

ANA AMELIA BERGAMINI MACHADO

**Correntes 'RH' da Interação Fraca em  
Teorias Quirais e Simétricas**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Paraná, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Felice Pisano

CURITIBA  
2001

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

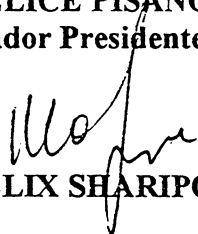
**PARECER**

Os abaixo-assinados, membros da banca examinadora de Mestrado da estudante ANA AMÉLIA BERGAMINI MACHADO, são de parecer favorável e consideram aprovada a redação final da Defesa de Dissertação de Mestrado cujo título é “CORRENTES” ‘RH’ DA INTERAÇÃO FRACA EM TEORIAS QUIRAIS E SIMÉTRICAS”.

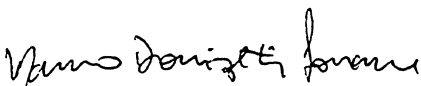
Curitiba, 06 de junho de 2001



**Prof. FELICE PISANO  
(Orientador Presidente)  
(UFPR)**



**Prof. FELIX SHARIPOV  
(UFPR)**



**Prof. MAURO DONIZETI TONASSE  
(ITA)**



*À minha avó Amélia.*

*Ao meu marido Paulo.*

*”Qual é o caminho ? Não há caminho. É prosseguir no desconhecido.”*

*Fausto - Goethe*

# Agradecimentos

- Ao Prof. Felice Pisano pela orientação, e amizade.
- Ao meu grande amigo e companheiro incansável de trabalho Adriano Doff, pela amizade, e dedicação.
- À minha família, meus pais Tania Mara e João José, meus irmãos Marcelo e Viviane, por todo apoio.
- Aos meus grandes amigos Evelyn Kleuser, Sandro, Dáfni, Benvenho, Eliane, Jeimerson, pela grande amizade e companheirismo.
- Aos professores José Arruda Freire, Felix Sharipov (UFPR) e Mauro Tonasse (ITA), pelas valiosas contribuições ao trabalho.
- Aos Professores Carlos Mauricio Lepiensi e Marcio Henrique Bettega pela ajuda com os preparativos finais do trabalho.
- E enfim, ao meu marido Paulo Tadeu por toda paciência, incentivo, apoio e suporte financeiro.

# Resumo

Consideramos a existência de correntes carregadas direitas (RH) no setor eletrofraco dos modelos quirais leptoquark-bilepton,  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$  e  $SU(4)_L \otimes U(1)_N$ . Correntes carregadas RH ocorrem naturalmente no modelo simétrico mínimo,  $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)$ . Mostramos que a possibilidade da existência de tais correntes são uma forte evidência de Física nova numa escala de energia maior que a escala de Fermi do modelo standard das interações nucleares e eletromagnética que não excede a escala de TeV.

-Palavras chave:

Extensões de gauge, Dinâmicas de sabor, Famílias ou gerações de férmions, Correntes quirais da interação fraca, Quantização da carga elétrica.

-Áreas de conhecimento:

1.05.03.00-5, 1.05.03.01-3, 1.05.03.02-1.

# Abstract

We consider the presence of right-handed (RH) charged currents in the minimal  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$  and extended  $SU(4)_L \otimes U(1)_N$  leptoquark-bilepton chiral models. Charged right-handed currents appear in a natural way in the minimal symmetric model  $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)$ . It is shown that the possibility of existence of such currents is a strong evidence of new physics yet in the TeV scale.

-Key words:

Gauge extensions, Flavor dynamics, Fermions generations, Weak chiral currents, Electric charge quantization.

-PACS numbers:

11.30.Er - Charge conjugation, parity, time reversal, and other discrete symmetries

11.30.Hv - Flavor symmetries

11.30.Rd - Chiral symmetries

12.10.Dm - Unified theories and models of strong and electroweak interactions

12.60.Cn - Extensions of electroweak gauge sector

12.60.Fr - Extensions of electroweak Higgs sector

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>O Modelo Eletrofraco Standard</b>	<b>7</b>
2.1	Quiralidade . . . . .	8
2.2	Estruturas de Multipletos Fermiônicos . . . . .	13
2.3	Mecanismo de Higgs . . . . .	15
2.4	Os Bósons de Gauge . . . . .	22
2.5	Correntes Neutras . . . . .	29
2.6	Correntes Carregadas . . . . .	32
<b>3</b>	<b>O Modelo Leptoquark-Bilépton 3-3-1</b>	<b>35</b>
3.1	Estruturas de Multipletos . . . . .	35
3.2	O Setor de Campos Escalares . . . . .	38
3.3	Os Bósons de Gauge . . . . .	41
3.4	Correntes Neutras . . . . .	45
3.5	Correntes Carregadas . . . . .	46
<b>4</b>	<b>A Extensão Máxima de Gauge Semi-simples 3-4-1</b>	<b>50</b>
4.1	Os Multipletos de Campos Fermiônicos . . . . .	51

4.2	O Setor Escalar . . . . .	53
4.3	Os Bósons Vetoriais . . . . .	57
4.4	Correntes Neutras . . . . .	61
4.5	Correntes Carregadas . . . . .	63
<b>5</b>	<b>A Extensão de Gauge Simétrica Mínima</b>	<b>69</b>
5.1	Multipletos Fermiônicos . . . . .	70
5.2	Setor de Higgs . . . . .	71
5.3	Os Bósons Vetoriais . . . . .	73
5.4	Correntes Leptônicas Neutras e Carregadas . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>78</b>
<b>A</b>	<b>Os grupos <math>SU(N)</math></b>	<b>80</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Desde a década de 30, quando Fermi [1] tratou o decaimento beta como uma interação de contato, vários modelos foram propostos a fim de descrever com a maior exatidão possível as interações entre partículas fundamentais. São quatro estas interações, a interação eletromagnética, as interações nucleares fraca e forte e a interação gravitacional. Além da descrição do que ocorre em cada uma das interações, há um grande esforço feito na direção da unificação de tais forças.

Em meados dos anos 50, Yang e Mills [2], propuseram uma generalização da estrutura de gauge do campo eletromagnético. Com isto, o grupo Abelian  $U(1)$ , foi substituído pelo grupo não-Abeliano  $SU(2)$ . O trabalho de Yang e Mills, propunha que a teoria deveria ser não somente invariante sob transformações de simetria globais, mas que fosse invariante sob simetrias que variam em cada ponto do espaço-tempo satisfazendo, assim, uma invariância de gauge local. Todavia, a teoria de Yang e Mills, bem como

o trabalho de Shaw [3] e Utiyama [4], descrevia apenas bósons vetoriais de gauge não massivos. Partículas de gauge não massivas eram inconsistentes com interações de curto alcance. Introduzindo a massa *ad hoc* na teoria, ela se tornava não renormalizável, não preservando a invariância de gauge. Todavia, em meados dos anos 60 foi proposto o mecanismo de Higgs ou o mecanismo de quebra espontânea da simetria de gauge a fim de gerar as massas dos bósons de gauge [5–7]. Em 1971, G. 't Hooft [8] mostrou que teorias de gauge massivas via mecanismo de Higgs preservam a renormalizabilidade.

Foi construído, então, o Modelo Standard das interações nucleares fraca e forte e da interação eletromagnética [26] que, desde então, continua excepcionalmente bem sucedido sem nenhuma contradição definitiva com qualquer resultado experimental, tocando já na escala de TeV [9]. O modelo é constituído por três teorias quânticas relativísticas de campos escalares (spin zero), espinoriais (spin  $\frac{1}{2}\hbar$ ) e vetoriais (spin  $1\hbar$ ), com a simetria local de gauge determinada pelo grupo semisimples<sup>1</sup>  $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . Estas três teorias são a QED (Quantum electrodynamics), a QFD (Quantum flavor dynamics) e a QCD (Quantum chromodynamics), associadas, respectivamente, com as dinâmicas quânticas da carga elétrica, das cargas de ‘sabor’ e das cargas de ‘cor’. É possível que a validade do Modelo Standard vá até a escala de grande unificação (GUT)  $\Lambda_{\text{GUT}}$ , que é  $\mathcal{O}(10^{15} \text{ GeV})$ , enquanto a escala de Fermi da interação fraca é  $\Lambda_{\text{F}} = 246 \text{ GeV}$  que é a escala de energia onde ocorre a quebra espontânea da simetria eletrofraca e a escala da QCD é mil vezes menor,  $\Lambda_{\text{QCD}} = 250 \text{ MeV}$ . Nesta escala de energia os quarks formam hádrons como estados ligados. Na escala  $\Lambda_{\text{GUT}}$  os grupos  $SU(3)$  de cor,  $SU(2)$  de isospin

---

<sup>1</sup>Um grupo é simples quando não é constituído pelo produto de dois ou mais grupos. Caso contrário, teremos um grupo semisimples.

da interação fraca e U(1) de hipercarga, podem todos ser incorporados num grupo simples de gauge com dimensão e *rank* maiores, contanto que as constantes de acoplamento de gauge  $g$  e  $g'$  de SU(2) e U(1) respectivamente, satisfaçam a relação [10]

$$\frac{g'^2}{g^2 + g'^2} \equiv \sin^2 \theta = \frac{3}{8}$$

que, quando extrapolada para o início da escala de GeVs fornece [11]  $\sin^2 \theta \simeq 0.21$  determinando, assim, um dos vinte parâmetros livres do Modelo Standard.

O sucesso do Modelo Standard das interações não-gravitacionais certamente nos leva a examinar possíveis variações que respondem a várias questões fundamentais que ficam em aberto até a escala de Fermi que caracteriza a quebra espontânea de simetria eletrofraca

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{em},$$

isto é,

$$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_c \otimes U(1)_{em},$$

onde  $Y$  é a hipercarga fraca associada a um 'c-number' do grupo  $U(1)_Y$ ,  $SU(2)_L$  é o grupo de gauge de sabor e  $SU(3)_c$  é o grupo de gauge de cor que fica intacto após a quebra espontânea de simetria.

Como não se tem evidências experimentais, é natural que a previsão de Física nova e sua conexão com o Modelo Standard siga em diferentes direções até a escala de Planck,  $\Lambda_P \simeq 10^{19}$  GeV, o fim do espaço-tempo. Uma relação das possibilidades tratadas até agora inclui,

1. Extensões do grupo de simetria de gauge ‘3-2-1’ standard;
2. Modificação do conteúdo de representação tanto no setor da matéria quanto no setor de campos escalares, preservando a simetria de gauge ‘3-2-1’ [12];
3. Teorias de grande unificação (GUTs) [13];
4. *Technicolor* [14];
5. Modelos compostos [15];
6. Teorias supersimétricas [16];
7. Teorias de Kaluza–Klein [17];
8. *Strings e Superstrings* [18].

No início dos anos 90 houve a proposta [19] da formulação de teorias de gauge que abrigam processos fundamentais nas quais o número leptônico é violado explicitamente tanto no setor de bósons escalares quanto no setor de gauge, incluindo um campo vetorial com dupla carga elétrica. O grupo de simetria de gauge é um grupo semisimples mas o fator  $SU(2)_L$  de isospin da interação fraca é alargado minimalmente<sup>2</sup> para  $SU(3)_L$ , de modo a acomodar um neutrino, o correspondente lépton carregado e o seu campo conjugado de carga,

$$L_\ell = \begin{pmatrix} \nu_\ell \\ \ell \\ \ell^c \end{pmatrix}_L .$$

---

<sup>2</sup>Alargar minimalmente o grupo significa apenas transformá-lo de  $SU(2)$  para o grupo  $SU(3)$ . Desta maneira, os dubletos de  $SU(2)$  agora são tripletos ou antitripletos de  $SU(3)$ .

A teoria contém léptons eletricamente carregados e suas antipartículas fazendo parte de um mesmo tripleto de sabor. Como consequência, há férmions leptoquark com carga elétrica  $\pm 5/3$  e  $\mp 4/3$  e bósons de gauge biléptons com número leptônico  $L = \pm 2$  [20]. Os férmions leptoquark são tripletos de cor de  $SU(3)_c$  que transportam carga bariônica e carga leptônica simultaneamente. O ângulo de Weinberg tem um limite superior nesta formulação e, assim, a escala de energia de quebra de simetria é de cerca 1,7 TeV [21]. A máxima extensão de gauge com grupo semisimples contém o fator  $SU(4)_L$  [22]. Considerando os férmions mais leves do modelo como as partículas que determinam novas simetrias, então,  $SU(4)_L$  é o grupo mais extenso para substituir o grupo  $SU(2)_L$  de isospin fraco.

Nosso objetivo neste trabalho, é analisar novos modelos e mostrar a possibilidade da existência de correntes com quiralidade *right-handed* (RH) no setor eletrofraco. As interações fracas, são mediadas por bósons vetoriais, eletricamente carregados e neutros, que transportam cargas de sabor. O sentido desta corrente é determinado pela projeção do spin na direção do momento das partículas que participam da interação. Desta forma teremos um alinhamento, para o sentido RH ou um antialinhamento, *left-handed* (LH), do spin com o momento. No modelo standard das interações eletrofracas, são realizadas somente via correntes LH. Correntes RH são inexistentes na teoria.

No Capítulo 2, apresentamos a estrutura do Modelo Standard das interações eletrofracas. Construímos as interações de correntes neutras e de correntes carregadas no setor leptônico, onde não há nenhuma evidência de correntes RH.

No Capítulo 3, analisamos o modelo leptoquark-bilépton, proposto por Pisano, Pleitez e Frampton. Como o grupo de simetria de gauge é  $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$ , também é conhecido na literatura como modelo 3-3-1. Temos, então, um tripleto de cor associado a interação nuclear forte, assim como no modelo standard. Todavia, o grupo correspondente à interação nuclear fraca é o grupo  $SU(3)_L$  de modo que temos 3 graus de liberdade leptônicos,  $(\nu_\ell, \ell, \ell^c)$  colocados em um mesmo tripleto. Ao construirmos novamente as interações do modelo, da mesma forma como foi feito no modelo standard, notamos que correntes leptônicas carregadas LH podem ser vistas como correntes RH, devido a operação de conjugação de carga.

No Capítulo 4, analisamos o modelo 3-4-1, que possui o grupo de simetria  $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_N$ , onde alargamos maximalmente<sup>3</sup> o setor eletrofraco da teoria, considerando agora o grupo de isospin fraco  $SU(4)$ . Da mesma maneira que no Capítulo 3, aparecem correntes RH a partir de correntes LH.

Finalmente, no Capítulo 5, mostramos que para o modelo simétrico mínimo, cujo grupo de simetria de gauge é  $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$ , também surgem naturalmente correntes RH. Por fim, relatamos as conclusões.

---

<sup>3</sup>A máxima extensão é realizada quando substituímos os dubletos de  $SU(2)$  pelo quadrupletto de  $SU(4)$ . Dizemos que é a máxima extensão pois o número máximo de graus de liberdade leptônicos é quatro,  $(\nu_\ell, \ell, \ell^c, \nu_\ell^c)$ .

## Capítulo 2

# O Modelo Eletrofraco Standard

Em analogia com a QED, Glashow, Weinberg e Salam construíram [26] uma teoria de gauge que descreve as interações eletromagnética e nuclear fraca. O Modelo Eletrofraco Standard (MES) está baseado no grupo de gauge

$$\mathcal{G}_{21} \equiv \text{SU}(2)_L \otimes \text{U}(1)_Y, \quad (2.1)$$

onde  $\text{SU}(2)_L$  é o grupo de gauge de sabor. Para qualquer grupo  $\text{SU}(N)$  a dimensão do grupo é dada por  $N^2 - 1$ , ou seja  $2^2 - 1 = 3$  para  $\text{SU}(2)$ , associada a três bósons de gauge vetoriais,  $b_\mu^a$ , com índice de simetria interna  $a = 1, 2, 3$ , e o campo  $B_\mu$  associado ao grupo  $\text{U}(1)_Y$ . Denotamos as constantes de acoplamento de gauge associadas ao grupo  $\text{SU}(2)_L$  por  $g$ , e ao grupo  $\text{U}(1)_Y$  por  $g'$ . Os constituintes fundamentais da matéria, léptons e quarks, são atribuídos em três gerações, ou famílias. Assim, o conteúdo de campos de matéria do MES consiste de quarks e léptons para cada geração de sabor,

1.  $(u, d) ; (\nu_e, e),$
2.  $(c, s) ; (\nu_\mu, \mu),$
3.  $(t, b) ; (\nu_\tau, \tau).$

A teoria é invariante sob as transformações de gauge locais do grupo SU(2) onde os campos fermiônicos quirais se transformam segundo

$$\begin{aligned} \psi_L &\longrightarrow \exp\{-i\tau^a\theta^a\}\psi_L = \exp\{-i\frac{\sigma^a}{2}\theta^a\}\psi_L \\ \psi_R &\longrightarrow \psi_R. \end{aligned} \tag{2.2}$$

O MES é uma teoria quiral pois campos fermiônicos quirais LH transformam-se diferentemente dos campos quirais RH violando, assim, a invariância de paridade. De acordo com as Eqs.(2.2), os campos LH transformam-se como dubletos de SU(2), onde  $\sigma^a$  ( $a = 1, 2, 3$ ) são as matrizes de Pauli, [ver Eqs.(A.4) do apêndice A], ou seja, os geradores do grupo SU(2) e  $\theta^a$  são os parâmetros da transformação de gauge. Os campos RH, transformam-se como singletos.

