

EDEVILSON GOMES PEREIRA

**APLICAÇÃO DE MODELOS NÃO LINEARES AO ESTUDO DE UM
PROBLEMA FLORESTAL, ATENDENDO A QUESTÕES AMBIENTAIS,
OPERACIONAIS E DEMANDAS DO TRANSPORTE DE MADEIRA**

CURITIBA

2007

EDEVILSON GOMES PEREIRA

**APLICAÇÃO DE MODELOS NÃO LINEARES AO ESTUDO DE UM
PROBLEMA FLORESTAL, ATENDENDO A QUESTÕES AMBIENTAIS,
OPERACIONAIS E DEMANDAS DO TRANSPORTE DE MADEIRA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências, pelo programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Programação Matemática, dos Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Celso Carnieri

Co-orientador: Prof. Dr. Arinei Carlos L. da Silva

CURITIBA

2007

EDEVILSON GOMES PEREIRA

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de mestre no programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Programação Matemática – da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

Orientador:

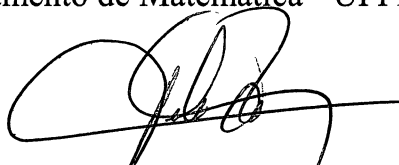


Prof. Dr. Celso Carnieri

Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia –
UFPR

Prof. Dr. Arinei Carlos L. da Silva

Departamento de Matemática - UFPR



Prof. Dr. Julio Eduardo Arce

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal – UFPR



Prof.ª Dra. Viviana Cocco Mariani

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - PUCPR

Curitiba, 21 de setembro de 2007

Aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que guiou meus passos e me ajudou em todos os momentos a superar as dificuldades impostas para a realização deste trabalho.

Aos meus familiares, pelo apoio e incentivo.

Ao Professor Dr. Celso Carnieri, meu orientador, pelo companheirismo, incentivo e paciência nas inúmeras reuniões para confecção deste trabalho. Ao Professor Dr. Arinei Carlos L. da Silva, pelos valiosos ensinamentos e críticas construtivas que possibilitaram o constante aperfeiçoamento das metodologias utilizadas. Ao professor Dr. Julio Eduardo Arce, pelo esclarecimento de dúvidas relacionadas à área florestal. A todos os demais professores do mestrado em métodos numéricos, que nos transmitiram valores técnicos e humanos para podermos contribuir positivamente na sociedade atual em que vivemos.

Aos professores da PUCPR. Em especial, Viviana Mariani, Cláudio Carvilhe, Eduardo Quadros, Luiz Vasconcelos, Sérgio Schneider, Mozart Gonçalves e muitos outros que sempre me incentivaram e deram subsídios para o ingresso no mestrado.

Aos funcionários do CESEC. Em especial, a secretária Maristela, pelos constantes auxílios em diversos assuntos e pela eficiência na prestação de serviços.

Aos amigos, William Jacques, pelo auxílio na graduação e na preparação para ingresso no mestrado, e à amiga Carla Lage, também pelo auxílio e assistência nas horas difíceis.

Aos colegas Evandro Soares, Marcio Macário e Ricardo Felipe, pelo suporte, dentro e fora de sala, no entendimento de conceitos pertinentes às disciplinas do mestrado e aos demais colegas de turma e amigos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

A todos, quero deixar meus sinceros agradecimentos.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	viii
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Objetivo do Trabalho	5
1.2. Importância do Trabalho	5
1.3. Limitação do Trabalho	5
1.4. Estrutura do Trabalho	6
2. MODELOS DA PESQUISA OPERACIONAL PARA O PLANEJAMENTO FLORESTAL.....	7
2.1. Modelos de Programação Linear para Planejamento Florestal	9
2.2. Técnicas para Solução de PPLI	13
2.2.1. O Método “Branch and Bound”	14
2.2.1.1. Descrição do Método Branch and Bound	15
2.3. Otimização Não Linear com Restrições.....	17
2.3.1. Teorema dos Multiplicadores de Lagrange	17
2.3.2. Método de Programação Quadrática Sequencial (SQP).....	18
2.3.3. Método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG)	20
2.4. Programação Linear Multiobjetivo	22
2.5. Características da Formulação Programação por Metas (multiobjetivo).....	23
2.5.1. Modelagem Geral de Programação por Metas com o Uso de Pesos Cardinais	26
2.6. Apresentação de Problemas de Minimização de Custos Relacionados ao Transporte de Madeira	27
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	31
3.1. Modelagem Matemática.....	32
3.2. Modelo Tipo A	32
3.2.1. Função Objetivo	33
3.2.2. Restrições do Modelo Tipo A	33
3.2.2.1. Restrições de Corte	33
3.2.2.2. Restrições de Demanda	33
3.2.2.3. Restrições de Adjacência	34
3.3. Modelo Tipo B.....	37
3.3.1. Função Objetivo	37
3.3.2. Restrições do Modelo Tipo B	38
3.3.3. Restrição de Receita Disponibilizada.....	38
3.3.4. Restrição de Desvio	38
3.3.5. Restrições de Colheita	38
3.4. Modelo Tipo C.....	40
3.4.1. Função Objetivo	41
3.4.2. Restrições do Modelo Tipo C	43
3.4.3. Restrição de Receita Disponibilizada para Otimizar Custos Operacionais	43
3.4.4. Restrição Flexibilizada de Distância Média de Transporte	43
3.4.5. Restrições de Desvio	44
3.4.5.1. Desvio Relativo à Receita	44
3.4.5.2. Desvio Relativo à Distância Média de Transporte	44
3.4.6. Restrições de Colheita	44

3.5.	Estudo de Caso para Aplicação da Metodologia Apresentada	45
3.6.	Estudo de Caso para a Modelagem Tipo A.....	45
3.7.	Estudo de Caso para a Modelagem Tipo B	48
3.8.	Estudo de Caso para a Modelagem Tipo C	51
3.9.	Formulação Multiobjetivo	58
3.10.	Otimização da Função Receita.....	59
3.11.	Otimização da Função Distância Média de Transporte.....	60
3.12.	Otimização da Dispersão de Colheita	60
3.13.	Formulação Multiobjetivo	61
3.13.1.	Função Objetivo	61
3.13.2.	Restrições	62
3.13.2.1.	Restrição da Meta Receita.....	62
3.13.2.2.	Restrição da Meta Distância Média de Transporte.....	63
3.13.2.3.	Restrição da Meta Dispersão de Colheita	63
3.14.	Estudo de Caso para a Metodologia Multiobjetivo.....	64
4.	SÍNTESE E ANÁLISE DOS RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES PROPOSTAS .	73
4.1.1.	Considerações Relevantes para Cada Formulação - Síntese	76
4.1.1.1.	Considerações para o Cenário de 20 Talhões.....	76
4.1.1.2.	Considerações para o Cenário de 50 Talhões.....	77
5.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	78
5.1.	Conclusões	78
5.2.	Recomendações	79
5.3.	Sugestões para Trabalhos Futuros	80
	REFERÊNCIAS	82
	ANEXO I.....	86
	DESCRIÇÃO DO SOFTWARE LINGO	86
	Modelo tipo A - Formulação	89
	Modelo tipo B - Formulação	95
	Modelo tipo C - Formulação	97
	Metodologia Multiobjetivo.....	100
	Modelo que minimiza a receita.....	100
	Modelo que minimiza a distância média de transporte.....	101
	Modelo que minimiza a distância de espalhamento de colheita, ponderada pelo volume .	102
	ANEXO II	104
	DISTRIBUIÇÃO DOS TALHÕES E ESTRADAS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES E	
	SOLUÇÃO DE ALGUNS CASOS	104
	Solução do modelo tipo C (modelo final) com o uso do software Lingo	106
	Resultado da formulação programação por metas	109

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA VIZINHANÇA DE UM TALHÃO.....	34
FIGURA 3.2 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA PARA TALHÕES CONSIDERADOS DISTANTES.	35
FIGURA 3.3 – POLÍGONO COM N_t VÉRTICES	41
FIGURA 3.4 – FIGURA COM DIAGONAIS A PARTIR DO VÉRTICE 1	42
FIGURA 3.5 – TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS NO ANO 4.	56
FIGURA 3.6 – TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS NO ANO 7	57
FIGURA I.1 – JANELA DE STATUS DO SOLVER DO LINGO	87
FIGURA I.2 – JANELA QUE MOSTRA A SOLUÇÃO PELO SOFTWARE LINGO.....	88
FIGURA II.1 – CONFIGURAÇÃO DE ESTRADAS PARA O ANO 1 (CENÁRIO DE 20 TALHÕES).....	104
FIGURA II.2 – CONFIGURAÇÃO DE ESTRADAS PARA O ANO 2 (CENÁRIO DE 20 TALHÕES).....	105
FIGURA II.3 – CONFIGURAÇÃO DE ESTRADAS PARA O ANO 3 (CENÁRIO DE 20 TALHÕES).....	105
FIGURA II.4 – CONFIGURAÇÃO GERAL DE ESTRADAS PARA OS ANOS 3, 4 E 5 (CENÁRIO DE 50 TALHÕES)	108

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - CONVERSÃO DE RESTRIÇÕES DE PROGRAMAÇÃO LINEAR EM RESTRIÇÕES META.	25
TABELA 3.1 - DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS COM INTERESSE	39
TABELA 3.2 - DEMANDA DOS TRÊS PRODUTOS PARA CADA ANO DO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO	46
TABELA 3.3 – MATRIZ DE VIZINHOS PARA O CENÁRIO DE 20 TALHÕES	47
TABELA 3.4 – DISTÂNCIA DE CADA TALHÃO À ESTRADA MAIS PRÓXIMA EM CADA ANO DO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO	49
TABELA 3.5 – REPRESENTAÇÃO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ B_{ij} PARA OS 10 PRIMEIROS TALHÕES	52
TABELA 3.6 – REPRESENTAÇÃO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ B_{ij} PARA OS TALHÕES DE 11 A 20	53
TABELA 3.7 – RESULTADOS OBTIDOS PELA PRIMEIRA PROPOSTA PARA CADA OBJETIVO (MODELO TIPO C).....	55
TABELA 3.8 – RESULTADOS PARA A PRIMEIRA PROPOSTA: TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS EM CADA ANO	56
TABELA 3.9 – RESULTADOS OBTIDOS PARA CADA FUNÇÃO OBJETIVO OTIMIZADA INDIVIDUALMENTE - FORMULAÇÃO PROGRAMAÇÃO POR METAS	67
TABELA 3.10 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELA PRIMEIRA FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO E O MODELO TIPO C	68
TABELA 3.11 – RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DA FORMULAÇÃO PROGRAMAÇÃO POR METAS: TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS EM CADA ANO	69
TABELA 3.12 – RESULTADOS OBTIDOS COM A PRIMEIRA FORMULAÇÃO PROGRAMAÇÃO POR METAS (CENÁRIO DE 20 TALHÕES): CONSIDERAÇÕES E DESVIOS OBTIDOS	70
TABELA 3.13 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELA SEGUNDA FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO E O MODELO TIPO C	71
TABELA 3.14 – RESULTADOS OBTIDOS PELA SEGUNDA FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO: TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS EM CADA ANO	72
TABELA 3.15 – RESULTADOS OBTIDOS COM A SEGUNDA FORMULAÇÃO PROGRAMAÇÃO POR METAS (CENÁRIO DE 20 TALHÕES): CONSIDERAÇÕES E DESVIOS OBTIDOS	72
TABELA 4.1 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS ALCANÇADOS COM A FORMULAÇÃO PROPOSTA (MODELO TIPO C) E A PROGRAMAÇÃO MULTIOBJETIVO – CENÁRIO DE 20 TALHÕES	73
TABELA 4.2 – RESULTADOS OBTIDOS COM AS FORMULAÇÕES PARA 50 TALHÕES E HORIZONTE DE PLANEJAMENTO DE 10 ANOS.....	75

RESUMO

A opção pelo desenvolvimento sustentável conduz ao estudo de planejamentos da extração de madeira, pois é um instrumento a serviço da máxima eficácia tanto na conservação do meio ambiente, quanto na redução significativa de custos. De fato a qualidade no tráfego em estradas pode ser alterada drasticamente ao longo do período de planejamento, tornando-se até mesmo intransitáveis, impactando conseqüentemente os custos relativos ao transporte, razão pela qual, o objetivo principal deste trabalho foi desenvolver modelos de programação matemática que visam minimizar tanto os custos relacionados ao transporte de madeira, quanto à proteção ambiental. Com fundamento em ALONSO L. e ARCE J. (dentre outros), far-se-á considerações determinando que a extração/colheita deve ser feita, sob dois aspectos: os ambientais e os operacionais, para cada ano do horizonte de planejamento considerado. Quanto ao primeiro, serão aplicadas restrições de adjacência. Já para o segundo, será considerada a configuração anual de estradas; a dispersão de colheita; a distância de cada talhão à estrada mais próxima; entre outros fatores que influenciam no processo de colheita. As formulações elaboradas foram fundadas com base em modelos de programação linear inteira binária e programação não linear. A “primeira metodologia” foi desenvolvida em termos das modelagens tipo A, B e C. Os três modelos inter-relacionam-se entre si no modelo tipo C. Já para a “segunda metodologia”, foi utilizada a programação multiobjetivo (programação por metas), na qual, após a otimização de cada objetivo individualmente, todos os objetivos são otimizados simultaneamente com o uso de variáveis de desvio. Ambas foram implementadas através da elaboração de modelos resolvidos com o uso do software LINGO, utilizando-se o Método “Branch and Bound” para resolver problemas de programação linear de variáveis inteiras mistas; os Métodos do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) com o de Programação Quadrática Seqüencial (PQS) para programação não linear. Em tese a adoção desta ou daquela “metodologia” para colheita, depende principalmente da quantidade de talhões a serem colhidos e a perspectiva de demanda ao longo dos anos de planejamento, assim defende-se no presente trabalho, que para problemas com até 20 talhões, deve ser aplicada a “primeira metodologia”, e acima, deve ser aplicada a “segunda metodologia” ressalvados os casos: em que existem dificuldade em se definir os pesos adequados para a multiobjetivo; em que existe necessidade do estabelecimento de heurísticas para refinamento de variáveis a fim de se diminuir o esforço computacional. Nestes deve haver junção das metodologias aplicadas, tanto a “primeira” quanto a “segunda”, com o escopo de reduzir o tempo computacional, instrumentalizando ainda, o desenvolvimento sustentável por meio das restrições de adjacência.

Palavras-chave: Planejamento Florestal; Pesquisa Operacional; Otimização; Programação Linear; Programação por Metas; Programação não linear; Restrições de Adjacência.

ABSTRACT

The choice for a sustainable development leads to logging planning studies, since it is a way to achieve the maximum effectiveness of both the preservation of the environment and the significant cost savings. In fact, the quality of traffic on roads can be changed dramatically over the planning period, making them even impassable, and consequently, impacting the costs related to transportation, which is why the main objective of this study was to develop mathematical programming models that aim to minimize both the costs related to timber transportation and environmental protection. Based on L. ALONSO and J. ARCE (among others), considerations will be made determining that the extraction/harvesting should be done considering two aspects: the environmental and the operational aspect for each year of the planning horizon being considered. With respect to the former, adjacency restrictions will be applied; as for the latter, the annual road configuration, the dispersion of the harvest, the distance of each plot to the nearest road, among other factors that influence the harvesting process will be considered. The formulations were prepared based on models of binary integer linear programming and nonlinear programming. The "first" methodology was developed in terms of modeling type A, B and C. The three models are interrelated with each other in model type C. As for the "second methodology", the multi-objective programming (goal programming) was used, in which, after optimization of each objective individually, all objectives are optimized simultaneously with the use of deviation variables. Both were implemented through the development of models solved using the LINGO software, using the "Branch and Bound" Method to solve linear programming problems of mixed integer variables: the Generalized Reduced Gradient Method (GRG) along with the Sequential Quadratic Programming (SQP) for nonlinear programming. In theory, the adoption of this or that harvest "methodology", depends mainly on the number of plots; thus, this paper argues that for problems with up to 20 plots, the first "methodology" should be applied, and above that number the "second methodology" should be applied, except for the following cases: where there are difficulties in defining the appropriate weights for the multi-objective; where it is necessary to establish heuristics for the refinement of variables in order to reduce the computational effort. In these cases, the junction of methodologies should be applied, both the "first" and the "second", with the aim of reducing the computational time, providing tools for further sustainable development through the adjacency constraints.

Keywords: Forestry Planning, Operations Research, Optimization, Linear Programming, Goal programming, Nonlinear programming; Adjacency Restrictions.

1. INTRODUÇÃO

Existem diversos fatores que afetam o desempenho de caminhões e o custo do transporte rodoviário florestal. Entre estes fatores podem-se citar aqueles relacionados com o tipo de veículo, com a rede rodoviária florestal, com as condições locais (clima e altitude), com o método de trabalho e, ainda, com os fatores inerentes ao ser humano (LEITE, 1992; BERGER et al., 2003). SIMÕES et al. (1981) afirmou que no setor florestal brasileiro predominava o transporte rodoviário e que poucas empresas utilizavam o transporte ferroviário.

GARCIA et al. (2003) fez um estudo do volume de enxurrada e perda de solo em estradas florestais em condições de chuva natural. Citou que as estradas florestais têm sido uma das principais causas de erosão e do assoreamento dos cursos d'água nas florestas plantadas. (DADALTO et al., 1990) afirmou que a construção de estradas promove a retirada da cobertura vegetal, a movimentação do solo e a compactação de seu leito, tornando tais vias muito vulneráveis à erosão causada pela chuva. Essa erosão será maior com o aumento da declividade e do comprimento de rampa, fatores que aceleram a velocidade da enxurrada e conseqüentemente influenciam no custo final do transporte florestal.

MALINOVSKI e FENNER (1986) identificaram que o custo de transporte circunda na faixa de 40% dos custos da empresa relacionados à colheita florestal. Outra forma comparativa foi colocada por BALLONI (1997), onde destacou que no custo de produção do papel imprensa do Paraná, 3,7% corresponde à madeira em pé e 7,2% a atividades de colheita e transporte.

CHAMPION (1983) destacou que no caso de algumas empresas de celulose e papel e de chapas no Estado de São Paulo, o custo do transporte de madeira de florestas implantadas varia entre 38% e 66% do custo final de aquisição da madeira, posto fábrica, obtido para distâncias médias entre 45 e 240 km, respectivamente.

MARQUES (1994) ressaltou também o tempo de carga e de descarga como outro fator que influencia o custo de transporte. ISARD (1975) descreveu que o custo de transporte pode ser altamente afetado pelo tempo de carga e descarga. Os tempos de

carga e descarga são definidos em uma das suas obras como “custo terminal”, tornando-se altamente expressivos quando o transporte é efetuado em pequenas distâncias e menos expressivos em grandes distâncias (em curtas distâncias, os veículos tendem a realizar mais cargas e descargas do que em longas distâncias, numa mesma unidade de tempo).

Segundo LEITE (1992), a distância é um dos fatores que mais afetam o custo de transporte e este varia de acordo com a localização da fábrica em relação às áreas de produção da madeira. Seja pelo sistema de transporte rodoviário, ferroviário ou hidroviário, o custo do transporte da madeira varia diretamente com a distância. SILVERSIDES (1978) mostrou que a distância é um dos principais fatores que governa os custos do transporte, pois determina o volume de madeira a ser transportado por turno ou dia de trabalho, em cada tipo de composição veicular, e quanto mais extenso for o trajeto, maior será o custo unitário por volume de madeira transportada. Para distâncias longas, a principal forma de diminuição dos custos de transporte é a utilização de composições veiculares de grande capacidade de carga.

O estudo visando à organização e à racionalização das operações do transporte florestal rodoviário poderá representar uma grande economia de recursos para as empresas do setor, bem como aumentar a eficiência operacional e, conseqüentemente, a produtividade dos caminhões (LEITE, 1992).

Para BRANDT (1984), “O transporte rodoviário florestal representa parcela significativa no custo final da madeira posta pátio da fábrica e, para a minimização desse custo, maneiras eficientes, como pesquisas científicas, devem ser utilizadas, para a obtenção de níveis elevados de eficiência econômica nos setores de exploração e transporte florestal”.

Segundo ARCE (1998); BERGER et al., 2003, “o planejamento florestal principal requer decisões racionais, levando em consideração a disponibilidade de veículos, os produtos a serem transportados, as rotas a serem utilizadas, os horários de trabalho dos caminhões, pontos de produção ou clientes, dentre outras variáveis que podem afetar o planejamento”.

A programação linear é uma poderosa ferramenta de planejamento e vem sendo largamente utilizada em todo o mundo. No setor florestal, seu uso tem-se difundido bastante, principalmente nos países desenvolvidos (MARTINI e LEITE, 1988). No entanto, em determinados casos, onde o número de variáveis é relativamente grande, se torna inviável a utilização de métodos exatos para minimizar custos relativos ao transporte florestal.

A análise operacional dos custos relacionados à colheita de madeira tem vital importância para o setor de planejamento, visto que consideráveis perdas financeiras na atividade de colheita podem ser significativamente reduzidas e principalmente se tratando dos custos ligados ao transporte florestal. Custos estes que podem representar até 40% do total dos custos da empresa. Outro aspecto importante para a colheita é o espalhamento dos talhões a serem colhidos no mesmo período, pois sua redução também trará significativas diminuições nos custos operacionais. No entanto, poucos trabalhos têm tratado sobre custos do transporte florestal, considerando a dinâmica da conservação de estradas, e a dispersão de colheita concomitantemente com a aplicação das restrições de adjacência para impedir que grandes áreas sejam devastadas num curto período de tempo. Além disso, percebe-se que os objetivos de evitar o corte de grandes áreas com o de diminuir o espalhamento de colheita são antagônicos.

O presente trabalho visa principalmente minimizar o custo total de transporte de madeira entre as florestas (talhões) e o centro consumidor, isto é, minimizar a distância de transporte primário (do local do corte no interior do talhão até o estaleiro a beira da estrada) e o transporte principal (que ocorre do estaleiro à beira da estrada até o pátio da indústria), bem como reduzir a dispersão de colheita, levando em conta o volume de madeira a ser transportado.

Para atingir os objetivos propostos, consideraram-se demandas do horizonte de planejamento, restrições de adjacência (preocupação ambiental), e como metas, a minimização a distância média anual de transporte florestal (distância entre cada talhão e a estrada mais próxima, ponderada pelo volume) bem como o somatório das distâncias ponderadas entre os talhões que devem ser colhidos no mesmo ano (dispersão de colheita).

O trabalho é dividido sob duas abordagens:

(1) Modelagem tipo A, B e C

- Modelagem tipo A: Busca-se maximizar a receita total obtida da colheita dos talhões em cada ano do horizonte de planejamento;
- Modelagem tipo B: Procura-se minimizar a distância média de transporte;
- Modelagem tipo C: Procura-se minimizar a dispersão de colheita ponderada pelo volume;

Comumente neste trabalho, convencionou-se para se referir a primeira abordagem, referir-se tão somente ao modelo tipo C. A modelagem tipo C retorna a solução final do problema, ou seja, aquela a ser considerada pela empresa;

(2) Metodologia multiobjetivo “Goal Programming”: Busca-se atingir os objetivos da empresa citada, considerando a prioridade na obtenção de cada objetivo. Esta metodologia será referida neste trabalho como programação por metas.

As metodologias citadas têm o objetivo principal de minimizar a distância média de transporte e a dispersão de colheita (ponderadas pelo volume de arraste).

Ambas as abordagens se utilizaram de modelos com restrições não lineares, com variáveis inteiras, e foram implementadas no software Lingo.

1.1. Objetivo do Trabalho

A proposta deste trabalho é desenvolver modelos matemáticos para minimizar os custos operacionais relacionados ao transporte florestal a partir de um modelo florestal com restrições de demanda, restrições de colheita (corte raso) e restrições de adjacência. Para isto, pretende-se concentrar a colheita dos talhões próximos a estradas, enquanto transitáveis, para cada ano do horizonte considerado e selecionar para colheita talhões que estejam “próximos” entre si, evitando o espalhamento de colheita. Espera-se com isso minimizar consideravelmente os custos operacionais relacionados ao transporte.

1.2. Importância do Trabalho

A economia obtida nos custos operacionais, devido à aproximação da colheita a estradas no modelo pós-otimizado, considerando o número de viagens de veículos dentre outros fatores, pode representar, muitas vezes o valor do custo do rearranjo das colheitas próximo a estradas. Considerando os custos da madeira como matéria prima do setor florestal, os custos relacionados ao transporte da floresta até as indústrias ou clientes podem atingir 44% ou mais do custo de abastecimento (WEINTRAUB et al., 1996; ARCE, 1997 e LEITE, 2002). O transporte rodoviário florestal chega a representar de 30 a 50% do custo total da madeira posta na unidade consumidora, tornando-se um problema complexo para as empresas do setor (BERGER e DUARTE, 1988; LACOWICZ, 2000; LEITE, 2002).

As economias de tempos de transporte, obtidas pelas proximidades a estradas, também trazem consideráveis reduções nos custos de operação.

1.3. Limitação do Trabalho

Devido ao fato de se trabalhar com variáveis inteiras binárias e variáveis não lineares, problemas grandes tornam-se de difícil solução ou até mesmo impossível a obtenção dos resultados em tempo hábil. Um dos motivos é que o software utilizado (LINGO - Anexo 1) trabalha com o método *branch-and-bound* (descrito em 2.2.1),

tendo desta forma considerável diminuição do desempenho computacional para problemas grandes com centenas de variáveis inteiras.

