

CLAUDIA REGINA GRÉGIO D'ARCE

**MODELO FOTOGRAMÉTRICO COM USO DE FEIÇÕES
LINEARES RETAS E CIRCULARES COMO CONTROLE**

Dissertação apresentada ao curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná para obtenção do Grau de Mestre em Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Quintino Dalmolin

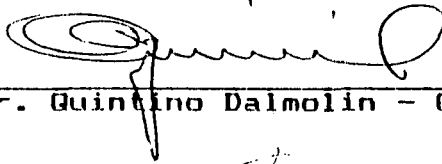
CURITIBA
1995

MODELO FOTOGRAFAMÉTRICO COM USO DE FEIÇÕES LINEARES RETAS E
CIRCULARES COMO CONTROLE

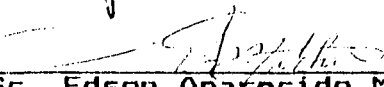
por

Claudia Regina Grégio d'Arce

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do
grau de Mestre em Ciências no Curso de Pós-Graduação
em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do
Paraná, pela Comissão composta pelos professores:



Prof. Dr. Quintino Dalmolin - Orientador



Prof. MSc. Edson Aparecido Mitishita



Prof.^a MSc. Mary A. Azevedo Olivas

CURITIBA

1995

Dedico este trabalho à meu
esposo Reinaldo, meus pais
Herbel e Wanda pela compreensão,
carinho e estímulo e a minha
filha que está para chegar
Yasmin.

AGRADECIMENTOS

Quero externar meus sinceros agradecimentos às pessoas e às entidades abaixo relacionadas:

- Ao meu orientador, professor Quintino Dalmolin, pela dedicada orientação, estímulo e paciência;

- A minha família, pelo carinho compreensão e estímulo;

- As amigas Élcia Ferreira da Silva e Zélia Marchiotti, pelo incentivo;

- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), pela concessão da bolsa de estudo, durante a realização do curso.

- Ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

SUMÁRIO

TERMO DE APROVAÇÃO

DEDICATÓRIA.....	i
AGRADECIMENTOS.....	ii
SUMÁRIO.....	iii
LISTA DE FIGURAS.....	vii
LISTA DE QUADROS.....	iv
RESUMO.....	xi
ABSTRAT.....	xii

CAPÍTULO 1

1.	INTRODUÇÃO.....	01
1.1.	Considerações Gerais.....	01
1.2.	Proposta desta Pesquisa.....	02

CAPÍTULO 2

2.	SOLUÇÕES EXISTENTES.....	04
2.1.	Modelos Fotogramétricos Baseados em Feições como Controle Atualmente Existentes.....	04
2.1.1.	Modelo Desenvolvido por LUGNANI (1980).....	04
2.1.2.	Modelo Desenvolvido por MASRY (1981).....	06
2.1.3.	Modelo Desenvolvido por TOMMASELLI (1988).....	08
2.1.4.	Modelos Propostos por MULAWA & MIKHAIL (1988)....	10

CAPÍTULO 3

3.	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS FOTOGRAFÁTRICOS.....	12
3.1.	Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de Feições Lineares Retas como Controle.....	13
3.1.1.	Descrição da Feição Linear Reta R	13
3.1.2.	Modelo dos Parâmetros Adicionais para Feições Lineares Retas R	19
3.2.	Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de Feições Lineares Circulares como Controle.....	20
3.2.1.	Descrição da Feição Linear Circular: C	20
3.2.2.	Modelo dos Parâmetros Adicionais para Feições Lineares Circulares C	25

CAPÍTULO 4

4.	APLICAÇÃO DO MODELO DOS PARÂMETROS ADICIONAIS À RESSEÇÃO ESPACIAL.....	30
4.1.	Introdução.....	30
4.2.	Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados na Determinação dos Descritores das Feições Lineares Retas e Circulares.....	31
4.2.1.	Matriz das Derivadas Parciais A para Feições Lineares Retas.....	35
4.2.2.	Matriz das Derivadas Parciais B para Feições Lineares Retas.....	36
4.2.3.	Matriz das Derivadas Parciais C para Feições Lineares Retas.....	38

4.2.4.	Matriz das Derivadas Parciais A para Feições Lineares Circulares.....	39
4.2.5.	Matriz das Derivadas Parciais B para Feições Lineares Circulares.....	40
4.3	Aplicação do Metodo dos Mínimos Quadrados no Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de Feições Retas e Circulares como Controle.....	41
4.3.1.	Método dos Mínimos Quadrados no Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de Feições Retas como Controle.....	41
4.3.2.	Método dos Mínimos Quadrados no Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de Feições Circulares como Controle.....	46

CAPÍTULO 5

5.	TESTE DOS MODELOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	50
5.1.	Objetivos e Características do Estudo.....	50
5.2.	Geração de Dados Simulados e Obtenção dos Descritores das Feições Lineares Retas e Circulares.....	51
5.2.1.	Geração das Fotocoordenadas para o modelo dos Parâmetros Adicionais aplicado na Resseção Espacial.....	57
5.2.1.1.	Geração das Coordenadas de Terreno sobre as Feições Lineares Retas e Circulares.....	57
5.2.1.2.	Geração das Fotocoordenadas dos Pontos Determinado em 5.2.1.1.....	65

5.3.	Programas.....	71
5.4.	Análise dos Resultados.....	71

CAPÍTULO 6

6.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	80
6.1.	Conclusões.....	80
6.2.	Recomendações.....	81
	ANEXO.....	83
	ANEXO 1: DERIVADAS PARCIAIS.....	84
	ANEXO 2: PROGRAMAS.....	95
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	118

LISTA DE FIGURAS

2.1.	Princípio do modelo dos planos equivalentes.....	09
3.1.	Exemplos de feições parabólicas, hiperbólicas e elípticas seccionadas.....	12
3.2.	Segmentos prolongados para obtenção de feições lineares circulares.....	13
3.3.	Representação de uma feição linear reta.....	14
3.4.	Representação de que pares de pontos podem gerar a mesma reta.....	15
3.5.	Condição que $C=O \perp \beta$	16
3.6.	Vetor direcção β determinado por P_1 e P_2 igual ao vetor β que seria determinado por C e P.....	18
3.7.	Definição de uma feição linear circular no espaço.....	20
3.8.	Descrição da feição linear circular.....	21
3.9.	Vetores "a" e "b".....	23
3.10.	Reta formada pelo centro perspectivo, pelo vetor direcção ρ e pelo ponto P sobre a feição....	26
4.1.	Matriz A para determinação dos descritores das feições lineares retas.....	36
4.2.	Matriz B para determinação dos descritores das feições lineares retas.....	37
4.3.	Matriz C para determinação dos descritores das feições lineares retas.....	38

4.4.	Matriz A para determinação dos descritores das feições lineares circulares.....	40
4.5.	Matriz B para determinação dos descritores das feições lineares circulares.....	41
4.6.	Matriz A para determinação dos parâmetros de ressecção espacial com uso de feições lineares retas.....	46
4.7.	Matriz A para determinação dos parâmetros de ressecção espacial com uso de feições lineares circulares.....	48
4.8.	Matriz B para determinação dos parâmetros de ressecção espacial com uso de feições lineares circulares.....	49
5.1.	Configuração das feições lineares retas.....	51
5.2.	Configuração das feições lineares circulares.....	52
5.3.	Vetores direção γ	59

LISTA DE QUADROS

1.	Descritores das feições lineares retas.....	53
2.	Vetores direção das feições lineares retas.....	54
3.	Descritores das feições lineares circulares.....	55
4.	Vetores normal das feições lineares circulares...	56
5.	Coordenadas em terreno de 4 pontos sobre a feição linear reta.....	60
6.	Coordenadas em terreno de 4 pontos sobre a feição linear circular.....	63
7.	Fotocoordenadas de 4 pontos sobre a feição linear reta.....	66
8.	Fotocoordenadas de 4 pontos sobre a feição linear circular.....	69
9.	Ressecção espacial com 14 feições retas.....	72
10.	Ressecção espacial com 12 feições retas.....	73
11.	Ressecção espacial com 08 feições retas.....	73
12.	Ressecção espacial com 08 feições retas.....	74
13.	Ressecção espacial com 09 feições retas.....	74
14.	Ressecção espacial com 08 feições retas.....	75
15.	Ressecção espacial com 08 feições retas.....	75
16.	Ressecção espacial com 12 feições circulares.....	76
17.	Ressecção espacial com 08 feições circulares.....	76

18.	Resseção espacial com 06 feições circulares.....	77
19.	Resseção espacial com 06 feições circulares.....	77
20.	Resseção espacial com 05 feições circulares.....	78
21.	Resseção espacial com 04 feições circulares.....	78

RESUMO

Na fotogrametria, a ressecção espacial consiste, basicamente, na determinação dos parâmetros de orientação exterior dos feixes de raios de luz que geram as fotografias.

Este trabalho apresenta um modelo fotogramétrico rigoroso, desenvolvido matematicamente e testado para equações de observação fotogramétricas com base em feições lineares retas e circulares como controle para a determinação dos parâmetros da ressecção espacial.

ABSTRAT

In photogrammetry, the space resection consists, basically, in the determination of the parameters of external orientation of the bundles of light rays which generate the photographs.

This work presents a rigorous photogrammetric model, mathematically developed and tested for equations of photogrammetric observations based on straight linear feature and circular linear feature as a control for the determination of the parameters of space resection.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Considerações Gerais

O controle de campo é necessário para estabelecer as relações geométricas que permitem orientar e posicionar cada fotografia no espaço objeto. Em outras palavras, é determinar os parâmetros de orientação exterior de uma ou mais fotografias com relação ao espaço objeto.

Há muito tempo que a correspondência entre espaço imagem e espaço objeto vem sendo obtida através de pontos de controle de terreno cujas, posições são conhecidas em um sistema de referência, e suas imagens identificadas e medidas nas fotografias. As coordenadas destes pontos são determinadas por processos geralmente Geodésicos. Normalmente são escolhidos alvos naturais bem definidos ou artificiais, como a pré-sinalização, a fim de facilitar a identificação dos mesmos nas imagens.

A eficiência das feições pontuais como controle na fotogrametria é mundialmente conhecida. No entanto, a identificação de uma feição linear na imagem fotográfica é mais fácil, particularmente no caso de fotos tomadas a grandes

altitudes e em imagens de satélite. Várias pesquisas foram realizadas com sucesso, no sentido de adequar modelos fotogramétricos com feições lineares para o controle fotogramétrico.

Segundo DAL POZ, (1991) o uso de feições como controle teve início com a tese de PhD intitulada "Using Digital Entities as Control" (Lugnani, 1980), que tinha como objetivo básico a substituição completa de entidades pontuais por entidades não pontuais.

SOUZA (1982), TOMMASELLI (1988), ARAKI (1990) e CASTREGHINI (1989), desenvolveram suas dissertações de mestrado na linha de pesquisa: "Uso de Feições em Fotogrametria", do curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da UFPR. A comunidade internacional também reconheceu o potencial do uso das feições não pontuais como controle e desenvolveu trabalhos importantes nesta área, entre os quais pode-se citar o desenvolvido por MASRY (1981) e o proposto por MULAWA & MIKHAIL (1988) intitulado "Modelo dos Parâmetros Adicionais" que utiliza feições pontuais e curvas como controle.

1.2. Proposta desta Pesquisa

Nesta pesquisa objetiva-se:

1. Desenvolver matematicamente os Modelos

Fotogramétricos dos Parâmetros Adicionais, adaptando-os à Feições Lineares Retas e Feições Lineares Circulares, propostos por MULAWA & MIKHAIL (1988);

2. Implementá-los e testá-los, com dados simulados, para a obtenção da Ressecção Espacial de uma fotografia isolada, num ambiente para microcomputadores do tipo PC-AT 386 ou similar.

CAPÍTULO 2

SOLUÇÕES EXISTENTES

2.1. Modelos Fotogramétricos Baseados em Feições como Controle Atualmente Existentes

2.1.1. Modelo Desenvolvido por LUGNANI (1980)

LUGNANI (1980) desenvolveu e testou modelos e metodologias para o caso da Resseção Espacial, além de propor modelos para a transformação de similaridade. A abordagem proposta parte do princípio de que não há correspondência entre pontos discretos que definem uma feição no espaço objeto e os pontos observados na mesma feição na fotografia (espaço imagem). A feição no espaço objeto, definida pelas coordenadas tridimensionais de uma sequência de pontos, é tornada contínua pelo uso de "splines" paramétricos. O modelo matemático que liga pontos no espaço objeto com seus homólogos no espaço imagem é a equação de colinearidade. Através da colinearidade e de parâmetros de orientação exterior aproximados, calculam-se as coordenadas de foto homólogas aos pontos no espaço objeto que definem a feição. Esta foto aproximada serve como referência para o cálculo de uma transformação projetiva, que tem como domínio os pontos observados. Aplica-se então a injunção de que os pontos lidos transformados pertençam à

feição homóloga na foto referência (aproximado) sendo obtidos por interpolação por "splines" |10|.

Aplicando-se a transformação projetiva inversa aos pontos de terreno obtém-se pontos na foto real correspondentes aos de terreno, pertencentes à feição em particular. Calculam-se os parâmetros de orientação exterior repetindo-se o procedimento até que haja convergência da solução |10|.

Segundo o autor, em todos os casos testados, obteve-se convergência, porém pode haver divergência quando a configuração geométrica das entidades for fraca e/ou existir erros grosseiros (blunders).

A qualidade da solução foi estimada e restrições são feitas para a ressecção dos parâmetros onde a correlação das coordenadas pseudo-observadas é um fator importante e foi negligenciado.

A qualidade dos resultados é detectada pelo fator variância do modelo principal através da precisão dos pontos pseudo-observados e da ressecção dos parâmetros. O resíduo também fornece indicação da qualidade da solução calculada.

Maiores detalhes sobre o assunto, o leitor pode consultar LUGNANI (1980).

2.1.2. Modelo Desenvolvido por MASRY (1981)

MASRY [06] propôs o uso de entidades digitais contínuas como forma de controle, e definiu uma entidade como um todo ou uma parte da feição a qual pode ser reconhecida ou interpretada sobre uma imagem.

As entidades sobre o terreno, no espaço tridimensional recebem o nome de "entidades espaciais". As imagens de cada entidade, no plano, recebem o nome de "entidades planas".

As coordenadas dos pontos que definem a entidade, podem ser obtidas a partir de uma base topográfica, geodésica ou serem digitalizadas de um mapa. E são chamadas de entidades controle.

O conceito é baseado no seguinte:

Um ponto (x,y,z) observado sobre uma entidade é transformado em entidade controle através de uma transformação $T(x,y,z)$ adequadamente escolhida. A equação pode ser escrita:

$$[X' Y' Z']^t = T(x,y,z)$$

onde X', Y', Z' são as coordenadas transformadas dos pontos observados (x,y,z) .

Sabendo que é possível descrever uma entidade controle matematicamente, por uma função paramétrica da forma spline:

$$[X \ Y \ Z]^t = F(s)$$

O valor do parâmetro de transformação deve ser tal que um ponto observado, depois da transformação, satisfaça as equações:

$$T1(x,y,z) = F1(s)$$

$$T2(x,y,z) = F2(s)$$

$$T3(x,y,z) = F3(s)$$

Sendo então, $[X' \ Y' \ Z']^t$ e $[X \ Y \ Z]^t$ entidades controle, pode-se escrever:

$$T(x,y,z) = F(S)$$

O conceito deve ser expresso como: Todos os pontos observados são transformados. Então, depois desta transformação eles satisfazem a função de controle. A correspondência passa a ser entidade a entidade em vez da tradicional correspondência ponto a ponto. Como exemplos de aplicação, MASRY (1981) cita:

- 1- Na determinação dos parâmetros da Orientação Absoluta - a transformação a ser usada é a de similaridade e;
- 2- Na Ressecção Espacial - a transformação a ser usada

é a projetiva.

O autor testou o modelo para Ressecção Espacial e Orientação Absoluta e comparou os resultados com o modelo convencional utilizando pontos como controle.

O resultado mostrou que o uso de entidades como controle tem boa convergência e precisão.

Maiores detalhes o leitor pode encontrar em MASRY (1981).

2.1.3. Modelo Desenvolvido por TOMMASELLI (1988)

O modelo dos planos equivalentes (TOMMASELLI, 88) é um modelo alternativo à equação de colinearidade, usando feições retas que vem permitir a relação funcional entre feições no espaço imagem e espaço objeto, sem correspondência ponto a ponto. Pode ser aplicado para a orientação de uma foto isolada, para a formação de modelos estereoscópicos analiticamente e na combinação com o modelo de colinearidade para processamento simultâneo de pontos simples e feições retas.

O princípio do modelo dos Planos Equivalentes é descrito como:

Uma Feição Reta "E" no espaço objeto, definida pelos

ponto A e B, forma com o Centro Perspectivo (CP) um plano que é equivalente ao plano formado pela Feição Reta "e" no espaço imagem definida pelos pontos a e b (não há correspondência ponto a ponto, A a e B b) e pelo CP. Como mostra a figura 2.1.

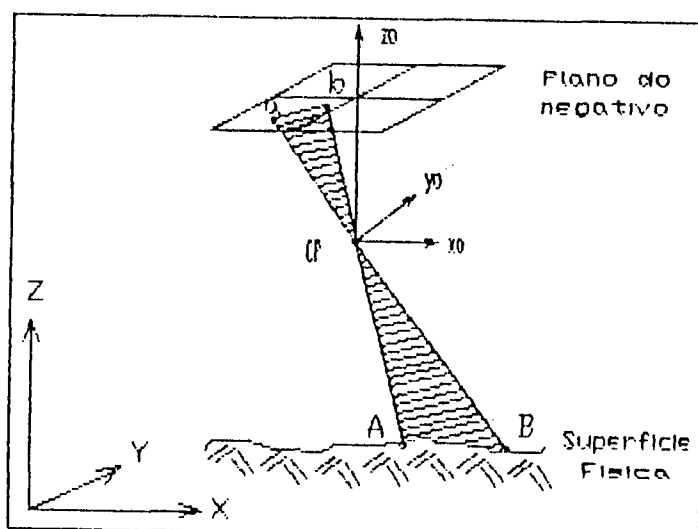


FIGURA 2.1. PRINCIPIO DO MODELO DOS PLANOS EQUIVALENTES

O modelo matemático dos planos equivalentes o qual relaciona funcionalmente "E" e "e" considerando uma fotografia livre dos erros sistemáticos (refração fotogramétrica, distorção das lentes, trabalho do filme) e dos erros grosseiros, é representado pela expressão abaixo:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = -M * \lambda * F * \begin{bmatrix} X_1 - X_0 \\ Y_1 - Y_0 \\ Z_1 - Z_0 \end{bmatrix}$$

sendo:

$$A = (f \cdot y_1 - f \cdot y_2);$$

$$B = (f \cdot x_2 - f \cdot y_1);$$

$$C = (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1);$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 & n & -m \\ -n & 0 & 1 \\ m & -1 & 0 \end{bmatrix};$$

λ é um escalar;

$[X_1 \ Y_1 \ Z_1]^t$ ponto sobre a reta E;

$[X_0 \ Y_0 \ Z_0]^t$ coordenadas do CP;

M matriz de rotação, função dos elementos de atitude

(α , φ e ν)

$[1 \ m \ n]^t$ vetor diretor da reta E.

De acordo com Tommaselli (1988), os testes realizados, mostraram que o modelo matemático funciona adequadamente no caso da ressecção espacial e da formação analítica de modelos, sendo que a configuração das feições é fator decisivo na obtenção da precisão esperada para os parâmetros. Entretanto, a correlação entre os parâmetros das feições, especialmente os vetores diretores, pode deteriorar ou inviabilizar a solução do problema. As causas não foram profundamente estudadas, porém a necessidade de correspondência ponto a ponto foi eliminada.

2.1.4. Modelos Propostos por MULAWA & MIKHAIL (1988)

MULAWA & MIKHAIL (1988) propuzeram um método que

combina a equação de colinearidade com as equações que definem a feição linear, seja ela reta ou curva. Tal modelo não exige a correspondência ponto a ponto.

Em síntese, o modelo utiliza pontos sobre a feição, para determinar os parâmetros que a definem e com estes, determina os parâmetros de orientação exterior de uma ou mais fotos. Este modelo será objeto de investigação neste trabalho.

CAPÍTULO 3

DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS FOTOGRAMÉTRICOS

MULAWA & MIKHAIL propuzeram o Modelo dos Parâmetros Adicionais que se adapta para o uso de feições lineares retas e curvas (circulares, hiperbólicas, elípticas e parabólicas). Nesta pesquisa, serão tratados separadamente os modelos baseados em feições lineares retas e feições lineares circulares.

A justificativa está no fato de que as feições parabólicas, hiperbólicas e elípticas podem ser tratadas como segmentos circulares que, prolongados, fornecem feições lineares circulares, como exemplifica a figura 3.1.

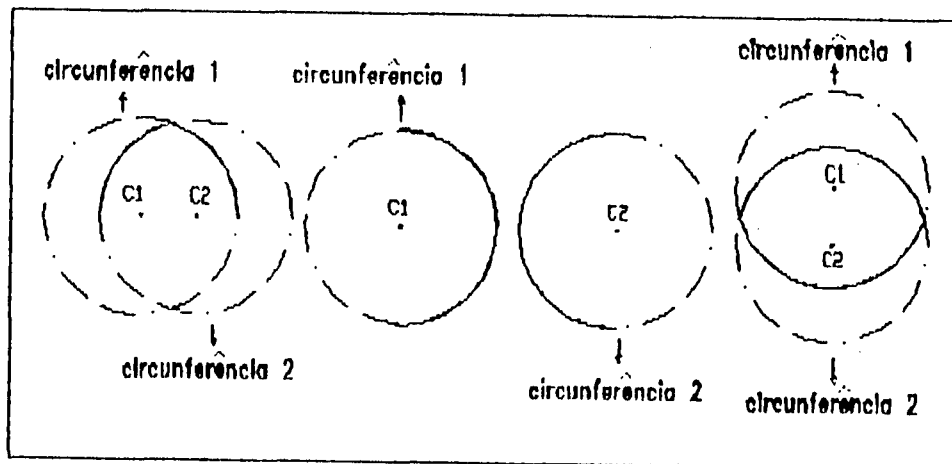


FIGURA 3.1. EXEMPLOS DE FEIÇÕES PARABÓLICAS, HIPERBÓLICAS E ELÍPTICAS SECCIONADAS

Apesar do nome "Feições Lineares Circulares", deve-se considerar segmentos curvos, em sua totalidade ou seccionados, já que tais segmentos, se prolongados, são circunferências, como pode ser visualizado na figura 3.2.

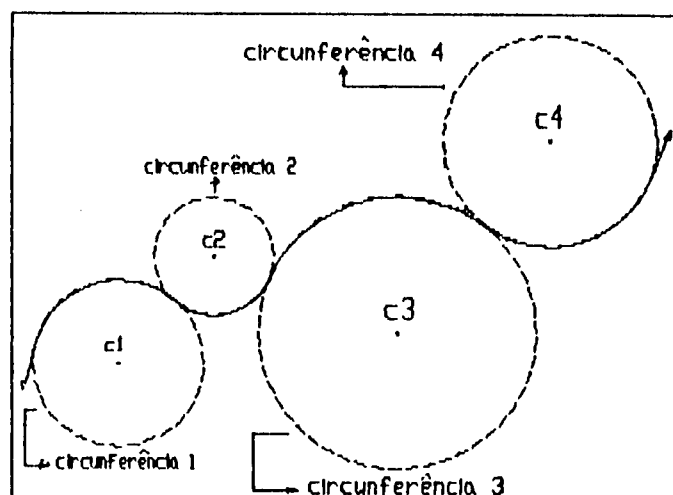


FIGURA 3.2. SEGMENTOS PROLONGADOS PARA OBTENÇÃO DE FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES

Para o propósito deste trabalho as observações serão simuladas sobre fotografias sintéticas e tratadas como corretas (isentas de quaisquer erros).

