo esse ano. Em relação ao pensamento, foi muito válido porque fugiu do que geralmente estamos acostumados a ver. Na minha experiência foi o que eu não tinha visto ainda.*

*Agregando tudo isso pra minha vida profissional, posso dizer que já usei na minha vida profissional tudo que falamos, aprendemos, estudamos. Isso é muito legal porque a gente vai pra escola mais segura de si, mais certo do que tem que fazer, do que pode fazer, do que dá certo, do que eu posso tentar. Isso é muito bom porque tive um resultado imediato. Então, nem preciso dizer expectativa, porque já aconteceu e já vivi isso. Então, é levar adiante, continuar. É isso que esse ano o grupo tem a acrescentar pra mim.*

Entrevista realizada com Laynara dos Reis Santos, no dia 11/12/2012

*Primeiro, vou falar sobre a experiência na universidade com a Matemática. Aqui tive muito contato com a teoria, de conceitos. Cálculo, álgebra. E a parte de Educação, também teoria. Li textos e alguns autores foram citados, mas não percebi isso na escola, mesmo fazendo estágio. A ideia do estágio era só pra conhecer uma escola, como se a gente nunca tivesse entrado numa. Por outro lado, conhecer uma escola, sem ser aluno. Então seria essa a ideia de ver como é que funciona a tal sala de professores, conversar com uma pedagoga. Como eu cresci dentro de uma escola, esse estágio não teve essa força toda. O que me valeu foi ter contato com alunos. Estar na frente deles. A aula que dei pra eles no estágio foi uma experiência interessante. Na universidade marcaram algumas aulas que eram de educação, mas que eram aqui, dadas pelos professores de Matemática. Foi aonde a gente percebia uma coisa mais interessante, realmente uma teoria que dá pra aplicar aqui. Alguma tendência Matemática que um professor fez uma aula e aplicou na gente. De forma alguma me sentia preparada para dar aula, só com isso. Sempre achava que ia ter que começar de algum modo, mas seria arriscado.*

*E essa relação de teoria e prática aconteceu assim pelo grupo, porque na universidade era a teoria lá e a prática era depois que eu terminasse o curso. Não dei aula enquanto estava fazendo faculdade. Eu só pude ter prática depois que eu me formei. Onde consegui resgatar essa teoria foi no grupo vendo, é possível mesmo, esses textos fazem sentido. Eu me tornei professora nesse nosso movimento em conjunto. Eu comecei o ano como uma licenciada. Tinha licença, permissão para dar aula, não que eu fosse necessariamente professora. Isso foi um dia atrás o outro, com muita ajuda dos meus alunos, até por não perceber que não tinha essa experiência. Eles nunca questionaram isso. E pelas reflexões que a gente tinha aqui. Dúvidas desde a teoria de como aplicar uma sequência ou como lidar com uma situação: ah, o aluno me enfrentou ou o aluno não consegue aprender, ou eles fazem uma bagunça que eu não estou conseguindo dominar. Nisso, a gente foi discutindo e fui aprendendo como lidar. Deu muito certo. Quando a gente começou, eu dava aula só de manhã. Eu tinha bastante tempo pra fazer a pesquisa, pra preparar aula, pra me estruturar e entender como é que funcionava essa vida de*

professora. E, depois da metade do ano, fui pegando mais aula. Peguei aula à tarde, como reforço, que é uma outra experiência. Depois peguei à noite, com o Ensino Médio, que é outra coisa. Foi um ano de muita coisa nova nessa vida profissional. O resultado que eu tive nesse ano foi muito bom. Fiquei muito feliz com o que eu consegui ensinar, o que eu consegui produzir com os meus alunos. Eu vejo os resultados, o quanto eles aprenderam e cresceram nessa parte Matemática. Você percebe que a fala deles já tem mais conceito, mais noção das coisas. A noção que eles têm de álgebra, da incógnita. Já estão dominando aquilo. Meus alunos de sexta série têm um domínio disso bem maior do que meus alunos de ensino médio, que eu tive só três meses de contato. Eu tinha que fazer eles trabalharem com álgebra. Tenho um aluno que não sabe resolver uma equação. Do Ensino Médio, terceiro ano. E os alunos de sexta série, até os mais fraquinhos de conteúdo, têm uma noção do  $x$ , do que ele representa, do que ele é. Isso é muita coisa.

Você percebe que é um avanço grande. A minha expectativa é conseguir continuar como professora. Eu me realizei muito como professora. Ano que vem, vou fazer meu mestrado, vou poder fazer pesquisa em cima disso, mas não gostaria de abandonar a sala de aula. Adorei dar aula para o Ensino Fundamental, gostei mais até do que do médio. Nesse momento me identifiquei mais.

Você percebe na criança o resultado. Você ensina e, em geral, eles aprendem e isso é muito gostoso. Você vai ter que ensinar de novo. Mas eles vão aprendendo, vão caminhando e crescendo. Você se sente muito ativa dentro deles e eles são muito ativos dentro da gente. Como esses alunos mexem e mudam a gente também.

Experiência escolar com a Matemática. Quando eu comecei a dar aula, olhava determinados conteúdos, por exemplo, fração. Eu sei fração, fazer conta com fração, mas será que realmente sei ensinar de uma maneira viável que eles entendam, aprendam, porque é muito diferente eu saber, sei pra mim. Isso foi uma grande descoberta e fui tendo experiências com eles que foram me esclarecendo certos pontos do conceito, do porquê fazer a conta desse jeito. Nesse momento de tentar explicar pra eles é que realmente vivi um processo de construção de Matemática. Porque pra você explicar número negativo, você tem que tentar entender de onde surgiu o pensamento, a necessidade. E fazer com eles uma experiência.

*Por isso que é construção. Porque eu sei fazer a conta, mas é muito diferente. Vejo essa experiência com Matemática, não só do como ensinar, mas dessa construção. Até fui construir alguns conceitos que não estavam aprofundados. Porque só vi na escola, na idade deles. E na faculdade a gente não tem isso tudo de novo. Você tem um outro conteúdo, outra ideia. Você não retoma essa ideia, por exemplo, de construção dos números inteiros. E na faculdade, jamais. Então, você tem que refletir com tudo aquilo que você aprendeu a mais, de bagagem.*

*Observação na escola. É a parte mais interessante porque, no geral, você vai dar a tua aula. Você volta, corrige trabalho, prova, prepara outra aula e dá de novo. Mas quando vocês faziam a observação e, principalmente, quando a gente voltava para discutir, eu podia refletir o que eu fiz, como que foi feito, como que eles pensaram. Então essa observação não era só você observando o aluno ou as meninas observando os alunos porque também eu estava sendo observada. Isso também foi muito positivo porque pude ter feedback do que eu estava fazendo. E aprender a não estar só como professora, mas também observadora da ação deles. É uma outra ideia, porque você pensa em fazer a tua aula e como que está ensinando. Agora, quando vejo essa postura de observação, vejo como eles estão aprendendo. É uma outra visão que não sei se os professores conseguem ter sempre. Eu não consigo ter em toda aula essa postura de observação, de como que eles estão reagindo.*

*Mesmo que não tenha nenhum estagiário, ninguém me falando. Eu mesma me observando e observando eles. Em geral, você está só agindo, é mecânico. Você dá a tua aula, ele faz a pergunta, você explica. Mas nem sempre a gente consegue fazer essa observação. Então, quando vocês estavam observando, em alguns momentos pude observar. Tinha mais gente dentro da minha sala e pude também olhar o que eles estavam fazendo com esse olhar. Aprendendo como professora e como pesquisadora, que é um olhar que a gente tem que ter o tempo todo. A professora e a pesquisadora tem que estar juntas, o maior tempo possível. Nem sempre você consegue ser professora numa sala com trinta alunos falando.*

*Participação no grupo. A gente tinha o momento de sala de aula. O grupo foi fundamental em toda a construção nesse início da minha carreira. Foi o diferencial de uma professora que quero ser, que estou me tornando. Em alguns momentos, vocês me analisando como professora. Em outros momentos, eu era tão*

*observadora quanto, participava e discutia da mesma maneira, lia textos e jogava as ideias da mesma maneira que todo o grupo. Cada um conseguia ter um papel, mas na hora de discutir era junto. Ninguém pensava se o outro estava em turno diferente. A gente conseguia discutir mesmo os pontos da sala de aula e os pontos da teoria. Porque essa teoria é legal ou não é, o que ela fundamenta a nossa prática. Esse momento de reflexão foi muito importante pra mim e acho que para as meninas também, pensando como que elas vão construir lá na frente. Porque eu via no estágio, observava a professora, não necessariamente concordava com tudo e não tinha muito com quem conversar porque só estava observando. Eu ia discutir com a própria professora. A maioria dos professores não dá essa abertura. Aqui a gente deu essa abertura uma pra outra. Eu não concordo com essa maneira porque veja bem esse conceito explicado dessa maneira. Houve muito essa troca. Foi uma complementação da experiência de um com o outro. Então, o grupo foi muito rico nisso.*

*Experiências em outros grupos. Nunca tinha participado de um grupo de estudo. Não tinha noção como e o que seria. Se a gente ia ficar lendo um textinho e divagando sobre o assunto ou não. Se a gente ia só observar. E o nosso grupo teve o que há de melhor nos dois: teve a leitura de bons textos e teve uma observação da sala de aula de verdade. Juntou o melhor do que eu podia imaginar e pensava de um grupo de estudos. Quando estava na escola, nas disciplinas de estágio, tentava-se alguma discussão, mas não chegava a ser um grupo de reflexão sobre a formação. Era cada um chorando as pitangas do problema da escola, porque não conseguia fazer estágio, porque a diretora não deixava entrar na escola.*

*Acabava recaindo só numa reclamação sem fundamentação nisso ou naquilo ou alguma coisa produtiva pra discutir. Na faculdade, não senti essa experiência marcante como grupo de formação, como aqui. Aqui me senti num grupo de formação, além só do grupo de estudo. Quando pesquisei sobre formação continuada, eu acho que esse seria o melhor modelo de formação continuada. Seria ter um grupo de reflexão. Poderia ter alguém da universidade, poderia ter estagiário, poderia ser só professores da escola, se os professores tivessem vontade pra isso. Mas que fizessem desses momentos de ligação de teoria e de prática, de estudo, independente de um programa. Seria uma formação continuada ideal, esse momento de reflexão constante. Eu não deixei pra refletir só no final. Cada etapa, uma reflexão, uma reflexão constante, o tempo inteiro. Deu certo, não deu certo,*

*retoma, não retoma. Vou ter que seguir, porque tenho que vencer conteúdo, mas foi satisfatório até aqui. Em vários momentos, a gente discutiu que eu tinha que seguir. Poderia ter passado o ano inteiro falando de frações. Não esgota porque sempre tem uma coisa a mais que os alunos podem aprender. Poderia ter passado o ano inteiro falando de equações porque sempre tem problemas e maneiras diferentes de você aprofundar com eles. Em nenhum momento, o grupo, a observação e a pesquisa atrapalharam porque houve respeito à rotina da escola, ao programa que tinha de ser seguido. Houve essa parceria de dar certo para a pesquisa e para a sala de aula. Quando eu pedi os textos para os alunos, eles sabem dizer que aprenderam muita coisa. Foi muito legal. Eles sabem lembrar de conceitos e coisas que eles aprenderam mesmo. E isso foi muito válido.*

*Evidências do pensamento matemático nos estudantes. Quando eu perguntei para eles o que aprenderam nesse ano as primeiras perguntas eram: Nada. Aprendi a brincar. Como assim, não viram nada em Matemática esse ano. Ah, então vou ter que reprovar todo mundo pra ficar mais um ano por aqui. Disseram que viram fração, razão, equação. Foram lembrando com as contas e desafios que resolviam. E tinha um aluno que dizia que estava muito ruim de nota, mas não queria reprovar. Então pedi que resolvesse pra mim. Ele tentava, os outros ajudavam. E conseguiram falar de Matemática, de conceito, de conteúdo. Trabalham não só o operacional, mas explicam como que fazem essa conta, como que tiveram esse raciocínio, como que chegam nessa resposta, principalmente nas atividades onde a gente pedia pra falar o que aprenderam. Isso é muito legal porque a gente consegue entender o que ele aprendeu e eu acho que para o próprio aluno pensar no que ele aprendeu. Eles tiveram essa evolução, de ter pensamento matemático. Hoje, conseguem falar de conceitos e trabalhar. Melhoraram bastante. A escrita deles também. Não é um trabalho só meu, a professora de português ajudou muito. A articulação deles melhorou. Eles sentem que melhoraram o trabalho em grupo, a interação. Eles conseguem perceber que a sua lógica do raciocínio está mais coerente. Tem as coisas que fogem de uma criança normal, mas você percebe da grande maioria uma construção lógica já mais articulada. Mesmo os alunos que ficam pra trás, já percebem o movimento da Matemática de uma outra maneira. Uma aula diferente, que não é só o livro. Eles conseguiram se libertar do livro. A gente consegue dar aula. Quando não usava o livro era brincadeira. Então, nessas últimas semanas, que foram menos alunos, a gente achava que eles iam querer*

*brincar. E eu passava a atividade, eles sentaram e fizeram. E vinham perguntar e discutir. A pergunta deles melhorou. Eles conseguem ter dúvida. Coisa que quem não sabe nada, não tem dúvida. Fiquei satisfeita porque todo esse nosso trabalho deu certo, deu bons resultados. Por isso que dá muita vontade de continuar lá mais um ano. Você faz e constrói tanta coisa...*

*A escola deu um suporte bom pra gente e para os alunos que se interessaram e se interessam pela escola, pelo estudo. Até os que a gente fala que estão mais fracos de conteúdo foram contagiados e entraram no movimento. Foi muito bom por tudo isso.*

### 2.3.2 Do grupo estendido: a escola

Nos primeiros dias em que realizamos as observações na escola, conversei com os estudantes (atores da escola) a respeito da autorização para uso de imagem e voz (Apêndices 1 e 2), que a professora Laynara (atriz da escola e do grupo) já estava recolhendo. Comentei, também, que na escola as filmagens seriam realizadas com o objetivo de redirecionar ações e coletar dados.

No grupo, combinamos que iríamos, num primeiro momento, observar algumas aulas durante a semana, mas não ficaríamos a manhã toda na escola. Após as primeiras observações, discutimos sobre o que cada participante percebeu em sala de aula e que seria interessante relatar para os demais componentes. Como pesquisadora e formadora de professores, escolhi comentar sobre a postura da professora Laynara. Observei que ela usava um tom de voz adequado, olhava para os estudantes e apontava no quadro para mostrar o que estava fazendo, preocupava-se em verificar se eles entendiam a explicação, questionando-os e retomando o conteúdo. Percebi que os estudantes envolviam-se com a professora, pois ela demonstrava prazer em ensinar.

Nas aulas posteriores, pude observar que os estudantes estavam acostumados com uma rotina, que consistia no uso permanente do livro didático. Parecia-me que qualquer tentativa que fugisse disso resultaria em um desequilíbrio no ritmo de trabalho dos estudantes, proporcionando outras formas de estudo. Numa dessas aulas, uma das estudantes desabafou: “Não fizemos nada hoje”. E o desafio

foi mostrar que outros materiais e textos serviriam de apoio às aulas, além do livro didático.

Camille comentou que as turmas eram interessadas, e em uma delas, considerada a mais agitada, os estudantes formavam duplas, sem que a professora determinasse essa formação.

Durante a aplicação da primeira sequência para somente uma das turmas, a professora Laynara considerou que era necessário ter resolvido mais problemas similares àqueles que aplicamos, pois o trabalho seria mais produtivo. Ao notar que os estudantes sentiam falta do livro, procurou partir da explicação do mesmo para romper com aquela fala: “não estamos fazendo nada”. Ainda sobre a primeira sequência, as participantes destacam:

Alguns (estudantes) não se envolveram inteiramente. Na miniplenária, três grupos não se sentiram seguros em apresentar seus trabalhos no quadro. **(RE, 05/06/2012, LIC Carla)**

A maioria da turma se sentiu motivada pelo assunto, sendo próximo de sua rotina, e também pela aula de Matemática tomar um rumo diferente do habitual. **(RE, 05/06/2012, LIC Camille)**

Acredito que pelo fato de estarmos lá observando e filmando, os alunos ficaram eufóricos [...] a atividade era outra novidade, com a qual demoravam para se acostumar. **(RE, 05/06/2012, LIC Juliana)**

Realmente, a turma estava motivada, mas havia tantas novidades, entre elas o trabalho em equipes, a filmadora, o trabalho inicial sem o livro didático, que os estudantes sentiram-se um pouco inseguros. Após a aplicação da primeira sequência, os estudantes permitiram a nossa aproximação. Solicitavam a nossa explicação. Assim, deixávamos de ser simples observadores.

Posteriormente, ao avaliar a aplicação da segunda sequência, de um modo geral, notamos que houve um salto qualitativo, no que concerne à participação, envolvimento e postura dos estudantes:

A aula foi bem produtiva, todos os alunos fizeram as atividades e sempre perguntavam para tirar dúvidas. **(RE, 04/09/2012, LIC Camille)**

Porém, sentiram dificuldades em resolver as atividades propostas:

Por outro lado, muitos apresentaram dificuldades em resolver as equações. Os alunos conseguiram formular as equações, mas o problema ficou em como resolvê-las. **(RE, 05/06/2012, LIC Camille)**

No final do ano, novos olhares constituíam-se sobre o que foi observado em sala de aula. Camille enfatiza a importância da relação teoria-prática, tendo sempre o foco na escola:

Achei bem importante a gente ter pensado nisso de ter vindo aqui e olhar aqueles textos da Onuchic e todos que a gente analisou, pensar na sequência e levar para a escola. De todos esses anos estudando, é muito difícil a gente relacionar a teoria com a prática. Na leitura, a gente lê aqueles textos, mas morre na praia. A gente estuda, mas não sabe o que acontece quando você aplica. Achei bem legal essa tua ideia e do Emerson de levar a gente para o colégio. Foi interessante e legal também a reação dos alunos quando a gente leva as sequências e vai ajudá-los. **(ENT, 04/12/2012, LIC Camille)**

Juliana destaca como ocorreu a aproximação entre participantes do grupo e estudantes:

As observações que pude perceber na escola são todas positivas porque em maio que a gente começou a ir para a escola, você percebia que os alunos eram meio distantes. Claro, a gente era uma novidade porque além da professora Laynara, tinha mais duas, três, quatro em sala de aula. Era uma novidade. E eles queriam brincar, se divertir, não se aproximar muito e acabavam se distraíndo um pouco da proposta que a gente tinha, que era observá-los trabalhando. Então, foi bacana de observar porque eles começaram a entrar “no nosso jogo”. Porque antes eles pararam de trabalhar. Acharam que a gente estava ali para brincar, que deixavam de lado a tarefa. E ficavam naquela coisa: ah, é diversão. Oba, agora tem outras professoras. A gente pode brincar. E deixavam de fazer aquele trabalho. Então, a gente podia observar mais bagunça, distração, gracinhas. E depois foram entrando no ritmo porque a gente foi apresentando atividades que a gente elaborava e discutia. Chegava, aplicava essas atividades e eles aceitavam. Com o passar do tempo, eles foram aceitando mais e criou-se uma intimidade. Essa intimidade, essa relação abriu as portas, abriu a cabecinha deles. Na verdade, eles passaram a entender qual era a nossa proposta. E colaboraram muito. Foi bem bacana poder observá-los, ter essa aproximação com eles, até pra gente refletir qual é a melhor forma da gente elaborar uma aula, apresentar um assunto, no futuro, e como que a gente consegue desdobrar e desenvolver esse assunto em sala de aula. **(ENT, 05/12/2012, LIC Juliana)**

Carla salienta o fato de a escola observada ser pública, da Rede Municipal de Ensino, e o modo como escola e professora colaboraram para os resultados encontrados:

A gente foi pra escola, é uma realidade que nunca tinha visto, que é a escola municipal, com quinta à oitava. Nunca tive a oportunidade de entrar numa escola assim. Foi bem legal, gostei. A escola nos recebeu muito bem. Tivemos um belo ano na escola. Bem bacana. A professora Laynara também participou bastante e nos ajudou, aceitou a nossa ajuda. Se fosse em outra escola, o resultado teria sido outro. A escola colaborou muito pro nosso resultado ter sido tão bom assim. Estou saindo feliz esse ano com tudo que foi feito, vendo os alunos, vendo a mudança que houve. Fica aquele pensamento de dever cumprido, aquela tranquilidade. **(ENT, 05/12/2012, LIC Carla)**

Nesse sentido, considerando os estudantes como os protagonistas do grupo estendido – a escola – é interessante destacar que o ambiente investigativo construído permitiu que estes não se comportassem de forma passiva no processo, mas incorporassem a ideia de serem pesquisadores. Isso também possibilitou uma melhor interação deles com as componentes do grupo de estudos e com seus pares. Além disso, as ações de ensino concretizadas por meio das fichas de atividades foram efetivadas de modo produtivo, culminando nas discussões e apresentações orais das equipes de estudantes.

## 2.4 AS LOCAÇÕES

### 2.4.1 Sala de reuniões 10

O ponto central desta pesquisa deu-se com a formação de um grupo de estudos constituído por mim, três licenciandas da UFPR, bolsistas de um projeto de extensão coordenado pelo orientador deste trabalho e uma professora regente de turmas de 7.º ano de uma escola da rede municipal de ensino de Curitiba.

Ocorreram na sala de reuniões 10, localizada no quarto andar do Prédio da Administração, no Centro Politécnico, UFPR, ao longo do ano de 2012, reuniões semanais desse grupo, em que se promoviam estudos teóricos e vivências de práticas, que poderiam ser a resolução de um problema ou uma questão investigativa, que instigasse a descoberta de relações entre objetos matemáticos, procurando identificar as suas propriedades, além da análise das situações observadas na escola. Essas reuniões do grupo foram registradas em vídeo.

## 2.4.2 A escola

As observações em sala de aula foram realizadas em três turmas de 7.º ano, de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Curitiba.

A Escola Municipal Maria Clara Brandão Tesserolli foi escolhida, pois nela atuava a professora de Matemática Laynara dos Reis Santos, que participou de um grupo de estudos com o orientador desse trabalho.

Além disso, no meu projeto de pesquisa, escolhi três escolas nas quais desejava realizar a pesquisa de campo, devido ao bom relacionamento que estabeleci com as suas gestoras, durante o meu trabalho como formadora de professores em Matemática no Núcleo Regional de Educação do Portão, da Rede Municipal de Ensino de Curitiba. Dentre elas, estava contemplado o nome da E. M. Maria Clara Brandão Tesserolli.

Na atual gestão pedagógico-administrativa atuam, como diretora, Marivalda do Rocio Martins Capetti e, como vice-diretora, Andressa Woellner Duarte Pereira.

Apresento a seguir um breve histórico da escola em que se desenvolveu esta pesquisa no decorrer do ano de 2012:

A Escola Municipal Maria Clara Brandão Tesserolli, situada na Rua João Ribeiro Lemos, 361, Novo Mundo, nasceu da necessidade da comunidade de um Centro Educativo que atendesse à clientela em idade escolar. Recebeu este nome para enaltecer a professora Maria Clara pelos serviços prestados à municipalidade como diretora do Grupo Escolar Paula Gomes, e por ser a idealizadora da Casa do Professor primário de Curitiba, exercendo várias funções político-administrativas. A seção do Grupo Escolar "Maria Clara B. Tesserolli", foi criada pelo decreto nº 391/70 e inaugurada no dia 11 de dezembro de 1969, passando a funcionar em 1970. Pelo decreto Municipal nº 958/72 de 28 de dezembro de 1972, passou a denominar-se Escola Fundamental Municipal Maria Clara Brandão Tesserolli. A partir de 1976 passou a atender também de 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental<sup>20</sup>.

O laboratório de Informática da escola e três salas de aula foram utilizados durante a aplicação das sequências.

---

<sup>20</sup><<http://www.cidadedoconhecimento.org.br/cidadedoconhecimento/index.php?portal=105>>

Acesso em: 18/03/2013

## 2.5 O TRABALHO

### 2.5.1 No grupo de estudos

Na primeira reunião do grupo de estudos, realizada em 10 de abril de 2012, eu e meu orientador combinamos que iríamos analisar aspectos de alguns livros didáticos, ou seja, vantagens e desvantagens, presença ou não de imagens, desenhos, se estão de acordo com o contexto histórico-espacial-temporal, presença de equívocos, se consideram o conhecimento prévio e nível de escolaridade do estudante, se as atividades incentivam a interação e cooperação, e se o livro serve de referência para o estudante e professor.

Após a minha fala inicial, duas participantes do grupo, presentes nesse momento, apresentaram-se:

Eu sou a Juliana, bolsista do Emerson há um tempo, e vim aqui para escutar e iniciar nosso trabalho [...] **(RO, 10/04/12, LIC Juliana)**

Sou a Laynara, terminei a minha graduação aqui em Matemática. Fiquei um ano sem atuar e agora comecei em uma escola da prefeitura. É minha primeira experiência de sala de aula, já com 7.º ano [...] **(RO, 10/04/12, PR Laynara)**

Enfatizei que o nosso foco seria a sala de aula e realizaríamos as observações das aulas da Laynara. Nesse momento, segundo meu orientador, estávamos construindo uma história, porém não sabíamos ainda o que olhar nessa história. Então, poderíamos olhar para nós mesmos, para os alunos, para as participantes do grupo, mas a princípio, iríamos olhar para a sala de aula. E, nessa sala de aula, poderíamos olhar para a relação professor-aluno, para o aluno, para a relação bolsistas-alunos...

Havia uma intenção inicial em filmar todas as reuniões do grupo e todas as observações na escola, para determinar o nosso foco de pesquisa, o nosso objeto de estudo, e, sobretudo não perder dados, pois sem eles não teríamos o que olhar.

Em seguida, uma outra bolsista chegou, a Camille, e a reunião prosseguiu com a análise de alguns livros didáticos. Laynara enfatizou como era sua rotina em

sala de aula e a forma como ela utilizava o livro adotado na escola, demonstrando que o livro direcionava a maneira como ela conduzia suas aulas.

No dia seguinte, houve a reunião com outra bolsista, a Carla, e eu retomei os assuntos discutidos na reunião anterior. Enfatizei que estudaríamos sobre algumas metodologias de ensino, no decorrer do ano, com o objetivo de colaborar com a professora em sala de aula e determinar o foco da pesquisa.

Tendo em vista que a Carla já atuava como professora na terça-feira, eu e meu orientador decidimos que as reuniões ocorreriam em dois dias, terças e quartas, o que ocasionou uma divisão de trabalhos. Inicialmente, eu, Camille, Laynara e Juliana, nas reuniões de terça discutíamos os textos, vivenciávamos práticas e retomávamos o que observamos na escola, e na quarta, eu e a Carla, elaborávamos fichas de atividades, pautadas em algumas metodologias de ensino, além de retomar as discussões realizadas na terça.

O texto de Onuchic (1999), intitulado: *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas* fundamentou o nosso estudo inicial sobre resolução de problemas. Ele apresenta um roteiro que possibilita aos alunos e professor adotarem uma postura investigativa frente aos problemas que se apresentam e traçarem um plano de execução em equipe para resolução dos mesmos, o que poderia nos auxiliar durante a aplicação das fichas de atividades.

Nas primeiras reuniões, preparei o estudo de um texto relacionado à resolução de problemas e à vivência de uma prática: todas as participantes resolverem um problema e refletirem sobre como seria intervir nas turmas da Laynara para auxiliar os estudantes a buscarem autonomamente soluções para aquele problema, nos moldes do roteiro que era proposto por Onuchic (1999). Além disso, elaboramos as fichas de atividades, pautadas em algumas metodologias de ensino que se distanciavam de aulas expositivas, em consonância com os conteúdos planejados pela professora e estabelecemos que todas essas sequências deveriam ser claras, conter todos os passos da aula, além de explicações e possibilidades de dúvidas que poderiam surgir em sala de aula.

Assim, iniciamos o trabalho de elaboração das fichas, as quais sofreram ajustes ao longo dos encontros, especialmente porque começamos a observar as aulas nesse período.

Em outro momento, discutimos sobre o texto *Formulando problemas adequadamente* (BUTTS, 1997). Finalmente, simulamos a aplicação desta primeira

sequência de fichas de atividades durante uma de nossas reuniões, resolvendo e analisando os problemas propostos, e questionando-nos sobre a postura e as estratégias que seriam adotadas pelos estudantes, ao resolvê-los. Combinamos que as atividades seriam compostas por fichas. Em cada ficha, colocaríamos uma questão a ser investigada, um problema, enfim, uma situação a ser resolvida que possibilitasse gerar discussões Matemáticas adequadas ao nível de escolaridade que estávamos trabalhando.