1.4. Estrutura do Trabalho

No capítulo 2, do presente trabalho, são apresentadas algumas utilizações da pesquisa operacional em problemas florestais; tipos de modelos florestais exatos; técnicas de solução de problemas de programação linear e inteira e casos particulares de aplicação de técnicas da pesquisa operacional para reduzir custos relacionados ao transporte florestal, dentre outros.

No capítulo 3, são apresentadas condições gerais do problema estudado no presente trabalho, bem como a modelagem matemática das propostas de solução e descrição das variáveis que cada modelo apresenta.

No capítulo 4, são apresentadas síntese e análise dos resultados das propostas aplicadas ao estudo de caso.

No capítulo 5, são descritas as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

No anexo I, é feita uma sucinta descrição do software LINGO.

No anexo II são apresentadas algumas formulações de modelos utilizados neste trabalho, bem como, à configuração de estradas para determinados anos, e a solução de alguns modelos.

2. MODELOS DA PESQUISA OPERACIONAL PARA O PLANEJAMENTO FLORESTAL

A Pesquisa Operacional surgiu durante a 2ª Guerra Mundial na Inglaterra com o objetivo de analisar e dar soluções a problemas que escapavam da rotina bélica, tanto no plano tático como estratégico. Os primeiros estudos feitos referiam-se ao emprego eficiente do radar, o uso de canhões antiaéreos, táticas de bombardeio a submarinos, escoltas navais, etc. O sucesso desses grupos de estudo é que deu incentivo para que outros também começassem seus trabalhos, disseminando assim o uso da Pesquisa Operacional. Porém, o marco definitivo para a consolidação da Pesquisa Operacional veio com a publicação de Dantzig, em 1947, do método simplex para a programação linear, método este que permanece em utilização até os dias de hoje (PUCCINI, 1990).

A programação linear (PL) é uma das técnicas de otimização mais importantes e mais utilizadas da pesquisa operacional (ZIONTS, 1974). Esta técnica pode resolver problemas gerenciais complexos, tais como os problemas encontrados pelas forças armadas, indústria e agricultura (DANTZIG, 1963). WAGNER (1985) apontou que a construção de modelos é a essência da abordagem da Pesquisa Operacional. Um modelo matemático de PL é desenvolvido para determinar os valores de um conjunto de variáveis (contínuas), visando minimizar (ou maximizar) uma função linear (função objetivo), enquanto satisfaz um conjunto de restrições lineares (SALKIN, 1975).

CARNIERI (1989) enfatizou que “o sucesso de um modelo em pesquisa operacional para o planejamento florestal depende de seu nível de adequação à realidade do problema. Esta “imitação da realidade” deve ser aceitável pelo planejador florestal, pois, caso contrário, o modelo matemático construído não conseguirá captar todas as variáveis importantes do trabalho”. As variáveis envolvidas em problemas de planejamento florestal têm natureza diferente, algumas biológicas, algumas econômicas e sociais e outras são de origem ambiental, sendo que geralmente estas variáveis são correlacionadas e qualquer mudança em uma delas trará influência sobre as outras.

DYKSTRA (1984) identificou os seguintes tipos de modelos:

a) Modelos icônicos: são representações físicas de um sistema real, como, por exemplo, as esculturas, as miniaturas, os mapas e as fotografias.

b) Modelos analógicos: são aqueles modelos que representam um sistema “de forma análoga”, mas que não tem qualquer semelhança física com o sistema sendo representado. Por exemplos podem ser citados os gráficos e fluxogramas.

c) Modelos simbólicos: estes modelos são inicialmente concebidos na forma de pensamento abstrato de um sistema, e, na seqüência, materializados através do uso de símbolos como em fórmulas químicas ou equações matemáticas. Na Engenharia Florestal, exemplos clássicos são as equações de volume, de mortalidade, os modelos (funções) de crescimento e de produção, e os modelos para o planejamento estratégico da produção florestal.

Alguns modelos utilizam variáveis que devem ser inteiras. Como por exemplo, não é possível construir 12,53 carros. Assim, os modelos de PL onde todas as variáveis devem possuir valores inteiros, são denominados modelos de programação linear inteira (PLI) e os modelos de programação linear com variáveis inteiras e variáveis contínuas são denominados modelos de programação linear inteira mista (PLIM). Existem ainda modelos PLI que possuem as variáveis inteiras restritas aos valores zero ou um (SALKIN, 1975). Os PLI ampliam enormemente a variedade de situações em que os modelos (PL) podem ser aplicados como, por exemplo, orçamento de capital, modelos de localização, de economia de escala, decisões do tipo sim ou não, e outros.

Os métodos para resolver os problemas de programação linear inteira podem ser classificados em três categorias: algoritmo de corte, métodos enumerativos (*branch-and-bound* e enumeração implícita) e algoritmos construtivos (ZIONTS, 1974).

O algoritmo *branch-and-bound* também pode ser utilizado para encontrar soluções próximas da ótima e, além disso, fornecer um limite máximo na diferença (valor tolerância) entre o valor da função objetivo da melhor solução factível inteira e o valor da função objetivo da solução ótima. Com isto, o algoritmo, pode ser programado para parar quando o valor de tolerância atingir algum nível aceitável, como 1% ou 2% (McDILL e BRAZE, 2001).

Para análise do retorno financeiro pode-se utilizar vários critérios. Os mais empregados são: o valor presente líquido (VPL), a taxa interna de retorno (TIR) e a relação benefício/custo (B/C).

O processo de planejamento em uma empresa florestal é uma atividade de vital importância, pois um dos objetivos dessa empresa é a produção de madeira com fins econômicos, sociais ou ambientais envolvendo atividades que devem ser desenvolvidas em um certo período de tempo e as disponibilidades de recursos físicos e financeiros referentes a este período (BUONGIORNO, 1987).

Para realizar a avaliação econômica nos modelos florestais, normalmente são utilizadas as técnicas do Valor Presente Líquido (VPL) e Valor Presente Líquido Anualizado (VPLa) (OLIVEIRA, 1998). Diversos autores utilizaram o VPL para efetuar a análise financeira no planejamento florestal, dentre eles, cita-se: SCOLFORO (1990) e OLIVEIRA et al (1998).

2.1. Modelos de Programação Linear para Planejamento Florestal

Existem dois modelos básicos de Programação Linear para otimizar a produção, a colheita de madeira ou o investimento, ao longo de um período de planejamento, os quais foram publicados no periódico *Forest Science*, em uma monografia de JOHNSON E SCHEURMANN (1977). Os dois modelos são definidos como modelo I e modelo II e a diferença básica entre eles está na maneira de definir as atividades.

No modelo tipo I uma atividade é representada por ações tomadas sobre as unidades de manejo durante o horizonte de planejamento. No modelo tipo II, uma atividade é representada por ações que atuam sobre talhões de uma classe de idade existente durante o horizonte de planejamento. A modelagem matemática destes dois tipos é apresentada sob a forma de uma função objetivo e restrições de área disponíveis em um determinado período.

No modelo tipo I, são definidas as unidades e regimes de manejo e cada classe de idade no 1º período do horizonte de planejamento forma uma unidade de manejo

(ou talhão) que será conservada por todo o horizonte de planejamento. O modelo tipo I, simplificado, pode ser representado matematicamente como segue:

$$\text{Max, } \sum_{i=1}^{NE} \sum_{j=1}^{NR_i} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

s.a. (sujeito a)

$$\sum_{i=1}^{NE} x_{ij} = AREA_i ; i = 1, 2, \dots, NE \quad (2.2)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (2.3)$$

Onde NE é o número de unidades de manejo; NR_i é o número de regimes de manejo associados à unidade i ; $AREA_i$ é a área da unidade i ; c_{ij} é o valor líquido presente da receita por hectare, da unidade i que segue o regime de manejo j ; x_{ij} é o número de hectares da unidade i manejada pelo regime j .

O modelo tipo II considera uma atividade como um conjunto de ações que podem ocorrer em uma determinada área desde o seu plantio até o seu corte raso ou inventário final. Este modelo é representado como segue:

$$\text{MAX} \sum_{j=1}^H \sum_{i=-M}^{j-Z} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=-M}^H d_{iH} w_{iH} \quad (2.4)$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^H x_{ij} + w_{iH} = AREA_i ; i = -M, \dots, 0 \quad (2.5)$$

$$\sum_{k=j+Z}^H x_{jk} + w_{jH} = \sum_{i=-M}^{j-Z} x_{ij} \quad (2.6)$$

$$x_{ij} \geq 0 ; w_{ij} \geq 0 \quad (2.7)$$

$x_{ij}(x_{jk})$ é o número de hectares plantados no período $i(j)$ e cortados no período $j(k)$;

$w_{iH}(w_{jH})$ é o número de hectares plantados no período $i(j)$ e deixados para inventário final no período H ; M é o número de períodos anteriores ao período zero de planeamento, que representa a classe de idade mais velha presente no início do horizonte de planeamento; H é o período final de planeamento; Z é o número mínimo de períodos entre colheitas; c_{ij} é o valor presente líquido por hectare das unidades plantadas no período i e colhidas no período j ; d_{iH} é o valor presente líquido por hectare das unidades plantadas no período i e deixadas para inventário final no período H ; $AREA_i$ é o número de hectares no primeiro período do horizonte de planeamento plantados no período i , $i = -M, \dots, 0$.

O primeiro conjunto de restrições no modelo tipo II assegura que os hectares cortados em cada classe de idade do período 1 (um) mais os hectares deixados como inventário final para aquela classe de idade devem ser iguais ao total de hectares nesta classe de idade. E o segundo conjunto de restrições assegura que os hectares cortados e plantados no período j e colhidos no período H somados hectares plantados no período j e deixados para inventário final no período H é igual ao total de hectares cortados e imediatamente plantados no período j .

Dentre os autores que utilizaram o modelo tipo I cita-se: CARNIERI (1989) utilizou o modelo tipo I em sua tese de doutorado e CARNIERI et al. (1991) utilizou o modelo tipo I para desenvolver um sistema de planeamento florestal. BARROS e WEINTRAUB (1982) desenvolveram um sistema de planeamento para indústria florestal. VOLPI (1997), em sua tese de doutorado, verificou o impacto de perturbações estocásticas nos dados de um modelo de planeamento florestal.

SILVA (2003) et al. realizou um estudo de problemas florestais, aplicando a Programação Linear com posterior arredondamento dos resultados, implementado no software LINDO/PC, versão 6.01 (1997). Ele concluiu que o arredondamento das respostas obtidas pelo modelo de Programação Linear levou a uma solução inviável, não ocorrendo com o modelo de Programação Linear Inteira, o qual apresentou um plano de regulação florestal factível e otimizado.

RODRIGUES (2006) et al., com o uso do algoritmo *branch and bound* implementado no software LINDO, versão 6.0, demonstrativa, trabalhou com os modelos I e II. Para garantir a integridade das unidades de manejo utilizando a formulação via modelo II, ele estabeleceu restrições de natureza não-linear, resultando em problemas de programação não-linear inteira, afirmou serem estes de solução ainda mais complexa, pois sua solução esbarra na baixa eficiência dos principais algoritmos de solução exata.

SARAIVA (1991) et al. realizou um estudo de aplicação do uso múltiplo no planejamento da floresta nacional de Passa Quatro, em Minas Gerais, com o objetivo de planejar o manejo dessa floresta, visando sua conservação, seu desenvolvimento, otimizando seus possíveis usos múltiplos, quais sejam: floresta, pastagem, piscicultura, apicultura, proteção hidrológica e recreação, pelo emprego da programação linear. Teve como objetivos principais a maximização da produção de madeira, de forragem da piscicultura e da apicultura, por serem os produtos de maior desenvolvimento na área estudada. Ela verificou que as alternativas de produção são sensíveis às modificações orçamentárias, particularmente a madeira, em que a redução no orçamento causa reduções substanciais no rendimento. Observou a variação de $13;526,47 m^3$, na solução inicial ótima, até $12.097,30 m^3$, na solução com restrição orçamentária fixada.

OLIVEIRA (2002) et al. aplicou uma das técnicas de programação multiobjetivo (*goal programming*) em um problema florestal realizado na Fazenda Santa Cândida, em General Carneiro, Paraná, na qual as áreas podiam ser manejadas para corte de madeira (*Pinus* e de espécies nativas), corte de folhas de erva-mate para chá ou chimarrão, pastagens e turismo. Ela objetivou também, aumentar a diversidade da flora e da fauna, incrementar as áreas de proteção ambiental e manter os empregos no empreendimento. Aplicou *Goal Programming* para alocação de áreas da fazenda, atingindo as metas citadas o mais próximo possível do ideal. Deduziu que o modelo mostrou-se adequado para situações reais nas quais vários objetivos são almejados, demandando-se, porém, requisição de experiência do “decisor” na definição dos pesos atribuídos para priorizar o almejado pela administração da Fazenda.

A programação inteira desenvolveu-se em contextos de programação linear em que as variáveis só fazem sentido caso sejam números inteiros. Por exemplo, se uma variável representa o número de fábricas, número de escolas, número de operários, etc., os valores fracionários não são admissíveis. Procedimento muito comum é resolver o problema como um problema ordinário de programação linear e arredondar o valor da solução ótima para o inteiro mais próximo. Este procedimento é prático e aceitável caso os números envolvidos sejam grandes, tornando o arredondamento relativamente pequeno. Contudo, quando os números são baixos, a incerteza é grande com relação ao arredondamento. Deste modo, se uma variável recebe o valor 0,71, deve-se arredondá-la para zero ou para um?

As variáveis inteiras aumentam enormemente a variedade de situações em que os modelos de programação linear podem ser aplicados, como é o caso, por exemplo, do custo fixo, da economia de escala, decisões do tipo sim ou não etc.

Pode-se pensar que um problema de programação inteira é mais simples que a programação linear. A realidade é outra. Um bom programa de computador resolve, em poucos minutos, um problema de programação linear com milhares de variáveis e de restrições, ao passo que um problema de programação inteira com algumas centenas de variáveis pode não ser resolvido de maneira aceitável por um tempo computacional relativamente grande.

A programação inteira amplia a variedade de situações e de problemas abordáveis pela programação linear.

2.2. Técnicas para Solução de PPLI

Dentre os métodos exatos utilizados para resolver problemas de programação inteira pode-se citar o método “*Branch and Bound*” como descrito a seguir.

2.2.1. O Método “Branch and Bound”

Um primeiro artigo usando o método “branch and bound”, é de 1960 das pesquisadoras A.H. Land e A.G. Doig. O método que pode ser traduzido como “ramifique e delimite”, é elegante em sua simplicidade; ele exige o uso do método simplex e pode resolver problemas de programação linear inteira e mista. Primeiro é alcançada uma solução ótima não inteira e em seguida efetuam-se partições no espaço das soluções e conclui-se a otimalidade da solução usando limites calculados ao longo da enumeração das soluções (ZIONTS, 1974).

O “*branch and bound*” faz parte da família de métodos enumerativos. Se, por exemplo, um problema contém as variáveis inteiras, x_1 , x_2 e x_3 , sendo para x_1 os valores entre 0 e 3, para x_2 os valores de 0 a 5 e para x_3 valores de 0 a 7, então, há um total de $N = 4 \times 6 \times 8 = 192$ possíveis combinações. A enumeração completa de todas as alternativas determina a solução ótima. Nesses métodos (enumerativos), a grande dificuldade é o valor de N , que pode ser relativamente grande.

BLAZEWICZ et al. (1996) definiram o significado do *Branch and Bound* como Branching (ramificação) é o procedimento de particionar um problema grande em dois ou mais subproblemas, geralmente mutuamente excludentes. Bounding (poda) calcula um limite inferior para o valor da solução ótima para cada subproblema gerado no processo de branching. Um nó pode ser eliminado não somente baseado no limite inferior, mas também por meio do critério de eliminação proporcionado por propriedades de dominância ou condições de viabilidade desenvolvidas para um dado problema.

A escolha de um nó a partir do conjunto de nós gerados é resultado da estratégia de busca adotada. A técnica Branch and Bound trabalha basicamente usando uma das duas estratégias, busca em largura ou busca em profundidade. Na busca em largura o processo de ramificação salta de um ramo para outro na árvore de busca, enquanto, na busca em profundidade, primeiro prossegue-se até o nível mais baixo por algum caminho para encontrar uma solução e então se refaz aquele caminho para cima até o primeiro nível com nós ativos e assim por diante. Na busca em largura tende-se a

construir uma grande lista de nós ativos e, na busca em profundidade mantém-se relativamente poucos nós na lista a qualquer momento.

Para construir um algoritmo de Branch and Bound para um dado problema, deve-se decidir sobre:

- I) O procedimento de ramificação e a estratégia de busca;
- II) O procedimento de limitação ou critério de eliminação;

2.2.1.1. Descrição do Método Branch and Bound

Seja o problema de programação linear inteira mista (PPLIM) apresentado como no modelo abaixo (MAYERLE, 2001):

$$\text{Max } c^T x \quad (2.8)$$

s.a.

$$Ax = b \quad (2.9)$$

$$x \geq 0 \quad (2.10)$$

$$x = (x_c, x_i)^t \quad (2.11)$$

Onde x_c são variáveis contínuas e x_i variáveis inteiras.

Este problema pode ser resolvido pelos passos a seguir:

I) Gere uma lista de PPL's inicialmente vazia. Resolva o PPLIM desconsiderando as restrições de integralidade. Se este problema não tem solução factível, então PARE. O PPLIM também não terá solução viável. Caso contrário inclua este PPL na lista, estes valores proporcionam um limite superior inicial.

II) Encontre qualquer solução factível que preencha as condições de integralidade e use estes valores como um limite inferior. Normalmente podem-se encontrar estes valores pelo arredondamento da solução encontrada no passo I.

III) Escolha, entre os PPL's da lista, aquele cujo valor da solução ótima seja o máximo. Se mais de um problema atender esta condição, escolha uma maneira de

desempate, mas sempre considere soluções que satisfaçam as condições de integralidade do PPLIM.

IV) Retire da lista o problema escolhido. Se a solução satisfizer as condições de integralidade, PARE. A solução ótima do PPLIM foi encontrada. Caso contrário tome uma variável que deva ser inteira e que não satisfaz a condição de integralidade e gere dois novos PPL's pela inserção das seguintes restrições adicionais:

Problema 1: $x_j \leq \lfloor x_j^* \rfloor$

Problema 2: $x_j \geq \lceil x_j^* \rceil$

Resolva cada PPL obtido.

- a) Se o problema tem solução infactível, descarte-o.
- b) Se o problema tem solução factível, mas não inteira, inclua-o na lista.
- c) Se o problema tem solução inteira factível, verifique o valor da função objetivo. Se este valor é igual ao limite superior, uma solução ótima foi obtida. Se ele não é igual ao limite superior, mas é maior que o limite inferior, defina-o como novo limite inferior e vá ao passo 5. Finalmente, se ele é menor que o limite inferior descarte-o.

V) Se a lista estiver vazia, PARE, pois o PPLIM não tem solução factível. Caso contrário retorne ao passo 3.

Segundo MCDILL e BRAZE (2001), o algoritmo *Branch and Bound* é um método geral para se obter uma solução exata para problemas de Programação Linear Inteira Mista e somente problemas pequenos podiam ser resolvidos com este algoritmo além de que sua capacidade para resolver problemas nunca foi minuciosamente avaliada. Procuraram avaliar a capacidade de um software que utiliza o método *Branch and Bound* em termos de tamanhos e tipos de problemas de planejamento florestal com restrições de adjacência que podem ser resolvidos dentro de um tempo razoável de aproximadamente quatro horas. Este método será utilizado no presente

trabalho para implementação dos modelos, uma vez que o software Lingo (anexo I) o utiliza na aplicação em modelos de programação linear inteira mista.

2.3. Otimização Não Linear com Restrições

Os problemas de otimização que envolvem uma função objetivo não linear e restrições de igualdade e desigualdade são os mais comuns. As condições necessárias de primeira ordem para que um ponto seja mínimo local são chamadas condições de Kuhn-Tucker. As condições devem ser satisfeitas em qualquer ponto ótimo restrito, local ou global, de qualquer problema da programação linear e a maioria dos problemas da programação não-linear. Elas são apresentadas pelo seguinte teorema:

2.3.1. Teorema dos Multiplicadores de Lagrange

Seja \vec{x}^* o mínimo local de um problema formulado como segue:

$$\text{Min ou Max } f(\vec{x}) \quad (2.12)$$

Sujeito a:

$$g(\vec{x}) \leq \vec{0} \quad (2.13)$$

$$h(\vec{x}) = \vec{0} \quad (2.14)$$

$$l(\vec{x}) \leq \vec{x} \leq u(\vec{x}) \quad (2.15)$$

onde f é a função objetivo, \vec{x} é o vetor das variáveis de decisão, h e g são funções das variáveis de decisão, que constituem as restrições de igualdade e de desigualdade, respectivamente; l e u correspondem aos limites inferiores e superiores das variáveis de decisão limitando o espaço de soluções válidas do problema. As restrições do problema podem ser expressas por funções lineares e não lineares. Então existem dois vetores, $\vec{\lambda}^*$ e $\vec{\mu}^*$, tais que:

$$\vec{\mu}^* \geq 0 \quad (2.16)$$

$$\nabla f(\vec{x}^*) + \vec{\lambda}^{*T} \nabla h(\vec{x}^*) + \vec{\mu}^{*T} \nabla g(\vec{x}^*) = \vec{0} \quad (2.17)$$

$$\vec{\mu}^{*T} g(\vec{x}) = \vec{0} \quad (2.18)$$

Comumente os vetores $\vec{\lambda}^*$ e $\vec{\mu}^*$ são definidos como os vetores multiplicadores de Lagrange das restrições de igualdade e o vetor $\vec{\mu}^*$ também é chamado multiplicador Kuhn-Tucker.

2.3.2. Método de Programação Quadrática Sequencial (SQP)

A família de métodos conhecida por Programação Quadrática Sequencial (PQS) originou-se da tese de R.B. Wilson de 1963. O método veio, contudo, a ser mais popularizado a partir da metade da década de 70 com o estudo de Garcia, Mangasarian, Han e Powell. O PQS surgiu então para tratar de problemas de otimização restrita. A idéia básica desse método consiste, a cada iteração, em abordar subproblemas de minimização de quadráticas. A cada passo o PQS irá trabalhar em função de dois objetivos, os quais são viabilização ou restauração e otimização da função objetivo do problema (BEHLING, 2006).

A base do SQP é a resolução das equações de Kuhn-Tucker 2.16 a 2.18. Este método consiste na formulação de um subproblema quadrático para determinar a direção de procura, baseado numa aproximação quadrática da função Lagrangiana, ou seja, o SQP aproxima a função objetivo $f(\vec{x})$ por meio de um modelo quadrático, $q(\vec{x})$, e aproxima as funções de restrição não lineares por funções lineares. Esta aproximação assume que as restrições de fronteira das variáveis de decisão são expressas com restrições de desigualdade. Então, o subproblema quadrático apresenta-se da seguinte forma:

$$\text{Min } q(d) = \frac{1}{2} d^T H_k d + \nabla f(x_k)^T d$$

Sujeito a:

$$\nabla h_i(x_k)^T d + h_i(x_k) = 0 \quad (i = 1, \dots, m_i) \quad (2.19)$$

$$\nabla g_j(x_k)^T d + g_j(x_k) \leq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \quad (2.20)$$

na qual a solução é a direção de procura, d , e H_k é uma aproximação da matriz Hessiana (matriz de derivadas segundas) da função Lagrangiana definida positiva. O problema de direção se transforma num problema de programação quadrática que pode ser resolvido através de qualquer algoritmo específico existente na literatura. A matriz H_k inicialmente assume-se como a matriz identidade e pode ser atualizada através dos métodos quasi-Newton, nomeadamente o método BFGS (Broyden-Fletcher-Shanno-Goldfarb) que parece ser o mais usado. Note-se que neste subproblema de otimização, as funções e as suas derivadas são facilmente avaliadas, e nele estão incluídas todas as restrições do problema original. A solução do subproblema quadrático é utilizada para formar uma nova iteração:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (2.21)$$

Como a aproximação implementada só é válida numa pequena vizinhança de x_k (aproximação à solução do problema original), só é possível garantir convergência do método se x_k estiver numa vizinhança da solução (convergência local). Para que o método tenha convergência global – partindo de qualquer aproximação inicial – é necessário trabalhar com um esquema que, com o auxílio de uma função mérito possa forçar o progresso do algoritmo em direção à solução.

A função mérito serve para medir o progresso do algoritmo e verificar se a função adquire em x_{k+1} um valor melhor que em x_k , ou seja,

$$M(x_{k+1}) < M(x_k) \quad (2.22)$$

onde M é a função mérito. Existem vários tipos de funções mérito, dependendo normalmente da função objetivo e das funções de restrição.

Com isso, tem-se um processo iterativo que é repetido até que se obtenha uma aproximação próxima da solução real do problema original.

O algoritmo SQP pode ser aplicado na resolução de problemas não lineares com ou sem restrições.

O algoritmo evolui como segue:

$$k = 0$$

Dados os valores iniciais de $x(x_0)$ e dos multiplicadores (λ_0, μ_0) e assumindo $H(x_0) = I$.

$$k = k + 1$$

(i) Calcular $\nabla f(x_k)$, $\nabla h(x_k)$, $\nabla g(x_k)$ e $H(x_k)$

(ii) Resolver o problema quadrático

Solução: vetor de direção de procura e os vetores dos multiplicadores de Lagrange do problema quadrático.