3.1. Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de Feições Lineares Retas como Controle

3.1.1. Descrição da Feição Linear Reta IR

Uma maneira de representar uma feição linear reta IR é através do uso da equação paramétrica da reta que tem como elementos definidores: um ponto C sobre a reta, e um vetor

direção da linha \mathbb{R} ($\vec{\beta}$), como mostra a figura 3.3.

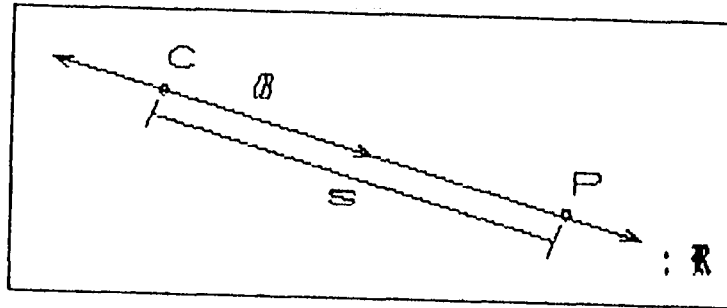


FIGURA 3.3. REPRESENTAÇÃO DE UMA FEIÇÃO LINEAR RETA

Equação Paramétrica da Reta: $\mathbb{R} = C + s \vec{\beta}$

$$\mathbb{R} : P = C + s * \vec{\beta} \quad (3.1)$$

onde:

$P = [X_p \ Y_p \ Z_p]^T$ ponto sobre a reta \mathbb{R} para onde o vetor direção aponta;

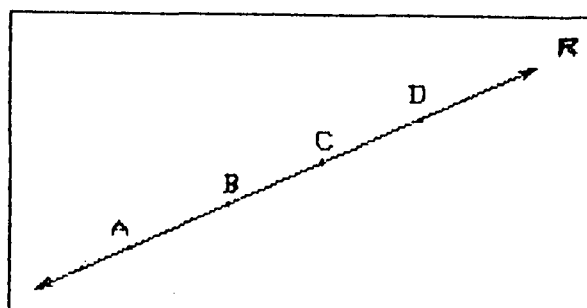
$C = [X_c \ Y_c \ Z_c]^T$ ponto sobre a reta \mathbb{R} de onde o vetor direção tem origem;

s distância escalar;

$\vec{\beta} = [X_\beta \ Y_\beta \ Z_\beta]^T$ vetor direção da reta \mathbb{R} .

A equação 3.1 garante então, que quaisquer dois pontos geram uma reta, mas não garante que outros não possam gerar a

mesma reta, como mostra a figura 3.4. Assim, nenhum dos pontos da reta podem ser usados como descritores⁽⁰¹⁾ da Feição Linear Reta. É necessário que se tenha um ponto com uma condição única para que se possa fixá-lo como descritor.



PARES DE PONTOS QUE GERAM
A MESMA RETA:

(A,B) \rightarrow R	(B,C) \rightarrow R
(A,C) \rightarrow R	(B,D) \rightarrow R
(A,D) \rightarrow R	(C,D) \rightarrow R

FIGURA 3.4. REPRESENTAÇÃO DE QUE PARES DE PONTOS
PODEM GERAR A MESMA RETA

É importante notar que na figura acima, usou-se somente quatro pontos para exemplificar que pares distintos de pontos podem gerar a mesma reta. A afirmativa pode ser estendida para infinitos pontos.

Prova-se que sobre a reta \mathbb{R} , ou no seu prolongamento, existe um único ponto "C", cujo vetor direção $\vec{\beta}$ que nele se originou, forma 90° com o vetor $\vec{C-O}$ que liga a origem do sistema de referência, como mostrada na figura 3.5.

(01) Descritores - Elementos definidores de uma Feição Linear Reta ou Curva, porém fixos por uma condição única.

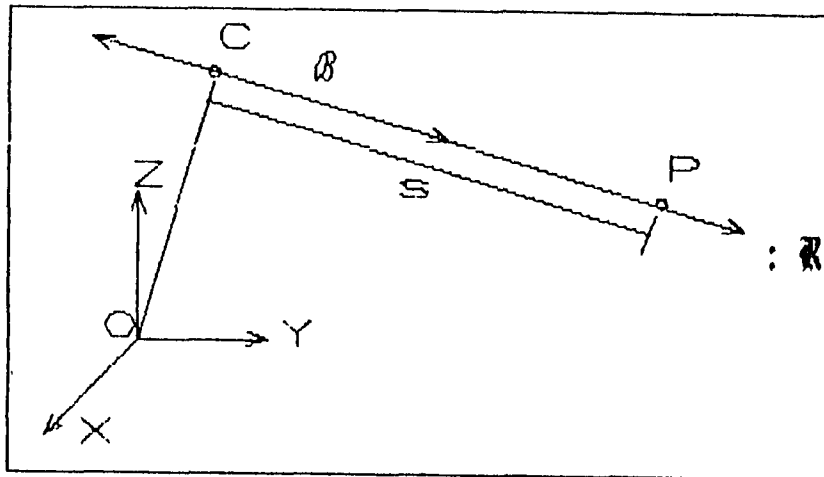


FIGURA 9.5. CONDIÇÃO QUE $\vec{CO} \perp \beta$

Matematicamente prova-se que, se $\vec{CO} \perp \beta$ então o produto escalar entre \vec{CO} e β é igual a 0 (zero).

$$\vec{CO} \cdot \vec{\beta} = 0 \quad (3.2)$$

Como O é a origem do sistema com coordenadas (0,0,0) tem-se:

$$C \cdot \vec{\beta} = 0 \quad (3.3)$$

A unicidade do segundo descritor (vetor direção β) fica garantida fazendo sua grandeza unitária.

$$\|\beta\| = 1 \quad (3.4)$$

ou equivalentemente

$$\beta \cdot \beta = 1^2 \quad (3.5)$$

A vantagem de tratar β como vetor unitário é que o escalar s passa a ser a distância euclidiana entre um ponto qualquer P e o descritor C .

$$|s| = \|P - C\| \text{ ou} \quad (3.6)$$

$$s = [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{1/2}$$

Assim a forma padrão da feição linear R é dada por seis parâmetros que obedecem a duas condições:

R (Forma Padrão): $\{X\beta, Y\beta, Z\beta, X_c, Y_c, Z_c \text{ tal que } \beta \cdot \beta = 1^2 \text{ e } C \cdot \beta = 0\}$

Para a determinação dos parâmetros $X_c, Y_c, Z_c, X\beta, Y\beta$ e $Z\beta$ são necessários no mínimo 2 pontos sobre a feição linear reta com coordenadas conhecidas; gerando um sistema com 8 equações, sendo 6 de observação mais 2 de condição ou injunção.

Sabe-se entretanto, que bastam dois pontos para se determinar um vetor direção. Assim, β pode ser obtido através da relação:

$$\frac{(P_2 - P_1)}{\|P_2 - P_1\|} = \beta$$

É importante lembrar que na determinação de tal vetor, seu sentido deve ser o mesmo que ele teria caso fosse determinado com o uso do ponto fixo C. como mostra a figura 3.6.

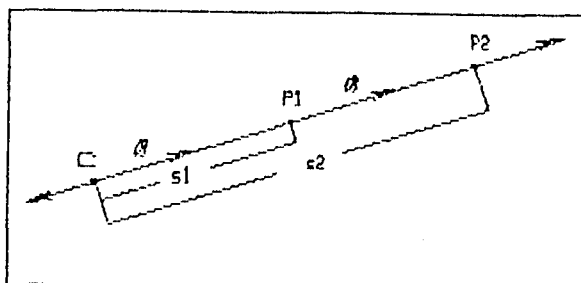


FIGURA 3.6 . VETOR DIREÇÃO β DETERMINADO POR P1 E P2 IGUAL AO VETOR β QUE SERIA DETERMINADO POR C E P.

Como resultado, o modelo para determinação dos descritores das feições lineares retas, é composto por 3 equações de observação (3.7) e uma única equação de injunção (3.8).

$$X_p = X_c + s * X_\beta$$

$$Y_p = Y_c + s * Y_\beta \quad (3.7)$$

$$Z_p = Z_c + s * Z_\beta$$

$$X_c * X_\beta + Y_c * Y_\beta + Z_c * Z_\beta = 0 \quad (3.8)$$

É possível estimar os parâmetros definidores da feição linear reta R através do ajustamento pelo Método Combinado com Injunções, que será tratado em capítulo posterior.

3.1.2. Modelo dos Parâmetros Adicionais para Feições Lineares Retas \mathbb{R}

O modelo dos parâmetros adicionais consiste na associação das Equações de colinearidade com as equações de observação definidoras da reta \mathbb{R} .

$$x = -f \frac{m_{11}(X_p - X_o) + m_{12}(Y_p - Y_o) + m_{13}(Z_p - Z_o)}{m_{31}(X_p - X_o) + m_{32}(Y_p - Y_o) + m_{33}(Z_p - Z_o)} \quad (3.9)$$

$$y = -f \frac{m_{21}(X_p - X_o) + m_{22}(Y_p - Y_o) + m_{23}(Z_p - Z_o)}{m_{31}(X_p - X_o) + m_{32}(Y_p - Y_o) + m_{33}(Z_p - Z_o)}$$

$$X_p = X_c + s \cdot X\beta$$

$$Y_p = Y_c + s \cdot Y\beta \quad (3.7)$$

$$Z_p = Z_c + s \cdot Z\beta$$

Na forma que se encontra o modelo, a correspondência ponto a ponto, das equações de colinearidade, permanece inalterada. No entanto nota-se que as coordenadas no espaço objeto (X_p, Y_p, Z_p), nas equações de observação definidoras da reta \mathbb{R} (3.7) são funções dos descritores desta feição que foram previamente determinados e do parâmetro s , distância do ponto P ao ponto descritor C .

Substituindo as equações (3.7) nas equações (3.9) elimina-se a correspondência ponto a ponto, já que os pontos imagens observados sobre as feições retas, no objeto possuem suas coordenadas indiretamente determinadas simultaneamente a

resolução do modelo para finalidade requerida.

$$x = -f \frac{m_{11}(X_c + sX\beta - X_0) + m_{12}(Y_c + sY\beta - Y_0) + m_{13}(Z_c + sZ\beta - Z_0)}{m_{31}(X_c + sX\beta - X_0) + m_{32}(Y_c + sY\beta - Y_0) + m_{33}(Z_c + sZ\beta - Z_0)} \quad (3.10)$$

$$y = -f \frac{m_{21}(X_c + sX\beta - X_0) + m_{22}(Y_c + sY\beta - Y_0) + m_{23}(Z_c + sZ\beta - Z_0)}{m_{31}(X_c + sX\beta - X_0) + m_{32}(Y_c + sY\beta - Y_0) + m_{33}(Z_c + sZ\beta - Z_0)}$$

3.2. Modelo dos Parâmetros Adicionais com Uso de Feições Lineares Circulares como Controle

3.2.1. Descrição da Feição Linear Circular: C

No espaço tridimensional uma feição linear circular C pode ser definida como a interseção de uma esfera com um plano que contém o centro da esfera como mostra a figura 3.7.

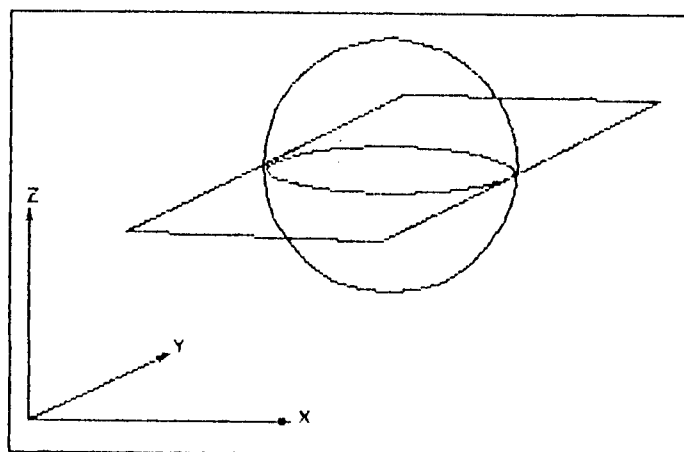


FIGURA 3.7. DEFINIÇÃO DE UMA FEIÇÃO LINEAR CIRCULAR NO ESPAÇO.

Cada ponto P contido na feição linear circular C deve satisfazer a duas equações de observação, como mostra a figura 3.8.

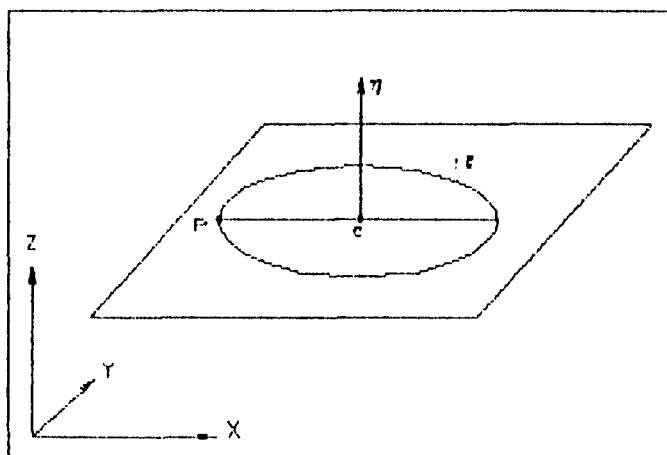


FIGURA 3.8 . DESCRICAO DA FEICAO LINEAR CIRCULAR

$$\|P - C\| = r \quad (3.11)$$

$$(P - C) \cdot \eta = 0$$

ou equivalentemente:

$$(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2 = r^2 \quad (3.12)$$

$$(X_p - X_c) X_\eta + (Y_p - Y_c) Y_\eta + (Z_p - Z_c) Z_\eta = 0$$

onde:

P é um ponto sobre a feição linear circular C;

C é o centro da feição linear circular C;

η é a normal ao plano que contém a feição linear circular C e;

r é o raio da feição linear circular C.

Como o comprimento da normal η nada afeta a feição linear circular C, ele pode ser tratado como unitário.

Assim,

$$\|\eta\| = 1 \quad (3.13)$$

ou equivalentemente:

$$X\eta^2 + Y\eta^2 + Z\eta^2 = 1 \quad (3.14)$$

Desta maneira, a forma padrão da feição linear circular C fica:

$$C \text{ (forma padrão): } \{C, \eta, r / \|\eta\| = 1\}$$

A circunferência descrita por C, η e r representa 7 parâmetros ($X_c, Y_c, Z_c, X_\eta, Y_\eta, Z_\eta$ e r) e de acordo com a (3.12) é necessário o conhecimento das coordenadas de 3 pontos sobre a circunferência para determiná-los. Com estes pontos pode-se estabelecer um sistema com solução única (7 equações a 7 parâmetros).

Matematicamente prova-se que o produto vetorial entre 2 vetores é um terceiro vetor ortogonal a eles [09].

Chamando de "a" o vetor formado pelos pontos 1 e 2 e "b" o vetor formado pelos pontos 1 e 3, como mostra a figura 3.9:

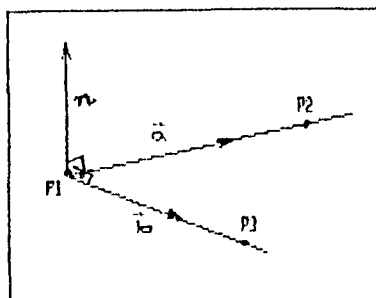


FIGURA 9.8: VETORES "a" E "b"

temos,

$$\mathbf{a} = (P_2 - P_1) \quad (3.15)$$

$$\mathbf{b} = (P_3 - P_1)$$

O vetor normal η será:

$$\eta = \mathbf{a} \times \mathbf{b} \quad (3.16)$$

ou equivalentemente:

$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} = \eta$$

onde:

a_1 , a_2 e a_3 são as componentes do vetor \mathbf{a} ;

b_1 , b_2 e b_3 são as componentes do vetor \mathbf{b} ;

$$a_1 = XP_2 - XP_1;$$

$$a_2 = YP_2 - YP_1;$$

$$a_3 = ZP_2 - ZP_1;$$

$$b_1 = XP_3 - XP_1;$$

$$b_2 = YP_3 - YP_1;$$

$$b_3 = ZP_3 - ZP_1;$$

$$\eta = (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{i} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\vec{j} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\vec{k}$$

Para η ser unitário basta dividi-lo pela sua norma:

$$X_\eta = (a_2 b_3 - a_3 b_2) / (X_\eta^2 + Y_\eta^2 + Z_\eta^2)^{1/2}$$

$$Y_\eta = (a_3 b_1 - a_1 b_3) / (X_\eta^2 + Y_\eta^2 + Z_\eta^2)^{1/2} \quad (3.17)$$

$$Z_\eta = (a_1 b_2 - a_2 b_1) / (X_\eta^2 + Y_\eta^2 + Z_\eta^2)^{1/2}$$

O sentido de η é indiferente para o modelo.

O modelo passa a ter então, 4 parâmetros descritores a serem determinados, X_c , Y_c , Z_c e r por duas equações de observação:

$$(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2 = r^2 \quad (3.12)$$

$$(X_p - X_c) X_\eta + (Y_p - Y_c) Y_\eta + (Z_p - Z_c) Z_\eta = 0$$

que é o modelo funcional definidor da feição linear circular.

Assim, três pontos geram 6 equações apresentando 2

graus de liberdade.

3.2.2. Modelo dos Parâmetros Adicionais para Feições Lineares Circulares C

Como visto no modelo dos parâmetros adicionais com uso de feições lineares retas como controle, combinando as equações de observação definidoras da circunferência (3.12) com as equações de colinearidade (3.9) tem-se o método dos parâmetros adicionais com uso de feições lineares circulares como controle.

$$x = -f \frac{m_{11}(X_p - X_o) + m_{12}(Y_p - Y_o) + m_{13}(Z_p - Z_o)}{m_{31}(X_p - X_o) + m_{32}(Y_p - Y_o) + m_{33}(Z_p - Z_o)} \quad (3.9)$$

$$y = -f \frac{m_{21}(X_p - X_o) + m_{22}(Y_p - Y_o) + m_{23}(Z_p - Z_o)}{m_{31}(X_p - X_o) + m_{32}(Y_p - Y_o) + m_{33}(Z_p - Z_o)}$$

$$(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2 = r^2 \quad (3.12)$$

$$(X_p - X_c) X_\eta + (Y_p - Y_c) Y_\eta + (Z_p - Z_c) Z_\eta = 0$$

O modelo como se mostra acima, não evita a tradicional correspondência ponto a ponto e a substituição das equações definidoras da circunferência (3.12) nas equações de colinearidade (3.9) não se procede. Entretanto este problema é contornado lançando mão da reta formada pelo ponto P sobre a feição, pelo CP e pelo vetor direção da reta ρ . Como mostra a figura 3.10.

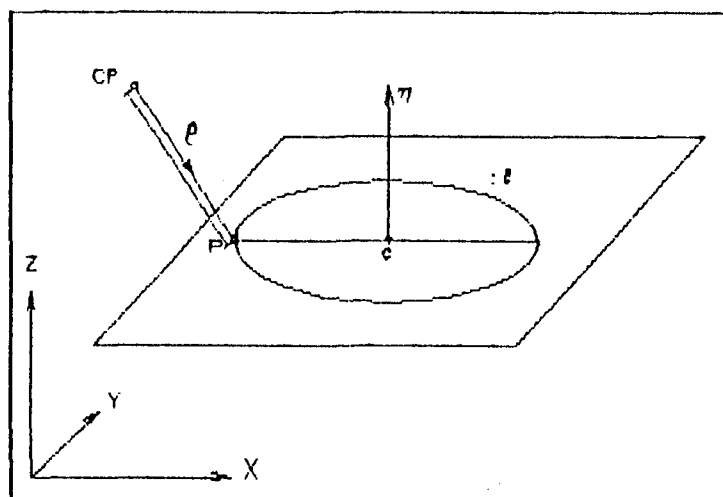


FIGURA 3.10. RETA FORMADA PELO CENTRO PERSPECTIVO, PELO VETOR DIRECAO ρ E PELO PONTO P SOBRE A FEIÇÃO

A equação paramétrica da reta citada acima é dada por:

$$\begin{aligned} X_p &= X_o + s X_\rho \\ Y_p &= Y_o + s Y_\rho \\ Z_p &= Z_o + s Z_\rho \end{aligned} \quad (3.18)$$

Substituindo as equações (3.18) no modelo dos parâmetros adicionais com uso de feições circulares como controle, (3.12) e (3.9) tem-se:

$$\begin{aligned} x &= -f \frac{m_{11} * X_\rho + m_{12} * Y_\rho + m_{13} * Z_\rho}{m_{31} * X_\rho + m_{32} * Y_\rho + m_{33} * Z_\rho} \\ y &= -f \frac{m_{21} * X_\rho + m_{22} * Y_\rho + m_{23} * Z_\rho}{m_{31} * X_\rho + m_{32} * Y_\rho + m_{33} * Z_\rho} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$(X_o + s X_p - X_c)^2 + (Y_o + s Y_p - Y_c)^2 + (Z_o + s Z_p - Z_c)^2 = r^2 \quad (3.20)$$

$$(X_o + s X_p - X_c) X_\eta + (Y_o + s Y_p - Y_c) Y_\eta + (Z_o + s Z_p - Z_c) Z_\eta = 0$$

onde:

ρ é função das fotocoordenadas observadas (x, y) , da distância focal f e das rotações (k, φ, ν) .

O vetor ρ , é o vetor direção no espaço objeto que corresponde ao vetor direção no espaço imagem do ponto observado sobre a respectiva imagem da feição linear reta, p .

Assim:

$$\rho_i = M\rho \quad (3.21)$$

sendo:

M é a matriz de rotação função de $(k, \varphi$ e $\nu)$ e;

ρ_i vetor direção do ponto observado no espaço imagem, p .

