UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

VICTOR RODRIGUES DE OLIVEIRA

AGENTES NÃO-RICARDIANOS, DÍVIDA PÚBLICA E ACUMULAÇÃO DE CAPITAL

CURITIBA
2014

VICTOR RODRIGUES DE OLIVEIRA

AGENTES NÃO-RICARDIANOS, DÍVIDA PÚBLICA E ACUMULAÇÃO DE CAPITAL

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Economia, no Curso de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Motta Correia

CURITIBA
2014

TERMO DE APROVAÇÃO

VICTOR RODRIGUES DE OLIVEIRA

AGENTES NÃO-RICARDIANOS, DÍVIDA PÚBLICA E ACUMULAÇÃO DE CAPITAL

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Dr. Fernando Motta Correia
Orientador – Departamento de Economia, UFPR

Dr. Armando Vaz Sampaio
Departamento de Economia, UFPR

Dr. Sabino da Silva Porto Junior
Departamento de Economia, UFRGS

Curitiba, 21 de março de 2014

AGRADECIMENTOS

Realizar um trabalho de pesquisa significa fazer história e, como diria Febvre (1992), fazer história é fazer escolhas. A produção das ideias científicas, como afirmara Febvre, “não se faz em uma torre de marfim graças à íntima e secreta operação de cientistas desencarnados que vivem uma vida de intelectualidade pura, fora do tempo e do espaço [...]”.

O conhecimento científico está intimamente articulado com o real, com o tempo e com o espaço, de forma que

> “a ciência [...] é feita por homens que se inserem no ambiente de sua época [...]. Não se separa do meio social no qual é elaborada. Sofre a pressão desse meio, a imposição de múltiplas contingências que pesam sobre seu desenvolvimento. Por essa razão, entre parênteses, a história das ciências está muito longe de constituir um lúgubre e empoeirado de teorias mortas e explicações caducas; ao contrário, representa um capítulo vivo da história geral do pensamento humano: assinala definitivamente a adaptação do espírito às coisas e a apreensão do meio pelo homem” (FEBVRE, 1992, p. 86-87).

Assim, não se pode negar as interferências e até as transformações na estrutura social que as ideias podem produzir. Estas interferências ocorrem por meio do “confronto” com diversos atores. A elaboração de um trabalho de pesquisa sempre envolve um grande número de atores, muitos dos quais colaboram de forma anônima nos emprestando suas diferentes interpretações do mundo. São eles professores; colegas; familiares; amigos; funcionários de bibliotecas, de instituições de pesquisa e de livrarias; e, principalmente, autores de livros. É difícil mencionar cada um desses personagens, que contribuem para a construção da nossa própria história. Neste sentido, agradeço em primeiro lugar ao professor Dr. Paulo de Andrade Jacinto que despertou em mim o interesse pela pesquisa em economia. De forma especial ao professor Dr. Fernando Motta Correia, que aceitou, de imediato, orientar minha proposta de pesquisa, quando ingressei no programa de pós-graduação e, posteriormente, quando minha dissertação mudou de rumo. Sua sólida formação metodológica na área de pesquisa de interesse desempenhou um papel fundamental na delimitação do tema a ser estudado.

Agradeço também à Universidade Federal do Paraná e o faço por meio do professor Dr. Maurício Vaz Lobo Bittencourt, coordenador do Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico (PPGDE) à época de meu ingresso no programa de pós-graduação, por me conceder bolsa de estudos. Assim, devo agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo financiamento de meus estudos junto ao PPGDE.

A heart that's full up like a landfill
A job that slowly kills you
Bruises that won't heal

You look so tired and unhappy
Bring down the government
They don't, they don't speak for us
I'll take a quiet life
A handshake of carbon monoxide

No alarms and no surprises
No alarms and no surprises
No alarms and no surprises
Silent silence

This is my final fit, my final bellyache with

No alarms and no surprises
No alarms and no surprises
No alarms and no surprises please

Such a pretty house and such a pretty garden

No alarms and no surprises (let me out of here)
No alarms and no surprises (let me out of here)
No alarms and no surprises please (let me out of here)

(*No Surprises* – Radiohead)

RESUMO

O objetivo deste trabalho é investigar qual o comportamento ótimo das políticas fiscal e monetária em um ambiente com a presença de agentes não-Ricardianos, com acumulação endógena de capital e que considera a dinâmica da dívida pública. Para tanto, o estudo desenvolvido aqui parte dos trabalhos propostos por Blanchard (1985), Leeper (1991) e Leith e Thadden (2008). O modelo desenvolvido neste trabalho apresenta duas inovações com relação aos trabalhos de Blanchard (1985) e Leith e Thadden (2008). A primeira desta inovação diz respeito à autoridade fiscal e seus instrumentos de estabilização macroeconômica. Considerou-se que os gastos públicos são endógenos e, assim, as mudanças no nível de *steady-state* da dívida pública resultam de variações dos impostos e dos gastos públicos. A partir disso, a dinâmica da dívida tem impacto sobre a dinâmica do consumo agregado e, portanto, não é possível separar as decisões das autoridades fiscal e monetária. A segunda inovação, por sua vez, está relaciona à oferta de trabalho. Considera-se que esta é endógena e, desta forma, ao relaxar o pressuposto da oferta de trabalho exógena é possível que aumentos na taxa de inflação e na taxa de juros real, considerando uma política monetária ativa, possam ser garantidos por um aumento na oferta de trabalho. Para modelar as inovações propostas neste trabalho é elaborado um modelo dinâmico com quatro variáveis, a saber, o consumo privado, o capital físico, a dívida pública e a taxa de inflação. Os principais resultados encontrados indicaram que a existência de um equilíbrio estável, quando a oferta de trabalho é exógena, está associada a uma política monetária ativa e uma política fiscal passiva. Este resultado está associado a dois fatores: (i) o efeito da dinâmica da dívida pública sobre a dinâmica do consumo agregado; e (ii) o efeito da dinâmica do gasto público sobre a dinâmica de acumulação do capital. Este segundo resultado não foi encontrado por Blanchard (1985) e Leith e Thadden (2008), uma vez que eles não consideram os gastos públicos de forma endógena. Assim, o princípio de Taylor não é válido quando a inserção da dinâmica da dívida pública não permite visualizar qual será o equilíbrio – em decorrência da alteração do *steady-state* da economia. Quando se relaxou o pressuposto com relação à oferta de trabalho, isto é, considerando-a endógena, observou-se que as políticas fiscal e monetária devem ser ativas se o gasto público for o único instrumento para conduzir a política fiscal. Neste caso não há equilíbrio e cada autoridade negligencia a restrição orçamentária e tenta determinar o nível de preços. Assim, não é possível um processo de expansão monetária que garanta que o público vai manter títulos da dívida pública e, portanto, a trajetória da dívida apresentará comportamento explosivo com o passar do tempo. Nos demais casos a política fiscal deve ser passiva e a política monetária ativa. Por conseguinte, no longo prazo o modelo proposto contempla um equilíbrio caracterizado por sustentabilidade fiscal e política monetária *à lá* metas de inflação com coordenação de política econômica.

Palavras-chave: Agentes Não-Ricardianos. Dívida Pública. Acumulação de Capital. Política fiscal. Política Monetária.

ABSTRACT

The purpose of this essay is to investigate how the optimal behavior of fiscal and monetary policy in an environment with the presence of non-Ricardian agents, with endogenous capital accumulation and that considers the dynamics of public debt. Therefore, the study developed here is an extension of the work proposed by Blanchard (1985), Leeper (1991) and Leith and Thadden (2008). The model developed in this essay introduces two innovations in relation to the work of Blanchard (1985) and Leith and Thadden (2008). The first of this innovation relates to the fiscal authority and its instruments of macroeconomic stabilization. It was felt that public expenditures are endogenous and thus changes in the level of steady-state debt result from changes in taxes and government spending. From this, the debt dynamics have an impact on the dynamics of aggregate consumption and therefore it is not possible to separate the decisions of the fiscal and monetary authorities. The second innovation, in turn, is related to the labor supply. It is considered that this is endogenous and thus to relax the assumption of exogenous labor supply is possible that increases in the rate of inflation and the real interest rate, considering an active monetary policy, may be guaranteed by an increase in supply labor. To model the innovations proposed in this essay is developed a dynamic model with four variables, namely private consumption, physical capital, public debt and inflation. The main findings indicated that the existence of a stable equilibrium when labor supply is exogenous is associated with an active monetary policy and passive fiscal policy. This result is associated with two factors: (i) the effect of public debt dynamics on the dynamics of aggregate consumption; and (ii) the effect of the dynamics of public spending on the dynamics of capital accumulation. The second result is not found by Blanchard (1985) and by Leith and Thadden (2008), since they do not consider spending endogenously. Thus, the Taylor principle is not valid when entering the public debt dynamics does not allow viewing what will be the equilibrium - due to the change of the steady-state economy. When relaxed the assumption with respect to labor supply, i.e., considering the endogenous, it was observed that the fiscal and monetary policy should be actives if public spending is the only instrument to conduct fiscal policy. In this case, there is no equilibrium and each authority neglects the budget constraint and tries to determine the price level. Thus, it is not possible a process of monetary expansion that ensures that the public will keep public debt and, therefore, the debt trajectory display explosive behavior over time. In other cases, fiscal policy should be passive and monetary policy should be active. Therefore, in the long term the proposed model includes an equilibrium characterized by sustainable fiscal and monetary policy regime of inflation targeting with coordinating economic policy.

Key-words: Non-Ricardian Agents. Public Debt. Capital Accumulation. Fiscal policy. Monetary Policy.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Dentro do debate acerca da política fiscal é possível estabelecer-se dois movimentos opostos. Em primeiro lugar, muitos estudos teóricos e empíricos analisam as políticas fiscal e monetária de forma isolada, como proposto pelo trabalho seminal de Leeper (1991). Este autor classificou as políticas fiscal e monetária como ativas e/ou passivas de acordo com o seu comportamento. Assim, uma autoridade (fiscal ou monetária) que usa uma política ativa tem autonomia para estabelecer seus objetivos sem levar em conta o comportamento das variáveis atuais e do passado. Por outro lado, se a autoridade usa uma política passiva será limitada às decisões de otimização feitas pelos consumidores e pelas ações da autoridade ativa.

Dessa forma, para a viabilização destes estudos é necessária a formulação de um conjunto de hipóteses, muitas vezes restritivas, sobre as políticas não investigadas. Todavia, tais pressupostos, de forma geral, não têm suporte nas evidências empíricas, gerando resultados distantes da realidade econômica. A partir disso, é primordial analisar as políticas fiscal e monetária de forma conjunta, como proposto por Turnovsky (1979) e por Sargent e Wallace (1981). Utilizando um modelo monetarista, isto é, uma economia cuja base monetária está atrelada ao nível geral de preços e onde é possível a presença de senhoriagem[1], Sargent e Wallace (1981) mostram que mesmo quando a inflação é *a priori* um fenômeno estritamente monetário, no longo prazo é um fenômeno fiscal. Este resultado é decorrente da existência de um limite superior sobre o estoque real da dívida pública detido pelos agentes não-monetários. Conforme os autores, as decisões da autoridade monetária em ter um controle permanente sob a taxa de inflação dependem da interação entre as políticas monetária e fiscal[2]. Consequentemente, no

[1] Alguns autores utilizam o termo senhoriagem (*seignorage*) para designar a emissão de moeda, enquanto outros a consideram como a receita oriunda da emissão de moeda. Neste estudo, utilizamos o último caso para designar o termo.

[2] A forma como as políticas econômicas são coordenadas dão origem aos conceitos de regime sob dominância fiscal e regime sob dominância monetária. O primeiro ocorre quando a autoridade fiscal determina, de forma independente, seu orçamento tanto no presente quanto no futuro, de forma que pode definir a proporção de suas receitas oriundas da venda de títulos públicos e de senhoriagem. O segundo, por seu turno, ocorre quando a autoridade monetária determina sua política, definindo *a priori* as receitas disponíveis que a autoridade fiscal pode obter por meio de senhoriagem.

longo prazo o crescimento do estoque de moeda é regido pelo déficit fiscal se for atribuído o papel ativo à autoridade fiscal e o papel passivo à autoridade monetária[3]. Isto implica que os desequilíbrios fiscais afetam as variáveis reais e nominais, o que não ocorre quando a autoridade monetária age de forma independente, como argumentado por Leeper (1991) ao estender o trabalho de Sargent e Wallace (1981) a um ambiente estocástico.

Em segundo lugar, observa-se também que os estudos acerca dos efeitos das políticas macroeconômicas sobre o nível de atividade econômica apresentam uma grande assimetria[4]. Enquanto a política monetária, normalmente especificada como uma regra de determinação da taxa de juros de curto prazo em função de variáveis como o produto e a inflação, tem sido amplamente debatida, a política fiscal ainda é pouco analisada. Nestes estudos a política fiscal assume um papel passivo[5], que é adequado em um contexto de Equivalência Ricardiana[6], onde ela atua, por exemplo, por meio do ajuste de impostos *lump-sum*[7]. De acordo com Leeper (1991), nesta situação as decisões das autoridades fiscal e monetária podem ser separadas e ocorrer de forma independente.

Após um período de dominância da política monetária como o instrumento ideal para a estabilização da economia, o debate no que diz respeito à política fiscal foi retomado com a discussão dos seus efeitos discricionários em decorrência da crise econômica mundial de 2007[8]. Foi somente com a crise internacional que a política fiscal passou a desempenhar um papel relevante na recuperação da economia, em

---

[3] Os autores consideraram um modelo do tipo Stackelberg para determinar qual o papel das autoridades fiscal e monetária. No modelo desenvolvido por Sargent e Wallace (1981), supôs-se que a autoridade fiscal é a líder, enquanto a autoridade monetária é a seguidora.

[4] Sorensen e Yosha (2001) apontaram diversos fatores para o surgimento de assimetrias na política fiscal, por exemplo: (i) as restrições no mercado de crédito durante recessões; (ii) os arranjos institucionais que impedem o endividamento público em excesso, como a Lei de Responsabilidade Fiscal no caso brasileiro; (iii) a ausência de disciplina fiscal durante períodos de expansão econômica; e (iv) a tentativa dos partidos políticos de influenciar os padrões de voto ou o desempenho dos gestores públicos no futuro.

[5] Neste caso, a política fiscal irá ajustar passivamente os impostos diretos para equilibrar o orçamento, enquanto a autoridade monetária não possui restrições e pode agir agressivamente para combater a inflação.

[6] Cortes dos impostos do governo financiado por aumentos no endividamento deverão ser compensados com aumento de impostos no futuro para garantir que a dívida seja solvente. Assim, a Equivalência Ricardiana argumenta que se os indivíduos entendem corretamente as consequências futuras das mudanças correntes no orçamento do governo, eles irão ajustar a poupança privada de modo a anular qualquer mudança na poupança nacional, de forma que não ocorrerão alterações da demanda agregada, do nível de preços e da taxa de juros. Deste resultado, infere-se que alterações dos déficits públicos não terão qualquer efeito sobre o nível de preços.

[7] Compreendem-se os impostos *lump-sum* como aqueles de valor único.

[8] Para uma discussão sobre política fiscal discricionária ver Wichmann e Portugal (2013).

decorrência da desaceleração das economias desenvolvidas a partir de 2008 e da redução do efeito do instrumental monetário – a taxa de juros esgotou rapidamente o papel da política monetária, isto é, o fenômeno conhecido na literatura como o problema do limite inferior zero (*zero lower bound*).

Todavia, mesmo em um modelo com interação entre as autoridades fiscal e monetária é possível encontrar-se um equilíbrio, seja ele estável ou instável, sem significado econômico. Neste caso, a literatura aponta três motivos para tal resultado: (i) a ausência da dinâmica da dívida pública; (ii) o pressuposto de que todos os agentes são Ricardianos[9]; e (iii) a hipótese de que o processo de acumulação de capital físico é exógeno.

Como discutido por Favero e Giavazzi (2007), dois fatores determinam a importância da dívida pública e da sua evolução sobre a regra de decisão da autoridade fiscal. Em primeiro lugar, um *feedback* do nível da razão dívida pública/gasto público ou dívida pública/PIB é necessária para a estabilidade da dívida, a menos que a taxa de crescimento da economia seja exatamente igual ao custo médio de financiamento da dívida.

Em segundo lugar, a taxa de juros, uma variável central na transmissão de choques fiscais, depende da política monetária esperada. Isto é, a taxa de juros pode ser afetada pela dinâmica da dívida, por exemplo, se um estoque crescente da mesma levanta a possibilidade de monetização no futuro ou, em caso extremo, de *default* da dívida. Assim, o impacto de um dado choque fiscal sobre a taxa de juros dependerá da trajetória da dívida pública.

A partir do estudo de Favero e Giavzzi (2007) decorre que, em um modelo com interação entre as autoridades monetária e fiscal, a última deve realizar ajustes para compensar mudanças no valor da dívida pública provocadas por alterações na condução da política monetária. Intuitivamente, embora a política monetária permaneça neutra no longo prazo, a autoridade fiscal tem acesso a instrumentos (impostos e gastos públicos) que podem alterar permanentemente o nível em torno do qual a economia flutua. Além disso, as decisões da autoridade fiscal com relação à dívida pública são afetadas pela resposta da autoridade monetária a choques temporários. Assim, a prática de abstração da dinâmica da dívida pública causa

[9] Em um ambiente com agentes Ricardianos o consumo dos agentes privados é uma função de seus recursos ao longo da vida, enquanto no caso de agentes não-Ricardianos o consumo é uma função somente do rendimento atual disponível. Para mais detalhes ver Galí, López-Salido e Vallés (2007).

distorções sobre o *steady-state* e, portanto, pode conduzir a modelos subespecificados. Por um lado, este ambiente simplificado não permite a captura dos efeitos de longo prazo das políticas de estabilização macroeconômica. Por outro lado, não leva em consideração o fato de a resposta ótima a choques temporários depender da forma como as distorções do *steady-state* (impostos, por exemplo) são abordadas.

Com relação ao pressuposto de agentes Ricardianos, Bilbiie (2008) rompeu com esta hipótese ao incluir consumidores *rule-of-thumb*[10] e mostrou que a política monetária é alterada consideravelmente[11]. O estudo proposto pelo autor demonstrou que a política monetária deve ser passiva para garantir a existência de um equilíbrio único, ou seja, o princípio de Taylor é invertido[12]. Como explicado pelo autor, esse resultado foi decorrente da implicação, por um lado, de que o consumo dos consumidores *rule-of-thumb* é sensível aos salários reais, mas não às taxas de juros. Por outro lado, as variações dos salários reais afetam os lucros, impactando, assim, nas decisões de consumo dos agentes Ricardianos[13]. Com uma parcela grande de consumidores *rule-of-thumb* este impulso é suficiente para compensar o declínio da demanda dos mesmos, elevando a demanda agregada. Neste sentido, os estudos de Linnemann (2006)[14], de Schmitt-Grohé e Uribe (2007) e de Rossi (2012) mostram que em uma economia composta por agentes não-Ricardianos e que considera a dinâmica da dívida pública o equilíbrio depende de um *mix* das políticas fiscal e monetária.