(iii) Determinar o comprimento do passo α_k através de um método de procura unidimensional que gere uma redução significativa na função mérito.

(iv) Recalcular a aproximação x_{k+1}

(v) Testar a convergência.

2.3.3. Método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG)

O método GRG aplica-se a problemas de otimização não linear com restrições da forma:

$$\text{Min } f(\vec{x}) \tag{2.23}$$

Sujeito a:

$$h_k(\vec{x}) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, mi) \tag{2.24}$$

$$g_j(\vec{x}) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \tag{2.25}$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{2.26}$$

Transformando-os em problemas apenas com restrições de igualdade, por meio do uso de uma variável de folga para cada restrição de desigualdade:

$$h_k(\vec{x}) = \vec{0} \quad (k = 1, 2, \dots, mi) \tag{2.27}$$

$$g_j(\vec{x}) + x_{j+n} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \tag{2.28}$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{2.29}$$

$$x_{j+n} \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, m) \tag{2.30}$$

A equação 2.28 requer a adição de m variáveis de folga não negativas o que origina um aumento no número de variáveis.

O vetor \vec{x} contém agora as n variáveis originais mais as m variáveis de folga. Por conveniência, escreve-se \vec{x} da seguinte forma:

$$\vec{x} = \begin{Bmatrix} z \\ y \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

onde z é o vetor das $(n - mi)$ variáveis independentes e y é o vetor das $(m + mi)$ variáveis dependentes.

Simplifica-se o problema, uma vez que existem somente restrições de igualdade:

$$\text{Min } f(z, y) \quad (2.32)$$

Sujeito a:

$$h_j(\vec{x}) = 0 \quad (j = 1, \dots, m + mi) \quad (2.33)$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n + m) \quad (2.34)$$

Em seguida, faz-se o cálculo das derivadas da função objetivo e das restrições:

$$df(\vec{x}) = \nabla_z f(\vec{x}) \cdot dz + \nabla_y f(\vec{x}) \cdot dy \quad (2.35)$$

$$dh_j(\vec{x}) = \nabla_z h_j(\vec{x}) \cdot dz + \nabla_y h_j(\vec{x}) \cdot dy \quad (j = 1, \dots, m + mi) \quad (2.36)$$

Fazendo $\nabla_z h_j(\vec{x}) = A$ e $\nabla_y h_j(\vec{x}) = B$, tem-se:

$$dh(\vec{x}) = A \cdot dz + B \cdot dy \quad (2.37)$$

Como $dh(\vec{x}) = 0$ para qualquer variação dz , tem-se dy nas variáveis dependentes como:

$$dy = B^{-1} A \cdot dz \quad (2.38)$$

Substituindo a equação 2.38 em 2.35, tem-se:

$$df(\vec{x}) = \nabla_z f(\vec{x}) \cdot dz - \nabla_y f(\vec{x}) \cdot [B^{-1} A] \cdot dz$$

ou de outra forma:

$$df(\vec{x}) = \left\{ \nabla_z^T f(\vec{x}) - \nabla_y f(\vec{x})^T \cdot [B^{-1} A] \right\} \cdot dz$$

Logo,

$$G_R = \frac{df(\vec{x})}{dz} = \nabla_z^T f(\vec{x}) - [B^{-1}A]^T \cdot \nabla_y f(\vec{x})$$

onde G_R é o gradiente reduzido generalizado. O gradiente reduzido generalizado pode ser utilizado para determinar a direção de procura d , para ser utilizado na equação 2.21. Na forma mais simples, a direção de procura corresponde ao gradiente reduzido com sinal negativo:

$$d = -G_R$$

Pode-se então resumir o método como o seguinte algoritmo:

- i) Escolher as variáveis dependentes e independentes;
- ii) Calcular o gradiente reduzido G_R ;
- iii) Com o gradiente reduzido, determinar a direção de procura d nas variáveis de decisão
- iv) Procurando nesta direção, para cada valor de α_k , faz-se a atualização do vetor y ;
- v) Calcular x_{k+1} ;
- vi) Ao se encontrar um mínimo nesta direção, o processo repete-se até que se consiga a convergência.

2.4. Programação Linear Multiobjetivo

Problemas que envolvem múltiplos objetivos podem ser resolvidos utilizando programação linear, onde um dos objetivos, o mais importante, é otimizado e os demais são considerados nas restrições. Este algoritmo possui algumas desvantagens tais como:

- I) Quando se representa as metas por meio de restrições da programação linear, normalmente se leva a problemas inviáveis.
- II) A escolha do objetivo que deverá ser otimizado é, em muitos casos, difícil ou subjetiva.

A programação multiobjetivo apresenta uma maneira de resolver estes problemas, onde a solução ótima do problema de programação linear é substituída por um conjunto de soluções, não necessariamente ótimas para a programação linear, mas soluções eficientes.

Um problema de programação multiobjetivo pode ser representado da seguinte forma:

$$\text{Max } \{z_1(x), z_2(x), \dots, z_n(x)\}, \text{ com } x \in \Omega, \quad (2.12)$$

onde x é a variável de decisão; Ω é o conjunto de alternativas possíveis;

$\{z_1(x), z_2(x), \dots, z_n(x)\}$ é o conjunto de critérios avaliados.

As soluções obtidas poderão ser dominadas ou não dominadas. Uma solução é não dominada quando não existe outra solução factível que melhore um dos objetivos sem que haja um decréscimo em pelo menos outro objetivo. Desta forma, dado um conjunto de soluções viáveis Ω , o conjunto de soluções não dominadas S , é definido da seguinte forma:

$$S = \{x \mid x \in \Omega, \text{ não existe outro } y \in \Omega \text{ tal que } z_i(y) > z_i(x) \text{ para qualquer } i \in \{1, 2, \dots, n\} \text{ e } z_j(y) \geq z_j(x) \text{ para todo } j \neq i\}.$$

Caso contrário, a solução é definida como dominada e o conjunto das mesmas, conjunto das soluções dominadas.

A Programação por Metas, também conhecida como *goal programming*, será utilizada neste trabalho como sendo a segunda abordagem, modificada no que diz respeito à utilização de variáveis sem interesse, com a finalidade da diminuição do esforço computacional.

2.5. Características da Formulação Programação por Metas (multiobjetivo)

Em programação linear, a limitação de recursos pode impedir a possibilidade de atingir todas as metas simultaneamente. A programação linear identifica uma solução ótima apenas se o problema é viável, ou seja, quando todas as restrições do problema são satisfeitas simultaneamente. Segundo FIELD (1973), a característica que distingue o método de programação por metas, é que uma ou mais metas são incorporadas diretamente na função objetivo com o uso de variáveis de desvio, isto é, as funções objetivo são escritas na forma de metas, onde cada meta representa o valor

que pretende ser atingido. As metas podem ou não serem atingidas completamente e para permitir esta flexibilidade, são utilizadas as variáveis de desvio d^+ e d^- , identificando o quanto foi ultrapassado ou o quanto faltou para atingir a meta proposta. A metodologia programação por metas procura uma maneira de atingir todas as metas com o mínimo desvio possível, sendo, portanto seu objetivo minimizar a soma dos desvios para todas as metas. As variáveis de desvio d^+ e d^- tem a mesma significância que variáveis de folga e excesso de um modelo de programação linear.

A função objetivo de um modelo de programação por metas é composta por todas ou parte das variáveis de desvio da meta e seu objetivo geral é minimizar a soma destes desvios para as metas consideradas. A função objetivo é escrita como segue:

$$\min z = \sum_{i=1}^G (d_i^+ + d_i^-) \quad (2.13)$$

onde G representa o número total de metas do problema. Esta formulação da função objetivo pode causar problemas se as variáveis de desvio da meta forem de unidades diferentes. Em casos assim, podem-se utilizar pesos para amenizar este problema. Deste modo, minimiza-se a soma dos desvios para todas as metas (BUONGIORNO e GILLESS, 1987). Assim a função objetivo pode ser reescrita como:

$$\min z = \sum_{i=1}^G (p_i^+ d_i^+ + p_i^- d_i^-) \quad (2.14)$$

onde p_i^+ e p_i^- são vetores dos pesos das metas correspondentes aos desvios positivos e negativos (d_i^+ e d_i^-) respectivamente.

Os pesos podem ser cardinais ou ordinais. Os pesos *ordinais* definem uma ordem de preferência entre as metas. Os pesos *cardinais* identificam, por meio de valores, a importância de cada meta. Os pesos cardinais podem ser **unitários** ou relativos. Os **pesos relativos**, além de expressar a importância de cada meta, fazem com que todos os desvios sejam adimensionais pela divisão do peso unitário pelo valor da meta. A nova expressão da função objetivo apresenta-se como segue:

$$z = \sum_{i=1}^G \left(\frac{p_i^+ d_i^+ + p_i^- d_i^-}{m_i} \right) \quad (2.15)$$

Onde m_i é o valor da meta i .

Desta forma, os valores dos novos coeficientes de d_i^+ e d_i^- expressam a importância dos desvios em porcentagem para cada uma das metas.

A escolha dos melhores pesos a serem utilizados nas variáveis de desvio é realizada por meio de diversas tentativas, até que se encontrem os pesos adequados, isto é, que trarão resultados satisfatórios. Certamente, essa é a maior debilidade deste método, a escolha adequada dos pesos para cada meta, de forma que ele represente a importância que se quer atribuir à meta. Outra situação que pode ocorrer, é que a solução obtida pode ser uma solução dominada. Neste caso, pode-se aumentar o valor das metas (em problemas de maximizar um objetivo) que o conjunto de factibilidade altera e com isso pode alterar também a dominância da solução.

SCHNIEDERJANS (1994) identificou os resultados apresentados na tabela 2.1, para a conversão de restrições de programação linear em restrições de programação por meta, apenas com o uso de variáveis de desvio.

TABELA 2.1 - CONVERSÃO DE RESTRIÇÕES DE PROGRAMAÇÃO LINEAR EM RESTRIÇÕES META.

Restrições de programação linear	Variáveis de desvio a serem minimizadas na função objetivo
$f(x_j) \geq b_i$	d_i^-
$f(x_j) \leq b_i$	d_i^+
$f(x_j) = b_i$	d_i^- e d_i^+

As restrições de programação linear são convertidas em restrições meta fazendo $f(x_j) - d_i^+ + d_i^- = b_i$. Caso a restrição meta for da forma maior ou igual, somente d_i^- será minimizado, porque o objetivo está no desvio inferior à meta, neste caso, desvios superiores à meta são aceitáveis. Caso a restrição for da forma menor ou igual, minimizam-se os desvios d_i^+ , desta forma, serão preferíveis apenas desvios inferiores à meta e os desvios superiores à meta serão minimizados. Finalmente, se a

restrição meta indicar igualdade, ambos os desvios devem ser minimizados para que a meta seja exatamente ou aproximadamente atingida.

Em alguns casos, as metas não podem ser atingidas simultaneamente devido à limitação de recursos. Deste modo há uma necessidade de estabelecer prioridades para as metas. Com isso, nenhuma meta será satisfeita antes que a meta de prioridade principal seja atingida. Caso sejam utilizados pesos cardinais, esta prioridade pode ser fixada através do produto do peso por um fator que indica o quanto uma meta é mais importante que outra.

Outra maneira de se expressar a função objetivo da programação por metas é por meio da utilização de pesos ordinais. Este procedimento consiste em ordenar as metas em ordem decrescente, da maior prioridade para a menor. Sendo assim, os recursos disponíveis são utilizados para satisfazer a meta de maior prioridade, e, portanto os recursos restantes para satisfazer as outras metas.

2.5.1. Modelagem Geral de Programação por Metas com o Uso de Pesos Cardinais

Conforme já citado por FIELD (1973), pode-se expressar matricialmente o modelo geral da seguinte forma:

$$\text{Min } z = p^+ d^+ + p^- d^- \quad (2.16)$$

s.a.

$$Ax - d^+ + d^- = M \quad (2.17)$$

$$Bx \approx b \quad (2.18)$$

Onde \approx pode ser $\leq, =, \geq$; $x \geq 0, d^+ \geq 0, d^- \geq 0$; z é a função objetivo; p^+ e p^- são vetores de pesos das metas ($1 \times m$); A é a matriz dos coeficientes tecnológicos referentes às restrições metas ($m \times n$); B é a matriz de outras restrições não metas ($p \times n$); M é o vetor das metas a serem atingidas ($m \times 1$); b é o vetor de recursos para as restrições não metas ($p \times 1$); d^+ é o vetor dos desvios positivos das m metas ($m \times 1$); d^- é o vetor dos desvios negativos das m metas ($m \times 1$); x é o vetor das variáveis de decisão ($n \times 1$).

Os modelos multiobjetivo utilizados neste trabalho foram baseados no uso de pesos cardinais tanto relativos como unitários e implementados no software Lingo, o qual, como já mencionado, utiliza os métodos “Branch and Bound” para resolver problemas de programação linear de variáveis inteiras mistas e os Métodos do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) com o de Programação Quadrática Seqüencial (PQS) para programação não linear.

2.6. Apresentação de Problemas de Minimização de Custos Relacionados ao Transporte de Madeira

BERGER et al. (2003), a partir de um estudo de caso, evidenciou os maiores custos relacionados ao transporte florestal, dentre eles:

- Custos de manutenção dos veículos: Lubrificantes, combustível, reparos mecânicos, pneus e acessórios;
- Custos fixos: Depreciação, Licenciamento e seguro obrigatório, salários dos motoristas, custos administrativos e custo de oportunidade pelo uso do capital (juro), dentre outros;

Levando em consideração a capacidade de carga de cada caminhão, BERGER et al. (2003) elaborou um modelo de programação linear para minimizar os custos de transporte de madeira através da programação linear. Ele conseguiu uma redução percentual de pelo menos 18,33% nos custos por estéreo transportado. Concluiu que o método utilizado em seu trabalho pode ser empregado como ferramenta de auxílio na determinação das opções mais adequadas, quanto às rotas a serem utilizadas pelos veículos de transporte rodoviário florestal visando à minimização de custos e à maximização do volume de madeira transportada na situação considerada, de diversas fontes para um único destino.

ARCE (1997), em sua dissertação de mestrado, trabalhou com um Sistema de Programação do Transporte Principal de multiprodutos florestais, visando à

minimização de custos. Ele concluiu que os efeitos da aplicação de um Sistema de Programação ao transporte florestal principal são muitos e bem variados no que se refere às áreas de conhecimento e aos âmbitos de gestão. Diz ainda, que o Sistema de Programação de Transporte desenvolvido constituiu uma ferramenta sumamente útil para o transporte principal de multiprodutos florestais, ao programar com precisão, para cada um dos caminhões utilizados, os horários de cada uma das viagens. Alertou que o desempenho do trabalho depende da acuracidade na obtenção dos tempos de todas as atividades relacionadas aos tempos de viagens carregadas e vazias, com e sem chuva, os tempos de carga e descarga para cada caminhão em cada ponto de produção e em cada cliente, os horários de início e finalização das atividades dos caminhões, pontos de produção e clientes e da precisão com que são informadas as quantidades de cada tipo de produto florestal produzidas e estocadas em cada ponto de produção, requeridas para cada cliente, e transportadas através de cada caminhão. De forma geral, ARCE trabalhou com a minimização dos custos pagos pelas viagens carregadas com madeira; a jornada de trabalho separadamente para cada um dos caminhões; os tempos das viagens vazias, de espera em filas e os preços unitários pagos pelo transporte principal dos produtos com a renegociação em função da melhoria obtida a todo o sistema.

SEIXAS e WIDMER (1993) efetuaram um estudo relativo à seleção e dimensionamento da frota de veículos rodoviários para o transporte principal de madeira utilizando-se de programação linear não inteira. Numa situação de diversas origens e um único destino, analisaram diferentes opções de veículos, desempenhos, tempos terminais de carga e descarga, comprimento de vias etc. Pelos resultados obtidos, afirmaram que a melhor adequação econômica se dá com o uso de veículos pesados do tipo “treminhão” (caminhão com dois ou três reboques) e “rodotrem” para o transporte principal de madeira, desde que a rede viária esteja em condições adequadas. Rodotrem: Combinação de quatro equipamentos acoplados: a) um CT traçado (ou seja, com duplo diferencial); b) um semi-reboque dianteiro, acoplado à 5ª roda do CT acima e dotado de engate traseiro para reboque; c) um reboque-plataforma com 5ª roda (dolly), acoplado ao engate traseiro do semi-reboque dianteiro e em cuja

5ª roda deve ser acoplado; d) um semi-reboque traseiro, geralmente idêntico ao dianteiro, permitindo sua intercambialidade. Ambos os semi-reboques, assim como o dolly, têm suspensão de dois eixos; PBTC = 74 ton. Dolly: conjunto de eixos de suporte. (ABNT 2003).

SEIXAS (2001) evidenciou que o transporte de madeira no Brasil é feito principalmente através do modo rodoviário, sendo responsável, na maior parte das vezes, pela maior parcela dos custos da madeira posto fábrica. O setor sofre pressão de aumento de custos em virtude da instalação de postos de pedágios nas rodovias, fiscalização mais rigorosa e reajustes dos preços de combustível. Ele levantou alguns aspectos relacionados aos veículos normalmente utilizados na área florestal, a distribuição do peso da carga pelos eixos, exemplos de veículos, legislação de outros países e a pesagem da carga no próprio local de carregamento. Apontou como uma opção de colheita e transporte a produção de cavacos no campo, principalmente para atender demandas de papel e celulose.

MACHADO et. al (1992) desenvolveram um irregularímetro para a avaliação da qualidade da superfície de rolamento de estradas agro-florestais. Ele permite obter satisfatoriamente a quantidade do consumo de combustível, de lubrificantes, de peças, de pneus e de mão-de-obra para manutenção de veículos de transporte, bem como viabilizar uma análise custo/benefício entre o binômio estrada-transporte agro-florestal.

GARCIA (2003) fez um estudo do volume de enxurrada e perda de solo em estradas florestais em condições de chuva natural. Citou que as estradas florestais têm sido uma das principais causas de erosão e do assoreamento dos cursos d'água nas florestas plantadas. Realizou o experimento em área de reflorestamento da Empresa Duratex, na fazenda Monte Alegre, em Agudos, São Paulo, no período de 2000 a março de 2001, onde o clima característico de verão da região é chuvoso. “Os segmentos de estrada foram delimitados com tábuas de 0,30 m de largura, envolvidas em lona plástica. Com este procedimento procurou-se evitar a contribuição da água escoada e de sedimentos de áreas vizinhas, não permitindo, também, que o material erodido do segmento extravasasse seu limite”. Concluiu que nos valores observados de

volume de enxurrada, o efeito do comprimento do segmento de estrada foi significativo, ao passo que o efeito da declividade não apresentou diferença significativa. Em virtude da elevada variabilidade dos dados de volume de enxurrada e massa do solo, o aumento do número de observações, ou seja, da quantidade de eventos de chuva, através de coletas sucessivas feitas ao longo dos anos, torna-se essencial; variações na cobertura da sarjeta, incluindo pedras e vegetação, tornam-se também essenciais.

JÚNIOR (2005) verificou a energia de dois sistemas de colheita mecanizada de eucalipto. Ele ponderou, além da energia direta do combustível e do lubrificante, a energia biológica do trabalho humano do operador e a energia indireta agregada pelo uso de máquinas e implementos. Seu enfoque foi a colheita de um plantio florestal de eucaliptos através de dois sistemas mecanizados. Em sua análise, além de destacar que o maior consumo de energia, entre os sistemas adotados, foi dado pelo consumo de combustível, cerca de 93,3%, enfatizou que o maior consumo na produção de madeira de eucalipto, está na operação de transporte rodoviário, $41,92 \text{ MJ.m}^{-3}$, onde *MJ* corresponde a *mega joule*.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

O enfoque principal deste trabalho é efetuar o re-planejamento da colheita de madeira de uma empresa fictícia que produz madeira para venda, de forma a minimizar a distância média de transporte de madeira, minimizar a dispersão de colheita e à distância da colheita a estradas com a máxima receita possível, levando em conta o volume de madeira a ser transportado, bem como, as demandas para cada ano, restrições de adjacência, restrições de corte e período de trafegabilidade por estradas. Define-se, neste trabalho, intervalo de ação, como o intervalo que identifica os primeiros anos de planejamento que a empresa almeja melhorias relacionadas a questões operacionais ligadas ao transporte florestal. Salienta-se que o período de trafegabilidade por uma estrada é o período no qual ainda é viável a utilização da mesma para o transporte de madeira, e que a estrada ainda não sofreu degradação devido a condições ambientais entre outros fatores.

Considera-se que a empresa possui a definição do planejamento da configuração (construção e manutenção) de estradas para todos os anos do horizonte de planejamento.

A empresa dispõe de uma expectativa de crescimento de suas florestas (talhões), tendo a disposição o volume de cada produto florestal (por ano) para cada talhão, à distância (por ano) de cada talhão à estrada mais próxima, bem como a definição dos talhões que não devem ser colhidos num mesmo ano, devido à distância entre os mesmos (restrições de adjacência). Isto porque a dispersão de colheita pode trazer um aumento significativo nos custos de transporte, sendo imprescindível minimizá-lo para cada ano do horizonte de planejamento (HP).

Através do conjunto de restrições de adjacência almeja-se impedir que talhões vizinhos sejam selecionados para colheita num mesmo ano, evitando assim maiores danos ambientais, favorecendo a exploração sustentável.

O trabalho é desenvolvido sob duas propostas. Ambas foram implementadas no software Lingo 9, e como já referido, o mesmo utiliza o Método “*Branch and Bound*” para resolver problemas de programação linear de variáveis inteiras mistas; os

Métodos do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) com o de Programação Quadrática Seqüencial (PQS) para solucionar problemas de programação não linear.

A seguir é apresentada matematicamente a modelagem da primeira proposta a fim de solucionar o maior problema que a empresa enfrenta. Ambas as abordagens (modelo tipo C e modelo multiobjetivo) almejam dar sustentação para um tratamento de maiores dimensões, ou seja, dar base para um tratamento computacional eficiente, mesmo em um problema de centenas de variáveis binárias, inteiras e não lineares.

3.1. Modelagem Matemática

O modelo em estudo é de programação linear inteira binária, cujo objetivo é maximizar a receita proveniente da colheita, levando em consideração restrições de demanda, restrições de adjacência e restrições de corte dos produtos para processo, serraria e laminado. Neste trabalho, este modelo – usado para maximizar a receita – é denominado modelo tipo A. Em seguida é utilizado o modelo tipo B que minimizará a distância média de colheita para selecionar talhões localizados próximo a estradas em cada ano de planejamento – tendo-se correlação com o modelo tipo A otimizado. Finalmente, se trabalhará com o modelo definido como tipo C, que tem por objetivo minimizar o espalhamento de colheita, ou seja, aproximar a distância de colheita dos talhões que serão explorados no mesmo ano do período de planejamento.

Cabe ressaltar-se que, como pontos “inovadores” no campo de pesquisa do presente trabalho, destacam-se a maneira de se compor a primeira proposta: três modelos correlacionados entre si, a partir do segundo; e na segunda (programação por metas), tanto quanto na primeira: o uso de modelos não lineares, bem como a identificação de variáveis sem interesse visando à diminuição do tempo computacional.

3.2. Modelo Tipo A

Cada item da composição do modelo tipo A será descrito como segue:

3.2.1. Função Objetivo

A função objetivo utilizada no modelo tipo A maximiza a receita bruta obtida da colheita dos três produtos no horizonte de planejamento considerado.

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

Onde Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos; r_{ij} é a receita obtida da colheita (dos três produtos) do talhão i no ano j ; x_{ij} são variáveis de decisão: 1, caso o talhão i seja colhido no ano j ; 0, caso contrário.

3.2.2. Restrições do Modelo Tipo A

A seguir é realizada a descrição detalhada de cada restrição utilizada no modelo tipo A:

3.2.2.1. Restrições de Corte

Estas restrições asseguram que cada talhão seja colhido no máximo uma única vez durante o horizonte de planejamento.

Ao se representar por i o talhão, j o ano, Nt o número total de talhões, Np o número total de anos do horizonte de planejamento e x_{ij} as variáveis de decisão como definidas anteriormente, tem-se:

$$\sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \text{ para } i = 1, \dots, Nt \quad (3.2)$$

3.2.2.2. Restrições de Demanda

Para cada um dos produtos: processo, serraria e laminado, a empresa deve suprir a demanda requerida pelos seus clientes. Sendo assim, para cada ano, cada um

dos produtos requer uma demanda estabelecida. As restrições que asseguram o suprimento dos três produtos podem ser representadas da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \text{ para } j = 1, 2, \dots, Np \text{ e } p = 1, 2, 3. \quad (3.3)$$

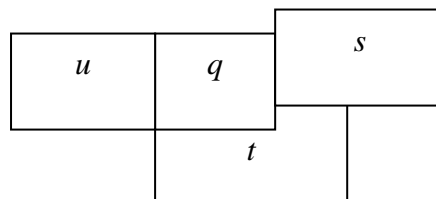
Onde p é o índice que representa os três produtos; v_{ijp} é o volume total do produto p , do talhão i no ano j ; D_{jp} é a demanda requerida do produto p no ano j .

