

Antonio Simões Silva

*Controle de Estruturas de Engenharia
pelo Método Fotogramétrico*

Dissertação apresentada ao Curso de
Pós-Graduação em Ciências Geodésicas para
obtenção do Grau de Mestre em Ciências pela
Universidade Federal do Paraná

Universidade Federal do Paraná
1983

CONTROLF DE ESTRUTURAS DE ENGENHARIA
PELO MÉTODO FOTOGRAFÉTRICO

por

ANTONIO SIMÕES SILVA, Engenheiro Cartógrafo

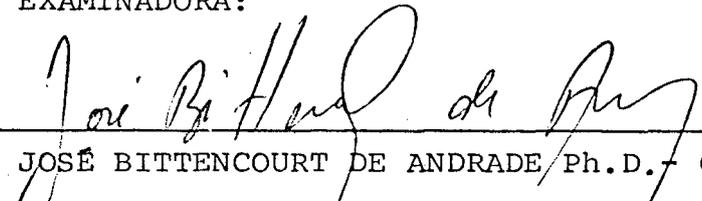
DISSERTAÇÃO

Apresentada ao Curso de Pós-graduação em Ciências
Geodésicas para Obtenção do Grau de Mestre em
Ciências pela Universidade Federal do Paraná

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1983

BANCA EXAMINADORA:


Prof. JOSÉ BITTENCOURT DE ANDRADE Ph.D. Orientador


Prof. FLÁVIO FELIPE KIRCHNER Ph.D.


Prof. JOÃO BOSCO LUGNANI Ph.D.

Para

PIST, TEODORICO e MARIA DE LOURDES
meus v̄rtices de triangulaçãoo.

AGRADEÇO

Ao professor José Bittencourt de Andrade, pelo incentivo recebido durante todo o trabalho de orientação desta tese;

A Berutti, Dulce, Ferraz e Verônica, companheiros e interlocutores constantes durante todo o curso;

A todos os colegas do Departamento de Engenharia Civil, U.F.V., pelo apoio recebido;

A Elaine Cavalcante Gomes e Maria Aparecida Arruda, pela ajuda inestimável na finalização desta tese;

A todos os amigos que, de uma forma ou de outra, me ajudaram a chegar ao fim deste trabalho;

e

A Alice Inês, por tudo.

SINOPSE

Este trabalho tem por objetivo mostrar a influência da configuração geométrica dos pontos de apoio terrestre na precisão dos resultados do controle de deslocamentos e deformações de estruturas de engenharia.

Através da simulação computacional faz-se variar a configuração dos pontos de apoio e a precisão desses pontos.

Utilizamos a fotogrametria analítica, através do método dos feixes. A aplicação desse método envolve grandes sistemas de equações, o que demanda uma grande capacidade de memória do computador. Para minimizar este problema, apresentamos um algoritmo utilizando vetores ao invés de matrizes.

Por meio das simulações efetuadas, verifica-se que a mudança de configuração geométrica dos pontos de apoio faz com que a variância das coordenadas dos pontos triangulados sejam alteradas, modificando o resultado da monitoração da estrutura.

SYNOPSIS

The aim of this paper is to show the influence of geometric configuration of control points in the precision of measurements of displacement and deformation of engineering structures.

By means of computer simulation, the configuration and precision of control points are changed.

Analytical photogrammetry was used, specifically the bundle method. The application of this method yields a very large system of equations requiring a very large electronic computer. To solve this problem, an algorithm was formulated using vectors, instead of matrices.

By simulation, we concluded that changing the geometric configuration of control points changes the results of structural monitoring.

CONTEÚDO

	Página
I. INTRODUÇÃO	1
II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1. Aspecto Econômico do Método Fotogramétrico	5
2.2. Aspectos da Precisão do Método Fotogramétrico	7
2.3. Sinalização	9
III. MODELO MATEMÁTICO	12
3.1. Resseção Espacial	16
3.2. Interseção Espacial	16
3.3. Ajustamento das Observações	17
3.3.1. Derivadas Parciais da Função Fx ...	21
3.3.2. Derivadas Parciais da Função Fy ...	22
3.4. Redução dos Dados	23
3.4.1. Transformação de Coordenadas do Sistema Instrumental para o Sistema Fiducial	23
3.4.2. Distorção das Lentes	26
3.5. Efeito da Excentricidade do Centro de Perspectiva	28
IV. CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRECISÃO DAS COORDENADAS DO ESPAÇO-OBJETO	30
4.1. Considerações Gerais	30
4.2. Relação Base-Distância	33

	Página
4.3. Injunções	34
4.4. Modelo Matemático para Injunções	35
4.4.1. Injunção de Posição	36
4.4.2. Injunção de Orientação Exterior ...	38
4.4.3. Injunções de Distância	38
4.5. Previsão dos Resultados através da Simulação :.....	40
V. INFLUÊNCIA DA CONFIGURAÇÃO DOS ALVOS NA PRECISÃO	42
5.1. Efeito da Variação da Razão Base-Distância	44
5.2. Efeito da Configuração dos Pontos de Apoio	47
5.2.1. Quantidade de Pontos de Apoio	48
5.2.2. Posição Relativa do Ponto de Apoio	50
5.2.3. Precisão dos Pontos de Apoio	54
5.3. Variação Simultânea de Parâmetros	58
VI. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	63
6.1. Conclusões	63
6.2. Recomendações	64
APÊNDICES	65
NOTAS DE REFERÊNCIA	85
BIBLIOGRAFIA	88

I. INTRODUÇÃO

As grandes estruturas de engenharia, como barragens, precisam para que seu comportamento seja avaliado, serem monitoradas. Todos nós conhecemos a necessidade da monitoração da parede de uma barragem. Estas suportam grande volume de água que têm variação sazonal causando em diversas épocas do ano variações de tensão e carga nessas estruturas.

A monitoração consiste na medida dos deslocamentos de pontos previamente escolhidos, na parede da barragem. As medições, sendo feitas em épocas diferentes, serão dados que auxiliarão o geotécnico no diagnóstico do comportamento da estrutura.

Os métodos existentes para monitoração das deformações e deslocamentos da parede de uma barragem podem ser divididos em dois grupos básicos: internos e externos.

Os métodos internos, também chamados métodos físicos, utilizam instrumentos que não são comuns no uso geodésico, tais como extensômetros, clinômetros, medidores de tensão,

dispositivos de escutação de rochas, pêndulos, etc. Estes instrumentos quase sempre têm que ser instalados durante a fase de construção da barragem. A maioria deles tem como característica o fornecimento de somente uma ou duas dimensões do deslocamento. É também importante notar que a monitoração interna ou de subsuperfície é relativa, uma vez que fornece o deslocamento de um ponto em relação a outro da própria estrutura.

Os métodos externos, métodos de superfície, se utilizam dos levantamentos de campo para obter medidas de deslocamentos, ou seja, determinam de quanto variam as coordenadas dos pontos de superfície da parede da barragem. Note-se que os métodos externos diferem dos internos em dois pontos básicos: podem ser implantados facilmente após a construção e enchimento da barragem; são métodos absolutos, uma vez que podem medir os deslocamentos de um ponto da superfície da parede da barragem, em relação a um ponto, exterior à área de influência desta, tido como fixo.

Os métodos externos, podem ser executados por dois processos: geodésico e fotogramétrico. O processo convencionalmente usado é o processo geodésico onde as coordenadas dos pontos monumentados são medidas, geralmente através de uma triangulação. Medição esta que se repetirá em intervalos regulares para que se possa detectar as variações.

Neste trabalho será utilizado o método fotogramétrico. No método fotogramétrico, utilizando-se câmaras fotográficas, fotografa-se a estrutura a ser monitorada e, medindo-se a imagem dos alvos em instrumentos apropriados, pode-se calcular as coordenadas desses alvos. A transformação

das coordenadas do espaço imagem para o espaço objeto está baseada na condição de colinearidade.

Para execução do método fotogramétrico utiliza-se a fotogrametria terrestre, que após o impulso que tomou a computação eletrônica, tende a tornar-se ferramenta bastante útil na determinação de movimentos e deformações de estruturas.

No uso da fotogrametria para determinação de movimentos e deformações de grandes estruturas, é indispensável que o método a ser usado seja de boa precisão, uma vez que os deslocamentos nessas estruturas raramente excedem a ordem dos milímetros [1].

Necessário se torna o conhecimento das deformações fotogramétricas (distorções), para que se utilize métodos precisos capaz de minimizá-las e termos, ao final do trabalho, uma completa distinção entre deformações fotogramétricas e deformações da estrutura.

Para tratamentos dos dados fotogramétricos três processos podem ser empregados, o analógico, o semi-analítico e o analítico. No decorrer desse trabalho trataremos da fotogrametria analítica, uma vez que esta, dentre as três, oferece melhores resultados em trabalhos dessa natureza [2].

Ainda dentro da fotogrametria analítica será utilizado o método do ajustamento simultâneo (*simultaneous bundle block adjustment*). Tal escolha é encorajada pelo fato de se acreditar que o ajustamento simultâneo do bloco traz resultados melhores que o ajustamento sequencial, ou em fases, de acordo com afirmações de BRANDENBERG [3].

A solução simultânea de todas equações de colinearidade acarreta um grande sistema de equações, que são redundantes, e que por isso serão resolvidas pelo método dos mínimos quadrados.

A resolução de grandes sistemas de equações traz a necessidade de armazenar grandes matrizes na memória do computador. Assim, apresentamos um programa para triangulação analítica, onde durante todo ajustamento trataremos com vetores ao invés de matrizes.

Serão estudados: os efeitos da variação da relação base-distância; efeito das variâncias do apoio geodésico; assim como a geometria desses pontos de apoio. Todos esses efeitos serão analisados: através da variância das coordenadas dos pontos fototriangulados; assim como, do valor dessas mesmas coordenadas.

II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. *Aspecto Econômico do Método Fotogramétrico*

Não temos conhecimento de que a fotogrametria terrestre tenha sido usada para monitoração de barragens no Brasil; sabe-se entretanto, que, a medida em que cresce o valor e a importância da obra, aumentam os cuidados com a sua manutenção. O *International Dam Builders Association* recomenda que pelo menos 0,7 por cento do valor da barragem seja dirigido para monitoração [4]. Esta recomendação visa somente fornecer elementos para abordagem de custos não levando em conta outros aspectos como a precisão.

Pode-se abordar o aspecto econômico da monitoração fotogramétrica sob a forma de comparação com um método já em uso. Esse método será o método geodésico. Na sua fase de implantação os dois requerem uma mesma rede básica, dita assim porque servirá de controle para todo o trabalho. Pode-se dizer que até essa fase os dois métodos têm o mesmo custo; é a partir dela que os métodos irão diferir.

Na fase de aquisição de dados, onde cada método requer instrumental diferente, reside a diferença maior entre os métodos. Supondo-se que haja disponibilidade do instrumental necessário para aquisição dos dados, tanto para um método como para outro, nos depararemos com a variável tempo. Esta variável é fundamental nos trabalhos de monitoração de estruturas, e esta é uma das vantagens do método fotogramétrico.

ERLANDSON |5| afirma que um levantamento geodésico para monitoração numa grande estrutura demanda muito tempo; uma vez que o número de pontos em geral é muito grande e, as observações de campo devem ser feitas ponto a ponto.

Para avaliarmos a diferença de tempo, cita ainda o mesmo autor que, numa estrutura onde sejam necessárias 4 estações para tomada das fotos, e que o número de alvos chegue a 50, o tempo necessário para um levantamento clássico será de 8 a 14 dias. Para o levantamento fotogramétrico dessa mesma estrutura, serão necessários apenas 4 dias.

Ainda que aplicando metodologia diferente, WEI-WEN YU |6| também cita como uma das vantagens da fotogrametria o fator tempo.

Quando o projeto de monitoração envolver uma estrutura pequena, e conseqüentemente um pequeno número de pontos, a solução pelo método geodésico torna-se mais econômica. No entanto, a medida em que o número de pontos for aumentando o método geodésico torna-se mais oneroso. Nesta situação o método fotogramétrico passa a ser um método mais econômico, isto devido ao fato do método geodésico ser um método *point-dependent* |7|. Assim, baseado em afirmação de ERLANDSON

|8|, pode-se quantificar a proporção existente entre número de pontos e o custo, uma vez que este autor afirma que, se o número de pontos a ser medido estiver entre 10 e 20, o método fotogramétrico custará aproximadamente a metade do método geodésico. Os custos serão iguais, quando o número de pontos for em torno de cinco.

Reportando-se à comparação de custos entre os dois métodos, BRANDENBERGER |9| corrobora as afirmações anteriores de que para um grande número de pontos o método fotogramétrico, economicamente suplanta o método geodésico.

Num trabalho realizado com vistas a monitoração da *Barragem de la Loutre* no Canadá, EREZ |10|, nas considerações teóricas iniciais, afirma que o método fotogramétrico, quando usado apropriadamente, torna-se 50% menos dispendioso que o método geodésico.

2.2. Aspectos da Precisão do Método Fotogramétrico

Através de outras obras, pode-se verificar a expectativa de precisão dos métodos que nos forneçam dados para o controle de deslocamentos de estruturas.

Quando se solicitou a monitoração da *Barragem de la Loutre* exigiu-se que as coordenadas fornecidas de cada ponto tivessem um desvio padrão de $\pm 2,5$ cm. Os resultados obtidos nesse trabalho mostraram que isto era factível, uma vez que ao final da monitoração se obteve coordenadas com uma precisão de $\pm 2,2$ cm |11|.

De outros projetos, podemos compilar alguns dados que poderão nos informar da precisão com que se obtiveram

os resultados. O *U.S. Army Corp of Engineers* patrocinou um projeto de controle de estruturas pelo método fotogramétrico, em que a precisão das coordenadas dos pontos medidos foi da ordem de 1:50 000 da distância da câmara ao alvo [12].

Sabe-se que a precisão final é resultado de uma série de fatores, desde os elementos de orientação da câmara até a leitura dos pontos-imagens. Além da precisão com que são medidos os pontos de apoio, influenciará também a sua geometria, sua distribuição dentre os demais pontos. Essa distribuição dos pontos de apoio afetará diretamente a precisão final, uma vez que influenciará a orientação da câmara. Nos projetos de engenharia, como cita EREZ [13], a precisão não pode ser melhorada utilizando-se duma grande quantidade de pontos de apoio. Isso tornaria o projeto mais demorado e mais caro, uma vez que aumentaria bastante o trabalho de campo. Neste caso, sugere o autor que se aumente a redundância de observações através do aumento de imagens fotográficas.

Os melhores resultados obtidos em aplicações de engenharia, ainda segundo EREZ, foram reportados por A. Planicka onde este obteve resultados com precisão de 1/38000 das distâncias câmara-alvo no controle de barragem.

Em outro projeto utilizando fotogrametria terrestre, este agora voltado para calibração de refletores de antenas, A. J. McNair obteve precisão de 1/25000 da distância da câmara-alvo.

ERZ [14], baseado na literatura técnica, retira algumas conclusões relativas a precisão que transcrevemos aqui dada a sua importância.

- "1. Não podemos negar o potencial do método fotogramétrico para trabalhos onde a precisão é da ordem de milímetros;
2. Sugere-se que o comprimento da distância focal da lente seja grande de modo que a precisão angular dos raios sejam aumentados;
3. A redundância de fotografias de alvos tomados de diferentes estações e com diversas atitudes da câmara torna possível a aplicação do ajustamento pelo método dos mínimos quadrados;
4. É possível melhorar a precisão da identificação dos pontos-imagens se o tamanho, forma, orientação e contraste dos alvos são bem determinados."

2.3. Sinalização

Para solução do problema de monitoração de estruturas, é necessário o conhecimento das coordenadas dos alvos fixados previamente na superfície dessa estrutura.

O conhecimento dessas coordenadas, ou seja, da posição do ponto em relação a um sistema de referência requer, para que a precisão desejada seja conseguida, a sinalização desses pontos, de maneira tal que sejam estes bem identificados na foto (diapositivo). Esta sinalização apropriada muito irá contribuir para que a monitoração seja confiável. BRANDENBERGER [15] quando da monitoração da barragem Outardes, no Canadá, diz que a precisão que se pode conseguir para determinação de pontos, em testes como estes, depende muito de uma precisa e apropriada sinalização dos pontos em questão.

Como será a apropriada sinalização? Evidente que quando se fala apropriada, implicitamente quer-se dizer que a sinalização, quanto ao seu tipo e número, está associada ao tipo de barragem e a finalidade do projeto. Não existe portanto este ou aquele tipo de alvo tido como padrão.

Na maioria dos casos os alvos são artificiais, havendo em alguns projetos a utilização de alvos naturais. Em VERESS & SUN [16], numa experiência realizada para monitorar muros de arrimo, utilizou-se dum total de 90 alvos, 50 naturais. Afirmam os autores, que nesta experiência não houve diferenças entre os alvos naturais e artificiais, quando as fotografias foram tomadas sob boas condições climáticas. No caso de monitoração de barragens, a bibliografia sobre o assunto é unânime em sugerir a utilização de alvos artificiais.

Desde que os alvos sejam artificiais será possível construí-los de tal maneira que a sua identificação na foto seja facilitada.

O tamanho e forma do alvo serão diferentes de caso para caso. Assim o tamanho será função da escala da foto, e sua forma, da maneira com que estas fotos são tomadas.

Dependendo da direção com que as fotos são tomadas, um alvo que no espaço-objeto é um círculo poderá aparecer na imagem como uma elipse, dificultando a medição no comparador.

EREZ [17] relata este problema da deformação do círculo em elipse afirmando que isto trouxe inconvenientes para que o operador estimasse, na elipse formada, o lugar correspondente ao centro do círculo do espaço-objeto. O pro

blema foi sanado utilizando-se alvos em forma de cruz.

BRANDENBERGER [18], nos pontos utilizados como controle, utilizou um sistema pendular que consistia em uma esfera de plástico na parte superior e um peso na parte inferior. Tal sistema por ser acoplado a um tripé, facilita a centragem nos pontos monumentados. A esfera foi usada para que, independente da direção com que fossem tomadas as fotos, a imagem aparecesse como um círculo, acabando com o inconveniente citado anteriormente. Sugere EREZ [19] que, para tornar a identificação mais fácil, o alvo deve trazer uma letra na sua parte superior.

O tamanho do alvo, como já dissemos, está ligado a escala com que são tiradas as fotos. É conveniente que este alvo seja de dimensões tais que possibilite fácil identificação na foto, sem que dele resulte um tamanho que nos leve à uma medição imprecisa.

Levando-se em conta que as coordenadas vão ser lidas em um monocomparador, e que este fornece valores com precisão de $2 \mu\text{m}$, devemos planejar alvos cujo tamanho no espaço imagem seja também na ordem do micrometro. Fazendo o planejamento do tamanho do alvo para a escala de $1/1000$ e, decidindo que na fotografia as linhas fossem de largura de $4 \mu\text{m}$ e comprimento de $25 \mu\text{m}$, EREZ [20] determinou os tamanhos dos alvos na sua experiência de monitoração na barragem de La Loutre, que foram retas em cruz de 4 cm de largura por 25 cm de comprimento. Seguindo raciocínio análogo, podemos determinar do alvo que melhor se adapte ao nosso projeto, desde que sejam conhecidas a distância da câmara a parede da barragem, e a distância focal da câmara usada.

III. MODELO MATEMÁTICO

Apesar da possibilidade do uso da fotogrametria semi-analítica para quantificar os deslocamentos e deformações de estruturas de engenharia [21], quando for necessária uma precisão maior aconselha-se o uso da fotogrametria analítica [21].

O método analítico consiste da resseção e interseção espacial. A posição e orientação da câmara são determinados pela resseção. As coordenadas dos pontos a determinar o são pela interseção.

O cálculo da resseção e interseção é feito tendo como modelo matemático a equação de colinearidade. Esta equação é a representação matemática da condição de colinearidade, que nos diz que, na tomada da foto, o centro de perspectiva o ponto objeto e o ponto imagem estão numa mesma reta. Na Figura 3.1. o ponto objeto P , sua imagem p e o centro de perspectiva O estão numa mesma reta.

A equação de colinearidade para fotogrametria terrestre é mostrada a seguir.

