

DALTO DOMINGOS RODRIGUES

UMA ANÁLISE DA GEOMETRIA OFERECIDA
PELA CONSTELAÇÃO FINAL DO SISTEMA
GPS, PARA POSICIONAMENTOS POR PONTO.

Dissertação apresentada ao curso de Pós-
Graduação em Ciências Geodésicas da
Universidade Federal do Paraná, para ob-
tenção do grau de Mestre em Ciências.

CURITIBA

1989

UMA ANÁLISE DA GEOMETRIA OFERECIDA PELA
CONSTELAÇÃO FINAL DO SISTEMA GPS, PARA
POSICIONAMENTOS POR PONTO

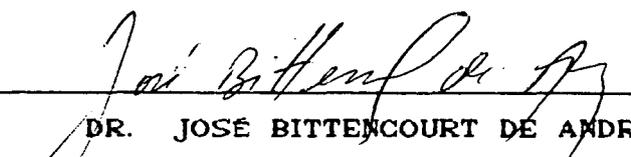
Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em
Ciências Geodésicas para obtenção do grau de Mestre
em Ciências pela Universidade Federal do Paraná.

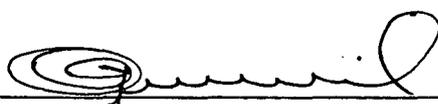
Por

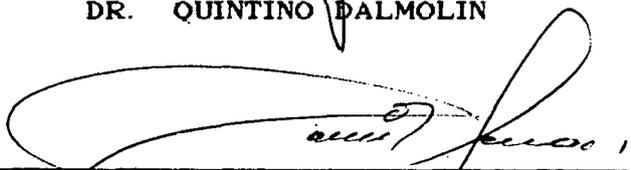
DALTO DOMINGOS RODRIGUES

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

BANCA EXAMINADORA:


DR. JOSÉ BITTENCOURT DE ANDRADE


DR. QUINTINO DALMOLIN


DR. CAMIL GEMAEI

AGRADECIMENTOS

Por tudo, agradeço a Deus.

Agradeço ao professor José Bittencourt de Andrade, pela orientação, incentivo e apoio;

Ao professor João Bosco Lugnani, pelos conhecimentos transmitidos com entusiasmo e de forma transparente;

A Sérgio Kiyoshi Domeu, pela elaboração dos desenhos;

Ao Núcleo de Processamento de Dados (NPD) da Universidade Estadual de Maringá, pela grande colaboração;

Aos professores e colegas da UFPr e UEM que de alguma forma colaboraram na elaboração deste trabalho.

DEDICAÇÃO

Dedico

A meus Pais;

A minha esposa

A meus filhos: Maíra, Renan e Iara.

SUMÁRIO

	Página
Título	ii
Agradecimentos	iii
Dedicação	iv
Sumário	v
Lista de figuras	viii
Lista de tabelas	ix
Lista de símbolos.....	x
Resumo.....	xiii
Abstract.....	xiii
1- INTRODUÇÃO	
1.1. Princípio do posicionamento por satélites GPS	1
1.2. Esboço do trabalho	3
2- O SEGMENTO DO ESPAÇO	
2.1. O satélite e a distribuição orbital	5
2.2. Os sinais transmitidos	7
2.3. Cálculo das coordenadas dos satélites GPS, utilizando as efemérides transmitidas	13
2.4. Cálculo do efeito da refração atmosférica	18
2.4.1. Refração ionosférica	18
2.4.2. Refração troposférica.....	19
2.4.3. Refração atmosférica	22

3- RECEPTORES GPS	
3.1. Os diferentes tipos de receptores GPS	23
3.2. Realização das medidas	25
3.2.1. Pseudo-tempo de propagação.....	25
3.2.2. Fase da portadora	27
4- EXPLICITAÇÃO DAS INCÓGNITAS DE INTERESSE NAS OBSERVAÇÕES REALIZADAS	
4.1. Pseudo-distância	32
4.2. Fase da portadora	37
4.3. Simples diferença de fase	42
4.4. Dupla diferença de fase	46
4.5. Tripla diferença de fase	48
5- PROCESSAMENTO DAS EQUAÇÕES DE OBSERVAÇÃO	
5.1. Posicionamento instantâneo por ponto	50
5.2. Posicionamento por ponto com pós-processamento	58
6- UM PLANO DE RASTREIO, PARA POSICIONAMENTOS POR PONTO	
6.1. Dados necessários para o planejamento	66
6.2. Sequência de operações.....	68
7- CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	83
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86

APENDICE A :

Subrotina XYZSAT	89
Subrotina SEMANA	91
Subrotina FLHXYZ	92
Subrotina ESC3ST	93
Subrotina FADOPS	94
Subrotina PMTM	95
Subrotina VERSOL	96

LISTA DE FIGURAS

1.1.	Sistema de referência para o ponto P e os satélites.....	1
2.1.1.	Constelação final do "Global Positioning System"...	6
2.1.2.	Distribuição orbital dos satélites GPS, em 21/10/86 às 0 ^h na escala de tempo GPS, adotada nas simulações feitas neste trabalho	7
2.2.1.	Sinais transmitidos, no instante t, pelo satélite i do sistema GPS	8
2.4.1.	Variação da refração troposférica com a elevação...	21
3.2.1.	Fase da portadora, geometricamente	27
4.3.1.	Situação geométrica na obtenção simultânea de duas fases da portadora, por dois diferentes receptores.....	43
5.1.1.	Variação na precisão de um posicionamento instantâneo por ponto	57
5.2.1.	Variação na precisão de um posicionamento por ponto com pós-processamento, utilizando diferentes intervalos DT.....	65
6.2.1.	Vetor unitário de uma estação a um satélite, no sistema topocêntrico	70
6.2.2.	Tetraedro determinado pelas posições de quatro satélites	72
6.2.3.	GRÁFICO PDOP . DT = 30 minutos	78
6.2.4.	GRÁFICO PDOP . DT = 5 minutos	79
6.2.5.	GRÁFICO DE DISPONIBILIDADE	81
6.2.6.	GRÁFICO POLAR	82

LISTA DE TABELAS

2.2.1.	Subquadro 1 da mensagem GPS	10
2.2.2.	Subquadros 2 e 3 da mensagem GPS	11
2.2.3.	Subquadro 5 da mensagem GPS	12
3.2.1.	Pseudo-tempos de propagação observados (Dados : TR e τ)	30
3.2.2.	Pseudo-tempos de propagação observados (Dados : TR, Z-Count, Códigos X e P)	31
5.2.1.	Precisão de um posicionamento por ponto alcançada com 400 observações	64
6.2.1.	DTN = O tempo de observação necessário para atingir uma precisão de 0,54 metros	80

LISTA DE SÍMBOLOS

- W_e = A velocidade de rotação da terra;
- C = A velocidade da luz no vácuo;
- f_s = A frequência da portadora transmitida pelo satélite;
- f_r = A frequência da portadora recebida pelo receptor;
- f_g = A frequência gerada pelo receptor;
- λ_s = O comprimento de onda da portadora transmitida;
- t_t = O instante de transmissão do sinal na escala de tempo GPS;
- t_r = O instante de recepção do sinal na escala de tempo GPS;
- TS = O instante de transmissão do sinal no relógio do satélite;
- TR = O instante de realização de uma medida, registrado pelo relógio do receptor;
- ΔTS = $TS - t_t$ = O estado do relógio do satélite em relação a escala de tempo GPS;
- ΔTR = $TR - t_r$ = O estado do relógio do receptor em relação a escala de tempo GPS;
- ΔTA = O atraso na propagação do sinal devido a refração atmosférica;
- TP = $t_r - t_t$ = O tempo de propagação real do sinal;
- τ = $TR - TS$ = O pseudo-tempo de propagação do sinal;
- $DG(t_t, t_r)$ = A distância geométrica entre a posição do satélite no instante t_t e a posição do receptor no instante t_r ;

- PD = C.τ = A pseudo-distância satélite-receptor;
- ϕ_s = A fase transmitida pelo satélite;
- ϕ_r = A fase recebida pelo receptor;
- ϕ_g = A fase gerada pelo receptor;
- Ngr = O número inteiro de comprimentos de ondas;
- ϕ_m = A fase da portadora, medida pelo receptor, em ciclos;
- $\phi_M = \lambda_s \cdot \phi_m$ = A fase da portadora, em unidade de comprimento;
- x^o, y^o e z^o = As coordenadas cartesianas geocêntricas aproximadas da estação rastreadora;
- x, y e z = As coordenadas cartesianas geocêntricas da estação rastreadora;
- XS, YS e ZS = As coordenadas cartesianas terrestres geocêntricas do satélite, em um sistema terrestre médio (WGS-84);
- EL e AZ = As coordenadas polares do satélite no sistema topocêntrico. Elevação e azimute, respectivamente.
- UERE = "User Equivalent Range Error". Representa a precisão com que as pseudo-distâncias, observadas e corrigidas das influências sistemáticas, são obtidas.

$$GDOP = \sqrt{\text{TR}(A^T A)^{-1}} = \sqrt{n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{44}} =$$

"The Geometric Dilution of Precision", ou seja, o fator geométrico de diluição da precisão de um posicionamento instantâneo por ponto, ao observar simultaneamente quatro satélites.

$$PDOP = \sqrt{n_{11} + n_{22} + n_{33}}$$

$$HDOP = \sqrt{n_{11} + n_{22}}$$

$$VDOP = \sqrt{n_{33}}$$

$$\sigma_{P4} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma^2(C.\Delta TR)} = UERE \cdot GDOP =$$

Uma medida da precisão de um posicionamento instantâneo por ponto, envolvendo as três coordenadas do receptor e o tempo.

$$\sigma_{P3} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} = UERE \cdot PDOP =$$

Uma medida da precisão de um posicionamento instantâneo por ponto, envolvendo as três coordenadas do receptor.

$$\sigma_H = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = UERE \cdot HDOP =$$

Uma medida da precisão de um posicionamento instantâneo por ponto, envolvendo as coordenadas horizontais do receptor.

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_z^2} = UERE \cdot VDOP =$$

Uma medida da precisão de um posicionamento instantâneo por ponto, envolvendo a coordenada vertical.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é fazer uma análise da geometria oferecida pela constelação final do Global Positioning System - GPS. Inicialmente é verificada a influência de um fator geométrico na diluição da precisão de um posicionamento instantâneo por ponto. A seguir são analisados diferentes intervalos para a coleta de observações, em um posicionamento por ponto com pós-processamento. Também é apresentada a seqüência de operações necessária à construção dos gráficos de diluição da precisão. Finalizando, um gráfico PDOP é construído e discutido.

ABSTRACT

The purpose of this dissertation is to analyze the geometry offered by the final constellation of the Global Positioning System - GPS. Firstly is verified the influence of a geometric factor in the dilution of precision of an instantaneous point positioning. Different intervals for data collection are analyzed for a point positioning with post-Processing. The necessary sequence of operation for plotting of the graphics of dilution of precision are showed. Finaly, a PDOP grafhic is developed and discussed.

1 - INTRODUÇÃO

O "NAVSTAR GLOBAL POSITIONING SYSTEM - GPS", é um sistema de navegação por satélites, que vem sendo desenvolvido pelos Estados Unidos e que permitirá um rápido, econômico e preciso posicionamento em qualquer lugar do globo terrestre, independentemente da hora do dia e das condições atmosféricas.

1.1 - PRINCÍPIO DO POSICIONAMENTO POR SATÉLITES GPS

Sendo dado um sistema de referência cartesiano fixo, qualquer ponto P do espaço é determinado de maneira única por suas coordenadas x , y e z .

Seja a seguinte figura ,

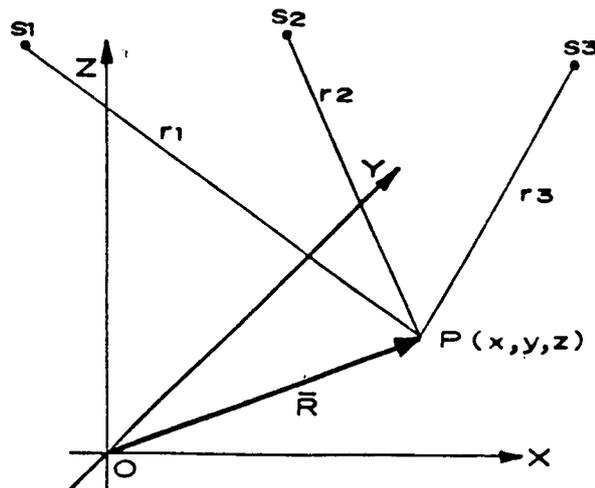


Figura 1.1 - Sistema de referência para o ponto P e os satélites

onde :

X, Y e Z , são os eixos de um sistema de referência fixo,

P , um ponto a ser determinado,

S_1, S_2 e S_3 , são três posições, não coplanares, de satélites,

r_1, r_2 e r_3 , são as distâncias GEOMÉTRICAS do ponto P a S_1, S_2 e S_3 , respectivamente.

A idéia básica do posicionamento por satélites GPS, consiste em:

- Medir as três distâncias r_1, r_2 e r_3 ;
- Determinar as três posições S_1, S_2 e S_3 e
- Calcular as três coordenadas, x, y e z do Ponto P .

Os satélites do sistema GPS transmitem sinais de rádio. Para medir, por exemplo a distância r_1 , um receptor posicionado em P recebe o sinal transmitido da posição S_1 e mede o tempo gasto pelo sinal para percorrer a distância S_1-P . Multiplicando este tempo pela velocidade de propagação do sinal, obtém-se r_1 .

Os sinais de rádio transmitidos, trazem consigo os elementos orbitais. As posições dos satélites podem ser determinadas utilizando estes elementos .

Montando três equações linearmente independentes, que relacionem as distâncias medidas com posições dos satélites e do receptor, pode-se calcular as três coordenadas x, y e z .

1.2 - ESBOÇO DO TRABALHO

Um estudo completo do sistema GPS pode ser dividido, naturalmente, nos seguintes temas:

- O satélite GPS (hardware e software) com suas características específicas,
- Os sinais transmitidos pelos satélites,
- A configuração orbital,
- O segmento de controle, que verifica as órbitas, controla a escala de tempo e injeta dados nas memórias dos satélites,
- O efeito da atmosfera (ionosfera e troposfera) sobre os sinais transmitidos pelos satélites,
- Os receptores GPS (hardware e software), com suas características específicas e as medidas por eles realizadas e
- O tratamento e as aplicações destas medidas

Não obstante o posicionamento com o "Global positioning System" -GPS- ser extremamente facilitado, o sistema apresenta características próprias que requerem um bom PLANEJAMENTO dos trabalhos de campo

Neste trabalho, no capítulo 2, é apresentada uma descrição geral e sucinta do satélite GPS, da configuração orbital e dos sinais transmitidos pelo satélite. Ainda no capítulo 2, são apresentadas duas rotinas: uma para o cálculo das posições dos satélites, utilizando as efemérides transmitidas, e outra para o

cálculo do efeito da refração atmosférica. No capítulo 3, foram abordados, resumidamente, os diferentes tipos de receptores GPS e, as duas principais medidas por eles realizadas (pseudo-tempo de propagação e fase da portadora), foram expressas matematicamente. A partir destas expressões matemáticas foram montadas, no capítulo 4, as equações de observação para pseudo-distância, fase da portadora, simples, dupla e tripla diferença de fase. Utilizando as equações de observação para pseudo-distância foram realizados, no capítulo 5, posicionamentos instantâneos por ponto -onde se verificou um fator geométrico de diluição da precisão (GDOP)- e posicionamentos por ponto com pós-processamento -onde foram analisados diferentes intervalos de tempo para a coleta de observações. No capítulo 6, são apresentados os dados necessários à fase de planejamento e a seguir é apresentada a seqüência de operações necessária à construção dos gráficos dos fatores de diluição da precisão. Um gráfico PDOP é construído, discutido e a sua importância analisada. Finalmente, no capítulo 7, são apresentadas as conclusões e recomendações.

2 - O SEGMENTO DO ESPAÇO

Neste capítulo é apresentada uma descrição sucinta do satélite GPS, da distribuição orbital e dos sinais transmitidos pelo satélite. Ainda neste capítulo, são apresentadas duas rotinas: uma para o cálculo das coordenadas dos satélites GPS, utilizando a mensagem de dados, e outra para o cálculo do efeito da refração atmosférica. Para um melhor conhecimento teórico do assunto aqui apresentado, o leitor pode recorrer às referências |1|, |2|, |9|, |12| e |13|.

2.1 - O SATÉLITE E A DISTRIBUIÇÃO ORBITAL

À parte principal do satélite GPS, que abriga todo o sistema eletrônico, estão fixados dois painéis solares que permitem a manutenção das baterias a bordo. Além disso, o satélite possui outros importantes elementos como: uma memória para armazenar as informações transmitidas pelo segmento de controle; um microprocessador para uma limitada interpolação dos elementos orbitais; um sistema propulsor para manutenção da órbita; quatro osciladores altamente estáveis - 2 osciladores de césio e 2 de rubídio, com estabilidade na ordem de 10^{-13} - , que controlam a emissão dos sinais; e o satélite possui ainda, circuitos multiplicadores e misturadores de frequência.

A constelação completa do sistema GPS - fig. 2.1.1 - consistirá de 18* satélites distribuídos em 6 planos orbitais com

(*) Após a realização de todas as simulações deste trabalho, final de 1988, soube-se que serão utilizados 24 satélites em vez de 18.

uma inclinação de aproximadamente 55 graus. As órbitas terão uma altitude por volta de 20 000 Km, uma pequena excentricidade (na ordem de 10^{-3}) e um período orbital próximo de 12 horas. Serão colocados em órbita três satélites de reserva.

A distribuição orbital dos satélites operacionais será feita de forma que, quando um satélite cruzar o plano do equador do sul para o norte, um outro satélite no próximo plano orbital a leste estará 40° acima do equador. Esta distribuição garante, em média, 4 satélites sempre visíveis em qualquer lugar do globo terrestre. A distribuição orbital que será adotada nas simulações feitas neste trabalho é ilustrada na figura 2.1.2.