3.2.2.3. Restrições de Adjacência

Estas restrições podem ser usadas para impedir a colheita de talhões vizinhos, de talhões considerados muito distantes num mesmo ano, bem como para agrupar talhões satisfatoriamente para baixar os custos na colheita. Neste trabalho, um dos objetivos é impedir que grandes áreas sejam exploradas no mesmo ano.

Para exemplificação, supõem-se vizinhos de um talhão q , os talhões s , t e u de acordo com a figura 3.1:

FIGURA 3.1 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA VIZINHANÇA DE UM TALHÃO.



Neste caso, se o talhão q for escolhido para colheita, os talhões s , t e u não o serão no mesmo ano j . Pode-se estabelecer então, conforme ALONSO (2003), a seguinte relação para impedir a colheita simultânea:

$$x_{qj} + x_{sj} + x_{tj} + x_{uj} \leq 1 \quad (3.4)$$

onde x_{ij} significa a escolha para colheita do talhão i no ano j . Porém, esta última não permite qualquer combinação entre os talhões x_{sj}, x_{tj} e x_{uj} , o que deveria

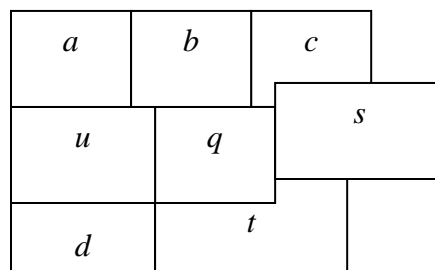
acontecer. Daí, ao utilizar-se um coeficiente satisfatório para x_{qj} , pode-se permitir as referidas combinações aos demais talhões. Para tal, utiliza-se um coeficiente correspondente ao número de talhões envolvidos na inequação, além de considerá-lo do lado direito da desigualdade. Com isso, pode-se reescrever 3.4 da seguinte forma:

$$4x_{qj} + x_{sj} + x_{tj} + x_{uj} \leq 4 \quad (3.5)$$

O coeficiente de x_{qj} (indica o número total de talhões envolvidos na restrição) garante que ao se escolher para colheita o talhão q , seus vizinhos não o serão. Reciprocamente, caso algum dos vizinhos de q for escolhido para colheita, q não o será. Esta restrição permite ainda qualquer combinação de colheita dos talhões s , t e u .

Pode-se ainda utilizar as restrições de adjacência para restringir a colheita de talhões que a empresa considera muito distantes entre si (espalhamento). Para exemplificar, pode-se utilizar uma figura esquemática como a seguir:

FIGURA 3.2 – REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA PARA TALHÕES CONSIDERADOS DISTANTES.



Supondo que a empresa considere distantes os talhões d e c , a restrição de adjacência fica escrita como segue:

$$5x_{dj} + x_{uj} + x_{qj} + x_{tj} + x_{cj} \leq 5 \quad (3.6)$$

Observa-se que esta restrição é semelhante à restrição (3.5). De fato, para impedir a colheita de talhões considerados distantes, utilizam-se inequações em moldes semelhantes às usadas para talhões vizinhos.

Generalizando, para um talhão i , num ano j qualquer, tem-se:

$$\left(\sum_{\substack{t=1 \\ t \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \right) + \sum_{t=1}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{t=1}^{Nt} a_{it} \quad (3.7)$$

ou ainda,

$$\sum_{\substack{t=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{t=1}^{Nt} (a_{it} (1 - x_{ij})) \quad (3.8)$$

Onde $i = 1, 2, \dots, Nt$; $j = 1, 2, \dots, Np$; $t = 1, 2, 3, \dots, Nt$; a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ; Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos; x_{ij} são variáveis de decisão: 1, caso o talhão i é colhido no ano j ; 0, caso contrário.

Conforme apresentado, pode-se constituir a síntese do modelo completo tipo A como segue:

$$Max = \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} \quad (3.9)$$

$$(I) \sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, Nt \quad (3.10)$$

$$(II) \sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \quad j = 1, 2, \dots, Np; \quad p = 1, 2, 3. \quad (3.11)$$

$$(III) \sum_{\substack{t=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{t=1}^{Nt} (a_{it} (1 - x_{ij})), \quad i = 1, 2, \dots, Nt; \quad j = 1, 2, \dots, Np; \quad (3.12)$$

onde x_{ij} são variáveis de decisão: 1, caso o talhão i é colhido no ano j ; 0, caso contrário; r_{ij} é a receita obtida da colheita (dos três produtos) do talhão i no ano j ; p é o índice que representa os três produtos; v_{ijp} é o volume total do produto p , do talhão i no ano j ; D_{jp} é a demanda requerida do produto p no ano j ; a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ; Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos.

Este modelo foi formulado de forma a maximizar a receita da empresa florestal, visando atender restrições de demanda, de corte e de adjacência.

3.3. Modelo Tipo B

Objetiva-se por este modelo solucionar o problema principal que a empresa enfrenta: minimizar a distância média de transporte da madeira de cada talhão até a fábrica, levando em conta ainda, o volume de madeira a ser trasladado. Neste modelo proposto, trabalha-se com um número menor de variáveis de decisão a fim de minimizar o esforço computacional. Para isto, propõe-se que este modelo herde do modelo tipo A, além das restrições, alguns resultados. Considera-se ainda que a empresa dispõe (abre mão) de um capital pré-estabelecido para atingir os objetivos operacionais relacionados ao transporte florestal, neste caso, de 10% a 20% (dez a vinte por cento) da receita obtida no modelo tipo A. Isto porque em muitos casos é mais benéfico perder financeiramente receita, do que manter custos operacionais elevados, tais como os de transporte. Este fato será considerado no modelo B consistindo de uma restrição com certa folga percentual, que indica o quanto a empresa dispõe para implantação do novo planejamento de colheita.

Cada item do modelo tipo B será descrito a seguir:

3.3.1. Função Objetivo

O objetivo do uso do modelo tipo B é minimizar o somatório da distância de cada talhão até a estrada (ou fábrica) mais próxima, para o horizonte de planejamento considerado, ponderando-se pelo volume de cada talhão escolhido para colheita.

$$Min \frac{\sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{p=1}^{N_k} d_{ij} x_{ij} v_{ijp}}{\sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{p=1}^{N_k} x_{ij} v_{ijp}} \quad (3.13)$$

Onde d_{ij} é a distância do talhão i à estrada mais próxima no ano j ; x_{ij} são as variáveis de decisão: 1, caso o talhão i seja colhido no ano j - 0, caso contrário; v_{ijp} é o

volume de madeira do produto p , no ano j , do talhão i . Nk é o número total de produtos florestais considerados. Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos do horizonte de planejamento.

Ressalta-se que a função 3.13 é formada pelo quociente de variáveis de decisão, tornando-a uma função não linear.

3.3.2. Restrições do Modelo Tipo B

As restrições do modelo tipo B são herdadas do modelo tipo A, com o acréscimo das seguintes restrições:

3.3.3. Restrição de Receita Disponibilizada

Esta restrição garante a limitação do valor total liberado para implantação da otimização da distância média de transporte.

$$\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} + Desvio \geq Ra \quad (3.14)$$

onde $Desvio$ é o valor aquém da meta receita; Ra é a receita (ótima) obtida no modelo anterior, tipo A; r_{ij} é a receita obtida da colheita (dos três produtos) do talhão i no ano j ;

3.3.4. Restrição de Desvio

$$Desvio \leq Va \quad (3.15)$$

onde $Desvio$ é o valor aquém da meta; Va é o valor, em milhares de reais, que a empresa dispõe para utilizar nos serviços de transporte, sendo, portanto, uma porcentagem da meta de receita ótima (obtida com a aplicação do modelo Tipo A).

3.3.5. Restrições de Colheita

A fim de minimizar o esforço computacional, herda-se do modelo tipo A, otimizado, o valor das variáveis de decisão exceto as de interesse para esse modelo. As

variáveis definidas de interesse são identificadas como as que possuem ao menos uma das características como segue:

- Variáveis que representam talhões cuja colheita foi destinada aos primeiros anos do planejamento (talhões cujo ano de colheita, definido pelo modelo tipo A, pertence ao intervalo de ação).
- Variáveis que identificam os talhões considerados próximos a estradas no ano do intervalo de ação.
- Variáveis que indicam talhões cuja colheita não está definida satisfatoriamente de acordo com o planejamento de colheita da empresa.

Para exemplificação, pode-se supor a seguinte situação:

Considere que o modelo tipo A, otimizado, para um cenário com dez talhões, 5 anos e um intervalo de ação de três anos, define os valores apresentados na tabela 3.1, para as variáveis de decisão:

Observação: as linhas precedidas com ponto de exclamação, no software Lingo, são definidas como comentário, ou seja, estas linhas não são consideradas como comandos durante a execução do programa.

TABELA 3.1 - DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS COM INTERESSE

$!X(1, 5) = 1;$
$X(2, 4) = 1;$
$X(3, 4) = 1;$
$X(4, 5) = 1;$
$!X(5, 3) = 1;$
$!X(6, 1) = 1;$
$X(7, 5) = 1;$
$!X(8, 2) = 1;$
$!X(9, 4) = 1;$
$!X(10, 4) = 1;$

Onde x_{ij} são as variáveis de decisão: 1, caso o talhão i é colhido no ano j ; 0, caso contrário.

$$i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10;$$

$$j = 1, 2, 3, 4, 5;$$

As variáveis precedidas por um ponto de exclamação são as variáveis (com interesse) definidas como variáveis de decisão neste segundo modelo, pois no modelo tipo A otimizado, indicam talhões que tiveram suas colheitas definidas dentro do intervalo de ação ou ainda, o talhão é considerado próximo a uma estrada em um ano que esteja dentro do intervalo de ação. As demais variáveis herdam os valores do modelo tipo A otimizado. Neste caso as variáveis dos talhões: 1, 5, 6, 8, 9, e 10 foram escolhidas como variáveis de decisão neste segundo modelo.

As demais restrições, a citar: restrições de demanda, de corte, de adjacência e de talhões considerados distantes são mantidas as mesmas utilizadas no modelo tipo A.

3.4. Modelo Tipo C

Objetiva-se com este modelo solucionar o problema relacionado ao espalhamento de colheita, a fim de diminuir custos de deslocamento de funcionários, maquinário e outros. Ele consiste em minimizar o somatório da distância entre os talhões que serão colhidos em determinado ano, considerando-se o volume de madeira de cada talhão a ser transportado. Neste modelo (proposto), também se trabalha com um número menor de variáveis de decisão, considerando a herança de valores de algumas variáveis dos modelos tipo A e B. Semelhantemente ao modelo tipo B, considera-se que a empresa dispõe de um investimento pré-estabelecido para atingir os objetivos operacionais relacionados ao transporte florestal e também um relaxamento percentual para a meta distância média de transporte alcançada no modelo tipo B.

Cada item do modelo tipo C será descrito a seguir:

3.4.1. Função Objetivo

A função objetivo utilizada no modelo tipo C consiste no somatório da distância de cada talhão a outro que será colhido no mesmo ano, para todo o horizonte de planejamento considerado, ponderando-se pelo volume.

$$\text{Min} \frac{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} de_{i_1 i_2} \cdot x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot v_{i_1, j, p} \cdot v_{i_2, j, p}}{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot (v_{i_1, j, p} + v_{i_2, j, p})} \quad (3.16)$$

Onde $de_{i_1 i_2}$ é a distância do talhão i_1 ao talhão i_2 no ano j (constante); x_{ij} são as variáveis de decisão: 1, caso o talhão i seja colhido no ano j - 0, caso contrário; v_{ijp} é o volume de madeira do produto p , no ano j , do talhão i . Nk é o número total de produtos florestais considerados. Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos do horizonte de planejamento.

Observa-se que a função objetivo **3.16** é formada pelo quociente de funções não lineares quadráticas, além de que sua unidade é dada por *km.ha* (quilômetro por hectare). A partir de simulações realizadas, a fim de se trabalhar na mesma unidade da distância, no denominador de **3.16**, ao se tornar a soma dos volumes uma potência com expoente quadrático, o resultado obtido não reflete soluções ótimas, uma vez que, na solução, ao se trocar um talhão de volume menor por um de volume maior, o valor de **3.16** diminui.

Convém ressaltar que foi considerada a função objetivo não-linear de **3.16**, por apresentar, nos casos estudados, desempenho computacional relativamente satisfatório, sendo o problema resolvido em menos de 180 (cento e oitenta) minutos.

Ao analisar-se o numerador de 3.16 com mais profundidade, pode-se fazer a seguinte correspondência geométrica:

- (i) Considere um polígono com Nt vértices, como nas figuras esquemáticas 3.3 e 3.4:

FIGURA 3.3 – POLÍGONO COM Nt VÉRTICES

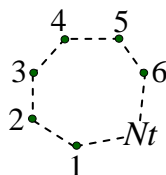
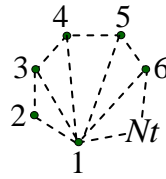


FIGURA 3.4 – FIGURA COM DIAGONAIS A PARTIR DO VÉRTICE 1



- (ii) Daí, o número de diagonais que converge para cada vértice corresponde ao número de vértices subtraído de 3 (três)
- (iii) Logo, considerando Nt vértices, o número total de diagonais do polígono é dado por $\frac{Nt.(Nt-3)}{2}$, pois deste modo, cada vértice é contabilizado 2 (duas) vezes.
- (iv) Analogamente, tendo por referência cada vértice, o número total de arestas do polígono pode ser computado como $\frac{Nt.2}{2}$, pois são 2 arestas convergentes para cada vértice e, como são contadas 2 (duas) vezes, divide-se por 2 (dois).
- (v) Levando em conta o disposto, sem perda de generalidade para polígonos não convexos, o número de diagonais agregado ao número de arestas, convergente para cada vértice, é dado por

$$N = \frac{Nt.(Nt-3) + Nt.2}{2} \quad (3.17)$$

que pode ser escrita como

$$N = \frac{Nt.[(Nt-3) + 2]}{2} \quad (3.18)$$

ou ainda

$$N = \frac{Nt.[Nt-1]}{2} \quad (3.19)$$

onde N é o número total de “ligações” com cada vértice. Isto posto, fazendo-se a correspondência de cada vértice a um talhão, e cada aresta, à distância entre as referidas áreas florestais, tem-se que a função objetivo de 3.16 também deverá ser multiplicada pela constante $\frac{1}{2}$ (meio). Como o produto da função objetivo por uma

constante não altera a escolha ótima das variáveis de decisão (MURTY, 1985), desprezou-se a referida nas simulações realizadas.

3.4.2. Restrições do Modelo Tipo C

As restrições do modelo tipo C também são herdadas do modelo tipo A, com o acréscimo das seguintes restrições:

3.4.3. Restrição de Receita Disponibilizada para Otimizar Custos Operacionais

Esta restrição garante a limitação do valor total disponibilizado para implantação da otimização da distância média de transporte.

$$\sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_p} r_{ij} x_{ij} + DesvioR \geq Ra \quad (3.20)$$

onde $DesvioR$ é quanto à empresa dispõe para viabilizar a melhoria da distância média de transporte; Ra é a receita obtida no modelo anterior otimizado, tipo A;

3.4.4. Restrição Flexibilizada de Distância Média de Transporte

Esta restrição garante a limitação da flexibilidade relacionada a distância média de transporte (otimizada no modelo tipo B), a favor da otimização do espalhamento de colheita ponderado pelo volume.

$$\frac{\sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{p=1}^{N_k} d_{ij} x_{ij} v_{ijp}}{\sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{p=1}^{N_k} x_{ij} v_{ijp}} - DesvioE \leq Da \quad (3.21)$$

Onde $DesvioE$ é quanto à empresa dispõe da distância média de transporte para viabilizar a melhoria do espalhamento de colheita; Da é a distância média de transporte obtida no modelo anterior otimizado, tipo B; d_{ij} é a distância do talhão i à

estrada mais próxima no ano j ; x_{ij} são as variáveis de decisão: 1, caso o talhão i seja colhido no ano $j - 0$, caso contrário; v_{ijp} é o volume de madeira do produto p , no ano j , do talhão i . N_k é o número total de produtos florestais considerados. N_t é o número total de talhões; N_p é o número total de anos do horizonte de planejamento.

3.4.5. Restrições de Desvio

São restrições que limitam o intervalo de cada desvio, como modeladas a seguir:

3.4.5.1. Desvio Relativo à Receita

$$DesvioR \leq Pr.Ra \quad (3.22)$$

onde $DesvioR$ é quanto à empresa dispõe financeiramente para viabilizar a melhoria da distância média de transporte; Ra é o valor em milhares de reais que a empresa dispõe para minimizar a distância média de transporte; Pr é a porcentagem de receita a ser disponibilizada neste modelo.

3.4.5.2. Desvio Relativo à Distância Média de Transporte

$$DesvioE \leq Pe.Da \quad (3.23)$$

Onde $DesvioE$ é quanto à empresa dispõe da distância média de transporte para viabilizar a melhoria do espalhamento de colheita; Da é a distância média (ponderada pelo volume) de transporte obtida no modelo anterior otimizado, tipo B; Pe é a porcentagem relativa a distância média de transporte obtida no modelo tipo B, otimizado, a ser flexibilizada para melhoria do espalhamento de colheita.

3.4.6. Restrições de Colheita

A fim de minimizar o esforço computacional, herda-se do modelo tipo B otimizado, o valor das variáveis de decisão exceto as de interesse para esse modelo. As

variáveis definidas com interesse neste modelo são aquelas que representam talhões cuja colheita foi destinada aos primeiros anos do planejamento (intervalo de tempo dentro do intervalo de ação) ou variáveis que indicam talhões cuja colheita, definida com aplicação do modelo tipo B, apresenta dispersão desfavorável, no ano considerado.

As demais restrições, a citar: restrições de demanda, de corte, de adjacência e de talhões considerados distantes são mantidas as mesmas utilizadas no modelo tipo A.

3.5. Estudo de Caso para Aplicação da Metodologia Apresentada

A seguir é apresentado um exemplo de aplicação da metodologia proposta neste trabalho. Para isto, considera-se a distribuição de talhões e estradas, para cada ano do horizonte considerado, apresentada nas figuras do anexo II.

3.6. Estudo de Caso para a Modelagem Tipo A

A seguir, será formulado o modelo matemático “tipo A” para os 20 talhões considerados e horizonte de planejamento de 10 anos, com o objetivo de maximizar a receita, satisfazendo restrições de corte, restrições de adjacência ou de talhões considerados distantes e restrições de demanda pelos produtos laminação, serraria e processo (3 produtos considerados). Para aplicação da metodologia serão considerados os dados receita anual por talhão e demandas de cada produto por ano com base em ALONSO (2003), com as devidas adaptações.

Na tabela 3.2 são apresentadas as demandas para cada produto em cada ano:

TABELA 3.2 - DEMANDA DOS TRÊS PRODUTOS PARA CADA ANO DO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO

Ano	Demandas em 1000 de metros cúbicos		
	Produto 1	Produto 2	Produto 3
1	5	40	60
2	15	40	60
3	15	40	60
4	20	60	90
5	25	60	90
6	30	60	90
7	30	60	90
8	50	100	120
9	65	100	150
10	95	150	200

A tabela 3.3 identifica os vizinhos de cada talhão: caso elemento a_{ij} seja 1 (um), o talhão i é vizinho do talhão j ou ainda, o talhão i é considerado distante do talhão j ; caso a_{ij} seja 0 (zero), o talhão i não é vizinho nem distante de j , ou seja, podem ser colhidos no mesmo ano. Devido à quantidade de talhões neste estudo de caso (20 talhões) não se considerou talhões distantes, mas sim apenas as restrições de talhões vizinhos.

TABELA 3.3 – MATRIZ DE VIZINHOS PARA O CENÁRIO DE 20 TALHÕES

Talhão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1

A partir disso pode-se montar o modelo matemático:

$$Max = \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} \quad (3.24)$$

s. a.

$$(I) \sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, Nt \quad (3.25)$$

$$(II) \sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, Np; \quad p = 1, 2, 3. \quad (3.26)$$

$$(III) \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{ii} x_{ij} \leq \sum_{i=1}^{Nt} (a_{ii} (1 - x_{ij})), \quad i = 1, 2, \dots, Nt; \quad j = 1, 2, \dots, Np; \quad (3.27)$$

onde x_{ij} são variáveis de decisão: 1, caso o talhão i é colhido no ano j ; 0, caso contrário; r_{ij} é a receita obtida da colheita (dos três produtos) do talhão i no ano j ; p é o índice que representa os três produtos; V_{ijp} é o volume total do produto p , do talhão i no ano j ; D_{jp} é a demanda requerida do produto p no ano j ; a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ; N_t é o número total de talhões; N_p é o número total de anos.

Neste caso, a função objetivo almeja maximizar a receita de colheita dos talhões que serão selecionados.

As restrições do primeiro grupo asseguram que cada talhão seja colhido no máximo uma única vez durante o horizonte de planejamento.

O segundo grupo de restrições assegura que a demanda por cada produto florestal será atendida em cada ano do horizonte de planejamento.

Finalmente, o terceiro grupo se refere às restrições de adjacência, que tem por objetivo impedir que talhões muito próximos sejam selecionados para colheita num mesmo ano de planejamento.

3.7. Estudo de Caso para a Modelagem Tipo B

O principal objetivo da empresa florestal é tratado com a aplicação da metodologia tipo B.

Na presente situação, o objetivo é minimizar a distância média de transporte de madeira (ponderada pelo volume de cada talhão escolhido para colheita). Para isso, a função objetivo do modelo tipo B é usada para minimizar o somatório da distância de cada talhão (escolhido para colheita) até a estrada mais próxima, levando-se em conta o volume de madeira a ser transportado. Cada distância, em quilômetros, depende da configuração de estradas existente em cada ano. A matriz de distâncias consideradas é apresentada na tabela 3.4. Nesta tabela, convém ressaltar que, a variação dos valores ao longo dos anos, para cada talhão, é devida à viabilidade ou não

do uso de determinada estrada naquele ano em função principalmente da degradação ambiental.

TABELA 3.4 – DISTÂNCIA DE CADA TALHÃO À ESTRADA MAIS PRÓXIMA EM CADA ANO DO HORIZONTE DE PLANEJAMENTO

TALHÕES	ANOS DE PLANEJAMENTO									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
3	5	4,3	4,3	4,3	5	5	5	5	5	5
4	7,5	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	9,7	3,7	3,7	3,7	1,7	1,7	1,7	9,7	9,7	9,7
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	3	2,4	2,4	2,4	3	3	3	3	3	3
8	5,5	2,8	2,8	2,8	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
9	8,9	1,5	0	0	0	0	0	8,9	8,9	8,9
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	2,2	0	0	0	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2
12	4	0	0	0	4	4	4	4	4	4
13	5,8	0	0	0	5,5	5,5	5,5	5,8	5,8	5,8
14	9,3	0	0	0	0	0	0	9,3	9,3	9,3
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	4	0	0	0	4	4	4	4	4	4
17	5,9	0	0	0	5,5	5,5	5,5	5,9	5,9	5,9
18	7,8	0	0	0	3,5	3,5	3,5	7,8	7,8	7,8
19	9,3	0	0	0	2	2	2	9,3	9,3	9,3
20	17	0	0	0	0	0	0	17	17	17

Por meio da tabela 3.4, observa-se, por exemplo, que para o Talhão de número 14 (quatorze), a menor distância no ano 1 (um), até a estrada mais próxima, é de 9,3 km, pois só existe a estrada principal para escoamento da madeira. No ano seguinte, com a construção da estrada secundária (ES1), ver anexo II, transitável por três anos, tem-se como distância à estrada mais próxima o valor nulo, permanecendo até o ano 4 (quatro). Como há a construção da estrada (ES2) no ano 3, transitável por 5 (cinco) anos, também vizinha ao talhão, a distância nula permanece até o ano 7 (sete). Daí, por ser considerada intransitável a partir do ano 7 (sete), volta-se a distância de 9,3 km à estrada mais próxima (rodovia principal).

Consideram-se além das restrições do modelo tipo A, o acréscimo de mais uma restrição com base na solução obtida por este modelo. Esta restrição entra no modelo atual com o intuito de dar à empresa florestal a opção de analisar quanto ela deseja gastar para minimizar a distância média de transporte florestal.

Pode-se também elaborar a síntese do modelo tipo B como segue:

$$\text{Min} \frac{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} d_{ij} x_{ij} v_{ijp}}{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} x_{ij} v_{ijp}} \quad (3.28)$$

s. a.

$$\text{(I)} \quad \sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, Nt \quad (3.29)$$

$$\text{(II)} \quad \sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, Np; \quad p = 1, 2, 3. \quad (3.30)$$

$$\text{(III)} \quad \sum_{\substack{t=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{t=1}^{Nt} (a_{it} (1 - x_{ij})), \quad i = 1, 2, 3, \dots, Nt; \quad j = 1, 2, 3, \dots, Np; \quad (3.31)$$

$$\text{(IV)} \quad \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} + \text{Desvio}R \geq Ra \quad (3.32)$$

$$\text{(V)} \quad \text{Desvio}R \leq Va \quad (3.33)$$

$$\text{(VI)} \quad Va = \text{Pr} \cdot Ra \quad (3.34)$$

$$\text{(VII)} \quad x_{ij} = 1 \quad \text{para } i \in \Omega \quad (3.35)$$

onde Ω identifica o conjunto das variáveis sem interesse; a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ; D_{jp} é a demanda do produto p no ano j ; v_{ijp} é o volume de madeira do produto p no ano j do talhão i ; $\text{Desvio}R$ é o valor aquém da meta receita; Ra é a receita obtida no modelo anterior, tipo A; Va é o valor que a empresa dispõe para minimizar a distância média de transporte para o horizonte de ação considerado; Pr é a porcentagem relativa à receita a ser disponibilizada em prol da otimização do presente modelo; Nk é o número total de produtos florestais considerados.

