

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

HENRY MONTECINO CASTRO

**PROPOSTA DE ALTERNATIVAS PARA CONEXÃO DOS *DATA*
VERTICAIS BRASILEIROS DE IMBITUBA E SANTANA**

CURITIBA

2011

HENRY MONTECINO CASTRO

**PROPOSTA DE ALTERNATIVAS PARA CONEXÃO DOS *DATA*
VERTICAIS BRASILEIROS DE IMBITUBA E SANTANA**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do grau de Mestre em ciências geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Sílvio R. C. de Freitas

Co-Orientador: Dr. Roberto Teixeira Luz

CURITIBA

2011

TERMO DE APROVAÇÃO

HENRY DIVERTH MONTECINO CASTRO

*“PROPOSTA DE ALTERNATIVAS PARA CONEXÃO DOS DATA VERTICAIS
BRASILEIROS DE IMBITUBA E SANTANA”*

Dissertação nº 251 aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:



Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas
Departamento de Geomática, UFPR



Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS



Prof.ª. Dr.ª. Regiane Dalazoana
Departamento de Geomática, UFPR

Curitiba, 25 de novembro de 2011.

AGRADECIMENTOS

À Deus pela companhia e força ao longo da minha vida, e em especial nestes dois anos fora do Chile.

Ao meu orientador o Prof. Dr. Silvio Rogério Correia de Freitas, pela fraternidade, amizade, orientação e ensinamentos de Geodésia.

Aos meus amigos: Marcos Silveira, Karol, Rogers, Vagner, Carla e Felipe Marquez e Sebastián pelo apoio durante a minha estadia no Brasil.

À Nataly pelo apoio constante durante estes dois anos.

À minha família, especialmente à minha irmã Karina.

Aos meus colegas: Ângela Cararo, Felipe Suci, Meire, Rodrigo, Thiago, Elizabete, Wander, Nassau, Marly, Andre, Marcos Basso, Dalmar, Adelson, Elizziane, Diuliana e Suelen, pelos momentos compartilhados.

Aos Professores: Quintino Dalmolin, Claudia Robbi, Hideo Araki, Pedro Faggion, Jorge Centeno, Edson Mitishita e Daniel dos Santos.

Ao meu co-orientador Dr. Roberto Teixeira Luz, pelas sugestões e convite ao IBGE.

Ao meu colega da UdeC o Prof. Juan Baez por ter me aconselhado o CPGCG.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES) pelo apoio financeiro através da bolsa de estudos.

EPÍGRAFE

A desvalorização do mundo humano cresce em razão direta da valorização do mundo das coisas.

Karl Marx

RESUMO

O sistema de altitudes brasileiro foi materializado por duas redes verticais, com origens nos marégrafos de Imbituba – Sul do Brasil e Santana – Norte do Brasil, devido a dificuldades de transposição da foz do Rio Amazonas, terras úmidas da Ilha de Marajó e região de floresta. Isto impõe dificuldades de modelagem do geóide gravimétrico principalmente em função do vazio gravimétrico de cerca de 330 km na região referida e inexistência de conexão física via nivelamento. Hoje, com a gravimetria por satélite com as missões CHAMP, GRACE e GOCE, torna-se possível explorar novas soluções do geopotencial baseados em dados somente de satélites e associados com modelos digitais de elevação (MDEs). Isto permite uma melhoria espectral do modelo de geopotencial global (MGG) com base na modelagem residual do terreno (RTM). Esta técnica apresenta-se como uma alternativa para preencher as informações não fornecidas pelo MGG (principalmente o erro de omissão ou truncamento). Nesta abordagem busca-se uma melhoria espectral do MGG objetivando integrar os *data* verticais a um modelo mais realista, e sem estar preso aos referenciais locais. Na presente pesquisa, duas alternativas para a conexão indireta das redes verticais fundamentais do Brasil foram realizadas: uma solução fundamentada na combinação de um MGG só satélite oriundo da missão GOCE e a contribuição espectral do RTM; a outra solução baseou-se na integração de informações do MGG da missão GOCE, do EGM2008 e do efeito RTM. Os afastamentos médios obtidos revelam que o *datum* de Imbituba se localiza 1,32 ou 1,43 m abaixo do *datum* de Santana para as soluções de $MGG_{GOCE+RTM}$ e $MGG_{GOCE+EGM2008+RTM}$ respectivamente.

ABSTRACT

Due to the challenge that the Amazon basin impose for traditional geodetic surveys, the Brazilian height system was materialized by two vertical networks. One starting in the Imbituba tide gauge (South of Brazil) and the other in the Santana tide gauge (North of Brazil). The mouth of the Amazon River and its surrounding wetlands generate an area of about 330 km² which lacks of gravity data. Nowadays, satellite gravity missions such as CHAMP, GRACE and GOCE, make possible to explore new solutions of the geopotential based only in satellite data associated with Digital Elevation Models (DEMs). This allows an improvement of in the spectral resolution of the Global Geopotential Model (MGG) based on Residual Terrain Modeling (RTM). This technique is presented as an alternative to complete the gaps of information in the MGG (especially errors of omission). This approach seeks an spectral improvement of the MGG aiming to integrate the vertical datums to a more realistic model, and without being tied to local reference frames. In this study, two alternatives to the indirect connection of the fundamental vertical networks of Brazil were analyzed. A solution based on a combination of MGG satellite data from the mission GOCE and the spectral contribution of the RTM. The other solution was based on the integration of information from GOCE MGG, EGM2008 and the RTM effect. The offset obtained shows that the Imbituba datum is located 1.32 or 1.43 m below the Santana datum for the solutions MGGGOCE+RTM and MGGGOCE+EGM2008+RTM respectively.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1- ALTITUDES E SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA	21
FIGURA 2 - REDE MAREGRÁFICA PERMANENTE PARA GEODÉSIA.....	23
FIGURA 3 - REDE ALTIMÉTRICA DE ALTA PRECISÃO DO SGB	24
FIGURA 4 - CONEXÃO ENTRE <i>DATA</i> VERTICAIS LOCAIS	27
FIGURA 5 - REDUÇÃO DE BOUGUER.....	32
FIGURA 6 - REDUÇÃO AIRY HEISKANEN.....	33
FIGURA 7 - REDUÇÃO PRATT-HAYFORD	35
FIGURA 8 - GEOMETRIA DA REDUÇÃO DE RUDZKI EM APROXIMAÇÃO PLANAR.....	37
FIGURA 9 - REDUÇÃO RTM.....	45
FIGURA 10 - REGIÃO DE ESTUDO.....	52
FIGURA 11 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS USADOS NAS ESTIMATIVAS DE AFASTAMENTOS E DE AVALIAÇÃO (OS CÍRCULOS AZUIS REPRESENTAM OS PONTOS VINCULADOS AO <i>DATUM</i> DE SANTANA, E OS VERMELHOS AO <i>DATUM</i> DE IMBITUBA).....	54
FIGURA 12 - FEIÇÕES GLOBAIS E LOCAIS DO CAMPO DA GRAVIDADE E DO TERRENO.....	56
FIGURA 13 - ALTITUDES DO SRTM30_PLUS E DTM2006.0 (GRAU 240) NA REGIÃO DE ESTUDO	58
FIGURA 14 - TOPOGRAFIA RESIDUAL EM METROS.....	58
FIGURA 15 - ESQUEMA DO CÁLCULO DO RTM POR PRISMAS	60
FIGURA 16 - EFEITO RTM SOBRE A ANOMALIA DE ALTURA NA REGIÃO DE ESTUDO EM METROS.....	60
FIGURA 17 - ANOMALIA DE ALTURA DO MGG GOCE EM METROS.....	61
FIGURA 18 - SOLUÇÃO REFINADA PARA A ANOMALIA DE ALTURA (GOCE + RTM) EM METROS.....	62
FIGURA 19 - DIFERENÇAS DAS ANOMALIAS DE ALTITUDE DO EGM2008 (240°) E GOCE (240°) EM METROS.....	63
FIGURA 20 - ANOMALIA DE ALTURA DO EGM2008 NA FAIXA DO GRAU 240 ATÉ 2190 EM METROS.....	64
FIGURA 21 - ANOMALIA DE ALTURA DO GOCE + EGM2008 (240 até 2190)+RTM EM METROS.....	64

FIGURA 22 – SUPERFICIES DE CORREÇÃO PARA IMBITUBA E SANTANA	80
FIGURA 23 - AFASTAMENTOS MÉDIOS ENTRE OS DATA IMBITUBA E SANTANA PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES	82
FIGURA 24 - ESQUEMA DOS AFASTAMENTOS ENTRE DATA VERTICAIS.....	83

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS DE ALGUMAS REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS	38
TABELA 2 - ESTATÍSTICA DOS MEDs E SUAS DIFERENÇAS [m]	49
TABELA 3 - DIFERENÇAS MÁXIMAS DOS EFEITOS TOPOGRÁFICOS [mGal]	50
TABELA 4 - PONTOS DE AVALIAÇÃO NAS PROXIMIDADES DA REGIÃO DE ESTUDO	54
TABELA 5 - ESTATÍSTICAS DA TOPOGRAFIA RESIDUAL	67
TABELA 6 - PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DA SUPERFÍCIE DO RTM DA ANOMALIA DE ALTURA	68
TABELA 7 - ESTATÍSTICAS DO EGM2008 NA FAIXA GRAU/ORDEM 240 ATÉ 2190.....	68
TABELA 8 - ESTATÍSTICAS DAS DIFERENÇAS NOS LONGOS COMPRIMENTOS DE ONDA DO EGM2008 E GOCE NA EXPANSÃO DE GRAU E ORDEM 240.....	69
TABELA 9 - ALTITUDES NORMAL, ELIPSOIDAL E ANOMALIA DE ALTURA DOS PONTOS DE AVALIAÇÃO REFERIDOS AO MARÉGRAFO DE IMBITUBA....	69
TABELA 10 - ANOMALIAS DE ALTITUDE FORNECIDAS PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES.....	70
TABELA 11 - DIFERENÇAS EM METROS DAS ANOMALIAS DE ALTITUDE REFERIDAS AO <i>DATUM</i> DE IMBITUBA E DAS SOLUÇÕES DE MGGs.....	71
TABELA 12 - ESTIMATIVA DO AFASTAMENTO E SEU E.M.Q APÓS DE REMOÇÃO DOS PONTOS 1322P E 1323D	71
TABELA 13 - ALTITUDES NORMAL, ELIPSOIDAL E ANOMALIA DE ALTURA DOS PONTOS DE AVALIAÇÃO REFERIDOS AO MARÉGRAFO DE SANTANA....	72
TABELA 14 - ANOMALIA DE ALTURA FORNECIDA PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES	72
TABELA 15 - DIFERENÇAS, EM METROS, DAS ANOMALIAS DE ALTITUDE	73
TABELA 16 - DESNÍVEIS EM METROS OBTIDOS PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES VINCULADOS AO MARÉGRAFO DE IMBITUBA.....	74
TABELA 17 - AVALIAÇÃO RELATIVA DAS DIFERENTES SOLUÇÕES NA REGIÃO DE DOMÍNIO DO <i>DATUM</i> DE IMBITUBA	74
TABELA 18 - DESNÍVEIS EM METROS OBTIDOS PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES VINCULADAS AO MARÉGRAFO DE SANTANA	74
TABELA 19 - AVALIAÇÃO RELATIVA DAS DIFERENTES SOLUÇÕES NA REGIÃO DE DOMÍNIO DO <i>DATUM</i> DE SANTANA	75

TABELA 20 - PONTOS USADOS PARA A PRIMEIRA ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA IMBITUBA.....	77
TABELA 21 - PONTOS USADOS PARA A SEGUNDA ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA IMBITUBA.....	77
TABELA 22 - COEFICIENTES DOS POLINÔMIOS DE AJUSTE VINCULADO AO <i>DATUM</i> DE IMBITUBA.....	77
TABELA 23 - PONTOS USADOS PARA A CHECAGEM DA 1ª SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA IMBITUBA.....	78
TABELA 24 - PONTOS USADOS PARA A CHECAGEM DA 2ª SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA.....	78
TABELA 25 - PONTOS USADOS PARA A 1ª ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA.....	78
TABELA 26 - PONTOS USADOS PARA A 2ª ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA.....	79
TABELA 27 - COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE VINCULADO AO <i>DATUM</i> DE SANTANA	79
TABELA 28 - PONTOS USADOS PARA A CHECAGEM DA 1ª SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA.....	79
TABELA 29 - PONTOS USADOS PARA A CHECAGEM DA 2ª SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA.....	79
TABELA 34 - MÉDIAS E E.M.Q. DAS SOLUÇÕES PARA O <i>DATUM</i> SANTANA.....	81
TABELA 35 - DIFERENÇAS DE POTENCIAL ENTRE OS <i>DATA</i> LOCAIS E OS <i>DATA</i> GLOBAIS.....	83
TABELA 36 - E.M.Q. DO AFASTAMENTO MÉDIO ENTRE OS <i>DATA</i> EM RELAÇÃO ÀS SOLUÇÕES PROPOSTAS.....	85
TABELA 37 - ESTIMATIVA DO AFASTAMENTO ENTRE OS <i>DATA</i> LOCAIS E O E.M.Q. NA ESTIMATIVA DO AFASTAMENTO DO <i>DATUM</i> SANTANA EM RELAÇÃO ÀS DIFERENTES SOLUÇÕES DE MGGS, DEPOIS DE REMOVER O PONTO 9533N.....	86

LISTA DE SIGLAS

CHAMP	<i>CHallenging Minisatellite Payload</i>
EMQ	Erro Médio Quadrático
EGM2008	<i>Earth Gravity Model 2008</i>
ESA	European Space Agency
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GNSS	<i>Global Navegation Satellite System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery And Climate Experiment</i>
GOCE	<i>Gravity field and steady – state Ocean Circulation Explorer</i>
IAG	<i>International Association of Geodesy</i>
IBGE	Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IERS	International Earth Rotation and Reference Systems Service
ITRF _{YYYY}	<i>IERS Terrestrial Reference Frame_{year}</i>
MDE	Modelo Digital de Elevação
MGG	Modelo Global de Geopotencial
NMM	Nível Médio do Mar
PVCG	Problema do Valor de Contorno da Geodésia
<i>RR</i>	<i>Remove Restore</i>
RMPG	Rede Maregráfica Permanente para Geodésica
RN	Referência de Nível
RTM	<i>Residual Terrain Model</i>
RVFB	Rede Vertical Fundamental Brasileira
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
SRTM	<i>Shuttle Radar Topography Mission</i>
TNMM	Topografia do Nível Médio do Mar
WGS84	<i>World Geodetic System 1984</i>

LISTA DE SIMBOLOS

h	Altitude elipsoidal
H^O	Altitude ortométrica
N	Altitude geoidal
H^N	Altitude normal
ζ	Anomalia de altura
C	Número geopotencial
W_0	Geopotencial no geóide
W_P	Geopotencial no ponto P
U_P	Esferopotencial no ponto P
T_P	Potencial perturbador no ponto P
g_P	Gravidade no ponto P
\bar{g}	Gravidade média ao longo da linha de campo entre o ponto P e P ⁰
γ	Gravidade normal
$\bar{\gamma}$	Gravidade normal média ao longo da linha de campo normal entre o ponto Q e Q ⁰
Δg_P	Anomalia da gravidade no ponto P
δg_P	Distúrbio da gravidade no ponto P
dn	Elemento diferencial de desnível
H^{NO}	Altitude normal ortométrica
V	Potencial gravitacional da Terra
$\zeta_{MGG}^{N_{max}}$	Anomalia de altura obtida de um MGG na sua máxima expansão
ζ_{RTM}	Efeito RTM sobre a Anomalia de altura

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	PROBLEMA DE PESQUISA.....	14
1.2	HIPÓTESE	15
1.3	OBJETIVO GERAL.....	15
1.4	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
1.5	JUSTIFICATIVAS	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.	18
2.1	SISTEMAS DE ALTITUDES	18
2.1.1	Altitudes Ortométricas	19
2.1.2	Altitudes Normais.....	19
2.1.3	Altitudes Normais Ortométricas	20
2.1.4	Altitude elipsoidal.....	21
2.2	<i>DATUM</i> VERTICAL E REDE VERTICAL FUNDAMENTAL DO BRASIL (RVFB)	22
2.3	ASPECTOS DE DEFINIÇÃO E REALIZAÇÃO DO <i>DATUM</i> VERTICAL GLOBAL E LOCAL/REGIONAL	24
2.4	ESTRATÉGIAS PARA CONEXÃO DO <i>DATUM</i> VERTICAL	26
2.4.1	Abordagem Oceanográfica	27
2.4.2	Combinação de altimetria por satélite e nivelamento dinâmico	28
2.4.3	Combinação de gravimetria com posicionamento por satélite.....	29
2.4.4	Abordagem do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG)	29
2.5	EFEITOS DA TOPOGRAFIA SOBRE A GRAVIDADE.....	30
2.5.1	Redução de Bouguer.....	31
2.5.2	Redução Airy Heiskanen (AH)	32
2.5.3	Redução Pratt Hayford (PH)	34
2.5.4	Redução Rudzki	36
2.6	REPRESENTAÇÃO DE ALGUMAS GRANDEZAS DO CAMPO DA GRAVIDADE EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS.....	38

2.7	MODELAGEM DAS ALTAS FREQUÊNCIAS DO CAMPO DA GRAVIDADE TERRESTRE.....	41
2.7.1	Remover - Restaurar (RR):.....	41
2.7.2	Modelagem Residual do Terreno (RTM):.....	43
2.7.3	Fontes de erros que influenciam a modelagem da alta frequência	47
2.8	ALGUMAS AVALIAÇÕES DO SRTM E SUAS IMPLICAÇÕES NA MODELAGEM DO CAMPO DA GRAVIDADE.....	48
2.9	ALGUMAS AVALIAÇÕES DE MGGS ORIUNDOS DO GOCE	50
3	MATERIAIS E MÉTODOS	52
3.1	DADOS DISPONÍVEIS	52
3.2	SOLUÇÃO PELA MODELAGEM RESIDUAL DO TERRENO (<i>RTM</i>)	55
3.2.1	Definição da resolução do DTM2006 e SRTM30_ PLUS	56
3.2.2	Filtragem de passa altas do SRTM30_PLUS.....	57
3.2.3	Cálculo do RTM sobre a anomalia de altura	58
3.2.4	Contribuição espectral do RTM sobre o MGG	61
3.3	COMPLEMENTAÇÃO DAS INFORMAÇÕES GRAVIMÉTRICAS NAS BANDAS NÃO COBERTAS PELO GOCE E PELO RTM COM O MODELO EGM2008.....	62
3.4	Estimativa dos afastamentos médios entre os <i>data</i> verticais	65
4	EXPERIMENTOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	66
4.1	RESULTADO EFEITO RTM E O EGM2008 NA FAIXA UTILIZADA	66
4.2	AVALIAÇÃO DAS SOLUÇÕES PROPOSTAS	69
4.3	RESULTADOS DO AFASTAMENTO MÉDIO E DA DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE OS <i>DATA</i> DE IMBITUBA E SANTANA	81
5	CONCLUSÕES	87
6	RECOMENDAÇÕES	90
7	REFERÊNCIAS	91

1 INTRODUÇÃO

As antigas Redes Geodésicas Nacionais, horizontal e vertical, na América do Sul foram materializadas separadamente. Tal separação decorria principalmente da insuficiente acurácia da altitude obtida na medição do ângulo zenital. Então a solução prática foi adotar o elipsóide para o posicionamento, e alguma superfície equipotencial, normalmente o geóide, para a componente vertical (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 216; VANICEK & KRAKIWSKY, p. 98, 1982). Os sistemas de altitude nacionais têm sido definidos assumindo que o geóide é a superfície equipotencial coincidente com o Nível Médio do Mar (NMM), considerando a média para certo intervalo de tempo, para uma ou um conjunto de estações maregráficas escolhidas (FENOGLIO, 1996, p.10). Alguns países densificaram as redes verticais por intermédio de mais de um marégrafo ao longo da costa (FEATHERSTONE, 2002), e muitas vezes sem serem estes conectados, gerando uma inconsistência nas futuras conexões das redes. Esta discrepância é causada pelo fato do NMM não ser exatamente uma superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra, sendo esta diferença chamada Topografia do Nível do Mar (TNMM) (HECK & RUMMEL, 1989).

Na materialização dos *data* altimétricos nacionais, muitos países tiveram problemas na densificação das suas redes de nivelamento e gravimetria, principalmente pelas dificuldades topográficas em determinadas regiões para aplicação das técnicas de levantamentos terrestres. Neste contexto a Rede Vertical Fundamental do Brasil (RVFB) não foi exceção. A densificação ocorreu a partir dos marégrafos de Imbituba e Santana, de forma independente (LUZ *et al.*, 2006). Além disso, muitas regiões não foram cobertas por nivelamento e gravimetria, como é o caso da região da conexão Santana/Macapá - Belém.

Hoje, com as modernas técnicas de observação por satélite do campo da gravidade, principalmente com as missões gravimétricas específicas *CHALLENGING Minisatellite Payload* (CHAMP); *Gravity Recovery And Climate Experiment* (GRACE) e *Gravity Field and Steady – State Ocean Circulation Explorer* (GOCE), é possível conhecer o campo da gravidade terrestre sobre toda a Terra, e inclusive com uma alta resolução (~80 km) (ESA, 1999).

Da mesma forma, o desenvolvimento dos Modelos Digitais de Elevação (MDE) alcançou grandes avanços, chegando a modelos como o *Shuttle Radar Topography*

Mission (SRTM3), com resolução em torno dos 3" (RODRIGUEZ *et al.*, 2005). Os atuais MDEs têm permitido avanços nos métodos de cálculo e refinamento do campo da gravidade, já que eles apresentam uma forte influência na modelagem do campo da gravidade terrestre (VOIGHT & DENKER, 2006). A partir dos MDEs, é possível obter o sinal gravimétrico da topografia, de forma independente da gravimetria convencional. Uma técnica em desenvolvimento na atualidade é a de "*Residual Terrain Model (RTM)*", a qual faz uso da modelagem existente dos efeitos mais globais, por exemplo, pelos Modelos Globais de Geopotencial (MGGs), e efetiva as determinações mais locais com base nos MDEs (HIRT *et al.*, 2010). Tal modelagem pode ser idealmente realizada com base em um desenvolvimento harmônico do campo da gravidade, tratando efeitos globais, regionais e locais.

Em consequência da disponibilidade de dados de gravimetria por satélite, MDEs e técnicas de melhoria espectral (e. g. RTM), tem-se a possibilidade de se conhecer os afastamentos obtidos nas conexões das redes de nivelamento clássicas em relação a um MGG melhorado em termos de resolução espectral e não vinculado a referenciais locais. Os sinais referentes aos efeitos mais locais podem ser associados à gravimetria e à topografia da região de estudo.

O presente trabalho é desenvolvido no contexto da referida conexão dos dois *data* Verticais Brasileiros (DVBs), com base na missão GOCE e outras fontes de modelagem das variações locais do campo da gravidade tal como a de RTM e de MGGs combinados. Cabe ainda ressaltar que, na atualidade, um *datum* vertical moderno, necessita ser acessível, estável e compatível com os métodos modernos de observação (MAKINEN, 2004), tais como o *Global Navigation Satellite System* (GNSS), gravimetria por satélites, entre outros.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

A contribuição espectral do RTM, e de outras fontes disponíveis (e. g. MGGs combinados), aplicada a um MGG oriundo do GOCE, completa a alta frequência e efeitos do campo da gravidade terrestre não representados no modelo GOCE, devido ao truncamento da expansão em séries de harmônicos esféricos?

1.2 HIPÓTESE

Se um MGG obtido com observações oriundas somente de satélite, um modelo MDE Global e um MDE de alta resolução são utilizados no contexto da metodologia do RTM, então é possível conectar duas ou mais redes verticais indiretamente e vincular estas mesmas a um MGG com adequada resolução espectral. Visto ser preconizado que um MGG pode representar cerca de 99% do sinal do campo de gravidade em termos de altitude geoidal, os outros termos de desenvolvimento de harmônicos esféricos, de ordem e grau mais elevados (curtos comprimentos de onda), que não são representados pelo MGG, podem ser recuperados pela contribuição espectral do RTM, devido ao fato que a modelagem dos efeitos do campo de gravidade local está fortemente correlacionada com a topografia (VOIGHT & DENKER, 2006).

1.3 OBJETIVO GERAL

Avaliar alternativas para a unificação indireta das redes verticais fundamentais do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Buscando a determinação do afastamento médio entre os referenciais e a integração das redes verticais, são previstos os seguintes objetivos específicos:

- a) Calcular o efeito residual do terreno sobre a anomalia de altura;
- b) Completar as faixas não recuperadas do MGG GOCE oriundo de dados de satélite com informação do terreno e outros MGGs de maior resolução espectral;
- c) Encontrar o relacionamento entre os *data* locais;
- d) Vincular os referenciais locais às soluções de MGGs melhorados espectralmente; e

e) Avaliar as soluções propostas.

1.5 JUSTIFICATIVAS

Em relação ao campo da gravidade terrestre, pode-se considerar que ele é composto por bandas de frequências e com os correspondentes comprimentos de onda envolvidos, usualmente tratados dentro de uma modelagem harmônica. Dentro do escopo deste trabalho, serão tratadas as três seguintes bandas ou faixas de comprimentos de onda: longos; médios; e curtos. Deve ser enfatizado que esta divisão é algo arbitrária e pode ser delimitada, por exemplo, em função do espectro coberto por determinada técnica de obtenção de informações do campo da gravidade. Então, os longos comprimentos de onda são aqueles bem resolvidos pela missão GOCE, cuja resolução espacial chega atualmente a 83 km ou grau e ordem 240 do desenvolvimento harmônico. No entanto, os outros limites são discutíveis em função da fonte de obtenção dos sinais que representam a estrutura mais fina do campo da gravidade e que precisam de observações locais de gravidade e/ou informações obtidas de um MDE (e.g. SRTM30 com resolução espectral de até 90 m). A vantagem de ter resolvido os longos comprimentos de onda é que a porcentagem que estes recuperam na modelagem do campo da gravidade, segundo Schwarz (1984), pode representar cerca de 99% do sinal do campo da gravidade em termos de altura geoidal. Vários estudos voltados à unificação de *data* verticais confirmam o alto efeito dos longos comprimentos de onda sobre os afastamentos entre *data*. Por exemplo, VANICEK & FEATHERSTONE (1998), confirmam que o efeito de afastamento entre *data* verticais locais é percebido nas baixas frequências da representação harmônica do geóide.

Por outro lado, o problema das conexões das redes verticais já tem sido alvo de pesquisa por muitos autores, e.g. Rummel (2000), que apresenta alguns métodos para a unificação de *data* verticais, entre estes: nivelamento geodésico; nivelamento oceânico; Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG). As abordagens apresentadas anteriormente não são de fácil execução atualmente no Brasil. No caso de nivelamento geodésico, tem-se dificuldade pela extensão da região, e o nivelamento oceânico não é viável pela degradação dos dados da altimetria por satélite nas regiões costeiras e principalmente com as características da região do marégrafo de Santana na região da foz do Rio Amazonas. Finalmente a abordagem

do PVCG exige dados de gravidade e GNSS, o que não se encontra com a densificação necessária na região de conexão compreendida entre Belém e Santana, envolvendo toda a extensão da Ilha de Marajó.

Outra abordagem mais simples do problema de unificação de referenciais verticais é a vinculação destes a um referencial global (MGG), com a desvantagem do perceptível afastamento do MGG ao modelo “real”. No entanto, esta abordagem precisa de uma melhoria espectral objetivando integrar os *data* a um MGG que seja mais próximo ao modelo real, e sem estar preso a referenciais locais.

