

QUINTINO DALMOLIN

Uma Alternativa para Contribuir no Apoio Cartográfico à Densificação Gravimétrica

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas para obtenção do grau de Doutor em Ciências pela Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA

1 9 8 8


UMA ALTERNATIVA PARA CONTRIBUIR NO
APOIO CARTOGRÁFICO À DENSIFICAÇÃO GRAVIMÉTRICA

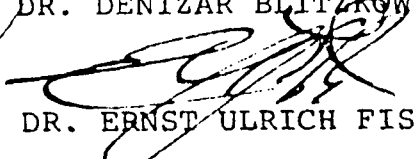
por


QUINTINO DALMOLIN

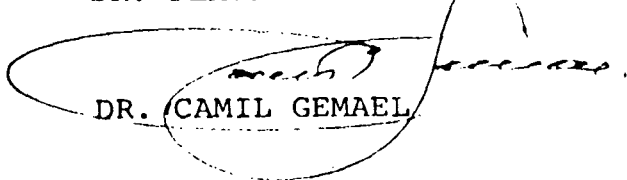
Tese aprovada como requisito parcial para
obtenção do grau de Doutor no Curso de
Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, pe
la comissão formada pelos professores:


DR. JOSÉ BITTENCOURT DE ANDRADE


DR. DENIZAR BLITZKOW


DR. ERNST ULRICH FISCHER


DR. FLAVIO FELIPE KIRCHNER


DR. CAMIL GEMAEI

Curitiba, 12 de janeiro de 1989

Dedico este trabalho à minha esposa EVA CRISTINA e aos meus filhos: ANAMARIA, GIÁCOMO e GIORGIO pela compreensão e estímulo.

Externo agradecimentos a todas as
pessoas que direta ou indiretamente
colaboraram para a realização
desta pesquisa e de um modo especial
ao Prof. PhD. JOSÉ BITTEN-
COURT DE ANDRADE pela orientação
e incentivo.

SUMÁRIO

		pg
	TERMO DE APROVAÇÃO-----	ii
	DEDICATÓRIA-----	iii
	AGRADECIMENTOS-----	iv
	SUMÁRIO-----	v
	LISTA DE QUADROS-----	viii
	LISTA DE FIGURAS-----	x
	RESUMO-----	xii
	ABSTRACT-----	xiii
1.	INTRODUÇÃO-----	01
2.	GENERALIDADES SOBRE GRAVIMETRIA E FOTOTRIANGULAÇÃO	04
2.1	O Geóide gravimétrico-----	04
2.2	Redes gravimétricas-----	06
2.3	A rede gravimétrica brasileira-----	09
2.4	Reduções gravimétricas-----	12
2.4.1	Anomalia de FAYE-----	13
2.4.2	Anomalia de BOUGUER-----	14
2.5	A Fototriangulação-----	17
3.	OBTENÇÃO E DEPURAÇÃO DOS DADOS-----	21

	pg
3.1	Definição da área teste----- 21
3.2	Apoio de campo----- 21
3.3	Medidas de campo----- 25
3.3.1	Ângulos horizontais----- 25
3.3.2	Ângulos verticais----- 25
3.3.3	Distâncias----- 26
3.4	Redução das observações----- 26
3.4.1	Correção da refração para a distância----- 26
3.4.2	Redução das distâncias zenitais----- 27
3.4.3	Cálculo das altitudes dos pontos----- 27
3.4.4	Redução das distâncias----- 28
3.4.5	Apoio planimétrico----- 29
3.4.6	Seleção dos pontos a triangular----- 30
3.5	Medida das foto-coordenadas----- 33
3.5.1	Depuração das foto-coordenadas----- 34
3.5.2	Correção das deformações do filme e redução das co ordenadas ao centro fiducial----- 35
3.5.3	Transformação das coordenadas fiduciais em fotogrã ficas----- 36
3.5.4	Correção das distorções radiais das lentes----- 37
3.5.5	Correção da refração fotogramétrica----- 38
4.	MODELOS MATEMÁTICOS----- 39
4.1	Modelo matemático funcional----- 39
4.2	Modelo matemático implícito----- 43
4.3	Injunções----- 45
4.3.1	Injunções de peso----- 45

	pg	
4.3.2	Injunções funcionais ou geométricas-----	46
4.4	Linhas retas como injunções funcionais explícitas--	48
5.	EXPERIÊNCIAS E RESULTADOS-----	51
5.1	Introdução-----	51
5.2	Fototriangulação com apoio de terreno (FAT)-----	51
5.3	A contribuição de retas no espaço bi-dimensional co mo injunções funcionais explícitas aplicadas à Foto triangulação com apoio de terreno (FAT+Inj.2D)-----	59
5.4	Fototriangulação com apoio retirado de cartas (FAC)	64
5.5	A contribuição de retas no espaço bi-dimensional co mo injunções funcionais explícitas aplicadas à Foto triangulação com apoio retirado de cartas (FAC+Inj. 2D)-----	77
5.6	A contribuição de retas no espaço tri-dimensional com injunções funcionais explícitas aplicadas à Fo- totriangulação com apoio de terreno (FAT+Inj.3D)---	85
6.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES-----	92
6.1	Observações iniciais-----	92
6.2	Conclusões-----	93
6.3	Recomendações-----	94
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS-----	96

LISTA DE QUADROS

	pg
QUADRO 3.1 - Distâncias observadas e reduzidas-----	29
QUADRO 3.2 - Pontos com coordenadas conhecidas no sistema local-----	30
QUADRO 5.1 - Resíduos nos pontos de apoio (FAT) e erro <u>mé</u> <u>dio quadrático</u> -----	53
QUADRO 5.2 - Análise estatística-----	54
QUADRO 5.3 - Fototriangulação com apoio de terreno (FAT)--	55
QUADRO 5.4 - Desvio padrão das coordenadas da (FAT)-----	56
QUADRO 5.5 - Fototriangulação com apoio de terreno após a aplicação das injunções funcionais explícitas (FAT+Inj.2D)-----	60
QUADRO 5.6 - Fototriangulação com apoio retirado de cartas (FAT)-----	67
QUADRO 5.7 - Resíduos dos pontos de apoio e erro <u>médio qua</u> <u>drático</u> -----	68
QUADRO 5.8 - Análise estatística da (FAC)-----	68
QUADRO 5.9 - Desvio padrão das coordenadas da FAC-----	69
QUADRO 5.10 - Diferença e média da diferença entre a FAT e FAC-----	72
QUADRO 5.11 - Fototriangulação com apoio de carta após a aplicação de injunções (FAC+Inj.2D)-----	81

	pg
QUADRO 5.12 - Resultados da Fototriangulação con injunções tri-dimensionais (FAT+Inj.3D)-----	87
QUADRO 5.13 - Diferença entre FAT e (FAT+Inj.3D)-----	88

LISTA DE FIGURAS

	Pg
Fig. 3.2.1 - Distribuição do apoio de terreno-----	22
Fig. 3.2.2 - Extensão do apoio do terreno-----	24
Fig. 3.4.1 - Posição relativa dos pontos fototriangulados--	32
Fig. 4.1.1 - Sistema de coordenadas fotogramétricas-----	40
Fig. 4.1.2 - Sistema tri-retangular local-----	41
Fig. 5.2.1 - Variação do desvio padrão em X-----	57
Fig. 5.2.2 - Variação do desvio padrão em Y-----	58
Fig. 5.2.3 - Variação do desvio padrão em Z-----	58
Fig. 5.3.1 - Contribuição das injunções bi-dimensionais em X na FAT-----	61
Fig. 5.3.2 - Contribuição das injunções bi-dimensionais em Y na FAT-----	62
Fig. 5.3.3 - Contribuição das injunções bi-dimensionais em Z na FAT-----	63
Fig. 5.4.1 - Percentagem de pontos contra o σ_X -----	70
Fig. 5.4.2 - Percentagem de pontos contra o σ_Y -----	71
Fig. 5.4.3 - Percentagem de pontos contra o σ_Z -----	71
Fig. 5.4.4 - Diferença em X entre FAT e FAC-----	75
Fig. 5.4.5 - Diferença em Y entre FAT e FAC-----	75
Fig. 5.4.6 - Diferença em Z entre FAT e FAC-----	76

	pg
Fig. 5.4.7 - Percentuais de pontos contra os desvios $ \Delta Z $ da FAC-----	76
Fig. 5.5.1 - Contribuição em X das injunções bi-dimensionais aplicadas a FAC-----	78
Fig. 5.5.2 - Contribuição em Y das injunções bi-dimensionais aplicadas a FAC-----	79
Fig. 5.5.3 - Contribuição em Z das injunções bi-dimensionais aplicadas a FAC-----	80
Fig. 5.5.4 - Desvios em X da FAC em relação a FAT após a apli cação das injunções bi-dimensionais-----	82
Fig. 5.5.5 - Desvio em Y da FAC em relação a FAT após a apli cação das injunções bi-dimensionais-----	83
Fig. 5.5.6 - Desvio em Z da FAC em relação a FAT após a apli cação das injunções bi-dimensionais-----	83
Fig. 5.5.7 - Percentagem de pontos contra os desvios $ \Delta Z $ da FAC+Inj.2D -----	84
Fig. 5.6.1 - Distorções em X após a aplicação de injunções tri-dimensionais a FAT-----	90
Fig. 5.6.2 - Distorções em Y após a aplicação de injunções tri-dimensionais a FAT-----	90
Fig. 5.6.3 - Distorções em Z após a aplicação de injunções tri-dimensionais a FAT-----	91

RESUMO

Os altos custos para se obter as informações altimétricas por métodos tradicionais fazem com que a densificação gravimétrica no Brasil tenha o seu desenvolvimento grandemente prejudicado. O presente trabalho apresenta a alternativa da fototriangulação analítica com apoio retirado de cartas para preencher esta lacuna a um custo bem mais acessível. Além do mais, testa e analisa a contribuição que podem trazer nos resultados finais quando se aplicam linhas retas no espaço bi-dimensional ou tri-dimensional como injunções funcionais explícitas ao modelo matemático de ajustamento. Os resultados obtidos na comparação entre a fototriangulação analítica realizada com apoio de terreno contra a fototriangulação analítica com apoio de cartas, apontam pela viabilização da técnica sem maiores dificuldades. No entanto, são apresentadas algumas sugestões e recomendações que podem ser de grande ajuda para aprimorar ainda mais a técnica.

ABSTRACT

It is very expensive to get altimetric information by traditional methods; consequently gravimetric densification is highly damaged in Brazil. The present paper presents a change: an analytical phototriangulation drawn from map control which is to fill the gap at modest expenses. This paper also tests and analyses the contribution to the final results when straight lines are applied to bi-dimensional and tri-dimensional spaces as explicit functional constraints on the mathematical model of adjustment. When one compares analytical phototriangulation drawn from ground control to analytical phototriangulation drawn from map control the obtained results show the feasibility of the latter. Nevertheless some warnings and suggestions, which will help the technique improvement, are presented.

1. INTRODUÇÃO

Para calcular anomalias da gravidade em pontos isolados da superfície terrestre, é necessário que as coordenadas geodésicas dos mesmos sejam conhecidas com o rigor exigido pela densificação gravimétrica.

Com este tipo de levantamento o geodesta pode confeccionar cartas geoidais, contendo curvas de iso-alturas do geóide em relação ao elipsóide. As observações a satélites artificiais permitem o cálculo das altitudes geométricas. Daí a necessidade do conhecimento dos desníveis geoidais para transformar estas altitudes em ortométricas — informações estas da maior importância que uma carta topográfica deve fornecer através das curvas de nível.

As medidas gravimétricas em si são muito simples, bastando conduzir o gravímetro aos pontos escolhidos e efetuar a leitura. Entretanto, como já foi dito anteriormente, tais pontos devem ter suas coordenadas geodésicas conhecidas, pois as coordenadas retiradas de cartas, principalmente no que diz respeito à altitude não oferecem o grau de precisão exigido.

Atualmente os percursos de densificação gravimétrica são apoiados em Referências de Nível (RNs), as quais são identificadas nas cartas e posteriormente localizadas no campo. Contudo, estas RNs face a época remota em que foram implantadas e as alterações locais impostas pela presença da ação do homem, são de

difícil localização ou até mesmo impossível, já que grande parte delas foi removida. Além do mais, a má distribuição dos circuitos de nivelamento contribuem sensivelmente para a descaracterização dos reais objetivos da densificação, a não ser que um oneroso e dispendioso trabalho extra de campo seja planejado e executado.

A fototriangulação analítica é uma alternativa viável para suprir estas lacunas com maior rapidez e economia, além de oferecer algumas outras vantagens, tais como: distribuição adequada das estações; perenização das estações; não dependência das condições meteorológicas e especulativas na escolha e identificação dos pontos, e utilização do acervo fotográfico já existente sem qualquer custo adicional.

Esta pesquisa tem como objetivo testar a metodologia da fototriangulação analítica com apoio extraído de cartas, utilizando o acervo fotográfico já existente de uma dada região a fim de contribuir no apoio cartográfico aos circuitos de densificação gravimétrica. Também, avaliar a contribuição nos resultados finais que podem trazer o uso de retas no espaço como injunções funcionais explícitas aplicadas no ajustamento.

O capítulo segundo, faz comentários a respeito da importância do conhecimento da altura geoidal e aborda sucintamente também alguns métodos gravimétricos usados por alguns países para determinar a separação geóide-elipsóide.

O capítulo terceiro, descreve os trabalhos de campo para a coleta dos dados que deram suporte a esta pesquisa, bem como

mo o seu tratamento.

O capítulo quarto, trata dos modelos matemáticos com e sem injunções funcionais explícitas.

O capítulo quinto, apresenta as várias experiências numéricas realizadas e após cada experiência uma breve discussão dos resultados com gráficos demonstrativos.

O capítulo sexto apresenta as conclusões e algumas recomendações.

2. GENERALIDADES SOBRE GRAVIMETRIA E FOTOTRIANGULAÇÃO

2.1 O GEÓIDE GRAVIMÉTRICO

O geóide é a superfície de referência fundamental para o sistema de altitudes, e como tal, forma uma parte essencial de qualquer sistema de referência geodésico nacional. Ele também é a superfície intermediária que serve para reduzir os dados geodésicos da superfície física para a superfície de referência (elipsóide). A separação geóide-elipsóide ou altura geoidal é uma quantidade que nos meios científicos atuais não pode ser negligenciada quando da redução das distâncias e direções ao elipsóide^{|17|}.

Segundo KRAKIWSKY^{|15|}, o conhecimento do geóide é essencial para ligar tridimensionalmente o ajustamento geodésico, bem como é necessário para qualquer comparação no ajustamento das redes de controle horizontal com redes baseadas em satélites. O geóide também é usado para determinar a relação existente entre os sistemas de referência geodésico local e geocêntrico.

A determinação do geóide pode ser feita por vários métodos. Entre eles podemos citar: o astro-geodésico que se baseia nas componentes principais do desvio da vertical utilizando a técnica da integração convencional de linha ao longo da cadeia de triangulação. Não se pode entretanto, esquecer que a determinação das componentes do desvio da vertical via método astro-

geodésico tem um caráter relativo, pois dependem das coordenadas do datum do sistema geodésico bem como dos parâmetros da superfície de referência. O leitor que desejar conhecer melhor este método poderá encontrá-lo em VANICEK e MERRY^{|28|}.

Outra alternativa é a preconizada e defendida pela teoria de MOLODENSKIJ^{|23|}, a qual combina observações gravimétricas com as componentes do desvio da vertical, produzindo o chamado geóide astro-gravimétrico que aliás, merece uma maior confiança que o anterior por ser mais completo. Entretanto, também está referido ao elipsóide de referência geodésico.

O desvio da vertical pode ser obtido através das fórmulas de Vening-Meinesz em função das anomalias da gravidade^{|08|}. A grande vantagem deste método é que o desvio gravimétrico independe das coordenadas do datum e se acha vinculado à mesma superfície de referência da fórmula da gravidade usada para o cálculo das anomalias.

A maioria das cadeias de triangulação dos países de grandes extensões territoriais apresentam pontos esparsos com desvios da vertical. O geóide calculado para estes pontos, através do método astro-geodésico, em muitas regiões é irreal. Para preencher estes vazios é necessário demandar um processo longo, vagaroso e dispendioso. Uma maneira de contornar em parte este problema foi sugerida por MERRY^{|18|}, que utiliza os dados gravimétricos para calcular os desvios gravimétricos modificados, via fórmula de integração de Vening-Meinesz derivada da fórmula de STOKES em função das anomalias da gravidade.

Com os dados dos desvios astro-geodésicos disponíveis é então possível transformá-los para o datum geodésico, produzindo assim, os desvios astro-geodésicos interpolados.

Estes desvios podem ser usados juntamente com os desvios originais como dados básicos para calcular o geóide Astro-gravimétrico. Esta técnica foi testada com sucesso no Canadá e pode ser encontrada com detalhes em MERRY^{|18|}.

2.2 REDES GRAVIMÉTRICAS

O desenvolvimento dos gravímetros portáteis os quais fornecem medidas de diferenças da gravidade com uma elevada consistência interna, de modo simples, cômodo e extremamente rápido, levou a importantes modificações ao conceito de datum gravimétrico. O datum único poderia ser vantajosamente substituído por um conjunto de estações espalhadas pelo mundo todo, com valores da gravidade determinados através de medidas absolutas e diferenciais e submetidos a um ajustamento geral pelo método dos mínimos quadrados. Além disto, cada país, possuidor de pelo menos duas destas estações poderia realizar calibrações instrumentais sempre que necessário, e desenvolver sua própria rede gravimétrica.

A implantação da rede gravimétrica internacional (IGSN-71) pela União Geodésica e Geofísica Internacional (UGGI)^{|25|} resultou do ajustamento de mais de 25000 medidas gravimétricas, oriundas de determinações absolutas, observações pendulares relativas e medidas efetuadas com gravímetros (principalmente La

Coste & Romberg) espalhadas por todos os continentes, fundamentam o datum gravimétrico como o valor da gravidade representado por 1854 estações obtidos do ajustamento acima. O erro médio quadrático desses valores, na sua quase totalidade, é inferior a 0,10 mGal. Desta forma, o sistema anteriormente vigente que adotava uma única estação (Potsdam) como datum mundial ficou desvinculado e sofreu uma correção de -14,0 mGal^{|25|}.

Uma das principais vantagens de se representar o datum por várias estações espalhadas por todo o mundo é prover um sistema de referência uniforme para o qual todas as medidas relativas da gravidade sejam a êle referidas. Em geral, as anomalias locais são referidas às redes nacionais ou continentais desde que estas atendam às condições de consistência com a IGSN-71, ou seja, que estas redes estejam amarradas à rede Internacional.

Segundo MORELLI^{|25|}, para se obter melhor consistência com a rede Internacional, as estações da mesma não devem ser fixas no ajustamento, e sim atribuir-lhes pesos de acordo com o seu erro estimado. Desta maneira, as sub-redes não são obrigadas a fixar-se a IGSN-71 e sim garantir uma ótima consistência de datum e escala.

As redes básicas, nacionais ou fundamentais de 1.^a ordem são diretamente apoiadas a estações pertencentes ao datum internacional, servindo de arcabouço a levantamentos posteriores. Estas redes se apresentam com uma baixa densidade de estações. Em contrapartida, apresentam uma grande precisão na determinação da gravidade e em escala compatível com a fornecida pelo da

tum.

De acordo com os critérios apresentados por ESTADOS UNIDOS^{|06|}, os valores da gravidade nas estações destas redes não podem apresentar um desvio padrão, após o ajustamento, superior a 0,05 mGal em relação aos valores nos pontos do datum. Portanto, os gravímetros empregados devem permitir a leitura de 0,01 mGal e usar no mínimo dois instrumentos para cada determinação.

As estações das redes básicas são fundadas em pontos estratégicos, observando-se a posição geográfica, vias de acesso e importância da localidade (normalmente cidades). Os locais onde são feitas as medidas são escolhidos de acordo com critérios rigorosos recomendados por ESTADOS UNIDOS^{|06|}, tais como, perenização, estabilidade e acessibilidade. Outros critérios de fundamental importância são apresentados em^{|10|}, precavendo-se da possível destruição, levantando duas estações em cada localidade, uma fundamental e outra excêntrica, não muito afastadas uma da outra. O valor da gravidade em ambas obedece os mesmos critérios.

Quanto à posição geográfica das estações fundamentais, bastam coordenadas aproximadas retiradas de cartas topográficas (correção de maré). Para a altitude é suficiente uma indicação barométrica pois a função das estações básicas é apresentar locais com módulo da aceleração da gravidade conhecido que possam ser utilizados em qualquer época.

A Rede Continental Latino-Americana segundo GEMAEL^{|10|} é composta de 941 estações interligadas por meio de 4700 estações

gravimétricas LaCoste & Romberg realizadas por instituições nacionais com a colaboração do IAGS. Esta rede, chamada de RELAN-77 foi ajustada segundo as recomendações da resolução nº 12 da UGGI^{|25|}, atribuindo pesos ao valor da gravidade inversamente proporcionais às suas variâncias para torná-la coerente com a IGSN-71.

2.3 A REDE GRAVIMÉTRICA BRASILEIRA

O Brasil é possuidor de quase meia centena de estações IGSN-71 que foram implantadas nas mais diversas regiões, as quais fazem parte da RELAN-77^{|08|}. É óbvio que, face às dimensões continentais do nosso país, este número não representa o arcabouço nacional gravimétrico. Além disto, devemos ter em conta que segundo ROSIER^{|27|}, mais ou menos vinte por cento das originalmente implantadas já foram destruídas e a sua distribuição no território deixa enormes vazios principalmente nas regiões norte e centro-oeste. As dificuldades para o preenchimento destes vazios são tremendamente ampliadas se pensarmos em termos de falta de recursos (humanos e financeiros) para realizar os levantamentos necessários.

Mas, apesar disto tudo, a Universidade Federal do Paraná, através do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e o Observatório Nacional (CNPq) foram as instituições que começaram a resolver este problema. Chamaram a atenção da comunidade Geodésica e Geofísica do País da necessidade imediata da implantação de uma rede gravimétrica nacional, com estações rigorosa-

mente determinadas e bem distribuídas para servirem de base à densificação.

Apesar das dificuldades inerentes da própria estrutura interna, a Universidade Federal do Paraná implantou uma rede de quase uma centena de pontos nos quatro estados do sul sendo que no Estado de São Paulo contou com a colaboração da USP (Universidade de São Paulo) através do Instituto Astronômico e Geofísico (IAG). O Observatório Nacional (O.N.) desenvolveu trabalhos na região centro leste e está desenvolvendo nas regiões norte e nordeste. Algumas malhas, levantadas pelo O.N. já foram ajustadas segundo as normas do IGSN-71.

