

JOSÉ MILTON ARANA

## **O USO DO GPS NA ELABORAÇÃO DE CARTA GEOIDAL**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Ciências.

Orientadores:

Prof. Dr. Camil Gemael

Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade

CURITIBA

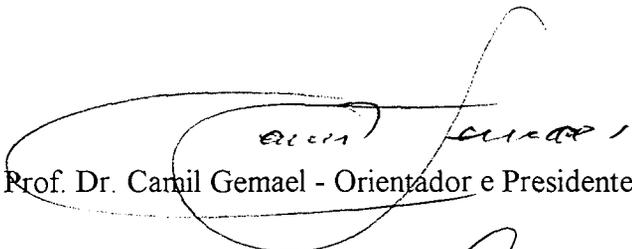
2000

**“O USO DO GPS NA ELABORAÇÃO  
DE CARTA GEOIDAL”**

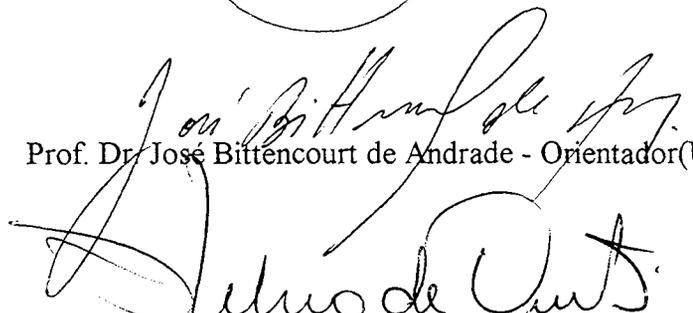
**POR**

**JOSÉ MILTON ARANA**

Tese nº 017 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:



Prof. Dr. Camil Gemael - Orientador e Presidente (UFPR)



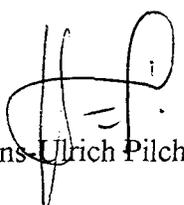
Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade - Orientador (UFPR)



Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas - Membro (UFPR)



Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira - Membro (UFPR)



Prof. Dr. Hans Ulrich Pilchowski (Membro – INPE)



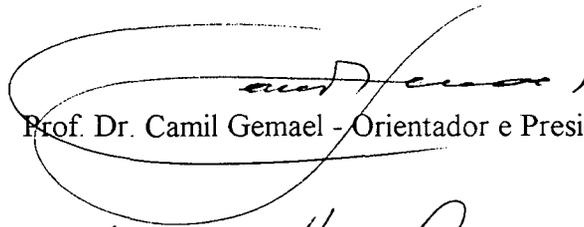
Prof. Dr. Carlos Aurélio Nadal (Membro - UFPR)

**“O USO DO GPS NA ELABORAÇÃO  
DE CARTA GEOIDAL”**

**POR**

**JOSÉ MILTON ARANA**

Tese nº 017 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:



Prof. Dr. Camil Gemael - Orientador e Presidente (UFPR)



Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade - Orientador (UFPR)



Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas - Membro (UFPR)



Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira - Membro (UFPR)



Prof. Dr. Hans-Ulrich Pichowski (Membro - INPE)



Prof. Dr. Carlos Aurélio Nadal (Membro - UFPR)

## AGRADECIMENTOS

- A Deus por ter proporcionado meios e condições para o desenvolvimento desta Tese;
- Aos orientadores Prof. Dr. Camil Gemael e Prof. Dr. José Bittencourt de Andrade;
- Ao Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas pelas sugestões e orientações nas correções finais desta Tese;
- Ao Prof. Dr. Milton de Azevedo Campos e Prof. Dr. Günter Seeber pelo início de orientação desta Tese;
- Ao colega Prof. Dr. Antonio Maria Garcia Tommaselli, pela leitura e sugestões apontadas;
- Ao colega Prof. Dr. João Francisco Galera Monico pela colaboração e sugestões no processamento dos dados GPS;
- Ao Prof. Dr. Denizar Blitzkow pela disponibilização e treinamento no uso do programa para a determinação das ondulações geoidais pelo modelo EGM96;
- À Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE, por ter cedido a relação de RRNN da região de Maringá PR.
- À Universidade Estadual Paulista – Unesp/FCT, pela concessão do afastamento integral durante o período de realização dos créditos;
- À Universidade Federal do Paraná – UFPR – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas pela disponibilização dos rastreadores GPS; e
- À Coordenadoria de Aperfeiçoamento do Pessoal de Ensino Superior – CAPES, pela concessão de Bolsa de Estudos.

*A minha esposa Alba e nossos filhos André, Daniel,  
Paulo, e ao meu pai (In memoriam) e minha mãe.*

## SUMÁRIO

TÍTULO	i
BANCA EXAMINADORA	ii
AGRADECIMENTOS	iii
DEDICATÓRIA	iv
SUMÁRIO	v
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xiii
RESUMO	xv
ABSTRACT	xvi
I INTRODUÇÃO	1
2 NOÇÕES DO NAVSTAR/GPS	7
2.1 Introdução	7
2.2 NAVSTAR/GPS	8
2.3 Limitação da acurácia do sistema	10
2.4 Fontes de erros nas determinações GPS	10
2.5 Referencial GPS	16
2.6 Precisão na altitude	20
2.6.1 Multi-caminhos	23
2.6.2 Orientação e centro de fase da antena	23
2.6.3 Medição da altura da antena	24
2.6.4 Modelo de observação	24
3 GEÓIDE	27
3.1 Introdução	27
3.2 Determinação da ondulação geoidal com uso dos modelos geopotenciais	32
3.2.1 Modelo OSU91A	34
3.2.2 Modelo EGM96	35
3.2.3 Modelo GEOCOM	36
3.3 Determinação de N a partir do GPS/nivelamento	38

<b>3.4</b>	<b>Determinação de N a partir do GPS/nivelamento associado aos modelos do geopotencial</b>	40
<b>3.5</b>	<b>Altitudes determinadas no Brasil</b>	43
<b>4</b>	<b>GPS NA ÁREA DO TRABALHO E BASE DE DADOS</b>	46
<b>4.1</b>	<b>Aspectos geomorfológicos da região</b>	46
<b>4.2</b>	<b>Localização da área</b>	47
<b>4.3</b>	<b>Reconhecimento</b>	49
<b>4.4</b>	<b>Planejamento</b>	50
<b>4.5</b>	<b>Rastreamento</b>	52
<b>4.6</b>	<b>Processamento</b>	54
<b>4.7</b>	<b>Resultados do processamento</b>	59
<b>4.8</b>	<b>Base de dados</b>	66
<b>5</b>	<b>ELABORAÇÃO DA CARTA DE ONDULAÇÃO GEOIDAL</b>	68
<b>5.1</b>	<b>Cálculo da ondulação geoidal</b>	68
5.1.1	<i>Cálculo da ondulação geoidal por GPS associado ao nivelamento</i>	68
5.1.2	<i>Cálculo da ondulação geoidal com uso do OSU91A</i>	70
5.1.3	<i>Cálculo da ondulação geoidal com uso do EGM96</i>	72
5.1.4	<i>Cálculo da ondulação geoidal com uso do GEOCOM</i>	73
5.1.5	<i>Ondulação do geóide obtido pelo GPS/nivelamento e pelos modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM</i>	74
<b>5.2</b>	<b>Elaboração da carta geoidal por GPS/nivelamento</b>	80
5.2.1	<i>Carta geoidal GPS/nivelamento – 47 RRNN</i>	80
5.2.2	<i>Carta geoidal GPS/nivelamento – 24 RRNN</i>	83
5.2.3	<i>Carta geoidal GPS/nivelamento – 13 RRNN</i>	84
5.2.4	<i>Carta geoidal GPS/nivelamento – 08 RRNN</i>	86
<b>5.3</b>	<b>Elaboração de carta geoidal utilizando-se de modelos geopotenciais</b>	88
5.3.1	<i>Carta geoidal derivada do modelo OSU91A</i>	88
5.3.2	<i>Carta geoidal derivada do modelo EGM96</i>	90
5.3.3	<i>Carta geoidal derivada do modelo GEOCOM</i>	92

<b>5.4</b>	<b>Análise das cartas de ondulações do geóide</b>	93
5.4.1	<i>Análise da tabela 20</i>	95
5.4.2	<i>Análise de tendência das cartas de ondulação do geóide gerada por GPS/nivelamento</i>	109
5.4.3	<i>Análise da exatidão das cartas de ondulação do geóide, gerados por GPS/nivelamento</i>	111
<b>5.5</b>	<b>Ondulação do geóide por modelos matemáticos</b>	113
5.5.1	<i>Resultado utilizando-se de 47 RRNN</i>	113
5.5.2	<i>Carta de ondulação do geóide derivada de modelos matemáticos, utilizando-se de 47 RRNN</i>	115
5.5.3	<i>Carta de discrepâncias entre o GPS/nivelamento e o modelo matemático</i>	116
5.5.4	<i>Resultados, utilizando-se de 24, de 13 e de 08 RRNN</i>	117
5.5.5	<i>Comparação da ondulações obtidas</i>	121
<b>6</b>	<b>INTEGRAÇÃO GPS/nivelamento COM O MODELO GEOPO- TENCIAL OSU91, EGM96 e GEÓIDE GRAVIMÉTRICO DO ESTADO DE SÃO PAULO</b>	123
<b>6.1</b>	<b>Resultado da Integração do GPS/47RRNN com os modelo OSU91A, EGM96 e GEOCOM</b>	125
6.1.1	<i>Carta Geoidal resultante de 47RRNN/GPS e modelo OSU91A</i>	128
6.1.2	<i>Carta de iso-discrepância 47RRNN/GPS e modelo OSU91A 47 RRNN e modelo OSU91A</i>	129
6.1.3	<i>Carta Geoidal resultante de 47RRNN/GPS e MODELO EGM96</i>	130
6.1.4	<i>Carta de iso-discrepância 47RRNN/GPS EGM96</i>	131
6.1.5	<i>Carta Geoidal resultade de 47RRNN/GPS e Geóide Gravimé- trico do Estado de São Paulo</i>	132
6.1.6	<i>Carta de iso-discrepância 47RRNN/GPS GEOCOM</i>	133
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	136
<b>8</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS</b>	139
<b>ANEXO 01</b>		144
<b>ANEXO 02</b>		149
<b>ANEXO 03</b>		153
<b>ANEXO 04</b>		156

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Altitudes geométrica e ortométrica. . . . .	3
Figura 02 – Estabelecimento do marco de referência . . . . .	28
Figura 03 – Determinação do nível médio (tendencioso) . . . . .	28
Figura 04 – Não paralelismo das superfícies eqüipotenciais. . . . .	30
Figura 05 – Determinação da ondulação do geóide pelo modelo do geopotencial associado ao GPS/nivelamento . . . . .	42
Figura 06 – Não paralelismo das superfícies eqüipotenciais do campo da gravidade normal . . . . .	44
Figura 07 – Região de estudo . . . . .	47
Figura 08 – Localização esquemática da área . . . . .	48
Figura 09 – RRNN planejadas a serem rastreadas GPS . . . . .	52
Figura 10 – Gráfico de desvios de 11.07.95 . . . . .	60
Figura 11 – Gráfico de desvios de 12.07.95 . . . . .	60
Figura 12 – Gráfico de desvios de 13.07.95 . . . . .	61
Figura 13 – Gráfico de desvios de 24.07.95 . . . . .	61
Figura 14 – Gráfico de desvios de 25.07.95 . . . . .	62
Figura 15 – Gráfico de desvios de 26.07.95 . . . . .	62
Figura 16 – Gráfico de desvios de 27.07.95 . . . . .	62
Figura 17 – Gráfico de desvios de 01.08.95 . . . . .	63
Figura 18 – Gráfico de desvios de 02.08.95 . . . . .	63
Figura 19 – Gráfico da média dos desvios em altitude (dh) e desvio padrão . . . . .	64
Figura 20 – Demonstrativo da altitudes e ondulações geoidais . . . . .	70

Figura 21 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 192.	76
Figura 22 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 193.	76
Figura 23 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 194.	77
Figura 24 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 205.	77
Figura 25 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 206.	77
Figura 26 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 207.	78
Figura 27 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 208.	78
Figura 28 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 213.	78
Figura 29 – Ondulações e discrepâncias do dia juliano 214.	79
Figura 30– Desvio padrão dos modelos OSU91A e EGM96	79
Figura 31 – Carta de ondulação do geóide 47RRNN	82
Figura 32 – Carta de ondulação do geóide 24RRNN	84
Figura 33 – Carta de ondulação do geóide 13RRNN	85
Figura 34 – Carta de ondulação do geóide 08RRNN	87
Figura 35 – Carta geoidal OSU91A	89
Figura 36 – Carta geoidal EGM96	91
Figura 37 – Carta geoidal GEOCOM	93
Figura 38– Diferença de ondulação (47RRNN – 47RRNN interpoladas)	96
Figura 39 – Diferença de ondulação (47RRNN – 24RRNN interpoladas)	98
Figura 40 – Diferença de ondulação (47RRNN – 13RRNN interpoladas)	100
Figura 41 – Diferença de ondulação (47RRNN – 08RRNN+interpoladas)	102
Figura 42 – Diferença de ondulação (47RRNN – OSU91A)	105

Figura 43 – Diferença de ondulação (47RRNN – EGM96) . . . . .	107
Figura 44 – Diferença de ondulação (47RNN – GEOCOM) . . . . .	109
Figura 45 – Carta geoidal elaborada por modelo matemático utilizando 47RRNN/GPS . . . . .	115
Figura 46 – Carta dos iso-resíduos GPS/nivelamento – modelo matemático GPS/nivelamento 47RRNN . . . . .	116
Figura 47 – Carta de ondulação geoidal 47RRNN/GPS + OSU91A	128
Figura 48 – Carta de iso-discrepância 47RRNN/GPS + OSU91A e GPS/nivelamento . . . . .	129
Figura 49 – Carta de ondulação geoidal 47RRNN/GPS + EGM96 . . . . .	130
Figura 50– Carta de iso-discrepância 47RRNN/GPS + EGM96 e GPS/nivelamento . . . . .	131
Figura 51 – Carta de ondulação geoidal 47RRNN/GPS + GEOCOM	132
Figura 52 – Carta de iso-discrepância 47RRNN/GPS + GEOCOM e GPS/nivelamento . . . . .	133

## LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Parâmetros WGS84 . . . . .	17
Tabela 02 – WGS84 e suas realizações . . . . .	17
Tabela 03 – Coordenadas das estações fixas nos WGS84 . . . . .	18
Tabela 04 – Combinação linear da fase do código . . . . .	26
Tabela 05 – RRNN com desvios superiores à 15 mm . . . . .	63
Tabela 06 – Resultado do processamento GPS . . . . .	65
Tabela 07 – Altitude geométrica das RRNN e ondulações geoidais. . . . .	69
Tabela 08 – RRNN e ondulações geoidais (modelo OSU91A) . . . . .	71
Tabela 09 – RRNN e ondulações geoidais (modelo EGM96) . . . . .	72
Tabela 10 – RRNN e ondulações geoidais (modelo GEOCOM) . . . . .	73
Tabela 11 – Ondulações geoidais por GPS/nivelamento; OSU91A; EGM96; e GEOCOM . . . . .	75
Tabela 12 – Média dos desvios . . . . .	79
Tabela 13 – 47 RRNN no sistema UTM e ondulações geoidais . . . . .	81
Tabela 14 – 24 RRNN no sistema UTM e ondulações geoidais . . . . .	83
Tabela 15 – 13 RRNN no sistema UTM e ondulações geoidais . . . . .	85
Tabela 16 – 08 RRNN no sistema UTM e ondulações geoidais . . . . .	86
Tabela 17 – 47 RRNN e ondulações geoidais do modelo OSU91 . . . . .	88
Tabela 18 – 47 RRNN e ondulações geoidais do modelo EGM96 . . . . .	90
Tabela 19 – 47 RRNN e ondulações geoidais do modelo GEOCOM . . . . .	91
Tabela 20 – Ondulações interpoladas e as respectivas diferenças entre o GPS/nivelamento . . . . .	94
Tabela 21 – Ondulações 47 RRNN – interpolação 47 RRNN . . . . .	95
Tabela 22 – Ondulações 47 RRNN – interpolação 24 RRNN . . . . .	97
Tabela 23 – Ondulações 47 RRNN – interpolação 13 RRNN . . . . .	99

Tabela 24 – Ondulações 47 RRNN – interpolação 08 RRNN . . . . .	101
Tabela 25 – Ondulações 47 RRNN – modelo OSU91A . . . . .	104
Tabela 26 – Ondulações 47 RRNN – modelo EGM96. . . . .	106
Tabela 27 – Ondulações 47 RRNN - modelo GEOCOM . . . . .	108
Tabela 28 – Testes de tendências das interpolações . . . . .	110
Tabela 29 – Teste $\chi^2$ . . . . .	112
Tabela 30 – Ondulação determinada pelo modelo matemático nas 47 RRNN . . . . .	114
Tabela 31 – Resíduos dos modelos (função do número de RRNN). . . . .	118
Tabela 32 – Erro médio quadrático de cada modelo . . . . .	119
Tabela 33 – Análise de tendência dos modelos matemáticos . . . . .	120
Tabela 34 – Teste $\chi^2$ dos modelos matemáticos . . . . .	120
Tabela 35 – Associação GPS/nivelamento aos modelos geopotenciais e ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo . . . . .	126
Tabela 36 – Teste de tendência dos GPS/nivelamento associado aos modelos geopotenciais e ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo . . . . .	134
Tabela 37 – Teste qui-quadrado para GPS/nivelamento associado aos modelos geopotenciais e ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo . . . . .	135
Tabela 38 – Resumo dos e.m.q. apresentados pelas cartas . . . . .	135

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AS - Anti-Spoofing

BIH – Bureau International de l’Heure

C/A-Code – Coarse-Aquisition

CodeCIS – Conventional Terrestrial System

CTRS – Conventional Terrestrial Reference Frame

DGPS – Diferencial Global Positioning System

DoD – Department of Defense

DOP – Dilution of Precision

DORIS – Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite

EGM96 – Earth Gravity Model 1996

FI – Frequência intermediária

GAS – GPS Analysis Software

GPS – Global Positioning System

GSFC – Goddard Space Flight Center

IBGE – Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

IERS – International Earth Rotation Service

IGS – International GPS Service

ITRF – IERS Terrestrial Reference Frame

LLR – Lunar Laser Range

MSC – Master Control Station

NASA – National Aeronautics and Space Administration

NAVSTAR/GPS – Navigation System with Time And Ranging/Global

Positioning System

NIMA – National Imagery and Mapping Agency

OSU91A – Ohio State University 1991 A

OTF – On-The-Fly

PDOP – Position Dilution of Precision

PPS – Precise Positioning Service

RF – Radio frequência

RBMC – Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo

RNFB – Rede de nivelamento fundamental do Brasil

RRNN – Referências de nível

SA – Selective Availability

SAD69 – South American Datum 1969

SCA – Sistema de Controle Ativo

SGB – Sistema Geodésico Brasileiro

SLR – Satellite Laser Range

SIRGAS – Sistema de Referência Geocêntrico para a América do Sul

SPS – Standard Positioning Service

SSC – Set of Station Coordinates

TCS – Conventional Terrestrial System

UERE – User Equivalent Range Error

VDOP – Vertical Dilution of Precision

VLBI – Very Long Baseline Interferometry

WGS84 – World Geodetic System 1984

## RESUMO

O uso do GPS na altimetria depende do conhecimento da ondulação geoidal ( $N$ ). Nesta tese são mostradas as dificuldades para determinar  $N$ . Atualmente, é possível obter a ondulação do geóide, com acurácia de 0,5 m, calculada a partir de modelo geopotencial. Com objetivo de contribuir com a melhoria desse nível de acurácia, foi usado o levantamento GPS em RRNN para calcular as ondulações geoidais (diferenças entre as altitudes geométricas e as correspondentes ortométricas). Os testes experimentais foram realizados numa área teste com 48 RRNN em Maringá-PR (aproximadamente 4900 km<sup>2</sup>). Foram geradas cartas geoidais, utilizando-se do GPS; e cartas geoidais utilizando-se dos dados anteriores associados aos modelos geopotenciais (OSU91A, EGM96 e GEOCOM).

## ABSTRACT

The use of GPS to find heights depends on the knowledge of the geoidal undulation (N). In this thesis are explained the difficulties for determining N, used for the transformation of geometric altitudes into orthometric ones. Nowadays, the geoidal undulation computed from geopotential models has an accuracy of 0,5 m. In order to contribute for the improvement of this level of accuracy, it was used GPS survey on RN's to compute the geoidal undulations. The experiments were carried out in a test area with 48 RN's in Maringá-PR (approachable 4900 km<sup>2</sup>). The geoidal charts were generated from GPS/levelling and charts from GPS/levelling and geopotential models integration (OSU91A, EGM96 e GEOCOM).

# 1 INTRODUÇÃO

O NAVigation System with Time And Ranging/Global Positioning System - NAVSTAR/GPS é um sistema de rádio-navegação, desenvolvido e realizado pelo United States Department of Defense e NASA (ANDRADE, 1988). O sistema obteve um rápido crescimento em aplicabilidade e popularidade no uso em posicionamento e em navegação. O GPS tem sido amplamente usado em levantamentos geodésicos, topográficos, e nos mais diversos usos de posicionamentos e navegação.

Ao lado das novas possibilidades proporcionadas pelo GPS, surgiram novas dificuldades. O uso do GPS em levantamentos proporciona as coordenadas cartesianas geocêntricas (X,Y,Z) (BIRARDI, et al, 1995). Estas coordenadas podem ser transformadas em latitude, longitude e altitude geométrica. As componentes horizontais podem ser diretamente relacionadas a uma rede geodésica, mas a altitude (geométrica) não pode ser diretamente relacionada com a altitude ortométrica, utilizada na maioria das obras de engenharia.

A capacidade de obter posição relativa com alta precisão na altimetria, impôs a necessidade de um melhor conhecimento das ondulações do geóide (N) de modo a compatibilizar a determinação da altitude geométrica (h) com a altitude ortométrica (H). Assim, com o advento do GPS, o conhecimento do geóide deixou de ser importante no posicionamento horizontal, mas tornou-se importantíssimo no posicionamento vertical (SÁ, 1993).

O sistema altimétrico brasileiro é realizado através das referências de nível as quais tendem a refletir o comportamento da superfície física em relação ao geóide. A origem altimétrica brasileira é a equipotencial do nível médio dos mares,

como registrado pelo marégrafo de Porto Henrique Lages, na cidade de Imbituba SC.

A forma do geóide está diretamente relacionada ao campo da gravidade da Terra. No entanto, o elipsóide é uma superfície matemática com a forma e dimensões próximas ao geóide e utilizado nos levantamentos geodésicos como uma superfície de referência no posicionamento horizontal. Estas superfícies, geralmente, não são coincidentes e nem paralelas e esta separação entre a superfície do geóide e a do elipsóide é denominada como ondulação ou separação geoidal  $N$ . Esta ondulação pode atingir até dezenas de metros. A inclinação dessas superfícies, em casos extremos é de até  $1'$  (um minuto de arco) (GEMAEL, 1999).

Para que possa ser explorada a potencialidade do GPS na altimetria, faz-se necessário o conhecimento da altura geoidal, com precisão compatível com a do nivelamento geométrico. Ressalta-se que se for desejada a determinação da altimetria no modo relativo (estar interessado apenas nas diferenças de altitudes entre os pontos), a precisão absoluta da ondulação do geóide tem pouca influência; entre outros, o resultado final será função da qualidade da diferença da ondulação geoidal entre os pontos (SIDERIS e SHE, 1995).

Na grande maioria dos trabalhos de posicionamento em obras de engenharia, levantamentos geodésicos e topográficos, faz-se necessária a determinação da altitude ortométrica (altitude referenciada ao geóide). Surge então a necessidade de transformar a altitude geométrica obtida no GPS, em altitude ortométrica. Esta transformação, do ponto de vista matemático, constitui-se numa operação simples, envolvendo a altitude geométrica e altura geoidal no ponto. Conforme pode-se ver na figura 01, as altitudes ortométricas e geométricas estão relacionadas por (AYHAN, 1993):

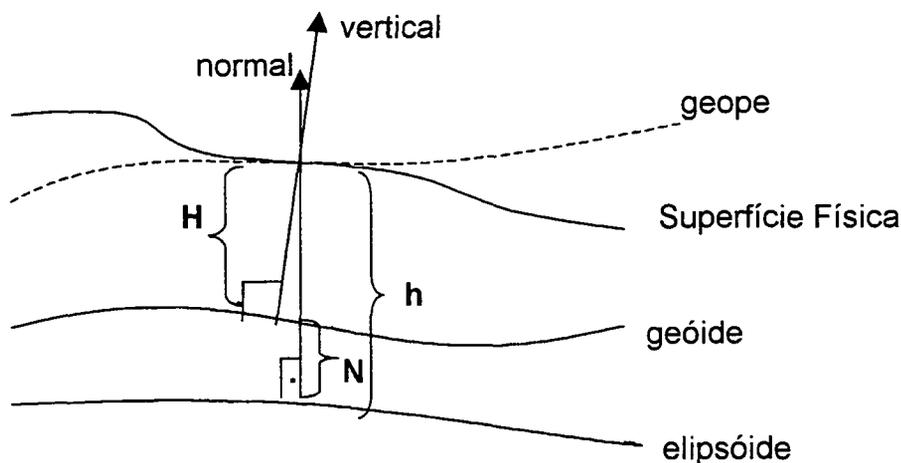


Figura 01- Altitudes geométrica e ortométrica

$$H \cong h - N \quad (1.01)$$

onde,

H - altitude ortométrica;

h - altitude geométrica; e

N - ondulação do geóide.

Define-se **altitude ortométrica** como sendo a distância, contada ao longo da vertical, do geóide ao ponto pertencente à superfície física; a **altitude geométrica** é definida como a distância, contada sobre a normal, da superfície do elipsóide de referência ao ponto; e a **ondulação do geóide** é definida como a distância, contada sobre a normal, da superfície do elipsóide à superfície do geóide (VANICEK, e KRAKIWSKY, 1982).

Há muitos métodos e trabalhos realizados para a determinação da altitude ortométrica, ou ondulações geoidais, com base no GPS (ANANGA, SAKURAI, 1996; BIRARDI *et al.* 1995; COLLIER e CROFT. 1997; FINDER, 1992; ALMOS, 1980; JAKSA *et al.* 1991; KUANG *et al.*; WU e LIN, 1996; PARKS *et al.* 1995). Cada um deles apresenta suas inerentes vantagens e desvantagens. Uma dessas desvantagens, comum na maioria dos métodos é a qualidade das ondulações

geoidais determinadas com uso de modelos geopotenciais, ou seja, a acurácia da altura geoidal determinada com os modelos, é superior às precisões aceitáveis nos nivelamentos (BLITZKOW, 1996; GIL *et al.* 1993; JIAN e DUQUENNE, 1996; LEHMENN, 1996; MARTINEC *et al.* 1995; RAPP e NEREM, 1996; SIDERIS, 1995; TSCHERNHING, 1994).

Na determinação da ondulação do geóide, no modo absoluto, com uso do modelo geopotencial **Earth Gravity Model 96 - EGM96**, espera-se uma acurácia de, aproximadamente 50 cm (RAPP e NEREM, 1996), ou seja, a “incerteza” da altura geoidal determinada com os modelos, é superior às precisões aceitáveis nos nivelamentos.

Nesta pesquisa, as ondulações geoidais foram realizadas de maneiras distintas: com rastreamento GPS sobre as RRNN; com uso de modelos geopotenciais EGM96; OSU91A; GEOCOM; e por associação do GPS/nivelamento com modelos geopotenciais. Com este procedimento, em todas as rastreadas, poderão ser determinadas as alturas geoidais derivadas do GPS associado ao nivelamento; por modelos geopotenciais; e pela associação dos modelos com o GPS/nivelamento. De posse destas ondulações, investigou-se a possibilidade da aplicação do GPS na determinação da altitude ortométrica. Com as ondulações do geóide obtidas pelo GPS associado ao nivelamento geométrico e os referidos modelos, elaborou-se cartas de ondulação do geóide e cartas que representam as discrepâncias de ondulações obtidas das diferentes técnicas.

Nesse sentido, o presente trabalho foi formulado buscando a discussão sobre novas formas que possibilitem a aplicação das observações GPS nas determinações de altitudes ortométricas. Assim, a principal contribuição deste trabalho é a **integração da ondulação do geóide obtida com uso do GPS**

**associado ao nivelamento geométrico e a ondulação do geóide obtida a partir dos modelos geopotenciais OSU91A, EGM96 e GEOCOM, ou seja, a integração de modelos geopotenciais com GPS/nivelamento<sup>1</sup>.** Ainda há a contribuição, na realização de um experimento prático em uma região (Maringá PR), com uma área de aproximadamente 4900 km<sup>2</sup>; verificando-se a possibilidade e aplicabilidade da contribuição do GPS na determinação de ondulação do geóide, e conseqüentemente, determinação da altitude ortométrica a partir das observações GPS.

Utilizando-se as efemérides transmitidas, onde a precisão destas é da ordem de 10 à 20 m (SEEBER, 1993), no processamento dos dados GPS, obtém-se as coordenadas do ponto rastreado no sistema WGS84 (WU e LIN, 1996). Com a finalidade de obter maior precisão e confiabilidade nas coordenadas dos pontos, no processamento dos dados GPS utilizou-se as efemérides precisas, referenciadas ao **International Terrestrial Reference Frame 1992 – ITRF92**, calculadas (determinadas) e divulgadas pelo **International GPS Service – IGS**, cuja precisão esperada está na ordem de 1 à 2 m (MONICO e SEGANTINE 1996).

Este trabalho está estruturado em 8 capítulos. Assim, no Capítulo 1 são introduzidos os objetivos a serem alcançados no desenvolvimento desta pesquisa; no Capítulo 2, descreve-se, de maneira sucinta, o sistema GPS, apresentando uma discussão do erro previsto na determinação da altitude e como minimizar a principal fonte de erro; na seqüência, o Capítulo 3 discorre sobre os métodos para determinação do geóide e apresenta-se a possibilidade da contribuição do GPS no modelamento do geóide; no Capítulo 4, denominado de GPS na área de trabalho e

---

<sup>1</sup> Neste trabalho, entende-se por GPS/nivelamento as ondulações obtidas pela diferenças das altitudes geométricas, obtidas pelo GPS, e as determinadas pelo nivelamento geométrico (RN).

base de dados, faz-se uma breve descrição da região apresentando a localização geográfica e descreve-se a metodologia utilizada para a realização das observações GPS; apresenta-se ainda o “*software*” utilizado no processamento dos dados GPS; No Capítulo 5 discorre-se sobre o procedimento adotado para o cálculo das ondulações do geóide, a saber, o cálculo da ondulação do geóide com uso do modelo OSU91A, com o uso do modelo EGM96 e com o modelo GEOCOM; apresenta-se as ondulações geoidais obtidas pelos modelos citados e por GPS/nivelamento. No item 5.2 apresenta-se a elaboração da carta de ondulação geoidal por GPS/nivelamento; em 5.3 são apresentadas as cartas de ondulações geoidais obtidas a partir dos modelos geopotenciais; em 5.4 análise das cartas de ondulações do geóide. No Capítulo 6 apresenta-se a integração do GPS com modelos geopotencias na determinação da ondulação geoidal, integração do GPS com os modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM e respectivos resultados. No Capítulo 7 apresenta-se as conclusões e recomendações desta Tese, onde está descrita a precisão alcançada na determinação de altitudes ortométricas com a utilização do GPS associado ao nivelamento geométrico e modelos geopotenciais; e finalmente no Capítulo 8 constam as referências bibliográficas.

Em suma, o presente trabalho ressalta a busca de alternativas do uso do GPS em levantamentos altimétricos, geodésico ou topográfico, possibilitando a conversão das altitudes elipsoidais em altitudes ortométricas.

## 2 NOÇÕES DO SISTEMA NAVSTAR/GPS

### 2.1 Introdução

O *Navigation System with Time and Ranging Global Positioning System* NAVSTAR/GPS<sup>1</sup> é um sistema de rádio-navegação baseado em observações aos satélites artificiais. O sistema foi desenvolvido pelos Departamento de Defesa e Departamento de Transporte dos Estados Unidos da América (*Department of Defense – DoD*) com o objetivo de ser o principal sistema de navegação do Exército Americano, proporcionando posicionamento tri-dimensional (SEEBER, 1993).

O GPS é um sistema de abrangência global e, desde sua concepção, este sistema foi construído de maneira a possibilitar que um observador em qualquer local da superfície terrestre tenha pelo menos quatro satélites disponíveis (possíveis de serem rastreados) possibilitado o posicionamento em tempo real, independentemente das condições meteorológicas.

O princípio fundamental do GPS consiste na medida das pseudo-distâncias<sup>2</sup> entre o usuário e os satélites<sup>3</sup>. Conhecendo-se as coordenadas dos satélites, em um sistema de coordenadas apropriado, e as pseudo-distâncias, é possível calcular as coordenadas da antena (da estação), no mesmo sistema de referência dos satélites. Do ponto de vista geométrico, três medidas de pseudo-distâncias seriam suficientes, mas faz-se necessária a quarta medida devido a não sincronização dos relógios dos satélites com o relógio do receptor.

---

<sup>1</sup> Sucessor do *Navy Navigation Satellite System – NNSS (TRANSIT)*, concebido prioritariamente para aplicações militares, com posterior liberação à comunidade civil, sujeita a algumas restrições;

<sup>2</sup> São denominadas pseudo-distâncias, pelo fato das distâncias serem determinadas com base no tempo de propagação das ondas eletromagnéticas, e devido principalmente ao erro de sincronismo dos relógios do satélite e do receptor e erro de atraso (*delay*) na propagação do sinal (SEEBER, 1993).

<sup>3</sup> No posicionamento em tempo real há a necessidade de serem observados pelo menos quatro satélites simultaneamente.

Em decorrência da exatidão proporcionada pelo NAVSTAR/GPS e do grande desenvolvimento das tecnologias envolvidas na fabricação dos receptores GPS, uma grande comunidade usuária emergiu nas mais variadas aplicações civis (navegação e posicionamento geodésico ou topográfico) (LEICK, 1995).

O GPS possibilita o posicionamento tri-dimensional e a determinação de posições horizontais precisas já é um processo rotineiro. Entretanto, a altitude proporcionada pelo GPS (geométrica) tem apenas um significado matemático e, geralmente, na cartografia e em obras de engenharia utilizam-se das altitudes ortométricas (por possuírem um significado físico).

## 2.2. NAVSTAR/GPS

O sistema Navstar/GPS foi desenvolvido para fins de navegação militar e civil, e vem sendo utilizado em aplicações geodésicas desde 1983 (SEEBER, 1993). Em sua concepção o sistema, permite que o mesmo forneça coordenadas, velocidade, tempo de grandezas correlacionadas, em tempo real.

No GPS há dois tipos de serviços<sup>4</sup>, os quais são denominados como *Standard Positioning Service* – SPS e *Precise Positioning Service* – PPS. O SPS é resultado da implementação da *Selective Availability* – SA, a qual significa uma degradação intencional da *Coarse-Aquisition Code* – C/A-code; mesmo com a SA ativada, no posicionamento absoluto em tempo real, o sistema possibilita uma precisão melhor que 100 m no posicionamento horizontal, 140 m no vertical e 340 ns ( $10^{-9}$  segundos) na obtenção de tempo (95% de probabilidade) (MONICO, 1996). O PPS está disponível apenas para usuários autorizados e militares norte-americanos.

---

<sup>4</sup> Na época da realização da campanha desta pesquisa estes serviços estavam ativados.

A limitação ao nível de exatidão, citado acima, é garantida pela adoção do **Anti-Spoofing – AS** e **Selective Availability - SA**. O AS (anti-fraude) é um processo de criptografia do código P, visando protegê-lo de imitações por usuários não autorizados. SA (disponibilidade seletiva) é consumido pela manipulação (degradação intencional) das mensagens de navegação (técnica *épsilon*  $\epsilon$ ) e da frequência dos relógios dos satélites (técnica *dither*  $\delta$ ). Portanto, o SA limita a exatidão proporcionada pelo GPS. O PPS está fundamentado no código P que codificadamente é alterado para o código Y; assim, o PPS está disponível apenas aos usuários autorizados.

Para muitas aplicações civis, o efeito da degradação SA, pode ser eliminado ou significativamente reduzido, quando utiliza-se o posicionamento relativo. Vários problemas nas áreas de Geodésia e de Geodinâmica tem sido solucionado com o GPS .

Todo o sistema GPS é organizado em setores denominados de segmentos, sendo que o **Segmento Espaço** é formado pelos satélites GPS, os quais transmitem os sinais em duas frequências moduladas em fase. Os transmissores são controlados pelos relógios atômicos de alta estabilidade; o **Segmento Controle** é formado por uma estação de controle principal (*Master Control Station*), localizada em Colorado Springs USA e outras quatro estações distribuídas no globo terrestre. O objetivo principal deste segmento é monitorar continuamente os satélites, produzir as efemérides, fazer a calibração dos relógios dos satélites e fazer a atualização das mensagens de navegação periodicamente (LEICK, 1995); o **Segmento Usuário** é composto pela comunidade que se utiliza do sistema e é responsável pela produção de receptores e pela integração das aplicações GPS.

