ROOSEVELT DE LARA SANTOS JUNIOR

Aplicação do Método Astrogravimétrico na região do Datum Chuá.

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciências.

Curitiba
fev/1993

APLICAÇÃO DO MÉTODO ASTROGRAVIMÉTRICO NA REGIÃO DO DATUM CHUÁ.

por

ROOSEVELT DE LARA SANTOS JUNIOR

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores :

ORIENTADOR :

Prof. Dr. Camil Gemael

Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade

Prof. M.Sc. Sílvio Rogério de Freitas

Curitiba, 26 de fevereiro de 1993.

À minha esposa, Simone.

AGRADECIMENTOS

Especial louvor dedicamos ao Prof. Camil Gemael, mediante seus inestimáveis conselhos e minuciosa orientação da presente dissertação de mestrado. Da mesma forma exaltamos seus esforços na organização e manutenção da biblioteca do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, essêncial na realização desse trabalho.

Agradecemos o IBGE, na pessoa da engenheira cartógrafa Maria Cristina Barboza Lobianco, por sua disposição e eficiência em nosso atendimento. Igualmente, o professor Nelsi Côgo de Sá (USP) e o professor Milton de Azevedo Campos (UFPR).

SUMÁRIO

Capítulo Terceiro

Capítulo Quarto

Capítulo Quinto

Capítulo Sexto

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

a	semi-eixo maior do elipsóide
a_{nm}	constante arbitrada
b	semi-eixo menor do elipsóide
BIH	Bureau International de l'Heure
b_{nm}	constante arbitrada
c	constante arbitrada
C_p	número geopotencial
C_B	correção de Bowie
C_F	correção de Faye
CIO	Conventional International Origin for Polar Motion
$\underline{C}_{nm}$	função associada de Legendre
$\underline{C}_{nm}, S_{nm}$	coeficientes do potencial totalmente normalizados
C^{*}_{nm}	diferença entre os potenciais atual e de referência
CPGCG	Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
CPRM	Companhia de Pesquisa de Recursos Naturais
cos	função trigonométrica cosseno
d	distância
ds	elemento de comprimento
$dS(\psi)/d\psi$	função de Vening-Meinesz
$d\underline{\sigma}$	elemento de superfície
$d\tau$	elemento de volume
D	distância em quilometros
DMA	Defense Mapping Agency (USA)
e	primeira excentricidade
e'	segunda excentricidade
es	escala
ec	equidistância das curvas de nível
f	achatamento
$\underline{F}$	força de atração
F	vetor força de atração
FK3,FK4	Fundamental Catalogue 3,4
g	gravidade
$\underline{g}_x, g_y, g_z$	componentes do vetor gravidade
g	vetor gravidade
Gal	unidade de aceleração da gravidade ($m\ s^{-2}.\ 10^{-2}$)
GEM	Goddard Earth Model
GPS	Global Positioning System
h	altitude geométrica
h_a	altitude instantânea
h_s	altitude do satélite
H	altitude ortométrica

H^n..altitude normal
IAG..............................Instituto Astronômico e Geofísico
IAGS.............................Inter American Geodetic Survey
IBGE.......Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGSN71..............International Gravity Standardization Net 1971
IERS.........................International Earth Rotation Service
J_n....................................função harmônica zonal
k..constante gravitacional
kM..........................constante gravitacional geocêntrica
l...comprimento
(L)...direção leste
m..............................ordem do polinômio de Legendre
mGal..miligal
M..massa da Terra
M′........................raio de curvatura da seção meridiana
m_i..massa qualquer
m.m.c.....................................mínimo múltiplo comum
MMQ.............................método dos mínimos quadrados
n................................grau do polinômio de Legendre
n′..normal ao elipsóide
N...ondulação geoidal
N′...............................raio da seção primeiro vertical
NAVSTAR..................Navigation System Using Time and Ranging
NNSS..........................Navy Navigation Satellite System
(N)..direção norte
N^c..........................ondulação em relação ao co-geóide
N^g..........................ondulação geoidal (gravimétrica)
N^d,N^p,N^v..............................componentes de N^g
O..origem
ON..Observatório Nacional
P,P_0,p,p_0.......................................ponto genérico
PETROBRÁS..............................Petróleo Brasileiro S.A.
P_{nm}.....................polinômio de Legendre de grau n e ordem m
PRÓ-MINÉRIO....Secretaria de Ciência e Tecnologia do Est. São Paulo
q..ponto genérico
Q..potencial centrífugo
r..raio vetor
r'_s..relação entre r_s e r_{so}
r_s....................raio da zona conhecida gravimetricamente
r_{so}............raio da zona de aplicação do método astrogravimetrico
R...raio médio da Terra
RGW.....................................Rede Gravimétrica Woolard
r_0..raio vetor auxiliar
s_0,s,S...............zonas de cálculo do método astrogravimétrico
sen.................................função trigonométrica seno

SAD-69................................South American Datum 1969
SGB..............................Sistema Geodésico Brasileiro
SGR...........................Sistema Geodésico de Referência
SI...........................Sistema Internacional de Unidades
S_n.....................harmônico esférico de superfície de grau n
S_{nm}..............................função associada de Legendre
$S(\psi)$...função de Stokes
(S)...direção sul
t..cos ψ
T......................................disturbio do potencial
tg..............................função trigonométrica tangente
TRANSIT..NNSS
u..latitude reduzida
U...esferopotencial
UFPE...........................Universidade Federal de Pernambuco
UFPR..............................Universidade Federal do Paraná
UFRN...................Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UnB...................................Universidade de Brasília
USP..................................Universidade de São Paulo
v...normal ao geóide
v'..reta tangente a v
V,V'...potencial de atração
W..geopotencial
WGS-84..................................World Geodetic System 1984
(W)...direção oeste
x..abcissa cartesiana
y..ordenada cartesiana
z..cota cartesiana
Z.....................................potencial da Terra normal
α..azimute
β...ângulo arbitrado
α',β',γ'.........................coeficientes de interpolação
∂...diferencial
δh...elemento de altitude
δn......................................variação de equipotenciais
δN...efeito indireto
Δg...anomalia de Faye
ΔN...............................diferença de ondulação geoidal
$\Delta x,\Delta y,\Delta z$..................parâmetros de transformação entre sistemas
$\Delta\varepsilon$...............diferença entre componentes do desvio da vertical
$\Delta\varepsilon^a$......................................componentes astronômicas
$\Delta\varepsilon'$...............................componentes astrogravimétricas
$\Delta\varepsilon^g$.......................................componentes gravimétricas
$\Delta\varepsilon_m$.......................diferença média entre componentes
$\Delta\varphi$...diferença de latitude

$\Delta\lambda$..diferença de longitude

ε..desvio da vertical

ε'..........................desvio da vertical astrogravimétrico

ε^a.................................desvio da vertical astronômico

ε^g...............................desvio da vertical gravimétrico

φ...latitude elipsoidal

φ_e..latitude esférica

φ_m...latitude média

φ^*...latitude geocêntrica

Φ...latitude natural

γ...gravidade normal

η...................................componente primeiro vertical

η^d, η^p, η^v..componentes de η^g

η^g....................componente primeiro vertical (gravimétrica)

η_m..........................componente primeiro vertical média

λ..longitude elipsoidal

λ_e...longitude esférica

λ_m..longitude média

Λ..longitude natural

π..pi

ξ...componente meridiana

ξ^d, ξ^p, ξ^v..componentes de ξ^g

ξ^g..........................componente meridiana (gravimétrica)

ξ_m..................................componente meridiana média

ρ'...densidade

$\underline{\sigma}$...área

σ'....................erro devido a interpolação astrogravimétrica

σ'_ε...........estimativa do erro final no método astrogravimétrico

σ''_g.....................desvio nas anomalias obtidas pelo OSU86E

σ_g...........................erro cometido no método gravimétrico

σ_o.....................erro devido das observaçẽs astronômicas

σ_s............................erro devido aos catálogos estelares

σ_p....................erro na determinação do movimento do pólo

σ_m.........erro devido ao transporte de coordenadas geodésicas

σ_n..............erro devido ao ajustamento não rigoroso da rede

σ_r............erro em função da incompleta redução ao elipsóide

Σ...somatório

θ..distância polar

ω..velocidade angular

ν...................................maior inteiro entre (n – m)/2

ζ_H...........................anomalia de altitude (Hirvonen)

ζ_M.........................anomalia de altitude (Molodenskii)

ψ..distância esférica

RESUMO

O presente trabalho pretende representar o geóide através do metodo astrogravimétrico na região vizinha ao datum sul-americano Chuá (Brasil). A ondulação geoidal (N), foi calculada no referido datum através dos métodos gravimétrico e por desenvolvimento de harmônicos esféricos, resultando N = -10,12 m. A comparação dos resultados obtidos com a Carta Geoidal do Brasil, elaborada pelos IBGE/IAG/USP-1987, parece encorajadora e sugere a aplicação do método proposto à outras regiões do país.

ABSTRACT

This work intends to represent the geoid by means the astro-gravimetric leveling, at the neighbourhood of the south-american datum, Chua (Brazil). The geoidal undulation (N), was evaluated in the mentioned datum through methods gravimetric and by spherical-harmonic expansion, resulting N = -10,12 m. The confrontation of the results with the Geoidal Chart of Brazil, compiled by IBGE/IAG/USP-1987 (Brazilian Institute of Geography and Statistics), seems very encouranging and suggests the application of the proposed in others regions of the country.

Capítulo Primeiro

INTRODUÇÃO

Na determinação da forma do geóide através do método astrogeodésico, as coordenadas levantadas por via astronômica com relação à superfície geoidal, são comparadas às correspondentes geodésicas referidas ao elipsóide de revolução, possibilitando assim o cálculo das componentes do desvio da vertical, por fim é calculado a diferença da ondulação geoidal entre estações subseqüentes e suficientemente próximas para que a variação da mesma seja assumida de comportamento linear, essa fase é denominada nivelamento astronômico. Tal consideração tem como conseqüência a limitação da aplicação do método a poucas regiões onde os dois tipos de coordenadas são conhecidos com precisões semelhantes, como em alguns vértices da rede triangulação geodésica de 1ª ordem, denominados pontos de LAPLACE.

Entretanto estes pontos em nosso país, estão normalmente separados de distâncias que variam de 100 a 200 km ($\simeq 1^{o}$ a 2^{o}), inviabilizando o método astrogeodésico a partir dos "Laplaces"; devemos ainda ressaltar o caráter relativo do mesmo já que serão calculados apenas desníveis geoidais entre pontos consecutivos.

Por outro lado, o método gravimétrico permite a determinação absoluta da ondulação geoidal com a aplicação da fórmula de STOKES e o cálculo das componentes do desvio da vertical com as fórmulas de VENING-MEINESZ, quando conhecido o campo anômalo da gravidade terrestre. A determinação das anomalias da gravidade é oriunda geralmente de levantamentos tomados com gravímetros (medem a variação do valor da gravidade), tal aparelho dado a sua portabilidade, simplicidade de operação e precisão, possibilitou em países da Europa e América do Norte a implantação de redes gravimétricas homogêneas em distribuição e precisão. No entanto em escala mundial predominam os chamados vazios gravimétricos restringindo dessa forma a aplicação do método gravimétrico.

No final da década de trinta o geodesista russo MOLODENSKII, propôs um método pelo qual as componentes do desvio da vertical obtidas pelo método astrogeodésico (encerram a influência das massas de toda Terra), são utilizadas para interpolar as correspondentes gravimétrias (sujeitas apenas as anomalias regionais), denominando-o método astrogravimétrico e cuja aplicação à região próxima ao datum planimétrico brasileiro e sul-americano (Chuá), será objetivo principal do presente trabalho. Secundariamente ensaiaremos a determinação absoluta da ondulação geoidal no referido datum, pelos métodos gravimétrico e por desenvolvimento de harmônicos esféricos.

Na elaboração da presente dissertação optamos por realizar uma breve revisão da literatura (capítulo segundo) sem a pretensão de esgotarmos os referidos assuntos com relação a sua variedade e profundidade. De forma detalhada apresentamos o método astrogravimétrico (capítulo terceiro) e sua aplicação associada à determinação da ondulação geoidal (capítulo quarto). Os diversos resultados estão enumerados no capítulo quinto. Finalmente, no capítulo sexto relacionamos nossas conclusões e recomendações.

Capítulo Segundo

ELEMENTOS BÁSICOS

2.1 GENERALIDADES

Reconhecendo a complexidade quanto a composição e distribuição dos diversos elementos que compõem a Terra, admitiremos em primeira aproximação que a mesma esteja caracterizada por possuir estruturas envolventes com simetria central denominadas geosferas, e que podem ser divididas em dois grupos principais : das geosferas internas (crosta, manto e núcleo) e das geosferas externas (atmosfera, hidrosfera e biosfera).[06]

Todas as geosferas estão sob a influência da ação gravitacional dos demais astros do sistema solar, em destaque por suas dimensões, o Sol e por sua proximidade, a Lua. O agrupamento das diferenças de composição e distribuição das massas nas distintas camadas do planeta e de seus movimentos, resultarão em efeitos sobre as operações geodésicas realizadas em sua superfície e proximidades.[02]

O estudo de tais efeitos através dos diferentes ramos das ciências possibilita suas correções ou reduções, fornecendo resultados mais próximos de seus reais valores. A homogeneização desses resultados propicia sua comparação ainda que obtidos em épocas distintas.[10] Tal homogeneização é por vezes realizada pela adoção de referenciais médios ou simplesmente arbitrados.[03,07]

A Geodésia em sua busca maior, a determinação das dimensões e forma da Terra, bem como de seu campo gravífico,[07,11,31] tem desenvolvido modelos que visam atender os patamares de precisão exigidos através dos tempos. Em nosso país as normas e exigências para levantamentos geodésicos estão colocadas sob a responsabilidade do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o qual as apresentou ao público através do boletim nº 1602.[13]

2.2 SISTEMAS DE COORDENADAS

Apresentaremos a seguir alguns sistemas de coordenadas julgados indispensáveis à compreensão do presente trabalho. Maiores detalhes e demais sistemas podem ser encontrados em[02,08,24,31].

2.2.1 SISTEMA DE COORDENADAS GEODÉSICAS

As coordenadas geodésicas ou elipsoidais, são compostas pelo terno de números φ,λ,h; definidos para um determinado elipsóide de revolução (fig. 1), onde :

Latitude Geodésica (φ), é o ângulo que a normal ao elipsóide, passante por um ponto da superfície terrestre, forma com a sua projeção equatorial (positiva no hemisfério norte);

Longitude Geodésica (λ), é o ângulo que mede o diedro formado pelos meridianos geodésicos do ponto considerado e o de Greenwich, contada a partir deste, positivamente por leste;

Altitude Geométrica (h), é o segmento da normal (n′) compreendido entre o ponto considerado e o elipsóide.

Destacamos que o eixo de rotação do citado modelo para o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), é suposto paralelo ao eixo terrestre médio e coplanar com a normal.[08,13]

2.2.2 SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS TERRESTRES MÉDIAS

Os referenciais cartesianos terrestres são caracterizados por acharem-se vinculados ao corpo de nosso planeta, acompanhando seu movimento de rotação. Podem ser : geocêntrico, quando a origem do sistema (O), coincide com o centro de gravidade da Terra; topocêntrico, quando a origem situa-se num ponto da superfície do planeta; quase-geocêntrico, a origem está próxima ao centro de gravidade terrestre, mas não é coincidente (como no SGB).

O terno de coordenadas cartesianas terrestres médias (x,y,z), será definido com relação a um sistema de eixos tri-ortogonal de origem geocêntrica (veja fig. 3), onde:

Eixo das Abcissas (x), jacente no plano do equador terrestre médio para 1900-1905, e paralelo ao meridiano de Greenwich coerente com o CIO;

Eixo das Ordenadas (y), disposto a 90^{o} do eixo x, no sentido dextrógiro;

Eixo das Cotas (z), coincidente com o eixo de rotação terrestre médio, sentido positivo para o CIO, conforme definição do IERS (detalhes em[02]).

Neste sistema as coordenadas (x,y,z) de um ponto na superfície terrestre serão invariáveis se admitirmos uma Terra rígida e sem movimentos da crosta.

A transformação das coordenadas cartesianas terrestres médias do SGB para um sistema geocêntrico (médio), e vice-versa, pode ser realizada pela aplicação das seguintes translações, já que os dois sistemas são paralelos (por definição):

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} ; \qquad (2.1)$$

onde, (o) indica os parametros de translação entre os sistemas envolvidos; (1) sistema antigo e (2) sistema novo.

A transformação de coordenadas geodésicas em cartesianas terrestres, com origens coincidentes pode ser realizado com :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (n' + h) \cos\varphi \cos\lambda \\ (n' + h) \cos\varphi \operatorname{sen}\lambda \\ [n' (1 - e^2) + h] \operatorname{sen}\varphi \end{bmatrix} ; \qquad (2.2)$$

com : $f = (a - b)/ a$, achatamento; (2.3)

$e^2 = f (2 - f)$, primeira excentricidade; (2.4)

$n' = a / (1 - e^2 \operatorname{sen}^2\varphi)^{0,5}$, grande normal. (2.5)

E a operação inversa pelas :[12]

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \left[\frac{z + b\, e'^2 \operatorname{sen}^3 u}{(x^2 + y^2)^{0,5} - e^2\, a \cos^3 u} \right] ; \quad (2.6)$$

$$\lambda = \operatorname{arc\,tg} (x / y) ; \quad (2.7)$$

$$h = \frac{(x^2 + y^2)^{0,5}}{\cos\varphi} - N ; \quad (2.8)$$

$$\operatorname{tg} u = \frac{z^2}{(x^2 + y^2)^{0,5}} \cdot \frac{a^2}{b^2} ; \quad (2.9)$$

u, é a latitude reduzida;

$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2} \text{, (segunda excentricidade).} \quad (2.10)$$

2.2.3 SISTEMA DE COORDENADAS ESFÉRICAS

Em algumas situações em Geodésia é interessante atribuir para Terra o modelo esférico, afim de se obter simplificações em um dado problema (por exemplo : desenvolvimento do potencial em harmônicos esféricos, fórmula de STOKES e outros).

O sistema de coordenadas esféricas é definido em função dos números r, θ ou φ_e e λ_e. Representando (veja fig. 3):

Raio Vetor (r), é o raio da esfera, muitas vezes visando simplificações é assumido como de valor unitário;

Distância Polar (θ), é o ângulo que eixo que contém a origem do sistema e o pólo norte (CIO), forma com o raio vetor que une a origem ao ponto considerado, contado a partir do CIO;

Latitude Esférica ou Geocêntrica (φ_e), é o ângulo que o raio vetor forma com sua projeção equatorial, contado a partir do plano do equador, positiva a norte;

Longitude Esférica ou Geocêntrica (λ_e), é o ângulo que mede o diedro formado pelos meridianos esféricos do ponto considerado e o de Greenwich, contada a partir deste, positivamente na direção leste.

As fórmulas a seguir permitem a transformação das coordenadas esféricas em cartesianas, quando os dois sistemas possuem origens coincidentes.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \operatorname{sen}\theta \cos\lambda \\ \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\lambda \\ \cos\theta \end{bmatrix} ; \qquad (2.11)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos\varphi_e \cos\lambda_e \\ \cos\varphi_e \operatorname{sen}\lambda_e \\ \operatorname{sen}\varphi_e \end{bmatrix} . \qquad (2.12)$$

2.2.4 SISTEMA DE COORDENADAS ASTRONÔMICAS OU NATURAIS

A adoção de modelos auxiliares é abandonado no presente sistema em função do mesma estar vinculado à Terra verdadeira. Desta maneira o equador terrestre verdadeiro será representado por uma curva plana, porém sinuosa. Resultante da interseção do plano geocêntrico perpendicular ao eixo médio de rotação com a superfície média da Terra. Como a vertical e o eixo de rotação não são necessariamente coplanares, o meridano natural do observador é definido como uma curva sinuosa que tem seu plano determinado pela vertical e por uma reta paralela ao mencionado eixo médio rotação terrestre.

Feitas as devidas considerações, o sistema de coordenadas astronômicas ou naturais será definido com relação ao terno de números Φ, Λ e W (veja fig. 2), onde :

Latitude Astronômica ou Natural (Φ), é o ângulo positivo no hemisfério norte, que a vertical passante por um ponto na superfície terrestre forma com sua projeção equatorial. Devemos ter em conta que a vertical também é uma curva sinuosa, dessa maneira o ângulo será compreendido entre a reta tangente à vertical no ponto considerado e sua projeção equatorial;

Longitude Astronômica ou Natural (Λ), é o ângulo formado pelo meridiano que contém o ponto na superfície física da Terra e o meridiano médio de Greenwich, contado positivamente por leste;

Geopotencial (W), é um escalar do campo da gravidade terrestre capaz de identificar uma superfície equipotencial (geope), a qual encontra-se vinculada a estação na superfície terrestre (maiores detalhes no item 2.4.2).

As duas primeiras coordenadas são determinadas através da Astronomia de Posição, a terceira por sua vez não pode ser obtida diretamente, o que é contornado pela adoção de um geope de referência, em geral o geóide, e calculando os desníveis entre este e demais superfícies equipotenciais com a conjugação do nivelamento geométrico e gravimetria (veja número geopotencial no item 2.6).

As coordenadas naturais podem ser relacionadas às cartesianas terrestres médias, considerando que o geopotencial é uma função da posição do ponto considerado, dada por :

$$W = W(x,y,z) \qquad (2.13)$$

e o vetor gravidade ($\bar{g}$), pode ser representado com :

$$\bar{g} = \text{grad } W = w_x + w_y + w_z = -g\,\bar{n} = -g \begin{bmatrix} \cos\varphi \cos\lambda \\ \cos\varphi \operatorname{sen}\lambda \\ \operatorname{sen}\varphi \end{bmatrix} \qquad (2.14)$$

onde, ($\bar{n}$) representa o versor da fig. 2 ; w_x, w_y, w_z são as derivadas direcionais do vetor gravidade e os elementos no interior da matriz representam os respectivos cossenos diretores.

Da conveniente manipulação das (2.14), teremos :

$$\Phi = \text{arc tg} \left[\frac{-\,w_z}{(\,w_x^2 + w_y^2\,)^{0,5}} \right] \;; \qquad (2.15)$$

$$\Lambda = \text{arc tg}\,(\,w_y \,/\, w_x\,) \;; \qquad (2.16)$$

$$|\,\bar{g}\,| = (\,w_x^2 + w_y^2 + w_z^2\,)^{0,5} \;. \qquad (2.17)$$

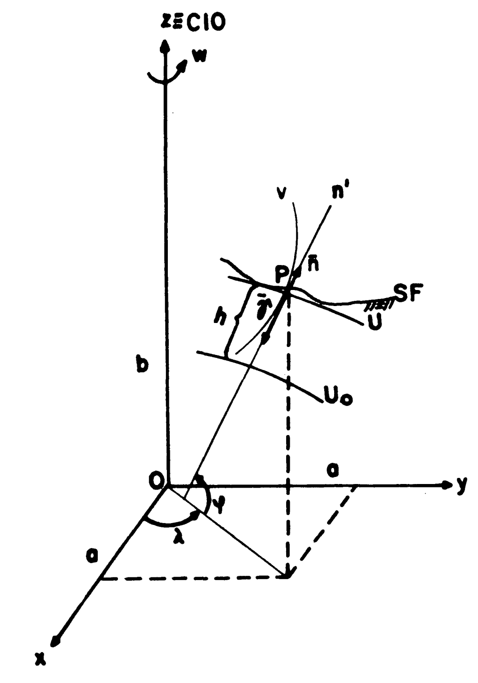


FIG.1 - COORDENADAS ELIPSOIDAIS.[27,29]

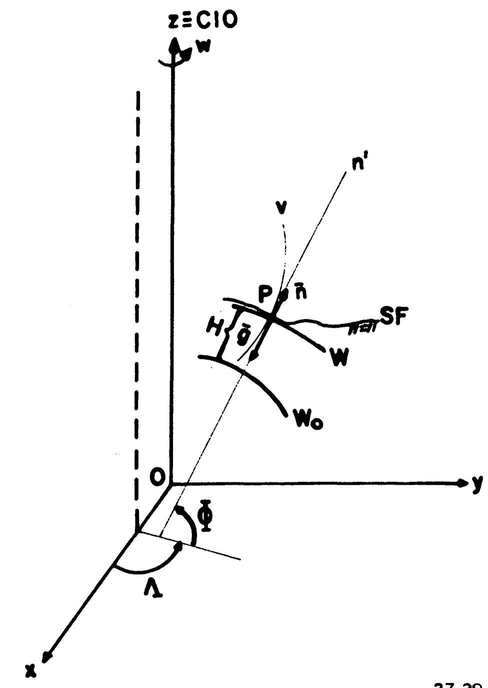


FIG.2 - COORDENADAS NATURAIS.[27,29]

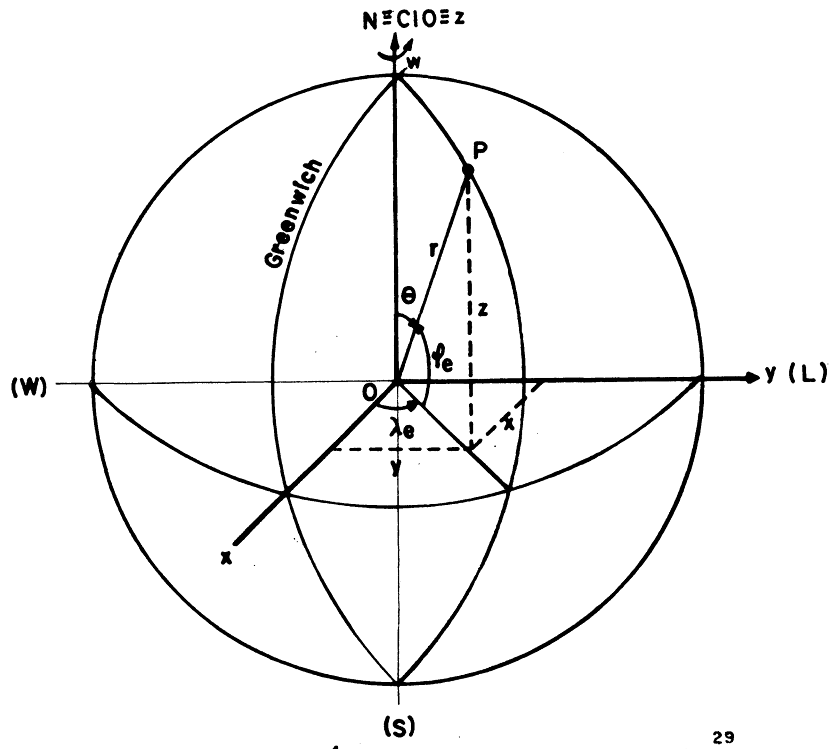


FIG.3 - COORDENADAS ESFÉRICAS E CARTESIANAS.[29]

2.3 POLINÔMIOS DE LEGENDRE

Da figura 4, pela lei dos cossenos :

$$l^2 = r^2 + r_0^2 - 2\ r\ r_0 \cos\psi \ ; \qquad (2.18)$$

invertendo a (2.18) vem :

$$l^{-1} = r^{-1} \{ 1 - (r_0/r) [(r_0/r) - 2 \cos\psi]^{-0,5} \} . \qquad (2.19)$$

Fazendo $\cos\psi = t$, e desenvolvendo o termo entre chaves da equação (2.19) com a fórmula do binômio de Newton :

$$(x+a)^m = x^m + \frac{m}{1!} a x^{m-1} + \frac{m(m-1)a^2 x^{m-2}}{2!} + \frac{m(m-1)(m-2)a^3 x^{m-3}}{3!} + \ldots + a^m;$$

onde na fórmula anterior (2.20), $c = r_0 / r$, recaindo nas :

