

HIDEO ARAKI
ENGENHEIRO CARTÓGRAFO

Refinamento da Correção Geométrica de Imagens Digitais
Tm Landsat Através da Modelagem de Efeito,
Utilizando Feições Retas como Controle

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-
Graduação em Ciências Geodésicas para
obtenção do Grau de Mestre em Ciências
pela Universidade Federal do Paraná.


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
1990

REFINAMENTO DA CORREÇÃO GEOMÉTRICA DE IMAGENS DIGITAIS
TM LANDSAT ATRAVÉS DA MODELAGEM DE EFEITO,
UTILIZANDO FEIÇÕES RETAS COMO CONTROLE

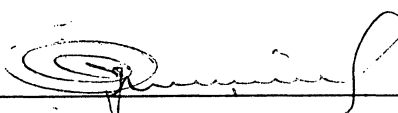
por

HIDEO ARAKI

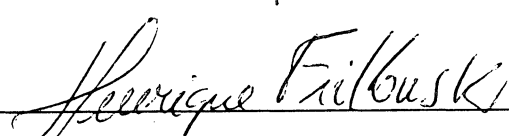
Dissertação aprovada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação
em Ciências Geodésicas, pela Comissão formada pelos
professores:



Prof. Ph.D. João Bosco Lugnani - Orientador



Prof. Dr. Quintino Dalmolin



Prof. M.Sc. Henrique Firkowski

AGRADECIMENTOS

O autor deseja externar seus agradecimentos às pessoas e entidades abaixo relacionados:

- Ao Professor João Bosco Lugnani, pela orientação e incentivo;
- Ao Engenheiro Cartógrafo Paulo Cesar Rêgo Bezerra, interlocutor constante durante a realização do trabalho;
- À Professora Maria Isabel Castreghini de Freitas Viadana, pelas sugestões apresentadas;
- Aos colegas Antônio José Berutti Vieira, Dulce Machado Bueno, Henrique Firkowski, José Celso São João, Mary Angélica Azevedo Olivas e Quintino Dalmolin, pelo incentivo;
- Ao Departamento de Desenvolvimento de Sistemas e Instrumentação (DDS) e ao Departamento de Geração de Imagens (DGI) do Instituto de Pesquisas Espaciais, pelo apoio material e logístico;
- Ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas;
- Ao Departamento de Geociências da UFPR;
- Ao CNPQ e à CAPES, pela concessão da bolsa de estudos.

SUMÁRIO

	PÁG.
TÍTULO	i
TERMO DE APROVAÇÃO	ii
AGRADECIMENTOS	iii
SUMÁRIO	iv
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE FIGURAS	xi
RESUMO	xiii
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	01
1.1. Proposta da Pesquisa	03
1.2. Apresentação da Pesquisa	03
Notas de referência	04
CAPÍTULO 2 - A CORREÇÃO GEOMÉTRICA DA IMAGEM DIGITAL	
TM LANDSAT	05
2.1. Correção Geométrica de Sistema	05
2.2. Retificação	15
Notas de referência	16
CAPÍTULO 3 - MODELOS MATEMÁTICOS	18
3.1. Modelos adaptados à utilização de pontos como controle	19
3.2. Modelos adaptados à utilização de feições como controle	21

3.3.	Modelo matemático de ajustamento	25
3.3.1.	Ajustamento de observações aplicado às trans- formações utilizando pontos como controle	30
3.3.1.1.	Transformação de corpo rígido	31
3.3.1.2.	Transformação isogonal	32
3.3.1.3.	Transformação afim particular	33
3.3.1.4.	Transformação afim	34
3.3.1.5.	Transformação bilinear	35
3.3.1.6.	Polinômio de segundo grau completo	36
3.3.1.7.	Polinômio de terceiro grau completo	37
3.3.2.	Ajustamento de observações aplicado às trans- formações utilizando feições como controle ...	39
3.3.2.1.	Transformação de corpo rígido	41
3.3.2.2.	Transformação isogonal	42
3.3.2.3.	Transformação afim particular	43
3.3.2.4.	Transformação afim	45
3.3.2.5.	Transformação bilinear	46
3.3.2.6.	Polinômio de segundo grau completo	47
3.3.2.7.	Polinômio de terceiro grau completo	48
	Notas de referência	50
CAPÍTULO 4 - TESTES E ANÁLISE DOS RESULTADOS		51
4.1.	Definição da área teste e seleção do controle	52
4.1.1.	Depuração dos pontos de controle	55
4.1.2.	Depuração das feições de controle	59
4.1.3.	Exatidão geométrica da imagem	62
4.2.	Testes	63

4.2.1.	Procedimento para o ajustamento e a valorização inicial dos parâmetros	66
4.2.2.	Valor dos parâmetros das transformações	69
4.2.3.	Estimativa da qualidade das transformações ..	72
4.3.	Análise dos resultados	81
	Notas de referência	83
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES		85
5.1.	Conclusões	85
5.2.	Recomendações	86
	Notas de referência	87
APÊNDICE		88
ABSTRACT		95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		96

LISTA DE TABELAS

TABELA	PAG.
2.1. Avaliação de uma imagem digital TM	14
4.1. Comparação entre as coordenadas navegadas de imagem e as coordenadas de carta dos pontos de controle	56
4.2.a. Distância do ponto transformado (E,N) à feição reta	60
4.2.b. Distância do ponto transformado (E,N) à feição reta	61
4.3. Exatidão geométrica	63
4.4. Número de parâmetros e graus de liberdade na utilização de 15 pontos de controle	63
4.5. Número de parâmetros e graus de liberdade na utilização de 15 feições retas de controle	64
4.6. Número de parâmetros e graus de liberdade na utilização de 30 feições retas de controle	65
4.7. Valorização inicial dos parâmetros e tolerância para as iterações	70
4.8. Valor dos parâmetros	71

4.9.	Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação de corpo rígido determinados através de pontos de controle	72
4.10.	Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação isogonal determinados através de pontos de controle	73
4.11.	Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação afim particular determinados através de pontos de controle	73
4.12.	Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação afim determinados através de pontos de controle	74
4.13.	Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação bilinear determinados através de pontos de controle	74
4.14.	Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros do polinômio de segundo grau completo determinados através de pontos de controle	75
4.15.	Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros do polinômio de terceiro grau completo determinados através de pontos de controle	75

4.16. Erro médio quadrático para as transformações utilizando pontos como controle	76
4.17. Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâ- metros da transformação de corpo rígido determinados através de feições de controle	76
4.18. Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâ- metros da transformação isogonal determinados através de feições de controle	77
4.19. Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâ- metros da transformação afim particular determinados através de feições de controle	77
4.20. Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâ- metros da transformação afim determinados através de feições de controle	78
4.21. Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâ- metros da transformação bilinear determinados através de feições de controle	78
4.22. Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâ- metros do polinômio de segundo grau completo determinados através de feições de controle	79

4.23. Diferença entre as coordenadas de cartas e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros do polinômio de terceiro grau completo determinados através de feições de controle	79
4.24. Erro médio quadrático para as transformações utilizando 15 feições de controle	80
4.25. Erro médio quadrático para as transformações utilizando 30 feições de controle	80
4.26. Comparação do erro médio quadrático para as diferentes transformações utilizando pontos e feições como controle	81

LISTA DE FIGURAS

FIGURA	PAG.
2.1. Mapeamento direto	10
2.2. Tarefas envolvidas no mapeamento direto	10
2.3. Quadrantes de uma cena TM Landsat	12
3.1. Procedimento iterativo	29
3.2. Padrão da matriz A no uso de pontos como controle	30
3.3. Padrão da matriz B no uso de pontos como controle	31
3.4. Padrão da matriz A no uso de feições como controle	40
3.5. Padrão da matriz B no uso de feições como controle	40
4.1. Localização da área abrangida pela imagem contida na CCT-PT 17662(222)75B	52
4.2. Situação da área teste	53
4.3. Diferenças entre as coordenadas navegadas de imagem e as coordenadas de carta	57
4.4. Distribuição dos pontos de controle na área teste	58

4.5. Distribuição dos pontos de verificação na área teste	58
4.6. Pontos de controle utilizados para determinar os parâmetros da transformação isogonal entre as coordenadas navegadas de imagem e as coordenadas de carta	60
4.7. 15 feições de controle	65
4.8. 30 feições de controle	66

RESUMO

As imagens TM-Landsat com correção geométrica de sistema devem ser refinadas para reduzir erros que se originam principalmente dos dados de telemetria do satélite, caso se pretenda utilizá-las para gerar produtos cartográficos. O refinamento da correção geométrica se faz com a utilização de informações externas ao sistema de imageamento, estabelecendo-se a verdade de terreno através do controle. O objetivo deste trabalho é avaliar a eficiência do uso de feições retas no refinamento da correção geométrica de imagens digitais TM-Landsat através da modelagem de efeito. Foram efetuados testes comparativos entre métodos utilizando pontos e feições retas como controle. São apresentados e discutidos os resultados.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

As imagens de satélite tem sido amplamente apontadas na literatura como um instrumento importante para trabalhos de mapeamento e para a atualização do mapeamento sistemático, servindo para detectar a desatualização e como base para a atualização. São apresentadas como vantagens de sua utilização a grande área de cobertura, a atualização contínua e o baixo custo; e como restrições, a resolução espacial e a qualidade geométrica da imagem.

A qualidade interna da imagem afeta a análise quantitativa, como em medições de distância, ângulos, perímetros e áreas, e o reconhecimento de objetos a partir de suas formas. Já o erro de posicionamento diz respeito à localização destes objetos sobre a Terra, e relaciona-se à superposição de uma imagem a um documento cartográfico, ao registro multitemporal de imagens e também à confecção de cartas planimétricas em regiões desprovidas de documentos cartográficos¹.

O Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE, produz, desde 1987, imagens digitais do sensor Thematic Mapper (TM) do satélite Landsat com correção geométrica de sistema. Segundo

avaliações efetuadas sobre estas imagens², sua qualidade geométrica interna é de aproximadamente 1,5 pixel, mas sua exatidão geodésica é de apenas 50 pixels. Isto significa que ao menos o erro (sistemático) de posicionamento deve ser reduzido a níveis apropriados, caso se pretenda utilizá-las para gerar produtos cartográficos.

O refinamento da correção geométrica de sistema se faz com base na utilização de controle externo ao sistema de imageamento, normalmente sob a forma de pontos de controle tais como cruzamentos de estradas.

Uma condição que deve ser observada ao selecionar-se o conjunto de pontos de controle é que eles estejam bem distribuídos pela imagem. Entretanto, mesmo dispondo de pontos bem distribuídos, estes podem não aparecer bem definidos no equipamento de visualização, dificultando seu posicionamento acurado na imagem.

Em regiões desenvolvidas, há abundância de feições feitas pelo homem, tais como estradas de rodagem, ferrovias, obras de engenharia, etc. A metodologia desenvolvida por LUGNANI³ e MASRY⁴ permite utilizar estas feições em substituição ao controle convencional, sem a necessidade de estabelecer-se a correspondência um a um entre pontos medidos na imagem e no sistema de coordenadas de terreno.

VIADANA verificou que, para o refinamento de imagens analógicas TM-Landsat, as feições retas possibilitam maior facilidade de identificação e escolha do que o controle convencional, mesmo quando se dispõe de imagens com poucos pontos de controle.⁵

1.1. PROPOSTA DA PESQUISA

Apresenta-se como proposta da pesquisa a utilização de feições retas no refinamento da correção geométrica de sistema de imagens digitais TM-Landsat.

São objetivos da pesquisa:

1- verificar a qualidade de uma imagem digital TM-Landsat com correção geométrica de sistema;

2- utilizar modelos matemáticos de refinamento através da modelagem de efeito:

a) adaptados à utilização de pontos como controle,

b) adaptados à utilização de feições retas como controle;

3- verificar qual modelo matemático se comporta melhor na modelagem das deformações existentes na imagem com correção geométrica de sistema;

4- testar a eficiência do uso de feições retas como controle no refinamento de imagens digitais com nível 2 de correção geométrica, e comparar os resultados obtidos na retificação utilizando feições como controle com aqueles obtidos utilizando pontos como controle.

1.2. APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

Este trabalho está dividido em 5 capítulos, sendo que no capítulo 1 aborda-se o tema da pesquisa, são traçados os objetivos e faz-se a apresentação da pesquisa.

O segundo capítulo descreve o processo de correção geométrica das imagens digitais TM-Landsat e os conceitos envolvidos no refinamento destas imagens.

O capítulo 3 apresenta os modelos matemáticos para retificação de imagens através da modelagem de efeito, seja para a utilização de pontos como controle, seja para utilização de feições retas como controle, e também o modelo matemático de ajustamento de observações.

O capítulo 4 descreve a obtenção dos pontos e das feições de controle, os testes realizados e a análise dos resultados.

O capítulo 5 apresenta as conclusões e as recomendações para trabalhos futuros.

NOTAS DE REFERÊNCIA

¹D'ALGE, J.C.L. Qualidade geométrica de imagens TM do Landsat 5. **Anais do 13º Congresso Brasileiro de Cartografia**. Brasília, julho de 1987. p.44-59.

²D'ALGE, J.C.L. p.45.

³LUGNANI, J.B. **Using digital entities as control**. Phd Thesis, Department of Surveying Engineering, UNB, 1980.

⁴MASRY, S.E. Digital mapping using entities: a new concept. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**. 48(11)1561-5, nov. 1981.

⁵VIADANA, M.I.C.F. **Modelos matemáticos para refinamento de imagens de satélite tm utilizando feições retas como controle**. Curitiba, 1989. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.

CAPÍTULO 2

A CORREÇÃO GEOMÉTRICA DA IMAGEM DIGITAL TM-LANDSAT

Neste capítulo apresenta-se o método de correção geométrica empregado pelo Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE), bem como os erros presentes na imagem digital TM-Landsat com correção geométrica de sistema; e, finalmente, os conceitos envolvidos na retificação de imagens.

2.1 CORREÇÃO GEOMÉTRICA DE SISTEMA

Pode-se considerar uma imagem digital como sendo uma matriz bidimensional onde cada elemento ou pixel (de picture element) é individualizado pela sua posição em termos de linha e coluna, e tem a ele associado um número que representa o valor quantizado de uma amostra correspondente à radiância média de uma pequena área da cena.¹

Um sistema de aquisição de imagens de satélite consiste de três componentes: o sensor remoto ou instrumento, a plataforma e o objeto imageado, ou seja, a Terra.² Os sensores

de varredura formam a imagem através da aquisição sequencial de linhas perpendiculares ao deslocamento da plataforma.

O Thematic Mapper (TM) do Landsat é um sensor de varredura mecânica que adquire imagens em 7 bandas espectrais, situadas nas regiões visível, infravermelho próximo e infravermelho termal. Para cada uma das bandas situada nas regiões visível e infravermelho próximo são adquiridas simultaneamente 16 linhas a cada varredura; uma cena corresponde a 386 varreduras, formando uma matriz de 6176 linhas e 6320 colunas que cobre uma área de aproximadamente 185x185 km na superfície da Terra. A área do terreno representada por um pixel corresponde à projeção geométrica de um elemento detector na superfície da Terra, e é nominalmente de 30x30m.

A plataforma, o satélite Landsat, apresenta no seu movimento diversos graus de liberdade, que podem ser associados à variações de velocidade e altitude, e à atitude (ou orientação) e sua variação. Segundo SILVA, devido à formação da imagem não ser instantânea, o comportamento dinâmico da plataforma tem grande influência quanto à geometria interna da imagem.³ Acrescentam-se ao deslocamento da plataforma em relação à Terra durante a realização das varreduras, os efeitos devido ao movimento da Terra em relação ao satélite e à esfericidade da Terra.

Ao modo dinâmico de geração da imagem se acrescenta a incerteza na orientação interior, fazendo com que as imagens recebidas e gravadas pelas Estações de Recepção e Gravação estejam afetadas por distorções geométricas.

Ao utilizar imagens para extrair informações quantitativas como distância, perímetro e área, ou para fins cartográficos, é imprescindível que os resultados obtidos sejam confiáveis. O processo de correção geométrica visa restaurar a geometria interna e colocar a imagem de forma adequada num determinado sistema de coordenadas, preservando ao máximo as características radiométricas.⁴

A correção geométrica de sistema utiliza o conhecimento das características do sensor TM a partir de calibrações efetuadas anteriormente ao lançamento, os parâmetros do elipsóide de referência, as equações do sistema de projeção desejado, e as informações transmitidas pelo satélite juntamente com os dados de imagem, que consistem basicamente de valores preditos de efemérides, de valores de atitude determinados a bordo e de parâmetros que especificam o comportamento do sensor, em especial do sistema de espelhos.⁵

O método utilizado pelo Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) para efetuar as correções geométricas de sistema se baseia no chamado **modelo fotogramétrico**, que é constituído por modelos do corpo terrestre, do sensor TM e de órbita e atitude do satélite Landsat. O modelo tem o objetivo de relacionar um pixel na imagem com a sua correspondente posição sobre o elipsóide de referência para a Terra.

O modelo fotogramétrico se fundamenta nas equações de colinearidade, e envolve os seguintes sistemas de referência: o primeiro, ligado ao sensor TM; o segundo, fixo ao satélite; o terceiro, inercial com origem no centro da Terra; e o quarto, geocêntrico de Greenwich.

A modelagem das correções é feita para uma grade regular de pontos (pixels) sobre a imagem. A partir das coordenadas linha e coluna (L,C), dos parâmetros estimados em vôo e em calibrações anteriores ao lançamento, obtém-se a linha de visada do sensor no sistema de referência do satélite, para cada pixel da grade.⁶ Os parâmetros transmitidos por telemetria permitem relacionar o sistema fixo no satélite com o sistema de referência inercial, de modo a obter-se a intersecção da linha de visada com o elipsóide de referência; considera-se que esta intersecção ocorre sobre a superfície do elipsóide, devido à não disponibilidade de um modelo de elevação do terreno.⁷

Posteriormente, as coordenadas no sistema inercial dos pontos de intersecção são transformadas para o sistema fixo à Terra e orientado na direção de Greenwich, corrigindo os efeitos da rotação da Terra. A posição (X,Y,Z) no sistema geocêntrico de Greenwich é convertida para coordenadas geodésicas (latitude ϕ e longitude λ).

A grade é formada por 18 pontos regularmente espaçados da linha central da varredura, sendo que o número de varreduras depende do nível geométrico selecionado.

