

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ROMULO DE OLIVEIRA LEITE

MODELO DE MARKOWITZ PARAMETRIZADO POR INDICADORES DE  
ANÁLISE TÉCNICA

CURITIBA

2014

ROMULO DE OLIVEIRA LEITE

MODELO DE MARKOWITZ PARAMETRIZADO POR INDICADORES DE  
ANÁLISE TÉCNICA

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciências, na Linha de Pesquisa de Métodos Estatísticos Aplicados à Engenharia, na Área de Concentração em Programação Matemática, do Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia do Setor de Ciências Exatas e do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto

CURITIBA

2014

---

L533m Leite, Romulo de Oliveira  
Modelo de Markowitz parametrizado por indicadores de análise  
técnica / Romulo de Oliveira Leite. – Curitiba, 2014.  
92f. : il., graf., tab.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor  
de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos  
em Engenharia.  
Orientador: Anselmo Chaves Neto  
Bibliografia: p. 79-82.

1. Ações (Finanças) - Análise. 2. Modelo de Markowitz.  
I. Chaves Neto, Anselmo. II.. Universidade Federal do Paraná.  
III. Título.

CDD: 332.6322

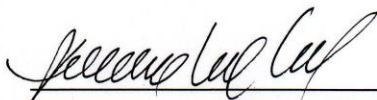
---

**TERMO DE APROVAÇÃO**

RÔMULO DE OLIVEIRA LEITE

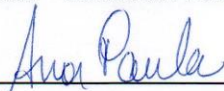
MODELO DE MARKOWITZ PARAMETRIZADO POR INDICADORES DE ANÁLISE  
TÉCNICA.

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de mestre no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:



Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto.

Orientador – Membro do PPGMNE/UFPR



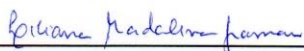
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Ana Paula Mussi Szabo Cherobim.

Membro do PPGADM/UFPR



Prof. Dr. Allysson Ramos Artuso.

Membro da Universidade Positivo – PR



Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Liliansa Madalena Gramani.

Membro do PPGMNE/UFPR

Curitiba, 28 de fevereiro 2014.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha família que nunca deixou de me apoiar e que sempre teve certeza de que eu conseguiria alcançar este objetivo.

À minha esposa Luciana, meu porto seguro e fonte de inspiração para sempre buscar dias melhores.

Ao Professor Dr. Anselmo Chaves Neto, pelo vasto conhecimento técnico transmitido, pela camaradagem e por compartilhar sua experiência de vida acadêmica e profissional.

Aos professores membros da banca, pela paciência em avaliar este trabalho e pela generosa contribuição para que este se tornasse o melhor possível.

Aos professores do PPGMNE, pela disposição e boa vontade com que contribuíram para minha formação.

Aos colegas e amigos do CESEC, por compartilharem conhecimento e amizade e por fazerem deste Centro de Estudos um ambiente de trabalho extremamente agradável.

Aos amigos militares e servidores civis do Parque Regional de Manutenção/5, na pessoa do Cel. Tales Vilella, pelo longo e prazeroso convívio e pelo incentivo ao meu aprimoramento profissional.

À CNPq, pelo incentivo financeiro fundamental à realização deste trabalho.

A todos, muito obrigado!

“Posso calcular os movimentos dos corpos celestiais,  
mas não a loucura das pessoas.”

Isaac Newton

## RESUMO

O Modelo de Markowitz é utilizado no problema da composição do portfolio de ações com melhor relação histórica entre risco e retorno. A Análise Técnica de ações, por sua vez, foi desenvolvida com a finalidade de fornecer ao investidor indicadores que o auxiliem na identificação de pontos de compra e venda de ações, através da análise de dados quantitativos. Fazendo uso dessas duas técnicas, este trabalho propõe a utilização do *Moving Average Convergence-Divergence* (MACD) e do Índice de Força Relativa (IFR), que são indicadores técnicos, como reguladores do parâmetro de aversão ao risco aplicado ao Modelo de Markowitz. Os desempenhos dos modelos propostos são testados através de simulações de negociações de ações na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), gerenciadas por um algoritmo de negociações aplicado a um Fundo Quantitativo. Como resultado, verifica-se que os modelos regulados pelos referidos indicadores técnicos apresentaram desempenhos superiores aos dos modelos de parâmetro fixo, ao da carteira teórica do Índice Bovespa e ao de uma carteira diversificada de forma ingênua, para o período de 2008 a 2010. No entanto, não foram encontrados indícios de que tal superioridade se deva ao potencial de informação contido nos dados históricos e nos indicadores técnicos, visto que os retornos residuais sistemáticos obtidos através dos modelos propostos não são estatisticamente significativos.

Palavras-chave: Modelo de Markowitz. Análise Técnica de Ações. Gestão Ativa de Carteiras. Bovespa. Fundos Quantitativos.

## ABSTRACT

Markowitz' Model is applied to the problem of the composition of a stock portfolio with the best historical relationship between risk and return. On the other hand, Technical Analysis was developed for the purpose of providing investors indicators which may help in identifying buy and sell points for stock's trading, via quantitative data analysis. Using both these tools, the present research proposes the use of Moving Average Convergence-Divergence (MACD) and Relative Strength Index (RSI), technical indicators, as regulators for the risk aversion parameter applied to Markowitz Model. The performance of the proposed models are tested through simulations of stock trades in São Paulo's Stock Exchange (Bovespa), managed by a trading algorithm applied to a Quantitative Fund. As result, the models regulated by such technical indicators had shown better performance than models with fixed parameters, the theoretical portfolio of Bovespa Index and a portfolio naively diversified, for the period 2008-2010. However, no evidence was found that such superiority is due to the potential of information contained in historical data and in the technical indicators, because of the fact that the systematic residual returns obtained by the proposed models are not statistically significant.

Keywords: Markowitz' Model. Stock Technical Analysis. Active Portfolio Management. Quantitative Funds.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2.1 - ABORDAGEM MODERNA DAS MODALIDADES DE GESTÃO DE CARTEIRAS.....	18
FIGURA 2.2 - AS FASES DO MERCADO SEGUNDO A TEORIA DE DOW.....	45
FIGURA 2.3 - ESTRUTURA BÁSICA DE UM FUNDO QUANTITATIVO.....	52
FIGURA 3.1 - FLUXOGRAMA DAS OPERAÇÕES EXECUTADAS PELO ALGORITMO DE GESTÃO DE CARTEIRAS....	63

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 2.1 -	EXEMPLO DE SOLUÇÃO PARA O MODELO DE MINIMIZAÇÃO DE RISCO COM DOIS ATIVOS.....	29
GRÁFICO 2.2 -	FRONTEIRA EFICIENTE PARA MERCADO COM UM ATIVO LIVRE DE RISCO.....	35
GRÁFICO 2.3 -	INTERSECÇÃO ENTRE FORNTEIRAS EFICIENTES DE MERCADOS COM E SEM UM ATIVO LIVRE DE RISCO.....	36
GRÁFICO 2.4 -	O MACD COMO CRITÉRIO DE DECISÃO.....	48
GRÁFICO 2.5 -	O IFR COMO CRITÉRIO DE DECISÃO.....	49
GRÁFICO 2.6 -	EXEMPLO DE EVOLUÇÃO PATRIMONIAL DE PORTFOLIOS.....	53
GRÁFICO 4.1 -	EVOLUÇÃO PATRIMONIAL DAS CARTEIRAS DO IBOVESPA, DE DIVERSIFICAÇÃO INGÊNUA, DO MACD E DO IFR.....	68
GRÁFICO 4.2 -	EVOLUÇÃO PATRIMONIAL DAS CARTEIRAS DE PAR FIXO, DO MACD E DO IFR.....	70

## LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 -	AÇÕES COMPONENTES DO PORTFÓLIO SIMULADO.....	59
TABELA 4.1 -	RETORNOS E CUSTOS DE TRANSAÇÃO DAS CARTEIRAS SIMULADAS NO PERÍODO 2008-2010.....	70
TABELA 4.2 -	ÍNDICES SHARPE <i>EX POST</i> ANUAIS OBTIDOS PELAS CARTEIRAS SIMULADAS.....	72
TABELA 4.3 -	ÍNDICES SHARPE <i>EX POST</i> OBTIDOS PELAS CARTEIRAS SIMULADAS NO PERÍODO 2008-2010.....	73
TABELA 4.4 -	ALFAS DE JENSEN E ÍNDICES BETA OBTIDOS PELAS CARTEIRAS SIMULADAS NO PERÍODO 2008-2010.....	74
TABELA 4.5 -	RAZÕES DE INFORMAÇÃO OBTIDAS PELAS CARTEIRAS SIMULADAS NO PERÍODO 2008-2010.....	74
TABELA 4.6 -	VALORES DAS DIFERENÇAS ENTRE AS RAZÕES MÉDIA/DESVIO-PADRÃO DAS CARTEIRAS SIMULADAS E DA CARTEIRA DO IBOVESPA.....	74
TABELA 4.7 -	VALORES P DOS TESTES DE LEVENE PARA AS COMPARAÇÕES ENTRE AS VARIÂNCIAS DOS RETORNOS DIÁRIOS DAS CARTEIRAS SIMULADAS..	76

## LISTA DE SIGLAS

Bovespa -	Bolsa de Valores de São Paulo
BR -	Largura (Breadth)
CAPM -	Capital Asset Pricing Model
DI -	Diversificação Ingênua
HFT -	High Frequency Trading
HME -	Hipótese dos Mercados Eficientes
Ibovespa -	Índice Bovespa
IC -	Coeficiente de Informação (Information Coefficient)
IFR -	Índice de Força Relativa
IOF -	Imposto sobre Operações Financeiras
IR -	Razão de Informação (Information Ratio)
LFT -	Low Frequency Trading
IS -	Índice Sharpe
MACD -	Moving Average Convergence-Divergence
PAR -	Parâmetro de Aversão ao Risco

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
1.1 OBJETIVOS.....	15
1.2 JUSTIFICATIVA.....	15
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	17
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>18</b>
2.1 GESTÃO ATIVA DE CARTEIRAS.....	18
2.2 MODELO DE MARKOWITZ E O CAPITAL ASSET PRICING MODEL.....	21
2.2.1 Modelo de Otimização Média-Variância e Fronteira Eficiente.....	22
2.2.2 Modelo Média-Variância com Um Ativo Livre de Risco.....	32
2.2.3 Capital Asset Pricing Model (CAPM).....	37
2.2.4 Hipótese dos Mercados Eficientes.....	43
2.3 ANÁLISE TÉCNICA DE AÇÕES.....	44
2.3.1 Moving Average Convergence-Divergence.....	47
2.3.2 Índice de Força Relativa.....	48
2.4 NEGOCIAÇÃO ALGORÍTMICA E FUNDOS QUANTITATIVOS.....	50
2.5 ANÁLISE DE <i>PERFORMANCE</i> .....	52
2.5.1 Retorno Líquido Acumulado.....	53
2.5.2 Índice Sharpe <i>Ex Post</i> .....	54
2.5.3 Razão de Informação.....	54
2.5.4 Índice Beta e Alfa de Jensen.....	55
2.5.5 Testes de Levene e de Kruskal-Wallis.....	56
<b>3 MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>59</b>
3.1 MATERIAIS.....	59
3.2 MÉTODOS.....	62
<b>4 RESULTADOS.....</b>	<b>68</b>
<b>5 CONCLUSÃO.....</b>	<b>77</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>79</b>
<b>ANEXO A – CÓDIGO FONTE DO PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN 90 UTILIZADO NA SIMULAÇÃO.....</b>	<b>83</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A gestão ativa de carteiras tem por objetivo a composição de portfólios que superem o mercado na relação entre risco e retorno, baseando-se em previsões e/ou estimativas formuladas através de dados históricos (ELTON *et al.*, 2004). Esta modalidade contrapõe-se à gestão passiva, cujo objetivo é alcançar resultado semelhante ao mercado, geralmente aplicando-se recursos em ativos atrelados a algum indicador financeiro.

A viabilidade da gestão ativa de carteiras é questionada pelos pesquisadores que defendem a Hipótese dos Mercados Eficientes (HME) (GRINOLD; KAHN, 1999). De acordo com tal hipótese, seria impossível bater o mercado através da seleção de ativos baseada em previsões dos movimentos dos preços, dado que os retornos residuais constituem uma variável aleatória com esperança nula, ou seja, um ruído branco.

No entanto, a aceitação da HME não é um consenso. Vários estudos puseram tal hipótese à prova; alguns obtiveram resultados favoráveis, enquanto outros encontraram evidências de sua falibilidade (BRUNI; FAMÁ, 1998).

Supondo que o mercado não seja eficiente, ou, ao menos, admitindo ineficiências em determinados intervalos de tempo, torna-se possível compor um portfólio de ações com relação ótima entre risco e retorno segundo o comportamento histórico das cotações. Para determinar as frações do capital disponível que devem ser destinadas a cada componente, utiliza-se a base de dados para a geração de estimativas de esperança e variância dos retornos, que são inseridas no modelo proposto por Markowitz (1952, p. 84-87). A solução de tal modelo pode se dar, além da série histórica de retornos, por meio de um parâmetro que quantifique a aversão ao risco do investidor. Esse parâmetro pode ser determinado pelo retorno mínimo desejado, pela máxima variância suportada ou por um multiplicador que penalize a variabilidade (KENDRICK; MERCADO; AMMAN, 2006), conhecido como Parâmetro de Aversão ao Risco (PAR). O presente trabalho tem foco na determinação deste último.

Como cada investidor tem um perfil de risco, a solução do modelo fica sujeita à quantificação do nível de exposição a variabilidades, o que determina o valor do PAR. Para cada valor, há um portfólio ótimo distinto; o conjunto desses portfólios caracteriza a chamada fronteira eficiente (LUENBERGER, 1998).

A determinação do PAR de forma intuitiva ou baseada em critérios improcedentes pode fazer com que a estimativa não represente adequadamente a preferência do investidor. Além disso, a tradução em números de algo que não é fisicamente mensurável é, naturalmente, bastante suscetível a imprecisão.

Uma alternativa, portanto, é fazer uso de indicadores que pretensamente trazem informações sobre o momento do mercado e a tendência das cotações. Tais informações podem ser encontradas em indicadores de Análise Técnica, vertente que se baseia em séries históricas de dados para a determinação de pontos de entrada e saída em negociações envolvendo ações (*trades*), de acordo com a dinâmica do mercado (SAFFI, 2003).

A partir dessa perspectiva, este trabalho apresenta a proposta da determinação do valor do PAR em função de indicadores de Análise Técnica, aplicando-se os modelos propostos à gestão ativa de portfólios compostos por ações de alta liquidez negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa).

Os modelos são testados empiricamente através da simulação da gestão dos portfólios, o que consiste na execução de um algoritmo de otimização de portfólio e de negociações envolvendo ações baseado no Modelo de Markowitz, cujo PAR é calculado em função do *Moving Average Convergence-Divergence* (MACD) e do Índice de Força Relativa (IFR). A análise de *performance* consiste na comparação dos Índices Sharpe *ex post*, dos retornos líquidos e dos coeficientes Beta e Alfa estimados do Modelo de Precificação de Ativos de Capital (CAPM) (GRINOLD; KAHN, 1999), além das razões de informação e da aplicação dos testes de estatísticos de Levene e de Kruskal-Wallis, para a verificação da habilidade dos modelos propostos em gerar retornos sistemáticos superiores aos do *benchmark*.

Os resultados mostram que, no período analisado, houve razoável superioridade dos modelos propostos sobre os modelos de PAR fixo, sobre a

carteira do Ibovespa e sobre a carteira de diversificação ingênua (igualitária), ainda que não seja possível descartar a hipótese de que tal superioridade seja devida ao acaso.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é avaliar o efeito da inserção de informações a respeito da tendência e do momento do mercado no Modelo de Markowitz sobre a gestão ativa de um portfólio de ações de alta liquidez negociadas na Bovespa, por meio de indicadores de Análise Técnica, fazendo uso do referido modelo como metodologia para a determinação da composição do portfólio.

Para tanto, apresentam-se os seguintes objetivos específicos:

- a) Estabelecer relações entre os indicadores técnicos e o PAR, de forma a adequar a informação contida nesses indicadores à formulação e à regulação do modelo;
- b) Analisar o comportamento de risco do modelo proposto frente às diversas configurações do mercado;
- c) Comparar o desempenho *ex post* do modelo proposto com o do mercado, o da carteira de diversificação ingênua e com carteiras de PAR fixo;
- d) Avaliar a viabilidade da gestão ativa com base no período analisado;
- e) Verificar evidências que corroborem ou refutem a Hipótese dos Mercados Eficientes, em sua forma fraca.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Para a formulação do Modelo de Markowitz é necessário dispor de uma base de dados históricos a respeito dos retornos dos ativos selecionados. Esses dados são utilizados na estimativa do vetor de médias e da matriz de

covariância dos retornos, que informam ao modelo qual a expectativa de retorno e qual a variabilidade a que esses retornos estão sujeitos, respectivamente. No entanto, tais informações servem tão somente para estimar os parâmetros de retorno e risco, desconsiderando os mecanismos de formação da série de preços. O modelo não tem o objetivo de “enxergar” a formação, o fim ou a reversão de possíveis tendências. Sendo assim, agregar a informação contida em indicadores técnicos é uma forma de ampliar o modelo e aprimorar sua capacidade de compor portfólios lucrativos, além de reduzir substancialmente o grau de subjetividade na escolha do nível de exposição ao risco.

A literatura sobre otimização de portfólios é relativamente abundante, bem como sobre a Análise Técnica de ações. Porém, pesquisas envolvendo a junção ou a concatenação dessas metodologias é bastante escassa. Um exemplo é o trabalho realizado por Marasovic, Poklepovic e Aljinovic (2011, p. 122-132), que conduziram uma experiência voltada para o mercado croata de ações e concluíram que indicadores técnicos e fundamentalistas podem suplementar o modelo de otimização de forma a torná-lo mais eficaz.

No que diz respeito a pesquisas sobre gestão ativa de carteiras, as conclusões a respeito de sua viabilidade prática divergem. Saffi (2003, p. 953-974) e Hieda e Oda (1998, p. 1-11) obtiveram resultados negativos, enquanto Santos e Tessari (2012, p. 369-394) apresentaram evidências da eficácia dessa modalidade de gestão. Em meio a esta polêmica, o presente trabalho se propõe a contribuir com novos resultados sobre o tema.

Outro assunto controverso e que é bastante íntimo à gestão ativa de carteiras é a teoria da eficiência dos mercados, em particular do mercado de ações brasileiro. Os resultados apresentados neste trabalho também contribuem para a discussão sobre esse tema.

A simulação das negociações em que consiste o teste empírico das estratégias propostas neste trabalho baseia-se estritamente num método quantitativo de composição de portfólio. Ou seja, trata-se da simulação de um “Quant Fund”, ou Fundo Quantitativo, que é um portfólio de ações gerenciado através da implementação de um algoritmo alimentado com dados sobre o mercado e que retorna a composição ótima do portfólio de acordo com algum critério estabelecido. A negociação algorítmica (*Algorithmic Trading*, ou

simplesmente *Algo Trading*) tem conquistado espaço à medida que os computadores e os meios de transmissão de dados evoluem. É estimado que metade das negociações no mercado norte-americano sejam oriundas de algoritmos (BRABAZON; O'NEILL; DEMPSEY, 2008). Portanto, dada a relevância prática do assunto, é conveniente que os resultados ora apresentados somem-se ao volume de experiências sobre o tema, ainda que de modo colateral.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está organizado de forma a satisfazer os objetivos propostos e está estruturado em cinco capítulos.

Primeiramente, esta introdução apresenta o tema de estudo, os objetivos e as justificativas para sua elaboração.

No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica relacionada ao tema, baseada em referenciais atualizados e relevantes ao estudo. Nesse capítulo são apresentados os princípios básicos da gestão ativa de carteiras, o modelo de otimização de carteiras proposto por Markowitz, os fundamentos do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), a Escola Técnica de análise de ações e os indicadores técnicos utilizados nas simulações, os fundamentos da negociação algorítmica (*Algorithmic Trading*) no gerenciamento de negociações em fundos quantitativos e alguns dos métodos de análise de desempenho da gestão ativa de carteiras composta por ativos financeiros.

O capítulo 3 descreve com detalhes os procedimentos metodológicos e os dados utilizados na pesquisa empírica.

O capítulo 4 traz os resultados das simulações e apresenta a análise dos testes de desempenho da gestão baseada nos modelos propostos.

Por fim, segue a conclusão e sugestões para trabalhos futuros, além do elenco de referências utilizadas na elaboração deste trabalho.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a base teórica que sustenta a pesquisa empírica e os resultados obtidos.

### 2.1 GESTÃO ATIVA DE CARTEIRAS

Até o fim do século XX, a diferença entre o gestor ativo e o passivo era que este aplicava em ativos atrelados a índices de referência do mercado – como o Ibovespa, por exemplo – enquanto que aquele buscava alguma alternativa a essa estratégia. Com a evolução das técnicas de gestão, essa abordagem tornou-se insuficiente para diferenciar tais modalidades. Elton *et al.* (2004, p. 581-595) propõe que, recentemente, a metodologia de decisão de investimentos tornou-se o diferencial: classifica-se como ativo o gestor que baseia suas decisões em previsões. A (FIGURA 2.1) ilustra as estruturas operacionais de cada modalidade de gestão.

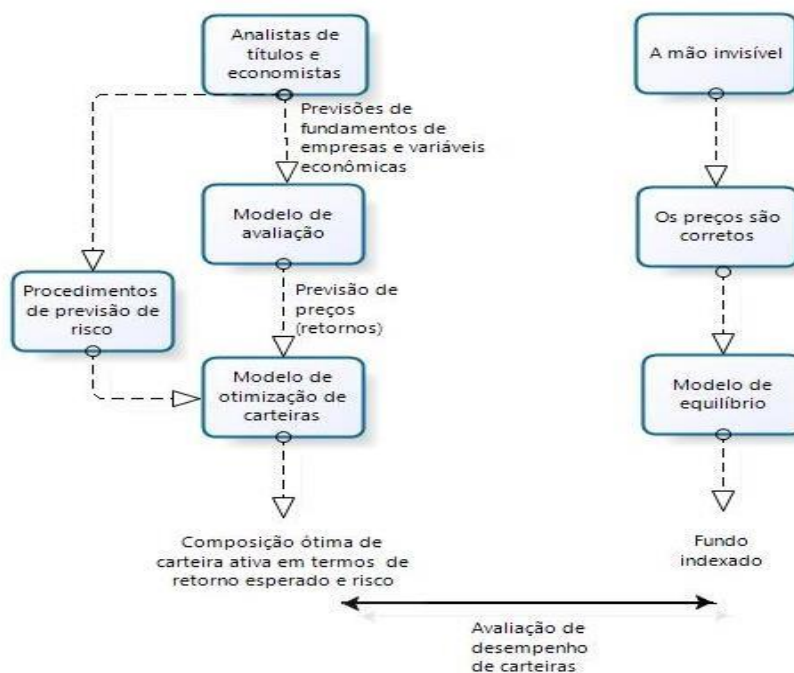


FIGURA 2.1 – ABORDAGEM MODERNA DAS MODALIDADES DE GESTÃO DE CARTEIRAS  
 FONTE: Elton *et al.* (2004)

O exemplo mais simples de gestão passiva é o fundo indexado, que é constituído de modo a replicar a carteira teórica de algum índice do mercado. Assim, os retornos obtidos e o risco assumido são exatamente iguais aos do índice.

