ARLENI ELISE SELLA LANGER

EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU:
TRAJETÓRIA DE UMA ANÁLISE DE SIGNIFICADOS

Dissertação orientada pelo Professor Dr. Carlos Roberto Vianna no curso de Mestrado em Educação, linha de pesquisa de Educação Matemática da Universidade Federal do Paraná – UFPR.

CURITIBA

2004

O temor do Senhor é o princípio da sabedoria, o
conhecimento do Santo é prudência.
Provérbios 9, 10

SUMÁRIO

RESUMO

Este estudo teve como objetivo investigar e analisar as diferenças e as similaridades existentes entre os significados produzidos pelos professores e por seus alunos por meio dos processos reflexivos manifestos através da fala e da escrita em situação de entrevista. O trabalho caracteriza-se por utilizar-se de uma abordagem qualitativa de investigação. Delineamos uma metodologia que deu voz aos nossos colaboradores, professores e alunos. Dois professores realizaram entrevistas individuais no início e no final do trabalho de campo. Além dessas realizamos uma entrevista conjunta com ambos, momento que consideramos marcante. Os participantes ainda resolveram, com e sem o uso da balança, uma tarefa com duas equações propostas. A um grupo de alunos de cada professor foi apresentada tarefa idêntica. Nossa análise foi efetuada a partir do envolvimento das múltiplas vozes dos protagonistas. Entre outras conclusões e reflexões a que este estudo remete, ele nos mostra a urgência em se permitir que a sala de aula funcione como um espaço comunicativo privilegiado onde a álgebra ao invés de ser um tema marginalizador se torne uma oportunidade para a convivência com sua pluralidade de significados.

Palavras-chave: Álgebra; Equações; Produção de Significados.

ABSTRACT

This study had as goal to investigate and to analyse the differences and similarities between the meanings produzed by teachers and those produzed by their students through reflexive process demonstrated through the speech and writing in an interview situation. The research work is characterized by using a qualitative approach in its investigation. We have outlined a method that gave voice to our collaborators, teachers and students. Two teachers have given individual interviews on the beggining and ending of this research. Apart from these, we also did one interview jointly with both teachers, and that was a very special moment in the research. The participants also solved one task with two equations, using or not using the scale. It was given the same task to a group of students of each teacher. Our analysis was carried out with basis in the involvement of the multiple voices of each protagonist. Among other conclusions and reflections this study refers to, it shows us that it's urgent allowing the classroom to work as a communicative space where the algebra, rather than a marginalizated theme, can become an oportunity to have contact with a plurality of meanings.

Key-words: Algebra; Equations; Production of Meanings.

INTRODUÇÃO

Desenvolvemos a pesquisa de campo deste trabalho em uma escola pública da rede estadual, situada no centro da cidade de Cascavel, no estado do Paraná. É uma escola grande e antiga, cuja clientela se compõe de pessoas de diversos bairros da cidade; nela somente o ensino médio funciona no período da manhã e da noite, reservando-se o período da tarde para as turmas de ensino fundamental.

A problemática vivenciada, enquanto professora, insistia em me questionar: Por que será que os alunos têm tanta dificuldade no aprendizado da álgebra? Por que será que nós, professores, temos tanta dificuldade no ensino da álgebra? Por que a álgebra marca tão negativamente os estudantes? Tais questões tornaram-se desafiadoras no início deste trabalho que é produto do movimento dessas e de outras questões relacionadas à busca de alternativas no processo de ensino-aprendizagem da álgebra, especialmente das equações do primeiro grau.

Em sua versão final, a dissertação ficou assim estruturada: No primeiro capítulo fazemos um relato de nossas inquietações, nossas vivências, os dilemas e conflitos que resultaram nas questões do presente estudo. Seu objetivo é também dar-nos a conhecer, ainda que possamos ser "vistos" o tempo todo, em todas as linhas.

No segundo capítulo apresentamos uma conversa entre os vários autores que nortearam e fundamentaram nossas escolhas. Neste capítulo revisamos a literatura em uma busca de como ela apresenta o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem da álgebra no Brasil. Procuramos investigar como o ensino da álgebra têm sido historicamente tratado no Brasil, olhar mais detidamente as diversas compreensões para o significado e para a produção de significado para a álgebra. Consideramos que escrever esse capítulo foi de extrema necessidade, particularmente porque precisamos de tais leituras para conseguir delinear as possibilidades, as escolhas e até mesmo as limitações do restante do trabalho.

O terceiro capítulo dedica-se a apresentar aos leitores as implicações de tais escolhas quanto à metodologia e trabalho e as formas de aproximação do problema.

As análises das entrevistas iniciais dos professores participantes estão no quarto capítulo que está estruturado na forma de recortes das falas dos entrevistados que contém aspectos marcantes para a análise da produção de significados.

No quinto capítulo apresentamos a atividade realizada com as equações sendo resolvidas com e sem o uso da balança. Nela mesclamos as vozes dos colaboradores, as observações das aulas feitas pela pesquisadora além da análise dos registros e anotações dos participantes durante a realização da referida tarefa.

A questão do isolamento profissional, dos problemas na formação dos professores de matemática e outras polêmicas levantadas durante a entrevista conjunta e a entrevista final dos professores participantes são os temas do sexto capítulo. Encerrando esta lista, no sétimo capítulo, procuramos tecer algumas considerações finais.

1 UMA HISTÓRIA INQUIETANTE

A Matemática pode ser utilizada como instrumento de poder e, muitas vezes, de violência e isso se manifesta em relações como as que existem entre alunos e professor, entre os mais fortes e os mais fracos, entre os que detêm o poder que a linguagem do conhecimento imprime e os que dependem do aval destes para prosseguir em seus estudos. Nota-se, ao ouvirmos depoimentos de pessoas que perguntam nossa profissão e em seguida a matéria que lecionamos, o quanto suas dificuldades em Matemática produziram angústia, medo, dores e frustrações que provavelmente impregnarão seus filhos, netos e, talvez, algumas gerações. Dessa forma, o fracasso ou a insatisfação de um indivíduo pode ser entendido como fracasso ou insatisfação de muitos, inclusive de muitos professores.

Deparamo-nos, desde o início de nossa atuação profissional, com a enorme dicotomia entre a matemática da escola, feita de uma linguagem especial, e a matemática da vida diária, extremamente significativa para sobrevivência dos jovens e trabalhadores que vêem a escola valorizar o conhecimento de problemas que dificilmente enfrentarão na vida ao mesmo tempo em que deixa de lado as dificuldades que surgem no seu dia a dia.

Trabalhamos em uma escola que ministrava o curso médio profissionalizante de Auxiliar de Enfermagem, e que também objetivava regularizar a situação de profissionais que já atuavam na função sem a qualificação necessária[1]. Entre os materiais que os futuros auxiliares precisavam portar nos seus jalecos não constava a calculadora (dada à impossibilidade de esterilização da mesma); contudo, a maior parte deles não havia desenvolvido nenhuma estratégia de cálculo mental e estimativa, o que para eles era um problema. Calcular dosagens e diluições adequadas, perceber a proporcionalidade, transformar unidades corretamente. Estes e outros assuntos eram os

[11] Experiência ocorrida nos anos de 1994- 1998, no Colégio Estadual Marilis Faria Pirotelli, antes que fosse implantado no estado o PROEM (Programa de Reformulação do Ensino Médio) que extinguiu tais cursos em toda a rede pública do Paraná.

que realmente os interessavam, mas o rol de conteúdos contemplava também outros temas, de utilidade posterior, caso viessem a prosseguir nos estudos, de necessidade duvidosa para o pragmatismo utilitarista que a urgência insistia em trazer à tona... Ficava estampado no rosto dos alunos o gritante contraste entre seus objetivos e os objetivos de seus professores de Matemática. Na escola o que interessava é que, pela exaustiva repetição, aplicassem corretamente os algoritmos, independentemente do significado que atribuíssem a seu uso. O aluno vivenciava um constante paradoxo, como comentam Lins e Gimenez: "A escola proíbe os métodos da rua chamando-os de informais, e dizendo que são de aplicação limitada. A rua os proíbe [os métodos da escola] chamando-os de complicados e sem significado e dizendo que não são necessários na rua." (2000, p.17)

Talvez sob influência desta marcante experiência profissional, afinal a prática pedagógica só se aperfeiçoa a partir das experiências e da reflexão sobre elas, à medida que íamos revendo nossas ações, fomos buscando e descobrindo metodologias e propostas de trabalho que pudessem ser alternativas à prática usual. Nossa inexperiência e insegurança nos travavam e tolhiam nossa liberdade de, solitariamente, sugerir ou promover alterações em planejamentos e propostas curriculares que observávamos serem ineficazes.

Em dado momento surgiu a possibilidade de desenvolvermos projetos e recebermos auxílio de professores pesquisadores das Instituições de Ensino Superior que mantinham convênio com a Secretaria de Estado da Educação. Trabalhamos então em um projeto procurando estudar estratégias que articulassem os problemas da sala de aula, da escola, com os problemas concretos do dia-a-dia desses alunos a fim de conseguir, assim, motivar esses futuros profissionais a redescobrirem o gosto pela matemática. Esta modalidade de capacitação em atividade foi implantada no Estado do Paraná com o nome de Projeto Vale Saber[2]. Discutindo, com nossa orientadora, nesse

[2] Vale Saber: durante a execução deste projeto, espécie de capacitação em serviço, o professor era acompanhado por um orientador de uma instituição de ensino superior parceira do Estado. Esse oferecia uma bolsa-auxílio ao professor participante.

projeto nos foi sugerido abordarmos os cálculos de volumes, as transformações de unidades e outros temas como funções.

Estava tomando corpo a relação entre duas idéias que nos interessavam e afligiam: **a construção de significado para o cálculo mental** não apenas como um mero procedimento de cálculo, um algoritmo que fosse realizado mentalmente e, **a construção de significado para a álgebra** onde o dinamismo da noção intuitiva de função fosse estendido para o restante de seu estudo. Acreditávamos que seria possível estudar com prazer a Matemática, compreendendo aquilo que era estudado.

Nossa busca, entretanto, continuava através de muitas leituras e do encontro com diversos textos e autores com os quais fomos dialogando ao longo do tempo, pautando nossas inquietações e reflexões. Essas leituras dispersas não são, seguramente, coerentes com os referenciais teóricos que adotamos como base de nossa pesquisa, todavia estarão colocadas aqui para marcar os passos, historiar a trajetória que fomos seguindo...

Sempre nos assustamos com a carga excessiva de simbologia e nomenclatura, seguidas da mecanização pura e simples de algoritmos que, desde a tabuada, são memorizados sem que haja compreensão por parte dos alunos. Preparando a monografia para o curso de especialização em 1997, cujo título era "Cálculo Mental e Estimativa de Resultados nas Quatro Operações", encontramos no texto da professora Lucchesi reflexões sobre a necessidade de permitir aos alunos confiarem na sua possibilidade de fazer Matemática a partir da criação, uso e justificação de seus próprios métodos de cálculo:

> ... o sujeito do processo de aprendizagem é o aluno, e o papel do professor é mediar esse sujeito com o objeto em questão: o saber sistematizado. No caso da técnica operatória, essa mediação se caracteriza por auxiliar o aluno a construir a sua técnica a partir dos conhecimentos que já possui. Se o aluno já sabe efetuar as operações porque, em suas vivências anteriores, teve necessidade de tal aprendizado, cabe ao professor ajudá-lo a compreender o que já sabe fazer, (...) ou seja, justificar sua técnica operatória e compará-la com outras ensinadas na escola. (1992, p. 32)

Ainda buscando referências para aquele trabalho de pesquisa foi muito valiosa a leitura do livro, hoje um clássico, “Na Vida Dez, Na Escola Zero” dos pesquisadores da Universidade Federal de Pernambuco. Estes, preocupados e estudando com muita profundidade as diversas variáveis envolvidas no fracasso escolar em matemática de muitos alunos que em sua rotina na venda, na feira, nos trocos e nos seus trabalhos obtinham sucesso, sugeriam que o fracasso escolar do aluno, ou o fracasso da escola está localizado:

> “na incapacidade de aferir a real capacidade da criança; no desconhecimento dos processos naturais que levam a criança a adquirir o conhecimento; na capacidade de estabelecer uma ponte entre o conhecimento formal que se deseja transmitir e o conhecimento prático do qual a criança, pelo menos em parte, já dispõe.” (SCHLIEMANN, 1993, p.23)

Angustiávamo-nos ao pensar que ao assumir o papel de criador de situações de aprendizagem efetiva precisávamos ter extremamente claras nossas intenções, sob pena de arcarmos com os enormes prejuízos acarretados pela ignorância, mesmo que não dolosa. Relevante em nossa experiência profissional foi o período em que, por dois anos consecutivos, trabalhamos com turmas desde a 5ª série do Ensino Fundamental até a 3ªsérie do Ensino Médio. Esse momento, ainda que sacrificante sob muitos aspectos, tornou-se muito enriquecedor por nos fazer observar coisas antes imperceptíveis. Funcionou quase como uma expedição que se faz ao topo de um morro com o intuito de observar melhor uma cidade ou um ponto específico da paisagem. Esta expedição nos permitiu experimentar algumas especificidades, desde o vocabulário adequado a cada idade até o papel desempenhado pela introdução e forma de abordagem de um ou outro conteúdo. Começamos a notar alguns problemas sérios que atitudes inofensivas podiam gerar, perceber algumas das incompreensões entre a linguagem adotada pelo professor e a do aluno.

Assim, fomos percebendo cada vez mais o importante papel que o planejamento e a organização das atividades têm e seu significado especial na tarefa docente. Atuar como elemento dinamizador e catalisador das idéias e descobertas, como formulador de perguntas, exige reflexão e intencionalidade, não se resolve lançando mão do improviso, daí a fundamental e imprescindível função do professor. A propósito deste tema D'Ambrosio comenta: "Realmente, o quanto um indivíduo aprende na escola é de menor importância. De muito menor importância do que a capacidade que ele adquiriu de aprender coisas novas quando devidamente motivado." (1986, p. 23)

Se a postura do professor, como de qualquer profissional, transmite-se através de suas atitudes mais até do que nas suas falas (ainda que estas nos traiam revelando nossas incoerências...) parecia ser necessário compreender melhor as concepções que o docente tem do que seja a Matemática, reconstruir suas intenções, estratégias e pressupostos na busca da produção de significados legítimos para ambos os envolvidos no processo. O professor, muitas vezes, se vê incapaz, sem os instrumentos – teóricos e práticos – para poder analisar sua prática docente, estabelecer juízos de valor e encontrar, sozinho, rumos e atividades adequadas ao momento dos aprendizes. O problema do isolamento profissional e da insegurança individual é costumeiramente citado como forte entrave ao surgimento de mudanças. Não foi diferente conosco. Vendo que para ter alguma alteração significativa e não apenas de forma ou estratégia; sabendo que era necessário estudar, e muito, nos lançamos no audacioso projeto de exploração: o Mestrado em Educação.

A dificuldade de encontrar uma abordagem adequada do conteúdo de maneira a que o aluno venha a produzir, e haja essa produção também em si mesmo, significação e satisfação são sempre uma fonte de angústia para todo professor empenhado e preocupado em melhorar sua prática. O presente estudo está, portanto, intimamente relacionado com o desafio da prática diária, da autora e de tantos outros colegas. Traz em si a "pretensão" de julgar-se capaz de descobrir orientações possíveis de serem praticadas em sala de aula. Possíveis vislumbres que permitam aos mestres exercerem uma liderança eficaz e efetiva, superando dificuldades e frustrações características do modelo tradicional e, capazes de responder positivamente às demandas sociais e pessoais do nosso tempo. Percebemos contudo que propostas de mudança são muitas vezes rejeitadas. Transformações, por confrontarem-se com concepções e valores fortemente arraigados em nós, trazidos de nosso processo de formação, presentes em nossos livros didáticos, reforçados quase que continuamente; são muito difíceis. Muitas vezes, mesmo que convencidos intelectualmente, não conseguimos convertê-las em ações modificadas. Porém, a despeito de nossa vontade ou mesmo da urgência em mudar, há que se tomar cuidado com mudanças superficiais ou incompletas que podem ser igualmente prejudiciais.

Desejamos e trabalhamos para que nossos estudos e pesquisas, na literatura e na realidade, possam produzir em nós e em nosso ambiente de ação, modificações efetivas e significativas. Embrenhando-nos na busca de leituras que possam fundamentar-nos interiormente e também ao nosso projeto, agregando valor e conteúdo científico às idéias ingênuas que possuíamos, fomos provocando questões, evidenciando contradições...

A intenção era percebermos que a atuação e as escolhas que o professor faz (e que nós fazemos) dependem direta e necessariamente de suas concepções de matemática, de educação e de educação matemática. Como sustentam Lins e Gimenez, “as concepções que professores têm a respeito da educação matemática são bem mais do que simples “resignação” diante da ausência de alternativas: elas estão solidamente constituídas na prática desses profissionais.” (2000, p.120)

Parece-nos muito lento o caminho das pesquisas até a sala de aula, tornando quase imperceptíveis as possíveis melhorias que determinariam. Incluída na morosidade há ainda o problema das distorções na aplicação de novas idéias, que quando aceitas são seguidas quase como rituais sagrados, sem maiores questionamentos ou reflexões. Não sabemos exatamente por que *mecanismo*, este deve ser o termo adequado, o ser humano busca regras, normas-padrão que dirijam e regulem seus comportamentos. Se a forma antiga deve ser trocada é necessário incorporar-se então novas formas (quase como *f(ô)rmas*).Corre-se, então o risco de que ao ser apresentado ao novo esse provoque uma espécie de adesão cega, irrefletida ao método, criando uma nova postura unilateral.

Schön, falando sobre os processos cíclicos de reforma educativa nos Estados Unidos da América, nos assevera: “Como é hábito, atribuímos a culpa às escolas e aos professores, o que equivale a culpar as vítimas.” (1992, p.79) Tememos assumir, como ocorre costumeiramente, uma posição imatura, afinal, não sabemos se sempre vítimas ou por vezes algozes, agimos como reprodutores, crentes de que o saber que supomos possuir e controlar é o mais relevante, interessante e útil.

Voltando o olhar para o nosso objeto de estudo, focando a álgebra, e questionando a ênfase que lhe é dada e a forma como é ensinada nas escolas, Hygino Domingues ao apresentar sua tradução da coletânea de artigos dos anuários do *NCTM* , reunidas sob o título “As idéias da Álgebra”, sugere que:

> O que ocorre no ensino da álgebra em nível médio talvez seja uma fixação exagerada nas manipulações mecânicas com símbolos, e isso, se de um lado pode produzir uma falsa sensação de facilidade, de outro pode produzir uma impressão muito forte de inutilidade, além de dar apenas uma idéia muito pálida e parcial da natureza e do alcance dessa matéria. Na verdade vários dilemas sérios se apresentam no ensino da álgebra em nível elementar e somente os conhecendo a fundo se podem evitar as concepções erradas de que está pontilhado. (BAUMGART, 1997, s.p.)

De fato, o que temos visto nos últimos tempos é um investimento maciço no domínio da manipulação algébrica e na aplicação mecânica de algoritmos, exigindo-se predominantemente a memorização de regras, conceitos e técnicas operatórias que pouco contribuem na formação de significado para o conhecimento. Considera-se a álgebra, sua linguagem e técnica operatória como o grande gargalo para os alunos do ensino fundamental. Em alguns casos, antes de se deparar com a álgebra, a matemática é vista como estimulante e desafiadora, depois da exposição à álgebra há enormes controvérsias.... Compartilhamos a observação de Lins e Gimenez quando dizem que “hoje a álgebra escolar representa o mais severo corte (momento de seleção) da educação matemática escolar.” (2000, p.9). Esclarecendo a razão de tal afirmação posteriormente asseguram: “Por ser de domínio exclusivo da escola, o fracasso na álgebra escolar significa um fracasso *absoluto*. Se você fracassa no Português escolar, isso não o impede de falar; se você fracassa na Educação Física escolar, isso não o impede de jogar bola na rua. Mas, se você fracassa na álgebra escolar...” (LINS & GIMENEZ, 2000, p.164) As reticências da citação nos fazem refletir sobre os efeitos de tal fracasso e perguntarmos a nós mesmos: Que possibilidades terão estes alunos de comunicarem-se matematicamente? Que limitações enfrentarão nossos alunos ao utilizarem todos os recursos das novas tecnologias? Poderão resgatar a confiança em sua capacidade de fazer Matemática?

No texto dos Parâmetros Curriculares Nacionais, ao ser apresentada a atual situação do ensino da álgebra, sustenta-se que:

> A ênfase que os professores dão a esse ensino não garante o sucesso dos alunos, a julgar tanto pelas pesquisas em Educação Matemática como pelo desempenho dos alunos nas avaliações que tem ocorrido em muitas escolas. Nos resultados do SAEB, por exemplo, os itens referentes à Álgebra **raramente** [grifo meu] atingem o índice de 40% de acerto em muitas regiões do país. (1998.p.115).

Observamos em nossos alunos que a matemática da escola, que parece personalizada pela álgebra, se identifica de tal forma com a álgebra que fica, muitas vezes, reduzida a uma forma de linguagem; tornando-se, para muitos, um obstáculo intransponível, produzindo uma espécie de aversão, desestimulando o interesse e a curiosidade. Como nos disse em depoimento um aluno que cursa hoje a 3ª série do Ensino Médio : “No meu boletim, até a 6ªsérie as melhores notas eram Matemática. Depois as matérias foram se complicando, minhas notas só abaixavam ... Não é que eu não entendi mais nada, as minhas notas só abaixaram...” (novembro de 2003)

A afirmação quanto a diminuição nas notas parece revelar que os critérios de avaliação não estavam perceptíveis para o aluno, que “entendia” algumas coisas sem, contudo, conseguir obter sucesso naquelas valorizadas e avaliadas pelo professor. A dificuldade de comunicação se instalara...

Constatamos que apesar de, na condição de professores, ensaiarmos a instalação de uma “vendinha na sala de aula” com o intuito de nos aproximarmos das práticas realizadas fora da escola, este verniz de mudança mostrou-se artificial e inconstante. Ao surgirem as dificuldades o nosso frágil e superficial suporte teórico não resiste, deixando à mostra nossas concepções. No caso da álgebra, uma das práticas associadas à presença da “vendinha“ é a supervalorização do material manipulativo, chamado de “material concreto”. A própria denominação de material **concreto** já caracteriza a ilusão. O ingênuo professor (eu, outrora, na comodidade e idealismo de minhas boas intenções) desconsidera a possibilidade de que para vários de seus alunos (para não dizer “a maioria”) o uso destes não passa de uma outra forma de abstração. A manipulação do material é vista como uma prática da qual se pode abstrair os objetos, ou uma ação da qual se abstrai a teoria. Outra presença importante nas práticas escolares é a fixação em esquemas, como o caso da balança para a observação do “equilíbrio algébrico”, que apesar de possuírem virtudes trazem consigo implicações nocivas para os alunos que são desconhecidas para a maioria dos professores.

Se estas práticas estão tão arraigadas e delas quase não conseguimos fugir, qual a hipótese que podemos propor em substituição destas com suas falhas mais ou menos óbvias? Outra questão que parece estar sempre subjacente e suspensa é: Como permitir ou contribuir para o surgimento de diversos significados que possam ser socializados na classe?

Nossos alunos já estão tão acostumados a regras e técnicas, a aprendizagem de algoritmos e do “como fazer”, que lhes soa estranho o questionamento sobre como pensaram, quais as estratégias que usaram na resolução de um problema. A possibilidade da metacognição nunca lhes foi permitida e raramente lhes foi sugerido que também para os grandes matemáticos da história, ou para os matemáticos profissionais, os conceitos foram sendo aprimorados no decorrer de suas vidas, recebendo contribuições de diversas pessoas em diversos períodos. É raro que os alunos tenham acesso a informações tão básicas quanto a de que muitos problemas similares foram resolvidos de formas diferentes por diversas civilizações distantes no tempo e no espaço, civilizações que percorreram caminhos diversos na procura por tais soluções. Davis e Hersh pontuam sobre a “faxina” feita antes da apresentação dos teoremas que, além de descaracterizar a história de sua formação gera uma grande dificuldade na leitura devido à aridez dos textos matemáticos até mesmo para profissionais:

> A apresentação dos textos geralmente é ‘ao contrário’. O processo de descoberta eliminado da descrição, e não é documentado. Após que o teorema e sua demonstração estejam completos, por qualquer caminho e por qualquer meio, toda a apresentação verbal e simbólica é reorganizada, polida e rearrumada de acordo com os cânones do método lógico-dedutivo... A brevidade é a alma do brilhantismo ou finura matemática. Explicações mais completas são consideradas tediosas. (1985, p.317)

Os autores ainda refletem que não são assim apenas os textos ou os livros de matemática; nas aulas, freqüentemente, damos a entender ao aluno que a matemática surgiu pronta, acabada e sem defeitos. Culpamos o excesso de conteúdo e a premência do tempo pela ausência de uma apresentação mais próxima da realidade da construção desta ciência. Reforçamos a impressão de que não há problema sem solução, de que toda solução é absoluta e deve ser aceita integralmente; sendo, portanto, irretocável. Agimos assim, em parte devido a nosso desconhecimento da história da ciência e da matemática e, em parte devido a nossa dificuldade em desfazer o mito da exatidão dentro do qual nos formamos. Por vezes a Matemática parece ser algo sem início, uma presença eterna, sem história e, portanto, sem tropeços; algo perfeito e muito distante de uma construção humana.

Como conseqüência de tal postura não nos permitimos, e também não concedemos a nossos alunos, a liberdade de sermos originais e criativos, fugindo das soluções já convencionais, escolhendo estratégias inéditas. Nunca nos esqueceremos das ironias ouvidas nos tempos da graduação onde, ao se depararem com alguma solução ou demonstração mais longa que o esperado os mestres comentavam, rindo: “Você preferiu utilizar-se do caminho lusitano!...”; referindo-se ao método português de circunavegação da África para alcançar à Índia. (Na época de Vasco da Gama é claro que já se conhecia o caminho para as Índias através da Turquia, no entanto devido às dificuldades políticas e as altas taxas impostas pelos otomanos se tornou mais interessante, ainda que muito mais demorada, o uso da outra alternativa. É possível, contudo, que este fato histórico fosse desconhecido de nossos mestres e que sua forma de expressão estivesse atribuindo aos alunos apenas a “cômica” e preconceituosa posição que se costumava atribuir aos portugueses no anedotário) Outros, um pouco mais polidos, machucavam um pouco menos nosso ego já titubeante, argumentando: “Bem que você poderia ter optado por uma solução mais elegante...” Elegância à parte, o estrago em nossa auto-estima, em nossa criatividade, em nossa capacidade de fazer matemática já estava feito...

Restava-nos então reproduzir e fomos nos fazendo cada dia mais hábeis nesse processo de repetir do jeito que o professor gostava, aprendemos a rejeitar nossa maneira de pensar e raciocinar para eleger um modo mais elevado e superior: o modo de pensar do professor... Fomos aceitando a dominação e nos sujeitando ao poder, a autoridade e a legitimidade do professor.

Contudo há o verso dessa folha, a outra face desta moeda, a outra versão do fato. Há também a resistência por parte dos estudantes que, quando desafiados por atividades que não lhes são habituais, quando instados a justificar e relatar algum procedimento adotado na solução de um problema, sentem como que ‘dores de parto’. Um dos motivos pode até ser a falta de hábito que a ausência de liberdade provocou. A triste conseqüência é que: “A resistência pode intensificar-se e traduzir-se em falta de estudo, falta de interesse e falta de desejo de tentar descobrir um processo próprio de descoberta.” (DAVIS e HERSH, 1985, p.319)

É preciso considerar como os fenômenos ocorrem em nossos laboratórios (nossa mente), influenciados e relacionados com as experiências que vivenciamos, com a forma como os compreendemos, com o valor que nossa cultura lhes atribui. Interessante notar como alguns alunos, colaboradores da nossa pesquisa, quando questionados sobre suas experiências e contatos com balanças de dois pratos do tipo daquela sugeridas nos desenhos de seu livro didático reagiram. Para a realização das entrevistas construímos uma espécie de "protótipo" e perguntamos a eles, à vista da balança:

Pesq.: Você já viu uma balança desse tipo, igual a essa?[3]

Denise: Eu já vi só que quando meu pai foi no advogado eu vi uma dessas.

(*Ele se refere àquelas esculturas onde a balança de dois pratos simboliza a eqüidade, a justiça. No momento da entrevista não julgamos ser apropriado perguntar-lhe se conseguia imaginar a razão pela qual uma balança deste tipo se encontrava em um escritório de advocacia e, talvez ouvir alguma referência que ele estabelecesse em relação às equações).*

Pesq.: E, fora no advogado, em algum outro lugar você viu uma balança dessas?

Denise: Vi em uma loja de móveis antigos.

(No caminho entre o ponto de ônibus e a escola havia um antiquário que manteve, na vitrine, por algum tempo uma balança. Interessante foi perceber que havia grande possibilidade de que outros alunos, também nossos entrevistados, fizessem o mesmo trajeto, passando defronte da mesma vitrine, contudo nenhum dos outros mencionou ou observou ter visto tal objeto.)

Pesq.: Mas assim na sua vida prática você já viu alguém usando uma balança como essa para "pesar"?

Denise: Não.

[3] Utilizaremos as seguintes convenções durante as transcrições : (a) texto normal se refere a fala da entrevistadora; (b) texto em negrito indica a fala dos participantes;(c)texto em itálico refere-se a reflexões da autora; (d) reticências indicam pausas prolongadas.

Pesq.: Onde você vai comprar coisas que tenham que ser “pesadas”?

Denise: No açougue, no mercado...

Pesq.: E, nesses lugares, tem balanças desse tipo?

Denise: Não, são todas automáticas, ou dessas de prato mesmo só que elas só tem um prato.

Outro entrevistado reagiu de modo muito peculiar às questões semelhantes:

Pesq.: Você já viu na vida real alguma balança desse tipo?

Carlos: Já.

Pesq.: Onde você já viu ?

Carlos: Na televisão e, em filmes.

(As experiências “ficcionais” parecem ter o mesmo valor das “vivenciadas”!!)

Pesq.: Na vida mesmo, mas você nunca usou nem viu uma balança dessas sendo usada para “pesar” coisas? Em supermercado ou na feira do produtor?

Carlos: Não.

Pesq.: Quando você sai, de que jeito as pessoas usam balança? É desse jeito, com uma balança desse tipo? De que jeito que elas são?

Carlos: São mais modernas.

Pesq.: De dois pratos?

Carlos: São só de um.

Pesq.: E a maioria que você vê são de pratos?

Carlos: É , acho que são .

Pesq.: Em supermercado é desse tipo?

Carlos: Não, são de outro tipo, mais modernas, por exemplo você aperta lá em um botão e sai uma etiqueta com quanto pesou.

(Em nosso cotidiano manipulamos e usamos diversas inovações tecnológicas das quais não temos a menor idéia de como funcionam e quais os princípios e

propriedades envolvidos em sua atividade, em seu mecanismo; isso nos é completamente natural. Portanto, não nos parece nem um pouco estranho que também não precisemos compreender equações; precisamos apenas saber como resolvê-las... Nos rendemos facilmente, nos sujeitamos que o que precisamos de fato é apenas saber como operar, que botão apertar, como resolver...)

Pesq.: Então são diferentes, não têm quase nada de parecido?

Carlos: Só a função.

No evento acima descrito, apesar dos entrevistados estarem diante de uma mesma balança, o protótipo construído para a atividade da entrevista, ou de lhes ser sugerido pensar nas balanças digitais que costumamos ver em supermercados, remetendo-se, portanto, ao mesmo referente, manifestaram, contudo, suas experiências muito diversas. Sustentam Ogden e Richards: “Nós pressupomos com excessiva facilidade que uma linguagem semelhante envolve pensamentos semelhantes e coisas pensadas semelhantes” (1976, p.151). Eles ainda tecem alguns comentários sobre a forma como interpretamos os sinais e os acumulamos em nossa memória. Nós não guardamos fatos como se fossem fotografias estáticas, os guardamos banhados nas emoções e interpretações, inclusive emotivas do momento em que são gravadas, posteriormente quando lhes acessamos não somos os mesmos. Quando somos expostos a algo ou a alguma situação que nos remeta à memória estamos novamente imersos em novas emoções, impregnados de novas idéias, novas intenções, somos outros de fato:

> O que acontece quando julgamos, acreditamos ou pensamos em algo; em que espécie de entidade esse algo consiste; como está relacionado com o nosso evento mental que é nosso juízo, a nossa crença ou o nosso pensamento? (...) Durante quase toda a nossa vida estamos tratando as coisas como sinais. Toda experiência é gozada ou/e interpretada (tratada como um sinal) e muito pouco escapará a algum grau de interpretação. (...) Compreender o processo de interpretação é a chave para a compreensão da situação significante. Os efeitos sobre o organismo, devidos a qualquer sinal, que pode ser qualquer estímulo de fora ou qualquer processo ocorrendo dentro, dependem tanto de toda a história passada do organismo bem como de entre os acontecimentos passados, alguns que determinam mais diretamente que outros a natureza da agitação presente.” (1976, p.69)

Na seqüência de nosso trabalho, a revisão da literatura, vamos nos deparar com a autoridade dos textos nos quais nos baseamos, e vamos tentar estabelecer uma relação entre o que aprendemos com eles e o que constatamos em nossas experiências com alunos e professores.

2 DAS AUTORIDADES E DA LEGITIMIDADE

> A forma pela qual o conhecimento progride, e principalmente o nosso conhecimento científico, é através de adivinhações, por soluções tentativas dos nossos problemas, conjecturas. Estas conjecturas são controladas pela crítica; isto é, por refutações tentativas que incluem demonstrações altamente críticas. É desse modo que nos familiarizamos melhor com o nosso problema e somos capazes de propor soluções mais elaboradas. Enquanto aprendemos com nossos erros nosso conhecimento cresce.
> ***Karl Popper***

> No estilo dedutivista, todas as proposições são verdadeiras e todas as inferências válidas. A matemática é apresentada como um conjunto sempre crescente de verdades eternas, imutáveis. O estilo dedutivista oculta a luta, oculta a aventura. Toda a história desaparece, as sucessivas formulações tentativas do problema, no correr do procedimento de demonstração, estão condenadas ao esquecimento, enquanto o resultado final é elevado ao posto de infalibilidade sagrada. Ainda não se compreendeu suficientemente que a educação matemática e científica atual é um foco de autoritarismo e é o pior inimigo do pensamento independente e crítico.
> ***Imre Lakatos***

Sempre estivemos às voltas com a questão da autoridade e da legitimidade. Toda a autoridade, no sentido de hierarquia que exige subserviência e usa de instrumentos de dominação, deve ser dissolvida principalmente quando se impõe à custa da força e exige obediência cega. De outro lado, se dispomos de liberdade, mas buscamos na autoridade um avalista para nossas ações então aquilo que propomos perde em legitimidade. A autoridade da qual nos acercamos, na busca de nossos autores em nossas leituras, é aquela que pode nos conferir um certo grau de autonomia na medida em que nos apropriamos dos saberes necessários ao desenvolvimento da tarefa que estamos a realizar. Pode parecer incrível, mas é comum que se busque na literatura não apenas a autoridade, mas também uma espécie de autorização que torne legítima nossa possibilidade de duvidar, inclusive das respostas já estabelecidas para nossas perguntas. É como se a autenticidade de nossas inquietações precisasse do aval de outrem para que adquiríssemos a coragem de expressá-las.