O produto padrão do INPE é o de nível 2 de correção geométrica; neste nível os cálculos são efetuados para 50 varreduras distribuídas homogeneamente sobre a cena, e são determinados e armazenados os coeficientes de um polinômio de quinto grau que relaciona coordenada do pixel na imagem bruta (L,C) à sua posição sobre a Terra (ϕ , λ). Ao ser solicitada uma imagem com o nível 2 de correção geométrica, os coeficientes do

polinômio são utilizados para recuperar a grade e dar prosseguimento aos procedimentos de correção geométrica.

Quando solicitada uma imagem com nível 3 ou 4 de correção geométrica, são recuperados os dados de efeméride e atitude relativos à cena em questão para proceder os passos necessários à correção de forma a gerar a imagem corrigida diretamente, isto é, sem passar pelas fases de determinação dos coeficientes do polinômio e de recuperação da grade. Para o nível 3, os cálculos são também efetuados para 50 varreduras distribuídas homogeneamente; para o nível 4, os cálculos são efetuados para as 386 varreduras que compõem a cena.

Através das equações do sistema de projeção cartográfica são calculadas as coordenadas retangulares (XP,YP) a partir das coordenadas geodésicas (φ , λ). É também calculado o ângulo ALFA entre o sistema de coordenadas da imagem corrigida, cujas linhas tem a mesma orientação da direção das varreduras, e o sistema de coordenadas de projeção; o valor de ALFA depende da projeção utilizada. Nos casos em que os cálculos não foram efetuados para todas as varreduras (níveis 2 e 3), faz-se uma interpolação na direção do traço da órbita, obtendo-se, no sistema de coordenadas da imagem corrigida, pontos sobre uma grade regular que envolve todas as varreduras.

Nesse ponto, está completado o relacionamento funcional que é usado para calcular as coordenadas linha (I) e coluna (J) de cada pixel da grade na imagem corrigida, a partir de suas coordenadas linha (L) e coluna (C) na imagem bruta. Tal relacionamento é dito **mapeamento direto**. As figuras 2.1 e 2.2 mostram o fluxo de tarefas que compõem o mapeamento direto.

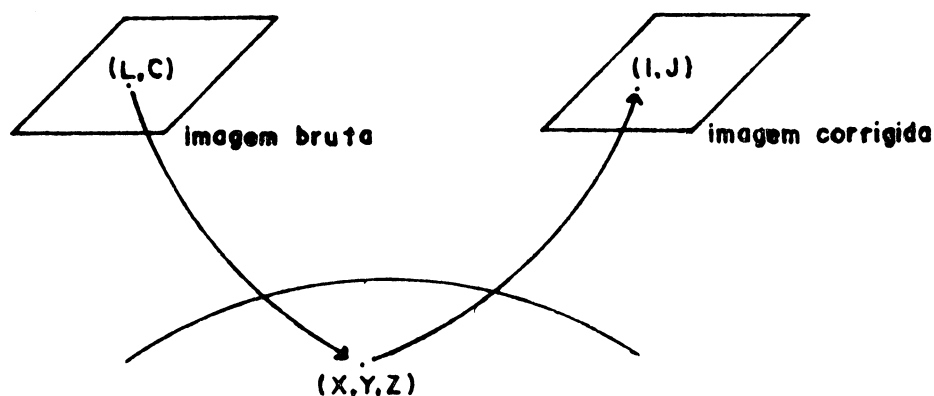


Figura 2.1. Mapeamento direto (SILVA, 1988).

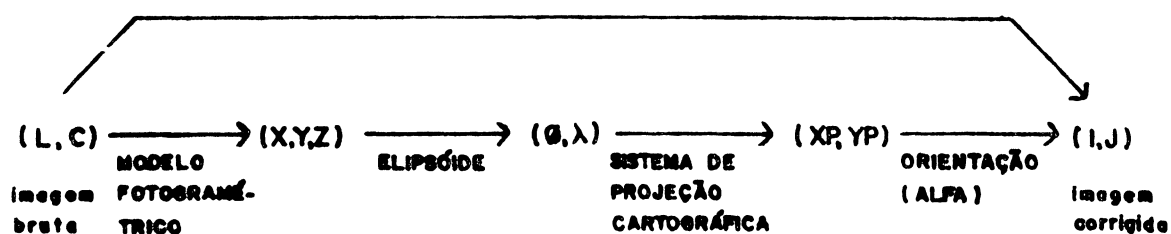


Figura 2.2. Tarefas envolvidas no mapeamento direto.

O equacionamento geométrico necessário à correção de uma dada imagem se completa com o **mapeamento inverso**, que corresponde à inversão do mapeamento direto, permitindo calcular para um pixel qualquer da imagem corrigida suas coordenadas na imagem bruta; dadas as características do modelo de mapeamento direto, a inversão é feita numericamente (em geral através de polinômios) e não de forma algébrica.

A construção da imagem corrigida envolve, além do equacionamento geométrico (compreendendo o mapeamento direto e o mapeamento inverso), uma reamostragem utilizando como entrada os valores lidos pelo sensor TM (a imagem bruta) e fornecendo os valores nas posições da imagem de saída (imagem corrigida). A reamostragem é realizada em duas etapas, primeiro ao longo das linhas utilizando o interpolador vizinho mais próximo ou convolução cúbica, e depois ao longo das colunas com o interpolador vizinho mais próximo.⁸

O formato da fita compatível com o computador contendo as imagens digitais TM com correção geométrica de sistema (TM CCT-PT) baseia-se no padrão de formato de fitas usado como referência pelo Landsat Technical Working Group, e tem como principal objetivo o fácil intercâmbio internacional de imagens Landsat.⁹

A TM CCT-PT é disponível nas projeções SOM (Space Oblique Mercator) ou UTM (Universal Transverse Mercator), sendo que a imagem consiste de 3200 linhas de 3500 colunas, cobrindo uma área de 96×105 km no terreno e equivale à área de um quadrante da cena completa do sistema mundial de referência (World Reference System - WRS). A figura 2.3 mostra os nove possíveis quadrantes que podem ser extraídos de cada cena; em todos usa-se como referência o ponto central da cena, sendo o sistema de coordenadas de imagem posicionado de modo a que este ponto tenha coordenadas (I_0, J_0) inteiras.

Em cada CCT-PT, a posição do centro da cena no quadrante é fornecida em termos de (I_0, J_0) e em coordenadas de projeção (X_0, Y_0) , podendo-se elaborar um mosaico de forma a montar uma

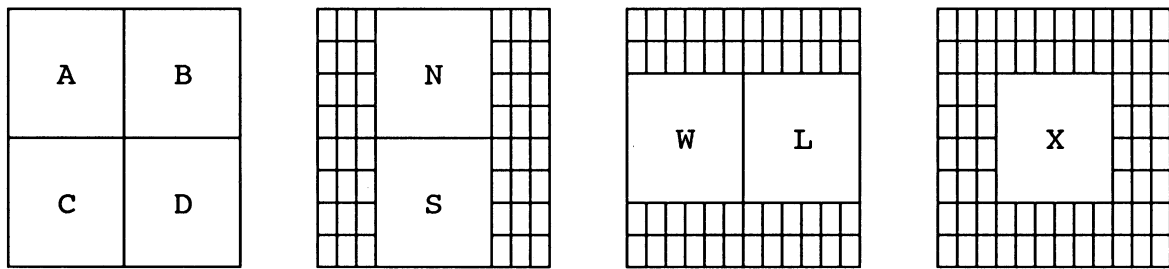


Figura 2.3. Quadrantes de uma cena TM Landsat.

cena completa a partir dos quadrantes; estes quadrantes tem a mesma orientação ALFA de modo a facilitar o processo de montagem do mosaico.

Uma cena TM digital corrigida geometricamente é então uma imagem onde a posição de cada elemento de imagem (linha I e coluna J) se relaciona linearmente com as coordenadas numa dada projeção cartográfica (SOM ou UTM) de um ponto da superfície terrestre (XP,YP). Esta relação linear é definida por uma transformação isogonal, que consiste de uma rotação, duas translações e um fator de escala. Para um dado pixel (I,J), as coordenadas de projeção (XP,YP) são calculadas através de:

$$XP = \cos(\text{ALFA}) (J-J_0) DP + \sin(\text{ALFA}) (I-I_0) DP + X_0$$

$$YP = -\sin(\text{ALFA}) (J-J_0) DP + \cos(\text{ALFA}) (I-I_0) DP + Y_0$$

(2.1)

onde:

(I_0, J_0) são as coordenadas do ponto central da cena;

(X_0, Y_0) são as coordenadas de projeção do ponto central da cena;

(ALFA) é o ângulo de orientação entre o sistema de coordenadas de imagem (I, J) e o sistema de coordenadas de projeção (X, Y);

(DP) é o tamanho do pixel no terreno (30m).

Os parâmetros ($I_0, J_0, X_0, Y_0, ALFA$ e DP) da transformação isogonal (expressões 2.1) são denominados **parâmetros de navegação**, e são fornecidos na TM CCT-PT.

A acurácia da correção geométrica está diretamente associada ao modelo matemático empregado, e é afetada pela acurácia com que são conhecidos os parâmetros necessários à modelagem do processo de imageamento. Em geral os parâmetros estimados em vôo e transmitidos junto com os dados de imagem, como é o caso de valores de atitude e de valores preditos de efemérides, não apresentam acurácia necessária. SILVA recomenda que a correção geométrica sempre seja seguida de um procedimento de **avaliação** que informe a qualidade ou a exatidão geométrica da imagem.¹⁰

D'ALGE avaliou a qualidade geométrica de uma imagem digital TM do Landsat 5 com nível 2 de correção geométrica, na projeção UTM, utilizando pontos de controle extraídos de cartas topográficas na escala 1:50.000 para estimar, através de um ajustamento de mínimos quadrados, os parâmetros de uma

transformação isogonal como a expressão (2.1). Foram obtidos os resultados apresentados na tabela 2.1.¹¹

erro interno (m)	37,453
erro de escala (%)	0,067
erro de rotação (graus)	0,0305
erro de posicionamento	
E0 (m)	-687,81
N0 (m)	1.069,30
erro total	
E (m)	-697,62
N (m)	1.068,28

Tabela 2.1. Avaliação de uma imagem digital TM (D'ALGE, 1987).

Associando-se a tabela 2.1 às expressões 2.1 observa-se que os erros de posicionamento, de rotação e escala correspondem às componentes sistemáticas de erros. Já o erro interno corresponde às componentes aleatórias e está associado à medida de precisão geométrica, e induz à quebra da linearidade expressa pelas equações 2.1. O erro total é obtido através da aplicação das informações contidas na CCT sobre os dados de imagem e da comparação desta com a verdade de terreno, e resulta da composição das componentes sistemáticas com as componentes aleatórias, fornecendo uma estimativa da exatidão ou acurácia geométrica da imagem digital.

2.2. RETIFICAÇÃO

A retificação visa reduzir os erros presentes na imagem com correção geométrica de sistema, e fundamenta-se na utilização de informação adicional, externa ao sistema de imageamento. De forma rigorosa, o controle utilizado para estabelecer a verdade de terreno deve ter suas coordenadas determinadas por métodos tais como rastreamento de satélites, astronomia de precisão ou por levantamentos geodésicos. No entanto, as coordenadas do controle são normalmente retiradas de cartas topográficas de grande escala. Essencialmente existem dois modos de retificação.

O primeiro preocupa-se com as causas dos erros existentes na imagem com correção geométrica de sistema, modelando as circunstâncias reais que os provocam, e refinando os valores dos parâmetros correspondentes. Dentre os diferentes métodos de modelagem de causa, pode-se citar aquele testado por BEZERRA e D'ALGE, que visa, através de um ajustamento numérico por mínimos quadrados, refinar os elementos orbitais do satélite, de forma a obter valores corrigidos de efeméride e/ou parâmetros de atitude¹². A modelagem de causa situa-se na fase de mapeamento direto, e uma vez refinados os valores dos parâmetros a partir da comparação entre as coordenadas verdadeiras e calculadas do controle, pode-se gerar a imagem retificada através da mesma modelagem usada no caso das correções geométricas de sistema.

O segundo modo procura modelar o efeito sem que seja necessário conhecer a fonte e os tipos de erros, através do

estabelecimento de uma relação matemática entre as posições do controle na imagem e as correspondentes coordenadas de terreno; normalmente são utilizados polinômios de baixa ordem. A determinação dos parâmetros de tais relações matemáticas envolve o seguinte procedimento:

a) seleção do controle e sua medição na imagem e no sistema de projeção cartográfica que representa o terreno;

b) depuração do controle, eliminando aqueles cuja confiabilidade é questionável; e

c) determinação dos parâmetros através do método dos mínimos quadrados.

Uma vez determinados os parâmetros, estes devem ser aplicados às coordenadas de imagem de forma a gerar coordenadas no sistema de projeção cartográfica.

No capítulo 3 são apresentados modelos matemáticos de retificação através da modelagem polinomial de efeito, adaptados à utilização de pontos e feições como controle, e também o modelo de ajustamento para a determinação dos parâmetros de tais transformações.

NOTAS DE REFERÊNCIA

¹SCHOWENGERDT, R.A. **Techniques for image processing and classification in remote sensing**. Orlando, Academic Press, 1983. p.1-2.

²FRIEDMANN, D.E; et alii. Multiple scene precision rectification of spaceborne imagery with very few ground control points. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**. 49(12),1983. p.1657.

³SILVA, A.J.F.M. **Modelos de correção geométrica para imagens HRV-SPOT**. São José dos Campos, 1988. Dissertação de Mestrado. Instituto de Pesquisas Espaciais. p.29.

⁴SILVA, A.J.F.M. p.48-49.

⁵BEZERRA, P.C.R. & D'ALGE, J.C.L. Retificação de imagens TM-Landsat através do refinamento de elementos orbitais. **Anais do 5º Encontro Nacional dos Engenheiros Cartógrafos**. Presidente Prudente, julho de 1988. p.161.

⁶SERRA, P.R.M. Geração de imagens TM Landsat em fitas compatíveis com computador geometricamente corrigidas. **Anais do 13º Congresso Brasileiro de Cartografia**. Brasília, julho de 1987. p.97-101.

⁷SILVA, A.J.F.M. & D'ALGE, J.C.L. Avaliação da qualidade geométrica das imagens TM-Landsat. **Simpósio Latino-Americano de Sensoriamento Remoto**. Gramado, agosto de 1986.

⁸SERRA, P.R.M. p.96-97.

⁹SOUZA, R.C.M. **Inpe Landsat Thematic Mapper computer compatible tape format specification (revision B)**. Instituto de Pesquisas Espaciais, 1987. p1-1.

¹⁰SILVA, A.J.F.M. p.1.

¹¹D'ALGE, J.C.L. Qualidade geométrica de imagens TM do Landsat 5. **Anais do 13º Congresso Brasileiro de Cartografia**. Brasília, julho de 1987. p.44-59.

¹²BEZERRA, P.C.R. & D'ALGE, J.C.L. p.163.

CAPÍTULO 3

MODELOS MATEMÁTICOS

Neste capítulo apresenta-se os modelos matemáticos selecionados para efetuar a retificação através da modelagem de efeito. Estes modelos utilizam o controle para determinar, através de mínimos quadrados, os parâmetros que relacionam a imagem com o terreno.

Embora WELCH & USERY afirmem que os erros existentes na imagem com correção geométrica de sistema podem ser modelados através de uma rotação, duas translações e dois fatores de escala¹, foram selecionados para esta investigação os seguintes modelos matemáticos:

a) transformação de corpo rígido, com 3 parâmetros: uma rotação e duas translações;

b) transformação isogonal, com 4 parâmetros: uma rotação, um fator de escala e duas translações;

c) transformação afim particular, com 5 parâmetros: uma rotação, dois fatores de escala e duas translações;

d) transformação afim, com 6 parâmetros. Esta transformação pode ser expressa através de um polinômio de primeiro grau completo;

e) transformação bilinear, que corresponde ao polinômio de primeiro grau completo acrescido de um termo;

f) polinômio de segundo grau completo; e

g) polinômio de terceiro grau completo.

São apresentados os modelos matemáticos adaptados à utilização de pontos como controle e, a seguir, de feições como controle, e também o modelo matemático de ajustamento de observações.

3.1. MODELOS ADAPTADOS À UTILIZAÇÃO DE PONTOS COMO CONTROLE

Como pontos individuais de controle podem ser utilizados cruzamentos de estradas, cabeceiras de aeroportos e outros, desde que bem identificados na imagem e nas cartas topográficas.

A relação entre as coordenadas de imagem (x,y) e as coordenadas de projeção (XP,YP) é estabelecida através de uma transformação T:

$$\begin{aligned} XP &= T1 (x,y) \\ YP &= T2 (x,y) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Na utilização de pontos como controle, as transformações T selecionadas para esta investigação resultam da seguinte forma:

a) Transformação de corpo rígido:

$$\begin{aligned} Fx: \quad X0 + \cos(\alpha) x + \sin(\alpha) y - XP &= 0 \\ Fy: \quad Y0 - \sin(\alpha) x + \cos(\alpha) y - YP &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Onde F representa uma função, (α) uma rotação e (X_0, Y_0) os fatores de translação.

b) Transformação isogonal:

$$\begin{aligned} Fx: & X_0 + E_{xy} \cos(\alpha) x + E_{xy} \sin(\alpha) y - XP = 0 \\ Fy: & Y_0 - E_{xy} \sin(\alpha) x + E_{xy} \cos(\alpha) y - YP = 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

Onde F representa uma função, (α) uma rotação, (E_{xy}) o fator de escala e (X_0, Y_0) os fatores de translação.

c) Transformação afim particular:

$$\begin{aligned} Fx: & X_0 + E_x \cos(\alpha) x + E_y \sin(\alpha) y - XP = 0 \\ Fy: & Y_0 - E_x \sin(\alpha) x + E_y \cos(\alpha) y - YP = 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Onde F representa uma função, (α) uma rotação, (E_x, E_y) os fatores de escala e (X_0, Y_0) os fatores de translação.

d) Polinômio de primeiro grau completo ou transformação afim:

$$\begin{aligned} Fx: & a_1 + a_2 x + a_3 y - XP = 0 \\ Fy: & b_1 + b_2 x + b_3 y - YP = 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Onde F representa uma função e a_i e b_i são os parâmetros da transformação.

e) Transformação bilinear, que corresponde ao polinômio de primeiro grau completo, acrescido de um termo xy :

$$\begin{aligned} Fx: & a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy - XP = 0 \\ Fy: & b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy - YP = 0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Onde F representa uma função e a_i e b_i são os parâmetros da transformação.

f) **Polinômio de segundo grau completo:**

$$F_x: a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 - XP = 0$$

$$F_y: b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2 - YP = 0 \quad (3.7)$$

Onde F representa uma função e a_i e b_i são os parâmetros da transformação.

g) **Polinômio de terceiro grau completo:**

$$F_x: a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 x^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 - XP = 0$$

$$F_y: b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 x^2 + b_7 x^3 + b_8 x^2 y + b_9 xy^2 + b_{10} y^3 - YP = 0 \quad (3.8)$$

Onde F representa uma função e a_i e b_i são os parâmetros da transformação.

