

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

KAROLINE PAES JAMUR

**ANÁLISE DE ALTERNATIVAS PARA A DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS
GRAVITACIONAIS DE MASSAS ANÔMALAS NA REGIÃO DO DVB.**

CURITIBA

2012

KAROLINE PAES JAMUR

**ANÁLISE DE ALTERNATIVAS PARA A DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS
GRAVITACIONAIS DE MASSAS ANÔMALAS NA REGIÃO DO DVB**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Sílvio R. C. Freitas

CURITIBA

2012

J32a

Jamur, Karoline Paes

Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na região do DVB / Karoline Paes Jamur. – Curitiba, 2012.

153f. : il. color. ; 30 cm.

Tese (doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, 2012.

Orientador: Sílvio R. C. Freitas.

Bibliografia: p. 147-153.

1. Campos gravitacionais. 2. Potencial gravitacional. 3. Gravidade (Física) - Medição. I. Universidade Federal do Paraná. II. Freitas, Sílvio R. C. III. Título.

CDD: 526.708164

TERMO DE APROVAÇÃO

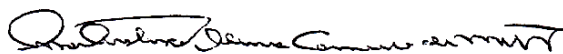
KAROLINE PAES JAMUR

**"ANÁLISE DE ALTERNATIVAS PARA A DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS
GRAVITACIONAIS DE MASSAS ANÔMALAS NA REGIÃO DO DVB"**

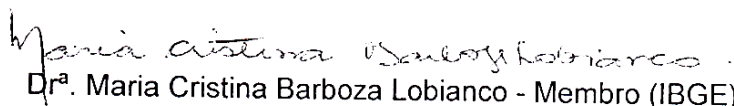
Tese nº 84 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:



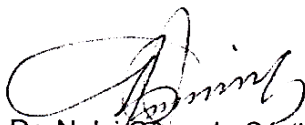
Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas – Orientador e Presidente (UFPR)



Dr.ª. Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos – Membro (USP)



Dr.ª. Maria Cristina Barboza Lobianco - Membro (IBGE)



Prof. Dr. Nelsi Cogo de Sá (USP)



Prof.ª. Dr.ª. Regiane Dalazoana (UFPR)



Prof.ª. Dr.ª. Luciene Stamato Delazari (UFPR)

Curitiba, 27 de setembro de 2012.

*Dedico o doutorado aos meus pais,
Miguel e Cleci, que sempre estiveram comigo...
Em todos os momentos da minha vida!*

AGRADECIMENTOS

À Deus, por ter me dado saúde e perseverança e por ter colocado pessoas maravilhosas ao longo desses quatro anos.

À minha família, por todo amor, incentivo e ao inestimável apoio dado nos momentos mais adversos do percurso. A minha filhinha Kamila, que veio me iluminar na finalização do doutorado.

Ao meu orientador e amigo, Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas por todo ensinamento, dedicação, companheirismo, e por quem tenho carinho e admiração e acima de tudo, pela sua presença e apoio nas fases importantes da minha vida, desde a iniciação científica!

À banca, Prof.^a Dr.^a Regiane Dalazoana, Dr.^a Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos, Prof. Dr. Jorge Centeno, Dr.^a Maria Cristina Barboza Lobianco, Prof.^a Dr.^a Luciene Stamato Delazari e Prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá, pelas correções e sugestões ofertadas nos seminários II, qualificação e defesa desta tese.

Ao Prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá, do Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo (IAG/USP) pelos dados *GNSS/niv* da área de validação.

À Universidade Federal do Paraná (UFPR), ao seu Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas (CPGCG), e o Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS). À Mônica pela solicitude e pela amizade.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro através da bolsa de estudos.

Ao *International Union of Geodesy and Geophysics* (IUGG) pelo suporte em participação de evento em Melbourne na Austrália.

Aos colegas do LARAS, em especial o Vagner, Henry e Rogers, pelos trabalhos desenvolvidos em equipe.

Ao Leonardo Uieda, do Observatório Nacional, pela colaboração acerca dos tesseroides.

Aos amigos, os quais se tornaram de suma importância ao longo desses quatro anos, que diretamente ou indiretamente contribuíram nesta caminhada, com ideias,

distrações, palavras de apoio. Uns pelas simples conversas, outros pelas sugestões e pelas contribuições, a todos pelo companheirismo e incentivo em todos os momentos.

À todos os professores do Departamento de Geomática da UFPR que colaboraram com a minha formação.

“Os que se encantam com a prática sem a ciência são como os timoneiros que entram no navio sem timão nem bússola, nunca tendo certeza de seu destino.”

(Leonardo da Vinci)

RESUMO

Os Modelos do Geopotencial Global (MGGs) derivados somente da análise das órbitas e satélites artificiais (satélite somente) mais atuais, advindos das missões gravimétricas por satélites, podem chegar a resoluções de até 80 km correspondentes ao desenvolvimento harmônico com n e $m = 250$. Porém, mesmo com essa resolução, esses precisam ser combinados com outras fontes de informações para obter um geoide ou quase geoide com resolução sub decimétrica. Tais informações podem ser as obtidas da gravimetria terrestre, marinha ou aérea, bem como dos efeitos gravitacionais modelados a partir de dados da topografia tais como os possibilitados pela altimetria por satélites sobre os oceanos e pelos Modelos Digitais de Altitudes (MDAs) nas porções continentais. Também, a batimetria oceânica ou a determinação indireta dos efeitos de heterogeneidades das massas topográficas contribuindo para o aumento da resolução correspondente a frequências mais altas. Assim sendo, a análise dos efeitos das massas topográficas anômalas e efeitos da batimetria têm papel fundamental na melhoria da resolução dos MGGs. Mas, quanto mais elevados os graus e ordens, maiores os problemas numéricos associados ao desenvolvimento harmônico devido à grande quantidade de dados a serem integrados em escala global, muitas vezes em referenciais distintos e resoluções globais não uniformes. Então, um aspecto fundamental a ser considerado é o da menor dependência da gravimetria regional aportada por modelos advindos de satélite, assim como, para regiões com baixa cobertura de gravimetria terrestre. Nesta pesquisa, busca-se explorar de forma mais central os efeitos do terreno como aspecto básico para melhoria das anomalias da gravidade disponíveis, bem como buscar soluções menos dependentes de gravimetria local, considerando o potencial dos MGGs mais recentes, baseados em satélites somente, para modelagem até graus e ordens que representem uma adequada resolução regional. Investiga-se a modelagem dos efeitos locais pelas técnicas de modelagem da correção do terreno (*ct*) por aproximação linear, método prismático e FFT (*Fast Fourier Transform*) bem como soluções não convencionais tais como solução por ponto massa e tesseroides. Em particular, os tesseroides mostram-se mais adequados à modelagem das variações topográficas acentuadas, usualmente filtradas nos casos de prismas utilizados tanto no domínio do espaço como no das frequências e efeitos da curvatura terrestre não previsto nos demais métodos. Também se buscou a melhoria dos MGGs com base na Modelagem da Topografia Residual (*Residual Terrain Model* - RTM), técnica esta também não convencional. As anomalias da gravidade recalculadas, bem como as análises efetivadas na abordagem RTM no presente estudo mostraram melhores resultados que os anteriormente conhecidos quando combinados com MGGs satélites somente oriundos das missões gravimétricas. Os resultados associados a esta classe de MGGs é extremamente importante, pois evita em grande parte os erros de comissão presentes em MGGs combinados, em vista principalmente da heterogeneidade dos referenciais envolvidos na combinação de dados de diferentes fontes.

Palavras-chave: Efeitos gravitacionais da topografia; Correção do terreno; RTM; Tesseroides.

ABSTRACT

The satellite-only Global Geopotential Models (GGMs) most current arising from gravimetric satellite missions can reach resolutions of up to 80km corresponding to the harmonic development with n and $m = 250$. However, even with this resolution, the satellite-only GGMs need to be combined with other sources of information to obtain a geoid or quasigeoid with sub-decimeter resolution. Such information can be obtained from the terrestrial gravimetry, bathymetry or airborne, as well as gravitational effects modeled from data such as topography enabled by satellite altimetry over the oceans and Digital Elevation Models (DEMs) in continental areas and ocean bathymetry or indirect determination of the heterogeneities effects of topographical masses contributing to the increase in resolution corresponding to higher frequencies. Thus, analyses of the anomalous topographical masses effects and bathymetry effects have a fundamental role in improving the resolution of GGMs. But the higher degrees and orders, the largest numerical problems associated with the harmonic development due to the large amount of data to be integrated on a global scale, often in different theoretical and resolutions not uniform across the globe. Then, a fundamental aspect to be considered is the reduced dependence of regional gravity models arising effect by satellite, as well as for regions with low coverage of terrestrial gravimetry. In this research, we seek to explore more central effects of terrain as basic aspect for improving the available gravity anomalies and seek solutions less dependent on the local gravity, considering the potential of latest satellite-only GGMs based modeling to degrees and orders which represent an adequate resolution regional. To investigate various techniques for modeling of local effects modeling techniques for the terrain correction (tc) by linear approximation method, prismatic and FFT (Fast Fourier Transform) and unconventional solutions such as solution for point mass and tesseroid. In particular, tesseroid were more suitable for modeling sharp topographic variations, usually filtered in cases of prisms used both in space and in the frequency and curvature effects of the earth not covered in the other methods. It also sought to improve GGMs based on Residual Terrain Model (RTM), this technique also unconventional. The gravity anomalies recalculated and analyze the RTM effect approach in this study showed that the best results when combined with previously known satellite-only GGMs from gravity missions. The outcome associated with this class of GGMs is extremely important because it largely avoids the errors of commission present at combined GGMs in view of the heterogeneity of reference mainly involved in combining data from different sources.

Keywords: Gravitational effects of topography; Terrain correction; RTM; Tesseroid.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - APLICAÇÕES CIENTÍFICAS DERIVADAS DOS DADOS DA GRAVIDADE.	7
FIGURA 2 - RELAÇÕES ENTRE AS DIFERENTES SUPERFÍCIES TOMADAS COMO REFERÊNCIAS PARA AS ALTITUDES	19
FIGURA 3 - REDUÇÃO BOUGUER E CORREÇÃO DO TERRENO	25
FIGURA 4 - MODELO DE ISOSTASIA.....	27
FIGURA 5 - MODELO PRATT-HAYFORD	28
FIGURA 6 - MODELO AIRY-HEISKANEN	31
FIGURA 7 - GEOMETRIA DO MÉTODO DE RUDZKI EM UMA APROXIMAÇÃO ESFÉRICA .	35
FIGURA 8 – GEOMETRIA DO MÉTODO DE RUDZKI EM UMA APROXIMAÇÃO PLANAR ...	37
FIGURA 9 - SEGUNDO MÉTODO DE CONDENSAÇÃO DE HELMERT	40
FIGURA 10 - GEOMETRIA DE UM PRISMA RETANGULAR.....	44
FIGURA 11 - GEOMETRIA DO TESSEROIDE	47
FIGURA 12 - CAMPO TENDÊNCIA GERADO PELA DISTRIBUIÇÃO DE PONTO MASSAS	51
FIGURA 13 - ESPECTRO DA GRAVIDADE E FONTE DE DADOS.....	54
FIGURA 14 - CONTRIBUIÇÃO DOS TRÊS DIFERENTES COMPRIMENTOS DE ONDA NA ANOMALIA DE ALTITUDE	57
FIGURA 15 – MODELAGEM DA TOPOGRAFIA RESIDUAL	58
FIGURA 16 - IMAGEM ARTÍSTICA DA MISSÃO TERRASAR-X.....	66
FIGURA 17 - INTERFEROMETRIA	67
FIGURA 18 - VISUALIZAÇÃO 3D DE DIFERENTES MDAs PARA A REGIÃO DO DVB.	68
FIGURA 19 - MISSÃO CHAMP	71
FIGURA 20 - O CONCEITO DO CHAMP, TÉCNICA DE RASTREIO HL-SST.....	72
FIGURA 21 - MISSÃO GRACE.....	73
FIGURA 22 - A TÉCNICA DO GRACE DE RASTREAMENTO LL-SST COMBINADO COM HL- SST.....	74
FIGURA 23 - MISSÃO GOCE	74
FIGURA 24 - O CONCEITO DE RASTREAMENTO GOCE; HL-SST COM GPS/GLONASS E O GRADIÔMETRO	75
FIGURA 25 - ÁREA DE ESTUDOS*	80
FIGURA 26 – LOCALIZAÇÃO GEOGRÁFICA DOS DADOS DE ANOMALIA AR LIVRE*.....	83
FIGURA 27 - DADOS DE ANOMALIA AR LIVRE DO DTU10 E DO SSv18.1.....	83
FIGURA 28 - DADOS DE ANOMALIA AR LIVRE (LARAS+BGI+DTU10).....	84
FIGURA 29 - DADOS DE ANOMALIA AR LIVRE (LARAS+BGI+SSv18.1).	84

FIGURA 30 - CORREÇÃO DO TERRENO POR APROXIMAÇÃO LINEAR PARA A REGIÃO DE ESTUDOS.....	85
FIGURA 31 - CORREÇÃO DO TERRENO POR PRISMAS PARA A REGIÃO DE ESTUDOS A PARTIR DO SRTM30_PLUS.	86
FIGURA 32 - CORREÇÃO DO TERRENO POR FFT PARA A REGIÃO DE ESTUDOS A PARTIR DO SRTM30_PLUS.	87
FIGURA 33 - CORREÇÃO DO TERRENO POR FFT PARA A REGIÃO DE ESTUDOS A PARTIR DO GMRT v2.0.	88
FIGURA 34 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS MASSA NA REGIÃO DE ESTUDOS.	89
FIGURA 35 - CORREÇÃO DO TERRENO A PARTIR DA MODELAGEM PONTO MASSA PARA A REGIÃO DE ESTUDOS	90
FIGURA 36 - MODELO DENSIDADE	92
FIGURA 37 - GRADE DE MODELO TESSEROIDES	92
FIGURA 38 - EFEITO POR PRISMAS	93
FIGURA 39 - EFEITO POR TESSEROIDES	94
FIGURA 40 - PERFIS CONSTITUÍDOS POR PONTOS COM LATITUDE CONSTANTE.	95
FIGURA 41 - CORREÇÃO DO TERRENO POR TESSEROIDES PARA A REGIÃO DE ESTUDOS A PARTIR DO SRTM30_PLUS.....	102
FIGURA 42 - ANOMALIA BOUGUER DO EGM2008.	109
FIGURA 43 - ANOMALIA BOUGUER COM $CT_{TESSEROIDE}$ E A DIFERENÇA COM EGM2008.....	110
FIGURA 44 - ELEMENTOS DO TENSOR DE MARUSSI COM OBSERVAÇÕES GOCE CALCULADOS PARA A ALTITUDE DE 254,9 KM.	116
FIGURA 45 - ELEMENTOS DO TENSOR DE MARUSSI COM OBSERVAÇÕES GOCE CALCULADOS PARA UMA ALTITUDE MÉDIA DE 1,5 KM.....	117
FIGURA 46 - VZZ CALCULADO COM DADOS DTM2006.0 E VZZ DO MGG DA MISSÃO GOCE.	119
FIGURA 47 - VZZ CALCULADO COM DADOS DTM2006.0 E ALTITUDE FIXA E VZZ DO EGM2008.....	120
FIGURA 48 - ANOMALIA DE ALTITUDE DO MGG EM GRAU E ORDEM 250 PARA A REGIÃO DE ESTUDOS.....	126
FIGURA 49 - SOLUÇÃO RTM EM GRAU E ORDEM 250 PARA A REGIÃO DE ESTUDOS.....	126
FIGURA 50 - SOLUÇÃO FINAL PARA A REGIÃO DE ESTUDOS	127
FIGURA 51 - ÁREA TESTE NA REGIÃO DO PARANÁ	133
FIGURA 52 - ANOMALIA DE ALTITUDE DO MGG EM GRAU E ORDEM 250 PARA A REGIÃO DO PARANÁ.....	134
FIGURA 53 - SOLUÇÃO RTM EM GRAU E ORDEM 250 PARA A REGIÃO DO PARANÁ.....	135

FIGURA 54 - SOLUÇÃO FINAL PARA A REGIÃO DO PARANÁ.....	135
FIGURA 55 - PONTOS DE CONTROLE E DISTRIBUIÇÃO DA REDE PARA A REGIÃO DO DVB.	138
FIGURA 56 – PONTOS DE CONTROLE E DISTRIBUIÇÃO DA REDE PARA A ÁREA DE VALIDAÇÃO.....	140

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - CARACTERÍSTICAS DAS REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS	41
QUADRO 2 - COMPARAÇÕES ENTRE MDAS	69
QUADRO 3 - MGGs RECENTES. S = SATÉLITE SOMENTE; G = GRAVIMETRIA TERRESTRE; A = ALTIMETRIA.	71
QUADRO 4 - ESTATÍSTICAS DOS DIFERENTES MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO PARA A REGIÃO DE ESTUDOS E CORRELAÇÕES COM A TOPOGRAFIA CONSIDERANDO TODA A GRADE DE VALORES NA REGIÃO DE ESTUDOS	105
QUADRO 5 - ESTATÍSTICAS DOS DIFERENTES MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO PARA A REGIÃO DE ESTUDOS E CORRELAÇÕES COM A TOPOGRAFIA CONSIDERANDO TODA A GRADE DE VALORES NA REGIÃO DE ESTUDOS NAS GRANDES ALTITUDES.	106
QUADRO 6 - DIFERENÇAS ENTRE AS ANOMALIAS BOUGUER* ADVINDAS DE DISTINTOS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO E DO EGM2008.	114
QUADRO 7 - GRAU E ORDEM DO DTM2006.0 COM COMPATIBILIDADE DO MGG UTILIZADOS	121
QUADRO 8 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DOS MGGs NA REGIÃO DE ESTUDOS	128
QUADRO 9 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DAS SOLUÇÕES RTM COM DADOS SRTM30_PLUS E DTM2006.....	128
QUADRO 10 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DAS SOLUÇÕES RTM COM DADOS GMRT v2.0 E DTM2006.....	129
QUADRO 11 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DE $\varepsilon_{ABSOLUTO \rightarrow MGG}$ E $\varepsilon_{ABSOLUTO \rightarrow F}$ DO MGG GO_CONS_GCF_2_DIR_R2 ($N_{MAX}=M_{MAX}=240$) NA REGIÃO DO PARANÁ	136
QUADRO 12 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DE $\varepsilon_{ABSOLUTO \rightarrow MGG}$ E $\varepsilon_{ABSOLUTO \rightarrow F}$ DOS MGGs GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 E GOCO02S ($N_{MAX}=M_{MAX}=250$) NA REGIÃO DO PARANÁ	136
QUADRO 13 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DE $\varepsilon_{ABSOLUTO \rightarrow MGG}$ E $\varepsilon_{ABSOLUTO \rightarrow F}$ DO MGG EIGEN-06C ($N_{MAX}=M_{MAX}=1240$) NA REGIÃO DO PARANÁ.....	136
QUADRO 14 - ANÁLISE RELATIVA DOS MGGs	138
QUADRO 15 - ANÁLISE RELATIVA DAS SOLUÇÕES FINAIS UTILIZANDO SRTM30_PLUS E DTM2006.0 NO CÁLCULO RTM	139
QUADRO 16 - ANÁLISE RELATIVA DAS SOLUÇÕES FINAIS UTILIZANDO GMRT v2.0 E DTM2006.0 NO CÁLCULO RTM	139
QUADRO 17 - ANÁLISE RELATIVA DA SOLUÇÃO FINAL UTILIZANDO GMRT v2.0 E ETOP01 NO CÁLCULO RTM PARA EGM2008	139

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 27,99°S.	96
GRÁFICO 2 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE SE APROXIMA DO DVB.	96
GRÁFICO 3 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,49°S.	97
GRÁFICO 4 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 27,99°S SOMENTE NA PORÇÃO CONTINENTAL.	98
GRÁFICO 5 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE SE APROXIMA DO DVB E SOMENTE NA PORÇÃO CONTINENTAL.	99
GRÁFICO 6 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,49°S SOMENTE NA PORÇÃO CONTINENTAL.	99
GRÁFICO 7 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 27,99°S SOMENTE NA PORÇÃO OCEÂNICA.	100
GRÁFICO 8 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE SE APROXIMA DO DVB E SOMENTE NA PORÇÃO OCEÂNICA.	100
GRÁFICO 9 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,49°S SOMENTE NA PORÇÃO OCEÂNICA.	101
GRÁFICO 10 - COMPORTAMENTO DOS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO EM RELAÇÃO À TOPOGRAFIA/BATIMETRIA.	103

GRÁFICO 11 - COMPORTAMENTO ENTRE OS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO COM A TOPOGRAFIA/BATIMETRIA CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE COMPREENDE A REGIÃO DO DVB.	103
GRÁFICO 12 - COMPORTAMENTO ENTRE OS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO COM A TOPOGRAFIA CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE COMPREENDE A REGIÃO DO DVB.	104
GRÁFICO 13 - COMPORTAMENTO ENTRE OS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO COM A BATIMETRIA CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE COMPREENDE A REGIÃO DO DVB.	105
GRÁFICO 14 - COMPORTAMENTO DO MÉTODO DOS TESSEROIDES DE CORREÇÃO DO TERRENO.	107
GRÁFICO 15 - DIFERENÇAS ENTRE OS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO E O MÉTODO TESSEROIDE.	107
GRÁFICO 16 - COMPORTAMENTO ENTRE A ANOMALIA AR LIVRE, BOUGUER E CORREÇÃO DO TERRENO PARA REGIÃO DE ESTUDOS.	109
GRÁFICO 17 - COMPORTAMENTO DAS ANOMALIAS BOUGUER DO EGM2008 COM A TOPOGRAFIA/BATIMETRIA	110
GRÁFICO 18 - COMPORTAMENTO DAS ANOMALIAS BOUGUER CALCULADAS E DO EGM2008.	111
GRÁFICO 19 - DIFERENÇAS ENTRE AS ANOMALIAS BOUGUER CALCULADAS E AS ANOMALIAS BOUGUER DO EGM2008 COM A TOPOGRAFIA/BATIMETRIA	111
GRÁFICO 20 - DIFERENÇAS ENTRE AS ANOMALIAS BOUGUER CALCULADAS* E AS ANOMALIAS EGM2008 COM A TOPOGRAFIA.	114
GRÁFICO 21 - COMPARAÇÃO ENTRE OS V _{ZZ} CALCULADOS NA ALTITUDE ADOTADA PARA MISSÃO GOCE E O V _{ZZ} OBTIDO PELO MGG GO_CONS_GCF_2_TIM_R2.	118
GRÁFICO 22 - COMPARAÇÃO ENTRE OS V _{ZZ} CALCULADOS COM ALTITUDE FIXA DE 1,5 KM E O V _{ZZ} OBTIDO PELO EGM2008.	119
GRÁFICO 23 - COMPORTAMENTO DE ζ_{RTM} PARA OS GRAUS/ORDENS CORRESPONDENTES AOS MGGs SATÉLITE SOMENTE	123
GRÁFICO 24 - COMPORTAMENTO DE ζ_{RTM} PARA OS GRAUS/ORDENS CORRESPONDENTES AOS MGGs COMBINADOS.	123
GRÁFICO 25 - COMPORTAMENTO DE $\Delta_{G_{RTM}}$ PARA OS GRAUS/ORDENS CORRESPONDENTES AOS MGGs SATÉLITE SOMENTE	124

GRÁFICO 26 - COMPORTAMENTO DE ΔG_{RTM} PARA OS GRAUS/ORDENS CORRESPONDENTES AOS MGGs COMBINADOS	124
GRÁFICO 27 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 100.....	129
GRÁFICO 28 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 160.....	130
GRÁFICO 29 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 250.....	130
GRÁFICO 30 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 360.....	131
GRÁFICO 31 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 720.....	131
GRÁFICO 32 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 1420.....	132
GRÁFICO 33 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 2159.....	132
GRÁFICO 34 - COMPORTAMENTO DE $\varepsilon_{RELATIVO \rightarrow MGG}$ E $\varepsilon_{RELATIVO \rightarrow F}$ DO MGG GO_CONS_GCF_2_DIR_R2 ($N_{MAX}=M_{MAX}=240$) NA REGIÃO DO PARANÁ.....	141
GRÁFICO 35 - COMPORTAMENTO DE $\varepsilon_{RELATIVO \rightarrow MGG}$ E $\varepsilon_{RELATIVO \rightarrow F}$ DO MGG GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 ($N_{MAX}=M_{MAX}=250$) NA REGIÃO DO PARANÁ	141
GRÁFICO 36 - COMPORTAMENTO DE $\varepsilon_{RELATIVO \rightarrow MGG}$ E $\varepsilon_{RELATIVO \rightarrow F}$ DO MGG GOCO02S ($N_{MAX}=M_{MAX}=250$) NA REGIÃO DO PARANÁ	142
GRÁFICO 37 - COMPORTAMENTO DE $\varepsilon_{RELATIVO \rightarrow MGG}$ E $\varepsilon_{RELATIVO \rightarrow F}$ DO MGG EIGEN-06C ($N_{MAX}=M_{MAX}=1420$) NA REGIÃO DO PARANÁ	142

LISTA DE SIGLAS

ASI	– <i>Agenzia Spaziale Italiana</i>
BGI	– <i>Bureau Gravimetrique International</i>
CHAMP	– <i>ChAllenging Minisatellite Payload</i>
CNPq	– Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CPGCG	– Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas
CSR	– <i>Center for Space Research</i>
DLR	– <i>Deutsches Forschungsanstalt für Luft und Raumfahrt</i>
DVB	– <i>Datum Vertical Brasileiro</i>
DTM2006.0	– <i>Digital Topographic Model 2006.0</i>
DTUspace	– <i>Technical University of Denmark – National Space Institute</i>
DTU10	– <i>Global Gravity field and mean sea surface of DTUspace</i>
EGM2008	– <i>Earth Gravity Model 2008</i>
EIGEN	– <i>European Improved Gravity model of the Earth by New techniques</i>
ESA	– <i>European Space Agency</i>
FFT	– <i>Fast Fourier Transform</i>
GDEM	– <i>Global Digital Elevation Model</i>
GFZ	– <i>GeoForschungsZentrum Potsdam</i>
GLOBE	– <i>Global Land One-kilometer Base Elevation</i>
GMRT	– <i>Global Multi-Resolution Topography</i>
GNSS	– <i>Global Navigation Satellite Systems</i>
GOCE	– <i>Gravity and Ocean Circulation Explorer</i>
GPS	– <i>Global Positioning System</i>
GRACE	– <i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
GTOPO	– <i>Global Topographic Data</i>
HL-SST	– <i>High-low inter-satellite tracking</i>
IBGE	– Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IAG/USP	– Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas/Universidade de São Paulo
ICGEM	– <i>International Centre for Global Earth Models</i>
IGeS	– <i>International Geoid Service</i>
IGS	– <i>International GNSS Service</i>
JPL	– <i>Jet Propulsion Laboratory</i>
LARAS	– Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites
LL-SST	– <i>low-low inter-satellite tracking</i>
MBs	– Modelos de Batimetria
MDAs	– Modelos Digitais de Altitudes
MDT	– <i>Mean Ocean Dynamic Topography Model</i>
MGGs	– Modelos do Geopotencial Global
NASA	– <i>National Aeronautics and Space Administration, USA</i>
NGA	– <i>National Geospatial-Intelligence Agency</i>
NIMA	– <i>National Imagery and Mapping Agency</i>
NOAA	– <i>National Oceanic and Atmospheric Administration</i>
PVCG	– Problema do Valor de Contorno da Geodésia
REH	– <i>Rock-Equivalent Heights (Altitude Equivalente de Rocha)</i>
RNs	– Referências de Nível
RMS	– <i>Root Mean Square</i>
RR	– <i>Remove-Restore (Decomposição espectral)</i>

RTK	– <i>Real Time Kinematics</i>
RTM	– <i>Residual Terrain Model</i> (Modelagem da Topografia Residual)
RWI	– <i>Rock-Water-Ice</i> (Rocha-Água-Gelo)
SAR	– <i>Synthetic Aperture Radar</i>
SENH	– <i>Solid Earth and Natural Hazards</i>
SGA	– Sistema Geodésico de Altitudes
SGG	– <i>Satellite Gradient Gradiometry</i>
SGR	– Sistema Geodésico de Referência
SLR	– <i>Satellite Laser Ranging</i>
SRTM	– <i>Shuttle Radar Topography Mission</i>
SS V18	– <i>Sandwell and Smith: Global Marine Gravity version 18</i>
SST	– <i>Satellite-to-satellite tracking</i>
TGG	– Tensor Gradiente Gravitacional
TNMM	– Topografia do Nível Médio do Mar

LISTA DE SÍMBOLOS

G	– Constante Gravitacional
h	– Altitude elipsóidica
V	– Potencial gravitacional da Terra
H	– Altitude ortométrica
H'	– Altitude do elemento a ser reduzido
H_P	– Altitude do ponto P
N	– Altitude geoidal
H^N	– Altitude normal
H_{ref}	– Altitude da superfície de referência
D	– Profundidade de Compensação
z	– Altura em relação à superfície de referência
ψ	– Distância angular geocêntrica
ζ	– Anomalia de altitude
C	– Número geopotencial
W_0	– Geopotencial no geóide
W	– Geopotencial
U	– Esferopotencial
T	– Potencial perturbador
$S(\psi)$	– Função de Stokes
g_P	– Gravidade no ponto P
\bar{g}	– Gravidade média ao longo da linha de campo entre o ponto P e o ponto P^0
γ	– Gravidade normal
Δg	– Anomalia de gravidade
Δg_B	– Anomalia de gravidade Bouguer
δg	– Distúrbio da gravidade
R	– Raio Terrestre/ Raio médio da Terra
l_0	– Distância até o elemento de massa
c_{BC}	– Correção Bouguer completa
c_{BS}	– Correção Bouguer simples
c_F	– Correção ar livre (<i>free air</i>)
ct	– Correção do terreno
ct_{fft}	– Correção do terreno pelo método FFT
ct_{Linear}	– Correção do terreno pelo método Linear
$ct_{Ponto\ Massa}$	– Correção do terreno pelo método Ponto massa
$ct_{Ponto\ Massa\ com\ oceano=0}$	– Correção do terreno pelo método Ponto massa considerando o oceano com altitudes iguais a zero
ct_{Prisma}	– Correção do terreno pelo método dos Prismas
$ct_{Tesseroide}$	– Correção do terreno pelo método dos Tesseróides

ρ	– Densidade média do terreno
r	– Coeficiente de correlação linear
c	– Atração das massas topográficas
m_i	– Massas pontuais
n e m	– Grau e ordem
δc_{PH}	– Efeito direto por Pratt-Hayford
δc_{AH}	– Efeito direto por Airy-Heiskanen
δc_R	– Efeito direto por Rudzki
δc_H	– Efeito direto por Helmert
δg_{Prisma}	– Efeito gravitacional por Prisma
$\delta g_{Tesseroide}$	– Efeito gravitacional por Tesseroide
Δg_{PH}	– Anomalia de gravidade Pratt-Hayford
Δg_{AH}	– Anomalia de gravidade Airy-Heiskanen
Δg_R	– Anomalia de gravidade Rudzki
Δg_H	– Anomalia de gravidade Helmert
Δg_{fft}	– Anomalia de gravidade Bouguer utilizando a correção do terreno pelo método FFT
Δg_{Linear}	– Anomalia de gravidade Bouguer utilizando a correção do terreno pelo método Linear
$\Delta g_{Ponto\ Massa}$	– Anomalia de gravidade Bouguer utilizando a correção do terreno pelo método Ponto massa
$\Delta g_{Ponto\ Massa}$ <i>com oceano=0</i>	– Anomalia de gravidade Bouguer utilizando a correção do terreno pelo método Ponto massa considerando o oceano com altitudes iguais a zero
Δg_{Prisma}	– Anomalia de gravidade Bouguer utilizando a correção do terreno pelo método de Prismas
$\Delta g_{Tesseroide}$	– Anomalia de gravidade Bouguer utilizando a correção do terreno pelo método dos Tesseroides
$\zeta_{MGG}^{N_{max}}$	– Anomalia de altitude obtida de um MGG no desenvolvimento harmônico
$\zeta_{RTM}^{N_{max}}$	– Parcela de anomalia de altitude obtida do efeito residual do terreno
$\zeta_F^{N_{max}}$	– Solução final da modelagem RTM
$\mathcal{E}_{absoluto}$	– Erro na avaliação absoluta
$\mathcal{E}_{relativo}$	– Erro na avaliação relativa
res_{MGG}	– Resolução do MGG
$GNSS/Niv$	– Dados GNSS sobre referências de nível

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES	1
1.2 OBJETIVOS	4
1.2.1 <i>Objetivo Geral</i>	4
1.2.2 <i>Objetivos Específicos</i>	4
1.3 JUSTIFICATIVA	5
1.4 ESTRUTURA DA TESE	7
2 ASPECTOS TEÓRICOS	9
2.1 GEOPOTENCIAL	9
2.2 ESFEROPOTENCIAL	10
2.3 POTENCIAL ANÔMALO OU PERTURBADOR	11
2.4 PROBLEMA DO VALOR DE CONTORNO DA GEODÉSIA - PVCG	15
2.4.1 <i>Fórmulas de Stokes e Molodenskii</i>	17
2.5 REDUÇÕES DE GRAVIDADE	21
2.5.1 <i>Reduções Ar livre e Bouguer</i>	23
2.5.2 <i>Isostasia</i>	26
2.5.3 <i>Redução Topo-Isostática de Pratt-Hayford</i>	28
2.5.4 <i>Redução Topo-Isostática de Airy-Heiskanen</i>	30
2.5.5 <i>Resposta Flexural</i>	32
2.5.6 <i>Método de Inversão de Rudzki</i>	34
2.5.7 <i>Segundo Método de Condensação de Helmert</i>	38
2.5.8 <i>Resumo das reduções</i>	41
2.5.9 <i>Efeito do terreno</i>	41
2.5.9.1 <i>Aproximação Linear, Prismas, FFT</i>	42
2.5.9.2 <i>Tesseroides</i>	46
2.5.9.3 <i>Método Ponto massa</i>	49
3 PRINCÍPIO DA TÉCNICA DA DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL	54
3.1 TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL	55
3.2 MODELAGEM DA TOPOGRAFIA RESIDUAL	57
3.3 MODELOS DIGITAIS DE ALTITUDES	62
3.3.1 <i>Global Topographic DATA (GTOPO30)</i>	62
3.3.2 <i>Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)</i>	63

3.3.2.1 SRTM30_PLUS.....	63
3.3.3 DTM2006.0.....	64
3.3.4 ETOPO1.....	64
3.3.5 GMRT v2.0 (Global Multi-Resolution Topography) e ASTER GDEM 2 (ASTER Global Digital Elevation Model v2).....	65
3.3.6 TERRASAR-X E TANDEM-X.....	65
3.3.7 Comparações entre MDAs.....	67
3.4 MISSÕES GRAVIMÉTRICAS POR SATÉLITES E PRODUTOS DERIVADOS.....	69
3.4.1 CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload).....	71
3.4.2 GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment).....	72
3.4.3 GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer).....	74
3.4.3.1 Aspectos relevantes da gradiometria.....	76
4 METODOLOGIA E RESULTADOS.....	79
4.1 ÁREA DE ESTUDOS, DADOS E PROGRAMAS UTILIZADOS.....	80
4.2 MÉTODOS APLICADOS PARA OS CÁLCULOS DAS CORREÇÕES DO TERRENO (CT).....	85
4.2.1 Correção do Terreno por Aproximação Linear (ct_{Linear}).....	85
4.2.2 Correção do Terreno por Prismas (ct_{Prisma}).....	86
4.2.3 Correção do Terreno por FFT (ct_{fft}).....	86
4.2.4 Correção do Terreno por Método de Ponto Massa ($ct_{Ponto\ Massa}$).....	88
4.2.5 Correção do Terreno via Modelagem por Tesseroides ($ct_{Tesseroide}$).....	90
4.3 ANÁLISES DAS CORREÇÕES DO TERRENO CALCULADAS PELOS DIVERSOS MÉTODOS.....	102
4.4 CÁLCULOS DAS ANOMALIAS BOUGUER.....	108
4.5 CÁLCULO DO TENSOR DE MARUSSI POR TESSEROIDES.....	115
4.6 SOLUÇÃO PELA MODELAGEM DA TOPOGRAFIA RESIDUAL (RTM).....	120
4.6.1 Análise absoluta do refinamento do quase geóide com base na técnica RTM na região de estudo.....	125
4.6.2 Análise absoluta do refinamento do quase geóide com base na técnica RTM em área de validação.....	133
4.6.3 Análises relativas na região de estudos e na de validação.....	137
5 CONCLUSÕES.....	144
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	147

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Desde o lançamento do Sputnik, em meados de 1960, a gravimetria por satélite tem sido utilizada para se obter informações do campo gravitacional e, por conseguinte, do campo de gravidade da Terra. Destaque-se que o achatamento terrestre, associado ao coeficiente harmônico J_2 do desenvolvimento do geopotencial, foi determinado apenas três anos após o lançamento do primeiro satélite artificial, com maior precisão do que todas as determinações anteriores por métodos astronômicos, geométricos e gravimétricos. Ainda referindo-se ao desenvolvimento harmônico do geopotencial, a análise do movimento orbital dos satélites permite a obtenção de coeficientes harmônicos que refletem as heterogeneidades nas distribuições de massas com resoluções espaciais na ordem de poucas centenas de quilômetros e, portanto as características de longo comprimento de onda do campo de gravidade da Terra (KAULA, 1966). Até recentemente, era possível determinar os coeficientes do potencial até o grau $n=35$, que corresponde a uma resolução espacial de cerca de 570 km. No entanto, com o lançamento dos satélites específicos para o estudo do campo da gravidade, CHAMP (*Challenging Minisatellite Payload*), GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) e GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*), surgiu a possibilidade da modelagem do campo de gravidade sobre toda a Terra com alta resolução (ESA, 1999). Atualmente, as missões CHAMP e GRACE fornecem Modelos do Geopotencial Global (MGGs) derivados somente da análise das órbitas desses satélites (MGGs satélite somente), com resoluções adequadas de 200 km, que compreende n e $m = 100$ no caso da missão CHAMP, e 111 km, que compreende n e $m=180$ no caso da missão GRACE (ICGEM, 2012). Estas resoluções já são consideravelmente mais elevadas quando comparadas com o que era possível antes da era da gravimetria por satélite. A missão GOCE da ESA, lançada em 17 de março de 2009, que utiliza gradiometria por satélites (*Satellite Gradient Gradiometry - SGG*) em combinação com rastreamento de satélite para satélite (*Satellite to Satellite*

Tracking) no modo alto baixo (*high-low* - SST-hl), está contribuindo para elevar os estudos sobre o geopotencial a um nível sem precedentes (JAMUR, 2007; ESA, 2012).

Conforme simulações realizadas (por exemplo, RUMMEL et al., 2000; SNEEUW et al., 2002), o erro de comissão (erros devido às incertezas na determinação dos coeficientes harmônicos em vista da arquitetura da missão, resolução instrumental e estratégia de ajustamento/modelagem dos coeficientes) para determinação do geoide pelo GOCE é esperado ser algo em torno de 1 centímetro para a resolução de 100 km, que corresponde a grau e ordem respectivamente n e $m = 200$ do desenvolvimento harmônico do geopotencial. Espera-se a determinação de MGGs satélites somente com resolução espacial ainda satisfatória para comprimentos de onda na ordem de 55 km, correspondente a grau e ordem 360. No entanto, mesmo admitindo que a missão GOCE seja bem-sucedida, segundo o modelo de variância associada ao grau de desenvolvimento harmônico do geopotencial desenvolvido por Tscherning e Rapp, o erro médio quadrático, ou como usualmente empregado o *Root Mean Square error* (RMS) global predito para a variação do sinal gravitacional acima de n e $m = 300$ é de aproximadamente 28 cm, decrescendo para 10 cm para n e $m = 700$ (FLURY; RUMMEL, 2005, p. 17). Tem-se, na atualidade, MGGs satélite somente advindos de GOCE e GRACE associado a GOCE com resolução de 80 km, que compreende n e $m = 250$. Porém, mesmo com essa resolução, os MGGs satélite somente precisam ser combinados com outras fontes de informações para obter um geoide ou quase geoide com resolução sub decimétrica. Tais informações podem ser as obtidas da gravimetria terrestre, marinha ou aérea, bem como dos efeitos gravitacionais modelados a partir de dados da topografia, tais como os possibilitados pela altimetria por satélites sobre os oceanos e pelos Modelos Digitais de Altitudes (MDAs) nas porções continentais e ainda a batimetria oceânica. Alguns MGGs, chamados combinados, no qual foram utilizados os dados gravimétricos e altimétricos referidos e observações das missões GRACE e GOCE, são usualmente apresentados com graus e ordem de desenvolvimento harmônico iguais ou superiores a 360 (e.g. EIGEN-5C com $n=m=360$ e EIGEN-6C com $n=m=1420$, da série EIGEN - *European Improved Gravity model of the Earth by New techniques* - ICGEM, 2012). Este tipo de MGG pode também ser estendido a maiores graus máximos, como o *Earth Gravity*

Model 2008 (EGM2008), da *US National Geospatial-Intelligence Agency (NGA)*, que está completo até o grau 2190 e ordem 2159 dos coeficientes harmônicos.

Conforme referido, é necessária a obtenção de diferentes tipos de observações da gravidade, tais como a terrestre, aérea, marinha e de altimetria por satélites, ou a determinação indireta dos efeitos de heterogeneidades das massas topográficas para a produção de um MGG com precisão satisfatória. Estas heterogeneidades referem-se tanto à distribuição de massas relativamente ao geóide e densidades relativamente a uma crosta padrão. As distribuições podem ser tratadas com base em MDAs ou Modelos de Batimetria (MBs), sendo que este último possibilita tratar o contraste de densidades abaixo do geóide nas porções oceânicas. A aplicação dos MDAs e MBs pode contribuir para a determinação das frequências mais altas. Assim sendo, a análise dos efeitos das massas topográficas anômalas e efeitos da batimetria têm papel fundamental no desenvolvimento dos MGGs, permitindo resoluções para comprimentos de onda de cerca de 9 km, como é o caso do EGM2008, assim como existem MDAs com graus e ordens maiores que 250000. Mas, quanto mais elevados os graus e ordens pretendidos, maiores os problemas numéricos associados ao desenvolvimento harmônico devido à grande quantidade de dados a serem integrados em escala global, muitas vezes em referenciais distintos. Em geral, a resolução destes modelos, não é uniforme no globo, dependendo da existência de informações nas diversas regiões e tipos de terrenos amostrados. Assim, quando se visa uma resolução melhor que a apresentada em regiões delimitadas, busca-se uma modelagem regional do geóide, quase geóide, com base em um modelo global e com incorporação e uma maior densidade de informações na região abrangida, gerando-se os denominados MGGs adaptados. Então, um aspecto fundamental a ser considerado é o da menor dependência da gravimetria regional surgida por modelos advindos de satélite, assim como para regiões com baixa cobertura de gravimetria terrestre.

Como direcionamento da pesquisa apresentada neste trabalho, tendo em vista todas as considerações já explanadas, busca-se explorar de forma mais central os efeitos do terreno na técnica de decomposição espectral (na literatura chamada de *Remove-Restore - RR*), com menor dependência da gravimetria terrestre. Assim, considerando a capacidade dos MGGs mais recentes, baseados em satélites somente,

para modelagem até graus e ordens que representem uma adequada resolução regional, investigam-se diversas técnicas para modelagem dos efeitos locais predominantemente com base em MDAs recentes, bem como efeitos da batimetria. São investigadas as resoluções de técnicas de modelagem da correção do terreno (*ct*) por aproximação linear, método prismático e FFT (*Fast Fourier Transform*) bem como soluções não convencionais tais como a Modelagem da Topografia Residual (*Residual Terrain Model - RTM*), solução por ponto massa e tesseroides.

A eliminação dos efeitos das massas topográficas e de compensação para a redução da gravidade observada ao geóide é bastante complexa, principalmente em áreas com grande variação de relevo. Sendo assim, na presente proposta, será efetuada a modelagem da superfície equipotencial para uma área teste de 1° x 1° com centro em Imbituba – SC, na região do *Datum Vertical Brasileiro* (DVB), onde se espera resolver comprimentos de onda superiores aos de grau e ordem 360 com resolução espacial na ordem de 55km.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Modelar a influência gravitacional das massas anômalas na região do DVB, com base na análise das suas contribuições para o potencial perturbador local.

1.2.2 Objetivos Específicos

- I. Avaliar a contribuição de massas anômalas para o cálculo do geóide/ quase geóide, em uma aproximação planar, utilizando métodos diferentes de redução da gravidade no contexto da técnica de decomposição espectral;

- II. Aplicar o método da aproximação linear no cálculo da correção do terreno;
- III. Modelar o efeito da distribuição das massas sobre o campo de gravidade no continente, utilizando o método de ponto massa ou fontes equivalentes;
- IV. Calcular o efeito da distribuição das massas sobre o campo de gravidade no continente, utilizando o método dos Tesseroides;
- V. Determinar os efeitos gravitacionais das massas anômalas com base em soluções integradas com gravimetria por satélite por meio do tensor de Marussi e continuação analítica para baixo (*downward continuation*) para a região do DVB.
- VI. Obter soluções para o potencial anômalo baseadas nos métodos de redução da gravidade de Bouguer completa, que inclui a correção do terreno (*ct*) no seu processo de redução;
- VII. Avaliar o método de redução RTM na determinação dos efeitos das massas anômalas;

1.3 JUSTIFICATIVA

Durante a última década, ficou evidente a necessidade da obtenção de modelos mais adequados do geóide ou do quase geóide em vista das limitações do GNSS (*Global Navigation Satellite Systems*) para posicionamento pontual, no que concerne a altitudes com significado físico. Usuários do GNSS precisam converter as altitudes elipsoidais, obtidas por esses sistemas, para altitudes dos tipos ortométricas ou normais com base em modelos geoidais ou quase geoidais para determinação de altitudes com precisões adequadas. Cabe lembrar que os avanços do GNSS tornaram possível

determinar as altitudes elipsoidais com precisões na ordem do centímetro, dependendo das técnicas de observação e de processamento. A combinação de GNSS e um geoide (ou quase geoide) com resolução compatível com a do GNSS é uma alternativa à determinação de altitudes com significado físico, podendo ser mais efetiva em termos de custo e tempo quando comparadas ao nivelamento convencional (nivelamentos geométrico ou trigonométrico associados à gravimetria).

Os recentes avanços na gravimetria por satélites aportaram novas possibilidades na determinação do geoide ou do quase geoide. Tal fato decorre do aumento da resolução espacial destes sensores, tornando menor a dependência na gravimetria terrestre, usualmente associada às linhas de levantamento altimétrico convencionais. Com isto, assume maior importância a modelagem dos efeitos das massas anômalas na determinação do campo de gravidade e, por conseguinte, na modelagem de geoides ou quase geoides regionais.

O geoide (ou quase geoide) com resolução adequada não só é importante em aplicações geodésicas, mas também em aplicações geofísicas e de oceanografia. Assim, os dados das novas missões, principalmente da missão GOCE, combinados com os novos MDAs, certamente contribuirão com as Ciências da Terra em geral e, em particular, surgirão significativa contribuição à Geodésia, Geofísica da Terra Sólida, Glaciologia, Hidrologia, e Oceanografia, conforme apresentado na Figura 1.

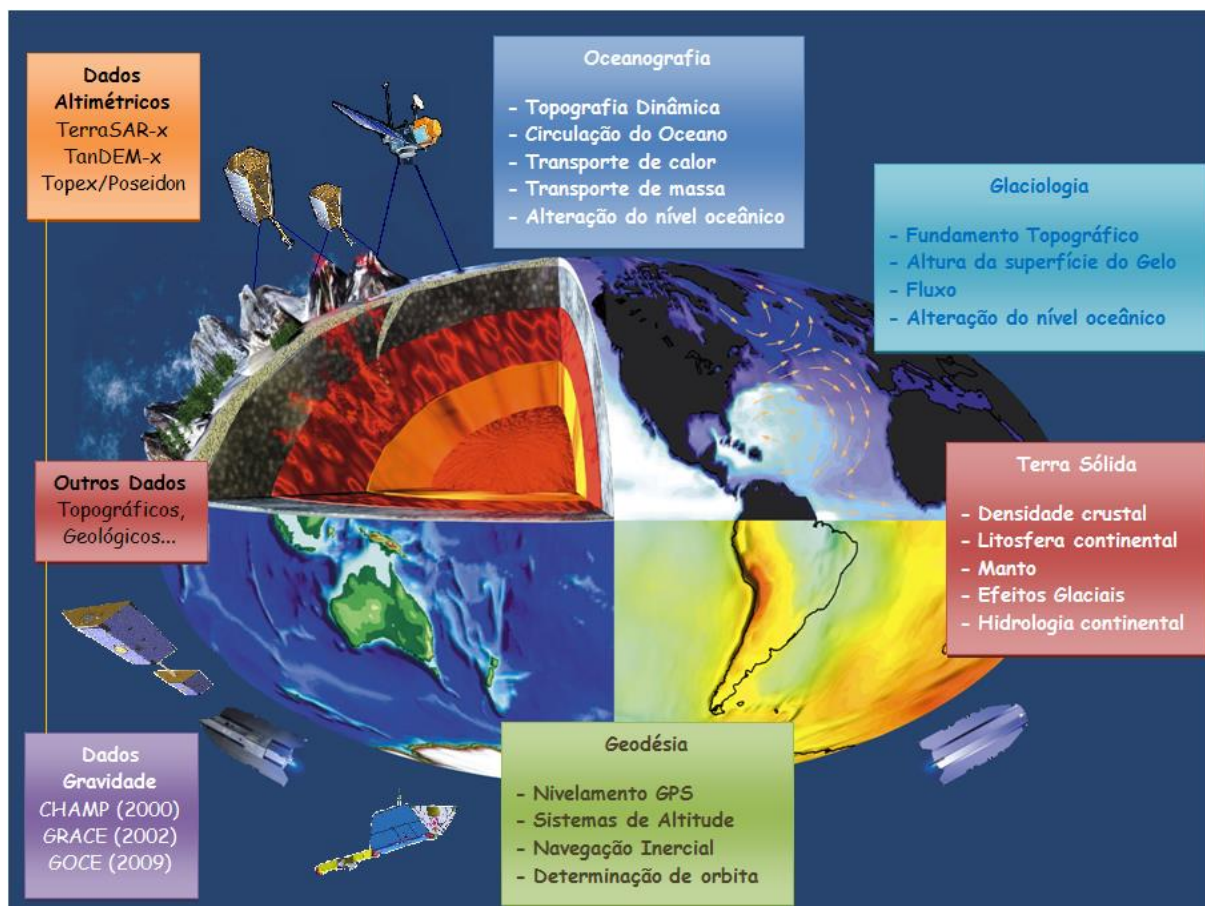


FIGURA 1 - APLICAÇÕES CIENTÍFICAS DERIVADAS DOS DADOS DA GRAVIDADE.
FONTE: Figura adaptada de ESA (2012).

1.4 ESTRUTURA DA TESE

Os aspectos teóricos relacionados com geopotencial, esferopotencial e potencial anômalo (ou perturbador), como também, as reduções juntamente com suas técnicas no contexto do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) são abordadas no segundo capítulo.

O terceiro capítulo descreve o princípio da técnica de decomposição espectral na determinação do geoide e quase geoide, abordando a técnica de decomposição espectral e a Modelagem da Topografia Residual (RTM). Também nesse capítulo, apresenta-se um resumo geral sobre a gravimetria por satélites, os MGGs e os MDAs mais atuais, com destaque para os utilizados no trabalho. A metodologia aqui empregada é apresentada no quarto capítulo, focando principalmente a estratégia para

a modelagem do efeito de massas anômalas no geopotencial. Ainda no quarto capítulo, são apresentados os resultados e análises relativos ao cálculo da correção do terreno e da Redução Bouguer, por aproximação linear, prismas, FFT, ponto massa e tesseroides. São avaliados os efeitos do terreno por prismas e tesseroides, o cálculo dos elementos do tensor de Marussi por tesseroides e o cálculo do efeito RTM em graus e ordens 100, 160, 250, 360, 720, 1420, 2159 para a área de estudo e graus e ordens 240, 250 e 1420 para área de validação.

No quinto capítulo (conclusões) são sintetizados os resultados alcançados no trabalho, bem como as dificuldades encontradas e problemas a serem abordados em investigações posteriores (recomendações).

2 ASPECTOS TEÓRICOS

2.1 GEOPOTENCIAL

A gravidade é expressa em termos do geopotencial pela equação (HEISKANEN; MORITZ, 1967, p.82-126,):

$$g = gradW \quad (1)$$

onde W é o geopotencial, composto pelo potencial gravitacional V , decorrente da atração gravitacional das massas, e o potencial centrífugo em função somente da posição e velocidade angular da Terra, sendo expresso por $\Phi = r_p^2 \cdot \omega^2 / 2$, onde r_p é a distância do ponto considerado ao eixo de rotação e ω é a velocidade angular da Terra.