Este preâmbulo se justifica tendo em vista que nas dissertações de mestrado espera-se que o autor recorra a um "referencial teórico" e nós não poderíamos nos furtar a isso. Entretanto, sem advogar pelo uso indistinto e eclético de uma costura que tome o melhor de cada autor, ainda assim nos propomos a estabelecer uma coerência que não exclua – a priori – aqueles que pudessem ser considerados divergentes. É muito fácil justificar essa atitude: em nossa trajetória nos formamos através de percursos que se construíram em caminhos tortuosos, em meandros que negam de forma absoluta a possibilidade de uma "evolução" contínua rumo a um estágio "superior"... e os significados que fomos construindo, ao longo de nossa história de vida, no enfrentamento de nossas inquietações, estão, assim, impregnados de todas essas circunstâncias.

Há autoridades que já trilharam muitos caminhos similares aos nossos, acumularam muita experiência ao fazê-lo, e estando atentos a elas podemos evitar muitos tropeços e tombos... Além do que, autoridades dignas de crédito sempre se abrem aos debates que arejam, revigoram e fortalecem suas posturas teóricas, tornando-as mais confiáveis. É, portanto, dessa forma que recorremos a nossos autores, que constituímos nosso referencial teórico: construindo um diálogo e abrindo-nos ao debate.

Desde há muito tempo há pessoas que têm percebido o dano gerado pelo ensino repetitivo, mecânico, no qual a maior parte da energia, tanto do professor quanto do aluno, está voltada para procedimentos e não para significados. Quando ensinamos treinando o procedimento e a técnica, separando-os do seu significado, matamos a compreensão, eliminamos a possibilidade de uma compreensão significativa. É como se todas as coisas sempre estivessem já prontas e coubesse aos alunos apenas o papel de espectadores do momento em que mais e mais informações viessem a se materializar ante seus olhos... Essa forma de agir no interior das escolas tem gerado uma maioria de excluídos e uma minoria de sobreviventes. Como nos diz D'Ambrosio:

> Rigor e formalismo na estruturação de uma disciplina é algo que nada ou pouco tem a ver com seu ensino. A substituição do ideal de rigor no ensino da matemática pela aceitação de uma construção intuitiva, experimental, com repetições em maior e maior profundidade e o reconhecimento que apreciação de rigor se cultiva e varia de indivíduo para indivíduo, assim como se afina o ouvido para a música, e que alguns atingirão um certo nível enquanto outros jamais alcançarão tal nível, parece-me a chave para a integração. (1986, p. 93)

Não se trata, obviamente, de negar a importância da formalização do conhecimento matemático, pois é consenso que sem essa sistematização surgirão dificuldades na realização de extrapolações e articulações mais sofisticadas. Na citação acima D'Ambrosio nos fornece uma pista de como caminhar na direção dessa sistematização, substituindo o ideal de rigor pela aceitação de construções intuitivas e experimentais. Tal proposta nos evoca o uso feito por LAKATOS (1986, p.25) da idéia de "experimento mental"[4]. O experimento mental, como nós o compreendemos, sugere um cenário que serve de suporte para a interpretação (representação) de um mundo real, de nossas hipóteses de trabalho, um cenário que nos permite fazer experiências, tentativas, cometer erros e tentar de novo, de outra maneira. Onde o trivial e o essencial aparecem misturados permitindo, gradualmente, uma convergência de significados, uma demonstração informal, que brotam da percepção implícita dos processos intuitivos.

A leitura de Lakatos inspira-nos a pensar uma aprendizagem criativa em que o aluno executa ações fazendo uso de procedimentos que testou anteriormente, em situação particular e, que posteriormente socializa, abrindo-se a contra-exemplos, refutações ou confirmações. Parece estabelecer também uma forte conexão entre o quanto atitudes do aluno que, intencionando aprender, desaprende primeiro, aprende a desconstruir, romper com regras estabelecidas com as quais não se identifica, faz do "seu jeito"; tais atitudes podem expandir a consciência permitindo que emerja aquilo que lhes é próprio, aquilo que foi realmente apreendido. Como ressalta Schön: "Um professor reflexivo tem a tarefa de encorajar e reconhecer, e mesmo de dar valor à

---

[4] Para Lakatos : "O experimento mental (*deiknymi)* é o tipo mais antigo de prova matemática; prevalecia nas matemáticas gregas pré-euclidianas . Para os matemáticos antigos era comum o fato de que as conjecturas precedessem às provas na ordem heurística." (1986, p.26)

confusão de seus alunos. Mas também faz parte de suas incumbências encorajar e dar valor a sua própria confusão.” (1992, p. 85) . E prossegue: “O grande inimigo da confusão é a resposta que se assume como verdade única. Se só houver uma única resposta certa, que é suposto o professor saber e o aluno aprender, então não há lugar legítimo para a confusão.” (1992, p. 85) . Se o professor ambiciona que seus alunos procedam como os alunos da aula fictícia de Lakatos ele precisa certamente adotar tais atitudes, consigo mesmo, vencendo o vício de apresentar o conteúdo, permitindo-se dividir a responsabilidade com os alunos no que se refere à significação do conhecimento, aprendendo a ser questionado, abrindo-se a refutações .

Através da leitura de Lakatos passamos a compreender que a matemática é construída com flexibilidade e diversidade de intervenções. Inspirados nesta concepção, valoriza-se e aproveita-se cada afirmação dos alunos sem desprezar nada, inclusive sem desprezar as conclusões e observações que possam parecer óbvias. De outro lado, ainda que distante da inspiração lakatosiana, Lins nos assegura: “Na verdade é de tanto não discutirmos o ‘óbvio’ nas aulas de Matemática que muitos alunos se perdem.” (1994, p. 27a.) E prossegue: “O óbvio só se torna óbvio depois que é dito e examinado e, muitas vezes, a constatação de que algo ‘era’ óbvio pode ser fonte de grande prazer intelectual, como quando achamos a solução simples para um problema que nos desafiava há dias.” (1994, p. 27a) Interessante que o autor sustenta que o óbvio só se torna assim após ter sido dito e examinado, não apenas *ouvido*. . .

No que segue, dividimos nossa exposição em três etapas. Falamos primeiramente sobre o ensino da álgebra no Brasil, buscando descrever o campo com o qual nos deparamos nas escolas. Em seguida fazemos uma incursão sobre os problemas do significado, tentando tornar mais claras as dificuldades associadas aos estudos em que se busca associar aquilo que é dito pelos professores com aquilo que é dito pelos alunos. Uma terceira parte completa esse capítulo, onde buscamos trabalhar com uma forma de produzir significados, particularmente no caso da álgebra.

2. 1 O ENSINO DA ÁLGEBRA NO BRASIL

Apesar de ser um dos ramos da Matemática, a Álgebra cumpre muitos papéis e pode ser vista travando relações com quase todas as demais partes da Matemática. A linguagem e as técnicas da álgebra proporcionam meios para a generalização de relações, tornam possível descrever, analisar, solucionar, ampliar e generalizar uma série de problemas e também podem ser capazes de produzir modelos através dos quais podemos explorar situações do assim chamado mundo real.

O nosso conhecimento sobre o pensamento algébrico, seja sob o ponto de vista histórico em relação a Matemática, seja sob o ponto de vista da compreensão dos alunos ou dos professores, por exemplo, tem importantes e fortes implicações em nossas decisões a respeito do ensino desse tema. A tendência das pesquisas aponta hoje para que a álgebra seja introduzida aos alunos cada vez mais cedo, inclusive com a utilização oportuna da ajuda advinda da tecnologia das calculadoras e computadores que permitem visualizar e estudar as relações entre as estruturas da álgebra através de gráficos, tabelas e diagramas. Contudo, historicamente em nosso país observou-se uma espécie de oscilação, uma dicotomia, uma quase oposição na qual a ênfase se dá ou no ensino da Álgebra ou no da Geometria.

Fiorentini, Miorim e Miguel denunciam um “abandono” a que o ensino da álgebra ficou relegado e, o consideram não como sendo uma “ausência de informações algébricas mas ausência de reflexão crítica sobre esse ensino, isto é, a sua fossilização decorrente da não-percepção da necessidade de renovação que pudesse imprimir-lhe novas direções e novas significações.” (1992, p. 40)

Estes mesmos autores publicaram um artigo posterior ao acima citado onde acresceram, questionaram e responderam às questões e contribuições surgidas quando da publicação do primeiro artigo. Para situar o ensino da álgebra no contexto da educação brasileira uma maneira possível é adotar a forma apresentada por eles.

Optaram eles por demonstrar as concepções manifestadas ao longo da história do ensino da Matemática Elementar destacando as tendências salientadas por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 34) temos:

Tendência Linguístico-pragmática: esta tendência sugere o fornecimento de um instrumental técnico para a resolução de equações e problemas equacionáveis; nela a ênfase está sobre o domínio prévio da linguagem do cálculo literal através da resolução de muitos exercícios. Valoriza a aquisição, ainda que mecânica, da resolução de exercícios e problemas através de técnicas de transformismo algébrico. Esse era efetuado totalmente independente de objetos concretos, de figuras ou ilustrações sendo caracterizado por uma seqüência de tópicos que ia desde o estudo das expressões algébricas, passando pelas operações e chegando às equações. A fixação das técnicas operatórias era realizada através de muito treino. Só então é que se iniciava a utilização das equações na resolução de problemas. Esta concepção foi a preponderante durante todo o século XIX e persistiu até os anos cinqüenta, tanto no Brasil como em outros países. Parece que já vimos esse “filme”, quer em nossa formação, quer em nossa atuação, pois, apesar de sermos mais novos, os resíduos dessa tendência marcaram e ainda marcam a formação escolar de muitos de nossos professores e conseqüentemente também a nossa. Em contraposição a essa tendência, o Movimento da Matemática Moderna propôs uma outra concepção de educação algébrica, mais de cunho lingüístico, que foi identificada como tendência fundamentalista-estrutural.

Tendência Fundamentalista-estrutural: entende que o papel desempenhado pela álgebra seja o de fundamentar toda a matemática escolar, que se organizaria em torno da teoria dos conjuntos, da introdução dos campos numéricos e das propriedades estruturais ou das estruturas algébricas. A busca da compreensão ocorria, utilizando-se a fundamentação lógica o que posteriormente determinaria, como conseqüência uma reorganização dos tópicos algébricos (expressões algébricas, valores numéricos, operações, fatoração) como sendo os tópicos tidos como fundamentais. Eram antecedidos por tópicos ditos fundamentadores (conjuntos numéricos, propriedades estruturais, estudo de quantificadores, sentenças abertas e fechadas, conjunto verdade e conjunto universo, equações e inequações do 1º grau) considerados como espécies de pré-requisitos necessários à compreensão dos tópicos fundamentais. Para sucedê-los apareciam “novos conteúdos algébricos” (aspas dos autores parecem sugerir a ironia da maquiagem de “novo”) que eram funções, funções de 1º e 2º graus, etc) .

Tendência fundamentalista-analógica: essa tendência intenta fazer uma síntese, “mixar”, as duas anteriores. Busca recuperar o papel instrumental da álgebra e também manter o caráter fundamentalista de justificação das passagens presentes no transformismo algébrico. Preferindo enfatizar o uso e a manipulação de modelos analógicos geométricos, tais como blocos de madeira e figuras geométricas idealizadas usam como forma de justificação na maioria dos casos tais recursos geométricos, visuais. Os que seguem por ela, acreditam que uma “álgebra geométrica” pode tornar visíveis certas identidades algébricas e que esta forma de abordar o conteúdo seria didaticamente superior a qualquer forma de abordagem estritamente lógico-simbólica. Julgam ser essa etapa geométrico-visual um estágio intermediário e/ou concomitante à abordagem simbólico-formal. Preservam a preocupação fundamentalista-estrutural, não estimulam nem sugerem o uso das propriedades gerais. Outras analogias também são comumente usadas como “justificações” de algumas passagens do transformismo algébrico: utilizam-se de **leis do equilíbrio físico,** recorrendo, para isso, a materiais “concretos” como **balanças, gangorras**, etc. O “concreto” neste tipo de justificação tem um significado diferente do “concreto”ao qual fazem apelo os recursos estritamente geométrico-visuais. Podem ser consideradas algumas críticas feitas a este modelo. Entre elas as de que não houve uma real ruptura em relação as duas tendências anteriores já que ainda se atribui expressivo valor às estruturas, a forte ênfase ainda recai sobre o caráter procedimental ou sintático. Nela percebe-se que o centro ainda se encontra na aplicação de regras e na manipulação de expressões algébricas em detrimento dos aspectos conceituais e semânticos, que são aqueles que exploram a produção de significados e a compreensão de conceitos em contraste com o mero treino de habilidades.

Fiorentini, Miorim e Miguel consideram que tal concepção continua reduzindo o ensino da álgebra à sua linguagem. Eles asseguram: "Essa tendência da educação algébrica em acreditar que o pensamento algébrico só se manifesta e desenvolve através da manipulação sintática da linguagem concisa e específica da álgebra desconsidera o fato de que, tanto no plano histórico quanto no pedagógico, a linguagem é, pelo menos a princípio, a expressão de um pensamento" (1993, p. 36)

A literatura que consultamos é quase unânime ao considerar que para que haja construção e desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica é importante promover-se atividades que sejam ricas em significado. Há consenso de que através delas se possibilita ao aluno pensar genericamente, estabelecer relações entre grandezas, perceber padrões e regularidades, expressar idéias matematicamente, em suma comunicar-se matematicamente, compreender e ser compreendido. Há consenso também quanto à dificuldade de se caracterizar o pensamento que poderia ser classificado como algébrico, sendo admitida por muitos autores a convicção da inexistência de uma forma única pela qual esse pensamento pode ser expresso. Para Fiorentini, Miorim e Miguel, "ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através de uma linguagem específica, criada para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica." (1993, p. 37)

As implicações que essa forma de conceber a educação algébrica trazem para a prática pedagógica são contundentes. Afinal, se o pensamento algébrico não necessita de uma linguagem simbólico-formal para ser manifestado, não há razão verdadeira que mantenha uma iniciação tardia ao ensino da álgebra. Como reafirmam os autores já acima nominados: "Definitivamente, não existe qualquer argumento de ordem pedagógica para se continuar a sustentar, como o fazia a educação matemática tradicional, que o primeiro momento da educação algébrica seja o trabalho com o transformismo." (1993, p. 37) Ao ver desses autores, a saída seria de que a primeira etapa da educação algébrica fosse através de um trabalho com situações-problema, nas quais se possa também ter a garantia de que tais exercícios promovam a manifestação dos elementos característicos do pensamento algébrico . Com um trabalho reflexivo e analítico utilizando situações de naturezas diversas e possibilitando a construção de uma linguagem simbólica que seja significativa para os alunos.

Quando fomos tendo a certeza do trabalho que desejávamos realizar e fomos centrando nosso foco no estudo das equações do 1º grau , como eram vistas e trabalhadas na 6ª série do primeiro grau, procuramos na literatura algum trabalho relacionado com nosso estudo. Encontramos a dissertação da professora gaúcha Beatriz Zanchet. Seu estudo "propõe a discussão dos resultados de um trabalho metodológico desenvolvido sob a hipótese de trabalhar a álgebra na perspectiva de uma aprendizagem significativa . A experiência envolveu a professora e alunos de 6ª série de uma escola de primeiro grau em Pelotas, RS." (2000, p. 5) . Seu trabalho consistiu numa proposta que envolvia o desenvolvimento de um material concreto que auxiliasse a construção e a compreensão dos conceitos que envolvem a construção e resolução de equações de 1^0 grau. . A crença da autora é de que "a manipulação do material, sendo realizada pelo próprio aluno, permitir-lhe-ia a organização das idéias /. . . / e favoreceria a abstração que se faz necessária em álgebra." (2000, p. 24) Para Zanchet o objetivo "não foi concretizar a álgebra, mas olhar a experiência didática sob o ponto de vista da produção de significados para a álgebra, percebendo qual poderia ser sua contribuição para uma mudança de comportamento dos alunos em relação à Matemática. " (2000, p. 25) No início das atividades a pesquisadora permitiu aos alunos "oportunidade de visualizar alguns conceitos e operações que só conheciam na teoria, como é o caso de simetria e igualdade. " (2000, p. 25) Os procedimentos investigativos envolveram instrumentos que possibilitaram a coleta dos dados para a análise, através do registro sistemático de uma espécie de diário de classe, uma entrevista semi-estruturada. O trabalho, apesar de usar alguns fundantes que também usamos como nosso referencial teórico, entre os quais Lins, Gimenez e Lins, são por ela compreendidos e utilizados de modo muito diverso do que realizamos. Em seu trabalho há uma nítida influência piagetiana enquanto que nós preferimos enfatizar aspectos menos ligado à psicologia e mais ligados à imersão cultural como influência vital para a significação das equações. A autora também se fundamenta na aprendizagem significativa de Ausubel, o que confirma que o caminho adotado por ela é diferente daquele que escolhemos. Ler o trabalho, contudo, revelou-se uma fonte de grande aprendizado, sendo muito útil nos momentos de tomada de decisões e nas escolhas que tivemos que fazer, tanto no que diz respeito a metodologia quanto em relação ao nosso referencial teórico.

2. 2 O PROBLEMA DO SIGNIFICADO

Logo no começo do desenvolvimento de nosso trabalho, quando tivemos que escolher um título ao projeto de pesquisa, pudemos perceber que este título sofreu constante mutação... apesar disso, uma palavra manteve-se inalterada, em todas as versões insistia em permanecer: *significado*. No começo ela fora colocada ali de modo intuitivo, inocente, ingênuo, sem maiores aspirações de grandeza, sem a mínima idéia do impacto que poderia causar o uso de um termo tão corriqueiro. “Significado” é um termo usado em muitas áreas: Lingüística, Semântica, Semiótica, Filosofia, Psicologia e Educação.

Iniciamos nossa busca por alguns dicionários que estavam ao alcance de nossas mãos, a idéia não era a de fazer um levantamento sistemático e sim a de verificar de modo inicial o que eles trazem como sendo o significado de *significado*:

Significado: (s. m) significação; interpretação de qualquer símbolo, frase ou palavra mais ou menos obscura; acepção, sentido. Tirar *significados*; procurar nos vocabulários ou dicionários próprios as significações ou sinonímias das palavras de uma língua noutra. [5]

Significado: 1. Sentido, acepção de uma palavra. 2. Valor, sentido ou conteúdo semântico de um signo lingüístico. [6]

---

[5] **Dicionário Contemporâneo da Língua Portuguesa Caldas Aulete**. Rio de Janeiro: Ed. Delta, 1964, 5 ed.
[6] BIDERMAN, Mª Tereza Camardo. **Dicionário Didático de Português**. São Paulo: Ática, 1998, 2 ed.

Significado: (s. m) acepção, sentido, significação. (*lingüíst.)* : valor ou conteúdo semântico de um signo lingüístico. [7]

Como todo o termo controverso devido às suas múltiplas utilizações, cada autor desenvolve suas perspectivas e mantém a estabilidade ou não do significado de significado, contudo cada leitor o compreende de modo completamente subjetivo. Como sugerem, por exemplo, Ogden e Richards: " 'Significado', no sentido de 'aquilo a que o elocutor pretende que o ouvinte se refira', e 'Significado', no sentido de 'aquilo que o elocutor pretende que o ouvinte sinta e faça' são claramente distinguíveis." (1976, p. 201) Discutir as idéias que aparecem quando o termo significado é usado é vital para que se possa esclarecer o modo como os outros vêem e o modo como nós o concebemos.

Os hábitos de pensamento com os quais crescemos aparecem como determinantes da linguagem que utilizamos, nenhuma palavra é escolhida e dita ao acaso, contudo,

> ...as palavras nada "significam" por si mesmas (embora a crença em que elas significam fosse igualmente universal em tempos passados) . Somente quando um pensador as usa é que elas representam alguma coisa, têm "significado". As palavras são instrumentos. Normalmente, sempre que ouvimos alguma coisa ser dita, saltamos para uma conclusão imediata, supomos que o elocutor está se referindo àquilo a que nos referiríamos se fôssemos nós a proferir essas palavras. (OGDEN e RICHARDS, 1976, p. 36)

Segundo a gramática de Cegalla, "**semântica** trata da significação das palavras, hermenêutica é a ciência que se preocupa com a interpretação." (2000, p. 283) . Segundo a mesma gramática, "**polissemia** é o fato lingüístico que se dá quando uma palavra pode ter mais de um significado". (2000, p. 287) Há sobre esse aspecto uma interessante citação que aparece no livro que será abaixo dissecado: "Os homens contentam-se com as mesmas palavras que as outras pessoas usam, como se o próprio som comportasse necessariamente o mesmo significado." (Locke) Contudo, quando assimilamos o significado de uma palavra estamos dominando uma experiência social,

---

[7] KOOGAN/HOUAISS. **Enciclopédia e Dicionário Ilustrado.** Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1994.

pois todo um sistema de relações formado objetivamente durante o processo social está contido na palavra. Porém é preciso ainda considerar que essa experiência social depende da subjetividade e individualidade de cada um, essa individualidade é que faz com que uma mesma palavra, ao mesmo tempo, possa ter um significado estável, desenvolvido historicamente e um sentido todo próprio e pessoal para cada um.

Temos consciência que ninguém escolhe uma palavra ou outra, escolhe uma relegando as demais, sem que haja razões deliberadas para tal. Como afirmou Saramago em uma recente entrevista para a editora Paola Gentile (2003, p. 26) publicada na revista Nova Escola: "O que sustenta o visível está por baixo." Falando ainda sobre o texto escrito ele, na mesma entrevista, nos diz que: "O texto é inseparável do momento em que é escrito." Parece-nos que podemos extrapolar o que lemos sobre o texto escrito para o discurso, o que é dito, falado, e que, apesar de ser mais veloz, não é contudo menos enfático e representativo dessas mesmas ocorrências; possui sempre algo invisível, emaranhando nas palavras ditas e, o que é dito está sempre intimamente relacionado ao momento em que é expresso. Desta forma, Ogden e Richards sustentam que:

> O poder das palavras é a força mais conservadora em nossa vida. (...) O herdado esquema comum de concepção que nos cerca e nos penetra, natural e irresistivelmente, como o ar que respiramos, nem por isso deixa de nos ser imposto e limita os nossos movimentos intelectuais de inúmeras maneiras – tanto mais segura e irresistivelmente porque, sendo inerente na própria linguagem que devemos usar para expressar o mais simples dos significados, foi adotado e assimilado antes de podermos começar sequer a pensar por nós próprios. (...) E é difícil imaginar que possamos escapar da estrutura de nossa linguagem. (1976, p. 46)

Durante nossas pesquisas no campo, nossas entrevistas, nos deparamos com inúmeras cenas que corroboram tal afirmação. Quando usávamos nas questões das entrevistas uma ou outra palavra provavelmente o modo como a compreendíamos poderia não ser idêntico ao modo como o entrevistado a compreenderia; e o mesmo também poderia ocorrer com termos que o entrevistado proferisse e a forma como os entenderíamos. Como sustentam, Ogden e Richards, "Em todas essas discussões verifica-se que o que é dito só em parte é determinado pelas coisas a que o elocutor se refere. Muitas vezes sem uma nítida consciência do fato, as pessoas têm preocupações que determinam o seu uso de palavras. Se não estivermos cônscios de suas intenções e interesses no momento, não saberemos sobre o que elas estão falando e se os seus referentes são os mesmos que os nossos ou não.” (1976, p. 138) . O uso de uma palavra ou um sinônimo pode ser meramente trivial para um olhar superficial; contudo pode ser um indício dos mais importantes para um olhar mais acurado.

Buscamos verificar, ainda, como Cegalla define os sinônimos. Para ele:

> “sinônimos: são palavras de sentido igual ou aproximado. A maioria das vezes não é indiferente usar um sinônimo pelo outro. Embora irmanados por um sentido comum, os sinônimos diferenciam-se, entretanto, uns dos outros, por matizes de significação e certas propriedades que o escritor **não** [grifo meu] pode desconhecer. /. . . / O bom escritor deve conhecer os segredos da sinomínia. Entre dois ou mais sinônimos há sempre um que se impõem, por ser mais adequado, mais expressivo ou pitoresco” (2000, p. 285)

Cegalla atribui à contribuição greco-latina a existência, em nossa língua, de inúmeros no mínimo pares de sinônimos tais como: colóquio e diálogo, translúcido e diáfano e, ainda, semicírculo e hemiciclo. Percebemos que, também para o uso da palavra significado poderia haver muitas conotações, matizes de significação e, conseqüentemente muitas interpretações e que para cada termo ou escolha de abordagem que o professor e os alunos sujeitos da pesquisa optassem haveria muita *coisa* por trás das *coisas* que estariam sendo ditas, não só no âmbito da língua, do sentido de valor como também das concepções de ensino, de ensino de matemática e tudo o mais. . . Estávamos diante de um universo completo para o qual uma aproximação superficial poderia revelar-se catastrófica devido à deformação causada pela proximidade do ponto de vista e às próprias limitações do observador que nesta realidade se encontra completamente inserido .

Contudo aos poucos fomos percebendo que a palavra escolhida poderia ser um grande, um enorme “problema” sob muitos pontos de vista. Poderia causar uma grande polêmica que deslocaria o foco do trabalho ou o envolveria em meandros que não desejávamos nos emaranhar. Procurando mudar o foco e percebê-la de outro modo, como uma imensa teia de possibilidades, precisamos ir levantando o véu do significado de significado bem como as possíveis compreensões ou incompreensões que o uso do termo traria para nossos futuros leitores. A luta por demarcar o terreno mostrou-se árdua , era como procurar a linha do horizonte; anda-se, fatiga-se, encontra-se suado e exausto e, imagina-se ter chegado ao objetivo. Mas é ali que se encontra o próximo ponto de partida. Foi assim, embrenhados desse espírito aventureiro que nos lançamos na leitura de um clássico, o livro de Ogden e Richards, cuja primeira edição data de 1923, seguida de inúmeras outras desde então, em diversos idiomas, inclusive em português. Mesmo os livros mais recentes que abordam o tema da semântica não conseguem se furtar a apresentá-lo como uma relevante contribuição à discussão. Imaginem a cena: uma professora de Matemática lendo um livro, e ainda este livro mais indicado aos oriundos dos cursos de Letras... Como os autores afirmam, já no prefácio, revelando empatia à nossa situação: “o desconforto sentido ao ingressar em campos menos familiares é autêntico. ” (1976, p. 15)

O livro é uma tentativa de enfrentar diretamente as dificuldades suscitadas pela influência da linguagem sobre o pensamento. Nele é construída uma análise das conotações primordiais entre o pensamento, a palavra e as coisas nos oferecendo uma espécie de delimitação do amplo território como é captada, ordenada e desenvolvida a realidade objetiva pela mente humana. Os autores consideram que o problema central do significado ou as relações entre pensamento e linguagem dificilmente afloram. Utilizam o **simbolismo** como um novo meio de abordagem desses problemas. Nessa incursão os autores adotam uma postura metodológica onde em um capítulo inteiro apresentam, discutem e examinam uma lista de definições possíveis para o *significado de significado*.

Ogden e Richards sustentam que “todas as mais elaboradas formas de vida social e intelectual são afetadas por mudanças em nossa atitude para com as palavras – e o uso que fazemos delas. ” (1976, p. 17) (“O significado está no uso. ” - Wittgenstein) . Asseguram que “somente os que fechamos olhos para a rápida readaptação a circunstâncias totalmente novas para a raça humana, durante o último século, tem se esforçado cegamente por realizar, podem pretender que não existe necessidade alguma de examinar criticamente **o mais importante de todos os instrumentos da civilização**.” (1976, p. 17) Apontam para vital e complexa função da linguagem para nós hoje e particularmente para nós educadores. Segundo eles, em última análise, a importância de focar esse tema, de se elevar o nível de comunicação através de um estudo direto de suas condições, seus perigos e suas dificuldades está no fato de que: “O lado prático desse empreendimento é, se **a comunicação** for tomada **em sua mais ampla acepção, a educação**.” (1976, p. 17)

Em sua tese, Seiji Hariki sustenta que, segundo Fiske, existem duas escolas com posições divergentes no estudo da comunicação. Uma delas enxerga a comunicação como uma transmissão de mensagens e as vê como sendo o que é transmitido durante o processo de comunicação. Essa escola define a interação social como o processo pelo qual uma pessoa (o emissor) relata a outros ou afeta o comportamento, atitude mental ou reação emocional de outrem. Já a outra escola vê a comunicação como produção e troca de significados. Está concentrada em como mensagens ou textos interagem com as pessoas para produzir significados. A mensagem é uma construção de símbolos que através da interação dos receptores, produzem significados. Para Hariki: “a oposição entre as duas concepções de comunicações revela uma oposição análoga entre duas concepções de educação: uma centrada no professor (transmissão da mensagem) e a outra centrada nos aprendizes (produção e troca de significados) . ” (1992, p. 5)

Comunicação supõe, em nossa perspectiva, compartilhar conhecimentos, como para Lins (1994) para quem *conhecimento* é composto pelo par ordenado (crença-afirmação, justificação) e considera *significado* como sendo a relação que se estabelece entre uma crença-afirmação e uma justificação para tal crença no momento de sua enunciação ficando implícito que é no momento em que ele é comunicado.

No primeiro capítulo de seu livro Ogden e Richards se reportam a uma citação, que é utilizada como epígrafe de um capítulo e é atribuída a Lao Tse: "*Aquele que sabe não fala, aquele que fala não sabe.*" Tais palavras nos incomodaram profundamente e questionamos: Será que quem guarda o que sabe como um segredo, algo que se revelado se dissipa, será que realmente sabe? O questionamento nos inunda quando lembramos as inúmeras passagens que vimos e ouvimos de professores e mestres para os quais poucos são os alunos, ou discípulos merecedores, aptos a "ver" determinados detalhes. Provavelmente tal ocorra em muitas disciplinas porém é especialmente comum ocorrer com o professor de matemática, que parece possuir o *poder* de dar de beber do néctar dos deuses somente aos seus eleitos: aqueles que pensam como ele, que compreendem as palavras de seu vocabulário, que raciocinam de modo similar ao seu. Outro dia ouvimos até de crianças pequenas que desejavam convencer um adulto a lhes ensinar algo e diziam: "Você sabe quando você mais aprende?" e sabiamente respondiam: "É quando você ensina. . ."

O problema central da Ciência do Significado aparece quando Ogden e Richards citam o Dr. Postgate (remetendo a 1896) para quem as questões da correspondência entre palavras e fatos são muito profundas. Segundo Postgate:

> "é a investigação da natureza da correspondência entre palavra e fato, para usar estes termos na sua mais ampla acepção, que constitui o maior e o mais apropriado problema da ciência do significado. Que toda e qualquer palavra existente está enraizada em fatos da nossa consciência e história mentais seria impossível negar; mas é uma questão muito diferente determinar o que esses fatos possam ser. A concepção primitiva é, indubitavelmente, que o nome é indicativo ou descritivo da coisa. Do que se deduziria imediatamente que, partindo da presença do nome, poderemos argumentar a existência da coisa. Esta é a simples concepção do selvagem. " (Apud Ogden e Richards, 1976, p. 24)

Postgate estava cônscio de que os aspectos filosóficos e psicológicos precisariam ser considerados mesmo quando ainda havia a esperança de a Semântica resolver o problema por considerar-se que o uso das possibilidades educacionais da etimologia pudessem dar explicações razoáveis. O desapontamento surgiu ao notar-se que "O uso de palavras como se o significado delas fosse algo fixo, o recurso constante a vagas metáforas, a substancialização de termos capciosos, tudo indica uma atitude inadequada de abordagem da questão. ” (1976, p. 24) Notamos , em nosso próprio texto o quanto mudamos e alteramos, não apenas em leves nuances o significado da palavra significado, por exemplo. Variamos o tempo todo tal como é dinâmica e está sempre se reelaborando nossa capacidade de estabelecer outras e novas relações entre palavras e palavras, entre palavras e situações... Segundo Ogden e Richards “ (...) Nunca repetimos a mesma frase duas vezes; nunca usamos uma palavra duas vezes com o mesmo valor; nunca há dois fatos lingüísticos absolutamente idênticos. ” (1976, p. 162)

Completando sua análise citam F. de Saussure, autor considerado pela maioria dos estudiosos franceses e suíços com o primeiro a equacionar a lingüística numa base científica, ele sustenta que:

> “ (...) a fala, embora suficientemente concreta, não é integral como um conjunto de eventos. Os seus sons implicam movimentos de fala e ambos, como instrumentos de pensamento, implicam idéias. As idéias têm um aspecto social e um individual; a linguagem subentende um sistema estabelecido e uma evolução. A língua não se confunde com a linguagem; é somente uma parte determinada, essencial dela, indubitavelmente. Ao mesmo tempo, é um produto social da faculdade da fala (da linguagem) e um conjunto de convenções necessárias, adotadas pelo corpo social para permitir o exercício dessa faculdade nos indivíduos. ” A língua é “a totalidade das imagens verbais armazenadas em todos os indivíduos. . . um tesouro depositado pela prática da fala em todos os indivíduos pertencentes à mesma comunidade, um sistema gramatical que existe virtualmente em cada cérebro ou mais exatamente, nos cérebros dum conjunto de indivíduos, pois a língua não está completa em nenhum e só na massa ela existe de modo completo. ” (1976, p. 26)

Ogden e Richards, apesar de considerarem Saussure como um filólogo extraordinário, criticam sua postura porque ele afirma que um sinal é duplo, compondo-se de um conceito (significado) e de uma imagem acústica (significante) , duas entidades psíquicas. Sem o conceito, diz ele, a imagem acústica não seria um signo. A desvantagem desta explicação é que **o processo de interpretação está incluído no signo!** Essa teoria dos signos, ao negligenciar inteiramente as coisas que os signos representam, ficou desde o início desligada de qualquer contato com os métodos científicos de verificação.

Os etnólogos também foram estudiosos interessados na teoria lingüística. Para eles uma descrição adequada de povos primitivos é impossível sem uma compreensão dos elementos essenciais de suas linguagens, a qual não pode ser obtida através de uma simples transferência de distinções gramaticais indo-européias correntes, um método que, com excessiva freqüência tem sido positivamente desorientador. /. . . / o investigador tende a negligenciar o meio concreto do elocutor e a considerar apenas as idéias que se supõe terem sido 'expressas'. Citam o Dr. Boas que sugere como sendo um dos três pontos a serem examinados num estudo objetivo das linguagens os grupos de idéias expressas pelos grupos fonéticos assegurando que: "Toda a fala tem a finalidade de servir a comunicação das idéias. " (1976, p. 29) Contudo, para Ogden e Richards, "as idéias só são **remotamente acessíveis** aos investigadores de fora e **necessita-se de uma teoria que relacione palavras com coisas através das idéias, se estas existirem, que elas simbolizam. É preciso separar as análises das relações de palavras com idéias das relações de idéias com coisas**. " (1976, p. 29) Porém os estudos dos etnólogos não estão interessados em idéias a menos que estas incluam emoções e atitudes. Ao omitirem todo o tratamento separado dos modos em que a fala, além de transmitir idéias, também expressa atitudes, desejos e intenções prejudicaram seu trabalho. Para eles então a análise do processo de comunicação é parcialmente psicológica e sustentam que o simbolismo pode usar a psicologia para esclarecer o significado e os processos pelos quais as palavras nos ludibriam.