Segundo Featherstone (2002), os MGGs podem ser classificados em: só satélite; combinados; e adaptados. Comumente, os modelos combinados e adaptados apresentam a melhor resolução, isto pela integração de dados locais como: anomalias da gravidade; deflexão da vertical; distúrbios da gravidade; etc. No entanto estes modelos estão vinculados a referenciais locais devido ao fato que as observações são reduzidas a diferentes superfícies equipotenciais. Conseqüentemente, eles têm uma forte correlação com os dados locais e estão afetados pelas discrepâncias entre os *data*. Desta maneira, os modelos combinados não contribuem estritamente à realização de um referencial global. Salienta-se que com o uso de dados provenientes somente de satélites evita-se a vinculação a um referencial local. Espera-se que o MGG forneça a maior parte do sinal do campo da gravidade, e o erro de omissão possa ser minimizado empregando-se MDEs para a determinação das componentes de alta freqüência do campo de gravidade (HIRT, 2010).

Também, é necessário destacar que o vínculo dos sistemas de altitudes locais ou regionais a um modelo global do campo da gravidade é fundamental em conjunto com um valor W_0 e uma série de pontos bem distribuídos com posição num sistema de referência continental ou global (e.g. *IERS Terrestrial Reference Frame* (ITRF_{yyyy}) ou Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS)) e com os seus correspondentes números geopotenciais. Tudo isto voltado à contribuição dos sistemas globais na Geodésia, os quais permitiram estudos nas escalas continentais e globais do sistema Terra. Neste contexto a unificação das redes verticais Brasileiras é necessária.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.

2.1 SISTEMAS DE ALTITUDES

Tradicionalmente a componente vertical no posicionamento é materializada pela conhecida técnica de nivelamento geométrico. Mais recentemente, o nivelamento tem sido associado à gravimetria.

Diferentes características de definição e realização dos sistemas de altitudes nacionais na América do Sul foram adotadas, usualmente diferindo nos aspectos: *Datum* vertical (período de observação e época de redução); sistema de altitudes adotado; forma de execução da rede vertical fundamental e tolerâncias adotadas (FREITAS *et al.*, 2002). Entretanto, as características peculiares de realização de mais de 100 sistemas de altitudes no mundo gerou uma inconsistência entre eles (SIDERIS *et al.*, 2011). Porém o conhecimento das características dos sistemas de altitudes é fundamental para a compreensão visando a unificação destes.

Atualmente, o novo Sistema de Referência Vertical para América do Sul, está proposto para ser baseado em duas componentes: uma geométrica e uma física. A geométrica corresponde à altitude elipsoidal referida ao elipsóide GRS80, e a componente física é a altitude Normal referida ao quase-geóide (SIRGAS, 1997).

Para uma melhor compreensão dos usuais sistemas de altitudes adotados, o conceito de número geopotencial deve ser explicado. O número geopotencial (C_P) para um ponto P sobre a superfície topográfica é definido como a diferença do potencial entre o ponto P e o geóide (*datum* vertical local com potencial $W = W_0$):

$$C_P = W_0 - W_P = - \int_{P_0}^P dW = \int_{P_0}^P g dn \quad (1)$$

Onde C_P é o número geopotencial no ponto P, W_0 o valor de geopotencial para o geóide, W_P o geopotencial para o ponto P, g a gravidade e dn o elemento infinitesimal de nivelamento.

Na prática, materializa-se C_P com nivelamento e valores de gravidade sobre a superfície topográfica, partindo do *datum* ou ponto origem P_0 .

2.1.1 Altitudes Ortométricas

A altitude ortométrica é definida como a distância ao longo da linha de campo, desde a superfície de nível que passa pelo *datum* até o ponto em questão (FIGURA 1)(JEKELI, p. 3-27, 2006).

Em termos matemáticos, a altitude ortométrica H^O de um ponto P é definida como (HEISKANEN & MORITZ, p. 166, 1967).

$$H^O = \frac{C}{\bar{g}} \quad (2)$$

Onde C é o número geopotencial, e \bar{g} é a gravidade média ao longo da linha de campo real entre a superfície P e seu correspondente ponto P_0 sobre o geóide. Desde que se necessita o conhecimento da distribuição da densidade das massas entre a superfície topográfica e o geóide para determinar \bar{g} , a determinação prática da altitude ortométrica é impossível sem introduzir alguma hipótese simplificativa da distribuição de densidades.

2.1.2 Altitudes Normais

Objetivando contornar o problema de determinar o valor da média da gravidade real ao longo da linha de prumo, no ano 1945 Molodenski (MOLODENSKI et al., 1962 apud. FEATHERSTONE & KUHN, 2006) introduz o conceito de altitude normal. As diferenças destas altitudes em relação ao sistema de altitudes ortométricas são: evitar hipóteses para determinar o campo de gravidade dentro da topografia; a substituição da superfície da Terra pelo teluróide; e o uso do elipsóide de referência com o campo de gravidade associado a este. A distância medida ao longo da linha reta normal elipsoidal entre a superfície da Terra e o teluróide é denominada de anomalia de altura (ζ) e, a distância medida ao longo da linha de prumo normal entre o elipsóide e o ponto projetado sobre o teluróide é a altitude normal (H^N) (JEKELI, 2000). Para propósitos ilustrativos, esta relação é usualmente invertida (FIGURA 1). Nesta abordagem, a anomalia de altura é a separação entre o elipsóide e o quase-geóide medido ao longo da normal elipsoidal, e a altitude normal é definida como a distância entre o quase-geóide e o ponto de interesse medido ao longo da linha de prumo normal. Em síntese o teluróide é a superfície não

equipotencial definida pelo conjunto de pontos (Q) com potencial normal igual ao potencial real no correspondente ponto P na superfície física sobre a mesma linha normal (W_P ; i.e., $U_Q=W_P$), conforme apresentado na FIGURA 1).

As altitudes normais são definidas no campo de gravidade normal, isto é, referidas ao elipsóide de nível com potencial normal $U=U_0$. Estas são calculadas pela seguinte fórmula (HEISKANEN & MORITZ, p. 171, 1967):

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad (3)$$

Onde C é o número geopotencial, e $\bar{\gamma}$ é o valor de gravidade normal média ao longo da linha de campo normal entre ponto Q no teluróide e seu correspondente ponto Q_0 sobre o elipsóide. As altitudes normais podem ser calculadas sem o conhecimento de alguma hipótese da densidade das massas topográficas para determinar $\bar{\gamma}$.

2.1.3 Altitudes Normais Ortométricas

As altitudes normais ortométricas podem ser consideradas como uma das formas mais simples de aproximação às altitudes ortométricas. Neste tipo de altitude, os números geopotenciais não são usados. Este sistema de altitudes normalmente foi adotado pelos países que tinham deficiência em quantidade e distribuição de dados de gravidade. Para tal altitude, uma simples correção era aplicada (BALASUBRAMANIA, 1994):

$$H_i = H_{i-1} + \Delta h + dH \quad (4)$$

Onde H_i é a altitude normal ortométrica da i -ésima estação. H_{i-1} é a altitude normal ortométrica da estação anterior na rede de nivelamento, Δh é a diferença de nível e dH a chamada correção normal ortométrica, a qual considera os efeitos de convergência das superfícies equipotenciais do campo normal, e é definida pela equação (RAPP, 1961):

$$dH = -f \cdot \sin 2\varphi \cdot H \cdot d\varphi \quad (5)$$

Onde f é o achatamento, φ é a latitude média, H a altitude entre as duas estações i e $(i-1)$ e $d\varphi$ é a diferença de latitude entre as duas estações. O sinal negativo na equação indica a convergência das superfícies equipotenciais para os pólos.

Saliente-se que as altitudes normais ortometricas são as implementadas no sistema de altitudes do Brasil (LUZ et al., 2002)

2.1.4 Altitude elipsoidal

A altura elipsoidal (h) de um ponto P sobre a superfície terrestre é a distância linear sobre o elipsóide, medida ao longo da normal elipsoidal (ver FIGURA 1). Este tipo de altitude não está relacionada com o campo de gravidade real da Terra. Além, pontos com a mesma altura elipsoidal, não descrevem uma superfície equipotencial.

A FIGURA 1 apresenta as altitudes e superfícies de referência envolvidas nos diferentes sistemas de altitudes.

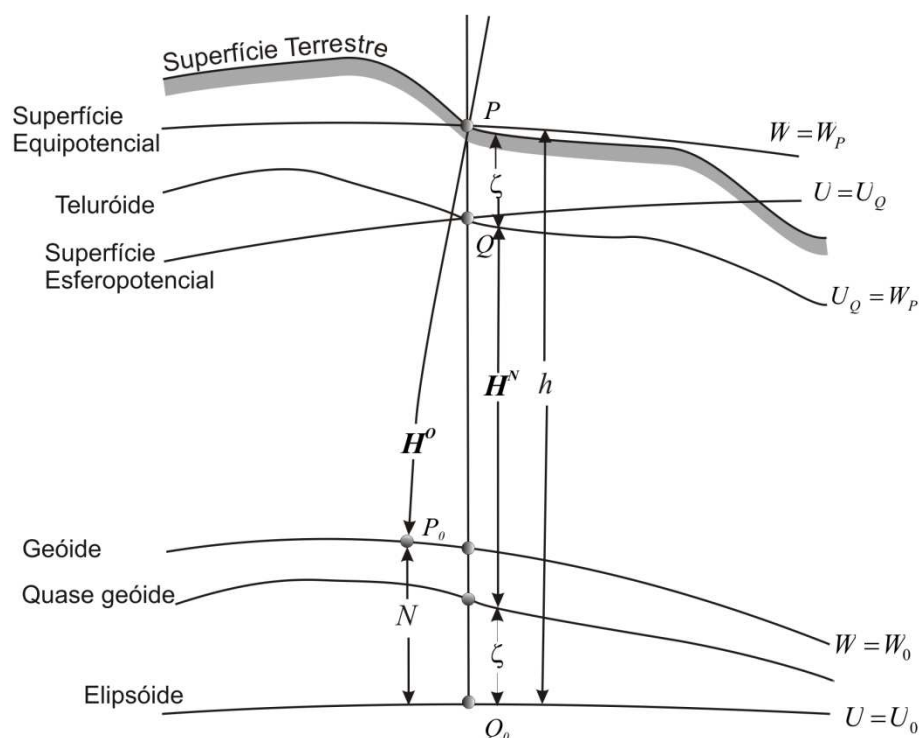


FIGURA 1- ALTITUDES E SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA

Fonte: O autor

2.2 DATUM VERTICAL E REDE VERTICAL FUNDAMENTAL DO BRASIL (RVFB)

A RVFB foi inicialmente materializada no ano 1945 com nivelamento geométrico. Nesta época o Brasil não tinha um *datum* vertical oficial. A conexão da rede de nivelamento com o marégrafo de Torres, localizado no estado do Rio Grande do Sul, em 1948, possibilitou o cálculo de altitudes provisórias para as Referências de Nível (RNs) implantadas nessa época (ALENCAR, 1968). O marégrafo de Torres foi definido com apenas um ano de observações do nível do mar (1919 - 1920). Foi substituído mais tarde pelo *datum* de Imbituba em 1958, que contava com uma série temporal de observações do nível do mar mais longa. O DVB foi definido como a promédia das médias anuais das observações do nível do mar entre os anos de 1949 e 1957 (9 anos), no porto de Imbituba, no Estado de Santa Catarina (ALENCAR, 1968).

Ao NMM, o qual foi determinado da forma explicitada para Imbituba, foram referidas as altitudes da RN da estação maregráfica e todas as outras RNs da rede vertical do SGB (LUZ, 1996, p. 4). Cabe salientar a existência da rede de nivelamento localizada ao norte do rio Amazonas, no estado do Amapá, que não está referenciada ao *datum* de Imbituba. Devido à largura do rio, não foi possível transportar as altitudes via nivelamento geométrico. Nesta rede as altitudes estão vinculadas ao *datum* local definido no porto de Santana. Assim, a ligação entre o *datum* de Imbituba e o de Santana pode ser considerada um importante campo de estudos relacionados com a conexão de redes verticais (DALAZOANA, 2005, p. 30).

Em 1997 foi materializada no Brasil uma Rede Maregráfica Permanente para Geodésia (RMPG) (FIGURA 2), visando à transição para o *datum* vertical SIRGAS e a integração entre o *datum* de Imbituba e outras referências do NMM existentes ao longo da costa brasileira (DALAZOANA, 2005, p. 30)

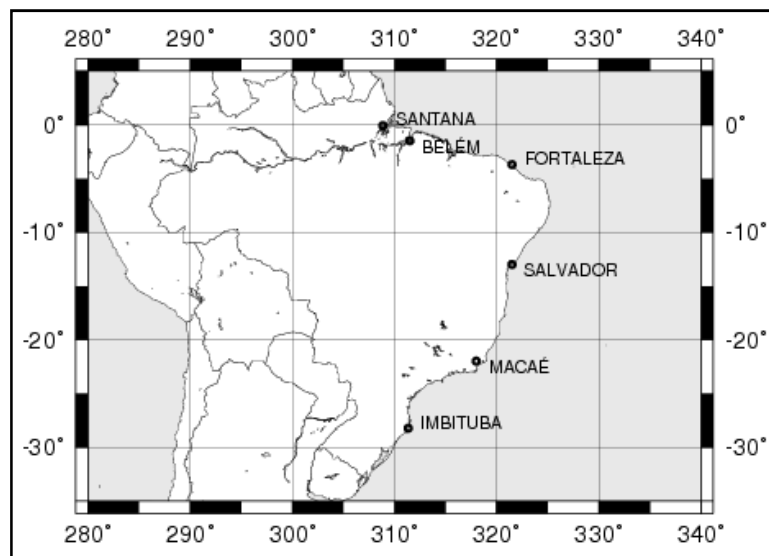


FIGURA 2 - REDE MAREGRÁFICA PERMANENTE PARA GEODÉSIA

Fonte: Dalazoana (2005)

Por outro lado a RVFB ou definida oficialmente pelo IBGE como Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) é a estrutura de referência vertical do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), com mais de 47127 RNs implantadas no país (IBGE, 2011). O estabelecimento da RVFB teve início no ano 1945, na região carbonífera do Sul do Brasil, onde prosseguiu, nos anos seguintes, na direção Norte do país, através das regiões de maior desenvolvimento econômico. Esta foi materializada por intermédio de nivelamento geométrico clássico, executado com níveis geodésicos de alta precisão e miras ínvar, com tolerância de $4 \text{ mm}(\text{km})^{1/2}$ e $3 \text{ mm}(\text{km})^{1/2}$, respectivamente para períodos antes e depois de 1983. O ajustamento dos desníveis ainda não utilizam observações gravimétricas, incluindo apenas a correção Normal-Ortométrica (LUZ *et al.*, 2002) (ver FIGURA 3). Segundo Ferreira *et al.*, (2010), a RVFB tem características mais próximas às altitudes normais.

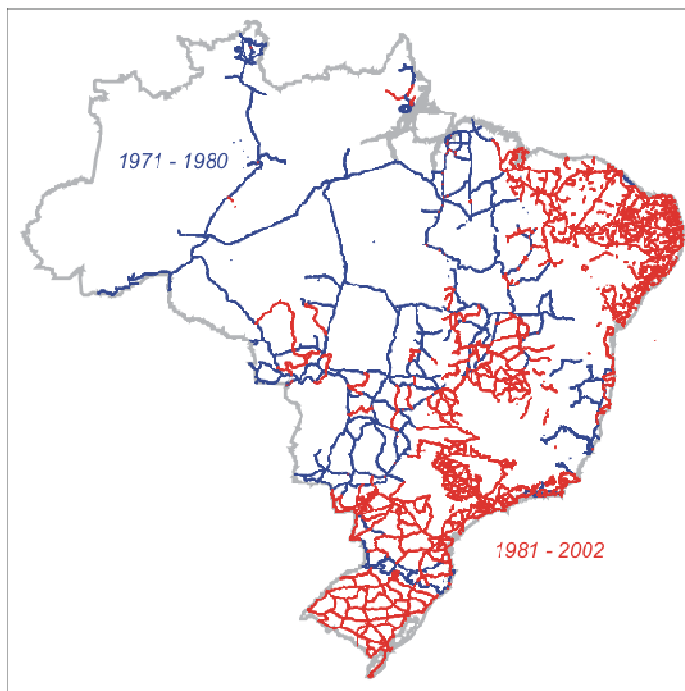


FIGURA 3 - REDE ALTIMÉTRICA DE ALTA PRECISÃO DO SGB

Fonte: Luz *et al.*, 2002

Outro aspecto relevante na descrição de um sistema de altitudes é o sistema de maré no qual foi definido. Um estudo detalhado das inconsistências entre sistemas de altitudes devido aos diferentes sistemas de maré para o geóide adotados nos países do mar Báltico pode ser visto em Ekman (1989). No caso do Brasil, o sistema de maré definido para tratar as altitudes foi o livre de maré.

2.3 ASPECTOS DE DEFINIÇÃO E REALIZAÇÃO DO *DATUM* VERTICAL GLOBAL E LOCAL/REGIONAL

Um Sistema de Referência Vertical (SRV) é um sistema de referência do geopotencial solidário com a Terra em seus movimentos no espaço.

Uma Rede de Referência Vertical (RRV) é um conjunto de pontos fisicamente materializados com valores ou diferenças de geopotencial determinados em relação ao valor de geopotencial de referência (IHDE, 2007).

A definição atual de um Sistema Global de Altitudes (SGA) deve responder às seguintes condições:

- I. O *datum* vertical é definido como a superfície equipotencial com o potencial do campo de gravidade da Terra:

$$W_0 = Const.$$

Onde este valor é usualmente associado ao geóide global. O *datum* vertical define o relacionamento das altitudes físicas ao corpo da Terra. W_0 , até então convencional e obtido do esferopotencial U_0 de modelos normais do campo da gravidade, tende a ser substituído por uma determinação absoluta a partir da altimetria por satélites e solução do PVCG (BURSA, et al., 2007; IHDE, 2010).

- II. A unidade de comprimento é o metro (SI). A unidade do tempo é o segundo (SI). Esta escala é consistente como o Tempo Coordenado para o referencial local geocêntrico (TCG), em concordância com as resoluções da IAU e IUGG (1991). Este é obtido pela apropriada modelagem relativista.

- III. As componentes de altitudes são as diferenças

- ΔW_p entre o potencial W_p do campo de gravidade da Terra por intermédio do ponto P considerado e o potencial do nível zero convencional W_0 do SGA. A diferença de potencial $-\Delta W_p$ é também denominada número geopotencial C_p :

$$-\Delta W_p = C_p = W_0 - W_p$$

- IV. O SRV convencional é um sistema de maré zero, em acordo com a resolução N°16 da IAG adotado em Hamburgo em 1983.

Não necessariamente é uma condição *no-net-rotation* (referência) para o caso que $W_0 = const.$ é fixo ao valor convencional e, no entanto, independente do tempo.

Os modernos SRV necessitam ser acessíveis, estáveis e compatíveis com as modernas técnicas e métodos de medição: e.g. GPS (MAKINEN, 2004).

A abordagem atual em relação aos sistemas de altitudes locais/regionais consiste na vinculação destes a um MGG, em conjunto com um valor W_0 e um conjunto de pontos bem distribuídos com posição num sistema de referência continental ou global (e.g. ITRF_{yyyy} ou SIRGAS), além de seus correspondentes

números geopotenciais. Os valores de geopotencial são analisados a partir do MGG avaliado nos pontos de referência selecionados com posições conhecidas no ITRF e então usados para calcular um afastamento médio de geopotencial que melhor se encaixa nos números geopotenciais dos pontos de referência, sem fixação ou preferência de qualquer ponto (*datum*) único (KOUBA, 2006). Tudo isto voltado à contribuição dos sistemas globais na Geodésia, os quais permitiram estudos nas escalas continentais e globais do Sistema Terra.

Os estabelecimentos das redes verticais globais não têm correspondência com os avanços ocorridos na realização das estruturas geodésicas tridimensionais, estas de natureza geométrica. Tal fato decorre devido, principalmente, à falta de um *datum* vertical global convencional relacionado com uma superfície equipotencial de referência e globalmente acessível. Portanto a determinação global de altitudes dentro de um ITRF e vinculada a um nível médio do mar convencional não é possível na atualidade, embora tendo claras necessidades existentes na Geodésia e também em outras áreas como: navegação global; realização do tempo atômico convencional; etc. (KOUBA, 2006).

2.4 ESTRATÉGIAS PARA CONEXÃO DO *DATUM* VERTICAL

Há vários séculos os aspectos de definição e conexão de *data* verticais vêm sendo explorados. No entanto, uma série de limitações nos diferentes países em termos da qualidade e deficiência de dados nas diferentes abordagens de conexão tem sido enfrentada. Porém, com o desenvolvimento atual das técnicas de observação por satélites (e.g. GPS, satélites altímetros, gravimetria por satélites), várias alternativas de conexão em diversas situações geográficas podem ser aplicadas.

No caso de conexão de redes verticais, a chave é a determinação de diferença de potencial entre o nível de referência zero delas (ou afastamento médio), situação que está ilustrada na FIGURA 4.

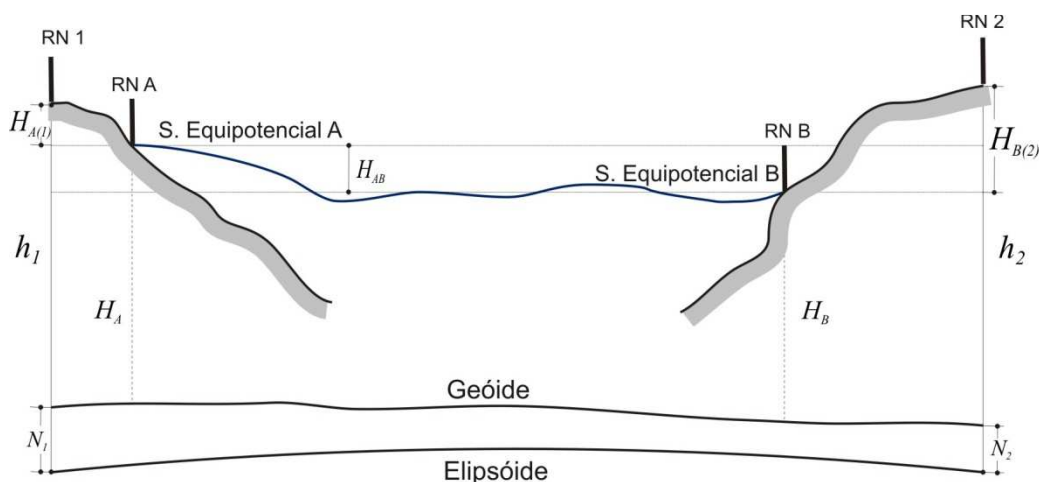


FIGURA 4 - CONEXÃO ENTRE DATA VERTICAIS LOCAIS

Fonte: Adaptado de VAN OLSEN & VAN GELDEREN (1998).

Segundo Heck e Rummel (1989), há no mínimo quatro abordagens do problema de conexão de *data* verticais. Estas são:

2.4.1 Abordagem Oceanográfica

Diferenças de potencial em áreas oceânicas podem ser derivadas por nivelamento oceânico. Existem duas alternativas, o nivelamento geostrofico (ou dinâmico), e o nivelamento estérico. No caso do nivelamento geostrofico, este é baseado em observações das correntes, e é normalmente aplicado em regiões costeiras. Por outro lado, o nivelamento estérico usa dados hidrográficos (salinidade, temperatura e profundidade) para a determinação de diferenças de altitudes dinâmicas, e é aplicado em regiões oceânicas profundas (RUMMEL & ILK, 1995).

Resumindo uma série de equações a partir do segundo teorema de Newton e do postulado do balance hidrostático (Heck e Rummel, 1989) e aplicando algumas injunções, chega-se às equações do nivelamento estérico e dinâmico respectivamente. Estas são:

$$W_{AB} = \int_B^{B'} \frac{1}{\rho} dp - \int_A^{A'} \frac{1}{\rho} dp \quad (6)$$

$$W_{AB} = - \int_A^B f v_i dl \quad , f = 2\Omega \cdot \text{sen}\varphi \quad (7)$$

Onde W_{AB} representa a diferença de potencial entre duas partículas de água em A e B (e. g. dois pontos na superfície do oceano), ρ a densidade, dp elemento diferencial de pressão, Ω o vetor de rotação da Terra, v_i velocidade horizontal do oceano, dl o incremento horizontal e φ a latitude geodésica.

Algumas injunções são consideradas nestas abordagens. Entre estas, situam-se as de que o nível de referência é uma superfície isobárica ou superfície sem movimento, e que a superfície do mar também é isobárica. A primeira condição pode ser válida com um grau razoável de precisão em áreas de oceano profundo. A segunda condição pode ser contornada pela aplicação de correções para a gradiente horizontal da pressão.

A qualidade da conexão das redes por estas abordagens depende da modelagem das forças de fricção no processo de extrapolação da Topografia da Superfície de Mar. Em consequência da inadequada modelagem destas forças, esta solução não é diretamente aplicável para o estabelecimento de conexões de *data* verticais entre continentes com as precisões preconizadas na atualidade. Segundo Rummel & Teunissen (1988), os métodos oceanográficos não alcançam precisões melhores que 0,1 kgal-m, equivalente a 10 cm em altura, o qual corresponde a cerca de 10^{-8} relativo ao raio da Terra.

2.4.2 Combinação de altimetria por satélite e nivelamento dinâmico

Esta abordagem, proposta por Mather (1976) está baseada na determinação da TNMM por intermédio de dados da altimetria por satélite e dados de MGGs para as duas regiões continentais a serem conectadas. Neste novo contexto, os dados de altimetria por satélite são extrapolados por nivelamento dinâmico desde o mar aberto até a região continental costeira, que é onde está situado o marégrafo. As quantidades fornecidas por esta abordagem são as diferenças encontradas na TNMM para as estações maregráficas situadas sobre vários continentes (ou regiões).

A limitação desta abordagem é a necessidade de uma modelagem adequada das forças friccionais e outros aspectos que estão presentes no processo de extrapolação dos dados até as áreas continentais costeiras.

2.4.3 Combinação de gravimetria com posicionamento por satélite

Nesta metodologia, a conexão de redes de nivelamento é feita a partir de um conjunto de estações amplamente afastadas (~500 km). Nestas são conhecidas as coordenadas geocêntricas e os valores de diferença de potencial em relação ao ponto *datum* fundamental de cada sistema de altitudes.

Uma expansão harmônica do geopotencial que represente os longos comprimentos de onda é usada em conjunto com as observações da gravidade. Estas últimas fornecem o sinal além da resolução espectral do MGG. Desta forma uma espécie de anomalia de gravidade é gerada, a qual contém a tendência da inconsistência entre os *data*. Finalmente as diferenças de potencial entre os *data* são calculadas pelo algoritmo de Colocação por Mínimos Quadrados. Algumas aplicações desta abordagem foram explorados em Colombo, (1980) e Rapp, (1980).

2.4.4 Abordagem do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG)

A solução do PVCG, a qual permite determinar a diferença de potencial entre duas regiões, é outra possibilidade para a unificação de *data* verticais. Idealmente, o PVCG busca encontrar uma superfície qualquer, a qual em princípio não se relaciona com qualquer *datum* local. A referida superfície se comparada com o geóide (ou o quase geóide) local, permite determinar a diferença de potencial entre dois *data* verticais em regiões distintas.