ρ e ρ_i podem ser escritos respectivamente:

$$\rho = \begin{bmatrix} X_p - X_o \\ Y_p - Y_o \\ Z_p - Z_o \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\rho_i = \begin{bmatrix} x_p - x_o \\ y_p - y_o \\ -f - z_o \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Como as coordenadas do centro perspectivo no sistema

fotogramétrico (origem), são:

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0 \quad (3.24)$$

Substitui-se (3.24) na (3.23) tem-se:

$$\rho_i = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Levando a (3.23) na (3.21) vem que:

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix} = M * \rho \quad (3.26)$$

e, multiplicando ambos os membros da equação acima por M^{-1} resulta:

$$M^{-1} * \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix} = M^{-1} * M * \rho \quad (3.27)$$

Lembrando que:

$$M^{-1} * M = I \quad (3.28)$$

a (3.27) pode ser escrita:

$$M^{-1} * \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix} = \rho \quad (3.29)$$

Como a matriz M é ortogonal, ($M^{-1} = M^T$) então:

$$\rho = M^T \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -f \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

A determinação do escalar s é obtido da equação:

$$(CP + s \rho - C) \cdot \eta = 0 \quad (3.31)$$

ou

$$s = -(CP - C) \eta / (\rho \cdot \eta) \quad (3.32)$$

Assim, a forma final do modelo dos parâmetros adicionais com uso de feições lineares circulares C como controle fica representado pelas equações (3.19), (3.20) e (3.32).

$$x = -f \frac{m_{11} \cdot X_p + m_{12} \cdot Y_p + m_{13} \cdot Z_p}{m_{31} \cdot X_p + m_{32} \cdot Y_p + m_{33} \cdot Z_p}$$

$$y = -f \frac{m_{21} \cdot X_p + m_{22} \cdot Y_p + m_{23} \cdot Z_p}{m_{31} \cdot X_p + m_{32} \cdot Y_p + m_{33} \cdot Z_p}$$

$$(X_0 + s X_p - X_C)^2 + (Y_0 + s Y_p - Y_C)^2 + (Z_0 + s Z_p - Z_C)^2 - r^2 = 0$$

$$(X_0 + s X_p - X_C) X_\eta + (Y_0 + s Y_p - Y_C) Y_\eta + (Z_0 + s Z_p - Z_C) Z_\eta = 0$$

com:

$$s = -(CP - C) \eta / (\rho \cdot \eta)$$

CAPÍTULO 4

APLICAÇÃO DO MODELO DOS PARÂMETROS ADICIONAIS À RESSEÇÃO ESPACIAL

4.1. Introdução

A resseção espacial consiste em determinar os parâmetros de orientação exterior de uma fotografia isolada.

Os parâmetros de orientação exterior são as coordenadas do centro perspectivo (X_0, Y_0, Z_0) e a orientação do sistema fotogramétrico em relação ao referencial de terreno (k, ρ, ν) .

Até há bem pouco tempo, estes parâmetros eram obtidos utilizando somente feições pontuais como controle, através das Equações de Colinearidade:

$$x = -f \frac{m_{11}(X_p - X_0) + m_{12}(Y_p - Y_0) + m_{13}(Z_p - Z_0)}{m_{31}(X_p - X_0) + m_{32}(Y_p - Y_0) + m_{33}(Z_p - Z_0)}$$

$$y = -f \frac{m_{21}(X_p - X_0) + m_{22}(Y_p - Y_0) + m_{23}(Z_p - Z_0)}{m_{31}(X_p - X_0) + m_{32}(Y_p - Y_0) + m_{33}(Z_p - Z_0)}$$

Isto exigia o conhecimento das coordenadas de terreno de pontos de controle, a medição de suas respectivas fotocoordenadas, a distância focal calibrada e valores

aproximados para os parâmetros incógnitos.

Atualmente, existem outras alternativas além das feições pontuais para determinar os parâmetros da ressecção espacial.

Neste capítulo, este problema será tratado utilizando-se o modelo dos parâmetros adicionais com uso de feições lineares retas e curvas como controle.

4.2. Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados na Determinação dos Descritores das Feições Lineares Retas e Circulares

As equações de observação que descrevem as feições lineares retas (3.7) e circulares (3.12) são uma combinação de observações e parâmetros, ou seja:

$$F(L_a, X_a) = 0$$

A expressão acima permite a aplicação do Método dos Mínimos Quadrados usando o modelo combinado.

Entretanto, pelo item 3.1.1 tem-se três equações de observação ligadas a uma equação de injunção para determinação dos descritores das feições lineares retas e pelo item 3.2.1. tem-se somente duas equações de observação para determinação

dos descritores das feições lineares circulares. Assim, serão utilizados o modelo combinado com injunção e sem injunção respectivamente.

- Modelo combinado com injunção:

$$F(La, Xa) = 0$$

$$G(Xa) = 0$$

sendo:

Xa - vetor dos parâmetros ajustados;

La - vetor das observações ajustadas;

X - vetor das correções aos parâmetros aproximados;

X_0 - vetor dos parâmetros aproximados;

Lb - vetor das observações;

V - vetor dos resíduos e;

$Xc = X + \Delta X$ com ΔX sendo a influência das injunções.

As funções F e G linearizadas através da expansão de Taylor negligenciando os termos de segunda ordem em diante, são escritas:

$$\begin{matrix} A \\ r_u \end{matrix} \begin{matrix} X \\ u_1 \end{matrix} + \begin{matrix} B \\ r_n \end{matrix} \begin{matrix} V \\ n_1 \end{matrix} + \begin{matrix} W \\ r_1 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ r_1 \end{matrix}$$

e

$${}_{t'} C_u \quad {}_u X_1 + {}_{t'} Wc_1 = {}_{t'} O_1$$

onde:

r - número de equações de condição;

u - número de parâmetros;

n - número de observações e;

t - número de equações de injunção.

"A" é denominada matriz das derivadas parciais das funções F em relação aos parâmetros ajustados no ponto aproximado:

$$A = \frac{\delta F}{\delta X_a} \Big|_{X_a = X_0}$$

"B" é denominada matriz das derivadas parciais das funções F em relação às observações no ponto observado:

$$B = \frac{\delta F}{\delta L_a} \Big|_{L_a = L_b}$$

"C" é denominada matriz das derivadas parciais das funções G em relação aos parâmetros ajustados no ponto aproximado:

$$C = \frac{\delta G}{\delta X_a} \Big|_{X_a = X_0}$$

"W" é denominado vetor erro de fechamento das equações

de condição.

"Wc" é denominado vetor erro de fechamento das equações de injunção.

X e Xc são os vetores das correções aos parâmetros aproximados e são escritos:

$$X = -(A^T (BPB^T)^{-1} A)^{-1} A^T (BP^{-1} B^T)^{-1} W$$

$$X_c = X + (A^T (BP^{-1} B^T)^{-1} A)^{-1} C^T K_c$$

sendo:

$$K_c = [C(A^T (BP^{-1} B^T)^{-1} A)^{-1} C^T]^{-1} (CX + W)$$

com $P = \sigma_0^2 \Sigma_L^{-1}$ sendo σ_0^2 a variância a priori e Σ_L a matriz variância-covariância das observações.

"V" é denominado vetor dos resíduos obtido por:

$$V = -P^{-1} B^T (BP^{-1} B^T)^{-1} (AX + W)$$

A matriz variância -covariância dos parâmetros ajustados é:

$$\Sigma X_a = \hat{\sigma}_0^2 (A^T M^{-1} A)^{-1}$$

$$\Sigma X_a = \hat{\sigma}_0^2 [(A^T M^{-1} A)^{-1}] [I - C^T (CA^T M^{-1} AC^T)^{-1} C (A^T M^{-1} A)^{-1}]$$

e a variância a posteriori:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{t+r-u}$$

4.2.1. Matriz das Derivadas Parciais A para Feições Lineares Retas

Os parâmetros descritores da feição linear reta a serem determinados são: X_c , Y_c e Z_c .

Cada ponto sobre a feição gerará 3 linhas da matriz A por 3 colunas referentes aos parâmetros.

A matriz A para um ponto e uma feição é:

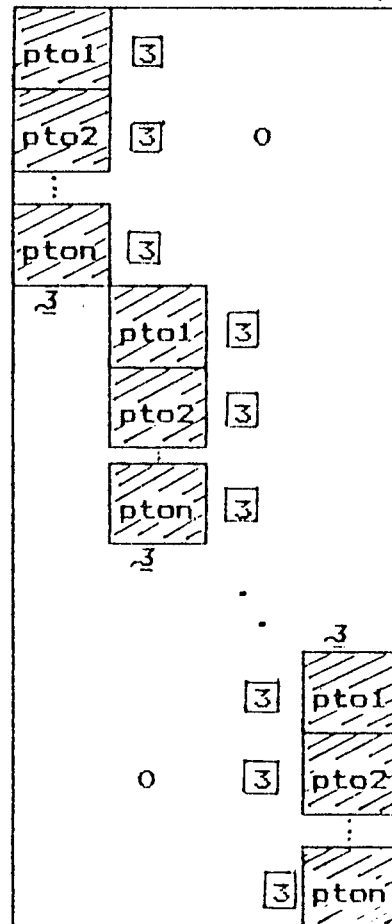
$$A = \begin{bmatrix} \delta F_1 / \delta X_c & \delta F_1 / \delta Y_c & \delta F_1 / \delta Z_c \\ \delta F_2 / \delta X_c & \delta F_2 / \delta Y_c & \delta F_2 / \delta Z_c \\ \delta F_3 / \delta X_c & \delta F_3 / \delta Y_c & \delta F_3 / \delta Z_c \end{bmatrix}$$

O padrão da matriz A figura 4.1 para n pontos sobre n feições possui:

número de linhas = 3 (equações) vezes o número de pontos

número de colunas = 3 vezes o número de feições

feição 1 feição2...feição n



legenda

$\boxed{3}$ ---- n° de equações (linhas)

$\underline{3}$ ---- (X_{Ci}, Y_{Ci}, Z_{Ci}) (colunas)

FIGURA 4.1. MATRIZ A PARA DETERMINAÇÃO DOS DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES RETAS

4.2.2. Matriz das Derivadas Parciais B para Feições Lineares Retas

Cada ponto sobre a feição gerará 3 linhas da matriz B por 3 colunas referentes as observações.

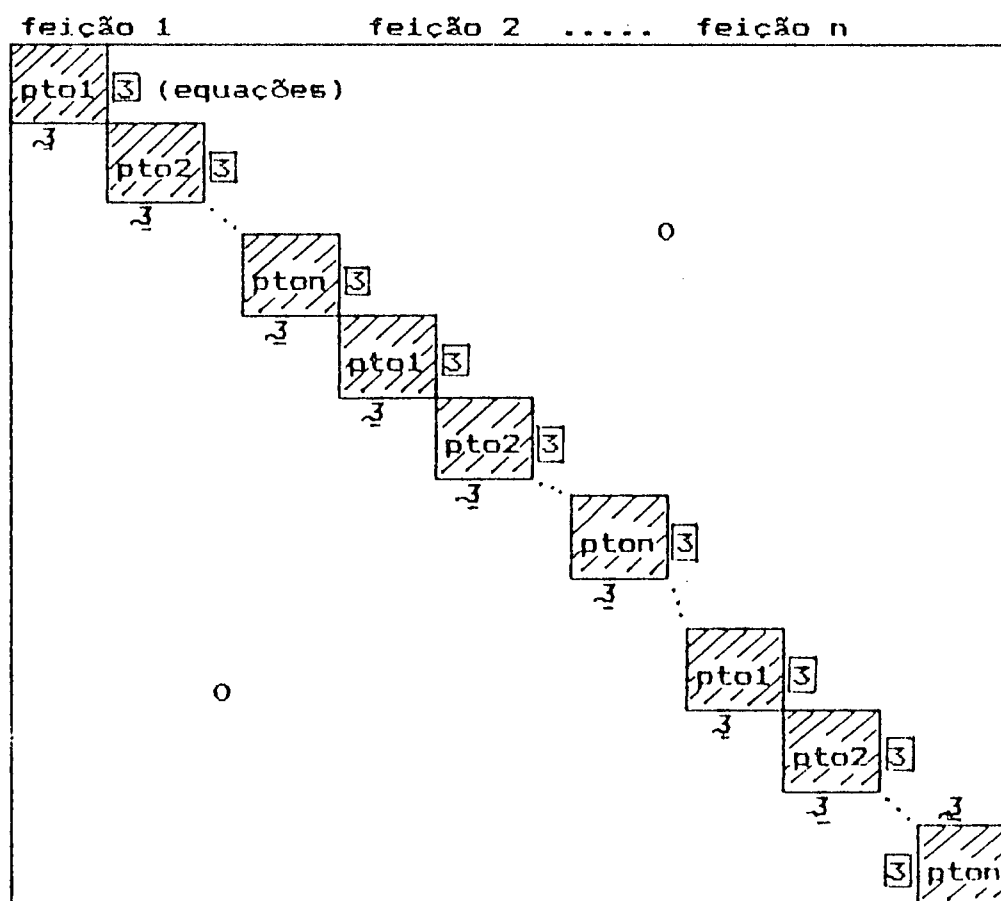
A matriz B para um ponto e uma feição é:

$$B = \begin{bmatrix} \delta F_1 / \delta X_P & \delta F_1 / \delta Y_P & \delta F_1 / \delta Z_P \\ \delta F_2 / \delta X_P & \delta F_2 / \delta Y_P & \delta F_2 / \delta Z_P \\ \delta F_3 / \delta X_P & \delta F_3 / \delta Y_P & \delta F_3 / \delta Z_P \end{bmatrix}$$

O padrão da matriz B figura 4.2 para n pontos sobre n feições possui:

número de linhas = 3 (equações) vezes o número de pontos

número de colunas = 3 vezes o número de pontos



legenda

$\boxed{3}$ -----n° de equações (linhas)

$\underline{3}$ ----- (X_{Pi}, Y_{Pi}, Z_{Pi}) (colunas)

FIGURA 4.2. MATRIZ B PARA DETERMINAÇÃO DOS DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES RETAS

4.2.3. Matriz das Derivadas Parciais C para Feições Lineares Retas

Cada ponto sobre a feição gerará 1 linhas da matriz C por 3 colunas referentes aos parâmetros.

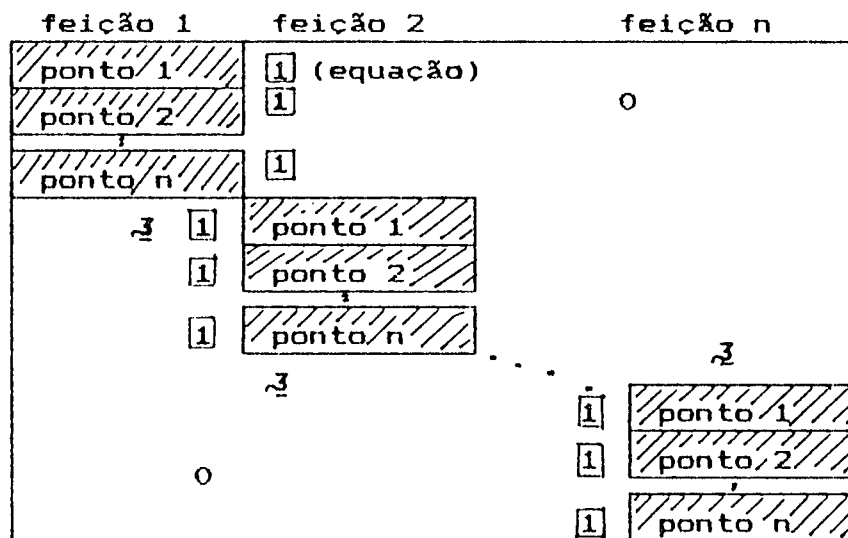
A matriz C para um ponto e uma feição é:

$$C = [\delta F_1/\delta X_c \quad \delta F_1/\delta Y_c \quad \delta F_1/\delta Z_c]$$

O padrão da matriz C figura 4.3 para n pontos sobre n feições possui:

número de linhas = número de pontos

número de colunas = 3 vezes o número de feições



legenda

1 ---- n° de equação (linhas)

3 ---- (X_c, Y_c, Z_c) (colunas)

FIGURA 4.3. MATRIZ C PARA DETERMINAÇÃO DOS DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES RETAS

As derivadas parciais das matrizes descritas acima, encontram-se nos ítems (1.1), (1.2) e (1.3) respectivamente do anexo (1).

4.2.4. Matriz das Derivadas Parciais A para Feições Lineares Circulares

Os parâmetros descritores das feições lineares circulares a serem determinados são: X_c , Y_c , Z_c e r

Cada ponto sobre a feição gerará 2 linhas da matriz A por 4 colunas referentes aos parâmetros.

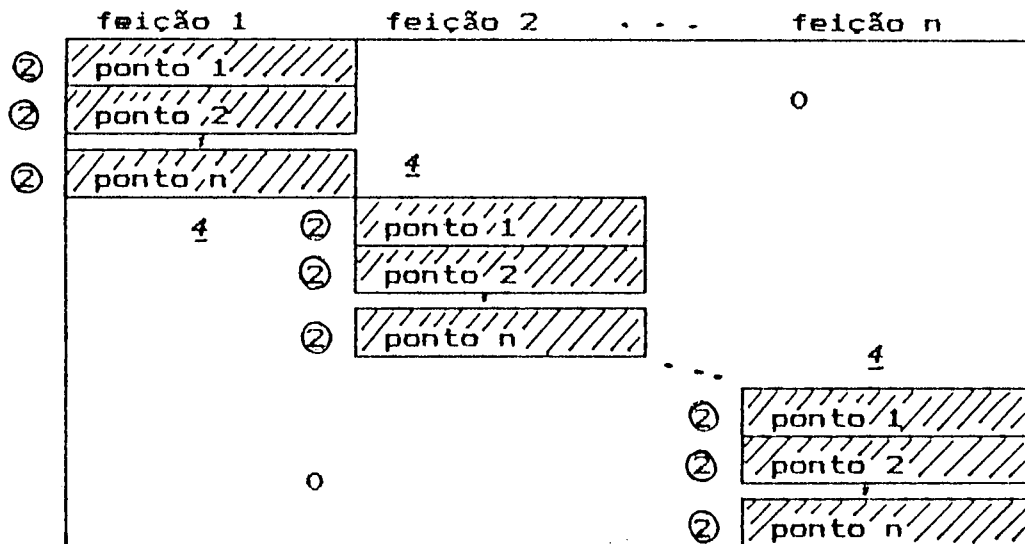
A matriz A para um ponto e uma feição é:

$$A = \begin{bmatrix} \delta F_1 / \delta X_c & \delta F_1 / \delta Y_c & \delta F_1 / \delta Z_c & \delta F_1 / \delta r \\ \delta F_2 / \delta X_c & \delta F_2 / \delta Y_c & \delta F_2 / \delta Z_c & \delta F_2 / \delta r \end{bmatrix}$$

O padrão da matriz A figura 4.4 para pontos sobre n feições possui:

número de linhas = 2 (equações) vezes o número de pontos

número de colunas = 4 vezes o número de feições



legenda

②-----n° de equações (linhas)

4----- $(X_{Ci}, Y_{Ci}, Z_{Ci}, r)$ (colunas)

FIGURA 4.4. MATRIZ A PARA DETERMINAÇÃO DOS DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES

4.2.5. Matriz das Derivadas Parciais B para Feições Lineares Circulares

Cada ponto sobre a feição gerará 2 linhas da matriz B por 3 colunas referentes as observações.

O padrão da matriz B para 1 ponto e uma feição é:

$$B = \begin{bmatrix} \delta F_1 / \delta X_P & \delta F_1 / \delta Y_P & \delta F_1 / \delta Z_P \\ \delta F_2 / \delta X_P & \delta F_2 / \delta Y_P & \delta F_2 / \delta Z_P \end{bmatrix}$$

O padrão da matriz B figura 4.5 para n pontos sobre n feições possui:

número de linhas = 2 (equações) vezes o número de pontos
 número de colunas = 3 vezes o número de pontos

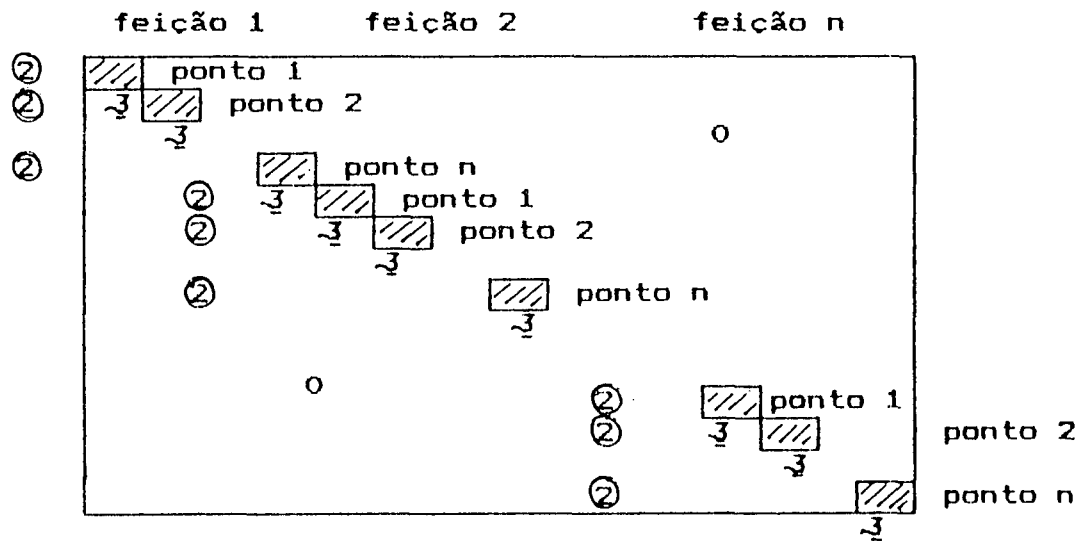


FIGURA 4.5. MATRIZ B PARA DETERMINAÇÃO DOS DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES

As derivadas parciais das feições lineares circulares, das matrizes A, e B encontram-se nos itens (3.1) e (3.2) respectivamente do anexo (1).

4.3. Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados no Modelo dos Parâmetros Adicionais com Uso de Feições Retas e Circulares como Controle

4.3.1. Método dos Mínimos Quadrados no Modelo dos Parâmetros Adicionais com Uso de Feições Retas como Controle

O modelo dos parâmetros adicionais, mescla observações e parâmetros.

$$F(L_a, X_a) = 0$$

A expressão acima permite a aplicação dos Mínimos Quadrados usando o modelo combinado, já descrito anteriormente. Neste caso, trata-se as coordenadas dos descritores e as fotocordenadas como observações. e os elementos de ressecção espacial e as distâncias "s" como parâmetros. O vetor diretor β é tratado como constante.

Uma segunda maneira, é admitir estarem isentas de erros sistemáticos (pré-processados), as coordenadas dos descritores o que fará com que o primeiro membro das equações (3.10) só tenham observações e o segundo funções de parâmetros. Então o modelo matemático assume a seguinte forma:

$$L_a = F(X_a) \quad (4.1)$$

que desenvolvido pela expansão de Taylor, e negligenciando os termos de 2ª ordem em diante [02] produz:

$$n^A_u * u^X_u + n^L_1 = n^V_1$$

onde:

n - número de equações de observação;

u - número de parâmetros;

X = X_a - X_o;

X_a envolve os parâmetros da ressecção espacial e as coordenadas

do ponto fixo sobre a reta \mathbb{R} ;

X_0 - vetor dos parâmetros aproximados;

$L = L_0 - L_b$;

$L_0 = F(X_0)$;

L_b - vetor das observações.

Os parâmetros da ressecção espacial a serem determinados são: X_0 , Y_0 , Z_0 , k , φ , v .

"A" é denominada matriz das derivadas parciais das funções em relação aos parâmetros ajustados no ponto aproximado:

$$A = \frac{\delta F}{\delta X_a} \Big|_{X_a = X_0}$$

A solução para o vetor dos parâmetros X é dada por:

$$X = -N^{-1}U \quad (4.1)$$

sendo:

$$N = A^T P A ;$$

$$U = A^T P L .$$

onde:

$$P \text{ é a matriz peso } = \sigma_0^2 \Sigma_L^{-1} .$$

onde σ_0^2 é a variância da observação de peso unitário.

A solução (4.1) só é possível se a matriz das equações normais (N) não apresentar deficiência de característica.