O Simbolismo é o estudo do papel desempenhado nas transações humanas pela linguagem e os símbolos de todas as espécies, e em especial da sua influência no Pensamento. Destaca para investigação especial os processos pelos quais os símbolos nos ajudam e nos dificultam na reflexão sobre coisas. Os símbolos dirigem e organizam, registram e comunicam. Ao estabelecer-se o que eles dirigem e organizam, registram e comunicam, temos que distinguir sempre entre *Pensamento* e *Coisas*. Para eles: "A nossa interpretação de qualquer sinal é a nossa reação psicológica ao mesmo, tal como determinada pela nossa experiência passada em situações semelhantes e pela nossa experiência atual. ” (1976, p. 246) É pensamento (referência) aquilo que é dirigido e organizado; e também é pensamento o que é registrado e comunicado. Embora saibamos que a relação direta dos símbolos é com o pensamento, dizemos que os símbolos registram acontecimentos e comunicam fatos, nos relacionam com a realidade.

“O que é a realidade? Como percebemos a realidade? De que modo e até que ponto a linguagem nos permite conhecer o real?” estas perguntas básicas foram esboçadas e comentadas em um ensaio de Blikstein, de 1985, onde um dos objetivos é estudar os estereótipos que são garantidos e reforçados pela linguagem. Segundo Blikstein **o processo de conhecimento é regulado por uma contínua interação entre práticas culturais, percepção e linguagem**. Os questionamentos do autor baseiam-se na hipótese de como procederíamos se nos encontrássemos diante do mundo desprovidos de práticas culturais, estereótipos ou de linguagem como ocorreu com Kaspar Hauser, o personagem do filme homônimo.

Para Vygotsky (1995) : “O sentido de uma palavra é a soma de todos os eventos psicológicos que a palavra desperta em nossa consciência. É um todo complexo, fluido e dinâmico, que tem várias zonas de estabilidade desigual. O significado é apenas uma das zonas de sentido, a mais estável e precisa. ” (1995, p. 125) Ao enfatizar que “dependendo do contexto uma palavra pode significar mais, ou menos, do que significaria se considerada isoladamente: mais porque adquire um novo conteúdo; menos, porque o contexto limita e restringe o seu significado” (1995, p. 125) , Vygotsky traz uma importante contribuição para a compreensão de certas situações de conflito ou de cooperação onde um aluno não compartilha o mesmo nível de profundidade que outro, que ainda tem uma compreensão mais superficial e estreita. Em Vygotsky a interação social e o instrumento lingüístico são decisivos para se compreender o desenvolvimento cognitivo, para ele as interações sociais e o contexto sociocultural são centrais. Inclusive porque, em alguns momentos, tanto para alunos quanto para docentes pode acontecer de se pensar corretamente sobre um assunto e contudo ainda não se conseguir expressá-lo através de palavras. Lembra-nos Vygotsky que: “exatamente porque um pensamento não tem um equivalente imediato em palavras, a transição do pensamento para a palavra passa pelo significado. (...) A comunicação só pode ocorrer de forma indireta. (1995, p. 129) Em sua percepção a própria noção de aprendizagem significa processo de ensino-aprendizagem, justamente por incluir quem aprende, quem ensina e a relação social entre eles, tanto que ele escolhe uma palavra em russo que dá exatamente essa idéia, a idéia de processo ensino-aprendizagem. Ele assume que o sujeito social não é apenas ativo mas interativo. De acordo com Castorina (1996) o indivíduo, “ a partir do significados que os outros atribuem aos seus atos e conforme códigos sociais estabelecidos, os indivíduos chegam a interpretar as suas próprias ações: o processo vai ‘de fora para dentro’”. (1996, p. 32) Para Castorina, a tese que Vygotsky defendia “é que a cultura fornece aos indivíduos os sistemas simbólicos de representação e suas significações, que se convertem em organizadores do pensamento, ou seja, em instrumentos aptos para representar a realidade. ” (Id) Na visão de Castorina, Vygotsky pensava que “a interação dos indivíduos com os objetos do mundo está orientada pelas **palavras** que representam categorias culturais e que se transformam em instrumentos para formar conceitos. Dessa forma, a **palavra** funciona primeiro em seu papel de meio e depois no de símbolo do conceito. ” (1996, p. 36) . Dessa forma, a interação do sujeito com o mundo se dá pela mediação feita por outros sujeitos.

Uma observação, digna de nota, percebida nas aulas que assistimos durante a realização de nossa pesquisa, foi de que em nenhum momento e por nenhum dos dois professores observados, se fez qualquer menção ao significado da palavra *equação*, com vistas a esclarecer etimologicamente sua formação e a razão da justaposição dos dois termos ou mesmo, dizer o significado do termo para eles. Talvez eles dominassem seu significado e isso os impedisse de perceber as prováveis incompreensões por parte dos alunos e fosse como sustentam Ogden e Richards: “Quando compreendemos com facilidade estamos, via de regra, menos cônscios das palavras usadas do que quando, pela falta da familiaridade com a dicção ou a estranheza do referente, somos dificultados em nossa interpretação.” (1976, p. 215) Desejávamos observar, no ambiente específico da sala de aula de nossos sujeitos, o processo de negociação dos significados possíveis em torno da palavra equação. Pois considerávamos como supõem Meira (1996a, pp98-99) que “No estudo da ‘negociação de significados na escola, é fundamental que se pense também na ‘microcultura’ de salas de aula específicas, suas rotinas diárias e as considerações nas quais a produção de significados ocorre.” Não podemos duvidar que, mesmo que não sendo expressa essa negociação não ocorresse de forma velada mas nunca veio às claras, pelo menos durante o tempo em que estivemos observando as turmas, o que ocorreu durante a introdução do tema por ambos os professores, momento que poderia ter sido oportuno que acontecesse.

Pino assegura-nos que “a significação é um processo cultural, singular e hitórico-socialmente situado”, entende os processos de significação como sendo “modos de circulação/ (re) elaboração/produção de significação englobam tanto os significados já firmados quanto os possíveis novos sentidos que palavras, eventos, coisas possam ter e emergir nas interações” (PINTO e FIORENTINI, 1997, p.46). Segundo ele “toda a significação é uma produção social.” Fica fortemente perceptível o quanto o momento sócio-histórico determina a significação possível tanto que em Fiorentini, Miorim e Miguel (1992, p. 47) há uma comparação entre as definições de “equação” citadas em dois livros de épocas diferentes; (...) a primeira bastante comum no ensino “antigo” e a segunda representativa do ensino “moderno” da Álgebra: “Equação é toda igualdade que exprime uma relação entre as quantidades conhecidas e desconhecidas de um problema sendo as quantidades conhecidas, os dados do problema ou equação e as quantidades desconhecidas, as incógnitas. ” (Pérez y Marín, 1928; p. 15) . “A toda a sentença aberta, que encerra a relação de igualdade e que se torna verdadeira para determinados valores das variáveis, dá-se o nome de equação. Para que as sentenças se tornem verdadeiras é necessário que se dê às variáveis valores que pertençam a um determinado conjunto universo.” (Zambuzzi, 1965: p. 14)

Como se vê, a preocupação pragmática presente no ensino antigo, que fazia com que o conceito de equação viesse imediatamente associado à necessidade de resolver problemas, está ausente na segunda definição e, em seu lugar, coloca-se ênfase na precisão matemática do conceito e na linguagem “adequada” para expressá-lo. Isto traz como conseqüência a necessidade de se percorrer um trajeto prévio, ao longo do qual todos os termos presentes na nova definição devem ser rigorosamente definidos. Nesse sentido, antes de se chegar à definição o estudante é obrigado a digerir termos e expressões tais como “frase”, “sentença aberta”, “sentença matemática”, todas necessárias, segundo os modernistas, para uma verdadeira compreensão do conceito de equação. ”

Durante nossa pesquisa os alunos, sujeitos de nossas entrevistas, utilizavam em aula um livro didático distribuído pelo MEC, de autoria de Souza e Spinelli que apresentam a seguinte definição de equação: “Equação é uma sentença aberta expressa por um sinal de igualdade.” (2000, p. 200) Na estrutura desta obra o capítulo de *equações* é antecedido por um outro que se intitula *sentenças matemáticas* e que, segundo o Manual Pedagógico que vem encartado à obra, “é o primeiro a tratar exclusivamente da Álgebra. (...) O conceito mais importante do capítulo é o de *variável* e, para trabalhá-lo, nada melhor do que utilizar situações do dia-a-dia, com grandezas que tenham significado para o aluno. ” (2000, p. 55) A ênfase na linguagem ainda persiste embora boa parte dela tenha sido simplificada, cedendo lugar ao pragmatismo que se percebia na primeira definição apresentada, a de Perez y Marín.

2. 3 PRODUZINDO SIGNIFICADO PARA ÁLGEBRA

Nosso desejo é investigar novas formas de fomentar o processo de aquisição de significados particularmente para a álgebra, bem como pesquisar, investigar e analisar os significados que estão sendo produzidos por meio da fala e da escrita, as duas formas mais comuns de comunicação utilizadas e valorizadas na escola. Trata-se de procurar formas de mobilizar o aluno e o professor para uma direção onde a curiosidade desacomoda; de modo que no professor e no aluno, bem como em sua relação, instale-se uma proposta pedagógica mais frutífera, possibilitando um caminhar em direção a autonomia. Persegue-se a fuga do abstratismo estéril, da reprodução e mecanização enfadonha (apelidada, por alguns, 'musculação') a fim de experimentar formas diferentes de trabalhar com a matemática, particularmente com a álgebra, promovendo significados para ambos os agentes do processo. Não conseguimos nos convencer de que em termos de educação algo aconteça unilateralmente, cremos na relação de muitas mãos, na riqueza do processo de interação . É o compromisso com o aprender/ ensinar que perpassa a comunicação estabelecida na sala de aula que origina, gera , um sentimento coletivo que dá sentido às atividades cotidianas dos atores envolvidos.

Lins e Gimenez (2000) sugerem que a prática escolar usualmente adotada tenta excluir os métodos da rua, taxando-os de informais e dizendo serem de aplicação limitada; a rua contudo chama os métodos da escola de complicados e sem significado. . . O autor comenta que, na prática, mesmo um especialista, um matemático ou um físico profissional não usa estratégias formalizadas de cálculo, embora, se desejassem, pudessem fazê-lo. Eles são flexíveis ao seu ambiente e a suas necessidades. Essa flexibilidade do especialista é o que devemos almejar para nossos alunos. . .

Afirmam Lins e Gimenez: "É preciso que a educação matemática reconheça que ambas as posições estão corretas, e que isso quer dizer é que nossos alunos estão vivendo em dois mundos distintos, cada um com sua organização e seus modos legítimos de produzir significado." (1997, p. 17) Usualmente valorizamos tanto o conhecimento científico acadêmico que praticamente exigimos que nossos alunos abram mão de sua cultura de origem, em troca da cultura científica que fica sendo considerada a única que pode e deve ser entendida como legítima. "/. . . / os significados da rua são diferentes dos significados da escola, e não ‘versões imperfeitas” e informais dos significados matemáticos. ” (op. cit, p. 18)

Lévy (1993), o visionário da informática, ao desenvolver a história da pesquisa sobre inteligência, propõe que nos abramos a novas formas de comunicar e conhecer que vão além da forma mais comum, a impressa. Em convergência com algumas das idéias de Lins sobre os preconceitos culturais de superioridade de determinadas sociedades, Lévy cita uma pesquisa realizada no Usbequistão e no Quirgizistão pelo etnólogo Luria no início do século XX. Nesta época a alfabetização em massa estava apenas começando, mas trouxe à tona os efeitos da escrita enquanto tecnologia intelectual. Frente à lista “serra, lenha, plaina, machado” os camponeses de cultura puramente oral não pensavam em classificar a lenha separadamente. No entanto, as crianças, assim que aprendiam a ler, observavam imediatamente que lenha não é uma ferramenta. Isto quer dizer que as pessoas educadas em culturas orais não possuem lógica, enquanto que ao tornarem-se letradas aprenderiam a raciocinar? Na verdade, diversos trabalhos em antropologia demonstraram que indivíduos de culturas escritas têm a tendência de pensar por categorias enquanto que as pessoas de culturas orais captam primeiro as situações (a serra, a lenha, a plaina e o machado pertencem todos à mesma situação de trabalho da madeira) . Os oralistas (preferindo este termo a analfabetos) não são portanto menos inteligentes nem menos razoáveis que nós; apenas praticam uma outra forma de pensar, perfeitamente ajustada a suas condições de vida e aprendizagem (não-escolar) . Assim, também, “A matemática da escola não muda porque ela se acredita, de alguma forma, um estágio superior na linha reta do progresso humano. A matemática da escola é consistente, precisa e geral, ao passo que a matemática da rua, não: lá podem ser considerados como legítimos métodos que são intrinsecamente imprecisos do ponto de vista da matemática escolar.” (LINS e GIMENEZ, 2000, p. 22)

Os autores defendem tenazmente “que o papel da escola é participar da análise e da tematização dos significados da matemática da rua (...) e do desenvolvimento de novos significados, possivelmente matemáticos, que irão coexistir com os significados não-matemáticos, em vez de tentar substituí-los.” (op. cit. , p. 18) É impossível persistir mantendo a escola como um mundo à parte, uma bolha, um espaço separado da realidade dos estudantes, onde se ministra um ensino fragmentado, que causa tamanha desmotivação e frustração. A escola pode e devemos lutar para que ela se torne um lugar de aprendizagem significativa, envolvendo toda a comunidade na construção e elaboração de sua cultura e de seus valores. Isto significa tentar eliminar com o preconceito doentio de que um conhecimento é realmente superior a outro. Tal fato, aliás, é próprio de nossa cultura que atribui aos cursos de graduação, ou terceiro grau o título (espécie de adjetivo) de cursos *superiores*, conferindo até benefícios legais aos possuidores dos mesmos.

Sustentam Lins e Gimenez que, ao contrário de demorar, procrastinar a apresentação dos alunos à álgebra, experiência que se revelou danosa para os ingleses, devemos começar o quanto antes a estimular nos alunos a percepção da relação aritmética-álgebra, de modo que ambas desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra. Os autores sugerem que o ensino-aprendizagem de aritmética deixa de ser importante no contraste com a promoção de experiências potencialmente ricas, que não sejam somente aritméticas. Para evitar, inclusive, que eles “não larguem da aritmética nunca mais” como dizem alguns professores.

Assegura também Lins que “fazer ou usar álgebra é algo distinto de pensar algebricamente, e que o pensamento algébrico é apenas um modo- entre outros- de produzir significado para a álgebra. ” (1994, p. 29 b)

Visando à produção de significado para a álgebra, nos estudos de Lins (1994) estabelece-se uma linha de análise epistemológica que se apóia no MCTS (Modelo Teórico dos Campos Semânticos). Para o autor , “significado é a relação que se estabelece entre uma crença-afirmação e uma justificação para ela no momento da enunciação.” (1994, p. 29 a). Além disso, Lins e Gimenez sustentam que: “ *significado* é o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto. ” (1997, p. 145) . Eles ainda enfatizam que não se tratam das coisas que poderiam ser ditas mas sim das que de fato são ditas no interior de determinadas atividades. Compreendem como sendo o conhecimento formado pelo par ordenado (crença-afirmação, justificação) , no qual o conhecimento é considerado como pertencente ao domínio da fala e não do texto. Fica entendido que no momento em que falamos algo de um texto, precisamos estabelecer uma relação entre o que estamos afirmando e sua justificação.

Considerando o que nos colocam Lins e Gimenez, percebemos que *campo semântico* é o modo de fazer a relação entre o que afirmamos e sua justificação, de forma que o sujeito, ao internalizar esse modo, seja capaz de propiciar e impulsionar seu próprio desenvolvimento cognitivo, consiga realizar um exercício de *metacognição* a ponto de ir desenvolvendo a consciência de seus próprios processos cognitivos; permita-lhe fazer uma associação entre atividade e consciência. A atividade e a consciência devem estar sempre juntas. O conhecimento que o aluno adquire não só amplia sua consciência como também modifica seu próprio modo de pensar. Segundo o Modelo Teórico dos Campos Semânticos que aparece muito esclarecido na Tese de Amarildo Melchiades da Silva há três aspectos chaves para conhecimento: “a crença, a afirmação e a justificação. O sujeito acredita naquilo que está afirmando, o que implica que ele acredita estar autorizado a ter aquela crença.” (SILVA, 2003, p. 6) De fato ou ele ouviu algo que o convenceu fortemente ou juntou evidências suficientes que o fazem crer na autoridade e no poder de suas fontes; como para cada indivíduo esse processo pode ser diferente “diferentes justificações (...) constituem conhecimentos diferentes” (2003, p. 7) . Assim, para o MTCS “não é suficiente que a pessoa acredite e afirme; é preciso também que ela justifique suas crenças-afirmações para que a produção de conhecimento ocorra.” (SILVA, 2003, p. 7) Silva ainda nos esclarece sobre o papel da justificação, “não é explicar a crença-afirmação, mas tornar sua enunciação legítima, o que faz com que as justificações tenham um papel central no estabelecimento do conhecimento do sujeito. ” (SILVA, 2003, p. 7) A compreensão de Silva sobre o que é produzir conhecimento para o modelo é de que "produzir conhecimento é produzir justificações no processo de enunciações de crenças-afirmações." (2003, p. 7)

Segundo Lins o modo de produzir significados é o trabalho com os campos semânticos, que são definidos por ele como "um modo de produzir significado". (1994, p. 31 a) Os campos semânticos podem ser entendidos como as atividades de produzir significados em relação a determinado núcleo. Núcleo, segundo SILVA (2003) "não se refere a algo estático, um conjunto de coisas, e sim a um processo que se constitui no interior de atividades e se dissipa ao final delas" (2003, p. 65) Conforme Lins e Gimenez "produzir significados é, então, falar a respeito de um objeto." (2000, p. 146) Eles consideram que a álgebra "consiste em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade." (2000, p. 150) Para eles "pensar algebricamente é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas" (2000, p. 151) onde em uma atividade em questão termos genéricos e operações aritméticas ganham "vida concreta" e sobre eles os sujeitos produzem afirmações junto com justificações para essas suas enunciações

O professor, portanto, precisa ficar atento aos significados que seus alunos estão produzindo dentro do núcleo escolhido; pois ao migrar de um núcleo para outro, de um campo semântico para outro, corre o risco de deixar os alunos sem entenderem o sentido daquilo que ele está fazendo. Deve o professor conscientizar-se, estar *plenamente* cônscio de seu papel de interlocutor e, dos alunos como interlocutores uns dos outros, apesar da informalidade que a situação de sala de aula exige. A intencionalidade deve permear suas ações no sentido de ampliar o espaço de comunicação dos significados que estarão sendo produzidos.

Ao concluir sua explanação sobre a elaboração do modelo, SILVA resume algumas concepções que julga imprescindíveis para a compreensão e valorização do MCTS:

> i) O interesse em olhar para processos, em oposição a olhar para estados ou produtos; ii) O interesse por uma leitura positiva do processo de produção de significados para a matemática, isto é, o interesse em entender o que as pessoas dizem e por que dizem, em oposição a olhá-las pelo erro, pela falta; iii) A busca de uma explicação plausível para o processo de produção de significados para a matemática. (2003, p. 10)

Estudando a dissertação de Viviane Cristina Almada de Oliveira (2002), orientada por Lins, sob a ótica do Modelo Teórico dos Campos Semânticos, fica evidente que ao se depararem com textos de livros didáticos, as pessoas produzem significados que não são os do matemático, mas que as tornam capazes de falar a partir daqueles textos. Supomos que seja assim também com nossos colaboradores e, é por aí o caminho de nossa investigação; perscrutando inclusive se tais significados formados nos alunos como resíduos da enunciação do professor diferem dos significados que este atribui para as equações.

A riqueza do Modelo Teórico dos Campos Semânticos, para Oliveira "está no fato de que seus pressupostos podem nos orientar não só no desenvolvimento de uma pesquisa, mas, principalmente na prática de sala de aula." (2002, p. 100) Ela apresenta como uma conseqüência do MTCS, quando efetivamente tomado como ferramenta, o estímulo a "voltar nosso olhar para a produção de significados na intenção de criar em sala de aula um espaço comunicativo." De acordo com a autora o firme intento de gerar esse espaço comunicativo exigirá do professor uma mudança de postura no sentido de que "/. . . / *ouça mais e fale menos*; se para nós significado produzido é a fala, não há como observarmos e interferirmos no seu processo de produção se não dermos voz aos nossos alunos."(2002, p. 100) Outra observação relevante que a autora faz sobre a postura do professor é que "conduzir atividades que possibilitem ao aluno produzir significados exige também do professor certa experiência matemática, no que diz respeito ao lidar com possíveis significados produzidos para as idéias matemáticas." (2002. p. 100)

Como exemplo de uma situação onde pode haver dificuldades e uma visão estreita pode afetar o trabalho em sala de aula temos a fala de um de nossos entrevistados. O professor José, participante de nossa pesquisa, dizia não haver diferença, para ele, entre incógnita e variável, afirmando que, “na prática são a mesma coisa”. Pode ser que haja uma dificuldade nesta concepção, que conflita inclusive com um aspecto que o próprio livro didático sustenta: “Uma variável, como o próprio nome diz, pode assumir mais de um valor, dependendo do problema.” (SOUZA, 1999, p. 188) No entanto quando pensamos em incógnita, apenas um valor , no caso de uma equação do primeiro grau, pode satisfazer a equação. Outra situação polêmica pode ocorrer quando for solicitado ao aluno calcular o valor numérico de uma dita expressão algébrica, o conflito pode estar tanto na diferença entre equação e expressão e a idéia de função quanto na distinção entre incógnita e variável. São núcleos diversos e não adianta querermos que os alunos os considerem como situações idênticas; é claro e importante que eles percebam as diferenças e que estas sejam claramente demonstradas e que lhes seja permitido produzirem significado para cada peculiaridade típica de cada uma delas.

No capítulo que se refere às sentenças matemáticas deste mesmo livro existe aquela analogia clássica com a língua materna, contudo as sentenças todas aparecem escritas apenas na ordem direta (sujeito – verbo – predicado) , por exemplo: “Pedro é bom jogador. Júlia foi estudar.” (SOUZA, 1999, p. 190) O raciocínio estático é extrapolado também para as sentenças matemáticas que são lidas apenas da esquerda para a direita. Parece ser uma visão muito limitada das inúmeras possibilidades tanto de nossa língua portuguesa quanto da linguagem matemática. Durante nossas observações na sala de aula vimos que a estagiária que desenvolveu esse tema não conseguiu fugir desse convencionalismo, reforçando apenas as afirmações que os autores já haviam disposto.

Pode parecer aos leitores que este capítulo tenha se tornado muito extenso e até cansativo. Ao contrário do que sugeriu o prof. Romulo em nossa qualificação o objetivo não era demonstrar erudição. Era apenas demonstrar que foi assim, indo e vindo, perdendo-nos entre as leituras que fomos nos identificando com as idéias essenciais para perscrutar e investigar mais detidamente em nossa entrevistas. Fomos delineando nossa metodologia também sob a influência marcante dos diversos textos que estudamos e, como nos pareceu conveniente, continuamos durante todo o restante do trabalho inserindo recortes, trechos que julgamos importantes para compreendermos melhor as etapas que iam se descortinando. Provavelmente outra pessoa poderia ter feito um caminho completamente diferente, que julgasse muito mais óbvio e objetivo mas essa foi a nossa trilha, foi assim a nossa escolha.

Passamos agora, no terceiro capítulo a descrever e explicitar nossas opções metodológicas da forma como foram se estabelecendo e persistimos, sempre deixando claro o fio que nos foi conduzindo, de modo a dar ao leitor o maior número de possibilidades para aproveitar e avaliar nossa história e a história de nosso trabalho.

3 O PROBLEMA, O PROCESSO DE PESQUISA, AS ESCOLHAS

É o andar que faz o caminho.
Antonio Machado

As associações de idéias, processo mental que não controlamos, podem levar-nos por caminhos que não havíamos previsto. Também na escrita a liberdade vai de braço dado com a necessidade.
José Saramago

As frases em epígrafe sugerem um pouco como nos sentimos. No início tudo era tão vago e difícil, tal como tocar uma nebulosa no ar. Aos poucos fomos delineando nosso problema, nos aproximando de algumas metodologias, fazendo escolhas, fazendo renúncias... percebendo uns tantos detalhes, ignorando tantos outros. Nada estava muito nítido... E, foi sendo assim, meio tateando, nos surpreendendo, que fomos construindo nosso caminho, nossa metodologia.

Tentar encontrar modos de nos aproximamos de respostas para nosso problema foi um grande desafio. A primeira grande dificuldade foi, sem dúvida, delinear o que viria a ser o nosso problema; estabelecer com uma certa precisão a questão que nos intrigava. Chegamos finalmente a esboçar nossas questões numa sucessão: **Quais os significados produzidos pelos alunos para as equações do 1º grau? Quais os significados produzidos pelos professores para as equações do 1º grau? Há diferenças entre eles?**

Lembro-me da resposta que meu avô dava quando eu era pequena e lhe perguntávamos sobre como devíamos fazer para pegar um passarinho. Ele nos dizia sorrindo: “É só colocar sal no rabo dele”. Essa era questão: Como chegar tão perto a ponto de observar os detalhes sem interferir, sem modificar, sem ser modificado, sem estar modificando? Era necessário mudar nossa natureza, precisávamos ser passarinho. Assim evitaríamos que nossa presença assustasse, causasse “desconforto”. Como isso é impossível pelo menos precisamos procurar estar cônscios e, em respeito ao nosso leitor, à medida que pudermos, colocá-lo a par de toda essa teia em que nos emaranhamos.

Esse processo é muito dinâmico, são muitos olhares, tornamo-nos mutantes, sempre interferentes. Vamos à pesquisa levando sempre quem somos, as influências que estamos recebendo daquilo que estamos lendo, daqueles a quem estamos dando crédito, em quem estamos acreditando no momento. Ao começarmos a escrever desejávamos pensar em um leitor que fosse o nosso colega da escola, pensávamos em nossos amigos e não desejávamos escrever somente para a academia. Isso impunha a busca de um texto fluído, verdadeiro, e que ainda assim conseguisse ser útil. Gostaríamos de dar ao (im)provável leitor a chance de acompanhar nossa trajetória, o trânsito intenso entre as consultas bibliográficas e as análises das entrevistas, o ardente esforço por entender o contexto das teorias, a tentativa de expor com transparência as observações e os processos (sem expor os colaboradores, as pessoas...)

O tempo todo éramos dominados por *flashbacks* dos diversos momentos vivenciados, e isso foi influenciando nosso texto que, se perdeu em organização e linearidade, esperamos que tenha ganho em espontaneidade, simplicidade e veracidade. É inclusive esta uma das justificativas para o uso constante de fragmentos do texto em várias partes do corpo do trabalho e não apenas na análise das entrevistas, optando assim pela construção de uma narrativa não-linear que contivesse em sua forma as marcas de sua construção. Nossa leitura nunca intentou ser “objetiva”, muito menos completa e única da dinâmica do processo em que estávamos imersos. Por isso mesmo um trabalho como este foi um constante ir e vir; ir à sala de aula, voltar a literatura; escrever, ir limpando nossas afirmações contundentes, nos despindo de certezas advindas do senso comum. Prosseguir questionando as influências recebidas ao longo de nossa formação como professores, uma formação que teimava em entrar em conflito com quase todos os outros autores em quem buscávamos legitimar nossas tentativas de compreensão.

Durante a qualificação quase tivemos que fazer profissão de fé em algumas afirmações que não possuíam embasamentos teóricos suficientes. Era necessário fazer alterações e, isso foi muito prático, significou retirar (ou tentar) as inúmeras contradições do texto que continham afirmações fortes e óbvias para nós mas que não subsistiriam a um exame mais criterioso.

Procuramos delinear uma metodologia onde houvesse a voz de professores e alunos, evitando truncar previamente suas falas com contaminações vindas da revisão bibliográfica ou mesmo sobrecarregando-as com significados que não eram de seu contexto. Essa inclusive foi uma das razões para a escolha de nossa tarefa que consistia em uma equação isolada de qualquer situação-problema que pudesse vir a contextualizá-la.

Quando um entrevistado nos conta sua experiência, nos descreve o que viveu, como solucionou a equação, ele nos dá informações. Não é somente o entrevistado que nos dá indícios de sua produção de significados; nós pesquisadores os constituímos como dados e a partir de nossa atribuição de significados nos apoiamos neles a fim de obtermos as compreensões que procuramos. Nossos critérios podem ser chamados de intersubjetivos pois atribuímos significados às experiências vivenciadas por nossos sujeitos relacionando-as e submetendo-as às nossas próprias experiências. Não há como desejar ser completamente objetivo pois o pesquisador e seus colaboradores estão sempre relacionados. Mesmo que desejássemos nos abster de interpretar as falas de nossos colaboradores, seria impossível não fazê-lo.

Iniciamos realizando um estudo piloto em uma escola pequena onde no período da tarde, que dispúnhamos livre para as atividades de campo, havia duas turmas de 6ª série e somente uma professora ministrava aulas para as duas turmas. O estudo piloto foi de grande valia na identificação das nossas dificuldades em ouvir os entrevistados, diante de falhas gritantes nos instrumentos de coleta de dados e em nossa postura de pesquisadora. O objetivo do estudo piloto foi atingido visto que funcionou como uma espécie de fase de treinamento onde, inclusive nós nos expusemos a uma análise criteriosa de nossa atuação bem como nossos instrumentos e, fomos refinando a sintonia e o olhar, amadurecendo nossos objetivos e nosso problema de pesquisa.

Em decorrência de novas escolhas, decidimos que o estudo principal seria desenvolvido em uma escola maior, onde houvesse pelo menos dois professores de 6ª série que atuassem no período da tarde, para que pudéssemos provocar um momento onde os dois pudessem falar conosco e entre si. Foi uma grande "sacada". A entrevista que chamamos "conjunta" nos trouxe dados que se mostraram ausentes nas demais ajudando-nos a conhecer melhor nossos participantes e também iluminando outros pontos que haviam ficado obscurecidos. Consideramos que a entrevista conjunta foi um grande diferencial do trabalho fornecendo importantes indícios para algumas das nossas análises.

Preparamos um breve resumo de nossa pesquisa no intuito de, por respeito aos colaboradores que voluntariamente desejassem participar de nossa pesquisa, lhes permitir conhecê-la um pouco, já que com ela contribuiriam muito. Fazíamos muita questão que a adesão, especialmente a interior, fosse voluntária e a colaboração fosse grande pois sabíamos que se tal não ocorresse seria praticamente impossível obter dados fidedignos que fossem relevantes para serem analisados. Por isso somos muito gratos aos nossos professores e aos alunos que concordaram em se expor e nos permitiram perscrutar tanto suas práticas quanto, até certo ponto, suas vidas.

As tarefas foram sendo elaboradas na tentativa de criar várias situações sobre as quais os sujeitos pudessem falar sobre equações. Inspiramo-nos em delineamentos que haviam sido utilizados pela orientanda de Lins (Viviane Almada de Oliveira) para confecção da versão inicial da primeira tarefa. Esperávamos que este tipo de tarefa nos informasse aquilo que os sujeitos julgassem importante que fosse dito a respeito de equações, que as suas falas conseguissem ser a expressão, ainda que vaga e imperfeita, do seu jeito de pensar e significar as situações enfrentadas. Em sua primeira utilização o instrumento revelou-nos suas limitações e fomos observando mais detidamente as necessidades de alterações a partir do modelo inicial. As manifestações dos alunos e dos professores constituíram a base para a reflexão, quer tenham sido captadas durante as observações das aulas cruciais, durante as entrevistas individuais ou durante a entrevista conjunta . Procuramos captar através de suas falas, de suas narrativas a respeito do vivenciado, de suas respostas às provocações da pesquisadora, o significado que atribuem às equações propostas e aos procedimentos usados em suas resoluções. O desejo era de que a fala desse forma e expressão ao experimentado, que a fala fosse a justificação para cada crença-afirmação existente, ainda que ignorada pelo seu próprio detentor.

Alunos e professores, nossos colaboradores na pesquisa, pensam segundo uma lógica e é a investigação dessas lógicas, da expressão desses pensamentos, que queremos investigar e entender. Os procedimentos investigativos envolveram instrumentos que possibilitaram a coleta dos dados para a análise, gravados em fitas de áudio e posteriormente transcritos. Eles foram executados nas seguintes etapas:

Iniciamos entregando uma folha com um breve resumo dos objetivos da pesquisa. A seguir, solicitamos aos entrevistados que relatassem a sua história de vida com a matemática. O objetivo desse primeiro momento era “quebrar o gelo”, compartilhar experiências de nossa história de vida também e, assim estabelecer um elo de amistosa confiança.

Então:

a) Apresentamos aos entrevistados uma folha impressa contendo uma listagem com alguns termos de álgebra : generalizações, expressões algébricas, variáveis, incógnitas e equações. A cada um desses termos os colaboradores associavam uma indicação do quanto podiam falar a respeito: lembro-me apenas o nome, posso dizer alguma coisa, posso dizer várias coisas. A partir disso, sobre aqueles termos onde haviam assinalado posso dizer alguma coisa ou posso dizer várias coisas, os colaboradores anotavam o que lembravam em uma folha em branco. Feitos os registros cada entrevistado falou de suas anotações. As tarefas foram elaboradas na tentativa de criar várias situações sobre as quais se pudesse falar sobre equações. Esperávamos que este tipo de tarefas nos informasse aquilo que se julgava importante que fosse dito a respeito de equações.

b) Fizemos entrevistas individuais com os dois professores de 6ª séries de uma mesma escola e turno.para a realização de uma tarefa idêntica a que os alunos realizaram.
c) Programamos a reunião dos dois entrevistados para que pudessem discutir entre si as suas anotações, justificassem e esclarecessem os pontos que julgarem relevantes. Aproveitando para ouvir suas falas a respeito das possibilidades e limitações do modelo da balança na resolução de equações.
d) Fizemos a observação das aulas onde o conteúdo equações estivesse sendo tratado a partir do convite do professor, colaborador em nossa pesquisa e, quando esse julgasse apropriado, conforme acordado anteriormente.
e) Entrevistamos três ou quatro alunos de cada professor, gravando suas falas e recolhendo suas anotações durante a realização da mesma tarefa que também os professores haviam respondido.
f) Realizamos uma entrevista final com os dois professores objetivando perceber como cada um manifestou o modo como se sentiu durante o desenvolvimento do processo de pesquisa.

Gostaríamos de convidar você leitor a percorrer conosco o mesmo caminho, se possível antes mesmo de concluir a leitura. Tente, no próximo capítulo e nos seguintes, assumir a posição de participante e realize as tarefas que foram propostas aos nossos colaboradores. Provavelmente sua visão sobre as prováveis contribuições de nosso trabalho serão diferentes pois, você estará incluído e, o que é melhor, voluntariamente se incluindo, em nosso trabalho de pesquisa. Esperamos que você aceite, “tope” viajar conosco e, desejamos ouvir suas observações e contribuições logo a seguir.

4 CAMINHANDO NAS NUVENS

> Eu tenho à medida em que designo – e este é o esplendor de se ter uma linguagem. Mas eu tenho muito mais à medida em que não posso designar. A realidade é a matéria-prima, a linguagem o modo como vou buscá-la – e como não acho. Mas é do buscar e do não achar que nasce aquilo que eu não conhecia, e que instantaneamente reconheço. A linguagem é o meu esforço humano. Por destino que tenho que ir buscar e por destino que volto com as mãos vazias. Mas volto com o indizível. O indizível só me poderá ser dado através do fracasso da minha linguagem. Só quando falha a construção é que obtenho o que ela não conseguiu.
>
> Clarice Lispector

> Julgo que a variedade de procedimentos metodológicos que vêm caracterizando essa produção específica é bastante salutar, estando bem distante de caracterizar-se como ausência de coerência interna: essa convivência entre várias abordagens parece ser reflexo da pluralidade de perspectivas com as quais na prática nos deparamos.
>
> Antonio Vicente Marafioti Garnica

Quando optamos pela educação abandonamos a segurança das certezas e vemos que a ousadia vem com a maturidade.Uma postura fechada impede o processo criativo e pode inclusive encerrar as possibilidades de contribuição de nossa pesquisa à comunidade de educadores matemáticos que desejamos pertencer.