Os instrumentos utilizados para a implantação de estações de base, de acordo com os critérios de 1.^a ordem, são gravímetros LaCoste & Romberg modelo G, cuja precisão de leitura direta é de 0,01 mGal podendo ser estimado o μ Gal. Tal precisão é necessária para que o valor da gravidade após o ajustamento não apresente desvios padrões superiores a 0,05 mGal em relação as estações da IGSN-71 usadas como referência.

As redes de densificação ou de 2.^a ordem são estabelecidas a partir das estações da rede básica e servem a finalidades específicas, representando um levantamento detalhado do campo gravitacional numa certa região. A densidade (Relação nº de estações/área), deve ser tanto maior quanto mais acidentada for a região. Além disto, a precisão da gravidade, definição da escala através das estações básicas e o rigor na caracterização geográfica devem atender aos objetivos em questão (geofísicos, geológicos ou geodésicos).

A localização das estações em referência de nível ou pelo menos em locais cuja altitude seja determinada com algum rigor, é de fundamental importância no planejamento de redes de 2.^a ordem.

Embora a perenização destas estações não constitua um fator fundamental, elas devem, na ausência de RNS ser implantadas em feições reconhecíveis em cartas ou aerofotos.

Admitindo-se o ajustamento para redes de 2.^a ordem, o desvio padrão associado à determinação da gravidade nestas estações segundo ESTADOS UNIDOS^{|06|}, não deve ultrapassar a 0,3 mGal em relação aos valores nas estações de 1.^a ordem. Isto quer dizer que os instrumentos empregados para a densificação devem possuir uma precisão nominal de leitura da ordem de 0,1 mGal, sendo suficiente um único instrumento para a determinação.

Para garantir a precisão no ajustamento de 0,3 mGal acima, o conhecimento da altitude deve ser melhor que um metro. Basta lembrar que o valor do gradiente médio aproximado da gravidade é de -0,31 mGal por metro.

Quando o interesse é só pelas anomalias free-air, a posição geográfica segundo ESTADOS UNIDOS^{|06|} basta ser correta ao décimo de minuto de arco, além, é claro, da altitude do ponto. Por outro lado, se o interesse for mais além (anomalias de Bouguer por exemplo), são necessárias boas cartas altimétricas cobrindo todas as zonas literais de HAYFORD^{|12|}.

2.4 REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS

Os valores da aceleração da gravidade (g) medidos na su perfície física da Terra, após terem sido depurados dos diver sos erros devidos à atração luni-solar, deriva estática e deri va dinâmica, descritos em GEMAEL e ROSIER^{|10|}, estão sujeitos a diferentes tipos de reduções dependendo do fim a que se desti nam. As anomalias de BOUGUER são muito importantes do ponto de vista geológico mas, pouco ou nada contribuem à determinação do geóide quando consideradas isoladamente. As reduções isostáticas não se adequam aos trabalhos de prospecção local, contudo, podem interessar tanto a geólogos como a geodestas.

Na maioria das vezes é importante a redução das medidas gravimétricas a uma mesma superfície equipotencial do campo gra vífico terrestre, normalmente ao nível médio dos mares através da chamada redução de Faye (Free-air) ou correção do "ar livre". Por outro lado, no que tange às aplicações geodésicas, o valor medido de g na superfície física não pode ser introduzido na fa mosa fórmula de Stokes, a menos que seja reduzido ao geóide. Tal fórmula pressupõe a inexistência de massas externas a esta su perfície, o que implica em métodos de redução que eliminem ou transportem estas massas para outra posição. Com isto, o geóide sofre variações, maiores ou menores que se refletem no valor de g dependendo do método aplicado para tal.

Face a baixa densidade de estações gravimétricas, é sem pre vantajoso que uma anomalia seja o mais que possível repre - sentativa da região circun vizinha à estação. Como os processos

isostáticos eliminam tanto as massas topográficas externas como as correspondentes massas internas de compensação produzindo variações relativamente pequenas ao potencial gravífico, as anomalias isostáticas por apresentarem a menor correlação topográfica, são as mais representativas.

2.4.1 ANOMALIA DE FAYE

A anomalia da gravidade tem como definição a expressão:

$$\Delta g = g_o - \gamma \quad (2.1)$$

onde $g_o = g + C_F$ representa o valor da gravidade reduzida ao geóide e γ a gravidade normal calculada com a fórmula internacional adotada, em função da latitude da estação, sobre a superfície de referência.

Para reduzir o valor de g medido na superfície física da Terra ao "nível médio dos mares" aplicamos a correção do ar livre ou free-air dada por:

$$C_F = \frac{\partial g}{\partial h} h \quad (2.2)$$

na qual $\partial g / \partial h$ é o gradiente vertical da gravidade, veja em GEMAEL^{|08|} e h a altitude ortométrica da estação GEMAEL^{|09|}. Em trabalhos rotineiros, o gradiente vertical da gravidade pode, sem prejuízo, ser substituído pelo gradiente da gravidade normal ($\partial \gamma / \partial n$) cujo valor médio à superfície do elipsóide de refe

rência 1967 é,

$$\frac{\partial \gamma}{\partial n} = - 0,3086 \text{ mGal.metro} \quad (2.3)$$

resultando para a anomalia de Faye

$$\Delta g_F = g + 0,3086 h - \gamma \quad (2.4)$$

No caso em que é exigido rigor na redução a fórmula usada segundo GEMAEL^{|11|} é:

$$\Delta g_F = g + 0,3086 h + 0,00021 h \cos 2\phi - 72 h^2 \cdot 10^{-9} - \gamma \quad (2.5)$$

A determinação relativa de g é uma operação fácil, rápida e de grande precisão. Já a obtenção da anomalia de Faye pressupõe o conhecimento da latitude e da altitude da estação. Primeira, necessária ao cálculo da gravidade teórica (γ) ^{|08|} e a segunda, para a correção do ar-livre. Em nosso país, as maiores dificuldades residem no cálculo das reduções.

2.4.2 ANOMALIA DE BOUGUER

A remoção das massas topográficas externas ao geóide, isto é, eliminando matematicamente os efeitos de tais massas sobre o valor de g medido, permite a aplicação da integral de STOKES.

Além da redução de FAYE, aplicamos a correção de BOUGUER

(C_B), cuja resultante é chamada de Anomalia de BOUGUER.

$$\Delta g_B = g + C_F + C_B - \gamma \quad (2.6)$$

A remoção das massas topográficas externas ao geóide (excessos), bem como o preenchimento dos vazios dos oceanos (deficiências) com material de igual densidade que o da crosta é feita em duas etapas:

A primeira, chamada de redução modificada de BOUGUER (C_B), considera a região "próxima" a estação e concêntrica a esta, constituída por uma calota esférica estendendo-se até um raio de 166,7 km^{|08|}. A redução modificada de BOUGUER é obtida pela expressão

$$C_B = - A - B + C \quad (2.7)$$

onde A representa a componente vertical da atração exercida por um platô horizontal de espessura h, sobre um ponto de massa unitária situado à superfície física; B tem a função de converter o platô numa "calota" esférica, cujo valor é tabelado em^{|11|} e C, representa a correção das irregularidades topográficas em relação à calota, que em terrenos "pouco" acidentados é negligenciável.

A segunda, considera a região "distante", isto é, a "calota" que tem como polo o antípoda da estação e é chamada de correção isostática (C_I). Esta correção considera que a crosta terrestre se encontra em estado de equilíbrio isostático. Para

determinar C_I é necessário levar em consideração o efeito das massas de compensação das zonas literais e o efeito conjunto das massas topográficas e de compensação das zonas numeradas^{|08|}, dada por,

$$\Delta g_I = g + C_F + C_B + C_I - \gamma \quad (2.8)$$

O problema das correções que o valor de g medido sofre, não para aí. Quando da remoção das massas topográficas compensadoras, o geóide sofre variação. Com isto é criada uma Terra fictícia cuja superfície de nível é o co-geóide. Desta forma necessitamos reduzir o valor de g do geóide real ao co-geóide através da correção chamada Efeito Indireto (C_{EI}). A sua expressão

$$C_{EI} = \frac{\partial g}{\partial n} n \quad (2.9)$$

onde n representa a distância de separação geóide-co-geóide.

HEISKANEN e NISKANEN^{|14|} prepararam um mapa mundial com curvas de iso-correções para C_{EI} .

Assim, a anomalia total é dada por:

$$\Delta g = g + C_F + C_B + C_I + C_{EI} - \gamma \quad (2.10)$$

que introduzida na fórmula de STOKES nos leva à separação entre elipsóide-co-geóide (N')

$$N = N' + n \quad (2.11)$$

Resumindo:

Anomalia de FAYE,

$$\Delta g_F = g + C_F - \gamma \quad \text{ou}$$

$$\Delta g_F = g + 0,3086 h - \gamma$$

Anomalia de BOUGUER modificada,

$$\Delta g_B = g + C_F + C_B - \gamma \quad \text{ou}$$

$$\Delta g_B = g + 0,1967 h - B + C - \gamma$$

Anomalia isostática,

$$\Delta g_I = g + C_F + C_B + C_I - \gamma$$

Anomalia total para um ponto,

$$\Delta g = g + C_F + C_B + C_I + C_{EI} - \gamma$$

2.5 A FOTOTRIANGULAÇÃO

Uma importante função da aerofotogrametria é a compilação de mapas topográficos precisos, empregando instrumentos restituidores. Para orientar absolutamente um modelo estereoscópico, um número mínimo de p̄ontos de controle horizontal (2) e ver

tical (3) é necessário. Todos estes pontos de controle podem ser obtidos com um considerável custo por métodos de campo. E é exatamente aí que a fototriangulação apresenta a sua maior vantagem, estendendo o apoio a vários modelos, a um custo bem acessível empregando técnicas fotogramétricas que se baseiam somente num sistema de referência de alguns pontos levantados no campo.

O controle assim determinado, além de servir na compilação de mapas topográficos, serve também para outros fins, tais como levantamentos cadastrais, projetos de locação de rodovias, linhas de transmissão, etc.

Certos tipos de fototriangulação são destinados ao estabelecimento do controle pleno de uma simples faixa, como é o caso mais comum de projetos anteriormente citados. Neste caso é chamada de "fototriangulação por faixa", a qual visa a determinação das coordenadas (X,Y,Z) dos pontos de passagem e de interesse para a orientação absoluta dos modelos na fase da compilação.

A precisão dos mapas topográficos é dependente da qualidade deste controle. Por outro lado, este controle é dependente da qualidade do apoio de campo e das observações fotográficas. Aliás, a qualidade destas últimas pode ser estimada ou avaliada através de um ajustamento rigoroso em função da precisão do equipamento usado nas medições.

O ponto imagem, centro perspectivo e o ponto objeto, teoricamente deveriam estar sobre uma mesma reta, satisfazendo as-

sim as equações de colinearidade ^{|03|}, ^{|22|}, ^{|16|}. Entretanto, na prática isto não ocorre devido aos erros sistemáticos inevitáveis que deslocam o ponto imagem de sua posição real. Na fototriangulação analítica, o tratamento matemático destes erros começa já nas fotocoordenadas, restringindo ao mínimo a participação instrumental e de observação, proporcionando uma alta precisão nos resultados finais (*).

Dois procedimentos podem ser adotados:

a) Fototriangulação com pré-refinamento da imagem

corrigindo as distorções e deformações da imagem, de tal modo que as equações de Colinearidade possam ser usadas como modelo funcional de ajustamento;

b) Fototriangulação com parametrização

modificando as equações de Colinearidade com a adição de parâmetros, fazendo com que o modelo se adapte à realidade física. Neste caso estão englobados os métodos analíticos da calibração de câmaras ^{|24|}, ^{|16|}, enquanto que o anterior engloba todas as aplicações das equações de Colinearidade à fototriangulação que não dispõe dos recursos de calibração e parametrização.

(*) Segundo o Manual de Fotogrametria pág. 498, a precisão alcançada com apoio pré-sinalizado a cada quatro modelos, é de 0,013mm em X e Y e 0,015mm em Z na escala das aerofotos.

Segundo LUGNANI^{|16|}, na fototriangulação com pré-refinamento da imagem são comuns dois procedimentos: 1) a formação de modelos independentes analiticamente e ajustando-os em blocos; 2) o ajustamento simultâneo dos feixes de raios. Este último é também o mais normal para a fototriangulação com parametrização de causas de afastamento de condição de colinearidade.

O feixe é geometricamente definido pelas coordenadas fotográficas refinadas de todos os pontos juntamente com o centro de perspectiva, e cada raio é tratado individualmente através da equação de colinearidade (modelo matemático funcional).

O ajustamento simultâneo de todos os feixes de um conjunto de fotografias envolve rotações e translações de cada um dos feixes no espaço até que todos os raios provenientes dos pontos imagem passem pelos correspondentes pontos no espaço objeto.

3. OBTENÇÃO E DEPURAÇÃO DOS DADOS

3.1 DEFINIÇÃO DA ÁREA TESTE

Partimos da premissa que a região a ser triangulada apresentasse características que viabilizassem a economia e rapidez à tarefa de implantação do apoio de campo necessário. Para tanto, estabeleceu-se os critérios de que a região deveria apresentar um sistema viário eficiente que permitisse um fácil deslocamento e acesso aos pontos de interesse, bem como, vários trechos de rodovias em linha reta para testar técnicas de injunções funcionais explícitas.

A região que melhor atendeu às exigências acima situa-se a poucos quilômetros de Curitiba, entre as latitudes de $25^{\circ} 25'$ e $25^{\circ} 30' S$ e entre as longitudes de $49^{\circ} 35'$ e $49^{\circ} 45' W$. Esta região foi eleita por apresentar mais dois fatores de grande importância além dos acima citados. O primeiro, devido a existência de alguns pontos com coordenadas definidas no sistema geodésico brasileiro e o segundo, devido a região apresentar uma morfologia estável que não sofre alterações significativas com o tempo, quer seja de ordem geológica ou pela presença do homem.

3.2 APOIO DE CAMPO

Após a região ter sido definida, iniciou-se a fase do es

tabelecimento do apoio de campo.

Como a região já apresentava alguns pontos com coordenadas definidas no sistema geodésico brasileiro e que permitiam a intervisibilidade, a extensão do apoio ficou enormemente simplificada.

Embora dois pontos planimétricos e três altimétricos fossem suficientes para realizar a triangulação, nós ampliamos o número de pontos de apoio de campo a fim de criar mais alternativas para serem testadas na fototriangulação e verificar os resultados finais. Desta forma, o primeiro e quarto modelos foram apoiados como mostra a Fig. 3.2.1.

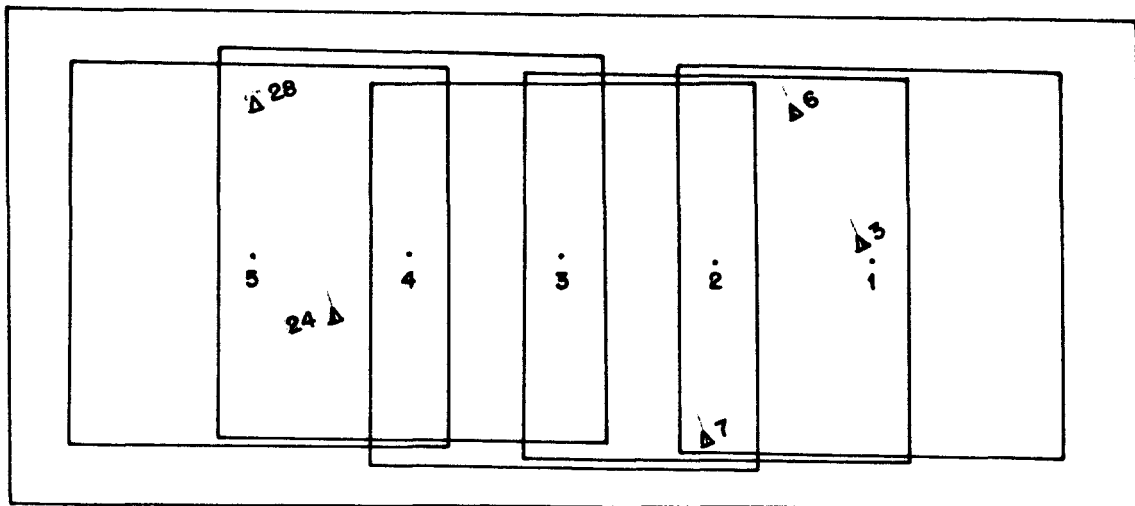


Fig. 3.2.1 - Distribuição do apoio de terreno

A extensão do apoio foi desenvolvida através da técnica da irradiação. Os marcos MC-1 situado ao pé da torre da Embra-tel e o M-206 na entrada da fazenda Sta. Inês cujas coordenadas no sistema geodésico brasileiro são

ponto	E (m)	N (m)	h (m)
MC - 1	629.333,64	7.184.310,2	1.144,76
M-206	630.088,17	7.180.961,8	1.083,82

formaram a base para apoiar os outros pontos como mostra a figura (3.2.2)

As observações recíprocas e simultâneas foram realizadas com os instrumentos teodolito "Wild T2" e distanciômetro eletrônico "Sial-MD-60". Além da reciprocidade e simultaneidade das observações outros cuidados foram tomados tais como, medir os ângulos horizontais e verticais na posição direta e inversa com duas coincidências de traços em cada pontaria, registrar as leituras das condições atmosféricas (temperatura seca, temperatura úmida e pressão) no início e fim de cada determinação, as distâncias repetidas no mínimo três vezes em cada extremidade.

O ponto MC-1 não foi utilizado na triangulação por se apresentar numa posição inadequada na imagem fotográfica e portanto só serviu para definir o transporte de coordenadas para os demais pontos. Também o ponto 3 (Boqueirão) foi usado como um ponto auxiliar para definir as coordenadas dos pontos 6 e 7 como mostrado na figura 3.2.2.

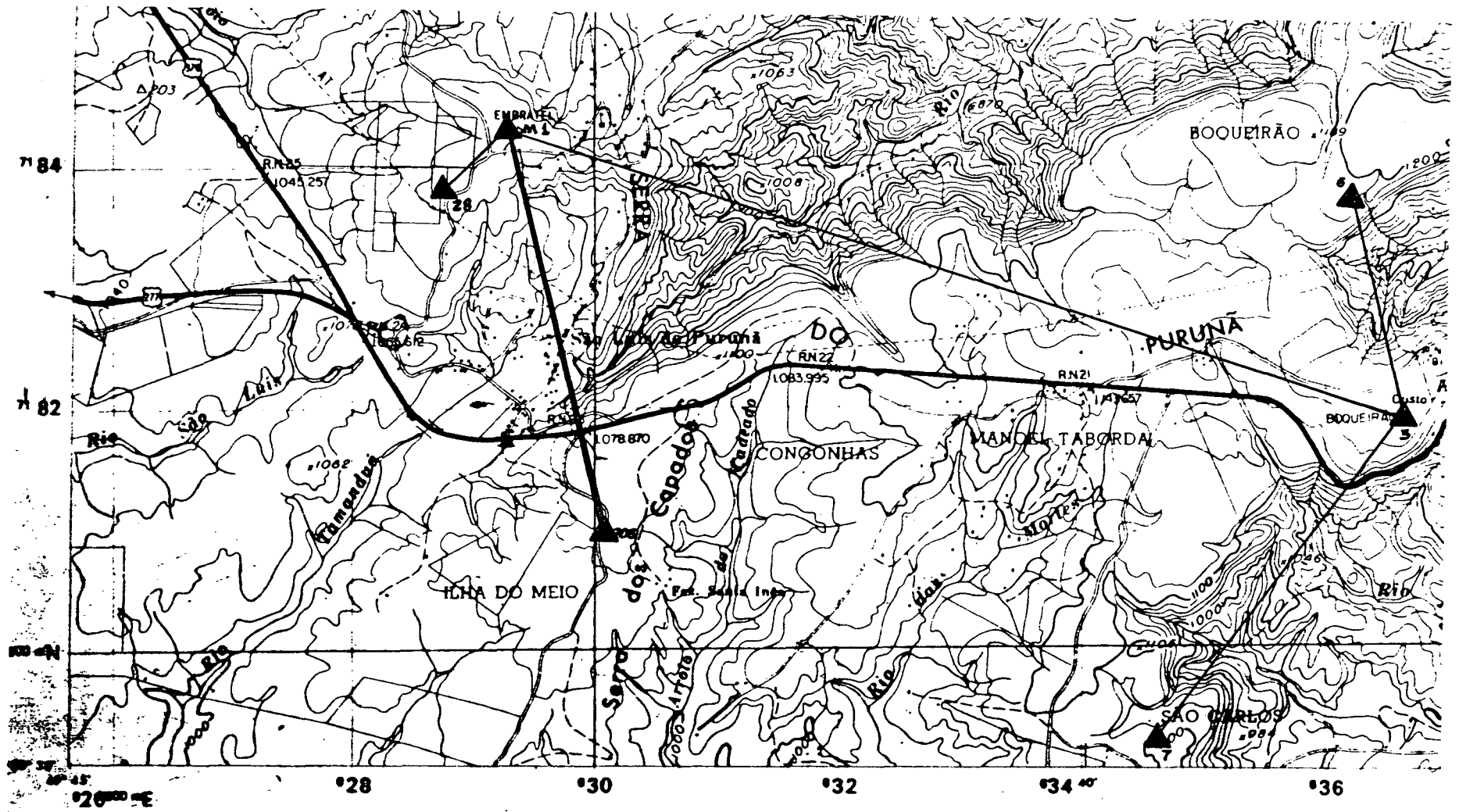


Fig. 3.2.2 - Extensão do apoio do terreno.

3.3 MEDIDAS DE CAMPO

3.3.1 ÂNGULOS HORIZONTAIS

Como já foi escrito anteriormente, os ângulos horizontais foram medidos em séries de 6 a 8 leituras com reiteração e visadas nas posições direta e inversa para evitar os erros sistemáticos de graduação do limbo e de excentricidade do eixo principal do aparelho. Foi adotado o ângulo médio dos valores independentes obtidos.

3.3.2 ÂNGULOS VERTICAIS

Para a medida dos ângulos verticais, o método das visadas recíprocas e simultâneas foi empregado com o objetivo de eliminar o erro de curvatura terrestre e refração atmosférica. Para cada ponto, uma série de 4 leituras nas posições direta e inversa com duas coincidências de traços foram realizadas e tomado como ângulo vertical a média aritmética das leituras individuais. As leituras da altura do instrumento e do sinal foram anotados para a posterior redução das observações ao março.

O critério de rejeição das observações, tanto para ângulos horizontais como para os ângulos verticais foi o mesmo adotado pela Diretoria do Serviço Geográfico do Exército (DSG) ou seja, um desvio de 5" da média.