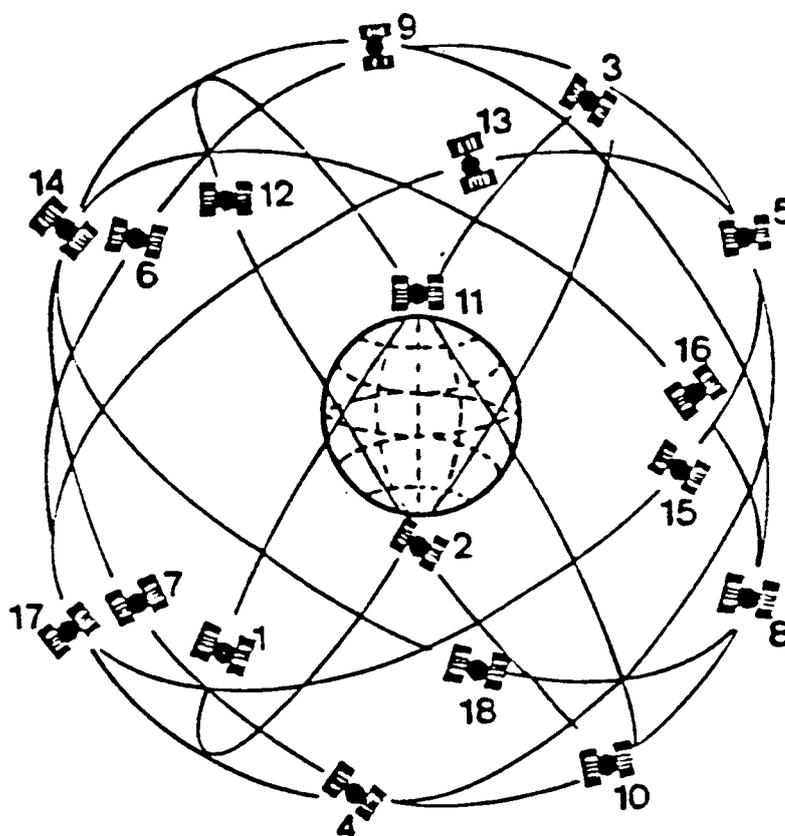
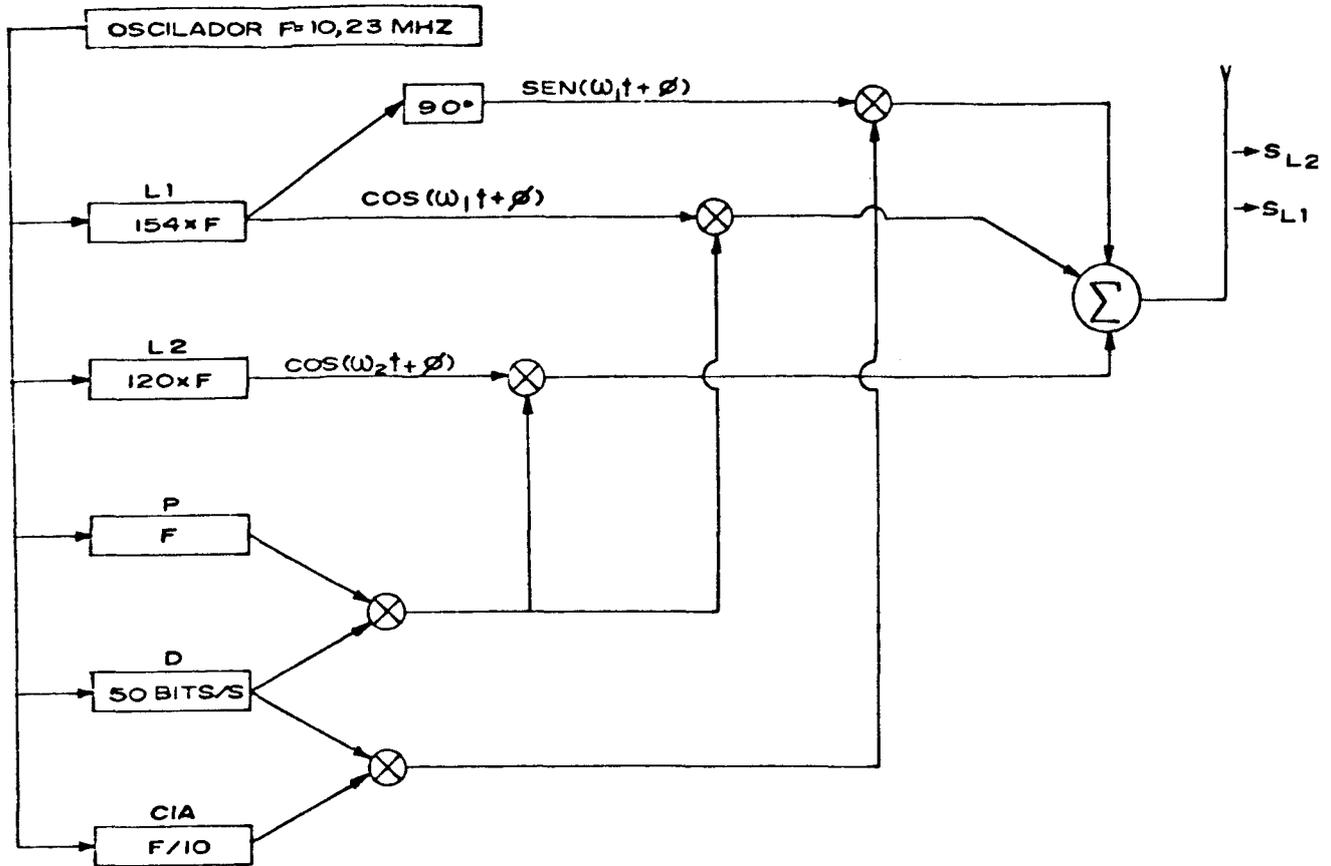


Figura 2.1.1 - Constelação final do "Global Positioning System" [9].

e L2 Com frequência $\omega_2 = 120 \times 10,23 \text{ MHz} = 1227,60 \text{ MHz}$
o que corresponde aos seguintes comprimentos de onda :

$$\lambda_{L1} = 19,05 \text{ Cm}$$

e $\lambda_{L2} = 24,45 \text{ Cm} .$



$$S_{L2} = B_p \cdot P_i(t) \cdot D_i(t) \cdot \text{Cos}(\omega_2 \cdot t + \phi)$$

$$S_{L1} = A_p \cdot P_i(t) \cdot D_i(t) \cdot \text{Cos}(\omega_1 \cdot t + \phi) + A_c \cdot C_i(t) \cdot D_i(t) \cdot \text{Sen}(\omega_1 \cdot t + \phi)$$

onde

B_p = A amplitude do sinal S_{L2} ;

$\text{Cos}(\omega_2 \cdot t + \phi)$ = A portadora L2;

A_p = A amplitude do código P;

A_c = A amplitude do código C/A e

$\text{Cos}(\omega_1 \cdot t + \phi)$ = A portadora L1.

Figura 2.2.1 - Sinais transmitidos, no instante t , pelo satélite 1 do sistema GPS [3].

A portadora L1 é modulada em fase por dois códigos conhecidos como código Preciso (P) e código de fácil acesso - "Coarse Access" - (C/A), e por uma mensagem de dados ou código D. Já a portadora L2 não é modulada pelo código C/A .

O código C/A é uma seqüência binária FALSAMENTE aleatória de 1023 bits, gerada por um algoritmo que se repete a cada milissegundo. A cada satélite é atribuído um diferente código C/A.

O código P também é uma seqüência binária FALSAMENTE aleatória de 235 469 592 765 000 bits $|12|$, transmitida em aproximadamente 38 semanas. A cada satélite é atribuído um diferente segmento de 7 dias. É através dos códigos P, e/ou C/A, que se obtém o instante de transmissão do sinal pelo satélite, conseqüentemente o tempo de propagação do sinal desde o satélite até o receptor e daí a distância receptor-satélite. Esta distância obtida com o código P é dez vezes mais precisa que quando obtida com o código C/A $|12|$.

O acesso direto ao código P só é possível por receptores muito precisamente sincronizados com a escala de tempo GPS. Normalmente este acesso é realizado via código C/A, utilizando a "Hand Over Word"- HOW. Esta palavra contém o chamado contador-Z ("Z-Count"). Se este contador for conhecido, pode-se correlacionar os códigos P do satélite e o gerado pelo receptor.

A mensagem de dados (ou código D), é uma seqüência binária NÃO aleatória de 1500 bits, transmitida em 30 segundos. O conjunto de 1500 bits compõe um quadro de dados. Este quadro é

subdividido em 5 subquadros de 300 bits e dez palavras de 30 bits compõem cada subquadro. O conteúdo de cada subquadro é apresentado nas tabelas que se seguem.

SUBQUADRO 1:

O subquadro 1 contém os parâmetros para correção do relógio do satélite, o número da semana GPS etc.

Veja tabela 2.2.1.

SIMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
NWE ^(*)	Número da semana GPS .	-
IDSV	Número do satélite .	-
ISVA	Exatidão do satélite 1 .	-
ISVH	Saúde do satélite .	-
AODC	Idade dos parâmetros sobre o relógio .	S
toc ^(*)	Instante de referência dos parâmetros para correção do relógio do satélite .	S
a2		S/S ²
a1	Parâmetros para corrigir o relógio	S/S
ao	do satélite .	S

Tabela 2.2.1 - Subquadro 1 da mensagem GPS .

(*) O tempo GPS é dado através do número de semanas (NWE) decorridas desde as 0^h TUC em 06/01/1980 e do número de segundo decorridos na semana (toc, toe, toa).

SUBQUADROS 2 e 3 :

Estes subquadros contém as efemérides do satélite e os parâmetros de atualização destas efemérides. A tabela 2.2.2 mostra estes dados.

SIMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
AODE	Idade das efemérides .	S
Crs	Amplitude do termo harmônico seno de correção do raio vetor .	m
Δn	Correção do movimento médio .	semi-circunf/S
Mo	Anomalia média a t_{oe} .	semi-curcunf.
Cuc	Ampl. do termo harm. cosseno de correção do argumento da latitude .	rad
e	Excentricidade .	-
Cus	Ampl. do termo harm. seno de correção do argumento da latitude .	rad
\sqrt{A}	Raiz quadrada do semi-eixo maior .	m
t_{oe}	Instante de referência das efemérides.	S
Cic	Ampl. do termo harm. cosseno de correção da inclinação da órbita .	rad
Ω	Longitude do nodo ascendente a t_{oe} 1 .	semi-circunf.
Cis	Ampl. do termo harm. seno de correção da inclinação da órbita .	rad
Io	Inclinação da órbita a t_{oe} .	semi-circunf.
Crc	Ampl. do termo harm. cosseno de correção do raio vetor .	m
ω_0	Argumento do perigeu a t_{oe} .	semi-circunf.
$\dot{\Omega}$	Variação temporal de Ω	semi-circunf/S
\dot{I}	Variação temporal de I .	semi-circunf/S

Tabela 2.2.2 - Subquadros 2 e 3 da mensagem GPS.

SUBQUADRO 4 :

Contém mensagem alfanumérica e os parâmetros α_0 , α_1 , α_2 , α_3 , β_0 , β_1 , β_2 e β_3 para a correção da refração ionosférica.

SUBQUADRO 5 :

Contém o ALMANAQUE GPS.

Enquanto os subquadros 1, 2 e 3 se repetem nos quadros seguintes, até que os dados sejam renovados; os subquadros 4 e 5 mostram dados diferentes em cada quadro, voltando a repetir-se depois de cada conjunto de 25 quadros. Como cada quadro tem a duração de 30 segundos, tem que se esperar $30 \times 25 = 750$ segundos, o que é igual a aproximadamente 13 minutos, para obter o conteúdo completo dos subquadros 4 e 5.

O Almanaque GPS traz informações sobre os outros satélites do sistema. O objetivo deste almanaque é fornecer ao usuário dados para o fim de planejamento e para agilizar a busca de satélites pelo receptor.

A tabela 2.2.3., traz o conteúdo deste subquadro.

SIMBOLO	SIGNIFICADO	UNIDADE
IDSV	Número do satélite .	-
e	Excentricidade .	-
toa	Instante de referência do almanaque .	S
Δi	Correção a inclinação .	semi-circunf
ISVH	Saúde do satélite .	-
$\dot{\Omega}$	Variação temporal de Ω .	semi-circunf./S
\sqrt{A}	Raiz quadrada do semi-eixo maior .	$\frac{1}{2}$ m
Ω	Longitude do nodo ascend. .	semi-circunf.
W	Argumento de perigeu .	semi-circunf.
Mo	Anomalia a toa .	semi-circunf.
ao	Parâmetros para corrigir o relógio do satélite .	S
a1 (*)	Inclinação aproximada da órbita = 54	S/S
Io		graus

Tabela 2.2.3 - Subquadro 5 da mensagem GPS.

(*) Não é enviado.

2.3. CÁLCULO DAS COORDENADAS DOS SATÉLITES GPS

UTILIZANDO AS EFEMÉRIDES TRANSMITIDAS.

Este tópico será apresentado em forma de rotina. Os dados necessários para o cálculo das posições dos satélites são aqueles apresentados no tópico anterior. Após ler de algum arquivo estes dados, deve-se:

1) Uniformizar as unidades :

$$\begin{aligned}A &= \sqrt{A} \cdot \sqrt{A} \text{ ,} \\ \Omega_0 &= \Omega_0 \cdot \Pi \text{ ,} \\ \dot{\Omega} &= \dot{\Omega} \cdot \Pi \text{ ,} \\ I_0 &= I_0 \cdot \Pi \text{ ,} \\ \dot{I} &= \dot{I} \cdot \Pi \text{ ,} \quad \Pi = 3,141\ 592\ 653\ 589\ 8 \\ M_0 &= M_0 \cdot \Pi \text{ ,} \\ W_0 &= W_0 \cdot \Pi \text{ e} \\ \Delta n &= \Delta n \cdot \Pi \text{ .}\end{aligned}$$

2) Obter o número da semana GPS de toc (NWtoc) :

NWE é o número da semana GPS corrente, ou seja, o número da semana em que os dados foram enviados pelo satélite. Se os dados são coletados, por exemplo numa segunda-feira, NWtoc poderá ser igual a NWE - 1; por outro lado, se são coletados num sábado, NWtoc poderá ser igual a NWE + 1, dependendo de toc e do intervalo de tempo máximo em que os dados são mantidos constantes. De acordo com Andrade (1988), [1] , este intervalo máximo será de uma semana; 3,5 dias antes do instante de referência e 3,5 dias (302 400 S) depois, portanto se

$$T_{k1} = TS - t_{oc} , \quad (2.3.1)$$

onde

TS = O instante de transmissão do sinal no relógio do satélite. (Veja como obter TS no capítulo 3, seção 3.2),

for MENOR que -302 400 S

$$NW_{toc} = NWE - 1 ; \quad (2.3.2)$$

por outro lado, se T_{k1} for MAIOR que 302 400 S

$$NW_{toc} = NWE + 1 \quad (2.3.3)$$

3) Calcular a correção a ser feita no relógio do satélite (ΔTS):

$$\Delta TS = a_0 + a_1 \cdot \Delta TC + a_2 \cdot \Delta TC^2 \quad (2.3.4)$$

onde

$$\Delta TC = t_t - t_{oc} + (NWE - NW_{toc}) \cdot 604\,800^{(*)} \quad (2.3.5)$$

e

t_t = O instante de transmissão do sinal na escala de tempo GPS (ainda não conhecido).

4) Calcular o instante de transmissão do sinal na escala de tempo GPS (t_t) :

$$t_t = TS - \Delta TS \quad (2.3.6)$$

5) Obter o número da semana GPS de t_{oc} ou t_{oa} (NWR) :

Se a mensagem GPS trouxesse NW_{toc} e NWR, este passo e o 2º, não seriam necessários. Valem aqui as mesmas observações

(*) Nesta equação, t_t poderá ser substituído por TS

feitas no segundo passo, portanto

se

$$Tk2 = tt - toe \quad (2.3.7)$$

for MENOR que -302 400 S,

$$NWR = NWE - 1 ;$$

por outro lado, se Tk2 for MAIOR que 302 400 S

$$NWR = NWE + 1 \quad (2.3.8)$$

6) Calcular o intervalo de tempo entre o instante de transmissão do sinal e o instante de referência das efemérides -toe ou toa- (TK) :

$$TK = tt - toe + (NWE - NWR).604\ 800 \quad (2.3.9)$$

7) Calcular e corrigir o movimento médio orbital do satélite (n):

$$n_0 = \sqrt{\frac{GM}{A^3}} \quad (2.3.10)$$

$$n = n_0 + \Delta n \quad (2.3.11)$$

onde

GM = A constante gravitacional

GM = $3,986005 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{S}^2$, para o sistema WGS-84

|10| .

8) Calcular a anomalia média (M):

$$M = Mo + n.TK \quad (2.3.12)$$

9) Calcular a anomalia excêntrica (E):

Uma vez que a excentricidade das órbitas GPS é pequena, o cálculo da anomalia excêntrica pode ser feito de forma iterativa, utilizando a equação de Kepler, |9|.

$$E_0 = M + e \cdot \text{Sen}(M) \quad (2.3.13)$$

$$E_i = M + e \cdot \text{Sen}(E_{i-1}); \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

até que $|E_i - E_{i-1}|$ seja menor que um erro % pré-estabelecido.

10) Calcular a anomalia verdadeira (V1), o argumento da latitude (U1), o raio vetor (R1) e a inclinação do plano orbital (I1):

$$\text{Cos}(V1) = \frac{\text{Cos}(E) - e}{1 - e \cdot \text{Cos}(E)}, \quad (2.3.14)$$

$$\text{Sen}(V1) = \frac{\sqrt{1 - e^2} \cdot \text{Sen}(E)}{1 - e \cdot \text{Cos}(E)} \quad (2.3.15)$$

$$U1 = V1 + \omega_0 \quad (2.3.16)$$

$$R1 = A \cdot (1 - e \cdot \text{Cos}(E)) \quad (2.3.17)$$

$$I1 = I_0 + \dot{I} \cdot TK \quad (2.3.18)$$

11) Calcular as correções a U1, R1, I1, devido às perturbações do segundo harmônico e corrigi-los:

$$VU = C_{uc} \cdot \text{Cos}(2U1) + C_{us} \cdot \text{Sen}(2U1)$$

$$VR = C_{rc} \cdot \text{Cos}(2U1) + C_{rs} \cdot \text{Sen}(2U1) \quad (2.3.19)$$

$$VI = C_{ic} \cdot \text{Cos}(2U1) + C_{is} \cdot \text{Sen}(2U1)$$

$$\begin{aligned}
 U &= U_1 + VU \\
 R &= R_1 + VR \\
 I &= I_1 + VI
 \end{aligned}
 \tag{2.3.20}$$

12) Calcular as coordenadas planas orbitais do satélite (XO e YO):

$$\begin{aligned}
 XO &= R \cdot \text{Cos}(U) \\
 YO &= R \cdot \text{Sen}(U)
 \end{aligned}
 \tag{2.3.21}$$

13) Calcular as coordenadas cartesianas terrestres geocêntricas do satélite, (XS, YS, e ZS), em um sistema terrestre médio (WGS-84), corrigindo-as da rotação da terra durante o tempo de propagação do sinal:

Este cálculo pode ser feito, iterativamente, através da seguinte seqüência:

$$ZS = YO \cdot \text{Sen}(I) \quad , \tag{2.3.22}$$

$$\Omega_1 = \Omega_0 + \dot{\Omega} \cdot TK \quad , \tag{2.3.23}$$

$$TP_0 = 0 \quad , \tag{2.3.24}$$

$$\begin{aligned}
 \text{a) } TR_i &= tt + TP_{i-1} \\
 \text{b) } \Omega_i &= \Omega_1 - \omega_e \cdot TR_i \\
 \text{c) } XS_i &= XO \cdot \text{Cos}(\Omega_i) - YO \cdot \text{Sen}(\Omega_i) \cdot \text{Cos}(I) \\
 \text{d) } YS_i &= XO \cdot \text{Sen}(\Omega_i) + YO \cdot \text{Cos}(\Omega_i) \cdot \text{Cos}(I)
 \end{aligned}
 \tag{2.3.25}$$

$$\text{e) } TP_i = \sqrt{(XS_i - x^o)^2 + (YS_i - y^o)^2 + (ZS - z^o)^2} / c \quad (*)$$

Com $i = 1, 2, 3 \dots$ até que $|TP_i - TP_{i-1}|$ seja menor que um erro δ pré-estabelecido.

(*) Desprezando o atraso, na propagação do sinal, devido à refração atmosférica.