Ao se replicar uma carteira teórica, surgem alguns problemas como o custo de transação – há índices cuja carteira teórica é composta por mais de 100 ativos –, além da constante necessidade de rebalanceamento por conta de pagamentos de dividendos. Para lidar com esses problemas, o gestor pode optar por formar uma carteira com um número máximo de ações com maior correlação histórica com o índice, reduzindo assim os custos operacionais sem deixar de acompanhar os movimentos do mercado.

Segundo Elton *et al.* (2004, p. 581-595), o desempenho histórico dos fundos indexados tem superado o dos fundos de gestão ativa. Entre 1999 e 2004, o índice S&P 500, que representa as ações das 500 principais empresas industriais de capital aberto nos Estados Unidos, superou cerca de 75% dos gestores ativos americanos.

A gestão ativa parte de previsões para assumir posições diferentes das carteiras atreladas a índices, buscando realizar potenciais ganhos superiores ao mercado. Segundo Elton *et al.* (2004, p. 581-595), há basicamente três categorias de gestores ativos: o que procura o *timing* do mercado, o que seleciona setores e o que seleciona títulos. Este último, fazendo uso de métodos de otimização e modelos de precificação, constrói portfólios apostando que a carteira que serve como *benchmark*, ou seja, aquela atrelada ao índice do mercado, não tem proporções ótimas de aplicação em cada título. A ampla maioria dos gestores ativos são enquadrados nessa categoria.

Assim, o gestor ativo faz o rebalanceamento da carteira à medida que suas previsões e estimações de valor se alteram.

A gestão ativa caracteriza-se naturalmente por ser mais arrojada, no intuito de obter excessos de retorno. Por isso, a exposição ao risco precisa ser compensada para que a gestão ativa seja viável. Além disso, o custo de rebalanceamento da carteira é proporcional à sua frequência; atualizações muito frequentes culminam invariavelmente na corrosão dos lucros por corretagens e impostos. Em geral, quanto menor for o período do *trade*, maior a carga tributária que sobre ele incide.

O investidor que busca a gestão ativa espera alcançar excessos de retorno apostando na ineficiência do mercado. No entanto, mesmo que se suponha válida essa ineficiência, há ainda poucas evidências de que tais excessos sejam significativos.

Em termos práticos, vencer o mercado equivale a obter retornos residuais positivos com baixo risco residual. Por risco e retorno residuais entendem-se aqueles não correlacionados com o mercado, que são inerentes a cada portfólio em particular. Portanto, para que seja viável a gestão ativa, a relação entre a magnitude do retorno esperado e sua variabilidade deve ser superior à do mercado.

O indicador que possibilita a avaliação da viabilidade da gestão ativa em determinado mercado é a *Information Ratio* ou Razão de Informação (IR). Esse indicador pode ser calculado como a razão entre a esperança e o desvio-padrão dos resíduos (GRINOLD; KAHN, 1999).

$$IR = \frac{\mu_{\alpha_p}}{\sigma_{\alpha_p}} \quad (2.1)$$

em que  $\mu_{\alpha_p}$  e  $\sigma_{\alpha_p}$  são o valor esperado e o desvio-padrão dos retornos residuais, respectivamente.

Quanto maior o valor de IR, maior o grau de viabilidade da gestão ativa. Segundo Grinold e Kahn (1999, p. 113-117), 25% dos gestores alcançam IR maior ou igual a 0,5, valor considerado satisfatório, enquanto apenas 10% classificam-se como excepcionais, obtendo IR maior ou igual a 1.

Há dois aspectos que definem o nível do IR: a habilidade de previsão de excessos de retorno e a quantidade de oportunidades de que se dispõe para a aplicação dessa habilidade. A habilidade de previsão é mensurada pelo *Coefficiente de Informação* (IC), que é calculado como a correlação entre os valores previstos e os valores reais dos retornos residuais, conforme a expressão (2.2).

$$IC = \rho_{\hat{\alpha}_p, \alpha_p} \quad (2.2)$$

Por outro lado, a quantidade de oportunidades é medida em termos do número de negociações baseadas nas previsões realizadas; essa medida é denominada *largura* (BR). A largura é medida com base anual. Dessa forma, ao comparar dois gestores com mesma habilidade de previsão, classificar-se-á como melhor o que mais produzir negociações em termos quantitativos. Essa abordagem é sintetizada pela Lei Fundamental da Gestão Ativa de Carteiras (GRINOLD; KAHN, 1999), caracterizada pela expressão (2.3).

$$IR \approx IC\sqrt{BR} \quad (2.3)$$

Desse modo, se a correlação entre as previsões e a realidade for aproximadamente nula, têm-se que não há informação relevante na gestão do portfólio, o que sinaliza que a gestão passiva seria uma melhor opção.

Naturalmente, a gestão ativa exige monitoramento e atualização constantes e consistentes. No entanto, a prosperidade de qualquer investimento não depende apenas da estratégia aplicada, mas também de aspectos materiais inerentes aos ativos envolvidos. Por representarem partes do capital social de uma empresa, o retorno sobre o investimento em ações sofre relevante influência dos resultados operacionais, das perspectivas futuras e, sobretudo, do estilo de gestão de sua diretoria.

## 2.2 MODELO DE MARKOWITZ E O *CAPITAL ASSET PRICING MODEL*

Primordialmente, o problema de quem investe em ativos financeiros é descobrir quanto deve investir em cada ativo que tem à disposição de modo a maximizar o retorno sobre o investimento. Esta seção dedica-se a apresentar a formulação do modelo de otimização média-variância proposto por Markowitz (1952, p. 84-87) e do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), que é um consagrado modelo de precificação de ativos financeiros (BRUNI; FAMÁ, 1998).

### 2.2.1 Modelo de Otimização Média-Variância e Fronteira Eficiente

Seja  $P(t)$  o preço de determinado ativo no instante  $t$ . O retorno aleatório bruto  $R(t)$  e o retorno aleatório total  $r(t)$  sobre o investimento aplicado a esse ativo são dados pelas expressões (2.4) e (2.5), respectivamente.

$$R(t) = \frac{P(t+1)}{P(t)} \quad (2.4)$$

$$r(t) = R(t) - 1 = \frac{P(t+1) - P(t)}{P(t)} \quad (2.5)$$

Tais retornos são ditos aleatórios porque assumem que o preço  $P(t + 1)$  é uma variável aleatória.

Seja  $d$  a quantidade de ativos disponíveis para investimento e  $W$  o capital que se deseja aplicar. Naturalmente, assume-se  $W > 0$ .

Seja ainda  $W_i$  a quantidade de capital, em unidades monetárias, alocada ao ativo  $i$ ,  $i = 1, \dots, d$ . Se  $W_i > 0$ , há uma posição comprada; por outro lado, se  $W_i$  é negativo, há uma posição vendida. Isso significa que, para valores positivos de  $W_i$ , compram-se títulos do ativo  $i$ , enquanto que para valores negativos, alugam-se os títulos e vendem-se, com o compromisso de recomprá-los e devolvê-los ao término do contrato do aluguel (MINOZZO, 2010). Fundamentalmente, o investidor assume uma posição comprada quando acredita na valorização do ativo e assume uma posição vendida quando crê na sua desvalorização.

Com base nessas premissas, o retorno total sobre o investimento diversificado em  $d$  ativos, com a quantia  $W_i$  destinada aos ativos  $i = 1, \dots, d$ , é dada pela expressão (2.6).

$$r_w(t) = \frac{\sum_{i=1}^d R_i(t) \cdot w_i - \sum_{i=1}^d w_i}{W} = \frac{\sum_{i=1}^d r_i(t) \cdot w_i}{\sum_{i=1}^d w_i} = \sum_{i=1}^d r_i(t) \cdot \frac{w_i}{W} \quad (2.6)$$

Sendo  $x_i$  a proporção do capital  $W$  aplicada ao ativo  $i$ , a expressão (2.6) torna-se:

$$r_w(t) = \sum_{i=1}^d r_i(t) \cdot x_i \quad (2.7)$$

Portanto, o retorno total sobre o investimento em  $d$  ativos é igual ao somatório dos retornos de cada ativo ponderados pela proporção do capital a cada um deles aplicado.

Um portfólio com  $d$  ativos é matematicamente representado por um vetor. Define-se o *vetor portfólio*  $\underline{x} = (x_1, \dots, x_d)^t$  tal que suas componentes  $x_i$ , com  $i = 1, \dots, d$ , correspondem às proporções do capital  $W$  alocado a cada ativo  $i$ .

Assim, a soma das coordenadas do vetor portfólio deve ser igual a 1, o que representa a totalidade do capital investido.

Doravante,  $r(t)$  será denotado simplesmente por  $r$ . A formulação do modelo de otimização leva em consideração um único período, ou seja, o portfólio é avaliado no tempo presente  $t$  com o objetivo de maximizar a esperança do retorno total aleatório  $E[r]$ , penalizada por uma medida de risco, representada pela variabilidade em torno da média, ou seja, pela variância  $V[r]$ .

Sejam  $\mu_i = E[r_i]$ ,  $\sigma_i^2 = V[r_i]$ ,  $\sigma_{ij}$  a covariância entre os retornos dos ativos  $i$  e  $j$  e  $\rho_{ij}$  a correlação entre os retornos dos ativos  $i$  e  $j$ ; assume-se que todos esses parâmetros sejam constantes através do tempo.

Então, o retorno esperado e a variância do retorno sobre o portfólio  $\underline{x}$  são dados pelas expressões (2.8) e (2.9), respectivamente.

$$\mu_x = E[r_x] = \sum_{i=1}^d E[r_i] \cdot x_i = \sum_{i=1}^d \mu_i \cdot x_i \quad (2.8)$$

$$\sigma_x^2 = V[r_x] = V\left[\sum_{i=1}^d r_i \cdot x_i\right] = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \quad (2.9)$$

Por princípio, assume-se que todo investidor deseja o máximo retorno, sujeito ao mínimo risco possível; a estratégia que proporciona a redução da exposição ao risco é a diversificação.

Sejam  $d$  ativos, todos com retorno esperado  $\mu$  e variância  $\sigma^2$  e cada par de ativos desse portfólio apresenta correlação nula, ou seja,  $\rho_{ij} = 0$  para todo  $i$  diferente de  $j$ . Sejam os portfólios  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$  tais que  $\underline{x} = (1, 0, \dots, 0)^t$ , ou seja, com todo o capital aplicado ao ativo 1, e  $\underline{y} = (1/d) \cdot (1, 1, \dots, 1)^t$ , com todos os ativos recebendo uma parcela igual do capital. Os retornos totais de cada portfólio são dados pelas expressões (2.10) e (2.11).

$$\mu_x = E \left[ \sum_{i=1}^d r_i \cdot x_i \right] = \mu_1 = \mu \quad (2.10)$$

$$\mu_y = E \left[ \sum_{i=1}^d r_i \cdot y_i \right] = \frac{1}{d} \cdot \sum_{i=1}^d \mu_i = \mu \quad (2.11)$$

Portanto, os retornos esperados sobre ambos são idênticos. No entanto, calculando as variâncias dos portfólios  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$ , respectivamente, obtêm-se:

$$\sigma_x^2 = V \left[ \sum_{i=1}^d r_i \cdot x_i \right] = \sigma^2 \quad (2.12)$$

$$\sigma_y^2 = V \left[ \sum_{i=1}^d r_i \cdot y_i \right] = \sum_{i=1}^d \sigma^2 \cdot \left( \frac{1}{d} \right)^2 = \frac{\sigma^2}{d} \quad (2.13)$$

o que mostra que diversificar o investimento reduz substancialmente o risco associado. O modelo de otimização média-variância generaliza esta ideia para ativos com médias e variâncias diferentes e correlações não necessariamente nulas.

Na formulação do modelo de otimização de portfólios, Markowitz (1952, p. 84-87) assume que o retorno de um portfólio, equivalente à esperança do retorno  $\mu$  e o risco, representado pelo desvio-padrão dos retornos  $\sigma$  são os parâmetros de interesse do investidor. Para cada nível de volatilidade, há um diferente nível de retorno esperado, de modo que, quanto maior o risco assumido, maior a expectativa de retorno. Portanto, se dois portfólios  $\underline{x}$  e  $\underline{y}$  apresentam o mesmo desvio-padrão  $\sigma$ , porém com  $\mu_x > \mu_y$ , o portfólio  $\underline{x}$  é preferido a  $\underline{y}$ . Em outras palavras, o portfólio  $\underline{x}$  paga ao investidor um prêmio mais alto pelo mesmo nível de exposição ao risco.

No entanto, dado  $\sigma$ , existe um limite superior para  $\mu_x$ , visto que as esperanças de cada ativo são constantes. Assim, o melhor portfólio para esse nível de risco é aquele que maximiza a esperança dos retornos, sendo infactível alcançar retornos maiores e indesejado esperar retornos menores que esse máximo. Disso decorre a definição a de *fronteira eficiente* (LUENBERGER, 1998).

A fronteira eficiente é definida como o conjunto dos portfólios com retorno máximo para cada nível de exposição ao risco.

A solução do modelo de otimização quadrática (2.14), dados  $\mu_x$  e  $\sigma_x$ , fornece o portfólio ótimo  $\underline{x}^*$  (MARKOWITZ, 1952).

$$\begin{aligned} \min z &= \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \\ \sum_{i=1}^d \mu_i \cdot x_i &\geq r \\ \sum_{i=1}^d x_i &= 1 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Nesse caso,  $r$  é o mínimo retorno desejado, escolhido pelo investidor. Esse modelo particularmente consiste na minimização do risco para certo nível de retorno; porém, há formulações alternativas para este problema, como a apresentada por Kendrick, Mercado e Amman (2006, p. 121), que consiste na maximização do retorno esperado penalizado por um múltiplo da variância. Tal modelo é conveniente por ser de resolução mais simples, fornecendo resultado equivalente ao anterior.

$$\begin{aligned} \max z &= \sum_{i=1}^d \mu_i \cdot x_i - \lambda \cdot \left( \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \right) \\ \sum_{i=1}^d x_i &= 1 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Nessa formulação,  $\lambda$  é o *Parâmetro de Aversão ao Risco* (PAR). Em notação matricial, o modelo passa a ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \max_{\underline{x}} &= \underline{\mu}_x^t \cdot \underline{x} - \lambda \cdot \underline{x}^t \cdot \Sigma \cdot \underline{x} \\ \underline{1}^t \cdot \underline{x} &= 1 \end{aligned} \quad (2.16)$$

onde  $\underline{\mu}_x$  é o vetor de retornos esperados,  $\Sigma$  é a matriz de covariâncias dos retornos e  $\underline{1}$  é o vetor unitário de dimensão  $d$ , ou seja, com todas as componentes iguais a 1. A cada valor de  $\lambda$ ,  $\lambda > 0$ , associa-se um nível de volatilidade e, portanto, um portfólio que maximiza o retorno esperado para esse nível.

A vantagem da formulação (2.16) é que esta é de simples resolução. Utilizando a função lagrangeana, é possível encontrar a expressão analítica para o portfólio ótimo:

$$\begin{aligned} L(\underline{x}, v) &= \underline{\mu}_x^t \cdot \underline{x} - \lambda \cdot \underline{x}^t \cdot \Sigma \cdot \underline{x} - v(\underline{1}^t \cdot \underline{x} - 1) \\ \nabla L(\underline{x}, v) &= \underline{\mu}_x - 2 \cdot \lambda \cdot \Sigma \cdot \underline{x} - v \cdot \underline{1} \\ \nabla L(\underline{x}, v) = 0 &\Rightarrow \underline{x} = \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\underline{\mu}_x - v \cdot \underline{1}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Substituindo o valor de  $\underline{x}$  encontrado acima na restrição do modelo (2.16):

$$\underline{1}^t \cdot \underline{x} = 1 \Rightarrow \underline{1}^t \cdot \left[ \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\underline{\mu}_x - v \cdot \underline{1}) \right] = 1 \Rightarrow v = \frac{\underline{1}^t \cdot \Sigma^{-1} \cdot \underline{\mu}_x - 2 \cdot \lambda}{\underline{1}^t \cdot \Sigma^{-1} \cdot \underline{1}} \quad (2.18)$$

E, finalmente, implementando o valor de  $v$  encontrado em (2.18) na expressão para  $\underline{x}$  em (2.17), conclui-se que o portfólio ótimo é dado por:

$$\underline{x} = \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \Sigma^{-1} \cdot \left[ \underline{\mu}_x - \left( \frac{\underline{1}^t \cdot \Sigma^{-1} \cdot \underline{\mu}_x - 2 \cdot \lambda}{\underline{1}^t \cdot \Sigma^{-1} \cdot \underline{1}} \right) \cdot \underline{1} \right] \quad (2.19)$$

Para diferentes valores de  $\lambda$ , formam-se os diferentes portfólios que compõem a fronteira eficiente.

De acordo com a definição de fronteira eficiente, esta é formada por portfólios de máximo retorno, dados níveis distintos de risco. De modo

equivalente, dados valores específicos de retorno, os portfólios que compõem a fronteira eficiente são os que apresentam o mínimo nível de risco. Tais portfólios são ditos *eficientes*.

Para esclarecer a aplicabilidade geral do modelo de otimização média-variância, inicialmente supõe-se que haja apenas dois ativos disponíveis para investimento e, em seguida, estende-se o cálculo para uma quantidade qualquer de ativos.

Sejam dois ativos financeiros tais que o ativo 1 tem retorno esperado e variância  $\mu_1$  e  $\sigma_1$ , respectivamente, e o ativo 2 tem retorno esperado e variância  $\mu_2$  e  $\sigma_2$ , respectivamente. Seja a correlação entre os retornos dos ativos 1 e 2 igual a  $\rho$ . Dessa forma, o portfólio formado pela diversificação entre os dois ativos é dado por  $(x, 1 - x)^t$ , em que  $x$  é a proporção do capital aplicado ao ativo 1. Assim, o retorno esperado e a variância relativa ao portfólio são dados pelas expressões (2.20) e (2.21), respectivamente.

$$\mu = \sum_{i=1}^2 \mu_i \cdot x_i = \mu_1 \cdot x + \mu_2 (1 - x) \quad (2.20)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sigma_{ij} \cdot x_i \cdot x_j = \sigma_1^2 \cdot x^2 + \sigma_2^2 (1 - x)^2 + 2 \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot x \cdot (1 - x) \quad (2.21)$$

O modelo média-variância para o problema da composição do portfólio de mínimo risco é dado pela expressão (2.22):

$$\begin{aligned} \min z &= \sigma_1^2 \cdot x^2 + \sigma_2^2 (1 - x)^2 + 2 \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot x \cdot (1 - x) \\ \mu_1 \cdot x + \mu_2 (1 - x) &= r \end{aligned} \quad (2.22)$$

Especificando um retorno alvo  $r$ , procura-se um portfólio que seja capaz de alcançá-lo com um mínimo de risco correspondente. A formulação do problema com uma restrição de igualdade (em vez de desigualdade, como em (2.14)) tem o objetivo de simplificar a solução do modelo. Assim, da restrição em (2.22) tem-se que:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{r - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \\
 1 - x &= \frac{\mu_1 - r}{\mu_1 - \mu_2}
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

e aplicando (2.23) à expressão da variância em (2.21), para o nível de retorno especificado, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r^2 &= \sigma_1^2 \cdot \left( \frac{r - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right)^2 + \sigma_2^2 \cdot \left( \frac{\mu_1 - r}{\mu_1 - \mu_2} \right)^2 + 2 \cdot \rho \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \left( \frac{r - \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \right) \cdot \left( \frac{\mu_1 - r}{\mu_1 - \mu_2} \right) \Rightarrow \tag{2.24} \\
 \sigma_r^2 &= a \cdot r^2 + b \cdot r + c
 \end{aligned}$$

A expressão acima fornece a relação entre a variância do portfólio e o retorno alvo  $r$ . As constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$  dependem de  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\rho$ . Assim, fixado  $r$ , a mínima variância correspondente é dada pela expressão (2.24). Nota-se que a variância é uma função quadrática de  $r$ , o que implica que o gráfico da solução seja uma parábola, como mostra o (GRÁFICO 2.1). O fato de que a volatilidade seja uma função não injetora do retorno esperado implica que não existe uma função inversa, ou seja, o retorno esperado não pode ser escrito como uma função da volatilidade.

No (GRÁFICO 2.1), apenas a parte superior (em azul) corresponde ao conjunto de portfólios eficientes. Nota-se que os valores inferiores ao eixo de simetria da parábola representam portfólios cujos retornos não são máximos para o nível de risco correspondente; estes, portanto, não são portfólios eficientes (em vermelho). A parte inferior da parábola corresponde à solução do modelo (2.22), formulado com a restrição de igualdade; caso a restrição seja de desigualdade, a solução será composta apenas pelos portfólios realmente eficientes.

Generalizando o problema de otimização de carteiras para um portfólio composto por  $d$  ativos de risco, o modelo quadrático passa a ser similar a (2.14); porém, para efeito de extensão do resultado em (2.24), considera-se aqui a restrição que se refere ao retorno mínimo como de igualdade em vez de desigualdade.