A função objetivo deste modelo visa minimizar a distância média de transporte para todo o período de planejamento.

As restrições são as mesmas do modelo tipo A com acréscimo das restrições (IV), (V), (VI) e do grupo de restrições (VII). As restrições (IV), (V), (VI) asseguram que o valor obtido pela função objetivo do modelo tipo A seja alcançado com a folga/desvio monetário fixado pela empresa de no máximo Va (milhares de reais). Por outro lado, o grupo de restrições (VII) garante que o valor das variáveis consideradas que não tem interesse, permaneça com o mesmo valor obtido pelo modelo tipo A otimizado.

3.8. Estudo de Caso para a Modelagem Tipo C

Outro objetivo da empresa florestal é minimizar o espalhamento de colheita (dispersão de colheita), para diminuir custos de movimentação das equipes de corte, levando em conta o volume de madeira de cada Talhão. Para isso, objetiva-se com este modelo minimizar o somatório da distância entre os talhões que serão colhidos em determinado ano, ponderados pelo volume, considerando as restrições do modelo tipo B com o acréscimo de mais uma restrição relativa à distância a estradas. Esta restrição assegura que o resultado obtido pelo modelo tipo B otimizado, será atingido a menos de uma folga percentual pré-estabelecida. As variáveis de interesse provêm do modelo tipo B com as considerações necessárias. O resultado final, a ser implementado pela Empresa, é obtido usando o modelo tipo C.

Foram considerados os dados das tabelas 3.5 e 3.6, referentes a matriz $B_{ij} = \text{Dist_Entre_Ta}_{ij}$, onde cada elemento b_{ij} indica a distância do talhão i ao talhão j .

TABELA 3.5 – REPRESENTAÇÃO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ B_{ij}
 PARA OS 10 PRIMEIROS TALHÕES

Talhão/Talhão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	5	7,3	9,7	0	3,5	5,7	9,2	4,2
2	0	0	0	6,2	8,4	0	0	4,5	8,1	4,4
3	5	0	0	0	4,6	5,4	0	0	4,7	6,1
4	7,3	6,2	0	0	0	7,6	4,7	0	0	7,8
5	9,7	8,4	4,6	0	0	9,7	6,7	4,2	0	9,7
6	1,5	0	5,4	7,6	9,7	0	0	5,5	9	0
7	3,5	0	0	4,7	6,7	0	0	0	6	3,3
8	5,7	4,5	0	0	4,2	5,5	0	0	0	5,6
9	9,2	8,1	4,7	0	0	9	6	0	0	8,3
10	4,2	4,4	6,1	7,8	9,7	0	3,3	5,6	8,3	0
11	4,5	4,4	5,2	6,5	8,3	0	0	4,3	6,8	0
12	5,7	5,1	4,5	5,3	6,7	4,7	0	0	5,1	3,3
13	7,2	6,2	4,3	4,4	5,2	6,4	3,7	0	0	5,1
14	10,2	9,1	6	4,4	3,7	9,7	6,7	4,7	0	8,6
15	5,2	5,5	7,4	9	11	3,6	4,6	6,8	9,3	0
16	5,7	5,1	4,5	5,3	6,7	4,7	2,6	3,2	5,1	3,3
17	7,2	6,2	4,3	4,4	5,2	6,4	3,7	2,7	3,5	5,1
18	8,8	7,8	5,1	4	4	8,2	5,4	3,6	1,8	7
19	10,2	9,1	6	4,4	3,7	9,7	6,7	4,7	1,6	8,6
20	11,4	13	7	5	3,8	11	8	5,8	2,3	10

TABELA 3.6 – REPRESENTAÇÃO DOS ELEMENTOS DA MATRIZ B_{ij}
PARA OS TALHÕES DE 11 A 20

Talhão/Talhão	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	4,5	5,7	7,2	10	5,2	5,7	7,2	8,8	10	11
2	4,4	5,1	6,2	9,1	5,5	5,1	6,2	7,8	9,1	13
3	5,2	4,5	4,3	6	7,4	4,5	4,3	5,1	6	7
4	6,5	5,3	4,4	4,4	9	5,3	4,4	4	4,4	5
5	8,3	6,7	5,2	3,7	11	6,7	5,2	4	3,7	3,8
6	0	4,7	6,4	9,7	3,6	4,7	6,4	8,2	9,7	11
7	0	0	3,7	6,7	4,6	2,6	3,7	5,4	6,7	8
8	4,3	0	0	4,7	6,8	3,2	2,7	3,6	4,7	5,8
9	6,8	5,1	0	0	9,3	5,1	3,5	1,8	1,6	2,3
10	0	3,3	5,1	8,6	0	3,3	5,1	7	8,6	10
11	0	0	3,6	7,1	0	0	3,6	5,6	7,1	8,5
12	0	0	0	5,4	4,2	0	1,9	3,8	5,4	6,7
13	3,6	0	0	0	6	1,8	0	2	3,5	4,9
14	7,1	5,4	0	0	9,5	5,4	3,5	0	0	0
15	0	4,2	6	9,5	0	0	6	8	9,5	11
16	0	0	1,8	5,4	0	0	0	3,9	5,4	6,7
17	3,6	1,9	0	3,5	6	0	0	0	3,5	4,8
18	5,6	3,8	2	0	8	3,9	0	0	0	2,8
19	7,1	5,4	3,5	0	9,5	5,4	3,5	0	0	0
20	8,5	6,7	4,9	0	11	6,7	4,8	2,8	0	0

Pode-se também elaborar a síntese do modelo final (tipo C) como segue:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} de_{i_1 i_2} \cdot x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot v_{i_1, j, p} \cdot v_{i_2, j, p} \\
 \text{Min} & \frac{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot (v_{i_1, j, p} + v_{i_2, j, p})}{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} de_{i_1 i_2} \cdot x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot v_{i_1, j, p} \cdot v_{i_2, j, p}}
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

s. a.

$$\text{(I)} \quad \sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, Nt \tag{3.37}$$

$$\text{(II)} \quad \sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, Np; \quad p = 1, 2, 3. \tag{3.38}$$

$$\text{(III)} \quad \sum_{\substack{t=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{t=1}^{Nt} (a_{it} (1 - x_{ij})), \quad i = 1, 2, 3, \dots, Nt; \quad j = 1, 2, 3, \dots, Np; \tag{3.39}$$

$$(IV) \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} + DesvioR \geq Ra \quad (3.40)$$

$$(V) DesvioR \leq Va \quad (3.41)$$

$$(VI) Va = Pr.Ra \quad (3.42)$$

$$(VII) \frac{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} d_{ij} x_{ij} v_{ijp}}{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} x_{ij} v_{ijp}} - DesvioE \leq Da \quad (3.43)$$

$$(VIII) DesvioE \leq Vb \quad (3.44)$$

$$(IX) Vb = Pe.Da \quad (3.45)$$

$$(X) x_{ij} = 1 \text{ para } i \in \Omega \quad (3.46)$$

onde Ω é o conjunto das variáveis sem interesse cujos valores são herdados do modelo anterior; onde a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ; $DesvioR$ é o valor aquém da meta receita; Ra é a receita obtida no modelo anterior otimizado, tipo A; Va é o valor que a empresa dispõe para minimizar a distância média de transporte para o horizonte de ação considerado; Pr é a porcentagem relativa à receita a ser disponibilizada em prol da otimização do presente modelo (dispersão da colheita); $DesvioE$ é o valor aquém da meta distância a estradas; Da é a distância média de transporte obtida no modelo anterior otimizado, tipo B; Vb é quanto à empresa dispõe da distância média de transporte para viabilizar a melhoria do presente modelo (dispersão de colheita); Pe é a porcentagem relativa a distância média de transporte obtida no modelo tipo B otimizado, a ser flexibilizada para melhoria do espalhamento de colheita.

A função objetivo deste modelo visa minimizar o somatório da distância entre os talhões que serão colhidos no mesmo ano (dispersão de colheita).

As restrições são as mesmas do modelo tipo B com acréscimo das restrições (VII), (VIII), (IX) e do grupo de restrições (X). As restrições (IV), (V) e (VI), identicamente ao modelo tipo B, asseguram que o valor obtido pela função objetivo do modelo tipo A seja alcançado com folga/desvio monetário fixado pela empresa de no

máximo $R\$Pr.Ra$, onde Pr representa a taxa percentual da receita Ra obtida do modelo otimizado tipo A. As restrições (VII), (VIII) e (IX) garantem que o desvio do objetivo alcançado pelo modelo tipo B, não seja maior que $Pe.Da$, onde Pe representa a taxa percentual do valor alcançado pelo modelo tipo B otimizado.

O grupo de restrições (X) garante que o valor das variáveis consideradas que não tenham interesse permaneça com o mesmo valor obtido pelo modelo tipo B otimizado.

A tabela 3.7 apresenta os resultados obtidos após a aplicação do modelo tipo C.

TABELA 3.7 – RESULTADOS OBTIDOS PELA PRIMEIRA PROPOSTA PARA CADA OBJETIVO (MODELO TIPO C)

Parâmetros	Resultado obtido
Receita (R\$)	14.407,60
Distância média a estradas (km)	1,782868
Distância de espalhamento (km.ha)	372,2740
Número de variáveis	193
Número de restrições	257
Número de iterações	54.396
Tempo computacional (s)	3.315

O resultado para a colheita, por ano, é descrito na tabela 3.8:

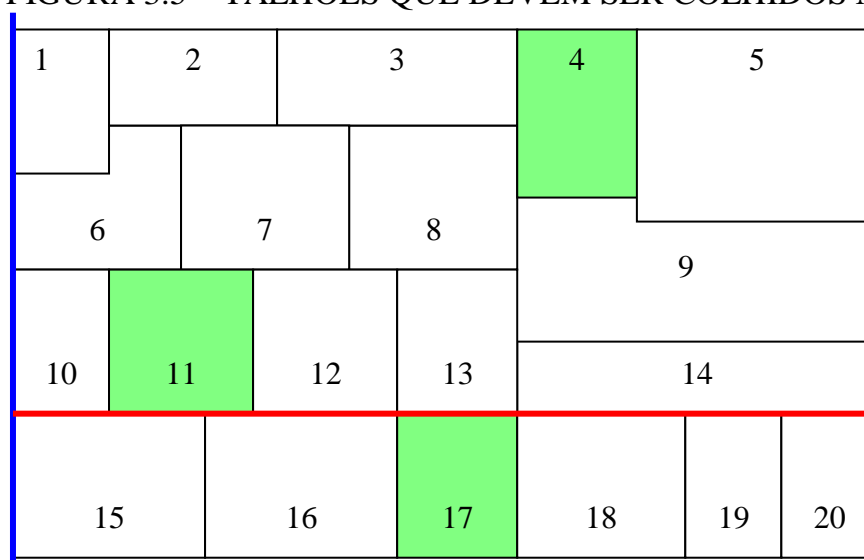
TABELA 3.8 – RESULTADOS PARA A PRIMEIRA PROPOSTA:
TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS EM CADA ANO

Ano	Talhões
1	6, 16
2	8, 18
3	5
4	4, 11, 17
5	19
6	14
7	9, 12, 20
8	2, 15
9	3, 10, 13
10	1, 7

As figuras a seguir identificam os talhões que devem ser colhidos nos anos 4 e 7. Anos, considerados dentro do intervalo de ação (até o ano 7), nos quais que é determinado para colheita simultânea considerável número de talhões. A figura 3.5 apresenta o cenário de colheita após ter sido otimizado o modelo final (modelo tipo C), para o ano 4.

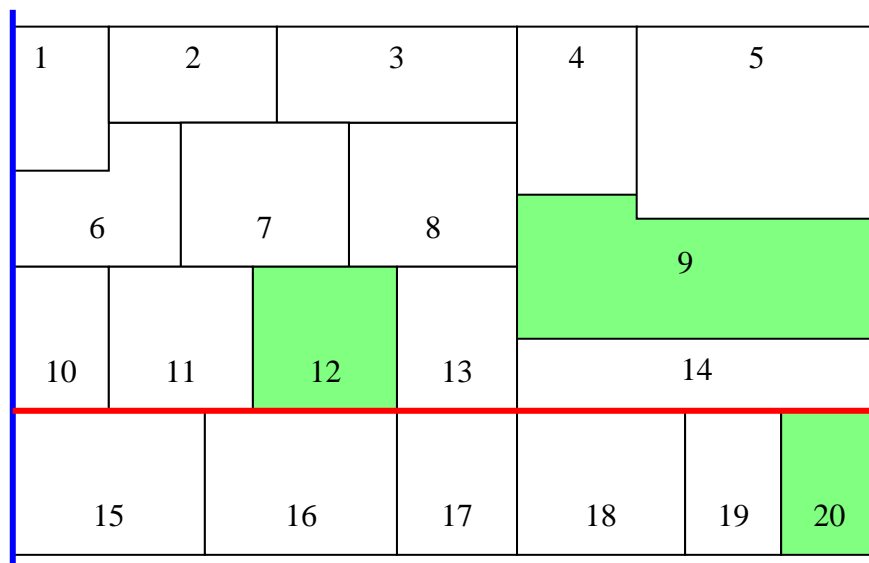
Considera-se que, pelo cenário mostrado na figura 3.5, no quarto ano de planejamento, a disposição dos talhões selecionados para colheita é considerada satisfatória, pela proximidade às estradas e entre si.

FIGURA 3.5 – TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS NO ANO 4.



Na figura 3.6, devido às restrições de adjacência, considera-se também satisfatória a proximidade dos talhões 9, 12 e 20. Além disso, a distância dos talhões 9 e 20 à estrada mais próxima pode ser considerada nula.

FIGURA 3.6 – TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS NO ANO 7



Na otimização do objetivo final (modelo tipo C: espalhamento de colheita), considerou-se $Pr = 20\%$ e $Pe = 10\%$, ou seja, permitiu-se que o valor ótimo encontrado pelo modelo tipo A fosse reduzido no máximo 20% e o valor ótimo alcançado pelo modelo tipo B em 10%. Em 3.315 (três mil e trezentos e quinze) segundos de processamento, obteve-se como valor ótimo para este modelo, o valor $z = 372,2740$ ha.km, com os seguintes talhões considerados de interesse: 9, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 18 e 20. Convém ressaltar, que os talhões de interesse, são talhões cuja colheita havia sido destinada a um ano dentro do intervalo de ação, ou que constituem um cenário de espalhamento de colheita relativamente grande para o ano que foram definidos para colheita, ou ainda, a Empresa os identifica para se buscar uma solução mais satisfatória. A partir deste resultado, para o modelo tipo C, pode-se efetuar algumas análises:

- Ao considerarem-se $Pr = 0$ e $Pe = 0$ o modelo torna-se inviável, ou seja, desta forma se nenhum desvio é permitido a favor do melhoramento do objetivo distância de transporte e do espalhamento de colheita, o modelo é infactível;
- Ao considerarem-se $Pr = 40\%$ (em consonância ao citado à pág. 1) e $Pe = 10\%$, e 12 variáveis com interesse, obtém-se o valor $z = R\$ 10805.70$ para a receita, $z = 1.782868$ km para a distância a estradas, e $z = 229.7497$ ha.km para a medida de dispersão, demandando um tempo computacional de 5.985 segundos. Uma redução de pelo menos 38% para a distância de espalhamento, com relação à simulação anterior.

A formulação dos problemas (tipo A, tipo B e tipo C) juntamente com as soluções com o uso do software Lingo são apresentados no anexo I.

Nos demais testes realizados foram considerados 50 talhões e 10 anos de planejamento. A configuração dos talhões, a configuração de estradas e a solução de cada um encontram-se no anexo II.

A síntese, comparações e análise dos resultados encontram-se no capítulo IV.

3.9. Formulação Multiobjetivo

Uma das maneiras de se resolver problemas que envolvem diversos objetivos é com a utilização da programação linear, onde um dos objetivos é otimizado de cada vez e os demais são considerados como restrições. No presente problema, tem-se pelo menos três principais objetivos: maximizar a receita provinda da colheita de madeira; minimizar a distância média de transporte florestal; minimizar a dispersão (espalhamento) de colheita ponderada pelo volume. Inicialmente, foi otimizado cada objetivo individualmente e em seguida foram considerados todos os objetivos com suas respectivas metas a serem alcançadas.

Nesta proposta, apresenta-se o modelo multiobjetivo programação por metas, onde primeiramente cada objetivo é otimizado individualmente e num segundo momento é formulado um modelo para que todas as metas sejam atingidas minimizando a soma dos desvios, levando em consideração a prioridade de cada objetivo por meio da inserção de pesos cardinais. Os pesos cardinais identificam a importância de cada meta a ser atingida.

A seguir, descreve-se cada item considerado na formulação de cada modelo da metodologia multiobjetivo:

3.10. Otimização da Função Receita

Identicamente apresentado no modelo anterior: “modelo tipo A”.

$$Max = \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} \quad (3.47)$$

s. a.

$$(I) \sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, Nt \quad (3.48)$$

$$(II) \sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, Np; \quad p = 1, 2, 3. \quad (3.49)$$

$$(III) \sum_{\substack{t=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{t=1}^{Nt} (a_{it} (1 - x_{it})), \quad i = 1, 2, 3, \dots, Nt; \quad j = 1, 2, 3, \dots, Np; \quad (3.50)$$

onde x_{ij} são variáveis de decisão: 1, caso o talhão i é colhido no ano j ; 0, caso contrário; r_{ij} é a receita obtida da colheita (dos três produtos) do talhão i no ano j ; p é o índice que representa os três produtos; v_{ijp} é o volume total do produto p , do talhão i no ano j ; D_{jp} é a demanda requerida do produto p no ano j ; a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ; Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos; a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ;

3.11. Otimização da Função Distância Média de Transporte

Identicamente apresentado anteriormente, “modelo tipo B”, com exceção da herança de resultados pela aplicação do modelo tipo A, ou seja, nesta formulação não são considerados os resultados obtidos com o uso do modelo da receita.

$$\text{Min } \frac{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} d_{ij} x_{ij} v_{ijp}}{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} x_{ij} v_{ijp}} \quad (3.51)$$

s. a.

$$\text{(I) } \sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, Nt \quad (3.52)$$

$$\text{(II) } \sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, Np; \quad p = 1, 2, 3. \quad (3.53)$$

$$\text{(III) } \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{i=1}^{Nt} (a_{it} (1 - x_{ij})), \quad i = 1, 2, 3, \dots, Nt; \quad j = 1, 2, 3, \dots, Np; \quad (3.54)$$

onde x_{ij} são variáveis de decisão: 1, caso o talhão i é colhido no ano j ; 0, caso contrário; a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ; D_{jp} é a demanda do produto p no ano j ; v_{ijp} é o volume de madeira do produto p no ano j do talhão i ; d_{ij} é a distância do talhão i à estrada mais próxima no ano j ; Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos; Nk é o número total de produtos florestais considerados.

3.12. Otimização da Dispersão de Colheita

Identicamente apresentado anteriormente, “modelo tipo C”, com exceção da herança de resultados. Salienta-se que o presente modelo é formulado de maneira não linear, pois, apresentou desempenho computacional relativamente viável com o uso do software Lingo (descrito no anexo I).

$$\text{Min} \frac{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} de_{i_1 i_2} \cdot x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot v_{i_1, j, p} \cdot v_{i_2, j, p}}{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot (v_{i_1, j, p} + v_{i_2, j, p})} \quad (3.55)$$

s. a.

$$(I) \sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, Nt \quad (3.56)$$

$$(II) \sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, Np; \quad p = 1, 2, 3. \quad (3.57)$$

$$(III) \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{i=1}^{Nt} (a_{it} (1 - x_{ij})), \quad i = 1, 2, 3, \dots, Nt; \quad j = 1, 2, 3, \dots, Np; \quad (3.58)$$

onde $de_{i_1 i_2}$ é a distância do talhão i_1 ao talhão i_2 no ano j (constante); x_{ij} são as variáveis de decisão: 1, caso o talhão i seja colhido no ano j - 0, caso contrário; v_{ijp} é o volume de madeira do produto p , no ano j , do talhão i . Nk é o número total de produtos florestais considerados. Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos do horizonte de planejamento.

A partir dos modelos otimizados individualmente, pode-se elaborar a formulação multiobjetivo como a seguir.

3.13. Formulação Multiobjetivo

A metodologia programação por metas é aplicada aos mesmos problemas citados anteriormente. Cada item desta formulação é descrito como segue:

3.13.1. Função Objetivo

$$\text{Min} \quad w_{rec-} \cdot d_{rec-} + w_{estr+} \cdot d_{estr+} + w_{disp+} \cdot d_{disp+} \quad (3.59)$$

onde w_{rec-} é o peso referente ao desvio aquém da meta receita; w_{estr+} é o peso referente ao desvio além da meta dispersão de colheita; w_{disp+} é o peso referente ao

desvio além da meta distância a estradas; d_{rec-} é o desvio que identifica o quanto a meta “receita” não foi atingida; d_{estr+} é o desvio que identifica o quanto a meta “distância média de transporte” não foi atingida; d_{disp+} é o desvio que identifica o quanto a meta “dispersão de colheita” não foi atingida.

Os pesos são escolhidos de maneira a atender satisfatoriamente a prioridade da empresa para cada meta estabelecida.

Caso algum desvio resulte em zero, significa que a respectiva meta foi exatamente atingida, o que dependendo dos dados e das metas estabelecidas, é praticamente impossível devido à incompatibilidade entre os objetivos.

3.13.2. Restrições

As restrições de corte, de adjacência e de demanda pelos produtos laminação, serraria e processo (3 produtos considerados) são consideradas as mesmas dos modelos anteriores. A diferença é que neste modelo são acrescentadas as restrições meta como segue:

3.13.2.1. Restrição da Meta Receita

$$\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} + d_{rec-} - d_{rec+} = M \text{ Receita} \quad (3.60)$$

onde d_{rec-} é o desvio que indica o quanto a meta não foi atingida; d_{rec+} é o desvio que indica o quanto a meta foi ultrapassada; $M \text{ Receita}$ é a meta receita a ser atingida;

Neste modelo, a variável a ser otimizada (incorporada na função objetivo) é o desvio d_{rec-} .

A variável $M \text{ Receita}$ recebe o valor atingido pela aplicação do modelo da receita otimizado.

3.13.2.2. Restrição da Meta Distância Média de Transporte

$$\frac{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} d_{ij} \cdot x_{ij} \cdot v_{ijp}}{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} x_{ij} \cdot v_{ijp}} + d_{estr-} - d_{estr+} = Mdist \quad (3.61)$$

onde d_{estr+} é o desvio que indica o quanto a meta foi ultrapassada; d_{estr-} é o desvio que indica o quanto a meta não foi atingida; $Mdist$ é a meta distância média de transporte;

Neste modelo, a variável a ser otimizada (incorporada na função objetivo) é o desvio d_{estr+} .

A variável $Mdist$ recebe o valor obtido pelo modelo da distância a estradas otimizado.

3.13.2.3. Restrição da Meta Dispersão de Colheita

$$\frac{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} de_{i_1 i_2} \cdot x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot v_{i_1, j, p} \cdot v_{i_2, j, p}}{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot (v_{i_1, j, p} + v_{i_2, j, p})} + d_{disp-} - d_{disp+} = Mde \quad (3.62)$$

onde d_{disp-} é o desvio que indica o quanto a meta não foi atingida; d_{disp+} é o desvio que indica o quanto a meta foi ultrapassada; Mde é a meta distância média de espalhamento;

Neste modelo, a variável a ser otimizada (incorporada na função objetivo) é o desvio d_{disp+} .

A variável Mde recebe o valor alcançado pelo modelo otimizado do espalhamento de colheita.

3.14. Estudo de Caso para a Metodologia Multiobjetivo

A formulação foi aplicada para os mesmos cenários considerados na primeira proposta: 20 talhões, horizonte de planejamento de 10 anos, com o objetivo principal de minimizar a distância média de transporte e a distância de espalhamento de colheita, com a máxima receita possível obtida, satisfazendo restrições de corte, restrições de adjacência e restrições de demanda pelos produtos laminação, serraria e processo (três produtos considerados). Os dados também foram considerados os mesmos. A meta receita identifica o melhor valor financeiro que a empresa pode alcançar (sem a consideração das demais metas) na colheita de madeira; a meta distância de transporte diz respeito ao valor mínimo do somatório da distância de cada talhão (que será colhido naquele ano) à estrada mais próxima, ponderando-se pelo volume; finalmente a meta espalhamento de colheita, também ponderada pelo volume, indica a mínima proximidade entre os talhões que serão colhidos no mesmo ano.

Para a meta distância de transporte foram considerados os dados da matriz $A_{ij} = Dist_{ij}$, onde o elemento a_{ij} significa a distância do talhão i , no ano j , à estrada mais próxima. As distâncias consideradas são as mesmas da primeira proposta, modelo tipo B, as quais foram calculadas (com aproximação satisfatória) com base na figura esquemática (anexo II), em quilômetros.

Para a meta espalhamento de colheita, foram considerados os dados da matriz $B_{ij} = Dist_Entre_Ta_{ij}$, conforme a matriz considerada na primeira proposta (modelo tipo C).