Nestas fórmulas,

TP = O tempo de propagação do sinal,

TR = O instante de recepção do sinal,

x° , y° e z° = As coordenadas cartesianas geocêntricas aproximadas da estação rastreadora,

We = A velocidade de rotação da terra,

We = 7,292115147 rad/s, para o sistema WGS-84 [10] e

C = A velocidade da luz no vácuo

C = 299 792 458,0 m/s , [10].

2.4 - CÁLCULO DO EFEITO DA REFRAÇÃO ATMOSFÉRICA.

Também este tópico será apresentado em forma de rotina. Em Andrade (1988), [1], o leitor encontrará o desenvolvimento teórico do assunto e a demonstração das fórmulas que serão aqui apresentadas.

2.4.1 - REFRAÇÃO IONOSFÉRICA

A camada ionizada da atmosfera causa variação na velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas. Tal variação depende da densidade de ions e da espessura da ionosfera. Esses parâmetros, por sua vez, dependem da latitude, da estação do ano, da hora do dia e da atividade solar.

A variação na velocidade de propagação, na ionosfera, é diferente para as diferentes frequências do espectro eletromagnético, ou seja, a refração ionosférica depende da frequência da onda que atravessa a ionosfera.

O efeito da ionosfera sobre o sinal SL1, pode ser calculado utilizando a seguinte fórmula :

$$\Delta T_{ion_{L1}} = \frac{W_2^2}{W_1^2 - W_2^2} \cdot (\tau_{L2} - \tau_{L1}) \quad (2.4.1)$$

onde :

W1 e W2, são as frequências das portadoras L1 e L2, respectivamente,

τ_{L1} e τ_{L2} , são os tempos de propagação medidos, pelos receptores, utilizando os sinais SL1 e SL2, respectivamente.

2.4.2 - REFRAÇÃO TROPOSFÉRICA

A refração troposférica depende da temperatura, da pressão, do comprimento do caminho troposférico (da elevação do satélite) e da quantidade de vapor d'água existente na troposfera. Por isso, ao calcular índices de refração para a troposfera costuma-se separar duas componentes: uma seca e outra úmida. Vale observar que a quantidade de vapor d'água, a pressão e a temperatura dependem da latitude, longitude, altitude, da estação do ano e da hora do dia.

O atraso devido à refração troposférica pode ser calculado, utilizando a seguinte rotina :

- 1) Cálculo do caminho troposférico, de uma atmosfera simplificada com um único índice de refração n_p (índice de refração no local de rastreamento), percorrido pelas ondas eletromagnéticas (CMD,

|1|:

$$CM = X \cdot \sqrt{1 + \text{tg}^2 EL} \quad (2.4.2)$$

onde :

EL = O ângulo de elevação do satélite . Pode ser calculado a partir das coordenadas topocêntricas do satélite - Eq. (6.2.2),

$$X = \frac{-2 \cdot R \cdot \text{tg} EL + \sqrt{(2 \cdot R \cdot \text{tg} EL)^2 + 4 \cdot (1 + \text{tg}^2 EL) \cdot CMO \cdot (2 \cdot R + CMO)^2}}{2 \cdot (1 + \text{tg}^2 EL)} \quad (2.4.3)$$

onde :

CMO = A altura do centro de massas da coluna atmosférica de base unitária. CMO = 8 458m

|2| ,

R = Rm + H = A soma do raio médio da terra com a altitude do local de rastreamento, em metros.

2) Cálculo do índice de refração para o ar seco, no local de rastreamento (Nd):

$$Nd = 77,6 \cdot \frac{Pa}{Ts} \quad (2.4.4)$$

onde :

Pa = A pressão atmosférica em mb,

Ts = A temperatura seca em °K .

3) Cálculo do índice de refratividade para o ar úmido, no local de rastreamento (Nw):

$$N_w = 3,73 \cdot 10^5 \cdot \frac{e_p}{T_s^2} \quad (2.4.5)$$

onde

e_p = A pressão parcial de vapor d'água em mb .

4) Cálculo do índice de refratividade no local de rastreamento (N):

$$N = N_d + N_w \quad (2.4.6)$$

5) Cálculo do atraso troposférico (ΔT_{trop})

$$\Delta T_{trop} = \frac{CM}{C} \cdot N \cdot 10^{-6} \quad (2.4.7)$$

onde

C = A velocidade da luz no vácuo em m/s .

A figura 2.4.1 mostra a variação da refração troposférica com o ângulo de elevação $|1|$.

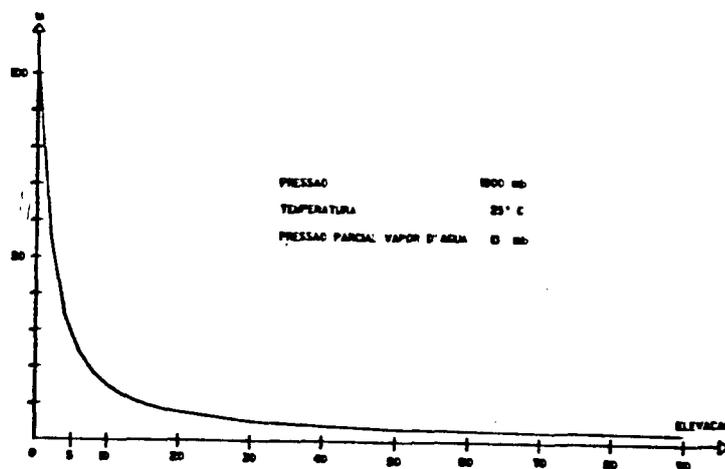


Figura 2.4.1 - Variação da refração troposférica com a elevação $|1|$.

2.4.3 - REFRAÇÃO ATMOSFÉRICA

O efeito da refração atmosférica (ΔTA) é obtido somando os efeitos da refração ionosférica e troposférica, ou seja

$$\Delta TA = \Delta T_{ion} + \Delta T_{trop}. \quad (2.4.8)$$

3. RECEPTORES GPS

Neste capítulo inicialmente é feita uma breve apresentação dos diferentes tipos de receptores e depois, são apresentadas as duas principais medidas que podem ser realizadas por um receptor GPS.

Foram vistos no capítulo anterior, os sinais transmitidos pelos satélites do sistema GPS. Após atravessarem a atmosfera, chegam simultaneamente à antena do receptor, dois sinais de cada satélite acima do horizonte desta antena. Se n satélites estão acima do horizonte, e a antena é capaz de receber duas diferentes frequências ao mesmo tempo, chegarão ao receptor $2n$ sinais simultaneamente. A fim de realizar as medidas, o receptor tem que ser capaz de isolar os diferentes sinais e de identificar o transmissor de cada sinal. Esta identificação é feita utilizando o específico código C/A ou a porção específica do código P, ou ainda o efeito Doppler na frequência da portadora [12].

3.1. OS DIFERENTES TIPOS DE RECEPTORES GPS

A quantidade de sinais isolados por um receptor, depende do número de CANAIS (hardware ou software) que o receptor possui. Se o receptor possui quatro ou mais canais (hardware), e cada canal rastreia continuamente um mesmo sinal, ele é chamado de RECEPTOR MULTICANAL ou receptor de rastreamento contínuo. Os diferentes sinais isolados para o rastreamento percorrerão, em

um receptor multicanal, diferentes caminhos eletrônicos, dando origem a discrepâncias entre os canais. Estas discrepâncias deverão ser calibradas antes e após cada sessão de observação.

Este tipo de receptor rastreia facilmente quatro ou mais sinais ao mesmo tempo, tornando possível e seguro o posicionamento instantâneo com o receptor em movimento.

Se o receptor possui um ou mais canais (hardware) e cada canal rastreia seqüencialmente vários sinais, ele é chamado de RECEPTOR SEQUENCIAL.

Foi visto no capítulo anterior que a mensagem de dados de cada satélite é transmitida a uma frequência de 50 bps, ou seja, 1 bit de 20 em 20 ms. Se cada canal, do receptor seqüencial, observa n satélites em 20 ms, ele pode voltar ao primeiro satélite observado sem perder nenhum bit da mensagem de dados. Diz-se então, que o receptor observa vários satélites em sincronia com a mensagem de dados. Este tipo particular de receptor seqüencial é chamado de RECEPTOR MULTIPLEX.

O software do receptor multiplex, faz a interpolação das observações e realiza medidas simultâneas, a cada intervalo de tempo estabelecido pelo próprio receptor.

A fim de realizar as medidas, o receptor deve ainda decompor os sinais isolados em seus constituintes : o código C/A, a mensagem de dados, o código P e a frequência da portadora.

O receptor que não usa códigos e trabalha apenas com a frequência da portadora é chamado RECEPTOR "CODELESS".

Uma vez que este tipo de receptor não utiliza os códigos, ele não decodifica a mensagem de dados e não tem informação do tempo; portanto, deve ser sincronizado com o TUC antes e após cada sessão de observação. As efemérides deverão ser obtidas de uma fonte externa e fornecidas ao receptor.

Temos ainda aqueles receptores que trabalham com apenas um sinal (SL1 ou SL2) e aqueles que utilizam os dois sinais, SL1 e SL2. A maioria dos receptores civis, trabalham com apenas um sinal [12], e portanto, a refração ionosférica deve ser modelada ou então ignorada.

3.2. REALIZAÇÃO DAS MEDIDAS

As principais medidas realizadas por um receptor GPS são : o tempo de propagação aparente ou pseudo-tempo de propagação e a fase da portadora.

3.2.1. PSEUDO-TEMPO DE PROPAGAÇÃO

A observação básica do sistema GPS, é o tempo que o sinal gasta para se propagar do satélite ao receptor. Esta medida é realizada utilizando códigos (P e/ou C/A).

Para rastrear código - P ou C/A - o receptor deve ser capaz de gerar uma cópia deste mesmo código. O rastreamento é feito comparando o código RECEBIDO com o código GERADO e variando este último em relação ao tempo, até os dois se encaixarem, ou mais precisamente, até se obter a máxima correlação. Assim que a

máxima correlação é obtida, o sinal recebido fica livre do código correlacionado. O tempo necessário para encaixar os dois códigos, é o PSEUDO-TEMPO DE PROPAGAÇÃO do sinal, ou seja, o tempo que o sinal gastou para percorrer a distância satélite-receptor, afetado pelo não-sincronismo entre os relógios do satélite e do receptor.

O PSEUDO-TEMPO DE PROPAGAÇÃO, τ , pode ser expresso matematicamente da seguinte forma :

$$\tau = TR - TS \quad (3.2.1)$$

onde :

TR = O instante de realização da medida, registrado pelo relógio do receptor e

TS = O instante de transmissão do sinal no relógio do satélite.

São apresentadas no final deste capítulo duas listas de τ , medidos a cada três segundos utilizando os dois sinais de quatro satélites simultaneamente. Na primeira, são dados τ e TR. Porém, nas equações (2.3.1) e (2.3.6) precisa-se conhecer TS, que pode ser calculado utilizando a seguinte equação :

$$TS = TR - \tau \quad (3.2.2)$$

A segunda listagem, retirada da referência [10], fornece TR, o contador Z ("Z-Count"), o código X e o código P. Destes dados pode-se calcular TS utilizando a seguinte equação [10] :

$$TS = 1,5 \cdot Z + (X + P \cdot 2^{-16}) / 10,23 \cdot 10^6 \quad (3.2.3)$$

Dado T_R e calculado T_S , pode-se calcular τ utilizando a equação (3.2.1).

3.2.2. FASE DA PORTADORA

Após retirar do sinal recebido todos os códigos, o receptor obtém a frequência da portadora (f_r). Misturando esta frequência com a frequência gerada por um oscilador local (f_g), o receptor forma a frequência de batimento ($f_g - f_r$), conhecida como "frequência de batimento da portadora reconstruída".

Seja T_L ("Lock-on time"), o instante em que o receptor termina de executar, pela primeira vez, as operações de isolamento, demodulação e mistura de um certo sinal, ou seja, o instante em que o receptor forma, pela primeira vez, o sinal de frequência igual a $(f_g - f_r)$. A fase deste sinal, medida a cada instante a partir de T_L , é a FASE DA PORTADORA.

A fim de expressar matematicamente esta medida, procurou-se primeiro, expressá-la geometricamente com a seguinte figura :

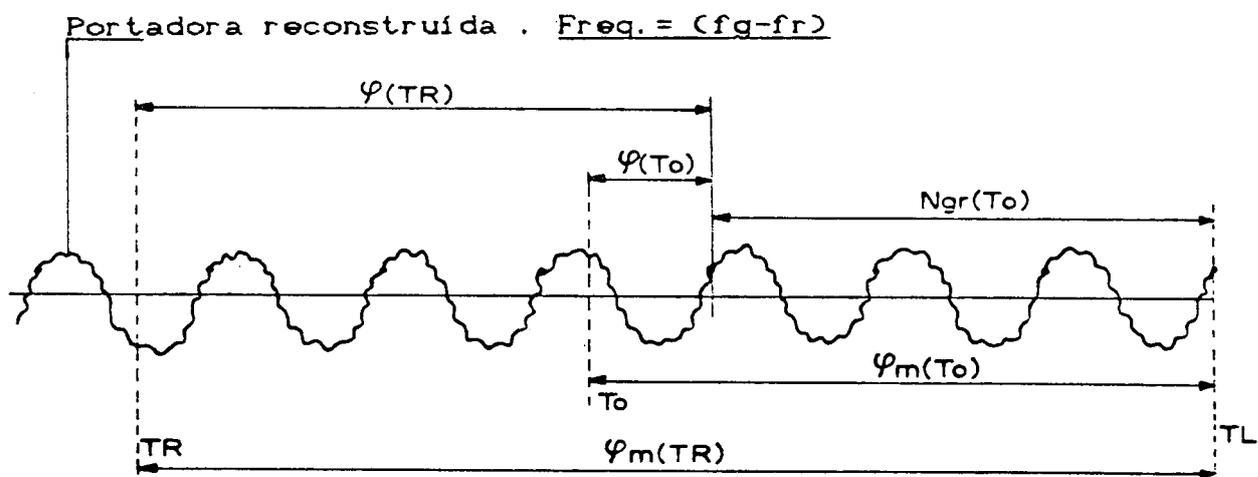


Figura 3.2.1 - Fase da portadora, geometricamente

onde

T_L = O instante de sintonização,

T_o = O instante em que é realizada a primeira medida, após T_L , da fase da portadora,

T_R = Um outro instante em que a medida é realizada,

$\varphi_m(T_o)$ = A fase da portadora medida no instante T_o ,

$\varphi_m(T_R)$ = A fase da portadora medida no instante T_R .
Observe que foi admitido, na figura, um rastreamento contínuo do sinal, ou seja, foi admitido que o receptor não perdeu o sinal durante o intervalo $[T_o, T_R]$.

$\varphi(T_o)$ = A fase fracional no instante T_o (menor que 1 ciclo),

$\varphi(T_R)$ = Uma fase no instante T_R (maior que 1 ciclo) e

$N_{gr}(T_o)$ = O número inteiro de comprimentos de onda, formados no intervalo $[T_L, T_o]$.

Desta figura,

$$\varphi_m(T_o) = \varphi(T_o) + N_{gr}(T_o). \quad (3.2.4)$$

Mas $\varphi(T_o)$, é a fase de um sinal de frequência igual a $(f_g - f_r)$, e portanto $\varphi(T_o)$ pode ser expressa matematicamente como $\varphi_g(T_o) - \varphi_r(T_o)$. Assim, a expressão matemática para a fase medida no instante T_o é :

$$\varphi_m(T_o) = \varphi_g(T_o) - \varphi_r(T_o) + N_{gr}(T_o). \quad (3.2.5)$$

onde:

$\varphi_g(T_0)$ = A fase de referência, gerada no instante T_0 e

$\varphi_r(T_0)$ = A fase recebida no instante T_0 .

Como foi admitido um rastreamento contínuo do sinal, tem-se que

$$\varphi_m(TR) = \varphi_g(TR) - \varphi_r(TR) + Ngr(T_0) \quad (3.2.6)$$

De acordo com a referência [11], existem receptores que em vez de trabalhar com $(fg-fr)$, trabalham com $(fr-fg)$. Para estes receptores

$$\varphi_m(TR) = \varphi_r(TR) - \varphi_g(TR) + Nrg(T_0) \quad (3.2.7)$$

TR (SEGUNDOS DA SEMANA)	IDSV (PRN)	τL1 (SEGUNDOS)	τL2 (SEGUNDOS)
21 9659,000000000	9	7,830364558300000D-02	7,830364375000000D-02
21 9659,000000000	11	8,234934019900000D-02	8,234934791100000D-02
21 9659,000000000	12	7,439111217999999D-02	7,439111779200000D-02
21 9659,000000000	13	8,319652707700000D-02	8,319651633800000D-02
21 9662,000000000	9	7,830882891700000D-02	7,830882618100000D-02
21 9662,000000000	11	8,235021373500000D-02	8,235022523100000D-02
21 9662,000000000	12	7,437989059000000D-02	7,437988053400001D-02
21 9662,000000000	13	8,318994152100000D-02	8,318998124700000D-02
21 9665,000000000	9	7,831400861300000D-02	7,831400399800000D-02
21 9665,000000000	11	8,235109403900000D-02	8,235110505500000D-02
21 9665,000000000	12	7,437885913400001D-02	7,437866667199999D-02
21 9665,000000000	13	8,318349627000000D-02	8,318347031300000D-02
21 9668,000000000	9	7,831918413300000D-02	7,831917944700000D-02
21 9668,000000000	11	8,735198571200000D-02	8,235199689899999D-02
21 9668,000000000	12	7,437744581000000D-02	7,437744129400001D-02
21 9668,000000000	13	8,317898518500001D-02	8,317895930000000D-02
21 9671,000000000	9	7,832435958000000D-02	7,832435589800001D-02
21 9671,000000000	11	8,235287656100000D-02	8,235293121800000D-02
21 9671,000000000	12	7,437622171699999D-02	7,437622815099999D-02
21 9671,000000000	13	8,317043507100000D-02	8,317044990000000D-02

Tabela (3.2.1) - Pseudo-tempos de propagação observados
(Dados : TR e τ).

284(NWE)	389300,00(TR)	6	8	11	12			
6	259533 4453993			7851		259533	4453993	3331
8	259533 4408962			14776		259533	4408962	12000
11	259533 4400279			22606		259533	4400279	8084
12	259533 4414733			-10720		259533	4414733	-15668
284	389303,00	6	8	11	12			
6	259535 4453945			-14565		259535	4453945	-21453
8	259535 4408950			23000		259535	4408950	16580
11	259535 4400332			-4468		259535	4400332	-17460
12	259535 4414786			-24784		259535	4414786	-31928
284	389306,00	6	8	11	12			
6	259537 4453896			25931		259537	4453896	17659
8	259537 4408938			24080		259537	4408938	20216
11	259537 4400385			-31172		259537	4400384	28968
12	259537 4414838			26008		259537	4414838	19832
284	389309,00	6	8	11	12			
6	259539 4453848			-3865		259539	4453848	-6185
8	259539 4408926			24464		259539	4408926	16200
11	259539 4400437			8964		259539	4400437	1456
12	259539 4414891			13324		259539	4414891	4940
284	389312,00	6	8	11	12			
6	259541 4453799			31459		259541	4453799	20955
8	259541 4408914			20344		259541	4408914	11828
11	259541 4400490			-22272		259541	4400490	-27052
12	259541 4414944			-6708		259541	4414944	-9220
IDSV	Z-Count X			P		Z-Count	X	P
	SL1					SL2		

Tabela (3.2.2) - Pseudo-tempos de propagação observados
(Dados : TR, Z-Count, Códigos X e P).