Finalmente, é possível mostrar que a ausência de acumulação de capital tem efeitos significativos no *steady-state.* Como discutido por Dupor (2001), por Carlstrom e Fuerst (2005) e por Schmitt-Grohé e Uribe (2007) o investimento

[10] Compreende-se os consumidores *rule-of-thumb* como aqueles que não possuem quaisquer bens, nem tem quaisquer passivos, e consomem a cada período o equivalente ao seu rendimento do trabalho. A literatura interpreta este comportamento como miopia, falta de acesso ao mercado de capitais, medo de poupança, a ignorância das oportunidades de comércio intertemporal, e assim por diante. Para detalhes ver Galí, López-Salido e Vallés (2007).

[11] Galí, López-Salido e Vallés (2004), Di Bartolomeo e Rossi (2007) e Colciago (2011) mostraram que a inserção de agentes não-Ricardianos altera consideravelmente o equilíbrio dinâmico entre as políticas fiscal e monetária.

[12] Neste caso, uma política monetária passiva é compatível com a Teoria Fiscal do Nível de Preços, na qual choques nos impostos geram inflação e choques monetários geram impactos não monetários. Assim, a inflação é um fenômeno fiscal e monetário.

[13] Considera-se que os agentes Ricardianos recebem uma parcela dos lucros. Portanto, as mudanças nos salários reais alteram os lucros e, dessa forma, deslocam a restrição orçamentária destes indivíduos.

[14] Linnemann (2006) mostra que se a autoridade fiscal equilibra continuamente seu orçamento, uma política monetária ativa conduz a um equilíbrio indeterminado se não for considerado o efeito positivo do nível de *steady-state* da dívida pública.

representa um canal fundamental para a transmissão dos choques agregados. Por isso, espera-se que as despesas de investimento desempenhem um papel relevante na definição das políticas monetária e fiscal ótimas. O artigo de Dupor (2001) analisa um ambiente com acumulação endógena de capital e demonstra que uma política monetária passiva é necessária e suficiente para a determinação do equilíbrio local. Por sua vez, Carlstrom e Fuerst (2005) demonstram que no caso de uma política monetária *forward-looking*[15] a inclusão da acumulação de capital no modelo reduz a indeterminação do modelo. O principal resultado indicou que a política monetária deve responder agressivamente a inflação corrente para gerar um equilíbrio estável, isto é, deve assumir um caráter ativo. A diferença entre os dois trabalhos é que o primeiro utiliza um modelo de tempo contínuo, enquanto o segundo baseia-se em um modelo de tempo discreto. Neste caso, a principal diferença entre um modelo de tempo discreto e um de tempo contínuo é a relação de não arbitragem entre os títulos públicos e o capital físico, isto é, no primeiro modelo a produtividade marginal do capital no futuro é igual à taxa de juros real, enquanto no segundo a produtividade marginal do capital no presente é igual à taxa de juros real. Dessa forma, há uma restrição adicional em um modelo contínuo e, portanto, a utilização da taxa de juros como instrumento de política monetária altera as condições para a determinação do equilíbrio do modelo.

A partir do exposto acima, o objetivo deste trabalho é investigar qual o comportamento ótimo das políticas fiscal e monetária em um ambiente com a presença de agentes não-Ricardianos, com acumulação endógena de capital e que considera a dinâmica da dívida pública. Para tanto, o estudo desenvolvido aqui parte dos trabalhos propostos por Blanchard (1985), Leeper (1991) e Leith e Thadden (2008). A partir de Leeper (1991) permite-se a presença de um nível positivo da dívida pública no *steady-state*. Do trabalho de Blanchard (1985) incorporaram-se duas hipóteses: (i) a tributação é do tipo *lump-sum*; e (ii) a Equivalência Ricardiana é modelada por meio de um único parâmetro, a probabilidade constante de morte dos indivíduos. Assim, quando a probabilidade de morte dos indivíduos é maior do que zero há a presença de agentes não-Ricardianos e, portanto, o horizonte temporal de decisão destes é menor do que o do governo; por outro lado, quando esta

[15] Carlstrom e Fuerst (2005) consideram que uma política monetária é *forward-looking* quando a autoridade monetária responde agressivamente a aumentos da taxa de inflação, de forma que o coeficiente de Taylor é superior a zero, no caso do instrumento ser a taxa de juros real. Assim, corresponde diretamente ao termo política monetária ativa.

probabilidade é zero os agentes são Ricardianos. Finalmente, do estudo de Leith e Thadden (2008) considerou-se a formação de capital físico como endógena.

O modelo desenvolvido neste trabalho apresenta duas inovações com relação aos trabalhos de Blanchard (1985) e Leith e Thadden (2008). A primeira desta inovação diz respeito à autoridade fiscal e aos seus instrumentos de estabilização macroeconômica. Considerou-se que os gastos públicos são endógenos e, assim, as mudanças no nível de *steady-state* da dívida pública resultam de variações dos impostos e dos gastos públicos. A partir disso, a dinâmica da dívida tem impacto sobre a dinâmica do consumo agregado e, portanto, não é possível separar as decisões das autoridades fiscal e monetária. Além disso, incorporou-se o efeito de desvios da dívida em relação a uma meta de dívida pública sobre os instrumentos a disposição da autoridade fiscal.

A segunda inovação, por sua vez, está relaciona à oferta de trabalho. Considera-se que esta é endógena e, desta forma, ao relaxar o pressuposto da oferta de trabalho exógena é possível que aumentos na taxa de inflação e na taxa de juros real, considerando uma política monetária ativa, possam ser garantidos por um aumento na oferta de trabalho[16].

Para modelar as inovações propostas neste trabalho é elaborado um modelo dinâmico com quatro variáveis, a saber, o consumo privado, o capital físico, a dívida pública e a taxa de inflação. O nível de endividamento permite que o comportamento ótimo da política fiscal seja dado por meio do efeito riqueza associado à dinâmica do consumo e do efeito da taxa de juros. As alterações nos impostos e nos gastos públicos têm dois impactos: (i) um efeito direto sobre a dívida pública, dado que esta é compreendida como o valor presente dos superávits primários; e (ii) um efeito indireto sobre a dinâmica do capital físico por meio da taxa de juros. Assim, ao considerar a formação de capital físico como um processo endógeno é possível demonstrar que existe uma relação entre o nível de *steady-state* da dívida pública e o efeito *crowding out* do capital[17]. Este último efeito, por sua vez, é afetado pela taxa de juros real de *steady-state*, que é uma variável fundamental para a determinação

[16] Esta relação será detalhada na seção 2.8.

[17] Como será mostrado nas seções seguintes, o capital é de propriedade das famílias. Assim, mudanças na taxa de juros terão um duplo efeito. Em primeiro lugar, irão alterar o valor presente da dívida pública e, portanto, a riqueza das famílias. Em segundo lugar, irão alterar o custo do capital físico. Desta forma, a politica monetária por meio de seu instrumento irá gerar uma realocação da riqueza dos agentes entre investir em capital ou acumular títulos públicos, isto é, um efeito deslocamento.

do custo marginal das firmas. Como este é um dos componentes que determina a taxa de inflação corrente, a autoridade monetária deve considerar que as decisões de caráter fiscal afetarão a sua tomada de decisão. Este mecanismo simples permite demonstrar que os agentes econômicos estão interligados pela condução da dívida pública e, assim, as decisões de políticas fiscal e monetária estão relacionadas e terão efeitos reais.

Além dessa introdução, o estudo será organizado como segue. Na próxima seção será apresentado o modelo empregado neste trabalho. Em seguida, discutir-se-ão a existência do *steady-state* e as equações que determinam a dinâmica local em torno do *steady-state*. Após esta etapa, serão apresentados os resultados e as condições sob as quais o equilíbrio é estável. A seção seguinte contém uma discussão dos resultados obtidos quando a oferta de trabalho é considerada endógena. Finalmente, são apresentados resultados comparativos e as principais conclusões.

2 MODELO

Parte-se do pressuposto de uma economia fechada. Os consumidores são especificados como em Blanchard (1985) no qual estão sujeitos a uma probabilidade constante de morte denotada por $\xi \geq 0$[1]. Se $\xi = 0$ tem-se uma economia com horizonte infinito. Se $\xi > 0$ o horizonte de decisão efetiva dos agentes privados é menor do que o do governo. Assim, quando esta probabilidade é nula, todos os agentes são Ricardianos; quando ela é positiva há a presença de agentes não-Ricardianos. Além disso, considera-se que a economia é composta por um setor de bens finais, por um setor que aluga bens de capital e pelo governo, sendo este último formado pelas autoridades fiscal e monetária.

Neste trabalho o objetivo é compreender qual o papel desempenhado pelas políticas fiscal e monetária em um ambiente com agentes não-Ricardianos, acumulação endógena de capital físico e dívida pública endógena. Para tanto, o modelo desenvolvido aqui representa um avanço em relação aos estudos de Blanchard (1985) e Leith e Thadden (2008), ao considerar que os gastos públicos são endógenos e, assim, as mudanças no nível de *steady-state* da dívida pública resultam de variações dos impostos e dos gastos públicos. Além disso, avalia-se a oferta de trabalho inicialmente sob o pressuposto de exogeneidade e, posteriormente, relaxa-se esta hipótese considerando-a endógena (ver FIGURA 1).

[1] Ascari e Rankin (2007) referem-se ao trabalho de Blanchard (1985) com um modelo "*perpetual youth*".

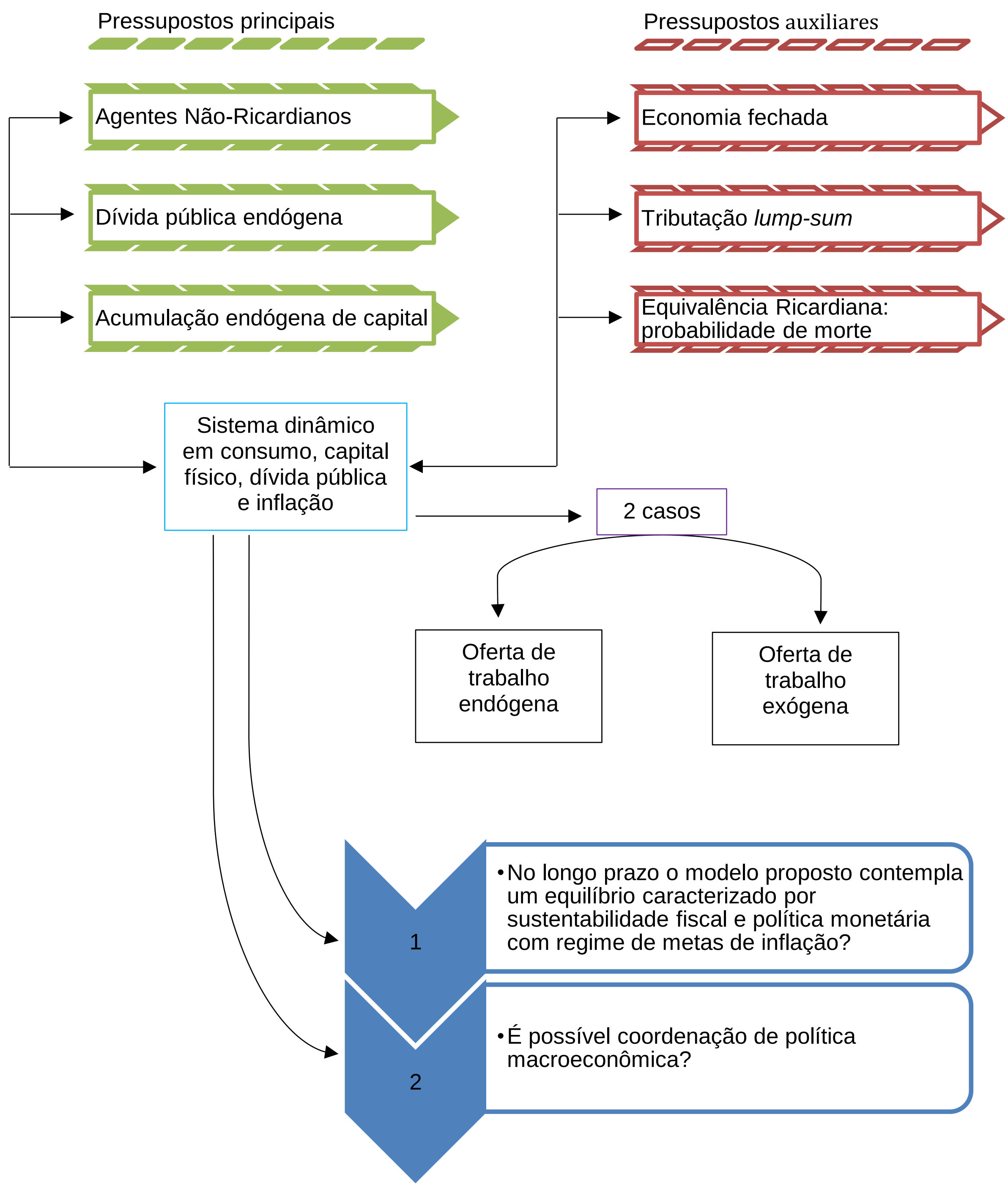

FIGURA 1: ESTRUTURA DO MODELO
FONTE: Elaboração própria.

2.1 O PROBLEMA DO CONSUMIDOR

Um consumidor representativo nasce no período j. Em um período qualquer, s, ele escolhe o consumo, c_s^j, e os saldos monetários reais, m_s^j, para maximizar sua função de utilidade intertemporal, assumindo como dadas a preferência intertemporal, θ, e a probabilidade constante de morte, ξ. Assume-se também que a oferta de trabalho, n, é exogenamente fixada em $n_s^j = 1$. A utilidade esperada deste consumidor representativo em um período t pode ser expressa como segue:

$$E_t U^j = \int_t^{\infty} (\ln c_s^j + \chi \ln m_s^j) e^{-(\xi+\theta)(s-t)} ds \tag{1}$$

onde χ representa a participação dos saldos monetários reais no portfólio do consumidor (hipótese de *cashless-limit* quando $\chi \longrightarrow 0$ como proposto por Woodford (1998)). Assume-se a hipótese proposta por Woodford (1998), de forma que o limite "sem dinheiro" (*cashless-limit*) é uma aproximação suficientemente boa (ou seja, se o processo de inovação financeira faz com que as transações realizadas com moeda sejam pequenas) se as flutuações na demanda por moeda (que pode, em termos percentuais, ser substancial) têm apenas um efeito negligenciável sobre o nível de preços de equilíbrio.

O consumidor possui um estoque de riqueza $a_s^j = k_s^j + b_s^j + m_s^j$ consistindo de capital físico (k_s^j), de títulos públicos (b_s^j) e de saldos monetários reais (m_s^j). A restrição orçamentária do consumidor representativo, denotada pela dinâmica do seu estoque de riqueza, da_s^j, é dada por:

$$da_s^j = r_s(a_s^j - m_s^j) + \sigma a_s^j + w_s - \tau_s^j - c_s^j - \pi_s m_s^j + \Xi_s^j \tag{2}$$

onde o estoque de capital físico e os títulos públicos são substitutos perfeitos com uma taxa de retorno r_s; os saldos monetários reais depereciam-se à taxa de inflação π_s; σa_s^j é o prêmio de risco pago pelas seguradoras, com $\sigma > 0$, uma vez que assumiu-se que a probabilidade de morte dos indivíduos é maior do que zero e, dessa forma, os consumidores não viverão para sempre; w_s é o salário real; τ_s^j são os impostos *lump-sum*; e Ξ_s^j é a participação nos lucros da produção de bens finais, dado que as famílias são proprietárias das firmas que alugam capital para o setor de bens finais. A partir das equações (1) e (2), a condição de primeira ordem[2] para o consumo é dada por $c_s^j = 1/\lambda_s^j$, onde λ_s^j denota a variável de co-estado da função Hamiltoniana usada para solucionar o problema de otimização do consumidor[3]. Os saldos monetários reais, isto é, a demanda por moeda satisfaz a seguinte condição:

$$m_s^j = \frac{\chi}{r_s + \pi_s} c_s^j \tag{3}$$

A partir da equação de demanda por moeda observa-se que ela tenderá a zero quando a participação dos saldos monetários reais no portfólio do agente representativo também tender a zero, o que implica que a taxa de juros tem somente o limite inferior definido, de forma que ela assumirá um valor igual ou superior a 1 em cada período de tempo. (WOODFORD, 1998).

A variável de co-estado evolui ao longo do tempo de acordo com $d\lambda_s^j = -(r_s - \theta)\lambda_s^j$ e, portanto, a lei de movimento do consumo é $dc_s^j = (r_s - \theta)c_s^j$. Integrando a restrição orçamentária e impondo a condição de transversalidade[4] com relação à riqueza não oriunda do trabalho, a_s^j, a restrição orçamentária intertemporal do consumidor pode ser escrita como:

$$\int_t^\infty c_s^j e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds = \frac{1}{1+\chi} \left(a_t^j + h_t^j \right)$$

em que h_t^j é a riqueza oriunda do trabalho e é obtida por $h_t^j = \int_t^\infty (w_s + \Xi_s^j - \tau_s^j) e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds$. Observe que na equação acima se considerou o efeito da participação dos saldos monetários reais, χ, sobre a restrição orçamentária intertemporal e, assim, ao assumir-se a hipótese de Woodford (1998) nota-se que o consumo é uma função da riqueza oriunda do trabalho, h_t^j, e da riqueza não oriunda

[2] Ver detalhes no Apêndice 1.
[3] Para uma visão detalhada sobre o problema de otimização com horizonte infinito ver Ok (2007, p. 736).
[4] Ver detalhes no Apêndice 1.

do trabalho, a_t^j. Integrando a lei de movimento do consumo, dc_s^j, com relação ao "tempo" obtém-se, a partir da restrição orçamentária intertemporal, a função de consumo individual dada por:

$$c_t^j = \frac{\xi + \theta}{1 + \chi}\left(a_t^j + h_t^j\right) \tag{4}$$

Da equação (4) decorre que a inserção da noção de agentes não-Ricardianos por meio da probabilidade de morte, como sugerido por Blanchard (1985), está relacionada de forma positiva ao consumo do agente representativo. Além disso, observa-se que seu consumo depende de sua riqueza total. Como será demonstrado nas seções seguintes será possível relacionar o setor público da economia – autoridades fiscal e monetária – com o setor privado por meio das dinâmicas da dívida pública e do capital físico.

2.2 O COMPORTAMENTO AGREGADO DOS CONSUMIDORES

O tamanho da população será normalizado e, portanto, a força de trabalho também será ao assumir-se que em qualquer momento no tempo uma nova coorte nasce e tem tamanho dado por $\xi e^{-\xi(t-j)}$. (BLANCHARD, 1985)[5].