A sequência foi aplicada somente para uma turma. Nela, a professora trabalhou os conteúdos de números racionais e porcentagem, a partir de uma reportagem. Nas reuniões posteriores do grupo, analisamos o modo como os estudantes entenderam a proposta e realizaram as atividades. Houve uma resistência inicial, por parte dos estudantes, para desenvolver as atividades, pois eles estavam acostumados a seguir o livro didático e resolver os problemas, individualmente. Mas a maioria dos grupos de estudantes, segundo as participantes do grupo e os próprios estudantes, mesmo não chegando a um resultado esperado, conseguiram compartilhar suas ideias com os colegas e propor novos questionamentos, a partir do problema proposto:

A atividade foi muito boa, pois além de ser sobre um assunto interessante, cada um se expressou, realizou e deu sua própria opinião sobre o assunto. Além disso, conseguimos chegar ao resultado juntos, tirando dúvidas com a professora. Não foi bem resultado, foi digamos perguntas. **Episódio 1(RE, 10/04/12, E3)**

Os estudantes apontaram a interpretação, a resolução de problemas e as operações envolvendo porcentagens como sendo as maiores dificuldades durante essa aplicação. Segundo a professora Laynara, o ideal seria proporcionar mais problemas, semelhantes aos envolvidos na primeira sequência, aos estudantes com maior dificuldade, antes mesmo de ela ser aplicada. Porém, pontuei que, se assim o fosse, os problemas apresentados na sequência deixariam de ser vistos como um desafio, como uma novidade.

Decidimos que seria interessante a professora retomar alguns conteúdos do ano anterior e explicar de outras maneiras, para que atingíssemos melhores resultados nas outras duas turmas, além da participação dos estudantes. Então, nas reuniões posteriores, estabelecemos algumas adequações nessa sequência, baseando-nos na explicação sobre porcentagem de um livro de sexto ano, de

Antonio José Lopes Bigode, por meio de decomposição de frações e aproximações.

Após dois meses de reuniões, havia uma interação maior entre todas as participantes do grupo, tanto que podíamos falar e discutir sobre vários assuntos, entre eles: a relação da Laynara com seus estudantes, a reação inicial dos estudantes devido à nossa presença e o vínculo que formamos com eles, a participação dos estudantes nas aulas em que aplicávamos as fichas de atividades, e o registro que eles se habituaram a realizar, em folhas ou no caderno.

No início de junho, começamos um estudo em conjunto sobre Investigações Matemáticas. Primeiramente, questionei as participantes sobre o que seriam as investigações, se o trabalho com investigações envolvia problemas, e qual a diferença entre o trabalho com investigações e o trabalho em sala de aula com problemas. Após os comentários, iniciamos a leitura de textos que tratavam do tema, entre eles: *Experiência Matemática e Investigação Matemática* (FROTA, [2005?]), *O trabalho do professor numa aula de Investigação Matemática* (PONTE *et al.*, 2000), *Aprender Matemática investigando* (PONTE e ROCHA, 2006) e *Atividades investigativas autênticas para o ensino de razão e proporção na formação de professores de Matemática para os níveis elementar e médio* (CHAIM *et al.*, 2008).

À medida que analisávamos os textos no grupo e acompanhávamos as aulas, percebemos que o foco de nossa atenção se voltava mais para os estudantes do que para qualquer outro aspecto de sala de aula. Então, decidiu-se investigar como ocorre o pensamento matemático dos estudantes, pois as evidências do pensamento matemático destacavam-se nas aulas, ou seja, como os estudantes formulavam ideias, construíam os conceitos, sistematizavam e registravam o que pensaram e, também, suas explicações de como pensaram.

No último encontro do primeiro semestre de 2012, três participantes avaliaram o andamento do grupo de estudos, pois somente a Juliana não estava presente nesse dia. Também explicitaram suas primeiras impressões ao fazer parte deste grupo, o que acharam das leituras, discussões e vivências de práticas no grupo, quais as contribuições do grupo para a sua formação e sugestões para o segundo semestre:

Pudemos refletir sobre a sala de aula, sobre o comportamento dos alunos, sobre os conteúdos matemáticos, tudo de forma natural, o que me ajudou muito a melhorar minhas aulas. **(RE, 03/07/12, PR Laynara)**

As leituras realizadas durante o semestre foram muito interessantes para o desenrolar do processo de construção da sequência. Foi bom, pois nos apegamos àquilo que nos faria sentido em nossa prática, lemos juntas, conversamos sobre os textos juntamente à leitura que fazíamos e considero que desta maneira o trabalho foi muito produtivo. **(RE, 03/07/12, LIC Carla)**

No início do grupo senti grande simpatia pelas participantes, mas não tinha ideia de onde iríamos chegar; podia ser um acompanhamento tipo estágio ou apenas uma discussão teórica. Felizmente o grupo superou minhas expectativas, unindo o melhor de tudo o que eu tinha pensado. **(RE, 03/07/12, PR Laynara)**

A vivência na escola foi e está sendo muito proveitosa porque percebemos nos alunos nosso trabalho e como eles absorvem o que tínhamos pensado para ensiná-los. **(RE, 03/07/12, LIC Camille)**

As vivências em sala de aula foram significativas porque foram acompanhadas de discussão e reflexão. **(RE, 03/07/12, PR Laynara)**

Da mesma forma, já pensávamos na próxima sequência de fichas de atividades, sem perder de vista, no segundo semestre, os conteúdos previstos no planejamento elaborado pela Laynara.

Ao iniciar as reuniões do grupo no segundo semestre, estabelecemos um cronograma para os próximos meses, tendo em vista alguns eventos que seriam realizados pela UFPR e UTFPR. Retomamos os textos sobre investigação e esquematizamos as etapas da segunda sequência, a qual tratava da resolução de problemas sobre equações. Somando-se a isso, continuamos com o acompanhamento e filmagem das aulas da professora Laynara e planejamos um momento para apresentar a minha pesquisa e as discussões do grupo para as professoras de Matemática que lecionavam na escola em que fazíamos as observações.

Após a aplicação da segunda sequência, realizada no final de agosto, Carla afirmou que os estudantes, ao apresentar os resultados encontrados nas atividades, “estavam bem seguros em suas respostas” e também que eles disseram que gostaram da atividade e desejavam realizar outras atividades similares.

Nesse momento, as participantes do grupo empenharam-se com a coleta de dados para a minha pesquisa, no que concerne às evidências do pensamento matemático dos estudantes. Era necessário observar criteriosamente as apresentações orais dos estudantes, a forma como eles registravam o que pensavam, a troca de ideias nas equipes.

Combinamos que, ao abordar os estudantes, deveríamos questioná-los sobre como pensaram para resolver aquilo, como chegaram àquela resposta, enfim, para não interferir em suas conclusões. Delineamos o roteiro da terceira sequência sobre número áureo e medições nas reuniões posteriores e discutimos sobre o texto *Captando, examinando e reagindo ao pensamento matemático*, de Arthur B. Powell. Além disso, preparamos o encontro com as professoras de Matemática, na escola em que realizávamos a pesquisa, tendo em vista que as professoras de Matemática que trabalhavam com a Laynara demonstraram interesse em aplicar as sequências de fichas de atividades. Desse modo, aproveitamos esse momento para explicar como ocorreu o início da pesquisa, como o grupo se constituiu e como as sequências foram pensadas.

Após a aplicação da terceira sequência, realizada em outubro, observamos que os estudantes já interagiam melhor com seus colegas e procuravam preservar os mesmos integrantes nas equipes. Tiravam dúvidas com os colegas que concluíam antes as atividades e sentiam-se mais preparados para as apresentações orais. Pensamos nas datas prováveis para a aplicação da última sequência e em possibilidades desta sequência resultar numa investigação, já que trabalharíamos com as semelhanças e diferenças entre os modelos de sólidos, além das relações existentes entre figuras bidimensionais e tridimensionais.

Quando finalizamos a última sequência sobre figuras tridimensionais e bidimensionais, selecionamos episódios, elencando neles as cenas que evidenciavam a organização do pensamento matemático de algumas equipes de estudantes ou estudantes das três turmas observadas. Em seguida, iniciei as entrevistas com as participantes do grupo e destaquei algumas falas que representam as impressões e considerações sobre a participação neste grupo de estudos:

A gente ajudou a montar e mexer nas sequências. Na sala de aula, ajudamos mais os alunos, porque a Laynara expõe aquilo que a gente montou juntas. Participamos muito com eles porque eles perguntam bastante. **(ENT, 04/12/12, LIC Camille)**

E vir aqui e participar dessas reuniões, a forma como você direcionou o grupo, a forma como você trazia os textos e os temas das discussões pra gente poder trabalhar foi muito bacana, foi bem direcionado. **(ENT, 05/12/12, LIC Juliana)**

O grupo ajudou bastante porque no currículo não tem nada que relacione com a prática, a não ser aquela Prática de Ensino. Mas eu estou fazendo a Prática de Ensino e a maioria das 60 horas é só observação. Na graduação,

aproveitam-se mais as bolsas, projetos, que ligam a prática com o que se estuda. E nesses estudos que a gente fez eu relatei muito com os textos e as aulas da reitoria, porque fica só na teoria. **(ENT, 04/12/12, LIC Camille)**

Eu só pude ter prática depois que eu me formei. Onde consegui resgatar essa teoria foi no grupo vendo, é possível mesmo, esses textos fazem sentido. Eu me tornei professora nesse nosso movimento em conjunto. Eu comecei o ano como uma licenciada. Tinha licença, permissão para dar aula, não que eu fosse necessariamente professora. Isso foi um dia atrás o outro, com muita ajuda dos meus alunos, até por não perceber que não tinha essa experiência. Eles nunca questionaram isso. E pelas reflexões que a gente tinha aqui. **(ENT, 11/12/12, PR Laynara)**

O grupo foi fundamental em toda a construção nesse início da minha carreira. Foi o diferencial de uma professora que quero ser, que estou me tornando. Em alguns momentos, vocês me analisando como professora. Em outros momentos, eu era tão observadora quanto, participava e discutia da mesma maneira, lia textos e jogava as ideias da mesma maneira que todo o grupo. Cada um conseguia ter um papel, mas na hora de discutir era junto. **(ENT, 11/12/12, PR Laynara)**

A gente trabalhou junto, e achei que me fez crescer como professora, como estudante do curso. A participação pra mim foi muito válida, principalmente porque teve um resultado imediato que foi levar pro meu trabalho tudo que foi dito aqui. Deu certo de esse ano, estar com turmas de idade parecida e com o mesmo conteúdo. **(ENT, 05/12/12, LIC Carla)**

E o nosso grupo teve o que há de melhor nos dois: teve a leitura de bons textos e teve uma observação da sala de aula de verdade. Juntou o melhor do que eu podia imaginar e pensava de um grupo de estudos. **(ENT, 11/12/12, PR Laynara)**

Posso dizer que já usei na minha vida profissional tudo que falamos, aprendemos, estudamos. Isso é muito legal porque a gente vai pra escola mais segura de si, mais certo do que tem que fazer, do que pode fazer, do que dá certo, do que eu posso tentar. Isso é muito bom porque tive um resultado imediato. **(ENT, 05/12/12, LIC Carla)**

Ao transcrever as entrevistas, notei que todas as participantes consideraram o grupo de estudos como uma experiência muito positiva, que aliou teoria à prática e proporcionou um trabalho conjunto, onde cada participante teve um papel decisivo na escolha das sequências e na análise dos dados da pesquisa. Da mesma forma, considero este grupo uma experiência marcante, especial, que superou expectativas.

### 2.5.2 Na escola

Desde o início, destacou-se a postura das atuais diretora e vice-diretora da E. M. Maria Clara Brandão Tesserolli, pela acolhida que nos deram, acreditando no trabalho, disponibilizando os espaços para aplicação da proposta, autorizando as filmagens e permitindo que a rotina e o calendário da escola fossem adequados às necessidades da pesquisa. Nesse sentido, ressalto a fala de duas participantes do grupo:

A escola deu um suporte bom pra gente e para os alunos que se interessaram pela escola, pelo estudo. **(ENT, 11/12/12, PR Laynara)**

A gente foi pra escola, é uma realidade que nunca tinha visto, que é a escola municipal, com quinta à oitava. Nunca tive a oportunidade de entrar numa escola assim. Foi bem legal, gostei. A escola nos recebeu muito bem. Tivemos um belo ano na escola. Bem bacana. A professora Laynara também participou bastante e nos ajudou, aceitou a nossa ajuda. Se fosse em outra escola, o resultado teria sido outro. A escola colaborou muito pro nosso resultado ter sido tão bom assim. **(ENT, 05/12/12, LIC Carla)**

Em nenhum momento, o grupo, a observação e a pesquisa atrapalharam porque houve respeito à rotina da escola, ao programa que tinha de ser seguido. Houve essa parceria de dar certo para a pesquisa e para a sala de aula. **(ENT, 11/12/12, PR Laynara)**

Durante a pesquisa de campo, eu e as participantes do grupo apresentamos breves encaminhamentos e resultados da pesquisa para outros professores da área de Matemática, os quais se interessaram pelas metodologias adotadas e atividades desenvolvidas.

Nesse sentido, não houve limitações à pesquisa porque gestoras da escola, professores, e participantes da pesquisa estavam centrados num objetivo comum: a aprendizagem do estudante e o aprimoramento do trabalho pedagógico. Estes dois fatores foram decisivos para que a pesquisa não sofresse interferências, como por exemplo, cancelar a aplicação das sequências porque a escola planejou um evento naquela semana, ou porque a professora faltou no dia da aplicação (o que nunca ocorreu), ou ainda porque não havia estudantes suficientes em sala de aula.

Ainda sobre o trabalho na escola, destaco o posicionamento de Laynara, que aborda essa questão, sob os pontos de vista do observador e do observado:

É a parte mais interessante porque, no geral, você vai dar a tua aula. Você volta, corrige trabalho, prova, prepara outra aula e dá de novo. Mas quando vocês faziam a observação e, principalmente, quando a gente voltava para discutir, eu podia refletir o que eu fiz, como que foi feito, como que eles pensaram. Então essa observação não era só você observando o aluno ou as meninas observando os alunos porque também eu estava sendo observada. Isso também foi muito positivo porque pude ter *feedback* do que eu estava fazendo. E aprender a não estar só como professora, mas também observadora da ação deles. É uma outra ideia, porque você pensa em fazer a tua aula e como que está ensinando. Agora, quando vejo essa postura de observação, vejo como eles estão aprendendo. É uma outra visão que não sei se os professores conseguem ter sempre. Eu não consigo ter em toda aula essa postura de observação, de como que eles estão reagindo. (ENT, 05/12/2012, PR Laynara)

O fato de estarmos sempre discutindo nas reuniões do grupo sobre diversos aspectos de sala de aula, tanto em relação aos estudantes e sua participação quanto em relação à professora e o modo como conduzia suas aulas e considerava o que o estudante pensou, fez com que, ao finalizar nossas atividades no grupo, acreditássemos que nosso trabalho em conjunto proporcionou aos estudantes e às participantes uma outra visão do que é ensinar, quando se tem metodologias apropriadas, o preparo, e o prazer em ensinar. E, assim, uma outra visão do que é aprender, quando as aulas são elaboradas considerando, o estudante e suas potencialidades.

A seguir, apresento um quadro, sintetizando o que foi realizado, no decorrer do ano de 2012, tanto na sala de aula quanto nas reuniões do grupo:

| DATA       | TIPO             | DESCRIÇÃO  |
|------------|------------------|--|
| 10/04/2012 | Reunião do grupo | Análise de livros didáticos; leitura e discussão de texto: <i>Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas</i> . (ONUChic, 1999). |
| 11/04/2012 | Reunião do grupo | Retomada do encontro do dia 10/04.   |
| 17/04/2012 | Reunião do grupo | Considerações sobre os livros didáticos analisados; resolução de um problema, seguindo o esquema sugerido por Onuchic.                                   |
| 18/04/2012 | Reunião do grupo | Elaboração inicial da primeira sequência.  |
| 24/04/2012 | Reunião do grupo | Apresentação dos resultados encontrados (problema do encontro anterior); sugestões para a primeira sequência.  |

| DATA       | TIPO                                    | DESCRIÇÃO   |
|------------|---|---|
| 25/04/2012 | Reunião do grupo                        | Elaboração dos objetivos e encaminhamentos da primeira sequência.   |
| 02/05/2012 | Reunião do grupo                        | Escolha de reportagens e etapas (primeira sequência).   |
| 08/05/2012 | Reunião do grupo                        | Leitura e discussão de texto: <i>Formulando problemas adequadamente</i> (BUTTS, 1997); elaboração de cronograma para observações na escola; comentários sobre a primeira sequência.                                       |
| 09/05/2012 | Reunião do grupo                        | Retomada do encontro do dia 08/05.  |
| 14/05/2012 | Observação na escola                    | Aula sobre números racionais.   |
| 15/05/2012 | Reunião do grupo                        | Comentários sobre a observação; resolução dos problemas da primeira sequência.  |
| 16/05/2012 | Reunião do grupo                        | Finalização da primeira sequência.  |
| 17/05/2012 | Observação na escola                    | Aula sobre simplificação de frações.  |
| 22/05/2012 | Reunião do grupo                        | Comentários sobre as observações realizadas; análise/alterações da sequência.   |
| 23/05/2012 | Reunião do grupo                        | análise/alterações da sequência.  |
| 28/05/2012 | Aplicação da primeira sequência – 7.º B | Sequência sobre números racionais e porcentagem. Leitura e discussão de reportagem: <i>Facebook alcança 901 milhões de usuários</i> (Quadro 2).   |
| 29/05/2012 | Reunião do grupo                        | Considerações sobre as observações realizadas; leitura do texto: <i>Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processos de formação</i> (NACARATO <i>et al.</i> , 2006). |
| 30/05/2012 | Reunião do grupo                        | Retomada do encontro do dia 29/05.  |
| 31/05/2012 | Aplicação da sequência - 7.º B          | Organização das equipes; Ficha Um (Quadro 3) e Apêndice 3.  |

| DATA       | TIPO  | DESCRIÇÃO   |
|------------|---|---|
| 04/06/2012 | Observação na escola                          | Aula sobre potência de número racional  |
| 05/06/2012 | Reunião do grupo                              | Análise das atividades realizadas pelos estudantes; investigações matemáticas (introdução).   |
| 12/06/2012 | Reunião do grupo                              | Análise das atividades realizadas pelos estudantes; leitura de partes do livro: <i>Investigações Matemáticas na Sala de Aula</i> (PONTE <i>et al.</i> , 2009) e de artigo <i>Experiência Matemática e Investigação Matemática</i> (FROTA, [2005?]). |
| 13/06/2012 | Reunião do grupo                              | Retomada do encontro do dia 29/05.  |
| 19/06/2012 | Reunião do grupo                              | Leitura e discussão de artigo: <i>Experiência Matemática e Investigação Matemática</i> (FROTA, [2005?]).  |
| 26/06/2012 | Reunião do grupo                              | Discussão sobre: <i>Aprender Matemática investigando</i> (PONTE & ROCHA, 2006); organização do cronograma de observações e reuniões.  |
| 27/06/2012 | Reunião do grupo                              | Retomada do encontro do dia 26/06.  |
| 02/07/2012 | Aplicação da primeira sequência 7.º A e 7.º C | Aula sobre porcentagem.   |
| 03/07/2012 | Reunião do grupo                              | Considerações sobre as adaptações feitas na sequência; comentários sobre a aplicação nas turmas A e C; avaliação do primeiro semestre.  |
| 04/07/2012 | Reunião do grupo                              | Retomada do encontro do dia 03/07.  |
| 05/07/2012 | Aplicação da primeira sequência 7.º A e 7.º C | Continuação da aula do dia 02/07/2012   |

| <b>DATA</b> | <b>TIPO</b>  | <b>DESCRIÇÃO</b>  |
|-------------|--|---|
| 07/08/2012  | Reunião do grupo                                       | Retomada da avaliação do primeiro semestre; sugestões para a segunda sequência (equações); planejamento das reuniões e observações (mês de agosto). |
| 08/08/2012  | Reunião do grupo                                       | Retomada do encontro do dia 07/08.  |
| 13/08/2012  | Observação na escola                                   | Avaliação de Matemática.  |
| 14/08/2012  | Reunião do grupo                                       | Releitura dos textos sobre investigações Matemáticas; elaboração das etapas da segunda sequência.   |
| 15/08/2012  | Reunião do grupo                                       | Retomada do encontro do dia 14/08.  |
| 16/08/2012  | Observação na escola                                   | Aula sobre equações.  |
| 21/08/2012  | Reunião do grupo                                       | Discussão sobre situações investigativas; retomada da sequência; planejamento do encontro com os professores de Matemática da escola observada.     |
| 22/08/2012  | Reunião do grupo                                       | Retomada do encontro do dia 21/08.  |
| 23/08/2012  | Aplicação da segunda sequência<br>7.º A, 7.º B e 7.º C | Aula sobre equações.  |
| 24/08/2012  | Aplicação da segunda sequência<br>7.º A, 7.º B e 7.º C | Sequência sobre equações: Ficha Um (Ilustração 1), Ficha Dois (Ilustração 2) e Ficha Três (Apêndice 4).   |
| 04/09/2012  | Reunião do grupo                                       | Relato das participantes sobre a segunda sequência; situações investigativas; sugestões terceira sequência. (número áureo)                          |

| DATA       | TIPO  | DESCRIÇÃO  |
|------------|---|--|
| 11/09/2012 | Reunião do grupo  | Leitura de partes do texto: <i>Captando, examinando e reagindo ao pensamento matemático</i> (POWELL, 2001); elaboração de roteiro para a terceira sequência. |
| 12/09/2012 | Reunião do grupo  | Retomada do encontro do dia 11/09.   |
| 18/09/2012 | Reunião do grupo  | Discussão sobre: <i>Captando, examinando e reagindo ao pensamento matemático</i> (POWELL, 2001); finalização da terceira sequência.                          |
| 19/09/2012 | Reunião do grupo  | Retomada do encontro do dia 18/09.   |
| 25/09/2012 | Reunião do grupo  | Simulação da terceira sequência.   |
| 26/09/2012 | Reunião do grupo  | Retomada do encontro do dia 25/09.   |
| 27/09/2012 | Observação na escola                                    | Aula sobre sistema de equações (método da substituição).   |
| 05/10/2012 | Aplicação da terceira sequência<br>7.º A, 7.º B e 7.º C | Vídeo (número de ouro) e explicação inicial.   |
| 09/10/2012 | Reunião do grupo  | Retomada do roteiro da sequência.  |
| 10/10/2012 | Reunião do grupo  | Retomada do roteiro da sequência.  |
| 11/10/2012 | Aplicação da terceira sequência<br>7.º A, 7.º B e 7.º C | Sequência sobre número áureo: Ficha Um - Medições e comparações, em duplas, (Ilustração 3 e Apêndices 5, 6, 7 e 8).  |
| 16/10/2012 | Reunião do grupo  | Estudo para a apresentação do dia 17/10.   |
| 17/10/2012 | Permanência dos professores de Matemática na escola     | Explicação inicial sobre a pesquisa e a formação do grupo de estudos; apresentação das três sequências de fichas de atividades.                              |

| <b>DATA</b> | <b>TIPO</b>   | <b>DESCRIÇÃO</b>   |
|-------------|---|--|
| 18/10/2012  | Terceira sequência<br>7.º A, 7.º B e 7.º C            | Apresentações orais das equipes.   |
| 19/10/2012  | Observação na escola                                  | Apresentações orais das equipes.   |
| 30/10/2012  | Reunião do grupo                                      | Elaboração das etapas e cronograma- quarta sequência.  |
| 31/10/2012  | Reunião do grupo                                      | Retomada do encontro do dia 30/10.   |
| 07/11/2012  | Reunião do grupo                                      | Elaboração da quarta sequência.  |
| 22/11/2012  | Aplicação da quarta sequência<br>7.º A, 7.º B e 7.º C | Sequência sobre figuras tridimensionais: Ficha Um (discussão sobre as propriedades/características de cada embalagem, semelhanças e diferenças entre os sólidos/modelos de sólidos). |
| 26/11/2012  | Aplicação da quarta sequência<br>7.º A, 7.º B e 7.º C | Apresentações orais das equipes.   |
| 27/11/2012  | Reunião do grupo                                      | Análise dos vídeos e escolha das cenas dos estudantes para a pesquisa.   |
| 28/11/2012  | Reunião do grupo                                      | Análise dos vídeos e escolha das cenas dos estudantes para a pesquisa.   |
| 29/11/2012  | Aplicação da quarta sequência<br>7.º A, 7.º B e 7.º C | Retomada da explicação sobre as propriedades e conceitos referentes às figuras tridimensionais; realização da atividade dobras do papel. (Apêndice 9)                                |
| 04/12/2012  | Entrevista  | Entrevista realizada com a Camille.  |
| 05/12/2012  | Entrevistas   | Entrevistas realizadas com a Juliana e a Carla.  |
| 11/12/2012  | Entrevista  | Entrevista realizada com a Laynara.  |

QUADRO 1 - Reuniões do grupo e observações

FONTE: A autora (2013)

## 2.6 SOBRE EPISÓDIOS

Nesta pesquisa, como foi dito, decidi investigar as ações intencionais de um grupo de estudos voltadas para o pensamento matemático de estudantes de sétimo ano, entendendo que as intervenções, o modo de agir e de organizar o ensino por meio de um grupo e, sobretudo, do professor, é que possibilitam as manifestações do pensamento dos estudantes. Para atender a esse propósito, busquei suporte na tese de doutorado de Ribeiro (2011, p.100), a qual considera que os episódios de ensino podem ser apresentados “[...] como um conjunto de cenas, reunidas em diferentes circunstâncias, nas quais se destacam a incorporação de elementos representativos do processo formativo”.

Desse modo, foram elaborados episódios a partir de cenas escolhidas que evidenciam o modo como os estudantes organizaram seu pensamento matemático, formularam ideias, construíram conceitos, sistematizaram e registraram seus pensamentos e as explicações orais que deram sobre como pensaram, aspectos essenciais ao planejamento das intervenções pedagógicas.

No sentido de registrar também essas intervenções, foram selecionadas cenas em que o grupo de estudos elabora e avalia as sequências aplicadas, utilizando como parâmetro cenas de algumas equipes de estudantes que demonstraram entendimento sobre os conteúdos trabalhados e outras que revelaram incompreensões sobre esses mesmos conteúdos. Afinal, nesse processo, o professor foi o principal mediador na realização das fichas de atividades, tendo como elemento norteador a pergunta da pesquisa: “*Como a intencionalidade da atividade pedagógica influencia o modo de pensar matemático dos estudantes?*”. Essa iniciativa propiciou uma análise da fala dos estudantes e das participantes do grupo de estudos.

Procurando interpretar de forma mais aprofundada e consistente os dados obtidos, ancorei-me em teses e dissertações que apresentam uma abordagem metodológica, pautada nos estudos sobre pesquisa-ação e sobre metodologias de ensino, além de leituras sobre o pensamento matemático, sobre leituras e escritas na Matemática, sobre formação inicial e continuada dos professores que ensinam

Matemática e, principalmente, sobre as contribuições da Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky<sup>21</sup> e da Teoria da Atividade<sup>22</sup> nesse campo de estudos.

Cabe destacar que adotei primeiramente a Teoria Histórico-Cultural como principal referencial quando decidi focar nas manifestações do pensamento matemático. Porém, após a qualificação desse trabalho e a definição de uma pergunta norteadora para a minha pesquisa, busquei um novo referencial que fosse além das ideias centrais de Vygotsky: a Teoria da Atividade. Ela me possibilitou um aprofundamento sobre a relação entre o modo de pensar matemático dos estudantes, a formação de conceitos, o pensamento teórico e a atividade coletiva, e também, sobre o conceito de atividade orientadora de ensino e a intencionalidade da atividade pedagógica.

#### 2.6.1 Episódio 1 - Delineando e aplicando a primeira sequência de ficha de atividades

Maio de 2012. Iniciamos o trabalho de aplicação das fichas de atividades pela professora das três turmas de 7.º ano. No total, quatro sequências foram preparadas e aplicadas.

A primeira sequência foi elaborada por mim e por mais uma participante do grupo de estudos, a Carla. Isso se deve ao fato de as reuniões ocorrerem em dois dias, terça e quarta, tendo em vista que a Carla já atuava como professora na terça, o que ocasionou uma divisão de trabalhos. Assim, nas reuniões de terça discutíamos os textos, vivenciávamos práticas e retomávamos o que observamos na escola. E na quarta, elaborávamos sequências, pautadas em algumas metodologias de ensino, além de retomar as discussões realizadas na terça.