3.3.3 DISTÂNCIAS

O distanciômetro eletrônico modelo "Sial MD-60" (micro-ondas) foi utilizado para realizar em cada ponto três medidas da distância. A média aritmética das 6 observações foi tomada como a distância da linha. Os dados meteorológicos (pressão atmosférica, temperaturas seca e úmida) necessários para o cálculo do índice de refração foram anotados no início e fim de cada determinação.

3.4 REDUÇÃO DAS OBSERVAÇÕES

3.4.1 CORREÇÃO DA REFRAÇÃO PARA A DISTÂNCIA

A média das temperaturas e da pressão atmosférica tomadas em cada extremidade das linhas foi utilizada para determinar um índice de refração "n", através de tabelas já existentes para tal. O distanciômetro modelo "Sial MD-60" utilizado foi fabricado admitindo o índice de refração ambiente constante e igual a 1,000320, e a distância foi corrigida apenas da variação deste valor, bastando portanto, subtrair do valor de "n" esta constante.

$$K = n - 1,000320 \quad (3.1)$$

A distância corrigida da refração é dada pela expressão

$$D_C = D_m \cdot K + D_m \quad (3.2)$$

onde D_m é a média das distâncias obtidas nos dois sentidos.

3.4.2 REDUÇÃO DAS DISTÂNCIAS ZENITAIS

As distâncias zenitais, como já foi mencionado anteriormente, foram obtidas pela média aritmética de uma série de quatro visadas nas posições direta e inversa com duas coincidências. Estas distâncias foram reduzidas ao marco com o objetivo de facilitar o nivelamento trigonométrico.

A expressão utilizada para a redução foi a seguinte:

$$r = \frac{(i-s)}{D_C \text{sen } 1''} \text{sen } Z \quad (3.3)$$

onde i e s são as alturas do instrumento e do sinal respectivamente.

3.4.3 CÁLCULO DAS ALTITUDES DOS PONTOS

As altitudes dos pontos foram obtidas através do nivelamento trigonométrico. A expressão usada para as visadas recíprocas e simultâneas foi a seguinte:

$$H = H_0 + ABCD_C \text{sen } \frac{1}{2} (Z_2 - Z_1) \quad (3.4)$$

na qual Z_1 e Z_2 são as distâncias zenitais das estações, H_0 a altitude do ponto de partida e A , B e C considerados iguais à umidade em trabalhos de natureza topográfica.

Na expressão acima, o segundo termo do segundo membro representa o desnível entre as estações consideradas.

3.4.4 REDUÇÃO DAS DISTÂNCIAS

Para que as distâncias observadas inclinadas e corrigidas do índice de refração possam ser usadas no transporte de coordenadas, sejam elipsóidicas ou planas conforme de Gauss-UTM, devem ser reduzidas respectivamente ao horizonte, ao elipsóide (geóide) e ao arco.

A expressão para a redução ao horizonte em função da diferença de nível entre os extremos da linha, obtida através do nivelamento trigonométrico recíproco e simultâneo é:

$$D_h = D_C - \left[\frac{(\Delta H)^2}{2D_C} + \frac{(\Delta H)^4}{8D_C^3} \right] \quad (3.5)$$

Em vez de reduzir a distância horizontalizada ao elipsóide de referência, reduziu-se ao nível médio dos mares (geóide), em função da altitude média e do raio médio de curvatura da Terra. Sendo este último calculado em função da latitude média e do azimute da linha.

$$D_g = D_h - \frac{(H_1 + H_2) \cdot D_h}{2R} \quad (3.6)$$

Finalmente a redução da distância-corda à distância-arco se processou através de uma correção positiva da ordem de $D_C^3 \times 10^{-13}$ [09]. Assim, pode-se juntar todas as reduções numa única expressão:

$$D = D_C - \left[\frac{(\Delta H)^2}{2D_C} + \frac{(\Delta H)^4}{8D_C^3} + \frac{(H_1 + H_2) D_h}{2R} \right] + D_C^3 \cdot 10^{-13} \quad (3.7)$$

As distâncias observadas e reduzidas estão amostradas no quadro 3.1.

Quadro 3.1 - Distâncias observadas e reduzidas

ptos visados	Dist. obs. (m)	Dist. reduzida (m)
MC 1-M 206	3.433,957	3.432,871
MC 1-28	768,175	767,830
M 206-28	3.108,104	3.107,553
MC 1-3	7.712,001	7.710,435
3 - 6	1.960,778	1.960,413
3 - 7	3.409,842	3.408,004

3.4.5 APOIO PLANIMÉTRICO

O apoio planimétrico na região foi desenvolvido a partir de dois pontos já definidos no sistema geodésico brasileiro. Estes pontos forneceram os elementos básicos para o transporte de coordenadas o qual foi realizado no sistema Universal Transverso de Mercator-UTM. Empregou-se para este fim as tabelas publicadas em 1986 pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística-IBGE¹⁰⁷, referenciadas ao Elipsóide 1967, que por conveniências computacionais, adotou-se um sistema local de coordenadas.

O quadro 3.2 mostra os pontos cujas coordenadas são conhecidas no sistema local:

Quadro 3.2 - Pontos com coordenadas conhecidas no sistema local

ponto	X (m)	Y (m)	Z (m)
3	18 619,14	4 037,63	1 164,46
6	18 177,96	5 948,13	1 161,73
7	16 580,31	1 305,67	1 080,58
24	12 066,14	3 069,50	1 071,67
28	10 731,81	5 876,52	1 115,09

3.4.6 SELEÇÃO DOS PONTOS A TRIANGULAR

Os pontos a serem triangulados foram cuidadosamente escolhidos nas aerofotos a fim de atender os objetivos maiores deste trabalho. Ou seja, testar os resultados da fototriangulação apoiada somente em dados retirados de cartas contra a fototriangulação apoiada no terreno para fins de densificação gravimétrica e avaliar a contribuição que pode trazer à fototriangulação ao se aplicar injunções funcionais explícitas ao modelo matemático de ajustamento.

Nestas condições, alguns pontos foram escolhidos em locais identificáveis e adequados tanto nas aerofotos como na carta para se extrair as coordenadas (X, Y, Z) com o maior rigor permitido por ela. Outros foram escolhidos ao longo de trechos retos de rodovias para aplicar as injunções acima mencionadas.

A Figura 3.4.1 mostra as posições relativas dos pontos

da triangulação na carta de escala 1:50000, cujas coordenadas serviram de base para os valores iniciais aproximados no ajustamento.

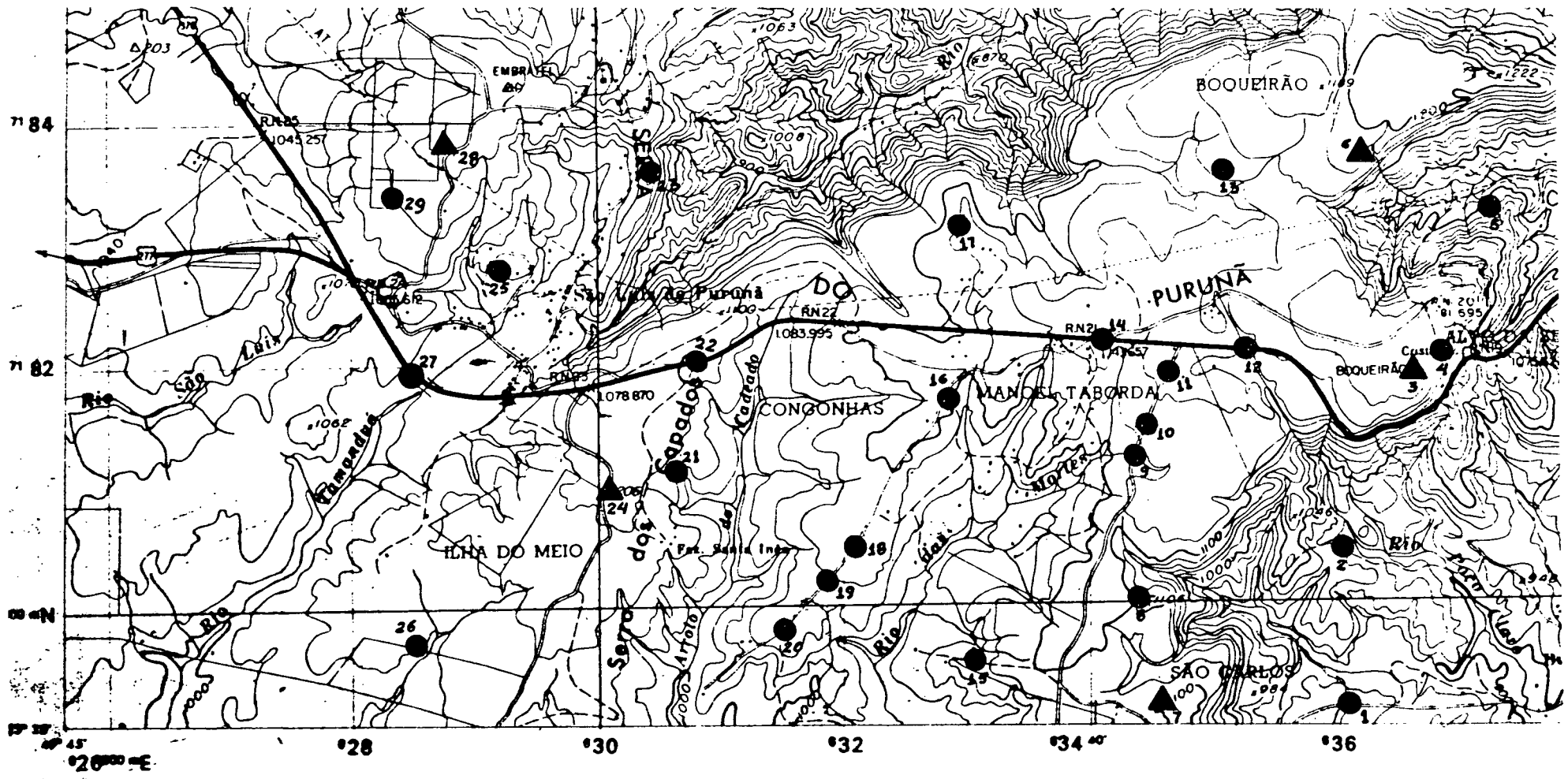


Fig. 3.4.1 - Posição relativa dos pontos fototriangulados.

3.5 MEDIDA DAS FOTO-COORDENADAS

O Analytical plotter Planicomp C-100 da Zeiss, disponível no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR é um equipamento versátil de alta precisão. Está conectado a um computador H.P. 1000 que permite ser usado tanto em "off-line" como "on-line". O sistema dispõe de um pacote de programas que permite as mais variadas operações fotogramétricas, entre elas, a possibilidade de ser usado como mono-comparador ou estereocomparador na medida de fotocoordenadas. Entretanto, face a problemas técnicos, as observações foram realizadas no instrumento Planicomp C-120 de propriedade da empresa ESTEIO - Engenharia e Aerolevantamentos S/A.

Como o trabalho exigisse uma grande confiabilidade nas leituras e os pontos do terreno não foram pré-sinalizados, adotou-se a seguinte estratégia:

- a) Com o auxílio de um pug de precisão todos os pontos foram transferidos e marcados em diapositivos alternados;
- b) A orientação interior do instrumento realizada com os dados fornecidos pelo certificado de calibração da câmara que gerou as fotos;
- c) A orientação relativa independente mantendo-a sempre com uma precisão média superior a 0,003mm;
- d) Três leituras das marcas fiduciais de ambos os dia-

positivos realizadas em seqüência, monoscopicamente e independente;

- e) Três leituras em seqüência de cada ponto de interesse com visão estereoscópica, mas registrando simultaneamente as foto-coordenadas de cada placa individualizada;
- f) Adotando como critério de rejeição as leituras que discrepassem mais de 0,010mm da média aritmética simples de cada ponto;
- g) Caso houvesse mais que uma leitura rejeitada, o ponto seria reocupado observando-se as especificações acima.

3.5.1 DEPURAÇÃO DAS FOTO-COORDENADAS

Partimos do pressuposto que os pontos imagem, centro perspectivo e pontos objeto satisfaçam plenamente a Equação de Colinearidade. Entretanto, sabemos que na prática isto não se realiza devido aos chamados erros sistemáticos (deformação do filme, distorções das lentes e refração fotogramétrica).

A trajetória do raio luminoso é alterada pelas distorções das lentes e refração fotogramétrica, enquanto que as deformações do filme deslocam a posição do ponto na imagem.

Nos itens a seguir apresentaremos os modelos matemáticos que foram usados para corrigir as fotocoordenadas.

3.5.2 CORREÇÃO DAS DEFORMAÇÕES DO FILME E REDUÇÃO DAS COORDENADAS AO CENTRO FIDUCIAL

O modelo matemático que melhor se adapta à presente situação (4 marcas fiduciais) segundo^{|22|} é a transformação afim geral no plano que permite a modelagem das deformações lineares sofridas pelo filme e a correção da não-ortogonalidade dos eixos do aparelho de medida.

Com os dados do certificado de calibração da câmara e leituras das quatro marcas fiduciais foi possível determinar os parâmetros de transformação necessários, cujo modelo matemático é:

$$a_1 x_i^C + b_1 y_i^C + C_1 - x_i = 0 \quad (3.8)$$

$$a_2 x_i^C + b_2 y_i^C + C_2 - y_i = 0$$

onde

x_i^C e y_i^C são as coordenadas das marcas fiduciais calibradas, a_i , b_i , C_i ($i = 1, 2$) os parâmetros da transformação x_i e y_i coordenadas das marcas fiduciais observadas.

A transformação apresenta dois graus de liberdade e portanto exige uma solução pelo método de mínimos quadrados. No presente caso que estão reunidos parâmetros ajustados e valores observados ajustados ligados por uma função implícita, o modelo matemático a ser usado será combinado $F(x_a, L_a) = 0$, cuja solução pode ser encontrada com detalhes em^{|13|},^{|05|} e ^{|22|}.

Como o modelo matemático foi tratado de forma que os valores aproximados na solução são aproximações para os valores ajustados e levando ainda em consideração que os termos de segunda ordem em diante na linearização pela expansão de Taylor^[13] foram desprezados, o modelo necessita ser iterado até a estabilização dos resultados. Para melhores esclarecimentos do processo iterativo o leitor pode consultar^[05] e ^[22].

As foto-coordenadas dos pontos (x_i, y_i) de interesse corrigidas das deformações do filme e reduzidas ao centro fiducial são calculadas através da transformação afim geral inversa dada pela expressão:^[21]

$$x'_i = \frac{1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \left[b_2 (x_i - C_1) - b_1 (y_i - C_2) \right]$$

$$y'_i = \frac{1}{a_1 b_2 - a_2 b_1} \left[-a_2 (x_i - C_1) + a_1 (y_i - C_2) \right]$$
(3.9)

3.5.3 TRANSFORMAÇÃO DAS COORDENADAS FIDUCIAIS EM FOTOGRAFICAS

O certificado de calibração da câmara fornece as coordenadas dos pontos principais (x_o, y_o) em relação ao sistema fiducial. Admitindo que os eixos dos sistemas fiduciais e fotográfico são paralelos, a transformação se resume numa simples translação de origem da seguinte forma,

$$x''_i = x'_i - x_o$$
3.10)

$$y_i'' = y_i' - y_0 \quad (3.10)$$

3.5.4 CORREÇÃO DAS DISTORÇÕES RADIAIS DAS LENTES

De acordo com $|21|$, $|01|$, $|19|$ e $|02|$ as distorções radiais das lentes são melhor representadas por um polinômio de grau ímpar da seguinte forma:

$$\delta r_i = k_1 r_i + k_2 r_i^3 + k_3 r_i^5 + k_4 r_i^7 + \dots \quad (3.11)$$

no qual os coeficientes k_i são obtidos pelo ajuste da curva polinomial para os dados de calibração da câmara utilizando mínimos quadrados.

As coordenadas fotográficas depuradas das distorções radiais foram calculadas pela expressão:

$$x''_i = \left(1 - \frac{\delta r_i}{r_i}\right) x''_i \quad (3.12)$$

$$y''_i = \left(1 - \frac{\delta r_i}{r_i}\right) y''_i$$

onde r é a distância que liga o ponto principal ao ponto considerado e calculada pela expressão,

$$r_i = \left[(x''_i - x_0)^2 + (y''_i - y_0)^2 \right]^{1/2} \quad (3.13)$$

ou no presente caso ($x_0 = y_0 = 0$)

$$r_i = \left[(x''_i)^2 + (y''_i)^2 \right]^{1/2} \quad (3.14)$$

δr_i é o valor da distorção radial do ponto i calculada em função de r_i e k_i acima especificados.

3.5.5 CORREÇÃO DA REFRAÇÃO FOTOGAMÉTRICA

Um raio de luz proveniente do espaço-objeto sofre um constante flexionamento em sua trajetória devido as variações do índice de refração do meio. Este flexionamento acarreta um deslocamento da imagem a partir do ponto principal no sentido aproximadamente radial.

O modelo matemático que satisfaz a correção destes deslocamentos pode ser encontrado em^{|03|} e ^{|22|} o qual leva em consideração as tabelas de atmosferas padrões para várias altitudes. Esta correção é de grande importância na definição das constantes de calibração de uma câmara. Porém, de valor até certo ponto desprezível no caso de fototriangulação pois, há uma grande correlação entre o parâmetro da refração e o coeficiente k_2 da distorção radial simétrica^{|01|}.

4. MODELOS MATEMÁTICOS

4.1 MODELO MATEMÁTICO FUNCIONAL

Em geral, é muito grande o número de fatores que influenciam um processo físico quando considerado sob o ponto de vista prático. O grau de precisão que um modelo matemático descreve ou representa um fenômeno depende da exatidão das técnicas de observação. Entretanto, por melhor que o modelo represente o fenômeno nunca poderá compensar as perdas inerentes a erros observacionais^[01].

Na fototriangulação, as equações de colinearidade se constituem numa ferramenta importantíssima, relacionando geometricamente as fotocoordenadas (x, y) do espaço-imagem e as coordenadas locais (X, Y, Z) do espaço-objeto com base na condição de que o ponto-imagem (p') , centro perspectivo (C) e ponto-objeto (P') pertençam à mesma reta (figura 4.1.1).

A fim de escrever as equações da reta é necessário adotar o sistema de coordenadas fotogramétricas (figura 4.1.1).

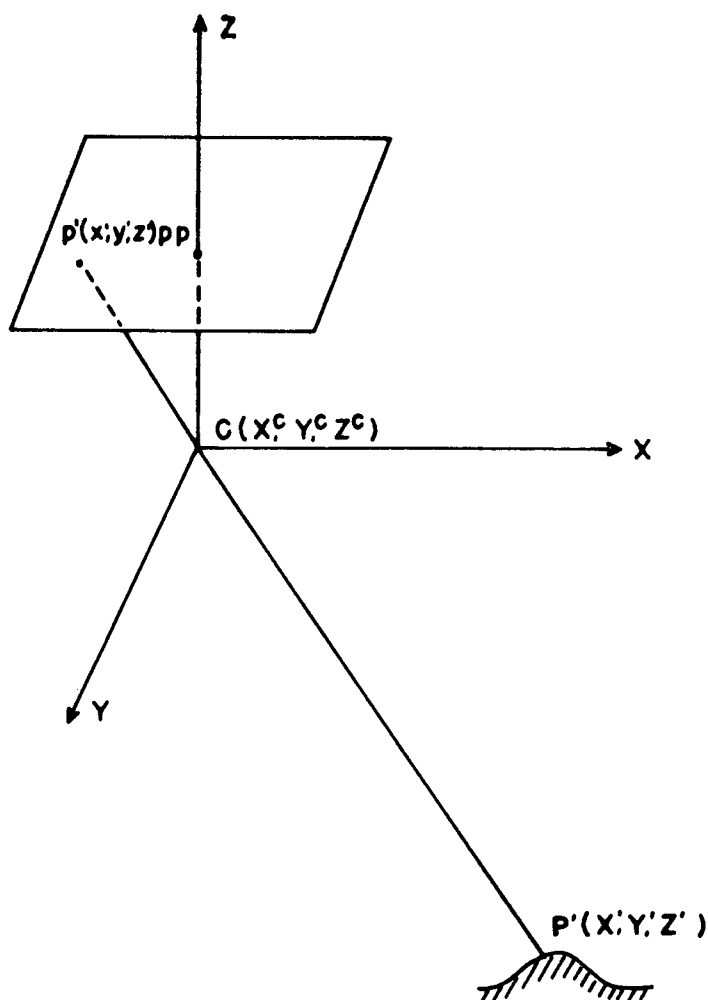


Fig. 4.1.1 - Sistema de coordenadas fotogramétricas

O sistema tem origem no centro perspectivo, admitido coincidente com o ponto nodal interno; o eixo \overline{Cz} é orientado positivamente para o ponto principal (PP) e normal ao plano do negativo; o eixo \overline{Cx} é paralelo à reta definida pelas marcas fiduciais que mais se aproximam da direção de vôo e positivo no sentido desta; o eixo \overline{Cy} completa o termo cartesiano levôgiro.

Nestas condições, o ponto P' do espaço-objeto tem a sua imagem em p' do espaço-imagem e deverão estar alinhados com C . Assim,

$$x' = z' \frac{X'}{Z'}$$

$$y' = z' \frac{Y'}{Z'}$$

(4.1)

Quando são consideradas n fotografias, teremos n sistemas de coordenadas fotográficas. Portanto, para que as coordenadas dos pontos espaço-imagem sejam unívocas é necessário adotar um único sistema de coordenadas neste espaço ^{0a}.

O sistema de coordenadas do espaço-objeto é um sistema tri-retangular local $(0, X, Y, Z)$ como mostrado na (figura 4.1.2).