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{r} \left[1 + ct + \frac{c^2}{2} (3t^2 - 1) + c^3 \frac{5}{2} (t^2 - \frac{3}{5}t) + \ldots \right] \qquad (2.21)$$

ou

$$l^{-1} = r^{-1} [1 + c\ P_1(t) + c^2\ P_2(t) + c^3\ P_3(t) + \ldots \qquad (2.22)$$

onde,

$$P_n(t) = \frac{1}{n!\ 2^n} \frac{d^n}{dt^n} (t^2 - 1)^n \ ; \qquad (2.23)$$

a (2.23) representa a fórmula de RODRIGUES para o cálculo do polinômio de LEGENDRE de grau n.[07,11,20,31]

Ainda na figura 4, com a fórmula dos quatro elementos para lados, aplicada sobre a esfera de raio unitário vem :

$$\cos\psi = \cos\theta \cos\theta_0 + \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\theta_0 \cos(\lambda_e - \lambda_{e0}) \ ; \qquad (2.24)$$

uma vez que $t = \cos\psi$, substituindo na (2.24) e posteriormente na (2.23), desenvolvendo para $n=2,3,\ldots$:

$$P_n(t) = S_n = \sum_{m=o}^{n} P_{nm}(\theta)\, P_{nm}(\theta_o)\, [\cos m\lambda_e \cos m\lambda_{eo} + \operatorname{sen} m\lambda_e \operatorname{sen} m\lambda_{eo}]$$

sendo na (2.25), as constantes arbitradas a_{nm} e b_{nm} dadas por :

$$a_{nm} = P_{nm}(\theta_o)\cos m\lambda_{eo} \quad e \quad b_{nm} = P_{nm}(\theta_o)\operatorname{sen} m\lambda_{eo} \quad ; \qquad (2.26)$$

finalmente,

$$S_n = \sum_{m=o}^{n} [\, a_{nm} P_{nm}(\theta) \cos m\lambda_e + b_{nm} P_{nm}(\theta) \operatorname{sen} m\lambda_e \,] \quad ; \qquad (2.27)$$

S_n, é função de (θ, λ_e) sendo chamado harmônico esférico de superfície de grau n, contendo 2n+1 constantes arbitradas particularizadas para : $m=o$ (zonal); $n=m$ (sectorial) e quando $n \neq m$ com $0<m<n$ (tesseral). E que podem ser calculadas pela (2.28 a seguir), onde ν é o maior inteiro contido entre (n − m) / 2 :[20]

$$P_{nm}(t) = 2^{-n} \, (1 - t^2)^{0,5m} \sum_{i=o}^{\nu} (-1)^i \frac{(2n-2i)!}{i!(n-i)!\,(n-m-2i)!} \, t^{n-m-2i} \quad .$$

2.4 ALGUNS ELEMENTOS DO CAMPO GRAVITACIONAL TERRESTRE

2.4.1 POTENCIAL GRAVITACIONAL

De acordo com a lei de NEWTON ou da gravitação universal, entre duas partículas (ponto material ou massa puntiforme), de massas m_1 e m_2, separadas pela distância l, existirão dois vetores $\overline{F}_1$ e $\overline{F}_2$ de mesma direção e sentidos opostos, cujo módulo é dado por (veja fig. 5) :

$$F = k\, m_1\, m_2 \,/\, l^2 \quad . \qquad (2.29)$$

O valor do fator de proporcionalidade ou constante gravitacional (k) no SI é igual a $6{,}672 \pm 0{,}004 \times 10^{-11}\ m^3\ s^{-2}\ kg^{-1}$, o que vale dizer que duas partículas de 1 kg cada, afastadas de 1 m atraem-se com força de 0,000 000 066 72 newtons. Visando evitar ambigüidade com relação a qual partícula é atraída e qual é atrativa, já que tal ação é mutua, convenciona-se que a partícula atraída tenha massa unitária, no caso m_2. Recaindo a (2.29) na forma :[04,07]

$$F = k\ m\ /\ l^2 \qquad , \qquad (\ 2.30\ )$$

onde a (2.30) representa a força de atração por unidade de massa.

Uma partícula de massa unitária afastada de uma distância que tende ao infinito de outra de massa m, se moverá livremente na direção de m devido ao trabalho (força x distância), realizado pelo campo gravitacional produzido por m. Então, o trabalho dispendido para mover a unidade de massa a partir do infinito até um ponto genérico P, distante l do centro de massa m, será dado por :

$$V = k \int_{\infty}^{l} m\ dl\ /\ l^2 = k\ m\ /\ l \qquad , \qquad (\ 2.31\ )$$

onde V é o potencial de atração da massa m. O sinal do potencial é convencionado positivo em Geodésia, Geofísica e Astronomia, ao contrário da Física onde é negativo.[04]

A linha ou superfície onde o potencial é constante denomina-se equipotencial. O trabalho realizado para mover a unidade de massa no ponto P até outro ponto P_0 distante dl, sobre a normal às equipotenciais V e V+dV respectivamente (fig. 6), vale :

$$dV = - F\, dl \qquad (2.32)$$

onde a força de atração (F) é tomada positiva na direção da massa m e dl é positiva na direção oposta, justificando assim o sinal negativo na fórmula anterior.

O potencial produzido por uma distribuição discreta de j partículas é dado por :

$$V = \sum_{i=1}^{j} k\, m_i / l_i \qquad (2.33)$$

e para uma distribuição contínua de massa teremos :

$$V = k \int_m dm / l = k \int_\tau \rho'\, d\tau \;/\; l \; ; \qquad (2.34)$$

onde τ é volume e ρ' a densidade.

A componente da força de atração no ponto P numa direção qualquer h, será representado por :

$$F_h = \frac{-\partial V}{\partial h} = \frac{-\partial V}{\partial l}\,\frac{\partial l}{\partial h} \; ; \qquad (2.35)$$

ou

$$F_h = k \int_\tau \rho' \cos\beta\, d\tau \,/\, l^2 \; . \qquad (2.36)$$

Da análise da (2.36), podemos deduzir que se o ângulo β for igual a 90^o, a componente nessa direção será nula, ou seja, a componente normal de $\bar{F}$ com relação a superfície considerada é nula, permitindo que se escreva :

$$\bar{F} = \text{grad } V = \frac{\partial V}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\bar{k} = F_x\bar{i} + F_y\bar{j} + F_z\bar{k} \; ; \qquad (2.37)$$

dessa forma o campo vetorial que contém $\bar{F}$ será denominado conservativo em função de $\bar{F}$ ser dotado de um potencial escalar (V), ou seja, as derivadas parciais de V segundo os eixos coordenados representam as componentes do vetor força de atração.

2.4.2 GEOPOTENCIAL

O geopotencial (W) num ponto P, é a quantidade escalar resultante da soma dos potenciais de atração exercido pela massa (M) da Terra e de seu movimento de rotação, dado por :

$$W = V + Q = k \int_M dM \,/\, 1 + \omega^2 \, r^2 \cos^2\varphi_e \,/\, 2 \qquad (2.38)$$

onde V representa o potencial de atração tal como apresentado no item (2.4.2) e Q é o potencial centrífugo decorrente do movimento de rotação terrestre, cuja dedução pode ser obtida a partir da figura 7 ; ω é a velocidade angular da Terra (para o SGB, ω = 7,292 115 x 10^{-5} rad s^{-1}); r é o raio vetor e φ_e a latitude geocêntrica.

A superfície onde o geopotencial é constante denomina-se geope. O geope representa uma superfície de equilibrio hidrodinâmico numa Terra rotante totalmente coberta por água. O geope de maior importância em Geodésia é chamado geóide. Nos oceanos o geóide será uma superfície equipotencial coincidente ao seu nível médio (na verdade aproximadamente coincidente em função da variação de elementos como temperatura, salinidade e correntes de dissipação), nos continentes o afastamento entre o geóide e o nível médio dos mares será maior principalmente em função das forças de atração exercidas pelas massas topográficas (acima do nível médio dos mares) ou compensadoras para o caso contrário (depressões).[04] Ressaltamos o fato do geóide ser uma superfície equipotencial dinâmica, em função da ação conjunta de diversos fatores (além dos aqui mencionados), com o tempo.[05,16]

Assumindo que o campo da gravidade terrestre seja conservativo, portanto dotado de um potencial escalar (W), dado por:

$$\bar{g} = \text{grad } W = \text{grad } (V + Q) = g_x\bar{i} + g_y\bar{j} + g_z\bar{k} = \bar{F} + \bar{C} \quad (2.39)$$

onde $\bar{g}$ é o vetor gravidade e $\bar{C}$ é o vetor força centrífuga. Os demais elementos encontram-se definidos em itens anteriores.

2.4.3 ESFEROPOTENCIAL

Para simplificar a determinação da forma, dimensões e campo da gravidade terrestre, a Geodésia inicialmente adota uma Terra teórica a partir de informações resultantes de medições. Técnicas de aproximação proporcionam correções ao modelo inicial com base em novas observações.[27]

A Terra teórica ou normal, tem a forma de um elipsóide de revolução de massa (M), velocidade angular (ω) e centro de gravidade coincidentes à Terra real. Por sua vez, o campo da gravidade normal é aproximado do real, através de um campo vetorial igualmente conservativo ($\bar{\gamma}$), expresso a partir do escalar (U),

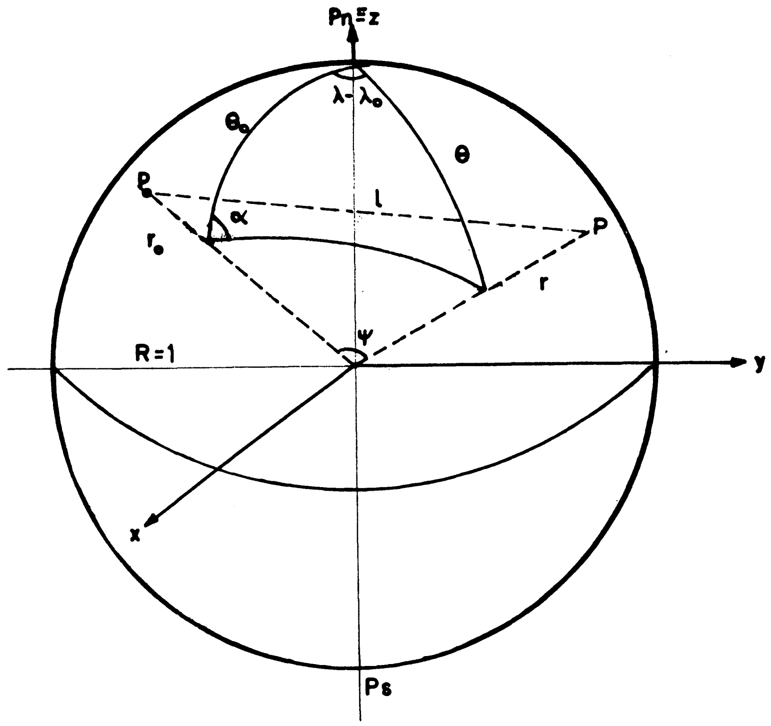


FIG. 4 - TRIÂNGULO ESFÉRICO.[07]

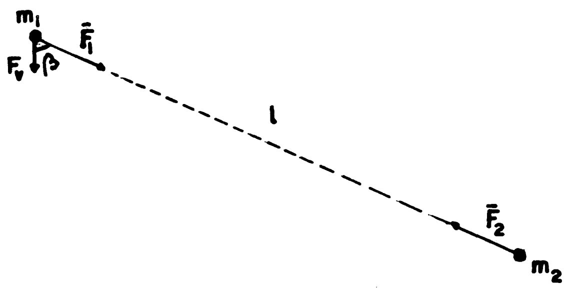


FIG.5 - POTENCIAL DE ATRAÇÃO.

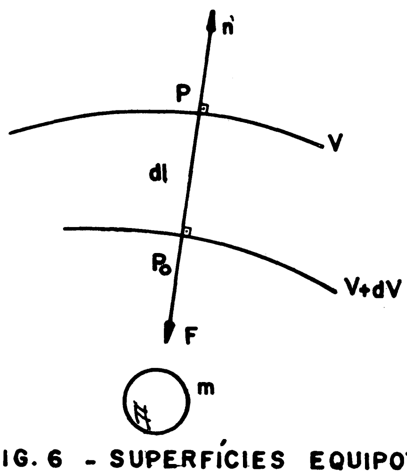


FIG. 6 - SUPERFÍCIES EQUIPOTENCIAIS.

denominado esferopotencial, o qual representa a composição do potencial gravitacional de atração para a Terra normal (Z) e o potencial centrífugo (Q), como apresentado a seguir :

$$\overline{\gamma} = \text{grad } U = \text{grad } (Z + Q) = \gamma_x \overline{i} + \gamma_y \overline{j} + \gamma_z \overline{k} \qquad (2.40)$$

O campo esferopotencial, à semelhança do campo geopotencial, admite uma família de superfícies equipotenciais onde U é constante denominadas esferopes. O esferope de maior relevância é o que coincide com a superfície do elipsóide de referência adotado.[11]

A fórmula para o cálculo da gravidade normal (γ), para o SGB (elipsóide do WGS-67), segundo publicado em[13] é :

$$\gamma = 978\ 031{,}846\ (1 + 0{,}005\ 278\ 895\ \text{sen}^2\varphi - 0{,}000\ 023\ 462\ \text{sen}^4\varphi),$$

a fórmula anterior (2.41) e demais elementos envolvendo a gravidade no presente trabalho assumem como unidade o miligal (mGal), derivado do Galileu (Gal = 1 cm s^{-2}), de forma que 1 mGal = 10^{-3} Gal.

2.4.4 CAMPO DA GRAVIDADE ANÔMALO

Seja o potencial anômalo ou perturbador (T), representado por :

$$T = W - U \qquad (2.42)$$

onde T é a diferença entre os potenciais produzidos num ponto situado sobre a superfície física da Terra e o correspondente sobre a Terra normal. Pode ainda ser descrito como o potencial gerado pelas

" massas anômalas " visíveis e invisíveis, que transformam a Terra normal em verdadeira. A soma dessas massas anômalas positivas e negativas é nula, uma vez que por definição as massas da Terra normal e verdadeira são iguais, porém de diferentes distribuições já que a primeira é assumida de composição homogênea.

Considerando a diferença de potencial entre os esferopes passantes pelos pontos P e P_0 da figura 6, teremos :

$$U_P = U_{Po} + (\partial U/\partial n')_{Po} N = U_{Po} - \gamma N \quad . \qquad (2.43)$$

Da (2.42) aplicada no ponto P, vem :

$$W_P = U_P + T_P = U_{Po} - \gamma N + T_P \quad , \qquad (2.44)$$

uma vez que $W_0 = U_0$, a (2.44) assume a forma :

$$T = \gamma N$$

ou (2.45)

$$N = T / \gamma \quad .$$

A (2.45) é a denominada fórmula de BRUNS, cuja importância reside no fato de relacionar a ondulação geoidal (N), com o disturbio do potencial (T), permitindo escrever :

$$T = W_P - U_P + N \gamma \quad . \qquad (2.46)$$

Derivando a equação anterior com relação à normal vem :

$$\frac{\partial T}{\partial n'} = \frac{\partial W_P}{\partial n'} - \frac{\partial U_P}{\partial n'} + N \frac{\partial \gamma}{\partial n'} \qquad (2.47)$$

Aplicando a (2.35) na (2.47), teremos :

$$\frac{\partial T}{\partial n'} = - g + \gamma + N \frac{\partial \gamma}{\partial n'} \quad ; \qquad (2.48)$$

seja a anomalia da gravidade ($\Delta g = g - \gamma$), vem :

$$\Delta g = N \frac{\partial \gamma}{\partial n'} - \frac{\partial T}{\partial n'} \qquad (\ 2.49\ )$$

A (2.49) é uma das formas da equação diferencial da Geodésia Física. Ela nos revela que a anomalia da gravidade Δg é conseqüência de :

a. do fato de g referir-se a um ponto do geóide (ou ter sido " reduzida " ao geóide) e γ ser referida ao elipsóide adotado (primeiro termo ou de BRUNS);

b. da atração das massas anômalas (segundo termo ou do potencial perturbador).

Introduzindo na (2.49) a equação de BRUNS (2.45), obtemos a equação fundamental da Geodésia Física, na forma :

$$\Delta g = \frac{T}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial n'} - \frac{\partial T}{\partial n'} \qquad (\ 2.50\ )$$

a qual relaciona a anomalia da gravidade (resultante de medidas efetuadas sobre a superfície terrestre e convenientemente reduzidas ao geóide), com o potencial perturbador que é desconhecido.

Devemos observar que no caso de N = 0 (como suposto no SGB), a anomalia da gravidade e o disturbio do potencial se confundem.

Em função do pequeno achatamento terrestre (f é da ordem de 3×10^{-3}), podemos adotar a aproximação esférica sem grandes danos à precisão.[11] Portanto, consideraremos a gravidade normal (γ), como sendo igual a aceleração gravitacional da esfera homogênea de raio igual ao raio médio terrestre ($R \simeq 6371$ km) e massa igual a da Terra real (M), ou :

$$\gamma = k\,M / R^2 \qquad (2.51)$$

admitindo que,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial n} \simeq \frac{\partial \gamma}{\partial R} = \frac{-2kM}{R^3} = \frac{-2\gamma}{R} . \qquad (2.52)$$

Finalmente após as devidas operações com a (2.52) na (2.50), a equação fundamental da Geodésia Física assume a forma : [07,11,29,31]

$$\frac{2T}{R} + \frac{\partial T}{\partial R} + \Delta g = 0 \qquad (2.53)$$

2.4.5 REDUÇÕES DA GRAVIDADE

Como veremos no item (2.7.2), a dedução da fórmula de STOKES pressupõe a inexistência de massas acima do geóide, devendo as mesmas serem transferidas para seu interior ou removidas. Tais operações representam modificações na Terra verdadeira e consequentemente de seu geopotencial, originando uma nova superfície equipotencial denominada co-geóide (geóide compensado). As reduções da gravidade podem ser realizadas com os seguintes passos :[11]

a. avaliação e transferência das massas exteriores ao geóide;

b. redução da gravidade da superfície terrestre ao geóide;

c. cálculo do efeito indireto (δN) com a fórmula de BRUNS :

$$\delta N = \delta W \,/\, \gamma \quad ; \tag{2.54}$$

d. transferência da gravidade para o co-geóide;

e. determinação da forma do co-geóide através da fórmula de STOKES (N^C);

f. cálculo da ondulação geoidal (N) :

$$N = N^C + \delta N \quad . \tag{2.55}$$

Em princípio todas as reduções validam a (2.53) quando δN é devidamente considerado, dessas relacionamos algumas a título de citação : Isostáticas, envolvem a transferência de massas verticalmente (modelos PRATT-HAYFORD, AIRY-HEISKANEN, etc.); Não Isostáticas - BOUGUER, corresponde a remoção das massas topográficas até 166,67 km, do ponto considerado; condensação de HELMERT, na qual as massas são comprimidas sobre uma parcela de superfície material no geóide; inversão de RUDSKI, as massas são transferidas para o interior do geóide, sem que haja alteração de seu geopotencial; POINCARÉ-PREY, fornece o valor da gravidade no interior da Terra, porém ao contrário das anteriores não satisfaz a (2.53).

Todas as reduções anteriores envolvem o perfeito conhemento da densidade (ρ') das massas envolvidas como pode ser constatado pela equação de POISSON :[11,12]

$$\Delta W = - 4\pi k \rho' + 2\omega^2 \tag{2.56}$$

As dificuldades na determinação de ρ' podem ser contornadas pela adoção das denominadas teorias modernas, com as quais se pretende determinar as anomalias da gravidade (Δg), diretamente sobre a superfície física da Terra, e não mais sobre o geóide, como na já citada teoria clássica, (veja o item 2.6).

Para os objetivos geodésicos possui destacado interesse a denominada anomalia de FAYE ou do ar livre, na qual para propósitos práticos são consideradas duas aproximações : $\rho' \simeq 2{,}67$ g/cm^3 e que o gradiente vertical da gravidade ($\partial g/\partial H$), seja substituído pelo seu gradiente normal ($\partial \gamma/\partial h$), resultando para a correção de FAYE (C_F), a qual reduz a gravidade tomada na superfície terrestre ao geóide :

$$C_F = -(\partial g/\partial H)H \simeq -(\partial \gamma/\partial h)h \simeq 0{,}3086h \text{ mGal/m} \quad . \qquad (2.57)$$

Finalmente a anomalia de FAYE assume :[02,07,11]

$$\Delta g = g + C_F - \gamma \quad . \qquad (2.58)$$

A correção do efeito indireto ou correção de BOWIE (C_B), permite eliminar o efeito das massas remanescentes (excessos) ou das massas compensadoras (deficiências), após terem sido aplicadas as já citadas reduções da gravidade. Tal objetivo é alcançado com a multiplicação da distância n' (segmento da normal), entre duas superfícies equipotenciais pelo gradiente normal da gravidade:

$$C_B = \frac{\partial g}{\partial n'} n' \simeq \frac{2\gamma}{R} n' \qquad (2.59)$$

Considerando que as duas superfícies equipotenciais estão suficientemente próximas, tal que a equação de BRUNS, na forma da (2.54) seja passiva de uso, tornando :

$$n' \simeq \delta N = \delta W / \gamma$$

finalmente,

$$C_B = \frac{2\gamma}{R}\frac{\delta W}{\gamma} = \frac{2\delta W}{R} = \frac{2\gamma\delta N}{R} \qquad (2.60)$$

Classicamente o valor de δW (variação do potencial no geóide), é realizado com a utilização de tabelas. Em 1936 LAMBERT e DARLING, publicaram tabelas que permitiam considerar o efeito indireto com relação ao sistema isostático PRATT-HAYFORD. Posteriormente, LEJAY relacionou as citadas tabelas ao sistema AIRY-HEISKANEN. Admitindo que o efeito indireto varia lentamente em regiões pouco acidentadas, HEISKANEN e NISKANEN prepararam mapas contendo curvas de iso-correção para o referido efeito (maiores detalhes em [02,07,11]). No presente trabalho o efeito indireto será calculado através da comparação das superfícies de referência, como descrito no item 2.6 .

2.5 DESVIO DA VERTICAL E ONDULAÇÃO GEOIDAL

O desvio da vertical pode ser definido como o ângulo compreendido entre o vetor da gravidade normal e o vetor gravidade local, e que admite decomposição em duas componentes ortogonais, uma norte-sul sobre o meridiano astronômico do lugar denominada componente meridiana (ξ), e outra leste-oeste no plano que contém o círculo

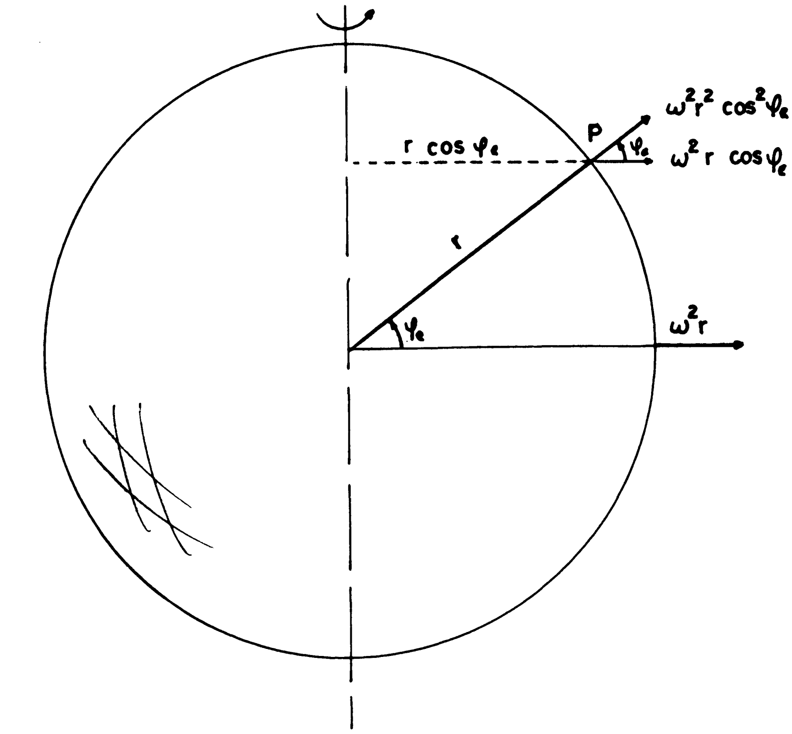


FIG. 7 - COMPONENTES DA ACELERAÇÃO CENTRÍFUGA.[04]

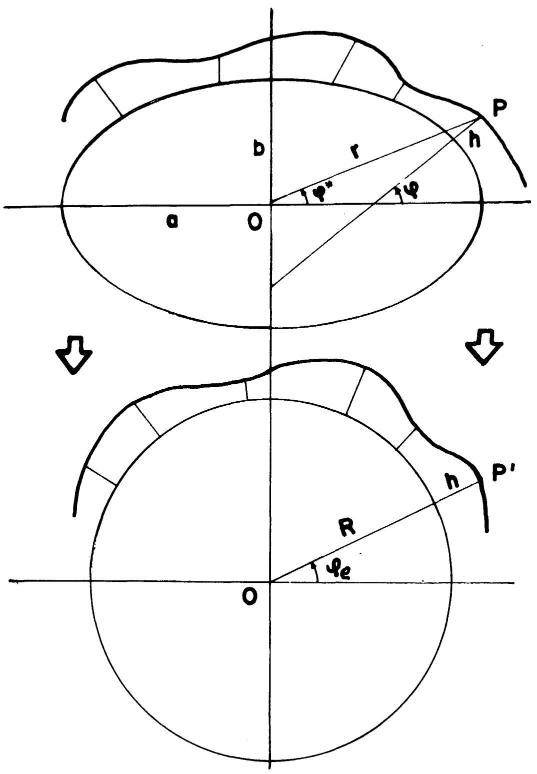


FIG. 8- APROXIMAÇÃO ESFÉRICA.[20]

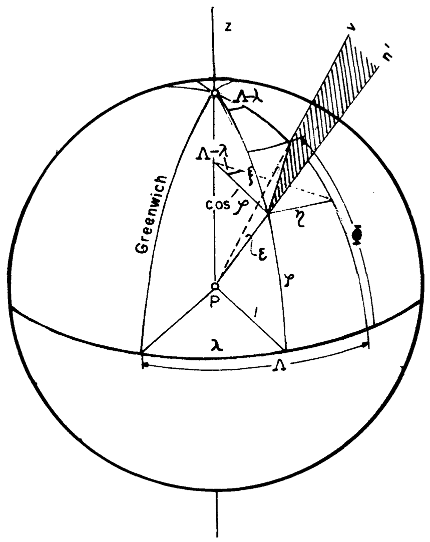


FIG. 9 - DESVIO DA VERTICAL.[11]

primeiro vertical chamada componente primeiro vertical (η).