4 - EXPLICITAÇÃO DAS INCÓGNITAS DE INTERESSE NAS OBSERVAÇÕES REALIZADAS

No capítulo anterior, foram vistas as diferentes medidas que os receptores GPS realizam. Neste capítulo, as incógnitas de interesse serão explicitadas nestas medidas. Serão formadas as EQUAÇÕES DE OBSERVAÇÃO para pseudo-distância, fase da portadora, simples, dupla e tripla diferença de fase.

4.1 - PSEUDO-DISTÂNCIA

Viu-se no capítulo anterior que uma das medidas do sistema GPS é o pseudo-tempo de propagação, τ , do sinal, isto é, o tempo de propagação real, TP, afetado pelo não-sincronismo entre os relógios do satélite e do receptor. Devido a este não-sincronismo, é adotada a escala de tempo GPS, tomada como ideal. De acordo com a eq. (3.2.1),

$$\tau(tt, tr) = TR(tr) - TS(tt) \quad (4.1.1)$$

onde:

$\tau(tt, tr)$ = O pseudo-tempo de propagação de um sinal transmitido no instante tt e recebido no instante tr ,

tt = O instante de transmissão do sinal na escala de tempo GPS,

tr = O instante de recepção do sinal, também na escala de tempo GPS,

$TR(tr)$ = O instante registrado pelo relógio do receptor, no momento de recepção do sinal

ou melhor, no momento de realização da medida,

$TS(tt)$ = O instante de transmissão do sinal no relógio do satélite.

Admitindo os relógios do satélite e do receptor ADIANTADOS em relação à escala de tempo GPS de ΔTS e ΔTR , respectivamente, e que estes estados dos relógios variam com o tempo, ou seja, admitindo:

$$TS(tt) = tt + \Delta TS(tt) \quad (4.1.2)$$

e $TR(tr) = tr + \Delta TR(tr) \quad (4.1.3)$

a equação (4.1.1) torna-se,

$$\tau(tt, tr) = tr + \Delta TR(tr) - tt - \Delta TS(tt) \quad (4.1.4)$$

$$\therefore \tau(tt, tr) = tr - tt + \Delta TR(tr) - \Delta TS(tt), \quad (4.1.5)$$

mas

$tr - tt =$ O tempo de propagação REAL do sinal,

ou seja,

$$tr - tt = IP(tt, tr). \quad (4.1.6)$$

Assim

$$\tau(tt, tr) = IP(tt, tr) + \Delta TR(tr) - \Delta TS(tt). \quad (4.1.7)$$

Seja

$DG(tt, tr)$, a distância geométrica entre a posição do satélite no instante tt e a posição do receptor no instante tr ,

C , a velocidade da luz no vácuo e

ΔTA , o atraso na propagação do sinal, do satélite ao receptor, devido à refração atmosférica.

Tem-se que

$$TP(tt, tr) = \frac{DG(tt, tr)}{C} + \Delta TA^{(*)}, \quad (4.1.8)$$

e portanto, de acordo com a eq. (4.1.7),

$$\tau(tt, tr) = \frac{DG(tt, tr)}{C} + \Delta TA + \Delta TR(tr) - \Delta TS(tt) \quad (4.1.9)$$

∴

$$C \cdot \tau(tt, tr) = DG(tt, tr) + C \cdot \Delta TA + C \cdot \Delta TR(tr) - C \cdot \Delta TS(tt). \quad (4.1.10)$$

Fazendo

$$C \cdot \tau(tt, tr) = PDC(tt, tr), \quad (4.1.11)$$

onde

$PDC(tt, tr)$ = A pseudo-distância satélite-receptor, obtida com o intervalo $\tau(tt, tr)$,

pode-se tratar $PDC(tt, tr)$ como uma observação de variância,

(*) Veja no capítulo 2, seção 2.4, as variáveis das quais ΔTA depende .

$$\sigma^2(PD) = C^2 \cdot \sigma^2(\tau), \quad (4.1.12)$$

onde

$$\sigma^2(\tau) = \text{A variância da medida } \tau \text{ .}$$

Tem-se então a equação de observação para pseudo-distância:

$$PD(tt, tr) = DG(tt, tr) + C \cdot \Delta TA + C \cdot \Delta TR(tr) - C \cdot \Delta TS(tt) \text{ .} \quad (4.1.13)$$

As incógnitas de interesse, ou seja, as coordenadas do receptor se encontram em $DG(tt, tr)$, pois,

$$DG(tt, tr) = [(XS(tt, tr) - x(tr))^2 + (YS(tt, tr) - y(tr))^2 + (ZS(tt, tr) - z(tr))^2]^{1/2}, \quad (4.1.14)$$

onde:

$x(tr)$, $y(tr)$ e $z(tr)$, são as coordenadas do centro de fase da antena do receptor. Se não se interessa estudar os movimentos da Terra, pode-se expressar estas coordenadas em um sistema de referência fixo à Terra (sistema terrestre). Se também não se interessa pelo movimento do polo, pode-se expressá-las em um SISTEMA TERRESTRE MÉDIO.

Desprezando os movimentos da crosta terrestre, durante o tempo de observação, tem-se que:

$$x(tr) = x, \quad y(tr) = y \text{ e } z(tr) = z, \text{ ou seja,}$$

as coordenadas do receptor não variam com o tempo.

$XS(tt, tr)$, $YS(tt, tr)$ e $ZS(tt, tr)$, são as coordenadas da posição do satélite no instante tt , em um sistema fixo à Terra, no momento de recepção tr . Estas coordenadas devem ser calculadas no sistema de referência escolhido para o cálculo das coordenadas do receptor. Elas podem ser calculadas em relação ao sistema terrestre médio, através da rotina dada no capítulo 2, seção 2.3 .

$\Delta TR(tr)$ pode ser considerado constante durante todo tempo de observação e ter-se-á apenas mais uma incógnita na eq. (4.1.13), ou considerado constante durante um intervalo pré-estabelecido, resultando em uma incógnita a mais a cada intervalo, ou ainda modelado pela parábola, |1| :

$$\Delta TR(tr) = b_0 + b_1.(tr - t_0) + b_2.(tr - t_0)^2 \quad (*) , \quad (4.1.15)$$

na qual ,

t_0 = O instante de referência para os coeficientes b_0 , b_1 e b_2 .

Poderá ser o início das observações (em s),

b_0 = O estado do relógio do receptor, em relação à escala de tempo GPS, no instante t_0 (em s),

(*) Nesta equação, tr poderá ser substituído por TR .

b1 = A marcha linear do relógio do receptor (em s/s) e

b2 = A variação da marcha do relógio do receptor (em s/s²),

resultando na adição de 3 incógnitas, b0, b1 e b2, à equação (4.1.13) .

Após substituir a eq. (4.1.14) na eq. (4.1.13), desprezar os movimentos da crosta e admitir ΔTR constante durante o tempo de observação, tem-se a seguir, uma EQUAÇÃO DE OBSERVAÇÃO PARA PSEUDO-DISTANCIA:

$$\begin{aligned} PDX(tt, tr) = & [(XS(tt, tr) - x)^2 + (YS(tt, tr) - y)^2 \\ & + (ZS(tt, tr) - z)^2]^{1/2} + C. \Delta TR + C. \Delta TA \\ & - C. \Delta TS(tt) \quad , \quad (4.1.16) \end{aligned}$$

onde aparecem 4 incógnitas: x, y, z e ΔTR .

ΔTA e ΔTS(tt), podem ser calculados utilizando as fórmulas (2.4.8) e (2.3.4), respectivamente .

4.2 - FASE DA PORTADORA

Viu-se no capítulo anterior que os receptores podem reconstruir a portadora e medir a fase desta portadora reconstruída, ou mais precisamente, medir a fase da portadora de batimento, de frequência (fg - fr), numa série de instantes estabelecidos pelo receptor. Trabalhando agora com a escala de tempo GPS, esta medida pode, de acordo com a eq. (3.2.6), ser

expressa matematicamente da seguinte forma:

$$p_m(t_t, t_r) = p_g(t_r) - p_r(t_t, t_r) + N_{gr}(t_r) \quad , \quad (4.2.1)$$

onde:

$p_m(t_t, t_r)$ = A fase, do sinal transmitido no instante t_t , medida no instante t_r (em ciclos),

$p_g(t_r)$ = A fase, de referência, gerada pelo receptor no instante t_r (em ciclos),

$p_r(t_t, t_r)$ = A fase, do sinal transmitido no instante t_t , recebida no instante t_r (em ciclos),

$N_{gr}(t_r)$ = A ambigüidade na medida da fase (em ciclos). Se não houve perda do sinal pelo receptor, $N_{gr}(t_r)$ é a ambigüidade da primeira medida, ou seja,

$$N_{gr}(t_r) = N_{gr}(T_0) \quad (4.2.2)$$

A frequência recebida, f_r , do sinal do satélite GPS, é diferente da frequência transmitida pelo satélite, f_s , e varia continuamente com o tempo devido ao movimento do satélite em relação ao receptor, ou seja, $f_r(t)$ é diferente de f_s devido ao efeito Doppler^(*). Conseqüentemente o comprimento de onda do sinal recebido, $\lambda_r(t)$, é também diferente do comprimento de onda do sinal transmitido, λ_s ⁽⁺⁾. Porém, segundo Remondi apud Wei (1986), [11], o efeito Doppler não afeta a fase do sinal, ou seja, a fase recebida $p_r(t_t, t_r)$, é igual a fase transmitida pelo satélite no

(*) De acordo com Wells (1986), o efeito Doppler máximo para o sinal SL1 do sistema GPS é de aproximadamente 5 KHz .

(+) λ_s e f_s são constantes se se admite estável o oscilador do satélite .

instante de transmissão t_t , ou ainda,

$$p_r(t_t, t_r) = p_s(t_t) \quad . \quad (4.2.3)$$

Portanto a equação (4.2.1) torna-se :

$$p_m(t_t, t_r) = p_g(t_r) - p_s(t_t) + N_{gr}(T_o) ; \quad (4.2.4)$$

mas da eq. (4.1.6),

$$t_t = t_r - TP \quad (4.2.5)$$

e então

$$p_s(t_t) = p_s(t_r - TP) \quad (4.2.6)$$

$$\therefore p_s(t_t) = p_s(t_r) - \Delta p_s(TP) \quad , \quad (4.2.7)$$

onde

$\Delta p_s(TP)$ = A variação na fase do sinal transmitido,
durante o intervalo TP, que é igual a

$$\Delta p_s(t_r - t_t) = \int_{t_t}^{t_r} f_s(t).dt \quad . \quad (4.2.8)$$

Admitindo f_s constante durante o intervalo TP:

$$\Delta p_s(TP) = f_s.TP \quad . \quad (4.2.9)$$

Já a equação (4.1.8) diz que

$$TP = \frac{DG(tt, tr)}{C} + \Delta TA \quad (4.2.10)$$

e portanto

$$\Delta ps(TP) = fs \cdot \frac{DG(tt, tr)}{C} + fs \cdot \Delta TA \quad (4.2.11)$$

que após ser substituída na eq. (4.2.7), fornece:

$$ps(tt) = ps(tr) - fs \cdot \frac{DG(tt, tr)}{C} - fs \cdot \Delta TA \quad (4.2.12)$$

Substituindo agora esta equação na eq. (4.2.4) tem-se que

$$\begin{aligned} \varphi_m(tt, tr) &= \varphi_g(tr) - ps(tr) + fs \cdot \frac{DG(tt, tr)}{C} + fs \cdot \Delta TA \\ &+ Ngr(To) \quad , \end{aligned} \quad (4.2.13)$$

que após ser arranjada torna-se:

$$\begin{aligned} \varphi_m(tt, tr) &= (fs/C) \cdot DG(tt, tr) + fs \cdot \Delta TA + \varphi_g(tr) - ps(tr) \\ &+ Ngr(To) \quad , \end{aligned} \quad (4.2.14)$$

que pode ser tratada como uma equação de observação; porém, sabe-se que $C = \lambda \cdot f$, $\therefore fs/C = 1/\lambda s$ e portanto

$$\lambda s. \varphi_m(tt, tr) = DG(tt, tr) + C. \Delta TA + \lambda s. \varphi_g(tr) - \lambda s. \varphi_s(tr) + \lambda s. Ngr(T_0) \quad (4.2.15)$$

Fazendo

$$\lambda s. \varphi_m(tt, tr) = \Phi M(tt, tr) \quad (4.2.16)$$

onde

$\Phi M(tt, tr)$ = A fase da portadora, em unidade de comprimento,

pode-se tratar $\Phi M(tt, tr)$ como uma observação de variância

$$\sigma^2(\Phi M) = \lambda s^2 \cdot \sigma^2(\varphi_m) \quad (4.2.17)$$

onde

$\sigma^2(\varphi_m)$ = A variância da fase medida em ciclos, φ_m .

Substituindo a eq. (4.2.16) na (4.2.15), tem-se uma EQUAÇÃO DE OBSERVAÇÃO PARA A FASE DA PORTADORA, com $DG(tt, tr)$ isolada:

$$\Phi M(tt, tr) = DG(tt, tr) + C. \Delta TA + \lambda s. \varphi_g(tr) - \lambda s. \varphi_s(tr) + \lambda s. Ngr(T_0) \quad (4.2.18)$$

Nesta equação tem-se as seguintes incógnitas:

- As três coordenadas do receptor, admitidas constantes durante o tempo de observação,
- Uma fase $\varphi_g(tr)$ em cada observação,

- Uma fase $\varphi_s(t_r)$ também em cada observação e
- Um número inteiro de ciclos, $N_{gr}(T_0)$, para cada satélite observado, enquanto for mantida a sintonia.

4.3 - SIMPLES DIFERENÇA DE FASE

Simple difference of phase, is an observation derived from two phases of the carrier, measured at the same instant, by two different receivers synchronized to the same satellite.

The figure 4.3.1, IN PROPORTIONALLY ENLARGED SCALE, gives an idea of the geometric situation at the moment when the two measurements are made. In that figure,

A e B , são os receptores que observam o mesmo satélite S^i ,

t_r = O instante em que as observações são realizadas (os dois receptores realizam as medidas ao mesmo tempo) (*),

t_1 = O instante em que o sinal recebido por B, no instante t_r , é transmitido pelo satélite S^i ,

t_2 = O instante em que o sinal recebido por A, no instante t_r , é transmitido pelo satélite S^i ,

$\Phi_{B}^i(t_1, t_r)$ = A fase observada pelo receptor B do sinal transmitido pelo satélite S^i ,

$\Phi_{A}^i(t_2, t_r)$ = A fase observada pelo receptor A do sinal transmitido pelo satélite S^i .

(*) Os receptores deverão ser sincronizados entre si antes e após a sessão de observação .

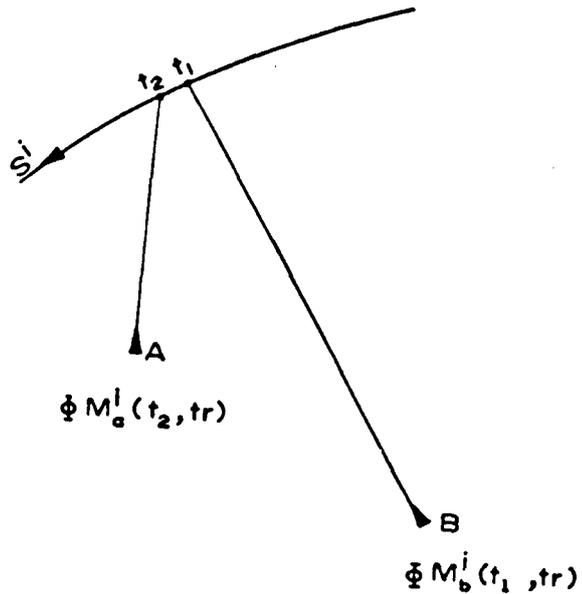


Figura 4.3.1 - Situação geométrica na obtenção simultânea de duas fases da portadora, por dois diferentes receptores .

Matematicamente, a simples diferença de fase para os receptores A e B e o satélite S^i pode ser expressa como:

$$SD_{ba}^i(t_1, t_2, tr) = \phi M_b^i(t_1, tr) - \phi M_a^i(t_2, tr) . \quad (4.3.1)$$

$SD_{ba}^i(t_1, t_2, tr)$ pode ser tratada como uma observação de variância:

$$\sigma^2(SD) = 2 \cdot \sigma^2(\phi M) , \quad (4.3.2)$$

admitindo que os receptores A e B realizam observações não-correlacionadas e de mesma variância $\sigma^2(\phi M)$.

Realizando, no mesmo instante tr , uma outra simples diferença de fase para um outro satélite S^j , tem-se

$$SD_{ba}^j(t3, t4, tr) = \Phi M_b^j(t3, tr) - \Phi M_a^j(t4, tr) \quad (4.3.3)$$

onde:

t3 = O instante em que o sinal recebido por B, no instante tr, é transmitido pelo satélite S^j e

t4 = O instante em que o sinal recebido por A, no instante tr, é transmitido pelo satélite S^j.

Como as observações ΦM foram admitidas não-correlacionadas, tem-se, observando as equações (4.3.1) e (4.3.3), que as simples diferenças são também não-correlacionadas, ou seja

$$COV [SD_{i,j}] = 0 , \quad (4.3.4)$$

onde

COV [SD_{i,j}] = A covariância entre as simples diferenças de fase obtidas utilizando os satélites Sⁱ e S^j.

De acordo com a eq. (4.2.18) ,

$$\begin{aligned} \Phi M_b^i(t1, tr) = & DG_b^i(t1, tr) + C. \Delta TA_b^i + \lambda s^i . \phi g_b(tr) - \lambda s^i . \phi s^i(tr) \\ & + \lambda s^i . Ngr_b^i(To) \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

e

$$\begin{aligned} \Phi M_a^i(t2, tr) = & DG_a^i(t2, tr) + C. \Delta TA_a^i + \lambda s^i . \phi g_a(tr) - \lambda s^i . \phi s^i(tr) \\ & + \lambda s^i . Ngr_a^i(To) , \end{aligned} \quad (4.3.6)$$

admitindo o mesmo To para os dois receptores .

Substituindo as eqs. (4.3.5) e (4.3.6), na eq. (4.3.1), tem-se

$$\begin{aligned}
 SD_{ba}^i(t1, t2, tr) = & DG_b^i(t1, tr) - DG_a^i(t2, tr) + C. (\Delta TA_b^i - \Delta TA_a^i) \\
 & + \lambda s^i. (\varphi g_b(tr) - \varphi g_a(tr)) + \lambda s^i. (Ngr_b^i(To) \\
 & - Ngr_a^i(To)) .
 \end{aligned} \tag{4.3.7}$$

Agrupando as diferenças entre parênteses, tem-se

$$\begin{aligned}
 SD_{ba}^i(t1, t2, tr) = & DG_b^i(t1, tr) - DG_a^i(t2, tr) + C. \Delta TA_{ba}^i \\
 & + \lambda s^i. \varphi g_{ba}(tr) + \lambda s^i. Ngr_{ba}^i(To) .
 \end{aligned} \tag{4.3.8}$$

Apesar das variáveis t1, t2, t3 e t4 dar uma visão ampla da situação real de tomada das observações, elas tornam enfadonhas as equações, e na prática podem ser esquecidas. Portanto, de agora em diante, estas variáveis não serão mais usadas. Desta forma a equação (4.3.8) torna-se:

$$\begin{aligned}
 SD_{ba}^i(tr) = & DG_b^i(tr) - DG_a^i(tr) + C. \Delta TA_{ba}^i + \lambda s^i. \varphi g_{ba}(tr) \\
 & + \lambda s^i. Ngr_{ba}^i(To)
 \end{aligned} \tag{4.3.9}$$

que é uma EQUAÇÃO DE OBSERVAÇÃO PARA SIMPLES DIFERENÇA DE FASE, onde aparecem as seguintes incógnitas:

- As coordenadas dos receptores A e B (na prática, pode-se instalar um dos receptores em um

ponto de coordenadas conhecidas) ,

- Uma diferença de fase $\varphi_{ba}^i(t_r)$ em cada observação e
- Uma diferença de ciclos inteiros, $Ngr_{ba}^i(T_0)$, desde que os dois receptores, A e B, mantenham a sintonia com o satélite S^i .