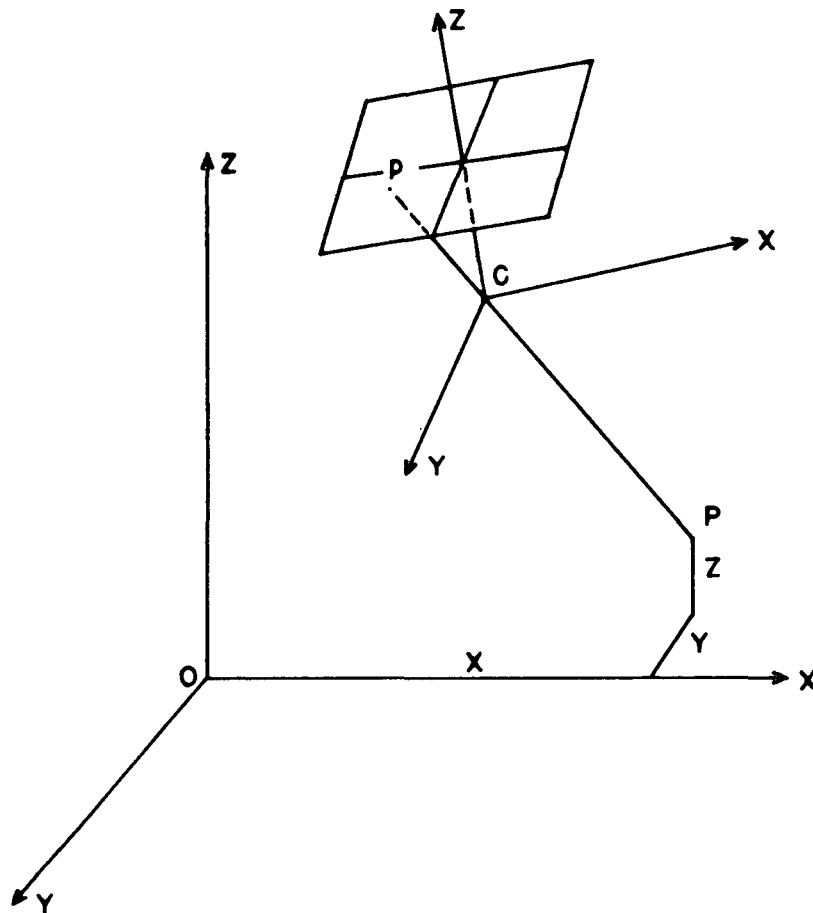


Fig. 4.1.2 - Sistema tri-retangular local

Torna-se necessário então substituir as coordenadas fotográficas dos pontos do espaço-objeto da equação (4.1) pelas correspondentes coordenadas no sistema (O, X, Y, Z) . A relação matemática entre as coordenadas dos dois sistemas é dada pela transformação de similaridade^[16].

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \lambda M \cdot \begin{bmatrix} X - X^C \\ Y - Y^C \\ Z - Z^C \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde M é a matriz de rotação $R_z(k) \cdot R_y(\phi) \cdot R_x(w)$ e λ um fator de escala.

Lembrando ainda que z é a distância principal da câmara^(*), a (4.2) após desenvolvida assume a seguinte forma [21], [19], [01] e [02].

$$x = f \frac{m_{11} (X - X^C) + m_{12} (Y - Y^C) + m_{13} (Z - Z^C)}{m_{31} (X - X^C) + m_{32} (Y - Y^C) + m_{33} (Z - Z^C)} \quad (4.3)$$

$$y = f \frac{m_{21} (X - X^C) + m_{22} (Y - Y^C) + m_{23} (Z - Z^C)}{m_{31} (X - X^C) + m_{32} (Y - Y^C) + m_{33} (Z - Z^C)}$$

ou mais resumidamente,

(*) Nas câmaras aerofotogramétricas a distância principal coincide com a distância focal devido a grande distância objeto-câmara.

$$x = f \frac{m}{q}$$

$$y = f \frac{n}{q}$$
(4.4)

Estas equações representam o modelo matemático funcional para o ajustamento.

4.2 MODELO MATEMÁTICO IMPLÍCITO

Admitindo-se estarem isentos de erros, os pontos observados no espaço-objeto farão com que o primeiro membro das equações (4.3) só tenham observações e o segundo funções de parâmetros. Então o modelo matemático implícito assume a seguinte forma:

$$L_a = F(x_a)$$
(4.5)

que desenvolvido pela expansão de Taylor, e negligenciados os termos de 2ª ordem em diante^{|13|} e^{|05|} produz

$$AX + V + L = 0$$
(4.6)

A solução para o vetor dos parâmetros X é dada por:

$$X = -N^{-1} U$$
(4.7)

onde,

$$N = A^T PA$$

$$U = A^T PL$$

$$L = L_o - L_b$$

$$L_o = F(X_o)$$

X_o = vetor dos parâmetros aproximados

L_b = vetor dos valores observados

$$A = \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_a = X_o}$$

P = a matriz dos pesos.

A solução (4.7) fornece um primeiro valor ajustado que deve ser usado como aproximado na iteração seguinte e assim sucessivamente até a estabilização dos resultados. Contudo, esta solução só é possível se a matriz das equações normais (N) não apresentar deficiência de característica.

Admitindo que N tenha dimensões (n,n) e a sua característica $r < n$, então $s = n - r$ é o conjunto mínimo de injunções que tornam possível uma solução única. No entanto, existem muitos conjuntos mínimos de injunções e cada um corresponde a uma solução particular. Para unificar estas soluções impõe-se a condição de que o conjunto deve também minimizar o "traço" $(X^T PX)$. Provendo desta maneira o melhor sistema de referência^{|01|} e^{|02|}.

Alguns tipos de injunções serão apresentados nos tópicos seguintes.

4.3 INJUNÇÕES

Segundo MIKAHIL e ACKERMANN^{|20|}, uma equação de injunção é definida como sendo aquela que relaciona somente parâmetros entre si. A sua presença no modelo funcional indica que os parâmetros são funcionalmente dependentes.

As injunções entre parâmetros ocorrem na prática quando alguns ou todos os parâmetros do ajustamento devem satisfazer alguma relação originada a partir das características físicas ou geométricas do modelo.

Segundo CASE^{|04|} existem dois tipos de injunções: Funcionais ou geométricas e de pêso.

4.3.1 INJUNÇÕES DE PÊSO

As injunções de pêso fazem com que as equações de condição atendam a uma variância pré-fixada aos parâmetros. Se esta variância for zero as injunções são ditas absolutas. No caso contrário são ditas relativas.

O modelo matemático para injunções de pêso é da forma,

$$G(L_X, X_a) = 0 \quad (4.8)$$

que linearizado, (admitindo $B = -I$) resulta,

$$CX + \frac{C}{V} + \frac{C}{W} = 0 \quad (4.9)$$

Então a função de variação toma a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \phi = & V^T P V + \frac{C^T}{V^T} \frac{C}{P} \frac{C}{V} - 2 K^T (A X + V + W) - \\ & - 2 \frac{C^T}{K^T} (C X + \frac{C}{V} + \frac{C}{W}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

a qual, após minimizada conduz à solução,

$$X = - (N + \frac{C}{N})^{-1} (U + \frac{C}{U}) \quad (4.11)$$

Esta expressão nos leva a concluir que na aplicação de injunções de pêso, basta adicioná-las na posição correta à matriz das equações normais. As mais conhecidas são as de "Posição" e de "Distância" |01| e |02|.

4.3.2 INJUNÇÕES FUNCIONAIS OU GEOMÉTRICAS

As injunções funcionais ou geométricas são condições matemáticas impostas a um conjunto de parâmetros para atender uma determinada função. Elas se dividem em: Funcionais implícitas quando envolvem parâmetros e observações. Neste caso, os próprios modelos matemáticos; e Funcionais explícitas que nelas não figuram observações, mas submetem os parâmetros ao atendimento de outra função além do modelo matemático.

O modelo matemático para injunções funcionais explícitas é da forma:

$$G (X_a) = 0 \quad (4.12)$$

que linearizada é,

$$CX + E = 0 \quad (4.13)$$

A função de variação completa se escreve,

$$\phi = V^T PV - 2 K^T (AX + V + W) - 2 K^T (CX + E) \quad (4.14)$$

Minimizando a (4.14) resulta o sistema de equações,

$$PV - K = 0$$

$$AX + V + W = 0$$

$$A^T K + C^T K = 0 \quad (4.15)$$

$$CX + E = 0$$

que nos conduz a seguinte solução:

$$X^F = N^{-1} U + N^{-1} C^T (CN^{-1} C^T)^{-1} (N^{-1} U - E) \quad (4.16)$$

ou

$$X^F = X + \Delta X \quad (4.17)$$

Isto nos leva a concluir que as injunções funcionais ou geométricas são imposições atribuídas aos parâmetros pela alteração do vetor solução do ajustamento (modelo implícito). O vetor ΔX é a contribuição da injunção funcional na solução da equação (4.7). O maior esforço computacional para calcular ΔX é a obtenção da inversa de $(CN^{-1} C^T)$, fato que pode ser facilmente

contornado se for retida a matriz N^{-1} do ajustamento, pois a característica de $(CN^{-1} C^T)$ é igual ao número de injunções funcionais explícitas impostas.

Resumindo: As injunções de pêso permitem que a cada um dos parâmetros das equações de colinearidade lhe seja atribuído um pêso que corresponda à acuracidade da observação ou aproximação original, assegurando-se que o seu erro não prejudique a solução do problema. Também, o uso de injunções de pêso torna possível a transformação, a partir de um sistema de parâmetros correlacionados em outro, quando um ou mais dos parâmetros do sistema original são desconhecidos. Por outro lado, as injunções funcionais ou geométricas, além de permitir que se tire vantagens da configuração geométrica dos pontos do espaço-objeto, ou parte deles, que podem assumir, como também levar a uma considerável redução no número de parâmetros incógnitas que devem ser determinados.

4.4 LINHAS RETAS COMO INJUNÇÕES FUNCIONAIS EXPLÍCITAS

Em Fotogrametria existem várias maneiras de se injuncionar parâmetros. Estas maneiras, entretanto, dependem da configuração geométrica dos pontos no espaço. Por exemplo: pontos que se situam às margens de um lago podem ser injuncionados a pertencerem a um mesmo plano; pontos situados ao longo de feições retilíneas podem ser injuncionados a pertencerem a uma mesma reta (no plano ou no espaço); estações de exposição podem ser injuncionados à órbita do veículo que transporta a câmara, etc.

Nesta pesquisa aplicou-se linhas retas injuncionando três pontos genéricos (i, j, k) , observados ao longo de características retilíneas da imagem (trechos de rodovias ou cêrcas). O modelo funcional de tal injunção no espaço tri-dimensional é representado por duas equações para cada reta:

$$g_1 = X_i - X_j - (X_k - X_j) \frac{Z_i - Z_j}{Z_k - Z_j} \quad (4.18)$$

$$g_2 = Y_i - Y_j - (Y_k - Y_j) \frac{Z_i - Z_j}{Z_k - Z_j}$$

A matriz C das derivadas parciais das funções g_1 e g_2 em relação aos parâmetros ajustados no ponto observado toma a seguinte forma:

$$2r^C_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial (X,Y,Z)_i} & \frac{\partial g_1}{\partial (X,Y,Z)_j} & \frac{\partial g_1}{\partial (X,Y,Z)_k} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial (X,Y,Z)_i} & \frac{\partial g_2}{\partial (X,Y,Z)_j} & \frac{\partial g_2}{\partial (X,Y,Z)_k} & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

onde r representa o número de retas injuncionadas e n o número de colunas de N .

Para o caso bi-dimensional, o modelo é representado por uma equação para cada reta:

$$g_1 = X_i - X_j - (X_k - X_j) \frac{Y_i - Y_j}{Y_k - Y_j} \quad (4.19)$$

e a matriz C terá tantas linhas quantas forem as retas injunções:

$$rC_n = \left[0 \ 0 \dots 0 \ \frac{\partial g_1}{\partial (X,Y)_i} \ \frac{\partial g_1}{\partial (X,Y)_j} \ \frac{\partial g_1}{\partial (X,Y)_k} \ 0 \dots 0 \ 0 \right]$$

Os resultados da aplicação deste tipo de injeção são encontrados no final do capítulo 5.

5. EXPERIÊNCIAS E RESULTADOS

5.1 INTRODUÇÃO

Este trabalho foi conduzido com base em dados reais e as experiências realizadas em três fases distintas: A primeira foi dedicada ao refinamento das fotos coordenadas e realização da fototriangulação com apoio de terreno. Para tanto foram usados os programas de "Pré-processamento" de autoria do professor Edson A. Mitishita e "Fototriangulação analítica" de autoria do orientador desta pesquisa professor José B. de Andrade; A segunda foi dedicada a complementação do programa original de fototriangulação com injunções funcionais explícitas e a terceira, à realização de experiências com apoio retirado de cartas na escala 1:50000, usando respectivamente os programas original e complementado. As aerofotos empregadas na pesquisa datam de 1980 e sua escala aproximada, 1:25000.

5.2 FOTOTRIANGULAÇÃO COM APOIO DE TERRENO (FAT)

Nesta primeira fase realizou-se a fototriangulação com apoio de terreno de maneira convencional. O apoio de terreno passou pela fase de reconhecimento preliminar e foi implantado por equipes do ITCF (órgão responsável pela Cartografia do Estado do Paraná) da maneira usual. Isto é, seguindo os padrões ado

tados por aquele órgão no estabelecimento do apoio para a cartografia.

Os pontos de terreno foram alocados em posições tais que apresentassem a melhor geometria possível além de se situarem em local bem definido nas aerofotos. As medições foram realizadas com os cuidados já mencionados anteriormente, e a área teste contou com uma faixa de cinco fotos com um total de 29 pontos.

O programa usado na fototriangulação em sua forma original permite uma série de opções no que diz respeito ao tipo de apoio a ser empregado no ajustamento. O mesmo programa pode também ser usado para calibração de câmaras fotográficas. Estas opções podem ser vistas com detalhes em ²⁶.

Neste trabalho optou-se pela fixação do apoio de campo através de variâncias diferenciadas na planimetria e altimetria de acordo com a variância atribuída às fotocoordenadas. Embora, as fotocoordenadas tivessem sido medidas num equipamento cuja resolução interna girasse em torno de 0,001mm, os melhores resultados da fototriangulação só foram alcançados quando se lhe atribuiu um desvio padrão de 0,010mm, e um desvio padrão de 2,5m e 0,8m respectivamente na planimetria e altimetria. O quadro 5.1 mostra os resíduos dos pontos de apoio, bem como o seu erro médio quadrático. (E).

Quadro 5.1 - Resíduos nos pontos de apoio (FAT) e erro médio quadrático (E)

ponto	V _X (m)	V _Y (m)	V _Z (m)
6	-3,0054	-0,3705	-0,2714
7	-	-	0,5426
24	3,8072	-6,1033	-0,8986
28	-0,8018	6,4737	0,6274
E	2,8384	5,1412	0,6263

O erro médio quadrático na altimetria ficou dentro do valor esperado. Entretanto, na planimetria se apresentou relativamente grande, principalmente na direção y. Isto é justificado por alguns fatores que contribuíram de maneira decisiva para estes desvios, como:

- 1) A falta de pré-sinalização dos pontos de apoio dificultou sobremaneira a ocupação dos mesmos numa posição (correta) verdadeira ao se realizar as medidas das fotocoordenadas;
- 2) a escala pequena das aerofotos (1:25000) também teve a sua parcela de contribuição.
- 3) em menor quantidade, mas que também contribuiu foi o intervalo de tempo decorrido entre a tomada das aerofotos e a realização das observações, aproximadamente 8 anos, isto fez com que a qualidade do material sofresse alterações significativas, principalmente,

no que diz respeito às condições de conservação dos diapositivos. Alguns detalhes que nos pareciam nítidos nas aerofotos e no terreno, nos diapositivos se apresentavam mascarados, dificultando a pontaria no instante da medição das fotocoordenadas;

- 4) outro fator que certamente deve ter contribuído é o fato de que nenhum dos equipamentos usados nas medições tanto de laboratório como de campo foram pré-calibrados.

Apesar dos resíduos dos pontos de apoio se apresentarem um tanto elevados, o teste de Qui-quadrado (χ^2) a um nível de significância de 95%, a hipótese $H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$ não foi rejeitada. Veja Quadro 5.2.

Quadro 5.2 - Análise estatística

- convergência:	4 iterações
- variância da unidade de peso a priori	$\sigma_0^2 = 1,0$
- variância da unidade de peso a posteriori	$\hat{\sigma}_0^2 = 1,4233$
- Qui-quadrado calculado	$\chi_r^2 = 49,8152$
- graus de liberdade	$r = 35$
- Intervalo de confiança:	
	$\chi_{35}^2 (0,025) = 53,16$
	$\chi_{35}^2 (0,975) = 20,61$

Este fato nos levou a considerar os resultados da fototriangulação com apoio de terreno (FAT) como padrão de comparação com as demais experiências. O quadro 5.3 mostra os resultados da fototriangulação e o quadro 5.4 mostra os desvios padrões (σ_X , σ_Y , σ_Z) de todos os pontos triangulados.

No quadro 5.4 podemos observar que o desvio padrão médio em Z ficou em torno de um metro ($\sigma_Z = 1,1669$) enquanto que em X e Y ficou em torno de 2,5m ($\sigma_X = 2,528$, $\sigma_Y = 2,5159$), resultados estes compatíveis com a precisão das nossas observações.

Quadro 5.3 - Fototriangulação com apoio de terreno (FAT)

pto.	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	18179,1369	1280,0797	923,6636
2	18099,8857	2576,9434	929,2175
3	18644,0639	4041,4885	1164,6491
4	18886,1152	4201,5903	1159,8260
5	19322,3892	5611,4130	932,9429
6	18174,9546	5947,7595	1161,4586
7	16613,4254	1294,1559	1081,1226
8	16512,9249	2064,5068	1081,2431
9	16375,6983	3292,9567	1083,6659
10	16474,1833	3533,8491	1098,9607
11	16671,0212	4016,2518	1118,0692
12	17219,7770	4235,6628	1119,6596
13	16996,3309	5693,1082	1109,3180
14	16000,5852	4304,3593	1118,1528
15	14916,5305	1709,4214	1028,1625
16	14807,1834	3855,3850	1085,8681
17	14996,9041	5411,8931	1099,7313
18	14072,8365	2559,1788	1067,8005
19	13850,4580	2262,1177	1057,2083
20	13510,1938	1807,9798	1050,1315
21	12640,5498	3377,1864	1065,5531
22	12632,7410	4143,5374	1075,1631
23	12414,4350	5706,1145	1099,6266
24	12069,9472	3063,3967	1070,7714
25	11187,4922	4879,2053	1026,5384
26	10425,3841	1603,1692	1028,4793
27	10444,6870	3926,7584	1014,0223
28	10731,0082	5882,9937	1115,7174
29	10292,5402	5497,8488	1088,3007

Quadro 5.4 - Desvio padrão das coordenadas da (FAT)

pto.	σ_X (m)	σ_Y (m)	σ_Z (m)
1	3,4444	3,5149	1,5175
2	3,0789	3,1200	1,2683
3	3,0614	3,1009	1,2453
4	3,1490	3,1883	1,3021
5	3,3370	3,3634	1,5275
6	2,8542	2,8525	0,9428
7	2,9805	3,0331	0,9062
8	2,7183	2,7439	0,8941
9	2,3873	2,3919	0,8516
10	2,3704	2,3769	0,8526
11	2,3584	2,3709	0,8813
12	2,5100	2,5337	0,9186
13	2,4223	2,4634	1,1815
14	2,1517	2,1582	1,1119
15	2,5237	2,5575	1,1335
16	1,9630	1,9516	1,0805
17	1,9066	1,9558	1,3933
18	2,2001	2,1778	1,2441
19	2,2808	2,2723	1,2956
20	2,4318	2,4469	1,3985
21	2,0140	1,9867	1,0127
22	1,8843	1,8722	1,0232
23	1,8932	1,9417	1,2468
24	2,1572	2,1358	0,8185
25	2,9717	2,1548	1,1558
26	3,0484	3,0786	2,0717 *
27	2,4439	2,4356	1,3559
28	2,3118	2,3218	0,8919
29	2,4575	2,4608	1,3163
$\frac{\Sigma\sigma}{n}$	2,5280	2,5159	1,1669

Alguns pontos como 01, 05 a 26 apresentaram um desvio padrão mais elevado que os demais. Posteriormente constatamos que os pontos 01 e 05 não se apresentavam com boa nitidez nos diapositivos, devido as condições de conservação dos mesmos já mencionados anteriormente. Isto prejudicou as medidas das foto coordenadas.

Já o ponto 26 constatamos que o transporte foi feito em

dois diapositivos consecutivos com um pequeno deslocamento. Isto fez com que a leitura das fotocoordenadas se realizassem em dois pontos distintos porém muito próximos um do outro. Optamos em não removê-los das experiências para frisar uma vez mais a importância destes dois aspectos (desgaste do material com o tempo e a perda de precisão ao se furar os diapositivos consecutivos).

As figuras 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3, mostram em histogramas a percentagem das variações dos desvios padrões em X, Y e Z dos pontos fototriangulados com apoio de terreno de meio em meio metro. Analisando os histogramas podemos observar que 66% dos pontos apresentaram um desvio padrão em X inferior a 2,5m; o mesmo ocorreu com 62% dos pontos em Y, e em Z, e nada menos que 92% dos pontos apresentaram um desvio padrão inferior a 1,5m.