Pesquisar é manifestar a clara intenção em conhecer e, ao mesmo tempo é, conhecer-se. Consideramos que o rigor da pesquisa qualitativa não está posto no método e sim no pesquisador. Está no pesquisador e é assegurado por ele não ficando dependente apenas dos procedimentos metodológicos. O que nos importou não foram somente os procedimentos mas o que compreendemos, o que extraímos do que as pessoas quiseram significar com o que nos disseram. O que foi decisivo foi a forma como olhamos para o método. Contudo não podemos ser ingênuos sobre a série de pressupostos que possuímos, sobre nosso modo de ver o mundo e particularmente a matemática e sobre o quanto esses aspectos todos estão completamente implicados em nossas análises. Como analista natural todo ser humano tem deficiências e parcialidades e por isso não há uma fórmula definida de como se deva agir. Esperamos estar sendo suficientemente transparentes a ponto de permitirmos que vocês consigam ver quem nós somos, ver através de nós e ver apesar de nós. Cremos que não há um "jeito certo" de realizar a análise dos dados que obtivemos mas pensamos que a ênfase deva estar na averiguação persistente e sistemática das evidências de modo que elas nos aproximem das respostas a nossas questões; essa busca pelas prováveis respostas irão influir de maneira preponderante em nossa análise. Perseguimos a clareza como requisito principal, o que não assegura que a tenhamos alcançado como desejávamos. Procuramos averiguar a coerência, a lógica e a validade da rede de argumentos com a pretensão de selecionar o significado mais provável que seja compatível com o conjunto de evidências obtidas.

Ao conhecermos a história de vida de alguém, o contexto histórico e até pessoal do autor de alguma obra, de algum feito, seja uma pintura, uma escultura, ou até mesmo uma palavra, talvez possamos compreendê-lo (pessoa e obra) melhor, se respirarmos parte da atmosfera que o envolveu. Existe a possibilidade de que possamos nos identificar com alguns de seus sentimentos e lhe sermos empáticos ou,ao menos, sermos mais fidedignos em nossos relatos. Durante nossa pesquisa nossa busca foi por penetrar mais profundamente no universo de nossos colaboradores de modo que as situações de entrevistas fossem acontecimentos tão naturais quanto possíveis e de modo que conseguíssemos ter acesso as situações no ambiente deles. Fizemos diversas observações em sala de aula. Conforme acordo anteriormente efetuado com o professor, quando ele achasse proveitosa nossa vinda e quando o assunto tratado envolvesse equações ele nos ligaria e viríamos. Houve um clima de aceitação mútua e espontânea colaboração. Gostaríamos de, nesse relato, reproduzir um pouco do clima de cada situação de observação e de cada entrevista para que o leitor possa também se situar como um espectador que tem amplo acesso ao dinâmico cenário e a mobilidade dos acontecimentos.

As entrevistas que realizamos foram baseadas em roteiros semi-estruturados, fugimos daqueles rigidamente estruturados e, nos permitimos o uso de questões abertas que nos deram maior flexibilidade e menor rigidez. Elas de modo geral transcorreram em clima de diálogo no qual, entrevistador e entrevistado, conseguiram se sentir à vontade, respeitados para expressarem suas opiniões livremente. Os participantes se envolveram ativamente na realização da tarefa proposta e nossas análises seguiram o fio condutor que foi o dinâmico movimento dialógico estabelecido entre as vozes de nossos protagonistas.

Começamos com a apresentação de um questionário aos professores. Ao apresentar o questionário ao leitor sugerimos que seja respondido, da mesma forma como o foi pelos participantes, assim, além da leitura haverá também a participação efetiva na pesquisa, com a possibilidade de questionamentos mais eficazes às conclusões da pesquisadora. Eis o questionário inicial:

UFPR - Programa de Pós-Graduação em Educação

Linha de pesquisa: Educação Matemática.

Pesquisadora: Arleni Elise Sella Langer.

Sessão 01 – 20/05/2003.

Grupo:_______________

Pseudônimo:__________

<u>Tarefa 01 – VERSÃO 1</u>

Numere a 2ª coluna de acordo com a 1ª considerando a seguinte pergunta: O quanto você pode falar das noções apresentadas na 2ª coluna?

1- Nada	( ) generalizações
2- Só me lembro o nome	( ) expressões algébricas
3- Posso dizer alguma coisa	( ) variáveis
4- Posso dizer várias coisas	( ) incógnitas
	( ) equações

De acordo com a numeração, para aquelas noções que você marcou 3 ou 4, tente anotar na folha em anexo o que lembrar. Após o término do tempo, discutiremos suas anotações.

Esta tarefa, como instrumento, foi utilizada apenas em nosso projeto piloto e precisou ser refeita, pois apresentava algumas falhas. Um problema que verificamos era ser improvável, para não dizer impossível, que algum professor não pudesse falar “nada” sobre qualquer uma das noções acima apresentadas; esse era um item que precisava ser retirado e, a menção de que o colega lembrasse apenas o nome também. Além disso nos interessamos por incluir mais alguns itens na segunda coluna a fim de obter outras possibilidades de, na conversação, extrairmos algo dos significados provavelmente atribuídos às equações.

Efetivadas as alterações a que nos propusemos, a tarefa proposta adquiriu a configuração que agora lhes apresentamos e que deu origem as falas dos professores colaboradores que estão completamente transcritas em anexo.

UFPR - Programa de Pós-Graduação em Educação –

Linha de pesquisa: Educação Matemática.

Pesquisadora: Arleni Elise Sella Langer.

Sessão 01 –.

Grupo:________________

Pseudônimo:___________

<u>Tarefa 01- VERSÃO 2</u>

Numere a 2ª coluna de acordo com a 1ª considerando a seguinte pergunta: O quanto você pode falar das noções apresentadas na 2ª coluna?

1- Posso falar pouca coisa	( ) generalização
2- Posso falar alguma coisa	( ) expressão algébrica
3- Posso falar várias coisas	( ) variável
4- Posso falar sobe as relações que estabeleço	( ) incógnita

entre alguns dos itens da 2ªcoluna ( ) equação

( ) equilíbrio

( ) simetria

( ) igualdade

De acordo com a numeração, para aquelas noções que você marcou 3 ou 4, tente anotar na folha em anexo o que lembrar. Após o término do tempo, discutiremos suas anotações.

A PROFESSORA MARIA

Fomos apresentadas pela supervisora do período da tarde que já havia conversado com a professora Maria sobre seu interesse em participar ou não da pesquisa. Sabia então que ela havia concordado e estávamos nos encontrando em um horário de sua disponibilidade, a hora-atividade. Apesar de sua disposição inicial o gelo ainda precisou ser quebrado e, conversamos sobre como tinha sido sua história de vida com a Matemática, suas expectativas para o presente e para o futuro. Compartilhamos também sobre nossa vida, o que a fez sentir–se mais à vontade e rompeu o clima de desconfiança inicial. Este é seu primeiro ano de magistério, ela concluiu sua graduação na UNIOESTE (Universidade Estadual do Oeste do Paraná) neste ano, em abril de 2003, pois a universidade teve seu calendário profundamente afetado por causa das greves. Nesse ano, vivido sob a marcante influência do encerramento de sua vida de estudante e o início de sua vida profissional ela ainda teve que concluir disciplinas, encerrar trabalhos e outras atividades e o contato com os colegas de turma se mantêm ainda muito freqüente (nosso primeiro encontro foi em 20/05/2003). A sua carga horária é de 40 horas divididas em duas escolas e num regime de contratação que está sempre mudando devido à possível chamada dos aprovados em concurso público, tal clima de instabilidade parece contaminar em todo o tempo qualquer uma das suas ações cotidianas. A incerteza de sua permanência é a razão de suas dúvidas em participar da pesquisa, no início da consulta da supervisora sobre o seu interesse. A professora Maria manifestou ainda o desejo de cursar outra graduação, Psicologia, no intuito de tentar compreender melhor o ser humano e seus processos cognitivos, lacuna que considera ter sido exposta na fragilidade de seu curso nesta área.

ENTREVISTA INICIAL COM A PROFESSORA MARIA

Na primeira entrevista com a professora Maria utilizei o instrumento de tarefa 1 em sua segunda versão. À lista de cinco itens (generalização, expressão algébrica, variável, incógnita e equação) que havia utilizado anteriormente inclui outros três (equilíbrio, simetria e igualdade) e lhes solicitei que os numerassem de acordo com o quanto pudessem falar a respeito de cada noção apresentada.

Então, comecei de modo um tanto abrupto pedindo a M que me contasse o que é que havia anotado.

– Eu tenho que falar o que eu anotei aqui? (risos)

Explique-me o que eu não consigo ler direito...

– Então penso o seguinte: A primeira coisa acho que é o professor dar significado para aquilo que ele está tentando passar para o aluno, o conteúdo. A primeira coisa é o conteúdo para o aluno. Se o aluno não compreende, não tem significado para ele, ele não vai, não vai... não adianta.

E, ela continua...

– Ocorre a mesma coisa quando se está trabalhando com alfabetização de adultos; faz algum tempo que eles estão fora da sala de aula, aí você simplesmente chega lá e solta equações do 1º grau e do 2º grau, e joga x para cá, o y para lá, x,y,x,y ... Para eles, eles não entendem; eles já têm até um trauma.

A professora Maria , em sua fala, seguiu fazendo sugestões de estratégias alternativas na abordagem de equações:

–Chegou aquele monte de x, chegou aquele monte de y... acho que o professor não precisa fazer isso. Com equações do 1º grau, pode ir primeiro até pegando uma balancinha para mostrar a questão, não é? Balança, equilíbrio

igualdade ou a desigualdade, quando uma equação tem equilíbrio é igualdade ou desigualdade? Pode pegar objetos, colocar uma borracha aqui, ou qualquer outra coisa que tem na sala que eles possam visualizar (...).

Nas suas anotações, feitas durante a realização dessa tarefa, ela escreve: **"No caso das equações, pode-se explicar através de uma balança, mostrando a igualdade e as desigualdades, utilizando várias letras ou até objetos. (...) mostrando que quando a balança está em equilíbrio temos uma situação de igualdade e caso contrário temos uma desigualdade."** Chamou-nos a atenção que, apesar de ter colocado o número 4(Posso falar sobre as relações que estabeleço entre alguns dos itens da 2ª coluna) nos itens equação, equilíbrio, igualdade, o item simetria, contudo foi assinalado com o número 1(posso falar pouca coisa) e não houve sequer uma menção sobre a relação que poderia ser feita entre essa e as demais noções apresentadas. Supõem que ela, assim como posteriormente veremos com as crianças, parecem não pensar em termos de equilíbrio ou simetria. O sinal de igualdade parece não ser tomado em toda a sua profundidade.

Analisando as transcrições das fitas e relendo várias vezes as anotações, decidimos construir uma balancinha de verdade na qual, como ela sugere, os alunos pudessem "visualizar" as relações de equilíbrio e igualdade manipulando objetos para solucionar uma determinada equação. Nosso intento era questionar os participantes e conseguir ouvir deles qual o significado que eles atribuíam a equações em tais atividades. Assumiríamos **significado como sendo aquilo que é dito dentro de uma determinada atividade, no momento em que é dito.**

A construção da balança não se revelou algo tão simples. Tentamos diversas alternativas até que conseguimos, utilizando materiais de sucata (tampas de requeijão, pedaços de madeira e etc) e cubinhos e réguas de madeira de um material cusinaire. A régua cusinaire de cor roxa funcionaria como sendo a incógnita, o valor desconhecido e, os cubinhos amarelos representariam as unidades. Um outro desafio surgido durante a construção da balança foi como realmente estabelecer o equilíbrio, afinal as crianças são muito ciosas e qualquer diferença para elas não é um mero detalhe. Testamos por diversas vezes até que nos certificamos que as pequenas variações não afetariam o equilíbrio de modo a que as crianças duvidassem dele, com esta segurança fomos à campo. Desejamos destacar, com esse exemplo, que todo o movimento da pesquisa sofreu inúmeras influências de seus diversos colaboradores em vários momentos e somos, também por isso, muito gratos.

A professora Maria também se revelou angustiada com a forma como os alunos compreendem as letras que geralmente substituem as incógnitas e/ou variáveis,

– Chegou aquele monte de x, chegou aquele monte de y...

Ela manifesta sua preocupação com a fixação exagerada em uma letra apenas e os problemas que essa fixação pode causar. Usa uma palavra (“monte”) que parece ter sentido pejorativo de “fardo”, peso, algo que é difícil e desajeitado de ser carregado. Ela parece estar refletindo sobre a seqüência de apresentação do conteúdo até se chegar às equações e antecipa o possível impacto negativo que tais abordagens podem trazer, quando diz,

– para daí começarem a entender que aquele x só foi colocado por conveniência, uma letra escolhida por conveniência que foi colocada e que pode ser substituída por qualquer outra letra. Porque senão não há como ele compreender quando há mudanças, eles não sabem absorver. O professor tem que ter um pouquinho disso e daí pode ir relacionando, as questões da igualdade, equilíbrio das equações, mostrando as variáveis, a incógnita.

Agora no final desse recorte nota-se a relação entre as letras e a idéia de equação. Ela opta por não falar claramente sobre equações relacionando-as com as sentenças matemáticas que são traduzidas em linguagem matemática.

A professora Maria segue fazendo um comentário sobre variável onde ela parece estar relacionando-a a uma situação onde a variabilidade fique claramente expressa, como em uma função, tanto que ela questiona se existe a possibilidade de a variável ser inclusive descartada.

– O professor tem que ter um pouquinho disso e daí pode ir relacionando, as questões da igualdade, equilíbrio das equações, mostrando as variáveis, a incógnita. E, às vezes dentro de um problema, qual é a importância dessa variável para o problema, será que ela é importante ou não ? será que a gente a descarta ou não ?

Ela tem tal respeito pela figura e pelo papel do professor que considera que apenas ele é capaz de "dar significado" para o aluno e se ele não for capaz de fazê-lo o aluno não compreenderá nada. No início de suas colocações ela afirma:

– A primeira coisa, eu acho que é o professor dar significado para aquilo que ele está tentando passar para o aluno,

Aqui o uso da palavra "passar" é extremamente revelador; sugere a crença de que ao professor é atribuída a função de "passar" o conteúdo ao aluno. Além disso ela sustenta que só ele consegue "dar significado" como vemos quase no final de sua colocação:

– Acho que essa é a importância para dar significado para o aluno senão ele não compreende.

A imagem mental que tenho é como se o professor fosse o detentor do poder, do condão, como a fada madrinha que ao tocar a gata borralheira a transforma instantaneamente em Cinderela. Assim como o professor é o todo poderoso, o aluno é o receptor, o todo passivo.

A afirmação seguinte revela o início de sua identificação com seus alunos já que ainda há pouco tempo ela estava no papel de estudante. Sinto em suas falas uma intensa preocupação com o aluno, ele está ocupando a função central, tudo gira em função dele o que demonstra seu autêntico idealismo. Sua análise demonstra ser extremamente perspicaz e sensível,

– A gente mesmo era assim: o professor falava, falava, falava lá na frente mas a gente não conseguia enxergar, porque quando não tem assim um certo... (dom) não cai fácil, principalmente se já não consegue ir com matemática.

Falar, falar... não ouvir. Parece um estereótipo, até a mídia quando quer falar de algo muito chato, entediante e sonolento lembra-nos uma sala de aula onde os alunos ou estão dormindo, arremessando papéis, trocando recadinhos no celular ou fazendo qualquer outra coisa, em suma, o professor está sempre falando, falando sozinho. Falar o tempo todo ou impedir a sincera curiosidade de se manifestar livremente em um espaço comunicativo o mais aberto possível são graves problemas. Problemas realmente tão triviais, tanto quanto nossa recorrente utilização do recurso das aulas expositivas. SCHOEN (1997, p.152) sugere que uma grande virtude em se abrir essa perspectiva do espaço comunicativo, do diálogo diante de diversas atividades é que:

> A sala de aula se torna um fórum de discussões acaloradas, uma vez que dificilmente a classe toda concordará sobre qual a resposta correta. A tarefa do professor é fazer o papel de moderador e deixar que as diferentes facções da classe exponham seus pontos de vista. Discussões desse tipo em sala de aula são excelentes não só para ventilar concepções erradas que os alunos possam ter como também para ajudá-los a superá-las num processo de interação com os colegas. (...) O professor deverá ser capaz de formular questões que mantenham a discussão acesa durante o tempo suficiente para que prevaleça a razão.

Durante a realização desta tarefa podemos perceber o que MEIRA (1996, p.190) comenta: “(...) tarefas são sempre transformadas por professores e estudantes na medida em que significados próprios (individuais e/ ou coletivos) são criados para diferentes classes de atividades e contextos. (...) estes instrumentos não possuem um significado fixo ou único.” Dentro de uma mesma atividade as preocupações e interesses da professora Maria e do professor José foram realmente diversas, confirmando a afirmação do autor citado acima. Do mesmo modo, pessoas diferentes podem enxergar de forma diferente os mesmos objetos ambientando-os em seus próprios mundos. Pessoas são seres únicos.

O PROFESSOR JOSÉ

O gelo entre o professor José e a pesquisadora não precisou ser quebrado visto que fomos colegas durante a pós-graduação e, coincidentemente nos encontramos quando fomos visitar a escola pela primeira vez. Contudo apesar disso precisamos de seu consentimento pleno e seu interesse em participar. Diferentemente da professora Maria, o professor José já está no magistério há mais de quinze anos tendo inclusive experiência também em outros ramos de atividade; atuou durante extenso período como fiscal da vigilância sanitária municipal acumulando à função de professor. No momento atua apenas como professor trabalhando em duas escolas estaduais, uma particular além de ministrar aulas em uma Universidade particular. Nesta escola onde realizaremos a pesquisa, trabalha principalmente com o ensino médio no período da manhã e esta turma é sua única sexta série. Os alunos adoram sua cordialidade, ele é alguém sempre bem disposto e divertido. O professor J concluiu sua pós-graduação em 1998 e freqüenta agora uma disciplina do Mestrado como aluno especial.

ENTREVISTA INICIAL COM O PROFESSOR JOSÉ

Para o professor José, durante a realização da tarefa, preocupações bem diferentes das demonstradas pela professora Maria ficaram evidenciadas.

Então vamos lá, falar sobre equação. O que é uma equação?

– Para mim, eu sempre parto do princípio de que na equação eu tenho uma igualdade.

Ele chama a atenção para a importância da igualdade e reforça:

– A igualdade com os, eu tenho alguma coisa igual à outra coisa, e quando a … de um lado da igualdade alguma coisa que é um valor e do outro lado eu tenho uma variável, uma letrinha, que seja, ele tem que saber qual o valor desta letrinha que torna essa igualdade verdadeira, torna a sentença verdadeira. Sempre eu parto desse princípio.

Booth (1997,p.27) afirma, sustentada por vários outros autores: “Em aritmética, símbolos como + e = são interpretados geralmente em termos de ações a serem efetuadas, de maneira que + significa efetivamente realizar a operação, e = significa escrever a resposta.” A autora cita ainda um estudo de Kieran (1981) onde se demonstra que: “no contexto do estudo de equações, que crianças de doze a catorze anos consideram o sinal de igual (=) como um símbolo unidirecional que precede a resposta numérica.” A autora segue refletindo sobre a questão e argumenta: “A idéia de que o símbolo de adição possa indicar tanto o resultado de uma adição como a ação, ou de que o sinal de igualdade possa ser visto como indicador de uma relação de equivalência em vez de um símbolo para ‘escreva a resposta’, pode não ser percebida de imediato para o aluno, embora essas duas noções sejam necessárias para a compreensão algébrica.”(1997, p.27) Será que para os alunos participantes também o princípio da igualdade é o mais importante, é o mais perceptível? Será que eles partiram deste princípio quando solucionaram a equação que propusemos? O professor José, bem como as leituras que citamos foram nos orientando sobre as observações a que poderíamos nos ater durante a realização e a análise das tarefas dos estudantes.

Nosso colaborador parece sentir a extrema necessidade de contextualizar o primeiro exemplo daquele rol que se utilizará na abordagem inicial do conteúdo. Ele parece nos sugerir que o uso de uma situação prática pode ser a saída para a dificuldade de “visualização” que os alunos têm. Assim ele sustenta:

– Claro, para iniciar o estudo das equações eu tenho que generalizar, eu tenho que tornar uma situação, por em prática, assim, para que eles possam visualizar. É outro problema sério …

O professor José parece optar pelo uso do diminutivo (“letrinha”, “metodozinho”) quando imagina que o termo, com sua força, possa ferir. Isso parece ficar evidente no contexto dessa fala:

– Sobre equações, então, normalmente a gente usa aqueles metodozinhos que, com o passar do tempo o pessoal acaba esquecendo: Se eu tenho um número negativo, passo para o outro lado, o valor positivo. Então, (…) para pessoa não esquecer mesmo é que se você tendo a igualdade, você tem um valor negativo de um lado e você quer fazer ele desaparecer, você soma o mesmo valor com sinal contrário de um lado e do outro lado também com essa mesma …. Essa é a intenção. Se eu tenho uma divisão, e, alguma coisa dividiu… e…Por exemplo, x dividido por 3. Para eu fazer esse 3 desaparecer, então x dividido por 3 é igual ... 8.Que número que dividido por 3 resulta 8? Eu posso pensar mentalmente: Que número que dividido por 3 dá 8? Número dividido por 3, dá 8, só pode ser o 24. Ou eu poderia também pensar assim: Número dividido por 3 = 8. Vamos passar um pouco pro lado teórico-matemático. Como é que eu faço pra esse 3 desaparecer de um lado da igualdade? Como é que eu faço? Então, se eu estou dividindo por 3, eu vou multiplicar por 3 desse lado e vou multiplicar por 3 também o 8 que está do outro lado. Com isso, eu consigo fazer ele desaparecer. Só trabalhando com a operação oposta. Com a operação oposta. A melhor maneira de, para que a pessoa grave mesmo como é que você (…) ? É a operação oposta. Se você tem um número negativo de um lado, para ele desaparecer, eu somo com o sinal contrário. Se ele está multiplicando, eu divido; se ele está dividindo, eu multiplico. Essa é a melhor maneira da pessoa gravar.

Há indícios de que a grande questão para o professor José parece ser a técnica operatória para a solução das equações. Mesmo que ele sustente uma preocupação inicial com a contextualização, logo a seguir ele enfatiza suas observações na forma de solução das equações. O “gravar” do professor J sugere uma ênfase na memorização e não no significado da equação. Fica estampada sua preocupação com o esquecimento da operação oposta e a simples troca de sinal, o tal de “passa com sinal contrário”, basta ver o quanto ele insiste em afirmar que a operação oposta é a melhor maneira para a pessoa gravar. Contudo pode-se também notar suas sugestões de cálculo mental quando ele se questiona, em voz alta, sobre qual seria o número que dividido por três resultaria em oito. Presenciamos diversas situações em suas aulas onde ele usava esta estratégia sendo que os alunos, pelo menos a maior parte parecia compreendê-lo muito bem.

Preocupou-se, durante a entrevista, com o fato de realmente haverem diferenças entre variável e incógnita ou se estas diferenças só eram perceptíveis para mim (pesquisadora, mestranda) que, segundo sua análise, me encontrava em um nível superior. Na folha onde o professor fez suas anotações ele fez questão de anotar apenas duas coisas: **variável e incógnita têm o mesmo significado** e **equilíbrio, simetria e igualdade tem o mesmo significado.** Para cada um desses itens ele colocou o número quatro que correspondia a seguinte afirmação: Posso falar sobre as relações que estabeleço entre alguns dos itens da segunda coluna. Para ele:

– Variável e incógnita, a gente como matemático acaba tornando igual. Pra mim, dá a impressão de que elas têm o mesmo valor, tem o mesmo…Na prática. Na prática, o mesmo significado. Variável é uma letrinha, Incógnita é uma letrinha.

Para o professor José o significado de variável é o mesmo que o de incógnita e ambos podem significar uma letrinha. Outra pessoa,se perguntada sobre o significado de tais letras, poderia dizer simplesmente, letras são sons. No decorrer das atividades seguintes estivemos às voltas com a busca de novos significados que o professor José produziu e que conseguimos investigar.

No próximo capítulo vamos estar envolvidos com a tarefa da resolução das equações propostas aos participantes sem e com a utilização da balança. Os professores e os alunos realizaram a mesma tarefa em ocasiões distintas sendo que durante a abordagem introdutória do conteúdo em sala de aula ambos os professores já haviam realizado a tarefa. Os alunos, contudo só participaram da atividade depois de sua participação nas aulas ministradas por seus professores e assistidas pela pesquisadora.

5 A QUESTÃO DA EQUAÇÃO E DA BALANÇA

> O grande equívoco das abordagens ‘facilitadoras’está exatamente na condução dessa etapa [convite a pensar diferente] : em vez de insistir na diferença e explicitar que os alunos vão estar pensando de forma diferente, os ‘facilitadores’tentam escorregar silenciosamente para o outro lado, deixando a maior parte dos alunos perdidos.
>
> LINS&GIMENEZ (1997, p.149)

O LUGAR

Encontrar na escola um lugar para realizar uma entrevista não é tarefa das mais fáceis. Seria interessante um espaço silencioso aonde o trânsito de pessoas não viesse a interromper e até constranger entrevistador e entrevistado. Gentilmente a orientadora nos cedeu uma sala próxima a sua que preenchia algumas dessas condições. No primeiro dia de entrevista com as crianças, acho que estava bem mais nervosa que elas. Queria obter informações, realizar a pesquisa mas nunca à custa de intromissões e não desejava conduzir respostas ou fazer algo que prejudicasse sua correção e cientificidade.

Embora somente a primeira aluna reportou o temor que sentiu de estar fazendo algo diferente, inusitado e ainda por cima distante da sala, afirmando : **_É que aqui estamos nós duas, sozinhas, só nós duas, na sala está todo mundo...** *sentimos que a situação(só nós duas), a localização da sala(próxima à sala da orientação), o contexto(fazer perguntas, observar e questionar, solicitar justificativas) não sendo algo rotineiro, apesar da tentativa de sermos amistosos, gerou um certo constrangimento, um medo. Ao ser perguntada sobre o que tinha acontecido, qual era a razão de seu silêncio,se havia esquecido, a mesma aluna, tímida mas sinceramente respondeu:*

_ Não, é que, sabe o que é? É que a gente chega aqui e não sabe *(não sabe o que vai acontecer, como será)*, aí a gente pensa assim: ah, o que que é? Parece até que a gente vai levar uma advertência, daí a gente esquece tudo.(risos) *[Fiz questão de preservar as características da oralidade pois são reveladoras da hesitação e da*

ansiedade que a dominavam no momento da inicial entrevista.] Para ela aquele lugar trazia recordações de momentos difíceis, de assinar advertência, livro negro ou coisa do gênero. Nada pior para uma situação de entrevista, onde o que se deseja é que o entrevistado esteja à vontade. Porém, à medida que os primeiros minutos foram passando, o clima foi ficando mais ameno, fomos relaxando a ponto de ela me confessar seus temores, que agora já haviam se dissipado. Parece incrível que até a sala de aula, a professora e os colegas formavam um ambiente mais familiar, gostoso e natural. Como ela diz:

__na sala está todo mundo... (...)___ É mais gostoso, e além do mais, com o professor explicando...

O lugar onde realizamos a entrevista serviu para demonstrar a existência e a influência de alguns dos condicionamentos sociais e políticos dos alunos como os revelados nas falas acima.

OS PROFESSORES PARTICIPANTES

Em nosso projeto piloto havíamos visitado e conversado com uma professora de 6ª série de uma escola pequena onde ela ministrava aulas para as duas sexta séries que funcionavam no período da tarde. A primeira entrevista que se revelou muito extensa e pouco objetiva,além de outros acontecimentos, nos motivou a alterar os procedimentos que julgamos inadequados para prosseguirmos elaborando novas tarefas, sintonizando melhor nossos instrumentos com nossos objetivos. Como anteriormente já nos reportamos, juntamente com nosso orientador fizemos a opção de procurar uma escola maior onde houvesse dois professores que ministrassem aulas de Matemática para as sextas séries, lá conseguimos realizar uma entrevista conjunta. As primeiras entrevistas contudo foram realizadas individualmente e foi, a partir delas que fomos decidindo novos rumos, inclusive nossos próximos instrumentos, tentando melhorar suas consistências sem contudo produzir uma estrutura muito fechada e inflexível. Os professores optaram pela escolha dos pseudônimos o que lhes garante o direito à manutenção de suas privacidades

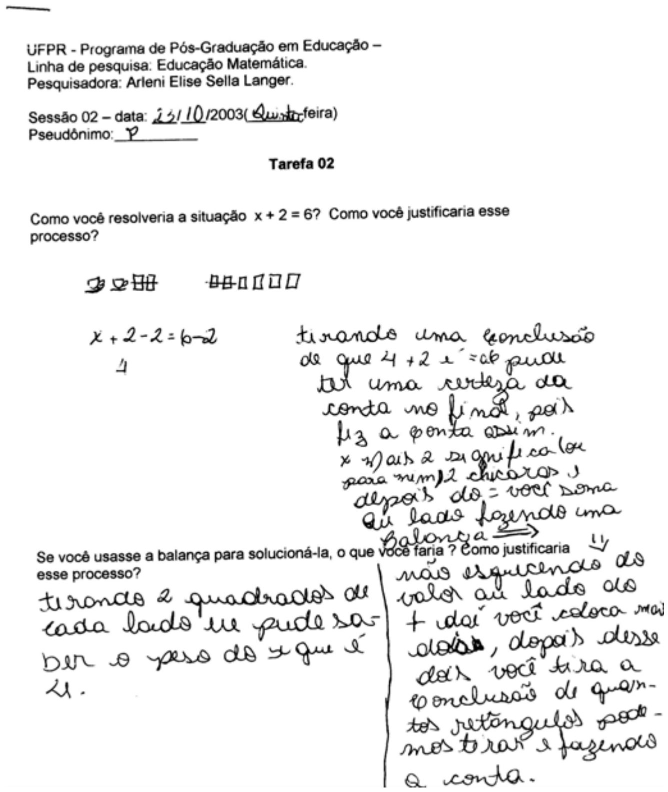
OS ALUNOS PARTICIPANTES

Inicialmente havíamos decidido por entrevistar três alunos de cada professor, mas temendo algum problema técnico ou de outra origem realizamos as tarefas com quatro alunos de cada professor, todas as entrevistas com os quatro de cada professor foram realizadas no mesmo dia e no mesmo local. A escolha dos alunos participantes deveria ser aleatória, livre de qualquer critério ou idéia pré-concebida. Desejávamos evitar que houvesse uma preferência pelos alunos que fossem julgados como sendo os melhores e só pedimos que fossem alunos que desejassem participar, a fim de que não houvesse nenhuma forma de constrangimento. Foram escolhidos, então, meninos e meninas de idades entre 11 e 12 anos, a faixa etária normal dos alunos da 6ªsérie (a única exceção se deu com um dos alunos da professora Maria; essa consentiu em que um aluno que desejava muito participar e havia solicitado insistentemente fosse um dos entrevistados). Adotamos pseudônimos para identificar os alunos colaboradores, de acordo com a inicial que eles haviam anteriormente colocado, à sua escolha, na folha de registro da tarefa. Os alunos da professora José foram: Beatriz, Carlos, Denise, Adolfo. Da classe da professora Maria os alunos colaboradores foram: Pedro, Hélio,Gislaine e Irineu.

A QUESTÃO DA EQUAÇÃO

Segundo MEIRA, (1996, p.177) a equação $x + x = 4$, que ele usa em sua pesquisa, pode ser considerada , como o fazem Filloy & Rojano(1989), aritmética por não envolver a necessidade de transposição de literais através do sinal de igualdade. Supomos que tal consideração também possa ser válida para a equação que escolhemos utilizar, $x + 2 = 6$ já que também para essa não há necessidade de transposição do x através do sinal de igualdade. Torna-se então complicado para nós afirmarmos se os estudantes utilizaram-se de algum procedimento algébrico.

Na maioria das vezes tão logo apresentava a primeira equação a solução era rapidamente encontrada indicando a facilidade em se gerar um resultado numérico para a primeira equação proposta quer seja pelo cálculo mental ou pela utilização de outra estratégia. Percebi que os estudantes buscavam encontrar formas de confirmar os resultados já conhecidos sobre a situação em questão. Ao invés de julgar as notações como sendo propriamente abstratas consideramos o que também Meira já havia observado: “As notações parecem funcionar, ao contrário, como a base material que permite aos estudantes seu engajamento na atividade algébrica.” (1996, p.189). O autor avalia que esta espécie de registros dá forma a atividade onde os sujeitos estão engajados. Podemos observar tal realidade na tarefa demonstrada a seguir. Nela o aluno reproduz uma simbologia muito semelhante à utilizada na sala de aula pela professora Maria quando da introdução da resolução de equações. Pedro consegue tirar uma conclusão e ter a certeza de seu resultado a partir da convicção do sinal de igualdade. Somente depois dessa certeza é que ele decide quantos retângulos pode retirar do prato da balança. A balança parece significar uma espécie de prova real. Na resposta a questão seguinte sobre o uso da balança ele sustenta que tirando 2 quadrados de cada lado ele pode saber que o peso de x é quatro.



UFPR - Programa de Pós-Graduação em Educação –
Linha de pesquisa: Educação Matemática.
Pesquisadora: Arleni Elise Sella Langer.

Sessão 02 – data: 23/10/2003(Quinta-feira)
Pseudônimo: P

Tarefa 02

Como você resolveria a situação x + 2 = 6? Como você justificaria esse processo?

$x + 2 - 2 = 6 - 2$
4

tirando uma conclusão de que 4 + 2 é = a 6 pude ter uma certeza da conta no final, pois fiz a conta assim. x mais 2 significa (ou para mim) 2 chícaras e depois do = você soma ou lado fazendo uma Balança

Se você usasse a balança para solucioná-la, o que você faria ? Como justificaria esse processo?

tirando 2 quadrados de cada lado eu pude saber o peso do x que é 4.

não esquecendo do valor ao lado do + daí você coloca mais dois, depois desse dois você tira a conclusão de quantos retângulos podemos tirar e fazendo a conta.

“PEGADINHA”, TRAIÇÃO OU ESTRATÉGIA

Pequenas diferenças entre as três palavras acima porém cada uma delas traz nuances que lhes imprimem sensações, emoções diferentes. Quando elaboramos o instrumento para a coleta de dados que continha as duas equações,pensamos que a reação as duas situações seria realmente diferente. Aliás, captar o que os entrevistados podiam falar sobre isso era realmente um de nossos objetivos. Contudo não imaginamos que alguns deles fossem se sentir um pouco como que enganados, “traídos”. Para alguns tememos que possa ter ficado a impressão de que no início, na primeira página, conquistávamos sua confiança, atenção e interesse para depois colocá-los em uma “fria”. A entrevista com o professor José inclusive foi demonstrativa de algo assim. Aproveitamos um período livre que o professor tinha na última aula de um dia que já tinha sido “cheio”. Ele foi realizando a atividade e fomos gravando suas respostas as soluções da primeira equação onde ele usava o núcleo balança como justificação para suas crenças-afirmações referentes à primeira equação. Referindo-se a primeira questão ele responde sucinto:

_ Penso assim e me pergunto: Que número que somado com dois resulta seis?