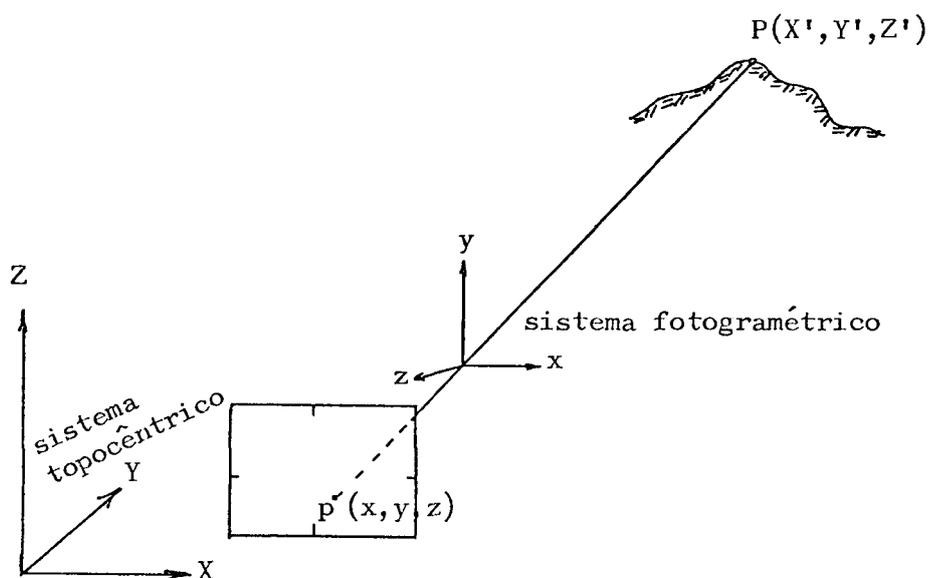


Fig. 3.1 Geometria da condição de colinearidade.

O ponto $P(X', Y', Z')$ do espaço-objeto, sua imagem $p(x, y, z)$ no espaço-imagem e o centro perspectivo 0 , estão numa mesma reta. Da Figura 3.1 obtemos:

$$\frac{x}{z} = \frac{X'}{Z'}$$

$$\frac{y}{z} = \frac{Y'}{Z'}$$

sendo, (X', Y', Z') : coordenadas fotogramétricas do ponto P

(x, y, z) : coordenadas fotogramétricas da imagem p.

$$\frac{x}{z} = \frac{X'}{Z'} \quad 3.1$$

$$\frac{y}{z} = \frac{Y'}{Z'} \quad 3.2$$

Fazendo $z = c$ (constante da câmara)

$$x = c \frac{X'}{Z'} \quad 3.3$$

$$y = c \frac{Y'}{Z'} \quad 3.4$$

Considerando que cada fotografia tem o sistema próprio, para n fotografias teremos n sistemas de coordenadas fotogramétricas. Para que todas as coordenadas do espaço-objeto se refiram a um único sistema de coordenadas, adotamos um sistema de coordenadas topocêntricas (X, Y, Z) , dextrógiro. Transformamos as coordenadas fotogramétricas dos pontos do espaço-objeto para suas correspondentes coordenadas no sistema topocêntrico. Para efetuar essa transformação fazemos três rotações (Ver Apêndice A.1) e adotamos um fator de escala (F) . As rotações tornam os sistemas topocêntrico e fotogramétrico paralelos. Em fotogrametria terrestre, após efetuado esse paralelismo, o eixo Y do sistema fotogramétrico será paralelo ao eixo Z (vertical) do sistema topocêntrico. Então temos:

$$\begin{vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{vmatrix} = F \cdot M_3(K) M_2(\phi) M_1(W) \begin{vmatrix} X - X_c \\ Z - Z_c \\ Y - Y_c \end{vmatrix} \quad 3.5$$

onde

(X, Y, Z) são coordenadas no sistema topocêntrico dos pontos do espaço-objeto;

(X_c, Y_c, Z_c) são coordenadas no sistema topocêntrico da estação de exposição (centro de perspectiva);

(K, \varnothing, W) são ângulos eulerianos. Ver Apêndice 1 para ordem das rotações;

F é o fator de escala admitido entre os sistemas fotogramétrico e topocêntrico.

Substituindo em 3.3 e 3.4, os valores de X' , Y' , Z' obtidos de 3.5 teremos as equações projetivas:

$$x = c \frac{m_{11}(X-X_c) + m_{12}(Z-Z_c) + m_{13}(Y-Y_c)}{m_{31}(X-X_c) + m_{32}(Z-Z_c) + m_{33}(Y-Y_c)} \quad 3.6$$

$$y = c \frac{m_{21}(X-X_c) + m_{22}(Z-Z_c) + m_{23}(Y-Y_c)}{m_{31}(X-X_c) + m_{32}(Z-Z_c) + m_{33}(Y-Y_c)} \quad 3.7$$

$$x = c \frac{m}{q} \quad 3.8$$

$$y = c \frac{n}{q} \quad 3.9$$

ou

$$Fx = x - c \frac{m}{q} \quad 3.10$$

$$Fy = y - c \frac{n}{q} \quad 3.11$$

3.1. Resseção Espacial

No controle de barragens, objetivamos determinar, de maneira precisa, as coordenadas de pontos previamente localizados na superfície da parede da barragem.

Os nossos dados são coordenadas fiduciais (x e y) obtidas indiretamente através de medição dos pontos imagem no comparador. Voltando-se as equações 3.6 e 3.7, vemos que todos os elementos dos segundos membros dessas equações, a exceção da constante da câmara, são desconhecidos.

Para que possamos calcular os valores das coordenadas dos pontos do espaço-objeto, devemos antes determinar, através do cálculo da resseção espacial da câmara, as coordenadas do centro perspectivo e sua atitude no espaço.

3.2. Interseção Espacial

De posse dos elementos de orientação da câmara, angulares (K, ϕ, W) e lineares (X_c, Y_c, Z_c) podemos calcular as coordenadas dos pontos no espaço-objeto (X, Y, Z). O cálculo dos elementos de orientação e das coordenadas dos pontos do espaço objeto, pode ser efetuado nesta ordem (sequencial) ; ou ser efetuado ao mesmo tempo, elementos de orientação e coordenadas dos pontos (simultâneo).

Este cálculo se processa a partir de duas ou mais fotografias contendo pontos em comuns, e que estas fotografias tenham sido tomadas de diferentes posições. As direções dos raios conjugados podem ser calculadas a partir do conhecimento da orientação das respectivas fotos. Os raios conjugados irão se cruzar no espaço-objeto. O ponto de interse-

ção dos raios conjugados pode ser expresso em coordenadas do sistema a que estão referidos os centros perspectivos das fotos. Esse procedimento para determinação das coordenadas do ponto no espaço-objeto é chamado de interseção espacial ou, simplesmente, interseção.

3.3. Ajustamento das Observações

Sejam duas fotos e um ponto no espaço-objeto. A imagem do ponto-objeto aparece nas duas fotos. Para determinação simultânea da posição de cada centro perspectivo e das coordenadas de um ponto do espaço-objeto temos 15 incógnitas; 12, referentes aos elementos de orientação externa das câmaras, e 3, referentes às coordenadas dos pontos no espaço-objeto. Cada ponto, no par de fotos nos fornece quatro equações. Para solução das 15 incógnitas temos que ter, no mínimo, 15 equações. Quatro pontos no espaço-objeto irão nos fornecer 16 equações envolvendo observações e parâmetros a determinar. Havendo mais pontos haverá mais equações que incógnitas, e a solução será efetuada utilizando-se do método dos mínimos quadrados.

O modelo matemático utilizado são as fórmulas 3.10 e 3.11. Temos:

$$F_x = x - c \frac{(X-X_c)m_{11} + (Z-Z_c)m_{12} + (Y_c-Y)m_{13}}{(X-X_c)m_{31} + (Z-Z_c)m_{32} + (Y_c-Y)m_{33}} = 0$$

$$F_y = y - c \frac{(X-X_c)m_{21} + (Z-Z_c)m_{22} + (Y_c-Y)m_{23}}{(X-X_c)m_{31} + (Z-Z_c)m_{32} + (Y_c-Y)m_{33}} = 0$$

3.12

A estas funções está associado o modelo matemático de ajustamento de observações, como descrito em MIKHAIL [23]

$$F(La, Xa) = 0$$

em que:

La é o vetor das observações

Xa é o vetor dos parâmetros

A função envolvida não é linear devido as funções trigonométricas nela contidas. Esta função é então aproximadamente linearizada por meio da série de Taylor, negligenciando-se os termos de 2ª ordem e superiores [24]. A série é então calculada, usando-se as observações originais e valores aproximados para os parâmetros incógnitos.

$$F(La, Xa) = F(Lo, Xo) + \frac{\partial F}{\partial La} \left| (La - Lo) + \frac{\partial F}{\partial Xa} \right| (Xa - Xo) = \quad 3.13$$

$$F(La, Xa) + \frac{\partial F}{\partial La} \left| (La - Lb) + \frac{\partial F}{\partial La} \right| (Lb - Lo) + \frac{\partial F}{\partial Xa} \left| (Xa - Xo) = 0$$

Adotando-se a notação usual temos o modelo linearizado:

$$F = BV + AX + W \quad 3.14$$

onde,

$$B = \frac{\partial F}{\partial La}$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial Xa}$$

$$V = La - Lb$$

$$W = B(Lb - Lo) + F(Lo, Xo)$$

Para linearização e adaptação das funções na forma 3.14, elaboremos a diferenciação em relação aos valores observados e parâmetros, para a formação das matrizes B e A respectivamente.

Para m pontos observados no espaço-imagem temos r, onde $r = 2m$, equações.

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{x1}}{\partial x1} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial y1} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial x2} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial y2} & \dots & \frac{\partial F_{x1}}{\partial x_m} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial y_m} \\ \frac{\partial F_{y1}}{\partial x1} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial y1} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial x2} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial y2} & \dots & \frac{\partial F_{y1}}{\partial x_m} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial y_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_{x_m}}{\partial x1} & \frac{\partial F_{x_m}}{\partial y1} & \frac{\partial F_{x_m}}{\partial x2} & \frac{\partial F_{x_m}}{\partial y2} & \dots & \frac{\partial F_{x_m}}{\partial x_m} & \frac{\partial F_{x_m}}{\partial y_m} \\ \frac{\partial F_{y_m}}{\partial x1} & \frac{\partial F_{y_m}}{\partial y1} & \frac{\partial F_{y_m}}{\partial x2} & \frac{\partial F_{y_m}}{\partial y2} & \dots & \frac{\partial F_{y_m}}{\partial x_m} & \frac{\partial F_{y_m}}{\partial y_m} \end{pmatrix}$$

Diferenciando-se a equação 3.12 em relação aos valores observados:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{x1}}{\partial x1} &= 1 \\ \frac{\partial F_{x1}}{\partial y1} &= 0 \\ \frac{\partial F_{x1}}{\partial x2} &= 0 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Verifica-se facilmente que a matriz B toma a seguinte forma:

$$\begin{vmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & \dots\dots\dots & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & \dots\dots\dots & 0 & 0 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\dots\dots & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots\dots\dots & 0 & 1
 \end{vmatrix}$$

Sendo portanto uma matriz unitária.

A matriz A é formada pelas derivadas parciais da função em relação aos parâmetros. Os parâmetros são os elementos de orientação externa ($K, \emptyset, W, X_c, Y_c, Z_c$) e as coordenadas dos j pontos da superfície da parede da barragem ($X_1, Y_1, Z_1, \dots, X_j, Y_j, Z_j$).

Matriz A

$$\begin{vmatrix}
 \frac{\partial F_{x1}}{\partial K} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial \emptyset} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial W} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial X_c} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial Y_c} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial Z_c} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial X_1} & \frac{\partial F_{x1}}{\partial Y_1} & \dots & \frac{\partial F_{x1}}{\partial Z_j} \\
 \frac{\partial F_{y1}}{\partial K} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial \emptyset} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial W} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial X_c} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial Y_c} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial Z_c} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial X_1} & \frac{\partial F_{y1}}{\partial Y_1} & \dots & \frac{\partial F_{y1}}{\partial Z_j} \\
 \cdot & & \cdot \\
 \cdot & & \cdot \\
 \cdot & & \cdot \\
 \cdot & & \cdot \\
 \frac{\partial F_{ym}}{\partial K} & \frac{\partial F_{ym}}{\partial \emptyset} & \frac{\partial F_{ym}}{\partial W} & \frac{\partial F_{ym}}{\partial X_c} & \frac{\partial F_{ym}}{\partial Y_c} & \frac{\partial F_{ym}}{\partial Z_c} & \frac{\partial F_{ym}}{\partial X_1} & \frac{\partial F_{ym}}{\partial Y_1} & & \frac{\partial F_{ym}}{\partial Z_j}
 \end{vmatrix}$$

3.3.1. Derivadas Parciais da Função Fx

$$\frac{\partial Fx}{\partial K} = \frac{-z}{q} (\Delta X \cdot m_{21} + \Delta Z \cdot m_{22} + \Delta Y \cdot m_{23})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Fx}{\partial \phi} = \frac{z}{q^2} & \left| q(\Delta X \text{sen} \phi \cos K - \Delta Z \text{sen} W \cos \phi \cos K + \Delta Y \cos W \cos \phi \cos K) \right. \\ & \left. + m(\Delta X \cos \phi + \Delta Z \text{sen} W \text{sen} \phi - \Delta Y \cos W \text{sen} \phi) \right| \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial W} = \frac{z}{q^2} \left| q(\Delta Z \cdot m_{13} - \Delta Y m_{12}) - m(\Delta Z \cdot m_{33} - \Delta Y \cdot m_{32}) \right|$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial Xc} = \frac{z}{q^2} \left| q \cdot m_{11} - m \cdot m_{31} \right|$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial Yc} = \frac{z}{q^2} \left| q \cdot m_{13} - m \cdot m_{33} \right|$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial Zc} = - \frac{z}{q^2} \left| q \cdot m_{12} - m \cdot m_{32} \right|$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial X} = - \frac{\partial Fx}{\partial Xc}$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial Y} = - \frac{\partial Fx}{\partial Yc}$$

$$\frac{\partial Fx}{\partial Z} = - \frac{\partial Fx}{\partial Zc}$$

3.3.2. Derivadas Parciais da Função F_y

$$\frac{\partial F_y}{\partial K} = \frac{z}{q} \left| \Delta X \cdot m_{11} + \Delta Z \cdot m_{12} + \Delta Y \cdot m_{13} \right|$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial \phi} = \frac{z}{q^2} \left| -q(\Delta X \text{sen} \phi \text{sen} K - \Delta Z \text{sen} W \text{cos} \phi \text{sen} K + \Delta Y \text{cos} W \text{cos} \phi \text{sen} K) \right. \\ \left. + n(\Delta X \text{cos} \phi + \Delta Z \text{sen} W \text{sen} \phi - \Delta Y \text{cos} W \text{sen} \phi) \right|$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial W} = \frac{z}{q^2} \left| \Delta Z \cdot m_{23} - \Delta Y \cdot m_{22} - m(\Delta Z \cdot m_{33} - \Delta Y \cdot m_{32}) \right|$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial X_c} = \frac{z}{q^2} \left| q \cdot m_{21} - n \cdot m_{31} \right|$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial Y_c} = - \frac{z}{q^2} \left| q \cdot m_{23} - n \cdot m_{33} \right|$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial Z_c} = \frac{z}{q^2} \left| q \cdot m_{22} - n \cdot m_{32} \right|$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial X} = - \frac{\partial F_y}{\partial X_c}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial Y} = \frac{\partial F_y}{\partial Y_c}$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial Z} = - \frac{\partial F_y}{\partial Z_c}$$

$$\begin{aligned} \text{Nas derivadas anteriores} \quad \Delta X &= X - X_c \\ \Delta Y &= Y - Y_c \\ \Delta Z &= Z - Z_c \end{aligned}$$

3.4. Redução dos Dados

Os dados (observações) são obtidos através das coordenadas medidas no comparador. Devem estas coordenadas, ser reduzidas ao centro da placa (origem do sistema fiducial) e corrigidas da distorção das lentes.

3.4.1. Transformação de Coordenadas do Sistema Instrumental para o Sistema Fiducial

Na transformação das coordenadas lidas no sistema instrumental (do comparador) para o sistema fiducial (da placa), efetuam-se uma rotação e uma translação no sistema instrumental, para fazer com que coincida com o sistema fiducial. A translação é aplicada em X_0 e Y_0 , origem do sistema instrumental, para x_0 , y_0 , origem do sistema fiducial. Para fazer essa transformação, utiliza-se a transformação afim geral [25]. A transformação afim geral também introduz correções para possíveis encolhimentos ou expansões da placa, que porventura ocorram nas direções x e y .

As equações que seguem transformam as coordenadas do sistema XY para o sistema xy .

$$X = a_1x + b_1y + c_1$$

$$Y = a_2x + b_2y + c_2$$

3.4.1

onde:

X e Y são coordenadas lidas no comparador no sistema instrumental;

x e y são coordenadas calibradas das marcas fiduciais, no sistema fiducial;

$a_1, b_1, c_1, \dots, c_2$ são incógnitas a determinar.

Primeiramente calculam-se as incógnitas. Uma vez de posse dos valores das incógnitas, transformam-se as coordenadas de todos os pontos para o sistema fiducial; já que su as coordenadas instrumentais são conhecidas.

Para o cálculo das incógnitas, necessitamos os valores das coordenadas das marcas fiduciais no sistema fiducial. Esses valores são fornecidos pela calibração da câmara.

Lêem-se as coordenadas dessas marcas fiduciais no comparador.

Para um dado diapositivo, um par de equações 3.4.1 po de ser escrito para cada marca fiducial. Temos assim oito equações, quatro para X e quatro para Y. Sendo 6 incógnitas a determinar, temos abundância de valores observados e, para obtenção dos valores mais prováveis das incógnitas aplica-se o método dos mínimos quadrados.

O modelo é da forma

$$AX = L \quad 3.4.2$$

onde A é a matriz dos coeficientes das incógnitas;

X é o vetor das incógnitas;

L é o vetor dos valores observados.

A solução do sistema 3.4.2 é do tipo

$$X = (A^T \quad A) A^T L \quad 3.4.3$$

$$X = \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ x_4 \\ y_4 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_4 & y_4 & 1 \end{pmatrix}$$

Uma vez obtidos $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ podemos calcular x e y dos outros pontos, desde que se conheçam as coordenadas instrumentais dos mesmos.

Assim para um ponto P de coordenadas instrumentais X_p, Y_p temos:

$$\begin{vmatrix} X_p \\ Y_p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_p \\ y_p \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \end{vmatrix} \quad 3.4.4$$

$$\begin{vmatrix} x_p \\ y_p \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}^{-1} \cdot \begin{vmatrix} X_p \\ Y_p \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \end{vmatrix} \quad 3.4.5$$

A solução é única para

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$$

3.4.2. Distorção das Lentes

Devido a problemas de fabricação, as lentes das câmaras fotogramétricas sofrem distorções causando deslocamentos nas coordenadas de imagens (x, y) .

A distorção radial simétrica, também conhecida como 5.^a aberração de Seidel, é causada pela impossibilidade de, na prática, as lentes apresentarem a forma ideal de um paraboloide de revolução ao redor do eixo ótico.

Um outro aspecto também de caráter prático, a falta de alinhamento dos eixos óticos das lentes, causa uma dis-

torção chamada de distorção discentrada [26].

A distorção radial simétrica é calculada a partir de um desenvolvimento polinomial devido a CONRADY, e que é mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}\delta x &= (K_1 r^2 + K_2 r^4 + K_3 r^6 + \dots) (x - x_0) \\ \delta y &= (K_1 r^2 + K_2 r^4 + K_3 r^6 + \dots) (y - y_0)\end{aligned}\tag{3.4.6}$$

onde:

$\delta x, \delta y$ - Componentes do deslocamento devido a distorção radial simétrica de um ponto de coordenadas (x, y) ;

r - Distância radial do ponto de coordenadas (x, y) ao ponto principal do diapositivo;

K_1, K_2, K_3 - Constantes fornecidas pela calibração da câmara.

A distorção discentrada é calculada a partir do "Modelo revisado CONRADY-BROWN" [27] apresentado como segue:

$$\begin{aligned}\delta x &= \left| P_1 (r^2 + 2x^2) + 2P_2 xy \right| \cdot \left| 1 + P_3 r^2 + \dots \right| \\ \delta y &= \left| 2P_1 xy + P_2 (r^2 + 2y^2) \right| \cdot \left| 1 + P_3 r^2 + \dots \right|\end{aligned}\tag{3.4.7}$$

onde:

$\delta x, \delta y$ - Componentes do deslocamento devido a distorção discentrada, do ponto de coordenadas (x, y) ;

r - Distância radial do ponto de coordenadas (x, y) ao ponto principal do diapositivo;

P_1, P_2, P_3 - Constantes fornecidas pela calibração da câmara.