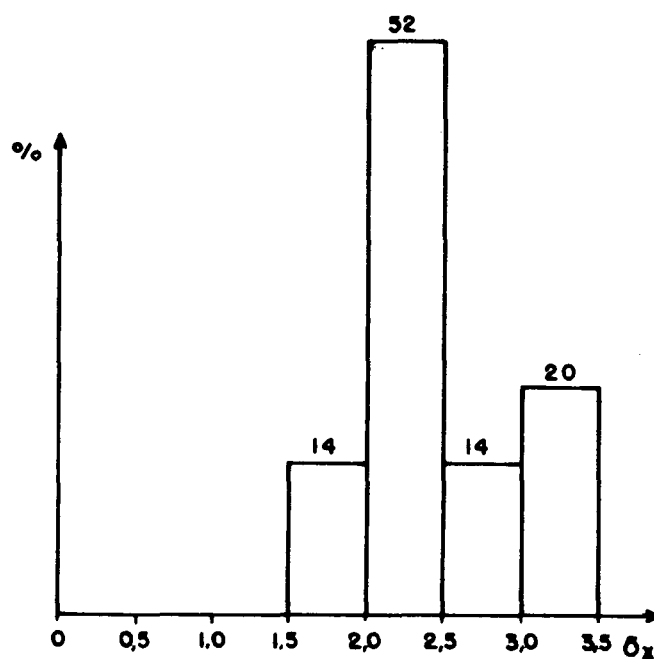


Fig. 5.2.1 - Variação do desvio padrão em X,

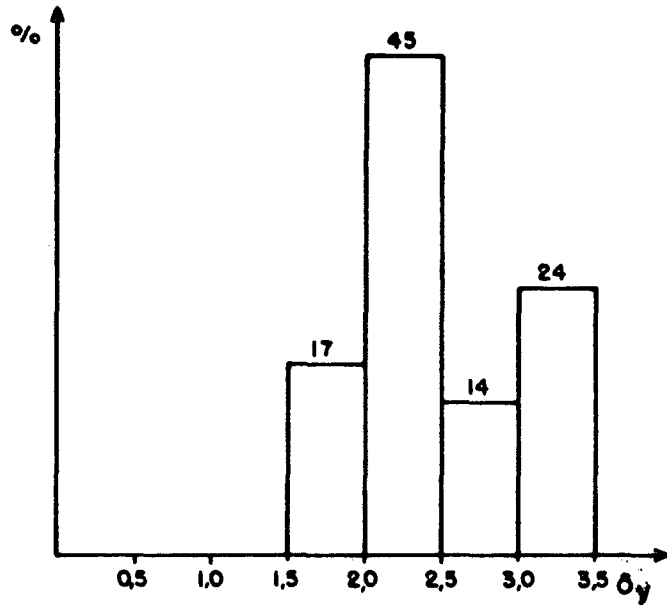


Fig. 5.2.2 - Variação do desvio padrão em Y

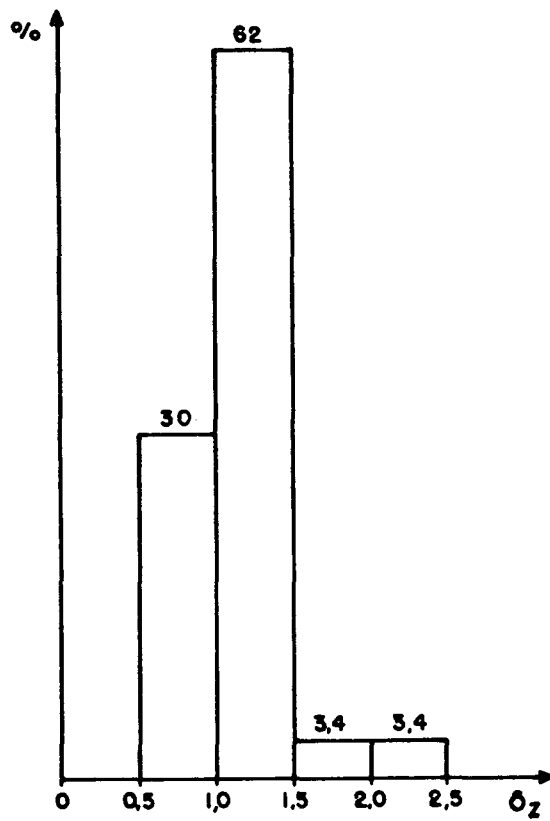


Fig. 5.2.3 - Variação do desvio padrão em Z

5.3 A CONTRIBUIÇÃO DE RETAS NO ESPAÇO BI-DIMENSIONAL COMO INJUNÇÕES FUNCIONAIS EXPLÍCITAS APLICADAS À FOTOTRIANGULAÇÃO COM APOIO DE TERRENO (FAT+INJ.2D)

Nesta experiência o programa original ganhou uma complementação com injunções funcionais explícitas da forma $CX + E = 0$, as quais impuseram ao modelo matemático a condicionante de que três pontos observados ao longo do eixo de uma rodovia pertençam a uma mesma reta no espaço bi-dimensional. Isto é, ajustando uma reta passante por estes três pontos e analisando a sua contribuição nos resultados finais do ajustamento.

Foram aplicadas duas injunções que envolveram os pontos 9, 10, 11 e 18, 19, 20. A contribuição em termos de variância a posteriori ($\hat{\sigma}_0^2$) foi praticamente insignificante ($0,15 \times 10^{-5}$). Entretanto o número de graus de liberdade foi acrescido de dois, implicando na alteração no valor dos resíduos. O quadro 5.5, mostra o resultado da fototriangulação com retas bi-dimensionais como injunções (FAT+Inj.2D), e as figuras 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3 mostram nos gráficos as variações sofridas pelos valores ajustados finais em X, Y e Z da fototriangulação com apoio de terreno após a aplicação das injunções funcionais explícitas.

Quadro 5.5 - Fototriangulação com apoio de terreno após a aplicação das injunções funcionais explícitas (FAT+Inj.2D)

pto.	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	18179,1359	1280,0794	923,6669
2	18099,8849	2576,9432	929,2200
3	18644,0631	4041,4883	1164,6516
4	18886,1144	4201,5901	1159,8288
5	19322,3891	5611,4126	932,9456
6	18174,9542	5947,7596	1161,4591
7	16613,4240	1294,1562	1081,1231
8	16512,9238	2064,5071	1081,2432
9	16375,7465	3292,9406	1083,6898
10	16474,1107	3533,8759	1098,9237
11	16671,0434	4016,2416	1118,0804
12	17219,7763	4235,6629	1119,6596
13	16996,3306	5693,1084	1109,3170
14	16000,5846	4304,3595	1118,1512
15	14916,5300	1709,4226	1028,1617
16	14807,1828	3855,3855	1085,8649
17	14996,9033	5411,8941	1099,7263
18	14072,8579	2559,1468	1067,7338
19	13850,4284	2262,1829	1057,3191
20	13510,2018	1807,9502	1050,0873
21	12640,5501	3377,1868	1065,5509
22	12632,7411	4143,5377	1075,1604
23	12414,4348	5706,1146	1099,6230
24	12069,9474	3063,3971	1070,7712
25	11187,4922	4879,2052	1026,5376
26	10425,3847	1603,1694	1028,4828
27	10444,6873	3926,7583	1014,0234
28	10731,0084	5882,9932	1115,7166
29	10292,5403	5497,8486	1088,3004

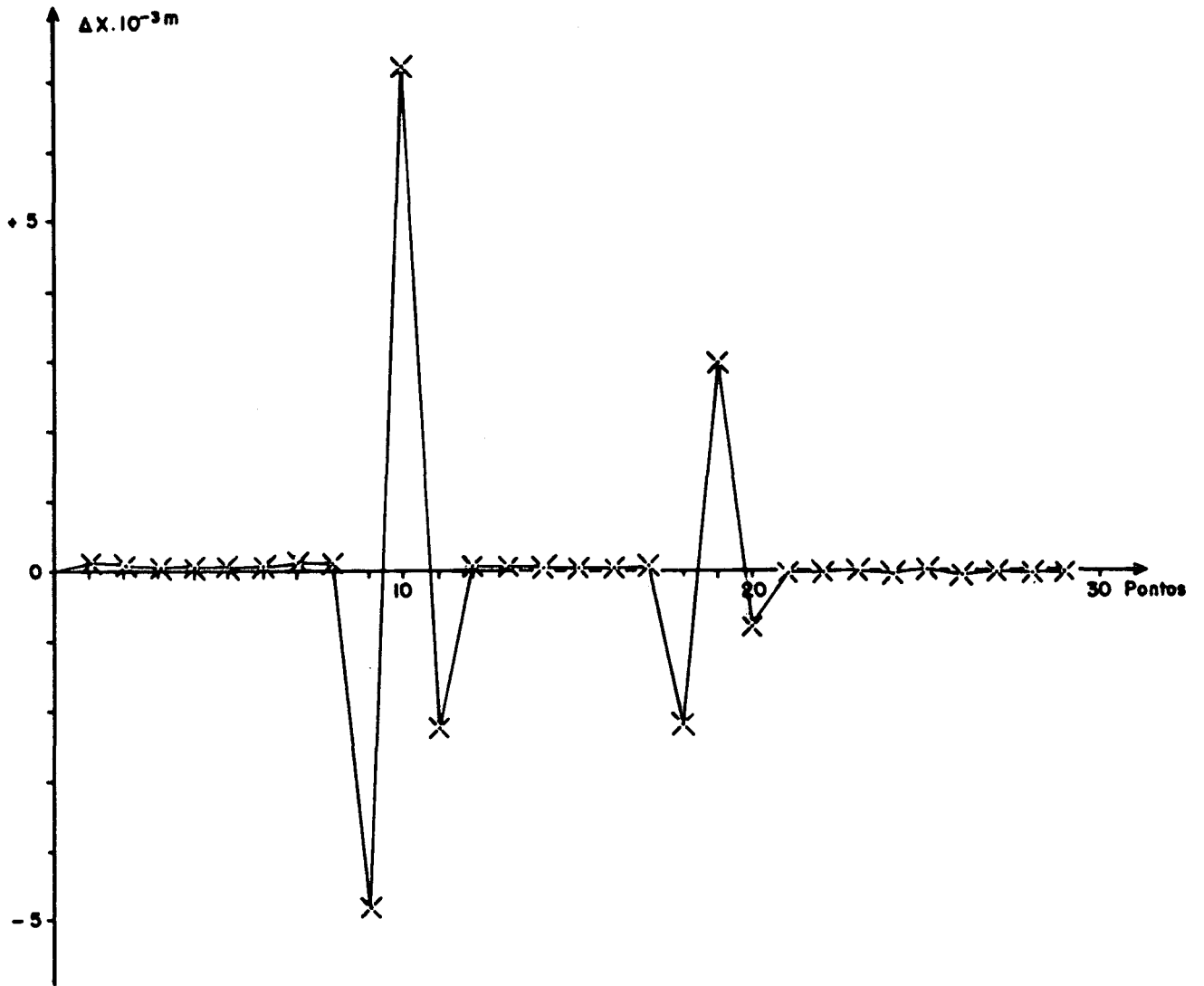


Fig. 5.3.1 - Contribuição das injeções bi-dimensionais em X na FAT

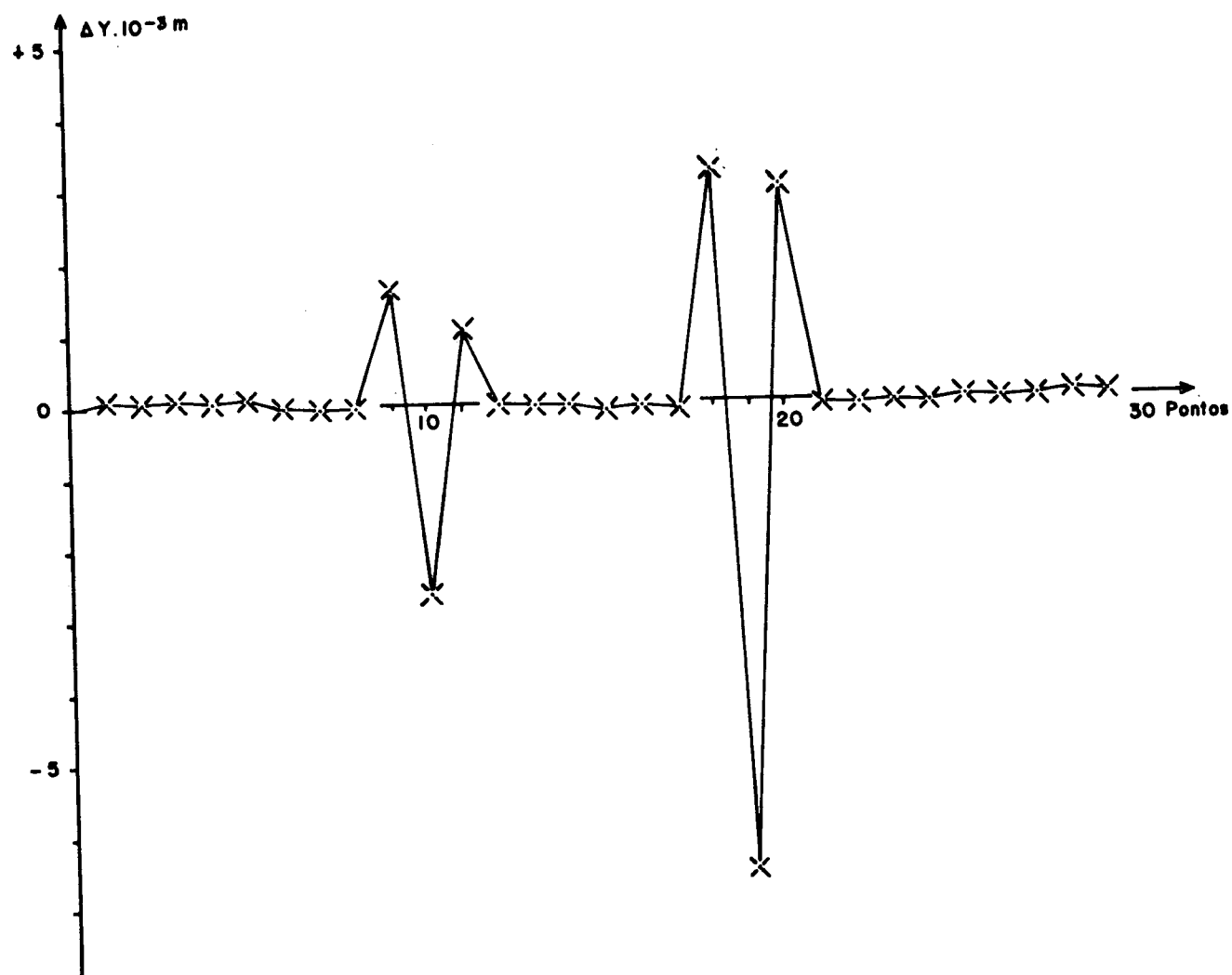


Fig. 5.3.2 - Contribuição das injeções bi-dimensionais em Y na FAT

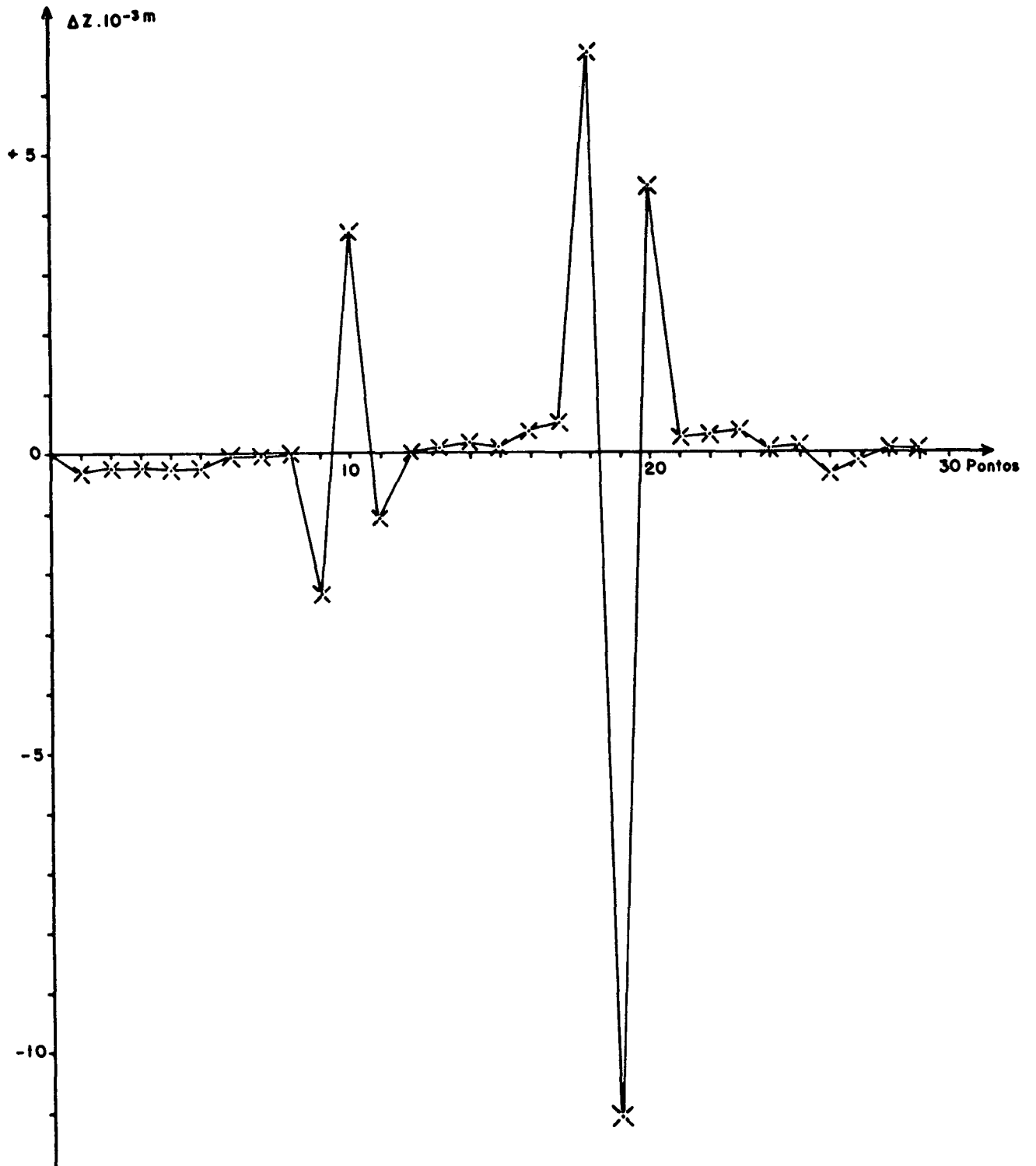


Fig. 5.3.3 - Contribuição das injunções bi-dimensionais em Z na FAT

Como podemos constatar nos gráficos, a maior variação ocorreu exatamente nos pontos que participaram das injunções, e assim mesmo de uma quantidade muito pequena. Os demais pontos sofreram pequenas variações independentemente de suas posições relativas. Isto nos leva a concluir que: a) pequenas variações significam que os pontos observados ao longo da rodovia muito se aproximavam de uma reta no espaço bi-dimensional; b) as pequenas variações nos demais pontos são decorrência do próprio ajustamento; c) este tipo de injunção pode ser aplicado para avaliar a geometria dos pontos injuncionados; d) a aplicação deste tipo de injunção é válida para controlar as propriedades projetivas de uma feição (reta) do terreno para a fotografia, e desta para a carta, ou vice-versa; e) a contribuição trazida por este tipo de injunção à fototriangulação é de magnitude muito pequena. Desprezível para efeito de gravimetria.

5.4 FOTOTRIANGULAÇÃO COM APOIO RETIRADO DE CARTAS (FAC)

A fototriangulação necessita de sete parâmetros (3 altimétricos e 4 planimétricos) para fixar o sistema de referência com solução única. Estes parâmetros são conhecidos como "o apoio de terreno". O seu estabelecimento demanda sempre um trabalho extra elevando assim o custo final do projeto.

Esta experiência teve como objetivo fundamental investigar a possibilidade de substituir este apoio por outro menos oneroso e que possa atender os objetivos propostos nesta pesquisa; ou seja, suprir o apoio de campo para a densificação gravimétrica

ca através da fototriangulação analítica usando somente apoio retirado de cartas.

Portanto, na área teste selecionou-se cuidadosamente alguns pontos que pudessem servir de apoio à fototriangulação. Isto é, situados em locais claramente visíveis, nas aerofotos e identificáveis na carta de tal maneira que as suas coordenadas (X, Y, Z) pudessem ser extraídas com o máximo rigor possível.

A carta por nós utilizada, face a data de sua edição (1961) e escala 1:50000 não nos oferecia grandes opções, pois a região sofreu várias modificações em termos de detalhes de superfície até a data da tomada das aerofotos (1980).

Contudo, foram escolhidos cinco pontos, num total de nove parâmetros como mostrado no quadro 5.7. Embora os pontos 24 e 28 fizessem parte do apoio de terreno, os seus parâmetros como tal não foram usados nesta experiência. Foram usados, isto sim, os parâmetros oriundos das medidas efetuadas sobre a carta.

Os pontos escolhidos apresentavam as seguintes características:

- o ponto 03 é um vértice da triangulação ligada ao Datum "Pilar Astronômico de Ponta Grossa", situado numa região plana cuja altitude estava registrada na carta original 1:100000. O parâmetro X não foi considerado porque as direções das curvas de nível não favoreciam a interpolação que atenuasse os erros na altimetria, uma vez que o ponto não se apresentava com muita cla-

reza na fotografia;

- o ponto 12 situado na cabeceira de uma ponte de concreto com boa visibilidade planimétrica;
- o ponto 16 situado numa bifurcação de dois caminhos com boas condições de interpolação altimétrica;
- o ponto 24 situado junto ao portão de entrada para uma fazenda, numa região com boas condições de interpolação altimétrica;
- o ponto 28 foi escolhido por se apresentar numa região (canto de cêrca) confortável para extrair os três parâmetros. A localização aproximada destes pontos pode ser vista na figura 3.4.1.

Atribuiu-se para a planimetria uma variância diferenciada da da altimetria ($\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = 10,0 \text{ m}^2$ e $\sigma_Z^2 = 4,0 \text{ m}^2$). Chegamos a esta variância após vários experimentos mantendo sempre a mesma precisão nas coordenadas fotográficas ($\sigma_x = \sigma_y = \pm 0,010 \text{ mm}$) e manipulando os pesos.

O quadro 5.6 mostra os resultados da fototriangulação com apoio retirado de cartas. E o quadro 5.7 mostra os resultados dos pontos de apoio após o ajustamento juntamente com o seu erro médio quadrático (E).

Quadro 5.6 - Fototriangulação com apoio retirado de car

Ponto	X (m)	Y (m)	Z (m)
01	18178,2357	1278,9091	927,0322
02	18099,4769	2575,6476	931,0107
03	18644,2052	4040,1318	1164,4388
04	18886,2844	4200,0960	1159,3846
05	19322,9769	5609,3240	930,6931
06	18175,8403	5946,4177	1158,9462
07	16612,7447	1293,7833	1084,8991
08	16512,5387	2064,0364	1084,0436
09	16375,7903	3292,3961	1085,0116
10	16474,3582	3533,2429	1099,9856
11	16671,3595	4015,5411	1118,4538
12	17220,1332	4234,7072	1119,6436
13	16997,2599	5692,0796	1107,5856
14	16001,1109	4303,8615	1118,3440
15	14916,0732	1709,3302	1031,4480
16	14807,5802	3833,5585	1086,6880
17	14997,8970	5411,7428	1098,6896
18	14072,7867	2559,3338	1070,1740
19	13850,2889	2262,3321	1059,9958
20	13509,8462	1808,2986	1053,5571
21	12640,5857	3377,8012	1066,9840
22	12633,0784	4144,3121	1075,7415
23	12415,3508	5707,2849	1098,4993
24	12069,8660	3063,9173	1071,7103
25	11187,7507	4880,7100	1026,5390
26	10423,9534	1603,7534	1031,8687
27	10444,3162	3928,2887	1015,2199
28	10731,6268	5884,9209	1115,0429
29	10292,8757	5499,8559	1088,1040

Quadro 5.7 - Resíduos dos pontos de apoio e erro médio quadrático (E)

ponto			
03	-	-7,4982	-0,0212
12	0,1832	9,0972	-
16	-	-	0,0280
24	-	-	0,0403
28	-0,1832	-1,5991	-0,0471
E	0,1832	6,8687	0,0356

No quadro 5.8 apresentamos uma análise estatística dos resultados da experiência a qual confirma a não rejeição da hipótese $H_0: \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$ no teste de Qui-quadrado a um intervalo de confiança de 95%.