## 2.1 Quiralidade

No modelo eletrofraco standard, os férmions fundamentais podem ser classificados de acordo com sua quiralidade e helicidade. Representamos os campos fermiônicos

fundamentais por um campo espinorial

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \psi_3(x) \\ \psi_4(x) \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

que satisfaz a equação de Dirac

$$(i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc)\psi = 0, \quad (2.4)$$

onde  $\gamma^\mu$  são as quatro matrizes de Dirac.

$$\gamma_0 = \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_i = \beta\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Introduzimos agora a matriz  $\gamma_5$ , definida segundo  $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ , sendo  $i = \sqrt{-1}$ . Desta forma, explicitamente,

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Cada elemento destas matrizes é uma matriz  $2 \times 2$  e, assim,  $\gamma^\mu$  e  $\gamma_5$  são matrizes  $4 \times 4$  operando sobre o espinor de Dirac  $\psi$ , Eq.(2.3), com os quatro elementos  $\psi_{1,2,3,4}(x)$ . Os campos fermiônicos de spin  $\frac{1}{2}\hbar$  tem sua dinâmica determinada pela equação de Dirac. Consideremos os quatro vetores-coluna  $4 \times 1$  linearmente independentes com apenas com-

ponentes reais,

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

que denotaremos genericamente por  $\psi$  e determinam a base de um espaço vetorial e que denotaremos por  $\psi$ . Estes ‘espinores’ satisfazem a Eq.(2.4). Consideremos uma partícula em repouso ( $\vec{p} = \vec{0}$ ). Explicitamente, em unidades naturais,

$$(\gamma^0 p_0 - m)\psi = \begin{pmatrix} (p_0 - m)\mathbf{1}_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & (-p_0 - m)\mathbf{1}_{2 \times 2} \end{pmatrix} \psi = 0 \quad (2.8)$$

com  $p_0 = +m$  para os dois primeiros espinores e  $p_0 = -m$  para o segundo par. Para uma partícula em movimento obtemos o mesmo resultado.

Como estamos interessados em descrever um modelo quiral, separamos o estado  $\psi$  em componentes LH e RH. Escrevemos as Eqs.(2.5) e (2.6) na representação quiral de Weyl das matrizes  $\gamma$ ,

$$\gamma_0 = \beta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_i = \beta \alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

A fim de definirmos a quiralidade e verificar sua diferença com a helicidade, consideremos partículas sem massa, de spin  $\frac{1}{2}\hbar$ , movendo-se com momento  $p$ . Seja  $\psi(x) = \psi$  a solução

da equação de Dirac para partícula não-massiva, escrita explicitamente,

$$(\gamma^0 p_0 + \gamma^i p_i)\psi = 0. \quad (2.10)$$

Multiplicando por  $(-i\gamma^1\gamma^2\gamma^3)$  e usando a relação de anticomutatividade das matrizes gama,  $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ , obtemos

$$[\gamma^5 p_0 - (\vec{\sigma} \cdot \vec{p})\mathbf{1}]\psi = 0, \quad (2.11)$$

sendo  $E = |p|c = |p|$  em unidades naturais, para uma partícula de massa nula e, assim,  $p_0 = |p|$ . Então, a Eq.(2.11) torna-se

$$(\gamma^5 - \vec{\sigma} \cdot \hat{p})\psi = 0. \quad (2.12)$$

É interessante notar que a Eq.(2.12) nos mostra um fato notável. No limite de massa nula, quiralidade coincide com helicidade pois temos a matriz  $\gamma^5$  que representa um operador quiral igualada a projeção do spin na direção do momento e este operador é o operador de helicidade.

O estado fermiônico  $\psi$  pode ser decomposto em componentes quirais,

$$\psi = \psi_L + \psi_R \quad (2.13)$$

segundo combinações lineares dos espinores da Eq.(2.7)

$$\psi_R = a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

e

$$\psi_L = a_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_4 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

onde  $a_{1,2,3,4}$  são números. O operador de campo  $\psi_L$  aniquila um férmion LH ou cria a correspondente antipartícula RH. Por sua vez,  $\psi_R$  aniquila um férmion RH ou cria um antiférmion LH. Os autoestados  $\psi_L$  e  $\psi_R$  são soluções de quiralidade definida. Para uma partícula não massiva movendo-se com um momento preciso estas soluções representam o alinhamento RH ou o anti-alinhamento LH do spin com o momento. Ainda, se medirmos a terceira componente do spin  $S_Z$  o resultado pode ser  $\pm\frac{1}{2}$ , em unidades  $\hbar$ . Para  $S_Z = +\frac{1}{2}\hbar$  a partícula é RH e para  $S_Z = -\frac{1}{2}\hbar$  é LH. Quiralidade é o nome utilizado para férmions sem massa descritos por espinores de Weyl com duas componentes.

Finalmente, definimos os operadores de projeção quiral que atuam sobre o espinor

$\psi$ ,

$$\begin{aligned} P_L &\equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5), \\ P_R &\equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5), \end{aligned} \quad (2.16)$$

e que satisfazem

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0; \quad (2.17)$$

$$\gamma^\mu P_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \gamma^\mu = P_R \gamma^\mu, \quad (2.18)$$

$$\gamma^\mu P_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \gamma^\mu = P_L \gamma^\mu; \quad (2.19)$$

$$P_L^2 + P_R^2 = 1, \quad (2.20)$$

$$P_L^2 = P_L, \quad P_R^2 = P_R. \quad (2.21)$$

As matrizes  $\gamma^\mu$  e  $\gamma_5$  fecham uma álgebra de Clifford, Eq.(2.17), e os projetores quirais  $P_{L,R}$  são operadores idempotentes, Eq.(2.21).

## 2.2 Estruturas de Multipletos Fermiônicos

Considerando o setor leptônico do modelo, temos três dubletos LH de isospin fraco associados às três famílias,

$$\psi_{\ell L} = \begin{pmatrix} \nu_\ell \\ \ell \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{1}_c, \mathbf{2}_L, Y_{L_\ell} = -1), \quad \ell = e, \mu, \tau, \quad (2.22)$$

onde  $(\mathbf{1}_c, \mathbf{2}_L, Y_{L_\ell} = -1)$  representa as propriedades de transformação sob o grupo de gauge  $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , segundo as quais  $\psi_{\ell L}$  transforma-se como um singlete de cor, um dubleto de sabor e com a atribuição de hipercarga  $Y_{L_\ell} = -1$ . O índice  $L$  indica o estado de quiralidade LH. Os estados LH para qualquer família leptônica são definidos a partir dos operadores de projeção quiral definidos na Eq.(2.16). Assim,

$$\begin{aligned}\nu_{\ell L} &= \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\nu_\ell, \\ \ell_L &= \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\ell.\end{aligned}\tag{2.23}$$

Na quiralidade RH temos os singletos leptônicos de isospin

$$\ell_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\ell\tag{2.24}$$

e o setor de quarks da teoria consiste também dos dubletos LH,

$$Q_{qL} = \begin{pmatrix} \mathcal{U} \\ \mathcal{D} \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}_c, \mathbf{2}_L, Y_L = +\frac{1}{3}),\tag{2.25}$$

onde  $\mathcal{U} = u, c, t$  e  $\mathcal{D} = d, s, b$  são os sabores de quarks e os multipletos de quarks transformam-se como tripletos de cor, dubletos de sabor e com a atribuição de hipercarga  $Y_L = \frac{1}{3}$ . No setor quiral RH há três pares de quarks representados pelos dois singletos de sabor

$$\begin{aligned}\mathcal{U}_R &= \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\mathcal{U} \\ \mathcal{D}_R &= \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\mathcal{D}\end{aligned}\tag{2.26}$$

com as atribuições de hipercarga  $Y(\mathcal{U}_R) = +\frac{4}{3}$  e  $Y(\mathcal{D}_R) = -\frac{2}{3}$ , respectivamente. Considerando a carga elétrica elementar

$$e = \frac{gg'}{(g^2 + g'^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.27)$$

o operador de carga elétrica no modelo standard é definido como

$$\frac{Q}{e} = T_3 + T_0 = \frac{1}{2}\sigma_3 + \frac{Y}{2} \quad (2.28)$$

sendo uma combinação linear do gerador diagonal  $T_3$  do grupo SU(2), definido como  $T_3 = \frac{1}{2}\sigma_3$  onde  $\sigma_3$  é a matriz diagonal de Pauli e  $T_0$  associado ao grupo abeliano U(1) de interação eletromagnética. Ao incorporarmos o eletromagnetismo definimos uma hipercarga fraca, ( $Y = B + S$ , onde  $B$  é o número bariônico e  $S$  é o número quântico de estranheza, *strangeness*) a qual está presente na relação de Gell-Mann–Nishijima Eq.(2.28). As hipercargas para as projeções quirais LH e RH são  $Y_L = -1$  e  $Y_R = -2$ , respectivamente.

## 2.3 Mecanismo de Higgs

O mecanismo de Higgs ou mecanismo de quebra espontânea da simetria de gauge é fundamental para a teoria que descreve as interações eletrofracas pois é responsável pela geração da massa na teoria [29]. Teorias de gauge localmente invariantes implicam que os bósons de gauge sejam não massivos. Todavia, para descrever interações de curto alcance é necessário introduzirmos bósons de gauge massivos. Um sistema quântico é descrito

por um operador hamiltoniano  $H$  ou uma lagrangeana  $L$  que podem ter vários estados descritos por  $\psi_n$  com energia  $E_n$ ,

$$H\psi_n = E_n\psi_n.$$

O estado de mínima energia  $E_0$  é o estado de vácuo. Havendo um único estado de vácuo determinado este é dito não-degenerado. Caso contrário, o estado é degenerado. Nas teorias quânticas relativísticas existe uma conexão entre invariância do estado de vácuo sob um grupo de transformações e a invariância da lagrangeana sob o mesmo grupo. Um caso de simetria exata ocorre quando o estado de vácuo é invariante, ocorrendo o mesmo com a lagrangeana. Se o estado de vácuo é não-invariante, a lagrangeana poderá ser invariante ou não e, neste caso, teremos o que chamamos de simetria espontaneamente quebrada. A fim de elucidar o mecanismo de quebra espontânea da simetria, tomamos o exemplo de um campo escalar complexo. Seja o campo  $\phi = \phi_1 + i\phi_2$ , com a lagrangeana

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi - V(\phi) \tag{2.29}$$

invariante sob transformações globais de  $U(1)$ ,

$$\phi \longrightarrow \exp\{-i\alpha\}\phi.$$

O potencial é dado por

$$V(\phi) = \mu^2(\phi^*\phi) + \lambda(\phi^*\phi)^2 \tag{2.30}$$

contendo o termo quadrático de massa e o termo biquadrático associados com os parâmetros livres  $\mu$  e  $\lambda$  respectivamente. Ao impormos a invariância sob a transformação de simetria local, com  $\alpha = \alpha(x)$ , onde  $x$  representa um ponto do espaço-tempo pseudoeuclideo de Minkowski,

$$\phi \longrightarrow \exp\{-i\alpha(x)\}\phi(x) \quad (2.31)$$

introduzimos a derivada covariante de gauge

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - igG_\mu. \quad (2.32)$$

O campo  $G_\mu$  transforma-se localmente sob transformações do grupo U(1) segundo

$$G_\mu(x) \longrightarrow G_\mu(x) - \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha(x).$$

Assim, a lagrangeana da Eq.(2.29) torna-se

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \mathcal{D}_\mu\phi^*\mathcal{D}^\mu\phi - V(\phi), \quad (2.33)$$

contendo o potencial associado ao campo escalar  $\phi$ , Eq.(2.30), o termo cinético correspondente ao bóson de gauge  $G_\mu$  com o tensor de campo definido como

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu \quad (2.34)$$

e os termos de interação contidos no produto das derivadas covariantes. Considerando o caso em que  $\mu^2 < 0$  na Eq.(2.30), encontramos um ponto de máximo, para  $|\phi| = 0$ , e um

*continuum* de mínimos

$$\phi = +\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}\exp\{i\theta\} \quad (2.35)$$

onde  $\theta$  é um parâmetro arbitrário. Por exemplo, escolhendo  $\theta = 0$  quebramos a simetria U(1), devido ao fato de termos escolhido uma direção particular no espaço  $\phi_1 - \phi_2$ . Para determinarmos o espectro de massa dos bósons de gauge a partir da lagrangeana da simetria quebrada consideremos novamente a lagrangeana da Eq. (2.33) e escrevemos o campo complexo

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2); \quad \phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2). \quad (2.36)$$

Portanto, o valor esperado no vácuo  $v$  para  $\phi = \frac{v}{\sqrt{2}}$  é

$$v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (2.37)$$

Podemos escrever o campo complexo na forma polar introduzindo dois novos campos reais  $H(x)$  e  $\vartheta(x)$ , tais que

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) = H(x)\exp\{i\vartheta(x)\}. \quad (2.38)$$

Realizando a transformação de gauge,

$$\phi \longrightarrow \phi'(x) = \exp\{-i\vartheta(x)\}\phi(x), \quad (2.39)$$

e considerando a Eq.(2.38),

$$\phi'(x) \longrightarrow H(x) \exp\{i\vartheta(x)\} \exp\{-\vartheta(x)i\} \quad (2.40)$$

e, então,

$$\phi'(x) \longrightarrow H(x). \quad (2.41)$$

Ficamos apenas com o campo real  $H(x)$ . Com esta escolha, o campo de gauge se transforma segundo

$$G_\mu \longrightarrow G'_\mu = G_\mu - \frac{1}{g} \partial_\mu \vartheta(x). \quad (2.42)$$

O próximo passo, é efetuarmos uma perturbação em torno do ponto de mínimo do potencial,

$$H(x) = \frac{h(x) + v}{\sqrt{2}}, \quad (2.43)$$

onde  $h(x)$  é o campo eletricamente neutro de Higgs. A lagrangeana no novo gauge é

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (\mathcal{D}_\mu \phi)'^* (\mathcal{D}^\mu \phi)' - \mu^2 \phi'^* \phi' - \lambda (\phi'^* \phi')^2 \quad (2.44)$$

Utilizando as Eqs. (2.32), (2.42) e (2.43), desenvolvemos o produto das derivadas covariantes de gauge da Eq.(2.44),

$$\begin{aligned} (\mathcal{D}_\mu \phi)'^* (\mathcal{D}^\mu \phi)' = \frac{1}{2} & \left[ \partial_\mu (h(x) + v) \partial^\mu (h(x) + v) - \partial_\mu (h(x) + v) i g G'^{\mu} (h(x) + v) + \right. \\ & \left. i g G'_\mu (h(x) + v) \partial^\mu (h(x) + v) + g^2 G'_\mu G'^{\mu} (h(x) + v)^2 \right]. \quad (2.45) \end{aligned}$$

Abaixando o índice de Lorentz no campo  $G^\nu$

$$G_\mu = g_{\mu\nu}G^\nu, \quad (2.46)$$

onde  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico do espaço-tempo de Minkowski,

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (2.47)$$

podemos cancelar alguns termos e ficamos com

$$(\mathcal{D}_\mu\phi)^{*\prime}(\mathcal{D}^\mu\phi)' = \frac{1}{2} [\partial_\mu h \partial^\mu h + g^2 h^2 G'_\mu G'^\mu + g^2 v^2 G'_\mu G'^\mu + 2g^2 h v G'_\mu G'^\mu]. \quad (2.48)$$

Reescrevemos o termo de potencial da Eq. (2.44) considerando a perturbação, Eq.(2.43),

onde de acordo com a Eq.(2.37),  $\mu^2 = -\lambda v^2$ , temos

$$-\mu^2 \phi'^* \phi' - \lambda (\phi'^* \phi')^2 = \frac{1}{4} \lambda v^4 - \frac{1}{4} \lambda h^4 - \lambda h^3 v - \lambda h^2 v^2 \quad (2.49)$$

A lagrangeana da Eq. (2.44), pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & - \frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{1}{2} g^2 h^2 G'_\mu G'^\mu + \frac{1}{2} g^2 v^2 G'_\mu G'^\mu \\ & + g^2 h v G'_\mu G'^\mu + \frac{1}{4} \lambda v^4 - \frac{1}{4} \lambda h^4 - \lambda h^3 v - \lambda h^2 v^2. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Agora, a lagrangeana não é invariante sob transformações de U(1) onde  $F'^{\mu\nu} = F(G')^{\mu\nu}$  e também  $F'_{\mu\nu} = F(G')_{\mu\nu}$ . Os termos de massa, aparecem na lagrangeana da Eq.(2.50), como termos quadráticos, proporcionais a

$$\frac{1}{2}m^2 G'_\mu G'^\mu.$$

Termos quadráticos são termos de massa pois indicam a autointeração do campo. A massa do bóson  $G'_\mu$ , então, é

$$M_{G'}^2 = g^2 v^2$$

ou ainda,  $M_{G'} = gv$ , e a massa do bóson de Higgs  $h$  é

$$M_h^2 = 2\lambda v^2$$

e, assim,  $M_h = \sqrt{2\lambda}v$ .