Anteriormente à existência de técnicas de posicionamento espaciais, era impossível determinar com precisão suficiente a geometria da superfície da Terra em seu conjunto. Este problema foi considerado umas das principais incógnitas a ser solucionada pela Geodésia. Surgem assim, entre outros, o problema de Molodenskii nas versões vetorial e escalar livres. No primeiro problema os dados de contorno são: o potencial e a gravidade; e a superfície S é completamente desconhecida. No problema escalar livre, os dados de contorno são: o potencial; a gravidade; e as coordenadas geodésicas dos pontos sobre S . Permanecem como incógnita as altitudes elipsoidais e o potencial W no exterior de S (AUZ & OTERO, 2003). Nesta abordagem a solução de acordo com o PVCG gravimétrico escalar livre é empregada. A aplicação desta alternativa é possível desde que sejam disponibilizadas certas informações nos diferentes *data* verticais. Estas informações,

de forma geral, são: diferenças de potencial (ou altitudes); anomalias da gravidade referidas aos diferentes *data*; e as coordenadas geocêntricas destes. Neste sentido, têm-se como incógnitas as diferenças de níveis entre os *data* em questão. Pormenores podem ser vistos em Rummel & Teunissen (1988).

Considerando que a formulação do PVCG GPS/gravimetria, usa como base os distúrbios de gravidade que possuem a vantagem de não estarem vinculados ao *datum* local. Considerando que os cálculos dos distúrbios de gravidade dependem das altitudes elipsóidicas obtidas com GPS e dados de gravidade, isso significa que as anomalias de altitude estão vinculadas aos parâmetros do sistema geodésico de referência adotado no posicionamento GPS. Desta maneira as anomalias de altitudes calculadas através do PVCG GPS/gravimetria, estão vinculadas ao mesmo SGR global.

Por outro lado, as anomalias de altitudes, podem ser obtidas através de GPS/Nivelamento por intermédio da relação:

$$\zeta_{GPS/NIV} = h - H_{local} \quad (8)$$

Onde h é a altura elipsoidal, e H_{local} corresponde à altitudenormal ou normal-ortométrica, vinculada ao *datum* local. Finalmente a diferença de anomalia de altitude ($\Delta\zeta$) entre o *datum* vertical global (ζ_{MGG}) e local ($\zeta_{GPS/NIV}$) pode ser expressa por:

$$\Delta\zeta = \zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG} \quad (9)$$

Mais pormenores sobre a formulação do PVCG podem ser encontrados em: BJERHAMM (1969); HEISKANEN & MORITZ (1967); TORGE (1991). No contexto da conexão de *data* verticais sugere-se: AMOS (2007); ZHANG *et al.*, (2008); AMOS & FEATHERSTONE (2009).

2.5 EFEITOS DA TOPOGRAFIA SOBRE A GRAVIDADE

Na análise do campo da gravidade, considerados aspectos de redução para os quais concorrem os efeitos de massas superficiais e espessuras de camadas, bem como perfis de densidade, produzem importante conjunto de informações sobre características físico-mecânicas da crosta e litosfera. Tais informações podem ser

obtidas por satélites gravímetros e sensores remotos, e em muitos casos estas informações formam a base para nosso conhecimento do estado dinâmico dos planetas (VAN DER HILST, 2004). Os sensores remotos apresentam um erro de omissão associado com suas resoluções espaciais (ou de forma equivalente, espectrais). Informações adicionais obtidas localmente, mas associadas com as feições em estudo, podem ser integradas com aquelas de menor resolução, auxiliando na interpretação de fenômenos mais locais.

A redução dos dados da gravidade desempenha um papel importante nos estudos do campo da gravidade. Na sequência, algumas reduções serão descritas; a redução RTM será apresentada na seção 2.7.

2.5.1 Redução de Bouguer

Em Geodésia, a correção de Bouguer é usada como um meio para suavizar o campo da gravidade com o fim de reduzir o “aliasing” durante a gridagem e predição da gravidade (HACKNEY & FEATHERSTONE, 2003).

A anomalia de Bouguer pode ser considerada em duas abordagens: uma simples e outra refinada. A anomalia de Bouguer simples considera a remoção de todas as massas acima do geóide usando apenas a placa de Bouguer na forma:

$$\Delta g_B = g - A_B + F - \gamma \quad (10)$$

Onde g é a gravidade observada sobre a superfície, γ a gravidade normal referida ao elipsóide, $A_B = 2\pi G\rho H = 0,1119 \cdot H$ [mgal] é o efeito do placa de Bouguer, $F = -(\partial\gamma/\partial h) \cdot H = +0,3086 \cdot H$ [mgal] a redução de ar livre e H é a altitude sobre o geóide (FIGURA 5). No entanto, a redução de Bouguer Refinada, além do platô de Bouguer, considera o efeito da topografia que se desvia da placa de Bouguer (Correção do Terreno – A_t). Com esta correção busca-se que todas as massas topográficas acima do geóide sejam removidas (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p.130). Sua expressão é:

$$\Delta g_B = g - A_B + A_t + F - \gamma \quad (11)$$

Onde A_t é obtida com o argumento $H_i - H_p$ e é sempre positiva. As anomalias de Bouguer podem ser interpretadas como uma anomalia que representa a “Terra” sem o efeito da topografia sobre o geóide (SEDIGUI *et al.*, 2009).

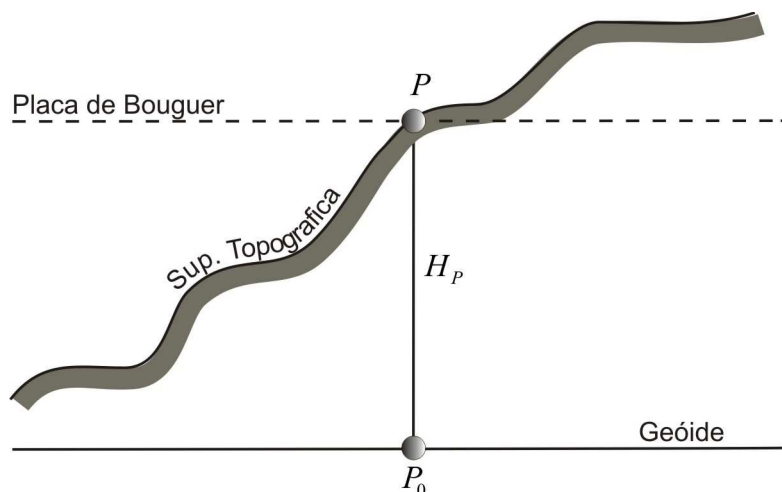


FIGURA 5 - REDUÇÃO DE BOUGUER

Fonte: O autor

2.5.2 Redução Airy Heiskanen (AH)

Este modelo foi proposto por Airy, porém Heiskanen deu uma precisa formulação para propósitos geodésicos. A redução AH está baseada sobre o princípio que as montanhas estão flutuando sobre material de maior densidade, formando “raízes” abaixo das montanhas e “anti-raízes” abaixo dos oceanos (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p.135).

Nesta hipótese, as seguintes presunções devem ser consideradas:

- A compensação isostática é completa em termos de todas as massas anômalas acima e abaixo do geóide;
- A compensação é local, o que significa que a compensação das massas se encontra diretamente abaixo das montanhas;
- A densidade do manto superior é também constante, no entanto $0,6 \text{ g/cm}^3$ maior que a da crosta da Terra;
- A espessura da crosta normal é assumida ser de 30 km;

Neste modelo a densidade da crosta é constante $\rho_0 = 2,67 \text{ g/cm}^3$, e uma densidade para a capa inferior $\rho_1 = 3,27 \text{ g/cm}^3$.

Denotando-se a diferença de densidade como:

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_0 = 0,6 \text{ g/cm}^3.$$

Se a altitude da topografia é dada por h e a espessura da correspondente raiz por t , então a condição de equilíbrio é dada por (ver FIGURA 6) :

$$t = \frac{\rho_0}{\Delta\rho} h = 4,45 \cdot h \quad (12)$$

Para o oceano a condição é:

$$t' = \frac{\rho_0 - \rho_w}{\rho_1 - \rho_0} h' = 2,73 \cdot h' \quad (13)$$

Onde h' e ρ_w são a profundidade do oceano e a densidade da água respectivamente. A diferença de densidade para o caso do oceano é dada por:

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_0 \frac{\rho_0 - \rho_w}{t'} h' \quad (14)$$

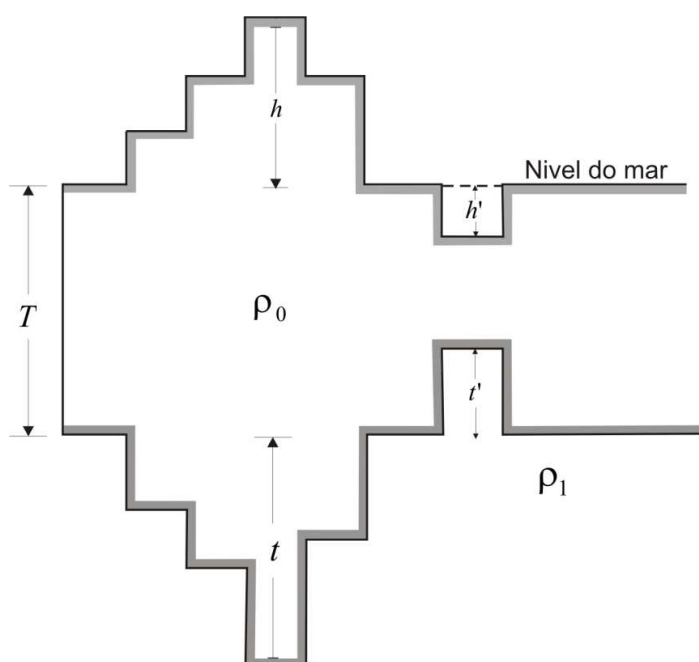


FIGURA 6 - REDUÇÃO AIRY HEISKANEN

Fonte: O autor

O efeito topográfico direto para esta redução pode ser expresso como:

$$\delta A_{AH} = A - A_{comp} \quad (15)$$

Onde A e A_{comp} representam a atração das massas topográficas e as massas compensadas respectivamente, e podem ser expressos pelas seguintes integrais:

$$A = G \iiint_E \int_0^h \frac{\rho(x, y, z)(h_p - z)}{s^3(x_p - x, y_p - y, h_p - z)} dx dy dz \quad (16)$$

$$A_{comp} = G \iint_E \int_{-D-h_p}^{-D-h_p} \frac{\Delta\rho(x, y, z)(h_p - z)}{s^3(x - x_p, y - y_p, z - z_p)} dx dy dz \quad (17)$$

Onde G é a constante gravitacional de Newton, E a área de integração, $\rho(x, y, z)$ a densidade topográfica no ponto de integração, $\Delta\rho$ déficit de densidade na redução isostática, h_p e h são o ponto de cálculo e o ponto de integração respectivamente, e s a distancia de kernel.

Finalmente a anomalia topográfica-isostática Δg_{AH} pode ser expressa pela seguinte fórmula:

$$\Delta g_{AH} = g - \gamma + F - \delta A_{AH} \quad (18)$$

2.5.3 Redução Pratt Hayford (PH)

Este modelo foi sugerido por Pratt, mas inserido em termos matemáticos por J. F. Hayford, quem deu uso para fins geodésicos (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p.134). Esta hipótese presuppõe as seguintes condições:

- que a densidade abaixo das altas montanhas é uniforme e mais pequena que abaixo de topografias moderadas;
- A compensação começa diretamente abaixo das montanhas;
- A compensação desce para uma profundidade D , onde existe o equilíbrio isostático;
- A relação entre a densidade ρ_0 das massas compensadas numa coluna de altitude D é igual à densidade ρ da coluna com a altitude da soma da altitude topográfica e a compensação abaixo delas (ver FIGURA 7).

$$\rho = \frac{D}{D+h} \rho_0 \quad (19)$$

Onde h é a altitude topográfica. A profundidade de compensação é assumida como 100 km. O valor da densidade padrão é considerado $\rho_0 = 2,67 \text{ g/cm}^3$

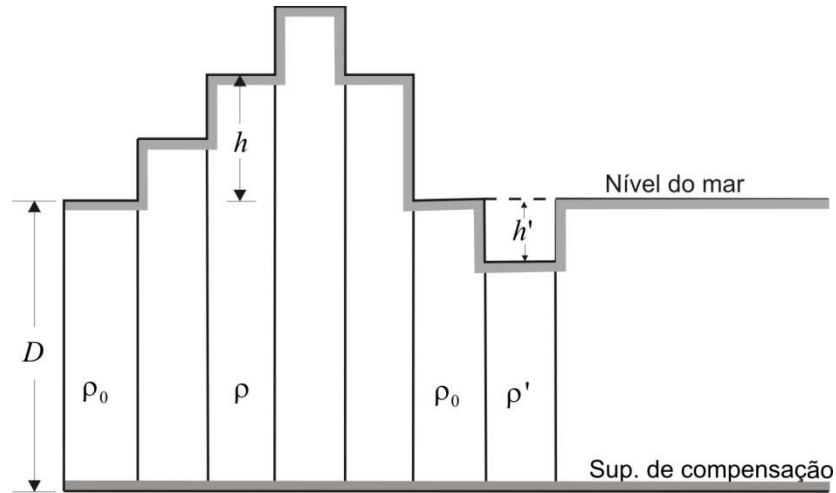


FIGURA 7 - REDUÇÃO PRATT-HAYFORD

Fonte: O autor

De acordo com (19), a densidade real ρ é ligeiramente menor que o valor padrão ρ_0 .

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{h}{D+h} \cdot \rho_0 \quad (20)$$

No oceano a condição de igual massa é expressa por:

$$(D+h') \cdot \rho + h' \cdot \rho_w = D \cdot \rho_0 \quad (21)$$

Onde h' e ρ_w são a profundidade no oceano e a densidade da água respectivamente. Por tanto, há um excesso de massa no oceano dado por:

$$\Delta\rho = \rho_0 - \rho = \frac{h'}{D-h'} \cdot (\rho_0 - \rho_w) \quad (22)$$

O efeito topográfico direto para a redução PH pode ser expresso como:

$$\delta A_{PH} = A - A_{comp} \quad (23)$$

Onde A e A_{comp} representam a atração das massas topográficas e as massas compensadas respectivamente, e podem ser expressos pelas seguintes integrais:

$$A = G \iint_E \int_0^h \frac{\rho(x, y, z)(h_p - z)}{s^3(x_p - x, y_p - y, h_p - z)} dx dy dz \quad (24)$$

$$A_{comp} = G \iint_E \int_{-D-h_p}^{-h_p} \frac{\Delta\rho(x, y, z)(h_p - z)}{s^3(x - x_p, y - y_p, h_p - z)} dx dy dz \quad (25)$$

A anomalia topo-isostática Δg_{PH} pode ser expressa pela seguinte fórmula:

$$\Delta g_{PH} = g - \gamma + F - \delta A_{PH} \quad (26)$$

2.5.4 Redução Rudzki

Proposta no ano 1905, a redução de Rudzki tem a característica de ter um efeito indireto zero. Este fato advém a partir do deslocamento das massas topográficas para o interior do geóide, de tal maneira que,

$$U_C = U_T \quad (27)$$

$$\delta W = U_T - U_C = 0 \quad (28)$$

Onde δW é a diferença de potencial gravitacional entre as massas topográficas sobre o geóide (U_C) e das massas topográficas invertidas (U_T).

Considerando o geóide como uma esfera de raio R , então o elemento de massa dm em Q pode ser substituído por um elemento de massa dm' no ponto Q' localizado dentro do geóide, porém situado sobre o mesmo raio vetor (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p.143).

O potencial devido a esses elementos de massa no ponto P_0 sobre o geóide é:

$$dU_T = k \frac{dm}{l} = \frac{k \cdot dm}{\sqrt{r^2 + R^2 - 2Rr \cos \psi}}, \quad (29)$$

$$dU_C = k \frac{dm'}{l'} = \frac{k \cdot dm'}{\sqrt{r'^2 + R^2 - 2Rr' \cos \psi}} \quad (30)$$

Então,

$$dU_C = dU_T \quad (31)$$

se

$$dm' = \frac{R}{r} dm \quad (32)$$

e

$$r' = \frac{R^2}{r} \quad (33)$$

Isto é verificado pela substituição na equação (30).

A condição (33) significa que os respectivos pontos Q' estão relacionados por *inversão na esfera* de raio R (ver FIGURA 8). É esta a razão da denominação do método de redução por *Inversão de Rudzki*. A condição (32) expressa o fato que as massas compensadas dm' não é exatamente igual a dm , porem é ligeiramente menor. A redução relativa de massa é da ordem 10^{-8} , o que pode ser desprezível. Então:

$$dm' = dm \quad (34)$$

A anomalia de Rudzki pode ser expressa pela seguinte fórmula:

$$\Delta g_{Rudzki} = g - \gamma + F - \delta A_{Rudzki} \quad (35)$$

Onde

$$\delta A_{Rudzki} = A_p - A'_p = G\rho \iint_E \left(\frac{1}{s_0^2} - \frac{1}{\sqrt{s_0^2 + (h - h_p)^2}} + \frac{1}{\sqrt{s_0^2 + (h_p + h)^2}} - \frac{1}{\sqrt{s_0^2 + (2h_p)^2}} \right) dE \quad (36)$$

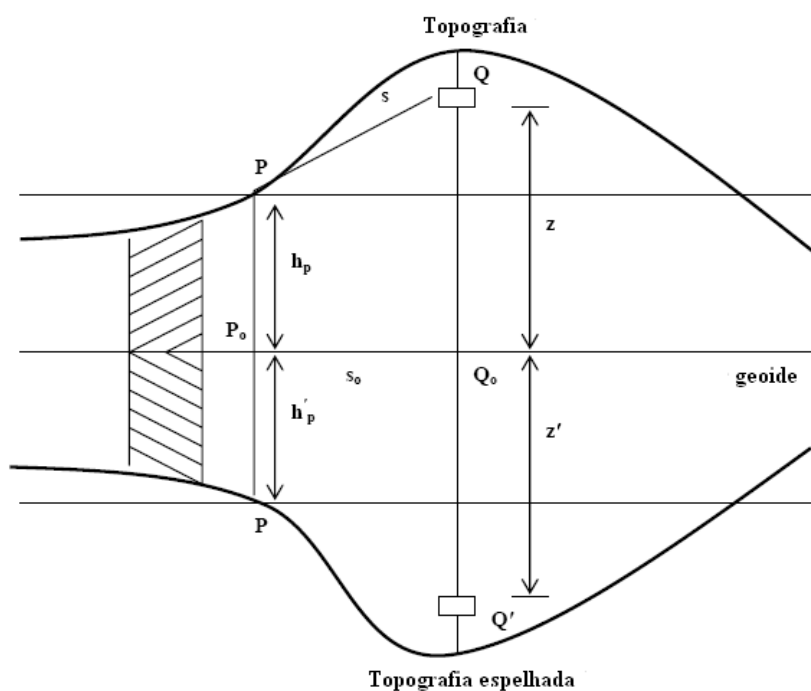


FIGURA 8 - GEOMETRIA DA REDUÇÃO DE RUDZKI EM APROXIMAÇÃO PLANAR

Fonte: Adaptado de Bajracharya (2003)

Na sequência é apresentada uma tabela resumo das características das diferentes reduções gravimétricas.

TABELA 1 - RESUMO DAS CARACTERÍSTICAS DE ALGUMAS REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS

Redução	Efeito Indireto	Suavidade	Significado Geofísico
Bouguer	Efeito indireto Muito grande	Suave	Tem significado geofísico
Helmert (Faye)	Efeito indireto Muito pequeno	Rugoso	Não tem significado geofísico
Airy Heiskanen	Efeito indireto (maior que a redução do Helmert) Pequeno	Suave	Tem significado geofísico
Pratt Hayford	Efeito indireto (maior que a redução do Helmert) Pequeno	Suave	Tem significado geofísico
Residual Terrain Model	Muito pequeno Efeitos do terreno restaurado	Suave	Não tem significado geofísico
Rudzki	Zero efeito indireto	Rugoso	Não tem significado geofísico

Fonte: Bajracharya, 2003

Observe-se que o método de redução de Helmert não é abordado no contexto deste trabalho.

2.6 REPRESENTAÇÃO DE ALGUMAS GRANDEZAS DO CAMPO DA GRAVIDADE EM HARMÔNICOS ESFÉRICOS

Para a modelagem do potencial gravitacional de um corpo (e.g., a Terra), necessita-se conhecer a função harmônica sobre a superfície de um corpo com determinada massa. No entanto, esta informação só é conhecida em pontos discretos sobre a superfície. Porém é necessário aproximar o potencial com base em um número limitado de parâmetros, os quais podem ser estimados a partir dos pontos discretos (VAN LOON, 2008, p. 11). Assim, diferentes grandezas vinculadas aos MGGs são baseadas numa expansão de harmônicos esféricos.

Iniciando com a representação do potencial gravitacional da Terra (V) e o esferopotencial de referencia (U) em harmônicos esférico (RAPP & PAVLIS, 1990; COLOMBO, 1980):

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left[\frac{a}{r} \right]^n \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm} \bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) \right] \quad (37)$$

$$U(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^N \left[\frac{a}{r} \right]^n \bar{P}_{nm}(\sin \theta) \left\{ \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda \right\} \right] \quad (38)$$

Onde GM é a constante gravitacional geocêntrica; n, m são o grau e ordem respectivamente; N é o máximo grau e ordem para os termos contidos no modelo; \bar{C}_{nm} , \bar{S}_{nm} são os coeficientes de Stokes do geopotencial; P_{nm} é a função associada de Legendre; θ, λ são a latitude e longitude geocêntricas; a é o parâmetro dimensional que determinada a escala do sistema; e r a distância geocêntrica.

$$\bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) = \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \begin{cases} \cos m\lambda \\ \sin |m|\lambda \end{cases} \text{ se } \begin{cases} m \geq 0 \\ m < 0 \end{cases} \quad (39)$$

Com o propósito de obter fórmulas para a modelagem do campo da gravidade, introduz-se $T(P)$, que é o potencial perturbador. Considerando o potencial de gravidade U de um elipsóide de referência de revolução com superfície externa equipotencial (Campo Normal Somigliana – Pizzetti). O potencial perturbador $T(r, \theta, \lambda)$ é definido como (HEISKANEN & MORITZ, 1967, p. 82):

$$T(r, \theta, \lambda) = W(r, \theta, \lambda) - U(r, \theta, \lambda) \quad (40)$$

Pela Equação (40), tem-se:

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left[\frac{a}{r} \right]^n \sum_{m=-n}^n \bar{C}_{nm} \bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) \quad (41)$$

A quantidade T é de fundamental importância na Geodésia Física, desde que responde à condição $\Delta V = 0$ (Equação de Laplace) no exterior das massas, condição fundamental para o desenvolvimento das soluções do PVCG em harmônicos esféricos. Uma série de grandezas associadas ao potencial perturbador pode ser expressa em harmônicos esféricos. Tais como anomalia da gravidade; distúrbio da gravidade; altura geoidal; anomalia de altura; componentes do desvio da vertical; e outras. Saliente-se que o potencial perturbador tem magnitude muito pequena

relativamente ao geopotencial e esferopotencial. Na (40), implicitamente elimina-se o potencial centrífugo que é o mesmo para W e U , e assim, mesmo que estes dois potenciais não sejam harmônicos no exterior das massas, T o será. Então, a equação de Laplace pode ter solução representada por função ou conjunto de funções em expansão harmônica. Outra particularidade é a de que grandezas associadas ao potencial perturbador são de magnitude pequena e podem ser tratadas como lineares. Por exemplo: enquanto g é da ordem de 979000 mGal, as anomalias e distúrbios da gravidade são da ordem de poucas dezenas de mGal; enquanto o raio médio da Terra é da ordem de 6371000 m, as anomalias de altitude e alturas geoidais situam-se no intervalo aproximado de ± 80 m.

Uma vez definido o potencial perturbador em termos de expansão harmônica, a anomalia de altura pode ser obtida aplicando a equação de Bruns, sendo expressa como:

$$\zeta_P(r, \theta, \lambda) = \frac{T_P(r, \theta, \lambda)}{\gamma_P} \quad (42)$$

$$\zeta = \frac{GM}{r} \left[\sum_{n=2}^{n_{\max}} \left[\frac{a}{r} \right]^n \sum_{m=0}^n \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda \right] \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \quad (43)$$

Onde T_P é o potencial perturbador no ponto P , e γ_P é o valor da gravidade normal no ponto P . Observe-se que um caso particular de aplicação da equação de Bruns é o de que conhecido o potencial perturbador no geóide, então sua divisão pela gravidade normal resulta na altura geoidal. A conversão da anomalia de altura para altura geoidal pode ser efetuada pela seguinte expressão (RAPP, p. 60, 1994):

$$N = \zeta + \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\gamma} \cdot H \approx \zeta + \Delta g_B \cdot H \quad (44)$$

Onde \bar{g} é a gravidade média ao longo da linha de prumo entre o geóide e a superfície do ponto P , $\bar{\gamma}$ é a gravidade normal média ao longo da linha de prumo normal entre o elipsóide e o ponto Q , Δg_B é a anomalia da gravidade de Bouguer e H a altitude ortométrica. Agora, em termos de expansão harmônica, a altura geoidal (N) é definida como:

$$N = \frac{GM}{r\gamma} \left[\sum_{n=2}^{n_{\max}} (n-1) \left[\frac{a}{r} \right]^n \sum_{m=0}^n \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda \right] \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \quad (45)$$

Outra grandeza que apresenta uma relação com o potencial perturbador é a anomalia da gravidade, e esta pode ser definida pela seguinte expansão harmônica:

$$\Delta g = \frac{GM}{r^2} \left[\sum_{n=2}^{n_{\max}} (n-1) \left[\frac{a}{r} \right]^n \sum_{m=0}^n \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda \right] \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \quad (46)$$

2.7 MODELAGEM DAS ALTAS FREQUÊNCIAS DO CAMPO DA GRAVIDADE TERRESTRE

Uma simples divisão do espectro do geopotencial pode ser: grandes comprimentos de onda representados pelo MGG (até 50 km), pequenos comprimentos de onda recuperados pelos efeitos da topografia/batimetria (menores que 12 km) e os médios comprimentos de onda obtidos pela componente residual do sinal gravitacional após a remoção dos grandes e pequenos comprimentos de onda (CATALÃO, 1999, p. 173).

Podem-se considerar no mínimo duas abordagens na modelagem do sinal da alta frequência do campo da gravidade terrestre: o método clássico Remover - Restaurar (*Remove – Restore / RR*) e a Modelagem Residual do Terreno (*Residual Terrain Model / RTM*), esta última atualmente aplicada para a modelagem em regiões montanhosas (HIRT et al., 2010), porém que contempla aspectos promissores para os estudos aqui abordados. Os métodos mencionados anteriormente são detalhados na sequência.

2.7.1 Remover - Restaurar (RR):

Desde o lançamento do primeiro satélite artificial, Molodenskii explorou o problema de combinar anomalias da gravidade obtidas de satélites artificiais (globais) com anomalias da gravidade obtidas com métodos terrestres (locais). Uma vez que a informação terrestre já contém o efeito global, então a diferença entre funcionais ($Q_{i=f}(T)$) do campo da gravidade terrestre avaliada com os dados globais e locais, extrai o efeito da tendência global da informação terrestre, o qual resulta numa componente residual, apresentada de maneira simples como:

$$Q_r = Q - Q_M \text{ ou } T_r = T - T_M \quad (47)$$

Onde Q é a grandeza observada ou informação terrestre, Q_M a quantidade observada desde satélites, e Q_r a componente residual da grandeza Q .