Admitindo que N tenha dimensões (u,u) e a sua característica $r < u$, então $u' = u - r$ é o conjunto mínimo de injunções que tornam possível uma solução única. Como existem muitos conjuntos mínimos de injunções e cada um corresponde a uma solução particular, para unificar estas soluções impõe-se a condição de que o conjunto deve também minimizar o "traço" $(X^T P X)$ [02].

Injunções de peso fazem com que as equações de condição atendam a uma variância pré-fixada aos parâmetros. Se esta variância for zero as injunções são ditas absolutas. No caso contrário são ditas relativas [02].

O modelo matemático para injunções de peso é da forma,

$$G(L_a, X_a) = 0$$

que linearizando, (admitindo $B = -I$) resulta,

$$CX + V_c + W_c = 0$$

Então a função de variação toma a seguinte forma:

$$\Phi = V^T P V + V_c^T P_c V_c - 2K^T (AX + V + W) - 2K_c^T (CX + V_c + W_c)$$

a qual, após minimizada conduz à solução,

$$X = -(N + N_c)^{-1} (U + U_c)$$

Esta expressão nos leva a concluir que na aplicação de injunções de peso, basta adicioná-las na posição correta à

matriz das equações normais [02].

A matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados será dada por:

$$\Sigma X = \hat{\sigma}_0^2 (N + N_c)^{-1}$$

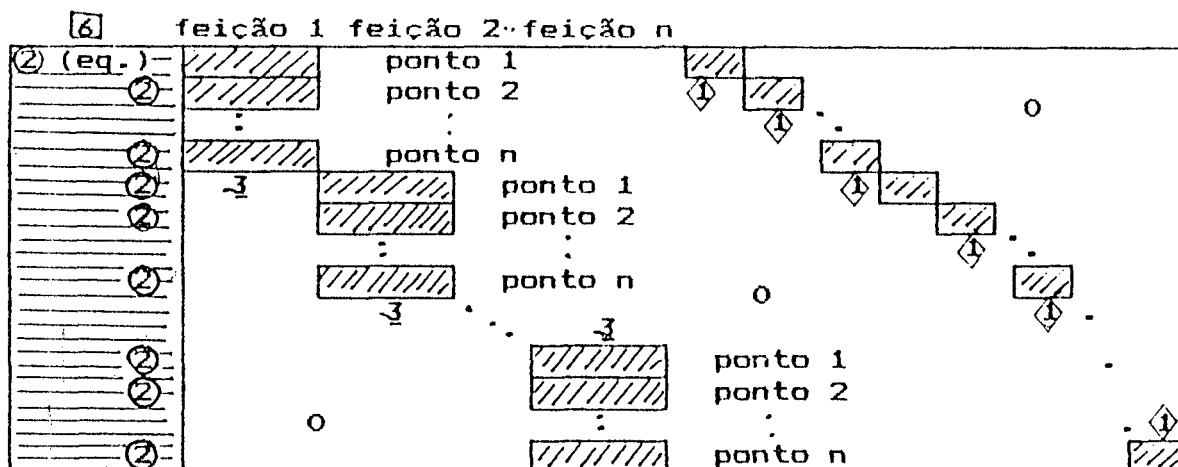
Cada ponto observado sobre a feição gerará 2 linhas da matriz A por 6 colunas referentes aos parâmetros de ressecção espacial, mais 3 referentes aos parâmetros descritores da feição e mais um referente ao parâmetro s.

A matriz A para um ponto imagem observado sobre uma feição fica:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\delta F_1}{\delta X_0} & \frac{\delta F_1}{\delta Y_0} & \frac{\delta F_1}{\delta Z_0} & \frac{\delta F_1}{\delta k} & \frac{\delta F_1}{\delta \varphi} & \frac{\delta F_1}{\delta v} & \frac{\delta F_1}{\delta X_c} & \frac{\delta F_1}{\delta Y_c} & \frac{\delta F_1}{\delta Z_c} & \frac{\delta F_1}{\delta s} \\ \frac{\delta F_2}{\delta X_0} & \frac{\delta F_2}{\delta Y_0} & \frac{\delta F_2}{\delta Z_0} & \frac{\delta F_2}{\delta k} & \frac{\delta F_2}{\delta \varphi} & \frac{\delta F_2}{\delta v} & \frac{\delta F_2}{\delta X_c} & \frac{\delta F_2}{\delta Y_c} & \frac{\delta F_2}{\delta Z_c} & \frac{\delta F_2}{\delta s} \end{bmatrix}$$

Para n pontos imagens sobre n feições a matriz A figura 4.6 possui:

- número de linhas = 2 vezes o número de pontos;
- número de colunas = 6 referente ao número de parâmetros da ressecção espacial mais 3 vezes o número de feições lineares retas e mais o número de pontos referente ao parâmetro s.



legenda

- ②-----n° de equações (linhas)
- 6----- $(X_0, Y_0, Z_0, k, \phi, w)$ (colunas)
- 3----- (X_{Ci}, Y_{Ci}, Z_{Ci}) (colunas)
- 1----- s_i (colunas)

FIGURA 4.6. MATRIZ A PARA DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE RESSEÇÃO ESPACIAL COM USO DE FEIÇÕES LINEARES RETAS

As derivadas parciais da matriz A encontram-se no item (2.1) do Anexo (1).

4.3.2. Método dos Mínimos Quadrados no modelo dos Parâmetros Adicionais com Uso de Feições Circulares como Controle

Como já descrito no ítem anterior, o Modelo dos Parâmetros Adicionais é função de parâmetros e observações. O modelo combinado de ajustamento é adequado para tal situação.

$$F(L_a, X_a) = 0$$

Este modelo foi descrito no item 4.2. Note que estão acrescentadas equações de injunção que para o modelo agora tratado não serão necessárias.

Cada ponto observado sobre a feição gera 4 linhas na matriz A e 6 colunas referentes aos parâmetros de ressecção espacial.

A matriz A para um ponto imagem observado sobre uma feição:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\delta F_1}{\delta X_0} & \frac{\delta F_1}{\delta Y_0} & \frac{\delta F_1}{\delta Z_0} & \frac{\delta F_1}{\delta k} & \frac{\delta F_1}{\delta \varphi} & \frac{\delta F_1}{\delta w} \\ \frac{\delta F_2}{\delta X_0} & \frac{\delta F_2}{\delta Y_0} & \frac{\delta F_2}{\delta Z_0} & \frac{\delta F_2}{\delta k} & \frac{\delta F_2}{\delta \varphi} & \frac{\delta F_2}{\delta w} \\ \frac{\delta F_3}{\delta X_0} & \frac{\delta F_3}{\delta Y_0} & \frac{\delta F_3}{\delta Z_0} & \frac{\delta F_3}{\delta k} & \frac{\delta F_3}{\delta \varphi} & \frac{\delta F_3}{\delta w} \\ \frac{\delta F_4}{\delta X_0} & \frac{\delta F_4}{\delta Y_0} & \frac{\delta F_4}{\delta Z_0} & \frac{\delta F_4}{\delta k} & \frac{\delta F_4}{\delta \varphi} & \frac{\delta F_4}{\delta w} \end{bmatrix}$$

O padrão da matriz A figura 4.7 para n pontos imagem sobre n feições possui:

número de linhas = 4 vezes o número de pontos

número de colunas = 6 ($X_0, Y_0, Z_0, k, \varphi$ e w)

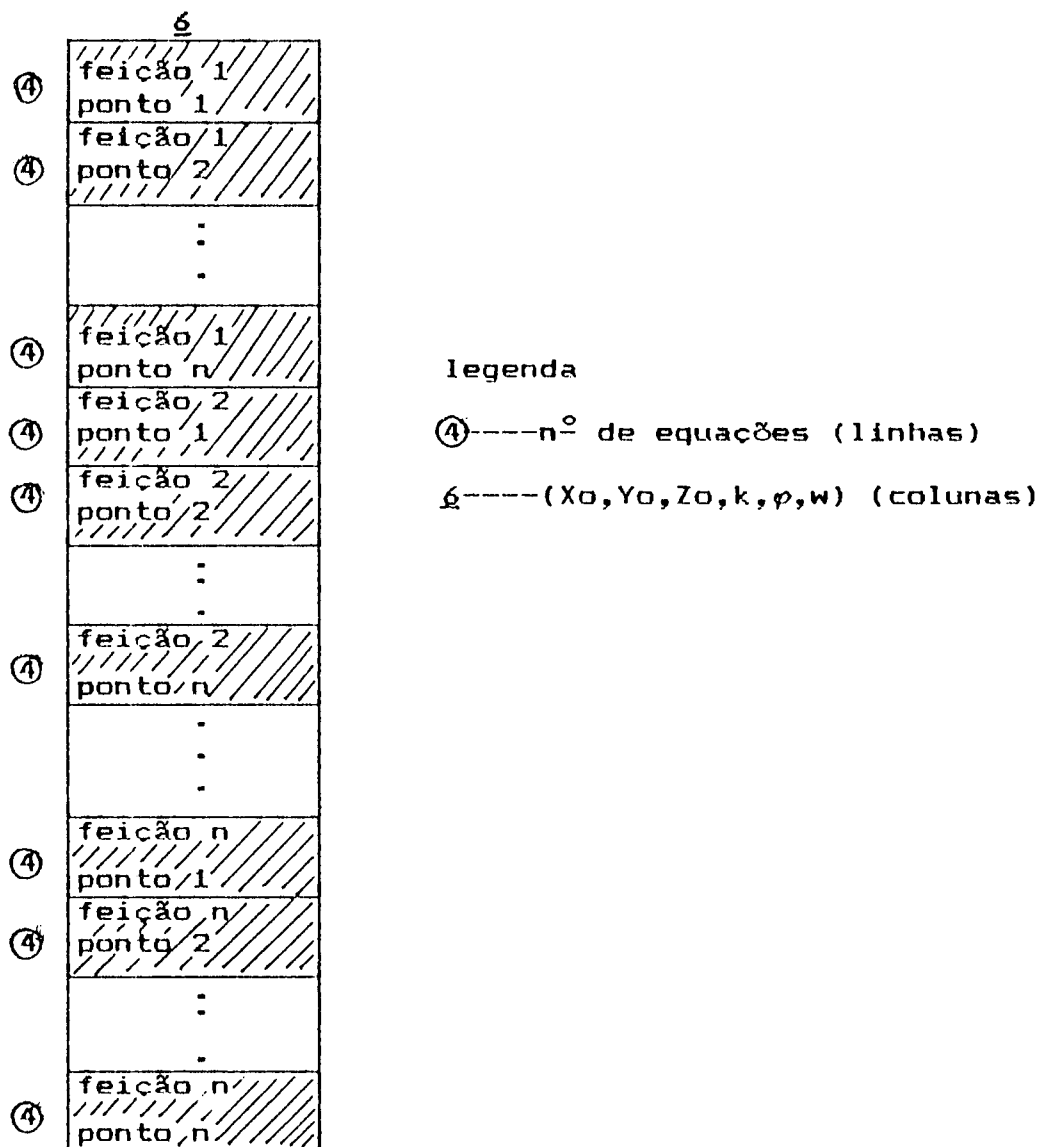


FIGURA 4.7. MATRIZ A PARA DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE RESSEÇÃO ESPACIAL COM USO DE FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES

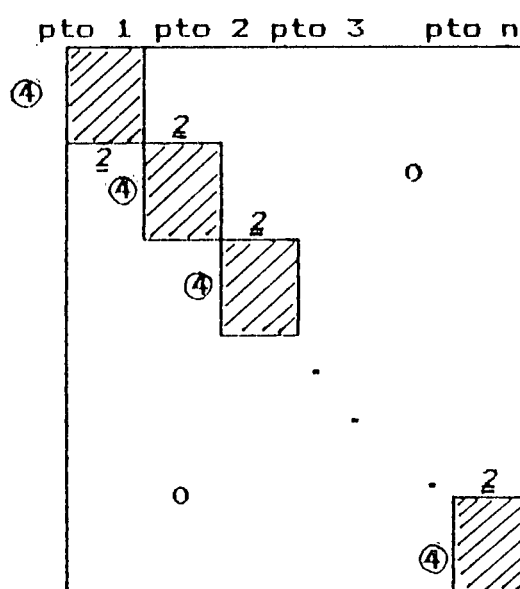
Cada ponto observado sobre a feição gera quatro linhas da matriz B e duas colunas referentes as fotocoordenadas observadas, já que os descritores da feição são tratados como constantes.

A matriz B para um ponto imagem observado sobre uma

feição:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\delta F_1}{\delta x} & \frac{\delta F_1}{\delta y} \\ \frac{\delta F_2}{\delta x} & \frac{\delta F_2}{\delta y} \\ \frac{\delta F_3}{\delta x} & \frac{\delta F_3}{\delta y} \\ \frac{\delta F_4}{\delta x} & \frac{\delta F_4}{\delta y} \end{bmatrix}$$

O padrão da matriz B figura 4.8 para n pontos observados em n feições possui:



legenda

④-----n° de equações (linhas)

2----- (x_i, y_i) (colunas)

FIGURA 4.8. MATRIZ B PARA DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE RESSECAÇÃO ESPACIAL COM USO DE FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES

As derivadas parciais das matrizes A e B encontram-se nos itens (4.1) e (4.2) respectivamente do anexo (1).

CAPÍTULO 5

TESTE DOS MODELOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

5.1. Objetivos e Características do estudo

Esta fase, onde serão realizados testes com os modelos matemáticos desenvolvidos, tem por principais objetivos:

- Verificar o funcionamento do modelo matemático;
- Estudar o comportamento do modelo quando da alteração do número de feições utilizadas e da disposição destas na foto.

Dentro destes objetivos procurou-se viabilizar um estudo onde o modelo matemático pudesse ser analisado sem a influência dos erros sistemáticos e também dos randômicos nas observações. Optou-se pela utilização de valores numéricos obtidos por simulação matemática.

As várias distribuições de feições e o número delas, utilizados em cada teste serão estudados e os resultados tabelados e analisados.

5.2. Geração de Dados Simulados e Obtenção dos Descritores das Feições Lineares Retas e Circulares

Para a obtenção dos descritores das feições lineares retas e curvas são necessários o conhecimento das coordenadas de terreno de no mínimo dois pontos sobre a reta e três pontos sobre a circunferência (semi-circunferência). Assim foram criados graficamente em papel milimetrado as configurações apresentadas nas figuras (5.1) e (5.2) e então extraídas as coordenadas X e Y dos pontos.

As coordenadas Z foram dados valores aleatórios dentro do intervalo de 200 a 600 metros.

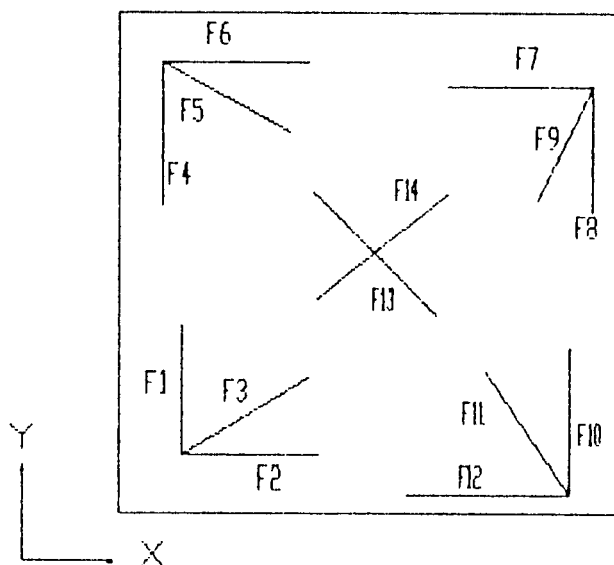


FIGURA 5.1. CONFIGURACAO DAS FEICOES LINEARES RETAS

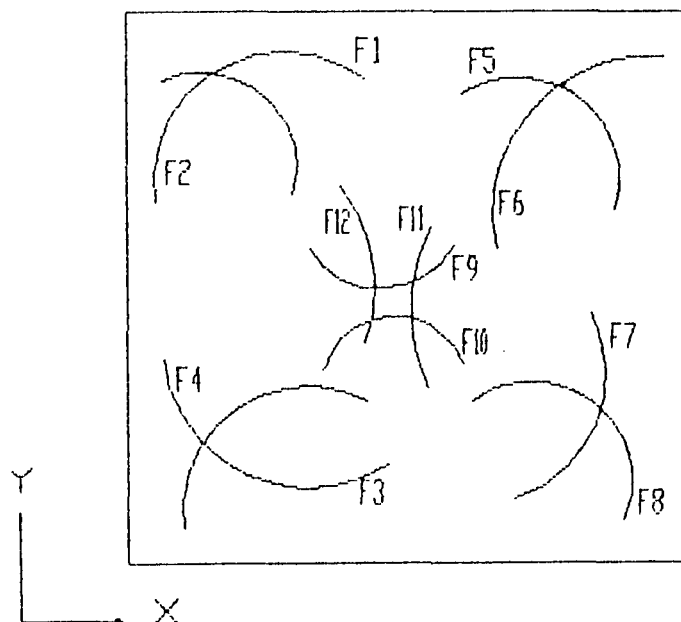


FIGURA 5.2. CONFIGURACAO DAS FEICOES LINEARES CIRCULARES

Trabalhou-se com o mínimo de pontos exigidos, primeiro para verificar a qualidade dos resultados no caso mais simples; segundo, porque a determinação de coordenadas de terreno é trabalhosa e dispendiosa valendo o esforço em minimizar o número de pontos de terreno.

Os resultados para os descritores das feições lineares retas, dos vetores direções β , dos descritores das feições lineares circulares e dos vetores normais η determinados com as equações (3.7), (3.8) e (3.12), encontram-se nos quadros 1, 2, 3 e 4 respectivamente.

QUADRO 1
DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES RETAS

Ponto	Xc(m)	Yc(m)	Zc(m)
01	960.0000	-23.5294	94.1176
02	19.7260	800.0000	-52.6027
03	-78.5321	384.5871	-167.3394
04	880.0000	36.1089	577.7431
05	1554.4285	1180.7620	478.1011
06	11.7926	2080.000	471.7051
07	46.3448	2080.000	556.1379
08	2160.000	-14.7692	118.1538
09	890.4672	-459.0654	221.3084
10	2236.6278	-9.31928	400.000
11	305.6244	1283.5939	97.7538
12	-14.3640	800.0000	287.2818
13	981.7538	1644.7121	469.4862
14	-79.9200	66.7332	16.6833

QUADRO 2
 VETORES DIREÇÃO DAS FEIÇÕES LINEARES RETAS

Ponto	$X\beta$	$Y\beta$	$Z\beta$
01	0.000000	0.970142	0.242535
02	0.936329	0.000000	0.351123
03	0.856705	0.342682	0.3855176
04	0.001091	0.998052	-0.062378
05	-0.599812	0.7997501	-0.024992
06	0.999687	0.001141	-0.024992
07	0.996545	0.001261	-0.083045
08	0.001386	0.992277	0.124034
09	0.446516	0.8930329	0.055814
10	0.0041666	0.999913	0.01251
11	0.149872	-0.239796	0.959185
12	0.998752	0.000859	0.049937
13	0.865645	-0.494654	-0.077289
14	0.758567	0.632139	0.158034

QUADRO 3
DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES

pto	Xc(m)	Yc(m)	Zc(m)	r(m)
01	1882.6987	1460.0721	449.80795	797.38807
02	970.26207	1450.6259	480.46074	586.48325
03	1650.1609	1177.3803	248.00911	546.55803
04	1730.7286	655.34362	503.74019	534.66556
05	2244.0566	1752.9442	360.89064	408.22005
06	3128.1282	1530.4155	473.50826	840.61033
07	2155.7378	1237.0359	338.49389	467.17755
08	2167.9269	561.45828	461.21923	480.13094
09	1932.5926	2242.9630	256.51852	634.37849
10	1915.8123	276.54182	271.39705	1085.3983
11	2094.7472	1524.1990	413.35474	240.87190
12	1621.3536	1422.2972	536.65946	282.69155

QUADRO 4
VETORES NORMAIS DAS FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES

Ponto	X_{η}	Y_{η}	Z_{η}
01	0.152569	0.152569	-0.976445
02	-0.04494	-0.23594	-0.971727
03	0.331536	0.321587	0.886941
04	-0.0216946	-0.234302	-0.971921
05	0.2433535	-0.0881375	-0.965924
06	-0.029450	-0.1413600	-0.989520
07	-0.337774	-0.0915744	0.9367616
08	0.09446082	-0.077701	-0.992491
09	-0.096560	0.2414022	0.965609
10	-0.077782	0.0518552	-0.995620
11	-0.129553	0.3363412	-0.932786
12	-0.556489	0.1583900	-0.815617

A escolha de 14 feições retas e 12 feições curvas, foi levando-se em consideração o tamanho e a distribuição das feições. Procurou-se distribuí-las geometricamente sem carregar demais a foto.

5.2.1. Geração das Fotocoordenadas para o Modelo dos Parâmetros Adicionais aplicado na Recessão Espacial

5.2.1.1. Geração das coordenadas de terreno sobre as feições lineares retas e circulares

Nesta etapa, para as feições retas, utilizou-se os descritores das feições lineares retas e os vetores direção nas equações abaixo:

$$\begin{aligned} X_p &= X_c + s X_\beta \\ Y_p &= Y_c + s Y_\beta \\ Z_p &= Z_c + s Z_\beta \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde s é a única variável (determina a localização dos pontos) podendo ser dado qualquer valor desde que o ponto pertença a feição.

No caso das feições lineares circulares, utilizou-se os descritores X_c , Y_c , Z_c e r e os vetores normal η . Prosseguiu-se da seguinte maneira.

a) Extraíu-se graficamente as coordenadas X_p e Y_p dos pontos sobre cada feição.

b) Determinou-se a coordenada Z_p pela equação:

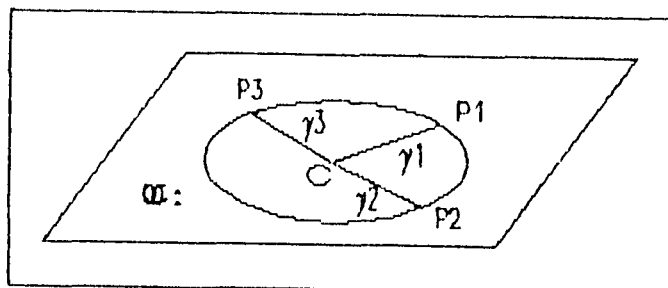
$$(X_p - X_c) X_\eta + (Y_p - Y_c) Y_\eta + (Z_p - Z_c) Z_\eta = 0 \quad (5.2)$$

que resolvendo para Z_p fica:

$$Z_p = -[(X_p - X_c) X_\eta + (Y_p - Y_c) Y_\eta] / Z_\eta + Z_c \quad (5.3)$$

c) Devido a possíveis erros gráficos na determinação das coordenadas X_c , Y_c e conseqüentemente Z_c , viu-se a necessidade de ajustar estas coordenadas sobre as semi-circunferências. Para isso lançou-se mão do uso de um vetor direção unitário entitulado γ , formado pelos pontos P sobre as semi-circunferências e pelo centro C , como mostra a figura (5.3), e cujas componentes podem ser facilmente determinadas pelas equações:

$$\begin{aligned} X_\gamma &= (X_p - X_c) / \|P - C\| \\ Y_\gamma &= (Y_p - Y_c) / \|P - C\| \\ Z_\gamma &= (Z_p - Z_c) / \|P - C\| \end{aligned} \quad (5.4)$$

FIGURA 5.9. VETORES DIRECAO γ

d) Calculados os vetores direção γ , ajustou-se os pontos P sobre as feições curvas levando-se em consideração o centro C e o raio r. Isto foi feito para evitar os erros na coleta gráfica das coordenadas X_p , Y_p e conseqüentemente Z_p .