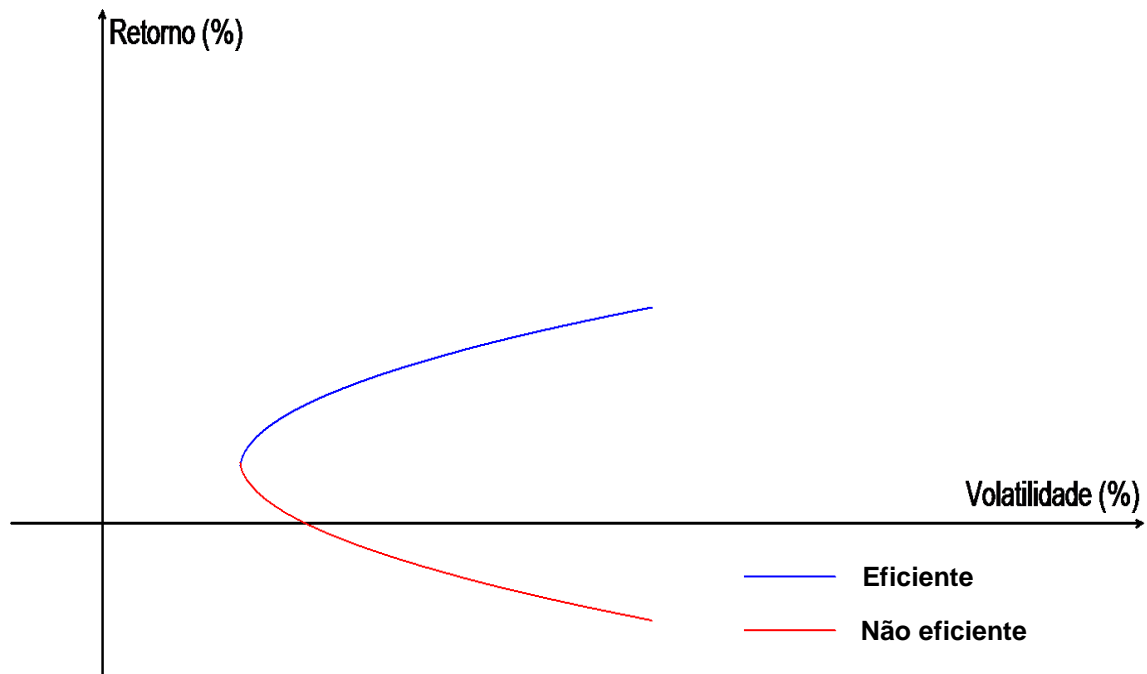


GRÁFICO 2.1 – EXEMPLO DE SOLUÇÃO PARA O MODELO DE MINIMIZAÇÃO DE RISCO COM DOIS ATIVOS  
 FONTE: Luenberger (1998)

Utiliza-se a função Lagrangeana com  $u$  e  $v$  como multiplicadores:

$$L(\underline{x}, u, v) = \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_i \cdot x_j - v \cdot \left[ \left( \sum_{i=1}^d \mu_i \cdot x_i \right) - r \right] - u \cdot \left[ \left( \sum_{i=1}^d x_i \right) - 1 \right] \quad (2.25)$$

e soluciona-se o problema irrestrito:

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow 2 \cdot \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_j - v \cdot \mu_i - u = 0 \quad (2.26)$$

para cada  $i = 1, \dots, d$ . Além das  $d$  equações da expressão acima, devem ser respeitadas as restrições impostas no modelo. Assim, a solução para o problema de otimização corresponde à do sistema linear representado pela expressão matricial (2.27).

$$\begin{bmatrix} 2.\sigma_{11} & 2.\sigma_{12} & \cdots & 2.\sigma_{1d} & -\mu_1 & -1 \\ 2.\sigma_{21} & 2.\sigma_{22} & \cdots & 2.\sigma_{2d} & -\mu_2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2.\sigma_{d1} & 2.\sigma_{d2} & \cdots & 2.\sigma_{dd} & -\mu_d & -1 \\ \mu_1 & \mu_2 & \cdots & \mu_d & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_d \\ v \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ r \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

A matriz dos coeficientes referente ao sistema anterior é quadrada de ordem  $d + 2$ ; se existir a inversa dessa matriz, a solução será única e, portanto, haverá um único portfolio factível e ótimo para cada nível  $r$  dado.

É possível gerar a fronteira eficiente através da diversificação entre apenas dois portfolios eficientes. Todos os portfolios eficientes podem ser construídos através da diversificação entre quaisquer dois portfolios eficientes com diferentes retornos esperados.

Sejam  $r_1$  e  $r_2$  retornos esperados dados, com  $r_1$  diferente de  $r_2$ ; sejam ainda  $\underline{x}^{(1)} = (x_1^{(1)}, \dots, x_d^{(1)})^t$  e  $\underline{x}^{(2)} = (x_1^{(2)}, \dots, x_d^{(2)})^t$  portfolios ótimos para  $r_1$  e  $r_2$ , respectivamente. Sejam  $r$  um retorno esperado qualquer,  $\beta = (r - r_1)/(r_2 - r_1)$  e o vetor  $\underline{y} = (1 - \beta) \cdot \underline{x}^{(1)} + \beta \cdot \underline{x}^{(2)}$ , sendo este último o suposto portfolio ótimo para o retorno  $r$ ; Assim, deve-se verificar se  $\underline{y}$  é de fato um portfolio, se é factível para todo  $r$  e se é ótimo dado  $\beta$ .

$$\sum_{i=1}^d y_i = (1 - \beta) \cdot \sum_{i=1}^d x_i^{(1)} + \beta \cdot \sum_{i=1}^d x_i^{(2)} = (1 - \beta) + \beta = 1 \quad (2.28)$$

Portanto, por definição,  $\underline{y}$  é um portfolio. Se  $\mu_1, \dots, \mu_d$  são as esperanças dos retornos para os ativos  $x_1, \dots, x_d$ , então:

$$\sum_{i=1}^d \mu_i \cdot y_i = (1 - \beta) \cdot \sum_{i=1}^d \mu_i \cdot x_i^{(1)} + \beta \cdot \sum_{i=1}^d \mu_i \cdot x_i^{(2)} = (1 - \beta) \cdot r_1 + \beta \cdot r_2 = r \quad (2.29)$$

e, logo, o portfolio  $\underline{y}$  é factível para qualquer retorno  $r$ . Desse modo, considerando  $v = (1 - \beta) \cdot v_1 + \beta \cdot v_2$  e  $u = (1 - \beta) \cdot u_1 + \beta \cdot u_2$ , como os pares  $(v_1, u_1)$  e  $(v_2, u_2)$  os multiplicadores de Lagrange que fazem parte da solução do sistema

(2.27) para os retornos  $r_1$  e  $r_2$ , respectivamente, tem-se a resolução algébrica expressa em (2.30).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial y_i} &= 2 \cdot \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot y_j - v \cdot \mu_i - u \\
&= \sum_{j=1}^d 2 \cdot \sigma_{ij} \cdot [(1-\beta) \cdot x_j^{(1)} + \beta \cdot x_j^{(2)}] - \mu_i [(1-\beta)v_1 + \beta v_2] - [(1-\beta)u_1 + \beta u_2] \\
&= (1-\beta) \left( 2 \cdot \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_j^{(1)} - v_1 \cdot \mu_i - u_1 \right) + \beta \cdot \left( 2 \cdot \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_j^{(2)} - v_2 \cdot \mu_i - u_2 \right) \quad (2.30) \\
&= (1-\beta) \cdot 0 + \beta \cdot 0 \\
&= 0
\end{aligned}$$

Esse resultado decorre do fato de que  $\underline{x}^{(1)}$  e  $\underline{x}^{(2)}$  são portfólio ótimos; fica provado, portanto, que  $\underline{y}$  reúne as condições de otimalidade para o retorno  $r$ . Assim, conclui-se que, dados dois portfólios eficientes  $\underline{x}^{(1)}$  e  $\underline{x}^{(2)}$ , é possível construir um portfólio  $\underline{y}$  com qualquer valor de retorno a ele associado.

O portfólio ótimo para o retorno  $r$  é tal que:

$$\begin{aligned}
\underline{y}^* &= \left( \frac{r_2 - r}{r_2 - r_1} \right) \cdot \underline{x}^{(1)} + \left( \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} \right) \cdot \underline{x}^{(2)} \\
&= r \cdot \left( \frac{\underline{x}^{(2)} - \underline{x}^{(1)}}{r_2 - r_1} \right) + \left( \frac{r_2 \cdot \underline{x}^{(1)} - r_1 \cdot \underline{x}^{(2)}}{r_2 - r_1} \right) \quad (2.31) \\
&= r \cdot \underline{g} + \underline{h}
\end{aligned}$$

e, portanto:

$$\sigma^2_r = r^2 \cdot \left( \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot g_i \cdot g_j \right) + 2 \cdot r \cdot \left( \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot g_i \cdot h_j \right) + \left( \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot h_i \cdot h_j \right) \quad (2.32)$$

Comparando a expressão acima com a obtida em (2.24), nota-se que a fronteira eficiente para um mercado com  $d$  ativos tem a mesma estrutura que a de um mercado com apenas dois ativos.

Portanto, basta que haja dois portfólios eficientes para que qualquer investidor possa buscar o nível de retorno que desejar, diversificando seu

capital entre esses portfólios. No entanto, a diversidade de metodologias de cálculo de estimativas e de perfis de investidores, além da ineficiência observada na prática, acarreta a existência de milhares de portfólios distintos, o que torna tal resultado pouco verossímil.

### 2.2.2 Modelo Média-Variância com Um Ativo Livre de Risco

Seja  $r_f$  o retorno pago pelo investimento em um ativo livre de risco, ou seja, completamente determinístico; seja ainda  $x_0$  a fração do capital a ser alocada nesse ativo. Ao inserir tal ativo no modelo de otimização média-variância, deve-se notar que o investimento nele não está sujeito à penalização por risco, pois não contribui com a variabilidade do retorno do portfólio. O modelo de otimização do retorno ajustado pelo risco, nessas condições, torna-se conforme a expressão (2.33).

$$\begin{aligned} \max z &= r_f \cdot x_0 + \sum_{i=1}^d \mu_i \cdot x_i - \lambda \cdot \left( \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \right) \\ x_0 + \sum_{i=1}^d x_i &= 1 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Assume-se que  $r$  é maior ou igual a  $r_f$  pois, caso o retorno sobre um ativo livre de risco for maior que sobre um ativo de risco, a solução do problema torna-se trivial.

Da restrição no modelo (2.33) tem-se que:

$$x_0 = 1 - \sum_{i=1}^d x_i \quad (2.34)$$

e, portanto, o problema de otimização torna-se irrestrito:

$$\max z = r_f + \sum_{i=1}^d (\mu_i - r_f) \cdot x_i - \lambda \cdot \left( \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot x_i \cdot x_j \right) \quad (2.35)$$

A diferença entre o retorno esperado para o ativo  $i$  e o retorno do ativo livre de risco é o denominado *excesso de retorno* do ativo  $i$  e é dado por  $\hat{\mu}_i = \mu_i - r_f$ .

A solução do modelo (2.33) é obtida através da derivação da função objetivo:

$$\hat{\mu}_i - 2.\lambda.\sum_{j=1}^d \sigma_{ij}.x_j = 0 \quad (2.36)$$

com  $i = 1, \dots, d$ . Se  $\Sigma$  é a matriz de covariâncias dos ativos de risco, então:

$$\underline{x} = \frac{1}{2.\lambda}.\Sigma^{-1}.\hat{\mu} \quad (2.37)$$

Nota-se que  $x$  depende de  $\lambda$ ; portanto o conjunto de portfólios eficientes em função de  $\lambda$ , com  $\lambda$  não-negativo, é dado pelos vetores da forma:

$$\begin{bmatrix} 1 - \sum_{i=1}^d x_i(\lambda) \\ \underline{x}(\lambda) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

A primeira componente desse vetor é equivalente à parte livre de risco do portfólio, enquanto que a segunda expressa a parte de risco.

A partir dessa perspectiva, é possível construir um portfólio apenas com ativos de risco a partir de  $\underline{x}(\lambda)$ . Isso permite elaborar um modelo de otimização que diversificará o investimento entre um portfólio de risco e outro sem risco, o que equivale ao modelo de diversificação entre apenas dois ativos, semelhante a (2.22).

De fato,  $\underline{x}(\lambda)$  em (2.38) não é um portfólio. Para que o seja, é preciso dividir o valor de cada componente pelo somatório dessas componentes. Seja  $\underline{s}$  esse portfólio criado a partir de  $\underline{x}(\lambda)$ . Então:

$$\underline{s} = \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^d x_i} \right) \cdot \underline{x} = \left( \frac{1}{\frac{1}{2\lambda} \cdot \sum_{i=1}^d (\Sigma^{-1} \cdot \hat{\mu})_i} \right) \cdot \left( \frac{1}{2\lambda} \cdot \Sigma^{-1} \cdot \hat{\mu} \right) = \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^d (\Sigma^{-1} \cdot \hat{\mu})_i} \right) \cdot \Sigma^{-1} \cdot \hat{\mu} \quad (2.39)$$

A expressão acima mostra que, independente do perfil de risco do investidor,  $\underline{s}$  é o portfólio ótimo para a parte de risco do investimento. Assumindo a eficiência do mercado, esse resultado implica que cada investidor aplica  $x_0$  no ativo livre de risco e  $1 - x_0$  em  $\underline{s}$ . Assim, o conjunto de portfólios eficientes, para valores reais de  $x_0$ , passa a ser dado pelos vetores da forma:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ (1-x_0)\underline{s} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Todos os portfólios eficientes num mercado com um ativo livre de risco podem ser construídos através da diversificação entre o ativo livre de risco e o portfólio  $\underline{s}$ . Isso decorre do fato já discutido nesta seção de que todos os portfólios eficientes podem ser construídos através da diversificação entre dois portfólios distintos quaisquer, especificamente, considerando o ativo livre de risco como um portfólio e  $\underline{s}$  como o outro.

O retorno esperado e o risco relativos a  $\underline{s}$  são dados, respectivamente, por:

$$\mu_s = \sum_{i=1}^d \mu_i \cdot s_i \quad (2.41)$$

$$\sigma_s = \sqrt{\sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma^2_{ij} \cdot s_i \cdot s_j} \quad (2.42)$$

e, assim, o retorno esperado e o risco relativos a um portfólio gerado através da diversificação entre  $\underline{s}$  e um ativo livre de risco são dados, respectivamente, por:

$$\mu_x = x_0 \cdot r_f + (1-x_0) \mu_s \quad (2.43)$$

$$\sigma_x = (1 - x_0) \cdot \sigma_s \quad (2.44)$$

O (GRÁFICO 2.2) exhibe a representação dos portfólios que resultam da diversificação entre o ativo sem risco e a carteira  $\underline{s}$ . O conjunto desses portfólios é representado pela linha reta que une os pontos  $(0, r_f)$  e  $(\sigma_s, \mu_s)$ . Essa é a fronteira eficiente para o caso de haver um ativo livre de risco.

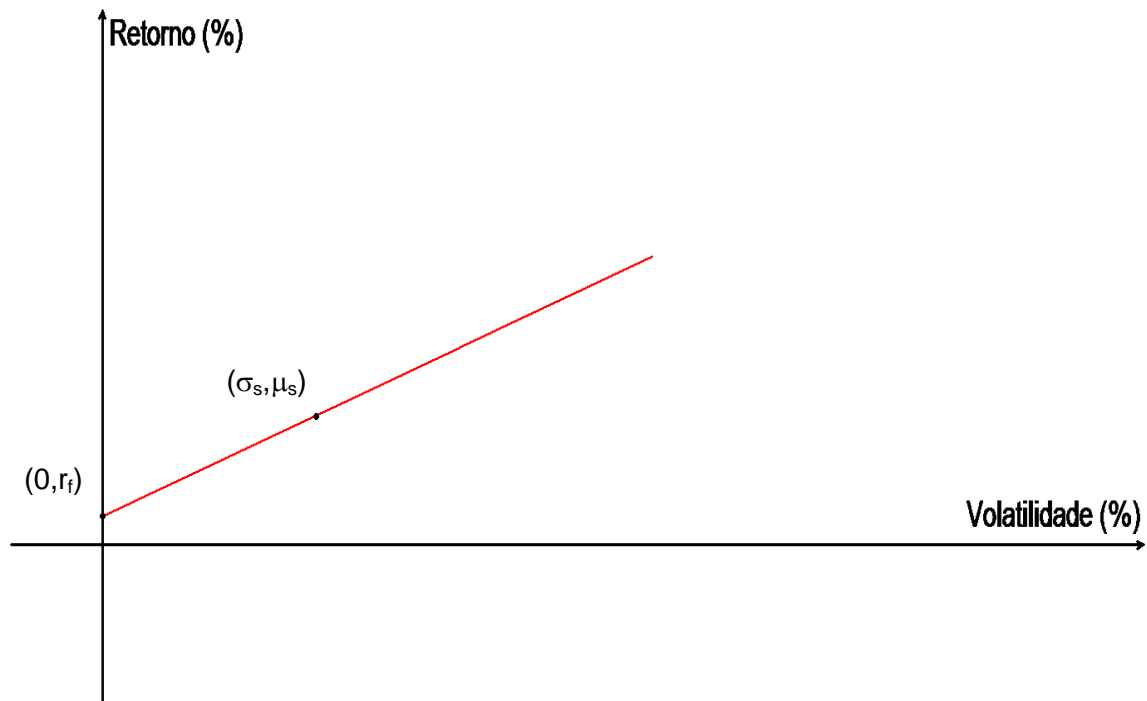


GRÁFICO 2.2 – FRONTEIRA EFICIENTE PARA MERCADO COM UM ATIVO LIVRE DE RISCO  
 FONTE: Luenberger (1998)

Como o retorno  $r_f$  é livre de risco, ao assumir uma posição com qualquer nível de exposição a variabilidades o investidor busca retornos maiores que  $r_f$ .

Visto que  $\underline{s}$  é um portfólio eficiente composto apenas por ativos de risco, sabe-se que  $\underline{s}$  pertence à fronteira eficiente dos portfólios de risco; portanto,  $\underline{s}$  é representado pelo ponto de intersecção entre as fronteiras eficientes para os portfólios livres de risco e para as carteiras com um ativo livre de risco, como mostra o (GRÁFICO 2.3):

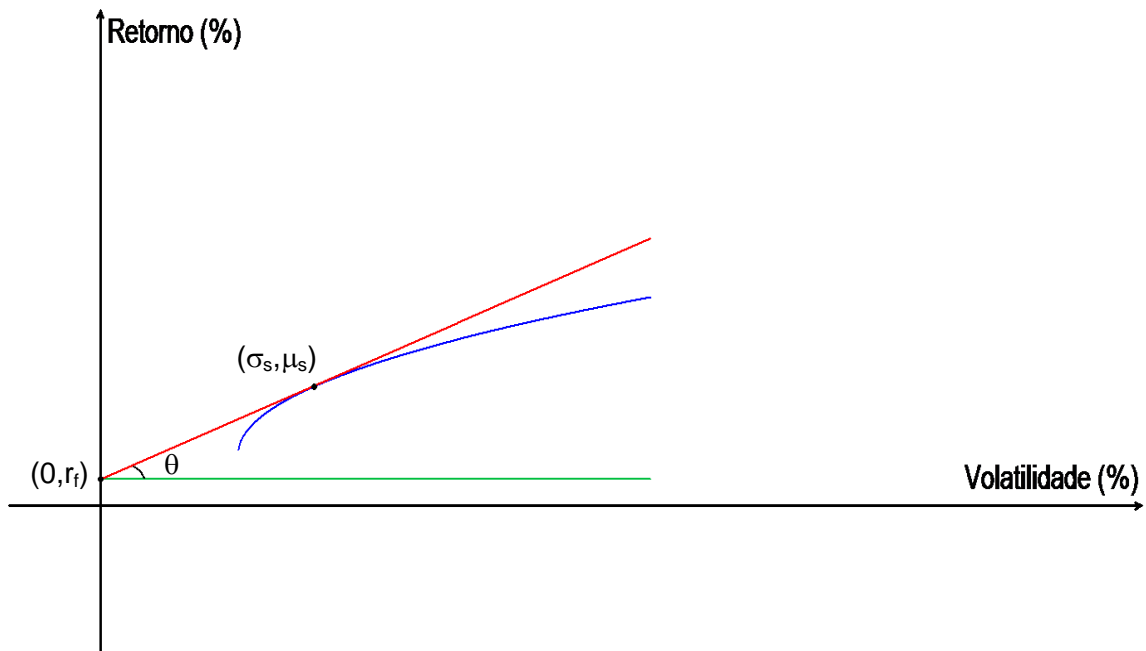


GRÁFICO 2.3 – INTERSECÇÃO ENTRE AS FRONTEIRAS EFICIENTES DE MERCADOS COM E SEM UM ATIVO LIVRE DE RISCO

FONTE: Luenberger (1998)

O ângulo  $\theta$  é formado pela reta horizontal de retorno igual a  $r_f$  e a reta que representa os portfólios diversificados entre o ativo livre de risco e o portfólio  $\underline{s}$ . Esse ângulo é máximo quando a reta é tangente à fronteira dos portfólios de risco; esse ponto de tangência é exatamente o que representa o portfólio  $\underline{s}$ . Portanto,  $\underline{s}$  maximiza  $\theta$ , ou, de modo equivalente, maximiza a tangente de  $\theta$ , que é dada por:

$$\text{tg}(\theta) = \frac{\sum_{i=1}^d \mu_i \cdot X_i - r_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d \sigma_{ij} \cdot X_i \cdot X_j}} \quad (2.45)$$

que representa a razão entre o excesso de retorno esperado e a volatilidade. Essa razão foi observada e definida por Sharpe (1994, p. 49-58).

O *Índice Sharpe* (ou *Sharpe Ratio*) de um portfólio ou de um ativo é definido como a razão entre o excesso de retorno esperado e a volatilidade, expressa pelo desvio-padrão do retorno.

Esta definição trata do Índice Sharpe *ex ante*, ou seja, avaliado para o futuro. O Índice *ex post*, por sua vez, avalia resultados obtidos. As médias e os

desvios-padrão são anuais e, caso os dados obtidos não estejam em base anual é necessário transformar o Índice através da seguinte expressão (SHARPE, 1994):

$$S_t = \sqrt{t} \cdot S_{\text{anual}} \quad (2.46)$$

em que  $t$  é o número de períodos. No caso de dados diários,  $t$  vale aproximadamente 250, número que representa a quantidade de dias em que há negociações na bolsa de valores durante um ano. Essa transformação deriva da dependência do Índice Sharpe em relação ao tempo: assumindo a média  $\mu$  e a variância  $\sigma$  constantes e a correlação serial nula dos retornos, têm-se que a média e a variância no intervalo com  $t$  períodos são equivalentes a  $t \cdot \mu$  e  $t \cdot \sigma^2$ , respectivamente (SHARPE, 1994); daí conclui-se que o Índice Sharpe anualizado é dado pela expressão 2.46.

Considerando um mercado com um ativo livre de risco, o *portfolio Sharpe ótimo* é definido como aquele cujo Índice Sharpe é máximo.

Supondo a eficiência do mercado, todos os investidores diversificam seus capitais entre o ativo livre de risco e o portfólio Sharpe ótimo.