Ele prossegue respondendo sua própria indagação:

_ Este número só pode ser quatro.

Interessante como os homens são de modo geral mais breves e objetivos. A professora Maria, espontaneamente tecia comentários mais longos e, quase não era necessária minha insistência. Prossigo então a questioná-lo sobre o uso da balança, como ele faria? Como justificaria esse processo?

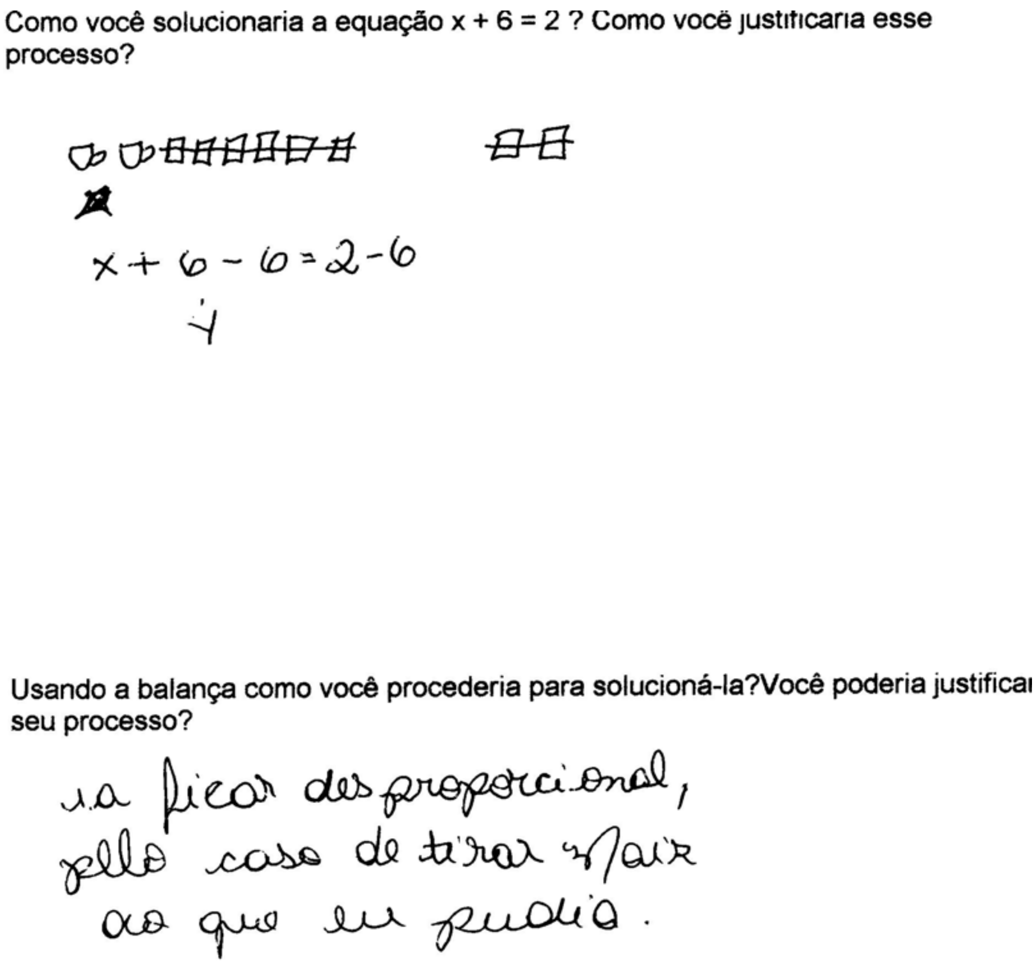
_Se retirarmos uma unidade de um lado da balança, percebemos então que a balança pende para um lado, então para que se mantenha o equilíbrio devemos retirar uma unidade do outro lado da balança. Mas, como queremos encontrar o valor de x, retiramos mais uma unidade de cada lado da balança.

Durante as aulas do professor José que tive ocasião de observar era marcante o modo como ele teatralizava o uso da balança demonstrando através do próprio corpo seu uso. Enquanto o tronco simbolizava o fiel da balança, seus braços e mãos simbolizavam os pratos que ficavam equilibrados ou não dependendo da situação que estava sendo analisada. A professora Maria privilegiava o uso de desenhos e esquemas no quadro negro. Em seu aluno Pedro vimos resíduos dessa forma de apresentação do conteúdo.

Tudo parecia bem e o clima de cordialidade se instalara, iríamos então para a página seguinte da tarefa quando, BRRRRRR!!!!, o sinal tocou, as crianças irromperam naquele tumulto e, o professor se deu conta de seus próximos compromissos. Ao virar rapidamente a página, querendo se desvencilhar logo de nós ele afirma, com um certo sorriso irônico no olhar: **__Ah!!! Aqui a única saída é usar o dinheiro.** Ele migra rapidamente para outro núcleo, deixa a balança e vai para o dinheiro. Nosso tempo com ele se esgotara e ele saiu deixando a página dois de nossa tarefa completamente em branco.

Com as crianças o que ocorria nesta transição de uma página para outra pode ser descrito assim. Eles já estavam tranqüilos, já haviam perdido o temor inicial e agora agiam com naturalidade, sentiam-se livres para explicar como resolveram a primeira equação. Afinal, a maioria tinha desenvolvido a primeira página sem problemas. O que elas já não esperavam contudo acontecia na segunda situação, ao virar a página a nova tarefa com a qual se deparavam trazia alguns empecilhos que a dificultavam. Iam aos poucos percebendo as semelhanças e as diferenças entre as duas situações mas nem sempre o fato de chamar a atenção para isso as fazia perceber o quanto as semelhanças poderiam trazer alternativas na solução da segunda situação. Desejava usar palavras que pudessem orientar a observação dos alunos para aspectos perceptuais da situação ... Minha fala contudo nem sempre ajudou a encaminhar a atenção para os pontos fundamentais ou os ajudou a captar a essência.

Os números negativos parecem ser obstáculos intransponíveis pois eles são “maiores” (em módulo) que o valor após a igualdade... Foram poucas as crianças que cogitaram a sua existência como alternativa inicial na solução da situação. Na atividade do aluno Pedro, analisada anteriormente este “problema” de evitar, desconsiderar a possibilidade do uso de números negativos surgiu na execução da segunda equação da tarefa 2. O aluno parece estar seguro de sua solução e ignora o cálculo mental ou qualquer outra estratégia sugerindo estar completamente satisfeito com o resultado que apresentou, não demonstrando aparentemente qualquer conflito ou dilema interior . Apesar da representação que utilizou na primeira equação, onde, inclusive na justificação escrita ele demonstrou considerar a questão da equivalência e da simetria, na segunda ele não confirma ou reassume o seu uso. Ele parece ter uma grande dificuldade em preservar o significado durante o cálculo.



Como você solucionaria a equação x + 6 = 2 ? Como você justificaria esse processo?

$x + 6 - 6 = 2 - 6$

4

Usando a balança como você procederia para solucioná-la?Você poderia justificar seu processo?

ia ficar desproporcional, pelo caso de tirar mais do que eu podia.

Imaginamos que as crianças parecem não pensar em termos de equilíbrio ou simetria e que talvez o sinal de igualdade pareça não ser tomado em toda a sua profundidade. O aluno Pedro contudo sugere a questão da simetria que aparece recorrente ao uso da abordagem da balança. Ele, a seu modo, parece questionar a dificuldade em se representar nesse modelo o número negativo e só consegue “ver” a desproporcionalidade como argumento para a impossibilidade de encontrar um resultado.

ENTREVISTA COM A PROFESSORA MARIA

Inicio fazendo a ela a mesma questão que anteriormente fizera ao professor José:

Como você resolveria essa situação $x + 2 = 6$ e como você justificaria esse processo?

_Eu pensaria da seguinte forma, para mim, um número que somado com dois chegaria no número seis.

Lembrei –me, ao ouvi-la falar sobre o número que somado com dois chegaria a seis, de uma dificuldade enorme que tive na escola. Nas subtrações eu não conseguia pensar como uma professora que usava essa terminologia; recordo-me de ignorar as correções no quadro de medo da confusão que poderiam me causar. Optava então por aguardar e só conferir os resultados.

Entretanto, a professora Maria faz uma nítida separação entre a forma como pensa para si mesma, para resolver seus problemas e a forma como pensaria para solucionar os problemas metodológicos ou didáticos que surgem na hora de ensinar.

– Agora, para explicar esse processo eu pensaria da seguinte forma: eu quero o valor de x, x sozinho, só que eu tenho com ele na equação $x + 2$, então para deixar o x sozinho eu vou ter que fazer o quê? Subtrair 2 de ambos os lados da equação para ficar em equilíbrio, então eu vou ficar com $x + 2 – 2 = 6 – 2$, fiquei com $x = 6 – 2$. Assim eu posso mostrar para o aluno que essa equação é equivalente a

equação original mostrando o porquê do "somando passa subtraindo" porque ele vai ver x + 2 = 6 é igual a x = 6 – 2.

Decidimos ver seus registros e lhe pergunto se a ênfase nessa forma de explicar estaria na igualdade. Ela responde afirmativamente.

– É estaria na igualdade.

A conversa agora se liberta do roteiro e se encaminha para minha curiosidade sobre o livro didático. Faço a seguinte afirmação seguida do questionamento:O livro que vocês estão usando aqui sugere muito o uso da balança. Então se você usasse a balança para resolver essa situação anterior como você faria e como você justificaria?

– Com a balança eu pegaria um objeto que representasse 6, vamos supor 6 unidades, de um lado da balança e de outro lado eu colocaria 2 . Verificaria o quê? Que a balança está em desigualdade. A partir desse momento mostrando para os alunos que está em desigualdade eu posso começar a colocar, se eu colocar 6 dados em um lado e ir acrescentando o número de dados um por um para perceber que a balança ainda continua em desigualdade, até chegar a quantia de seis dados do outro lado; que o número de dados que eu acrescentei para a balança ficar em igualdade, foram quatro dados.

A sua forma de encarar a situação proposta foi muito peculiar e completamente diversa da que percebemos nos demais colaboradores. Ao contrário de seguir tirando na busca do equilíbrio e da solução ela prefere sugerir o acréscimo. Parece que esta forma de justificação também pode estar relacionada com aquela outra, discutida anteriormente, de quanto falta para chegar em seis.

A entrevista segue para sua segunda fase, a questão que hipoteticamente imaginamos seja dificultada pelo uso da metáfora da balança. Prossigo justificando que na segunda página tem uma atividade que difere um pouco da primeira, e pergunto: Como você solucionaria a equação x + 6 = 2 e como você justificaria esse processo? Também eu queria perguntar que diferenças que você percebeu em relação a situação anterior, como você reagiu?

– Primeiro eu estou procurando um número que somado com seis tenha resultado em dois. Pensaria num número que somado com seis dê o resultado; mas como tenho seis, vou ter que somá-lo com um número negativo, ou seja, tenho que tirar de seis para chegar no número 2.

Parece-me que a justificação que ela utiliza aqui mantém o significado do cálculo pois ela sempre prefere analisar primeiro o quanto ela têm e depois quanto tem que acrescentar ou quanto tem que diminuir para tornar a sentença verdadeira.

Em seguida retomo a questão do uso da balança e procuro investigar como ela procederia. Ela me responde:

– Colocaria em um lado da balança duas barrinhas e do outro lado colocaria seis. A questão é que tem que deixar a balança em equilíbrio com duas barrinhas; então de um lado que tem seis vamos ter que ter quatro barrinhas para que a balança fique em equilíbrio.

Seu teste prático a frustra mas não chega a ponto de afirmar a impossibilidade de representar satisfatoriamente essa segunda situação na balança de dois pratos. Ao contrário, o professor José e algumas crianças, na busca por justificar essa segunda situação, aceitam como natural a migração para outro campo semântico adotando o dinheiro como alternativa sem maiores angústias, como veremos nas entrevistas a seguir.

ENTREVISTAS COM AS CRIANÇAS

Primeiramente analisaremos as tarefas dos alunos da professora Maria, aqui identificados como Pedro, Hélio Gislaine e Irineu.

GISLAINE

Iniciei a tarefa 2 propondo e questionando a aluna Gislaine:

Como você resolveria a situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo?

Gislaine: O x equivale a quatro mais dois que é, que equivale, que o resultado é seis.

Muito bem. Tem mais alguma coisa que você quer falar sobre a situação, não?

Ela preferiu não se pronunciar mais a respeito dando por completamente explicada a primeira situação. Gislaine preferiu fazer seus registros primeiro e só depois e baseada neles falar, mas durante o processo decidiu falar enquanto vai, quase ao mesmo tempo escrevendo sua justificativa no papel. Nas anotações ela opta por subtrair dois de ambos os membros e, podemos suspeitar que ela perceba a simetria e o equilíbrio como características dessa equação. É necessário ficar atento a manutenção da fidelidade a esses princípios durante a resolução da segunda equação. Prossigo, então, com o restante da atividade:

A segunda questão, se você usasse a balança, nós estamos usando a balança, para solucionar essa mesma situação que antes você tinha resolvido com a conta, o que você faria e como você justificaria essa solução ?

Gislaine:Como eu não sei o resultado da barrinha, daquela barrinha, eu vou ter que colocar uma quantia de um lado e uma quantia de outro, como fazer que fiquem os dois lados iguais; por exemplo, se eu tirar uma pecinha de um lado eu tenho que tirar do outro também, depois se eu vir aqui e tirar outra pecinha desse lado tem que tirar do outro também. E como eu pensei que aquela barrinha ali equivalesse a quatro eu fui tirando, tirei do outro lado duas e desse lado duas, do outro lado ficou quatro e essa barrinha que eu não sabia o valor, equivale a quatro.

E a balança, ficou em equilíbrio?

Gislaine:Ficou.

Ótimo.

Gislaine segue sustentando a questão do equilíbrio como justificação para a forma como soluciona esta atividade. Volto a interrogá-la:

E antes, quando a gente tinha tirado só de um lado o que aconteceu?

Gislaine:A balança ficou meio desequilibrada.

É, isso mesmo. Justificar é dizer porque que isso é certo, porque que isso é justo. Você acha que esse procedimento é justo, funciona, dá certo? Ele dá certo só para essa situação ou pode dar certo para outras?

Gislaine:Eu acho que dá certo para outras coisas, como, por exemplo, a gente quer, por exemplo, eu tenho oito maçãs e oito maçãs de outro lado e a gente não sabe... Não, tem oito laranjas e a gente não sabe quanto vale cada laranja a gente vai colocar na balança e vai fazer o mesmo processo.

Na hora não tive a presença de espírito para perguntar se todas as frutas poderiam ter pesos (massas) iguais. Há indicativos de que, se análise for feita por esse exemplo , a aluna não está produzindo significado para a incógnita, da forma como ela apresentou quando da solução da primeira equação. Valeria a pena ter feito uma investigação mais minuciosa quanto a essa questão mas, preferi não prolongá-la. Uma coisa é forte a balança para ela serve para pesar e isso parece a te mais forte que a questão do equilíbrio. Vou adiante:

A outra questão é $x + 6 = 2$.

Gislaine: Essa aí não vai ter como.

Não vai ter como, porquê?

Gislaine: Porque como é que eu vou, por exemplo, se eu pegar o número 1 mais 6 ele fica 7, não vai ter como, só se eu diminuir, daí sim vai ter como.

Impressionou-me como ela é prática na situação difícil. Começa considerando apenas o conjunto dos números naturais e exclui o zero. Usa uma idéia que podemos chamar de naturalizada. Na seqüência da entrevista eu cogito a possibilidade e ela prossegue fazendo suas conjecturas. No registro escrito ela resolve tirando seis em ambos os membros mas encontrando a solução $x = 4$.

Então essa situação aqui, na balança, o que você acha?

Gislaine: Na balança eu acho que pode até dar certo, agora aqui fazendo a conta fica meio estranho, eu não sei valor do x, $x + 6 = 2$,como? Se eu por 1 já vai dar 7, então não dá...

E o menor número que você pode por é 1? É? Então tenta resolver agora escrevendo e depois você me diz o que você pensou.

Gislaine: Só vai subindo...

Como assim só vai subindo?

Gislaine: Por exemplo, se eu colocar 1, já vai dar sete, se eu colocar 2, vai ficar 8, se eu colocar 3, vai ficar 11, e quanto mais eu for colocando número mais alto vai ficar mais alto.

Então, não tem um número menor que um?

Gislaine: Tem o zero.

E, se você colocar zero, daí?

Gislaine: 6 + 0 vai ficar 6.

E, menor que zero, não tem nenhum outro?

Gislaine: Não.

Não. Tá. Tem certeza?

Gislaine: Não.

Então agora tenta resolver a continha aqui.

O que você estava falando?

Gislaine: Que tem um número que dá, só se você pegar e diminuir de quatro. Quatro menos seis dá dois.

Isso quer dizer que o x vale quanto então ?

Gislaine: Vale quatro mas, negativo.

Após toda a minha argumentação ela agora afirma e sustenta a solução correta. Anteriormente não apenas ela não cogitava a possibilidade da existência de números negativos como ela exclui inclusive a possibilidade do zero. Então, encerrando essa parte, pergunto:

O que tinha acontecido então? Você tinha esquecido?

Gislaine: Não é que sabe o que é. É que a gente chega aqui e não sabe, aí a gente pensa assim, ah, o que é? Parece até que a gente vai levar uma advertência, daí a gente esquece tudo.(risos)

Viu que não é advertência? Está tudo normal.

Gislaine: É que aqui estamos nós duas, sozinhas, só nós duas, na sala está todo mundo...

E você acha mais gostoso quando está todo mundo?

Gislaine: É mais gostoso, e além do mais com a professora explicando...

Está bom. Então agora me diga o seguinte: usando a balança como que você procederia para solucionar essa situação. Para aquela outra nós achamos um jeito, e essa aqui, será que você consegue montar essa situação e resolver?

Gislaine: Ah! Acho que sim. Vou por cinco desses cubinhos pequenos.

Olha do outro lado da igualdade tem o que aqui?

Gislaine: Dois. Não, não está igual. Agora vamos ter que por um pra cá, aqui continua maior. Então vamos começar agora parece que está numa igualdade certa. Agora vou tirar um desse, agora vou tirar mais um desse e continua igual.

Então o que você acha que esta situação ali é a mesma que está escrita aqui?

Gislaine: É, então está.

A balança ajudou você a resolver isso?

Gislaine: Bastante.

Então está bom, acho que nós terminamos, não vou mais chatear você...(risos)

Em suas anotações, Gislaine escreve que a balança não fica em equilíbrio, e que mesmo que tirássemos seis cubos do lado esquerdo x iria ainda ficar mais pesado.

PEDRO

Pedro é o aluno com quem prosseguimos nossas entrevistas. Ele também pretende escrever primeiro.

Como você resolveria a situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo?

Pedro: Qual o único número que dá certo com dois e que vai dar igual a seis.

Então vamos lá fazer na balança.

Então fala para mim alto que daí eu vou conseguir gravar.

Pedro: Se eu tirar a barrinha grande, a roxa daqui e quatro pequeninhas dali.

Ótimo, faz lá vamos ver se funciona.

Então funcionou?

Pedro: Não, acho que não está igual...

Vamos apertar bem aqui. E agora, está igual?

Pedro: Agora acho que está igual, acho que deu.

Então beleza. O que significa isso?

Pedro: Que essa barrinha vale quatro desses cubinhos.

Então o que você acha dessa balança aqui, ela ajudou você a resolver?

Pedro: Ajudou.

Mais antes você tinha resolvido bem, sem problemas.No início ficou mais complicado...

Pedro: É, um pouco.

Então agora nós vamos para uma segunda parte.Agora aqui a situação é diferente e a pergunta é a mesma, como você solucionaria a questão $x + 6 = 2$ e como você justificaria esse processo? Então primeiro você faz só no papel, depois você faz na balança, como antes.

Pedro: Menos quatro mais seis fica igual a dois. Que é a mesma coisa que eu estou devendo quatro reais e tenho seis daí, daí me sobra dois reais. Eu devo quatro e tenho seis reais, vai me sobrar dois.

Os registros de Pedro já foram discutidos no início deste capítulo mas há coisas marcantes na entrevista a discutir. É interessante ver como nos registros ele usa xícaras e quadradinhos, inclusive na tentativa frustrada de solução da última equação. No entanto, na fala ele prefere usar o núcleo dinheiro para solucioná-la e, sobre ele, faz afirmações que não sente necessidade de justificar. Interessante perceber que os resultados encontrados são conflitantes, na entrevista ele fala que vai lhe sobrar dois enquanto que no registro escrito ele coloca um quatro que pode ser talvez compreendido como a provável solução

HÉLIO

Como você resolveria a situação $x + 2 = 6$ e como você justificaria esse processo?

Hélio: O jeito que eu faço para resolver é, dá para pegar o número depois do x e diminuir e fazer menos o resultado, vai dar dois menos seis igual a quatro ou quatro mais dois igual a seis.

Hélio assume a adição e a subtração como operações opostos e demonstra sua facilidade em trabalhar com o sinal de igual, contudo ele faz uma contundente afirmação: dois menos seis igual a quatro e considera que o que disse é igual a quatro mais dois igual a seis.

Agora quero saber: se você usasse a balança para resolver essa mesma questão o que você faria e como você justificaria esse processo?

Hélio: Antes você colocou essa barrinha mais dois bloquinhos de um lado e aqui você colocou seis, então eu pensei que essa barrinha poderia valer quatro e daí coloquei na outra balança aqui quatro o que manteve a medida, daí ficou o mesmo resultado.

Ótimo. Tudo resolvido então? A outra questão é $x + 6 = 2$.Como você solucionaria essa equação?Como você vai fazer? Você está com uma carinha de preocupada, porque que você está achando isso difícil?

Hélio: Porque é... por causa de que tem o x, que é um número, mais seis que vai dar igual a dois. Só que eu não entendi direito assim...

Por que, o que você não entendeu direito, quem sabe eu possa ajudar.

Hélio: Ah por exemplo assim, seis , mais um número que poderia dar dois. Pensei que poderia ser menos, algum número menos seis, por isso que eu não estou entendendo.

Bom então pensa aí, experimenta um número que vai dar dois, experimenta ir tentando vamos ver qual é que vai ser.

Hélio: Pode fazer assim, prova real assim?

Pode!

Hélio: Quatro, agora quatro mais seis vai dar dez..Ih! Só tem que fazer o resultado de mais? Não pode fazer o resultado de menos, assim?

Você é quem vai me dizer...

Hélio: Ah pode fazer o resultado de menos?

Pode.

Hélio: dois.

Então quer dizer que o número x é quanto?

Se eu colocar no lugar do x , seis essa sentença vai ficar verdadeira? O que você acha?

Hélio: Não.Não, acho que não é o seis né. O seis dá doze, então se ao invés do dois fosse doze, você tinha toda a razão, era seis.

Mas agora vamos pensar, acho que deve ser um outro número.

Hélio: Mais que seis ou menos que seis ?

Agora eu não sei, que você acha? Você tem uma idéia aí, eu estou vendo, você está pensando...Que tal quer usar a balança?

Hélio: Não.

O primeiro número que você pensa é sempre o um? Então vamos ver?Se fosse somado um com seis, como é que você falou?

Hélio: Um com seis tinha que dar o resultado dois, assim?

É, é isso que está escrito ali.

Hélio: Ah, eu tinha entendido diferente, tem que dar direto a conta?

Não, você pode fazer de outras maneiras, não tem problema.

Hélio: Assim, assim por exemplo?

Pode, você pode fazer do jeitinho que você acha.Do jeito que funciona para você chegar na resposta.

Hélio: Quatro.

Você estava vendo que era o quatro, mas só que não era o quatro né?

Hélio: Era o menos quatro. **Eu estava devendo quatro então ele me devolveu dois reais de troco então a balança ficou equilibrada.**

Isso, mas como é que você chegou a essa conclusão? Que tinha que ser o menos quatro?

Hélio: Porque não tinha um outro número assim, para fazer com o seis, não é? Então eu pensei assim, como que vai fazer com um número mais seis que vai dar dois. Então tinha que ser o menos na frente de qualquer número, assim que desse, como o menos quatro.

Isso, muito bem. E será que essa situação na balança como é que ficaria?Será que dá para a gente resolver na balança?

Hélio: Eu tenho uma dúvida. Como é que eu vou fazer o menos na balança?

Menos assim de que jeito? Eu não estou entendendo a sua preocupação...

Hélio: Menos assim, menos quatro mais seis.

Daí fica difícil de fazer na balança? Que você acha?

Hélio: Fica mais complicado de fazer na balança.

ENTREVISTAS COM OS ALUNOS DO PROFESSOR JOSÉ, AQUI IDENTIFICADOS PELOS NOMES DE ADOLFO, BEATRIZ, CARLOS E DENISE

Os registros escritos dos alunos do professor José tem muito pouco a acrescentar às suas falas. Todas as anotações deles compõe os anexos.

ADOLFO

Como você resolveria a situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo?

Adolfo: Eu somo, x + 2, eu tenho que descobrir o valor de x, daí eu pego somo mais dois aqui, aí como para descobri esse aqui eu vou ter que depois do sinal de igual vou ter somar com o resultado. Aí depois eu vou pegar, vou escrever x + 2 de novo daí eu vou dividir por dois . Daí aqui seis mais dois, eu pego e somo e o número que der eu divido por dois.

Está bom. Jóia. Agora vamos para a outra parte aqui. Se você usasse a balança, está aqui a balança, eu quero saber como que você faria para solucionar essa mesma situação?

Adolfo: Eu pegaria e somaria com mais dois.

Ou seja colocaria mais dois cubinhos?

Adolfo: Sim aí o outro eu colocaria mais dois cubinhos. Aí do outro eu colocaria mais dois cubinhos para ficar igual.

Daí você ficaria lá com x + 4 e aqui com?

Adolfo: seis mais dois que é oito.

Ia ficar em equilíbrio também?

Adolfo: Ia, então daí eu pegaria e dividiria por dois, que o valor que está somando o x. Aí eu dividiria né o valor de x iria dividir por dois ia dar um x, aí o outro, oito dividido por dois que é igual a quatro. Aí x é igual a quatro.

E como que a gente faria essa divisão na balança?Dividir por dois como seria?Por exemplo dividir uma maçã por dois na prática o que seria?Por exemplo tem você e seu irmão, o que seria dividir por dois?

Adolfo: Seria cortar no meio. Tirar dois.

Tirar dois ou tirar a metade?

Adolfo: Tirar a metade.

Você tinha oito cubinhos aqui, qual seria a metade?

Adolfo: Quatro.

E aqui você tinha x + 4, qual seria a metade? Qual que é a metade de x + 4 ?

Adolfo: Seria quatro porque se a balança está no mesmo nível assim, daí se um é quatro do outro também é quatro.

A outra questão é x + 6 = 2.Como você solucionaria essa equação?A pergunta é a mesma só a situação é diferente. E como você justificaria esse processo. Qual é o valor do número que eu somo com seis e tenho 2 ou dá 2.

Adolfo: Eu pegaria x+ 6 e somaria com mais seis.

Por que você tem que somar mais seis?

Adolfo: Para poder diminuir de x, para você poder conseguir descobrir. Daí vai pegar e do outro lado do igual daí você vai somar o resultado que é dois com mais seis, aí o x + 6você vai pegar e vai dividir por seis e daí você pega a soma do outro lado do igual, que é dois mais seis, que vai dar oito, né? E vai dividir por seis, 6 dividido por x + 6 vai dar igual a x, e do outro lado vai dar igual a 1,3333.

Ele está confuso aqui. Em aula anterior, o professor José havia feito uma equação onde havia a necessidade de dividir os dois membros para eliminar um fator que multiplicava a incógnita. Contudo ele persiste e até envereda por experimentar efetuar a divisão, demonstrando o que as pesquisas já apontam para a necessidade de fechamento que os alunos apresentam. Procuro, então manter as questões :

Se eu pegar esse valor 1,333 e colocar no lugar do x, será que vai dar essa resposta?O que você acha? 1,333 + 6 é igual a 2?

Adolfo: Eu acho que não dá, desse jeito assim não dá.

Então eu acho que nós devemos achar um outro jeito, tem que ter alguma coisa que nós podemos fazer.

Adolfo: Eu estava pensando que era para somar ao invés de diminuir. Tem algumas contas que eu fazia com mais mas você tem que analisar bem a conta para depois você colocar o sinal.

Você acha que é o sinal que faz diferença?

Adolfo: Sim, eu acho que sim. Aí a outra eu fiz x com mais seis daí eu diminui o seis e não somei como antes.

O que significa esse diminuir?Por que você diminuiu?

Adolfo: Para acabar aqui, para o x ficar sozinho. Aí eu peguei do outro lado do igual e diminui 2 com 6. Só que daí, diminuir dois com seis quando a gente vê pensa que não dá para diminuir mas dá; mas vai dar um número negativo, que deu x = - 4.

Nesta fala fica evidente a necessidade do fechamento, como ele afirma: para acabar aqui.

No início você achou difícil pensar nesse número negativo, não é? Você tinha pensado nesta hipótese no começo?

Adolfo: No começo eu não tinha pensado, só depois.

Você achou que só tinha que ser um número como? De que tipo?

Adolfo: Eu achei que só podia ser um número maior que zero. Que não existia menos, menor que zero.

E daí? Usando a balança você acha que esse negócio fica mais simples? Essa continha de agora ou fica mais complicada?

Adolfo: Eu acho que fica mais complicada usando a balança.

É, e naquela conta anterior?

Adolfo: Também.

Vê-se nas falas anteriores que no auge da sua dúvida o aluno não sugere e não recorre a balança como sendo uma estratégia válida. Adolfo inclusive sustenta que com a balança fica mais complicada a resolução de situações como essas.

BEATRIZ

Primeira coisa que eu quero saber, você já viu uma balança desse tipo?

Beatriz:Não, assim eu nunca vi.

Tem certeza?

Beatriz:Desse tipo até pode ser que eu vi.

Onde você viu? Você se lembra?

Beatriz:Não eu não consigo lembrar.

Então você está vendo agora na sala, nos desenhos que estão no livro. É a primeira vez que você está vendo assim, na realidade essa balança?Quando você vai ao supermercado, na feira você vê balanças assim?

Beatriz:Não, não são essas, são aquelas que não são dessas comuns são aquelas com os números quadradinhos.

E, essas de dois pratos, você já viu alguma vez na vida?

Beatriz:Não, de verdade não.

Então vamos lá: Como você resolveria a situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo?

Beatriz: (Segue ditando rapidamente o que escreveu). x mais dois menos dois igual a seis menos dois, x equivale a quatro. Esse processo está relacionado assim porque nós temos que descobrir o quanto vale x, por isso devemos fazer essa equação e todo esse sistema.

Você está clara do que é equação?

Beatriz:Equação... mais ou menos...

Isso daqui é uma equação, por quê?

Beatriz:Hum.....

Você tem dúvida disso?

Beatriz:É um pouco porque eu faltei várias aulas.

Realmente essa era a pergunta que eu deveria ter feito a todas as crianças. Beatriz realmente faltou a várias aulas, pois o tempo nesses dias esteve muito chuvoso e, muitas crianças estiveram gripadas, ficando, por isso, ausentes.

Então vamos para a segunda parte eu vou perguntar, se você usasse a balança, essa daí, como você solucionaria essa situação x + 2 = 6, você soube solucionar escrevendo e como você justificaria esse processo?

Beatriz:Eu ia tirar dois cubos do lado direito, do lado esquerdo e mais dois do outro para ficar em equilíbrio,

E daí?

Beatriz:Daí ficou seis menos dois, daí eu posso mostrar isso como se o x valesse quatro.

Você viu agora que essa situação aqui é diferente da outra não é? Então explica para mim como você estava explicando antes.

Beatriz:A diferença é que nós vamos ter que colocar seis cubos junto com o x e dois no outro lado da balança, sendo que os outros dois desse lado da balança são mais pesados que os seis do outro lado esquerdo. Então eu acho que não vai ficar igual, não tem como...

Ela quase afirma que o que precisa ser posto em um membro para que a igualdade acontece é exatamente o oposto que precisa ser retirado do ouro membro. Percebi que ela olhava para a situação e quase consegui elaborar suas argumentação a ponto de deixa-la bem clara.

Então não vai ficar igual?

Beatriz:Eu acho que x aqui também vai ficar igual a quatro. Só que a situação aqui muda.

Muda como?

Beatriz:Você vai ter que fazer x mais seis menos seis, igual a dois menos seis. Então dois menos seis é igual a quatro. Então x vai ter que valer quatro. Se você tirar seis da balança, você vai ficar em equilíbrio, quer dizer não deu, não consegui deixar em equilíbrio, acho que não tem como. Um lado vai ficar mais leve e outro mais pesado. Você tem seis cubos e esse aqui vai te dar mais do que o do lado direito.

Em seguida procuro retomar a primeira situação buscando ter um parâmetro de comparação para ajudá-la.

Então vamos só experimentar uma coisa, se o x for quatro e no lugar dele nós colocarmos o quatro aqui, vamos a primeira situação: se eu colocar 4 + 2 = 6 e 6 fica igual a 6. Nessa segunda situação se eu colocar quatro aqui, quatro mais seis vai dar dois? Que será que está acontecendo?

Beatriz:Acho que eu errei...

Olha só vamos tentar, dois menos seis, dois menos seis...

Beatriz:Dois menos seis dá quatro. Não, só seis menos dois é que daria quatro.

Fui notando que a situação estava gerando ansiedade e resolvi parar de questionar e instar para que Beatriz argumentasse na direção da resposta correta. Considero que em determinados momentos precisa-se ter a certeza de que ensino-aprendizagem é realmente um processo, senão a gente insiste, força a solução e impede a compreensão, que precisa de certa reflexão que envolve tempo e inclusive o silêncio para acontecer.

CARLOS

Você já viu na vida real alguma balança desse tipo?

Carlos: Já.

Onde que você já viu

Carlos: Na televisão e, em filmes.

Na vida mesmo, mas você nunca usou nem viu uma balança dessas sendo usada para “pesar” coisas? Em supermercado ou na feira do produtor?

Carlos: Não.

Quando você sai, de que jeito as pessoas usam balança? É desse jeito, com uma balança desse tipo? De que jeito que elas são?

Carlos: São mais modernas.

De dois pratos?

Carlos: São só de um.

E a maioria que você vê são de pratos?

Carlos: É , acho que são .

Em supermercado é desse tipo?

Carlos: Não, são de outro tipo, mais modernas, por exemplo você aperta lá em um botão e sai uma etiqueta com quanto pesou.

Então são diferentes, não tem quase nada de parecido.

Carlos: Só a função.

Então me explica como você resolveria essa situação x + 2 = 6, você já resolveu e disse que achou que o valor desse x é 4 e como você explica esse processo?

C: Colocando aqui no começo x + 2, que eu represento com duas xícaras e o dois com dois retângulos e daí depois do igual que é o 6, eu coloquei do outro lado da balança para ver como é que ficaria. Daí como esse número que é x mais dois, eu sei mais ou menos que tem que tirar dois retângulos de cada lado para ficar certo na balança. Daí a conta que eu fiz que é x mais dois menos dois que é o que eu tirei , de cada lado da balança e daí seis que tem no outro lado e daí dois que eu tirei. E daí o resultado fica quatro.