### 2.3 Limitação da acuracidade do sistema

Em decorrência das características, de ordem estratégica, com respeito à limitação da acuracidade do sistema GPS, o sistema está submetido a algumas restrições, de modo a distinguir a acurácia alcançável por usuários civis e militares. A limitação proposital da acurácia do sistema GPS é consumada com o uso do *Selective Availability* – SA<sup>5</sup> (disponibilidade seletiva) e *Anti-Spoofing* – AS (anti-fraude).

O AS refere-se a não permissão do usuário ao acesso ao código P. Para isto, o código P é criptografado, resultando num código protegido denominado código Y; quando o SA está ativado somente os usuários autorizados tem acesso ao código P. O objetivo principal do AS é evitar que usuários não autorizados possam gerar códigos P falsos, interferindo com o uso militar do sistema (LEICK, 1995).

O serviço disponível à comunidade civil é o *Standard Positioning Service* – SPS, enquanto que, para o uso militar está disponível o *Precise Positioning Service* – PPS. Para usuários do primeiro, a acurácia esperada para o posicionamento em tempo real é de 100 m ( $2\sigma$ ), enquanto para os usuários do PPS este valor está entre 10 e 20 m (MONICO, 1995).

Com a SA desativada, atualmente o erro quando utilizado posicionamento em tempo real é da ordem de 10m (MACHADO et al. 2000).

### 2.4 Fontes de erros nas determinações GPS

As medidas de distâncias entre o satélite e a antena do receptor baseiam-se nos códigos gerados nos satélites; o receptor gera uma réplica do código produzido no satélite. O retardo entre a chegada de uma transição particular do código e a

---

<sup>5</sup> Desativada às 24 horas do dia 01 de maio de 2000. (<http://www.whitehouse.gov/library/>)

réplica do mesmo, gerado no receptor, é o tempo de propagação do sinal no trajeto que liga o satélite ao receptor. O receptor realiza esta medida usando a técnica de correlação cruzada.

Uma observável é a *fase do código*, e a partir desta a *pseudo-distância* é determinada pelo tempo de propagação do sinal multiplicado pela velocidade da luz. Esta observável é denominada de pseudo-distância em razão de não haver um perfeito sincronismo entre os relógios do satélite e do receptor.

Outra observável utilizada é a *fase da portadora*; esta é a observável básica para a maioria das atividades geodésicas. A fase da portadora é determinada pela diferença entre a fase do sinal emitido pelo satélite, recebida no receptor, e a fase do sinal gerado no receptor, ambas no instante  $t$ . A fase observada é denominada de *freqüência de batimento*.

As observáveis GPS estão sujeitas aos erros aleatórios, sistemáticos e grosseiros. Para obter resultados confiáveis, o modelo matemático estabelecido deve ser capaz de detectar problemas. Assim, as fontes de erros envolvidas no processo de medidas devem ser conhecidas. Os erros sistemáticos devem ser parametrizados ou eliminados por técnicas apropriadas. Os erros aleatórios não apresentam qualquer relação funcional com as medidas e são, normalmente, as discrepâncias remanescentes nas observações após todos os erros grosseiros e sistemáticos serem minimizados.

O posicionamento GPS está sujeito a erros relacionados com os satélites, com a propagação do sinal e erros relacionados com a estação. Quanto aos erros relacionados aos satélites, tem-se:

*erros orbitais*. As coordenadas dos satélites calculadas a partir das efemérides são, normalmente, estabelecidas como fixas no processo de ajustamento dos

dados GPS; assim, qualquer erro nas coordenadas dos satélites se propagam para a posição do usuário. No posicionamento relativo os erros orbitais são praticamente eliminados;

*erros nos relógios dos satélites.* O tempo dissimulado pelos relógios atômicos a bordo dos satélites, embora precisos, diferem do sistema de tempo GPS; o valor pelo qual eles diferem do tempo GPS está contido na mensagem de navegação, na forma de coeficientes de um polinômio de segunda ordem, conforme equação (2.1),

$$dt(t) = a_0 + a_1 (t - t_0) + a_2 (t - t_0)^2 \quad (2.1)$$

onde:

- .  $t_0$  – tempo de referência do relógio;
- .  $a_0$  – estado do relógio no tempo de referência;
- .  $a_1$  – marcha do relógio; e
- .  $a_2$  – variação da marcha do relógio.

Os sinais emitidos pelos satélites, ao atravessarem a atmosfera, sofrem refração, fazendo com que o sinal descreva uma trajetória curva, causando um atraso do sinal. A trajetória curva deve-se ao fato da atmosfera possuir densidades variáveis e os sinais emitidos pelos satélites, ao atravessarem-na sofrem sucessivas refrações, causando uma trajetória curva. O retardo do sinal é consequência da diferença de velocidade de propagação do sinal no vácuo e na atmosfera. A calibração na fase de testes dos satélites permite que seja determinada a magnitude do atraso e a introduz como parte dos coeficientes do polinômio do relógio.

O meio de propagação dos sinais emitidos pelos satélite é formado, essencialmente, pela troposfera e pela ionosfera. A troposfera se estende da superfície terrestre até, aproximadamente, 50 km e é um meio não dispersivo, ou seja, a refração é independente da frequência do sinal. Entretanto, a ionosfera é um meio dispersivo e a refração depende da frequência do sinal, o que implica que a fase da portadora e a modulação são afetadas em quantidades diferentes. Ionosfera compreende, aproximadamente, de 50 à 1000 km acima da superfície terrestre.

Como os sinais GPS atravessam ambas as camadas, ionosfera e atmosfera neutra (a qual inclui a estratosfera e a troposfera), o efeito do atraso de propagação para a ionosfera, por ser um meio dispersivo, pode ser eliminado quando for observado, simultaneamente, os sinais GPS nas duas portadoras. Normalmente, este é o procedimento utilizado para os levantamentos geodésicos.

A atmosfera neutra, sendo um meio não dispersivo, causa outro problema. No posicionamento, a determinação da altitude é mais afetada pela “fraqueza geométrica” da constelação dos satélites do que as componentes horizontais.

O atraso troposférico tem um efeito de aproximadamente de 2,4 m (aparente aumento na distância medida, satélite-antena) para observações aos satélite no zênite; causa um aumento aparente de aproximadamente 9,5 m nas observações aos satélites com 15° de elevação (DODSON, 1995). Entretanto, com uso de modelos troposféricos, estes valores podem ser reduzidos para, aproximadamente, 0,25 m. O efeito deste erro é consideravelmente reduzido no posicionamento pelo método relativo.

Com relação aos erros relacionados com o receptor e antena, tem-se: o erro do relógio; o erro entre canais; e centro de fase da antena. Cada receptor possui sua

própria escala de tempo, definida pelo oscilador interno, a qual difere da escala de tempo GPS. No posicionamento relativo os erros dos relógios são praticamente eliminados, não exigindo para a maioria das aplicações, padrões de tempo altamente estáveis.

Nos receptores que possuem mais de um canal de rastreamento, podem ocorrer erros sistemáticos entre canais. Neste tipo de receptor, cada um dos canais registra os dados de um satélite particular, estando porém sujeitos a este tipo de erro. A correção do erro entre canais é realizada no próprio receptor no início de cada levantamento, onde são consumadas as calibrações de canais.

O centro eletrônico da antena é um ponto no qual as medidas dos sinais são referenciadas e geralmente não coincide com o centro físico da antena. A discrepância varia com a intensidade e direção dos sinais e é diferente para a portadora L1 e a portadora L2. Recomenda-se que nos levantamentos sejam usadas antenas de mesmo fabricante e mesmo modelo. Recomenda-se ainda, que as antenas envolvidas num projeto estejam orientadas em uma mesma direção.

Além dos erros já citados, existem os erros relacionados com a estação, podendo ser as coordenadas da estação base (fixa) ou erros resultantes de fenômenos geofísicos, que podem causar variações nas coordenadas das estações envolvidas no levantamento. Entre estes, cita-se o efeito de marés terrestres, da carga dos oceanos e o da carga atmosférica (DODSON, 1995).

No posicionamento GPS, o modo relativo nos proporciona diferenças de coordenadas tridimensionais ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ). Neste modo de posicionamento, pelo menos um dos pontos rastreados simultaneamente deve ser injunçãoado como fixo, qualquer erro em suas coordenadas irá ser propagado para as coordenadas dos pontos determinados a partir do mesmo.

A deformação da Terra devido as forças das marés<sup>6</sup>, denominada de Marés Terrestres, num período de 6 horas a superfície (em uma região próxima ao equador) desloca-se de aproximadamente 40 cm (GEMAEL, 1986). A variação é devido à atração luni-solar sendo que os períodos principais destas variações são de 12 e 24 horas, semi-diurna e diurna, respectivamente. Os efeitos, para uma região não muito extensa, podem ser considerados similares, esperando-se que, no posicionamento relativo este efeito seja minimizados. Para bases longas estes efeitos devem ser modelados.

A variação das coordenadas das estações causadas pelo movimento do polo deve também ser considerada pois, a componente radial desta variação atinge até 25 mm. No entanto, no posicionamento relativo este efeito é praticamente eliminado.

O peso dos oceanos exerce uma força sobre a superfície terrestre e sobre ela produz cargas periódicas, resultando em deslocamentos. A magnitude do deslocamento depende do alinhamento do Sol, da Lua e da posição do observador, podendo, em algumas partes do globo, a componente vertical alcançar até 10 cm.

A carga atmosférica também exerce força sobre a superfície terrestre. Variações da distribuição de massa atmosférica induz em deformações sobre a costa, principalmente na direção da vertical. A maioria dos programas para processamento de dados GPS ainda não apresenta modelos para correções desta natureza (DODSON, 1995).

---

<sup>6</sup> Chama-se força de maré em um ponto  $P$  a diferença da atração exercida pelo Sol e pela Lua sobre a unidade de massa colocada nesse ponto e no centro da Terra (Gemael, 1986).

## 2.5 Referencial GPS

A forma da Terra tem sido representada, matematicamente, por um elipsóide de revolução. É conveniente adotar a superfície elipsoidal como superfície de referência, pois isto facilita as operações matemáticas, e esta é a razão pela qual o elipsóide é largamente utilizado em projeções cartográficas e no estabelecimento de coordenadas horizontais em redes geodésicas. A superfície elipsoidal, usualmente não é utilizada como superfície de referência na altimetria por não possuir um significado físico.

Para modelar as observáveis e descrever as órbitas dos satélites, o posicionamento com o GPS requer sistemas de referência bem definidos e consistentes. A acurácia do sistema deve ser compatível com o sistema de posicionamento, caso contrário, os resultados deteriorarão a alta acurácia proporcionada pelo sistema de posicionamento.

O sistema de referência usado pelo GPS é global e geocêntrico, pois as órbitas dos satélites tem como pólo o centro de massa da Terra. As estações terrestres são, usualmente, referidas num sistema fixo à Terra, que rotaciona com a mesma e os movimentos dos satélites são melhores descritos num sistema de referência inercial.

A Geodésia Espacial utiliza-se dos sistemas de referência inercial, que são referenciados no espaço fixo (*Space-Fixed*), denominados sistema inercial de referência (*Conventional Inertial System – CIS*) usado na descrição dos movimentos dos satélites; e o *Earth-Fixed*, denominado Sistema de Referência Terrestre (*Conventional Terrestrial System – CTS*), usado para o posicionamento a partir de estações de observações.

Desde 1987, o sistema de referência do GPS é o **World Geodetic System 1984 – WGS84**, que é um sistema CTS. Assim, quando é efetuado um levantamento usando-se o GPS, as coordenadas dos pontos levantados serão obtidas no mesmo sistema de referência do GPS. Apresenta-se na tabela 01 os parâmetros que definem os sistemas WGS84 (primeira realização) e o WGS84 (G873).

Tabela 01 – Parâmetros dos WGS84

parâmetros	WGS84 (1ª realização)	WGS84 (G873)
semi-eixo maior do elipsóide	$a = 6\,378\,137\text{ m}$	$a = 6\,378\,137\text{ m}$
achatamento geométrico	$f = 1/298,257\,223\,563$	$f = 1/298,257\,223\,563$
coeficiente de segundo grau normalizado	$C_{2,0} = -484,16685 \times 10^{-6}$	$C_{2,0} = -484,166774985 \times 10^{-6}$
velocidade angular da Terra	$w = 7\,292\,115 \times 10^{-11}\text{ rad / s}$	$w = 7\,292\,115 \times 10^{-11}\text{ rad/s}$
constante gravitacional terrestre	$GM = 3\,986\,005 \times 10^8\text{ m}^3\text{ s}^{-2}$	$GM = 3\,986\,004,418 \times 10^8\text{ m}^2\text{ s}^{-2}$

Fonte: MONICO e SEGANTINE, 1996; NIMA, 1997.

O WGS84 sofreu refinamentos, e atualmente encontra-se em sua terceira realização, NIMA (1997). A tabela 02 contém as realizações do WGS84 e os períodos de vigência das respectivas realizações.

Tabela 02 – WGS84 e suas realizações

MODELO	VIGÊNCIA
WGS84 (1ª realização)	1/janeiro/1987 a 1/janeiro/1994
WGS84 (G730)	2/janeiro/1994 a 28/setembro/1996
WGS84 (G873)	a partir de 29/setembro/1996

Fonte: NIMA, 1997

A realização G873, apresenta discrepâncias máximas com o SIRGAS (ITRF1994, época 1995,4) na ordem de 2 cm. (FORTES, 1997).

Para exemplificar a importância e compatibilização entre as diferentes realizações do WGS84, apresenta-se na tabela 03 as coordenadas da estação PARA no sistema WGS84 primeira realização e no WGS84 (G873), conforme segue:

Tabela 03 – Coordenadas das estações fixas nos WGS84

ESTAÇÃO		WGS84 (1ª realização)	WGS84 (G 873)*
PARA	Latitude	25° 26' 54,1362" S	25° 26' 54,1291" S
	Longitude	49° 13' 51,4116" W	49° 13' 51,4368" W
	Altitude geométrica	925,868 m	925,759 m
UEPP	Latitude	22° 07' 11,6664" S	22° 07' 11,6594" S
	Longitude	51° 24' 30,70155" W	51° 24' 30,7216" W
	Altitude geométrica	431,084 m	430,945 m

\* Compatível com o SIRGAS (ITRF94)

As diferenças das coordenadas da estação PARA, considerando as duas realizações implica em uma diferença linear de 0,82 m entre os dois conjuntos de coordenadas. Utilizando-se do mesmo procedimento para a estação UEPP, as diferentes realizações WGS84 proporcionam uma diferença linear de 0,67 m.

Anualmente o *International Terrestrial Reference System* -ITRS é realizado pelo escritório central do *International Earth Rotation Service* –IERS (ASHKENAZI, et al. 1995). Esta realização é efetuada por ajustamento de várias séries de coordenadas, obtidas por técnicas espaciais de *Satellite Laser Range* SLR, *Lunar Laser Range* LLR, *Very Long Baseline Interferometry* VLBI, GPS<sup>7</sup> e de *Doppler Orbitography and Radio Positioning Integrated by Satellite* DORIS<sup>8</sup>.

Vários centros de processamento contribuem com resultados das *Set of Station Coordinates* SSC, os quais são ajustados conjuntamente. No final obtém-se uma lista de coordenadas e velocidades das estações. Nesta solução o SLR e o GPS proporcionam a origem do sistema, o geocentro. O VLBI, SLR e o GPS

<sup>7</sup> O GPS passou a fazer parte a partir de 1991.

proporcionam a escala, enquanto que a orientação é definida pelos parâmetros de orientação da Terra determinados pelo IERS, para uma determinada época de referência.

O *Bureau International l'Heure* BIH em 1988 foi substituído pelo IERS. Em 1985 deu-se o início das atividades do BIH, com a realização do *Conventional Terrestrial Reference System (CTRS)*. A partir de 1988, esta atividade passou a ser desenvolvida pelo IERS, que passou a realizar o *IERS International Terrestrial Reference Frame (ITRF)*. A realização inicial é denominada ITRF-0.

Uma estação ITRF é caracterizada pelas coordenadas  $X, Y, Z$  com as respectivas velocidades  $\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z}$ , numa determinada época  $t$ , na maioria dos casos 1988. Até a publicação do ITRF92 houve uma mudança em relação às anteriores, com relação à orientação da rede. Até então adotava-se como injunção uma orientação com relação à uma rede sem rotação (*no-net-rotation NNR*), relativa ao ano de 1988 (MONICO e SEGANTINE, 1996).

Os sistemas de referências ITRF e WGS84 são baseados no CTRS. O ITRF até então é melhor realizado que o WGS84 (MONICO e SEGANTINE, 1996). Na adoção do sistema WGS84 como sistema de referência (SEEBER, 1993), afirma que este sistema, em sua realização inicial, proporciona um erro de posicionamento da ordem de  $\pm 1$  a 2 m em relação ao ITRF.

No desenvolvimento desta Tese, o processamento dos dados GPS, utilizou-se as coordenadas das estações fixas referenciadas ao WGS84, cuja realização é a inicial, e as efemérides extraídas do IGS estão referenciadas ao ITRF-92. Hoje (dezembro de 2000) o WGS84, realização semana GPS 873, está compatível ao ITRF96 na ordem centimétrica.

---

<sup>8</sup> O DORIS passou a fazer parte em 1994.

## 2.6 Precisão na altitude

Conforme já citado, o GPS oferece um grande potencial nos vários campos de levantamentos, mapeamento e informações geográficas. Muitas destas aplicações requerem apenas o posicionamento em duas dimensões, o GPS proporciona coordenadas tri-dimensionais sem a necessidade de coleta de dados extras.

No entanto, o GPS não proporciona a mesma precisão (acurácia) na determinação da componente altitude, comparada com as componentes horizontais. Isto não é apenas devido à inerente geometria da constelação dos satélites, mas também devido a vários erros observacionais na fonte, os quais afetam principalmente a componente altitude.

Entretanto, alta precisão na determinação da componente altura pode ser obtida quando são adotadas estratégias no processamento dos dados GPS. Nesta seção são abordados com ênfase especial aos erros que afetam a componente altura.

A tabela 3A contém a acurácia aproximada do GPS, onde C/A refere-se aos levantamentos executados utilizando-se apenas do código C/A, L1 a fase da portadora L1, L1 & L2 fases das portadora dupla frequência.

Tabela 3A - Portadora e acuracidade

Método de levantamento	Observável	horizontal (m)	vertical (m)
Posicionamento absoluto	C/A	100	140
Estático diferencial	C/A	0,5 – 2,0	1,0 – 3,0
Estático relativo	L1	0,02	0,03
Estático relativo	L1&L2	0,005	0,02
Estático rápido	L1 & L2	0,02	0,03
Cinemático	C/A	2,0 – 5,0	3,0 – 8,0
Cinemático	L1	0,03	0,05
Cinemático	L1&L2	0,01	0,02
Real time diferencial	C/A	3,0 – 5,0	4,0 8,0
Real time diferencial	L1	0,1	0,2
Real time diferencial	L1 & L2	0,05	0,1

Fonte: FEATHERSTONE, et all, 1998

A componente altitude é afetada pelo modo (técnica) de levantamento e pela observável utilizada no levantamento GPS. Utilizando-se de técnicas de levantamentos e de combinações de procedimentos de processamentos, a precisão da altitude elipsoidal esperada é de 1,5 à 2 vezes menos acurada que as componentes horizontais (FEATHERSTONE *et al.* 1998).

A geometria do GPS, intrinsicamente influencia na precisão na altitude, isto devido ao fato de que os satélites são observados acima do horizonte (da antena) e esta fraqueza geométrica é quantificada pelo *Vertical Dilution Of Precision* (VDOP). Um importante procedimento é executar a coleta de dados GPS em horário que o VDOP está o menor possível.

O VDOP proporciona uma indicação da precisão dos resultados que serão obtidos, e depende dos fatores :

- . precisão da observação de pseudo-distância, expressa pelo erro equivalente do usuário (*User Equivalent Range Error* UERE), que está associado ao desvio-padrão da observação  $\sigma_r$ ; e
- . à configuração da constelação dos satélites.

A relação entre  $\sigma_r$  e o desvio-padrão associado ao posicionamento  $\sigma_p$  é descrito pelas expressões (SEEBER, 1993):

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \text{DOP} \sigma_r \\ \sigma_v &= \text{VDOP} \sigma_r \\ \sigma_p &= \text{PDOP} \sigma_r\end{aligned}\tag{2.2}$$

O PDOP, geometricamente, pode ser interpretado como o inverso do volume V de um tetraedro formado pelas posições da antena do receptor e dos satélites.

$$\text{PDOP} = \frac{1}{V} \quad (2.3)$$

A melhor situação geométrica ocorre quando o volume é maximizado, implicando em um PDOP mínimo.

Uma outra causa geométrica que afeta a altitude elipsoidal GPS é a aproximada correlação entre o erro das efemérides e o comprimento da linha base; esta relação é dada por:

$$\frac{\sigma_b}{b} \approx \frac{\sigma_\rho}{\rho} \quad (2.4)$$

onde, **b** representa o comprimento da linha base,  $\sigma_b$  é o erro relativo à linha base,  $\rho$  representa a distância entre o observador e o satélite observado e  $\sigma_\rho$  seu erro relativo. Assumindo que a distância do satélite ao observador seja de 20 000 km e as efemérides transmitidas possuam erro da ordem de 10 m, ter-se-á erros em altitude de aproximadamente  $\pm 0,5$  parte por milhão (mm/km). Entretanto, nos levantamentos onde pretende-se obter a altitude com uso das efemérides transmitidas, o comprimento da linha base deve ser tanto menor quanto possível. Em levantamentos GPS com linhas de bases longas, recomenda-se o uso de efemérides precisas produzidas pelo *International GPS Service* IGS. Normalmente estas efemérides estão disponíveis aos usuários poucos dias após a execução dos levantamentos, e estas, normalmente, são uma ordem de magnitude melhor que as efemérides transmitidas.

Os sinais transmitidos pelo GPS atravessam a ionosfera e a atmosfera neutra (que inclui a estratosfera e a troposfera), sendo o atraso atmosférico afetado por ambas as camadas. Por se a ionosfera, um meio dispersivo, os efeitos do atraso dos

sinais podem ser grandemente minimizados utilizando-se de rastreadores que observam simultaneamente as duas fases das frequências das portadoras GPS. A atmosfera neutra é um meio não dispersivo e, assim, seu efeito não pode ser eliminado utilizando-se as duas frequências portadoras. Assim sendo, o efeito da camada atmosférica deve ser eliminado por modelos atmosféricos. Neste trabalho, utilizou-se do modelo atmosférico denominado de Hopfield (DODSON, 1995).

### **2.6.1 Multi-caminhos**

O multi-caminhos ocorre quando os sinais GPS são refletidos de objetos próximos, ou mesmo da superfície, antes de atingir a antena do receptor. O multi-caminhos pode causar erros na altitude elipsoidal de poucos metros, quando utilizadas as observações do código, e de poucos centímetros quando utilizada a fase da portadora. Entretanto, o valor exato do erro provocado pelo multi-caminhos não pode ser determinado, pois este depende de fatores específicos do local. Para evitar os possíveis multi-caminhos, adotou-se a estratégia de selecionar locais de rastreamento em que não havia possibilidades das antenas receberem sinais refletidos de objetos (construções civis, árvores, etc . . .) próximos.

### **2.6.2 Orientação e centro de fase da antena**

O centro de fase (eletrônico) da antena não coincide, necessariamente, com o seu centro geométrico. O centro de fase pode variar de acordo com a posição de cada satélite (elevação e azimute). A maioria dos programas computacionais corrigem este efeito. Entretanto, com a finalidade de minimizar o efeito do centro de fase da antena em um levantamento, procedimentos especiais devem ser tomados,

tais como: preferencialmente, utilizar antenas de um mesmo fabricante e mesmo modelo; e nas coletas de dados GPS todas as antenas devem ser orientadas na mesma direção.

### 2.6.3 Medição da altura da antena

O erro na medida da altura da antena, cuja distância deve ser contada sobre a vertical acima do marco de coleta de dados, é provavelmente, o mais comum erro humano cometido durante o levantamento GPS. Este erro é crítico para o levantamento de altitude, pois no processamento dos dados, este não é detectado. Assim, sugere-se procedimentos específicos nas realizações das medidas das antenas. Assim, adotou-se os procedimentos nas realizações de medidas das alturas da antena, tais como:

- . múltiplas medidas em mais de um sistema de unidades;
- . medidas realizadas em diferentes partes da antena; e
- . calcular a altura (vertical) e verificar no campo.

### 2.6.4 Modelo de observação

A observável *fase da portadora*  $\varphi_i^p(t)$  para a estação  $i$  e satélite  $p$  é dado por (LEICK, 1995):

$$\varphi_i^p(t) = \varphi_i(t) - \varphi^p(t) + N_i^p(1) + I_{i,\varphi}^p(t) + \frac{f}{c} T_i^p(t) - d_{i,\varphi}(t) + d_{i,\varphi}^p(t) + d_\varphi^p(t) + E_\varphi \quad (2.5)$$

Onde:

-  $\varphi_i(t)$  Fase no receptor  $i$  no instante  $t$

- $\varphi^p(t)$ . Fase no satélite  $p$ , no instante  $t$ ;
  - $N_i^p(l)$ . Número inteiro, inicial, da ambigüidade;
  - $I_{i,\varphi}^p(t)$ . Efeito da ionosfera;
  - $T_i^p(t)$ . Efeito da troposfera;
  - $d_{i,\varphi}(t)$ . Atrazo devido aos componentes eletrônicos do receptor;
  - $d_\varphi^p(t)$ . Atrazo devido aos componentes eletrônicos do satélite;
  - $d_{i,\varphi}^p(t)$ . Multi-caminho; e
- $E_p$ . Erro de medida de fase.

A simples diferença de fase ( $\varphi_{ij}^p(t)$ ) é dado por:

$$\varphi_{ij}^p(t) = \varphi_i^p(t) - \varphi_j^p(t) \quad (2.6)$$

A dupla diferença de fase ( $\varphi_{ij}^{pq}(t)$ ) é dada por:

$$\varphi_{ij}^{pq}(t) = \varphi_{ij}^p(t) - \varphi_{ij}^q(t) \quad (2.7)$$

O uso da dupla diferença de fase elimina os erros dos relógios dos satélites e do receptor (LEICK, 1995).

Das observações GPS, matematicamente por combinações lineares tem-se as grandezas derivadas das observações, conforme segue:

- *Wide lane* ( $L_\Delta$ )

$$L_\Delta = L_1 - L_2 \quad (86,2 \text{ cm}) \quad (2.8)$$

- *Narrow lane* ( $L_{\Sigma}$ )

$$L_{\Sigma} = L_1 + L_2 \quad (10,7 \text{ cm}) \quad (2.9)$$

- Livre de ionosfera ( $L_0$ )

$$L_0 = \frac{L_{\Delta} + L_{\Sigma}}{2} \quad (5,4 \text{ cm}) \quad (2.10)$$

Para a solução da ambigüidade tem-se os métodos: geométrico, combinação da fase do código com a fase da portadora, método procura; e método combinado. No presente trabalho utilizou-se do método da combinação da fase do código com a fase da portadora.

Combinações lineares também podem ser formadas com a fase do código, ver tabela 04. Na quarta coluna (-VI), a tabela contém o fator de ampliação ionosférica que mede a influência atmosférica sobre o código.

Tabela 04 – Combinação linear da fase do código

Sinal	n	m	-VI	$\sigma$ (m)
$C_1$	1	0	- 0,779	0,47
$C_2$	0	1	- 1,283	0,47
$C_{\Delta}$	1	- 1	1,000	2,68
$C_{\Sigma}$	1	0	- 1,000	0,33

Fonte: Seeber, 2993.

As combinações das portadoras (fase ou código) proporcionam diferentes comprimentos de ondas, observa-se que quanto menor o comprimento de onda, resultante da combinação linear, mais precisa é a medida na posição, no entanto, mais difícil será a resolução da ambigüidade.

## 3 GEÓIDE

### 3.1 Introdução

A posição horizontal de um ponto sobre a superfície terrestre é determinada por sua latitude e longitude sobre um determinado elipsóide de referência. O posicionamento altimétrico, mais intuitivo é dado pela distância contada sobre a linha vertical entre o ponto e uma superfície normalmente associada ao nível médio do mar. Há várias áreas de trabalho, nas quais faz-se necessário o conhecimento de posições altimétricas. As altitudes são importantes em administração urbana, em projetos de engenharia, em estudos ecológicos, na geografia, etc.

A realização de um sistema de altitudes requer um perfeito entendimento dos processos físicos envolvidos. A altitude ortométrica é dependente do campo da gravidade da Terra. O *datum* vertical, no sistema de altitudes ortométricas é o geóide. No Brasil, a determinação do datum vertical deu-se a partir do marégrafo instalado no litoral catarinense, mais precisamente no Porto Henrique Lajes, localizado na cidade de Imbituba-SC.

Até poucas décadas atrás foi postulado que o nível médio do mar, teoricamente, deveria coincidir com o geóide. Com base nesta imposição, o posicionamento do *datum* vertical (geóide) em relação a um marco de referência reduzia-se a determinação da posição do nível médio do mar ( $H_{NML}$ ). A determinação do nível médio do mar é calculada a partir das observações do nível instantâneo do mar ( $H_{NMI}$ ) coletadas nas estações de marégrafo.

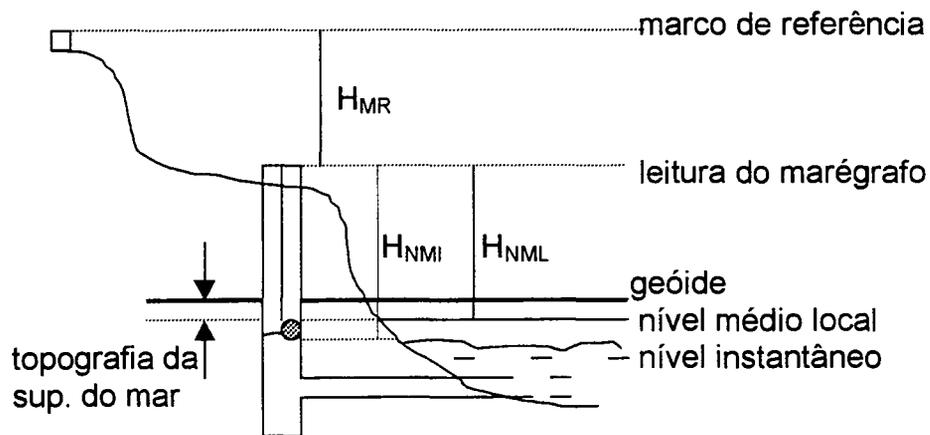


Figura 02 – Estabelecimento do marco de referência.  
Fonte: VANICEK e KRAKIWSKI, 1982

Geralmente a determinação do nível médio local do mar é executada utilizando-se de uma simples média das  $H_{NMI}$ . Este procedimento pode causar um valor tendencioso (SHUM, et al. 1995), conforme pode ser visto, de maneira esquemática, na figura 03.

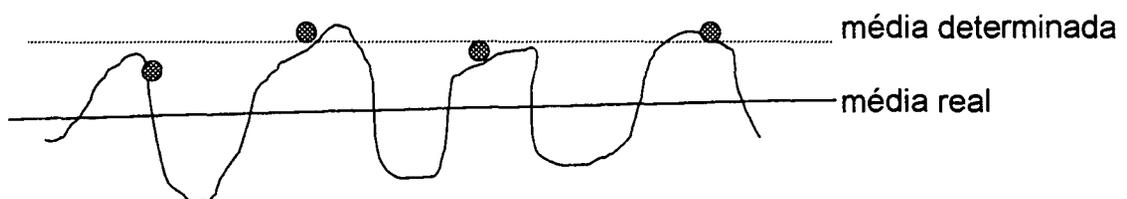


Figura 03 – Determinação do nível médio (tendencioso)  
Fonte: VANICEK e KRAKIWSKI, 1982

Em uma primeira aproximação, o geóide pode ser definido como a superfície equipotencial do campo gravítico terrestre que mais se aproxima ao nível médio dos mares não perturbado.

As operações de nivelamento geométrico proporcionam a diferença de altitude entre dois pontos da superfície terrestre, onde, a luneta do nível apontada sucessivamente para as miras situadas em pontos distintos, permite as leituras das

miras nos respectivos pontos. A simples diferença de leituras corresponde ao desnível entre estes pontos. A repetição desta operação em pontos sucessivos permite o cálculo da diferença de nível entre os extremos da sessão, conforme equação (3.1).

$$H_n - H_0 = \sum_{i=1}^n \Delta H_i \quad (3.1)$$

Onde,

$H_n$  – representa a altitude do ponto  $n$ ;

$H_0$  – altitude do ponto 0 (se este for a origem, o geóide,  $H_n$  será o desnível entre o geóide e o ponto  $n$ ); e

$\Delta H_i$  – diferença de leituras da mira (leitura da mira na estação  $i$  menos a leitura na estação  $i - 1$ ).

A definição do datum vertical é um tanto quanto complexa, pois envolve vários fenômenos físicos que podem estar alterando continuamente a posição do geóide em relação à superfície de referência (elipsóide). Dentre os fenômenos físicos, cita-se: o efeito dinâmico dos mares, as correntes marítimas; variação da pressão atmosférica (este pode causar deslocamento do nível médio dos mar na ordem do decímetro, aproximadamente 1 cm por mbar (VANICEK e KRAKIWSKI, 1982); variação dos ventos, que causa variação de poucos dm na determinação de uma média mensal da posição do geóide; mudança da temperatura, que causa uma variação de 1 a 3 cm por °C; descarga dos sedimentos fluviais; mudança da configuração do fundo oceânico (soalho oceânico); derretimento glacial, que causa um deslocamento de 6 a 10 cm por século; marés de longo período; e movimento dos polos.

As superfícies eqüipotenciais do campo gravífico, não são paralelas e, portanto, a altitude de uma estação é dependente do caminho percorrido. Em benefício da clareza, este fato está ilustrado, de maneira exagerada, na figura 04.

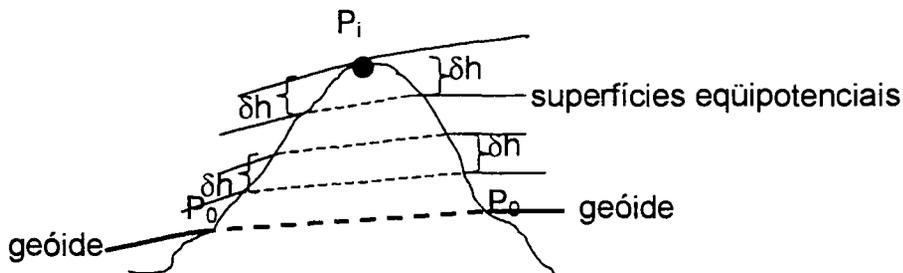


Figura 04 – Não paralelismo das superfícies eqüipotenciais  
Fonte: VANICEK e KRAKIWSKI, 1982

A determinação do geóide, nas últimas quatro décadas tem tido uma evolução lenta, mas atualmente constitui um tema muito promissor tanto no aspecto teórico como prático. Os satélites artificiais propiciaram uma grande variedade de dados e o desenvolvimento da informática, aliada aos novos algoritmos, possibilitou o processamento destes dados com extraordinária rapidez; estes desenvolvimentos estão proporcionando alterações nas técnicas de posicionamento e de representação do campo da gravidade da Terra.

Atualmente, uma operação relativamente simples com receptores GPS, permite a determinação das coordenadas cartesianas de um ponto  $P(X,Y,Z)$  sobre a superfície terrestre. A partir dos parâmetros elipsoidais do sistema de referência, pode-se calcular as correspondentes coordenadas geodésicas do ponto  $P(\varphi,\lambda,h)$ . O cálculo da altitude ortométrica ( $H$ ) do ponto envolve o conhecimento da ondulação do geóide ( $N$ ) no ponto considerado, pois as altitudes geométricas e as ortométricas estão relacionadas pela equação (1.01):

$$(H \cong h - N)^1 \quad (1.01)$$

Assim, a determinação da altitude ortométrica através do GPS pressupõe o conhecimento da ondulação do geóide (N) com precisão compatível ao desejado na componente altitude.

Atualmente, as técnicas mais usadas para a determinação do geóide com alta precisão, visando o nivelamento com o GPS, consistem basicamente na representação das altitudes geoidais através de componentes distintas, denominadas **global, a regional e local** (SÁ, 1993). A **componente global** é determinada a partir dos coeficientes que representam o esferóide (elipsóide de revolução (TORGE, 1980)); a **componente regional** usualmente é determinada a partir de dados do campo de gravidade (satélite, gravimetria terrestre e oceânica); e a **componente local** introduz correções calculadas através de dados complementares, tais como modelos digitais da topografia e da densidade da crosta.

A determinação do geóide tem o significado da determinação da posição que este ocupa em relação ao elipsóide. Assim, determinar o geóide consiste na obtenção da separação, em todos os pontos, do geóide em relação ao elipsóide. Convencionalmente, são atribuídos os sinais positivos às ondulações acima do elipsóide e negativos em caso contrário.

No presente trabalho, as ondulações do geóide foram decompostas em duas componentes: a componente regional, determinada com o uso dos modelos do geopotencial OSU91A, EGM96 e GEOCOM; e a segunda componente, determinada pelo GPS associado ao nivelamento.