Se o sistema geodésico adotado (φ,λ), estiver orientado paralelamente com relação ao sistema de coordenadas naturais (Φ,Λ) ,ou seja, a origem do sistema de coordenadas astronômicas for o centro de massa da Terra, o eixo z estiver coincidente ao Conventional International Origem (CIO),ou do pólo médio para 1900-05, o plano x-z contendo o meridiano médio de Greenwich, e ainda o eixo y tiver uma orientação tal que o sistema seja dextrógiro, então as citadas componentes poderão ser calculadas pelas fórmulas a seguir, (veja fig. 9) :[02,03]

$$\xi = \Phi - \varphi \quad ; \qquad (2.61)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos\varphi \quad . \qquad (2.62)$$

As componentes calculadas poderão ser absolutas, se o elipsóide de referência for geocêntrico, caso contrário serão relativas.[22]

A separação ou distância entre o geóide e elipsóide num ponto é chamada ondulação geoidal (N), convencionalmente positiva quando o geóide se apresenta acima do elipsóide.[14] Podendo a altitude ortométrica (H), ser expressa por :

$$H \simeq h - N \quad . \qquad (2.63)$$

2.6 SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA

Em Geodésia (clássica), as três principais superfícies de referência são : superfície terrestre, geóide e elipsóide. Através da figura 10, observamos outras superfícies como o co-geóide oriundo das reduções gravimétricas visando a remoção de massas externas ao geóide, (N^c) é a ondulação geoidal e (δN) representa o efeito indireto, referentes ao co-geóide de forma que a ondulação geoidal (N), será dada pelas igualdades :[11]

$$N = N^c + \delta N = h - H \qquad (2.64)$$

Nas denominadas teorias modernas o objetivo é a determinação das anomalias da gravidade diretamente sobre a superfície terrestre. MOLODENSKII (1945), propos a utilização da chamada altitude normal (H^n) referida ao quase-geóide, este por sua vez não é propriamente uma superfície de referência, possuindo definição física somente ao longo dos mares. A separação entre o elipsóide de revolução adotado e o quase-geóide é denominada anomalia de altitude (ζ). HIRVONEN (1961), define o teluróide ou terróide[02] como a superfície na qual os pontos possuem esferopotencial igual ao geopotencial de seus respectivos homólogos situados na superfície terrestre. O teluróide está separado da superfície física da Terra pela distância (ζ), por este motivo representaremos as anomalias de altitude por ζ_M e ζ_H, em distinção aos autores, já que ambas traduzem a mesma grandeza.[02,11] Dessa maneira a altitude geométrica (h), pode ser representada por :

$$h = \zeta + H^n \quad . \qquad (2.65)$$

Igualando as (2.64) e (2.65) em função de h, vem :

$$N = (H^n - H) + \zeta \quad . \tag{2.66}$$

Lembrando que as altitudes H^n e H, podem ser expressas em função do número geopotencial (C_p), o qual representa a diferença de potencial entre o geope que coincide com o geóide (W_o) e e o geope passante pelo ponto considerado (W_p), dado por :[02,07]

$$C_p = W_o - W_p = \int_o^p g \, dn' \quad . \tag{2.67}$$

Permitindo as seguintes expressões :

$$H^n = C_p \,/\, \gamma \quad ; \tag{2.68}$$

$$H = C_p \,/\, g \quad ; \tag{2.69}$$

as (2.68) e (2.69) substituídas na (2.66) com relação a altitude normal, resulta :

$$N = \frac{(g - \gamma)}{g} \cdot H^n + \zeta = \delta n + \zeta \quad . \tag{2.70}$$

As (2.66) e (2.70) permitem relacionar as denominadas teorias clássica (HELMERT) e a de MOLODENSKII.

2.7 MÉTODOS PARA CÁLCULO DE ξ, η, N

As diferentes maneiras para determinação do geóide normalmente utilizam uma ou mais das seguintes técnicas :[03]

a. medidas da gravidade na superfície terrestre;

b. estudo das perturbações orbitais em satélites artificiais;

c. observações astronômicas;

d. altimetria por satélites;

e. posicionamento por sistemas tri-dimensionais sobre referências de nível.

Os modelos geoidais são classificados de acordo com as técnicas que os originam, sejam individuais ou combinadas como por exemplo : astrogeodésico, gravimétrico, astrogravimétrico, por satélite e por posicionamento tri-dimensional.[03]

2.7.1 MÉTODO ASTROGEODÉSICO

A determinação da variação da ondulação geoidal através do método astrogeodésico tem como base a fórmula de HELMERT, representada a seguir :[02,09,11,12]

$$\varepsilon = \xi \cos\alpha + \eta \operatorname{sen}\alpha \,. \tag{2.71}$$

O incremento dN da ondulação geoidal para uma distância ds, tomada a inclinação com respeito ao geóide é dada por :

$$dN = - \varepsilon \, ds \,. \tag{2.72}$$

Para duas estações consecutivas separadas por uma distância finita (s) suficientemente pequena para que se admita variação linear da ondulação geoidal e destacando que o sinal negativo é convencional, tendo por objetivo realizar simplificações no cálculo de ΔN (detalhes em[09]), a (2.72) resulta em :

$$\Delta N = N_2 - N_1 = - \int_1^2 \varepsilon \, ds = - \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \, s}{2} \,. \tag{2.73}$$

Expressando a (2.73) em função das componentes do desvio da vertical, teremos :[09]

$$\Delta N = -0{,}009\ (\xi_m''\ \Delta\varphi' + \eta_m''\ \Delta\lambda'\ \cos\varphi) \quad ; \qquad (2.74)$$

ΔN, é a variação de ondulação geoidal em centímetros;

$\Delta\varphi' = \varphi_2 - \varphi_1$, em minutos de arco; (2.75)

$\Delta\lambda' = \lambda_2 - \lambda_1$, em minutos de arco; (2.76)

$\xi_m'' = \xi_1 + \xi_2 / 2$, em segundos de arco; (2.77)

$\eta_m'' = \eta_1 + \eta_2 / 2$, em segundos de arco. (2.78)

O desnível geoidal entre dois extremos (p,q), é calculado com a :

$$\Delta N_{pq} = N_q - N_p = -\sum_{i=1}^{j} \varepsilon_i\ \Delta s_i = \sum_{i=1}^{j} \Delta N_i \ . \qquad (2.79)$$

2.7.2 MÉTODO GRAVIMÉTRICO

Em 1849, G.G. STOKES apresentou um método para cálculo da ondulação geoidal a partir de medidas da gravidade tomadas sobre a superfície terrestre. A base de tal método é a aplicação da integral ou fórmula de STOKES :[02,07,11,12,31]

$$N = R / 4\pi\gamma \iint_{\underline{\sigma}} S(\psi)\ \Delta g\ d\underline{\sigma} \quad ; \qquad (2.80)$$

N, é a ondulação geoidal;

R, raio médio da Terra ($\simeq$ 6371000 m);

γ, gravidade normal média ($\simeq$ 981000 mGal);

$d\underline{\sigma}$, elemento de área;

Δg, anomalia da gravidade média para $d\underline{\sigma}$;

ψ, distância esférica ao ponto de cálculo;

$$S(\psi) = \text{cosec}(\psi/2) + 1 - 5\cos\psi - 6\,\text{sen}(\psi/2) -$$

$$- 3\cos\psi \ln[\,\text{sen}(\psi/2) + \text{sen}^2(\psi/2)\,]; \qquad (2.81)$$

a (2.81) é conhecida como a função de Stokes.

A integral de STOKES é considerada uma das mais importantes fórmulas da Geodésia, por permitir a determinação do geóide a partir de observações do campo gravitacional terrestre, entretanto devemos considerar :[07,11]

a. aproximação esférica;

b. sua aplicação é possível com a definição dos limites de integração, os quais dependem do conhecimento de Δg na Terra;

c. T, deve ser uma função harmônica em todos os pontos exteriores ao geóide, implicando na remoção das massas topográficas;

d. igualdade das massas e dos centros de gravidade do elipsóide de revolução e da Terra;

e. $U_0 = W_0$, potencial no elipsóide numericamente igual ao do geóide;

f. será obtida a separação elipsóide/co-geóide, pressupondo o conhecimento do efeito indireto.

Similarmente apresentamos as fórmulas de VENING-MEINESZ (1928), para determinação das componentes do desvio da vertical :

$$\xi = 1 / 4\pi\gamma \iint_{\underline{\sigma}} \Delta g \; dS(\psi)/d\psi \;\; \cos\alpha \; d\underline{\sigma} \;; \qquad (2.82)$$

$$\eta = 1 / 4\pi\gamma \iint_{\underline{\sigma}} \Delta g \; dS(\psi)/d\psi \;\; \text{sen}\alpha \; d\underline{\sigma} \;; \qquad (2.83)$$

$$\frac{dS(\psi)}{d\psi} = \frac{-\cos(\psi/2)}{2\,\mathrm{sen}^2(\psi/2)} + 8\mathrm{sen}\psi - 6\cos(\psi/2) - 3\left[\frac{1-\mathrm{sen}(\psi/2)}{\mathrm{sen}\psi}\right] +$$

$$+ 3\,\mathrm{sen}\psi\,\ln\left[\,\mathrm{sen}(\psi/2) + \mathrm{sen}^2(\psi/2)\,\right] \quad . \qquad (\ 2.84\ )$$

A (2.84) é a função de Vening-Meinesz.[11]

2.7.3 DESENVOLVIMENTO DE HARMÔNICOS ESFÉRICOS

O achatamento terrestre e a irregular distribuição das massas na crosta, são as causas dominantes das perturbações nas órbitas de satélites artificiais e sua análise possibilita o cálculo dos coeficientes C_{nm} e S_{nm}, viabilizando a aplicação da fórmula a seguir (2.85), para a determinação da ondulação geoidal (N) :[03]

$$N = \frac{kM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{n_0} (a/r)^n \sum_{m=0}^{n} P_{nm}\,(\mathrm{sen}\varphi_e)\,[\,C_{nm}\cos m\lambda_e + S_{nm}\,\mathrm{sen}\,m\lambda_e\,]\ ;$$

a, semi-eixo maior do elipsóide;

φ_e, λ_e, r , coordenadas esféricas do ponto considerado.

2.7.4 MÉTODO DE ALTIMETRIA POR SATÉLITES

Através de um altímetro instalado no satélite (S) são realizadas varreduras das superfícies oceânicas em relação à denominada superfície instantânea (S^i), fornecendo o segmento SS^i (h_a). O segmento OS é determinado com auxílio das efemérides orbitais, após transformações geométricas determina-se SP (h_s). A diferença entre as superfícies média e instantânea é determinado após seu ajustamento (detalhes em [01,16,28]), restando como incógnita apenas a distância S^gP, ou a ondulação geoidal (N). Sumarizando e compatibilizando com a figura 10, vem :

$$N = h_s - (h_a + \delta h) \quad . \qquad (2.86)$$

2.7.5 MÉTODO GEOMÉTRICO

Se as altitudes, geométrica (determinada a partir dos sistemas de posicionamento tri-dimensionais GPS e TRANSIT) e ortométrica (nivelamento geométrico) são conhecidas num ponto, então a ondulação geoidal pode ser calculada assumindo como verdadeira a aproximação (2.64), resultando:[03,09,31]

$$N = h - H \qquad (2.87)$$

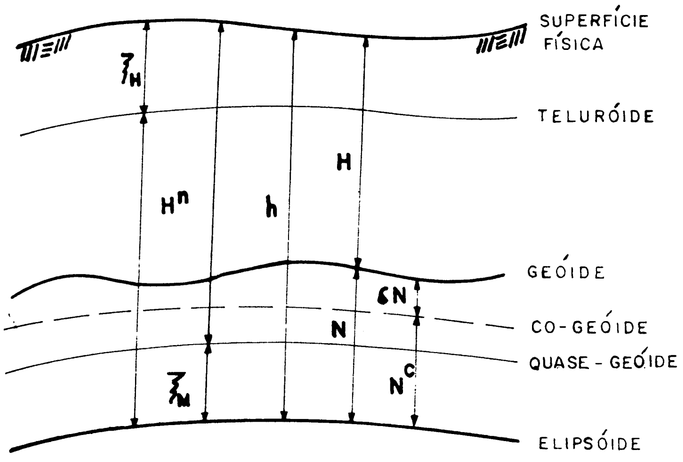


FIG. 10 - SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA [07]

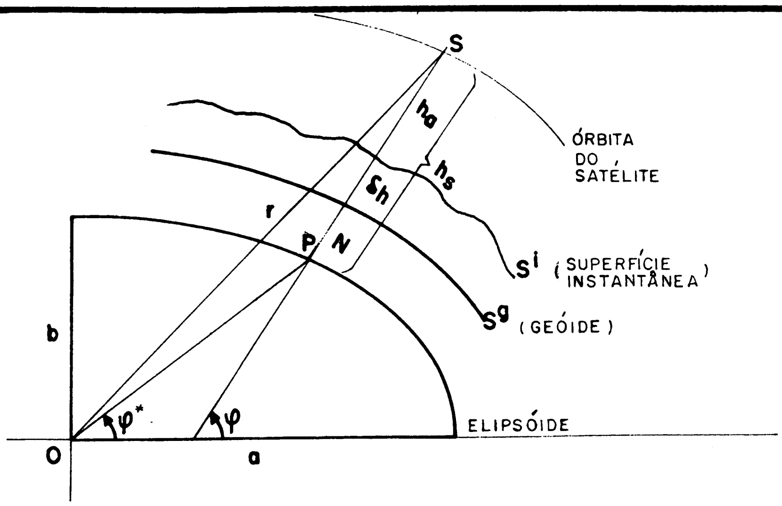


FIG. 11 - ALTIMETRIA POR SATÉLITE. [29]

Capítulo Terceiro

MÉTODO ASTROGRAVIMÉTRICO

3.1 ESSÊNCIAS DO MÉTODO

No item 2.7.1 do capítulo anterior descrevemos o método astrogeodésico e impusemos a condição de que as estações onde são conhecidas as componentes do desvio da vertical fossem suficientemente próximas para que a variação da ondulação geoidal tivesse comportamento linear. Na prática esta distância varia de 35 km para regiões de relêvo suave até 10 km em regiões acidentadas.[09,11] Considerando que as estações astronômicas são normalmente pouco numerosas (no Brasil cerca de 346, fig. 12), e a separação entre estas é da ordem de 200 km, o método astrogeodésico torna-se impraticável.

Por outro lado, os levantamentos gravimétricos mais práticos e rápidos são distribuídos heterogeneamente (fig. 13), havendo ainda a necessidade do conhecimento das anomalias de toda Terra quando da aplicação das fórmulas de STOKES e VENING-MEINESZ.

Buscando contornar tais dificuldades MOLODENSKII [19], propôs o método astrogravimétrico na Russia em condições semelhantes as do Brasil quanto a separação dos pontos de LAPLACE, visando o aproveitamento das vantagens dos dois métodos descritos acima.

fig. 12 - Distribuição dos pontos de LAPLACE[14], (es ≃ 1:22.000.000).

fig. 13 - Distribuição dos levantamentos gravimétricos[14], (es ≃ 1:22.000.000).

3.2 INTERPOLAÇÃO DAS COMPONENTES DO DESVIO DA VERTICAL

O método astrogravimétrico tem como princípio a interpolação de desvios astrogeodésicos (relativos), que encerram a influência do mundo todo, com os correspondentes gravimétricos (absolutos), e restritos a uma região. Tal associação é executada com objetivo de se determinar a influência das anomalias nas zonas remotas cujos efeitos podem alcançar ± 27 m para N e ± 2,2" para ξ e η.[19]

Na figura 14, observamos três regiões distintas : s_o, onde se deseja efetuar a interpolação dos desvios (P); s, conhecida gravimetricamente e que contém s_o e os pontos astronômicos (A,B); S, representa o resto do mundo. A variação de ε entre A e B é assumida como sendo linear (proporcional a distância l). Logo :

$$\frac{\Delta\varepsilon_{ab}}{l} = \frac{\Delta\varepsilon_{ap}}{l'} = \frac{\Delta\varepsilon_{pb}}{l''} \quad ; \qquad (3.1)$$

$$\Delta\varepsilon_{ap} = \frac{l'}{l}\,\Delta\varepsilon_{ab} \quad ; \qquad (3.2)$$

$\Delta\varepsilon$, é a variação do desvio entre os extremos indicados.

Tomando as zonas de influência como base, teremos os desvios astrogeodésico ($\varepsilon^a \longrightarrow s + S$) e gravimétrico ($\varepsilon^g \longrightarrow s$), reduzindo as duas parcelas teremos a quantidade $\Delta\varepsilon$ (S), que representa a influência das zonas distantes.

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon^a - \varepsilon^g. \qquad (3.3)$$

Podemos então assumir o desvio astrogravimétrico (ε') por :

$$\varepsilon' = \varepsilon^g + \Delta\varepsilon. \qquad (3.4)$$

De forma que para o ponto P, com relação ao ponto A resulta :

$$\varepsilon'_p = \varepsilon^g_p + \Delta\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_{ab}$$

ou (3.5)

$$\varepsilon'_p = \varepsilon^g_p + (\varepsilon^a_a - \varepsilon^g_a) + \frac{l'}{l} [(\varepsilon^a_b - \varepsilon^g_b) - (\varepsilon^a_a - \varepsilon^g_a)];$$

finalmente (após o m.m.c),

$$\varepsilon'_p = \varepsilon^g_p + \frac{l''}{l} (\varepsilon^a_a - \varepsilon^g_a) + \frac{l'}{l} (\varepsilon^a_b - \varepsilon^g_b). \quad (3.6)$$

Considerando agora um grupo de pontos (P_i), cujos desvios da da vertical são conhecidos por via gravimétrica (ε^g_i) e astrogeodésica (ε^a_i) e que são vértices de um polígono que contém a região (s_o) onde se deseja interpolar os desvios astrogravimetricamente (ε'_i), ver figura 15. Das (3.3 e 3.4) escrevemos :

$$\begin{array}{l} \varepsilon^a_1 - \varepsilon^g_1 = \Delta\varepsilon_1 \\ \varepsilon^a_2 - \varepsilon^g_2 = \Delta\varepsilon_2 \\ \varepsilon^a_3 - \varepsilon^g_3 = \Delta\varepsilon_3 \\ \quad . \qquad . \qquad . \\ \quad . \qquad . \qquad . \\ \quad . \qquad . \qquad . \\ \varepsilon^a_i - \varepsilon^g_i = \Delta\varepsilon_i. \end{array} \quad (3.7)$$

Admitindo que no interior do referido polígono a influência das zonas remotas possa ser descrita em função da posição de um ponto de cálculo qualquer (P_i), com relação a um par de eixos ortogonais (x,y), com origem em P_o (x_o,y_o), localizado preferencialmente no centro da região considerada (s_o). De forma que a partir dos diferentes $\Delta\varepsilon_i$ (calculados para os vértices do referido polígono), possamos estimar as constantes (α',β',γ'), as quais controlarão a variação da influência das zonas distantes sobre a região em estudo como uma função de posição, usando :

$$\varepsilon^a{}_i - \varepsilon^g{}_i = \Delta\varepsilon_i(\ \Delta x_i,\ \Delta y_i\ ) = \ \alpha' x_i + \beta' y_i + \gamma' i; \qquad (\ 3.8\ )$$

ou na forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^g{}_1 \\ \varepsilon^g{}_2 \\ \varepsilon^g{}_3 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon^g{}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ x_i & y_i & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^a{}_1 \\ \varepsilon^a{}_2 \\ \varepsilon^a{}_3 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon^a{}_i \end{bmatrix} \qquad (\ 3.9\ )$$

Havendo 4 ou mais pontos de LAPLACE, poderemos empregar o método dos mínimos quadrados para estimar as constantes (α', β', γ').

Finalmente o cálculo da ε'_p, será realizado com a (3.4) :[22]

$$\varepsilon'_p = \varepsilon^g{}_p + \alpha' x_p + \beta' y_p + \gamma' \qquad (\ 3.10\ )$$

3.3 AVALIAÇÃO DO LIMITE DA ZONA (s)

A limitação da zona s no método astrogravimétrico, tem por objetivo evitar que utilizemos uma região conhecida gravimetricamente maior que a necessária, em função do erro cometido no descarte das anomalias das zonas distantes.

O erro de interpolação no caso geral bi-dimensional (descrito no item anterior), pode ser avaliado através do estudo dos termos de ordem superior a 1, na série :

$$\varepsilon'_i = \varepsilon^g{}_0 + \frac{\partial\varepsilon^a{}_0}{\partial x} + \frac{\partial\varepsilon^a{}_0}{\partial y} + \ldots \simeq \varepsilon^g{}_0 + \alpha' x_i + \beta' y_i + \gamma' \ ; \qquad (\ 3.11\ )$$

o sinal de aproximado diz respeito ao fato de havermos considerado a variação da influência das anomalias das zonas distantes de comportamento linear. Desta maneira não existirão termos de ordem superior a unidade, então o erro cometido na interpolação para o caso simplificado, será igual ao erro cometido na determinação gravimétrica das componentes do desvio da vertical ($\varepsilon^{g}_{0} \simeq 1{,}2''$, item 3.4).

MOLODENSKII [19], desenvolveu a fórmula (3.12) a partir da integral de STOKES, objetivando avaliar o erro cometido na interpolação astrogravimétrica, sem subestimar o erro cometido no descarte das anomalias das zonas distantes :

$$\sigma' = 0{,}16'' \frac{|\,\Delta g_m\,|}{r'^{2}_{s}} \qquad (3.12)$$

onde,

$$r'_s = r_s \,/\, r_{so} \qquad (3.13)$$

r_s, raio da zona conhecida gravimetricamente;

r_{so}, raio da zona onde se deseja efetuar a interpolação;

Δg_m, valor da anomalia média em s;

σ', erro cometido na interpolação astrogravimétrica.

Sob o aspecto prático e de acordo com [02,11,19] , deveremos limitar a zona s de forma que $r'_s \geq 2$, ou seja, o limite entre as regiões s e S esteja tão distante do limite da região s_0, que a mínima distância a partir de P_0 até o limite da zona s (r_s), seja duas vezes maior, que a maior distância entre P_0 e um dos vértices do polígono formado pelos pontos de LAPLACE, tal como representado na figura 15.

3.4 AVALIAÇÃO DO ERRO NOS DESVIOS ASTROGRAVIMÉTRICOS

A fórmula que apresentaremos a seguir é uma aglutinação de outras que se repetem na literatura especializada e que resumem as principais fontes de erro e suas grandezas no resultado final do método astrogravimétrico.[02,11,18,22]

$$\sigma'_{\varepsilon} = \sqrt{\sigma_g^2 + \sigma_o^2 + \sigma_s^2 + \sigma_p^2 + \sigma_m^2 + \sigma_n^2 + \sigma_r^2} \qquad (3.14)$$

σ_g, erro no cálculo das componentes do desvio da vertical pelo método gravimétrico ($\simeq$ 1,2");

σ_o, erro cometido nas observações astronômicas, ($\Phi \simeq$ 0,5" e $\Lambda \simeq$ 0,6");

σ_s, erro nos catálogos de estrelas FK3 e FK4 (0,3");

σ_p, erro devido ao movimento do pólo ($\Phi \simeq$ 0,2" e $\Lambda \simeq$ 0,2" tg Φ);

σ_m, erro no transporte das coordenadas da origem da rede geodésica até o ponto considerado ($\simeq$ 1,89"x 10^{-5} . $D^{2/3}$) D, é a distância em quilometros;

σ_n, erro em função do ajustamento não rigoroso da rede;

σ_r, erro em função da incompleta redução ao elipsóide.

Os valores conjuntos de σ_n e σ_r não ultrapassam 0,5".

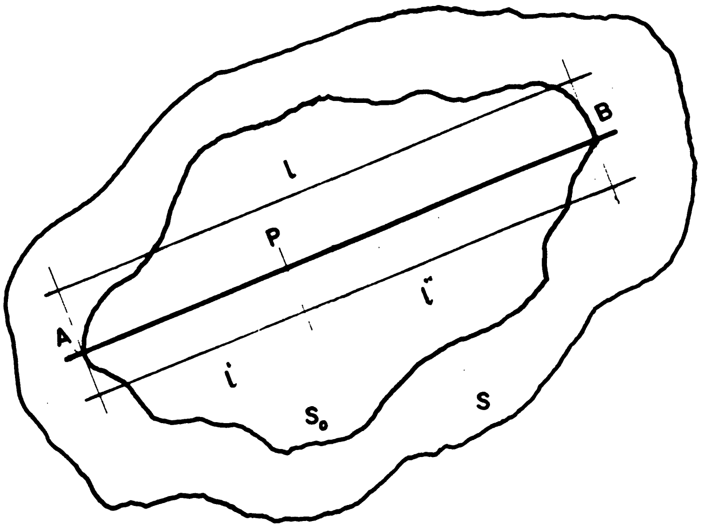


FIG. 14 - ESSÊNCIA DO MÉTODO ASTROGRAVIMÉTRICO.[07]

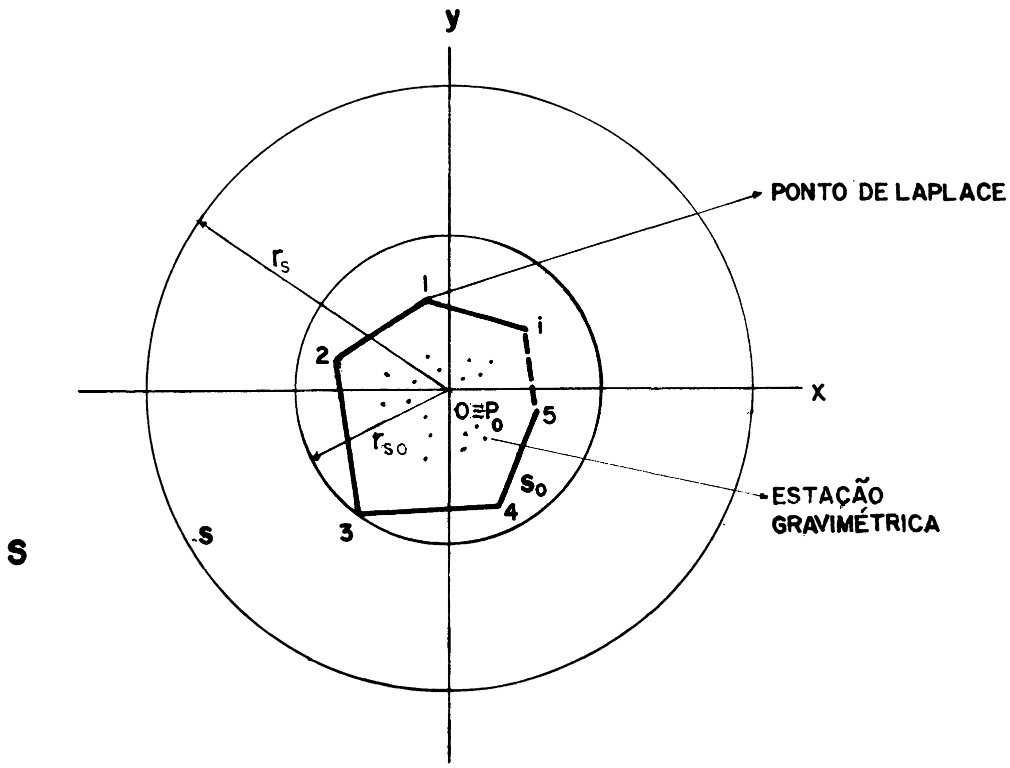


FIG. 15 - RAIOS DAS ZONAS DE CÁLCULO.

Capítulo Quarto

APLICAÇÃO DO MÉTODO ASTROGRAVIMÉTRICO

4.1 GENERALIDADES

Como vimos nos capítulos predecessores, o método astrogravimétrico rodeia-se de um grande número de informações, o que de certa forma contraria sua essência simples. O agrupamento dessas informações normalmente se realiza primeiramente com vistas aos pontos de LAPLACE, básicos para o cálculo das componentes do desvio da vertical por via astrogeodésica, posteriormente as atenções são voltadas aos dados gravimétricos, os quais darão origem aos pontos onde haverá a interpolação astrogravimétrica das componentes ξ e η.