Quando fixamos um gauge, o campo  $\vartheta(x)$  desaparece da lagrangeana. A transformação de gauge nos diz que o campo  $\vartheta(x)$  é responsável pela componente longitudinal de polarização do campo vetorial massivo. Antes da quebra de simetria, tínhamos quatro graus de liberdade: dois campos escalares  $\phi$  e  $\phi^*$  e dois estados de helicidade para  $G_\mu$ . Após a quebra espontânea de simetria, ganhamos um campo escalar  $h(x)$  e um campo de gauge massivo  $G'_\mu$ , com três estados de helicidade. Ou seja, dizemos que o bóson de gauge não-massivo “engole” o bóson não-massivo  $\vartheta$  (bóson de Goldstone) para tornar-se um bóson vetorial massivo  $h$ , o qual chamamos de bóson de Higgs. Este resultado, sugere a possibilidade de construirmos teorias de gauge com quebra espontânea de simetria, onde

as interações são mediadas por bósons vetoriais massivos.

## 2.4 Os Bósons de Gauge

Na teoria original corrente-corrente do decaimento beta em 1933, Fermi tratou este processo como uma interação de contato, que ocorria em um único ponto. Isto não requer uma partícula mediadora. Acontece que a força fraca, a qual é responsável pelo decaimento beta, é de curto alcance. Mas, o modelo de Fermi não estava tão distante assim da verdade e era considerado uma excelente aproximação para baixas energias. Entretanto, ele reconhecia que esta aproximação obrigatoriamente falhava para o limite de altas energias e eventualmente a teoria deveria ser generalizada por uma teoria na qual a interação fosse mediada pela troca de algumas partículas mediadoras. O mediador veio a ser conhecido como *bóson vetorial intermediário*. O desafio para os teóricos era prever propriedades dos bósons vetoriais intermediários e, para os físicos experimentais, produzi-los em laboratório. No entanto, não temos uma maneira correspondente a um “weak bound state” para medir o alcance da força fraca. Além disso a interação fraca é ineficaz para manter as partículas ligadas, assim como ocorre no caso da força forte onde Yukawa foi capaz de estimar a massa dos pions em termos do alcance da força. Por muitos anos previsões de massa para os bósons vetoriais intermediários, não estavam muito distantes de adivinhações. Por volta de 1962 era sabido que a massa deveria ter pelo menos a metade do valor da massa do próton. Dez anos depois, o limite mais baixo tinha aumentado para cerca de 2,5 vezes a massa do próton. Mas não era ainda a teoria eletrofraca emergente de Glashow, Weinberg e Salam na qual uma real previsão

da massa foi proposta. Nesta teoria existem, de fato, três bósons vetoriais intermediários, dois deles eletricamente carregados,  $W^+$  e  $W^-$ , e um bóson eletricamente neutro,  $Z^0$ . Foi então construído no CERN, um ‘colider’ próton-antipróton designado especialmente para produzir estas partículas pesadas, da ordem de 100 vezes maior que a massa do próton. Em Janeiro de 1983 a descoberta do  $W$  ( $M_W = 81 \pm 5 \text{ GeV}/c^2$ ), foi anunciada pelo grupo de Rubbia e cinco meses depois o mesmo grupo anunciava a descoberta do  $Z^0$  ( $M_{Z^0} = 95 \pm 3 \text{ GeV}/c^2$ ). As interações entre férmions e bósons de gauge, são descritas via formalismo lagrangeano o qual conecta simetrias e leis de conservação. Assim construímos a lagrangeana que descreve tais interações no modelo standard,

$$\mathcal{L}_{\text{MS}} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{fermions}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}}, \quad (2.51)$$

onde  $\mathcal{L}_{\text{gauge}}$ , a parte que descreve as interações entre os bósons  $b_\mu^1, b_\mu^2, b_\mu^3$  e  $B_\mu$  é dada segundo

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}b_\mu^a b^{a\mu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (2.52)$$

onde

$$b_{\mu\nu}^a = \partial_\mu b_\nu^a - \partial_\nu b_\mu^a + g f^{abc} b_\mu^b b_\nu^c, \quad (2.53)$$

sendo  $f^{abc}$  as constantes de estrutura do grupo (Apendice A) e

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.54)$$

O setor fermiônico da lagrangeana é composto por férmions quirais RH e LH sendo portanto descrito por

$$\mathcal{L}_{\text{fermions}} = i\bar{\psi}_R\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\psi_R + i\bar{\psi}_L\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\psi_L. \quad (2.55)$$

Como férmions quirais RH são singletos de  $SU(2)_L$ , a derivada covariante toma a forma

$$\mathcal{D}_\mu\psi_R = \left(\partial_\mu - i\frac{g'}{2}YB_\mu\right)\psi_R. \quad (2.56)$$

A correspondente derivada covariante para o dubleto LH é

$$\mathcal{D}_\mu\psi_L = \left(\partial_\mu - i\frac{g'}{2}YB_\mu - i\frac{g}{2}\tau^ab_\mu\right)\psi_L, \quad (2.57)$$

dada em termos das matrizes  $2 \times 2$  de Pauli  $\tau^a$ , onde  $a = 1, 2, 3$  é o índice de simetria interna. As Eqs. (2.52), e (2.55) definem uma teoria de gauge consistente para o isospin e hipercarga fraca. Entretanto, não é ainda aceitável, pois não descreve bósons de gauge massivos. O setor de Higgs é então adicionado à lagrangeana total, a fim de gerar as massas dos bósons da teoria. Para isto, introduzimos um dubleto de campos escalares complexos (spin zero)

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

com carga elétrica dada pela relação  $Q = T^3 + \frac{1}{2}Y$ , onde  $T^3 = \pm\frac{1}{2}$ , e  $Y = 1$ . A lagrangeana de Higgs é, então,

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (\mathcal{D}^\mu\phi)^\dagger(\mathcal{D}^\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi). \quad (2.59)$$

O mecanismo de quebra espontânea da simetria é disparado quando  $\phi$  adquire valor esperado no vácuo  $v$  [24]. Assim,

$$\langle \phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \langle \phi \rangle_0^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & \frac{v+\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.60)$$

Notemos que apenas a componente neutra  $\phi^0$  adquire valor esperado no vácuo. Desta forma, quebramos a invariância de simetria de gauge. Adicionamos uma perturbação  $\eta$  a  $v$ , onde

$$v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}. \quad (2.61)$$

Assim, de acordo com as Eqs. (2.60) o potencial escalar em termos do campo  $\eta$  é

$$V(\langle \phi \rangle_0^\dagger \langle \phi \rangle_0) = \frac{\mu^2 v^2}{4} - \mu^2 \eta^2 - \frac{\mu^2 \eta^3}{v} - \frac{\mu^2 \eta^4}{4v}. \quad (2.62)$$

Desenvolvendo o produto  $\tau^a b_\mu^a$  da Eq.(2.57)

$$\begin{aligned} \tau^a b_\mu^a &= \tau^1 b_\mu^1 + \tau^2 b_\mu^2 + \tau^3 b_\mu^3 \\ &= \begin{pmatrix} 0 & b_\mu^1 \\ b_\mu^1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -ib_\mu^2 \\ ib_\mu^2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_\mu^3 & 0 \\ 0 & -b_\mu^3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} b_\mu^3 & (b_\mu^1 - ib_\mu^2) \\ (b_\mu^1 + ib_\mu^2) & -b_\mu^3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Definimos os campos de gauge carregados como as combinações lineares

$$\begin{aligned} W_\mu^+ &= \frac{b_\mu^1 - ib_\mu^2}{\sqrt{2}}, \\ W_\mu^- &= \frac{b_\mu^1 + ib_\mu^2}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (2.64)$$

dos autoestados da simetria de gauge  $b_\mu^1$  e  $b_\mu^2$ . Assim, podemos reescrever as Eqs. (2.63)

segundo

$$\tau^a b_\mu^a = \begin{pmatrix} b_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -b_\mu^3 \end{pmatrix}. \quad (2.65)$$

Desenvolvendo o primeiro termo da Eq.(2.59) e desconsiderando o termo cinético,

$$\mathcal{D}_\mu \langle \phi \rangle_0 = - \left[ \frac{1}{2} ig' \mathbf{1} B_\mu - \frac{1}{2} ig \begin{pmatrix} b_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -b_\mu^3 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$$

onde usamos  $\mathbf{1}$  para indicar a matriz identidade. Assim,

$$\mathcal{D}_\mu \langle \phi \rangle_0 = -\frac{1}{2\sqrt{2}} ig' v B_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2\sqrt{2}} ig v \begin{pmatrix} \sqrt{2}W_\mu^+ \\ -b_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

e

$$(\mathcal{D}^\mu \langle \phi \rangle_0)^\dagger = \frac{1}{2\sqrt{2}} ig' v \begin{pmatrix} 0 & \bar{B}^\mu \end{pmatrix} + \frac{1}{2\sqrt{2}} ig v \begin{pmatrix} \sqrt{2}\bar{W}^{\mu+} & -\bar{b}^{\mu 3} \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

de modo que

$$\begin{aligned}
 (\mathcal{D}^\mu \langle \phi \rangle_0)^\dagger \mathcal{D}_\mu \langle \phi \rangle_0 = & \left[ \frac{1}{2\sqrt{2}} i g' v \begin{pmatrix} 0 & \bar{B}^\mu \end{pmatrix} + \frac{1}{2\sqrt{2}} i g v \begin{pmatrix} \sqrt{2} \bar{W}^{\mu+} & -\bar{b}^{\mu 3} \end{pmatrix} \right] \\
 & \left[ -\frac{1}{2\sqrt{2}} i g' v B_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{1}{2\sqrt{2}} i g v \begin{pmatrix} \sqrt{2} W_\mu^+ \\ -b_\mu^3 \end{pmatrix} \right] \quad (2.68)
 \end{aligned}$$

e, assim,

$$\begin{aligned}
 (\mathcal{D}^\mu \langle \phi \rangle_0)^\dagger \mathcal{D}_\mu \langle \phi \rangle_0 = & \frac{1}{4} g^2 v^2 W^{\mu-} W_\mu^+ \\
 & + \frac{1}{8} g^2 v^2 \bar{b}^{\mu 3} b_\mu^3 + \frac{1}{8} g'^2 v^2 \bar{B}^\mu B_\mu \quad (2.69) \\
 & - \frac{1}{8} g g' v^2 \bar{b}^{\mu 3} B_\mu - \frac{1}{8} g g' v^2 \bar{B}^\mu b_\mu^3.
 \end{aligned}$$

Construímos a matriz de massa dos bósons vetoriais massivos na base  $\{b_\mu^3, B_\mu\}$ ,

$$M^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{8} g^2 v^2 & -\frac{1}{8} g g' v^2 \\ -\frac{1}{8} g g' v^2 & \frac{1}{8} g'^2 v^2 \end{pmatrix}. \quad (2.70)$$

Efetuada a diagonalização da matriz de massa, podemos obter os autoestados físicos  $Z_\mu^0$  e o fóton  $A_\mu$  em termos dos autoestados de simetria  $b_\mu^3$  e  $B_\mu$ ,

$$Z_\mu^0 = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} b_\mu^3 - \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} B_\mu \quad (2.71)$$

$$A_\mu^0 = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} b_\mu^3 + \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} B_\mu. \quad (2.72)$$

A lagrangeana de Higgs torna-se

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{Higgs}} &= (\mathcal{D}^\mu \langle \phi \rangle_0)^\dagger (\mathcal{D}_\mu \langle \phi \rangle_0) - V(\langle \phi \rangle_0^\dagger \langle \phi \rangle_0) \\
 &= \frac{1}{4} g^2 v^2 W_\mu^- W^{\mu+} + \frac{1}{8} v^2 Z_\mu^0 Z^{\mu 0} (g^2 + g'^2) \\
 &\quad - \frac{\mu^2 v^2}{4} + \mu^2 \eta^2 + \frac{\mu^2 \eta^3}{v} + \frac{\mu^2 \eta^4}{4v^2}.
 \end{aligned} \tag{2.73}$$

Temos, então, o termo de massa proporcional a

$$\frac{1}{4} g^2 v^2 W_\mu^- W^{\mu+} = M_W^2 W_\mu^- W^{\mu+}$$

os bósons eletricamente carregados adquirem a massa

$$M_{W_\mu^\pm} = \frac{gv}{2}, \tag{2.74}$$

e o termo de massa para o bóson eletricamente neutro  $Z_\mu^0$

$$\frac{1}{8} v^2 Z_\mu^0 Z^{\mu 0} (g^2 + g'^2) = \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu^0 Z^{\mu 0},$$

com a massa

$$M_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2}.$$

O fóton não adquire massa, pois  $\phi^+$  não adquire valor esperado no vácuo, assim as combinações dos campos de gauge que contém a parte proporcional a  $A_\mu$  não aparecem na lagrangeana dada na Eq.(2.73).

## 2.5 Correntes Neutras

Os termos de correntes são obtidos a partir da lagrangeana de interação, Eq. (2.55). Analisemos, primeiramente, as interações de corrente neutra, correntes que acoplam com o fóton e com o bóson neutro massivo  $Z^0$ . Denotamos a lagrangeana  $\mathcal{L}_{\text{fermions}}$  para correntes neutras como  $\mathcal{L}^{\text{cn}}$ . Novamente, iremos desconsiderar os termos cinéticos. Efetuaremos os cálculos para a primeira família de léptons,  $(e, \nu_e)$ , que tem os seus análogos para a segunda e terceira família,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{cn}} = & -\frac{g'}{2}\bar{e}_R Y_R \gamma^\mu e_R B_\mu - \frac{g'}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{\ell L} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \gamma^\mu Y_L \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} B_\mu \\ & - \frac{g}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{\ell L} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} b_\mu^3 & . \\ . & -b_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Utilizamos somente a componente diagonal  $b_\mu^3$  da matriz  $\tau^a b_\mu^a$  dada na Eq. (2.65), responsável pelos acoplamentos de corrente neutra. Considerando os valores de hipercarga  $Y_R = -2$  e  $Y_L = -1$ , de acordo com a relação de Gell-Mann–Nishijima dada na Eq. (2.28),  $Q = T_3 + \frac{1}{2}Y$ , obtemos a forma explícita

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{cn}} = & g'\bar{e}_R \gamma^\mu e_R B_\mu + \frac{g'}{2}\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L B_\mu + \frac{g'}{2}\bar{e}_L \gamma^\mu e_L B_\mu \\ & - \frac{g}{2}\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L b_\mu^3 + \frac{g}{2}\bar{e}_L \gamma^\mu e_L b_\mu^3, \end{aligned} \quad (2.76)$$

que de acordo com as Eqs.(2.71) e (2.72), os estados físicos  $Z_\mu^0$  e  $A_\mu^0$  são descritos como uma combinação linear dos autoestados de simetria  $b_\mu^3$  e  $B_\mu$ ,

$$Z_\mu^0 = \frac{-g'B_\mu + gb_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad A_\mu^0 = \frac{gB_\mu + g'b_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.77)$$

Utilizando as definições acima escrevemos o termo de acoplamento

$$\frac{g'}{2}\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L B_\mu - \frac{g}{2}\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L b_\mu^3 = -\frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2}\bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L Z_\mu^0, \quad (2.78)$$

que é consistente com o fato de que neutrinos não possuem interação eletromagnética, pois o acoplamento não é realizado com o bóson da interação eletromagnética  $A_\mu$  e sim com  $Z_\mu^0$ . Retornamos aos demais termos da Eq. (2.76) e usando a propriedade

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\psi = \bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu\psi_R \quad (2.79)$$

podemos escrever os três termos restantes em termos dos campos autoestados da massa dados nas Eqs.(2.77),

$$\begin{aligned} & \bar{e}\gamma^\mu e \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} A_\mu^0 - \bar{e}_R\gamma^\mu e_R g'^2 (g^2 + g'^2)^{-\frac{1}{2}} Z_\mu^0 \\ & + \bar{e}_L\gamma^\mu e_L \frac{(g^2 - g'^2)}{2} (g^2 + g'^2)^{-\frac{1}{2}} Z_\mu^0. \end{aligned} \quad (2.80)$$

Reescrevemos a lagrangeana para as correntes neutras usando os resultados obtidos nas Eqs. (2.78) e (2.80),

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{cn}} = & \bar{e}\gamma^\mu e \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} A_\mu^0 - \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L Z_\mu^0 \\ & + (g^2 + g'^2)^{-\frac{1}{2}} Z_\mu^0 \left[ -\bar{e}_R \gamma^\mu e_R g'^2 + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \frac{(g^2 - g'^2)}{2} \right]. \end{aligned} \quad (2.81)$$

Identificamos  $A_\mu^0$  como o bóson de gauge das interações eletromagnéticas (fóton) sendo a corrente eletromagnética

$$J^\mu = e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi. \quad (2.82)$$

A carga elétrica elementar é dada por

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.$$

Definimos agora o ângulo de mistura eletrofraco, ou ângulo de Weinberg  $\theta_W$ , a fim de parametrizar a mistura dos bósons de gauge  $B_\mu$  e  $b_\mu^3$ , como

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}, \quad (2.83)$$

onde

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.84)$$

Então, os bósons das Eqs.(2.77) em função do ângulo de mistura eletrofraco de Weinberg, são

$$Z_\mu^0 = -B_\mu \sin \theta_W + b_\mu^3 \cos \theta_W, \quad (2.85)$$

$$A_\mu^0 = B_\mu \cos \theta_W + b_\mu^3 \sin \theta_W. \quad (2.86)$$

Retomando a Lagrangeana da Eq.(2.81) a fim de escrevê-la em termos do ângulo de mistura teremos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^0 = & e\bar{e}\gamma^\mu e A_\mu^0 - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L Z_\mu^0 \\ & - \frac{g}{2 \cos \theta_W} Z_\mu^0 [2 \sin^2 \theta_W \bar{e}_R \gamma^\mu e_R + (\sin^2 \theta_W - 1) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L]. \end{aligned} \quad (2.87)$$

Observemos que as correntes leptônicas acopladas aos bósons eletricamente neutros do Modelo Eletrofraco Standard ocorrem via correntes LH e RH.