A partir das equações (3) e (4) tem-se que o consumo e a demanda por moeda em nível agregado podem ser representados como segue:

$$\begin{cases} c_t = \dfrac{\xi + \theta}{1 + \chi}(a_t + h_t) \\ m_t = \dfrac{\chi}{r_t + \pi_t} c_t \end{cases} \tag{5}$$

As leis de movimento de h_t e de a_t podem ser escritas como:

[5] O tamanho total da população será sempre unitário dado que $\int_{-\infty}^{t} \xi\, e^{-\xi(t-j)} dj = 1$, o que implica que $n_t = 1$ para todo t.

$$\begin{cases} dh_t = (r_t + \xi)h_t - w_t + \tau_t - \Xi_t \\ da_t = r_t a_t + w_t - (1+\chi)c_t + \Xi_t - \tau_t \end{cases}$$

Diferenciando c_t com relação ao "tempo" e substituindo h_t é possível estabelecer a lei de movimento do consumo[6] como segue:

$$dc_t = (r_t - \theta)c_t - \xi \frac{\xi + \theta}{1+\chi} a_t \tag{6}$$

A partir da equação (6) observa-se que se $\xi > 0$ a taxa de crescimento do consumo individual $(r_t - \theta)$ excede a taxa de crescimento do consumo agregado. Este resultado é decorrente do efeito geracional, uma vez que os agentes com alto nível de riqueza não oriunda do trabalho são substituídos por agentes novos sem nenhuma riqueza. A dinâmica do consumo agregado representada pela equação (6) depende, portanto, do nível agregado de riqueza não oriunda do trabalho (o que inclui as responsabilidades do governo, isto é, a dívida pública). Dessa forma, é possível introduzir um efeito riqueza "puro" no consumo diferentemente do obtido por meio da equivalência Ricardiana e este efeito pode ser capturado em único parâmetro, ξ. Observe que se $\xi > 0$, então os consumidores não-Ricardianos são mais "impacientes" do que os consumidores Ricardianos, uma vez que o horizonte temporal dos primeiros é menor do que o dos segundos e, portanto, $(r_t - \theta) > 0$.

2.3 FIRMAS DE ALUGUEL DE CAPITAL

Há um *continuum* de firmas que acumulam capital para alugar aos produtores de bens finais. Assume-se que i_t denota o investimento real destas firmas, obtido por um *mix* de bens finais que é idêntico ao do consumo privado. Assuma também que o capital se deprecia a uma taxa constante $\delta > 0$. O estoque de capital evolui de acordo com a seguinte lei de movimento:

[6] Ver detalhes no Apêndice 2.

$$dk_t = i_t - \delta k_t \tag{7}$$

As firmas de aluguel de capital são de propriedade das famílias. O retorno do capital é igual a uma taxa livre de risco, r_t, se a taxa de aluguel do capital p_t^k cobrado do setor de bens finais satisfizer a condição de lucro zero: $p_t^k = r_t + \delta$.

Ao assumir-se que os bens de capital e os títulos públicos são substitutos perfeitos com uma taxa de retorno r_t é possível estabelecer um efeito *crowding out* do estoque de capital por meio da manipulação da taxa de juros por parte da autoridade monetária com o objetivo de combater a inflação. Como o capital físico é de propriedade das famílias e, ao mesmo tempo, constitui uma fração da riqueza dos mesmos, uma alteração da taxa de juros conduz a uma realocação da riqueza dos agentes privados. Elas escolherão entre acumular títulos públicos e alugar os bens de capital. Assim, aumentos (reduções) da taxa de juros diminuirão (aumentarão) a demanda por títulos públicos e aumentarão (reduzirão) o estoque de capital físico para aluguel ao setor de bens finais.

2.4 PRODUTORAS DE BENS FINAIS

Assume-se que os bens finais são produzidos por firmas em um mercado de concorrência imperfeita, que estão sujeitas às restrições impostas por contratos do tipo Calvo (1983), isto é, as firmas são capazes de mudar os preços com probabilidade α. Dessa forma, a rigidez nominal dos preços dos bens finais não permite que os mesmos sejam totalmente ajustados em resposta às perturbações econômicas e às medidas de política econômica. No entanto, permite que a política monetária afete a taxa de juros real e, assim, as dotações reais da economia. A probabilidade de mudança de preços é definida no intervalo (0,1), isto é, uma fração dos preços dos bens permanece fixa em cada período de tempo. Para este estudo considerou-se o modelo com preços pré-determinados e ajustamento alternado, de forma que em cada período 50% das firmas irão fixar seus preços.

As firmas são indexadas por z e produzem de acordo com uma função de produção do tipo Cobb-Douglas:

$$y_{z,t} = n_{z,t}^{\gamma} k_{z,t}^{1-\gamma} \tag{8}$$

onde os insumos são adquiridos em um mercado competitivo, $y_{z,t}$ representa a produção do setor de bens finais no período *t*, $n_{z,t}$ representa o insumo trabalho da firma representativa *z* no período *t* e $k_{z,t}$ representa o insumo capital da firma representativa *z* no período *t*. O objetivo da firma representativa é minimizar o custo de produção sujeito à função de produção[7]. Assim, obtém-se que a relação capital-trabalho (a taxa de marginal de substituição técnica é igual à relação de preços) é

$$\frac{k_{z,t}}{n_{z,t}} = \frac{k_t}{n_t} = k_t = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{w_t}{p_t^k}$$

Note que sob o pressuposto de oferta de trabalho exógena $n_t = 1$.

O custo marginal[8], que será um dos componentes da dinâmica da inflação, é dado por:

$$MC = \gamma^{-\gamma}(1-\gamma)^{\gamma-1}\left(p_t^k\right)^{1-\gamma}(w_t)^{\gamma} \tag{9}$$

A demanda da firma representativa em um período *t* é dada como segue:

$$y_{z,t} = \left[\frac{p_{z,t}}{\left(\int_0^1 p_{z,t}^{1-\rho}\right)^{\frac{1}{1-\rho}}}\right]^{-\rho} y_t \tag{10}$$

em que y_t é a demanda total por bens finais, $\rho > 1$ denota a elasticidade constante de demanda e o denominador de (10) representa o índice de preços agregado, p_t. A partir das equações (9) e (10) é possível estabelecer o fluxo de lucros da firma representativa como segue:

$$V_t = \int_t^{\infty} y_S\left[\left(\frac{p_{z,t}}{p_t}\right)^{1-\rho} - MC_s\left(\frac{p_{z,t}}{p_t}\right)^{-\rho}\right] e^{-\int_t^s (r_\mu+\xi)d\mu}\, ds \tag{11}$$

[7] Ver detalhes no Apêndice 3.
[8] Ver detalhes no Apêndice 3.

Ao maximizar o lucro intertemporalmemte, equação (11), o preço ótimo[9] será dado por:

$$p_{z,t} = \frac{\int_t^{\infty}\left[\rho\left(\frac{1}{p_s}\right)^{-\rho} MC_s y_s\right] e^{-\int_t^s (r_\mu+\alpha)d\mu}\, ds}{\int_t^{\infty}\left[(\rho-1)\left(\frac{1}{p_s}\right)^{1-\rho} y_s\right] e^{-\int_t^s (r_\mu+\alpha)d\mu}\, ds} \tag{12}$$

A partir da equação de determinação de preços, equação (12), é possível notar que a mesma representa uma generalização da regra de marcação de preços do tipo *mark-up*[10]: $\frac{p_{z,t}}{p} = \frac{\rho}{(\rho-1)} MC$. O índice de preços agregado que prevalece no período t é uma média ponderada de preços, onde os "pesos" (α) refletem a proporção destes preços que ainda estão em vigência, isto é,

$$p_t = \left[\int_{-\infty}^{t} \left(\alpha p_{z,t}\right)^{1-\rho} e^{-\alpha(t-s)} ds\right]^{\frac{1}{1-\rho}} \tag{13}$$

O lucro agregado do setor de bens finais pode ser escrito como:

$$\Xi_t = \int_{-\infty}^{t} \alpha\left[\left(\frac{p_{z,t}}{p_t}\right)^{1-\rho} - MC_t\left(\frac{p_{z,t}}{p_t}\right)^{-\rho}\right] y_t e^{-\alpha(t-s)}\, ds$$

2.5 GOVERNO

Assuma que ℓ_t denote as responsabilidades agregadas (reais) do setor público consistindo de saldos monetários reais e de títulos do governo, isto é, $\ell_t = m_t + b_t$. Sob o pressuposto de *cashless-limit* $\ell_t \to b_t$. A dinâmica de ℓ_t pode ser expressa como:

[9] Ver detalhes no Apêndice 4.

[10] A hipótese deste estudo é que as firmas de bens finais fixam os preços por uma regra de *mark-up* sobre os custos de produção. Assim, os preços são afetados por mudanças proporcionais no custo marginal. Isto implica que as firmas manipulam o *mark-up* e não os preços diretamente.

$$
\begin{aligned}
d\ell_t &= r_t\ell_t - (r_t+\pi_t)m_t + g_t - \tau_t \\
&= r_t\ell_t - (r_t+\pi_t)\frac{\chi}{(r_t+\pi_t)}c_t + g_t - \tau_t \\
&= r_t\ell_t + g_t - \tau_t \qquad (14)
\end{aligned}
$$

em que r_t representa a taxa de juros real vigente no período *t*, π_t representa a taxa de inflação corrente, m_t representa os saldos monetários no período *t*, g_t representa o gasto do governo no período *t* e τ_t representa os impostos *lump-sum* no período *t.* Diferentemente de Leith e Thadden (2008) que consideram $g_t = g > 0$, isto é, exógeno, o estudo desenvolvido aqui considera que o gasto do governo é endógeno. Assim, nota-se que as mudanças no nível de *steady-state* da dívida pública, representadas pela equação (14), são resultantes de alterações nos níveis do gasto público e dos impostos *lump-sum*.

Assumem-se as seguintes regras para a política monetária e a política fiscal. Com relação à política monetária considera-se uma meta de inflação $\pi^* \neq 0$. Este argumento da função de reação da autoridade monetária é diferente daquele observado em Leith e Thadden (2008), no qual os autores consideram uma meta de inflação igual à zero. Dada a possibilidade de alteração dos preços a autoridade monetária tem, no curto prazo, influência sobre a taxa de juros real, r_t, por meio de operações de *open market*[11]. Como se adotou a hipótese de Woodford (1998), isto é, a participação dos saldos monetários reais no portfólio do agente representativo tende a zero, o que implica que a taxa de juros tem somente o limite inferior definido, de forma que ela assumirá um valor igual ou superior a 1 em cada período de tempo, pode-se ignorar as rendas oriundas de senhoriagem – receita, em caso de expansão, e despesa, em caso de contração da base monetária. Assim, a regra de Taylor apresenta a seguinte estrutura:

$$r_t = r + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) \qquad (15)$$

[11] Além das operações de mercado aberto (*open market*), a autoridade monetária pode manipular a taxa de juros de curto prazo por meio da janela de redesconto e das reservas compulsórias.

em que r é o nível de *steady-state* da taxa de juros real e y^* é o produto potencial[12]. Note que ao considerar-se a taxa de juros real ao invés da taxa nominal, o valor crítico do coeficiente de Taylor (β_1) é zero e não a unidade.

A política fiscal, por seu turno, segue uma regra que objetiva estabilizar a dívida pública, b_t, em uma meta pré-estabelecida b^*. Para tanto, a autoridade fiscal pode utilizar duas regras para conduzir a dinâmica da dívida pública e, portanto, a política fiscal, por meio dos impostos *lump-sum* e dos gastos públicos:

$$\begin{cases} \tau_t = \tau + \beta_3(b_t - b^*) \\ g_t = g + \beta_4(y_t - y^*) + \beta_5(b_t - b^*) \end{cases} \tag{16}$$

em que τ_t denota os impostos *lump-sum* no período t, τ é o valor de *steady-state* dos impostos, g_t é o valor dos gastos públicos no período *t*, g é o nível de *steady-state* do gasto público, $\beta_3 \subset [0,1]$ e $\beta_5 \subset [-1,0]$[13]. Observe que os sinais de β_3 e β_5 refletem a postura da autoridade fiscal com relação a desvios da dívida pública em relação à meta b^*. Assim, desvios positivos da dívida deverão ser financiados por meio da redução dos gastos públicos e/ou do aumento dos tributos.

Os gestores da política econômica precisam monitorar e analisar o desempenho da economia e o seu potencial de crescimento, isto é, controlando os efeitos das flutuações de curto prazo da atividade produtiva. É relevante para os mesmos distinguir os aumentos do produto decorrentes de choques de demanda (na maioria das vezes transitórios e que podem dar origem a pressões inflacionárias) daqueles decorrentes de choques de oferta. Por seu turno, é importante analisar a redução do produto resultante de um choque negativo de demanda (possivelmente deflacionário) ou de um choque negativo de oferta que pode resultar em aumento da

[12] Neiss e Nelson (2003) definem produto potencial como o produto de equilíbrio cujos preços são flexíveis, não só no presente e no futuro, mas também no passado. Esta definição difere daquela que diz respeito ao estoque de capital uma vez que, nessa definição, o estoque de capital existente não importa e o que importa é o estoque de capital que não existiria se os preços fossem sempre flexíveis. A definição de produto potencial de acordo com Woodford (2003), por sua vez, está mais associada com a determinação de equilíbrio em uma economia de preços rígidos, como o estoque de capital atual (com rigidez de preços) e seus efeitos sobre a capacidade produtiva que é relevante na definição do produto potencial e, portanto, sobre a condução de uma política monetária ótima.

[13] Para a análise de estabilidade ser válida assume-se que os três parâmetros de referência das autoridades monetária e fiscal, β_1 e β_3 e β_5, estão suficientemente próximos aos seus *benchmarks*, isto é, 0 e r, respectivamente.

taxa de inflação. Assim, a inclusão destes desvios se faz necessária nas funções de reação das autoridades fiscal e monetária, como apresentado acima.

A partir das funções de reação das autoridades monetária e fiscal, equação (15) e equação (16), respectivamente, é possível estabelecer uma relação entre as decisões de política monetária e a restrição orçamentária da autoridade fiscal e seu impacto sobre o setor privado da economia. Em primeiro lugar, alterações da taxa de juros real para combater aumentos da taxa de inflação, por meio de operações de mercado aberto, por exemplo, influenciam diretamente o retorno do capital privado, que é alugado para as firmas de bens finais pelas famílias.

Em segundo lugar, a taxa de juros real também influencia o valor real da dívida pública, que pode ser aproximada por $b = \frac{\tau - g}{r}$, ou seja, o valor real dos títulos públicos em circulação deve ser igual ao valor presente dos superávits fiscais primários, como desenvolvido por Díaz-Giménez *et al*. (2008). Em terceiro lugar, também se observa que as alterações nos níveis dos gastos públicos e dos impostos *lump-sum* terão impacto sobre o valor dos títulos públicos. Dessa forma, como a dívida pública e o lucro do setor de bens finais compõem a riqueza das famílias, as alterações das políticas fiscal e monetária farão com que as famílias realoquem sua riqueza entre acumulação de títulos públicos e aluguel de bens de capital ao setor de bens finais.

Assim, a partir da caracterização dos agentes privados, por meio do comportamento dos consumidores e dos setores de bens finais e de bens intermediários, e do setor público, autoridades monetária e fiscal, a próxima seção discute as condições que caracterizam o equilíbrio e a existência do *steady-state*.

2.6 STEADY-STATE

A partir de Leeper (1991) as políticas fiscal e monetária podem ser classificadas como ativas e passivas de acordo com os parâmetros das funções de reação das autoridades fiscal e monetária, respectivamente. Dessa forma, é possível estabelecer quatro regiões de análise, conforme a (FIGURA 2).

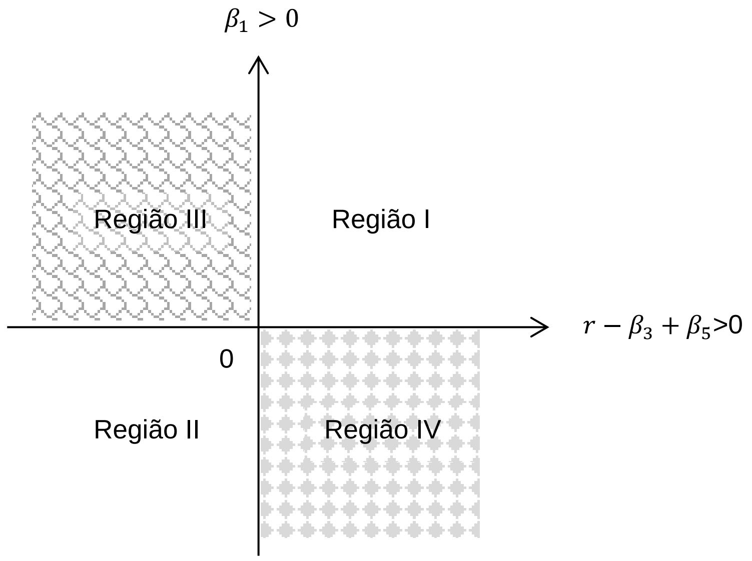

FIGURA 2: REGIÕES DE EQUILÍBRIO
FONTE: Elaboração própria a partir de Leeper (1991).

Região I: política monetária ativa, $\beta_1 > 0$, e política fiscal ativa, $r - \beta_3 + \beta_5 > 0$. Não há um equilíbrio e cada autoridade negligencia a restrição orçamentária e tenta determinar o nível de preços e, portanto, a dívida apresentará uma trajetória explosiva com o passar do tempo.

Região II: política monetária passiva, $\beta_1 < 0$, e política fiscal passiva, $r - \beta_3 + \beta_5 < 0$. Neste caso, não há um equilíbrio único e sem a restrição adicional imposta por uma autoridade que haja ativamente, existirão infinitos processos de expansão monetária, associados por um choque monetário inicial, que são consistentes com as condições de equilíbrio, ou seja, o equilíbrio é indeterminado.

Região III: política monetária ativa, $\beta_1 > 0$, e política fiscal passiva, $r - \beta_3 + \beta_5 < 0$. Compatível com equilíbrio único. Nesse caso existe equilíbrio único, os choques monetários produzem previsões monetárias usuais e os choques fiscais são irrelevantes. O equilíbrio gerado é consistente com a equivalência Ricardiana e assim essa região é ideal para uma economia implementar o regime de metas de inflação via controle de taxa de juros. Portanto, enquanto a política monetária não possui restrições e pode agir agressivamente buscando a estabilidade de preços, a política fiscal irá ajustar passivamente os impostos diretos para equilibrar o orçamento.