A finalização do processo se dá com a aplicação do nivelamento astronômico, porém este possui caráter relativo devendo partir de uma estação onde houve a determinação ou imposição prévia da ondulação geoidal. No presente trabalho seremos solidários às normas do IBGE, onde N em Chuá é arbitrado como sendo nulo, entretanto apresentaremos um ensaio para sua determinação com a utilização dos métodos citados no item 2.7 . Para tanto faremos uso de informações adicionais como coordenadas oriundas do rastreio de satélites do sistema NAVSTAR-GPS e modelos do potencial terrestre, calculados através do desenvolvimento de harmônicos esféricos.

4.2 DESCRIÇÃO DOS DADOS DISPONÍVEIS

Ainda que a localização da área teste esteja previamente definida como sendo a região próxima ao vértice Chuá, membro da rede de triângulação brasileira situado no estado de Minas Gerais e de coordenadas geodésicas $\varphi = 19^{o}\ 45'\ 41{,}6527''$ S e $\lambda = 48^{o}\ 06'\ 04{,}0639''$ W sendo ainda datum planimétrico dos sistemas geodésicos brasileiro (SGB) e sul-americano (SAD-69), com N arbitrado nulo.[13] As dimensões da área teste serão calculadas em função dos dados disponíveis.

4.2.1 COORDENADAS ASTRONÔMICAS E GEODÉSICAS

A triangulação brasileira de primeira ordem implantada e mantida pelo IBGE, efetuou a medição de cerca de 340 pontos astronômicos e que posteriormente tiveram suas coordenadas geodésicas calculadas (pontos de LAPLACE). Desse total o IAGS, quando da implantação do datum sul-americano realizou em torno de 70 pontos. Os métodos utilizados pelas duas instituições foram : STERNECK ou HORREBAW-TALCOTT, para latitude e das passagens meridianas para a longitude. As correções aplicadas à longitude foram : movimento do pólo e excentricidade, para a latitude além das duas anteriores somou-se a correção da curvatura da vertical.[27] Quanto à precisão das mesmas não dispomos de maiores informações, de forma que consideraremos os limites especificados em[13], variando de ± 0,1" a ± 0,3" para pontos astronômicos de alta precisão.

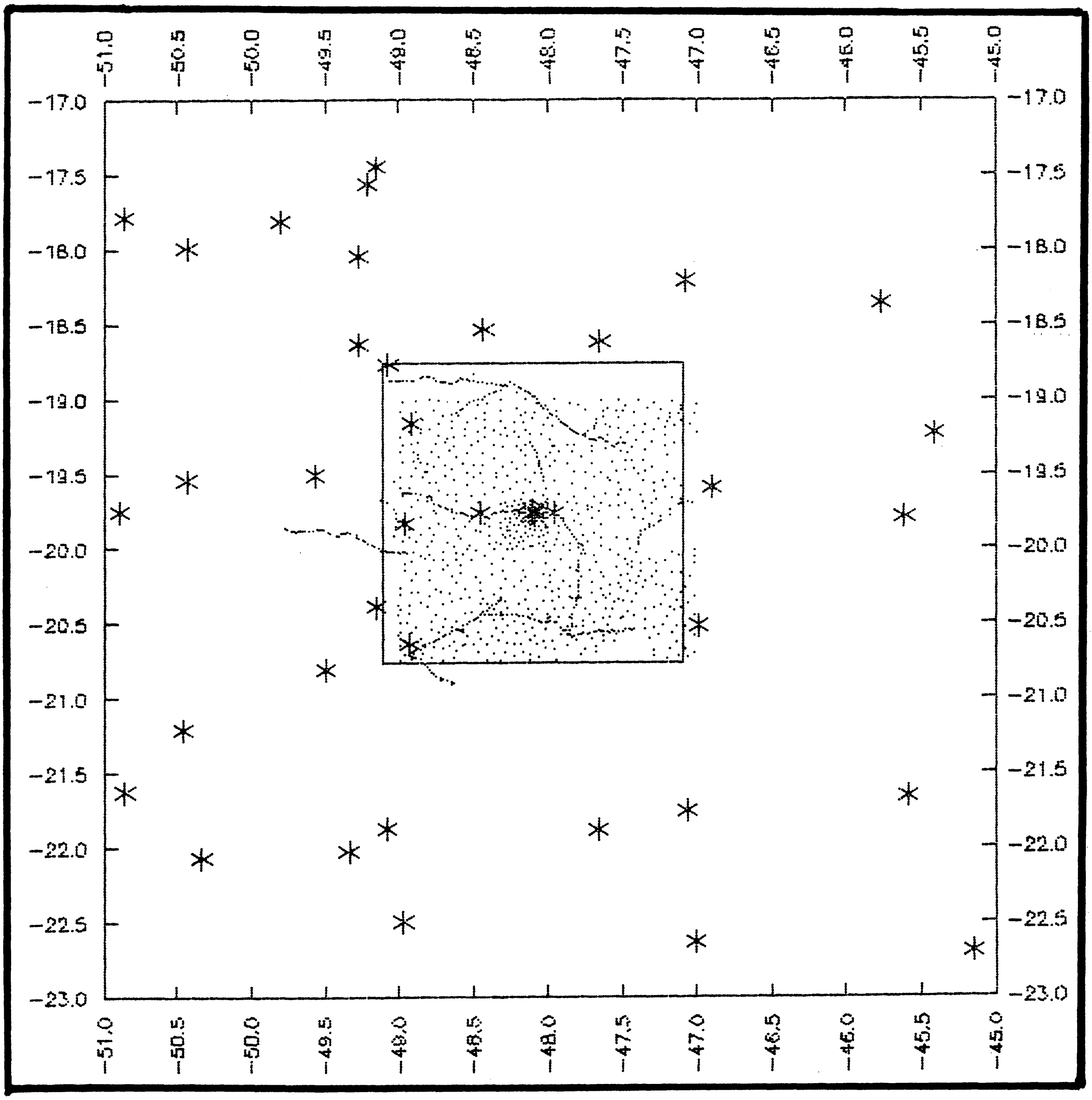
Por solicitação nossa ao departamento de Geodésia do IBGE, nos foram enviadas as coordenadas de 39 pontos de LAPLACE localizados entre os limites 17°S-23°S e 45°W-51°W ,(figura 16).

4.2.2 DADOS GRAVIMÉTRICOS

Inicialmente o CPGCG dispunha de 1363 estações gravimétricas distribuídas em 7 arquivos (DATUM1...DATUM7.DAT), contendo coordenadas geográficas, anomalia de FAYE, altitude, densidade, outros. Estes dados são oriundos de levantamentos realizados pelo IBGE no início da década de 80, com os respectivos cálculos efetuados pelo IAG/USP. Posteriormente recebemos mais 80 estações localizadas próximas a Chuá num raio de 300 m (figura 17). Os dados foram então armazenados num único arquivo denominado UNIDO.DAT, totalizando 1443 estações.

4.2.3 ARQUIVO USP88.DAT

O arquivo USP88.DAT é fruto da compatibilização dos levantamentos gravimétricos realizados pelo IBGE e outras instituições como : CPRM, DMA, ON, PETROBRÁS, PRÓ-MINÉRIO, UnB, USP, UFPR e UFRN. A citada compatibilização diz respeito a levantamentos realizados com base na Rede Gravimétrica Woolard (RGW) e aos referenciados ao International Gravity Standardization Net 1971 (ISGN71)



* ponto de LAPLACE
. ponto gravimétrico

fig. 16 - Aspecto geral dos dados disponíveis, (es ≃ 1:4.500.000).

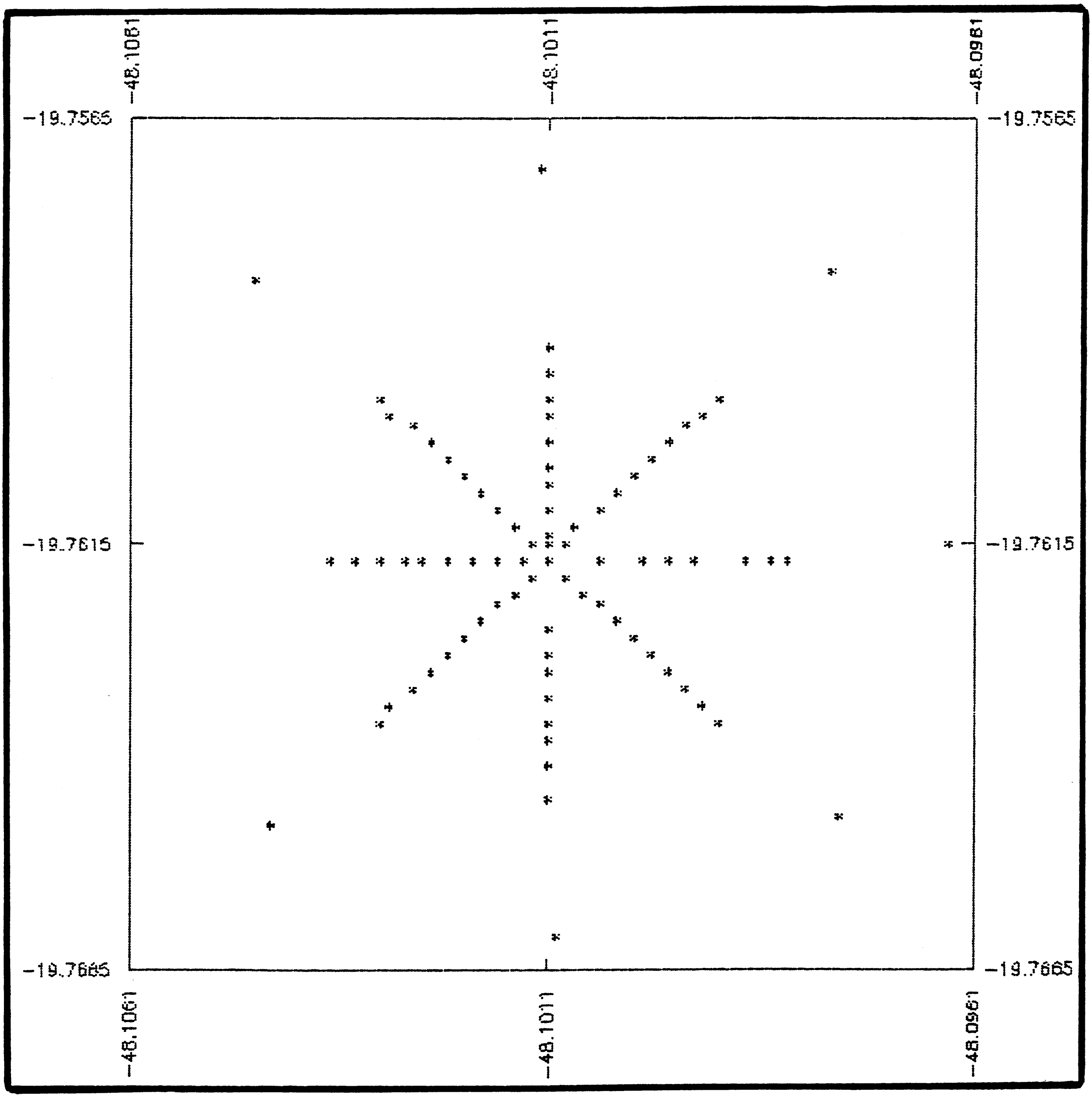


fig. 17 – Estações gravimétricas vizinhas à Chuá (300 m),
(es ≃ 1:7.500).

solucionado com o cálculo da diferença média da aceleração da gravidade em pontos comuns aos dois sistemas, realizada pelo IAG/USP descrita em[27]. Uma noção da distribuição desses levantamentos pode ser alcançada através da análise da figura 13 . Ainda sobre a mesma figura podemos detectar a existência dos chamados vazios gravimétricos, o que impossibilitaria o cálculo das anomalias de FAYE médias para quadrículas de 1^{o} x 1^{o} para todo país. Essa dificuldade foi contornada pela utilização de anomalias suplementares calculadas com o modelo do potencial gravitacional terrestre obtido pelo desenvolvimento de harmônicos esféricos de superfície de grau 360, denominado OSU86E, detalhes em[25,26] , que após aplicação do ajustamento por MMQ (collocation, ver[20]), originou o citado arquivo de nomalias de FAYE médias para quadrículas de 1^{o} x 1^{o} entre os limites 10^{o}N-40^{o}S e 30^{o}W-80^{o}W, como apresentado na figura 18 .

4.2.4 COORDENADAS TRI-DIMENSIONAIS POR NAVSTAR-GPS

No início do ano de 1991 foi realizado um trabalho conjunto entre IBGE/UFPR/UFPE/USP, visando a realização da primeira rede geodésica com pontos levantados por NAVSTAR-GPS, interligando Brasília, Chuá, Cuiabá, Curitiba, Fortaleza e Rio de Janeiro. Ainda que os valores finais desses levantamentos não estivessem a disposição na época da elaboração do presente trabalho, tivemos acesso aos primeiros resultados, que embora não tendo caráter ofici-

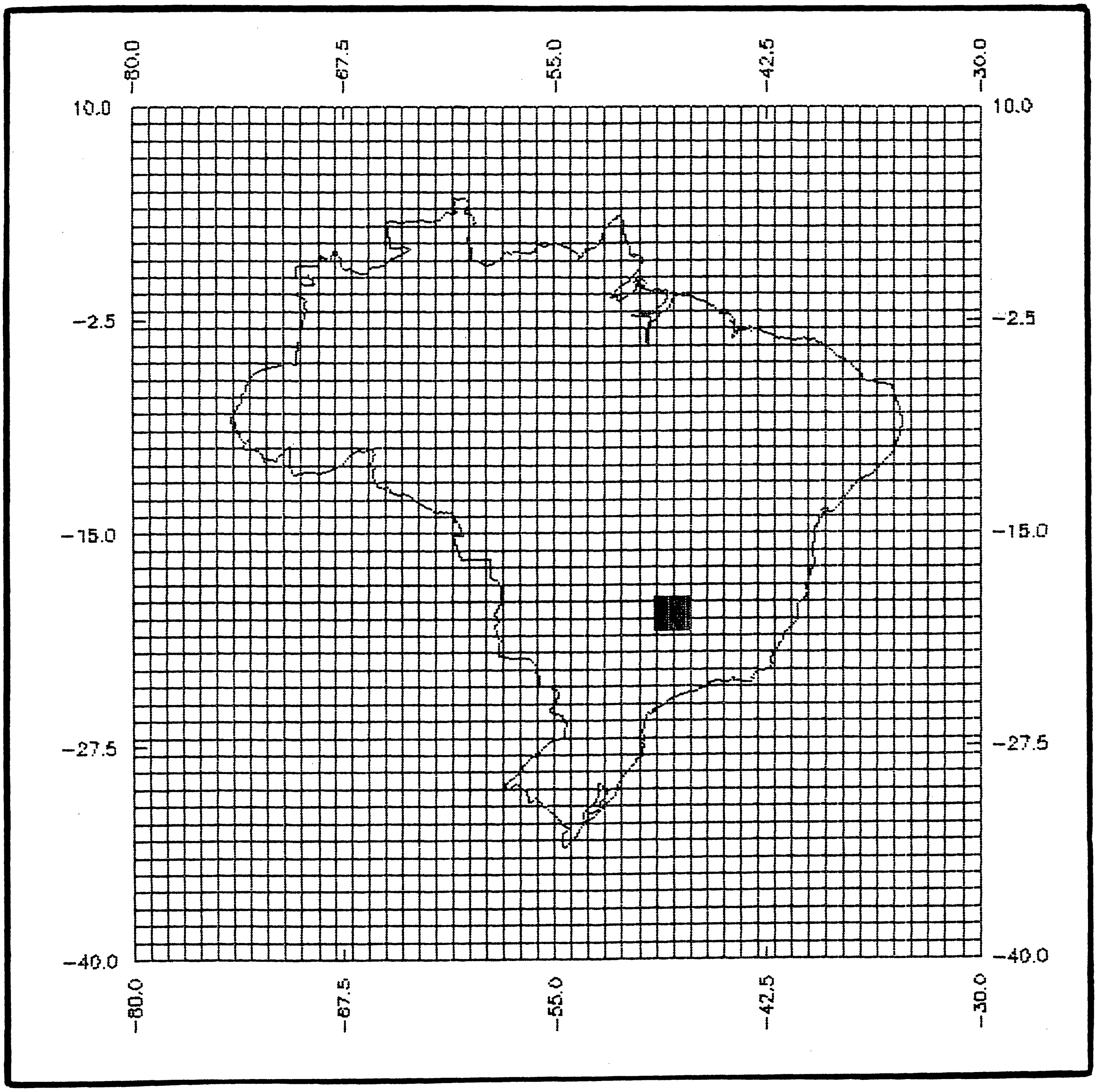


fig. 18 - Quadrículas do arquivo USP88.DAT,
(es ≃ 1:38.000.000).

al foram considerados mediante a potencialidade que vem sendo comprovada pela referida técnica de posicionamento.

4.2.5 ARQUIVO HAR36.DAT

O arquivo de dados HAR36.DAT é constituído pelos coeficientes das funções associadas de LEGENDRE totalmente normalizados, oriundas do desenvolvimento de harmônicos esféricos de grau 36 do GEM10B, de acordo com o apresentado em[16].

4.3 DIMENSIONAMENTO DA ÁREA TESTE

Tomando como base as análises realizadas no item 4.2, assumimos que a área teste será representada por quadrilátero esférico de lado medindo 2^{o} e cujo centro coincide com o vértice Chuá, limitado pelos paralelos 18^{o} 45' 41,6527" e 20^{o} 45' 41,6527" S e meridianos 47^{o} 06' 04,0639" e 49^{o} 06' 04,0639" W, como representado nas figuras 16 e 22. Estão contidas 1262 estações gravimétricas no interior desse quadrilátero.

4.4 APLICAÇÃO DAS FÓRMULAS DE VENING-MEINESZ

A avaliação numérica das fórmulas de VENING-MEINESZ, exigiram a substituição das respectivas integrais apresentadas no item 2.7.2 por somatórios aplicados a um conjunto discreto de dados, recaindo nas :[11,12,18]

$$\xi^{g} = \frac{1}{4\pi\gamma} \sum_{k=1}^{i} \Delta g_k \frac{dS(\psi)}{d\psi} \cos\alpha \; d\sigma \quad ; \qquad (4.1)$$

$$\eta^g = \frac{1}{4\pi\gamma} \sum_{k=1}^{i} \Delta g_k \frac{dS(\psi)}{d\psi} \operatorname{sen}\alpha \, d\sigma. \qquad (4.2)$$

As técnicas mais difundidas para aplicação das fórmulas anteriores são :[18,22]

a. RICE (1952), considerou a superfície terrestre dividida em compartimentos esféricos centrados na origem de um sistema de coordenadas polares coincidente com o ponto de cálculo. O inconveniente desse método está no cálculo das anomalias médias, o que era realizado a partir de gráficos e transparências que tinham como objetivo facilitar as respectivas medidas (tomadas sobre cartas de iso-anomalas pré-existentes) e posteriormente os cálculos;

b. Dividindo a porção da superfície terrestre considerada em quadrados ou mais precisamente quadriláteros esféricos, cujos lados são arcos de paralelos e meridianos, UOTILA em 1960, desenvolveu um método que se utiliza de um sistema de eixos ortogonais bi-dimensional (x,y) de origem arbitrada no qual as anomalias médias eram calculadas somente uma vez já que a origem do sistema é fixa (diferindo do método anterior). Entretanto a fragilidade do método encontra-se no fato de que permitia obter ξ,η,N apenas nos cantos e centro dos quadrados, havendo ainda a necessidade de aplicação do método anterior no cálculo da influência da região vizinha ao ponto considerado. Cabe salientar que as primeiras determinações práticas do geóide utilizando o método dos quadrados se devem a HIRVONEN (1934) e TANNI (1948);

c. MERRY (1975), adaptou o método dos quadrados a uma solução plenamente analítica, na qual são criadas zonas de cálculos em função da disponibilidade dos dados gravimétricos, sumarizadas pelas fórmulas a seguir :

$$\xi^g = \xi^d + \xi^p + \xi^v \qquad (4.3)$$

$$\eta^g = \eta^d + \eta^p + \eta^v \qquad (4.4)$$

nas quais os indices representam as zonas distante, próxima e vizinha, e cuja metodologia de cálculo será detalhada no item que se segue. As dimensões dos quadrados referentes a cada zona são decrescentes, como se pode apreciar na figuras 19, 20 e 21.

4.4.1 CONTRIBUIÇÃO DA ZONA DISTANTE

As quantidades ξ^d e η^d das (4.3 e 4.4), são calculadas pelas :[18]

$$\xi^d = \frac{1}{4\pi\gamma} \sum_{i=1}^{n} \Delta g_i \left[\frac{dS(\psi)}{d\psi} \right]_i \cos\alpha_i \cos\varphi_i \, \Delta\varphi^d \, \Delta\lambda^d \quad ; \quad (4.5)$$

$$\eta^d = \frac{1}{4\pi\gamma} \sum_{i=1}^{n} \Delta g_i \left[\frac{dS(\psi)}{d\psi} \right]_i \operatorname{sen}\alpha_i \cos\varphi_i \, \Delta\varphi^d \, \Delta\lambda^d \quad ; \quad (4.6)$$

(φ_i, λ_i), ponto central do i-ésimo quadrado;

Δg_i, anomalia de FAYE média do i-ésimo quadrado;

[$dS(\psi)/d\psi$]$_i$, função de VENING-MEINESZ referente ao ponto i;

$\Delta\varphi^d = \Delta\lambda^d$, lados do quadrado para a zona distante;

n, número total de quadrados;

ψ_i, distância esférica entre os pontos i e p;

$$\psi = \arccos [\operatorname{sen}\varphi_p \operatorname{sen}\varphi_i + \cos\varphi_p \cos\varphi_i \cos(\lambda_i - \lambda_p)] ; \quad (4.7)$$

(φ_p, λ_p), ponto de cálculo;

α_i, azimute da direção ip;

$$\alpha = \operatorname{arc\,tg} \left[\frac{\cos\varphi_i \operatorname{sen}(\lambda_i - \lambda_p)}{\cos\varphi_p \operatorname{sen}\varphi_i - \operatorname{sen}\varphi_p \cos\varphi_i \cos (\lambda_i - \lambda_p)} \right] ; \quad (4.8)$$

γ, gravidade normal média (981000 mGal).

4.4.2 CONTRIBUIÇÃO DA ZONA PRÓXIMA

O cálculo da contribuição da zona próxima é realizado com as :[18]

$$\xi^{P} = \frac{1}{4\pi\gamma} \sum_{j=1}^{m} \Delta g_j \left[\frac{\overline{dS(\psi)}}{d\psi} \right]_j \cos\alpha_j \cos\varphi_j \, \Delta\varphi^{P} \, \Delta\lambda^{P}; \qquad (4.9)$$

$$\eta^{P} = \frac{1}{4\pi\gamma} \sum_{j=1}^{m} \Delta g_j \left[\frac{\overline{dS(\psi)}}{d\psi} \right]_j \operatorname{sen}\alpha_j \cos\varphi_j \, \Delta\varphi^{P} \, \Delta\lambda^{P}. \qquad (4.10)$$

Considerando a diminuição dos lados dos quadrados e por sua vez o consequente descréscimo de ψ, o que acarretará um rápido aumento do valor da função de VENING-MEINESZ (2.84) e que provocria distorções nos valores calculados, substituímos o valor da citada função com relação ao ponto central do quadrado pelo valor médio dos pontos do mesmo, sendo então designada por uma barra de acordo com as (4.9 e 4.10). Os demais elementos são iguais ou homólogos ao caso da zona distante.

4.4.3 CONTRIBUIÇÃO DA ZONA VIZINHA

A contribuição da zona vizinha, à excessão do compartimento central ou o quadrado que contém o ponto de cálculo, é feito através das :[18]

$$\xi^{V} = \frac{1}{4\pi\gamma} \sum_{k=1}^{1} \Delta G_k \left[\frac{\overline{dS(\psi)}}{d\psi} \right]_k \cos\alpha_k \cos\varphi_k \, \Delta\varphi^{V} \, \Delta\lambda^{V}; \qquad (4.11)$$

$$\eta^{V} = \frac{1}{4\pi\gamma} \sum_{k=1}^{1} \Delta G_k \left[\frac{\overline{dS(\psi)}}{d\psi} \right]_k \operatorname{sen}\alpha_k \cos\varphi_k \, \Delta\varphi^{V} \, \Delta\lambda^{V}; \qquad (4.12)$$

A novidade nessa etapa é a inclusão do termo ΔG, com o qual considera-se o efeito da topografia, dado por :[22]

$$\Delta G_k = \frac{R^2}{2\pi} \frac{(H_p - \dot{H}_k)}{s_v{}^3} \Delta g_k \cos\varphi_k \, \Delta\varphi^v \, \Delta\lambda^v ; \qquad (4.13)$$

$$s_v = 2 \, R \, \mathrm{sen}(\psi/2) \quad ; \qquad (4.14)$$

R, raio médio da Terra (6371000 m);

H_p, altitude ortométrica do ponto considerado;

$\dot{H}_k$, altitude ortométrica média do quadrado.

A inclusão do termo ΔG, deve ser feita sempre que o lado do quadrado for igual ou menor a 15'; espera-se que o erro relativo após sua consideração seja de 4% .[22]

4.4.4 COMPARTIMENTO CENTRAL

A consideração do denominado compartimento central ou a região imediatamente próxima ao ponto de cálculo, terá significado no presente trabalho apenas para Chuá em virtude da disponibilidade de dados gravimétricos como representado na figura 17. Dessa forma a avaliação do efeito do citado compartimento se dará por intermédio do método dos três gradientes com relação às fórmulas de VENING -MEINESZ, dado pelas (4.15) e (4.16) como em[07,12] :

$$\xi^{cp} = 0{,}02625 \; (\Delta g_S - \Delta g_N) + 0{,}01856 \; (\Delta g_{SE} - \Delta g_{NE} + \Delta g_{SO} - \Delta g_{NO})$$

$$\eta^{cp} = 0{,}02625 \; (\Delta g_O - \Delta g_E) + 0{,}01856 \; (\Delta g_{SO} - \Delta g_{SE} + \Delta g_{NO} - \Delta g_{NE})$$

onde os Δg_N, Δg_S,... representam os somatórios das anomalias do ar livre nas respectivas direções.

4.5 DELIMITAÇÃO DAS ZONAS DE CÁLCULO

4.5.1 ZONA DISTANTE

De acordo com o item 3.3 do capítulo anterior, a interpolação das componentes do desvio da vertical pelo método astrogravimétrico deverá utilizar componentes gravimétricas calculadas pelas fórmulas de VENING-MEINESZ com relação a uma região restrita ao contrário do método gravimétrico quando deveriam ser consideradas as anomalias de FAYE de toda Terra. O raio da região restrita é estimado tomando-se as seguintes relações :

a. Seja um par de eixos ortogonais (x,y) com origem em Chuá; a partir deste calculamos as distâncias aos pontos de LAPLACE, tabela 1 . Tomando a maior distância como r_{so} e lembrando que a relação (r'_s) deverá ser ≥ 2, resultará $r_s \geq 520$ km;

b. Admitindo que a precisão das componentes gravimétricas do desvio da vertical é da ordem de ± 1,2", fixamos o limite de erro de interpolação na mesma proporção. Substituindo na (3.12) o módulo da anomalia média da área teste (−19,53 mGal) e o valor de $r'_s = 2$, teremos :

$$\sigma' < 0{,}16'' \frac{|-19{,}53|}{2^2} \qquad \text{ou} \qquad \sigma' < 0{,}8''$$

de forma que o erro cometido na interpolação das componentes do desvio ($\sigma' < 0{,}8''$) será menor que o erro cometido do cálculo das mesmas. Então limitamos a zona distante a 520 km (± $5{,}5^o$) de Chuá.