Decidimos em uma das reuniões que essa sequência seria aplicada inicialmente para apenas uma das turmas, a qual a professora era representante<sup>23</sup> e

---

<sup>21</sup> Nas referências encontramos duas grafias para o nome desse estudioso: Vigotski e Vygotsky.

<sup>22</sup> Para Núñez (2009), a análise dessa teoria, cujo expoente máximo é A. N. Leontiev, possibilita uma melhor compreensão dos processos de assimilação de conceitos científicos integrando, de forma dialética, as ideias de L. S. Vygotsky.

<sup>23</sup> Professor(a) representante é o/a docente responsável pela organização de uma turma, no que diz respeito ao cumprimento de regras internas de uma escola.

também que a aplicação duraria, no máximo, três aulas. Assim, selecionamos algumas reportagens e a professora iniciou o desenvolvimento da sequência com a leitura e análise das reportagens escolhidas no grupo. A partir disso, as equipes de estudantes resolveram exercícios e problemas.

A seguir, têm-se os principais objetivos estabelecidos para esta primeira sequência:

- Relacionar os conteúdos trabalhados em sala com os termos, conceitos e conteúdos abordados na reportagem.
  
- Identificar a linguagem matemática presente na reportagem, utilizando-se dela para resolver os problemas.
- Relacionar os termos utilizados no texto com a linguagem usual.
- Resolver problemas que envolvem conceitos de porcentagem.
- Desenvolver diferentes estratégias na resolução dos problemas propostos.
- Participar de forma efetiva do trabalho em equipe.

O resultado será discutido, na sequência, a partir de 3 cenas.

#### Cena 1 - Elaborando e definindo as etapas da primeira sequência

Todas as sequências eram constituídas de etapas detalhadas, com a indicação de sua duração, o que facilitou o encaminhamento das atividades pela professora regente. Para elaborar as etapas referentes à primeira sequência de fichas, baseamo-nos no texto de Onuchic (1999), intitulado: *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas*, o qual apresenta um roteiro que possibilita aos estudantes e professor delinearem as seguintes etapas para resolver os problemas: formação de equipes, apresentação e análise de resultados, estabelecimento de um consenso e formalização dos resultados obtidos. Conforme essa autora:

[...] o papel do professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e

incentivador da aprendizagem. O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos a se apoiarem, uns nos outros, para atravessar as dificuldades. O professor faz a intermediação, leva os alunos a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários. (ONUChic, 1999, p. 216).

Em consonância com o exposto, procuramos criar situações que pudessem mostrar ao professor como ele poderia realizar suas intervenções pedagógicas nos grupos de forma efetiva e explorando seu potencial de mediador em toda a sua amplitude. Para isso, contemplamos, desde a primeira sequência, o esquema proposto pela referida autora, considerando os conteúdos trabalhados pela professora regente. No caso dessa sequência, foram escolhidos os conteúdos de porcentagem e números racionais, como pode ser observado.

Na cena analisada, Carla e eu escolhemos a reportagem apresentada a seguir para introduzir a primeira aplicação de sequências de fichas de atividades.

### *Facebook* alcança 901 milhões de usuários

Gazeta do Povo – 30/04/2012

A caminho de alcançar 1 bilhão de usuários e finalizar uma oferta inicial de ações bilionária, o *Facebook* viu seu lucro cair no primeiro trimestre por conta de uma forte elevação em custos.

A empresa de Mark Zuckerberg registrou lucro de US\$ 205 milhões de janeiro a março, cifra 12% inferior ao valor registrado no primeiro trimestre do ano passado. A queda aconteceu apesar de avanços na receita e no número de usuários.

As despesas do *Facebook* somaram US\$ 677 milhões no período, quase o dobro do registrado no primeiro trimestre de 2011. Os principais vilões das contas foram os custos com pesquisa e desenvolvimento e com marketing. As receitas tiveram alta de quase 45%, para US\$ 1,058 bilhão. O resultado mostra que aumentou a relação entre a rede social e a companhia de jogos *Zynga*, criadora do *FarmVille*. O *Facebook* atribuiu cerca de 23% do faturamento à parceria. Em 2011, a contribuição da parceira havia sido de 12%. O número de usuários da rede social subiu 6,6% nos três primeiros meses do ano na comparação com o total registrado em dezembro de 2011.

QUADRO 2 - REPORTAGEM (PRIMEIRA SEQUÊNCIA)

FONTE: GAZETA DO POVO - 30/04/2012

Para realizar a primeira etapa, combinamos iniciar pela leitura da reportagem. Cada estudante receberia uma folha com a cópia do texto, em que poderia fazer anotações, conforme orientação da professora. Após a leitura, a professora questionaria sobre o assunto, ou seja, a ideia central do texto. Em seguida, retomaria cada parágrafo do texto e os estudantes contornariam possíveis palavras desconhecidas, elencadas antecipadamente por mim e Carla: “usuários”, “bilionária”, “trimestre”, “lucro”, “cifra”, “receita”, “despesas”, “faturamento” e “custos”. Em relação ao registro de dados numéricos, selecionamos previamente alguns como: “1 bilhão”, “US\$ 205 milhões”, “12%”, “US\$ 677 milhões”, “2011”, “45%”, “US\$ 1,058 bilhão”, “23%”, “12%” e “6,6%”.

Posteriormente, a professora promoveria uma discussão sobre o significado dessas palavras e os estudantes registrariam na folha os significados de cada uma, em conformidade com o texto. Procurariam também interpretar as informações numéricas, com o auxílio da professora. Por fim, expressariam sua opinião sobre a reportagem analisada.

Além disso, esboçamos a segunda etapa da sequência, que consistia em estabelecer considerações sobre a relação existente entre a reportagem e o conteúdo de números racionais e porcentagem. Para isso, a professora recorreria ao livro didático adotado na escola, com o qual os estudantes estavam familiarizados. No livro, havia a possibilidade de abordar o significado do símbolo que indica porcentagem (%) ou da expressão “por cento”.

Destacamos um aspecto imprescindível antes das aplicações das sequências – cada participante do grupo de estudos vivenciava, discutia e resolvia os problemas referentes à sequência trabalhada, o que possibilitava não só prever algumas dificuldades na resolução desses problemas mas também um maior preparo da professora para mediar certas situações de dúvida nos grupos formados pelos estudantes.

Por fim, estabelecemos que a professora relacionaria o conteúdo de números racionais com um quadro, em que uma taxa percentual poderia ser expressa na forma fracionária e também decimal, e isso representando um número racional. Apresentaria exemplos envolvendo o conceito de porcentagem, como: “Supondo que uma turma seja constituída por 30 estudantes e você precise escolher 10% da turma para participar de determinado projeto, ou seja, uma parte da turma. Então, você terá que escolher 10% do total dessa turma. Isso significa 10 % de 30 estudantes”.

Com isso, fechamos a elaboração das duas primeiras etapas da sequência. Parte do desenvolvimento da proposta será mostrado na cena a seguir, na qual a professora aplica a Ficha Um da primeira sequência, acompanhando a sua realização nas equipes.

## Cena 2 - Trabalhando em equipe

A cena 2 nos remete a uma das ideias centrais do enfoque histórico-cultural da psicologia, a internalização, que considera a interação social e o uso de signos como possibilitadores do desenvolvimento das funções psíquicas (ou psicológicas) superiores, com o apoio de recursos internalizados (imagens, representações mentais, conceitos etc.).

Rego (2011) esclarece que essas funções manifestam-se pela capacidade de planejamento, memória voluntária, imaginação etc. e são processos mentais referentes a mecanismos intencionais e voluntários, que se originam nas relações entre os homens e se desenvolvem ao longo do processo de internalização de formas culturais de comportamento. Assim:

Qualquer função presente no desenvolvimento cultural da criança aparece duas vezes, ou em dois planos distintos. Primeiro, aparece no plano social, e depois, então, no plano psicológico. Em princípio, aparece entre as pessoas e como uma categoria interpsicológica, para depois aparecer na criança, como uma categoria intrapsicológica. Isso é válido para atenção voluntária, a memória lógica, a formação de conceitos e o desenvolvimento da vontade. [...] a internalização transforma o próprio processo e muda sua estrutura e funções. As relações sociais ou relações entre as pessoas estão na origem de todas as funções psíquicas superiores. (VYGOTSKY, 1981, p. 163, *apud* MOYSÉS, 2007, p. 28).

Apoiando-se nessas ideias e procurando formas mais eficientes para atingir os objetivos da pesquisa, eu e as demais integrantes do grupo de estudos decidimos concentrar nossas ações de ensino não somente nas manifestações do pensamento matemático dos estudantes, como também na interação entre os estudantes, e entre esses e o professor. Também buscamos em outras leituras comprovação científica para as ideias que tínhamos acerca das observações que realizávamos.

Entre esses autores, destacamos, primeiramente, Carvalho (2009, p. 15):

Quando se realizam tarefas de forma colaborativa na sala de aula, mais facilmente se discutem e explicam ideias, se expõem, avaliam e refutam pontos de vista, argumentos e resoluções, ou seja, criam-se oportunidades de enriquecer o poder matemático dos alunos pois cada um dos parceiros está envolvido na procura da resolução para a tarefa que tem em mãos.

Como pode ser observado, os apontamentos desse autor convergem com as ideias de Rego (2011) apresentadas anteriormente e enriquecem-nos. Mas, para que a aprendizagem se consolide, entendemos que é preciso ir além, prever como se irá trabalhar para atingir os objetivos estabelecidos e, nessa seara, acreditamos no papel dos métodos, pois, como ressalta Moysés (2007, p. 45):

[...] pesquisas evidenciaram que aqueles métodos que mais favorecem o desenvolvimento mental são os que levam o aluno a pensar, que o desafiam a ir sempre mais além. São, sobretudo, aqueles que o levam a começar um processo por meio de ações externas, socialmente compartilhadas, ações que irão, mediante o processo de internalização, transformando-se em ações mentais.

Tendo em vista os aspectos teóricos acima apresentados na citação, nessa cena, a professora acompanhou a realização da ficha de atividade contendo o problema (Ficha Um da primeira sequência), que está transcrito no quadro a seguir, e fez a intermediação nas equipes.

“Segundo o texto, a empresa de Mark Zuckerberg registrou lucro de US\$ 205 milhões de janeiro a março de 2012. Isso representa um valor 12% inferior ao valor registrado no primeiro trimestre do ano passado.

Sabendo-se que um dólar corresponde a R\$ \_\_\_\_\_, qual o valor registrado em reais no primeiro trimestre do ano passado?”

QUADRO 3 - FICHA UM DA PRIMEIRA SEQUÊNCIA

FONTE: A AUTORA E PARTICIPANTES DO GRUPO DE ESTUDOS (2012)

No encontro seguinte, na sala de reuniões, a professora fez uma pré-avaliação sobre a resolução do problema trabalhado em sala de aula, conforme mostra a cena:

Só dá certo se você der conta de ouvir seus alunos e de mediar, incentivar e dizer: pensa assim na parte [...] (RO, 05/06/12, PR Laynara)

A terceira etapa consistia na organização de equipes com quatro participantes. Consideramos que, nesse primeiro dia, a professora determinaria

como as equipes seriam formadas. Por isso, sugerimos que procurasse organizá-los, mesclando os estudantes nas equipes. Exemplo: colocar numa mesma equipe um estudante que incentivaria a participação dos colegas e, também, um que, muitas vezes, não se manifesta ou não se interessa, pois pensamos que assim haveria um equilíbrio na participação dos estudantes. A professora também estabeleceria o que cada participante da equipe deveria fazer, dividindo as tarefas e orientando a participação, enfim, apresentando as regras de trabalho que deveriam ser cumpridas durante a atividade. Além disso, cada equipe poderia ter um nome que a identificasse. Essa organização foi feita, baseando-se no espelho de classe<sup>24</sup>. Nas palavras de Laynara:

A minha sala tem seis fileiras. Pedi que juntassem as fileiras, duas a duas, e depois se separassem pra formar os grupinhos de quatro. **(RO, 05/06/2012, PR Laynara)**

A quarta etapa consistia na resolução do problema, chamado Ficha Um da primeira sequência, na equipe. Isso significava a leitura do problema, discussão das possíveis estratégias para resolvê-lo, o registro das estratégias adotadas e dos resultados encontrados.

Professora e estudantes combinaram primeiramente o valor do dólar utilizado na resolução do problema. Cada estudante recebeu uma folha, e todos registraram suas estratégias e os resultados obtidos na equipe. A professora acompanhou o trabalho nas equipes: fez a intermediação, levou os estudantes a pensar e não corrigiu os resultados alcançados.

A quinta etapa consistia em comunicar e registrar no quadro os resultados (certos e errados) obtidos pelas diferentes equipes. A sexta etapa consistia em realizar uma miniplenária, com a defesa de pontos de vista e a participação de todas as equipes. A sétima etapa consistia na análise dos resultados e do consenso sobre o resultado pretendido. A professora retomou o que registrou no quadro e as considerações de cada equipe para chegar num consenso, e os estudantes chegaram a algumas conclusões.

Em relação a essas etapas, o fato de filmarmos toda a aplicação e observarmos as aulas, aparentemente, condicionou, em parte, o comportamento e a

---

<sup>24</sup> Folha contendo uma espécie de mapa, em que estão discriminados os respectivos lugares de cada estudante na sala de aula, como se fosse um mapeamento desses lugares.

participação dos estudantes nas equipes. Além disso, houve pouca interação entre os estudantes de uma mesma equipe.

Se as equipes tivessem cumprido até a quarta etapa, poderiam receber a Ficha Dois da primeira sequência, exposta no quadro a seguir, para pensar e discutir sobre o que a taxa percentual contida nela representa.

“O número de usuários da rede social subiu 6,6% nos três primeiros meses de 2012 em comparação com o ano passado”.

QUADRO 4 - FICHA DOIS DA PRIMEIRA SEQUÊNCIA

FONTE: A AUTORA E PARTICIPANTES DO GRUPO DE ESTUDOS (2012)

No sentido de promover o aprendizado de forma integral, a professora regente, como pode ser observado na próxima cena, retoma conteúdos e solicita aos estudantes que registrem sua opinião sobre essa primeira sequência.

### Cena 3 - Alterações na sequência e aplicação nas outras turmas

Nessa cena, a professora resgatou conteúdos do ano anterior, baseando-se na elucidação sobre porcentagem dada por Bigode (2000), em seu livro de sexto ano. Basicamente, o autor explicou esse conteúdo por meio de decomposição de frações e aproximações, ou seja, se o desejo é encontrar o valor 37%, primeiro deve-se partir de taxas percentuais mais familiares: 10%, 20%, 25%, 50% e 100% e, posteriormente, calcular outras igualmente simples: 1%, 2% e 5%, para, assim, calcular o valor de:  $20\% + 10\% + 5\% + 2\% = 37\%$ .

A professora ainda solicitou que os estudantes escrevessem sobre a primeira sequência. Em relação à atividade sobre *facebook*, surgiram comentários bem interessantes. Entre eles:

Interessante, legal (a atividade). Foi um jeito diferente de trabalhar os números e as contas. **(RE, 04/06/12, E1)**

Eu gostei de me reunir com as pessoas para trocar ideias e pensamentos. **(RE, 04/06/12, E2)**

A atividade foi muito boa, pois, além de ser sobre um assunto interessante, cada um se expressou, realizou e deu sua própria opinião sobre o assunto. Além disso, conseguimos chegar ao resultado juntos, tirando dúvidas com a professora. Não foi bem resultado, foi digamos perguntas. **(RE, 04/06/12, E3)**

Após a aplicação com essa turma e avaliação dessa proposta, alteramos o modo como a professora explicaria o conteúdo para as outras duas turmas. Isso se deve ao fato de não termos alcançado os resultados esperados com os estudantes nessa primeira aplicação e, também, de termos constatado pouca interação dos estudantes nas equipes formadas.

Essas alterações proporcionaram um maior entendimento e autonomia por parte dos estudantes, na realização das atividades propostas.

Ao final da sequência, eles apontaram a interpretação, a resolução de problemas e as operações envolvendo porcentagens como sendo as maiores dificuldades que encontraram. Isso possibilitou um novo direcionamento para as sequências que deveriam contemplar a retomada de conteúdos dos anos anteriores e uma participação mais efetiva e direta de todas as participantes do grupo, que planejaram as próximas aplicações de fichas de atividades, de forma compartilhada e negociada no grupo.

O quadro a seguir explicita os elementos fundamentais desse episódio que correspondem à ideia central, às ações intencionais que possibilitaram as evidências desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes e as manifestações do pensamento matemático:

| <b>IDEIA CENTRAL</b>  | <b>AÇÕES INTENCIONAIS</b>                          | <b>MANIFESTAÇÕES</b>  |
|---|--|---|
| Elaboração e aplicação da primeira sequência envolvendo porcentagem e números racionais | Leitura e discussão coletiva sobre uma reportagem. | Necessidade de explicações orais como evidências da organização do modo de pensar matemático. |

|  |  |  |
|--|--|--|
|  | <p>Estabelecimento de relações entre a reportagem e os conteúdos abordados.</p> <p>Aplicação da Ficha Um da primeira sequência.</p> <p>Explicação oral.</p> <p>Organização das equipes.</p> <p>Proposição da resolução do problema (Ficha Um da primeira sequência).</p> <p>Organização de uma miniplenária.</p> | <p>Compreensão do registro das estratégias e resultados dos problemas como um modo de expressão do desenvolvimento do pensamento matemático.</p> <p>A importância da interação entre os estudantes e seus pares e com o professor como um caminho para o desenvolvimento do pensamento matemático.</p> |
|--|--|--|

QUADRO 5 - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 1

FONTE: A AUTORA (2014)

No próximo episódio, descrevemos a elaboração da segunda sequência, seguida das cenas que envolvem a aplicação das fichas e as explicações de estudantes sobre como resolveram a atividade proposta na Ficha Um dessa sequência.

## 2.6.2 Episódio 2 - Segunda sequência de fichas de atividades: desafios e possibilidades de resolução

Agosto de 2012. Todas as participantes do grupo de estudos elaboraram a segunda sequência, que foi aplicada nas três turmas que eram observadas. Essa aplicação duraria, provavelmente, três aulas.

Dessa vez, o trabalho foi realizado em duplas, e a professora solicitaria a apresentação dos resultados dos problemas conforme o andamento das aulas.

A seguir, têm-se os principais objetivos estabelecidos para esta segunda sequência:

- Relacionar os conteúdos já trabalhados em sala com os termos, conceitos e conteúdos abordados na sequência.
- Identificar a linguagem matemática presente nos problemas, utilizando-se dela para resolvê-los.
- Relacionar os termos utilizados no texto com a linguagem usual.
- Resolver problemas que envolvem conceitos das equações.
- Desenvolver diferentes estratégias na resolução dos problemas propostos.
- Participar de forma efetiva do trabalho em duplas.

Alguns detalhes da aplicação serão discutidos nas 3 próximas cenas.

### Cena 1 - Aplicando e avaliando o trabalho realizado pelos estudantes

A cena a seguir mescla momentos relevantes deste episódio, que se passaram na escola e se estenderam a reuniões do grupo. Antes da aplicação, a professora explicou aos estudantes que alguns problemas seriam resolvidos não somente por meio de equações mas também por meio de cálculo mental, testagem de possibilidades, aproximações. Também solicitou aos estudantes que apresentassem a resolução das equações e justificassem cada passagem:

Vocês têm uma ficha com uns problemas, tem um por dupla, e vocês vão resolver nessa folha sulfite que a gente entregou. O nosso objetivo aqui é trabalhar com as equações com problemas um pouco diferentes daqueles que estavam no nosso livro. A gente estava resolvendo algumas equações só pelo cálculo em si. Agora vamos com situações mais da nossa rotina. Alguns desses problemas a gente vai resolver fazendo o cálculo, a equação. Outros, usando cálculo mental. Vocês vão descobrir maneiras de resolver esses problemas. **(RO, 23/08/2012, PR Laynara)**

Atividade em dupla, vamos usar umas três aulas pra fazer isso. Um pouco antes do final da aula, vamos apresentar os resultados. As duplas vão falar, a gente vai esquematizar no quadro, vamos chegar às nossas conclusões juntos. **(RO, 23/08/2012, PR Laynara)**

A professora orientou, inicialmente, a resolução do problema na dupla – a leitura, a discussão das possíveis estratégias para resolvê-lo, o registro das estratégias adotadas e dos resultados. Para finalizar, registrou no quadro os resultados obtidos por algumas duplas e analisou-os.

Após a aplicação, na reunião com o grupo de estudos, eu e mais duas participantes apresentamos algumas considerações sobre essa sequência.

Os estudantes conseguiram formular as equações, mas o problema ficou em como resolvê-las. **(RE, 04/09/2012, LIC Camille)**

Quando o professor aumenta o nível de complexidade para o aluno, parece que eles vão até um certo ponto, mas depois têm receio de tentar, de arriscar. Eu tenho notado isso na pesquisa. **(RO, 04/09/2012, PE Lucila)**

Observei que o trabalho em dupla, em equipe exige de alguns (alunos) algo que eles não desenvolveram ainda. Eu sinto que tem uns que não se manifestam muito, eles ficam na dependência de outros (colegas). Ainda falta a questão de autonomia, de iniciativa. Em relação ao desenvolvimento e organização do pensamento, antes eles ficavam preocupados em resolver. Agora, eles pensam primeiro, eles analisam, eles têm esse caminho para depois registrar. Como é que vamos fazer? Algumas duplas começaram a trocar mais, já outros ficam ainda na dependência e tem um terceiro grupo que faz bem redondinho do jeito que a gente pensou. **(RO, 04/09/2012, PE Lucila)**

Observei que eles tinham dificuldade de ligar o assunto que eles estavam trabalhando naquela ficha com o assunto que eles vinham trabalhando com a Laynara em sala de aula. **(RO, 04/09/2012, LIC Juliana)**

É importante enfatizar que cada ficha apresentava um nível de complexidade, que aumentava à medida que as duplas iniciavam uma nova etapa. A primeira etapa consistia em resolver uma ficha com imagens (Ficha Um da segunda sequência), em que os valores dos alimentos somados ao dinheiro, em cada quadro,

eram equivalentes. Os estudantes deviam descobrir uma maneira para saber quanto valia cada lata de refrigerante, barra de chocolate e pacote de bolacha.

“Os valores dos alimentos somados ao dinheiro, em cada quadro, são equivalentes. Tentem descobrir uma maneira para saber quanto vale cada lata de refrigerante, barra de chocolate e pacote de bolachas”.

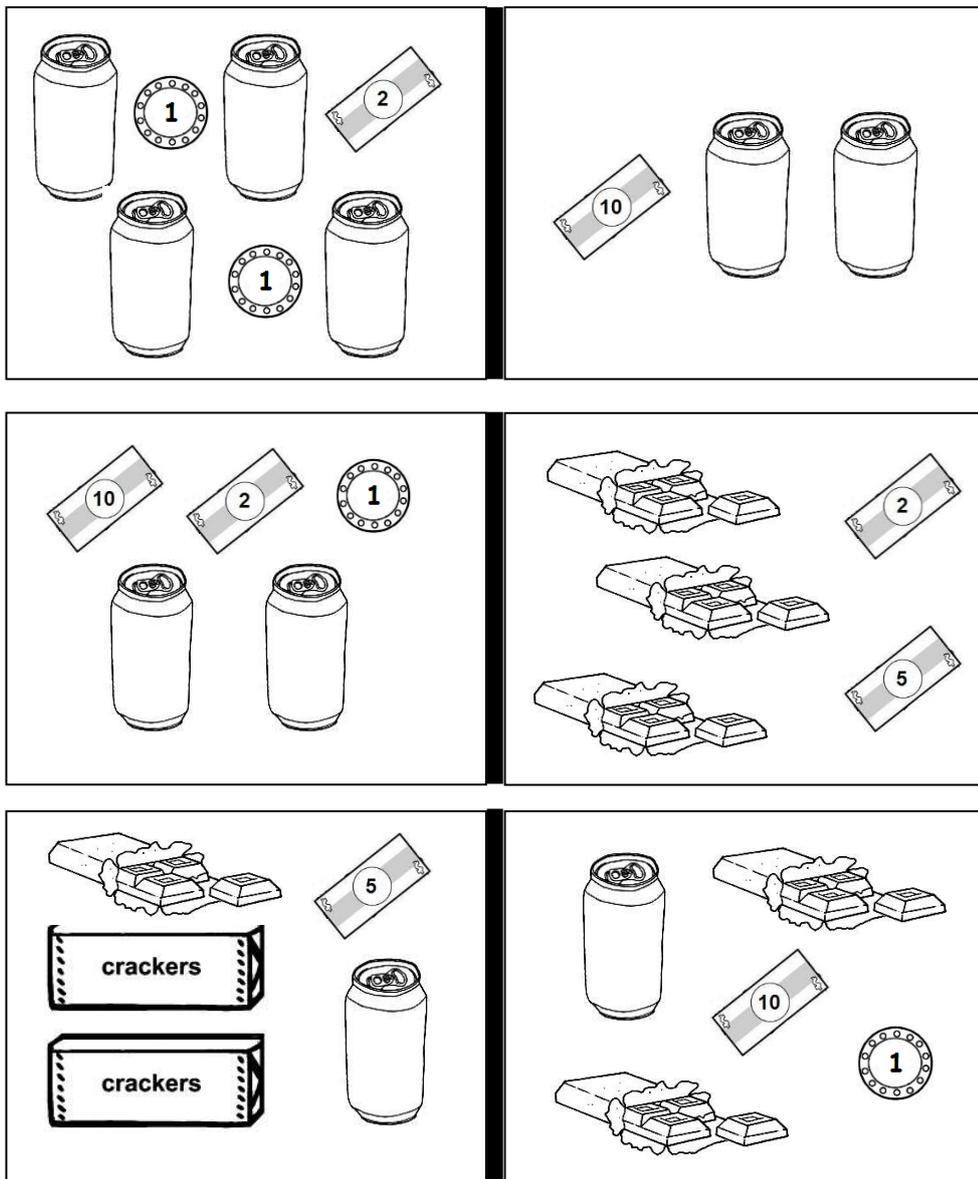


ILUSTRAÇÃO 1 - FICHA UM DA SEGUNDA SEQUÊNCIA

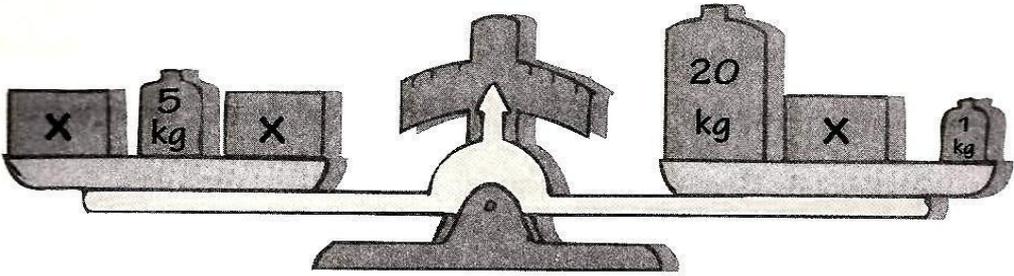
FONTE: A AUTORA E PARTICIPANTES DO GRUPO DE ESTUDOS (2012)

Durante a resolução, a professora questionava se havia um valor para cada elemento dos quadros. Se a resposta fosse negativa, orientava para que a dupla

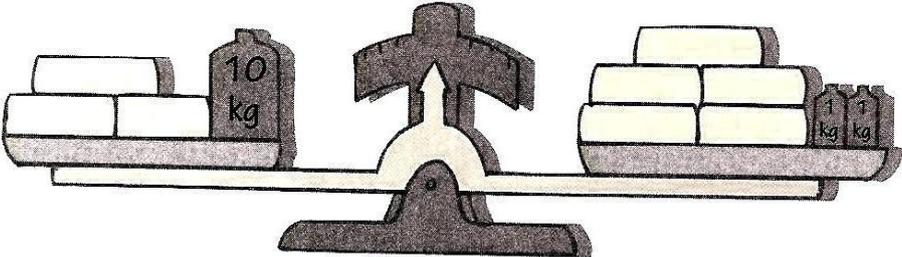
encontrasse uma maneira de representar esses elementos, sem mencionar a resolução por meio de equações.

A segunda etapa consistia em resolver uma ficha com ilustrações envolvendo imagens de balanças, que representam situações de equivalência (Ficha Dois da segunda sequência).