Sob essa abordagem, os investimentos estão distribuídos entre os vários ativos de risco de forma proporcional, o que implica que os preços e os retornos dos ativos de risco devem ser bem correlacionados. Essa idéia é o princípio que leva à formulação do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), descrito na seção seguinte.

### 2.2.3 *Capital Asset Pricing Model* (CAPM)

Inicialmente, é necessário definir o portfólio do mercado para posteriormente verificar sua relação com o portfólio Sharpe ótimo.

Seja  $c_i$ ,  $i = 1, \dots, d$ , a capitalização do mercado para os  $d$  ativos que nele são negociados; define-se o *portfólio do mercado*,  $\underline{x}^{(m)}$ , de modo que:

$$x_i^{(m)} = \frac{C_i}{\sum_{j=1}^d C_j} \quad (2.47)$$

Sejam  $\mu_m$  o retorno esperado e  $\sigma_m$  a volatilidade do portfólio  $\underline{x}^{(m)}$ ; se todos os investidores têm acesso à mesma informação e ao mesmo tempo e, além disso, todos investem de forma eficiente, ou seja, buscam a otimização média-variância, então todos usarão a mesma estratégia de investimento, qual seja, diversificar entre o ativo livre de risco e o portfólio Sharpe ótimo  $\underline{s}$ . Portanto, se  $w^{(k)}$  é o valor, em unidades monetárias, investido pelo k-ésimo investidor e  $x_0^{(k)}$  é a fração do capital do k-ésimo investidor aplicada ao ativo livre de risco, então a capitalização do mercado para cada ativo  $c_i$  será dada por:

$$c_i = \sum_k w^{(k)} \cdot (1 - x_0^{(k)}) s_i \quad (2.48)$$

em que o somatório em  $k$  representa todas as posições de todos os investidores que participam do mercado.

De fato, o portfólio do mercado  $\underline{x}^{(m)}$  é igual ao portfólio Sharpe ótimo  $\underline{s}$ . De (2.47), cada componente  $i$  do portfólio do mercado é dada por:

$$\begin{aligned} x_i^{(m)} &= \frac{C_i}{\sum_{j=1}^d C_j} \\ &= \frac{\sum_k w^{(k)} \cdot (1 - x_0^{(k)}) s_i}{\sum_{j=1}^d \sum_k w^{(k)} \cdot (1 - x_0^{(k)}) s_j} \\ &= \frac{s_i \cdot \sum_k w^{(k)} \cdot (1 - x_0^{(k)})}{\sum_{j=1}^d s_j \cdot \sum_k w^{(k)} \cdot (1 - x_0^{(k)})} \\ &= \frac{s_i}{\sum_{j=1}^d s_j} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Este resultado mostra que cada componente do portfólio do mercado é dada pela fração correspondente do portfólio Sharpe ótimo para cada ativo  $i$ ; ou seja,  $\underline{x}^{(m)}$  é exatamente igual a  $\underline{s}$ .

É possível construir portfólios compostos por um único ativo de risco. Seja  $j$  esse ativo; assim,  $\underline{x}^{(j)} = (0, \dots, 1, \dots, 0)^t$ , com 1 na  $j$ -ésima componente e zero nas demais, é um portfólio no qual todo o investimento é alocado ao ativo  $j$ .

Diversificando entre  $\underline{x}^{(j)}$  e  $\underline{x}^{(m)}$ , sendo  $\gamma$  a fração do capital alocado ao ativo  $j$ , tem-se que o investimento total é dado por  $\gamma \cdot \underline{x}^{(j)} + (1 - \gamma) \cdot \underline{x}^{(m)}$ . O retorno e a volatilidade para esse portfólio são dados, respectivamente, por:

$$\mu_\gamma = \gamma \cdot \mu_j + (1 - \gamma) \mu_m \quad (2.50)$$

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\gamma^2 \cdot \sigma_j^2 + (1 - \gamma)^2 \cdot \sigma_m^2 + 2 \cdot \sigma_{jm} \cdot \gamma \cdot (1 - \gamma)} \quad (2.51)$$

De (2.45) e de (2.49), sabe-se que o portfólio do mercado maximiza a razão entre o excesso de retorno esperado e a volatilidade. Além disso, para a diversificação entre o ativo  $j$  e o portfólio do mercado, a razão ótima ocorre para  $\gamma = 0$ , o que corresponde à aplicação de todo o capital no portfólio  $\underline{x}^{(m)}$ . Assim, tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{d(\mu_\gamma)}{d(\sigma_\gamma)} &= \frac{d(\mu_\gamma)}{d(\gamma)} \cdot \frac{d(\gamma)}{d(\sigma_\gamma)} \\ &= \left[ (\mu_j - \mu_m) \frac{\sqrt{\gamma^2 \cdot \sigma_j^2 + (1 - \gamma)^2 \cdot \sigma_m^2 + 2 \cdot \sigma_{jm} \cdot \gamma \cdot (1 - \gamma)}}{\gamma \cdot \sigma_j^2 - (1 - \gamma) \cdot \sigma_m^2 + (1 - \gamma) \cdot \sigma_{jm} - \gamma \cdot \sigma_{jm}} \right] \end{aligned} \quad (2.52)$$

e, aplicando  $\gamma = 0$  na expressão acima e igualando a (2.45):

$$\begin{aligned} (\mu_j - \mu_m) \frac{\sigma_m}{\sigma_{jm} - \sigma_m^2} &= \frac{\mu_m - r_f}{\sigma_m} \\ \mu_j - \mu_m &= (\mu_m - r_f) \frac{(\sigma_{jm} - \sigma_m^2)}{\sigma_m^2} \end{aligned}$$

$$\mu_j - r_f = (\mu_m - r_f) \cdot \frac{\sigma_{jm}}{\sigma_m^2} \quad (2.53)$$

Esse resultado sintetiza o que é conhecido como *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), ou Modelo de Precificação de Ativos de Capital. O termo  $\sigma_{jm}/\sigma_m^2$ , que é a razão entre a covariância entre o ativo j e o mercado e a variância do mercado é o chamado *Índice Beta* do ativo j ( $\beta_j$ ). Em decorrência dessa fórmula, o excesso de retorno em cada ativo em particular é determinado pelo excesso de retorno obtido pelo mercado.

Por outro lado, aplicando a regressão linear sobre o excesso de retorno obtido pelo ativo j em relação ao excesso de retorno obtido pelo mercado tem-se a expressão (2.54).

$$r_j - r_f = \hat{\alpha}_j + \hat{\beta}_j \cdot (r_m - r_f) + \varepsilon \quad (2.54)$$

O coeficiente  $\hat{\beta}_j$  é calculado através dos estimadores de covariância entre os excessos de retornos do ativo j e do mercado e da variância dos excessos de retorno do mercado. O valor de  $\hat{\alpha}_j$  é o intercepto da função de regressão e  $\varepsilon$  representa os resíduos, que têm correlação nula com os excessos de retorno do mercado.

Comparando as expressões (2.53) e (2.54) conclui-se que, sob a abordagem do CAPM,  $\hat{\alpha}_j = 0$  para qualquer ativo j e que a relação efetiva entre os excessos de retornos do ativo j e do mercado resume-se à expressão (2.55).

$$r_j - r_f = \hat{\beta}_j \cdot (r_m - r_f) + \varepsilon \quad (2.55)$$

Isso ratifica o fato de que, assumindo as hipóteses do CAPM, os excessos de retorno para qualquer ativo são determinados pelos excessos de retorno do mercado, somados a um erro aleatório, o que significa que o único meio de um investidor qualquer superar o desempenho do mercado é contando com a sorte.

No entanto, analisando a variância dos excessos dos retornos do ativo  $j$  sob a ótica do CAPM:

$$\sigma_{r_j - r_f}^2 = \hat{\beta}_j^2 \cdot \sigma_{r_m - r_f}^2 + \sigma_\varepsilon^2 \approx \beta_j^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.56)$$

onde o termo  $\beta_j^2 \cdot \sigma_m^2$  é o que representa a volatilidade do mercado, enquanto que  $\sigma_\varepsilon^2$  refere-se ao risco residual do ativo  $j$  em particular. Dessa forma, diversificando o portfólio através da inclusão de mais ativos além de  $j$ , é possível reduzir substancialmente o risco residual; por outro lado, o risco associado à variabilidade do mercado não é diversificável.

Apesar da simplicidade e da elegância da fundamentação teórica do CAPM, suas hipóteses escapam à realidade. O modelo assume que as informações sobre o mercado são conhecidas por todos os investidores e que todos têm a mesma projeção a respeito dos retornos futuros. O CAPM ainda assume que todos os investidores agem de forma eficiente, negociando com base na otimização da relação entre média e variância. Ambas as hipóteses, são bastante questionáveis e suas falhas fazem com que o CAPM se distancie da realidade.

No entanto, se a condição de que  $\hat{\alpha}_j = 0$  em (2.54) for relaxada, ou seja, se for admitida a possibilidade de ganhos sistemáticos além daqueles obtidos pelo mercado, a distância entre a proposta do modelo e a realidade torna-se bastante reduzida, pois é assumido que, caso algum investidor tenha informações ou habilidades que lhe deem vantagem significativa frente aos demais, poderá auferir lucros superiores aos obtidos pelo mercado.

O termo  $\hat{\alpha}_j$  em (2.54) é chamado *Alfa de Jensen*. Se  $\hat{\alpha}_j > 0$ , caracteriza-se a subprecificação do ativo  $j$  e, portanto, é uma boa oportunidade de compra, visto que a expectativa de retorno residual é positiva para esse ativo; por outro lado, quando  $\hat{\alpha}_j < 0$ , recomenda-se a venda, por motivos análogos.

Outra forma de utilizar o Alfa de Jensen como ferramenta de análise é, considerando os resultados obtidos por um gestor de um portfólio qualquer, caso o Alfa seja positivo e significativamente diferente de zero, há indício de

que tal gestor seja detentor de informações ou habilidades que o tornam diferenciado em relação aos demais investidores.

Outra hipótese do CAPM não condiz com a realidade: mesmo os ativos mais seguros não têm retorno livre de risco; além disso, na base diária, os retornos relativos a esse tipo de ativo são muito próximos de zero. Por esse motivo, o presente estudo despreza os retornos  $r_f$  – que no mercado brasileiro pode ser representado pela taxa SELIC ou pela taxa de juros CDI – e, quando da avaliação de excessos de retorno, os aproxima pelos retornos, sem considerar o do ativo livre de risco. Cabe ressaltar que, apesar de tal postura ser adotada nesta pesquisa, a taxa de retorno  $r_f$  não é usualmente desprezada para o cômputo de uma série de excessos de retornos.

Seria formidável se para vencer o mercado bastasse investir capital alocado a risco na carteira Sharpe ótima. Porém, a carteira com a melhor relação histórica entre risco e retorno não garante sequer um bom resultado. Hieda e Oda (1998, p. 9-11) realizaram um teste, simulando a gestão de um fundo com base na estratégia de acompanhar a carteira Sharpe ótima, recalculando a posição a cada quatro meses, no período de 1994 a 1998. A conclusão da experiência foi de que a carteira Sharpe ótima, para os dados do período analisado, apresentou desempenho inferior ao da estratégia de diversificação ingênua e ao Ibovespa, o que reflete inconstância dos parâmetros média e variância para períodos futuros. Dessa forma, a otimização de um portfólio, com base em dados passados e no intuito de auferir maiores ganhos no futuro, mostrou-se ineficaz.

Outro fato é que a carteira Sharpe ótima, considerada a carteira do mercado, pode ser “substituída” pela carteira do Ibovespa, pois nesta estão representadas cerca de 80% das negociações diárias na Bolsa de São Paulo. Por isso, utiliza-se o desempenho do Ibovespa como *benchmark*, ou seja, como parâmetro de comparação, dada a sua representatividade do mercado.

#### 2.2.4 Hipótese dos Mercados Eficientes

A ideia de eficiência no mercado de capitais refere-se à adequabilidade dos preços às expectativas do mercado (ALDRIGHI; MILANEZ, 2005). O fluxo constante de informações relevantes sobre determinada empresa ou determinado setor produtivo, ou ainda sobre a economia nacional e mundial, gera influências nas estimativas de valor das ações que se manifestam em forma de flutuação dos preços. De acordo com a Hipótese dos Mercados Eficientes (HME), essa flutuação se deve ao constante ajuste dos preços ao valor que melhor reflete as expectativas dos investidores face às informações dadas. Há, portanto, um mecanismo que faz com que os preços sejam representações justas dos valores (CAMARGOS; BARBOSA, 2003). Dado o caráter não-determinístico dos fatores que movem a economia, a HME não aceita a previsibilidade de preços nem a formação de padrões de comportamento a partir da análise dos preços passados.

Há três formas de eficiência informacional, que dão suporte a diferentes versões da HME (BRUNI; FAMÁ, 1998). A forma fraca refere-se a dados sobre a série histórica de preços e propõe que não é possível obter retornos sistematicamente superiores ao mercado através da análise de preços anteriores; retornos futuros seriam independentes de retornos passados. Por sua vez, a forma semiforte é concernente a informações disponíveis ao público em geral: não é possível vencer o mercado fazendo uso de informações públicas, pois o mecanismo de ajustes de preços faria com que a influência dessas informações fosse exercida de forma instantânea. Há ainda a forma forte, que diz respeito a informações não-públicas, chamadas *insider information*. A forma forte propõe que, mesmo de posse desse tipo de informações, não é possível obter vantagem sobre o mercado; sob esse ponto de vista, todo e qualquer investidor estaria destinado a obter o mesmo retorno que os demais participantes do mercado, exceto em casos de desequilíbrios ocasionais entre oferta e demanda.

A aplicabilidade da HME pressupõe (ALDRIGHI; MILANEZ, 2005): concorrência perfeita; investidores têm preferências estáveis, expectativas racionais e buscam maximizar suas utilidades; investidores têm expectativas

homogêneas, dado o acesso igualitário às informações relevantes; aleatoriedade do surgimento de novas informações, cujas influências são instantaneamente absorvidas pelos preços; ativos homogêneos, divisíveis e sem custos de transação; capacidade ótima de processamento de dados pelos participantes do mercado.

Os pressupostos elencados no parágrafo anterior são uma idealização da realidade, motivo pelo qual há divergências nos entendimentos sobre a validade da HME.

Diversas experiências têm sido conduzidas de modo a testar a aplicabilidade da HME, especialmente a partir da década de 1960, quando foram formalizados os modelos matemáticos relacionados à Teoria de Finanças (CAMARGOS; BARBOSA, 2003). Bruni e Famá (1998, p. 79-82) e Camargos e Barbosa (2003, p. 50-52) relacionam dezenas de estudos realizados no intuito de verificar a HME aplicada a diversos mercados de ações, nos quais os resultados obtidos forma bastante diversos. Em síntese, a forma mais aceitável é a forma fraca; Saffi (2009, p. 972) chegou a essa mesma conclusão quando testou a validade de ferramentas de Análise Técnica.

A pesquisa empírica ora realizada faz uso da série histórica de preços para estimar parâmetros de média e variância de retornos e para calcular os valores dos indicadores técnicos utilizados. Um resultado significativamente superior ao mercado seria um indício contra a HME; por outro lado, um resultado pouco significativo viria a corroborar a HME na forma fraca.

### 2.3 ANÁLISE TÉCNICA DE AÇÕES

A chamada Escola Técnica de análise de ações tem por objeto de estudo a formação de padrões de comportamento da série de preços desses ativos, com base em valores passados, basicamente, das cotações e dos volumes das negociações, no intuito de predizer os próximos movimentos dos preços. Além da identificação de padrões gráficos, a Análise Técnica fornece indicadores numéricos para a identificação de tendências e para a

determinação de saturação dessas tendências, apontando os momentos propícios para a entrada ou saída em *trades* envolvendo ações (SACHETIM, 2006).

Os estudos em Análise Técnica têm origem nas metodologias desenvolvidas por Dow e, posteriormente, por Elliot. As ideias por eles desenvolvidas preconizam que o mercado segue determinados ciclos, sendo assim viável fazer previsões por meio da identificação da formação desses ciclos. A (FIGURA 2.2) ilustra as diversas fases que compõem os ciclos do mercado, segundo a Teoria de Dow.

Apesar de muito criticadas e com base teórica pouco formalizada, as ideias de Dow e Elliot são, ainda hoje, amplamente utilizadas por analistas de mercado (SACHETIM, 2006).

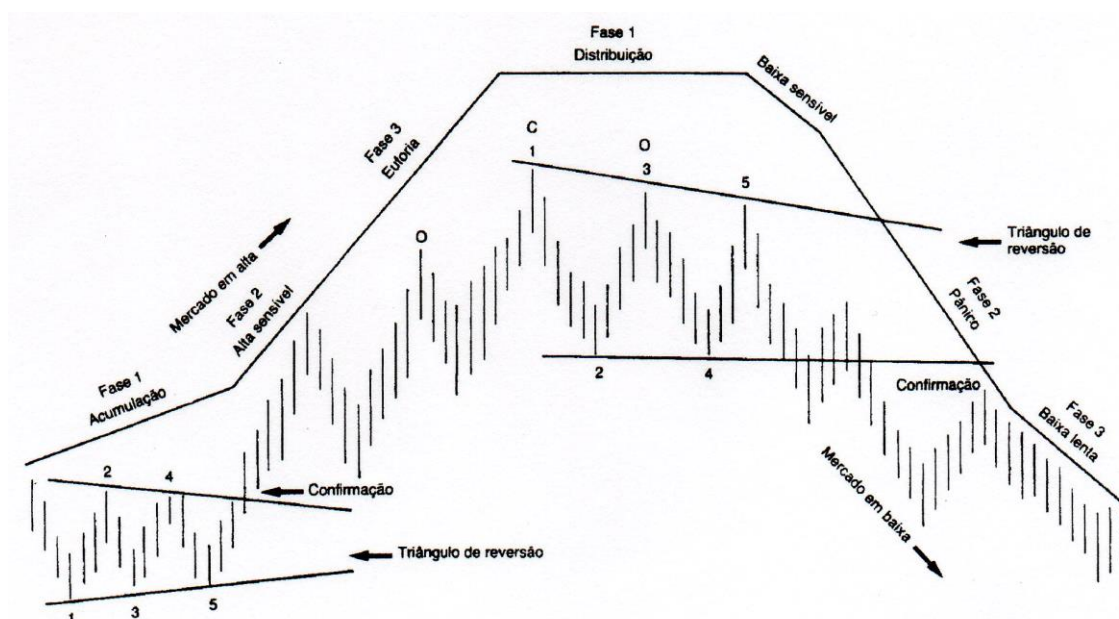


FIGURA 2.2 – AS FASES DO MERCADO SEGUNDO A TEORIA DE DOW  
 FONTE: Freitas; Silva (1999)

A maior vantagem do uso de indicadores técnicos como ferramenta de apoio à decisão é a redução da subjetividade nos critérios de escolha dos ativos e dos momentos de negociar. Os indicadores traduzem de forma simplificada um suposto consenso do mercado para os preços futuros, através de cálculos de fácil implementação computacional (SAFFI, 2003).

A crítica mais contundente à Escola Técnica parte da Hipótese dos Mercados Eficientes, que afirma ser impossível realizar lucros sistemáticos

através de estratégias que se baseiam na análise de preços e volumes passados. Sob a visão da HME, eventuais ganhos alcançadas por essas estratégias seriam meramente obra do acaso. Saffi (2003, p. 964-972) realizou testes com diversos indicadores técnicos e concluiu em favor da forma fraca da HME, por ter obtido resultados insignificantes através das estratégias baseadas nesses indicadores.

Por outro lado, Vidotto, Migliato e Zambon (2009, p. 308) conduziram experimento através do qual se propuseram a avaliar o *Moving Average Convergence-Divergence* (MACD) como ferramenta única na determinação de pontos de compra e venda de ações, realizando um *backtest* que envolveu papéis de cinco empresas escolhidas aleatoriamente dentre os negociados na Bovespa – BBAS3 (Banco do Brasil), EMBR3 (Embraer), NATU3 (Natura), PRGA3 (Perdigão) e WEGE3 (Weg). O critério de avaliação consiste na rentabilidade de cada um desses ativos frente à do Índice Bovespa durante o ano de 2006. Os resultados mostraram que as ações negociadas segundo essa metodologia obtiveram rentabilidade acumulada de 26,7% contra 0,9% do *benchmark* no mesmo período, em face de que os referidos autores concluíram que o MACD é um indicador técnico eficaz na determinação de pontos de compra e venda de ações no mercado brasileiro.

Marasovic, Poklepovic e Aljinovic (2011, p. 131), por sua vez, afirmam que as ferramentas da Análise Técnica podem ser usadas como complemento ao modelo de otimização de portfólios formulado por Markowitz, em estudo direcionado ao mercado acionário croata. Essas autoras utilizaram indicadores da Escola Fundamentalista para selecionar 15 ações de empresas negociadas naquele mercado no período de 2007 a 2009 e, posteriormente, lançaram mão do modelo de otimização para compor o portfólio com tais ações. Com base nesse experimento, puderam concluir que, fazendo uso de indicadores técnicos – médias móveis simples, bandas de Bollinger, Momentum, Índice de Força Relativa e MACD – é possível determinar com eficácia momentos propícios para negociar as ações selecionadas.

O *Moving Average Convergence-Divergence* (MACD) e o Índice de Força Relativa (IFR) são dois dos indicadores técnicos mais utilizados por analistas financeiros e já foram objeto de várias pesquisas acadêmicas. Por esse motivo, tais indicadores foram selecionados para integrar o modelo de

otimização de portfólios utilizado na presente pesquisa. Ambos são descritos nas subseções a seguir.

### 2.3.1 *Moving Average Convergence-Divergence*

O MACD se propõe a rastrear tendências, ou seja, busca identificar movimentos sistemáticos de alta ou de baixa num determinado período, além de indicar o momento em que possivelmente tais tendências se encerram ou se invertem.

O MACD foi criado pelo analista Gerald Appel, durante a década de 1960 (VIDOTTO; MIGLIATO; ZAMBON, 2009). Esse indicador consiste de duas médias móveis exponenciais calculadas com parâmetros diferentes, que refletem o consenso do mercado num prazo curto e num prazo médio. A determinação do MACD é procedida da seguinte forma:

- Calcular a média móvel exponencial de 12 dias dos preços de fechamento, ou seja:

$$MME_{12}(t) = \frac{2}{13} \cdot PREÇO(t) + \frac{(13-2)}{13} \cdot MME_{12}(t-1) \quad (2.57)$$

onde  $MME_{12}(t)$  é a média móvel exponencial no instante  $t$  e  $PREÇO(t)$  é o preço de fechamento do instante  $t$ ;

- Calcular a média móvel exponencial de 26 dias, de forma análoga;
- Calcular o valor do MACD no instante  $t$ :

$$MACD(t) = MME_{26}(t) - MME_{12}(t) \quad (2.58)$$

- Calcular a média móvel exponencial de 9 dias da série do MACD no instante  $t$  e atribuir esse valor à variável SINAL:

$$SINAL(t) = MME_9(MACD(t)) \quad (2.59)$$

O (GRÁFICO 2.4) ilustra o uso do MACD como critério de decisão. Quando a variável MACD supera a variável SINAL, configura-se um indicativo de compra, pois esse indicador aponta o início de uma tendência de alta. Quanto maior for a diferença entre essas variáveis, mais intensa é essa tendência. Analogamente, quando o MACD torna-se menor que o SINAL, verifica-se aí a sinalização do início de uma tendência de queda.