---

<sup>1</sup> O autor observa que o sinal  $\cong$  deve-se ao fato da altitude ortométrica ser “contada” ao longo da

### 3.2 Determinação da ondulação do geóide pelos modelos do geopotencial

A representação do potencial gravitacional da Terra através de séries harmônicas esféricas tem sido um dos objetivos da comunidade geodésica há mais de 40 anos (RAPP & NEREN, 1996). Dados obtidos a partir de observações dos satélites e dados gravimétricos de superfície tem possibilitado uma maior e mais precisa representação do geopotencial (LI & SIDERIS, 1997). A combinação destes dados permitiram os cálculos dos coeficientes de modelos globais do geopotencial, usualmente desenvolvido até o grau e ordem 360.

Os modelos de alto grau podem ser utilizados em uma variedade de aplicações, dentre as quais, cita-se: cálculo da predição das órbitas de satélites; uso em estudos simulados que envolvem quantidades gravimétricas; e cálculos de ondulações geoidais. O uso mais freqüente dos modelos geopotenciais de alto grau e ordem tem sido na determinação da ondulação do geóide ou da anomalia de altitude. Este uso é devido à facilidade proporcionada pelo GPS nas determinações de altitudes e conseqüente necessidade do conhecimento da altura geoidal.

O GPS nos proporciona uma grande acurácia; assim, as ondulações relativas são quantidades importantes, conforme equação (3.3):

$$H_2 - H_1 = h_2 - h_1 - (N_2 - N_1) \quad (3.3)$$

Onde:

$H$  – altitude ortométrica;

$h$  – altitude geométrica; e

$N$  – ondulação geoidal.

Muitas das aplicações dos modelos geopotenciais, apontadas acima, são para aplicações em regiões continentais. Salienta-se também que uma importante aplicação da ondulação do geóide é na área de Oceanografia, onde os dados de altitude da superfície do mar, obtidos pelos satélites altimétricos, podem ser usados nos estudos das circulações oceânicas. As extensas circulações oceânicas podem ser estudadas se forem conhecidas os longos comprimentos de ondas da ondulação do geóide. A estimativa da topografia dinâmica do oceano (separação entre a superfície do oceano e o geóide) tem sido determinada utilizando-se dos dados dos satélites Geosat e Topex/Poseidon, (BLITZKOW, 1996).

O potencial gravitacional de atração da Terra,  $V$  é representado por uma expansão harmônica esférica, onde os coeficientes do potencial podem ser determinados por várias técnicas. A determinação dos coeficientes do potencial pode ser por duas maneiras: o mais alto grau, na expansão foi estendido para melhorar os coeficientes através do uso de dados adicionais de satélites e dados gravimétricos terrestres, conseqüentemente proporcionando um modelo de maior resolução; a inclusão de dados adicionais com uma melhor "cobertura" geográfica e acuracidade, tem possibilitado que os coeficientes estejam continuamente sendo "melhorados".

Até meados da década de 1980, mais de 30 modelos do geopotencial haviam sido desenvolvidos, baseados em diferentes aproximações. Após o lançamento do primeiro satélite artificial, os dados orbitais vêm sendo armazenados e analisados, proporcionando melhora gradativa. Os modelos mais divulgados são os da série *Smithsonian Astrophysical Observatory Standar Earth* - SAO-SE, o *Goddard Earth Model* – *Natinal Aeronautics and Space Administration* NASA – GEM, o *Ohio State*

*University* – OSU, o *Groupe de Recherche Spatial – Institut Universität München* – GRIM e o *GeoPotential Model* – GPM. Outros modelos foram elaborados com missões específicas, tais como LAGEOS, STARLETTE, ERS-1, etc. Alguns destes modelos foram determinados a partir de dados orbitais de satélites (GEM-T1 e GEM-T2), enquanto outros combinam estes elementos com observações gravimétricas e altimétricas (OSU-86, OSU-89, OSU91A, GPM1, GPM2 e EGM96). Em função da posição geográfica, a estimativa da acurácia global dos parâmetros derivados de tais modelos podem variar de modelo para modelo.

### **3.2.1 Modelo OSU91A**

O modelo OSU91A foi desenvolvido, no ano de 1991, pela *Ohio State University*, sob orientação do Dr. N. Pavlis e Dr. R. Rapp. Os coeficientes de grau de 2 à 50 foram gerados a partir do modelo GEM-T2 e de anomalias de gravidade médias em blocos de 30' x 30' e de dados altimétricos da superfície dos oceanos gerados pelo GEOSAT. As anomalias da gravidade terrestre foram combinadas com anomalias estimadas. Os coeficientes de grau 51 à 360 foram obtidos a partir do modelo GEM-T2 combinados com anomalias da gravidade espaçadas de 30'. As anomalias ajustadas resultantes da combinação acima, foram então utilizadas na determinação do conjunto completo de coeficientes até grau e ordem 360, bem como do respectivo desvio padrão para cada coeficiente, obtidos do ajustamento por mínimos quadrados. O desvio padrão estimado (1 sigma) para valores das ondulações geoidais no OSU91A são da ordem de 26 cm nas áreas oceânicas; 38 cm em áreas terrestres com uma boa cobertura de dados da gravidade; 56 cm em áreas terrestres com fraca cobertura de dados da gravidade; e 200 cm em área

terrestre onde não existem dados da gravidade (LEMOINE *et al.* 1998). O modelo OSU91A está referenciado ao sistema SGR 80.

No presente trabalho as ondulações do geóide derivadas do modelo OSU91A foram determinadas ponto à ponto, com a utilização do programa TCHERN. Este programa foi fornecido aos participantes da Escola de Geóide, realizada no IBGE em 1997.

### **3.2.2 Modelo EGM96**

Nos últimos 5 anos, tem havido uma soma de esforços envolvendo a colaboração, análises e recursos do *National Imagery and Mapping Agency* – NIMA, da *NASA Goddard Space Flight Center* – GSFC e da *Ohio State University*. Como resultado desta junção de esforços, tem-se o novo modelo global do campo gravitacional da Terra denominado *Earth Gravitational Model 1996* – EGM96. A forma do modelo EGM96 é uma expansão do potencial gravitacional (V). Este modelo é completo até grau e ordem 360, contendo 130 676 coeficientes (LEMOINE *et al.* 1998).

O desenvolvimento do EGM96 deu-se com uso dos dados da gravidade do NIMA e dados de satélites da NASA/GSFC. O NIMA proporcionou dados da anomalia da gravidade de todo o globo terrestre de 30' e 1°. Estas anomalias foram determinadas a partir de pontos de anomalia da gravidade de 5' X 5' obtidos do arquivo de altura do geóide do GEOSAT *Geodetic Mission*. O processamento do GEOSAT foi executado utilizando-se da técnica de colocação por mínimos quadrados para estimar a anomalia da gravidade 30' x 30', com suas respectivas precisões.

A participação do GSFC envolveu muitas fases, incluindo a determinação de órbita de satélites a partir de dados de rastreamento de, aproximadamente, 30 satélites, incluindo novos satélites do SLR, TDRSS e GPS. Nesta fase resultou no EGM96S (modelo com base apenas nos dados dos satélites do EGM96 para grau e ordem 70) (MALYS et al. 1997).

No desenvolvimento do modelo para o grau e ordem 70, foram incorporados os dados dos satélites altimétricos do TOPEX/POSEIDON, ERS-1 and GEOSAT juntamente com o EGM96S. A maior contribuição dos dados usados pelo GSFC incluiu novas observações do Lageos, Lageos-2, Ajisai, Starlette, Stella, TOPEX, GPSMET, GEOS-1 and GEOSAT.

Finalmente, o GSFC desenvolveu o modelo de alto grau EGM96 utilizando-se da combinação de dados até grau e ordem 70 (dados de satélites EGM96S, dados de altimetria e dados terrestres). Para a determinação dos coeficientes do grau e ordem de 71 à 359 utilizou-se da solução de bloco diagonal, e para o grau e ordem 360 utilizou-se da solução por quadratura (PAVLIS, 1997). Este modelo é definido com base no WGS84 (G873).

O cálculo das ondulações do geóide, utilizando-se dos coeficientes do modelo geopotencial EGM96, foram determinadas utilizando-se do programa NGPON. Este programa determina as ondulações do geóide ponto à ponto, e foi desenvolvido e doado pelo professor Dr. Denizar Blitzkow.

### **3.2.3 Modelo GEOCOM: O geóide gravimétrico no Estado de São Paulo**

A fórmula de Stokes (1849), na forma original, requer integração numérica sobre toda a superfície terrestre, o que dificulta sua aplicação devido à inexistência de medidas gravimétricas em algumas regiões terrestres. Para restringir a área de

integração, várias soluções foram propostas. Elas consistem basicamente em modificar o núcleo de integração adotando um esferóide de grau superior a dois.

A determinação do geóide gravimétrico no Estado de São Paulo foi utilizada a fórmula de Stokes, modificada para a integração sobre a esfera através da transformada rápida de Fourier (SÁ e MOLINA, 1995). O esferóide foi representado pelo modelo geopotencial OSU91A, truncado em grau e ordem 180. As componentes gravimétrica e da correção topográfica foram calculadas a partir de modelos gravimétricos e topográfico digitais com resolução de 5' (cinco minutos de arco). O efeito indireto foi obtido a partir de um modelo topográfico digital com resolução de 0,5°.

A determinação do modelo gravimétrico no Estado de São Paulo foram utilizados os coeficientes do potencial gravitacional OSU91A, dados gravimétricos terrestres e oceânicos, e dados topográficos.

Os dados gravimétricos utilizados, na geração do referido modelo gravimétrico, resultaram da integração de três tipos de informações: as terrestres; as oceânicas; e as de altimetria por satélite. Os dados terrestres foram obtidas em levantamentos realizados por várias instituições, com objetivos diversos. Os dados oceânicos foram coletadas por instituições internacionais nos levantamentos de Geofísica marinha, processadas e fornecidas pelo U. S. National Geophysical Data Center. As medidas de altimetria por satélite são aquelas de missão SEASAT, convertidas em anomalias ar-livre e fornecidas na forma de modelo digital. As medidas terrestres foram referidas a International Gravity Standardization Net 1971 através da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira.

Os dados topográficos a partir do Modelo Topográfico Digital de São Paulo que foi obtido pela combinação de dois modelos de maior escala. Os dados da parte

continental foram extraídos do Modelo Topográfico Global ETOPOS5, corrigido com a translação de 10' (dez minutos de arco) para este. O modelo GEOCOM está definido com base no SGR 80.

A determinação da ondulação do geóide no modelo GEOCOM foram determinadas com a utilização do programa GEOCOM, cedido pelo seu autor: prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá.

### **3.3 Determinação de N a partir do GPS/nivelamento**

O desenvolvimento do nivelamento geométrico, usualmente realizado ao longo de rodovias (lugares de fácil acesso) proporciona adiferença de nível. Os pontos da superfície terrestre com altitude conhecidas são denominados de Referências de Nível – RN.

No processamento, a determinação da coordenadas geodésicas utilizando-se do sistema GPS nos proporciona coordenadas retangulares (X, Y, Z) referenciadas ao sistema WGS84 (isto quando se utiliza as efemérides transmitidas). Quando utiliza-se as efemérides precisas, deve-se ter em mente que elas podem estar em outro sistema de referência, por exemplo um dos ITRFs. É fundamental a redução do sistema de referência das estações de base, para a obtenção dos melhores resultados finais.

A realização do rastreamento dos satélites do sistema GPS sobre as RRNN, nos propicia a determinação da ondulação do geóide. Assim, em uma linha formada por duas RRNN com altitudes geométricas conhecidas, pode-se interpolar a ondulação do geóide em pontos desta linha, ou próximo à mesma.

FEATHERSTONE et al. (1998), apresentam o modelo:

$$H_X = H_A + \Delta h_{AX} - \frac{l_{AX}}{l_{AB}} \Delta N_{AB} \quad (3.4)$$

Onde:

$H_X$  – representa a altitude ortométrica do ponto a ser interpolado;

$H_A$  – altitude ortométrica da RN, situada em A;

$\Delta h_{AX}$  – diferença de altitudes geométricas do ponto a ser interpolado e RN, situada em A;

$l_{AX}$  – distância entre o ponto a ser interpolado e a RN, em A;

$l_{AB}$  – distância entre as RRNN, situadas em A e em B; e

$\Delta N_{AB}$  – diferença de ondulações geoidais nas RN em A e em B.

No caso em que se deseja a interpolação de vários valores da ondulação do geóide, em uma área, pode-se determinar um plano, equação (3.5) ou uma poli-superfície, equações de (3.6) à (3.8). Assim, conhecendo-se pelo menos três RRNN, não co-lineares, com altitudes geométricas determinadas por GPS, pode-se determinar a ondulação geoidal destes pontos, e a partir destas ondulações, determinar um plano, ou poli-superfície, que representa a forma aproximada do geóide na região. Estendendo-se o conceito de interpolação, descrito acima, para regiões que possuam números maior de pontos com ondulação do geóide conhecidos pelo nivelamento geométrico associado ao GPS, pode-se utilizar modelos matemáticos que representam a forma aproximada do geóide na região em apreço. Há autores que caracterizam o geóide obtido por este procedimento de **geóide geométrico**, ainda, por se tratar da determinação do geóide em uma específica região, há autores que o designam de **geóide local**. FIEDLER (1992) e

COLLIER & CROFT (1997), apresentam modelos matemáticos (modelos de interpolação) que representam o geóide na região em apreço, conforme segue:

$$z_i = aE_i + bN_i + c \quad (3.5)$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cEN_i + d \quad (3.6)$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cE_i^2 + dN_i^2 + e \quad (3.7)$$

$$z_i = aE_i + bN_i + cN_iE_i + dE_i^2 + eN_i^2 + f \quad (3.8)$$

Onde:

$z_i$  – representa a ondulação do geóide na RN;

$E_i, N_i$  – coordenadas UTM das RN<sub>i</sub>; e

a, b, c, d, e – são os parâmetros a serem determinados no ajustamento.

### **3.4 Determinação de N a partir do GPS/nivelamento associados aos modelos do geopotencial**

Os modelos do geopotencial tem a capacidade de representar, com fidelidade, os longos comprimentos de ondas do campo da gravidade terrestre (LI e SIDERIS, 1994). Em levantamentos de áreas, relativamente pequenas, que é o caso da presente pesquisa, há a necessidade da representação dos curtos comprimentos de onda. A determinação da altitude com GPS desses pontos com referências de nível conhecidas, permite a determinação da ondulação do geóide com fidelidade.

A determinação da ondulação do geóide a partir do rastreamento GPS em pontos pertencentes à Rede Fundamental de Nivelamento do Brasil RN, possibilita

calcular a “real” ondulação do geóide enquanto que os modelos do geopotencial nos fornece a ondulação do geóide do modelo. A diferença entre as ondulações geoidais do modelo com as ondulações determinadas com GPS/nivelamento, nos permite o cálculo da “separação” entre o modelo e o geóide; levado este conceito de diferenças de ondulações geoidais (modelo – GPS/nivelamento) às várias RRNN existentes em uma região, pode-se, com auxílio de uma das equações (3.5) à (3.78) e do método dos mínimos quadrados (m.m.q.), determinar um plano, equação (3.5) ou uma poli-superfície, uma das equações (3.6), (3.7) ou (3.8) que representará um “modelo matemático” da separação existente entre o geóide, naquela região, e o modelo geopotencial.

Assim, para a determinação da ondulação do geóide pelos modelos do geopotencial associado ao GPS/nivelamento, deve-se primeiramente, determinar a ondulação do geóide pelo modelo do geopotencial, em um ponto qualquer de interesse pertencente à região. Aplica-se o modelo matemático (determinado pelo m.m.q.) ao ponto de interesse, determinando assim a separação entre o modelo matemático e o modelo geopotencial; soma-se esta quantidade ao valor determinado pelo modelo geopotencial, obtendo assim a ondulação do geóide a partir do GPS/nivelamento associado ao modelo do geopotencial.

Esquemáticamente, a figura 05 mostra a situação da determinação da ondulação do geóide por GPS/nivelamento associado aos modelos dos geopotencial.

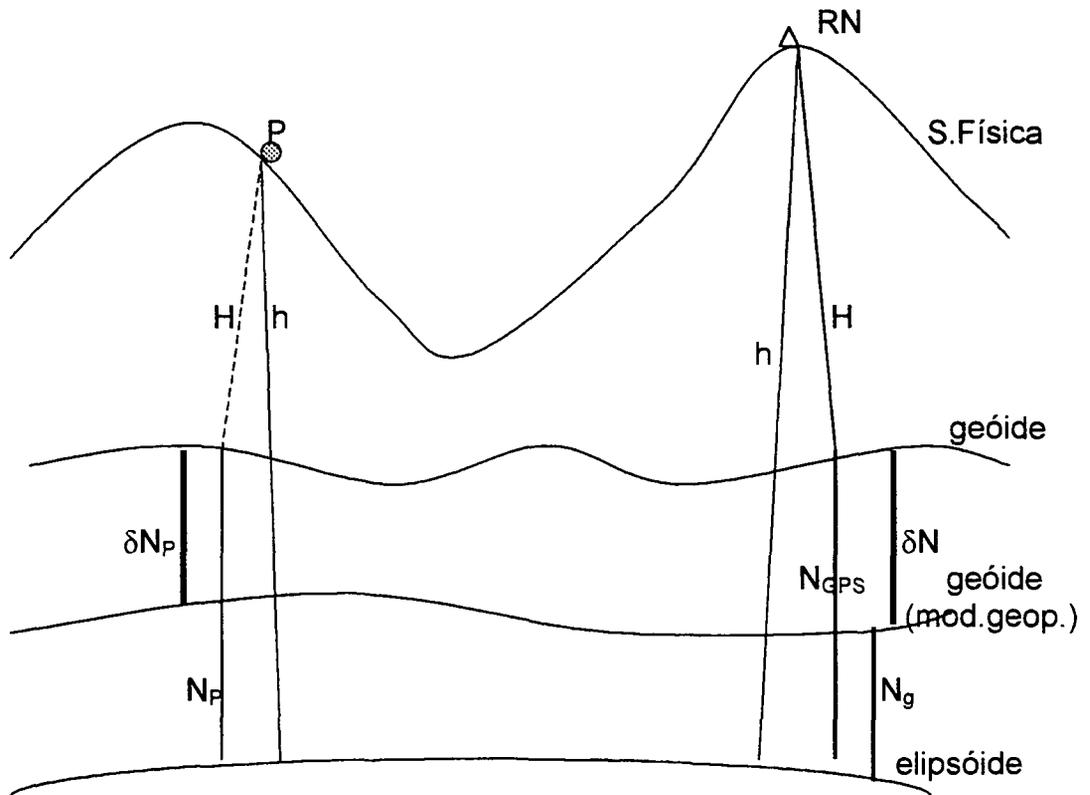


Figura 05- Determinação da ondulação do geóide pelo modelo do geopotencial associado ao GPS/nivelamento.

Onde:

- . H – Altitude ortométrica;
- . h – Altitude geométrica;
- .  $N_g$  – Ondulação do geóide obtida pelo modelo do geopotencial;
- .  $N_{GPS}$  – Ondulação do geóide obtida pelo GPS/nivelamento; e
- .  $\delta N$  – Separação entre o modelo geopotencial e o geóide.

Com auxílio da figura 05, tem-se:

$$\delta N = N_{GPS} - N_g$$

ou,

$$N_{GPS} = N_g + \delta N \quad (3.9)$$

Ainda, utilizando a figura 05 e imaginando uma situação onde pretende-se determinar a altitude ortométrica utilizando desta técnica – associação do

GPS/nivelamento com o modelo geopotencial – P representa o ponto no qual intenciona-se a determinação da ondulação do geóide ( $N_P$ ). Em uma situação ideal, tem-se:

$$N_P = N_g + \delta N_P \quad (3.10)$$

A determinação do modelo matemático que proporciona  $\delta N_P$  dá-se de maneira análoga à determinação do geóide geométrico, item (3.2) equações de (3.5) à (3.8), onde será modelada a diferença de ondulação ( $\delta N_P$ ), obtida pelo modelo geopotencial e GPS/nivelamento nas RRNN. Lembra-se que, nas equações acima mencionados, os  $z_i$  devem ser substituídos por  $\delta N_i$ . Seleccionada qual das equações será utilizada para representar a separação, com auxílio do M.M.Q., determina-se os parâmetros da equação seleccionada. Esta equação deverá representar a separação entre o modelo geopotencial e o geóide da região em apreço. Utiliza-se o modelo do geopotencial, ao ponto no qual pretende-se  $N_P$ , e com auxílio dos parâmetros determinados no ajustamento, calcula-se o  $\delta N_P$ . A expressão (3.10) proporcionará a ondulação do geóide no ponto.

### 3.5 Altitudes determinadas no Brasil

As entidades governamentais, responsáveis pela realização da Rede de Nivelamento Fundamental do Brasil – RNFB, executaram as operações de nivelamento geométrico sempre desacompanhadas de determinações gravimétricas. A obtenção da altitude em um determinado ponto **P** é obtida simplesmente somando-se os desníveis obtidos no nivelamento, corrigidas do não paralelismo das superfícies equipotenciais.

Constata-se que, em consequência do não paralelismo das superfícies eqüipotenciais, que pode ser visto de maneira exagerada na figura (06), os desníveis parciais dependerão do caminho seguido na execução do nivelamento. Para cada caminho arbitrário corresponderá uma altitude para a estação pretendida, fato este que não ocorre se forem utilizados os números geopotenciais, pois estes dependem apenas dos pontos inicial e final.

No nivelamento que vem sendo desenvolvido no Brasil é realizada a correção do não paralelismo das superfícies eqüipotenciais do campo da gravidade normal, denominada de “correção ortométrica”. Para o modelo da Terra Normal, a correção do não paralelismo dá-se com auxílio da equação (3.2), o desenvolvimento desta equação encontra-se em FREITAS & BLITZKOW (1999).

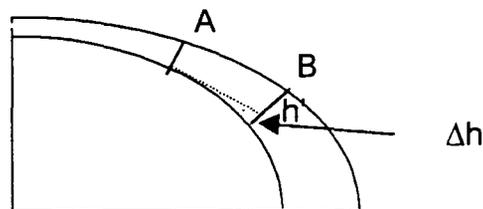


Figura 06 – Não paralelismo das superfícies eqüipotenciais do campo da gravidade normal.

Em consequência do não paralelismo das superfícies eqüipotenciais, os levantamentos altimétricos desenvolvidos no Brasil sofreram a referida correção, dada pela equação (3.2).

$$C = 1542 \cdot 10^{-9} \cdot H_m \Delta\phi' \text{ sen } 2\phi \quad (3.11)$$

Onde:

$C$  – correção do não paralelismo, na mesma unidade de  $H$ ;

$H_m$  – altitude média do trecho;

$\Delta\phi'$  – diferença de latitude da linha de nivelamento, em minutos de arco; e

$\phi$  - latitude média do trecho.

Com::

$$H_M = \frac{H_0 s_0 + H_n s_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} H_i (s_{i-1} + s_{ii})}{2 \sum_{i=0}^{n-1} s_i} \quad (3.11)$$

Onde:

$s_0$  - distância do ponto inicial ao 2º ponto da linha; e

$s_{i-1}$  - distância do ponto  $i-1$  ao ponto  $i$ .

A precisão requerida para o fechamento de seções de nivelamento de 1ª ordem no Brasil é de  $3 \text{ mm } \sqrt{K}$ , onde  $K$  é a média da distância nivelada e contra-nivelada, em quilômetros. Também este critério é utilizado para fechamento de circuitos após a aplicação da “correção ortométrica”.

Considerando que a região onde foi desenvolvida a presente tese encontra-se, aproximadamente, a 800 km do datum vertical (Imbituba SC), utilizando-se da equação 3.12 (VANICECK & KRAKIWSKI, 1982):

$$\sigma = 1,8 \cdot 10^{-3} d^{2/3} (km) \quad (3.12)$$

Onde:

$\sigma$  - Erro esperado nas RRNN; e

$d$  – distância da RN ao datum.

## 4 GPS NA ÁREA DO TRABALHO E BASE DE DADOS

Este capítulo tem por objetivo identificar e situar a área de estudo, descrevendo inicialmente as características gerais da região enfocando os aspectos físicos (geomorfológicos). Ainda neste capítulo, apresenta-se a metodologia utilizada para a execução do trabalho, isto é, as etapas que foram cumpridas para a coleta e processamento de dados.

O início do trabalho de campo deu-se com a verificação do estado de conservação das RRNN. A etapa seguinte foi a seleção das RRNN encontradas e, após esta, foram elaborados itinerários para os rastreamentos. Na seqüência, trata-se do procedimento de campo para a execução do rastreamento sobre as RRNN, como também a forma do processamento dos dados de campo.

### 4.1 Aspectos geomorfológicos da região

O Estado do Paraná, em sua maior extensão é formado por *estratos* e *planaltos* que declinam suavemente em direção a oeste e noroeste. Sua *paisagem* de “*cuestas*” abrange o complexo cristalino abaulado (MAACK, 1981).

Segundo a classificação apresentada em MAACK (1981), a área de estudo localiza-se na região do Terceiro Planalto, mais especificamente na zona 5-b (norte do estado) do *grande bloco setentrional* do planalto do “*trapp*”, e é denominado de Planalto de Apucarana.

O Terceiro Planalto representa a região dos Grandes Derrames de Lavas Básicas do vulcanismo Gondwânico do *Pós-Triássico* até o *Neo-Cretácio*. As *possantes* massas de lavas ascenderam através das *fendas tectônicas de tração*, que cruzam os planaltos rumo Noroeste como diques de *diabásios*. O arenito eólico Caiuá, que se estende sobre os derrames de “*trapp*” no setor noroeste e oeste dos

Blocos Planálticos de Apucarana e Campo Mourão documentam um clima árido durante a Era Mesozóica do Triássico Superior até o Neo-Cretáceo. Este tipo de tectônica é reconhecido como estável e portanto não são esperadas variações significativas das altitudes desde a implantação da Rede de Nivelamento Fundamental do Brasil pelo IBGE.

#### 4.2 Localização da Área

A área onde deu-se o desenvolvimento do estudo encontra-se na Região Norte do Estado do Paraná, conforme figura 20 (Mapa de Municípios do Estado do Paraná), mais especificamente entre as cidades de Nova Esperança, Doutor Camargo, Apucarana e Arapongas; possuindo uma altitude média de 556m , onde a máxima altitude é de 815 m e a mínima de 345 m.

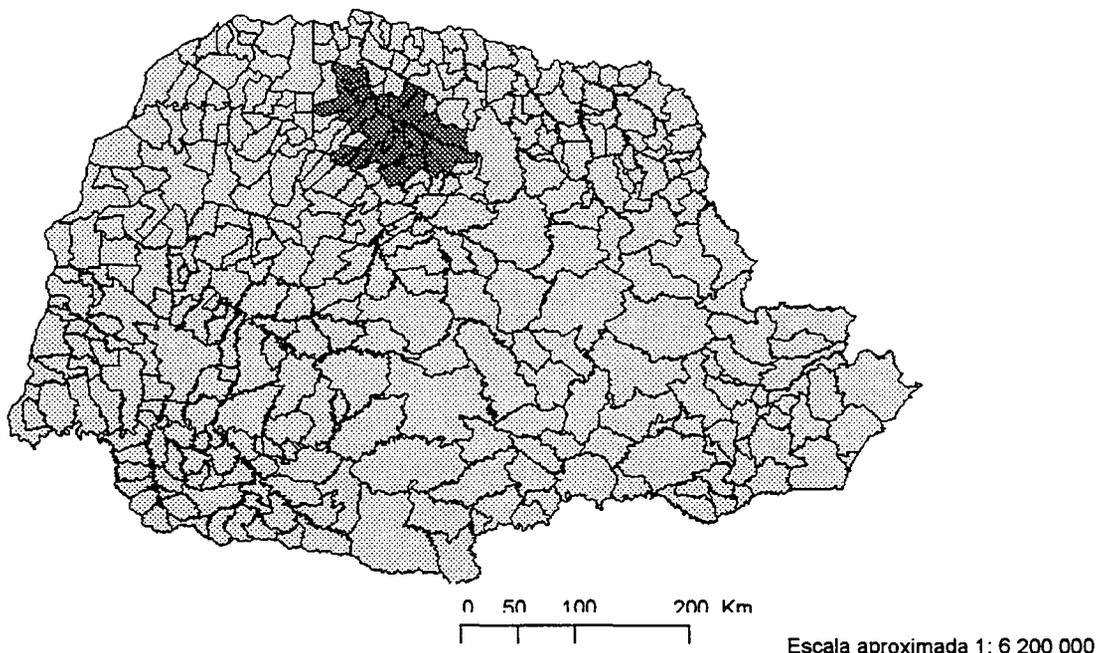


Figura 07 – Região de estudo

Fonte: [www.datasus.gov.br](http://www.datasus.gov.br)

A área destacada na figura 07, representa os municípios que possuem RRNN rastreadas, ou seja, que fazem parte do presente projeto.

Pode-se ver na figura 08 (Localização esquemática da região), a localização da área do projeto e as estações utilizadas como fixas nos processamentos dos dados GPS.

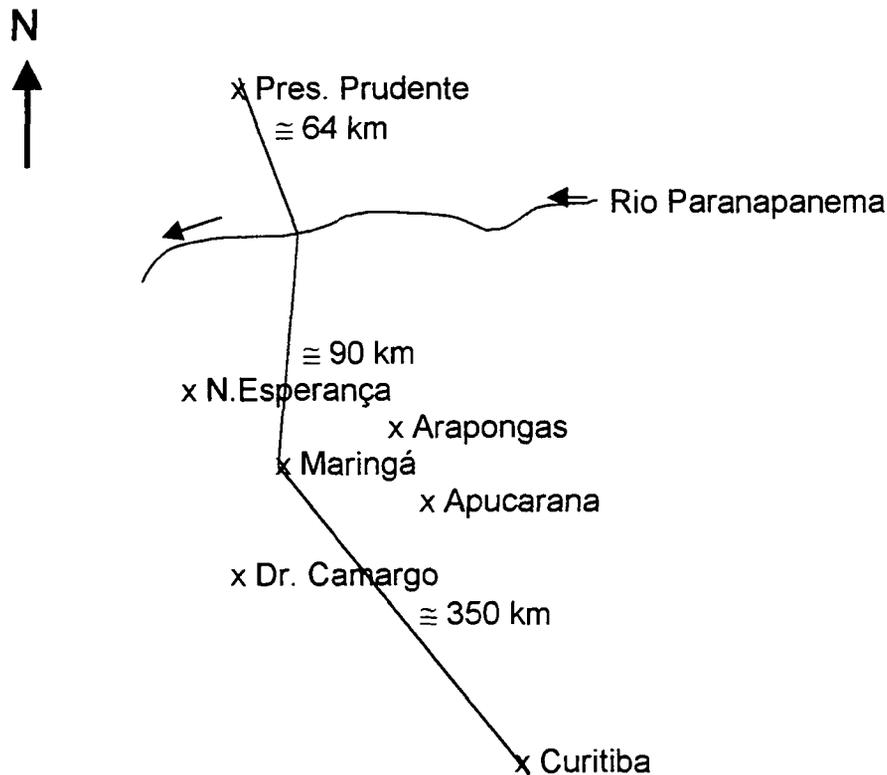


Figura 08 – Localização esquemática da Área

A região onde desenvolveu-se o presente projeto está distante de aproximadamente 150 km de Presidente Prudente e de 350 km de Curitiba. Verifica-se que, após a implantação dos marcos de RRNN (1981), a região sofreu um grande desenvolvimento, impulsionado pela agropecuária e, conseqüentemente suas rodovias sofreram ampliações, ocasionando destruição de várias RRNN.

### 4.3 Reconhecimento

A fase de reconhecimento das RRNN foi conduzida de forma bastante criteriosa, pois a partir desta foi desenvolvido todo o planejamento de execução das atividades de campo.

Objetivou-se durante as etapas de reconhecimento ter um primeiro contato com a região de estudo, observando a facilidade de acesso às RRNN, verificando o estado de conservação das mesmas e examinando a possibilidade destas terem sido removidas de suas posições originais. Ainda no reconhecimento, avaliou-se a possibilidade de executar o rastreo sobre as RRNN, ou da necessidade de utilizar-se de uma estação excêntrica; nesta avaliação, atenção especial foi dada para diagnosticar possíveis obstruções dos sinais GPS e multi-caminhos (*multipath*).

Resumidamente, pode-se citar que o objetivo principal do reconhecimento foi o de proporcionar subsídios para elaborar a seleção das RRNN a serem rastreadas e o percurso a ser desenvolvido (seqüência das RRNN) na coleta de dados de campo.

Para a execução do reconhecimento, inicialmente a partir da listagem (cedida pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE) das RRNN da região, possuindo suas respectivas coordenadas geográficas (latitude, longitude e altitude ajustada), fez-se a “plotagem” destas RRNN (num total de 173 RRNN) em Carta Topográfica na escala de 1:50 000, editadas em 1972, a saber:

- Carta NOVA ESPERANÇA      folha SF-22-Y-D- I – 2;
- Carta MANDAGUAÇU        folha SF-22-Y-D- I – 4;
- Carta SANTA FÉ             folha SF – 22 – Y – D - I I – 1;
- Carta ASTORGA             folha SF – 22 – Y – D – I I – 2;
- Carta MARINGÁ             folha SF – 22 – Y – D – I I – 3;

- Carta SABÁUDIA                      folha SF – 22 – Y – D – I I – 4;
- Carta IVATUVA                        folha SF – 22 – Y – D – I V – 2;
- Carta BOM SUCESSO                folha SF – 22 – Y – D – V – 1; e
- Carta MANDAGUARI                folha SF – 22 – Y – D – V – 2.

De posse das cartas, já com as RRNN plotadas, das fichas que contém as descrições da RRNN, elaborou-se um itinerário para o reconhecimento das RRNN. A partir deste itinerário, iniciou-se o reconhecimento propriamente dito, onde das 173 RRNN plotadas, foram selecionadas 123 RRNN para serem visitadas. Das 123 procuradas, 76 (62%) foram encontradas em condições de serem utilizadas no projeto; 47 (38%) não foram encontradas, destas 13 foram diagnosticadas como destruídas.

#### **4.4 Planejamento**

Com as RRNN reconhecidas (encontradas) elaborou-se um programa de rastreio, o qual contém o itinerário de rastreio das RRNN. Na elaboração deste programa foram selecionadas as RRNN a serem rastreadas, procurando-se escolher as RRNN de maneira que ficassem, aproximadamente eqüidistantes uma das outras (eqüidistância aproximadas entre as RRNN). Nesta etapa foram selecionadas 48 RRNN a serem rastreadas.

Considerando a distância que a região de estudo encontra-se de Presidente Prudente (aproximadamente 150 km) e de Curitiba (aproximadamente 350 km) e trabalhos que envolvem levantamentos GPS (PESSOA, 1994) verificou-se que, 50 a 60 minutos de rastreamento seriam suficientes para obter resultados confiáveis; com a finalidade de ter mais confiabilidade, optou-se por rastrear a maioria das RRNN

(39) por uma hora e vinte minutos (1h 20 min) a uma taxa de coleta de dados GPS de 15 segundos.

Com o objetivo de verificar a influência do tempo de rastreamento nos resultados, foram selecionadas 09 RRNN para serem rastreadas por um período de 2h 00 min. Assim, nas RRNN que possuem uma maior quantidade de observações foi possível analisar melhorias dos resultados.

No planejamento para o rastreamento foram observados os horários em que os receptores da estação UEPP e PARA estavam em manutenção, ou melhor, o horário em que os dados dos receptores eram descarregados e os receptores reiniciados.

As 48 RRNN selecionadas para o rastreamento, encontram-se nos circuitos:

- . LOANDA – PARANAÍ – MARINGÁ;
- . CASCAVEL – ENGENHEIRO BELTRÃO – MARINGÁ;
- . OURINHOS – LONDRINA – MARINGÁ;
- . MARINGÁ – CIANORTE – UMUARAMA; e
- . ARAPONGAS – SABÁUDIA – ASTORGA – ANGULO – ATALAIA<sup>1</sup>

Apresenta-se na figura 09 a distribuição das RRNN planejadas de serem rastreadas, representadas pelo símbolo “+”. Foram utilizadas as coordenadas na projeção Universal Transversa de Mercator, cujas origens são: o Equador, acrescida a constante de 10.000.000m; e o meridiano central 51<sup>o</sup> W, acrescida a constante de 500.000m.