Qual é o valor de  $x$  que equilibra os pratos da balança?



A balança está equilibrada e os queijos têm "pesos" iguais. Quantos quilogramas tem cada queijo?



A balança está equilibrada. Todas as garrafas têm o mesmo "peso" e cada caixa pesa 1,5 kg. Quanto pesa cada garrafa?

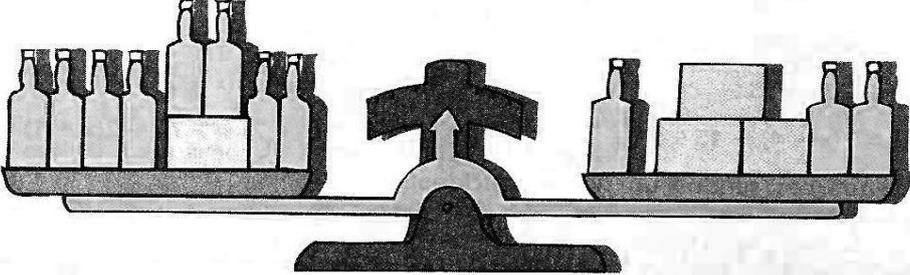


ILUSTRAÇÃO 2 - FICHA DOIS DA SEGUNDA SEQUÊNCIA

FONTE: A AUTORA E PARTICIPANTES DO GRUPO DE ESTUDOS (2012)

Na terceira etapa, os estudantes resolveriam problemas sem imagens (Ficha Três da segunda sequência). (Apêndice 4)

Ao final dessa sequência, concluímos que os estudantes sentiram dificuldade para resolver os problemas sem imagens. Por outro lado, observamos que trabalhar em equipe tornou-se algo mais natural e imprescindível para alcançar os resultados esperados durante a realização das atividades.

Na próxima cena, descrevemos o relato de um estudante sobre como realizou a ficha um dessa sequência.

## Cena 2 - O modo de pensar de um estudante

Primeiramente, a cena 2 dirige o nosso olhar para um redimensionamento do valor das interações sociais em sala de aula, pois, como explica Rego (2011, p. 110):

Essas passam a ser entendidas como condição necessária para a produção de conhecimentos por parte dos alunos, particularmente aquelas que permitam o diálogo, a cooperação e troca de informações mútuas, o confronto de pontos de vista divergentes e que implicam na divisão de tarefas onde cada um tem uma responsabilidade que, somadas, resultarão no alcance de um objetivo comum. Cabe, portanto, ao professor não somente permitir que elas ocorram, como também promovê-las no cotidiano das salas de aula.

Em seguida, voltamo-nos para o registro do discurso de um estudante que demonstrava dominar os conceitos algébricos envolvidos na ficha de atividade dessa cena. Para analisar a forma como ele pensou, apoiamo-nos em Vygotsky (2008), pois esse autor aponta que os conceitos algébricos representam abstrações e generalizações de certos aspectos dos números, uma vez que “o adolescente que dominou os conceitos algébricos atingiu um ponto favorável, a partir do qual vê os conceitos aritméticos sob uma perspectiva mais ampla”. (VYGOTSKY, 2008, p. 143).

Somando-se a isso, o próprio Vygotsky (*apud* Moysés, 2007, p. 23) afirma que o homem modifica as suas próprias funções psíquicas superiores ao usar a linguagem, os vários sistemas de contagem, as técnicas mnemônicas, os sistemas simbólicos algébricos, os esquemas, diagramas, mapas, desenhos, e todo tipo de signos convencionais.

Na cena em questão, percebemos as manifestações do pensamento

matemático do estudante quando ele interage comigo e mostra os registros e esquemas que realizou. Esse fato reafirma a relevância da mediação. Para refletir acerca do tema, baseamo-nos nas considerações de Cavalcanti (2001) sobre o papel do professor na direção do desenvolvimento desse pensamento, desde os anos iniciais do ensino fundamental:

Quando incentivamos as crianças a buscarem diferentes resoluções, podemos observar como pensam e registram as diferentes formas de resolução, o que permite a intervenção direcionada às dificuldades apresentadas ou aos avanços que os alunos estão prontos para enfrentar. (CAVALCANTI, 2001, p. 125)

Nessa perspectiva, essa cena retrata a explicação de um estudante sobre como realizou a atividade proposta na Ficha Um da segunda sequência. Foi interessante a forma entusiasmada como ele me abordou para relatar as descobertas que havia realizado, durante a resolução da ficha.

O estudante descreveu e mostrou, com o auxílio das imagens, como pensou para resolver aquela situação, ou seja, como desenvolveu seu raciocínio. Apontou rapidamente para determinadas figuras, que evidenciavam as tentativas realizadas até chegar numa equação final. Tanto eu quanto o estudante nos envolvemos na descoberta da resolução:

Ó! Eu já tinha descobrido o valor aqui por tentativas, tipo eu eliminei esses dois aqui [...] que é esses dois que estavam aqui. Aí, eu fui colocando: aí eu fiz por dois, depois eu coloquei por três. Aí, três mais três, seis. Seis mais dois, oito, nove, dez. Daí, esses dez aqui e esses dois aqui. **(RO, 23/08/2012, E4)**

Ah, tá! Então, você foi fazendo esses equilíbrios para dar igual. Depois, jogou na equação lá, montou a equação pra [...] Isso mesmo! É bom a gente tentar de várias maneiras para ver que só a equação não satisfaz, né? Você pode testar possibilidades, você pode tentar por cálculo mental, você pode tentar de outras formas. Isso aí, resolve lá então pra daí já conferir, né? **(RO, 23/08/2012, PE Lucila)**

Esta cena aconteceu no final de agosto de 2012, durante a aplicação da segunda sequência, após a professora trabalhar o conteúdo de equações em todas as suas turmas.

À primeira atividade dessa sequência chamamos de ficha com imagens (Ficha Um da segunda sequência). Ela deveria ser resolvida em dupla, tendo em vista as seguintes etapas: leitura, discussão das possíveis estratégias para resolvê-la, registro das estratégias adotadas e resultados.

Basicamente, a ficha apresentava três situações em que os valores dos alimentos somados ao dinheiro, dispostos em cada quadro, eram equivalentes. A partir desses dados, os estudantes deviam descobrir uma maneira para saber quanto valia cada lata de refrigerante, barra de chocolate e pacote de bolacha.

Vale ressaltar que, apesar de a professora não mencionar somente a resolução por meio de equações, a maioria das equipes optou por resolver as atividades utilizando-as. Isso não significa que os estudantes já dominavam esse conteúdo, mas que recorriam a um conteúdo, que tinha sido explicado recentemente pela professora.

Ao refletir sobre o que ocorreu, percebi que aquele momento real poderia causar a impressão de ter sido algo encenado, combinado para ser feito frente à câmera. Mas, na verdade, foi algo que eu não previa e que aconteceu da forma mais natural possível.

Na passagem, o estudante, por meio de representações mentais, explica o seu raciocínio, aquilo que ele pensou ao olhar aquelas imagens. Deixei que ele criasse suas próprias estratégias, o que proporcionou um maior envolvimento dele com o problema proposto.

O estudante conseguiu expressar, verbalmente e por meio de registros, aquela situação numa linguagem matemática. Porém, preferiu não realizar o trabalho em duplas e acabou interagindo, nesse momento, somente comigo.

A seguir, descrevemos mais uma experiência de aplicação de atividade expondo o relato de duas estudantes sobre como realizaram a Ficha Um da segunda sequência.

### Cena 3 - Um outro modo de pensar

A cena 3 nos conduz, primeiramente, a uma reflexão sobre as atividades conceituais, por isso entendemos ser necessário buscar respaldo teórico em autores que discutem a questão. Leontiev<sup>25</sup>, o principal representante da Teoria da Atividade, afirma que “a atividade conceitual na criança não surge porque ela

---

<sup>25</sup> Leontiev (1903-1979) foi colaborador de Vygotsky e é considerado o expoente máximo da Teoria da Atividade da psicologia soviética. (NÚÑEZ, 2009, p. 63).

domina o conceito, mas, pelo contrário, domina o conceito porque aprende a agir conceitualmente, ou seja, a prática é conceitual". (LEONTIEV, 1985, *apud* Núñez, 2009).

Destacamos que, apesar de contemplarmos somente estudantes adolescentes nesta pesquisa, partimos também das ideias dos pesquisadores acerca das crianças, para que possamos compreender como essas ideias se originaram. De qualquer forma, cabe ao professor, envolvido com crianças ou adolescentes, organizar situações desencadeadoras que mobilizem o conceito em sua relação com a realidade.

Além disso, essas situações, como já foi relatado, são movidas por ações intencionais, que propiciam a interação do professor com os estudantes, e desses com seus pares. Moysés (2007) aponta que a apreensão do conhecimento hierarquicamente sistematizado exige que ele seja intencionalmente trabalhado num processo dinâmico de interação professor-estudante. Assim, o professor não somente explica, mas também questiona os estudantes, permitindo que eles expressem verbalmente quais relações estabeleceram entre suas estratégias iniciais para resolver uma atividade, até chegar numa resolução final.

Apresentamos, na sequência, uma cena que pode exemplificar e desencadear reflexões sobre a interação e a intenção humana na mobilização dos conceitos envolvidos nas atividades. Nessa cena, as estudantes sentiram-se à vontade para me contar o que tinham pensado quando se depararam com uma atividade intencionalmente programada pelo grupo de estudos, diferente daquelas que normalmente a professora trabalhava em sala de aula, como mostra a descrição a seguir:

Primeiro vocês olharam pra essas imagens e pensaram no quê? **(RO, 23/08/2012, PE Lucila)**

No valor das latinhas. Qual seria o valor das latinhas e... **(RO, 23/08/2012, E5)**

E foram tentando, foram colocando os valores. Tá. Aí, depois como é que vocês chegaram por meio da equação ali, pra resolver por meio de uma equação? Como é que vocês pensaram? **(RO, 23/08/2012, PE Lucila)**

Nossa, a gente fez bastante tentativas, por qual seria. **(RO, 23/08/2012, E5)**

Mas daí porque que vocês falaram: não, a gente vai por equação. **(RO, 23/08/2012, PE Lucila)**

É porque a gente não sabia o valor das latinhas. A gente fez quatro x. Aí...  
(RO, 23/08/2012, E6)

Por não saber o valor, vocês acharam que seria interessante colocar o...  
(RO, 23/08/2012, PE Lucila)

Fazer por equação, a gente foi tentando até conseguir. (RO, 23/08/2012, E5)

Isso mesmo. E a próxima etapa, o que vocês pensam em fazer nessa próxima etapa aqui agora, que é a próxima imagem. O que vocês acham que dá pra fazer? (RO, 23/08/2012, PE Lucila)

A gente vai fazer por equação também porque a gente não sabe o valor das latinhas. (RO, 23/08/2012, E5)

A gente não sabe o valor das latinhas. (RO, 23/08/2012, E6)

Mas da latinha você não sabe o valor? Será que o valor não é o mesmo valor que aquele? Ou será que você vai ter valor diferente pra latinha e para o chocolate? O que você pensa? (RO, 23/08/2012, PE Lucila)

A gente vai ter valores diferentes. (RO, 23/08/2012, E5)

Tenta por aí. (RO, 23/08/2012, PE Lucila)

A terceira cena selecionada também aconteceu no final de agosto e trata-se da explicação de duas estudantes sobre como solucionaram a atividade.

À atividade realizada nessa cena chamamos de ficha com imagens (Ficha Um da segunda sequência). É a mesma ficha que descrevi na cena 1, a qual apresentava três situações em que os valores dos alimentos somados ao dinheiro, dispostos em cada quadro, eram equivalentes.

Vale lembrar que durante a leitura e explicação da atividade, a professora disse que os estudantes poderiam utilizar estratégias diversas. Quando observei o modo como as duas estudantes pensaram, verifiquei, por meio de suas falas e dos seus registros, que elas seguiram realmente um caminho: fazer por tentativas, testar valores e depois resolver pela equação.

Nessa mesma perspectiva, perguntei como realizariam a próxima etapa. Elas seguiram o mesmo raciocínio, porque assumiram que estava correto. Observei que, embasando-se no que já havia escrito, cada estudante pôde refletir sobre suas ideias e, também, sobre os registros daquilo que pensaram. As estudantes

esquematizaram sua forma de pensar, o que se mostrou fundamental para verificar se havia compreensão em seus discursos.

Durante toda a pesquisa de campo, incentivamos os estudantes a sempre registrarem a resolução das atividades em seus cadernos ou em folhas, que utilizávamos durante a aplicação das sequências. Tanto os registros e anotações quanto as apresentações orais evidenciaram a forma como os estudantes organizaram seu pensamento.

Conforme Powell (2001), o ato de registrar contribui para que o professor possa pensar e intervir no aprendizado. Nas palavras do autor:

Embora os alunos possam estar cientes do que pensam, frequentemente eles não desenvolvem o hábito de pensar sobre o mesmo, e também não percebem uma utilidade nessa prática. Quando os alunos escrevem sobre seus sentimentos e pensamentos referentes a ideias matemáticas, tal escrita consiste em um veículo eficaz para que nós e eles possamos examinar, refletir profundamente e reagir ao seu pensamento matemático. (POWELL, 2001, p. 73).

O quadro a seguir explicita uma síntese dos elementos fundamentais desse episódio:

| IDEIA CENTRAL   | AÇÕES INTENCIONAIS   | MANIFESTAÇÕES  |
|---|--|--|
| Elaboração e aplicação da segunda sequência envolvendo equações | Explicação oral.<br><br>Proposição da resolução dos problemas (Fichas Um, Dois e Três dessa sequência).<br><br>Aplicação da Ficha Um da segunda sequência (ficha com imagens). | A percepção das evidências do pensamento matemático pela interação entre os estudantes e seus pares e com o professor. |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | <p>Questionamentos durante a resolução do problema na dupla.</p> <p>Aplicação da Ficha Dois da segunda sequência (balanças).</p> <p>Aplicação da Ficha Três da segunda sequência (problemas sem imagens).</p> | <p>Necessidade da expressão verbal e de registros como um modo de organização do pensamento matemático para a compreensão da linguagem matemática envolvida nos problemas.</p> |
|--|---|--|

QUADRO 6 - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 2

FONTE: A AUTORA (2014)

No próximo episódio, descrevemos a elaboração e a explicação da terceira sequência, composta de cenas que envolvem apresentações orais dos estudantes e discussão sobre as dificuldades percebidas na realização dessa sequência.

2.6.3 Episódio 3 - Terceira sequência de fichas de atividades: integrando o trabalho com vídeos, histórias e materiais diversos (fita métrica, régua e trena).

Setembro de 2012. Por ser um trabalho com medições, a professora solicitou que os estudantes trouxessem fita métrica, régua ou trena. Essa sequência foi aplicada em outubro. Todas as participantes do grupo de estudos colaboraram em alguma etapa.

Dessa vez, o trabalho foi realizado em trios ou quartetos. A última etapa consistia na apresentação oral das questões que foram discutidas.

A seguir, têm-se os principais objetivos estabelecidos para esta terceira sequência:

- Relacionar os conteúdos já trabalhados em sala com os termos, conceitos e conteúdos abordados na sequência.
- Relacionar o vídeo sobre número áureo com as atividades sobre medições.
- Calcular corretamente o valor das razões referentes às medidas do seu corpo.
- Comparar as razões referentes às suas medidas com as razões encontradas pelos colegas.
- Perceber a razão áurea em outros objetos e materiais utilizados na escola.
- Participar de forma efetiva do trabalho em equipe.

O resultado dessa terceira sequência de atividades será discutido a partir das 3 cenas apresentadas a seguir.

#### Cena 1 - Aplicando a sequência de fichas

A cena 1 encontra respaldo nos estudos de Cedro, Moraes e Rosa (2010). Esses autores assumem que a função primordial do professor é organizar o ensino, para que os indivíduos se apropriem dos conhecimentos elaborados historicamente pela humanidade, e salientam:

[...] o encaminhamento teórico-metodológico do ensino de Matemática deve respeitar o aspecto lógico-histórico do conhecimento matemático que contempla, de forma articulada, o lado histórico do conceito, bem como a sua essência, o lógico. Portanto, trabalhar com a unidade lógico-histórica no ensino de Matemática constitui um modo de desenvolver os conhecimentos matemáticos considerando o seu processo de produção, ou seja, eles são entendidos como produto da atividade humana diante das necessidades objetivas enfrentadas pelos homens. (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010, p. 428).

Nas palavras de Moretti (2007, p. 97):

[...] compreender a essência das necessidades que moveram a humanidade na busca de soluções que possibilitaram a construção social dos conceitos é parte do movimento de compreensão do próprio conceito. Assim, o aspecto histórico associa-se ao aspecto lógico no processo de conhecimento de um determinado objeto de estudo e é só nessa unidade dialética que o conhecimento desse objeto é possível.

Em consonância com as afirmações desses autores, na cena, a professora introduziu a ideia de número áureo. Em seguida, os alunos assistiram a um vídeo sobre esse número, no laboratório de informática. No decorrer da mesma aula, assistiram novamente ao vídeo, e a professora fez pausas no filme para discutir com a turma os conceitos apresentados e relacioná-los às obras de arte e aos elementos da natureza.

A segunda etapa da sequência ocorreu na aula seguinte, momento em que a professora retomou o vídeo e contou, resumidamente, a história da *Sexta noite*, do livro *O Diabo dos Números*<sup>26</sup>. A terceira etapa foi a divisão da turma em equipes e a realização de medições no corpo, seguindo partes do livro *Número de ouro e Seção Áurea*<sup>27</sup>. Posteriormente, eles registraram no quadro (Ficha Um da terceira sequência), apresentado a seguir, essas medidas e resolveram, com auxílio de calculadora, a razão entre elas, comparando-as com as razões encontradas pelos colegas.

---

<sup>26</sup> ENZENSBERGER, H. M. **O diabo dos números**. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.

<sup>27</sup> BIEMBENGUT, M. S. **Número de ouro e secção áurea: considerações e sugestões para a sala de aula**. Blumenau: Editora da FURB, 1996.

Escola Municipal Maria Clara Brandão Tesseroli

Nome 1: \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

Nome 2: \_\_\_\_\_

Em dupla com um colega, preencha a tabela abaixo:

| Medida A                                     |  | Medida B   |  | Razão entre A e B |
|--|--|--|--|-------------------|
| Distância entre o joelho e o umbigo.         |  | Distância entre o joelho e o chão.                   |  |                   |
| Distância entre o umbigo e o chão.           |  | Distância do topo da cabeça até o chão               |  |                   |
| Distância da base do nariz até o queixo.     |  | Distância da linha dos olhos até a base do nariz.    |  |                   |
| Distância da metade do pescoço até o umbigo. |  | Distância do topo da cabeça até a metade do pescoço. |  |                   |
| Comprimento do rosto.                        |  | Distância da linha dos olhos até o queixo.           |  |                   |
| Distância do antebraço até o dedo.           |  | Comprimento do antebraço.                            |  |                   |
| Sua altura.                                  |  | Distância entre o umbigo e o chão.                   |  |                   |
| Comprimento do braço.                        |  | Distância do antebraço até o dedo.                   |  |                   |

Escola Municipal Maria Clara Brandão Tesseroli

Nome 1: \_\_\_\_\_

Turma: \_\_\_\_\_

Nome 2: \_\_\_\_\_

Em dupla com um colega, preencha a tabela abaixo:

| Medida A                                     |  | Medida B   |  | Razão entre A e B |
|--|--|--|--|-------------------|
| Distância entre o joelho e o umbigo.         |  | Distância entre o joelho e o chão.                   |  |                   |
| Distância entre o umbigo e o chão.           |  | Distância do topo da cabeça até o chão               |  |                   |
| Distância da base do nariz até o queixo.     |  | Distância da linha dos olhos até a base do nariz.    |  |                   |
| Distância da metade do pescoço até o umbigo. |  | Distância do topo da cabeça até a metade do pescoço. |  |                   |
| Comprimento do rosto.                        |  | Distância da linha dos olhos até o queixo.           |  |                   |
| Distância do antebraço até o dedo.           |  | Comprimento do antebraço.                            |  |                   |
| Sua altura.                                  |  | Distância entre o umbigo e o chão.                   |  |                   |
| Comprimento do braço.                        |  | Distância do antebraço até o dedo.                   |  |                   |

ILUSTRAÇÃO 3 - FICHA UM DA TERCEIRA SEQUÊNCIA

FONTE: A AUTORA E PARTICIPANTES DO GRUPO DE ESTUDOS (2012)

A quarta etapa consistiu na discussão de três questões:

- *Quando comparo as razões referentes às minhas medidas com as razões encontradas pelos colegas da minha equipe, o que percebo de semelhanças e diferenças? Qual é a explicação para isso?*
- *Quais relações estabelecem entre o vídeo que assistimos sobre número/razão áurea e o que estamos fazendo agora?*
- *Percebemos esta razão em outros objetos? Quais?*

A quinta etapa, além de abrir espaço para que os estudantes apresentassem relatórios sobre a terceira sequência, consistiu-se na apresentação do que foi discutido nas equipes na quarta etapa, como pode ser observado na cena a seguir.

#### Cena 2 - Apresentando oralmente e respondendo as três questões

A cena 2 nos permite acompanhar a descrição das apresentações orais de duas duplas, após discutirem sobre as medições que realizaram e os registros efetivados no quadro mostrado na cena anterior. Tal cena nos remete, inicialmente, a Rego (2011). Essa autora salienta que os conceitos não são aprendidos por meio de treino mecânico ou transmitidos de forma direta pelo professor, o que condiz com a visão de Vygotsky sobre o professor que, ao exercer deste modo a sua função, não obtém resultado algum. Para além dessas considerações, Gonzalez (1989, *apud* Núñez, 2009, p. 71-72), afirma que:

O processo de assimilação do conteúdo é um tipo de atividade. Para que o aluno aprenda é necessário que ele realize determinadas ações. É necessário que essas ações tenham uma natureza dada: que estejam sustentadas na atualização de funções psicológicas superiores. Isto é, que não sejam só ações meramente perceptíveis (reconhecer, representar) ou de memória (reproduzir). Por isso, para cada professor o problema central é a organização (estruturação adequada) da atividade para a assimilação pelo aluno.

Nessa mesma perspectiva, Moura *et al.* (2010, p. 213), estabelece o papel do professor, que organiza sua própria atividade e está centrado na atividade do estudante:

A atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante, deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade. É com essa intenção que o professor organiza a sua própria atividade e suas ações de orientação, organização e avaliação. Entretanto, considerando que a formação do pensamento teórico e da conduta cultural só é possível como resultado da própria atividade do homem, decorre que tão importante quanto a atividade de ensino do professor é a atividade de aprendizagem que o estudante desenvolve.

Tendo em vista os aspectos teóricos expostos anteriormente, apresento as conclusões de duas duplas, de turmas diferentes, chamando a atenção para o que elas entenderam sobre o conceito de comparação. Os estudantes foram desafiados a responder às questões.

*- Quando comparo as razões referentes às minhas medidas com as razões encontradas pelos colegas da minha equipe, o que percebo de semelhanças e diferenças? Qual a explicação para isso?*

Semelhança: Todos os resultados deram aproximadamente o número de ouro. Diferença: É que nenhuma conta deu exata. **(RE e APRO, 11/10/12, E7 e E8)**

Não há semelhanças e sim diferenças, mas os números quase se batem. A (minha colega) é maior que eu. **(RE e APRO, 11/10/12, E9 e E10)**

*- Quais as relações que estabeleço entre o vídeo que assistimos sobre número/razão áurea e o que estamos fazendo agora?*

A relação é que nós tivemos que dividir os números para encontrar os resultados. **(RE e APRO, 11/10/12, E7 e E8)**

Calculamos e dividimos algumas medições que deram em razões. E as razões se aproximam do número de ouro. **(RE e APRO, 11/10/12, E9 e E10)**

A primeira dupla conseguiu olhar somente para uma divisão, mas não a entenderam que em todos esses momentos (análise do vídeo, discussão sobre a perfeição nas obras de arte e natureza, medições no corpo, entre outros) está presente o número de ouro. Já a segunda dupla, registrou essa relação, a qual direcionou todas as aulas desta sequência.

No que diz respeito à terceira questão: *Percebemos esta razão em outros objetos? Quais?*, as duplas escolheram vários objetos, realizaram medições e verificaram a partir dos valores encontrados se esses representavam números com valores próximos do número de ouro. A maioria dos estudantes registrou em folhas somente os resultados encontrados e mediados pelos questionamentos da professora, durante as apresentações orais, tentando explicar como a atividade foi realizada e suas justificativas para tais resultados.

Estabelecer correspondências ou relações entre atividades anteriores e atuais ou entre conteúdos já trabalhados, justificar suas respostas e defender seus argumentos deveria ser algo constante, permanente nas aulas de Matemática. Porém, nota-se que os estudantes dependem de ações organizadas pelo professor para que a aprendizagem dos mesmos se efetive de forma sistemática, intencional e organizada.

A seguir, encerramos com os obstáculos encontrados durante essa aplicação.

### Cena 3 - Percebendo as dificuldades

A cena 3 nos leva a uma reflexão sobre como se dá a apropriação de conceitos pelos estudantes. Núñez (2009) esclarece o significado dessa apropriação:

A formação de conceitos sistematizados na escola é um processo (atividade) social, mediado e culturalmente contextualizado. Apropriar-se de conceitos significa apropriar-se dos tipos de atividades nos quais esses conceitos entram e se orientam para o desenvolvimento integral da personalidade do aluno. (NÚÑEZ, 2009, p. 88).

Partindo desse pressuposto, nessa cena, o grupo discutiu sobre as dificuldades apresentadas pelos estudantes na realização das atividades, com base na análise do que se percebeu na escola.

Durante a aplicação das sequências, a professora Laynara incentivou a discussão e a busca de resultados, por meio de atividades compartilhadas entre os estudantes. Além disso, delimitou que a organização desses resultados fossem registros detalhados, seguidos de explicações e justificativas. Porém, algumas equipes registravam somente os resultados, o que restringiu as apresentações orais, tendo em vista que essas explicações orais ocorreram num momento posterior à atividade escrita.

Uma dificuldade dos estudantes na terceira sequência revelou-se durante a apresentação das equipes, após resolverem as fichas de atividades, as quais representam as situações desencadeadoras que foram planejadas. Apesar de os estudantes compararem as medidas do seu corpo com as dos colegas e também com as razões referentes a essas medidas, percebemos que eles não dominavam os conceitos de diferenças e semelhanças, porque a maioria não conseguiu expressar verbalmente o que significava estabelecer essas comparações.

Assim, para que esses conceitos de comparação e correspondência sejam consolidados, é necessário uma retomada constante de situações desencadeadoras diversas que possibilitem aos estudantes a resolução coletiva de problemas que envolvam outros conteúdos.

Vale dizer que muitos se sentiram desafiados a comparar a razão áurea com a razão de outros objetos, o que permitiu à professora rever o cálculo das razões, além de algumas relações estabelecidas entre o número de ouro e alguns objetos.

O quadro a seguir explicita uma síntese dos elementos fundamentais desse episódio:

| IDEIA CENTRAL   | AÇÕES INTENCIONAIS  | MANIFESTAÇÕES  |
|---|---|--|
| <p>Elaboração e aplicação da terceira sequência envolvendo número áureo</p> | <p>Explicação oral.</p> <p>Proposição de discussão coletiva sobre um vídeo.</p> <p>Organização das equipes para a realização de medições no corpo e registros num quadro.</p> <p>Aplicação da Ficha Um da terceira sequência.</p> <p>Proposição da discussão sobre três questões.</p> <p>Estabelecimento de relações entre o número áureo e as medições realizadas.</p> | <p>A necessidade da interação entre os estudantes e seus pares e com o professor como um caminho para o desenvolvimento do pensamento matemático.</p> <p>Percepção do conceito de comparação por meio das apresentações orais das equipes.</p> <p>A necessidade da expressão verbal e de registros como um modo de organização do pensamento matemático para a compreensão das relações estabelecidas entre número áureo e as medições realizadas.</p> |

QUADRO 7 - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 3

FONTE: A AUTORA (2014)

A seguir, descrevemos a elaboração da quarta sequência, que ocorreu, concomitantemente, com a sistematização e o estudo da apresentação do nosso

trabalho para os professores de Matemática da escola onde estava sendo realizada a pesquisa de campo.