A formulação da metodologia multiobjetivo é apresentada no anexo I e os resultados no anexo II.

Pode-se efetuar a síntese do modelo multiobjetivo como segue:

$$\text{Min } w_{rec-} \cdot d_{rec-} + w_{estr+} \cdot d_{estr+} + w_{disp+} \cdot d_{disp+} \quad (3.63)$$

s. a.

$$(I) \sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} r_{ij} x_{ij} + d_{rec-} - d_{rec+} = M \text{ Receita} \quad (3.64)$$

$$(II) \frac{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} d_{ij} x_{ij} v_{ijp}}{\sum_{i=1}^{Nt} \sum_{j=1}^{Np} \sum_{p=1}^{Nk} x_{ij} v_{ijp}} + d_{estr-} - d_{estr+} = Mdist \quad (3.65)$$

$$(III) \frac{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} de_{i_1 i_2} \cdot x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot v_{i_1, j, p} \cdot v_{i_2, j, p}}{\sum_{j=1}^{Np} \sum_{i_1=1}^{Nt} \sum_{\substack{i_2=1 \\ i_2 \neq i_1}}^{Nt} \sum_{p=1}^{Nk} x_{i_1 j} \cdot x_{i_2 j} \cdot (v_{i_1, j, p} + v_{i_2, j, p})} + d_{disp-} - d_{disp+} = Mde \quad (3.66)$$

$$(IV) \sum_{j=1}^{Np} x_{ij} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, Nt \quad (3.67)$$

$$(V) \sum_{i=1}^{Nt} x_{ij} v_{ijp} \geq D_{jp}, \quad \text{para todo } j = 1, 2, \dots, Np; \quad p = 1, 2, 3. \quad (3.68)$$

$$(VI) \sum_{\substack{t=1 \\ j \neq i}}^{Nt} a_{it} x_{ij} \leq \sum_{t=1}^{Nt} (a_{it} (1 - x_{ij})), \quad i = 1, 2, 3, \dots, Nt; \quad j = 1, 2, 3, \dots, Np; \quad (3.69)$$

onde a_{it} identifica se o talhão i é vizinho do talhão t , ou identifica se o talhão i é distante do talhão t ; Nt é o número total de talhões; Np é o número total de anos; D_{jp} é a demanda do produto j no ano p ; d_{ij} é a distância do talhão i à estrada mais próxima no ano j ; d_{rec+} é o desvio que indica o quanto a meta receita foi ultrapassada; w_{rec-} é o peso referente ao desvio aquém da meta receita; $MReceita$: meta receita a ser atingida; d_{disp+} é o desvio que indica o quanto a meta distância de dispersão de colheita foi ultrapassada; w_{disp+} é o peso referente ao desvio além da meta distância de dispersão de colheita; Mde é a meta distância média de espalhamento (dispersão de colheita); d_{estr+} é o desvio que indica o quanto a meta distância a estradas foi ultrapassada; w_{estr+} é o peso referente ao desvio além da meta distância a estradas; $Mdist$ é a meta distância média de transporte; r_{ij} é a receita obtida da colheita (dos três produtos) do talhão i no ano j ; x_{ij} são variáveis de decisão: 1 caso o talhão i é colhido

no ano j ; 0 caso contrário; Nk é o número total de produtos florestais considerados; $de_{i_1 i_2}$ é a distância do talhão i_1 ao talhão i_2 no ano j (constante).

A primeira restrição (I) se refere à meta receita. Esta é flexibilizada pelo uso dos desvios d_{rec-} e d_{rec+} .

A restrição (II) se refere à meta distância média a estradas. Esta é flexibilizada pelo uso dos desvios d_{estr-} e d_{estr+} .

A restrição (III) se refere à meta distância de espalhamento ponderada, que por sua vez é flexibilizada pelo uso dos desvios d_{esp-} e d_{esp+} .

Identicamente aos modelos da primeira proposta, o grupo de restrições (IV) assegura que cada talhão seja colhido no máximo uma única vez durante o horizonte de planejamento. As restrições do grupo (V) asseguram que a demanda por cada produto florestal será atendida em cada ano do horizonte de planejamento e finalmente, o grupo (VI) se refere a restrições de adjacência que tem por objetivo impedir que talhões muito próximos sejam selecionados para colheita num mesmo ano de planejamento.

A seguir são apresentados, por meio de tabelas, os resultados obtidos a partir dos testes realizados. Na tabela 3.9, apresenta-se os resultados obtidos por cada função objetivo otimizada individualmente.

TABELA 3.9 – RESULTADOS OBTIDOS PARA CADA FUNÇÃO OBJETIVO OTIMIZADA INDIVIDUALMENTE - FORMULAÇÃO PROGRAMAÇÃO POR METAS

Modelo	Resultado obtido	Número de variáveis	Número de restrições	Número de iterações	Tempo computacional (s)
Receita (R\$)	18009,50	400	251	1892	1
Distância a estradas (km)	0,08187023	200	251	242	2
Distância de espalhamento (ha.km)	56,32119	4200	251	2.704	246

Como já mencionado, o modelo utilizado para minimizar a distância de espalhamento é um modelo não linear, pois o processamento deste levou um tempo computacional relativamente aceitável com o uso do software Lingo.

Após simulações realizadas, usando-se os pesos (1; 100; 1) para as metas receita, distância a estradas e dispersão, respectivamente, com aproximadamente 2.665 segundos de tempo de processamento, pela formulação multiobjetivo que minimiza o somatório dos desvios ponderados, obteve-se a solução ótima. Os resultados obtidos por esta formulação, juntamente com os obtidos pela primeira proposta, são mostrados na tabela 3.10.

TABELA 3.10 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELA PRIMEIRA FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO E O MODELO TIPO C

Parâmetros	Formulação Multiobjetivo programação por metas	Primeira proposta (Modelo tipo C)
Receita (R\$)	18.009,50	14407,60
Distância a estradas (km)	3,16	1,782868
Distância de espalhamento (ha.km)	355,02	372,2740
Número de variáveis	208	193
Número de restrições	257	257
Número de iterações	14.799	54.396
Tempo computacional (s)	2.665	3.315

Na tabela acima, efetuando-se uma comparação entre as duas propostas, observa-se que pela formulação programação por metas obteve-se melhores resultados, com exceção do número de variáveis e da distância média a estradas. Destaca-se, dentre os itens de maior disparidade, a dizer, o número de iterações: 14.799 para a programação por metas e 54.396 para o modelo tipo C; o tempo computacional, 2.665 contra 3.315 segundos do modelo tipo C, devido justamente à escolha de um número menor de talhões para colheita com a aplicação da formulação multiobjetivo. Nos testes realizados, percebeu-se que, com pequenas variações nos coeficientes dos desvios da função objetivo da formulação multiobjetivo, tem-se uma considerável alteração no resultado final, principalmente no que se refere ao tempo computacional, e conforme a escolha leva-se a infactibilidade. Verifica-se com isso, a dificuldade na perfeita determinação dos melhores pesos a serem utilizados que atendam satisfatoriamente os objetivos da empresa no período de tempo considerado.

A tabela 3.11 identifica os talhões que devem ser colhidos em cada ano.

TABELA 3.11 – RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DA FORMULAÇÃO PROGRAMADA POR METAS: TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS EM CADA ANO

Ano	Talhão
1	6, 17
2	8
3	4
4	5
5	19
6	12
7	14
8	3, 15
9	2, 11
10	1, 7, 9, 10, 16, 18, 10

Observa-se na tabela acima, que os talhões 9, 16, 18, 20 foram alocados para colheita no ano em que a estrada mais próxima (ES1) encontra-se intransitável. Como já mencionado, pela determinação dos pesos, em muitos casos, torna-se difícil de assegurar um cenário favorável para a colheita. Destaca-se que embora se tenha, comparativamente à proposta do modelo tipo C, obtido valores melhores para a maioria dos parâmetros, não se tem um cenário de colheita tão viável no décimo ano de planejamento.

Para identificação dos pesos a serem utilizados, foram efetuados testes experimentais com o objetivo de obter uma receita de colheita próxima à obtida na primeira proposta, a fim de se comparar as metodologias apresentadas. Os pesos, juntamente com os desvios obtidos após a implementação, são mostrados na tabela 3.12.

TABELA 3.12 – RESULTADOS OBTIDOS COM A PRIMEIRA FORMULAÇÃO PROGRAMAÇÃO POR METAS (CENÁRIO DE 20 TALHÕES): CONSIDERAÇÕES E DESVIOS OBTIDOS

	Pesos utilizados	Desvios obtidos para cada meta
Receita	1	0
Distância a estradas	100	3.075363
Medida de dispersão	1	355.0248

Foram efetuados outros experimentos com pesos de valores diferenciados, priorizando os maiores objetivos da empresa.

No presente modelo, o coeficiente de cada desvio é dividido por sua respectiva meta, tornando-o adimensional. Como a meta “espalhamento de colheita” tem valor nulo, considerou-se o coeficiente 0,01 (um centésimo) na função objetivo, para o desvio referente à referida meta.

Os resultados são mostrados na tabela 3.13, onde se observa que a implantação deste resultado é viável para a empresa, desde que se requeira um número mínimo de talhões para colheita em cada ano.

TABELA 3.13 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS OBTIDOS PELA SEGUNDA FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO E O MODELO TIPO C

Parâmetros	Método Multiobjetivo programação por metas	Primeira proposta (Modelo tipo C)
Receita (R\$)	9050,00	14407,60
Distância a estradas (km)	2,296	1,782868
Distância de espalhamento (ha.km)	0	372,2740
Número de variáveis	208	193
Número de restrições	257	257
Número de iterações	414	54.396
Tempo computacional (s)	45	3.315

Na tabela acima, efetuando-se uma comparação entre as duas formulações, observa-se que por esta formulação multiobjetivo obtiveram-se melhores resultados em quase todos os itens analisados, com exceção da receita obtida, da distância média a estradas e do número de variáveis. Um dos itens de maior disparidade é a distância de espalhamento: 0 (zero) para a programação por metas e 372,27 para o modelo tipo C. Contudo, esta considerável diferença, deve-se ao fato de que o modelo otimizado “distância de espalhamento”, da formulação programação por metas, definiu para colheita um número mínimo de talhões para colheita, ou seja, em média 1 (um) para cada ano do horizonte de planejamento, sendo excluídos 8 (oito) talhões da solução. Ora, é certo que com um número reduzido de talhões se terá menores valores principalmente para os parâmetros espalhamento de colheita, número de iterações e tempo computacional. Em determinados cenários econômicos do país, embora atenda a demanda momentânea, esta pode não ser a melhor opção, devido a uma crescente demanda, ou mesmo, o reaproveitamento do traçado de estradas consideradas temporárias, para colheita de todos os talhões possíveis, enquanto as mesmas ainda são transitáveis.

TABELA 3.14 – RESULTADOS OBTIDOS PELA SEGUNDA FORMULAÇÃO MULTIOBJETIVO: TALHÕES QUE DEVEM SER COLHIDOS EM CADA ANO

Ano	Talhão
1	2
2	12, 17
3	14, 19
4	9
5	20
6	11
7	13
8	10
9	1
10	7

No resultado apresentado pela tabela acima, embora próximos entre si, foi permitida a colheita simultânea dos talhões 14 e 19 na matriz de vizinhos, levando em conta que não proporcionará agressão considerável ao meio ambiente.

Os pesos, juntamente com os desvios obtidos após a implementação, são mostrados na tabela 3.15.

TABELA 3.15 – RESULTADOS OBTIDOS COM A SEGUNDA FORMULAÇÃO PROGRAMAÇÃO POR METAS (CENÁRIO DE 20 TALHÕES): CONSIDERAÇÕES E DESVIOS OBTIDOS

	Pesos utilizados	Desvios obtidos
Receita	$1*(1/18009,5)$	8959,500
Distância a estradas	$100*(1/0.08187023)$	2,214145
Distância de espalhamento	$10*(1/0.01)$	39,89860

4. SÍNTESE E ANÁLISE DOS RESULTADOS DAS FORMULAÇÕES PROPOSTAS

Os melhores resultados para o cenário de 20 talhões, 10 anos de planejamento (em anos), restrições de corte, de adjacência e restrições de demanda para as formulações apresentadas são dadas na tabela 4.1.

TABELA 4.1 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS ALCANÇADOS COM A FORMULAÇÃO PROPOSTA (MODELO TIPO C) E A PROGRAMAÇÃO MULTIOBJETIVO – CENÁRIO DE 20 TALHÕES

Parâmetros	Programação por metas	Primeira proposta (modelo tipo C)
Receita (R\$)	8.237,00	14.407,60
Distância média a estradas (km)	1,28	1,78
Distância de espalhamento (ha.km)	28,17	372,27
Número de variáveis	207	193
Número de restrições	257	257
Número de iterações	916	54.396
Tempo computacional (s)	206	3.315

No cenário de 20 talhões, observa-se que, no último modelo aplicado de cada formulação (programação por metas e modelo tipo C), a metodologia programação por metas, na maioria dos itens analisados, obteve resultados melhores do que a primeira proposta (modelos tipo A, B, C). Isto se justifica, principalmente, porque a partir de diversas simulações, a formulação multiobjetivo definiu para colheita o menor número possível de talhões, proporcionando, conseqüentemente, a menor dispersão e menor distância média a estradas, requerendo menor numero de iterações e menor tempo computacional. Contudo, em se tratando de um cenário no qual há perspectiva de crescimento de demanda, ou seja, em sendo necessário colher mais talhões do que o previsto, contribuindo também para a receita obtida no corte de madeira e o aproveitamento do traçado das estradas, enquanto transitáveis, é melhor utilizar a

proposta apresentada nos modelos tipo A, B e C. Além disso, como já referido, na formulação multiobjetivo não se tem um bom controle dos resultados, uma vez que a escolha dos pesos é arbitrária, mesmo que se estabelecendo graus de importância.

As metodologias propostas também foram aplicadas para um cenário de 50 talhões. Neste caso, a fim de se diminuir o tempo computacional, houve a necessidade de se utilizar a formulação multiobjetivo modificada, isto é, com a junção das formulações tipo B e C no que se refere ao uso das variáveis sem interesse. Os resultados são mostrados na tabela 4.2.

TABELA 4.2 – RESULTADOS OBTIDOS COM AS FORMULAÇÕES PARA 50 TALHÕES E HORIZONTE DE PLANEJAMENTO DE 10 ANOS

Parâmetros	Programação por metas	Primeira proposta (modelo tipo C)
Receita (R\$)	44.903,50	44.288,83
Distância média a estradas (km)	6,19	8,05
Distância de espalhamento (ha.km)	545,7982	488,1410
Número de variáveis	467	464
Número de restrições	587	586
Número de iterações	31	11.571
Tempo computacional (s)	112	6.029

Observa-se, na tabela acima, que a receita obtida pelo modelo tipo C é exatamente 15% (quinze por cento) do valor ótimo tido como referência do modelo de receita (modelo tipo A), satisfazendo assim, a flexibilidade dada pela empresa. Com relação a distância média de transporte, como o valor da meta incorporada ao modelo tipo C, a dizer, 7,32 km, já era superior ao resultado obtido na formulação multiobjetivo, 6,19 km, e considerando a flexibilidade de 10% (dez por cento) dada, já era esperado um valor maior que 7,32 km, e conseqüentemente superior a 6,19 km, a dizer, o valor de 8,05 km. Para a distância de espalhamento, considerando as flexibilidades já mencionadas dadas pela empresa, obteve-se um valor melhor comparativamente ao obtido pela formulação multiobjetivo, ou seja, 545,7982 ha.km, contra 488,1410 ha.km do modelo tipo C. O elevado tempo computacional do modelo tipo C está intimamente relacionado às restrições incorporadas dos modelos otimizados tipo A e B, as quais limitam o uso dos recursos a intervalos pré-fixados.

4.1.1. Considerações Relevantes para Cada Formulação - Síntese

A seguir são efetuadas as principais considerações para a aplicação de cada metodologia ao problema:

4.1.1.1. Considerações para o Cenário de 20 Talhões

Modelos tipo A, B e C:

- No modelo final (que otimiza a dispersão de colheita) considerou-se o desvio de 20% (vinte por cento) da receita obtida pelo modelo anterior e o desvio de 10% do resultado obtido no modelo da distância média de transporte.
- Na definição das variáveis sem interesse, nos casos em que se almejava “beneficiar” mais a solução obtida através do modelo de distância média (tipo B), usou-se algumas das variáveis deste na aplicação do modelo tipo C, fixando-as nos valores já obtidos.
- Embora possível a linearização da restrição não linear referente à distância média de transporte, adotou-se por não efetuá-la a fim de se verificar a viabilidade computacional com o uso do software Lingo. Além do mais, não se encontrou uma maneira adequada de linearização da restrição referente à dispersão (espalhamento) de colheita.

Modelo multiobjetivo

- Considerou-se a meta distância média de transporte como mais relevante, por este motivo, atribuiu-se o peso 1 (um) para a meta receita, 100 (cem) para a meta distância média e 1 (um) para a meta espalhamento de colheita;

Devido à quantidade de variáveis, adotou-se na primeira proposta (modelos tipo A, B e C) a herança do valor de algumas variáveis do modelo tipo A para serem utilizadas no modelo tipo B e C, para que se tornasse viável o tratamento computacional.

Na formulação multiobjetivo, de maneira geral, primeiramente se trabalhou com modelos com as mesmas restrições, porém, objetivos diferentes, não se tendo,

portanto um aumento considerável de variáveis ou restrições em cada modelo. Num segundo e último momento, elaborou-se o modelo programação por metas com restrições meta flexibilizadas por meio de variáveis de desvio, minimizando-se a soma do produto dos pesos pelos respectivos desvios.

4.1.1.2. Considerações para o Cenário de 50 Talhões

Considerações Gerais

- A matriz de distância entre talhões foi preenchida com auxílio do software Matlab;
- Comparativamente ao tratamento com 20 (vinte) talhões, a demanda foi considerada duplicada;
- Para a validação da função de espalhamento de colheita (não linear), foram efetuados diversos testes a fim de se beneficiar as escolhas satisfatórias de talhões para colheita, confirmando-se seu uso;
- Houve a necessidade de se considerar em torno de 75% (setenta e cinco por cento) de variáveis de não interesse a fim de diminuir o tempo computacional.

Modelos tipo A, B e C:

- No modelo final (que otimiza a dispersão de colheita), considerou-se o desvio de 15% da receita obtida pelo modelo anterior para a restrição receita e o desvio de 10% do resultado obtido no modelo da distância média de transporte.

Modelo multiobjetivo

- Na função objetivo atribuiu-se o peso 1 para a meta receita, 100 para a meta distância média de transporte e 1 para a meta espalhamento de colheita;
- Considerou-se também a utilização da metodologia apresentada na primeira proposta (exclusão das variáveis sem interesse), a fim de diminuir o tempo computacional.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1. Conclusões

No cenário de 20 talhões, não se tendo uma perspectiva crescente de demandada ao longo do horizonte de planejamento, a metodologia multiobjetivo mostrou-se mais eficiente na obtenção da maioria das metas, com esforço computacional relativamente aceitável. Contudo, em boa parte dos casos analisados, mesmo tendo-se os melhores valores alcançados para cada meta, não se obteve uma solução satisfatória na máxima utilização das estradas, enquanto transitáveis. Com o uso da formulação do modelo tipo C, embora mais dispendioso computacionalmente devido ao acréscimo de restrições com porcentagem de folga máxima definida e valores não tão ótimos, comparativamente à multiobjetivo, apresentou cenário mais favorável de colheita, dada sua adequação às necessidades da empresa, como evidenciado pelas figuras 3.5 e 3.6.

No cenário de 50 talhões, com o uso da formulação programação multiobjetivo obteve-se melhores resultados para a maioria das metas, com esforço computacional reduzido e adequação as necessidades da Empresa. Contudo, houve a necessidade de se utilizá-la composta pela junção da primeira proposta (identificação das variáveis sem interesse), a fim de se obter a redução no esforço computacional. Além disso, na formulação multiobjetivo verificaram-se dificuldades na determinação dos melhores pesos para a função objetivo em todas as formulações analisadas, pois para determinados pesos, a solução torna-se infactível ou mesmo inacessível com tempo computacional aceitável (inferior a 14.400 segundos).

Portanto, a utilização da primeira proposta (modelos tipo A, B e C), mostra-se eficaz para problemas relativamente pequenos (em torno de 20 talhões) onde se possui a informação do quanto se quer flexibilizar um objetivo em troca de otimizar outro. Por outro lado, para aplicação da segunda proposta ao problema de 50 talhões, fez-se necessário sua junção com a proposta dos modelos tipo B e C, ou seja, definição das variáveis sem interesse no modelo de dispersão e no modelo final programação por metas.

Para um número maior de talhões do que nos casos analisados, sugere-se que se execute a otimização por blocos de talhões, efetuando-se inicialmente os agrupamentos conforme o número de equipes de trabalho.

Observou-se também, que uso das restrições de adjacência mostrou-se eficiente em todas as simulações realizadas.

Há que se ressaltar, que uma das grandes dificuldades no desenvolvimento deste trabalho foi a de identificar os métodos e formulações adequadas de forma a atender aos objetivos apresentados. Inicialmente foram realizados testes para um problema 2.000 vezes maior, a dizer, 100.000 (cem mil) talhões, com o uso do software Visual Basic 6, no entanto, devido a complexidade no uso simultâneo de diversas heurísticas (como os algoritmos genéticos, e clusterizações), e às aferições de parâmetros, e em não se obtendo solução em tempo satisfatório, optou-se por utilizar um tratamento de um problema significativamente menor, com o uso das metodologias já exploradas pela literatura, fazendo-se os aperfeiçoamentos propostos, e implementadas com o uso do software Lingo. Constatou-se então, até o presente, o baixo rendimento computacional no uso de métodos como o *Branch and Bound*.

5.2. Recomendações

- Em problemas grandes, estabelecer heurísticas para definir um número significativo de variáveis sem interesse, a fim de reduzir o esforço computacional; e reciprocamente, nos casos em que o problema requeira pouco esforço computacional, recomenda-se que se utilize um número maior de variáveis com interesse a fim de obter soluções mais satisfatórias;
- Estabelecer heurísticas de agrupamentos a fim de se definir o “centro de operações” de cada equipe de corte;
- Considerar variáveis que representem a volatilidade do cenário econômico mundial, aplicando as formulações, ao menos, no início de cada ano;
- Recomendações para aplicação da metodologia *programação por metas*

- Para a escolha dos pesos é importante que se façam simulações para atribuição dos mesmos, a fim de obter resultados mais satisfatórios, ou seja, que atendam as necessidades da empresa florestal;
- De acordo com a complexidade do cenário florestal, recomenda-se que aumente significativamente o peso da meta que minimiza o espalhamento de colheita a fim de obter grupos de talhões próximos para colheita. Se o grupo encontrado não definir uma distância média satisfatória à estrada mais próxima, pode-se planejar a abertura de novas estradas para o referido ano.

Para os testes realizados com 50 talhões, em alguns casos obteve-se considerável demanda do esforço computacional, principalmente na solução do modelo não linear. Isto porque neste caso, trabalha-se também com variáveis inteiras binárias. Recomenda-se que para problemas de número elevado de variáveis, ao se utilizar as propostas apresentadas, que se busquem métodos para transformar o problema de variáveis inteiras binárias ou não lineares, em variáveis apenas lineares, a fim de diminuir o esforço computacional. Além disso, a junção das duas propostas também se mostrou relativamente eficaz, pois atende de maneira satisfatória as necessidades da empresa de acordo com a ordem de prioridade de cada objetivo.

5.3.Sugestões para Trabalhos Futuros

- Considerar vários regimes de manejo para cada talhão;
- Considerar um número maior de talhões para aplicação da metodologia apresentada;
- Estabelecer heurísticas de refinamento de solução a fim de identificar mais precisamente as variáveis sem interesse;
- Testar outros softwares para resolução de problemas de otimização não lineares;

- Desenvolver técnicas puramente heurísticas buscando reduzir o esforço computacional;
- Trabalhar com técnicas de linearização das funções não lineares;
- Considerar métodos e variados tipos de veículos para o transporte em função da espécie de madeira a ser transportada e condição das estradas;
- Considerar a topografia diferenciada de talhões e de estradas no custo final de colheita;
- Prever situações climáticas para o transporte da madeira;
- Considerar variáveis biológicas, a fim de se determinar qual a melhor forma de se efetuar o plantio, limpeza e proteção de cada talhão;
- Quantificar o consumo de combustíveis, lubrificantes, peças, pneus, mão-de-obra para a manutenção dos veículos etc., efetuando-se uma análise desses custos considerando-os na função receita;
- Otimizar a rede de estradas secundárias em função das distâncias ideais de transporte para a Empresa e da topografia das áreas florestais.