A incógnita $\varphi_{ba}^i(t_r)$ foi eliminada, uma vez que foi admitida a simultaneidade das observações. O efeito da refração atmosférica foi amenizado e poderá ser até mesmo eliminado, se a distância entre os dois receptores for pequena (50 km) em relação a distância ao satélite.

4.4 - DUPLA DIFERENÇA DE FASE

É uma observação derivada de duas simples diferença de fase, obtidas em um mesmo instante t_r , de dois diferentes satélites, ou seja,

$$DD_{ba}^{ji}(t_r) = SD_{ba}^j(t_r) - SD_{ba}^i(t_r) \quad (4.4.1)$$

$DD_{ba}^{ji}(t_r)$ pode ser tratada como uma observação de variância

$$\sigma^2(DD) = 2 \cdot \sigma^2(SD) = 4 \cdot \sigma^2(\Phi_M) \quad (4.4.2)$$

de acordo com as equações (4.3.2) e (4.3.4) , e admitindo que os receptores A e B realizam observações de mesma variância para os satélites S^i e S^j .

Realizando uma outra dupla diferença, para um outro

par de satélites e tomando o satélite S^j como referência, tem-se:

$$DD_{ba}^{jl}(tr) = SD_{ba}^j(tr) - SD_{ba}^l(tr) \quad (4.4.3)$$

Pode-se verificar, pelas equações (4.4.1) e (4.4.3) que as duplas diferenças são correlacionadas e que a covariância entre as duplas diferenças obtidas com os pares de satélites j_1 e j_2 , é

$$COV [DD_{j_1, j_2}] = \sigma^2(SD) = 2 \cdot \sigma^2(\Phi_M) \quad (4.4.4)$$

Aplicando a eq. (4.3.9), para os satélites S^i e S^j , na eq. (4.4.1) e admitindo $\lambda S^i = \lambda S^j = \lambda S$, tem-se:

$$\begin{aligned} DD_{ba}^{ji}(tr) &= DG_b^j(tr) - DG_a^j(tr) - DG_b^i(tr) + DG_a^i(tr) \\ &+ C \cdot (\Delta TA_{ba}^j - \Delta TA_{ba}^i) \\ &+ \lambda s \cdot (Ngr_{ba}^j(T_0) - Ngr_{ba}^i(T_0)) \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

Agrupando as diferenças entre parênteses, obtém-se uma EQUAÇÃO DE OBSERVAÇÃO PARA DUPLA DIFERENÇA DE FASE,

$$\begin{aligned} DD_{ba}^{ji}(tr) &= DG_b^j(tr) - DG_a^j(tr) - DG_b^i(tr) + DG_a^i(tr) \\ &+ C \cdot \Delta TA_{ba}^{ji} + \lambda s \cdot Ngr_{ba}^{ji}(T_0) , \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

onde aparecem as seguintes incógnitas:

- As três coordenadas do receptor B, supondo conhecidas as coordenadas do receptor A e
- Uma diferença de ciclos inteiros, $Ngr_{ba}^{ji}(T_0)$,

para cada par de satélites observados, desde que os dois receptores mantenham a sintonia com os dois satélites.

A incógnita $\varphi_{ba}(tr)$ foi eliminada, uma vez que cada receptor observou dois diferentes sinais ao mesmo tempo. O efeito da refração atmosférica é praticamente eliminado .

4.5 - TRIPLA DIFERENÇA DE FASE

É uma observação derivada de duas duplas diferenças de fase, obtidas em tempos diferentes de observação simultânea, ou seja,

$$TD_{ba}^{ji}(tr1, tr2) = DD_{ba}^{ji}(tr2) - DD_{ba}^{ji}(tr1) . \quad (4.5.1)$$

$TD_{ba}^{ji}(tr1, tr2)$ pode ser tratada como uma observação de variância,

$$\sigma^2(TD) = 2 \cdot \sigma^2(DD) = 4 \cdot \sigma^2(SD) \quad (4.5.2)$$

∴

$$\sigma^2(TD) = 8 \cdot \sigma^2(\Phi_M) , \quad (4.5.3)$$

de acordo com eq. (4.4.2) e observando que

$$COV [DD_{ba}^{ji}(tr1, tr2)] = 0 . \quad (4.5.4)$$

Realizando uma outra tripla diferença para um outro par de satélites e tomando o satélite S^j como referência, tem-se

$$TD_{ba}^{j1}(tr1, tr2) = DD_{ba}^{j1}(tr2) - DD_{ba}^{j1}(tr1) \quad , \quad (4.5.5)$$

Pode-se verificar, que as triplas diferenças são correlacionadas e que a covariância entre as triplas diferenças obtidas com os pares de satélites j_i e j_l , é

$$COV [TDC_{j_i, j_l}] = 2 \cdot \sigma^2_{(SD)} \quad (4.5.6)$$

e portanto, de acordo com eq. (4.3.2),

$$COV [TDC_{j_i, j_l}] = 4 \cdot \sigma^2_{(\Phi_M)} \quad . \quad (4.5.7)$$

Aplicando a eq. (4.4.6), para os instantes de realização das medidas $tr1$ e $tr2$, na equação (4.5.1) e admitindo, que os receptores não perderam a sintonia com os satélites e que o efeito da atmosfera é o mesmo em $tr1$ e $tr2$, tem-se:

$$\begin{aligned} TD_{ba}^{j1}(tr1, tr2) = & DG_b^j(tr2) - DG_a^j(tr2) - DG_b^i(tr2) + DG_a^i(tr2) \\ & - DG_b^j(tr1) + DG_a^j(tr1) + DG_b^i(tr1) - DG_a^i(tr1) \quad , \end{aligned} \quad (4.5.8)$$

que é uma EQUAÇÃO DE OBSERVAÇÃO PARA TRIPLA DIFERENÇA DE FASE, na qual as únicas incógnitas são as coordenadas dos receptores A e B ou apenas do receptor B, se admitidas conhecidas as coordenadas de A.

5 - PROCESSAMENTO DAS EQUAÇÕES DE OBSERVAÇÃO

No capítulo 3, foram vistas as medidas, ou observações, realizadas pelos receptores e no capítulo anterior as incógnitas de interesse foram explicitadas em tais observações, ou seja, foram montadas as equações de observação. Neste capítulo, estas incógnitas serão resolvidas, usando as equações de observação para pseudo-distâncias, através das seguintes técnicas de posicionamento:

1 - Posicionamento instantâneo por ponto e

2 - Posicionamento por ponto com pós-processamento.

Para cada técnica foram realizados posicionamentos utilizando satélites de uma constelação operacional teórica. Com a primeira técnica verificou-se a influência da geometria receptor-satélite e com a segunda foram analisados diferentes intervalos para coleta de observações

5.1 - POSICIONAMENTO INSTANTANEO POR PONTO

Esta é a técnica empregada em navegação, e que pode ser utilizada em levantamentos topográficos. Para o posicionamento geodésico serve como um método de pré-processamento dos dados. Ajuda também na sincronização dos relógios dos receptores entre si e com a escala de tempo do GPS. Neste método o posicionamento é processado pelo microprocessador do próprio receptor.

A equação de observação empregada é a equação para pseudo-distância (4.1.17), onde aparecem quatro incógnitas.

Logicamente, para encontrar estas incógnitas deve-se realizar no mínimo^(*) quatro observações simultâneas e funcionalmente independentes, ou seja, observações para quatro posições não coplanares dos satélites. Assim sendo, o posicionamento instantâneo (ou em "real-time"), só é possível com um receptor multicanal ou multiplex, que deve ainda ser capaz de gerar uma cópia do código C/A ou P .

Seja de acordo com a eq (4.1.17)

$$PD_1 = [(XS_1 - x)^2 + (YS_1 - y)^2 + (ZS_1 - z)^2]^{1/2} + C \cdot \Delta TR - C \cdot \Delta TS_1 + C \cdot \Delta TA_1 , \quad (5.1.1)$$

com $i = 1, \dots, 4$, um conjunto de pseudo-distâncias observadas, simultaneamente, de quatro diferentes satélites .

A posição do satélite i , $(XS_i, YS_i$ e $ZS_i)$, deve ser calculada utilizando as efemérides transmitidas pelo satélite, através da rotina dada no capítulo 2, seção 2.3 .

O cálculo de ΔTS_1 , também utilizando a mensagem de navegação, deve ser feito através da eq. (2.3.4) .

O atraso devido a refração troposférica pode ser calculado através da equação (2.4.7), usando dados meteorológicos coletados no local. O efeito da refração ionosférica pode ser calculado utilizando a equação (2.4.1) se o receptor utilizado trabalha com os dois sinais, SL1 e SL2, e assim

(*) Se o receptor é capaz de observar mais de quatro satélites e se existem mais de quatro satélites disponíveis no momento da observação, pode-se obter observações superabundantes, o que melhora a precisão do posicionamento .

o cálculo de ΔTA_1 pode ser feito utilizando a equação (2.4.8) .

Após corrigir as observações PD_1 , de $C \cdot \Delta TA_1$ e $C \cdot \Delta TS_1$, obtém-se:

$$R_1 = [(XS_1 - x)^2 + (YS_1 - y)^2 + (ZS_1 - z)^2]^{1/2} + C \cdot \Delta TR \quad (5.1.2)$$

com $i = 1, \dots, 4$

onde:

R_1 = As pseudo-distâncias corrigidas das influências sistemáticas e

ΔTR = O estado do relógio do receptor, em relação ao tempo GPS, no instante da observação .

Esta equação não é linear em x , y e z , três dos parâmetros incógnitos. Linearizando-a em torno da posição calculada do satélite i e de valores aproximados para as coordenadas do receptor, x° , y° e z° , obtém-se:

$$\begin{aligned} DG_1^\circ + [(x^\circ - XS_1) / DG_1^\circ] \cdot \Delta x + [(y^\circ - YS_1) / DG_1^\circ] \cdot \Delta y \\ + [(z^\circ - ZS_1) / DG_1^\circ] \cdot \Delta z + C \cdot \Delta TR = R_1 \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

∴

$$\begin{aligned} [(x^\circ - XS_1) / DG_1^\circ] \cdot \Delta x + [(y^\circ - YS_1) / DG_1^\circ] \cdot \Delta y \\ + [(z^\circ - ZS_1) / DG_1^\circ] \cdot \Delta z + C \cdot \Delta TR = R_1 - DG_1^\circ \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

com $i = 1, \dots, 4$

onde:

$$\Delta x = x - x^{\circ},$$

$$\Delta y = y - y^{\circ},$$

$$\Delta z = z - z^{\circ} \text{ e}$$

$$DG_1^{\circ} = [(XS_1 - x^{\circ})^2 + (YS_1 - y^{\circ})^2 + (ZS_1 - z^{\circ})^2]^{1/2} ,$$

As equações linearizadas (5.1.4), podem ser expressas de uma forma compacta, utilizando a notação matricial:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ C \cdot \Delta TR \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta R_1 \\ \Delta R_2 \\ \Delta R_3 \\ \Delta R_4 \end{bmatrix} \quad (5.1.5)$$

onde:

$$\Delta R_1 = R_1 - DG_1^{\circ} \text{ e}$$

$$a_{11} = (x^{\circ} - XS_1) / DG_1^{\circ},$$

$$a_{12} = (y^{\circ} - YS_1) / DG_1^{\circ},$$

$$a_{13} = (z^{\circ} - ZS_1) / DG_1^{\circ} .$$

Estes três últimos valores, são os NEGATIVOS DOS COSSENOs DIRETORES, da direção receptor-satélite, em um sistema de referência com origem no receptor e paralelo ao sistema em que foram calculadas as coordenadas dos satélites .

Compactando ainda mais o sistema de equações (5.1.5) tem-se,

$$A \cdot \overline{\Delta x} = L \quad , \quad (5.1.6)$$

onde:

A = A matriz das derivadas parciais, ou dos negativos dos cossenos diretores (adimensional)

$\overline{\Delta x}$ = O vetor que contém as correções a serem aplicadas aos parâmetros aproximados (em unidade de comprimento) e

L = O vetor que contém as diferenças, $R_i - DG_i^0$, com $i = 1, \dots, 4$ (em unidades de comprimento) .

Se a matriz A é não-singular, tem-se que

$$\overline{\Delta x} = A^{-1} \cdot L \quad (5.1.7)$$

da qual se obtém o vetor $\overline{\Delta x}$, e deste pode-se calcular:

$$x = x^0 + \Delta x,$$

$$y = y^0 + \Delta y,$$

$$z = z^0 + \Delta z$$

e ΔTR para o instante de observação. Esta é a chamada solução-instantânea.

Seja

ΣL , a matriz variância-covariância (4x4) das pseudo-distâncias observadas e corrigidas das influências sistemáticas

$\Sigma x = \overline{\Sigma \Delta x}$, a matriz variância-covariância (4x4) dos parâmetros incógnitos.

Aplicando a lei de propagação das covariâncias à eq. (5.1.7), tem-se que

$$\Sigma_X = A^{-1} \cdot \Sigma_L \cdot (A^{-1})^T \quad (5.1.8)$$

Admitindo que as pseudo-distâncias corrigidas dos erros sistemáticos são não-correlacionadas e que possuem uma mesma variância $\sigma^2(L)$, tem-se que

$$\Sigma_L = \sigma^2(L) \cdot I \quad (5.1.9)$$

onde

$$I = \text{A matriz-identidade (4x4)} \quad .$$

Levando a eq. (5.1.9) na (5.1.8), tem-se que

$$\begin{aligned} \Sigma_X &= \sigma^2(L) \cdot A^{-1} \cdot (A^{-1})^T \quad \therefore \quad \Sigma_X = \sigma^2(L) \cdot A^{-1} \cdot (A^T)^{-1} \\ \therefore \Sigma_X &= \sigma^2(L) \cdot (A^T A)^{-1} \quad . \end{aligned} \quad (5.1.10)$$

Observa-se que os elementos da matriz $(A^T A)^{-1}$ são adimensionais, dependem apenas da geometria receptor-satélites e funcionam como um fator de escala na propagação dos erros das medidas para os parâmetros incógnitos. A raiz quadrada de $\sigma^2(L)$, em unidade de comprimento, é denominada na literatura, de "User Equivalent Range Error" -UERE- e representa a precisão com que as pseudo-distâncias, observadas e corrigidas das influências sistemáticas, são obtidas. O UERE, deve refletir todos os

possíveis erros do sistema GPS, tais como as incertezas nas efemérides, incertezas no cálculo de ΔTS , incertezas no cálculo do efeito da refração atmosférica, incertezas de medida do receptor etc.

Veja como obter o UERE, para o sistema GPS, em Martin (1978), [07] .

Com o UERE, a eq. (5.1.10) torna-se:

$$\Sigma x = \text{UERE}^2 \cdot (A^T A)^{-1} . \quad (5.1.11)$$

Adotando a raiz quadrada do traço de Σx como uma medida da precisão da solução-instantânea envolvendo as três dimensões e o tempo (σ_{P4}), tem-se:

$$\sigma_{P4} = \sqrt{\text{TR}(\Sigma x)} = \text{UERE} \cdot \sqrt{\text{TR}(A^T A)^{-1}} \quad (5.1.12)$$

onde:

$$\sigma_{P4} = \sqrt{\sigma^2 x + \sigma^2 y + \sigma^2 z + \sigma^2 (C \cdot \Delta TR)} \quad (*) \quad (\text{em unidade de comprimento}),$$

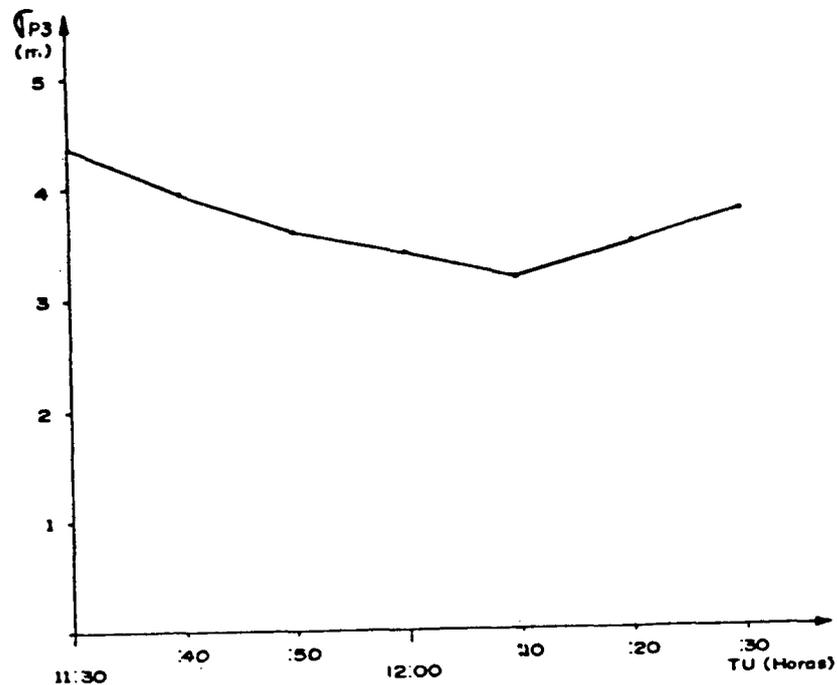
$$\sqrt{\text{TR}(A^T A)^{-1}} = \text{O fator geométrico de diluição da precisão ou "Geometric Dilution of Precision" -GDOP-, (adimensional) .}$$

Veja no capítulo seguinte uma discussão mais detalhada sobre os fatores de diluição da precisão.

(*) Observe que $\sigma^2(\Delta TR) = \sigma^2(C \cdot \Delta TR)/C^2$

Utilizando a distribuição orbital dos satélites GPS, dada no capítulo 2, fig. 2.1.2, foram realizados posicionamentos, para uma estação, em diferentes instantes da data 22/10/88. A figura 5.1.1 mostra a variação da precisão destes posicionamentos com o tempo, devido apenas à variação na geometria receptor-satélites, uma vez que o UERE adotado foi o mesmo para todos os instantes.

POSICIONAMENTO POR PONTO
 ESTAÇÃO: MARINGÁ
 LATITUDE: 23° 24' 00" (S)
 LONGITUDE: 51° 57' 00" (W)
 DATA: 22/10/88



$$\sigma_{P3} = \sqrt{\sigma^2_x + \sigma^2_y + \sigma^2_z}$$

- Figura 5.1.1 - Variação na precisão de um posicionamento instantâneo por ponto .
- Elevação mínima adotada = 15°
 - UERE = 1,0 m .