Assim:

$$W(r, \varphi, \lambda) = V(r, \varphi, \lambda) + \Phi(r, \varphi, \lambda) \quad (2)$$

onde (r, φ, λ) são as coordenadas esféricas geocêntricas do ponto de interesse. No exterior das massas atrativas, o potencial gravitacional V , por ser uma função harmônica, satisfaz a equação de Laplace:

$$\nabla^2 V(r, \varphi, \lambda) = 0 \quad (3)$$

Assim, o potencial gravitacional pode ser expresso em harmônicos esféricos na forma (HEISKANEN; MORITZ, 1967, p.82-126):

$$V(r, \varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \varphi) \quad (4)$$

onde A_{nm} e B_{nm} são coeficientes obtidos a partir de elementos conhecidos do campo de gravidade, e P_{nm} representa os polinômios de Legendre associados de grau n e ordem m . As superfícies equipotenciais do campo de gravidade real satisfazem a condição:

$$W(r, \varphi, \lambda) = \text{constante} \quad (5)$$

Entre essas superfícies, o geóide, superfície equipotencial (ou geópe) do campo de gravidade, com potencial W_0 de acordo com a definição mais aceita na atualidade, a de Gauss – Listing (HECK, 2004), que pode ser obtido por ajustamento à superfície média S (eliminados os efeitos geostróficos¹ e de marés) dos oceanos, onde cada elemento de superfície d_S tem potencial W de forma tal que:

$$\int_S (W - W_0)^2 ds = \min \quad (6)$$

2.2 ESFEROPOTENCIAL

Do ponto de vista geométrico, o modelo mais adequado para a aproximação da forma e dimensões da Terra, é o modelo elipsoidal baseado em um elipsoide de revolução. Com base neste é estabelecido o denominado modelo Terra Normal, ao qual se atribui a mesma massa e velocidade angular da Terra real. O potencial de gravidade gerado por este modelo é denominado de esferopotencial, o qual, em similitude ao geopotencial, é expresso na forma:

$$U(r, \varphi, \lambda) = V'(r, \varphi, \lambda) + \Phi(r, \varphi, \lambda) \quad (7)$$

onde U é constituído pelo potencial gravitacional normal V' e pelo potencial centrífugo Φ . A superfície limitante deste modelo é equipotencial, ou seja, satisfaz a condição:

$$U(r, \varphi, \lambda) = \text{constante} \quad (8)$$

¹ Perturbações advindas de diversos efeitos, como por exemplo, pressão, temperatura, salinidade.

O vetor gravidade gerado por esse modelo é denominado de vetor gravidade normal e pode ser expresso por:

$$\vec{\gamma} = \text{grad}U \quad (9)$$

O módulo deste vetor sobre a superfície elipsóidica, a gravidade normal γ , pode ser calculado com base na latitude elipsóidica pela fórmula de Somigliana (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.71):

$$\gamma = \frac{a\gamma_b \text{sen}^2\beta + b\gamma_a \text{cos}^2\beta}{\sqrt{a^2 \text{sen}^2\beta + b^2 \text{cos}^2\beta}} \quad (10)$$

onde γ_a é a gravidade normal no equador, γ_b é a gravidade normal no polo, β a latitude reduzida, a semieixo maior e b semieixo menor.

2.3 POTENCIAL ANÔMALO OU PERTURBADOR

A diferença entre o geopotencial e o esferopotencial no mesmo ponto é chamada potencial anômalo ou potencial perturbador (T), o qual se associa a variações de grandezas físicas e geométricas da Terra real em relação à Terra normal. Essas variações são decorrentes da distribuição de massas heterogêneas no corpo planetário. O potencial anômalo independe do potencial centrífugo, que se cancela por se encontrar presente tanto no geopotencial quanto no esferopotencial. Assim, o potencial anômalo origina-se de:

$$T(r, \varphi, \lambda) = W(r, \varphi, \lambda) - U(r, \varphi, \lambda) = (V + \Phi) - (V' + \Phi) = V - V' \quad (11)$$

O potencial anômalo externo é uma função harmônica, que pode ser expressa em harmônicos esféricos por (HEISKANEN; MORITZ, 1967, p.82-126):

$$T(r, \varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} T_n(\varphi, \lambda) \quad (12)$$

ou

$$T(\varphi, \lambda) = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos\varphi) \quad (13)$$

onde $T_n(\varphi, \lambda)$ representa os harmônicos esféricos de superfície, R é o raio terrestre médio, e r é o raio vetor do ponto de coordenadas geográficas (φ, λ) .

Os coeficientes e polinômios de Legendre totalmente normalizados são dados pelas expressões:

$$\bar{C}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{K(2n+1)(n-m)!}} C_{nm} \quad (14)$$

$$\bar{S}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{K(2n+1)(n-m)!}} S_{nm} \quad (15)$$

$$\bar{P}_{nm}(\cos\varphi) = \sqrt{\frac{(n+m)!}{K(2n+1)(n-m)!}} P_{nm}(\cos\varphi) \quad (16)$$

sendo $K = 1$ se $m = 0$ e $K = 2$ se $m \neq 0$. C_{nm} e S_{nm} são coeficientes harmônicos esféricos que representam a distribuição de massas do corpo planetário (LAMBECK, 1988, pp. 13).

Considere-se inicialmente o vetor gravidade \vec{g}_P para um ponto qualquer P e o vetor gravidade normal $\vec{\gamma}$ para um ponto Q . O vetor anomalia de gravidade $\Delta\vec{g}$ é definido como a diferença entre eles:

$$\Delta\vec{g}_P = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_Q \quad (17)$$

A diferença em magnitude é a anomalia de gravidade Δg_P :

$$\Delta g_P = g_P - \gamma_Q \quad (18)$$

Destaque-se que, na Geodésia Física clássica, P situa-se no geoide e Q no elipsoide de referência do modelo Terra Normal. Tal abordagem era utilizada, pois só era possível a obtenção de valores acurados da gravidade normal na superfície do elipsoide de referência, uma vez que, em geral, a altitude elipsoidal h não era conhecida adequadamente. Isto implicava em redução da gravidade observada na superfície ao geoide e eliminação dos efeitos das massas acima do geoide para atender à condição expressa na (3), visando a determinação do potencial perturbador na superfície do geoide. As anomalias da gravidade clássicas (gravidade real no geoide menos a gravidade normal no elipsoide) são ainda largamente utilizadas para a determinação do campo de gravidade externo da Terra no denominado PVCG livre, cuja base de formulação está associada ao conhecimento de uma função do potencial sobre a superfície limite (supostamente o geoide). Isso implica que sua forma linearizada está relacionada com as anomalias de gravidade referidas à mesma superfície. Na Teoria de Molodenskii, a qual visa a eliminação das reduções referidas, P situa-se na superfície terrestre e Q na superfície denominada de teluroide, determinada pelo conjunto de pontos Q que possuem o mesmo potencial normal que do geopotencial nos diferentes pontos P da superfície da Terra. (MOLODENSKII et al. 1960). Nesta formulação, também na forma livre, inexistem reduções e a gravidade normal em Q é determinada com base em processo iterativo (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p. 296-299). A definição de teluroide e sua representação serão retomadas na Seção 2.4.1.

Considere-se que é possível ainda comparar os vetores \vec{g} e $\vec{\gamma}$ para o mesmo ponto P . Sendo assim, tem-se o vetor distúrbio de gravidade $\delta\vec{g}_P$:

$$\delta\vec{g}_P = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_P \quad (19)$$

A diferença de magnitude é o distúrbio de gravidade δg_P :

$$\delta g_P = g_P - \gamma_P \quad (20)$$

Segundo Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006, p. 92-93), o distúrbio de gravidade é conceitualmente mais simples do que a anomalia de gravidade, contém informação análoga à da anomalia de gravidade e não implica em reduções ou iterações. No passado, o problema central era determinar h (altitude elipsoidal) para se obter o valor da gravidade normal no ponto P , por exemplo, na superfície da Terra. Tal problema foi efetivamente ultrapassado com o posicionamento GNSS. Em uma visão moderna, considera-se que a associação da gravimetria com o posicionamento GNSS permite uma abordagem do PVCG na forma fixada na superfície da Terra e nesta determina-se o potencial perturbador com base nos distúrbios da gravidade conforme será tratado na sequência deste trabalho (ver 23).

Uma visão geral do PVCG está contida na equação fundamental da Geodésia Física (HEISKANEN; MORITZ, 1967, p. 82-126), onde se tem a relação entre a anomalia de gravidade (18) e potencial perturbador (11):

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T \quad (21)$$

Em vista da (12), a (21) pode ser reescrita como:

$$\Delta g(r, \varphi, \lambda) = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) \mathcal{J}_n(\varphi, \lambda) \quad (22)$$

E a relação entre o distúrbio de gravidade (20) e o potencial perturbador (11):

$$-\left. \frac{\partial T}{\partial h} \right|_s = \delta g \quad (23)$$

2.4 PROBLEMA DO VALOR DE CONTORNO DA GEODÉSIA - PVCG

A segunda derivada parcial do potencial Newtoniano, V , segundo a teoria do potencial (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ 2006, p. 6-8) satisfaz a equação diferencial, conhecida como equação de Poisson:

$$\Delta V = -4\pi G\rho \quad (24)$$

Em que Δ é o operador Laplaciano. Esta equação é válida em todos os lugares em que a densidade das massas (ρ) satisfaz certas condições. Um caso especial da (24) ocorre quando esta é aplicada em pontos onde a densidade é igual a zero, então, a equação de Poisson torna-se a equação de Laplace. Esta condição é fundamental para o estudo do potencial perturbador T no exterior das massas e que está estreitamente relacionado com o PVCG. Assim, o potencial perturbador no exterior da Terra deve atender à condição:

$$\Delta T = 0 \quad (25)$$

Como qualquer equação diferencial, uma solução completa é obtida somente com a aplicação das condições de contorno. Do ponto de vista da Geodésia, o contorno é a superfície terrestre e a (25) é válida em seu exterior. A determinação do campo de gravidade externo da Terra a partir de observações terrestres é relacionada com a formulação do PVCG com respeito à equação diferencial de Laplace. Estes aspectos se relacionam com a formulação do PVCG, entendido de forma geral como a determinação de uma função harmônica no exterior de uma superfície de contorno S , a partir de grandezas como anomalias de gravidade, distúrbio de gravidade, etc., resultando na equação integral (HEISKANEN; MORITZ, 1967):

$$-2\pi T + \iint_S \left[T \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{l} \right) - \frac{1}{l} \frac{\partial T}{\partial n} \right] dS = 0 \quad (26)$$

onde l é a distância entre o elemento de massa que produz o campo gravitacional e o ponto de cálculo. A função $\left(\frac{1}{l}\right)$ tem como característica principal ser uma das funções harmônicas mais simples. As funções que satisfazem a equação de Laplace são conhecidas como funções harmônicas. Destaque-se ainda que o Laplaciano possa ser apresentado em coordenadas cartesianas como:

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (27)$$

ou em coordenadas esféricas:

$$\Delta V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2} = 0 \quad (28)$$

onde θ é a colatitude esférica.

Existem três diferentes formulações básicas do PVCG segundo a teoria do potencial, a saber:

- o primeiro problema de valor de contorno, ou problema de Dirichlet²: dada uma função arbitrária sobre S , determinar uma função V , que é harmônica interna ou externa a superfície S , e a qual assume sobre S os valores para a referida função;
- o segundo problema de valor de contorno, ou o problema de Neumann³: a derivada normal $\partial V / \partial n$ é dada sobre a superfície S como função de V ; e
- o terceiro problema de valor de contorno, ou problema de Robin⁴ (CLAESSENS, 2005): a combinação linear para V e para a sua derivada normal é fornecida sobre S e $\partial V / \partial h$ significa a derivada ao longo da normal.

² Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), Matemático Francês- Alemão.

³ Franz Ernst Neumann (1798-1895), Matemático Alemão.

2.4.1 Fórmulas de Stokes e Molodenskii

A (06) está de acordo com a chamada definição oceanográfica do geóide (HECK; RUMMEL, 1990). No entanto, o posicionamento de tal superfície relativamente a um modelo normal da Terra é um processo fundamental para determinação de sua forma e dimensões e está vinculado ao PVCG. Em sua determinação, utiliza-se a fórmula de Stokes, que é considerada como uma das soluções ao PVCG. Esta abordagem clássica requer o conhecimento da densidade da crosta real acima do geóide. As massas topográficas sobre o geóide devem ser completamente removidas e as anomalias da gravidade devem referir-se à superfície do geóide.

O potencial anômalo pode ser dado pela solução da (26):

$$T - \frac{1}{2\pi} \iint_E \left[\frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{l} \right) - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} \frac{1}{l} \right] T dE = \frac{1}{2\pi} \iint_E \frac{\Delta g}{l} dE \quad (29)$$

Para a (29) tem-se:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (30)$$

onde $d\sigma$ é um elemento infinitesimal de área para a esfera unitária σ , ψ é a distância angular geocêntrica, Δg é a anomalia de gravidade, R o raio médio da Terra e $S(\psi)$ é a função de Stokes dada por:

$$S(\psi) = 1 + \frac{1}{\text{Sen}(\psi/2)} - 6 \text{sen} \frac{\psi}{2} - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \log(\text{sen} \frac{\psi}{2} + \text{sen}^2 \frac{\psi}{2}) \quad (31)$$

⁴ (Victor) Gustave Robin (1855-1897), Professor de física matemática na Universidade de Sorbonne, Paris.

Para o cálculo da altitude geoidal em um único ponto da Terra é necessário o conhecimento de anomalias de gravidade, (18) sobre toda a superfície. Esta condição é traduzida claramente na equação de Pizetti-Stokes (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.102-105):

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (32)$$

onde γ é a gravidade normal para a latitude do ponto de cálculo.

Molodenskii, por outro lado, introduziu uma nova abordagem para resolver o PVCG (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p. 318-329). Sua teoria não requer o conhecimento da densidade e as anomalias de gravidade referem-se ao valor da gravidade observada na superfície física e não mais ao geoide, como no tratamento clássico com anomalias ar livre, Bouguer ou isostáticas. Envolve a denominada anomalia de altitude ζ , separação entre a superfície ao nível do terreno com geopotencial W_P e o seu correspondente esferopotencial U_Q ao longo da normal. O lugar geométrico dos pontos Q forma uma superfície Σ denominada de teluroide (FIGURA 2).

Linearizando a (26), substituindo a integração sobre uma superfície desconhecida S para uma integração sobre o teluroide:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \left[-\Delta g + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} T + \gamma(\xi \operatorname{tg} \beta_1 + \eta \operatorname{tg} \beta_2) \right] \cos \beta \quad (33)$$

sendo $\operatorname{tg} \beta_1 = \partial h / \partial x'$, $\operatorname{tg} \beta_2 = \partial h / \partial y$. O β_1 é o ângulo de inclinação para um perfil do terreno da direção norte-sul com relação ao horizonte, β_2 para este-oeste, sendo β o ângulo de inclinação máxima do terreno. ξ e η são as componentes do desvio da vertical, meridiana e primeiro vertical, respectivamente.

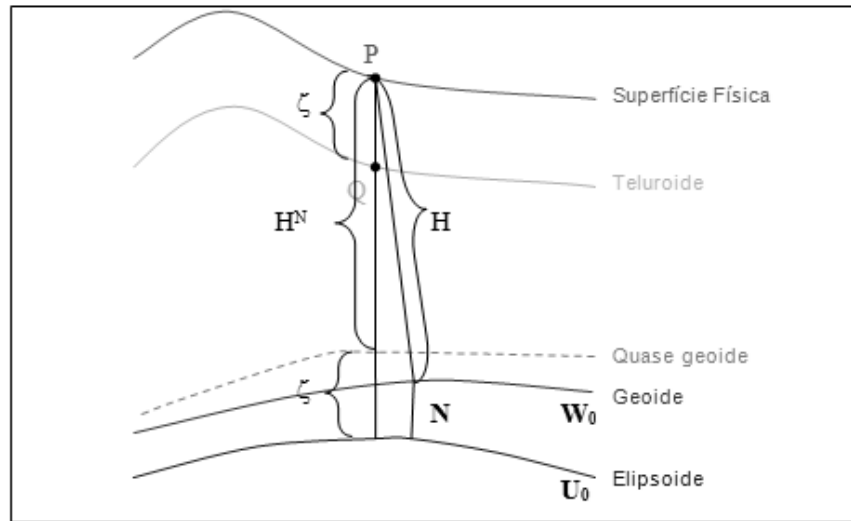


FIGURA 2 - RELAÇÕES ENTRE AS DIFERENTES SUPERFÍCIES TOMADAS COMO REFERÊNCIAS PARA AS ALTITUDES

FONTE: Autora (2012).

Em aproximação esférica e limitando os termos da série para os seus dois primeiros termos, o potencial anômalo é dado por:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} (G_0 + G_1 + \dots) S(\psi) d\sigma \quad (34)$$

O primeiro termo corresponde parcialmente à fórmula de Stokes. Porém, ressalte-se que, neste caso, as anomalias de gravidade referem-se ao teluroide e não implicam em reduções de g na crosta. Destaque-se que, na teoria de Molodenskii:

$$G_0 = \Delta g \quad (35)$$

O termo G_1 , em uma aproximação é dado por:

$$G_1 \approx \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{H^N - H_P^N}{l_0^3} \Delta g d\sigma \quad (36)$$

sendo H^N e H_P^N as altitudes normais para o ponto de cálculo e ponto de integração e $l_0 = 2R \text{sen} \frac{\psi}{2}$. Tem-se como aproximação de primeira ordem:

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g d\sigma + \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} S(\psi) G_1 d\sigma \quad (37)$$

De acordo com Torge (2001), admitindo uma correlação linear entre anomalias de gravidade com a altitude, neste caso denominado de PVCG livre, o termo G_1 pode ser aproximado pela correção do terreno (ct) em aproximação planar conforme a (36).

Na teoria de Molodenskii, o geóide é substituído pelo quase geóide, e altitudes geoidais N por anomalias de altitude ζ . Considerando-se a (34), a fórmula de Bruns e que o potencial perturbador é dado no ponto P da superfície, então:

$$\zeta = \frac{T}{\lambda} \quad (38)$$

Uma solução independente desta correção é obtida pela integral de Neumann-Koch (Hotine) para T e, por conseguinte ζ . Esta solução utiliza S , a superfície da Terra, como superfície de redução e é formulada com base nos distúrbios da gravidade (20). Portanto, independe de qualquer redução ou consideração correlata de massas acima da superfície de redução e constitui-se na solução do PVCG na forma fixada. Esta solução tem sido também denominada de PVCG do GPS ou GNSS (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ 2006, p.295) onde S é tratada como conhecida.

O quase geóide é uma superfície próxima ao geóide conforme expresso em:

$$N - \zeta = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} H = H^N - H \approx \frac{\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (39)$$

onde \bar{g} representa a gravidade média, $\bar{\gamma}$ gravidade normal média, $\bar{g} - \bar{\gamma}$ é aproximadamente igual à anomalia de gravidade Bouguer, Δg_B , e H^N é a altitude normal (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p. 326). O quase geóide não tem significado físico, porém tende a se confundir com o geóide quando H (altitude ortométrica) tende a zero.

2.5 REDUÇÕES DE GRAVIDADE

A integral de Stokes pressupõe a inexistência de massas exteriores à superfície de integração. A abordagem na Seção precedente evidenciou os casos onde as massas externas ao geoide implicam em considerações na solução do PVCG na sua forma clássica (Pizzetti-Stokes) com reduções e livre (Molodenskii) com modelagem correlata dos efeitos das massas, porém com base no campo de gravidade normal.

A topografia, principalmente em áreas montanhosas, afeta a modelagem do campo de gravidade de duas maneiras (FORSBERG, 2009):

- 1) parte significativa do sinal em um ponto de análise é devido à atração gravitacional das massas topográficas mais próximas. No caso de topografias com grandes variações em pequenas distâncias, seus efeitos são acentuados em comprimentos de onda mais curtos e, portanto, as informações da topografia devem ser usadas para melhor determinar o campo de gravidade local, antes de qualquer processo de modelagem; e
- 2) a topografia implica que grandezas derivadas das observações de gravidade, principalmente as anomalias de gravidade, são dadas sobre uma superfície não equipotencial, violando os requisitos básicos para a integral de Stokes.

No primeiro caso, o sinal do campo gravitacional pode ser suavizado pelas correções de terreno. No segundo caso, as correções Molodenskii ou a condensação de Helmert, conforme será abordado na Seção 2.5.7, são aplicadas para compensar o afastamento da superfície de uma superfície equipotencial. Introduzindo-se a (34) na (38) obtém-se a expressão da correção de Molodenskii na anomalia de altitude como:

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma} \int \int_{\sigma} (\Delta g + G_1) S(\psi) d\sigma \quad (40)$$

No caso da anomalia de gravidade, utilizada na integral de Pizzetti-Stokes, se faz necessária a redução de g ao geoide, uma vez que Δg deve representar valores de

contorno no geóide. Tendo em vista que acima do geóide existem massas, os métodos de redução diferem, dependendo da forma em que estas massas são tratadas (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.129-130).

A redução de gravidade serve de ferramenta para três objetivos principais:

- determinação do geóide;
- interpolação e extrapolação da gravidade; e
- investigação da crosta terrestre.

Assim, pode-se dizer que a redução da gravidade consiste em, primeiramente, eliminar completamente os efeitos das massas topográficas fora do geóide, com base em transporte hipotético destas massas para a superfície do geóide ou para o interior planetário. Hofmann-Wellenhof e Moritz (2006) utilizam como uma primeira aproximação o “nível do mar”. Nesta primeira etapa, se requer o conhecimento da densidade das massas topográficas. Como, em geral, a estrutura da crosta não é uniforme ou conhecida, entende-se ser esta modelagem problemática.

Um aspecto relevante a ser considerado na modelagem dos efeitos do terreno é o de remover as correlações das anomalias ar livre com a altitude, e assim, evitar erros na necessária suavização do sinal, que surgem quando estações de gravidade são observadas em níveis acentuadamente diferentes do nível topográfico médio da região considerada. Este efeito é bem evidente quando pontos de gravidade são localizados em vales ou em áreas montanhosas. Tais erros de suavização podem ser consideravelmente grandes e atingir diretamente a predição do geóide. Este problema pode ser evitado por uma correta redução dos efeitos das massas topográficas e técnicas de predição de valores em grades regulares (*gridding*) utilizando-se artifícios de suavização como os fornecidos naturalmente pelas anomalias de gravidade de Bouguer e, posteriormente, recuperando-se as anomalias ar livre da gravidade em pontos de interesse, com os devidos efeitos do terreno nos pontos de uma grade interpolada, por exemplo, com base em anomalias Bouguer (FORSBERG, 2009). Esta discussão será retomada na Seção a seguir.

2.5.1 Reduções Ar livre e Bouguer

A anomalia ar livre é obtida da aplicação da redução ar livre (c_F), que considera a variação da gravidade entre a superfície de observação e o geóide, utilizando a altitude do ponto e desconsiderando a massa entre elas. Em outras palavras, a gravidade no ponto P (FIGURA 3) é transferida para P₀, sobre o geóide, por meio da redução ar livre. A mudança de gravidade, devido à redução ar livre é dada por:

$$c_F = -\frac{\partial g}{\partial H} H_P \quad (41)$$

onde H_P é a altitude da estação em P acima da superfície de referência (geóide) em metros.

Na prática, o gradiente da gravidade normal (associado com h) é usado para substituir o gradiente $\partial g/\partial H$ da seguinte forma (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.134):

$$c_F \cong -\frac{\partial \gamma}{\partial h} H_P \quad (42)$$

onde γ é a gravidade normal tal como a dada pela (10).

Uma aproximação de segunda ordem, que representa tanto uma mudança do gradiente da gravidade com a altitude e com a latitude geodésica (φ), já aplicado para a determinação da correção ar livre é dada por (ver FEATHERSTONE, 1995; KUHN et al., 2009):

$$-\frac{\partial \gamma}{\partial h} H_P = c_F = \frac{2\gamma_{Q_0}}{a} (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) H_P - \frac{3\gamma_{Q_0}}{a^2} H_P^2 \quad (43)$$

sendo H_P a altitude do ponto P acima do geóide onde a gravidade é observada, f é o achatamento do elipsoide de referência, m é o parâmetro geodésico que expressa a

relação de forças gravitacionais e centrífugas no equador, e a é o semieixo maior do elipsoide de referência utilizado. Segundo pesquisas desenvolvidas por Kuhn et al. (2009) na Austrália, com uma altitude média de 272 m (min.: -16 m, máx.: 2228 m), a diferença média entre a correção ar livre utilizando a aproximação de segunda ordem na (43). A aproximação linear é de 0,017 mGal com um valor máximo de 0,318 mGal. Portanto, a escolha da aproximação na redução ar livre é importante para pesquisas onde são necessários cálculos precisos e utilização de MDAs.

A anomalia ar livre é definida como:

$$\Delta g_F = g_P - \gamma_{Q_0} + c_F \quad (44)$$

A anomalia de Bouguer simples é obtida a partir da redução Bouguer (c_{BS}), que remove o efeito das massas entre a estação e o geoide. A redução (ou correção) de Bouguer é um dos mais comuns processos de redução da gravidade utilizada na Geodésia e Geofísica. Tal redução, em uma forma simplificada, é feita levando em consideração a hipótese de que a área em torno do ponto de cálculo é uma placa infinita plana e horizontal, com densidade ρ constante e espessura equivalente a altitude do ponto:

$$c_{BS} = 2\pi G\rho H \quad (45)$$

A redução de Bouguer completa (ou refinada - c_{BC}), que inclui o cálculo da correção do terreno (ct) no seu processo de redução, além de remover os efeitos da placa plana infinita na redução da estação ao geoide, considera os efeitos da topografia relativa à placa pela ct .

$$c_{BC} = 2\pi G\rho H - ct \quad (46)$$

Este efeito representa os desvios da topografia relativamente à placa Bouguer devendo ser considerado para remover rigorosamente todas as massas topográficas acima da superfície do geoide, conforme ilustrado na Figura 3.

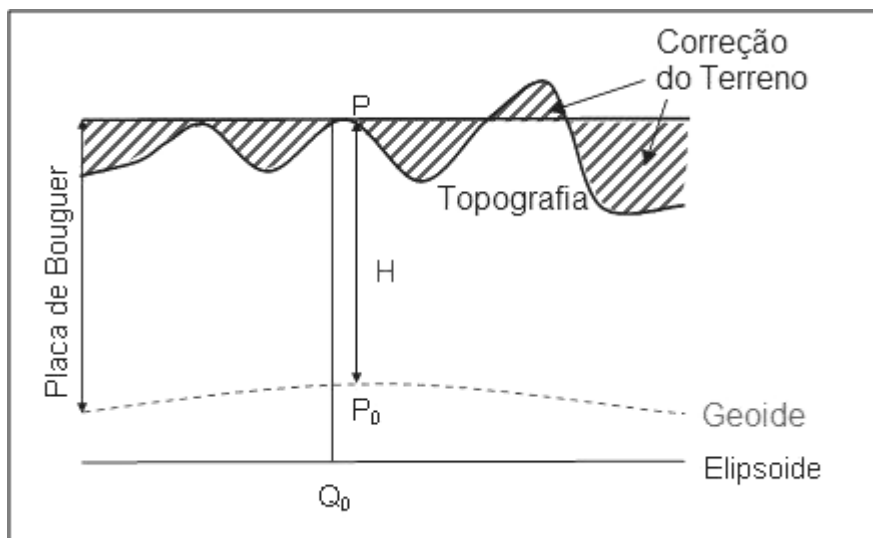


FIGURA 3 - REDUÇÃO BOUGUER E CORREÇÃO DO TERRENO

FONTE: Adaptada de Bajracharya, 2003, pp.10.

Na denominada anomalia de Bouguer, considera-se além da correção de Bouguer (completa ou parcial) também a redução ar livre. Efetivamente, isso é feito pela soma da redução de Bouguer completa ou simples com a redução ar livre.

$$\Delta g_B = g_P - \gamma_{Q_0} + C_F - C_{BC(ouBS)} \quad (47)$$

onde γ_{Q_0} é a gravidade normal no elipsoide de referência para a latitude geodésica do ponto na superfície física. Assim, assume-se que o espaço entre a estação e o geóide seja preenchido uniformemente com material de densidade constante.

A anomalia de Bouguer é praticamente insensível às irregularidades topográficas locais na medida em que sejam adequadamente modeladas as massas, principalmente via a ct presente no cálculo da anomalia de Bouguer. Então, a anomalia de Bouguer tende a comportar-se localmente como um coeficiente constante, para os curtos comprimentos de onda de modo que existe uma relação aproximadamente linear entre ζ e as altitudes H . Este aspecto pode ser entendido na (39) que expressa a relação entre anomalia de altitude e altitude geoidal. Segundo Heiskanen e Moritz (1967), as anomalias Bouguer dependem da elevação média para o terreno. Essa visão moderna tem, entre outras, a finalidade de empregar as vantagens já conhecidas das anomalias de Bouguer e das anomalias isostáticas, devido a modelagem dos efeitos das massas

anômalas relativamente a superfície do geoide. As anomalias de Bouguer, e as anomalias isostáticas são mais suaves e mais representativas do campo de gravidade global, e podem, conseqüentemente, ser interpoladas mais facilmente e com mais precisão do que as anomalias ar livre, uma vez que estas são altamente correlacionadas com a topografia de alta frequência, conforme abordado inicialmente na Seção 2.5.

2.5.2 Isostasia

Para que a redução de Bouguer removesse todas as irregularidades do campo de gravidade, e assim as anomalias de Bouguer resultariam valores próximos de zero, as massas topográficas deveriam estar sobrepostas numa crosta homogênea. No entanto, essa observação não se verifica de fato (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.141). As anomalias de Bouguer em regiões montanhosas são negativas e podem assumir valores elevados, aumentando em média cerca de 100 mGal por 1000 metros de altitude. A única explicação possível é que há deficiência de massas sob as montanhas o que faz com que o efeito das massas topográficas sobre os valores medidos da gravidade sofram uma compensação. No caso da anomalia isostática, considera-se também a correção topo-isostática, a qual envolve a consideração de heterogeneidades de massa abaixo do geoide, entendidas como massas de compensação da topografia acima do geoide.

A crosta terrestre, na porção superior da litosfera terrestre, é formada por camadas de diferentes densidades e que estão sujeitas a esforços provenientes de diferentes fenômenos. O principal aspecto a ser considerado é o do equilíbrio hidrostático da litosfera sobre o manto em vista da ação gravitacional. Assim, cargas adicionais sobre a crosta produzirão subsidência da litosfera até que o empuxo do manto equilibre a carga adicional. Com isto, tem-se material de menor densidade (litosfera) ocupando o lugar de material de maior densidade (manto). A superfície da Terra irá ceder não unicamente sob a carga adicional, mas também, na área circundante devido à resistência da Litosfera (camada sólida). A subsidência será máxima na região sob a carga adicional e diminuirá gradualmente com a distância.

Para manter o mesmo volume da Terra, a depressão é acompanhada de uma elevação nas regiões periféricas como demonstrada na Figura 4 a seguir:

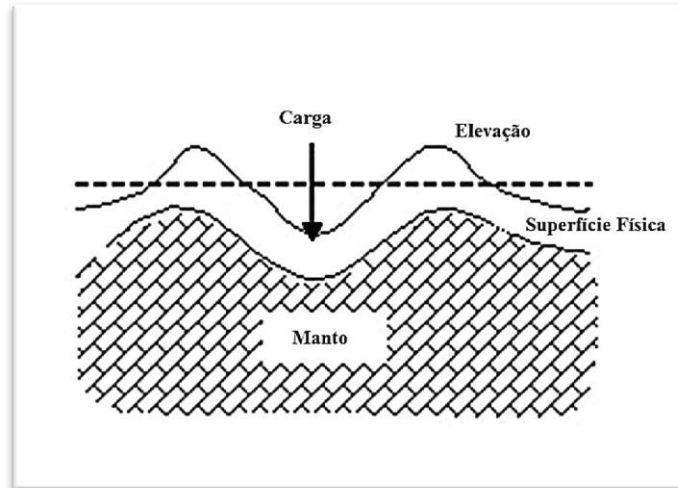


FIGURA 4 - MODELO DE ISOSTASIA
FONTE: Autora (2012).

Para entender o comportamento da crosta após ter ocorrido uma deformação é necessário levar em consideração a teoria do equilíbrio hidrostático da crosta terrestre, ou seja, o princípio da Isostasia. Este estado de equilíbrio é o resultado do esforço da litosfera após ter sido deformada por uma carga. Se, subsequentemente for retirada ou descontinuada a carga, a litosfera tende a recuperar a situação de equilíbrio anterior. É o caso do denominado soergimento pós-glacial (*post-glacial rebound*). Uma visão bastante abrangente das implicações da isostasia em Geodésia e Geofísica pode ser encontrada em Dorman e Lewis (1970). Neste trabalho os autores tecem considerações aos aspectos inerentes de variação da profundidade de compensação, variações laterais de densidade e resposta flexural da litosfera em um contexto experimental.

O objetivo da redução topo-isostática é a regularização da crosta da Terra de acordo com algum modelo de isostasia. Existem alguns métodos que modelam as relações requeridas entre densidade e espessura da crosta, descritas a seguir:

2.5.3 Redução Topo-Isostática de Pratt-Hayford

No método de redução topo-isostática Pratt-Hayford as massas topográficas acima do geoide são distribuídas entre o nível de compensação estabelecido como constante e o nível do mar. Este princípio de redução é ilustrado pela Figura 5. A densidade de cada coluna é variável no sentido de que cada coluna com distintas alturas tenham todas as mesmas massas. Isto permite que a topografia possa ser removida junto com a compensação isostática produzindo uma crosta homogênea de densidade e profundidade de compensação constante.

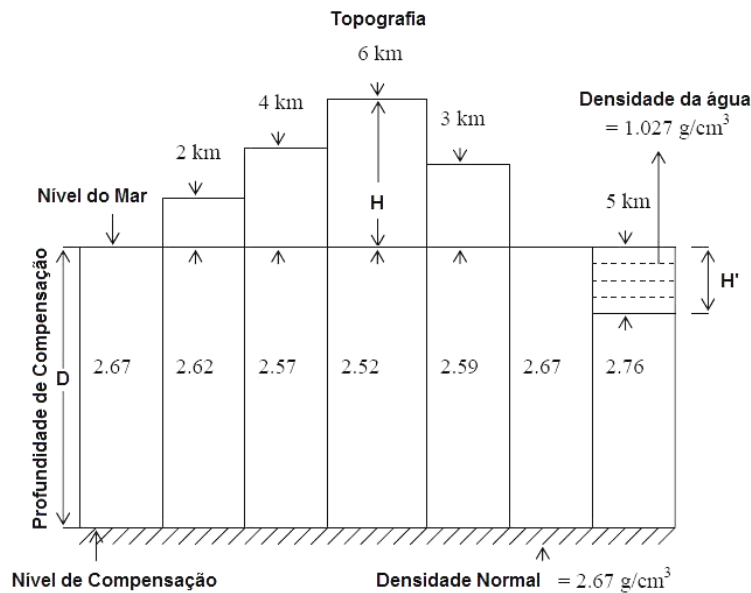


FIGURA 5 - MODELO PRATT-HAYFORD
 FONTE: Adaptada de Bajracharya, 2003, pp.14.

Sendo D a Profundidade de Compensação (assumida constante e igual a 100 km) contada a partir do nível do mar, e tomando ρ_0 como a densidade de uma coluna de altura D e então, ρ é a densidade de uma coluna de altura $D + H$ (H representando a altitude da topografia) satisfaz a equação (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.141-143):

$$(D + H)\rho = D\rho_0 \quad (48)$$

É evidente que a densidade real, a partir da (48), é menor do que o valor uniforme ($\rho_0 = 2,67 \text{ g/cm}^3$), o que implica que há deficiência de massa que pode ser obtida do contraste de densidades:

$$\Delta\rho = \rho - \rho_0 = \frac{H}{D + H} \rho_0 \quad (49)$$

Da mesma forma, no oceano, a densidade ρ da coluna $D - H'$ pode ser dada por:

$$(D - H')\rho + H'\rho_w = D\rho_0 \quad (50)$$

onde H' é a profundidade do oceano e ρ_w é a densidade da água ($\rho_w = 1,027 \text{ gcm}^{-3}$). No entanto, há um excedente de massa de uma coluna suboceânica o qual pode ser visto na Figura 5, e que pode ser obtido de um contraste de densidade dado por:

$$\Delta\rho = \rho - \rho_0 = \frac{H'}{D + H'} (\rho_0 - \rho_w) \quad (51)$$

Em vista destes aspectos, Bajracharya (2003, p.44) refere a isostasia como o equilíbrio hidrostático que prevalece na profundidade de compensação, de modo que se tenha uma igualdade de pressão em todas as Seções transversais de prismas de massa, seja os de uma montanha ou mesmo, do mar. A condição de igualdade de pressão para uma coluna é dada por:

$$\int_{-D}^H \rho g dz = \text{Constante} \quad (52)$$

A condição de igualdade de massa reduzida por unidade de área é expressa como:

$$\int_{-D}^H \rho \left(1 + \frac{z}{R}\right)^2 dz = \text{Constante} \quad (53)$$

onde R é o raio da Terra e z é a coordenada vertical. A igualdade das massas topográficas e sua compensação podem ser consideradas como uma aproximação para a igualdade de pressão, uma vez que esta depende não apenas da massa, mas também da gravidade. O efeito direto no modelo Pratt-Hayford pode ser considerado como a mudança de atração devido às massas topográficas acima do geóide e a compensação das massas abaixo do geóide (na profundidade de compensação). O efeito direto em um ponto P para este método de redução pode ser expresso como:

$$\delta c_{PH} = c - c_{comp} \quad (54)$$

onde c representa a atração das massas topográficas e c_{comp} às massas de compensação e podem ser expressos pelas seguintes integrais:

$$c = G \iint_{\sigma} \int_0^H \frac{\rho(x, y, z)(H_p - z)}{s^3(x_p - x, y_p - y, H_p - z)} dx dy dz \quad (55)$$

$$c_{comp} = G \iint_{\sigma} \int_{-D-H_p}^{-H_p} \frac{\Delta\rho(x, y, z)(H_p - z)}{s^3(x_p - x, y_p - y, H_p - z)} dx dy dz \quad (56)$$

As anomalias topo-isostáticas de Pratt-Hayford podem ser obtidas então pela seguinte fórmula:

$$\Delta g_{PH} = g_P - \gamma_{Q_0} + c_F - \delta c_{PH} \quad (57)$$

2.5.4 Redução Topo-Isostática de Airy-Heiskanen

Ao contrário da redução topo-isostática de Pratt-Hayford, o modelo de Airy-Heiskanen (aplicado para fins geodésicos por Heiskanen) não considera variações de densidade e sim, trata a litosfera como tendo uma espessura variável conforme a elevação da topografia. Para manter o equilíbrio, a litosfera deverá ser mais espessa

sob um relevo topográfico de maior altitude e mais fina sob os oceanos. Por razões de cálculo, a litosfera é de novo vista como composta por blocos independentes. De acordo com a teoria de Airy-Heiskanen, as massas acima do geoide são removidas juntamente com a compensação isostática produzindo uma crosta homogênea de densidade e espessura da crosta normal constante (BAJRACHARYA, 2003, p.14). O princípio desta teoria é ilustrado pela Figura 6.

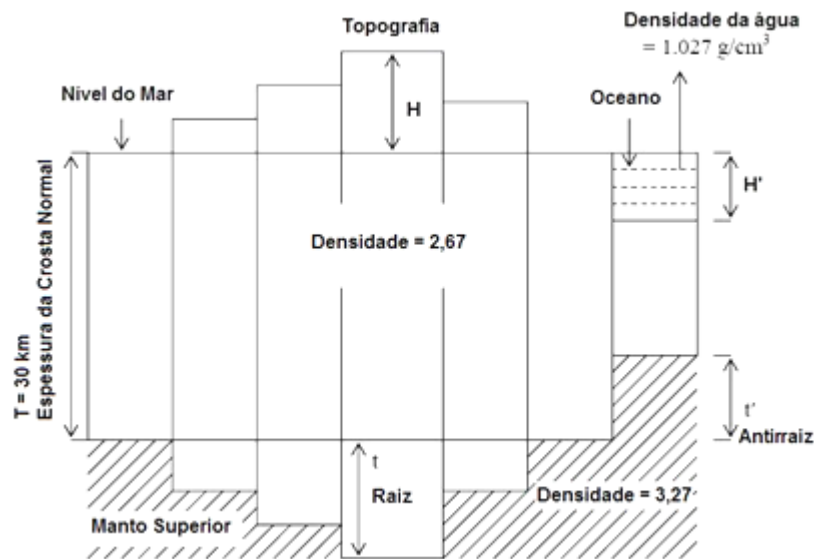


FIGURA 6 - MODELO AIRY-HEISKANEN
 FONTE: Adaptada de Bajracharya, 2003, p.15.

A condição de equilíbrio para os continentes pode ser formulada como (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.143-144):

$$t\Delta\rho = H\rho_0 \quad (58)$$

onde t representa a espessura da raiz e $\Delta\rho$ é a diferença entre as densidades do manto superior ρ_1 e da crosta normal ρ_0 ($\Delta\rho = 0,6 \text{ g/cm}^3$). Da mesma forma, a espessura da antirraiz no oceano t' visualizada na Figura 6 pode ser expressa como:

$$t' = \frac{\rho_0 - \rho_w}{\rho_1 - \rho_0} H' \quad (59)$$

A diferença de densidade para o caso do oceano é dada por:

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_0 = \frac{\rho_0 - \rho_w}{t'} H' \quad (60)$$

O efeito direto na redução topo-isostática Airy-Heiskanen é a diferença entre a atração das massas topográficas e as massas de compensação na raiz. Este efeito pode também ser representado pela equação:

$$\delta c_{AH} = c - c_{comp} \quad (61)$$

onde c representa a atração das massas topográficas e c_{comp} significa a atração devido às massas, que nesse caso é:

$$c = G \iint_{\sigma} \int_0^H \frac{\rho(x, y, z)(H_p - z)}{s^3(x_p - x, y_p - y, H_p - z)} dx dy dz \quad (62)$$

$$c_{comp} = G \iint_{\sigma} \int_{-D-t-H_p}^{-D-H_p} \frac{\Delta\rho(x, y, z)(H_p - z)}{s^3(x_p - x, y_p - y, H_p - z)} dx dy dz \quad (63)$$

As anomalias topo-isostáticas de Airy-Heiskanen são então expressas pela seguinte fórmula:

$$\Delta g_{AH} = g_P - \gamma_{Q_0} + c_F - \delta c_{AH} \quad (64)$$

2.5.5 Resposta Flexural

Conforme já evidenciado, as cargas sobre a crosta são suportadas parte por resposta isostática e parte pela litosfera em função de sua própria rigidez. Assim, nem sempre cargas adicionais no topo da crosta implicam em massas de compensação abaixo do geóide. Naturalmente, a correta expressão da compensação isostática é bastante complexa. Conforme De Freitas (1993):

“O estabelecimento da equação da placa litosférica previu a adoção de modelos de compensação a carregamentos por um conjunto de esforços advindos da flexura da litosfera com a forma clássica de compensação isostática, o qual prevê a compensação por uma força de empuxo que varia em função da espessura da camada sustentada. No caso limite de rigidez flexural nula, o modelo converge ao de resposta isostática de Airy. Com pressupostos de que a Terra é linear em sua resposta aos carregamentos topográficos e que a topografia observada não é a causa e sim consequência das variações internas de densidade, Dorman e Lewis (1970) estabeleceram a chamada Isostasia Experimental, baseada no estudo do relacionamento entre a topografia e as anomalias de gravidade observadas. Funções de transferência lineares (a admitância) foram desenvolvidas para descrever o referido relacionamento. Nesta formulação, a resposta do campo de gravidade terrestre é representada como a convolução bi-dimensional da topografia com a função de resposta isostática. A convolução torna-se, do domínio das frequências, uma multiplicação. Desta forma, a função de resposta isostática ou função admitância, é igual a transformada inversa do quociente das transformadas da anomalia de Bouguer e da topografia. Se assumida somente a compensação isostática local, então a inversa da função de resposta isostática permite estimar as variações internas de densidade que são as supostas causas da topografia. Assumindo que a resposta isostática da litosfera é isotrópica, a admitância $Q(k)$ é calculada por convolução a partir das transformadas de Fourier da topografia $H(k)$ e da anomalia de Bouguer $B(k)$ como:

$$B(k) = Q(k) * H(k) \quad (65)$$

onde $k = (k_x, k_y)$ é o número de onda bi-dimensional, sendo $k = |k| = 2\pi/\lambda$. Onde λ é o comprimento de onda”.

2.5.6 Método de Inversão de Rudzki

O método de redução das massas por inversão de Rudzki é o único que, por definição, não altera a superfície equipotencial e, portanto, introduz efeito indireto zero no cálculo do geóide. Este fato advém a partir do deslocamento das massas topográficas para o interior do geóide, de tal maneira que,

$$U_c = U_T \quad (66)$$

$$\delta W = U_T - U_c = 0 \quad (67)$$

As massas topográficas sobre o geóide são invertidas e assim, chamadas de “topografia espelhada”. Embora, por definição, o potencial da topografia é igual ao das massas invertidas e, portanto, não há efeito indireto sobre o geóide utilizando este método de redução, a atração da topografia e da topografia invertida não é igual (BAJRACHARYA, 2003, p.33). Na teoria do potencial, um ponto Q' (FIGURA 7) pode ser considerado como a inversão de um ponto Q sobre uma esfera de raio R , se ambos os pontos estão no mesmo raio do centro da esfera e se o raio da esfera é a média geométrica de suas distâncias r e r' do centro.

O ponto Q' é também conhecido como a imagem espelhada do ponto Q . O geóide é aproximado por uma esfera de raio R . Não apenas pontos isolados podem ser invertidos (ou espelhados) no geóide usando esta teoria de inversão, mas também todas as massas topográficas, como mostradas na Figura 7.

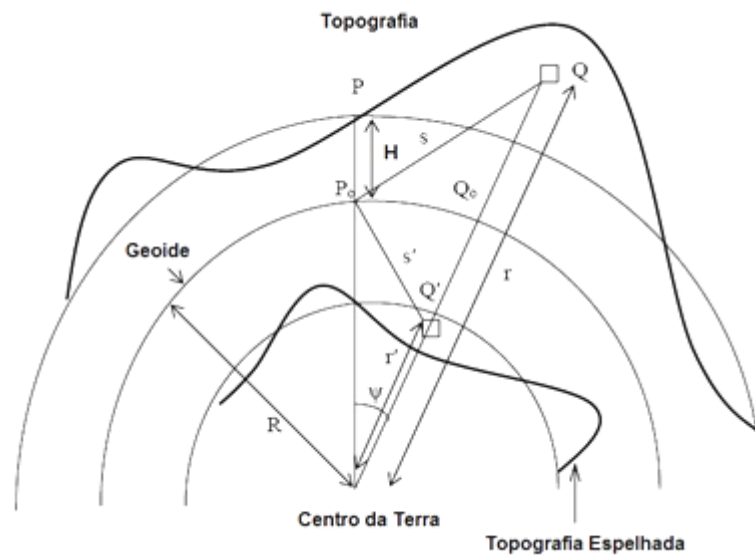


FIGURA 7 - GEOMETRIA DO MÉTODO DE RUDZKI EM UMA APROXIMAÇÃO ESFÉRICA
 FONTE: Adaptada de Bajracharya, 2003, pp.34.

A condição da inversão da esfera pode ser expressa como (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.152):

$$\frac{r}{R} = \frac{R}{r'}; dr = \frac{R^2}{r'^2} \quad (68)$$

A condição principal do método de inversão de Rudzki é que o efeito indireto sobre o geoide é zero. Considerando o geoide como uma esfera de raio R , então o elemento de massa dm em Q pode ser substituído por um elemento de massa dm' no ponto Q' localizado dentro do geoide, porém situado sobre o mesmo raio vetor (HEISKANEN; MORITZ, 1967, p.143).

O potencial gravitacional no ponto P_0 sobre o geoide (e para qualquer ponto sobre a superfície geoidal), devido ao elemento de massa dm no ponto Q é igual ao da massa do elemento invertido dm' no ponto Q' , e que pode ser expresso como:

$$\Delta T = T - T' = 0; T = T' \quad (69)$$

Onde ΔT é a diferença entre o potencial gravitacional T das massas topográficas e das massas topográficas invertidas T' .

O potencial devido a esses elementos de massa no ponto P_0 sobre o geoide é

$$\begin{aligned} dT &= G \frac{dm}{s} = \frac{G\rho r^2 \cos\varphi dr d\lambda d\varphi}{\sqrt{(r^2 + R^2 - 2rR \cos\psi)}}; \\ dT' &= G \frac{dm'}{s'} = \frac{G\rho' r'^2 \cos\varphi dr' d\lambda d\varphi}{\sqrt{(r'^2 + R^2 - 2r'R \cos\psi)}} \end{aligned} \quad (70)$$

onde G é a constante gravitacional; (r, φ, λ) são coordenadas esféricas do elemento de massa de densidade ρ ; (r', φ, λ) as coordenadas esféricas do elemento de massa de densidade ρ' ; s e s' são as distâncias radiais entre o ponto P_0 ; e o elemento de massa, ψ é o ângulo formado entre o raio vetor do geocentro até o ponto P_0 e o raio vetor do elemento de massa. Aplicando a condição de inversão da esfera na (68) e a condição de Rudski da (69) na (70) obtém-se:

$$\rho' = \left(\frac{r}{R}\right)^5 \rho = \left(1 + \frac{z}{R}\right)^5 \rho \quad (71)$$

onde $z = r - R$ é o comprimento do segmento de Q_0 (sobre o geoide) até Q (ao elemento de massa). Esta equação fornece a relação fundamental entre a densidade crustal e a densidade das massas espelhadas abaixo do geoide pelo método de Rudski.

Similarmente em (68), (69) e (70) obtém-se:

$$dm' = \frac{R}{r} dm \quad (72)$$

Essa condição mostra que o deslocamento das massas topográficas acima do geoide na forma de massas espelhadas é acompanhado por uma mudança leve de massa. Então, as massas topográficas invertidas são ligeiramente menores do que as massas topográficas. É evidente a partir da (72), que, se o elemento de massa está perto da superfície geoidal, estes dois tipos de massas são quase iguais e a distância do elemento de massa ao geoide será quase igual à profundidade das massas invertidas

abaixo do geóide. Para a aproximação planar (FIGURA 8), obtêm-se as seguintes condições:

$$\rho' = \rho; dm' = dm; H' = H; z' = z \quad (73)$$

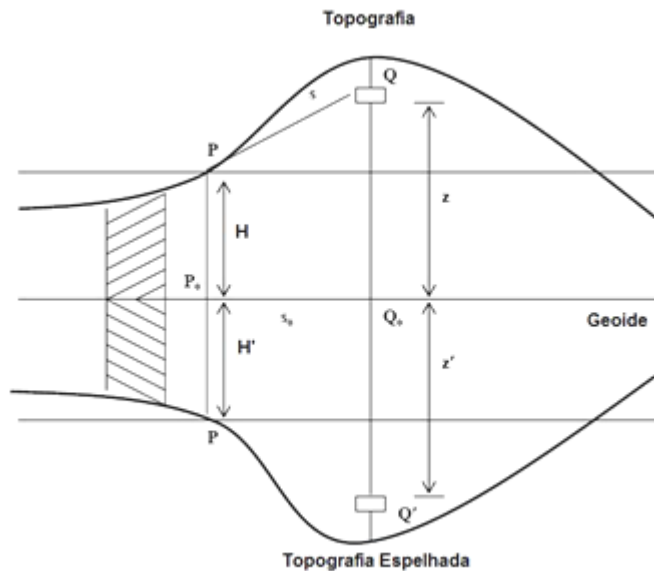


FIGURA 8 – GEOMETRIA DO MÉTODO DE RUDZKI EM UMA APROXIMAÇÃO PLANAR
 FONTE: Adaptada de Bajracharya, 2003, p.12.

Da (45):

$$c_R = 2\pi G\rho H - G\rho \iint_{\sigma} \left(\frac{1}{l_0} - \frac{1}{[l_0^2 + (H - H_p)^2]^{1/2}} \right) d\sigma \quad (74)$$

A (74) representa a atração gravitacional devido a todas as massas topográficas acima do geóide, ou seja, a soma da atração em relação a parte regular e irregular da topografia. Esta equação é comum em todas as reduções gravimétricas uma vez que as massas topográficas no exterior do geóide devem ser completamente removidas antes de aplicar a sua compensação (condensação ou inversão) abaixo do geóide.

A equação para a atração gravitacional em um ponto P sobre a superfície topográfica, devido às massas topográficas espelhadas, também pode ser expressa

como uma soma entre a atração gravitacional devido às porções regulares e irregulares da topografia invertidas, da seguinte forma:

$$c_R' = 2\pi G\rho'H' - G\rho' \iint_{\sigma} \left(\frac{1}{l_0} - \frac{1}{[l_0^2 + (H_P + H')^2]^{1/2}} - \frac{1}{[l_0^2 + (H_P + H')^2]^{1/2}} \right) d\sigma \quad (75)$$

A expressão para o efeito direto sobre a gravidade pode ser obtida pelas (73), (74) e (75):

$$\delta c_R = G\rho \iint_{\sigma} \left(\frac{1}{l_0} - \frac{1}{[l_0^2 + (H - H_P)^2]^{1/2}} + \frac{1}{[l_0^2 + (H + H_P)^2]^{1/2}} - \frac{1}{[l_0^2 + (2H_P)^2]^{1/2}} \right) d\sigma \quad (76)$$

Na (76) é visto que as atrações devido à parte regular e as espelhadas são iguais e se anulam. O efeito direto sobre a gravidade neste método de redução de Rudzki é a diferença da atração gravitacional devido a todas as massas topográficas exteriores ao geóide e às massas espelhadas interiores ao geóide avaliado em um ponto P sobre a superfície da Terra.