As coordenadas de terreno dos pontos sobre as feições retas e curvas encontram-se nos quadros 5 e 6.

QUADRO 5
COORDENADAS EM TERRENO DE 4 PONTOS SOBRE A
FEIÇÃO LINEAR RETA

fei.	pto	Xp	Yp	Zp
01	01	960.0000	830.1959	307.5490
01	02	960.0000	907.8073	326.95185
01	03	960.0000	985.41879	346.35470
01	04	960.0000	1063.0302	365.75755
02	01	993.50837	800.0000	312.56564
02	02	1068.4147	800.0000	340.65555
02	03	1218.2274	800.0000	396.83526
02	04	1368.0400	800.0000	453.01501
03	01	880.97846	768.39139	264.44031
03	02	1018.0514	823.22057	326.12313
03	03	1086.3516	850.63516	356.96454
03	04	1155.1243	878.04974	387.80595
04	01	880.0000	1712.8373	472.94767
04	02	880.0000	1872.5257	462.96714
04	03	880.0000	1952.3699	457.97688
04	04	880.0000	2032.2141	452.98662
05	01	930.62341	2012.5021	452.10931
05	02	882.63840	2076.4821	450.10994
05	03	834.65339	2140.4621	448.11056
05	04	798.66464	2188.4472	446.61103
06	01	971.49227	2080.0000	447.71268
06	02	1051.4678	2080.0000	445.71330

continuação do quadro 5

06	03	1131.4428	2080.0000	443.71393
06	04	1211.4178	2080.0000	441.71455
07	01	1879.9890	2080.0000	403.33425
07	02	2039.4363	2080.0000	390.04697
07	03	2119.1600	2080.0000	383.40333
07	04	2198.8837	2080.0000	376.75969
08	01	2160.0000	1731.6398	336.45497
08	02	2160.0000	1890.4043	356.30053
08	03	2160.0000	1969.7865	366.22331
08	04	2160.0000	2049.1688	376.14609
09	01	2033.5494	1827.0989	364.19368
09	02	2069.2707	1898.5415	368.65884
09	03	2104.9921	1969.9841	373.12401
09	04	2140.7134	2041.4268	377.58917
10	01	2239.6278	710.67447	400.0000
10	02	2240.2944	870.67308	400.0000
10	03	2240.6278	950.67238	400.00000
10	04	2241.2944	1110.6710	400.00000
11	01	1840.3205	899.91988	337.55008
11	02	1917.0553	880.73618	349.53989
11	03	1993.7901	861.55248	361.52970
11	04	2070.5249	842.36878	373.51951
12	01	1903.2404	800.00000	383.16202
12	02	1983.1406	800.00000	387.15703
12	03	2063.0408	800.00000	391.15204

continuação do quadro 5

12	04	2142.9410	800.00000	395.14705
13	01	1189.5089	1525.9949	450.93670
13	02	1258.7606	1486.4226	444.75352
13	03	1328.0123	1446.8502	438.57033
13	04	1397.2639	1407.2778	432.38715
14	01	1315.8440	1229.8700	407.46752
14	02	1437.7214	1331.0123	432.75310
14	03	1497.9002	1381.5835	445.39589
14	04	1558.5856	1432.1547	458.03868

QUADRO 6
COORDENADAS EM TERRENO DE 4 PONTOS SOBRE A
FEIÇÃO LINEAR CIRCULAR

fei.	pto	Xp	Yp	Zp
01	01	1124.9074	1694.4811	368.02945
01	02	1183.5382	1840.2512	399.96709
01	03	1295.9858	2000.0131	442.49982
01	04	1442.5967	2124.0826	484.79364
02	01	1198.6854	1972.9938	342.92116
02	02	1301.8335	1916.9529	351.76684
02	03	1392.8942	1840.8256	366.05423
02	04	1457.9656	1761.2519	382.38249
03	01	1183.9833	1013.6148	481.64349
03	02	1251.8894	898.72131	497.91844
03	03	1408.3111	752.54647	492.44841
03	04	1559.7356	682.34845	461.29862
04	01	1216.4949	799.86092	480.37963
04	02	1254.0535	892.98214	457.09240
04	03	1364.2480	1035.5924	420.25343
04	04	1475.6613	1113.4246	399.00343
05	01	2240.0064	2159.3618	322.78594
05	02	2400.7696	2129.8510	365.98107
05	03	2565.2918	1997.9346	419.46741
05	04	2632.9066	1838.4404	451.05547
06	01	2290.5202	1599.7913	488.52625
06	02	2319.5599	1760.1250	464.75714

continuação do quadro 6

06	03	2494.8282	2079.9588	413.85029
06	04	2559.0468	2145.0294	402.64321
07	01	2310.0976	796.27534	351.06531
07	02	2395.7417	839.06117	386.12917
07	03	2520.9129	965.27416	443.60117
07	04	2576.8796	1088.6073	475.83805
08	01	2239.2903	1035.2881	430.91539
08	02	2399.0025	982.18382	450.27357
08	03	2562.8813	833.98819	477.47297
08	04	2625.1568	704.36155	493.54847
09	01	1677.3316	1674.0529	373.21994
09	02	1759.7034	1646.9776	388.22594
09	03	1919.9042	1627.3512	409.15263
09	04	1999.9316	1632.6198	415.83821
10	01	1678.8343	1333.1977	344.94511
10	02	1823.6450	1356.1581	334.82763
10	03	2000.4302	1357.4952	321.08594
10	04	2161.2137	1333.2260	307.26070
11	01	1928.5060	1679.5272	492.45155
11	02	1873.4035	1599.5224	471.25678
11	03	1869.4357	1439.0307	413.93828
11	04	1921.0434	1360.9805	378.62742
12	01	1474.9967	1186.5652	590.73924
12	02	1777.0979	1234.4586	393.91883
12	03	1819.2315	1298.0619	377.52294
12	04	1854.8927	1422.5534	377.36744

5.2.1.2. Geração das fotocoordenadas dos pontos determinados em 5.2.1.1.

Para determinação das fotocoordenadas, utilizou-se um modelo comprovadamente confiável: as Equações de Colinearidade (3.9) que ligam pontos discretos no espaço imagem e espaço objeto.

Dando maior ênfase aos trabalhos em regiões urbanas onde o número de feições retas e curvas é mais acentuado, utilizou-se na simulação uma situação comum em levantamentos cadastrais urbanos, com parâmetros:

- Escala das fotos 1:8000;
- distância focal calibrada de 150 mm.

Para os demais parâmetros:

- $k = 0^\circ$;
- $\varphi = -1^\circ 30'$;
- $w = 1^\circ 30'$;
- X_0 e Y_0 foram extraídos graficamente e;
- $Z_0 = 1600$ m.

As fotocoordenadas das feições lineares retas e curvas encontram-se nos quadros 7 e 8.

QUADRO 7

FOTOCOORDENADAS DE 4 PONTOS SOBRE A FEIÇÃO LINEAR RETA

feição	pto	x (mm)	y (mm)
01	01	-75.445927	-81.432772
01	02	-76.445893	-73.136055
01	03	-77.474219	-64.604037
01	04	-78.532128	-55.826565
02	01	-71.717116	-85.347910
02	02	-64.004385	-87.073018
02	03	-47.551132	-90.753121
02	04	-29.568253	-94.775359
03	01	-82.409126	-86.230679
03	02	-69.422523	-83.346100
03	03	-62.474719	-81.802858
03	04	55.194975	-80.185884
04	01	-95.474159	27.354170
04	02	-94.326315	48.190720
04	03	-93.763120	58.414274
04	04	-93.206899	68.511227
05	01	-86.438691	65.824836
05	02	-92.542429	74.043657
05	03	-98.620504	82.227924
05	04	-103.16232	88.343592
06	01	-80.596465	74.184024
06	02	-69.943104	73.914641

continuação do quadro 7

06	03	-59.364901	73.647160
06	04	-48.861059	73.381557
07	01	35.430996	69.898190
07	02	54.211401	68.870177
07	03	63.404341	68.366968
07	04	72.469425	67.870758
08	01	66.136651	25.503837
08	02	67.002040	44.635964
08	03	67.442800	54.380354
08	04	67.889072	64.246616
09	01	52.626222	37.562164
09	02	56.972615	46.163276
09	03	61.330519	54.787141
09	04	65.699953	63.433861
10	01	81.279328	-100.32375
10	02	81.064338	-79.996917
10	03	80.957419	-69.886774
10	04	80.744673	-49.772104
11	01	29.621635	-73.331811
11	02	39.165507	-76.225502
11	03	48.871565	-79.168368
11	04	58.743980	-82.161673
12	01	38.736066	-88.422351
12	02	48.750410	-88.548777
12	03	58.796389	-88.675602

continuação do quadro 7

12	04	68.874153	-88.802828
13	01	-52.702790	20.925290
13	02	-43.345282	-31.158522
13	03	-34.100616	-82.614383
13	04	-24.966777	-13.345346
14	01	-35.007475	-35.790580
14	02	-19.819849	-23.223451
14	03	-12.033374	-16.780460
14	04	-4.1140753	-10.227564

QUADRO 8

FOTOCOORDENADAS DE 4 PONTOS SOBRE A FEIÇÃO LINEAR CIRCULAR

01	01	-97.887070	31.280623
01	02	-92.600961	50.418954
01	03	-80.726057	72.816148
01	04	-63.519620	91.836576
02	01	-86.478644	63.676558
02	02	-74.554596	57.345659
02	03	-64.255437	48.768257
02	04	-57.046807	39.668907
03	01	-100.94730	-58.345330
03	02	-93.020587	-75.319316
03	03	-70.754618	-95.288008
03	04	-48.259588	-102.02430
04	01	-96.763591	-88.068210
04	02	-89.467515	-73.480225
04	03	-71.942515	-52.336844
04	04	-56.287628	-41.371004
05	01	36.539822	82.477307
05	02	56.872341	81.703916
05	03	79.862526	69.111315
05	04	90.882834	50.921637
06	01	49.699441	21.659672
06	02	52.139216	41.856333
06	03	70.780851	78.849171

continuação do quadro 8

06	04	77.710214	85.792128
07	01	47.021592	-77.732810
07	02	58.961916	-74.355917
07	03	77.900809	-61.112740
07	04	87.300083	-46.163712
08	01	41.212498	-51.791329
08	02	62.679559	-59.387276
08	03	86.134889	-80.469263
08	04	96.030286	-99.273816
09	01	-29.682680	28.578810
09	02	-19.787561	25.601647
09	03	-0.07281751	23.579592
09	04	10.160422	24.352273
10	01	-29.101583	-12.949163
10	02	-11.584142	-10.102065
10	03	9.2555526	-9.8423348
10	04	27.679332	-12.557934
11	01	1.52343666	32.616816
11	02	-5.8616924	21.443113
11	03	-6.2774650	0.00346799
11	04	0.13650560	-9.7087102
12	01	-66.401689	-37.467853
12	02	-17.820752	-25.678536
12	03	-12.407042	17.490411
12	04	-7.9954891	21.439755

5.3. Programas

Os programas foram realizados em ambiente para microcomputadores PC AT 386 com uso de uma linguagem específica do "Software" MATLAB. Para o cálculo dos descritores das feições lineares retas e circulares utilizou-se os programas (FELIRE.M) e (FELICI.M) respectivamente. Para o cálculo da ressecção espacial com uso do Modelo dos Parâmetros Adicionais para feições lineares retas e circulares, foram usados os programas (ADIRE.M) e (ADICI.M) respectivamente.

Os programas estão no Anexo (2).

5.4. Análise dos Resultados

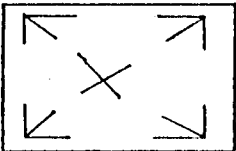
A análise foi feita através da comparação dos resultados obtidos usando o Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de feições retas e circulares como controle aplicados a Ressecção Espacial, com seus valores reais, que são conhecidos, uma vez que os dados foram simulados.

Considerou-se várias configurações geométricas e números diferentes de feições na realização dos testes. Para que o modelo seja considerado eficaz, a diferença entre os resultados ajustados e os valores reais têm que ser nula, já que os dados foram gerados matematicamente livres de erros.

Selecionou-se alguns casos que resumem as situações estudadas. Estes casos são apresentados nos quadros 9, 10, 11, 12, 13, 14 e 15 para feições retas e 16, 17, 18, 19, 20, 21 para feições circulares.

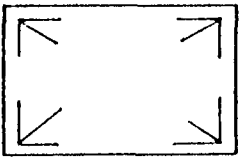
QUADRO 9

RESSECÇÃO ESPACIAL COM 14 FEIÇÕES RETAS

			
		Observações	112
		Parâmetros	104
		G. de Liberdade	08
Par.	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
p	-0.02617993878	-0.02617993212	-0.000000006
w	0.02617993878	0.02617994407	-0.000000005
X ₀	1560.0	1560.0	0.0000
Y ₀	1480.0	1480.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000


QUADRO 10

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 12 FEIÇÕES RETAS

		Observações	96
		Parâmetros	90
		G. de Liberdade	06
par	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
ρ	-0.02617993878	-0.02617992884	-0.000000009
w	0.02617993878	0.02617993892	-0.000000000
X ₀	1560.0	1560.0	0.0000
Y ₀	1480.0	1480.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000

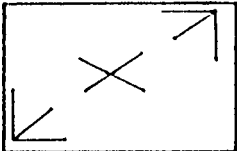
QUADRO 11

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 8 FEIÇÕES RETAS

		Observações	64
		Parâmetros	62
		G. de Liberdade	02
par	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
ρ	-0.02617993878	-0.02617994087	0.000000002
w	0.02617993878	0.02617994015	-0.000000002
X ₀	1560.0	1560.0	0.0000
Y ₀	1480.0	1480.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000

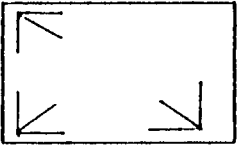
QUADRO 12

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 8 FEIÇÕES RETAS

		Observações	64
		Parâmetros	60
		G. de Liberdade	02
par	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
φ	-0.02617993878	-0.02617993836	0.000000000
w	0.02617993878	0.02617995783	-0.000000001
X ₀	1560.0	1560.0	0.0000
Y ₀	1480.0	1480.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000

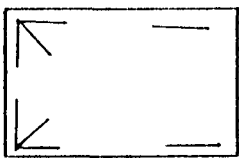
QUADRO 13

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 9 FEIÇÕES RETAS

		Observações	72
		Parâmetros	69
		G. de Liberdade	03
par	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
φ	-0.02617993878	-0.02617992871	-0.000000010
w	0.02617993878	0.02617993781	0.000000009
X ₀	1560.0	1560.0	0.0000
Y ₀	1480.0	1480.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000

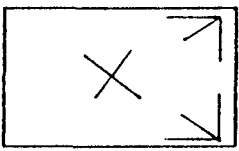
QUADRO 14

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 8 FEIÇÕES RETAS

		Observações	64
		Parâmetros	62
		G. de Liberdade	02
par	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
p	-0.02617993878	-0.02617993602	-0.000000002
w	0.02617993878	0.02617992688	0.000000011
X ₀	1560.0	1560.0	0.0000
Y ₀	1480.0	1480.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000

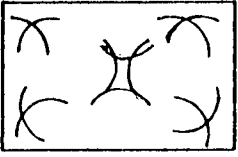
QUADRO 15

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 8 FEIÇÕES RETAS

		Observações	64
		Parâmetros	62
		G. de Liberdade	02
par	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
p	-0.02617993878	-0.02617997148	0.000000032
w	0.02617993878	0.02617996000	0.000000010
X ₀	1560.0	1560.0	0.0000
Y ₀	1480.0	1480.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000

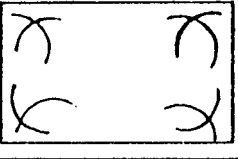
QUADRO 16

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 12 FEIÇÕES CIRCULARES

		Observações	192
		Parâmetros	06
		G. de Liberdade	186
Par.	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
p	-0.02617993878	-0.0261799297	-0.000000009
w	0.02617993878	0.02617993446	0.000000004
X ₀	1888.0	1888.0	0.0000
Y ₀	1408.0	1408.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000

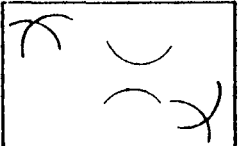
QUADRO 17

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 08 FEIÇÕES CIRCULARES

		Observações	128
		Parâmetros	06
		G. de Liberdade	122
Par.	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
p	-0.02617993878	-0.02617993992	0.000000001
w	0.02617993878	0.02617993750	0.000000001
X ₀	1888.0	1888.0	0.0000
Y ₀	1408.0	1408.0	0.0000
Z ₀	1600.0	1600.0	0.0000

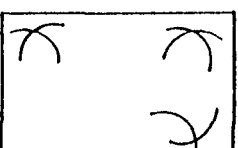
QUADRO 18

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 06 FEIÇÕES CIRCULARES

		Observações	096
		Parâmetros	06
		G. de Liberdade	90
Par.	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
ρ	-0.02617993878	-0.02617992360	-0.000000015
w	0.02617993878	0.02617994445	-0.000000005
Xo	1888.0	1888.0	0.0000
Yo	1408.0	1408.0	0.0000
Zo	1600.0	1600.0	0.0000


QUADRO 19

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 06 FEIÇÕES CIRCULARES

		Observações	96
		Parâmetros	06
		G. de Liberdade	90
Par.	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
ρ	-0.02617993878	-0.02617992939	-0.000000009
w	0.02617993878	0.02617993597	0.000000002
Xo	1888.0	1888.0	0.0000
Yo	1408.0	1408.0	0.0000
Zo	1600.0	1600.0	0.0000


QUADRO 20

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 05 FEIÇÕES CIRCULARES

		Observações	80
		Parâmetros	06
		G. de Liberdade	74
Par.	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
p	-0.02617993878	-0.02617992400	-0.000000014
w	0.02617993878	0.02617993218	0.000000006
Xo	1888.0	1888.0	0.0000
Yo	1408.0	1408.0	0.0000
Zo	1600.0	1600.0	0.0000

QUADRO 21

RESSEÇÃO ESPACIAL COM 04 FEIÇÕES CIRCULARES

		Observações	64
		Parâmetros	06
		G. de Liberdade	58
Par.	valor real	valor ajustado	diferença
k	0	0.000000000	0.000000000
p	-0.02617993878	-0.02617992127	-0.000000017
w	0.02617993878	0.02617999695	-0.000000050
Xo	1888.0	1888.0	0.0000
Yo	1408.0	1408.0	0.0000
Zo	1600.0	1600.0	0.0000

Como o objetivo desta pesquisa foi desenvolver o Modelo dos Parâmetros Adicionais e posteriormente testa-lo para a Ressecção Espacial, viu-se a necessidade de simular os dados de forma que se tivesse total controle matemático sobre os resultados do modelo. Assim, não importando a posição geométrica das feições nem o número delas utilizadas, porém respeitando o número mínimo de pontos exigidos, se o modelo fosse eficiente, os parâmetros ajustados convergiriam para o valor real.

Os resultados apresentados nos quadros 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 mostram que o Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de Feições Retas e Circulares como Controle é eficaz na Ressecção Espacial, já que a diferença entre valor real e valor ajustado para as translações X_0 , Y_0 e Z_0 é nula e para os ângulos de rotação k , ρ e w está em radianos, na casa do exponencial 8 (negativo) ou menores e encontra-se sem diferença quando da transformação para graus, minutos e segundos, não importando a geometria nem o número de feições empregadas. Em nenhum dos casos testados, o número de iterações foi inferior a 3 e superior a 4.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1. Conclusões

Tinha-se por objetivo nesta pesquisa, o desenvolvimneto do Modelo dos Parâmetros Adicionais com uso de Feições Lineares Retas e Circulares como Controle, proposto por MULAWA & MIKHAIL, bem como a implementação e o teste do mesmo na determinação dos parâmetros de Ressecção Espacial de uma foto. Tal objetivo foi integralmente cumprido.

Como descrito no capítulo anterior, os dados foram simulados, permitindo um total controle matemático sobre os resultados dos modelos.

As várias experiências realizadas nesta pesquisa conduzem à conclusão de que o Modelo dos Parâmetros Adicionais utilizando Feições Retas e Circulares como controle se mostra eficaz na Ressecção Espacial de uma foto isolada, trabalhando de forma simples tanto com uso das Feições Retas como para as Feições Circulares.

Mesmo não sendo objetivo central desta pesquisa, é bom enfatizar o fato da não necessidade de correspondência ponto a ponto, verificada e explicada no capítulo 3.

6.2. Recomendações

Tendo sido comprovada a eficácia do modelo para a determinação dos parâmetros de Ressecção Espacial de uma foto isolada, criam-se possibilidades de implementação de tal modelo para resolução de outros problemas fotogramétricos. Baseados nos resultados obtidos, recomenda-se:

- A implementação dos programas desenvolvidos de maneira que se possa utilizar conjuntamente Feições Lineares Retas e Circulares;

- A utilização de dados reais nos programas desenvolvidos, com a finalidade de analisar a precisão que o modelo fornece com a variação da geometria e número de feições empregadas;

- Estudar a viabilidade da aplicação deste modelo matemático à outros problemas fotogramétricos, como formação analítica de modelo, fototriangulação e calibração de câmeras;

- Pesquisar a utilização deste método em fotogrametria a curta distância;

- Estudo da aplicação do modelo em fotogrametria digital já que há a possibilidade de armazenar os descritores das feições em bancos de dados.

- Que se realize um estudo criterioso sobre o problema da correlação entre parâmetros das feições lineares retas e circulares.