Os parâmetros das transformações T são determinados através do método dos mínimos quadrados.

3.2. MODELOS ADAPTADOS À UTILIZAÇÃO DE FEIÇÕES COMO CONTROLE

O termo feição se refere a qualquer objeto ou parte deste que possa ser representado por um único segmento de

curva, tal como a linha central de uma estrada, a aresta de um edifício, um trilho de estrada de ferro, etc².

Uma feição de controle é obtida pela digitalização de coordenadas de um número discreto de pontos que a compõem. A digitalização é feita para qualquer ponto pertencente à feição, e posteriormente adapta-se a este conjunto discreto uma função que o represente de forma contínua.

As feições curvas necessitam de vários pontos para que sejam definidas; já para o caso de feição reta, a digitalização de dois pontos é suficiente para defini-la. Deve-se ressaltar que as feições retas, como trechos de estradas de rodagem, são identificadas nas imagens de satélite com maior facilidade do que pontos individuais como cruzamentos de estradas.

A feição reta de controle é descrita através das equações paramétricas da reta, possibilitando expressar as coordenadas de um ponto genérico (X_P, Y_P) através das expressões:

$$\begin{aligned} X_P &= X_{P1} + t (X_{P2} - X_{P1}) \\ Y_P &= Y_{P1} + t (Y_{P2} - Y_{P1}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde:

(X_{P1}, Y_{P1}) e (X_{P2}, Y_{P2})	coordenadas dos pontos que definem a feição de controle;
t	parâmetro da reta;
(X_P, Y_P)	coordenadas de um ponto genérico sobre a feição de controle.

Tem-se, das expressões (3.1) e (3.9), que um ponto qualquer (x,y) observado na imagem, após sua transformação, satisfaz a igualdade:

$$\begin{aligned} T1(x,y) &= XP1 + t (XP2-XP1) \\ T2(x,y) &= YP1 + t (YP2-YP1) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Da adaptação das transformações T apresentadas no item 3.1 ao uso de feições como controle resultam:

a) Transformação de corpo rígido:

$$\begin{aligned} Fx: \quad X0 + \cos(\alpha) x + \sin(\alpha) y - XP1 - t (XP2-XP1) &= 0 \\ Fy: \quad Y0 - \sin(\alpha) x + \cos(\alpha) y - YP1 - t (YP2-YP1) &= 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Onde F representa uma função, (α) uma rotação, $(X0,Y0)$ os fatores de translação e t é o parâmetro da reta.

b) Transformação isogonal:

$$\begin{aligned} Fx: \quad X0 + E_{xy} \cos(\alpha) x + E_{xy} \sin(\alpha) y - XP1 - t(XP2-XP1) &= 0 \\ Fy: \quad Y0 - E_{xy} \sin(\alpha) x + E_{xy} \cos(\alpha) y - YP1 - t(YP2-YP1) &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Onde F representa uma função, (α) uma rotação, (E_{xy}) o fator de escala, $(X0,Y0)$ os fatores de translação e t é o parâmetro da reta.

c) Transformação afim particular:

$$Fx: \quad X0 + E_x \cos(\alpha) x + E_y \sin(\alpha) y - XP1 - t(XP2-XP1) = 0$$

$$F_y: Y_0 - E_x \sin(\alpha)x + E_y \cos(\alpha)y - Y_{P1} - t(Y_{P2}-Y_{P1}) = 0 \quad (3.13)$$

Onde F representa uma função, (α) uma rotação, (E_x, E_y) os fatores de escala, (X_0, Y_0) os fatores de translação e t é o parâmetro da reta.

d) **Polinômio completo de primeiro grau ou transformação afim:**

$$F_x: a_1 + a_2x + a_3y - X_{P1} - t(X_{P2}-X_{P1}) = 0$$

$$F_y: b_1 + b_2x + b_3y - Y_{P1} - t(Y_{P2}-Y_{P1}) = 0 \quad (3.14)$$

Onde F representa uma função, a_i e b_i são os parâmetros da transformação e t é o parâmetro da reta.

e) **Transformação bilinear:**

$$F_x: a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy - X_{P1} - t(X_{P2}-X_{P1}) = 0$$

$$F_y: b_1 + b_2x + b_3y + b_4xy - Y_{P1} - t(Y_{P2}-Y_{P1}) = 0 \quad (3.15)$$

Onde F representa uma função, a_i e b_i são os parâmetros da transformação e t é o parâmetro da reta.

f) **Polinômio de segundo grau completo:**

$$F_x: a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 - X_{P1} - t(X_{P2} - X_{P1}) = 0$$

$$F_y: b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2 - Y_{P1} - t(Y_{P2} - Y_{P1}) = 0 \quad (3.16)$$

Onde F representa a função, a_i e b_i são os parâmetros da transformação e t é o parâmetro da reta.

g) **Polinômio de terceiro grau completo:**

$$F_x: a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 - XP_1 - t(XP_2 - XP_1) = 0$$

$$F_y: b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2 + b_7 x^3 + b_8 x^2 y + b_9 xy^2 + b_{10} y^3 - YP_1 - t(YP_2 - YP_1) = 0 \quad (3.17)$$

Onde F representa a função, a_i e b_i são os parâmetros da transformação e t é o parâmetro da reta.

A resolução através do método dos mínimos quadrados possibilita a determinação dos valores dos parâmetros de cada transformação T e do parâmetro t de cada reta.

3.3. MODELO MATEMÁTICO DE AJUSTAMENTO

A retificação através da modelagem de efeito requer a transformação das coordenadas de imagem (x,y) para coordenadas de projeção (XP,YP) . Observa-se que as expressões da forma (3.1) e (3.10) contém simultaneamente parâmetros desconhecidos e quantidades observadas (coordenadas de imagem e coordenadas de projeção do controle), caracterizando o modelo combinado de

ajustamento. As funções F são linearizadas através da expansão em série de Taylor, e sujeitas à i iterações, conforme POPE³.

A forma geral do modelo combinado é:

$$F (X_i^a , L_i^a) = 0 , \quad (3.18)$$

$$\text{onde } X_i^a = X_{i-1}^a + X_i \quad (3.19)$$

$$\text{e } L_i^a = L^b + V_i \quad (3.20)$$

sendo:

X_i^a vetor dos parâmetros ajustados

L_i^a vetor das observações ajustadas

X_i vetor das correções aos parâmetros,
 obtido na i -ésima iteração

X_{i-1}^a vetor dos parâmetros, obtido na
 iteração anterior

L^b vetor das observações

V_i vetor dos resíduos

A forma linearizada do modelo combinado é:

$$\begin{matrix} A_i & X_i & + & B_i & V_i & + & W_i & = & 0 & (3.21) \\ \text{NE} & \text{NP} & & \text{NE} & \text{NO} & & \text{NE} & & & \\ & & 1 & & & 1 & & & & \end{matrix}$$

onde: NP é o número de parâmetros,

 NE é o número de equações, e

 NO é o número de observações.

e:

A_i é denominada matriz das derivadas parciais das funções em relação aos parâmetros incógnitos:

$$A_i = \left. \frac{\partial F}{\partial X^a} \right|_{\substack{X^a = X^a_{i-1} \\ L^a = L^a_{i-1}}} \quad (3.22)$$

B_i é denominada matriz das derivadas parciais das funções em relação às observações:

$$B_i = \left. \frac{\partial F}{\partial L^a} \right|_{\substack{X^a = X^a_{i-1} \\ L^a = L^a_{i-1}}} \quad (3.23)$$

W_i é denominado vetor dos erros de fechamento:

$$W_i = F(X^a_{i-1}, L^a_{i-1}) - B_i V_{i-1} \quad (3.24)$$

$$\text{sendo } V_{i-1} = L^b - L^a_{i-1} \quad (3.25)$$

X_i , o vetor das correções aos parâmetros, é obtido através de:

$$X_i = - (A_i^T (B_i P^{-1} B_i^T)^{-1} A_i)^{-1} A_i^T (B_i P^{-1} B_i^T)^{-1} W_i \quad (3.26)$$

sendo P a matriz dos pesos, que é composta pelos pesos de cada uma das observações; a discussão dos valores da matriz P será feita no item 4.2 do capítulo 4.

V_i , o vetor dos resíduos, é obtido através de:

$$V_i = - P^{-1} B_i^T (B_i P^{-1} B_i^T)^{-1} (A_i X_i + W_i) \quad (3.27)$$

O procedimento iterativo é mostrado na figura 3.1. Para a primeira iteração, os coeficientes da matriz das derivadas das funções em relação aos parâmetros (expressão 3.22) e da matriz das derivadas das funções em relação às observações (expressão 3.23) são avaliados para as observações e para os valores iniciais dos parâmetros, e o vetor dos resíduos (expressão 3.25) é nulo. Nas demais iterações, os coeficientes das matrizes são avaliados para os valores ajustados dos parâmetros e das observações que resultaram da iteração anterior.

As iterações i devem ser realizadas até as correções X obtidas através da expressão (3.26) tenderem a zero. A cada iteração i , os resíduos V_i (obtidos através da expressão 3.27) são somados às observações originais L^b , obtendo-se o vetor das observações ajustadas L^a_i (expressão 3.20); as correções aos parâmetros X_i (expressão 3.26) são somadas aos valores dos parâmetros resultantes da iteração anterior, resultando o vetor dos parâmetros ajustados X^a_i (expressão 3.19).

Aplica-se o teste de convergência para verificar se todos os elementos do vetor de correção aos parâmetros estão com seus valores dentro de um limite previamente estipulado. Os valores adotados como critério de convergência serão apresentados no item 4.2 do capítulo 4.

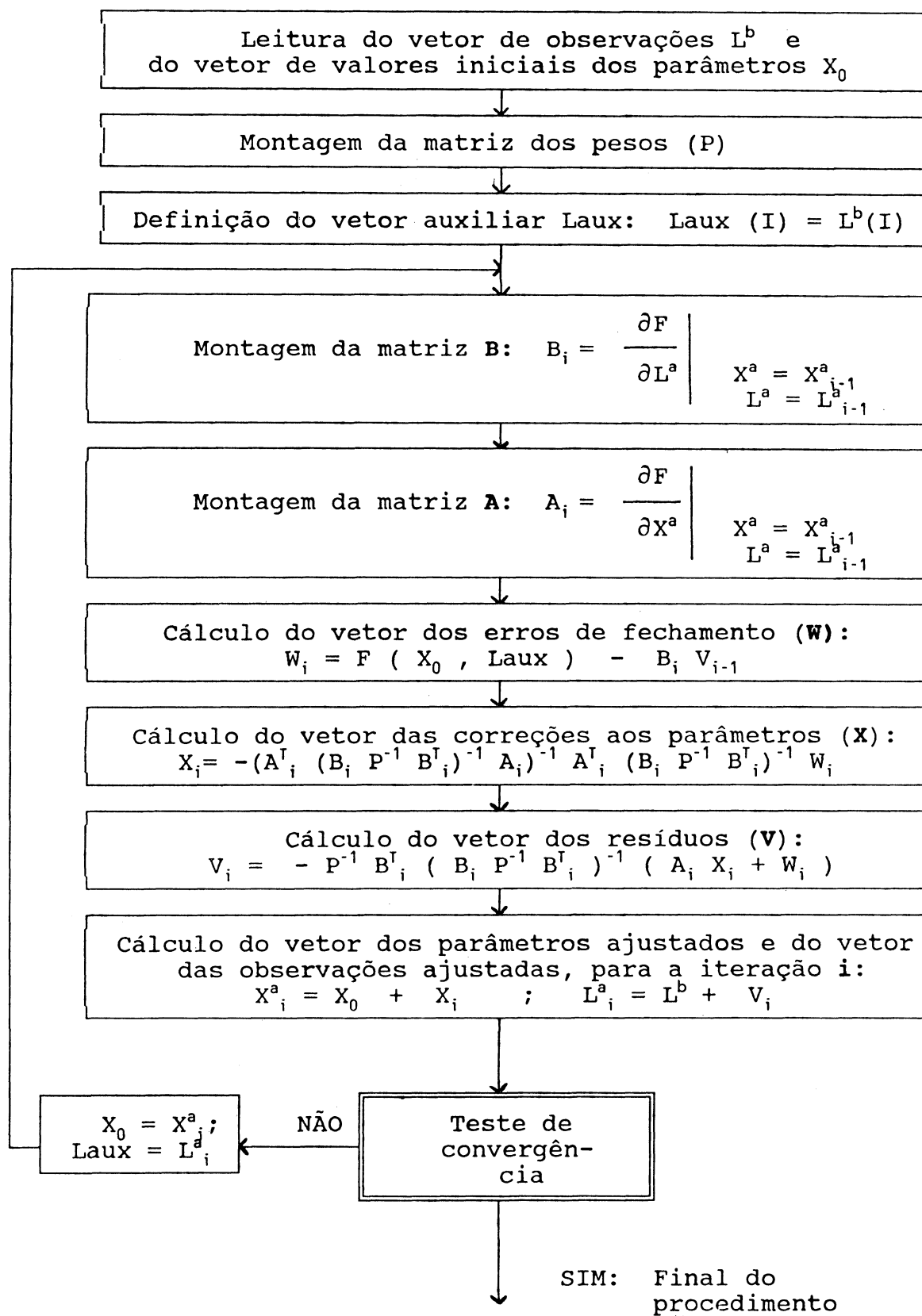


Figura 3.1. Procedimento iterativo.

linhas e quatro colunas. O padrão da matriz B é apresentado na figura 3.3.

O vetor W dos erros de fechamento apresenta para cada ponto de controle duas componentes, uma em X e outra em Y.

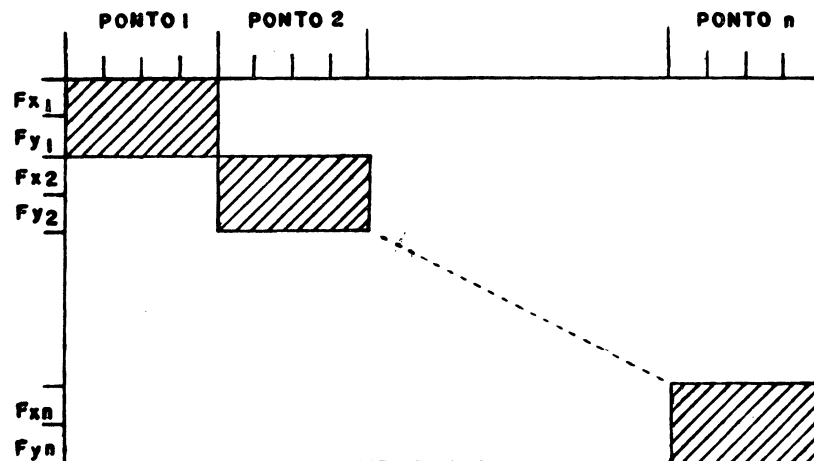


Figura 3.3. Padrão da matriz B no uso de pontos como controle.

Mostra-se a seguir a forma de obtenção dos valores dos coeficientes das matrizes A e B, e das componentes do vetor W para as transformações T apresentadas no item 3.1.

3.3.1.1. Transformação de corpo rígido:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\frac{\partial F_x}{\partial(\alpha)} = -x \operatorname{sen}(\alpha) + y \operatorname{cos}(\alpha)$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial X_0} = 1$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial Y_0} = 0$$

$$\partial F_y / \partial(\alpha) = -x \cos(\alpha) - y \sin(\alpha)$$

$$\partial F_x / \partial X_0 = 0$$

$$\partial F_x / \partial Y_0 = 1$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\partial F_x / \partial X_P = -1$$

$$\partial F_x / \partial Y_P = 0$$

$$\partial F_x / \partial x = \cos(\alpha)$$

$$\partial F_x / \partial y = \sin(\alpha)$$

$$\partial F_y / \partial X_P = 0$$

$$\partial F_y / \partial Y_P = -1$$

$$\partial F_y / \partial x = -\sin(\alpha)$$

$$\partial F_y / \partial y = \cos(\alpha)$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$W_{x_i} = X_0 + \cos(\alpha) x + \sin(\alpha) y - X_P - B_i V_{i-1}$$

$$W_{y_i} = Y_0 - \sin(\alpha) x + \cos(\alpha) y - Y_P - B_i V_{i-1}$$

3.3.1.2. Transformação isogonal:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\partial F_x / \partial E_{xy} = x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha)$$

$$\partial F_x / \partial(\alpha) = -x E_{xy} \sin(\alpha) + y E_{xy} \cos(\alpha)$$

$$\partial F_x / \partial X_0 = 1$$

$$\partial F_x / \partial Y_0 = 0$$

$$\begin{aligned}\partial F_y / \partial E_{xy} &= -x \operatorname{sen}(\alpha) + y \operatorname{cos}(\alpha) \\ \partial F_y / \partial(\alpha) &= -x E_{xy} \operatorname{cos}(\alpha) - y E_{xy} \operatorname{sen}(\alpha) \\ \partial F_y / \partial X_0 &= 0 \\ \partial F_y / \partial Y_0 &= 1\end{aligned}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{aligned}\partial F_x / \partial X_P &= -1 \\ \partial F_x / \partial Y_P &= 0 \\ \partial F_x / \partial x &= E_{xy} \operatorname{cos}(\alpha) \\ \partial F_x / \partial y &= E_{xy} \operatorname{sen}(\alpha) \\ \\ \partial F_y / \partial X_P &= 0 \\ \partial F_y / \partial Y_P &= -1 \\ \partial F_y / \partial x &= -E_{xy} \operatorname{sen}(\alpha) \\ \partial F_y / \partial y &= E_{xy} \operatorname{cos}(\alpha)\end{aligned}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$\begin{aligned}W_{x_i} &= X_0 + E_{xy} \operatorname{cos}(\alpha) x + E_{xy} \operatorname{sen}(\alpha) y - X_P - B_i V_{i-1} \\ W_{y_i} &= Y_0 - E_{xy} \operatorname{sen}(\alpha) x + E_{xy} \operatorname{cos}(\alpha) y - Y_P - B_i V_{i-1}\end{aligned}$$