As anomalias de Rudzki são dadas pela seguinte equação:

$$\Delta g_R = g - \gamma + c_F - \delta c_R \quad (77)$$

2.5.7 Segundo Método de Condensação de Helmert

A solução do PVCG tem base, principalmente, nos dois seguintes pressupostos: (i) que a gravidade real deve ser conhecida no geóide como se ali houvesse sido medida, e (ii) que não existem massas fora do geóide (HEISKANEN; MORITZ, 1967). O primeiro requisito requer o uso da redução ar livre para obter-se o valor da

gravidade ao que seria esperado no geóide. O segundo requisito envolve o "deslocamento" matemático das massas topográficas. Na concepção de Helmert, efetiva-se a condensação destas sobre o geóide. Neste sentido, apresenta-se na sequência o segundo método de condensação de Helmert, o mais utilizado na prática, onde as massas são removidas e posteriormente restauradas como uma camada superficial de densidade especificada no geóide. Isso garante que, enquanto ainda existirem massas acima desta superfície equipotencial, sua atração gravitacional é ainda levada em consideração (ou seja, a massa da Terra é preservada). Neste método, representado na Figura 9, as massas topográficas são condensadas na superfície do geóide formando uma camada superficial com densidade:

$$\kappa = \rho H' \quad (78)$$

onde κ é a densidade da camada de condensação, ρ é a densidade da crosta da Terra e H é a altitude da estação e H' é a altitude do elemento que está sendo reduzido. A expressão para a atração, devido à parte regular das massas condensadas é dada por (BAJRACHARYA, 2003, p.41):

$$c_{Cond}^{Reg} = 2\pi G\rho H \left(1 - \frac{H}{\sqrt{a^2 + H^2}} \right) \quad (79)$$

Para uma placa Bouguer com raio infinito ($a \rightarrow \infty$), torna-se:

$$c_{Cond}^{Reg} = 2\pi G\rho H \quad (80)$$

A expressão para a atração, devido à parte irregular das massas condensadas, calculadas sobre o geóide é dada por (HECK, 2003):

$$c_{Cond}^{Irreg} = - \left[\frac{\partial}{\partial H} G\rho \iint_{\sigma} \frac{H' - H}{l_0} d\sigma \right]_{H=0} = 0 \quad (81)$$

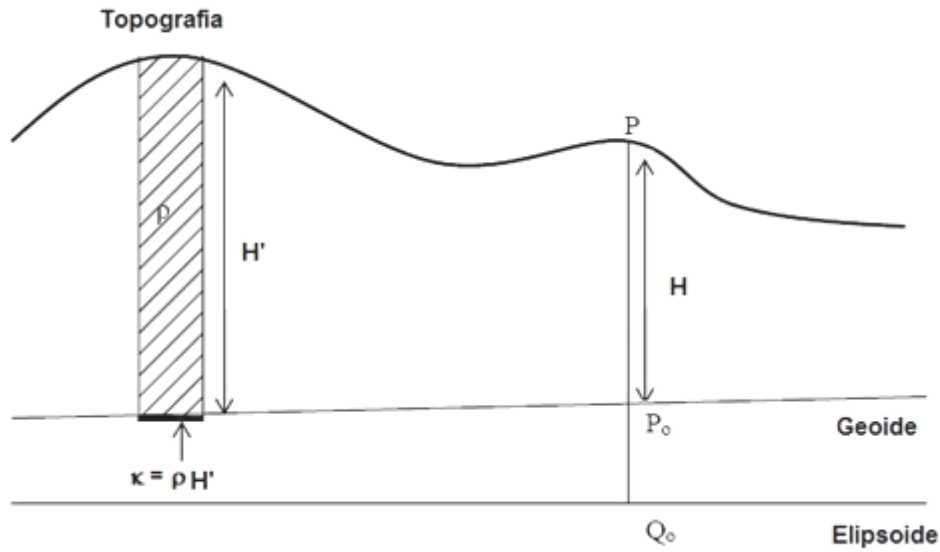


FIGURA 9 - SEGUNDO MÉTODO DE CONDENSAÇÃO DE HELMERT
 FONTE: Adaptada de Bajracharya, 2003, p.13.

A expressão para a atração das massas condensadas (regulares e irregulares), calculados sobre o geóide é então:

$$c_{Cond} = \left. \frac{\partial T_c}{\partial H} \right|_{H=0} = c_{Cond}^{Reg} + c_{Cond}^{Irreg} = 2\pi G \rho H \quad (82)$$

O efeito direto na gravidade:

$$\delta c_{Helmert} = c - c_{Cond} = -ct \quad (83)$$

Esta quantidade, que está associada às altas frequências do sinal da gravidade, é importante na resolução de problemas não só nos clássicos como no método de Stokes no PVCG, mas também na abordagem moderna, utilizando a teoria de Molodenskii.

A Anomalia de Helmert (ou Faye) pode ser expressa como:

$$\Delta g_{Helmert(Faye)} = g_P - \gamma_{Q_0} + c_F + ct \quad (84)$$

2.5.8 Resumo das reduções

Na sequência é apresentado um resumo com as características das diferentes reduções gravimétricas (QUADRO 1).

Redução	Efeito Indireto	Rugosidade	Significado Geofísico
Bouguer	Efeito indireto Muito grande	Suave	Tem significado geofísico
Helmert (Faye)	Efeito indireto Muito pequeno	Rugoso	Não tem significado geofísico
Airy-Heiskanen	Efeito indireto (maior que a redução de Helmert) Pequeno	Suave	Tem significado geofísico
Pratt-Hayford	Efeito indireto (maior que a redução de Helmert) Pequeno	Suave	Tem significado geofísico
RTM	Muito pequeno Efeitos do terreno restaurados	Suave	Não tem significado geofísico
Rudzki	Zero	Rugoso	Não tem significado geofísico

QUADRO 1 - CARACTERÍSTICAS DAS REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS

FONTE: Bajracharya, 2003, p.49.

2.5.9 Efeito do terreno

Retoma-se aqui um aspecto bastante vinculado às anomalias completas de Bouguer relativamente à modelagem da topografia acima do geoide. Em particular, visa-se às heterogeneidades relativas a uma placa plana e infinita entre o geoide e o ponto na superfície física. Os raciocínios contidos na modelagem dos efeitos gravitacionais das massas acima do geoide podem abranger diversos aspectos relativos à representação da topografia. Predominam na atualidade aqueles estabelecidos com base em MDAs. Isto se faz presente tanto na modelagem clássica no contexto da técnica de decomposição espectral quanto em abordagens mais elaboradas, como as presentes em estratégias de solução do PVCG com base em MGGs e RTM que utiliza

filtragem sobre MDAs. Destaque-se que, apesar das inter-relações destes tópicos, eles são tratados em Seções subsequentes distintas em vista da transição de abordagens clássicas para as modernas e que são melhor apresentadas separadamente.

2.5.9.1 Aproximação Linear, Prismas, FFT

A fórmula clássica da correção do terreno (ct), aplicada ao cálculo de anomalias Bouguer refinadas ou de forma equivalente para o termo G_1 de Molodenskii, é dada sob uma aproximação linear e planar por (MORITZ, 1980):

$$ct_{Linear} = \frac{G\rho R^2}{2} \iint_{\sigma} \frac{(H' - H_p)^2}{l_0^3} d\sigma \quad (85)$$

onde R é o raio de uma esfera de aproximação ao geóide global usualmente adotada aquela de mesmo volume que o elipsoide de referência dada por $R = (a^2 \cdot b)^{1/3}$ onde a e b são respectivamente os semieixos maior e menor do elipsoide de revolução, $d\sigma$ é a superfície do elemento de área, l_0 é a distância entre H' e H_p , G é a constante gravitacional e ρ é densidade média do terreno, assumida de um modo geral, como sendo $2,67 \text{ g/cm}^3$ para porções continentais. A correção de terreno da (85) é idêntica à utilizada por Hammer (1939) em seu cálculo de terreno nas tabelas de correção para as zonas literais de Hayford (GEMAEL, 2002), apesar de que um modelo cilíndrico foi utilizado nesse exemplo. No entanto, o processo de cálculo da ct em cada compartimento para cada estação de gravidade a partir de mapas topográficos e com as tabelas de Hammer é extremamente moroso como também, sujeito a erros grosseiros.

Ao decorrer dos anos, foram desenvolvidos vários métodos e aplicativos computacionais para o cálculo da correção do terreno baseados nos métodos convencionais de avaliação da integral da (85) com base em um modelo com prismas retangulares finitos, com topos horizontais ou inclinados distribuídos em torno do ponto de cálculo utilizando a grade de um MDA. Isto oferece uma abordagem

computacionalmente mais eficiente do que a utilização de tabelas de Hammer para grandes conjuntos de dados onde existe um MDA disponível.

Atualmente, o cálculo pode ser executado rapidamente no domínio das frequências por meio de FFT – *Fast Fourier Transform* na forma de integral de convolução sobre um MDA na forma de grade utilizando FFT-2D. Esta abordagem reduz de forma considerável o tempo de cálculo, isto porque a topografia é convertida para o domínio das frequências possibilitando a simplificação dos cálculos pela eliminação dos grandes comprimentos de onda por filtragem, permanecendo somente aqueles relevantes para o cálculo das correções do terreno e não modelados nos MGGs mais atuais. No entanto, a consideração dos efeitos da curvatura é bastante complexa nesta formulação.

Uma vantagem no uso do método de prismas retangulares é que as respectivas integrais de volume para o cálculo dos efeitos sobre a gravidade e potencial podem ser resolvidos analiticamente de forma relativamente simples para os prismas. A avaliação destas fórmulas requer o cálculo numérico de várias funções logarítmicas e trigonométricas, e têm requisitos também de outros aspectos a serem modelados tais como o fato de que os prismas não são paralelos à vertical do ponto de cálculo e modelos esféricos ou elipsoidais devam ser levados em consideração (HECK; SEITZ, 2007).

O potencial gravitacional V de um prisma retangular de massa homogênea e densidade ρ , sendo G a constante de gravitação, é dado pela integral de Newton (HECK; SEITZ, 2007):

$$V(x, y, z) = G\rho \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx' dy' dz'}{l_0} \quad (86)$$

sendo $l_0 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$ a distância Euclidiana entre o ponto de cálculo $P(x,y,z)$ e o ponto de integração $Q(x',y',z')$.

Os eixos de coordenadas na (86) foram assumidos como sendo paralelos às bordas do prisma, que se estende entre as coordenadas $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ (FIGURA 10).

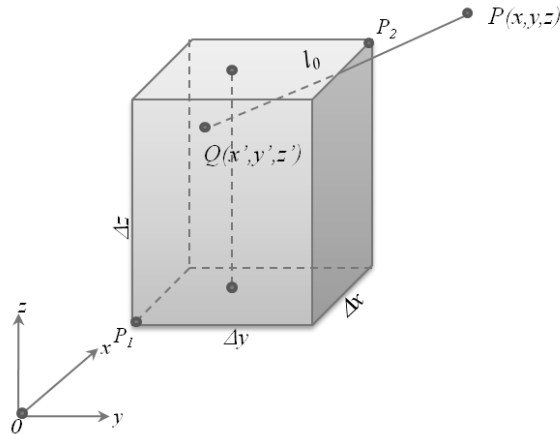


FIGURA 10 - GEOMETRIA DE UM PRISMA RETANGULAR
 FONTE: Autora (2012).

A integral na (86) pode ser resolvida analiticamente (NAGY et al., 2000), resultando em:

$$\begin{aligned}
 V(x, y, z) = & G\rho \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \\
 & \times \left[(x - x_i)(y - y_j) \log \left| \frac{z - z_k + w_{ijk}}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_j)^2}} \right| \right. \\
 & + (y - y_j)(z - z_k) \log \left| \frac{x - x_i + w_{ijk}}{\sqrt{(y - y_j)^2 + (z - z_k)^2}} \right| \\
 & + (z - z_k)(x - x_i) \log \left| \frac{y - y_j + w_{ijk}}{\sqrt{(z - z_k)^2 + (x - x_i)^2}} \right| \\
 & - \frac{1}{2} \left((x - x_i)^2 \arctg \frac{(y - y_j)(z - z_k)}{(x - x_i)w_{ijk}} + (y - y_j)^2 \arctg \frac{(z - z_k)(x - x_i)}{(y - y_j)w_{ijk}} \right. \\
 & \left. \left. + (z - z_k)^2 \arctg \frac{(x - x_i)(y - y_j)}{(z - z_k)w_{ijk}} \right) \right] \quad (87)
 \end{aligned}$$

com $w_{ijk} = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_k)^2}$.

O efeito de massa do prisma sobre o vetor gravidade no ponto de análise $P(x,y,z)$ pode ser calculado por diferenciação do núcleo da integral (86) ou na (87) com respeito a x , y e z . A redução para o efeito gravitacional pode ser obtida a partir de (NAGY, 1966):

$$\delta g_{Prisma} = G\rho \left\| \left\| \left\| x \log(y + l_0) + y \log(x + l_0) - z \arcsen \frac{x^2 + y^2 + yl_0}{(z + l_0)\sqrt{y^2 + z^2}} \right\| \right\| \right\|_{x_2, y_2, z_2}^{x_1, y_1, z_1} \quad (88)$$

A ct para um prisma na posição x_1 para x_2 , y_1 para y_2 em relação ao ponto de cálculo é (FORSBERG, 1984):

$$ct_{Prisma} = \frac{G\rho}{2} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{(H' - H_P)^2}{l_0^3} dx dy \quad (89)$$

com $l_0 = \sqrt{x^2 + y^2}$. Integrando a (89):

$$ct_{prisma} = \frac{G\rho}{2} (H' - H_P)^2 \left\| \int_{x_1}^{x_2} \frac{y}{l_0 x^2} dx \right\|_{y_1}^{y_2} = -\frac{G\rho}{2} (H' - H_P)^2 \left\| \left\| \frac{l_0}{xy} \right\|_{x_1}^{x_2} \right\|_{y_1}^{y_2} \quad (90)$$

O método mais rápido de cálculo da ct levando-se em conta a utilização de uma grade regular de um MDA e do fato de que a (85) é uma integral de convolução sobre o plano X-Y é o da FFT-2D com base na relação:

$$f\{a * b\} = f\{a\} f\{b\} \quad (91)$$

onde (*) indica a convolução das funções a e b definidas no domínio do espaço, e $f\{a\}$ e $f\{b\}$ são respectivamente a FFT-2D de a e b . A (91) é aplicada a (85), onde o

parâmetro a é o termo $(H' - H_p)^2$ e o parâmetro b corresponde ao núcleo de integração l_0^3 . Então:

$$ct_{fft} = \frac{G\rho R^2}{2} [f^{-1}\{f\{l_0^{-3}\}f\{H'^2\}\} - 2H_p f^{-1}\{f\{l_0^{-3}\}f\{H'\}\} + H_p f^{-1}\{f\{l_0^{-3}\}f\{1\}\}] \quad (92)$$

onde f^{-1} é o operador inverso da FFT-2D.

2.5.9.2 Tesseroides

O método dos tesseroides é uma alternativa no domínio do espaço e dentro da abordagem mais moderna com base na teoria de Molodenskii para o cálculo das reduções topográficas e isostáticas com base nas funções de Kaula-Hotine (De FREITAS et al., 2007). Tradicionalmente esta abordagem é efetivada com base no desenvolvimento das funções de Stokes relacionadas com os efeitos gravitacionais dos chamados tesseroides que, segundo Heck e Seitz (2007), são corpos elementares delimitados por grade de paralelos e meridianos na superfície de referência elipsóidica (ou esférica) e superfícies de altitudes elipsóidicas (ou esféricas) constantes conforme pode ser visualizado na Figura 11. Este tipo de elemento de massa é criado, quase naturalmente, quando são utilizados MDAs que se baseiam em coordenadas geodésicas φ , λ e h . Ao contrário das bandas esféricas usualmente associadas com as funções de Stokes, os tesseroides podem ser tratados também como base para modificação do núcleo de integração.

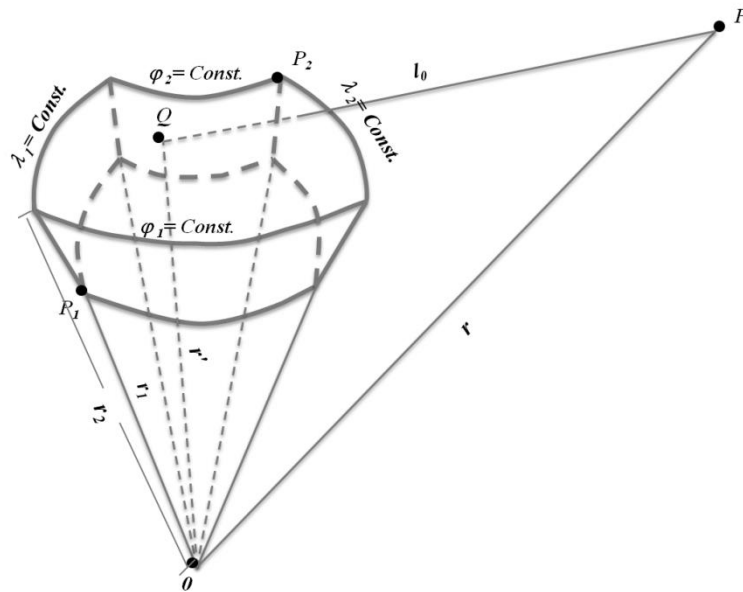


FIGURA 11 - GEOMETRIA DO TESSEROIDE
 FONTE: Autora (2012).

O potencial gravitacional V de um tesseróide esférico e de densidade de massa homogênea ρ é descrito pela integral de Newton (HECK, 2011):

$$V(r, \varphi, \lambda) = G\rho \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{r'^2 \cos\varphi' dr' d\varphi' d\lambda'}{l_0} \quad (93)$$

onde $l_0 = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos\psi}$ denota a distância Euclidiana ente o ponto de cálculo $P(r, \varphi, \lambda)$ e o ponto de integração $Q(r', \varphi', \lambda')$; ψ é o ângulo entre os vetores do ponto P e Q , como:

$$\cos\psi = \sin\varphi \sin\varphi' + \cos\varphi \cos\varphi' \cos(\lambda' - \lambda) \quad (94)$$

Ao contrário da resolução do potencial gravitacional utilizando prismas (86), o potencial obtido com base em tesseróides não pode ser resolvido por integração analítica a partir de integrais elípticas. No entanto, uma solução aproximada pode ser efetuada por resolução numérica da integral de volume na (93) ou uma integral de superfície resultante da integração sobre a distância radial constante r :

$$\begin{aligned}
V(r, \varphi, \lambda) = & \frac{1}{2} G\rho \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos\varphi' [l(r' + 3r\cos\psi) \\
& + r^2(3\cos^2\psi - 1) \ln(l + r' - r\cos\psi)] \Bigg|_{r'=r_1}^{r'=r_2} d\varphi' d\lambda'
\end{aligned} \tag{95}$$

O efeito de massa do tesseróide sobre o vetor gravidade no ponto de cálculo de $P(r, \varphi, \lambda)$ pode ser obtido por diferenciação do núcleo da integral na (93) ou na (95) com respeito a r , φ e λ . A redução para o efeito gravitacional pode ser obtida a partir de:

$$\begin{aligned}
\delta g_{Tesseroide} = & - \frac{\partial v(r, \varphi, \lambda)}{\partial r} \\
= & G\rho \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_1}^{r_2} \frac{r'^2(r' - r\cos\psi) \cos\varphi' dr' d\varphi' d\lambda'}{l_0^3}
\end{aligned} \tag{96}$$

Integrando em relação a r' , a integral de volume em (96) é reduzida à integral de superfície (HECK; SEITZ, 2007):

$$\begin{aligned}
\delta g_{Tesseroide} = & \frac{G\rho}{r} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \cos\varphi' \left[\frac{r'^3}{l_0} - l_0(r' - 3r\cos\psi) - r^2(3\cos^2\psi - 1) \right. \\
& \left. \times \log(l_0 + r' - r\cos\psi) \right] \Bigg|_{r'=r_1}^{r'=r_2} d\varphi' d\lambda'
\end{aligned} \tag{97}$$

Resulta então em uma integral elíptica que não pode ser resolvida analiticamente. Como alternativa, o efeito gravitacional de tesseróides distantes do ponto de cálculo pode ser obtido com séries de Taylor (HECK; SEITZ, 2007) ou por quadratura de Gauss-Legendre (GROMBEIN et al., 2011b). Heck e Seitz (2007) concluíram que o cálculo do efeito gravitacional por tesseróides com séries de Taylor não é adequado.

Nesta pesquisa, utilizou-se a quadratura de Gauss-Legendre para a integração. A integral (96) usando quadratura Gauss-Legendre tem a forma (ASGHARZADEH et al., 2007):

$$\delta g_{Tesseroide} \approx G\rho \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\varphi_2 - \varphi_1)(r_2 - r_1)}{8} \sum_{k=0}^{N^\lambda-1} \sum_{j=0}^{N^\varphi-1} \sum_{i=0}^{N^r-1} W_i^r W_j^\varphi W_k^\lambda \frac{r'^2 (r' - r \cos \psi) \cos \varphi'}{l_0^3} (r'_i, \varphi'_j, \lambda'_k) \quad (98)$$

onde $W^r, W^\varphi, W^\lambda$ são os coeficientes de ponderação e $N^r, N^\varphi, N^\lambda$ são o número de nós (ordem da quadratura).

A ct total para um tesseróide na posição compreendida entre φ_1 e φ_2 , e também λ_1 e λ_2 em relação ao ponto de cálculo é:

$$ct_{Tesseroide} = \frac{G\rho}{2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{(H' - H_p)^2}{l_0^3} dx dy \quad (99)$$

2.5.9.3 Método Ponto massa

O procedimento tradicional de modelar as massas topográficas em um platô de Bouguer pode ser efetivado facilmente. Por outro lado, a correção do terreno em relação a este platô é geralmente pequena, exceto em áreas montanhosas, e a integração pode ser restringida a vizinhança do ponto de cálculo devido à forte diminuição do efeito topográfico com o aumento da distância. Assim, minimiza-se a problemática quando se trabalha com áreas maiores e grande volume de dados. Nestes pressupostos baseia-se o método de ponto massa. Este método tem como características principais (BARTHELMS; DIERTRICH; LEHMANN, 1991): a adaptabilidade para distribuição espacial das medidas, por exemplo, a possibilidade de

aumentar o número de parâmetros sem a consideração das perturbações de regiões distantes; a possibilidade da combinação de diferentes observações; formulação discreta passível de programação bastante simples; possível conexão com um significado geofísico ao contrário de outros métodos.

Um conjunto genérico, como o de anomalias de gravidade, normalmente, é constituído por sinais em diversas faixas do espectro de frequência. Em geral estas são reduzidas a duas componentes, uma relativa a grandes comprimentos de onda (baixas frequências) e a outra a pequenos comprimentos de onda (altas frequências). Um método de determinação de um campo consiste em determinar um conjunto de pontos-massa colocados a uma dada profundidade (FIGURA 12) que gerem uma componente associada aos grandes comprimentos de onda, a qual pode ser assimilada como uma componente sistemática. Quanto mais profundas estiverem as massas, mais suave será o campo gerado, e vice-versa, quanto menos profundas as massas, menos suave o campo (ANTUNES et al., 2003).

Um exemplo deste método é dado pelo algoritmo iterativo de Cordell (1992) que pelo fato de colocar todas as massas à mesma profundidade torna-o sensível aos pequenos comprimentos de onda. É possível então propor uma distribuição artificial de massas em que alguns parâmetros sejam definidos arbitrariamente e outros se ajustem matematicamente as observações disponíveis, usualmente bastante esparsas. Uma vez modeladas, as fontes permitirão calcular qualquer observação do campo de gravidade com grande acurácia e com baixa densidade de observações no terreno (COGLIANO, 2007). Segundo Cordell (1992), o processo iterativo se constitui em, determinando um conjunto de massas M a partir dos valores extremos do campo original, sucessivamente proceder a redução, em cada iteração, do campo gerado em cada massa utilizada. As massas que constituem o conjunto M , determinadas uma a uma em cada interação são, no final, adicionadas e posicionadas no centroide de cada distribuição, tornando-as pontuais. O método é bastante adequado para a predição de grandezas com variações suaves tais como a altitude geoidal, anomalias de altitude, anomalias de gravidade Bouguer. Porém é pouco confiável para predição de grandezas com variações laterais acentuadas tais como anomalias ar livre da gravidade e topografia.

Uma alternativa neste método é considerar as massas pontuais e situadas em cada estação de observação. Em consequência, se dispõe de “ p ” anomalias de altitude e “ k ” anomalias de gravidade em um conjunto de estações, contará com “ $n=p+k$ ” fontes. Cogliano (2007) utilizou também, a estratégia de Cordell (1992), no qual a profundidade das massas se considera proporcional a distância entre as estações mais próximas desta mesma observação. Quanto mais esparsa a grade de observações, mais profundas se situarão as massas.

Logo, o potencial em cada ponto j sobre a superfície produzida por n massas pontuais m_i a uma distância l_{ij} será (COGLIANO, 2007):

$$T_j = G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{l_{ij}} \quad (100)$$

onde G é a constante gravitacional universal. As diferenças com relação ao potencial normal são atribuídas exclusivamente as massas pontuais, em consequência, o potencial T_j deve ser interpretado como o potencial perturbador do ponto j .

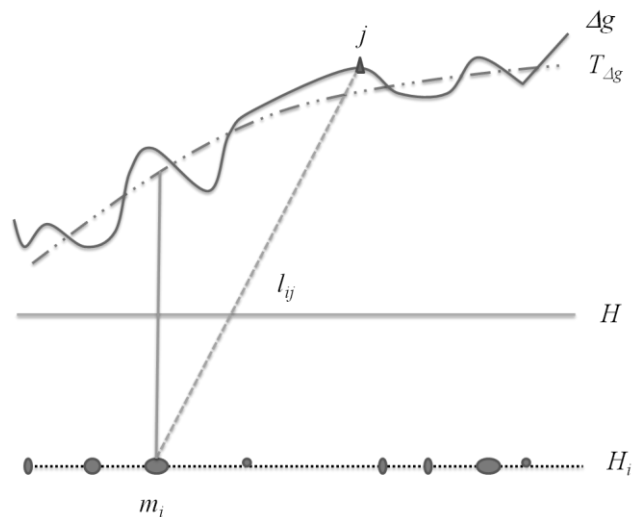


FIGURA 12 - CAMPO TENDÊNCIA GERADO PELA DISTRIBUIÇÃO DE PONTO MASSAS
 FONTE: Autora (2012).

As anomalias de gravidade e anomalias de altitude estão relacionadas com o potencial sobre a superfície terrestre e associadas ao mesmo elipsoide de referência e

ao seu potencial normal. Consequentemente, o efeito das massas atrativas sobre os pontos exteriores deve reproduzir simultaneamente essas anomalias.

De acordo com a fórmula de Bruns, a equação que define a anomalia de altitude de uma estação j sobre a superfície terrestre, produzida por uma massa pontual m_i é (IHDE et al., 1998):

$$\zeta_{pontomassa} = \frac{T_j}{\gamma} = \frac{G}{\gamma_{ij}} \sum \frac{m_i}{l_{ij}} \quad (101)$$

onde T_j é a contribuição da massa m_i ao potencial perturbador no ponto j da (100).

Da lei de Newton, a componente vertical da gravidade em j produzida por uma massa pontual m_i localizada a uma profundidade H_i é:

$$\Delta g_{pontomassa} = G \sum \frac{(H - H_i)m_i}{l_{ij}^3} \quad (102)$$

sendo $l_{ij} = R\sqrt{2(1 - \cos\psi)}$, onde R é raio médio da Terra e ψ é a distância angular geocêntrica dada por:

$$\psi = \arccos(\sin\varphi\sin\varphi' + \cos\varphi\cos\varphi'\cos(\lambda' - \lambda)) \quad (103)$$

O método das fontes equivalentes, segundo Cogliano (2007), se apresenta como uma alternativa para integrar numa forma relativamente simples, diferentes observações relacionadas com o campo de gravidade. O estabelecimento de uma distribuição arbitrária de massa e o ajuste das mesmas às observações disponíveis produz um conjunto de fontes artificiais onde se necessita de significado físico, permitindo representar o potencial na forma discreta. O mesmo autor mostra que as altitudes geoidais calculadas sobre pontos de controle *GNSS/Niv* apresentam um resíduo médio que é reduzido de 27 cm a 7 cm pela aplicação da técnica descrita.

Considerando um sistema de coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , com a estação de gravidade coincidente com $r=0$ e z a vertical, a ct pode ser calculada integrando o

efeito gravitacional do ponto massa na forma (COGBILL, 1990):

$$ct_{ponto\ massa} = G\rho \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \int_0^h rzR^{-3/2} dzdrd\theta \quad (104)$$

onde $h = |H_i(r, \theta) - H|$, sendo $H_i(r, \theta)$ em intervalo radiais R_1, R_2 e $R^2 = r^2 + z^2$.
Fazendo a integração no elemento z , tem-se:

$$ct_{ponto\ massa} = G\rho \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \left[\frac{1-r}{\sqrt{r^2+h^2}} \right] drd\theta \quad (105)$$

então:

$$ct_{ponto\ massa} = G\rho \left[2\pi(R_2 - R_1) - \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \left[\frac{r}{\sqrt{r^2+h^2}} \right] drd\theta \right] \quad (106)$$

3 PRINCÍPIO DA TÉCNICA DA DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL

Segundo Schwarz (1984) é possível dividir o espectro total de gravidade em baixas (*l*), médias (*m*), altas (*h*) e altíssimas (*v*) frequências, ou longos, médios, curtos e curtíssimos comprimentos de onda. Em vista da evolução dos métodos de aquisição de informações relativas ao campo de gravidade da Terra, uma visão atual de tal divisão (JAMUR et. al, 2014) é apresentada na Figura 13. Dentro desta visão atual, as missões de gravimetria por satélite permitem estender o grau de resolução dos denominados grandes comprimentos de onda até cerca de 250 como os modelos oriundos da missão GOCE (ESA, 2012). Também os erros de comissão foram reduzidos nos médios comprimentos de onda em vista das possibilidades técnicas mais atuais de combinação de dados com possibilidades de realização de MGGs de graus elevados com erros de omissão somente abaixo da resolução espacial de 5' como é o caso do EGM2008 (PAVLIS et al., 2012). Técnicas como, por exemplo, a RTM possibilita o resgate do sinal gravitacional de feições em curtíssimos comprimentos de onda (JAMUR et. al, 2014).

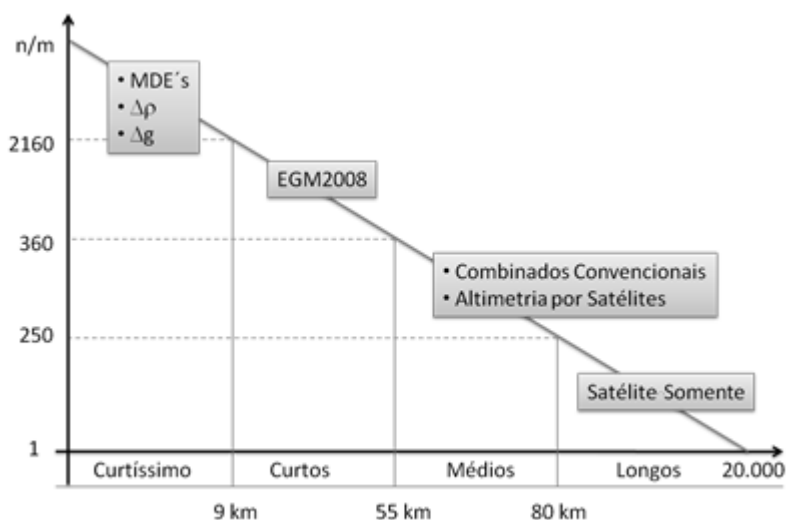


FIGURA 13 - ESPECTRO DA GRAVIDADE E FONTE DE DADOS⁵
FONTE: JAMUR et. al (2014).

⁵ A escala nos eixos foi desconsiderada para a obtenção de uma visão mais clara da divisão.

Pode-se dizer que cada grandeza f pode ser decomposta na forma (SCHWARZ, 1984):

$$f = f_l + f_m + f_h + f_v \quad (107)$$

A proposta para uma solução numérica do potencial de gravidade no PVCG é efetuada com base na separação do espectro em partes, fazendo modelagem local, regional e global (SANSÓ, 2009).

Podem-se considerar no mínimo duas abordagens na modelagem do sinal das altas frequências do campo de gravidade terrestre: o método clássico de decomposição espectral e a Modelagem da Topografia Residual (*RTM*), esta última atualmente aplicada com grande sucesso para a modelagem em regiões montanhosas em vista das potencialidades de novos MDAs e MGGs (HIRT, 2010), e que contempla aspectos promissores para os estudos aqui abordados.

3.1 TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL

Desde o lançamento dos primeiros satélites artificiais, cientistas já exploraram a possibilidade de combinar anomalias de gravidade globais obtidas de satélites artificiais com anomalias de gravidade locais obtidas com métodos terrestres. Segundo Moritz (1980), o uso de componentes de ordem baixa da modelagem do campo de gravidade em harmônicos esféricos serve para remover a tendência global desse campo, por exemplo, anomalias de gravidade. No entanto, a remoção desta componente global (longos comprimentos de onda ou baixa frequência) da informação terrestre resulta numa componente residual menor (frequência intermediária), porém mais irregular do que o campo original apresentada de maneira simples como:

$$Q_r = Q - Q_{MGG} \quad \text{ou} \quad T_r = T - T_{MGG} \quad (108)$$

onde Q é a grandeza observada ou informação terrestre; Q_{MGG} a quantidade observada advinda dos satélites; e Q_r a componente residual da grandeza Q . Nesta grandeza residual (Q_r) existem outras informações contidas na informação local, as quais estão associadas aos curtos comprimentos de ondas ou altas frequências. Os dados predominantes na recuperação das altas frequências são associados à topografia do terreno, o que na prática significa um MDA; por conseguinte, este efeito deve ser removido da grandeza (na etapa de remoção) Q , isto é:

$$Q_r = Q - Q_{MGG} - Q_{MDA} \quad (109)$$

Segundo Pellinen (1962), é natural excluir completamente a influência das massas topográficas das anomalias de gravidade e operar no campo gravitacional residual e, posteriormente, adicionar o efeito da topografia aos valores obtidos. De acordo com Tscherning (2001), se parte dos curtos comprimentos de onda da topografia é removida, as quantidades residuais são muito mais suaves, tornando fácil a interpolação das grandezas Q_r entre os pontos observados.

O princípio da decomposição permite o uso de outros campos para remover tendências, especialmente para os vários MGGs, que consiste de desenvolvimento dos harmônicos esféricos do potencial T_{MGG} até o grau 180 ou mais. Na técnica RR, os longos e curtos comprimentos de onda são atribuídos respectivamente a um MGG e efeitos derivados do RTM utilizando um MDA. As observações locais de gravidade são relevantes na modelagem das componentes harmônicas de comprimento de onda intermediário. Posteriormente, os efeitos do MGG e pelo RTM podem ser restaurados para se obter o geoide final:

$$T = T_r + T_{MGG} + T_{MDA} \quad (110)$$

Portanto, tanto a anomalia de altitude ζ e anomalia de gravidade Δg podem ser expressas como:

$$\zeta = \zeta_r + \zeta_{MGG} + \zeta_{MDA}$$

$$\Delta g = \Delta g_r + \Delta g_{MGG} + \Delta g_{MDA}$$
(111)

A Figura 14 ilustra a anomalia de altitude nos três diferentes comprimentos de onda.

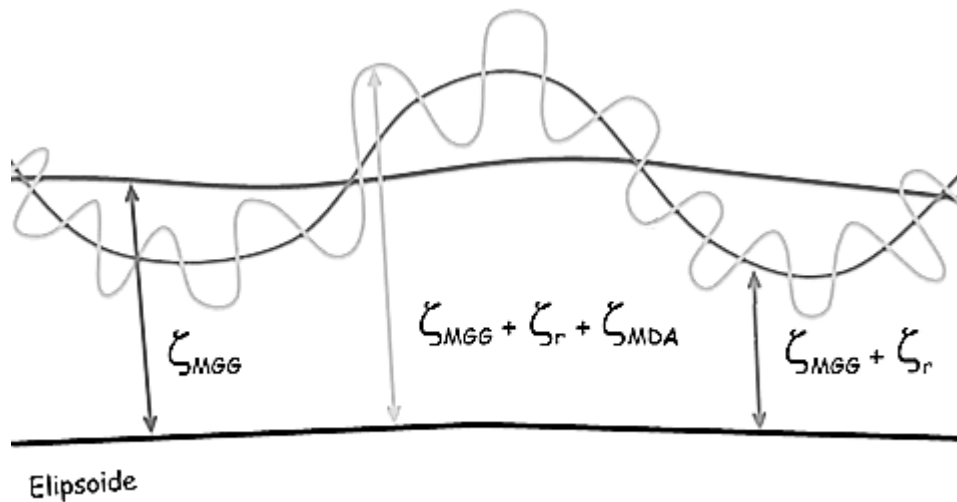


FIGURA 14 - CONTRIBUIÇÃO DOS TRÊS DIFERENTES COMPRIMENTOS DE ONDA NA ANOMALIA DE ALTITUDE
 FONTE: Autora (2012).

Emprega-se um MDA com a técnica de decomposição em combinação com um MGG para facilitar a suavização da anomalia de gravidade, com o auxílio de dados em forma de malha.

Segundo Sjöberg (2005), as técnicas mais utilizadas para decomposição dos curtos comprimentos de onda são o método RTM, apresentado a seguir e a condensação de Helmert, conforme apresentado na Seção 2.5.7.

3.2 MODELAGEM DA TOPOGRAFIA RESIDUAL

A modelagem da topografia residual (*Residual Terrain Model* - RTM) é um método que consiste no cálculo dos efeitos de curtos comprimentos de onda do campo de gravidade mediante uma superfície de referência (a superfície de elevação média – mais suave), relacionada com um MGG, a qual é definida por um filtro passa - alta

sobre a superfície original, removendo os longos comprimentos de onda (FIGURA 15).

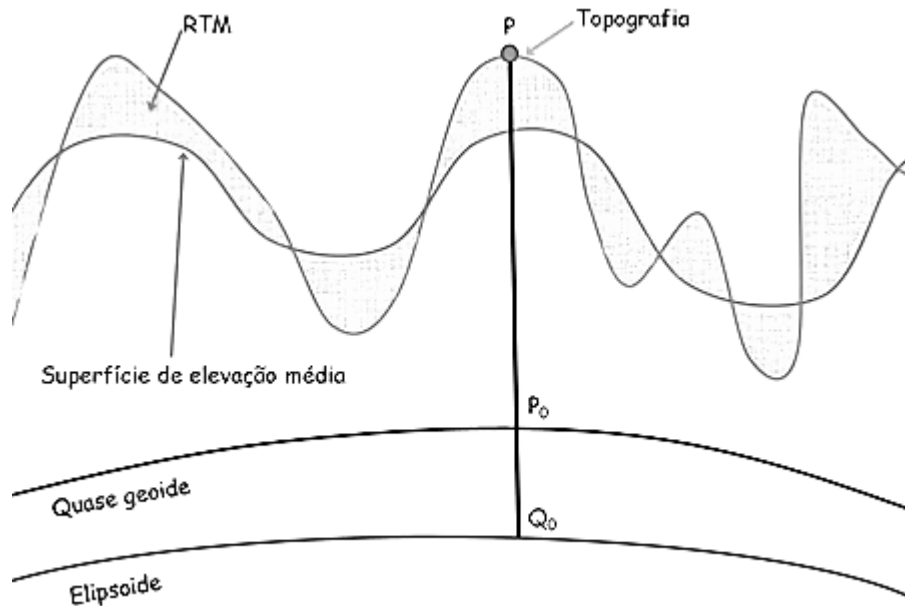


FIGURA 15 – MODELAGEM DA TOPOGRAFIA RESIDUAL
 FONTE: Autora (2012)

As massas topográficas acima desta superfície de referência são removidas e os vazios dessa são preenchidos. Este método de redução foi introduzido por Forsberg e Tscherning em 1981.

O efeito direto na gravidade para esse método de redução pode ser expresso como (FORSBERG, 2009):

$$\delta C_{RTM} = G\rho \int \int \int_E^H \frac{(H - z)}{l^3(x_P - x, y_P - y, H - z)} dx dy dz \quad (112)$$

onde H é a altitude e H_{ref} representa a altitude da superfície de referência, l é a distância até o elemento de massa, ρ é a densidade das massas topográficas e z é a altura em relação à superfície de referência. A superfície de referência pode ser definida como qualquer superfície suave que represente a elevação média da região, ou

por meio de uma superfície com modelagem desenvolvida em série de harmônicos esféricos. Neste último caso, as anomalias de densidade do modelo residual do terreno correspondem a uma distribuição normal da densidade, com topografia e batimetria modeladas também por uma série de harmônicos esféricos. Assim, este efeito corresponde ao campo de gravidade residual adequada aos comprimentos de onda omitidos no MGG desenvolvido em série de harmônicos esféricos (FORSBERG, 1984).

A redução RTM, quando a elevação média calculada é adequada o suficiente para representar os longos comprimentos de onda da topografia, tem a forma aproximada (FORSBERG, 2009):

$$\delta c_{RTM} = 2\pi G\rho(H - H_{ref}) - ct \quad (113)$$

O primeiro termo da (113) é a diferença entre duas placas de Bouguer, a primeira calculada com a espessura da altitude do ponto de cálculo e a segunda com a altitude da superfície de referência. Em outras palavras, as massas topográficas acima do geoide são removidas com a redução de Bouguer completa e, em seguida, são restaurados com a placa de Bouguer de referência. Esta fórmula apresenta também a importância da ct no método RTM. As anomalias gravimétricas RTM podem ser expressas como:

$$\Delta g_{RTM} = g_P - \gamma_{Q_0} - \delta c_{RTM} \quad (114)$$

O quase geoide é obtido utilizando este modelo de redução de massa e o termo da correção deve ser aplicado para converter o quase geoide ao geoide.

Na técnica da decomposição empregando-se a redução RTM e obtêm-se:

$$Q_r = Q - Q_{MGG} - Q_{RTM} \quad (115)$$

Na etapa de restauração, a redução RTM não possui efeito indireto, porém, há uma pequena contribuição da altitude em forma de um MDA que deve ser restaurada. Essa contribuição, principalmente em regiões com o relevo acidentado, como áreas montanhosas, é responsável por partes de alta frequência da componente Q. Segundo Schwarz (1984), cerca de 2% e 34% do espectro da altitude geoidal e anomalia de gravidade, respectivamente, estão contidas nas altas frequências (grau 360-36.000), onde os efeitos da topografia desempenham um papel significativo.

De acordo com Forsberg (1997) tem-se:

$$T_{RTM} = G\rho \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{H_{ref}}^H \frac{1}{l^3} dx dy dz \quad (116)$$

sendo $l = \sqrt{(x_P - x)^2 + (y_P - y)^2 + (H_P - z_Q)^2}$ pode se escrever para o núcleo $1/l$

na (116) como:

$$\frac{1}{l} = [l_0^2 + (z - H_P)^2]^{-1/2} = \frac{1}{l_0} \left[1 + \frac{(z - H_P)^2}{l_0^2} \right]^{-1/2} \quad (117)$$

Pode-se fazer ainda:

$$\frac{(z - H_P)^2}{l_0^2} = \tan^2 \beta \quad (118)$$

Levando a (117) na (116) e expandindo o resultado em série de Taylor em função de β tem-se:

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_0} - \frac{1}{2} \frac{(z - H_{ref})^2}{l_0^3} \quad (119)$$

onde l_0 é a distância planar, se considerado somente o primeiro termo da expansão em série de Taylor e após integrar em relação à variável z , pode-se escrever a (116) na seguinte forma:

$$T_{RTM} = G\rho (H - H_{ref}) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{l_0} dx dy \quad (120)$$

Esta integral foi denominada aproximação linear por Moritz (1968). O potencial perturbador tem então a expressão final:

$$T = T_r + T_{MGG} + T_{RTM} \quad (121)$$

O método de redução RTM conduz a uma correção que pode ser associada à determinação do quase geoide. Aplicando o teorema de Bruns, na (121), tem-se:

$$\zeta = \zeta_r + \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} \quad (122)$$

O termo ζ_r é recuperado pela integral de Stokes e ζ_{RTM} é apresentado em uma aproximação linear como:

$$\zeta_{RTM} = \frac{G\rho}{\gamma} \int_E \int_{H_{ref}}^H \int \frac{l}{l(x_p - x, y_p - y, H - z)} dx dy dz = \frac{G\rho(H - H_{ref})}{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{l}{l_0} dx dy \quad (123)$$

Não obstante a base de fórmulas analíticas convencionais para o cálculo dos efeitos de massa sobre a gravidade e sobre o potencial gravitacional seja relativamente simples, uma avaliação precisa consome muito tempo devido à estrutura irregular das superfícies limitantes das massas (HECK; SEITZ, 2007). O RTM aporta simplificações nesta abordagem em vista da modelagem mais adequada dos comprimentos de onda mais curtos.

As vantagens da redução RTM são muitas: uma vez que as anomalias da densidade assumem valores negativos e positivos, as integrações para os efeitos do

campo de gravidade só são efetuadas até certa distância do ponto onde se realiza a correção, sendo cancelada a influência da topografia nos pontos mais afastados.

3.3 MODELOS DIGITAIS DE ALTITUDES

O objetivo principal do trabalho é modelar a influência das massas anômalas na região do DVB, analisando suas contribuições para o potencial anômalo local. Para isso, precisa-se ter como base os MDAs mais atuais. Citam-se, por exemplo, o da missão SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*), com resolução de 90 m; o GMRT v2.0 (*Global Multi-Resolution Topography*), com resolução continental de 30m e oceânica de 100 m, e o sistema TerraSAR-X, lançado em junho de 2007, com grade de 10m x 10m, a ser associado com dados do TanDEM-X (*TerraSAR-X add-on for Digital Elevation Measurement*), que teve lançamento em 21 de junho de 2010 (DLR, 2012). Os sistemas TerraSAR-X e TanDEM-X formam em conjunto, um radar interferométrico com resolução vertical esperada de 2m e resolução espacial esperada de 12m. Abordam-se alguns modelos que não são aplicados diretamente no presente trabalho, porém que podem ser úteis para a extensão da presente análise a outras áreas de eventual interesse no Brasil.

3.3.1 *Global Topographic DATA* (GTOPO30)

O GTOPO30 (USGS, 2012) é um MDA global, com malha de 30'' (~0,9 km). A informação pormenorizada das características do GTOPO30, tais como o formato de distribuição de dados, as fontes de dados, métodos de produção, precisão, e sugestões para usuários pode ser encontrada em <http://edcdaac.usgs.gov/gtopo30/README.asp>. Em época mais recente, os dados do SRTM foram utilizados para atualizar o GTOPO30, substituindo os dados GTOPO30 entre as latitudes de 60°N e 56°S (KIAMEHR; SJÖBERG, 2005).

3.3.2 Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)

Os produtos do SRTM resultam de uma missão da NASA (*National Imagery and Space Administration*), do NIMA (*National Imagery and Mapping Agency*), do DLR (*Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt* – Agência Espacial Alemã) e ASI (*Agenzia Spaziale Italiana*– Agência Espacial Italiana).

Para a coleta de dados, foram instaladas antenas de RADAR, nas bandas C e X, na estrutura da nave e na ponta de um mastro de 60 metros estendido perpendicularmente para o exterior. A técnica utilizada foi a de interferometria⁶, na qual a antena principal, a bordo da espaçonave, emitia ondas de RADAR para a Terra e as duas antenas coletavam as ondas refletidas (NOAA, 2009).

Os dados estão processados em grades de 3'' (~90m) e 1'' (~30m para os EUA e seus territórios). A avaliação total para exatidão horizontal e vertical absoluta são 20m e 16m, respectivamente, com um nível de 90% de confiança (referência) (KIAMEHR e SJÖBERG, 2005). Os dados estão disponíveis para o usuário em <ftp://edcsgs.cr.usgs.gov/pub/data/srtm/>.

3.3.2.1 SRTM30_PLUS

O SRTM30_PLUS (BECKER et al, 2009), com grade de 30'', foi desenvolvido a partir de uma ampla variedade de fontes de dados. Dados do terreno foram gerados a partir do SRTM30, GTOPO30 e de batimetria oceânica. Esse MDA foi disponibilizado no final de 2009 com o intuito de promover uma melhoria substancial sobre os dados de batimetria global amplamente utilizados (como os Smith e Sandwell de 1997), pois foi criado com um aumento de 50% no número de

⁶ Técnica de interferometria com radar está baseada na interação de ecos recebidos pelo sensor por duas antenas ou mais, separadas no espaço por uma distância pré-estabelecida denominada linha de base e, por conseguinte, de posições conhecidas.

sondagens relativamente aos melhores modelos até então disponíveis. Os dados podem ser obtidos em: <ftp://topex.ucsd.edu/pub/srtm30> plus.

3.3.3 DTM2006.0

O DTM2006.0 (*Digital Topographic Model 2006.0*) é um MDA global desenvolvido em harmônicos esféricos para o EGM2008 (HIRT, 2010) utilizando dados do SRTM, dados do DTM2002, elevações de gelo derivadas do laser altímetro ICESat na Groelândia e na Antártica. Na região da Antártica foram utilizados também, dados do projeto “BEDMAP” (ver <http://www.antarctica.ac.uk/>) para definir gelo e espessura de coluna de água.

Sobre os oceanos, o DTM2006.0 contém as mesmas informações do DTM2002, originada nas estimativas de dados de altimetria e sondagens de profundidade descritas por Smith e Sandwell (1997). O DTM2006.0 foi compilado em uma resolução de 30"×30" (fornecendo informações de altura e de profundidade oceânica apenas), e em resoluções de 2'x2' e 5'x5', onde dados de profundidade de lagos e espessura de gelo também estão incluídos (PAVLIS et al 2007).

3.3.4 ETOPO1

ETOPO1 é um MDA global disponível em 1 minuto de arco, que integra dados de topografia terrestre e batimetria oceânica, sendo recentemente disponibilizado na página do ICGEM (2012), desenvolvido em harmônicos esféricos. É uma atualização da versão ETOPO2v2 e foi construído a partir de numerosos conjuntos de dados globais e regionais (SRTM30, GLOBE, GTOPO30) e está disponível nas versões "Ice Surface" (dados da superfície de gelo da Antártida e da Groelândia) e "Bedrock" (base das camadas de gelo). Mais detalhes do MDA em Amante e Eakins (2009).

3.3.5 GMRT v2.0 (*Global Multi-Resolution Topography*) e ASTER GDEM 2 (*ASTER Global Digital Elevation Model v2*)

O *Global Multi-Resolution Topography* (GMRT) faz uso de vários dados coletados por cientistas e instituições em todo o mundo, fundindo-os numa única compilação, sendo continuamente atualizado e recentemente acrescentado da mais alta resolução da topografia do fundo do mar resultando numa grade digital de multirresolução. A síntese começou em 1992 com a *Ridge MultiBeam Synthesis* (RMBS), foi expandido para incluir dados de batimetria multifeixe do Oceano Antártico, e agora inclui dados de batimetria global, inclusive dados costeiros (por exemplo, dados costeiros globais da NOAA) com resolução espacial de ~ 100 m e em algumas áreas ~ 50 m (ver <http://www.marine-geo.org/portals/gmrt/>). São incluídos neste, um MDA em conjunto com o Japão (METI – Ministério da Economia Indústria e Comércio do Japão) e a NASA feitos por dados ASTER⁷ (*Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer*) chamado ASTER GDEM (*ASTER Global Digital Elevation Model*), onde oferece resolução de 30m em áreas continentais globais, chegando até a 10m de resolução em algumas áreas dos Estados Unidos. As precisões estimadas, segundo <http://www.jspacesystems.or.jp/ersdac/GDEM/E/4.html>, para este produto global é 20 m com 95% de confiança para os dados verticais e 30 m com 95% de confiança para os dados horizontais.

3.3.6 TERRASAR-X E TANDEM-X

O SRTM teve a meta desafiadora de desenvolver um MDA homogêneo, e fidedigno. Porém, muitas aplicações científicas e comerciais requerem uma maior precisão (MOREIRA et al., 2004).

⁷ O MDA é gerado a partir de um par estereoscópico de imagens adquiridas com o satélite (neste caso, satélite Terra).

O TerraSAR-X (FIGURA 16) é um projeto em conjunto entre o Centro Aeroespacial Alemão (DLR) e uma empresa alemã (ASTRIUM - <http://www.astrium.eads.net/en/articles/tandem-x-blog.html>).

A aquisição operacional de dados para a missão TerraSAR-X é executada pelo satélite TSX-1 (em órbita desde junho de 2007) e, mais recentemente a missão TanDEM-X, TDX-1 (satélite idêntico ao TSX-1 lançado em 21 de junho de 2010). Os dois satélites esperam operar em conjunto, formando uma base longa no espaço. O DLR opera os satélites e assegura a exploração científica e a ASTRIUM, os direitos exclusivos para a exploração comercial dos dados da missão TerraSAR-X (DLR, 2009). O TerraSAR-X (TSX-1) é um instrumento baseado em sensores ativos, radar de abertura sintética (SAR - *Synthetic Aperture Radar*). Está em uma órbita de 514 km, inclinação de $97,44^\circ$. Seu período de revisita é de 11 dias.

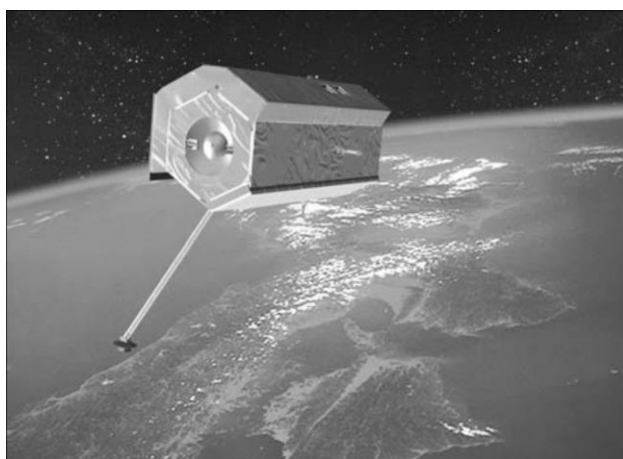


FIGURA 16 - IMAGEM ARTÍSTICA DA MISSÃO TerraSAR-X
FONTE: DLR, 2009.

O satélite TSX-1, em conjunto com o TDX-1, terá um desempenho melhor do que o do satélite isolado, pois não só utilizará o sistema SAR como a interferometria (FIGURA 17).