3.5. Efeito da Excentricidade do Centro de Perspectiva

A suspensão das câmaras aéreas e terrestres é feita através do centro de gravidade dessas câmaras. Com isto minimizam-se os movimentos de *Swing*. Entretanto, o centro de gravidade da câmara não coincide com o ponto nodal exterior do sistema de lentes. Quando se trata de fotogrametria aérea, pelo cálculo da resseção espacial, a posição do centro de perspectiva é determinada sem maiores complicações. Já na fotogrametria terrestre, quando ao centralizar a câmara sobre a estação, não é o centro de perspectiva que está centralizado sobre a estação, mas o centro de gravidade da câmara. O centro de perspectiva geralmente estará situado na frente, a uma distância R do centro de gravidade. Daí resulta que realmente há uma translação da estação para o ponto nodal exterior e vice-versa. Então, quando se vai fazer a transformação das coordenadas no sistema da foto para o sistema topocêntrico, é necessário que essa discrepância seja considerada. A correção a se fazer é função dos ângulos de rotação da câmara. Para o cálculo das coordenadas do centro de perspectiva a partir do conhecimento das coordenadas no sistema topocêntrico da estação, devemos conhecer a distância do centro de perspectiva ao centro de gravidade da câmara. Aplicamos o seguinte modelo matemático.

$$X_c = X_c' + R \cos W \sin \varnothing$$

$$Y_c = Y_c' + R \cos W \cos \varnothing$$

$$Z_c = Z_c' + R \sin W$$

onde:

X_c', Y_c', Z_c' Coordenadas topocêntricas da estação de exposição;

X_c, Y_c, Z_c Coordenadas topocêntricas do centro de perspectiva da câmara;

R A distância do centro de perspectiva ao centro de gravidade da câmara

W, \emptyset Ângulos de orientação entre os dois sistemas, topocêntrico e fotogramétrico.

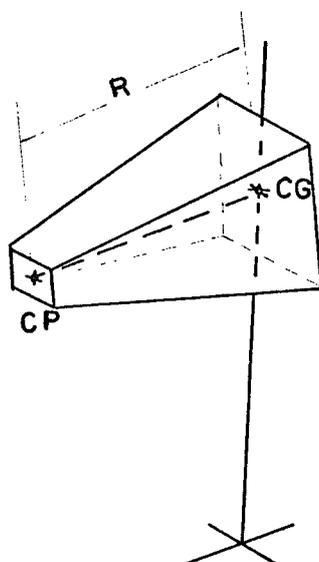


Fig. 3.2 Excentricidade do centro de perspectiva

Com esse novo ente geométrico a afetar as coordenadas do centro de perspectiva, o modelo matemático apresentado na 3.12 poderá ser modificado de maneira que, em cada valor de X_c, Y_c, Z_c , seja levado em conta a correção devido a excentricidade do centro de perspectiva da câmara.

IV. CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRECISÃO DAS COORDENADAS DO ESPAÇO-OBJETO

4.1. Considerações Gerais

Basicamente, a precisão das coordenadas dos pontos do espaço-objeto depende da precisão na reconstrução do raio ótico. A precisão da reconstrução do raio ótico está relacionada com a precisão dos parâmetros de orientação da câmara por um lado, e da precisão das medidas no espaço -imagem por outro. Os parâmetros de orientação interna são supostos constantes, até certo ponto, ao longo do tempo. Desse modo, eles são determinados através da calibração da câmara [28]. Assim sendo, analisamos a influência dos erros causados pela orientação externa, e pelos erros nas medidas das fotocoordenadas. Numa monitoração de barragens, ou de outra qualquer estrutura, devemos estar confiantes nos resultados para que os erros causados pela deformação fotogramétrica não sejam julgados como deformação da estrutura. Deformação fotogramétrica é o termo usado por VERESS [29] para designar o erro, nas coordenadas do espaço-objeto que é causado por

elementos diretamente ligados ao processo fotogramétrico. Associados aos erros citados acima estão a distância da câmara ao objeto fotografado e o comprimento da base.

No que diz respeito a valores esperados da precisão das coordenadas dos pontos obtidos em fotogrametria, ABDEL-AZIZ [30] nos afirma que essa precisão é função não linear da base (B), da distância da câmara aos pontos da estrutura, e que é também função do ângulo de convergência. De maneira idêntica, MARZAN [31] afirma que a precisão das coordenadas do espaço-objeto é uma função da configuração na aquisição dos dados; onde configuração é definida por: base, distância objeto e convergência das fotos. VERESS [32] fazendo estudo a respeito do mesmo assunto, nos fornece fórmulas para que possamos avaliar os erros nas coordenadas do espaço-objeto, desde que sejam estabelecidos os erros esperados nas coordenadas de placa e nos ângulos de orientação da câmara. Em linguagem matemática temos:

$$\begin{aligned}
 \delta X = & \frac{X}{B} dB + \cos \varnothing dx + \frac{XZ(X-B)}{BY} (dw_2 - dw_1) - \\
 & - \frac{(X-B)}{B} \left(Y + \frac{X^2}{Y} \right) d\varnothing_1 + \frac{X}{B} \left(Y + \frac{(X-B)^2}{Y} \right) d\varnothing_2 \\
 & - \left| \frac{XZ}{YB} (X-B) \sin \varnothing (dk_1 - dk_2) \right| + \frac{Z}{B} \cos \varnothing \left| Xdk_2 \right. \\
 & \left. - (X-B) dk_1 \right| \qquad \qquad \qquad 4.1.1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \delta Y = & \frac{Y}{B} dB - \sin \varnothing dx - \frac{Z}{B} \left| Xdw_1 - (X-B) dw_2 \right| \\
 & + \frac{Y}{B} \left| \left(Y + \frac{(X-B)^2}{Y} \right) d\varnothing_2 - \left(Y + \frac{X^2}{Y} \right) d\varnothing_1 \right| -
 \end{aligned}$$

$$- \frac{Z}{B} (X \operatorname{sen} \varnothing + Y \operatorname{cos} \varnothing) dk_1 + \frac{Z}{B} \left| (X-B) \operatorname{sen} \varnothing + Y \operatorname{cos} \varnothing \right| dk_2 \quad 4.1.2$$

$$\begin{aligned} \delta Z = & \frac{Z}{B} dB + dy + \frac{Y}{2} \left(1 + \frac{Z^2}{Y^2} \right) (dw_1 + dw_2) - \\ & - \frac{Z^2}{YB} \left| Xdw_1 - (X-B) dw_2 \right| + \frac{Z}{2Y} \left| Xd\varnothing_1 + (X-B) d\varnothing_2 \right| \\ & + \frac{Z}{B} \left| \left(Y + \frac{(X-B)^2}{Y} \right) d\varnothing_2 - \left(Y + \frac{X^2}{Y} \right) d\varnothing_1 \right| + \\ & + \frac{Y}{2} \left(1 + \frac{Z^2}{Y^2} \right) \operatorname{sen} \varnothing (dk_1 + dk_2) - \frac{\operatorname{cos} \varnothing}{2} \left| Xdk_1 + \right. \\ & \left. + (X-B) dk_2 \right| - \frac{Z^2}{YB} (X \operatorname{sen} \varnothing + Y \operatorname{cos} \varnothing) dk_1 + \frac{Z^2}{YB} \\ & \cdot \left| (X-B) \operatorname{sen} \varnothing + Y \operatorname{cos} \varnothing \right| dk_2 \quad 4.1.3 \end{aligned}$$

Onde os valores dB , dw , $d\varnothing$, dk representam os erros na medida da base e nos ângulos de orientação da câmara; dx e dy representam os erros nas medidas de coordenadas de placa. Os índices 1 e 2 representam as câmaras esquerda e direita. X , Y , Z e B representam as três coordenadas de um ponto e base. δX , δY , δZ , os erros resultantes nas três coordenadas de um ponto terreno.

Na representação dessas equações, podemos considerar como invariantes os erros nas coordenadas fotogramétricas, assim como também os erros nos ângulos de orientação da câmara. Partindo daí, obteremos gráficos representativos da influência de alguns erros na precisão das coordenadas de um ponto.

4.2. Relação Base-Distância

Com o objetivo de avaliar a melhor relação base-distância (B/Y), procederemos a variação da base mantendo constantes os outros valores nas equações (4.1.1), (4.1.2) e (4.1.3). Nestas avaliações faremos a representação do erro total E_t .

$$E_t = \sqrt{\delta X^2 + \delta Y^2 + \delta Z^2} \quad 4.1.4$$

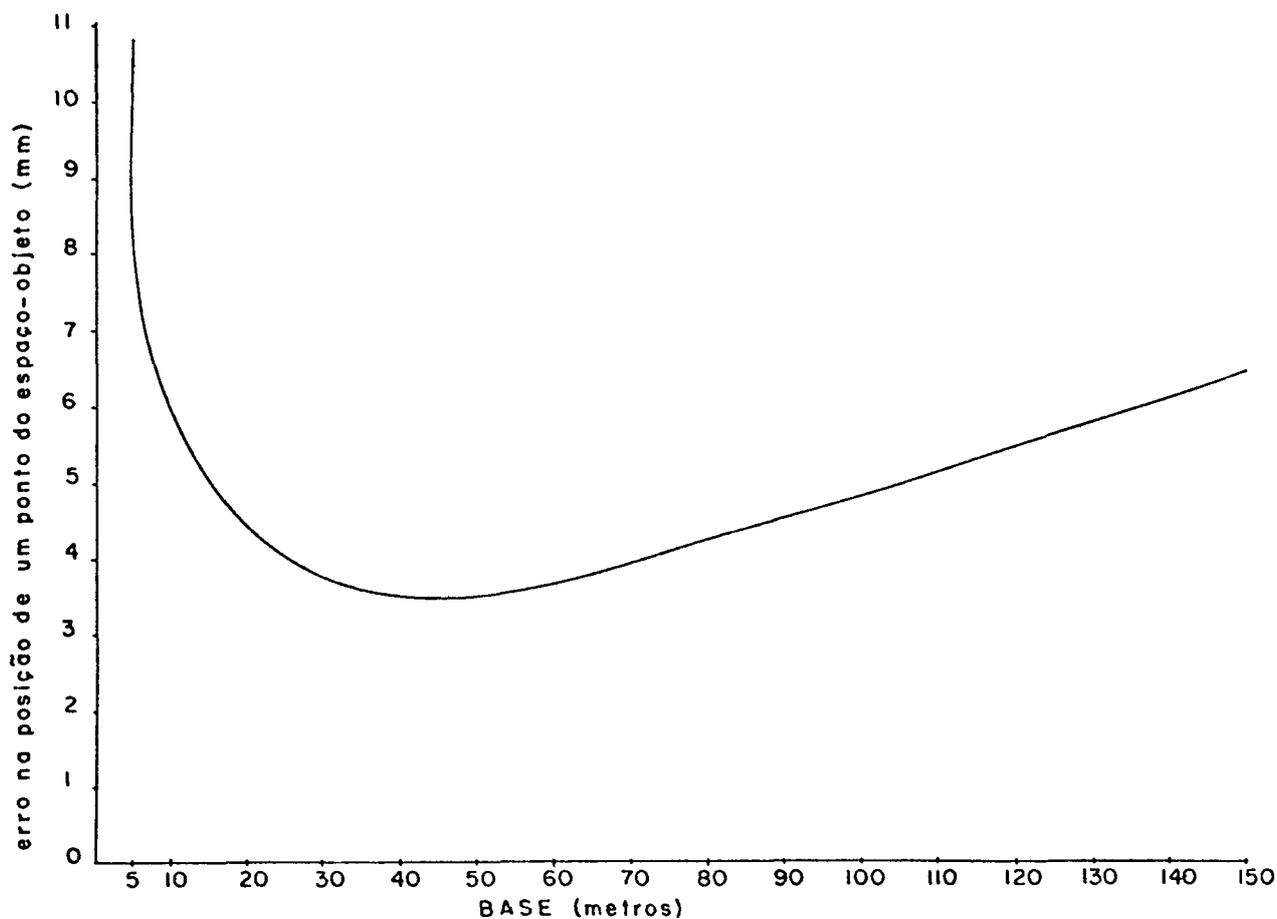


Fig. 4.1 Efeito da variação da relação base-distância sobre a precisão de um ponto do espaço-objeto

Os valores numéricos para o gráfico anterior foram $\delta B = 0,001m$; $\delta x = 4\mu m$; os erros angulares supostos iguais a $6''$ para ângulos de zero grau. X, Y, Z iguais a 15m, 50m, 14m respectivamente.

Vemos no exemplo citado que, quando a relação base-distância (B/Y) é pequena, de 0,1 a 0,6 aproximadamente, o erro total nas coordenadas de um ponto vai decrescendo, passando por um mínimo quando B/Y é em torno de 0,7; a partir desse valor, o erro total começa a crescer de maneira quase linear com a relação base-distância.

Pode-se fazer análise das equações 4.1.1, 4.1.2 e 4.1.3 com a variação de outros elementos o que nos permitirá obter outras verificações. Uma delas, já bem conhecida, é que o erro nas coordenadas de um ponto obtido pela intercessão de raios, aumenta com a distância da câmara ao objeto.

Também é verificado que o erro total tende a ser menor, quando os pontos estão numa altura próxima a da câmara (a coordenada Z do ponto aproximadamente igual a da câmara).

4.3. Injunções

A análise acima leva em conta que a intercessão é feita somente em um ponto. No caso real de um par de câmaras, a intercessão é feita para diversos pontos. Disto resulta uma quantidade muito grande de observações das quais muitas são redundantes. Além disso, são também introduzidos dados auxiliares para melhorar a precisão final.

Os dados auxiliares que se pode utilizar em fotogra-

metria são vários, em ANDRADE [33] temos diversos exemplos. Sendo esses dados observações geodésicas, é conveniente que o ajustamento dessas e das observações fotogramétricas se procedam simultaneamente para aumentar a precisão.

Lançando mão destes dados auxiliares, verifica-se que todos os parâmetros sofrerão os efeitos do ajustamento, porque todos eles figuram como parâmetros incógnitos. Dessa forma a matriz normal (N) resulta numa matriz singular. Para que seja levantada a singularidade da matriz normal, os dados auxiliares funcionarão como injunções com peso.

Neste trabalho, por questão de ordem prática, utilizaremos injunções de posição, injunções de orientação externa e injunções de distância. Funcionarão como injunções de posição, os pontos de controle que são determinados geodeticamente e que servirão para orientação analítica das câmaras, como também para determinação do sistema de coordenadas topocêntrico. As injunções de distância serão as bases (distância entre as câmaras). As coordenadas das estações fotogramétricas funcionarão como injunções de orientação exterior.

O tratamento matemático para as injunções é o mesmo utilizado por ANDRADE [34], como veremos adiante.

4.4. Modelo Matemático para Injunções

O vetor X, das correções, é calculado da seguinte forma:

$$X = (A^t_{PA} + C^t_{PC})^{-1} \cdot (A^t_{PW} + C^t_{PW}) \quad 4.1.5$$

ou

$$X = - (N + \overset{C}{N})^{-1} \cdot (U + \overset{C}{U}) \quad 4.1.6$$

onde as segundas parcelas de cada parênteses são inerentes às injunções.

4.4.1. Injunção de Posição

$$\begin{aligned} XG_o - XG_a &= 0 \\ YG_o - YG_a &= 0 \\ ZG_o - ZG_a &= 0 \end{aligned} \quad 4.1.7$$

onde (XG_o, YG_o, ZG_o) são as coordenadas topocêntricas observadas ajustadas de um ponto de controle e (XG_a, YG_a, ZG_a) as suas coordenadas topocêntricas calculadas ajustadas.

Para montagem da matriz C que aparece em 4.1.5 é necessário derivar as equações 4.1.7 em relação a todos os parâmetros, o que resultará numa matriz $(3 \times K)$ onde K é o número total de parâmetros. Após efetuação das derivadas de 4.1.7, em relação aos parâmetros, a matriz C toma a seguinte forma:

$$C = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad 4.1.8$$

Os números não nulos aparecem nas posições correspondentes ao ponto ou aos pontos de controle.

O esquema que se segue, nos mostra que, tendo-se a matriz N , para obtermos a matriz resultante da soma da matriz \tilde{N}^c com a matriz N , basta somarmos os pesos das injunções (\tilde{P}^c) nas posições da matriz N que correspondam às posições não nulas da \tilde{N}^c . Procedimento análogo se faz para obtenção da matriz resultante da soma do vetor \tilde{U}^c com o vetor U . Deve-se observar que, neste caso, a cada posição da U que correspondam as posições não nulas da \tilde{U}^c soma-se, não somente os pesos, mas sim o resultado da operação matricial $C^{tCC} P^c W$.

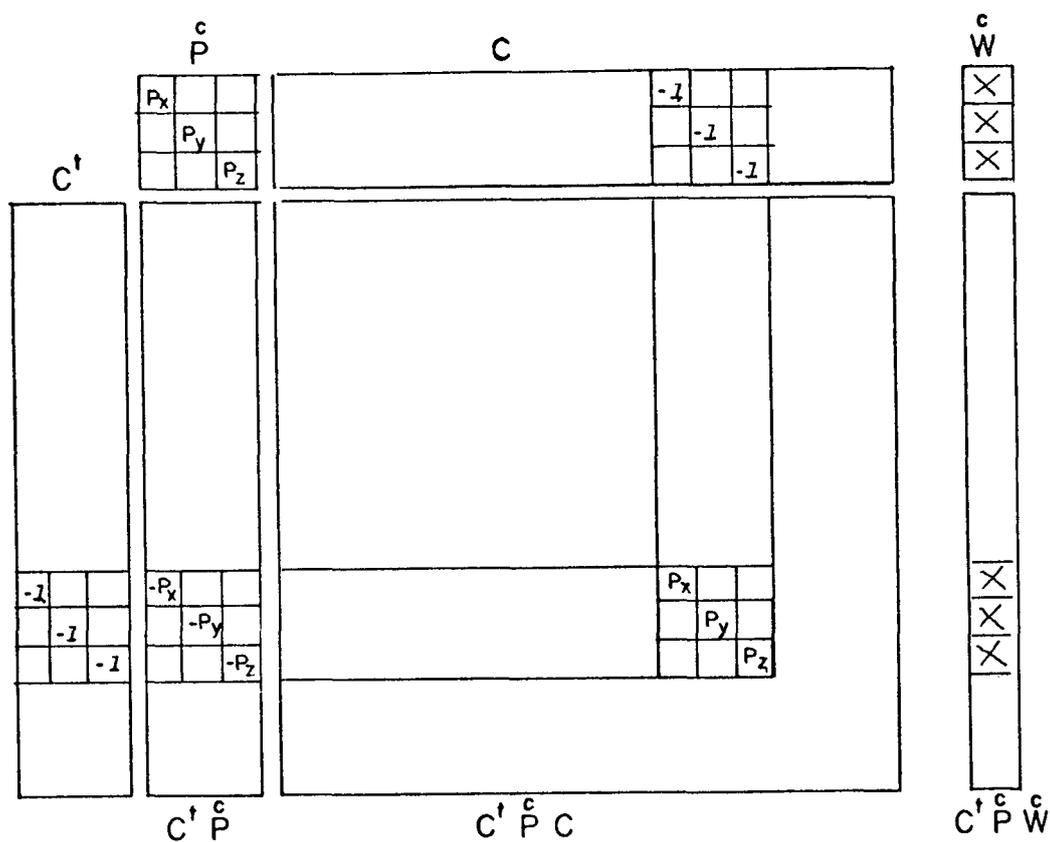


Fig. 4.2 Esquema ilustrativo da montagem da matriz N e vetor U com injunções de posição.

4.4.2. Injunção de Orientação Exterior

As injunções para parâmetros de orientação exterior funcionam da mesma maneira que as injunções de posição.

4.4.3. Injunções de Distância

As injunções de distância têm o seguinte modelo matemático:

$$G = r_{ij} - \left| (XG_i - XG_j)^2 + (YG_i - YG_j)^2 + (ZG_i - ZG_j)^2 \right|^{1/2} = 0 \quad 4.1.9$$

onde:

r_{ij} = distância observada entre os pontos i e j ;

$(XG, YG, ZG)_i$ e j = coordenadas topocêntricas calculadas para os pontos i e j .

A matriz C , como no caso anterior, é formada pelas derivadas da 4.1.9 em relação a todos os parâmetros. Para uma distância unindo o ponto i ao j a matriz C terá a forma:

$$C = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial G}{\partial XG_i} & \frac{\partial G}{\partial YG_i} & \frac{\partial G}{\partial ZG_i} & \dots & \frac{\partial G}{\partial XG_j} & \frac{\partial G}{\partial YG_j} & \frac{\partial G}{\partial ZG_j} & \dots \end{vmatrix} \quad 4.1.10$$

onde:

$$\frac{\partial G}{\partial XG_i} = \frac{XG_i - XG_j}{r_{ij}^0}$$

$$\frac{\partial G}{\partial YG_i} = \frac{YG_i - YG_j}{r_{ij}^0}$$

$$\frac{\partial G}{\partial ZG_i} = \frac{ZG_i - ZG_j}{r_{ij}^0}$$

$$\frac{\partial G}{\partial XG_j} = - \frac{\partial G}{\partial XG_i}$$

$$\frac{\partial G}{\partial YG_j} = - \frac{\partial G}{\partial YG_i}$$

$$\frac{\partial G}{\partial ZG_i} = - \frac{\partial G}{\partial ZG_i}$$

e

$$r_{ij}^0 = \left| (X^{OG_i} - X^{OG_j})^2 + (Y^{OG_i} - Y^{OG_j})^2 + (Z^{OG_i} - Z^{OG_j})^2 \right|^{1/2}$$

Abreviadamente:

$$C = \left| 0 \quad 0 \quad \dots \quad c_i \quad \dots \quad c_j \quad \dots \quad 0 \right|$$

Formada a C, procede-se os cálculos para obtenção de \hat{N} e \hat{U} . Neste caso também é possível ser feito esquema conforme, ANDRADE |35|.