Por outro lado, Schwarz (1984) afirma que a recuperação do campo da gravidade ou de alguma grandeza associada a este, pode ser dividida no domínio das frequências como: baixa (f_l); média (f_m); alta (f_h); e altíssima (f_v).

$$f = f_l + f_m + f_h + f_v \quad (48)$$

Baixa $2 \leq l \leq 36$

Média $37 \leq m \leq 360$

Alta $361 \leq h \leq 3600$

Altíssima $3601 \leq v \leq 36000$

Onde l , m , h e v são os graus do desenvolvimento harmônico em cada uma das faixas de frequência. Agora, voltando à grandeza residual (Q_r), dentro desta quantidade existem outras informações contidas na informação local, as quais estão associadas aos curtos comprimentos de ondas ou altas frequências. Os dados predominantes na recuperação das altas frequências é o do efeito gravitacional das heterogeneidades do terreno, o que na prática significa ser possível o resgate das informações com base em um MDE; por conseguinte, este efeito deve ser removido do grandeza Q , isto é:

$$Q_r = Q - Q_M - Q_{MDE} \quad (49)$$

Até aqui, só foi tratada a etapa de remoção.

Considere-se que o geopotencial W é dado pela soma do esferopotencial U com o potencial perturbador T . U é perfeitamente modelado do ponto de vista matemático como o potencial do modelo de Terra Normal (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 90). Ele envolve somente coeficientes zonais do desenvolvimento harmônico, sendo predominantemente determinado pelo desenvolvimento até o grau 2 e ordem zero e adicionado ao potencial centrífugo também conhecido. Já, o potencial perturbador, que tem desenvolvimento totalmente harmônico, conforme foi discutido na seção 2.6, envolve todos os demais

coeficientes não envolvidos no potencial normal. Tem parte de seus coeficientes bem determinados pela gravimetria por satélites (atualmente até o grau e ordem 240 que corresponde a uma resolução espectral de aproximadamente 83 km). No entanto, envolve até os curtíssimos comprimentos de onda, associados com efeitos bastante localizados. Assim, se necessária, por exemplo, uma resolução espectral na ordem de 100m, deve-se buscar uma densidade de dados do campo da gravidade com esta resolução espacial. Do mesmo modo, a gravimetria, também sendo uma ferramenta fundamental para este propósito, é inviável de ser desenvolvida com tal resolução espacial. Neste particular, os MDEs cumprem um papel relevante na modelagem das altíssimas frequências. Deve ser destacado que as observações são efetivadas no domínio do espaço enquanto, estas podem ser operadas no domínio das frequências de forma muito mais eficiente devido ao fato da resolução espacial pretendida, e posteriormente devem ser retornadas ao domínio do espaço.

Na etapa da restauração, cada uma das partes da divisão da grandeza associada ao potencial perturbador deve ser transformada a uma parcela do potencial perturbador via a fórmula de Bruns, para finalmente recompor o potencial perturbador:

$$T = T_l + T_m + T_c \quad (50)$$

Onde T_l , T_m e T_c representam os longos, médios e curtos comprimentos de onda associados ao potencial anômalo respectivamente.

A técnica Remover-Restaurar pode ser resumida como a remoção da topografia e o sinal da gravidade de baixo grau antes do cálculo do residual, restaurando estes efeitos depois da aplicação da integral de Stokes. Além, a integral de Stokes é truncada para uma delimitada região σ_0 em torno da estação de cálculo. A capa esférica σ_0 compreende um ângulo geocêntrico, embora na avaliação prática da técnica RR a região de integração é com frequência considerada como um retângulo esférico (SJÖBERG, 2005).

2.7.2 Modelagem Residual do Terreno (RTM):

A Modelagem Residual do Terreno (*Residual Terrain Model* – RTM) apareceu pela primeira vez num artigo que trata de métodos práticos para a predição de

grandezas do campo da gravidade, levando em consideração os efeitos gravitacionais do terreno, objetivando diminuir os erros no processo de predição (FORSBERG & TSCHERNING, 1981).

O efeito RTM tem sido explorado principalmente em três abordagens vinculadas ao campo de gravidade. Estas são: predição de grandezas do campo de gravidade; cálculo do quase-geóide; e como um método de melhoria espectral de MGGs. Esta última abordagem foi utilizada na presente pesquisa.

No caso de predição, o RTM foi utilizado como uma alternativa à compensação isostática. A construção do RTM é feita pela definição de uma superfície suavizada de elevação média e a remoção e/ou preenchimento das massas sobre ou abaixo desta superfície (ver FIGURA 9). Nesta redução, só os curtos comprimentos de onda da topografia são considerados. A superfície de elevação média pode ser definida como qualquer superfície suave que represente a elevação média da região, ou por intermédio de uma superfície desenvolvida em expansão de harmônicos esféricos. Neste último caso, as anomalias de densidade do modelo residual do terreno correspondem a uma distribuição normal da densidade, com topografia e batimetria suaves definidas por uma expansão em série de harmônicos esféricos. Assim, este efeito corresponde ao campo de gravidade residual extraído depois da remoção similar do geopotencial desenvolvido em expansão harmônica esférica (FORSBERG, 1984).

A redução RTM apresenta certas vantagens. Por exemplo, uma vez que as anomalias da densidade adotem valores negativos e positivos, as integrações para os efeitos do campo da gravidade só são efetuadas até certa distância do ponto onde se efetua a correção, sendo cancelada a influência da topografia distante. Além disso, os efeitos do terreno na anomalia de altura serão pequenos, sendo desprezáveis se for tomada como referência uma superfície de elevações de pequenos comprimentos de onda, e especialmente para uma expansão de altitudes de 180x180 km as reduções darão resultados próximos à redução isostática (FORSBERG, 1984).

O método de redução RTM apresenta uma única desvantagem, a de reduzir a área onde o potencial é harmônico. Se uma estação está num vale, pode depois da redução estar situada dentro da topografia suavizada, delimitada pela superfície de elevação média. A observação é assim reduzida a seu valor real dentro das massas,

onde o potencial da gravidade não é harmônico (FORSBERG & TSCHERNING, 1981).

No cálculo do quase-geóide por intermédio da técnica Remover-Restaurar, um termo é gerado pela redução RTM, e representado em função de anomalia de gravidade tem-se:

$$\Delta g_{RTM} = g_P - \gamma_Q - \delta A_{RTM} \quad (51)$$

Onde $\delta A_{RTM} \approx 2\pi G\rho(h - h_{ref}) - A_t$, quando a superfície de elevação é suficientemente aproximada com os longos comprimentos de onda (FORSBERG, 1984).

$$\Delta g_{RTM} = \Delta g_{FA} - 2\pi G\rho(h - h_{ref}) + A_t \quad (52)$$

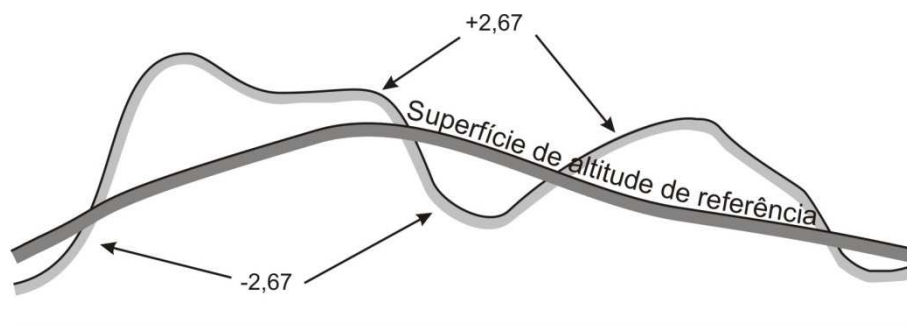


FIGURA 9 - REDUÇÃO RTM

FONTE: O autor

Na etapa de restauração, em termos de anomalia de altura, o termo do RTM é inserido na forma:

$$\zeta = \zeta_{\Delta g_{RTM}} - \zeta_{GM} - \zeta_{ind} \quad (53)$$

O termo do $\zeta_{\Delta g_{RTM}}$ é recuperado pela integral de Stokes.

Segundo Tocho (2006), ζ_{ind} é o efeito indireto do quase-geóide. Em outras palavras, é a distância entre o teluróide original e o teluróide modificado depois de feita a redução RTM. Uma aproximação linear pode ser expressa como:

$$\zeta_{ind} = \zeta_{RTM} = \frac{G\rho}{\gamma} \iint_E \int_{h_{ref}}^h \frac{1}{s(x_P - x, y_P - y, h_P - z)} dx dy dz = \frac{G\rho(h - h_{ref})}{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{s_0} dx dy \quad (54)$$

Onde s é a distância plana.

As fórmulas utilizadas para o cálculo do efeito RTM em termos de prismas, para as principais quantidades gravimétricas, são apresentadas em Forsberg & Tscherning (1981). Na sequência algumas das fórmulas são apresentadas.

Saliente-se que o potencial residual V_{RTM} , tem várias denotações, entre estas: V , T_m , V_{RTM} , $u(P)$.

$$V_{RTM} = \int_v \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{r} = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dx \cdot dy \cdot dz}{r} \quad (55)$$

Onde $r(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ e v é o corpo em questão.

$$V_{RTM} = G\rho \left\| \left\| xy \ln(z+r) + yz \ln(x+r) + zx \ln(y+r) - \frac{x^2}{2} \tan^{-1} \frac{yz}{xr} - \frac{y^2}{2} \tan^{-1} \frac{zx}{yr} - \frac{z^2}{2} \tan^{-1} \frac{xy}{zr} \right\| \right\|_{x_1}^{x_2} \left\| \right\|_{y_1}^{y_2} \left\| \right\|_{z_1}^{z_2} \quad (56)$$

Uma vez calculado o potencial gerado pelo efeito RTM, a equação de Bruns pode ser aplicada para recuperar a altura geoidal (ou anomalia de altura).

$$\zeta^{prisma} = \frac{V_{RTM}}{\gamma_Q} \quad (57)$$

$$\zeta^{RTM} = \sum_{i=1}^k \zeta_i^{prisma} \quad (58)$$

Devido à complexidade e consumo de tempo para o cálculo, a fórmula do potencial V_{RTM} pode sofrer algumas simplificações, todas amparadas por teorema para logaritmos e com as funções arco tangente. Por exemplo, FORSBERG (1984) propõe uma fórmula aproximada para o potencial, visando o cálculo da altitude geoidal baseando-se na condensação da massa dos prismas como uma capa de massa sobre o plano xy contendo o centro do prisma.

$$V_{RTM} \cong G\rho(z_2 - z_1) \int_x \int_y \frac{1}{r} dx dy \quad (59)$$

$$V_{RTM} = G\rho(z_2 - z_1) \left\| \left\| x \ln(y+r) + y \ln(x+r) - z_m \tan^{-1} \frac{xy}{z_m r} \right\| \right\|_{x_1}^{x_2} \left\| \right\|_{y_1}^{y_2} \quad (60)$$

Com,

$$z_m = \frac{(z_2 + z_1)}{2}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z_m^2}$$

O método RTM também tem sido usado recentemente como uma alternativa de melhoria espectral das altas frequências dos MGGs não recuperadas principalmente em virtude do erro de omissão (HIRT et al., 2010a; HIRT et al., 2010b). Nesta abordagem, as informações vinculadas aos longos e médios comprimentos de onda do geopotencial são extraídas de um MGG, e os curtos comprimentos de onda são recuperados pela contribuição do potencial residual obtido do efeito RTM.

Na construção do RTM, uma filtragem de passa altas frequências de dois MDEs é necessária. Nesta etapa um MDE de resolução global e outro de resolução local são usados. A topografia residual obtida da filtragem entre os dois MDE é posteriormente transformada em potencial residual. Uma vez obtido o potencial residual com a (55), é possível de transformar este em anomalia de altura RTM por intermédio da equação de Bruns. A última etapa é a integração das informações oriundas do MGG e da contribuição espectral do efeito RTM, que em termos de anomalia de altura pode ser expresso como:

$$\zeta_F = \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} \quad (61)$$

Onde ζ_F é corresponde á anomalia de altura com a contribuição do efeito RTM, ζ_{MGG} é a anomalia de altura fornecida pelo MGG e ζ_{RTM} a anomalia de altura oriunda da contribuição do efeito RTM.

Saliente-se que esta última abordagem foi aplicada na presente pesquisa, e maiores detalhes das diferentes etapas na construção do RTM serão apresentadas na seção 3.

2.7.3 Fontes de erros que influenciam a modelagem da alta frequência

Existe um grande número de erros que influenciam a modelagem do geopotencial. Aqueles que mais incidem na modelagem da alta frequência, segundo Merry (2003), são os apresentados na sequência:

- Erros aleatórios nas observações da gravidade.

- *Bias* (tendência) nos dados da gravidade (observações da gravidade vinculadas a diferentes *data*).
- *Bias* no desnível (e.g. Nível Médio do Mar) não propagado nas altitudes, isto afetando às anomalias da gravidade bem como o MDE.
- *Bias* no *datum* horizontal (e.g. *datum* local usado em vez de um *datum* global). Estes afetam tanto às anomalias da gravidade como ao MDE.
- Erros aleatórios no MDE, causado pelos erros de construção.
- Erros de interpolação das anomalias da gravidade e na interpolação do MDE.

IBID (2003), erros dos MDEs proporcionaram os seguintes erros no cálculo de anomalias de altitude:

Um Erro Médio Quadrático (EMQ) de 120 m em altitude introduz um EMQ de 7 cm na Anomalia de altura;

O mesmo erro em altitude introduz um EMQ no termo G_1 (Molodenskii) de 2 cm;

Um *bias* no *datum* horizontal de 300 m introduz um *bias* de 1cm nas anomalias de altitude;

Um *bias* no *datum* vertical de 5 m introduz um *bias* de 9 cm nas anomalias de altitudes.

2.8 ALGUMAS AVALIAÇÕES DO SRTM E SUAS IMPLICAÇÕES NA MODELAGEM DO CAMPO DA GRAVIDADE

Os MDEs têm sido muito importantes ao longo dos anos nas diferentes áreas da ciência. Mesmo com esta importância, existem ainda deficiências de modelos locais de alta resolução em muitas áreas do globo. Os países normalmente geram seus próprios MDEs a partir da digitalização das cartas topográficas disponíveis nas suas bases de dados, mas comumente não disponíveis para todo o país. Nos últimos anos, houve um avanço considerável no desenvolvimento de MDEs globais. São comuns resoluções em torno de 30 m (KIAMEHR & SJÖRBERG, 2005). Entre as diferentes aplicações dos modelos digitais de elevação, encontra-se a modelagem do campo da gravidade. Na atualidade, um dos MDEs disponíveis é o *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM), o qual fornece uma acurácia absoluta

horizontal de 20 m e vertical de 16 m (KIAMEHR & SJÖRBERG, 2005). A plataforma orbital associada à missão SRTM decolou o dia 11 e retornou no dia 22 de fevereiro de 2000, extraindo imagens das massas terrestres entre 60°N e 56°S, representando o 80% da superfície da Terra (FARR & KOBRICK, 2000). O MDT resultante desta missão por intermédio de interferometria tem um formato de malha regular com espaçamento de 3", valor que pode ser considerado como a resolução do modelo que, em termos lineares, situa-se em torno dos 90 m ao longo dos meridianos (MATOS, 2005).

A partir do SRTM uma série de MDEs tem sido gerado, entre estes: o SRTM30, o qual é uma integração de dados do GTOPO30 e o SRTM; o SRTM30 PLUS, no qual foram inseridos dados de batimetria que não estão no SRTM30.

Numerosos estudos de avaliação do SRTM têm sido efetivados nas regiões de cobertura dos dados de elevação (e.g. BLITZKOW *et al.*, 2005; DENKER, 2005; TOCHO *et al.*, 2007). Denker (2005) realizou uma avaliação do SRTM em regiões montanhosas sobre a Alemanha com o propósito de preencher com dados deste modelo as áreas que não incluíam um MDE de alta resolução. Os resultados obtidos apresentaram um desvio padrão de 7,9 m em relação ao melhor modelo nacional, alcançando as máximas diferenças numa altitude de 300 m.

Na América do Sul, vários modelos têm sido avaliados, por exemplo, Tocho *et al.* (2007) comparou o desempenho dos modelos globais GLOBE, GTOPO30, SRTM30, e o SRTM3ARG06 entre eles na região compreendida entre as latitudes 29°S e 32°S e longitude 70°W e 67°W da Argentina. No mesmo estudo, avaliou os efeitos sobre algumas reduções gravimétricas no cálculo do geóide em diversas resoluções de MDEs. Os resultados das diferenças entre os modelos são apresentados na TABELA 2 e os efeitos nas correções gravimétricas na TABELA 3.

Salienta-se que o modelo SRTM3ARG06 é o próprio SRTM30, mas com o preenchimento de informação nas regiões de elevações indefinidas.

TABELA 2 - ESTATÍSTICA DOS MEDs E SUAS DIFERENÇAS [m]

MDE	Min.	Max.	Media	Desvio Padrão
SRTM30 - GTOPO30	-1168	1062	8.6	138.6
SRTM3ARG06-SRTM30	-234	238	0.6	26.7
SRTM3ARG06-GTOPO30	-1165	1157	9.1	143.1
SRTM3ARG06-GLOBE	-1165	1157	3.8	154.6

Fonte: Tocho *et al.*(2007)

TABELA 3 - DIFERENÇAS MÁXIMAS DOS EFEITOS TOPOGRÁFICOS [mGal]

Resolução Grade	Full Topographic Effect	Airy - Heiskanen	RTM	Rudzki
3" - GTOPO30	82.63	82.39	97.97	75.89
3" - SRTM30	37.32	37.39	53.93	41.62
3" - GLOBE	82.63	82.39	97.97	75.89
3" - GTOPO30	82.63	82.39	97.97	75.89

Fonte: Tocho *et al.*(2007)

Por outro lado, Blitzkow *et al.*, (2005) avaliaram o SRTM em diferentes regiões da América do Sul usando RNs disponíveis em várias fontes de dados em particular para o Brasil e a Argentina. A abordagem da pesquisa foi principalmente sobre a determinação do afastamento geométrico dos modelos digitais de elevação em relação às RNs disponíveis. No entanto, estudos mais específicos dirigidos à avaliação do efeito da resolução e inconsistência de *datum* do SRTM no Brasil não têm sido feitos. Uma extensa análise da qualidade como também das restrições em várias áreas de aplicação dos MDEs; SRTM (3"), GTOPO30, GLOBE, DTM2002, JGP95E, TERRAINBASE e ETOPO5 na América do Sul, pode ser revisado em Matos (2005).

2.9 ALGUMAS AVALIAÇÕES DE MGGs ORIUNDOS DO GOCE

Antes do lançamento do satélite da missão GOCE, uma série de avaliações e simulações foram feitas visando melhorias dos MGGs com a missão futura. Por exemplo, Arabelos & Tscherning (2001) fizeram uma análise do possível desempenho dos MGGs do GOCE em comparação com os modelos antigos, e.g. EGM96. No mesmo estudo, a avaliação da qualidade do modelo de geopotencial foi explorada com o método Monte Carlo, já que só parte da matriz variância-covariância derivada das quantidades, tais como diferenças de potencial, diferenças de altitudes geoidais e anomalias da gravidade, estavam disponíveis. Os resultados obtidos por eles foram quase dez vezes melhores que os do EGM96.

No contexto do projeto GOCE-GRAND II (VOIGHT & DENKER, 2006), foi explorado o comportamento de um modelo fornecido da missão GOCE em várias regiões da Alemanha. Com o propósito de conhecer a resposta alcançada pelo modelo GOCE, diversas fontes de dados independentes (GPS, Nivelamento, gravidade e desvios da vertical) foram utilizadas para a avaliação. Os dados usados

para a avaliação não foram incluídos na geração do modelo GOCE. Considerando que os MGGs fornecem com grande acurácia os longos comprimentos de onda, neste projeto a alta frequência foi explorada com a finalidade de preencher todo o espectro do geóide com precisão do centímetro. Como consequência da alta correlação do terreno com os curtos comprimentos de onda, foram aplicadas reduções de RTM. Os resultados fornecidos estiveram entre 2 e 12cm. Porém, avaliações do modelo com a contribuição da alta frequência ainda não foram publicados.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A região de estudo está localizada no norte - leste do Brasil, nos estados de Amapá e Pará, entre as coordenadas $3,5^{\circ} N < \varphi < 3,5^{\circ} S$ e $54^{\circ} O < \lambda < 47^{\circ} O$. Saliente-se que esta região apresenta complexas feições geográficas, principalmente pela presença da ilha de Marajó, a transposição do Rio Amazonas e a floresta

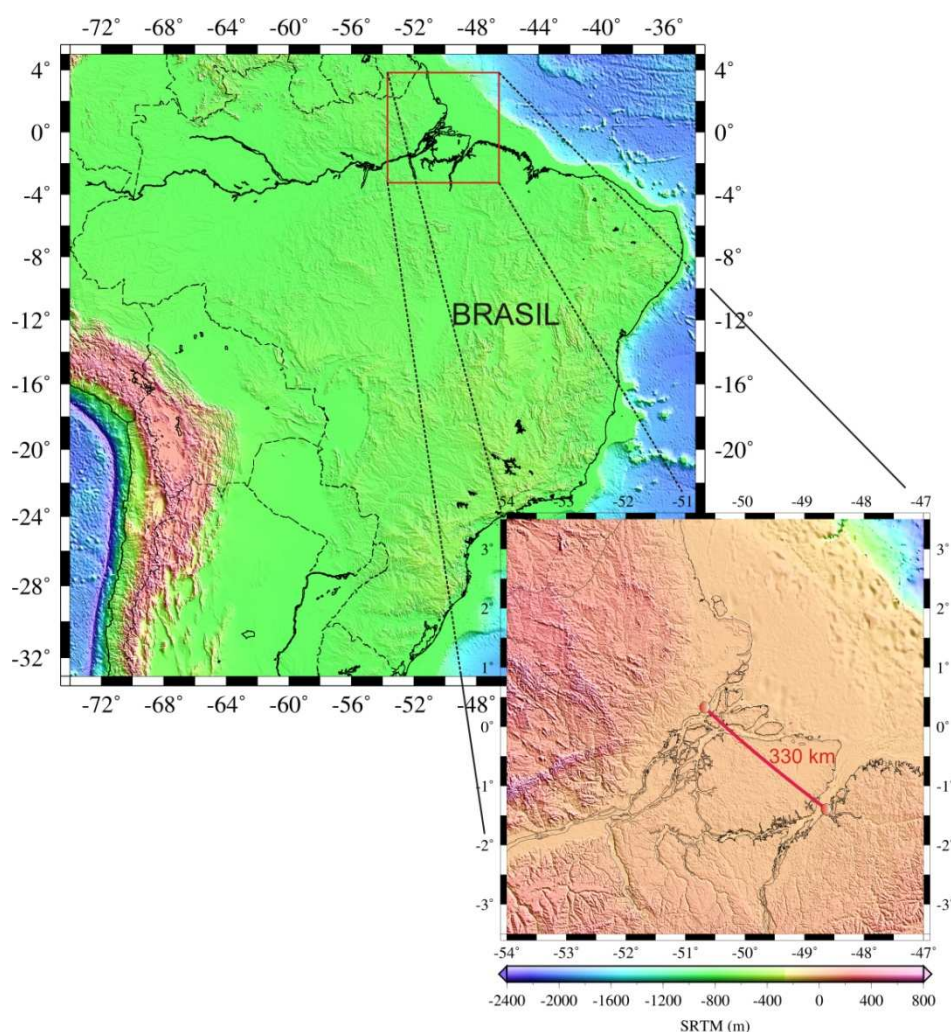


FIGURA 10 - REGIÃO DE ESTUDO

Fonte: O autor

3.1 DADOS DISPONÍVEIS

Os MDEs utilizados para a construção do RTM foram: o DTM2006.0 (PAVLIS et al., 2007) considerado como topografia global, obtido do site do *International Centre*

for *Global Earth Models* (ICGEM); e o SRTM30_PLUS (RODRIGUEZ *et al.*, 2005) com uma resolução espacial de 30". O SRTM30_PLUS foi construído pela integração da topografia do SRTM30 e a topografia do gelo do ICESat (BECKER *et al.*, 2009).

Devido ao fato que o DTM2006.0 e o SRTM30_PLUS estão referidos ao sistema de referência WGS84 na componente horizontal, e na componente vertical ao EGM96 (DENKER, 2005), não foram necessárias transformações de referenciais. Os dados do SRTM30_PLUS foram obtidos da Universidade da Califórnia, por intermédio do departamento de geofísica e física planetária.

Além dos MDEs, dois MGGs foram utilizados: o GO_CONS_GCF_2_DIR proveniente da missão GOCE gerado com dados exclusivamente de satélite; e o modelo EGM2008 (PAVILS *et al.*, 2008). Estes dois MGGs foram extraídos do site do ICGEM

Os dados do GO_CONS_GCF_2_DIR foram utilizados numa expansão harmônica de grau/ordem 240, calculado num sistema de marés permanentes, denominado de maré removida, em Inglês "*tide free*" (ICGEM, 2011). A escolha do sistema de maré "*tide free*" foi realizada para manter a consistência com o geóide oficial associado ao sistema de altitudes do Brasil (MATOS, 2011).

A grandeza extraída dos MGGs utilizados foi a anomalia altura, isto pelo fato do sistema de altitudes do Brasil ser caracterizado por altitudes de tipo normal-ortométricas e ter características mais próximas às altitudes normais (FERREIRA *et al.*, 2010).