Quadro 5.8 - Análise estatística da FAC

- convergência:	4 iterações
- variância da unidade de peso a priori:	$\sigma_0^2 = 1,0$
- variância da unidade de peso a posteriori:	$\hat{\sigma}_0^2 = 1,2297$
- Qui-quadrado calculado:	$\chi_r^2 = 41,8102$
- graus de liberdade:	$r = 34$
- intervalo de confiança:	
	$\chi_{34}^2 (0,025) = 51,924$
	$\chi_{34}^2 (0,975) = 19,846$

O quadro 5.9 mostra os desvios padrão das coordenadas dos pontos fototriangulados bem como o desvio padrão médio em X, Y e Z. Alguns pontos como o 01 e 26 apresentaram desvios padrões maiores que os demais e nós já comentamos as possíveis causas. De uma maneira geral os resultados da fototriangulação com apoio retirado de cartas podem ser considerados promissores para a densificação gravimétrica. O fato que mais nos chamou atenção foi no tocante a altimetria a qual apresentou um desvio padrão médio menor que na planimetria.

Quadro 5.9 - Desvio padrão das coordenadas da (FAC)

Ponto	σ_X (m)	σ_Y (m)	σ_Z (m)
01	4,2526	3,2308	3,3938
02	3,8776	2,6438	2,2918
03	3,9167	2,4599	1,8772
04	4,0351	2,5344	2,1227
05	4,2236	2,8755	3,1379
06	3,5826	2,5607	3,0809
07	3,5853	3,0032	3,2666
08	3,3135	2,5992	2,5122
09	2,9637	2,1023	1,5679
10	2,9550	2,0450	1,4754
11	2,9571	1,9763	1,4534
12	3,1619	2,0463	1,6198
13	3,0046	2,1618	2,5799
14	2,6782	1,8872	1,4753
15	2,9994	2,8238	2,9018
16	2,4420	1,9950	1,2517
17	2,3658	1,9593	2,0451
18	2,6656	2,5391	2,2263
19	2,7471	2,7173	2,5381
20	2,8994	3,0119	3,0437
21	2,5913	2,6225	1,6450
22	2,4847	2,4622	1,2904
23	2,5275	2,5339	2,0051
24	2,7910	2,9182	1,8841
25	2,9199	2,9477	1,6197
26	3,7522	4,1371	3,9376
27	3,2933	3,3652	2,0046
28	3,1619	3,1338	1,9901
29	3,3581	3,3300	2,0117
$\Sigma\sigma/n$	3,1554	2,6425	2,2155

As figuras 5.4.1, 5.4.2 e 5.4.3 em forma de histogramas mostram a percentagem de pontos contra o desvio padrão classificados a intervalos de 0,5m. Nestes histogramas podemos observar que em planimetria a maior percentagem de pontos se situam no intervalo de 2,5 a 3,0m, enquanto que na altimetria o maior índice ocorreu no intervalo de 1,5 a 2,0 m. Ainda na planimetria observamos que somente 10% e 35% dos pontos apresentavam um desvio padrão σ_x e σ_y respectivamente menores que 2,5m. Enquanto que na altimetria, 66% dos pontos apresentaram um desvio padrão abaixo desta marca e nada menos que 80% abaixo de 3m.

Isto nos leva a concluir que o apoio planimétrico retirado de cartas para o presente caso, tem menor confiabilidade que o altimétrico.

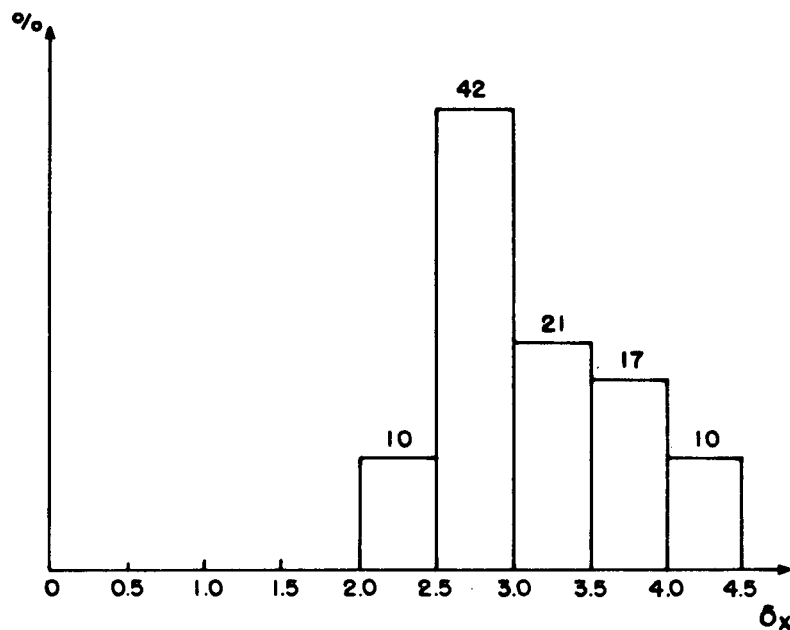


Fig. 5.4.1 - Percentagem de pontos contra o σ_x

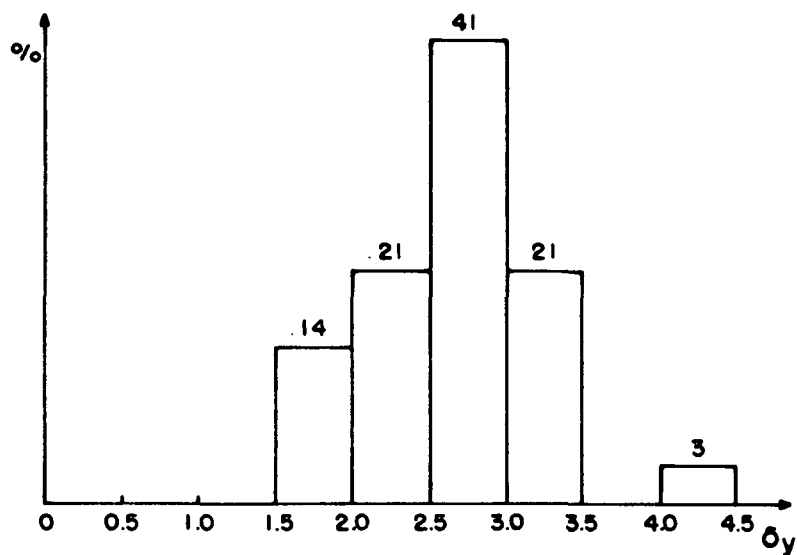


Fig. 5.4.2 - Percentagem de pontos contra σ_y

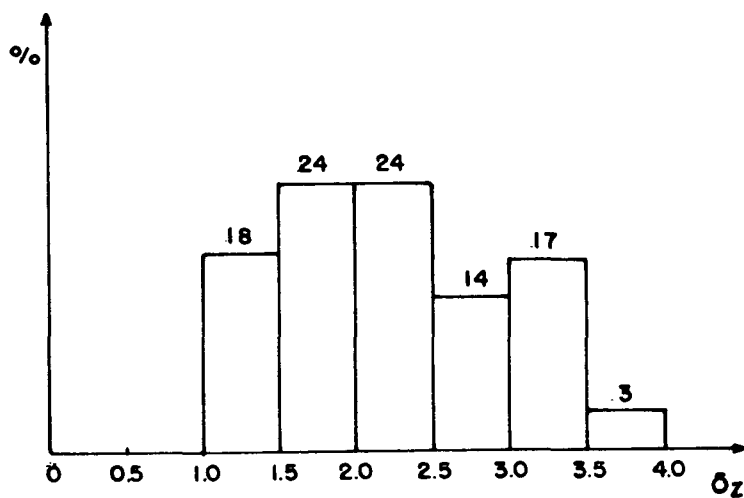


Fig. 5.4.3 - Percentagem de pontos contra σ_z

Quadro 5.10 - Diferença e média da diferença entre a FAT e FAC

Ponto	Δ_X (m)	Δ_Y (m)	Δ_Z (m)
01	+ 0,9012	1,1706	- 3,3686
02	+ 0,4088	1,2958	- 1,7932
03	- 0,1413	1,3567	+ 0,2103
04	- 0,1692	1,4943	+ 0,4414
05	- 0,5877	2,0890	+ 2,2498
06	- 0,8857	1,3418	+ 2,5124
07	+ 0,6807	0,3726	- 3,7765
08	+ 0,3862	0,4704	- 2,8005
09	- 0,0980	0,5606	- 1,3457
10	- 0,1749	0,6062	- 1,0249
11	- 0,3383	0,7107	- 0,3846
12	- 0,3562	0,9556	+ 0,0160
13	- 0,9290	1,0286	+ 1,7324
14	- 0,5257	0,4978	- 0,1912
15	+ 0,4573	0,0912	- 3,2855
16	- 0,3968	0,0465	- 0,8199
17	- 0,9929	0,1503	+ 1,0417
18	+ 0,0498	-0,1550	- 2,3735
19	+ 0,1691	-0,2144	- 2,7875
20	+ 0,3476	-0,3188	- 3,4256
21	- 0,0359	-0,6148	- 1,4309
22	- 0,3374	-0,7747	- 0,5784
23	- 0,9158	-1,1704	+ 1,1273
24	- 0,0812	-0,5206	- 0,9389
25	- 0,2585	-1,5047	- 0,0006
26	+ 1,4307	-0,5842	- 3,3894
27	+ 0,3708	-1,5303	- 1,1976
28	- 0,6186	-1,9272	+ 0,6745
29	- 0,3355	-2,0071	+ 0,1967
$\Sigma \Delta_i/n$	- 0,0970	0,2209	- 0,8521

O quadro 5.10 mostra os resultados da comparação entre a fototriangulação com apoio de terreno (FAT) e a fototriangulação com apoio retirado de cartas (FAC).

De imediato notamos a presença de uma tendensiosidade dos desvios ao longo das ordenadas. Entretanto, esta tendensiosidade é facilmente explicável pelo fato do sistema ter sido definido, por somente dois parâmetros em X. Já as abcissas e a altimetria por terem sido usados três e quatro parâmetros respectivamente, tal tendensiosidade foi desfeita.

Por outro lado, lembramos que a tendensiosidade planimétrica pode também ter origem nas deformações da carta, as quais não foram por nós investigadas.

As figuras 5.4.4 e 5.4.5 mostram em gráficos as diferenças planimétricas entre FAT e FAC, nos quais podemos observar que os desvios ΔX e ΔY ficaram em torno de -10cm e 20cm em média respectivamente.

Estes resultados não inviabilizam em hipótese alguma o uso da latitude (ϕ), obtida desta maneira para fins de reduções gravimétricas. Entretanto, a altimetria merece uma análise mais cuidadosa, pois é a variável de maior importância nas referidas reduções.

A figura 5.4.6 mostra os desvios ΔZ sofridos em cada ponto em relação a FAT, em posições discretas. A figura 5.4.7 reúne-os num histograma com as percentuais de pontos contra os desvios $|\Delta Z|$ em intervalos de um metro. Notamos que 38% dos pontos

apresentaram um desvio em relação a FAT inferior a 1,0 m e 66% inferior a 2,0 m. A média dos desvios em altimetria da FAC em relação a FAT ficou em torno de 0,85 m, o que é realmente muito importante, pois isto viabiliza o uso desta técnica para fins de densificação gravimétrica.

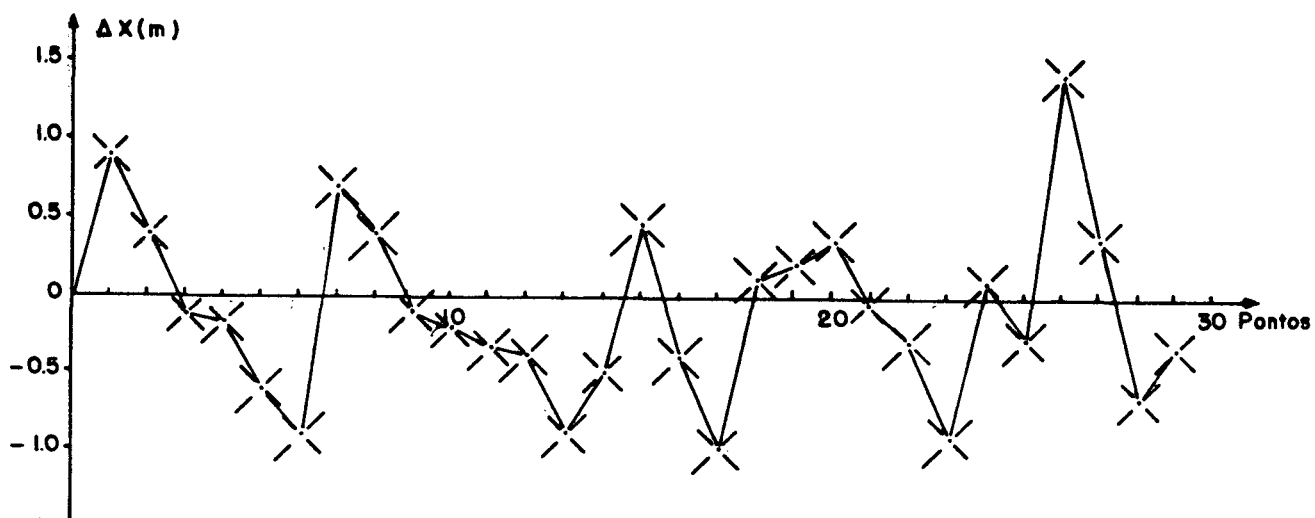


Fig. 5.4.4 - Diferença em X entre FAT e FAC

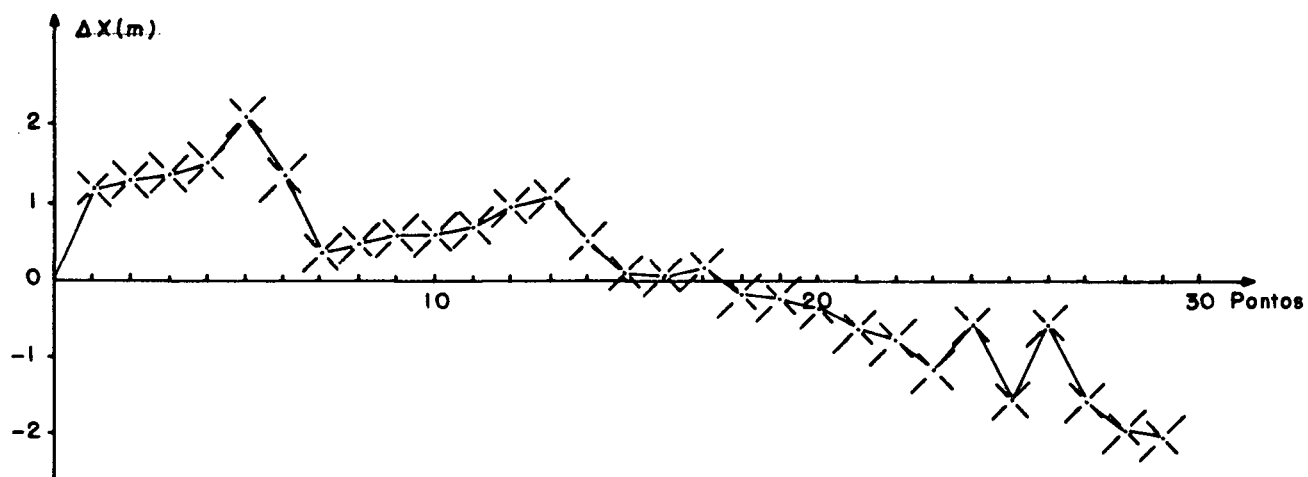


Fig. 5.4.5 - Diferença em Y entre FAT e FAC

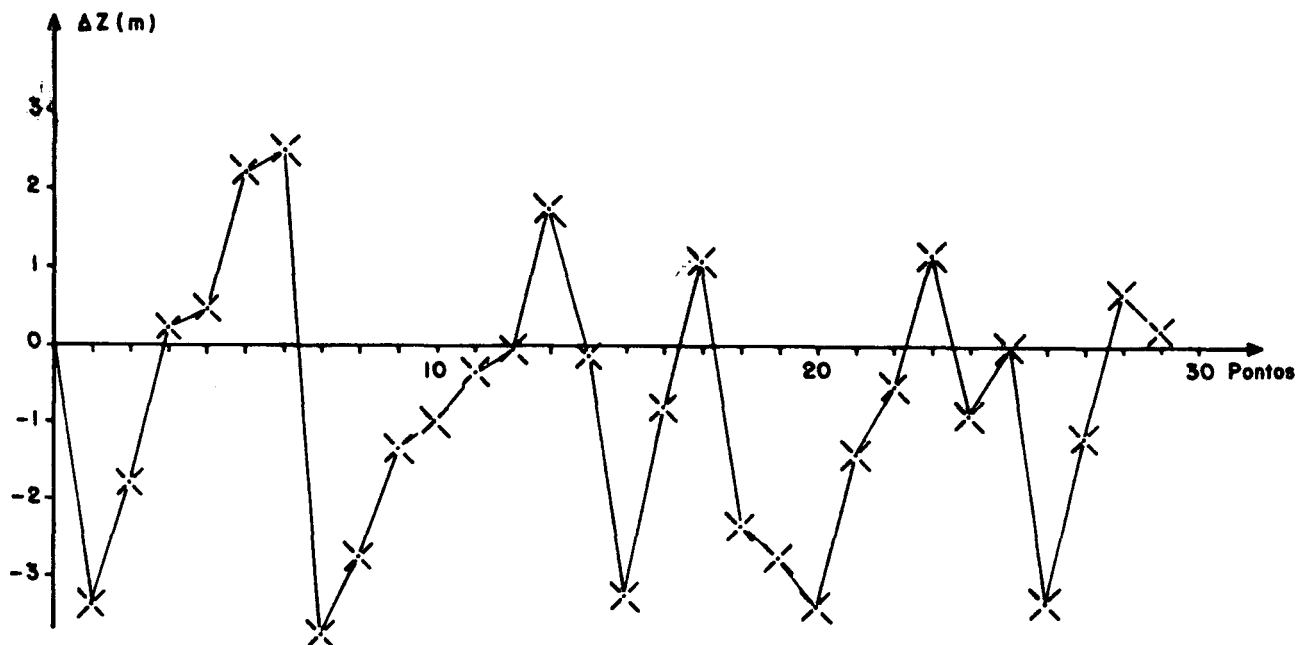


Fig. 5.4.6 - Diferença em Z entre FAT e FAC

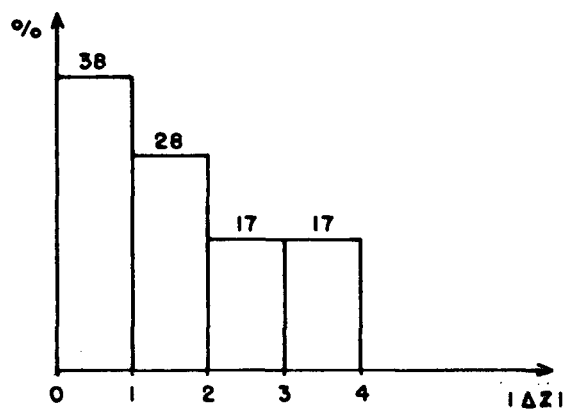


Fig. 5.4.7 - Percentuais de pontos contra os desvios $|\Delta Z|$ da FAC

5.5 A CONTRIBUIÇÃO DE RETAS NO ESPAÇO BI-DIMENSIONAL COMO INJUNÇÕES FUNCIONAIS EXPLÍCITAS APLICADAS À FOTOTRIANGULAÇÃO COM APOIO RETIRADO DE CARTAS (FAC+INJ.2D)

Repetimos aqui a experiência anteriormente aplicada a FAT para analisar a contribuição das injunções do tipo $CX+E=0$ ao modelo matemático implícito.

O que se pode constatar foi muito semelhante ao que ocorreu anteriormente, pois os resultados finais pouco se alteraram e a maior contribuição se deu nos pontos injuncionados como mostram os gráficos das figuras 5.5.1, 5.5.2 e 5.5.3 respectivamente em X, Y e Z.

O quadro 5.11 mostra o resultado da fototriangulação com apoio retirado de cartas após a aplicação das injunções acima especificadas.

Apesar da contribuição nos resultados ser muito pequena ($\hat{\sigma}_0^2 = 0,26 \times 10^{-5}$), aumentou-se a confiabilidade dos mesmos e as conclusões tiradas da experiência anterior são aqui confirmadas.