## 2.6 Correntes Carregadas

Os termos de correntes carregadas são obtidos também a partir da lagrangeana  $\mathcal{L}_{\text{fermions}}$  dada na Eq.(2.55), de modo análogo ao utilizado anteriormente para os acoplamentos com correntes neutras. Suprimimos novamente os termos cinéticos e consideramos apenas a primeira família leptônica. Denotamos por  $\mathcal{L}^{\text{cc}}$  a lagrangeana para correntes car-

regadas,

$$\mathcal{L}^{\text{cc}} = -\frac{g}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{\ell L} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} \cdot & b_\mu^1 - ib_\mu^2 \\ b_\mu^1 + ib_\mu^2 & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad (2.88)$$

e para as demais famílias leptônicas o procedimento é o mesmo. Reescrevemos  $\mathcal{L}^{\text{cc}}$  de acordo com a Eq. (2.64) e desprezamos o termo quiral RH e o termo LH que acopla com o autoestado  $B_\mu$  pois são responsáveis pelos acoplamentos neutros da lagrangeana, consideremos apenas os termos de corrente carregada, os quais acoplam aos bósons carregados  $W_\mu^+$  e  $W_\mu^-$ . Assim,

$$\mathcal{L}^{\text{cc}} = -\frac{g}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{\ell L} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \gamma^\mu \begin{pmatrix} \cdot & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad (2.89)$$

e a lagrangeana de corrente carregada é dada por

$$\mathcal{L}^{\text{cc}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \{ \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L W_\mu^+ + \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_{eL} W_\mu^- \} \quad (2.90)$$

Note que somente  $e_L$  pode fazer a transição em um neutrino pela absorção de um  $W^+$  ou emissão de um  $W^-$ ,  $e_R$  não interage com os bósons de gauge eletricamente carregados  $W^+$  e  $W^-$ . Por esta razão, não há evidência de correntes eletricamente carregadas RH no modelo standard das interações eletrofracas.

A corrente leptônica carregada LH, explicitamente é

$$\bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L = \frac{1}{2} \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e$$

que consiste de uma corrente vetorial,  $\bar{\nu}_e \gamma^\mu e$ , e uma corrente vetor axial  $\bar{\nu}_e \gamma^\mu \gamma_5 e$ , recuperando a estrutura V-A.

# Capítulo 3

## O Modelo Leptoquark-Bilépton 3-3-1

Constatamos, no Capítulo 2, a inexistência de correntes eletricamente carregadas de quiralidade RH no modelo eletrofraco standard. Analisaremos, agora, modelos que sugerem a existência de tais correntes. Seguiremos o mesmo procedimento geral a começar pelo modelo com a simetria de gauge local  $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  (modelo 3-3-1).

### 3.1 Estruturas de Multipletos

O setor leptônico da teoria consiste de três tripletos LH de  $SU(3)$ ,

$$\psi_{\ell L} = \begin{pmatrix} \nu_{\ell} \\ \ell \\ \ell^c \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}_L, N_L = 0), \quad \ell = e, \mu, \tau \quad (3.1)$$

onde  $(\mathbf{3}_L, N_L = 0)$  denota as propriedades de transformação sob o grupo de gauge  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$ . Os campos com quiralidade RH aparecem a partir dos campos LH do triplete, através da introdução do operador de conjugação de carga  $\psi_{\ell R} = (\psi_{\ell L})^c = C\bar{\psi}_{\ell L}^T$ , onde  $C = i\gamma^2\gamma^0 = -i\gamma^0\gamma^2$ . Os neutrinos ainda permanecem sem massa após a quebra espontânea de simetria. Todavia se forem introduzidos singletos RH,  $\nu_{\ell R} \sim (1, 0)$  geram-se termos de massa de Dirac para os neutrinos.

O setor de quarks da teoria é construído também com base nos tripletos LH de quarks. Para a primeira geração atribuímos

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ J_1 \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}_L, N_L = +\frac{2}{3}), \quad (3.2)$$

onde  $J_1$  é um quark exótico que deve ser introduzido no modelo, já que, o grupo de gauge responsável pela interação fraca é agora o grupo  $SU(3)_L$ . Trabalhos envolvendo a busca do quark exótico previsto pelo modelo já tem sido realizados [37]. Teremos, então, tripletos de isospin associados aos férmions da teoria. Para cada geração de léptons temos  $\nu_\ell, \ell, \ell^c$  com o mesmo número quântico  $N$ . Todavia, não podemos completar o multiplete de quarks fazendo o mesmo que fizemos para léptons, ou seja, não podemos construir o multiplete de quarks de forma que tenhamos, por exemplo,

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u \\ d \\ u^c \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{3}_L, N_L = +\frac{2}{3}) \quad (3.3)$$

tendo um anti-quark no multiplete, pois, a atribuição de hipercarga relativa ao anti-quark deveria ser a mesma que a do quark usual  $u$  mas com sinal trocado, o que não acontece. Essa é a razão pela qual o modelo prevê a existência de um quark exótico  $J_1$ . Este novo quark deverá ser muito massivo, tendo em vista o fato de não ter sido detectado experimentalmente ainda. Notemos que na Eq. (3.2),  $u$  representa o quark ‘up’ e  $d$  o quark ‘down’. Na quiralidade RH teremos

$$u_R \sim (\mathbf{1}, +\frac{2}{3}), \quad d_R \sim (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}), \quad J_{1R} \sim (\mathbf{1}, +\frac{5}{3}). \quad (3.4)$$

Para a segunda geração de quarks LH, teremos antitripletos

$$Q_{2L} = \begin{pmatrix} J_2 \\ c \\ s \end{pmatrix}_L \sim (\bar{\mathbf{3}}_L, N_L = -\frac{1}{3}) \quad (3.5)$$

e os correspondentes campos RH,

$$J_{2R} \sim (\mathbf{1}, -\frac{4}{3}), \quad c_R \sim (\mathbf{1}, +\frac{2}{3}), \quad s_R \sim (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}) \quad (3.6)$$

Finalmente, para a terceira geração,

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} J_3 \\ t \\ b \end{pmatrix}_L \sim (\bar{\mathbf{3}}_L, N_L = -\frac{1}{3}) \quad (3.7)$$

com os singletos RH com as propriedades de transformação,

$$J_{3R} \sim (\mathbf{1}, -\frac{4}{3}), \quad t_R \sim (\mathbf{1}, +\frac{2}{3}), \quad b_R \sim (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}). \quad (3.8)$$

A segunda e terceira gerações de quarks transformam-se diferentemente da primeira, como antitripletos ( $\bar{\mathbf{3}}_L$ ), para que a teoria seja consistente e livre das anomalias de Adler-Bell-Jackiw [33]. O operador de carga elétrica, no modelo leptoquark-bilepton 3-3-1, é definido segundo

$$\frac{Q}{e} = \frac{1}{2}(\lambda_3 - \sqrt{3}\lambda_8) + N \quad (3.9)$$

sendo uma combinação linear das matrizes diagonais de Gell-Mann, geradores neutros de SU(3) construídas no Apêndice A e  $N$  representa cargas de U(1) $_N$ .

## 3.2 O Setor de Campos Escalares

A fim de gerar as massas dos quarks e dos bósons de gauge mediadores da interação fraca da teoria deveremos quebrar a simetria de gauge. Para tanto, introduzimos o seguinte conjunto de multipletos de campos escalares

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, 0), \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, 1), \quad (3.10)$$

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi^- \\ \chi^{--} \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{3}, -1) \quad (3.11)$$

e seus respectivos antitripletos

$$\eta^* = \begin{pmatrix} \eta_2^- \\ \eta_1^+ \\ \eta^{0*} \end{pmatrix} \sim (\bar{\mathbf{3}}, 0), \quad \rho^* = \begin{pmatrix} \rho^{--} \\ \rho^{0*} \\ \rho^- \end{pmatrix} \sim (\bar{\mathbf{3}}, -1), \quad (3.12)$$

$$\chi^* = \begin{pmatrix} \chi^{0*} \\ \chi^{++} \\ \chi^+ \end{pmatrix} \sim (\bar{\mathbf{3}}, 1). \quad (3.13)$$

Os léptons adquirem massa ao introduzirmos o antisexteto simétrico

$$(H^{ij}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^0 & h_2^+ & h_1^- \\ h_2^+ & H_1^{++} & \sigma_2^0 \\ h_1^- & \sigma_2^0 & H_2^{--} \end{pmatrix} \sim (\bar{\mathbf{6}}_s, 0). \quad (3.14)$$

A introdução deste antisexteto simétrico de campos escalares é justificada tendo em conta que o setor leptônico da teoria tem acoplamentos de Yukawa da forma geral de Majorana

$$\mathcal{L}_Y^\ell = -g(\overline{\psi_L})_i^c H_{ij} \psi_{Lj}, \quad i, j = 1, 2, 3 = e, \mu, \tau \quad (3.15)$$

com a propriedade de transformação sob o fator  $SU(3)_L$ ,  $\bar{\mathbf{3}}^c \otimes H_{ij} \otimes \mathbf{3}$ . O bilinear fermiônico  $\bar{\mathbf{3}}^c \otimes \mathbf{3}$  se transforma segundo

$$\bar{\mathbf{3}}^c \otimes \mathbf{3} = \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{6} \oplus \mathbf{3}$$

de modo que é possível obter um singleto no produto direto

$$\overline{(\psi_L)_i^c} \otimes H_{ij} \otimes \psi_{Lj} = \mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{6}} \otimes \mathbf{3} = \bar{\mathbf{6}} \otimes (\mathbf{6} \oplus \mathbf{3}) = \bar{\mathbf{6}} \otimes \mathbf{6} \oplus \bar{\mathbf{6}} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{1} \oplus \dots, \quad (3.16)$$

e, assim, é possível formar um termo de lagrangeana com esta estrutura de Majorana.

O mecanismo de quebra espontânea de simetria é disparado quando os multipletos de Higgs de campos escalares adquirem os seguintes valores esperados no vácuo

$$\langle \eta \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_\eta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \langle \rho \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\rho \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \langle \chi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v_\chi \end{pmatrix}; \quad (3.17)$$

$$\langle (H^{ij}) \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v \\ 0 & v & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

O valor esperado no vácuo de qualquer campo escalar  $H_{ij}$  contribui na ordem de grandeza de MeVs. Comparando com a ordem de grandeza da massa dos quarks GeVs  $H_{ij}$  não contribui consideravelmente para as massas dos bósons de gauge da interação fraca.

A quebra da simetria ocorre segundo o padrão

$$\begin{aligned}
 & SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N \\
 & \quad \downarrow \langle \chi \rangle_0 \\
 & SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_N \\
 & \quad \downarrow \langle x \rangle_0 \\
 & SU(3)_c \otimes U(1)_e \tag{3.19}
 \end{aligned}$$

onde, genericamente,  $x = \eta, \rho, H$ . Na primeira etapa de quebra de simetria, do modelo 3-3-1 para o modelo standard, o VEV  $\langle \chi \rangle_0$  é responsável pela geração da massa dos bósons e quarks exóticos previstos pelo modelo 3-3-1. Tais partículas exóticas deverão ser suficientemente massivas pois não são observadas na escala de energia de Fermi e, assim, deverão adquirir massa em uma escala de energia maior que a escala de Fermi de quebra de simetria do modelo standard. A segunda etapa de quebra de simetria, consiste na quebra de simetria do modelo standard onde agora os VEV  $\langle x \rangle_0$  são responsáveis pela geração de massas dos bósons e férmions usuais do modelo standard.

### 3.3 Os Bósons de Gauge

O setor eletrofraco da teoria, é constituído por nove bósons vetoriais, oito associados aos ao grupo  $SU(3)_L$  e um associado a  $U(1)_N$ , responsáveis pela interação fraca e eletromagnética respectivamente. Para o modelo eletrofraco standard o número de bósons de gauge era dado pela dimensão do grupo e, assim, para  $SU(2)_L$  tínhamos 3 estados  $b^1, b^2$

e  $b^3$  e um bóson  $B_\mu$  associado a  $U(1)_Y$ , os quais formam os bósons vetoriais  $W_\mu^-$ ,  $W_\mu^+$ ,  $Z_\mu^0$  e o fóton  $A_\mu$ . Todavia, a dimensão do grupo  $SU(3)_L$  é 8, ou seja, teremos oito bósons associados a  $SU(3)_L$ , preservamos os três bósons mediadores da interação fraca do modelo standard  $W_\mu^\pm$  e  $Z_\mu^0$  e os bósons restantes consistem em um par carregado,  $V_\mu^\pm$ , um par duplamente carregado,  $U_\mu^{\pm\pm}$ , e um bóson eletricamente neutro adicional  $Z_\mu^0$ . Também identificamos o fóton associado ao grupo Abelian  $U(1)_{em}$ . A partir das oito matrizes de Gell-Mann,  $\lambda^a$ , e do octeto na representação adjunta  $b_\mu^a$ , e efetuando a soma sobre o índice de simetria interna  $a$ , temos a matriz

$$\frac{\lambda^a}{2} b_\mu^a = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} b_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} b_\mu^8 & b_\mu^1 - i b_\mu^2 & b_\mu^4 - i b_\mu^5 \\ b_\mu^1 + i b_\mu^2 & -b_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} b_\mu^8 & b_\mu^6 - i b_\mu^7 \\ b_\mu^4 + i b_\mu^5 & b_\mu^6 + i b_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}} b_\mu^8 \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

de modo que, os bósons eletricamente carregados são identificados segundo as combinações

$$\begin{aligned} W_\mu^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^1 \mp i b_\mu^2), \\ V_\mu^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^4 \pm i b_\mu^5), \\ U_\mu^{\pm\pm} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^6 \pm i b_\mu^7). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Para obtermos o espectro de massa dos bósons partimos com a lagrangeana de Higgs,

$$\mathcal{L}_{\varphi,H} = \sum_\varphi (\mathcal{D}_\mu \varphi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \varphi) + (\mathcal{D}_\mu H_{ij})^\dagger (\mathcal{D}^\mu H^{ij}) - V(\varphi, H), \quad (3.22)$$

onde as derivadas covariantes de gauge,  $\mathcal{D}_\mu\varphi$ , e  $\mathcal{D}_\mu H_{ij}$ , são definidas segundo

$$\mathcal{D}_\mu\varphi_i = \partial_\mu\varphi_i - ig\left(b_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}\right)_{ij} \varphi_j - ig'N_\varphi\varphi_i B_\mu, \quad (3.23)$$

$$\mathcal{D}_\mu H_{ij} = \partial_\mu H_{ij} - ig\left[\left(b_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}\right)_{ik} H_{kj} + \left(b_\mu^a \frac{\lambda^a}{2}\right)_{jk} H_{ki}\right], \quad (3.24)$$

onde  $N_\varphi$  denota a carga  $N$  para os multipletos de Higgs,  $\varphi = \eta, \rho, \chi$  e  $N_{Hij} = 0$ .