Região IV: política monetária passiva, $\beta_1 < 0$, e política fiscal ativa, $r - \beta_3 + \beta_5 > 0$. Nessa região o equilíbrio é único e ocorre o caso destacado pela Teoria Fiscal do Nível de Preços, na qual choques nos impostos geram inflação e choques monetários geram impactos não monetários. Portanto, a inflação é um fenômeno fiscal e monetário. A autoridade monetária obedecerá às restrições impostas pelo comportamento da política fiscal e do setor privado e permite que o estoque monetário responda aos choques no déficit.

As condições que caracterizam um equilíbrio dinâmico no nível agregado podem ser sumarizadas no (QUADRO 1).

$$dc_t = (r_t - \theta)c_t - \xi(\xi + \theta)(k_t + b_t) \tag{6}$$

$$dk_t = i_t - \delta k_t \tag{7}$$

$$y_t = k_t^{1-\gamma} \tag{8}$$

$$MC = \left(p_t^k\right)^{1-\gamma} (w_t)^\gamma \, \gamma^{-\gamma}(1-\gamma)^{\gamma-1} \tag{9}$$

$$p_{z,t} = \frac{\int_t^\infty \left[\rho\left(\frac{1}{p_s}\right)^{-\rho} MC_s y_s\right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \alpha)d\mu}\, ds}{\int_t^\infty \left[(\rho - 1)\left(\frac{1}{p_s}\right)^{1-\rho} y_s\right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \alpha)d\mu}\, ds} \tag{12}$$

$$p_t = \left[\int_{-\infty}^t \left(\alpha p_{z,t}\right)^{1-\rho} e^{-\alpha(t-s)} ds\right]^{\frac{1}{1-\rho}} \tag{13}$$

$$r_t = r + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) \tag{15}$$

$$\tau_t = \tau + \beta_3(b_t - b^*) \tag{16.1}$$

$$g_t = g + \beta_4(y_t - y^*) + \beta_5(b_t - b^*) \tag{16.2}$$

$$db_t = r_t b_t + g_t - \tau_t \tag{17}$$

$\frac{k_{z,t}}{n_{z,t}} = \frac{k_t}{n_t} = k_t = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{w_t}{p_t^k}$	(18)
Condição de *market clearing*: $y_t = c_t + g_t + i_t$	
Identidade da renda: $y_t = w_t + \ (r_t + \delta)k_t + \Xi_t$	

QUADRO 1 – SISTEMA DE EQUAÇÕES
FONTE: Elaboração própria.

Considerando $\chi \longrightarrow 0$, isto é, a hipótese de *cashless-limit* como válida, observa-se que $\ell_t = b_t + m_t \longrightarrow \ell_t = b_t$. Além disso, no *steady-state* $p_z = p = 1$. A partir da equação (12) o *mark-up* implica que $\frac{\rho-1}{\rho} = MC$. Combinando as equações (9) e (18) e considerando-se que $MC = \frac{\rho-1}{\rho}$, os preços dos insumos[14] podem ser definidos como:

$$w(k) = w = \frac{\rho - 1}{\rho}\gamma k^{1-\gamma}$$

$$r(k) = r = \frac{\rho - 1}{\rho}\frac{(1-\gamma)}{k^{\gamma}} - \delta$$

em que $w(k)$ e $r(k)$ representam as expressões da produtividade marginal do trabalho e do capital, respectivamente, quando a economia torna-se perfeitamente competitiva ($\rho \longrightarrow \infty$).

Combinando a versão de *steady-state* da equação de consumo (17) com a dinâmica da dívida pública, equação (18), tem-se[15]:

$$c = \xi(\xi + \theta)\frac{k + \frac{\tau - g}{r(k)}}{r(k) - \theta}$$

---

[14] Ver Apêndice 5.

[15] Neste caso $dc_t = 0$, $dk_t = 0$ e $db_t = 0$. Observe que $y_t = c_t + g_t + i_t$ e $dk_t = i_t - \delta k_t$. Assim, $i_t = \delta k_t$ e como $y_t = k_t^{1-\gamma}$, tem-se que $y_t = c_t + g_t + i_t \Leftrightarrow k_t^{1-\gamma} - g_t - \delta k_t = c_t$. No *steady-state* $c = k^{1-\gamma} - g - \delta k$.

enquanto a limitação de recursos no *steady-state* é dada por

$$c = k^{1-\gamma} - g - \delta k$$

A partir das equações que estabelecem o comportamento do consumo no *steady-state* é possível analisar a relação entre este e o nível de capital físico (FIGURA 3)[16]. Assim, considere uma situação inicial de equilíbrio orçamentário, isto é, $g = \tau \Leftrightarrow b = 0$. Então, a economia é caracterizada por dois *steady-state* com níveis positivos de consumo, de capital e de produto, quando o nível do gasto público não é muito alto (FIGURA 3(a)).

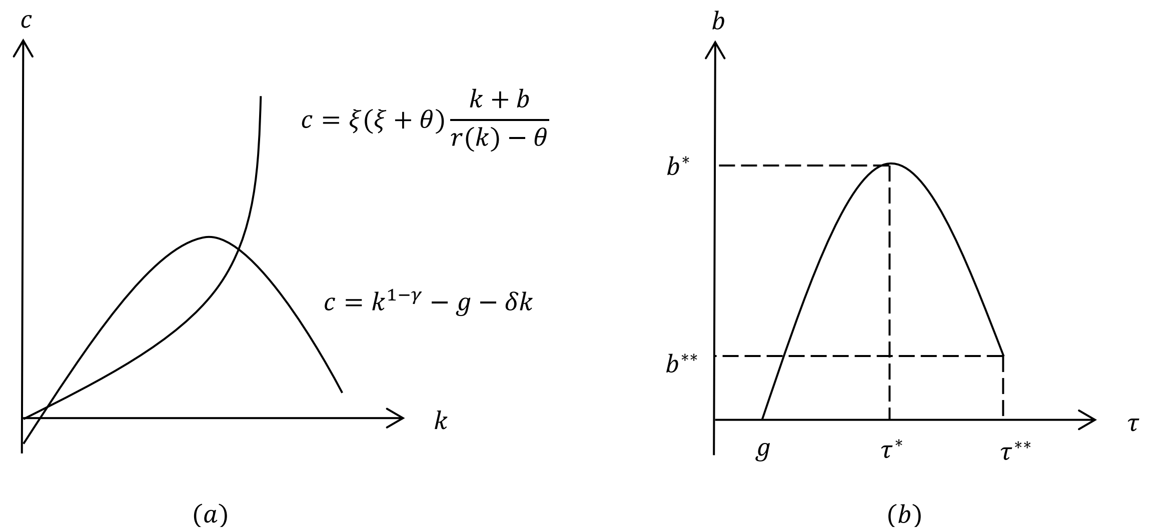

FIGURA 3 – CONFIGURAÇÃO DOS *STEADY-STATE* – OFERTA DE TRABALHO EXÓGENA
FONTE: Elaboração própria.

Um aumento dos impostos *lump-sum*, por sua vez, gera um nível positivo de dívida pública, que em ambos os *steady-state* afetam o consumo e o capital através do efeito riqueza (FIGURA 3(b)). Em outras palavras, os títulos do governo são percebidos como riqueza líquida pelos consumidores atualmente vivos, já que a carga tributária, apoiando esses títulos, é parcialmente suportada pelos membros das gerações futuras. Observe que quando os impostos *lump-sum* aumentam o superávit primário também aumenta. Além disso, a taxa de juros real aumenta, uma

[16] Ver Apêndice 6.

vez que o efeito riqueza conduz a uma diminuição do capital físico (*crowding out*). Estes dois movimentos tornam o efeito líquido sobre o *steady-state* da dívida, que é dado pelo valor descontado dos superávits primários (ou seja, $b = (\tau - g)\,/r$), ambíguo. Assim, ao variar o nível dos impostos *lump-sum* e manter os gastos públicos constantes existe um intervalo de *steady-state* eficientes caracterizados por $\tau \in (g,\ \tau^{*}) \Rightarrow b \in (0,\ b^{**})$. De forma semelhante, existe um intervalo de *steady-state* ineficientes caracterizados por $\tau \in (\ \tau^{*},\ \tau^{**}) \Rightarrow b \in (\ b^{*},\ b^{**})$.

Por outro lado, quando os gastos do governo alteram-se, mantendo-se fixo os impostos *lump-sum*, a taxa de juros real deve alterar-se para manter o valor do superávit primário inalterado. Assim, as alterações da política fiscal têm um efeito direto sobre o capital por meio da taxa de juros real, uma vez que o último compõe o custo do primeiro.

Por conseguinte, é possível mostrar que as alterações da condução das políticas fiscal e monetária têm um efeito direto e um efeito indireto sobre a dinâmica do consumo e sobre a dinâmica do capital. O efeito direto só é possível porque há a presença de agentes não-Ricardianos e, assim, a dinâmica do consumo dos agentes privados depende da sua riqueza, que é composta pela acumulação de títulos públicos e de capital físico. O efeito indireto, por outro lado, é decorrente da mudança do valor dos gastos públicos em decorrência de alterações do nível da dívida pública.

2.7 DINÂMICA

Combinando as equações que caracterizam o equilíbrio e a condição de *market clearing*, a dinâmica local em torno do *steady-state* é caracterizada por um sistema dinâmico em c_t, b_t, k_t e π_t. Dada a não linearidade do modelo considerou-se uma aproximação de primeira ordem, por meio da expansão de Taylor. Para tanto, assuma que $\hat{x}_t = \frac{x_t - x}{x}$ e $d\hat{x}_t = \frac{\partial \hat{x}_t}{\partial t}$ para $x = b, c, k$ e π[17]. A dinâmica do sistema segue abaixo (QUADRO 2).

[17] Ver Apêndice 7.

$$d\hat{c}_t = [r-\theta]\hat{c}_t - \left[\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c}\right]\hat{k}_t - \left[\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c}\right]\hat{b}_t + [\beta_1]\,\pi_t - \beta_1\pi^* + \beta_2(y_t - y^*)$$

$$d\hat{b}_t = \left[(\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\frac{y}{k}\right]\hat{k}_t + [r-\beta_3+\beta_5]\hat{b}_t + [\beta_1]\pi_t - (\beta_4+\beta_2)y^* + (\beta_3-\beta_5)b^* + \\ +g - \tau - \beta_1\pi^*$$

$$d\hat{k}_t = -\left[\frac{c}{k}\right]\hat{c}_t + \left[(1-\gamma)\frac{y}{k} - \delta\right]\hat{k}_t - \left[\beta_5\frac{g}{k}\right]\hat{b}_t$$

$$d\pi_t = -[\alpha(\alpha+r)\gamma]\hat{k}_t + [r-\alpha(\alpha+r)\beta_1]\pi_t + \\ -\alpha(\alpha+r)[-\beta_1\pi^* + \beta_2(y_t - y^*) + (r+\delta)]$$

QUADRO 2 – EQUAÇÕES DE LONGO PRAZO COM OFERTA DE TRABALHO EXÓGENA
FONTE: Elaboração própria.

Para o sistema apresentado no Apêndice H, sistema de equações (46), ser estável é necessário e suficiente que $Det(J) > 0$ e $Tr(J) < 0$[18]. Quando todos os consumidores são Ricardianos a dinâmica do consumo não é afetada pela dinâmica da dívida pública, implicando que a política fiscal pode ser conduzida de forma separada das demais decisões da economia. Todavia, sob uma estrutura não-Ricardiana como proposta neste trabalho, a dinâmica da dívida pública tem efeitos relevantes na determinação do equilíbrio.

A análise da estabilidade do modelo proposto neste trabalho, a partir do sistema dinâmico estabelecido em (46), revelou que a mesma depende do comportamento das políticas fiscal e monetária. Dessa forma, os resultados obtidos neste estudo corroboram os trabalhos desenvolvidos por Linnemann (2006), Schmitt-Grohé e Uribe (2007) e Rossi (2012). Como argumentam os autores, a inserção da dinâmica da dívida pública altera o papel desempenhado pela autoridade fiscal enquanto estabilizadora das flutuações econômicas. Além disso, como a acumulação de títulos públicos é percebida como riqueza pelos agentes privados e as famílias alugam bens de capital é possível inserir um efeito *crowding-out*.

[18] O determinante do sistema (46) foi obtido pelo Teorema de Laplace, conforme Apêndice 8.

Observe que o caráter da política fiscal dependerá do instrumento utilizado, de forma que é possível diferenciar três situações:

i) A dinâmica da política fiscal pode ser conduzida pelo ajuste dos impostos *lump-sum*. Neste caso, a autoridade fiscal pode assumir uma posição passiva, uma vez que a condição $r - \beta_3 > 0$ é válida sempre, independentemente do nível da taxa de juros real e do parâmetro β_3, que captura o efeito dos desvios da dívida pública em relação à meta de dívida sobre os impostos. Este resultado, também encontrado por Blanchard (1985) e Leith e Thadden (2008), implica que a estabilidade do modelo independe da postura que a autoridade fiscal assume.

ii) A autoridade fiscal pode utilizar o gasto público como o único instrumento fiscal. Diferentemente dos trabalhos de Blanchard (1985) e de Leith e Thadden (2008) que avaliam a dinâmica da dívida pública somente por mudanças no nível dos impostos, a inserção dos gastos públicos não altera o papel da autoridade fiscal.

iii) Por fim, a política fiscal pode ser conduzida pelos gastos públicos e pelos impostos *lump-sum*. Aqui, a condição necessária para a estabilidade é que $r - \beta_3 + \beta_5 < 0$, ou seja, a política fiscal deve assumir um papel passivo, conforme os termos de Leeper (1991) e de Leith e Thadden (2008) e não pode apresentar um comportamento ativo, como encontrado por Cushing (1999), por Leith e Wren-Lewis (2000), por Benassy (2005) e por Chadha e Nolan (2007). Este resultado demonstra que a estabilidade do sistema dinâmico formulado neste trabalho está relacionada diretamente ao nível da dívida pública, que se reflete pelos parâmetros β_3 e β_5. De acordo com isso, se a diferença entre o nível corrente da dívida pública em relação à meta de dívida é alta (ou seja, uma situação de ineficiência nos termos de Leith e Thadden (2008)), $b_t - b^* \to \infty$, estes parâmetros também deverão apresentar um valor que tende aos seus extremos, isto é, $\beta_3 \to 1$ e $\beta_5 \to -1$ e deverá haver uma coordenação com a autoridade monetária, de forma que a condição necessária à estabilidade seja válida. Por outro lado, para baixos níveis de dívida pública $b_t - b^* \to 0$, observa-se um cenário ideal para que haja coordenação de política econômica entre as autoridades fiscal e monetária. Assim, considerando que uma inflação baixa e estável representa um consenso, a operacionalização da política monetária depende, além do seu próprio instrumental, das condições fiscais (equilíbrio das finanças públicas). Isto significa que em um ambiente caracterizado por um baixo diferencial entre a dívida pública e sua meta, a coordenação de política é crível e representam uma condição que deve ser considerada pela autoridade monetária.

A autoridade monetária, por sua vez, deve assumir uma posição ativa na determinação da taxa de juros real de curto prazo, isto é, $\beta_1 > 0$. Observe que o valor crítico do coeficiente de Taylor é zero e não a unidade, uma vez que se está considerando a taxa de juros real e não a nominal. Assim, desvios positivos (negativos) da inflação corrente em relação à meta de inflação têm impacto positivo (negativo) sobre a taxa de juros. Este resultado, juntamente com a condição anterior de que a autoridade fiscal pode utilizar os impostos *lump*-sum e os gastos públicos para administrar a dívida pública, demonstra que somente o princípio de Taylor não garante a estabilidade local do sistema apresentado em (46), ou seja, as condições para a estabilidade dependem, além dos parâmetros da política monetária, dos aspectos fiscais, como encontrado por Linnemann (2006), por Schmitt-Grohé e Uribe (2007) e por Rossi (2012).

2.8 OFERTA DE TRABALHO ENDÓGENA

Esta seção tem por objetivo avaliar se a hipótese de oferta de trabalho exógena pode explicar a falha do princípio de Taylor sob o pressuposto de agentes não-Ricardianos. O estudo de Blanchard (1985) ignora esta possibilidade e o trabalho de Leith e Thadden (2008) a analisa sob a hipótese de que todos os agentes são Ricardianos.

A hipótese de oferta de trabalho elástica permite que aumentos na taxa de inflação e na taxa de juros real, considerando uma política monetária ativa, possam ser garantidos por meio de outro canal, isto é, um aumento na oferta de trabalho. Como proposto por Ascari e Rankin (2007), considerando que o “lazer” é um bem normal, isto é, quanto mais rico for o agente maior será sua demanda por lazer e que a distribuição da idade é tal que não existe um limite superior para a mesma, então não é garantido que existem agentes que queiram consumir mais lazer do que é viável dada a sua dotação de tempo. Assim, uma explicação para este efeito é assumir que a proporção de agentes jovens na economia é maior do que a de idosos e, portanto, alterações na taxa de juros que reduzam sua riqueza serão contrabalançadas por aumentos na oferta de trabalho, reduzindo seu consumo presente, mas aumentando-o quando o agente encontrar-se em um ponto superior na distribuição de idade.

Como realizado anteriormente, para o caso da oferta de trabalho exógena, a função de utilidade do agente representativo pode ser escrita como segue, com base na equação (1):

$$E_t U^j = \int_t^{\infty} \left(\ln c_s^j + \frac{1}{1-\psi} \left(1 - n_s^j\right)^{1-\psi} + \chi \ln m_s^j \right) e^{-(\xi+\theta)(s-t)} ds \qquad (19)$$

em que $n_s^j \in (0{,}1)$ denota um nível flexível de oferta de trabalho individual[19] e $\psi > 0$ denota o coeficiente de aversão ao risco relativo com relação à variações no lazer[20]. Observe que na equação (19) foi mantida a hipótese de *cashless-limit.* Porém, a importância de considerar que a participação dos saldos monetários reais na função de utilidade do agente representativo é muito pequena, de forma que $\chi \to 0$, é permitir que a demanda por consumo e por lazer possa ser derivada somente em função da renda e do estoque de títulos públicos e de capital físico. Isto garante que estas demandas independem da distribuição da riqueza entre os agentes de diferentes *coortes*. Esta hipótese exclui preferências individuais que fizessem com que a oferta de trabalho tendesse a zero.

A (FIGURA 3), que apesentara as configurações dos *steady-state* sob o pressuposto de oferta de trabalho exógena, dá lugar a (FIGURA 4) quando se altera a hipótese a cerca da oferta de trabalho, isto é, ao considerá-la endógena[21]. Observa-se uma relação inversa entre o consumo e o nível de capital físico no *steady-state*. Este efeito está associado ao efeito da taxa de juros real sobre o capital físico e sobre o nível da dívida pública, isto é, um aumento da taxa de juros

[19] Assumir que a oferta de trabalho está definida no intervalo (0,1) significa inserir uma não linearidade no modelo que não é necessária. Ascari e Rankin (2007) resolvem este problema ao assumir que a proporção de idosos na economia em algum momento do tempo supera a de jovens, o que torna possível uma oferta de trabalho negativa. O ensaio proposto aqui assume que a proporção de jovens é superior a de idosos, o que implica que nunca haverá oferta de trabalho negativa e, assim, não há a adição de uma restrição não linear desnecessária.