Com a introdução das injunções, a precisão final das coordenadas dos pontos triangulados passa a depender da precisão dos dados auxiliares, formulada pela matriz variância-covariância das injunções, assim como também da configuração dos dados. É o que mostraremos nos próximos capítulos.

4.5. Previsão dos Resultados através da Simulação

De posse duma certa quantidade de pontos numa estrutura a qual pretendemos monitorar nos perguntamos, dentro da especificidade de cada caso, qual seria a melhor configuração para os alvos, assim como, qual seria a precisão dos pontos de apoio, para que as coordenadas fornecidas pela triangulação fotogramétrica fossem aceitáveis. Dentro dessa concepção, ANDRADE [36] desenvolveu um trabalho para projetos de densificação de controle do qual poderemos retirar subsídios úteis para triangulação terrestre. Desde que no controle de estruturas interessam as coordenadas dos pontos triangulados nos diversos períodos, com a precisão previamente estabelecida, podemos raciocinar como se segue.

Admitindo-se que, o erro médio quadrático das coordenadas obtidas através da triangulação fotogramétrica, é função da distância da câmara fotogramétrica ao ponto triangulado, podemos escrever:

$$EMQ_t = f(D^2)$$

Sabendo-se, de antemão, o erro médio quadrático que se deseja obter para as coordenadas dos pontos triangulados, podemos analisar, para as diferentes situações possíveis de configuração de alvos e pontos de apoio, qual dessas situações fornece a precisão que almejamos. Para tanto, é necessário que antes façamos diversas experiências simulando as diversas situações.

Nesta etapa utilizamos programas de computador para gerar dados necessários à simulação, e para efetuar o ajus-

tamento de triangulação. Os programas utilizados neste trabalho encontram-se no apêndice. Nesta fase de planejamento será muito útil, para fins de melhor visualização, construir gráficos que nos possibilitem observar os diversos resultados advindos das diferentes simulações.

V. INFLUÊNCIA DA CONFIGURAÇÃO DOS ALVOS NA PRECISÃO

A fim de testar diversas situações na monitoração de estruturas, fez-se uma série de simulações nas quais variaram-se alguns elementos que poderão afetar a precisão.

A variação de cada elemento foi estudada isoladamente. Estudou-se os elementos que afetam diretamente a configuração geométrica, tais como:

Variação da razão base-distância;

Variação da quantidade de pontos de apoio;

Variação da posição relativa dos pontos de apoio.

Efetuuou-se ainda o estudo da variação da precisão dos pontos de apoio, assim como a variação simultânea da precisão desses pontos e da distância da câmara aos alvos.

A estrutura, na qual os testes foram feitos é uma ma lha de alvos cujas coordenadas fotogramétricas dos pontos foram gerados pelo programa GERA, que é uma adaptação para a fotogrametria terrestre do programa para este fim, cedido pelo Prof. José B. de Andrade.

A estrutura, em questão, tem um comprimento de aproximadamente 85m e uma altura de 20m. Nesta estrutura estão dispostos 20 pontos em colunas que distam uma da outra de aproximadamente 20 metros sendo um total de 5. Dentro das colunas cada ponto dista um do outro de aproximadamente 3m. Para estes pontos foram arbitradas as coordenadas mostradas no quadro que se segue.

QUADRO 5.1 - Coordenadas dos Pontos-Alvos da Estrutura

PONTO	X (M)	Y (M)	Z (M)
1	970,462	1098,224	117,018
2	969,836	1095,352	114,855
3	970,010	1092,391	112,034
4	989,930	1095,321	117,227
5	990,025	1092,904	114,588
6	990,121	1090,566	112,036
7	990,047	1088,035	109,273
8	1011,259	1095,245	117,020
9	1011,028	1093,017	114,696
10	1010,958	1090,734	112,096
11	1011,328	1088,298	109,436
12	1011,110	1086,014	106,943
13	1031,293	1097,255	116,995
14	1030,952	1095,047	114,585
15	1031,936	1092,483	111,785
16	1031,022	1090,272	109,372
17	1049,936	1099,303	116,707
18	1049,822	1096,928	114,114
19	1049,509	1094,621	111,593
20	1050,022	1092,458	109,234

Estas coordenadas se referem a um sistema local que tem como origem as coordenadas $X = 1000,000\text{m}$; $Y = 1000,000\text{m}$ e $Z = 100,000\text{m}$.

Para este trabalho, imaginou-se que a câmara utilizada tem uma distância focal igual a $165,000\text{mm}$, e que as coordenadas do centro da foto são $x_0 = 0,0$ e $y_0 = 0,0$.

5.1. Efeito da Variação da Razão Base-Distância

Quando se planeja efetuar controle de estruturas através do método fotogramétrico, tem-se em mente obter a melhor precisão possível. Sabemos que a razão base-distância influi na precisão das coordenadas do espaço-objeto. A razão base-distância nos dá indicações da rigidez geométrica relativa do estereopar terrestre. No capítulo IV vimos que uma boa razão base-distância é $0,7$; no entanto esta razão é calculada para um só ponto e com um número pequeno de elementos. Quando se efetua uma triangulação, onde a quantidade de elementos é grande, seria complexo utilizar-se dos processos para cálculo da razão base-distância visto anteriormente. Caimos no estudo de situações particulares. E, nesse caso, um estudo através da simulação é o mais aconselhável.

Para quantificar a precisão em diferentes relações base-distância, fez-se diversas simulações para a estrutura em estudo.

Nestas simulações manteve-se a base constante, igual a 30m , variando-se a distância da câmara aos pontos triangulados. Pode-se visualizar os resultados através do gráfico

da Figura 5.1.

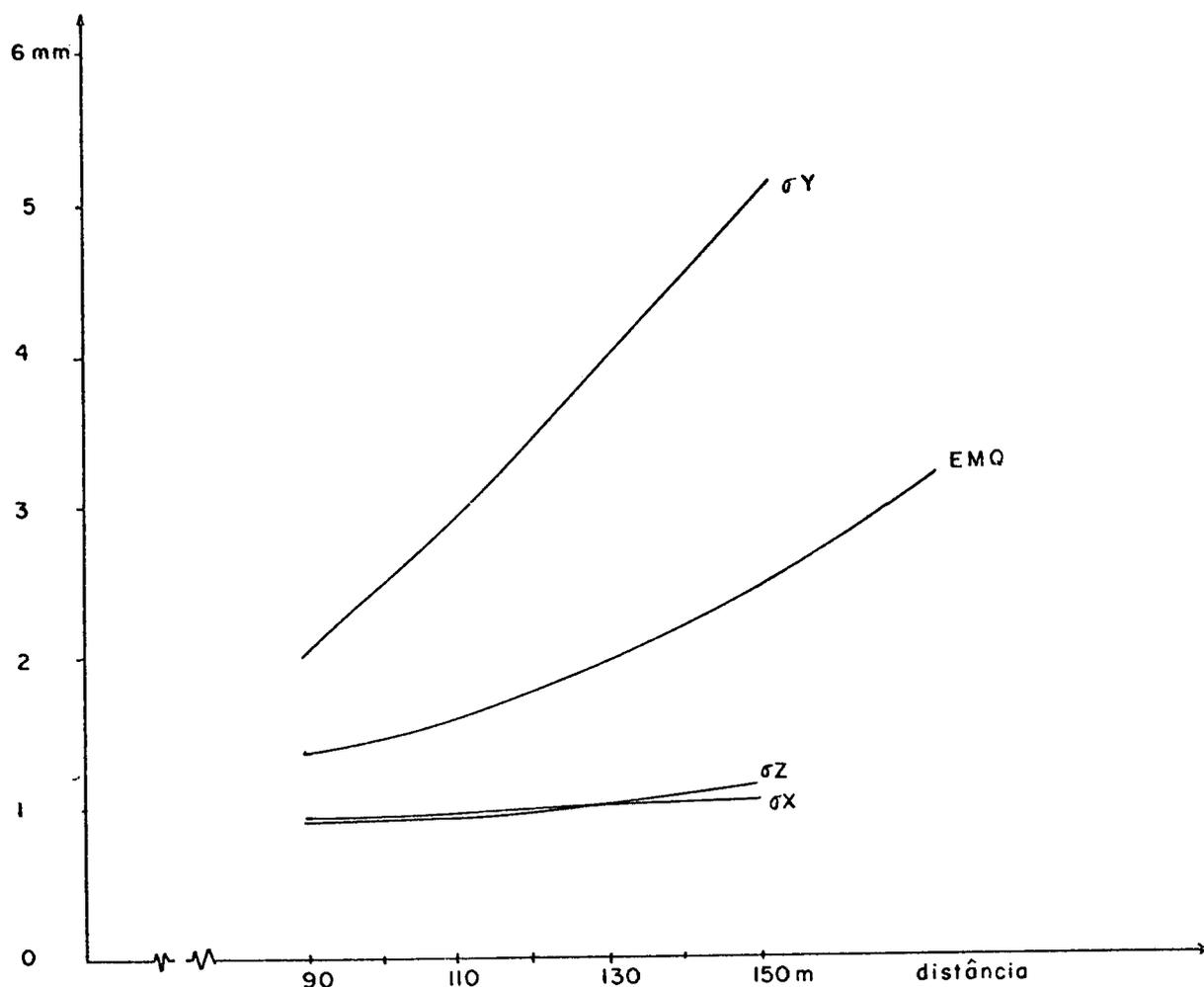


Fig.5.1 Variação do desvio padrão de X,Y,Z e do erro médio quadrático em função da distância câmara-alvo

Para interpretar o gráfico é necessário que se esclareça alguns pontos. O erro médio quadrático (EMQ) foi obtido levando-se em conta todos os pontos, e não somente os pontos de apoio. Numa simulação isto é possível.

Esperar-se-ia que o EMQ tivesse a mesma tendência de σ (desvio padrão), como afirmou Ebner e Grun citados em FRASER [37]. Não se calculou o EMQ para distâncias menores que 90m, porque para estas distâncias o número de foto-imagens

é sensivelmente pequeno afetando o EMQ, fazendo este crescer. Nota-se que há uma ligação entre o EMQ e o número de observações. Quando o número de observações é pequeno, para um mesmo número de parâmetros o EMQ tende a ser maior. Isto se verifica, calculando o EMQ para distância intermediárias daquelas utilizadas para confecção do gráfico da Figura 5.1. Assim chamamos atenção para o caráter geral deste gráfico.

Olhando-se para as linhas representativas de σ_x e σ_z , nota-se que o desvio padrão das coordenadas X e Z dos pontos do terreno, são pouco sensíveis à variação da relação base-distância, ou a variação de distância; enquanto que o σ_y é notavelmente sensível a estas variações.

Os valores numéricos utilizados para o gráfico da Figura 5.1 foram:

$$\phi_1 = \phi_2 = 0^\circ$$

$$\phi_3 = -10^\circ \quad \phi_4 = 10^\circ$$

$$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = 0^\circ$$

$$K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = 0^\circ$$

$$\text{Base} = 30\text{m}$$

$$dpx = dpy = \pm 0,004\text{m}$$

As coordenadas dos pontos de controle têm para X, Y e Z um desvio padrão (σ) igual a $\pm 0,001\text{m}$. Foram usados sete pontos de apoio (1, 2, 3, 10, 17, 18, 20). As estações das câmaras também têm coordenadas conhecidas, com desvio padrão $\sigma_x = \pm 0,001\text{m}$, $\sigma_y = \pm 0,001\text{m}$; $\sigma_z = \pm 0,01\text{m}$.

O gráfico foi construído a partir de simulações da câmara às distâncias de 90m, 110m, 130m e 150m, em relação à estrutura.

5.2. Efeito da Configuração dos Pontos de Apoio

Para estudo do efeito da configuração dos pontos de apoio, na precisão da triangulação dos pontos de uma estrutura, fez-se variar a posição desses pontos ao longo dessa estrutura, assim como fez-se também variar a quantidade desses pontos.

Com o objetivo de tornar mais clara a experiência apresentamos um croqui da matriz de alvos.

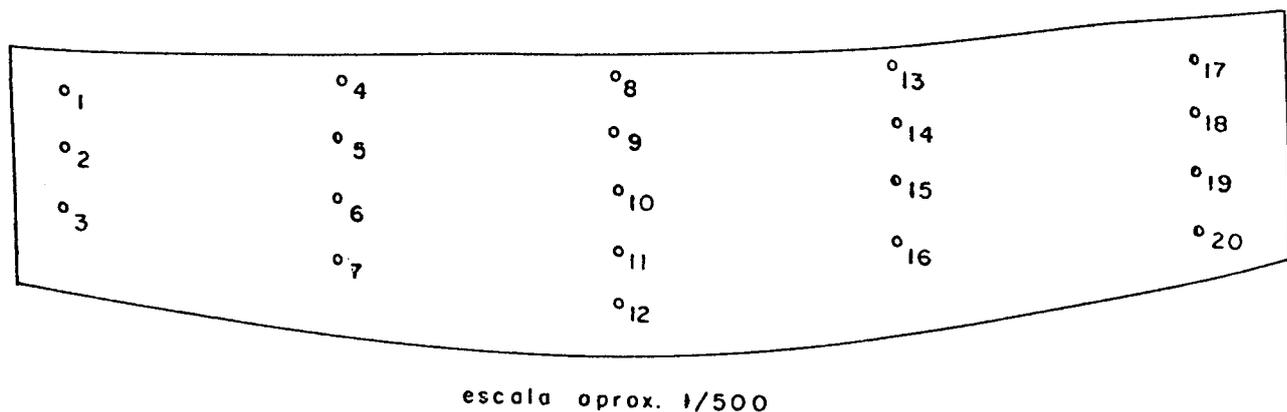


Fig. 5.2 Matriz dos alvos na estrutura.

5.2.1. Quantidade de Pontos de Apoio

Num primeiro estudo da configuração dos pontos de apoio, fez-se experiência com a mudança da configuração através da variação da quantidade de pontos de apoio. Com esse estudo, visamos obter informações acerca da influência da quantidade de pontos de apoio, na precisão final duma triangulação fotogramétrica.

Efetuuou-se testes com três quantidades diferentes de pontos de apoio, $1/3$, $1/7$, $1/20$ dos pontos triangulados, o que no caso significam 7, 3 e 1 pontos respectivamente. Os resultados para cada caso diferem em diversos parâmetros, tanto nas coordenadas X, Y, Z dos pontos, como na precisão (desvio padrão) dessas mesmas coordenadas.

Comparando as coordenadas (X, Y, Z) obtidas na triangulação com as coordenadas (X, Y, Z) da estrutura simulada (Quadro 5.1) e calculando o erro médio quadrático delas, obtemos os valores do Quadro 5.2. Há diferença entre os resultados e, para saber quão significativa é esta diferença, aplicou-se o delineamento estatístico de blocos ao acaso e fez-se a análise de variância. Para testar a hipótese básica, baseado na estatística F, adotamos o nível de significância $\alpha = 5\%$.

Ao aplicar a análise de variância aos resultados obtidos, fizemos inicialmente a hipótese:

1- Não há diferença significativa nos resultados obtidos com as diferentes quantidades de pontos de apoio.

Calculando-se a estatística F através do quadro de análise de variância temos: $F_c = 9,97$. Adotando o nível de significância de 5% obtemos: $F_{5\%}(2,4) = 6,94$ (tabelado).

QUADRO 5.2 - Erro Médio Quadrático das Coordenadas X, Y, Z em Função da Mudança Sofrida pela Configuração dos Pontos de Apoio devido a Variação da Quantidade destes.

Quantidade de PT. de Apoio	EMQX	EMQY	EMQZ
1	1,71mm	3,53mm	4,02mm
3	0,87mm	1,82mm	1,34mm
7	0,75mm	0,80mm	0,48mm

Sendo o F_c maior que o F tabelado, somos levados a rejeitar a hipótese inicial. Isso nos leva a afirmar que, para o exemplo em questão, existe uma diferença significativa, a nível de 5% entre os resultados para os diferentes tratamentos, obtidos com a variação da quantidade de pontos de apoio.

Através do EMQ obtido, nota-se que a coordenada Z é a mais sensível à variação da quantidade de pontos de apoio. Isto tem importância no controle de estrutura, à medida que o interesse na quantificação do deslocamento possa ser a coordenada Z. Se o interesse for controlar o recalque da estrutura (coordenada Z) somos levados a acreditar, pelos resultados aqui obtidos, que o aumento de quantidade de pontos de controle é conveniente para este tipo de configuração de pontos de nosso trabalho. Poderíamos, no caso específico de controle de recalque, tentar outras configurações e testar os seus resultados, visando uma melhor precisão da coordenada Z.

5.2.2. Posição Relativa do Ponto de Apoio

Um outro estudo realizado acerca da configuração dos pontos de apoio foi quanto a sua posição em relação aos demais pontos duma estrutura. Para estudar o efeito que a mudança de posição do ponto de apoio causa no resultado das coordenadas dos pontos triangulados, variou-se a posição de um ponto ao longo da estrutura, mantendo fixos todos os outros parâmetros. Uma outra experiência foi realizada com a variação da posição relativa de três pontos de apoio.

Primeiro descreveremos a variação da posição relativa de um só ponto de apoio.

Para esta experiência manteve-se a base em 30m, colocando-se a câmara numa distância de 120m dos pontos da estrutura. Os demais dados foram mantidos na experiência mostrada em 5.1.

A primeira consequência que notamos na mudança de posição relativa do ponto de apoio é a variação dos valores de desvios padrão das coordenadas dos pontos triangulados. O valor do desvio padrão é afetado pela posição do ponto de apoio, como vemos nos gráficos da Figura 5.3.

Esse gráfico representa as colunas dos alvos na estrutura (5 colunas). Dentro de cada coluna foram representados os desvios padrão das coordenadas X, Y, Z. O pequeno triângulo abaixo dos blocos significa que é nessa coluna que o ponto de apoio está localizado.

Analisando os resultados, verificamos que a coordenada mais sensível à variação de posição do ponto de controle é a coordenada Z. O desvio padrão da coordenada Z foi maior

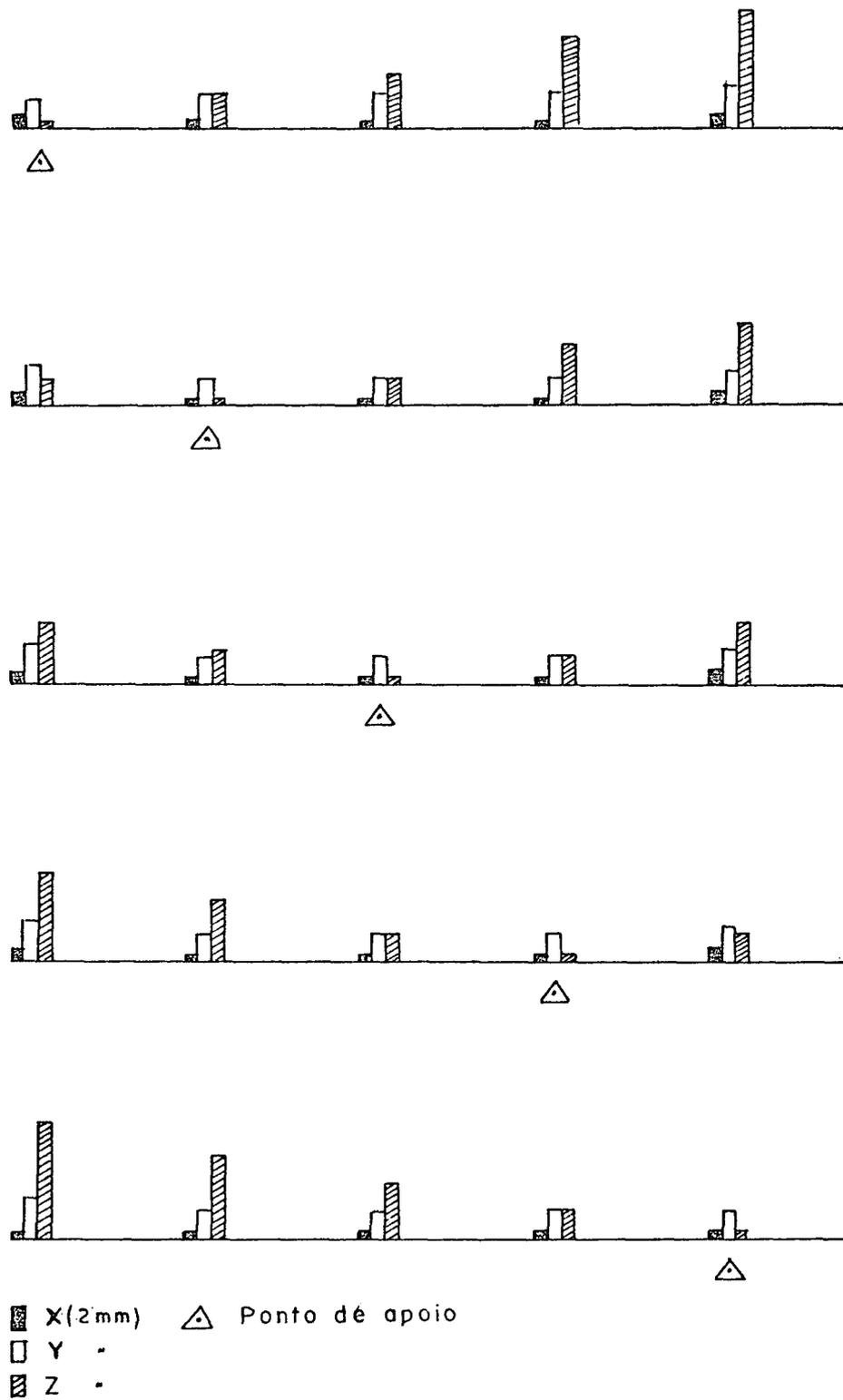


Fig. 5.3 Variação do desvio padrão de X,Y,Z em função da posição dos pontos de apoio (1 ponto)

quando o ponto triangulado estava mais distante do ponto de apoio.