Realizamos a quebra de simetria gerando as massas dos bósons de gauge [30],

$$M_W^2 = \frac{1}{4}g^2(v_\eta^2 + v_\rho^2), \quad (3.25)$$

$$M_V^2 = \frac{1}{4}g^2(v_\eta^2 + v_\chi^2), \quad (3.26)$$

$$M_U^2 = \frac{1}{4}g^2(v_\rho^2 + v_\chi^2). \quad (3.27)$$

Para gerar as massas dos bósons neutros da teoria, na base dos autoestados de simetria

$b_\mu^3, b_\mu^8, B_\mu$ , temos a seguinte matriz de massa

$$\frac{1}{2}M^2 = \frac{1}{8}g^2 \begin{pmatrix} (v_\eta^2 + v_\rho^2) & \frac{1}{\sqrt{3}}(v_\eta^2 - v_\rho^2) & -2\frac{g'}{g}v_\rho^2 \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(v_\eta^2 - v_\rho^2) & \frac{1}{3}(v_\eta^2 + v_\rho^2 + 4v_\chi^2) & \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{g'}{g}(v_\rho^2 + 2v_\chi^2) \\ -2\frac{g'}{g}v_\rho^2 & \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{g'}{g}(v_\rho^2 + 2v_\chi^2) & 4\frac{g'^2}{g^2}(v_\rho^2 + v_\chi^2) \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

tal que  $\det(M^2) = 0$ . Devemos fazer a seguinte aproximação,  $v_\chi \gg v_{\rho,\eta}$ , visto que a contribuição do valor esperado no vácuo  $v_\chi$  deve ser mais significativa, pois ele governa a quebra de simetria  $SU(3)\otimes U(1)\rightarrow SU(2)\otimes U(1)$ , o que se espera que aconteça numa escala

de energia maior que a escala de Fermi. As massas dos estados físicos (autoestados da massa) dos bósons de gauge ( $A_\mu, Z_\mu^0, Z_\mu^{\prime 0}$ ), obtidos através de uma rotação nos autoestados de simetria ( $b_\mu^3, b_\mu^8, B_\mu$ ), são

$$M_A^2 = 0, \quad (3.29)$$

$$M_Z^2 \simeq \frac{g^2 g^2 + 4g'^2}{4 g^2 + 3g'^2} (v_\eta^2 + 2v_\rho^2), \quad (3.30)$$

$$M_{Z'}^2 \simeq \frac{1}{3} (g^2 + 3g'^2) v_x^2. \quad (3.31)$$

Note que resgatamos o fóton  $A_\mu$  e o bóson  $Z_\mu^0$  presentes no modelo standard. Os estados físicos são obtidos a partir da diagonalização da matriz de massa dada na Eq.(3.28).

Assim,

$$\begin{aligned} A_\mu &= \frac{1}{(1+4t^2)^{\frac{1}{2}}} \left[ (b_\mu^3 - \sqrt{3}b_\mu^8)t + B_\mu \right], \\ Z_\mu^0 &\simeq \frac{1}{(1+4t^2)^{\frac{1}{2}}} \left[ (1+3t)^{\frac{1}{2}} b_\mu^3 + \frac{\sqrt{3}t^2}{(1+3t^2)^{\frac{1}{2}}} b_\mu^8 - \frac{t}{(1+3t^2)^{\frac{1}{2}}} B_\mu \right], \\ Z_\mu^{\prime 0} &\simeq \frac{1}{(1+3t^2)^{\frac{1}{2}}} (b_\mu^8 + \sqrt{3}t B_\mu), \end{aligned} \quad (3.32)$$

com  $t \equiv g'/g$ .

### 3.4 Correntes Neutras

Assim como foi realizado anteriormente para o modelo standard, partimos da lagrangeana de interação entre bósons de gauge e campos fermiônicos,

$$\mathcal{L}_{\text{fermions}} = \bar{\psi}_{\ell R} i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig' B_\mu N_R) \psi_{\ell R} + \bar{\psi}_{\ell L} i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig' B_\mu N_L - \frac{ig}{2} \lambda^a b_\mu^a) \psi_{\ell L} \quad (3.33)$$

De acordo com as propriedades de transformação do multiplete da Eq.(3.1),  $N_L = N_R = 0$ , então

$$\mathcal{L}_{\text{fermions}} = \bar{\psi}_{\ell L} i\gamma^\mu (\partial_\mu - \frac{ig}{2} \lambda^a b_\mu^a) \psi_{\ell L} + \bar{\psi}_{\ell R} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_{\ell R}. \quad (3.34)$$

Para as correntes neutras, contribuem apenas os termos da diagonal principal da Eq. (3.20).

Desenvolvendo apenas os termos de interação da família do elétron, e denotando a lagrangeana para correntes neutras por  $\mathcal{L}^{\text{cn}}$ , teremos então,

$$\mathcal{L}^{\text{cn}} = \frac{g}{2} \left[ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \left( b_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} b_\mu^8 \right) \nu_L - \bar{e}_L \gamma^\mu \left( b_\mu^3 - \frac{1}{\sqrt{3}} b_\mu^8 \right) e_L - \frac{2}{\sqrt{3}} \bar{e}_L^c \gamma^\mu b_\mu^8 e_L^c \right]. \quad (3.35)$$

Todavia, podemos inverter as Eqs.(3.32) de modo que podemos expressarmos os autoestados de simetria  $b_\mu^3$  e  $b_\mu^8$  em termos dos auto estados físicos ou autoestados de massa, de modo que

$$b_\mu^3 = \frac{1}{\sqrt{1+4t^2}} (t A_\mu - \sqrt{1+3t^2} Z_\mu^0), \quad (3.36a)$$

$$b_\mu^8 = \frac{1}{\sqrt{1+4t^2}} (-\sqrt{3}t A_\mu - \frac{\sqrt{3}t^2}{\sqrt{1+3t^2}} Z_\mu^0 + \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}} Z_\mu'^0). \quad (3.36b)$$

Assim, escrevemos a lagrangeana de interação de correntes neutras em termos dos auto-estados físicos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{cn}} = & -\frac{g}{2} \frac{1}{\sqrt{1+3t^2}} \left\{ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \left( \sqrt{1+4t^2} Z_\mu^0 - \frac{1}{\sqrt{3}} Z_\mu^{\prime 0} \right) \nu_L \right. \\ & - \bar{e}_L \gamma^\mu \left( \frac{\sqrt{1+3t^2}}{\sqrt{1+4t^2}} 2t A_\mu - \frac{1+2t^2}{\sqrt{1+4t^2}} Z_\mu^0 - \frac{1}{\sqrt{3}} Z_\mu^{\prime 0} \right) e_L \\ & \left. - \bar{e}_L^c \gamma^\mu \left( -\frac{\sqrt{1+3t^2}}{\sqrt{1+4t^2}} 2t A_\mu - \frac{2t^2}{\sqrt{1+4t^2}} Z_\mu^0 + \frac{2}{\sqrt{3}} Z_\mu^{\prime 0} \right) \right\} e_L^c. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Note que foi suprimido o termo  $\frac{1}{\sqrt{1+4t^2}}$ , quando multiplicado pelo estado  $Z_\mu^{\prime 0}$ . Esta operação gera um termo da ordem de  $t^4$  que consideraremos desprezível.

### 3.5 Correntes Carregadas

A fim de obtermos as interações de correntes carregadas partimos novamente da lagrangeana da Eq.(3.34), desconsiderando os termos cinéticos e utilizando apenas os elementos não-diagonais da matriz formada na Eq.(3.20),

$$\mathcal{L}^{\text{cc}} = \frac{g}{2} \bar{\psi}_{\ell L} \gamma^\mu (-\sqrt{2}) \begin{pmatrix} . & W_\mu^+ & V_\mu^- \\ W_\mu^- & . & U_\mu^{--} \\ V_\mu^+ & U_\mu^{++} & . \end{pmatrix} \psi_{\ell L} \quad (3.38)$$

contendo os campos vetoriais carregados a lagrangeana de corrente carregada para a primeira família de léptons é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{\text{cc}} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} \{ \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ + \bar{e}_L^c \gamma^\mu \nu_L V_\mu^+ + \bar{e}_L^c \gamma^\mu e_L U_\mu^{++} \\ & + \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- + \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L^c V_\mu^- + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L^c U_\mu^{--} \}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Recuperamos as correntes acopladas com os bósons  $W^\pm$  do modelo standard e temos a violação explícita do número leptônico induzida pelos bósons  $V^+$  e  $U^{++}$

$$\mathcal{L}^{\text{cc}} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L^c \gamma^\mu \nu_L V_\mu^+ + \bar{e}_L^c \gamma^\mu e_L U_\mu^{++} + \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L^c V_\mu^- + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L^c U_\mu^{--}). \quad (3.40)$$

Interações mediadas pelos bósons  $V_\mu^+$  para léptons contém correntes RH, como demonstrado em [32]. Para tanto, usaremos as seguintes propriedades generalizando para qualquer família leptônica

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_L &= \bar{\psi} P_R \\ \bar{\psi}^c &= -\psi^\top C^{-1} \\ P_R \gamma^\mu &= \gamma^\mu P_L \\ \psi_L &\equiv P_L \psi \\ P_L^2 &= P_L. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Então, podemos escrever

$$\begin{aligned}\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{eL} &= -\ell^\top C^{-1} \gamma^\mu P_L \nu_e \\ &= -\ell^\top C^{-1} P_R \gamma^\mu \nu_e.\end{aligned}\tag{3.42}$$

Multiplicamos a Eq.(3.42) pela matriz identidade  $\mathbf{1}$  a fim de podermos substituir pela igualdade  $\mathbf{1} = CC^{-1}$ , onde  $C = i\gamma^2\gamma^0 = -i\gamma^0\gamma^2$  é a matriz de conjugação de carga (elétrica),

$$\begin{aligned}\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{eL} &= -\ell^\top C^{-1} P_R \mathbf{1} \gamma^\mu \mathbf{1} \nu_e \\ &= -\ell^\top C^{-1} P_R C C^{-1} \gamma^\mu C C^{-1} \nu_e.\end{aligned}\tag{3.43}$$

Notemos que formamos termos do tipo  $C^{-1}P_R C$  e  $C^{-1}\gamma^\mu C$ , os quais reescrevemos em termos de  $P_R^\top$  e  $\gamma^{\mu\top}$

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{eL} = -\ell^\top P_R^\top \gamma^{\mu\top} C^{-1} \nu_e.\tag{3.44}$$

Utilizando o fato que  $C^{-1} = C^\top$  e efetuando a transposição matricial obtemos

$$\begin{aligned}\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{eL} &= -\ell^\top P_R^\top \gamma^{\mu\top} C^\top \nu_e \\ &= -\nu_e^\top C \gamma^\mu P_R \ell\end{aligned}\tag{3.45}$$

e agora, substituindo  $-C = C^{-1}$ , escrevemos esta equação como

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{eL} = \nu_e^\top C^{-1} \gamma^\mu P_R \ell.\tag{3.46}$$

Utilizando novamente a propriedade  $\bar{\psi}^c = -\psi^T C^{-1}$ , chegamos ao termo de corrente RH para cada sabor  $\ell = e, \mu, \tau$ ,

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{\ell L} = -\bar{\nu}_{\ell R}^c \gamma^\mu \ell_R. \quad (3.47)$$

O lépton eletricamente carregado com carga negativa  $\ell$  forma uma 4-corrente carregada com quiralidade RH. Este fato é uma consequência de termos o estado de partícula e de antipartícula no mesmo multiplete leptônico de sabor. Notemos que para os bósons carregados usuais do modelo standard,  $W^\pm$ , não é possível termos correntes RH. Se tentarmos fazer o mesmo cálculo realizado anteriormente para os termos que acoplam com o bóson  $W^+$  chegaremos somente em

$$\bar{\nu}_{\ell L} \gamma^\nu \ell_L = \bar{\nu}_\ell P_R \gamma^\nu P_L \ell = \bar{\nu}_\ell P_R P_R \gamma^\nu \ell \quad (3.48)$$

e recairíamos exatamente no acoplamento original.

# Capítulo 4

## A Extensão Máxima de Gauge

### Semi-simples 3-4-1

Consideremos agora, a máxima extensão leptarquark-bilepton com grupo de gauge semi-simples  $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_N$ , o modelo 3-4-1 [22, 23]. Mostraremos que, de acordo com sua estrutura de representação, ocorre a existência de correntes eletricamente carregadas RH. Seguiremos o mesmo procedimento geral realizado no Capítulo 3.

## 4.1 Os Multipletos de Campos Fermiônicos

O setor de léptons é representado por um quadrupeto fermiônico

$$\psi_{\ell L} = \begin{pmatrix} \nu_{\ell} \\ \ell \\ \nu_{\ell}^c \\ \ell^c \end{pmatrix}_L \sim (4_L, N_L = 0), \quad \ell = e, \mu, \tau \quad (4.1)$$

onde consideramos apenas as propriedades de transformações sob o grupo eletrofraco  $SU(4)_L \otimes U(1)_N$ . Os correspondentes campos quirais RH são obtidos a partir dos campos LH, como já havíamos visto no Capítulo 3, através da operação de conjugação de carga. Novamente, no setor de quarks, a segunda e terceira geração transformam-se diferentemente da primeira geração, mas da mesma forma entre si, pela mesma razão apresentada no Capítulo anterior. Para a primeira família de quarks temos o quadrupeto de sabor

$$Q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ u' \\ J \end{pmatrix}_L \sim (4, N_L = +\frac{2}{3}) \quad (4.2)$$

com seus respectivos singletos RH,

$$\begin{aligned} u_{1R} &\sim (\mathbf{1}, +\frac{2}{3}), & d_{1R} &\sim (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}), \\ u'_{1R} &\sim (\mathbf{1}, +\frac{2}{3}), & J_{1R} &\sim (\mathbf{1}, +\frac{5}{3}). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Para a segunda geração de quarks teremos o antiquadrupeto,

$$Q_{2L} = \begin{pmatrix} j_2 \\ d'_2 \\ u_2 \\ d_2 \end{pmatrix}_L \sim (\bar{\mathbf{4}}, N_L = -\frac{1}{3}) \quad (4.4)$$

e os singletos RH,

$$\begin{aligned} j_{2R} &\sim (\mathbf{1}, -\frac{4}{3}), & d'_{2R} &\sim (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}), \\ u_{2R} &\sim (\mathbf{1}, +\frac{2}{3}), & d_{2R} &\sim (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}). \end{aligned} \quad (4.5)$$

A terceira geração, também é representada por um antiquadrupeto

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} j_3 \\ d'_3 \\ u_3 \\ d_3 \end{pmatrix}_L \sim (\bar{\mathbf{4}}, N_L = -\frac{1}{3}), \quad (4.6)$$

onde os campos quirais RH são

$$\begin{aligned} j_{3R} &\sim (\mathbf{1}, -\frac{4}{3}), & d'_{3R} &\sim (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}), \\ u_{3R} &\sim (\mathbf{1}, +\frac{2}{3}), & d_{3R} &\sim (\mathbf{1}, -\frac{1}{3}). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Para a extensão de gauge 3-4-1 o operador de carga elétrica é estendido segundo

$$Q = \frac{1}{2} \left( \lambda_3 - \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 - \frac{2\sqrt{6}}{3} \lambda_{15} \right) + N \quad (4.8)$$

onde  $N$  denota o novo número quântico associado ao grupo abeliano  $U(1)_N$ , constituído como a combinação linear das matrizes diagonais  $4 \times 4$  de Gell-Mann  $\lambda_3$ ,  $\lambda_8$ ,  $\lambda_{15}$  e  $N$ .

Para a representação  $\mathbf{4}$  de  $SU(4)$ ,  $\lambda_3$ ,  $\lambda_8$  e  $\lambda_{15}$ , são matrizes  $4 \times 4$  (Apêndice A),

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

$$\lambda_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}. \quad (4.10)$$

## 4.2 O Setor Escalar

Para gerar as massas dos bósons de gauge e quarks do modelo leptoquark-bilépton 3-4-1, devemos introduzir os seguintes multipletos de campos escalares, os quais deverão

adquirir valores esperados no vácuo, quebrando a simetria de gauge,

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_1^- \\ \eta_2^0 \\ \eta_2^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{4}, 0), \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho_1^+ \\ \rho^0 \\ \rho_2^+ \\ \rho^{++} \end{pmatrix} \sim (\mathbf{4}, +1), \quad (4.11)$$

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_1^- \\ \chi^{--} \\ \chi_2^- \\ \chi^0 \end{pmatrix} \sim (\mathbf{4}, -1), \quad \eta' = \begin{pmatrix} \eta_1'^0 \\ \eta_1'^- \\ \eta_2'^0 \\ \eta_2'^+ \end{pmatrix} \sim (\mathbf{4}, 0). \quad (4.12)$$

Para evitar mistura entre quarks com e sem apóstrofe, introduzimos um multipletto com as mesmas propriedades de transformação de  $\eta$ ,  $\eta' \sim (\mathbf{1}, \mathbf{4}, 0)$ , mas com diferente atribuição de valor esperado no vácuo, pois os multiplettos  $\eta$  e  $\eta'$  têm, cada um, duas componentes eletricamente neutras. As massas dos léptons são geradas, ao introduzirmos o multipletto simétrico,

$$H = \begin{pmatrix} H_1^0 & H_1^+ & H_2^0 & H_2^- \\ H_1^+ & H_1^{++} & H_3^+ & H_3^0 \\ H_2^0 & H_3^+ & H_4^0 & H_4^- \\ H_2^- & H_3^0 & H_4^- & H_2^{--} \end{pmatrix} \sim (\overline{\mathbf{10}}_s, 0). \quad (4.13)$$

A simetria é quebrada quando  $\eta, \rho, \eta', \chi$  e  $H$  adquirem os seguintes valores esperados no vácuo

$$\begin{aligned} \langle \eta \rangle_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & \langle \rho \rangle_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \langle \chi \rangle_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ w \end{pmatrix}, & \langle \eta' \rangle_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ v' \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{4.14}$$

O decuplo simétrico adquire a seguinte estrutura de vácuo

$$\langle H^* \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v'' \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v'' & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{4.15}$$

responsável pelas massas dos léptons massivos do modelo standard. Os neutrinos continuam sem massa, mas poderão adquirí-la, para o caso de uma teoria de neutrinos massivos,

se a estrutura de vácuo do decuplete for

$$\langle H^* \rangle_0 = \begin{pmatrix} v' & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v'' \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v'' & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

onde agora, a componente  $H_1^0$  responsável pela massa dos neutrinos adquire valor esperado no vácuo  $v'$  diferente de zero.