Em relação aos dados utilizados para o cálculo do afastamento entre os *data* verticais Brasileiro, um conjunto de 37 pontos (FIGURA 11 e TABELA 4) com informação de altitude normal-ortométrica, altura elipsoidal e coordenadas geodésicas foram obtidos da base de dados da fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

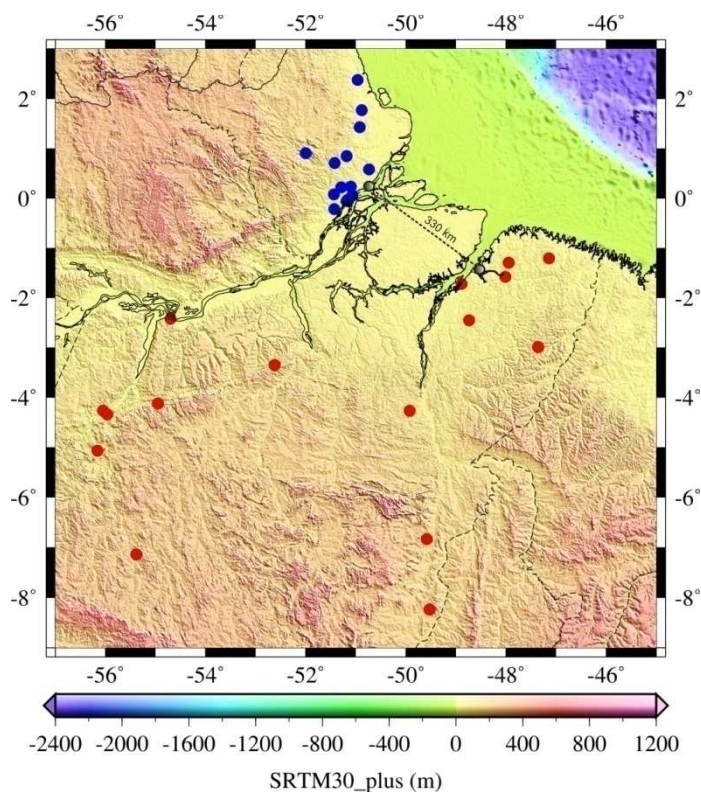


FIGURA 11 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS USADOS NAS ESTIMATIVAS DE AFASTAMENTOS E DE AVALIAÇÃO (OS CÍRCULOS AZUIS REPRESENTAM OS PONTOS VINCULADOS AO *DATUM* DE SANTANA, E OS VERMELHOS AO *DATUM* DE IMBITUBA)

Fonte: O autor

TABELA 4 - PONTOS DE AVALIAÇÃO NA REGIÃO DE ESTUDO

Datum	Ponto	ϕ [°]	λ [°]	H [m]	h [m]	σ_h [m]
IMBI	840U	01 °17 ' 51,0636 " S	47 °56 ' 59,3391 "W	45,789	19,940	0,023
IMBI	930A	04 °16 ' 17 " S	49 °55 ' 30 "W	89,762	65,850	0,027
IMBI	936A	03 °21 ' 13,3539 " S	52 °37 ' 22,8653 "W	163,962	138,920	0,019
IMBI	984C	06 °50 ' 07,1906 " S	49 °34 ' 58,3457 "W	222,006	200,260	0,013
IMBI	987Z	08 °14 ' 23,0736 " S	49 °31 ' 48,1547 "W	201,314	178,520	0,012
IMBI	993D	07 °08 ' 32,6468 " S	55 °22 ' 56,0321 "W	224,499	208,570	0,014
IMBI	1322P	04 °16 ' 03,6278 " S	56 °02 ' 57,5674 "W	28,004	7,960	0,021
IMBI	1323D	04 °20 ' 38,3687 " S	55 °57 ' 39,0620 "W	38,381	18,300	0,017
IMBI	1325R	04 °07 ' 29,0046 " S	54 °57 ' 06,3694 "W	118,763	97,660	0,013
IMBI	1330D	02 °25 ' 34,8742 " S	54 °42 ' 04,8563 "W	30,061	9,100	0,036
IMBI	1332D	05 °04 ' 10,8047 " S	56 °09 ' 26,8630 "W	108,860	91,000	0,013
IMBI	1605A	02 °27 ' 18,4262 " S	48 °44 ' 26,6731 "W	22,941	-3,870	0,013
IMBI	1608J	01 °34 ' 57,1814 " S	48 °00 ' 58,9075 "W	28,911	3,040	0,012
IMBI	1623U	02 °59 ' 33,0130 " S	47 °21 ' 47,7754 "W	77,750	51,120	0,041
SANT	1624L	00 °04 ' 18,8585 " N	51 °26 ' 24,4656 "W	3,848	-19,380	0,032
SANT	1624U	00 °13 ' 00,5570 " N	51 °17 ' 34,5944 "W	31,216	7,910	0,025
SANT	1625A	00 °02 ' 28,5392 " S	51 °10 ' 04,5604 "W	12,821	-10,160	0,003
SANT	1627G	00 °13 ' 19,0535 " S	51 °25 ' 54,8320 "W	7,850	-14,950	0,070

SANT	1633P	00 °50 ' 34,8564 " N	51 °11 ' 05,3733 "W	53,111	28,790	0,026
SANT	1635C	01 °25 ' 25,3237 " N	50 °55 ' 22,0097 "W	29,246	2,840	0,025
SANT	1636P	01 °45 ' 55,3612 " N	50 °52 ' 56,3690 "W	15,911	-11,620	0,030
SANT	1638N	02 °22 ' 23,5028 " N	50 °57 ' 49,7469 "W	17,392	-11,170	0,027
IMBI	1640P	01 °43 ' 29,5821 " S	48 °53 ' 22,7038 "W	6,512	-18,360	0,017
SANT	1646C	00 °34 ' 33,9953 " N	50 °44 ' 18,1599 "W	14,339	-9,840	0,033
SANT	1646L	00 °42 ' 14,4705 " N	51 °25 ' 23,2790 "W	78,280	53,940	0,035
SANT	1648R	00 °54 ' 05,1946 " N	52 °00 ' 08,4109 "W	149,107	123,580	0,042
SANT	4010V	00 °03 ' 39,1478 " S	51 °09 ' 36,4814 "W	5,377	-17,560	0,004
SANT	4010X	00 °03 ' 15,1767 " S	51 °10 ' 48,7521 "W	8,529	-14,470	0,004
SANT	4010Z	00 °03 ' 26,4338 " S	51 °10 ' 50,3285 "W	7,504	-15,510	0,002
IMBI	9031V	01 °12 ' 40,0905 " S	47 °08 ' 47,3995 "W	35,494	9,780	0,020
SANT	9533M	00 °03 ' 05,1608 " N	51 °04 ' 09,7984 "W	16,476	-6,380	0,114
SANT	9533N	00 °02 ' 48,7484 " N	51 °04 ' 16,8895 "W	14,530	-8,140	0,350
SANT	9533R	00 °13 ' 50,2257 " N	51 °06 ' 03,1496 "W	28,328	5,160	0,089

Fonte: IBGE (2011)

3.2 SOLUÇÃO PELA MODELAGEM RESIDUAL DO TERRENO (RTM)

Saliente-se que o RTM pode ser aplicado sobre várias grandezas do campo da gravidade, e.g.: anomalia da gravidade; altura geoidal; anomalia de altura; deflexão da vertical; entre outras grandezas. Considerando que as características do Sistema de Altitudes do Brasil são mais próximas às altitudes normais, as quais estão vinculadas ao quase geóide e relacionadas diretamente com a anomalia de altura, escolheu-se modelar a grandeza anomalia de altura (ver eq. 8).

O princípio da solução proposta consiste na combinação dos comprimentos de ondas do geopotencial, onde os longos e os curtos/curtíssimos comprimentos de onda são recuperados pelo MGG e pela contribuição do efeito da topografia local respectivamente. Destaque-se que já foi experimentada a combinação de comprimentos de onda de campo da gravidade, mas estes, associando dados de gravimetria terrestre, e no contexto da técnica RR (e.g. HUSSEIN *et al.*, 2007).

Na FIGURA 12, apresenta-se um esquema do princípio da solução. Na figura maior são apresentadas as duas superfícies de referência mais importantes na Geodésia: o elipsóide de revolução e o geóide. Além destas superfícies, apresenta-se também a topografia global. Na mesma figura, o geóide representa os longos comprimentos de onda gerados pelas observações das missões gravimétricas e das reduções feitas pela topografia global (*Downward Continuation/DWC*). No quadro menor apresenta-se uma ampliação da situação global. Portanto, na FIGURA 12

aparecem outras superfícies que incidem na modelagem da estrutura fina do campo da gravidade, como os comprimentos de onda gerados por um geóide regional, e a topografia local ou de alta resolução. Em vista das feições representadas, estima-se que a consideração da topografia de alta resolução, em princípio, pode melhorar o MGG.

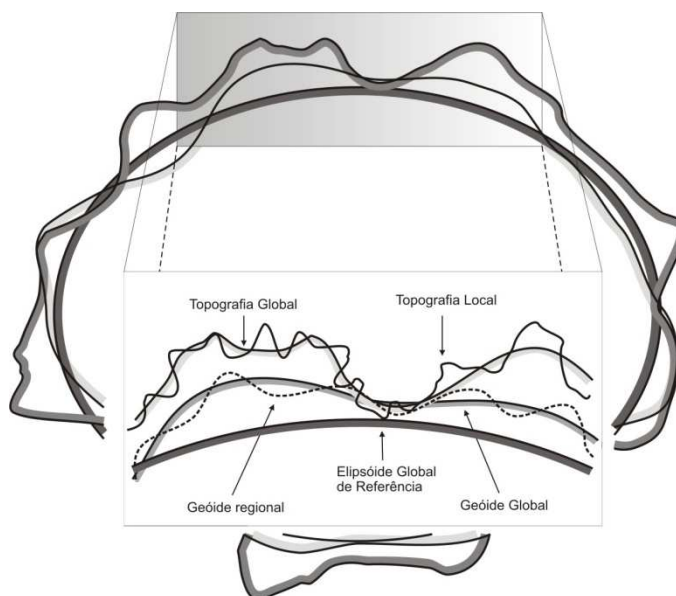


FIGURA 12 - FEIÇÕES GLOBAIS E LOCAIS DO CAMPO DA GRAVIDADE E DO TERRENO

Fonte: Adaptado de BARAN, I. *et al.* (2006)

3.2.1 Definição da resolução do DTM2006 e SRTM30_ PLUS

Diferentes resoluções podem ser aplicadas na filtragem dos modelos de alta (SRTM) e média (DTM2006) resolução visando à construção do RTM. No entanto, existe um intervalo ótimo de resolução, o qual resolve adequadamente a parte residual do potencial. Nesta etapa, definiu-se uma resolução para os MDEs de tal modo que os resultados alcançaram os requisitos de precisão que são apresentados na sequência, além de otimizar os tempos de cálculo.

A máxima resolução espacial disponível (30'') para a superfície de alta resolução (SRTM30_PLUS) foi usada para a geração do RTM, já que os efeitos introduzidos na determinação do campo da gravidade e do geóide numa resolução menor não podem ser bem modelados. Por exemplo, no caso do uso de 15'' de resolução, podem ser esperados erros em torno de 1 cm em termos de altitude geoidal e de ~2,5 mGal em anomalias da gravidade. O uso de resoluções menores pode introduzir erros de até 12 cm (VERGOS *et al.*, 2005; TOCHO *et al.*, 2007).

Outro aspecto importante é a compatibilização dos referenciais dos MDEs, tanto na componente horizontal (e.g. SIRGAS2000), como na vertical (e.g. modelo geopotencial). Destaque-se que o SRTM30_PLUS e o DTM2006 estão vinculados ao WGS84 (DENKER, 2005; VERGOS, *et al.*, 2005; PAVLIS, *et al.*, 2007).

3.2.2 Filtragem de passa altas do SRTM30_PLUS

No cálculo dos MGGs, removem-se os efeitos topográficos de longos comprimentos de onda. Em outras palavras, o efeito do terreno já é incluído nos coeficientes do MGG. Os MDEs usados para a geração dos MGG são usualmente desenvolvidos em harmônicos esféricos, expansão que é compatibilizada com o grau/ordem do MGG. Em consequência, os efeitos da alta frequência do terreno não são, em geral, considerados na solução global.

Com a finalidade de recuperar a estrutura mais fina do campo da gravidade, os altos grau/ordem de desenvolvimento dos harmônicos esféricos não alcançados pelo MGG (erro de omissão), buscou-se obter informações do potencial anômalo residual pela técnica RTM, considerando a topografia residual (FIGURA 14) do SRTM30_PLUS com resolução espectral de 900m, filtrado (passa alta) pelo DTM2006.0 com resolução espectral de 83 km (FIGURA 13). O grau de filtragem foi escolhido considerando a máxima resolução fornecida pelo MGG.

O desenvolvimento em expansão harmônica para o DTM2006.0 em termos matemáticos é apresentado na seguinte equação:

$$H^{DTM\ 2006.0}(\theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{n_{max}^{DTM}} \sum_{m=0}^n \left(\overline{HC}_{nm} \cos(m\lambda) + \overline{HS}_{nm} \sin(m\lambda) \right) \overline{P}_{nm} \cos \theta \quad (62)$$

Onde \overline{HC}_{nm} e \overline{HS}_{nm} são os coeficientes de altitude completamente normalizados, n_{max}^{DTM} é o máximo grau de avaliação, (θ, λ) são a co-latidade geocêntrica e a longitude geodésica, $\overline{P}_{nm} \cos \theta$ as funções de Legendre associadas completamente normalizadas, e $H^{DTM\ 2006.0}(\theta, \lambda)$ é a altitude no ponto de coordenadas (θ, λ) .

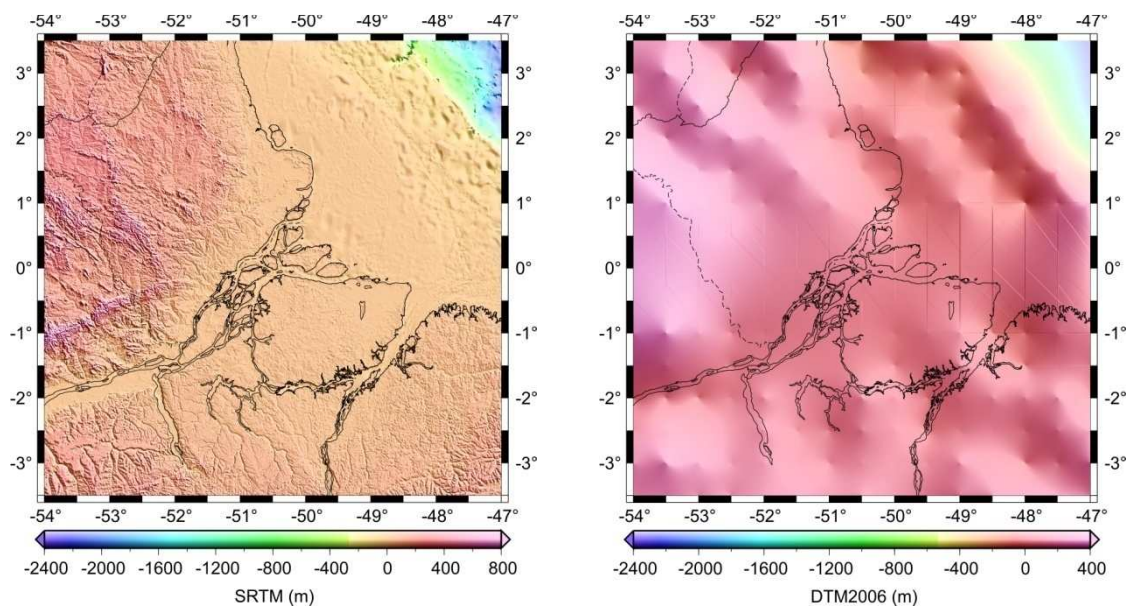


FIGURA 13 - ALTITUDES DO SRTM30_PLUS E DTM2006.0 (GRAU 240) NA REGIÃO DE ESTUDO

Fonte: O autor

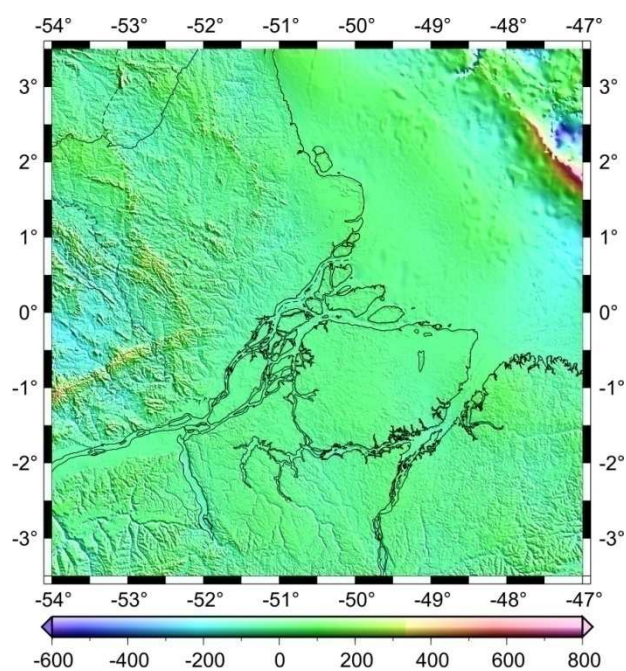


FIGURA 14 - TOPOGRAFIA RESIDUAL EM METROS

Fonte: O autor

3.2.3 Cálculo do RTM sobre a anomalia de altura

Na atualidade, o conceito da modelagem local ou regional do campo da gravidade é aplicado frequentemente com a técnica RTM, no contexto da

metodologia RR para suavizar o campo da gravidade (FORSBERG & TSCHERNING, 1997).

Nesta pesquisa, a estimação das altas frequências do campo da gravidade, em termos de anomalia de altura, foi realizada pelo efeito da topografia local sobre o potencial gravitacional. Estes efeitos foram estimados por integração numérica por prismas, usando um valor de densidade constante para as massas topográficas devido ao fato da não disponibilidade de um modelo digital de densidade 2D ou 3D na região de estudo.

No cálculo do efeito da topografia sobre o potencial da Terra, só a topografia local foi levada em consideração, já que os efeitos fornecidos pela topografia global já foram considerados nos longos comprimentos de onda do MGG (Tscherning, 2001; Abd-Elmotaal & Kühtreiber, 2003). Considerou-se $n, m_{max} = 240$ para o DTM2006 em compatibilidade com o grau de desenvolvimento do MGG GOCE.

Neste estudo considerou-se um modelo de aproximação de Terra plana, devido aos inconvenientes computacionais e truncamento nos termos do modelo esférico (NAGY, 2000).

Na prática, o cálculo do efeito RTM é dividido em regiões de acordo com a distância entre a estação de cálculo e o ponto de integração. O programa TC (FORSBERG, 1984) difundido pela Escola do Geóide, utiliza as seguintes três grades:

- Grade Detalhada ou de Alta resolução (MDE_1): esta grade é a que recupera a maior parte do efeito do terreno sobre o campo da gravidade, isto devido à proximidade da estação de cálculo, e é considerada até um raio R_0 . Nesse caso a grade detalhada foi o SRTM30_PLUS e o raio de 220 km.

- Grade Menos Detalhada (MDE_2): Esta grade é a que recupera parte do efeito do terreno sobre o potencial gravitacional a partir do R_0 até um raio R_1 . Normalmente adota-se uma grade de menor resolução que a grade detalhada, em função do afastamento da estação de cálculo. Esta informação do terreno compõe uma parcela pequena no efeito total do RTM. No presente trabalho, o mesmo SRTM30_PLUS e um raio R_1 de 220 km foi utilizado.

- Grade de Referência (MDE_{Ref}): Esta grade serve como filtro de passa altas. A grade de referência nesta pesquisa foi o DTM2006.0 expandido até o grau 240.

Um esquema de referência para a compreensão do algoritmo de cálculo de RTM por integração numérica a partir de prismas é apresentado na FIGURA 15.

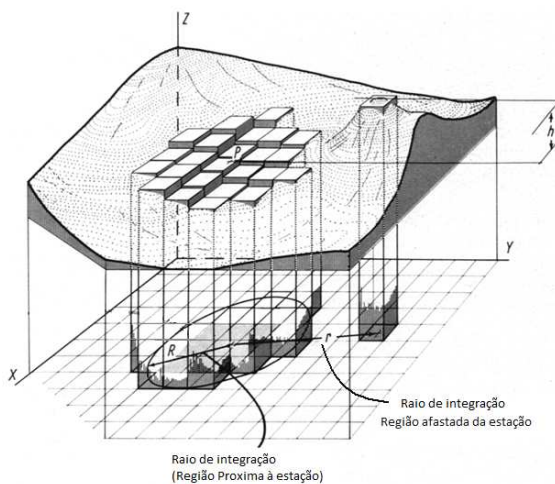


FIGURA 15 - ESQUEMA DO CÁLCULO DO RTM POR PRISMAS

Fonte: Adaptado de Nagy, 1966

O resultado do RTM sobre a Anomalia de altura na região de estudo pode ser visualizado na FIGURA 16

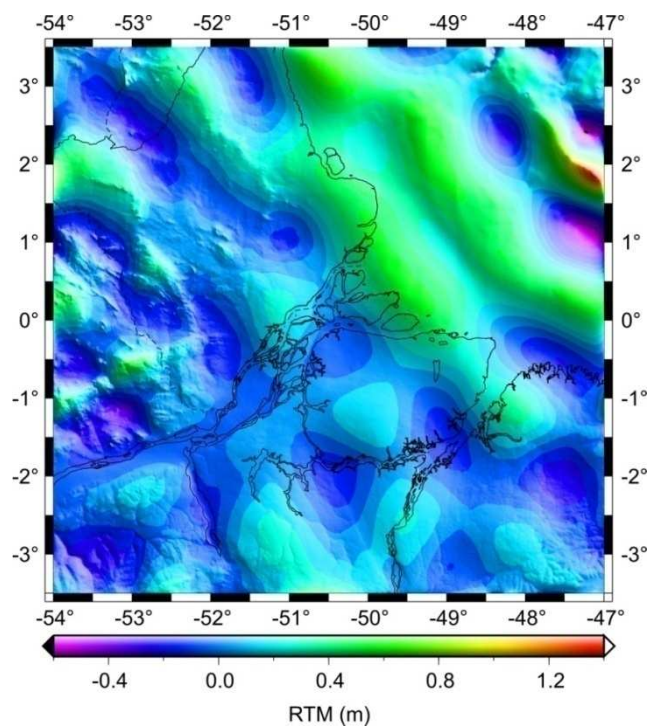


FIGURA 16 - EFEITO RTM SOBRE A ANOMALIA DE ALTURA NA REGIÃO DE ESTUDO EM METROS

Fonte: O autor

3.2.4 Contribuição espectral do RTM sobre o MGG

Na solução RTM, a parte dos longos comprimentos de onda foi adquirida diretamente do MGG fornecido pela missão GOCE (FIGURA 17), e a parte relativa aos curtos comprimentos de onda foi recuperada a partir da informação topográfica local e global no contexto da técnica RTM, aproximado pela integração por prismas de igual densidade. Esta solução pode ser expressa como:

$$\zeta_F(\varphi, \lambda) = \zeta_{MGG}^{N_{\max}}(\varphi, \lambda) + \zeta_{RTM}^{>N_{\max}}(\varphi, \lambda) \quad (63)$$

Onde o termo $\zeta_{MGG}^{N_{\max}}$ corresponde as anomalias de altitude fornecidas pelo MGG na máxima expansão e $\zeta_{RTM}^{>N_{\max}}$ á contribuição do RTM .

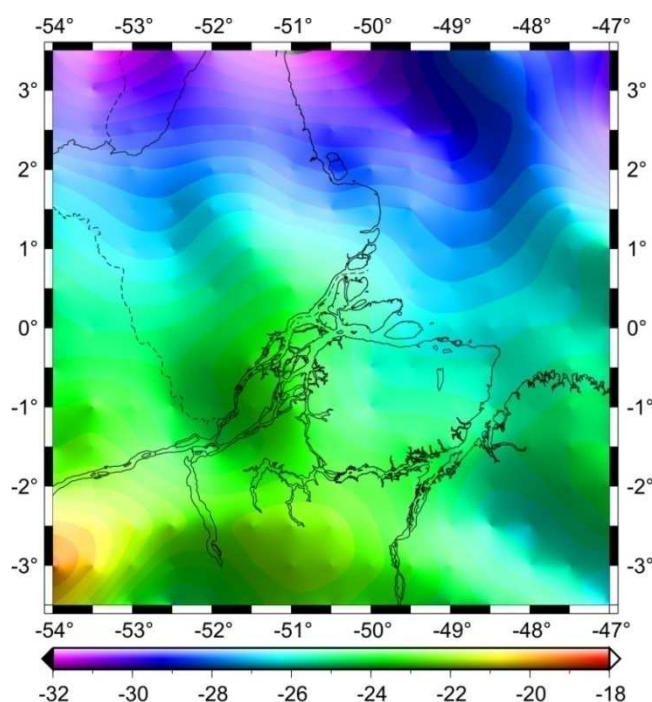


FIGURA 17 - ANOMALIA DE ALTURA DO MGG GOCE EM METROS

Fonte: O autor

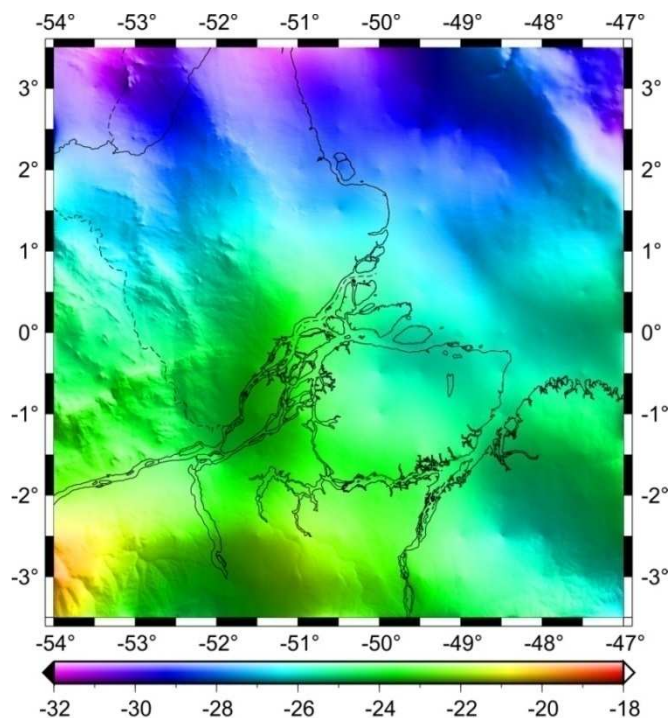


FIGURA 18 - SOLUÇÃO REFINADA PARA A ANOMALIA DE ALTURA (GOCE + RTM) EM METROS

Fonte: O autor

3.3 COMPLEMENTAÇÃO DAS INFORMAÇÕES GRAVIMÉTRICAS NAS BANDAS NÃO COBERTAS PELO GOCE E PELO RTM COM O MODELO EGM2008.

Em vista da ausência de dados de gravidade terrestre com densidade necessária, parte da faixa do espectro do geopotencial relacionada a este tipo de dado pode ser recuperada com um MGG combinado (e. g. EGM2008) de alto grau de expansão. Neste estudo, o EGM2008 foi utilizado, com informação na faixa desde grau 240 até 2190. A idéia está fundamentada na ampla avaliação satisfatória do EGM2008 (IAG 2008; NEWTON'S BOLLETIN, 2009), tendo um desenvolvimento até o grau 2190 e ordem 2159, calculado com uma grande densidade de dados de diversas grandezas do campo da gravidade.

Apesar do alto grau/ordem de desenvolvimento em harmônicos esféricos do EGM2008, os longos comprimentos de onda ($n,m=240$) são ligeiramente diferentes, e em teoria melhor resolvidos pelo MGG oriundo da missão GOCE (VOIGT *et al.*, 2010). Estas diferenças são percebidas na FIGURA 19.