---

<sup>1</sup> Na ficha de descrição das RRNN não consta nenhum nome para este circuito, assim, esta denominação apresentada pelo autor não tem significado junto ao IBGE

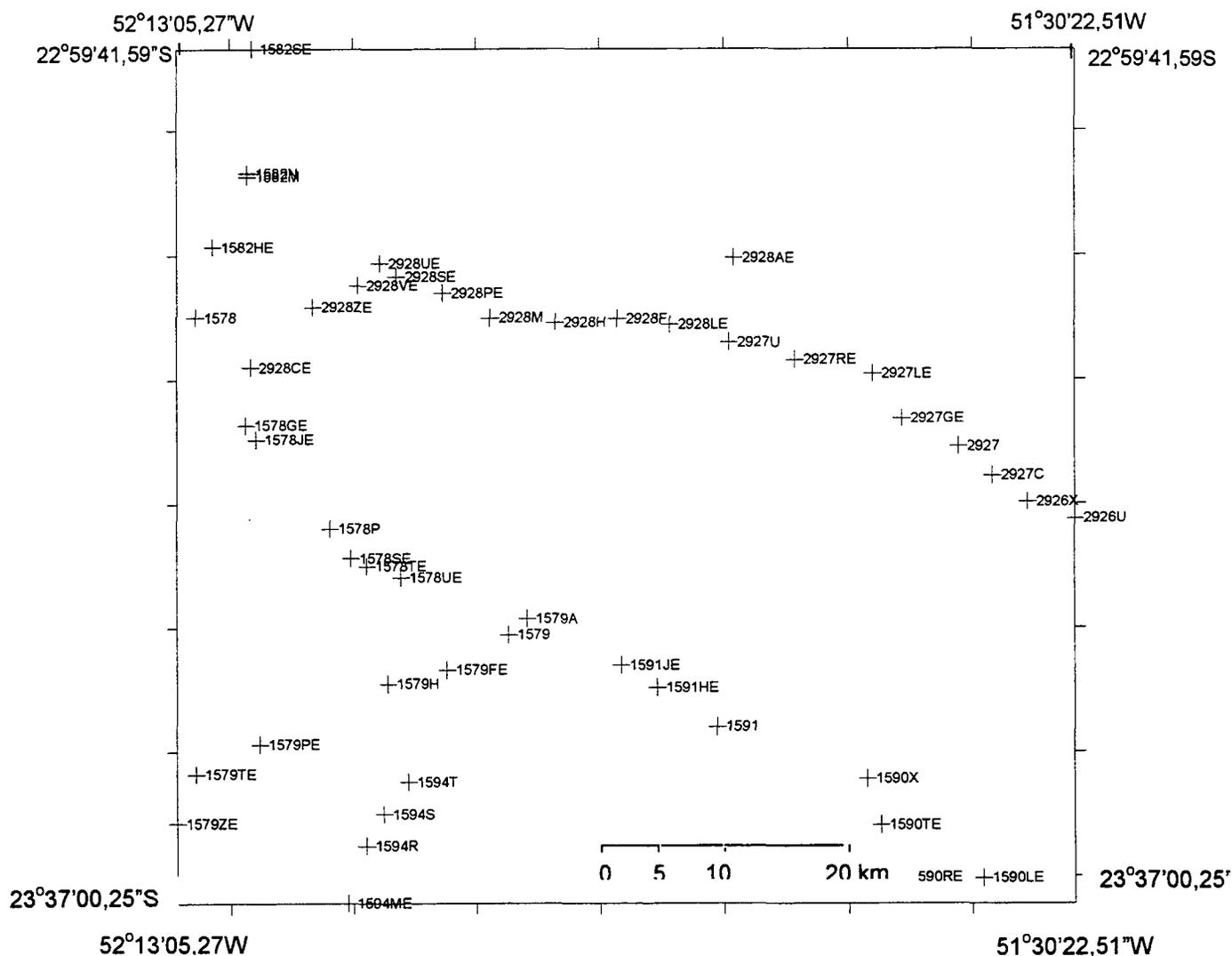


Figura 09- - RRNN planejadas de serem utilizadas nos rastreamentos GPS

#### 4.5 Rastreamento

Para cada dia de coleta de dados em campo, utilizando-se do software PLAN que possibilita verificar o número de satélites disponíveis para serem rastreados e, também o PDOP, determinou-se o melhor intervalo (horário) para a execução da coleta de dados GPS, excluindo-se do planejamento os horários de rastreio em que a constelação apresentava o PDOP maior que 4.0; ou seja, no planejamento foi

selecionado rastrear sempre nos horários em que o PDOP apresentava valores menores que 4,0. Deve-se destacar que na época das observações existiram dificuldades em se utilizar o VDOP no planejamento.

O rastreamento (em campo) foi desenvolvido respeitando o planejamento, e utilizando-se do rastreador TRIMBLE™ modelo 4000 SST, o qual possui a capacidade de rastrear as portadoras  $L_{1/2}$ , pertencente ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná. Observa-se que os três receptores envolvidos no projeto são do mesmo fabricante e mesmo modelo. O tempo de rastreio em cada seção foi de acordo com o planejamento, descrito no item 4.4.

Nas RRNN onde houve a necessidade de estação excêntrica, esta foi implantada a uma distância máxima de 40 m da RN. As estações excêntricas foram escolhidas de modo a eliminar possíveis bloqueios dos sinais causados por construções civis ou por vegetações próximas às RRNN, ou ainda por reflexos indesejáveis geradores de multicaminhos (*multipath*).

O desnível entre a estação excêntrica e a RN foi determinado por nivelamento geométrico, onde executou-se o nivelamento e contra-nivelamento. Nas estações onde houve a necessidade de mais de um lance, cuidados foram tomados para que o comprimento dos lances fossem aproximadamente iguais. A maior discrepância aceita entre o nivelamento e contra nivelamento foi de 2 mm.

Sempre que possível, no final de cada dia de trabalho, descarregava-se os dados GPS utilizando-se do computador 386 Thoshiba; ocasião em que executava-se o planejamento do dia seguinte.

O arquivo que continha os dados foram denominados de: **dia juliano**, onde cada estação rastreada foi designada de dia do ano, seguido do **número** da estação rastreada no dia.

#### **4.6. Processamento**

No processamento dos dados utilizou-se do “pacote” de programas denominado *GPS Analysis Software – GAS*, elaborado pela Universidade de Nottingham. Este programa foi desenvolvido, principalmente, para o processamento estático e ajustamento de multi-estações (STEWART et al. 1994). O GAS foi elaborado visando principalmente o processamento de redes GPS, utilizando-se de dupla diferença de fase da portadora, onde a rede GPS é formada com estações que coletam simultaneamente os dados dos mesmos satélites (STEWART et al. 1994).

O processamento utilizando-se do *Software GAS* é conduzido em fases, a saber:

- Inicialmente os dados “brutos”, coletados em campo são convertidos para o formato *Receiver INdependent EXchange, versão 2*. Para esta conversão, fez-se uso do programa RINEX2.EXE. Esta conversão fez-se necessária em razão do *software FILTERGM* utilizar-se dos dados neste formato;
- A conversão dos dados no formato RINEX para o formato NOT é feita utilizando-se do programa FILTERGM. Neste estágio de processamento os dados diagnosticados como ruins são eliminados, os “grandes *cycles slips*” são, aproximadamente corrigidos (MONICO, 1995). O programa, utilizando-se da pseudo-distância, nos fornece pelo processamento absoluto por ponto, as coordenadas aproximadas da estação. No processamento foram utilizadas as

efemérides precisas referenciadas ao *ITRF92* (sugerida em MONICO, 1995). Estas efemérides são determinadas e divulgadas pelo *IGS*.

Detecção dos *cycle slip*; realizada fazendo uso do módulo de programa PANIC, este módulo utiliza-se de um arquivo de controle (*file-control*) no qual deve-se informar qual o tipo de rastreador e antena utilizados no rastreamento, qual o modelo atmosférico a ser utilizado no processamento, e fazer a opção de correção das marés terrestres. Na fase de correção de *cycle-slip*, o módulo PANIC processa os dados GPS base a base. Os arquivos de saída contém a época em que ocorreu o *cycle slip*, os quais devem ser determinados (editados) manualmente no arquivo gerado pelo programa, denominado de nome da estação, com extensão *slp* (estação.slp). O passo seguinte é executar novamente o programa PANIC. Este procedimento é feito iterativamente até o momento em que não for diagnosticado nenhum *cycle slip*. A detecção dos *cycle slips*, no presente trabalho de Tese, deu-se primeiramente, determinando os *cycle slips* na base formada pelas estações PARA e RN (injunctionando como fixa a estação PARA); seguindo, a determinação dos *cycle slips* na base formada pela RN e estação UEPP (fixando a estação RN). Resumindo: Inicialmente detecta-se os *cycles slips* da base PARA – RN e, em seguida detecta-se os *cycle slips* na base RN – UEPP. Neste estágio supõe-se que a “rede” formada por PARA - RN - UEPP possuem todos os *cycle slips* detectados, assim os resultados são isentos de *cycle-slips*;

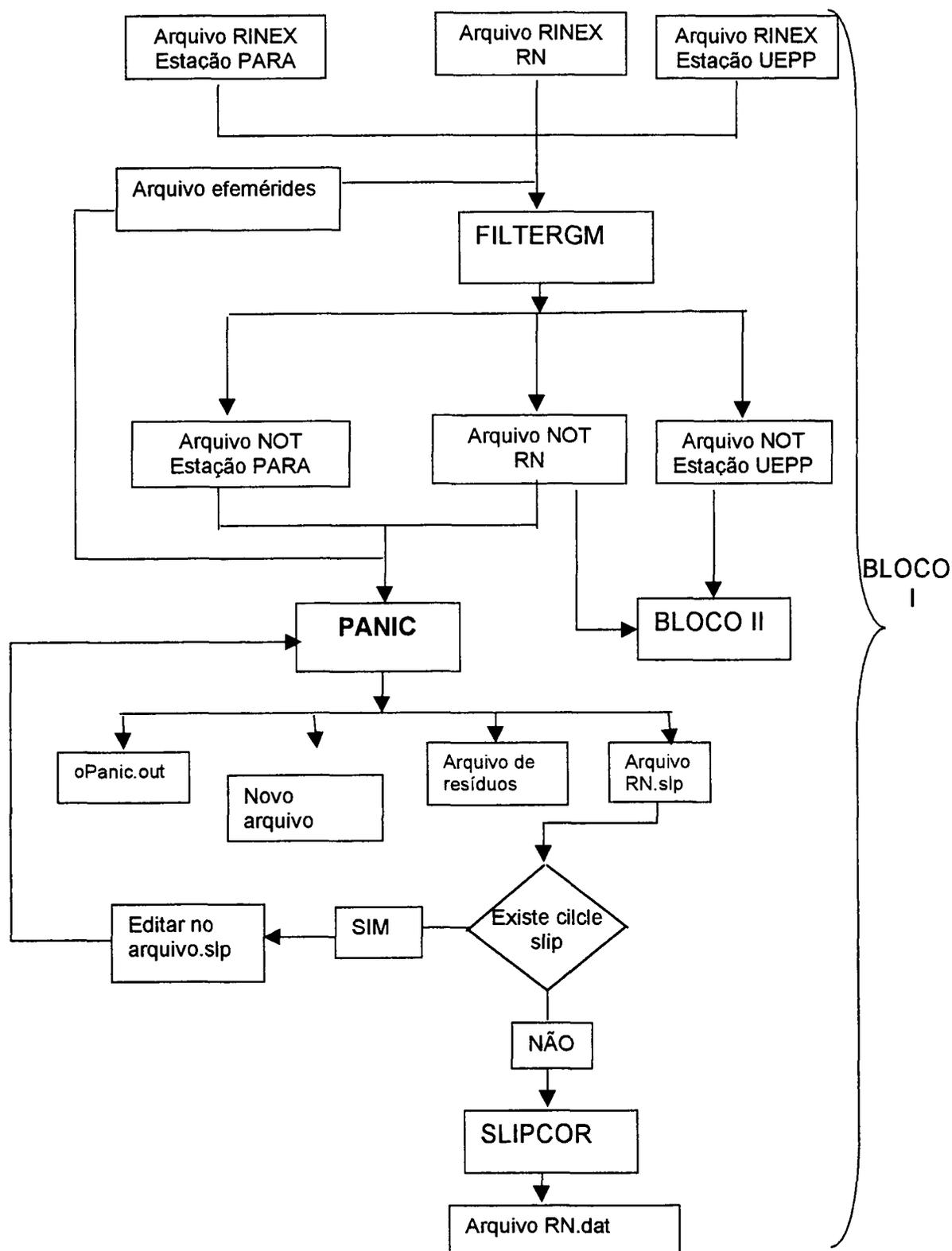
A fase seguinte é executar o programa SLIPCOR, o qual corrige os *cycle slip* no arquivo de dados. Neste passo já tem-se um arquivo de dados, que envolve a estação, corrigidos dos *cycle slip*;

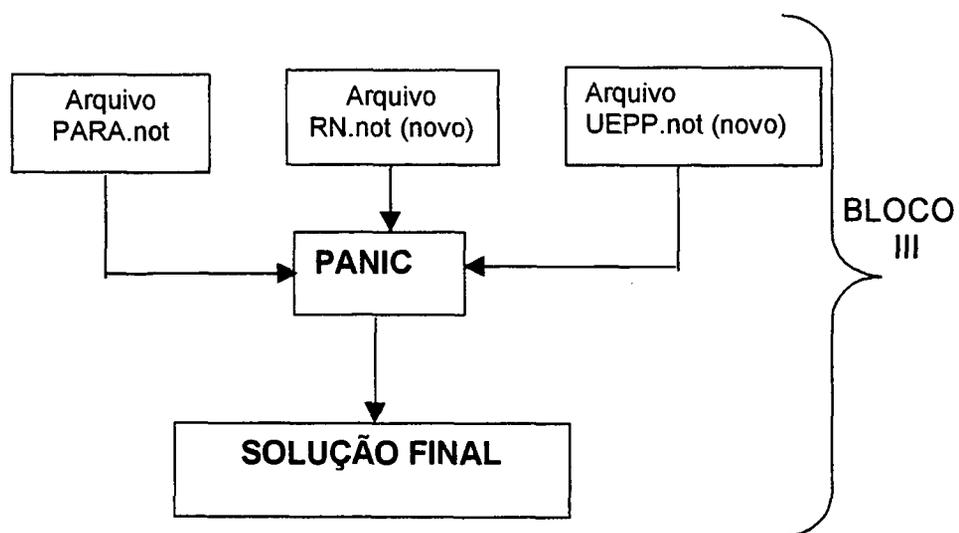
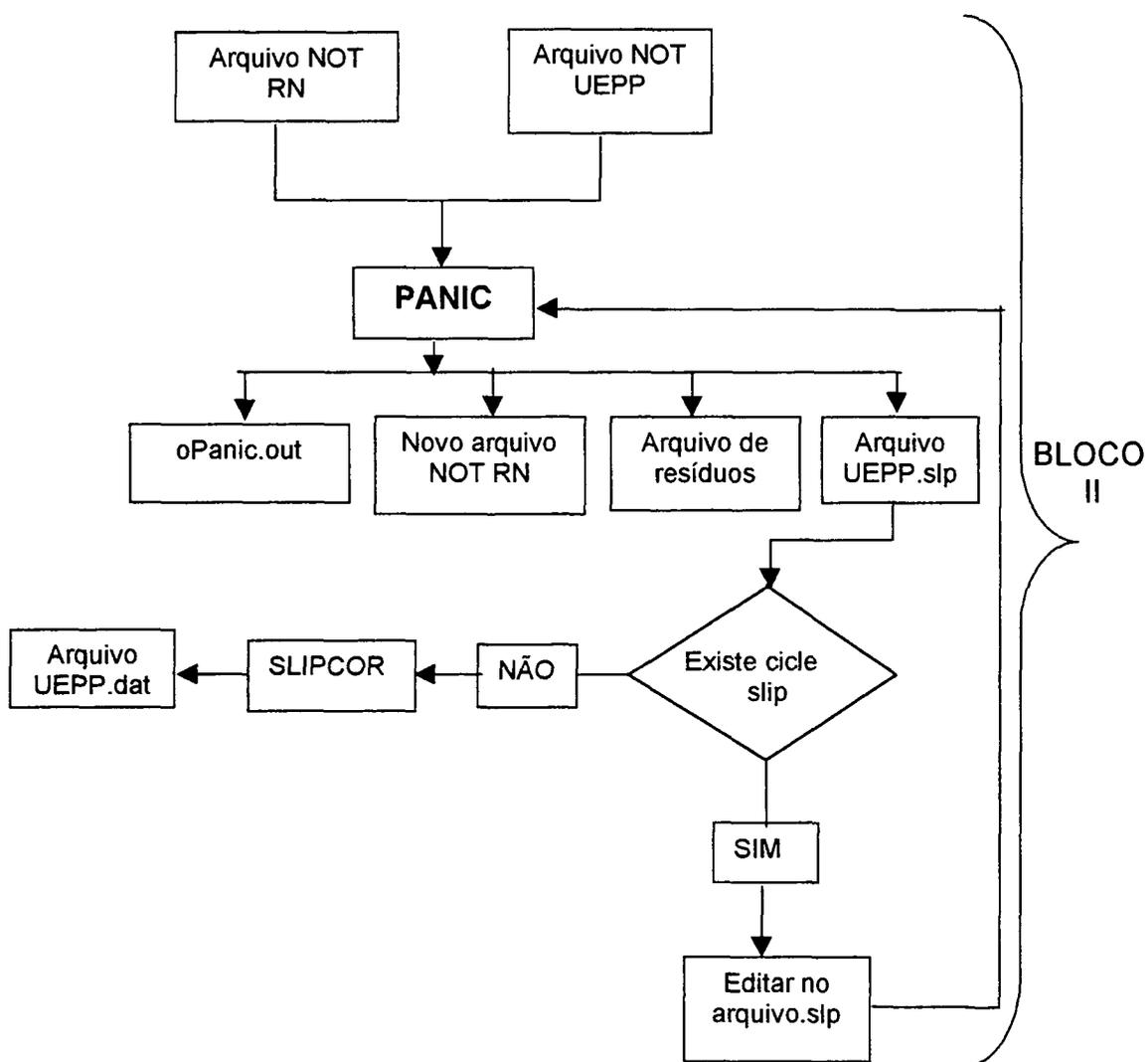
- O estágio último do processamento dos dados GPS é a execução do *software* PANIC. Neste momento, supõe-se que os arquivos de dados envolvidos na rede estão isentos de *cycles slips*; no presente trabalho, as coordenadas das estações PARA e UEPP foram injucionadas como fixas. Salienta-se que foram utilizadas as coordenadas fixas no sistema WGS84 (1ª realização), determinadas em campanha realizada em 1994 pelo IBGE em conjunto com a UFPR, USP e Universidade de Hannover.

No processamento GPS utilizou-se do modelo  $L_0$  (observação da fase da portadora) e a estratégia de processamento para a solução da ambigüidade: combinação da fase da portadora com a fase do código, conforme capítulo 2 (equação 2.10).

Na realização do processamento utilizou-se das coordenadas das estações fixas referenciadas ao WGS84 (primeira realização) e efemérides ITRF92, esta são compatíveis com o WGS84 (G 730) na ordem do decímetro. Assim, as coordenadas das RRNN resultantes deste processamento estão referenciadas ao WGS84 (primeira realização)

Com o objetivo de esclarecimentos, elaborou-se o fluxograma, este encontra-se subdividido em blocos (03) que segue:





#### 4.7 Resultados do processamento

Apresenta-se, neste item, uma síntese do resultado do processamento de uma RN (apresenta-se, no anexo 01, o resultado completo do processamento de uma RN), os desvios de todas as RRNN, gráficos ilustrativos dos desvios e, finalmente o gráfico que contém a estatística de todo o processamento.

```

*****
*   INSTITUTE OF ENGINEERING SURVEYING AND SPACE GEODESY   *
*   UNIVERSITY OF NOTTINGHAM, UK                             *
*   *                                                         *
*   GPS ANALYSIS SOFTWARE                                   *
*   *                                                         *
*   PANIC    -   version : 2.21                             *
*   *                                                         *
*   PROGRAM SOLUTION FILE                                   *
*****

Number of Observations Used      =      4937
Number of Unknowns Solved       =         19
RMS Double Difference Residual  =    0.0593 cycles   or   11.29 mm
Sigma Zero                       =    0.0423
A Posteriori Sigma of DD Obs.   =    0.0423 cycles   or   8.05 mm

FINAL STATION COORDINATES (metres)
=====

Station      X              Y              Z
-----
PARA         3763752.1762    -4365113.3110    -2724404.9983
2051         3599723.4148    -4613023.9710    -2530711.8058
UEPP         3687624.7890    -4620818.2488    -2386880.6599

COORDINATE STANDARD DEVIATIONS (metres)
=====

Station      X          Y          Z          Lat      Long      Height
-----
PARA         0.0000    0.0000    0.0000    0.0000    0.0000    0.0000
2051         0.0028    0.0030    0.0010    0.0012    0.0027    0.0030
UEPP         0.0000    0.0000    0.0000    0.0000    0.0000    0.0000

```

Apresenta-se a seguir os gráficos que contêm os desvios para as coordenadas X, Y, Z, e altitude, referentes ao processamento das RRNN. Os gráficos (figura 10 à figura 18) estão individualizados pelo dia da coleta de dados

(rastreo) e, finalmente a figura 19 contêm para cada dia as médias de: desvio em altitude dh; e desvio padrão s. Os valores numéricos que deram origens aos gráficos que segue, encontram-se no anexo 02.

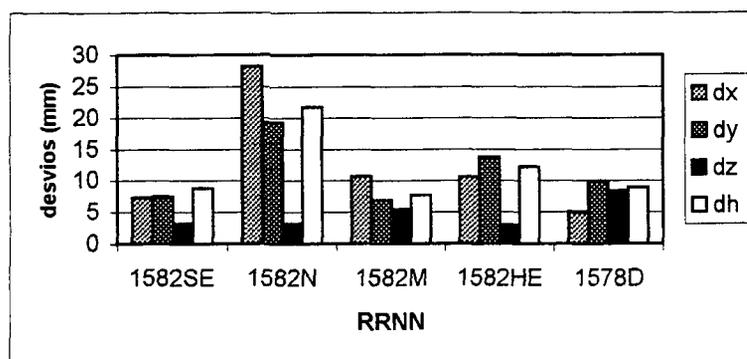


Figura 10 – Gráfico de desvios dos rastreios de 11.07.95

Observa-se que no dia 192 do ano de 1995 (11.07.95), as RRNN rastreadas apresentam, no resultado do processamento, desvios em altitudes menores que 15 mm, exceção à RN 1582N que apresenta desvio de aproximadamente 22 mm.

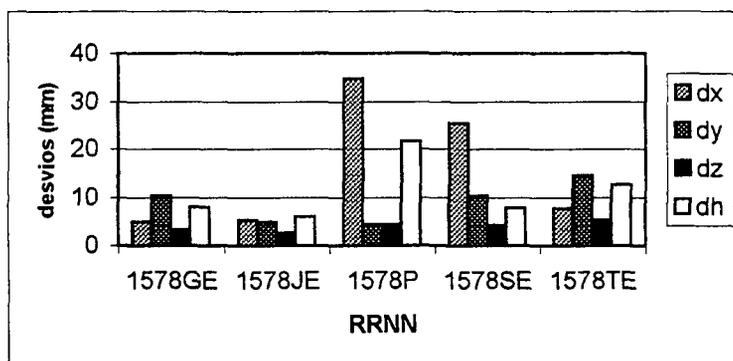


Figura 11 – Gráfico de desvios dos rastreios de 12.07.95

Os resultados, referentes ao dia 193/95 (12.07.95), apresentam desvios em h, da mesma ordem de grandeza aos do dia 192/95.

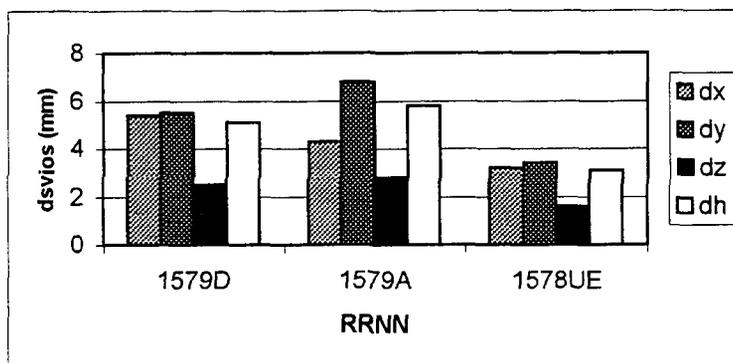


Figura 12 – Gráfico de desvios dos rastreios de 13.07.95

O processamento referente ao dia 194/95 (13.07.95), apresentam resultados de qualidade superiores aos determinados nos dias 192 e 193, onde os desvios em altitudes para as RRNN foram inferiores à 6 mm.

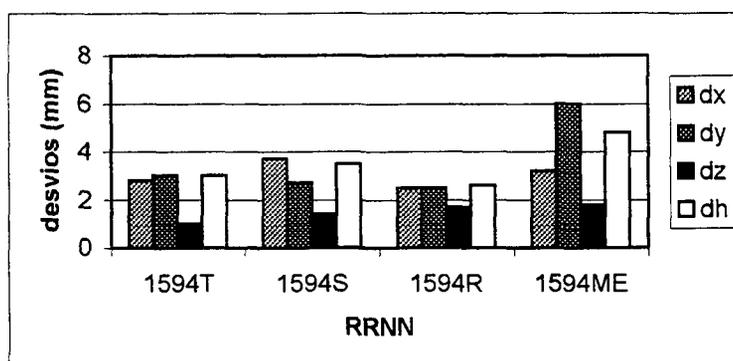


Figura 13 – Gráfico de desvios dos rastreios de 24.07.95

Os processamentos referentes ao dia 195/95 (24.07.95) proporcionaram resultados (desvios) semelhantes aos do dia 194/95.

As figuras que seguem (figura 14 à figura 18), pode-se verificar que os desvios em altitude, referentes aos processamentos dos dados coletados, são inferiores à 15 mm.

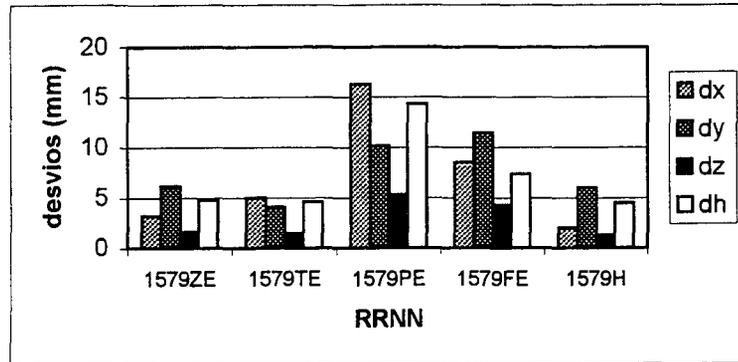


Figura 14 – Gráfico dos desvios dos rastreios de 25.07.95

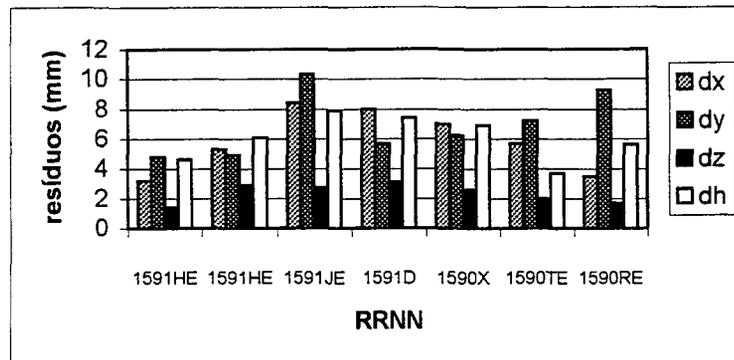


Figura 15 – Gráfico dos desvios dos rastreios de 26.07.95

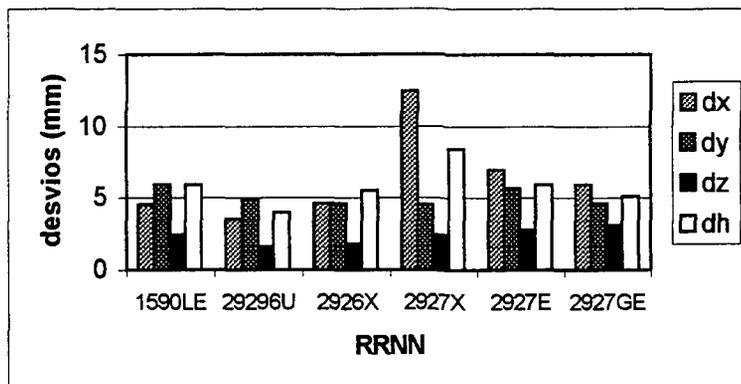


Figura 16 – Gráfico dos desvios dos rastreios de 27.07.95

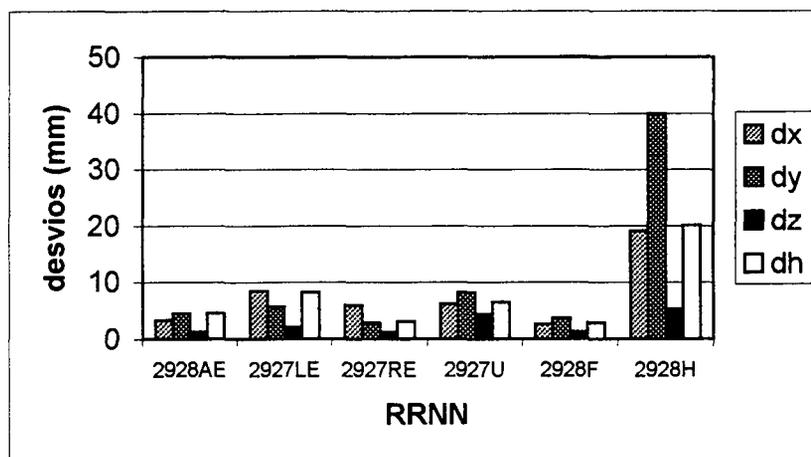


Figura 17 – Gráfico dos desvios dos rastreios de 01.08.95

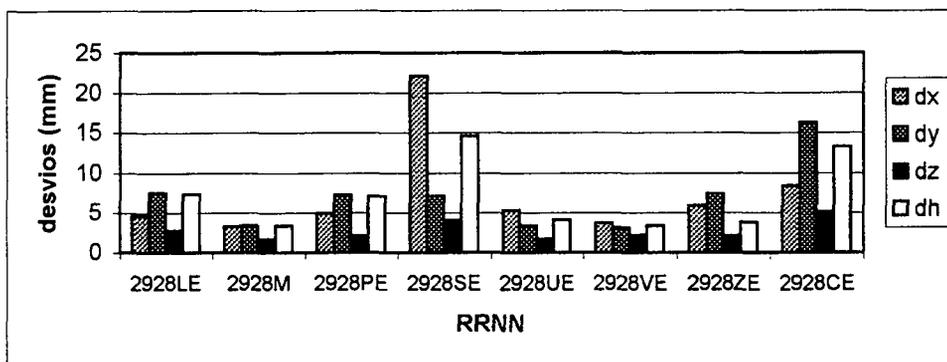


Figura 18 – Gráfico dos desvios dos rastreios de 02.08.95

Analisando as figuras que contêm os gráficos, verifica-se que apenas 6 RRNN (12,5%) apresentaram um ou mais dos desvios ( $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  ou  $dh$ ) superior a 15 mm; segue tabela 05, o demonstrativo das RRNN que apresentaram resíduos superiores a 15 mm e os respectivos eixos.

Tabela 5 - RRNN com desvios superior a 15 mm

RN	$dx$	$dy$	$dz$	$dh$
1582N	x	x		x
1578P	x			x
1579PE	x			
2928H	x	x		x
2928SE	x			
2928CE	x			

Com o objetivo de verificar o “comportamento” do desvio em altitude de todas as RRNN, elaborou-se a figura 19, onde entende-se por desvio ( $dh$ ) a média aritmética do desvio em altitude no dia em apreço; e desvio padrão como a medida de dispersão em altitude no referido dia.

No eixo das abscissas, na figura 19, consta dia do rastreo, na ordenada a média (conjunto) dos desvios e o desvio padrão para cada dia rastreado.

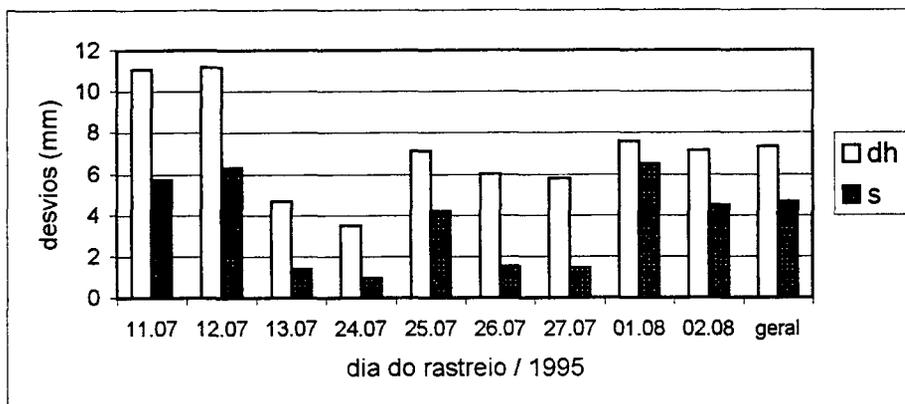


Figura 19 – Gráfico da média dos desvios em altitude ( $dh$ ) e desvio padrão ( $s$ )

Verifica-se que nos dias 24 e 25.07, nos quais o tempo de coleta de dados foi de 2 horas, os resultados dos mesmos não apresentaram resíduos melhores (menor) que os dias com rastreo de 1 hora e 20 minutos (1h20min), destas apenas no dia 24 verifica-se uma “pequena” melhoria dos desvios em altitude.

A tabela 6 contém os resultados dos processamento dos dados GPS para todas as RRNN. A primeira coluna contém a denominação da RN; a segunda a abscissa X; a terceira contém a ordenada Y; e quarta coluna contém o eixo Z.

Tabela 6 – Resultado do processamento GPS

RN	X (m)	Y (m)	Z (m)
1582SE	3604455,113	-4639059,426	-2476386,431
1582N	3601692,212	-4636290,167	-2485631,380
1582M	3601644,540	-4636215,771	-2485855,881
1582HE	3598048,746	-4636208,575	-2491046,474
1578D	3595569,035	-4635368,256	-2496244,976
1578GE	3596606,090	-4630174,650	-2504263,307
1578JE	3596965,177	-4629323,901	-2505342,758
1578P	3599936,191	-4623404,380	-2511964,912
1578SE	3600691,279	-4621619,668	-2514168,594
1578TE	3601538,116	-4620611,313	-2514794,429
1579D	3609206,130	-4611788,141	-2519957,320
1579A	3610692,235	-4611255,465	-2518725,759
1578UE	3603481,135	-4618615,019	-2515627,658
1594T	3599723,412	-4613023,970	-2530711,805
1594S	3597525,904	-4613458,601	-2533068,521
1594R	3595736,170	-4613539,149	-2535385,001
1594ME	3593366,452	-4613040,123	-2539598,360
1579ZE	3584072,339	-4623578,632	-2533609,252
1579TE	3586264,703	-4623826,003	-2529982,110
1579PE	3590958,790	-4621403,351	-2527831,338
1579FE	3604544,824	-4613958,403	-2522524,512
1579H	3600452,111	-4616557,281	-2523487,328
1591JE	3615729,830	-4605389,053	-2522240,939
1591HE	3617525,088	-4603037,680	-2523903,307
1591HE	3617525,092	-4603037,689	-2523903,303
1591D	3620584,649	-4599126,755	-2526868,262
1590X	3629084,164	-4590405,351	-2530804,433
1590TE	3629003,946	-4588594,962	-2534228,532
1590RE	3629173,337	-4586320,882	-2538112,609
1590LE	3634409,170	-4582166,022	-2538192,611
2926U	3647427,276	-4586471,704	-2511650,123
2926X	3644742,953	-4589262,025	-2510360,283
2927C	3643065,691	-4591672,080	-2508387,026
2927E	3641518,486	-4594072,764	-2506244,303
2927GE	3638467,959	-4597579,908	-2504138,187
2928AE	3631030,176	-4609864,106	-2492152,045
2927LE	3637532,973	-4600153,218	-2500821,068
2927RE	3632891,901	-4604377,685	-2499731,520
2927U	3629095,402	-4608063,959	-2498405,501
2928F	3622418,099	-4614132,557	-2496568,956
2928H	3618367,241	-4617118,506	-2496801,470
2928CE	3625655,543	-4611417,913	-2497045,847
2928M	3614278,287	-4620420,180	-2496396,904
2928PE	3611782,800	-4623473,462	-2494562,157
2928SE	3609118,899	-4626198,997	-2493305,578
2928UE	3608389,406	-4627415,917	-2492355,942
2928VE	3606553,592	-4627983,164	-2493968,286
2928ZE	3603220,483	-4629726,955	-2495558,678
2929CE	3598071,166	-4631385,416	-2499962,008

#### 4.8 Base de dados

Na tabela 9 – Resultado do processamento GPS, salienta-se que as estações fixas estão referenciadas ao sistema WGS84 (1ª realização), no processamento foram utilizadas efermérides ITRF-92, que são compatíveis com o WGS84 (G 730) na ordem do decímetro.

As diferentes realizações WGS84 implicam em um deslocamento aparente de 82 cm na estação PARA e de 67 cm na estação UEPP. Com relação às altitudes este fato proporciona (tabela 03) diferenças de +10,9 cm e +13,9 cm na estação PARA e UEPP, respectivamente.