O modo de operação baseado exclusivamente no MACD consiste em comprar a ação no instante em que o MACD supera o SINAL e vendê-la na situação oposta (SAFFI, 2003).

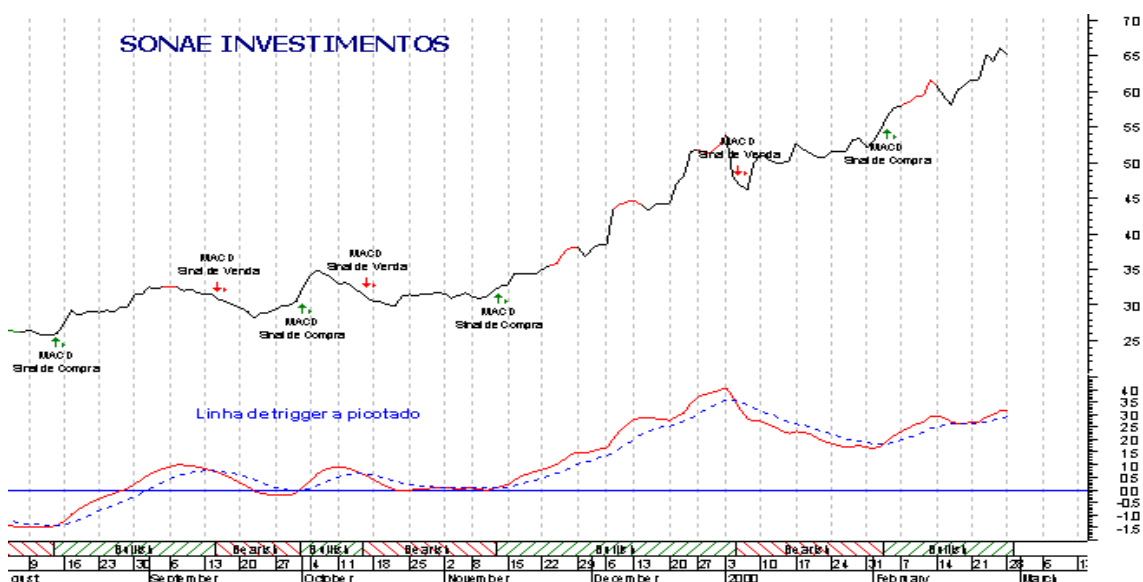


GRÁFICO 2.4 – O MACD COMO CRITÉRIO DE DECISÃO  
FONTE: Investmax (2013)

### 2.3.2 Índice de Força Relativa

O IFR é um oscilador, isto é, seu valor orbita em torno de um valor central dentro de limites estabelecidos. O IFR tem por finalidade indicar se há potencial de valorização ou desvalorização de um ativo, ou seja, se o movimento em que se encontra está ou não saturado. A partir desse princípio, é possível identificar regiões em que haja uma provável inversão de tendência nos preços.

O IFR foi criado na década de 1970 pelo engenheiro mecânico J. Welles Wilder Jr., que desenvolveu também alguns outros indicadores de Análise Técnica. O valor do IFR varia de 0 a 100, sendo que valores abaixo de 20 indicam a condição de *oversold* (sobrevendido), que é o indício de que o preço corrente é relativamente baixo e que essa condição está em vias de reversão, enquanto que valores acima de 80 sugerem que o ativo está *overbought* (sobrecomprado) e, portanto, super-valorizado, sujeito à inversão de um movimento de alta para baixa (SACHETIM, 2006). Alguns analistas usam limites 30 e 70 em vez de 20 e 80; esses valores foram assumidos como padrão baseado na experiência de analistas profissionais. O (GRÁFICO 2.5) ilustra o uso do IFR na determinação de pontos de compra e venda.

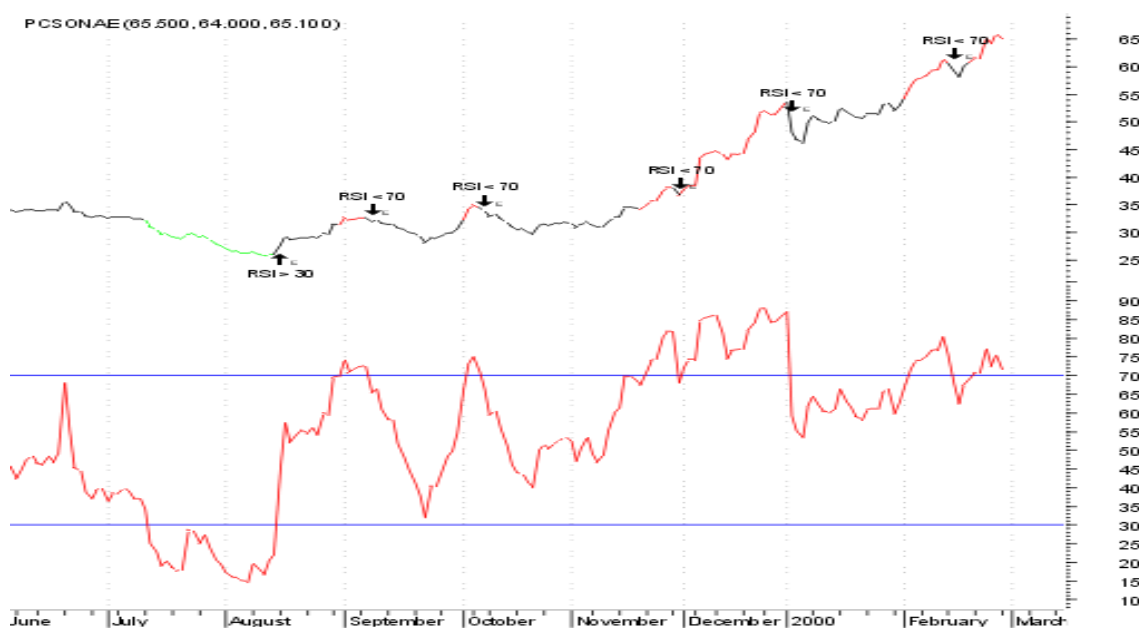


GRÁFICO 2.5 – O IFR COMO CRITÉRIO DE DECISÃO  
 FONTE: Investmax (2013)

O cálculo do IFR é feito da seguinte maneira (SAFFI, 2003):

$$\text{IFR}(t) = 100 - \frac{100}{1 + \frac{U14(t)}{D14(t)}} \quad (2.60)$$

em que  $U14(t)$  e  $D14(t)$  são os somatórios dos módulos dos retornos de alta e baixa, respectivamente, no período de 14 fechamentos anteriores.

## 2.4 NEGOCIAÇÃO ALGORÍTMICA E FUNDOS QUANTITATIVOS

A evolução dos meios de comunicação e dos computadores tem proporcionado uma verdadeira revolução na forma como as ações são negociadas. Com a informatização da bolsa, as ordens de compra e venda passaram a circular de forma mais rápida e eficiente. Além da velocidade de transferência de dados, computadores com capacidades de processamento maiores permitem uma análise de dados quantitativos cada vez mais rápida e precisa.

Por esse motivo, o uso de algoritmos de negociação – *softwares* que processam informações do mercado em tempo real e emitem ordens automáticas de compra e venda – tornou-se bastante comum nos últimos anos. Ainda em 2006, cerca de 40% do volume financeiro movimentado na bolsa de Frankfurt já era resultado de negociações automatizadas (PRIX; LOISTL; HUETL, 2007). Estima-se que em 2010 cerca de 50% das negociações no mercado americano, 28% no mercado europeu e 16% no mercado asiático tenham sido executadas através de algoritmos de *trading*. Em termos absolutos, só no mercado americano, esse número representa 8,5 bilhões de ações, com volume financeiro de 120 bilhões de dólares diariamente (BRABAZON; O'NEILL; DEMPSEY, 2008); isto é mais que o dobro do volume financeiro mensal das negociações na Bovespa.

A expressão “*algorithmic trading*” refere-se ao uso de programas computacionais na assessoria da execução de operações com ativos financeiros. Segundo Labadie e Lehalle (2010, p. 6), “a estratégia é algorítmica se é independente de decisões e emoções humanas”. Os algoritmos de *trading* são classificados, de acordo com a frequência com que os *trades* são realizados, em *High Frequency Trading* (HFT) e *Low Frequency Trading* (LFT) (LABADIE, LEHALLE, 2010). Os algoritmos HFT trabalham em regime de intervalos entre *trades* de até 15 minutos e, basicamente, têm como objetivo detectar discrepâncias instantâneas nos preços dos ativos, identificando oportunidades de arbitragem. Já os algoritmos LFT trabalham com intervalos maiores e têm por finalidade construir portfólios estatisticamente eficientes,

visando obter um retorno próximo ao esperado ao final do período, sujeito a um risco calculado.

A emissão de ordens de compra e venda, independentemente de como são geradas, influenciam no equilíbrio do caderno de ofertas e causam as oscilações de cotação características de um pregão da bolsa de valores. Há alguns trabalhos como (ALMGREN; CHRISS, 2000) e (LABADIE; LEHALLE, 2010) que são dedicados a formas de minimizar o impacto da emissão e da execução dessas ordens no mercado; a emissão de ordens de forma pouco criteriosa, sem levar em conta os efeitos de grandes volumes de oferta ou demanda sendo “despejados” no mercado, pode inviabilizar a execução das negociações, ao menos nos termos para as quais foram programadas.

Além disso, toda transação no mercado acionário envolve custos como taxas e impostos. Se a frequência de negociações for muito alta, ainda que o lucro bruto obtido seja satisfatório, há a corrosão dos ganhos pelos custos de transação. Por isso, um bom algoritmo de *trading* deve buscar um bom lucro com um número relativamente pequeno de negociações.

Alguns fundos de ações são gerenciados através de critérios de seleção de ativos baseados exclusivamente em dados quantitativos – são os chamados *Quant Funds*, ou Fundos Quantitativos. O processo de construção de portfólios baseados em dados quantitativos constitui-se de 3 elementos básicos: informação, critérios e procedimentos computacionais (HIEDA, ODA, 1998). Com base nesses elementos, o gerenciamento de portfólios em *Quant Funds* é formatado basicamente em 3 estágios: preditor/estimador, responsável por calcular os parâmetros do modelo baseado nos dados recebidos do mercado ou fazer previsões a partir desses dados; otimizador, que, com base nos parâmetros estimados, seleciona a melhor forma de distribuir os recursos entre os ativos que compõem o portfólio e; negociador (*trading algorithm*), que elabora e emite ordens de compra e venda a partir do portfólio otimizado, com a parcimônia necessária para que o fluxo de ordens não interfira significativamente na relação entre a oferta e a demanda dos ativos (FIGURA 2.3). Essa modalidade de gestão é classificada como *Quantitative Trading*, também conhecida como *Black Box Trading* (LABADIE, LEHALLE, 2010).

O uso de programas computacionais na gestão de carteiras tem como vantagem a capacidade das máquinas de analisar grande quantidade de

informações em velocidade muito superior à executada por humanos, sendo possível identificar oportunidades e executar negociações com muito mais eficiência. Por outro lado, quando a liquidez do mercado é insuficiente para a alimentação do sistema automatizado ou quando é necessário flexibilidade ao negociar, o *trader* humano ainda é insubstituível. Somente pessoas com *feeling* e experiência são capazes de quantificar informações qualitativas de forma razoavelmente adequada.

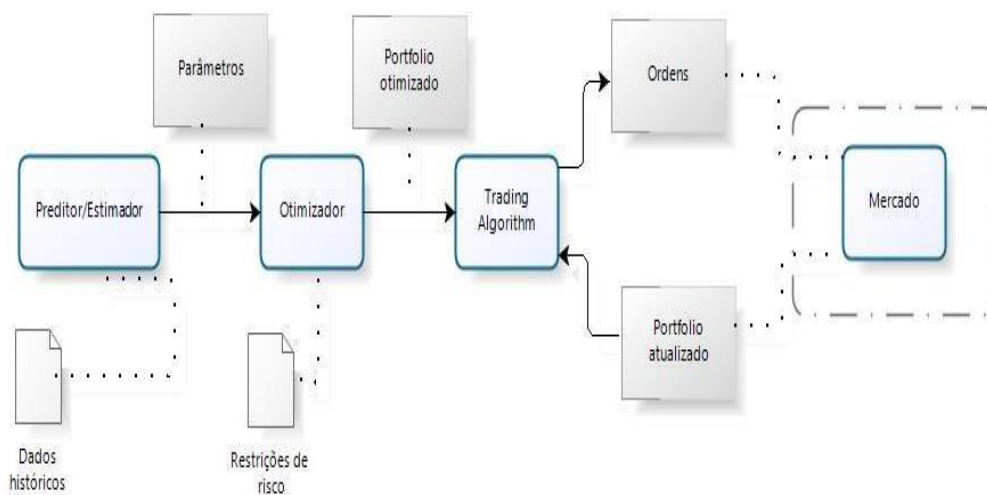


FIGURA 2.3 – ESTRUTURA BÁSICA DE UM FUNDO QUANTITATIVO  
 FONTE: Leite; Chaves Neto (2013)

## 2.5 ANÁLISE DE PERFORMANCE

Para avaliar os resultados obtidos por um gestor quanto ao desempenho de sua carteira de ações são utilizadas algumas medidas e alguns testes, no intuito de avaliar os resultados, viabilizar a comparação com o desempenho de outros gestores e verificar se seus resultados expressam a real habilidade de operar no mercado ou se o fator sorte contribui de forma expressiva na obtenção de lucros em excesso. Esta seção apresenta as medidas e os testes

estatísticos utilizados na análise de *performance* das carteiras simuladas na pesquisa empírica.

### 2.5.1 Retorno Líquido Acumulado

A forma mais simples de avaliar o resultado de um investimento é calculando seu retorno líquido acumulado durante o período de negociações. Para isto, basta comparar o valor corrente da carteira com o investimento inicial em determinado instante, assim como na expressão (2.5). Calculando o valor da carteira em cada fechamento, é possível obter a evolução patrimonial do investimento e, a partir desses dados, elaborar um gráfico de *performance* através do tempo, semelhante ao (GRÁFICO 2.6).

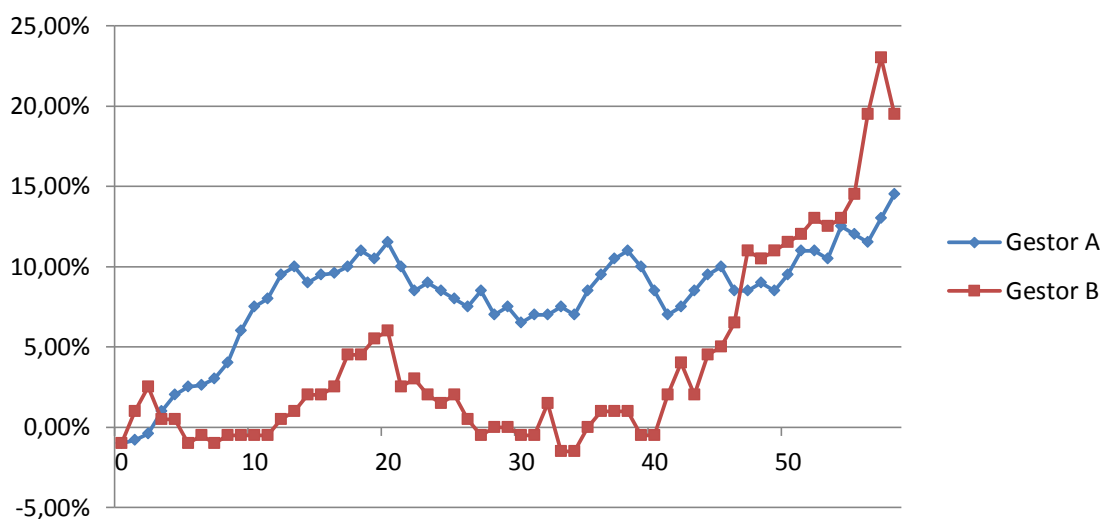


GRÁFICO 2.6 – EXEMPLO DE EVOLUÇÃO PATRIMONIAL DE PORTFÓLIOS  
 FONTE: Grinold; Kahn (1999)

Apesar de o retorno líquido ser o resultado palpável de um investimento, a variabilidade dos retornos deve também fazer parte da análise de resultados. Por essa razão, o resultado líquido acumulado, em si, não é boa medida para comparação de *performances*, mas apenas para verificar a lucratividade do investimento em determinado portfólio.

### 2.5.2 Índice Sharpe *Ex Post*

O Índice Sharpe *ex post* é mais adequado que o retorno líquido acumulado para a comparação entre as *performances* de várias carteiras, pois, além de calcular os retornos, faz uso também das informações sobre exposição ao risco, condensadas no desvio-padrão dos retornos (SHARPE, 1994).

Para calcular este índice, utiliza-se a expressão (2.45) para dados anualizados e, se este não for o caso, faz-se a anualização do índice através da expressão (2.46). Portfólios com maiores Índices Sharpe apresentam desempenho superior aos demais no período analisado.

### 2.5.3 Razão de Informação

A Razão de Informação (IR), apresentada na seção 2.1, é uma medida de viabilidade da gestão ativa e seu cálculo depende dos retornos residuais, conforme a expressão (2.1).

Segundo Grinold e Kahn (1999, p. 119), a IR se baseia nos resultados obtidos por um gestor para atribuir-lhe credibilidade para investimentos futuros. Ainda segundo esses autores, a intuição é um fator que pode agregar valor às decisões do gestor, incrementando sua IR; o gestor que possua um “sexto sentido” apurado pode obter ganhos significativos no mercado, mesmo que sua metodologia de trabalho não seja estritamente pautada pela lógica. Portanto, independentemente dos critérios de composição de carteira de cada gestor, aquele que possuir maior IR é classificado como mais promissor para investimentos futuros.

A utilização da IR neste trabalho visa a verificação de valor agregado nas informações provenientes dos indicadores técnicos para a formação do portfólio eficiente. A medida da IR é feita com base anual, assim como o Índice Sharpe. Por definição, a IR da carteira do Ibovespa é igual a zero, pois não há retornos residuais neste caso.

### 2.5.4 Índice Beta e Alfa de Jensen

Na seção 2.2, o CAPM é descrito em detalhes. A expressão (2.53) relaciona o excesso de retorno sobre um determinado ativo à razão entre sua covariância com o mercado e a variância do próprio mercado. Essa razão é o chamado *Índice Beta* do ativo  $j$ , denotado por  $\beta_j$ . O Índice Beta – ou simplesmente o Beta – de um ativo pode ser estimado através da regressão linear simples, conforme a expressão (2.54). Nesse caso, o estimador de  $\beta_j$  é equivalente ao coeficiente angular da função de regressão entre os retornos do Ibovespa e os retornos do ativo  $j$  em particular.

O Índice Beta é uma medida que permite avaliar o perfil de risco de um portfólio. Quanto maior for o beta de uma carteira, mais fortemente estará atrelada ao mercado, sendo que a parcela do risco diversificável desse portfólio será menor, conforme a expressão (2.56).

Por sua vez, o *Alfa de Jensen* é uma medida de lucratividade da carteira; da expressão (2.54), o valor do Alfa é estimado pelo intercepto da função de regressão linear simples entre os retornos do Ibovespa e os do portfólio avaliado. É uma medida de retornos residuais sistemáticos; caso seja positivo, indica que o gestor conseguiu, no período analisado, resultados superiores ao mercado em média.

No entanto, o simples fato de o Alfa ser positivo não implica que o gestor seja habilidoso ou que seja detentor de informações valiosas. Grinold e Kahn (1999, p. 489-490) propõem um teste de significância que compara os Índices Sharpe e que têm implicação direta sobre a expressividade do valor do Alfa de Jensen. Segundo esses autores, caso a restrição a seguir seja satisfeita, conclui-se que o Alfa é significativamente diferente de zero:

$$\frac{\bar{r}_p}{\bar{\sigma}_p} - \frac{\bar{r}_b}{\bar{\sigma}_b} > 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{n}} \quad (2.61)$$

em que as frações à esquerda da desigualdade expressam as razões entre a média e o desvio-padrão dos retornos do portfólio e do *benchmark* e  $n$  é o

número de observações, ou seja, de fechamentos. Caso essa condição seja válida, é possível concluir que um eventual resultado positivo do portfólio se deve à habilidade do gestor; caso contrário, a hipótese de que o resultado seja obra do acaso não é descartável.

### 2.5.5 Testes de Levene e de Kruskal-Wallis

Na literatura há diversos trabalhos que abordam a questão da distribuição de probabilidade dos retornos sobre os investimentos em ações negociadas nas bolsas de valores. Há um consenso de que esses retornos não são Gaussianos, como apontam Borland (2002, p. 98701-1) e Schoutens (2003, p. 33). Em particular, no que diz respeito à Bovespa, Castro Jr. e Silveira (2009, p. 114-133) verificaram que a distribuição logística se ajusta de modo satisfatório aos retornos diários do *benchmark*. No entanto, é oportuno citar a possibilidade da utilização dos logaritmos dos retornos, em vez dos retornos propriamente ditos, como uma forma de contornar o problema da não normalidade, o que proporciona a conveniência da aplicação de testes paramétricos à série de dados (ARTUSO, 2012).

Dada a não Gaussianidade dos retornos diários, é adequado fazer uso de testes não paramétricos para a comparação de um conjunto de observações. O teste de Levene compara variâncias entre diversas populações e o teste de Kruskal-Wallis compara medianas.

O teste de Levene tem por hipótese nula que as variâncias das diversas populações de mesma distribuição são iguais e como hipótese alternativa que alguma população tem variância diferente das demais. A estatística do teste é dada por (BROWN; FORSYTHE, 1974):

$$W_0 = \frac{\sum_{i=1}^g n_i \cdot (\bar{z}_i - \bar{z}_{..})^2}{g-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^g (n_i - 1)}{\sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^{n_i} (z_{ij} - \bar{z}_i)^2} \quad (2.62)$$

em que:

$g$ : número de populações

$n_i$ : número de observações da população  $i$

$z_{ij}$ : módulo da diferença entre uma observação e a média da respectiva população

$\bar{z}_i$ : média de  $z_{ij}$  para o grupo  $i$

$\bar{z}$ : média dos  $\bar{z}_i$

A estatística  $W_0$  é comparada com a distribuição F com  $g - 1$  e  $\sum_{i=1}^g (n_i - 1)$

graus de liberdade.