A zona distante estará caracterizada por um quadrado maior de $11^o \times 11^o$, subdividido em quadrados menores de $1^o \times 1^o$ cujas anomalias médias foram retiradas do arquivo USP88.DAT, como re-

Tabela 1 - Coordenadas bi-dimensionais dos pontos de Laplace (origem : Chuá).

nº	nome	x (m)	y (m)	d (m)
01	Chuá	.000	.000	.000
02	Estiva	-36846.017	.000	36846.017
03	Uberaba	14671.437	-389.182	14676.598
04	Araxá	125115.301	18525.075	126479.314
05	Faz. Lagoinha	115623.867	-84307.993	143096.877
06	Rib. Santos	-85820.557	-97562.429	129936.891
07	Barreirinho	-109324.151	-70130.640	129884.859
08	Cór. Alegre	-90058.738	-8417.456	90451.257
09	Sobradinho	-85527.547	66149.862	108123.844
10	Avantinguara	-101318.697	110094.097	149620.148
11	Desbarrancado	-34282.178	136135.948	140386.125
12	Mangaba	46818.824	126817.814	135184.172
13	Pau Terra	106247.545	172118.627	202270.518
14	Casa Branca	107859.100	-222000.671	246815.484
15	Janelinha	46504.884	-235811.081	240353.012
16	Areião	-102501.202	-234699.132	256105.796
17	Mirassol	-145500.430	-116643.478	186483.447
18	Jupira	-153683.783	28043.360	156221.430
19	Cór. dos Bois	-122279.382	125060.934	174907.074

presentado na figura 19.

4.5.2 ZONA PRÓXIMA

Tomando como base a densidade dos dados gravimétricos (distância média das estações de 4′), subdividimos os quadrados de $1^{o} \times 1^{o}$ em outros nove de $20' \times 20'$ (ver figura 20).

4.5.3 ZONA VIZINHA

Cada quadrado de $20' \times 20'$ é dividido em outros vinte e cinco de $4' \times 4'$ (veja figura 21).

4.6 DETERMINAÇÃO DE N EM CHUÁ

Ainda que SGB[13] fixe a ondulação geoidal em Chuá com valor nulo, a carta geoidal do Brasil publicada pelo IBGE[14] indica que o valor interpolado de $N \simeq -4{,}0$ m. Tal fato nos incentivou a realizar os ensaios descritos a seguir.

4.6.1 N PELO MÉTODO GRAVIMÉTRICO

O cálculo da ondulação geoidal pelo método gravimétrico tem caráter absoluto e é realizado por meio da aplicação prática da fórmula de STOKES (2.80). Devemos ter em conta as considerações contidas no item 2.7.2, em destaque a que impõe o conhecimento das anomalias de toda Terra, uma vez que nossas informações nesse sentido estão limitadas ao arquivo USP88.DAT (fig. 18).

O desenvolvimento prático da integral de STOKES é toma-

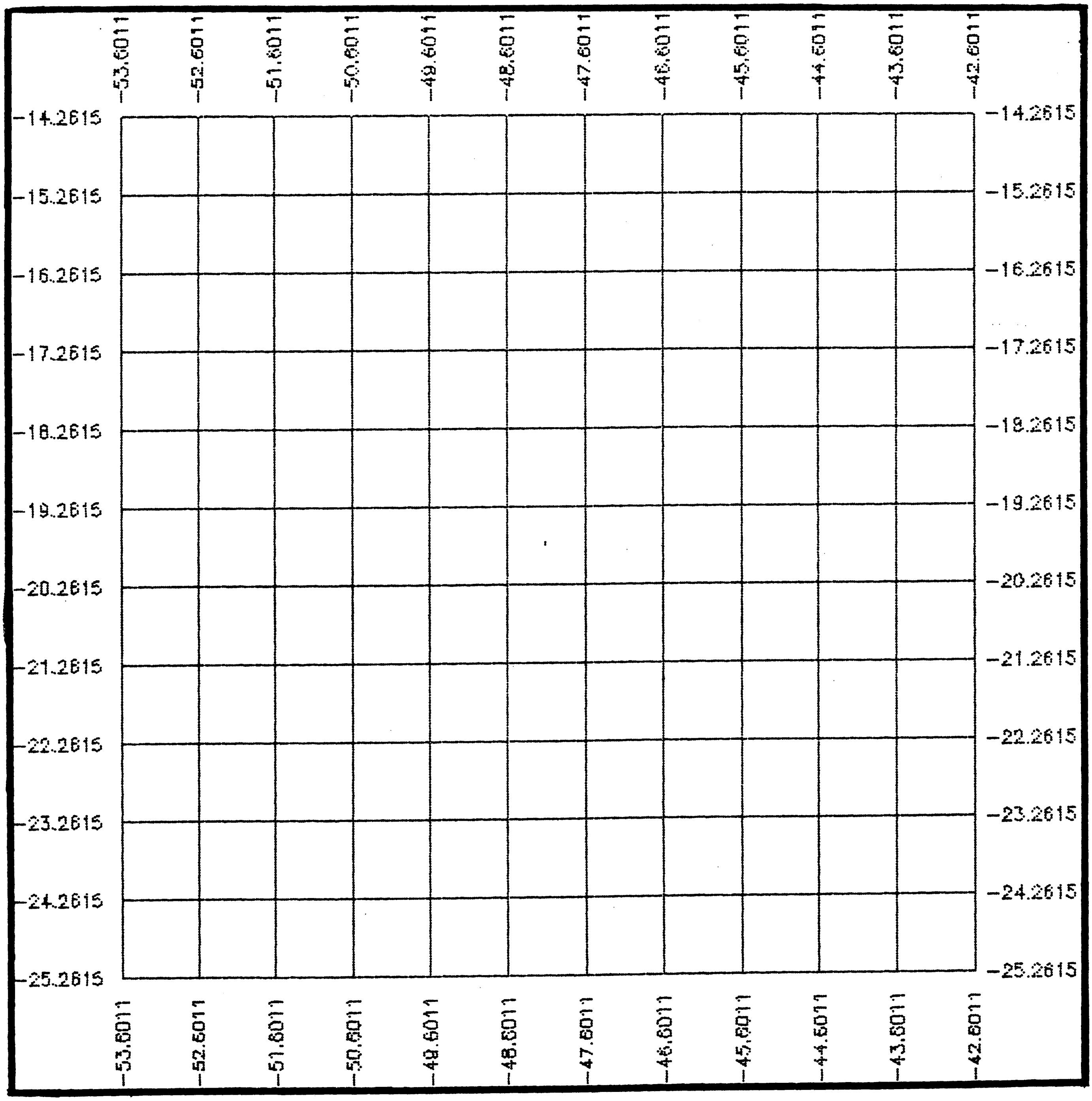


fig. 19 - Zona distante para Chuá,
(es ≃ 1:8.000.000).

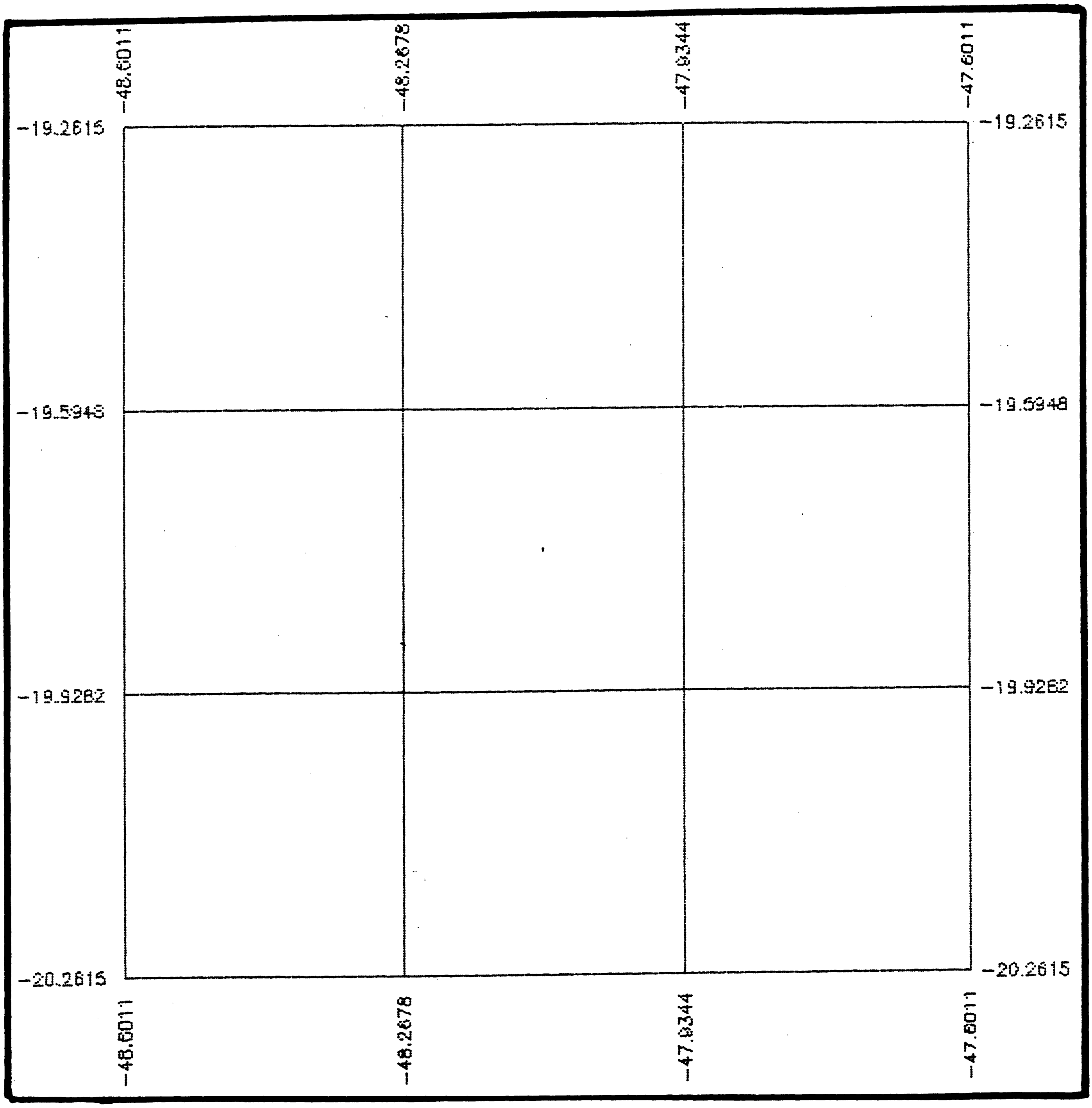


fig. 20 - Zona próxima para Chuá,
(es ≃ 1:750.000).

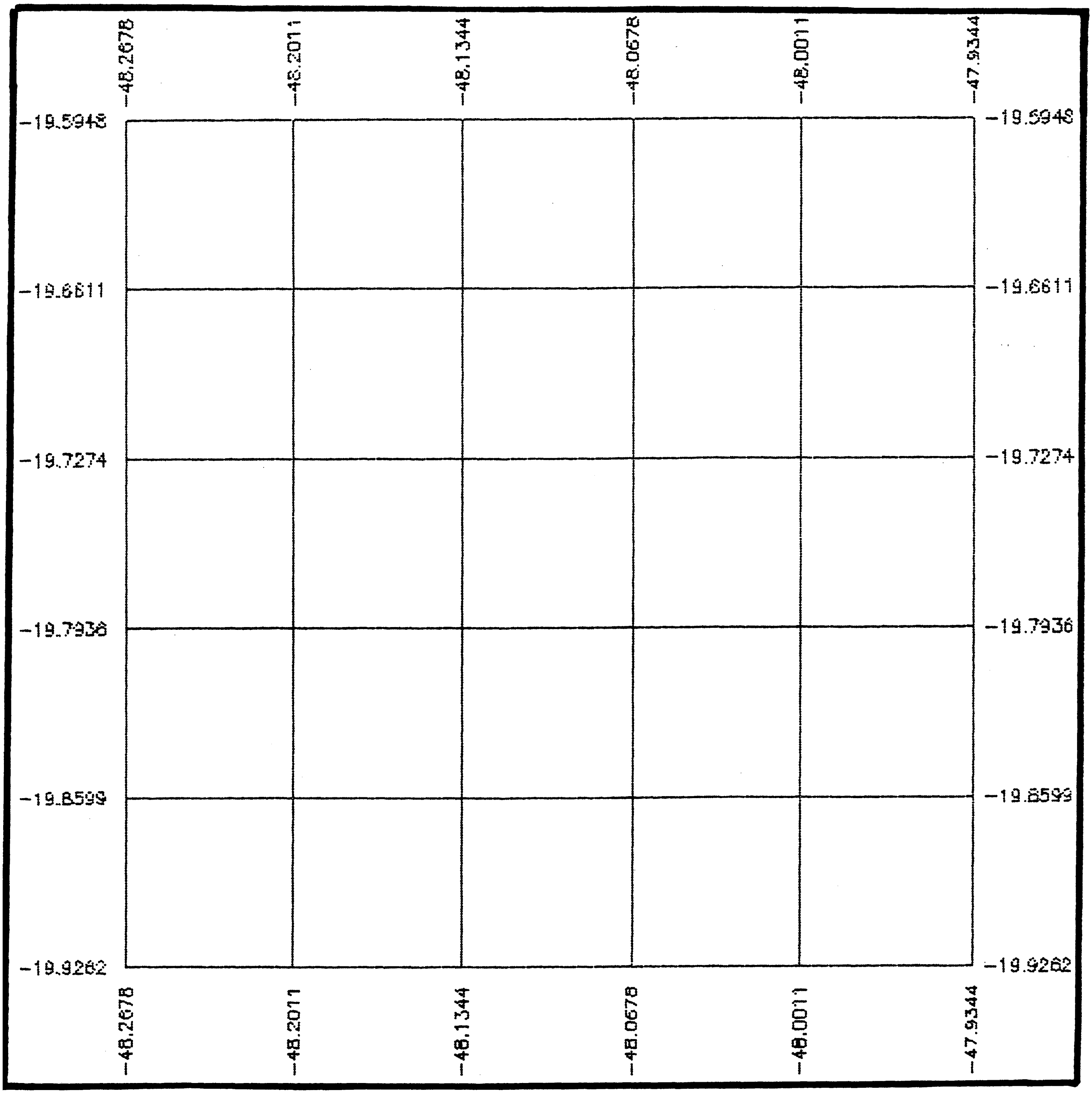


fig. 21 - Zona vizinha para Chuá,
(es ≃ 1:250.000).

do por analogia ao exposto no item 4.4 com relação às fórmulas de VENING-MEINESZ, recaindo em :

$$N^g = N^d + N^p + N^v. \qquad (4.17)$$

As zonas de cálculos das influências terão dimensões arbitradas, tomando entretanto o cuidado de explorar ao máximo a região conhecida gravimetricamente resultando que o quadrado maior representando a zona distante terá lado de 65^o, subdividido em quadrados menores com lados de 1^o. Dessa maneira todos os pontos da área teste aproveitarão as 2500 anomalias médias do arquivo USP88. O programa computacional ZDIST.FOR está preparado para desconsiderar as regiões do quadrado maior onde não são conhecidas as anomalias, a zona próxima dividiu o quadrado central da zona distante noutros nove de 20′ de lado, similarmente para a zona vizinha o quadrado central da zona próxima foi particionado em vinte e cinco quadrados menores medindo 4′ de lado.

O formulário é dado pelas :

$$N^d = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{i=1}^{n} \Delta g_i \; S(\psi)_i \; \cos\varphi_i \; \Delta\varphi^d \; \Delta\lambda^d; \qquad (4.18)$$

$$N^p = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{j=1}^{m} \Delta g_j \; \overline{S(\psi)_j} \; \cos\varphi_j \; \Delta\varphi^p \; \Delta\lambda^p; \qquad (4.19)$$

$$N^v = \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_{k=1}^{l} \Delta G_k \; \overline{S(\psi)_k} \; \cos\varphi_l \; \Delta\varphi^v \; \Delta\lambda^v; \qquad (4.20)$$

$S(\psi)$, é a função de STOKES (2.81) referente ao ponto central do i-ésimo quadrado;

$\overline{S(\psi)}$, é a função de STOKES média dos pontos dos j-ésimos e k-ésimos quadrados.

4.6.2 N PELO DESENVOLVIMENTO DE HARMÔNICOS ESFÉRICOS

A ondulação geoidal calculada através do desenvolvimento de harmônicos esféricos, teve como base no presente trabalho os programas computacionais desenvolvidos e descritos por RAPP.[24] O modelo geopotencial adotado foi o GEM10B (n=36, anomalias calculadas para blocos de $5^0 \times 5^0$ ou $180^0/n$) [16]. Cabendo destacar que :

a. os programas computacionais citados foram amplamente testados e divulgados nos meios científicos;[28]

b. SZABO em [28], denomina os graus de desenvolvimento dos harmônicos esféricos da seguinte forma :

$$
\begin{array}{rcl}
2 \leq n \leq 36 & & (\text{ baixo }) \\
37 \leq n \leq 360 & & (\text{ médio }) \\
361 \leq n \leq 3600 & & (\text{ alto }) \\
3601 \leq n \leq 36000 & & (\text{ muito alto })
\end{array}
$$

Da mesma forma relaciona o grau de desenvolvimento dos harmônicos esféricos e suas participações na determinação de N :

n	%
baixo	99,8
médio	0,2
alto	0,0
muito alto	0,0

c. Os programas desenvolvidos por RAPP[24], consideram a teoria de MOLODENSKII, desta forma teremos o cálculo da anomalia de altitude (ζ), em lugar da ondulação geoidal (N), dada por :

$$\zeta = \frac{T(\varphi_e, \lambda_e, r)}{\gamma(\varphi_e, r)} \; ; \qquad (4.21)$$

$$T(\varphi_e, \lambda_e, r) = \frac{k\,M}{r} \sum_{n=2}^{\infty} (a/r)^n \sum_{m=0}^{n} (\bar{C}^*_{nm} \cos m\lambda_e + \bar{S}_{nm} \operatorname{sen} m\lambda_e) \;.$$

$$. \; \bar{P}_{nm}(\operatorname{sen}\varphi_e) \; ; \qquad (4.22)$$

$\bar{C}^*_{nm}$, representa as diferenças entre os coeficientes do potencial atual (quase-geóide) e o de referência (elipsóide);

$$\bar{C}^*_{no} = \bar{C}_{no} - \bar{C}_{no(ref)} \; ; \; (n = 2, 4, 6) \qquad (4.23)$$

$\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$, coeficientes do potencial gravitacional totalmente normalizados;

$$\bar{C}_{no} = - J_n \,/\, \sqrt{2n + 1} \; ; \qquad (4.24)$$

$$J_2 = \frac{2}{3} \left[f(1 - 0{,}5f) - \frac{1}{2} m \left(1 + \frac{2f}{7} + \frac{11f^2}{49}\right) \right] ; \qquad (4.25)$$

$$J_4 = - \frac{4}{35} f(1 - 0{,}5f) \left[7f(1 - 0{,}5f) - 5m \left(1 - \frac{2f}{7}\right) \right] ; \qquad (4.26)$$

$$J_6 = \frac{4}{21} f^2 (6f - 5m) \; ; \qquad (4.27)$$

J_n, função harmônica zonal;

$$m = \frac{\omega^2 a^3 (1 - f)}{kM} \qquad (4.28)$$

$$\bar{P}_{nm}(\operatorname{sen}\varphi_e) = \sqrt{\frac{(2n-1)(2n+1)}{(n-m)(n+m)}} \operatorname{sen}\varphi_e \, \bar{P}_{n-1,m}(\operatorname{sen}\varphi_e) \; -$$

$$- \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n-m)}} \, \bar{P}_{n-2,m}(\operatorname{sen}\varphi_e) \qquad (4.29)$$

para, $n \geq 2$ e $(n - 2) \geq m \geq 0$

$\bar{P}_{nm}$, função de LEGENDRE totalmente normalizada;

$$\operatorname{sen} m\lambda_e = 2\cos\lambda_e \operatorname{sen}(m-1)\lambda_e - \operatorname{sen}(m-2)\lambda_e \qquad (4.30)$$

$$\cos m\lambda_e = 2\cos\lambda_e \cos(m-1)\lambda_e - \cos(m-2)\lambda_e; \qquad (4.31)$$

d. sistema de referência SGR-80.[21,24]

4.6.3 ΔN PELAS FÓRMULAS DIFERENCIAIS DE MOLODENSKII

A conexão entre sistemas geodésicos foi realizada pelas fórmulas diferenciais simplificadas de MOLODENSKII.[13]

$$\Delta\varphi = 1 / M'_1 \,.\, [\,(a_1\Delta f + f_1\Delta a)\mathrm{sen}2\varphi_1 - \Delta x\,\mathrm{sen}\varphi_1\cos\lambda_1 -$$

$$- \Delta y\,\mathrm{sen}\varphi_1\mathrm{sen}\lambda_1 + \Delta z\cos\varphi_1\,] \qquad (4.32)$$

$$\Delta\lambda = (\, N'_1 \cos\varphi_1 \,)^{-1} \,.\, (\, -\Delta x\,\mathrm{sen}\lambda_1 + \Delta y\cos\lambda_1 \,) \qquad (4.33)$$

$$\Delta N = (a_1\ \Delta f_1\ \Delta a)\mathrm{sen}^2\varphi_1 - \Delta a + \Delta x\cos\varphi_1\cos\lambda_1 + \Delta y\cos\varphi_1\mathrm{sen}\lambda_1 +$$

$$+ \Delta z\,\mathrm{sen}\varphi_1 \qquad (4.34)$$

$$\Delta a = a_2 - a_1 \qquad (4.35)$$

$$\Delta f = f_2 - f_1 \qquad (4.36)$$

Os sub-índices ($_1$ e $_2$) representam os sistemas antigo e novo respectivamente.

Δx, Δy, Δz, parâmetros de transformação entre os sistemas;

N', raio de curvatura da seção 1º vertival;

M', raio de curvatura da seção meridiana.

4.7 PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO ENTRE OS SISTEMAS SGR-80 E SAD-69

O cálculo dos parâmetros de translação entre os sistemas SGR-80 e SAD-69, tem por finalidade possibilitar a determinação de ΔN a partir da (4.34). Para tanto serão utilizadas as coordenadas cartesianas obtidas a partir do rastreio de satélites (GPS) no sistema geodésico WGS-84 (geocêntrico e de parâmetros definidores iguais aos do SGR-80, motivo pelo qual passaremos a mencionar no presente trabalho apenas a sigla SGR-80) no datum Chuá e as correspondentes coordenadas geodésicas elipsoidais (SAD-69).[11]

Coordenadas cartesianas de Chuá (SGR-80) :

$$x_1 = 4010551{,}1591 \text{ m};$$
$$y_1 = -4470084{,}0034 \text{ m};$$
$$z_1 = -2143186{,}7087 \text{ m}.$$

Coordenadas geodésicas de Chuá (SAD-69) :

$$\varphi_2 = -19^{o}\ 45'\ 41{,}6527'';$$
$$\lambda_2 = -48^{o}\ 06'\ 04{,}0639'';$$
$$h_2 = 763{,}1819 \text{ m}.$$

Calculando x_2, y_2, z_2 com as (2.2) teremos :

$$x_2 = 4010615{,}2467 \text{ m};$$
$$y_2 = -4470080{,}9126 \text{ m};$$
$$z_2 = -2143140{,}4667 \text{ m};$$

substituindo as coordenadas cartesianas na (2.1),

$$\Delta x = 64{,}0876 \text{ m};$$
$$\Delta y = 3{,}0908 \text{ m};$$
$$\Delta z = 46{,}2420 \text{ m};$$

que são os parâmetros de translação do SGR-80 para o SAD-69.

4.8 METODOLOGIA APLICADA

a. cálculo das componentes do desvio da vertical pelo método astrogeodésico nos pontos de LAPLACE (SAD-69);

b. cálculo do raio da zona s;

c. cálculo das componentes do desvio da vertical pelo método gravimétrico até o limite da zona s (pontos de LAPLACE no SAD-69);

d. idem a c, para os pontos do arquivo UNIDO.DAT (SAD-69);

e. cálculo dos coeficientes α', β', γ';

f. cálculo de ζ em Chuá (SGR-80);

g. cálculo de N^C em Chuá (SAD-69);

h. cálculo dos parâmetros de transformação entre os sistemas SGR-80 e SAD-69;

i. cálculo de ΔN entre SGR-80 e SAD-69;

j. cálculo de δn (SGR-80);

k. cálculo de N (SAD-69);

l. aplicação do método astrogravimétrico aos pontos da área de testes (SAD-69);

m. aplicação do nivelamento astronômico aos pontos da área teste;

n. confecção dos mapas geoidais da região do datum Chuá.

4.9 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS

Todo o software utilizado foi programado em FORTRAN77 à excessão do pacote SURFER, usado na confecção dos mapas.

NIDEC.FOR, aplica o método astrogeodésico;

ZDIST.FOR, calcula a influência da zona distante nas fórmulas de Stokes e Vening-Meinesz;

ZPROX.FOR, idem zona próxima;

ZVIZI.FOR, idem zona vizinha;

SOMA.FOR , soma os resultados de ZDIST, ZPROX e ZVIZI, calculando ξ,η,N gravimétricos;

PARAM.FOR, ajustamento pelo método dos parâmetros;

XY.FOR , monta as matrizes de entrada de PARAM.FOR;

ASTGR.FOR, aplica o método astrogravimétrico;

RAP36.FOR, cálcula N (ζ) por desenvolvimento de harmônicos esféricos de grau 36;

CODEC.FOR, realiza conexão de sistemas geodésicos com as fórmulas diferenciais abreviadas de MOLODENSKII;

ORDER.FOR, ordena um vetor em seqüência crescente.

Capítulo Quinto

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

5.1 FORMA DE APRESENTAÇÃO

Os resultados serão apresentados na ordem de sequência do item 4.8 (Metodologia Aplicada). Em função das dimensões de alguns arquivos de dados a exposição dos mesmos será parcial (30 estações) no trabalho escrito. A totalidade dos arquivos de dados e programas computacionais estarão gravados em disco magnético (disquete), juntados à presente dissertação no Anexo I.

5.2 INFORMAÇÕES AUXILIARES

Apresentaremos a seguir elementos julgados importantes na avaliação dos resultados :

- disposição dos dados utilizados (figs. 22 e 23);
- altimetria da área teste (fig. 24);
- mapa de iso-anômalas de FAYE (fig. 25);
- arquivos USP88.DAT (tab. 2) e UNIDO.DAT (tab. 3);
- mapa de iso-anômalas pelo USP88.DAT (fig. 26);
- mapa geoidal do Brasil[14] (fig. 27).