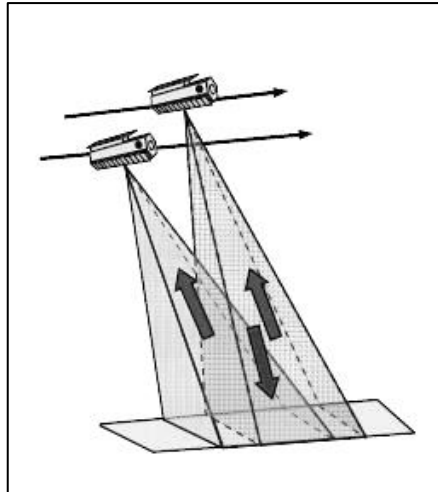
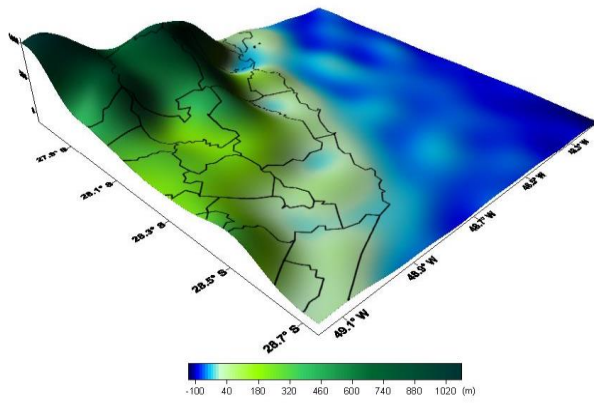


FIGURA 17 - INTERFEROMETRIA
FONTE: KRIEGER et al, 2005.

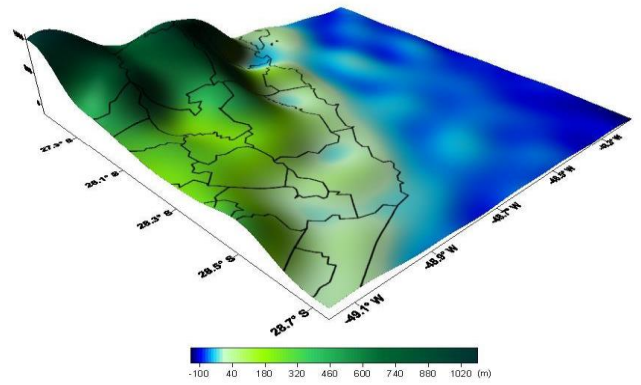
O DLR provê o controle de várias características essenciais para a Missão TanDEM-X, tal como o controle de órbita cuja determinação precisa é baseada em posicionamento GPS com duas frequências. Os modelos preveem acurácia vertical relativa de 2 m a 4 m, 10 m de absoluta, acurácia horizontal de 10 m e resolução espacial de 12 m (KRIEGER et al., 2005).

3.3.7 Comparações entre MDAs

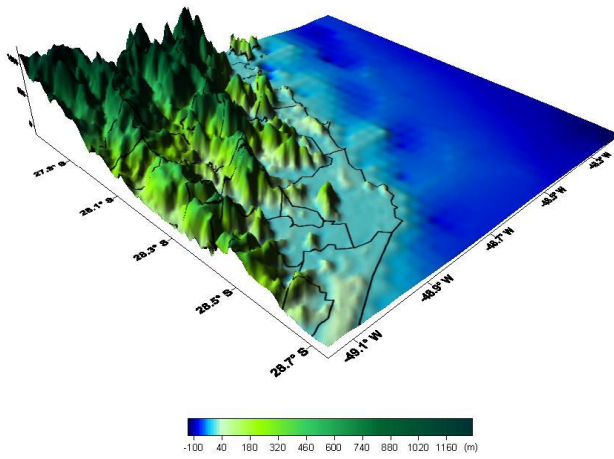
A Figura 18 apresenta os MDAs em uma visualização 3D para a região do *Datum* Vertical Brasileiro, em Imbituba, Santa Catarina e o Quadro 2, uma comparação entre os MDAs.



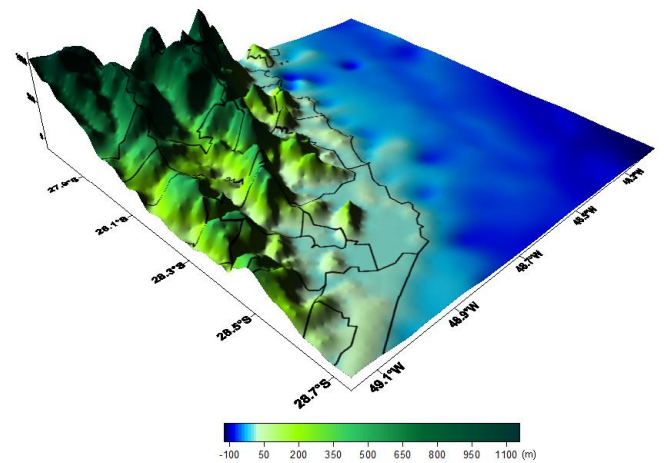
a) GTOPO30



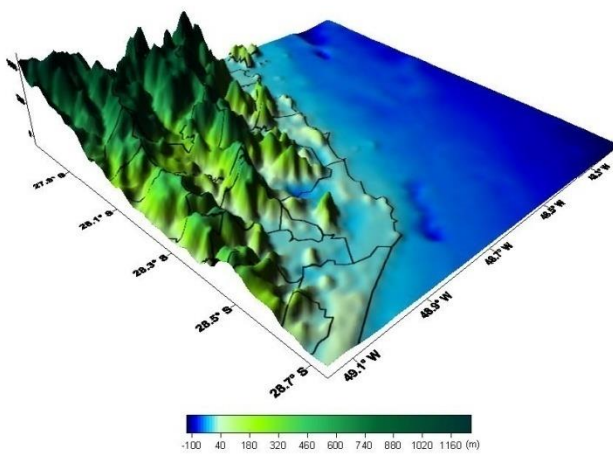
b) DTM2006.0



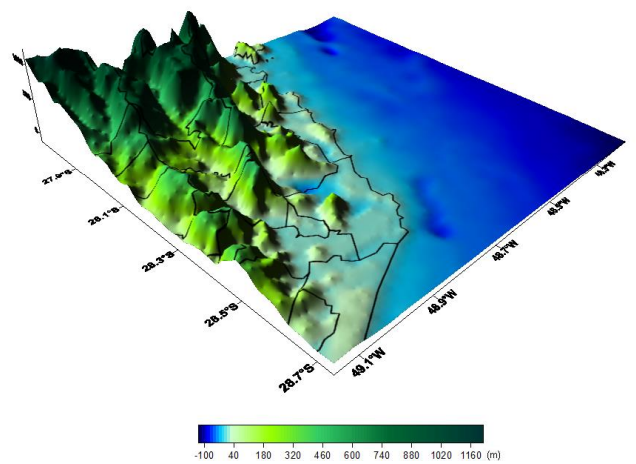
c) SRTM3



d) SRTM30_PLUS



e) ASTER GDEM



f) GMRT V2.0

FIGURA 18 - VISUALIZAÇÃO 3D DE DIFERENTES MDAs PARA A REGIÃO DO DVB.
 FONTE: Autora (2012).

MDAs	ASTER GDEM	GMRT V2.0	SRTM3	SRTM30 Plus	DTM2006.0	GTOPO30
Fontes de dados	ASTER	Vários	Radar	Vários	Vários	Organizações ao redor do mundo com dados de vários MDAs
Geração e distribuição	Japan METI/NASA	MGDS	NASA/USGS	Vários	NASA	USGS
Ano de origem	2011	2011	2003	2009	2006	1996
Período de aquisição dos dados	2000 – em andamento		11 dias (em 2000)			
Resolução espacial	10 m ~30 m	10 m~30 m	90 m	900 m	900 m	1000 m
Cobertura	83°N ~ 83°S	83°N ~ 83°S	60°N~56°S	Global	Global	Global

QUADRO 2 - COMPARAÇÕES ENTRE MDAs

FONTE: AUTORA (2012), adaptado de <http://www.jspacesystems.or.jp/ersdac/GDEM/E/2.html>.

3.4 MISSÕES GRAVIMÉTRICAS POR SATÉLITES E PRODUTOS DERIVADOS

Uma grande quantidade de dados deve ser combinada para produzir um modelo adequado do campo de gravidade da Terra, o que é usualmente consolidado nos MGGs. Os MGGs satélite somente possibilitam a representação adequada de muitas características do campo de gravidade em resoluções espectrais com comprimentos de onda de até 80 km. Os altos graus de desenvolvimento dos

harmônicos esféricos não alcançados pelo MGG (erro de omissão ou truncamento relacionado ao geóide/quase geóide) atingiram cerca de 30 cm globalmente para o desenvolvimento harmônico para $n=m=200$ ou resolução espectral de 100 km, o que é sem precedente (GERLACH; RUMMEL, 2012). O erro de omissão referido é associado a características de pequena escala, principalmente em regiões com topografia ou batimetria acidentadas ou regiões com acentuadas variações laterais de densidade. Destaca-se também a praticamente ausência de erros de comissão (2-3 cm), referentes à resolução dos coeficientes harmônicos envolvidos para MGGs derivados das missões GRACE e GOCE.

Diversos MGGs, considerados de alta resolução, foram obtidos a partir das missões CHAMP, GRACE e GOCE. Os mais recentes estão apresentados no quadro 3:

MGG	Ano	Grau/ordem	Dados utilizados
GO_CONS_GCF_2_DIR_R3	2011	240	S(GOCE, Grace, Lageos)
GO_CONS_GCF_2_TIM_R3	2011	250	S(GOCE)
GIF48	2011	360	S(Grace), G, A
EIGEN-6C	2011	1420	S(GOCE, Grace, Lageos), G, A
EIGEN-6S	2011	240	S(GOCE, Grace, Lageos)
GOCO02S	2011	250	S(GOCE, Grace, Champ, SLR)
AIUB-GRACE03S	2011	160	S(Grace)
GO_CONS_GCF_2_DIR_R2	2011	240	S(GOCE)
GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	2011	250	S(GOCE)
GO_CONS_GCF_2_SPW_R2	2011	240	S(GOCE)
GO_CONS_GCF_2_DIR_R1	2010	240	S(GOCE)
GO_CONS_GCF_2_TIM_R1	2010	224	S(GOCE)
GO_CONS_GCF_2_SPW_R1	2010	210	S(GOCE)
GOCO01S	2010	224	S(GOCE, Grace)
EIGEN-51C	2010	359	S(Grace, Champ), G, A
AIUB-CHAMP03S	2010	100	S(Champ)

Continua.

QUADRO 3 - MGGs RECENTES. S = Satélite somente; G = Gravimetria terrestre; A = Altimetria. FONTE: ICGEM (2012).

Conclusão.

EIGEN-CHAMP05S	2010	150	S(Champ)
ITG-Grace2010s	2010	180	S(Grace)
AIUB-GRACE02S	2009	150	S(Grace)
GGM03C	2009	360	S(Grace),G,A
GGM03S	2008	180	S(Grace)
AIUB-GRACE01S	2008	120	S(Grace)
EIGEN-5S	2008	150	S(Grace,Lageos)
EIGEN-5C	2008	360	S(Grace,Lageos),G,A
EGM2008	2008	2190	S(Grace),G,A

QUADRO 3 - MGGs RECENTES. S = Satélite somente; G = Gravimetria terrestre; A = Altimetria.
FONTE: ICGEM (2012).

3.4.1 CHAMP (*CHALLENGING Minisatellite Payload*)

O satélite alemão CHAMP (FIGURA 19) do *GeoForschungsZentrum–Potsdam* (GFZ) foi lançado em 15 de julho de 2000 na Rússia. A uma altitude de 454 km, com órbita circular e inclinação de 87° em relação ao plano do equador, possibilita maior duração da missão, mesmo sob condições de grande atividade solar. Esta missão teve duração de 10 anos, chegando a seu fim no dia 19 de setembro de 2010, superando as expectativas iniciais de duração de 5 anos.

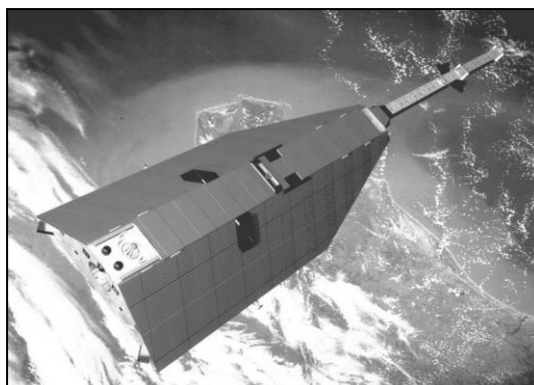


FIGURA 19 - MISSÃO CHAMP
FONTE: GFZ, 2007.

Pela primeira vez, um satélite de baixa altitude foi equipado com um receptor GPS, de modo que sua órbita fosse determinada com incerteza de centímetros (REIGBER et al, 2003) além da utilização de acelerômetros 3D a bordo do satélite para calcular as perturbações não-gravitacionais de sua órbita (RUMMEL et al., 2002).

A missão CHAMP empregava o rastreo de satélites de órbita⁸ média (*high-low Satellite-to-Satellite Tracking* - hl-SST), relativo a uma rede de estações terrestres, principalmente as do *International GNSS Service* (IGS, 2008), obtendo como benefício, o rastreo do satélite de órbita baixa por diversos satélites GPS (FIGURA 20) e com boa geometria da constelação para órbitas inteiras, possibilitando avaliar as frequências mais altas no campo de gravidade da Terra.

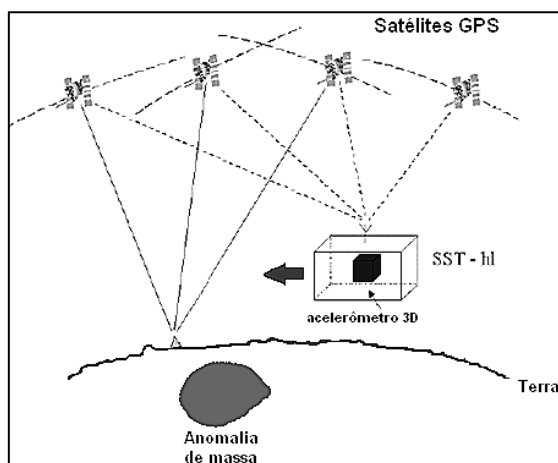


FIGURA 20 - O CONCEITO DO CHAMP, TÉCNICA DE RASTREIO hl-SST.
FONTE: Adaptada de Rummel et al., 2002.

3.4.2 GRACE (*Gravity Recovery And Climate Experiment*)

A missão GRACE (FIGURA 21) faz parte do programa *Solid Earth and Natural Hazards* (SENH) da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA),

⁸ Na Dinâmica Orbital é usual a classificação a seguir que não se coaduna com a adotada nas referências bibliográficas mais citadas relativamente às missões da gravimetria por satélites. Na classificação clássica tem-se: órbitas baixas consistem em órbitas de até 2000 km; órbitas médias consistem em órbitas de 2000 km até ~35000 km, compreendendo as órbitas dos satélites GNSS (~20000 km); órbitas altas, maiores que ~35000 km (órbitas de satélites geostacionário).

em parceria com o Centro Alemão de Pesquisa Aérea e Astronáutica (DLR - *Deutsches Forschungsanstalt für Luft und Raumfahrt*). Essa missão, lançada em 17 de março de 2002, tem como objetivo fornecer melhores informações sobre o campo de gravidade terrestre com expectativa de duração de aproximadamente cinco anos, mas que já foi superada e ainda está ativa. A missão conta com duas astronaves idênticas que percorrem a mesma órbita, separadas por uma distância de cerca de 220 quilômetros em órbita aproximadamente polar, a 500 quilômetros da Terra.

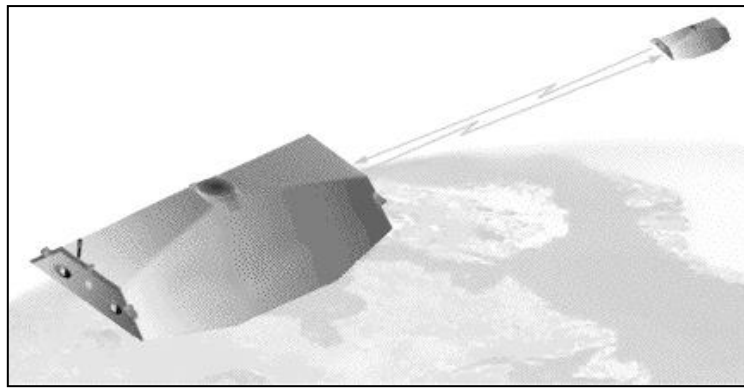


FIGURA 21 - MISSÃO GRACE
FONTE: GFZ, 2007.

A missão GRACE fornece informações da estrutura do campo de gravidade da Terra a partir de medidas precisas da distância entre os dois satélites, cujas variações da distância são associadas com heterogeneidades laterais das massas terrestres que geram anomalias no campo de gravidade, em associação a determinação adequada de sua órbita usando GPS e feixes de micro-ondas que percorrem o sistema conforme a Figura 22.

O rastreamento utilizado é o chamado rastreamento de satélite baixo por satélite baixo, *low-low Satellite-to-Satellite Tracking* (ll-SST) associado a medidas por processos interferométricos sobre feixe de micro-ondas entre os satélites, junto com a técnica de rastreamento hl-SST já descrita na Seção 3.4.1. Perturbações não gravitacionais podem ser avaliadas por conjunto de acelerômetros a bordo (RUMMEL et al., 2002).

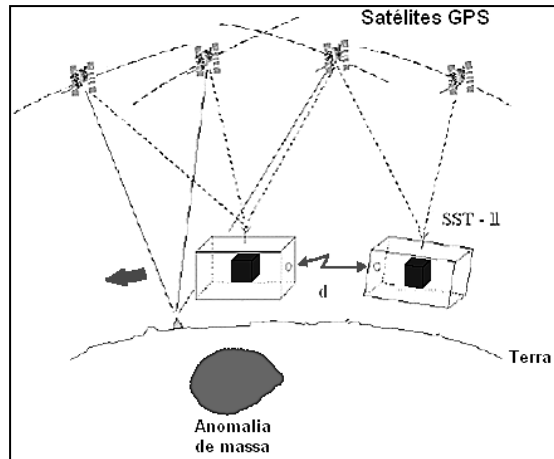


FIGURA 22 - A TÉCNICA DO GRACE DE RASTREAMENTO II-SST COMBINADO COM hI-SST

FONTE: Adaptada de Rummel et al., 2002.

3.4.3 GOCE (*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*)

A missão GOCE (FIGURA 23) da ESA foi lançada em 17 de março de 2009. O satélite tinha, em princípio, uma órbita inicial de 250 km e uma inclinação de $96,5^\circ$. A atitude e órbita são controladas por propulsores iônicos, para melhor monitorar os sinais de gravidade. Possui a bordo um receptor GPS/GLONASS, para resolução dos longos comprimentos de onda do campo de gravidade, e um conjunto (gradiômetro) de seis acelerômetros para medir em órbita, por efeito diferencial, os gradientes da gravidade. Pela primeira vez, a recuperação do campo de gravidade a partir do espaço não é baseada puramente nas perturbações de órbita.



FIGURA 23 - MISSÃO GOCE

FONTE: ESA (2012).

A missão de satélite GOCE, com previsão de funcionamento até 2012, chegou até agora em uma resolução do geoide de meio comprimento de onda, na ordem de 80 km, grau e ordem 250. Uma das maiores expectativas em relação a esta missão é a do atendimento das necessidades dos oceanógrafos de um geoide preciso de alta resolução para melhor definição dos fluxos de massa globais. Isto é necessário como uma superfície de referência física para a determinação do padrão global de circulação dos oceanos com altimetria por satélite.

A combinação do GPS, o rastreamento hl-SST (FIGURA 24) e acelerômetros fornece uma ferramenta excelente para o mapeamento homogêneo do campo de gravidade da Terra a partir do espaço com maior acurácia, resolução espacial e temporal (REIGBER, SCHWINTZER, 2002).

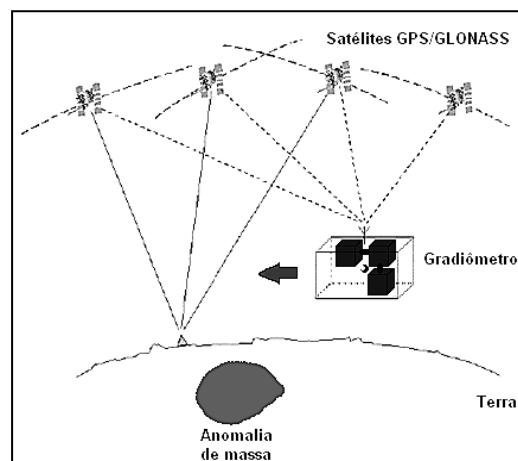


FIGURA 24 - O CONCEITO DE RASTREAMENTO GOCE; hl-SST COM GPS/GLONASS E O GRADIÔMETRO

FONTE: Adaptada de RUMMEL et al., 2002.

O princípio no qual a missão GOCE se baseia é o da gradiometria por satélite, na qual se mede a aceleração relativa de duas massas de teste em posições diferentes dentro do satélite. Cada massa de teste é confinada em um compartimento e levita (flutua sem tocar as paredes) por um mecanismo de retroalimentação capacitivo e indutivo. A diferença nos sinais de retroalimentação entre duas massas de teste é proporcional à sua aceleração relativa e exercida puramente pelo campo gravitacional diferencial. Maiores detalhes das missões ver JAMUR (2007).

3.4.3.1 Aspectos relevantes da gradiometria

Cabe destaque dos aspectos mais relevantes da gradiometria e da missão GOCE, pelos impactos atuais dos produtos desta missão associados aos MGGs.

As observáveis básicas de missões de gravidade por satélite utilizando gradiometria (RUMMEL, et al., 2011) são as derivadas de segunda ordem do potencial V do campo de gravidade da Terra. É referido como gradiometria porque os gradientes dos componentes do vetor de aceleração gravitacional são medidos. O gradientes gravitacionais formam uma matriz simétrica 3×3 de segunda ordem, o assim chamado Tensor Gradiente Gravitacional (TGG). O tensor é denotado como M na Geodésia, como homenagem para Antonio Marussi (1908-1984), que publicou pesquisas fundamentais sobre o assunto (MARUSSI, 1985). Em forma de componente, e representado em um sistema local de coordenadas cartesianas, arbitrariamente escolhidas na localização P :

$$M(P) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}V) = \begin{bmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{xy} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{xz} & V_{yz} & V_{zz} \end{bmatrix} \quad (124)$$

onde $V_{ij}=V_{ji}=\partial^2V/\partial i\partial j=\partial^2V/\partial j\partial i$. Conforme De Freitas (2009), o tensor de Marussi contém elementos fundamentais de análise e inclusive de detecção de perturbações tal como a diagonal principal do tensor onde a soma dos elementos deve ser nula, atendendo à equação de Laplace.

Os gradientes de gravidade observados pela missão GOCE contém componentes significativos de altas e médias frequências resultantes da atração das massas topográficas e isostáticas da Terra. A existência destas componentes do sinal em curtos comprimentos de onda afeta o processamento dos dados de observação GOCE, por exemplo, na modelagem de redes regionais e globais do campo de gravidade ou a combinação com anomalias de gravidade terrestre. Em todas estas aplicações da denominada continuação analítica para baixo (*downward-continuation*) de gradientes observados a partir da órbita do satélite até o NMM podem ser vistas

como um processo mal condicionado em vista das perturbações de médias e altas frequências e que exigem tratamento especial de suavização dos gradientes reduzidos. Uma das formas preconizadas de atenuação é a aplicação de reduções topográficas e isostáticas para suavizar os gradientes (WILD-PFEITTER, 2007, 2008 e GROMBEIN et al., 2011a). Neste particular, reflete-se a importância da modelagem dos efeitos do terreno no sinal gravimétrico.

A modelagem dos efeitos topográficos nos gradientes da gravidade como observado pela missão GOCE, baseia-se na avaliação numérica de grandezas da integral de Newton estendendo-se sobre o domínio das massas topográficas que incluem massas dos continentes, bem como oceânicas. A fim de avaliar estes tipos de integrais de volume, a geometria da superfície topográfica e a densidade no interior das massas devem ser conhecidas. Devido ao fato de que a topografia é conhecida apenas em pontos discretos (representada por um MDA com uma grade de resolução específica), não é possível avaliar a integral de Newton diretamente ao longo de todo domínio. Cálculos numéricos práticos dependem da discretização e aproximação do problema. As massas topográficas são geralmente decompostas em corpos elementares regulares, em que a sua densidade é assumida ser constante. A integral de Newton é então avaliada para cada corpo em particular e o efeito total é calculado por somatório. Para a decomposição, vários corpos elementares geométricos, tais como tesseroides, prismas ou ponto massas podem ser usados. Tesseroides são bem adequados para a decomposição quando a topografia da superfície terrestre é representada por um MDA, que geralmente é dado em coordenadas geográficas. Com base na integral de Newton, o efeito de um tesseróide em gradientes de gravidade pode ser determinado por (GROMBEIN et al., 2010):

$$V_{ij} = G\rho \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{3\Delta x_i \Delta x_j}{l^5} - \frac{\delta_{ij}}{l^3} \right) r'^2 \cos \varphi' dr' d\varphi' d\lambda'$$

$$i, j \in \{1, 2, 3\}$$

$$\Delta x_1 = r' \cos \varphi \sin \varphi' - \sin \varphi \cos \varphi' \cos(\lambda' - \lambda)$$

$$\Delta x_2 = -r' \cos \varphi \sin(\lambda' - \lambda)$$

$$\Delta x_3 = r' \cos \varphi - r$$
(125)

Nesta equação, a distância Euclidiana entre o ponto de cálculo $P(r, \varphi, \lambda)$ e o ponto de integração $Q(r', \varphi', \lambda')$ é denotada por l .

4 METODOLOGIA E RESULTADOS

Em artigo científico recente, Gatti et al. (2012) abordam os efeitos da contaminação da TNMM e outras discrepâncias associadas ao *Datum* sobre as redes altimétricas e MGGs combinados, usualmente utilizados como base para a determinação de geoides locais. As atividades realizadas pelo LARAS, relacionadas com o *Datum* Vertical Brasileiro (DVB) nos últimos quatorze anos, compreendem a densificação do posicionamento horizontal e vertical e de valores da gravidade no entorno do mesmo em cerca de 90 pontos, bem como a fusão destes com bases de dados globais atuais oriundas de MGGs e MDAs visando principalmente subsídios à modelagem da TNMM no DVB para seu vínculo a um SGA (Sistema Geodésico de Altitudes). Assim, tem-se buscado uma base de dados mais densa que a anteriormente existente que possibilite uma solução mais consistente do PVCG com a consideração de aspectos da interação e da transição oceano-continente, consideração de efeitos geodinâmicos e de heterogeneidades locais associadas à topografia, e distribuição anômala de densidades que afetem a modelagem das altas frequências não contempladas em MGGs. Nestes particulares, tem-se considerado desde a integração Topografia Dinâmica da Superfície do Mar – MDT (do Inglês “*Mean ocean Dynamic Topography model*” from mean sea surface), fusão de dados com diferentes resoluções espectrais, até a modelagem de efeitos diretos e indiretos das marés oceânicas e gravimétricas para a determinação de efeitos geostróficos com implicações na TNMM (CORDINI, 1998; DALAZOANA, 2006; LUZ, 2008; FERREIRA, 2008; PALMEIRO, 2011). As novas informações geradas são complementadas com observações do nível do mar com altimetria por satélite e marégrafos implantados na costa e em sistema lagunar (FERREIRA, 2008; LUZ, 2008 e DALAZOANA, 2006). Também foram utilizados dados de posicionamento associado à gravimetria cedidos pelo IAG/USP, atualmente disponíveis em (www.iag.usp.br/geofisica/geodesia). O aspecto central no presente estudo é o da modelagem dos efeitos de alta frequência associados à contribuição direta dos efeitos gravitacionais do terreno bem como suas implicações indiretas nas reduções, aspectos estes não tratados diretamente nos estudos precedentes. Um aspecto subjacente em todos os estudos já referidos relativos

ao DVB, e também contemplados no presente trabalho, é o da consistência dos referenciais envolvidos. De forma central buscou-se a aplicação de grandezas em um único SGR (Sistema Geodésico de Referência) global. Assim, tem-se como preferencial a utilização de distúrbios da gravidade em vez de anomalias de gravidade, em vista das abordagens mais modernas para a solução do PVCG.

4.1 ÁREA DE ESTUDOS, DADOS E PROGRAMAS UTILIZADOS

A área de estudos utilizada nesse trabalho está compreendida entre as latitudes 28,74°S; 27,74°S e longitudes 49,16°W; 48,16°W e que contém o DVB (FIGURA 25). Para evitarem-se os inconvenientes de efeitos de borda nos produtos desenvolvidos, explorou-se nas soluções mais 1° adicional em cada lado da região de estudos.

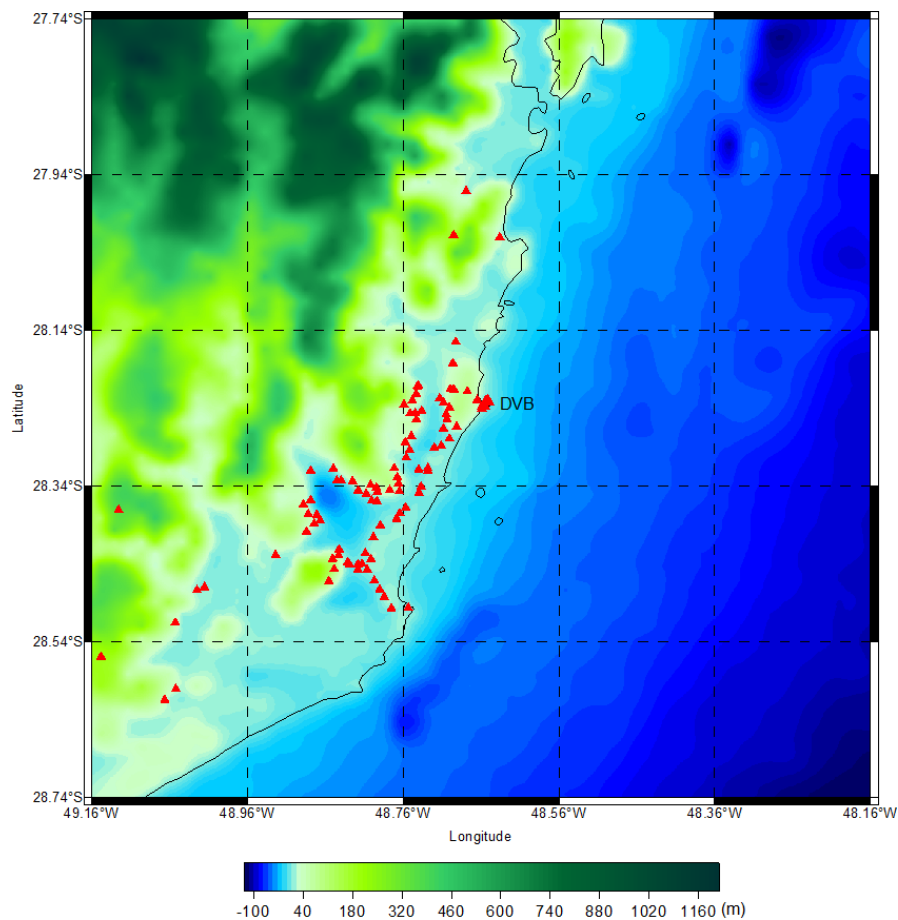


FIGURA 25 - ÁREA DE ESTUDOS*

FONTE: Autora (2012). *Triângulos vermelhos são dados GNSS/Niv disponíveis.

A região do DVB se localiza em uma área com variação brusca de topografia, ou seja, se encontra entre o oceano e um maciço rochoso, variando de aproximadamente -120m a 1200m. Então, a região torna-se uma excelente área para estudar a influência gravitacional das massas anômalas e analisar as suas contribuições para o potencial perturbador local. Neste contexto, foram calculados e analisados os métodos de correção dos efeitos gravitacionais do terreno (aqui entendido como topografia acima do geóide) por aproximação linear, FFT, prismas, ponto massas e por tesseróides, assim como as anomalias de Bouguer com todos estes métodos. O efeito gravitacional foi calculado por prismas e tesseróides, para obter comparações entre ambos os métodos. Também foram feitos testes numéricos, nos quais os efeitos topográficos nos gradientes de gravidade foram calculados sobre uma grade na altitude do satélite GOCE utilizando o método dos tesseróides.

Considerando o potencial dos MGGs mais recentes, investiga-se o método RTM, com base em MDAs recentes com batimetria, para tentar melhorar a resolução espacial dos modelos.

Para os cálculos das correções do terreno, os MDAs utilizados foram SRTM30_Plus e o GMRT 2.0. Na correção do terreno por aproximação linear foi usado o MATLABTM para produzir o aplicativo para o cálculo. Nas correções do terreno por prismas e FFT foram utilizados os programas da *IAG-International Geoid School* – *tc* e *tcfour*, respectivamente.

Realizou-se uma adequação no programa *pointmass*, na correção do terreno por ponto massas, para trabalhar com diversos pontos e gerar a distribuição arbitrária de massas. Para o cálculo da correção, foi utilizado o programa *tc*, ambos da *IAG-International Geoid School*. Na correção do terreno por tesseróides, utilizou-se o aplicativo *Tesseroids 1.0* para gerar o modelo de tesseróides e MATLABTM para criar o modelo densidade e o aplicativo para o cálculo da correção. Os efeitos gravitacionais foram calculados pelo aplicativo *Tesseroids 1.0*.

Para o cálculo das anomalias Bouguer foram utilizados dados de anomalias do banco de dados do LARAS e, para suprir dados de anomalia escassos e na região oceânica, foram utilizados dados de anomalias globais (FIGURAS 26 e 27) do BGI, do DTU10 (atualização do DNSC08) e, com finalidades de teste, o modelo SSv18.1

(SANDWELL; SMITH, 2009). Esses dados foram analisados, separados e fundidos com os dados de gravimetria terrestre existentes na região de estudos, utilizando software Excel e Surfer[®] da Golden Software (FIGURAS 28 e 29).

No cálculo do tensor de Marussi, foram utilizados os MDAs SRTM30_PLUS, GDEM, GMRT v2.0 e DTM2006.0. Os MGGs empregados foram o EGM2008 e o GO_CONS_GCF_2_TIM_R2. Para o cálculo do tensor foi usado o aplicativo *Tesseroids 1.0*.

Na solução RTM, trabalhou-se com duas áreas teste, a região do DVB e uma área de validação, que se localiza na região do Estado do Paraná entre os paralelos 22°S e 27°S e meridianos 48°W e 55°W, com elevação de -100m a 1500m. As análises efetuadas partiram de dados *GNSS/Niv* de cada região: 112 observações da região do DVB e 90 observações da área de validação. Para o cálculo da solução RTM, foi utilizado o programa *tcfour* da *IAG-International Geoid School*. Os MDAs utilizados foram o SRTM30_PLUS e o GMRT v2.0 como de alta resolução e os MDAs DTM2006.0 e ETOPO1 para filtragem. Os MGGs empregados foram o AIUB-CHAMP03S, AIUB-GRACE03S, GO_CONS_GCF_2_TIM_R2, GOCO02S, EIGEN-5C, EIGEN-6C e o EGM2008. Ainda na área de validação, foi utilizado também, o MGG GO_CONS_GCF_2_DIR_R2. Mais detalhes sobre a resolução dos dados e os programas são encontrados nas seções subsequentes.

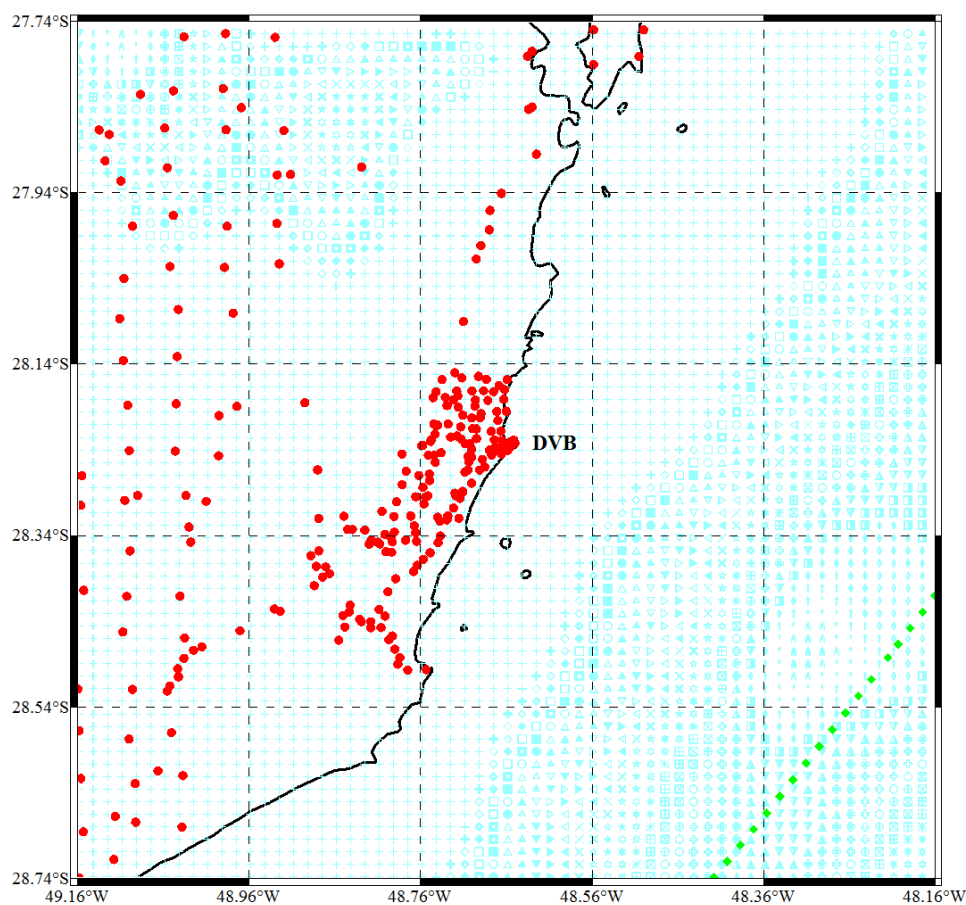


FIGURA 26 – LOCALIZAÇÃO GEOGRÁFICA DOS DADOS DE ANOMALIA AR LIVRE*.
 FONTE: Autora (2012). *Pontos em vermelhos são dados de gravimetria terrestre; os verdes dados do BGI; os azuis dados do DTU10.

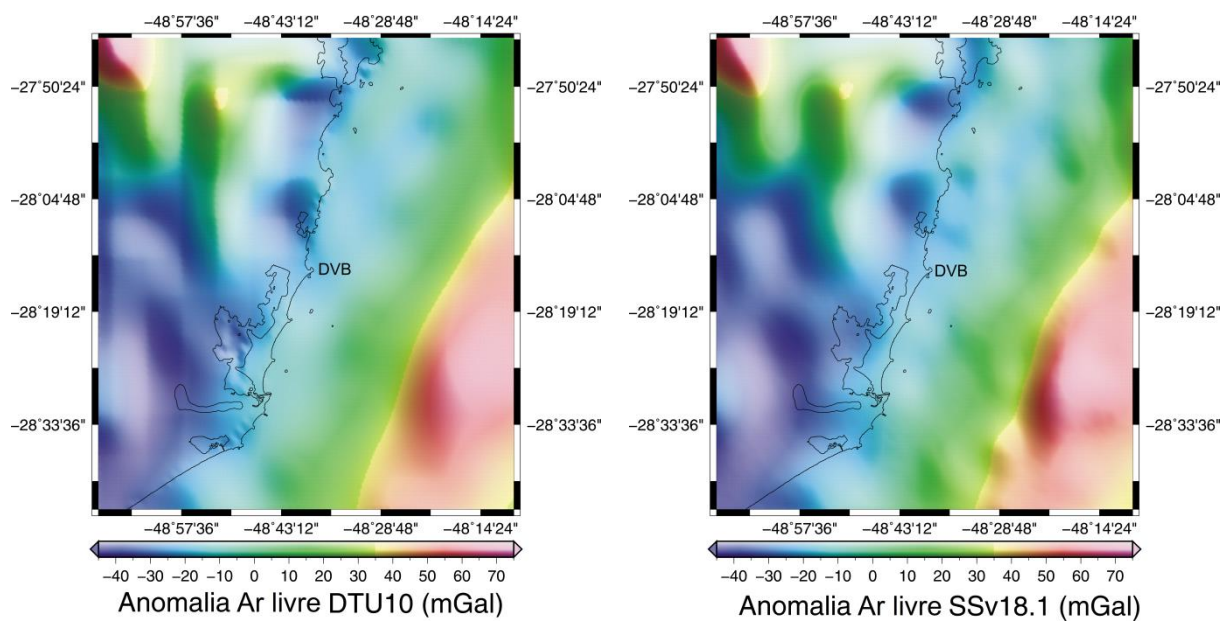


FIGURA 27 - DADOS DE ANOMALIA AR LIVRE DO DTU10 E DO SSv18.1.
 FONTE: Autora (2012).

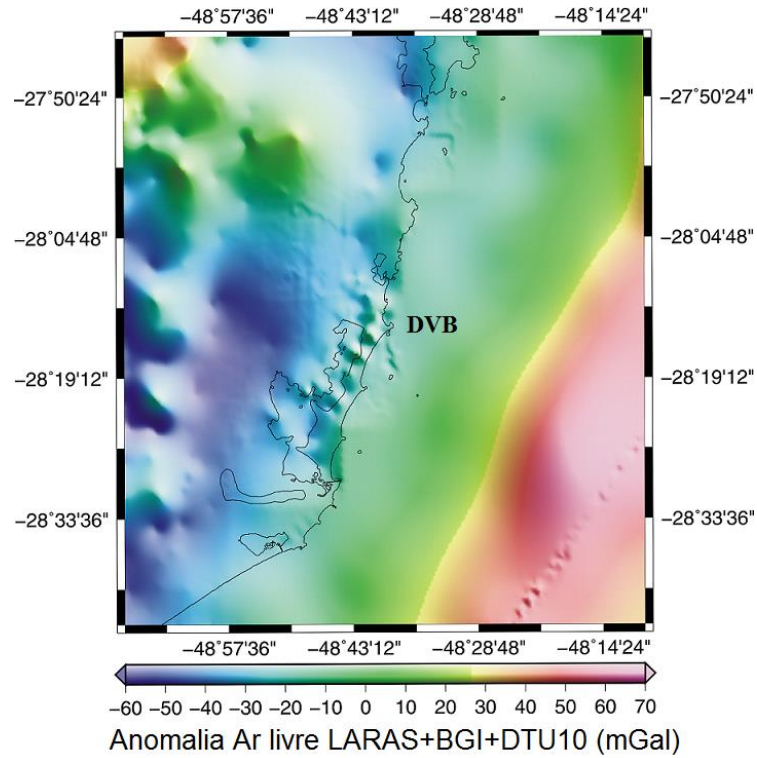


FIGURA 28 - DADOS DE ANOMALIA AR LIVRE (LARAS+BGI+DTU10).
 FONTE: Autora (2012).

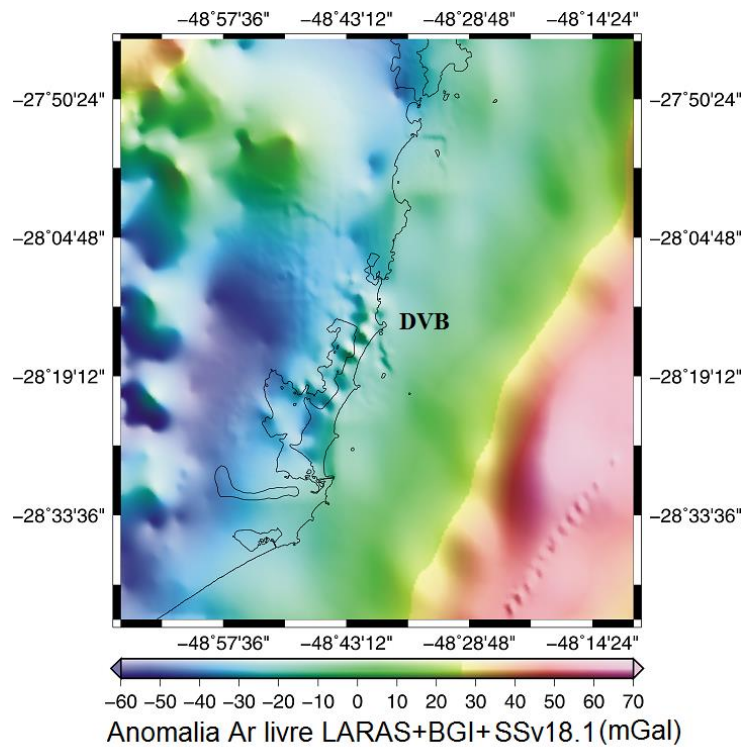


FIGURA 29 - DADOS DE ANOMALIA AR LIVRE (LARAS+BGI+SSv18.1).
 FONTE: Autora (2012).

4.2 MÉTODOS APLICADOS PARA OS CÁLCULOS DAS CORREÇÕES DO TERRENO (ct)

Nesta Seção serão explanados a metodologia e o cálculo da correção do terreno pelo método por aproximação linear, prismas, FFT, ponto massa e tesseroides. Na Seção 4.3 são apresentadas as análises dos resultados obtidos.

4.2.1 Correção do Terreno por Aproximação Linear (ct_{Linear})

Para realizar o cálculo da correção do terreno por aproximação linear, foi produzido um aplicativo em ambiente MATLAB™, utilizando a (85) e dados do MDA SRTM30_PLUS. Um dos critérios utilizados para a escolha deste MDA foi por ele ter dados batimétricos, O resultado está sendo apresentado na Figura 30.

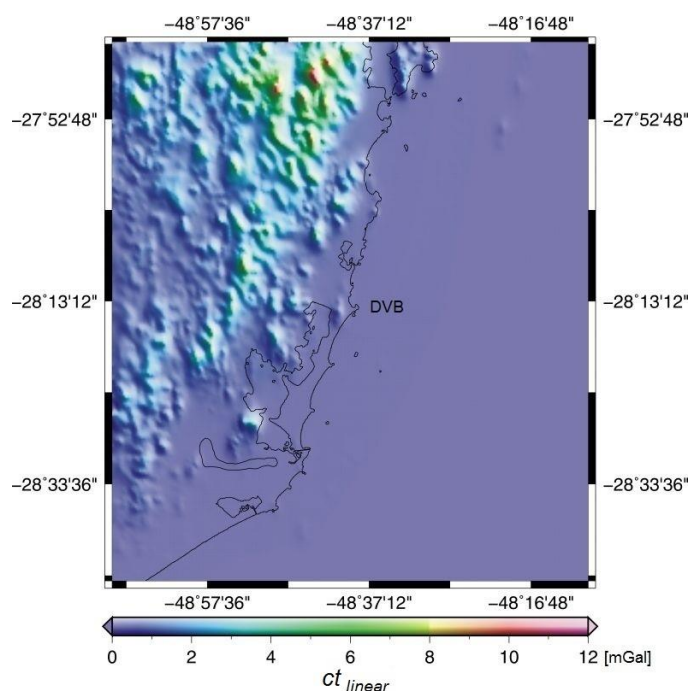


FIGURA 30 - CORREÇÃO DO TERRENO POR APROXIMAÇÃO LINEAR PARA A REGIÃO DE ESTUDOS.

4.2.2 Correção do Terreno por Prismas (ct_{Prisma})

Para efetuar o cálculo da correção do terreno por prismas (ct_{Prisma}) pela (90) foi utilizado o programa da *IAG-International Geoid School*⁹ (FORSBERG e TSCHERNING, 2008) destinado ao cálculo do efeito direto do terreno e adequado à aplicação de MDAs pelo método de prismas. Na Figura 31, apresenta-se o resultado do cálculo da correção do terreno por prismas na região de estudos.

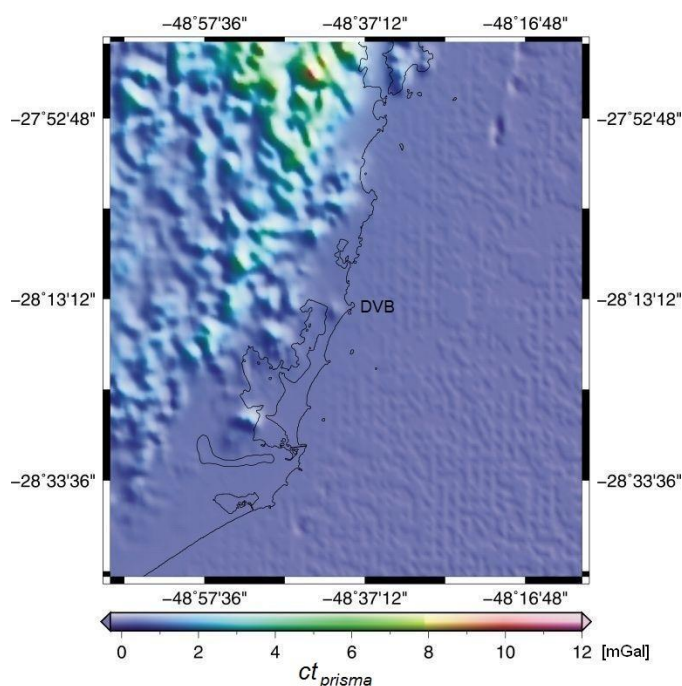


FIGURA 31 - CORREÇÃO DO TERRENO POR PRISMAS PARA A REGIÃO DE ESTUDOS A PARTIR DO SRTM30_PLUS.

4.2.3 Correção do Terreno por FFT (ct_{fft})

Para efetuar o cálculo da correção do terreno por FFT (ct_{fft}) pela (92) foi utilizado o programa da *IAG-International Geoid School*¹⁰ (FORSBERG e TSCHERNING, 2008) que é usado no cálculo do efeito direto do terreno e destinado à

⁹ Programa *tc* do conjunto *GRAVSOFIT*, pela plataforma *Python*TM, opção 3.

¹⁰ Programa *tcfour* do conjunto *GRAVSOFIT*, pela plataforma *Python*TM, opção 3.

aplicação de MDAs via Transformada Rápida de Fourier 2D (FFT-2D). Na análise, é usada uma subdivisão das quadrículas visando-se a eliminação de efeitos de borda. Na Figura 32, apresenta-se o resultado do cálculo da correção do terreno por FFT na região de estudos utilizando dados do MDA SRTM30_PLUS.

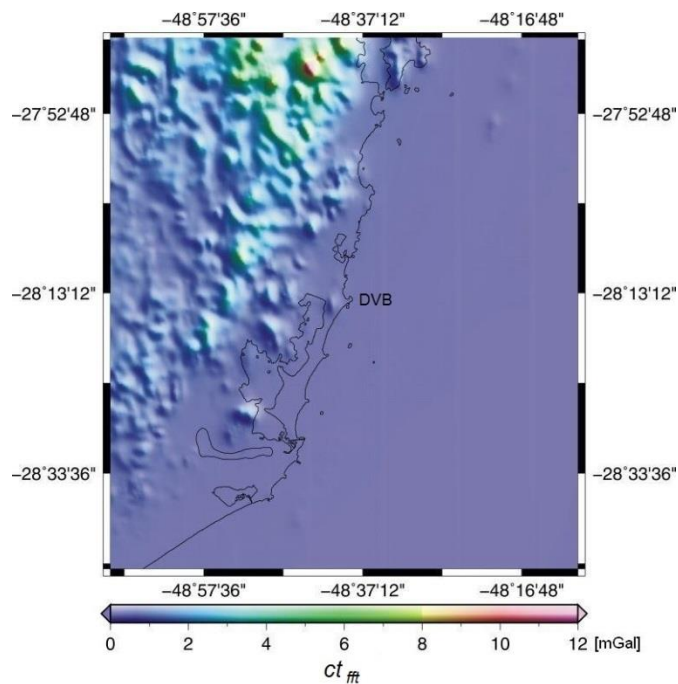


FIGURA 32 - CORREÇÃO DO TERRENO POR FFT PARA A REGIÃO DE ESTUDOS A PARTIR DO SRTM30_PLUS.

Da mesma forma, foi calculado à guisa de comparação, a ct_{fft} com dados do GMRT v2.0 obtido pela *GeoMapApp*©, versão 3.1.6, aplicativo que utiliza plataforma *JAVA™* e onde pode-se obter diversos tipos de dados, entre eles, alguns MDAs com topografia e batimetria, como o GMRT v2.0, GDEM, SRTM. Na Figura 33, apresenta-se o resultado do cálculo da correção do terreno por FFT na região de estudos utilizando dados do MDA GMRT v2.0. Nota-se que os resultados são equivalentes aos que foram calculados pelo MDA SRTM30_PLUS.

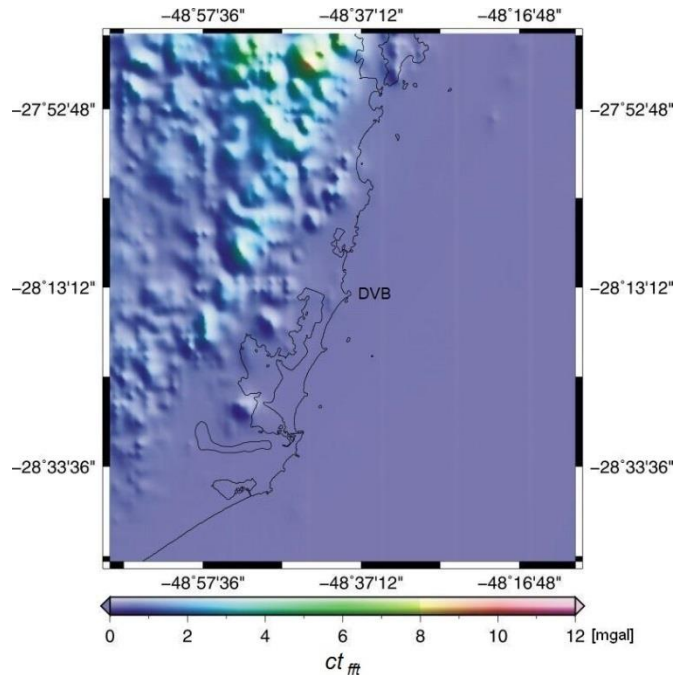


FIGURA 33 - CORREÇÃO DO TERRENO POR FFT PARA A REGIÃO DE ESTUDOS A PARTIR DO GMRT v2.0.