Sob o ponto de vista do erro médio quadrático, verificamos que há uma diferença acentuada entre os valores X , Y , Z , evidenciando também que é a coordenada Z a mais sensível às mudanças de configuração dos pontos de apoio.

Assim sendo, para enriquecer a análise da precisão das coordenadas em função da variação de configuração, usaremos a análise de variância para, através da estatística F , testar a significância dos resultados obtidos com os diversos tratamentos (mudanças de posição dos pontos de apoio).

Para cinco posições diferentes dos pontos de apoio, temos os resultados do Quadro 5.3.

QUADRO 5.3 - Variação do Erro Médio Quadrático das Coordenadas dos Pontos Triangulados em Função da Mudança de Configuração dos Pontos de Apoio, devida à Alteração da Posição desses Pontos

Posição do PT.de Apoio	EMQX	EMQY	EMQZ
1	0,55mm	0,23mm	5,97mm
2	0,75mm	2,26mm	4,23mm
3	0,89mm	1,71mm	3,53mm
4	1,00mm	1,66mm	4,01mm
5	2,43mm	2,51mm	5,86mm

Para efetuar a análise de variância, faremos as hipóteses iniciais:

- 1º) Não há diferença entre linhas do Quadro 5.3;
- 2º) Não há diferença entre colunas do Quadro 5.3.

Processado o cálculo da análise de variância, temos que a estatística F calculada para linhas (F_{ci}), é igual a 1,45; e o F tabelado, com nível de significância de 5%, é igual a 3,84. Sendo $F_{ci} < F_{5\%}$, aceitamos a hipótese 1.^a da igualdade entre linhas. Em outras palavras, considerando as 3 coordenadas (X, Y, Z) e mudando a posição do ponto de apoio dentre os demais pontos, não há diferença significativa (ao nível de 5%) entre as precisões obtidas com essas alterações.

No entanto, corroborando o que visualizamos na Figura 5.3 e no Quadro 5.3, a estatística F , calculada entre colunas (F_{cj}), é maior que a F tabelada para um nível de significância de 5% ($F_{5\%}$).

$$F_{cj} = 22,66$$

$$f_{5\%} = 4,46$$

Isto nos leva a rejeitar a 2.^a hipótese. Há uma diferença significativa (ao nível de 5%) entre os valores do EMQ para as coordenadas X, Y, Z . Vemos, mesmo sem necessidade de outros testes, que o EMQZ é maior.

Da Figura 5.3 tiramos que, quando se quer, numa região, que os pontos triangulares tenham melhor precisão na coordenada Z , é nesta região que devemos localizar o ponto de apoio. Isto é válido quando os demais elementos, que com

põem a configuração do sistema, são iguais aos desse trabalho.

Fazendo o mesmo tipo de teste, variação da posição de pontos de controle, agora para três pontos, temos os resultados mostrados na Figura 5.4.

Nota-se a mesma tendência do caso anterior, em que a coordenada Z é ainda a mais sensível quanto a mudança de posição dos pontos de apoio. Neste caso, os valores dos desvios padrão são menores, porque a configuração geométrica é mais rígida em consequência do aumento do número de pontos de apoio.

Este tipo de teste feito aqui, poderá ser estendido para qualquer outra configuração geométrica em que haja diferente número de pontos de apoio.

5.2.3. *Precisão dos Pontos de Apoio*

É importante, para quem vai planejar uma monitoração de estruturas, saber a influência da precisão dos pontos de apoio no resultado dos pontos triangulados. Esta precisão, assim como os fatores já vistos, irá afetar o resultado final da triangulação, tanto no desvio padrão das coordenadas dos pontos, como no erro médio quadrático desses mesmos pontos.

A precisão dos pontos de apoio é introduzida no ajustamento clássico através das injunções de posição, por meio da variância das observações geodésicas. Espera-se que, quanto mais precisas forem as observações geodésicas que apoiam a triangulação fotogramétrica, mais precisas sejam as coordenadas dos pontos triangulados.

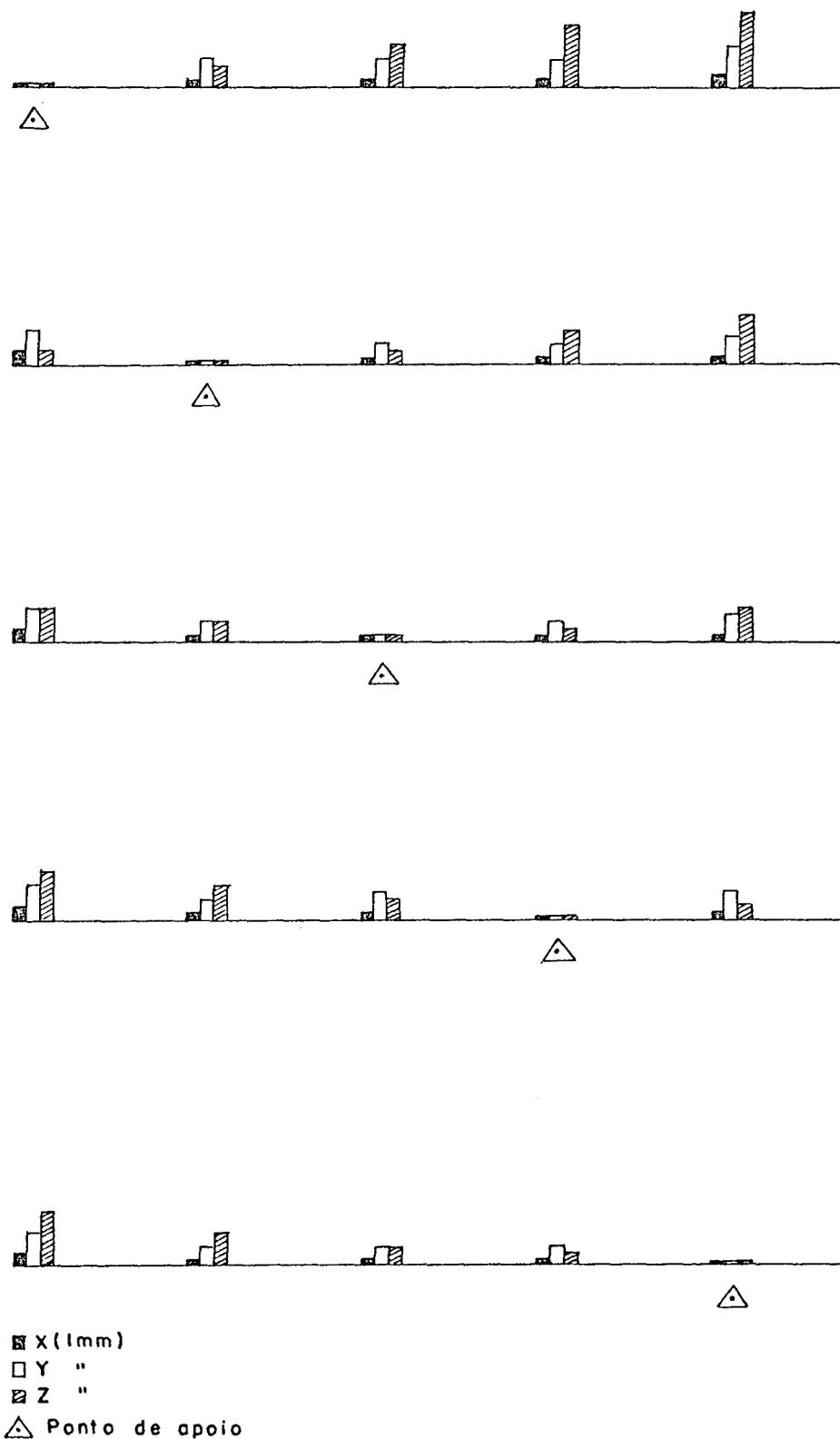


Fig. 5.4. Variação do desvio padrão de X, Y, Z em função da posição dos pontos de apoio (3 pontos)

Em projetos de fototriangulação, às vezes, aspectos de ordem prática não nos permitem obter precisões como desejaríamos. Assim, é conveniente que se façam estudos preliminares, para decidir a precisão necessária aos pontos de apoio, a fim de que se obtenha determinadas precisões nos pontos triangulados.

Esse estudo preliminar, ou planejamento, é o que sugerimos neste trabalho. Poderá ser feito através de simulações onde com diversas variâncias utilizadas, escolhe-se aquela que satisfaça o projeto.

Fez-se diversas simulações com os pontos de apoio a partir dos seguintes desvios-padrão: 0,001m; 0,005m; 0,010m; 0,030m; 0,050m. Os demais parâmetros foram mantidos invariáveis, tendo os mesmos valores da experiência da seção 5.1.

Apresentamos os resultados através do Quadro 5.4 e do gráfico da Figura 5.5.

QUADRO 5.4 - Variação do Erro Médio Quadrático das Coordenadas dos Pontos Triangulados em Função da Variação do Desvio Padrão dos Pontos de Apoio

Desvio Padrão PT. de Apoio	EMQX	EMQY	EMQZ
0,001m	0,87mm	1,82mm	1,34mm
0,005m	1,14mm	1,90mm	1,47mm
0,010m	1,20mm	1,92mm	1,43mm
0,030m	1,42mm	2,67mm	1,37mm
0,050m	1,82mm	4,32mm	1,42mm

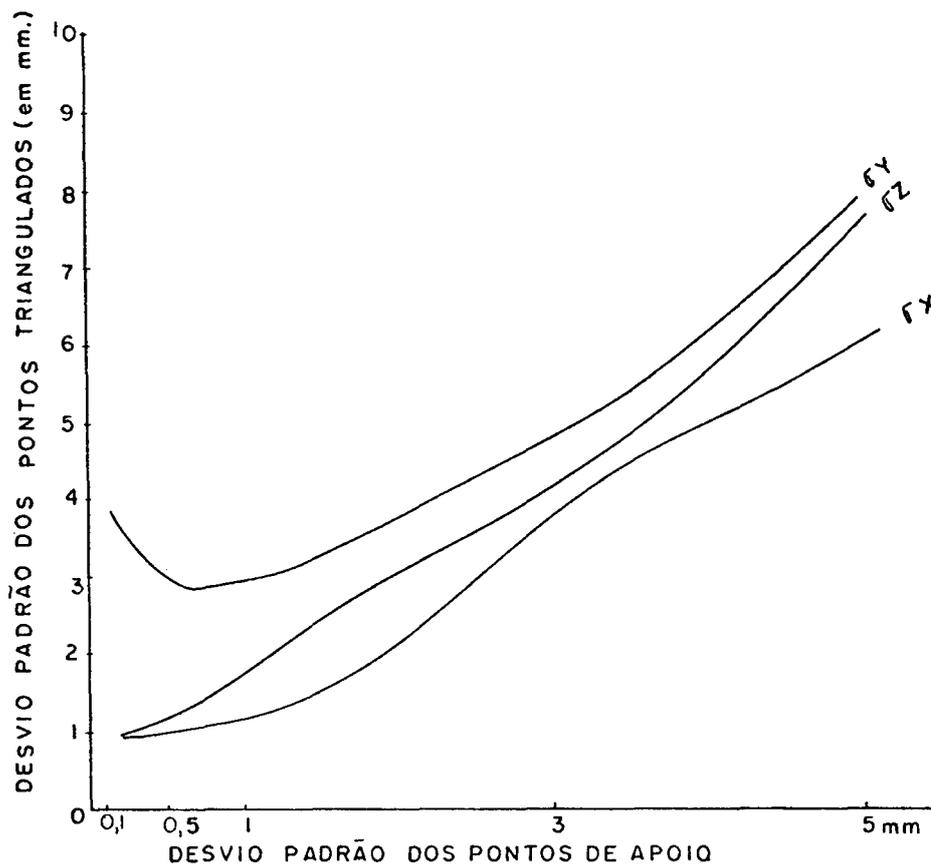


Fig. 5.5 Precisão dos pontos triangulados em função da precisão dos pontos de apoio

Observando-se o Quadro 5.4 e o gráfico, nota-se que há quase linearidade na relação entre precisão de pontos de apoio e precisão de pontos triangulados.

Gráficos desse tipo poderão ser utilizados para, a partir de uma precisão pré determinada para os pontos triangulados, se estabelecer a precisão dos pontos de apoio.

5.3. *Variação Simultânea de Parâmetros*

Num estudo preliminar dos resultados a obter numa monitoração de estruturas, é mais útil fazer estudos de variações simultâneas de diversos parâmetros influenciadores da precisão final. Os resultados de estudos dessa natureza, quando apresentados em gráficos, tornam-se bons auxiliares ao planejamento.

Atendendo os objetivos desse trabalho, fez-se uma experiência em que os elementos que variaram foram: a distância da câmara ao alvo e a precisão dos pontos de apoio. Para visualizar os resultados construiu-se três gráficos. O primeiro gráfico 5.6 nos mostra a variação dos desvios padrão da coordenada X dos pontos triangulados para diferentes precisões dos pontos de apoio com variação da distância da câmara a esses pontos.

Esse gráfico, por si sô, já evidencia a importância de um estudo prévio através da simulação. Esperava-se que, mantida a precisão das coordenadas dos pontos de apoio, a precisão dos pontos triangulados fosse diminuindo com o aumento da distância da câmara a esses pontos. Vemos que ao passar de 110m para 120m, e para 130m houve um fato diferente do esperado. Na passagem de 120m para 130m o desvio padrão dos pontos triangulados diminuiu em vez de aumentar. Isto se explica através da quantidade de imagens fotogramétricas existentes em cada caso; já que quando aumenta o número de imagens fotogramétricas aumentará também o número de observações, resultando em maior precisão |38|.

Neste exemplo, na distância de 110m há, 70 imagens

fotogramétricas (o que gera 140 equações de observação). Para a distância de 120m há um total de 71 imagens fotogramétricas nos fornecendo 142 equações de observação. Para 130m o número de imagens aumenta para 75 aumentando as equações para 150. Assim, o que foi perdido em distância, foi compensado com o aumento de observações.

Durante todas as fases deste trabalho foi notada a importância do número de imagens fotogramétricas na precisão final do processo.

O gráfico 5.7 mostra a influência da precisão dos pontos de apoio e da variação da distância câmara-alvo, na precisão da coordenada Y dos pontos triangulados. É nesta coordenada que a distância da câmara mais influencia. Este fato pode ser notado através da observação da fórmula 4.1.2 onde os erros da coordenada Y crescem em proporção direta da distância câmara-alvo.

O gráfico 5.8 mostra que, como para a coordenada X, a coordenada Z não sofre tanto em sua precisão com o aumento da distância câmara-alvo. Para essa coordenada, notou-se durante a elaboração destas simulações, que a sua precisão depende principalmente das posições dos pontos de apoio, o que vem corroborar a afirmativa de LARSSON [39].

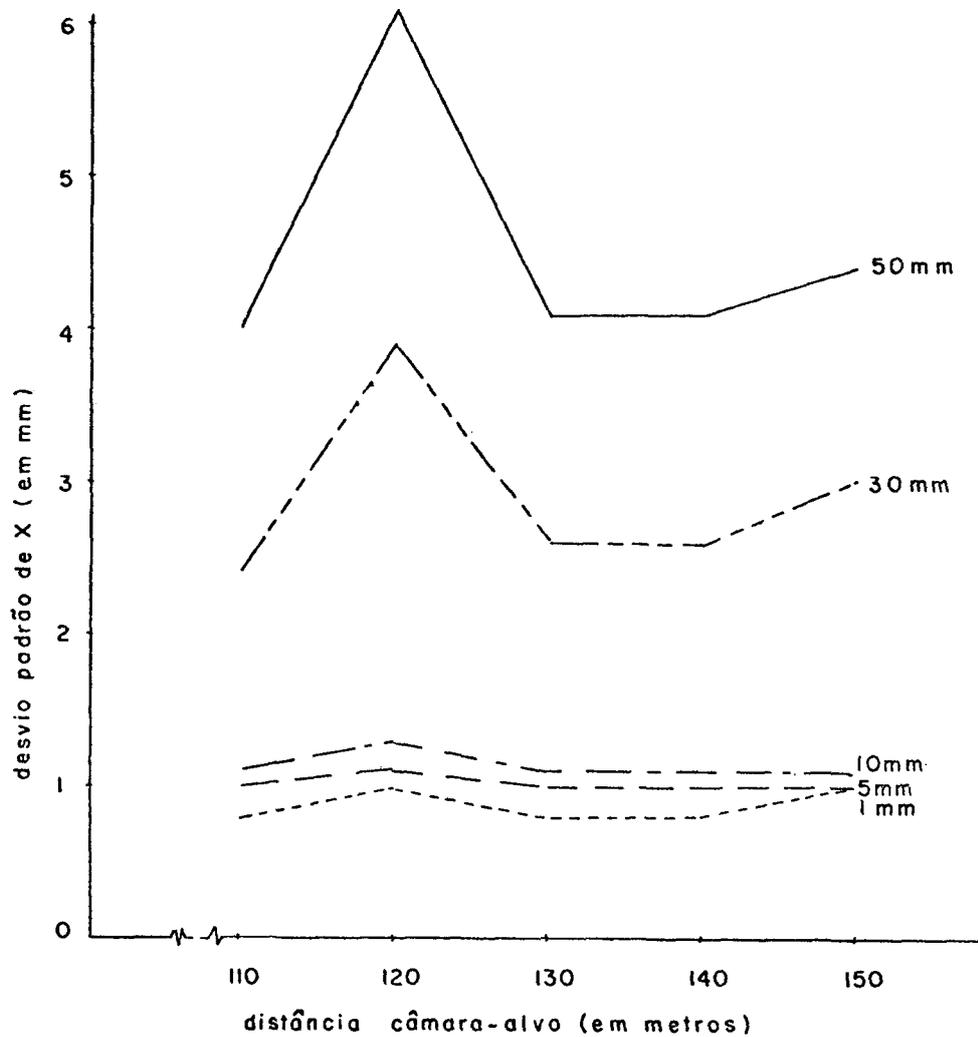


Fig. 5.6 Variação do desvio padrão da coordenada X dos pontos triangulados em função do desvio padrão de pontos de apoio e da distância da câmara aos pontos triangulados