Considerando que as distâncias que as RRNN estão em relação às estações fixas, aproximadamente 154 km da estação UEPP e 350 km da estação PARA (ver figura 8), que o ajustamento GPS não ponderou as RRNN quanto às distâncias das estações fixas, e que as diferenças de altitudes devido às diferentes reslizações WGS84, conclui-se que as altitudes resultantes contém erros sistemáticos de aproximadamente +13 cm, além daqueles inerentes ao levantamento em si.

Com relação aos modelos do geopotencial utilizado, tem-se que o modelo EGM96 está referenciado ao WGS84 (G 873), e os modelos OSU91A e GEOCOM estão referenciados ao SGR80, compatível ao ITRF-0.

Considerando que a região de estudo encontra-se, aproximadamente, a 800 km de Imbituba SC (datum vertical), espera-se erros nas RRNN (equação 3.12) de cerca de 15,5 cm. Ainda com relação a erros, considerando que a área de trabalho possui dimensões, aproximadas, de 70 por 70 km, as RRNN podem possuir erros relativos de até 2,4 cm, quando considerado o padrão da rede de  $3\text{mm}\sqrt{K}$  (equação 3.12).

Aliada as diferentes realizações WGS84 e aos erros das RRNN, deve-se considerar que a topografia do nível médio dos mares (NMM) no datum é estimada em aproximadamente 13 cm, relativamente ao geóide do EGM96 (FREITAS et al. 1999).

O modelo OSU91A proporciona erros de 56 cm, em áreas onde possuem boa *cobertura de dados gravimétricos na geração do referido modelo*. Com relação ao modelo EGM96, espera-se erro de 46 cm em áreas com boa cobertura gravimétrica. O modelo GEOCOM, proporciona erro de 98 cm (este resultado o autor utilizou de 1611 pontos pertencentes à RNFB).

## 5 ELABORAÇÃO DA CARTA DE ONDULAÇÃO GEOIDAL

Este capítulo tem como objetivo principal apresentar os métodos de determinação da ondulação geoidal e os resultados alcançados neste trabalho, a saber: o método aqui denominado GPS/Nivelamento; pelo modelo geopotencial OSU91A; pelo modelo EGM96; pelo modelo GEOCOM; e pelo GPS/nivelamento associado aos modelos geopotenciais. Estão apresentados os modelos matemáticos para a interpolação das ondulações do geóide. Com a finalidade de realizar análises, foram elaborados Cartas de Ondulação Geoidal e figuras que representam as discrepâncias entre as referidas cartas.

### 5.1 Cálculo da ondulação geoidal

Neste item e sub-itens que seguem, são apresentados os resultados dos experimentos (da determinação da ondulação do geóide).

#### 5.1.1 Cálculo da ondulação do geóide por GPS associado ao nivelamento

Conforme já visto no Capítulo I, na equação 01 ( $H \cong h - N$ ), o nivelamento geométrico nos fornece a altitude ortométrica  $H$ , enquanto que o GPS fornece a altitude geométrica  $h$ . Conhecendo-se as altitudes ortométrica e geométrica, é possível a determinação de  $N$ .

A técnica de determinação da ondulação do geóide por GPS associado ao nivelamento contribuiu consideravelmente para o cálculo determinação do geóide em um local (na literatura encontra-se como determinação **de um geóide local**, o que descaracteriza a definição de geóide . . . *do nível médio dos mares não perturbado*). Neste método, deve-se ter um determinado número de RRNN

conhecidas, onde são executados os rastreamentos GPS, e assim, determinando a ondulação do geóide para cada RN rastreada.

A tabela 07, a primeira coluna contém as RRNN; a segunda coluna contém as altitudes geométricas determinadas pelo GPS, no sistema WGS84; e na terceira coluna as ondulações geoidais, calculadas com a equação (1.01), ou seja, altitude geométrica menos a altitude ortométrica.

Tabela 07 - Altitudes geométricas das RRNN e Ondulações Geoidais

RN	h (m)	N (m)	RN	h (m)	N (m)
1582SE	482,4093	-1,8592	1591D	631,7935	-1,8382
1582N	528,4071	-1,7196	1591X	750,4804	-1,7574
1582M	535,4897	-1,6530	1590TE	770,8590	-1,6841
1582HE	539,5355	-1,5606	1590RE	786,4582	-1,6494
1578D	576,5055	-1,6772	1590LE	813,6589	-1,5012
1578GE	553,2470	-1,7596	2926U	761,4114	-2,0882
1578JE	564,9745	-1,6643	2926X	722,8280	-2,0722
1578P	569,8290	-1,6087	2927C	717,5822	-2,0705
1578SE	576,5625	-1,6157	2927E	714,7595	-2,0149
1578TE	572,4920	-1,5297	2927GE	668,1514	-2,2934
1579D	572,6734	-1,7190	2928AE	570,0046	-2,2639
1579A	538,9110	-1,8949	2927LE	680,0341	-2,2778
1578UE	554,8558	-1,9414	2927RE	653,1336	-2,3622
1579T	394,2965	-1,7696	2927U	630,9786	-2,3199
1594S	410,6260	-1,8661	2928F	498,5718	-2,1947
1594R	386,2776	-1,7522	2928H	451,6779	-2,0393
1594ME	377,3701	-1,7440	2928LE	562,7029	-2,1237
1579ZE	380,7825	-1,6366	2928M	364,5041	-2,4770
1579TE	342,9726	-1,5962	2928PE	441,0615	-1,9652
1579PE	369,6973	-1,5319	2928SE	414,7514	-2,0265
1579FE	527,9219	-1,9285	2928UE	511,0962	-1,9932
1579H	480,2975	-1,7191	2928VE	518,8306	-1,8093
1591HE	535,2107	-1,7971	2928ZE	526,7720	-1,8211
1591JE	552,5802	-1,8278	2928CE	559,8827	-1,7066

Os dados acima (tabela 7) nos proporcionam :

- Média das ondulações geoidais  $-1,8657$  m;
- Dispersão das ondulações  $0,2446$  m;
- Máxima ondulação  $-1,5012$  m; e
- Mínima ondulação  $-2,4770$  m

Considerando as ondulações das RRNN próximas, o valor determinado na RN 2928M ( $-2,4770$ m) não pode condizer com a realidade física evidenciada pela comparação de N nesta RN com as obtidas em suas adjacentes (cerca de 50 cm de variação em N para as RRNN 2928PE e 2928H, distantes cerca de 4 km. Portando sugere-se que ocorreu algum problema (deslocamento da RN) ou mesmo um erro

grosseiro, devido a este fato, a RN 2928M não será considerada nos processamentos que segue.

Com objetivo de visualizar as altitudes ortométricas e as respectivas ondulações geoidais, elaborou-se a figura 20, onde foi aplicado um fator de escala de 200 vezes (200 x) nas ondulações geoidais. Os dados para elaboração desta figura consta da tabela 05.

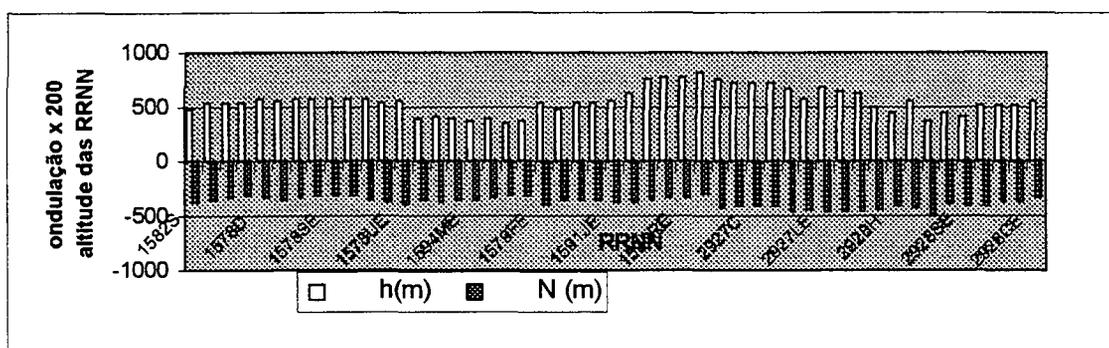


Figura 20 – Demonstrativo das altitude e ondulações geoidais.

Visualmente, verifica-se que a RN de maior altitude (RN 1590LE) não apresenta a maior ondulação. A maior ondulação consta da RN 2928 M, que possui altitude de 364,5041 m, sendo esta a menor altitude da região. Esta mesma RN deve ter algum problema (nivelamento geométrico ou GPS ?) conforme já descrito.

### 5.1.2 Cálculo da ondulação geoidal com uso do OSU91A

O cálculo da ondulação do geóide, referente ao modelo OSU91A, deu-se com uso do programa adquirido na Escola de Geóide – The Second International School for the Determination and Use of the Geoid, desenvolvido pelo Prof. PhD. Christian Tscherning do *Geophysical Department da University of Copenhagen da Denmark*.

Na tabela 08 constam as RRNN com suas respectivas altitudes geométricas e ondulações geoidais. As ondulações foram determinadas com uso dos coeficientes do modelo geopotencial OSU91A.

Tabela 08 – RRNN e ondulação geoidal OSU91A

RN	h (m)	N (m)	RN	h (m)	N (m)
1582SE	482,4093	-1,51	1591JE	552,5802	-0,95
1582N	528,4071	-1,30	1591D	631,7935	-0,92
1582M	535,4897	-1,29	1591X	750,4804	-0,92
1582HE	539,5355	-1,15	1590TE	770,8590	-0,85
1578D	576,5055	-1,03	1590RE	786,4582	-0,75
1578GE	553,2470	-0,93	1590LE	813,6589	-0,80
1578JE	564,9745	-0,92	2926U	761,4114	-1,64
1578P	569,8290	-0,88	2926X	722,8280	-1,61
1578SE	576,5625	-0,86	2927C	717,5822	-1,62
1578TE	572,4920	-0,87	2927E	714,7595	-1,64
1579D	572,6734	-0,91	2927GE	668,1514	-1,62
1579 <sup>A</sup>	538,9110	-0,95	2928AE	570,0046	-1,72
1578UE	554,8558	-0,89	2927LE	680,0341	-1,68
1579T	394,2965	-0,63	2927RE	653,1336	-1,61
1594S	410,6260	-0,56	2927U	630,9786	-1,56
1594R	386,2776	-0,50	2928F	498,5718	-1,47
1594ME	377,3701	-0,39	2928H	451,6779	-1,40
1579ZE	380,7825	-0,55	2928LE	562,7029	-1,55
1579TE	342,9726	-0,42	2928PE	441,0615	-1,33
1579PE	369,6973	-0,53	2928SE	414,7514	-1,30
1579FE	527,9219	-0,81	2928UE	511,0962	-1,30
1579H	480,2975	-0,74	2928VE	518,8306	-1,24
1591HE	535,2107	-0,95	2928ZE	526,7720	-1,16
			2929CE	559,8827	-1,01

As ondulações geoidais das RRNN, referentes ao modelo OSU91A, apresentam:

- Média das ondulações -1,09184 m;
- Dispersão das discrepâncias 0,37864 m;
- Ondulação máxima – 0,39 m; e
- Ondulação mínima – 1,72 m.

### 5.1.3 Cálculo da ondulação geoidal com uso do EGM96

O modelo EGM96 foi desenvolvido através da colaboração de três instituições: Ohio State University (OSU); National Imagery and Mapping Agency (NIMA); e National Aeronautics and Space Administration (NASA).

O cálculo da ondulação do geóide, utilizando-se os coeficientes EGM96 deu-se com uso do Programa Desenvolvido Pelo Prof. Dr. Denizar Blitzkow da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Os resultados encontram-se na tabela 09.

Tabela 09 – RRNN e ondulação geoidal EGM96

RN	h (m)	N (m)	RN	h (m)	N (m)
1582SE	482,4093	-1,88	1591D	631,7935	-1,52
1582N	528,4071	-1,72	1591X	750,4804	-1,47
1582M	535,4897	-1,72	1590TE	770,8590	-1,41
1582HE	539,5355	-1,62	1590RE	786,4582	-1,33
1578D	576,5055	-1,54	1590LE	813,6589	-1,30
1578GE	553,2470	-1,48	2926U	761,4114	-1,93
1578JE	564,9745	-1,48	2926X	722,8280	-1,94
1578P	569,8290	-1,46	2927C	717,5822	-1,97
1578SE	576,5625	-1,45	2927E	714,7595	-2,00
1578TE	572,4920	-1,46	2927GE	668,1514	-2,00
1579D	572,6734	-1,51	2928AE	570,0046	-2,10
1579 <sup>A</sup>	538,9110	-1,53	2927LE	680,0341	-2,05
1578UE	554,8558	-1,47	2927RE	653,1336	-2,01
1579T	394,2965	-1,31	2927U	630,9786	-1,97
1594S	410,6260	-1,27	2928F	498,5718	-1,90
1594R	386,2776	-1,22	2928H	451,6779	-1,83
1594ME	377,3701	-1,14	2928LE	562,7029	-1,94
1579ZE	380,7825	-1,06	1591JE	552,5802	-1,54
1579TE	342,9726	-1,13	2928PE	441,0615	-1,76
1579PE	369,6973	-1,22	2928SE	414,7514	-1,74
1579FE	527,9219	-1,44	2928UE	511,0962	-1,74
1579H	480,2975	-1,38	2928VE	518,8306	-1,69
1591HE	535,2052	-1,54	2928ZE	526,7720	-1,64
1591HE	535,2107	-1,54	2929CE	559,8827	-1,53

A tabela 09, acima, nos proporciona:

- Média das ondulações -1,6044 m;
- Dispersão 0,2724 m;
- Ondulação máxima – 1,06 m; e
- Ondulação mínima – 2,10 m.

### 5.1.4 Cálculo da ondulação geoidal com uso do GEOCOM

O cálculo da ondulação do geóide, utilizando-se do Programa Desenvolvido Pelo Prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá do Departamento de Geofísica da Universidade de São Paulo. Os resultados encontram-se na tabela 10.

Tabela 10 – RRNN e ondulação geoidal GEOCOM

RN	h (m)	N (m)	RN	h (m)	N (m)
1582SE	482,4093	-2,09	1591X	750,4804	-2,13
1582N	528,4071	-2,15	1590TE	770,8590	-2,10
1582M	535,4897	-2,03	1590RE	786,4582	-2,05
1582HE	539,5355	-2,17	1590LE	813,6589	-1,98
1578D	576,5055	-1,92	2926U	761,4114	-1,91
1578GE	553,2470	-1,95	2926X	722,8280	-2,33
1578JE	564,9745	-1,96	2927C	717,5822	-2,34
1578P	569,8290	-2,05	2927E	714,7595	-2,35
1578SE	576,5625	-2,08	2927GE	668,1514	-2,39
1578TE	572,4920	-2,10	2928AE	570,0046	-2,41
1579D	572,6734	-2,13	2927LE	680,0341	-2,47
1579 <sup>A</sup>	538,9110	-2,15	2927RE	653,1336	-2,47
1578UE	554,8558	-2,13	2927U	630,9786	-2,44
1579T	394,2965	-2,06	2928F	498,5718	-2,39
1594S	410,6260	-2,04	2928H	451,6779	-2,37
1594R	386,2776	-2,03	2928LE	562,7029	-2,33
1594ME	377,3701	-2,02	1591JE	552,5802	-2,37
1579ZE	380,7825	-1,83	2928PE	441,0615	-2,45
1579TE	342,9726	-1,87	2928SE	414,7514	-2,19
1579PE	369,6973	-1,93	2928UE	511,0962	-2,17
1579FE	527,9219	-2,09	2928VE	518,8306	-2,15
1579H	480,2975	-2,07	2928ZE	526,7720	-2,09
1591HE	535,2107	-2,14	2929CE	559,8827	-1,98
1591D	631,7935	-2,14			

A tabela 10, acima, proporciona:

- Média das ondulações  $-2,141$  m;
- Dispersão  $0,174$  m;
- Ondulação máxima  $-1,73$  m; e
- Ondulação mínima  $-2,47$  m.

### **5.1.5 Ondulações do geóide obtidas pelo GPS/niv e pelos modelos OUS91A, EGM96 e GEOCOM**

A tabela 11 contém as RRNN, suas respectivas ondulações geoidais obtidas por GPS associado ao nivelamento e também as ondulações geoidais obtidas pelos modelos geopotenciais OSU91A, EGM96 e o GEOCOM. Contém também as diferenças entre as ondulações geoidais obtidas pelo GPS/nivelamento e os modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM.

Tabela 11 – Ondulações geoidais por GPS/niv., OSU91A, EGM96 e GEOCOM

RRNN	N <sub>GPS/niv</sub> (m)	N <sub>OSU91A</sub> (m)	N <sub>EGM96</sub> (m)	N <sub>GEOCOM</sub> (m)	N <sub>GPS-N<sub>MODELO</sub></sub>		
					OSU91A (m)	EGM96 (m)	GEOCOM (m)
1582SE	-1,86	-1,51	-1,82	-2,09	-0,35	0,02	0,24
1582N	-1,72	-1,30	-1,72	-2,15	-0,42	0,00	0,46
1582M	-1,65	-1,29	-1,72	-2,03	-0,36	0,07	0,34
1582HE	-1,56	-1,15	-1,62	-2,17	-0,41	0,06	0,60
1578D	-1,68	-1,03	-1,54	-1,92	-0,65	-0,14	0,27
1578GE	-1,76	-0,93	-1,48	-1,95	-0,83	-0,28	0,23
1578JE	-1,66	-0,92	-1,48	-1,96	-0,74	-0,18	0,27
1578P	-1,61	-0,88	-1,46	-2,05	-0,73	-0,15	0,42
1578SE	-1,62	-0,86	-1,45	-2,08	-0,76	-0,17	0,49
1578TE	-1,53	-0,87	-1,46	-2,10	-0,66	-0,07	0,50
1579D	-1,72	-0,91	-1,51	-2,13	-0,81	-0,21	0,35
1579 <sup>A</sup>	-1,89	-0,95	-1,53	-2,15	-0,94	-0,36	0,30
15278UE	-1,94	-0,89	-1,47	-2,13	-1,05	-0,47	0,24
1594T	-1,77	-0,63	-1,31	-2,06	-1,14	-0,46	0,37
1594S	-1,87	-0,56	-1,27	-2,04	-1,31	-0,60	0,22
1594R	-1,75	-0,50	-1,22	-2,03	-1,25	-0,53	0,26
1594ME	-1,74	-0,39	-1,14	-2,02	-1,35	-0,60	0,29
1579ZE	-1,64	-0,55	-1,06	-1,83	-1,09	-0,58	0,20
1579TE	-1,60	-0,42	-1,13	-1,87	-1,18	-0,47	0,15
1579PE	-1,53	-0,53	-1,22	-1,93	-1,00	-0,31	0,36
1579FE	-1,93	-0,81	-1,44	-2,09	-1,12	-0,49	0,21
1579H	-1,72	-0,74	-1,38	-2,07	-0,98	-0,34	0,32
1591HE	-1,80	-0,95	-1,54	-2,14	-0,88	-0,26	0,29
1591JE	-1,83	-0,95	-1,54	-2,14	-0,88	-0,29	0,29
1591DE	-1,84	-0,92	-1,52	-2,13	-0,92	-0,32	0,30
1590X	-1,76	-0,92	-1,47	-2,10	-0,83	-0,29	0,32
1590TE	-1,68	-0,85	-1,41	-2,05	-0,83	-0,27	0,37
1590RE	-1,65	-0,75	-1,33	-1,98	-0,90	-0,32	0,35
1590LE	-1,50	-0,80	-1,30	-1,91	-0,70	-0,20	0,37
2926U	-2,09	-1,64	-1,93	-2,33	-0,45	-0,16	0,28
2926X	-2,07	-1,61	-1,94	-2,34	-0,46	-0,23	0,29
2927C	-2,07	-1,62	-1,97	-2,35	-0,45	-0,10	0,28
2927ZE	-2,01	-1,64	-2,00	-2,39	-0,37	-0,01	0,17
2927GE	-2,29	-1,62	-2,00	-2,41	-0,67	-0,29	0,13
2928AE	-2,26	-1,72	-2,10	-2,47	-0,54	-0,16	0,22
2927LE	-2,28	-1,68	-2,05	-2,47	-0,60	-0,23	0,29
2927RE	-2,36	-1,61	-2,01	-2,44	-0,75	-0,35	0,10
2927U	-2,32	-1,56	-1,97	-2,39	-0,76	-0,35	0,08
2928F	-2,19	-1,47	-1,90	-2,37	-0,72	-0,29	0,23
2928H	-2,04	-1,40	-1,83	-2,33	-0,64	-0,21	0,25
2928CE	-2,12	-1,55	-1,94	-2,37	-0,57	-0,18	0,20
2928PE	-1,96	-1,33	-1,76	-2,45	-0,64	-0,21	0,28
2928SE	-2,03	-1,30	-1,74	-2,19	-0,73	-0,29	0,23
2928UE	-1,99	-1,30	-1,74	-2,17	-0,69	-0,25	0,20
2928VE	-1,81	-1,24	-1,69	-2,15	-0,57	-0,12	0,27
2928ZE	-1,82	-1,16	-1,64	-2,09	-0,66	-0,18	0,27
2929CE	-1,71	-1,01	-1,53	-1,98	-0,70	-0,18	0,26
				Média	-0,767	-0,256	+0,284
				desvio padrão	0,255	0,163	0,114

Com os dados da tabela 09, foram elaboradas figuras que representam as ondulações geoidais determinadas pelo GPS/Nivelamento, pelo Modelo OSU91A e pelo Modelo EGM96 e as discrepâncias de ondulações geoidais apresentadas entre:

- GPS/Nivelamento e o Modelo OSU91A;
- GPS/Nivelamento e o Modelo EGM96; e
- GPS/Nivelamento e o Modelo GEOCOM.

As figuras que seguem, da figura 21 à figura 29, apresentam-se em forma de gráficos as ondulações do geóide obtidas por GPS/nivelamento; pelos modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM. O gráficos representam os desvios determinados pela diferença entre a ondulação obtida pelo GPS/nivelamento e pelos referidos modelos. As figuras são individualizadas pelo dia do ano em que as RRNN foram rastreadas, conforme segue:

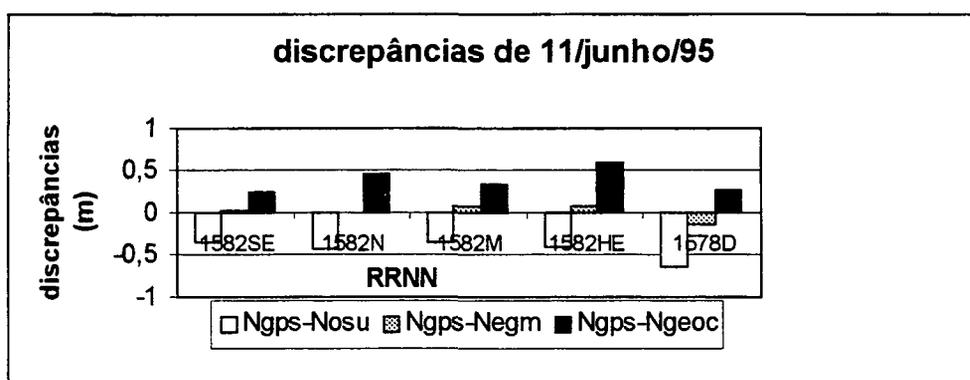


Figura 21 – Discrepâncias do dia 192 do ano de 1995.

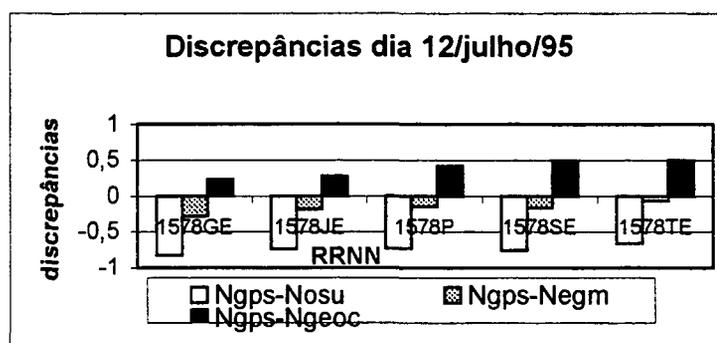


Figura 22 – Discrepâncias do dia 193 do ano de 1995

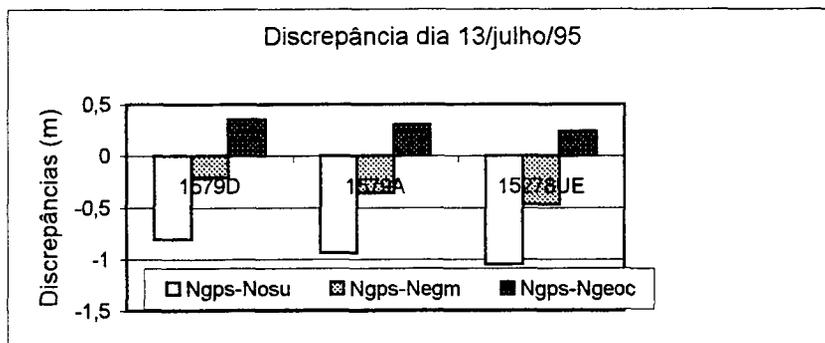


Figura 23 - Discrepâncias do dia 194 do ano de 1995.

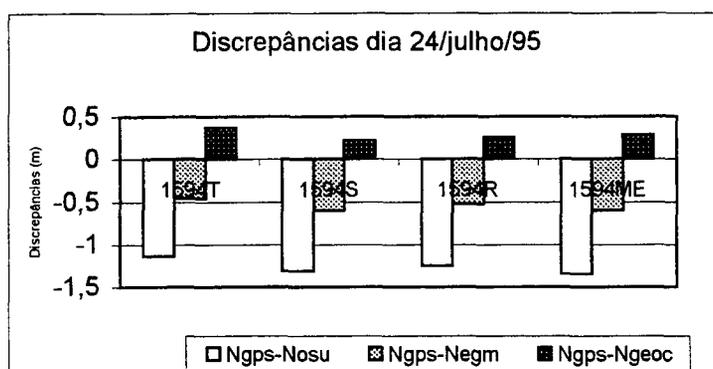


Figura 24 - Discrepâncias do dia 205 do ano de 1995.

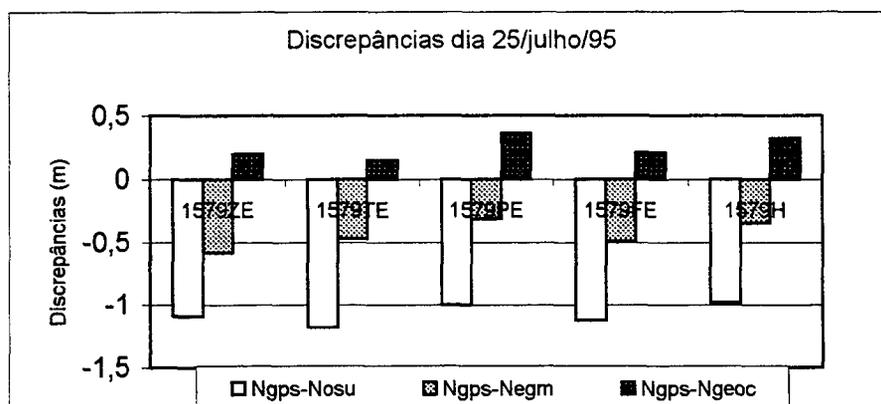


Figura 25 – Discrepâncias do dia 206 do ano de 1995

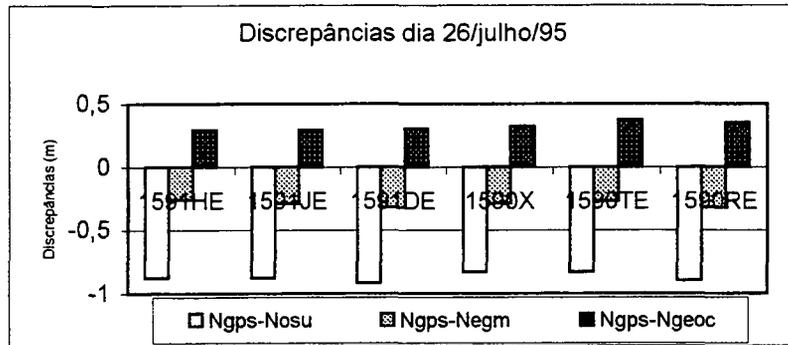


Figura 26 – Discrepâncias do dia 207 do ano de 1995.

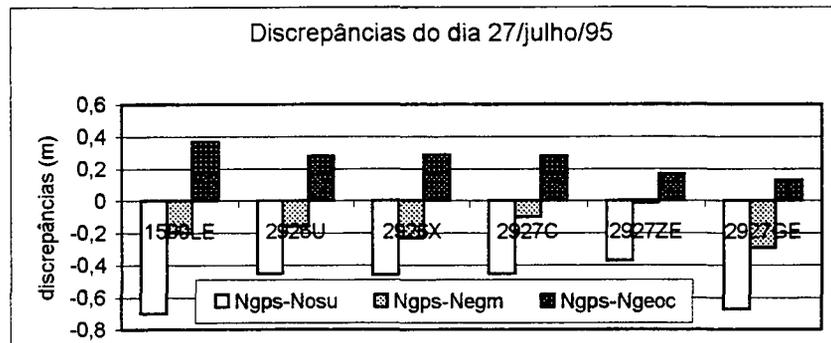


Figura 27 - Discrepâncias do dia 208 do ano de 1995.

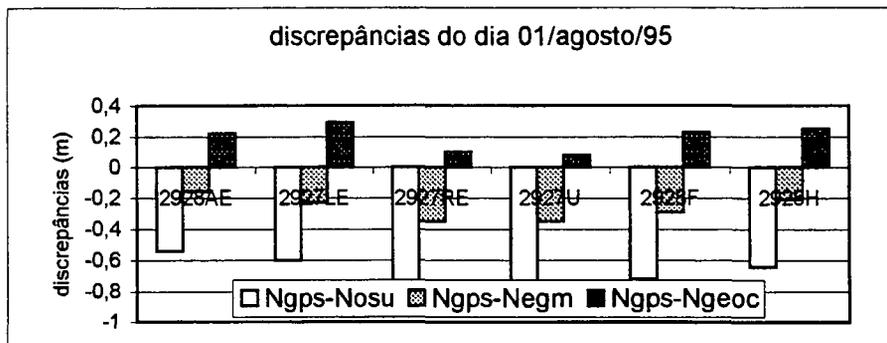


Figura 28 – Discrepâncias do dia 208 do ano de 1995.

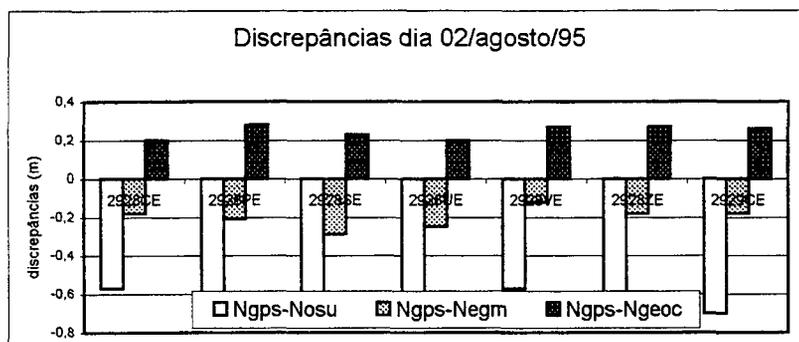


Figura 29 – Discrepâncias do dia 214 do ano de 1995.

Analisando-se as figuras 21 a 29, pode-se verificar que em todas as RRNN, as discrepâncias obtidas pelos modelos EGM96 e GEOCOM apresentam menores discrepâncias que o modelo OSU91A. Ainda cada um dos modelos apresentam diferenças sistemáticas em relação à  $N_{GPS}$ .

A tabela 12 - Média dos desvios – apresenta as médias aritméticas das diferenças (das discrepâncias)  $N_{GPS/nivelamento} - N_{modelo}$ , na qual as observações são consideradas como amostra, isto para efeito de cálculo do desvio padrão.

Tabela 12 – Média dos desvios

MODELO	OSU91A	EGM96	GEOCOM
média das diferenças	-0,767 m	-0,256 m	0,284 m
desvio padrão	0,255	0,163	0,114
máxima discrepância	-0,3492	0,067	0,6094
mínima discrepância	-1,3540	-0,604	0,0709

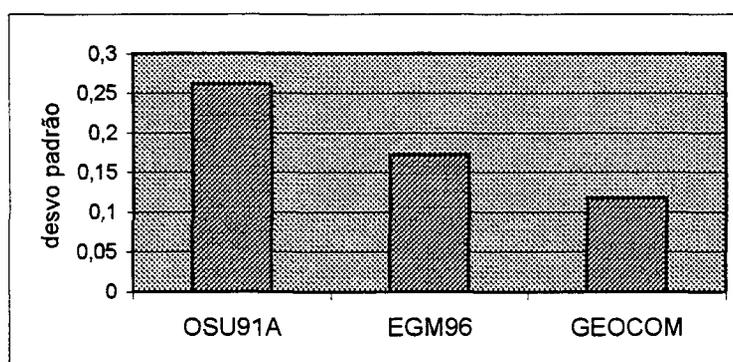


Figura 30 – Desvios padrão dos Modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM.

## 5.2 Elaboração da carta de ondulação do geóide por GPS/nivelamento

Na elaboração das Cartas Geoidais utilizou-se do *software surpher*, onde a interpolação dos dados para gerar a “grade” foi utilizado a opção de “*Kriging*”.

### 5.2.1 Carta de ondulação geoidal GPS/nivelamento – 47 RRNN

A Carta de Ondulação Geoidal, figura 31, denominada Carta Geoidal 47RRNN foi gerada a partir da associação do GPS e nivelamento geométrico. Foram utilizadas todas as RRNN rastreadas na região de Maringá PR, totalizando 47 RRNN.

A geração da referida carta deu-se a partir dos dados que constam na tabela 13 (que segue). A primeira coluna contém o nome das RRNN, a segunda coluna contém a abscissa E da RRNN no sistema *Universal Transverse Mercator UTM* (cujo fuso do meridiano central é 51°W), a terceira coluna contém a ordenada N e a quarta coluna contém a ondulação do geóide, determinada no item 5.1.1, conforme consta na tabela 07.

Tabela 13 – 47 RRNN no sistema UTM e ondulações geoidais

RN	E (m)	N <sub>UTM</sub> (m)	N (m)
1582SE	381775,7128	7456581,4255	-1,8592
1582N	381372,1961	7446554,2226	-1,7196
1582M	381382,1026	7446313,3394	-1,6530
1582HE	378592,6092	7440650,6255	-1,5606
1578D	377195,2152	7435002,1847	-1,6772
1578GE	381268,6324	7426302,0446	-1,7596
1578JE	382083,1914	7425138,8538	-1,6643
1578P	388116,7128	7417979,0729	-1,6087
1578SE	389826,2559	7415595,2735	-1,6157
1578TE	391118,6215	7414921,5634	-1,5297
1579D	402627,7568	7409378,5747	-1,7190
1579 <sup>A</sup>	404117,0257	7410715,3609	-1,8949
1578UE	393884,0768	7414026,6435	-1,9414
1594T	394479,5570	7397523,6769	-1,7696
1594S	392498,8878	7394946,4890	-1,8661
1594R	391057,1518	7392398,7326	-1,7522
1594ME	389529,6769	7387786,8966	-1,7440
1579ZE	375676,4133	7394210,4822	-1,6366
1579TE	377223,6653	7398162,5344	-1,5963
1579PE	382396,2695	7400561,4845	-1,5319
1579FE	397639,9659	7406528,2967	-1,9285
1579H	392824,0276	7405424,1366	-1,7191
1591HE	414595,7617	7405137,2818	-1,8046
1591JE	411721,9170	7406939,2377	-1,8278
1591HE	414595,7603	7405137,2895	-1,7941
1591D	419434,4123	7401975,2941	-1,8382
1590X	431525,2350	7397797,7108	-1,7574
1590TE	432601,9872	7394078,2079	-1,6841
1590RE	434164,2623	7389856,0967	-1,6494
1590LE	440845,4803	7389809,3179	-1,5012
2926U	448248,9590	7418737,3279	-2,0882
2926X	444408,2277	7420110,8143	-2,0722
2927C	441589,2278	7422245,4562	-2,0705
2927E	438877,1483	7424565,1699	-2,0149
2927GE	434300,7381	7426817,2572	-2,2934
2928 <sup>A</sup> E	420793,6426	7439745,3828	-2,2639
2927LE	431955,7298	7430420,5239	-2,2778
2927RE	425692,4703	7431564,1389	-2,3622
2927U	420423,7943	7432969,6418	-2,3199
2928F	411416,5477	7434859,3944	-2,1947
2928H	406390,0149	7434555,6786	-2,0393
2928LE	415640,4978	7434392,7664	-2,1237
2928PE	397275,5897	7436926,2985	-1,9652
2928SE	393490,4308	7438254,8676	-2,0265
2928UE	392159,5419	7439319,0172	-1,9932
2928VE	390376,3366	7437556,1973	-1,8093
2928ZE	386689,4105	7435802,5418	-1,8211
2929CE	381645,3178	7430987,9577	-1,7066



### 5.2.2 Carta de ondulação do geóide GPS/nivelamento – 24 RRNN

A Carta de Ondulação Geoidal, figura 32, denominada Carta Geoidal 24RRNN foi gerada a partir da associação do GPS e nivelamento geométrico. Foram utilizadas 24 RRNN rastreadas na região de Maringá PR. As 25 RRNN foram selecionadas de maneira tal que as mesmas estivessem aproximadamente eqüidistantes.