REFERÊNCIAS

- ALONSO, L.R.L. **O problema da consideração de restrições de adjacência em um planejamento florestal**. Curitiba, 2003. Dissertação de Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia. Universidade Federal do Paraná – UFPR.
- ARCE, J. E. **Um sistema de programação do transporte principal de multiprodutos florestais visando a minimização de custos**. Curitiba, 1997. Dissertação de Mestrado em Ciências Florestais. Universidade Federal do Paraná – UFPR.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7501**: transporte terrestre de produtos perigosos – Terminologia. Rio de Janeiro, 2003.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023**: informação e documentação: referências - elaboração. Rio de Janeiro, 2000.
- BALLONI, E. A. **Conjuntura florestal: situação atual e tendência dos reflorestamentos no Brasil**. In 1º painel sobre ciência e conjuntura floresta na pós-graduação, 1997.
- BARROS, O.; WEINTRAUB, A. **Planning for a vertically integrated forest industry**: Operations Research, 30(6), 1982.
- BERGER, R.; CARNIERI, C. et al. **Minimização de custos de transporte florestal com a utilização da programação linear**. Revista Floresta, Curitiba, v. 33, n. 1, p. 53-62. Universidade Federal do Paraná – UFPR, 2003.
- BLAZEWICZ J. et al. **Scheduling Computer and Manufacturing Process**. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- BRANDT, S. A. **Análise dos sistemas de transporte de carvão vegetal**. Viçosa: SIF, p. 77. 1984.
- BUONGIORNO, J.; GILLESS, J. K. **Forest management and economics**, Macmillan Publishing Company. New York, 1987.
- CARNIERI, C. **Planejamento florestal otimizado via redes de manejo**. Campinas, 1989. Tese de doutorado. UNICAMP.
- CHAMPION PAPEL E CELULOSE S/A. **Encontro sobre abastecimento de madeira**. Mogi-Guaçu, 1983. v. 1. (não publicado).

DADALTO, G. G.; CARMO FILHO, O. G.; CASTRO, L. L. F. **Captação de águas pluviais das estradas vicinais**. Vitória – ES: EMCAPA, 1990. 22 p. (EMCAPA – Documentos, 63).

DANTZIG, G. B. **Linear programming and extensions**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1963.

FIELD, D. **Goal programming for forest management**. Forest Science, v. 19, n.2, 1973.

GARCIA, A. R. et al. **Volume de enxurrada e perda de solo em estradas florestais em condições de chuva natural**. Revista Árvore. Viçosa – MG. vol. 27, nº 4. 2003.

ISARD, W. **Introduction to Regional Science**. Lansing. Michigan States, 1975.

JÚNIOR, E. D. D. O. **Análise energética de dois sistemas de colheita mecanizada de eucalipto**. Piracicaba – SP, 2005. Tese de Doutorado da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo.

LAND, A.H.; DOIG, A.G. **An automatic method for solving discrete programming problems**. Econometrica, 1960. v. 28, pp. 497-520.

LEITE, A. M. P. **Análise dos fatores que afetam o desempenho de veículos e o custo de transporte de madeira no distrito florestal do Vale do Rio Doce, MG**. Viçosa – MG, 1992. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Viçosa - UFV.

LEITE, J. G. M. **A otimização dos custos do transporte rodoviário de madeira roliça oriunda de reflorestamento**. Curitiba, 2002. Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná.

MACHADO, C.C. et. al. **Desenvolvimento de um irregularímetro utilizável na avaliação da qualidade da superfície de rolamento de estradas agro-florestais**. Revista Árvore, Viçosa – MG, v. 16, n. 1, p. 104-111. 1992.

MARQUES, R. T. **Otimização de um sistema de transporte florestal rodoviário pelo método PERT / CPM**. Viçosa: 1994. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Viçosa - UFV.

MAYERLE, S. F. **Programação Linear Inteira e Mista, Programação Linear Binária**. <http://www.eps.ufsc.br/>. Consultado em 2007.

MALINOVSKI, J. R.; FENNER, P. T. **Otimização do transporte de madeira roliça de *Pinus spp.*** Curitiba, 1986. FUPEF/UFPR, p. 68.

MARTINI, E. L.; BARBOSA L. N. **Planejamento Florestal: A importância e da aplicação da programação linear**. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ECONOMIA FLORESTAL: 1. **Proceedings**. Curitiba, 1988. p. 544-74.

MCDILL, M. E.; BRAZE, J. **Using the branch and bound algorithm to solve Forest Planning Problems with four age-class distributions**. *Forest Science*, 47 (3). 2001, p 403 – 418.

MURTY, K. G. **Linear and combinatorial programming**. Michigan, 1985.

OLIVEIRA, F. D. **Aplicação de “Goal Programming” em um problema florestal multivariado**. Curitiba, 2000. Dissertação de Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia. Universidade Federal do Paraná – UFPR.

PUCCINI, A. L.; PIZZOLATO, N. **Programação Linear**. 2ª ed. Rio de Janeiro, 1990. Editora Livros Técnicos e Científicos.

RODRIGUES, F. L. et al. **Um modelo de regulação florestal e suas implicações na formulação e solução de problemas com restrições de recobrimento**. *Revista Árvore*. Viçosa – MG, v. 30, nº 5, p. 769-778. 2006.

SALKIN, H. M. **Integer programming**. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1975.

SALMERON, A. s.d. **Exploração e abastecimento de madeira na Ripasa S/A celulose e papel**. Americana, 1984. Ripasa Florestal, p. 30.

SARAIVA (1991) et al. **Contribuição ao estudo da aplicação do uso múltiplo no planejamento de florestas nacionais**. *Revista Árvore*, Viçosa, v. 15, n. 3, p. 224-240. 1991.

SEIXAS, F.; WIDMER, J. A. **Seleção e dimensionamento da frota de veículos rodoviários para o transporte de madeira utilizando-se de programação linear não inteira**. *Revista IPEF - Instituto de Pesquisa e Estudos Florestais*. Piracicaba, n. 46. p. 107-118. 2003.

SEIXAS, F. **Novas tecnologias no transporte rodoviário de madeira**. In: 5º. *Simpósio Brasileiro sobre Colheita e Transporte Florestal*. Viçosa. Sociedade de Investigações Florestais, 2001. v. 1. p. 1-27. 2001.

SCOLFORO, J. R. S. **Sistema integrado para produção e análise presente e futura do crescimento e produção, com otimização e remuneração de capitais para *Pinus caribaea var. hondurensis***. Curitiba, 1990. 290 p. Tese (Doutorado em Manejo Florestal). Universidade Federal do Paraná – UFPR.

SILVA, A. M. E. D. **Optimização numérica termo-econômica de um sistema de cogeração**. Portugal - Minho, 2003. 84 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial), Universidade do Minho.

SILVA, G. F. D. et al. **Problemas com o uso de programação linear com posterior arredondamento da solução ótima, em regulação florestal**. Revista *Árvore*. Viçosa – MG, vol. 27, nº 5. pp. 677-688. 2003.

SILVERSIDES, A. P. **Um estudo de tempo e produção na exploração de povoamentos jovens de Douglas-fir com motosserra e “Skidder”**. Revista *Árvore*. Viçosa – MG, p. 1-26. 1978.

SIMÕES, J. W. **Formação, manejo e exploração de florestas com espécies de rápido crescimento**. Brasília. IBDF. 1981. 139 p.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Sistema de Bibliotecas. **Normas para apresentação de trabalhos**. Curitiba, 1992. pt. 6: Referências bibliográficas.

VOLPI, N. M. P. **O impacto de perturbações estocásticas em um modelo de planejamento florestal**. Curitiba, 1997. Tese de doutorado. Setor de Ciências Agrárias. Universidade Federal do Paraná – UFPR.

ZIONTS, S. **Linear and integer programming**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1974.

ANEXO I

DESCRIÇÃO DO SOFTWARE LINGO

O software LINGO (Language for Interactive General Optimizer) é desenvolvido por LINDO Sistem's Inc. de manuseio relativamente amigável utilizado para resolver problemas de otimização envolvendo programação linear, programação linear inteira, programação linear binária ou programação não-linear. Através do software LINGO, podem-se elaborar modelos complexos em tempo reduzido. Além disso, possui ambiente de trabalho interativo e com opções flexíveis no que se refere à manipulação dos dados. Desta forma ele é considerado uma ferramenta de grande utilidade para modelar problemas de variadas proporções e complexidade.

Para construir um modelo no Lingo, pode-se elaborar o seguinte esquema:

MODEL:

SETS:

(definição dos conjuntos)

ENDSETS

DATA:

(definição dos dados)

ENDDATA

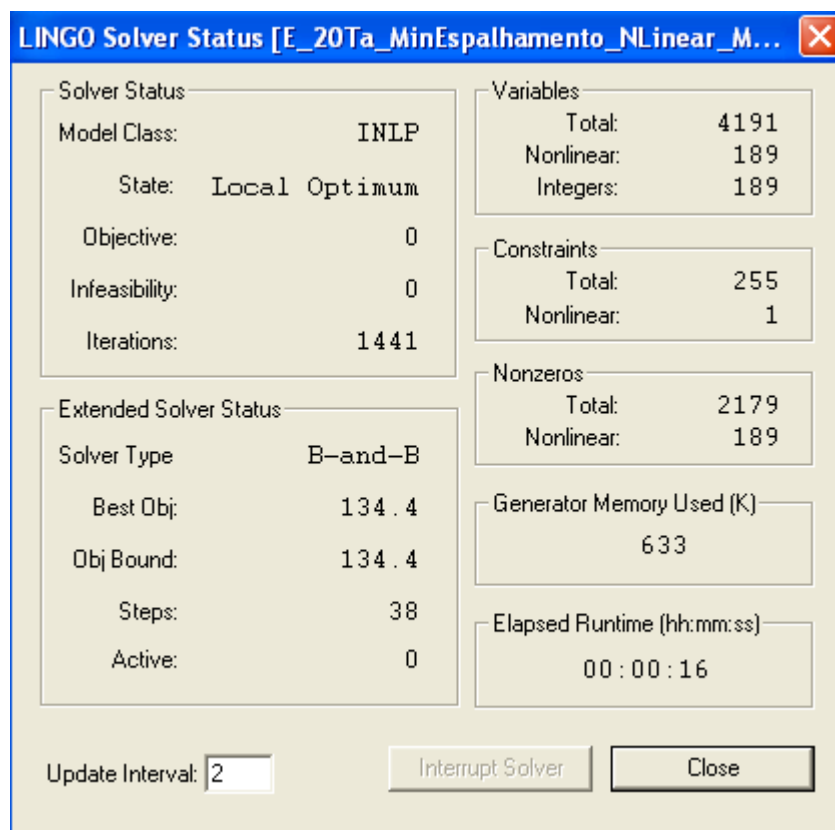
(formulação do problema)

END

Para definição das variáveis, utiliza-se o comando @GIN para restringir as variáveis a valores inteiros não negativos, @BIN para variáveis binárias, @FREE define que as variáveis podem assumir qualquer valor real e o comando @BND limita as variáveis entre valores fixados.

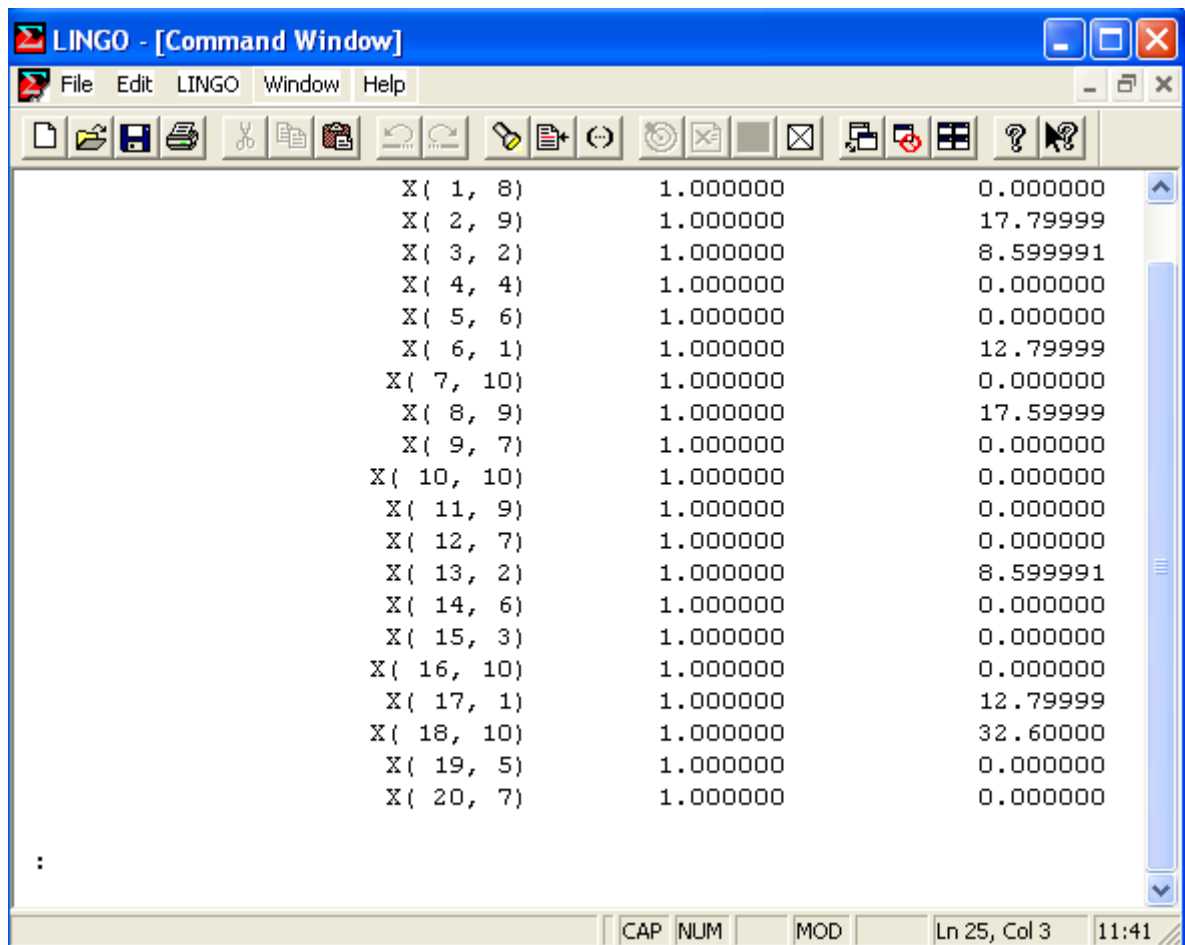
Através da figura I.1, identifica-se, por meio de um exemplo, os itens relevantes para determinado resultado alcançado com o uso do software Lingo, como o número de iterações, método utilizado (Solver Type: B-and-B: Método “*Branch and Bound*”), valor do objetivo alcançado, número total de variáveis, número de restrições e tempo de processamento.

FIGURA I.1 – JANELA DE STATUS DO SOLVER DO LINGO



A figura I.2 identifica a solução alcançada com o uso do software Lingo. As duas primeiras colunas identificam os valores das variáveis de decisão do problema, ou seja, o ano que cada talhão deve ser colhido. A terceira coluna indica o custo reduzido para cada variável do problema. O custo reduzido de uma variável do tipo real pode ser interpretado como sendo a penalidade (positiva ou negativa – depende do problema) que se terá que “pagar” para introduzir uma unidade daquela variável na solução.

FIGURA I.2 – JANELA QUE MOSTRA A SOLUÇÃO PELO SOFTWARE LINGO



The screenshot shows the LINGO software interface. The title bar reads "LINGO - [Command Window]". The menu bar includes "File", "Edit", "LINGO", "Window", and "Help". The toolbar contains various icons for file operations and execution. The main window displays a list of variables and their values, with a vertical scrollbar on the right. The status bar at the bottom shows "CAP NUM MOD" and "Ln 25, Col 3 11:41".

Variable	Value 1	Value 2
X(1, 8)	1.000000	0.000000
X(2, 9)	1.000000	17.79999
X(3, 2)	1.000000	8.599991
X(4, 4)	1.000000	0.000000
X(5, 6)	1.000000	0.000000
X(6, 1)	1.000000	12.79999
X(7, 10)	1.000000	0.000000
X(8, 9)	1.000000	17.59999
X(9, 7)	1.000000	0.000000
X(10, 10)	1.000000	0.000000
X(11, 9)	1.000000	0.000000
X(12, 7)	1.000000	0.000000
X(13, 2)	1.000000	8.599991
X(14, 6)	1.000000	0.000000
X(15, 3)	1.000000	0.000000
X(16, 10)	1.000000	0.000000
X(17, 1)	1.000000	12.79999
X(18, 10)	1.000000	32.60000
X(19, 5)	1.000000	0.000000
X(20, 7)	1.000000	0.000000

Modelo tipo A - Formulação

Considerações: 20 talhões, horizonte de planejamento de 10 anos e três produtos florestais com o uso de restrições de adjacência.

As linhas precedidas com o ponto de exclamação são comentários inseridos no ambiente Lingo para descrição de cada bloco do programa.

!20 talhões;

MODEL:

SETS:

TALHAO /1..20/;

TEMPO /1..10/;

PRODUTO /1..3/;

MATRIZ(TALHAO,TEMPO):X,r,Dist;

VOLUME(TALHAO,TEMPO,PRODUTO):V;

DEMANDA(TEMPO,PRODUTO):D;

VIZINHOS(TALHAO,TALHAO):A;

ENDSETS

DATA:

!Matriz Receita (TALHAO,TEMPO): Cada linha da matriz r indica um Talhão. Cada valor identifica a receita anual obtida dos 3 produtos florestais em 1000 (milhares) de reais;

r =

250, 300, 395, 465, 555, 635, 735, 890, 1005, 1125,

100, 120, 158, 186, 222, 245, 294, 346, 392, 440,

100, 120, 158, 186, 222, 245, 294, 346, 392, 440,

200, 240, 316, 372, 444, 508, 588, 712, 804, 900,

200, 240, 316, 372, 444, 508, 588, 712, 804, 900,
 75, 90, 118.5, 139.5, 166.5, 190.5, 220.5, 267, 301.5, 450,
 500, 600, 790, 930, 1110,1270, 1470, 1780, 2010, 2250,
 375, 450, 592.5, 697.5, 832.5, 952.5, 1102.5, 1335, 1507.5, 1687.5,
 500, 600, 790, 930, 1110,1270, 1470, 1780, 2010, 2250,
 375, 450, 592.5, 697.5, 832.5, 952.5, 1102.5, 1335, 1507.5, 1687.5,
 300, 360, 474, 558, 666, 762, 882, 1068, 1206, 1350,
 225, 270, 355.5, 418.5, 499.5, 571.5, 661.5, 801, 904.5, 1012.5,
 300, 360, 474, 558, 666, 762, 882, 1068, 1206, 1350,
 225, 270, 355.5, 418.5, 499.5, 571.5, 661.5, 801, 904.5, 1012.5,
 225, 270, 355.5, 418.5, 499.5, 571.5, 661.5, 801, 904.5, 1012.5, !T15;
 300,350,405,460,550,600,650,700,900,1150,
 300,350,405,460,550,600,650,700,900,1150,
 300,350,405,460,550,600,650,700,900,1150,
 300,350,405,460,550,600,650,700,900,1150,
 300,350,405,460,550,600,650,700,900,1150;

!Matriz volume (TALHAO,TEMPO,PRODUTO): Cada linha corresponde a um talhão; Nestas linhas, a cada grupo de três valores correspondem ao volume dos três produtos, para cada ano;

v =

30,50,75,10,55,85,20,65,100,25,75,115,30,85,150,35,95,175,45,105,195,55,130,225,65,145,245,75,160,270,
 2,20,30,4,22,31,5,26,40,10,30,46,12,34,60,14,38,70,18,42,78,20,52,90,24,58,98,28,64,108,
 2,20,30,4,22,31,5,26,40,10,30,46,12,34,60,14,38,70,18,42,78,20,52,90,24,58,98,28,64,108,
 4,40,60,8,44,68,16,52,80,20,60,92,24,68,120,28,76,140,36,84,156,44,104,180,52,116,196,60,128,216,

!Matriz demanda (TEMPO,PRODUTO);

!Cada linha de D representa um ano, nestas linhas são apresentadas as demandas dos três produtos;

```
D =
5,40,60,
15,40,60,
15,40,60,
20,60,90,
25,60,90,
30,60,90,
30,60,90,
50,100,120,
65,100,150,
95,150,200;
```

ENDDATA

!Função objetivo;

```
max = @SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):r(I,J)*x(I,J)));
```

!Restrição de corte;

```
@FOR(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):x(I,J))<=1);
```

!Restrições de adjacência;

```
@FOR(TEMPO(K):
```

```
    @FOR(TALHAO(I):
```

```
        @SUM(TALHAO(J)|J #ne# I:
```

```
            x(J,K)*A(I,J)<=@SUM(TALHAO(J):A(I,J)*(1-x(I,K)));
```

```
        );
```

```
    );
```

!Variáveis binárias;

```
@FOR(TEMPO(J):@FOR(TALHAO(I):@BIN(x(I,J))));
```


!Restrição de demanda;

@FOR(TEMPO(K):

@FOR(PRODUTO(P):

@SUM(TALHAO(I): x(I,K)*V(I,K,P))>=D(K,P);

);

);

END

Modelo tipo B - Formulação

Considerações: restrições do modelo tipo A com acréscimo de mais uma (restrição receita), valores das variáveis de interesse do modelo tipo A e, a função objetivo minimiza a distância média de transporte florestal para todos os anos do horizonte de planejamento.

Obs.: Serão omitidos os dados que são idênticos ao modelo já apresentado.

!20 talhões;

MODEL:

DATA:

!Matriz distância (TALHAO,TEMPO)=(20,10);

!A cada linha um talhão e a distância a estrada mais próxima para cada ano;

!Foi considerada a distancia da extremidade do talhão à estradas mais próxima;

!Obs.: A rodovia principal é considerada transitável em todos os anos, por este motivo, a distância do talhão 1 para cada ano é nula;

DIST_ESTRADAS =

0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
 1.3,1.3,1.3,1.3,1.3,1.3,1.3,1.3,1.3,1.3,
 5,4,3,4,3,4,3,5,5,5,5,5,5,
 7.5,4,4,4,4,4,4,4,4,4,
 9.7,3.7,3.7,3.7,1.7,1.7,1.7,9.7,9.7,9.7,
 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
 3,2,4,2,4,2,4,3,3,3,3,3,3,
 5.5,2.8,2.8,2.8,5.5,5.5,5.5,5.5,5.5,5.5,
 8.9,1.5,0,0,0,0,0,8.9,8.9,8.9,
 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
 2.2,0,0,0,2.2,2.2,2.2,2.2,2.2,2.2,
 4,0,0,0,4,4,4,4,4,4,
 5.8,0,0,0,5.5,5.5,5.5,5.8,5.8,5.8,
 9.3,0,0,0,0,0,0,9.3,9.3,9.3,
 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, !T15;
 4,0,0,0,4,4,4,4,4,4,
 5.9,0,0,0,5.5,5.5,5.5,5.9,5.9,5.9,
 7.8,0,0,0,3.5,3.5,3.5,7.8,7.8,7.8,
 9.3,0,0,0,2,2,2,9.3,9.3,9.3,
 17,0,0,0,0,0,0,17,17,17;

!Ob.: Os demais dados também são os mesmos do modelo anterior

ENDDATA

!Função objetivo;

min = NUM/DEN, onde

NUM =

(@SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):@SUM(PRODUTO(P):x(I,J)*DIST_ESTR
ADAS(I,J)*V(I,J,P))))

DEN =

(@SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):@SUM(PRODUTO(P):X(I,J)*V(I,J,P))));

!Resultado obtido com o uso do modelo que maximiza a receita;

RESULT_RECEITA=18009.50;

!Restrição da Receita: considera como referência a receita obtida no modelo tipo A;

@SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):r(I,J)*x(I,J))+DESVIO>=RESULT_RECEI
TA;

!Desvio: quanto a empresa deseja gastar para minimizar a distância de transporte;

DESVIO <= 10/100 * 18009.5; !10% da receita anterior

!Variáveis sem interesse – herdadas do modelo otimizado tipo A;

X(1, 10) = 1.000000;

X(2, 8) = 1.000000;

X(4, 4) = 1.000000;

X(5, 3) = 1.000000;

X(12, 7) = 1.000000;

X(19, 5) = 1.000000;

END

Modelo tipo C - Formulação

Considerações: restrições do modelo tipo B com acréscimo de restrições flexibilizadas, valores das variáveis de interesse do modelo tipo B e, a função objetivo minimiza o espalhamento de colheita para todos os anos.