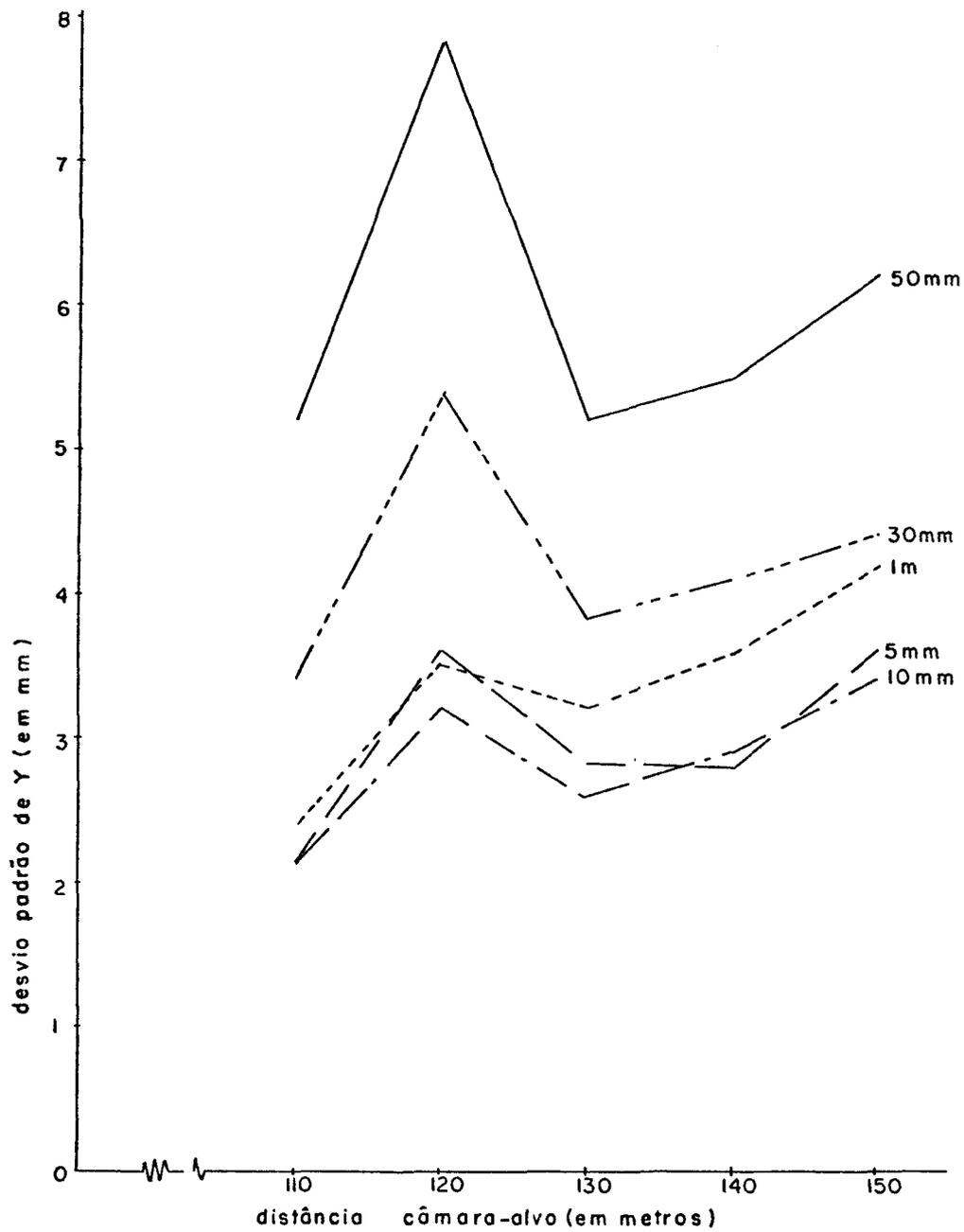


Fig. 5 .7 Variação do desvio padrão da coordenada Y dos pontos triangulados em função do desvio padrão de pontos de apoio e da distância da câmara aos pontos triangulados

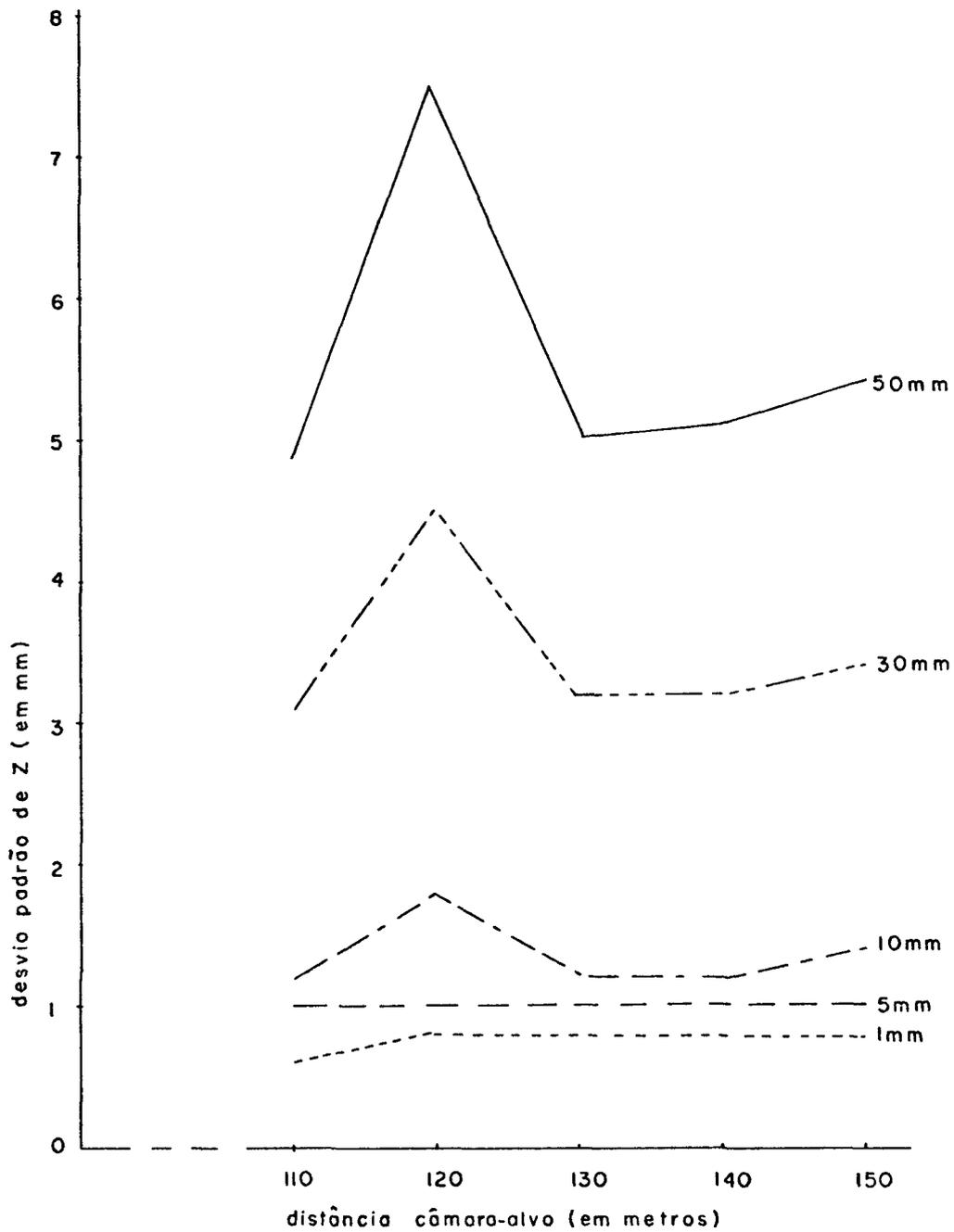


Fig. 5.8 Variação do desvio padrão da coordenada Z dos pontos triangulados em função do desvio padrão de pontos de apoio e da distância da câmara aos pontos triangulados

VI. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1. Conclusões

Um estudo preliminar englobando as diversas situações possíveis é essencial para o bom êxito da monitoração fotogramétrica, uma vez que pelos resultados obtidos nas aplicações numéricas, vimos que é possível, com alterações em alguns dos parâmetros envolvidos no sistema, modificar os resultados finais.

A utilização de vetores, em vez de matrizes, no programa de ajustamento reduz substancialmente o espaço de memória utilizado pelo computador, tornando possível o uso deste método em computadores de menor porte.

Com relação à influência da configuração dos pontos de apoio na precisão dos pontos triangulados, podemos concluir que:

a) A variância da coordenada Z dos pontos triangulados foi bastante sensível à alteração da configuração dos

pontos de apoio. Os pontos triangulados situados mais distantes dos pontos de apoio têm, sensivelmente, maior variância na coordenada Z.

b) A variância da coordenada Y é a mais influenciada pela mudança da precisão dos pontos de apoio, assim como pela mudança de configuração geométrica efetuada pela variação da distância da câmara aos pontos-alvos.

c) A variância da coordenada X dos pontos triangulados é a menos afetada por estas mudanças.

De acordo com o interesse do projeto, se a monitoração for para detectar recalques ou deslocamentos e deformações, pode-se utilizar configurações diferentes dos pontos de apoio.

6.2. *Recomendações*

Com base nas conclusões e no desenvolvimento desse trabalho, recomendamos que:

a) Sejam concentrados estudos, na área computacional, para otimizar programas de inversão de matrizes esparsas para viabilizar o processamento da fototriangulação em computadores de pequeno porte e micro-computadores;

b) Sejam efetuados estudos que envolvam o aspecto da convergência das fotos na configuração geométrica do modelo;

c) Sejam utilizadas, cada vez mais as simulações a fim de que, quando for necessário, já se tenha dominado a técnica de monitoração pela fotogrametria. Essa aplicação acabará por acontecer, mais cedo ou mais tarde aqui no Brasil, devido ao grande número de barragens aqui existentes.

APÉNDICES

APÊNDICE A

ROTAÇÕES NO ESPAÇO

Em fotogrametria terrestre aplicaremos as mesmas rotações utilizadas em fotogrametria aérea.

Os ângulos de rotação, w , ϕ e k . w em torno do eixo dos x , ϕ em torno do eixo dos y , k em torno do eixo dos z . Sendo o sistema dextrógiro os ângulos serão positivos quando a rotação for no sentido anti-horário.

As rotações serão necessárias para fazer com que o sistema fotogramétrico se torne paralelo ao sistema topocêntrico (terrestre).

Na Figura A.1 temos os sistemas x^* , y^* , z^* , que representam um sistema tridimensional de uma foto fictícia, e que é paralelo ao sistema XYZ topocêntrico e o sistema $x'y'z'$ inclinado em relação a estes. Efetuam-se rotações no sistema $x^*y^*z^*$ para que este coincida com o sistema $x'y'z'$. As rotações são mostradas a seguir.

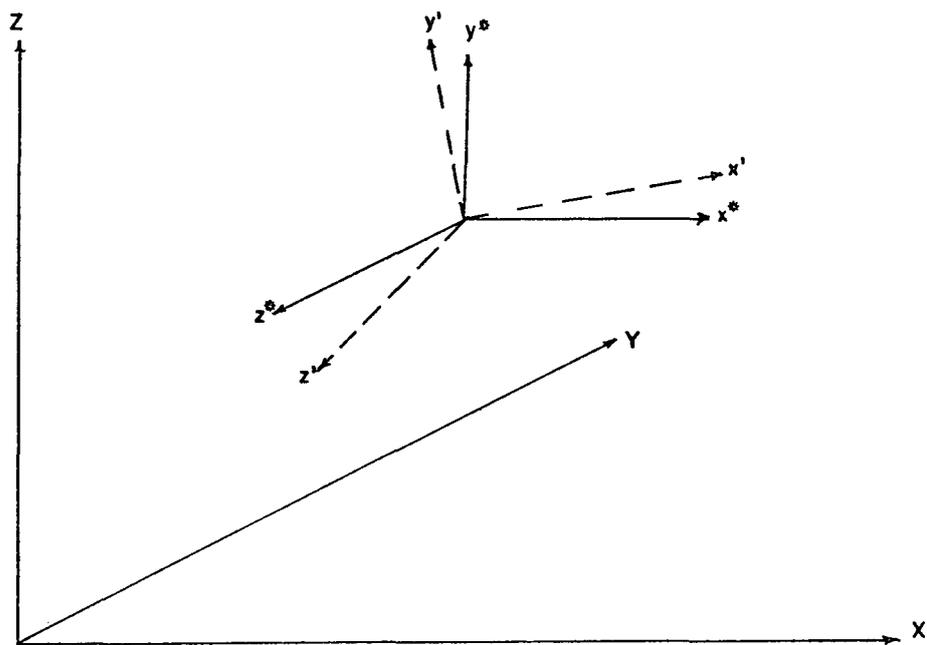


Fig A.1 Sistema topocêntrico e sistemas fotogramétricos

Primeira rotação: w - em torno de x^*

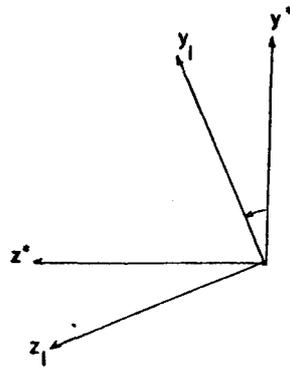
$$x_1 = x^*$$

$$y_1 = y^* \cos w + z^* \sin w$$

$$z_1 = -y^* \sin w + z^* \cos w$$

ou

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos w & \sin w \\ 0 & -\sin w & \cos w \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{vmatrix}$$

Fig. A.2 Rotação em torno de x^*

Segunda rotação: ϕ - em torno de y^*

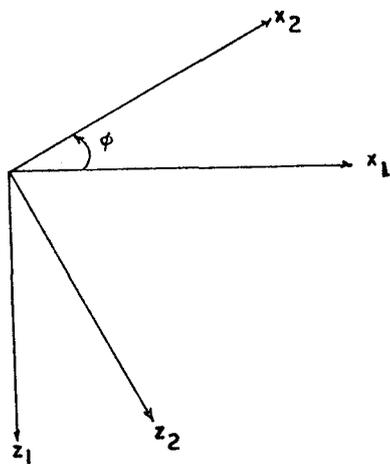
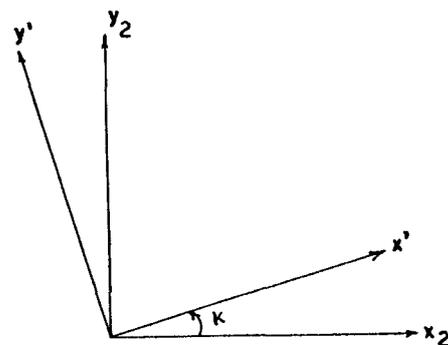
$$x_2 = x_1 \cos \phi - z_1 \sin \phi$$

$$y_2 = y_1$$

$$z_2 = x_1 \sin \phi + z_1 \cos \phi$$

ou

$$\begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix}$$

Fig. A.3 Rotação em torno de y_1 Fig. A.4 Rotação em torno de z_2

Terceira rotação: k - em torno de z^*

$$\begin{aligned}x' &= x_2 \cos k + y_2 \operatorname{sen} k \\y' &= y_2 \cos k - x_2 \operatorname{sen} k \\z' &= z_2\end{aligned}\tag{A.1}$$

Fazendo as substituições no conjunto de fórmulas A.1 temos:

$$\begin{aligned}x' &= (-z \operatorname{sen} \varnothing + x_1 \cos \varnothing) \cos k + y_1 \operatorname{sen} k \\x' &= |(y^* \operatorname{sen} w - z^* \cos w) \operatorname{sen} \varnothing + x^* \cos \varnothing| \cos k + \\&\quad + (y^* \cos w + z \operatorname{sen} w) \operatorname{sen} k \\x' &= x^* (\cos \varnothing \cos k) + y^* (\operatorname{sen} w \operatorname{sen} \varnothing \cos k + \cos w \operatorname{sen} k) \\&\quad + z^* (\operatorname{sen} w \operatorname{sen} k - \cos w \operatorname{sen} \varnothing \cos k)\end{aligned}\tag{A.2}$$

$$\begin{aligned}y' &= y_1 \cos k - (x_1 \cos \varnothing - z_1 \operatorname{sen} \varnothing) \operatorname{sen} k \\y' &= (y^* \cos w + z^* \operatorname{sen} w) \cos k - |x^* \cos \varnothing - (-y^* \operatorname{sen} w + \\&\quad + z^* \cos w) \operatorname{sen} \varnothing| \operatorname{sen} k \\y' &= x^* (-\cos \varnothing \operatorname{sen} k) + (\cos w \cos k - \operatorname{sen} w \operatorname{sen} \varnothing \operatorname{sen} k) + \\&\quad + z^* (\operatorname{sen} w \cos k + \cos w \operatorname{sen} \varnothing \operatorname{sen} k)\end{aligned}\tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}z' &= x_1 \operatorname{sen} \varnothing + z_1 \cos \varnothing \\z' &= x^* \operatorname{sen} \varnothing + (-y^* \operatorname{sen} w + z^* \cos w) \cos \varnothing \\z' &= x^* (\operatorname{sen} \varnothing) + y^* (-\operatorname{sen} w \cos \varnothing) + z^* (\cos w \cos \varnothing)\end{aligned}\tag{A.4}$$

Apresentando sob forma matricial:

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{vmatrix} \quad \text{A.5}$$

onde:

$$m_{11} = \cos \varnothing \cos k$$

$$m_{12} = \sin w \sin \varnothing \cos k + \cos w \sin k$$

$$m_{13} = -\cos w \sin \varnothing \cos k + \sin w \sin k$$

$$m_{21} = -\cos \varnothing \sin k$$

$$m_{22} = -\sin w \sin \varnothing \sin k + \cos w \cos k$$

$$m_{23} = \cos w \sin \varnothing \sin k + \sin w \cos k$$

$$m_{31} = \sin \varnothing$$

$$m_{32} = -\sin w \cos \varnothing$$

$$m_{33} = \cos w \cos \varnothing$$

ou também:

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = M_3(k) M_2(\varnothing) M_1(w) \begin{vmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{vmatrix} \quad \text{A.6}$$

APÊNDICE B

PROCESSAMENTO DOS DADOS

O cálculo do ajustamento foi efetuado com programa de computador. O programa foi executado no computador IBM 360. No decorrer da fase computacional uma série de dificuldades foram encontradas. Relataremos estas dificuldades e como foram solucionadas.

Nas primeiras experiências realizadas, notou-se que a quantidade de memória utilizada era muito grande, assim como o tempo de processamento também era bastante significativo partiu-se então para o processo de otimização do programa, visando reduzir tempo de execução e memória do computador.

B.1. Antecedentes

Na sua forma inicial o programa constava de: um programa principal; uma subrotina para formação da matriz nor-

mal (FORMAL); uma subrotina para inversão da matriz normal (VERSOL). Assim como se apresentava, o programa tinha o inconveniente de ocupar bastante memória do computador, assim como gastar um tempo de processamento apreciável. Para ajustar uma triangulação fotogramétrica tendo uma matriz normal 84×84 , o tempo gasto foi de 18 min e 21 seg, a quantidade de memória utilizada foi de 147 K. Com uma área franqueada de 200 K, um programa desse porte estava utilizando quase toda a área disponível. Isso fazia com que as experiências se limitassem a um número reduzido de pontos.

A primeira solução imaginada foi reduzir ao máximo a quantidade de variáveis sem que isso levasse a reduzir o número de pontos. Esse caminho levou a um pequeno ganho de memória. Partiu-se então para uma solução mais ambiciosa: o ajustamento, devido as particularidades das matrizes envolvidas, seria todo feito utilizando "vetores" em vez de matrizes.

Esses vetores são compostos pelas linhas das matrizes. Assim uma matriz triangular superior ou inferior será armazenada na forma de um vetor. A vantagem dessa notação é bastante significativa, uma vez que a matriz triangular superior para ser armazenada precisa ser dimensionada pelo número de linhas e colunas. (Uma matriz 84×84 tem 7056 elementos). Essa mesma matriz triangular superior armazenada com uma só dimensão terá 3570 elementos. Visto que o ganho de memória seria apreciável, passou-se a perseguir esse objetivo.

B.2. Vetorização

Para proceder a "vetorização" das matrizes, segundo o algoritmo que ora apresentamos, é necessário que estas sejam quadradas e simétricas. Como todas as matrizes envolvidas no ajustamento em questão ou são simétricas, ou possíveis de assumirem essa forma, esse processo é utilizável.

Para dimensionar o vetor, é suficiente que a partir do número de colunas (N.C.) da matriz faça-se o seguinte cálculo:

$$DV = \lfloor (1 + N C) \times N C \rfloor \div 2$$

onde:

DV = Dimensão do vetor;

NC = Número de colunas ou de linhas da matriz.

Passaremos a comentar as subrotinas que foram criadas para operacionalizar o novo programa.

B.3. Subrotina Formal

Na sua forma original, essa subrotina utiliza as linhas formadas pelas derivadas das funções (equações de observações) em relação aos parâmetros, para formar a matriz normal ($A^t P A$). Para transformar esse produto num vetor foi necessário simplesmente utilizar a matriz triangular superior numerando-a de forma corrida. Na formação dessa matriz, no entanto, há uma grande quantidade de elementos nulos. Mais uma vez tirou-se partido dessa peculiaridade, para reduzir-

se o tempo de processamento na formação da matriz. O algoritmo utilizado para esse fim, prevê todos os produtos que poderão ser nulos, e não os efetua. Com isso, o número de operações aritméticas é reduzido drasticamente.

Na formação de uma matriz triangular (84 x 84), efetuando indiscriminadamente todos os produtos, o tempo de processamento foi na ordem de 40 segundos. Quando utilizou-se o algoritmo que só efetua os produtos, cujo resultado é um número não nulo, o tempo de processamento caiu para 2 segundos.