A geração da referida carta deu-se a partir dos dados que constam na tabela 14.

Tabela 14 - 24 RRNN no sistema UTM e ondulações geoidais

RN	N (m)
1582SE	-1,8592
1582N	-1,7196
1578JE	-1,6643
1578P	-1,6087
1578T	-1,5297
1579DE	-1,7190
1594ME	-1,7440
1579ZE	-1,6366
1579TE	-1,5963
1579PE	-1,5319
1579FE	-1,7191
1579H	-1,8278
1591HE	-1,7941
1591JE	-1,8382
1591D	-1,7574
1590X	-1,5012
1590LE	-2,0882
2926U	-2,0705
2927C	-2,2934
2927GE	-2,2639
2927U	-2,3199
2928PE	-1,9652
2928UE	-1,9932
2928ZE	-1,8211

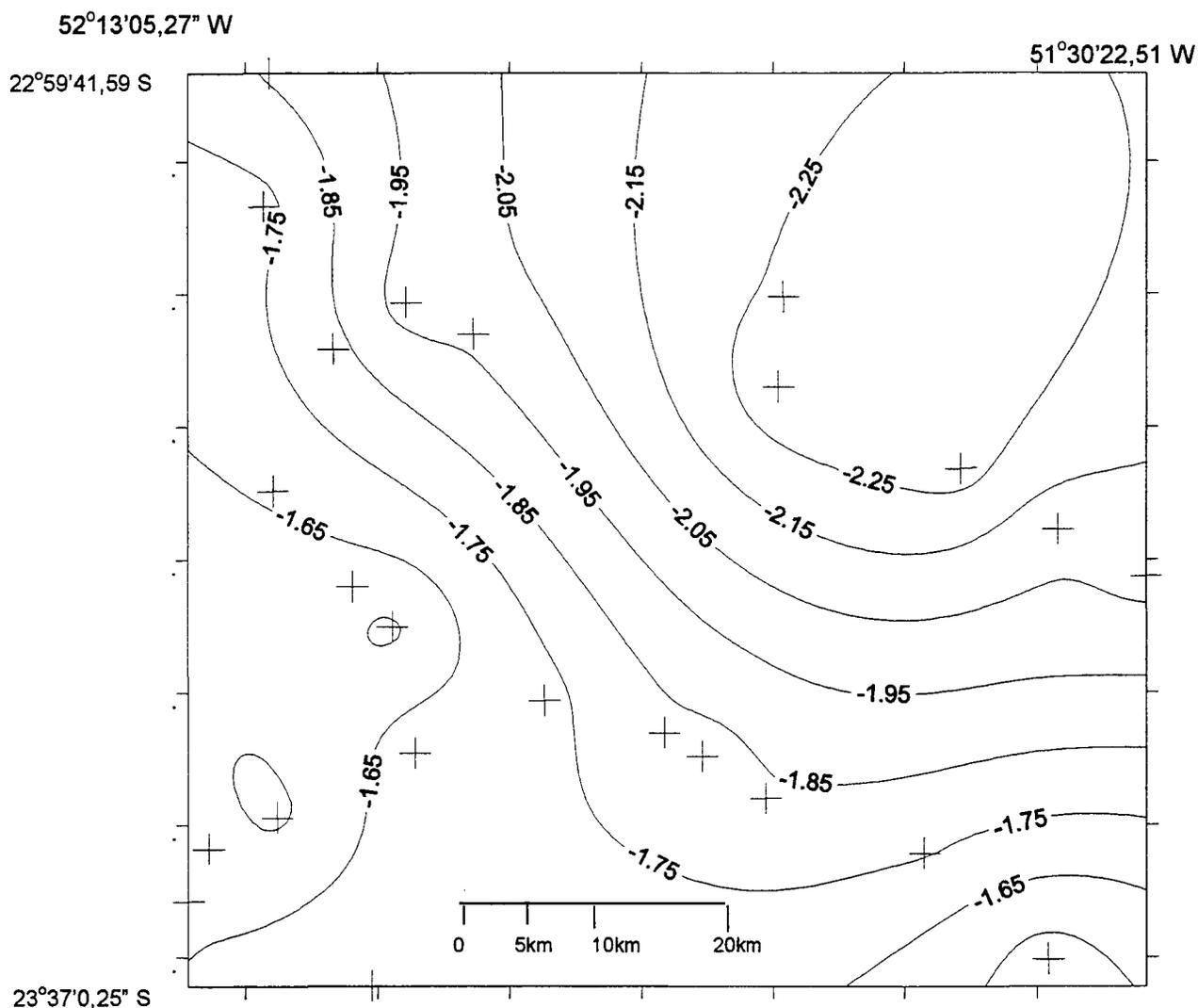


Figura 32 – Carta de ondulação do geóide 24RRNN

### 5.2.3 Carta de ondulação do geóide GPS/nivelamento – 13 RRNN

A Carta de Ondulação Geoidal, figura 33, denominada Carta Geoidal 13RRNN foi gerada a partir da associação do GPS e nivelamento geométrico. Foram utilizadas 13 RRNN rastreadas na região de Maringá PR. As 13 RRNN foram selecionadas de maneira tal que as mesma possuíssem aproximada eqüidistancias.

A geração da referida carta deu-se a partir dos dados que constam na tabela

Tabela 15 - 13 RRNN no sistema UTM e ondulações geoidais

RN	N (m)
1582SE	-1,8592
1582N	-1,7196
1578J	-1,6643
1578T	-1,5297
1594ME	-1,7440
1579ZE	-1,6366
1579TE	-1,5963
1591D	-1,8382
1590LE	-1,5012
2926U	-2,0882
2927GE	-2,2934
2928AE	-2,2639
2928UE	-1,9932

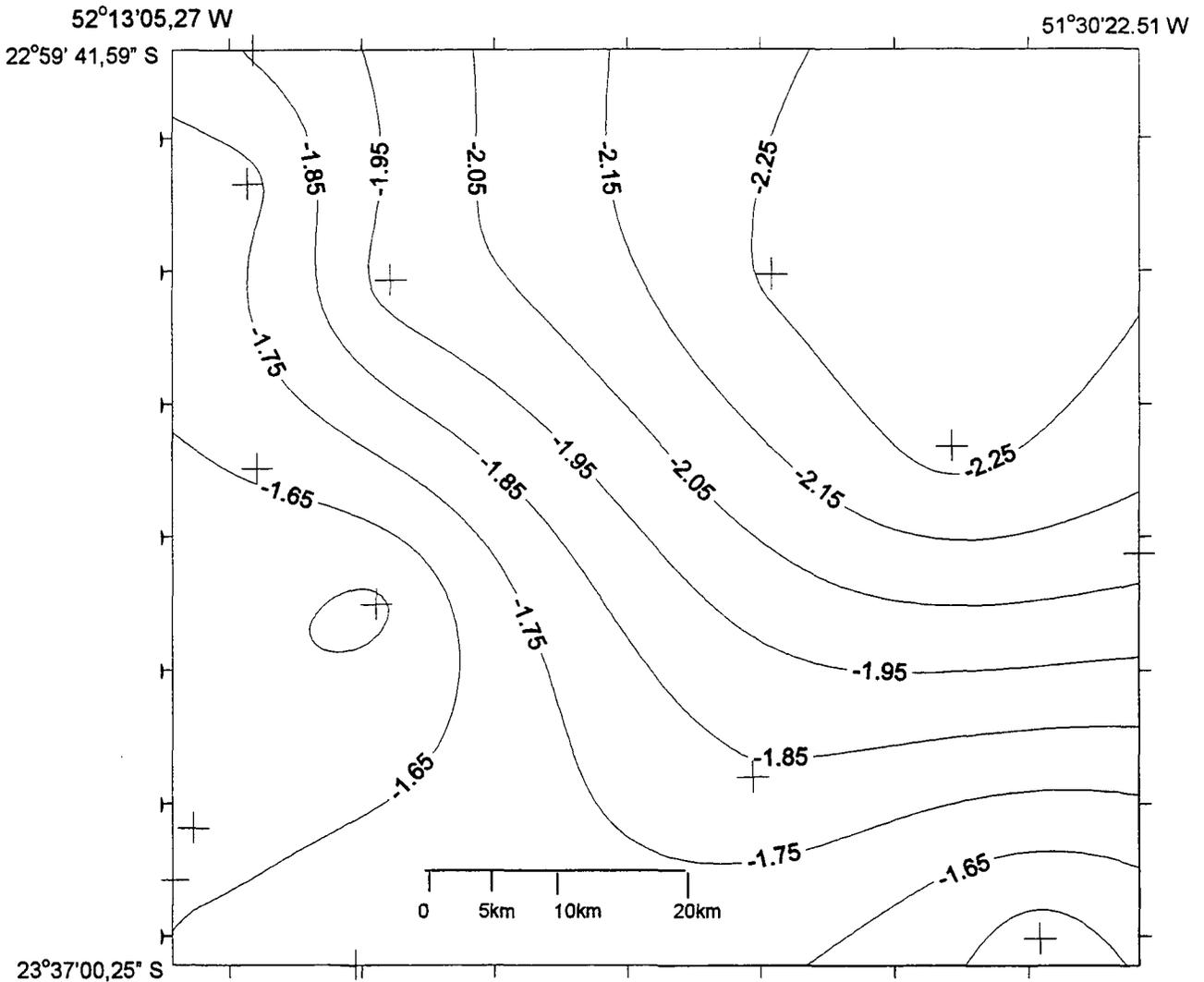


Figura 33 – Carta de ondulação do geóide 13RRNN

#### 5.2.4 Carta de ondulação do geóide GPS/nivelamento – 08 RRNN

A Carta de Ondulação Geoidal, figura 34, denominada Carta Geoidal 08RRNN foi gerada a partir da associação do GPS e nivelamento geométrico. Foram utilizadas 08 RRNN rastreadas na região de Maringá PR. As 08 RRNN foram selecionadas de maneira tal que as mesma possuíssem aproximada eqüidistancias.

A geração da referida carta deu-se a partir dos dados que constam na tabela 16.

Tabela 16 - 08 RRNN no sistema UTM e ondulações geoidais

RN	N (m)
1582SE	-1,8592
1594ME	-1,7440
1579ZE	-1,6366
1590LE	-1,5012
2926U	-2,0882
2927GE	-2,2934
2928 <sup>A</sup>	-2,2639
2928UE	-1,9932

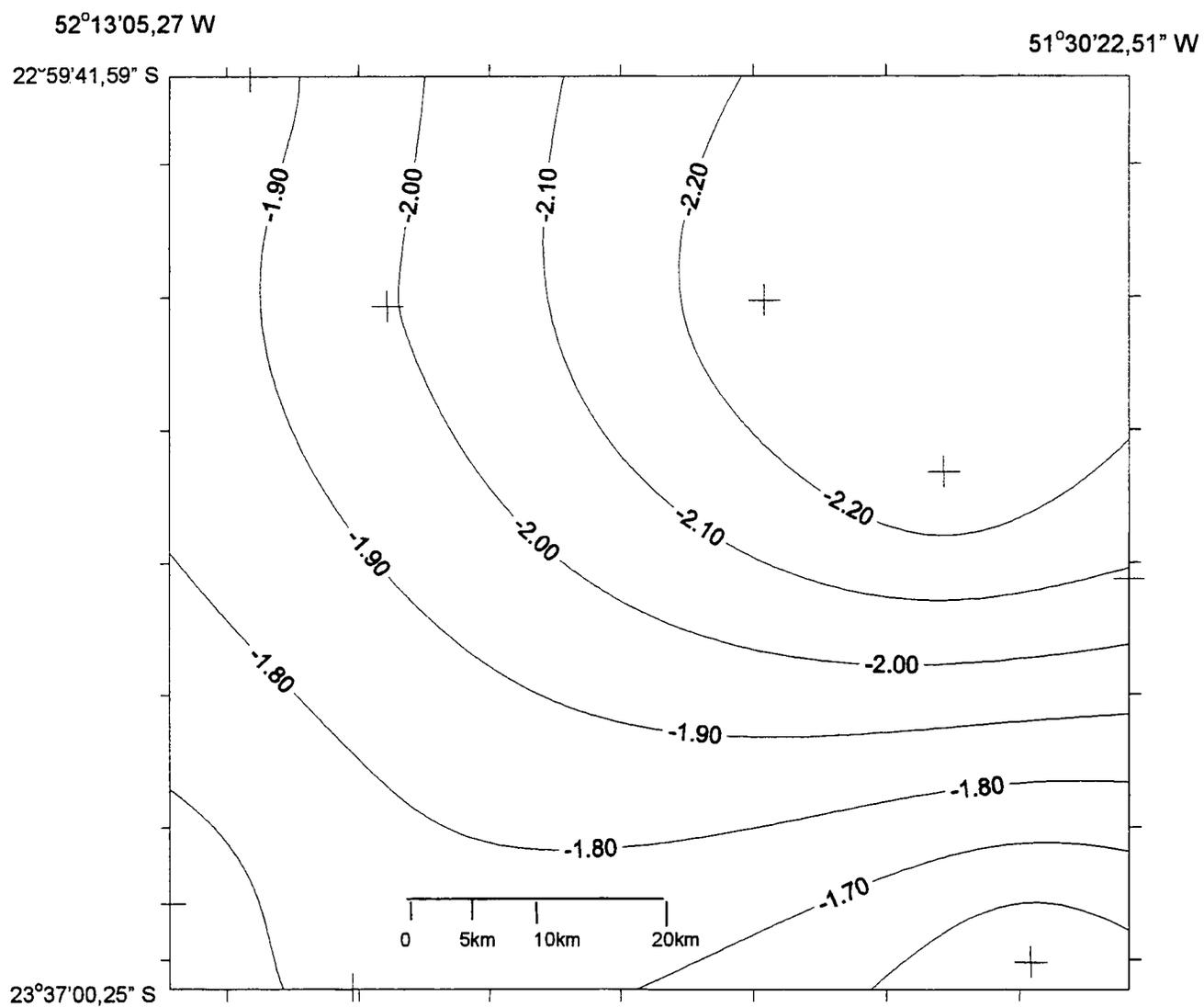


Figura 34 – Carta de ondulação do geóide 08RRNN

### 5.3 Elaboração da carta de ondulação do geóide utilizando-se de modelos geopotenciais

#### 5.3.1 Carta Geoidal derivada do Modelo OSU91A

A Carta de Ondulação Geoidal, figura 35, denominada Carta Geoidal OSU91A foi gerada a partir das ondulações geoidais determinadas com o modelo OSU91A. A tabela 17 foi formada com os dados da tabela 08. A geração da referida carta deu-se a partir dos dados que constam na tabela 17.

Tabela 17 - 47 RRNN e ondulações geoidais (Modelo OSU91A)

RN	N (OSU91A)	RN	N (OSU91A)
1582SE	-1,51	1591D	-0,92
1582N	-1,30	1590X	-0,92
1582M	-1,29	1590TE	-0,85
1582HE	-1,15	1590RE	-0,75
1578D	-1,03	1590LE	-0,80
1578GE	-0,93	2926U	-1,64
1578JE	-0,92	2926X	-1,61
1578P	-0,88	2927C	-1,62
1578SE	-0,86	2927E	-1,64
1578TE	-0,87	2927GE	-1,62
1579D	-0,91	2928 <sup>A</sup> E	-1,72
1579 <sup>A</sup>	-0,95	2927LE	-1,68
1578UE	-0,89	2927RE	-1,61
1594T	-0,63	2927U	-1,56
1594S	-0,56	2928F	-1,40
1594R	-0,50	2928H	-1,40
1594ME	-0,39	2928LE	-1,55
1579ZE	-0,55	2928PE	-1,33
1579TE	-0,42	2928SE	-1,30
1579PE	-0,53	2928UE	-1,30
1579FE	-0,81	2928VE	-1,24
1579H	-0,74	2928ZE	-1,16
1591HE	-0,95	2929CE	-1,01
1591JE	-0,95		

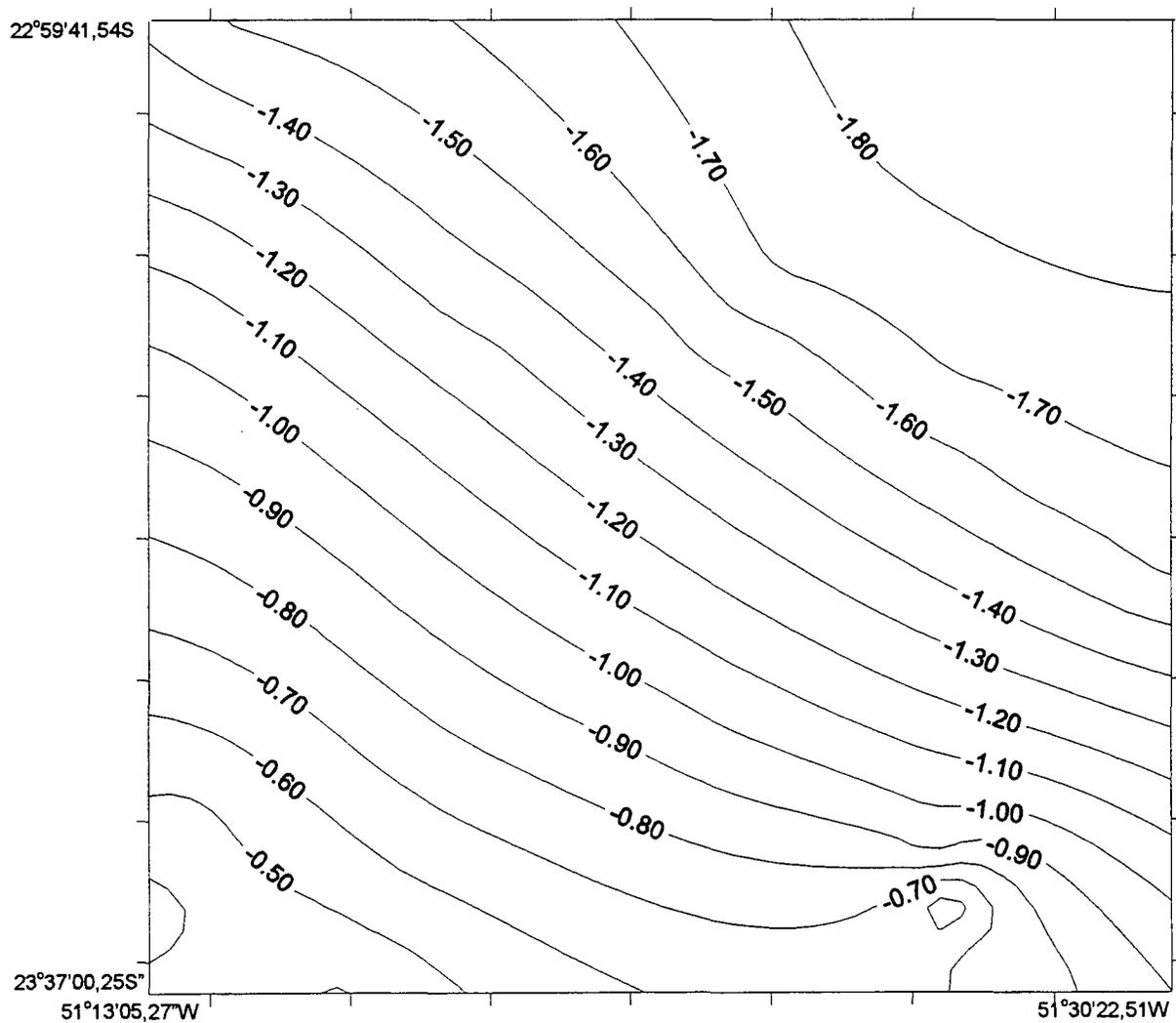


Figura 35 – Carta Geoidal OSU91A

### 5.3.2 Carta Geoidal derivada do modelo EGM96

Na tabela 18, as ondulações do geóide foram determinadas a partir do modelo geopotencial EGM96.

Tabela 18 - 47 RRNN e ondulações geoidais (Modelo EGM96)

RN	N (m)
1582SE	-1,88
1582N	-1,72
1582M	-1,72
1582HE	-1,62
1578D	-1,54
1578GE	-1,48
1578JE	-1,48
1578P	-1,46
1578SE	-1,45
1578TE	-1,46
1579D	-1,51
1579 <sup>A</sup>	-1,53
1578UE	-1,47
1594T	-1,31
1594S	-1,27
1594R	-1,22
1594ME	-1,14
1579ZE	-1,06
1579TE	-1,13
1579PE	-1,22
1579FE	-1,44
1579H	-1,38
1591HE	-1,54
1591JE	-1,54

RN	N (m)
1591D	-1,52
1590X	-1,47
1590TE	-1,41
1590RE	-1,33
1590LE	-1,30
2926U	-1,93
2926X	-1,94
2927C	-1,97
2927E	-2,00
2927GE	-2,00
2928AE	-2,10
2927LE	-2,05
2927RE	-2,01
2927U	-1,97
2928F	-1,90
2928H	-1,83
2928LE	-1,94
2928PE	-1,76
2928SE	-1,74
2928UE	-1,74
2928VE	-1,69
2928ZE	-1,64
2928CE	-1,53

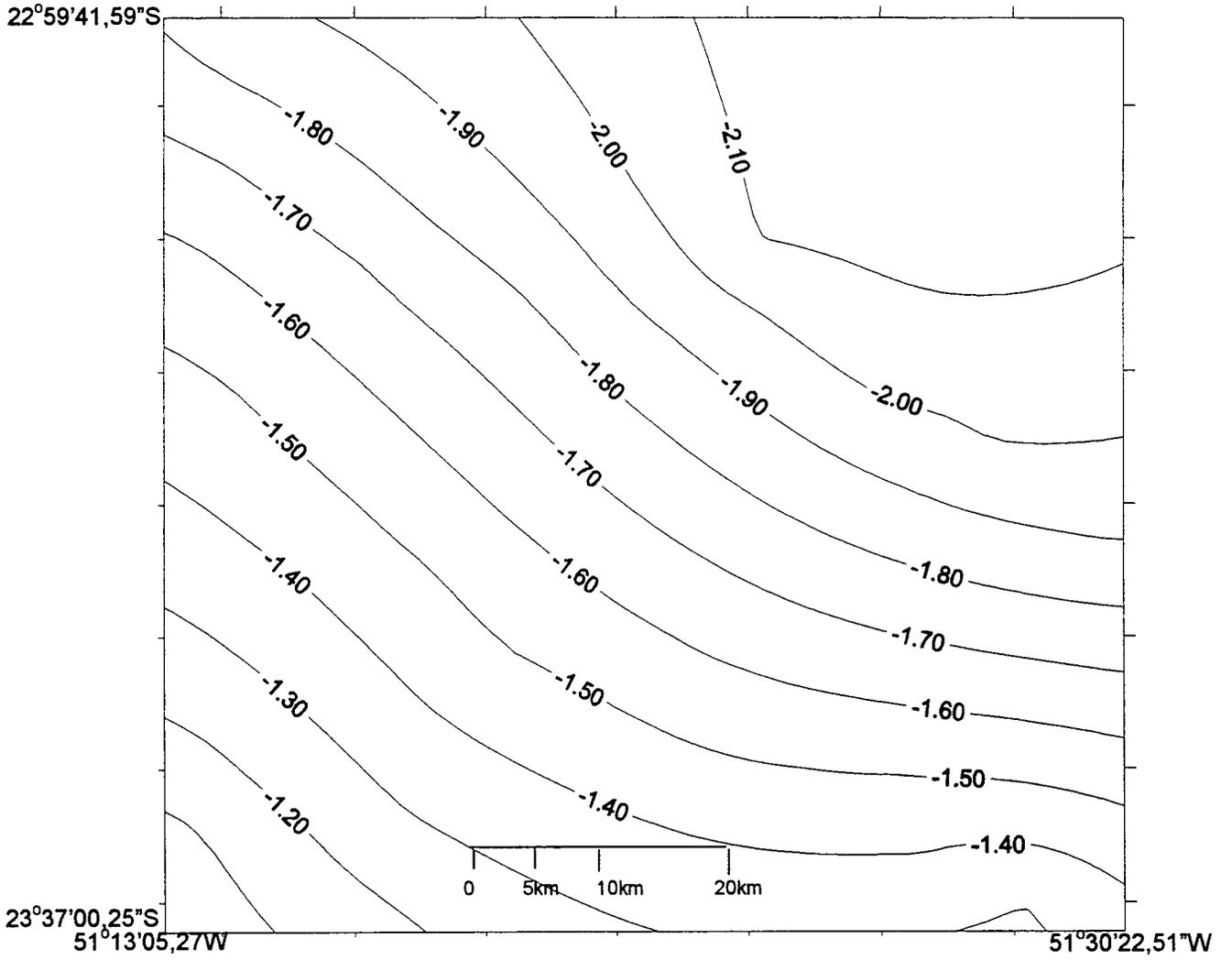


Figura 36 – Carta Geoidal EGM96

### 5.3.3 Carta Geoidal derivado do modelo GEOCOM

Na tabela 19, as ondulações do geóide foram determinadas a partir do modelo GEOCOM (Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo).

Tabela 19 - 47 RRNN e ondulações geoidais (Modelo GEOCOM)

RN	N (m)
1582SE	-2,09
1582N	-2,15
1582M	-2,03
1582HE	-2,17
1578D	-1,92
1578GE	-1,95
1578JE	-1,96
1578P	-2,05
1578SE	-2,08
1578TE	-2,10
1579D	-2,13
1579 <sup>A</sup>	-2,15
1578UE	-2,13
1594T	-2,06
1594S	-2,04
1594R	-2,03
1594ME	-2,02
1579ZE	-1,83
1579TE	-1,87
1579PE	-1,93
1579FE	-2,09
1579H	-2,07
1591HE	-2,14
1591JE	-2,14

RN	N (m)
1591D	-2,13
1590X	-2,10
1590TE	-2,05
1590RE	-1,98
1590LE	-1,91
2926U	-2,33
2926X	-2,34
2927C	-2,35
2927E	-2,39
2927GE	-2,41
2928AE	-2,47
2927LE	-2,47
2927RE	-2,44
2927U	-2,39
2928F	-2,37
2928H	-2,33
2928LE	-2,37
2928PE	-2,25
2928SE	-2,19
2928UE	-2,17
2928VE	-2,15
2928ZE	-2,09
2928CE	-1,99

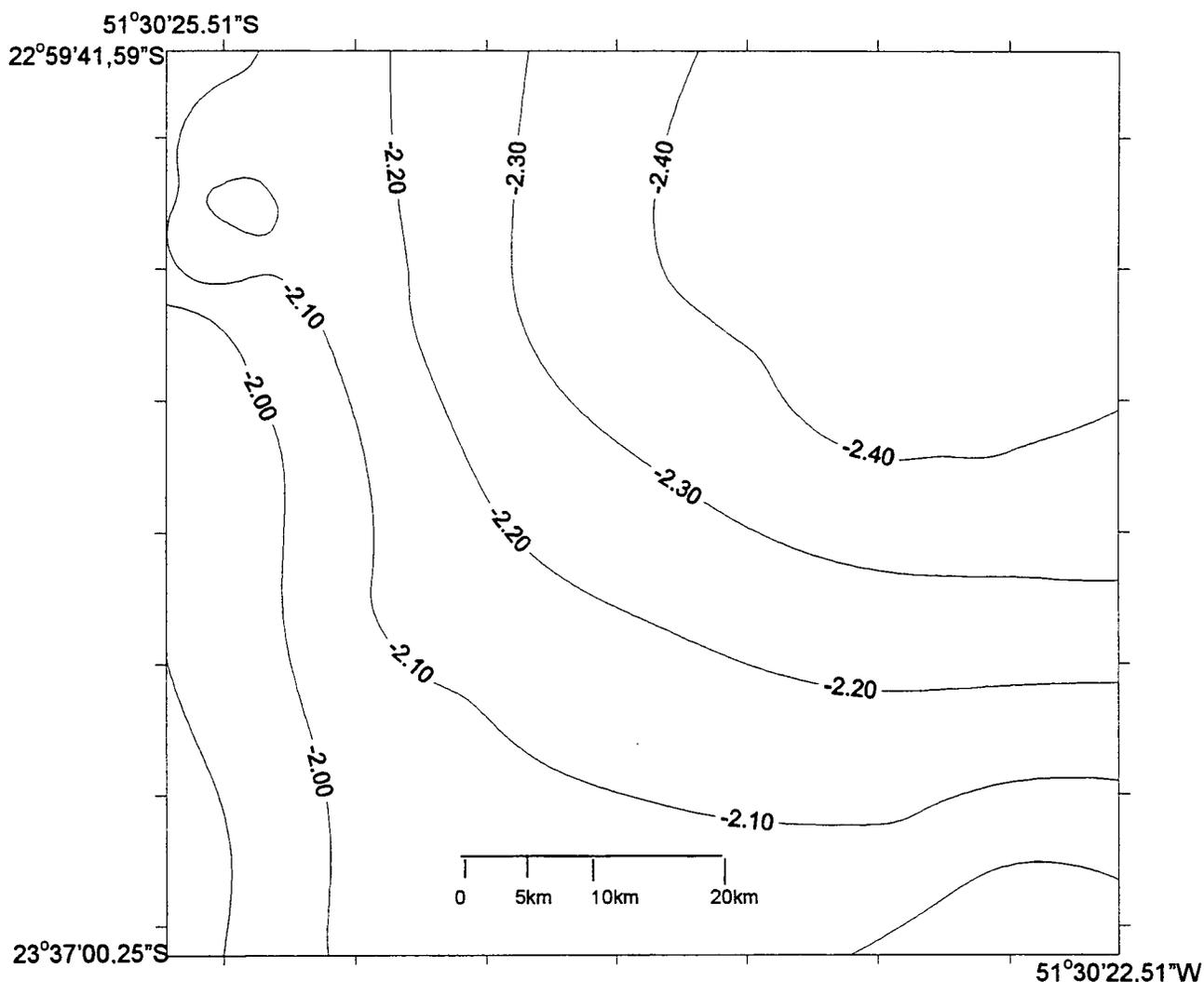


Figura 37 – Carta Geoidal GEOCOM

#### 5.4 Análise das Cartas de Ondulação do Geóide

A tabela 20 consta de: a primeira coluna contém o nome das RRNN; na segunda coluna contém o valor da ondulação geoidal obtida por interpolação linear obtida a partir da carta de ondulação geoidal elaborada com a utilização de 47 RRNN; na terceira coluna contém interpolação obtida a partir da carta gerada a partir de 24 RRNN; a quarta e a quinta coluna contém as ondulações obtidas por interpolação das cartas geradas a partir de 13 e 08 RRNN, respectivamente; a sexta, a sétima, a oitava, a nona, a décima e a décima primeira colunas contém as diferenças de ondulações geoidais obtidas pelo GPS/nivelamento e as interpoladas nas cartas geoidais por 47, 24, 13, 8 RRNN e pelos modelos geopotenciais OSU91A, EGM96 e GEOCOM, respectivamente.

Tabela 20 – Ondulações interpoladas e respectivas diferenças com GPS/niv. e modelos geoidais

RN	N47	N24	N13	N08	-N47	-N24	-N13	-N08	-NOS	-NEG	-NSP
1582S	-1,85	-1,87	-1,86	-1,86	-0,01	0,01	0,00	0,00	-0,35	0,02	0,24
1582N	-1,69	-1,73	-1,73	-1,88	-0,03	0,01	0,01	0,16	-0,42	0,00	0,46
1582ME	-1,69	-1,73	-1,73	-1,88	0,04	0,08	0,08	0,23	-0,36	0,07	0,34
1582HE	-1,57	-1,70	-1,70	-1,86	0,01	0,14	0,14	0,30	-0,41	0,06	0,60
1578D	-1,65	-1,71	-1,70	-1,86	-0,03	0,03	0,02	0,12	-0,65	-0,14	0,27
1578GE	-1,72	-1,68	-1,68	-1,87	-0,04	-0,08	-0,08	-0,11	-0,83	-0,28	0,23
1578JE	-1,69	-1,68	-1,67	-1,87	0,03	0,02	0,01	0,21	-0,74	-0,18	0,27
1578P	-1,63	-1,60	-1,60	-1,86	0,02	-0,01	-0,01	0,25	-0,73	-0,15	0,42
1578SE	-1,59	-1,58	-1,55	-1,86	-0,03	-0,04	-0,07	0,24	-0,76	-0,17	0,49
1578T	-1,60	-1,58	-1,55	-1,86	0,07	0,05	0,02	0,33	-0,66	-0,07	0,50
1579DE	-1,78	-1,73	-1,73	-1,89	0,06	-0,01	-0,01	0,17	-0,81	-0,21	0,35
1579 <sup>A</sup>	-1,85	-1,75	-1,76	-1,92	-0,04	-0,14	-0,13	0,03	-0,94	-0,36	0,30
1978UE	-1,89	-1,63	-1,63	-1,87	-0,05	-0,31	-0,34	-0,07	-1,05	-0,47	0,24
1579T	-1,69	-1,60	-1,62	-1,72	-0,18	-0,17	-0,15	-0,12	-1,14	-0,46	0,37
1594S	-1,82	-1,68	-1,66	-1,78	-0,05	-0,19	-0,21	-0,09	-1,31	-0,60	0,22
1594R	-1,77	-1,65	-1,66	-1,77	0,018	-0,10	-0,09	0,02	-1,25	-0,53	0,26
1594ME	-1,73	-1,65	-1,67	-1,76	-0,01	-0,09	-0,07	0,02	-1,35	-0,60	0,29
1579ZE	-1,63	-1,62	-1,64	-1,68	-0,01	-0,01	-0,00	0,04	-1,09	-0,58	0,20
1579TE	-1,58	-1,60	-1,64	-1,69	-0,02	-0,00	-0,04	0,09	-1,18	-0,47	0,15
1579PE	-1,57	-1,57	-1,64	-1,72	0,04	0,041	0,11	0,19	-1,00	-0,31	0,36
1579FE	-1,88	-1,70	-1,66	-1,85	-0,04	-0,23	-0,27	-0,08	-1,12	-0,49	0,21
1579H	-1,75	-1,72	-1,63	-1,82	0,03	-0,00	-0,09	0,10	-0,98	-0,34	0,32
1591HE	-1,85	-1,83	-1,83	-1,87	0,05	0,03	0,03	0,07	-0,85	-0,26	0,29
1591JE	-1,85	-1,83	-1,83	-1,89	0,02	0,00	0,00	0,06	-0,88	-0,29	0,29
1591D	-1,83	-1,83	-1,83	-1,83	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,92	-0,32	0,30
1590X	-1,74	-1,76	-1,73	-1,72	-0,02	0,00	-0,03	-0,04	-0,84	-0,29	0,32
1590TE	-1,68	-1,67	-1,66	-1,65	-0,01	-0,01	-0,02	-0,03	-0,83	-0,27	0,37
1590RE	-1,63	-1,61	-1,58	-1,58	-0,02	-0,04	-0,07	-0,07	-0,90	-0,32	0,35
1590LE	-1,54	-1,52	-1,52	-1,58	0,04	0,02	0,02	0,08	-0,70	-0,20	0,37
2926U	-2,05	-2,07	-2,08	-2,12	-0,04	-0,02	-0,01	0,03	-0,45	-0,16	0,28
2926X	-2,05	-2,08	-2,12	-2,16	-0,02	0,01	0,05	0,09	-0,46	-0,23	0,29
2927C	-2,07	-2,08	-2,16	-2,21	-0,00	0,01	0,09	0,14	-0,45	-0,10	0,28
2927E	-2,22	-2,27	-2,27	-2,23	0,21	0,26	0,26	0,22	-0,37	-0,01	0,17
2927GE	-2,28	-2,26	-2,27	-2,23	-0,01	-0,03	-0,02	-0,06	-0,67	-0,29	0,13
2928AE	-2,25	-2,26	-2,26	-2,23	-0,01	-0,00	-0,00	-0,03	-0,54	-0,16	0,22
2927LE	-2,18	-2,22	-2,18	-2,24	-0,10	-0,06	-0,10	-0,04	-0,60	-0,23	0,29
2927RE	-2,34	-2,28	-2,24	-2,23	-0,02	-0,08	-0,12	-0,13	-0,75	-0,35	0,10
2927U	-2,31	-2,26	-2,21	-2,22	-0,01	-0,06	-0,08	-0,10	-0,76	-0,35	0,08
2928F	-2,14	-2,16	-2,11	-2,15	-0,05	-0,03	-0,08	-0,04	-0,72	-0,29	0,23
2928H	-2,08	-2,08	-2,06	-2,11	0,04	0,04	0,02	0,07	-0,64	-0,21	0,25
2928CE	-2,17	-2,26	-2,26	-2,20	0,06	0,15	0,15	0,09	-0,57	-0,18	0,20
2928PE	-1,97	-1,97	-1,97	-2,04	0,01	0,00	0,00	0,07	-0,64	-0,21	0,28
2928SE	-1,96	-1,96	-1,96	-2,01	0,07	-0,07	-0,07	-0,02	-0,73	-0,29	0,23
2928UE	-1,97	-1,96	-1,96	-1,98	-0,02	-0,03	-0,03	-0,01	-0,69	-0,25	0,20
2928VE	-1,88	-1,92	-1,92	-1,97	0,07	0,11	0,11	0,16	-0,57	-0,12	0,27
2928ZE	-1,82	-1,82	-1,82	-1,94	-0,00	-0,00	-0,00	0,12	-0,66	-0,18	0,27
2929CE	-1,73	-1,70	-1,72	-1,87	0,02	0,39	0,27	0,27	-0,70	-0,18	0,26
				média	-0,002	-0,009	-0,015	+0,069	-0,767	-0,265	0,284
				desvio	0,054	0,111	0,111	0,117	0,255	0,163	0,114
				máx.	0,205	0,393	0,273	0,330	-0,349	0,067	0,609
				min.	-0,180	-0,311	-0,341	-0,132	-1,354	-0,604	0,071

### 5.4.1 Análise da tabela 20

A tabela 21 contém na primeira coluna o nome da RRNN; e na segunda coluna apresenta o desvio entre a ondulação obtida pelo GPS/nivelamento e a ondulação obtida por interpolação na carta gerada a partir de 47 RRNN GPS/nivelamento.