#### 2.6.4 Episódio 4 - Quarta sequência de fichas de atividades: percebendo semelhanças e diferenças

Outubro de 2012. Durante aproximadamente duas semanas, a professora solicitou que os estudantes trouxessem embalagens diversas. Isso ocorreu antes da realização da quarta sequência, a qual foi elaborada por todas as participantes do grupo. Dessa vez, o trabalho foi realizado em trios, e a professora solicitaria a apresentação dos resultados dos problemas conforme o andamento das aulas.

A seguir, têm-se os principais objetivos estabelecidos para essa quarta sequência:

- Relacionar os conteúdos já trabalhados em sala com os termos, conceitos e conteúdos abordados na sequência.
- Identificar as semelhanças e diferenças entre alguns modelos de sólidos geométricos.
- Definir critérios para a separação das embalagens em grupos.
- Estabelecer as relações existentes entre as figuras bidimensionais e tridimensionais, no momento da planificação das embalagens.
- Participar de forma efetiva do trabalho em trios.

O resultado dessa quarta sequência de atividades será discutido a partir das 5 cenas apresentadas a seguir.

Cena 1 - Aplicação da sequência de fichas

Nessa cena, na primeira etapa, a professora retomou o vídeo sobre número áureo.

Na segunda etapa, os estudantes organizaram-se em trios. Receberam várias embalagens e discutiram sobre as características de cada embalagem, semelhanças e diferenças entre essas e os sólidos e modelos de sólidos geométricos. Também estabeleceram critérios para separar as embalagens em grupos.

Na terceira etapa, os estudantes registraram esses critérios em uma folha, mostrando como estabeleceram a classificação das embalagens.

Na quarta etapa, cada equipe escolheu uma embalagem para abrir e a professora perguntou a respeito do que acontece quando abrimos a embalagem, estabelecendo uma discussão sobre a relação entre bidimensional e tridimensional, durante a planificação da embalagem. Os estudantes registraram e apresentaram suas conclusões para a turma.

Na última etapa, a professora retomou os conceitos de vértice, aresta e face, além das relações entre figuras tridimensionais e bidimensionais, pois entendeu que ainda havia certas incompreensões sobre os conceitos que envolvem as figuras geométricas.

Para desenvolver a primeira etapa da aplicação e introduzir o assunto sobre figuras tridimensionais e modelos de sólidos (embalagens), sugeri a adaptação de um texto do livro *O Ensino de Geometria na Escola Fundamental*<sup>28</sup>.

Algumas atividades sobre essa sequência já estavam programadas. Entre elas: realizar a atividade dobras do papel e questionar os estudantes sobre a relação das atividades realizadas nessa sequência com as obras de arte e as figuras bidimensionais. Porém, os estudantes realizaram somente a atividade dobras do papel (Apêndice 9), sem uma discussão mais aprofundada sobre essas figuras, devido à falta de tempo.

Na próxima cena, expomos a explicação de um estudante sobre como sua equipe entendeu a Ficha Um da quarta sequência, contemplada nesse episódio.

---

<sup>28</sup> FONSECA, M. da C. F. R. *et al.* **O ensino de geometria na escola fundamental** – três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002, p. 72-74.

## Cena 2 - Estabelecendo critérios de classificação

A cena 2 dirige o nosso olhar para o modo como as pessoas, em diferentes idades, classificam e realizam generalizações em situações da vida diária, o que nos reporta a Luria (2012). Ele descreve as diversas distinções entre os tipos de categorias que as crianças usam em diferentes idades que Vygotsky delineou:

Durante os primeiros estágios do desenvolvimento infantil, as palavras não são um fator de organização na maneira pela qual a criança classifica sua experiência. Não dispondo de um princípio lógico para agrupar os objetos, a criança pequena percebe cada objeto isoladamente. Durante o estágio seguinte de classificação, a criança começa a comparar objetos com base em um único atributo físico, tal como cor, forma ou tamanho. Mas ao fazer essas comparações, a criança rapidamente perde de vista o atributo que originalmente havia destacado como base para a seleção de objetos e o substitui por outro. Em consequência, frequentemente reúne em grupo ou cadeia de objetos que não reflete um conceito unificado. (LURIA, 2012, p. 47)

Em seguida, continua:

Quando as crianças chegam à adolescência, generalizam mais com base em suas impressões imediatas. Ao invés disso [*sic*], classificam, isolando certos atributos diferentes dos objetos. Cada objeto é posto em uma categoria específica por uma relação com um conceito abstrato. Após estabelecer um sistema para incluir diversos objetos em uma única categoria, os adolescentes desenvolvem um esquema conceitual hierárquico que expressa um “grau de comunidade” cada vez maior. (LURIA, 2012, p. 47-48).

Luria (2012) explica o que seria esse grau de comunidade, mostrando que “uma rosa é uma flor, e uma flor é uma planta, uma planta é parte do mundo orgânico”. E considera que após passar por esse modo de pensar, a pessoa foca primeiramente nas relações de “classe” entre os objetos, deixando de lado, nesse momento, a maneira concreta pela qual os objetos interagem em situações reais, ou seja, sem recordar as relações da vida real entre os objetos. Exemplo: organizar uma refeição, em que se necessita de uma toalha, facas para cortar os alimentos, pratos para receber os alimentos, etc.

Além disso, nessa sequência descrevemos apresentações orais, que nos permitem examinar como os estudantes assumem seus papéis em cada uma de suas equipes. Assim, essa cena nos leva a pensar na importância da interação entre os colegas e nos remete às investigações de Vygotsky e seus colaboradores, os quais assumem que aquilo que uma criança não é capaz de fazer sozinha, poderá realizar com o auxílio de um adulto ou de um colega que apresente um melhor desempenho. Isso acontece também com os adolescentes.

Dessa forma, nessa cena, um estudante explica como sua equipe entendeu a atividade, que consistia em estabelecer critérios para separar as embalagens em grupos. No momento, dois estudantes mostraram a comparação entre três embalagens: uma caixa de sabonetes, uma caixa de pasta de dentes e uma caixa de bijuterias:

As semelhanças: as laterais de todas as caixas são retangulares. Todos são prismas e todas têm partes brancas na caixa de cartão [...] As diferenças: todas as bases são diferentes como: Uma é um retângulo. Outra é um quadrado, outra é hexagonal. **(APRO, 26/11/2012, E11)**

Qual que é o retângulo? Qual que é o quadrado? E qual que é o hexágono? É isso aí. **(RO, 26/11/2012, PR Laynara)**

Os estudantes discutiram sobre as características de cada embalagem, identificando semelhanças e diferenças entre elas e os sólidos ou modelos de sólidos (Ficha Um da quarta sequência).

Embora qualquer estudante da equipe pudesse apresentar as conclusões da atividade, somente um deles leu tais conclusões, enquanto os outros dois mostravam nas embalagens o que estava sendo dito. A professora, como mediadora durante a apresentação, procurou confirmar com os integrantes da equipe se eles concordavam com o modo pelo qual o colega comunicou os resultados da atividade. Assim, todos mostraram nas embalagens o que estava sendo questionado pela professora.

Na maioria das vezes, era necessária a intervenção da professora Laynara para que todos os integrantes das equipes expressassem verbalmente seu papel no grupo, suas conclusões e as dificuldades encontradas durante a realização das atividades propostas. No caso dessa cena, em particular, reforço que os estudantes mostraram nas embalagens o que estava sendo questionado, mas somente um

deles expressou verbalmente o que de fato ocorreu durante a realização dessa atividade.

A seguir, descrevemos outra cena envolvendo novamente uma apresentação oral sobre os mesmos conceitos.

Cena 3 - Apresentação oral: explicando e justificando as atividades realizadas na equipe

A cena 3 nos possibilita entender como os estudantes estabelecem relações entre os conceitos que dominam e os modelos de sólidos escolhidos para estabelecer os critérios de classificação. Segundo Núñez (2009, p. 61):

Cada conceito constitui uma imagem generalizada, abstrata, de representar a realidade, que a descobre em seus aspectos essenciais. Porém a realidade é multifacetária, então, um mesmo conjunto de objetos pode referir-se a diversos conceitos.

Também nos apoiamos em Moysés (2007). A referida autora, baseando-se nas ideias de Vygotsky e em uma pesquisa que realizou com adolescentes em uma escola pública do ensino fundamental, apontou que o fato de permitir que os estudantes comparassem diversos sólidos, manipulando-os, ajudou na apreensão de suas singularidades.

Nessa perspectiva, a cena que apresentamos envolve a explicação oral de um estudante, após a discussão sobre as características de cada embalagem, semelhanças e diferenças entre os sólidos e modelos de sólidos. No momento, a equipe apresentava, respectivamente, a comparação entre uma caixa de pasta de dente (média em relação às outras duas), uma caixa de bombons de cereja (a maior de todas) e uma caixa de fósforos (a menor de todas):

[...] é média em tamanho, comparando as três, a caixa paralelepípedo. A caixa de cereja é a maior em tamanho, comparado as três, em tamanho, com as três caixas. Tirando as pontas, ela fica quadrada. Caixa de fósforos: é a menor em tamanho, comparado entre as três. Ela é quadrada. E percebemos que quase todas as laterais são retangulares. Semelhanças: quase todas são retangulares. Diferenças: que uma é maior que a outra. (APRO, 26/11/2012, E12)

Os estudantes estabeleceram critérios para separar as embalagens em grupos e, durante a apresentação oral, procuraram apontar as comparações que realizaram, o que direcionou todo o trabalho.

Vale ressaltar que, nessa equipe formada por quatro estudantes, enquanto um deles apresentava, o outro mostrava as embalagens e os outros dois colegas somente observavam a explicação. A maioria das equipes, nas três turmas, elegeu um representante para explicar oralmente suas conclusões, enquanto os outros colegas somente acompanhavam a explicação, complementando a fala do representante da equipe, quando necessário. Sendo assim, tornou-se difícil analisar as evidências da organização do pensamento matemático dos estudantes, individualmente.

A seguir, será exposta uma cena que revelou incompreensões relacionadas às figuras tridimensionais.

#### Cena 4 - Outra explicação oral: revelando incompreensões

A cena 4, inicialmente, leva-nos a uma reflexão sobre como percebemos o desenvolvimento do pensamento classificatório no contexto escolar. Em relação ao pensamento taxionômico, Luria (2012, p. 48) afirma que:

O pensamento classificatório não é apenas um reflexo da experiência individual, mas uma experiência partilhada, que a sociedade pode comunicar através de seu sistema linguístico. Esta confiança em critérios difundidos na sociedade transforma os processos de pensamento gráfico-funcional em um esquema de operações semânticas e lógicas, no qual as palavras tornam-se o instrumento principal da abstração e da generalização.

Na continuidade da cena, deparamo-nos com uma situação de incompreensão, em relação aos conteúdos abordados na atividade. Analisando esse fato encontramos, em Moysés (2007), apontamentos de teóricos que podem nos ajudar a compreender que, mesmo pensando sobre determinado assunto, um

estudante pode apresentar dificuldade na expressão correta desse pensamento, por meio de palavras. Vale lembrar que:

[...] a relação entre pensamento e palavra passa por transformações que, em si mesmas, podem ser consideradas um desenvolvimento no sentido funcional. O pensamento não é simplesmente expresso em palavras; é por meio delas que ele passa a existir. Cada pensamento tende a relacionar alguma coisa com outra, a estabelecer uma relação entre as coisas. (VYGOTSKY, 2008, p. 157).

Partindo dessas ideias, nessa cena, os estudantes explicam oralmente suas conclusões, após a discussão em sua equipe. No momento, primeiramente a equipe apresentava as comparações estabelecidas entre duas caixas de remédios. Depois, seguia com as comparações entre uma caixa de remédios e uma de pasta de dentes.

As igualdades são: as duas são retângulos. Eles têm as mesmas quantidades de espaços e são remédios. As diferenças: é que um é maior que o outro. **(APRO, 26/11/2012, E13)**

As igualdades das outras caixas. **(APRO, 26/11/2012, E14)**

Daí, agora é das outras caixas. Igualdades: as duas são retângulos, possuem o mesmo número de arestas. As diferenças: um é maior do que o outro, e um é remédio e o outro é pasta. **(APRO, 26/11/2012, E13)**

Novamente, nessa cena, os estudantes apontam os critérios utilizados para separar as embalagens em grupos, após trocar informações sobre as características de cada uma e sobre suas semelhanças e diferenças em relação aos sólidos ou modelos de sólidos.

Porém, ao nomear as figuras, percebemos que os estudantes chamam de “retângulo” o que, na verdade, seria expresso pelo nome de uma figura tridimensional. Isso denotou que o estudante ainda não havia se apropriado integralmente dos conceitos geométricos abordados na atividade, o que nos leva à reflexão sobre a próxima cena, na qual a professora fez o resgate do conteúdo e dos conceitos trabalhados nessa sequência, a partir de nova proposta.

Na cena a seguir, destacamos o trabalho da professora regente, que resgatou conceitos e propriedades acerca das figuras bidimensionais e tridimensionais.

## Cena 5 - Avaliando o trabalho e retomando conceitos e propriedades

Nessa cena, a professora retomou alguns conceitos e propriedades das figuras geométricas, além da relação existente entre figuras bidimensionais e tridimensionais, uma vez que as apresentações e explicações orais das equipes demonstraram diversas incompreensões em relação aos conceitos geométricos.

A cena 4 manifesta que os objetivos delineados pelo grupo de estudos e pela professora regente não foram alcançados, apesar de pensarmos que muitos conceitos geométricos já deviam ter sido apropriados pelos estudantes, especialmente nessa faixa etária.

Com isso, no final de novembro, após a aplicação da última sequência, verificamos a necessidade de a professora retomar suas ações de orientação, organização e avaliação, para favorecer a atividade de seus estudantes.

O quadro a seguir explicita uma síntese dos elementos fundamentais desse episódio:

| <b>IDEIA CENTRAL</b>  | <b>AÇÕES INTENCIONAIS</b>   | <b>MANIFESTAÇÕES</b>  |
|---|---|---|
| Elaboração e aplicação da quarta sequência envolvendo figuras tridimensionais | <p>Explicação oral.</p> <p>Organização das equipes.</p> <p>Aplicação da Ficha Um da quarta sequência.</p> | A percepção do conceito de classificação de figuras tridimensionais por meio das apresentações orais das equipes. |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | <p>Proposição da comparação entre sólidos e modelos de sólidos.</p> <p>Proposição do estabelecimento de critérios de classificação de embalagens</p> <p>Estabelecimento de relações entre figuras bidimensionais e tridimensionais.</p> | <p>Necessidade da interação entre os estudantes, da expressão verbal e de registros como um modo de organização do pensamento matemático para a compreensão das relações estabelecidas entre sólidos e modelos de sólidos.</p> |
|--|---|--|

QUADRO 8 - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 4

FONTE: A AUTORA (2014)

No próximo episódio, descrevemos diferentes percepções das participantes do grupo de estudos sobre: a organização e verbalização do pensamento matemático, o papel colaborativo do professor e as fichas de atividades.

#### 2.6.5 Episódio 5 - Entrevistas: entrelaçando múltiplos olhares sobre o papel do professor e o modo de pensar e de comunicar dos estudantes

No final do ano de 2012, após desenvolver a pesquisa de campo, realizei as entrevistas com as participantes do grupo de estudos. Como já foi dito, essas entrevistas foram organizadas por meio de fichas, e uma dessas fichas intitulava-se: *Evidências do pensamento matemático dos estudantes.*

Ao transcrever as entrevistas, percebi diferentes olhares sobre o pensamento matemático, os quais se complementavam, mas também demonstravam as experiências vividas na escola e na universidade pelas participantes. Considerando que esses olhares se estabeleciam em sala de aula, busquei ancorar-me em autores que investigam sobre a articulação entre a comunicação e a organização do pensamento matemático dos estudantes, bem como defendem o uso de algumas práticas discursivas para promover a compreensão e a comunicação de significados matemáticos.

No que diz respeito ao papel colaborativo do professor e às fichas de atividades, encontramos na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade o embasamento necessário para compreender aspectos revelados pela fala das participantes, durante as entrevistas.

A cena a seguir evidencia algumas falas das participantes do grupo de estudos no que diz respeito à organização do modo de pensar matemático e à comunicação e representação de ideias matemáticas.

#### Cena 1 - Pensando, representando e comunicando as ideias matemáticas

A cena 1 nos permite avaliar o progresso dos estudantes, no que diz respeito à organização e verbalização do pensamento matemático. Nas palavras de Cândido,

Quando se trata de Matemática, sempre que pedimos a uma criança ou a um grupo para dizer o que fizeram e por que o fizeram, ou quando solicitamos que verbalizem os procedimentos que adotaram, justificando-os, ou comentem o que escreveram, representaram ou esquematizaram, relatando as etapas de sua pesquisa, estamos permitindo que modifiquem conhecimentos prévios e construam novos significados para as ideias matemáticas. (CÂNDIDO, 2001, p. 17).

A referida autora assume que, desse modo, os estudantes refletem sobre os conceitos e os procedimentos envolvidos, apropriam-se deles, revisam o que não entenderam, ampliam o que compreenderam e explicitam dúvidas e dificuldades.

Partindo dessa perspectiva, ressalto nessa cena formas de representar e comunicar ideias matemáticas e o processo de apropriação dessas pelos estudantes, demonstrando algumas percepções das participantes sobre o que vivenciaram em sala de aula. Sobre a evolução dos estudantes, Camille e Laynara destacam:

Os estudantes evoluíram bastante, e foi bem legal eles fazerem as coisas e depois apresentarem ou nos grupinhos pra todas as turmas. Até na última sequência a menina falou: Ai, o volume sumiu quando planificou lá, né? É legal porque eles falam do jeito deles e a gente nota que estão evoluindo do início que sabiam um pouquinho menos. **(ENT, 04/12/2012, LIC Camille)**

E vinham perguntar e discutir. A pergunta deles melhorou. Eles conseguem ter dúvida. **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

Carla relata que, na sua graduação e também no magistério, em nenhum momento, o foco dos estudos foi a valorização do pensamento matemático do estudante, o que facilitaria compreender com ele chegou a um determinado raciocínio. Laynara descreve o que aconteceu com seus estudantes, ao final do ano letivo, destacando que eles “trabalham não só o operacional, mas explicam como que fazem essa conta, como que tiveram esse raciocínio, como que chegam nessa resposta, principalmente nas atividades onde a gente pedia pra falar o que aprenderam”.

Na próxima cena, destacamos algumas falas das participantes do grupo de estudos no que diz respeito ao papel mediador do professor.

## Cena 2 - Papel mediador do professor

A cena 2 nos possibilita entender o papel do professor, enquanto mediador entre estudante e conhecimento matemático, o que nos dirige a autores que assumem a perspectiva de Vygotsky. Moura *et al.* (2010) considera que as relações intrapsíquicas (atividade individual) constituem-se a partir das relações interpsíquicas (atividade coletiva), para depois afirmar que:

É neste movimento do social ao individual que se dá a apropriação de conceitos e significações, ou seja, dá-se a apropriação da experiência social da humanidade. Desta forma, podemos entender que a aprendizagem não

ocorre espontaneamente e apenas a partir das condições biológicas do sujeito, mas mediada culturalmente. (MOURA *et al.*, 2010, p. 208).

Vygotsky (2008, p. 133) considera que, muitas vezes, o estudante é capaz de executar uma operação ou concluir corretamente frases porque o professor, trabalhando com ele, explicou, deu informações, questionou, corrigiu-o e o fez explicar.

Nessa cena, primeiramente Juliana reflete sobre o papel de mediação do professor entre estudantes e conhecimento matemático. Em seguida, Carla enaltece o professor que direciona suas ações para a valorização do pensamento matemático dos estudantes. Ao final, Camille aponta a mudança ocorrida, ao participar do grupo de estudos esse ano.

A princípio você vê que os estudantes, não só na Matemática quanto em outras disciplinas, não estão pensando, fazendo e praticando aquilo, sabendo o que estão fazendo. Você fala, mostra o exercício, uma atividade, pede pra fazer, mas eles não sabem e dizem: o que é isso? Eles não conseguem ligar e pensar como que eles vão fazer e desenvolver aquilo. Quando você puxa e os situa no assunto é que eles vão praticar. **(ENT, 05/12/2012, LIC Juliana)**

[...] eu vou pensar antes em como ele vai mexer com aquilo, porque pergunto pra ele. Então, se levo em consideração o pensamento do aluno, consigo atingi-lo melhor, valorizando-o como alguém que já traz algo consigo e tem as verdades dele, com as quais a gente vai aprender a mexer. **(ENT, 05/12/2012, LIC Carla)**

Porque se tem outra visão do que levar para o aluno, do que ele entende, do que ele não entende, que dificuldade que ele tem. Se usar de um jeito, uns alunos entendem mais, mas do outro a maioria fica meio assim. **(ENT, 04/12/2012, LIC Camille)**

Sem dúvida, se o professor desenvolver seu papel mediador, contribuirá para a formação de conceitos dos estudantes. Ao refletir constantemente sobre sua prática e colocar-se no lugar deles, favorece esta apropriação.

Portanto, o professor desempenha um papel fundamental na organização e no desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, bem como na valorização da linguagem falada e escrita desses. Ele estabelece a mediação entre estudante e conhecimento matemático, à medida que questiona, pergunta, incentiva os estudantes a explicar como resolveram tal questão ou problema.

A cena a seguir destaca algumas falas das participantes do grupo de estudos no que diz respeito às fichas de atividades.

### Cena 3 - Fichas de atividades

A cena 3 nos remete a alguns autores que estudam ou pesquisam diretamente a Teoria da Atividade. Nesse sentido, Moura *et al.* (2010, p. 212) aponta que “a atividade realizada em comum, coletiva, ancora o desenvolvimento das funções psíquicas superiores ao configurar-se no espaço entre a atividade intersíquica e intrapsíquica dos sujeitos”.

Em consonância com as concepções de Moura *et al.* (2010), Cedro (2008) explica em sua tese o que Leontiev chamou de modelo de três níveis de atividade, diferenciando o que seria a atividade, a ação e a operação:

A atividade encontra-se no nível superior e está necessariamente vinculada e orientada pelos motivos e pelas necessidades. Já as ações são orientadas pelos objetivos e, finalmente, as operações são orientadas pelas condições objetivas e subjetivas. (CEDRO, 2008, p. 25).

Depois, Cedro (2008) explicita que, ao realizar uma ação, você responde ao objetivo dado, de acordo com as condições determinadas. As características da ação são as formas e métodos de sua realização. Isso nos leva ao conceito de operação, que representa a forma de realização de uma ação.

Aprofundando as considerações de Cedro (2008) sobre as ações realizadas, tem-se a contribuição de Moura *et al.* (2010) que nos permite avançar na compreensão da formação de conceitos, proporcionando o desenvolvimento das funções intelectuais:

[...] a aquisição de conceitos, desencadeada na atividade mediada, ocorre de forma sistematizada, intencional, e que o processo de aprendizagem deve garantir a realização de ações conscientes, de modo a possibilitar o desenvolvimento do pensamento teórico. O motivo da atividade de aprendizagem deve ser por parte dos estudantes a aquisição de conceitos teóricos, por meio de ações conscientes que permitam a construção de um modo generalizado de ação. (MOURA *et al.*, 2010, p. 216).

Tendo em vista as constatações acima, destaquei algumas falas das participantes do grupo de estudos acerca das fichas de atividades elaboradas pelo grupo e resolvidas coletivamente pelos estudantes. Nela, Camille percebe a relação das atividades desenvolvidas com o pensamento matemático; Juliana explica o que esse grupo de estudos representa na aplicação das fichas de atividades; e Laynara aponta a importância das aulas, para além do livro didático. Camille ressalta o papel das participantes na elaboração das sequências.

Fazem várias atividades e parece que vão ampliando esse pensamento matemático e se mantém interessados. No início, ficavam meio retraídos assim, mas agora parece que flui melhor. **(ENT, 04/12/2012, LIC Camille)**

Fizemos uma ficha de exercício muito bacana, para que os alunos pudessem absorver isso da forma mais leve e descontraída. Eles acabaram fazendo aquele exercício, estudando daquela forma o conteúdo que a professora queria, do que no dia a dia acham chato. Acabaram fazendo isso porque a gente aplicou e juntou outros exercícios com o mesmo conteúdo. **(ENT, 05/12/2012, LIC Juliana)**

Uma aula diferente, que não é só o livro. Eles conseguiram se libertar do livro. A gente consegue dar aula. Quando não usava o livro era brincadeira. Então, nessas últimas semanas, que foram menos alunos, a gente achava que eles iam querer brincar. E eu passava a atividade, eles sentaram e fizeram. **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

A gente ajudou a montar e mexer nas sequências. Na sala de aula, ajudamos mais os alunos, porque a Laynara expõe aquilo que a gente montou juntas. **(ENT, 04/12/2012, LIC Camille)**

No decorrer do ano de 2012, quatro sequências de fichas de atividades, previamente planejadas pelo grupo de estudos, foram discutidas de forma coletiva pelos estudantes.

Ao elaborar essas sequências, pensamos num modo generalizado de ação, que não consistia simplesmente na resolução de uma atividade. Tanto em relação ao professor quanto em relação aos estudantes, de modo respectivo, a atividade envolveu as necessidades que conduziam aos motivos (organização do ensino e apropriação dos conhecimentos teóricos), objetivos (ensinar e aprender), ações (definição de procedimentos e resolução de problemas) e operações (utilização dos recursos metodológicos voltados para o ensino e para a aprendizagem), os quais foram delineados nas reuniões do grupo de estudos e incorporados às aulas da

professora regente, possibilitando que professor e estudantes estivessem “em atividade”.

O quadro a seguir explicita os elementos fundamentais desse episódio que correspondem à ideia central e às ações intencionais da pesquisadora, que revelaram percepções das participantes acerca das manifestações do pensamento matemático:

| IDEIA CENTRAL                                | AÇÕES INTENCIONAIS | MANIFESTAÇÕES   |
|--|--------------------|---|
| Múltiplos olhares das participantes do grupo | Entrevistas.       | <p>A necessidade das apresentações orais como uma forma de percepção dos conceitos.</p> <p>Necessidade da interação entre estudantes e professor, e de explicações orais como um modo de organização do pensamento matemático.</p> <p>A importância da mediação do professor e das fichas de atividades para a mobilização do desenvolvimento do pensamento matemático.</p> |

QUADRO 9 - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 5

FONTE: A AUTORA (2014)

No próximo episódio, selecionamos recortes das entrevistas e dos depoimentos, que evidenciam os resultados percebidos nos estudantes, segundo a perspectiva das participantes do grupo de estudos e dos próprios estudantes.

#### 2.6.6 Episódio 6 - Contemplando resultados

Dezembro de 2012. Encerramento dos trabalhos no grupo de estudos. Entrevistas com as participantes.

Foi durante as entrevistas individuais que as participantes revelaram a sua compreensão de como as ações intencionais desenvolvidas pela professora decorrem das discussões realizadas no interior do grupo de estudos sobre as metodologias de ensino e sobre as fichas de atividades. Isso refletiu num modo de pensar e de produzir dos estudantes daquelas três turmas, que se manifestou nos trabalhos em equipes, nas apresentações orais e nos registros escritos.

#### Cena 1 - Reflexões no grupo: a percepção dos resultados nos estudantes

Ao estabelecer objetivos para cada sequência, pensamos nos resultados possíveis que seriam alcançados pelos estudantes em cada uma delas. De acordo com Núñez (2009, p. 81):

Toda atividade humana se realiza sobre a base de finalidades ou objetivos que orientam as ações humanas em direção às suas metas. A correlação entre o objetivo da atividade de aprendizagem e os motivos que levam o sujeito à execução da ação permite revelar os diferentes sentidos pessoais que a aprendizagem tem para o aluno.

Nesse contexto, após as reuniões no grupo, todas as participantes realizavam as observações na escola pensando em buscar um resultado, uma mudança na forma de pensar e de registrar dos estudantes.

Na cena a seguir, Juliana, Carla e Laynara relatam sobre as mudanças e os resultados observados nos estudantes. Vale destacar que o olhar de Laynara, embora se volte para os estudantes nos momentos em que ela se coloca como participante do grupo, ocorre de forma muito mais intensa nos momentos em que ela atua como professora regente das turmas envolvidas na pesquisa.