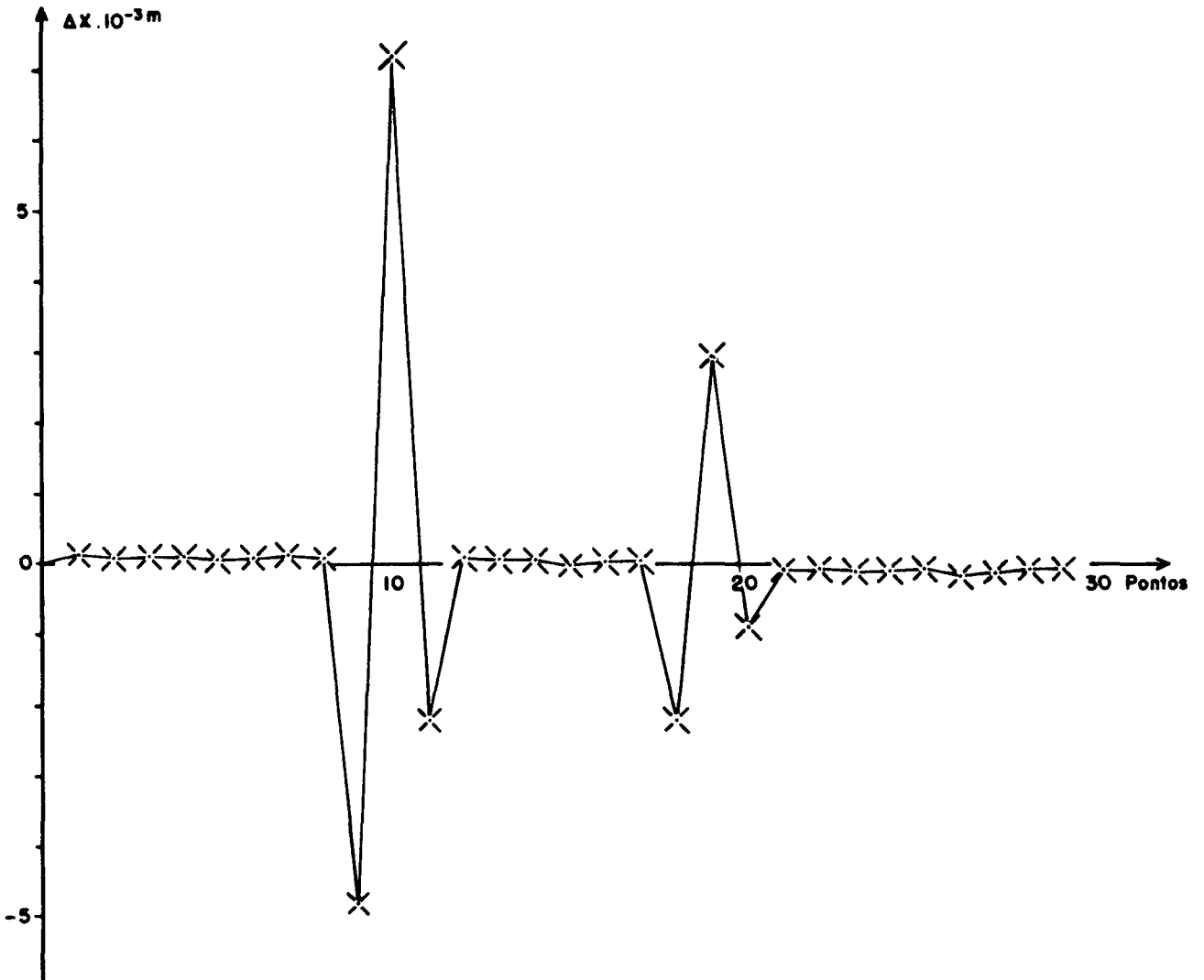


Fig. 5.5.1 - Contribuição em X das injunções bi-dimensionais aplicadas a FAC

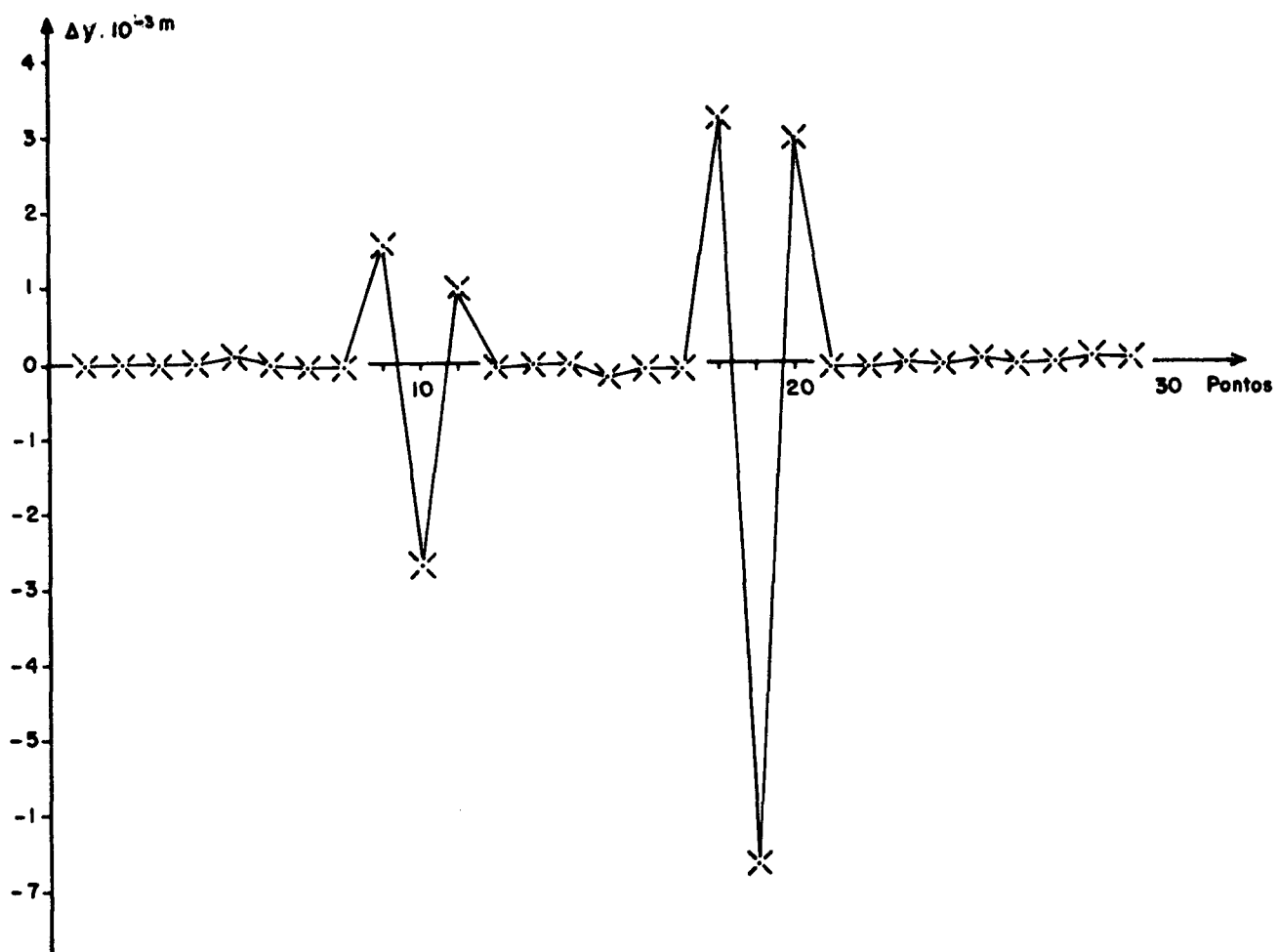


Fig. 5.5.2 - Contribuição em Y das injunções bi-dimensionais aplicadas a FAC

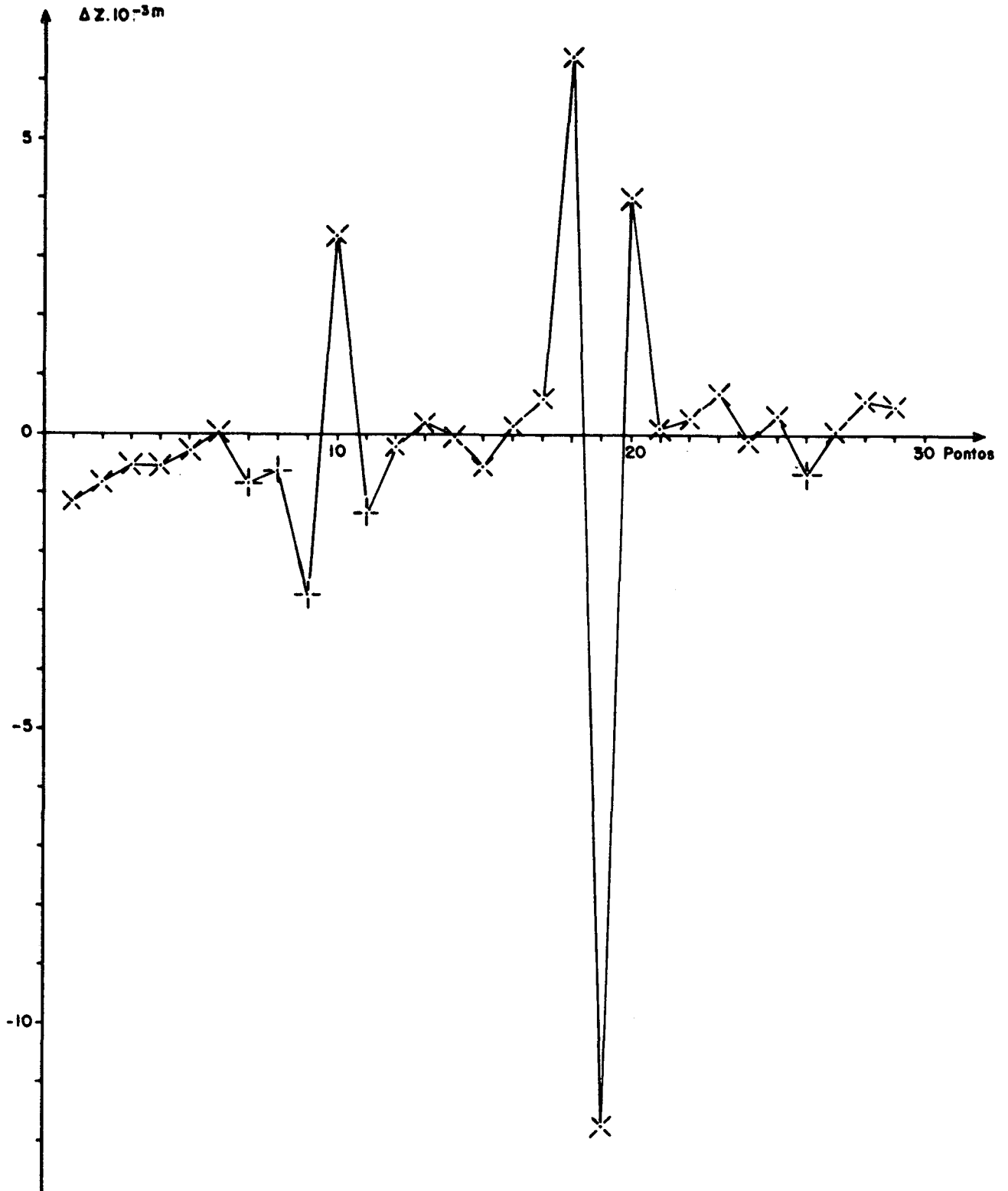


Fig. 5.5.3 - Contribuição em Z das injunções bi-dimen
sionais aplicadas a FAC

Quadro 5.11 - Fototriangulação com apoio de carta após a aplicação de injunções (FAC+lnj.2)

Ponto	X (m)	y (m)	Z (m)
01	18178,2346	1278,9092	927,0439
02	18099,4760	2575,6475	931,0190
03	18644,2042	4040,1321	1164,4440
04	18886,2833	4200,0961	1159,3903
05	19322,9765	5609,3233	930,6961
06	18175,8393	5946,4178	1158,9460
07	16612,7435	1293,7842	1084,9077
08	16512,5377	2064,0372	1084,0501
09	16375,8383	3292,3804	1085,0393
10	16474,2861	3533,2699	1099,9523
11	16671,3816	4015,5312	1118,4675
12	17220,1324	4234,7075	1119,6459
13	16997,2595	5692,0798	1107,5839
14	16001,1104	4303,8619	1118,3441
15	14916,0731	1709,3318	1031,4536
16	14807,5799	3855,3392	1086,6869
17	14997,8964	5411,7437	1098,6837
18	14072,8090	2559,3013	1070,1101
19	13850,2594	2262,3989	1060,1133
20	13509,8549	1808,2687	1053,5173
21	12640,5865	3377,8016	1066,9834
22	12633,0790	4144,3124	1075,7389
23	12415,3511	5707,8149	1098,4925
24	12069,8668	3063,9177	1071,7115
25	11187,7513	4880,7098	1026,5359
26	10423,9547	1603,7535	1031,8756
27	10444,3171	3928,2885	1015,2200
28	10731,6276	5884,9203	1115,0376
29	10292,8765	5499,8556	1088,0996

As figuras 5.5.4, 5.5.5 e 5.5.6 mostram os desvios ΔX , ΔY e ΔZ sofridos pela fototriangulação com apoio retirado de cartas após a aplicação das injunções funcionais explícitas em relação a fototriangulação com apoio de terreno, (FAT-FAC+Inj.2D).

Os resultados muito se assemelharam com os das figuras 5.4.4, 5.4.5 e 5.4.6. Houve, apesar de muito pequena, uma melhoria na distribuição dos desvios altimétricos, e um aumento na percentagem de pontos no intervalo de 0,0 a 1,0m de 38% para 42% como mostrado na figura 5.5.7.

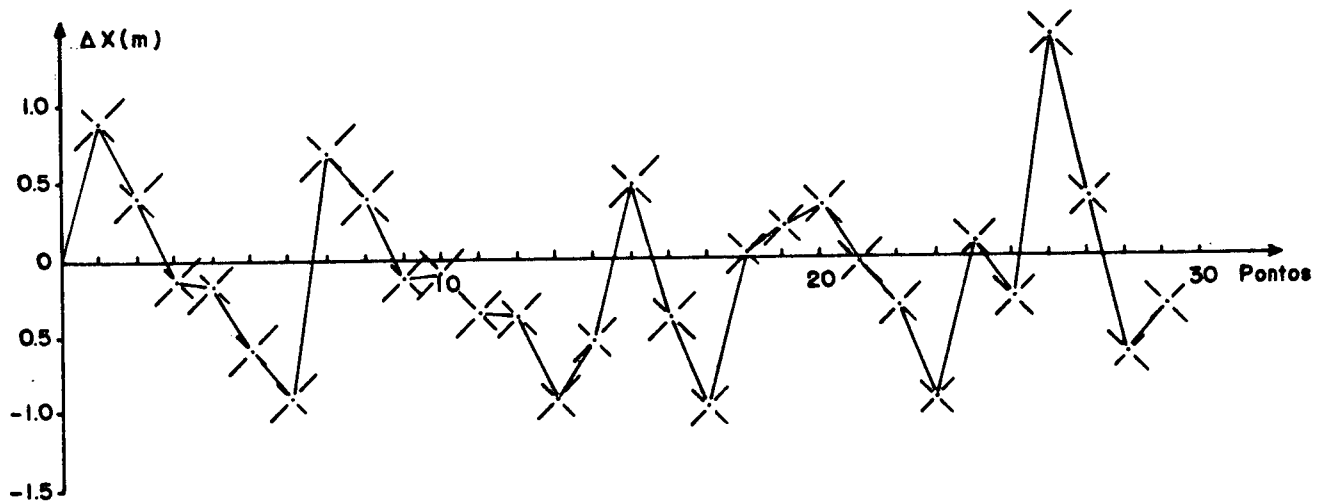


Fig. 5.5.4 - Desvios em X da FAC em relação a FAT após a aplicação das injunções bi-dimensionais

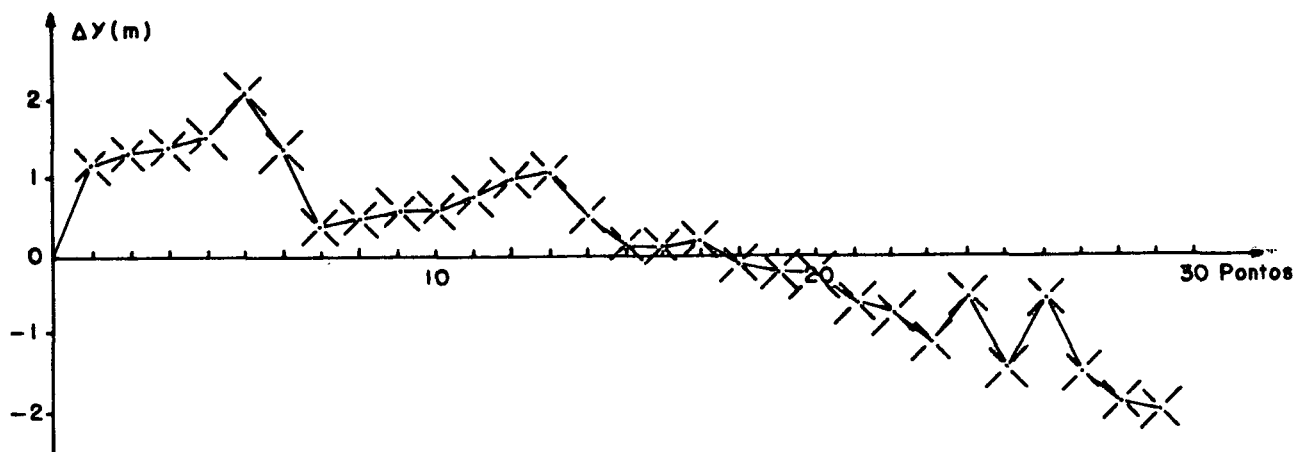


Fig. 5.5.5 - Desvio em Y da FAC em relação a FAT após a aplicação das injunções bi-dimensionais.

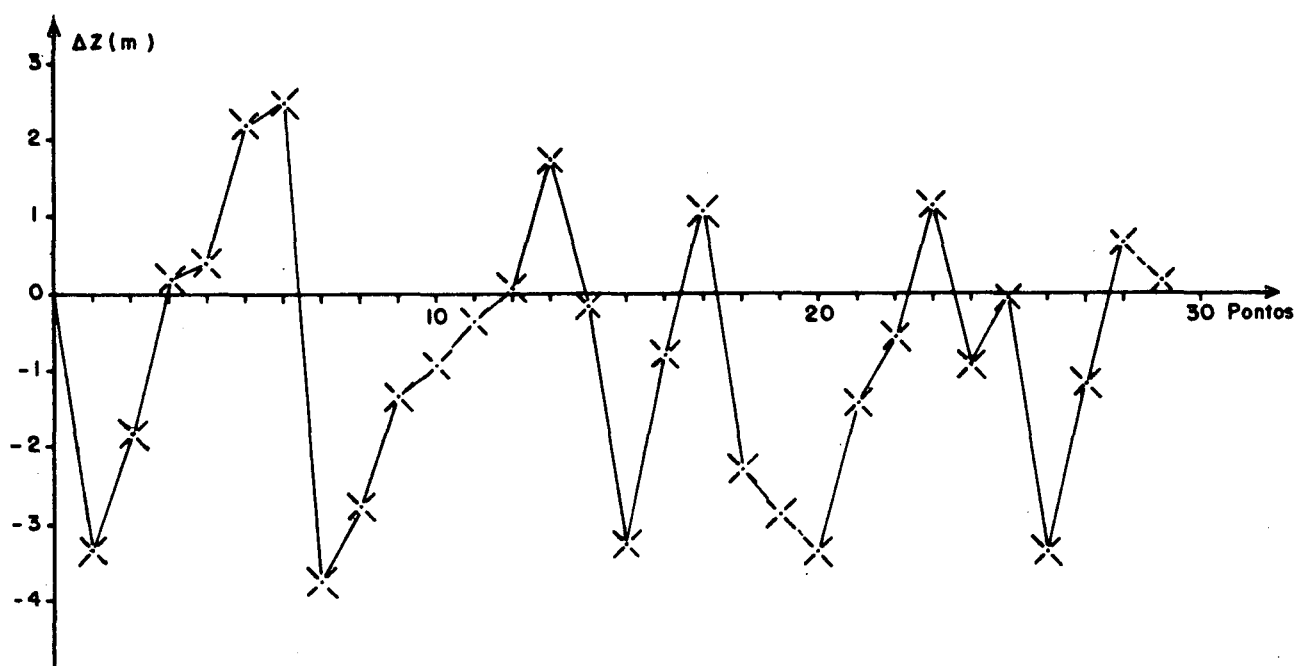


Fig. 5.5.6 - Desvios em Z da FAC em relação a FAT após a aplicação de injunções bi-dimensionais.

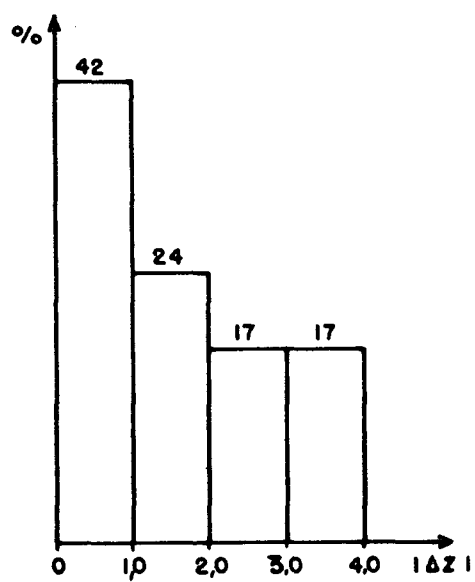


Fig. 5.5.7 - Percentagem de pontos contra os desvios $|\Delta Z|$ da FAC+Inj.2D

5.6 A CONTRIBUIÇÃO DE RETAS NO ESPAÇO TRI-DIMENSIONAL COMO INJUNÇÕES FUNCIONAIS EXPLÍCITAS APLICADAS À FOTOTRIANGULAÇÃO COM APOIO DE TERRENO (FAT+INJ, 3D)

Nas experiências anteriores analisou-se a contribuição que trouxe algumas injunções funcionais explícitas no espaço bi-dimensional, aplicadas à fototriangulação, originadas da observação de pontos ao longo de trechos retos de rodovias.

A aplicação daquele tipo de injunções é bastante simples, bastando para tanto um exame visual na imagem fotográfica e escolher as feições retilíneas desejadas. Porém, quando se aplica a reta no espaço tri-dimensional como injunção funcional explícita, aquela simplicidade deixa de existir. É necessário encontrar feições na imagem que realmente atendam as condições de retas no espaço tri-dimensional, sob pena de descaracterizar todos os resultados da fototriangulação.

Um exame estereoscópico criterioso do trecho selecionado, ou a realização de perfis longitudinais, ajudam a escolher pontos que atenderão melhor as condições acima. Isto é, obter a proporcionalidade entre os parâmetros que caracterizam a reta no espaço tri-dimensional.

A título de exemplo, realizou-se uma experiência na qual foram aplicadas duas injunções sem tomar os devidos cuidados. Isto é, observou-se três pontos em cada trecho de duas rodovias retilíneas (9, 10, 11 e 18, 19, 20). Obrigou-se que estes mesmos pontos pertencessem a retas no espaço tri-dimensional, sem

se preocupar com a proporcionalidade entre os parâmetros da terceira dimensão e avaliou-se as variações sofridas pelos resultados ajustados finais da fototriangulação.

O quadro 5.12 mostra os resultados finais da experiên -
cia (FAT+Inj.3D) a qual apresentou uma contribuição na variância a posteriori de $0,0125 \text{ m}^2$. Ou seja, uma variação de 11cm no desvio padrão. Embora o número de graus de liberdade tenha sido acrescido de 2, o que garantiria uma maior confiança nos resultados, a variação apresentada na variância a posteriori não pode ser negligenciada, pois acarretou um sensível aumento nos resíduos.