[20] Ver Apêndice 9.

[21] Ver Apêndice 10.

reduz, por um lado, o estoque de capital físico e, por outro, reduz a remuneração dos títulos públicos.

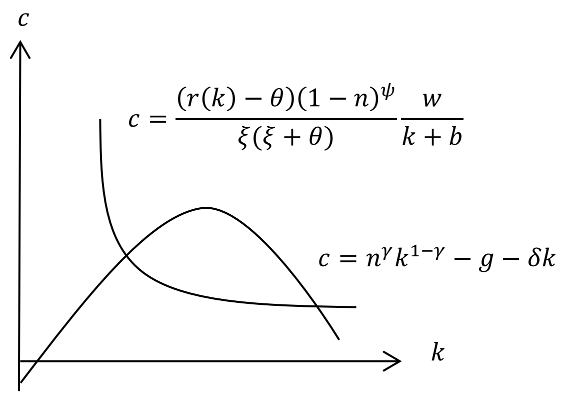

FIGURA 4 – CONFIGURAÇÃO DOS *STEADY-STATE* – OFERTA DE TRABALHO ENDÓGENA
FONTE: Elaboração própria.

Assim, estes efeitos, que contribuem para a redução do estoque de riqueza dos indivíduos, podem ser compensados por um aumento da oferta de trabalho. Isto significa que um aumento na taxa de juros real para combater a inflação, sob a hipótese de uma política monetária ativa, pode ser garantido por um aumento da oferta de trabalho. Intuitivamente, o efeito renda, associado às alterações da riqueza (ver Apêndice I), domina o efeito substituição, associado ao *trade-off* consumo-lazer.

A dinâmica[22] do sistema está apresentada abaixo (QUADRO 3). Para o sistema em (67), conforme Apêndice L, ser estável é necessário e suficiente que $Det(J) > 0$ e $Tr(J) < 0$[23], lembrando que $\frac{1}{1+\varepsilon} \to 0$ e $\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \to 1$ quando $\psi \to 0$, como discutido por Dupor (2001). Observou-se novamente que mesmo alterando-se o pressuposto com relação à oferta de trabalho o equilíbrio está associado a um *mix* entre as políticas fiscal e monetária.

[22] Ver Apêndice 11.
[23] O determinante do sistema (67) foi obtido pelo Teorema de Laplace, conforme Apêndice 12.

$$d\hat{k}_t = \left[(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} - \delta + \frac{\gamma}{(1+\varepsilon)}\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma}\right]\hat{k}_t + \left[\frac{\gamma}{(1+\varepsilon)}\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma} - \frac{c}{k}\right]\hat{c}_t +$$
$$+\left[\beta_1 \frac{\gamma}{(1+\varepsilon)}\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma}\right]\pi_t + \left[\beta_5 \frac{g}{k}\right]\hat{b}_t +$$
$$+\frac{\gamma}{(1+\varepsilon)}[\beta_2(y_t - y^*) - \beta_1\pi^* + (r_t+\delta)]\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma}$$

$$d\hat{c}_t = -\left[\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c}\right]\hat{k}_t + \left[(r-\theta)(1-n)\psi\frac{w}{c}\right]\hat{c}_t - \left[\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c}\right]\hat{b}_t + [\beta_1]\,\pi_t - \beta_1\pi^*$$
$$+\beta_2(y_t - y^*)$$

$$d\hat{b}_t = \left[(\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\frac{y}{k}\right]\hat{k}_t + [r - \beta_3 + \beta_5]\hat{b}_t + [\beta_1]\pi_t - (\beta_4+\beta_2)y^* + (\beta_3-\beta_5)b^*$$
$$+g - \tau - \beta_1\pi^*$$

$$d\pi_t = -\left[\alpha(\alpha+r)\gamma\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right]\hat{k}_t - \left[\alpha(\alpha+r)\frac{\gamma}{1+\varepsilon}\right]\hat{c}_t + \left[r - \alpha(\alpha+r)\beta_1\left(1-\frac{\gamma}{1+\varepsilon}\right)\right]\pi_t +$$
$$-\alpha(\alpha+r)\left[\left(\beta_1\pi^* - \beta_2(y_t-y^*) - (r_t+\delta)\right)\left(\frac{\gamma}{1+\varepsilon} - 1\right)\right]$$

QUADRO 3 – EQUAÇÕES DE LONGO PRAZO COM OFERTA DE TRABALHO ENDÓGENA
FONTE: Elaboração própria.

A análise da estabilidade indicou que a política monetária deve ser ativa, isto é, um aumento (redução) da taxa de inflação deve ser acompanhado por um aumento (redução) da taxa de juros real.

Com relação à política fiscal é possível diferenciar três situações:

i) Quando a política fiscal é conduzida por meio da dinâmica do gasto público, a autoridade fiscal deve assumir uma posição ativa, isto é, $r + \beta_5 > 0$, resultado também encontrado por Cushing (1999), por Leith e Wren-Lewis (2000), por Benassy (2005) e por Chadha e Nolan (2007). Entretanto, nesta situação não é possível a obtenção de um equilíbrio e cada autoridade negligencia a restrição orçamentária e tenta determinar o nível de preços e, portanto, a dívida apresentará uma trajetória explosiva com o passar do tempo. Mesmo neste equilíbrio não é possível uma coordenação de políticas de forma a migrar para a Região III (FIGURA 2). Todavia, este resultado também foi encontrado por

Rossi (2012), decorrente da alta participação de agentes não-Riicardianos na economia.

ii) Quando a política fiscal é conduzida por meio da manipulação dos impostos *lump-sum*, a estabilidade do modelo está associada a uma autoridade fiscal passiva, isto é, $r - \beta_3 < 0$. Esta condição para a estabilidade foi encontrada no caso da oferta de trabalho exógena e pelos modelos propostos por Blanchard (1985) e por Leith e Thadden (2008).

iii) Por fim, a política fiscal pode ser manipulada pelos gastos públicos e pelos impostos *lump-sum*. Aqui, a condição necessária para a estabilidade é que $r - \beta_3 + \beta_5 < 0$, ou seja, a política fiscal deve assumir um papel passivo, conforme os termos de Leeper (1991) e de Leith e Thadden (2008). Assim, este resultado demonstra que a estabilidade do sistema dinâmico formulado neste trabalho está relacionada diretamente ao nível da dívida pública, que se reflete pelos parâmetros β_3 e β_5.

Quando se considerou a possibilidade da autoridade fiscal utilizar somente os gastos públicos como instrumento de estabilização macroeconômica, o modelo revelou que a política fiscal deve ser ativa. Todavia, este resultado conduz a um modelo indeterminado, de forma que a dívida pública apresentará uma trajetória explosiva à medida que o tempo passa. Dessa forma, os resultados desta seção indicaram que sob uma estrutura não-Ricardiana e com oferta de trabalho endógena, a dinâmica da economia apresenta uma trajetória estável se as políticas fiscal e monetária forem passiva e ativa, respectivamente. Portanto, a política fiscal deve ser manipulada somente por meio dos impostos *lump-sum* ou pela combinação dos impostos e dos gastos públicos. Além disso, verificou-se que o princípio de Taylor não é válido quando a oferta de trabalho é endógena.

2.9 POLÍTICAS FISCAL E MONETÁRIA ÓTIMAS: O QUE A LITERTURA TEM A DIZER?

Um número crescente de estudos vem estudando a interação entre as políticas fiscal e monetária e investigando os comportamentos ótimos das mesmas, de forma a atenuar as flutuações dos ciclos econômicos e, portanto, maximizar o bem-estar social (QUADRO 4). A importância destes estudos e sua influência sobre a tomada de decisão dos *policymakers* não precisa ser apresentada aqui[24]. O que deve ser ressaltado é que a maioria dos estudos parte de uma fundamentação microeconômica, onde a equação que determina o comportamento do consumo individual representa o ponto central destes trabalhos. A partir disto, a literatura deriva um grande conjunto de prescrições normativas, sendo que a maioria destas é semelhante entre os diversos estudos, corroborando a robustez dos resultados encontrados.

A política monetária é de extrema relevância para descrever o comportamento da economia e dos seus agentes e alcançar uma redução do nível geral de preços, uma vez que além de aumentar o horizonte de previsão dos agentes e, portanto, reduzir o grau de incerteza dos mesmos com relação ao ambiente econômico e incentivar o investimento, a manutenção de uma baixa inflação impede que os salários sejam corrompidos e evita, assim, uma queda do poder de compra. A literatura demonstra que a autoridade monetária, de forma geral, deve adotar uma política ativa, isto é, deve aumentar a taxa de juros nominal em uma magnitude superior à taxa de inflação (isto é, deve ocorrer uma elevação da taxa de juros real) para a política ser consistente com um único equilíbrio em expectativas racionais[25] (REE) – princípio de Taylor ser válido segundo Woodford (2003).

---

[24] Ver Dupor (2001), Carlstrom e Fuerst (2005), Linnemann (2006), e Schmitt-Grohé e Uribe (2007), Bilbiie (2008) e Rossi (2012), por exemplo.

[25] Suponha que a oferta e a demanda sejam apresentadas em unidades discretas. Se o mercado contém um número suficiente de compradores e vendedores, então genericamente um “leilão” possui um equilíbrio de Bayes-Nash não-trivial em funções monótonas. Além disso, o resultado de equilíbrio é arbitrariamente próximo de um REE eficiente e o comportamento de equilíbrio é arbitrariamente próximo do comportamento de preços da tomada de decisão. Assim, em um leilão simétrico, isto é, em que as valorações dos indivíduos provêm de distribuições idênticas e independentes, as condições do Teorema de Equivalência de Receitas (dois leilões) serão atendidas em duas condições: i) para cada jogada possível o comprador tem probabilidade idêntica de receber o objeto nos dois leilões; e ii) o comprador tem sempre a mesma utilidade nos dois leilões. Então esses dois leilões geram a mesma receita esperada para o vendedor e garantem a existência do equilíbrio de Bayes-Nash. Todavia, um REE apresenta três problemas: i) o equilíbrio pode não ser implementável, isto é, pode não ser possível encontrar-se um mecanismo de trocas (em um jogo bem especificado) que conduza ao verdadeiro REE; ii) se as informações têm custo, então os agentes não terão incentivos para adquirir as informações e o equilíbrio será sub-ótimo; e iii) um problema adicional surge se o REE competitivo é definido em uma economia de horizonte finito, porque os agentes percebem que os preços transmitem as informações, mas não percebem o impacto de suas ações sobre os preços.

Autor	Hipóteses	Resultados obtidos
Blanchard (1985)	(i) tributação é do tipo *lump-sum*; e (ii) a Equivalência Ricardiana é modelada pela probabilidade constante de morte dos indivíduos.	O aumento dos impostos e da dívida pública não afeta a renda dos indivíduos, mas reduz a acumulação de títulos públicos e o consumo. Este resultado é semelhante em uma economia fechada e/ou aberta.
Chadha e Nolan (2007)	(i) Modelo "*perpetual youth*"; (ii) preços rígidos e bens diferenciados; (iii) tributação distorcida; e (iv) diferenciação do perfil do gasto público.	A negligência do papel dos estabilizadores automáticos na condução da política fiscal ótima terá implicações para a política monetária ótima. O resultado ótimo depende de um *mix* das políticas fiscal e monetária.
Galí, López-Salido e Vallés (2007)	(i) Consumidores *rule-of-thumb*; e (ii) acumulação de capital endógena.	Quando uma forte rigidez de preços coexiste com uma grande parcela de agentes *rule-of-thumb* a autoridade monetária deve adotar uma política agressiva – princípio de Taylor é válido.
Schmitt-Grohé e Uribe (2007)	(i) Preços rígidos; (ii) utilidade do consumidores depende do estoque de moeda; e (iii) tributação distorcida.	O tamanho do coeficiente de Taylor tem um papel menor para o bem-estar. A política monetária ótima apresenta uma resposta suave ao produto e pode levar a perdas de bem-estar significativas se responde de forma positiva ao produto. A política fiscal ideal deve ser passiva.
Leith e Thadden (2008)	(i) Nível positivo de dívida pública; (ii) equivalência Ricardiana é modelada pela probabilidade de morte; (iii) acumulação endógena de capital; e (iv)	Sem a especificação do nível da dívida pública não é possível determinar se o equilíbrio encontrado é determinado. Assim, observa-se que a não-neutralidade da política fiscal pode alterar consideravelmente a dinâmica do modelo proposto.

	oferta de trabalho exógena e endógena.	
Colciago (2011)	(i) Agentes Ricardianos e Não-Ricardianos; e (ii) acumulação de capital endógena.	A validade do princípio de Taylor garante que o equilíbrio encontrado seja determinado. Este resultado sugere que o equilíbrio do modelo com agentes não-Ricardianos dependem fortemente da forma como a rigidez nominal é considerada.
Rossi (2012)	(i) Nível positivo de dívida pública; e (ii) equivalência Ricardiana é modelada pela participação de agentes *rule-of-thumb* na economia.	Observou-se que para valores intermediários da dívida pública e para os valores moderados e elevados da participação de consumires *rule-of-thumb*, um equilíbrio está relacionado diretamente a um *mix* entre as autoridades fiscal e monetária.
Nosso estudo	(i) Nível positivo de dívida pública; (ii) equivalência Ricardiana é modelada pela probabilidade constante de morte; (iii) acumulação endógena de capital físico; e (iv) oferta de trabalho exógena e endógena.	Os principais resultados encontrados indicaram que a existência de um equilíbrio estável, quando a oferta de trabalho é exógena, está associada a uma política monetária ativa e uma política fiscal passiva. Quando se considerou a oferta de trabalho endógena, observou-se que as políticas fiscal e monetária devem ser ativas se o gasto público for o único instrumento para conduzir a política fiscal. Neste caso não há equilíbrio e cada autoridade negligencia a restrição orçamentária e tenta determinar o nível de preços. Nos demais casos a política fiscal deve ser passiva e a política monetária ativa.

QUADRO 4 – POLÍTICAS FISCAL E MONETÁRIA ÓTIMAS: ESTUDOS COMPARADOS
FONTE: Elaboração própria.

Carlstrom e Fuerst (2005) demonstram que a política monetária deve responder agressivamente a inflação corrente para gerar um equilíbrio estável, isto é, deve assumir um caráter ativo. Todavia, estudos recentes indicam que este resultado não é válido sempre, como apontado por Dupor (2001), Bilbiie (2008), Leith e Thadden (2008) e Rossi (2012). O artigo de Dupor (2001) analisa um ambiente com acumulação endógena de capital e demonstra que uma política monetária passiva é necessária e suficiente para a determinação do equilíbrio local.

A falha do princípio de Taylor em estabelecer o equilíbrio somente em termos dos parâmetros monetários está associada diretamente ao diferencial da dívida pública em relação a uma meta pré-estabelecida para a mesma sobre o nível corrente de gastos públicos e de impostos *lump-sum*. Além disso, os desvios da dívida pública em relação a sua meta tem um grande impacto sobre a taxa de juros, uma vez que aumentos da taxa de juros real podem aumentar a probabilidade de *default* da dívida. Assim, este efeito corrobora a noção de Favero e Giavazzi (2007) de que a política fiscal assume um papel importante na determinação do nível de *steady-state* da economia.

Este estudo corroborou algumas evidências encontradas na literatura e apontou outras. A noção de consumidores não-Ricardianos para modelar o comportamento dos agentes privados alterou o mecanismo de transmissão dos choques das políticas fiscal e monetária. A não validade do princípio de Taylor destacou que a dinâmica da dívida pública tem um papel relevante na determinação de um equilíbrio estável para o modelo proposto neste estudo. Uma vez que a dívida pública compõe a renda das famílias, alterações da dinâmica da mesma causarão mudanças nas escolhas ótimas dos agentes, ou seja, afetarão as escolhas dos agentes entre acumular títulos públicos ou alugar bens de capital. O principal mecanismo de transmissão, não encontrado por estudos semelhantes ao desenvolvido aqui como o de Leith e Thadden (2008), é o efeito da dinâmica do gasto público sobre a dinâmica de acumulação do capital. Ao considerar-se que o gasto público também é endógeno significa que há mais uma fonte para alterar a dinâmica da dívida pública e, assim, há a origem de um efeito riqueza adicional. Este resultado mostra que a política fiscal é não-neutra e tem impacto sobre as dotações dos agentes privados.

Os resultados obtidos pelos dois modelos desenvolvidos neste estudo indicam que o comportamento ótimo das políticas fiscal e monetária deve ser passivo e ativo, respectivamente. Caso a autoridade fiscal assumisse uma posição ativa, ela poderia influenciar a trajetória do nível de preços da economia e em função da descoordenação gerada entre as políticas monetária e fiscal, dado que cada autoridade negligenciará a restrição da outra, a estabilidade econômica poderia ficar comprometida. Neste sentido, o modelo abordado neste estudo contempla um equilíbrio caracterizado por sustentabilidade fiscal e política monetária *à lá* metas de inflação com coordenação de política econômica se cada autoridade perseguir suas metas, a saber, a política monetária ter como meta a estabilidade de preços, e a política fiscal ter como meta a solvência da dívida pública, de forma que, no contexto intertemporal como desenvolvido aqui, esta estratégia tornará a dívida solvente e sustentável garantindo a estabilidade da economia.

3 CONCLUSÃO

O deslocamento do paradigma keynesiano a partir da década de 1970 para o arcabouço teórico das expectativas racionais conferiu um novo caráter a política fiscal. Dois fatores explicam, em grande medida, esta mudança de interpretação com relação à importância da política fiscal como instrumento de estabilização macroeconômica.

Em primeiro lugar, a crise do Estado que reduziu sua capacidade de continuar exercendo o papel de financiador, de coordenador, de produtor e de investidor. Estas mudanças tiveram início ainda nos anos 1980, sob o quadro internacional do fim do acordo de Bretton Woods, da crise da teoria keynesiana, da elevação das taxas de juros e das baixas taxas de crescimento. Além disso, contribui para este processo o questionamento da manutenção do estado de bem-estar social (*welfare state*) frente à crise fiscal e ao aumento da relação dívida/PIB nos países desenvolvidos. Assim, com a falência do modelo keynesiano o debate teórico em torno das expectativas racionais ganha espaço. A análise da administração da demanda agregada dá lugar à sustentabilidade da dívida pública e a mecanismos de combate à inflação e à crise fiscal. Aliado a este movimento, a geração de superávits primários e a retomada do crescimento ocorreria com a retirada do Estado da economia através de reformas estruturais.

Em segundo lugar, a implantação do regime de metas de inflação a partir da década de 1990, que acaba por restringir a capacidade de financiamento dos déficits públicos, uma vez que algumas variáveis macroeconômicas devem se subordinar aos aspectos monetários.