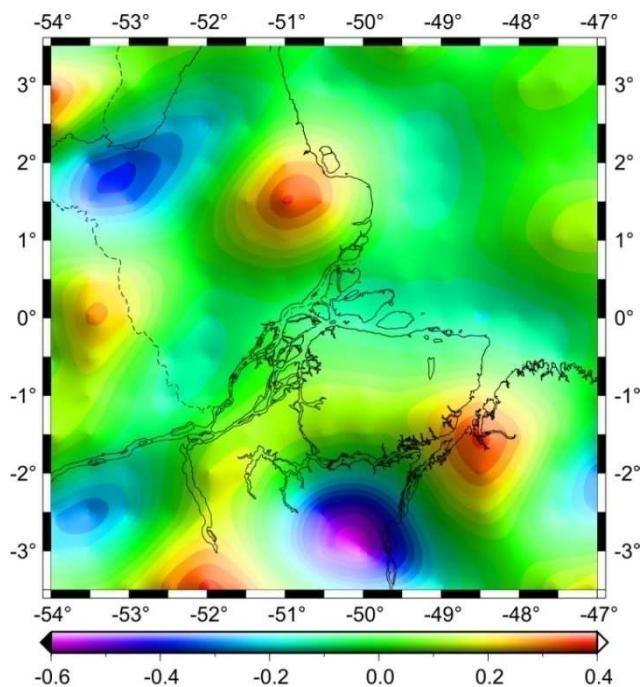


FIGURA 19 - DIFERENÇAS DAS ANOMALIAS DE ALTITUDE DO EGM2008 (240) E GOCE (240) EM METROS

Fonte: O autor

Tendo em vista as grandezas fornecidas pelo MGG da missão GOCE ($\zeta_{GOCE}^{N_{max}}$) mais a informação do EGM2008 ($\zeta_{EGM\ 2008}^{N_{240-2190}}$) e a contribuição do RTM ($\zeta_{RTM}^{>N_{max}}$) a solução obtida é representada pela seguinte expressão (FIGURA 20):

$$\zeta_F(\varphi, \lambda) = \zeta_{GOCE}^{N_{max}}(\varphi, \lambda) + \zeta_{EGM\ 2008}^{N_{240-2190}}(\varphi, \lambda) + \zeta_{RTM}^{>N_{max}}(\varphi, \lambda) \quad (64)$$

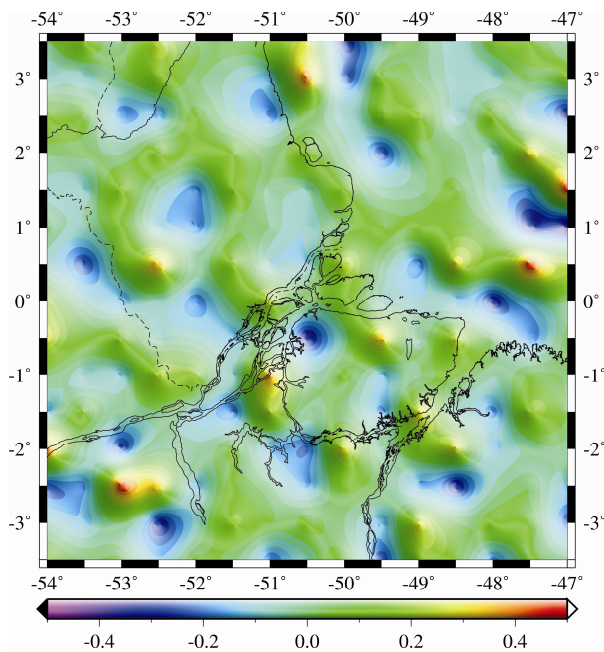


FIGURA 20 - ANOMALIA DE ALTURA DO EGM2008 NA FAIXA DO GRAU 240 ATÉ 2190 EM METROS

Fonte: O autor

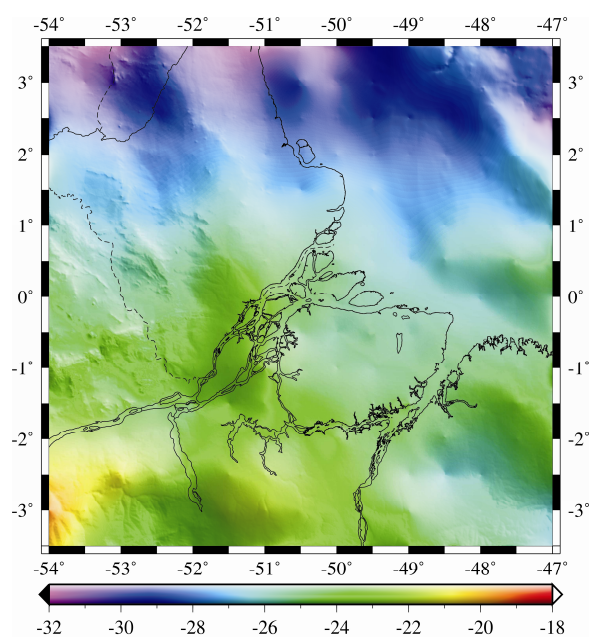


FIGURA 21 - ANOMALIA DE ALTURA DO GOCE + EGM2008 (240 até 2190)+RTM EM METROS

Fonte: O autor

3.4 ESTIMATIVA DO AFASTAMENTO MÉDIO ENTRE OS DATA VERTICAIS

Em geral, a conexão de vários *data* verticais pode ser feita diretamente pela comparação dos números geopotenciais de um conjunto de pontos vinculados ao *datum* local D (C_D) e os números geopotenciais dos mesmos pontos referidos a um *datum* vertical global W (C_W) (KASENDA, 2009, p. 21).

Devido a não disponibilidade atual de números geopotenciais associados à RVFB, a conexão foi feita de maneira indireta. Em princípio os pontos escolhidos para a avaliação foram considerados fortemente qualificados, i.e, não afetados pelas distorções experimentadas nos sistemas de altitudes (novos ajustamentos, erros de observação, entre outros). Deve ser destacado que as coordenadas horizontais das RNs foram obtidas por diferentes fontes, inclusive extraídas de cartas topográficas (LUZ, 2008, p. 184). Considere-se que o possível erro da posição horizontal, de forma geral, é desprezível para a determinação do efeito gravimétrico do terreno no quase geóide.

A solução para a determinação do afastamento “médio” entre os *data* verticais, e a efetivação da posterior unificação foi baseada nas seguintes equações:

$$\Delta_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (h_k - \zeta_k - H_{ki}) \quad (66)$$

Onde,

Δ_i é o afastamento médio vertical do *datum* local i ;

h_k é a altitude elipsoidal no ponto k ;

ζ_k é a Anomalia de altura do MGG no ponto k ;

H_{ki} é a altitude normal ortométrica referida ao *datum* local i no ponto k ; e

n é o número de pontos

Com a (66) foi obtido o afastamento médio entre os *data* verticais locais e o *datum* vertical global. No entanto, foi calculado o afastamento médio entre *data* locais como:

$$\delta_{ij} = \Delta_i - \Delta_j \quad (67)$$

Onde δ_{ij} é a discrepância entre os *data* locais i e j , Δ_i e Δ_j são os afastamentos médios entre o *data* locais i e j respectivamente e a superfície do MGG de referência.

A abordagem aqui descrita é simplificada, já que uma série de fatores não foi considerada. Nesta série constam: erros sistemáticos na altitude elipsoidal; altitude geoidal; correções gravimétricas; e erros nos dados de nivelamento, os quais certamente existem. Embora sendo uma solução simplificada, os valores obtidos podem representar uma importante contribuição à estimativa da discordância existente entre os *data* verticais Imbituba e Santana.

4 EXPERIMENTOS, RESULTADOS E DISCUSSÕES

Em vista das soluções propostas com base nos diferentes abordagem, no presente Capítulo serão evidenciados os experimentos realizados. Tendo em conta estes experimentos, foram obtidos diferentes grupos de resultados para a conexão dos *data* verticais brasileiros de Imbituba e Santana vinculados aos segmentos de rede de cada um. O foco central de discussão é contextualizado em termos dos métodos propostos. Cada qual merece destaque com base nas respostas espectrais envolvidas e nas limitações intrínsecas à base de dados disponível para a pesquisa.

Um aspecto fundamental associado à avaliação das soluções deve ser vinculado à avaliação dos MGGs empregados. Desde que a qualidade dos valores de afastamentos obtidos entre os *data* depende diretamente da qualidade do MGG, nesta abordagem, uma avaliação do MGG usado na vinculação é de fundamental importância.

Os métodos comumente usados para avaliar os MGGs, são os seguintes (USTUN & ABBAK, 2010):

- I. Avaliação baseada nos coeficientes e desvio padrão do modelo;
- II. Avaliação relativa baseada nas diferenças de coeficientes ou erros entre dois MGG; e
- III. Avaliação externa, por intermédio de GPS/Nivelamento, anomalias de gravidade, parâmetros orbitais, etc.

Antes do processo da validação, foi estimada a resolução do MGG usado. A resolução dos parâmetros do campo da gravidade dos MGGs está relacionada com

seu máximo grau/ordem de expansão. Esta resolução pode ser calculada por intermédio das seguintes expressões (TORGE, 1991, p. 28):

$$res_{MGG} = \frac{180^\circ}{n_{\max}} [^\circ] \text{ ou } res_{MGG} = \frac{20000 \text{ km}}{n_{\max}} [km] \quad (65)$$

Uma vez aplicadas as (65) para o cálculo da resolução do GO_CONS_GCF_2_DIR, se obteve:

$$res_{MGG} [^\circ] = \frac{180^\circ}{240} = 0,75^\circ \text{ e } res_{MGG} [km] = \frac{20000km}{240} \approx 83km$$

Por outro lado, os MGGs têm sido avaliados externamente por diferentes metodologias, principalmente por GPS/Nivelamento para a altura geoidal ou Anomalia de altura, e com câmeras zenitais no caso da avaliação das componentes do desvio da vertical (e.g. VOIGT & DENKER, 2007; MIGLIACCIO *et al.*, 2007).

4.1 RESULTADO DO RTM E O EGM2008 NA FAIXA UTILIZADA

O efeito RTM é o resultado da topografia obtida da filtragem de passa-altas do SRTM30_PLUS por intermédio do DTM2006.0, este último desenvolvido até o grau e ordem 240. Em conseqüência, as estatísticas da topografia residual (TABELA 5) é apresentada e discutida nos parágrafos seguintes.

TABELA 5 - ESTATÍSTICAS DA TOPOGRAFIA RESIDUAL

Parâmetro [m]	Valor
Mínimo	-671
Máximo	1011
Variação Max.	1683
Média	4
Desvio Padrão	83,3

Fonte: O autor

Pode-se observar na FIGURA 13, a região de estudo não apresenta características de uma topografia rugosa. Considerou-se que a forte degradação do DTM2006.0, manifestada por intermédio de faixas diagonais (FIGURA 13), é principalmente devido ao baixo grau de desenvolvimento harmônico.

Em relação ao desempenho do SRTM30_PLUS na região, saliente-se que este representa detalhadamente a zona oceânica. Isto decorre do fato dele conter dados batimétricos na sua geração. No entanto, o DTM2006.0 não contém tal

informação. A topografia residual está levemente marcada na região continental alcançando valores entre 200 e 400 m. Porém, na região oceânica, uma forte tendência delimitada por faixas diagonais é apresentada.

O efeito da topografia residual, sobre a anomalia de altura na região de estudo, apresentou as estatísticas indicadas na TABELA 6.

TABELA 6 - PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DA SUPERFÍCIE DO RTM DA ANOMALIA DE ALTURA

Parâmetro	Valor [m]
Mínimo	-0,607
Máximo	1,340
Varição max	1,947
Média	0,103
Desvio Padrão	0,209

Fonte: O autor

A distribuição do efeito RTM mostrou um grande contraste com a distribuição da topografia residual, situando-se entre -0,6 e 1,2 m. Os valores máximos foram identificados na região oceânica, ao passo que valores em torno 0,4m foram percebidos na região continental. Por outro lado, a distribuição da Anomalia de altura do GO_CONS_GCF_2_DIR está entre -32 e -20 m na região de estudo.

Em relação á superfície gerada pelos dados do EGM2008 na faixa do grau/ordem 240 até 2190, as estatísticas são apresentadas na TABELA 7, e envolvem valores menores que os recuperados desde o RTM. No entanto a informação oriunda do EGM2008 apresenta valores de até 80 cm, os quais são importantes no refinamento do MGG.

TABELA 7 - ESTATÍSTICAS DO EGM2008 NA FAIXA GRAU/ORDEM 240 ATÉ 2190.

Parâmetro [m]	Valor
Mínimo	-0.379
Máximo	0.442
Varição max	0.822
Média	0.002
Desvio Padrão	0.104

Outros aspectos observados nos cálculos desenvolvidos foram as importantes diferenças exibidas pela representação dos longos comprimentos de onda no EGM2008 e GO_CONS_GCF_2_DIR, conforme está apresentado na TABELA 8

TABELA 8 - ESTATÍSTICAS DAS DIFERENÇAS NOS LONGOS COMPRIMENTOS DE ONDA DO EGM2008 E GOCE NA EXPANSÃO DE GRAU E ORDEM 240

Parâmetro [m]	Valor
Mínimo	-0,581
Máximo	0,373
Varição max	0,954
Média	-0,003
Desvio Padrão	0,147

Fonte: O autor

4.2 AVALIAÇÃO DAS SOLUÇÕES PROPOSTAS

Neste estudo, foi realizada uma avaliação com dados de GPS/Nivelamento. Esta avaliação consistiu na comparação da Anomalia de altura $\zeta_{GPS/NIV}$ e a Anomalia de altura (ζ_{MGG}) obtida da solução do MGG, sobre cada ponto.

Saliente-se que os comprimentos ideais para as linhas de nivelamento usadas na avaliação seriam de ~165 km, que é aproximadamente um comprimento de onda do MGG GOCE utilizado. Com isto visou-se à avaliação do modelo nas diferentes faixas do espectro do campo da gravidade. Porém, na ausência de pontos distribuídos nesses comprimentos, alguns pontos existentes nas proximidades da região foram utilizados (ver FIGURA 11).

Com o objetivo de estimar os afastamentos entre os *data* verticais, foi feita a separação dos pontos de avaliação referidos aos diferentes *data*, conforme apresentado na TABELA 9 e na TABELA 10.

A fórmula usada para estimar a Anomalia de altura referida aos *data* locais foi a seguinte:

$$\zeta_{GPS/NIV} = h - H \quad (68)$$

TABELA 9 - ALTITUDES NORMAL, ELIPSOIDAL E ANOMALIA DE ALTURA DOS PONTOS DE AVALIAÇÃO REFERIDOS AO MARÉGRAFO DE IMBITUBA

Código Ponto	H [m]	h [m]	σ_h [m]	$\zeta_{GPS/NIV}$ [m]
840U	45,789	19,940	0,023	-25,849
930A	89,762	65,850	0,027	-23,912
936A	163,962	138,920	0,019	-25,042
984C	222,006	200,260	0,013	-21,746
987Z	201,314	178,520	0,012	-22,794
993D	224,499	208,570	0,014	-15,929
1322P	28,004	7,960	0,021	-20,044
1323D	38,381	18,300	0,017	-20,081

1325R	118,763	97,660	0,013	-21,103
1330D	30,061	9,100	0,036	-20,961
1332D	108,860	91,000	0,013	-17,860
1605A	22,941	-3,870	0,013	-26,811
1608J	28,911	3,040	0,012	-25,871
1623U	77,750	51,120	0,041	-26,630
1640P	6,512	-18,360	0,017	-24,872
9031V	35,494	9,780	0,020	-25,714

Fonte: O autor

Foram propostas três soluções (superfícies de referência) para vincular os *data* verticais. A primeira foi a simples adoção do GO_CONS_GCF_2_DIR como superfície de referência. A segunda foi o GO_CONS_GCF_2_DIR mais a contribuição espectral do RTM, e a terceira foi a solução composta pelo GO_CONS_GCF_2_DIR mais informação do EGM2008 e o RTM. A TABELA 10 apresenta os valores obtidos das diferentes soluções.

TABELA 10 - ANOMALIAS DE ALTITUDE FORNECIDAS PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES

Código Ponto	ζ_{GOCE} [m]	$\zeta_{GOCE+RTM}$ [m]	$\zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$ [m]
840U	-24,895	-24,647	-24,736
930A	-23,329	-23,326	-23,187
936A	-24,224	-24,015	-24,169
984C	-21,565	-21,485	-21,522
987Z	-22,363	-22,367	-22,400
993D	-15,204	-15,051	-15,006
1322P	-19,366	-19,595	-19,509
1323D	-19,431	-19,637	-19,566
1325R	-20,334	-20,340	-20,448
1330D	-20,166	-20,137	-20,242
1332D	-17,007	-17,172	-14,324
1605A	-25,567	-25,584	-25,759
1608J	-24,851	-24,739	-24,892
1623U	-25,951	-25,935	-25,917
1640P	-24,701	-24,892	-24,684
9031V	-24,678	-24,869	-24,786

Fonte: O autor

A avaliação de cada solução (GOCE, GOCE+RTM, GOCE+EGM2008+RTM) foi realizada pela comparação da anomalia de altura obtida de GPS/Nivelamento e a obtida de cada solução proposta. Espera-se que o valor da discrepância “ ε ” seja

próximo de zero. Os valores obtidos para o *datum* local de Imituba são apresentados na TABELA 11.

$$\varepsilon = h - H - \zeta_{MGG} \quad ; E\{\varepsilon\} = 0 \quad (69)$$

TABELA 11 - DIFERENÇAS EM METROS DAS ANOMALIAS DE ALTITUDE REFERIDAS AO DATUM DE IMBITUBA E DAS SOLUÇÕES DE MGGs.

Código Ponto	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE+RTM}$	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE}$	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$
840U	-1,202	-0,954	-1,113
930A	-0,586	-0,582	-0,725
936A	-1,027	-0,818	-0,873
984C	-0,262	-0,181	-0,225
987Z	-0,427	-0,431	-0,394
993D	-0,878	-0,724	-0,923
1322P	-0,449	-0,678	-0,535
1323D	-0,443	-0,649	-0,514
1325R	-0,762	-0,768	-0,654
1330D	-0,824	-0,795	-0,719
1332D	-0,688	-0,852	-3,536
1605A	-1,227	-1,244	-1,052
1608J	-1,132	-1,020	-0,979
1623U	-0,696	-0,679	-0,714
1640P	0,021	-0,170	-0,187
9031V	-0,845	-1,036	-0,928
média	-0,71	-0,72	-0,88
E.M.Q	0,79	0,78	1,15

Fonte: O autor

Saliente-se que, nos relatórios (IBGE) os pontos 1322P e 1323D são apresentados como “Fora da Prescrição”. Assim, outra estimativa removendo estes pontos foi feita, cujas estatísticas são apresentadas na TABELA 12.

TABELA 12 - ESTIMATIVA DO AFASTAMENTO E SEU E.M.Q APÓS DE REMOÇÃO DOS PONTOS 1322P E 1323D

Código Ponto	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE+RTM}$	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE}$	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$
840U	-1,202	-0,954	-1,113
930A	-0,586	-0,582	-0,725
936A	-1,027	-0,818	-0,873
984C	-0,262	-0,181	-0,225
987Z	-0,427	-0,431	-0,394
993D	-0,878	-0,724	-0,923
1322P	Removido	Removido	Removido
1323D	Removido	Removido	Removido

1325R	-0,762	-0,768	-0,654
1330D	-0,824	-0,795	-0,719
1332D	-0,688	-0,852	-3,536
1605A	-1,227	-1,244	-1,052
1608J	-1,132	-1,020	-0,979
1623U	-0,696	-0,679	-0,714
1640P	0,021	-0,170	-0,187
9031V	-0,845	-1,036	-0,928
média	-0,75	-0,73	-0,93
E.M.Q	0,83	0,79	1,21

Fonte: O autor

O mesmo processo utilizado para o conjunto de pontos vinculados ao *datum* de Imituba, foi aplicado para o conjunto de pontos referidos ao *datum* de Santana (Tabelas 9, 10 e 11).

TABELA 13 - ALTITUDES NORMAL, ELIPSOIDAL E ANOMALIA DE ALTURA DOS PONTOS DE AVALIAÇÃO REFERIDOS AO MARÉGRAFO DE SANTANA

Código Ponto	H [m]	h [m]	σ_h [m]	$\zeta_{GPS/NIV}$ [m]
1624L	3,848	-19,380	0,032	-23,228
1624U	31,216	7,910	0,025	-23,306
1625A	12,821	-10,160	0,003	-22,981
1627G	7,850	-14,950	0,070	-22,800
1633P	53,111	28,790	0,026	-24,321
1635C	29,246	2,840	0,025	-26,406
1636P	15,911	-11,620	0,030	-27,531
1638N	17,392	-11,170	0,027	-28,562
1646C	14,339	-9,840	0,033	-24,179
1646L	78,280	53,940	0,035	-24,340
1648R	149,107	123,580	0,042	-25,527
4010V	5,377	-17,560	0,004	-22,937
4010X	8,529	-14,470	0,004	-22,999
4010Z	7,504	-15,510	0,002	-23,014
9533M	16,476	-6,380	0,114	-22,856
9533N	14,530	-8,140	0,350	-22,670
9533R	28,328	5,160	0,089	-23,168

Fonte: O autor

TABELA 14 - ANOMALIA DE ALTURA FORNECIDA PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES

Código Ponto	ζ_{GOCE} [m]	$\zeta_{GOCE+RTM}$ [m]	$\zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$ [m]
1624L	-24,036	-23,939	-23,875
1624U	-24,111	-23,944	-23,829
1625A	-23,704	-23,573	-23,419

1627G	-23,573	-23,586	-23,620
1633P	-25,069	-25,251	-25,235
1635C	-27,069	-27,026	-27,065
1636P	-28,066	-27,728	-27,706
1638N	-28,966	-28,850	-28,983
1646C	24,566	-24,653	-24,762
1646L	-24,929	-24,932	-24,844
1648R	-25,919	-25,839	-25,974
4010V	-23,679	-23,559	-23,414
4010X	-23,690	-23,571	-23,436
4010Z	-23,686	-23,562	-23,422
9533M	-23,801	-23,668	-23,456
9533N	-23,796	-23,649	-23,437
9533R	-24,008	-23,865	-23,757

Fonte: O autor

TABELA 15 - DIFERENÇAS, EM METROS, DAS ANOMALIAS DE ALTITUDE

Código Ponto	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE+RTM}$	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE}$	$\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$
1624L	0,712	0,802	0,648
1624U	0,638	0,793	0,523
1625A	0,592	0,738	0,438
1627G	0,786	0,809	0,820
1633P	0,930	0,806	0,914
1635C	0,620	0,613	0,659
1636P	0,198	0,398	0,176
1638N	0,288	0,405	0,421
1646C	0,474	0,490	0,583
1646L	0,592	0,616	0,504
1648R	0,313	0,376	0,448
4010V	0,622	0,762	0,477
4010X	0,572	0,714	0,437
4010Z	0,548	0,689	0,408
9533M	0,812	0,962	0,600
9533N	0,980	1,129	0,768
9533R	0,697	0,861	0,589
média	0,61	0,70	0,55
E.M.Q	0,64	0,73	0,58

Fonte: O autor

Outra maneira de avaliar a potencialidade do MGG visando à substituição do nivelamento geométrico é testar o ajuste dele em relação aos dados de GPS/Nivelamento no sentido relativo (KIAMEHR, 2006). No entanto, foi feita uma avaliação relativa para as diferentes soluções baseada na seguinte equação:

$$ppm = \left[\frac{\delta\Delta H}{D_{ij(km)}} \right] = \left[\frac{(\Delta H_{NIV} - \Delta H_{GPS/GEOID-MGG})_{mm}}{D_{ij(km)}} \right] \quad (70)$$

Onde ppm é o resultado em partes por milhão, $\delta\Delta H$ é a diferença entre o desnível obtida das altitudes normais-ortométricas e o obtido da altura elipsoidal obtida desde GPS é ζ do MGG (ou MGG mais outra contribuição), e D_{ij} é a distância entre os pontos i e j em quilômetros.

Visando avaliar as soluções propostas em diferentes comprimentos de onda, uma serie de linhas com diferentes extensões entre pontos foram escolhidas, estas são apresentadas nas tabelas 12 e 15.

TABELA 16 - DESNÍVEIS EM METROS OBTIDOS PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES VINCULADOS AO MARÉGRAFO DE IMBITUBA

De	Até	D [km]	ΔH_{NIV}	$\Delta H_{GPS/GOCE}$	$\Delta H_{GPS/GOCE+RTM}$	$\Delta H_{GPS/GOCE+EGM08+RTM}$
993D	987Z	656,9	-23,185	-22,891	-22,734	-22,656
936A	930A	316,4	-74,200	-73,965	-73,759	-74,052
1325R	1330D	189,85	-88,701	-88,728	-88,763	-88,766
1623U	1608J	172	-48,839	-49,180	-49,276	-49,105
1332D	1325R	169,76	9,903	9,987	9,828	12,784
1605A	1640P	82,43	-16,430	-15,356	-15,182	-15,565
1323D	1322P	12,95	-10,376	-10,405	-10,382	-10,397

Fonte: O autor

TABELA 17 - AVALIAÇÃO RELATIVA DAS DIFERENTES SOLUÇÕES NA REGIÃO DE DOMÍNIO DO DATUM DE IMBITUBA

De	Até	D [km]	$ppm_{GPS/GOCE}$	$ppm_{GPS/GOCE+RTM}$	$ppm_{GPS/GOCE+EGM08+RTM}$
993D	987Z	657	-0,04	-0,07	-0,08
936A	930A	316	-0,07	-0,14	-0,05
1325R	1330D	190	0,01	0,03	0,03
1623U	1608J	172	0,20	0,25	0,15
1332D	1325R	170	-0,05	0,04	-1,70
1605A	1640P	82	-1,30	-1,51	-1,05
1323D	1322P	13	0,23	0,04	0,16

Fonte: O autor

TABELA 18 - DESNÍVEIS EM METROS OBTIDOS PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES VINCULADAS AO MARÉGRAFO DE SANTANA

De	Até	D [km]	ΔH_{NIV}	$\Delta H_{GPS/GOCE}$	$\Delta H_{GPS/GOCE+RTM}$	$\Delta H_{GPS/GOCE+EGM08+RTM}$
----	-----	--------	------------------	-----------------------	---------------------------	---------------------------------

1627G	1624L	32,51	-4,0029	-3,9676	-4,0767	-4,1747
1646C	1633P	57,8	38,7717	39,13318	39,2278	39,1028
1648R	1638N	199,59	-131,71	-131,703	-131,74	-131,7413
4010V	9533N	15,48	9,1527	9,537984	9,5103	9,4433
1635C	1636P	38,05	-13,335	-13,4635	-13,757	-13,8184
1646C	1646L	77,52	63,9409	64,14268	64,0584	63,8614
9533R	1624U	21,44	2,8889	2,852529	2,829	2,822

Fonte: O autor

TABELA 19 - AVALIAÇÃO RELATIVA DAS DIFERENTES SOLUÇÕES NA REGIÃO DE DOMÍNIO DO DATUM DE SANTANA

De	Até	D [km]	ppm _{GPS/GOCE}	ppm _{GPS/GOCE+RTM}	ppm _{GPS/GOCE+EGM08+RTM}
1627G	1624L	33	-0,11	0,23	0,53
1646C	1633P	58	-0,63	-0,79	-0,57
1648R	1638N	200	-0,01	0,01	0,01
4010V	9533N	15	-2,49	-2,31	-1,88
1635C	1636P	38	0,34	1,11	1,27
1646C	1646L	78	-0,26	-0,15	0,10
9533R	1624U	21	0,17	0,28	0,31

Fonte: O autor

No processo de avaliação, a (67) foi aplicada para estimar as inconsistências “ ϵ ”. Desde que três variáveis estão envolvidas na referida equação, cada uma delas é contaminada por algum tipo de erro. Os erros mais comuns são: inconsistências entre o *datum* vertical local e o geóide; tendências tais como o termo de ordem zero e um; erros sistemáticos nos longos comprimentos de onda do MGG; erros nas observações e aproximações nos dados GPS e do nivelamento (KOTSAKIS & SIDERIS, 1999).

Uma série de modelos matemáticos tem sido usada para a modelagem das inconsistências “ ϵ ”. Nesta pesquisa, aplicou-se um modelo polinomial de segundo grau e ordem. O fato de usar este modelo e não outros mais aproximados da realidade (e.g. modelo de sete parâmetros) decorreu da deficiência (pouca redundância no ajustamento) de pontos com informação de GPS/Nivelamento.

Com base na relação fundamental entre as altitudes obtidas por GPS (h), Nivelamento (H) e MGG (ζ) (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2005, p. 171) podem ser escritas as seguintes expressões decorrentes da fundamentação já apresentada:

$$h - H - \zeta_{MGG} = 0 \quad (71)$$

$$\therefore H = h - \zeta_{MGG} \quad (72)$$

Da diferença entre a altitude elipsoidal e normal, pode ser obtida a anomalia de altura no sistema local como:

$$\zeta_{GPS/NIV} = h - H \quad (73)$$

Residuais entre a anomalia de altura obtida do MGG e de GPS/Nivelamento em cada ponto são obtidos através de:

$$\varepsilon = \zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG} \quad (74)$$

Aplicando a relação anterior para os dados desta pesquisa obtém-se:

$$\varepsilon = \zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE+RTM} \quad (75)$$

Onde o termo residual ε foi modelado por um polinômio de segundo grau e ordem, apresentado na (76). Então:

$$\varepsilon = \zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{GOCE+RTM} = p_{00} + p_{10} \cdot \lambda + p_{01} \cdot \varphi + p_{20} \cdot \lambda^2 + p_{11} \cdot \lambda \cdot \varphi + p_{02} \cdot \varphi^2 \quad (76)$$

Considerando-se a forma matricial, gerou-se o seguinte sistema de equações:

$$y = A \cdot x \Rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \lambda_1 & \varphi_1 & \cdots & \varphi_1^2 \\ 1 & \lambda_2 & \varphi_2 & & \varphi_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \lambda_n & \varphi_n & \cdots & \varphi_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{00} \\ p_{10} \\ \vdots \\ p_{02} \end{bmatrix} \quad (77)$$

Onde y é o vetor dos erros ε , A a matriz de desenho, e x o vetor dos parâmetros.