ANEXOS

ANEXO 1
DERIVADAS PARCIAIS

1. DERIVADAS PARCIAIS PARA DETERMINAÇÃO DOS DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES RETAS

$$F_1: X_c - X_p + [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{1/2} X_\beta = 0$$

$$F_2: Y_c - Y_p + [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{1/2} Y_\beta = 0$$

$$F_3: Z_c - Z_p + [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{1/2} Z_\beta = 0$$

$$G_1: X_c X_\beta + Y_c Y_\beta + Z_c Z_\beta = 0$$

1.1. MATRIZ A

$$\frac{\delta F_1}{\delta X_c} = 1 - [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (X_p - X_c) X_\beta$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Y_c} = -[(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Y_p - Y_c) Y_\beta$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Z_c} = -[(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Z_p - Z_c) Z_\beta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta X_c} = -[(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (X_p - X_c) X_\beta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Y_c} = 1 - [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Y_p - Y_c) Y_\beta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Z_c} = -[(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Z_p - Z_c) Z_\beta$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta X_c} = -[(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (X_p - X_c) X_\beta$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta Y_c} = -[(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Y_p - Y_c) Y_\beta$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta Z_c} = 1 - [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Z_p - Z_c) Z_\beta$$

1.2. MATRIZ B

$$\frac{\delta F_1}{\delta X_p} = -1 + [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (X_p - X_c) X_\beta$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Y_p} = [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Y_p - Y_c) Y_\beta$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Z_p} = [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Z_p - Z_c) Z_\beta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta X_p} = [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (X_p - X_c) X_\beta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Y_p} = -1 + [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Y_p - Y_c) Y\beta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Z_p} = [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Z_p - Z_c) Z\beta$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta X_c} = -[(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (X_p - X_c) X\beta$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta Y_c} = -[(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Y_p - Y_c) Y\beta$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta Z_c} = 1 - [(X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2]^{-1/2} (Z_p - Z_c) Z\beta$$

1.3. MATRIZ C

$$\frac{\delta G_1}{\delta X_c} = X\beta$$

$$\frac{\delta G_1}{\delta Y_c} = Y\beta$$

$$\frac{\delta G_1}{\delta Z_c} = Z\beta$$

2. MATRIZES PARCIAIS DO MODELO DOS PARÂMETROS ADICIONAIS COM USO DE FEIÇÕES RETAS COMO CONTROLE

$$F_1: x = [f (Aa + Bb + Cc) (Da + Eb + Fc)^{-1}]$$

$$F_2: y = [f (Ga + Hb + Ic) (Da + Eb + Fc)^{-1}]$$

sendo

$$A = \cos\varphi \cos\kappa$$

$$B = \cos\omega \operatorname{sen}\kappa + \operatorname{sen}\omega \operatorname{sen}\varphi \cos\kappa$$

$$C = \operatorname{sen}\omega \operatorname{sen}\kappa - \cos\omega \operatorname{sen}\varphi \cos\kappa$$

$$D = \operatorname{sen}\varphi$$

$$E = -\operatorname{sen}\omega \cos\varphi$$

$$F = \cos\omega \cos\varphi$$

$$G = -\cos\varphi \operatorname{sen}\kappa$$

$$H = \cos\omega \cos\kappa - \operatorname{sen}\omega \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\kappa$$

$$I = \operatorname{sen}\omega \cos\kappa + \cos\omega \operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen}\kappa$$

$$\delta A / \delta k = da_k = -\text{sen}k \cos\varphi$$

$$\delta A / \delta \varphi = da_\varphi = -\text{sen}\varphi \cos k$$

$$\delta A / \delta w = daw = 0$$

$$\delta B / \delta k = db_k = \cos k \cos w - \text{sen}k \text{sen}\varphi \text{sen}w$$

$$\delta B / \delta \varphi = db_\varphi = \cos\varphi \text{sen}w \cos k$$

$$\delta B / \delta w = db_w = -\text{sen}w \text{sen}k + \cos w \text{sen}\varphi \cos k$$

$$\delta C / \delta k = dc_k = \cos k \text{sen}w + \text{sen}k \text{sen}\varphi \cos w$$

$$\delta C / \delta \varphi = dc_\varphi = -\cos\varphi \cos w \cos k$$

$$\delta C / \delta w = dc_w = \cos w \text{sen}k + \text{sen}w \text{sen}\varphi \cos k$$

$$\delta D / \delta k = dd_k = 0$$

$$\delta D / \delta \varphi = dd_\varphi = \cos\varphi$$

$$\delta D / \delta w = dd_w = 0$$

$$\delta E / \delta k = de_k = 0$$

$$\delta E / \delta \varphi = de_\varphi = \text{sen}\varphi \text{sen}w$$

$$\delta E / \delta w = de_w = -\cos w \cos\varphi$$

$$\delta F / \delta k = df_k = 0$$

$$\delta F / \delta \varphi = df_\varphi = -\text{sen}\varphi \cos w$$

$$\delta F / \delta w = df_w = -\text{sen}w \cos\varphi$$

$$\delta G / \delta k = dg_k = -\cos k \cos\varphi$$

$$\delta G / \delta \varphi = dg_\varphi = \text{sen}\varphi \text{sen}k$$

$$\delta G / \delta w = dg_w = 0$$

$$\delta H / \delta k = dh_k = -\text{sen}k \cos w - \cos k \text{sen}\varphi \text{sen}w$$

$$\delta H / \delta \varphi = dh_\varphi = -\cos\varphi \text{sen}w \text{sen}k$$

$$\delta H / \delta w = dh_w = -\text{sen}w \cos k - \cos w \text{sen}\varphi \text{sen}k$$

$$\delta I / \delta k = di_k = -\text{sen}k \text{sen}w + \cos k \text{sen}\varphi \cos w$$

$$\delta I / \delta \varphi = di_\varphi = \cos\varphi \cos w \text{sen}k$$

$$\delta I / \delta w = diw = \cos w \cos k - \sin w \sin \varphi \sin k$$

$$a = X_c + s X_\beta - X_0$$

$$b = Y_c + s Y_\beta - Y_0$$

$$c = Z_c + s Z_\beta - Z_0$$

2.1. MATRIZ A

$$\frac{\delta F_1}{\delta k} = f / (Da+eb+fc)^2 [(dak \ a+dbk \ b+dck \ c) \ (Da+Eb+fc) - (Aa+Bb+Cc) \ (ddk \ a+dek \ b+dfk \ c)]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta \varphi} = f / (Da+eb+fc)^2 [(dap \ a+dbp \ b+dcp \ c) \ (Da+Eb+fc) - (Aa+Bb+Cc) \ (ddp \ a+dep \ b+dfp \ c)]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta w} = f / (Da+eb+fc)^2 [(daw \ a+dbw \ b+dcw \ c) \ (Da+Eb+fc) - (Aa+Bb+Cc) \ (ddw \ a+dew \ b+dfw \ c)]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta X_0} = f / (Da+eb+fc)^2 [-A \ (Da+Eb+fc) - (Aa+Bb+Cc) \ D]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Y_0} = f / (Da+eb+fc)^2 [-B \ (Da+Eb+fc) - (Aa+Bb+Cc) \ E]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Z_0} = f / (Da+eb+fc)^2 [-C \ (Da+Eb+fc) - (Aa+Bb+Cc) \ F]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta X_c} = f / (Da+eb+fc)^2 [A \ (Da+Eb+fc) + (Aa+Bb+Cc) \ D]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Y_c} = f / (Da+eb+fc)^2 [B \ (Da+Eb+fc) + (Aa+Bb+Cc) \ E]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Z_c} = f / (Da+eb+fc)^2 [C \ (Da+Eb+fc) + (Aa+Bb+Cc) \ F]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta s} = f / (Da+eb+fc)^2 [(X_\beta \ A+Y_\beta \ B+Z_\beta \ C) \ (Da+Eb+fc) - (Aa+Bb+Cc) \ (X_\beta \ D+Y_\beta \ E+Z_\beta \ F)]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta k} = f / (Da+eb+fc)^2 [(dkg \ a+dhk \ b+dik \ c) \ (Da+Eb+fc) - (Ga+Hb+Ic) \ (ddk \ a+dek \ b+dfk \ c)]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta \varphi} = f / (Da+eb+fc)^2 [(dg\varphi a+dh\varphi b+di\varphi c) (Da+Eb+fc) - (Ga+Hb+Ic) (dd\varphi a+de\varphi b+df\varphi c)]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta w} = f / (Da+eb+fc)^2 [(dgw a+dhw b+diw c) (Da+Eb+fc) - (Ga+Hb+Ic) (ddw a+dew b+dfw c)]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta X_0} = f / (Da+eb+fc)^2 [-G (Da+Eb+fc) - (Ga+Hb+Ic) D]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Y_0} = f / (Da+eb+fc)^2 [-H (Da+Eb+fc) - (Ga+Hb+Ic) E]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Z_0} = f / (Da+eb+fc)^2 [-I (Da+Eb+fc) - (Ga+Hb+Ic) F]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta X_C} = f / (Da+eb+fc)^2 [G (Da+Eb+fc) + (Ga+Hb+Ic) D]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Y_C} = f / (Da+eb+fc)^2 [H (Da+Eb+fc) + (Ga+Hb+Ic) E]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Z_C} = f / (Da+eb+fc)^2 [I (Da+Eb+fc) + (Ga+Hb+Ic) F]$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta \xi} = f / (Da+eb+fc)^2 [(X\beta G+Y\beta H+Z\beta I) (Da+Eb+fc) - (Ga+Hb+Ic) (X\beta D+Y\beta E+Z\beta F)]$$

3. DERIVADAS PARCIAIS PARA DETERMINAÇÃO DOS DESCRITORES DAS FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES

$$F_1: (X_p - X_c)^2 + (Y_p - Y_c)^2 + (Z_p - Z_c)^2 - r^2 = 0$$

$$F_2: (X_p - X_c) X_\eta + (Y_p - Y_c) Y_\eta + (Z_p - Z_c) Z_\eta - r^2 = 0$$

3.1. MATRIZ A

$$\frac{\delta F_1}{\delta X_C} = -2 (X_p - X_c)$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Y_C} = -2 (Y_p - Y_c)$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Z_C} = -2 (Z_p - Z_c)$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta r} = -2r$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta X_c} = -X\eta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Y_c} = -Y\eta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Z_c} = -Z\eta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta r} = 0$$

3.2. MATRIZ B

$$\frac{\delta F_1}{\delta X_p} = 2 (X_p - X_c)$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Y_p} = 2 (Y_p - Y_c)$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta Z_p} = 2 (Z_p - Z_c)$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta X_p} = X\eta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Y_p} = Y\eta$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta Z_p} = Z\eta$$

4. DERIVADAS PARCIAIS DO MODELO DOS PARÂMETROS ADICIONAIS COM USO DE FEIÇÕES LINEARES CIRCULARES COMO CONTROLE

$$F_1: [f (AX_p + BY_p + CZ_p) (DX_p + EY_p + FZ_p)^{-1}] - x = 0$$

$$F_2: [f (GX_p + HY_p + IZ_p) (DX_p + EY_p + FZ_p)^{-1}] - y = 0$$

$$F_3: (X_0 + s X_p - X_c)^2 + (Y_0 + s Y_p - Y_c)^2 + (Z_0 + s Z_p - Z_c)^2 = 0$$

$$F_4: (X_0 + s X_p - X_c)X\eta + (Y_0 + s Y_p - Y_c)Y\eta + (Z_0 + s Z_p - Z_c)Z\eta = 0$$

sendo

$$s = -[(X_0 - X_c)X\eta + (Y_0 - Y_c)Y\eta + (Z_0 - Z_c)Z\eta] (X_p X\eta + Y_p Y\eta + Z_p Z\eta)^{-1}$$

A, B, C, D, E, F, G, H, I e as derivadas destes em função de k,

ρ e w são os mesmos citados no item 2.

$$X\rho = Ax + Gy + Df$$

$$Y\rho = Bx + Hy + Ef$$

$$z\rho = Cx + Iy + Ff$$

$$jj = DX\rho + EY\rho + FZ\rho$$

$$kk = AX\rho + BY\rho + CZ\rho$$

$$ll = GX\rho + HY\rho + IZ\rho$$

$$\delta X\rho / dk = dx\rho k = dak x + dgk y + ddk f$$

$$\delta X\rho / d\rho = dx\rho\rho = d\rho\rho x + d\rho\rho y + d\rho\rho f$$

$$\delta X\rho / dw = dx\rho w = daw x + dgw y + ddw f$$

$$\delta Y\rho / dk = dy\rho k = dbk x + dhk y + dek f$$

$$\delta Y\rho / d\rho = dy\rho\rho = db\rho\rho x + dh\rho\rho y + de\rho\rho f$$

$$\delta Y\rho / dw = dy\rho w = dbw x + dhw y + dew f$$

$$\delta Z\rho / dk = dz\rho k = dck x + dik y + dfk f$$

$$\delta Z\rho / d\rho = dz\rho\rho = dc\rho\rho x + di\rho\rho y + df\rho\rho f$$

$$\delta Z\rho / dw = dz\rho w = dcw x + diw y + dfw f$$

$$\delta s / \delta k = dsk = (dx\rho k X\eta + dy\rho k Y\eta + dz\rho k Z\eta) [(X_0 - X_c)X\eta + (Y_0 - Y_c)Y\eta + (Z_0 - Z_c)Z\eta] / (X\rho X\eta + Y\rho Y\eta + Z\rho Z\eta)^2$$

$$\delta s / \delta \rho = ds\rho = (dx\rho\rho X\eta + dy\rho\rho Y\eta + dz\rho\rho Z\eta) [(X_0 - X_c)X\eta + (Y_0 - Y_c)Y\eta + (Z_0 - Z_c)Z\eta] / (X\rho X\eta + Y\rho Y\eta + Z\rho Z\eta)^2$$

$$\delta s / \delta w = dsw = (dx\rho w X\eta + dy\rho w Y\eta + dz\rho w Z\eta) [(X_0 - X_c)X\eta + (Y_0 - Y_c)Y\eta + (Z_0 - Z_c)Z\eta] / (X\rho X\eta + Y\rho Y\eta + Z\rho Z\eta)^2$$

$$\delta s / \delta X_0 = dsX_0 = -X\eta (X\rho X\eta + Y\rho Y\eta + Z\rho Z\eta) / (X\rho X\eta + Y\rho Y\eta + Z\rho Z\eta)^2$$

$$\delta s / \delta Y_0 = dsY_0 = -Y\eta (X\rho X\eta + Y\rho Y\eta + Z\rho Z\eta) / (X\rho X\eta + Y\rho Y\eta + Z\rho Z\eta)^2$$

$$\delta s / \delta Z_0 = ds / Z_0 = -Z_\eta (X_\rho X_\eta + Y_\rho Y_\eta + Z_\rho Z_\eta) / (X_\rho X_\eta + Y_\rho Y_\eta + Z_\rho Z_\eta)^2$$

$$\delta s / dx = ds_x = (AX_\eta + BY_\eta + CZ_\eta) [(X_0 - X_c)X_\eta + (Y_0 - Y_c)Y_\eta + (Z_0 - Z_c)Z_\eta] / (X_\rho X_\eta + Y_\rho Y_\eta + Z_\rho Z_\eta)^2$$

$$\delta s / dy = ds_y = (GX_\eta + HY_\eta + IZ_\eta) [(X_0 - X_c)X_\eta + (Y_0 - Y_c)Y_\eta + (Z_0 - Z_c)Z_\eta] / (X_\rho X_\eta + Y_\rho Y_\eta + Z_\rho Z_\eta)^2$$

4.1. MATRIZ A

$$\frac{\delta F_1}{\delta k} = f / j j^2 \{ [(dak X_\rho + dx_\rho k A) + (dbk Y_\rho + dy_\rho k B) + (dck Z_\rho + dz_\rho k C)] \\ jj - [(ddk X_\rho + dx_\rho k D) + (dek Y_\rho + dy_\rho k E) + (dfk Z_\rho + dz_\rho k F)] \\ kk \}$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta p} = f / j j^2 \{ [(dap X_\rho + dx_\rho p A) + (dbp Y_\rho + dy_\rho p B) + (dcp Z_\rho + dz_\rho p C)] \\ jj - [(ddp X_\rho + dx_\rho p D) + (dep Y_\rho + dy_\rho p E) + (dfp Z_\rho + dz_\rho p F)] \\ kk \}$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta w} = f / j j^2 \{ [(daw X_\rho + dx_\rho w A) + (dbw Y_\rho + dy_\rho w B) + (dcw Z_\rho + dz_\rho w C)] \\ jj - [(ddw X_\rho + dx_\rho w D) + (dew Y_\rho + dy_\rho w E) + (dfw Z_\rho + dz_\rho w F)] \\ kk \}$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta X_0} = 0 \quad \frac{\delta F_1}{\delta Y_0} = 0 \quad \frac{\delta F_1}{\delta Z_0} = 0$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta k} = f / j j^2 \{ [(dgk X_\rho + dx_\rho k G) + (dhk Y_\rho + dy_\rho k H) + (dik Z_\rho + dz_\rho k I)] \\ jj - [(ddk X_\rho + dx_\rho k D) + (dek Y_\rho + dy_\rho k E) + (dfk Z_\rho + dz_\rho k F)] \\ kk \}$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta p} = f / j j^2 \{ [(dgp X_\rho + dx_\rho p G) + (dhp Y_\rho + dy_\rho p H) + (dip Z_\rho + dz_\rho p I)] \\ jj - [(ddp X_\rho + dx_\rho p D) + (dep Y_\rho + dy_\rho p E) + (dfp Z_\rho + dz_\rho p F)] \\ kk \}$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta w} = f/jj^2 \{ [(dgw X_p + dxpw G) + (dhw Y_p + dypw H) + (diw Z_p + dzpw I)] \\ jj - [(ddw X_p + dxpw D) + (dew Y_p + dypw E) + (dfw Z_p + dzpw F)] \\ kk \}$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta X_0} = 0 \quad \frac{\delta F_2}{\delta Y_0} = 0 \quad \frac{\delta F_2}{\delta Z_0} = 0$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta k} = 2 [(X_0 + s X_p - X_c) (dsk X_p + dxpk s) + (Y_0 + s Y_p - Y_c) \\ (dsk Y_p + dypk s) + (Z_0 + s Z_p - Z_c) (dsk Z_p + dzpk s)]$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta \varphi} = 2 [(X_0 + s X_p - X_c) (dsp X_p + dxpp s) + (Y_0 + s Y_p - Y_c) \\ (dsp Y_p + dyp p s) + (Z_0 + s Z_p - Z_c) (dsp Z_p + dzpp s)]$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta w} = 2 [(X_0 + s X_p - X_c) (dsw X_p + dxpw s) + (Y_0 + s Y_p - Y_c) \\ (dsw Y_p + dypw s) + (Z_0 + s Z_p - Z_c) (dsw Z_p + dzpw s)]$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta X_0} = 2 [(X_0 + s X_p - X_c) (1 + dsX_0 X_p) + (Y_0 + s Y_p - Y_c) dsX_0 Y_p + \\ (Z_0 + s Z_p - Z_c) dsX_0 Z_p]$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta Y_0} = 2 [(X_0 + s X_p - X_c) (dsY_0 X_p) + (Y_0 + s Y_p - Y_c) (1 + dsY_0 Y_p) + \\ (Z_0 + s Z_p - Z_c) dsY_0 Z_p]$$

$$\frac{\delta F_3}{\delta Z_0} = 2 [(X_0 + s X_p - X_c) (dsZ_0 X_p) + (Y_0 + s Y_p - Y_c) dsZ_0 Y_p + \\ (Z_0 + s Z_p - Z_c) (1 + dsZ_0 Z_p)]$$

$$\frac{\delta F_4}{\delta k} = (dsk X_p + dxpk s) X_\eta + (dsk Y_p + dypk s) Y_\eta + (dsk Z_p + dzpk s) Z_\eta$$

$$\frac{\delta F_4}{\delta \varphi} = (dsp X_p + dxpp s) X_\eta + (dsp Y_p + dyp p s) Y_\eta + (dsp Z_p + dzpp s) Z_\eta$$

$$\frac{\delta F_4}{\delta w} = (dsw X_p + dxpw s) X_\eta + (dsw Y_p + dypw s) Y_\eta + (dsw Z_p + dzpw s) Z_\eta$$

$$\frac{\delta F_4}{\delta X_0} = (1 + dsX_0 X_p) X_\eta + dsX_0 Y_p Y_\eta + dsX_0 Z_p Z_\eta$$

$$\frac{\delta F_4}{\delta Y_0} = dsX_0 X_\rho X_\eta + (1+dsX_0 Y_\rho) Y_\eta + dsX_0 Z_\rho Z_\eta$$

$$\frac{\delta F_4}{\delta Z_0} = dsX_0 X_\rho X_\eta + dsX_0 Y_\rho Y_\eta + (1+dsX_0 Z_\rho) Z_\eta$$

4.2. MATRIZ B

$$\frac{\delta F_1}{\delta x} = f/jj^2 [(A^2+B^2+C^2) jj - (AD+BE+CF) kk] - 1$$

$$\frac{\delta F_1}{\delta y} = f/jj^2 [(AG+BH+CI) jj - (GD+HE+IF) kk]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta x} = f/jj^2 [(AG+BH+CI) jj - (AD+BE+CF) ll]$$

$$\frac{\delta F_2}{\delta y} = f/jj^2 [(G^2+H^2+I^2) jj - (GD+HE+IF) kk] - 1$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_3}{\delta x} = 2 [& (X_0+sx X_\rho-X_c) (dsx X_\rho + A s) + (Y_0+sy Y_\rho-Y_c) \\ & (dsx Y_\rho + B s) + (Z_0+sz Z_\rho-Z_c) (dsx Z_\rho + C s)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta F_3}{\delta y} = 2 [& (X_0+sx X_\rho-X_c) (dsy X_\rho + G s) + (Y_0+sy Y_\rho-Y_c) \\ & (dsy Y_\rho + H s) + (Z_0+sz Z_\rho-Z_c) (dsy Z_\rho + I s)] \end{aligned}$$

$$\frac{\delta F_4}{\delta x} = (dsx X_\rho + A s)X_\eta + (dsx Y_\rho + B s)Y_\eta + (dsx Z_\rho + C s)Z_\eta$$

$$\frac{\delta F_4}{\delta y} = (dsy X_\rho + G s)X_\eta + (dsy Y_\rho + H s)Y_\eta + (dsy Z_\rho + I s)Z_\eta$$

ANEXO 2
PROGRAMAS

```

% #####
% PROGRAMA PRINCIPAL - FELIRE.M
% DETERMINACAO DOS DESCRITORES DA FEICAO LINEAR RETA
% PROGRAMADORA: CLAUDIA REGINA G D'ARCE FILETTI
% #####
% ENTRADA DOS DADOS
% ARQUIVO DE DADR1 = ESTIMATIVAS DE PRECISAO DAS OBSERVACOES
% ARQUIVO DE DADR2 = MATRIZ DAS OBSERVACOES
% ARQUIVO DE DADR3 = PARAMETROS APROXIMADOS DOS DESCRITORES DA
% FEICAO LINEAR RETA
% #####
clear
    load dadr1.mat
    load dadr2.mat
    load dadr3.mat
% #####
    nfr=input('entre com o num. de feicoes retas= ');
    for i=1:nfr,
        npf(i)=input('entre com o num. de pontos por feicao= ');
    end
% #####
    aux=0;
    for r=1:nfr,
        np=aux+npf(r);
        aux=np;
    end
    np=aux;
    nec=3*np;
    nei=2*nfr;
    npa=3*nfr;
    nob=3*np;
% #####
% MONTAGEM DO VETOR PESO
    dp=dadr1;
    i=1;j=1;
    for r=1:nfr,
        p1(j)=1./(dp(i)^2);
        p1(j+1)=1./(dp(i+1)^2);
        p1(j+2)=1./(dp(i+2)^2);
        i=i+3*npf(r);j=j+3;
    end
% MATRIZ DOS PESOS
    p=diag(p1);
    format long p
% #####
% MONTAGEM DO VETOR DAS OBSERVACOES
    lb=dadr2;
% #####
% MONTAGEM DO VETOR DOS PARAMETROS APROXIMADOS
    xo=dadr3;