Por sua vez, o teste de Kruskal-Wallis serve para verificar se duas ou mais amostras são provenientes de uma mesma população, através da comparação de medianas. A hipótese nula é de que todas as populações têm medianas iguais, enquanto que a hipótese alternativa é de que ao menos uma dessas populações tem mediana diferente das demais.

O cálculo da estatística para o teste de Kruskal-Wallis se dá pela ordenação crescente de todas as observações de todas as populações, criando uma amostra global. Atribui-se a cada observação a sua ordem nessa amostra global, porém mantendo-se a origem de cada observação. No caso de mais de uma observação com o mesmo valor, situação designada como um *empate*, a ordem das observações empatadas é dada pela média aritmética das ordens que essas observações teriam caso não fossem iguais. A partir de então, é possível estabelecer a expressão para a estatística do teste (MAROCO, 2003):

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \cdot \frac{\sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)}{1 - \frac{\sum_{i=1}^g (t_i^3 - t_i)}{N^3 - N}} \quad (2.63)$$

onde:

$k$ : número de amostras

$R_j$ : soma das ordens de amostra  $j$

$N$ : número total de observações

$n_j$ : número de observações da amostra  $j$

g: número de grupos de empates

$t_i$ : número de observações do grupo de empate  $i$

A estatística  $H$  é comparada com a distribuição qui-quadrado com  $k-1$  graus de liberdade.

Os testes estatísticos de Levene e de Kruskal-Wallis são utilizados, no contexto deste trabalho, para verificar a igualdade de variâncias dos retornos obtidos pelas diversas metodologias de negociação, visando comparar equivalências de exposição ao risco, além de verificar se há diferenças significativas entre as observações desses retornos através da comparação de medianas entre as diversas populações.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo é dedicado à descrição dos dados e aos critérios metodológicos utilizados nesta pesquisa.

#### 3.1 MATERIAIS

A pesquisa ora apresentada consiste em um estudo de carteiras através da execução de um *backtest*, ou seja, uma simulação da gestão de carteiras de ações em um período passado supondo que as séries de preços são desconhecidas. Para tanto, foram selecionadas 35 ações de empresas negociadas na Bovespa, descritas na tabela 3.1, de acordo com alguns critérios que tornam a simulação tão verossímil quanto possível.

TABELA 3.1 – AÇÕES COMPONENTES DO PORTFÓLIO SIMULADO

<b>CÓDIGO</b>	<b>DESCRIÇÃO</b>	<b>EMPRESA</b>	<b>SETOR</b>
AMBV4	Ambev PN	AmBev	Consumo e varejo
BBAS3	Brasil ON	Banco do Brasil	Financeiro
BBDC4	Bradesco PN	Bradesco	Financeiro
BRAP4	Bradespar PN	Bradespar	Mineração
BRKM5	Braskem PNA	Braskem	Petroquímico
BTOW3	B2W Varejo ON	B2W Varejo	Consumo e varejo
CCRO3	CCR SA ON	CCR	Transporte e logística
CESP6	Cesp PNB	CESP	Energia e saneamento
CMIG4	Cemig PN	Cemig	Energia e saneamento
CPFE3	CPFL Energia ON	CPFL Energia	Energia e saneamento

Continua

TABELA 3.1 – AÇÕES COMPONENTES DO PORTFÓLIO SIMULADO

Continuação

<b>CÓDIGO</b>	<b>DESCRIÇÃO</b>	<b>EMPRESA</b>	<b>SETOR</b>
CPLE6	Copel PNB	Copel	Energia e saneamento
CRUZ3	Souza Cruz ON	Souza Cruz	Consumo e varejo
CSAN3	Cosan ON	Cosan	Consumo e varejo
CSNA3	Sid Nacional ON	CSN	Siderúrgico
CYRE3	Cyrela Realt ON	Cyrela Realty	Imobiliário e construção
ELET3	Eletrobras ON	Eletrobras	Energia e saneamento
ELET6	Eletrobras PNB	Eletrobras	Energia e saneamento
EMBR3	Embraer ON	Embraer	Industrial
GFSA3	Gafisa ON	Gafisa	Imobiliário e construção
GGBR4	Gerdau PN	Gerdau	Siderúrgico
GOAU4	Gerdau Met PN	Gerdau Met	Siderúrgico
GOLL4	GOL PN	GOL	Transporte e logística
ITSA4	Itausa PN	Itausa	Holding
KLBN4	Klabin S/A PN	Klabin S/A	Papel e celulose
LAME4	Lojas Americ PN	Lojas Americanas	Consumo e varejo
LIGT3	Light S/A ON	Light	Energia e saneamento
LREN3	Lojas Renner ON	Lojas Renner	Consumo e varejo
NATU3	Natura ON	Natura	Consumo e varejo
PETR3	Petrobras ON	Petrobras	Petróleo e gás
PETR4	Petrobras PN	Petrobras	Petróleo e gás
SBSP3	Sabesp ON	Sabesp	Energia e saneamento
TRPL4	Tran Paulist PN	Trans Paulista	Energia e saneamento
USIM5	Usiminas PNA	Usiminas	Siderúrgico

Continua

TABELA 3.1 – AÇÕES COMPONENTES DO PORTFOLIO SIMULADO

Continuação e conclusão

<b>CÓDIGO</b>	<b>DESCRIÇÃO</b>	<b>EMPRESA</b>	<b>SETOR</b>
VALE3	Vale ON	Vale	Mineração
VALE5	Vale PNA	Vale	Mineração

FONTE: O Autor (2014).

As ações foram escolhidas dentre as componentes do Ibovespa no período de 2007 a 2010. Esse primeiro critério é aplicado para garantir a liquidez dos ativos da carteira: é necessário haver oferta e demanda suficiente para que as ordens emitidas por um algoritmo sejam executadas. As ações que compõem a carteira teórica do Ibovespa respondem por cerca de 80% das negociações diárias na Bolsa de São Paulo (BOVESPA, 2013); esses papéis são, portanto, adequados para uma simulação de negociações algorítmicas.

Outro critério diz respeito à “longevidade” dos papéis: dentre as componentes do Ibovespa no período analisado, foram selecionadas as ações cujos códigos não foram alterados e que não foram incorporadas ou sofreram incorporações de outros papéis. Esse critério visa à eliminação do *survivor bias*, causado pela descontinuidade nas negociações de determinado ativo, o que acarretaria desfalque ou incoerência nos dados utilizados no estudo. Essa descontinuidade deve-se ao fato de que, durante o período analisado, houve ações que deixaram de cumprir os requisitos para que integrem o Ibovespa, bem como ações que se tornaram aptas a compor a carteira teórica do referido índice e conseqüentemente foram agregadas; houve ainda fusões de empresas que implicaram em criação de papéis referentes às empresas resultantes das fusões e a extinção dos referentes às empresas originais; houve também casos de empresas que promoveram abertura ou fechamento do capital, o que levou ao surgimento de alguns papéis e à extinção de outros. Por esses motivos, as ações que entraram ou que deixaram a carteira teórica no período relativo aos dados foram desprezadas e, inclusive, não são consideradas para a composição da carteira do Ibovespa utilizada nesta pesquisa; portanto, a carteira ora denominada representante do *benchmark* é aquela composta pelas 35 ações listadas na (TABELA 3.1), mantidas as proporções dessas ações na

carteira teórica do Ibovespa referente ao início do período dos dados, ou seja, ao primeiro quadrimestre de 2007.

Os dados consistem nas séries de cotações de fechamento diário das ações analisadas, no período de 2007 a 2010. Tais dados foram coletados na página da internet Exame.com (EXAME, 2013); as correções necessárias devidas a pagamentos de bonificações, agrupamentos e desdobramentos são incluídas nos dados originais, o que torna dispensável um mecanismo de ajuste no algoritmo aplicado à simulação.

Os dados de 2007 – num total de 244 fechamentos – são utilizados para a estimação dos parâmetros iniciais do modelo: médias, variâncias e valores dos indicadores técnicos. O período efetivo de negociações vai de janeiro de 2008 a dezembro de 2010, num total de 742 fechamentos. Durante esse período, os mercados mundiais experimentaram condições bastante diversas.

No ano de 2008, a crise americana foi motivo de pânico para os investidores de todo o mundo; o Ibovespa amargou queda de cerca de 42%.

Por outro lado, 2009 foi um ano de recuperação: 82% de alta no índice da bolsa brasileira. O clima de pânico do ano anterior deu lugar à euforia e ao apetite dos investidores, motivados pelos preços baixos.

Já em 2010 as oscilações dos preços não foram tão amplas. A resultante desse ano foi uma discreta alta de 1% no Ibovespa.

Como se pode notar, nesse período de três anos o mercado pôs à prova a capacidade dos gestores de carteiras de ações e também dos analistas de mercado. Frente a tantos cenários diferentes, é necessário ter habilidade para manter uma postura adequada frente ao risco. Toda essa diversidade faz com que tal período seja propício para o teste de estratégias de *Quantitative Trading*.

### 3.2 MÉTODOS

O estudo das negociações é executado por meio de um programa em linguagem FORTRAN 90, desenvolvido para executar as funções orgânicas de um Fundo Quantitativo. Os dados sobre os fechamentos e os retornos diários

das ações que compõem os portfólios são inseridos no programa, que calcula os parâmetros de média, variância, MACD, SINAL e IFR. Esses parâmetros são utilizados para o cálculo do portfólio ótimo para cada estratégia, conforme a expressão (2.19). O portfólio corrente é então comparado a esse portfólio ótimo e as diferenças são corrigidas por meio da emissão de ordens de compra e venda. As proporções de cada ação no portfólio ótimo calculado não observam a estrutura de lotes das negociações; por esse motivo, o tamanho das ordens emitidas corresponde ao maior conjunto de lotes não fracionários que não supere o valor da proporção do portfólio ótimo. O valor patrimonial e o retorno de cada portfólio são monitorados com base diária. O código fonte está descrito em detalhes no Anexo A deste trabalho e a (FIGURA 3.1) ilustra o processo executado pelo programa.

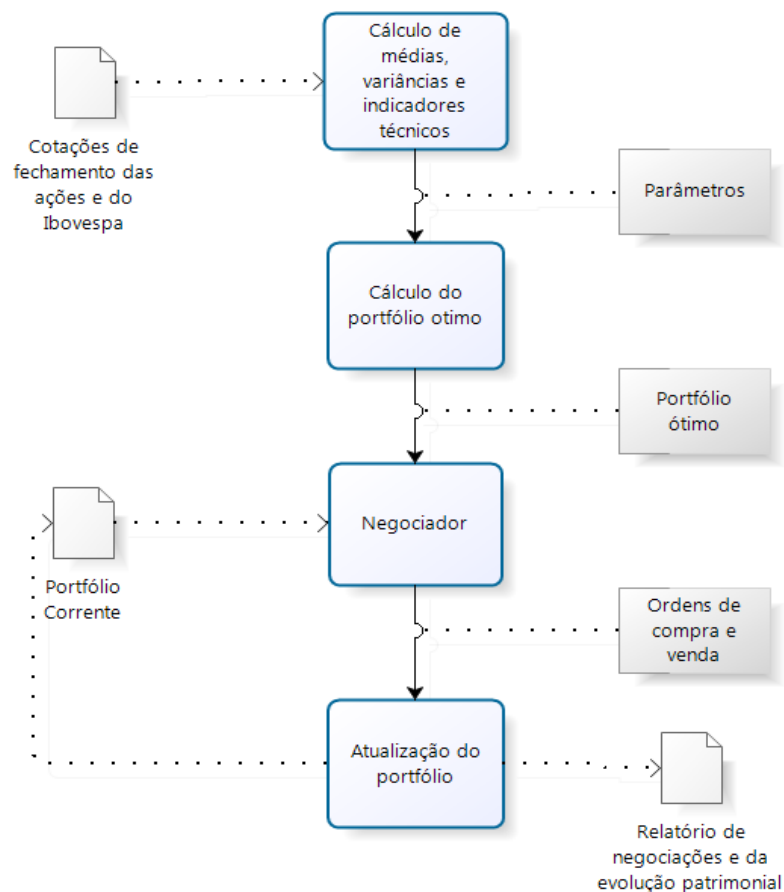


FIGURA 3.1 – FLUXOGRAMA DAS OPERAÇÕES EXECUTADAS PELO ALGORITMO DE GESTÃO DE CARTEIRAS  
 FONTE: O autor (2014)

Ao todo, nove estratégias são utilizadas: a réplica da carteira do Ibovespa; a diversificação ingênua (DI), igualitária, destinando 1/35 do capital inicial a cada ativo; a formação de carteira por otimização utilizando o Modelo de Markowitz com a função objetivo retorno ajustado, tal qual a expressão (2.16), com parâmetro de aversão ao risco dado por valores fixos durante todo o período de negociações, com  $\lambda$  igual a 1, 3, 5, 7 e 9 e; a utilização do PAR como função do MACD e como função do IFR.

Os valores do PAR fixo foram escolhidos de modo que a penalização pela variabilidade se situe entre 1 e 3 desvios-padrão ao quadrado. Valores superiores a 9 não acrescentam penalização significativa à volatilidade.

Obviamente, às carteiras de réplica do Ibovespa e de DI não se aplica o modelo de otimização; são registrados tão somente os retornos diários obtidos por esses portfólios.

Nos casos de parametrização em função dos indicadores técnicos, o PAR é relacionado ao MACD através da expressão:

$$\lambda = 2 \cdot \exp(-10^{-m} \cdot (\text{MACD} - \text{SINAL})) \quad (3.1)$$

em que  $m$  é igual ao número de dígitos da parte inteira do valor corrente do Ibovespa menos 2 e “exp” é a função exponencial com base igual ao número de Euler. No caso deste estudo o valor de  $m$  permanece igual a 3 durante todo o período, pois entre 2007 a 2010 o Ibovespa teve mínima em 29.435 pontos e máxima em 73.517 pontos, sendo, portanto, representado por cinco dígitos por toda a extensão do período.

No caso do IFR, o PAR é dado por:

$$\lambda = \frac{2 \cdot \text{IFR}}{100 - \text{IFR}} \quad (3.2)$$

As funções (3.1) e (3.2) foram escolhidas em razão de seus comportamentos, assim determinadas de forma experimental, objetivando a adequação do valor do parâmetro  $\lambda$  ao intervalo a que este deve pertencer para que seja útil à regulação do modelo (entre 0 e 9); cabe ressaltar que tal procedimento não

consta da literatura de referência, constituindo uma nova forma de utilizar a Análise Técnica em conjunto com o modelo de otimização de carteiras.

Quando a diferença MACD-SINAL tende a aumentar,  $\lambda$  em (3.1) tende a zero, atribuindo assim menor ênfase à variância das cotações; isto é conveniente, pois, nessas condições, o indicador em referência aponta tendência de alta de preços. Por outro lado, à medida que MACD-SINAL torna-se muito negativo, a função (3.1) cresce, reforçando o ajuste pela variância e, desse modo, reduzindo a exposição da carteira à variabilidade.

Por sua vez, a função (3.2) tende a zero quando IFR se aproxima de zero e tende a infinito quando IFR se aproxima de 100. O mecanismo de proteção contra risco segue o mesmo princípio do caso anterior.

Os cálculos do MACD, do SINAL e do IFR têm como base os valores do Ibovespa, pois este reflete o panorama geral do mercado brasileiro no momento da análise.

O capital inicial de cada carteira é fixado em R\$100.000,00 (cem mil reais). Esse valor é razoável para a praticabilidade das negociações e está próximo à realidade de pequenos e médios investidores brasileiros, além de não ser tão alto a ponto de que as ordens geradas causem impactos relevantes no caderno de ofertas. Por esse motivo, tais impactos são desprezados na simulação; detalhes sobre a influência da emissão de ordens na balança do caderno de ofertas podem ser encontrados em (LABADIE; LEHALLE, 2010) e em (ALMGREN; CRISS, 2000).

A opção pelo estudo de carteiras com monitoramento do valor patrimonial absoluto em vez da normalização torna possível a inserção das taxas de corretagem e do imposto sobre operações financeiras (IOF) no resultado de cada portfólio. A taxa aplicada por negociação equivale à menor taxa disponível no mercado no período analisado: R\$2,09 (dois reais e nove centavos), já computado o IOF. A taxa de custódia, além do imposto de renda que incide sobre negociações desta modalidade são desprezados, pois não se distinguem entre as várias estratégias.

O modelo utilizado permite a venda a descoberto (*short selling*), limitando a alavancagem ao valor patrimonial corrente não alavancado do portfólio. Esse tipo de operação é viável através do aluguel de ações; as taxas referentes às operações de aluguel são desconsideradas, pois são

eventualmente compensadas pela disposição dos ativos do portfólio corrente para aluguel a terceiros. Mais detalhes sobre a operação de aluguel de ações podem ser encontrados em Minozzo (2010, p. 21-27).

O uso da venda a descoberto nesta pesquisa visa a torna-la tão verossímil quanto possível, dada a factibilidade prática desse tipo de operação; visto que o objetivo da gestão ativa de carteiras é obter retornos residuais através da proposição de portfólios alternativos ao do mercado e que a venda a descoberto é uma opção disponível ao gestor, é plausível a utilização dessa modalidade nesta pesquisa. No entanto, cabe ressaltar que, apesar de permitida, essa operação é desestimulada pelo uso das funções (3.1) e (3.2) propostas neste trabalho como reguladoras do PAR, pois estas penalizam com mais ênfase a variabilidade frente à perspectiva de queda que de alta. Essa postura é conveniente, dadas as limitações inerentes à operação de venda a descoberto: em primeiro lugar, trata-se de uma operação de alavancagem, o que acrescenta potencial de risco à negociação e exige que haja garantias depositadas para que seja realizada (MINOZZO, 2010); além disso, a rentabilidade de uma operação de *short selling* é prejudicada pela taxa de aluguel das ações. Uma operação de *long selling* (venda coberta), no contexto desta pesquisa, é capaz de gerar ganhos com a variação positiva dos preços acrescidos da renda oriunda do eventual aluguel das ações da carteira a terceiros, enquanto que a operação a descoberto é capaz de gerar ganhos com a variação negativa dos preços, porém descontados da taxa de aluguel paga a terceiros. Em suma, apesar de permitir o *short selling*, o modelo proposto o coíbe através da maior penalização por variabilidade quando os indicadores técnicos apontam cenário de variação negativa de preços à frente.

O rebalanceamento da carteira é feito trimestralmente, no fim dos meses de março, junho, setembro e dezembro. No decorrer dos trimestres não há alterações nas composições dos portfólios, nem é sacado ou adicionado nenhum capital.

As ordens emitidas são do tipo *market order*, a valor de mercado, correspondente ao preço e fechamento corrente.

Os resultados obtidos entre as diversas carteiras são comparados através dos indicadores e testes estatísticos descritos na seção 2.5. Todos

esses meios de avaliação baseiam-se na série de retornos e na evolução patrimonial de cada portfólio.

Inicialmente, são registrados os valores diários do patrimônio de cada portfólio, através de que é possível elaborar o gráfico da evolução patrimonial no período. Em seguida, calculam-se os Índices Sharpe *ex post* anual e global, a IR, os coeficientes de regressão linear (Índices Beta e Alfas de Jensen) e aplicam-se os testes de significância para aos Alfas pela comparação dos Índices Sharpe (conforme (2.61)) e os testes de Levene e de Kruskal-Wallis para a verificação de diferenças significativas entre as variâncias e as medianas dos retornos dos portfólios, respectivamente.

## 4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados do estudo da gestão de carteiras de ações baseada nas estratégias descritas na seção 3.2 e algumas conclusões e observações a eles pertinentes.

Como resultado da simulação, foram obtidos os retornos diários e a evolução do patrimônio ao longo do tempo, partindo-se do capital inicial no instante zero. O (GRÁFICO 4.1) mostra a evolução patrimonial das carteiras do Ibovespa, de DI, do MACD e do IFR.

Percebe-se que as carteiras que não fazem uso do modelo de otimização apresentam variabilidade de retornos bem mais acentuada que as que o fazem, expressa pela grande amplitude das linhas que as representam no (GRÁFICO 4.1), especialmente na primeira metade do período.

Nota-se ainda a alta correlação entre as carteiras do Ibovespa e de DI. Isso indica certa similaridade entre essas estratégias, apesar de que há um descolamento importante dos gráficos de evolução patrimonial no período que abrange o ano de 2010.

Há também alta correlação entre as carteiras do MACD e do IFR, que se descolam levemente próximo ao fim do período.

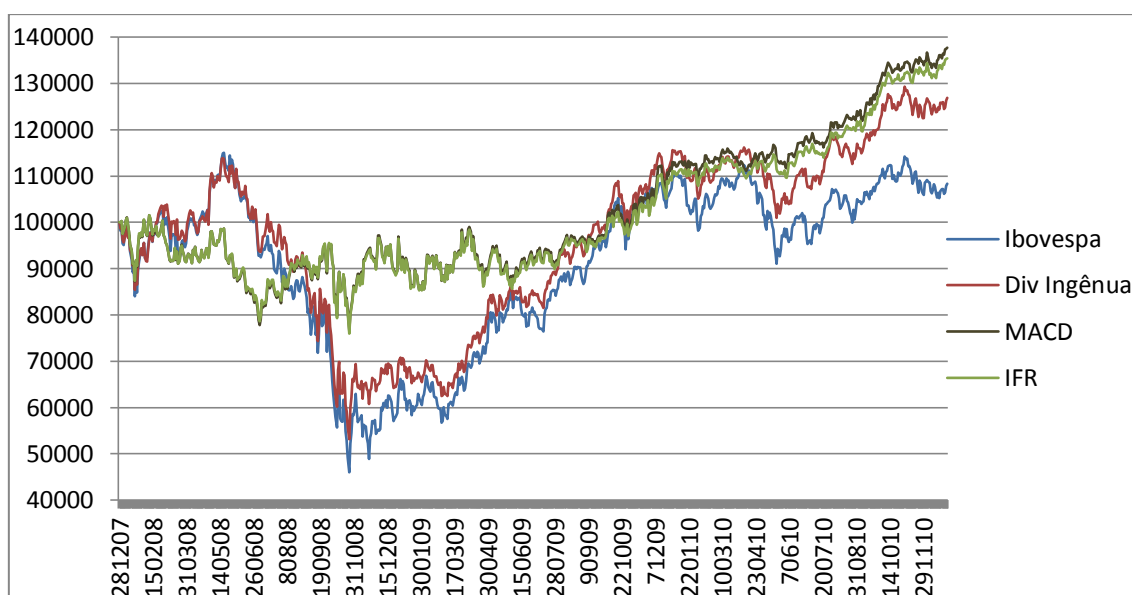


GRÁFICO 4.1 – EVOLUÇÃO PATRIMONIAL DAS CARTEIRAS DO IBOVESPA, DE DIVERSIFICAÇÃO INGÊNUA, DO MACD E DO IFR  
 FONTE: O Autor (2014)

Os valores do PAR, tanto para a carteira do MACD quanto para a carteira do IFR, oscilaram entre 0,5 e 4, com média 2,099 para o MACD e 2,216 para o IFR.