Tabela 21 – Ondulações 47RRNN – Interpolação 47RRNN

RN	-N47 (m)	RN	-N47 (m)
1582SE	-0,0092	1591D	-0,0082
1582N	-0,0296	1590X	-0,0174
1582M	0,0370	1590TE	-0,0041
1582HE	0,0094	1590RE	-0,0194
1578D	-0,0272	1590LE	0,0388
1578GE	-0,0396	2926U	-0,0382
1578JE	0,0257	2926X	-0,0222
1578P	0,0213	2927C	-0,0005
1578SE	-0,0257	2927E	0,2051
1578TE	0,0703	2927GE	-0,0134
1579D	0,0610	2928AE	-0,0139
1579 <sup>A</sup>	-0,0449	2927LE	-0,0978
1578UE	-0,0514	2927RE	-0,0222
1594T	-0,1796	2927U	-0,0091
1594S	-0,0461	2928F	-0,0547
1594R	0,0178	2928H	0,0407
1594ME	-0,0140	2928LE	0,0563
1579ZE	-0,0066	2928PE	0,0048
1579TE	-0,0163	2928SE	0,0665
1579PE	0,0381	2928UE	-0,0232
1579FE	-0,0405	2928VE	0,0707
1579H	0,0309	2928ZE	-0,0010
1591HE	0,0454	2928CE	0,0234
1591JE	0,0222		

As ondulações obtidas pela interpolação em carta apresentam um desvio máximo de 0,2051 m , mínimo de -0,1796 m, desvio médio de 0,0019 m e desvio padrão de 0,054 m.

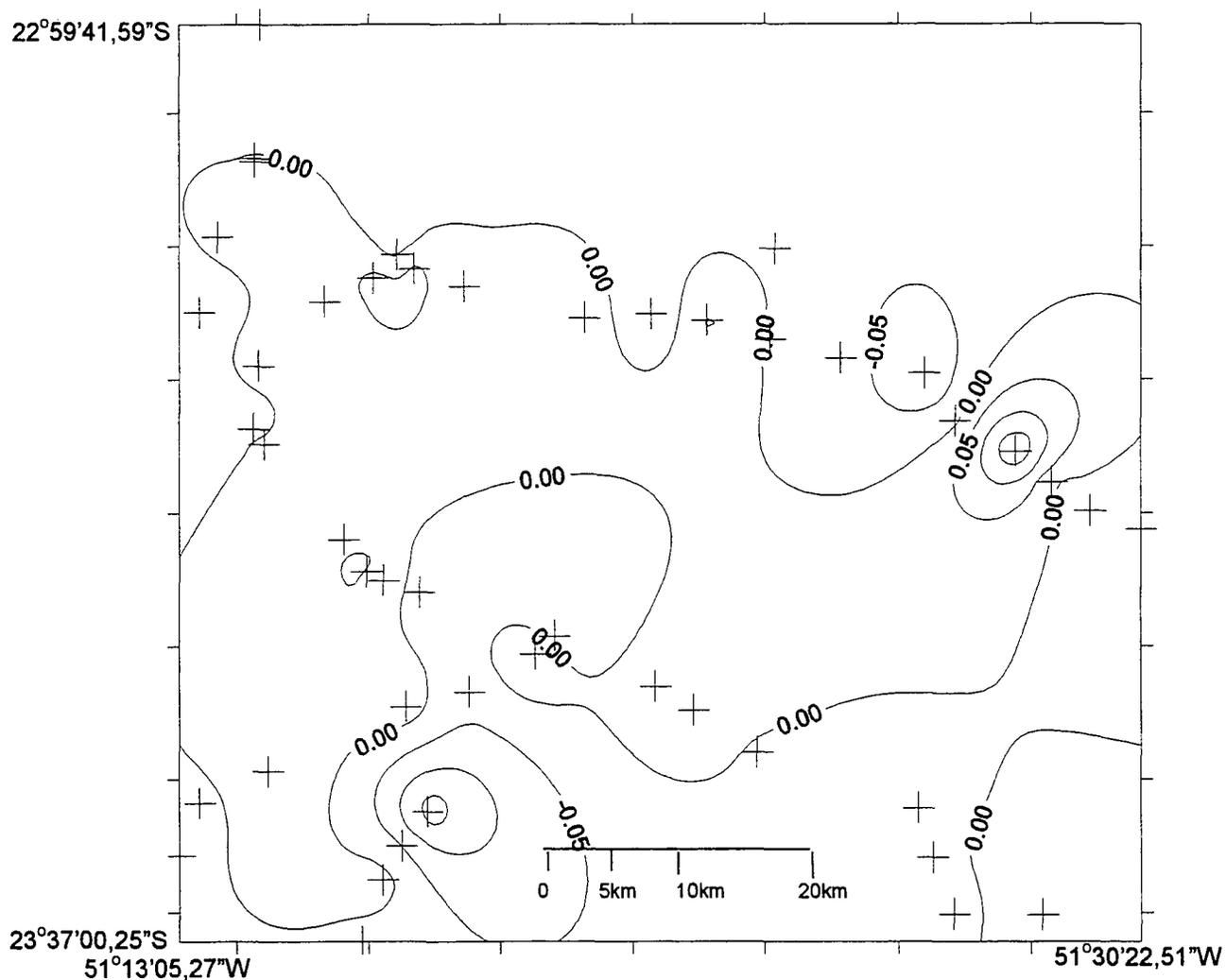


Figura 38 – Diferença de ondulações (47RRNN – 47RRNN interpolada)

Verifica-se que a carta gerada a partir das 47 RRNN (figura 38) proporciona valores de discrepâncias sempre próximo de 0 cm. Observa-se que as curvas de “isodiscrepâncias” são de 5 em 5 cm. Estas discrepâncias são todas próximas de zero cm, isto se explica pelo fato de todas as RRNN terem sido utilizadas na geração da referida carta. Esta análise é útil para se verificar a coerência do interpolador utilizado na geração do modelo.

Na tabela 22, a segunda coluna contém os resíduos e as discrepâncias entre o “valor observado” da ondulação geoidal e o valor interpolado na carta gerada a partir de 24 RRNN.

Tabela 22 – Ondulações 47RRNN – Interpolação 24RRNN

RN	-N24 (m)
<b>1582SE</b>	<b>0,0108</b>
<b>1582N</b>	<b>0,0104</b>
1582M	0,0770
1582HE	0,1394
1578D	0,0328
1578GE	-0,0796
<b>1578JE</b>	<b>0,0157</b>
<b>1578P</b>	<b>-0,0087</b>
1578SE	-0,0357
<b>1578TE</b>	<b>0,0503</b>
<b>1579D</b>	<b>-0,0110</b>
1579 A	-0,1449
1578UE	-0,3114
1594T	-0,1696
1594S	-0,1861
1594R	-0,1022
<b>1594ME</b>	<b>-0,0940</b>
<b>1579ZE</b>	<b>-0,0116</b>
<b>1579TE</b>	<b>-0,0037</b>
<b>1579PE</b>	<b>0,0381</b>
<b>1579FE</b>	<b>-0,2285</b>
<b>1579H</b>	<b>-0,0009</b>
<b>1591HE</b>	<b>0,0254</b>
<b>1591JE</b>	<b>0,0022</b>
<b>1591D</b>	<b>-0,0082</b>
<b>1590X</b>	<b>0,0026</b>
1590TE	-0,0141
1590RE	-0,0394
<b>1590LE</b>	<b>0,0188</b>
<b>2926U</b>	<b>-0,0182</b>
2926X	0,0078
<b>2927C</b>	<b>0,0095</b>
2927E	0,2551
<b>2927GE</b>	<b>-0,0334</b>
2928AE	-0,0039
2927LE	-0,0578
2927RE	-0,0822
<b>2927U</b>	<b>-0,0591</b>
2928F	-0,0347
2928H	0,0407
2928LE	0,1463
<b>2928PE</b>	<b>0,0048</b>
2928SE	-0,0665
<b>2928UE</b>	<b>-0,0332</b>
2928VE	0,1107
<b>2928ZE</b>	<b>-0,0011</b>
2928CE	0,3934



A segunda coluna da tabela 23 foi determinada a partir da diferença entre a ondulação geoidal nas RRNN e a ondulação geoidal obtida da interpolação na carta gerada a partir de 13 RRNN.

Tabela 23 – Ondulações 47RRNN – Interpolação 13RRNN

RN	- N13 (m)	RN	- N13 (m)
<b>1582SE</b>	<b>0,0008</b>	<b>1591D</b>	<b>-0,0082</b>
<b>1582N</b>	<b>0,0104</b>	1590X	-0,0274
1582M	0,0770	1590TE	-0,0241
1582HE	0,1394	1590RE	-0,0694
1578D	0,0228	<b>1590LE</b>	<b>0,0188</b>
1578GE	-0,0796	<b>2926U</b>	<b>-0,0082</b>
<b>1578JE</b>	<b>0,0057</b>	2926X	0,0478
1578P	-0,0087	2927C	0,0895
1578SE	-0,0657	2927E	0,2551
<b>1578TE</b>	<b>0,0203</b>	<b>2927GE</b>	<b>-0,0234</b>
1579D	-0,0110	<b>2928AE</b>	<b>-0,0039</b>
1579 A	-0,1349	2927LE	-0,0978
1578UE	-0,3414	2927RE	-0,1222
1594T	-0,1496	2927U	-0,0791
1594S	-0,2061	2928F	-0,0847
1594R	-0,0922	2928H	0,0207
<b>1594ME</b>	<b>-0,0740</b>	2928LE	0,1463
<b>1579ZE</b>	<b>-0,0034</b>	2928PE	0,0048
<b>1579TE</b>	<b>-0,0437</b>	2928SE	-0,0665
1579PE	0,1081	<b>2928UE</b>	<b>-0,0332</b>
1579FE	-0,2685	2928VE	0,1107
1579H	-0,0891	2928ZE	-0,0011
1591HE	0,0254	2929CE	0,2734
1591JE	0,0022		

As RRNN destacadas na tabela 23 são as que foram utilizadas para gerar a carta 13RRNN (figura 40), portanto, os elementos destacados na segunda coluna são os resíduos, enquanto os demais são as discrepâncias.

A tabela 23 nos mostra que a discrepância máxima é de 0,2734 m, mínima de -0,3114 m, média de 0,0015 m e erro médio quadrático de 0,1112 m.

A figura 40, que segue, foi gerada a partir da tabela 23.

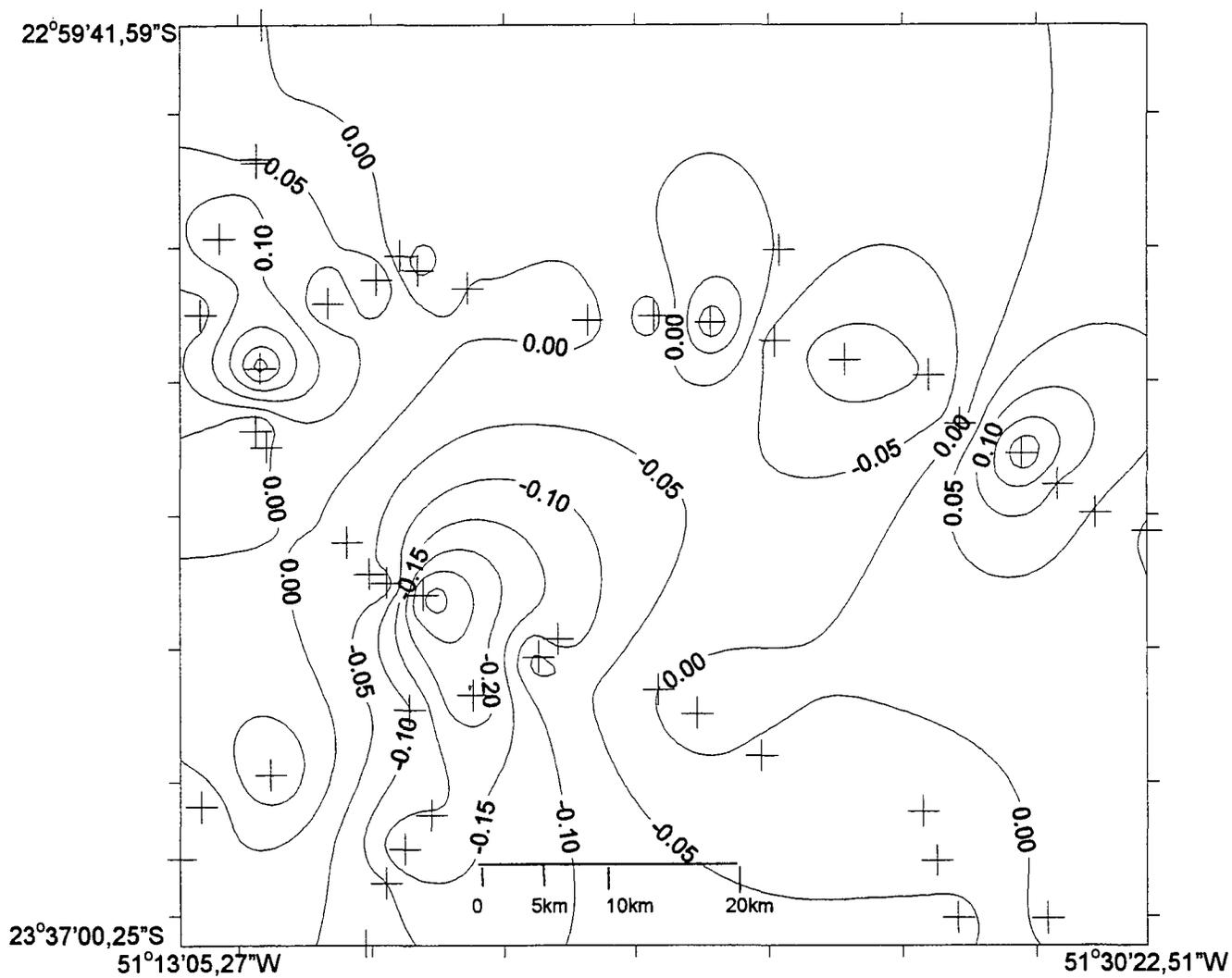


Figura 40 – Diferença de ondulações (47RRNN – 13 interpolada)

A tabela 24, que segue, apresenta os resíduos e discrepâncias calculadas a partir das ondulações determinadas por GPS/nivelamento e a carta gerada usando-se apenas de 08 RRNN.

Tabela 24 – Ondulações 47RNN – Interpolação 08RRNN

RN	-N08	RN	-N08
<b>1582SE</b>	<b>0,0008</b>	1591D	-0,0082
1582N	0,1604	1590X	-0,0374
<b>1582ME</b>	<b>0,2270</b>	1590TE	-0,0341
1582HE	0,2994	1590RE	-0,0694
1578D	0,1228	<b>1590LE</b>	<b>0,0788</b>
1578GE	-0,1104	<b>2926U</b>	<b>0,0318</b>
1578JE	0,2057	2926X	0,0878
1578P	0,2513	2927C	0,1395
1578SE	0,2443	2927E	0,2151
1578TE	0,3303	<b>2927GE</b>	<b>-0,0634</b>
1579D	0,1710	<b>2928<sup>A</sup>E</b>	<b>-0,0339</b>
1579 A	0,0251	2927LE	-0,0378
1578UE	-0,0714	2927RE	-0,1322
1594T	-0,1237	2927U	-0,0991
1594S	-0,0861	2928F	-0,0447
1594R	0,0178	2928H	0,0707
1594ME	0,0160	2928LE	0,0863
<b>1579ZE</b>	<b>0,0434</b>	2928PE	0,0748
1579TE	0,0937	2928SE	-0,0165
1579PE	0,1881	<b>2928UE</b>	<b>-0,0132</b>
1579FE	-0,0785	2928VE	0,1607
1579H	0,1009	2928ZE	0,1189
1591HE	0,0654	2928CE	0,2734
1591JE	0,0622		

A máxima discrepância, na tabela 24, é de 0,3303 m, mínima de -0,1322 m, a média das discrepâncias é de 0,069 m e erro médio quadrático de 0,1174 m.

A figura 41 representa uma carta de isodiscrepâncias, gerada a partir da tabela 24. Nota-se que na referida carta, as curvas estão de 5 em 5 cm.

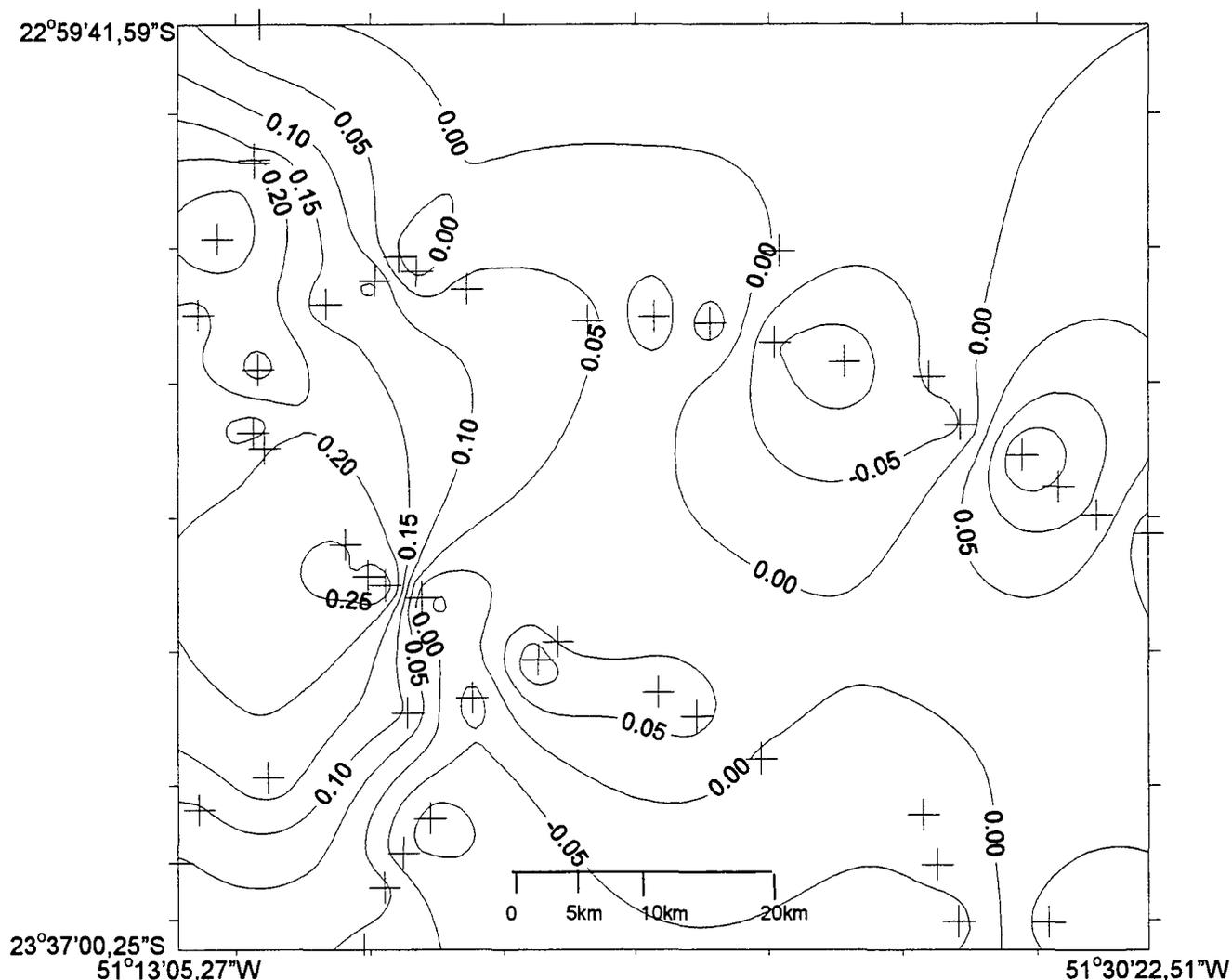


Figura 41 – Diferença de ondulações (47RRNN – 08 interpolada)

As tabelas 21, 22, 23 e 24 nos proporcionam discrepâncias das ondulações geoidais interpoladas, nas cartas geradas com 47, 24, 13 e 08 RRNN, respectivamente. Estas discrepâncias nos proporcionam estatística, conforme segue:

- A carta gerada a partir de 47 RRNN proporciona desvio padrão de 0,054 mm máxima discrepância de 0,2051m e mínima de -0,1796m;
- A carta gerada a partir de 24 RRNN proporciona erro médio quadrático de 0,1111m, máxima discrepância de 0,3934m e mínima de -0,3114m;

- A carta gerada a partir de 13 RRNN proporciona erro médio quadrático de 0,1112m, máxima discrepância de 0,2734m e mínima de -0,3414m; e
- A carta gerada a partir de 08 RRNN proporciona erro médio quadrático de 0,1174m, máxima discrepância de 0,3303m e mínima -0,1322m.

Assim, estes resultados nos mostram que, para a região de estudo, apenas com a utilização do GPS associado ao nivelamento geométrico, apresentou uma discreta melhoria da adequação do modelo quando aumenta o número de RRNN de 08 para 47, quando considerado apenas o erro médio quadrático. No entanto pode-se verificar que as discrepâncias máximas e mínimas apresentam diferenças de respectivamente: de 0,2051m e -0,1796m para o modelo determinado a partir de 47 RRNN; de 0,3934m e -0,3114m para o modelo determinado por 24 RRNN; de 0,2734m e -0,3114m para o modelo determinado por 13 RRNN; e de 0,3303m e -0,1322m para o modelo determinado a partir de 08 RRNN

A segunda coluna da tabela 25 contém as discrepâncias, determinadas a partir das ondulações obtidas do GPS/nivelamento e do modelo geopotencial OSU91A.

Tabela 25 – Ondulações 47RRNN – OSU91A

RN	-NOS	RN	-NOS
1582SE	-0,3492	1591D	-0,9182
1582N	-0,4196	1590X	-0,8374
1582M	-0,3630	1590TE	-0,8341
1582HE	-0,4106	1590RE	-0,8994
1578D	-0,6472	1590LE	-0,7012
1578GE	-0,8296	2926U	-0,4482
1578JE	-0,7443	2926X	-0,4622
1578P	-0,7287	2927C	-0,4508
1578SE	-0,7557	2927E	-0,3749
1578TE	-0,6597	2927GE	-0,6734
1579D	-0,8090	2928AE	-0,5439
1579 <sup>A</sup>	-0,9449	2927LE	-0,5978
1578UE	-1,0514	2927RE	-0,7522
1594T	-1,1396	2927U	-0,7591
1594S	-1,3061	2928F	-0,7247
1594R	-1,2522	2928H	-0,6393
1594ME	-1,3540	2928LE	-0,5737
1579ZE	-1,0866	2928PE	-0,6352
1579TE	-1,1763	2928SE	-0,7265
1579PE	-1,0019	2928UE	-0,6932
1579FE	-1,1185	2928VE	-0,5693
1579H	-0,9791	2928ZE	-0,6611
1591HE	-0,8546	2928CE	-0,6966
1591JE	-0,8778		

A tabela 25, acima, nos proporcionam: a máxima discrepância encontrada (na região de estudo) entre o GPS/nivelamento e o modelo OSU91A é de  $-0,3492\text{m}$ ; a mínima discrepância é de  $-1,354\text{ m}$ ; a discrepância média é de  $-0,7745\text{ m}$ ; e desvio padrão de  $0,8241\text{ m}$ .

A figura 42, gerada a partir da tabela 25, os espaçamentos das iso-discrepâncias são representadas de 5 em 5 cm.

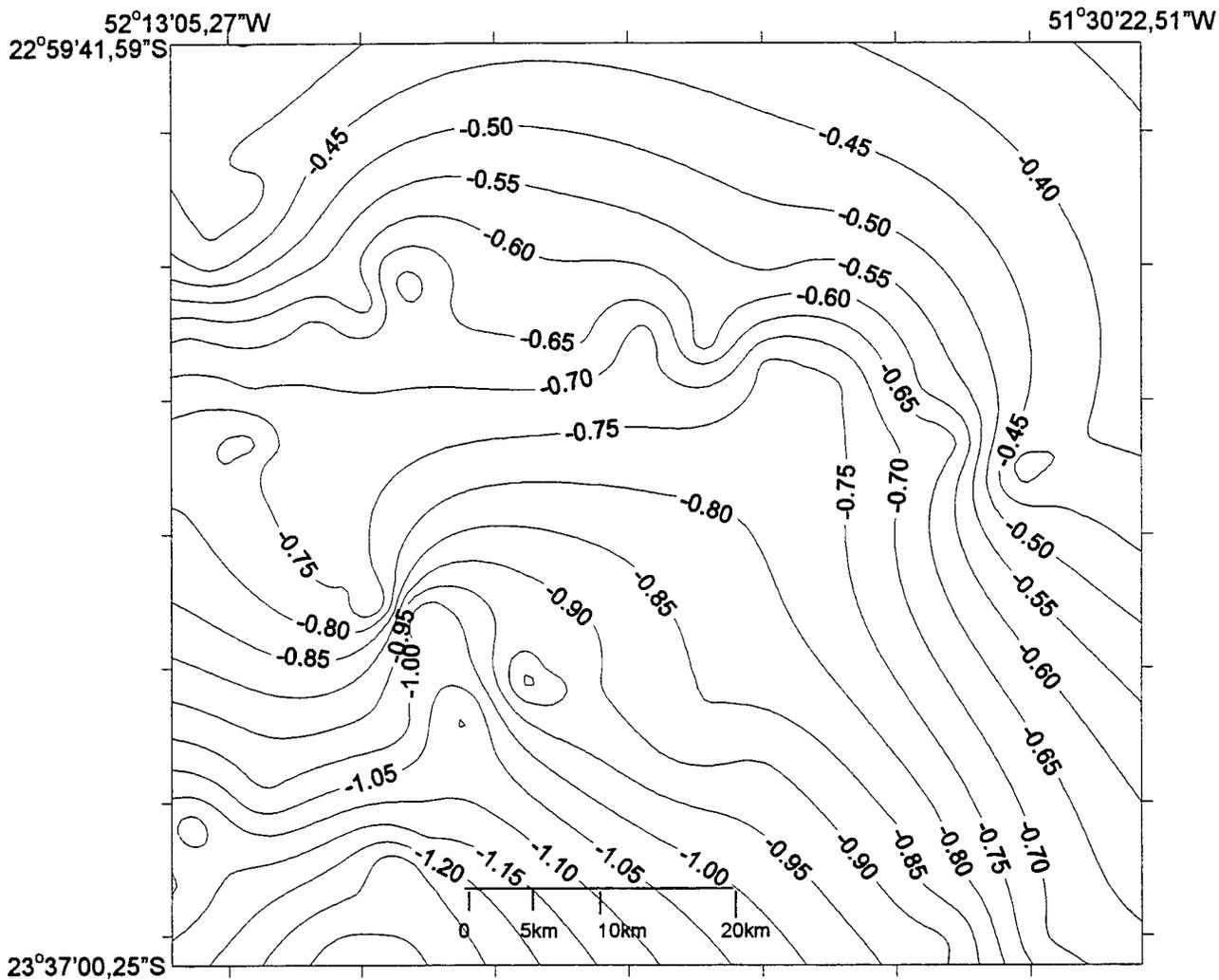


Figura 42 – Diferença de ondulações (47RRNN – OSU91A)

A segunda coluna da tabela 26 contém as discrepâncias, determinadas a partir das ondulações obtidas do GPS/nivelamento e do modelo geopotencial EGM96.

Tabela 26 – Ondulações 47RRNN – EGM96

RN	-NEG	RN	-NEG
1582SE	0,0208	1591D	-0,3182
1582N	0,0004	1590X	-0,2874
1582M	0,0670	1590TE	-0,2741
1582HE	0,0594	1590RE	-0,3194
1578D	-0,1372	1590LE	-0,2012
1578GE	-0,2796	2926U	-0,1582
1578JE	-0,1843	2926X	-0,2322
1578P	-0,1487	2927C	-0,1005
1578SE	-0,1657	2927E	-0,0149
1578TE	-0,0697	2927GE	-0,2934
1579D	-0,2094	2928AE	-0,1639
1579 <sup>A</sup>	-0,3649	2927LE	-0,2278
1578UE	-0,4714	2927RE	-0,3522
1594T	-0,4596	2927U	-0,3491
1594S	-0,5961	2928F	-0,2947
1594R	-0,5332	2928H	-0,2093
1594ME	-0,6040	2928LE	-0,1837
1579ZE	-0,5766	2928PE	-0,2052
1579TE	-0,4663	2928SE	-0,2865
1579PE	-0,3119	2928UE	-0,2532
1579FE	-0,4885	2928VE	-0,1193
1579H	-0,3391	2928ZE	-0,1811
1591HE	-0,2646	2928CE	-0,1766
1591JE	-0,2878		

A tabela 26, acima, nos proporcionam: a máxima discrepância encontrada (na região de estudo) entre o GPS/nivelamento e o modelo EGM96 é de 0,067m; a mínima discrepância é de -0,604 m; a discrepância média é de -0,256 m; e erro médio quadrático de 0,163 m.

A figura 43, gerada a partir da tabela 26, na referida figura as isodiscrepâncias estão representadas de 5 em 5 cm.

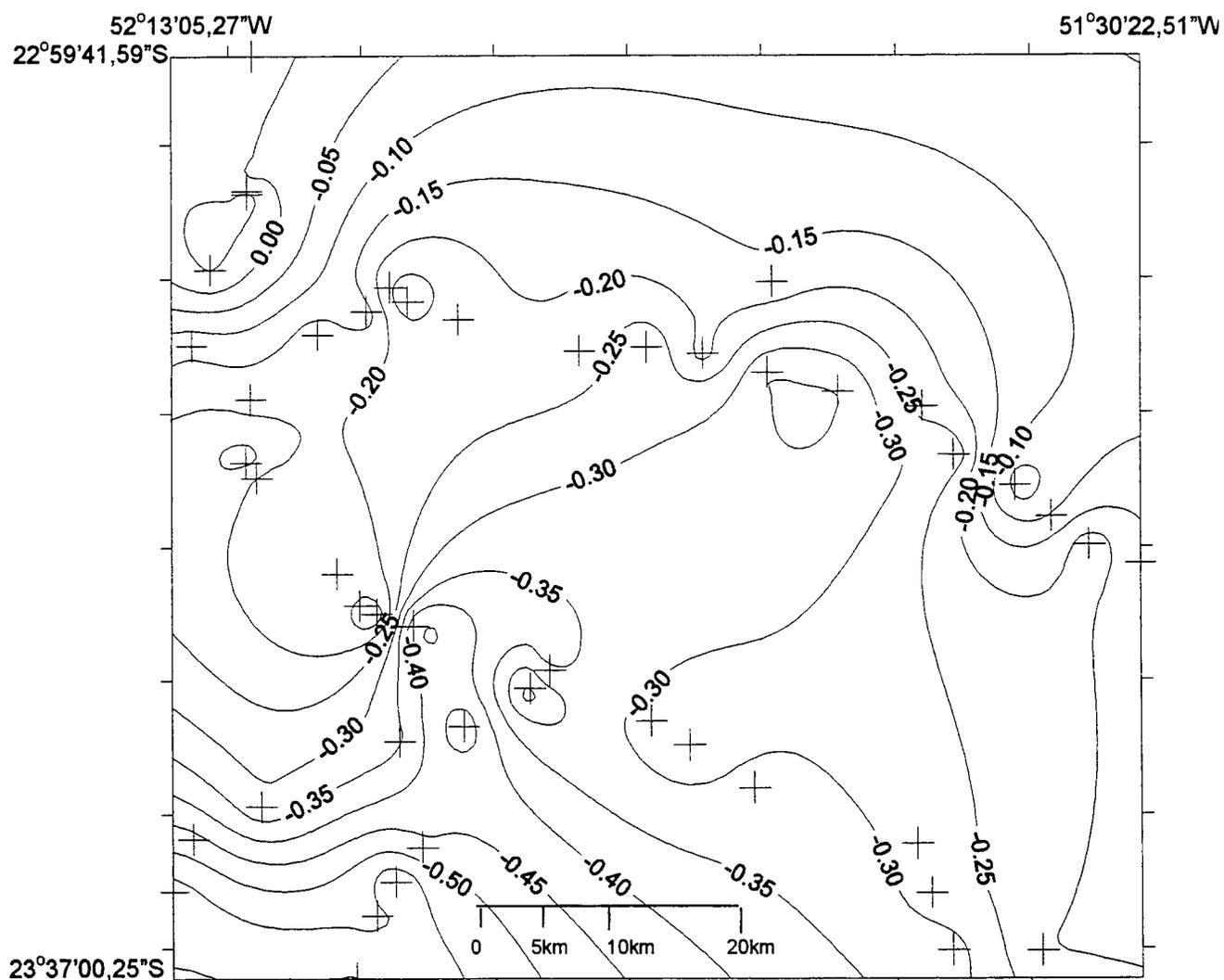


Figura 43 – Diferença de ondulações (48RRNN – EGM96)

Tabela 27 – Ondulações 47RRNN – GEOCOM

RN	-NSP	RN	-NSP
1582SE	0,24	1591D	0,30
1582N	0,46	1590X	0,32
1582M	0,34	1590TE	0,37
1582HE	0,60	1590RE	0,35
1578D	0,27	1590LE	0,37
1578GE	0,23	2926U	0,28
1578JE	0,27	2926X	0,29
1578P	0,42	2927C	0,28
1578SE	0,49	2927E	0,17
1578TE	0,50	2927GE	0,13
1579D	0,35	2928AE	0,22
1579 <sup>A</sup>	0,30	2927LE	0,29
1578UE	0,24	2927RE	0,10
1594T	0,37	2927U	0,08
1594S	0,22	2928F	0,23
1594R	0,26	2928H	0,25
1594ME	0,29	2928LE	0,20
1579ZE	0,20	2928PE	0,28
1579TE	0,15	2928SE	0,23
1579PE	0,36	2928UE	0,20
1579FE	0,21	2928VE	0,27
1579H	0,32	2928ZE	0,27
1591HE	0,29	2928CE	0,26
1591JE	0,29		

A tabela 27, acima, proporcionam: máxima discrepância entre as ondulações determinadas pelo GPS/nivelamento e o modelo GEOCOM é de 0,60 m; a mínima discrepância é de 0,08 m; proporciona discrepância média de 0,285 m; e erro médio quadrático de 0,100 m.

A figura 44, foi gerada a partir da tabela 27.