4.2.4 Correção do Terreno por Método de Ponto Massa ($ct_{Ponto\ Massa}$)

A solução por fontes equivalentes ou ponto-massa se apresenta como uma alternativa para integrar numa forma relativamente simples, diferentes observações relacionadas com o campo de gravidade. Utiliza o estabelecimento de uma distribuição arbitrária de massa e o ajuste das mesmas às observações disponíveis produzindo um conjunto de fontes artificiais onde se necessita de significado físico, permitindo representar o potencial na forma discreta sem a dependência de outros métodos. A distribuição dos pontos massa segue a estrutura do campo de gravidade, como por exemplo, maior número de massas nas áreas de topografia elevada, supostamente com dados de alta densidade e, com a vantagem de que o processo pode ser interrompido quando atingir a precisão desejada. Deste modo, o modelo ponto massa foi produzido seguindo sugestões de alguns trabalhos (TENZER et. al., 2008; DENKER et. al., 2000; IHDE et. al., 1998) distribuindo 4128 pontos em diferentes profundidades e diferentes espaçamentos. Foram dispostos 1200 pontos em uma profundidade de 10 km com espaçamento de 1', compreendendo os curtos comprimentos de onda. Nas áreas

montanhosas, 2426 pontos em profundidade de 5 km, espaçamento de 30". Na área oceânica, 494 pontos localizados em uma profundidade de 30 km, espaçamento de 2' e finalmente, 12 pontos localizados em uma profundidade de 200 km, compreendendo os longos comprimentos de onda e influência do relevo. Esta distribuição está apresentada na Figura 34.

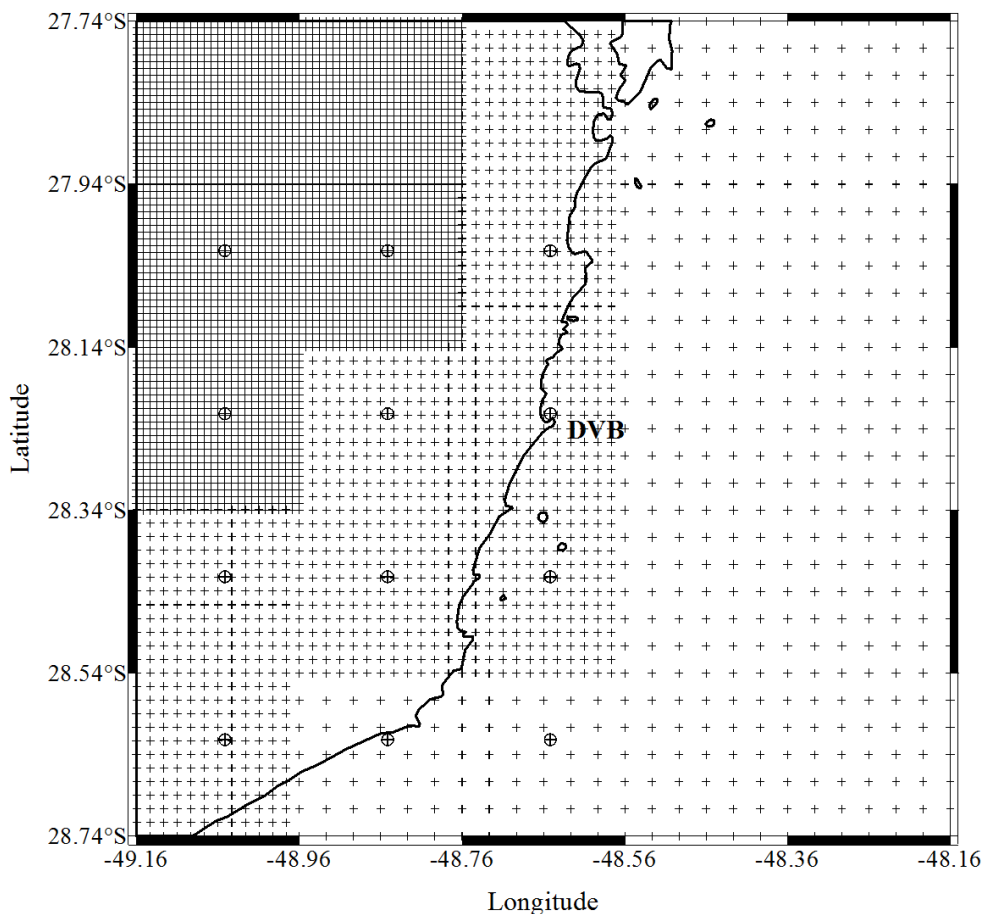


FIGURA 34 - DISTRIBUIÇÃO DOS PONTOS MASSA NA REGIÃO DE ESTUDOS.

Para efetuar o cálculo do campo de tendência, foi feita uma adequação, para se trabalhar com diversos pontos, no programa da *IAG-International Geoid School*¹¹ (FORSBERG e TSCHERNING, 2008) para a solução requerida neste trabalho. A $ct_{Ponto\ Massa}$, foi calculada segundo Forsberg (1985) e Heck e Seitz (2007). Estes preconizam que a $ct_{Ponto\ Massa}$ pode ser realizada pelo programa da *IAG-International*

¹¹ Programa *pointmass* do conjunto GRAVSOFT.

*Geoid School*¹² (FORSBERG; TSCHERNING, 2008) para pequenas distâncias. (FIGURA 35).

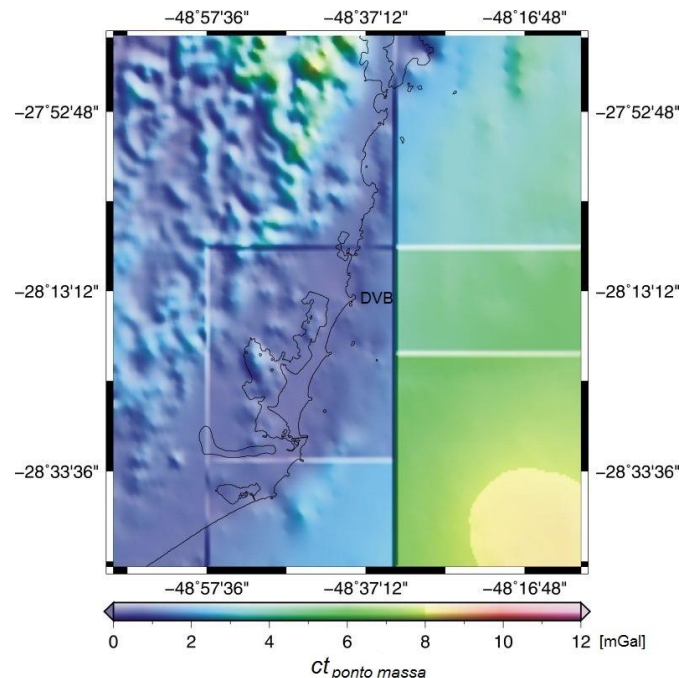


FIGURA 35 - CORREÇÃO DO TERRENO A PARTIR DA MODELAGEM PONTO MASSA PARA A REGIÃO DE ESTUDOS

4.2.5 Correção do Terreno via Modelagem por Tesseroides ($ct_{Tesseroides}$)

Modelos precisos de topografia da Terra estão disponíveis por MDAs globais de alta resolução. Comparando a esta informação de alta resolução, os modelos de densidade globais só existem na forma de baixa resolução, como o modelo de velocidades sísmicas e densidade *Crust2.0* (BASSIN et al, 2000.;TSOULIS, 2004). Portanto, quanto à densidade, pressupostos para a modelagem dos efeitos topográficos têm de ser feitos. Se não há mais informação, as respectivas massas topográficas geralmente são modeladas, neste caso, com base em tesseroides com um valor de densidade padrão de $\rho = 2670 \text{ kg/m}^3$, o qual representa uma densidade média da crosta da Terra. Uma vez que esta é apenas uma primeira aproximação, é preferível utilizar

¹² Programa *tc* do conjunto GRAVSOFIT.

pelo menos modelos combinados de topografia/batimetria como SRTM30_PLUS, GMRT e GDEM, permitindo modelar as massas dos oceanos com um valor de densidade mais realista. Outra classe de MDAs, utilizados nesta pesquisa, são MDAs com dados topográficos globais expressos em harmônicos esféricos tal como o DTM2006.0 (PAVLIS et al., 2007), o qual foi desenvolvido para a elaboração do EGM2008.

Uma maneira comum de tomar valores de densidade levando em conta diferentes tipos de terreno é o conceito de Altitude Equivalente de Rocha - “*Rock-Equivalent Heights*” - REH (KUHN e SEITZ, 2005; RUMMEL et al., 1988). Com base no princípio de balanço de massa com as altitudes do MDA, os diferentes tipos de terreno são convertidos em “*Rock-Equivalent Heights*” em relação a uma densidade de referência constante (por exemplo, $\rho = 2670 \text{ kg / m}^3$). Fórmulas correspondentes para uma aproximação esférica são explicitadas em Kuhn e Seitz (2005). A utilização deste método permite uma modelagem simples de diferentes tipos de terreno com apenas um valor de densidade onde significa também que, para cada elemento de grade, o efeito de apenas um tesseróide tem de ser calculado. A desvantagem desta abordagem é que a geometria da distribuição da massa muda se a densidade real de massa é bastante diferente do valor de densidade constante adotado (TSOULIS e KUHNS, 2007). Para evitar isto e efetuar uma modelagem rigorosa, é necessário separar diferentes tipos de terreno em um arranjo vertical. Como consequência, o tempo de computação para o processo de cálculo aumenta. Dentro da abordagem desenvolvida nessa tese, foi realizado o método Rocha-Água-Gelo (*Rock-Water-Ice* - RWI) apresentado em Grombein et. al (2011b) onde este preconiza que a densidade da rocha é $\rho_r = 2670 \text{ kg / m}^3$; da água é $\rho_w = 1000 \text{ kg / m}^3$; e do gelo é $\rho_i = 920 \text{ kg / m}^3$. Por motivos óbvios, foram utilizadas neste trabalho, somente as densidades de água e rocha para a região de estudos (FIGURA 36). O modelo de tesseróides, então, foi calculado pelo aplicativo *Tesseroids 1.0*¹³ a partir do MDA SRTM30_plus e o modelo de densidade produzido. O resultado (FIGURA 37) é uma grade, onde cada linha representa um

¹³ *Tesseroids 1.0 Project - Gravity Gradiometry direct modeling in spherical coordinates.*

tesseroide. As colunas 1 e 2 representam as duas longitudes e as colunas 3 e 4 representam as duas latitudes de cada tesseroide. As colunas 5 e 6 são as altitudes iniciais e finais do tesseroide. A coluna 7 é a densidade.

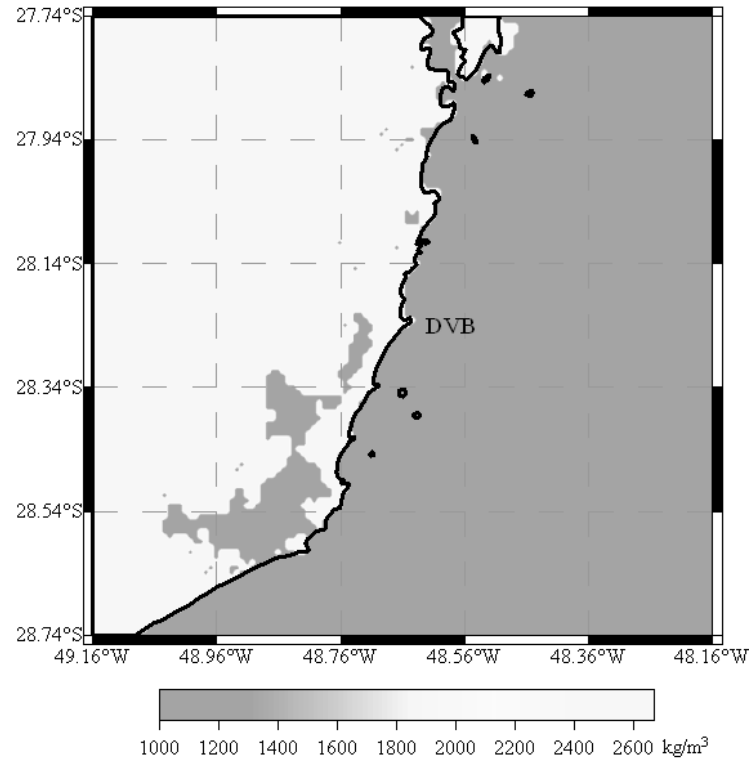


FIGURA 36 - MODELO DENSIDADE

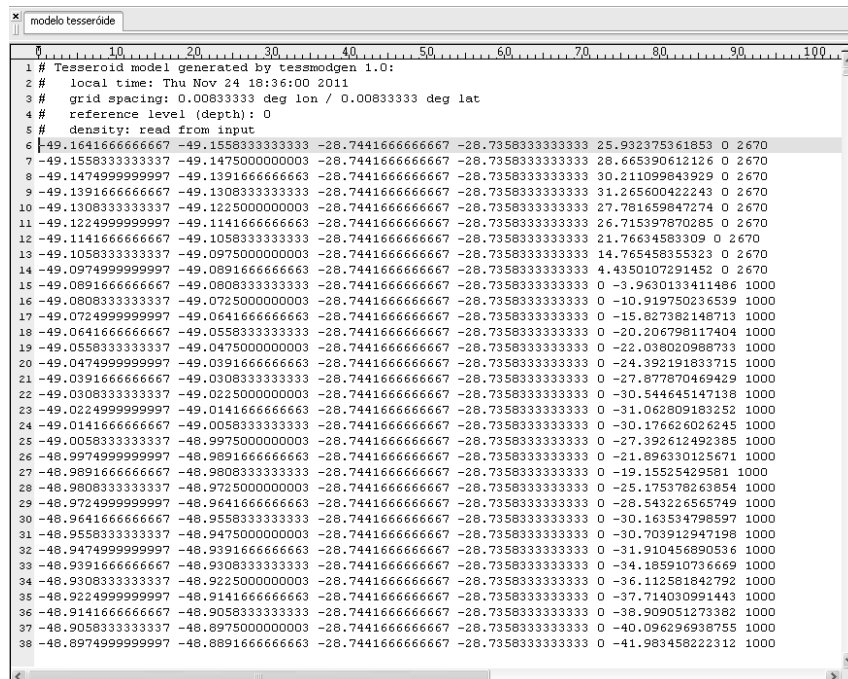


FIGURA 37 - GRADE DE MODELO TESSEROIDES

O cálculo da redução para o efeito gravitacional por prismas foi efetivado conforme a (88) e por tesseroides, conforme a (98), para finalidade de comparação entre os métodos utilizando o aplicativo *Tesseroids 1.0*. Para o cálculo a partir de tesseroides, este aplicativo utiliza a quadratura Gauss-Legendre para integração, cuidando de dividir os tesseroides quando necessário para evitar alguns efeitos numéricos, como é o caso do desenvolvimento da solução numérica por série de Taylor no entorno de cada ponto de cálculo, conforme já apresentado na Seção 2.5.9.2. Os resultados estão apresentados nas Figuras 38 e 39.

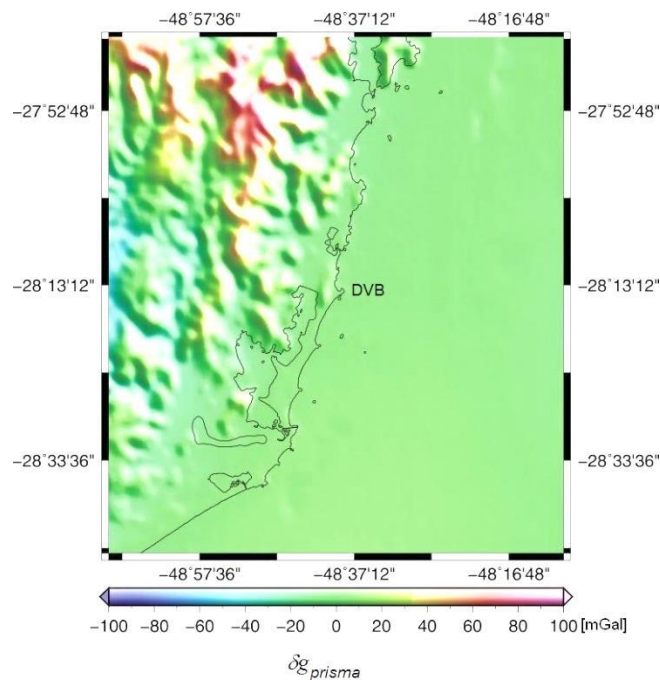


FIGURA 38 - EFEITO POR PRISMAS

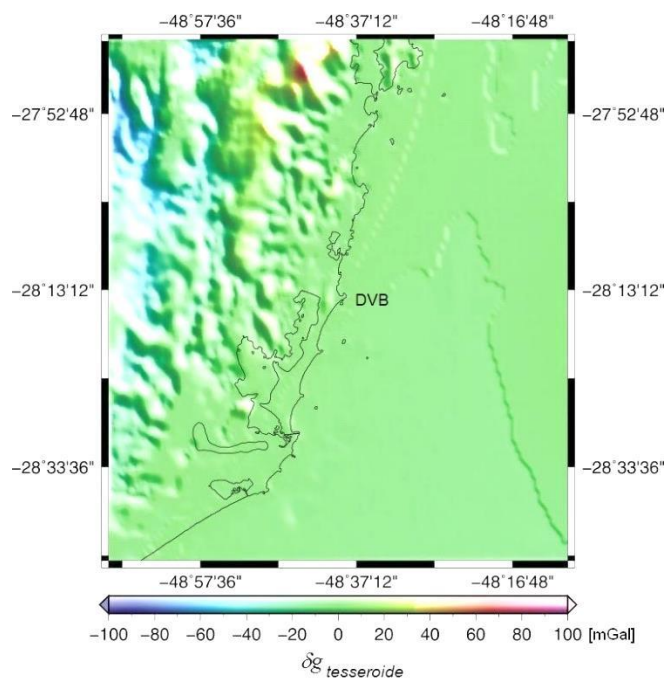


FIGURA 39 - EFEITO POR TESSEROIDES

Considerando grades de valores de $15'' \times 15''$ obtidas por krigagem com dados da topografia obtidos do GMRT¹⁴ e de efeitos gravitacionais calculados por prismas e por tesseroides, foram efetuadas as análises a seguir descritas. Os resultados dos efeitos gravitacionais calculados por prismas e tesseroides estão apresentados nos Gráficos 1, 2 e 3 em três perfis (FIGURA 40) constituídos por pontos com latitude constante da grade regular. Um dos perfis é o que mais se aproxima do DVB ($\varphi = 28,24^\circ$ S). Ressalte-se que estas perfilagens são algo arbitrária, pois refletem apenas uma das dimensões de um efeito que, em essência, é espacialmente distribuído envolvendo variações topográficas e de densidades nas duas dimensões horizontais e ainda efeitos da curvatura. No entanto as análises já contêm fortes indicações da adequação ou não de cada uma das duas formas básicas de modelagem dos efeitos gravitacionais da topografia. Explora-se, na sequência, as correlações entre efeitos gravitacionais e topografia com base nos coeficientes de correlação linear de Pearson r

¹⁴ Em todos os casos, foram realizados testes com os MDAs SRTM30_Plus e GMRT v2.0. Escolheu-se mostrar os resultados onde o GMRT v2.0 foi utilizado, por este apresentar a porção batimétrica com melhor resolução espacial.

(ou coeficiente de correlação) em função de variâncias e covariâncias dados pela expressão (PRESS et al., 1994):

$$r = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)} \sqrt{Var(Y)}} \quad (126)$$

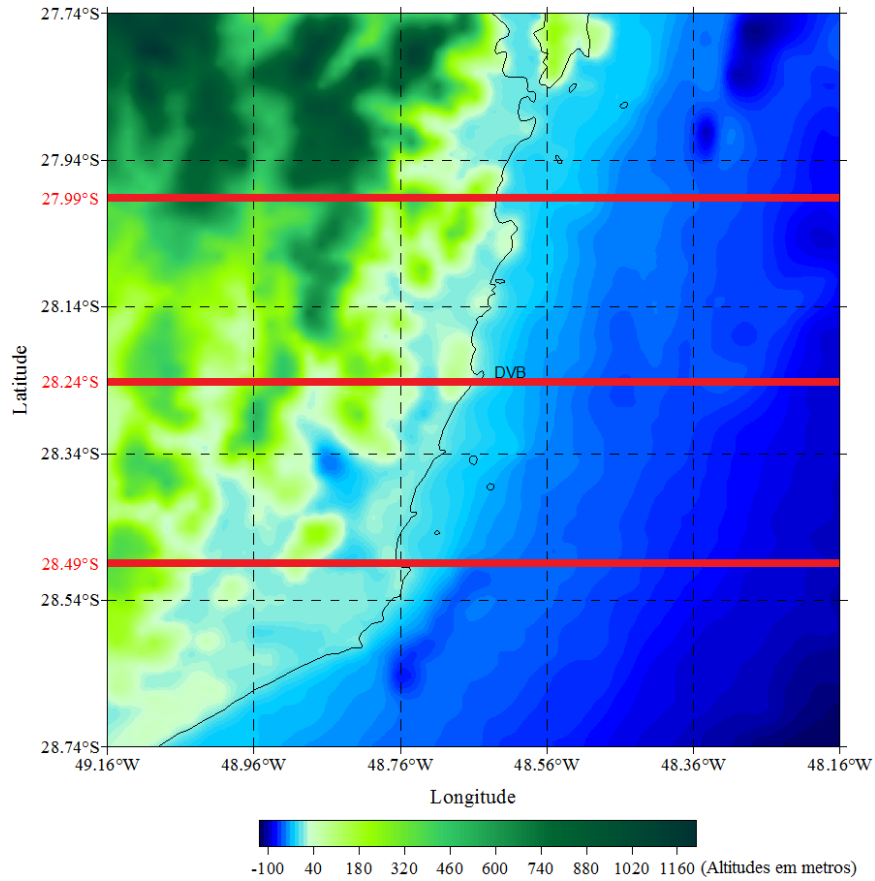


FIGURA 40 - PERFIS CONSTITUÍDOS POR PONTOS COM LATITUDE CONSTANTE.

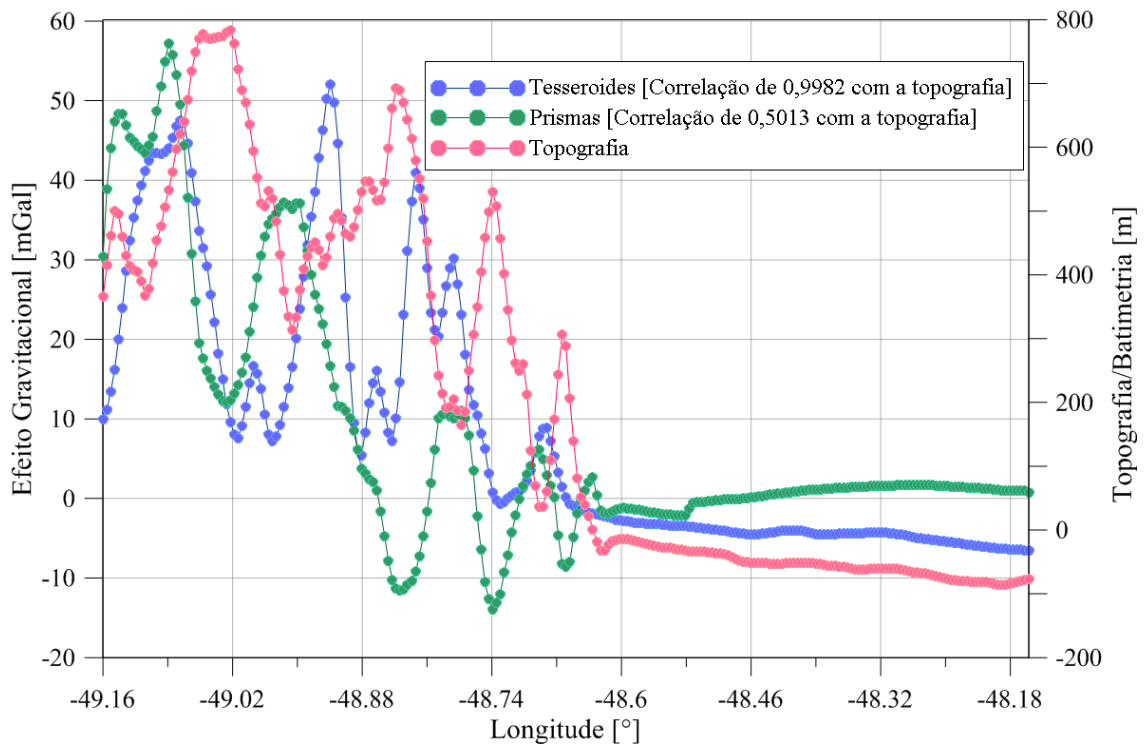


GRÁFICO 1 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 27,99°S.

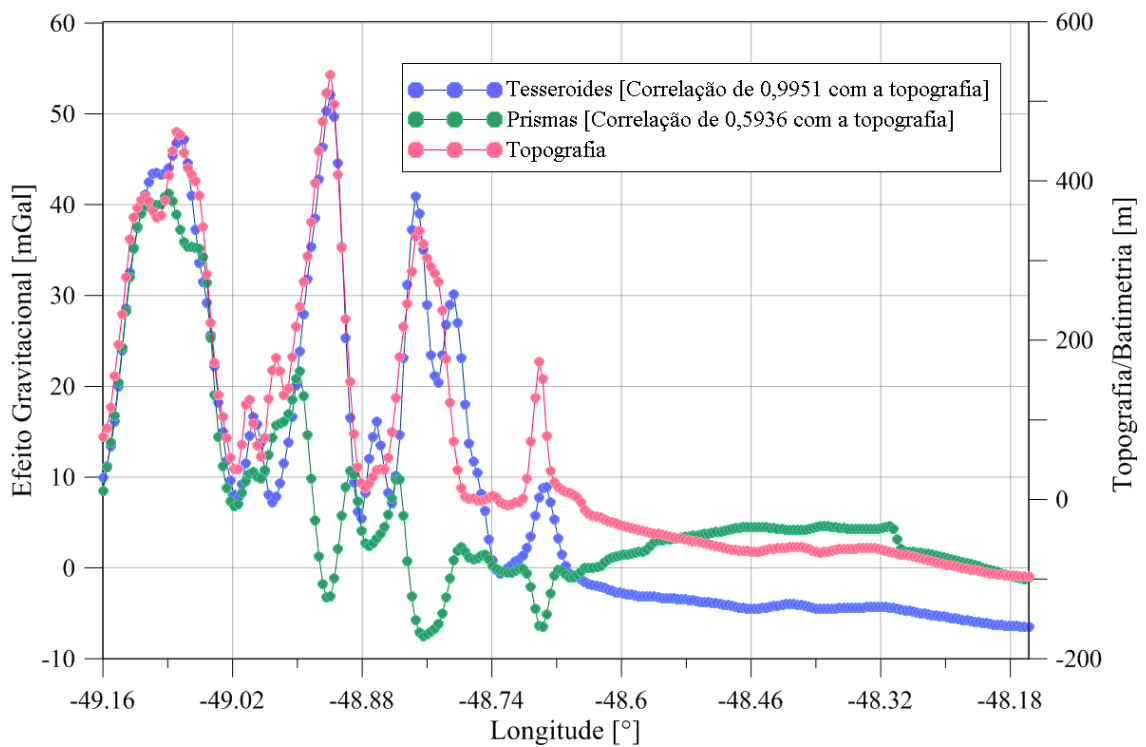


GRÁFICO 2 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE SE APROXIMA DO DVB.

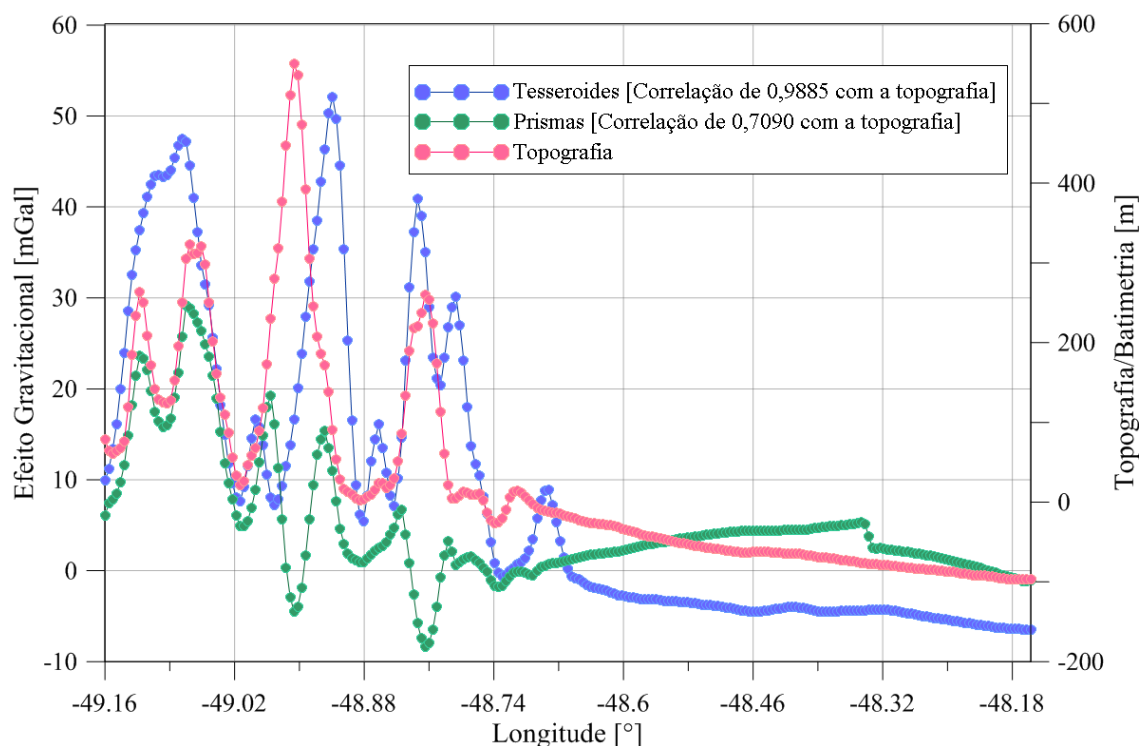


GRÁFICO 3 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,49S°.

Nota-se dos Gráficos 1, 2 e 3 e das correlações calculadas entre os efeitos gravitacionais e a topografia que, em geral, existe uma melhor correlação do efeito gravitacional calculado por tesseroides do que aquele por prismas. Existem entre eles acentuadas diferenças de valores. Neste sentido, em diversos artigos mais recentes (e.g. GROMBEIN et al., 2011a), o uso de tesseroides é considerado como tendo maior consistência física que o dos prismas por não envolver solução planar e por possibilitar uma melhor modelagem da curvatura da superfície. Tal fato também será destacado nas correções do terreno discutidas em Seções subsequentes.

Usando todos os pontos da grade na região de estudos, obtém-se os coeficientes de correlação linear, entre a topografia e o efeito gravitacional, respectivamente de $r_{Prismas} = 0,1813$ e $r_{Tesseroides} = 0,9975$. Estes valores mostram uma maior capacidade dos tesseroides representarem de forma efetiva os efeitos gravitacionais diretamente associados com as características morfológicas do terreno no entorno do ponto de cálculo. A crítica que pode ser tecida em relação à simples correlação linear é a de que o efeito gravitacional é, na verdade, fruto da integração

dos efeitos de todas as massas topográficas na razão inversa da distância ao centro de cada elemento de massa considerado no entorno do ponto de cálculo.

Com o objetivo de melhor verificar esses resultados, foram revistos esses perfis, analisando as porções continentais e oceânicas separadas. Os resultados estão nos Gráficos 4, 5, 6 (porção continental), 7, 8 e 9 (porção oceânica).

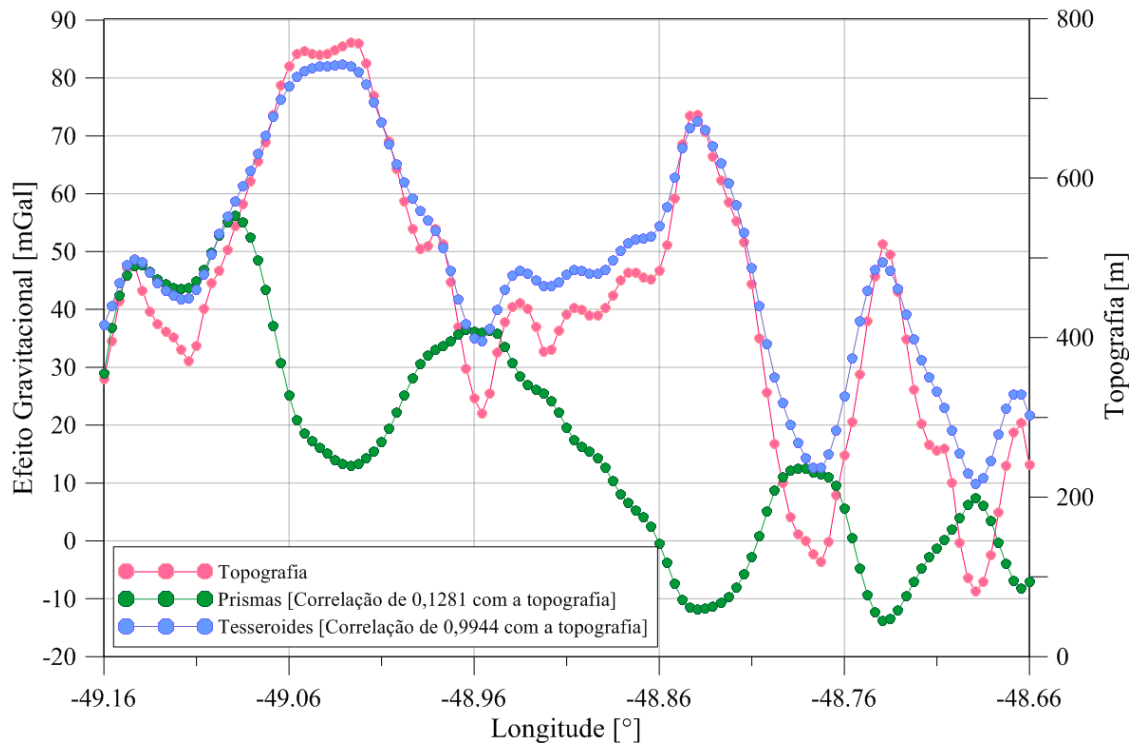


GRÁFICO 4 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 27,99°S SOMENTE NA PORÇÃO CONTINENTAL.

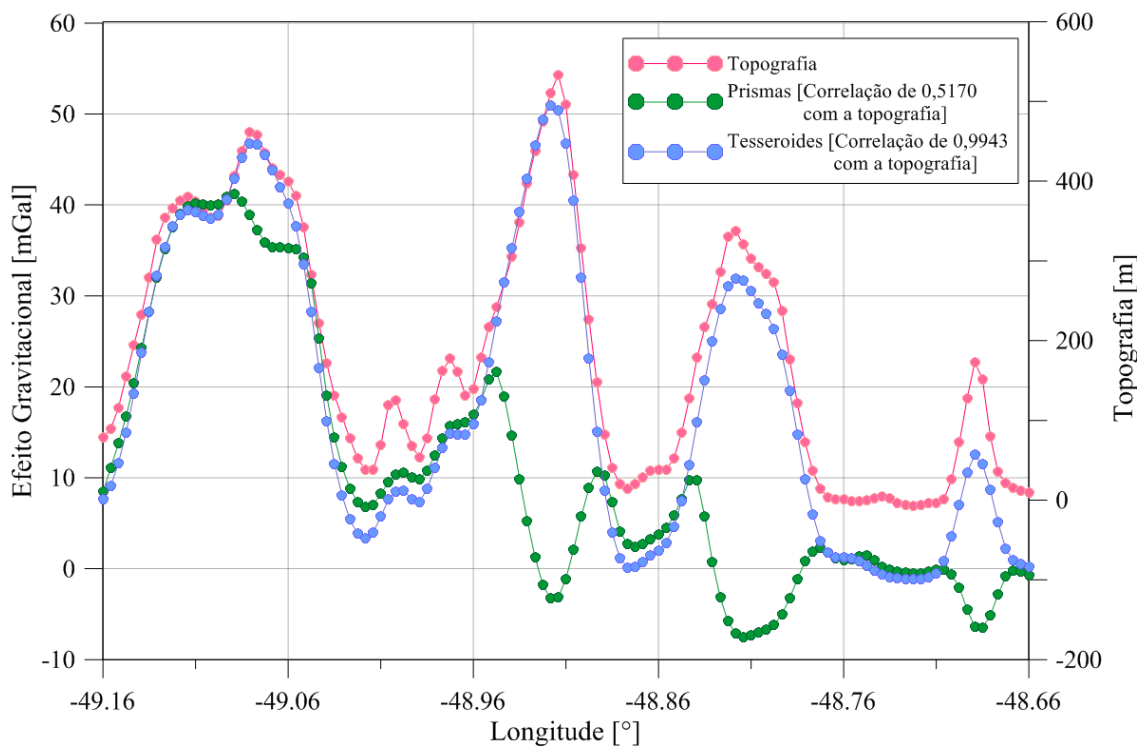


GRÁFICO 5 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE SE APROXIMA DO DVB E SOMENTE NA PORÇÃO CONTINENTAL.

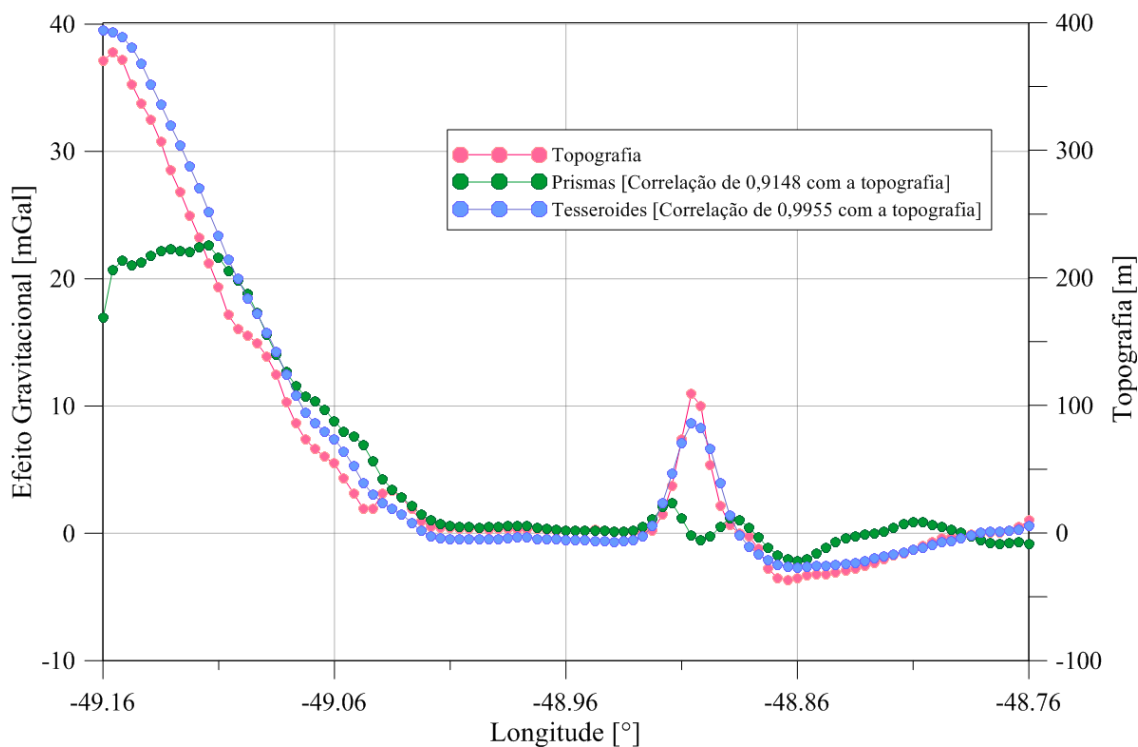


GRÁFICO 6 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,49°S SOMENTE NA PORÇÃO CONTINENTAL.

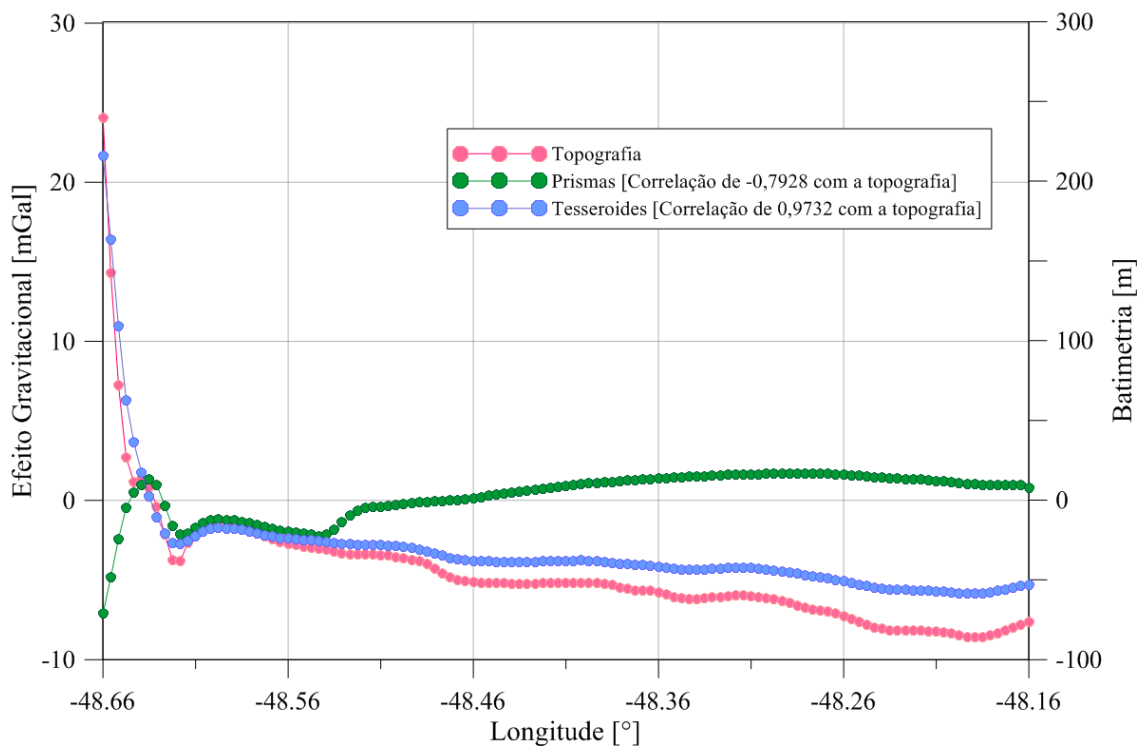


GRÁFICO 7 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 27,99°S SOMENTE NA PORÇÃO OCEÂNICA.

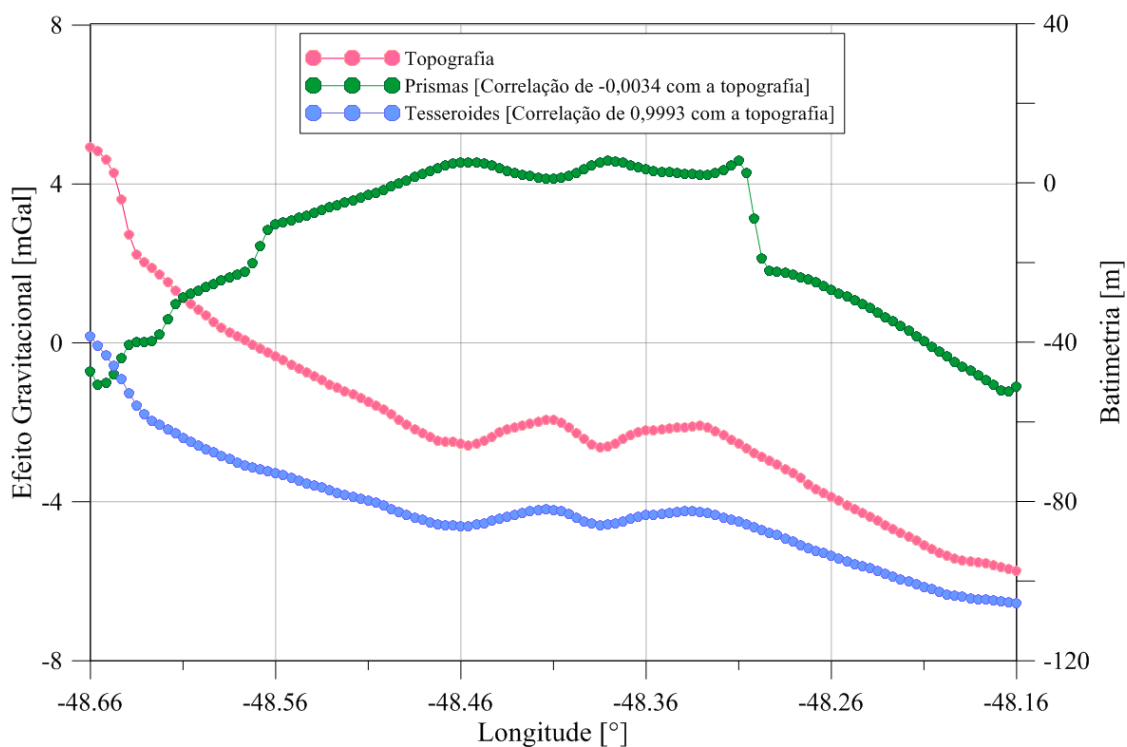


GRÁFICO 8 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE SE APROXIMA DO DVB E SOMENTE NA PORÇÃO OCEÂNICA.

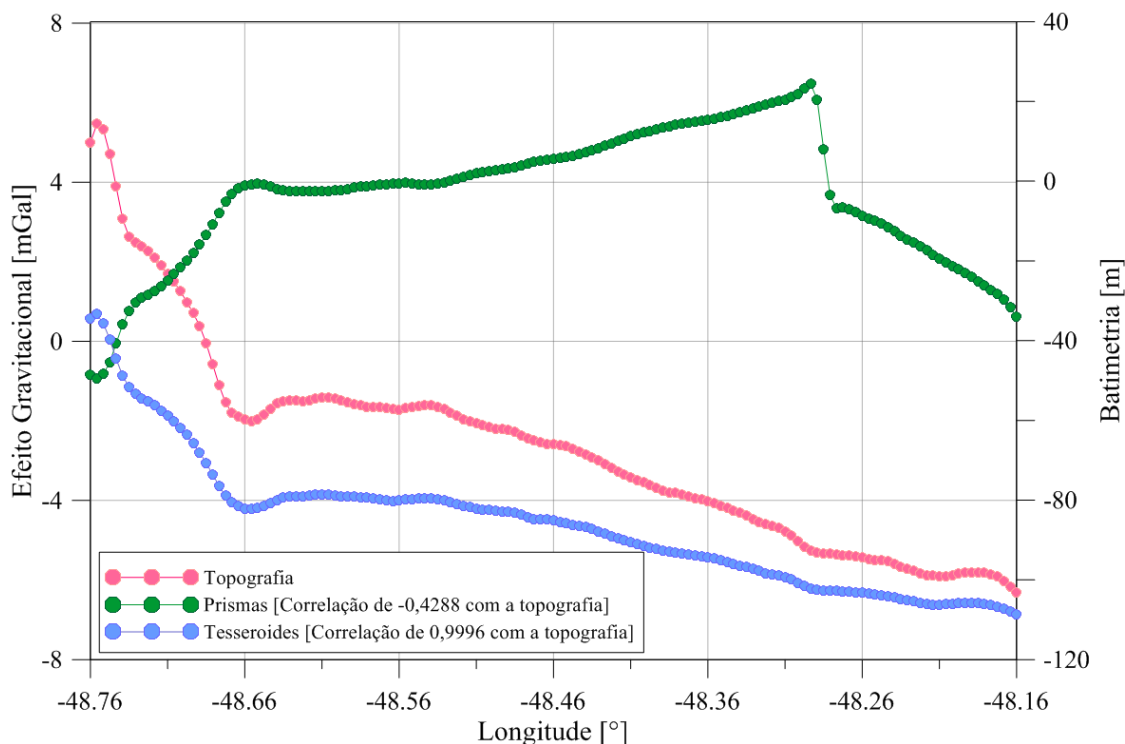


GRÁFICO 9 - COMPORTAMENTO DO EFEITO GRAVITACIONAL CALCULADO POR PRISMAS E TESSEROIDES PARA PONTOS DA GRADE, CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,49S SOMENTE NA PORÇÃO OCEÂNICA.

Nota-se que na análise das correlações calculadas entre os efeitos gravitacionais e a topografia, mesmo com a separação das porções continentais e oceânicas, existe ainda uma melhor correlação do efeito gravitacional calculado por tesseroides do que por prismas. Existem diferenças acentuadas nos valores entre eles avaliando somente a porção oceânica.

Os valores da correção do terreno por tesseroides calculados pela (99) foram determinados em um aplicativo produzido em ambiente MATLAB™ na região de estudos e estão representados na Figura 41.

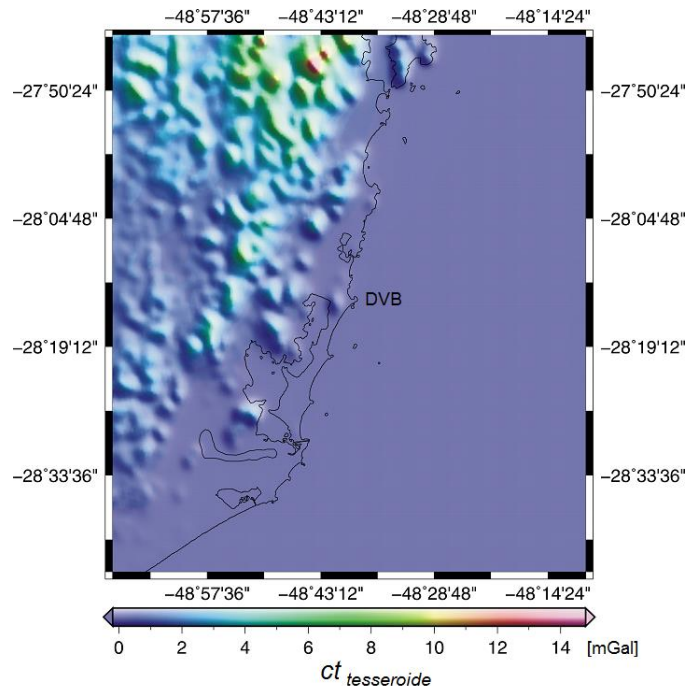


FIGURA 41 - CORREÇÃO DO TERRENO POR TESSEROIDES PARA A REGIÃO DE ESTUDOS A PARTIR DO SRTM30_PLUS.

4.3 ANÁLISES DAS CORREÇÕES DO TERRENO CALCULADAS PELOS DIVERSOS MÉTODOS

Os resultados das correções do terreno por prismas, aproximação linear, FFT, ponto massa e tesseroides, calculados como apresentado na Seção 4.2, foram dispostos nos Gráfico 10, com grade de 5' para melhor visualização, e Gráfico 11 com grade de 30''.

Como foram observados resultados duvidosos na $ct_{Ponto\ Massa}$ na porção oceânica, resolveu-se então, calcular novamente a $ct_{Ponto\ Massa}$ atribuindo a porção oceânica como zero. Esse novo resultado, chamado de $ct_{Ponto\ Massa\ com\ oceano=0}$, está sendo apresentado juntamente com os outros métodos.

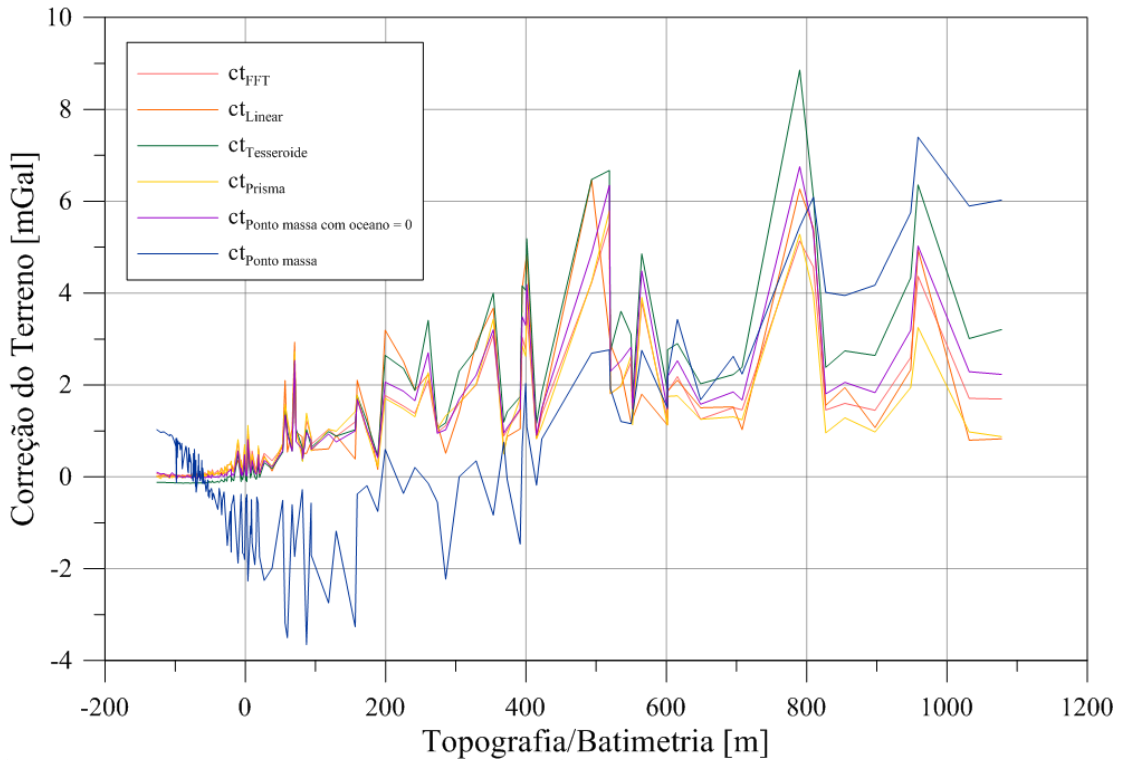


GRÁFICO 10 - COMPORTAMENTO DOS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO EM RELAÇÃO À TOPOGRAFIA/BATIMETRIA.