3.3.1.3. Transformação afim particular:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{aligned}\partial F_x / \partial E_x &= x \operatorname{cos}(\alpha) \\ \partial F_x / \partial E_y &= y \operatorname{sen}(\alpha) \\ \partial F_x / \partial(\alpha) &= -x E_x \operatorname{sen}(\alpha) + y E_y \operatorname{cos}(\alpha)\end{aligned}$$

$$\partial F_x / \partial X_0 = 1$$

$$\partial F_x / \partial Y_0 = 0$$

$$\partial F_y / \partial E_x = -x \operatorname{sen}(\alpha)$$

$$\partial F_y / \partial E_y = y \operatorname{cos}(\alpha)$$

$$\partial F_y / \partial (\alpha) = -x E_x \operatorname{cos}(\alpha) - y E_y \operatorname{sen}(\alpha)$$

$$\partial F_y / \partial X_0 = 0$$

$$\partial F_y / \partial Y_0 = 1$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\partial F_x / \partial X_P = -1$$

$$\partial F_x / \partial Y_P = 0$$

$$\partial F_x / \partial x = E_x \operatorname{cos}(\alpha)$$

$$\partial F_x / \partial y = E_y \operatorname{sen}(\alpha)$$

$$\partial F_y / \partial X_P = 0$$

$$\partial F_y / \partial Y_P = -1$$

$$\partial F_y / \partial x = -E_x \operatorname{sen}(\alpha)$$

$$\partial F_y / \partial y = E_y \operatorname{cos}(\alpha)$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$W_{x_i} = X_0 + E_x \operatorname{cos}(\alpha) x + E_y \operatorname{sen}(\alpha) y - X_P - B_i V_{i-1}$$

$$W_{y_i} = Y_0 - E_x \operatorname{sen}(\alpha) x + E_y \operatorname{cos}(\alpha) y - Y_P - B_i V_{i-1}$$

3.3.1.4. Transformação afim:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{array}{ll}
\partial F_x / \partial a_1 = 1 ; & \partial F_y / \partial a_1 = 0 ; \\
\partial F_x / \partial b_1 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_1 = 1 ; \\
\partial F_x / \partial a_2 = x ; & \partial F_y / \partial a_2 = 0 ; \\
\partial F_x / \partial b_2 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_2 = x ; \\
\partial F_x / \partial a_3 = y ; & \partial F_y / \partial a_3 = 0 ; \\
\partial F_x / \partial b_3 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_3 = y .
\end{array}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{array}{ll}
\partial F_x / \partial XP = - 1 ; & \partial F_y / \partial XP = 0 ; \\
\partial F_x / \partial YP = 0 ; & \partial F_y / \partial YP = - 1 ; \\
\partial F_x / \partial x = a_2 ; & \partial F_y / \partial x = b_2 ; \\
\partial F_x / \partial y = a_3 ; & \partial F_y / \partial y = b_3 .
\end{array}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$\begin{aligned}
W_{x_i} &= a_1 + a_2 x + a_3 y - XP - B_i V_{i-1} \\
W_{y_i} &= b_1 + b_2 x + b_3 y - YP - B_i V_{i-1}
\end{aligned}$$

3.3.1.5. Transformação bilinear:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{array}{ll}
\partial F_x / \partial a_1 = 1 ; & \partial F_x / \partial b_1 = 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_2 = x ; & \partial F_x / \partial b_2 = 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_3 = y ; & \partial F_x / \partial b_3 = 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_4 = xy ; & \partial F_x / \partial b_4 = 0 . \\
\\
\partial F_y / \partial a_1 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_1 = 1 ;
\end{array}$$

$$\begin{aligned} \partial F_y / \partial a_2 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_2 &= x ; \\ \partial F_y / \partial a_3 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_3 &= y ; \\ \partial F_y / \partial a_4 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_4 &= xy. \end{aligned}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{aligned} \partial F_x / \partial X_P &= - 1 \\ \partial F_x / \partial Y_P &= 0 \\ \partial F_x / \partial x &= a_2 + a_4 y \\ \partial F_x / \partial y &= a_3 + a_4 x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial F_y / \partial X_P &= 0 \\ \partial F_y / \partial Y_P &= - 1 \\ \partial F_y / \partial x &= b_2 + b_4 y \\ \partial F_y / \partial y &= b_3 + b_4 x \end{aligned}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$\begin{aligned} W_{x_i} &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy - X_P - B_i V_{i-1} \\ W_{y_i} &= b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy - Y_P - B_i V_{i-1} \end{aligned}$$

3.3.1.6. Polinômio de segundo grau completo:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{aligned} \partial F_x / \partial a_1 &= 1 ; & \partial F_x / \partial b_1 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial a_2 &= x ; & \partial F_x / \partial b_2 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial a_3 &= y ; & \partial F_x / \partial b_3 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial a_4 &= x^2 ; & \partial F_x / \partial b_4 &= 0 ; \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
\partial F_x / \partial a_5 = xy; & \partial F_x / \partial b_5 = 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_6 = y^2; & \partial F_x / \partial b_6 = 0 . \\
\partial F_y / \partial a_1 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_1 = 1 ; \\
\partial F_y / \partial a_2 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_2 = x ; \\
\partial F_y / \partial a_3 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_3 = y ; \\
\partial F_y / \partial a_4 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_4 = x^2; \\
\partial F_y / \partial a_5 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_5 = xy; \\
\partial F_y / \partial a_6 = 0 ; & \partial F_y / \partial b_6 = y^2.
\end{array}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{array}{ll}
\partial F_x / \partial XP = - 1 \\
\partial F_x / \partial YP = 0 \\
\partial F_x / \partial x = a_2 + 2 a_4 x + a_5 y \\
\partial F_x / \partial y = a_3 + a_5 x + 2 a_6 y \\
\partial F_y / \partial XP = 0 \\
\partial F_y / \partial YP = - 1 \\
\partial F_y / \partial x = b_2 + 2 b_4 x + b_5 y \\
\partial F_y / \partial y = b_3 + b_5 x + 2 b_6 y
\end{array}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$\begin{array}{l}
W_{x_i} = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 - XP - B_i V_{i-1} \\
W_{y_i} = b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2 - YP - B_i V_{i-1}
\end{array}$$

3.3.1.7. Polinômio de terceiro grau completo:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{array}{ll}
\partial F_x / \partial a_1 = 1 & ; \quad \partial F_x / \partial b_1 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_2 = x & ; \quad \partial F_x / \partial b_2 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_3 = y & ; \quad \partial F_x / \partial b_3 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_4 = x^2 & ; \quad \partial F_x / \partial b_4 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_5 = xy & ; \quad \partial F_x / \partial b_5 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_6 = y^2 & ; \quad \partial F_x / \partial b_6 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_7 = x^3 & ; \quad \partial F_x / \partial b_7 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_8 = x^2y & ; \quad \partial F_x / \partial b_8 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_9 = xy^2 & ; \quad \partial F_x / \partial b_9 = 0 & ; \\
\partial F_x / \partial a_{10} = y^3 & ; \quad \partial F_x / \partial b_{10} = 0 & .
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\partial F_y / \partial a_1 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_1 = 1 & ; \\
\partial F_y / \partial a_2 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_2 = x & ; \\
\partial F_y / \partial a_3 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_3 = y & ; \\
\partial F_y / \partial a_4 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_4 = x^2 & ; \\
\partial F_y / \partial a_5 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_5 = xy & ; \\
\partial F_y / \partial a_6 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_6 = y^2 & ; \\
\partial F_y / \partial a_7 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_7 = x^3 & ; \\
\partial F_y / \partial a_8 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_8 = x^2y & ; \\
\partial F_y / \partial a_9 = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_9 = xy^2 & ; \\
\partial F_y / \partial a_{10} = 0 & ; \quad \partial F_y / \partial b_{10} = y^3 & .
\end{array}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\partial F_x / \partial X_P = -1$$

$$\partial F_x / \partial Y_P = 0$$

$$\partial F_x / \partial x = a_2 + 2 a_4 x + a_5 y + 3 a_7 x^2 + 2 a_8 xy + a_9 y^2$$

$$\partial F_x / \partial y = a_3 + a_5 x + 2 a_6 y + a_8 x^2 + 2 a_9 xy + 3 a_{10} y^2$$

$$\partial Fy / \partial XP = 0$$

$$\partial Fy / \partial YP = - 1$$

$$\partial Fy / \partial x = b2 + 2 b4 x + b5 y + 3 b7 x^2 + 2 b8 xy + b9 y^2$$

$$\partial Fy / \partial y = b3 + b5 x + 2 b6 y + b8 x^2 + 2 b9 xy + 3 b10 y^2$$

As componentes Wx e Wy do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i, são da forma:

$$Wx_i = a1 + a2 x + a3 y + a4 x^2 + a5 xy + a6 y^2 + a7 x^3 + a8 x^2y + a9 xy^2 + a10 y^3 - XP - B_i V_{i-1}$$

$$Wy_i = b1 + b2 x + b3 y + b4 x^2 + b5 xy + b6 y^2 + b7 x^3 + b8 x^2y + b9 xy^2 + b10 y^3 - YP - B_i V_{i-1}$$

3.3.2. Ajustamento de observações aplicado às transformações utilizando feições como controle

Cada feição de controle gera duas linhas da matriz A, que é composta pelas derivadas parciais em relação aos parâmetros; o número de colunas é determinado pelo número de parâmetros de ajustamento, englobando os parâmetros da transformação T e o parâmetro t de cada feição reta de controle. O padrão da matriz A está representada na figura 3.4.

Para cada feição reta de controle tem-se seis observações: as coordenadas de projeção de dois pontos que definem a feição (XP1,YP1) e (XP2,YP2), e as coordenadas de imagem (x,y).

A matriz B compõem-se das derivadas parciais da função em relação às observações; portanto, cada feição de controle

gera duas linhas e seis colunas da matriz B, resultando o padrão apresentado na figura 3.5.

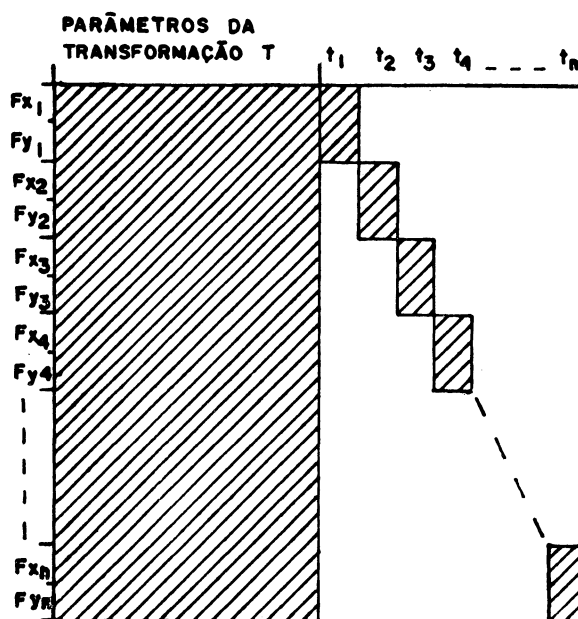


Figura 3.4. Padrão da matriz A no uso de feições como controle.

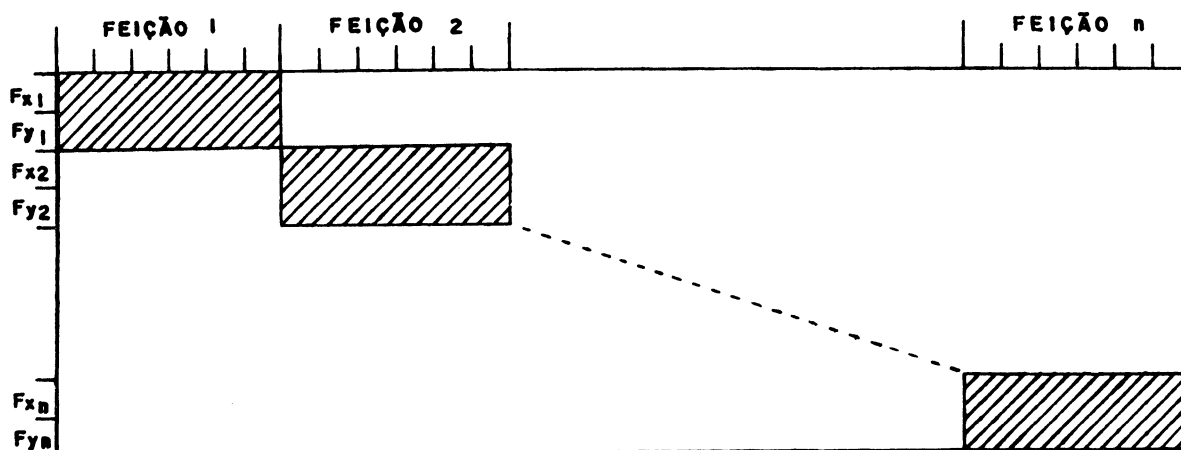


Figura 3.5. Padrão da matriz B no uso de feições como controle.

O vetor dos erros de fechamento W apresenta para cada feição de controle duas componentes, uma em X e outra em Y .

Mostra-se a seguir a forma de obtenção dos valores dos coeficientes das matrizes A e B , e das componentes do vetor W para as transformações T apresentadas no item 3.2.

3.3.2.1. Transformação de corpo rígido:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\partial F_x / \partial(\alpha) = -x \operatorname{sen}(\alpha) + y \operatorname{cos}(\alpha)$$

$$\partial F_x / \partial X_0 = 1$$

$$\partial F_x / \partial Y_0 = 0$$

$$\partial F_x / \partial t = - (X_{P2} - X_{P1})$$

$$\partial F_y / \partial(\alpha) = -x \operatorname{cos}(\alpha) - y \operatorname{sen}(\alpha)$$

$$\partial F_y / \partial X_0 = 0$$

$$\partial F_y / \partial Y_0 = 1$$

$$\partial F_y / \partial t = - (Y_{P2} - Y_{P1})$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\partial F_x / \partial X_{P1} = t - 1$$

$$\partial F_x / \partial Y_{P1} = 0$$

$$\partial F_x / \partial X_{P2} = -t$$

$$\partial F_x / \partial Y_{P2} = 0$$

$$\partial F_x / \partial x = \operatorname{cos}(\alpha)$$

$$\partial F_x / \partial y = \operatorname{sen}(\alpha)$$

$$\begin{aligned}
\partial F_y / \partial X_{P1} &= 0 \\
\partial F_y / \partial Y_{P1} &= t - 1 \\
\partial F_y / \partial X_{P2} &= 0 \\
\partial F_y / \partial Y_{P2} &= -t \\
\partial F_y / \partial x &= -\sin(\alpha) \\
\partial F_y / \partial y &= \cos(\alpha)
\end{aligned}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$\begin{aligned}
W_{x_i} &= X_0 + \cos(\alpha) x + \sin(\alpha) y - X_{P1} - t(X_{P2} - X_{P1}) - B_i V_{i-1} \\
W_{y_i} &= Y_0 - \sin(\alpha) x + \cos(\alpha) y - Y_{P1} - t(Y_{P2} - Y_{P1}) - B_i V_{i-1}
\end{aligned}$$

3.3.2.2. Transformação isogonal

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{aligned}
\partial F_x / \partial E_{xy} &= x \cos(\alpha) + y \sin(\alpha) \\
\partial F_x / \partial(\alpha) &= -x E_{xy} \sin(\alpha) + y E_{xy} \cos(\alpha) \\
\partial F_x / \partial X_0 &= 1 \\
\partial F_x / \partial Y_0 &= 0 \\
\partial F_x / \partial t &= -(X_{P2} - X_{P1}) \\
\\
\partial F_y / \partial E_{xy} &= -x \sin(\alpha) + y \cos(\alpha) \\
\partial F_y / \partial(\alpha) &= -x E_{xy} \cos(\alpha) - y E_{xy} \sin(\alpha) \\
\partial F_y / \partial dX_0 &= 0 \\
\partial F_y / \partial Y_0 &= 1 \\
\partial F_x / \partial t &= -(Y_{P2} - Y_{P1})
\end{aligned}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_x}{\partial X_{P1}} &= t - 1 \\ \frac{\partial F_x}{\partial Y_{P1}} &= 0 \\ \frac{\partial F_x}{\partial X_{P2}} &= -t \\ \frac{\partial F_x}{\partial Y_{P2}} &= 0 \\ \frac{\partial F_x}{\partial x} &= E_{xy} \cos(\alpha) \\ \frac{\partial F_x}{\partial y} &= E_{xy} \sin(\alpha)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_y}{\partial X_{P1}} &= 0 \\ \frac{\partial F_y}{\partial Y_{P1}} &= t - 1 \\ \frac{\partial F_y}{\partial X_{P2}} &= 0 \\ \frac{\partial F_y}{\partial Y_{P2}} &= -t \\ \frac{\partial F_y}{\partial x} &= -E_{xy} \sin(\alpha) \\ \frac{\partial F_y}{\partial y} &= E_{xy} \cos(\alpha)\end{aligned}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$\begin{aligned}W_{x_i} &= X_0 + E_{xy} \cos(\alpha) x + E_{xy} \sin(\alpha) y - X_{P1} - t(X_{P2} - X_{P1}) - B_i V_{i-1} \\ W_{y_i} &= Y_0 - E_{xy} \sin(\alpha) x + E_{xy} \cos(\alpha) y - Y_{P1} - t(Y_{P2} - Y_{P1}) - B_i V_{i-1}\end{aligned}$$

3.3.2.3. Transformação afim particular:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{aligned}\frac{\partial F_x}{\partial E_x} &= x \cos(\alpha) \\ \frac{\partial F_x}{\partial E_y} &= y \sin(\alpha) \\ \frac{\partial F_x}{\partial (\alpha)} &= -x E_x \sin(\alpha) + y E_y \cos(\alpha)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial F_x / \partial X_0 &= 1 \\ \partial F_x / \partial Y_0 &= 0 \\ \partial F_x / \partial t &= - (XP_2 - XP_1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial F_y / \partial E_x &= -x \operatorname{sen}(\alpha) \\ \partial F_y / \partial E_y &= y \operatorname{cos}(\alpha) \\ \partial F_y / \partial (\alpha) &= -x E_x \operatorname{cos}(\alpha) - y E_y \operatorname{sen}(\alpha) \\ \partial F_y / \partial X_0 &= 0 \\ \partial F_y / \partial Y_0 &= 1 \\ \partial F_y / \partial t &= - (YP_2 - YP_1)\end{aligned}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{aligned}\partial F_x / \partial XP_1 &= t - 1 \\ \partial F_x / \partial YP_1 &= 0 \\ \partial F_x / \partial XP_2 &= -t \\ \partial F_x / \partial YP_2 &= 0 \\ \partial F_x / \partial x &= E_x \operatorname{cos}(\alpha) \\ \partial F_x / \partial y &= E_y \operatorname{sen}(\alpha)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\partial F_y / \partial XP_1 &= 0 \\ \partial F_y / \partial YP_1 &= t - 1 \\ \partial F_y / \partial XP_2 &= 0 \\ \partial F_y / \partial YP_2 &= -t \\ \partial F_y / \partial x &= -E_x \operatorname{sen}(\alpha) \\ \partial F_y / \partial y &= E_y \operatorname{cos}(\alpha)\end{aligned}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$Wx_i = X0 + E_x \cos(\alpha) x + E_y \sin(\alpha) y - XP1 - t (XP2-XP1) - B_i V_{i-1}$$

$$Wy_i = Y0 - E_x \sin(\alpha) x + E_y \cos(\alpha) y - YP1 - t (YP2-YP1) - B_i V_{i-1}$$