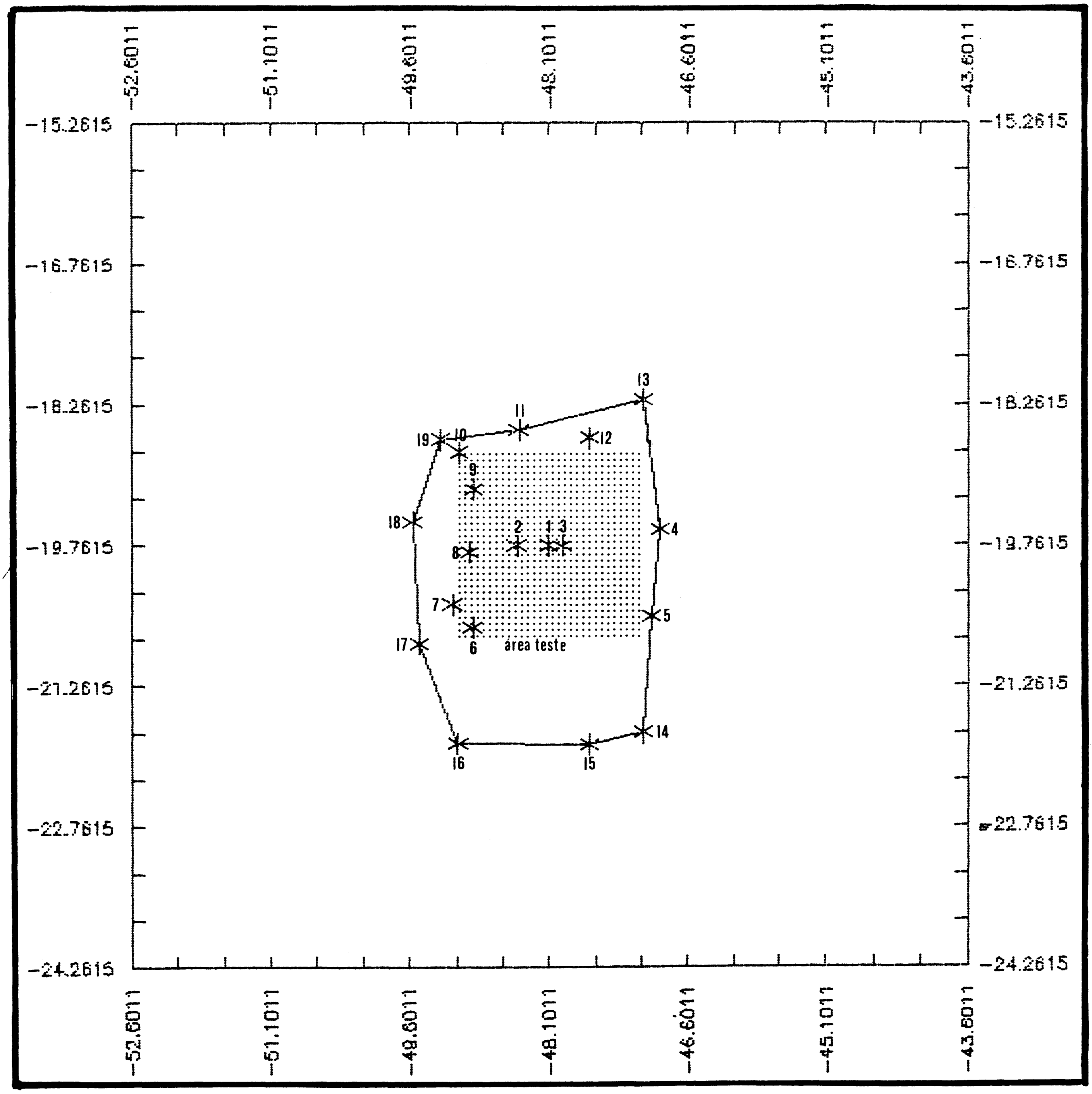


fig. 22 - Pontos de LAPLACE utilizados e área teste (es ≃ 1:6.500.000).

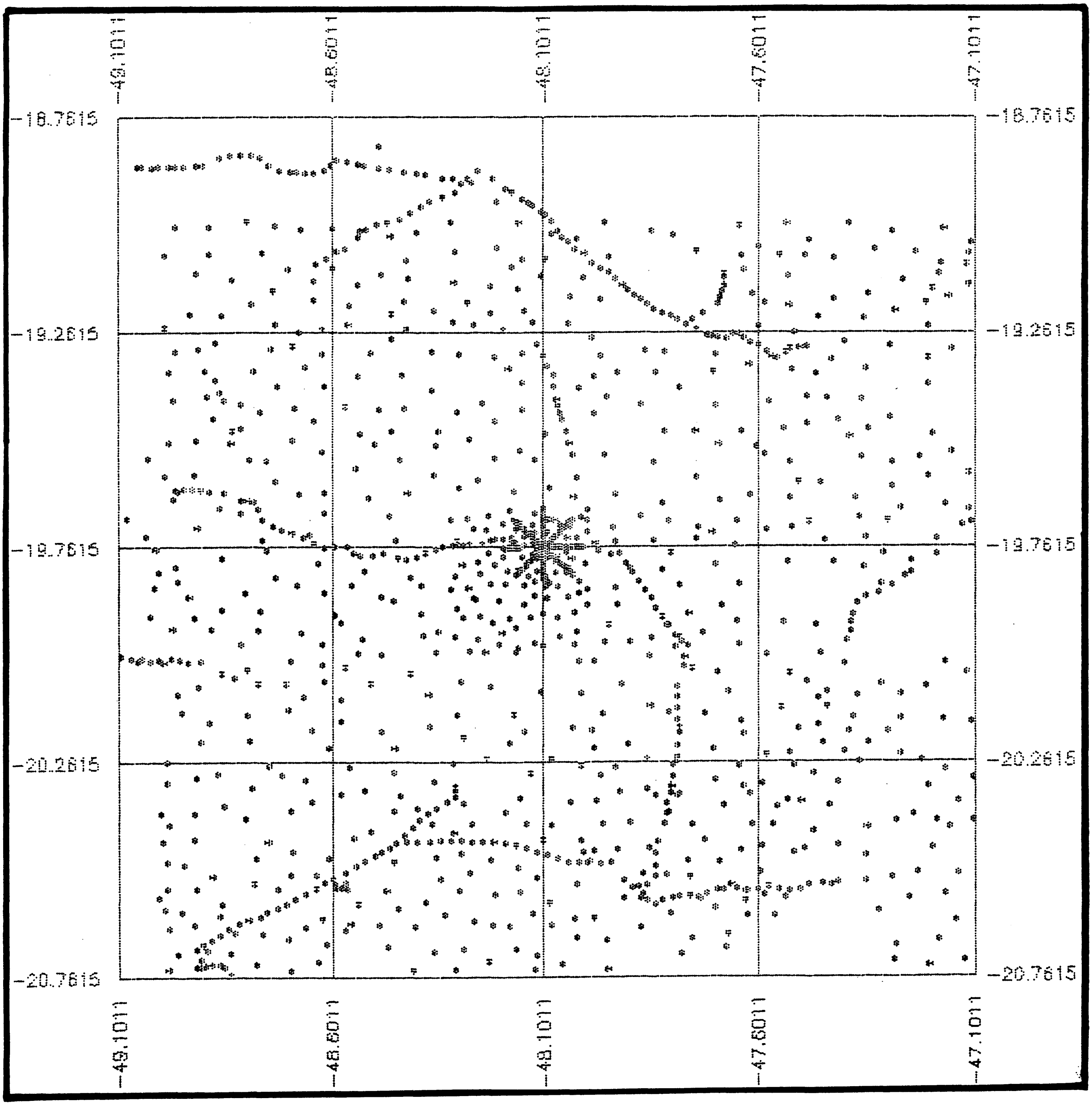


fig. 23 - Distribuição dos dados gravimétricos (es ≃ 1:1.500.000).

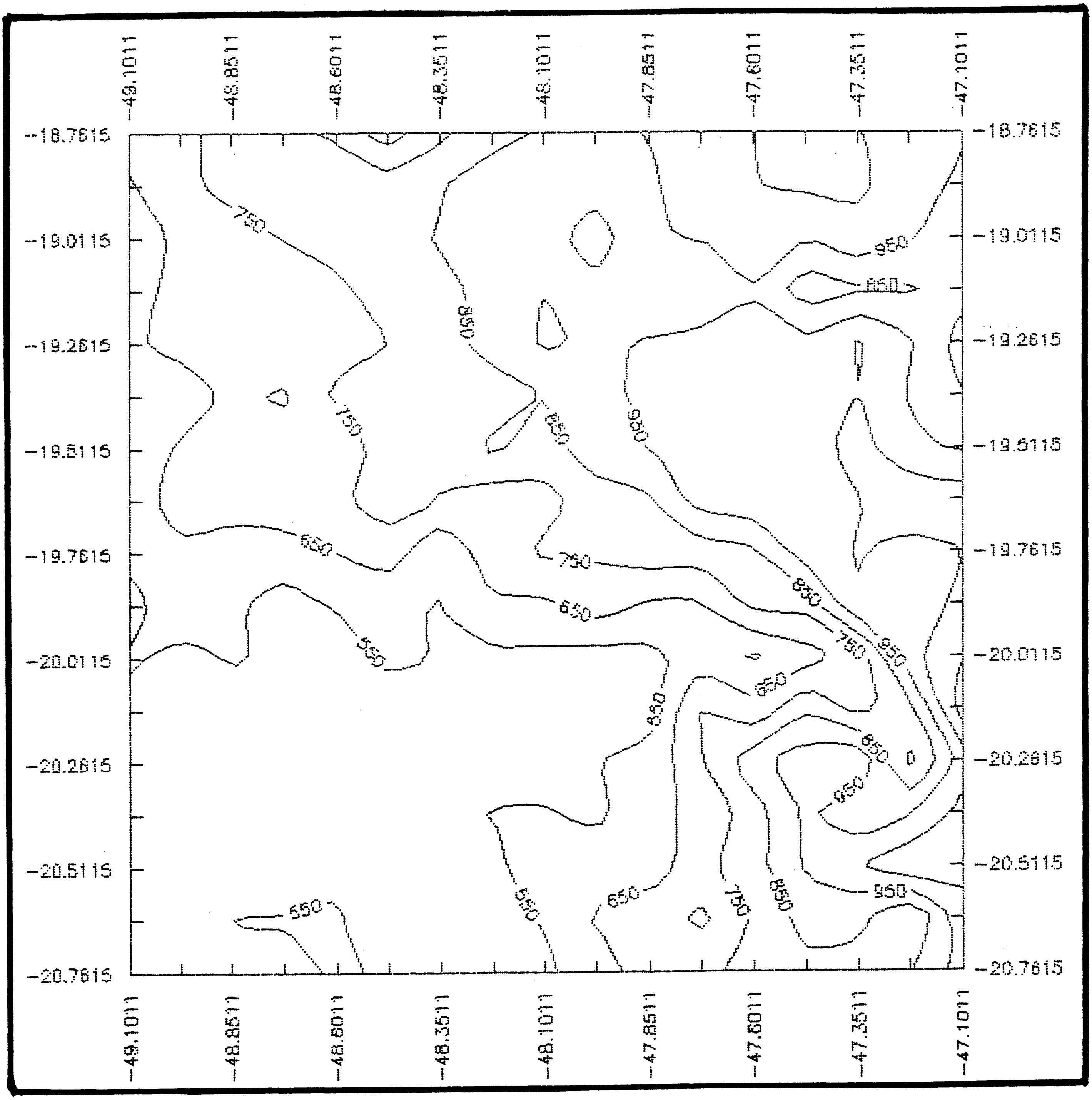


fig. 24 - Aspecto topográfico da área teste
(ec = 100 m; es ≃ 1:1.500.000).

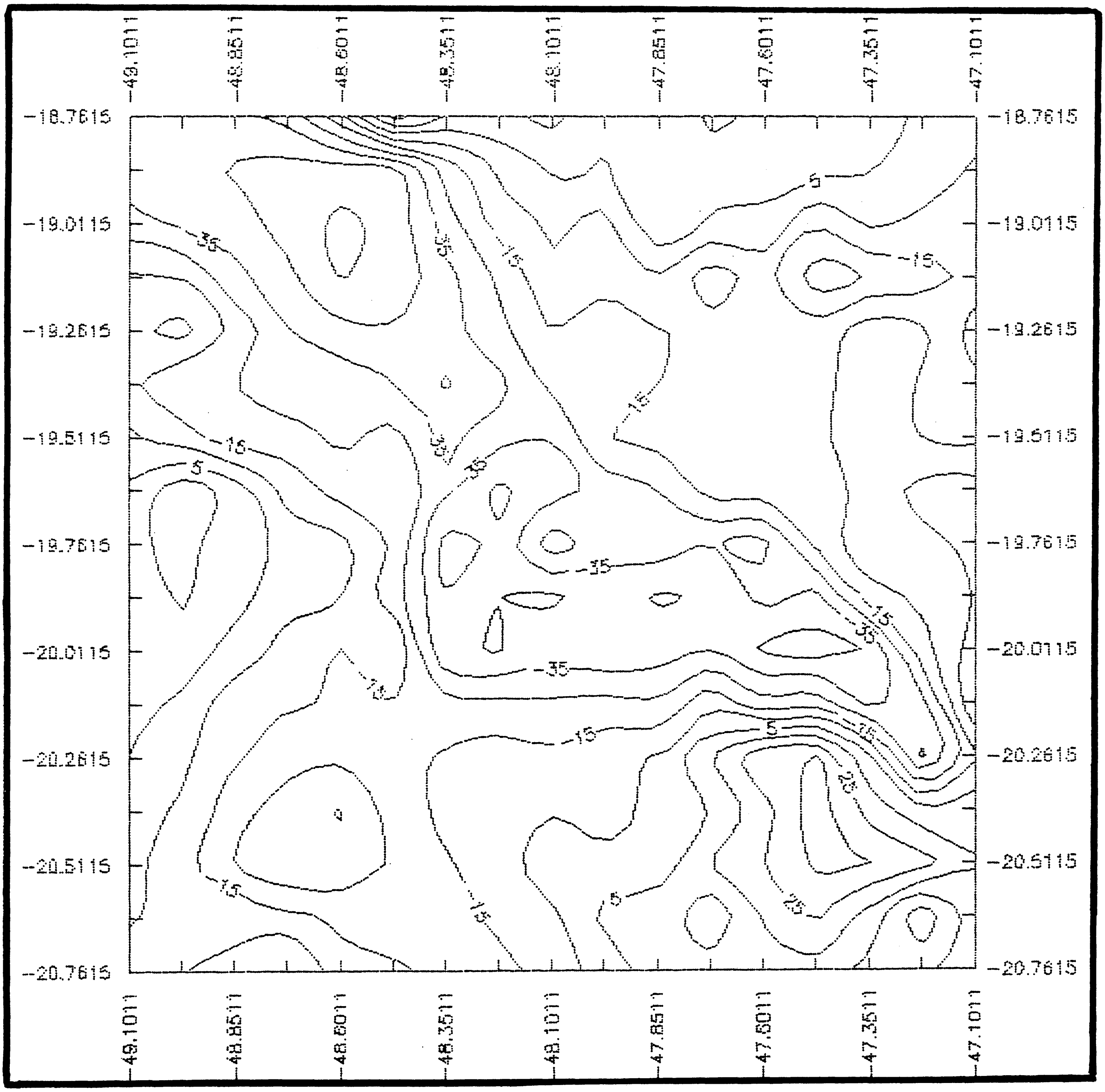


fig. 25 - Mapa de iso-anômalas de FAYE ,
(ec = 10 mGal; es ≃ 1:1.500.000).

Tabela 2 - Parte do arquivo USP88.DAT .

φ	λ	Δg	σ''_g
o	o	mGal	mGal
9.50	-79.50	31.00	7.00
9.50	-78.50	44.00	15.00
9.50	-77.50	-40.00	25.00
9.50	-76.50	7.00	8.00
9.50	-75.50	16.00	5.00
9.50	-74.50	-39.00	25.00
9.50	-73.50	23.00	8.00
9.50	-72.50	-48.00	25.00
9.50	-71.50	-69.00	25.00
9.50	-70.50	32.00	15.00
9.50	-69.50	22.00	10.00
9.50	-68.50	22.00	10.00
9.50	-67.50	30.00	16.00
9.50	-66.50	23.00	14.00
9.50	-65.50	-2.00	5.00
9.50	-64.50	-37.00	21.00
9.50	-63.50	-87.00	25.00
9.50	-62.50	-117.00	25.00
9.50	-61.50	-95.00	25.00
9.50	-60.50	-40.00	13.00
9.50	-59.50	-20.00	5.00
9.50	-58.50	-36.00	9.00
9.50	-57.50	-42.00	12.00
9.50	-56.50	-41.00	11.00
9.50	-55.50	-56.00	20.00
9.50	-54.50	-49.00	16.00
9.50	-53.50	-50.00	17.00
9.50	-52.50	-50.00	17.00
9.50	-51.50	-41.00	12.00
9.50	-50.50	-42.00	12.00

* σ''_g, desvio das anomalias calculadas pelo OSU86E.

Tabela 3 - Parte do arquivo UNIDO.DAT .

nº	φ	λ	h	Δg
	o	o	m	mGal
01	-19.7615	-48.0964	758.66	-34.70
02	-19.7614	-48.0916	752.47	-35.04
03	-19.7613	-48.0868	748.18	-35.40
04	-19.7613	-48.0821	743.55	-35.88
05	-19.7612	-48.0773	742.31	-36.30
06	-19.7611	-48.0725	748.00	-35.69
07	-19.7610	-48.0678	742.51	-36.11
08	-19.7610	-48.0630	740.80	-36.06
09	-19.7609	-48.0582	745.33	-35.54
10	-19.7608	-48.0535	739.15	-36.14
11	-19.7607	-48.0487	744.90	-35.42
12	-19.7606	-48.0439	745.50	-35.18
13	-19.7606	-48.0392	748.74	-34.69
14	-19.7605	-48.0344	752.37	-34.10
15	-19.7604	-48.0296	752.71	-33.92
16	-19.7603	-48.0249	754.59	-33.54
17	-19.7602	-48.0201	758.06	-33.16
18	-19.7602	-48.0153	764.52	-32.47
19	-19.7601	-48.0106	759.86	-32.50
20	-19.7600	-48.0058	763.31	-32.10
21	-19.7392	-48.0233	717.92	-36.41
22	-19.7386	-48.0453	705.45	-38.16
23	-19.7716	-48.0485	708.58	-39.47
24	-19.7824	-48.0702	685.92	-41.81
25	-19.7531	-48.0765	738.17	-36.48
26	-19.7827	-48.0902	699.86	-40.51
27	-19.7660	-48.1177	757.96	-35.54
28	-19.7779	-48.1280	704.81	-40.47
29	-19.7867	-48.1150	729.68	-38.13
30	-19.8277	-48.1371	612.97	-50.92

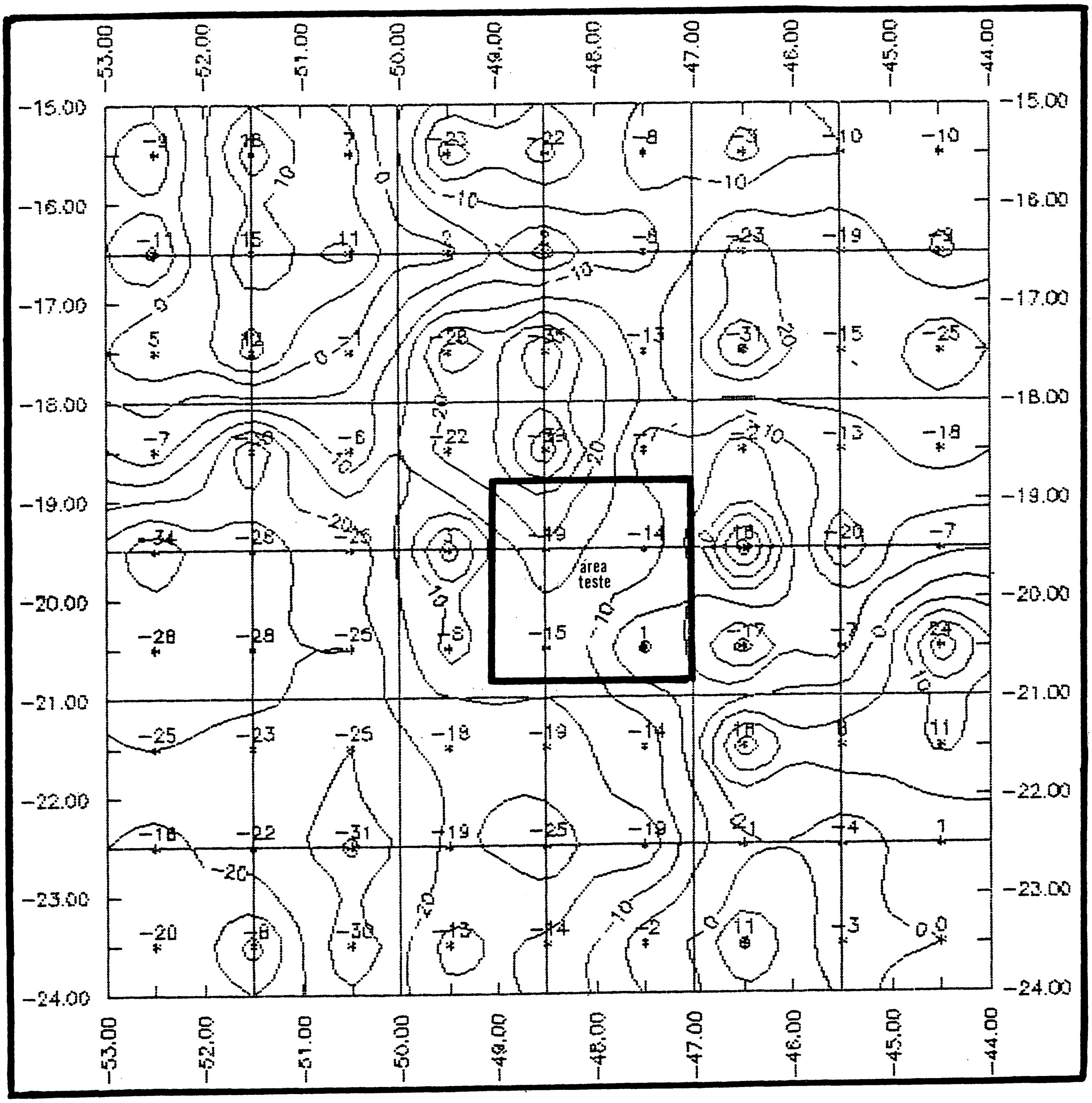


fig. 26 - Iso-anômalas de FAYE , obtidas a partir do arquivo USP88.DAT (ec = 5 mGal; es ≃ 1:6.500.000).

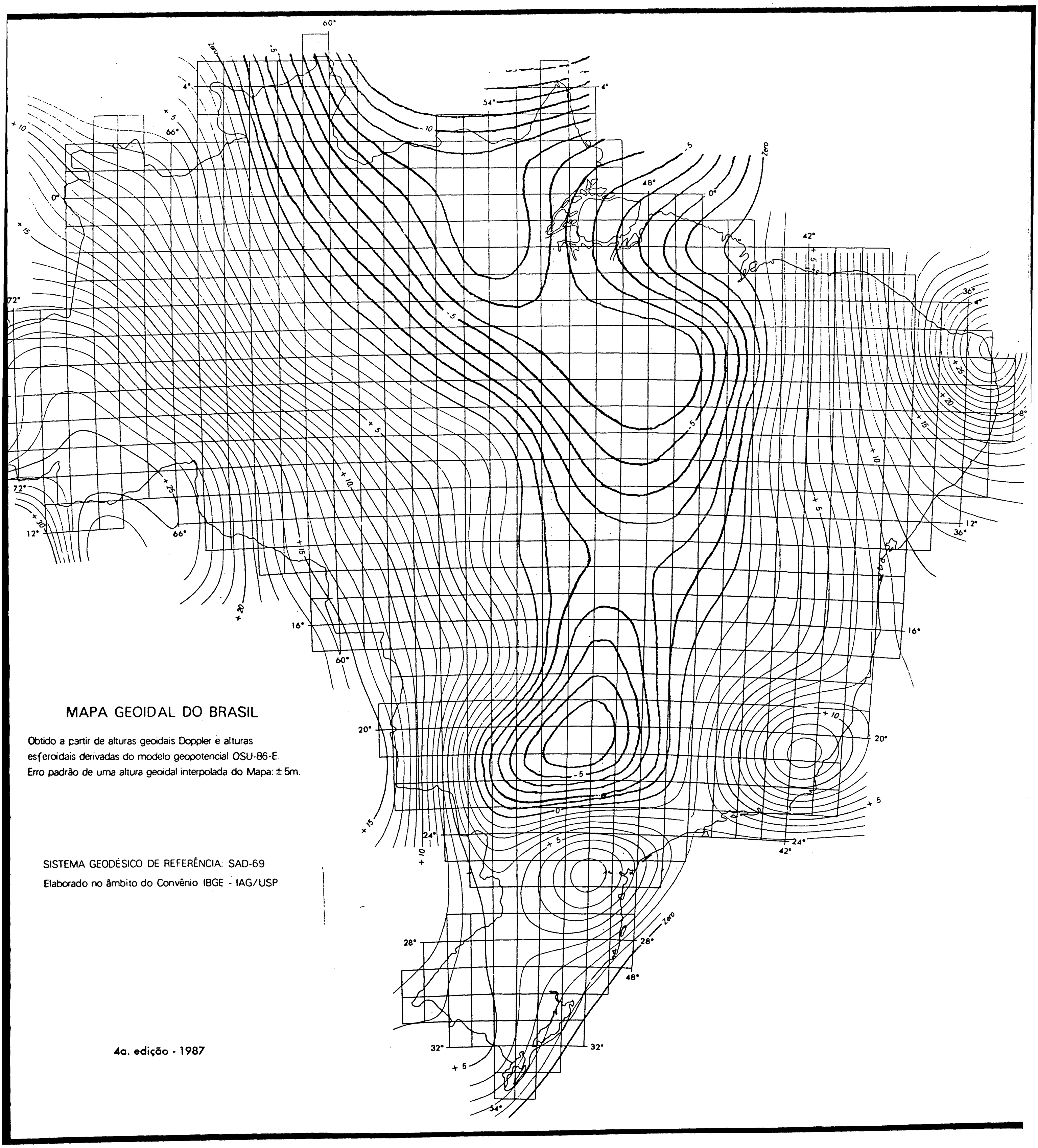


fig. 27 – Mapa geoidal do Brasil[14], (es ≃ 1:22.000.000).

5.3 COMPONENTES ASTROGEODÉSICAS DO DESVIO DA VERTICAL (LAPLACES)

Tabela 4 – Coordenadas Geodésicas, Astronômicas e Componentes do Desvio da Vertical.

nº	nome	φ			Φ	λ			Λ	ξ^a	η^a
		o	'	"	"	o	'	"	"	"	"
01	Chuá	-19	45	41.65	41.16	-48	6	4.06	7.56	.49	-3.29
02	Estiva	-19	45	41.75	39.27	-48	27	11.58	8.17	2.48	3.21
03	Uberaba	-19	45	53.98	54.36	-47	57	39.19	43.52	-.38	-4.07
04	Araxá	-19	35	41.72	36.76	-46	54	19.72	24.21	4.96	-4.23
05	Lagoinha	-20	31	10.84	10.17	-46	59	46.50	41.04	.67	5.11
06	R.Santos	-20	38	20.16	21.15	-48	55	16.40	16.48	-.99	-.08
07	Barreir.	-20	23	32.08	35.88	-49	8	44.72	48.37	-3.80	-3.42
08	C.Alegre	-19	50	13.93	14.61	-48	57	41.96	42.34	-.68	-.36
09	Sobradi.	-19	9	59.62	53.58	-48	55	6.13	1.50	6.04	4.37
10	Avantin.	-18	46	17.20	14.74	-49	4	9.64	5.44	2.46	3.98
11	Desbarr.	-18	32	13.84	12.17	-48	25	43.21	50.06	1.67	-6.49
12	Mangaba	-18	37	15.57	11.11	-47	39	13.46	18.85	4.46	-5.11
13	Pau Ter.	-18	12	49.13	48.02	-47	5	9.05	9.89	1.11	-.80
14	C.Branca	-21	45	28.73	29.67	-47	4	13.41	24.06	-.94	-9.89
15	Janelin.	-21	52	56.02	55.07	-47	39	24.24	26.90	.95	-2.47
16	Areião	-21	52	20.01	19.19	-49	4	50.26	51.39	.82	-1.04
17	Mirassol	-20	48	37.88	39.59	-49	29	29.56	30.87	-1.71	-1.22
18	Jupira	-19	30	33.35	36.82	-49	34	10.91	13.16	-3.47	-2.12
19	C. Bois	-18	38	12.66	8.50	-49	16	10.55	5.29	4.16	4.98

5.4 COMPONENTES GRAVIMÉTRICAS DO DESVIO DA VERTICAL

Lembrando do item 4.5.1, r_S = 520 km $\simeq$ 5,5^o .