20 talhões;

MODEL:

!Matriz distância (TALHAO,TEMPO)=(20,10);

!A cada linha um talhão e a distância a estrada mais próxima para cada ano;

Dist_Entre_Ta =

0,0,5,7.3,9.7,0,3.5,5.7,9.2,4.2,4.5,5.7,7.2,10.2,5.2,5.7,7.2,8.8,10.2,11.4,
 0,0,0,6.2,8.4,0,0,4.5,8.1,4.4,4.4,5.1,6.2,9.1,5.5,5.1,6.2,7.8,9.1,13,
 5,0,0,0,4.6,5.4,0,0,4.7,6.1,5.2,4.5,4.3,6,7.4,4.5,4.3,5.1,6,7,
 7.3,6.2,0,0,0,7.6,4.7,0,0,7.8,6.5,5.3,4.4,4.4,9,5.3,4.4,4.4,4.5,
 9.7,8.4,4.6,0,0,9.7,6.7,4.2,0,9.7,8.3,6.7,5.2,3.7,11,6.7,5.2,4,3.7,3.8,
 1.5,0,5.4,7.6,9.7,0,0,5.5,9,0,0,4.7,6.4,9.7,3.6,4.7,6.4,8.2,9.7,11,
 3.5,0,0,4.7,6.7,0,0,0,6,3.3,0,0,3.7,6.7,4.6,2.6,3.7,5.4,6.7,8,
 5.7,4.5,0,0,4.2,5.5,0,0,0,5.6,4.3,0,0,4.7,6.8,3.2,2.7,3.6,4.7,5.8,
 9.2,8.1,4.7,0,0,9,6,0,0,8.3,6.8,5.1,0,0,9.3,5.1,3.5,1.8,1.6,2.3,
 4.2,4.4,6.1,7.8,9.7,0,3.3,5.6,8.3,0,0,3.3,5.1,8.6,0,3.3,5.1,7,8.6,10,
 4.5,4.4,5.2,6.5,8.3,0,0,4.3,6.8,0,0,0,3.6,7.1,0,0,3.6,5.6,7.1,8.5,
 5.7,5.1,4.5,5.3,6.7,4.7,0,0,5.1,3.3,0,0,0,5.4,4.2,0,1.9,3.8,5.4,6.7,
 7.2,6.2,4.3,4.4,5.2,6.4,3.7,0,0,5.1,3.6,0,0,0,6,1.8,0,2,3.5,4.9,
 10.2,9.1,6,4.4,3.7,9.7,6.7,4.7,0,8.6,7.1,5.4,0,0,9.5,5.4,3.5,0,0,0,
 5.2,5.5,7.4,9,11,3.6,4.6,6.8,9.3,0,0,4.2,6,9.5,0,0,6,8,9.5,10.8,
 5.7,5.1,4.5,5.3,6.7,4.7,2.6,3.2,5.1,3.3,0,0,1.8,5.4,0,0,0,3.9,5.4,6.7,
 7.2,6.2,4.3,4.4,5.2,6.4,3.7,2.7,3.5,5.1,3.6,1.9,0,3.5,6,0,0,0,3.5,4.8,
 8.8,7.8,5.1,4,4,8.2,5.4,3.6,1.8,7,5.6,3.8,2,0,8,3.9,0,0,0,2.8,
 10.2,9.1,6,4.4,3.7,9.7,6.7,4.7,1.6,8.6,7.1,5.4,3.5,0,9.5,5.4,3.5,0,0,0,
 11.4,13,7,5,3.8,11,8,5.8,2.3,10,8.5,6.7,4.9,0,10.8,6.7,4.8,2.8,0,0;

ENDDATA

!Função objetivo;

min = @SUM(TEMPO(J):
 @SUM(TALHAO(I1):
 @SUM(TALHAO(I2)|I2 #NE# I1:
 @SUM(PRODUTO(P):
 (Dist_Entre_Ta(I1,I2)*x(I1,J))*x(I2,J)*(V(I1,J,P)*V(I2,J,P)))))/
 @SUM(TEMPO(J):@SUM(TALHAO(I1):@SUM(TALHAO(I2)|I1#NE#I2:
 @SUM(PRODUTO(P):X(I1,J)*X(I2,J)*(V(I1,J,P)+V(I2,J,P))))));

!SUJEITO A.;

!Resultado obtido com o uso do modelo que maximiza a receita;

RESULT_RECEITA=18009.50;

!Restrição da Receita: considera como referência a receita obtida no modelo tipo A;

@SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):r(I,J)*x(I,J))+DESVIO>=RESULT_RECEI
 TA;

!Desvio: quanto a empresa deseja gastar para minimizar a distância de transporte;

DESVIO <= 20/100 * 18009.5; !20% da receita anterior

!Resultado obtido com o uso do modelo que minimiza a distância de transporte;

META_DIST_TRANSPORTE = 1.620789;

!RESTRICÇÃO DE DISTÂNCIA MÉDIA A ESTRADAS;

@SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):@SUM(PRODUTO(P):x(I,J)*DIST_ESTR
 ADAS(I,J)*V(I,J,P)))/
 (@SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):@SUM(PRODUTO(P):X(I,J)*V(I,J,P)))))-
 DESVIO_DIST_ESTRADAS <=META_DIST_TRANSPORTE;

!DESVIO: QUANTO A EMPRESA DESEJA FLEXIBILIZAR NA DISTANCIA A
 ESTRADAS A FAVOR DA META DE AGRUPAMENTO;

DESVIO_DIST_ESTRADAS <= 10/100*1.620789;

!Variáveis agora sem interesse.;

X(1, 10) = 1.000000;

X(2, 8) = 1.000000;

X(3, 9) = 1.000000;

X(7, 10) = 1.000000;

X(8, 2) = 1.000000;
X(12, 7) = 1.000000;
X(13, 9) = 1.000000;
X(19, 5) = 1.000000;

END

Metodologia Multiobjetivo

Apresenta-se um modelo multiobjetivo, onde primeiramente cada objetivo é individualmente otimizado e num segundo momento é formulado um modelo para que todos os objetivos, agora como metas, sejam atingidos o mais próximo possível.

Modelo que minimiza a receita

Este modelo foi usado para maximizar a receita gerada pela colheita dos talhões em todo o horizonte de planejamento:

!20 talhões;

MODEL:

SETS:

TALHAO /1..20/;

TEMPO /1..10/;

PRODUTO /1..3/;

MATRIZ(TALHAO,TEMPO):X,r,Dist;

VOLUME(TALHAO,TEMPO,PRODUTO):V;

DEMANDA(TEMPO,PRODUTO):D;

VIZINHOS(TALHAO,TALHAO):A;

ENDSETS

DATA:

!Os dados são os mesmos já apresentados;;

ENDDATA

!Função objetivo;

max = @SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):r(I,J)*x(I,J)));

!Restrições: As mesmas do modelo tipo A, acima;

@FOR(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):x(I,J))<=1);

!restrições de adjacência;

!variáveis binárias;

!restrição de demanda;

Modelo que minimiza a distância média de transporte

!20 talhões;

MODEL:

SETS:

TALHAO /1..20/;

TEMPO /1..10/;

PRODUTO /1..3/;

MATRIZ(TALHAO,TEMPO):X,r,Dist;

VOLUME(TALHAO,TEMPO,PRODUTO):V;

DEMANDA(TEMPO,PRODUTO):D;

VIZINHOS(TALHAO,TALHAO):A;

ENDSETS

DATA:

!Os dados são os mesmos já apresentados no modelo tipo B acima, com exclusão da restrição receita;

ENDDATA

!Função objetivo: minimizar o somatório da distância de cada talhão até a estrada mais próxima, ponderando-se pelo volume;

min = NUM/DEN, onde

NUM =

(@SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):@SUM(PRODUTO(P):X(I,J)*DIST_ESTRADAS(I,J)*V(I,J,P))))))

DEN =

(@SUM(TALHAO(I):@SUM(TEMPO(J):@SUM(PRODUTO(P):X(I,J)*V(I,J,P)))));

!Restrição de corte;

!Restrições de adjacência

!Variáveis binárias;

!Restrição de demanda;

Modelo que minimiza a distância de espalhamento de colheita, ponderada pelo volume

Modelo (não linear) implementado no software Lingo para otimizar a distância de espalhamento de colheita

!20 talhões;

DATA:

!Os dados são os mesmos já apresentados no modelo tipo C acima, com exclusão da restrição receita;

ENDDATA

!Função objetivo;

min = @SUM(TEMPO(J):

@SUM(TALHAO(I1):

@SUM(TALHAO(I2)|I2 #NE# I1:

@SUM(PRODUTO(P):

(Dist_Entre_Ta(I1,I2)*x(I1,J))*x(I2,J)*(V(I1,J,P)*V(I2,J,P)))))/

@SUM(TEMPO(J):@SUM(TALHAO(I1):@SUM(TALHAO(I2)|I1#NE#I2:

@SUM(PRODUTO(P):X(I1,J)*X(I2,J)*(V(I1,J,P)+V(I2,J,P))))));

!SUJEITO A.;

!Restrição de corte;

!Restrições de adjacência;

!Variáveis binárias;

!Restrição de demanda;

END

Modelo final que otimiza todos os objetivos considerando pesos satisfatórios para estabelecer ordem de prioridade

!20 talhões;

!Modelo tipo A: max receita;

MODEL:

DATA:

!Os dados são os mesmos já apresentados no modelo tipo C acima, com exclusão da restrição receita;

ENDDATA

!função objetivo;

min =

$90 * (1/18009.5) * \text{DESVIO_RECEITA} + 1 * (1/0.08187023) * \text{DESVIO_DIST} + 1 * (1/0.01) * \text{DESVIO_DISPERSAO};$

! DESVIO_RECEITA: Receita que falta para atingir a meta;

! DESVIO_DIST: distância além da meta;

! DESVIO_DISPERSAO: distância de espalhamento de colheita além da meta;

!RESTRICÇÕES METAS::

!Metas::

META_RECEITA = 18009.50;

META_DIST_MEDIA = 0.08187023;

META_DISPERSAO = 0.01;

!Restrição referente à receita;

$\text{@SUM}(\text{TALHAO}(\text{I}): \text{@SUM}(\text{TEMPO}(\text{J}): \text{r}(\text{I}, \text{J}) * \text{x}(\text{I}, \text{J}))) + \text{DESVIO_RECEITA} = \text{META_RECEITA};$

!Restrição referente a dispersão de colheita;

$\text{@SUM}(\text{TALHAO}(\text{I}): \text{@SUM}(\text{TEMPO}(\text{J}): \text{@SUM}(\text{PRODUTO}(\text{P}): \text{x}(\text{I}, \text{J}) * \text{DIST_ESTR ADAS}(\text{I}, \text{J}) * \text{V}(\text{I}, \text{J}, \text{P})))) / (\text{@SUM}(\text{TALHAO}(\text{I}): \text{@SUM}(\text{TEMPO}(\text{J}): \text{@SUM}(\text{PRODUTO}(\text{P}): \text{x}(\text{I}, \text{J}) * \text{V}(\text{I}, \text{J}, \text{P})))) - \text{DESVIO_DIST} = \text{META_DIST_MEDIA};$

$\text{@SUM}(\text{TEMPO}(\text{J}): \text{@SUM}(\text{TALHAO}(\text{I1}): \text{@SUM}(\text{TALHAO}(\text{I2}) | \text{I2} \# \text{NE} \#$

$\text{I1}: \text{@SUM}(\text{PRODUTO}(\text{P}): (\text{Dist_Entre_Ta}(\text{I1}, \text{I2}) * \text{x}(\text{I1}, \text{J})) * \text{x}(\text{I2}, \text{J}) * (\text{V}(\text{I1}, \text{J}, \text{P}) * \text{V}(\text{I2}, \text{J}, \text{P})))) / \text{@SUM}(\text{TEMPO}(\text{J}): \text{@SUM}(\text{TALHAO}(\text{I1}): \text{@SUM}(\text{TALHAO}(\text{I2}) | \text{I1} \# \text{NE} \#$

$\text{I2}: \text{@SUM}(\text{PRODUTO}(\text{P}): \text{X}(\text{I1}, \text{J}) * \text{X}(\text{I2}, \text{J}) * (\text{V}(\text{I1}, \text{J}, \text{P}) + \text{V}(\text{I2}, \text{J}, \text{P})))) -$

$\text{DESVIO_DISPERSAO} = \text{META_DISPERSAO};$

!Restrições de corte;

!Restrições de adjacência;

!Variáveis binárias;

!Restrição de demanda;

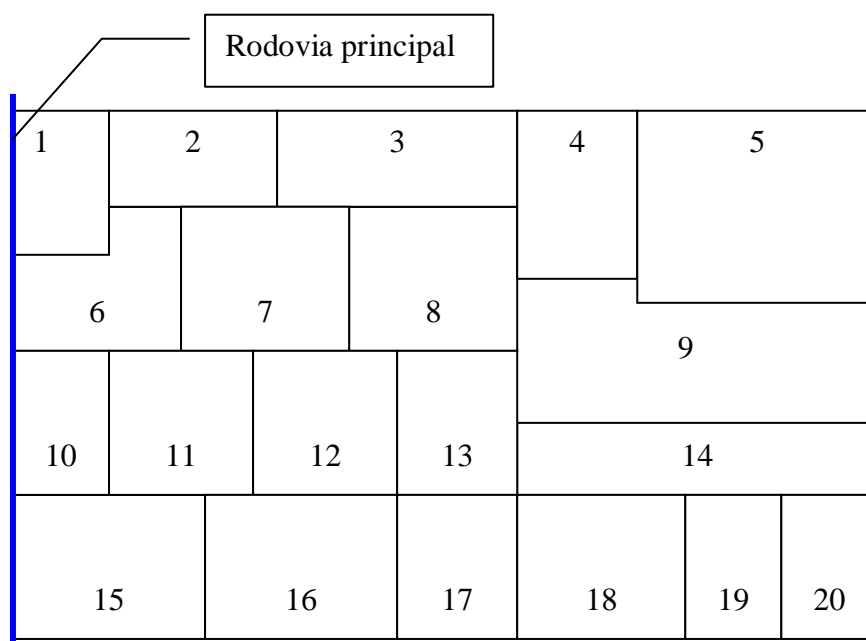
END

ANEXO II

DISTRIBUIÇÃO DOS TALHÕES E ESTRADAS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES E SOLUÇÃO DE ALGUNS CASOS

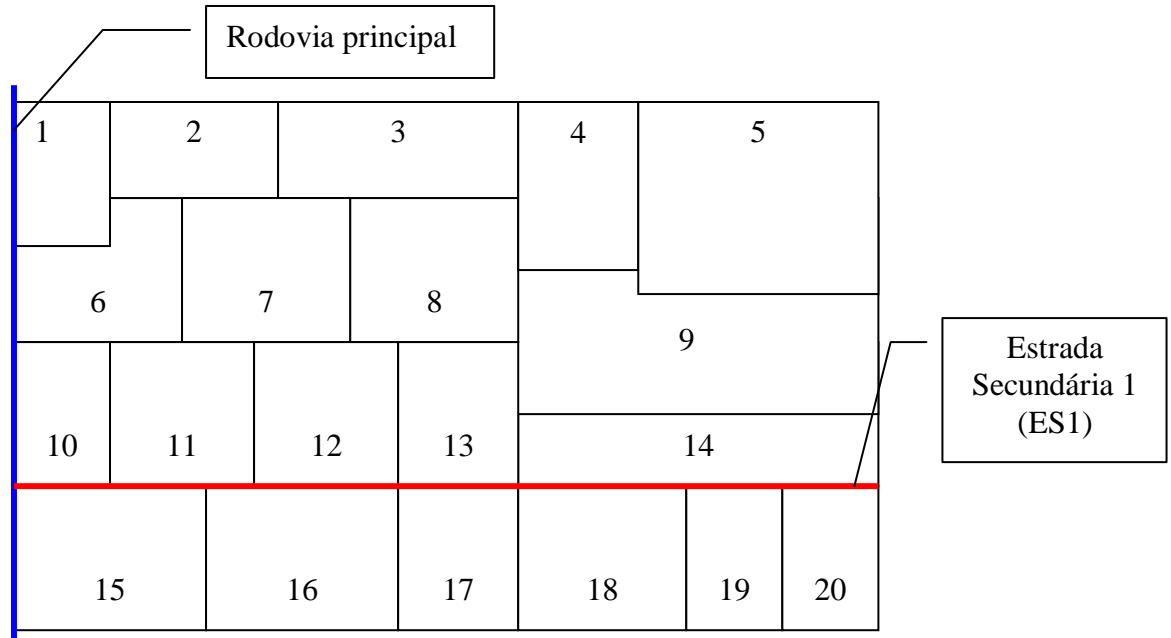
Na primeira simulação é considerada uma floresta constituída de 20 talhões com horizonte de planejamento de 10 anos. A disposição dos talhões juntamente com as estradas para cada ano do horizonte de ação é apresentada abaixo:

FIGURA II.1 – CONFIGURAÇÃO DE ESTRADAS PARA O ANO 1 (CENÁRIO DE 20 TALHÕES)



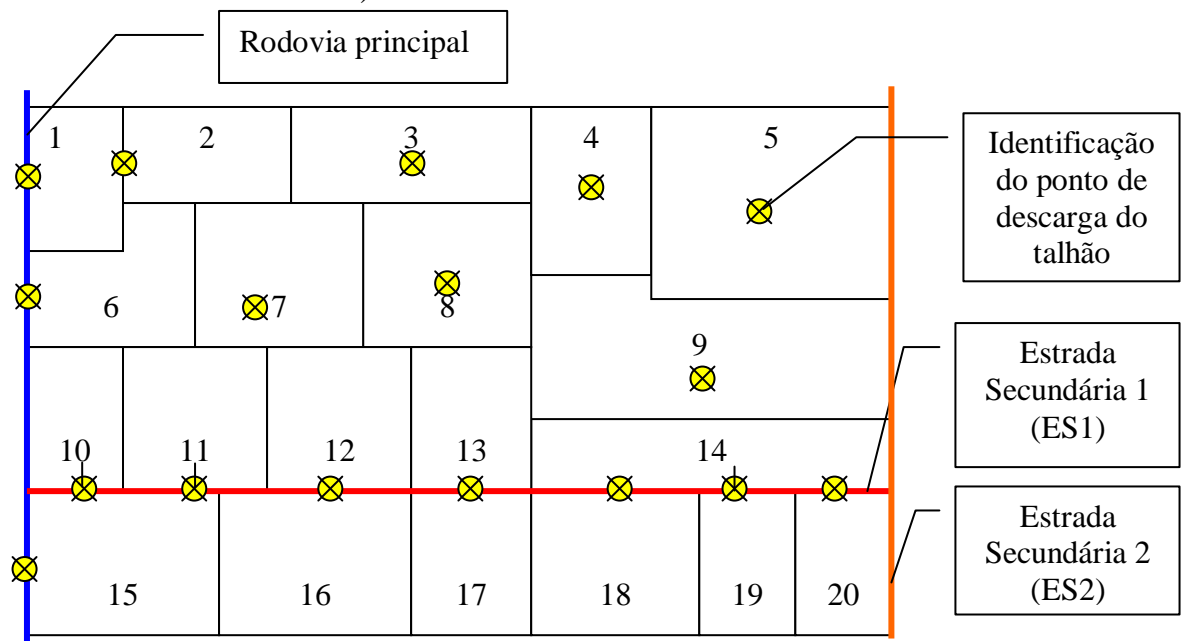
Observa-se nesta representação, que para o ano 1 (um) existe apenas uma rodovia principal para o transporte de madeira.

FIGURA II.2 – CONFIGURAÇÃO DE ESTRADAS PARA O ANO 2
(CENÁRIO DE 20 TALHÕES)



Na figura II.2, observa-se a construção de uma nova estrada (denotada por ES1) para facilitar o acesso a alguns talhões.

FIGURA II.3 – CONFIGURAÇÃO DE ESTRADAS PARA O ANO 3
(CENÁRIO DE 20 TALHÕES)



Na figura II.3, observa-se a construção de outra estrada (denotada por ES2) para facilitar o acesso a outros talhões. A rodovia principal permanece transitável em todos os anos do horizonte de planejamento. A estrada (ES1) permanece transitável por três anos, logo, ela é considerada até o ano 4, pois fora construída no ano 2. Analogamente, a estrada (ES2) permanece transitável por cinco anos, sendo transitável até o ano 7. Portanto, a partir do ano 7, apenas a rodovia principal é transitável.

Cada talhão possui um ponto denominado ponto de descarga, o qual é destinado toda a madeira colhida e é também tido como referência para a determinação da distância de cada talhão a estrada mais próxima assim como a distância de talhão a talhão. Quando o talhão é vizinho de outro, assume-se que a distância entre eles tem valor nulo, favorecendo a aplicação das restrições de adjacência, por outro lado, quando os talhões não são vizinhos, define-se a distância entre eles como a menor distância entre seus respectivos pontos de descarga.

Solução do modelo tipo C (modelo final) com o uso do software Lingo

A seguir, apresenta-se a solução do modelo tipo C, para o caso de 20 talhões, horizonte de planejamento de 10 anos com o objetivo de minimizar a dispersão de colheita, ponderada pelo volume, considerando as restrições do modelo tipo B: restrições de corte, restrições de adjacência, restrições de demanda pelos produtos laminação, serraria e processo (3 produtos considerados) com o acréscimo da restrição de distância média a estradas flexibilizada e as variáveis de interesse como as variáveis de decisão. No atual modelo, considerou-se ainda uma flexibilidade na meta receita de 40% e na meta distância média de 10%:

Local optimal solution found.

Objective value:	229.7497
Objective bound:	229.7497
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	479
Total solver iterations:	90966

Variable	Value	Reduced Cost
X(1, 10)	1.000000	0.000000
X(2, 8)	1.000000	0.000000
X(3, 9)	1.000000	0.000000
X(5, 5)	1.000000	22.31151
X(6, 4)	1.000000	4.894696
X(7, 10)	1.000000	0.000000
X(8, 2)	1.000000	0.000000
X(9, 4)	1.000000	0.000000
X(10, 6)	1.000000	11.17074
X(11, 1)	1.000000	27.65613
X(12, 7)	1.000000	0.000000
X(13, 9)	1.000000	0.000000
X(14, 5)	1.000000	22.48231
X(15, 8)	1.000000	25.67158
X(16, 3)	1.000000	22.51376
X(17, 2)	1.000000	4.366585
X(18, 4)	1.000000	0.000000
X(19, 5)	1.000000	0.000000
X(20, 4)	1.000000	0.000000

Variáveis de interesse consideradas para a solução acima:

!X(4, 4) = 1.000000;
!X(5, 3) = 1.000000;
!X(6, 1) = 1.000000;
!X(9, 10) = 1.000000;
!X(10, 10) = 1.000000;
!X(11, 9) = 1.000000;
!X(14, 8) = 1.000000;
!X(15, 6) = 1.000000;
!X(16, 10) = 1.000000;
!X(17, 1) = 1.000000;
!X(18, 10) = 1.000000;

$$IX(20, 10) = 1.000000;$$

Na segunda simulação é considerada uma floresta constituída de 50 talhões e horizonte de planejamento de 10 anos. A disposição dos talhões juntamente com as estradas para alguns anos do horizonte de ação são apresentados na figura III.4.

FIGURA II.4 – CONFIGURAÇÃO GERAL DE ESTRADAS PARA OS ANOS 3, 4 E 5 (CENÁRIO DE 50 TALHÕES)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Resultado da formulação programação por metas

Abaixo é apresentado o resultado final da referida abordagem.

Resultado do modelo programação por metas com todas as restrições metas: maximizar receita; minimizar distância média a estradas; minimizar espalhamento de colheita:

Pesos considerados: 1 (um) para a meta receita, 100 (cem) para a distância média a estradas e 1 (um) para a dispersão de colheita:

META_RECEITA = 52104.50;
 META_DISPERS = 486.1392;
 META_DIST_MEDIA = 0.23;

Local optimal solution found.

Objective value:	7077.151
Objective bound:	7077.151
Infeasibilities:	0.4163336E-15
Extended solver steps:	0
Total solver iterations:	30

Variable	Value	Reduced Cost
DESVIO_RECEITA	6418.000	0.000000
DESVIO_DIST	5.904816	0.000000
DESVIO_DISPERS	68.66938	0.000000
META_RECEITA	52104.50	0.000000
META_DISPERS	486.1392	0.000000
META_DIST_MEDIA	0.2300000	0.000000
RESULT_FINAL_RECEITA	45686.50	0.000000
RESULT_FINAL_DISPERS	554.8086	0.000000
RESULT_FINAL_DIST_MEDIA	6.134816	0.000000

Variable	Value	Reduced Cost
X(1, 10)	1.000000	0.000000
X(2, 7)	1.000000	0.000000
X(3, 10)	1.000000	0.000000
X(4, 9)	1.000000	0.000000
X(5, 10)	1.000000	0.000000
X(6, 9)	1.000000	0.000000
X(7, 10)	1.000000	0.000000
X(8, 9)	1.000000	0.000000

X(9, 10)	1.000000	0.000000
X(10, 9)	1.000000	0.000000
X(11, 8)	1.000000	0.000000
X(12, 10)	1.000000	0.000000
X(13, 9)	1.000000	0.000000
X(14, 10)	1.000000	0.000000
X(15, 9)	1.000000	0.000000
X(16, 10)	1.000000	0.000000
X(17, 9)	1.000000	0.000000
X(18, 10)	1.000000	0.000000
X(19, 9)	1.000000	0.000000
X(20, 10)	1.000000	0.000000
X(21, 10)	1.000000	0.000000
X(22, 9)	1.000000	0.000000
X(23, 10)	1.000000	0.000000
X(24, 9)	1.000000	0.000000
X(25, 10)	1.000000	0.000000
X(26, 1)	1.000000	229.7740
X(27, 10)	1.000000	0.000000
X(28, 9)	1.000000	0.000000
X(29, 10)	1.000000	0.000000
X(30, 5)	1.000000	0.000000
X(31, 9)	1.000000	0.000000
X(32, 1)	1.000000	0.000000
X(33, 4)	1.000000	0.000000
X(34, 2)	1.000000	0.000000
X(35, 4)	1.000000	0.000000
X(36, 3)	1.000000	0.000000
X(37, 4)	1.000000	0.000000
X(38, 2)	1.000000	0.000000
X(39, 6)	1.000000	0.000000
X(40, 7)	1.000000	0.000000
X(41, 10)	1.000000	0.000000
X(42, 4)	1.000000	0.000000
X(43, 2)	1.000000	0.000000
X(44, 4)	1.000000	0.000000
X(45, 3)	1.000000	0.000000
X(46, 4)	1.000000	0.000000
X(47, 3)	1.000000	0.000000
X(48, 4)	1.000000	0.000000
X(49, 10)	1.000000	0.000000
X(50, 9)	1.000000	0.000000