Devido à redundância de dados, um ajustamento por mínimos quadrados por intermédio do modelo Gauss - Markov foi aplicado. O vetor dos parâmetros é dado por:

$$x = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (78)$$

O conjunto de inconsistências “ ε ” obtidas a partir da comparação de anomalias de alturas de GPS/NIV e a solução GOCE+RTM foi escolhida para a estimação da superfície de correção. Isto decorreu da boa resposta alcançada por

esta solução em Santana e a pouca diferença em relação à solução GOCE na região abrangida pelo marégrafo de Imbituba.

As tabelas 16 e 17 apresentam os dois conjuntos de pontos usados nas duas estimativas da superfície de correção para a região do *datum* vertical de Imbituba.

TABELA 20 - PONTOS USADOS PARA A PRIMEIRA ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA IMBITUBA

Código Ponto	φ ["]	λ ["]	ε [m]
840U	-1,297517666667	-47,949816416667	-1,202
930A	-4,271388888889	-49,925000000000	-0,586
987Z	-8,239742666667	-49,530042972222	-0,427
993D	-7,142401888889	-55,382231138889	-0,878
1330D	-2,426353944444	-54,701348972222	-0,824
1332D	-5,069667972222	-56,157461944444	-0,688
1623U	-2,992503611111	-47,363270944444	-0,696
1640P	-1,724883916667	-48,889639944444	0,021
9031V	-1,211136250000	-47,146499861111	-0,845

Fonte: O autor

TABELA 21 - PONTOS USADOS PARA A SEGUNDA ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA IMBITUBA

Código Ponto	φ ["]	λ ["]	ε [m]
1330D	-2.426353944444	-54.701348972222	-0.824
1332D	-5.069667972222	-56.157461944444	-0.688
936A	-3.353709416667	-52.623018138889	-1.027
930A	-4.271388888889	-49.925000000000	-0.586
984C	-6.835330722222	-49.582873805556	-0.262
1608J	-1.582550388889	-48.016363194444	-1.132
993D	-7.142401888889	-55.382231138889	-0.878

Os coeficientes obtidos dos ajustamentos são apresentados na TABELA 22.

TABELA 22 - COEFICIENTES DOS POLINÔMIOS DE AJUSTE VINCULADO AO *DATUM* DE IMBITUBA

Coeficientes	1ª estimativa	2ª estimativa
p_{00}	-54,11	-0,84
p_{10}	-119,1	0,09
p_{01}	-14,81	-0,19
p_{20}	-66,34	0,23
p_{11}	-9,286	-0,24
p_{02}	-35,56	-0,08

Fonte: O autor

Visando o conhecimento do desempenho da superfície de correção, realizou-se uma avaliação com sete pontos, e os resultados estão apresentados na TABELA 23 (coluna 6).

TABELA 23 - PONTOS USADOS PARA A CHECAGEM DA 1ª SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA IMBITUBA

Código Ponto	φ ["]	λ ["]	ϵ [m]	ϵ ajust. [m]	$\epsilon - \epsilon$ ajust. [m]
936A	-3,353709416667	-52,623018138889	-1,027	-0,4379	-0,5891
984C	-6,835330722222	-49,582873805556	-0,262	-0,4221	0,1601
1322P	-4,267674388889	-56,049324277778	-0,449	-0,8568	0,4078
1323D	-4,343991305556	-55,960850555556	-0,443	-0,8388	0,3958
1325R	-4,124723500000	-54,951769277778	-0,762	-0,6647	-0,0973
1605A	-2,455118388889	-48,740742527778	-1,227	-0,5705	-0,6565
1608J	-1,582550388889	-48,016363194444	-1,132	-0,7237	-0,4083
				média	-0,113
				E.M.Q	0,431

Fonte: O autor

TABELA 24 - PONTOS USADOS PARA A CHECAGEM DA 2ª SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA

Código Ponto	φ ["]	λ ["]	ϵ [m]	ϵ ajust. [m]	$\epsilon - \epsilon$ ajust. [m]
840U	-1.297517666667	-47.949816416667	-1.202	-0.756	-0.446
987Z	-8.239742666667	-49.530042972222	-0.427	-0.751	0.324
1623U	-2.992503611111	-47.363270944444	-0.696	-0.760	0.064
1640P	-1.724883916667	-48.889639944444	0.021	-0.751	0.772
9031V	-1.211136250000	-47.146499861111	-0.845	-0.760	-0.085
1322P	-4.267674388889	-56.049324277778	-0.449	-0.712	0.263
1323D	-4.343991305556	-55.960850555556	-0.443	-0.712	0.269
1325R	-4.124723500000	-54.951769277778	-0.762	-0.718	-0.044
1605A	-2.455118388889	-48.740742527778	-1.227	-0.752	-0.475
				Media	0.072
				E.M.Q	0.377

Fonte: O autor

Para a estimativa das superfícies de correção na região do marégrafo de Santana, aplicou-se o mesmo procedimento (TABELAS 21 a 25).

TABELA 25 - PONTOS USADOS PARA A 1ª ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA

Código Ponto	φ ["]	λ ["]	ϵ [m]
1625A	-0,041260888889	-51,167933444444	0,592
1627G	-0,221959305556	-51,431897777778	0,786
1638N	2,373195222222	-50,963818583333	0,288
1646C	0,576109805556	-50,738377750000	0,474
1646L	0,704019583333	-51,423133055556	0,592
1648R	0,901442944444	-52,002336361111	0,313

4010X	-0,054215750000	-51,180208916667	0,572
9533M	0,051433555556	-51,069388444444	0,812
9533R	0,230618250000	-51,100874888889	0,697

Fonte: O autor

TABELA 26 - PONTOS USADOS PARA A 2ª ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DA SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA

Código Ponto	ϕ ["]	λ ["]	ϵ [m]
1638N	2.37319522	-50.9638186	0.288
1648R	0.90144294	-52.0023364	0.313
1633P	0.84301567	-51.1848259	0.930
1646C	0.57610981	-50.7383778	0.474
1624L	0.07190514	-51.4401293	0.712
9533N	0.04687456	-51.0713582	0.980
4010V	-0.06087439	-51.1601337	0.622

Fonte: O autor

TABELA 27 - COEFICIENTES DO POLINÔMIO DE AJUSTE VINCULADO AO DATUM DE SANTANA

Coeficientes	1ª estimativa	2ª estimativa
$p_{00} =$	0,6441	0.9483
$p_{10} =$	-0,02622	-0.08878
$p_{01} =$	-0,1041	0.1223
$p_{20} =$	-0,05674	-0.2638
$p_{11} =$	0,06318	-0.2884
$p_{02} =$	-0,0316	-0.093

Fonte: O autor

TABELA 28 - PONTOS USADOS PARA A CHECAGEM DA 1ª SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA

Código Ponto	ϕ ["]	λ ["]	ϵ [m]	ϵ ajust. [m]	$\epsilon - \epsilon$ ajust [m]
1624L	0,071905138889	-51,440129333333	0,712	0,6217	0,090
1624U	0,216821388889	-51,292942888889	0,638	0,6215	0,017
1633P	0,843015666667	-51,184825916667	0,930	0,6199	0,310
1635C	1,423701027778	-50,922780472222	0,620	0,6186	0,001
1636P	1,765378111111	-50,882324722222	0,198	0,6177	-0,420
4010V	-0,060874388889	-51,160133722222	0,622	0,6224	0,000
4010Z	-0,057342722222	-51,180646805556	0,548	0,6224	-0,074
9533N	0,046874555556	-51,071358194444	0,980	0,6223	0,358
				média	0,035
				E.M.Q	0,220

Fonte: O autor

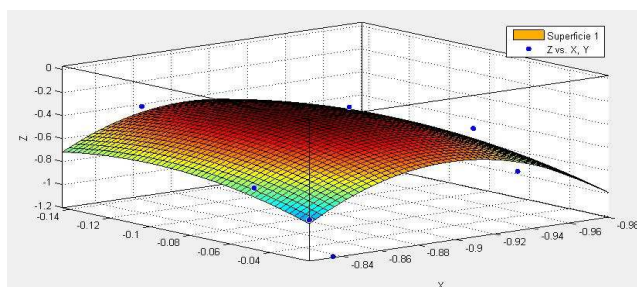
TABELA 29 - PONTOS USADOS PARA A CHECAGEM DA 2ª SUPERFÍCIE DE CORREÇÃO PARA SANTANA

Código Ponto	ϕ ["]	λ ["]	ϵ [m]	ϵ ajust. [m]	$\epsilon - \epsilon$ ajust [m]
1625A	-0.04126089	-51.1679334	0.592	0.817	-0.225
1627G	-0.22195931	-51.4318978	0.786	0.814	-0.028

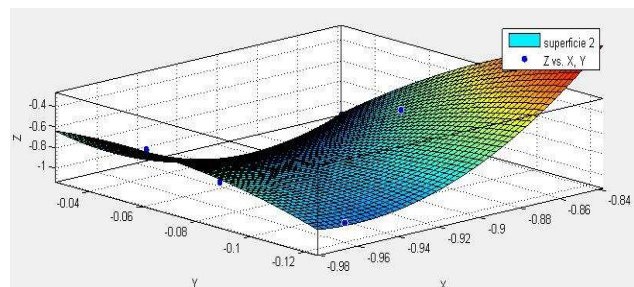
1646L	0.70401958	-51.4231331	0.592	0.820	-0.228
4010X	-0.05421575	-51.1802089	0.572	0.817	-0.245
9533M	0.05143356	-51.0693884	0.812	0.818	-0.006
9533R	0.23061825	-51.1008749	0.697	0.819	-0.122
1624U	0.21682139	-51.2929429	0.638	0.818	-0.180
1635C	1.42370103	-50.9227805	0.620	0.828	-0.208
1636P	1.76537811	-50.8823247	0.198	0.831	-0.633
4010Z	-0.05734272	-51.1806468	0.548	0.817	-0.269
				Media	-0.208
				E.M.Q	0.270

Fonte: O autor

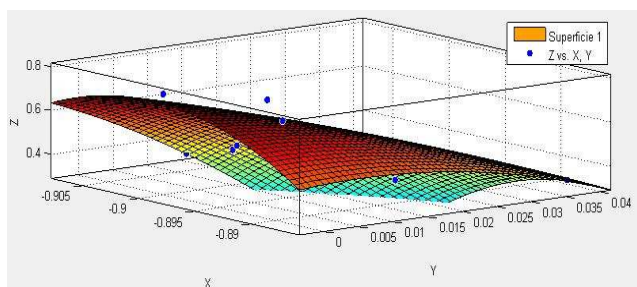
O desempenho das superfícies de correção geradas para a modelagem das inconsistências “ ϵ ” são apresentadas nas FIGURA 22 a), b), c) e d).



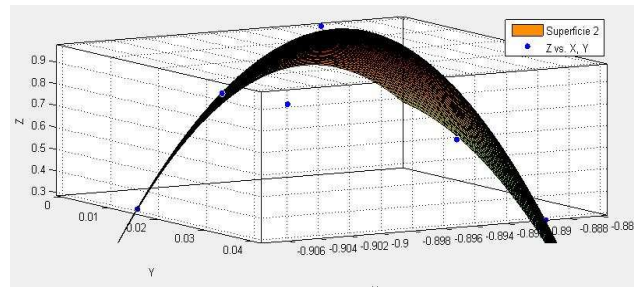
a) 1ª superfície de correção para Imbituba.



b) 2ª superfície de correção para Imbituba.



c) 1ª superfície de correção para Santana.



d) 2ª superfície de correção para Santana.

FIGURA 22 – SUPERFÍCIES DE CORREÇÃO PARA IMBITUBA E SANTANA

Fonte: O autor

4.3 RESULTADOS DO AFASTAMENTO MÉDIO E DA DIFERENÇA DE POTENCIAL ENTRE OS *DATA* VERTICAIS DE IMBITUBA E SANTANA

Realizaram-se duas estimativas para a determinação do afastamento médio entre os *data* verticais locais de Imbituba e Santana e as soluções de MGGs propostas. A primeira estimativa foi baseada em todos os pontos disponíveis. Posteriormente, os pontos que qualificaram fora de prescrição segundo os relatórios, foram removidos, e uma segunda estimativa foi realizada (TABELA 12). Os resultados obtidos são apresentados nas TABELA 30 e TABELA 31.

TABELA 30 - MÉDIA E E.M.Q DAS SOLUÇÕES PARA O *DATUM* VERTICAL IMBITUBA

Tipo Solução		$\zeta_{RVFB} - \zeta_{GOCE+RTM}$	$\zeta_{RVFB} - \zeta_{GOCE}$	$\zeta_{RVFB} - \zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$
Todos os pontos	\bar{x} [m]	-0,714	-0,724	-0,880
	E.M.Q [m]	0,79	0,78	1,15
Removendo 1322P e 1323D	\bar{x} [m]	-0,752	-0,733	-0,930
	E.M.Q [m]	0,83	0,79	1,21

Fonte: O autor

TABELA 31 - MÉDIAS E E.M.Q. DAS SOLUÇÕES PARA O *DATUM* VERTICAL SANTANA

Tipo Solução		$\zeta_{RVFB} - \zeta_{GOCE+RTM}$	$\zeta_{RVFB} - \zeta_{GOCE}$	$\zeta_{RVFB} - \zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$
Todos os pontos	\bar{x} [m]	0,610	0,700	0,550
	E.M.Q [m]	0,64	0,73	0,58

Fonte: O autor

Diferentes valores para a discordância média entre os *data* verticais locais foram obtidos em função de alguns critérios e soluções propostas. No entanto, todos os valores obtidos apresentaram a mesma tendência, e em magnitudes próximas (~10 cm). As três estimativas apresentam valores em torno de 1,4 m (FIGURA 23).

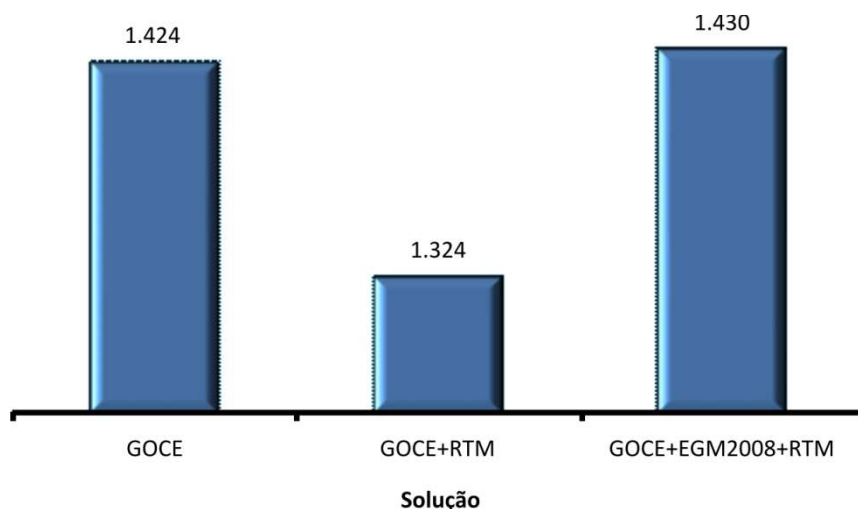


FIGURA 23 - AFASTAMENTOS MÉDIOS ENTRE OS *DATA* VERTICAIS DE IMBITUBA E SANTANA PELAS DIFERENTES SOLUÇÕES

FONTE: O autor

Desde que a questão chave na unificação de *data* verticais é a determinação da diferença de potencial entre estes (RUMMEL, 2000), na sequência as diferenças de potencial entre o *datum* vertical global e local(s), e entre os *data* verticais locais são apresentadas.

A partir da equação de Bruns e a adoção do mesmo elipsóide para o cálculo das anomalias de alturas locais e globais, as seguintes equações são derivadas:

$$\Delta W = \zeta_{GPS/NIV} \cdot \gamma - \zeta_{MGG} \cdot \gamma = \gamma \cdot (\zeta_{GPS/NIV} - \zeta_{MGG}) \quad (79)$$

Onde ΔW é a diferença de potencial entre o *datum* vertical global e o *datum* vertical local. No entanto a diferença média de potencial entre os *data* verticais locais pode ser definida como:

$$W_{IMB} - W_{SANT} = \Delta W_{12} = \Delta_{IMB} \cdot \gamma_A - \Delta_{SANT} \cdot \gamma_B \quad (80)$$

Onde W_{IMB} e W_{SANT} representam o geopotencial de referência associado aos *data* verticais locais, Δ_{IMB} e Δ_{SANT} representam a diferença de anomalia de altura entre o *datum* vertical global e o *datum* vertical local de Imbituba e Santana respectivamente.

TABELA 32 - DIFERENÇAS DE POTENCIAL ENTRE OS DATA VERTICAIS LOCAIS E OS DATA VERTICAIS GLOBAIS

Diferenças de Potencial	GOCE+RTM	GOCE	GOCE+EGM2008+RTM
$\Delta W_{MGG-IMB} [m^2s^{-2}]$	-7,355	-7,169	-9,100
Todos os pontos $\Delta W_{MGG-SANT} [m^2s^{-2}]$	5,770	6,651	5,281
$\Delta W_{IMB-SANT} [m^2s^{-2}]$	12,724	13,702	13,888

FONTE: O autor

Na FIGURA 24 apresenta-se a localização das superfícies de referência associadas a cada *datum* vertical local em relação á referência vertical definida neste estudo além da situação em relação ao elipsóide de referência. Nota-se que para fins de representação desenhou-se só uma superfície de referência vertical, mas na realidade três superfícies foram estabelecidas: MGG_{GOCE} , $MGG_{GOCE+RTM}$ e $MGG_{GOCE+EGM2008+RTM}$.

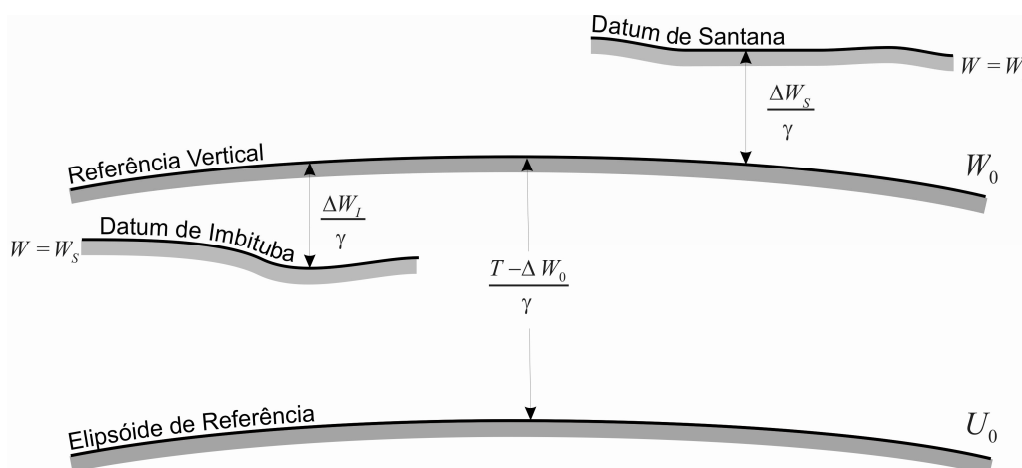


FIGURA 24 - ESQUEMA DOS AFASTAMENTOS ENTRE DATA VERTICAIS

FONTE: O autor

Uma análise em relação aos resultados obtidos do afastamento médio entre *data* foi realizada. Esta baseia-se nas variáveis envolvidas no cálculo da Anomalia de altura (equação 80), onde os principais aspectos estudados foram: qualidade dos pontos de avaliação; características topográficas da região de estudo; e desempenho dos MGGs utilizados. Pode ser expressa por:

$$\sigma_{\zeta}^2 = \sigma_h^2 + \sigma_H^2 \quad (81)$$

Onde σ_{ζ} é o desvio padrão da Anomalia de altura, σ_h e σ_H são os desvios padrões da altura elipsoidal e altitude normal-ortométrica respectivamente.

Em relação aos pontos de avaliação, as duas quantidades envolvidas no cálculo da “anomalia de altura” foram analisadas. Em primeiro lugar, os relatórios do IBGE apresentam desvios padrões para as altitudes elipsoidais menores que 10 cm, com exceção do ponto 9533N que apresentou um valor de 35 cm. Por outro lado, as altitudes divulgadas pelo IBGE não apresentam informações relacionadas com as correções aplicadas (normal-ortométrica?), nem a precisão destas. Sendo assim, não foi possível estimar a precisão da “anomalia de altura” local.

Outros aspectos relacionados aos pontos da avaliação são a insuficiente quantidade e heterogeneidade na distribuição destes. Esta situação não é a ideal para avaliar as diferentes soluções propostas nas distintas faixas do espectro dos MGGs.

No caso do *datum* vertical de Imbituba, os pontos de análise só possibilitam o resgate, com segurança, de informações relativas aos grandes comprimentos de onda. Também, deve-se considerar a grande extensão da linha de nivelamento entre Imbituba e a região da conexão. Por conseguinte, este fato introduz erros que são propagados ao longo das distâncias. Por exemplo, se calcularmos a propagação de erro em 3000 km, considerando a relação empírica global do desvio padrão das altitudes sobre o geóide (VANICEK & KRAKIWSKY, p. 99, 1982), então será possível obter erros na ordem de 40 cm. De fato os desvios padrões no cálculo do afastamento para o *datum* de Imbituba apresentam valores maiores que para o *datum* vertical de Santana, o qual confirma essa hipótese (TABELA 30 e TABELA 31).

Na análise da topografia da região, características complexas foram percebidas, principalmente na foz do Rio Amazonas, de terras úmidas e com vazão gravimétrico de cerca de 350 km, impossibilitando o melhor desempenho dos MDEs. O fato de a região estudada apresentar um relevo pouco acidentado no continente faz com que o efeito residual do terreno não seja acentuado. Embora tenha características topográficas suaves, o efeito RTM alcançou valores em torno 20 cm. Maiores valores do efeito RTM não foram percebidos devido à ausência de pontos de avaliação na região onde o efeito RTM foi mais forte. Outro aspecto a ser resgatado é o de que a região marinha, onde se manifestaram os maiores valores do RTM, existe uma deficiência de informação batimétrica no DTM2006.0 a qual não se faz presente no SRTM30_PLUS.

Em relação ao desempenho dos diferentes MGGs propostos para a vinculação do *datum* vertical de Imbituba (TABELA 33), o MGG_{GOCE} e $MGG_{GOCE-RTM}$, alcançaram E.M.Q em torno dos 78 cm e 79 cm, respectivamente. No entanto o $MGG_{GOCE-EGM08-RTM}$, apresentou um E.M.Q em torno de 1,20 m, porém com afastamentos médios do MGG_{GOCE} e $MGG_{GOCE-RTM}$ levemente diferentes.

No caso do *datum* de Santana, o E.M.Q obtido para a solução $MGG_{GOCE-RTM}$ foi de 64 cm, enquanto que no caso do MGG_{GOCE} foi 73 cm. Ou seja, $MGG_{GOCE-RTM}$ apresentou uma melhoria em torno dos 10 cm, em relação ao MGG_{GOCE} . Além disso, o valor médio foi favorável no sentido de melhor ajuste para $MGG_{GOCE-RTM}$ em torno dos 10 cm. Por outro lado, o MGG oriundo dos dados $MGG_{GOCE-EGM2008-RTM}$, alcançou um E.M.Q melhor que as outras duas soluções do GOCE, estes da ordem dos 58 cm (TABELA 33).

TABELA 33 - E.M.Q. DO AFASTAMENTO MÉDIO ENTRE OS DATA EM RELAÇÃO ÀS SOLUÇÕES PROPOSTAS

Critério	Todos os pontos			Remov. ptos. 1322P e 1323D		
E.M.Q [m]- Imbituba	0,79	0,78	1,15	0,83	0,79	1,21
E.M.Q [m]- Santana	0,64	0,73	0,58			

FONTE - O Autor

Em relação à avaliação relativa na região de domínio do *datum* vertical de Imbituba, o desempenho das três soluções na resolução dos 650 e 300 km, foi em torno de 1 ppm. Na resolução de ~170 km, as soluções ζ_{GOCE} e $\zeta_{GOCE+RTM}$ foram menores que 1 ppm, em contraste com a solução $\zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$, que foi 16 ppm. No caso de 82 km, todas as soluções apresentaram valores maiores que 10 ppm, fator este que pode ser oriundo de erros ou efeitos locais nos pontos de avaliação.

Saliente-se que as três soluções (ζ_{GOCE} , $\zeta_{GOCE+RTM}$ e $\zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$) apresentaram resultados menores que 3 ppm na resolução de 12 km, e o melhor resultado foi encontrado para $\zeta_{GOCE+RTM}$, este menor que 1 ppm.

Na avaliação relativa vinculada ao marégrafo de Santana, as três soluções apresentaram valores menores que 13 ppm até uma resolução de ~20 km, com exceção da linha 4010V-9533N, a qual incluiu o ponto 9533N, que apresentou problemas no desvio padrão da altitude elipsoidal. Após a remoção deste ponto, que apresentava um desvio padrão de 35 cm, uma nova estimativa absoluta foi realizada e é apresentada na TABELA 34.

TABELA 34 - ESTIMATIVA DO AFASTAMENTO ENTRE OS *DATA* LOCAIS E O E.M.Q. NA ESTIMATIVA DO AFASTAMENTO DO *DATUM* SANTANA EM RELAÇÃO ÀS DIFERENTES SOLUÇÕES DE MGGS, DEPOIS DE REMOVER O PONTO 9533N

Parâmetro	$\zeta_{GOCE+RTM}$ [m]	ζ_{GOCE} [m]	$\zeta_{GOCE+EGM2008+RTM}$ [m]
Afastamento	1,301	1,401	1,420
E.M.Q [Santana]	0,59	0,64	0,56

FONTE: O autor

Na nova estimativa, os valores de afastamento entre os *data* locais foram ligeiramente afetados, ao passo que os valores do E.M.Q, foram consideravelmente melhorados, com 5, 9 e 2 cm respectivamente para as soluções $\zeta_{GOCE+RTM}$, ζ_{GOCE} e $\zeta_{GOCE+EGM08+RTM}$.

Depois de aplicar o ajustamento da superfície de correção, os resultados para o *datum* de Imbituba foram melhorados em relação às estimativas anteriores, ou seja, o E.M.Q. de 80 cm foi reduzido para 40 cm. No caso do *datum* de Santana os valores foram melhorados em torno de três vezes em relação ao E.M.Q. das estimativas anteriores, ou seja, um E.M.Q de 60 cm foi reduzido a 20 cm.

A região estudada apresenta carência de dados GPS/Nivelamento. Por enquanto, dificuldades para a modelagem de uma superfície de correção estão sendo enfrentadas.

Depois de aplicar a superfície de correção, obtiveram-se valores de E.M.Q em torno de 40 cm e 20 cm para os *data* verticais de Imbituba e Santana, respectivamente. Estes valores são otimistas desde que gravimetria terrestre/aérea não foi considerada nas soluções. De maneira geral, foram obtidos resultados mais precisos quando comparados com uma série de geóides gerados pela técnica RR e Colocação (KIAMEHR, 2006a; KIAMEHR, 2006b; BENAHMED DAHO *et al.*, 2009; USTUN & DEMIREL, 2006; ANDRITSANOS, 2000).