Então usando a balança aqui como é que você faria. É fazer a mesma coisa aqui que você fez usando o papel só que na balança. Como você poderia resolver?

Carlos: Teria que tirar dois de cada lado. E o x vale quatro.

Está combinando na balança com o que você escreveu?

Carlos: Tá sim. Eu tirei dois de cada lado para ficar do mesmo equilíbrio, do mesmo peso os dois lados. E para isso eu descobri que x valia quatro.

Em que você acho que essa situação aqui é diferente?

Carlos: É diferente porque aqui ficou invertido, x + 6 = 2.

Você acha que consegue resolver essa agora?

Carlos: Sim, acho que sim, consigo.

Fala, o que você percebeu?

Carlos: Percebi que aqui tinha que ser menos, tinha que ser quatro menos seis que é dois. Então o valor de x é quatro. Daí daria para resolver.

Então agora a segunda pergunta aqui. Então usando a balança, agora você já a viu, monte essa situação na balança e me diga: será que com a balança ficaria mais fácil? Ou mais difícil, o que você acha?

Carlos: Igual aqui desse lado ia ficar, eu tinha que tirar seis desse lado, eu tinha que tirar tudo e daí não ficaria equilibrado.

Então não ia ficar equilibrado você acha?

Carlos: Não, não iria.

DENISE

Você já viu uma balança desse tipo aí, igual a essa?

Denise:Eu já vi só que quando meu pai foi no advogado eu vi uma dessas.

E, fora no advogado em algum outro lugar você viu uma balança dessas?

Denise:Vi em uma loja de móveis antigos.

Mas assim na sua vida prática você já viu alguém usando uma balança como essa para "pesar"?

Denise:Não.

Onde você vai comprar coisas que tenham que ser "pesadas"?

Denise:No açougue, no mercado...

E, nesses lugares, tem balanças desse tipo?

Denise:Não, são todas automáticas, ou dessas de prato mesmo só que elas só tem um prato.

Como você resolveria essa situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo? Então você resolveu, qual a resposta afinal, é quatro ou é oito?

Denise:É oito.

Então me explique: porque é que é oito?...

Denise:D:Eu tinha xis reais mais dois, somando eu fiquei com seis. De seis eu ganhei mais dois e fiquei com oito.

Então agora me explique como você faria para descobrir quanto vale a barrinha usando a balança?

Denise:Para descobrir quanto é que vale a barrinha eu tiraria dois do lado esquerdo. A balança ia pesar de um lado e do lado mais leve iria subir, só que daí eu tiraria mais dois do outro lado, daí ela ficaria em igualdade.

Ótimo. Então quer dizer que essa barrinha que representa o x está valendo quanto?

Denise:Olha..., um cubo desse vale?

Não.Um cubo desse vale um. Então essa barrinha está valendo quanto?

Denise:A barrinha...

Olha lá...

Denise:Aqui tinha seis, aí ali tinha quatro; não, tinha três...

Tinha uma barrinha mais dois cubinhos.

D:Então a barrinha pesa dois.

É, olha bem.

Denise:Tinha dois aqui e tinha dois aqui, eu tirei. Aqui tinha três e tinha seis, aí eu tirei dois daqui e tirei dois dali. E daí ela ficou em igualdade, daí no caso aqui vai pesar três quilos essa por "causo" que eu tirei dois dessa que tem mais porque essa pesa mais. Então essa barrinha tem três quilos no caso.

Como ela muda de opinião de acordo com o que percebe ser a reação da pesquisadora. Ela está insegura e vai tentando ver qual resultado tem apoio.

Prosseguimos:

Essa situação aqui é diferente da outra, você também notou já. Então essa situação é x + 6 = 2 . Então eu quero saber como você justificaria esse processo que você usou para resolver. Você começou a resolver aqui e fez x + 6 = 2, daí fez x + 6 – 6 = 2 –6, então eu perguntei: Por que você colocou esse sinal aqui?Você define um sinal, você procurou e o que você acha?Por que tem esse sinal aí?

Denise:No caso aqui eu fiquei devendo seis ainda.

A aluna demonstra aqui domínio e prevalência do cálculo escrito sobre o mental, contudo ela não consegue produzir um significado que julgue ser satisfatório; pelo menos tal resultado não resiste às questões que proponho.

Está. E, daí você tinha escrito quatro, e eu perguntei: Dois menos seis, é quatro?

Denise:Eu falei que foi falta de atenção porque seis menos dois é quatro negativo.

Nota-se o quanto o questionamento produz argumentação e essa detona a consciência e o raciocínio lógico é retomado. Como a interação é válida!

Então como você justificou aqui?Explica para mim a sua justificativa porque eu estou lendo ao contrário.

Denise:Eu tinha seis reais, não, eu tinha xis reais, na verdade e somei com seis. Somando fiquei com dois reais. Logo após eu perdi seis reais, eu tinha dois e perdi seis, fiquei com quatro negativo.

Lembramos que para Lins e para o Modelo Teórico dos Campos Semânticos, um campo semântico é uma coleção de conhecimentos cujas justificações estão todas relacionadas a um mesmo modelo nuclear – como é o caso da balança de dois pratos- ou todos são produzidas a partir de um mesmo conjunto de princípios. Como nos esclarece Silva,

“Um núcleo pode ser constituído por um diagrama, por um desenho, por uma balança, por um conjunto de princípios (axiomas, por exemplo), por uma situação “realista” ou ficcional. O que importa é que é em relação aos objetos do núcleo que vai ser produzido significado, seja para que texto for. Núcleos não se referem especificamente a “conteúdos”ou áreas de conhecimento”: em relação ao mesmo núcleo de balança de dois pratos, é possível produzir significado para uma equação, para a noção de justiça ou para fenômenos físicos diversos.” (2003, p.64)

De acordo com o que ela <u>diz</u> parece admitir ter calculado primeiro e usa a balança como forma de verificação.

O que significa ficar com quatro negativo em termos de dinheiro?

Denise:Fiquei devendo quatro, quatro reais.

Ótimo. Então usando a balança você conseguiu montar a situação x + 6 = 2, e o que aconteceu?

Denise:E no lado esquerdo da balança eu coloquei seis cubinhos e um xis, que é um cubo maior, e no lado direito eu coloquei só dois cubinhos. Nesse caso o lado esquerdo da balança pesou.

Então ela não está igual?

Denise:Não, não está igual.

Então como que aqui está escrito que é igual e na balança não está igual?

Denise:Nesse caso eu vou ter que tirar dois cubinhos desses...

Então tira, pode tirar

Denise:Vou tirar dois desses e vou ter que tirar dois do lado de lá de novo.

E daí, resolveu o problema?

Denise:Não resolveu.

E como será que a gente tinha que fazer para resolver?

Denise:Acrescentar mais dois...

Acrescentar mais dois, aonde?

Denise:No lado direito.

Então vamos lá, tenta. E daí ficou em equilíbrio?

Denise:Ela não ficou em igualdade. Ainda não...Na verdade aqui eu tinha cinco, tinha um lado que tinha cinco cubinhos e ele ficou mais baixo que o lado que tinha quatro cubinhos levantou né; aí do lado esquerdo eu vou ter que tirar mais dois cubinhos.

Então tira, pode tirar.

Denise:Aí ela agora ela ficou, não ficou em igualdade ainda e, o lado esquerdo continua pesando. Nós vamos ter que tirar mais um. Agora nós podemos dizer que o "cubo maior" é igual a quatro quadradinhos e agora ficou em igualdade.

A situação dois foi mesmo pensada para gerar polêmica mas agora, durante a análise das entrevistas percebo o quanto poderia tê-la modificado para que ela permitisse uma investigação com aspectos mais ricos surgindo nas falas. Reconheço as limitações da tarefa, dos demais instrumentos e especialmente minha enquanto pesquisadora. Não procurando apenas justificativas mas também sendo transparente tenho que admitir que a premência do tempo, da carga horária de trabalho grande(40 horas semanais) e a distância de meu orientador, só consegui perceber outras possibilidades quando já estava me encaminhando para a defesa .

O próximo capítulo traz à baila as entrevistas finais e a entrevista conjunta com os professores participantes. Ela foi construída de modo muito flexível e nela os colaboradores estabelecem um diálogo produtivo de colegas, as entrevistas quase falam por si e os breves comentário são apenas à guiza de dar breves esclarecimentos.

6 ENTREVISTA FINAL - ISOLAMENTO PROFISSIONAL

> Experiência não é o que acontece com o ser humano; é o que o ser humano faz com o que lhe acontece.
>
> Aldous Huxley

Acreditar que o professor, por trazer um diploma é absolutamente capaz de conhecer todos os meios e estratégias que envolvem a administração de uma situação de ensino-aprendizagem é uma postura comum. Lembramos que muitos de nós em nossa formação também fomos influenciados por profissionais anódinos que transitavam por sérios problemas epistemológicos e, para evitar que os vislumbrássemos ministravam aquelas aulas opressivas, adotando uma postura de arrogância e prepotência que tanto condenamos.

Tentar evitar que reproduzamos o modelo de ensino que vivenciamos e cuja tendência é que imitemos, é uma luta diária. Uma saída pode ser a salutar promoção de momentos e ambientes propícios e estimuladores a troca de experiências, o estímulo ao desenvolvimento de um clima de confiança e envolvimento entre colegas. Ouvimos de nossos professores fortes lamentos sobre as dificuldades e o pouco estímulo à reflexão coletiva, à troca e discussão de experiências.

O sonho da professora Maria, de poder trabalhar junto com seus colegas de curso, ilustra bem a grande necessidade que nós professores, como os demais indivíduos, temos que interagir com nossos colegas. Recortando sua fala, vemos:

– Eu e os meus amigos da faculdade falávamos assim: Vamos todos dar aula juntos que daí a gente pode trabalhar junto, criar as coisas, inventar e trabalhar e fazer; pois a gente sente mais segurança no trabalho coletivo. Nós sempre tínhamos essa idéia, mas trabalhar junto, como? Na prática foi impossível...

Com os colegas de curso ela tinha a familiaridade construída no decorrer de quatro anos sofrendo juntos. A mesma familiaridade a que a aluna Gislaine se refere quando diz sentir-se melhor na sala com os colegas. No ambiente da escola ela percebe certos traços de competição e desconfiança. Como quando diz:

– Eu acho assim, pelo menos eu que vejo isso como nova aqui, às vezes eu tenho receio de chegar no meu colega e dizer: será que eu devo fazer assim, o que você acha de eu fazer desse modo?...Até mesmo porque eles não dão muito espaço, muita abertura. Têm professores que não dão tanta abertura assim. Eu dou aulas aqui em colégios, onde é um pouco diferente daqui, aqui ainda sinto um pouco mais de espaço que lá.

Percebendo como seria observada e desejando manter um vínculo de saudável confiança eu queria saber qual o impacto que eu lhe causara, tanto no aspecto pessoal quanto no profissional, assim iniciei a entrevista final investigando esses aspectos. Perguntei:

Quando eu comecei a me aproximar que impressões você teve, como você se sentiu? E depois quando a gente fez aquelas duas tarefas já deu para a gente ter uma aproximação sem ficar assim tão estranho, né?! Daí quando eu comecei a entrar na sala e observar a aula, como você me viu? O que é que marcou você depois que você queria falar?

Maria: Não, eu achei assim interessante quando você veio conversar comigo. A primeira conversa que a gente teve, pela pesquisa mesmo que você está desenvolvendo. Que a gente não pára para pensar nisso. Eu mesma, como falei para você, e acho que até devido a tua pesquisa, que eu parei um pouco para analisar como é que eu repassaria esse conteúdo.

É isso uma das coisas que eu quis perguntar, porque eu acho que...

Maria: É porque assim, eu acho assim que a gente sai num ritmo assim... Que nem eu, eu saí da faculdade ano passado, esse ano ainda em abril, abril desse

ano, por causa da alteração do calendário ocasionada pelas greves. Então você está tão naquele ritmo de você...poxa...você sabe, né, as pessoas ao teu redor também sabem, porque é o mesmo grupo de estudos, que você não se toca que você vai explicar para alguém que não sabe. Né como é que você... Aquele “x” que para mim tem todo o sentido do mundo, para aquela criança não tem sentido nenhum. Aí quando você se aproximou eu resolvi parar para pensar, analisar o que eu poderia fazer... Como a criança até poderia pensar? Eu me colocar às vezes no seu mundo, no lugar da criança. Então isso me fez refletir. E é claro que com todo o trabalho que a gente fez antes, as entrevistas, eu me senti muito à vontade com você. Assim não tive receio assim, né. O que eu faço? O que eu não faço? Não tive isso. Posso até ter ficado um pouco nervosa, mas isso é natural porque sempre é uma coisa diferente. Mas aquele receio assim, não. Achei que foi assim, normal.

Ai! Que bom!

Maria: Achei que a gente já tinha conversado muito, a gente já tinha feito as entrevistas,né, discutido um pouco; então não teve aquela coisa assim...

Aquele medo?

Maria: É aquele medo.

Que eu fosse te invadir, essa era minha preocupação,né?

Maria: Não, isso não. Pelo menos comigo não teve, porque foi um processo normal. A gente veio caminhando e chegou a hora. Então para mim não teve receio nenhum. Achei muito interessante a tua pesquisa.

Que bom! Que bom que está sendo bom não só para mim, senão você acaba invadindo a outra pessoa, digamos, só para você ter benefícios.

Maria: É, exatamente. Não, eu acho que teve benefícios mútuos. Eu que estou começando agora mesmo, então toda e qualquer experiência que eu possa adquirir com outra pessoa para mim é muito proveitoso.

Outra coisa que eu queria te perguntar é: a gente realizou as duas primeiras tarefas, então só para relembrar, a primeira era aquela que tinha assim: equações daí tinha simetria, balança, equilíbrio...era só assim o que você pode falar sobre isso. É, é, era isso.

E a outra tarefa era igual a que os alunos desenvolveram que era aquela que tinha ‘x + 4 = 6’ e depois ‘x + 6 = 4’, tá? E daí falar sobre isso sobre o uso da balança e tal...

Então quando eu comecei a fazer essas tarefas você deve ter percebido o envolvimento da balança. Na primeira tarefa eu acho, talvez... Que influências você acha que teve desse envolvimento em você e no seu ensino?

Maria: Eu acho assim que toda...

Interrompo aqui a transcrição para dizer o quanto fiquei chocada com essa afirmação. Não poderia imaginar, quando comecei todo esse processo de pesquisa, que teria tal influência! Como essa professora precisava encontrar alguém que lhe ouvisse os dilemas e a quem ela pudesse dar ouvidos sem se sentir julgada ou rotulada. Devido a essa tremenda necessidade ela se agarrou ao uso da metáfora da balança, que julgou ser minha sugestão de abordagem do tema equações. Ela acelerou e quase nem conseguiu prever as possíveis limitações do uso de tal abordagem nem as rupturas a que estão sujeitos os alunos. É impossível não recordar do meu começo no magistério, quantas angústias...

Ela prossegue:

– **Porque veja, se você pára para pensar, eu explicar mecanicamente para eles x + alguma coisa é igual a seis, não tem sentido. A partir do momento que eu vejo, quando você coloca na balança você começa a dar sentido para o aluno. Ele consegue enxergar a balança , ah, seu coloco um peso aqui esse fica**

mais pesado, sobe, o que é que acontece. Como que vai ficar em equilíbrio? Aí ele consegue entender... Embora seja um trabalho bem demorado com eles. É um trabalho extenso, longo assim, mas eu acho que a balança auxilia e muito a trabalhar com equações. E aquele caso que lembra que o J falou que não daria para trabalhar com a balança, era melhor usar o dinheiro, foi uma ótima idéia para minha aula. Porque eu não tinha até então pensado em trabalhar com dinheiro. Então eu pensei, mas se eu falar em número oposto será que eles vão compreender mais que se pensarem em dinheiro? E quando eu falei em dinheiro eles pensaram mais rápido.

Aqui fica reafirmado o quando o diálogo, a troca produziu novos significados. Maria, como resultado da entrevista conjunta, produziu novos significados e relacionou-os a aula que estava preparando. Ela continua o comentário sobre a migração para o campo semântico dinheiro e os significados que podem ser produzidos nos interior de atividades.

Interessante que esse universo do dinheiro torna tudo muito contextual porque ninguém pode fugir disso; não há quem não lide com isso...

Maria: Até eles mesmos tem a mesada, tem que ir no mercado, tem que ... Então eu achei bem interessantes estas duas situações.

É tanto que eu vi que os alunos comentaram isso na aula. "_Professora você vai começar a dever de novo?"

Maria: É porque eu sempre, com os números inteiros, até mesmo com os decimais, eu sempre, sempre, sabe, com relação ao dinheiro. Eles já sabem que eu sei então eles dizem, "olha você está devendo demais já professora" e daí eles conseguem. Mesma coisa trabalhar com decimais, como é importante para eles. Então se eu falasse lá, 2,1 + 1,37, eles iriam dizer: "O que é isto?". Nesse sentido, agora se eu falasse R$ 2,10 + R$ 1,37, o que eu faço? Pelo menos é um dos meios que eu agora,consigo, acho que seja o melhor. Pode ser que na caminhada que eu

tenho pela frente eu vá encontrar outros, muitos outros, verdade. Mas pelo menos o que eu acho que tem mais efeito ainda, pelo pouco que eu conheço, é esse.

Que bom! Eu fico feliz que tenha surtido efeito.

Maria: Bem foi depois daquela conversa mesmo porque eu pensei contigo, fiz aquela tarefa, pensando na balança mesmo, só na balança, não me veio outra possibilidade; aí quando o J falou até ali eu estava discutindo aí que eu me lembrei, não mas se eu pensar em dinheiro eu acho que funciona mais.

Suspeitava que o fato de o livro didático escolhido, ao utilizar-se de vários desenhos da balança teria influência sobre suas ações, achei que valeria à pena questioná-la a respeito:

O que você pensa sobre a abordagem que o livro sugere? O que você acha do livro? Está envolvido aí também a questão sobre quais os critérios que você utilizou para selecionar os exercícios.

Maria: A parte de equações por exemplo, eu acho que a abordagem dele com relação a balança é bem interessante, porque ele coloca mesmo a situação para a criança pensar. Está ali, está o desenho lá, ela consegue ver, consegue enxergar. Isso eu acho interessante. Em relação ao livro todo, pelo menos todas as partes que eu usei, eu não sigo o livro à risca. Eu tenho outras coisas em casa que eu utilizo quando preparo a minha aula. Acho que um livro só não dá conta de tudo, tem algumas falhas que você pode pegar e trazer de outro, então você pega exercício daqui junta com outro de lá, então se pode complementar. Nesta parte eu achei até interessante a abordagem que ele fez. Inclusive minha seleção de exercícios foi trabalhar exatamente aqueles que traziam a situação da balança. Porque além de eu falar, explicar como é a relação da balança e eles poderem fazer os exercícios, como na balança, pensando nela, eu achei que daí funcionaria mais, foi por isso que eu escolhi aqueles exercícios. Foi exatamente assim. Daí eu acho que reforça um pouco mais para eles trabalharem e terem a noção, o

conceito em si. Se eu desse várias equações, uma relação de equações, uma lista, mas..._ "Como é que eu faço agora ?" eles perguntariam... Porém aqueles exercícios não eram apenas do tipo "resolva a equação", tinham uma situação atrás que eles tinham que pensar, conforme aquela situação para poder resolver... É claro que há momentos em que a gente precisa dar exercícios do tipo resolva e resolva e, não tem jeito. Só que nesse momento para eles que estão começando eu achei interessante esses exercícios.

Dependendo das intenções do professor seria interessante que ele utilizasse materiais com abordagens diversas para o trabalho com equações; pois mesmo que uma delas seja muito boa, certamente não será suficientemente rica a ponto de abarcar as diversas possibilidades de produção de significados para as equações. Passo em seguida a questioná-la sobre suas observações quanto as dificuldades dos alunos.

As outras duas questões podem ser respondidas juntas, se você quiser. Primeiro: Quais você julga serem as maiores dificuldades para os alunos? E, para você qual é a maior dificuldade na abordagem de equações?

Maria: Para os alunos a maior dificuldade, a primeira, o impacto maior é a letra. O fato de aparecer uma letra no meio de números. Eles não trabalhavam antes, trabalhavam com inteiros, racionais e expressões, mas não apareciam letras. Então aquela letra para eles não tem sentido nenhum. Eles falam: "_ Mas que x é esse? Que a que é esse?" Quando a gente muda às vezes as letras eles perguntam: "O que é isso? O que essa letra quer dizer?" Eu acho que essa é a maior dificuldade.

Neste ponto a professora Maria vai de encontro com as pesquisas atuais em Educação Matemática que sugerem a introdução o quanto mais cedo possível do trabalho com a álgebra, introduzindo gradativamente a linguagem simbólica. Questiono ainda:

Ocorre uma espécie de ruptura?

Maria: É eles vão a partir daí começar a ter um pensamento mais. Na matemática; senão eu não sei... As primeiras aulas que eu dei, não na turma que você observou, mas em outra os alunos perguntavam assustados: "– O que é isso? O que é t?".

E você acha que alguns já traziam um certo temor? Por exemplo algo que ouviram dos irmãos que esse assunto era difícil?

Maria: Eu os ouço falarem assim: "Ih, na 7ª é pior... Na 7ª é mil vezes pior... Se na 6ª já está assim, na 7ª é pior. Eles já trazem isso com eles de uma série para outra. É claro que há aqueles que a gente percebe que pai e mãe trabalham muito em casa com eles e a gente nota que não tem tanta dificuldade assim. Eu tenho um aluno, acho que é da 6ª C, não tem Cristo que consiga motivá-lo. Ele fala: "_Eu não sei, eu não consigo, eu não entendo, eu não entendo." Todas as aulas são assim, todas as aulas. Então como é que esse aluno vai para frente se ele já traz isso com ele. Você tenta conversar, você tenta colocar situações para ele, até mesmo pedir para um colega porque muitas vezes a sua linguagem não está chegando na dele e a dele não está conseguindo ser compreendida. Mas ele traz isso tão forte, é carregado isso nele, que ele só diz, não e não e não. E aí a gente fica tão desanimada, é tão complicado... Agora tem outros que querem saber, querem perguntar, questionar. Por exemplo um aluno me disse outro dia: "_ professora , eu cheguei em casa e pedi para o meu pai também, ele me explicou desse jeito, mais simplificado o jeito dele. Posso fazer assim? Tá certo?" Sabe esses alunos que buscam, que querem, que se envolvem com o conteúdo. Porém há aqueles que já colocam para si uma espécie de bloqueio, apareceu uma coisa diferente, apareceu novidade e eles não querem ir até o conhecimento não tem como você levar até eles.

Isso é o que você acha que é a sua maior dificuldade, enquanto professora?

Maria: Eu acho, como a situação desse menino; eu já tentei de várias maneiras com ele, eu ainda sinto a dificuldade. Porque ele tem esse, acho,

bloqueio tão grande que eu não consigo chegar nesse menino. Ele já fala não, é não, quando começa alguma coisa nova o que se ouve é não, não, não...

Ele já deve ter sofrido experiências muito ruins com a matemática... Por isso é que ele já está tão precavido assim que rejeita qualquer coisa nova.

Maria: Ele fica bravo, eu não o entendo. Mas também há um outro ponto, você está explicando e ele está divagando...

Mas talvez ele já foge....

Maria: É exatamente porque ele pensa, voa . Acho que esta seria uma dificuldade de qualquer professor, eu mesma porque estou começando agora, estou lidando com criança agora.

Foi muito interessante porque eu peguei você no início de tua vida profissional e o outro professor comum bom caminho andado...

Maria: É como você disse hoje eu estou te ajudando mas você me ajudou também, amanhã pode ser que eu também venha fazer a mesma coisa, esteja fazendo uma pesquisa tal.

PROFESSOR JOSÉ - ENTREVISTA FINAL

Então meu objetivo é a gente conversar sobre a pesquisa assim no sentido de como você se sentiu, tanto a primeira parte, quando eu comecei a me aproximar, como é que você foi se sentindo? Que eu tava invadindo você, a tua prática, como é que é? Era isso que eu queria saber.

José: Não tanto invadindo mas, alguém que teria um conhecimento um pouco melhor, que teria um conhecimento semelhante ao meu e queria analisar a maneira como eu estaria me portando em sala de aula, como é que eu estaria trabalhando. Essa é a verdade, né?...

Mas aí por outro lado.

Isso te deixou constrangido, como você se sentiu?

José: Mas por outro lado eu me senti parte de um processo, que isso aqui vai fazer parte do teu trabalho e que isso vai acabar tendo retorno dessa pesquisa que você está fazendo, essa é a intenção.

Jóia. Aí outra coisa que tava me interessando. Quando eu comecei nas duas primeiras atividades, quando eu comecei; Você lembra da primeira? Que tinha assim equações, balança, simetria, tinha coisas assim... Você percebeu que a gente tava envolvido com esse negócio da abordagem da balança? E que efeitos ou se isso te influenciou na tua prática? Por exemplo, se em anos anteriores quando você trabalhava com este assunto você trabalhava diferente, como você se percebe assim, refletindo um pouco?

José: Não, eu até achei bom, gostei porque realmente essa questão de usar aquelas balancinhas, eu não uso uma balança tão refinada como a que você fez pelo seguinte, eu uso uma pessoa como se fosse assim, os pratos seriam as duas mãos da pessoa e as vezes que eu trabalhei com sexta série eu usei esse processo e deu resultado. S e você realmente tá trabalhando com isso me motivou mais ainda a continuar a trabalhar assim.

Daí quando eu assisti às tuas aulas e também as da outra professora eu percebi que vocês selecionam alguns exercícios, vocês não fazem todos os exercícios do livro. Eu queria saber que critérios você utiliza basicamente para selecionar esses exercícios? Ou nessa turma que eu assisti aula que critérios que você usou?

José: Na verdade o livro tem uma gama muito grande de exercícios e a minha carga horária não permite que eu faça todos os exercícios; pois, se eu pedir para eles fazerem eu vou ter que corrigir, então eu seleciono mais ou menos direcionado pra certos conteúdos, sempre tentando encontrar algo, algum exercício prático. Isso torna mais visível para eles, eles conseguem entender melhor.

Teu objetivo fundamental nessa seleção então é encontrar?

José: Aplicações práticas, na verdade, não é? Essa é a intenção.

O que é que você pensa sobre a abordagem que o livro didático adotado utiliza na sexta série?

José: Nesse conteúdo aí eu gostei da abordagem que ele coloca. Dá para usar. Não sei eu não tenho conhecimento bem aprofundado, né, mas eu gostei.

Para você quais são as maiores dificuldades que os alunos tem nesse assunto de equações? Na hora em que você está introduzindo a álgebra qual é a maior dificuldade que você percebe neles?

José:É os números negativos. Infelizmente eles têm dificuldades quando você tem que subtrair, se tira não tira, né; como é que fica se ele pode somar o menos.

Antecipando algumas observações da pesquisa demonstrando estar antenado e ser perspicaz quanto ao que acontece com seus alunos.

Como agora que você já está trabalhando com denominador, com outro tipo de operações? Você ainda acha que esta é a dificuldade que persiste?

José: Ainda, ainda persiste, e a gente percebe o seguinte que mesmo que ele tenha entendido ele resolve... Ele entendeu hoje, ele faz, ele aprendeu. Daqui a alguns dias ele volta, ele volta a mesma dúvida, ele esquece, ele não, parece que ele não aprendeu. Eu não sei o que que acontece.

O número negativo até certo ponto é totalmente artificial para ele...

José: É, para ele é. Infelizmente é.

Outra coisa marcante foi o quanto ele percebe que o aluno não persiste, estando seguro quanto ao significado, apesar de ter sido exposto à inúmeros exercícios.

Vou em seguida perguntar sobre as suas dificuldades enquanto professor.

E pra ti como professor, qual é a maior dificuldade na introdução da álgebra, no ensino de equações?

José: Como professor é a dificuldade do comportamento do meu aluno em sala de aula, a disciplina e conseguir prender a atenção deles, né?! E pra conseguir prender a atenção eu tenho que colocar uma questão prática no meio e, virar tipo um "palhaço", tentar fazer algumas brincadeirinhas, pra tentar senão eu não consigo, eu não consigo atrair a atenção.

É a gente fica muito distante deles, né.

José:Eu não sei se eu estou passado do tempo ou o que está acontecendo.

Não , não, eu não percebi isso.

No final das entrevistas ele se reporta ao tema da indisciplina em sala de aula e o quanto isso dificulta o desempenho do professor já que o foco de sua atenção deixa de ser o processo ensino-aprendizagem passando a ser outros aspectos com os quais não somos familiarizados.

ENTREVISTA REALIZADA EM CONJUNTO COM MARIA E JOSÉ

O momento da entrevista conjunto foi o que julguei mais impactante. Teve influências na postura didática da professora M, conforme relato que ela nos fez na entrevista final. Revelou-se hora de promover a tão propalada troca e foi um momento agradável de construção de um clima de confiança entre pessoas que têm ideais mas que não ficam apenas pacatas em suas posições. A participação na pesquisa, a condição de trazer de volta os resultados demonstra o desejo de aproximação de ambos .

Uma coisa que eu queria questionar é esse caso da balança. O livro que vocês estão utilizando salienta a balança sim, enfatiza a balança, não é? Então a criança em tese usaria uma balança, é uma coisa que funciona... O que vocês acham do uso da balança?

Maria: Eu acho na questão igualdade, desigualdade eu acho excelente, uma coisa excelente assim para você mostrar, porque eles estão vendo, estão enxergando. Você pode fazer eles colocarem e deixarem a igualdade. É palpável para eles.

O que você acha J?

José:É ótimo, a única , vamos dizer assim restrição, questão é quando envolve por exemplo questões um pouquinho mais abstratas. Vamos dizer, por exemplo, quando envolve parênteses,... Multiplicações ou outras propriedades daí eles se confundem um pouquinho, mas, no mais, para a igualdade é fundamental.

Senti que o professor J, com sua experiência de anos de magistério, já está instalando uma saudável postura crítica em relação ao fanatismo da escolha de um modelo. De um aprofundamento nessa espécie de postura e do encontro de fundamentação teórica e discussões proveitosas pode vir a levantar argumentos que sustentem a utilização da abordagem da balança de forma completamente consciente.

A entrevista segue dando espaço para os dois falarem.

Então agora na segunda parte eu mudei um pouco a idéia, né. Aí foi que não deu tempo para você escrever, né?! Como você solucionaria a equação? Então agente trocou, o 6 que estava no 2º membro agora está no 1º. Então eu tenho uma quantidade x + 6 que é igual a 2. Como você justificaria esse processo? A M justificou assim:

Pensaria num número que somado com seis dê o resultado, dois no caso. Mas como eu tenho seis eu vou ter que somá-lo com um número negativo, ou seja, eu tenho que tirar de seis para chegar no número dois.

Maria: Como eu te falei, eu vou ter que tirar de seis uma certa quantia para chegar no número dois. Vamos ver que é o quatro mas como eu tenho que somar com esse seis eu vou ter que pegar o oposto do quatro, que é o menos quatro.

Eu achei esse teu jeito de pensar muito diferente, nas crianças que eu vi até agora nenhuma delas demonstrou essa possibilidade, de pensar no oposto, você está pensando com reversibilidade, que é uma habilidade..., você tem que pensar no caminho inverso. Aí como se eles talvez pensassem isso , se eu tivesse colocado assim, $x - 6 = 2$, talvez eles teriam pensado assim, talvez teria que pesquisar essa situação. Então daí dá idéia, eu sugeriria o oito, daí dessa vir para essa, $x + 6 = 2$. Que você acha José?

José: Minha idéia seria mais ou menos semelhante a idéia dela, que número somado com seis dá dois, opa mas, espera aí, o seis é maior que o dois, eu quero um número que somado com seis dá dois, se o seis é maior que o dois o número que eu estou pensando tem que ser um número..., eu vou ter que tirar alguma coisa do seis.

Mas dentro do dois tem seis? Dentro do dois tem seis? Por exemplo, sugerindo a idéia da balança, então menos seis? Mas ele vai perguntar, mas dentro do dois tem seis? É interessante...Essa situação é interessante...

Maria: Teria que investigar melhor... Eu pensaria desse jeito, é complicado.

É isso que eu estou tentando estudar... Outra coisa: será que a igualdade tem tanta importância assim para as crianças? Que é fundamental numa equação?

José: É, é a igualdade.O fato de um lado ser totalmente igual ao outro, um lado tem tudo a ver com o outro...

E se eu não colocasse nada, só deixasse um espaço, será que faria diferença para as crianças? São coisas que eu tenho pensado, sabe?

Então essa situação aqui, $x + 6 = 2$. O que vocês acham do uso da balança nessa situação?A Maria disse que colocaria neste lado da balança dois cubinhos, dois ficariam de um lado e, do outro lado, colocaria seis. Então o que é que ela percebia? Que ia ficar em desequilíbrio, que para ficar em equilíbrio,

José: ia ter que tirar alguma coisa de lá.

Essa é a sua idéia, né? Que no sentido de tirar, ficaria o menos quatro, foi isso que você tinha pensado?

Maria: Sim, foi, porque daí o tirar quatro mas se eu tenho que somar este número com seis para ter dois eu posso somar com o número oposto que dá dois.

Apesar de aparecer lá, no rol de conteúdos da 6ª série, a questão do número oposto pode vir a tornar-se apenas mais uma regrinha. A observação da professora suspeito que seja nessa direção, por isso ela preferiu na sala não usar essa terminologia de número oposto.

A partir daqui a entrevista vai falar por si e deixo você leitor com a espontaneidade de nossa conversa.

Só que olha, na verdade a idéia que está por trás desta idéia não é uma igualdade, é uma desigualdade, porque você começa trabalhando com uma situação que não tem equilíbrio.

Maria: Ah! É verdade, começa com uma desigualdade até chegar numa igualdade.

São coisas que a gente às vezes não cogitou, né?! Então com estas coisas todas que eu também estou me questionando, é sobre elas que é importante a gente conversar,né?

Maria: É eu não sei pelo menos para mim, a gente sai tão (colocando as mãos sobre os olhos como o tapa- olhos dos animais, dando a idéia de "bitolado") da faculdade onde o pessoal é tão assim, resolve, resolve, que se nunca parou para pensar como é que esse aluno vai pensar, como é que criança de 6ª série pensa. Como eu comecei a dar aula foi esse ano, saí da faculdade fresca, foi em abril, eu estava num ritmo... Aí eu falei, meu Deus, pára, pára, pára tudo. O que eu estou fazendo? Eu estou no ritmo que eu estava na faculdade; eu tenho que parar e ver como é que eles vão pensar, como é que eles vão receber as coisas. É porque a gente não teve a experiência dentro da faculdade. Só aquele estágio que é tão pouco.

E assim, talvez um momento como esse que nós estamos tendo, né?! Porque eu também, eu para mim teve muitas coisas que eu comecei achando que era de um jeito e vejo agora que não era daquele jeito. E outras que eu acho que as pessoas dizem que é de um jeito que também eu não estou muito de acordo. Mas além disso tem muitas coisas que eu nem sei como fazer, nem sei como é que é... Então é por isso que eu queria ter esse momento com vocês e achei muito precioso. O que vocês pensaram a partir disso que agente conversou? Só para a gente ter uma idéia.

Maria: Eu acho que dá para a gente começar mais a analisar a forma de como a gente vai trabalhar os conteúdos em sala de aula, porque é que nem você falou mesmo, pensar mesmo, tirar dois de seis, como uma criança se pergunta. Eu acho que dessa maneira, vai....