[...] depois foram entrando no ritmo porque a gente foi apresentando atividades que a gente elaborava e discutia. Chegava, aplicava essas atividades e eles aceitavam. Com o passar do tempo, eles foram aceitando mais e criou-se uma intimidade. Essa intimidade, essa relação abriu as portas, abriu a cabecinha deles. Na verdade, eles passaram a entender qual era a nossa proposta. E colaboraram muito. Foi bem bacana poder observá-los, ter essa aproximação com eles, até pra gente refletir qual é a melhor forma da gente elaborar uma aula, apresentar um assunto, no futuro, e como que a gente consegue desdobrar e desenvolver esse assunto em sala de aula. Então foi bem bacana. **(ENT, 05/12/2012, LIC Juliana)**

Estou saindo feliz esse ano com tudo que foi feito, vendo os alunos, vendo a mudança que houve. Fica aquele pensamento de dever cumprido, aquela tranquilidade. **(ENT, 05/12/2012, LIC Carla)**

O resultado que eu tive nesse ano foi muito bom. Fiquei muito feliz com o que eu consegui ensinar, o que eu consegui produzir com os meus alunos. Eu vejo os resultados, o quanto eles aprenderam e cresceram nessa parte matemática. Você percebe que a fala deles já tem mais conceito, mais noção das coisas. A noção que eles têm de álgebra, da incógnita. Já estão dominando aquilo. **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

Você percebe na criança o resultado. Você ensina e, em geral, eles aprendem e isso é muito gostoso. Você vai ter que ensinar de novo. Mas eles vão aprendendo, vão caminhando e crescendo. Você se sente muito ativa dentro deles e eles são muito ativos dentro da gente. Como esses alunos mexem e mudam a gente também. **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

Quando eu pedi os textos para os alunos, eles sabem dizer que aprenderam muita coisa. Foi muito legal. Eles sabem lembrar de conceitos e coisas que eles aprenderam mesmo. E isso foi muito válido. **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

Trabalham não só o operacional, mas explicam como que fazem essa conta, como que tiveram esse raciocínio, como que chegam nessa resposta, principalmente nas atividades onde a gente pedia pra falar o que aprenderam. Isso é muito legal porque a gente consegue entender o que ele aprendeu e eu acho que para o aluno pensar no que ele aprendeu. Eles tiveram essa evolução, de ter pensamento matemático. Hoje, conseguem falar de conceitos e trabalhar. Melhoraram bastante. **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

E eu passava a atividade, eles sentaram e fizeram. E vinham perguntar e discutir. A pergunta deles melhorou. Eles conseguem ter dúvida. Coisa que quem não sabe nada, não tem dúvida. Fiquei satisfeita porque todo esse nosso trabalho deu certo, deu bons resultados. Por isso que dá muita vontade de continuar lá mais um ano. Você faz e constrói tanta coisa... **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

Na continuidade da cena, Camille e Juliana demonstram também as mudanças geradas nelas mesmas sobre o papel das metodologias e revelam seu desejo de serem professoras enquanto criam expectativas quanto ao seu rumo profissional:

[...] tive outras visões na questão de metodologias de ensino. A gente viu muitas coisas diferentes, aquele de equações que a gente montou, a do *facebook* de trazer reportagem, essa dos sólidos. Na verdade eu conhecia pelos textos, mas na hora que a gente faz, tem que pensar em um monte de coisa. Valeu muito pra isso, pra ser um profissional diferente desse só quadro, livro, quadro, e poder usar outras várias coisas. **(ENT, 04/12/2012, LIC Camille)**

Teve uma atividade que a gente passou o videozinho, mas pelo menos a professora Laynara explicou o que era. Ela passou o videozinho, oito minutinhos, explicou e deu sequência nas outras aulas. A gente tem que se preparar pra levar maneiras diferentes de trabalhar na sala de aula, com as ferramentas que estão liberadas pra todo mundo. **(ENT, 05/12/2012, LIC Juliana)**

Ao ancorar-me nas ideias centrais da teoria proposta por Vygotsky e nas concepções de seus colaboradores e de seus contemporâneos, pude compreender como a intencionalidade da atividade pedagógica influencia o modo de pensar matemático dos estudantes.

O professor, por meio de suas ações de organização do ensino e do planejamento das intervenções realizadas pelas situações desencadeadoras de aprendizagem que, nesta pesquisa, são representadas pelas fichas de atividades, propicia o desenvolvimento do pensamento matemático de seus estudantes, à medida que prioriza a mediação estabelecida entre ele e os estudantes, bem como entre os estudantes com seus pares.

Quanto mais o professor orientar suas ações de ensino para o modo de pensar matemático, mais ainda ele terá possibilidade de analisar as manifestações

do pensamento matemático, para que outras ações voltadas para esse pensamento sejam incorporadas às suas vivências em sala de aula.

A busca por esse entendimento permeou toda a pesquisa, determinou a seleção dos dados a serem analisados e, principalmente, influenciou na escolha de episódios que analisam as manifestações do pensamento dos estudantes, possibilitadas pelas ações intencionais de um professor e de um grupo de estudos.

Na cena a seguir, encerramos os episódios descrevendo os depoimentos dos estudantes, ao final da pesquisa de campo.

## Cena 2 - Depoimentos dos estudantes: percepção dos resultados

Nessa cena, tendo em vista os meus anseios, selecionei os depoimentos que traduzem alguns resultados alcançados, segundo a perspectiva dos estudantes, destacando a efetivação da aprendizagem, a interação nos grupos, a reflexão compartilhada, o respeito entre os colegas e a percepção de como algumas metodologias de ensino influenciam no modo de produzir e de pensar sobre os conteúdos trabalhados.

O que eu mais gostei foi a equação com desenhos. Aquele lá foi legal, interessante de pensar um pouco. **(DEP, 29/11/2012, E15)**

Bom, eu sou nova aqui, mas desde que eu cheguei aprendi bastante coisa, aprendi mais aqui do que no meu outro colégio, porque a professora Laynara ensina muito bem. **(DEP, 29/11/2012, E16)**

As aulas delas são bem divertidas, as atividades legais. **(DEP, 29/11/2012, E17)**

Quando você não entende uma matéria, ela repassa várias vezes, até a gente entender. **(DEP, 29/11/2012, E18)**

E não é aquela coisa chata de ficar só passando no quadro sem a gente entender nada. **(DEP, 29/11/2012, E19)**

Ela também explica, passa vídeos e atividades bem legais. Deixa a gente interagir bem com a atividade. **(DEP, 29/11/2012, E20)**

Gostei bastante das aulas de Matemática porque elas desenvolvem o nosso raciocínio, achei bem legal participar das reportagens, ajuda a gente a perceber melhor as coisas [...] **(DEP, 29/11/2012, E21)**

Desde o começo do ano, a gente achou muito legais as aulas da professora porque ela passa coisas pra gente em grupo, que a gente pudesse dividir. **(DEP, 29/11/2012, E22)**

Ela sempre quis que a gente trabalhasse em grupo, que um ajudasse o outro, que todo mundo fosse companheiro [...] **(DEP, 29/11/2012, E23)**

Ela sempre explica muito bem a matéria, pede pra gente fazer em dupla porque parece que a gente aprende mais ou entende melhor a matéria. **(DEP, 29/11/2012, E24)**

A gente fez bastante trabalhos em dupla e ajudou a gente a se relacionar melhor com as outras pessoas da sala. **(DEP, 29/11/2012, E25)**

Esse ano a gente fez coisas bem diferentes, não foi nada igual aos outros anos. A gente fez atividades bem legais. Os professores são ótimos. A gente consegue aprender bastante com eles. **(DEP, 29/11/2012, E26)**

A gente fez trabalhos de medições, fez trabalhos do *facebook*, várias coisas diferentes que a gente nunca tinha feito em outros anos. **(DEP, 29/11/2012, E27)**

A aula foi muito desenvolvida entre nós. A professora tentou fazer um grupo de pessoas para solucionar todas as coisas que ela passou. **(DEP, 29/11/2012, E28)**

No final de novembro de 2012, realizei o último dia da pesquisa de campo. Ao invés de carregar comigo uma sensação de tranquilidade, estava apreensiva, pois almejava encontrar, nos breves depoimentos dos estudantes, uma compreensão daquilo que realizamos enquanto grupo durante as observações na escola. Quando assisti às filmagens dos depoimentos, veio à tona um desejo de abraçar outros projetos nesse formato.

Entendo que à medida que o professor permite uma relação de colaboração com seus estudantes, ele passa a desenvolver neles uma nova forma de olhar para

a Matemática, para as ideias matemáticas e para os modos de pensar e de registrar matematicamente. Isso está presente não só na fala dos próprios estudantes como também em suas formas de compartilhar ideias e estabelecer os resultados coletivamente, apresentando uma disposição diferente de outros anos, como eles mesmos relataram.

Ao me debruçar sobre o modo como os estudantes desenvolveram seu pensamento matemático, formularam ideias, construíram os conceitos, sistematizaram e registraram o que pensaram, bem como sobre as explicações orais de como pensaram, dirigi-me à concretização desse estudo e a novas possibilidades de pesquisa embasadas nas teorias adotadas.

O quadro a seguir explicita os elementos fundamentais desse episódio que correspondem à ideia central e às ações intencionais da pesquisadora, que revelaram percepções dos resultados nos estudantes, segundo a perspectiva das participantes do grupo e dos próprios estudantes:

| <b>IDEIA CENTRAL</b>     | <b>AÇÕES INTENCIONAIS</b>                      | <b>MANIFESTAÇÕES</b>   |
|--------------------------|--|--|
| Percepção dos resultados | Entrevistas.<br><br>Proposição de depoimentos. | A importância da intencionalidade pedagógica para o desenvolvimento do pensamento matemático.<br><br>A necessidade da interação entre os estudantes para a mobilização do desenvolvimento do pensamento matemático<br><br>Percepção de que as ações do professor e as fichas de atividades possibilitam a formação de conceitos matemáticos. |

QUADRO 10 - SÍNTESE EXPLICATIVA DO EPISÓDIO 6

FONTE: A AUTORA (2014)

### 3 ANALISANDO O DOCUMENTÁRIO

#### 3.1 UM OLHAR PARA O PENSAMENTO MATEMÁTICO DOS ESTUDANTES

O olhar cuidadoso das participantes do grupo de estudos para o modo de pensar matemático e para a produção dos estudantes revelou um modo de ver a formação de professores. Tal formação é relevante no contexto do ensino e da aprendizagem, pois são as intervenções do professor e a sua maneira de agir e de organizar o ensino que auxiliam no desenvolvimento do pensamento e possibilitam as manifestações desse. Essas se destacavam nas aulas, durante a aplicação das sequências, na forma como os estudantes formulavam ideias, construíam os conceitos, sistematizavam e registravam o que pensavam e, também, nas suas explicações de como pensavam.

Ao me debruçar sobre os dados, pude compreender que o desenvolvimento do modo de pensar matemático dos estudantes é possibilitado pela ação docente. Assim, uma forma de analisar o documentário é voltar o nosso olhar para os episódios, aprofundando-nos em alguns dos aspectos teóricos que dão suporte à análise das cenas apresentadas.

Primeiramente, destaco que, ao adotar a Teoria Histórico-Cultural da psicologia como uma das principais referências deste trabalho, devemos considerar que a mente humana é social e culturalmente construída. Essa teoria foi elaborada na antiga União Soviética, entre as décadas de 1920 e 1930, a partir dos estudos de Vygotsky (2008), quando esse autor defendeu que há contribuição para um progresso essencial ao se desvendar o problema do pensamento e da linguagem como a questão central da psicologia humana.

Lucci (2006, p. 5), ao estudar o referido autor, fez algumas considerações sobre questões essenciais da teoria:

a) o homem é um ser histórico-social ou, mais abrangentemente, um ser histórico-cultural; o homem é moldado pela cultura que ele próprio cria;

b) o indivíduo é determinado nas interações sociais, ou seja, é por meio da relação com o outro e por ela própria que o indivíduo é determinado; é na linguagem e por ela própria que o indivíduo é determinado e é determinante de outros indivíduos;

c) a atividade mental é exclusivamente humana e é resultante da aprendizagem social, da interiorização da cultura e das relações sociais;

d) o desenvolvimento é um longo processo marcado por saltos qualitativos que ocorrem em três momentos: da filogênese (origem da espécie) para a sociogênese (origem da sociedade); da sociogênese para a ontogênese (origem do homem) e da ontogênese para a microgênese (origem do indivíduo único);

e) o desenvolvimento mental é, em sua essência, um processo sociogenético;

f) a atividade cerebral superior não é simplesmente uma atividade nervosa ou neuronal superior, mas uma atividade que interiorizou significados sociais derivados das atividades culturais e mediada por signos;

g) a atividade cerebral é sempre mediada por instrumentos e signos;

h) a linguagem é o principal mediador na formação e no desenvolvimento das funções psicológicas superiores;

i) a linguagem compreende várias formas de expressão: oral, gestual, escrita, artística, musical e matemática;

j) o processo de interiorização das funções psicológicas superiores é histórico, e as estruturas de percepção, a atenção voluntária, a memória, as emoções, o pensamento, a linguagem, a resolução de problemas e o comportamento assumem diferentes formas, de acordo com o contexto histórico da cultura;

k) a cultura é interiorizada sob a forma de sistemas neurofísicos que constituem parte das atividades fisiológicas do cérebro, as quais permitem a formação e o desenvolvimento dos processos mentais superiores.

Lucci (2006, p. 7) sintetizou os aspectos citados acima, afirmando que:

[...] as funções psicológicas superiores são de origem social; estão presentes somente no homem; caracterizam-se pela intencionalidade das ações, que são mediadas. Elas resultam da interação entre os fatores biológicos (funções psicológicas elementares) e os culturais, que evoluíram no decorrer da história humana. Dessa forma, Vygotsky considera que as

funções psíquicas são de origem sociocultural, pois resultaram da interação do indivíduo com seu contexto cultural e social.

Nessa mesma perspectiva, Luria (2012) destacou três aspectos da psicologia proposta por Vygotsky: aspecto instrumental, que se refere à natureza mediadora de todas as funções psicológicas complexas; aspecto cultural, que envolve os meios socialmente estruturados pelos quais a sociedade organiza os tipos de tarefas que a criança em crescimento enfrenta e os tipos de instrumentos, tanto mentais como físicos, de que a criança pequena dispõe para dominar aquelas tarefas; e aspecto histórico, o qual considera que os instrumentos que o homem usa para dominar seu ambiente e seu próprio comportamento foram inventados e aperfeiçoados ao longo da história social do homem.

Além disso, Luria (2012, p. 52), a partir de pesquisas sobre as diferenças culturais de pensamento, conclui que:

[...] os modos de generalização, típicos do pensamento de pessoas que vivem em uma sociedade na qual suas atividades são dominadas por funções práticas rudimentares, diferem dos modos de generalização dos indivíduos formalmente educados. E tais processos são produto do ambiente cultural.

Como o foco desta pesquisa é a organização do ensino pelos professores, voltada para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, sendo o campo de estudo a sala de aula e, especialmente, a observação dos estudantes num ambiente formal de educação, entendo que a referida teoria pode explicar situações vivenciadas pelos estudantes, no que concerne às evidências do pensamento matemático. Tal explicação foi possível pela aproximação que se observou dos dados obtidos nas reuniões do grupo de estudos e nas observações na escola com os estudos e resultados obtidos por Vygotsky. Salientamos um desses resultados, pautando-nos em Bruner (1961). Segundo esse autor, Vygotsky considera que é a interiorização da ação manifesta que faz o pensamento, e, particularmente, é a interiorização do diálogo exterior que leva o poderoso instrumento da linguagem a exercer influência sobre o fluxo do pensamento.

Vygotsky dedicou seus estudos aos processos intelectuais de indivíduos de várias faixas etárias, ou seja, crianças, adolescentes e adultos. Entre esses estudos, voltou-se para a tarefa de explorar o comportamento das crianças pequenas,

constatando uma fase pré-linguística, no que diz respeito ao uso do pensamento, e uma fase pré-intelectual, quanto ao uso da fala, concluindo que, a certa altura, as linhas do desenvolvimento da fala e do pensamento se encontram. Conseqüentemente, o pensamento torna-se verbal e a fala racional.

Nessa perspectiva, Bruner (1961) enfatizou que Vygotsky acompanhou o desenvolvimento da criança, verificando a forma como ela adquire uma estrutura classificatória que torna possível o uso da linguagem como um instrumento lógico e analítico do pensamento, observando, incessantemente, as crianças aprendendo a falar e a solucionar problemas.

De acordo com o próprio Vygotsky (2008), é no significado da palavra que o pensamento e a fala se unem em pensamento verbal. Cada palavra é considerada uma generalização, pois ela não se refere somente a um objeto isolado, mas a um grupo ou classe de objetos. Uma palavra sem significado é um som vazio, que não mais faz parte da fala humana. Enfatizo isso no episódio 4, quando verifico na cena 4 como é importante corresponderem as palavras ao pensamento, mesmo que ainda a fala revele algumas incompreensões relacionadas aos conteúdos escolares:

[...] a relação entre pensamento e palavra passa por transformações que, em si mesmas, podem ser consideradas um desenvolvimento no sentido funcional. O pensamento não é simplesmente expresso em palavras; é por meio delas que ele passa a existir. Cada pensamento tende a relacionar alguma coisa com outra, a estabelecer uma relação entre as coisas. (VYGOTSKY, 2008, p. 157).

Além disso, Vygotsky desenvolveu um estudo experimental dos processos intelectuais dos adolescentes, observando como as formas primitivas de pensamento, gradualmente, desaparecem até o início da formação dos verdadeiros conceitos. Segundo esse pesquisador, a adolescência é menos um período de consumação do que de crise e de transição. Nesse sentido:

O caráter transitório do pensamento adolescente torna-se especialmente evidente quando observamos o funcionamento real dos conceitos recém-adquiridos. Os experimentos realizados com o objetivo específico de estudar as operações que os adolescentes efetuam com os conceitos revelam, em primeiro lugar, uma discrepância surpreendente entre a sua capacidade de formar conceitos e a sua capacidade de defini-los. (VYGOTSKY, 2008, p. 99).

Para além das ideias centrais de Vygotsky, encontramos em seus contemporâneos e colaboradores estudos pautados no pensamento teórico, formação de conceitos e, principalmente, no papel do professor e sua intencionalidade. Assim:

[...] procurando superar limitações do pensamento de L. S. Vygotsky, Leontiev dá destaque à atividade na compreensão da formação das funções psicológicas superiores. Essas reflexões teóricas têm implicações importantes para a aprendizagem escolar. A formação de conceitos sistematizados na escola é um processo (atividade) social, mediado e culturalmente contextualizado. Apropriar-se de conceitos significa apropriar-se dos tipos de atividades nos quais esses conceitos entram e se orientam para o desenvolvimento integral da personalidade do aluno. (NÚÑEZ, 2009, p. 88)

A seguir, explico as ideias desses autores utilizadas nesta dissertação e de outros pesquisadores cujos trabalhos convergem para a pergunta norteadora desta pesquisa: *Como a intencionalidade da atividade pedagógica influencia o modo de pensar matemático dos estudantes?*

### 3.1.1 Pensamento teórico e formação de conceitos

Como entendo que o modo de pensar matemático dos estudantes tem relação estreita com o pensamento teórico, com a formação de conceitos e com a interação entre os próprios estudantes e também entre eles e o professor, estabeleci que, para estudar o pensamento matemático dos estudantes de três turmas de sétimo ano de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Curitiba, manteria o foco nos aspectos presentes na Teoria Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade.

Inicialmente, proponho determos nosso olhar sobre o pensamento teórico e a formação de conceitos. Para Davydov<sup>29</sup> (1986, *apud* NÚÑEZ, 2009, p.49), o pensamento científico-teórico exige que o estudante oriente-se em relação ao conteúdo do conceito e às formas de estruturação do conhecimento. Dessa forma, podemos entender, de modo mais preciso, como se dispõem as operações do pensamento teórico:

---

<sup>29</sup> Nas referências encontramos duas grafias para o nome desse pesquisador: Davídov e Davydov.

Num processo de apropriação do conhecimento teórico, entendido como objeto da aprendizagem, estruturam-se as operações do pensamento teórico. Tais operações devem ser também o objeto da aprendizagem, tornado possível pela atividade de ensino, num movimento de análise e síntese que vai do geral ao particular, do abstrato ao concreto. Esta, ao desencadear a apropriação do conhecimento teórico, favorece a estruturação de um tipo particular de pensamento, o teórico. É importante, ainda, que as operações do pensamento (abstração, generalização e formação de conceitos) sejam desenvolvidas nos estudantes de diferentes faixas etárias. (MOURA *et al.*, 2010, p. 215).

Baseando-se em Davydov (1982), os pesquisadores Cedro, Moraes e Rosa (2010, p. 431-432) afirmam que é necessário modificar o tipo de princípios didáticos que regem o ensino a fim de que a escola cumpra a sua função – a formação do pensamento teórico. Quando se trata do ensino da Matemática, esses autores acreditam numa fundamentação nos conhecimentos científicos dessa área do saber, em que o estudante seja o sujeito do seu próprio conhecimento, ao invés de um ensino memorístico, mecânico, reprodutivo e superficial.

Nesse sentido, Davydov (1982, *apud* Cedro, Moraes e Rosa, 2010, p. 431-432) entende que, desde os anos iniciais, o ensino deve estar voltado à formação do pensamento teórico nas crianças, articulando-se o conteúdo aos procedimentos metodológicos, visando à apropriação teórica dos conhecimentos matemáticos pelos estudantes.

Também busquei em Vygotsky (1996, p. 81, *apud* Moura *et al.*, 2010, p. 216) respaldo teórico para a compreensão do termo conceito:

É o reflexo objetivo das coisas em seus aspectos essenciais e diversos; se forma como resultado da elaboração racional das representações, como resultado de ter descoberto os nexos e as relações desse objeto com outros, incluindo em si, portanto, um amplo processo de pensamento e conhecimento que, dir-se-ia, está concentrado nele.

A seguir, retomo algumas cenas dos episódios que enfatizam o pensamento teórico e a formação de conceitos, procurando refletir sobre as ações que o professor desenvolve quando prioriza tais aspectos.

Na cena 1, do episódio 3, para introduzir a ideia de número áureo, a professora apresenta o lado histórico desse conceito por meio de um vídeo, relacionando-o a obras de arte, a situações do cotidiano dos estudantes e aos elementos da natureza, o que concorda com a perspectiva de Cedro, Moraes e Rosa

(2010). Os referidos autores apontam que, nos processos de ensinar e aprender Matemática, devemos considerar a sua dimensão histórica em interdependência com os aspectos lógicos do conhecimento, o que constitui um modo de desenvolver os conhecimentos matemáticos considerando o seu processo de produção. Nessa perspectiva, Moretti (2007, p. 97) destaca a importância da compreensão das necessidades da humanidade na direção da construção social dos conceitos, associando-se os aspectos histórico e lógico no conhecimento de um objeto.

Aliando-se a isso, há um recorte da entrevista realizada com a professora das três turmas envolvidas na pesquisa que, ao se deparar com alguns conteúdos, percebeu a necessidade da formação de um conceito, iniciando pela sua construção social, a qual envolve questões lógico-históricas:

Eu sei fração, fazer conta com fração, mas será que realmente sei ensinar de uma maneira viável, que eles entendam, aprendam, porque é muito diferente eu saber, sei pra mim. Isso foi uma grande descoberta e fui tendo experiências com eles que foram me esclarecendo certos pontos do conceito, do porquê fazer a conta desse jeito. Nesse momento de tentar explicar pra eles é que realmente vivi um processo de construção de Matemática. Porque pra você explicar número negativo, você tem que tentar entender de onde surgiu o pensamento, a necessidade. E fazer com eles uma experiência. **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

Por isso que é construção. Porque eu sei fazer a conta, mas é muito diferente. Vejo essa experiência com Matemática, não só do como ensinar, mas dessa construção. Até fui construir alguns conceitos que não estavam aprofundados, porque só vi na escola, na idade deles. E na faculdade a gente não tem isso tudo de novo. Você tem um outro conteúdo, outra ideia. Você não retoma essa ideia, por exemplo, de construção dos números inteiros. E na faculdade, jamais. Então, você tem que refletir com tudo aquilo que você aprendeu a mais, de bagagem. **(ENT, 11/12/2012, PR Laynara)**

Nessa perspectiva, eu e as demais pesquisadoras procuramos suporte em Moura *et al.* (2010). Esses pesquisadores acreditam que o ensino é uma forma “necessária e relevante” no desenvolvimento das funções psíquicas superiores, durante a apropriação pelos estudantes de “conceitos impregnados de experiência histórica”. Para eles, o ensino tem como finalidade a aproximação dos estudantes de determinado conhecimento, o que pressupõe que o professor compreenda o seu objeto de ensino, o qual será objeto de aprendizagem para os estudantes.

Em relação à organização do ensino, os citados pesquisadores defendem a necessidade dessa organização, de modo que o professor realize atividades adequadas para a formação do pensamento teórico do estudante. Com isso,

As atividades de ensino, ao possibilitarem, aos indivíduos, a apropriação do conhecimento teórico (conceito), proporcionam a formação do pensamento teórico, o que leva ao seu desenvolvimento. Nesse sentido, o pensamento teórico surge como um dos elementos formadores da personalidade. Em outras palavras, o trabalho pedagógico com os estudantes deve ser orientado a formar neles uma posição vital ativa, o que significa desenvolver a necessidade de criar o pensamento teórico como fundamento interno da personalidade humana. (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010, p. 443).

Como pressuposto teórico, Cedro, Moraes e Rosa (2010, p. 442) assumem que os estudantes, ao compreenderem os princípios gerais de um conhecimento, devem saber lidar com as variações particulares, com poucas intervenções do outro (professor, formadores, pares mais experientes). Esses autores também consideram que:

Em um determinado momento do processo histórico da Matemática, quando a humanidade só havia desenvolvido os números naturais, seria aceitável despende de algum tempo do trabalho escolar para o ensino-aprendizagem dos mesmos. Mas, hoje, o conceito de número não só foi ampliado e recebeu maior precisão, como também foi renovado como um sistema integral. (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010, p. 435).

Assim:

[...] primeiro, as crianças implementam a ação de distinguir algumas relações gerais e, só depois disso, tentam encontrar as várias características particulares da relação. Em outras palavras: por meio de suas ações, as crianças traçam as condições nas quais as concepções particulares se originam. (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010, p. 436).

Para além dessas ideias, Núñez (2009, p.57) afirma que “investigações posteriores a Vygotsky (em específico as de A. N. Leontiev) permitiram esclarecer que o processo de formação de conceitos científicos impõe como condição a definição do tipo de atividade necessária para sua formação”.

Em relação a isso, na cena 3, do episódio 2, reportamo-nos a Leontiev (1985, *apud* Núñez, 2009), teórico que defendeu que a prática é conceitual. Nessa cena, voltamos o olhar para uma dupla de estudantes, as quais desenvolveram

atividades, que as motivaram a mobilizar, inicialmente, algumas tentativas de resolução e, posteriormente, o conceito de equações. Para contribuir nesse processo de aprendizagem, as participantes do grupo de estudos elaboraram e organizaram as atividades, visando à assimilação dos conceitos envolvidos nelas.

Esse procedimento está em consonância com a Teoria da Atividade, pois essa privilegia ações relacionadas com a formação e a aplicação de conceitos. Por isso, o professor deve organizar o ensino de modo a considerar a atividade que conduz à formação, à assimilação do conceito. Para isso, deve levar em conta as ideias presentes na citação de Núñez (2009), da cena 3, do episódio 4, que basicamente trata da generalização e abstração dos conceitos, considerando que um mesmo conjunto de objetos pode referir-se a diversos conceitos.

Nesse sentido, Davydov (1982, p. 31, *apud* Cedro, Moraes e Rosa, 2010, p. 430) explica que dominar um conceito significa “dominar a totalidade de conhecimentos sobre os objetos a que refere ao conceito dado”.

Procurando entender algumas cenas escolhidas, reportamo-nos aos referenciais teóricos presentes nessa seção e finalizamos com o que foi observado nas cenas a seguir sobre a formação de conceitos:

- Cena 1, Episódio 2 - a professora enfatiza as diferentes formas de resolução das atividades. Porém, a maioria dos estudantes acreditou que resolver por meio das equações seria o ideal, mesmo ainda não dominando esse conteúdo.
- Cena 3, Episódio 2 - duas estudantes percebem que precisariam recorrer a um conhecimento sistematizado, por meio de uma equação para resolver a ficha de atividade proposta.
- Cena 3, Episódio 3 - ressaltamos as dificuldades apresentadas pelos estudantes que, por não pensarem previamente nas apresentações orais dos resultados encontrados na resolução das atividades, acabaram por não esgotar as possibilidades de registro das soluções. Assim, ao apresentar oralmente os resultados, foram diagnosticadas muitas incompreensões nas falas das equipes, demonstrando que os estudantes não se apropriaram dos conceitos trabalhados.