3.3.2.4. Transformação afim:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{aligned} \partial Fx / \partial a1 &= 1 ; & \partial Fy / \partial a1 &= 0 ; \\ \partial Fx / \partial b1 &= 0 ; & \partial Fy / \partial b1 &= 1 ; \\ \partial Fx / \partial a2 &= x ; & \partial Fy / \partial a2 &= 0 ; \\ \partial Fx / \partial b2 &= 0 ; & \partial Fy / \partial b2 &= x ; \\ \partial Fx / \partial a3 &= y ; & \partial Fy / \partial a3 &= 0 ; \\ \partial Fx / \partial b3 &= 0 ; & \partial Fy / \partial b3 &= y ; \\ \partial Fx / \partial t &= - (XP2-XP1); & \partial Fy / \partial t &= - (YP2-YP1) . \end{aligned}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{aligned} \partial Fx / \partial XP1 &= t - 1 \\ \partial Fx / \partial YP1 &= 0 \\ \partial Fx / \partial XP2 &= - t \\ \partial Fx / \partial YP2 &= 0 \\ \partial Fx / \partial x &= a2 \\ \partial Fx / \partial y &= a3 \\ \\ \partial Fy / \partial XP1 &= 0 \\ \partial Fy / \partial YP1 &= t - 1 \\ \partial Fy / \partial XP2 &= 0 \\ \partial Fy / \partial YP2 &= - t \\ \partial Fy / \partial x &= b2 \\ \partial Fy / \partial y &= b3 \end{aligned}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$W_{x_i} = a_1 + a_2 x + a_3 y - XP_1 - t (XP_2 - XP_1) - B_i V_{i-1}$$

$$W_{y_i} = b_1 + b_2 x + b_3 y - YP_1 - t (YP_2 - YP_1) - B_i V_{i-1}$$

3.3.2.5. Transformação bilinear:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_x}{\partial a_1} &= 1 ; & \frac{\partial F_y}{\partial a_1} &= 0 ; \\ \frac{\partial F_x}{\partial b_1} &= 0 ; & \frac{\partial F_y}{\partial b_1} &= 1 ; \\ \frac{\partial F_x}{\partial a_2} &= x ; & \frac{\partial F_y}{\partial a_2} &= 0 ; \\ \frac{\partial F_x}{\partial b_2} &= 0 ; & \frac{\partial F_y}{\partial b_2} &= x ; \\ \frac{\partial F_x}{\partial a_3} &= y ; & \frac{\partial F_y}{\partial a_3} &= 0 ; \\ \frac{\partial F_x}{\partial b_3} &= 0 ; & \frac{\partial F_y}{\partial b_3} &= y ; \\ \frac{\partial F_x}{\partial a_4} &= xy ; & \frac{\partial F_y}{\partial a_4} &= 0 ; \\ \frac{\partial F_x}{\partial b_4} &= 0 ; & \frac{\partial F_y}{\partial b_4} &= xy . \\ \frac{\partial F_x}{\partial t} &= - (XP_2 - XP_1) ; & \frac{\partial F_y}{\partial t} &= - (YP_2 - YP_1) . \end{aligned}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_x}{\partial XP_1} &= t - 1 \\ \frac{\partial F_x}{\partial YP_1} &= 0 \\ \frac{\partial F_x}{\partial XP_2} &= - t \\ \frac{\partial F_x}{\partial YP_2} &= 0 \\ \frac{\partial F_x}{\partial x} &= a_2 + a_4 y \\ \frac{\partial F_x}{\partial y} &= a_3 + a_4 x \\ \frac{\partial F_y}{\partial XP_1} &= 0 \\ \frac{\partial F_y}{\partial YP_1} &= t - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial F_y / \partial X_{P2} &= 0 \\ \partial F_y / \partial Y_{P2} &= -t \\ \partial F_y / \partial x &= b_2 + b_4 y \\ \partial F_y / \partial y &= b_3 + b_4 x \end{aligned}$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$\begin{aligned} W_{x_i} &= a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy - X_{P1} - t (X_{P2} - X_{P1}) - B_i V_{i-1} \\ W_{y_i} &= b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy - Y_{P1} - t (Y_{P2} - Y_{P1}) - B_i V_{i-1} \end{aligned}$$

3.3.2.6. Polinômio de segundo grau completo

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\begin{aligned} \partial F_x / \partial a_1 &= 1 ; & \partial F_x / \partial b_1 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial a_2 &= x ; & \partial F_x / \partial b_2 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial a_3 &= y ; & \partial F_x / \partial b_3 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial a_4 &= x^2 ; & \partial F_x / \partial b_4 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial a_5 &= xy ; & \partial F_x / \partial b_5 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial a_6 &= y^2 ; & \partial F_x / \partial b_6 &= 0 ; \\ \partial F_x / \partial t &= - (X_{P2} - X_{P1}) . \\ \partial F_y / \partial a_1 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_1 &= 1 ; \\ \partial F_y / \partial a_2 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_2 &= x ; \\ \partial F_y / \partial a_3 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_3 &= y ; \\ \partial F_y / \partial a_4 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_4 &= x^2 ; \\ \partial F_y / \partial a_5 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_5 &= xy ; \\ \partial F_y / \partial a_6 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_6 &= y^2 ; \\ \partial F_y / \partial t &= - (Y_{P2} - Y_{P1}) . \end{aligned}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\partial F_x / \partial XP1 = t - 1$$

$$\partial F_x / \partial YP1 = 0$$

$$\partial F_x / \partial XP2 = -t$$

$$\partial F_x / \partial YP2 = 0$$

$$\partial F_x / \partial x = a_2 + 2 a_4 x + a_5 y$$

$$\partial F_x / \partial y = a_3 + a_5 x + 2 a_6 y$$

$$\partial F_y / \partial XP1 = 0$$

$$\partial F_y / \partial YP1 = t - 1$$

$$\partial F_x / \partial XP2 = 0$$

$$\partial F_x / \partial YP2 = -t$$

$$\partial F_y / \partial x = b_2 + 2 b_4 x + b_5 y$$

$$\partial F_y / \partial y = b_3 + b_5 x + 2 b_6 y$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$W_{x_i} = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 - XP1 \\ - t (XP2 - XP1) - B_i V_{i-1}$$

$$W_{y_i} = b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2 - YP1 \\ - t (YP2 - YP1) - B_i V_{i-1}$$

3.3.2.7. Polinômio de terceiro grau completo:

As derivadas parciais da matriz A são:

$$\partial F_x / \partial a_1 = 1 ; \quad \partial F_x / \partial b_1 = 0 ;$$

$$\partial F_x / \partial a_2 = x ; \quad \partial F_x / \partial b_2 = 0 ;$$

$$\begin{aligned}
\partial F_x / \partial a_3 &= y ; & \partial F_x / \partial b_3 &= 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_4 &= x^2 ; & \partial F_x / \partial b_4 &= 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_5 &= xy ; & \partial F_x / \partial b_5 &= 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_6 &= y^2 ; & \partial F_x / \partial b_6 &= 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_7 &= x^3 ; & \partial F_x / \partial b_7 &= 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_8 &= x^2y ; & \partial F_x / \partial b_8 &= 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_9 &= xy^2 ; & \partial F_x / \partial b_9 &= 0 ; \\
\partial F_x / \partial a_{10} &= y^3 ; & \partial F_x / \partial b_{10} &= 0 ; \\
\partial F_x / \partial t &= - (XP_2 - XP_1) .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial F_y / \partial a_1 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_1 &= 1 ; \\
\partial F_y / \partial a_2 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_2 &= x ; \\
\partial F_y / \partial a_3 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_3 &= y ; \\
\partial F_y / \partial a_4 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_4 &= x^2 ; \\
\partial F_y / \partial a_5 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_5 &= xy ; \\
\partial F_y / \partial a_6 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_6 &= y^2 ; \\
\partial F_y / \partial a_7 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_7 &= x^3 ; \\
\partial F_y / \partial a_8 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_8 &= x^2y ; \\
\partial F_y / \partial a_9 &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_9 &= xy^2 ; \\
\partial F_y / \partial a_{10} &= 0 ; & \partial F_y / \partial b_{10} &= y^3 ; \\
\partial F_y / \partial t &= - (YP_2 - YP_1) .
\end{aligned}$$

As derivadas parciais da matriz B são:

$$\begin{aligned}
\partial F_x / \partial XP_1 &= t - 1 \\
\partial F_x / \partial YP_1 &= 0 \\
\partial F_x / \partial XP_2 &= - t \\
\partial F_x / \partial YP_2 &= 0 \\
\partial F_x / \partial x &= a_2 + 2 a_4 x + a_5 y + 3 a_7 x^2 + 2 a_8 xy + a_9 y^2
\end{aligned}$$

$$\partial F_x / \partial y = a_3 + a_5 x + 2 a_6 y + a_8 x^2 + 2 a_9 xy + 3 a_{10} y^2$$

$$\partial F_y / \partial X_{P1} = 0$$

$$\partial F_y / \partial Y_{P1} = t - 1$$

$$\partial F_y / \partial X_{P2} = 0$$

$$\partial F_y / \partial Y_{P2} = -t$$

$$\partial F_y / \partial x = b_2 + 2 b_4 x + b_5 y + 3 b_7 x^2 + 2 b_8 xy + b_9 y^2$$

$$\partial F_y / \partial y = b_3 + b_5 x + 2 b_6 y + b_8 x^2 + 2 b_9 xy + 3 b_{10} y^2$$

As componentes W_x e W_y do vetor dos erros de fechamento, para a iteração i , são da forma:

$$W_{x_i} = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 - X_{P1} - t (X_{P2} - X_{P1}) - B_i V_{i-1}$$

$$W_{y_i} = b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2 + b_7 x^3 + b_8 x^2y + b_9 xy^2 + b_{10} y^3 - Y_{P1} - t (Y_{P2} - Y_{P1}) - B_i V_{i-1}$$

NOTAS DE REFERÊNCIA

¹WELCH, R. & USERY, E.L. Cartographic accuracy of Landsat 4-MSS and TM image data. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing**, GE-22(3), 1984. p.288.

²SOUZA, F.C.B. **Orientação absoluta de modelos utilizando feições digitalizadas como controle**. Curitiba, 1982. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná. p.8.

³POPE, A.J. Some pitfalls to be avoided in the iterative adjustment of nonlinear problems. **NOAA Technical Report NOS 65 NGS1**, Rockville, 1974.

CAPÍTULO 4

TESTES E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os modelos matemáticos apresentados no capítulo 3 foram testados, sendo que os programas computacionais para o modelo combinado de ajustamento foram elaborados em linguagem Fortran 77 e implantados no computador VAX 11/780 da Digital Equipments Corporation, disponível no INPE, em Cachoeira Paulista, SP.

Determinou-se, através do ajustamento por mínimos quadrados, os parâmetros das transformações que relacionam os conjuntos de coordenadas navegadas de imagem e de coordenadas de projeção. A comparação entre os resultados obtidos através da utilização de feições como controle e aqueles resultantes da utilização de pontos como controle foi efetuada para um conjunto de pontos de verificação, em termos de diferença entre as coordenadas transformadas e as respectivas coordenadas retiradas de cartas topográficas.

Descreve-se neste capítulo a escolha da área teste, a seleção de pontos e feições de controle, o cálculo da exatidão geométrica da imagem digital utilizada, os testes, e a análise dos resultados.

4.1 DEFINIÇÃO DA ÁREA TESTE E SELEÇÃO DO CONTROLE

A região noroeste do Estado de São Paulo, correspondente ao ponto WRS 75 da base 222 tem sido utilizada pelo INPE para fazer a avaliação da qualidade geométrica de imagens TM do Landsat-5, conforme reportado por D'ALGE¹, D'ALGE, BEZERRA & MEDEIROS² e BEZERRA & D'ALGE³.

A imagem digital utilizada nesta pesquisa foi o quadrante B do ponto WRS 75 da revolução 17662 (base 222) do Landsat-5, com nível 2 de correção geométrica de sistema. Esta imagem, cuja região de abrangência é mostrada na figura 4.1, já foi anteriormente objeto de avaliação da qualidade geométrica, conforme reportado por BEZERRA & D'ALGE⁴, que encontraram para a exatidão geométrica o valor de 1.605,18 m (53,51 pixel). A seleção da banda 3 se relaciona às feições e pontos utilizados como controle: trechos retos de estradas e cruzamento de estradas.

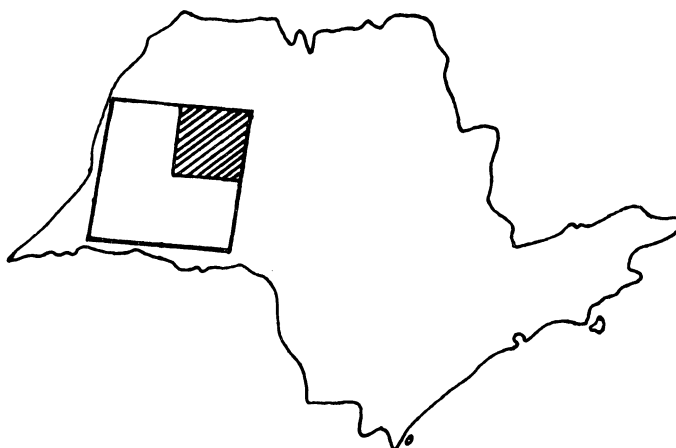


Figura 4.1. Localização da área abrangida pela imagem contida na CCT-PT 17662(222)75B.

Selecionou-se, no interior da região abrangida pela imagem, uma área teste correspondente a uma carta 1:100.000. A figura 4.2 mostra a situação da área teste no quadrante.

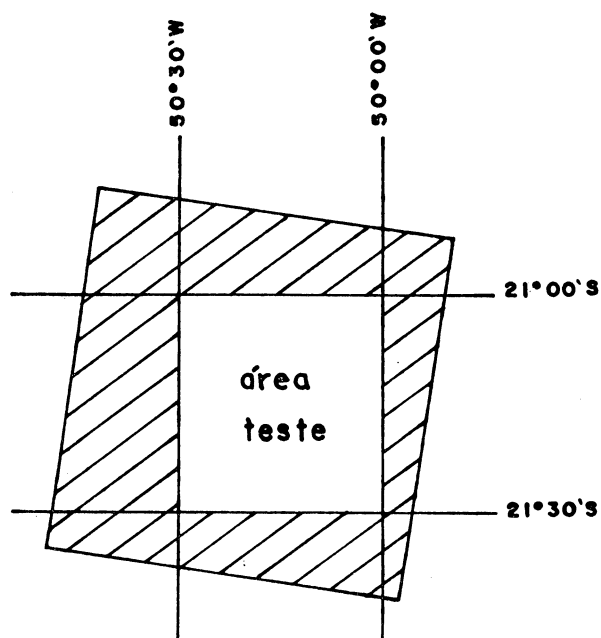


Figura 4.2. Situação da área teste.

A área teste é coberta pelas seguintes cartas topográficas na escala 1:50.000 editadas em 1967 pelo Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo (IGGSP):

SF-22-J-II-1	-	Araçatuba
SF-22-J-II-2	-	Buritama
SF-22-J-II-3	-	Birigui
SF-22-J-II-4	-	Penápolis

Foram utilizadas, além da CCT-PT, uma cópia fotográfica da imagem na escala 1:100.000 e uma transparência fotográfica

na escala 1:500.000. A cópia fotográfica foi utilizada para efetuar uma comparação visual com as cartas topográficas; fez-se, nesta fase, a identificação e enumeração dos pontos e das feições retas, marcando-os com lápis dermatográfico. Cada feição reta foi assinalada através de um ponto na imagem situado no trecho definido por dois pontos sobre a carta.

Os pontos assinalados na cópia fotográfica foram transferidos para a transparência, a qual foi posteriormente utilizada para auxiliar a localização visual do controle ao efetuar-se a leitura das coordenadas linha e coluna (I,J) da imagem digital através do visualizador COMTAL VISION ONE ligado ao computador VAX 11/780.

Foram obtidas através do visualizador as coordenadas de 27 pontos de controle e de 61 pontos correspondentes às feições retas de controle; no caso das feições, as coordenadas (I,J) foram registradas posicionando-se o cursor em um ponto qualquer do trecho assinalado sobre as cartas topográficas.

As coordenadas de imagem (I,J) foram transformadas através da aplicação dos parâmetros de navegação (I₀, J₀, E₀, N₀, ALFA e DP) fornecidos na fita CCT na transformação isogonal representada pela expressão 2.1, resultando as coordenadas navegadas (E',N'):

$$\begin{aligned} E' &= \cos(\text{ALFA}) (J-J_0) DP + \sin(\text{ALFA}) (I-I_0) DP + E_0 \\ N' &= -\sin(\text{ALFA}) (J-J_0) DP + \cos(\text{ALFA}) (I-I_0) DP + N_0 \end{aligned} \quad (4.1)$$

sendo:

(I₀,J₀) coordenadas do ponto central da cena;

- (E0,N0) coordenadas UTM do ponto central da cena;
- (ALFA) ângulo de orientação entre o sistema de coordenadas de imagem (I,J) e o sistema de coordenadas UTM (E,N);
- (DP) tamanho do pixel no terreno (30m).

As coordenadas de carta dos pontos de controle e dos pontos definidores das feições de controle foram obtidas através da mesa digital plotadora DZT 90x120 R/S da Carl Zeiss Jena.

A compatibilização entre o sistema de coordenadas da mesa e o sistema de coordenadas UTM foi efetuada pela determinação dos parâmetros de uma transformação afim entre as coordenadas de mesa e as coordenadas UTM dos quatro cantos de cada carta; foram obtidos quatro conjuntos de parâmetros, sendo cada um aplicado às coordenadas medidas sobre a carta correspondente.

4.1.1. Depuração dos pontos de controle

As coordenadas navegadas (E',N') dos 27 pontos de controle foram comparadas às coordenadas (E,N) retiradas das cartas topográficas, resultando as diferenças apresentadas na tabela 4.1.