Uma coisa que vocês não tem idéia: Nenhuma das crianças, nenhuma, até agora né, foi generalizada, nenhuma delas sugeriu números negativos. Eles têm medo de usar o número negativo, não é um universo possível.

Maria: Isso eu percebo em sala de aula....

Eles me perguntavam, professora eu podia tirar? É de somar, mas eu posso diminuir? Eles perguntam. Primeiro, na questão inicial ela geralmente acertou, então ela está segura; porém, quando chega aqui, tudo o que ela tinha de conceito acabou.

Maria: Essa é uma situação que eu também vejo em sala de aula trabalhando números negativos com eles. Tanto é que quando tem um número negativo somado com um positivo que o resultado vai dar um número negativo, eles somam tudo...eles vão somando tudo. E há a dificuldade de eles perceberem o número negativo. Se você fala tenho dois reais e devo quatro, se você não associar alguma coisa e falar, 2 – 4 é quanto, não sai... Você tem que associar alguma coisa para eles.

Do contexto deles. Não está escrito aqui agora mas você falou no dia da entrevista você falou assim J, quando chegou esta situação. Em seguida tocou o sinal para a saída, daí você falou assim: Mas essa situação aqui não dá para explicar com a balança. Essa situação aqui, você disse assim, em suas palavras, essa daqui têm que ser com dinheiro. Esse tipo de situação que envolve dívida, você sugeriu que tivesse que mudar a abordagem. Que você pensa?O que você pensou desse jeito dela trabalhar com a balança e com o dinheiro?O que que você acha que para as crianças ficaria mais simples?

José: Dinheiro, é sempre mais palpável, é a realidade deles.

Maria: Mas eles mexem muito bem com o dinheiro. Se você vai falar que criança não sabe mexer com número decimal, coloca moeda para ver se eles sabem...

José: É bem assim, tiro e queda.

É igual aquela história, se for louco dá uma nota de R$100,00 para ver se ele rasga...

José: A idéia do negativo aqui fica meio difícil. E você pegou uns alunos, coitados, parece que foram premiados, foram justos aqueles que tem dificuldades em matemática, os meus que vieram...

Minha escolha foi aleatória , porque eu escolhi um número lembra e fui multiplicando.

José: Mas havia alguns que não estavam e daí eu falei, ah, está bom, vai o próximo. E vieram bem os coitadinhos, os que têm mais dificuldades em matemática.

Mas é esse que, bem na verdade eu não quis escolher aluno. Eu quis fazer de um jeito que funcionasse; justamente aleatório, para a gente não escolher, porque agente não pode... Senão eu estaria manipulando a minha amostra também, né. Então o objetivo, a intenção era essa. Mas eu não achei que as crianças tinham tanta dificuldade, achei muito interessante a maneira delas pensarem. Assim como hoje me surpreendi com seu jeito de pensar. A sua estrutura de pensamento é completamente diversa da minha. Eu penso “mais” do jeito do J e você pensa muito diferente dele. Você não percebeu ainda, você tem um jeito de pensar muito diferente, muito peculiar inclusive, do que eu tenho observado, dentro do que eu posso olhar, muito legal. Então eu acho que a diversidade do ser humano é maravilhosa, era isso que eu quis captar. Então nós vamos continuar fazendo assim, você não me mande os bons, me mande qualquer um.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabíamos que seria impossível explorar os inúmeros ângulos da produção de significado para as equações e nem tínhamos esta arrogante pretensão. Selecionamos então os aspectos mais marcantes, determinando recortes que serviram para nos ajudar a compreender melhor nossa situação de estudo. Como já afirmou Silva: “Toda a vez que produzimos significado estabelecemos um recorte, uma categorização ela deixa coisas de fora.” (20003,p.65) O próprio fato de “determinarmos recortes” assegura que deixaremos de lado muitas coisas que provavelmente teriam interessado outro pesquisador;mas não se pode fugir da interpretação subjetiva, daquela que nós faremos, justamente por sermos nós quem somos. Investigamos a presença de evidências conclusivas dos resíduos das enunciações e dos significados produzidos pelos professores nos significados manifestos pelos alunos.

Procuramos evitar a adoção do velho hábito do trabalho com resultados buscando focar nosso olhar no processo e não apenas nas respostas, para tentar não repetir a ênfase apenas nos “sucessos”. Desejamos ter podido demonstrar a estreita ligação que parece se manter entre produto e processo na produção de significado para as equações.

Nossas análises seguiram o fio condutor que foi o dinâmico movimento dialógico estabelecido entre as vozes de nossos protagonistas. Não poderia ser diferente, pois para nós o significado produzido é aquele dito, falado no interior de uma determinada atividade e acreditamos que não se pode observar ou interferir nesse dinâmico processo de produção se não dermos voz aos nossos alunos. É dentro de tais atividades, que a produção de significados acontece, elas portanto devem ser pensadas e mediadas pelo professor com o firme intuito de estabelecer na sala um espaço que permite a franca comunicação. Comunicação que se processa de muitas formas, inclusive como a que notamos em nossos contatos com nossos colaboradores. Durante todas as entrevistas, o tempo todo, os professores e as crianças nos olhavam buscando nosso olhar ou palavras de aprovação. Dos estudantes eram freqüentes as perguntas: "É assim?" incluídas suas variantes ditas ou mesmo não expressas verbalmente. Os alunos sentem-se sempre como se fossem as expressões de seus resultados, desejam fazer coisas dignas de aceitação. Estudam intuitivamente seus mestres em busca de dizer o que eles desejam ouvir e assim obter aceitação. Alguns alunos, os mais frágeis, parecem adestrados para serem olhados com pequenez, vergonha; é como se o crescimento de sua auto-estima fosse sempre vigiado, punido, abortado. Estas crianças crescem tímidas, murchas, opacas. Descuidar de uma única pessoa pode representar uma colaboração ativa na criação de vazios insondáveis em sua vida e na vida de muitos outros.

Fortaleceu-se em nós a certeza de que conhecer o alcance dos significados e sentidos atribuídos pelos alunos às suas palavras será sempre uma fonte de dificuldade permanente para o professor . Cremos que compartilhar os significados é fundamental para que haja compreensão em todos os tipos de relações humanas. Contudo, a possibilidade de haver equívocos, distorções e inúmeros problemas ligados a essa questão é algo para o qual o professor deveria estar permanentemente atento. Afinal, o ato pedagógico não pode ser improvisado sob pena de não explorar as incríveis potencialidades das múltiplas visões de diversos autores mas, especialmente, dos indivíduos completamente envolvidos no processo, alunos e professor da classe.

Outro aspecto marcante foi a observação do status diferenciado que estabelecemos (e me incluo nesse bolo) para o cálculo mental e o cálculo escrito. Enquanto o cálculo mental parece ser tido como de segunda categoria, sofrendo certa discriminação e persistindo nele o desprezo que também se percebe pela oralidade, o cálculo escrito, o uso do algoritmo, segue no pódio do primeiro lugar, sempre supervalorizado. Considero o momento que vivemos um tanto contraditório. Enquanto mudanças nos processos avaliativos de seleção para ingresso em diversas universidades públicas pretendem selecionar alunos capazes de desenvolver e explicitar aguçados raciocínios críticos e interpretativos, incluindo questões abertas e/ou discursivas em suas provas nosso ensino segue sua trajetória histórica tradicional. Pergunto-me: Onde estão ou estarão tais alunos se não nos modificarmos agora? Como eles conseguirão atingir tal nível de exigência se não tem tido estas oportunidades em sua formação? Nós professores que já atuamos e os futuros professores que estão sendo ainda formados necessitamos urgentemente nos preparar para questionar, ouvir e saber considerar os diferentes significados que se apresentam nas dinâmicas de nossas salas de aula. Hoje o que se nota, como ouvimos em nossas entrevistas, é que nossa formação é absolutamente insuficiente para permitir que manejemos um repertório de significados diversos e neles possamos navegar, sem corrermos o risco de fazê-lo sozinhos. Precisamos pensar em novas alternativas de possibilidades de formação continuada (e/ou em serviço) que supram teórica e emocionalmente os indivíduos que as pleiteiem, que nelas estejam dispostos a incursionar.

Outra polêmica questão é a valorização do erro, do defeito, da falta. Parece que ela é fruto de uma cultura em que o erro prevalece. Essa postura origina uma incapacidade de “ver” suas potencialidades pedagógicas. Impede uma percepção prática de que o progresso de cada um é diferente. A ausência da percepção do erro como uma tentativa autêntica e legítima de produção de significado gera uma paralisação que engessa a análise do processo de produção, de tratamento e enfrentamento do erro. Nossas reflexões sugerem indícios de que alguns dos erros cometidos pelos alunos possam ser conseqüência de uma prática escolar que privilegia mais os aspectos sintáticos (aqueles relacionados com o uso de regras) que os semânticos (os relacionados com a produção, negociação e interpretação dos significados), fato extensamente discutido por Pinto (1997). Ao invés dessa postura, propomos enfocar a competência dos alunos em produzir significados extremamente válidos. Listar erros, lacunas ou faltas serve muitas vezes apenas para caracterizar sua presença. Precisamos compreender suas origens, como vão evoluindo e qual o significado que lhes é atribuído no contexto amplo da atividade em que os alunos estão envolvidos. Ver nos erros ricas possibilidades de compreensão da teia de significados e das estruturas que lhes são subjacentes, aceitar, conviver e valorizar outras modalidades de cálculo foram lições que estamos aprendendo por conta deste estudo. Considerar que os estudantes devem participar ativamente também no processo de superação de suas falhas também. Somente quando estimulados a participar da solução do conflito, dos dilemas estabelecidos, eles poderão ir percebendo sua inconsistência e seguirão substituindo o significado anteriormente proposto por outro, qualitativamente mais vantajoso. LOCHEAD & MESTRE (1997, p.152) sustentam que:

> Na prática, essa abordagem assemelha-se a um diálogo socrático, uma vez que o professor raramente diz ao aluno qual é a resposta correta, mas simplesmente formula questões exploratórias com o objetivo de eliminar contradições que resultam de suas concepções erradas. O aluno é conduzido, então, através de outras questões exploratórias até chegar a resolver a contradição. O objetivo é (...) fazê-los enfrentar as concepções erradas de modo que elas não voltem à tona em algum momento futuro.
>
> Outra virtude dessa abordagem é que a sala de aula se torna um fórum de discussões acaloradas, uma vez que dificilmente a classe toda concordará sobre qual a resposta correta. A tarefa do professor é fazer o papel de moderador e deixar que as diferentes facções da classe exponham seus pontos de vista. Discussões desse tipo em sala de aula são excelentes não só para ventilar as diferentes concepções erradas que os alunos possam ter como também para ajuda-los a superá-las num processo de interação com os colegas. (...) o professor deverá ser capaz de formular questões que mantenham a discussão acesa (...)

O desconhecimento de quase todos os participantes de uma balança de dois pratos, fato já discutido anteriormente, as dificuldades que isso possa trazer no trabalho e no uso da metáfora da balança, além de outras questões pertinentes ao seu uso sugerem novas questões de investigação. Consideramos que a atividade do indivíduo vem, emana da realidade, portanto a riqueza da imaginação está estreitamente relacionada com a quantidade e a variedade de conhecimentos e experiências adquiridos, bem como as impressões vivenciadas pela pessoa. Julgamos que é necessário que o material leve o aluno a centrar sua atenção em alguma coisa que esteja além do próprio material, isto é, nas relações mentais que ele suscita.

Apresentando seu trabalho de pesquisa Amarildo Melchiades da Silva (2003) apud Lins (1993) sugere o que também percebemos em nosso estudo:

> “O que meu trabalho de pesquisa sugere é que é preciso que, na sala de aula, os diferentes modos de se produzir significados sejam explicitados, que se tornem objeto de atenção pelos alunos. O crucial aqui é que esta recomendação se choca frontalmente com o que tem sido tradicionalmente adotado, que é esconder os saltos entre diferentes campos semânticos e se confiar numa passagem “suave”entre, por exemplo, uma álgebra da balança e uma álgebra algébrica. A posição epistemológica que suporta esta posição didática caracteriza-se por duas premissas principais: (i) que a cognição é um processo descontextualizado, mesmo que se admita que ela acontece, “ é óbvio”, em contextos; e, (ii) que conhecimento é algo do domínio do enunciado, do texto e não da enunciação, isto é, que conhecimento não tem sujeito, embora, curiosamente, esta posição freqüentemente se associe a outra, a de que o indivíduo constrói seu próprio conhecimento.” (2003, p.8)

O presente estudo me motiva a voltar à sala de aula, às minhas turmas de ensino médio ou a novas turmas de 6ª série do ensino fundamental com o novo olhar proporcionado por essa pesquisa. Creio que cada fim também pode ser visto como a oportunidade de um recomeço.

REFERÊNCIAS

BAUMGART, John K. **Álgebra**. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo:Atual, 1992. 4v. (Tópicos de História da Matemática para Uso em Sala de Aula).

BLIKSTEIN, Izidoro, **Kaspar Hauser ou a Fabricação da Realidade.** 2 ed. São Paulo: Cultrix, 1985.

BOOTH, Lesley. Dificuldades das Crianças que se Iniciam em Álgebra. In: COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Alberto P.(org). **As Idéias da Álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo:Atual, 1995. p. 23 - 37

CASTORINA, José Antonio. O Debate Piaget-Vygotsky. **Piaget – Vygotsky:** Novas Contribuições para o Debate. 3ed. São Paulo: Ática, 1996

CEGALLA, Domingos Paschoal. **Novíssima Gramática da Língua Portuguesa.** 43 ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2000.

COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Alberto P.(org). **As idéias da álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo:Atual, 1995

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática.** 2. ed. São Paulo: Summus, 1986.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. **A experiência matemática**. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? **Pró-posições,** Campinas, vol. 3, n. 1, p.39-54, março de 1992

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antonio. Ressonâncias e Dissonâncias do Movimento Pendular entre Álgebra e Geometria no Currículo Escolar Brasileiro. **Zetetiké**, Campinas, CEMPEM – FE/UNICAMP anoI, nº 1, p.21- 39, 1993.

GENTILE, Paola. Idéias claras, escrita clara. **Revista Nova Escola.** São Paulo, ed 166, p.22-26, outubro de 2003.

HARIKI, Seiji. **Analysis of Mathematical Discourse**: Multiple Perspectives. 1992. 233 f. Thesis (Doctor of Philosophy) – Univesity of Southampton, UK.

JAPIASSÚ, Hilton; MARCONDES, Danilo. **Dicionário básico de Filosofia**. 3.ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1996.

LAKATOS, Imre. **Pruebas y Refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático.** 3 ed Madrid: Alianza Universidad, 1986.

LÉVY, PIERRE. : **As Tecnologias da Inteligência.** 10 ed. São Paulo: Editora 34, 1993.

LINS, Romulo Campos. **A Framework for Understanding what Algebric Thinking Is.** Nottingham, 1992. 330 f. Thesis (Doctor of Philosophy) – Univesity of Nottingham, UK

LINS, Romulo Campos & GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra Para o Século XXI**. 3. ed.Campinas: Papirus, 2000.

LINS, Romulo Campos.Álgebra e Pensamento Algébrico na Sala-de-Aula. **A Educação Matemática em Revista.** São Paulo, n 2, ano II, p.26-31, 1º Sem. 1994. (a)

LINS, Romulo Campos. O Modelo Teórico Dos Campos Semânticos: Uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v.1,n.7, p. 29-39, abr./jun. 1994.(b)

LOCHHEAD, Jack & MESTRE, José P. Das Palavras à Álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, Arthur F. & SHULTE, Alberto P. (org). **As Idéias da Álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo:Atual, 1995. p. 144 -153

LUCCHESI, Dione. **Metodologia da Matemática**. São Paulo: Cortez, 1992.

MEIRA, L. Aprendizagem, ensino e negociação de significados na sala de aula. In: **Cadernos da ANPEPP**, vol. 1, n. 5, p.95- 112, 1996.(a).

MEIRA, L. Atividade algébrica e produção de significados em matemática: Um estudo de caso. In: DIAS, Maria da Graça B.B.& SPINILLO, Alina Galvão (org.). **Tópicos em Psicologia Cognitiva**. Recife: Editora da UFPE, 1996.p. 168-192.(b)..

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO/ SECRETARIA DO ENSINO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática.** 1998.

OGDEN, C.K. & RICHARDS, I. A. **O Significado de Significado** - 2 ed. Rio de Janeiro: Zahar editores, 1976.

OLIVEIRA, Viviane Cristina Almada de. **Sobre a Produção de Significados para a Noção de Transformação Linear em Álgebra Linear.** Dissertação de Mestrado. Rio Claro: Unesp, 2002.

PINTO, Renata Anastácio& FIORENTINI, Dario. Cenas de uma aula de álgebra:Produzindo e negociando significados para “a coisa”. **Zetetiké** - CEMPEM – FE/UNICAMP – v.5, n.8 – jul./ dez 1997. p.45-71

SCHLIEMANN, Analúcia Dias. et al**. Na Vida Dez, na Escola Zero**. 7.ed . São Paulo: Cortez, 1993.

SCHÖN, Donald A. Formar Professores Como Profissionais Reflexivos. In: NÓVOA, Antonio. **Os Professores e a Sua Formação.** Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1992. p.79-91.

SILVA, Amarildo Melchiades da. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática.** Tese de Doutorado. Rio Claro: Unesp, 2003.

SOUZA, Maria Helena de & SPINELLI, Walter. **Matemática.** São Paulo: Ática, 2000. 6ª série.

ULLMANN, Stephen. **Semântica:** Uma Introdução à Ciência do Significado**.** 5 ed**.** Lisboa: Calouste Gulbenkian, 1964.

VYGOTSKY, L.S. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1995.

ZANCHET, Beatriz. **Desenvolvimento de Processos Algébricos na Perspectiva de Aprendizagem Significativa.** Dissertação de Mestrado. Santa Maria:Universidade Federal de Santa Maria, 2000.

ANEXOS

TRANSCRIÇÕES DAS FITAS CONTENDO AS ENTREVISTAS COM AS CRIANÇAS - ALUNAS DA PROFESSORA MARIA E AQUI IDENTIFICADAS COMO GISLAINE, HÉLIO E PEDRO

Como você resolveria a situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo?

Gislaine: O x equivale a quatro mais dois que é, que equivale, que o resultado é seis.

Muito bem. Tem mais alguma coisa que você quer falar sobre a situação, não?

A segunda questão, se você usasse a balança, nós estamos usando a balança, para solucionar essa mesma situação que antes você tinha resolvido com a conta, o que você faria e como você justificaria essa solução ?

Gislaine: Como eu não sei o resultado da barrinha, daquela barrinha, eu vou ter que colocar uma quantia de um lado e uma quantia de outro, como faça que fique os dois lados iguais; por exemplo, se eu tirar uma pecinha de um lado eu tenho que tirar do outro também, depois se eu vir aqui e tirar outra pecinha desse lado tem que tirar do outro também. E como eu pensei que aquela barrinha ali equivalesse a quatro eu fui tirando, tirei do outro lado duas e desse lado duas, do outro lado ficou quatro e essa barrinha que eu não sabia o valor, equivale a quatro.

E a balança, ficou em equilíbrio?

Gislaine: Ficou.

Ótimo. E antes, quando a gente tinha tirado só de um lado o que que aconteceu?

Gislaine: A balança ficou meio desequilibrada.

É, isso mesmo. Justificar é dizer porque que isso é certo, porque que isso é justo. Você acha que esse procedimento é justo, funciona, dá certo? Ele dá certo só para essa situação ou pode dar certo para outras?

Gislaine: Eu acho que dá certo para outras coisas, como, por exemplo a gente quer, por exemplo eu tenho oito maçãs e oito maças de outro lado e a gente

não sabe... Não, tem oito laranjas e a gente não sabe quanto vale cada laranja a gente vai colocar na balança e vai fazer o mesmo processo.

Bom, muito bom.

A outra questão é $x + 6 = 2$.

Gislaine: **Essa aí não vai ter como**.

Não vai ter como, porquê?

Gislaine: Porque como é que eu vou, por exemplo, se eu pegar o número 1 mais 6 ele fica 7, não vai ter como, só se eu diminuir, daí sim vai ter como.

Então essa situação aqui, na balança, o que você acha?

Gislaine: Na balança eu acho que pode até dar certo, agora aqui fazendo a conta fica meio estranho, eu não sei valor do x, x + 6 = 2,como? Se eu por 1 já vai dar 7, então não dá...

E o menor número que você pode por é 1? É? Então tenta resolver agora escrevendo e depois você me diz o que você pensou.

Gislaine: Só vai subindo...

Como assim só vai subindo?

Gislaine: Por exemplo, se eu colocar 1, já vai dar sete, se eu colocar 2, vai ficar 8, se eu colocar 3, vai ficar 11, e quanto mais eu for colocando número mais alto vai ficar mais alto.

Então, não tem um número menor que um?

Gislaine: Tem o zero.

E, se você colocar zero, daí?

Gislaine: 6 + 0 vai ficar 6.

E, menor que zero, não tem nenhum outro?

Gislaine: Não.

Não. Tá. Tem certeza?

Gislaine: Não.

Então agora tenta resolver a continha aqui.

O que que você estava falando?

Gislaine: Que tem um número que dá, só se você pegar e diminuir de quatro. Quatro menos seis dá dois.

Isso quer dizer que o x vale quanto então ?

Gislaine: Vale quatro mas, negativo.

O que que tinha acontecido então? Você tinha esquecido?

Gislaine: Não é que sabe o que que é. É que a gente chega aqui e não sabe, aí a gente pensa assim, ah, o que que é; parece até que a gente vai levar uma advertência, daí a gente esquece tudo.(risos)

Viu que não é advertência? Está tudo normal.

Gislaine: É que aqui estamos nós duas, sozinhas, só nós duas, na sala está todo mundo...

E você acha mais gostoso quando está todo mundo?

Gislaine: É mais gostoso, e além do mais com a professora explicando...

Ta bom. Então agora me diga o seguinte: usando a balança como que você procederia para solucionar essa situação. Para aquela outra nós achamos um jeito, e essa daqui, será que você consegue montar essa situação e resolver?

Gislaine: Ah! Acho que sim. Vou por cinco desses cubinhos pequenos.

Olha do outro lado da igualdade tem o que aqui?

Gislaine: Dois. Não, não está igual. Agora vamos ter que por um pra cá, aqui continua maior. Então vamos começar agora parece que está numa igualdade certa. Agora vou tirar um desse, agora vau tirar mais um desse e continua igual.

Então o que você acha que esta situação ali é a mesma que está escrita aqui?

Gislaine: É, então ta.

A balança ajudou você a resolver isso?

Gislaine: Bastante.

Então está bom, acho que nós terminamos, não vou mais chatear você...(risos)

PEDRO

Como você resolveria a situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo?

Pedro: Qual o único número que dá certo com dois e que vai dar igual a seis.

Então vamos lá fazer na balança.

Então fala para mim alto que daí eu vou conseguir gravar.

Pedro: Se eu tirar a barrinha grande, a roxa daqui e quatro pequeninhas dali.

Ótimo, faz lá vamos ver se funciona.

Então funcionou?

Pedro: Não, acho que não está igual...

Vamos apertar bem aqui. E agora, está igual?

Pedro: Agora acho que está igual, acho que deu.

Então beleza. O que significa isso?

Pedro: Que essa barrinha vale quatro desses cubinhos.

Então o que você acha dessa balança aqui, ela ajudou você a resolver?

Pedro: Ajudou.

Mais antes você tinha resolvido bem, sem problemas.No início ficou mais complicado...

Pedro: É, um pouco.

Então agora nós vamos para uma segunda parte.Agora aqui a situação é diferente e a pergunta é a mesma, como você solucionaria a questão x + 6 = 2 e como você justificaria esse processo? Então primeiro você faz só no papel, depois você faz na balança, como antes.

Pedro: Menos quatro mais seis fica igual a dois. Que é a mesma coisa que eu estou devendo quatro reais e tenho seis daí, daí me sobra dois reais. Eu devo quatro e tenho seis reais, vai me sobrar dois.

Ótimo.

HÉLIO

Como você resolveria a situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo?

Hélio: O jeito que eu faço para resolver é, dá para pegar o número depois do x e diminuir e fazer menos o resultado, vai dar dois menos seis igual a quatro ou quatro mais dois igual a seis.

Ótimo. Agora eu vou explicar bem para você, se você usasse a balança para resolver essa mesma questão o que você faria e como você justificaria esse processo?

Hélio: **Antes você colocou essa barrinha mais dois bloquinhos de um lado e aqui você colocou seis, então eu pensei que essa barrinha poderia valer quatro e daí coloquei na outra balança aqui quatro o que manteve o medida, daí ficou o mesmo resultado.**

Ótimo. Tudo resolvido então? A outra questão é x + 6 = 2.Como você solucionaria essa equação?Como você vai fazer? Você está com uma carinha de preocupada, porque que você está achando isso difícil?

Hélio: Porque é... por causa que tem o x, que é um número, mais seis que vai dar igual a dois. Só que eu não entendi direito assim...

Por que, o que que você não entendeu direito, quem sabe eu possa ajudar.

Hélio: Ah por exemplo assim, seis , mais um número que poderia dar dois. Pensei que poderia ser menos, algum número menos seis, por isso que eu não estou entendendo.

Bom então pensa aí, experimenta um número que vai dar dois, experimenta ir tentando vamos ver qual é que vai ser.

Hélio: Pode fazer assim, prova real assim?

Pode!

Hélio: Quatro, agora quatro mais seis vai dar dez..Ih! Só tem que fazer o resultado de mais? Não pode fazer o resultado de menos, assim?

Você é quem vai me dizer...

Hélio: Ah pode fazer o resultado de menos?

Pode.

Hélio: Então é dois mais seis mais quatro é doze... Agora doze menos dez e vai sobrar dois.

Então quer dizer que o número x é quanto?

Hélio: Seis.

Se eu colocar no lugar do x , seis essa sentença vai ficar verdadeira? O que você acha?

Hélio: Não.

Não, acho que não é o seis né. O seis dá doze, então se ao invés do dois fosse doze, você tinha toda a razão, era seis. Mas agora vamos pensar, acho que deve ser um outro número.

Hélio: Mais que seis ou menos que seis ?

Agora eu não sei, que você acha? Você tem uma idéia aí, eu estou vendo, você está pensando...Que tal quer usar a balança?

Hélio: Não.

O primeiro número que você pensa é sempre o um? Então vamos ver?Se fosse somado um com seis, como é que você falou?

Hélio: Um com seis tinha que dar o resultado dois, assim?

É, é isso que está escrito ali.

Hélio: Ah, eu tinha entendido diferente, tem que dar direto a conta?

Não, você pode fazer de outras maneiras, não tem problema.

Hélio: Assim, assim por exemplo?

Pode, você pode fazer do jeitinho que você acha.Do jeito que funciona para você chegar na resposta.

Hélio: Quatro.

Você estava vendo que era o quatro, mas só que não era o quatro né?

Hélio: Era o menos quatro. Eu estava devendo quatro então ele me devolveu dois reais de troco então a balança ficou equilibrada.

Isso, mas como é que você chegou a essa conclusão? Que tinha que ser o menos quatro?

Hélio: Porque não tinha um outro número assim, para fazer com o seis, não é? Então eu pensei assim, como que vai fazer com um número mais seis que vai dar dois. Então tinha que ser o menos na frente de qualquer número, assim que desse, como o menos quatro.

Isso, muito bem. E será que essa situação na balança como é que ficaria?Será que dá para a gente resolver na balança?

Hélio: Eu tenho uma dúvida. Como é que eu vou fazer o menos na balança?

Menos assim de que jeito? Eu não estou entendendo a sua preocupação...

Hélio: Menos assim, menos quatro mais seis.

Daí fica difícil de fazer na balança? Que você acha?

Hélio: Fica mais complicado de fazer na balança.

TRANSCRIÇÕES DAS FITAS GRAVADAS COM OS ALUNOS DO PROFESSOR JOSÉ , IDENTIFICADOS PELOS NOMES ADOLFO, BEATRIZ, CARLOS E DENISE.

ADOLFO

Como você resolveria a situação $x + 2 = 6$ e como você justificaria esse processo?

Adolfo:Eu somo, $x + 2$, eu tenho que descobrir o valor de x, daí eu pego somo mais dois aqui, aí como para descobri esse aqui eu vou ter que depois do sinal de igual vou ter somar com o resultado. Aí depois eu vou pegar, vou escrever $x + 2$ de novo daí eu vou dividir por dois . Daí aqui seis mais dois, eu pego e somo e o número que der eu divido por dois.

Está bom. Jóia. Agora vamos para a outra parte aqui. Se você usasse a balança, está aqui a balança, eu quero saber como que você faria para solucionar essa mesma situação?

Adolfo:Eu pegaria e somaria com mais dois.

Ou seja colocaria mais dois cubinhos?

Adolfo:Sim aí o outro eu colocaria mais dois cubinhos. Aí do outro eu colocaria mais dois cubinhos para ficar igual.

Daí você ficaria lá com $x + 4$ e aqui com?

Adolfo:seis mais dois que é oito.

Ia ficar em equilíbrio também?

Adolfo:Ia, então daí eu pegaria e dividiria por dois, que o valor que está somando o x. Aí eu dividiria né o valor de x iria dividir por dois ia dar um x, aí o outro, oito dividido por dois que é igual a quatro. Aí x é igual a quatro.

E como que a gente faria essa divisão na balança?Dividir por dois como seria? Por exemplo dividir uma maçã por dois na prática o que seria?Por exemplo tem você e seu irmão, o que seria dividir por dois?

Adolfo:Seria cortar no meio. Tirar dois.

Tirar dois ou tirar a metade?

Adolfo:Tirar a metade.

Você tinha oito cubinhos aqui, qual seria a metade?

Adolfo:Quatro.

E aqui você tinha $x + 4$, qual seria a metade? Qual que é a metade de $x + 4$?

Adolfo:Seria quatro porque se a balança está no mesmo nível assim, daí se um é quatro do outro também é quatro.

A outra questão é $x + 6 = 2$.Como você solucionaria essa equação?A pergunta é a mesma só a situação é diferente. E como você justificaria esse processo. Qual é o valor do número que eu somo com seis e tenho 2 ou dá 2.

Adolfo:Eu pegaria $x+ 6$ e somaria com mais seis.

Por que você tem que somar mais seis?

Adolfo:Para poder diminuir de x, para você poder conseguir descobrir. Daí vai pegar e do outro lado do igual daí você vai somar o resultado que é dois com mais seis, aí o x + 6você vai pegar e vai dividir por seis e daí você pega a soma do outro lado do igual, que é dois mais seis, que vai dar oito, né? E vai dividir por seis, 6 dividido por x + 6 vai dar igual a x, e do outro lado vai dar igual a 1,3333.

Se eu pegar esse valor 1,333 e colocar no lugar do x, será que vai dar essa resposta?O que você acha? 1,333 + 6 é igual a 2?

Adolfo:Eu acho que não dá, desse jeito assim não dá.

Então eu acho que nós devemos achar um outro jeito, tem que ter alguma coisa que nós podemos fazer.

Adolfo:Eu estava pensando que era para somar ao invés de diminuir. Tem algumas contas que eu fazia com mais mas você tem que analisar bem a conta para depois você colocar o sinal.

Você acha que é o sinal que faz diferença?

Adolfo:Sim, eu acho que sim. Aí a outra eu fiz x com mais seis daí eu diminui o seis e não somei como antes.

O que significa esse diminuir?Por que você diminuiu?

Adolfo:Para acabar aqui, para o x ficar sozinho. Aí eu peguei do outro lado do igual e diminui 2 com 6. Só que daí, diminuir dois com seis quando a gente vê pensa que não dá para diminuir mas dá; mas vai dar um número negativo, que deu x = - 4.

No início você achou difícil pensar nesse número negativo, não é? Você tinha pensado nesta hipótese no começo?

Adolfo:No começo eu não tinha pensado, só depois.

Você achou que só tinha que ser um número como? De que tipo?

Adolfo:Eu achei que só podia ser um número maior que zero. Que não existia menos, menor que zero.

E daí? Usando a balança você acha que esse negócio fica mais simples? Essa continha de agora ou fica mais complicada?

Adolfo:Eu acho que fica mais complicada usando a balança.

É, e naquela conta anterior?

Adolfo:Também.

BEATRIZ

Primeira coisa que eu quero saber, você já viu uma balança desse tipo?

Beatriz: Não, assim eu nunca vi.

Tem certeza?

Beatriz: Desse tipo até pode ser que eu vi.

Onde você viu? Você se lembra?

Beatriz: Não eu não consigo lembrar.

Então você está vendo agora na sala, nos desenhos que estão no livro. É a primeira vez que você está vendo assim, na realidade essa balança?Quando você vai no supermercado, na feira você vê balanças assim?

Beatriz: Não, não são essas, são aquelas que não são dessas comuns são aquelas com os números quadradinhos.

E, essas de dois pratos, você já viu alguma vez na vida?

Beatriz: Não, de verdade não.

Então vamos lá: Como você resolveria a situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo?

Beatriz: (Segue ditando rapidamente o que escreveu). x mais dois menos dois igual a seis menos dois, x equivale a quatro. Esse processo está relacionado assim porque nós temos que descobrir o quanto vale x, por isso devemos fazer essa equação e todo esse sistema.

Você está clara do que é equação?

Beatriz: Equação... mais ou menos...

Isso daqui é uma equação, por quê?

Beatriz: Hum.....

Você tem dúvida disso?

Beatriz: É um pouco porque eu faltei várias aulas.

Então vamos para a segunda parte eu vou perguntar, se você usasse a balança, essa daí, como você solucionaria essa situação x + 2 = 6, você soube solucionar escrevendo e como você justificaria esse processo?

Beatriz: Eu ia tirar dois cubos do lado direito, do lado esquerdo e mais dois do outro para ficar em equilíbrio,

E daí?

Beatriz: Daí ficou seis menos dois, daí eu posso mostrar isso como se o x valesse quatro.

Você viu agora que essa situação aqui é diferente da outra não é? Então explica para mim como você estava explicando antes.

Beatriz: A diferença é que nós vamos ter que colocar seis cubos junto com o x e dois no outro lado da balança, sendo que os outros dois desse lado da balança são mais pesados que os seis do outro lado esquerdo. Então eu acho que não vai ficar igual, não tem como...

Então não vai ficar igual?

Beatriz: Eu acho que x aqui também vai ficar igual a quatro. Só que a situação aqui muda.

Muda como?

Beatriz: Você vai ter que fazer x mais seis menos seis, igual a dois menos seis. Então dois menos seis é igual a quatro. Então x vai ter que valer quatro. Se você tirar seis da balança, você vai ficar em equilíbrio, quer dizer não deu, não consegui deixar em equilíbrio, acho que não tem como. Um lado vai ficar mais leve e outro mais pesado. Você tem seis cubos e esse aqui vai te dar mais do que o do lado direito.

Então vamos só experimentar uma coisa, se o x for quatro e no lugar dele nós colocarmos o quatro aqui, vamos na primeira situação: se eu colocar 4 + 2 = 6 e 6 fica igual a 6. Nessa segunda situação se eu colocar quatro aqui, quatro mais seis vai dar dois? Que será que está acontecendo?

Beatriz: Acho que eu errei...

Olha só vamos tentar, dois menos seis, dois menos seis...

Beatriz: Dois menos seis dá quatro. Não, só seis menos dois é que daria quatro.

CARLOS

Você já viu na vida real alguma balança desse tipo?

Carlos: Já.

Onde que você já viu

Carlos: Na televisão e, em filmes.