Na comparação entre os portfólios dos indicadores técnicos com os de parâmetro fixo nota-se também bastante similaridade nas evoluções patrimoniais. No entanto, as carteiras do MACD e do IFR sempre levam alguma vantagem sobre as demais, o que é indício de que a inserção das informações contidas nesses indicadores fornece algum benefício ao modelo. O (GRÁFICO 4.2) mostra as evoluções patrimoniais das carteiras dos modelos de PAR fixo, juntamente com as carteiras do MACD e do IFR.

Os gráficos das evoluções patrimoniais permitem algumas conclusões: as carteiras geridas com base nos modelos de otimização são menos suscetíveis à variabilidade que a carteira do *benchmark*, corroborando os resultados de Hieda e Oda (1998, p. 9-11); a diversificação da carteira através dos modelos de otimização é mais eficaz que a diversificação ingênua, visto a correlação dos retornos das carteiras daqueles modelos com os do mercado ser bem menor, o que indica que a porção de risco diversificável é maior; há indícios de que os indicadores técnicos fornecem informações úteis para auxiliar o investidor na decisão da adoção de postura frente ao risco, visto que os modelos que fizeram uso desses indicadores foram capazes de selecionar criteriosamente os valores do PAR de modo adequado, superando as estratégias que fixaram valores durante todo o período de negociações.

Ao fim do período, as carteiras dos indicadores técnicos acumularam patrimônio superior aos demais. Essa superioridade chega a ser expressiva quando se compara a carteira de melhor resultado (MACD) com a carteira do Ibovespa, a de pior desempenho. A (TABELA 4.1) mostra os retornos brutos e líquidos, além dos custos de transação totais referentes aos portfólios simulados.

Os custos de transação dos modelos de otimização são bastante superiores aos demais devido ao rebalanceamento periódico. Os custos relativos às carteiras do Ibovespa e de DI referem-se apenas à aquisição e à liquidação dos ativos no início e ao término do período, respectivamente.

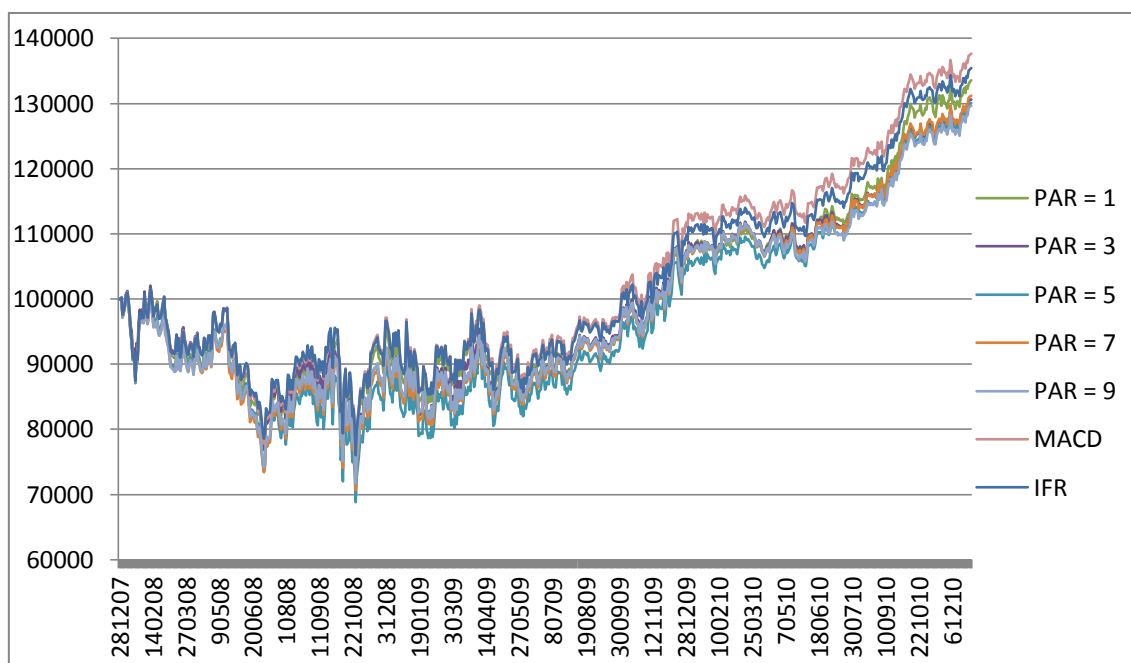


GRÁFICO 4.2 – EVOLUÇÃO PATRIMONIAL DAS CARTEIRAS DE PAR FIXO, DO MACD E DO IFR

FONTE: O Autor (2014)

Na comparação entre os modelos de otimização, nota-se que os que fizeram uso dos indicadores técnicos obtiveram maiores retornos com custos de transação ligeiramente menores. Isso indica pequena vantagem informacional; isto é, o suplemento de informação provido pelos indicadores técnicos foi capaz de aumentar a habilidade do modelo de otimização de detectar melhores oportunidades de negócios.

TABELA 4.1 – RETORNOS E CUSTOS DE TRANSAÇÃO DAS CARTEIRAS SIMULADAS NO PERÍODO 2008-2010

	<b>BRUTO (R\$)</b>	<b>CUSTO (R\$)</b>	<b>LÍQUIDO (R\$)</b>	<b>%</b>
<b>IBOVESPA</b>	108.472,29	146,30	108.325,99	8,33
<b>DI</b>	126.914,98	146,30	126.768,68	26,77
$\lambda = 1$	134.353,06	781,66	133.571,40	33,57
$\lambda = 3$	131.393,97	779,57	130.614,40	30,61
$\lambda = 5$	130.856,04	785,84	130.070,20	30,07
$\lambda = 7$	131.953,03	787,93	131.165,10	31,17
$\lambda = 9$	130.393,04	785,84	129.607,20	29,61
<b>MACD</b>	138.467,04	764,94	137.702,10	<b>37,7</b>
<b>IFR</b>	136.218,98	756,58	135.462,40	35,46

FONTE: O Autor (2014)

Para comparar as *performances* dos portfólios, considerando a exposição de cada um à variabilidade, calcula-se o Índice Sharpe anual, conforme (2.45). A partir desse cálculo é possível verificar o desempenho de cada portfólio frente aos diferentes cenários que se desenvolveram durante cada ano de negociações. A (TABELA 4.2) apresenta os Índices Sharpe *ex post* obtidos por cada estratégia, a respeito de cada ano em particular.

No ano de 2008, marcado pela crise do mercado e pela consequente queda acentuada das cotações, os modelos dos indicadores técnicos obtiveram resultados superiores, apesar de que esses resultados tenham sido negativos – bem como foi para todas outras as carteiras. Tais portfólios apresentaram perda média relativamente pequena e também volatilidade menor, superando assim o desempenho das demais.

Em 2009, com a recuperação vigorosa do mercado, as carteiras do Ibovespa e de DI tiveram desempenho superior. O mecanismo de proteção contra volatilidade e a estimação de parâmetros com base no ano caracterizado pela forte queda limitaram o potencial de ganhos dos modelos de otimização; porém suas respectivas *performances* de risco não decepcionaram. Os desempenhos dessas carteiras foram um tanto próximos, com vantagem para a de parâmetro  $\lambda = 5$  devido ao índice Sharpe superior apresentado por essa carteira no período em referência.

Em 2010, o desempenho das carteiras dos modelos de otimização tornaram a ter destaque positivo. O melhor desempenho foi alcançado pela carteira de parâmetro  $\lambda = 1$ , seguida de perto pela do MACD, que a superou em *performance* de risco.

Mudando o foco para o período completo, ou seja, para o triênio 2008-2010, é possível analisar a resultante dos desempenhos das carteiras através das diversas configurações do mercado. Os Índices Sharpe para o triênio são anualizados através da expressão (2.46) e revelam o desempenho dos portfólios levando em conta toda essa diversidade. Os resultados são apresentados na (TABELA 4.3).

Os resultados expostos na (TABELA 4.3) mostram que a melhor opção de investimento para o período analisado, dentre as carteiras testadas, foi a do MACD, seguida pela carteira do IFR. As carteiras dos indicadores técnicos

superaram as demais em retorno e tiveram *performance* de risco muito próxima da melhor opção ( $\lambda = 1$ ), obtendo assim os maiores Índices Sharpe *ex post*.

TABELA 4.2 – ÍNDICES SHARPE (IS) *EX POST* ANUAIS OBTIDOS PELAS CARTEIRAS SIMULADAS

	2008			2009			2010		
	MÉDIA	DESV PAD	IS	MÉDIA	DESV PAD	IS	MÉDIA	DESV PAD	IS
<b>IBOV</b>	-0,159	3,305	-0,759	<b>0,265</b>	1,985	2,091	0,013	1,283	0,154
<b>DI</b>	-0,127	2,945	-0,68	0,237	<b>1,612</b>	<b>2,307</b>	0,05	1,051	0,752
<b><math>\lambda = 1</math></b>	-0,031	<b>2,08</b>	-0,233	0,091	1,69	0,845	<b>0,096</b>	0,704	<b>2,142</b>
<b><math>\lambda = 3</math></b>	-0,037	2,233	-0,264	0,104	1,738	0,937	0,084	0,689	1,918
<b><math>\lambda = 5</math></b>	-0,049	2,359	-0,326	0,111	1,796	0,966	0,091	0,683	2,106
<b><math>\lambda = 7</math></b>	-0,041	2,282	-0,282	0,106	1,75	0,953	0,088	0,682	2,026
<b><math>\lambda = 9</math></b>	-0,037	2,251	-0,257	0,103	1,756	0,919	0,082	0,689	1,88
<b>MACD</b>	<b>-0,021</b>	2,137	<b>-0,158</b>	0,101	1,696	0,937	0,089	<b>0,661</b>	2,119
<b>IFR</b>	-0,022	2,147	-0,162	0,095	1,667	0,893	0,09	0,678	2,087

FONTE: O Autor (2014)

Cabe ressaltar que o fato de uma carteira obter um Índice Sharpe *ex post* superior não significa que no futuro essa mesma carteira terá desempenho necessariamente melhor que as outras. Esse índice tão somente mostra a superioridade de determinada carteira para o período em que é feita a análise.

Passando à comparação da carteira do Ibovespa, que é a carteira que representa o *benchmark*, com cada uma das demais, através da expressão (2.54) é possível avaliar a *performance* de risco e de retorno dessas carteiras frente ao mercado, sob a ótica do CAPM. Os estimadores dos parâmetros de regressão linear – equivalentes aos Índices Beta e aos Alfas de Jensen – para cada carteira em comparação com o mercado, considerando os retornos diários, são apresentados na (TABELA 4.4). Para todos os efeitos, o retorno de um ativo livre de risco assume o valor zero.

Os valores-p para os Alfas de Jensen são todos maiores que 0,05, o que indica que não é possível afirmar que esses valores são diferentes de zero com 95% de confiança. Por outro lado, os Betas de todas as carteiras têm valores-p iguais a zero, o que significa que são diferentes de zero com 95% de confiança.

TABELA 4.3 - ÍNDICES SHARPE (IS) *EX POST* OBTIDOS PELAS CARTEIRAS SIMULADAS NO PERÍODO 2008-2010

	<b>MÉDIA</b>	<b>DESV PAD</b>	<b>IS</b>
<b>IBOV</b>	0,039	2,352	0,447
<b>DI</b>	0,053	2,037	0,706
$\lambda = 1$	0,052	<b>1,6</b>	0,882
$\lambda = 3$	0,05	1,682	0,809
$\lambda = 5$	0,051	1,757	0,787
$\lambda = 7$	0,051	1,707	0,812
$\lambda = 9$	0,049	1,696	0,791
<b>MACD</b>	<b>0,056</b>	1,621	<b>0,942</b>
<b>IFR</b>	0,054	1,618	0,909

FONTE: O Autor (2014)

O Índice Beta da carteira DI exprime o grau de similaridade dessa carteira com a do Ibovespa. Seus retornos diários são sistematicamente próximos aos do mercado, o que faz com que essa estratégia seja muito próxima à da carteira do Ibovespa quanto à performance de risco. As carteiras dos modelos de otimização, por sua vez, apresentam Índices Beta relativamente baixos, mais próximos de zero. Isso significa que a variabilidade dessas carteiras se deve em maior parte a fatores não ligados diretamente ao mercado e, portanto, seus retornos não acompanham tão fielmente as oscilações do *benchmark*.

A avaliação da componente residual dos retornos mostra que há certa parte sistemática, ainda que discreta. Todas as carteiras obtiveram Alfas positivos, indício de superação do mercado. A carteira DI obteve Alfa menor que as carteiras dos modelos de otimização; no entanto, a razão entre as médias e os desvios-padrão desses retornos residuais – ou seja, as IR – mostram que, com base nas simulações realizadas, nenhuma das carteiras dos modelos de otimização apresentou superioridade informacional, isto é, não foram capazes de extrair da série de preços passados informações úteis para as projeções dos passos seguintes do mercado. A (TABELA 4.5) apresenta as IR obtidas pelas carteiras avaliadas.

TABELA 4.4 – ALFAS DE JENSEN E ÍNDICES BETA OBTIDOS PELAS CARTEIRAS SIMULADAS NO PERÍODO 2008-2010

PORTFOLIO	ALFA	VALOR-P (ALFA)	BETA	VALOR-P (BETA)
<b>DI</b>	0,020	0,270	0,839	0,000
$\lambda = 1$	0,038	0,447	0,349	0,000
$\lambda = 3$	0,035	0,501	0,398	0,000
$\lambda = 5$	0,035	0,517	0,419	0,000
$\lambda = 7$	0,036	0,498	0,397	0,000
$\lambda = 9$	0,034	0,514	0,396	0,000
<b>MACD</b>	0,042	0,406	0,367	0,000
<b>IFR</b>	0,040	0,427	0,369	0,000

FONTE: O Autor (2014)

TABELA 4.5 – RAZÕES DE INFORMAÇÃO OBTIDAS PELAS CARTEIRAS SIMULADAS NO PERÍODO 2008-2010

CARTEIRA	DI	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 7$	$\lambda = 9$	MACD	IFR
<b>IR</b>	0,04	0,028	0,025	0,024	0,025	0,024	0,031	0,029

FONTE: O Autor (2014)

Consonante a esse resultado, o teste de significância para os Alfas de Jensen mostra que nenhuma das carteiras simuladas obteve Alfa significativamente diferente de zero. De acordo com a expressão (2.61), para que o Alfa de Jensen seja significativo para esta experiência é necessário que a diferença entre as razões dos retornos médios e o desvio-padrão dos retornos de determinada carteira e a do Ibovespa deve ser superior a 0,1038. A (TABELA 4.6) mostra que isso não ocorre em nenhum dos casos.

TABELA 4.6 – VALORES DAS DIFERENÇAS ENTRE AS RAZÕES MÉDIA/DESVIO-PADRÃO DAS CARTEIRAS SIMULADAS E DA CARTEIRA DO IBOVESPA

CART.	DI	$\lambda = 1$	$\lambda = 3$	$\lambda = 5$	$\lambda = 7$	$\lambda = 9$	MACD	IFR
<b>DIF.</b>	0,0095	0,016	0,0133	0,0125	0,0134	0,0126	0,0182	0,017

FONTE: O Autor (2014)

Os próximos resultados referem-se à comparação das variâncias e das medianas dos retornos diários através dos testes de Levene e de Kruskal-Wallis. Os valores apresentados foram calculados com o auxílio do *software* STATGRAPHICS® versão 16.1.

O teste de Levene aponta diferenças importantes entre algumas variâncias. A estatística  $W_0 = 10,226$ , com valor  $p$  igual a zero, juntamente com os valores  $p$  das comparações das variâncias duas a duas apresentadas na (TABELA 4.7), permitem concluir que as carteiras com as três melhores performances de risco são:  $\lambda = 1$ , MACD e IFR, por apresentarem variância de retornos diários efetivamente inferiores às três piores colocadas, ou seja, as carteiras:  $\lambda = 5$ , DI e Ibovespa.

Na (TABELA 4.7), os valores destacados com sombreado laranja indicam que não há diferença significativa entre as variâncias dos retornos obtidos pela carteira  $\lambda = 1$  e as carteiras MACD, IFR,  $\lambda = 3$ ,  $\lambda = 9$  e  $\lambda = 7$ , com 95% de confiança. Por outro lado, os valores destacados com sombreado verde indicam que há diferença significativa entre as três carteiras de menor e variância e as três de maior variância, conforme descrito no parágrafo anterior, com 95% de confiança. Valores em vermelho indicam que as carteiras da respectiva linha e coluna obtiveram variância de retornos significativamente diferentes, com 95% de confiança.

Assumindo a igualdade de variância entre as três melhores performances de risco com base no resultado do teste de Levene, aplica-se o teste de Kruskal-Wallis para a comparação de medianas. A estatística  $H = 0,00132832$ , cujo valor  $p$  é  $0,999336$ , indica que não é rejeitável a hipótese de igualdade de medianas; portanto, estatisticamente, essas três estratégias obtiveram resultados equivalentes. Isto é, de acordo com os testes estatísticos apresentados, seria indiferente escolher uma das três melhores estratégias, apesar das pequenas diferenças em valores absolutos de média e desvio-padrão dos retornos diários.

Entretanto, a melhor opção para o valor do PAR é desconhecida antes da negociação. A vantagem do uso dos modelos com indicadores técnicos é a identificação de bons valores para o PAR antes que as negociações aconteçam, com base em critérios objetivos. Portanto, como as

carteiras dos indicadores técnicos obtiveram resultados equivalentes à da melhor carteira de PAR fixo, são boas opções como ferramenta para a composição de portfólios ótimos, dada a redução da subjetividade na escolha da postura de risco que leva o gestor a posicionar-se adequadamente frente à configuração corrente do mercado.

TABELA 4.7 – VALORES P DOS TESTES DE LEVENE PARA AS COMPARAÇÕES ENTRE AS VARIÂNCIAS DOS RETORNOS DIÁRIOS DAS CARTEIRAS SIMULADAS

	$\lambda = 1$	IFR	MACD	$\lambda = 3$	$\lambda = 9$	$\lambda = 7$	$\lambda = 5$	DI	IBOV
$\lambda = 1$	---								
IFR	0,765	---							
MACD	0,725	0,958	---						
$\lambda = 3$	0,172	0,286	0,311	---					
$\lambda = 9$	0,114	0,200	0,219	0,829	---				
$\lambda = 7$	0,078	0,143	0,158	0,691	0,857	---			
$\lambda = 5$	0,000	0,000	0,000	0,235	0,332	0,429	---		
DI	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	---	
IBOV	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	---

FONTE: O Autor (2014)

## 5 CONCLUSÃO

Os resultados expostos no capítulo anterior mostram que o suplemento de informação fornecido pelos indicadores técnicos utilizados nesta pesquisa é eficaz no direcionamento da escolha de um bom Parâmetro de Aversão ao Risco, instrumento que expressa em números o nível de exposição a que o investidor pretende assumir frente à incerteza dos retornos futuros sobre o investimento. Além disso, a técnica apresentada torna automática a seleção desse parâmetro, proporcionando a redução da subjetividade em escolhê-lo e direcionando o gestor à adoção de uma postura adequada na proteção do patrimônio de um fundo de ações. Entretanto, da avaliação dos efeitos da inserção das informações contidas nos indicadores técnicos utilizados não se encontra evidência consistente de que tais informações sejam capazes de prover vantagem em termos de retornos residuais sistemáticos. Deste modo, o objetivo geral desta pesquisa é alcançado.

A grande vantagem observada na avaliação do uso do modelo de otimização média-variância na composição do portfólio de ações, de modo geral, é a redução da variabilidade dos retornos, isto é, uma melhor *performance* de risco. No entanto, nem os modelos de PAR fixo, nem os suplementados pelos indicadores técnicos se mostraram capazes, por si, de prospectar informações úteis para o incremento dos ganhos residuais. A avaliação do conteúdo informacional dos indicadores técnicos mostra tal fato através da verificação de que não há indício de superioridade informacional nas estratégias que utilizam esses modelos, de modo que não seja possível garantir a lucratividade da gestão ativa em outros períodos.

Dada a variedade de configurações do mercado no período analisado, o teste realizado com modelos de otimização trabalhando em conjunto com indicadores técnicos evidenciou a robustez dessa estratégia, observável pelo bom desempenho frente às carteiras utilizadas para comparação. Além disso, as funções propostas para a regulação dos modelos mostraram-se adequadas na inserção dos dados dos indicadores no modelo e na determinação do valor do PAR. No entanto, a hipótese de os bons resultados obtidos sejam devidos

ao acaso não pôde ser descartada e não há como garantir que se sucedam outros êxitos em períodos posteriores através da aplicação desta estratégia.

A presente pesquisa apresenta um indicativo favorável à negociação algorítmica e à utilização de metodologias quantitativas na gestão de fundos que negociam com ações no mercado brasileiro, mostrando que é possível auferir lucros razoáveis sob baixa exposição à variabilidade, através do uso de técnicas como o Modelo de Markowitz. Entretanto, para que seja viável é necessário que a frequência de atualização do portfólio não gere custos que comprometam os ganhos alcançados.

Os resultados desta pesquisa corroboram a HME em sua forma fraca, visto que não há consistência nos retornos residuais obtidos pelas metodologias propostas. Com estas conclusões, tornam-se cumpridos os objetivos específicos elencados na seção 1.1.

Como avanços proporcionados por esta pesquisa, destacam-se a metodologia de seleção automática do Parâmetro de Aversão ao Risco para gestores que se utilizam do Modelo de Markowitz para a composição do portfólio de ações e o *software* elaborado para fornecer as soluções desse modelo com base em dados de cotações passadas, além da apresentação de resultados que dizem respeito à viabilidade da implementação de Fundos Quantitativos citados anteriormente.