```

```

Z #####
  iter=0;
Z MONTAGEM DO VETOR DOS XB
  j=1;i=4;l=1;
  for r=1:nfr,
    xb(j)=(lb(i)-lb(l))/...
    (sqrt(((lb(i)-lb(l))^2)+((lb(i+1)-lb(l+1))^2)+((lb(i+2)-lb(l+2))^2)));
    xb(j+1)=(lb(l+1)-lb(l+1))/...
    (sqrt(((lb(i)-lb(l))^2)+((lb(i+1)-lb(l+1))^2)+((lb(i+2)-lb(l+2))^2)));
    xb(j+2)=(lb(l+2)-lb(l+2))/...
    (sqrt(((lb(i)-lb(l))^2)+((lb(i+1)-lb(l+1))^2)+((lb(i+2)-lb(l+2))^2)));
    j=j+3;i=i+3*npf(r);l=l+3*npf(r);
  end
Z #####
Z MONTAGEM DO VETOR DAS OBSERVACOES REFERENTES AO PONTO I
  i=1;j=1;
  for r=1:nfr,
    loo(i)=lb(j);
    loo(i+1)=lb(j+1);
    loo(i+2)=lb(j+2);
    i=i+3;j=j+3*npf(r);
  end
  lo=loo';
Z #####
Z #####
Z INICIO DO PROCESSO ITERATIVO
  while iter<7
Z MONTAGEM DO VETOR DAS DISTANCIAS
  i=1;j=1;
  for r=1:nfr,
s1(r)=sqrt(((lb(j)-xo(i))^2)+((lb(j+1)-xo(i+1))^2)+((lb(j+2)-xo(i+2))^2));
    j=j+3*npf(r);
    i=i+3;
  end
  s=s1';
Z #####
Z MONTAGEM DA MATRIZ A
  k=1;l=1;j=1;i=1;
  for r=1:nfr,
    a(k,l)=1.+(((lb(j)-xo(i))/s(r))*xb(i));
    a(k,l+1)=(((lb(j+1)-xo(i+1))/s(r))*xb(i));
    a(k,l+2)=(((lb(j+2)-xo(i+2))/s(r))*xb(i));
    a(k+1,l)=(((lb(j)-xo(i))/s(r))*xb(i+1));
    a(k+1,l+1)=1.+(((lb(j+1)-xo(i+1))/s(r))*xb(i+1));
    a(k+1,l+2)=(((lb(j+2)-xo(i+2))/s(r))*xb(i+1));
    a(k+2,l)=(((lb(j)-xo(i))/s(r))*xb(i+2));
    a(k+2,l+1)=(((lb(j+1)-xo(i+1))/s(r))*xb(i+2));
    a(k+2,l+2)=1.+(((lb(j+2)-xo(i+2))/s(r))*xb(i+2));
    k=k+3;j=j+3*npf(r);l=l+3;i=i+3;
  end

```

```

X #####
Z MONTAGEM DA MATRIZ B
  k=1; i=1; j=1;
  for r=1:nfr,
    b(k,k)=-a(i,i);
    b(k,k+1)=-a(i,i+1);
    b(k,k+2)=-a(i,i+2);
    b(k+1,k)=-a(i+1,i);
    b(k+1,k+1)=-a(i+1,i+1);
    b(k+1,k+2)=-a(i+1,i+2);
    b(k+2,k)=-a(i+2,i);
    b(k+2,k+1)=-a(i+2,i+1);
    b(k+2,k+2)=-a(i+2,i+2);
    k=k+3; i=i+3;
  end
X #####
Z MONTAGEM DA MATRIZ C
  k=1; i=1; l=1;
  for r=1:nfr,
    c(k,l)=xb(i);
    c(k,l+1)=xb(i+1);
    c(k,l+2)=xb(i+2);
    k=k+1; l=l+3; i=i+3;
  end
X #####
Z MONTAGEM DO VETOR ERRO DE FECHAMENTO DAS EQUACOES DE CONDICAO
  k=1; i=1; j=1;
  for r=1:nfr;
    w1(k)=xo(i)-lb(j)+(s(r)*xb(i));
    w1(k+1)=xo(i+1)-lb(j+1)+(s(r)*xb(i+1));
    w1(k+2)=xo(i+2)-lb(j+2)+(s(r)*xb(i+2));
    k=k+3; j=j+3*npf(r); i=i+3;
  end
X #####
  j=1; l=1;
  for r=1:nfr,
    lol(j)=lb(l);
    lol(j+1)=lb(l+1);
    lol(j+2)=lb(l+2);
    j=j+3; l=l+3*npf(r);
  end
X #####
  lob=lol';
  w=b*(lo-lob)+w1';
  lo=lob;
X #####
Z MONTAGEM DO VETOR ERRO DE FECHAMENTO DAS EQUACOES DE INJUNCAO
  l=1; j=1;
  for r=1:nfr,
    wc(l)=xo(i)*xb(i)+xo(i+1)*xb(i+1)+xo(i+2)*xb(i+2);

```

```

        l=l+1;j=i+3;
    end
Z #####
Z #####
Z AJUSTAMENTO (METODO COMBINADO COM INJUNCOES)
    pin=inv(p);
    xc1=b*pin*b';
    m=pinv(xc1);
    xc2=a'*m*a;
    tin=pinv(xc2);
    cx=tin*a'*m*w;
    xc4=c*tin*c';
    xc5=pinv(xc4);
    kc=xc5*(c*c*x-w*c');
    dx=-(cx)+(tin*c'*kc);
    xa=xo+dx;
Z #####
Z CALCULO DOS RESIDUOS
    vl=pin*b';
    v=vl*(-(m*(a*dx+w)));
    la=lob;
Z #####
    i=1;j=1;k=4;
    for r=1:nfr,
        lbs(i)=la(j);
        lbs(i+1)=la(j+1);
        lbs(i+2)=la(j+2);
        lbs(i+3)=lb(k);
        lbs(i+4)=lb(k+1);
        lbs(i+5)=lb(k+2);
        i=i+6;k=k+3*ncf(r);j=j+3;
    end
Z #####
    lb=lbs';xo=xa
Z #####
    iter=iter+1
Z FIM DO LOOP ITERATIVO
    end
Z #####
Z CALCULO DA MATRIZ VARIANCIA E COVARIANCIA
    sig=v'*p*v/(nei+nec-npa);
    soma=sig*tin;
    mvc=soma*(eye(npa)-c*(pinv(c*a'*m*a*c')*c*tin));
Z #####
Z MONTAGEM DO VETOR DOS XB COM ORIGEM EM C
    j=1;i=4;l=1;
    for r=1:nfr,
        xbc(j)=(lb(i)-xo(l))/...
(sqrt(((lb(i)-xo(l))^2)+((lb(i+1)-xo(l+1))^2)+((lb(i+2)-xo(l+2))^2)));
        xbc(j+1)=(lb(i+1)-xo(l+1))/...

```

```

(sqrt(((lb(i)-xo(1))^2)+((lb(i+1)-xo(1+1))^2)+((lb(i+2)-xo(1+2))^2)));
    xbc(j+2)=(lb(i+2)-xo(1+2))/...
(sqrt(((lb(i)-xo(1))^2)+((lb(i+1)-xo(1+1))^2)+((lb(i+2)-xo(1+2))^2)));
    j=j+3;i=i+3*npf(r);l=l+3;
    end
    xbct=xbc';
% #####
% SAIDA DOS DADOS (XA,SIC,XB,LA,MVC)
    save datr1.mat xa
    save datr1.dat xa /ascii
    save datr2.mat xbct
    save datr2.dat xbct /ascii
    save datr3.mat mvc
    save datr3.dat mvc /ascii
    save datr4.mat lb
    save datr4.dat lb /ascii
    disp('fim do programa');
% #####
% #####

```

```

% #####
% PROGRAMA PRINCIPAL - ADIRE.M
% PROGRAMA QUE REALIZA A RESSECAO ESPACIAL DE UMA OU MAIS FOTOS
% COM USOS DE FEICOES LINEARES RETAS COMO CONTROLE
% PARRE.MAT - PARAMETROS (K,FI,W,X0,Y0,Z0,XC1,YC1,ZC1,...,S1,S2,...)
% COORE.MAT - COORDENADAS DOS DESCRITORES DAS FEICOES RETAS
% XBRE.MAT - COORDENADAS XB,YB,ZB DESCRITORES DAS FEICOES RETAS
% VARRE.MAT - VARIANCIA DOS DESCRITORES DAS FEICOES RETAS
% FOTRE.MAT - FOTOCOORDENADAS
% #####
clear
format long
% #####
% ENTRADA DOS DADOS
load parre.mat
load coore.mat
load xbre.mat
load varre.mat
load fotre.mat
nf=input('entre com o numero de fotos= ');
for i=1:nf,
nff(i)=input('entre com o numero de feicoes por foto= ');
end
for j=1:nf,
for i=1:nff(j),
npf(i)=input('entre com o numero de pontos por feicao= ');
end
end
disp(' ');
disp('diapositivo entre " - " , negativo entre " + "');
f=input('entre com a distancia focal= ');
dp=input('entre com o desvio padrao das observacoes= ');
sigpr=input('entre com o sig a priori= ');
co=coore;
xo=parre;
xb=xbre;
dep=varre;
lb=fotre;
% #####
% INICIO DO PROCESSO ITERATIVO
iter=0;
while iter<8
% #####
k=1;j=1;l=1;
for i=1:nf,
c1=cos(xo(k));
c2=cos(xo(k+1));
c3=cos(xo(k+2));
s1=sin(xo(k));
s2=sin(xo(k+1));

```

```

s3=sin(xo(k+2));
m(j)=c2*c1;
m(j+1)=c3*s1+s3*s2*c1;
m(j+2)=s3*s1-c3*s2*c1;
m(j+3)=-c2*s1;
m(j+4)=c3*c1-s3*s2*s1;
m(j+5)=s3*c1+c3*s2*s1;
m(j+6)=s2;
m(j+7)=-s3*c2;
m(j+8)=c3*c2;
dm(l)=-s1*c2;
dm(l+1)=-s2*c1;
dm(l+2)=0;
dm(l+3)=c1*c3-s1*s2*s3;
dm(l+4)=c2*s3*c1;
dm(l+5)=-s3*s1+c3*s2*c1;
dm(l+6)=c1*s3+s1*s2*c3;
dm(l+7)=-c2*c3*c1;
dm(l+8)=c3*s1+s3*s2*c1;
dm(l+9)=-c1*c2;
dm(l+10)=s2*s1;
dm(l+11)=0;
dm(l+12)=-s1*c3-c1*s2*s3;
dm(l+13)=-c2*s3*s1;
dm(l+14)=-s3*c1-c3*s2*c1;
dm(l+15)=-s1*s3+c1*s2*c3;
dm(l+16)=c2*c3*s1;
dm(l+17)=c3*c1-s3*s2*s1;
dm(l+18)=0;
dm(l+19)=c2;
dm(l+20)=0;
dm(l+21)=0;
dm(l+22)=s2*s3;
dm(l+23)=-c3*c2;
dm(l+24)=0;
dm(l+25)=-s2*c3;
dm(l+26)=-s3*c2;
    k=k+6;l=l+27;j=j+9;
end
% *****
    aux1=0;
    for i=1:nf,
        ntf=aux1+nff(i);
        aux1=ntf;
    end
    aux=0;
    for i=1:nf,
        for j=1:nff(i),
            np=aux+npf(j);
            aux=np;

```

```

        end
        end
        np=aux;
        ntf=aux1;
        for i=1:2*np,
            for j=1:(6*nf)+(3*ntf)+np,
                a(i,j)=0.0;
            end
        end
Z #####
    p=(6*nf)+1;q=(6*nf)+(3*ntf)+1;r=4;o=1;l=1;
    for i=1:nf,
        for j=1:nff(i),
            for k=1:npf(j),
                xp(l)=xo(p)+xo(q)*xb(o)-xo(r);
                xp(l+1)=xo(p+1)+xo(q)*xb(o+1)-xo(r+1);
                xp(l+2)=xo(p+2)+xo(q)*xb(o+2)-xo(r+2);
                q=q+1; l=l+3;
            end
            p=p+3;o=o+3;
        end
        r=r+6;
    end
Z #####
Z MONTAGEM DA MATRIZ A
    l=1;r=1;n=(6*nf)+1;o=(6*nf)+(3*ntf)+1;t=1;p=1;q=1;v=1;
    for i=1:nf,
        for j=1:nff(i),
            for k=1:npf(j),
                a(l,r)=f*((dm(p)*xp(q)+dm(p+3)*xp(q+1)+dm(p+6)*xp(q+2))*...
                    (m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))-...
                    (dm(p+18)*xp(q)+dm(p+21)*xp(q+1)+dm(p+24)*xp(q+2))*...
                    (m(t)*xp(q)+m(t+1)*xp(q+1)+m(t+2)*xp(q+2)))/...
                    ((m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))^2);
                a(l,r+1)=f*((dm(p+1)*xp(q)+dm(p+4)*xp(q+1)+dm(p+7)*xp(q+2))*...
                    (m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))-...
                    (dm(p+19)*xp(q)+dm(p+22)*xp(q+1)+dm(p+25)*xp(q+2))*...
                    (m(t)*xp(q)+m(t+1)*xp(q+1)+m(t+2)*xp(q+2)))/...
                    ((m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))^2);
                a(l,r+2)=f*((dm(p+2)*xp(q)+dm(p+5)*xp(q+1)+dm(p+8)*xp(q+2))*...
                    (m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))-...
                    (dm(p+20)*xp(q)+dm(p+23)*xp(q+1)+dm(p+26)*xp(q+2))*...
                    (m(t)*xp(q)+m(t+1)*xp(q+1)+m(t+2)*xp(q+2)))/...
                    ((m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))^2);
                a(l,r+3)=f*((-m(t))*m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))+...
                    m(t+6)*m(t)*xp(q)+m(t+1)*xp(q+1)+m(t+2)*xp(q+2))/...
                    ((m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))^2);
                a(l,r+4)=f*((-m(t+1))*m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))+...
                    m(t+7)*m(t)*xp(q)+m(t+1)*xp(q+1)+m(t+2)*xp(q+2))/...
                    ((m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))^2);
            end
        end
    end

```



```

m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))-(xb(v)*m(t+6)+xb(v+1)*...
m(t+7)+xb(v+2)*m(t+8))*m(t+3)*xp(q)+m(t+4)*xp(q+1)+m(t+5)*xp(q+2))/...
((m(t+6)*xp(q)+m(t+7)*xp(q+1)+m(t+8)*xp(q+2))^2);
o=o+1;q=q+3;l=l+2;
end
n=n+3;v=v+3;
end
r=r+6;p=p+27;t=t+9;
end
X #####
X MONTAGEM DA MATRIZ P DAS OBSERVACOES
pe=eye(2*np)*sigpr/(dp^2);
X #####
X MONTAGEM DO VETOR L
k=1;j=1;i=1;
for n=1:nf,
for l=1:nff(n),
for r=1:npl(l),
lo(k)=f*((m(i)*xp(j)+m(i+1)*xp(j+1)+m(i+2)*xp(j+2))/(m(i+6)*xp(j)+m(i+7)*...
xp(j+1)+m(i+8)*xp(j+2)));
lo(k+1)=f*((m(i+3)*xp(j)+m(i+4)*xp(j+1)+m(i+5)*xp(j+2))/(m(i+6)*xp(j)+m(i+7)*...
xp(j+1)+m(i+8)*xp(j+2)));
k=k+2;j=j+3;
end
end
i=i+9;
end
ll=lo'-lb;
X #####
X AJUSTAMENTO MODELO PARAMETRICO COM INJUNCAO DE PESO
nn=a'*pe*la;
uu=a'*pe*ll;

j=1;
for i=1:nf,
px(j)=1.0/(dep(j)^2);
px(j+1)=1.0/(dep(j+1)^2);
px(j+2)=1.0/(dep(j+2)^2);
j=j+3;
end
k=(6*nf)+1;i=1;
for j=1:nf,
nn(k,k)=nn(k,k)+px(i);
nn(k+1,k+1)=nn(k+1,k+1)+px(i+1);
nn(k+2,k+2)=nn(k+2,k+2)+px(i+2);
uu(k)=uu(k)+px(i)*(xo(k)-co(i));
uu(k+1)=uu(k+1)+px(i+1)*(xo(k+1)-co(i+1));
uu(k+2)=uu(k+2)+px(i+2)*(xo(k+2)-co(i+2));
k=k+3;i=i+3;
end
nl=inv(nn);

```

```

xx=-n!*uu;
xa=x0+xx;
xo=xa;
xa(1)
xa(2)
xa(3)
Z *****
Z FIM DO LOOP ITERATIVO
  iter=iter+1
end
Z *****
Z PASSAGEM DE RADIANOS PARA DECIMOS DE GRAU
  j=1;
  for i=1:nf,
    xar(j)=xa(j)*180/pi;
    xar(j+1)=xa(j+1)*180/pi;
    xar(j+2)=xa(j+2)*180/pi;
    j=j+6;
  end
Z *****
Z SAIDA: KAPA, FI, OMEGA, XO, YO E ZO
  j=1;
  for i=1:nf,
    par(j)=xa(j);
    par(j+1)=xa(j+1);
    par(j+2)=xa(j+2);
    par(j+3)=xa(j+3);
    par(j+4)=xa(j+4);
    par(j+5)=xa(j+5);
    j=j+6;
  end
  part=par';
Z *****
Z MATRIZ VARIANCIA E COVARIANCIA
Z  vv=a*xx+11;
Z  sigps=vv'*pe*vv/((2*np)-(6*nf+3*ntf+np))
Z  sigps=(11'*pe*11+xx'*uu)/((2*np)-(6*nf+3*ntf+np))
Z  nvc=sigps*nl;
Z *****
Z SAIDA DOS DADOS
  save sair1.mat par
  save sair1.dat par /ascii
  save sair2.mat nvc
  save sair3.dat nvc /ascii
Z *****
  disp('fim do programa');
Z *****
Z *****

```

```

Z #####
Z PROGRAMA PRINCIPAL - FELICI.M
Z DETERMINACAO DOS DESCRITORES DA FEICAO LINEAR CIRCULAR
Z PROGRAMADORA: CLAUDIA REGINA G D'ARCE FILETTI
Z #####
Z ENTRADA DOS DADOS
Z ARQUIVO DE DADC1 = ESTIMATIVAS DE PRECISAO DAS OBSERVACOES
Z ARQUIVO DE DADC2 = MATRIZ DAS OBSERVACOES
Z ARQUIVO DE DADC3 = PARAMETROS APROXIMADOS DOS DESCRITORES DA
Z           FEICAO LINEAR CIRCULAR
Z #####
clear
format long
    load dadc1.mat
    load dadc2.mat
    load dadc3.mat
Z #####
nfr=input('entre com o numero de feicoes= ');
    for i=1:nfr,
        npf(i)=input('entre com o numero de pontos por cada feicao= ');
    end
aux=0;
    for r=1:nfr
        np=aux+npf(r);
        aux=np;
    end
np=aux;
nec=2*np;
npa=4*nfr;
nob=3*np;
Z #####
Z MONTAGEM DO VETOR PESO
dp=dadc1;
i=1;j=1;
    for r=1:nfr,
        for m=1:npf(r),
            p1(j)=1./(dp(i)^2);
            p1(j+1)=1./(dp(i+1)^2);
            p1(j+2)=1./(dp(i+2)^2);
            i=i+3;j=j+3;
        end
    end
Z MATRIZ DOS PESOS
p=diag(p1);
Z #####
Z MONTAGEM DO VETOR DAS OBSERVACOES
lb=dadc2;
Z #####
Z MONTAGEM DO VETOR DOS PARAMETROS APROXIMADOS
xo=dadc3;

```

```

Z #####
Z MONTAGEM DO VETOR NORMAL
    i=1;k=1;j=1;
    for m=1:nfr,
        a(i)=lb(j+3)-lb(j);
        a(i+1)=lb(j+4)-lb(j+1);
        a(i+2)=lb(j+5)-lb(j+2);
        b(i)=lb(j+6)-lb(j);
        b(i+1)=lb(j+7)-lb(j+1);
        b(i+2)=lb(j+8)-lb(j+2);
        xn1(k)=(a(i+1)*b(i+2)-(a(i+2)*b(i+1)));
        xn1(k+1)=-((a(i)*b(i+2)-(a(i+2)*b(i))));
        xn1(k+2)=(a(i)*b(i+1)-(a(i+1)*b(i)));
        xn(k)=xn1(k)/sqrt(xn1(k)^2+xn1(k+1)^2+xn1(k+2)^2);
        xn(k+1)=xn1(k+1)/sqrt(xn1(k)^2+xn1(k+1)^2+xn1(k+2)^2);
        xn(k+2)=xn1(k+2)/sqrt(xn1(k)^2+xn1(k+1)^2+xn1(k+2)^2);
        k=k+3;j=j+9;i=i+3;
    end
Z #####
    iter=0;
Z #####
Z INICIO DO PROCESSO ITERATIVO
    while iter<7
Z #####
Z MONTAGEM DA MATRIZ A
        k=1;l=1;j=1;i=1;m=1;
        for r=1:nfr,
            for o=1:npf(r);
                a(k,l)=-2*(lb(j)-xo(i));
                a(k,l+1)=-2*(lb(j+1)-xo(i+1));
                a(k,l+2)=-2*(lb(j+2)-xo(i+2));
                a(k,l+3)=-2*xo(i+3);
                a(k+1,l)=-xn(m);
                a(k+1,l+1)=-xn(m+1);
                a(k+1,l+2)=-xn(m+2);
                a(k+1,l+3)=0;
                k=k+2;j=j+3;
            end
            l=l+4;i=i+4;m=m+3;
        end
Z #####
Z MONTAGEM DA MATRIZ B
        k=1;i=1;j=1;l=1;m=1;
        for r=1:nfr,
            for t=1:npf(r),
                b(k,l)=2*(lb(j)-xo(i));
                b(k,l+1)=2*(lb(j+1)-xo(i+1));
                b(k,l+2)=2*(lb(j+2)-xo(i+2));
                b(k+1,l)=xn(m);
                b(k+1,l+1)=xn(m+1);
            end
        end

```

```

        b(k+1,1+2)=xn(m+2);
            j=j+3;k=k+2;l=1+3;
        end
        i=i+4;m=m+3;
    end
% #####
% MONTAGEM DO VETOR ERRO DE FECHAMENTO DAS EQUACOES DE CONDICAO
    k=1;i=1;j=1;m=1;
    for r=1:nfr,
        for n=1:nprf(r),
            w(k)=(lb(j)-xo(i))^2+(lb(j+1)-xo(i+1))^2+(lb(j+2)-xo(i+2))^2-xo(i+3)^2;
            w(k+1)=(lb(j)-xo(i))*xn(m)+(lb(j+1)-xo(i+1))*xn(m+1)+(lb(j+2)-xo(i+2))*...
                xn(m+2);
                j=j+3;k=k+2;
            end
            i=i+4;m=m+3;
        end
    % #####
% AJUSTAMENTO (METODO COMBINADO)
        pin=inv(p);
        xc1=b*pin*b';
        m=pinv(xc1);
        xc2=a'*m*a;
        tin=pinv(xc2);
        cx=-tin*a'*m*w';
        xa=xo+cx;
    % #####
        la=lb;
    % #####
        xo=xa;
        lb=la;
        xnt=xn';
    % #####
        iter=iter+1
    % FIM DO LOOP ITERATIVO
    end
% #####
% CALCULO DA MATRIZ VARIANCIA E COVARIANCIA
    sig=(-m*(a'*cx+w'))'*w'/(nec-npa);
    mvc=sig*tin;
% #####
% SAIDA DOS DADOS (XA,SIC,XB,LA,MVC)
    save xnci.mat xnt
    save xnci.dat xnt /ascii
    save datc1.mat xa
    save datc1.dat xa /ascii
    save datc2.mat mvc
    save datc2.dat mvc /ascii
    save datc3.mat lb
    save datc3.dat lb /ascii