Todavia, estas mudanças ocorridas no Estado e na forma como a política fiscal é conduzida ainda impõem um caráter secundário aos aspectos ficais, que são dominados pelo lado monetário da economia. Com a crise internacional de 2007 a política fiscal passa a desempenhar um papel relevante na recuperação da economia, em decorrência da desaceleração das economias desenvolvidas a partir de 2008. Além da tentativa de evitar a desaceleração econômica por meio de reduções substanciais de juros e de injeções de liquidez, por exemplo, foi necessário um esforço fiscal significativo para se evitar o risco de colapso no setor bancário norte-americano.

A partir disso, este trabalho teve por objetivo avaliar o comportamento ótimo das políticas fiscal e monetária, ativa ou passiva, e as condições que garantem a estabilidade da economia no longo prazo. Considerou-se que o comportamento das autoridades fiscal e monetária deve ser analisado conjuntamente, como proposto pelo estudo de Sargent e Wallace (1981). Para tanto, neste trabalho foi proposto um modelo novo-keynesiano caracterizado por agentes não-Ricardianos, acumulação endógena de capital e que considera a dinâmica da dívida pública, no qual a dinâmica de longo prazo é representada por um sistema com quatro variáveis, a saber, a dinâmica do consumo, a dinâmica do capital físico, a dinâmica da dívida pública e a dinâmica da taxa de inflação. O modelo proposto neste trabalho é uma extensão dos modelos propostos por Blanchard (1985), por Leeper (1991) e por Leith e Thadden (2008). O nível de endividamento permite que o comportamento ótimo da política fiscal seja dado por meio do efeito riqueza associado à dinâmica do consumo e do efeito da taxa de juros. As alterações nos impostos e nos gastos públicos têm dois impactos: (i) um efeito direto sobre a dívida pública, dado que esta é compreendida como o valor presente dos superávits primários; e (ii) um efeito indireto sobre a dinâmica do capital físico por meio da taxa de juros. Assim, ao considerar a formação de capital físico como um processo endógeno é possível demonstrar que existe uma relação entre o nível de *steady-state* da dívida pública e o efeito *crowding out* do capital. Este último efeito, por sua vez, é afetado pela taxa de juros real de *steady-state*, que é uma variável fundamental para a determinação do custo marginal das firmas. Como o último é um dos componentes que determina a taxa de inflação corrente, a autoridade monetária deve considerar que as decisões de caráter fiscal afetarão a sua tomada de decisão. Este mecanismo simples permite demonstrar que os agentes econômicos estão interligados pela condução da dívida pública e, assim, as decisões de políticas fiscal e monetária estão relacionadas e terão efeitos reais.

Do trabalho de Blanchard (1985) incorporaram-se duas hipóteses: (i) a tributação é do tipo *lump-sum*; e (ii) a Equivalência Ricardiana é modelada por meio de um único parâmetro, a probabilidade constante de morte dos indivíduos. A partir de Leeper (1991) permite-se a presença de um nível positivo da dívida pública no *steady-state*. Finalmente, do estudo de Leith e Thadden (2008) considerou-se a formação de capital físico como endógena.

O modelo desenvolvido neste trabalho apresenta duas inovações com relação aos trabalhos de Blanchard (1985) e de Leith e Thadden (2008). Por um lado, considerou-se que os gastos públicos são endógenos e, assim, as mudanças no nível de *steady-state* da dívida pública resultam de variações daqueles e dos impostos. A partir disso, a dinâmica da dívida tem impacto sobre a dinâmica do consumo agregado e, portanto, não é possível separar as decisões das autoridades fiscal e monetária. Por outro lado, a segunda inovação está relaciona à oferta de trabalho. Considera-se que esta é endógena e, desta forma, ao relaxar o pressuposto da oferta de trabalho exógena é possível que aumentos na taxa de inflação e na taxa de juros real, considerando uma política monetária ativa, possam ser garantidos por um aumento na oferta de trabalho.

Os principais resultados encontrados indicaram que a existência de um equilíbrio estável, quando a oferta de trabalho é exógena, está associada a uma política monetária ativa e uma política fiscal passiva. Este resultado está associado a dois fatores: (i) o efeito da dinâmica da dívida pública sobre a dinâmica do consumo agregado; e (ii) o efeito da dinâmica do gasto público sobre a dinâmica de acumulação do capital. Este segundo resultado não foi encontrado por Blanchard (1985) e Leith e Thadden (2008), uma vez que eles não consideram os gastos públicos de forma endógena. Assim, o princípio de Taylor, que determina a estabilidade do sistema somente em termos dos parâmetros monetários, não é válido quando a inserção da dinâmica da dívida pública não permite visualizar qual será o equilíbrio – em decorrência da alteração do *steady-state* da economia. Carlstrom e Fuerst (2005) argumentaram que a falha do princípio de Taylor em modelos de tempo discreto está associada diretamente ao diferencial da dívida pública em relação a uma meta pré-estabelecida para a mesma sobre o nível corrente de gastos públicos e de impostos *lump-sum*. Quando se relaxou o pressuposto com relação à oferta de trabalho, isto é, considerando-a endógena, observou-se que as políticas fiscal e monetária devem ser ativas se o gasto público for o único instrumento para conduzir a política fiscal. Neste caso não há equilíbrio e cada autoridade negligencia a restrição orçamentária e tenta determinar o nível de preços. Assim, não é possível um processo de expansão monetária que garanta que os agentes irão manter títulos da dívida pública e, portanto, a trajetória desta apresentará comportamento explosivo com o passar do tempo. Nos demais casos a política fiscal deve ser passiva e a política monetária ativa.

Como discutido por Sargent e Wallace (1981), a política monetária não terá nenhum efeito sobre a taxa de inflação se a política fiscal não for sustentável, ou seja, se a dinâmica da dívida pública apresentar uma trajetória explosiva. Caso a política fiscal apresente uma situação deficitária significativa[1], a política monetária, por sua vez, terá que agir como estabilizadora da autoridade fiscal, de forma a respeitar à restrição orçamentária do governo, e não poderá combater aumentos inflacionários por meio da manipulação da taxa de juros, uma vez que terá que emitir moeda para garantir o financiamento da mesma. Assim, os autores mostram que mesmo quando a inflação é *prima facie* um fenômeno estritamente monetário, no longo prazo é um fenômeno fiscal. Esse resultado analítico valida o estudo de Sargent (1981) sobre o processo de hiperinflação em países que passaram por esse tipo de problema. O autor mostrou que este processo de descontrole dos preços foi resultado direto de uma situação fiscal desequilibrada, o que exigia que a autoridade monetária emitisse moeda com o objetivo explícito de financiar o governo. Neste sentido, o modelo proposto nesta dissertação contempla a dinâmica da dívida pública, visto que representa um elemento fundamental para a compreensão dos mecanismos de transmissão das políticas monetária e fiscal. O principal resultado derivado do modelo proposto aqui demonstrou que um equilíbrio estável é aquele que é caracterizado por sustentabilidade fiscal e política monetária *à lá* metas de inflação quando há coordenação de política econômica. Por conseguinte, os resultados do estudo desenvolvido nesta dissertação se alinham com os encontrados por Linnemann (2006), por Schmitt-Grohé e Uribe (2007) e, principalmente, por Rossi (2012) ao mostrarem que em uma economia como especificada aqui o equilíbrio depende de um balanceamento adequado entre as políticas fiscal e monetária e é sensível aos valores dos parâmetros do modelo.

Em termos de pesquisa futura a análise do gasto público em termos agregados esconde muitas nuances que seriam mais bem tratadas e apresentariam resultados mais satisfatórios se fosse investigada a política fiscal por meio do perfil do gasto público, isto é, consumo e investimento do setor público, por exemplo.

---

[1] Neste caso, a diferença entre o nível da dívida pública, b_t, e a meta para a mesma b^*, tenderá a infinito. Em uma situação ideal $(b_t - b^*) \to 0$.

REFERÊNCIAS

ASCARI, G.; RANKIN, N. Perpetual youth and endogenous labor supply: a problem and a possible solution. **Journal of Macroeconomics**, v. 29, n. 4, p. 708-723, 2007.

BENASSY, J.-P. Interest rate rules, price determinacy and the value of money in a non-Ricardian world. **Review of Economic Dynamics**, v. 8, p. 651-667, 2005.

BLANCHARD, O. Debt, deficits, and finite horizons. **Journal of Political Economy**, v. 93, n. 2, p. 223-247, 1985.

BILBIIE, F. O. Limited asset markets participation, monetary policy and (inverted) Keynesian logic. **Journal of Economic Theory**, *v.* 140, n. 1, p. 162–196, 2008.

CALVO, G. Staggered prices in a utility-maximizing framework. **Journal of Monetary Economics**, v. 12, n. 3, p. 983-998, 1983.

CARLSTROM, C. T.; FUERST, T. S. Investment and interest rate policy: a discrete time analysis. **Journal of Economic Theory**, v. 123, n. 1, p. 4-20, 2005.

CHADHA, J.; NOLAN, C. Optimal simple rules for the conduct of monetary and fiscal policy. **Journal of Macroeconomics**, v. 29, n. 4, p. 665-689, 2007.

COLCIAGO, A. Rule of thumb consumers meet sticky wages. **Journal of Money Credit and Banking**, v. 43, p. 325–353, 2011.

CUSHING, M. The indeterminacy of prices under interest rate pegging: The non-Ricardian case. **Journal of Monetary Economics**, v. 44, p. 131-148, 1999.

DÍAZ-GIMÉNEZ, J.; GIOVANNETTI, G.; MARIMON, R.; TELES, P. Nominal Debt as a Burden on Monetary Policy. **Review of Economic Dynamics**, v. 11, n. 3, p. 493-514, 2008.

DI BARTOLOMEO, G.; D. L. ROSSI. Effectiveness of monetary policy and limited asset market participation: Neoclassical versus Keynesian effects. **International Journal of Economic Theory**, v. 3, p. 213–218, 2007.

DUPOR, B. Investment and interest rate policy. **Journal of Economic Theory**, v. 98, n. 1, p. 85-113, 2001.

FAVERO, C.; GIAVAZZI, F. **Debt and the effects of fiscal policy** (Working Paper n. 4, Federal Reserve Bank of Boston), 2007.

GALÍ, J.; LÓPEZ-SALIDO, J. D.; VALLÉS, J. Rule-of-thumb consumers and the design of interest rate rules. **Journal of Money, Credit and Banking**¸ v. 36, p. 739–763, 2004.

______. Understanding the effects of government spending on consumption. **The Journal of the European Economic Association**, v. 5, n. 1, p. 227-270, 2007.

KAMIHIGASHI, T. Necessity of transversality conditions for infinite horizon problems. **Econometrica**, v. 69, p. 995-1012, 2001.

LEEPER, E. Equilibria under ‘active’ and ‘passive’ monetary and fiscal policies. **Journal of Monetary Economics**, v. 27, n. 1, p. 129-147, 1991.

LEITH, C.; THADDEN, L. V. Monetary and fiscal policy interactions in a New Keynesian model with capital accumulation and non-Ricardian consumers. **Journal of Economic Theory**, v. 140, n. 1, p. 279-313, 2008.

LEITH, C.; WREN-LEWIS, S. Interactions between monetary and fiscal policy rules. **Economic Journal**, 110, C93-C108, 2000.

LINNEMANN, L. Interest rate policy, debt, and the indeterminacy with distortive taxation. **Journal of Economic Dynamics and Control***,* v. 30, n. 3, p. 487–510, 2006.

NEISS, K.; NELSON, E. The real-interest-rate gap as an inflation indicator. **Macroeconomic Dynamics**, v. 7, n. 2, p. 239–262, 2003.

OK, E. A. (2007). **Real analysis with economic applications**. Princeton: Princeton University Press.

ROSSI, R. Designing Monetary and Fiscal Policy Rules in a New Keynesian Model with Rule-of-Thumb Consumers. **Macroeconomic Dynamics**, v. 1, p. 1-23, 2012.

SARGENT, T. **The end of four big inflations**. Technical report, Fed Minneapolis, 1981.

SARGENT, T.; WALLACE, N. Some unpleasant monetarist arithmetic. **Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review**, v. 5, n. 3, p. 1-17, 1981.

SCHMITT-GROHÉ, S.; URIBE, M. Optimal simple and implementable monetary and fiscal rules. **Journal of Monetary Economics**, v. 54. n. 6, p. 1702–1725, 2007.

SORENSEN, B. E.; YOSHA, O. Is State Fiscal Policy Asymmetric Over the Business Cycle? **Economic Review**, v. 86, n. 3, p. 43-64, 2001.

TURNOVSKY, S. Optimal Monetary and Fiscal Policies in an Open Dynamic Economy. **The Scandinavian Journal of Economics**, v. 81, n. 3, p. 400-414, 1979.

WOODFORD, M. Doing without Money: Controlling Inflation in a Post-Monetary World. **Review of Economic Dynamics**, v. 1, n. 1, p. 173-219, 1998.

______. **Interest and prices**: Foundations of a theory of monetary policy. Princeton: Princeton University Press, 2003.

APÊNDICES

APÊNDICE 1

O agente representativo maximiza o valor presente do fluxo de utilidade do consumo, c_s^j, e do saldo monetário real, m_s^j, descontado pela taxa de preferência intertemporal θ e pela probabilidade constante de morte ξ. Como argumenta Blanchard (1985) não há, portanto, nenhum problema de inconsistência temporal com relação à condição inicial do problema. Assim, o problema do agente representativo consiste, portanto, em maximizar

$$E_t U^j = \int_t^{\infty} (\ln c_s^j + \chi \ln m_s^j) e^{-(\xi+\theta)(s-t)} ds$$

sujeito às seguintes restrições

$$da_s^j = r_s\left(k_s^j + b_s^j\right) + \sigma a_s^j + w_s - \tau_s^j - c_s^j - \pi_s m_s^j + \Xi_s^j$$
$$a_s^j(0) = 0$$

O Hamiltoniano, H, deste problema é dado por

$$H = \left(\ln c_s^j + \chi \ln m_s^j\right) e^{-(\xi+\theta)(s-t)} + \lambda_s^j\left[r_s\left(a_s^j - m_s^j\right) + \sigma a_s^j + w_s - \tau_s^j - c_s^j - \pi_s m_s^j + \Xi_s^j\right]$$

em que λ_s^j é a variável de co-estado. As condições de primeira ordem são as seguintes:

$$\frac{\partial H}{\partial c_s^j} = \frac{1}{c_s^j} - \lambda_s^j = 0 \qquad (20)$$

$$\frac{\partial H}{\partial m_s^j} = \frac{\chi}{m_s^j} - \lambda_s^j(r_s + \pi_s) = 0 \qquad (21)$$

$$d\lambda_s^j = (\xi + \theta)\lambda_s^j - \frac{\partial H}{\partial a_s^j} = (\xi + \theta)\lambda_s^j - \lambda_s^j[r_s - \sigma] = -\lambda_s^j(r_s - \theta) \qquad (22)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_s^j} = r_s\left(k_s^j + b_s^j\right) + \sigma a_s^j + w_s - \tau_s^j - c_s^j - \pi_s m_s^j + \Xi_s^j = da_s^j \tag{23}$$

Da equação (20) decorre que $c_s^j = \frac{1}{\lambda_s^j}$. Rearranjando a equação (21) é possível mostrar que:

$$\frac{\chi}{m_s^j} - \lambda_s^j(r_s + \pi_s) = 0$$

$$\frac{\chi}{m_s^j} = \lambda_s^j(r_s + \pi_s)$$

$$m_s^j = \frac{\chi}{\lambda_s^j(r_s + \pi_s)} \Leftrightarrow m_s^j = \frac{\chi}{(r_s + \pi_s)} c_s^j \tag{24}$$

A solução ótima deve satisfazer a seguinte condição de transversalidade[1]:

---

[1] Conforme Kamihigashi (2001), a condição de transversalidade pode ser obtida como segue. Considere o problema do agente representativo novamente:

$$\begin{cases} \max E_t U^j = \int_t^\infty \left(\ln c_s^j + \chi \ln m_s^j\right) e^{-(\xi+\theta)(s-t)} ds \text{ sujeito a} \\ \dot{a}_s^j = r_s\left(k_s^j + b_s^j\right) + \sigma a_s^j + w_s - \tau_s^j - c_s^j - \pi_s m_s^j + \Xi_s^j \\ a_s^j(0) = 0 \end{cases}$$

É possível reescrever o problema do agente representativo, supondo que $E_t U^j$ seja finito, em uma nova forma funcional:

$$F = \int_t^\infty \left(U^j + \lambda_s^j\left(a_s^j - \dot{a}_s^j\right)\right) ds$$

$$F = \lim_{T\to\infty} \int_t^T \left(U^j + \lambda_s^j\left(a_s^j - \dot{a}_s^j\right)\right) ds$$

$$F = \lim_{T\to\infty} \left(\int_t^T \left(U^j + \lambda_s^j a_s^j + \dot{a}_s^j\right) ds - \left[\lambda_s^j U^j\right]_t^T\right)$$

$$F = \int_t^\infty \left(U^j + \dot{\lambda}_s^j a_s^j + \dot{a}_s^j\right) ds - \left[\lambda_s^j U^j\right]_t^\infty$$

$$F = \int_t^\infty \left(H + \dot{\lambda}_s^j a_s^j\right) ds - \left(\lambda_s^j(\infty) U^j(\infty)\right) + \left(\lambda_s^j(t) U^j(t)\right)$$

Considerando que $\int_t^\infty \left(H + \dot{\lambda}_s^j a_s^j\right) ds$ e $\left(\lambda_s^j(\infty) U^j(\infty)\right)$ sejam finitos $F = \int_t^\infty \left(U^j + \lambda_s^j\left(a_s^j - \dot{a}_s^j\right)\right) ds$ será idêntico ao problema original do agente representativo. Assim, supondo um número $\mu \to 0$,

$$\frac{dF_\mu}{d\mu} = \underbrace{\int_t^\infty \left[\left(\frac{dH}{dU^j} + \dot{\lambda}_s^j\right) q(s) + \frac{dH}{d\lambda_s^j}\, p(s)\right] ds}_{\mathrm{I}} + \underbrace{\lim_{T\to\infty} H \Delta T}_{\mathrm{II}} - \underbrace{\lim_{T\to\infty} \lambda_s^j(T) \Delta U^j(T)}_{\mathrm{III}} = 0$$

$$lim_{s\to\infty} a_s^j \, e^{-\int_t^s (r_\mu+\xi)d\mu} = 0$$

Esta condição afirma que a trajetória ótima deve ser tal que o valor presente da riqueza deve ser igual a zero quando o tempo de cresce de forma ilimitada. Caso contrário, o agente poderia aumentar seu bem estar diminuindo a acumulação de riqueza, isto é, a acumulação de capital físico, de títulos públicos e de saldos monetários reais e consumindo seus recursos.