Saliente-se que os resultados aqui obtidos, não são muito acurados, mas inclusive em estudos mais rigorosos como o de Ferreira (2011), o qual se baseou no cálculo de um quase geóide por intermédio do chamado problema PVCG fixado, obteve resultados com desvio padrão em torno dos 50 cm. No citado trabalho estima-se que problemas no nivelamento associado à implantação das RNs poderiam estar causando um reflexo errado da qualidade das diferentes soluções até agora exploradas.

5 CONCLUSÕES

O estudo realizado em uma escala regional permitiu estimar que na atualidade há uma forte necessidade da integração coerente dos bancos de dados gravimétricos/altimétricos entre os países. Neste contexto a vinculação ou o conhecimento da relação entre eles (inclusive entre os *data* de todos os países), contribui à harmonização dos dados vinculados a componente vertical, avisando a implementação de um sistema vertical global.

Nesta pesquisa, três alternativas para a vinculação dos *data* verticais locais de Imbituba e Santana foram exploradas. Todas as alternativas foram baseadas na vinculação a um MGG somente satélite, com objetivo de evitar introduzir as inconsistências entre os *data* verticais presentes nas anomalias da gravidade terrestre. A primeira alternativa foi baseada na vinculação ao MGG GO_CONS_GCF_2_DIR, oriundo de dados só satélite da missão GOCE. Na segunda alternativa explorada, o GO_CONS_GCF_2_DIR mais a contribuição espectral do RTM formaram a referência para a vinculação, ao passo que na terceira abordagem, o GO_CONS_GCF_2_DIR mais informação de EGM2008, na faixa desde o grau e ordem 240 até 2190, além do efeito RTM gerou o MGG de referência.

Na construção do RTM, os MDEs SRTM30_PLUS e DTM2006.0 foram usados para a filtragem de passa altas, e o cálculo do RTM foi realizado por blocos prismáticos de densidade padrão. Os valores alcançados pelo RTM em termos de anomalia de altura foram em torno de 40 cm no continente e de até 1,2 m no oceano, porém aí explicados por discordâncias de modelos batimétricos.

Por outro lado, na abordagem que envolveu informação espectral do EGM2008, valores em torno de 30 cm foram alcançados na expansão do grau e ordem 240 até 2190. No entanto a diferença dos MGG GO_CONS_GCF_2_DIR e o EGM2008 expandidos no grau/ordem 240, alcançaram valores de até 50 cm. Parte destas diferenças pode ser produto do fato do GOCE representar melhor os longos comprimentos de onda que o EGM2008. Porém, características locais nas diferenças entre os MGGs foram constatadas. Estas, possivelmente, são produto do efeito da integração de informações vinculadas a referenciais locais (anomalias da gravidade, deflexões da vertical, altitudes niveladas, entre outras) na geração do EGM2008.

Como uma primeira aproximação, o relacionamento entre os *data* verticais de Imbituba e Santana foi apresentado. Valores diferentes para cada abordagem foram obtidos, porém todos próximos entre si (diferenças máximas de 10 cm). Nas diferentes abordagens para a vinculação: MGG_{GOCE} , $MGG_{GOCE+RTM}$, e $MGG_{GOCE+EGM2008+RTM}$ se obtiveram afastamentos médios de 1,42 m e 1,32 m, e 1,43 m respectivamente.

Nas alternativas propostas, as quais envolveram a integração do efeito do RTM, os resultados foram ligeiramente melhorados. Isto do fato de que a região envolvida tem características topográficas pouco acidentadas.

No processo de avaliação das propostas, uma validação absoluta e relativa foi realizada. As avaliações foram feitas independentes para cada região, uma vez que as RNs estão vinculadas aos diferentes *data*. Depois de remover a parte sistemática dos afastamentos a partir do ajustamento da superfície de correção representado por um polinômio de grau/ordem 2, o E.M.Q. apresentou valores de 40 cm e 20 cm nas RNs vinculadas ao *datum* de Imbituba e Santana respectivamente.

A metodologia proposta não foi rigorosamente testada, desde que a região tem escassez de pontos com informação de GPS/Nivelamento. Além disso, as altitudes elipsoidais foram obtidas com precisão desde 5 até 32 cm, e para as altitudes Niveladas ou Normal-ortométricas fornecidas pelo IBGE, informações da qualidade não estão disponíveis.

Uma simples análise da propagação de erros da RBFV por intermédio da relação empírica global desde o marégrafo de Imbituba até a região de estudo foi realizada. Erros em torno dos 40 cm poderiam estar presentes nas altitudes dos pontos usados para a avaliação. Devido a falta de informação da qualidade das altitudes oficiais do Brasil, foi impossível calcular as componentes de variâncias no ajustamento das superfícies de correção.

O número de estações usadas nas análises foi limitado (poucas RNs). Em consequência, as conclusões apresentadas aqui devem ser consideradas com extrema precaução. Resultados mais confiáveis poderiam ter sido alcançados, porém com um maior número de estações disponíveis (~100 estações). No entanto o propósito principal deste estudo foi ilustrar um método para enfrentar o problema da conexão dos *data* verticais existentes no Brasil. Também, tal método pode ser estendida para a inclusão de marégrafos de controle à RVFB.

Embora os resultados obtidos tenham uma acurácia discutível para a vinculação dos referenciais verticais em relação às exigências atuais, os resultados são

importantes como uma primeira aproximação no relacionamento entre os *data* de Imbituba e Santana.

Os resultados obtidos não são os ideais porém os possíveis em função da base de dados disponível para as análises e implementação de modelos.

Um estudo mais detalhado em relação à representatividade do efeito RTM em expansão harmônica deve ser realizado, isto objetivando a uma consistente integração das informações espectrais.

6 RECOMENDAÇÕES

Na atualidade, explorar alternativas, como as apresentadas na seção (2.4) no contexto da conexão Imbituba e Santana não é possível. Porém, a construção de um modelo hidrodinâmico regional contribuiria ao conhecimento do afastamento entre ditos *data* por intermédio da combinação de dados de Altimetria por Satélite e nivelamento hidrostático, fornecendo assim outro valor de *afastamento* entre os *data* a partir de dados/técnicas independentes aos usados nesta pesquisa.

Buscando no futuro próximo integrar a RVFB a um SGA, as metodologias de processamento e informação, deve ser difundido de forma clara como para este serem relacionados com outros *data* (e. g. uma superfície W_0 global).

Recomenda-se que nas próximas abordagens aplicadas visando a determinação do afastamento entre os *data* de Imbituba e Santana, sejam consideradas as precisões das altitudes oficiais do Brasil, desde que no último ajustamento da RVFB, foram liberadas as informações relativas à qualidade do ajustamento e das altitudes. Destaque-se que neste estudo não foram consideradas as estas informações já que foram publicadas após da preparação do manuscrito.

7 REFERÊNCIAS

- ABD-ELMOTAAL, H. A.; KÜHTREIBER, N. Geoid determination using adapted reference field, seismic Moho depths and variable density contrast. **Journal of Geodesy**, v. 77, p. 77–85, 2003.
- ALENCAR, J. C. M. (1968). Sistema Nacional de Nivelamento de 1ª Ordem. In: **Conferência Nacional de Geografia e Cartografia**. Rio de Janeiro, Brasil.
- AMOS, M. J. **Quasigeoid Modelling in New Zealand to unify multiple local vertical datums**. Tese (Doutorado) — Curtin University of Technology, Perth, 2007.
- AMOS, M. J.; FEATHERSTONE, W. E. Unification of New Zealand's local vertical datums: iterative gravimetric quasigeoid computations. **Journal of Geodesy**, v. 83, p. 57-68, 2009.
- ANDRITSANOS, V. D.; FOTIOU, A.; PASCHALAKI, E.; PIKRIDAS, C.; ROSSIKOPOULOS, D.; TZIAVOS, N. Local Geoid Computation and Evaluation. **Phys. Chem. Earth**, v. 22, p. 63-69, 2000.
- ARABELOS, C.; TSHERNING, C. Improvements in height datum transfer expected from the GOCE mission. **Journal of Geodesy**, v. 75, p. 308-312, 2001.
- AUZ, A.; OTERO, J. Solución gradiente del problema de contorno GPS-gravimétrico. **3ª Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica**, Valencia, (España), Pub. UPV, CLISBN 84-9705-297-8. v. 1, p. 190-193, 2003.
- BAJRACHARYA, S. **Terrain Effects on Geoid Determination**. 114 p. Tese – Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Alberta, 2003.
- BALASUBRAMANIA, N. **Definition and Realization of Global Vertical Datum**. 122 f. Tese – Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Columbus, 1994.
- BARAN, I.; KUHN, M.; CLAESSENS, S. J.; FEATHERSTONE, W. E.; HOLMES, S.A.; VANICEK, P. A synthetic Earth gravity model designed specifically for testing regional gravimetric geoid determination algorithms. **Journal of Geodesy**, v. 80, p. 1-16, 2006.
- BJERHAMM, A. On Boundary Value Problem of Physical Geodesy. **Tellus**, 21(4): 451-516, 1969.
- BENAHMED DANHO, S. A.; MENDAS, A.; FAIRHEAD, J. D.; DERKAOUI, A. Impact of the new GRACE Geopotential Model and SRTM data on the geoid modeling in Algeria. **Journal of Geodynamics**, v. 47, p. 63 - 71, 2009.
- BLITZKOW, D.; DE MATOS, A. C. O. C.; CINTRA, J. P. (2005) **Dynamic Planet: Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools**, In: TREGONING, P.; RIZOS, C. (Eds). SRTM evaluation in Brazil and Argentina with emphasis on the Amazon region. p 266–271, IAG Symposia 128, Springer.

BOUMAN, R.; KOOP, C.; TSHERNING, C.; VISSER, P. Calibration of GOCE SGG *data* using high-low SST, terrestrial gravity *data* and global gravity field models. **Journal of Geodesy**, v. 78, p. 124-137, 2004.

BURŠA, M.; KENYON, S.; KOUBA, J.; ŠÍMA, Z.; VATRT, V.; VÍTEK, V.; VOJTÍŠKOVÁ, M. The geopotential value W_0 for specifying the relativistic atomic time scale and a global vertical reference system. **Journal of Geodesy**, v. 81, p. 103-110, 2007.

CATALÃO, J. **Modelação do campo gravítico na região do atlântico oriental (açores - Portugal Continental)**. 298 f. Tese – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 1999.

COLOMBO, O. L. **A world vertical network**. [S.l.], 1980. 69 p. Technical Report n.269.

DALAZOANA, R. **Estudos dirigidos à análise temporal do datum vertical brasileiro**. Curitiba, 2005. 201 f. Tese – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.

DENKER, H. Evaluation of SRTM3 and GTOPO30 terrain data in Germany. **IAG Symposia** 129:218-223, Springer Verlag, 2005.

EKMAN, M. Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity. **Bull. Geod.** v. 63, p. 281-296, 1989.

EUROPEAN SPACE AGENCY (1999) Gravity field and steady-state ocean circulation missions. **Reports for mission selection [C]**. The Four Candidate Earth Explorer Core Missions, SP-1233, Noordwijk.

FARR, T. G.; KOBRICK, M. Shuttle Radar Topography Mission produces a wealth of data, **Eos Trans. AGU**, 81(48), 583– 585, 2000.

FENOGLIO, L. **Sea Surface Determination with Respect to European Vertical Datums**. 118. Dissertation - Deutsche Geodaetische Kommission, Technische Universität Darmstadt, Munchen, 1996.

FEATHERSTONE, W.E.; KUHN, M. Height Systems and Vertical Datums: a Review in the Australian Context, **Spatial Science**, v. 1(51), p. 21-41, 2006.

FEATHERSTONE, W.E. Expected contributions of dedicated satellite gravity field missions to regional geoid determination with some examples from Australia, **Journal of Geospatial Engineering**, v. 4(1), p. 1-19, 2002.

FEATHERSTONE, W.E. (2002) **Vertical Reference Systems**, in: DREWES, P., A. DODSON, L.P. FORTES, L. SANCHEZ AND P. SANDOVAL (eds). Attempts to unify the Australian Height Datum between the mainland and Tasmania, p 1–6, IAG Symposia 124, Springer.

FERREIRA, V.; FREITAS, S. R.; HECK, B. A separação entre o geóide e o quase geóide: uma análise no contexto Brasileiro. **Revista Brasileira de Cartografia**. No 63 Edição Especial 40 Anos, 2011.

FERREIRA, V. **Solução do tipo Brovar para o segundo Problema de Valor de Contorno da Geodésia com vistas à modernização de sistemas de altitudes.** Curitiba, 2011. 174 f. Tese – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.

FOTOPOULOS, G.; TZIAVOS, I.; SIDERIS, M. On the incorporation of sea surface topography in establishing vertical control. **Gravity, Geoid and Space Missions.** International Association of Geodesy Symposia, 2005, v. 129, Session 3: 185-190, DOI: 10.1007/3-540-26932-0_32.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. The use of Height Data in Gravity Field Approximation by Collocation. **J. Geophys. Res.**, v. 86, No. B9, p. 7843-7854, 1981.

FORSBERG, R. **A study of terrain reductions, density anomalies and gravity field modelling.** 129. Report nº 355. Department of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University. Columbus, 1984.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. (1997). Topographic effects in gravity modelling for BVP. In Sanso, F. and Rummel, R., editors, **Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid**, Lecture Notes in Earth Sciences, number 65, pages 241-272. Springer, Berlin - Heidelberg - New York.

FREITAS, S. R. C; MEDINA, A. S.; LIMA, S. R. S. (2002) **Global Vertical Reference Systems.** In: DREWES, H; DODSON, A.; FORTES, L. P. S.; SANCHEZ, L.; SANDOVAL, P. (Eds). Associated Problems to Link South American Vertical Networks and Possible Approaches to Face Them. p 318–323, IAG Symposia 124, Springer.

HACKNEY, R. I.; FEATHERSTONE, W. E. Geodetic versus geophysical perspectives of the 'gravity anomaly'. **Geophys. J. Int.**, vol. 154, p.35-43, 2003.

HECK, B.; RUMMEL, R. Strategies for solving the vertical *Datum* problem using terrestrial and satellite geodetic data. **Sea Surface Topography and the Geoid.** International Union of Geodesy and Geophysics. International Association of Geodesy. 1989.

HEISKANEN, W.; MORITZ, H. **Physical Geodesy.** San Francisco: W.H. Freeman and Company, 1967. 364 p.

HIRT, C.; FEATHERSTONE, W.; MARTI, U. Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data. **Journal of geodesy.** v. 84, p. 557-567, 2010.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy.** Bad Vöslau: Springer-Verlag Wien, 2005.

HUSSEIN, A.; ELMOTAAL, A.; KÜHTREIBER, N. An Attempt Towards an Optimum Combination of Gravity Field Wavelengths in Geoid Computation. **Observing our Changing Earth.** International Association of Geodesy Symposia, 2007, v. 133, p. 203-209.

IBGE. **Relatório do ajustamento simultâneo da rede altimétrica de alta Brasileiro.** Rio de Janeiro: Diretoria de Geociências, Coordenação de Geodésia,

2011. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/RelatorioAjustamento.pdf>, acesso em: 10/12/2011.

ICGEM. Disponível em: <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html>. Acesso em: 15/02/2011.

IHDE, J., 2007. Realization of a Global Vertical Reference System 2007. In: **Proceedings of the 1st IGFS Symposium Gravity Field of the Earth**. 28 August – 1 September 2006, Istanbul, Harita Dergisi, Special Issue 18, 2007.

IHDE, J., 2007. Concept for realization of a World Height System – Theme 1 of the Global Geodetic Observing System (GGOS). In: **Reference Frames for Applications in Geosciences (REFAG2010)**, 2010, Paris. Anais. Disponível em: http://iag.ign.fr/abstract/pdf/Ihde_REFAG2010.pdf. Acesso em: 30/05/2011.

JEKELI, C. **Heights, the geopotential, and vertical datums**, Report 459, Department of Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus, USA, 34 pp., 2000.

JEKELI, C.; JIN YANG, H.; KWON, J. Using gravity and topography-implied anomalies to assess data requirements for precise geoid computation. **Journal of geodesy**. v. 83, p. 1193-1202, 2009.

JEKELI, C. *Geometric Reference Systems in Geodesy*, Ohio State University, 2006.

KASENDA, A. **High Precision Geoid for Modernization of Height Systems in Indonesia**. 124 f. Tese – School of Surveying and Spatial Information Systems, New South Wales University, Sydney NSW, 2009.

KIAMEHR, R. A strategy for determining the regional geoid by combining limited ground data with satellite-based global geopotential and topographical models: a case study of Iran. **Journal of Geodesy**, v. 79, p. 602-612, 2006a.

KIAMEHR, R. A hybrid precise gravimetric geoid model for Iran based on recent GRACE and SRTM data and the least square modification of Stokes's formula. **Journal of the Earth & Space Physics**, v. 32, p. 7-23, 2006b.

KIAMEHR, R.; SJÖBERG, L.E. Effect of the SRTM global DEM on the determination of a high-resolution geoid model: a case study in Iran, **Journal of Geodesy**, v. 79(9), p. 540-551, 2005.

KOUBA, J. Possible Specification of a Local or Regional Vertical *Datum*. **Trabalho científico do Departamento de Geodésia e Geomática da Universidade de Hannover**. N° 258, p. 101-106, 2006.

KOTSAKIS, C.; SIDERIS, M. G. On the adjustment of combined GPS/Levelling/Geoid networks. **Journal of geodesy**. v. 73, p. 412-421, 1999.

LI, F.; ZHANG, L. M. GPS/Gravity Boundary Value Problem and its practical solution. In: **VI Hotine-Marussi Symposium of Theoretical and Computational Geodesy: Challenge and Role of Modern Geodesy**, 6., 2006, Wuhan, China. Disponível em: http://www1.sgg.whu.edu.cn/icct/html/icct_ppt/S7/4-li%20feng.pdf. Acesso em: 15/04/2011.

LUZ, R. T. **A Influência das Ondas de Alta e Média Frequência na Observação do Nível do Mar para Aplicações Geodésicas**. Rio de Janeiro, 1996. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Oceânicas). Universidade Federal do Rio de Janeiro.

LUZ, R. T.; FREITAS, S. R. C.; HECK, B.; BOSCH, W. Challenges and First Results towards the Realization of a Consistent Height System in Brazil. in: **International IAG/FIG Symposium GRF2006, Geodetic Reference Frames**, Munich, Germany, 2006.

LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do sistema geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. Curitiba, 2008. 207 f. Tese – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.

LUZ, R.T.; FREITAS, S.R.C.; DALAZOANA, R. (2002). **IMBITUBA Vertical Datum Monitoring through the Vertical and the Tide Gauge Networks of Brazilian Geodetic System**. In: VII Congreso Internacional de Ciencias de la Tierra. Instituto Geografico Militar, Santiago, Chile.

MAKINEN, J. Some remarks and proposals on the redefinition of the EVRS and EVRF, presentation to the **Technical Working Group of the IAG Subcommission for the European Reference Frame (EUREF)**, Bratislava, Slovakia, June. 2004.

MATHER, R.S. Some possibilities for recovering oceanographic information from the SEASAT missions, Unisurv. G24, 1976.

MATOS, A. C. **Implementação de modelos digitais de terreno para aplicações na área de Geodésia e Geofísica na América do Sul**. São Paulo, 2005. 207 f. Tese – Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Transportes, Universidade de São Paulo.

MATOS, A. C. Validação do MAPGEO2010 e comparação com modelos recentes do geopotencial. En: **VII Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas**, Curitiba, 11 – 15 de Setembro.

MERRY, C. L. DEM-induced errors in the developing a quasi-geoid model for Africa. **Journal of Geodesy**, v. 77, p. 537-542, 2003.

MIGLIACCIO, F.; RUGUZZONI, M.; SANSONO, F.; TSELFES, N. An error model for the GOCE space-wise solution by Monte Carlo methods. **Observing our Changing Earth**. International Association of Geodesy Symposia, 2007, v. 133, p. 337-344.

NAGY, D. The Prism Method for Terrain Corrections Using Digital Computers. **Pure and Applied Geophysics**, v. 63, p. 31-39, 1966.

NAGY, D.; PAPP, G.; BENEDEK, J. The gravitational potential and its derivatives for the prism. **Journal of Geodesy**, v. 74, p. 552-560, 2000.

PAVLIS, N.K.; HOLMES, S.A.; KENYON, S.C.; FACTOR, J.K. (2008). An Earth gravitational model to degree 2160: **EGM2008 EGU General Assembly**. 13-18 April 2008, Vienna.

PAVLIS, N.K.; FACTOR, J.K.; HOLMES, S.A. (2007) Terrain-related gravimetric quantities computed for the next EGM. In: **Proceedings of the 1st International**

Symposium of the International Gravity Field Service. vol. 18. Harita Dergisi, Istanbul, p. 318-323.

RAPP, R. **The Orthometric Height.** MS. Thesis submitted to the Dept. of Geodetic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, 1961.

RAPP, R. The Need and Prospects for a World Vertical Datum, **Proc. Symp. on Problems Related to the redefinition of the North American Vertical Geodetic Networks**, Ottawa, 1980.

RAPP, R. H.; PAVLIS, N. K. The development and analysis of geopotential coefficient models to spherical harmonic degree 360. **Journal of Geophysical Research**, 95(2), 1990.

RAPP, R. Global Geoid Determination In: VANICEK, P.; CHRISTOU, N. (Ed.). **GEOID and its GEOPHYSICAL INTERPRETATIONS.** CRC Press, 1994.

RODRIGUEZ, E.; MORRIS, C. S.; BELZ, J. E.; CHAPIN, E. C.; MARTIN, J. M.; DAFFER, W.; HENSLEY, S. **An assessment of the SRTM topographic.** Technical Report JPL D-31639, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, 2005, p. 143.

RUMMEL, R (2000) Global integrated geodetic and geodynamic observing system (GIGGOS). In: Rummel R, Drewes H, Bosch W, Hornik H (eds) **Towards an integrated global geodetic observing system (IGGOS)**, p 253–260, IAG Symposia 120, Springer

RUMMEL, R.; TEUNISSEN, P. Height datum definition, height datum connection and the role of the geodetic boundary value problem. **Bulletin Géodésique**, v. 62, n° 4, p. 477-498, 1988.

RUMMEL, R.; ILK, K. H. Height datum connection – the ocean part. in: **Schlemmer, H. (eds.) AVN - Allgemeine Vermessungs-Nachrichten**, Vol. 102, N°. 8-9, p. 321-330, Herbert Wichmann Verlag, 1995

SANSÒ, F.; VENUTI, G. The height *datum*/geodetic *datum* problem. **Geophys. J. Int**, v. 149, p. 768-775, 2002.

SCHWARZ, K. P. (1984) Data types and their spectral properties. In Schwarz, K.P. (ed.): **Local Gravity Field Approximation**, Proc. Int. Summer School, Beijing, China, pp 1-66.

SEDIGHI, M.; TABATABAEE, S.H.; NAJAFI-ALAMDARI, M. Comparison of different gravity field implied density models of the topography. **Acta Geophysica**, v. 57(2), p. 257-270, 2009.

SIDERIS, M.G.; RANGELOVA, E.; RUMMEL, R.; GERLACH, C.; GRUBER, T.; WOODWORTH, P.; HUGHES, C.; IHDE, J.; LIEBSCH, G. (2002). World Height System Unification and GOCE. In: **2011 IUGG General Assembly**, Melbourne, 28 June – 7 July.

SIRGAS. Relatório Final: Grupos de Trabalho I e II. Rio de Janeiro, 1997. Disponível em: <<http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/SIRGAS95RepEsp.pdf>>. Acesso em: 30/05/2011.

SIRGAS (2008). Reporte 2007 – 2008. Boletín Informativo N° 13. Disponible em: <http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Boletin_SIRGAS_N0._13_Reporte_2007-2008.pdf>. Acceso em: 14/03/2011.

SJÖBERG, L. E. A discussion on the approximations made in the practical implementation of the remove-compute-restore technique in regional geoid modelling. **Journal of Geodesy**, v. 78, p. 645-653, 2005.

TOCHO, C. **Geóide gravimétrico para la República Argentina**. La Plata, 2006. 227 f. Tese – Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de la Plata.

TOCHO, C.; VERGOS, G.S.; SIDERIS, M.G. (2007) Evaluation of the SRTM 90 m DTM over Argentina and its implications to gravity field and geoid modelling. In: Forsberg R, Kiliçoglu A. (eds) **1st International symposium of the international gravity field service “Gravity Field of the Earth”**, General Command of Mapping, Special Issue 18, pp 324–329.

TORGE, W. **Geodesy**. 2 ed. de Gruyter. Berlin, 1991.

TSCHERNING, C. C. **Geoid determination after the first satellite gravity missions**. Hannover: [s.n.], 2001. 11-24 p. Festschrift Univ. Prof. em. Dr.-Ing. Wolfgang Torge zum 70. Geburtstag. Wiss. Arb. Fachr. Verm. Univ. Hannover.

TSOULIS, D. Terrain correction computations for a densely sampled DTM in the Bavarian Alps. **Journal of Geodesy**, v. 75, p. 291-307, 2001.

USTUN, A.; DEMIREL, H. Long-Range Geoid Testing by GPS-Levelling Data in Turkey. **Journal of Surveying Engineering**, v. 132, p. 15-23, 2006.

USTUN, A.; ABBAK, R. E. On global and regional spectral evaluation of global geopotential models. **Journal of Geophysics and Engineering**, v. 7, p. 369-379, 2010.

VAN LOON, J. **Functional and stochastic modelling of satellite gravity data**. Nederlandse Commissie voor Geodesie, Delft, 2008.

VAN OLSEN, K.; VAN GELDEREN, M. Quality Investigation of Vertical Height *Datum* Connection. **Phys. Chem. Earth**, v. 23, n. 9-10, p. 1103-1108, 1998.

VAN DER HILST, R. **12.201 Essentials of Geophysics, Fall 2004**. (Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare), <http://ocw.mit.edu> (Accessed 23 Mar, 2011).

VANÍČEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: The concepts**. [S.I.]: Elsevier Science, 1986. 697 p.

VANICEK, P.; FEATHERSTONE, W. E. Performance of three types of Stokes's kernel in the combined solution for the geoid. **Journal of Geodesy**, v. 72, p. 684-697, 1998.

VERGOS, G. S.; GRIGORIADIS, V. N.; KALAMPOUKAS, G.; TZIAVOS, I. N. Accuracy assessment of the SRTM 90m DTM over Greece and its implications to geoid Modelling In: TREGONING, P.; RIZOS, C. (Ed.). **Dynamic Planet: Monitoring**

and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic. IAG Symposium 130, Cairns, Australia. Berlin: Springer-Verlag, 2005. p. 309-315.

VOIGT, C.; DENKER, H. A study of high frequency terrain effects in gravity field modelling. **Proceedings of the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service, "Gravity Field of the Earth"**, Harita Dergisi, Special Issue 18, p. 342–347, Ankara, Turkey, 2006.

VOIGT, C.; RÜLKE, A.; DENKER, H.; IHDE, J.; LIEBSCH, G. Validation of GOCE products by terrestrial data sets in Germany, **Geotechnologien Science Report No. 17**, Observation of the System Earth from Space, Status Seminar, 04 October, 2010.

ZHANG, L.; LI, F;CHEN, W;ZHANG C. Height *datum* unification between Shenzhen and Hong Kong using the solution of the linearized fixed-gravimetric boundary value problem. **Journal of Geodesy**, v. 83, p. 411-417, 2008.