```

```
    disp('fim do programa');  
X #####  
X #####
```

```

% *****
% PROGRAMA PRINCIPAL - ADICI.M
% RESSECAO ESPACIAL COM USO DE FEICOES CIRCULARES COMO CONTROLE
% PROGRAMADORA: CLAUDIA REGINA G. D'ARCE FILETTI
% *****
% PARC.MAT - PARAMETROS (K,FI,W,X0,Y0,Z0)
% CONST.MAT - COORDENADAS DOS DESCRITORES DAS FEICOES CIRCULARES
% XNCI.MAT - COORDENADAS XN,YN,ZN VETOR NORMAL AO PLANO DAS F.L.CIR.
% OBSC.MAT - FOTOCOORDENADAS (xi,yi)
% *****
clear
format long
load parc.mat
load obsc.mat
load const.mat
load xnci.mat
co=const;
xo=parc;
lb=obsc;
xn=xnci;
nf=input('entre com o numero de fotos= ');
for i=1:nf,
nff(i)=input('entre com o numero de feicoes por foto= ');
end
for i=1:nff,
npf(i)=input('entre com o numero de pontos por feicao= ');
end
disp(' ');
disp('diapositivo entre " - " , negativo entre " + "');
f=input('entre com a distancia focal= ');
dep=input('entre com o desvio padrao das observacoes= ');
sigpri=input('entre com o sig a priori= ');
% *****
aux=0;aux1=0;
for i=1:nf,
ntf=aux1+nff(i);
aux1=ntf;
end
ntf=aux1;
for i=1:nf,
for j=1:nff(i),
np=aux+npf(i);
aux=np;
end
end
np=aux;
nec=4*np;
npa=6*nf;
nob=2*np;
% *****

```

```

% MATRIZ PESO
for i=1:nob,
    pl(i)=sigpri/(dep)^2;
end
    ps=diag(pl);
% =====
% INICIO DO PROCESSO ITERATIVO
iter=0;
while iter<7
    k=1;j=1;l=1;
    for i=1:nf,
        c1=cos(xo(k));
        c2=cos(xo(k+1));
        c3=cos(xo(k+2));
        s1=sin(xo(k));
        s2=sin(xo(k+1));
        s3=sin(xo(k+2));
        m(j)=c2*c1;
        m(j+1)=c3*s1+s3*s2*c1;
        m(j+2)=s3*s1-c3*s2*c1;
        m(j+3)=-c2*s1;
        m(j+4)=c3*c1-s3*s2*s1;
        m(j+5)=s3*c1+c3*s2*s1;
        m(j+6)=s2;
        m(j+7)=-s3*c2;
        m(j+8)=c3*c2;
        d(m(1))=-s1*c2;
        d(m(1+1))=-s2*c1;
        d(m(1+2))=0;
        d(m(1+3))=c1*c3-s1*s2*s3;
        d(m(1+4))=c2*s3*c1;
        d(m(1+5))=-s3*s1+c3*s2*c1;
        d(m(1+6))=c1*s3+s1*s2*c3;
        d(m(1+7))=-c2*c3*c1;
        d(m(1+8))=c3*s1+s3*s2*c1;
        d(m(1+9))=-c1*c2;
        d(m(1+10))=s2*s1;
        d(m(1+11))=0;
        d(m(1+12))=-s1*c3-c1*s2*s3;
        d(m(1+13))=-c2*s3*s1;
        d(m(1+14))=-s3*c1-c3*s2*s1;
        d(m(1+15))=-s1*s3+c1*s2*c3;
        d(m(1+16))=c2*c3*s1;
        d(m(1+17))=c3*c1-s3*s2*s1;
        d(m(1+18))=0;
        d(m(1+19))=c2;
        d(m(1+20))=0;
        d(m(1+21))=0;
        d(m(1+22))=s2*s3;
        d(m(1+23))=-c3*c2;
    end
    iter=iter+1;
end

```

```

dm(l+24)=0;
dm(l+25)=-s2*c3;
dm(l+26)=-s3*c2;
    k=k+6;l=l+27;j=j+9;
end
X #####
l=1;i=1;j=1;k=1;d=1;n=1;o=1;q=1;c=1;p=1;
    for r=1:nf,
        for t=1:nff(r),
            for u=1:npgf(t),
                ro(l)=mm(i)*lb(j)+mm(i+3)*lb(j+1)+mm(i+6)*f;
                ro(l+1)=mm(i+1)*lb(j)+mm(i+4)*lb(j+1)+mm(i+7)*f;
                ro(l+2)=mm(i+2)*lb(j)+mm(i+5)*lb(j+1)+mm(i+8)*f;
                dro(k)=dm(d)*lb(j)+dm(d+9)*lb(j+1)+dm(d+18)*f;
                dro(k+1)=dm(d+1)*lb(j)+dm(d+10)*lb(j+1)+dm(d+19)*f;
                dro(k+2)=dm(d+2)*lb(j)+dm(d+11)*lb(j+1)+dm(d+20)*f;
                dro(k+3)=dm(d+3)*lb(j)+dm(d+12)*lb(j+1)+dm(d+21)*f;
                dro(k+4)=dm(d+4)*lb(j)+dm(d+13)*lb(j+1)+dm(d+22)*f;
                dro(k+5)=dm(d+5)*lb(j)+dm(d+14)*lb(j+1)+dm(d+23)*f;
                dro(k+6)=dm(d+6)*lb(j)+dm(d+15)*lb(j+1)+dm(d+24)*f;
                dro(k+7)=dm(d+7)*lb(j)+dm(d+16)*lb(j+1)+dm(d+25)*f;
                dro(k+8)=dm(d+8)*lb(j)+dm(d+17)*lb(j+1)+dm(d+26)*f;
            X #####
                ds(n)=(dro(k)*xn(p)+dro(k+3)*xn(p+1)+dro(k+6)*xn(p+2))*...
                    ((xo(q+3)-co(o))*xn(p)+(xo(q+4)-co(o+1))*xn(p+1)+...
                    (xo(q+5)-co(o+2))*xn(p+2))/(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*...
                    xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2))^2;
                ds(n+1)=(dro(k+1)*xn(p)+dro(k+4)*xn(p+1)+dro(k+7)*xn(p+2))*...
                    ((xo(q+3)-co(o))*xn(p)+(xo(q+4)-co(o+1))*xn(p+1)+...
                    (xo(q+5)-co(o+2))*xn(p+2))/(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*...
                    xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2))^2;
                ds(n+2)=(dro(k+2)*xn(p)+dro(k+5)*xn(p+1)+dro(k+8)*xn(p+2))*...
                    ((xo(q+3)-co(o))*xn(p)+(xo(q+4)-co(o+1))*xn(p+1)+...
                    (xo(q+5)-co(o+2))*xn(p+2))/(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*...
                    xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2))^2;
                ds(n+3)=(-xn(p)*(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2)))/...
                    (ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2))^2;
                ds(n+4)=(-xn(p+1)*(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2)))/...
                    (ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2))^2;
                ds(n+5)=(-xn(p+2)*(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2)))/...
                    (ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2))^2;
                ds(n+6)=((mm(i)*xn(p)+mm(i+1)*xn(p+1)+mm(i+2)*xn(p+2))*...
                    ((xn(q+3)-co(o))*xn(p)+(xo(q+4)-co(o+1))*xn(p+1)+...
                    (xo(q+5)-co(o+2))*xn(p+2)))/(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*...
                    xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2))^2;
                ds(n+7)=((mm(i+3)*xn(p)+mm(i+4)*xn(p+1)+mm(i+5)*xn(p+2))*...
                    ((xo(q+3)-co(o))*xn(p)+(xo(q+4)-co(o+1))*xn(p+1)+...
                    (xo(q+5)-co(o+2))*xn(p+2)))/(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*...
                    xn(p+1)+ro(l+2)*xn(p+2))^2;
            X #####
            end
        end
    end

```

```

s(c)=-((xo(q+3)-co(o))*xn(p)+(xo(q+4)-co(o+1))*xn(p+1)+...
      (xo(q+5)-co(o+2))*xn(p+2))/(ro(l)*xn(p)+ro(l+1)*xn(p+1)+...
      ro(l+2)*xn(p+2));
% #####
jj(c)=mm(i+6)*ro(l)+mm(i+7)*ro(l+1)+mm(i+8)*ro(l+2);
kk(c)=mm(i)*ro(l)+mm(i+1)*ro(l+1)+mm(i+2)*ro(l+2);
ll(c)=mm(i+3)*ro(l)+mm(i+4)*ro(l+1)+mm(i+5)*ro(l+2);
      l=l+3;j=j+2;k=k+9;n=n+8;c=c+1;
      end
      p=p+3;o=o+4;
      end
      i=i+9;d=d+27;q=q+6;
      end
% #####
% MONTAGEM DA MATRIZ A
e=l;r=1;p=1;m=1;q=1;o=1;n=1;j=1;i=1;d=1;k=1;c=1;
for t=1:nf,
  for u=1:nff(t),
    for v=1:npf(u),
a(e,r)=f/(jj(j)^2)*((dm(p)*ro(q)+dro(o)*mm(m)+dm(p+3)*ro(q+1)+dro(o+3)*...
  mm(m+1)+dm(p+6)*ro(q+2)+dro(o+6)*mm(m+2))*jj(j)-(dm(p+18)*ro(q)+...
  dro(o)*mm(m+6)+dm(p+21)*ro(q+1)+dro(o+3)*mm(m+7)+dm(p+24)*ro(q+2)+...
  dro(o+6)*mm(m+8))*kk(j));
a(e,r+1)=f/(jj(j)^2)*((dm(p+1)*ro(q)+dro(o+1)*mm(m)+dm(p+4)*ro(q+1)+...
  dro(o+4)*mm(m+1)+dm(p+7)*ro(q+2)+dro(o+7)*mm(m+2))*jj(j)-(dm(p+19)*...
  ro(q)+dro(o+1)*mm(m+6)+dm(p+22)*ro(q+1)+dro(o+4)*mm(m+7)+dm(p+25)*...
  ro(q+2)+dro(o+7)*mm(m+8))*kk(j));
a(e,r+2)=f/(jj(j)^2)*((dm(p+2)*ro(q)+dro(o+2)*mm(m)+dm(p+5)*ro(q+1)+...
  dro(o+5)*mm(m+1)+dm(p+8)*ro(q+2)+dro(o+8)*mm(m+2))*jj(j)-(dm(p+20)*...
  ro(q)+dro(o+2)*mm(m+6)+dm(p+23)*ro(q+1)+dro(o+5)*mm(m+7)+dm(p+26)*...
  ro(q+2)+dro(o+8)*mm(m+8))*kk(j));
a(e,r+3)=0;
a(e,r+4)=0;
a(e,r+5)=0;
a(e+1,r)=f/(jj(j)^2)*((dm(p+9)*ro(q)+dro(o)*mm(m+3)+dm(p+12)*ro(q+1)+...
  dro(o+3)*mm(m+4)+dm(p+15)*ro(q+2)+dro(o+6)*mm(m+5))*jj(j)-...
  (dm(p+18)*ro(q)+dro(o)*mm(m+6)+dm(p+21)*ro(q+1)+dro(o+3)*...
  mm(m+7)+dm(p+24)*ro(q+2)+dro(o+6)*mm(m+8))*ll(j));
a(e+1,r+1)=f/(jj(j)^2)*((dm(p+10)*ro(q)+dro(o+1)*mm(m+3)+dm(p+13)*...
  ro(q+1)+dro(o+4)*mm(m+4)+dm(p+16)*ro(q+2)+dro(o+7)*mm(m+5))*...
  jj(j)-(dm(p+19)*ro(q)+dro(o+1)*mm(m+6)+dm(p+22)*ro(q+1)+...
  dro(o+4)*mm(m+7)+dm(p+25)*ro(q+2)+dro(o+7)*mm(m+8))*ll(j));
a(e+1,r+2)=f/(jj(j)^2)*((dm(p+11)*ro(q)+dro(o+2)*mm(m+3)+dm(p+14)*...
  ro(q+1)+dro(o+5)*mm(m+4)+dm(p+17)*ro(q+2)+dro(o+8)*mm(m+5))*...
  jj(j)-(dm(p+20)*ro(q)+dro(o+2)*mm(m+6)+dm(p+23)*ro(q+1)+...
  dro(o+5)*mm(m+7)+dm(p+26)*ro(q+2)+dro(o+8)*mm(m+8))*ll(j));
a(e+1,r+3)=0;
a(e+1,r+4)=0;
a(e+1,r+5)=0;
a(e+2,r)=2*((xo(i+3)+s(c))*ro(q)-co(k))*((ds(n)*ro(q)+dro(o)*s(c))+...

```

```

(xo(i+4)+s(c)*ro(q+1)-co(k+1))*(ds(n)*ro(q+1)+dro(o+3)*s(c))+...
(xo(i+5)+s(c)*ro(q+2)-co(k+2))*(ds(n)*ro(q+2)+dro(o+6)*s(c));
a(e+2,r+1)=2*((xo(i+3)+s(c)*ro(q)-co(k))*(ds(n+1)*ro(q)+dro(o+1)*s(c))+...
(xo(i+4)+s(c)*ro(q+1)-co(k+1))*(ds(n+1)*ro(q+1)+dro(o+4)*s(c))+...
(xo(i+5)+s(c)*ro(q+2)-co(k+2))*(ds(n+1)*ro(q+2)+dro(o+7)*s(c));
a(e+2,r+2)=2*((xo(i+3)+s(c)*ro(q)-co(k))*(ds(n+2)*ro(q)+dro(o+2)*s(c))+...
(xo(i+4)+s(c)*ro(q+1)-co(k+1))*(ds(n+2)*ro(q+1)+dro(o+5)*s(c))+...
(xo(i+5)+s(c)*ro(q+2)-co(k+2))*(ds(n+2)*ro(q+2)+dro(o+8)*s(c));
a(e+2,r+3)=2*((xo(i+3)+s(c)*ro(q)-co(k))*(1+ds(n+3)*ro(q))+(xo(i+4)+...
s(c)*ro(q+1)-co(k+1))*ds(n+3)*ro(q+1)+(xo(i+5)+s(c)*ro(q+2)-...
co(k+2))*ds(n+3)*ro(q+2));
a(e+2,r+4)=2*((xo(i+3)+s(c)*ro(q)-co(k))*ds(n+4)*ro(q)+(xo(i+4)+...
s(c)*ro(q+1)-co(k+1))*(1+ds(n+4)*ro(q+1))+(xo(i+5)+s(c)*ro(q+2)-...
co(k+2))*ds(n+4)*ro(q+2));
a(e+2,r+5)=2*((xo(i+3)+s(c)*ro(q)-co(k))*ds(n+5)*ro(q)+(xo(i+4)+...
s(c)*ro(q+1)-co(k+1))*ds(n+5)*ro(q+1)+(xo(i+5)+s(c)*ro(q+2)-...
co(k+2))*(1+ds(n+5)*ro(q+2)));
a(e+3,r)=(ds(n)*ro(q)+dro(o)*s(c))*xn(d)+(ds(n)*ro(q+1)+dro(o+3)*s(c))*...
xn(d+1)+(ds(n)*ro(q+2)+dro(o+6)*s(c))*xn(d+2);
a(e+3,r+1)=(ds(n+1)*ro(q)+dro(o+1)*s(c))*xn(d)+(ds(n+1)*ro(q+1)+dro(o+4)*...
s(c))*xn(d+1)+(ds(n+1)*ro(q+2)+dro(o+7)*s(c))*xn(d+2);
a(e+3,r+2)=(ds(n+2)*ro(q)+dro(o+2)*s(c))*xn(d)+(ds(n+2)*ro(q+1)+dro(o+5)*...
s(c))*xn(d+1)+(ds(n+2)*ro(q+2)+dro(o+8)*s(c))*xn(d+2);
a(e+3,r+3)=(1+ds(n+3)*ro(q))*xn(d)+ds(n+3)*ro(q+1)*xn(d+1)+ds(n+3)*...
ro(q+2)*xn(d+2);
a(e+3,r+4)=ds(n+4)*ro(q)*xn(d)+(1+ds(n+4)*ro(q+1))*xn(d+1)+ds(n+4)*...
ro(q+2)*xn(d+2);
a(e+3,r+5)=ds(n+5)*ro(q)*xn(d)+ds(n+5)*ro(q+1)*xn(d+1)+(1+ds(n+5)*...
ro(q+2))*xn(d+2);
e=e+4;q=q+3;o=o+9;n=n+8;j=j+1;c=c+1;
end
d=d+3;k=k+4;
end
r=r+6;p=p+27;m=m+9;i=i+6;
end

```

```
Z #####
```

```
Z MONTAGEM DA MATRIZ B
```

```

j=1;m=1;d=1;n=1;q=1;i=1;k=1;l=1;e=1;
for t=1:nf,
    for u=1:nff(t),
        for v=1:npf(u),
            b(l,e)=f/jj(j)^2*((mm(m)^2+mm(m+1)^2+mm(m+2)^2)*jj(j)-(mm(m)*mm(m+6)+...
            mm(m+1)*mm(m+7)+mm(m+2)*mm(m+8))*kk(j))-1;
            b(l,e+1)=f/jj(j)^2*((mm(m+3)*mm(m)+mm(t+4)*mm(m+1)+mm(m+5)*mm(m+2))*jj(j)-...
            (mm(m+3)*mm(m+6)+mm(m+4)*mm(m+7)+mm(m+5)*mm(m+8))*kk(j));
            b(l+1,e)=f/jj(j)^2*((mm(m)*mm(m+3)+mm(m+1)*mm(m+4)+mm(m+2)*mm(m+5))*jj(j)-...
            (mm(m)*mm(m+6)+mm(m+1)*mm(m+7)+mm(m+2)*mm(m+8))*ll(j));
            b(l+1,e+1)=f/jj(j)^2*((mm(m+3)^2+mm(m+4)^2+mm(m+5)^2)*jj(j)-(mm(m+3)*...
            mm(m+6)+mm(m+4)*mm(m+7)+mm(m+5)*mm(m+8))*ll(j))-1;
        end
    end
end

```

```

b(l+2,e)=2*((xo(i+3)+s(j))*ro(q)-co(k))*((ds(n+6))*ro(q)+mm(m)*s(j))+...
          (xo(i+4)+s(j))*ro(q+1)-co(k+1))*((ds(n+6))*ro(q+1)+mm(m+1)*s(j))+...
          (xo(i+5)+s(j))*ro(q+2)-co(k+2))*((ds(n+6))*ro(q+2)+mm(m+2)*s(j));
b(l+2,e+1)=2*((xo(i+3)+s(j))*ro(q)-co(k))*((ds(n+7))*ro(q)+mm(m+3)*s(j))+...
          (xo(i+4)+s(j))*ro(q+1)-co(k+1))*((ds(n+7))*ro(q+1)+mm(m+4)*s(j))+...
          (xo(i+5)+s(j))*ro(q+2)-co(k+2))*((ds(n+7))*ro(q+2)+mm(m+5)*s(j));
b(l+3,e)=(ds(n+6))*ro(q)+mm(m)*s(j))*xn(d)+(ds(n+6))*ro(q+1)+mm(m+1)*s(j))*...
          xn(d+1)+(ds(n+6))*ro(q+2)+mm(m+2)*s(j))*xn(d+2);
b(l+3,e+1)=(ds(n+7))*ro(q)+mm(m+3)*s(j))*xn(d)+(ds(n+7))*ro(q+1)+mm(m+4)*...
          s(j))*xn(d+1)+(ds(n+7))*ro(q+2)+mm(m+5)*s(j))*xn(d+2);
l=l+4;j=j+1;n=n+8;q=q+3;e=e+2;
end
k=k+4;d=d+3;r=r+4;
end
i=i+6;m=m+9;
end
Z #####
Z MONTAGEM DO VETOR W
j=1;r=1;q=1;d=1;i=1;o=1;k=1;
for t=1:nf,
for u=1:nff(t),
for v=1:npf(u),
w(r)=(fkk(j)/jj(j))-lb(o);
w(r+1)=(fll(j)/jj(j))-lb(o+1);
w(r+2)=(xo(i+3)+s(j))*ro(q)-co(k))^2+(xo(i+4)+s(j))*ro(q+1)-co(k+1))^2+...
          (xo(i+5)+s(j))*ro(q+2)-co(k+2))^2-co(k+3)^2;
w(r+3)=(xo(i+3)+s(j))*ro(q)-co(k))*xn(d)+(xo(i+4)+s(j))*ro(q+1)-co(k+1))*...
          xn(d+1)+(xo(i+5)+s(j))*ro(q+2)-co(k+2))*xn(d+2);
j=j+1;r=r+4;o=o+2;q=q+3;
end
d=d+3;k=k+4;
end
i=i+6;
end
Z #####
Z AJUSTAMENTO (METODO COMBINADO)
pin=inv(ps);
xc1=b*pin*b';
m=pinv(xc1);
xc2=a'*m*a;
tin=pinv(xc2);
cx=-tin*a'*m*w';
xa=xo+cx;
Z v=pin*b'*(-m*(a*cx+w'));
Z #####
la=lb;
Z #####
xo=xa;
lb=la;
Z #####

```

```

    iter=iter+1
% FIM DO LOOP ITERATIVO
    end
% #####
% CALCULO DA MATRIZ VARIANCIA E COVARIANCIA
    sig=(-m*(a*cx+w'))'*w'/(nec-npa);
    mvc=sig*tin;
% #####
% PASSAGEM DE RADIANS PARA DECIMOS DE GRAU
    j=1;
    for i=1:nf,
        xa(j)=xa(j)*180/3.141592654;
        xa(j+1)=xa(j+1)*180/3.141592654;
        xa(j+2)=xa(j+2)*180/3.141592654;
        j=j+6;
    end
% SAIDA DOS DADOS (XA,S1C,XB,LA,MVC)
    save saic1.mat xa
    save saic1.dat xa /ascii
    save saic3.mat mvc
    save saic3.dat mvc /ascii
    save saic2.mat lb
    save saic2.dat lb /ascii
    disp('fim do programa');
% #####
% #####

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- |01| ARAKI, H. Refinamento da Correção Geométrica de Imagens Digitais TM LANDSAT através da Modelagem de Efeito, Utilizando Feições Retas como Controle. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPr., Curitiba-Pr., 1990.
- |02| DALMOLIN, G. Uma Alternativa para Contribuir no Apoio Cartográfico à Densificação Gravimétrica. Tese Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Pr, 1989.
- |03| DAL POZ, A. P. Um Sistema Fotogramétrico Voltado para a Exploração do Recurso de Feições Retas. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPr., Curitiba-Pr., 1991.
- |04| LUGNANI, J. B. Using Digital Entities as Control. Phd. Thesis, Department of Surveying Engineering, UNB, 1980.
- |05| LUGNANI, J. B. Introdução à Fototriangulação. Universidade Federal do Paraná, Curitiba-Pr., 1987.
- |06| MASRY, S. E. Digital Mapping Using Entities: A New Concept. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing. Falls Church, vol 48(11), 1981.

- [07] MOFFIT, F. H. Photogrammetry. 2. ed. New York, Harper & Row, 1967. 122 p.
- [08] MULAWA, D. C. & MIKHAIL, E. M. Photogrammetric Treatment of Linear Features. In.: Anais do 16th Internacional Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, Kyoto, Japão, 1988.
- [09] SANTOS, N. M. Vetores e Matrizes. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 2a. Edição, Rio de Janeiro, RJ, 1986.
- [10] TOMMASELLI, A. M. G. Um Modelo Alternativo à Equação de Colinearidade Utilizando Feições Retas. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, UFPr., Curitiba-Pr., 1988.
- [11] TOMMASELLI, A. M. G. & LUGNANI, J. B. An Alternative Mathematical Model to the Collinearity Equation Using Straight Features. In.: Anais do 16th Internacional Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, Kyoto, Japão, 1988.
- [12] WILLS, D. E. & KRAKIWSKY, E. J. The Method of Least Squares. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, Canadá, 1971.