5.2 - POSICIONAMENTO POR PONTO COM PÓS-PROCESSAMENTO

Neste método, um receptor estático observa vários satélites, simultaneamente ou não, coletando medidas, ou observações, a cada intervalo de tempo DT, estabelecido pelo próprio receptor, durante um certo tempo de rastreamento DTT. Aqui o receptor coleta um grande número de observações resultando em equações de observação redundantes, o que serve para melhorar a precisão do posicionamento. As mensagens transmitidas pelos satélites, as observações, os dados meteorológicos e a solução aproximada, são gravados em fita magnética para o posterior processamento.

Seja, de acordo com a eq. (5.1.1),

$$PD_1 = [(XS_1 - x)^2 + (YS_1 - y)^2 + (ZS_1 - z)^2]^{1/2} + C \cdot \Delta T R \\ - C \cdot \Delta T S_1 + C \cdot \Delta T A_1 ,$$

com $i=1, \dots, n$, um conjunto de pseudo-distâncias observadas de uma mesma estação, durante um certo tempo de rastreamento DTT.

A posição i de cada satélite a cada instante, poderá ser calculada utilizando as efemérides transmitidas ou as efemérides precisas, que são calculadas e fornecidas por alguma agência^(*), algum tempo depois da data de observação. Pode-se também introduzir na eq. (5.1.1) parâmetros para absorver as incertezas na órbita de cada satélite observado.

(*) O "National Geodetic Survey" -NGS- fornece a posição e velocidade $(XS, YS, ZS, \dot{X}S, \dot{Y}S$ e $\dot{Z}S)$ dos satélites GPS, em um sistema terrestre médio, a cada 5 min. na escala de tempo GPS |11|

O cálculo de ΔTS_1 é feito utilizando os coeficientes enviados pelo satélite através da equação (2.3.4). Pode-se também parametrizar o comportamento do relógio do satélite, introduzindo no sistema de equações (5.1.1) duas, três ou até quatro incógnitas por satélite observado.

O atraso devido à refração troposférica pode ser calculado através da equação (2.4.7), usando dados meteorológicos colhidos no local durante o período de observação. O efeito da refração ionosférica pode ser calculado utilizando a equação (2.4.1) se o receptor utilizado trabalha com os dois sinais SL1 e SL2 e assim o cálculo de ΔTA_1 pode ser feito utilizando a eq. (2.4.8) .

Com o GPS, o período de observação será sempre inferior a uma hora [1], e assim sendo, pode-se seguramente considerar os parâmetros incógnitos x, y e z (coordenadas do receptor no sistema terrestre médio WGS-84), fixos durante o período de observação .

Como visto no capítulo anterior, o parâmetro incógnito ΔTR , pode ser admitido constante durante todo o período de observação, resultando em apenas mais uma incógnita no sistema de eq. (5.1.1), ou pode-se admitir uma marcha linear no comportamento do relógio do receptor, resultando em mais duas incógnitas, ou ainda admitir uma variação na marcha, resultando em três incógnitas a mais no sistema de eq. (5.1.1).

Admitindo conhecidas as posições dos satélites observados, e conhecidos ΔTS_1 e ΔTA_1 o sistema de equações (5.1.1) pode escrito da seguinte forma:

$$Lb + V = F(Xa) \quad (5.2.1)$$

onde:

Lb = O vetor (nx1) das pseudo-distâncias observadas,

V = O vetor (nx1) dos resíduos e

Xa = O vetor (4x1) dos parâmetros incógnitos, admitindo apenas 4 incógnitas (x, y, z e ΔTR) em todo sistema (5.1.1).

$F(Xa)$ não é linear em x, y e z. Após linearizá-la, pelo desenvolvimento em série de Taylor, em torno da posição calculada do satélite e dos valores aproximados dos parâmetros, x^0 , y^0 , z^0 e ΔTR^0 , chega-se a

$$Lb + V = Lo + A \cdot (Xa - Xo) \quad (5.2.2)$$

onde:

Lo = A função dos parâmetros aproximados. Um vetor (nx1),

A = A matriz (nx4) das derivadas parciais e

Xo = O vetor (4x1) que contém os valores aproximados dos parâmetros incógnitos.

Seja

l_{0i} , com $i = 1, \dots, n$, os componentes do vetor Lo e

$a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, a_{i4}$, com $i = 1, \dots, n$, os componentes da matriz A .

Tem-se que:

$$l_{o_1} = [(XS_1 - x^o)^2 + (YS_1 - y^o)^2 + (ZS_1 - z^o)^2]^{1/2} + C \cdot \Delta TA_1 - C \cdot \Delta TS_1, \quad \text{admitindo } \Delta TR^o = 0,$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= (x^o - XS_1) / DG_1^o, \\ a_{12} &= (y^o - YS_1) / DG_1^o, \\ a_{13} &= (z^o - ZS_1) / DG_1^o \quad \text{e} \\ a_{14} &= C. \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

Isolando V, fazendo $Xa - Xo = \overline{\Delta x}$ e $Lo - Lb = L$ no sistema de equações (5.2.2), tem-se

$$V = A \cdot \overline{\Delta x} + L, \quad (5.2.4)$$

que é um sistema com n equações e 4 incógnitas, com $n \geq 4$.

Ponderando as observações e NORMALIZANDO este sistema, tem-se

$$V^T \cdot P \cdot V = (A \cdot \overline{\Delta x} + L)^T \cdot P \cdot (A \cdot \overline{\Delta x} + L), \quad (5.2.5)$$

onde P é a matriz (nxn) dos pesos utilizados na ponderação das observações, obtida da seguinte forma:

$$P = \sigma_o^2 \cdot \Sigma_{Lb}^{-1} \quad (5.2.6)$$

onde:

$$\sigma_o^2 = \text{O fator de variância a priori (adimensional, } |3| \text{) e}$$

$$\Sigma_{Lb} = \text{A matriz variância-covariância (nxn) das}$$

pseudo-distâncias observadas (em unidade de comprimento ao quadrado).

O mínimo da forma quadrática $V^T P V$ é aquele onde a $\partial(V^T P V) / \partial(\overline{\Delta x}) = 0$. Minimizando a forma $V^T P V$, do sistema de equações (5.2.5), obtém-se, [3] :

$$(A^T P A) \cdot \overline{\Delta x} + A^T P L = 0 \quad (5.2.7)$$

∴

$$\overline{\Delta x} = - (A^T P A)^{-1} \cdot A^T P L \quad (5.2.8)$$

da qual se obtém o vetor das correções $\overline{\Delta x}$ e deste, o vetor dos parâmetros ajustados, $X_a = [x \ y \ z \ \Delta TR]^T$, pois

$$X_a = X_0 + \overline{\Delta x} \quad (5.2.9)$$

que é uma solução de variância mínima.

Devido à linearização de $F(X_a)$ em série de Taylor, é conveniente o processo iterativo até que as correções se tornem insignificantes. Segundo Andrade (1988), [1], duas a três iterações são suficientes, quando se conhece os valores iniciais das coordenadas com erro na ordem de 1° .

Aplicando a lei de propagação das covariâncias ao sistema de equações normal (5.2.8), obtém-se [3] :

$$\Sigma_{\overline{\Delta x}} = \sigma_0^2 \cdot (A^T P A)^{-1} \quad (5.2.10)$$

Da eq. (5.2.9), tem-se que

$$\Sigma_{Xa} = \Sigma_{\Delta x}$$
$$\therefore \Sigma_{Xa} = \sigma_o^2 \cdot (A^T P A)^{-1} \quad (5.2.11)$$

A partir da distribuição orbital dos satélites GPS, figura 2.1.2, e das coordenadas aproximadas da estação Maringá, foram escolhidos a cada intervalo DT, quatro satélites que forneciam a melhor configuração geométrica durante o dia 22/10/88 (ver o capítulo seguinte).

A partir das 11h e 30min TU de 22/10/88, a cada intervalo DT, foram calculadas 4 linhas da matriz das derivadas parciais, A, utilizando os quatro satélites escolhidos no parágrafo acima e as coordenadas exatas da estação Maringá. Admitindo observações não-correlacionadas e de variância unitária, calculou-se a cada intervalo DT, a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados e foi construída a figura 5.2.1, onde se encontram traçadas curvas para diferentes intervalos DT.

Na fig. 5.2.1 verifica-se que, utilizando um menor intervalo entre as observações, chega-se a uma melhor precisão num curto período de observação. Já a tabela 5.2.1 mostra que para um mesmo número de observações, o melhor posicionamento é obtido com o maior intervalo DT. Assim conclui-se que, com um menor DT, obtém-se um maior número de graus de liberdade em um pequeno tempo de rastreamento, DTT, e conseqüentemente uma melhor precisão.

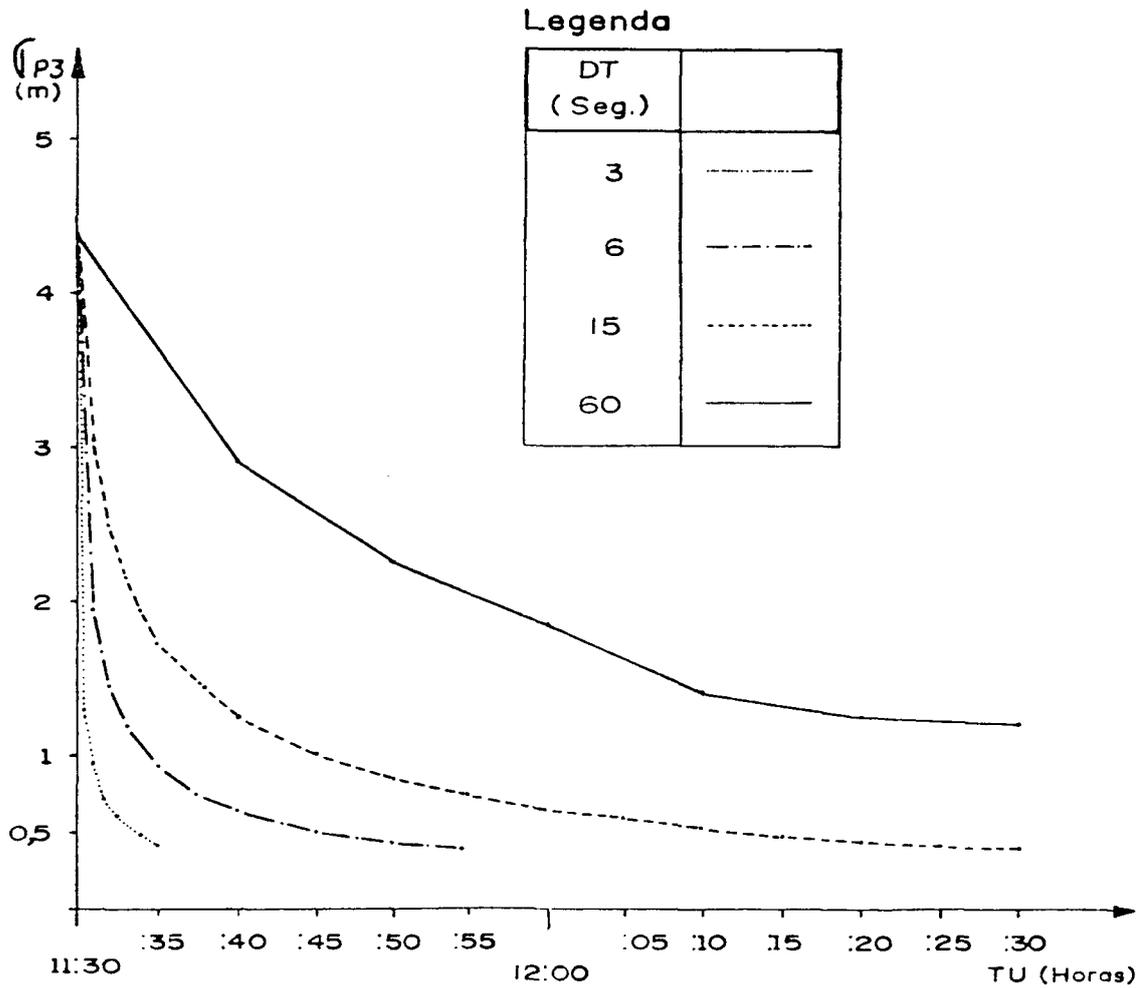
Deve-se observar também que, num menor tempo DTT, a incerteza no comportamento do relógio do satélite é menor e o comportamento do relógio do receptor pode ser modelado de uma forma mais simples .

Tabela 5.2.1 - Precisão de um posicionamento por ponto alcançada com 400 observações

DT (s)	3	15	30	60
σ_{P3} (m) ATINGIDO	0,42	0,38	0,32	0,29

$$\sigma_{P3} = \sqrt{\sigma^2 x + \sigma^2 y + \sigma^2 z}$$

POSICIONAMENTO POR PONTO
 ESTAÇÃO: MARINGÁ
 LATITUDE: 23° 24' 00" (S)
 LONGITUDE: 51° 57' 00" (W)
 DATA: 22 / 10 / 88



$$\sigma_{P3} = \sqrt{\sigma^2_x + \sigma^2_y + \sigma^2_z}$$

Figura 5.2.1 - Variação na precisão de um posicionamento por ponto com pós-processamento, utilizando diferentes intervalos DT.

- Elevação mínima adotada = 15°

6 - UM PLANO DE RASTREIO, PARA POSICIONAMENTOS POR PONTO

No capítulo anterior verificou-se que a precisão de um posicionamento depende da configuração geométrica receptor-satélites. Verificou-se também que esta configuração, que depende apenas das posições dos satélites em relação à estação rastreadora, varia continuamente com o tempo.

Pode-se explorar este fato para escolher, para datas futuras, o melhor momento de iniciar um posicionamento e ainda fazer uma previsão da precisão deste futuro posicionamento. Estas informações são obtidas através dos GRÁFICOS DE DILUIÇÃO DA PRECISÃO.

Neste capítulo, será apresentada a seqüência de operações necessária para a construção destes gráficos. Um gráfico PDOP, para a constelação operacional teórica, é apresentado e sua importância é analisada iniciando posicionamentos em diferentes instantes.

6.1 - DADOS NECESSÁRIOS PARA O PLANEJAMENTO

Os dados necessários para o planejamento são os seguintes:

- A data em que será feito o rastreo,
- A hora de início do plano (HI),
- O tempo de duração do plano (DTT),
- O intervalo de acréscimo (DT),
- A elevação mínima requerida,

- As coordenadas geodésicas aproximadas da estação rastreadora e
- As efemérides ou o almanaque dos satélites do sistema GPS.

Geralmente os gráficos do planejamento são construídos de $0^h - 24^h$, ou seja, $HI = 0^h$ e $DTT = 24^h$. O intervalo de acréscimo poderá ser de 30, 20, 10 ou 5 minutos. No final deste capítulo será feita uma discussão sobre este intervalo.

Deve-se adotar uma elevação mínima a fim de minimizar o efeito da refração atmosférica e evitar possíveis obstruções dos satélites para a antena do receptor. Adotar uma elevação mínima, é uma forma de facilitar a ponderação das observações, uma vez que não se pode atribuir às observações de satélites próximos ao horizonte, o mesmo peso atribuído às observações realizadas de satélites com alta elevação.

As coordenadas geodésicas aproximadas da estação rastreadora, poderão ser retiradas de uma carta topográfica.

No capítulo 2, foi mostrado que o almanaque GPS - uma lista de elementos orbitais menos precisos, de todos os satélites do sistema - pode ser coletado por um receptor em aproximadamente 13 minutos. Com estes elementos orbitais pode-se prever a posição de um determinado satélite por vários meses, com precisão suficiente para o planejamento [9]. Porém, um bom planejamento pode ser feito coletando o almanaque - gravando em fita magnética ou copiando do mostrador do receptor - poucos dias antes do rastreio. Se assim for feito, melhor será a previsão da precisão. Vale observar que o receptor não precisa ser instalado

na própria estação a ser posicionada, para a obtenção do almanaque.

Se, de algum posicionamento realizado no passado, tem-se as efemérides de todos os satélites do sistema GPS, pode-se utilizá-las para prever as futuras posições dos satélites.

6.2 - SEQUÊNCIA DE OPERAÇÕES

Sabe-se que o tempo GPS é dado através do número de semanas, decorridas desde às 0^h TUC em 6 de janeiro de 1980, e do número de segundos decorridos na semana. Assim, o primeiro passo em um programa computacional de planejamento, é transformar a data e a hora de início do plano, em semanas GPS (NWC) e segundos da semana (TI). Deve-se também calcular a hora de término do plano (TF), somando o tempo de planejamento (DTT) a TI. No apêndice A, está a subrotina SEMANA, em FORTRAN, que calcula NWC e TI.

Deve-se agora, transformar as coordenadas geodésicas aproximadas da estação rastreadora em coordenadas cartesianas geocêntricas, no mesmo sistema de referência adotado para o cálculo das posições dos satélites (WGS - 84). No apêndice A, encontra-se uma subrotina, em FORTRAN, denominada FLHXYZ, que faz esta transformação.

O passo seguinte é, para cada instante a partir de TI, de DT em DT até TF,

calcular para cada satélite i:

- a) As coordenadas cartesianas terrestre geocêntricas do satélite i. Este cálculo pode ser feito utilizando a rotina dada no capítulo 2, seção 2.3, observando que aqui, para o cálculo de

TK, equação (2.3.9),

$$NWE = NWC \quad e \quad tt = TI + DT .$$

No apêndice A, está a subrotina XYZSAT, que calcula estas coordenadas.

b) As coordenadas cartesianas topocêntricas do satélite i. Este cálculo pode ser feito através da seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} XT_i \\ YT_i \\ ZT_i \end{bmatrix} = R1(90^\circ - \varphi_E) \cdot R3(90^\circ + \lambda_E) \begin{bmatrix} XS_i - x^\circ \\ YS_i - y^\circ \\ ZS_i - z^\circ \end{bmatrix} \quad (6.2.1)$$

onde:

XT_i , YT_i e ZT_i , são as coordenadas cartesianas do satélite i em um sistema topocêntrico dextrógiro,

$R1$ e $R3$, são as matrizes de rotação sobre os eixos x e z do sistema transladado, respectivamente,

φ_E e λ_E , são as coordenadas geodésicas aproximadas da estação rastreadora,

XS_i , YS_i e ZS_i , são as coordenadas cartesianas geocêntricas do satélite i e

x° , y° e z° , são as coordenadas cartesianas geocêntricas aproximadas da estação rastreadora .