5.4.1 LAPLACES

Tabela 5 - Influência da zona distante 11^ox11^o (Laplaces).

nº	φ	λ	ξ^d	η^d	N^d
	o	o	"	"	m
01	-19.7615	-48.1011	1.07	-.64	-7.90
02	-19.7615	-48.4532	1.07	-.64	-7.90
03	-19.7650	-47.9609	1.03	-2.20	-7.63
04	-19.5949	-46.9055	.95	-.40	-7.85
05	-20.5197	-46.9962	1.05	-.86	-5.82
06	-20.6389	-48.9212	.18	-1.51	-7.26
07	-20.3922	-49.1458	-.50	-1.41	-8.14
08	-19.8372	-48.9617	1.07	-.64	-7.89
09	-19.1666	-48.9184	1.07	-.64	-7.91
10	-18.7714	-49.0693	-.11	1.31	-8.47
11	-18.5372	-48.4287	.57	-.79	-8.04
12	-18.6210	-47.6537	.98	-1.89	-8.61
13	-18.2136	-47.0858	.98	-1.88	-8.62
14	-21.7580	-47.0704	.01	-2.63	-6.53
15	-21.8822	-47.6567	.01	-2.63	-6.53
16	-21.8722	-49.0806	.15	-1.36	-7.93
17	-20.8105	-49.4915	-.50	-1.42	-8.13
18	-19.5093	-49.5697	.09	-.58	-8.85
19	-18.6368	-49.2696	-.11	1.31	-8.47

Tabela 6 – Influência da zona próxima 20'x 20'(Laplaces).

nº	φ	λ	ξ^P	η^P	N^P
	o	o	"	"	m
01	-19.7615	-48.1011	-.79265	-.04916	-1.22168
02	-19.7615	-48.4532	.47271	1.88171	-.91013
03	-19.7650	-47.9609	-1.09530	-2.33820	-1.28340
04	-19.5949	-46.9055	.18688	-.08527	-.10245
05	-20.5197	-46.9962	1.14148	.65502	.15711
06	-20.6389	-48.9212	-1.19886	1.70677	-.61499
07	-20.3922	-49.1458	-.64159	1.10560	-.24331
08	-19.8372	-48.9617	.39660	.69473	-.21148
09	-19.1666	-48.9184	1.82179	2.85734	-.89618
10	-18.7714	-49.0693	-1.03072	2.40147	-.58860
11	-18.5372	-48.4287	-1.33300	-.52170	-.37255
12	-18.6210	-47.6537	-.34270	.11138	-.11822
13	-18.2136	-47.0858	.00000	.00000	.00000
14	-21.7580	-47.0704	.00000	.00000	.00000
15	-21.8822	-47.6567	.00000	.00000	.00000
16	-21.8722	-49.0806	.00000	.00000	.00000
17	-20.8105	-49.4915	.03783	.03548	-.01606
18	-19.5093	-49.5697	-.14206	-.27916	-.00602
19	-18.6368	-49.2696	-.60099	.56785	-.18999

Tabela 7 - Influência da zona vizinha 4'x 4'(Laplaces).

nº	φ	λ	ξ^V	η^V	N^V
	o	o	"	"	m
01	-19.7615	-48.1011	.01059	-.00074	-.00061
02	-19.7615	-48.4532	-.00126	.00265	-.00016
03	-19.7650	-47.9609	.00335	-.00329	-.00048
04	-19.5949	-46.9055	-.00005	-.00006	-.00001
05	-20.5197	-46.9962	-.00222	.00120	-.00001
06	-20.6389	-48.9212	-.00025	-.00137	-.00008
07	-20.3922	-49.1458	.00000	.00000	.00000
08	-19.8372	-48.9617	.00218	.00563	.00024
09	-19.1666	-48.9184	.01538	.00068	-.00049
10	-18.7714	-49.0693	-.00042	.00005	-.00003
11	-18.5372	-48.4287	.00000	.00000	.00000
12	-18.6210	-47.6537	.00000	.00000	.00000
13	-18.2136	-47.0858	.00000	.00000	.00000
14	-21.7580	-47.0704	.00000	.00000	.00000
15	-21.8822	-47.6567	.00000	.00000	.00000
16	-21.8722	-49.0806	.00000	.00000	.00000
17	-20.8105	-49.4915	.00000	.00000	.00000
18	-19.5093	-49.5697	.00000	.00000	.00000
19	-18.6368	-49.2696	.00000	.00000	.00000

Tabela 8 - Componentes Gravimétricas do Desvio da Vertical e Ondulação Geoidal (Laplaces), para o Método Astrogravimétrico.

nº	φ	λ	ξ^g	η^g	N^g
	o	o	"	"	m
01	-19.7615	-48.1011	.29	-.69	-9.12
02	-19.7615	-48.4532	1.54	1.24	-8.81
03	-19.7650	-47.9609	-.06	-4.54	-8.91
04	-19.5949	-46.9055	1.14	-.49	-7.95
05	-20.5197	-46.9962	2.19	-.20	-5.66
06	-20.6389	-48.9212	-1.02	.20	-7.88
07	-20.3922	-49.1458	-1.14	-.30	-8.38
08	-19.8372	-48.9617	1.47	.06	-8.10
09	-19.1666	-48.9184	2.91	2.22	-8.81
10	-18.7714	-49.0693	-1.14	3.71	-9.06
11	-18.5372	-48.4287	-.76	-1.31	-8.41
12	-18.6210	-47.6537	.64	-1.78	-8.73
13	-18.2136	-47.0858	.98	-1.88	-8.62
14	-21.7580	-47.0704	.01	-2.63	-6.53
15	-21.8822	-47.6567	.01	-2.63	-6.53
16	-21.8722	-49.0806	.15	-1.36	-7.93
17	-20.8105	-49.4915	-.46	-1.38	-8.15
18	-19.5093	-49.5697	-.05	-.86	-8.86
19	-18.6368	-49.2696	-.71	1.88	-8.66

* N^g, tem caráter de simples citação.

5.4.2 ÁREA TESTE

Tabela 9 - Influência da zona distante 11^o x 11^o, (Área Teste, parte de RDOR1.DAT).

nº	φ	λ	ξ^d	η^d	N^d
	o	o	"	"	m
01	-19.7615	-48.0964	1.0675	-.6403	-7.8971
02	-19.7614	-48.0916	1.0675	-.6403	-7.8971
03	-19.7613	-48.0868	1.0675	-.6403	-7.8971
04	-19.7613	-48.0821	1.0675	-.6403	-7.8971
05	-19.7612	-48.0773	1.0675	-.6403	-7.8971
06	-19.7611	-48.0725	1.0675	-.6403	-7.8971
07	-19.7610	-48.0678	1.0675	-.6403	-7.8971
08	-19.7610	-48.0630	1.0675	-.6403	-7.8971
09	-19.7609	-48.0582	1.0675	-.6403	-7.8971
10	-19.7608	-48.0535	1.0675	-.6403	-7.8971
11	-19.7607	-48.0487	1.0675	-.6403	-7.8971
12	-19.7606	-48.0439	1.0675	-.6403	-7.8971
13	-19.7606	-48.0392	1.0675	-.6403	-7.8971
14	-19.7605	-48.0344	1.0675	-.6403	-7.8971
15	-19.7604	-48.0296	1.0675	-.6403	-7.8971
16	-19.7603	-48.0249	1.0675	-.6403	-7.8971
17	-19.7602	-48.0201	1.0675	-.6403	-7.8971
18	-19.7602	-48.0153	1.0675	-.6403	-7.8971
19	-19.7601	-48.0106	1.0675	-.6403	-7.8971
20	-19.7600	-48.0058	1.0675	-.6403	-7.8971
21	-19.7392	-48.0233	1.0676	-.6403	-7.8978
22	-19.7386	-48.0453	1.0676	-.6403	-7.8978
23	-19.7716	-48.0485	1.0675	-.6403	-7.8968
24	-19.7824	-48.0702	1.0674	-.6403	-7.8965
25	-19.7531	-48.0765	1.0675	-.6403	-7.8974
26	-19.7827	-48.0902	1.0674	-.6403	-7.8965
27	-19.7660	-48.1177	1.0675	-.6403	-7.8970
28	-19.7779	-48.1280	1.0674	-.6403	-7.8966
29	-19.7867	-48.1150	1.0674	-.6403	-7.8964
30	-19.8277	-48.1371	1.0672	-.6402	-7.8952

Tabela 10 - Influência da zona próxima 20'x 20',
(Área Teste, parte de RPOR1.DAT).

nº	φ	λ	ξ^P	η^P	N^P
	°	°	"	"	m
01	-19.7615	-48.0964	-.7949	-.2197	-1.2250
02	-19.7614	-48.0916	-.9108	-.3380	-1.2455
03	-19.7613	-48.0868	-.9120	-.5257	-1.2581
04	-19.7613	-48.0821	-.8859	-.4250	-1.2573
05	-19.7612	-48.0773	-.9103	-.4907	-1.2604
06	-19.7611	-48.0725	-.9097	-.4530	-1.2521
07	-19.7610	-48.0678	-.9153	-.4356	-1.2646
08	-19.7610	-48.0630	-.9117	-.5682	-1.2665
09	-19.7609	-48.0582	-.9395	-.7335	-1.2771
10	-19.7608	-48.0535	-.9526	-.7111	-1.2852
11	-19.7607	-48.0487	-.9354	-.8105	-1.2994
12	-19.7606	-48.0439	-.9315	-.7536	-1.2899
13	-19.7606	-48.0392	-.9740	-.7802	-1.2980
14	-19.7605	-48.0344	-.9404	-.7263	-1.3099
15	-19.7604	-48.0296	-.9677	-.9976	-1.3081
16	-19.7603	-48.0249	-.9987	-1.0616	-1.3044
17	-19.7602	-48.0201	-.8982	-1.2367	-1.2980
18	-19.7602	-48.0153	-.9203	-1.3726	-1.2991
19	-19.7601	-48.0106	-.9259	-1.3747	-1.3025
20	-19.7600	-48.0058	-.9833	-1.6037	-1.2960
21	-19.7392	-48.0233	-1.1995	-1.2802	-1.3574
22	-19.7386	-48.0453	-1.1496	-.7683	-1.3353
23	-19.7716	-48.0485	-.7886	-.7899	-1.2805
24	-19.7824	-48.0702	-.6894	-.4525	-1.2157
25	-19.7531	-48.0765	-1.0915	-.4486	-1.2834
26	-19.7827	-48.0902	-.6710	-.3514	-1.2062
27	-19.7660	-48.1177	-.7891	.0818	-1.1984
28	-19.7779	-48.1280	-.6114	.3200	-1.1456
29	-19.7867	-48.1150	-.7037	.1203	-1.1740
30	-19.8277	-48.1371	.0790	.2063	-1.0643

Tabela 11 - Influência da zona vizinha 4'x 4', (Área Teste, parte de RVOR1.DAT).

nº	φ	λ	ξ^V	η^V	N^V
	o	o	"	"	m
01	-19.7615	-48.0964	.0033	-.0013	-.0004
02	-19.7614	-48.0916	.0035	-.0010	-.0003
03	-19.7613	-48.0868	.0034	-.0010	-.0003
04	-19.7613	-48.0821	.0019	-.0012	-.0003
05	-19.7612	-48.0773	.0014	-.0010	-.0003
06	-19.7611	-48.0725	.0001	-.0014	-.0004
07	-19.7610	-48.0678	-.0028	-.0007	-.0003
08	-19.7610	-48.0630	-.0014	.0018	-.0002
09	-19.7609	-48.0582	-.0016	.0001	-.0002
10	-19.7608	-48.0535	-.0035	-.0002	-.0001
11	-19.7607	-48.0487	-.0022	-.0010	-.0002
12	-19.7606	-48.0439	-.0043	-.0015	-.0002
13	-19.7606	-48.0392	-.0046	-.0019	-.0002
14	-19.7605	-48.0344	-.0031	-.0020	-.0002
15	-19.7604	-48.0296	-.0021	-.0036	-.0002
16	-19.7603	-48.0249	-.0028	-.0040	-.0002
17	-19.7602	-48.0201	-.0038	-.0045	-.0002
18	-19.7602	-48.0153	-.0057	-.0063	-.0003
19	-19.7601	-48.0106	-.0047	-.0097	-.0001
20	-19.7600	-48.0058	-.0046	-.0023	-.0003
21	-19.7392	-48.0233	-.0014	-.0024	.0001
22	-19.7386	-48.0453	-.0007	-.0013	.0002
23	-19.7716	-48.0485	-.0024	.0005	.0002
24	-19.7824	-48.0702	-.0022	.0061	.0003
25	-19.7531	-48.0765	-.0023	-.0011	-.0002
26	-19.7827	-48.0902	-.0016	-.0013	.0000
27	-19.7660	-48.1177	.0010	.0003	-.0004
28	-19.7779	-48.1280	-.0015	-.0022	-.0001
29	-19.7867	-48.1150	-.0004	-.0065	-.0003
30	-19.8277	-48.1371	-.0038	-.0024	.0003

Tabela 12 - Componentes gravimétricas dos pontos da área teste, a serem utilizadas no método astrogravimétrico (RSOR1.DAT).

nº	φ	λ	ξ^g	η^g	N^g
	o	o	"	"	m
01	-19.7615	-48.0964	.28	-.86	-9.12
02	-19.7614	-48.0916	.16	-.98	-9.14
03	-19.7613	-48.0868	.16	-1.17	-9.16
04	-19.7613	-48.0821	.18	-1.07	-9.15
05	-19.7612	-48.0773	.16	-1.13	-9.16
06	-19.7611	-48.0725	.16	-1.09	-9.15
07	-19.7610	-48.0678	.15	-1.08	-9.16
08	-19.7610	-48.0630	.15	-1.21	-9.16
09	-19.7609	-48.0582	.13	-1.37	-9.17
10	-19.7608	-48.0535	.11	-1.35	-9.18
11	-19.7607	-48.0487	.13	-1.45	-9.20
12	-19.7606	-48.0439	.13	-1.40	-9.19
13	-19.7606	-48.0392	.09	-1.42	-9.20
14	-19.7605	-48.0344	.12	-1.37	-9.21
15	-19.7604	-48.0296	.10	-1.64	-9.21
16	-19.7603	-48.0249	.07	-1.71	-9.20
17	-19.7602	-48.0201	.17	-1.88	-9.20
18	-19.7602	-48.0153	.14	-2.02	-9.20
19	-19.7601	-48.0106	.14	-2.02	-9.20
20	-19.7600	-48.0058	.08	-2.25	-9.19
21	-19.7392	-48.0233	-.13	-1.92	-9.26
22	-19.7386	-48.0453	-.08	-1.41	-9.23
23	-19.7716	-48.0485	.28	-1.43	-9.18
24	-19.7824	-48.0702	.38	-1.09	-9.11
25	-19.7531	-48.0765	-.03	-1.09	-9.18
26	-19.7827	-48.0902	.39	-.99	-9.10
27	-19.7660	-48.1177	.28	-.56	-9.10
28	-19.7779	-48.1280	.45	-.32	-9.04
29	-19.7867	-48.1150	.36	-.53	-9.07
30	-19.8277	-48.1371	1.14	-.44	-8.96

* N^g, tem caráter de simples citação.

5.5 COEFICIENTES α',β',γ'

Os coeficientes apresentados a seguir foram obtidos a partir das (3.9) após aplicação do m.m.q. (método paramétrico), utilizando os seguintes pontos 4, 5, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18 e 19 (ver fig. 22).

Para ξ' :

$$\alpha' = 0{,}000\ 002\ 434\ 4;$$
$$\beta' = 0{,}000\ 005\ 702\ 5;$$
$$\gamma' = 0{,}821\ 694\ 134\ 6.$$

Para η' :

$$\alpha' = -0{,}000\ 004\ 803\ 7;$$
$$\beta' = 0{,}000\ 001\ 959\ 0;$$
$$\gamma' = -0{,}677\ 310\ 585\ 2.$$

5.6 ONDULAÇÃO GEOIDAL EM CHUÁ

5.6.1 CÁLCULO DE ζ (SGR-80)

Tabela 13 – ζ em Chuá.

est.	φ	λ	h	ζ	Δg	ξ	η
nº	o	o	m	m	mGal	"	"
01	−19,7620	−48,1016	763,6360	−9,4629	−20,86	1,57	1,36

5.6.2 CÁLCULO DE N^C (SAD-69)

Tabela 14 - N^C em Chuá.

função	Z O N A D E I N F L U E N C I A				
	distante	proxima	vizinha	c.central	total
ξ^g	2,13	-0,79	0,01	0,01	1,36"
η^g	2,10	-0,05	0,00	-0,01	2,04"
N^C	-9,05	-1,22	0,00	0,00	-10,27 m

5.6.3 CÁLCULO DE ΔN ENTRE SGR-80 e SAD-69

Do item 4.7 :

$$\Delta x = 64{,}0876 \text{ m}$$
$$\Delta y = 3{,}0908 \text{ m}$$
$$\Delta z = 46{,}2420 \text{ m}$$

substituídos na (4.34) resulta $\Delta N = -0{,}4544$ m.

5.6.4 CÁLCULO DE H^n

Da (2.65) :

$$H^n = h - \zeta = 763{,}6360 - (-9{,}4629) = 773{,}0989 \text{ m} .$$

5.6.5 CÁLCULO DE N (SGR-80)

Seja a gravidade normal (γ_{sgr-80}), dada por :[20]

$$\gamma_{sgr-80} = 978032{,}7 \; (1 + 0{,}005\,302\,4 \; \text{sen}^2\varphi - 0{,}000\,005\,8 \; \text{sen}^2\, 2\varphi)$$

resultando,

$$\gamma_{sgr-80} = 978623{,}27 \text{ mGal}$$

e a gravidade local (Chuá),

$$g = 978366{,}30 \text{ mGal} .$$

Da (2.70) :

$$\delta n = \frac{978366{,}30 - 978623{,}27}{978366{,}30} \cdot 773{,}0908 = -0{,}2031 \text{ m}$$

logo,

$$N_{80} = -0{,}2031 + (-9{,}4629) = -9{,}6660 \text{ m} .$$

5.6.6 CÁLCULO DE N (SAD-69)

Seja :

$$N_{67} = \Delta N + N_{80}$$

resulta,

$$N_{67} = -10{,}1204 \text{ m} \simeq -10{,}12 \text{ m} .$$

5.6.7 CÁLCULO DE δN (SAD-69)

Da (2.64) :

$$\delta N = -10{,}12 - (-10{,}27) = 0{,}15 \text{ m} .$$

De forma que para a correção do efeito indireto ou correção de BOWIE (2.60), resulta :

$$C_B = 0{,}05 \text{ mGal} .$$

5.7 COMPONENTES ASTROGRAVIMÉTRICAS DO DESVIO DA VERTICAL

Tabela 15 - Componentes astrogravimétricas do desvio da vertical na área teste (parte RORDE.DAT).

nº	φ	λ	ξ'	η'
	o	o	"	"
01	-19.7615	-48.0964	1.1029	-1.5397
02	-19.7614	-48.0916	.9842	-1.6621
03	-19.7613	-48.0868	.9855	-1.8545
04	-19.7613	-48.0821	1.0067	-1.7568
05	-19.7612	-48.0773	.9879	-1.8192
06	-19.7611	-48.0725	.9892	-1.7816
07	-19.7610	-48.0678	.9805	-1.7739
08	-19.7610	-48.0630	.9817	-1.9064
09	-19.7609	-48.0582	.9630	-2.0687
10	-19.7608	-48.0535	.9443	-2.0511
11	-19.7607	-48.0487	.9656	-2.1535
12	-19.7606	-48.0439	.9668	-2.1059
13	-19.7606	-48.0392	.9280	-2.1282
14	-19.7605	-48.0344	.9593	-2.0806
15	-19.7604	-48.0296	.9406	-2.3530
16	-19.7603	-48.0249	.9119	-2.4254
17	-19.7602	-48.0201	1.0132	-2.5977
18	-19.7602	-48.0153	.9844	-2.7402
19	-19.7601	-48.0106	.9856	-2.7425
20	-19.7600	-48.0058	.9269	-2.9749
21	-19.7392	-48.0233	.7257	-2.6316
22	-19.7386	-48.0453	.7704	-2.1104
23	-19.7716	-48.0485	1.1087	-2.1360
24	-19.7824	-48.0702	1.1963	-1.7874
25	-19.7531	-48.0765	.8033	-1.7778
26	-19.7827	-48.0902	1.2010	-1.6774
27	-19.7660	-48.1177	1.0946	-1.2299
28	-19.7779	-48.1280	1.2544	-.9874
29	-19.7867	-48.1150	1.1622	-1.2058
30	-19.8277	-48.1371	1.9105	-1.1136

5.8 NIVELAMENTO ASTRONÔMICO

Tabela 16 - Ondulação geoidal na área teste (parte do arquivo RTORD.DAT).

est.	φ	λ	N_{67}
nº	o	o	m
01	-19.7615	-48.0964	-10.1760
02	-19.7614	-48.0916	-10.1670
03	-19.7613	-48.0868	-10.1570
04	-19.7613	-48.0821	-10.1480
05	-19.7612	-48.0773	-10.1380
06	-19.7611	-48.0725	-10.1290
07	-19.7610	-48.0678	-10.1190
08	-19.7610	-48.0630	-10.1100
09	-19.7609	-48.0582	-10.1000
10	-19.7608	-48.0535	-10.0900
11	-19.7607	-48.0487	-10.0910
12	-19.7606	-48.0439	-10.0790
13	-19.7606	-48.0392	-10.0680
14	-19.7605	-48.0344	-10.0560
15	-19.7604	-48.0296	-10.0440
16	-19.7603	-48.0249	-10.0310
17	-19.7602	-48.0201	-10.0180
18	-19.7602	-48.0153	-10.0050
19	-19.7601	-48.0106	-9.9920
20	-19.7600	-48.0058	-9.9780
21	-19.7392	-48.0233	-10.0310
22	-19.7386	-48.0453	-10.0840
23	-19.7716	-48.0485	-10.0790
24	-19.7824	-48.0702	-10.0960
25	-19.7531	-48.0765	-10.1540
26	-19.7827	-48.0902	-10.1420
27	-19.7660	-48.1177	-10.3320
28	-19.7779	-48.1280	-10.3500
29	-19.7867	-48.1150	-10.1320
30	-19.8277	-48.1371	-10.1440

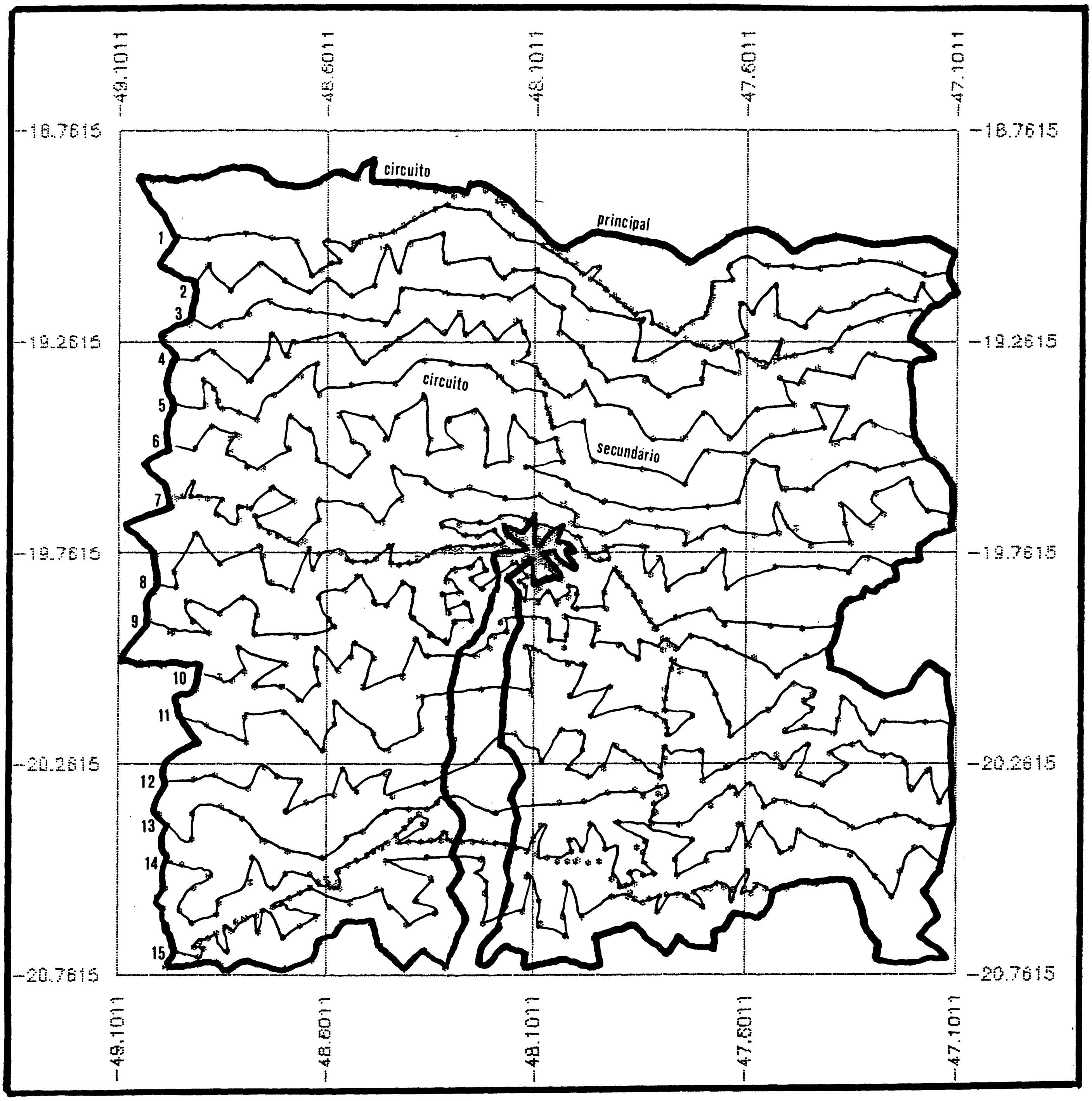


fig. 28 - Distribuição dos circuitos para aplicação do nivelamento astronômico (es ≃ 1:1.500.000).