O padrão de quebra da simetria para o modelo 3-4-1 ocorre segundo o padrão

$$\begin{aligned} & SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_N \\ & \quad \downarrow \langle \chi \rangle_0 \\ & SU(3)_C \otimes SU(3)_L \otimes U(1)'_N \\ & \quad \downarrow \langle \eta' \rangle_0 \\ & SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)''_N \\ & \quad \downarrow \langle x \rangle_0 \\ & SU(3)_C \otimes U(1)_Q \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde,  $x = \eta, \rho, H$ . Na primeira etapa, temos a quebra espontânea de simetria do modelo 3-4-1 para o modelo 3-3-1. Nesta etapa, todas as partículas novas <sup>1</sup> adquirem massa. As próximas etapas, são equivalentes às realizadas no modelo 3-3-1. As massas dos bósons

---

<sup>1</sup>partículas que não existiam em 3-3-1

e quarks exóticos do modelo, são superiores as massas dos bósons e quarks do modelo standard.

### 4.3 Os Bósons Vetoriais

O modelo contém quinze bósons vetoriais, associados aos geradores do grupo de gauge SU(4) e um singleto de gauge do grupo U(1). O modelo contém o fóton  $A_\mu$  e os bósons  $W_\mu^\pm$  e  $Z_\mu^0$ , do modelo standard.

Os demais bósons carregados são definidos por

$$\begin{aligned}
 W_\mu^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^1 \mp ib_\mu^2), \\
 V_{\mu 1}^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^6 \pm ib_\mu^7), \\
 V_{\mu 2}^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^9 \pm ib_\mu^{10}), \\
 V_{\mu 3}^\pm &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^{13} \pm ib_\mu^{14}), \\
 U_\mu^{\pm\pm} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^{11} \pm ib_\mu^{12}),
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

em termos dos autoestados da simetria  $b_\mu^1, \dots, b_\mu^{15}$ . O modelo ainda prevê a existência de um bóson neutro não-hermitiano

$$X_\mu^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^4 + ib_\mu^5), \quad X_\mu^{0*} = \frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^4 - ib_\mu^5). \tag{4.19}$$

Partindo novamente com lagrangeana de Higgs para 3-4-1,

$$\mathcal{L}_{\varphi,H} = \sum_{\varphi} (\mathcal{D}_{\mu}\varphi)^{\dagger}(\mathcal{D}^{\mu}\varphi) + (\mathcal{D}_{\mu}H_{ij}^{*})^{\dagger}(\mathcal{D}^{\mu}H_{ij}^{*}) - V(\varphi, H), \quad (4.20)$$

e das derivadas covariantes  $\mathcal{D}_{\mu}\varphi_i$  e  $\mathcal{D}_{\mu}H_{ij}^{*}$

$$\mathcal{D}_{\mu}\varphi_i = \partial_{\mu}\varphi_i - ig\left(\frac{1}{2}b_{\mu}^a\lambda^a\right)_{ij}\varphi_j - ig'N_{\varphi}\varphi_i B_{\mu} \mathbf{1} \quad (4.21)$$

onde  $\varphi = \eta, \eta', \rho, \chi$  e

$$\mathcal{D}_{\mu}H_{ij}^{*} = \partial_{\mu}H_{ij}^{*} - \frac{1}{2}ig\left[\left(\frac{1}{2}b_{\mu}^a\lambda^a\right)_{ik}H_{kj}^{*} + \left(\frac{1}{2}b_{\mu}^a\lambda^a\right)_{jk}H_{ki}^{*}\right], \quad (4.22)$$

obtemos o espectro de massa dos bósons eletricamente carregados e do bóson neutro  $X_{\mu}^0$  que adquirem massa quando se realiza a estrutura de vácuo das Eqs.(4.14) [30]

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{g^2}{4}(v^2 + u^2 + 2v''^2), \\ M_{V_1}^2 &= \frac{g^2}{4}(v'^2 + u^2 + 2v''^2), \\ M_{V_2}^2 &= \frac{g^2}{4}(v^2 + w^2 + 2v''^2), \\ M_{V_3}^2 &= \frac{g^2}{4}(v'^2 + w^2 + 2v''^2), \\ M_U^2 &= \frac{g^2}{4}(u^2 + w^2 + 8v''^2). \end{aligned} \quad (4.23)$$

A massa do bóson eletricamente neutro é

$$M_X^2 = \frac{g^2}{4}(v^2 + v'^2). \quad (4.24)$$

Para gerar as massas dos demais bósons neutros da teoria, na base  $\{b^3, b^8, b^{15}, B\}$ , construímos, a partir da lagrangeana da Eq.(4.20), a matriz de massa  $4 \times 4$  com os elementos  $M_{ij}$ ,

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= v^2 + u^2 + 2v'^2, \\
 M_{21} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(v^2 - u^2 - 2v'^2), \\
 M_{22} &= \frac{1}{3}(v^2 + 4v'^2 + u^2 + 2v''^2), \\
 M_{31} &= \frac{1}{\sqrt{6}}(v^2 - u^2 + 4v'^2), \\
 M_{32} &= \frac{1}{3\sqrt{2}}(v^2 - 2v'^2 + u^2 - 4v''^2), \\
 M_{33} &= \frac{1}{6}(v^2 + v'^2 + u^2 + 9w^2 + 8v''^2), \\
 M_{41} &= -2tu^2, \\
 M_{42} &= \frac{2}{\sqrt{3}}tu^2, \\
 M_{43} &= \frac{2}{\sqrt{6}}t(u^2 + 3w^2), \\
 M_{44} &= 4t^2(u^2 + w^2),
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

onde  $t \equiv g'/g$ . Devemos realizar a diagonalização da matriz com os elementos acima, do mesmo modo realizado anteriormente nos Capítulos 2 e 3. Assim, podemos escrever o fóton em termos dos autoestados da simetria de gauge  $\{b^3, b^8, b^{15}, B\}$  como,

$$A_\mu = \frac{1}{(1 + 4t^2)^{\frac{1}{2}}} \left( tb_\mu^3 - \frac{t}{\sqrt{3}}b_\mu^8 - \frac{2\sqrt{6}}{3}tb_\mu^{15} + B_\mu \right) \tag{4.26}$$

com massa nula,  $M_A^2 = 0$ . Na aproximação  $v = v'' \equiv v_1 \ll v' = w \equiv v_2$  as massas dos

bósons neutros restantes, são

$$M_n^2 \approx \frac{g^2}{4} \lambda_n v_2^2, \quad n = 0, 1, 2; \quad (4.27)$$

onde

$$\lambda_n = \frac{1}{3} \left[ A + 2(A^2 + 3B)^{1/2} \cos \left( \frac{2n\pi + \Theta}{3} \right) \right], \quad (4.28)$$

com

$$\begin{aligned} A &= 3 + 4t^2 + (7 + 4t^2)a^2, \\ B &= -2[1 + 3t^2 + 2(4 + 9t^2)a^2], \\ C &= 8(1 + 4t^2)a^2, \\ \Theta &= \arccos \left[ \frac{2A^3 + 9AB + 27C}{2(A^2 + 3B)^{3/2}} \right], \end{aligned} \quad (4.29)$$

e  $a \equiv v_1/v_2$ . Os demais bósons massivos e neutros do modelo, na base  $\{b^3, b^8, b^{15}, B\}$ , são

$$Z_{n\mu} \approx x_n b_\mu^3 + y_n b_\mu^8 + z_n b_\mu^{15} + w_n B, \quad (4.30)$$

com os coeficientes

$$\begin{aligned} x_n &= -\frac{2a^2}{t} \left( \frac{1 - 3t^2 + (1 - t^2)a^2 - (1 - 2t^2)\lambda_n}{D_n(t, a)} \right) w_n, \\ y_n &= \frac{1}{\sqrt{3}t} \left( \frac{2(2 + t^2)a^2 - 10a^4t^2 - [1 + (1 - 4t^2)a^2]\lambda_n}{D_n(t, a)} \right) w_n, \\ z_n &= \frac{1}{\sqrt{6}t} \left( \frac{8(2 + t^2)a^2 + 4(3 + 2t^2)a^4 - 4[1 + 2(2 + t^2)a^2]\lambda_n + 3\lambda_n^2}{D_n(t, a)} \right) w_n, \end{aligned} \quad (4.31)$$

onde

$$D_n(t, a) = 2(7 + 5a^2) - (3 + 13a^2)\lambda_n + 2\lambda_n^2 \quad (4.32)$$

e  $w_n$  é uma função de  $t$  e  $a$ , determinada pela condição de normalização  $x_n^2 + y_n^2 + z_n^2 + w_n^2 =$

1. A hierarquia das massas é

$$M_0 > M_2 > M_1. \quad (4.33)$$

O bóson massivo e eletricamente neutro do modelo standard é identificado como  $Z_{1\mu}$  com a massa  $M_1$ .

## 4.4 Correntes Neutras

Para a obtenção da lagrangeana de correntes neutras, usamos ainda o mesmo procedimento usado anteriormente. Agora, temos quinze bósons e o termo  $\lambda^a$  representa as quinze matrizes  $4 \times 4$  que são construídas a partir das matrizes de Gell-Mann (ver Apendice A). Tomando a lagrangeana  $\mathcal{L}_{\text{fermions}}$  dada na Eq.(3.33),

$$\mathcal{L}_{\text{fermions}} = \bar{\psi}_{\ell R} i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig' B_\mu N_R) \psi_{\ell R} + \bar{\psi}_{\ell L} i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig' B_\mu N_L - \frac{ig}{2} \lambda^a b_\mu^a) \psi_{\ell L}. \quad (4.34)$$

No setor leptônico do modelo 3-4-1 temos novamente  $N_R = N_L = 0$ . Portanto,

$$\mathcal{L}_{\text{fermions}} = \bar{\psi}_{\ell L} i\gamma^\mu (\partial_\mu - \frac{ig}{2} \lambda^a b_\mu^a) \psi_{\ell L} + \bar{\psi}_{\ell R} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_{\ell R}. \quad (4.35)$$

Substituindo o espinor  $\psi$  e seu conjugado de Dirac  $\bar{\psi}$  pela sua representação matricial, desconsiderando os termos puramente cinéticos, a lagrangeana de interação de correntes neutras para a primeira família é

$$\mathcal{L}^{\text{cn}} = \frac{g}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu} & \bar{e} & \bar{\nu}^c & \bar{e}^c \end{pmatrix}_L \gamma^\mu (\lambda^a b_\mu^a)_{\text{cn}} \begin{pmatrix} \nu \\ e \\ \nu^c \\ e^c \end{pmatrix}_L. \quad (4.36)$$

Considerando elementos da diagonal principal da matriz  $\lambda^a b_\mu^a$

$$(\lambda^a b_\mu^a)_{\text{cn}} = \begin{pmatrix} b_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}b_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}b_\mu^{15} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -b_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}b_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}b_\mu^{15} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -\frac{2}{\sqrt{3}}b_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}b_\mu^{15} & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -\frac{3}{\sqrt{6}}b_\mu^{15} \end{pmatrix} \quad (4.37)$$

a forma explícita da lagrangeana dada na Eq.(4.36) é

$$\mathcal{L}^{\text{cn}} = \frac{g}{2} \left[ \bar{\nu} \gamma^\mu \nu (b_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}b_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}b_\mu^{15}) + \bar{e} \gamma^\mu e (-b_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}b_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}b_\mu^{15}) \right. \\ \left. + \bar{\nu}^c \gamma^\mu \nu^c (-\frac{2}{\sqrt{3}}b_\mu^8 + \frac{1}{\sqrt{6}}b_\mu^{15}) + \bar{e}^c \gamma^\mu e^c (-\frac{3}{\sqrt{6}}b_\mu^{15}) \right], \quad (4.38)$$

que é uma expressão para correntes neutras acopladas aos autoestados da simetria  $b_3$ ,  $b_8$  e  $b_{15}$ .

## 4.5 Correntes Carregadas

Partindo novamente da lagrangeana da Eq.(4.35), levando em conta apenas termos não diagonais de  $\lambda^a b_\mu^a$ , os quais acoplam com os bósons carregados, temos

$$\lambda^a b_\mu^a = \begin{pmatrix} . & b_\mu^1 - ib_\mu^2 & b_\mu^4 - ib_\mu^5 & b_\mu^9 - ib_\mu^{10} \\ b_\mu^1 + ib_\mu^2 & . & b_\mu^6 - ib_\mu^7 & b_\mu^{11} - ib_\mu^{12} \\ b_\mu^4 + ib_\mu^5 & b_\mu^6 + ib_\mu^7 & . & b_\mu^{13} - ib_\mu^{14} \\ b_\mu^9 + ib_\mu^{10} & b_\mu^{11} + ib_\mu^{12} & b_\mu^{13} + ib_\mu^{14} & . \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

ou, em termos dos estados físicos autoestados da matriz de massa,

$$\lambda^a b_\mu^a = \begin{pmatrix} . & -\sqrt{2}W_\mu^+ & -\sqrt{2}X_\mu^{0*} & -\sqrt{2}V_{\mu 2}^- \\ -\sqrt{2}W_\mu^- & . & -\sqrt{2}V_{\mu 1}^- & -\sqrt{2}U_\mu^{--} \\ -\sqrt{2}X_\mu^0 & -\sqrt{2}V_{\mu 1}^+ & . & -\sqrt{2}V_{\mu 3}^- \\ -\sqrt{2}V_{\mu 2}^+ & -\sqrt{2}U_\mu^{++} & -\sqrt{2}V_{\mu 3}^+ & . \end{pmatrix}. \quad (4.40)$$

As correntes carregadas para os léptons da primeira família<sup>2</sup> são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{cc} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ + \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L^c X_\mu^{0*} + \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L^c V_{\mu 2}^- + \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- + \\ & \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L^c V_{\mu 1}^- + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L^c U_\mu^{--} + \bar{\nu}_L^c \gamma^\mu \nu_L X_\mu^0 + \bar{\nu}_L^c \gamma^\mu e_L V_{\mu 1}^+ \\ & + \bar{\nu}_L^c \gamma^\mu e_L^c V_{\mu 3}^- + \bar{e}_L^c \gamma^\mu \nu_L V_{\mu 2}^+ + \bar{e}_L^c \gamma^\mu e_L U_\mu^{++} + \bar{e}_L^c \gamma^\mu \nu_L^c V_{\mu 3}^+) \end{aligned} \quad (4.41)$$

<sup>2</sup>O cálculo é análogo para as demais famílias

Note que as interações mediadas pelos bósons  $V_{\mu 1,2,3}^{\pm}$  e  $U_{\mu}^{\pm\pm}$ , além de violar o número leptônico, aparecem envolvendo correntes RH segundo o mesmo cálculo realizado para o modelo 3-3-1 onde usamos as propriedades da Eq.(3.41). Generalizando para qualquer família leptônica, a corrente acoplada ao bóson  $V_{\mu 2}^+$  é

$$\begin{aligned}\bar{\ell}_L^c \gamma^{\mu} \nu_{\ell L} &= -\ell^T C^{-1} \gamma^{\mu} P_L \nu_{\ell} \\ &= -\ell^T C^{-1} P_R \gamma^{\mu} \nu_{\ell}.\end{aligned}\tag{4.42}$$

Multiplicando pela identidade  $\mathbf{1}$ , e usando o fato  $\mathbf{1} = CC^{-1}$ , onde  $C = i\gamma^2\gamma^0 = -i\gamma^0\gamma^2$ , então,

$$\begin{aligned}\bar{\ell}_L^c \gamma^{\mu} \nu_{\ell L} &= -\ell^T C^{-1} P_R \mathbf{1} \gamma^{\mu} \mathbf{1} \nu_{\ell} \\ &= -\ell^T C^{-1} P_R C C^{-1} \gamma^{\mu} C C^{-1} \nu_{\ell}\end{aligned}\tag{4.43}$$

Formamos termos do tipo  $C^{-1}P_R C$  e  $C^{-1}\gamma^{\mu}C$ , os quais reescrevemos em termos de  $P_R^T$  e  $\gamma^{\mu T}$ , respectivamente,

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^{\mu} \nu_{\ell L} = -\ell^T P_R^T \gamma^{\mu T} C^{-1} \nu_{\ell}.\tag{4.44}$$