A figura 4.3 mostra a localização dos pontos de controle na escala 1:600.000 e as diferenças na escala 1:600.

Ponto de Controle	Coordenadas (m)				Diferenças (m)	
	E'	N'	E	N	E-E'	N-N'
11	555337	7675062	554956	7676575	-382	1513
12	570152	7671360	569718	7672860	-434	1499
13	560249	7656703	559844	7658239	-405	1536
14	571650	7655240	571207	7656736	-443	1495
15	565382	7650731	564979	7652241	-402	1510
16	579355	7675801	578974	7677289	-381	1488
17	601108	7673345	600687	7674844	-421	1499
18	579881	7664876	579463	7666400	-418	1523
19	603452	7664320	602983	7665809	-469	1489
20	586710	7656754	586260	7658270	-450	1515
21	582058	7652871	581576	7654380	-482	1509
31	562931	7647321	562500	7648829	-431	1507
32	555311	7646184	554898	7647717	-413	1534
33	574093	7643952	573623	7645479	-470	1526
34	575613	7634905	575151	7636454	-462	1549
* 35	559422	7637002	559138	7638679	-283	1677
36	556120	7630507	555700	7632081	-420	1575
37	559414	7625007	559002	7626562	-412	1556
38	572130	7622061	571672	7623563	-459	1502
39	579642	7647178	579219	7648697	-423	1519
40	591793	7641800	591330	7643317	-463	1517
* 41	584515	7641095	583972	7642533	-543	1438
42	594191	7633314	593735	7634844	-456	1530
43	584774	7629635	584326	7631156	-448	1521
44	580042	7622545	579617	7624045	-425	1499
45	591515	7621921	591092	7623479	-423	1558
46	600692	7628888	600228	7630362	-464	1474

Tabela 4.1. Comparação entre as coordenadas navegadas de imagem e as coordenadas de carta dos pontos de controle.

Observando-se a tabela 4.1 e a figura 4.3, verifica-se que os pontos 35 e 41 apresentam diferenças claramente dissonantes da tendência geral, optando-se por esta razão em não utilizá-los.

O conjunto contendo 25 pontos de controle foi subdividido em dois subconjuntos distintos. O primeiro, contendo 15 pontos de controle, utilizado na determinação dos parâmetros das transformações T; e o segundo, contendo 10

pontos, utilizado para verificar a qualidade das transformações.

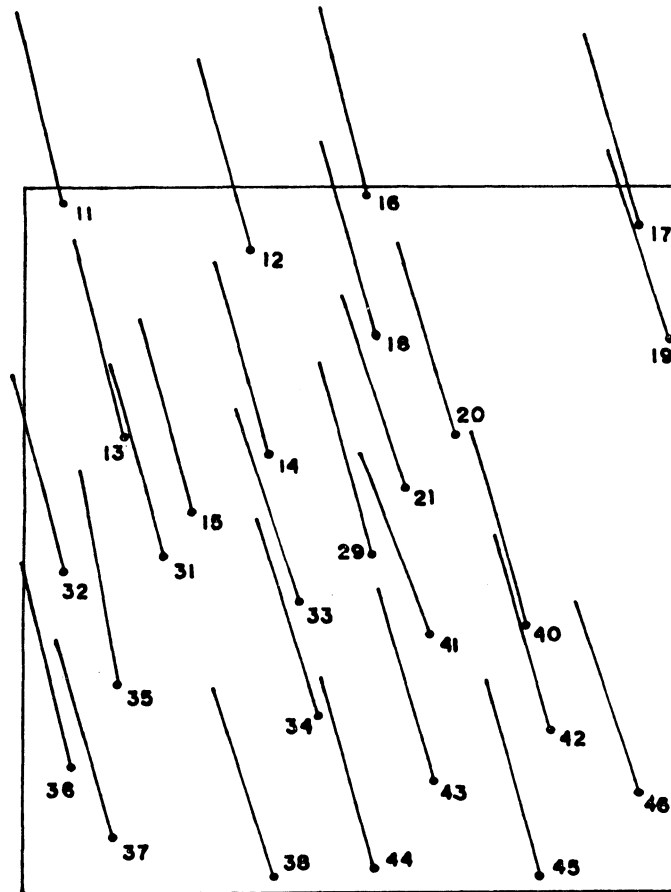


Figura 4.3. Diferença entre as coordenadas navegadas de imagem e as coordenadas de carta.

As figuras 4.4 e 4.5 apresentam as distribuições dos conjuntos de pontos de controle e de pontos de verificação.

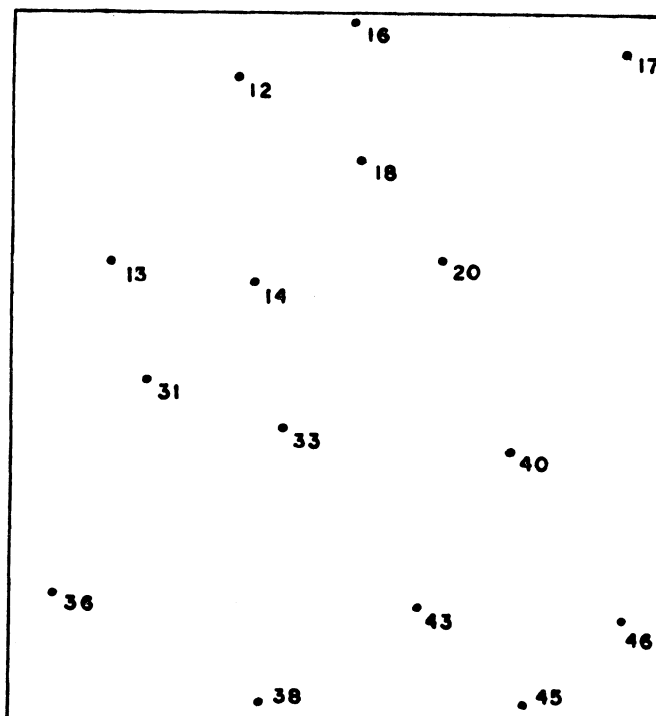


Figura 4.4. Distribuição dos pontos de controle na área teste.

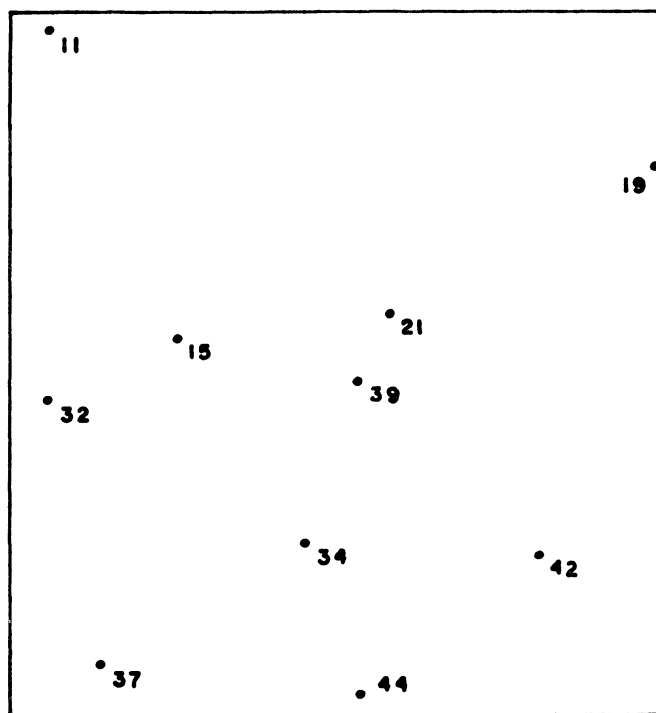


Figura 4.5. Distribuição dos pontos de verificação na área teste.

4.1.2. Depuração das feições de controle

Deve-se salientar que para pontos de controle é possível reposicionar o cursor e repetir a medição de coordenadas de imagem e de carta, evitando a ocorrência de erros grosseiros. Já para o caso de cada uma das feições, mediu-se um ponto qualquer na imagem e dois pontos sobre a carta, e adotou-se o procedimento descrito a seguir, de modo a descartar valores imbuídos de possíveis erros grosseiros ocorridos na medição sobre a imagem e sobre as cartas topográficas.

As coordenadas navegadas (E', N') foram transformadas em coordenadas de projeção (E, N) através da transformação isogonal, sendo os parâmetros determinados através de quatro pontos de controle cuja distribuição é mostrada na figura 4.6.

Calculou-se, para cada feição, a distância do ponto transformado (E, N) à reta definida pelos pontos (E_1, N_1) e (E_2, N_2) lidos sobre a carta topográfica, através da seguinte expressão⁵:

$$d = \frac{E (N_1 - N_2) + N (E_2 - E_1) + E_1 N_2 - E_2 N_1}{\{ (E_1 - E_2)^2 + (N_1 - N_2)^2 \}^{1/2}} \quad (4.2)$$

onde

(E, N) são as coordenadas navegadas transformadas;

(E_1, N_1) e (E_2, N_2) são as coordenadas obtidas da carta topográfica.

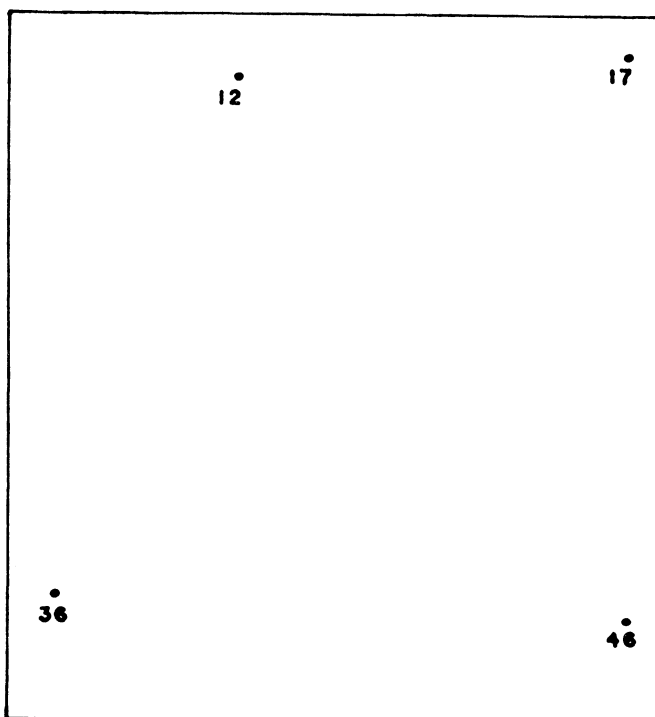


Figura 4.6. Pontos de controle utilizados para determinar os parâmetros da transformação isogonal entre as coordenadas navegadas de imagem e as coordenadas de carta (UTM).

Feição	E (m)	N (m)	E1 (m)	N1 (m)	E2 (m)	N2 (m)	Dist (m)
1	555486	7675254	555092	7676145	555603	7674597	95
2	558191	7675463	556923	7674737	558852	7675847	-3
3	561283	7676582	560535	7676523	563243	7676727	3
4	564902	7675856	564086	7676265	565616	7675277	99
5	572408	7676093	572030	7675622	572624	7676427	-24
6	577548	7672515	576842	7672510	577748	7672561	-34
7	555897	7668844	555390	7670893	556273	7666120	125
8	565225	7668701	565324	7669437	564268	7665484	94
9	552339	7663640	552043	7663134	552948	7664697	-3
10	553729	7659959	553380	7660222	553934	7659490	119
11	563857	7658353	563561	7657950	564146	7658895	-39
12	569999	7660901	569803	7659838	570137	7662286	-51
13	576794	7658184	576166	7660666	576501	7656581	423
14	553665	7654960	552363	7655009	553934	7654877	60

Tabela 4.2.a. Distância do ponto transformado (E,N) à feição reta.

Feição	E (m)	N (m)	E1 (m)	N1 (m)	E2 (m)	N2 (m)	Dist (m)
15	556329	7653383	555534	7654065	556718	7652924	61
16	564595	7652285	564351	7652340	564979	7652243	-17
17	569866	7652785	569433	7653889	570138	7651968	26
18	573948	7652685	574651	7653686	572425	7650801	55
19	586391	7675060	585637	7674949	587086	7675323	-81
20	591842	7676503	591529	7677304	591758	7675267	221
21	601953	7674020	601096	7674596	603483	7672994	-1
22	591689	7671518	591174	7671477	593093	7672067	-112
23	601512	7670477	601443	7671062	601236	7669963	177
24	583574	7667249	583139	7667314	584323	7667124	5
25	586898	7668301	585064	7667332	587227	7668586	-82
26	601602	7664148	600552	7664082	602865	7664298	-32
27	585524	7658864	585173	7659112	585910	7658587	2
28	603395	7659370	602708	7659619	603624	7659525	-117
29	585289	7652981	585452	7654460	585250	7652435	-16
30	555678	7649085	555073	7648008	556008	7649583	29
31	560757	7647035	560059	7646308	561214	7647483	12
32	573711	7649079	571176	7647699	574252	7649371	2
33	554472	7644540	554447	7644874	554530	7643755	0
34	566523	7643570	564880	7645129	567924	7642199	16
35	574143	7645489	572870	7645466	575920	7645515	3
36	552793	7638311	553179	7640541	552777	7639625	140
37	560052	7642015	559156	7641599	560680	7642234	40
38	566339	7638772	564151	7638639	568127	7638867	7
39	553110	7635375	552206	7635878	553621	7635175	-49
40	555316	7636846	555626	7637999	555078	7635761	-27
41	559293	7633969	558534	7633771	560511	7634284	1
42	566473	7634258	564741	7634224	567291	7634433	-108
43	568195	7633438	567469	7634053	566504	7630608	865
44	574065	7634845	572797	7636555	573042	7634987	1093
45	574933	7637258	574740	7637785	575464	7635398	32
46	554395	7626822	554856	7628402	554115	7626739	222
47	557036	7625675	557857	7626436	556641	7625110	-90
48	565022	7625107	565392	7626710	564364	7623993	221
49	571547	7627776	573114	7630538	570748	7627041	250
50	571752	7623706	572110	7624249	571230	7622909	-1
51	577648	7649214	577927	7648926	578537	7649253	385
52	585095	7644481	585280	7645150	584875	7643598	-10
53	590289	7644113	589791	7644506	590884	7643665	-7
54	582820	7640470	583054	7641355	582368	7638994	22
55	598653	7639994	599224	7640151	597550	7638533	-284
56	592790	7635185	591585	7635871	593158	7635117	-98
57	586878	7629687	585708	7630354	588169	7628927	10
58	599164	7630774	598699	7630924	599782	7630523	21
59	579565	7623196	578583	7622825	580512	7623534	9
60	586150	7626432	583314	7624990	587335	7627939	-514
61	601098	7626886	600519	7627994	601549	7626213	-54

Tabela 4.2.b. Distância do ponto transformado (E,N)
à feição reta.

Constata-se nas tabelas 4.2.a e 4.2.b que o valor da distância é de até 1,3 pixel para apenas 30 feições. Foram realizadas com estas feições duas séries de testes: a primeira para igual número de feições e pontos de controle, e a segunda para igual número de graus de liberdade na utilização de feições e pontos como controle.

De acordo com VIADANA⁶, o uso de feições na verificação da qualidade geométrica conduz a uma superestimação dos erros; por esta razão, optou-se por estimar o erro de uma imagem retificada através de feições com o mesmo conjunto de 10 pontos de verificação mencionado anteriormente.

Deve-se ressaltar que a utilização dos mesmos pontos de verificação, tanto para as transformações T adaptadas ao uso de pontos como para aquelas adaptadas ao uso das feições como controle, torna mais consistente a comparação dos resultados.

4.1.3. Exatidão geométrica da imagem

Calculou-se, para os 10 pontos de verificação, o erro médio quadrático (EMQ) em E e N dos valores correspondentes da tabela 4.1, através das seguintes expressões:

$$\text{EMQ E} = \left\{ \frac{\sum (E-E')^2}{n^\circ \text{ de pontos}} \right\}^{1/2} \quad (4.3)$$

$$\text{EMQ N} = \left\{ \frac{\sum (N-N')^2}{n^\circ \text{ de pontos}} \right\}^{1/2} \quad (4.4)$$

A exatidão geométrica ou erro total da imagem é obtido através de:

$$\text{Exatidão geométrica} = \{ (\text{EMQ E})^2 + (\text{EMQ N})^2 \}^{1/2} \quad (4.5)$$

Foram encontrados os seguintes valores de EMQ e de exatidão geométrica:

EMQ E		EMQ N		Exatidão Geométrica	
metros	pixels	metros	pixels	metros	pixels
433,68	14,46	1520,90	50,70	1581,53	52,72

Tabela 4.3. Exatidão geométrica.

4.2. TESTES

Na utilização de 15 pontos de controle, resulta a seguinte relação entre o número de parâmetros (NP) e de graus de liberdade (GL):

Transformação	NP	GL
corpo rígido (CR)	3	27
isogonal (TI)	4	26
afim particular (AP)	5	25
afim (TA)	6	24
bilinear (BL)	8	22
polinômio de segundo grau (P2G)	12	18
polinômio de terceiro grau (P3G)	20	10

Tabela 4.4. Número de parâmetros e graus de liberdade na utilização de 15 pontos de controle.

Aos parâmetros da transformação T acrescenta-se, para cada feição reta de controle, o parâmetro t da reta. A utilização de igual número de pontos e feições de controle leva à seguinte relação entre o número de parâmetros (NP) e de graus de liberdade (GL):

Transformação	NP	GL
corpo rígido (CR)	18	12
isogonal (TI)	19	11
afim particular (AP)	20	10
afim (TA)	21	9
bilinear (BL)	23	7
polinômio de segundo grau (P2G)	27	3
polinômio de terceiro grau (P3G)	35	-5

Tabela 4.5. Número de parâmetros e graus de liberdade na utilização de 15 feições retas de controle.

O conjunto de 15 feições foi selecionado de forma a conter aquelas cuja distância, na tabela 4.2, é de até 1,1 pixel (33 m) e sua distribuição pela imagem é mostrada na figura 4.7. Verifica-se na tabela 4.5 não ser possível testar o polinômio de terceiro grau completo quando se dispõem de apenas 15 feições de controle.

Para se obter igual número de graus de liberdade (GL) ao da utilização de 15 pontos de controle, deve-se dispor de 30 feições:

Transformação	NP	GL
corpo rígido (CR)	33	27
isogonal (TI)	34	26
afim particular (AP)	35	25
afim (TA)	36	24
bilinear (BL)	38	22
polinômio de segundo grau (P2G)	42	18
polinômio de terceiro grau (P3G)	50	10

Tabela 4.6. Número de parâmetros e graus de liberdade na utilização de 30 feições retas de controle.