A condição de primeira ordem requer que todos os três termos sejam iguais a zero, respectivamente. Estas são três condições de transversalidade generalizada para problemas de horizonte infinito.

APÊNDICE 2

Derivando c_t com relação ao tempo e considerando que $h_t = c_t - a_t$ obtém-se:

$$\frac{\partial c_t}{\partial t} = dc_t = \frac{\xi + \theta}{1 + \chi}(da_t + dh_t)$$

$$\frac{\partial c_t}{\partial t} = \frac{\xi + \theta}{1 + \chi}[r_t a_t + w_t - (1 + \chi)c_t + \Xi_t - \tau_t + (r_t + \xi)h_t - w_t + \tau_t - \Xi_t]$$

$$\frac{\partial c_t}{\partial t} = \frac{\xi + \theta}{1 + \chi}[r_t c_t + \xi c_t - (1 + \chi)c_t - \xi a_t]$$

$$\frac{\partial c_t}{\partial t} = (r_t - \theta)c_t - \xi\frac{\xi + \theta}{1 + \chi}a_t \qquad (25)$$

APÊNDICE 3

A firma representativa minimiza o custo total de produção sujeito à função de produção (ou tecnologia). Assim, considerando p_t^k como o preço do capital ($k_{z,t}$) no período *t* e w_t como o salário real no período *t* que remunera o fator trabalho ($n_{z,t}$), a função Hamiltoniana, $\mathcal{H}$, pode ser escrita como segue:

$$\mathcal{H} = p_t^k k_{z,t} + w_t n_{z,t} + \lambda\left(y_{z,t} - n_{z,t}^{\gamma} k_{z,t}^{1-\gamma}\right)$$

A minimização de custos implica que as condições de primeira ordem são as seguintes:

$$\frac{\partial H}{\partial k_{z,t}} = p_t^k - \lambda(1-\gamma) n_{z,t}^{\gamma} k_{z,t}^{-\gamma} = 0 \tag{26}$$

$$\frac{\partial H}{\partial n_{z,t}} = w_t - \lambda\gamma n_{z,t}^{\gamma-1} k_{z,t}^{1-\gamma} = 0 \tag{27}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = y_{z,t} - n_{z,t}^{\gamma} k_{z,t}^{1-\gamma} = 0 \tag{28}$$

Resolvendo as equações (26) e (27) para λ e igualando-se os resultados obtém-se que a combinação de $k_{z,t}$ e $n_{z,t}$ é dada por:

$$\frac{1}{1-\gamma} \frac{p_t^k}{n_{z,t}^{\gamma} k_{z,t}^{-\gamma}} = \frac{1}{\gamma} \frac{w_t}{n_{z,t}^{\gamma-1} k_{z,t}^{1-\gamma}}$$

$$\frac{k_{z,t}}{n_{z,t}} = \frac{k_t}{n_t} = k_t = \frac{1-\gamma}{\gamma} \frac{w_t}{p_t^k} \tag{29}$$

que é igual para todas as firmas, uma vez que elas são tomadoras de preço no mercado de insumos. Observe-se que se considerou a hipótese de oferta de trabalho exogenamente fixada em $n_t = 1$.

Substituindo as expressões para n_t e k_t obtidas na equação (29) na restrição da firma representativa, os valores ótimos de n_t e k_t seguem abaixo:

$$n_t = \frac{y}{\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{w_t}{p_t^k}\right)^{1-\gamma}} \tag{30}$$

$$k_t = \frac{y}{\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{p_t^k}{w_t}\right)^{\gamma}} \tag{31}$$

Substituindo as equações (30) e (31) na função de custo total, CT, da firma representativa obtém-se

$$\begin{aligned} CT &= p_t^k k_t + w_t n_t \\ &= p_t^k \left[\frac{y}{\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{p_t^k}{w_t}\right)^{\gamma}}\right] + w_t \left[\frac{y}{\left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{w_t}{p_t^k}\right)^{1-\gamma}}\right] \\ &= y\left[p_t^k \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{w_t}{p_t^k}\right)^{\gamma} + w_t \left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\frac{p_t^k}{w_t}\right)^{1-\gamma}\right] \\ &= y\left(p_t^k\right)^{1-\gamma}(w_t)^{\gamma}\left(\frac{1}{\gamma^{\gamma}(1-\gamma)^{1-\gamma}}\right) \end{aligned} \tag{32}$$

A partir da equação (32) o custo marginal, MC, pode ser aproximado por:

$$\frac{\partial CT}{\partial y} = MC = \left(p_t^k\right)^{1-\gamma}(w_t)^{\gamma}\,\gamma^{-\gamma}(1-\gamma)^{\gamma-1} \tag{33}$$

APÊNDICE 4

Considere novamente a equação (11):

$$V_t = \int_t^{\infty} y_s \left[\left(\frac{p_{z,t}}{p_t} \right)^{1-\rho} - MC_s \left(\frac{p_{z,t}}{p_t} \right)^{-\rho} \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds$$

Derivando a equação acima com relação ao preço praticado pela firma, $p_{z,t}$, pela Regra de Leibniz, é possível mostrar que:

$$\frac{dV_t}{dp_{z,S}} = \frac{d}{dp_{z,s}} \int_t^{\infty} \left[\left(\frac{p_{z,t}}{p_t} \right)^{1-\rho} y_s - \left(\frac{p_{z,t}}{p_t} \right)^{-\rho} y_S MC_s \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds$$

$$= \int_t^{\infty} \frac{\partial}{\partial p_{z,s}} \left[\left(\frac{p_{z,t}}{p_t} \right)^{1-\rho} y_s - \left(\frac{p_{z,t}}{p_t} \right)^{-\rho} y_S MC_s \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds$$

$$= \int_t^{\infty} \left[-(1-\rho) \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho} y_s - \rho \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho-1} MC_s y_S \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds$$

$$\int_t^{\infty} \left[-(1-\rho) \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho} y_s \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds$$

$$- \int_t^{\infty} \left[\rho \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho-1} MC_s y_S \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds = 0$$

$$\int_t^{\infty} \left[(\rho - 1) \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho} y_s \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds$$

$$- \int_t^{\infty} \left[\rho \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho-1} MC_s y_S \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds = 0$$

$$\frac{y_{z,t}}{p_{z,t}} \left\{ \left\{ \int_t^{\infty} \left[(\rho - 1) \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho} y_s \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds \right\} \right.$$

$$\left. - MC \left\{ \int_t^{\infty} \left[\rho \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho-1} MC_s y_S \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \xi) d\mu} \, ds \right\} \right\} = 0$$

$$p_{z,t} = \frac{\int_t^{\infty} \left[\rho \left(\frac{1}{p_s} \right)^{-\rho} MC_s y_s \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \alpha) d\mu} \, ds}{\int_t^{\infty} \left[(\rho - 1) \left(\frac{1}{p_s} \right)^{1-\rho} y_s \right] e^{-\int_t^s (r_\mu + \alpha) d\mu} \, ds} \tag{34}$$

APÊNDICE 5

Da equação (18) decorre que

$$k_t = \frac{(1-\gamma)}{\gamma}\frac{w_t}{(r+\delta)} \Rightarrow r+\delta = \frac{(1-\gamma)}{\gamma}\frac{w}{k}$$

e considerando que $MC = \frac{\rho-1}{\rho}$, tem-se que

$$\begin{aligned}\frac{\rho-1}{\rho} &= \left(\frac{(1-\gamma)}{\gamma}\frac{w}{k}\right)^{1-\gamma} w^{\gamma}\,(\gamma)^{-\gamma}(1-\gamma)^{\gamma-1} \\ &= (r+\delta)^{1-\gamma}\, w^{\gamma}\,(\gamma)^{-\gamma}(1-\gamma)^{\gamma-1} \\ &= w(\gamma)^{-1}(k)^{\gamma-1} \Rightarrow w(k) = w = \frac{\rho-1}{\rho}\gamma(k)^{1-\gamma} \qquad (35)\end{aligned}$$

Reescrevendo a equação (18) como segue

$$k_t = \frac{(1-\gamma)}{\gamma}\frac{w_t}{(r+\delta)} \Rightarrow w = \frac{\gamma}{(1-\gamma)}(r+\delta)k$$

e considerando que $MC = \frac{\rho-1}{\rho}$, tem-se que

$$\begin{aligned}\frac{\rho-1}{\rho} &= (r+\delta)^{1-\gamma}\left(\frac{\gamma}{(1-\gamma)}(r+\delta)k\right)^{\gamma} (\gamma)^{-\gamma}(1-\gamma)^{\gamma-1} \\ &= (r+\delta)^{1-\gamma}k^{\gamma}(r+\delta)^{\gamma}\frac{\gamma^{\gamma}}{(1-\gamma)^{\gamma}}\,\gamma^{-\gamma}(1-\gamma)^{\gamma-1} \\ &= \frac{(r+\delta)}{(1-\gamma)}k^{\gamma} \Rightarrow r(k) = r = \frac{\rho-1}{\rho}\frac{(1-\gamma)}{k^{\gamma}} - \delta \qquad (36)\end{aligned}$$

APÊNDICE 6

Derivando a equação que estabelece o consumo no *steady-state* com relação à k, isto é, $\frac{dc}{dk}$, tem-se que:

$$\frac{dc}{dk} = \frac{\xi(\xi+\theta)}{(r(k)-\theta)}\left[1+\frac{\gamma(1-\gamma)}{r(k)}\frac{b}{k^{\gamma+1}}-\frac{1}{(r(k)-\theta)}\left(\frac{\gamma(1-\gamma)}{r(k)}\frac{b}{k^{\gamma+1}}+k\right)\right] > 0$$

$$\frac{d^2c}{dk^2} = y\frac{\xi(\xi+\theta)\gamma(1-\gamma)}{(r(k)-\theta)^2}\left\{(1-\gamma)r(k)\frac{b}{k^3}\left(1+\frac{(r(k)-\theta)}{r(k)}\frac{b}{k}y\right)\right.$$
$$+\frac{1}{(r(k)-\theta)}\left[\frac{1}{(r(k)-\theta)}k-\frac{1}{k^2}-\frac{(r(k)-\theta)^3}{\gamma(1-\gamma)}\frac{1}{y}\right.$$
$$\left.\left.-(1-\gamma)r(k)b\left(\gamma\frac{1}{k}+2\right)\right]\right\} > 0$$

Derivando a equação que estabelece limitação de recursos no *steady-state* com relação à k, isto é, $\frac{dc}{dk}$, tem-se que:

$$\frac{dc}{dk} = (1-\gamma)\frac{1}{k^{\gamma}}-\delta > 0$$

$$\frac{d^2c}{dk^2} = -\gamma(1-\gamma)\frac{1}{k^{\gamma+1}} < 0$$

APÊNDICE 7

A partir das equações (6), (17) e (7) e das funções de reação da autoridade fiscal e da autoridade monetária obtém-se as aproximações de $\hat{c}_t$, $\hat{b}_t$ e $\hat{k}_t$ como segue:

$$dc_t = (r_t - \theta)c_t - \xi\frac{\xi+\theta}{1+\chi}(k_t + b_t)$$

$$d\hat{c}_t = (r_t - \theta)\hat{c}_t - \xi(\xi+\theta)(\hat{k}_t + \hat{b}_t)$$

$$d\hat{c}_t = (r - \theta)\hat{c}_t - \xi(\xi+\theta)\frac{k}{c}\hat{k}_t - \xi(\xi+\theta)\frac{b}{c}\hat{b}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) \qquad (37)$$

$$db_t = r_t b_t + g_t - \tau_t$$

$$db_t = r_t b_t + g + \beta_4(y_t - y^*) + \beta_5(b_t - b^*) - \tau - \beta_3(b_t - b^*) + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*)$$

$$db_t = (r_t + \beta_5 - \beta_3)b_t + (\beta_4 + \beta_2)(y_t - y^*) + (\beta_3 - \beta_5)b^* + g - \tau + \beta_1(\pi_t - \pi^*)$$

$$d\hat{b}_t = (r - \beta_3 + \beta_5)\hat{b}_t + \beta_1\pi_t + (\beta_4 + \beta_2)(1-\gamma)\frac{y}{k}\hat{k}_t - (\beta_4 + \beta_2)y^* + (\beta_3 - \beta_5)b^* + g - \tau - \beta_1\pi^* \qquad (38)$$

$$dk_t = k_t^{1-\gamma} - c_t - g_t$$

$$d\hat{k}_t = \left((1-\gamma)\frac{y}{k} - \delta\right)\hat{k}_t - \left(\frac{c}{k}\right)\hat{c}_t - \left(\beta_5\frac{g}{k}\right)\hat{b}_t \qquad (39)$$

Observe que nas equações (37) e (38) foi incluído a diferença da taxa de juros real com relação ao seu valor de *steady-state*. Este termo permite analisar como alterações da condução da política monetária afetam a dinâmica do consumo e da dívida pública.

Para obter a aproximação de $d\pi_t$ considere que $\hat{p}_{z.t} = (p_{z,t} - p_z)/p_z$. Da equação (12) é possível obter $\hat{p}_{z.t}$ a partir da Regra de Leibnitz como segue:

$$\hat{p}_{z.t} = \int_t^{\infty} (r+\alpha)\left(\hat{p}_s + \widehat{MC}_s\right) e^{-(r+\alpha)(s-t)}\, ds \qquad (40)$$

$$d\hat{p}_{z.t} = (r+\alpha)\hat{p}_{z.t} - (r+\alpha)\left(\hat{p}_t + \widehat{MC}_t\right) = (r+\alpha)\left(\hat{p}_{z.t} - \hat{p}_t - \widehat{MC}_t\right) \qquad (41)$$

De forma semelhante, a partir da equação (13) é possível obter $\hat{p}_t$como segue:

$$\hat{p}_t = \int_{-\infty}^{t} \alpha p_{z,s} e^{-\alpha(t-s)}\, ds \qquad (42)$$

$$d\hat{p}_t = \alpha(\hat{p}_{z.t} - \hat{p}_t) \qquad (43)$$

Assim, a inflação será positiva sempre que o ajustamento de preços for superior ao nível de preços médio. Para obter a dinâmica da inflação é necessário encontrar $\widehat{MC}_t$ como segue:

$$\widehat{MC}_t = \widehat{p_t^k} + \gamma\hat{k}_t$$
$$\widehat{MC}_t = \gamma\hat{k}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r+\delta) \qquad (44)$$

Combinando as equações (43) e (44) obtém-se a dinâmica da inflação como segue:

$$\begin{aligned}
d\pi_t &= \alpha\left[(r+\alpha)\left(\widehat{p(z)}_t - \hat{p}_t - \widehat{MC}_t\right) - \alpha\left(\widehat{p(z)}_t - \hat{p}_t\right)\right] \\
d\pi_t &= r\pi_t - \alpha(\alpha+r)\widehat{MC}_t \\
d\pi_t &= r\pi_t - \alpha(\alpha+r)\left[\gamma\hat{k}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r+\delta)\right] \\
d\pi_t &= (r - \alpha(\alpha+r)\beta_1)\pi_t - \alpha(\alpha+r)\gamma\hat{k}_t \\
&\qquad - \alpha(\alpha+r)[-\beta_1\pi^* + \beta_2(y_t - y^*) + (r+\delta)] \qquad (45)
\end{aligned}$$

APÊNDICE 8

A matriz jacobiana é expressa como segue:

$$\begin{bmatrix} d\hat{c}_t \\ d\hat{k}_t \\ d\hat{b}_t \\ d\pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_c(k,c,b,\pi) & \phi_k(k,c,b,\pi) & \phi_b(k,c,b,\pi) & \phi_\pi(k,c,b,\pi) \\ \varphi_c(k,c,b,\pi) & \varphi_k(k,c,b,\pi) & \varphi_b(k,c,b,\pi) & \varphi_\pi(k,c,b,\pi) \\ \Omega_c(k,c,b,\pi) & \Omega_k(k,c,b,\pi) & \Omega_b(k,c,b,\pi) & \Omega_\pi(k,c,b,\pi) \\ \Theta_c(k,c,b,\pi) & \Theta_k(k,c,b,\pi) & \Theta_b(k,c,b,\pi) & \Theta_\pi(k,c,b,\pi) \end{bmatrix} \tag{46}$$

O traço da matriz (46) segue abaixo considerando que $\delta \to 0$:

$$|z| = r + (r-\theta) - \alpha(\alpha + r)\beta_1 + (r - \beta_3 + \beta_5) + (1-\gamma)\frac{1}{k^\gamma}$$

$$|z| = 2r - \alpha(\alpha + r)\beta_1 - \beta_3 + \beta_5$$

O determinante da matriz (46) é obtido pelo Teorema de Laplace como segue, considerando que $\delta \to 0$:

$$|Det(z)| = \alpha(\alpha + r)\gamma \begin{vmatrix} r-\theta & -\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c} & \beta_1 \\ -\frac{c}{k} & -\beta_5\frac{g}{k} & 0 \\ 0 & r - \beta_3 + \beta_5 & \beta_1 \end{vmatrix}$$

$$+ [r - \alpha(\alpha + r)\beta_1] \begin{vmatrix} r-\theta & -\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c} & -\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c} \\ -\frac{c}{k} & (1-\gamma)\frac{1}{k^\gamma} & -\beta_5\frac{g}{k} \\ 0 & (\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\frac{y}{k} & r - \beta_3 + \beta_5 \end{vmatrix}$$

$$|Det(z)| = \alpha(\alpha+r)\gamma\left[\beta_1\begin{vmatrix}-\frac{c}{k} & -\beta_5\frac{g}{k}\\ 0 & r-\beta_3+\beta_5\end{vmatrix} + \beta_1\begin{vmatrix}r-\theta & -\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c}\\ -\frac{c}{k} & -\beta_5\frac{g}{k}\end{vmatrix}\right]$$
$$-[r-\alpha(\alpha+r)\beta_1](\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\frac{y}{k}\begin{vmatrix}r-\theta & -\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c}\\ -\frac{c}{k} & -\beta_5\frac{g}{k}\end{vmatrix}$$
$$+[r-\alpha(\alpha+r)\beta_1](r-\beta_3+\beta_5)\begin{vmatrix}r-\theta & -\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c}\\ -\frac{c}{k} & (1-\gamma)\frac{1}{k^{\gamma}}\end{vmatrix}$$

$$|Det(z)| = \frac{1}{k}\{-\alpha(\alpha+r)\gamma\beta_1(r-\beta_3+\beta_5)c$$
$$+[(r-\theta)\beta_5 g+\xi(\xi+\theta)b][(r-\alpha(\alpha+r)\beta_1)(\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)y$$
$$-\alpha(\alpha+r)\beta_1]\}$$