Como  $C^{-1} = C^T$  e transpondo todos os termos,

$$\begin{aligned}\bar{\ell}_L^c \gamma^{\mu} \nu_{\ell L} &= -\ell^T P_R^T \gamma^{\mu T} C^T \nu_{\ell} \\ &= -\nu_{\ell}^T C \gamma^{\mu} P_R^T \ell \\ &= \nu_{\ell}^T C^{-1} \gamma^{\mu} P_R^T \ell,\end{aligned}\tag{4.45}$$

onde substituímos  $-C = C^{-1}$ . Reutilizando  $\bar{\psi}^c = -\psi^T C^{-1}$ , chegamos ao termo de corrente RH,

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{\ell L} = -\bar{\nu}_{\ell R}^c \gamma^\mu \ell_R \quad (4.46)$$

Da mesma forma, para o acoplamento com  $V_{\mu 3}^\pm$  temos a corrente

$$\begin{aligned} \bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{\ell L}^c &= -\ell^T C^{-1} \gamma^\mu P_L \nu_{\ell}^c \\ &= -\ell^T C^{-1} P_R \gamma^\mu \nu_{\ell}^c \\ &= -\ell^T C^{-1} P_R \gamma^\mu C \bar{\nu}_{\ell}^T, \end{aligned} \quad (4.47)$$

com  $\psi^c = C \bar{\psi}^T$ . Novamente, multiplicamos pela matriz identidade  $\mathbf{1}$ , então,  $\mathbf{1} = C C^{-1}$ , onde  $C = i\gamma^2 \gamma^0 = -i\gamma^0 \gamma^2$  e, assim,

$$\begin{aligned} \bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{\ell L}^c &= -\ell^T C^{-1} P_R \mathbf{1} \gamma^\mu \mathbf{1} C \bar{\nu}_{\ell}^T \\ &= -\ell^T C^{-1} P_R C C^{-1} \gamma^\mu C C^{-1} C \bar{\nu}_{\ell}^T \\ &= -\ell^T P_R^T \gamma^{\mu T} C^{-1} C \bar{\nu}_{\ell}^T. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Como  $C^{-1} = C^T$  e  $C C^{-1} = \mathbf{1}$  obtemos

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{\ell L}^c = -\ell^T P_R^T \gamma^{\mu T} \bar{\nu}_{\ell}^T. \quad (4.49)$$

Efetuando a transposição de todos os termos ficamos com

$$\begin{aligned}
 \bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{\ell L}^c &= -\bar{\nu}_\ell C C^{-1} \gamma^\mu P_R \ell \\
 &= -\bar{\nu}_\ell \gamma^\mu P_R \ell \\
 &= -\bar{\nu}_\ell \gamma^\mu P_R^2 \ell,
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

de modo que

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \nu_{\ell L}^c = -\bar{\nu}_{\ell R} \gamma^\mu \ell_R. \tag{4.51}$$

Analisemos os termos de correntes acoplados com  $V_{\mu 1}^\pm$ ,

$$\bar{\nu}_L^c \gamma^\mu \ell_L = \bar{\nu}^c \gamma^\mu P_L^2 \ell. \tag{4.52}$$

Explicitamente,

$$\begin{aligned}
 \bar{\nu}_L^c \gamma^\mu \ell_L &= -\nu^\top C^{-1} P_R \gamma^\mu \ell \\
 &= -\nu^\top C^{-1} P_R C C^{-1} \gamma^\mu C C^{-1} \ell,
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

$$\bar{\nu}_L^c \gamma^\mu \ell_L = -\ell^\top C \gamma^\mu P_R \nu, \tag{4.54}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\nu}_L^c \gamma^\mu \ell_L &= \ell^\top C^{-1} \gamma^\mu P_R \nu \\
 &= -\bar{\ell}^c \gamma^\mu P_R \nu,
 \end{aligned} \tag{4.55}$$

$$\bar{\nu}_L^c \gamma^\mu \ell_L = -\bar{\ell}_R^c \gamma^\mu \nu_R. \tag{4.56}$$

Finalmente, correntes leptônicas que acoplam com  $U_\mu^{\pm\pm}$  são

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \ell_L = \bar{\ell}^c \gamma^\mu P_L \ell, \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned} \bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \ell_L &= -\ell^\top C^{-1} P_R \gamma^\mu \ell, \\ &= -\ell^\top C^{-1} P_R C C^{-1} \gamma^\mu C C^{-1} \ell \end{aligned} \quad (4.58)$$

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \ell_L = -\ell^\top P_R^\top \gamma^{\mu^\top} C^{-1} \ell, \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \ell_L &= -\ell^\top P_R^\top \gamma^{\mu^\top} C^\top \ell \\ &= -\bar{\ell}^c \gamma^\mu P_R \ell, \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\bar{\ell}_L^c \gamma^\mu \ell_L = -\bar{\ell}_R^c \gamma^\mu \ell_R. \quad (4.61)$$

Da mesma forma com foi realizado no Capítulo 3, obtemos as correntes carregadas RH como consequência de existir o estado de partícula e antipartícula no mesmo multiplete leptônico. Novamente temos acoplamentos dos bósons de gauge exóticos,  $V_{\mu 1}^\pm, V_{\mu 2}^\pm, V_{\mu 3}^\pm$  e  $U_\mu^{\pm\pm}$  previstos pelo modelo 3-4-1 com as correntes RH. Como tais bósons não são vistos na escala de energia dos experimentos atuais, deverão existir em uma escala maior que a escala de Fermi do modelo standard. Assim, a evidência experimental de tais correntes deverá ocorrer quando a energia for superior à energia de Fermi. Portanto, se comprovada a existência dos bósons exóticos em 3-4-1 e 3-3-1 estes poderão mediar interações via correntes carregadas RH. Correntes carregadas RH não acoplam com os bósons usuais do

modelo standard.

# Capítulo 5

## A Extensão de Gauge Simétrica

### Mínima

A motivação original que levou à construção de uma teoria de gauge simétrica, *left-right* (LR) na qual o setor eletrofraco é descrito pelo grupo de gauge  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ <sup>1</sup> era tentar encontrar a possível explicação da estrutura V-A da interação fundamental responsável pelos decaimentos  $\beta$  e  $\mu$ . No modelo eletrofraco standard o caráter V-A da teoria é colocado ‘a mão’, ou seja, somente componentes LH dos férmions acoplam a correntes carregadas, o que está totalmente de acordo com dados experimentais, onde não há a evidência de correntes carregadas RH da interação fraca. Uma consequência imediata da simetria *left-right* é que as constantes de acoplamentos dos setores quirais LH e RH são as mesmas ou seja  $g_L = g_R = g$ .

---

<sup>1</sup> $B$  e  $L$  são respectivamente os números bariônico e leptônico

## 5.1 Multipletos Fermiônicos

O modelo simétrico é constituído por dubletos fermiônicos, tanto no setor quiral LH quanto na quiralidade RH, restaurando a conservação da paridade, perdida no modelo standard. Assim, o setor leptônico é dado por

$$\psi_\ell = \begin{pmatrix} \nu_\ell \\ \ell \end{pmatrix}_{L,R}, \quad \ell = e, \mu, \tau \quad (5.1)$$

com as propriedades de transformação sob o grupo  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)$

$$\psi_{\ell L} \sim (\mathbf{2}_L, \mathbf{1}_R, -1), \quad \psi_{\ell R} \sim (\mathbf{1}_L, \mathbf{2}_R, -1). \quad (5.2)$$

O setor de quarks da teoria é também composto por dubletos tanto RH quanto LH

$$Q_{L,R} = \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_{L,R} \quad (5.3)$$

com as propriedades de transformação

$$Q_L \sim (\mathbf{2}_L, \mathbf{1}_R, \frac{1}{3}), \quad Q_R \sim (\mathbf{1}_L, \mathbf{2}_R, \frac{1}{3}). \quad (5.4)$$

O operador de carga elétrica da teoria é definido segundo

$$Q = T_{3L} + T_{3R} + \frac{1}{2}Y, \quad (5.5)$$

onde  $T_{3L}$ ,  $T_{3R}$  e  $Y$  são geradores de  $SU(2)_L$ ,  $SU(2)_R$ , e  $U(1)$ , respectivamente.

## 5.2 Setor de Higgs

O setor escalar requer uma estrutura de Higgs mais complexa que a do modelo standard, para gerar as massas dos férmions do modelo simétrico nos quais é adicionado  $\nu_R$  e, para os bósons escalares, então, teremos o multipletto de campos escalares

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_1^+ \\ \phi_2^- & \phi_2^0 \end{pmatrix}, \quad \phi \sim (\mathbf{2}, \bar{\mathbf{2}}, 0). \quad (5.6)$$

Para realizarmos a quebra de simetria do modelo simétrico para o modelo eletrofraco standard precisamos introduzir mais dois dubletos de campos escalares,

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \chi_L^+ \\ \chi_L^0 \end{pmatrix}, \quad \chi_R = \begin{pmatrix} \chi_R^+ \\ \chi_R^0 \end{pmatrix}, \quad (5.7)$$

que se transformam respectivamente como

$$\chi_L \sim (\mathbf{2}_L, \mathbf{1}_R, 1), \quad \chi_R \sim (\mathbf{1}_L, \mathbf{2}_R, 1). \quad (5.8)$$

Temos a quebra espontânea de simetria, quando os multipletos de campos escalares  $\chi_R, \chi_L$  e  $\phi$ , adquirem os seguintes valores esperados no vácuo

$$\langle \phi \rangle = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k' \end{pmatrix}, \quad (5.9)$$

$$\langle \chi_L \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \chi_R \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (5.10)$$

Teremos, então, o seguinte padrão de quebra de simetria

$$\begin{array}{ccc} \text{SU}(3)_c \otimes \text{SU}(2)_L & \otimes & \text{SU}(2)_R \otimes \text{U}(1)_N \\ & \downarrow \langle \chi_R \rangle_0 & \\ \text{SU}(3)_c \otimes \text{SU}(2)_L & \otimes & \text{U}(1)_Y \\ & \downarrow \langle x \rangle_0 & \\ \text{SU}(3)_c & \otimes & \text{U}(1)_Q \end{array} \quad (5.11)$$

onde  $\langle x \rangle_0 = \langle \phi \rangle_0, \langle \chi_L \rangle_0$ . A primeira etapa de quebra espontânea de simetria gera as massas dos bósons  $W_{\mu R}^\pm$ , e  $X_\mu$  do modelo simétrico. A segunda etapa, gera as massas dos bósons e férmions usuais do modelo standard.

### 5.3 Os Bósons Vetoriais

Caracterizado pelo grupo eletrofraco  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ , o modelo necessita de um conjunto extra de bósons de gauge;  $b_{\mu R}^1, b_{\mu R}^2$  e  $b_{\mu R}^3$ , associados ao grupo  $SU(2)_R$ , além dos usuais do modelo standard  $b_{\mu L}^1, b_{\mu L}^2$  e  $b_{\mu L}^3$ , associados ao grupo  $SU(2)_L$  e  $B_\mu$  de  $U(1)_{B-L}$ . Suas combinações lineares formam os autoestados físicos eletricamente carregados,  $W_{\mu R}^\pm$  e  $W_{\mu L}^\pm$ , os neutros massivos  $Z_\mu, X_\mu$  e o fóton  $A_\mu$ .

Para obtermos os autoestados físicos e suas massas, devemos proceder analogamente aos capítulos anteriores, a partir da lagrangeana de Higgs para o modelo simétrico,

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \chi_L)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \chi_L) + (\mathcal{D}_\mu \chi_R)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \chi_R) + \text{Tr}(\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \phi) + V(\chi, \phi). \quad (5.12)$$

Utilizando a definição de derivada covariante, que preserva a invariância de gauge para  $\chi_L, \chi_R$  e  $\phi$ , teremos

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\mu \chi_L &= \partial_\mu \chi_L - \frac{1}{2} i g' B_\mu \chi_L - \frac{1}{2} i g \tau^a b_L^a \chi_L, \\ \mathcal{D}_\mu \chi_R &= \partial_\mu \chi_R - \frac{1}{2} i g' B_\mu \chi_R - \frac{1}{2} i g \tau^a b_R^a \chi_R, \\ \mathcal{D}_\mu \phi &= \partial_\mu \phi - \frac{1}{2} i g (\tau^a b_L^a \phi - \phi \tau^a b_R^a). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Quando  $\chi_L, \chi_R$  e  $\phi$ , adquirem os respectivos valores esperados no vácuo, da Eq.(5.10) obtemos a seguinte matriz de massa na base  $b_L^1, b_R^1$  dos bósons de gauge carregados do

modelo.

$$M^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}g^2(k^2 + k'^2) & -g^2kk' \\ -g^2kk' & \frac{1}{2}g^2(k^2 + k'^2 + v^2) \end{pmatrix}. \quad (5.14)$$

Os autoestados eletricamente carregados desta matriz são

$$W_L^+ = b_{\mu L}^1 \cos \xi + b_{\mu R}^1 \sin \xi, \quad W_L^- = b_{\mu L}^2 \cos \xi + b_{\mu R}^2 \sin \xi, \quad (5.15a)$$

$$W_R^+ = -b_{\mu L}^1 \sin \xi + b_{\mu R}^1 \cos \xi, \quad W_R^- = -b_{\mu L}^2 \sin \xi + b_{\mu R}^2 \cos \xi, \quad (5.15b)$$

onde  $\tan 2\xi = -4kk'/v^2$ . Considerando  $\xi$  muito pequeno, [36] e  $M_{W_R}^2 \gg M_{W_L}^2$ , fazemos a seguinte aproximação  $v^2 \gg k^2, k'^2$ . Nesta aproximação as massas dos bósons eletricamente carregados  $W_L^\pm$  e  $W_R^\pm$  são

$$M_{W_L}^2 \simeq \frac{1}{4}g^2(k^2 + k'^2), \quad M_{W_R}^2 \simeq \frac{1}{4}g^2(v^2 + k^2 + k'^2). \quad (5.16)$$

O valor esperado no vácuo que o campo  $\langle \chi_R \rangle$  adquire, contribui para a massa dos bósons  $W_R^\pm$ . De acordo com a hierarquia de quebra espontânea de simetria, este valor gera a massa de  $W_R^\pm$  na primeira etapa. Como este bóson ainda não foi detectado experimentalmente na escala de energia do modelo standard, supõe-se que seja necessário uma escala mais elevada de energia para gerar a massa dos bósons eletricamente carregados  $W_R^\pm$ . Por outro lado, os bósons eletricamente carregados  $W_L^\pm$  são detectados na escala de Fermi. Assim, torna-se de grande importância a aproximação feita anteriormente, a qual implica que  $M_{W_R}^2 \gg M_{W_L}^2$ .

A matriz de massa dos bósons neutros é contruída a partir das derivadas cova-

riantes de gauge definidas na Eq.(5.13), na base dos autoestados da simetria  $b_{\mu R}^3, b_{\mu L}^3$  e  $B_\mu$ ,

$$M^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} g^2(k^2 + k'^2) & -g^2(k^2 + k'^2) & 0 \\ -g^2(k^2 + k'^2) & g^2(k^2 + k'^2 + v^2) & -gg'v^2 \\ 0 & -gg'v^2 & g'^2v^2 \end{pmatrix}. \quad (5.17)$$

Realizando a aproximação  $(k^2 + k'^2)/v^2 \ll 1$ , e diagonalizando esta matriz de massa, obtemos os seguintes autovalores de massa,

$$M_A = 0, \quad M_Z \simeq \frac{M_{W_L}}{\cos \theta}, \quad M_X \simeq \frac{M_{W_R} \cos \theta}{\sqrt{\cos 2\theta}}, \quad (5.18)$$

onde o ângulo  $\theta$  é definido [35] segundo

$$\sin^2 \theta \equiv \frac{g'^2}{g^2 + 2g'^2}. \quad (5.19)$$

Ainda podemos escrever, explicitamente,

$$M_A = 0, \quad M_Z \simeq \frac{1}{4} g^2 \frac{g^2 + 2g'^2}{g^2 + g'^2} (k^2 + k'^2), \quad M_X \simeq \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) v^2. \quad (5.20)$$

Note novamente que a aproximação  $(k^2 + k'^2)/v^2 \ll 1$  indica a existencia de um bóson neutro não-standard  $X_\mu$ , com massa superior a escala de Fermi do modelo standard. Os

autoestados eletricamente neutros [34] são dados por

$$\begin{aligned}
 A_\mu &= (b_{L\mu}^3 + b_{R\mu}^3) \sin \theta + B_\mu \sqrt{\cos 2\theta}, \\
 Z_\mu &\simeq b_{L\mu}^3 \cos \theta - b_{R\mu}^3 \sin \theta \tan \theta - B_\mu \tan \theta \sqrt{\cos 2\theta}, \\
 X_\mu &\simeq b_{R\mu}^3 \frac{\sqrt{\cos 2\theta}}{\cos \theta} - B_\mu \tan \theta.
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

## 5.4 Correntes Leptônicas Neutras e Carregadas

As correntes neutras leptônicas que acoplam com  $Z_\mu^0$ , o bóson usual do modelo standard, tem a forma,

$$J_\mu(Z_\mu) = \frac{g}{\cos \theta} \bar{\psi} \gamma_\mu [T_3 P_L - Q \sin^2 \theta] \psi, \tag{5.22}$$

e as correntes eletricamente neutras, as quais acoplam com o novo bóson neutro do modelo simétrico  $X_\mu$  são,

$$J_\mu(X_\mu) = g \frac{\cos \theta}{\sqrt{\cos 2\theta}} \bar{\psi} \gamma_\mu [T_3 (P_R + P_L \tan^2 \theta) - Q \tan^2 \theta] \psi. \tag{5.23}$$

As correntes carregadas LH no modelo simétrico [34] tomam a forma

$$J_{\mu L}^+ = \bar{\nu}_{\ell L} \gamma_\mu \ell_L \tag{5.24}$$

para correntes carregadas RH são

$$J_{\mu R}^+ = \bar{\nu}_{\ell R} \gamma_{\mu} \ell_R. \quad (5.25)$$

Nota-se que correntes carregadas RH surgem naturalmente no modelo simétrico pois o modelo prevê a existência de um bóson eletricamente carregado RH. Entretanto, como mencionado anteriormente, não foi encontrado tal bóson na escala de energia de Fermi. Este fato sugere que para energias maiores que a escala de modelo standard há Física nova. De fato, a existência do bóson  $W_R^{\pm}$  implica na existência de correntes RH, e de uma estrutura V+A a altas energias. O modelo LR é consistente com o modelo standard pois, após a primeira etapa de quebra espontânea de simetria, recaímos na estrutura V-A do modelo eletrofraco standard.