B.4. Subrotina *Ersol*

Inverte a matriz normal. O algoritmo prevê a entrada de um vetor e localiza, neste vetor cada elemento que começaria a linha da matriz, que lhe deu origem. A saída dessa subrotina é também um vetor cujos elementos, quando colocados em forma de matriz, reproduzem a inversa da matriz de entrada.

B.5. Subrotina *Gaid*

Esta subrotina identifica quais os elementos do vetor, que correspondem à diagonal da matriz que lhe deu origem. Forma um vetor menor que reproduz a diagonal da matriz. É utilizada quando se quer fazer alguma alteração na diagonal do "vetor".

B.6. Subrotina *Diag*

Esta subrotina incorpora ao vetor maior os elementos do vetor menor, depois que estes sofreram as alterações necessárias. Tem como entrada o vetor menor e como saída o vetor maior.

B.7. Subrotina *Cov*

Esta subrotina também, utilizando-se somente de vetores, calcula a matriz variância-covariância. Escreve a matriz variância-covariância para todas as fotos, e todos os pontos triangulados.

Com esse artifício de transformar as matrizes em vettores, ganhou-se uma quantidade muito grande de memória. Utilizando ainda o exemplo de 84 parâmetros temos para o caso, sem o artifício exposto, uma ocupação de 147 K de memória. Para o mesmo exemplo, utilizando o artifício, ocupa-se 33 K. Nota-se que é redução bastante significativa em uso de memória.

B.8. Listagem de Programas

IV 360N-FC-479 3-8 MAINPGM DATE 03/06/83 TIME 16.26.53

```

INTEGER*4 AUX,TEMPC
COMMON NPARS,NPAR,A
COMMON/VERSG/L/JTEST,X
COMMON/FORMA/PP,W,PC,UU,JJ1,N3
COMMON/DIASO/AD
COMMON/COVAR/NFO,NPT,SIGM
DIMENSION FT(62),PT(62),XLB(124),P(124),V(124)
DIMENSION OPY(7),OPZ(7),A(2570),PC(84),X(84),DESV(84)
DIMENSION XC(84),EX(4),EY(4),FZ(4)
DIMENSION OPX(4),OPFY(4),OPFZ(4),PCT(7),YC(7),YC(7),ZC(7),CPX(7)
DIMENSION UU(84),RESTX(4),RESTY(4),RESTZ(4),RX(7),RY(7),RZ(7)
DIMENSION AD(94),FLIT(6),PLIT(3),VL(84)
DIMENSION PTT(20),RYD(20),RYD(20),RZD(20),XD(20),YD(20),ZD(20)
DIMENSION LDIST(4),CDIST(2),PDIST(2)
DATA FLIT,PLIT/' XC',' YC',' ZC','KAPA',' PHI','OMEGA','X','Y',
1'Z'/

```

```

1 DATA LER,IMPR/1,3/
C.... LEITURA DOS ELEMENTOS DE ORIENTACAO INTERNA,DIST FOCAL NEG P/DIAPPOSITIVO
CALL WKS07(AUX,0)
READ(LER,10)DF,XFP,YPP
10 FORMAT(3F10.3)
WRITE(IMPR,11)DF,XFP,YPP
11 FORMAT(1H1,///,5X,'DIST. FOCAL=' ,3X,F12.5,10X,'XPP=' ,5X,F10.3,10X,
1 'YPP=' ,F10.3/)
RAD=4.00*ATAN(1.00)/180.0
C.... LEITURA DO NUMERO DE FOTCS,DE PONTOS IMAGEM LIDOS,PONTOS TRIANGULARES,
C PONTOS DE APIC,ESTACAS CCM COORD. CONHECIDAS
READ(LER,20)NFO,N1,NPT,NPA,NEC,NDIST
20 FORMAT(6I3)
WRITE(IMPR,21)NFO,N1,NPT,NPA,NEC,NDIST
21 FORMAT(7,5X,'NUM DE FOTCS',15,7,5X,'NUM DE PT IMAGEM',
1 15,7,5X,'PT DE TERRENA',15,7,5X,'PT DE APIC',15,
2 7,5X,'ESTACAS EXPOSICAO',15,7,5X,'NUM DISTANCIAS',15,7)
C.... LEITURA DO DESVIO PADRAO DAS COORD. FOTOMETRICAS E FATOR DE
C VARIANCIA A PRIORI
READ(LER,787)DP,SIG1
787 FORMAT(F10.3,F12.5)
CORR =1.

```

IV 360N-FC-479 3-8 MAINPGM DATE 03/06/83 TIME 16.26.53

```

DP2=(DP*DP)*CORR
WRITE(IMPR,30)
30 FORMAT(///,43X,'FOTCS',6X,'PNTCS',5X,'COORDENADAS FIDUCIAIS',
1 12X,'DESVIO',7,65X,'X(MM)',9X,'Y(MM)',12X,'PADRAO',/)
C.... LEITURA DO NUMERO DA FOTCS,DE PNTCS,E DAS CORRESPONDENTES COORD.
DO 40 I=1,N1
READ(LER,50)FT(I),PT(I),XF,YF
50 FORMAT(2F3.0,2F12.5)
WRITE(IMPR,60)FT(I),PT(I),XF,YF,DF
60 FORMAT(41X,2(F7.3,4X),2(F10.3,4X),2X,F7.3)
C..... FORMACAO DO VETOR DAS OBSERVACOES
J=2*1
XLB(J-1)=XF-XFP
XLB(J) =YF-YPP
C..... FORMACAO DO VETOR DAS PESCS
P(J-1)=SIG1#11/DP2)
40 P(J) =P(J-1)
NPAR=6*NFO+3*NPT
NPARS=((1+NPAR)*NPAR)/2
DO 32 I=1,NPT
32 READ(LER,34) PTT(I),XD(I),YD(I),ZD(I)
34 FORMAT(F6.0,3X,3F10.3)
WRITE(IMPR,36)
36 FORMAT(//,20X,'DADOS PARA CONFERENCIA',/)
DO 38 I=1,NPT
38 WRITE(IMPR,221) I, XC(I),YC(I),ZD(I)
C.... LEITURA E IMPRESSAO DOS VALORES APROXIMADOS DOS PARAMETROS NA
C SEQUINTE ORDEM(XC,YC,ZC,KAPA,PHI,OMEGA) DE TODAS AS FOTCS,
C (X,Y,Z)DE TODOS OS PNTCS,ANGULOS LIDOS EM GRAUS
READ(LER,70) (XC(I),I=1,NPAR)
70 FORMAT(6F10.3)
WRITE(IMPR,80)
80 FORMAT(///,44X,'VALORES APROXIMADOS DOS PARAMETROS',//,25X,
1 1X,'FOTO',8X,'XC',9X,'YC', 9X,'ZD',9X,'KAPA',10X,'PHI',
2 11X,'OMEGA',/)
DO 82 I=1,NFO
J=6*(I-1)
82 WRITE(IMPR,87)I,(XC(J+K),K=1,6)

```

```

IV 360N-FC-479 3-8          MAINPGM          DATE 03/06/83          TIME 16.26.53
 87 FORMAT(25X,13,5X,F10.3,2F11.3,3F13.3)
    WRITE(IMPR,88)
 88 FORMAT(///,25X,'PUNTO',7X,'X',12X,'Y',12X,'Z',/)
    DO 90 I=1,NPT
      J=6*NFO+3*(I-1)
 90 WRITE(IMPR,221)I,(XC(J+K),K=1,3)
 221 FORMAT(25X,13,3(2X,F11.3))
C.....LEITURA E IMPRESSAO DO NUMERO E COORD DA TOMADA DAS FOTCS(ESTACOES
C      CONHECIDAS) COM OS DESVICS PADRCES
      IF(NDIST.E0) GO TC 94
      WRITE(IMPR,222)
 222 FORMAT(///,13X,'ESTACAO(FOTC)',9X,'X',12X,'Y',13X,'Z',10X,'DP X',
1      10X,'DP Y',5X,'DP Z',/)
    DO 91 I=1,NEC
      READ(LER,92)EX(I),FY(I),FZ(I),DPEX(I),DPEY(I),DPEZ(I)
 92 FORMAT(6F10.3)
 91 WRITE(IMPR,93)I,EX(I),FY(I),FZ(I),DPEX(I),DPEY(I),DPEZ(I)
 93 FORMAT(23X,12,3(2X,F11.3),2(2X,F10.5))
 94 WRITE(IMPR,95)
 95 FORMAT(///,36X,'COORDENADAS PNTCS DE APOIO',/,25X,'PUNTO',
1      5X,'X(M)',8X,'DPX',5X,'Y(M)',7X,'DPY',11X,'Z(M)',4X,'DPZ',/)
C      LER NUMERO DE DISTANCIAS CONHECIDAS
      IF(NDIST.E0) GO TC 104
      J=0
      DO 200 L=1,NDIST
        I=J+1
        J=I+1
 200 READ(LER,201)LDIST(I),LDIST(J),DIST(L),PDIST(L)
 201 FORMAT(13,13,F8.3,F8.3)
C.....LEITURA DOS PNTCS DE CONTROLE(CONHECIDOS),SUAS COORDENADAS E
C      DESVIO PADRAO
 104 DO 100 I=1,NPA
      READ(LER,105)PCT(I),XC(I),YC(I),ZC(I),DPX(I),DPY(I),DPZ(I)
 105 FORMAT(F3.0,6F10.2)
      WRITE(IMPR,110)PCT(I),XC(I),DPX(I),YC(I),DPY(I),ZC(I),DPZ(I)
 110 FORMAT(23X,F7.0,3(2X,F11.3,2X,F7.3))
 100 CONTINUE
      ITER=I-1

```

```

IV 360N-FC-479 3-8          MAINPGM          DATE 03/06/83          TIME 16.26.53
C.....MONTAGEM DA MATRIZ-VETOR N=ATPA E DO VETOR U=ATPW
C 106 ITER=ITER+1
      DO 14 I=1,NPAR
 14 UU(I)=0.
      DO 1014 K=1,NPARS
 1014 A(K)=0.
      L=6*NFO
C      TRANSFORMA GRAUS EM RADIANDOS
      DO 900 IG=1,NFC
        J=6*(IG-1)
        DO 900 K=4,6
          XO(J+K)=XC(J+K)*RAD
C-----
      INIC=-1
      DO 120 I=1,NI
 125 IF(INIC-FT(I))125,120,125
      INIC=FT(I)
      J=6*(FT(I)-1)
      CK=COS(XO(J+4))
      CF=COS(XO(J+5))
      CW=COS(XO(J+6))
      SK=SIN(XO(J+4))
      SF=SIN(XO(J+5))
      SW=SIN(XO(J+6))
      XM11=CF*CK
      XM12=SW*SF*CK+CW*SK
      XM13=-CW*SF*CK+SW*SK
      XM21=-CF*SK
      XM22=-SW*SF*SK+CW*CK
      XM23=CW*SF*SK+SW*CK
      XM31=SF
      XM32=-SW*CF
      XM33=CW*CF
 130 N=L+3*(PT(I)-1)
      M=2*I
      DX=XO(N+1)-XO(J+1)
      DY=XO(J+2)-XO(N+2)

```

IV 360N-FC-479 3-8 MAINPGM DATE 03/06/83 TIME 16.26.53

```

DZ=XO(N+3)-XO(J+3)
O=XM31*DX+XM32*DZ+XM33*CY
O2=O*O
XM1=XM11*DX+XM12*DZ+XM13*CY
XN1=XM21*DX+XM22*DZ+XM23*DY
DO 132 I=1,NPAR
132 PD(I)=0.
PD(J+1)=(O*XM11-XM1*XM31)*(DF/O2)
PD(J+2)=(O*XM13-XM1*XM33)*(-DF/O2)
PD(J+3)=(O*XM12-XM1*XM32)*(DF/O2)
PD(J+4)=(-DF/O)*(DX*XM21+OZ*XM22+DY*XM23)
PD(J+5)=(O*(DX*SF*CK-OZ*SK+CF*CK+DY*CW*CF*CK)+XM1*(DX*CF
I+DZ*SW*SF-DY*CW*SF))*(DF/O2)
PD(J+6)=(O*(DZ*XM13-DY*XM12)-XM1*(DZ*XM33-DY*XM32))*(DF/O2)
PD(N+1)=-PD(J+1)
PD(N+2)=-PD(J+2)
PD(N+3)=-PD(J+3)
PP=P(M-1)
W=XLB(M-1)-(DF*(XM1/O))
V(M-1)=-W
JJ1=J+1
N3=N+3
CALL FORMAL
PD(J+1)=(O*XM21-XN1*XM31)*(DF/O2)
PD(J+2)=(O*XM23-XN1*XM33)*(-DF/O2)
PD(J+3)=(O*XM22-XN1*XM32)*(DF/O2)
PD(J+4)=(DF/O)*(DX*XM11+OZ*XM12+DY*XM13)
PD(J+5)=(O*(DX*SF*SK-OZ*SK+CF*SK+DY*CW*F*SK)+XN1*(DX*CF+DZ*SW*
SF-DY*CW*SF))*(DF/O2)
1 PD(J+6)=(O*(DZ*XM23-DY*XM22)-XN1*(DZ*XM33-DY*XM32))*(DF/O2)
PD(N+1)=-PD(J+1)
PD(N+2)=-PD(J+2)
PD(N+3)=-PD(J+3)
PP=P(M)
W=XLB(M)-(DF*(XN1/O))
V(M)=-W
120 CALL FORMAL
DO 800 I=1,NPARS

```

IV 360N-FC-479 3-8 MAINPGM DATE 03/06/83 TIME 16.26.53

```

800 A(I)=PP*A(I)
CALL DIAG
IF(NDIST.GT.0) GO TC 142
C..... APLICACAO DAS INJLACCES DE ORIENTACAO EXTERIOR
DO 140 I=1,NEC
J=6*(I-1)
PXE=1./DPEX(I)**2
PXE=PXE/CORR
PYE=1./DPEY(I)**2
PYE=PYE/CORR
PZE=1./DPEZ(I)**2
PZE=PZE/CORR
AD(J+1)=AD(J+1)+PXE
AD(J+2)=AD(J+2)+PYE
AD(J+3)=AD(J+3)+PZE
UU(J+1)=UU(J+1)-PXE*(EX(I)-XO(J+1))
UU(J+2)=UU(J+2)-PYE*(EY(I)-XO(J+2))
UU(J+3)=UU(J+3)-PZE*(EZ(I)-XO(J+3))
140 C..... APLICACAO DAS INJUNCCES DE POSICAO PARA PONTOS DE CONTROLE
DO 142 I=1,NPA
N=L+3*(PCT(I)-1)
PX=1./DPX(I)**2
PX=PX/CORR
PY=1./DPY(I)**2
PY=PY/CORR
PZ=1./DPZ(I)**2
PZ=PZ/CORR
AD(N+1)=AD(N+1)+PX
AD(N+2)=AD(N+2)+PY
AD(N+3)=AD(N+3)+PZ
UU(N+1)=UU(N+1)-PX*(XC(I)-XC(N+1))
UU(N+2)=UU(N+2)-PY*(YC(I)-YC(N+2))
UU(N+3)=UU(N+3)-PZ*(ZC(I)-ZC(N+3))
150 C..... VCLTA A MATRIZ
C.....
CALL GAID
VIPV=0
IF(NDIST.EQ.0) GO TC 152

```

DAM 150

IV 360N-FC-479 3-8 MAINPGM DATE 03/06/83 TIME 16.26.53

```

DZ=XO(N+3)-XO(J+2)
Q=XM31*DX+XM32*DZ+XM33*CY
QZ=Q*Q
XM1=XM11*DX+XM12*DZ+XM13*CY
XM1=XM21*DX+XM22*DZ+XM23*DY
DO 132 I=1,NPAR
132 PD(I)=0.
PD(J+1)=(Q*XM11-XM1*XM31)*(CF/Q2)
PD(J+2)=(Q*XM13-XM1*XM33)*(-DF/C2)
PD(J+3)=(Q*XM12-XM1*XM32)*(CF/C2)
PD(J+4)=(-DF/Q)*(DX*XM21+DZ*XM22+DY*XM23)
PD(J+5)=(Q*(DX*SF*CK-DZ*SK*CF*CK+DY*CW*CF*CK)+XM1*(DX*CF
1+DZ*SW*SF-DY*CW*SF))*(CF/C2)
PD(J+6)=(Q*(DZ*XM13-DY*XM12)-XM1*(DZ*XM33-DY*XM32))*(DF/Q2)
PD(N+1)=-PD(J+1)
PD(N+2)=-PD(J+2)
PD(N+3)=-PD(J+3)
PP=P(M-1)
W=XLB(M-1)-(DF*(XM1/C))
V(M-1)=-W
JJ1=J+1
N3=N+3
CALL FORMAL
PD(J+1)=(Q*XM21-XM1*XM31)*(DF/C2)
PD(J+2)=(Q*XM23-XM1*XM33)*(-DF/C2)
PD(J+3)=(Q*XM22-XM1*XM32)*(CF/Q2)
PD(J+4)=(DF/Q)*(DX*XM11+DZ*XM12+DY*XM13)
PD(J+5)=-Q*(DX*SF*SK-DZ*SK*CF*SK+DY*CW*SF*SK)+XM1*(DX*CF+DZ*SW*
1SF-DY*CW*SF))*(CF/C2)
PD(J+6)=(Q*(DZ*XM23-DY*XM22)-XM1*(DZ*XM33-DY*XM32))*(DF/Q2)
PD(N+1)=-PD(J+1)
PD(N+2)=-PD(J+2)
PD(N+3)=-PD(J+3)
PP=P(M)
W=XLB(M)-(DF*(XM1/C))
V(M)=-W
120 CALL FORMAL
DO 800 I=1,NPARS

```

IV 360N-FC-479 3-8 MAINPGM DATE 03/06/83 TIME 16.26.53

```

800 A(I)=PP*A(I)
CALL DIAG
IF(NDIST.EQ.0) GO TC 142
C.... APLICACAO DAS INJUNCCES DE ORIENTACAO EXTERIOR
DO 140 I=1,NEC
J=6*(I-1)
PXE=1./DPEX(I)**2
PXE=PXE/CCRR
PYE=1./DPEY(I)**2
PYE=PYE/CCRR
PZE=1./DPEZ(I)**2
PZE=PZE/CCRR
AD(J+1)=AD(J+1)+PXE
AD(J+2)=AD(J+2)+PYE
AD(J+3)=AD(J+3)+PZE
UU(J+1)=UU(J+1)-PXE*(EX(I)-XO(J+1))
UU(J+2)=UU(J+2)-PYE*(EY(I)-XO(J+2))
C.... 140 UU(J+3)=UU(J+3)-PZE*(EZ(I)-XO(J+3))
APLICACAO DAS INJUNCCES DE POSICAO PARA PONTOS DE CONTROLE
142 DO 150 I=1,NPA
N=L+3*(PCT(I)-1)
PX=1./DPX(I)**2
PX=PX/CCRR
PY=1./DPY(I)**2
PY=PY/CCRR
PZ=1./DPZ(I)**2
PZ=PZ/CCRR
AD(N+1)=AD(N+1)+PX
AD(N+2)=AD(N+2)+PY
AD(N+3)=AD(N+3)+PZ
UU(N+1)=UU(N+1)-PX*(YC(I)-YC(N+1))
UU(N+2)=UU(N+2)-PY*(YC(I)-YC(N+2))
C.... 150 UU(N+3)=UU(N+3)-PZ*(ZC(I)-YC(N+3))
C.... VCLTA A MATRIZ
C.... CALL GAID
VTPV=0
IF(NDIST.EQ.0) GO TC 152

```

044 150

```

IV 360N-FC-479 3-8          MAINFGM          DATE 03/06/83          TIME 16.26.53
 175 VTPV=VTPV+V(I)*P(I)*V(I)
      IF(NDIST.GT.0)GO TO 302
C.....CALCULA OS RESIDUOS DAS COORDENADAS DAS ESTACOES
      DO 302 I=1,NEC
      J=(I-1)
      RESTX(I)=XD(J+1)-EX(I)
      RESTY(I)=XD(J+2)-EY(I)
      RESTZ(I)=XD(J+3)-EZ(I)
302  VTPV=VTPV+(RESTX(I)**2)*PXE+(RESTY(I)**2)*PYE+(RESTZ(I)**2)*PZE
      WRITE(IMPR,414)
414  FORMAT(///,36X,'RESIDUOS DAS COORDENADAS ORIENT EXTERIOR',
           /,36X,'ESTACAO',3X,'PXC(M)',7X,'PYO(M)',7X,'RZO(M)')
      DO 413 I=1,NEC
413  WRITE(IMPR,415)I,RESTX(I),RESTY(I),RESTZ(I)
415  FORMAT(36X,I5,3F13.4)
303  L=L+NFG
      EMX=0.
      EMY=0.
      EMZ=0.
      DO 310 I=1,NPT
      N=L+3*(PIT(I)-1)
      RX(I)=XD(N+1)-XD(I)
      RY(I)=XD(N+2)-YD(I)
      RZ(I)=XD(N+3)-ZD(I)
      EMX=EMX+RX(I)**2
      EMY=EMY+RY(I)**2
      EMZ=EMZ+RZ(I)**2
310  EMX=EMX/(NPT-1)
      EMX=SQRT(EMX)
      EMY=EMY/(NPT-1)
      EMY=SQRT(EMY)
      EMZ=EMZ/(NPT-1)
      EMZ=SQRT(EMZ)
      EMT=(EMX**2)+(EMY**2)+(EMZ**2)
      EMT=SQRT(EMT)
C.....CALCULA OS RESIDUOS DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE CONTRLE
      EMCX=0.
      EMCY=0.