A partir disso, vale destacar que a nossa intenção durante a realização da pesquisa de campo foi fazer com que os estudantes desenvolvessem seu pensamento matemático por meio das sequências de fichas de atividades que

elaboramos, sendo o professor um mediador e colaborador para a formação desses conceitos, em todo o processo.

A seguir, está apresentada a interação entre estudantes, entre esses, o professor e os participantes do grupo de estudos, bem como a comunicação dos resultados das fichas de atividades, os quais contribuem para o desenvolvimento do modo de pensar matemático.

### 3.1.2 Interação e Comunicação

Desde o primeiro episódio, proporcionamos momentos de interação e de discussão em pequenos grupos, durante a aplicação das sequências de fichas de atividades na escola. Direcionamos os estudantes para aquilo que ainda não eram capazes de realizar, considerando novas formas de compreensão das ideias matemáticas, novos esquemas de resolução e de discussão das estratégias adotadas, pois:

[...] as pesquisas dos psicólogos mostraram que a aptidão para a aprendizagem é, na verdade, resultado de uma determinada interiorização, de maneira que a atividade de aprendizagem se apresenta, essencialmente, sob a forma de uma atividade realizada em comum. (RUBTSOV, 1996, p. 134, *apud* MOURA *et al.*, 2010, p. 211).

Um exemplo disso é a cena 2, do episódio 1, em que os estudantes, primeiramente, organizavam-se em equipes, com o objetivo de realizar as fichas de atividades, as quais consistiam na resolução de problemas, iniciando pela leitura do problema, discussão das possíveis estratégias para resolvê-lo, registro das estratégias adotadas e resultados encontrados.

Assumindo a perspectiva de Vygotsky, Rego (2011) explica que o longo caminho do desenvolvimento humano segue a direção do social para o individual, o que implicou, nessa pesquisa, numa ação partilhada entre os estudantes de cada equipe. Isso nos remete ao princípio de formação das funções psíquicas superiores, presentes na psicologia histórico-cultural:

[...] portanto, se pergunta de onde nascem, como se formam, de que modo se desenvolvem os processos superiores do pensamento infantil, devemos responder que surgem no processo de desenvolvimento social da criança, por meio da translação a si mesma de formas de colaboração que a criança assimila durante a interação com o meio social que a rodeia. Vemos que as formas coletivas de colaboração precedem às formas individuais da conduta, que crescem sobre a base das mesmas e constituem suas progenitoras diretas e as fontes de sua origem. (VYGOTSKY, 1997, p. 219, *apud* MOURA *et al.*, 2010, p. 225).

É interessante observar que na cena 3, do episódio 1, os próprios estudantes relatam sobre a importância do trabalho em grupo. Já no episódio 5, cena 2, destacamos as falas das participantes do grupo de estudos sobre o papel de mediação do professor e citamos Moura *et al.* (2010) que, assumindo a perspectiva de Vygotsky, considera que as relações intrapsíquicas (atividade individual) constituem-se a partir das relações interpessoais (atividade coletiva).

Da mesma forma, Davydov (1988, *apud* Cedro, Moraes e Rosa, 2010, p. 437) afirma que a interiorização constitui a transformação da atividade coletiva (experiência social) em uma atividade individual (experiência do indivíduo). Essa transformação é possível por meio da comunicação entre as pessoas.

Cedro, Moraes e Rosa (2010, p. 437) complementam afirmando que:

[...] a relação entre atividade coletiva e individual está fundamentada também na tese vigotskiana de que o conhecimento ocorre em um primeiro momento no social (interpessoal) para se transformar em individual (intrapessoal). Essa transformação não é imediata, ao contrário, constitui um longo processo de desenvolvimento.

Na cena 1, do episódio 5, enfatizamos a comunicação e a representação de ideias matemáticas. Partindo disso, reportamo-nos a Leontiev ([197-], *apud* Cedro, Moraes e Rosa, 2010, p. 428), pois esses autores esclarecem que todo homem nasce candidato a ser humano, mas somente se constituirá como tal ao se apropriar da cultura produzida pelos homens. Assim, o processo de apropriação da cultura humana é resultado da atividade efetiva do homem sobre os objetos e o mundo circundante, mediados pela comunicação.

Na cena 3, do episódio 5, buscamos suporte nas considerações de Moura *et al.* (2010, p.212) sobre a atividade realizada em comum, as quais complementamos reportando-nos a Rubtsov (1996, *apud* MOURA *et al.*, 2010, p. 212), que descreve as características de uma atividade coletiva:

- a repartição das ações e das operações iniciais, segundo as condições da transformação comum do modelo construído no momento da atividade;
- a troca de modos de ação, determinada pela necessidade de introduzir diferentes modelos de ação, como meio de transformação comum do modelo;
- a compreensão mútua, permitindo obter uma relação entre, de um lado, a própria ação e seu resultado e, de outro, as ações de um dos participantes em relação a outro;
- a comunicação, assegurando a repartição, a troca e a compreensão mútua;
- o planejamento das ações individuais, levando em conta as ações dos parceiros com vistas a obter um resultado comum;
- a reflexão, permitindo ultrapassar os limites das ações individuais em relação ao esquema geral da atividade (assim, é graças à reflexão que se estabelece uma atitude crítica dos participantes com relação às suas ações, a fim de conseguir transformá-las, em função de seu conteúdo e da forma do trabalho em comum). (RUBTSOV, 1996, p. 136).

Somando-se a isso, Santos (2009) salienta que a ênfase e o significado do tema da comunicação e linguagem na aula de Matemática resultam de concepções de como se dá o processo de construção de conhecimento pelos sujeitos, considerando-se nesse processo:

o papel da atividade do indivíduo e da sua interação com o ambiente e com outros sujeitos; o reconhecimento da presença e da forte influência de instrumentos mediadores (materiais ou simbólicos); a compreensão de que o desenvolvimento dos conceitos pressupõe o desenvolvimento de funções intelectuais (atenção, memória lógica, abstração, capacidade de comparação e diferenciação etc.); as transformações e o delineamento do papel da instituição escolar. (SANTOS, 2009, p. 120).

E mais:

Via de regra, no processo de aprendizagem, configura-se uma variedade – de representações, de registros (orais ou escritos) – peculiar à aula de Matemática, um misto de linguagem corrente e linguagem matemática, o uso alternado ou simultâneo de uma ou de outra, que permite indicar as versões/aproximações conceituais feitas pelos estudantes, o que inclui também diferentes tipos de dificuldade. (SANTOS, 2009, p. 120).

Em relação a isso, na cena 1, do episódio 5, reportamo-nos a Cândido (2001), pois essa autora enfatiza que a verbalização do que foi escrito, representado e esquematizado por um estudante ou uma equipe de estudantes, permite a modificação de seus conhecimentos prévios e a construção de novos significados para as ideias matemáticas.

Ao dialogar com esses estudiosos e pesquisadores, possibilitamos reflexões sobre as atividades de aprendizagem, concordando com a importância da interação e da comunicação em cada equipe, o que contribuiu para o desenvolvimento no

modo de pensar matemático dos estudantes pela apropriação dos conhecimentos teóricos. Portanto, organizamos o ensino, de modo que priorizássemos em todos os episódios as formas coletivas de colaboração, as discussões entre os estudantes e as apresentações orais das conclusões de cada equipe para propiciar o desenvolvimento das funções psíquicas superiores e, conseqüentemente, possibilitar a formação de conceitos.

A seguir, apresentamos como se deu o trabalho no grupo de estudos, destacando a formação de um ambiente investigativo, a elaboração de fichas de atividades, as ações intencionais e a mediação.

### 3.2 O PAPEL DO GRUPO

Nesta parte, elencamos a formação de um ambiente investigativo, elaboração das fichas de atividades, a intencionalidade da atividade pedagógica e a mediação como os principais aspectos que norteiam o trabalho no grupo de estudos enquanto possibilitador do desenvolvimento do pensamento teórico e da interação entre os estudantes.

Nessa perspectiva, destacamos o posicionamento de Moretti e Moura (2010, p. 354), ao analisar pesquisas acerca da Teoria da Atividade e da formação de professores:

[...] o conceito de atividade colaborativa tem como cerne o processo de cooperação entre os sujeitos envolvidos na atividade investigada, de modo que tal atividade se apresente como uma *atividade realizada em comum* ou *atividade coletiva*.

Esses autores concluem seu artigo com a constatação de que:

Esse processo de trabalho e de formação no espaço coletivo permite-nos questionar a primazia da competência individual dos sujeitos como conceito nuclear para a formação de alunos e professores e explicita a necessidade de que sejam criadas condições de trabalho colaborativo nas escolas visando sua importância nos processos de formação inicial e continuada de professores. (MORETTI; MOURA, 2010, p. 358)

A seguir, apresentamos a resolução de problemas e investigações matemáticas enquanto metodologias de ensino que contribuem para o fortalecimento e a construção de cenários possíveis de investigação em sala de aula.

### 3. 2. 1 Formando um ambiente investigativo

Elaboramos sequências de fichas de atividades em consonância com a sequência curricular, privilegiando o uso pelo professor do trabalho em equipes e de metodologias de ensino que se distanciavam de aulas expositivas. Primeiramente, com o objetivo de determinar o foco da pesquisa e, posteriormente, captar como os alunos organizavam seu pensamento matemático, possibilitamos a formação de um ambiente investigativo em todos os episódios descritos na segunda parte deste trabalho. De acordo com Skovsmose (2008), esse ambiente trata-se de um ambiente de aprendizagem que oferece recursos para fazer investigações e pode dar suporte a um trabalho de investigação. Na maioria das vezes, Skovsmose chama esse ambiente de *cenário para investigação*. Sobre ele, destaca:

Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formular questões e a procurar explicações. O convite é simbolizado por seus “Sim, o que acontece se [...]?”. Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração. (SKOVSMOSE, 2008, p. 21).

Além disso, Skovsmose (2008) afirma que, quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, esse cenário torna-se um novo ambiente de aprendizagem, em que os estudantes são responsáveis pelo processo. Se aceitam o convite para adentrar em um ambiente investigativo, é porque eles enxergaram possibilidades interessantes de explorar esse ambiente e o consideraram, nesse momento, uma prioridade nos seus estudos.

Dentre as possibilidades que a Educação Matemática nos traz, nas discussões com o grupo de estudos, elencamos a resolução de problemas e investigações matemáticas como metodologias de ensino que contribuem para o fortalecimento e a construção de cenários possíveis de investigação em sala de

aula. Cabe, portanto, retomar os autores que apoiaram o trabalho com essas metodologias.

Durante as reuniões do grupo de estudos, houve a leitura de textos sobre resolução de problemas. Lourdes de La Rosa Onuchic foi a autora que mais se destacou nas nossas discussões e sustentou o trabalho com as primeiras fichas de atividades em sala de aula. O texto de Onuchic (1999), intitulado *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas*, apresenta um roteiro que possibilita aos estudantes e professor adotarem uma postura investigativa frente aos problemas que se apresentam e traçarem um plano de execução em conjunto para a resolução dos mesmos.

Ao organizar as fichas de atividades que envolvem resolução de problemas, baseamo-nos nesse plano delineado por Onuchic (1999), priorizando o registro dos estudantes, o que evidencia a organização do seu pensamento, levando-os a novos esquemas de resolução na sua equipe, o que é enriquecedor e fruto de novas descobertas.

Já nas duas últimas sequências, iniciamos um estudo sobre investigações matemáticas, apoiando-nos na leitura de artigos, mas principalmente nas ideias apresentadas pelo livro *Investigações matemáticas na sala de aula*<sup>30</sup>. Os autores dessa obra comprovam a importância dessa metodologia no processo ensino-aprendizagem, e as possibilidades de avanço quando se incorporam práticas investigativas. Desse modo,

[...] investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado. (PONTE *et al.*, 2009, p. 9).

Nessa perspectiva, investigar em Matemática assume um estilo de conjectura-teste-demonstração, em que se descobrem relações entre objetos matemáticos, procurando identificar as suas propriedades. Pode-se dizer que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar o problema a resolver.

---

<sup>30</sup> PONTE J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 160p.

Em Matemática, existe uma relação estreita entre problemas e investigações. No entanto, numa investigação, vai-se além da resolução do problema proposto. Outras descobertas se revelam importantes, até mais que a solução do problema inicial, mesmo porque as situações são mais abertas e a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição.

Portanto, o trabalho desenvolvido nas fichas de atividades com resolução de problemas e investigações matemáticas nos possibilitou focar no desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes, ampliando as possibilidades relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática.

A seguir, destacamos o papel da Teoria da Atividade para compreender a importância das fichas de atividades no desenvolvimento do modo de pensar matemático dos estudantes.

### 3.2.2 Fichas de atividades

No decorrer do ano de 2012, quatro sequências de fichas de atividades, previamente planejadas pelo grupo de estudos, foram discutidas de forma coletiva pelos estudantes. Para entendermos quais bases sustentam as leituras e discussões no grupo de estudos, de modo a viabilizar as aplicações das fichas de atividades, é necessário aprofundarmos alguns conceitos da Teoria da Atividade presentes nos episódios.

De acordo com Cedro, Moraes e Rosa (2010, p. 437), a elaboração das atividades de ensino orientada pelos pressupostos da AOE (Atividade Orientadora de Ensino) é caracterizada como um ato intencional. A AOE é constituída, especialmente, pela atividade de ensino elaborada pelo professor e a atividade de aprendizagem realizada pelo estudante. Assim:

[...] a organização do ensino é uma atividade em que os conhecimentos teóricos constituem seu conteúdo principal. A atividade orientadora de ensino, por sua vez, torna-se o modo geral de organização que contempla a situação coletiva e a gênese do conceito, as quais são objetivadas na situação desencadeadora de aprendizagem. Seu objeto é a transformação dos indivíduos no processo de apropriação dos conhecimentos teóricos.

Nesse movimento, o professor, ao organizar o processo de ensinar, também qualifica seus conhecimentos, por isso, a base de organização dessas ações (AOE) constitui a unidade de formação do professor e do estudante. (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010, p. 440).

Moura *et al.* (2010) explicita o que seria uma “atividade orientadora”:

O conceito de Atividade Orientadora de Ensino como fundamento para o ensino é dinâmico. Não é um objeto, mas sim um processo e como tal é voltado à apropriação dos conhecimentos teóricos que explicam a realidade em movimento conforme seus personagens e relações, constituindo-se de forma dialética na relação entre o ideal e o real e enquanto processo de ação e reflexão. A atividade é orientadora no sentido em que é construída na inter-relação professor e estudante e está relacionada à reflexão do professor que durante todo o processo sente necessidade de reorganizar suas ações por meio da contínua avaliação que realiza acerca da coincidência ou não entre os resultados atingidos por suas ações e os objetivos propostos. (MOURA *et al.*, 2010, p. 221).

Já Davydov (1988, *apud* Cedro, Moraes e Rosa, 2010, p. 429) ressaltou também a importância de se conhecer as características das atividades de aprendizagem, de saber como os escolares realizam suas ações no processo de aquisição do conhecimento, visto que tal conhecimento torna possível a aquisição de elementos para se pensar a organização do ensino e acompanhar os resultados do trabalho pedagógico. Com base nesse entendimento, os estudantes devem ser os próprios sujeitos das atividades por eles realizadas, tendo consciência das suas ações.

Nesse sentido, Núñez (2009, p. 66) explica que “o conceito de atividade não pode ser analisado separadamente do conceito de consciência. A consciência é, para Leontiev (1983), a reprodução da imagem ideal da atividade pelo sujeito, orientada a uma finalidade”. Moretti (2007) salienta esse caráter consciente da atividade humana:

[...] a atividade humana tem necessariamente um caráter consciente, o que implica, nesse processo de objetivação do projeto ideal, que o resultado da atividade existe duas vezes e em tempos diferentes: como resultado ideal - portanto, projeto e finalidade da atividade - e como produto real - resultados dos atos determinados pela vontade dentro das condições objetivas de produção. Como consequência do processo de trabalho, ou seja, da atividade humana adequada a um fim, o produto real pode estar muito distante do que foi projetado idealmente. No entanto, o homem busca, intencionalmente, adequar o real ao ideal. (MORETTI, 2007, p. 80)

Moretti (2007, p. 93) ainda reforça que “a atividade do aluno possibilita o desenvolvimento do pensamento teórico e do conhecimento sobre a realidade” e que “[...] o aluno em atividade, agindo sobre o objeto de conhecimento, transforma a realidade ao transformar a si próprio”. Com isso, pode-se afirmar que:

Compreender a educação como atividade nos faz refletir sobre as atividades no processo pedagógico. Em sendo o objeto da atividade pedagógica a transformação dos indivíduos no processo de apropriação dos conhecimentos, materializa-se por meio dessa ação, que é teórica e prática, a necessidade humana de apropriar-se dos bens culturais como forma de promoção humana. (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010, p. 428-429).

A partir das considerações realizadas sobre o conceito de atividade orientadora e entendendo a atividade pedagógica como a atividade do professor e a atividade do estudante, voltamos o nosso olhar para a cena 3, do episódio 5, em que apresentamos algumas falas das participantes do grupo de estudos sobre as fichas de atividades, aliando-as às contribuições de Moura *et al.* (2010) sobre a formação de conceitos e de Cedro (2008) sobre as especificidades da atividade.

Moura *et al.* (2010) enfatiza a necessidade de apropriação de conceitos pelos estudantes, favorecida por uma situação desencadeadora de aprendizagem. As fichas de atividades elaboradas pelo grupo de estudos e explicitadas nos episódios representam essas situações desencadeadoras, as quais podem ser esclarecidas com base em Moura *et al.* (2010, p. 221):

Esse modo de conceber o ensino pressupõe também que seja gerada nos estudantes a necessidade de se apropriar de conceitos, o que se concretiza na situação desencadeadora da aprendizagem. O objetivo principal desta é proporcionar a necessidade de apropriação do conceito pelo estudante, de modo que suas ações sejam realizadas na busca da solução de um problema que o mobilize para atividade de aprendizagem – a apropriação dos conhecimentos.

Essa cena ainda nos remete à explicação de Cedro (2008), a qual esclarece que a atividade é orientada pelos motivos e necessidades; as ações, orientadas pelos objetivos; e as operações, orientadas pelas condições objetivas e subjetivas. Ou seja, ao realizar uma ação, você responde ao objetivo dado, de acordo com as condições determinadas. A operação representa a forma de realização de uma ação.

De acordo com Moura *et al.* (2010, p. 216), “o motivo da atividade de aprendizagem deve ser, por parte dos estudantes, a aquisição de conceitos teóricos, por meio de ações conscientes que permitam a construção de um modo generalizado de ação”.

Portanto, como já foi dito, ao elaborar as sequências de fichas de atividades, pensamos nesse modo generalizado de ação, que não consistia simplesmente na resolução de uma atividade.

Na Atividade Orientadora de Ensino as necessidades, motivos, objetivos, ações e operações do professor e dos estudantes se mobilizam inicialmente por meio da situação desencadeadora de aprendizagem. Esta é organizada pelo professor a partir dos seus objetivos de ensino que, como dissemos, se traduzem em conteúdos a serem apropriados pelos estudantes no espaço de aprendizagem. As ações do professor serão organizadas inicialmente visando colocar em movimento a construção da solução da situação desencadeadora de aprendizagem. Essas ações, por sua vez, ao serem desencadeadas, considerarão as condições objetivas para o desenvolvimento da atividade: as condições materiais que permitem a escolha dos recursos metodológicos, os sujeitos cognoscentes, a complexidade do conteúdo em estudo e o contexto cultural que emoldura os sujeitos e permite as interações sócio-afetivas no desenvolvimento das ações que visam o objetivo da atividade – a apropriação de certo conteúdo e do modo geral de ação de aprendizagem. (MOURA *et al.*, 2010, p. 216).

A partir dessas reflexões teóricas, reforçamos que o professor e as participantes do grupo de estudos organizaram as fichas de atividades, tendo em vista as necessidades dos estudantes de apropriação dos conhecimentos teóricos e, também, os objetivos e conteúdos contemplados no planejamento. Para isso, professor e estudantes realizaram ações. O professor utilizou metodologias de ensino que possibilitam a formação de um ambiente investigativo. Portanto, nossa intenção nas reuniões do grupo de estudos foi contribuir para que professor e aluno estivessem “em atividade”.

A seguir, encerramos a terceira parte deste trabalho com o papel da intencionalidade e da mediação na pesquisa, essenciais para a compreensão do modo de pensar matemático dos estudantes.

### 3.2.3 A intencionalidade da atividade pedagógica e a mediação do professor e do grupo de estudos

Encerramos este capítulo com aquilo que direcionou toda a pesquisa – uma intenção, que se traduziu numa mediação realizada em sala de aula pelo professor, junto aos seus estudantes – e apoiamo-nos em MOURA *et al.* (2010, p. 220) para referendá-la:

A qualidade de mediação da AOE (atividade orientadora de ensino) a caracteriza como um **ato intencional**, o que imprime uma responsabilidade ímpar aos responsáveis pela educação escolar. Esta, entende-se, é primordialmente a responsável pela aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico, orientada pela intencionalidade de impactar os sujeitos, proporcionando as alterações no desenvolvimento de suas funções psíquicas e a apropriação de conceitos científicos.

Nesse sentido, na cena 1, do episódio 1, consideramos o papel intencional do professor, ao basearmos-nos no esquema de trabalho em grupo proposto no texto de Onuchic (1999), intitulado *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas*, para elaborar as etapas referentes à primeira sequência de fichas de atividades.

Somando-se a isso, na cena 1, do último episódio, destacamos algumas falas das entrevistas realizadas com as participantes do grupo, que nos permitem analisar a compreensão delas acerca das ações intencionais do grupo que podem favorecer o desenvolvimento do pensamento do pensamento matemático dos estudantes. Uma explicação para esse fato podemos encontrar em Moretti (2007, p. 81): “[...] para que uma atividade se configure como humana é essencial que seja movida por uma intencionalidade” [...], a qual “[...] busca responder à satisfação das necessidades que se impõem ao homem em sua relação com a natureza”. O professor organiza o ensino pautado em ações intencionais que contemplem as necessidades dos estudantes, no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento teórico e formação de conceitos científicos.

Essas ações intencionais fazem a diferença no ensino. Núñez (2009, p. 71) acredita que “[...] a direção do processo de ensino é assegurar a assimilação da atividade que o estudante deve realizar para a aprendizagem de um determinado conteúdo”, seguindo o que foi determinado nos objetivos de ensino. Isso

observamos na cena 2, do episódio 3, quando foi solicitado que os estudantes apresentassem oralmente os resultados das atividades, o que nos permitiu a verificação da assimilação dos conteúdos. Com isso, chegamos a conclusões semelhantes às de Gonzalez (1989):

O processo de assimilação do conteúdo é um tipo de atividade. Para que o aluno aprenda é necessário que ele realize determinadas ações. É necessário que essas ações tenham uma natureza dada: que estejam sustentadas na atualização de funções psicológicas superiores. Isto é, que não sejam só ações meramente perceptíveis (reconhecer, representar) ou de memória (reproduzir). Por isso, para cada professor o problema central é a organização (estruturação adequada) da atividade para a assimilação pelo aluno. (GONZALEZ, 1989, *apud* NÚÑEZ, 2009, p. 71-72).

Para além das ações perceptíveis ou de memória, ressaltamos, no episódio 3, a importância da reflexão, das justificativas e da defesa de argumentos, os quais também propiciam o desenvolvimento das operações de pensamento (abstração, generalização e formação de conceitos). Assim, ao professor, cabe eleger, estudar e organizar os conceitos a serem apropriados pelos estudantes, pois a sua atividade de ensino é que move a atividade de aprendizagem do estudante. Além disso, buscamos mais respaldo em Moura *et al.* (2010, p. 222), autor que entende como ação do professor: “[...] organizar o grupo de estudantes de modo que as ações individuais sejam providas de significado social e sentido pessoal na divisão de trabalho do coletivo”. Nesse sentido:

A atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante, deve criar nele um motivo especial para a sua atividade: estudar e aprender teoricamente sobre a realidade. É com essa intenção que o professor organiza a sua própria atividade e suas ações de orientação, organização e avaliação. (MOURA *et al.*, 2010, p. 213).

Considerando a cena 3, do episódio 2, observamos todo um movimento intencional de mediação da aprendizagem, no qual o mediador, no caso eu, lançou mão de uma situação comum à vida real, criada pelo grupo de estudos, que envolve valores monetários, para mobilizar a necessidade de entender o conceito presente na ficha de atividade. Durante o processo, questionou duas estudantes sobre o caminho que utilizaram para resolver a ficha, estabelecendo um diálogo que permitiu que as estudantes verbalizassem seu pensamento matemático. Entendemos que esse movimento reafirma a relevância da intencionalidade e da interação na

apreensão do conhecimento hierarquizado sistematizado tão estudado na teoria. Conforme Moysés (2007), por exemplo, tal apreensão vincula-se ao trabalho intencional num processo de interação professor-aluno, pois implica “reconstrução do saber mediante estratégias adequadas, nas quais o professor atue como mediador entre o aluno e o objeto de conhecimento”. (MOYSÉS, 2007, p. 36).

Nessa perspectiva, a intencionalidade e a mediação estiveram presentes em cada episódio, desde a elaboração dos objetivos e das sequências de fichas de atividades até a condução dos trabalhos com os estudantes. Núñez (2009, p. 66) explicita que “a atividade consciente do homem é mediada pelo coletivo: durante sua realização, o sujeito considera as posições dos outros membros do coletivo e a sua posição nesse coletivo”. Portanto,

Para que a aprendizagem se concretize para os estudantes e se constitua efetivamente como atividade, a atuação do professor é fundamental ao mediar a relação dos estudantes com o objeto do conhecimento, orientando e organizando o ensino. As ações do professor na organização do ensino devem criar, no estudante, a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo. O professor, como aquele que concretiza objetivos sociais objetivados no currículo escolar, organiza o ensino: define ações, elege instrumentos e avalia o processo de ensino e aprendizagem. (MOURA *et al.*, 2010, p. 216)

Por fim, em consonância com Moretti (2007), compreendemos a atividade de ensino enquanto processo, e não produto. “O professor, movido pela sua necessidade, encontra-se em atividade de ensino antes, durante e depois de seu encontro com os alunos na sala de aula”. (MORETTI, 2007, p. 101).

Foi essa perspectiva que o grupo de estudos assumiu, construindo, durante toda a pesquisa, uma mesma dinâmica de trabalho, marcada pela intencionalidade das ações e das atividades. As participantes do grupo e a professora estudavam, discutiam, refletiam e planejavam coletivamente. A professora, em sala de aula, aplicava, mediava, tirava dúvidas, explicava, organizava os grupos. Os estudantes, em equipe, discutiam sobre as possibilidades de resolução, registravam, explicavam oralmente para a professora e os colegas. As participantes voltavam para o grupo, refletiam, avaliavam e planejavam novamente. Esse mesmo movimento sintetizou as ações do grupo que, ancorado nos referenciais da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade, sinalizou sobre a influência da intencionalidade da atividade pedagógica no modo de pensar matemático dos estudantes.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tudo o que vemos no filme é resultado de escolhas feitas na busca da construção de um sentido para o filme: escolhas feitas na pré-produção (proposta de filmagem, argumento, tratamento), escolhas que orientam as decisões de filmagem (enquadramento, trabalho de câmera, duração das tomadas) e escolhas que orientam as decisões de montagem (corte e recomposição dos planos, intertítulos, narração, efeitos de edição, ritmo e estrutura). Entre a primeira ideia e o filme pronto, temos um caminho marcado pelo afinamento de escolhas, feito para que um conteúdo de mundo se ajuste aos critérios de um discurso. Todas essas escolhas estão implicadas na construção de um roteiro. (PUCCINI, 2012, p. 131)

“Um caminho marcado pelo afinamento de escolhas...”, nesse aspecto, faço minhas as palavras de Puccini postas na epígrafe, pois este trabalho é o resultado de um percurso teórico-prático de dedicação, aprendizado e esforço, que, antecipo, não pode ser considerado o traçado de um caminho para o sucesso, mas um direcionamento para novas pesquisas que podem colaborar no desenvolvimento do pensamento matemático a partir da constituição de grupos de estudo.

A princípio, com o objetivo de registrar as ações e dados da forma mais verídica possível, meu orientador sugeriu que eu filmasse todos os trabalhos, seja nas reuniões do grupo de estudos, seja na escola observada. Juntamente com as filmagens realizadas, veio um desejo de traduzir os dados e apresentar os resultados por meio de um documentário acadêmico. Assim, as escolhas estabelecidas no decorrer da pesquisa determinaram a escrita e a análise dos episódios que, hoje, encontram-se tanto no filme quanto na dissertação.