APÊNDICE 9

O agente representativo maximiza o valor presente do fluxo de utilidade do consumo, c_s^j, do saldo monetário real, m_s^j, e da oferta de trabalho, n_s^j, ao longo de sua vida finita, descontado pela taxa de preferência intertemporal θ e pela probabilidade constante de morte ξ. Como argumenta Blanchard (1985) não há, portanto, nenhum problema de inconsistência temporal com relação à condição inicial do problema. Assim, o problema do agente representativo consiste, portanto, em maximizar

$$E_t U^j = \int_t^\infty \left(\ln c_s^j + \frac{1}{1-\psi} \left(1 - n_s^j\right)^{1-\psi} + \chi \ln m_s^j \right) e^{-(\xi+\theta)(s-t)} ds$$

sujeito às seguintes restrições

$$da_s^j = r_s\left(k_s^j + b_s^j\right) + \sigma a_s^j + w_s - \tau_s^j - c_s^j - \pi_s m_s^j + \Xi_s^j$$
$$a_s^j(0) = 0$$

O Hamiltoniano, H, deste problema é dado por

$$H = \left(\ln c_s^j + \frac{1}{1-\psi} \left(1 - n_s^j\right)^{1-\psi} + \chi \ln m_s^j \right) e^{-(\xi+\theta)(s-t)}$$
$$+ \lambda_s^j \left[r_s\left(a_s^j - m_s^j\right) + \sigma a_s^j + n_s^j w_s - \tau_s^j - c_s^j - \pi_s m_s^j + \Xi_s^j \right]$$

em que λ_s^j é a variável de co-estado. As condições de primeira ordem são as seguintes:

$$\frac{\partial H}{\partial c_s^j} = \frac{1}{c_s^j} - \lambda_s^j = 0 \qquad (47)$$

$$\frac{\partial H}{\partial m_s^j} = \frac{\chi}{m_s^j} - \lambda_s^j (r_s + \pi_s) = 0 \qquad (48)$$

$$\frac{\partial H}{\partial n_s^j} = -\left(1 - n_s^j\right)^{-\psi} + \lambda_s^j w_s = 0 \tag{49}$$

$$d\lambda_s^j = (\xi + \theta)\lambda_s^j - \frac{\partial H}{\partial a_s^j} = (\xi + \theta)\lambda_s^j - \lambda_s^j[r_s - \sigma] = -\lambda_s^j(r_s - \theta) \tag{50}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_s^j} = r_s\left(k_s^j + b_s^j\right) + \sigma a_s^j + n_s^j w_s - \tau_s^j - c_s^j - \pi_s m_s^j + \Xi_s^j = da_s^j \tag{51}$$

Da equação (47) decorre que $c_s^j = \frac{1}{\lambda_s^j}$. Rearranjando a equação (49) é possível mostrar que:

$$-\left(1 - n_s^j\right)^{-\psi} + \lambda_s^j w_s = 0 \Leftrightarrow \lambda_s^j w_s = \left(1 - n_s^j\right)^{-\psi} \Leftrightarrow w_s = c_s^j\left(1 - n_s^j\right)^{-\psi} \tag{52}$$

Da equação (52) decorre que:

$$w_s = c_s^j\left(1 - n_s^j\right)^{-\psi} \Leftrightarrow \frac{w_s}{c_s^j} = \frac{1}{\left(1 - n_s^j\right)^{\psi}}$$

$$\left(\frac{w_s}{c_s^j}\right)^{\frac{1}{\psi}} = \left(\frac{1}{\left(1 - n_s^j\right)^{\psi}}\right)^{\frac{1}{\psi}} \Leftrightarrow \left(\frac{w_s}{c_s^j}\right)^{\frac{1}{\psi}} = \frac{1}{1 - n_s^j} \Leftrightarrow \left(\frac{w_s}{c_s^j}\right)^{\frac{1}{\psi}} = \frac{1}{1 - n_s^j}$$

$$1 - n_s^j = \frac{1}{\left(\frac{w_s}{c_s^j}\right)^{\frac{1}{\psi}}} \Leftrightarrow 1 - n_s^j = \left(\frac{c_s^j}{w_s}\right)^{\frac{1}{\psi}} \Leftrightarrow n_s^j = 1 - \left(\frac{c_s^j}{w_s}\right)^{\frac{1}{\psi}} \tag{53}$$

Quando a oferta de trabalho é endógena, $n_s^j \neq 1$, as equações que caracterizam o equilíbrio e a condição de *market clearing* são alteradas de três formas. Em primeiro lugar, a oferta de trabalho agregado impõe uma condição de equilíbrio adicional, como segue:

$$n_t = 1 - \left(\frac{c_t}{w_t}\right)^{\frac{1}{\psi}} \tag{54}$$

em que $n_t \in (0,1)$. Reescrevendo as equações (8) e (18), obtém-se:

$$y_t = n_t^{\gamma} k_t^{1-\gamma} \tag{55}$$

$$\frac{k_t}{n_t} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\frac{w_t}{r_t+\delta} \tag{56}$$

As expressões da produtividade marginal do trabalho e do capital podem ser descritas como segue:

$$w\left(\frac{k}{n}\right) = w = \frac{\rho-1}{\rho}\gamma\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma} \tag{57}$$

$$r\left(\frac{k}{n}\right) = r = \frac{\rho-1}{\rho}(1-\gamma)\left(\frac{k}{n}\right)^{-\gamma} - \delta \tag{58}$$

Assuma que $\varepsilon = \frac{n}{1-n}\psi > 0$ denote a inversa da elasticidade de Frisch da oferta de trabalho com relação ao salário real. Quando $\psi \to \infty$ a oferta de trabalho torna-se inelástica, isto é, fixa[2]. A equação que estabelece a limitação de recursos no *steady-state* é rearranjada como descrito a seguir:

$$c = n_t^{\gamma} k_t^{1-\gamma} - g - \delta k = n\left(\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma} - \delta\frac{k}{n}\right) - g \tag{59}$$

e a oferta de trabalho agregada, equação (54), deve respeitar a seguinte condição:

$$n = 1 - \left(\frac{c}{w}\right)^{\frac{1}{\psi}} \Leftrightarrow c = w(1-n)^{\psi} \tag{60}$$

[2] De forma análoga, $\frac{1}{1+\varepsilon} \to 0$ e $\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \to 1$.

APÊNDICE 10

Derivando a equação que estabelece o consumo no *steady-state* com relação à k, isto é, $\frac{dc}{dk}$, tem-se que:

$$\frac{dc}{dk} = -\frac{(1-n)^{\psi}}{\xi(\xi+\theta)}\frac{w}{a}\left[\gamma(1-\gamma)\frac{n^{\gamma}}{k^{\gamma+1}} + \frac{r(k)-\theta}{a}\left(1+\frac{\gamma(1-\gamma)}{r(k)}b\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma+1}\right)\right] < 0$$

$$\begin{aligned}\frac{d^2c}{dk^2} = \frac{\gamma(1-\gamma)}{\xi(\xi+\theta)}\frac{(1-n)^{\psi}}{a^4}\Bigg\{&\left[(a^3(1+\gamma)+1)\frac{n}{k^{\gamma+1}}\right]\left[\gamma(1-\gamma)bn - \frac{1}{n^{\gamma}}\right] \\ &- \frac{2\gamma(1-\gamma)\big(1+(r(k)-\theta)\big)}{r(k)}b\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma+2} \\ &- 2(r(k)-\theta)\frac{bn^{\gamma}}{k^{\gamma+1}}\left[a\left(n(1+r)+\frac{2}{\gamma(1-\gamma)}\right)+\frac{1}{r}\left(\frac{n}{r}+\frac{1}{r^3}+\frac{1}{k^{\gamma}}\right)\right]\Bigg\} < 0\end{aligned}$$

Derivando a equação que estabelece limitação de recursos no *steady-state* com relação à k, isto é, $\frac{dc}{dk}$, tem-se que:

$$\frac{dc}{dk} = (1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} - \delta > 0$$

$$\frac{d^2c}{dk^2} = -\gamma(1-\gamma)\frac{n^{\gamma}}{k^{\gamma+1}} < 0$$

APÊNDICE 11

Quando a oferta de trabalho é endógena a dinâmica do consumo, a dinâmica do capital e a dinâmica da inflação são alteradas. Partindo da lei de movimento do capital $dk_t = n_t^{\gamma} k_t^{1-\gamma} - c_t - g_t$, a sua dinâmica pode ser estabelecida como segue:

$$d\hat{k}_t = -\left(\frac{c}{k}\right)\hat{c}_t + \left((1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} - \delta\right)\hat{k}_t + \gamma\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma}\hat{n}_t - \left(\frac{g}{k}\right)\hat{g}_t \tag{61}$$

Linearizando as equações (54) e (56) é possível obter $\hat{n}_t$ como segue:

$$-\varepsilon\hat{n}_t = \hat{c}_t - \widehat{w}_t$$
$$\hat{k}_t - \hat{n}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r_t + \delta) = \widehat{w}_t$$

$$-\varepsilon\hat{n}_t = \hat{c}_t - \left[\hat{k}_t - \hat{n}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r_t + \delta)\right]$$
$$-\varepsilon\hat{n}_t = \hat{c}_t - \hat{k}_t + \hat{n}_t - \beta_1(\pi_t - \pi^*) - \beta_2(y_t - y^*) - (r_t + \delta)$$
$$-\varepsilon\hat{n}_t - \hat{n}_t = \hat{c}_t - \hat{k}_t - \beta_1(\pi_t - \pi^*) - \beta_2(y_t - y^*) - (r_t + \delta)$$
$$-\hat{n}_t(1+\varepsilon) = \hat{c}_t - \hat{k}_t - \beta_1(\pi_t - \pi^*) - \beta_2(y_t - y^*) - (r_t + \delta)$$
$$\hat{n}_t = \frac{1}{(1+\varepsilon)}\left[-\hat{c}_t + \hat{k}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r_t + \delta)\right] \tag{62}$$

Combinando as equações (61) e (62) obtém-se:

$$\begin{aligned} d\hat{k}_t = &-\left(\frac{c}{k}\right)\hat{c}_t + \left[(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} - \delta\right]\hat{k}_t \\ &+ \left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma}\frac{\gamma}{(1+\varepsilon)}\left[-\hat{c}_t + \hat{k}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r_t + \delta)\right] \\ &- \left(\frac{g}{k}\right)\hat{g}_t \end{aligned}$$

$$d\hat{k}_t = \left[\frac{1}{(1+\varepsilon)}\gamma\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma} - \frac{c}{k}\right]\hat{c}_t + \left[(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} - \delta + \frac{1}{(1+\varepsilon)}\gamma\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma}\right]\hat{k}_t$$
$$+ \left[\beta_1\frac{1}{(1+\varepsilon)}\gamma\left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma}\right]\pi_t - \left(\frac{g}{k}\right)\hat{g}_t$$
$$+ \left(\frac{k}{n}\right)^{1-\gamma}\frac{\gamma}{(1+\varepsilon)}[-\beta_1\pi^* + \beta_2(y_t - y^*) + (r_t + \delta)] \qquad (63)$$

A dinâmica do consumo pode ser obtida substituindo-se a equação (60) na equação do consumo:

$$d\hat{c}_t = \left[(r-\theta)(1-n)^{\psi}\frac{w}{c}\right]\hat{c}_t - \left[\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c}\right]\hat{k}_t - \left[\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c}\right]\hat{b}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*)$$
$$+ \beta_2(y_t - y^*) \qquad (64)$$

Para derivar a dinâmica da inflação o custo marginal, $\widehat{MC}_t$, pode ser aproximado como segue:

$$\widehat{MC}_t = \gamma\widehat{w}_t + (1-\gamma)\widehat{p_t^k} = \gamma\left(\hat{k}_t - \hat{n}_t\right) + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r_t + \delta)$$
$$\widehat{MC}_t = \gamma\left\{\hat{k}_t - \frac{1}{1+\varepsilon}\left[-\hat{c}_t + \hat{k}_t + \beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r_t + \delta)\right]\right\}$$
$$+\beta_1(\pi_t - \pi^*) + \beta_2(y_t - y^*) + (r_t + \delta)$$
$$\widehat{MC}_t = \left[\gamma\,\frac{1}{1+\varepsilon}\right]\hat{c}_t + \left[\gamma\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right]\hat{k}_t + \beta_1\left[1 - \frac{\gamma}{1+\varepsilon}\right]\pi_t$$
$$+ [\beta_1\pi^* - \beta_2(y_t - y^*) - (r_t + \delta)]\left(\gamma\frac{1}{1+\varepsilon} - 1\right) \qquad (65)$$

A partir da equação (55), isto é, $d\pi_t = r\pi_t - \alpha(\alpha + r)\widehat{MC}_t$, e da equação (65) $d\pi_t$ pode ser escrita como:

$$d\pi_t = r\pi_t - \alpha(\alpha + r)\widehat{MC}_t$$
$$d\pi_t = r\pi_t - \alpha(\alpha + r)\left[\left(\frac{\gamma}{1+\varepsilon}\right)\hat{c}_t + \left(\gamma\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)\hat{k}_t + \beta_1\left(1 - \frac{\gamma}{1+\varepsilon}\right)\pi_t\right]$$
$$- \alpha(\alpha + r)\left[[\beta_1\pi^* - \beta_2(y_t - y^*) - (r_t + \delta)]\left(\gamma\frac{1}{1+\varepsilon} - 1\right)\right]$$

$$
\begin{aligned}
d\pi_t = &-\left(\alpha(\alpha+r)\gamma\frac{1}{1+\varepsilon}\right)\hat{c}_t-\left(\alpha(\alpha+r)\gamma\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)\hat{k}_t \\
&+\left[r-\alpha(\alpha+r)\beta_1\left(1-\frac{\gamma}{1+\varepsilon}\right)\right]\pi_t \\
&-\alpha(\alpha+r)\left\{[\beta_1\pi^*-\beta_2(y_t-y^*)-(r_t+\delta)]\left(\gamma\frac{1}{1+\varepsilon}-1\right)\right\} \qquad (66)
\end{aligned}
$$

APÊNDICE 12

A matriz jacobiana é expressa como segue:

$$\begin{bmatrix} d\hat{k}_t \\ d\hat{c}_t \\ d\hat{b}_t \\ d\pi_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_k(k,c,b,\pi) & \phi_c(k,c,b,\pi) & \phi_b(k,c,b,\pi) & \phi_\pi(k,c,b,\pi) \\ \varphi_k(k,c,b,\pi) & \varphi_c(k,c,b,\pi) & \varphi_b(k,c,b,\pi) & \varphi_\pi(k,c,b,\pi) \\ \Omega_k(k,c,b,\pi) & \Omega_c(k,c,b,\pi) & \Omega_b(k,c,b,\pi) & \Omega_\pi(k,c,b,\pi) \\ \Theta_k(k,c,b,\pi) & \Theta_c(k,c,b,\pi) & \Theta_b(k,c,b,\pi) & \Theta_\pi(k,c,b,\pi) \end{bmatrix} \qquad (67)$$

O traço da matriz (67) segue abaixo considerando que $\delta \to 0$:

$$|J| = r(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^\gamma + (r-\theta)(1-n)^\psi \frac{w}{c} + [\boldsymbol{r - \alpha(\alpha + r)\beta_1}] + (r - \beta_3 + \beta_5)$$

O determinante da matriz (70) é obtido pelo Teorema de Laplace como segue, considerando que $\delta \to 0$, lembrando que $\frac{1}{1+\varepsilon} \to 0$ e $\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon} \to 1$:

$$|Det(J)| = \beta_5 \frac{g}{k} \begin{vmatrix} (r-\theta)(1-n)^\psi \frac{w}{c} & -\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c} & \beta_1 \\ (\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^\gamma & 0 & \beta_1 \\ 0 & -\alpha(\alpha+r)\gamma & r-\alpha(\alpha+r)\beta_1 \end{vmatrix}$$

$$-\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c} \begin{vmatrix} (1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^\gamma & -\frac{c}{k} & 0 \\ (\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^\gamma & 0 & \beta_1 \\ 0 & -\alpha(\alpha+r)\gamma & r-\alpha(\alpha+r)\beta \end{vmatrix}$$

$$+(r-\beta_3+\beta_5) \begin{vmatrix} (1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^\gamma & -\frac{c}{k} & 0 \\ (r-\theta)(1-n)^\psi \frac{w}{c} & -\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c} & \beta_1 \\ 0 & -\alpha(\alpha+r)\gamma & r-\alpha(\alpha+r)\beta \end{vmatrix}$$

$$|Det(J)| = -\alpha(\alpha+r)\gamma\beta_5\frac{g}{k}\begin{vmatrix}(r-\theta)(1-n)^{\psi}\frac{w}{c} & \beta_1\\ (\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} & \beta_1\end{vmatrix}$$

$$+[r-\alpha(\alpha+r)\beta]\beta_5\frac{g}{k}\begin{vmatrix}(r-\theta)(1-n)^{\psi}\frac{w}{c} & -\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c}\\ (\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} & 0\end{vmatrix}$$

$$+\xi(\xi+\theta)\frac{b}{c}\beta_1\begin{vmatrix}(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} & -\frac{c}{k}\\ 0 & -\alpha(\alpha+r)\gamma\end{vmatrix}$$

$$-\xi(\xi+\theta)[r-\alpha(\alpha+r)\beta_1]\begin{vmatrix}(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} & -\frac{c}{k}\\ (\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} & 0\end{vmatrix}$$

$$-(r-\beta_3+\beta_5)\beta_1\begin{vmatrix}(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} & -\frac{c}{k}\\ 0 & -\alpha(\alpha+r)\gamma\end{vmatrix}$$

$$-(r-\beta_3+\beta_5)[r-\alpha(\alpha+r)\beta_1]\begin{vmatrix}(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma} & -\frac{c}{k}\\ (r-\theta)(1-n)^{\psi}\frac{w}{c} & -\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c}\end{vmatrix}$$

$$|Det(J)| = -\alpha(\alpha+r)\gamma\beta_1\beta_5\frac{g}{k}\left[(r-\theta)(1-n)^{\psi}\frac{w}{c}-(\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma}\right]$$

$$+[r-\alpha(\alpha+r)\beta_1]\beta_5\frac{g}{k}\left[(1-\gamma)\xi(\xi+\theta)(\beta_4+\beta_2)\frac{1}{c}\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma}\right]$$

$$-\xi(\xi+\theta)\beta_1(1-\gamma)\alpha(\alpha+r)\gamma\frac{b}{c}\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma}$$

$$+\xi(\xi+\theta)(r-\alpha(\alpha+r)\beta_1)(\beta_4+\beta_2)(1-\gamma)\left(\frac{c}{k}\right)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma}$$

$$+(r-\beta_3+\beta_5)\beta_1(1-\gamma)\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma}\alpha(\alpha+r)\gamma$$

$$-(r-\beta_3+\beta_5)[r-\alpha(\alpha+r)\beta_1]\left[(r-\theta)(1-n)^{\psi}\frac{w}{k}\right.$$

$$\left.-(1-\gamma)\xi(\xi+\theta)\frac{k}{c}\left(\frac{n}{k}\right)^{\gamma}\right]$$