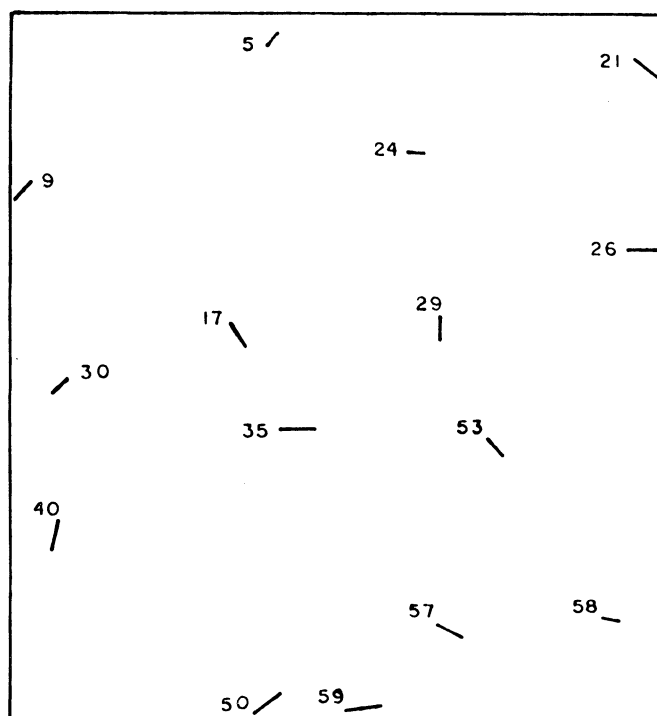


Figura 4.7. 15 feições de controle.

O conjunto de 30 feições foi selecionado de modo a conter aquelas cuja distância do ponto à reta (tabela 4.2) é de até 1,3 pixel (39 m), resultando a configuração apresentada na figura 4.8.

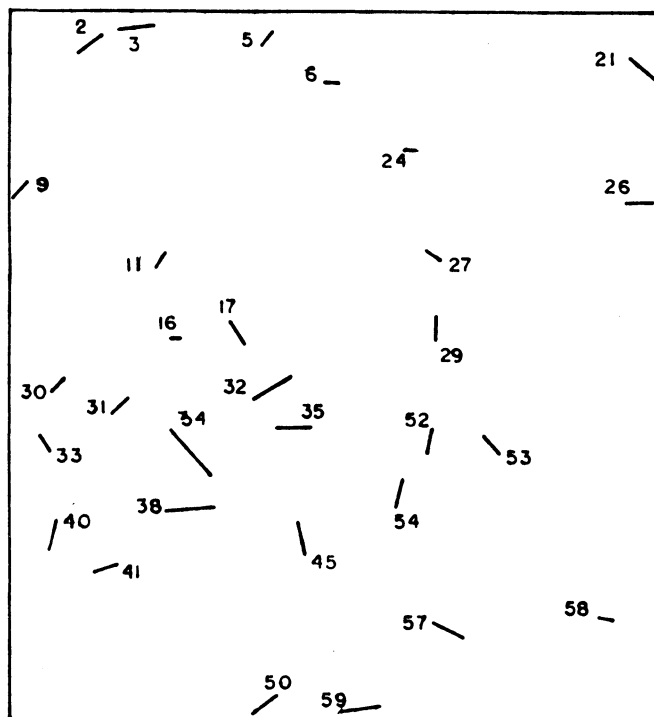


Figura 4.8. 30 feições de controle.

4.2.1. Procedimento para o ajustamento e a valorização inicial dos parâmetros

Na determinação de valores consistentes para os parâmetros das transformações T através do modelo combinado de ajustamento é desejável trabalhar com valores numéricos menores que os das observações (coordenadas navegadas de imagem e coordenadas de projeção) apresentadas nas tabelas 4.1 e 4.2, e que a convergência ocorra rapidamente, mesmo que os valores iniciais dos parâmetros sejam diferentes dos valores reais. Com estes objetivos, efetuou-se, sobre o vetor das observações, uma translação e uma mudança de escala, da seguinte forma:

a) Para a utilização de pontos de controle, inicialmente calculou-se o valor médio (E_m, N_m):

$$E_m = \sum(E_i) / n^\circ \text{ de pontos de controle} \quad (4.6)$$

$$N_m = \sum(N_i) / n^\circ \text{ de pontos de controle} \quad (4.7)$$

e, a seguir, fez-se, para as coordenadas do ponto i , a divisão do desvio da média por uma constante K :

$$XP_i = (E_i - E_m) / K \quad (4.8)$$

$$YP_i = (N_i - N_m) / K \quad (4.9)$$

$$x_i = (E'_i - E_m) / K \quad (4.10)$$

$$y_i = (N'_i - N_m) / K \quad (4.11)$$

sendo: (XP_i, YP_i) valor modificado das coordenadas de projeção;

(x_i, y_i) valor modificado das coordenadas navegadas de imagem; e

K uma constante com valor 1000.

Neste ponto, tem-se a relação entre as coordenadas navegadas modificadas de imagem e as coordenadas de projeção modificadas da forma representada pela expressão 3.1:

$$\begin{aligned} XP &= T'1(x, y) \\ YP &= T'2(x, y). \end{aligned} \quad (4.12)$$

b) Para a utilização de feições como controle, efetuou-se a translação e mudança de escala do vetor das observações da seguinte forma:

$$E_m = \sum(E_i) / n^\circ \text{ de feições de controle} \quad (4.13)$$

$$N_m = \sum(N_i) / n^\circ \text{ de feições de controle} \quad (4.14)$$

e:

$$XP1_i = (E1_i - E_m) / K \quad (4.15)$$

$$XP2_i = (E2_i - E_m) / K \quad (4.16)$$

$$YP1_i = (N1_i - N_m) / K \quad (4.17)$$

$$YP2_i = (N2_i - N_m) / K \quad (4.18)$$

$$x_i = (E'_i - E_m) / K \quad (4.19)$$

$$y_i = (N'_i - N_m) / K \quad (4.20)$$

sendo: $(XP1_i, YP1_i)$ e $(XP2_i, YP2_i)$ valores modificados das coordenadas de projeção;
 (x_i, y_i) valores modificados das coordenadas navegadas de imagem; e
 K constante com valor 1000.

Tem-se, então, a relação entre as coordenadas navegadas modificadas de imagem e as coordenadas de projeção modificadas da forma representada pela expressão (3.10):

$$T'1(x, y) = XP1 + t (XP2 - XP1)$$

$$T'2(x, y) = YP1 + t (YP2 - YP1) \quad (4.21)$$

Uma vez transladado e modificada a escala do vetor das observações, iniciou-se o procedimento de ajustamento. Considerou-se a matriz dos Pesos como sendo uma matriz identidade, atribuindo-se igual peso tanto para as coordenadas de projeção como para as coordenadas de imagem.

São apresentadas na tabela 4.7 a valorização inicial dos parâmetros e as tolerâncias adotadas como critério de convergência para as iterações.

Para as transformações adaptadas ao uso de feições retas como controle acrescenta-se aos valores iniciais dos parâmetros apresentados na tabela 4.7, o parâmetro t da reta para cada feição utilizada. O valor inicial de t foi estimado da forma:

$$t = (YP2 - YP1) / (XP2 - XP1) \quad (4.22)$$

A tolerância adotada para o parâmetro t foi 0,000002 radiano.

4.2.2. Valor dos parâmetros das transformações

Após a convergência das iterações no ajustamento pelo método combinado, no qual se utilizou valores das observações modificadas da forma descrita no item 4.2.1, procedeu-se a recuperação, a partir dos valores parâmetros ajustados, do valor dos parâmetros das transformações T conforme o procedimento apresentado no apêndice.

Transformação	Parâmetro	Valores iniciais	Tolerâncias
CR	α X0 Y0	0 0 0	0,0001° 0,1 m 0,1 m
TI	E_{xy} α X0 Y0	1 0 0 0	0,001 0,0001° 0,1 m 0,1 m
AP	$E_x = E_y$ α X0 Y0	1 0 0 0	0,001 0,0001° 0,1 m 0,1 m
TA	a_i b_i $i = 1,3$	0 0	0,001 0,001
BL	a_i b_i $i = 1,4$	0 0	0,001 0,001
P2G	a_i b_i $i = 1,6$	0 0	0,001 0,001
P3G	a_i b_i $i = 1,10$	0 0	0,001 0,001

Tabela 4.7. Valorização inicial dos parâmetros e tolerância para as iterações.

Apresenta-se na tabela 4.8 o valor dos parâmetros das transformações. Deixou-se de incluir, para as transformações polinômias, os parâmetros para os quais o valor obtido foi menor do que 1×10^{-3} .

Transf.		15 PCs	15 Feições	30 Feições
C.R.	E0	-435,373	-435,964	-439,053
	N0	1.515,846	1.506,808	1.516,350
	α	0,0014	0,0010	0,0023
T.I.	E0	-434,593	-438,843	-440,232
	N0	1.516,415	1.508,351	1.517,643
	Exy	0,999	1,000	1,000
	α	0,0014	0,0008	0,0021
A.P.	E0	-434,687	-442,717	-441,480
	N0	1.516,453	1.514,055	1.520,127
	Ex	1,000	0,999	0,999
	Ey	0,999	1,000	1,000
	α	0,0014	0,0012	0,0016
T.A.	A1	-435,424	-443,721	-441,587
	B1	1.517,546	1.513,068	1.520,022
	A2	1,000	0,999	0,999
	B2	-0,001	0,000	-0,001
	A3	0,001	0,001	0,001
	B3	0,999	1,000	1,000
BL	A1	-435,413	-442,879	-442,243
	B1	1.517,717	1.511,321	1.519,892
	A2	1,000	0,999	0,999
	B2	-0,001	0,000	-0,001
	A3	0,001	0,000	0,000
	B3	0,999	0,999	1,000
P2G	A1	-456,140	-430,390	-445,812
	B1	1.516,997	1.519,272	1.523,371
	A2	0,999	1,000	0,999
	B2	-0,001	0,002	-0,001
	A3	0,001	0,000	0,000
	B3	0,999	0,999	1,000
P3G	A1	-457,558	-	-457,141
	B1	1.507,915	-	1.524,048
	A2	1,000	-	1,000
	B2	0,002	-	-0,001
	A3	0,001	-	0,002
	B3	1,000	-	1,001

Tabela 4.8. Valor dos parâmetros.

4.2.3. Estimativa da qualidade das transformações

Os parâmetros das transformações T foram aplicados às coordenadas navegadas dos pontos de verificação, sendo as coordenadas daí resultantes comparadas às respectivas coordenadas UTM.

Na aplicação dos parâmetros da transformação de corpo rígido, determinados através da utilização de pontos como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	Diferenças	
	E (m)	N (m)
11	53	-3
15	33	-5
19	-34	-26
21	-47	-7
32	23	17
34	-26	33
37	24	39
39	12	4
42	-20	15
44	10	-16

Tabela 4.9. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação de corpo rígido determinados através de pontos de controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação isogonal, determinados com a utilização de pontos como controle, resultaram as diferenças apresentadas na tabela 4.10.

Ponto de Verificação	Diferenças	
	E (m)	N (m)
11	41	11
15	25	-5
19	-21	-18
21	-45	-5
32	11	16
34	-28	26
37	15	28
39	12	3
42	-12	7
44	11	-29

Tabela 4.10. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação isogonal determinados através de pontos de controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação afim particular, determinados com a utilização de pontos como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	Diferenças	
	E (m)	N (m)
11	42	12
15	27	-5
19	-23	-17
21	-45	-5
32	12	16
34	-27	26
37	16	27
39	12	3
42	-13	7
44	11	-30

Tabela 4.11. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação afim particular determinados através de pontos de controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação afim, determinados com a utilização de pontos como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	Diferenças	
	E (m)	N (m)
11	25	-5
15	25	-14
19	-34	1
21	-49	-2
32	14	0
34	-19	23
37	31	13
39	13	4
42	-4	18
44	28	-29

Tabela 4.12. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação afim determinados através de pontos de controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação bilinear, determinados com a utilização de pontos como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	Diferenças	
	E (m)	N (m)
11	26	13
15	25	-13
19	-35	-9
21	-49	-3
32	14	0
34	-19	21
37	30	2
39	13	3
42	-3	21
44	28	-31

Tabela 4.13. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação bilinear determinados através de pontos de controle.

Na aplicação dos parâmetros do polinômio de segundo grau completo, determinados com a utilização de pontos como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	Diferenças	
	E (m)	N (m)
11	-26	9
15	34	-14
19	-31	-14
21	-28	-2
32	9	-5
34	-6	23
37	16	2
39	34	4
42	3	20
44	20	-27

Tabela 4.14. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros do polinômio de segundo grau completo determinados através de pontos de controle.

Na aplicação dos parâmetros do polinômio de terceiro grau completo, determinados com a utilização de pontos como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	Diferenças	
	E (m)	N (m)
11	12	-33
15	37	-2
19	23	33
21	-32	-10
32	-29	-58
34	2	44
37	37	22
39	34	7
42	4	16
44	21	-31

Tabela 4.15. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros do polinômio de terceiro grau completo determinados através de pontos de controle.

Calculou-se o erro médio quadrático (EMQ) segundo as direções E e N, através dos valores apresentados nas tabelas 4.9 a 4.15 e das expressões 4.3 e 4.4. O erro médio quadrático segundo as duas direções foi obtido através de:

$$EMQ_{EN} = \{ (EMQ_E)^2 + (EMQ_N)^2 \}^{1/2} \quad (4.23)$$

Transformação	EMQ E(m)	EMQ N(m)	EMQ EN(m)
CR	31,12	20,44	37,23
TI	25,26	17,60	30,78
AP	25,90	17,53	31,27
TA	26,76	14,61	30,49
BL	26,92	15,06	30,85
P2G	23,64	14,69	27,83
P3G	26,20	30,45	40,17

Tabela 4.16. Erro médio quadrático para as transformações utilizando pontos como controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação de corpo rígido, determinados com a utilização feições como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	15 feições		30 feições	
	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
11	54	6	56	-4
15	33	3	37	-7
19	-33	-17	-30	-26
21	-46	2	-43	-8
32	23	26	27	17
34	-25	42	-22	32
37	25	48	28	39
39	12	13	16	3
42	-20	24	-16	15
44	11	-7	15	-17

Tabela 4.17. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação de corpo rígido determinados através de feições de controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação isogonal, determinados com a utilização de feições como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	15 feições		30 feições	
	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
11	49	14	52	2
15	32	2	35	-8
19	-22	-13	-21	-23
21	-42	2	-40	-8
32	18	25	23	15
34	-24	36	-21	27
37	21	39	25	31
39	16	11	18	1
42	-12	17	-10	9
44	14	-17	17	-25

Tabela 4.18. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação isogonal determinados através de feições de controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação afim particular, determinados com a utilização de feições como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	15 feições		30 feições	
	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
11	36	-1	40	-9
15	26	-5	30	-11
19	-1	-24	-1	-31
21	-36	-6	-33	-12
32	6	19	10	13
34	-22	35	-18	29
37	11	41	16	36
39	20	5	23	-1
42	3	17	6	-11
44	19	-14	22	-19

Tabela 4.19. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação afim particular determinados através de feições de controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação afim, determinados com a utilização de feições como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	15 feições		30 feições	
	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
11	24	-7	24	-18
15	26	-7	29	-15
19	-9	-16	-8	-17
21	-38	-4	-35	-8
32	8	13	12	4
34	-15	34	-10	30
37	24	37	31	29
39	21	6	24	2
42	10	22	15	21
44	32	-13	39	-16

Tabela 4.20. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação afim determinados através de feições de controle.

Na aplicação dos parâmetros da transformação bilinear, determinados com a utilização de feições como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	15 feições		30 feições	
	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
11	57	43	38	-7
15	29	-3	30	-14
19	-13	-21	-12	-20
21	-36	1	-35	-7
32	7	9	12	2
34	-24	25	-12	28
37	0	-2	22	20
39	20	8	25	2
42	6	28	17	25
44	17	-26	36	-17

Tabela 4.21. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros da transformação bilinear determinados através de feições de controle.

Na aplicação dos parâmetros do polinômio de segundo grau completo, determinados com a utilização de feições como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	15 feições		30 feições	
	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
11	183	179	47	3
15	37	34	34	-17
19	-31	-23	-45	-13
21	-51	-9	-35	-10
32	33	93	6	4
34	-21	29	-5	29
37	31	75	35	29
39	7	-1	25	-1
42	28	11	-1	30
44	61	-13	51	-8

Tabela 4.22. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros do polinômio de segundo grau completo determinados através de feições de controle.

Na aplicação dos parâmetros do polinômio de terceiro grau completo, determinados com a utilização de feições como controle, resultaram as seguintes diferenças:

Ponto de Verificação	Diferenças	
	E (m)	N (m)
11	67	21
15	49	-18
19	-60	-35
21	-41	-5
32	16	38
34	7	29
37	-22	-11
39	30	7
42	-69	74
44	18	-25

Tabela 4.23. Diferenças entre as coordenadas de carta e as coordenadas resultantes da aplicação dos parâmetros do polinômio de terceiro grau completo determinados através de feições de controle.

Calculou-se o erro médio quadrático (EMQ) segundo as direções E e N, através dos valores apresentados nas tabelas 4.17 a 4.23 e das expressões 4.3 e 4.4. O erro médio quadrático segundo as duas direções foi obtido através da expressão 4.23.

Transformação	EMQ E(m)	EMQ N(m)	EMQ EN(m)
CR	31,19	24,27	39,52
TI	27,55	21,31	34,83
AP	21,56	21,02	30,18
TA	22,68	19,44	29,87
BL	26,42	21,31	33,94
P2G	67,26	70,19	97,22

Tabela 4.24. Erro médio quadrático para as transformações utilizando 15 feições de controle.

Transformação	EMQ E(m)	EMQ N(m)	EMQ EN(m)
CR	31,66	20,24	37,58
TI	28,85	18,09	34,05
AP	23,24	20,26	30,83
TA	25,02	18,42	31,07
BL	25,78	16,88	30,82
P2G	33,30	18,04	37,88
P3G	43,48	32,43	54,24

Tabela 4.25. Erro médio quadrático para as transformações utilizando 30 feições de controle.

A tabela 4.26 apresenta, a partir dos resultados constantes nas tabelas 4.16, 4.24 e 4.25, uma comparação do erro médio quadrático dos pontos de verificação para a utilização das diferentes transformações.