Além do MACD e do IFR, existem vários outros indicadores técnicos que podem ser testados, separadamente ou em conjunto. Outra possibilidade de experimento é a utilização de outras técnicas para identificação de tendências ou de previsão, como modelos de séries temporais, por exemplo. Há ainda a possibilidade da utilização de parâmetros diferentes dos convencionais, ou seja, alternativos ao vetor de médias e à matriz de covariâncias. Os testes ora realizados com ações podem ser repetidos com ativos de outra natureza, tais como títulos de renda fixa. Além disso, metodologia semelhante pode ser aplicada a dados referentes a períodos com cenários diferentes dos que foram apresentados nesta pesquisa. Estas são as sugestões deixadas para trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS

ALDRIGHI, D. M.; MILANEZ, D. Y. Finança comportamental e a hipótese dos mercados eficientes. **Revista de Economia Contemporânea**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 9, p.41-72, jan./abr. 2005.

ALMGREN, R.; CHRISS, N. Optimal execution of portfolio transactions. **Journal of Risk**, London, n. 3, p. 5-39, 2000.

ARTUSO, A. R. **Análise multivariada e filtros de graham**: reconhecimento do padrões aplicado ao mercado acionário brasileiro. 284 f. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

BORLAND, L. Option pricing formulas based on a non-gaussian stock price model. **Physical Review Letters**, College Park, v. 89, n. 9, p. 098701, 2002.

BOVESPA. **Metodologia do índice bovespa**. São Paulo, 2013. Disponível em <[http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/noticias/2013/download/063-2013\\_DP.pdf](http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/noticias/2013/download/063-2013_DP.pdf)>. Acesso em: 06/01/2014.

BRABAZON, A.; O'NEILL, M.; DEMPSEY, I. An introduction to evolutionary computation in finance. **IEEE Computation Intelligence Magazine**, Piscataway, v. 3, n. 4, p. 42-55, 2008.

BROWN, M. B.; FORSYTHE, A. B. Robust tests for the equality of variances. **Journal of The American Statistical Association**, Alexandria, v. 69, n. 346, p.364-367, jun. 1974.

BRUNI, A. L.; FAMÁ, R. Eficiência, previsibilidade dos preços e anomalias em mercados de capitais: teoria e evidências. **Caderno de Pesquisas em Administração**, São Paulo, v. 1, n. 7, p. 71-85, abr./jun. 1998.

CAMARGOS, M. A.; BARBOSA, F. V. Teoria e evidência da eficiência informacional do mercado de capitais brasileiro. **Caderno de Pesquisas em Administração**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 41-55, jan./mar. 2003.

CASTRO JR, F. H. F.; SILVEIRA, H. P. Modelagem das distribuições das taxas de retorno dos índices bovespa e s&p 500. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 10, n. 1, p. 114-133, jan./fev. 2009.

ELTON, E. J. *et al.* **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. São Paulo: Atlas, 2004.

EXAME. São Paulo: Cotações Bovespa, 2007-2010. Disponível em: <<http://exame.abril.com.br>>. Acesso em: 25/03/2013.

FREITAS, A. A. C.; SILVA, I. N. Análise técnica de títulos financeiros através de redes neurais artificiais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE REDES NEURAIAS, 4., 1999, São José dos Campos. **Anais...** São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1999, p. 67-71.

GRINOLD, R. C.; KAHN, R. N. **Active portfolio management**. New York: Mc Graw-Hill, 1999.

HIEDA, A.; ODA, A. L. Um estudo sobre a utilização de dados históricos no modelo de markowitz aplicado à bolsa de valores de são paulo. In: SEMINÁRIOS DE ADMINISTRAÇÃO, 3., 1998. São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade de São Paulo – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, 1998, p. 1-11.

INVESTMAX. Disponível em: <<http://www.investmax.com.br>>. Acessado em: 13/09/2013.

KENDRICK, D. A.; MERCADO, P. R.; AMMAN, H. M. **Computational economics**. Princeton: Princeton University Press, 2006.

LABADIE, M.; LEHALLE, C. A. **Optimal algorithmic trading and market microstructure**. 43 f. Thesis (Masters in Finance) – Université Paris-Dauphine, Paris, 2010.

LEITE, R. O.; CHAVES NETO, A. **Modelo de markowitz e análise técnica: determinando o parâmetro de aversão ao risco através do macd**. Trabalho apresentado no 34. Ibero Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Pirenópolis, 2013.

LUENBERGER, D. G. **Investment science**. New York: Oxford University Press, 1998.

MARASOVIC, B.; POKLEPOVIC, T.; ALJINOVIC, Z. Markowitz' model with fundamental and technical analysis – complementary or not. **Croatian Operational Research Review**, Zagreb, v. 2, p. 122-132, 2011.

MARKOWITZ, H. M. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, New York, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MAROCO, J. **Análise estatística com utilização do spss**. Lisboa: Sílabo, 2003.

MINOZZO, C. A. S. **Determinantes da taxa de aluguel de ações no brasil**. 49 f. Dissertação (Mestrado em Economia) – Escola de Economia de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2010.

PRIX, J.; LOISTL, O.; HUETL, M. Algorithmic trading patterns in xetra orders. **The European Journal of Finance**, London, v. 13, n. 8, p. 717-739, dec. 2007.

SACHETIM, H. M. **Análise técnica**: estudo da confiabilidade dos principais indicadores de análise técnica, aplicados às ações mais negociadas na bovespa no período de 1995 a 2005. 131 f. Dissertação (Mestrado em Administração) – Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

SAFFI, P. A. C. Análise técnica: sorte ou realidade? **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 57, n. 4, p. 953-974, out./dez. 2003.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, Rio de Janeiro, v. 10, n. 3, p. 369-394, set. 2012.

SCHOUTENS, W. **Lévy processes in finance**: pricing financial derivatives. London: John Wiley and Sons, 2003.

SHARPE, W. F. The sharpe ratio. **The Journal of Portfolio Management**, New York, v. 21, n. 1, p. 49-58, 1994.

VIDOTTO, R. S.; MIGLIATO, A. L. S.; ZAMBON, A. C. O moving average convergence-divergence como ferramenta para a decisão de investimentos no mercado de ações. **Revista de Administração Contemporânea**, Curitiba, v. 13, n.2, p. 291-309, abr./jun. 2009.

## ANEXO A – CÓDIGO FONTE DO PROGRAMA EM LINGUAGEM FORTRAN 90 UTILIZADO NA SIMULAÇÃO

```

program trading
use var
use procs
use portlib

call entrada
mme26 = 0.0
mme12 = 0.0
macd = 0.0
sinal = 0.0
do i = 1,244
    call mme
    if (i > 13) then
        call ifr
    end if
end do
patr = 100000.0
dinheiro = patr
port = 0
do i = 245,986
    10 format("DATA:",I6)
    write(5,10)datas(i)
    6 format("PATRIMONIO INICIAL: ",1/,"ACOES: ",F10.2,1/,"DINHEIRO:
",F10.2,1/,"TOTAL: ",F10.2)
    if (i == 245) then
        write(5,6)patr,0.0,patr
        portini = patr
        patrini = patr
    else
        soma = 0.0
        do j = 1,35
            soma = soma + port(j)*preco(i - 1,j)
        end do
        portini = soma
        patrini = soma + dinheiro
        write(5,6)soma,dinheiro,(soma + dinheiro)
    end if
    call mme
    call ifr
    call medias
    call covariancia
    call rap !risk averse parameter
    call covarianciainversa
    call lagrangeano
    call otimizador
    call alvo
    write(5,*)"PORTFOLIO INICIAL:"
    do j = 1,35

```

```

        write(5,*)ativo(j),port(j)
    end do

    !*****
    !Simulacoes das negociações

    if
    (i==245.or.i==304.or.i==366.or.i==431.or.i==493.or.i==554.or.i==615.or.i==679.or.i==7
    39.or.i==799.or.i==861.or.i==925.or.i==986) then
        call negocio
        transa = 0
        do k = 1,35
            if (compra(k)/=0) then
                transa = transa + 1
            else if (venda(k)/=0) then
                transa = transa + 1
            end if
        end do
        write(*,*)"TRANSACOES:",transa
        write(*,*)"CUSTO:",transa*2.09
        dinheiro = dinheiro - transa*2.09
    end if
    call relator
    transa = 0
    write(*,*)i,datas(i)
    write(*,*)lambda
    soma = 0.0
    do j = 1,35
        soma = soma + port(j)*preco(i,j)
    end do
    write(*,*)"COMPRA",compra
    write(*,*)"VENDA",venda
    write(*,*)"PORT",port
    write(*,*)"PORTFOLIO:",soma
    write(*,*)"DINHEIRO:",dinheiro

    call sharperatio
    if (i == 494) then
        ver = system("Notepad relatorio.txt")
    else if (i == 740) then
        ver = system("Notepad relatorio.txt")
    end if
end do
close(1)
close(2)
close(3)
close(4)
close(5)
close(11)
close(12)

ver = system("Notepad relatorio.txt")

end program trading

```

```

!*****
!Modulo de procedimientos

module procs
use var
use portlib

contains

!*****

subroutine entrada

open(unit = 1, file = "preco.txt")
open(unit = 2, file = "retorno.txt")
open(unit = 3, file = "cotibov.txt")
open(unit = 4, file = "retibov.txt")
open(unit = 5, file = "relatorio.txt")
open(unit = 11, file = "selic.txt")
open(unit = 12, file = "cilamce1.txt")
open(unit = 14, file = "cilamce2.txt")
open(unit = 15, file = "cilamce3.txt")
open(unit = 16, file = "cilamce4.txt")

!*****

read(1,*)dia,ativo
do i = 1,986
    read(1,*)datas(i),preco(i,:)
end do
read(2,*)dia,ativo
do i = 1,986
    read(2,*)datas(i),retorno(i,:)
end do
read(3,*)dia,ibov
do i = 1,986
    read(3,*)datas(i),cotibov(i)
end do
read(4,*)dia,ibov
do i = 1,986
    read(4,*)datas(i),retibov(i)
end do
do i = 1,742
    read(11,*)datas(i + 244),selic(i)
end do

end subroutine entrada

!*****

subroutine mme

mme26(1) = mme26(2)
mme26(2) = cotibov(i)*(2.0/27.0) + mme26(1)*(25.0/27.0)

```

```

mme12(1) = mme12(2)
mme12(2) = cotibov(i)*(2.0/13.0) + mme12(1)*(11.0/13.0)
macd(1) = macd(2)
macd(2) = mme26(2) - mme12(2)
sinal(1) = sinal(2)
sinal(2) = macd(2)*(2.0/10.0) + sinal(1)*(8.0/10.0)

```

```
end subroutine mme
```

```
!*****
```

```
subroutine ifr
```

```

do k = 0, 13
    ifrret(k + 1) = retibov(i - k)
end do
ifrup = 0.0
retup = 0.0
ifrdn = 0.0
retdn = 0.0
do k = 1, 14
    if (ifrret(k) > 0.0) then
        ifrup = ifrup + ifrret(k)
        retup = retup + 1.0
    else if (ifrret(k) < 0.0) then
        ifrdn = ifrdn + ifrret(k)
        retdn = retdn + 1.0
    end if
end do
if (retup > 0.0) then
    ifrup = ifrup/retup
end if
if (retdn > 0.0) then
    ifrdn = - ifrdn/retdn
else
    ifrdn = 0.000001
end if
rsi = 100.0 - (100.0/(1.0 + ifrup/ifrdn))

```

```
end subroutine ifr
```

```
!*****
```

```
subroutine medias
```

```

do j = 1, 35
    soma = 0.0
    do k = (i - 244), (i - 1)
        soma = soma + retorno(k, j)
    end do
    media(j) = soma/244.0
end do
end subroutine medias

```

```
!*****
```

```
subroutine covariancia
```

```
do j = 1,35
  do k = 1,35
    soma = 0.0
    soma2 = 0.0
    somaprod = 0.0
    do l = (i - 244),(i - 1)
      soma = soma + retorno(l,j)
      soma2 = soma2 + retorno(l,k)
      somaprod = somaprod + retorno(l,j)*retorno(l,k)
    end do
    cov(j,k) = (1.0/244.0)*(somaprod - (1.0/244.0)*soma*soma2)
  end do
end do
```

```
end subroutine covariancia
```

```
!*****
```

```
subroutine rap
```

```
norma = cotibov(i)
m = 0
do while (norma > 100.0)
  norma = norma/(10.0**m)
  m = m + 1
end do
!Selecionar uma das metodologias para o parâmetro abaixo
!MACD
!lambda =2.0*exp(- (10.0**(- m))*(macd(2) - sinal(2)))
!FIXA
!lambda = 1.0
!IFR
!lambda = 2.0*rsi/(100.0 - rsi)
end subroutine rap
```

```
!*****
```

```
subroutine covarianciainversa
```

```
do j = 1,35
  do k = 1,35
    if (j == k) then
      invcov(j,k) = 1.0
    else
      invcov(j,k) = 0.0
    end if
  end do
end do
do j = 1,35
  if (abs(cov(j,j))<tol)then
    do k = j+1,35
      if (abs(cov(j,k))>tol) then
```

```

do l = 1,35
    vectemp(l) = cov(j,l)
    cov(j,l) = cov(k,l)
    cov(k,l) = vectemp(l)
    vectemp(l) = invcov(j,l)
    invcov(j,l) = invcov(k,l)
    invcov(k,l) = vectemp(l)
end do
    exit
end if
end do
end if
pivot = cov(j,j)
do k = 1,35
    cov(j,k) = cov(j,k)/pivot
    invcov(j,k) = invcov(j,k)/pivot
end do
do k = 1,35
    vecpiv(k) = cov(k,j)
end do
do k = 1,j-1
    do l = 1,35
        cov(k,l) = -vecpiv(k)*cov(j,l)+cov(k,l)
        invcov(k,l) = -vecpiv(k)*invcov(j,l) + invcov(k,l)
    end do
end do
do k = j+1,35
    do l = 1,35
        cov(k,l) = -vecpiv(k)*cov(j,l)+cov(k,l)
        invcov(k,l) = -vecpiv(k)*invcov(j,l) + invcov(k,l)
    end do
end do
end do
end do

```

end subroutine covarianciainversa

!\*\*\*\*\*

subroutine lagrangeano

```

do j = 1,35
    soma = 0.0
    do k = 1,35
        soma = soma + invcov(k,j)
    end do
    vectemp(j) = soma
end do
v = 0.0
do j = 1,35
    v = v + vectemp(j)*media(j)
end do
v = v - 2*lambda
aux = 0.0
do j = 1,35
    aux = aux + vectemp(j)

```

```

end do
v = v/aux

end subroutine lagrangeano

!*****

subroutine otimizador

do j = 1,35
  vectemp(j) = media(j) - v
end do
do j = 1,35
  soma = 0.0
  do k = 1,35
    soma = soma + invcov(j,k)*vectemp(k)
  end do
  xopt(j) = ((1.0)/(2.0*lambda))*soma
end do

end subroutine otimizador

!*****

subroutine alvo

do j = 1,35
  pretarg(j) = (xopt(j)*patr)/(100.0*preco(i,j))
  targ(j) = 100*(int(pretarg(j)))
end do

end subroutine alvo

!*****

subroutine negocio

compra = 0
venda = 0
do j = 1,35
  if (targ(j) - port(j) > 0) then
    compra(j) = targ(j) - port(j)
  else if (targ(j) - port(j) < 0) then
    venda(j) = port(j) - targ(j)
  end if
  dinheiro = dinheiro - preco(i,j)*(compra(j) - venda(j))
  port(j) = port(j) + compra(j) - venda(j)
end do

end subroutine negocio

!*****

subroutine relator

```

```

write(5,*)"ORDENS DE COMPRA:"
do j = 1,35
    write(5,*)ativo(j),compra(j)
end do
write(5,*)"ORDENS DE VENDA:"
do j = 1,35
    write(5,*)ativo(j),venda(j)
end do
write(5,*)"PORTFOLIO FINAL:"
do j = 1,35
    write(5,*)ativo(j),targ(j)
end do
7   format("PATRIMONIO    FINAL:    ",1/,"ACOES:    ",F10.2,1/,"DINHEIRO:
",F10.2,1/,"TOTAL: ",F10.2)
soma = 0.0
do j = 1,35
    soma = soma + port(j)*preco(i,j)
end do
write(5,7)soma,dinheiro,(soma +    dinheiro)
retcart(i - 244) = ((soma + dinheiro)/patrini) - 1.0
8   format("RETORNO DA CARTEIRA: ",F6.2,"%")
write (5,8)(100*retcart(i - 244))
13  format(l6)
write(12,13)datas(i)
17  format(F6.2)
write(14,17)100*retcart(i - 244)
18  format(F10.2)
write(15,18)(soma + dinheiro)
write(16,18)transa*2.09
9   format("RETORNO DO BENCHMARK (IBOV): ",F6.2,"%",2/)
write(5,9)retibov(i)

```

```
end subroutine relator
```

```
!*****
```

```
subroutine sharperatio
```

```

if (i == 493) then
    soma = 0.0
    soma2 = 0.0
    do j = 245,493
        soma = soma + retcart(j - 244)
        soma2 = soma2 + retibov(j)
    end do
    desvcart = 0.0
    desvibov = 0.0
    do j = 245,493
        desvcart = desvcart + ((retcart(j - 244) - (soma/249.0))**2)
        desvibov = desvibov + ((retibov(j) - (soma2/249.0))**2)
    end do
    sharpecart = sqrt(249.0)*(soma)/(249.0*sqrt(desvcart/248.0))
    sharpeibov = sqrt(249.0)*(soma2)/(249.0*sqrt(desvibov/248.0))
    write(5,*)"RETORNO CARTEIRA 2008:",soma/249.0
    write(5,*)"RETORNO IBOV 2008:",soma2/249.0

```

```

write(5,*)"RISCO CARTEIRA 2008:",sqrt(desvcart/248.0)
write(5,*)"RISCO IBOV 2008:",sqrt(desvibov/248.0)
write(5,*)"SHARPE RATIO DA CARTEIRA 2008:",sharpecart
write(5,*)"SHARPE RATIO DO BENCHMARK (IBOV) 2008:",sharpeibov
write(5,*)" "
else if (i == 739) then
soma = 0.0
soma2 = 0.0
do j = 494,739
soma = soma + retcart(j - 244)
soma2 = soma2 + retibov(j)
end do
desvcart = 0.0
desvibov = 0.0
do j = 494,739
desvcart = desvcart + ((retcart(j - 244) - (soma/246.0))**2)
desvibov = desvibov + ((retibov(j) - (soma2/246.0))**2)
end do
sharpecart = sqrt(246.0)*(soma)/(246.0*sqrt(desvcart/245.0))
sharpeibov = sqrt(246.0)*(soma2)/(246.0*sqrt(desvibov/245.0))
write(5,*)"RETORNO CARTEIRA 2009:",soma/246.0
write(5,*)"RETORNO IBOV 2009:",soma2/246.0
write(5,*)"RISCO CARTEIRA 2009:",sqrt(desvcart/245.0)
write(5,*)"RISCO IBOV 2009:",sqrt(desvibov/245.0)
write(5,*)"SHARPE RATIO DA CARTEIRA 2009:",sharpecart
write(5,*)"SHARPE RATIO DO BENCHMARK (IBOV) 2009:",sharpeibov
write(5,*)" "
else if (i == 986) then
soma = 0.0
soma2 = 0.0
do j = 740,986
soma = soma + retcart(j - 244)
soma2 = soma2 + retibov(j)
end do
desvcart = 0.0
desvibov = 0.0
do j = 740,986
desvcart = desvcart + ((retcart(j - 244) - (soma/247.0))**2)
desvibov = desvibov + ((retibov(j) - (soma2/247.0))**2)
end do
sharpecart = sqrt(247.0)*(soma)/(247.0*sqrt(desvcart/246.0))
sharpeibov = sqrt(247.0)*(soma2)/(247.0*sqrt(desvibov/246.0))
write(5,*)"RETORNO CARTEIRA 2010:",soma/247.0
write(5,*)"RETORNO IBOV 2010:",soma2/247.0
write(5,*)"RISCO CARTEIRA 2010:",sqrt(desvcart/246.0)
write(5,*)"RISCO IBOV 2010:",sqrt(desvibov/246.0)
write(5,*)"SHARPE RATIO DA CARTEIRA 2010:",sharpecart
write(5,*)"SHARPE RATIO DO BENCHMARK (IBOV) 2010:",sharpeibov
write(5,*)" "
!PARA O PERIODO COMPLETO
soma = 0.0
soma2 = 0.0
do j = 245,986
soma = soma + retcart(j - 244)
soma2 = soma2 + retibov(j)

```

```

end do
desvcart = 0.0
desvibov = 0.0
do j = 245,986
    desvcart = desvcart + ((retcart(j - 244) - (soma/742.0))**2)
    desvibov = desvibov + ((retibov(j) - (soma2/742.0))**2)
end do
sharpecart = sqrt(742.0)*(soma)/(742.0*sqrt(desvcart/741.0))
sharpeibov = sqrt(742.0)*(soma2)/(742.0*sqrt(desvibov/741.0))
write(5,*)"RETORNO CARTEIRA COMPLETO:",soma/742.0
write(5,*)"RETORNO IBOV COMPLETO:",soma2/742.0
write(5,*)"RISCO CARTEIRA COMPLETO:",sqrt(desvcart/741.0)
write(5,*)"RISCO IBOV COMPLETO:",sqrt(desvibov/741.0)
write(5,*)"SHARPE RATIO DA CARTEIRA COMPLETO:",sharpecart
write(5,*)"SHARPE RATIO DO BENCHMARK (IBOV) COMPLETO:",sharpeibov
write(5,*)" "
end if

```

```
end subroutine sharperatio
```

```
!*****
```

```
end module procs
```

```
!*****
```

```
!Modulo de variáveis
```

```
module var
```

```
implicit none
```

```
real,dimension(2)::mme26,mme12,macd,sinal
```

```
integer::i,j,k,l,m,ver,transa
```

```
character(4)::dia,ibov
```

```
character(5),dimension(35)::ativo
```

```
integer,dimension(986)::datas,cotibov
```

```
real,dimension(986,35)::preco,retorno
```

```
real,dimension(986)::retibov
```

```
real,dimension(35)::media,vectemp,vecpiv,xopt,pretarg
```

```
real::soma,soma2,somaproduct,lambd,norma,tol
```

```
= 10.0E-
```

```
06,pivot,v,aux,patr,dinheiro,portini,patrini,sharpecart,
```

```
sharpeibov,desvcart,desvibov,rsi,ifrup,ifrdn,retup,retdn
```

```
real,dimension(35,35)::cov,invcov
```

```
integer,dimension(35)::port,targ,compra,venda
```

```
real,dimension(741)::retcart
```

```
real,dimension(742)::selic
```

```
real,dimension(14)::ifrrret
```

```
end module var
```