Por ter como meta a produção de um filme, todas as escolhas estiveram implicadas na construção de um roteiro. Por isso, diferente de outras pesquisas que iniciam com uma extensa revisão bibliográfica, esta proposta agregou, simultaneamente, a referida revisão, a formação de um grupo de estudos e a pesquisa de campo.

Tomando por objeto de estudo as ações intencionais de um grupo de estudos voltadas para o pensamento matemático de estudantes de sétimo ano e uma pergunta disparadora: *Como a intencionalidade da atividade pedagógica influencia o modo de pensar matemático dos estudantes?*, apresento uma investigação norteada pela metodologia da pesquisa-ação, em que foi construído um grupo de estudos formado por mim, três licenciandas que estudam na UFPR e uma professora regente de turmas de 7.º ano de uma escola da Rede Municipal de Ensino de Curitiba.

A partir dos referenciais adotados e dessa metodologia, que perpassa todas as reflexões e ações desenvolvidas na pesquisa, percebemos um mesmo movimento marcado pela intencionalidade das ações e das atividades: as participantes do grupo e a professora discutem, refletem e planejam. A professora, em sala de aula, aplica, media, tira dúvidas, explica. Os estudantes, organizados em equipes, discutem sobre as possibilidades de resolução, registram, explicam oralmente para a professora e para os colegas. As participantes voltam para o grupo, que avalia e planeja novamente. Tudo gira em torno da formação, e foi por meio dessa formação que voltamos nossa atenção para o modo de pensar e as produções dos estudantes.

Como já foi dito, o professor, ao organizar suas ações de ensino e o planejamento das intervenções pedagógicas, pode propiciar o desenvolvimento do pensamento matemático, à medida que procura priorizar a mediação estabelecida entre ele e os estudantes, bem como entre os estudantes com seus pares.

Os dados coletados revelam que, quanto mais o professor orienta suas ações de ensino para o modo de pensar matemático, mais ele terá possibilidade de analisar as manifestações desse, para que outras ações voltadas para esse pensamento sejam incorporadas às suas vivências em sala de aula.

Nesse sentido, notamos várias mudanças relacionadas tanto ao modo como as participantes do grupo de estudos delineiam suas ações de ensino quanto ao modo como os estudantes apropriam-se dos conceitos, interagindo com seus pares e com o professor. Entretanto, é necessário se debruçar sobre os desafios que estiveram presentes durante toda essa jornada de estudo e descoberta.

O principal dos desafios que se apresentou em minha pesquisa foi investigar como se desenvolve o pensamento matemático dos estudantes, privilegiando a

formação de conceitos, o pensamento teórico, a interação e a comunicação, sem perder de vista outros aspectos relevantes.

Assim, priorizei os registros e anotações dos estudantes durante a resolução de problemas para evidenciar a forma como organizaram seu pensamento, além da apresentação oral dos resultados encontrados. Isso ocorreu quando elaboramos as sequências de fichas de atividades, possibilitando a formação de um ambiente investigativo, que privilegiou o uso pelo professor de outras metodologias de ensino e do trabalho em equipes.

Outro desafio foi manter o interesse e a postura investigativa dos estudantes. Para isso, no grupo de estudos, discutíamos frequentemente sobre os ajustes possíveis nas explicações da professora e na condução das atividades e dos questionamentos, pois desejava que os estudantes fossem autônomos e tivessem a oportunidade de prever soluções, testar possibilidades e tomar decisões, sem que houvesse preocupação com o fator tempo.

Obviamente, uma proposta como essa não seria desenvolvida em poucos meses. Porém, procurei superar esse desafio criando um formato para as ações, promovendo a criação de um grupo, fundamentado na abordagem metodológica da pesquisa-ação. Assim, foi delimitado que, de abril a dezembro do ano de 2012, ocorreriam reuniões semanais no grupo, contemplando estudos teóricos e vivência de práticas, com o objetivo de formar um ambiente investigativo em sala de aula. Com isso, eu e as participantes do grupo de estudos observaríamos as aulas, semanalmente. Assim, na pesquisa de campo e durante a análise dos dados obtidos a partir das filmagens, pude verificar como as ideias centrais do enfoque histórico-cultural da psicologia e da Teoria da Atividade de A. N. Leontiev aliavam-se aos meus estudos.

Ao observar o modo como os estudantes organizaram seu pensamento matemático, formularam ideias, construíram os conceitos, sistematizaram e registraram o que pensaram e, também suas explicações de como pensaram, propiciado pelas ações intencionais do grupo de estudos e do professor, estabelecemos:

- relações entre o pensamento matemático e a comunicação;
- articulação entre a formação de um ambiente investigativo e o desenvolvimento do pensamento matemático e linguagem dos estudantes;

- que o modo de pensar matemático dos estudantes tem relação estreita com o desenvolvimento do pensamento teórico, com a formação de conceitos e com a interação entre os estudantes e seus pares e também com o professor;
- que os registros, anotações e apresentações orais evidenciaram a forma como os estudantes organizaram seu pensamento;
- que as intervenções do professor e o seu modo de agir e organizar o ensino possibilitaram as manifestações do pensamento do estudante;
- que a Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade nos possibilitaram compreender os dados obtidos a partir das filmagens.
- que a interação nos grupos, a reflexão compartilhada, o respeito entre os colegas e a percepção de como algumas metodologias de ensino influenciam no modo de produzir e de pensar sobre os conteúdos trabalhados, permitiram aos estudantes novas formas de compreensão das ideias matemáticas, novos esquemas de resolução e discussão das estratégias adotadas.

Entendo que, para realizar uma pesquisa nesse formato que delineei, é necessário que haja disposição e interesse na constituição e fortalecimento dos grupos de estudos em Educação Matemática, por parte das Universidades e Redes de ensino.

Por fim, desejo que as pesquisas em Educação Matemática agreguem mais produções de material em vídeo, originadas de dados obtidos a partir de filmagens, às dissertações escritas, e que as teorias por mim adotadas sustentem outras pesquisas que utilizam o documentário como metáfora de apresentação de uma dissertação, possibilitando outros modos de investimento em processos de formação de professores.

## REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M. Questões sobre os fins e sobre os métodos de pesquisa em educação. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 1, n. 1, p.119-131, set. 2007. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/viewFile/6/6>>. Acesso em: 18/11/2013

BALDINO, M. A. V. Pesquisa-ação para formação de professores: leitura sintomal de relatórios. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 221-245.

BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2000.

BIEMBENGUT, M. S. **Número de ouro e secção áurea**: considerações e sugestões para a sala de aula. Blumenau: Editora da FURB, 1996.

BRUNER, J. Introdução. In: VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. Tradução de: CAMARGO, Jefferson L. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (Orgs.) **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de: DOMINGUES, Hygino H.; CORBO, Olga. São Paulo: Atual, 1997. p. 32-48.

CÂNDIDO, P. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, K.; DINIZ, M. I. (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p.15-28.

CARVALHO, C. Comunicações e interações sociais nas salas de Matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Orgs.) **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 15-34.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K.; DINIZ, M. I. (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121-149.

CEDRO, W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática**: uma perspectiva histórico-cultural. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, 2008.

CEDRO, W. L.; MORAES, S. P. G. de; ROSA, J. E. da. A atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico em Matemática. **Ciência e Educação**, v. 16, n. 2, p.427-445, 2010. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v16n2/v16n2a11.pdf>>. Acesso em: 18/11/2013.

CHAIM, D. B.; ILANY, B. S.; KERET, Y. “Atividades Investigativas Autênticas” para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, n. 31, p.125-159, 2008.

CHAVES, R. **Caminhos percorridos para implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática na UFV**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Orientador: Roberto Ribeiro Baldino. 2000.

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscou: Progreso, 1988.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

ENGEL, G. I. Pesquisa-ação. **Educar**, Curitiba: Editora da UFPR, n. 16, p. 181-191, 2000. Disponível em: <[http://www.educaremrevista.ufpr.br/arquivos\\_16/irineu\\_engel.pdf](http://www.educaremrevista.ufpr.br/arquivos_16/irineu_engel.pdf)>. Acesso em: 18/11/2013.

ENZENSBERGER, H. M. **O diabo dos números**. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.

FIELD, S. **Manual do Roteiro: os fundamentos do texto cinematográfico**. Tradução de: RAMOS, Álvaro. 14. ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. de C.; ARAUJO, J. de L. (Orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 49-78.

FROTA, M. C. R. Experiência Matemática e Investigação Matemática. **Grupo Práticas Investigativas no Ensino de Matemática**, do Departamento de Matemática e Estatística da PUCMinas, [2005?]. Disponível em: <<http://www.matematica.pucminas.br/Grupo%20de%20Trabalho/Maria%20clara/exp%20rienciaDocumento%20do%20Acrobat.pdf>>. Acesso em: 18/11/2013.

GONZALEZ, P. O. **Aplicación del enfoque de la actividad al perfeccionamiento de la Educación Superior**. La Habana: Editado CEPES, 1989.

HOPKINS, D. **A teachers guide to classroom research**. Buckingham: OUP, 1993.

LUCCI, M. A. A proposta de Vygotsky: a psicologia sócio-histórica. Professorado. **Revista de currículum y formación del profesorado**, v.10, n. 2, p.1-11, 2006. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~recfpro/rev102COL2res.pdf>>. Acesso em: 18/11/2013.

LURIA, A. R. Vigotskii. In: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução de: VILLALOBOS, Maria da P. 12. ed. São Paulo: Ícone, 2012. p. 21-38.

\_\_\_\_\_. Diferenças culturais de pensamento. In: VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. Tradução de: VILLALOBOS, Maria da P. 12. ed. São Paulo: Ícone, 2012. p. 39-58.

MIRANDA, M. G; RESENDE, A. C. A. Sobre a pesquisa-ação na educação e as armadilhas do praticismo. **Revista Brasileira de Educação**, v. 11, n. 33, set./dez.2006. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-24782006000300011&lng=pt](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782006000300011&lng=pt)>. Acesso em: 18/11/2013.

MOLINA, R. **A pesquisa-ação/investigação-ação no Brasil**: mapeamento da produção (1966-2002) e os indicadores internos da pesquisa-ação colaborativa. 177 p. Tese (Doutorado em Educação). São Paulo: FEUSP, 2007.

MORETTI, V. D. **Professores de Matemática em Atividade de Ensino**: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, 2007.

MORETTI, V. D.; MOURA. M. O. de. A Formação Docente na Perspectiva Histórico-Cultural: em busca da superação da competência individual. **Psicologia Política**, São Paulo, v. 10, n. 20, p. 345-361, jul./dez.2010. Disponível em: <[http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?pid=S1519-549X2010000200012&script=sci\\_arttext](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?pid=S1519-549X2010000200012&script=sci_arttext)>. Acesso em: 25/11/2013.

MOURA, M. O. de *et al.* Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr.2010.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. 8. ed. Campinas: Papyrus, 2007.

NACARATO, A. M. *et al.* Professores e futuros professores compartilhando aprendizagens: dimensões colaborativas em processos de formação. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Orgs.) **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 197-212.

NÚÑEZ, I.B. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.

ONUCHIC, L.R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999, p. 199-220.

PONTE J. P.; BRUNHEIRA, L.; OLIVEIRA, H.; VARANDAS, J. M. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Projeto Matemática para Todos: Investigações na sala de aula (1995-1999)**, do Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, p.1-28, 2000. Disponível em: <[http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3042/1/98-Ponte%20etc%20Quadrante-MPT\\_.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3042/1/98-Ponte%20etc%20Quadrante-MPT_.pdf)> Acesso em: 18/11/2013.

PONTE, J. P.; ROCHA, A. Aprender Matemática investigando. **Revista Zetetike**, Campinas, v. 14, n. 26, p.29-54, jul./dez. 2006. Disponível em: <<http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2428>>. Acesso em: 18/11/2013.

PONTE J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. 160p.

POWELL, A. Captando, examinando e reagindo ao pensamento matemático. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 39, p.73-84, Setembro/2001. Disponível em: <<http://www.ia.ufrj.br/ppgea/conteudo/conteudo-2008-2/1SF/Bairral/Boletim%2039.pdf>>. Acesso em: 18/11/2013.

PUCCHINI, S. **Roteiro de documentário: da pré-produção à pós-produção**. 3. ed. Campinas: Papyrus, 2012.

REGO, T. C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação**. 22. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

RIBEIRO, F. D. **A aprendizagem da docência na prática de ensino e no estágio: contribuições da teoria da atividade.** Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, 2011.

ROSENTHAL, A. **Writing, directing, and producing documentary films and videos.** Carbondale: Southern Illinois University Press, 1996.

RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C. *et al.* (Org.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SANTOS, V. M. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Orgs.) **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 117-125.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** Tradução de: FIGUEIREDO, Orlando de A.; BARBOSA, Jonei C. Campinas: Papyrus, 2008.

SWAIN, D. V. **Film scriptwriting, a practical manual.** Nova York: Hastings House Publishers, 1976.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação.** 15. ed. São Paulo: Cortez, 2007. 132p.

VIGOTSKI, L. S. **Obras escogidas IV.** Madrid: Visor, 1996.

\_\_\_\_\_. **Obras escogidas V.** Madrid: Visor, 1997.

VYGOTSKY, L. S. The genesis of higher mental functions. In: WERTSCH, James V. (Org.) **The concept of activity in soviet psychology.** Nova York: M.E. Sharpe, 1981, p.144-148.

\_\_\_\_\_. **Pensamento e Linguagem.** Tradução de: CAMARGO, Jefferson L. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R.; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem.** Tradução de: VILLALOBOS, Maria da P. 12. ed. São Paulo: Ícone, 2012.

## DOCUMENTOS CONSULTADOS

DINIZ, M. I. Resolução de Problemas e Comunicação. In: SMOLE, K.; DINIZ, M. I. (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 87-97.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

HOWARD, D.; MABLEY, E. **Teoria e prática do roteiro cinematográfico**. Rio de Janeiro: Globo, 1996.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação**. n. 27, set./dez. 2004. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a01.pdf>>. Acesso em: 25/11/2013.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

MENEZES, L. A. A importância da pergunta do professor na aula de Matemática. In: PONTE, J. P. *et al.* (Orgs.). **Desenvolvimento profissional dos professores de Matemática. Que formação?** Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 1995.

NICHOLS, B. **Introdução ao documentário**. Tradução de: MARTINS, Mônica S. Campinas: Papyrus, 2005.

NUNES, C. B. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de Matemática**. 430p. Tese de Doutorado – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2010.

ONUCHIC, L. R., ALLEVATO, N. S. G. Novas Reflexões sobre o ensino – aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A e BORBA, M. (Orgs.) **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Editora Cortez, 2004, p. 213-231.

POWELL, A.; BAIRRAL, P. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades**. Campinas: Papirus, 2006.

SMOLE, K.; DINIZ, M. I. (Orgs.) **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2001.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Sistema de Bibliotecas. **Teses, dissertações, monografias e outros trabalhos acadêmicos**. Curitiba: Ed. UFPR, v.2, 2007.

VIANNA, C. R. Resolução de problemas. Futuro Congressos e Eventos (Org.) **Livro Temas em Educação I**, p. 401-410, 2002. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/MATEMATICA/Artigo\\_Carlos8.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Carlos8.pdf)>. Acesso em: 18/11/2013.

## APÊNDICES

- Apêndice 1 - Autorização para uso de imagem e voz (professor)
- Apêndice 2 - Autorização para uso de imagem e voz (estudante)
- Apêndice 3 - Ficha Um da primeira sequência resolvida por uma estudante
- Apêndice 4 - Ficha Três da segunda sequência resolvida por uma estudante
- Apêndices 5 e 6 - Ficha Um da terceira sequência resolvida por duas estudantes
- Apêndices 7 e 8 - Ficha Um da terceira sequência resolvida por duas estudantes
- Apêndice 9 - Atividade dobras do papel (quarta sequência)

**APÊNDICE 1 - Autorização para uso de imagem e voz (professor)**

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA

**AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGEM E VOZ (PROFESSOR)**

Eu, \_\_\_\_\_, portador(a) do RG  
n.º \_\_\_\_\_, residente e domiciliado(a) nesta capital, na  
Rua \_\_\_\_\_, n.º \_\_\_\_\_, na qualidade de  
(função) \_\_\_\_\_, matrícula n.º \_\_\_\_\_

regularmente trabalhando na(o) \_\_\_\_\_

(nome da escola, CMAE, CMEI) autorizo a utilização e divulgação de minha imagem e voz, que poderá ser divulgada e veiculada em televisão aberta, televisão a cabo, jornal impresso, CD, DVD e Internet, para fins exclusivamente pedagógicos.

Curitiba, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

---

Assinatura

**APÊNDICE 2 - Autorização para uso de imagem e voz (estudante)**

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA

**AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGEM E VOZ (ESTUDANTE)**

Eu, \_\_\_\_\_,  
 portador(a) do RG n.º \_\_\_\_\_, residente e domiciliado(a)  
 nesta capital, na Rua \_\_\_\_\_,  
 n.º \_\_\_\_\_, na qualidade de responsável legal de \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_, autorizo a utilização e divulgação do trabalho,

das imagens e voz da criança ou adolescente mencionado, a serem veiculados em televisão aberta, televisão a cabo, jornal impresso, CD Rom, DVD, internet, Cadernos Pedagógicos e em qualquer outro material ou mídia que venha surgir, para fins exclusivamente pedagógicos e de pesquisa, sem intenção de lucro e por tempo indeterminado.

Estou ciente e autorizo a reedição desse material de acordo com a necessidade da instituição e que, no caso de material escrito, ser reescrito para adequação aos padrões da Língua Portuguesa.

Curitiba, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
 Assinatura

### APÊNDICE 3 - Ficha Um da primeira sequência resolvida por uma estudante

Escola Municipal Maria Clara B. Tesserolli

Professora: Laynara

Data: 31/05/12

Nome: Talyssa Amanda Amaral Monteiro Turma: 7.º ano B

Segundo o texto, a empresa de Mark Zuckerberg registrou lucro de US\$ 205 milhões de janeiro a março de 2012. Isso representa um valor 12% inferior ao valor registrado no primeiro trimestre do ano passado.

Sabendo-se que um dólar corresponde a R\$ 1,94, qual o valor registrado em reais no primeiro trimestre do ano passado?

$205$  milhões a menos =  $205$   
 12% inferior de R\$  $205,00$ :  
 $2011 = \text{US\$ } 233.000.000,00$   
 $233 \cdot 1,94 = 452,02$   
 R\$ 452.020.000,00

$205 = 88$   
 $x = 100$   
 $205 = 100\% - 12\%$   
 $205 \text{ mi} = 88\%$   
 $x = 100\%$   
 $\frac{205}{x} = \frac{88}{100}$   
 $x = 233$

$205 \cdot \frac{100}{88}$   
 $233$

APÊNDICE 4 - Ficha Três da segunda sequência resolvida por uma estudante

1) Em uma página de jornal 25% da área foi reservada ao, fotos e realizaram 420 m<sup>2</sup> qual era a área da página?  
 R: 420 — 75% Se dividirmos  
 $x = 560$  75 por 15, dá 5.  
 $x = 28$  5 dos outros lados por 420 por 15  
 $5 \cdot 28 = 28 \cdot 20$   
 100% = 28 · 20 a área da pg. é de  
 100% = 560 560 m<sup>2</sup>

2) Descubra três números inteiros consecutivos cuja a soma é 345?  
 R:  $x + x + 1 + x + 2 = 345$   
 $3x + 3 = 345$   
 $3x = 342$   
 $x = 342 / 3$   
 $x = 114$

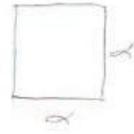
Os números são:  
 114, 115 e 116

3) Em uma sala, 30% dos alunos devem fazer prova de recuperação e os 28 alunos restantes não foram. Quantos alunos há na sala?  
 R: 30% em recuperações  
 28 não foram a prova

28 - 70% | 10% · 10 = 100% | nessa sala  
 $x = 10%$  | 100% = 10 · 4 | tem 40  
 $x = 28 / 7$  | 100% = 40 | alunos.  
 $x = 4$

4) Um quadrado tem lados l.  
 a) Se o perímetro desse quadrado é 60 cm, qual é a medida do lado?

R:  $2p = 60 \text{ cm}$  lado do  
 $2p = 4 \cdot l$  quadrado  
 $l = 60 / 4$  tem 15 cm.  
 $l = 15$



## APÊNDICE 5 - Ficha Um da terceira sequência resolvida por duas estudantes

11-10-12.

Escola Municipal Maria Clara Brandão Tesseroli

Nome 1: Mariana CirimaTurma: 6º BNome 2: Victoria Malina

Em dupla com um colega, preencha a tabela abaixo:

| Medida A                                     |      | Medida B   |      | Razão entre A e B |
|--|------|--|------|-------------------|
| Distância entre o joelho e o umbigo.         | 53   | Distância entre o joelho e o chão.                   | 48   | 1,10416           |
| Distância entre o umbigo e o chão.           | 100  | Distância do topo da cabeça até o chão               | 1,65 | 1,65              |
| Distância da base do nariz até o queixo.     | 9    | Distância da linha dos olhos até a base do nariz.    | 6    | 1,5               |
| Distância da metade do pescoço até o umbigo. | 41   | Distância do topo da cabeça até a metade do pescoço. | 33   | 1,24              |
| Comprimento do rosto.                        | 21   | Distância da linha dos olhos até o queixo.           | 14   | 1,5               |
| Distância do antebraço até o dedo.           | 44   | Comprimento do antebraço.                            | 25   | 1,76              |
| Sua altura.                                  | 1,63 | Distância entre o umbigo e o chão.                   | 99   | 1,64              |
| Comprimento do braço.                        | 55   | Distância do antebraço até o dedo.                   | 39   | 1,41025641        |

Escola Municipal Maria Clara Brandão Tesseroli

Nome 1: Victoria MalinaTurma: 6º BNome 2: Mariana Cirima

Em dupla com um colega, preencha a tabela abaixo:

| Medida A                                     |      | Medida B   |     | Razão entre A e B |
|--|------|--|-----|-------------------|
| Distância entre o joelho e o umbigo.         | 52   | Distância entre o joelho e o chão.                   | 47  | 1,106382979       |
| Distância entre o umbigo e o chão.           | 98   | Distância do topo da cabeça até o chão               | 1,6 | 3,663265306       |
| Distância da base do nariz até o queixo.     | 6    | Distância da linha dos olhos até a base do nariz.    | 9   | 0,666666667       |
| Distância da metade do pescoço até o umbigo. | 42   | Distância do topo da cabeça até a metade do pescoço. | 27  | 1,555555556       |
| Comprimento do rosto.                        | 39   | Distância da linha dos olhos até o queixo.           | 33  | 1,461538462       |
| Distância do antebraço até o dedo.           | 40   | Comprimento do antebraço.                            | 28  | 1,428571429       |
| Sua altura.                                  | 1,63 | Distância entre o umbigo e o chão.                   | 96  | 1,677083          |
| Comprimento do braço.                        | 50   | Distância do antebraço até o dedo.                   | 41  | 1,219512195       |

## APÊNDICE 6 - Ficha Um da terceira sequência resolvida por duas estudantes

1. Compare as razões encontradas por você e seu colega, quais as semelhanças e diferenças entre essas razões?

Semelhança: Todos os resultados dão aproximadamente o número de eus.

Diferença:  $\frac{1}{9}$  que nem uma centavada.

2. Qual a relação existente entre o vídeo e o que vocês fizeram na atividade de medição?

A relação é que nós tivemos que dividir os números para encontrar o resultado.

3. Com que objetos você encontrou o número de eus?

Verifique medindo.

Medimos o espelho. MEDIDA A: 15 B: 9 = RAZÃO = 1,66.

COMENTÁRIOS: Nós gostamos muito dessas atividades e com interação em duplas. A atividade foi muito legal e não sentimos dificuldades em realizar.

## APÊNDICE 7 - Ficha Um da terceira sequência resolvida por duas estudantes

11/10/12

Escola Municipal Maria Clara Brandão Tesseroli

Nome 1: Rosamira  
 Nome 2: Eduarda

Turma: 6<sup>o</sup>C

Em dupla com um colega, preencha a tabela abaixo:

| Medida A                                     |     | Medida B   |     | Razão entre A e B        |
|--|-----|--|-----|--------------------------|
| Distância entre o joelho e o umbigo.         | 47  | Distância entre o joelho e o chão.                   | 46  | $\frac{47}{46} = 1,021$  |
| Distância entre o umbigo e o chão.           | 95  | Distância do topo da cabeça até o chão.              | 155 | $\frac{45}{155} = 0,612$ |
| Distância da base do nariz até o queixo.     | 7   | Distância da linha dos olhos até a base do nariz.    | 5   | $\frac{7}{5} = 1,4$      |
| Distância da metade do pescoço até o umbigo. | 40  | Distância do topo da cabeça até a metade do pescoço. | 24  | $\frac{40}{24} = 1,666$  |
| Comprimento do rosto.                        | 18  | Distância da linha dos olhos até o queixo.           | 10  | $\frac{18}{10} = 1,8$    |
| Distância do antebraço até o dedo.           | 36  | Comprimento do antebraço.                            | 27  | $\frac{36}{27} = 1,444$  |
| Sua altura.                                  | 155 | Distância entre o umbigo e o chão.                   | 97  | $\frac{155}{97} = 1,597$ |
| Comprimento do braço.                        | 53  | Distância do antebraço até o dedo.                   | 36  | $\frac{53}{36} = 1,472$  |

Escola Municipal Maria Clara Brandão Tesseroli

Nome 1: Eduarda  
 Nome 2: Rosamira

Turma: 6<sup>o</sup>C

Em dupla com um colega, preencha a tabela abaixo:

| Medida A                                     |     | Medida B   |     | Razão entre A e B         |
|--|-----|--|-----|---------------------------|
| Distância entre o joelho e o umbigo.         | 56  | Distância entre o joelho e o chão.                   | 52  | $\frac{56}{52} = 1,076$   |
| Distância entre o umbigo e o chão.           | 100 | Distância do topo da cabeça até o chão.              | 166 | $\frac{100}{166} = 0,602$ |
| Distância da base do nariz até o queixo.     | 9   | Distância da linha dos olhos até a base do nariz.    | 5   | $\frac{9}{5} = 1,8$       |
| Distância da metade do pescoço até o umbigo. | 33  | Distância do topo da cabeça até a metade do pescoço. | 22  | $\frac{33}{22} = 1,5$     |
| Comprimento do rosto.                        | 21  | Distância da linha dos olhos até o queixo.           | 10  | $\frac{21}{10} = 2,1$     |
| Distância do antebraço até o dedo.           | 45  | Comprimento do antebraço.                            | 24  | $\frac{45}{24} = 1,875$   |
| Sua altura.                                  | 166 | Distância entre o umbigo e o chão.                   | 109 | $\frac{166}{109} = 1,522$ |
| Comprimento do braço.                        | 56  | Distância do antebraço até o dedo.                   | 45  | $\frac{56}{45} = 1,244$   |

### APÊNDICE 8 - Ficha Um da terceira sequência resolvida por duas estudantes

1- Comparando as razões encontradas por você e seu colega, quais as semelhanças e diferenças entre essas razões?

Não há semelhanças e assim diferenças, mas os números quase se batem.  $f$  foi maior e maior que eu.

2- Qual a relação existente entre o vídeo e o que vocês fizeram na atividade de medições?

Calculamos e dividimos algumas medições que deram em razões.  $f$  as razões se aproximam do nº de ovos.

3- Em que objetos vocês encontram o nº de ovos? Verifique medindo.

$$\text{Carteira: } \frac{60}{40} = 1,5$$

$$\text{Papel: } \frac{21}{10} = 2,1$$

$$\text{Caneta: } \frac{14}{1} = 14$$

$$\text{Apontador: } \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\text{Cadeado: } \frac{28}{21} = 1,333$$

$$\text{Quadro: } \frac{410}{125} = 3,28$$

**APÊNDICE 9 – Atividade dobras do papel (quarta sequência)****DOBRAS DO PAPEL**

- 1) Entregar uma folha sulfite para cada estudante.
- 2) Fazer várias dobras no papel (dobrando e abrindo a folha com cuidado, para não amassar o papel).
- 3) Marcar com lápis cada dobra (usar régua).
- 4) Escolher 4 ou 5 cores e pintar o interior das figuras formadas pelas dobras do papel.
- 5) No verso da folha, registrar o nome de cada figura ou quantos lados/ ângulos cada figura possui.
- 6) Medir com a régua os lados das figuras e registrar no verso da folha.
- 7) Calcular o perímetro de algumas figuras.
- 8) Medir os ângulos de algumas figuras, utilizando o transferidor.