Na vida mesmo, mas você nunca usou nem viu uma balança dessas sendo usada para "pesar" coisas? Em supermercado ou na feira do produtor?

Carlos: Não.

Quando você sai, de que jeito as pessoas usam balança? É desse jeito, com uma balança desse tipo? De que jeito que elas são?

Carlos: São mais modernas.

De dois pratos?

Carlos: São só de um.

E a maioria que você vê são de pratos?

Em supermercado é desse tipo?

Carlos: Não, são de outro tipo, mais modernas, por exemplo você aperta lá em um botão e sai uma etiqueta com quanto pesou.

Então são diferentes, não tem quase nada de parecido.

Carlos: Só a função.

Então me explica como você resolveria essa situação x + 2 = 6, você já resolveu e disse que achou que o valor desse x é 4 e como você explica esse processo?

Carlos: Colocando aqui no começo x + 2, que eu represento com duas xícaras e o dois com dois retângulos e daí depois do igual que é o 6, eu coloquei do outro lado da balança para ver como é que ficaria. Daí como esse número que é x mais dois, eu sei mais ou menos que tem que tirar dois retângulos de cada

lado para ficar certo na balança. Daí a conta que eu fiz que é x mais dois menos dois que é o que eu tirei , de cada lado da balança e daí seis que tem no outro lado e daí dois que eu tirei. E daí o resultado fica quatro.

Então usando a balança aqui como é que você faria. É fazer a mesma coisa aqui que você fez usando o papel só que na balança. Como você poderia resolver

Carlos: Teria que tirar dois de cada lado. E o x vale quatro.

Está combinando na balança com o que você escreveu?

Carlos: Tá sim. Eu tirei dois de cada lado para ficar do mesmo equilíbrio, do mesmo peso os dois lados. E para isso eu descobri que x valia quatro.

Em que você acho que essa situação aqui é diferente?

Carlos: É diferente porque aqui ficou invertido, $x + 6 = 2$.

Você acha que consegue resolver essa agora?

Carlos: Sim, acho que sim, consigo.

Fala, o que você percebeu?

Carlos: Percebi que aqui tinha que ser menos, tinha que ser quatro menos seis que é dois. Então o valor de x é quatro. Daí daria para resolver.

Então agora a segunda pergunta aqui. Então usando a balança, agora você já a viu, monte essa situação na balança e me diga: será que com a balança ficaria mais fácil? Ou mais difícil, o que você acha?

Carlos: Igual aqui desse lado ia ficar, eu tinha que tirar seis desse lado, eu tinha que tirar tudo e daí não ficaria equilibrado.

Então não ia ficar equilibrado você acha?

Carlos: Não, não iria.

DENISE

Você já viu uma balança desse tipo aí, igual a essa?

Denise: Eu já vi só que quando meu pai foi no advogado eu vi uma dessas.

E, fora no advogado em algum outro lugar você viu uma balança dessas?

Denise: Vi em uma loja de móveis antigos.

Mas assim na sua vida prática você já viu alguém usando uma balança como essa para “pesar”?

Denise: Não.

Onde você vai comprar coisas que tenham que ser “pesadas”?

Denise: No açougue, no mercado...

E, nesses lugares, tem balanças desse tipo?

Denise: Não, são todas automáticas, ou dessas de prato mesmo só que elas só tem um prato.

Como você resolveria essa situação x + 2 = 6 e como você justificaria esse processo? Então você resolveu, qual a resposta afinal, é quatro ou é oito?

Denise: É oito.

Então me explique: porque é que é oito?...

Denise: Eu tinha xis reais mais dois, somando eu fiquei com seis. De seis eu ganhei mais dois e fiquei com oito.

Então agora me explique como você faria para descobrir quanto vale a barrinha usando a balança?

Denise: Para descobrir quanto é que vale a barrinha eu tiraria dois do lado esquerdo. A balança ia pesar de um lado e do lado mais leve iria subir, só que daí eu tiraria mais dois do outro lado, daí ela ficaria em igualdade.

Ótimo. Então quer dizer que essa barrinha que representa o x está valendo quanto?

Denise: Olha..., um cubo desse vale?

Não.Um cubo desse vale um. Então essa barrinha está valendo quanto?

Denise: A barrinha...

Olha lá...

Denise: Aqui tinha seis, aí ali tinha quatro; não, tinha três...

Tinha uma barrinha mais dois cubinhos.

Denise: Então a barrinha pesa dois.

É, olha bem.

Denise: Tinha dois aqui e tinha dois aqui, eu tirei. Aqui tinha três e tinha seis, aí eu tirei dois daqui e tirei dois dali. E daí ela ficou em igualdade, daí no caso aqui vai pesar três quilos essa por "causo" que eu tirei dois dessa que tem mais porque essa pesa mais. Então essa barrinha tem três quilos no caso.

Jóia.

Essa situação aqui é diferente da outra, você também notou já. Então essa situação é x + 6 = 2 . Então eu quero saber como você justificaria esse processo que você usou para resolver. Você começou a resolver aqui e fez x + 6 = 2, daí fez x + 6 – 6 = 2 –6, então eu perguntei: Por que você colocou esse sinal aqui?Você define um sinal, você procurou e o que você acha?Por que tem esse sinal aí?

Denise: No caso aqui eu fiquei devendo seis ainda.

Está. E, daí você tinha escrito quatro, e eu perguntei: Dois menos seis, é quatro?

Denise: Eu falei que foi falta de atenção porque seis menos dois é quatro negativo.

Então como você justificou aqui?Explica para mim a sua justificativa porque eu estou lendo ao contrário.

Denise: Eu tinha seis reais, não, eu tinha xis reais, na verdade e somei com seis. Somando fiquei com dois reais. Logo após eu perdi seis reais, eu tinha dois e perdi seis, fiquei com quatro negativo.

O que significa ficar com quatro negativo em termos de dinheiro?

Denise: Fiquei devendo quatro, quatro reais.

Ótimo. Então usando a balança você conseguiu montar a situação x + 6 = 2, e o que aconteceu?

Denise: E no lado esquerdo da balança eu coloquei seis cubinhos e um xis, que é um cubo maior, e no lado direito eu coloquei só dois cubinhos. Nesse caso o lado esquerdo da balança pesou.

Então ela não está igual?

Denise: Não, não está igual.

Então como que aqui está escrito que é igual e na balança não está igual?

Denise: Nesse caso eu vou ter que tirar dois cubinhos desses...

Então tira, pode tirar

Denise: Vou tirar dois desses e vou ter que tirar dois do lado de lá de novo.

E daí, resolveu o problema?

Denise:Não resolveu.

E como será que a gente tinha que fazer para resolver?

Denise: Acrescentar mais dois...

Acrescentar mais dois, aonde?

Denise: No lado direito.

Então vamos lá, tenta. E daí ficou em equilíbrio?

Denise: Ela não ficou em igualdade. Ainda não...Na verdade aqui eu tinha cinco, tinha um lado que tinha cinco cubinhos e ele ficou mais baixo que o lado que tinha quatro cubinhos levantou né; aí do lado esquerdo eu vou ter que tirar mais dois cubinhos.

Então tira, pode tirar.

Denise: Aí ela agora ela ficou, não ficou em igualdade ainda e, o lado esquerdo continua pesando. Nós vamos ter que tirar mais um. Agora nós podemos dizer que o "cubo maior" é igual a quatro quadradinhos e agora ficou em igualdade.

TRANSCRIÇÃO DE ENTREVISTAS COM OS PROFESSORES

PROFESSORA MARIA - ENTREVISTA INICIAL

Fala Maria. O que você anotou aí.

Maria: Eu tenho que falar o que eu anotei aqui? (risos)

Explique-me o que eu não consigo ler direito...

Maria: Então eu penso o seguinte: Primeira coisa, eu acho que é o professor dar significado para aquilo que ele está tentando passar para o aluno, o conteúdo. A primeira coisa é o conteúdo para o aluno. Se o aluno não compreende, não tem significado para ele, ele não vai, não vai... não adianta. Ocorre a mesma coisa quando se está trabalhando com alfabetização de adultos; faz algum tempo que eles estão fora da sala de aula, aí você simplesmente chega lá e solta equações do 1º grau e do 2º grau, e joga x para cá, o y para lá, x,y,x,y ... Para eles, eles não entendem; eles já tem até um trauma. Chegou aquele monte de x, chegou aquele monte de y... eu acho que o professor não precisa fazer isso. Pode , com equações do 1º grau, pode ir primeiro até pegando uma balancinha para mostrar a questão, não é? Balança, equilíbrio, a igualdade ou a desigualdade, quando uma equação tem equilíbrio é igualdade ou desigualdade? Pode pegar objetos, colocar uma borracha aqui, ou qualquer outra coisa que tem na sala que eles possam visualizar e ir fazendo anotações no quadro, colocando, ele enxergando, ele fazendo também, para daí começarem a entender que aquele x só foi colocado por conveniência, uma letra escolhida por conveniência que foi colocada e que pode ser substituída por qualquer outra letra. Porque senão não há como ele compreender quando há mudanças, eles não sabem absorver. O professor tem que ter um pouquinho disso e daí pode ir relacionando, as questões da igualdade, equilíbrio das equações, mostrando as variáveis, a incógnita. E, as vezes dentro de um problema qual é a importância dessa variável para o problema, será que ela é importante ou não ? será que a gente a descarta ou não ? Acho que essa é a importância para dar significado para o aluno senão ele não

compreende. A gente mesmo era assim: o professor falava, falava, falava lá na frente mas a gente não conseguia enxergar, porque quando não tem assim um certo...(dom) não cai fácil, principalmente se já não consegue ir com matemática.

Se tem alguma rejeição?

É alguma rejeição. Então, daí ele não abstrai mesmo, o aluno não consegue acompanhar seu raciocínio. E quando alguém te acompanha, às vezes a maioria não está te acompanhando. É importante levar material para a sala de aula, fazer uma atividade diferenciada....

PROFESSORA MARIA- ENTREVISTA FINAL

Quando eu comecei a me aproximar que impressões você teve, como você se sentiu? E depois quando a gente fez aquelas duas tarefas já deu para a gente ter uma aproximação sem ficar assim tão estranho, né?! Daí quando eu comecei a entrar na sala e observar a aula, como você me viu? O que é que marcou você depois que você queria falar?

Maria: Não, eu achei assim interessante quando você veio conversar comigo. A primeira conversa que a gente teve, pela pesquisa mesmo que você está desenvolvendo. Que a gente não pára para pensar nisso. Eu mesma, como falei para você, e acho que até devido a tua pesquisa, que eu parei um pouco para analisar como é que eu repassaria esse conteúdo.

É isso uma das coisas que eu quis perguntar, porque eu acho que...

Maria: É porque assim, eu acho assim que a gente sai num ritmo assim... Que nem eu, eu saí da faculdade ano passado, esse ano ainda em abril, abril desse ano, por causa da alteração do calendário ocasionada pelas greves. Então você está tão naquele ritmo de você...poxa...você sabe, né, as pessoas ao teu redor também sabem, porque é o mesmo grupo de estudos, que você não se toca que você vai explicar para alguém que não sabe. Né como é que você... Aquele "x" que para mim tem todo o sentido do mundo, para aquela criança não tem sentido nenhum. Aí quando você se aproximou eu resolvi parar para pensar, analisar o

que eu poderia fazer... Como a criança até poderia pensar? Eu me colocar às vezes no seu mundo, no lugar da criança. Então isso me fez refletir. E é claro que com todo o trabalho que a gente fez antes, as entrevistas, eu me senti muito à vontade com você. Assim não tive receio assim, né. O que eu faço? O que eu não faço? Não tive isso. Posso até ter ficado um pouco nervosa, mas isso é natural porque sempre é uma coisa diferente. Mas aquele receio assim, não. Achei que foi assim, normal.

Ai! Que bom!

Maria: Achei que a gente já tinha conversado muito, a gente já tinha feito as entrevistas,né, discutido um pouco; então não teve aquela coisa assim...

Aquele medo?

Maria: É aquele medo.

Que eu fosse te invadir, essa era minha preocupação,né?

Maria: Não, isso não. Pelo menos comigo não teve, porque foi um processo normal. A gente veio caminhando e chegou a hora. Então para mim não teve receio nenhum. Achei muito interessante a tua pesquisa.

Que bom! Que bom que está sendo bom não só para mim, senão você acaba invadindo a outra pessoa, digamos, só para você ter benefícios.

Maria: É, exatamente. Não, eu acho que teve benefícios mútuos. Eu que estou começando agora mesmo, então toda e qualquer experiência que eu possa adquirir com outra pessoa para mim é muito proveitoso.

Outra coisa que eu queria te perguntar é: a gente realizou as duas primeiras tarefas, então só para relembrar, a primeira era aquela que tinha assim: equações daí tinha simetria, balança, equilíbrio...era só assim o que você pode falar sobre isso.

É, é, era isso.

E a outra tarefa era igual a que os alunos desenvolveram que era aquela que tinha $x + 4 = 6$ e depois $x + 6 = 4$, tá? E daí falar sobre isso sobre o uso da balança e tal...

Então quando eu comecei a fazer essas tarefas você deve ter percebido o envolvimento da balança. Na primeira tarefa eu acho, talvez... Que influências você acha que teve desse envolvimento em você e no seu ensino?

Maria: Eu acho assim que toda. Porque veja, se você pára para pensar, eu explicar mecanicamente para eles x + alguma coisa é igual a seis, não tem sentido. A partir do momento que eu vejo, quando você coloca na balança você começa a dar sentido para o aluno. Ele consegue enxergar a balança , ah, seu coloco um peso aqui esse fica mais pesado, sobe, o que é que acontece. Como que vai ficar em equilíbrio? Aí ele consegue entender... Embora seja um trabalho bem demorado com eles. É um trabalho extenso, longo assim, mas eu acho que a balança auxilia e muito a trabalhar com equações. E aquele caso que lembra que o José falou que não daria para trabalhar com a balança, era melhor usar o dinheiro, foi uma ótima idéia para minha aula. Porque eu não tinha até então pensado em trabalhar com dinheiro. Então eu pensei, mas se eu falar em número oposto será que eles vão compreender mais que se pensarem em dinheiro? E quando eu falei em dinheiro eles pensaram mais rápido.

Interessante que esse universo do dinheiro torna tudo muito contextual porque ninguém pode fugir disso; não há quem não lide com isso...

Maria: Até eles mesmos tem a mesada, tem que ir no mercado, tem que ... Então eu achei bem interessantes estas duas situações.

É tanto que eu vi que os alunos comentaram isso na aula. "_Professora você vai começar a dever de novo?"

Maria: É porque eu sempre, com os números inteiros, até mesmo com os decimais, eu sempre, sempre, sabe, com relação ao dinheiro. Eles já sabem que eu sei então eles dizem, "olha você está devendo demais já professora" e daí eles conseguem. Mesma coisa trabalhar com decimais, como é importante para eles. Então se eu falasse lá, 2,1 + 1,37, eles iriam dizer: "O que é isto?". Nesse sentido, agora se eu falasse R$ 2,10 + R$ 1,37, o que eu faço? Pelo menos é um dos meios que eu agora,consigo, acho que seja o melhor. Pode ser que na caminhada que eu

tenho pela frente eu vá encontrar outros, muitos outros, verdade. Mas pelo menos o que eu acho que tem mais efeito ainda, pelo pouco que eu conheço, é esse.

Que bom! Eu fico feliz que tenha surtido efeito.

Maria: Bem foi depois daquela conversa mesmo porque eu pensei contigo, fiz aquela tarefa, pensando na balança mesmo, só na balança, não me veio outra possibilidade; aí quando o José falou até ali eu estava discutindo aí que eu me lembrei, não mas se eu pensar em dinheiro eu acho que funciona mais.

Muito legal! Este é um outro aspecto que eu tinha, que eu quero pesquisar estes momentos de encontro, de contato. O quanto isso é importante que a gente tenha. Como deveria ter mais momentos como esses na escola. Primeiro até a gente criar essa liberdade um com o outro de ter essa confiança de falar, não é?

Maria: Eu acho assim, pelo menos eu que vejo isso como nova aqui, às vezes eu tenho receio de chegar no meu colega e dizer: será que eu devo fazer assim, o que você acha de eu fazer desse modo?...Até mesmo porque eles não dão muito espaço, muita abertura. Têm professores que não dão tanta abertura assim. Eu dou aulas aqui em colégios, onde é um pouco diferente daqui, aqui ainda sinto um pouco mais de espaço que lá.

A questão é como a gente vai trabalhar se a gente é um “corpo docente”, e nem conhece o outro membro do corpo?

Maria: Eu e os meus amigos da faculdade falávamos assim: Vamos todos dar aula juntos que daí a gente pode trabalhar junto, criar as coisas, inventar e trabalhar e fazer; pois a gente sente mais segurança no trabalho coletivo. Nós sempre tínhamos essa idéia, mas trabalhar junto, como? Na prática foi impossível...

O que você pensa sobre a abordagem que o livro sugere? O que você acha do livro? Está envolvido aí também a questão sobre quais os critérios que você utilizou para selecionar os exercícios.

Maria: A parte de equações por exemplo, eu acho que a abordagem dele com relação a balança é bem interessante, porque ele coloca mesmo a situação para a criança pensar. Está ali, está o desenho lá, ela consegue ver, consegue

enxergar. Isso eu acho interessante. Em relação ao livro todo, pelo menos todas as partes que eu usei, eu não sigo o livro à risca. Eu tenho outras coisas em casa que eu utilizo quando preparo a minha aula. Acho que um livro só não dá conta de tudo, tem algumas falhas que você pode pegar e trazer de outro, então você pega exercício daqui junta com outro de lá, então se pode complementar. Nesta parte eu achei até interessante a abordagem que ele fez. Inclusive minha seleção de exercícios foi trabalhar exatamente aqueles que traziam a situação da balança. Porque além de eu falar, explicar como é a relação da balança e eles poderem fazer os exercícios, como na balança, pensando nela, eu achei que daí funcionaria mais, foi por isso que eu escolhi aqueles exercícios. Foi exatamente assim. Daí eu acho que reforça um pouco mais para eles trabalharem e terem a noção, o conceito em si. Se eu desse várias equações, uma relação de equações, uma lista, mas..._ "Como é que eu faço agora ?" eles perguntariam... Porém aqueles exercícios não eram apenas do tipo "resolva a equação", tinham uma situação atrás que eles tinham que pensar, conforme aquela situação para poder resolver... É claro que há momentos em que a gente precisa dar exercícios do tipo resolva e resolva e, não tem jeito. Só que nesse momento para eles que estão começando eu achei interessante esses exercícios.

Eu achei que fosse isso mas quis lhe perguntar porque eu preciso ouvir de você. Não posso afirmar baseada na minha observação.

Maria: Mas foi exatamente isso mesmo que eu pensei.

As outras duas questões podem ser respondidas juntas, se você quiser. Primeiro: Quais você julga serem as maiores dificuldades para os alunos? E, para você qual é a maior dificuldade na abordagem de equações?

Maria: Para os alunos a maior dificuldade, a primeira, o impacto maior é a letra. O fato de aparecer uma letra no meio de números. Eles não trabalhavam antes, trabalhavam com inteiros, racionais e expressões, mas não apareciam letras. Então aquela letra para eles não tem sentido nenhum. Eles falam: "_ Mas que x é esse? Que a que é esse?" Quando a gente muda às vezes as letras eles

perguntam: "O que é isso? O que essa letra quer dizer?" Eu acho que essa é a maior dificuldade.

Ocorre uma espécie de ruptura?

Maria: É eles vão a partir daí começar a ter um pensamento mais... na matemática; senão eu não sei... As primeiras aulas que eu dei, não na turma que você observou, mas em outra os alunos perguntavam assustados: "_ O que é isso? O que é t?

E você acha que alguns já traziam um certo temor? Por exemplo algo que ouviram dos irmãos que esse assunto era difícil?

Maria: Eu os ouço falarem assim: "Ih, na 7ª é pior... Na 7ª é mil vezes pior... Se na 6ª já está assim, na 7ª é pior. Eles já trazem isso com eles de uma série para outra. É claro que há aqueles que a gente percebe que pai e mãe trabalham muito em casa com eles e a gente nota que não tem tanta dificuldade assim. Eu tenho um aluno, acho que é da 6ª C, não tem Cristo que consiga motivá-lo. Ele fala: "_Eu não sei, eu não consigo, eu não entendo, eu não entendo." Todas as aulas são assim, todas as aulas. Então como é que esse aluno vai para frente se ele já traz isso com ele. Você tenta conversar, você tenta colocar situações para ele, até mesmo pedir para um colega porque muitas vezes a sua linguagem não está chegando na dele e a dele não está conseguindo ser compreendida. Mas ele traz isso tão forte, é carregado isso nele, que ele só diz, não e não e não. E aí a gente fica tão desanimada, é tão complicado... Agora tem outros que querem saber, querem perguntar, questionar. Por exemplo um aluno me disse outro dia: "_ professora , eu cheguei em casa e pedi para o meu pai também, ele me explicou desse jeito, mais simplificado o jeito dele. Posso fazer assim? Tá certo?" Sabe esses alunos que buscam, que querem, que se envolvem com o conteúdo. Porém há aqueles que já colocam para si uma espécie de bloqueio, apareceu uma coisa diferente, apareceu novidade e eles não querem ir até o conhecimento não tem como você levar até eles.

Isso é o que você acha que é a sua maior dificuldade, enquanto professora?

Maria: Eu acho, como a situação desse menino; eu já tentei de várias maneiras com ele, eu ainda sinto a dificuldade. Porque ele tem esse, acho, bloqueio tão grande que eu não consigo chegar nesse menino. Ele já fala não, é não, quando começa alguma coisa nova o que se ouve é não, não, não...

Ele já deve ter sofrido experiências muito ruins com a matemática... Por isso é que ele já está tão precavido assim que rejeita qualquer coisa nova.

Maria: Ele fica bravo, eu não o entendo. Mas também há um outro ponto, você está explicando e ele está divagando...

Mas talvez ele já foge....

Maria: É exatamente porque ele pensa, voa . Acho que esta seria uma dificuldade de qualquer professor, eu mesma porque estou começando agora, estou lidando com criança agora.

Foi muito interessante porque eu peguei você no início de tua vida profissional e o outro professor comum bom caminho andado...

Maria: É como você disse hoje eu estou te ajudando mas você me ajudou também, amanhã pode ser que eu também venha fazer a mesma coisa, esteja fazendo uma pesquisa tal.

PROFESSOR JOSÉ - ENTREVISTA FINAL

Então meu objetivo é a gente conversar sobre a pesquisa assim no sentido de como você se sentiu, tanto a primeira parte, quando eu comecei a me aproximar, como é que você foi se sentindo? Que eu tava invadindo você, a tua prática, como é que é? Era isso que eu queria saber.

José:Não tanto invadindo mas, alguém que teria um conhecimento um pouco melhor, que teria um conhecimento semelhante ao meu e queria analisar a maneira como eu estaria me portando em sala de aula, como é que eu estaria trabalhando. Essa é a verdade, né?...

Mas aí por outro lado.

Isso te deixou constrangido, como você se sentiu?

José:Mas por outro lado eu me senti parte de um processo, que isso aqui vai fazer parte do teu trabalho e que isso vai acabar tendo retorno dessa pesquisa que você está fazendo, essa é a intenção.

Jóia. Aí outra coisa que tava me interessando. Quando eu comecei nas duas primeiras atividades, quando eu comecei; Você lembra da primeira? Que tinha assim equações, balança, simetria, tinha coisas assim... Você percebeu que a gente tava envolvido com esse negócio da abordagem da balança? E que efeitos ou se isso te influenciou na tua prática? Por exemplo, se em anos anteriores quando você trabalhava com este assunto você trabalhava diferente, como você se percebe assim, refletindo um pouco?

José:Não, eu até achei bom, gostei porque realmente essa questão de usar aquelas balancinhas, eu não uso uma balança tão refinada como a que você fez pelo seguinte, eu uso uma pessoa como se fosse assim, os pratos seriam as duas mãos da pessoa e as vezes que eu trabalhei com sexta série eu usei esse processo e deu resultado. S e você realmente tá trabalhando com isso me motivou mais ainda a continuar a trabalhar assim.

Daí quando eu assisti às tuas aulas e também as da outra professora eu percebi que vocês selecionam alguns exercícios, vocês não fazem todos os exercícios do livro. Eu queria saber que critérios você utiliza basicamente para selecionar esses exercícios? Ou nessa turma que eu assisti aula que critérios que você usou?

José:Na verdade o livro tem uma gama muito grande de exercícios e a minha carga horária não permite que eu faça todos os exercícios; pois, se eu pedir para eles fazerem eu vou ter que corrigir, então eu seleciono mais ou menos direcionado pra certos conteúdos, sempre tentando encontrar algo, algum exercício prático. Isso torna mais visível para eles, eles conseguem entender melhor.

Teu objetivo fundamental nessa seleção então é encontrar?

José:Aplicações práticas, na verdade, não é? Essa é a intenção.

O que é que você pensa sobre a abordagem que o livro didático adotado utiliza na sexta série?

José:Nesse conteúdo aí eu gostei da abordagem que ele coloca. Dá para usar. Não sei eu não tenho conhecimento bem aprofundado, né, mas eu gostei.

Para você quais são as maiores dificuldades que os alunos tem nesse assunto de equações? Na hora em que você está introduzindo a álgebra qual é a maior dificuldade que você percebe neles?

José:É os números negativos. Infelizmente eles têm dificuldades quando você tem que subtrair, se tira não tira, né; como é que fica se ele pode somar o menos...

Que nem agora que você já está trabalhando com denominador, com outro tipo de operações? Você ainda acha que esta é a dificuldade que persiste?

José:Ainda, ainda persiste, e a gente percebe o seguinte que mesmo que ele tenha entendido ele resolve... Ele entendeu hoje, ele faz, ele aprendeu. Daqui a alguns dias ele volta, ele volta a mesma dúvida, ele esquece, ele não, parece que ele não aprendeu. Eu não sei o que que acontece.

O número negativo até certo ponto é totalmente artificial para ele...

José:É, para ele é. Infelizmente é.

E pra ti como professor, qual é a maior dificuldade na introdução da álgebra, no ensino de equações?

José:Como professor é a dificuldade do comportamento do meu aluno em sala de aula, a disciplina e conseguir prender a atenção deles, né?! E pra conseguir prender a atenção eu tenho que colocar uma questão prática no meio e, virar tipo um "palhaço", tentar fazer algumas brincadeirinhas, pra tentar senão eu não consigo, eu não consigo atrair a atenção.

É a gente fica muito distante deles, né.

José:Eu não sei se eu estou passado do tempo ou o que que está acontecendo.

Não , não, eu não percebi isso.

ENTREVISTA REALIZADA EM CONJUNTO COM MARIA E JOSÉ

Uma coisa que eu queria questionar é esse caso da balança. O livro que vocês estão utilizando salienta a balança sim, enfatiza a balança, não é? Então a criança em tese usaria uma balança, é uma coisa que funciona... O que vocês acham do uso da balança?

Maria: Eu acho na questão igualdade, desigualdade eu acho excelente, uma coisa excelente assim para você mostrar, porque eles estão vendo, estão enxergando. Você pode fazer eles colocarem e deixarem a igualdade. É palpável para eles.

O que você acha José?

José:É ótimo, a única , vamos dizer assim restrição, questão é quando envolve por exemplo questões um pouquinho mais abstratas. Vamos dizer, por exemplo, quando envolve parênteses, ... multiplicações ou outras propriedades daí eles se confundem um pouquinho, mas, no mais, para a igualdade é fundamental.

Então agora na segunda parte eu mudei um pouco a idéia, né. Aí foi que não deu tempo para você escrever, né?! Como você solucionaria a equação? Então agente trocou, o 6 que estava no 2º membro agora está no 1º. Então eu tenho uma quantidade $x + 6$ que é igual a 2. Como você justificaria esse processo? A Maria justificou assim:

Pensaria num número que somado com seis dê o resultado, dois no caso. Mas como eu tenho seis eu vou ter que somá-lo com um número negativo, ou seja, eu tenho que tirar de seis para chegar no número dois.

Maria: Como eu te falei, eu vou ter que tirar de seis uma certa quantia para chegar no número dois. Vamos ver que é o quatro mas como eu tenho que somar com esse seis eu vou ter que pegar o oposto do quatro, que é o menos quatro.

Eu achei esse teu jeito de pensar muito diferente, nas crianças que eu vi até agora nenhuma delas demonstrou essa possibilidade, de pensar no oposto, você está pensando com reversibilidade, que é uma habilidade..., você tem que pensar no caminho inverso. Aí como se eles talvez pensassem isso , se eu tivesse colocado assim, $x - 6 = 2$, talvez eles teriam pensado assim, talvez teria que pesquisar essa situação. Então daí dá idéia, eu sugeriria o oito, daí dessa vir para essa, $x + 6 = 2$. Que você acha José?

José: Minha idéia seria mais ou menos semelhante a idéia dela, que número somado com seis dá dois, opa mas, espera aí, o seis é maior que o dois, eu quero um número que somado com seis dá dois, se o seis é maior que o dois o número que eu estou pensando tem que ser um número..., eu vou ter que tirar alguma coisa do seis.

Mas dentro do dois tem seis? Dentro do dois tem seis? Por exemplo, sugerindo a idéia da balança, então menos seis? Mas ele vai perguntar, mas dentro do dois tem seis? É interessante...Essa situação é interessante...

Maria: Teria que investigar melhor... Eu pensaria desse jeito, é complicado.

É isso que eu estou tentando estudar... Outra coisa: será que a igualdade tem tanta importância assim para as crianças? Que é fundamental numa equação?

José: É, é a igualdade.O fato de um lado ser totalmente igual ao outro, um lado tem tudo a ver com o outro...

E se eu não colocasse nada, só deixasse um espaço, será que faria diferença para as crianças? São coisas que eu tenho pensado, sabe?

Então essa situação aqui, $x + 6 = 2$. O que vocês acham do uso da balança nessa situação?A Maria disse que colocaria neste lado da balança dois cubinhos, dois ficariam de um lado e, do outro lado, colocaria seis. Então o que é que ela percebia? Que ia ficar em desequilíbrio, que para ficar em equilíbrio,

José: ia ter que tirar alguma coisa de lá,

Essa é a sua idéia, né? Que no sentido de tirar, ficaria o menos quatro, foi isso que você tinha pensado?

Maria: Sim, foi, porque daí o tirar quatro mas se eu tenho que somar este número com seis para ter dois eu posso somar com o número oposto que dá dois.

Só que olha, na verdade a idéia que está por trás desta idéia não é uma igualdade, é uma desigualdade, porque você começa trabalhando com uma situação que não tem equilíbrio.

Maria: Ah! É verdade, começa com uma desigualdade até chegar numa igualdade.

São coisas que a gente às vezes não cogitou, né?! Então com estas coisas todas que eu também estou me questionando, é sobre elas que é importante a gente conversar,né?

Maria: É eu não sei pelo menos para mim, a gente sai tão (colocando as mãos sobre os olhos como o tapa- olhos dos animais, dando a idéia de "bitolado")da faculdade onde o pessoal é tão assim, resolve, resolve, que se nunca parou para pensar como é que esse aluno vai pensar, como é que criança de 6ª série pensa. Como eu comecei a dar aula foi esse ano, saí da faculdade fresca, foi em abril, eu estava num ritmo... Aí eu falei, meu Deus, pára, pára, pára tudo. O que que eu estou fazendo? Eu estou no ritmo que eu estava na faculdade; eu tenho que parar e ver como é que eles vão pensar, como é que eles vão receber as coisas. É porque a gente não teve a experiência dentro da faculdade. Só aquele estágio que é tão pouco.

E assim, talvez um momento como esse que nós estamos tendo, né?! Porque eu também, eu para mim teve muitas coisas que eu comecei achando que era de um jeito e vejo agora que não era daquele jeito. E outras que eu acho que as pessoas dizem que é de um jeito que também eu não estou muito de acordo. Mas além disso tem muitas coisas que eu nem sei como fazer, nem sei como é que é... Então é por isso que eu queria ter esse momento com vocês e achei muito precioso. O que vocês pensaram a partir disso que agente conversou? Só para a gente ter uma idéia.

Maria: Eu acho que dá para a gente começar mais a analisar a forma de como a gente vai trabalhar os conteúdos em sala de aula, porque é que nem você falou mesmo, pensar mesmo, tirar dois de seis, como uma criança se pergunta. Eu acho que dessa maneira, vai....

Uma coisa que vocês não tem idéia: Nenhuma das crianças, nenhuma, até agora né, foi generalizada, nenhuma delas sugeriu números negativos. Eles têm medo de usar o número negativo, não é um universo possível.

Maria: Isso eu percebo em sala de aula....

Eles me perguntavam, professora eu podia tirar? É de somar, mas eu posso diminuir? Eles perguntam. Primeiro, na questão inicial ela geralmente acertou, então ela está segura; porém, quando chega aqui, tudo o que ela tinha de conceito acabou.

Maria: Essa é uma situação que eu também vejo em sala de aula trabalhando números negativos com eles. Tanto é que quando tem um número negativo somado com um positivo que o resultado vai dar um número negativo, eles somam tudo...eles vão somando tudo. E há a dificuldade de eles perceberem o número negativo. Se você fala tenho dois reais e devo quatro, se você não associar alguma coisa e falar, 2 – 4 é quanto, não sai... Você tem que associar alguma coisa para eles.

Do contexto deles. Não está escrito aqui agora mas você falou no dia da entrevista você falou assim José, quando chegou esta situação. Em seguida tocou o sinal para a saída, daí você falou assim: Mas essa situação aqui não dá para explicar com a balança. Essa situação aqui, você disse assim, em suas palavras, essa daqui têm que ser com dinheiro. Esse tipo de situação que envolve dívida, você sugeriu que tivesse que mudar a abordagem. Que você pensa?O que você pensou desse jeito dela trabalhar com a balança e com o dinheiro?O que que você acha que para as crianças ficaria mais simples?

José: Dinheiro, é sempre mais palpável, é a realidade deles.

Maria: Mas eles mexem muito bem com o dinheiro. Se você vai falar que criança não sabe mexer com número decimal, coloca moeda para ver se eles sabem...

José: É bem assim, tiro e queda.

É igual aquela história, se for louco dá uma nota de R$100,00 para ver se ele rasga...

José: A idéia do negativo aqui fica meio difícil. E você pegou uns alunos, coitados, parece que foram premiados, foram justos aqueles que tem dificuldades em matemática, os meus que vieram...

Minha escolha foi aleatória , porque eu escolhi um número lembra e fui multiplicando.

José: Mas havia alguns que não estavam e daí eu falei, ah, está bom, vai o próximo. E vieram bem os coitadinhos, os que têm mais dificuldades em matemática.

Mas é esse que, bem na verdade eu não quis escolher aluno. Eu quis fazer de um jeito que funcionasse; justamente aleatório, para a gente não escolher, porque agente não pode... Senão eu estaria manipulando a minha amostra também, né. Então o objetivo, a intenção era essa. Mas eu não achei que as crianças tinham tanta dificuldade, achei muito interessante a maneira delas pensarem. Assim como hoje me surpreendi com seu jeito de pensar. A sua estrutura de pensamento é completamente diversa da minha. Eu penso “mais” do jeito do José e você pensa muito diferente dele. Você não percebeu ainda, você tem um jeito de pensar muito diferente, muito peculiar inclusive, do que eu tenho observado, dentro do que eu posso olhar, muito legal. Então eu acho que a diversidade do ser humano é maravilhosa, era isso que eu quis captar. Então nós vamos continuar fazendo assim, você não me mande os bons, me mande qualquer um.