Para o satélite que está acima do horizonte, ou seja, para o satélite que tem ZT maior que zero, deve-se calcular

c) A elevação (EL) deste satélite:

$$EL = \arctg [ZI / (XI^2 + YI^2)^{1/2}] \quad (6.2.2)$$

Se esta elevação for maior que a elevação mínima requerida, o satélite estará disponível e deve-se então calcular:

d) O azimute (AZ) deste satélite:

$$AZ = \arctg (XI/YI) \quad (6.2.3)$$

e

e) Os COSENOS DIRETORES da direção receptor-satélite em relação ao sistema topocêntrico, que são:

$$u = \cos(EL) \cdot \sin(AZ) \quad ,$$

$$v = \cos(EL) \cdot \cos(AZ) \quad \text{e} \quad (6.2.4)$$

$$w = \sin(EL) \quad .$$

Da seguinte figura,

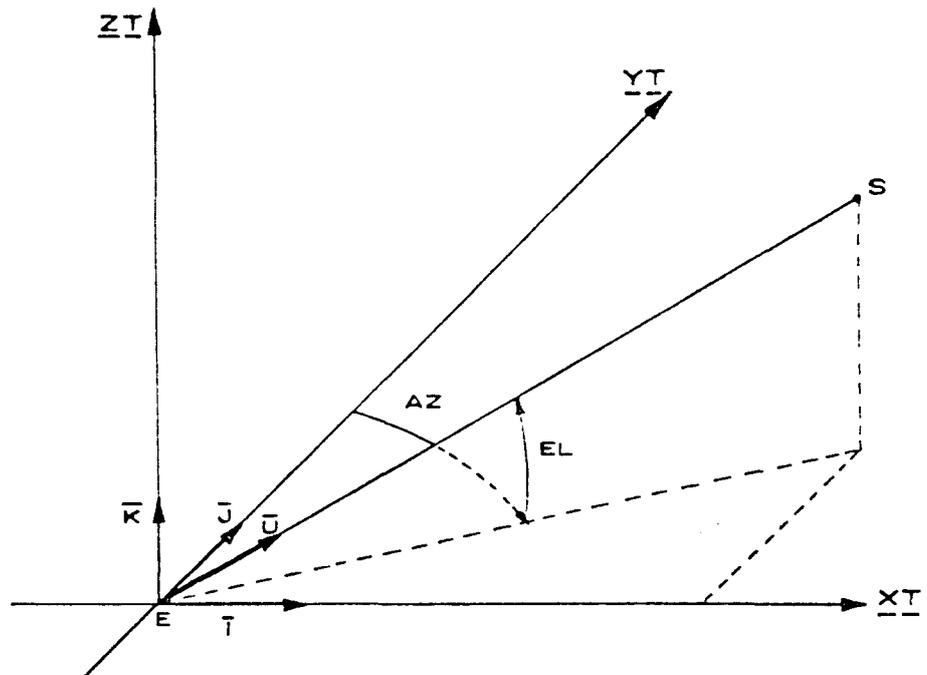


Figura 6.2.1 - Vetor unitário de uma estação a um satélite, no sistema topocêntrico .

onde:

E , é a estação rastreadora,
S , é um satélite disponível,
XT, YT e ZT , são os eixos de um sistema
topocêntrico,
 \bar{i} , \bar{j} e \bar{k} , é o terço ortogonal fundamental
associado ao sistema topocêntrico e
 \bar{U} , é o vetor unitário da estação E ao
satélite S,

verifica-se que

$$\bar{U} = \cos(EL) \cdot \sin(AZ) \cdot \bar{i} + \cos(EL) \cdot \cos(AZ) \cdot \bar{j} + \sin(EL) \cdot \bar{k} , \quad (6.2.5)$$

e portanto, de acordo com as equações (6.2.4),

$$\bar{U} = u \cdot \bar{i} + v \cdot \bar{j} + w \cdot \bar{k} . \quad (6.2.6)$$

Dando seqüência às operações necessárias para o planejamento, se o número de satélites disponíveis em um dado instante, for maior que quatro e o receptor de que se dispõe, rastreia no máximo quatro satélites, deve-se:

- Escolher entre os satélites disponíveis, os quatro que fornecerão a melhor configuração geométrica e
- Utilizando os satélites escolhidos acima, calcular os fatores de diluição da precisão.

Segundo Wells (1981), |13|, a configuração geométrica ideal com quatro satélites, é aquela formada por um satélite ao

zênite e três próximos ao horizonte separados em azimute de 120° .

Pode-se verificar que, quanto MAIOR o volume do tetraedro determinado pelas posições de quatro satélites, melhor será a geometria, ou seja, MENOR será a diluição da precisão do posicionamento. Portanto, para escolher a melhor configuração, entre os satélites disponíveis, deve-se primeiramente escolher o satélite de maior elevação e depois outros três que, juntamente com o primeiro, formarão o tetraedro de maior volume.

Seja a seguinte figura, um tetraedro cujos vértices são determinados por quatro vetores unitários, \bar{U}_1 , \bar{U}_2 , \bar{U}_3 e \bar{U}_4 :

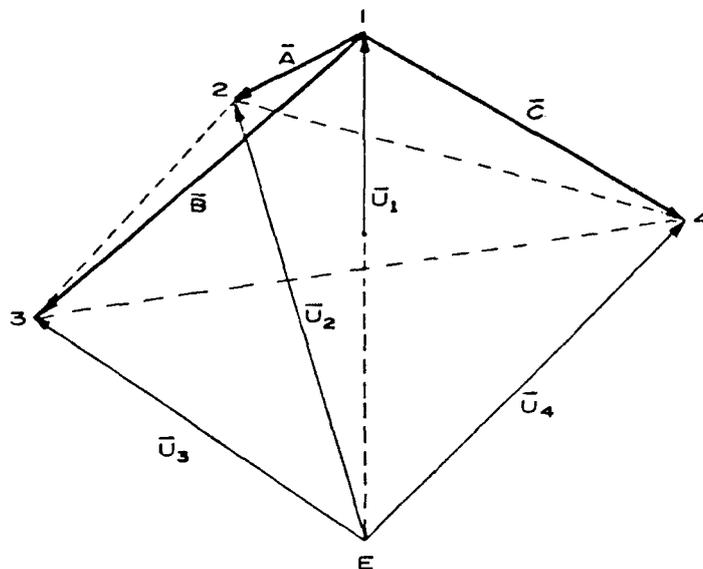


Figura 6.2.2 - Tetraedro determinado pelas posições de quatro satélites

onde:

\bar{U}_1 , representa o vetor unitário da estação E ao satélite de maior elevação,

\bar{U}_2 , \bar{U}_3 e \bar{U}_4 , representam os vetores unitários da estação E, a outros três satélites disponíveis.

Da eq. (6.2.6), tem-se que

$$\bar{U}_i = [u_i \quad v_i \quad w_i]^T \quad (6.2.7)$$

e na figura 6.2.2

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \bar{U}_2 - \bar{U}_1, \\ \bar{B} &= \bar{U}_3 - \bar{U}_1 \quad e \\ \bar{C} &= \bar{U}_4 - \bar{U}_1, \end{aligned} \quad (6.2.8)$$

portanto,

$$\begin{aligned} \bar{A} &= (u_2 - u_1) \cdot \bar{i} + (v_2 - v_1) \cdot \bar{j} + (w_2 - w_1) \cdot \bar{k}, \\ \bar{B} &= (u_3 - u_1) \cdot \bar{i} + (v_3 - v_1) \cdot \bar{j} + (w_3 - w_1) \cdot \bar{k} \quad e \\ \bar{C} &= (u_4 - u_1) \cdot \bar{i} + (v_4 - v_1) \cdot \bar{j} + (w_4 - w_1) \cdot \bar{k} . \end{aligned} \quad (6.2.9)$$

O volume do paralelepípedo que possui \bar{A} , \bar{B} e \bar{C} como arestas adjacentes pode ser obtido calculando o triplo produto escalar

$$\bar{A} \cdot \bar{B} \times \bar{C} = \begin{vmatrix} (u_2 - u_1) & (v_2 - v_1) & (w_2 - w_1) \\ (u_3 - u_1) & (v_3 - v_1) & (w_3 - w_1) \\ (u_4 - u_1) & (v_4 - v_1) & (w_4 - w_1) \end{vmatrix} \quad (6.2.10)$$

que é um número real e independente do sistema cartesiano dextrógiro adotado como referência [5], ou seja, O VOLUME DO PARALELEPÍPEDO NÃO DEPENDE DA ESTAÇÃO RASTREADORA.

Como o volume V do tetraedro 1, 2, 3 e 4, da figura 6.2.2, é $1/6$ do do paralelepípedo, tem-se que

$$V = \frac{1}{6} \cdot (\bar{A} \cdot \bar{B} \times \bar{C}) . \quad (6.2.11)$$

Pode-se então calcular o volume V utilizando todas as possíveis combinações de três satélites, entre os disponíveis (retirando o de maior elevação), e escolher assim, a combinação que fornece o maior volume. No apêndice A, está a subrotina ESC3ST, em FORTRAN, que faz esta escolha.

Através de um gráfico volume x tempo, pode-se escolher o melhor momento de iniciar um rastreamento; porém através do volume não se tem como prever a precisão do posicionamento. Apesar da diluição da precisão ser inversamente proporcional ao volume do tetraedro, foi verificado que o produto $V \times \text{GDOP}$ não é constante, ou seja, PODE-SE TER DIFERENTES FATORES DE DILUIÇÃO (GDOP), COM UM MESMO VOLUME (V).

Após escolher os quatro satélites, serão calculados os fatores de diluição.

Viu-se no capítulo anterior, eq. (5.1.12), que a precisão de um posicionamento instantâneo por ponto, envolvendo as três dimensões (x, y e z) e o tempo (ΔTR) é dada por

$$\sigma_{P4} = \text{UERE} \cdot \sqrt{\text{TR}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}} \quad (6.2.12)$$

onde:

$$\sqrt{\text{TR}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}} = \text{O fator de diluição da precisão que envolve as três dimensões e o tempo (GDOP), e}$$

A = A matriz (4x4) das derivadas parciais da equação (5.1.2), em relação a x, y, z e C·ΔTR .

Viu-se também no capítulo anterior, eq. (5.1.5), que as três primeiras colunas de A, são formadas pelos negativos dos cossenos diretores da direção receptor-satélite. Estes cossenos diretores podem ser calculados em relação ao sistema topocêntrico, para cada um dos quatro satélites escolhidos, utilizando as equações (6.2.4) . Assim,

$$A = \begin{bmatrix} -u_1 & -v_1 & -w_1 & 1 \\ -u_2 & -v_2 & -w_2 & 1 \\ -u_3 & -v_3 & -w_3 & 1 \\ -u_4 & -v_4 & -w_4 & 1 \end{bmatrix} . \quad (6.2.13)$$

Como

$$GDOP = \sqrt{\text{TR}(A^T A)^{-1}} , \quad (6.2.14)$$

calculando

$$N = (A^T A)^{-1} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & n_{14} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} & n_{24} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} & n_{34} \\ n_{41} & n_{42} & n_{43} & n_{44} \end{bmatrix} \quad (6.2.15)$$

tem-se que

$$GDOP = \sqrt{n_{11} + n_{22} + n_{33} + n_{44}} \quad (6.2.16)$$

Se for feita uma previsão do GDOP, pode-se através da eq. (6.2.12), prever σ_{p4} .

Pode-se, por vezes, interessar a previsão da precisão de um posicionamento instantâneo, envolvendo as três dimensões (x, y e z). Tem-se então que

$$\sigma_{p3} = UERE \cdot \sqrt{n11 + n22 + n33} , \quad (6.2.17)$$

onde

$$\sqrt{n11 + n22 + n33} = \text{O fator de diluição da precisão tridimensional (PDOP), ou seja,}$$

$$\sqrt{n11 + n22 + n33} = \text{PDOP} . \quad (6.2.18)$$

Assim,

$$\sigma_{p3} = UERE \cdot \text{PDOP} . \quad (6.2.19)$$

Se o interesse é pela previsão da precisão horizontal e vertical, tem-se respectivamente:

$$\sigma_H = UERE \cdot \text{HDOP} \quad (6.2.20)$$

e

$$\sigma_V = UERE \cdot \text{VDOP} \quad (6.2.21)$$

onde

$$\text{HDOP} = \sqrt{n_{11} + n_{22}}, \quad (6.2.22)$$

e

$$\text{VDOP} = \sqrt{n_{33}} \quad (6.2.23)$$

Deve-se observar que para o cálculo dos fatores HDOP e VDOP, os cossenos diretores deverão ser calculados em relação ao sistema topocêntrico. Já o GDOP e o PDOP, independem da orientação do sistema de referência com origem na estação rastreadora.

Vale observar também, que os fatores de diluição da precisão GDOP, PDOP, HDOP e VDOP são grandezas ADIMENSIONAIS .

Elaborando um gráfico, por exemplo PDOP x tempo, pode-se escolher o melhor instante de iniciar um rastreamento e fazer uma previsão da precisão do posicionamento instantâneo. Naturalmente esta previsão será melhor se o almanaque for coletado poucos dias antes do rastreio e se o valor de UERE for bem estimado. Para prever a precisão de um posicionamento por ponto com pós-processamento, deve-se acumular os cossenos diretores de todos os satélites, que serão observados durante o tempo de observação, e calcular $(A^T A)^{-1}$, sendo que assim A será uma matriz nx4, onde n é o número total de observações. No apêndice A, encontra-se uma subrotina, em FORTRAN, denominada FADOPS, que calcula os fatores de diluição da precisão.

Utilizando a distribuição orbital dos satélites GPS, dada no capítulo 2, figura 2.1.2, foi elaborado um gráfico PDOP para o dia 22/10/88.

Este gráfico foi traçado utilizando um intervalo de

78

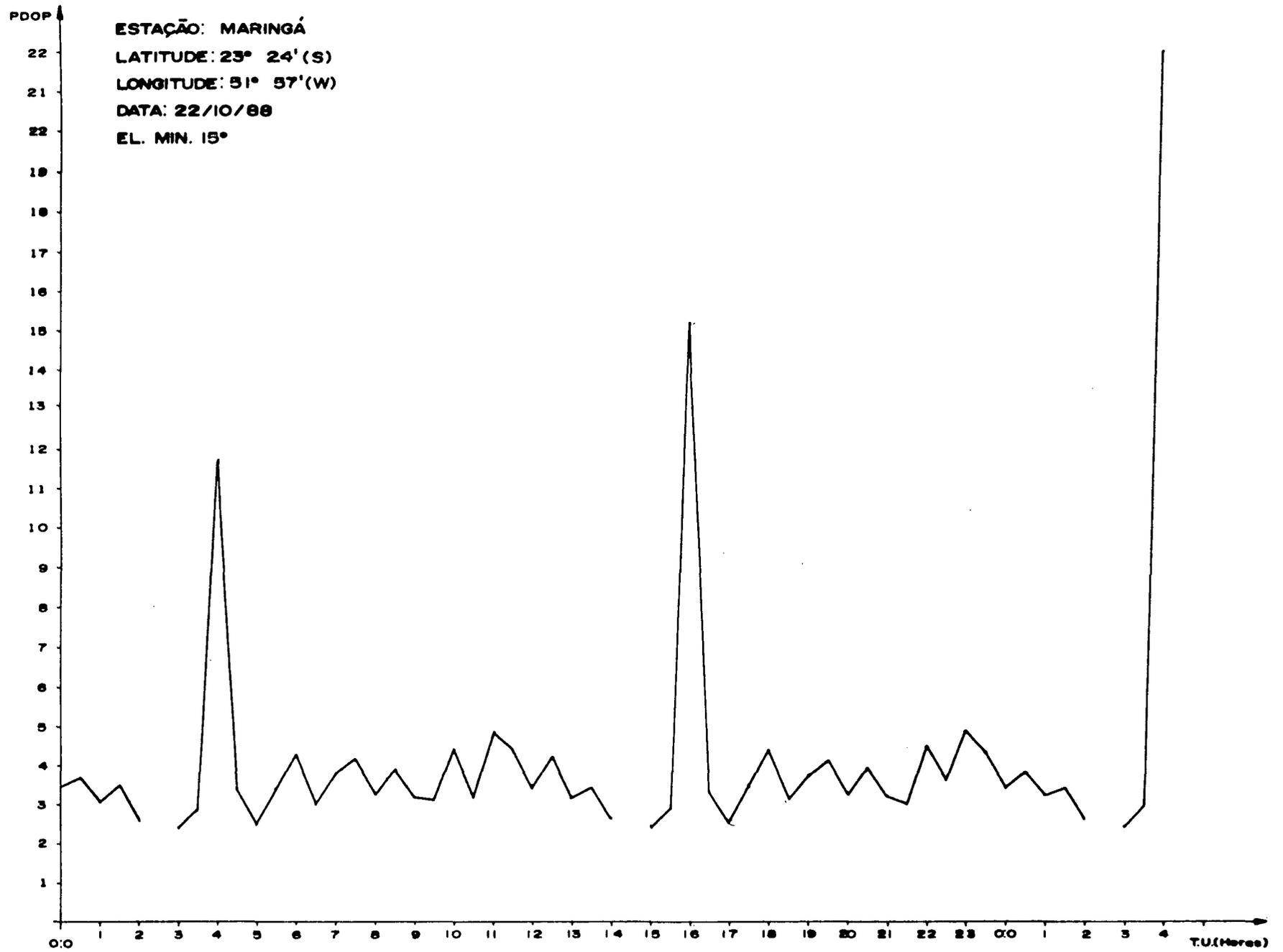


FIGURA 6.2.3 GRÁFICO PDOP - DT = 30 MINUTOS

acrécimo de 30 minutos e neste intervalo foi admitida uma variação linear do PDOP; porém esta variação poderá discrepar muito de uma variação linear, principalmente se há a entrada ou saída de satélites no rol dos disponíveis.

A figura 6.2.4 mostra a variação do PDOP em intervalos de 5 minutos. Nela pode-se verificar que a variação do PDOP de 22^h a 22^h e 30^{min}, foge bastante de uma variação linear; porém, no intervalo 22^h e 30^{min} a 23^h a variação pode perfeitamente ser admitida como sendo linear .

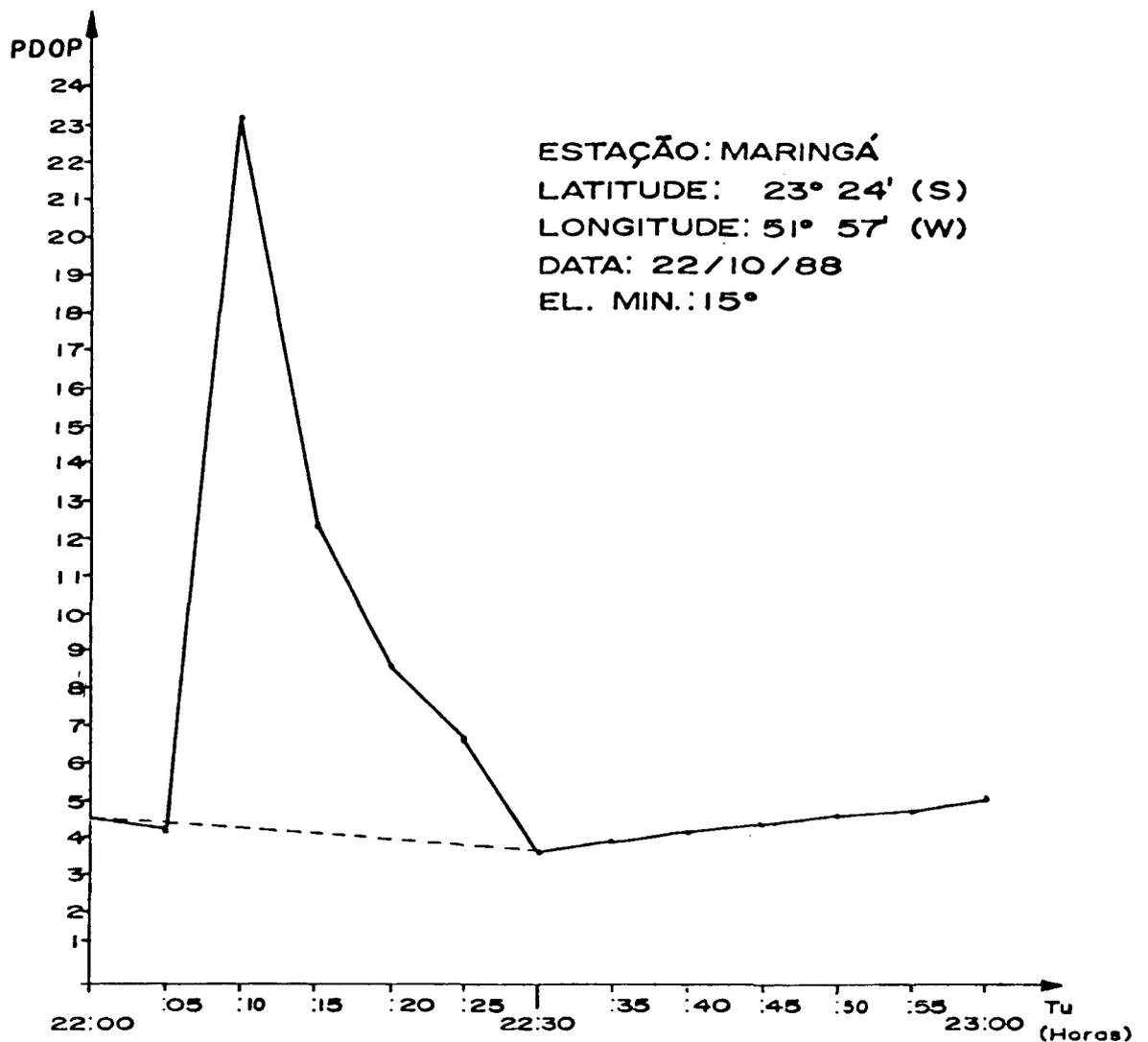


Figura 6.2.4 - GRÁFICO PDOP . DT = 5 minutos .