Quadro 5.12 - Resultados da Fototriangulação com injun-
ções tri-dimensionais (FAT+Inj.3D)

ponto	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	18177,9678	1978,6671	923,3078
2	18099,0775	2575,5643	929,1595
3	18643,6781	4039,9330	1164,9386
4	18885,7836	4199,9733	1160,1594
5	19322,4810	5609,7872	933,6121
6	18175,0926	5946,5869	1161,9359
7	16612,2247	1293,1611	1080,7648
8	16511,9376	2063,5315	1081,0384
9	16375,1753	3292,1967	1085,2395
10	16473,4906	3532,7976	1096,6277
11	16670,5942	4015,1517	1119,4549
12	17219,4358	4234,4996	1120,0851
13	16996,4013	5692,0079	1110,1125
14	16000,2296	4303,5400	1118,5186
15	14915,4197	1708,9377	1027,7779
16	14806,7190	3854,9074	1086,1001
17	14996,9120	5411,2750	1100,4453
18	14071,8766	2558,7795	1066,4138
19	13849,9075	2262,6038	1059,2137
20	13508,7772	1807,4316	1048,1514
21	12640,0354	3377,4348	1065,3727
22	12632,4724	4143,7278	1075,1960
23	12414,6830	5706,2258	1100,0633
24	12069,3574	3063,9017	1070,5778
25	11187,6057	4879,8115	1026,5098
26	10424,5274	1604,3905	1027,5133
27	10444,5685	3927,7012	1013,6030
28	10731,4600	5883,6613	1115,7916
29	10292,9173	5498,6902	1088,2054

O quadro 5.13 nos mostra as diferenças ou variações ocorridas na Fototriangulação com apoio de terreno após a aplicação das retas tri-dimensionais como injunções. Estas diferenças são melhor visualizadas nas figuras 5.6.1, 5.6.2 e 5.6.3.

Quadro 5.13 - Diferença entre FAT e FAT+Inj.3D

ponto	ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)
1	1,1691	1,4126	0,3558
2	0,8082	1,3791	0,0580
3	0,3858	1,5555	- 0,2895
4	0,3316	1,6170	- 0,3334
5	- 0,0918	1,6258	- 0,6692
6	- 0,1380	1,1726	- 0,4773
7	1,2007	0,9948	0,3578
8	0,9873	0,9753	0,2047
9	0,5230	0,7600	- 1,5736
10	0,6927	1,0515	2,3330
11	0,4270	1,1001	- 1,3857
12	0,3412	1,1632	- 0,4255
13	- 0,0704	1,1003	- 0,7945
14	0,3553	0,8143	- 0,3658
15	1,1108	0,4837	0,3846
16	0,4644	0,4776	- 0,2320
17	- 0,0079	0,6181	- 0,7140
18	0,9599	0,3993	1,3867
19	0,5505	- 0,4861	- 2,0054
20	1,4166	0,5482	1,9801
21	0,5144	- 0,2484	0,1804
22	0,2686	- 0,1904	- 0,0329
23	- 0,2480	- 0,1113	- 0,4367
24	0,5898	- 0,5050	0,1936
25	- 0,1135	- 0,6062	0,0286
26	0,8567	- 1,2213	0,9660
27	0,1185	- 0,9428	0,4193
28	- 0,4518	- 0,6676	- 0,0742
29	- 0,3771	- 0,8414	0,0957

Os resultados finais apresentaram algumas características importantes:

-As variações sofridas na fototriangulação após a aplicação das retas no espaço tri-dimensional como injunções são bastante significativas, ficando nas casas do metro e do decímetro (Quadro 5.13). Estas variações são devidas as diferenças de altimetria dos pontos injuncionados, além do agravante que tais altitudes não são proporcionais às distâncias que os separam.

-A não observância das condições de reta no espaço tri-dimensional, acarreta sensíveis variações na planimetria, as quais são distribuídas aleatoriamente e homogeneamente por todos os pontos da fototriangulação, induzindo muitas vezes a falsas conclusões.

-As maiores variações altimétricas ocorreram nos pontos injuncionados, fato que se explica pela não proporcionalidade nas diferenças de altitude dos pontos em relação a distância que estão separados.

Uma análise dos resultados nos levou a concluir que o uso de retas no espaço tri-dimensional como injunções funcionais explícitas podem trazer sérios prejuízos aos resultados finais da fototriangulação quando não observadas as proporcionalidades altimétricas entre os pontos injuncionados. A não observância deste fato acarretará distorções na altimetria e na planimetria como mostram as figuras 5.6.1, 5.6.2 e 5.6.3.

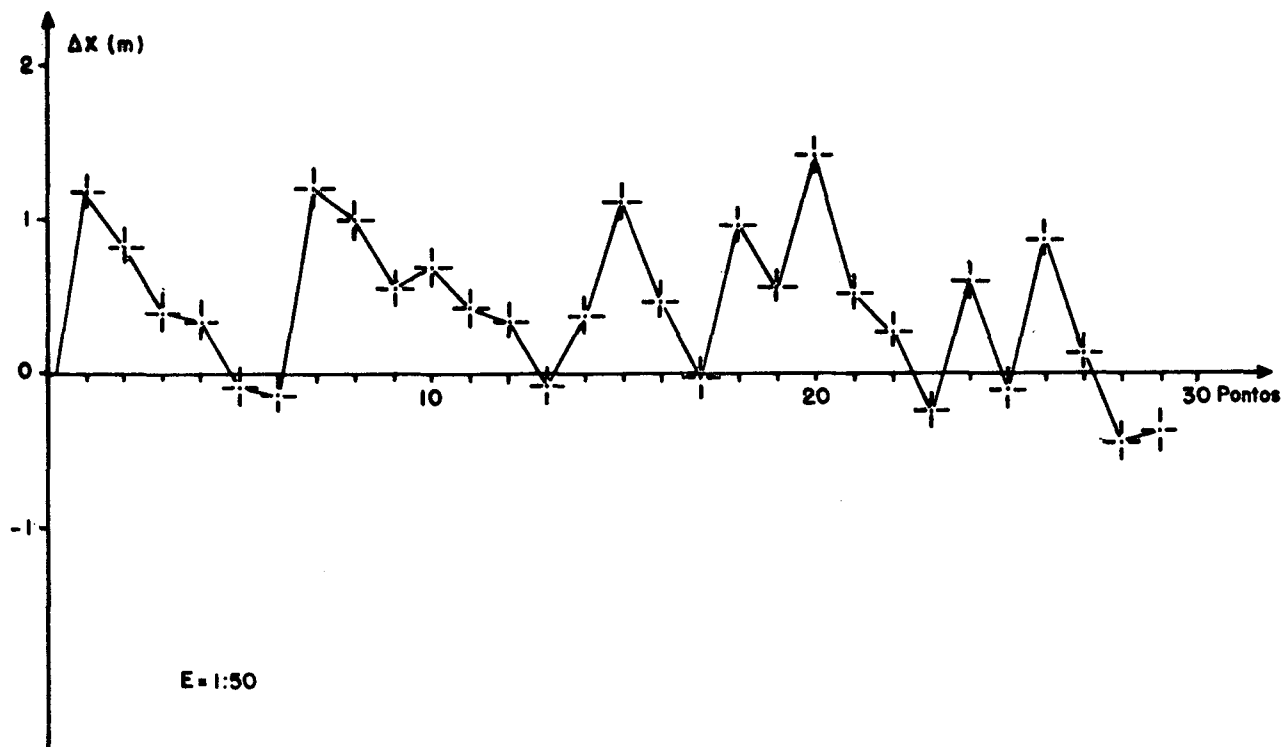


Fig. 5.6.1 - Distorções em X após a aplicação de injunções tri-dimensionais a FAT

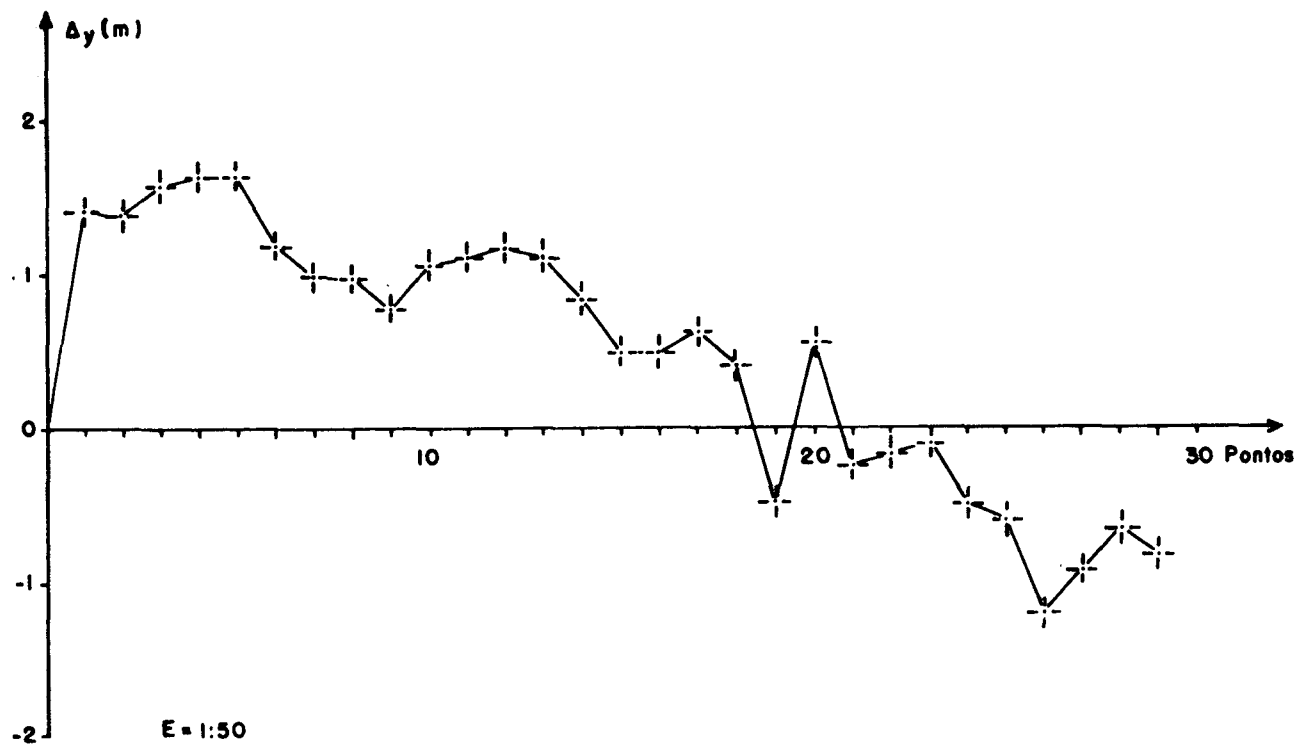


Fig. 5.6.2 - Distorções em Y após a aplicação de injunções tri-dimensionais a FAT

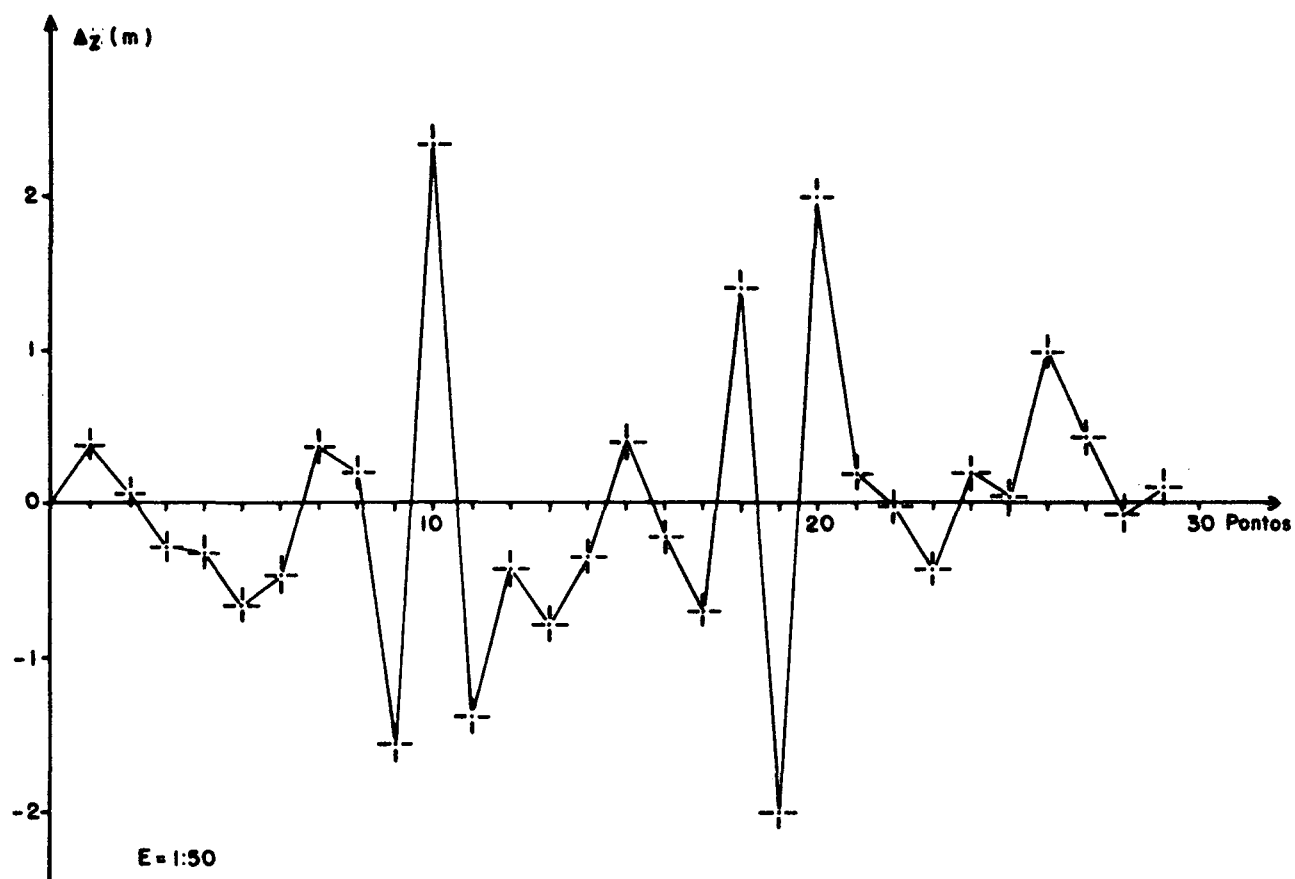


Fig. 5.6.3 - Distorções em Z após a aplicação de injunções tri-dimensionais a FAT

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 OBSERVAÇÕES INICIAIS

As experiências realizadas no último capítulo mostraram que o uso da técnica da Fototriangulação Analítica com o propósito de contribuir no apoio de campo à densificação gravimétrica para determinar o geóide em regiões que apresentam escassez de informações altimétricas é perfeitamente viável. O desvio padrão médio em altimetria obtido com a Fototriangulação Convencional (FAT), Quadro 5.4, foi da ordem 1,16m; valor este, que atende às exigências do geodesta para densificação gravimétrica.

A Fototriangulação realizada com apoio retirado de cartas (FAC), apresenta resultados em altimetria que se desviam em média 0,85m com relação a Fototriangulação com apoio de terreno (FAT). Estes resultados são altamente significativos para os objetivos a que se propôs nesta pesquisa. O desvio padrão médio em altimetria (Quadro 5.9) proporcionado pela experiência, foi da ordem de 2,21m. Acredita-se ser bem superior em termos de precisão que a interpolação linear pura e simples entre duas curvas de nível numa carta, além da caracterização cartográfica definida com uma precisão de $\pm 3,1m$ em X e $\pm 2,6m$ em Y.

A perda relativa de precisão em altimetria no uso de apoio retirado de cartas é compensada quando se leva em conside

ração, o fato de que a FAC reduz a zero os custos das operações de campo, além da independência das condições atmosféricas, distribuição mais homogênea dos pontos da rede e rapidez na obtenção das coordenadas.

O uso de pontos situados ao longo de feições retilíneas como injunções funcionais explícitas no espaço bi-dimensional aplicadas ao modelo matemático implícito pouco contribuíram na variação dos resultados finais do ajustamento. Entretanto, aumentaram a confiabilidade dos mesmos e proporcionaram uma criteriosa avaliação das características geométricas e projetivas das feições injuncionadas.

Quando da aplicação das injunções funcionais explícitas no espaço tri-dimensional houve uma desvirtualização acentuada nos resultados finais do ajustamento como mostrado nas figuras 5.6.1, 5.6.2 e 5.6.3, face as diferenças de altitude dos pontos injuncionados ao longo das feições. Portanto, os pontos injuncionados devem ser testados, a fim de se certificar que se aproximam suficientemente de uma reta no espaço tri-dimensional. Caso contrário, a injunção não pode ser aplicada.

6.2 CONCLUSÕES

As várias experiências realizadas nesta pesquisa conduzem às seguintes conclusões:

-A técnica da Fototriangulação Analítica com apoio retirado de cartas (FAC) pode perfeitamente ser usada com objeti

vos de fornecer com rapidez e economia, dentro de uma determinada precisão, o apoio de campo necessário à densificação gravimétrica.

-Embora os resultados da FAC apresentassem um desvio médio em altimetria de quase um metro, em relação ao padrão de comparação (FAT), não chegam a comprometer a utilização da metodologia para os fins a que se propunha. Os resultados finais obtidos podem atender aos geólogos e geofísicos em grande parte de seus trabalhos de investigação locais ou regionais.

-O modelo matemático das injunções funcionais explícitas usado nesta pesquisa pode ser aplicado desde que se observe algumas condições geométricas da feição. A sua maior vantagem é na avaliação das propriedades projetivas das feições de um espaço para o outro.

6.3 RECOMENDAÇÕES

Embora os resultados obtidos nas experiências apontem para a possibilidade do uso da metodologia no suprimento do apoio básico necessário à densificação gravimétrica, pode ainda ser melhorada se levados em consideração os problemas inerentes às cartas que forneceram o apoio à Fototriangulação.

Em vista do acima exposto, recomenda-se:

-Que se investigue a contribuição das distorções sofridas pelas cartas que forneceram o apoio à fototriangulação so-

bre os resultados finais.

-Que se empregue a metodologia proposta utilizando-se o acervo fotográfico já existente para fins de densificação gravimétrica de determinadas regiões.

-Que os responsáveis pelo estabelecimento da rede altimétrica básica, efetuem, sempre que possível, a medida do valor da aceleração da gravidade nas novas RNs implantadas, seguindo a metodologia descrita em GEMAEL e ROSIER^[10]. Assim, estarão contribuindo positivamente para uma melhor definição do geóide em nosso país.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] ANDRADE, J.B. & M.A.A. OLIVAS,. Calibração de Câmaras Aerofotogramétricas. Boletim da Universidade Federal do Paraná. Geodésia (26):1-39,1981.
- [02] _____ Calibração de Câmaras Aerofotogramétricas. Trabalho apresentado no X Congresso Brasileiro de Cartografia, 1981, 39p.
- [03] ANDRADE, J.B. Photogrammetric Refraction. Columbus, 1977. Tese, Doutorado - Ohio State University, 117p.
- [04] CASE, J.B. The utilization of Constraints in Analytical Photogrammetry. Photogrammetric Engineering, 27 (5) : 766-78, 1961.
- [05] DALMOLIN, Q. Ajustamento de Observações pelo Processo Iterativo. Curitiba, 1976. Dissertação, Mestrado. Universidade Federal do Paraná.
- [06] ESTADOS UNIDOS. Defense Mapping Agency Topographic Center, General Land Gravity Survey Institution, S.L. 1974, 50p.
- [07] FUNDAÇÃO IBGE. Tabelas para Cálculos no sistema de Projeção UTM (elipsóide internacional 1967). Rio de Janeiro, 1986.
- [08] GEMAEL, C. Introdução à Geodésia Física. Curitiba, UFPr, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1981.
- [09] _____ Introdução à Geodésia Geométrica, 1ª parte. Curitiba, UFPr, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1977.
- [10] _____ & ROSIER, F.A. Contribuição à Futura Rede Gravimétrica Nacional. Curitiba, UFPr, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1977. Trabalho apresentado no VIII Congresso Brasileiro de Cartografia, Fortaleza, CE, 21p.
- [11] _____ Formas e Dimensões da Terra, Curitiba, Boletim da UFPr. Geodésia (8): 157p,1963.
- [12] _____ Determinação da Gravidade em Geodésia. Curitiba UFPr. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1985.
- [13] _____ Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas. Curitiba, UFPr. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1984.
- [14] HEISKANEN, W. & NISKANEN, N.E. World Maps for the Indirect effect of the undulations of the Geoid on Gravity Anomalies Helsinki, Pub. Ises. Inst. International Association of Geodesy (7):, 1941.
- [15] KRAKIWSKY, E.J. & THOMSON, D.B. Mathematical Model for the Combinations of terrestrial and Satellite Networks. The Canadian Surveyor, 28 (5): 606-615, 1974.

- | 16 | LUGNANI, J.B. Introdução à Fototriangulação. Curitiba . UFPr, 1987, 134p.
- | 17 | MERRY, C.L. & VANICEK, P. Horizontal Control and the Geoid in Canada. The Canadian Surveyor, 27 (1); 1973.
- | 18 | _____, A method for Astrogravimetric Geoid Determination. Fredericton, Dep. of Surveyin Engineering, University of New Brunswick, 1974, 74p. Technical Report nº 27
- | 19 | MERCHANT, D.C. Analytical Photogrammetry Theory and Practice. Columbus, The Ohio State University, Dep. of Geodetic Science, 1979.
- | 20 | MIKAHIL, E.M. & ACKERMANN, F. Observations and Least Squares. New York IEP-A Dun-Donnelley, 1976, 497p.
- | 21 | _____, & MOFFITT, F.M. Photogrammetry. 3 ed. New York, Haper & Row, 1980, 648p.
- | 22 | MITISHITA, E.A. Detecção de Erros Grosseiros nas Aero - triangulações. Curitiba, 1986, 245p. Dissertação, Mestrado - Universidade Federal do Paraná.
- | 23 | MOLODENSKIJ, M.S. at all. Methods for the Study of the Esternal Gravitational Field and Figure of the Earth. Jerusalém, Israel Program for scientific Translations, 1962, 248p.
- | 24 | MONIWA, H. Analytical Photogrammetric Sistem with Self-Calibration and its Applications. Fredericton, 1977 . 106p. Tese, Doutorado - University of New Brunswick.
- | 25 | MORELLI, C. The International Gravity Standarization Net 1971. Paris, U.G.G.I., Bureau Central de L'Association International de Geodesie nº 4, 193p.
- | 26 | OLIVAS, M.A.A. Calibração de Câmaras Fotogramétricas ; Aplicação dos métodos Câmaras Convergentes e Campos mistos. Curitiba, 1980. 98p. Dissertação, Mestrado, Univer_sidade Federal do Paraná.
- | 27 | ROSIER, F.A. Medidas Diferenciais da Gravidade: Ajusta - mento de uma sub-rede de Estações Gravimétricas e De - terminação de coeficientes de Escala para os gravime - tros LaCoste & Romberg modelo G nº 41, 372 e 454. Curi - tiba, 1979, 190p. Dissertação, Mestrado - Universidade Federal do Paraná.
- | 28 | VANICEK, P. & C. L. MERRY Determination of Geoid from Deflection of the vertical using a Least Square surface Fitting Technique. Bulletin Géodésique, (109):261-279 , 1973.