Transformação	15 pontos		15 feições		30 feições	
	m	pixels	m	pixels	m	pixels
CR	37,23	1,24	39,52	1,32	37,58	1,25
TI	30,78	1,03	34,83	1,16	34,05	1,13
AP	31,27	1,04	30,18	1,01	30,83	1,03
TA	30,49	1,02	29,87	1,00	31,07	1,04
BL	30,85	1,03	33,94	1,13	30,82	1,03
P2G	27,83	0,93	97,22	3,24	37,88	1,26
P3G	40,17	1,34	-	-	54,24	1,81

Tabela 4.26. Comparação do erro médio quadrático para as diferentes transformações utilizando pontos e feições como controle.

4.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na análise das tabelas 4.3 e 4.8 verifica-se que os fatores de translação se aproximam dos valores de EMQ nas direções E e N. Esta comparação é mais favorável para a utilização de pontos como controle. Os demais parâmetros modelam os outros erros presentes na imagem com correção geométrica de sistema.

Para o caso da utilização das transformações polinomiais, apesar de não estarem apresentados na tabela 4.8 os parâmetros cujo valor é menor que 1×10^{-3} , deve-se ter em conta que eles não são desprezíveis ao se efetuar a transformação das coordenadas navegadas de imagem para gerar coordenadas de projeção.

Os resultados apresentados na tabela 4.26 mostram que, quando se leva em conta a diferença entre a escala real e a

nominal da imagem, através do fator de escala da transformação, ocorre uma redução do EMQ em relação àquele obtido através da transformação de corpo rígido . Com relação aos demais modelos, excetuando-se o polinômio de terceiro grau para a utilização de pontos, e os polinômios de segundo e terceiro grau para a utilização de feições, os resultados são próximos uns dos outros.

Verifica-se ainda que o polinômio de segundo grau (apesar de apresentar menor número de graus de liberdade se comparado às transformações lineares, conforme a tabela 4.4) é o modelo mais adequado quando da utilização de pontos como controle, apresentando, em relação às demais transformações, uma pequena redução no EMQ do conjunto formado pelos pontos de verificação.

Tem-se, das tabelas 4.4 e 4.5 que, para o caso de igual número de pontos e feições de controle, a relação entre o número de graus de liberdade e o número de parâmetros se apresenta desvantajosa para as feições; o mesmo ocorre quando se considera igual número de graus de liberdade, conforme as tabelas 4.4 e 4.6.

No entanto, a tabela 4.26 mostra que, no caso de transformações lineares, a utilização de pontos ou de feições como controle produz resultados igualmente aceitáveis para a retificação da imagem digital TM.

Embora as transformações lineares com a utilização de 15 e 30 feições não apresentem diferença significativa no EMQ do conjunto formado pelos pontos de verificação, constata-se que o mesmo não ocorreu quando da utilização do polinômio de segundo grau.

Verificou-se, através de testes adicionais com o polinômio de segundo grau completo com a utilização de 20, 22 e 29 feições, a tendência de ocorrer decréscimo no valor de EMQ quando se aumenta o número de graus de liberdade em relação ao número de parâmetros. Já o polinômio de terceiro grau completo não se mostrou adequado, tanto para a utilização de pontos como para a utilização de feições.

Deve-se observar que, uma vez determinados os erros de posicionamento, de escala e de rotação através da transformação isogonal, pode-se corrigir os parâmetros de navegação fornecidos na CCT, sem que seja necessário alterar (reamostrar) os dados de imagem. Já a utilização de transformações mais complexas (afim particular, afim, polinômios) implica necessariamente na realização de reamostragem para que se obtenha a imagem retificada, devendo-se calcular concomitantemente nova função de navegação.

NOTAS DE REFERÊNCIA

¹D'ALGE, J.C.L. Qualidade geométrica de imagens TM do Landsat 5. **Anais do 13º Congresso Brasileiro de Cartografia**. Brasília, julho de 1987. p.46.

²D'ALGE, J.C.L; BEZERRA, P.C.R. & MEDEIROS, V.M. Geometric system correction with orbit determination as an option to produce TM-Landsat image maps without ground control points. **16th ISPRS Congress**. Kyoto, Japan, jul 1988.

³BEZERRA, P.C.R. & D'ALGE, J.C.L. Retificação de imagens TM-Landsat através do refinamento de elementos orbitais. **Anais do 5º Encontro Nacional dos Engenheiros Cartógrafos**. Presidente Prudente, julho de 1988. p.161-168.

⁴BEZERRA, P.C.R. & D'ALGE, J.C.L. p. 167.

⁵BRONSTEIN, I. & SEMENDIAEV, K. **Manual de matemática para engenheiros e estudantes.** Editora Mir, Moscou, 1979. p.293.

⁶VIADANA, M.I.C.F. **Modelos matemáticos para refinamento de imagens de satélite TM utilizando feições retas como controle.** Curitiba, 1989. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná. p.94.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1. CONCLUSÕES

A utilização de feições como controle permite aproveitar melhor as informações disponíveis na imagem, apresentando como vantagens a fácil identificação e a não obrigatoriedade de se estabelecer a correspondência um a um entre pontos medidos na imagem e nas cartas base.

As feições retas constituem um caso particular dentre os possíveis tipos de feição, apresentando a vantagem de resultarem em um modelo de ajustamento bastante simples quando comparado aos correspondentes às feições curvas.

Entre as dificuldades na utilização de feições, alinham-se o pequeno número de graus de liberdade quando em comparação com a utilização de igual número de pontos de controle, e a necessidade de dispor de pontos para verificar a qualidade das transformações estimadas.

Os resultados mostram que, observadas as ressalvas anteriores, as feições podem ser usadas para suplementar, ou mesmo substituir os pontos de controle na retificação de

imagens digitais TM-Landsat com correção geométrica de sistema, através da modelagem de efeito.

5.2. RECOMENDAÇÕES

Os valores de EMQ do conjunto de pontos de verificação incluem, além dos erros de leitura das coordenadas de imagem, causadas pela resolução espacial do TM e pelo relevo do terreno, também os erros devido à carta topográfica, que está sujeita aos erros inerentes ao processo de construção e ao processo de reprodução, e aos procedimentos de digitalização.

Apresenta-se como recomendações para trabalhos futuros:

a. Obter as coordenadas de terreno do controle a partir de métodos mais precisos, como por rastreamento de satélites, levantamento geodésico ou astronomia de precisão, devendo-se observar, em cada caso, os referenciais envolvidos.^{1,2}

b. Automatizar a leitura de coordenadas de imagem.

c. Utilizar feições curvas juntamente com feições retas.

NOTAS DE REFERÊNCIA

¹GEMAEL, C. **Referenciais cartesianos utilizados em geodésia.** Curitiba, Universidade Federal do Paraná, Departamento de Geociências. 1989.

²LUGNANI, J. B. **Introdução à fototriangulação.** Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1989. p.117-126.

APÊNDICE

RECUPERAÇÃO DO VALOR DOS PARÂMETROS

A transformação T relaciona coordenadas de imagem às coordenadas de carta da forma:

i) Para a utilização de pontos como controle:

$$E = T1 (E',N')$$

$$N = T2 (E',N') \quad \text{a.1}$$

ii) Para a utilização de feições retas como controle:

$$E1 + t (E2 - E1) = T1 (E',N')$$

$$N1 + t (N2 - N1) = T2 (E',N') \quad \text{a.2}$$

A transformação T' relaciona as coordenadas modificadas de imagem às coordenadas modificadas de carta da forma:

i) Para a utilização de pontos como controle:

$$XP = T'1 (x,y)$$

$$YP = T'2 (x,y) \quad \text{a.3}$$

ii) Para a utilização de feições retas como controle:

$$XP1 + t (XP2 - XP1) = T'1 (x,y)$$

$$YP1 + t (YP2 - YP1) = T'2 (x,y) \quad a.4$$

Uma vez determinados os parâmetros da transformação T' através do ajustamento por mínimos quadrados, pode-se obter os parâmetros da transformação T substituindo, respectivamente, nas expressões a.3 e a.4 os valores de (XP,YP,x,y) e de (XP1,XP2,YP1,YP2,x,y) dados no item 4.2.1, e comparando às expressões a.1 e a.2.

Apresenta-se a seguir a recuperação do valor dos parâmetros para as transformações T utilizadas neste trabalho. Para as transformações lineares, apenas os parâmetros de translação necessitam ser recuperados.

a) Corpo Rígido:

$$E0 = K X0 + Em - Em \cos(\alpha) - Nm \sin(\alpha)$$

$$N0 = K Y0 + Nm + Em \sin(\alpha) - Nm \cos(\alpha)$$

sendo:

$X0, Y0, \alpha$ parâmetros resultantes do ajustamento

Em, Nm obtidos das expressões 4.6 e 4.7 para a utilização de pontos como controle, e das expressões 4.13 e 4.14 para a utilização de feições como controle.

K constante com valor 1000

b) Isogonal:

$$E0 = K X0 + Em - Em E_{xy} \cos(\alpha) - Nm E_{xy} \sin(\alpha)$$

$$N0 = K Y0 + Nm + Em E_{xy} \sin(\alpha) - Nm E_{xy} \cos(\alpha)$$

sendo:

$X0, Y0, \alpha, E_{xy}$ parâmetros resultantes do ajustamento

Em, Nm obtidos das expressões 4.6 e 4.7 para a utilização de pontos como controle, e das expressões 4.13 e 4.14 para a utilização de feições como controle.

K constante com valor 1000

c) Afim particular:

$$E0 = K X0 + Em - Em E_x \cos(\alpha) - Nm E_y \sin(\alpha)$$

$$N0 = K Y0 + Nm + Em E_x \sin(\alpha) - Nm E_y \cos(\alpha)$$

sendo:

$X0, Y0, \alpha, E_x, E_y$ parâmetros resultantes do ajustamento

Em, Nm obtidos das expressões 4.6 e 4.7 a utilização de pontos como controle, e das expressões 4.13 e 4.14 para a utilização de feições como controle.

K constante com valor 1000

d) Afim:

$$A1 = Em + K a1 - Em a2 - Nm a3$$

$$A2 = a2$$

$$A3 = a3$$

$$B1 = Nm + K b1 - Em b2 - Nm b3$$

$$B2 = b2$$

$$B3 = b3$$

sendo:

a_i, b_i parâmetros resultantes do ajustamento

Em, Nm obtidos das expressões 4.6 e 4.7 para a utilização de pontos como controle, e das expressões 4.13 e 4.14 para a utilização de feições como controle.

K constante com valor 1000

e) Bilinear:

$$A1 = Em + K a1 - Em a2 - Nm a3 + (Em Nm) a4 / K$$

$$A2 = a2 - (Nm a4) / K$$

$$A3 = a3 - (Em a4) / K$$

$$A4 = a4 / K$$

$$B1 = Nm + K b1 - Em b2 - Nm b3 + (Em Nm) b4 / K$$

$$B2 = b2 - (Nm b4) / K$$

$$B3 = b3 - (Em b4) / K$$

$$B4 = b4 / K$$

sendo:

a_i, b_i parâmetros resultantes do ajustamento
 E_m, N_m obtidos das expressões 4.6 e 4.7 para a utilização de pontos como controle, e das expressões 4.13 e 4.14 para a utilização de feições como controle.

K constante com valor 1000

f) Polinômio de segundo grau completo:

$$A_1 = E_m + K a_1 - E_m a_2 - N_m a_3 + a_4 / K$$

$$A_2 = a_2 - 2 (E_m a_4)/K - (N_m a_5)/K$$

$$A_3 = a_3 - (E_m a_5)/K - 2 (N_m a_6)/K$$

$$A_4 = a_4/K$$

$$A_5 = a_5/K$$

$$A_6 = a_6/K$$

$$B_1 = N_m + K b_1 - E_m b_2 - N_m b_3 + b_4/K$$

$$B_2 = b_2 - 2 (E_m b_4)/K - (N_m b_5)/K$$

$$B_3 = b_3 - (E_m b_5)/K - 2 (N_m b_6)/K$$

$$B_4 = b_4/K$$

$$B_5 = b_5/K$$

$$B_6 = b_6/K$$

sendo:

a_i, b_i parâmetros resultantes do ajustamento

Em, Nm obtidos das expressões 4.6 e 4.7 para a utilização de pontos como controle, e das expressões 4.13 e 4.14 para a utilização de feições como controle.

K constante com valor 1000

g) Polinômio de terceiro grau completo:

$$A1 = Em + K a1 - Em a2 - Nm a3 \\ + [(Em)^2 a4 + (Em Nm)a5 - (Nm)^2 a6]/K \\ - [(Em)^3 a7 + Nm(Em)^2 a8 + Em(Nm)^2 a9 + (Nm)^3 a10]/K$$

$$A2 = a2 - (2 Em a4 + Nm a5)/K \\ + [3(Em)^2 a7 + 2 Em Nm a8 + Nm^2 a9]/K$$

$$A3 = a3 - (Em a5 + 2 Nm a6)/K \\ + [(Em)^2 a8 + 2 Em Nm a9 + 3 Nm^2 a10]/K$$

$$A4 = a4/K - (3 Em a7 + Nm a8)/K$$

$$A5 = a5/K - (2 Em a8 + 2 Nm a9)/K$$

$$A6 = a6/K - (Em a9 + 3 Nm a10)/K$$

$$A7 = a7/K$$

$$A8 = a8/K$$

$$A9 = a9/K$$

$$A10 = a10/K$$

$$B1 = Nm + K b1 - Nm b2 - Nm b3 \\ + [(Em)^2 b4 + (Em Nm)b5 - (Nm)^2 b6]/K \\ - [(Em)^3 b7 + Nm(Em)^2 b8 + Em(Nm)^2 b9 + (Nm)^3 b10]/K$$

$$\begin{aligned}
B2 &= b2 - (2 \text{ Em } b4 + \text{ Nm } b5)/K \\
&\quad + [3(\text{Em})^2 b7 + 2 \text{ Em } \text{ Nm } b8 + \text{ Nm}^2 b9]/K^2 \\
B3 &= b3 - (\text{Em } b5 + 2 \text{ Nm } b6)/K \\
&\quad + [(\text{Em})^2 b8 + 2 \text{ Em } \text{ Nm } b9 + 3 \text{ Nm}^2 b10]/K^2 \\
B4 &= b4/K - (3 \text{ Em } b7 + \text{ Nm } b8)/K^2 \\
B5 &= b5/K - (2 \text{ Em } b8 + 2 \text{ Nm } b9)/K^2 \\
B6 &= b6/K - (\text{Em } b9 + 3 \text{ Nm } b10)/K^2 \\
B7 &= b7/K^2 \\
B8 &= b8/K^2 \\
B9 &= b9/K^2 \\
B10 &= b10/K^2
\end{aligned}$$

sendo:

a_i, b_i parâmetros resultantes do ajustamento
 Em, Nm obtidos das expressões 4.6 e 4.7 para a utilização de pontos como controle, e das expressões 4.13 e 4.14 para a utilização de feições como controle.

K constante com valor 1000

ABSTRACT

System corrected TM-Landsat images must be refined to reduce errors due mainly to telemetry data broadcasted by the satellite, if they are to be used to generate cartographic products. The geometric correction refinement is done through the use of information external to the imaging system, using control to establish the ground truth. The aim of this work is to evaluate the efficiency of the use of straight features in the refinement of TM-Landsat digital images through the effect modelling. Comparative tests were effected between methods using points and straight features as control. The results obtained are presented and discussed.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 01 BEZERRA, P.C.R. & D'ALGE, J.C.L. Retificação de imagens TM-Landsat através do refinamento de elementos orbitais. **Anais do 5º Encontro Nacional dos Engenheiros Cartógrafos**. Presidente Prudente, julho de 1987. p.161-168.
- 02 BRONSTEIN, I. & SEMENDIAEV, K. **Manual de matemática para engenheiros e estudantes**. Moscou, Editora Mir, 1979. 852p.
- 03 GEMAEL, C. **Referenciais cartesianos utilizados em geodésia**. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, Departamento de Geociências, 1981.
- 04 D'ALGE, J.C.L. Qualidade geométrica de imagens TM do Landsat 5. **Anais do 13º Congresso Brasileiro de Cartografia**. Brasília, julho de 1987. p.44-59.
- 05 D'ALGE, J. C. L.; BEZERRA, P. C. R. & MEDEIROS, V. M. Geometric system correction with orbit determination as an option to produce TM-Landsat image maps without ground control points. **16th ISPRS Congress**. Kyoto, Japan, July 1988.
- 06 FRIEDMANN, D.E. et alii. Multiple scene precision rectification with very few ground control points. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, 49(12), dec.1983.
- 07 LUGNANI, J.B. **Using digital entities as control**. 1980. 159 p. Phd Thesis. Department of Surveying Engineering, UNB.
- 08 _____. **Introdução à fototriangulação**. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1989. 134p.
- 09 MASRY, S.E. Digital mapping using entities: a new concept. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, Falls Church, 48(11):1561-5, nov.1981.
- 10 POPE, A.J. Some pitfalls to be avoided in the iterative adjustment of nonlinear problems. **NOAA Technical Report NOS 65 NGS1**, Rockville, 1974.

- 11 SCHOWENGERDT, R.A. **Techniques for image processing and classification in remote sensing.** Orlando, Academic Press, 1983. 249p.
- 12 SERRA, P.R.M. **Geração de imagens TM Landsat em fitas compatíveis com computador geometricamente corrigidas. Anais do 13º Congresso Brasileiro de Cartografia.** Brasília, julho de 1987. p.94-104.
- 13 SILVA, A.J.F.M. **Modelos de correção geométrica para imagens HRV-Spot.** São José dos Campos, 1988. 219p. Dissertação de Mestrado, Instituto de Pesquisas Espaciais.
- 14 SILVA, A.J.F.M. & D'ALGE, J.C.L. **Avaliação da qualidade geométrica das imagens TM-Landsat. Simpósio Latino-Americano de Sensoriamento Remoto.** Gramado, agosto de 1986.
- 15 SOUZA, F.C.B. **Orientação absoluta de modelos utilizando feições digitalizadas como controle.** Curitiba, 1982. 125p. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.
- 16 SOUZA, R.C.M. **Inpe Landsat Thematic Mapper computer compatible tape format specification (revision B).** Instituto de Pesquisas Espaciais, 1987.
- 17 VIADANA, M.I.C.F. **Modelos matemáticos para refinamento de imagens de satélite TM utilizando feições retas como controle.** Curitiba, 1989. 118p. Dissertação de Mestrado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná.
- 18 WELCH, R. & USERY, E.L. **Cartographic Accuracy of Landsat MSS and TM image data. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing.** GE22(3):281-288, 1984.