Após a elaboração do gráfico PDOP, foram simulados posicionamentos por ponto com pós-processamento, tomando diferentes instantes do dia 22/10/88, como início. Foi adotado um intervalo entre observações de 30 segundos e foi admitida uma variância unitária para as observações. Destes posicionamentos elaborou-se a tabela abaixo,

Tabela 6.2.1 - DTN = O tempo de observação necessário para atingir uma precisão de 0,54 m.

TI (horas)	11:30	14:30	16:00	17:00
DTN (min.)	24,50	29,00	24,00	10,00

que mostra, que se se escolher momentos de menor PDOP, realizar-se-á um posicionamento com pós-processamento, em um menor tempo de observação. Considerando a grande dependência dos osciladores, quanto menor este tempo melhor, e daí a grande importância de um bom gráfico PDOP.

Pode-se ainda, tirar como produto de um programa computacional de planejamento, o GRÁFICO DE DISPONIBILIDADE, figuras 6.2.5 e o GRÁFICO POLAR, figura 6.2.6 .

Através de um gráfico de disponibilidade pode-se verificar:

- A quantidade de satélites disponíveis em um dado instante,
- O período de disponibilidade de um determinado

satélite,

- A entrada e saída de satélites na lista dos disponíveis e
- A identidade dos satélites disponíveis em um dado instante .

A identidade dos satélites disponíveis é um importante dado a ser fornecido ao receptor, para facilitar e agilizar o início do rastreamento.

Já um gráfico de coordenadas polares (EL e AZ), permite-se visualizar a posição dos satélites entre si e em relação ao observador. Este gráfico é uma projeção plana azimutal da posição dos satélites em relação ao sistema topocêntrico.

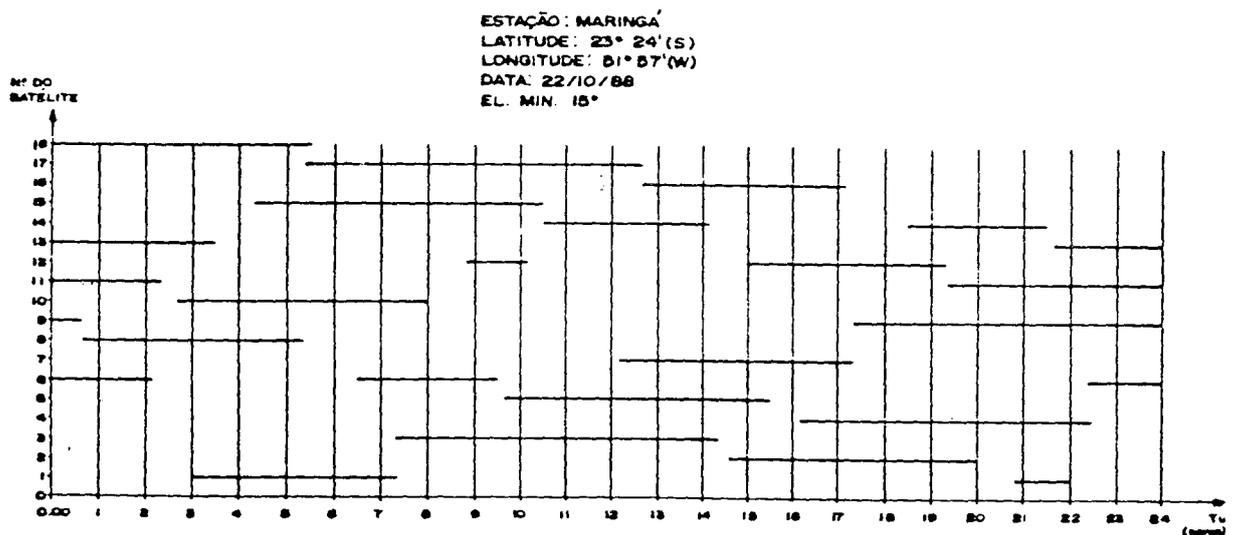


Figura 6.2.5 - GRÁFICO DE DISPONIBILIDADE

ESTAÇÃO: MARINGÁ
LATITUDE: 23°24' (S)
LONGITUDE: 51°57' (W)
DATA: 22 / 10 / 88
EL. MIN. 15°

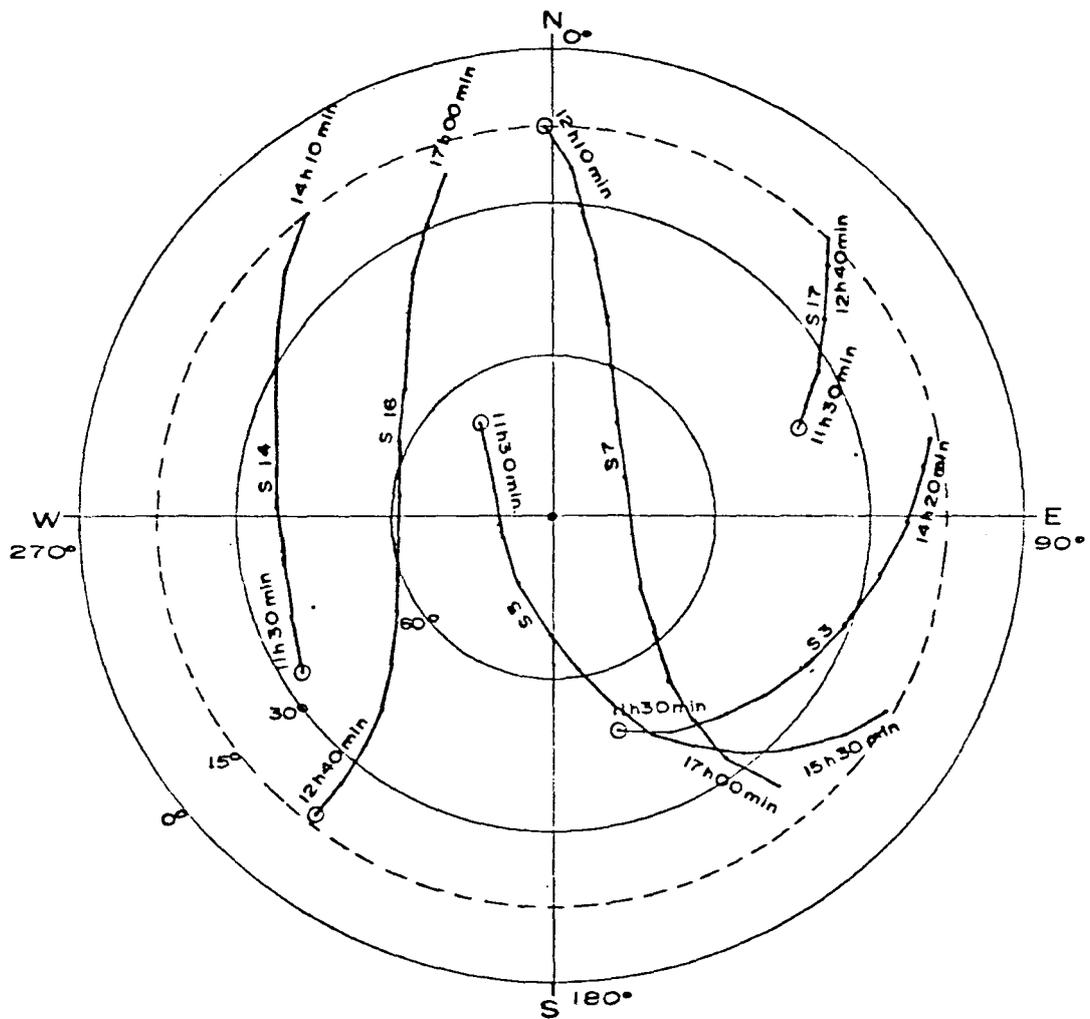


Figura 6.2.6 - GRÁFICO POLAR

7 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Para finalizar este trabalho, são apresentadas algumas conclusões e recomendações.

7.1 - CONCLUSÕES:

- A raiz quadrada do traço da matriz $(A^T A)^{-1}$, é um fator de escala na propagação dos erros das pseudo-distâncias medidas, UERE, para as três coordenadas do receptor e o tempo (equação 5.1.12).

- Este fator de escala depende apenas das posições dos satélites em relação ao receptor e para o sistema GPS é normalmente maior que 1. Portanto, é chamado de "fator geométrico de diluição da precisão-GDOP".

- Quanto MAIOR o volume V, do tetraedro determinado pelas posições de quatro satélites, MENOR será o fator geométrico, ou seja, melhor será a geometria.

- O volume V, independe da estação rastreadora, ao passo que o GDOP depende;

- O produto V x GDOP não é constante, ou seja, para um mesmo volume V, pode-se ter um diferente GDOP.

- Utilizando um gráfico V x tempo, pode-se escolher o melhor momento de iniciar um rastreamento, porém não se pode prever a precisão do posicionamento através do volume V.

- Utilizando, por exemplo um gráfico PDOP x tempo,

pode-se escolher o melhor instante de iniciar um rastreamento e ainda fazer uma previsão da precisão do posicionamento instantâneo por ponto.

- O PDOP, para a constelação de 18 satélites, varia em torno de 3,5 (figura 6.2.3).

- Em um posicionamento por ponto com pós-processamento, se se utiliza um menor intervalo de tempo para a coleta de observações, obtém-se, em um determinado tempo de rastreamento, um maior número de graus de liberdade e conseqüentemente uma melhor precisão (figura 5.2.1).

7.2 - RECOMENDAÇÕES

Poder-se-ia escolher os satélites que fornecerão a melhor geometria, calculando os fatores geométricos de diluição da precisão para todas as possíveis combinações de satélites disponíveis e escolhendo, é claro, a combinação que fornece o menor fator. Porém, o cálculo dos fatores geométricos de diluição da precisão de um posicionamento instantâneo por ponto (GDOP, ou PDOP ou HDOP ou VDOP), envolve a multiplicação de duas matrizes 4×4 e a inversão da matriz resultante.

O volume do tetraedro determinado pelas quatro posições de satélites disponíveis é obtido calculando um determinante 3×3 .

Desta forma, é recomendável escolher a melhor configuração, de quatro satélites, calculando o volume do

tetraedro, uma vez que assim o esforço computacional será menor.

Se a previsão da precisão não interessa, basta traçar um gráfico volume x tempo para escolher o melhor instante de iniciar um rastreo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 01 - ANDRADE, J.B. NAVSTAR - GPS. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1988. 62P.
- 02 - ANDRADE, J.B. Photogrametric Refraction. Columbus, Ohio State University Department of Geodetic Science and surveying, 1977
- 03 - FELL, P.J. Geodetic Positioning Using a Global Positioning System of Satellites. Columbus, Ohio State University Department of Geodetic Science and Surveying, 1980. (Report no.299).
- 04 - GEMAEL, C. Introdução ao ajustamento de observação: Aplicações Geodésicas. Curitiba, scp, 1984.
- 05 - KREYSZIG, E. "Análise Vetorial, In: - Matemática Superior. "Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1982. v. 2 pg. 265-341.
- 06 - LEHMAN, D. J. An introduction to the NAVSTAR Global positioning system. Fredericton, University of new Brunswick. Department of Surveying Engineering, 1979. 34p. (Technical Report no. 61).
- 07 - MARTIN, E.H. GPS user equipment error models Navigation, 25 (2):, 1978.
- 08 - MERTIKAS, S.P. et alii. Alert program for NAVSTAR global positioning system, transit, LAGEOS and starlette satellites. Fredericton, University of new Brunswick, 1986. 124p. (Technical Report no. 85).
- 09 - SEEBER, G. The global positioning system and its use in geodesy and geodynamics. Hannover, University Hannover. Institut für Erdmessung, 1986.
- 10 - ÜBUNG satellitengeodäsie I: positronsbestimmung mit dem NAVSTAR global positioning system (GPS). Hannover, Universität Hannover. Institut für Erdmessung, s.d. 11p. (mimeo).
- 11 - WEI, Z. Positioning with NAVSTAR, the global positioning system. Columbus, Ohio State University, Department of Geodetic Science and Surveying, 1986. 139p (Report no. 370).

- 12 - WELLS, D. Guide to GPS positioning. Fredericton, Canadian GPS associates, 1986.
- 13 - WELLS, D. E. et alii. The Application of NAVSTAR/GPS to geodesy in Canada: pilot study. Fredericton, University of new Brunswick. Department of Surveying Engineering, 1981. 106p. (Technical Report no. 76).

Apêndice A

Subrotinas:

- XYZSAT
- SEMANA
- FLHXYZ
- ESC3ST
- FADOPS
- PMTM
- VERSOL


```

C -----
C CALCULE - A ANOMALIA VERDADEIRA
C          - O ARGUMENTO DA LATITUDE
C          - O RAIO VETOR      E
C          - A INCLINACAO DO PLANO ORBITAL
C -----
20 AUX1=(1.DO - EX(I)*DCOS(E))
   COSV=DCOS(E) - EX(I)/AUX1
   SENV=DSORT(1.DO - EX(I)**2)*DSIN(E)/AUX1
C
   V=DATAN2(SENV,COSV)
   U=V+W(I)
   R=A(I)*AUX1
   XI=XI(I) + VA(I)*TK
C -----
C CALCULE AS CORRECOES A 'U','R','XI' DEVIDO AS PERTURBACOES
C DD SEGUNDO HARMONICO E CORRIJA ESTES ELEMENTOS
C -----
   AUX1=2.DO*U
   COSU=DCOS(AUX1)
   SENU=DSIN(AUX1)
C
   VU=CUC(I)*COSU + CUS(I)*SENU
   VR=CR(I)*COSU + CRS(I)*SENU
   VI=CIC(I)*COSU + CIS(I)*SENU
C
   U=U+VU
   R=R+VR
   XI=XI+VI
C -----
C CALCULE AS COORDENADAS PLANAS ORBITAIS DO SATELITE
C -----
   XO=R*DCOS(U)
   YO=R*DSIN(U)
C -----
C CALCULF. ITERATIVAMENTE, AS 'COORDENADAS CART. TERRESTRES GEOC.
C DO SATELITE'. CORRIGINDO-AS DA ROTACAO DA TERRA DURANTE A PROPAGACAO
C SINAL.
C -----
   ZGS=YO*DSIN(XI)
   DZ2=(ZGS-ZR)*(ZGS-ZR)
C
   YOCOSI=YO*DCOS(XI)
   XLO=XLNA(I) + VAR(I)*TK
   K=0
   TP=0
C
30 K=K+1
   TPO=TP
   TR=TI+TPO
C
   XLON=XLO - WE*TR
   COSL=DCOS(XLON)
   SENL=DSIN(XLON)
C
   XGS=XO*COSL - YOCOSI*SENL
   YGS=XO*SENL + YOCOSI*COSL
C
   DX2=(XGS-XR)*(XGS-XR)
   DY2=(YGS-YR)*(YGS-YR)
C
   TP=DSORT(DX2 + DY2 + DZ2)/CV
C
   IF(DABS(TPO-TP) .LT. 1.0-12) RETURN
   IF(K.LT.15) GOTO 30
C
   WRITE(ISAID,200) ID(I)
   RETURN
40 WRITE(ISAID,100) ID(I)
   RETURN
100 FORMAT(/,10X,'PROBLEMA DE CONVERGENCIA NO CALCULO DA ANOMALIA',
* 'EXCENTRICA DO SATELITE ',I4)
200 FORMAT(/,10X,'PROBLEMA NO CALCULO DO TEMPO DE PROPAGACAO DO',
* 'SINAL ENVIADO PELO SATELITE ',I4)
END

```



```

C -----
C   PRODUTO   MATRIZ TRANSPSTA * MATRIZ
C
C   A(M,N)   ,   AT(N,M)*B(N,L) --  C(N,L)
C -----
SUBROUTINE PMTM(M,N,L,A,B,C,N1,N2,N3)
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION A(N1,N2), B(N1,N3), C(N2,N3)
  DO 2 I=1,N
    DO 2 J=1,L
      S=0.00
      DO 1 K=1,M
        S=S+A(K,I)*B(K,J)
      1 CONTINUE
      C(I,J)=S
    2 CONTINUE
  RETURN
END

```

```

C
C -----
C SUBROTINA VERSOL PARA INVERSAO DE MATRIZES, QUE USA A(1,1)
C COMO PIVO.
C A MATRIZ A INVERTER - E PERDIDA -
C B QUALQUER VETOR QUE TENHA A MESMA DIMENSAO DE 'A'
C J DIMENSIONAMENTO REAL ( PODE SER LITERAL )
C N1 DIMENSIONAMENTO NO PROG. GERAL ( SEMPRE NUMERICO )
C -----
C SUBROUTINE VERSOL(I,A,B,N1)
C IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
C DIMENSION A(N1,N1),B(N1)
C
C IM=I-1
C DO 6 K=1,I
C IF(DABS(A(I,I)) .LE. 1.0-16) GO TO 20
C DO 2 J=1,IM
C B(J)=A(I,J+1)/A(I,I)
C 2 CONTINUE
C B(I)=1.0/A(I,I)
C DO 4 L=1,IM
C DO 3 J=1,IM
C A(L,J)=A(L+1,J+1)-A(L+1,I)*B(J)
C 3 CONTINUE
C A(L,I)=-A(L+1,I)*B(I)
C 4 CONTINUE
C DO 5 J=1,I
C A(I,J)=B(J)
C 5 CONTINUE
C 6 CONTINUE
C RETURN
C
C 20 WRITE(3,21) K
C 21 FORMAT(//,10X,'HA UMA SUBMATRIZ DIAGONAL SINGULAR DE ORDEN ',
C = 13,//,10X,'SUBSTITUA A VERSOL PELA VERMAT ',//)
C RETURN
C END

```