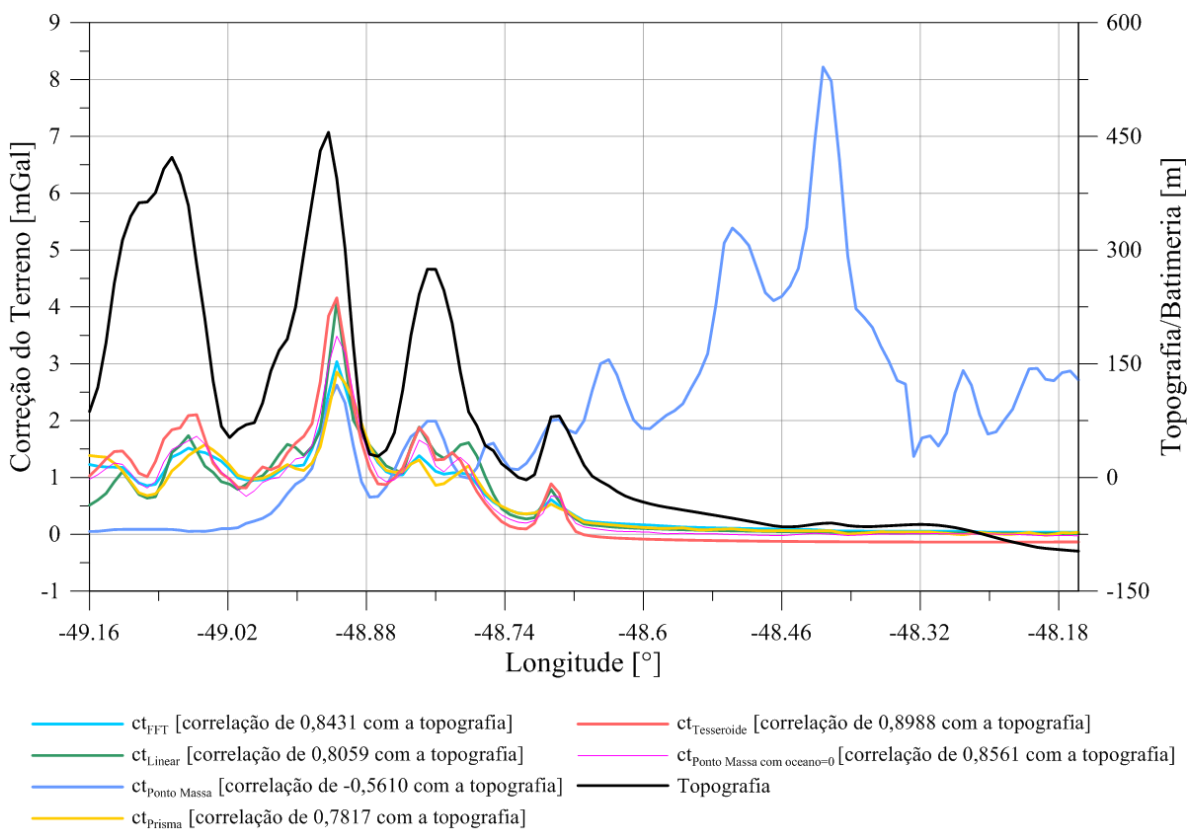


GRÁFICO 11 - COMPORTAMENTO ENTRE OS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO COM A TOPOGRAFIA/BATIMETRIA CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE COMPREENDE A REGIÃO DO DVB.

Como dito anteriormente, observa-se nos Gráficos 10 e 11 que a correção do terreno pelo método de ponto massa apresenta-se duvidosa nestes testes, fornecendo fortes resultados negativos. Seu coeficiente de correlação linear com a topografia, no perfil considerado, é bem menor e inclusive com leve indicação de anticorrelação no perfil considerado ($r_{Ponto\ Massa} = -0,5610$). Só apresenta coerência parcial com os outros modelos em grandes altitudes. No entanto, a $ct_{Ponto\ Massa\ com\ oceano=0}$ apresentou um melhor resultado ($r_{Ponto\ Massa\ com\ oceano=0} = 0,8561$) que quando comparado com os outros métodos, ainda que a $ct_{Tesseroide}$ exibiu melhor desempenho que as determinadas por ponto massa nas comparações ($r_{Tesseroide} = 0,8988$).

Para confirmar estes resultados, foi analisado o perfil com latitude constante de 28,24°S, que compreende a região do DVB, separando as porções continentais (GRÁFICO 12) e oceânicas (GRÁFICO 13).

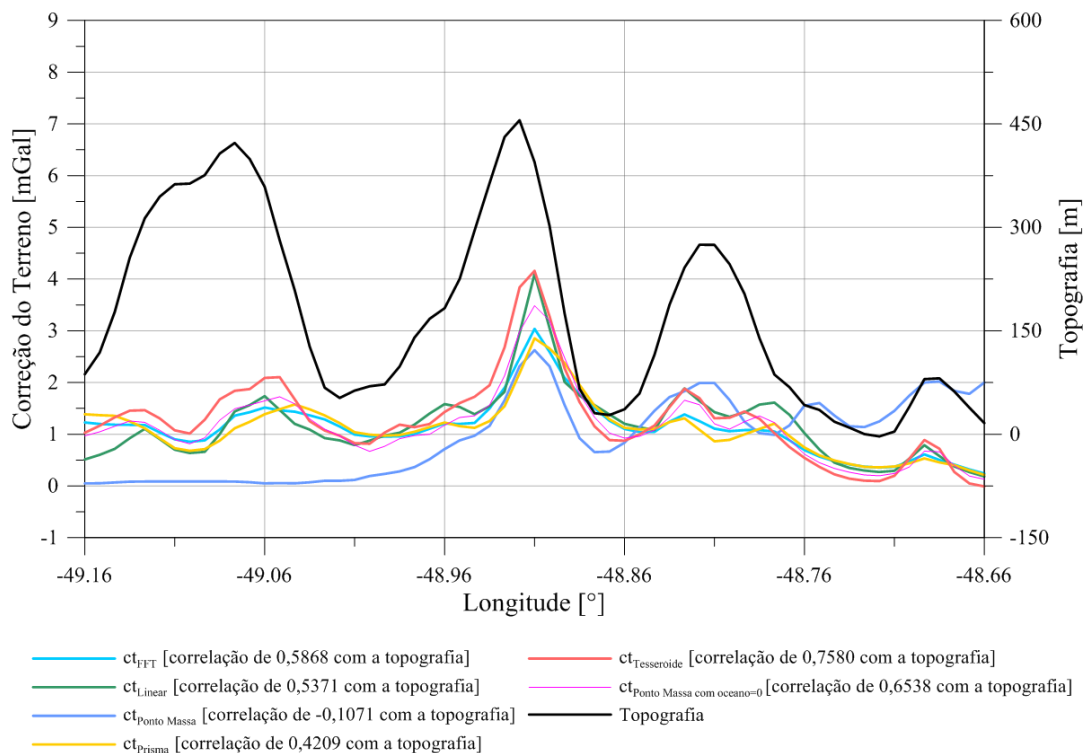


GRÁFICO 12 - COMPORTAMENTO ENTRE OS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO COM A TOPOGRAFIA CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE COMPREENDE A REGIÃO DO DVB.

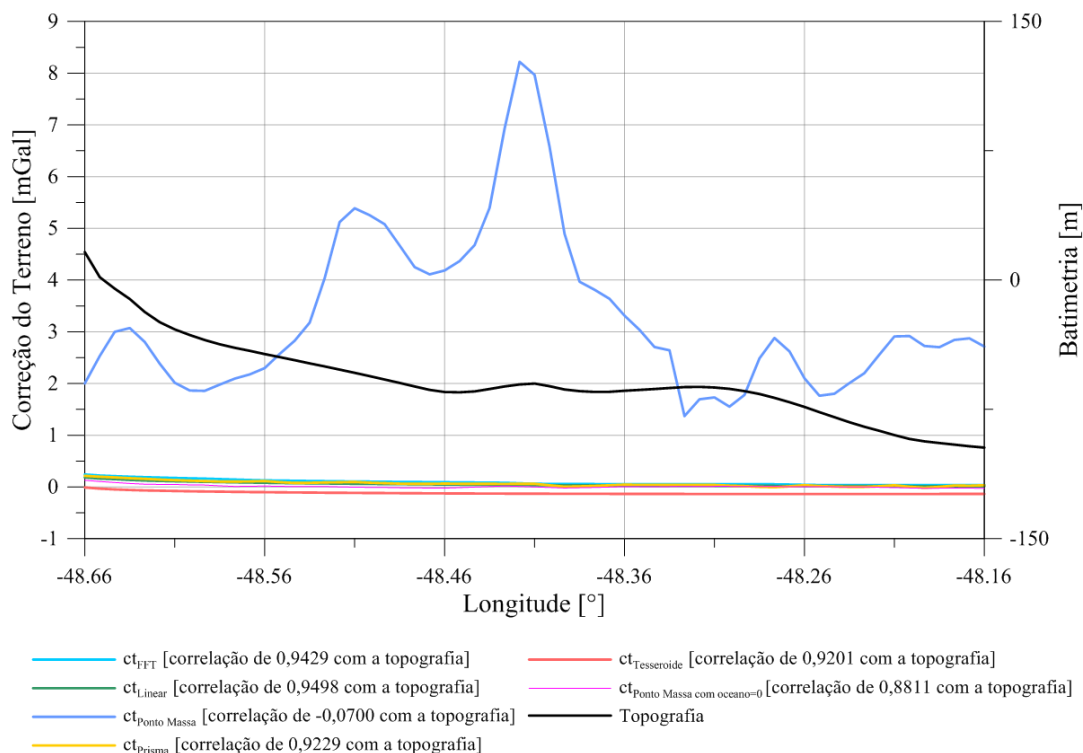


GRÁFICO 13 - COMPORTAMENTO ENTRE OS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO COM A BATIMETRIA CONSIDERANDO A LATITUDE CONSTANTE DE 28,24°S QUE COMPREENDE A REGIÃO DO DVB

Como um aspecto de análise preliminar, procedeu-se ao cálculo dos coeficientes de correlação linear das correções do terreno em toda a área de estudos (grade de 30"). Os resultados estão expressos no Quadro 4 em conjunto com as estatísticas de cada método.

	ct_{Linear}	$ct_{Prismas}$	ct_{ffT}	$ct_{Ponto\ Massa}$	$ct_{Tesseroide}$	$ct_{Ponto\ Massa\ como\ oceano=0}$
Mín (mGal)	0,01	-0,21	0,02	-3,65	-0,14	-0,17
Máx (mGal)	9,96	8,72	9,78	9,03	13,63	10,95
Média (mGal)	0,68	0,61	0,67	1,10	0,73	0,68
Coef.Corr. (r)	0,7719	0,7429	0,8074	0,4239	0,8652	0,8286

QUADRO 4 - ESTATÍSTICAS DOS DIFERENTES MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO PARA A REGIÃO DE ESTUDOS E CORRELAÇÕES COM A TOPOGRAFIA CONSIDERANDO TODA A GRADE DE VALORES NA REGIÃO DE ESTUDOS

Foi feita outra análise, somente com dados em grandes altitudes (acima de 500m), com a mesma grade de 30". Os resultados estão apresentados no Quadro 5 em conjunto com as estatísticas de cada método.

	<i>ct_{Linear}</i>	<i>ct_{Prismas}</i>	<i>ct_{fft}</i>	<i>ct_{Ponto Massa}</i>	<i>ct_{Tesseroide}</i>	<i>ct_{Ponto Massa}</i> <i>como ceano=0</i>
Mín (mGal)	0,61	0,58	0,88	-0,17	1,32	1,01
Máx (mGal)	9,96	8,72	9,78	9,03	13,63	10,95
Média (mGal)	2,65	2,20	2,55	3,08	3,81	3,05
Coef.Corr. (r)	0,1112	0,0287	0,1931	0,7900	0,3050	0,2382

QUADRO 5 - ESTATÍSTICAS DOS DIFERENTES MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO PARA A REGIÃO DE ESTUDOS E CORRELAÇÕES COM A TOPOGRAFIA CONSIDERANDO TODA A GRADE DE VALORES NA REGIÃO DE ESTUDOS NAS GRANDES ALTITUDES.

Com o objetivo de avaliar os resultados dos cálculos dos diferentes métodos de correção do terreno, foram fixados os resultados por tesseroides e comparados com os demais métodos. Esta fixação dos tesseroides como referência é conflitante com a percepção de ser a correção do terreno por FFT o método mais tradicionalmente consagrado na bibliografia (cf. FORSBERG, 2009), amplamente utilizado e tido como rápido e confiável. No entanto, na análise dos efeitos gravitacionais foi o método que apresentou maior consistência com a topografia observada, mesmo considerando perfis de valores em diferentes latitudes, conforme discutido na Seção 4.2.5. No Gráfico 14 são apresentados os resultados do cálculo pelo método tesseroides em relação à topografia e, no Gráfico 15, a diferença entre os resultados dos diversos métodos com o resultado da correção do terreno calculada pelos tesseroides. Ambos os Gráficos referem-se a uma nova grade de valores de 5'x5' para toda a região com o intuito de obter-se maior clareza na representação.

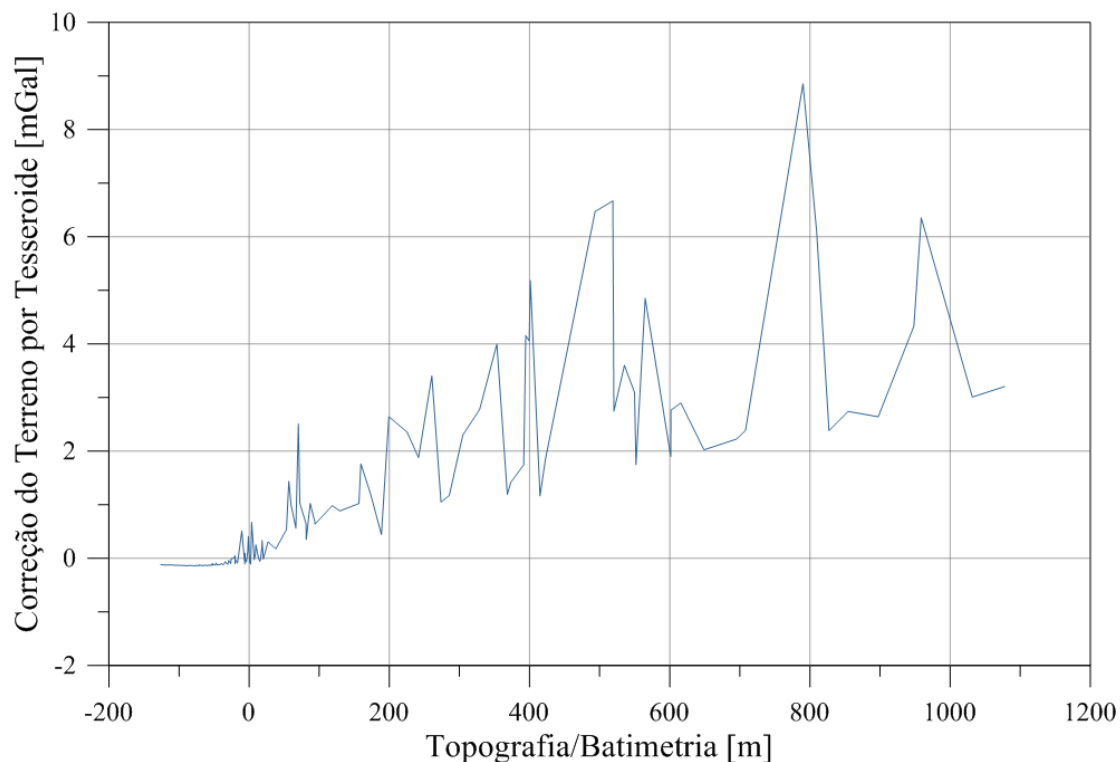


GRÁFICO 14 - COMPORTAMENTO DO MÉTODO DOS TESSEROIDES DE CORREÇÃO DO TERRENO.

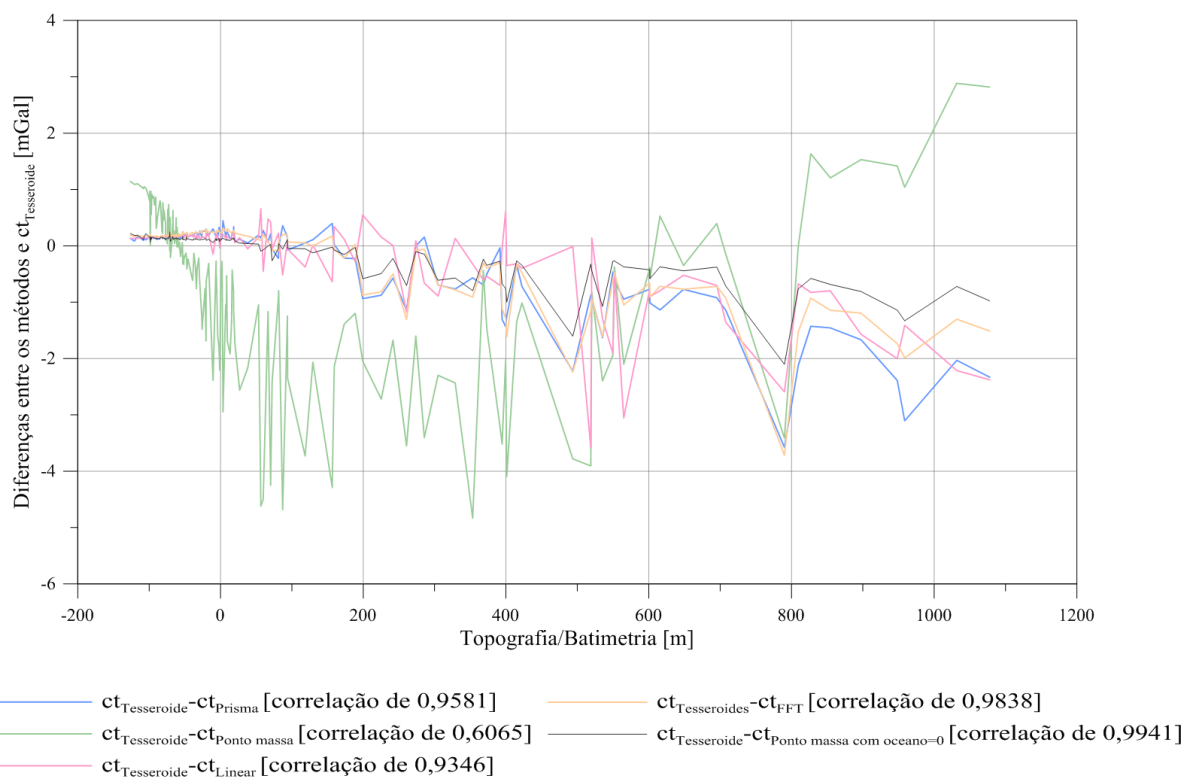


GRÁFICO 15 - DIFERENÇAS ENTRE OS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO E O MÉTODO TESSEROIDE.

Notem-se as discrepâncias dos valores de correção do terreno obtidos com o método de ponto massa em relação ao método dos tesseroides expressas pelas diferenças das correções obtidas com os dois métodos. Estas se apresentam com comportamento variado enquanto as dos demais métodos apresentam diferenças com tendências lineares. Já a correção do terreno por ponto massa, fixando a porção oceânica como zero, aproximou-se bastante do método por tesseroides. Um aspecto notável é o de que os tesseroides trazem, implicitamente, uma melhor modelagem das variações topográficas acentuadas, usualmente filtrados nos casos de prismas utilizados tanto no domínio do espaço como no das frequências (a ct_{Linear} pode ser também assimilada nesta estrutura) e efeitos da curvatura terrestre não previstos nos demais métodos. Neste sentido, constata-se uma tendência a valores maiores dos tesseroides nas regiões mais elevadas, que apresentam também acentuadas variações laterais de altitude (ver HECK; SEITZ, 2007).

4.4 CÁLCULOS DAS ANOMALIAS BOUGUER

Considerando-se a grade de pontos com 15''x15'' na área de estudos, foram calculadas as anomalias Bouguer completas pela (47) com os conjuntos de resultados da correção do terreno obtidos por distintos métodos, apresentados na Seção 4.2 (linear, prismas, FFT, tesseroides, ponto massa e também, ponto massa com oceano=0). Os valores de anomalia ar livre utilizados para o cálculo das anomalias Bouguer foram os apresentados na Seção 4.1. Para fins de comparação com os resultados, foram utilizados dados de anomalia Bouguer do EGM2008 e dados de anomalia Bouguer do LARAS e USP.

No Gráfico 16, estão apresentados os comportamentos dos dados de anomalias ar livre, Bouguer e correção do terreno (por FFT) calculados para a região de estudos.

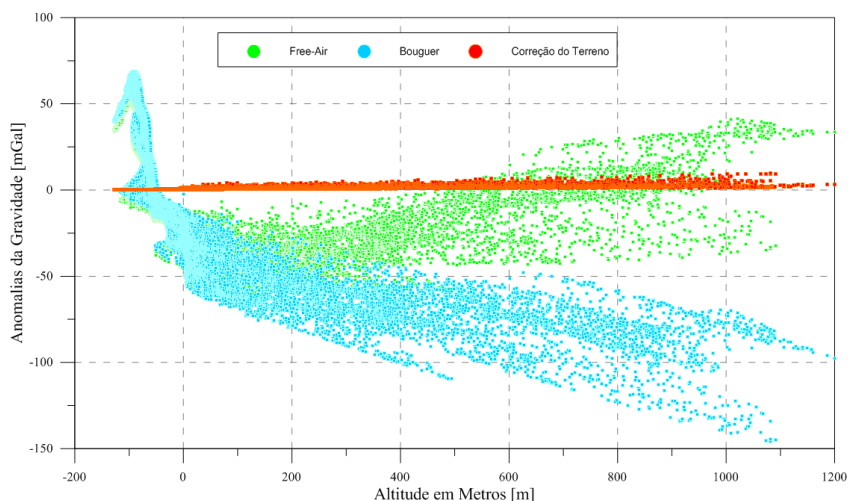


GRÁFICO 16 - COMPORTAMENTO ENTRE A ANOMALIA AR LIVRE, BOUGUER E CORREÇÃO DO TERRENO PARA REGIÃO DE ESTUDOS.

Na Figura 42 está apresentada a anomalia de Bouguer do EGM2008, desenvolvido até o grau e ordem 2159. Constatase na representação uma clara generalização de valores, mesmo considerada a resolução espacial do modelo de aproximadamente 9,2 km na região.

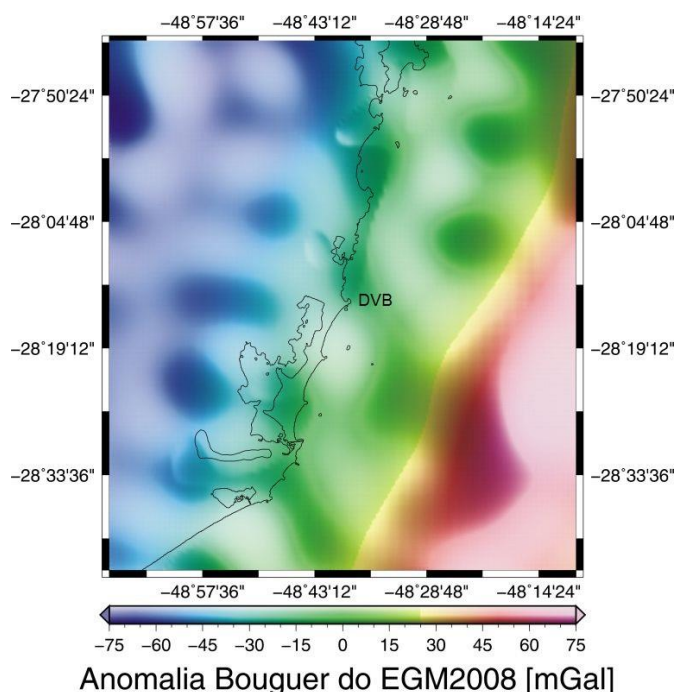
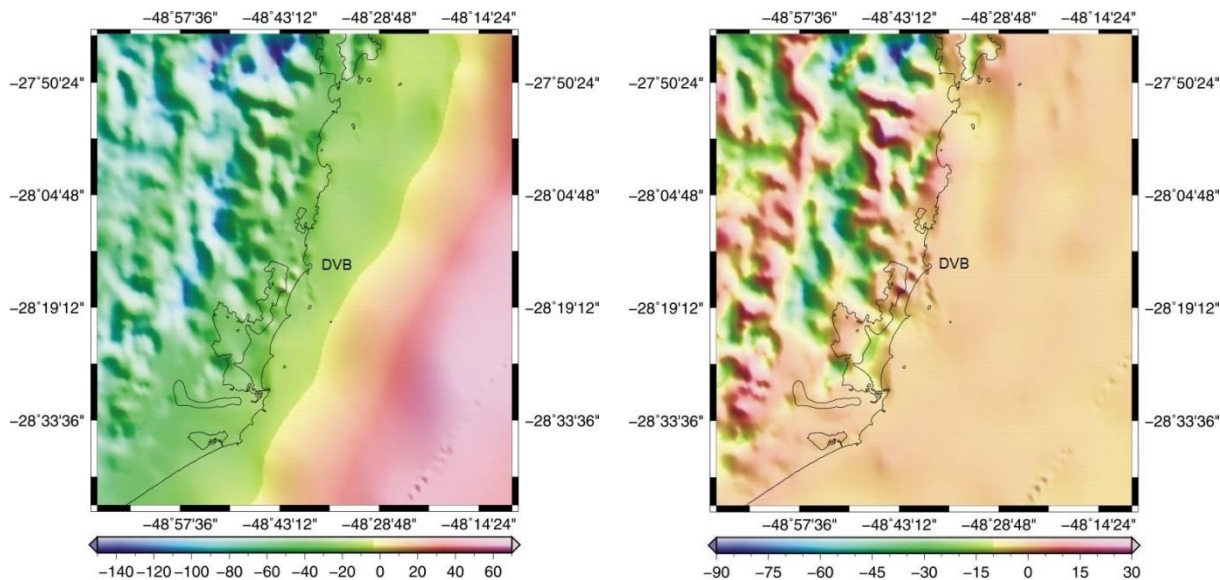


FIGURA 42 - ANOMALIA BOUGUER DO EGM2008.

A Figura 43 apresenta as anomalias Bouguer calculadas com $ct_{Tesseroide}$ e a diferença entre as anomalias EGM2008 e as calculadas com $ct_{Tesseroide}$.



Anomalia Bouguer por Tesseróide [mGal]
 Tesseróide - EGM2008 [mGal]
 FIGURA 43 - ANOMALIA BOUGUER COM $ct_{Tesseróide}$ E A DIFERENÇA COM EGM2008

O Gráfico 17 mostra o comportamento das anomalias Bouguer do modelo EGM2008 distribuídos de acordo com a topografia/batimetria. O Gráfico 18 apresenta as anomalias calculadas e as anomalias do EGM2008. Ambos os Gráficos referem-se a uma grade de valores de minuto a minuto para toda a região com o intuito de obter-se maior clareza na representação.

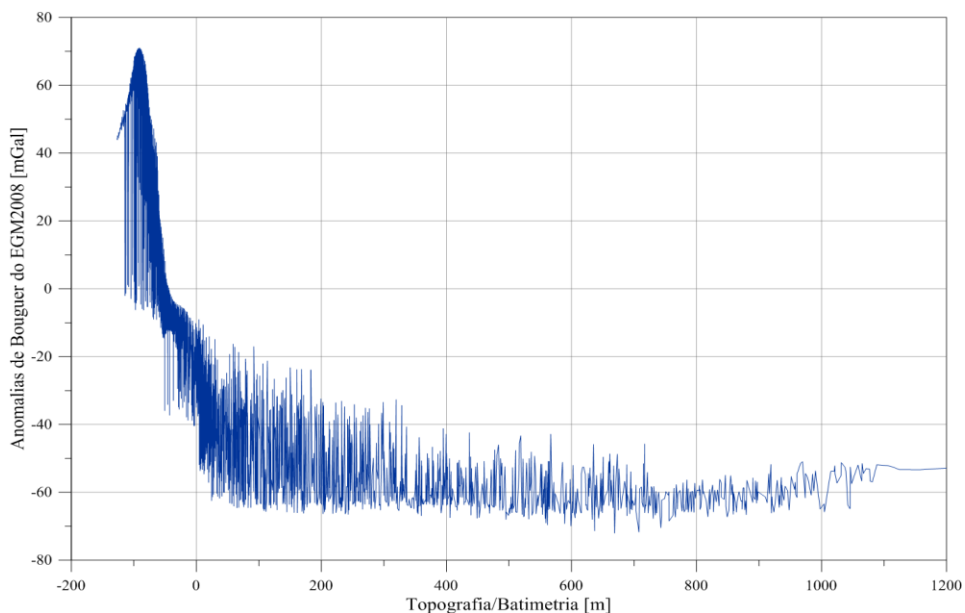


GRÁFICO 17 - COMPORTAMENTO DAS ANOMALIAS BOUGUER DO EGM2008 COM A TOPOGRAFIA/BATIMETRIA

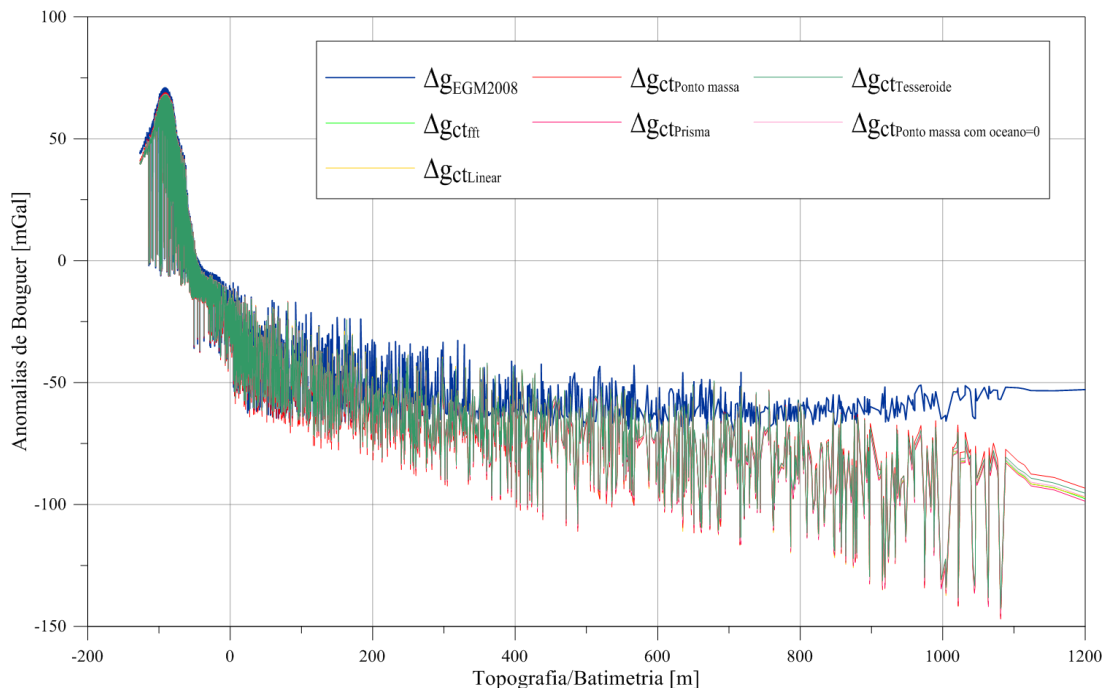


GRÁFICO 18 - COMPORTAMENTO DAS ANOMALIAS BOUGUER CALCULADAS E DO EGM2008.

O Gráfico 19 apresenta as diferenças entre as anomalias Bouguer calculadas e as anomalias do EGM2008. Este se refere a uma nova grade de valores geradas de 5'x5' para toda a região com o intuito de obter-se maior clareza na representação.

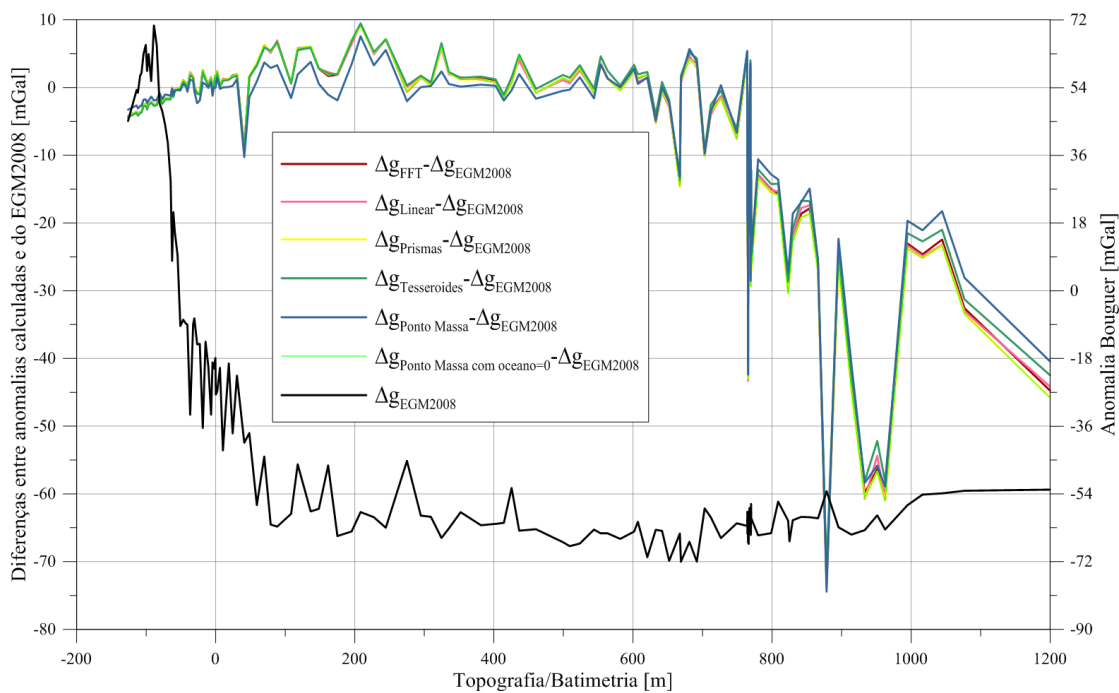


GRÁFICO 19 - DIFERENÇAS ENTRE AS ANOMALIAS BOUGUER CALCULADAS E AS ANOMALIAS BOUGUER DO EGM2008 COM A TOPOGRAFIA/BATIMETRIA

Antes das análises das anomalias de gravidade geradas, merecem reflexão alguns aspectos relativos às bases de dados empregadas. A grade das anomalias de gravidade Bouguer para a área de estudos foi calculada com base no MDA GMRT e nas diferentes técnicas de cálculo da correção do terreno. O elemento de base para tanto foram anomalias ar livre da gravidade de diferentes fontes e que sofreram processo de fusão, principalmente considerando os dados oceânicos oriundos das bases do DTU10 e dados oceânicos pontuais do BGI, e os dados pontuais continentais das bases de dados do LARAS e da USP. Na geração das anomalias ar livre da gravidade em grade, na porção oceânica, não existem implícitos os problemas clássicos de grande variabilidade lateral das anomalias ar livre, tal qual nas porções continentais e que certamente produzem problemas na interpolação. Na parte continental, foram interpoladas diretamente as anomalias ar livre da gravidade em grade, já que a ideia foi a de se gerar as anomalias de Bouguer a partir da grade oceano/continente de anomalias ar livre devidamente fundidas. Assim, não caberia se calcular anomalias Bouguer pontuais nas porções continentais, gerar-se a grade regular e, desta, as anomalias ar livre, o que seria um caminho de suavização, porém diverso daquele adotado nas porções oceânicas. Certamente seria vicioso assim formar-se a grade de anomalias de gravidade Bouguer na área de estudos, foco da presente investigação. Ainda merece destaque o fato de que cada uma das bases de dados envolvidas tem diferente resolução espectral e distintas precisões, e somente estimadas para o conjunto de cada base ou ainda desconhecida, como é o caso da base de anomalias de gravidade da USP.

Nos Gráficos 18 e 19, existem alguns aspectos notáveis a serem considerados. Observa-se os maiores afastamentos das anomalias calculadas com as do EGM2008 em grandes altitudes (superiores a 700 m). Acredita-se que esse afastamento se deve ao fato de que o EGM2008 tem por base o DTM2006. Considerando-se uma grade de valores de 30"x30" na região de estudos, esta apresenta uma discrepância média com uma grade equivalente do GMRT de apenas 1,64 m. No entanto, apresenta RMS de 66,17 m com valores extremos de diferenças de -384,40 m e 363,22 m, respectivamente como diferenças mínima e máxima. Assim, infere-se que o DTM2006, atualmente caindo em desuso, pode explicar que as anomalias do

EGM2008 tendem a manter-se em um patamar mais constante depois dos 500 m de altitude, em contradição ao comportamento esperado das anomalias de gravidade Bouguer em porções continentais (cf. HOFMANN-WELLENNHOF; MORITZ, 2006, p. 141) de decréscimo de cerca de 100 mGal a cada 1000 m. Destaque-se que este comportamento esperado é observado nas anomalias de Bouguer calculadas dentro do presente estudo.

Para uma melhor análise, foram escolhidos de forma aleatória 516 valores calculados de anomalias de gravidade Bouguer do EGM2008 somente na região continental, porém limitando-se a altitude até 500 m. Neste subconjunto, observa-se uma grande coerência das anomalias calculadas com as do EGM2008, com uma discrepância mais notável para o método dos pontos massa, conforme representado no Gráfico 20. As estatísticas são apresentadas no Quadro 6 para as diferentes estratégias empregadas para o cálculo das anomalias. Destaque-se os valores mais consistentes do método dos tesseróide com os do EGM2008, apresentando apenas uma amplitude de variação de 1,39 mGal e RMS de 0,39 mGal, cerca de 0,10 mGal que o segundo método de melhor desempenho global que é o por FFT. Novamente, constata-se a discrepância do método dos pontos massa relativamente às demais metodologias de cálculo. No entanto, o resultado das anomalias calculadas com $Ct_{\text{Ponto Massa com oceano}=0}$ ficou melhor, apresentando uma amplitude de variação de 2,10 mGal e RMS de 0,43 mGal, que quando comparado com os outros métodos; apenas as anomalias calculadas com $Ct_{\text{Tesseróide}}$ apresentaram melhor desempenho que as determinadas por ponto massa nas comparações.

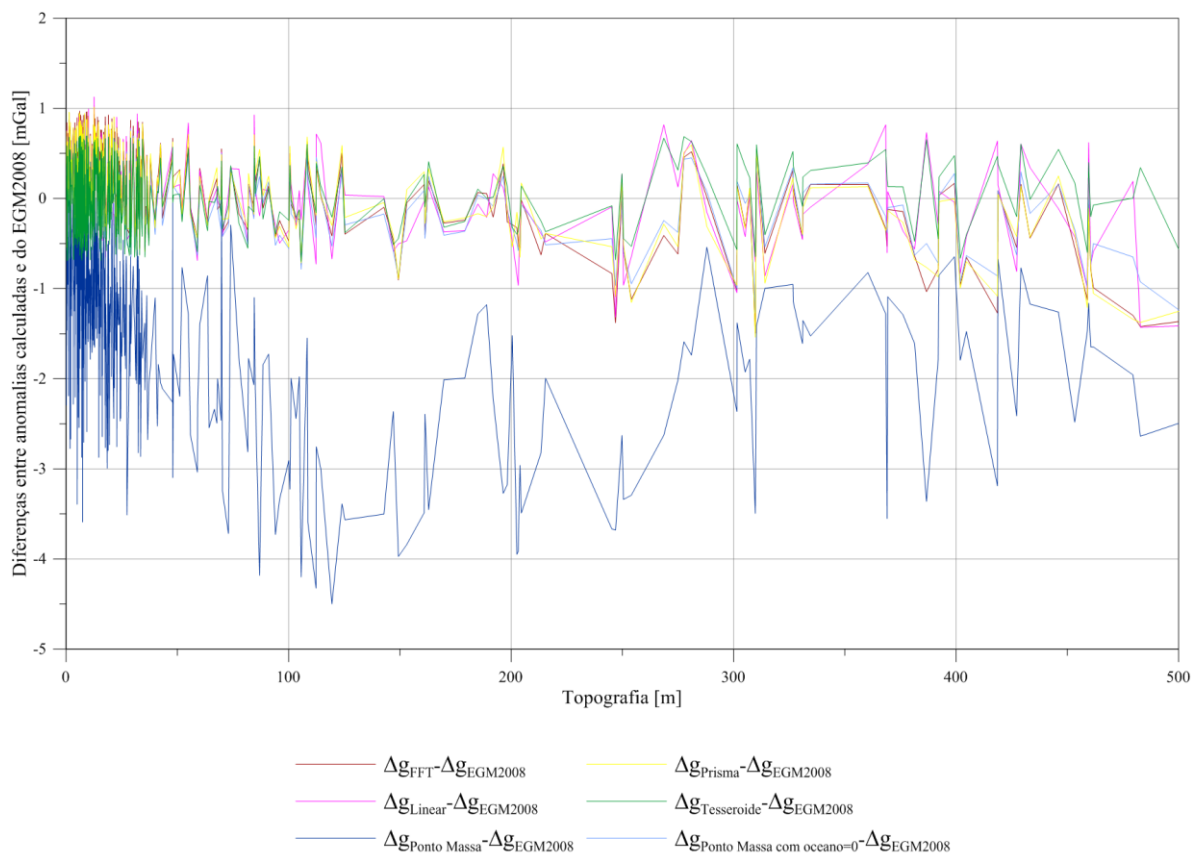


GRÁFICO 20 - DIFERENÇAS ENTRE AS ANOMALIAS BOUGUER CALCULADAS* E AS ANOMALIAS EGM2008 COM A TOPOGRAFIA.

	Ct_{fft}	ct_{Linear}	$ct_{Ponto\ Massa}$	$ct_{Prismas}$	$ct_{Tesseroide}$	$ct_{Ponto\ Massa\ com\ oceano=0}$
(mGal)						
Mín	-1,50	-1,43	-4,50	-1,54	-0,70	-1,27
Máx	0,97	1,13	0,25	1,01	0,69	0,83
Amplitude	2,47	2,55	4,75	2,55	1,39	2,10
RMS	0,49	0,46	1,61	0,47	0,39	0,43

QUADRO 6 - DIFERENÇAS ENTRE AS ANOMALIAS BOUGUER* ADVINDAS DE DISTINTOS MÉTODOS DE CORREÇÃO DO TERRENO E DO EGM2008.

*Anomalias calculadas com dados DTU10, BGI e LARAS/USP.

4.5 CÁLCULO DO TENSOR DE MARUSSI POR TESSEROIDES

Os coeficientes do geopotencial de um modelo satélite somente podem ser obtidos a partir das componentes do tensor de Marussi com base em dupla integração numérica dos gradientes no nível orbital (FLURY; RUMMEL, 2005) e com adequada redução ao nível de interesse. Esta redução implica em uma necessária suavização para a qual concorre a determinação dos efeitos das altas frequências do terreno (WILD; HECK, 2008; GROMBEIN et.al., 2011a). Para quantificar o impacto dos parâmetros discutidos na Seção 3.4.3, relativa à missão GOCE, vários testes numéricos foram realizados, nos quais os efeitos topográficos nos gradientes de gravidade foram calculados sobre uma grade na altitude do satélite GOCE pelo método dos tesseroides, os quais possibilitaram a melhor solução para a correção do terreno, conforme já abordado. Os pontos de cálculo foram locados no espaço de forma a serem jacentes sobre uma circunferência próxima à uma órbita circular da missão GOCE, com um raio geocêntrico $r = R + h$, na qual o raio médio da Terra é $R = 6378,137$ km e $h = 254,9$ km, que é a altitude próxima à média adotada para a missão GOCE. Os resultados podem ser observados na Figura 44, na qual foi utilizado o MDA SRTM30_PLUS para os cálculos. Foram calculados os tensores também para uma altitude média de 1,5 km, para fins de comparação, cujos resultados são apresentados na Figura 45, onde também foram utilizados dados do MDA SRTM30_PLUS que atende aos comprimentos de onda envolvidos.

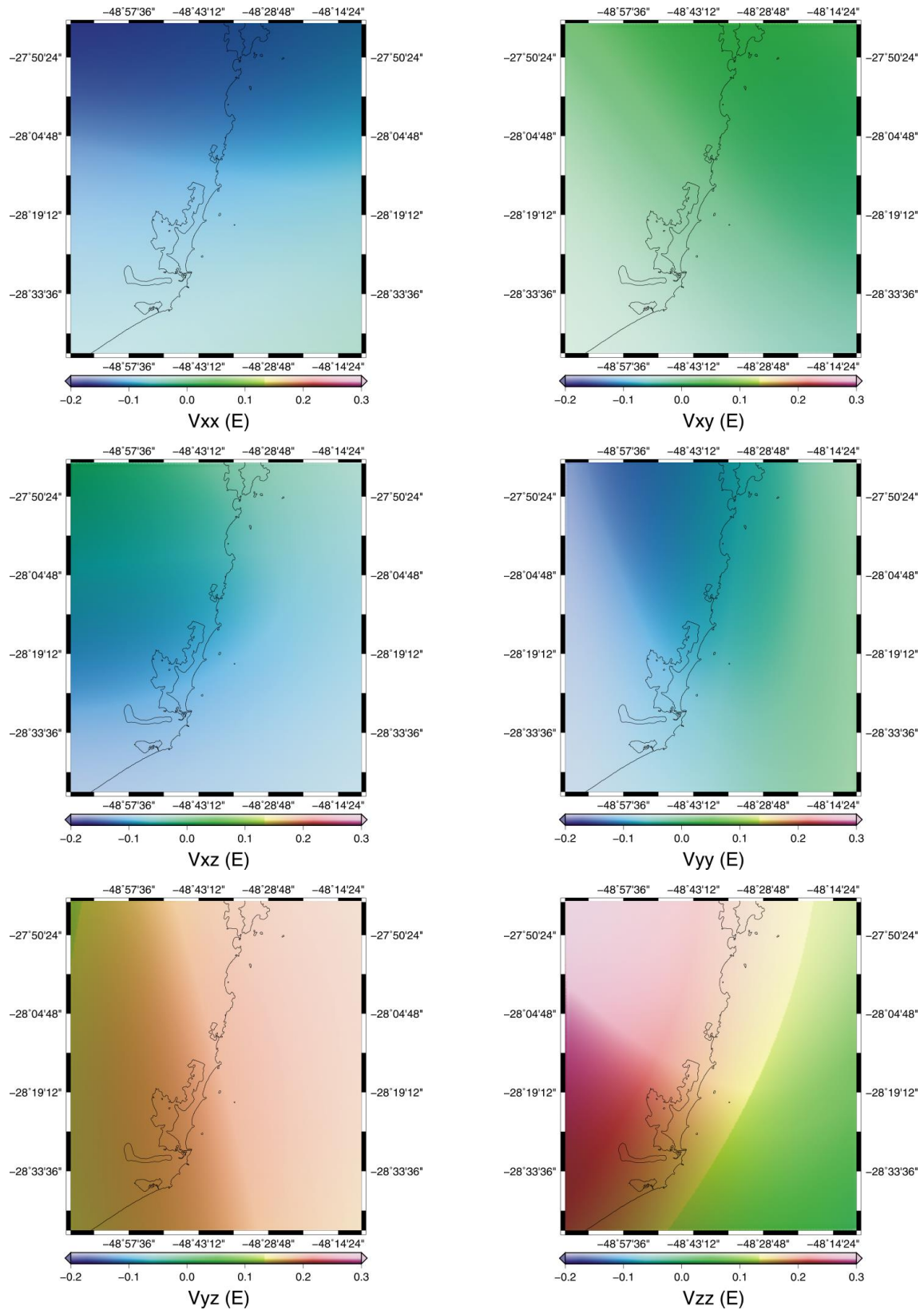


FIGURA 44 - ELEMENTOS DO TENSOR DE MARUSSI COM OBSERVAÇÕES GOCE CALCULADOS PARA A ALTITUDE DE 254,9 km.

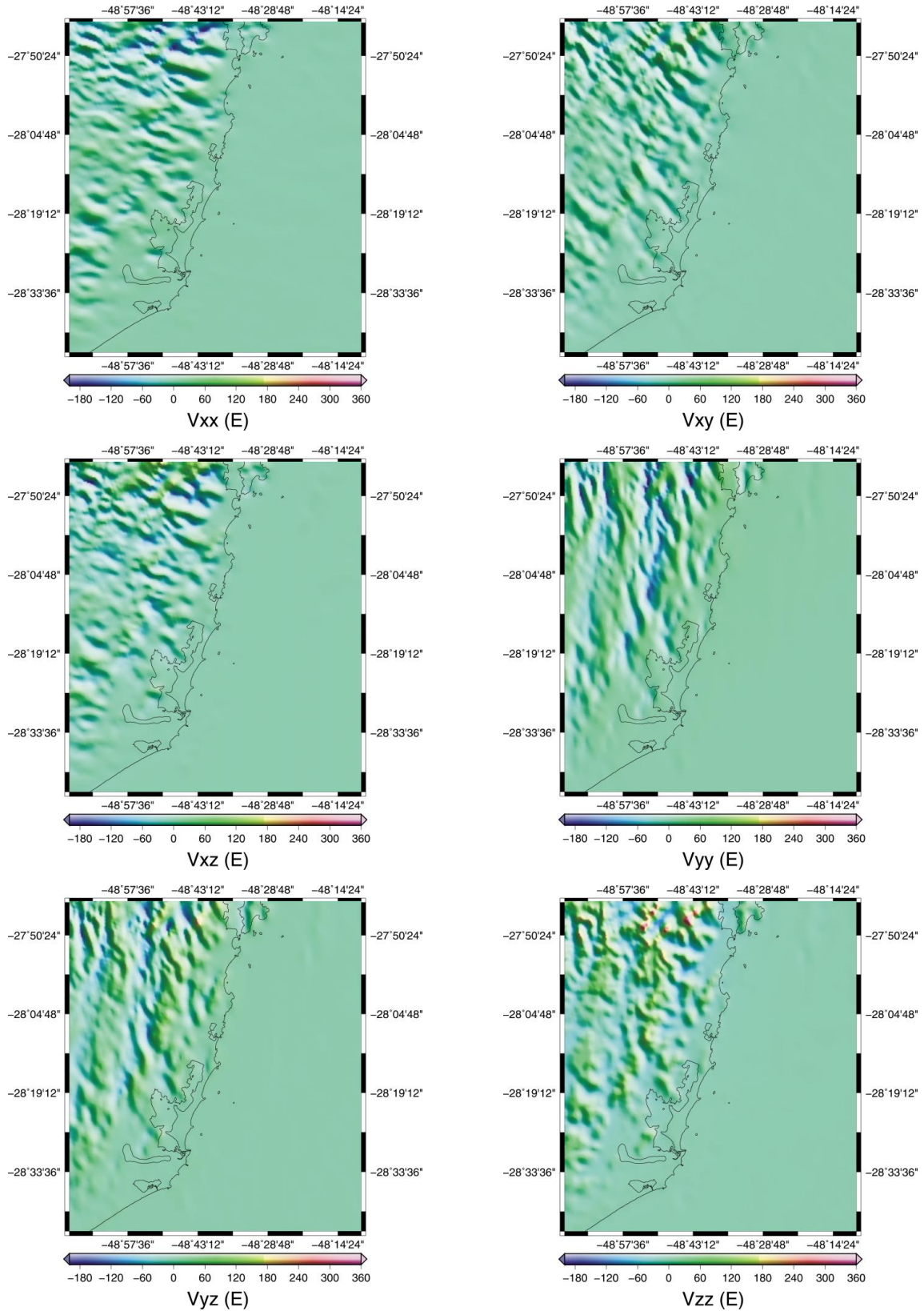


FIGURA 45 - ELEMENTOS DO TENSOR DE MARUSSI COM OBSERVAÇÕES GOCE CALCULADOS PARA UMA ALTITUDE MÉDIA DE 1,5 km.

Foram calculados os elementos do tensor de Marussi com os outros MDAs, GDEM, GMRT v2.0 e DTM2006.0 para o cálculo com a altitude adotada para a missão GOCE (h = 254,9 km). Foi obtido o elemento Vzz do MGG da missão GOCE, GO_CONS_GCF_2_TIM_R2, para fins de avaliação dos elementos Vzz calculados neste trabalho. A comparação entre os Vzz calculados a partir dos diversos MDAs e o obtido pelo GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 pode ser visualizada no Gráfico 21 e na Figura 46.