```

290

JAM 300

JAM 310

JAM 320

ASS 250

```

IV 360N-FC-479 3-8          MAINFGM          DATE 03/06/83          TIME 16.26.53
      EMCZ=0.
      DO 304 I=1,NPA
      N=L+3*(PCT(I)-1)
      RX(I)=XC(N+1)-XC(I)
      RY(I)=XC(N+2)-YC(I)
      RZ(I)=XC(N+3)-ZC(I)
      EMCX=EMCX+RX(I)**2
      EMCY=EMCY+RY(I)**2
      EMCZ=EMCZ+RZ(I)**2
304  VTPV=VTPV+(RX(I)**2)*PX+(RY(I)**2)*PY+(RZ(I)**2)*PZ
      EMCX=EMCX/(NPA-1)
      EMCX=SQRT(EMCX)
      EMCY=EMCY/(NPA-1)
      EMCY=SQRT(EMCY)
      EMCZ=EMCZ/(NPA-1)
      EMCZ=SQRT(EMCZ)
      EMQT=(EMCX**2)+(EMCY**2)+(EMCZ**2)
      EMQT=SQRT(EMQT)
C.....CALCULA FATOR DE VARIANCIA A POSTERIORI
      SIGM=VTPV/(NOB-NPAF)
      CALL DIAG
      DO 330 I=1,NPAR
      DESV(I)=SIGM*AD(I)
330  DESV(I)=SQRT(DESV(I))
      WRITE(IMPR,180)ITER
180  FORMAT(1H1,/,52X,16(' '),/,52X,'* ITERACAO ',14,' ',/,52X,16(' '))
      DO 340 I=1,NFO
      J=(I-1)
      WRITE(IMPR,85)I,(XC(J+K),DESV(J+K),K=1,3)
85  FORMAT(10X,'FOIC',13,/,28X,'DESV PADRAC',/,8X,'X=',F13.3,2X,F12.3
           /,8X,'Y=',F12.3,2X,F12.3,/,8X,'Z=',F13.3,2X,F12.3)
      DO 345 K=4,6
C      TRANSFORMA RADIANTES EM GRAUS
      XO(J+K)=XD(J+K)/RAD
345  DESV(J+K)=(DESV(J+K)/RAD)*2600.
      WRITE(IMPR,351)(XC(J+K),DESV(J+K),K=4,6)
851  FORMAT(/,6X,'KAPA',F13.3,2X,F12.3,/,6X,'PH',F14.3,2X,F12.3,/,6X,
           /,6X,'OMEGA',F12.3,2X,F12.3,/,6X,30(' '),/)

```

ASS 270

IV 360N-FC-479 3-8 MAINFGM DATE 03/06/83 TIME 16.26.53

```

340 CONTINUE
WRITE(IMPR,86)
86 FORMAT(///,10X,'FCNTC',5X,'X',10X,'DPX',12X,'Y',10X,'DPY',12X,'Z'
1      ,10X,'DPZ',/)
DO 210 I=1,NPT
J=L+3*(I-1)
210 WRITE(IMPR,220)I,(XC(J+K),CESV(J+K),K=1,3)
220 FORMAT(10X,13,6(2X,F11.3))
WRITE(IMPR,212)
312 FORMAT(/,20X,'ERRC MEDIC CLADRATICO DE TODOS OS PONTOS',/)
WRITE(IMPR,320)EMX,EMY,EMZ,EMT
WRITE(IMPR,404)
404 FORMAT(///,36X,'RESIDUOS DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE CONTROLE', ASS 300
1      /,36X,'PCNTD',5X,'RX(M)',8X,'RY(M)',8X,'RZ(M)')
DO 403 I=1,NPA
403 WRITE(IMPR,405)PCT(I),RX(I),RY(I),RZ(I)
405 FORMAT(36X,F5.0,2F12.4)
WRITE(IMPR,406)
406 FORMAT(///,36X,'RESIDUOS DAS COORDENADAS FIDUCIAIS',/,36X,
1      'FUTO',7X,'FCNTC',5X,'RX(MM)',5X,'RY(MM)')
DO 407 I=1,NI
J=2*I
407 WRITE(IMPR,408)FY(I),PT(I),V(J-1),V(J)
408 FORMAT(36X,F4.0,F11.0,2F11.5)
WRITE(IMPR,320)EMCX,EMCY,EMCZ,EMCT
320 FORMAT(//,20X,'ERRC MEDIC CLADRATICO                    X =',F15.5,
1      /,20X,'ERRC MEDIC CLADRATICO                    Y =',F15.5,
2      /,20X,'ERRC MEDIC CLADRATICO                    Z =',F15.5,
3      /,20X,'ERRC MEDIC CLADRATICO                    TOTAL =',F15.5,/)
GL=NOR-NPAR
XXC=GL*SIG4/SIG1
WRITE(IMPR,350)SIG,SIGM,GL,XXC,CRR                    ASS 325
350 FORMAT(///,36X,'VARIANCIA DA UNIDADE PESO A PRIORI',F15.4,/,36X,
1      'VARIANCIA DA UNIDADE PESO A POST',F15.4,/,36X,'GRAUS DE LIB
2      ERDADE',F5.0,/,36X,'CLI QUADRADO CALCULADO',F15.4,/,54X,'CRR',
3      F15.6,/)
CALL WWS07(TEMPO,ALX)
WRITE(3,609) ITER,TEMPO,AUX

```

IV 360N-FC-479 3-8 MAINFGM DATE 03/06/83 TIME 16.26.53

```

609 FORMAT(//,5X,'NA ITERACAO',14,5X,'TEMPO =',16,2X,'SEGUNDOS',60X,
1'AUX =',110,/)
C-----TESTE DE CONVERGENCIA-----
TANG=4.8E-06
TLIN=1.0E-03
IF(ITER-5)122,26C,26C
122 DO 790 I=1,NFC
K=6*(I-1)
J=K+3
DO 780 L=1,3
IF(TLIN- ABS(Y(K+L)))106,775,775
IF(TANG- ABS(X(J+L)))106,780,780
775 CONTINUE
780 DO 785 I=1,NPT
K=(6*NFO)+3*(I-1)
DO 785 J=1,3
IF(TLIN- ABS(X(K+J)))106,785,785
785 CONTINUE
WRITE(IMPR,128)ITER
128 FORMAT(/,20X,'CONVERGIU NA ITERACAO',14,/)
260 CALL COV (FLIT,PLIT)
CALL EXIT
END

```

CCS FORTRAN IV 360N-FC-479 3-8 MAINPGM DATE 03/06/83

```

C
0001            SUBROUTINE FCPMAL
0002            COMMON NPARS,NPAR,A
0003            COMMON/FORMA/ P,k,FC,U,JJ1,N3
0004            DIMENSION A(3570),PD(84),U(84)
0005            JM1=JJ1-1
0006            JKV=(((1+JM1)*JM1)/2)
0007            JJ6=JJ1+5
0008            DO 30 IL=JJ1,JJ6
0009            U(IL)=U(IL)+PD(IL)*P*k
0010            JKV=JKV+JM1
0011            DO 30 JK=JJ1,IL
0012            JKV=JKV+1
0013            30 A(JKV)=A(JKV)+PD(IL)*PD(JK)
0014            N1=N3-2
0015            NSCMA=N3-3
0016            JKV=(((1+NSCMA)*NSCMA)/2)
0017            DO 60 IL=N1,N3
0018            U(IL)=U(IL)+PD(IL)*P*k
0019            JKV=JKV+JM1
0020            DO 50 JK=JJ1,JJ6
0021            JKV=JKV+1
0022            50 A(JKV)=A(JKV)+PD(IL)*PD(JK)
0023            JKV=JKV-JJ6+NSCMA
0024            DO 60 JK=N1,IL
0025            JKV=JKV+1
0026            60 A(JKV)=A(JKV)+PD(IL)*PD(JK)
0027            RETURN
0028            END

```

CCS FORTRAN IV 360N-FC-479 3-8 GAID DATE 03/06/83

```

0001            SUBROUTINE GAID
0002            COMMON NPARS,NPAR,A
0003            COMMON/DIAGC/AD
0004            DIMENSION A(3570),AD(84)
0005            KVV=1
0006            DO 5 KV=1,NPAR
0007            A(KVV)=AD(KV)
0008            5 KVV=KVV+KV+1
0009            RETURN
0010            END

```

DCS FORTRAN IV 360N-FC-479 3-8

MAINPGM

DATE 03/06/83

```

C-----
0001      SUBROUTINE ERSCL
0002      COMMON IS,I,A
0003      COMMON/VERSCL/JTFST,X
0004      DIMENSION A(3570),X(84)
0005      IF(I.EQ.1) GO TO 1C
0006      IM=I-1
0007      MN=I+1
0008      DO 5 K=1,I
0009      KVV=1
0010      DO 40 KV=1,I
0011      X(KV)=A(KVV)
0012      40 KVV=KVV+KV
0013      IF(K.EQ.1) GO TO 47
0014      DO 45 IMN=MN,I
0015      45 X(IMN)=-X(IMN)
0016      47 DO 2 J=1,IM
0017      2 X(J)=X(J+1)/A(1)
0018      X(1)=1/A(1)
0019      JJ=1
0020      JKL=3
0021      DO 50 J=1,IM
0022      JKK=JJ+J
0023      DO 20 KK=1,J
0024      A(JJ)=A(JKL)-A(JKK)*X(KK)
0025      JJ=JJ+1
0026      20 JKL=JKL+1
0027      50 JKL=JKL+1
0028      DO 70 KK=1,I
0029      KKK=JJ+KK-1
0030      70 A(KKK)=X(KK)
0031      5 MN=MN-1
0032      IF(A(1).EQ.0.0) GO TO 2C
0033      RETURN
0034      10 A(1)=1./A(1)
0035      30 WRITE(3,100)A(1),K
0036      100 FORMAT(/,20X,2C(' '), 'A(1)=' ,E12.4, 'NA PASSAGEM',13,/)
0037      JTEST=5

```

DCS FORTRAN IV 360N-FC-479 3-8

ERSCL

DATE 03/06/83

```

0038      RETURN
0039      END

```

DCS FORTRAN IV 360N-FC-479 3-8

MAINPGM

DATE 03/06/83

```

C-----
0001      SUBROUTINE DIAG
0002      COMMON NPARS,NPAR,A
0003      COMMON/DIAGO/AG
0004      DIMENSION A(3570),AG(84)
0005      KVV=1
0006      DO 5 KV=1,NPAR
0007      AG(KV)=A(KVV)
0008      5 KVV=KVV+KV+1
0009      RETURN
0010      END

```

```

CC5 FCRTAN IV 360N-FC-479 3-8          CCV          DATE 03/06/83    TIME
0001          SUBROUTINE COV(FLIT,PLIT)
0002          COMMON NPARS,NPAR,Z
0003          COMMON/CDVAR/NFC,NPT,SIGM
0004          DIMENSION A(3570),FLIT(6),PLIT(3)
0005          IND=0
0006          L=6*NFO
0007          DO 40 I=1,NFO
0008          WRITE(3,99)I
0009          J=6*(I-1)
0010          DO 20 K=1,6
0011          DO 22 IL=1,K
0012          A(IND+IL)=A(IND+IL)*SIGM
0013          WRITE(3,100) FLIT(K),(A(IND+KL),KL=1,K)
0014          IND=IND+J+KL
0015          40 IND=IND+6
0016          DO 30 I=1,NPT
0017          WRITE(3,199)I
0018          J=L+3*(I-1)
0019          DO 35 K=1,3
0020          DO 36 IL=1,K
0021          A(IND+IL)=A(IND+IL)*SIGM
0022          WRITE(3,200) PLIT(K),(A(IND+KL),KL=1,K)
0023          35 IND=IND+J+KL
0024          30 IND=IND+3
0025          99 FORMAT(//,20X,'MATRIZ VARIANCIA-CCVARIANCIA PARA FOTG',I3)
0026          100 FORMAT(20X,35,6E15,4)
0027          199 FORMAT(//,20X,'MATRIZ VARIANCIA-CCVARIANCIA PARA O PCNTC',I4)
0028          200 FORMAT(24X,A1,2E15,4)
0029          RETURN
0030          END

```

NOTAS DE REFERÊNCIA

- |1| VERESS, S.A. Determination of the motion and deflection of retaining walls. Part 1. Theoretical Considerations - University of Washington - Final Technical Report, 1971 p. 376.
- |2| Ibidem p. 408
- |3| BRANDENBERGER, A.J.; EREZ, M.T. Photogrammetric determination of displacements and deformation in large structures - *The Canadian Surveyor* - 26 (2) jun 1972 p. 176.
- |4| BRANDENBERGER, A.J. Deformation measurement of power dams *Photogrammetric engineering*, sept 1974 - 40 (9) p. 1052.
- |5| ERLANDSON, J.P.; VERESS, S.A. Monitoring deformations of structures *Photogrammetric engineering and remote sensing* 41 (11) nov 1975 p. 1384.
- |6| WEY-WEN YU Photogrammetric measurements in structural research - separata da *Photogrammetric Engineering*, sept 1959 p. 02.
- |7| ERLANDSON, J.P.; VERESS, S.A. Monitoring deformations p. 1376.
- |8| ERLANDSON, J.P.; VERESS, S.A. Contemporary problems in terrestrial photogrammetric - *Photogrammetric Engineering*, sept 1974 - 40 (9) p. 1085.
- |9| BRANDENBERGER, A.J. Deformations measurements...p.1058

- |10| EREZ, M.T. Analytical Terrestrial photogrammetric applied to the measurement of deformations in large engineering structures. Doctoral thesis - laval University - Quebec 1971 p. 19.
- |11| Ibidem p. 68.
- |12| ERLANDSON, J.P. e VERESS, S.A. Methodology and standards for structural surveys. In Symposim on close range photogrammetric systems - champaing, IIIinois, 1975 - Papers... Falls Church, Virginia - American Society of Photogrammetry, 1975 p. 591.
- |13| EREZ, M.T. Analytical terrestrial... p. 14.
- |14| Ibidem
- |15| BRANDENBERGER, A.J. Deformations measurements p. 1055.
- |16| VERESS, S.A.; SUN, LO-JUNG LIONEL. Photogrammetric monitoring of a gabion wail - Photogrammetric Engineering and Remote Sensing 44(2) fev 1978 p. 210.
- |17| EREZ, M.T. Analytical terrestrial... p. 74.
- |18| BRANDENBERGER, A.J. Photogrammetric determination of dam deformations. In Symposium on close range photogrammetric systems. Champaing. IIIinois, 1975 Papers... Falls Church Virginia, American Society of Photogrammetric, 1975 p. 91.
- |19| EREZ, M.T. Analytical terrestrial... p. 75.
- |20| Ibidem p. 75.
- |21| VERESS, S.A. Determination of... p. 395.
- |22| EREZ, M.T. Analytical terrestrial... p. 20.
- |23| MIKHAIL, E.M.; GRACIE, G. Analysis and adjustments of survey measurements - New York- Van Nostrand Reinhold Company - 1981 p. 244.
- |24| MERCHANT, D.C. *Elements of Photogrammetry* part II. Computacional Photogrammetry. Ohio State University, 1963 p. 16.
- |25| MERCHANT, D.C. *Elements of photogrammetry* part I Geometric photogrammetry - Ohio State University 1963 p. 23.
- |26| MERCHANT, D.C. Elements of photogrammetry par II... p. 7.
- |27| Ibidem p. 10.

- |28| ANDRADE, J.B. *Photogrammetric refraction*. The Ohio State University 1977 p. 2.
- |29| VERESS, S.A. Determination of... p. 376.
- |30| ABDEL-AZIZ, Y.I. Expected Accuracy and convergent photos *Photogrammetric Engineering* nov 74 - 40 (11) p. 1341.
- |31| MARZAN, G.T. Optimum configuration of data acquisition in close range photogrammetric. In *Symposium on close range photogrammetric systems*. Champaign - Illinois 1975 Papers... Falls Church - Virginia, American Society of Photogrammetric, 1975 p. 558.
- |32| VERESS, S.A. Determination of the motion... p. 380
- |33| ANDRADE, J.B. Photogrammetric refraction... p. 94-104.
- |34| ANDRADE, J.B. Otimização do projeto de densificação do controle aerofotogramétrico. - *9º Congresso Brasileiro de Cartografia* - Curitiba 1979 p. 8 a 11.
- |35| ANDRADE, J.B. Photogrammetric refraction p. 97.
- |36| —————. Otimização do projeto... p. 4.
- |37| FRASER, C.S. Optimization of precision in close range photogrammetry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 48 (4) abril 1982. p. 561.
- |38| EREZ, M.T. Analytical terrestrial... p. 14.
- |39| LARSSON, R. & OLSSON, R. Precision of geodesy versus photogrammetry in building control. In *International Archives of Photogrammetry* published by The Committee of The XIV International Congress for Photogrammetry. Hamburg 1980 p. 82.

BIBLIOGRAFIA

- 1- ABDEL-AZIZ, Y.I. Expected Accuracy and convergent photos *Photogrammetric Engineering*, 40(11): nov. 1974.
- 2- ANDRADE, J.B. *Photogrammetric refraction*, doctoral thesis, The Ohio State University 1977. 117 p. (mimeog.)
- 3- ————. *Ótimização do projeto de densificação do controle aerofotogramétrico*. Comunicação ao 9º Congresso Brasileiro de Cartografia - Curitiba 1979. 17 p.
- 4- BRANDENBERGER, A.J.; EREZ, M.T. Photogrammetric determination of displacements and deformation in large structures - *The Canadian Surveyor* - 26(2): 163-178 jun 1972.
- 5- BRANDENBERGER, A.J. Deformation measurement of power dams - *Photogrammetric engineering*, 40(9): 1051 - 1058 sept 1974.
- 6- ————. Photogrammetric determination of dam deformations. In *Symposium on close range photogrammetric systems*. Champaign. Illinois, 1975 Papers... Falls Church Virginia, American Society of Photogrammetric, 1975 p. 83-96.
- 7- EREZ, M.T. *Analytical Terrestrial photogrammetric applied to the measurement of deformations in large engineering structures*. Doctoral thesis - Laval University - Quebec 1971. 150 p. (mimeog.)
- 8- ERLANDSON, J.P. e VERESS, S.A. Contemporary problems in terrestrial photogrammetric - *Photogrammetric Engineering*, 40(9): 1079-1085 sept 1974.

- 9- ERLANDSON, J.P. e VERESS, S.A. Methodology and standards for structural surveys. In *Symposium on close range photogrammetric systems* - Champaign, Illinois, 1975 Papers... Falls Church, Virginia - American Society of Photogrammetry, 1975, p. 575-596.
- 10- _____ . Monitoring deformations of structures. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*. 41(11): 1375-1384 nov. 1975.
- 11- FRASER, C.S. Optimization of precision in close range *Photogrammetry Engineering and Remote Sensing* 48(4): 561-570 april 1982.
- 12- LARSSON, R. & OLSSON, R. Precision of geodesy versus photogrammetry in building control. In *International Archives of Photogrammetry* published by The Committee of The XIV International Congress for Photogrammetry. Hamburg 1980. p. 77-86.
- 13- MARZAN, G.T. Optimum configuration of data acquisition in close range photogrammetry. In *Symposium on close range photogrammetric systems*. Champaign - Illinois 1975 Papers... Falls Church - Virginia, American Society of Photogrammetry, 1975 p. 558-573.
- 14- MERCHANT, D.C. *Elements of photogrammetry part I Geometric photogrammetry* - Ohio State University 1963. 54 p.
- 15- _____ . *Elements of photogrammetry part II. Computational Photogrammetry*. Ohio State University, 1963. 75 p.
- 16- VERESS, S.A. Determination of the motion and deflection of retaining walls. Part I Theoretical Considerations - University of Washington - Final Technical Report 1971, p. 375-409.
- 17- VERESS, S.A.; SUN, LO-JUNG LIONEL Photogrammetric monitoring of a gabion wall - *Photogrammetry Engineering and Remote Sensing* 44(2): 205-211 febr. 1979.
- 18- WEY-WEN YU Photogrammetric measurements in structural research - separata da *Photogrammetric Engineering* , sept 1959, 5 p.