# Capítulo 6

## Conclusões

Neste trabalho foi apresentada a possível existência de correntes com quiralidade RH em modelos quirais. Correntes RH já aparecem no modelo eletrofraco simétrico mínimo  $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L}$ . Todavia, devem ser suprimidas e por esta razão estima-se que a massa do bóson  $W_R$  seja muito maior que a do bóson carregado usual  $W_L$ . Sendo o bóson  $W_R$  muito mais pesado a comprovação experimental de sua existência ainda não é confirmada. A Física do modelo standard é bem descrita dentro de uma escala de energia de algumas centenas de GeV, mas acredita-se todavia, que a escala de alguns TeV, abriga Física nova. Assim, novas interações deverão ser observadas. O modelo eletrofraco leptoquark-bilépton  $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_N$  e a máxima extensão de gauge semi-simples  $SU(3)_c \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_N$ , fornecem indícios de Física nova em energias mais altas que a escala de Fermi do modelo standard, prevendo a existência de quarks exóticos e novos bósons mediadores de novas interações via correntes RH. Além disto, a existência de correntes RH nos modelos leptoquark-bilépton e o simétrico mínimo,

ocorrem apenas antes da quebra de simetria para o modelo standard, pois os bósons de gauge que acoplam às correntes carregadas RH não são detectados na escala de energia de Fermi do modelo standard. Portanto, a existência de correntes RH numa escala de energia superior implica na existência de novas partículas, novas interações, e novos decaimentos associados a novos processos fundamentais.

# Apêndice A

## Os grupos $SU(N)$

Grupo  $SU(2)$  : dimensão =  $N^2 - 1 = 3$  = número de geradores,  
 $rank = N - 1 = 1$  = número de geradores diagonais.

A fim de obter os geradores do grupo  $SU(2)$ , introduzem-se as matrizes correspondentes a operadores tipo *step*,

$$\begin{aligned} e_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, & e_{-1} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \\ h_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, & h_2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{A.1}$$

e define-se, para a representação **2**,

$$D^2(E_1) = e_1, \quad D^2(E_{-1}) = e_{-1}. \tag{A.2}$$

As matrizes de Pauli  $\sigma_a$  são obtidas tomando combinações lineares ortogonais destas matrizes

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= D^2(E_1) + D^2(E_{-1}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_2 &= -i(D^2(E_1) - D^2(E_{-1})) = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma_3 &= D^2(H_1) = h_1 - h_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{A.3}$$

As matrizes de Pauli são tais que

$$\text{Tr } \sigma_a = 0, \quad \text{Tr}(\sigma_a \sigma_b) = 2\delta_{ab}; \quad a = 1, 2, 3\tag{A.4}$$

e os geradores de  $SU(2)$  são definidos segundo

$$\tau_a \equiv \frac{\sigma_a}{2}.\tag{A.5}$$

O grupo  $SU(2)$  é um “safe group”, ou seja, livre de anomalias.

Grupo  $SU(3)$ : dimensão =  $N^2 - 1 = 8 =$  número de geradores,  
 $rank = N - 1 = 2 =$  número de geradores diagonais.

Para a representação  $\mathbf{3}$  temos os operadores de levantamento e abaixamento

$$\begin{aligned}
 D^3(E_1) &= \begin{pmatrix} e_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 D^3(E_2) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 D^3(E_{1+2}) &= \begin{pmatrix} 0 & e_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 D^3(E_{-1}) &= \begin{pmatrix} e_{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 D^3(E_{-2}) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e_{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 D^3(E_{-1-2}) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ e_{-1} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

Ainda, temos os geradores da subálgebra de Cartan: (2 geradores, equivalente ao *rank* do

grupo)

$$\begin{aligned}
 D^3(H_1) &= \begin{pmatrix} h_1 - h_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 D^3(H_2) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & h_1 - h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

Os geradores de SU(3) são as combinações lineares

$$\begin{aligned}
 D^3(H_a), \quad D^3(E_\alpha) + D^3(E_{-\alpha}), \quad -i(D^3(E_\alpha) - D^3(E_{-\alpha})), \\
 \alpha = 1, 2, 1 + 2; \quad a = 1, 2,
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

os quais são as matrizes de Gell-Mann para a representação  $\mathbf{3}$

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 = D^3(E_1) + D^3(E_{-1}) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \lambda_2 = -i(D^3(E_1) - D^3(E_{-1})) &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_3 = D^3(H_1) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_4 = D^3(E_{1+2}) + D^3(E_{-1-2}) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_5 = -i(D^3(E_{1+2}) - D^3(E_{-1-2})) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_6 = D^3(E_2) + D^3(E_{-2}) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_7 = -i(D^3(E_2) - D^3(E_{-2})) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}(D^3(H_1) + 2D^3(H_2)) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}$$

(A.10)

As matrizes de Gell-Mann são normalizadas,  $\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab}$ , tem traço nulo,  $\text{Tr}\lambda_a = 0$  e satisfazem a álgebra de Lie  $[\lambda_a \lambda_b] = 2if_{abc}\lambda_c$ , onde  $f_{abc}$ , são as constantes de estrutura do

grupo não nulas

$$f_{123} = 1, \quad f_{458} = f_{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad (A.11)$$

$$f_{147} = -f_{156} = f_{246} = f_{257} = f_{345} = -f_{367} = \frac{1}{2}.$$

Consideremos agora, a outra representação fundamental de  $SU(3)$ , a representação anti-triplete,  $\bar{\lambda}$ . As matrizes de Gell-Mann correspondentes são obtidas realizando a troca

$$D^3(E_{\pm 1}) \longrightarrow D^3(E_{\pm 2}), \quad D^3(E_{\pm 2}) \longrightarrow D^3(E_{\pm 1}), \quad D^3(E_{\pm 3}) \longrightarrow D^3(E_{\pm 3}), \quad (A.12)$$

e para os geradores da subálgebra de Cartan teremos

$$H_1^{\bar{\lambda}} \longrightarrow H_2, \quad H_2^{\bar{\lambda}} \longrightarrow H_1, \quad (A.13)$$

do que resulta explicitamente,

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_1 &= \lambda_6, & \bar{\lambda}_2 &= \lambda_7, & \bar{\lambda}_4 &= -\lambda_4, & \bar{\lambda}_5 &= -\lambda_5, \\ \bar{\lambda}_6 &= \lambda_1, & \bar{\lambda}_7 &= \lambda_2, & \bar{\lambda}_3 &= H_1^{\bar{\lambda}}, & \bar{\lambda}_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(H_1^{\bar{\lambda}} + 2H_2^{\bar{\lambda}}). \end{aligned} \quad (A.14)$$

Grupo  $SU(4)$ : dimensão =  $N^2 - 1 = 15$  = número de geradores,

$rank = N - 1 = 3$  = número de geradores diagonais.

Para a representação  $\mathbf{4}$  temos os operadores de levantamento

$$\begin{aligned}
 D^4(E_1) &= \begin{pmatrix} e_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 D^4(E_2) &= \begin{pmatrix} 0 & e_{-1} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 D^4(E_{1+2}) &= \begin{pmatrix} 0 & h_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 D^4(E_4) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e_1 \end{pmatrix}, \\
 D^4(E_{2+3}) &= \begin{pmatrix} 0 & h_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 D^4(E_{1+2+3}) &= \begin{pmatrix} 0 & e_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

Os operadores de abaixamento são obtidos tomando a conjugação hermitiana dos operadores de levantamento,

$$\begin{aligned}
 D^4(E_{-1}) &= [D^4(E_1)]^\dagger = \begin{pmatrix} e_{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 D^4(E_{-2}) &= [D^4(E_2)]^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ e_1 & 0 \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

$$\begin{aligned}
D^4(E_{-1-2}) &= [D^4(E_{1+2})]^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ h_1 & 0 \end{pmatrix}, \\
D^4(E_{-4}) &= [D^4(E_4)]^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e_{-1} \end{pmatrix}, \\
D^4(E_{-2-3}) &= [D^4(E_{2+3})]^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ h_2 & 0 \end{pmatrix}, \\
D^4(E_{-1-2-3}) &= [D^4(E_{1+2+3})]^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & e_{-1} \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.17}$$

Notemos que as Eqs.(A.15) e (A.17), são matrizes  $4 \times 4$ . Os geradores da subálgebra de Cartan são

$$D^4(H_1) = \begin{pmatrix} h_1 - h_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D^4(H_2) = \begin{pmatrix} h_2 & 0 \\ 0 & -h_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{A.18}$$

(A.19)

$$D^4(H_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & h_1 - h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Os geradores de  $SU(4)$ , são gerados pelas combinações lineares

$$D^4(H_a), \quad D^4(E_\alpha) + D^4(E_{-\alpha}), \quad -i(D^4(E_\alpha) - D^4(E_{-\alpha})), \quad (\text{A.20})$$

$$\alpha = 1, 2, 1 + 2, 1 + 3, 2 + 3 \quad a = 1, 2, 3,$$

os quais são as matrizes do tipo Gell-Mann para a representação 4

$$\lambda_1 = D^4(E_1) + D^4(E_{-1}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_2 = -i(D^4(E_1) - D^4(E_{-1})) = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

(A.21)

$$\begin{aligned}
\lambda_3 &= D^4(H_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_4 &= D^4(E_{1+2}) + D^4(E_{-1-2}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_5 &= -i(D^4(E_{1+2}) - D^4(E_{-1-2})) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_6 &= D^4(E_2) + D^4(E_{-2}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_7 &= -i(D^4(E_2) - D^4(E_{-2})) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(D^4(H_1) + 2D^4(H_2)) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_9 &= D^4(E_{1+2+3}) + D^4(E_{-1-2-3}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_{10} &= -i(D^4(E_{1+2+3}) - D^4(E_{-1-2-3})) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_{11} &= D^4(E_{2+3}) + D^4(E_{-2-3}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_{12} &= -i(D^4(E_{2+3}) - D^4(E_{-2-3})) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_{13} &= D^4(E_3) + D^4(E_{-3}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

(A.23)

$$\lambda_{14} = -i(D^4(E_3) - D^4(E_{-3})) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda_{15} = \frac{1}{\sqrt{6}}(D^4(H_1) + 2D^4(H_2) + 3D^4(H_3)) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.24})$$

As matrizes de Gell-Mann são também normalizadas  $\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{ab}$ , tem traço nulo  $\text{Tr}\lambda_a = 0$ , e fecham a álgebra de Lie

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if_{abc}\lambda_c.$$

# Referências Bibliográficas

- [1] E. Fermi, Zeits.fur Physik **88**, 161 (1934).
- [2] C.N. Yang e R.L. Mills, Phys. Rev. **96**, 191 (1954).
- [3] R. Shaw, *The Problem of Particle Types and Other Contributions to the Theory of Elementary Particles* (Tese de Doutorado - Cambridge University, 1954).
- [4] R. Utiyama, Phys. Rev. **101**, 1597 (1956).
- [5] P.W. Higgs, Phys. Lett. **12**, 132 (1964).
- [6] P.W. Higgs, Phys. Rev. **145**, 1156 (1966).
- [7] T.W.B. Kibble, Phys. Rev. **155**, 1554 (1967).
- [8] G.'t Hooft, Nucl. Phys. B **33**, 173; **35**, 167 (1971).
- [9] [fnphyx-www.fnal.gov/experiments/ktev/ktev.html](http://fnphyx-www.fnal.gov/experiments/ktev/ktev.html)
- [10] H. Georgi e S. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32**, 438 (1974).
- [11] H. Georgi, H.R. Quinn e S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **33**, 451 (1974).
- [12] G. Kane, Ed., *Perspectives on Higgs Physics* (World Scientific, 1993).

- [13] R. Foot e H. Lew, *Nuovo Cimento A* **104**, 167 (1991).
- [14] K. Lane, *Technicolor*, International Conference on the History of Original Ideas and Basics Discoveries in Particle Physics, Erice, The Italian Physical Soc. (1994); S.F. King, *Recent Developments in Technicolor-Top Quark Condensates*, CERN-Th-6617-92 (1992).
- [15] H. Harari, SLAC Summer Institute, Rep. n. 312 (1986); S. Gates e R.N. Mohapatra, Eds., *Superstrings, Cosmology and Composite Structures* (World Scientific, 1987); A.Zichichi (Ed.), *Quarks, Leptons and their Constituentes* (Plenum Press, 1988).
- [16] R.N. Mohapatra, Ed., *Unification and Supersymetry* (Springer-Verlag, 1992); R. Foot e H. Lew, pre-print IP-ASTP-14 (1994), HEP-ph/9411390.
- [17] T. Appelquist, A. Chodos e P. Freund, *Modern Kaluza-Klein Theories* (Addison-Wesley, 1987)
- [18] M. Kaku, *Introduction to Superstrings* (Springer-Verlag, 1988)
- [19] F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **46**, 410 (1992); P.H. Frampton, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2889 (1992); R. Foot, O.F. Hernandez, F. Pisano e V. Pleitez, *Phys. Rev. D* **47**, 4158 (1993).
- [20] F. Cuypers e M. Raidal, *Nucl. Phys. B* **501**, 3 (1997); F. Cuypers e S. Davidson, *Euro. Phys. J. C* **2**, 503 (1998).
- [21] D. Ng, *Phys. Rev. D* **49**, 4805 (1994).
- [22] F. Pisano e T.A. Tuan, *Anomaly cancellation in a class of chiral gauge models*, ICTP Report IC/93/200, Proc. of the 14th National Meeting on Particles and Fields, The

- Brazilian Phys. Soc., p. 322 (1993); R. Foot, H.N. Long e T.A. Tran, Phys. Rev. D **50**, R34 (1994).
- [23] F. Pisano e V. Pleitez, Phys. Rev. D **51**, 3865 (1995).
- [24] Lewis H. Ryder, *Quantum Field Theory* (Cambridge University Press, 1996)
- [25] William B. Rolnick, *The fundamental Particles and their Interaction* (Addison-Wesley Publishing Company, 1994)
- [26] S.L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 279 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** 1264 (1967); A. Salam, *Elementary Particle Theory*, ed. N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968).
- [27] C. Quigg, *Gauge theory of the strong, weak and electromagnetic interactions*. (Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1983).
- [28] G. Kane, *Modern Elementary Particle Physics* (Addison-Wesley Publishing Company Inc, 1988).
- [29] M. Kaku, *Quantum Field Theory* (Oxford University Press, 1993).
- [30] F. Pisano, *Férmions Exóticos, Novas Dinâmicas de Sabor e o Problema das Famílias* (Tese de Doutorado - IFT, 1995).
- [31] John F. Donoghue, Eugene Golowich e Barry R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model* (Cambridge University Press, 1992).
- [32] A. A. Machado e F. Pisano, Mod. Phys. Lett. A **14**, 2223 (1999).

- [33] A. Doff, *Quantização da Carga Elétrica em Teorias com Grupo de Gauge Semisimples* (Dissertação de Mestrado - UFPR, 2001).
- [34] G. Senjanovic, Nucl. Phys. B **153**, 334 (1978).
- [35] Philippe L. Forcrand, *Hadronic Weak Processes and the Mass of the Right-Handed Bosons* (Tese de Doutorado, Lawrence Berkeley Laboratory-University of California, 1982).
- [36] M.A.B. Bég, R.V. Budny, R. Mohapatra e A. Sirlin, Phys. Rev. Lett. **38**, 1252 (1977)
- [37] Y.A. Coutinho, P.P. de Queiróz Filho e M.D. Tonasse, Phys. Rev. D **60**, 115001 (1999).