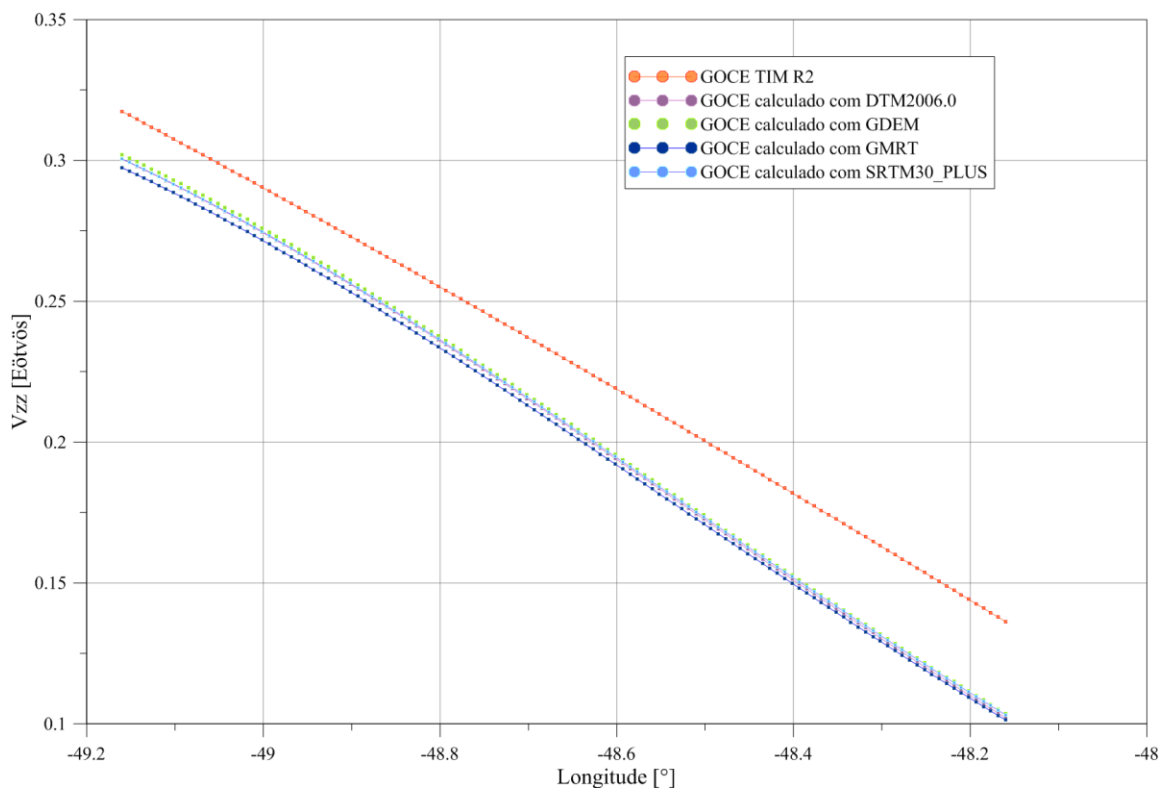


GRÁFICO 21 - COMPARAÇÃO ENTRE OS V_{ZZ} CALCULADOS NA ALTITUDE ADOTADA PARA MISSÃO GOCE E O V_{ZZ} OBTIDO PELO MGG GO_CONS_GCF_2_TIM_R2.

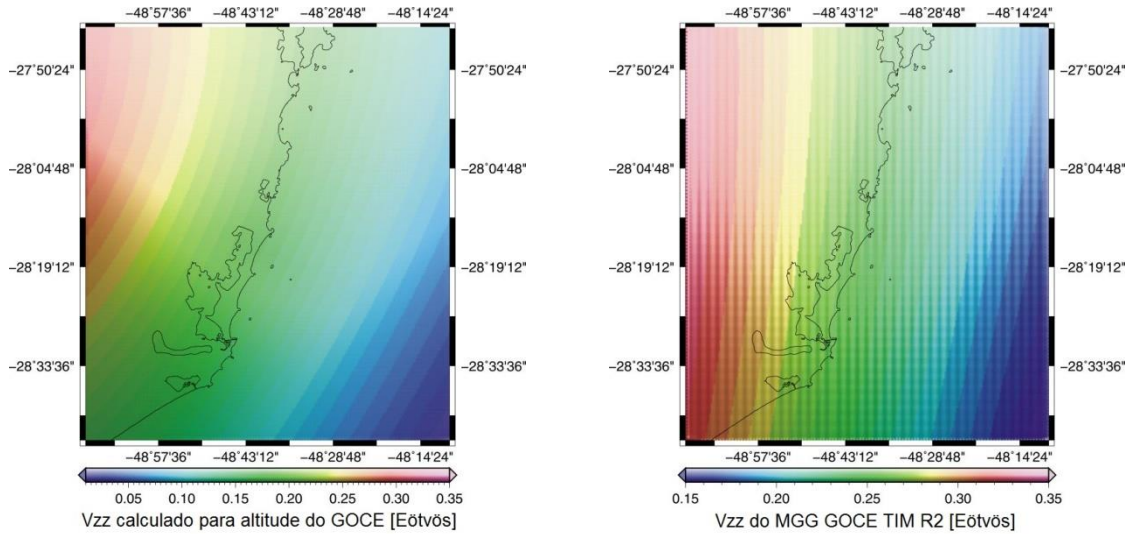


FIGURA 46 - V_{zz} CALCULADO COM DADOS DTM2006.0 E V_{zz} DO MGG DA MISSÃO GOCE.

Foram calculados os elementos do Tensor de Marussi com os outros MDAs, GDEM, GMRT v2.0 e DTM2006.0 para uma altitude fixa de 1,5 km. Foi obtido o elemento V_{zz} do EGM2008 para fins de avaliação dos elementos V_{zz} calculados neste trabalho com a altitude fixa de 1,5 km. A comparação entre os V_{zz} calculados e o obtido pelo EGM2008 pode ser visualizada no Gráfico 22 e na Figura 47.

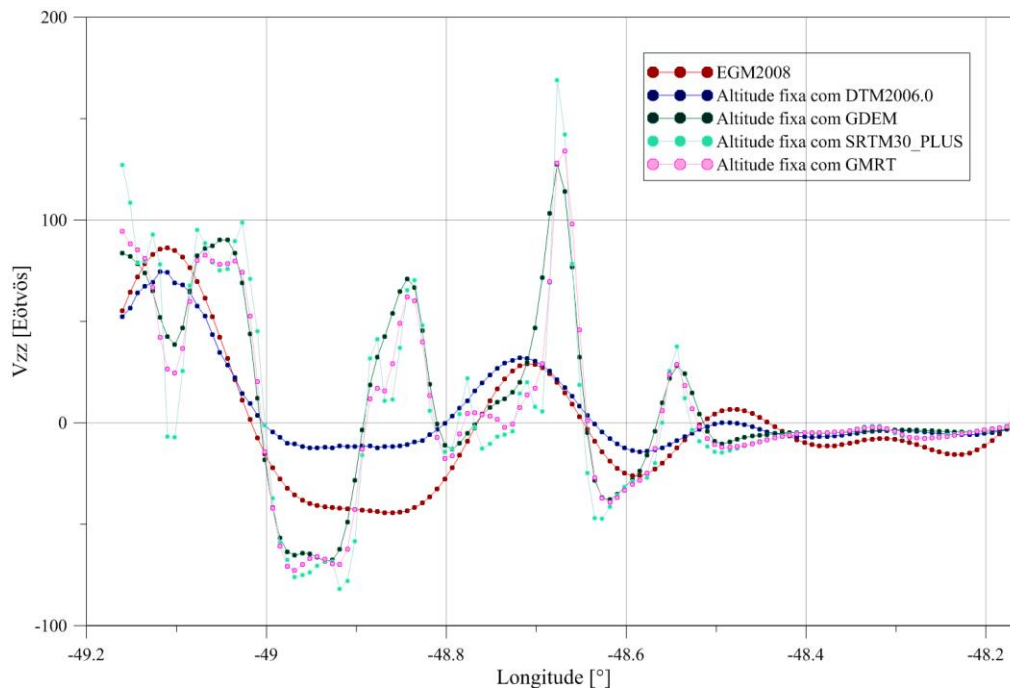


GRÁFICO 22 - COMPARAÇÃO ENTRE OS V_{zz} CALCULADOS COM ALTITUDE FIXA DE 1,5 km E O V_{zz} OBTIDO PELO EGM2008.

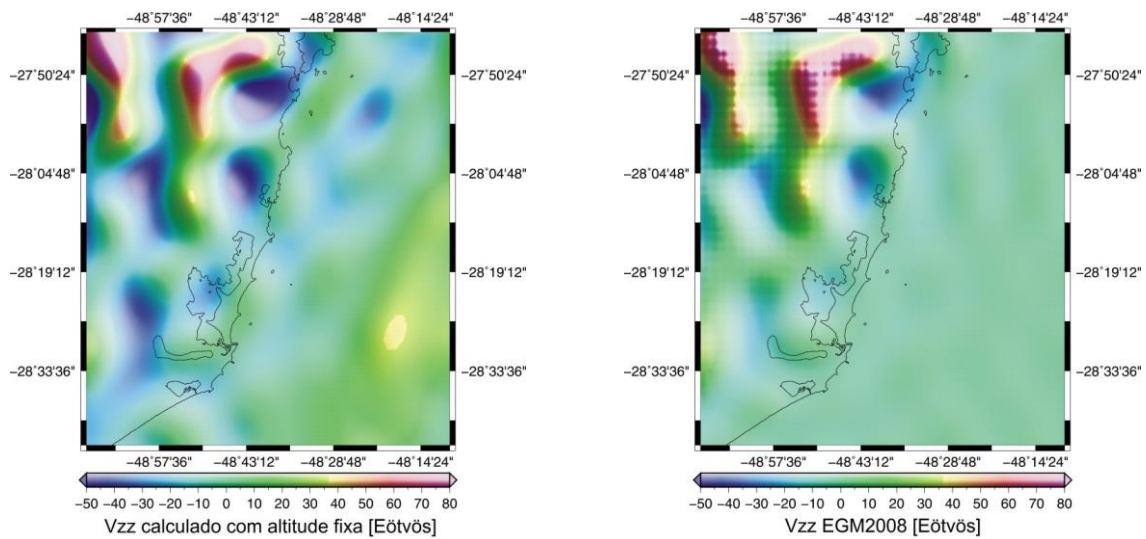


FIGURA 47 - V_{zz} CALCULADO COM DADOS DTM2006.0 E ALTITUDE FIXA E V_{zz} DO EGM2008.

As massas topográficas da Terra e seu equilíbrio isostático produzem sinais gravitacionais no espaço externo, que também está visível nas observações de gradiometria por satélites, por exemplo, da missão GOCE. A continuação analítica para baixo dos sinais gravitacionais, da altitude do satélite até o nível do mar é bastante complexa, por causa do comportamento das altas frequências combinada com o efeito topo-isostático. Semelhante às aplicações terrestres, pode ser vantajoso reduzir os efeitos das massas topo-isostáticas no satélite gradiômetro por algum tipo de técnica de decomposição, a fim de produzir um campo suavizado que pode se fazer a continuação analítica para baixo com mais facilidade. O procedimento convencional aplicado na modelagem do campo da gravidade terrestre invoca o cálculo dos efeitos gravitacionais de prismas retangulares, baseado numa grade detalhada das massas topo-isostáticas e o modelo isostático Airy-Heiskanen, por exemplo. Aqui, foram despendidos esforços para apresentar a modelagem por tesseroides.

4.6 SOLUÇÃO PELA MODELAGEM DA TOPOGRAFIA RESIDUAL (RTM)

O princípio da solução RTM proposta consiste em combinar os longos comprimentos de ondas fornecidos pelo MGG e outra parcela baseada no refinamento

do campo de gravidade obtido pelo efeito da topografia local de alta resolução visando a melhoria do MGG. Para isto, utilizam-se MDAs. Neste trabalho foram utilizados os MDAs de alta resolução SRTM30_PLUS e o GMRT v2.0.

Diferentes resoluções podem ser aplicadas na filtragem dos MDAs visando ao cálculo do RTM. No entanto, existe um intervalo ótimo de resolução, o qual resolve adequadamente a parte residual do potencial. Aqui se definiu a resolução de 30” para a geração do RTM.

No cálculo dos MGGs, os efeitos topográficos de longos comprimentos de onda são considerados. Em outras palavras, o efeito do terreno já é incluído nos coeficientes do MGG. Os MDAs usados para a geração dos MGG são usualmente desenvolvidos em harmônicos esféricos, com expansão que é compatibilizada com o grau do MGG. Em consequência, os efeitos da alta frequência do terreno não são, em geral, considerados na solução global. A separação espectral dos MDAs foi feita com base na análise de superfícies geradas com harmônicos esféricos desenvolvidos em diferentes graus. Na prática, uma filtragem dos modelos de alta resolução foi aplicada para o cálculo do efeito das altas frequências do terreno sobre o geoide ou quase geoide. Para a filtragem, foram usados os modelos DTM2006.0 e ETOPO1, ambos com desenvolvimento em vários graus e ordens em compatibilidade com a expansão dos MGGs utilizados na pesquisa, como mostra o Quadro 7 a seguir:

Grau e ordem	MGG utilizado
100	✓ AIUB-CHAMP03S
160	✓ AIUB-GRACE03S ✓ EGM2008
250	✓ GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 ✓ GOCO02S ✓ EGM2008
360	✓ EIGEN-5C ✓ EGM2008
720	✓ EGM2008
1420	✓ EIGEN-6C ✓ EGM2008
2159	✓ EGM2008

QUADRO 7 - GRAU E ORDEM DO DTM2006.0 COM COMPATIBILIDADE DO MGG UTILIZADOS

Com a finalidade de recuperar a estrutura mais fina do campo de gravidade,

nos altos graus de desenvolvimento dos harmônicos esféricos não alcançados pelo MGG (erro de omissão), buscou-se obter informações do potencial anômalo residual pela técnica RTM, considerando a topografia e batimetria residuais do SRTM30_PLUS (com resolução espectral de 900m), e o GMRT v2.0¹⁵ filtrado pelo DTM2006.0 e o ETOPO1¹⁶ com resolução espectral de acordo com o MGG utilizado, de acordo com o Quadro 7. O grau de filtragem foi escolhido considerando a resolução fornecida pelo MGG. Nesta pesquisa, o cálculo do efeito RTM foi realizado por FFT, dividindo em regiões de acordo com a distância entre o ponto de cálculo e o ponto de integração. Isto foi realizado com base em programa da *IAG-International Geoid School*¹⁷ (FORSBERG; TSCHERNING, 2008) o qual utiliza duas grades para o cálculo:

- Grade Detalhada ou de Alta resolução (MDA_1): Esta grade é a que recupera a maior parte do efeito do terreno sobre a grandeza do campo de gravidade considerada devido à proximidade do ponto de cálculo, e é considerada até um raio l_0 . (cf. Seção 3.2). Neste caso, as grades de maior resolução usadas neste trabalho foram as do SRTM30_PLUS e GMRT v2.0. O raio utilizado foi de 220 km.

- Grade de Referência (MDA_{Ref}): Esta grade serve como filtro de passa alta. As grades de referência utilizadas nesta pesquisa foram a do DTM2006.0 e ETOPO1.

De acordo com o explanado na Seção 3.2, os efeitos da topografia desempenham um papel significativo, pois é responsável pelas altas frequências onde existe cerca de 2% e 34% do espectro da altitude geoidal/anomalia de altitude e anomalia de gravidade, respectivamente. Neste sentido, a topografia pode melhorar a resolução da altitude geoidal/anomalia de altitude e anomalia de gravidade. Nos Gráficos 23,24, 25 e 26 estão o comportamento da solução RTM em termos de anomalia de altitude e de gravidade nos diferentes grau e ordem, respectivamente.

¹⁵ GMRT v2.0 (Global Multi-Resolution Topography Model versão 2.0) – com 10m de resolução nos EUA, 30m no restante do planeta e inclui a batimetria do fundo marinho com resolução espacial de 100 m e 50 m em algumas regiões costeiras.

¹⁶ ETOPO1 - modelo é desenvolvido em expansão harmônico esférico de $1^\circ \times 1^\circ$.

¹⁷ Programa tcfour.exe do conjunto GRAVSOFT, opção 3.

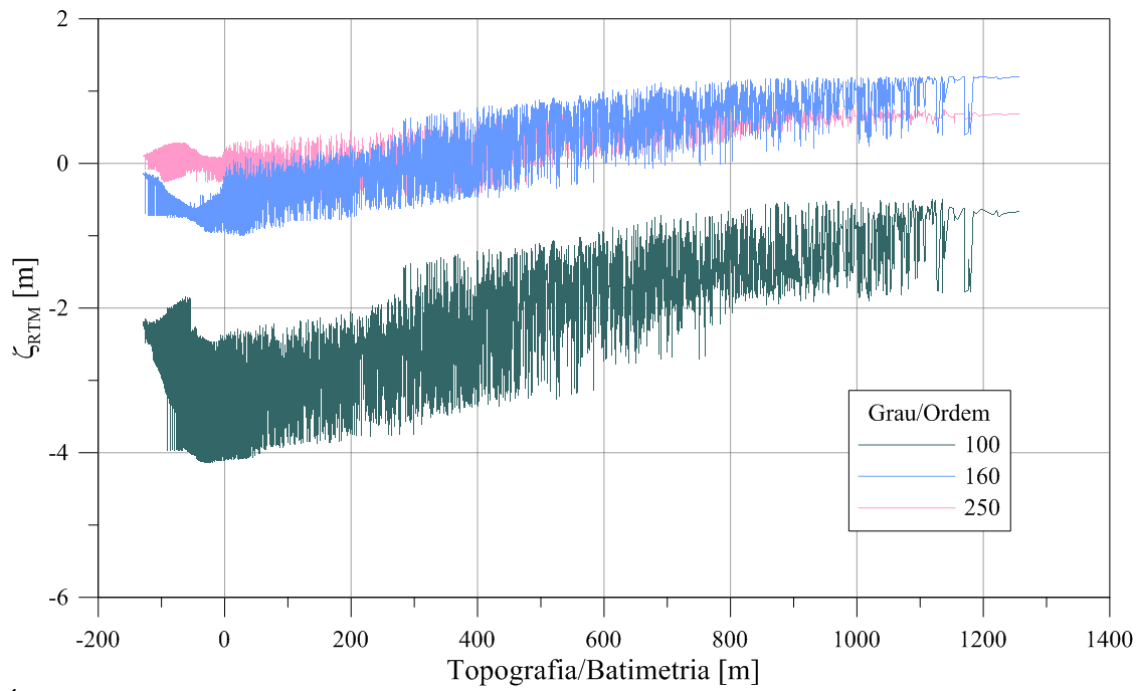


GRÁFICO 23 - COMPORTAMENTO DE ζ_{RTM} PARA OS GRAUS/ORDENS CORRESPONDENTES AOS MGGs SATÉLITE SOMENTE

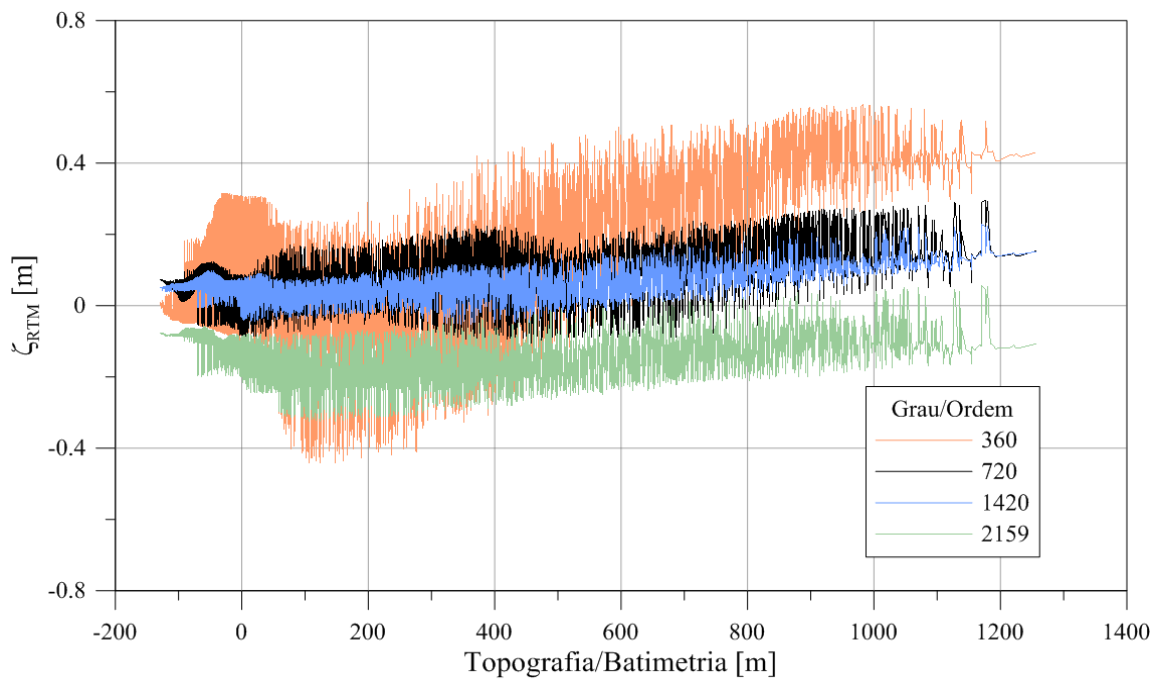


GRÁFICO 24 - COMPORTAMENTO DE ζ_{RTM} PARA OS GRAUS/ORDENS CORRESPONDENTES AOS MGGs COMBINADOS

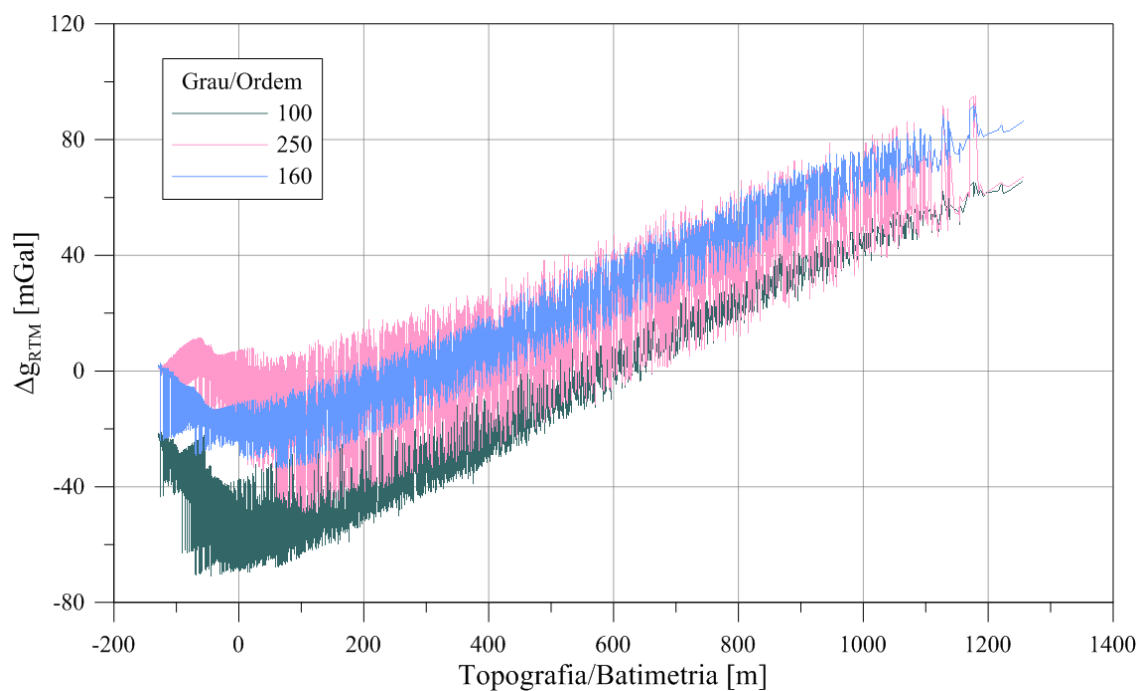


GRÁFICO 25 - COMPORTAMENTO DE Δg_{RTM} PARA OS GRAUS/ORDENS CORRESPONDENTES AOS MGGs SATÉLITE SOMENTE

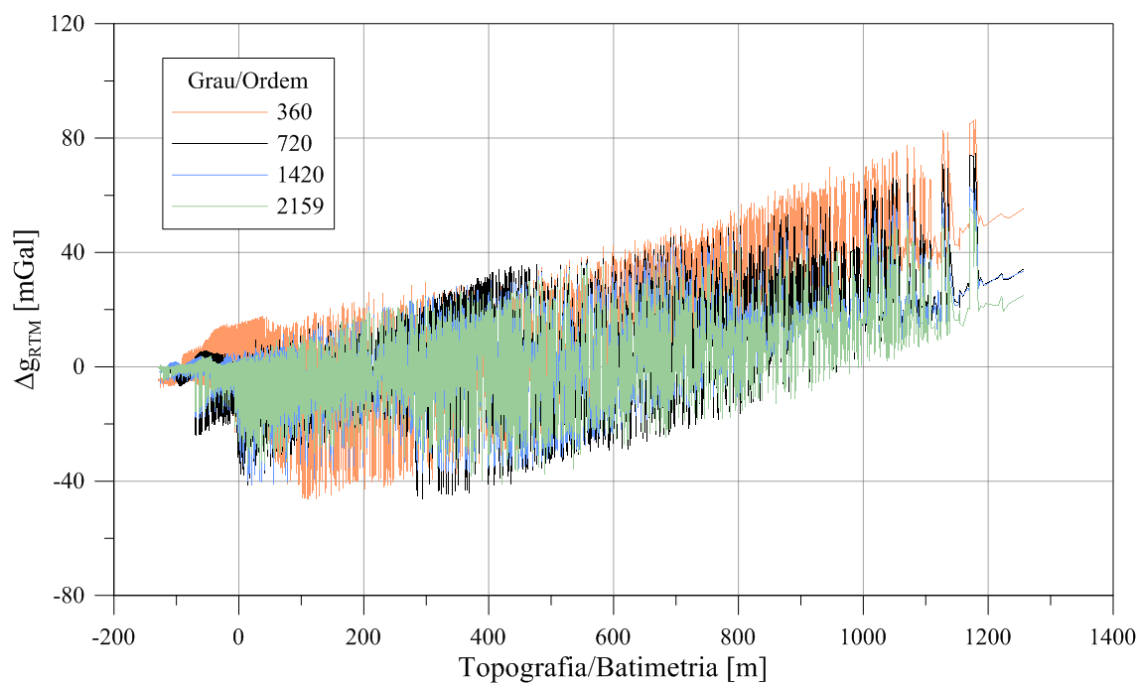


GRÁFICO 26 - COMPORTAMENTO DE Δg_{RTM} PARA OS GRAUS/ORDENS CORRESPONDENTES AOS MGGs COMBINADOS

4.6.1 Análise absoluta do refinamento do quase geóide com base na técnica RTM na região de estudo

Os dados de anomalia de altitude foram obtidos para longos e curtos comprimentos de onda. A parte dos longos comprimentos de onda foi obtida diretamente dos MGGs. A parte dos curtos comprimentos de onda foi derivada da informação topográfica local e global no contexto da metodologia do RTM, aproximado por FFT em vários grau e ordem em compatibilidade com a expansão dos MGGs. Foram escolhidos MGGs satélite somente das missões CHAMP (grau e ordem 100 – AIUB-CHAMP03S), GRACE (grau e ordem 160 – AIUB-GRACE03S), GOCE (grau e ordem 250 - GO_CONS_GCF_2_TIM_R2; GOCO02S) e MGGs combinados (grau e ordem 360 – EIGEN-5C; 1420 – EIGEN-6C) e o EGM2008 (em graus e ordem 160, 250, 360, 720, 1420 e grau máximo).

As soluções finais foram obtidas da combinação das anomalias de altitudes fornecidas pelos MGGs ($\zeta_{\text{MGG}}^{\text{N}_{100 \text{ até } 2159}}$) e os efeitos residuais do terreno ($\zeta_{\text{RTM}}^{\text{N}_{100 \text{ até } 2159}}$).

$$\zeta_{\text{F}}^{\text{N}_{100 \text{ até } 2159}}(\varphi, \lambda) = \zeta_{\text{MGG}}^{\text{N}_{100 \text{ até } 2159}}(\varphi, \lambda) + \zeta_{\text{RTM}}^{\text{N}_{100 \text{ até } 2159}}(\varphi, \lambda) \quad (127)$$

A Figura 48 apresenta a anomalia de altitude do MGG em grau e ordem 250 ($\zeta_{\text{MGG}}^{\text{N}_{250}}(\varphi, \lambda)$). A Figura 49 apresenta a solução RTM em grau e ordem 250 ($\zeta_{\text{RTM}}^{\text{N}_{250}}(\varphi, \lambda)$) e a Figura 50 apresenta a solução final ($\zeta_{\text{F}}^{\text{N}_{250}}(\varphi, \lambda)$).

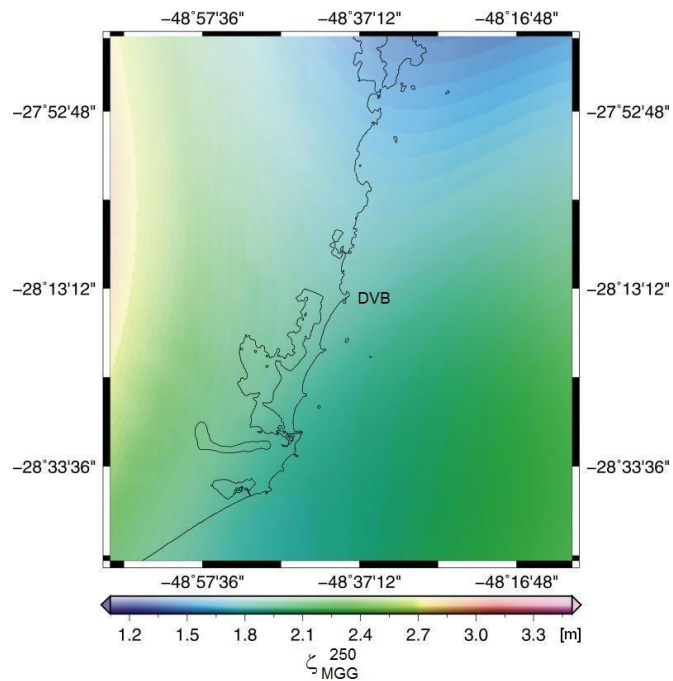


FIGURA 48 - ANOMALIA DE ALTITUDE DO MGG EM GRAU E ORDEM 250 PARA A REGIÃO DE ESTUDOS

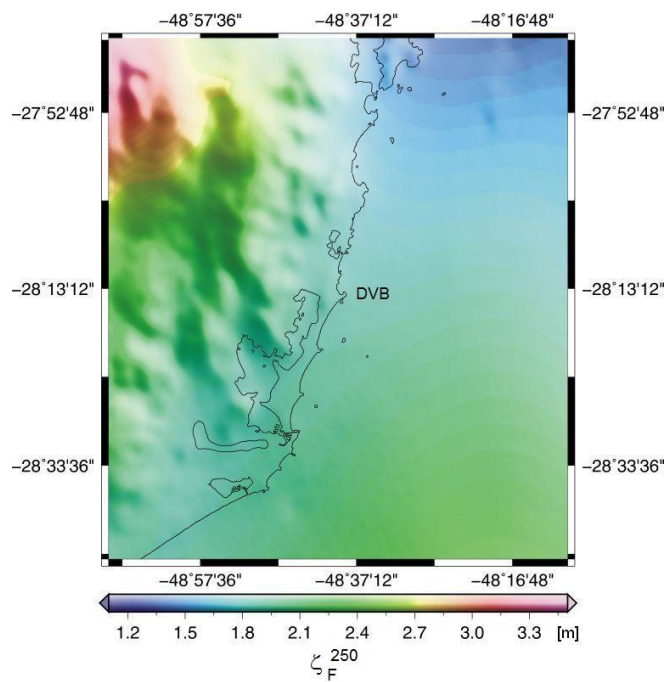


FIGURA 49 - SOLUÇÃO RTM EM GRAU E ORDEM 250 PARA A REGIÃO DE ESTUDOS

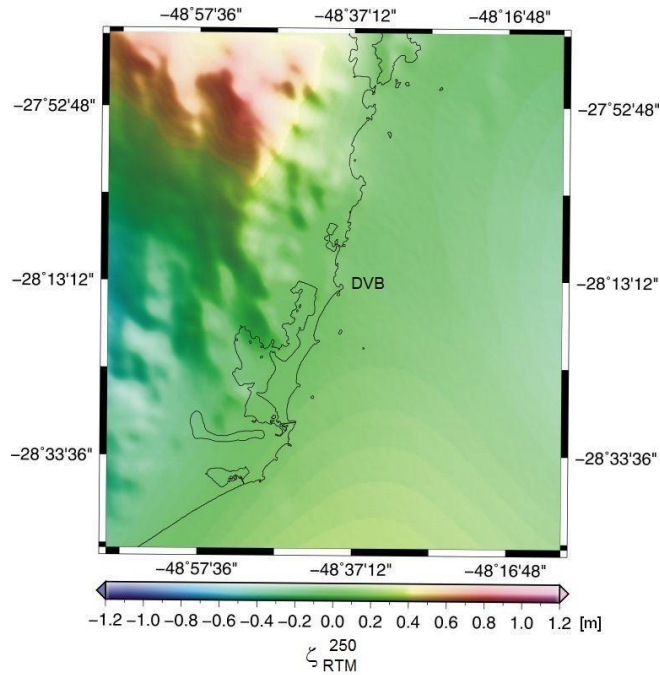


FIGURA 50 - SOLUÇÃO FINAL PARA A REGIÃO DE ESTUDOS

A avaliação absoluta dos MGGs, das soluções RTM com dados SRTM30_PLUS e DTM2006.0 e das soluções RTM com dados GMRT e DTM2006.0 na região de estudos obtidas da combinação das altitudes anômalas fornecidas pelos MGGs ($\zeta_{MGG}^{N_{100 \text{ até } 2159}}$) e os efeitos residuais do terreno ($\zeta_F^{N_{100 \text{ até } 2159}}$) foi efetuada com base em 112 observações *GNSS/Niv* na região, fazendo:

$$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG} = \zeta_{GNSS/Niv} - \zeta_{MGG}^{N_{100 \text{ até } 2159}} \quad e \quad (128)$$

$$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F} = \zeta_{GNSS/Niv} - \zeta_F^{N_{100 \text{ até } 2159}}$$

onde:

$$\zeta_{GNSS/Niv} = h - H^N \quad (129)$$

Os resultados estão apresentados nos Quadros 8, 9 e 10. As diferenças entre $N_{GNSS/Niv}$, $\zeta_{MGG}^{N_{100 \text{ até } 2159}}$ e $\zeta_F^{N_{100 \text{ até } 2159}}$ nos graus e ordens 100, 160, 250, 360, 720, 1420 e 2159 podem ser analisados nos Gráficos 27, 28, 29, 30, 31, 32 e 33 respectivamente.

$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG}$		Média	Desvio padrão	RMS
		(m)		
100	AIUB-CHAMP03S	1,75	0,36	1,76
160	AIUB-GRACE03S	0,97	0,28	0,98
	EGM2008	1,07	0,30	1,08
250	GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	0,51	0,28	0,56
	GOCO02S	0,51	0,28	0,55
	EGM2008	0,68	0,26	0,71
360	EIGEN-5C	0,16	0,29	0,32
	EGM2008	0,36	0,27	0,43
720	EGM2008	0,36	0,26	0,42
1420	EIGEN-6C	0,23	0,26	0,33
	EGM2008	0,32	0,26	0,39
2159	EGM2008	0,32	0,26	0,39

QUADRO 8 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DOS MGGs NA REGIÃO DE ESTUDOS

$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$		Média	Desvio padrão	RMS
		(m)		
100	AIUB-CHAMP03S	1,77	0,22	1,76
160	AIUB-GRACE03S	0,40	0,16	0,42
	EGM2008	0,50	0,17	0,52
250	GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	0,48	0,13	0,49
	GOCO02S	0,47	0,13	0,48
	EGM2008	0,65	0,12	0,65
360	EIGEN-5C	0,20	0,17	0,26
	EGM2008	0,40	0,14	0,42
720	EGM2008	0,36	0,14	0,38
1420	EIGEN-6C	0,27	0,13	0,30
	EGM2008	0,36	0,13	0,38
2159	EGM2008	0,18	0,14	0,22

QUADRO 9 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DAS SOLUÇÕES RTM COM DADOS SRTM30_PLUS E DTM2006

$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$		Média	Desvio padrão	RMS
		(m)		
100	AIUB-CHAMP03S	1,80	0,22	1,79
160	AIUB-GRACE03S	-0,35	0,16	0,37
	EGM2008	-0,45	0,17	0,47
250	GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	-0,43	0,13	0,44
	GOCO02S	-0,43	0,13	0,44
	EGM2008	-0,60	0,12	0,61
360	EIGEN-5C	-0,16	0,17	0,23
	EGM2008	-0,36	0,14	0,38
720	EGM2008	-0,32	0,14	0,34
1420	EIGEN-6C	-0,23	0,13	0,26
	EGM2008	-0,32	0,13	0,33
2159	EGM2008	-0,13	0,14	0,19

QUADRO 10 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DAS SOLUÇÕES RTM COM DADOS GMRT v2.0 E DTM2006

Para fim de comparação, foi calculada a solução RTM em grau e ordem 2159 com as anomalias de altitude do EGM2008 utilizando dados dos MDAs GRTM v2.0 e ETOPO1 e posteriormente, efetuada a análise absoluta. As estatísticas desta análise são 0,31m, 0.10m, 0.13m e 0.33m em média, desvio médio, desvio padrão e RMS, respectivamente. Nota-se uma melhora significativa com relação aos RMS nas soluções RTM com dados GMRTv2.0 e DTM2006.0 em grau e ordem 160 (6cm) e 1 cm nas soluções RTM com dados GMRTv2.0 e DTM2006.0 em grau e ordem 250.

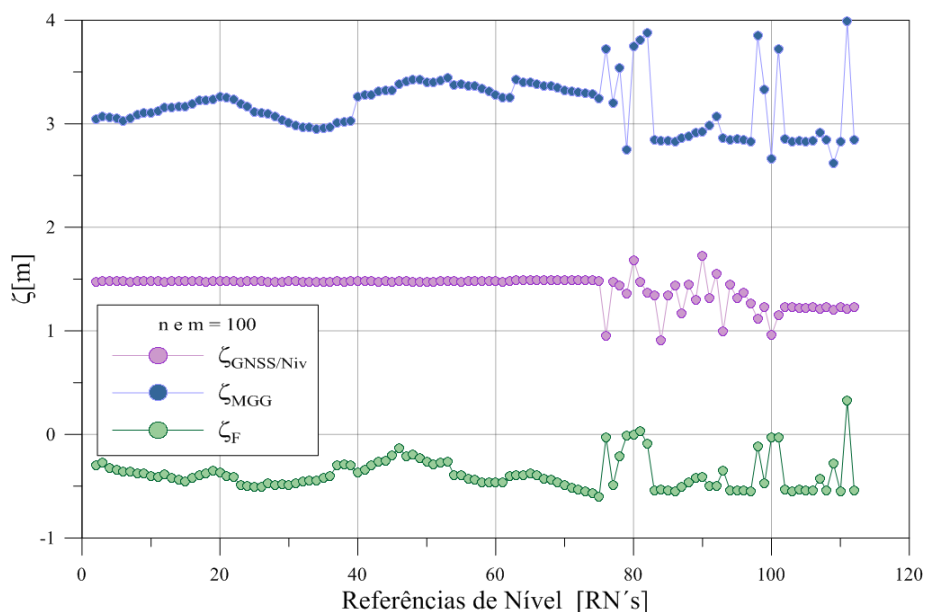


GRÁFICO 27 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 100

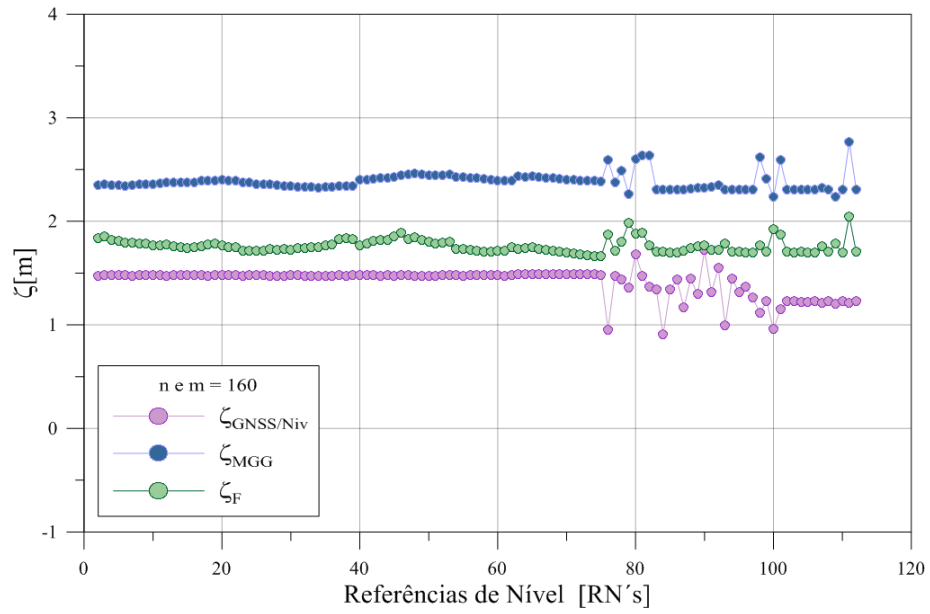


GRÁFICO 28 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 160

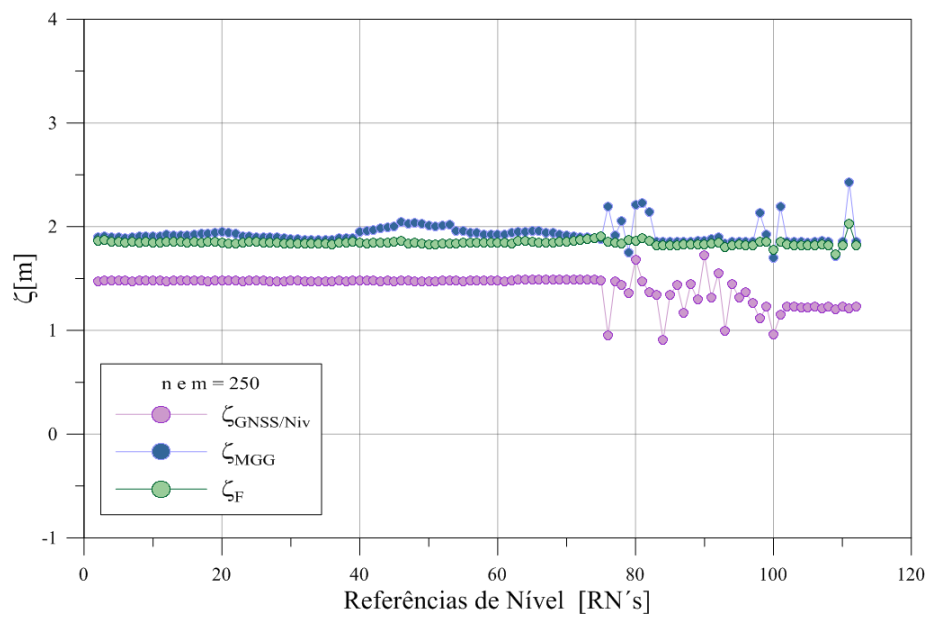


GRÁFICO 29 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 250

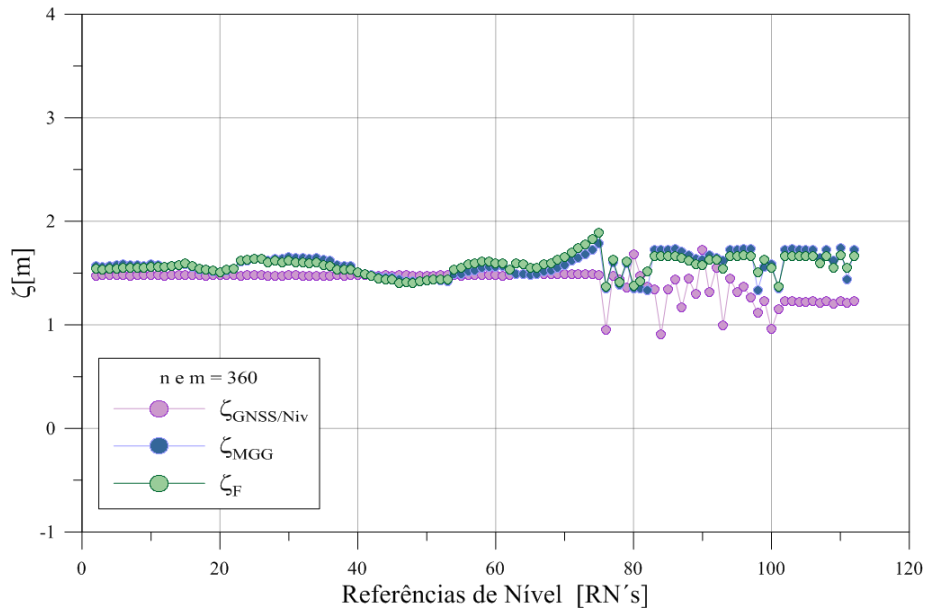


GRÁFICO 30 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 360

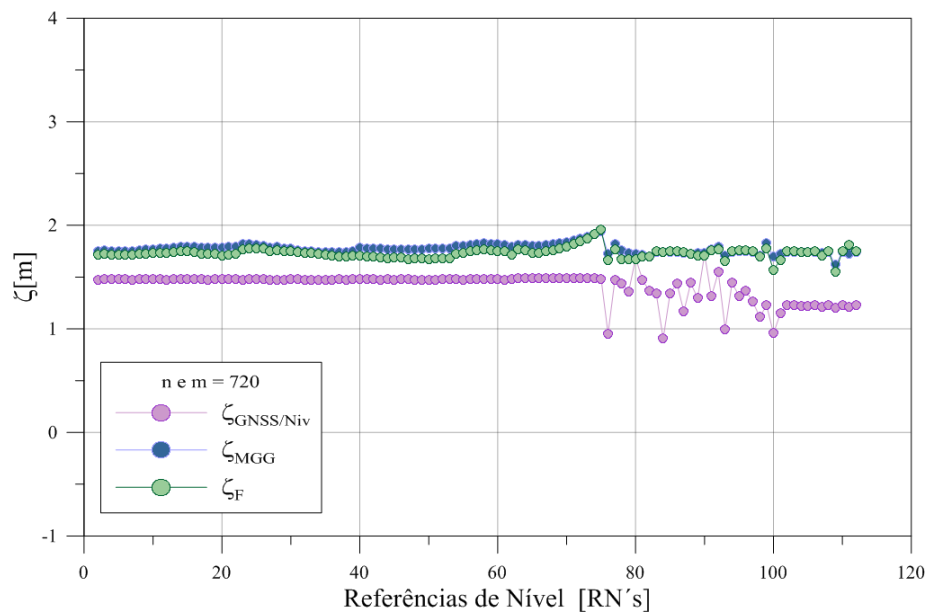


GRÁFICO 31 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 720

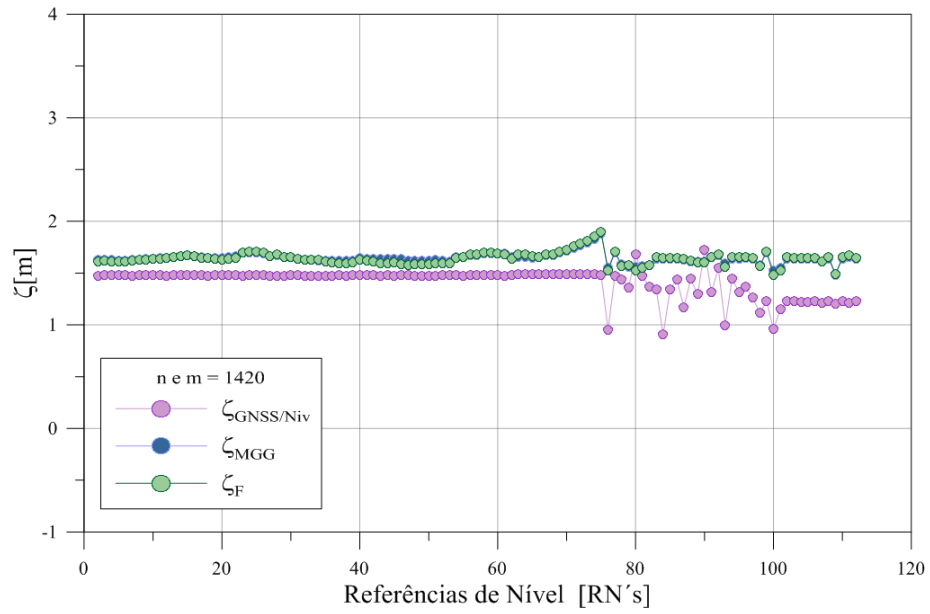


GRÁFICO 32 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 1420

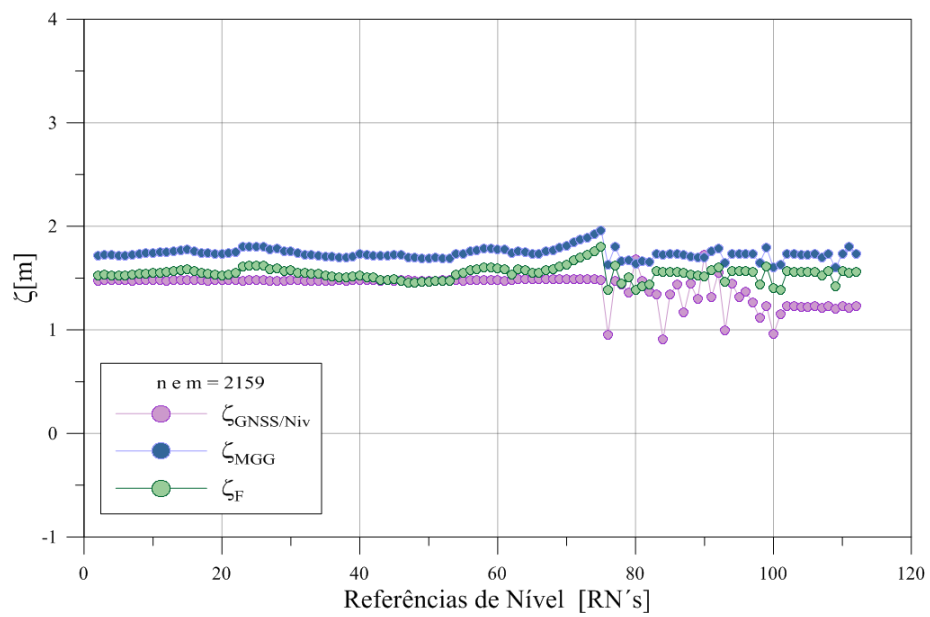


GRÁFICO 33 - COMPORTAMENTO DAS SOLUÇÕES EM GRAU E ORDEM 2159

4.6.2 Análise absoluta do refinamento do quase geóide com base na técnica RTM em área de validação

Foi utilizada outra área para validação da metodologia desenvolvida com base na técnica RTM, situada no Estado do Paraná, entre os paralelos 22°S e 27°S e meridianos 48°W e 55°W, com elevação de -100m a 1500m, onde há 90 pontos com observação GNSS sobre referências de nível da RAFB (*GNSS/Niv*) para fins de sua validação (FIGURA 51).

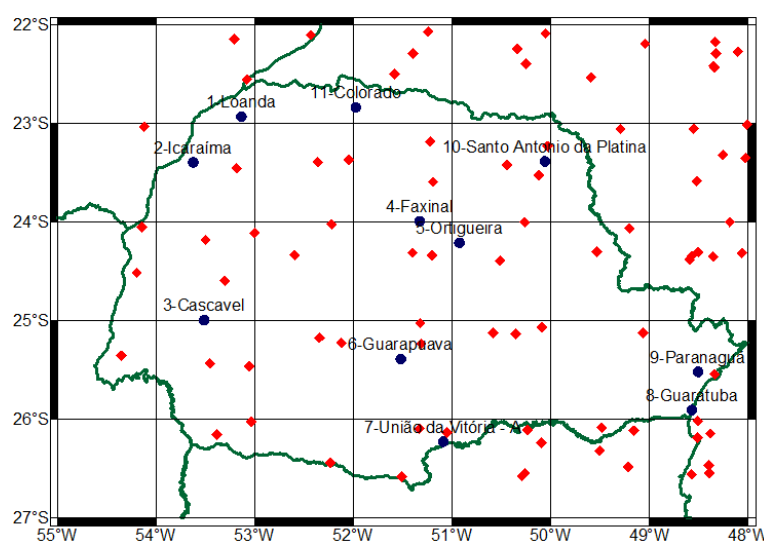


FIGURA 51 - ÁREA TESTE NA REGIÃO DO PARANÁ¹⁸

Foram utilizados os MGGs advindos da missão GOCE, o GO_CONS_GCF_2_DIR_R2, disponível no grau e ordem 240, e GO_CONS_GCF_2_TIM_R2, em grau e ordem 250, o MGG advindo das missões GOCE e GRACE, o GOCO02s, em grau e ordem 250, e o MGG combinado EIGEN-06C, em grau e ordem 1420. O método RTM, com base nos MDAs GMRTv2.0 e ETOPO1 foi aplicado. Da mesma forma, as soluções finais foram obtidas da

¹⁸ Triângulos vermelhos são dados *GNSS/niv* existentes e círculos azuis representam pontos de controle para avaliação relativa.

combinação das anomalias de altitude fornecidas pelos MGGs ($\zeta_{MGG}^{N_{240,250 \text{ e } 1420}}$) e os efeitos residuais do terreno ($\zeta_{RTM}^{N_{240,250 \text{ e } 1420}}$).

$$\zeta_F^{N_{240,250 \text{ e } 1420}}(\varphi,\lambda) = \zeta_{MGG}^{N_{240,250 \text{ e } 1420}}(\varphi,\lambda) + \zeta_{RTM}^{N_{240,250 \text{ e } 1420}}(\varphi,\lambda) \quad (130)$$

A Figura 52 apresenta a anomalia de altitude do MGG em grau e ordem 250 ($\zeta_{MGG}^{N_{250}}(\varphi,\lambda)$) para a região do Paraná. A Figura 53 apresenta a solução RTM em grau e ordem 250 ($\zeta_{RTM}^{N_{250}}(\varphi,\lambda)$) e a Figura 54 apresenta a solução final ($\zeta_F^{N_{250}}(\varphi,\lambda)$).