5.8.1 FECHAMENTO DOS CIRCUITOS NIVELADOS

Tabela 17 - Fechamento do circuito principal.

circuito	fechamento m	correção m
principal	.2392	-.0005

Tabela 18 - Fechamento dos circuitos secundários.

circuito	fechamento m	correção m
01	-.3365	-.006
02	-.1329	-.003
03	.0077	.000
04	-.0702	-.002
05	-.0527	-.001
06	-.0484	-.001
07	.0212	.000
08	.0833	.001
09	.1409	.003
10	.0625	.001
11	.0990	.002
12	-.0442	-.001
13	-.1309	-.003
14	-.0192	.000
15	.0390	.001

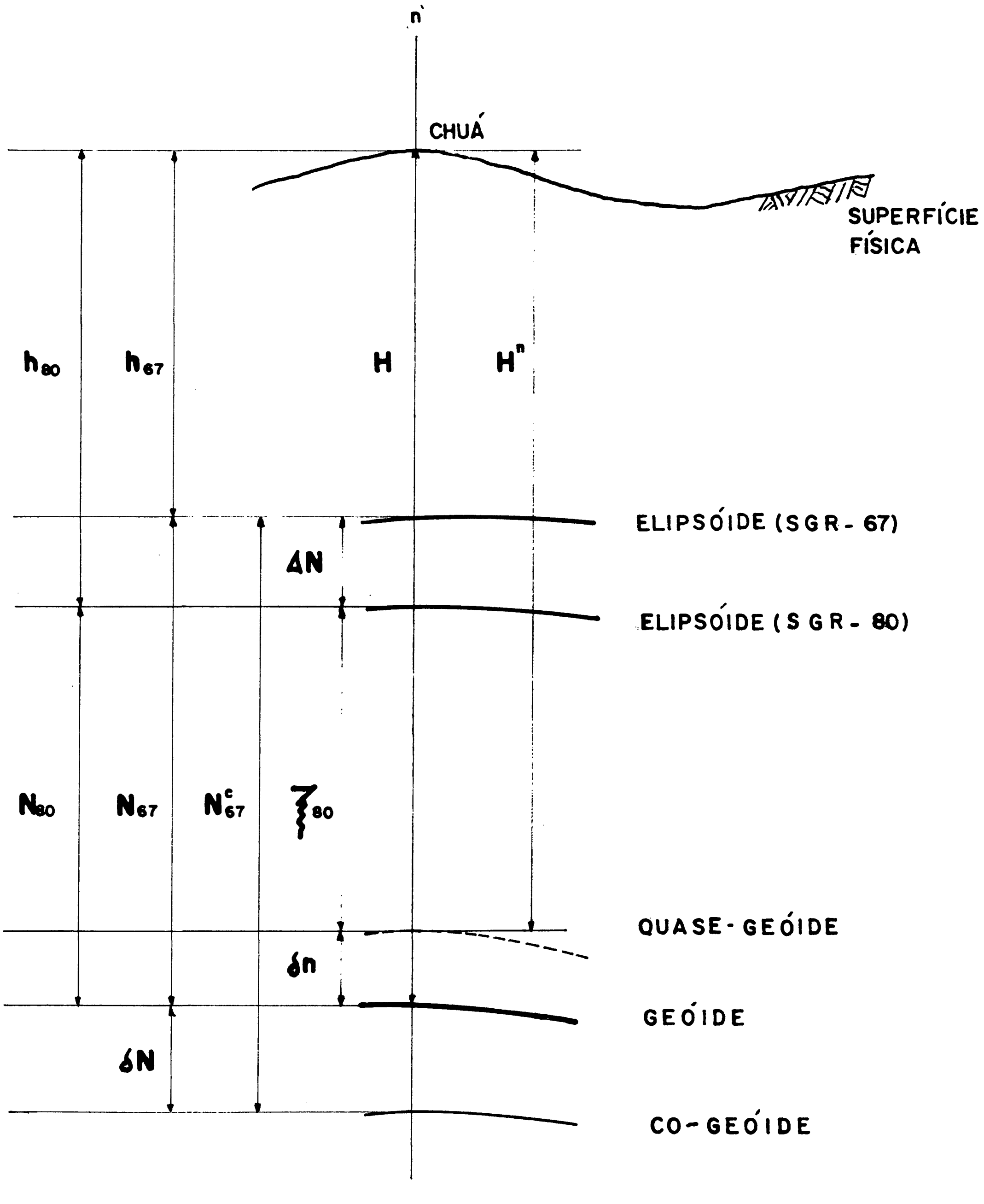


FIG. 29 - SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA EM CHUÁ.

5.9 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO GEÓIDE NA ÁREA TESTE

5.9.1 N = 0 m .

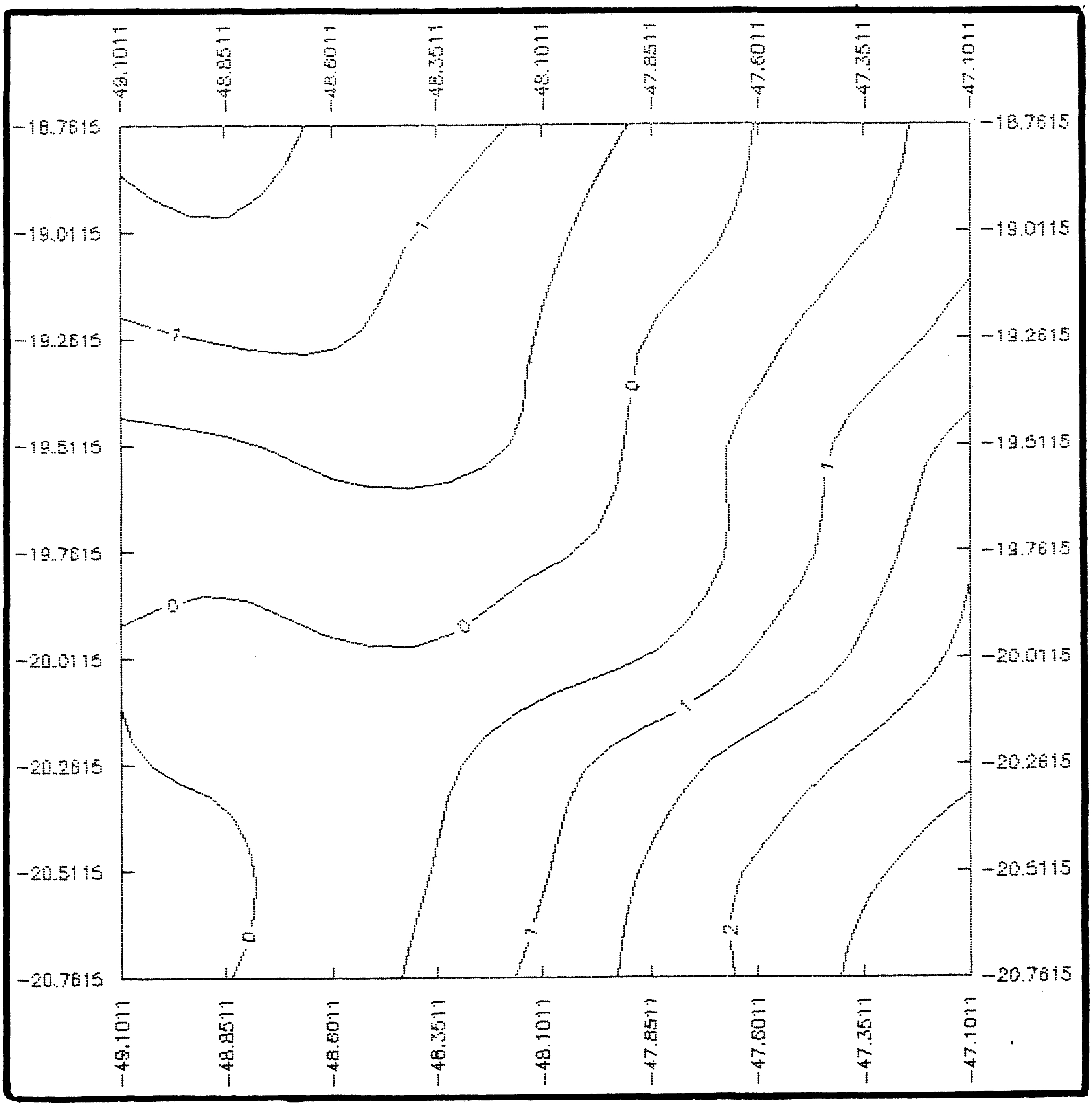


fig. 30 – Geóide na área teste (N = 0 m),
(ec = 0,5 m; es ≃ 1:1.500.000).

5.9.2 N = -10,12 m .

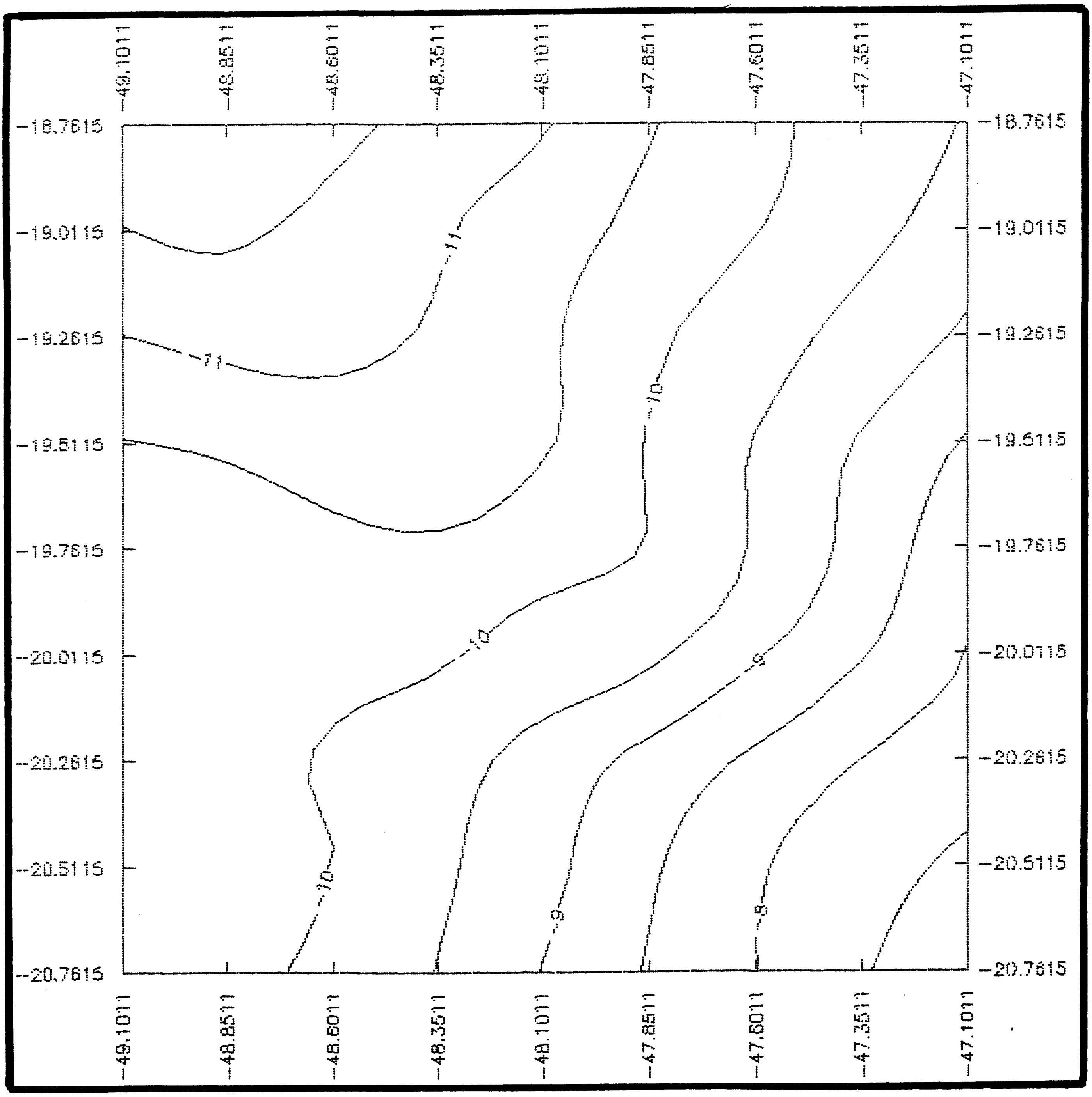


fig. 31 - Geóide na área teste (N = -10,12 m),
(ec = 0,5 m; es ≃ 1:1.500.000).

5.10 ESTIMATIVA DAS PRECISÕES

O presente item pretende fornecer uma noção quanto a confiabidade dos diversos valores calculados. Ciente da complexidade dos assuntos envolvidos, nos limitaremos a uma análise superficial. Esperando dessa forma não divergir dos objetivos desse trabalho.

5.10.1 COMPONENTES ASTROGEODÉSICAS

Baseado em[13], teremos que o erro-padrão nas observações astronômicas de alta precisão para latitude e longitude oscilarão entre 0,1" e 0,3". Similarmente para os pontos geodésicos o valor esperado para o erro-padrão é de no máximo 0,2". Considerando o valor máximo do erro de cada tipo de coordenada e ainda que estes sejam componentes do erro resultante teremos (Chuá) :

$$\sigma_{\xi} = \sqrt{\sigma_{\varphi a}^{2} + \sigma_{\varphi}^{2}} = \pm\, 0{,}36" \simeq \pm\, 0{,}4"$$

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\sigma_{\lambda a}^{2} + \sigma_{\lambda}^{2}}\ \cos\varphi = \pm\, 0{,}33" \simeq \pm\, 0{,}3"$$

5.10.2 COMPONENTES GRAVIMÉTRICAS

Analisando os valores de $\Delta\xi_2$ e $\Delta\eta_2$ da tabela 19, verificamos que seus valores médios são :

$\Delta\xi_{2m} = \pm\, 1{,}95"$ e $\Delta\eta_{2m} = \pm\, 3{,}63"$ (todos os Laplaces),

$\Delta\xi_{2m} = \pm\, 1{,}90"$ e $\Delta\eta_{2m} = \pm\, 3{,}23"$ (pontos 1,2,3,6,7,8,9,10 e 12).

5.10.3 ANOMALIA DE ALTITUDE (ζ)

De acordo com[16], os coeficientes do GEM10B permitirão o

Tabela 19 - Comparação entre as componentes do desvio determinadas.

nº	ξ^a	η^a	ξ'	$\Delta\xi_1$	η'	$\Delta\eta_1$	ξ^g	$\Delta\xi_2$	η^g	$\Delta\eta_2$	$\Delta\xi_3$	$\Delta\eta_3$
	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
01	.49	-3.29	1.11	-.62	-1.37	-1.92	1.35	-.86	2.05	-5.34	-.24	-3.42
02	2.48	3.21	2.27	.21	.74	2.47	2.60	-.12	3.98	-.77	-.33	-3.24
03	-.38	-4.07	.80	-1.18	-5.29	1.22	.89	-1.27	-2.30	-1.77	-.09	-2.99
04	4.96	-4.23	2.37	2.59	-1.73	-2.50	1.97	2.99	1.28	-5.51	.40	-3.01
05	.67	5.11	2.81	-2.14	-1.60	6.71	2.97	-2.30	1.53	3.58	-.16	-3.13
06	-.99	-.08	-.96	-.03	-.26	.18	-.09	-.90	2.96	-3.04	-.87	-3.22
07	-3.80	-3.42	-.98	-2.82	-.59	-2.83	-.14	-3.66	2.77	-6.19	-.84	-3.36
08	-.68	-.36	2.02	-2.70	-.20	-.16	2.53	-3.21	2.79	-3.15	-.51	-2.99
09	6.04	4.37	3.90	2.14	2.08	2.29	3.97	2.07	4.97	-.60	-.07	-2.89
10	2.46	3.98	.06	2.40	3.74	.24	.20	2.26	6.71	-2.73	-.14	-2.97
11	1.67	-6.49	.75	.92	-1.56	-4.93	.42	1.25	1.36	-7.85	.33	-2.92
12	4.46	-5.11	2.30	2.16	-2.43	-2.68	1.70	2.76	.40	-5.51	.60	-2.83
13	1.11	-.80	3.04	-1.93	-2.73	1.93	2.04	-.93	.29	-1.09	1.00	-3.02
14	-.94	-9.89	-.17	-.77	-4.26	-5.63	.79	-1.73	-.35	-9.54	-.96	-3.91
15	.95	-2.47	-.40	1.35	-3.99	1.52	.79	.16	-.36	-2.11	-1.19	-3.63
16	.82	-1.04	-.62	1.44	-2.00	.96	1.01	-.19	1.79	-2.83	-1.63	-3.79
17	-1.71	-1.22	-.66	-1.05	-1.59	.37	.54	-2.25	1.70	-2.92	-1.20	-3.29
18	-3.47	-2.12	.56	-4.03	-.74	-1.38	1.14	-4.61	2.19	-4.31	-.58	-2.93
19	4.16	4.98	.53	3.63	2.04	2.94	.63	3.53	4.88	.10	-.10	-2.84

* $\Delta\varepsilon_1 = \Delta\varepsilon^a - \Delta\varepsilon'$, $\Delta\varepsilon_2 = \Delta\varepsilon^a - \Delta\varepsilon^g$ e $\Delta\varepsilon_3 = \Delta\varepsilon' - \Delta\varepsilon^g$.

cálculo de ζ com erro-padrão de ± 0,94 m. Considerando a observação b do item 4.6.2, resulta para Chuá :

$$\zeta = - 9{,}4629 \pm 0{,}94 \pm 0{,}02 = - 9{,}4629 \text{ m} \pm 0{,}96 .$$

5.10.4 SEPARAÇÃO ELIPSÓIDE CO-GEÓIDE (N^C)

Baseados na bibliografia consultada assumiremos o erro na determinação de N^C como da ordem de ± 1 m .

5.10.5 PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO ENTRE SGR-80 e SAD-69

Assumindo as coordenadas geodésicas em Chuá (SAD-69) como isentas de erro e que exista apenas translação entre os dois sistemas, consideraremos apenas o erro-padrão das coordenadas cartesianas (SGR-80), dados por :

$$x = 4010551{,}1591 \text{ m} \pm 0{,}5619$$
$$y = -4470084{,}0034 \text{ m} \pm 0{,}5459$$
$$z = -2143186{,}7087 \text{ m} \pm 0{,}2445$$

O erro resultante será de ± 0,8207 m .

5.10.6 COMPONENTES ASTROGRAVIMÉTRICAS

Da tabela 19 com relação a $\Delta\xi_1$ e $\Delta\eta_1$ teremos os seguintes valores médios :

$\Delta\xi_{1m} = \pm 1{,}79"$ e $\Delta\eta_{1m} = \pm 2{,}26"$ (todos os Laplaces),

$\Delta\xi_{1m} = \pm 1{,}58"$ e $\Delta\eta_{1m} = \pm 1{,}55"$ (pontos 1,2,3,6,7,8,9,10 e 12).

Considerando os valores teóricos apresentados no capí- terceiro na (3.14) :

$$\sigma'_{\xi} = \pm\ 1{,}45'' \quad e \quad \sigma'_{\eta} = \pm\ 1{,}45'' \ .$$

5.10.7 EFEITO DA APLICAÇÃO DO MÉTODO ASTROGRAVIMÉTRICO

Dos valores de $\Delta\xi_{mi}$ e $\Delta\eta_{mi}$ para os pontos interiores aplicados a (3.14) com referência a σ_g, resultam :

$$\sigma_{g\xi} = \pm\ 1{,}09'' \quad e \quad \sigma_{g\eta} = \pm\ 1{,}07'' \ .$$

Capítulo Sexto

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 CONCLUSÕES

a. a quantidade e qualidade dos dados utilizados mostraram-se suficientes com relação a aplicação do método astrogravimétrico (incluindo o cálculo de N), ainda que as anomalias calculadas pelo OSU86E para o arquivo USP88, por vezes tivessem desvios maiores que os próprios valores calculados, como mostrado na tabela 2;

b. o método dos quadrados sob a forma plenamente analítica apresentou-se prático e eficiente com relação à aplicação prática das fórmulas de STOKES e VENING-MEINESZ;

c. a ondulação geoidal em Chuá não é nula (N = -10,12 m);

d. ao contrário do pregado pelo SGB, o disturbio do potencial e a anomalia (FAYE), não são coincidentes no datum, sendo o efeito indireto da ordem de 15 cm, e a correção de BOWIE 0,05 mGal;

e. os diversos valores que compõem N, mostraram-se compatíveis entre si, salientando-se a diferença entre essa e ζ, abaixo de 2 m e que confirma o preposto por BOMFORD em[02];

f. analisando a tabela 19, concluímos que o método astrogravimétrico é mais eficiente que o método gravimétrico, nas maneiras aqui desenvolvidas, demonstrando a importância da consideração do efeito das zonas distantes (para esta afirmação tomamos como base a comparação do presente trabalho e o realizado por MELLO em[17]);

g. a avaliação teórica do erro nas componentes astrogravimépela (3.14), divergiu das médias calculadas em 5.10.6 da tabela 18, em cerca de ± 0,10", demonstrando sua aplicabilidade (pontos de LAPLACE internos);

h. os valores das componentes astrogravimétricas calculadas apresentaram-se homogêneas tomando em conta os fechamentos dos circuitos onde se aplicou o nivelamento astronômico na área teste (tabelas 17 e 18);

i. os geóides astrogravimétricos para a área teste apresentaram conformidade com relação a distribuição das curvas de mesma ondulação geoidal,quando comparados ao mapa geoidal do Brasil (IBGE/IAG/USP-1987), é importante observar que o referido mapa e o arquivo USP88.DAT, têm como base o modelo geopotencial OSU86E.

6.2 RECOMENDAÇÕES

a. é interessante que instituições ligadas a Geodésia em nosso país empenhem-se na determinação de um sistema geodésico geocêntrico ou que pelo menos revejam o sistema atualmente utilizado;

b. todos os cálculos realizados na presente dissertação podem ser repetidos, bem como a ampliação dos dados e ênfase com relação ao ajustamento dos resultados;

c. o método astrogravimétrico de determinação do geóide é bastante atrativo para mapeamentos regionais e passivo de aplicação em diversos pontos do país;

d. reafirmamos o pedido realizado por MELLO (1973), aos órgãos responsáveis pela cartografia nacional, em termos da densificação dos levantamentos gravimétricos e de pontos de LAPLACE, nas proximidades do datum Chuá, visando aproveitamento científico e logístico.

A N E X O I

(Programas e arquivos utilizados)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01 BOCK, Y. et alii. Measuring orthometric height differences with GPS and gravity data, Manuscripta Geodaetica. Berlim, Alemanha, vol.10, n.3, 187-194p. set-1985.

02 BOMFORD, G. Geodesy. 4.ed. Oxford:Clarendon Press, 1983. 855p.

03 COLLINS, J. et alii. Surveying with Global Position System. 2. ed. Bonn, Alemanha : Ferd. Dummler's Verlag, 1987. 128p.

04 DEHLINGER, P. Marine Gravity. Amsterdam, Holanda : Elsevier Scientific Publishing Company, 1978. 322p.

05 ENGELIS, T. On the simultaneous improvement of a satellite orbit and determination of sea surface topography using altimeter data, Manuscripta Geodaetica. Berlim, Alemanha, vol.13 , n.3, 180-190p. mar-1988.

06 ERSHOV, V.V. et alii. Fundamentals of Geology. Moscou, Russia: Mir Publishiers, 1988. 358p.

07 GEMAEL, C. Introdução à Geodésia Física. Curitiba : UFPR,1981. 145p.

08 GEMAEL, C. Referenciais Cartesianos Utilizados em Geodésia. Curitiba : UFPR, 1981. 80p.

09 GEMAEL, C. et SANTOS JR, R.L. Tendência do Geóide no Estado de São Paulo, Boletim da UFPR. CPGCG. n. 38, 1-10p. 1990.

10 GROTEN, E. Geodesy and the Earth's Gravity Field. vol. 1. Bonn ,Alemanha : Dummler's Verlag, 1979. 409p.

11 HEISKANEN W.A. et MORITZ H. Physical Geodesy. São Francisco, EUA : W.H. Freeman and Company, 1967. 364p.

12 HEISKANEN W.A. et VENING MEINESZ F.A. The Earth and its Gravity Field. Nova Iorque, EUA : McGraw-Hill Book Company, Inc. 1958. 470p.

13 I.B.G.E. Boletim de Serviço (suplemento). Rio de Janeiro :

Centro de Serviços Gráficos do IBGE, n. 1602, 331ª semana, 1983. 11p.

14 I.B.G.E. Trabalhos Técnicos - 1986. Rio de Janeiro : Centro de Serviços Gráficos do IBGE, 1986. 40p.

15 I.B.G.E. et I.A.G. Determinação dos Parâmetros de Transformação entre os Sistemas NWL-10D, NSWC-9Z2, WGS-84 e o SAD-69, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Cartografia. Gramado, vol.1, 157-165p. maio-1989.

16 LERCH, F.J. et alii. Goddard Earth Model for Oceanographic Applications (GEM 10B and GEM 10C), Marine Geodesy. Nova Iorque, EUA, vol.5, n.2, 145-187p. 1981.

17 MELLO, M.P. Ensaio para definição do vetor de orientação geocêntrica através da Geodésia Física. Rio de Janeiro : IBGE, dissertação de mestrado. 1973. 268p.

18 MERRY, C.L. Studies Towards an Astrogravimetric Geoid for Canada, Technical Report. University of New Brunswick, Canadá, n.31,1-129p. fev-1975.

19 MOLODENSKII, M.S. et alii. Methods for study of the External Gravitational Field and Figure of the Earth. Jerusalém, Israel:Israel Program for Scientific Translations, 1962. 248p.

20 MORITZ, H. Advanced Physical Geodesy. Kalsruhe, Alemanha : Wichmann, 1980. 500p.

21 MORITZ, H. Geodetic Reference System 1980, Bulletin Géodésique . Paris, França, vol. 62, n. 3, 348-358p. 1988.

22 PEN-SHAN, H. Evaluation of the plumb line curvature effect on the deflection of the vertical, Technical Report. University of New Brunswick, Canadá, n.121, 1-112p. jan-1986.

23 PICK, M. et alii. Theory of the Earth's Gravity Field. Amsterdam, Holanda: Elsevier Scientific Publishing CO. 1973, 538p.

24 RAPP, R.H. A FORTRAN program for the computation of gravimetric quantities from high degree spherical harmonic expansions, Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying. The Ohio State University, Columbus, EUA, n. 334, 1-23p. set-1982.

25 RAPP, R.H. et CRUZ, J.Y. The Representation of the Earth's Gravitational Potential in a Spherical Harmonic Expansion to Degree 250, Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying. The Ohio State University, Columbus, EUA, n.372, 1-64p. set-1986.

26 RAPP, R.H. et CRUZ, J.Y. Spherical Harmonic Expansions of the Earth's Gravitational Potential to Degree 360 Using 30' Mean Anomalies, Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying . The Ohio State University, Columbus, EUA, N.376, 1-22p. dez-1986.

27 SÁ, N.C. de Modelos estatísticos e representação integrada do campo da gravidade no Brasil. São Paulo : USP, tese de doutorado. 1988. 232p.

28 SZABO, B. The Estimation of the Earth's Gravity Field, Reports of the Department of Geodetic Science and Surveying. The Ohio State University, Columbus, EUA, n. 369, 1-104p. jun-1986.

29 TORGE, W. Geodesia.(versão em espanhol do original em inglês Geodesy, 1980. tradução de GARCIA, G.L.). México : Diana Técnico, 1983. 297p.

30 VANÍCEK, P. Physical Geodesy, Lecture Notes. University of New Brunswick, Canadá, Department of Surveying Engineering, n.43, 1-176p. jan-1976.

31 VANÍCEK, P. et KRAKIWSKY, E. Geodesy - The Concepts. Holanda : North-Holland, 1986. 697p.