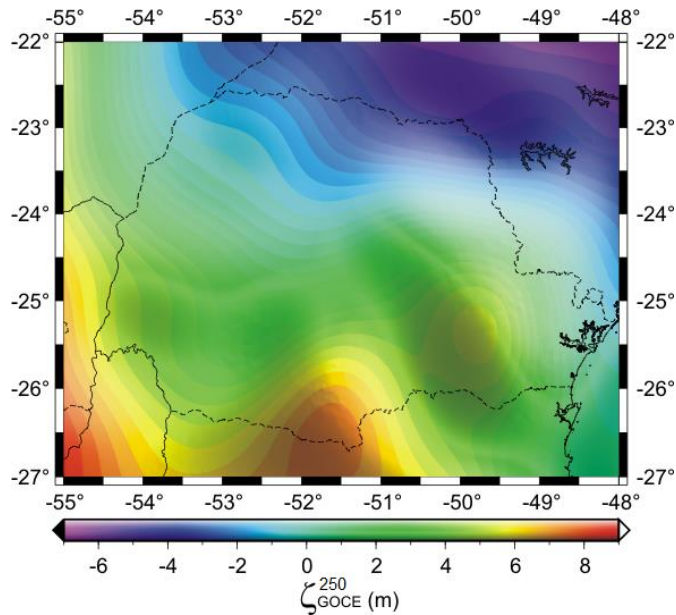


FIGURA 52 - ANOMALIA DE ALTITUDE DO MGG EM GRAU E ORDEM 250 PARA A REGIÃO DO PARANÁ

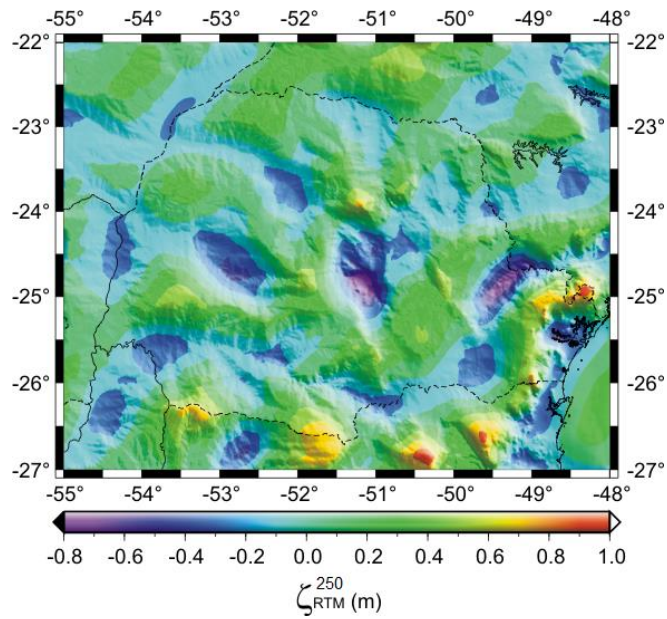


FIGURA 53 - SOLUÇÃO RTM EM GRAU E ORDEM 250 PARA A REGIÃO DO PARANÁ

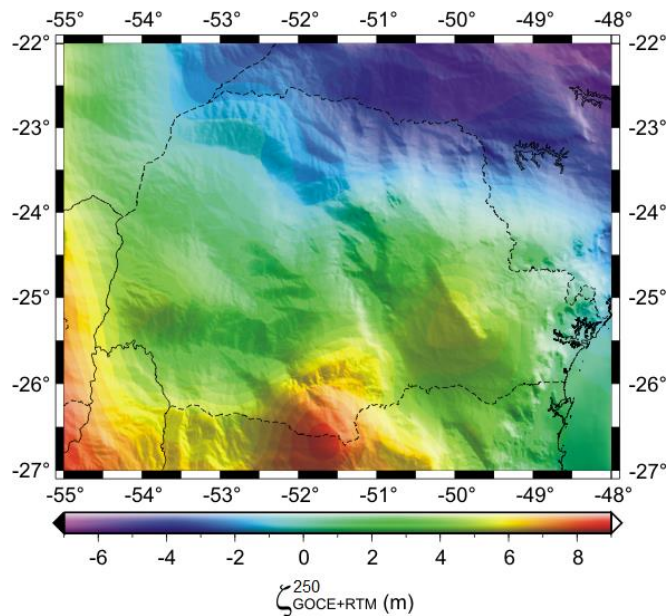


FIGURA 54 - SOLUÇÃO FINAL PARA A REGIÃO DO PARANÁ.

Da mesma forma, foi feita a avaliação absoluta dos MGGs e das soluções finais na região do Paraná obtidas da combinação das altitudes anômalas fornecidas pelos MGGs ($\zeta_{MGG}^{N_{240, 250, 1420}}$) e os efeitos residuais do terreno ($\zeta_F^{N_{240, 250, 1420}}$) foi efetuada com base em 90 observações *GNSS/Niv* na região. Neste caso, para o cálculo da solução RTM, foram utilizados os MDAs GMRTv2.0 e ETOPO1. As estatísticas

relacionadas com a análise absoluta no caso do Paraná são apresentadas nos Quadros 11, 12 e 13.

	$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG}$	$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$
	(m)	
Amplitude	1,89	1,39
Média	-0,38	-0,31
Desvio médio	0,30	0,26
Desvio padrão	0,38	0,32
RMS	0,53	0,44

QUADRO 11 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DE $\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG}$ E $\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$ DO MGG GO_CONS_GCF_2_DIR_R2 ($n_{max}=m_{max}=240$) NA REGIÃO DO PARANÁ

	<i>GO_CONS_GCF_2_TIM_R2</i>		<i>GOCO02S</i>	
	$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG}$	$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$	$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG}$	$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$
	(m)			
Amplitude	1,82	1,38	1,82	1,38
Média	-0,39	-0,32	-0,38	-0,31
Desvio médio	0,26	0,21	0,27	0,21
Desvio padrão	0,34	0,28	0,34	0,28
RMS	0,50	0,41	0,50	0,40

QUADRO 12 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DE $\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG}$ E $\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$ DOS MGGs GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 E GOCO02S ($n_{max}=m_{max}=250$) NA REGIÃO DO PARANÁ

	$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG}$	$\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$
	(m)	
Amplitude	1,05	1,02
Média	-0,35	-0,25
Desvio médio	0,14	0,15
Desvio padrão	0,19	0,19
RMS	0,39	0,31

QUADRO 13 - AVALIAÇÃO ABSOLUTA DE $\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow MGG}$ E $\mathcal{E}_{Absoluto \rightarrow F}$ DO MGG EIGEN-06C ($n_{max}=m_{max}=1240$) NA REGIÃO DO PARANÁ.

Analisando os resultados, conclui-se que as anomalias de altitude obtidas pelos MGGs apresentam uma discrepância média de -0,37 m relacionadas com os valores observados nos pontos de avaliação associados com *GNSS/niv*. A discrepância média é reduzida para cerca de -0,30 m após soluções RTM. Há reduções expressivas nas faixas de discrepâncias de MGGs satélite somente. Além disso, nos valores RMS, melhores resultados são observados com soluções RTM.

4.6.3 Análises relativas na região de estudos e na de validação

No intuito de entender de forma mais detalhada o comportamento dos MGGs na região de estudos e também no Paraná, fez-se uma análise relativa, utilizando pontos de controle, na forma:

$$\varepsilon_{\text{Relativo} \rightarrow \text{MGGouF[ppm]}} = \left| \frac{\delta \Delta H_{1-2}}{D_{1-2}(km)} \right| = \left| \frac{([\Delta N_{1-2}]_{GNSS/Niv} - \Delta \zeta_{1-2})_{mm}}{D_{1-2}(km)} \right| \quad (131)$$

sendo $\delta \Delta H_{1-2}$ a diferença em milímetros entre o desnível entre dois pontos utilizando dados *GNSS/Niv* ($[\Delta N_{1-2}]_{GNSS/Niv}$) e dados do MGG ou solução final ($\Delta \zeta_{1-2}$). A resolução dos parâmetros do campo de gravidade dos MGGs está relacionada com seu máximo grau e ordem (n_{max}) de expansão. Portanto, a escolha das linhas de base para o cálculo dos desníveis, deve respeitar a resolução para a qual o modelo foi proposto. Esta resolução pode ser calculada pelas seguintes expressões (TORGE, 2001, p. 28):

$$res_{MGG} = \frac{180^\circ}{n_{max}} [^\circ] \quad \text{ou} \quad res_{MGG} = \frac{20000 \text{ km}}{n_{max}} [km] \quad (132)$$

Primeiramente, foi efetuada a análise relativa para a região de estudos, dos MGGs em diferentes grau e ordem com 20 pontos de controle e distâncias correspondentes às resoluções dos modelos utilizando a (131). Os 20 pontos de

controle e seus pares estão apresentados na Figura 55. Os resultados estão apresentados nos Quadros 14, 15 e 16.

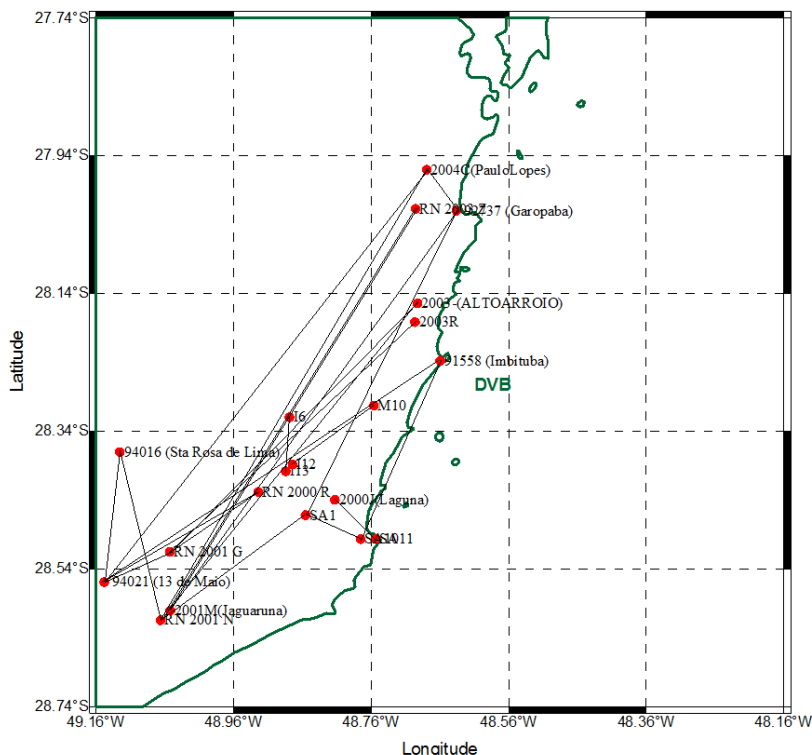


FIGURA 55 - PONTOS DE CONTROLE E DISTRIBUIÇÃO DA REDE PARA A REGIÃO DO DVB.

N/M	$\mathcal{E}_{Relativo \rightarrow MGG(ppm)}$	9 km	14 km	28 km	55 km	80 km
100	AIUB-CHAMP03S					13,16
160	AIUB-GRACE03S					3,45
	EGM2008					7,86
250	GO_CONS_GCF_2_TIM_R2					5,88
	GOCO02S					5,42
	EGM2008					3,54
360	EIGEN-5C				4,35	2,10
	EGM2008				2,92	3,22
720	EGM2008			4,22	0,01	2,77
1420	EIGEN-6C		3,69	3,04	0,61	1,56
	EGM2008		3,06	2,76	1,05	1,30
2159	EGM2008	4,14	2,74	3,86	1,49	0,65

QUADRO 14 - ANÁLISE RELATIVA DOS MGGs

N/M	$\mathcal{E}_{Relativo \rightarrow F(ppm)}$	9 km	14 km	28 km	55 km	80 km
100	AIUB-CHAMP03S					1,28
160	AIUB-GRACE03S					1,48
	EGM2008					2,93
250	GO_CONS_GCF_2_TIM_R2					0,24
	GOCO02S					0,22
	EGM2008					2,14
360	EIGEN-5C				1,04	0,06
	EGM2008				0,40	1,18
720	EGM2008			2,84	1,84	0,03
1420	EIGEN-6C		3,41	1,22	1,28	0,53
	EGM2008		2,78	1,49	1,72	0,27
2159	EGM2008	0,20	3,89	0,27	0,67	1,41

QUADRO 15 - ANÁLISE RELATIVA DAS SOLUÇÕES FINAIS UTILIZANDO SRTM30_PLUS E DTM2006.0 NO CÁLCULO RTM

N/M	$\mathcal{E}_{Relativo \rightarrow F(ppm)}$	9 km	14 km	28 km	55 km	80 km
100	AIUB-CHAMP03S					1,31
160	AIUB-GRACE03S					1,78
	EGM2008					3,04
250	GO_CONS_GCF_2_TIM_R2					0,17
	GOCO02S					0,42
	EGM2008					2,15
360	EIGEN-5C				1,34	3,14
	EGM2008				0	1,41
720	EGM2008			2,32	1,34	0,05
1420	EIGEN-6C		3,26	0,84	0,67	0,79
	EGM2008		2,63	0,84	1,17	0,54
2159	EGM2008	20,16	4,52	0,64	0	1,16

QUADRO 16 - ANÁLISE RELATIVA DAS SOLUÇÕES FINAIS UTILIZANDO GMRT v2.0 E DTM2006.0 NO CÁLCULO RTM

Para fim de comparação, como já foi explanado anteriormente, foi calculada a solução RTM em grau e ordem 2159 com as anomalias de altitude do EGM2008 usando dados dos MDAs GRTM v2.0 e ETOPO1. Desta solução final produzida foi também efetuada a análise relativa (QUADRO 17).

N/M	$\mathcal{E}_{Relativo \rightarrow F(ppm)}$	9 km	14 km	28 km	55 km	80 km
2159	EGM2008	17,88	2,63	0,47	0,84	0,67

QUADRO 17 - ANÁLISE RELATIVA DA SOLUÇÃO FINAL UTILIZANDO GMRT v2.0 E ETOPO1 NO CÁLCULO RTM PARA EGM2008

Em vista dos resultados das análises relativas das soluções finais, para as quais utilizam-se dados do SRTM30_PLUS e DTM2006.0, chega-se à conclusão que houve uma melhoria na resolução de 9 km (que corresponde ao grau máximo do EGM2008) a partir do grau e ordem 360, variando de 71% (1420) a 95% (2159). Na resolução de 14 km, houve uma melhora significativa em todos os modelos, com exceção do EGM2008 em grau e ordem 250 e 2159. Na resolução de 28 km, ao contrário da anterior, o EGM2008 em seu grau máximo melhorou 93% na solução final, juntamente com o grau e ordem 360 (81%). Já na resolução de 55 km, o EGM2008 melhora muito na solução final no grau e ordem 250 (99%). Em 80 km, todos os modelos ficaram melhores, variando de 40% a 99%, com exceção do EGM2008 no grau máximo.

Da mesma forma, foi efetuada a análise relativa, baseada na (131), utilizando 11 pontos de controle *GNSS/Niv*. Entre estes pontos, foi possível estabelecer várias linhas de base que variam de cerca de 50 km a 600 km. A Figura 56 apresenta a distribuição da rede criada com os pontos de controle e os resultados nos Gráficos de 34 a 37.

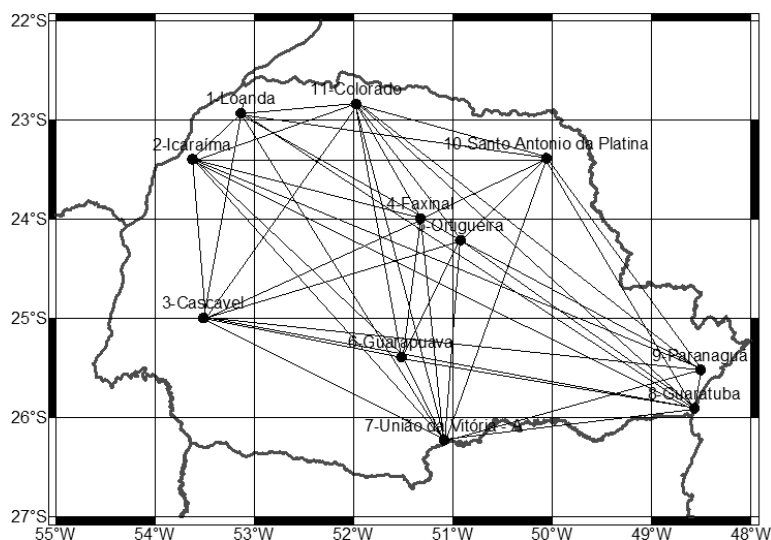


FIGURA 56 – PONTOS DE CONTROLE E DISTRIBUIÇÃO DA REDE PARA A ÁREA DE VALIDAÇÃO.

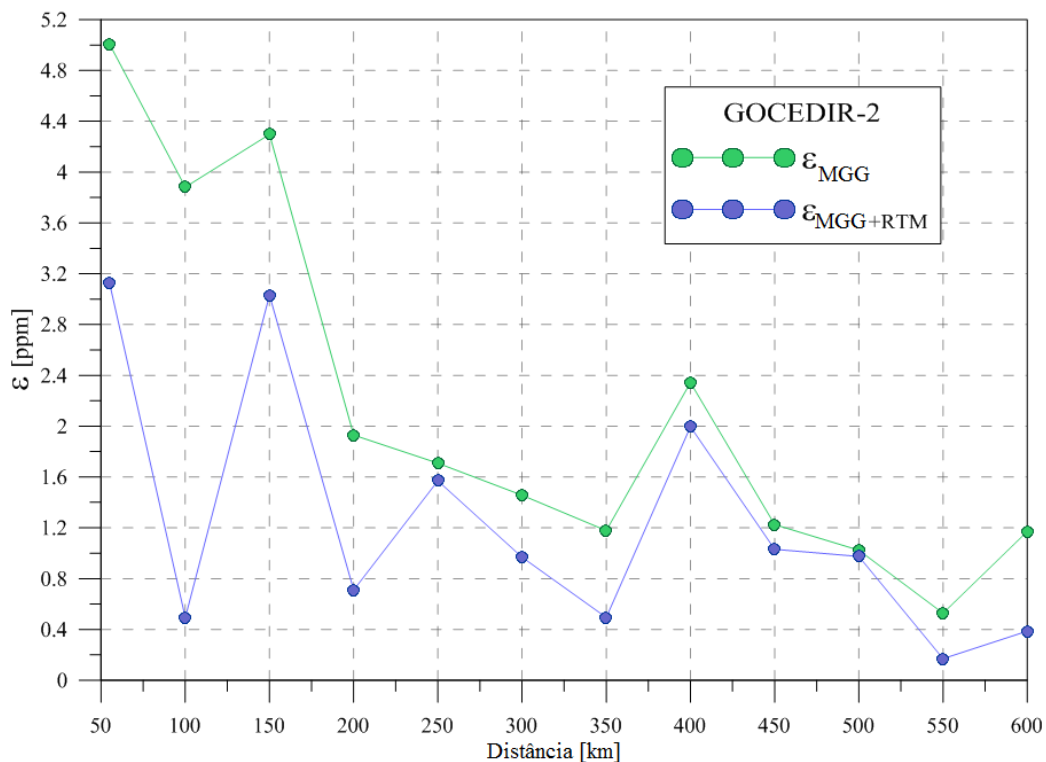


GRÁFICO 34 - COMPORTAMENTO DE $\epsilon_{Relativo \rightarrow MGG}$ E $\epsilon_{Relativo \rightarrow F}$ DO MGG
GO_CONS_GCF_2_DIR_R2 ($n_{max}=m_{max}=240$) NA REGIÃO DO PARANÁ

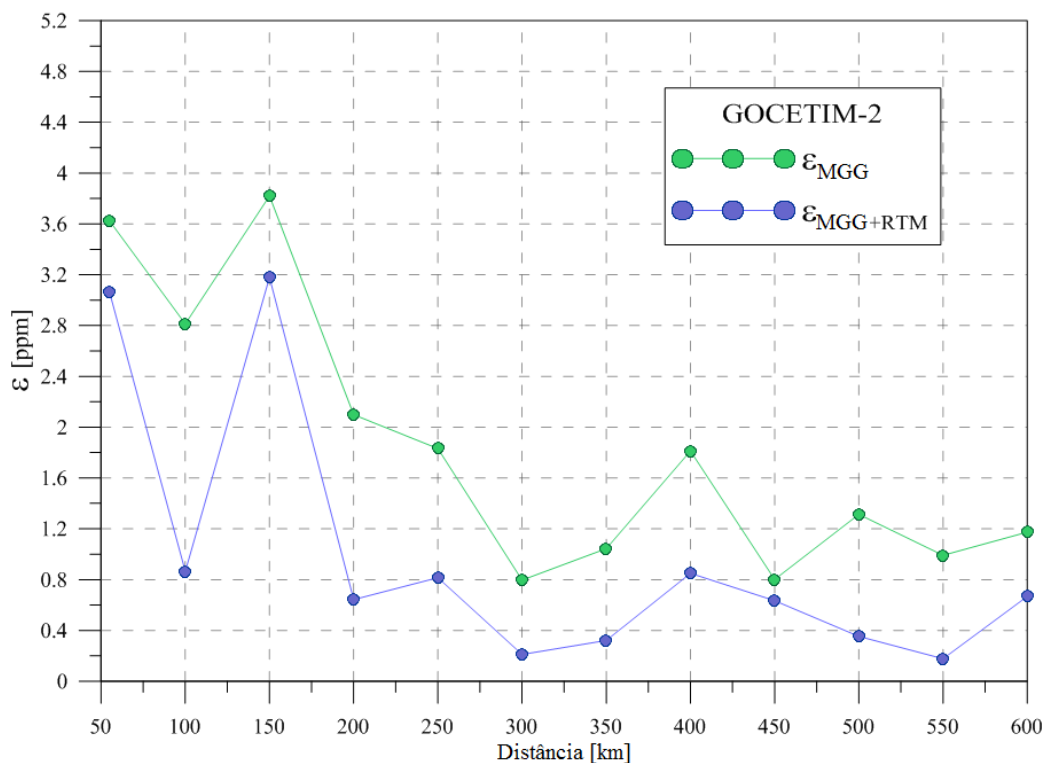


GRÁFICO 35 - COMPORTAMENTO DE $\epsilon_{Relativo \rightarrow MGG}$ E $\epsilon_{Relativo \rightarrow F}$ DO MGG
GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 ($n_{max}=m_{max}=250$) NA REGIÃO DO PARANÁ

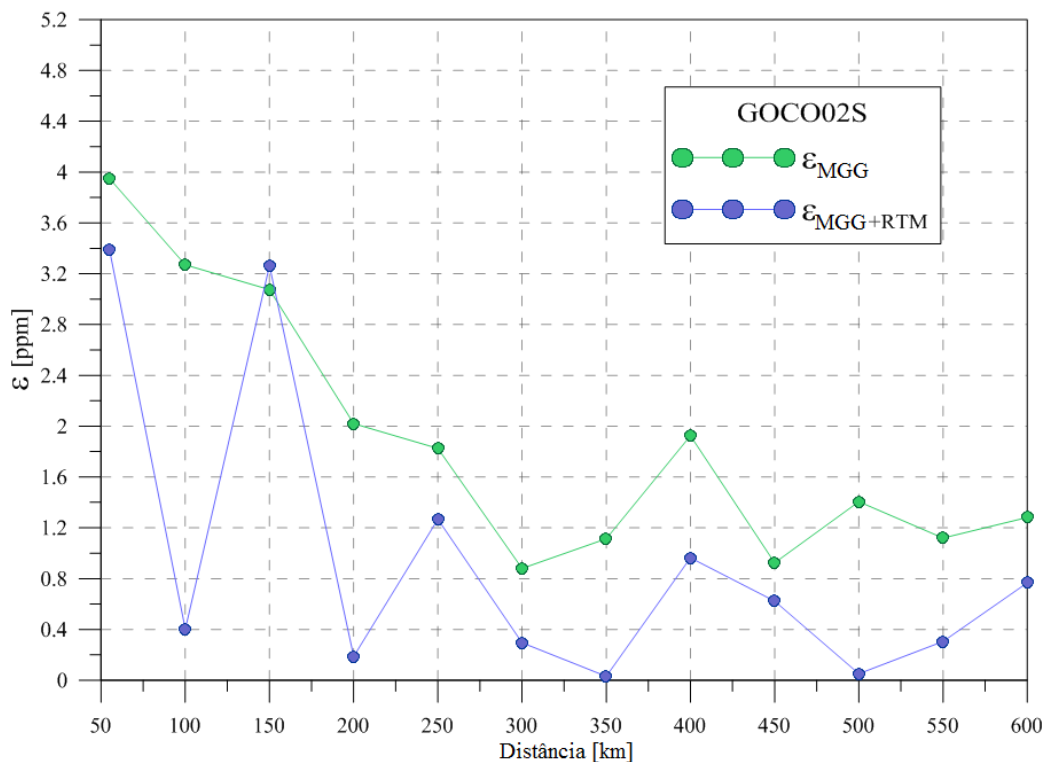


GRÁFICO 36 - COMPORTAMENTO DE $\epsilon_{Relativo \rightarrow MGG}$ E $\epsilon_{Relativo \rightarrow F}$ DO MGG GOCO02S ($n_{max}=m_{max}=250$) NA REGIÃO DO PARANÁ

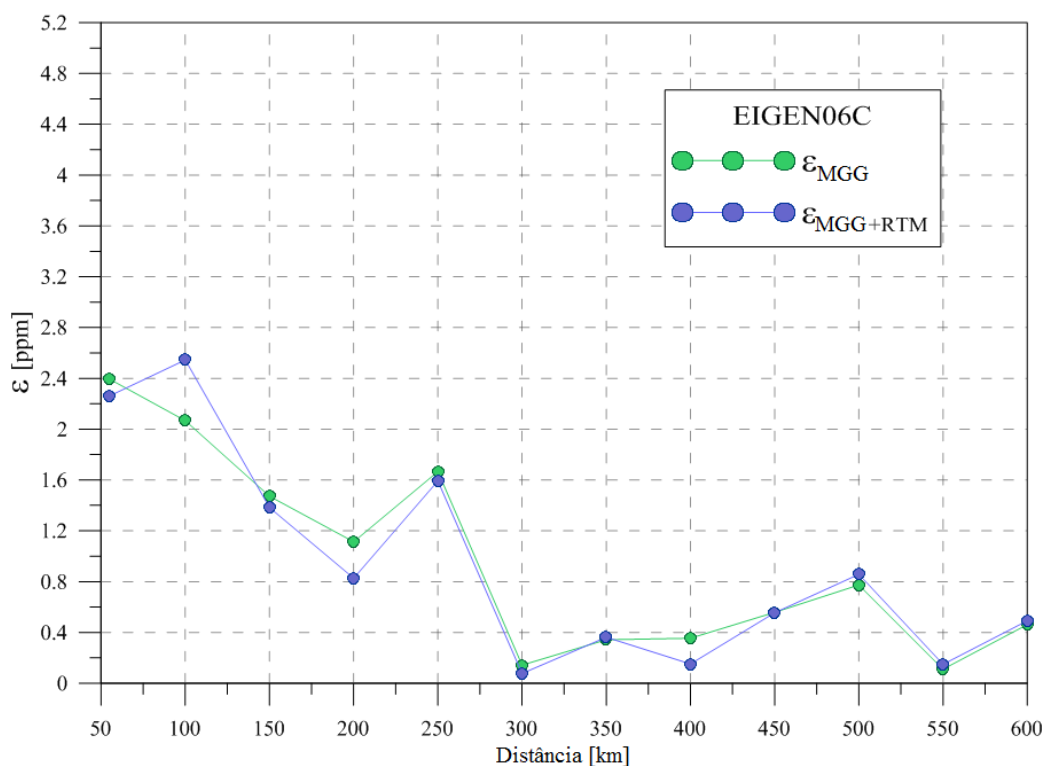


GRÁFICO 37 - COMPORTAMENTO DE $\epsilon_{Relativo \rightarrow MGG}$ E $\epsilon_{Relativo \rightarrow F}$ DO MGG EIGEN-06C ($n_{max}=m_{max}=1420$) NA REGIÃO DO PARANÁ.

Considerando as linhas de base no intervalo de 55 km a 550 km, relacionadas com os graus e ordens de 360 e 36, respectivamente, a contribuição do RTM para melhorar a resolução original dos MGGs foi de 54%, 57%, 38% e 6,5%, respectivamente para os modelos GOCE_TIM2, GOCO02S, GOCE_DIR2 e EIGEN-06C. Nos Gráficos 34 a 37, é possível ver as melhorias por comprimentos de onda diferentes. As melhorias relacionadas com as soluções RTM para as discrepâncias observadas são mais significativas com modelos satélite somente para comprimentos de onda no intervalo de 100 km até 200 km. O modelo combinado EIGEN-06C melhora um pouco na sua resolução relativa.

5 CONCLUSÕES

Foram realizadas no decorrer da tese análises com base em métodos existentes ou adaptados em termos de especificações e rotinas computacionais para a utilização de bases de dados geodésicos na modelagem do efeito gravitacional decorrente da distribuição das massas topográficas, utilizando os métodos dos prismas e dos tesseroides. As análises mostram uma maior capacidade dos tesseroides representarem de forma efetiva os efeitos gravitacionais diretamente associados com as características morfológicas do terreno no entorno do ponto de cálculo.

No estudo da contribuição de massas anômalas para o cálculo do geóide (ou do quase geóide), foram calculadas as correções do terreno por métodos já consagrados, como aqueles baseados em prismas tanto no domínio do espaço como no das frequências. Além disso, foi desenvolvido um aplicativo para o cálculo da correção do terreno em uma aproximação linear, utilizando novos MDAs, como o SRTM30_plus que contém dados de batimetria. Foram utilizados outros MDAs com melhor resolução, como é o caso do GMRT, porém, para o cálculo das correções do terreno, as diferenças nos resultados com este MDA e o SRTM30_plus são insignificantes. Foram adaptados aplicativos para investigar soluções não convencionais por ponto-massa e tesseroides no cálculo da correção do terreno. Um aspecto notável que se pode retomar aqui é o de que os tesseroides trazem, implicitamente, uma melhor modelagem das variações topográficas acentuadas, usualmente filtradas nos casos de prismas utilizados tanto no domínio do espaço como no das frequências (a ct_{Linear} pode ser também assimilada nesta estrutura) e efeitos da curvatura terrestre não previstos nos demais métodos. Neste sentido, constata-se uma tendência a valores maiores dos tesseroides nas regiões mais elevadas, discriminando melhor os efeitos gravitacionais também em regiões que apresentam acentuadas variações laterais de altitude. Foi constatado também que o método de ponto massa não funciona corretamente na região oceânica. No entanto, na porção continental, os resultados melhoram consideravelmente fixando a região oceânica como zero e recalculando a correção do terreno.

A grade das anomalias Bouguer para a área de estudos foi calculada com base no MDA GMRTv2.0 e nas diferentes técnicas de cálculo de correção do terreno. Para tanto, foram utilizadas anomalias ar livre de diferentes fontes que sofreram um processo de fusão, considerando os dados oceânicos do DTU10 e BGI, e os dados continentais das bases de dados do LARAS e USP. Para as análises dos resultados, foram utilizados dados de anomalia Bouguer do EGM2008, com finalidade de comparação. Observaram-se os maiores afastamentos das anomalias calculadas com as do EGM2008 em altitudes superiores a 700 m. Acredita-se que esse afastamento se deve ao fato de que o EGM2008 tem por base o DTM2006.0. Então, para uma melhor análise foram escolhidos, de forma aleatória, 516 valores somente na região continental, limitando a altitude até 500 m. Este subconjunto apresenta uma coerência das anomalias calculadas com as do EGM2008, com valores mais consistentes do método dos tesseroides.

As missões de satélites gravimétricos possibilitaram um aumento da resolução espectral dos MGGs satélite somente. Com isto, a faixa de incertezas associada aos médios comprimentos de onda do geopotencial pôde ser reduzida e, em consequência, exigindo uma mais baixa densidade de dados gravimétricos que as soluções convencionais. Então foi proposta uma metodologia baseada na técnica de Modelagem da Topografia Residual (RTM) e no efeito indireto das massas anômalas. Os resultados foram analisados juntamente com os MGGs de diferentes graus e ordens, cada um produzindo uma solução final. Todos foram avaliados com dados terrestres disponíveis. Observa-se que o caminho adotado é bastante eficiente na modelagem do campo de gravidade permitindo a potencialização na utilização de MGGs satélite somente.

As melhorias relacionadas nas avaliações relativas na região do DVB são significativas, principalmente na solução final com $n/m = 2159$, onde o EGM2008 teve uma adequação à sua resolução espacial (9 km) de até 95%. Na região do Paraná, as soluções RTM, para as discrepâncias observadas, são mais significativas com modelos satélite somente para comprimentos de onda no intervalo de 100 km até 200 km.

Em síntese, com o direcionamento da pesquisa apresentado nesta tese, buscou-se explorar, de forma mais central, os efeitos da modelagem do terreno, com menor

dependência da gravimetria terrestre, considerando locais onde se tem carência desses dados como é o caso da região de estudos circundante ao DVB. Assim, considerando o potencial dos MGGs mais recentes, baseados somente em dados de satélites para modelagem até graus e ordens que representem uma adequada resolução regional como também os MGGs combinados, investigaram-se diversas técnicas para modelagem dos efeitos locais predominantemente com base em MDAs recentes bem como efeitos da batimetria.

Como recomendação a este trabalho, sugere-se o aprofundamento no uso dos tesseroides, empregando-o conjuntamente com a técnica RTM, explorando inclusive sua potencialidade para a unificação de *data* verticais. É altamente recomendável um estudo mais detalhado da utilização do método de ponto massa aplicando-o em outras situações para analisar-se seu comportamento em vista dos seus resultados pouco expressivos nas análises realizadas. Recomenda-se também prosseguir o estudo do tensor de Marussi por tesseroides e outros métodos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMANTE, C., B. W. EAKINS. **ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis**. NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24, p.19, March 2009.
- ANTUNES, C., PAIL, R., CATALAO, J., **Point Mass Method applied to the Regional Gravimetric Determination of the Geoid**. Stud. Geophys. Geod., 47, p. 495-509. Prague, 2003.
- ASGHARZADEH, M.F., VON FRESE, R.R.B., KIM, H.R., LEFTWICH, T.E. & KIM, J.W. **Spherical prism gravity effects by Gauss-Legendre quadrature integration**. Geophysical Journal International, 169, p. 1-11. 2007.
- BAJRACHARYA, S. **Terrain Effects on Geoid Determination**. Thesis submitted to the faculty of graduate studies in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Master of Science, University of Calgary, Canadá. p. 114. 2003.
- BARTHELMES, F. DIETRICH, R. LEHMANN, R. **Representation of the Global Gravity Field by Point Masses on optimized positions based on recent spherical harmonics expansions**. Poster presented at the XX General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics GM3/4: Geoid Determination Techniques. Viena, p. 11-24. August 1991.
- BASSIN, C., LASKE, G., MASTERS G.. **"The Current Limits of Resolution for Surface Wave Tomography in North America."** EOS, Trans. Am. Geophys. Un. 81, F897. 2000.
- BECKER, J. J., SANDWELL, D. T., SMITH, W. H. F., BRAUD, J., BINDER, B., DEPNER, J., FABRE, D., FACTOR, J., INGALLS, S., KIM, S-H., LADNER, R., MARKS, K., NELSON, S., PHARAOH, A., TRIMMER, R., VON ROSENBERG, J., WALLACE, G. AND WEATHERALL, P. **'Global Bathymetry and Elevation Data at 30 Arc Seconds Resolution: SRTM30_PLUS'**, Marine Geodesy, 32:4, p. 355 - 371. 2009.
- CLAESSENS, S J., **Solutions to Ellipsoidal Boundary Value Problems for Gravity Field Modelling**, Thesis presented for the Degree of Doctor of Philosophy of Curtin University of Technology. Department of Spatial Sciences. 2005.
- COGBILL, A. H. **Gravity terrain corrections calculated using Digital Elevation Models**, Geophysics, 55(1), p. 102-106 January, 1990.
- COGLIANO, D. D. **Cálculo del Geoide local a partir de Fuentes Equivalentes. Relación con la tectónica de Tandilia**. II Simpósio Brasileiro de Geomática, V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas. Presidente Prudente – SP, 24 – 27 de julho de 2007. ISSN 1981-6251, 1130-1133.
- CORDELL, L. **"A scattered equivalent-source method for interpolation and gridding of potential-field data in three dimension"**. Geophysics, Vol. 57, No. 4, April, p.629-636. 1992.
- CORDINI, J. **Estudo dos aspectos geodinâmicos no Datum Vertical do SGB**. Tese de doutorado. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná. 1998
- DALAZOANA, R. **Estudos dirigidos à análise temporal do Datum Vertical Brasileiro**. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná, p.188, 2006.
- DE FREITAS, S. R. C. de, **Marés gravimétricas: Implicações para a placa Sul Americana**. Tese de Doutorado. Departamento de Geofísica IAG/USP. São Paulo, p.264. 1993.

DE FREITAS, S. R. C. de, FERREIRA, V. G., PALMEIRO, A. S., DALAZOANA, R., LUZ, R. T., FAGGION, P. L. **Modelagem do potencial anômalo no Datum Vertical Brasileiro visando sua nova definição.** Boletim de Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná. Vol. 13, nº 2, jul-dez, 2007.

DE FREITAS, S. R. C. **Notas de aula de geodésia física.** Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná, 2009.

DLR. **TerraSAR-X Ground Segment Basic Product Specification Document.** Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt. Basic product specification document, p. 108, 2009.

DLR. **Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt - German Aerospace Centre** (http://www.dlr.de/hr/desktopdefault.aspx/tabid-2317/3669_read-5488/) Acessado em abril de 2012.

DENKER, H., TORGE, W., WENZEL, G., IHDE, J., SCHIRMER, U. **Investigation of Different Methods for the Combination of Gravity and GPS/Levelling Data.**, K. P. Schwarz (ed.): Geodesy Beyond 2000 - the Challenges of the First Decade. IAG Symposia, Vol. 121, p.137-142, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York 2000.

DORMAN, L. M., LEWIS B. T. R. **Experimental Isostasy 1. Theory of the Determination of the Earth's Isostatic Response to a Concentrated Load.** *J. Geophys. Res.*,75(17), 3357–3365, doi:10.1029/JB075i017p03357, 1970.

ESA, European Space Agency. **Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission**, ESA SP-1233(1), report for mission selection of the four candidate Earth Explorer missions. http://esamultimedia.esa.int/docs/goce_sp1233_1.pdf. 1999.

ESA, **European Space Agency.** Disponível em: <<http://www.esa.int/esaCP/index.html>> Acessado em abril de 2012.

FEATHERSTONE, W.E. **On the use of Australian geodetic datums in gravity field determination,** *Geomatics Research Australasia* 62: p. 17-36. 1995.

FERREIRA, V. G. **Análise da Componente Anômala do Geopotencial no Datum Vertical Brasileiro com Base no Sistema Lagunar de Imaruí.** Dissertação de Mestrado, CPGCG – Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2008.

FLURY, J. RUMMEL, R. **Future Satellite Gravimetry for Geodesy.** Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, TU. Earth, Moon, and Planets, 94: p.13-29 March 2005.

FORSBERG R. & TSCHERNING CC. **The use of Height Data in Gravity Field Approximation by Collocation.** *Journal of Geophysical Research*, v. 86, p. 7843 -7854. 1981.

FORSBERG, R. **A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modeling.** Scientific Report N°5. Air Force Geophysics Laboratory Hanscom AFB, Massachusetts, p. 129. 1984.

FORSBERG, R. **Terrain effects in geoid computations.** International Geoid School, Lecture Notes, Buenos Aires, September, 27p, 1997.

FORSBERG, R., TSCHERNING, C.C., **An overview manual for the GRAVSOFT, Geodetic Gravity Field Modelling Programs.** 2ª edition,61p, August, 2008.

FORSBERG, R. **International Geoid School, Notas de Aula e Comunicação Pessoal**, Buenos Aires, Argentina, September, 2009.

GATTI A, REGUZZONI M, VENUTI G (2012) **The height datum problem and the role of satellite gravity models**. Journal of Geodesy: p. 1-8, July 03, 2012.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. 2ª Ed. UFPR – Editora, p. 302. 2002.

GERLACH C.; RUMMEL, R. **Global height system unification with GOCE: a simulation study on the indirect bias term in the GBVP approach**. Journal of Geodesy: p. 1-11, July 14, 2012.

GFZ, **GeoForschungsZentrum Potsdam**. Disponível em: <<http://www.gfz-potsdam.de>> Acessado em 2007.

GROMBEIN, T.; SEITZ, K.; HECK, B. **Untersuchungen zur effizienten Berechnung topographischer Effekte auf den Gradiententensor am Fallbeispiel der Satellitengradiometriemission GOCE**. KIT Scientific Reports 7547, KIT Scientific Publishing, ISBN 978-3-86644-510-9, ISSN 1612-9733, DOI: 10.5445/KSP/1000017531. 2010.

GROMBEIN, T.; SEITZ, K.; HECK, B. **Smoothing GOCE gravity gradients by means of topographic-isostatic reductions**. In: Ouwehand, L. (Ed.): Proceedings of the 4th International GOCE User Workshop, ESA Publication SP-696, ESA/ESTEC, ISBN (Online) 978-92-9092-260-5, ISSN 1609-042X. 2011a.

GROMBEIN, T.; SEITZ, K.; HECK, B. **Modelling topographic effects in GOCE gravity gradients**. In: Münch, U.; Dransch, W. (Eds.): Observation of the System Earth from Space, GEOTECHNOLOGIEN Science Report, Nr. 17, p. 84-93, Koordinierungsbüro GEOTECHNOLOGIEN, ISSN 1619-7399, DOI: 10.2312/GFZ.gt.17.13. 2011b.

HAMMER, S. **Terrain correction for gravimeter stations**, Geophysics, 4, p. 184 – 194. 1939.

HECK, B., RUMMEL, R. **Strategies for solving the vertical datum problem using terrestrial and satellite geodetic data**. In: Sea Surface Topography and the Geoid. Ed. Sünkel, H., Baker, T.. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, p. 116-128, 1990.

HECK, B. **On Helmert's methods of condensation**. Journal of Geodesy 77: p. 155–170, 2003.

HECK, B. **Problems in the Definition of Vertical Reference Frames**. In: Sansò F (ed) V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy (IAG Symposia, vol.127). Springer, Berlin, p. 164-173. 2004.

HECK, B., SEITZ, K. A. **Comparison of the Tesseroid, Prism and Point-Mass approaches for mass reductions in gravity field modeling**. J. Geodesy 81 p. 121–136, 2007.

HECK, 2011. **Notas de aula do curso Vertical Reference System and Frames**. VII Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas. Departamento de Geomática, Setor de Ciências da Terra. Curitiba, 2011.

HIRT, C. **Prediction of vertical deflections from high-degree spherical harmonic synthesis and residual terrain model data**. J. Geodesy 84 p. 179–190, 2010.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical geodesy**. San Francisco: W. H. Freeman and Company, p. 364, 1967.

HOFMANN-WELLENHOF, B., MORITZ, H. **Physical Geodesy**. Springer-Wien-New York, 403p, 2006.

ICGEM, **International Centre for Global Earth Models**. Disponível em: <http://icgem.gfz-potsdam.de/icgem/>. Acessado em maio de 2012.

IGS. **International GNSS Service**. Disponível em: <http://igsb.jpl.nasa.gov/> Acessado em 2008.

IHDE, J., SCHIRMER, U. STEFANI F., TOPPE, F. **Geoid modelling with point masses**. Proceedings of the Second Continental Workshop on the Geoid in Europe, Budapest, March, 199-204. 1998.

JAMUR, K. P. **Estimativa da resolução de modelos geoidais globais obtidos de missões satelitais e gravimétricos regionais para o estado do Paraná com base em observações GPS sobre RN's**. Dissertação de Mestrado. CPGCG, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, p.116. 2007.

JAMUR, K. P., De FREITAS, S.R.C.; MONTECINO, H. **Study of alternatives for combining satellite and terrestrial gravity data in regions with poor gravity information**. Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet Proceedings of the IAG General Assembly, Melbourne, Australia, June 28 - July 2, 2011. Series: International Association of Geodesy Symposia, Vol. 139 Rizos, Chris; Willis, Pascal (Eds.), X, 490 p. 200 illus. in color. DOI 10.1007/978-3-642-37222-3_74, 2014.

KAULA, W. **Tests and combinations of satellite determinations of the gravity field with gravimetry**, J Geophys Res, 71, 5303-5314, 1966.

KIAMEHR, R., SJÖBERG, L.E., **Effect of the SRTM global DEM on the determination of a high-resolution geoid model: a case study in Iran**. J. Geodesy 79: p. 540-551, 2005.

KRIEGER, G., FIEDLER, H. HAJNSEK, I. EINEDER, M. WERNER, M. MOREIRA, A. **TanDEM-X: Mission Concept and Performance Analysis**. Microwaves and Radar Institute German Aerospace Centre (DLR),Oberpfaffenhofen, Germany, 2005.

KUHN M., SEITZ K. **Comparison of Newton's integral in the space and frequency domains**. In: Sansò F. (ed.): A Window on the Future of Geodesy. IAG Symposia Vol. 128, Springer, p. 386-391. 2005.

KUHN, M., FEATHERSTONE, W.E., KIRBY J.F. **Complete spherical Bouguer gravity anomalies over Australia**, Australian Journal of Earth Sciences 56(2): p. 209-219 doi: 10.1080/08120090802547041, 2009.

LAMBECK, K. **Geophysical Geodesy: The slow deformation of the Earth**. Oxford Science Publ.. Oxford, p. 718.1988.

LEMOINE, A., KÖNIG, J.-M., LOYER, R., NEUMAYER, S., MARTY, H., BARTHELMES, J.-Ch., PEROSANZ, F., ZHU, S.Y. **A high quality global gravity field model from CHAMP GPS tracking data and Accelerometry (EIGEN-1S)**. Geophysical Research Letters, 29(14), 10.1029/2002GL015064, 2002.

LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. Tese de doutorado. CPGCG, Universidade Federal do Paraná, 2008.

MARUSSI, A. **Intrinsic Geoid**. Springer-Verlaig, Berlin. 1985

MOLODENSKII MS, EREMEEV VF, YURKINA MI. **Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth.** (translated from Russian 1962). Israel program for scientific translations, Jerusalem. DENSKII et al. 1960

MOREIRA, A., KRIEGER, G., HAJNSEK, I., HOUNAM, D., WERNER, M., RIEGGER, S., SETTELMAYER, E. **TanDEM-X: A TerraSAR-X Add-On Satellite for Single-Pass SAR Interferometry.** German Aerospace Center (DLR) Microwaves and Radar Institute (HR), Oberpfaffenhofen, Germany, 2004.

MORITZ, H. **On the use of terrain correction in solving Molodensky's problem.** [S.l.], Scientific Report, p.46. 1968.

MORITZ, H. **Advanced Physical Geodesy.** Abacus Press, Wichmann, p.500. 1980.

NAGY, D. **The Prism Method for Terrain Corrections Using Digital Computers.** Pure and Applied Geophysics, v. 63, p. 31-39, 1966.

NAGY, D.; PAPP, G.; BENEDEK, J. **The gravitational potential and its derivatives for the prism.** Journal of Geodesy, v. 74, p. 552-560, 2000.

NOAA. **National Oceanic and Atmospheric Administration.** Disponível em: <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/topo/report/s5/s5Bv.html>. Acessado em maio de 2009.

PALMEIRO, A. S. **Análise do vínculo do Datum Vertical Brasileiro a um sistema global de altitudes com base em soluções fixadas e livres do PVCG.** Tese de doutorado. CPGCG, Universidade Federal do Paraná, 2011.

PAVLIS, N. K.; FACTOR, J. K.; HOLMES, S. A. **Terrain-related gravimetric quantities computed for the next EGM.** In: Proceedings of the 1st International Symposium of the International Gravity Field Service. Harita Dergisi, Istanbul: [s.n.], v. 18, p. 318–323. 2007.

PAVLIS, N K., HOLMES, S A., KENYON S C., FACTOR J K. **The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008).** Journal of Geophysical Research, vol. 117, B04406, doi:10.1029/2011JB008916, 2012.

PELLINEN, L. **Accounting for topography in the calculation of quasigeoidal heights and plumb-line deflections from gravity anomalies.** Bulletin Géodésique (1946-1975), Springer Berlin / Heidelberg, v. 63, p. 57–65, 1962.

PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S.A., VETTERLING, W.T., FLANNERY, B.P. **Numerical recipes in FORTRAN.** The Art of Scientific Computing. Second Edition. 1994.

REIGBER C.; SCHWINTZER P.; NEUMAYER K.-H.; BARTHELMES F.; KONIG R.; FORSTE C.; BALMINO G.; BIANCALE R.; LEMOINE J.-M.; LOYER S.; BRUINSMA S.; PEROSANZ F.; FAYARD T. **The CHAMP-only Earth Gravity Field Model EIGEN-2.** Advances in Space Research 31(8), 1883-1888, 2003.

REIGBER, C. SCHWINTZER, P. **CHAMP – Gravity Field Recovery.** 2002. Disponível em: http://op.gfz-potsdam.de/champ/science/gravity_SCIENCE.html. Acessado em 2007.

RUMMEL R., RAPP H.R., SÜNKEL H., TSCHERNING C.C. **Comparison of global topographic/isostatic models to the Earth's observed gravity field,** Report No. 388, Department of Geodeic Science and Surveying, The Ohio State University, Columbus, 33 pp. 1988.

RUMMEL, R., J. MÜLLER, H. OBERNDORFER, N. SNEEUW .**Satellite Gravity Gradiometry with GOCE**, in: Towards an Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS), R. Rummel, H. Drewes, W. Bosch, H. Hornik (eds.), IAG symposium 120, p. 66–72, Springer, 2000.

RUMMEL, R.; BALMINO, G.; JOHANNESSEN, J.; VISSER, P.; Woodworth, P. **Dedicated gravity field missions - principles and aims**; Journal of Geodynamics, Vol. 33, Nr. 1-2, p. 3-20, ISSN 0264-3707, DOI:10.1016/S0264-3707(01)00050-3, 2002.

RUMMEL, R., YI, W., STUMMER, C., **GOCE gravitational gradiometry**. Journal of Geodesy. 85. 777-790. 2011

SANDWELL, D T., SMITH, W H F. **Global marine gravity from retracked Geosat and ERS-1 altimetry: Ridge segmentation versus spreading rate**. Journal of Geophysical Research, vol. 114, B01411, doi:10.1029/2008JB006008, 2009.

SANSÒ F., **International Geoid School, Notas de Aula e Comunicação Pessoal**, Buenos Aires, Argentina, September, 2009.

SCHWARZ, K. P. **Data types and their spectral properties**. In: Schwarz, K. P. (Ed.). [S.l.]: Beijing International Summer School (BSS), (Local Gravity Field Approximation). p. 1–66. 1984

SJÖBERG, L. E. **A discussion on the approximations made in the practical implementation of the remove compute restore technique in regional geoid modelling**. Journal of Geodesy, Springer Berlin / Heidelberg, v. 78, p. 645–653, 2005.

SMITH, W. H. F., SANDWELL, D. T. **Global Seafloor Topography from Satellite Altimetry and Ship Depth Soundings**, submitted to Science, April 7, 1997. Disponível em: <http://walrus.wr.usgs.gov/tsunami/copyright.html>

SNEEUW N., J. vd IJSSEL, R. KOOP, P. VISSER, C. GERLACH **Validation of fast pre-mission error analysis of the GOCE gradiometry mission by a full gravity field recovery simulation**, *J.Geodynamics*,33, p. 43-52, 2002.

TSCHERNING, C. C. **Geoid determination after the first satellite gravity missions**. Hannover: [s.n.], 2001. 11-24 p. Festschrift Univ. Prof. em. Dr.-Ing. Wolfgang Torge zum 70. Geburtstag. Wiss. Arb. Fachr. Verm. Univ. Hannover. 2001

TORGE, W. **Geodesy**. 3rd. ed. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2001.

TENZER R, KLEES R, PRUTKIN I, WITTEW T, ALBERTS B, SCHIRMER U, IHDE J, LIEBSCH G, SCHÄFER U. **Comparison of techniques for the computation of a height reference surface from gravity and GPS/levelling data**. In: M Sideris (Ed.) Observing our Changing Earth, International Association of Geodesy Symposia, Vol. 133, part 2, Springer Berlin, pages 263-273. 2008.

TSOULIS D. **Spherical harmonic analysis of the CRUST 2.0 global crustal model**. JGeod, 78 (1-2):7-11, DOI: 10.1007/s00190-003-0360-3, 2004.

TSOULIS D., KUHN M. **Recent developments in synthetic Earth gravity models in view of the availability of digital terrain and crustal databases of global coverage and increased resolution**. In: Kiliçoglu A., Forsberg R. (eds.): Gravity Field of the Earth, Proceedings of the 1st International Symposium of the IGFS, Istanbul, Turkey, 354–359, 2007.

USGS. **US Geological Survey.** Disponível em:
http://eros.usgs.gov/#/Find_Data/Products_and_Data_Available/gtopo30_info. Acessado em março de 2012.

WILD-PFEIFFER F. **Auswirkungen topographisch-isostatischer Massen auf die Satelliten - gradiometrie.** Deutsche Geodätische Kommission, C604, München. 2007.

WILD-PFEIFFER, F. **A comparison of different mass elements for use in gravity gradiometry.** JGeod, 82(10):637-653, DOI: 10.1007/s00190-008-0219-8.2008.

WILD, F.; HECK, B. **Topographic and Isostatic Reductions for Use in Satellite Gravity Gradiometry.** In: Xu, P.; Liu, J.; Dermanis, A. (Eds.): VI Hotine-Marussi Symposium, Wuhan, China May 29 - June 2, 2006. IAG Symposia, Vol. 132, Springer, 49-55 p., 2008.