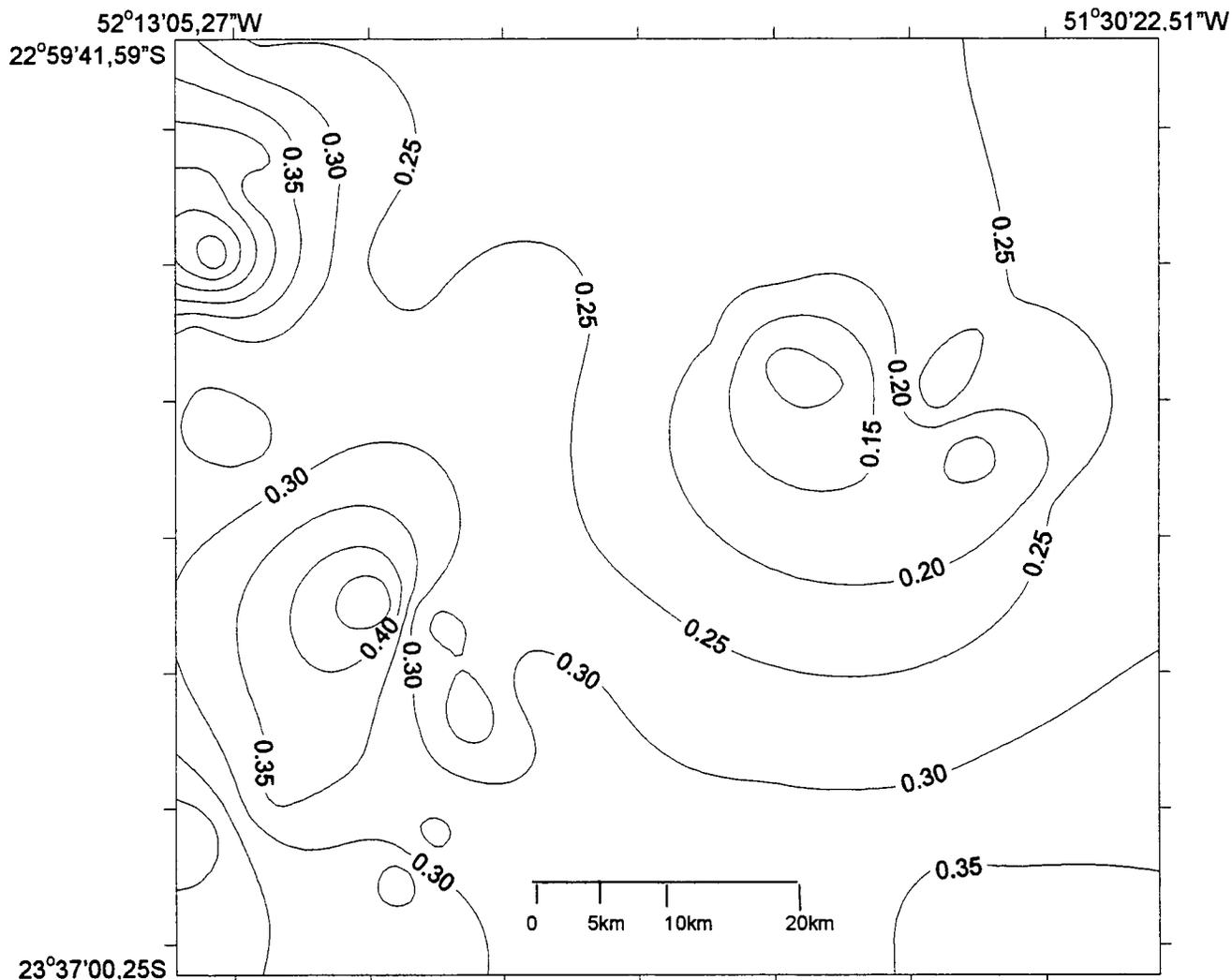


Figura 44 – Diferença de ondulações (47RRNN – GEOCOM)

#### 5.4.2 Análise de tendência das cartas de ondulações do geóide geradas por GPS/nivelamento

Há vários critérios que podem ser utilizados na análise de tendência; neste trabalho foram analisadas a existência de tendência e de exatidão das cartas, as quais estão baseadas na estatística das discrepâncias entre as ondulações observadas na carta e as determinadas pelo GPS/nivelamento.

No teste estatístico de tendência, estão analisadas as hipóteses:

$$H_0: \Delta \bar{X} = 0, \text{ contra}$$

$$H_1: \Delta \bar{X} \neq 0,$$

Neste teste, calcula-se a estatística amostral "t", e verifica se o valor de "t" amostral está no intervalo de aceitação ou da hipótese nula. Onde, o valor de "t" amostral é calculado por (GEMAEL, C. 1994):

$$t_x = \frac{\Delta \bar{X}}{S_{\Delta X}} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (5.1)$$

O intervalo de confiança é dado por:

$$|t_x| < t_{(n-1, \alpha/2)} \quad (5.2)$$

A estatística "t" amostral, não satisfazendo a condição acima rejeita-se a hipótese nula. Em tal situação, a carta não pode ser considerada como livre de tendência para o nível de confiança (neste trabalho adotou-se 90%).

A partir das discrepâncias das ondulações geoidais interpoladas, nas cartas geradas por 47, 24, 13 e por 8 RRNN, gerou-se a tabela 28. Na primeira coluna tem-se o teste estatístico; a segunda coluna o valor determinado para a carta geoidal a partir de 47 RRNN; a terceira a partir da carta gerada por 24 RRNN; a quarta coluna a partir da carta gerada por 13 RRNN; e a quinta coluna contém o valor determinado para a carta gerada a partir de 08 RRNN.

Tabela 28 – Teste de tendência das interpolações

n-1	47	24	13	7
$t_x$	0,103	0,476	0,810	3,656
$t_{(n-1, \alpha/2)}$	1,680	1,714	1,782	1,895

Com os resultados contidos na tabela 26, estatisticamente concluir-se que:

- As cartas geradas por 47, 25 e por 14 RRNN as hipóteses de tendências estatísticas  $H_0$  não são rejeitadas; e
- Não aceita-se a hipótese nula ( $H_0$ ) para a carta gerada a partir de 08 RRNN.

#### **5.4.3 Análise de exatidão das cartas de ondulação do geóide geradas por GPS/nivelamento**

A análise de exatidão deu-se a partir da comparação do desvio padrão das discrepâncias das cartas geradas por 24; 13 e por 8 RRNN com o desvio padrão dos resíduos da carta gerada por 47 RRNN.

Formulando-se o teste de hipótese:

$$H_0: S_x^2 = \sigma_x^2, \text{ contra}$$

$$H_1: S_x^2 > \sigma_x^2$$

O termo  $\sigma_x^2$  corresponde à variância esperada (para as referidas cartas), adotou-se a variância da carta gerada a partir de 48 RRNN: 0,0169 m<sup>2</sup>.

Determinada a variância esperada, calculou-se a seguinte estatística:

$$\chi_x^2 = (n - 1) \frac{S_x^2}{\sigma_x^2} \tag{5.3}$$

Após calculado o valor pela expressão (5.3), verifica se o referido valor de Qui-quadrado está no intervalo de aceitação:

$$\chi_x^2 \leq \chi_{(n-1, \alpha)}^2 \quad (5.4)$$

Se a expressão (5.4) não for satisfeita, rejeita-se a hipótese nula ( $H_0$ ), que a carta geoidal atende a precisão pré-estabelecida.

A partir das discrepâncias determinadas nas cartas geradas por 24; 13 e por 8 RRNN, elaborou-se a tabela 29. A primeira coluna contém a estatística; a segunda coluna contém o valor da estatística para a carta gerada a partir de 24 RRNN; a terceira para a carta gerada por 13 RRNN; e a quarta para a carta gerada por 8 RRNN.

Tabela 29 – Teste  $\chi^2$

estatística	24 RRNN	13 RRNN	8 RRNN
$\chi_x^2$	1,679	8,780	1,972
$\chi_{n-1}^2$	32,01	18,55	12,02

Analisando-se a tabela 29, conclui-se que, estatisticamente não rejeita-se a hipótese nula para a carta gerada a partir de 08 RRNN; enquanto, para a carta gerada a partir de 13 RRNN, não aceita-se a hipótese  $H_1$ .

## **5.5 Ondulação por modelos matemáticos**

Neste item serão utilizados os modelos matemáticos, apresentados na seção 3.3. No presente caso, deseja-se determinar uma poli-superfície (equação 3.6). Foram utilizadas todas as RRNN na determinação dos parâmetros desta equação, que visa modelar o geóide na respectiva região de estudo.

Experimentos realizados com os modelos matemáticos equações 3.5 à 3.8 mostraram que a equação 3.6 foi a que apresentou menores discrepâncias (erros), ou seja, foi a que melhor representou o geóide na região. O programa desenvolvido para o cálculo dos parâmetros da equação 3.6 encontra-se no Anexo 4.

### **5.5.1 Resultado utilizando-se 47RRNN**

Apresenta-se na tabela 30 os resultados do processamento, ou seja, apresenta-se as ondulações geoidais calculadas a partir dos parâmetros determinados da equação 3.6.

A primeira coluna da tabela 30 contém as RRNN; a segunda coluna a ondulação geoidal, determinada em função dos parâmetros da equação 3.6; e a terceira coluna contém os resíduos. Estes resíduos foram determinados a partir dos valores das ondulações determinadas pelo GPS/nivelamento menos as ondulações determinadas pelo modelo matemático.

Tabela 30 – Ondulações determinadas pelo modelo matemático na 47RRNN

RN	N (m)	RESÍDUO (m)	RN	N (m)	RESÍDUO (m)
1582SE	-1,7604	0,0099	1591D	-1,7701	0,0681
1582N	-1,7430	-0,0234	1590X	-1,7246	0,0328
1582M	-1,743	-0,0990	1590TE	-1,6634	0,0207
1582HE	-1,6991	-0,1385	1590RE	-1,5903	0,0591
1578D	-1,6816	-0,0044	1590LE	-1,5772	-0,0760
1578GE	-1,7219	0,0377	2926U	-2,1829	-0,0947
1578JE	-1,7281	-0,0638	2926X	-2,1839	-0,1117
1578P	-1,7602	-0,1515	2927C	-2,2043	-0,1338
1578SE	-1,7632	-0,1475	2927E	-2,2255	-0,2106
1578TE	-1,7684	-0,2387	2927GE	-2,2240	-0,0694
1579D	-1,7940	-0,0750	2928AE	-2,2646	-0,0007
1579 A	-1,8107	0,0814	2927LE	-2,2610	0,0168
1578UE	-1,7802	0,1612	2927RE	-2,2115	0,1507
1594T	-1,7011	0,0685	2927U	-2,1722	0,1478
1594S	-1,6887	0,1774	2928F	-2,0892	0,1054
1594R	-1,6791	0,0731	2928H	-2,0268	0,0125
1594ME	-1,6646	0,0794	2928LE	-2,1343	-0,0106
1579ZE	-1,6939	-0,0573	2928PE	-1,9329	0,0323
1579TE	-1,6920	-0,0957	2928SE	-1,8917	0,1348
1579PE	-1,6988	-0,1669	2928UE	-1,8790	0,1142
1579FE	-1,7564	0,1721	2928VE	-1,8487	-0,0394
1579H	-1,7357	-0,0166	2928ZE	-1,7972	0,0239
1591HE	-1,7962	0,0084	2928CE	-1,73045	-0,0239
1591JE	-1,8065	-0,0213			

### 5.5.2 Carta de ondulação do geóide gerada a partir dos modelos matemáticos utilizando-se de 47 RRNN

A figura 45 é a Carta geoidal, elaborada a partir do modelo matemático, com a utilização dos dados da tabela 30.

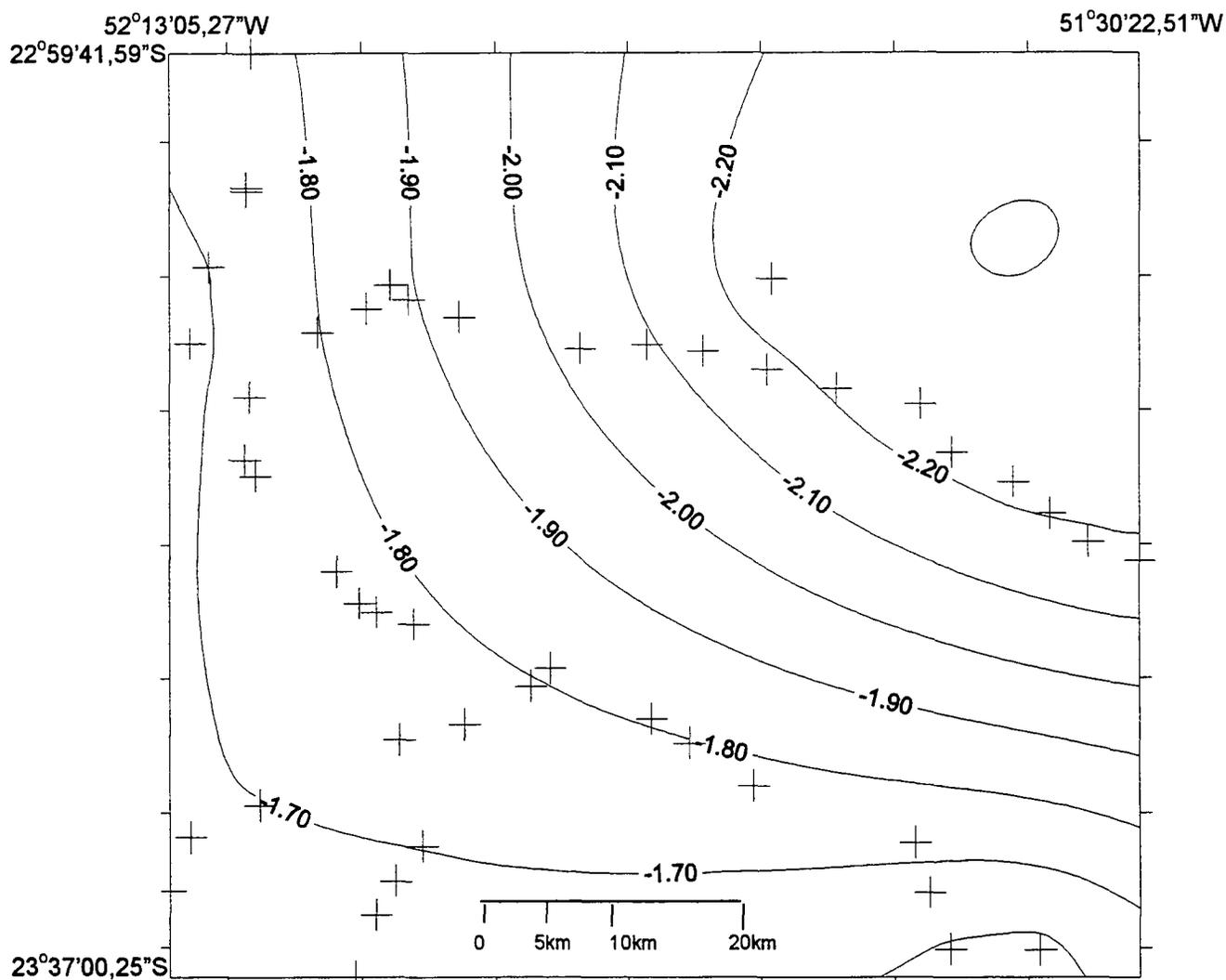


Figura 45 – Carta geoidal elaborada por modelo matemático, 47RRNN

### 5.5.3 Carta de discrepâncias GPS/nivelamento – modelo matemático

A figura 46 representa a Carta de discrepâncias, elaborada a partir da tabela 30, onde as curvas representam os iso- resíduos.

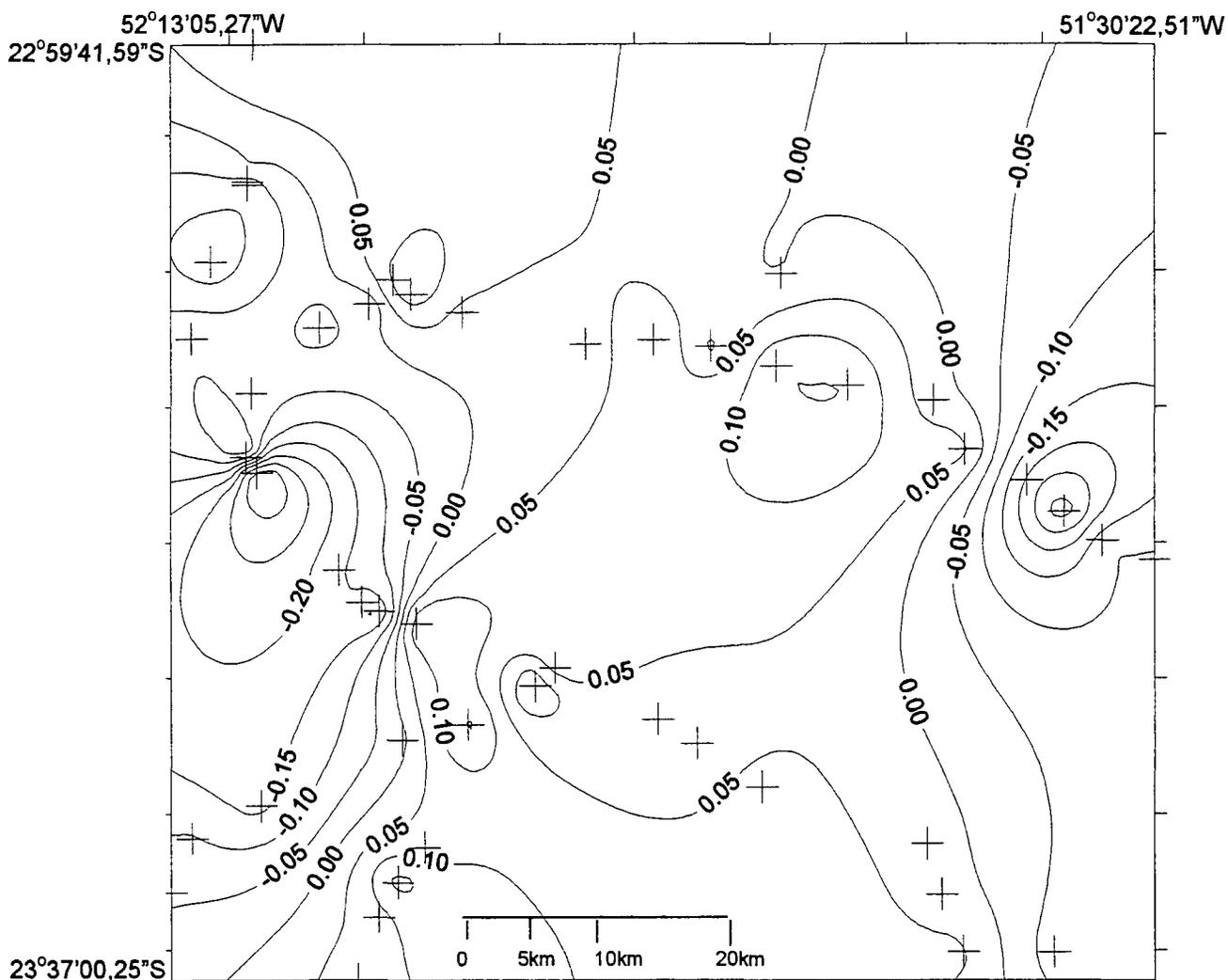


Figura 46 – Carta de iso-resíduos GPS/nivelamento – modelo matemático (GPS/nivelamento 47RRNN)

#### **5.5.4 Resultados 24, 13 e 08RRNN**

Apresenta-se neste item apenas resultados das ondulações determinadas pelo modelo matemático (equação 3.6), onde na tabela 31 a primeira coluna contém as RRNN; a segunda coluna contém os resíduos determinado a partir do modelo matemático, utilizando-se de 47 RRNN para a determinação dos parâmetros da equação (3.6); a terceira coluna contém as discrepâncias/resíduos determinadas a partir do modelo matemático, utilizando-se de 24 RRNN para a determinação dos parâmetros; a quarta coluna contém as discrepâncias/resíduos determinadas a partir do modelo matemático, utilizando-se de 13 RRNN; e a quinta coluna contém as discrepâncias/resíduos determinadas a partir do modelo matemático, utilizando-se de 08 RRNN.

Tabela 31 – Resíduos dos modelos (função do número de RRNN)

RN	Modelo 47RRNN (m)	Modelo 24RRNN (m)	Modelo 13RRNN (m)	Modelo 08RRNN (m)
1582SE	<b>0,0099</b>	<b>0,0158</b>	<b>0,0146</b>	<b>-0,0061</b>
1582N	<b>-0,0234</b>	<b>-0,0826</b>	<b>-0,0910</b>	0,0435
1582M	<b>-0,0990</b>	-0,0708	-0,0941	<b>-0,1202</b>
1582HE	<b>-0,1385</b>	-0,1411	-0,2468	-0,0332
1578D	<b>-0,0044</b>	-0,2218	0,1121	-0,0545
1578GE	<b>0,0377</b>	-0,0500	-0,0356	0,0812
1578JE	<b>-0,0638</b>	<b>0,1539</b>	<b>-0,0810</b>	-0,0208
1578P	<b>-0,1515</b>	<b>0,0155</b>	0,0865	0,0424
1578SE	<b>-0,1475</b>	-0,0345	-0,0472	-0,0333
1578TE	<b>-0,2387</b>	<b>-0,1151</b>	-0,0735	-0,0545
1579D	<b>-0,0750</b>	<b>0,0191</b>	<b>-0,0776</b>	0,0812
1579 A	<b>0,0814</b>	0,0244	-0,0144	-0,0208
1578UE	<b>0,1612</b>	0,0467	0,0705	0,0424
1594T	<b>0,0685</b>	0,0956	0,0865	0,0697
1594S	<b>0,1774</b>	0,0557	-0,0568	0,0564
1594R	<b>0,0731</b>	-0,0573	-0,0472	-0,0332
1594ME	<b>0,0794</b>	<b>-0,0821</b>	<b>-0,0735</b>	-0,0545
1579ZE	<b>-0,0573</b>	<b>-0,1222</b>	<b>-0,1181</b>	-0,1069
1579TE	<b>-0,0957</b>	<b>0,0776</b>	<b>0,0776</b>	<b>0,0812</b>
1579PE	<b>-0,1669</b>	<b>-0,0098</b>	-0,0144	-0,0208
1579FE	<b>0,1721</b>	<b>0,1448</b>	0,1395	0,1313
1579H	<b>-0,0166</b>	<b>0,0083</b>	-0,0027	-0,0284
1591HE	<b>0,0084</b>	<b>0,0816</b>	0,0705	0,0424
1591JE	<b>-0,0213</b>	<b>-0,0054</b>	-0,0200	-0,0550
1591D	<b>0,0681</b>	<b>0,0956</b>	<b>0,0865</b>	0,0697
1590X	<b>0,0328</b>	<b>0,0557</b>	0,0568	0,0564
1590TE	<b>0,0207</b>	0,0447	0,0471	0,0481
1590RE	<b>0,0591</b>	0,0837	0,0880	0,0914
1590LE	<b>-0,0760</b>	<b>-0,0583</b>	<b>-0,0472</b>	<b>-0,0333</b>
2926U	<b>-0,0947</b>	<b>-0,0821</b>	<b>-0,0735</b>	<b>-0,0545</b>
2926X	<b>-0,1117</b>	-0,0994	-0,0932	-0,0788
2927C	<b>-0,1338</b>	<b>-0,1222</b>	-0,1181	-0,1069
2927E	<b>-0,2106</b>	-0,2001	-0,1978	-0,1896
2927GE	<b>-0,0694</b>	<b>0,0776</b>	<b>0,0776</b>	<b>0,0812</b>
2928AE	<b>-0,0007</b>	-0,0098	<b>-0,0144</b>	<b>-0,0208</b>
2927LE	<b>0,0168</b>	0,0222	0,0209	0,0224
2927RE	<b>0,1507</b>	0,1521	0,1485	0,1445
2927U	<b>0,1478</b>	<b>0,1448</b>	0,1395	0,1313
2928F	<b>0,1054</b>	0,0947	0,0869	0,0716
2928H	<b>0,0125</b>	-0,0011	-0,0150	-0,0301
2928LE	<b>-0,0106</b>	-0,0179	-0,0245	-0,0365
2928PE	<b>0,0323</b>	<b>0,0083</b>	-0,0027	-0,0284
2928SE	<b>0,1348</b>	0,1054	0,0941	0,0663
2928UE	<b>0,1142</b>	<b>0,0816</b>	<b>0,0705</b>	<b>0,0424</b>
2928VE	<b>-0,0394</b>	-0,0699	-0,0824	-0,1131
2928ZE	<b>0,0239</b>	<b>-0,0055</b>	-0,0200	-0,0550
2928CE	<b>-0,0239</b>	-0,0452	-0,0645	-0,1078

Ps: Os resíduos estão destacados na tabela e, os valores sem destaques são as discrepâncias.

A partir das discrepâncias (tabela 31) apresentadas pelos modelos matemáticos, calculou-se o erro médio quadrático, conforme apresentado na tabela 30. Onde na primeira coluna são apresentados os modelos (entende-se por modelos os parâmetros determinados a partir de GPS associado ao nivelamento), a segunda coluna contém o erro médio quadrático de cada modelo, determinados a partir dos resíduos (tabela 32).

Tabela 32 – Erro médio quadrático de cada modelo

<b>MODELO</b>	Erro médio quadrático (m)	média das discrepâncias (m)	máxima discrepância (m)	mínima discrepância (m)
47RRNN	0,1075	-0,0060	0,1774	-0,2387
24RRNN	0,1370	-0,0128	0,1521	-0,2218
13RRNN	0,1123	-0,0007	0,1485	-0,2468
08RRNN	0,1218	0,0008	0,1445	-0,1896

Na tabela 32, verifica-se que na região onde foram realizados os experimentos, utilizando-se apenas do modelo matemático, o aumento do número de RRNN rastreadas para a determinação dos parâmetros, não apresentou melhoria significativa dos resultados. É possível verificar na tabela 32 que utilizando-se apenas de 8 RRNN, o erro médio quadrático é de 12,2 cm, e quando utilizado 47 RRNN o desvio padrão apresentado foi de 10,8 cm. Lembra-se que este resultado foi determinado na Região de Maringá (de aproximadamente 5 000 km<sup>2</sup>), e que experimentos em outras regiões podem apresentar resultados diferentes dos aqui determinados.

Com o objetivo de verificar se o modelo matemático, gerado pelas RRNN, apresentam tendências estatística, elaborou-se a tabela 33. Na primeira linha contém o número de RRNN utilizada para determinar os parâmetros do modelo; a

segunda linha contém o teste amostral “t”, calculado pela equação (5.1); e a terceira linha contém o intervalo de confiança.

Tabela 33 – Análise de tendência dos modelos matemáticos

MODELO	47 RRNN	24 RRNN	13 RRNN	08 RRNN
$t_x$	0,000	0,954	0,444	0,342
$t_{(n-1, \alpha/2)}$	1,680	1,714	1,782	1,895

Diante da tabela 33, conclui-se que não são rejeitadas as hipótese nulas ( $H_0$ ); ou seja os modelos podem ser considerados, estatisticamente, não tendenciosos.

Para a análise de exatidão, elaborou-se a tabela 34, onde, na primeira linha contém o número de RRNN utilizada para determinar os parâmetros do modelo; a segunda linha contém o teste Qui-quadrado, calculado pela equação (5.3); e a terceira linha contém o Qui-quadrado amostral.

Tabela 34 – Teste Qui-quadrado para modelos matemáticos

MODELO	24 RRNN	13 RRNN	08 RRNN
$\chi_x^2$	34,66	38,27	30,58
$\chi_{n-1}^2$	32,01	18,55	12,02

Com os valores apresentados na tabela 34, conclui-se que as exatidões, determinadas pelos modelos matemáticos, estatisticamente não podem serem considerados com mesma exatidão; ou melhor, não aceita-se a hipótese nula  $H_0$  (não atende a condição apresentada na equação (5.4)).

### 5.5.5 Comparação das ondulações obtidas

No presente capítulo procedeu-se uma série de estudos em que:

- 1) Gerou-se modelo com  $N_{\text{GPS/nivelamento}}$  (geóide geométrico local);
- 2) Testou-se modelo contra os  $N_{\text{GPS/nivelamento}}$  observados, objetivando verificar consistência dos métodos de geração do modelo (interpolação, ajuste, modelo geopotencial);
- 3) Verificou-se a estabilidade da solução variando o número e distribuição de RRNN.  
Concluiu-se que deve-se utilizar todas as informações disponíveis;
- 4) Gerou-se cartas utilizando-se das ondulações geoidais determinadas pelos modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM;
- 5) Comparou-se as ondulações obtidas pelos modelos geopotenciais com as ondulações obtidas pelo GPS/nivelamento. Nestas comparações podem seer evidenciados menores dispersões com o modelo GEOCOM, como seria natural de se esperar, já que este modelo gravimétrico tem maior densidade de observações, na região, que as dos modelos OSU91A e EGM96;
- 6) Os três modelos apresentam desvios sistemáticos em relação ao GPS/nivelamento. Isto é perfeitamente explicável em vista de cada uma destas bases de dados conterem erros próprios, conforme item 4.8; e
- 7) Uma forma lógica de geração de produto (geóide regional) é a baseada na fusão das informações destes modelos obtidos com o GPS/nivelamento, e com modelos do Geopotencial ou Geóide Gravimétrico, tais como o OSU91A, EGM96 e GEOCOM, com isto é possível resgatar as qualidades e características de cada uma das formas de geração do modelo, cobrindo um espectro mais amplo de comprimentos de onda que o do modelo isolado.

De acordo com o item 5º e tabela, o GEOCOM ajusta-se com o geóide geométrico local, com dispersão de apenas 0,118 m e discrepância sistemática de +0,284 m. Já para os modelos OSU91A e EGM96 apresentam dispersão de 0,255m e 0,1663 m, respectivamente, e -0,767 m e -0,265 m de discrepâncias sistemáticas.

Em vista destas características, procedeu-se no Capítulo 6 a fusão do GPS/nivelamento com o os modelos OSU91A e EGM96, e com o Geóide Gravimétrico GEOCOM.

## 6 INTEGRAÇÃO GPS/NIVELAMENTO COM OS MODELOS GEOPOTENCIAL OSU91A, EGM96 e GEÓIDE GRAVIMÉTRICO DO ESTADO DE SÃO PAULO

A integração do GPS com os modelos geopotenciais e gravimétricos na determinação da ondulação geoidal é uma das maneiras de se combinar dados físicos com o geóide geométrico local. Isto pode ser consumado utilizando-se uma das equações (3.5) à (3.8); onde  $z_i$  será considerado como observação  $l$ . Será apresentado apenas o desenvolvimento da equação que, em testes iniciais, mostrou melhores resultados, a saber, a equação 3.6. O desenvolvimento que segue, pode ser aplicado em quaisquer das equações mencionadas.

Substituindo na referida equação 3.6,  $z_i$  pela observação  $l$  (ondulação determinada pelo GPS/nivelamento), tem-se:

$$l = aE + bN + cNE + d \quad (6.1)$$

Com a finalidade de incorporar, na equação acima, os dados contidos no modelos físicos (ZHONG, 1997), fez-se:

$$l = N - (\bar{N}_0 + E_s) \quad \text{com} \quad l = N - N_0 \quad (6.2)$$

Onde:

$N$  – Representa a ondulação do geóide, determinadas nas RRNN pelo GPS associado ao nivelamento.

$\bar{N}_0$  - Ondulação do geóide obtido, nas mesmas RRNN, com uso dos modelo geopotenciais.

$N_0$  – Ondulação do geóide nas RRNN compensada do desvio sistemático observado.

$E_S$  – Desvio sistemático observado.

Considerando a equação (6.2), a equação (6.1) assumira:

$$N - N_0 = aE + bN + c NE + d \quad (6.3)$$

A determinação dos parâmetros da equação (6.3) possui o significado físico de calcular os parâmetros ajustados de uma função que representa a separação da ondulação do geóide, determinado pelo GPS/nivelamento e a ondulação do geóide obtida pelo modelo geopotencial.

A finalidade de utilizar-se da integração do GPS com os modelos do geopotencial é fazer uso dos coeficientes que representam o potencial gravitacional, onde o modelo geopotencial representa a contribuição dos longos comprimentos de onda do campo da gravidade da Terra. A diferença de ondulação do geóide, determinado pelo GPS sobre as RRNN e as fornecidas pelo modelo geopotencial pode ser interpretada como a contribuição dos curtos comprimentos de onda do campo da gravidade da Terra, limitadas às reigão de trablaho. A utilização dos modelos geopotenciais implica em estar utilizando-se de informações do campo de gravidade de todo o globo terrestre. Este fato implica em uma limitação para a interpolação de  $N_{GPS}$ , ou onduções geométricas. A estabilidade da solução já foi discutida no Capítulo 5, onde evidencia-se que a redução do número de RRNN deprecia rapidamente a solução tal que na integração de modelos far-se-á uso somente do número máximo de RRNN (47).

Foram elaboradas figuras que mostram as discrepâncias entre o geóide obtido da associação e figuras que representam as discrepâncias entre as

ondulações obtidas apenas com o GPS/nivelamento com os geóides obtidos das associação do modelo geopotencial com o GPS/nivelamento.

### **6.1 Resultado da integração GPS/47RRNN com os modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM**

Os resultados, que constam na tabela 35 forma determinados a partir da utilização das 47 RRNN na associação do GPS com os modelos OSU91A, EGM96 e GEOCOM no cálculo dos parâmetros da equação (6.3). Nestas associações, utilizou-se os desvios sistemáticos de +0,77 m para o modelo OSU91A, de -0,26 m para o modelo EGM96 e de +0,20m para o modelo GEOCOM.

Na tabela 35, a primeira coluna contém a ondulação do geóide determinada pela associação do GPS/nivelamento ao modelo OSU91A; na segunda coluna a ondulação determinada pela associação do GPS/nivelamento ao modelo EGM96; na terceira coluna a ondulação resultante da associação com o modelo GEOCOM; a quarta coluna contém as discrepâncias determinadas pelo GPS/nivelamento associado ao modelo geopotencial OSU91A e GPS/nivelamento; a quinta coluna contém a discrepância determinada pelo GPS/nivelamento associado ao modelo geopotencial EGM96 e GPS/nivelamento; e a sexta coluna contém as discrepâncias determinadas pelo GPS/nivelamento associado ao geóide gravimétrico de São Paulo e o GPS/nivelamento.

Tabela 35 – Associação GPS/nivelamento aos modelos geopotenciais e ao geóide gravimétrico

NGPS+OSU	NGPS+EGM	NGPS+GEOC	NGPS+OSU-NGPS	NGPS+EGM-NGPS	NGPS+GEOC-NGPS
-1,840	-1,691	-1,738	0,019	0,168	0,121
-1,775	-1,712	-1,808	-0,055	0,008	-0,088
-1,768	-1,716	-1,688	-0,115	-0,063	-0,035
-1,714	-1,690	-1,824	-0,153	-0,129	-0,263
-1,680	-1,678	-1,578	-0,003	-0,001	0,099
-1,698	-1,740	-1,631	0,062	0,020	0,128
-1,702	-1,746	-1,644	-0,038	-0,082	0,020
-1,740	-1,795	-1,749	-0,131	-0,186	-0,141
-1,745	-1,802	-1,782	-0,129	-0,186	-0,166
-1,758	-1,806	-1,803	-0,228	-0,277	-0,273
-1,811	-1,848	-1,834	-0,092	-0,129	-0,115
-1,828	-1,866	-1,857	0,067	0,029	0,038
-1,777	-1,828	-1,835	0,164	0,113	0,107
-1,726	-1,739	-1,758	0,044	0,030	0,011
-1,703	-1,677	-1,741	0,163	0,189	0,126
-1,687	-1,651	-1,733	0,066	0,100	0,019
-1,650	-1,606	-1,727	0,094	0,138	0,017
-1,823	-1,598	-1,560	-0,186	0,039	0,077
-1,623	-1,624	-1,590	-0,026	-0,028	0,006
-1,664	-1,674	-1,641	-0,132	-0,142	-0,109
-1,773	-1,797	-1,791	0,156	0,132	0,137
-1,744	-1,766	-1,772	-0,025	-0,047	-0,053
-1,832	-1,853	-1,833	-0,027	-0,048	-0,029
-1,829	-1,860	-1,839	-0,001	-0,033	-0,011
-1,804	-1,814	-1,810	0,034	0,024	0,028
-1,763	-1,731	-1,750	-0,006	0,027	0,007
-1,385	-1,657	-1,680	0,299	0,027	0,004
-1,637	-1,562	-1,585	0,012	0,088	0,064
-1,636	-1,529	-1,500	-0,134	-0,028	0,002
-2,245	-2,142	-2,105	-0,157	-0,054	-0,017
-2,222	-2,158	-2,119	-0,150	-0,085	-0,047
-2,228	-2,185	-2,138	-0,158	-0,115	-0,068
-2,242	-2,209	-2,187	-0,227	-0,194	-0,172
-2,219	-2,225	-2,210	0,074	0,069	0,083
-2,238	-2,238	-2,287	0,026	0,026	-0,023
-2,257	-2,255	-2,283	0,020	0,023	-0,005
-2,193	-2,213	-2,241	0,169	0,149	0,121
-2,143	-2,175	-2,181	0,177	0,144	0,139
-2,053	-2,102	-2,139	0,142	0,093	0,056
-1,997	-2,046	-2,082	0,043	-0,007	-0,042
-2,129	-2,145	-2,151	-0,006	-0,021	-0,027
-1,916	-1,960	-1,974	0,049	0,025	-0,009
-1,875	-1,922	-1,902	0,151	0,134	0,124
-1,864	-1,877	-1,877	0,130	0,116	0,116
-1,830	-1,900	-1,850	-0,020	-0,041	-0,041
-1,780	-1,875	-1,778	0,041	0,016	0,043
-1,709	-1,878	-1,667	-0,003	-0,031	0,040
		<b>desvio padrão</b> <b>discrepâncias</b>	0,119	0,105	0,099
		<b>máxima</b> <b>discrepância</b>	0,299	0,189	0,139
		<b>mínima</b> <b>discrepância</b>	-0,228	-0,277	-0,273

Verifica-se na tabela 35: a menor discrepância determinada pela associação do GPS/nivelamento ao modelo OSU91A e GPS/nivelamento é de  $-0,228\text{m}$ , a máxima é de  $0,299\text{m}$  e as discrepâncias, resultantes da associação ao modelo OSU91A, apresentam desvio padrão de  $0,119\text{m}$ ; a menor discrepância resultante da associação do GPS/nivelamento e modelo EGM96 e o GPS/nivelamento é de  $-0,277\text{m}$ , a máxima é de  $0,189\text{m}$  e as discrepâncias resultantes desta associação apresenta desvio padrão de  $0,105\text{m}$ ; e o resultado da associação do GPS ao Geóide Gravimétrico de São Paulo e GPS/nivelamento apresenta máxima discrepância de  $0,139\text{m}$ , a mínima de  $-0,273\text{m}$  e desvio padrão de  $0,099\text{m}$ .

### 6.1.1 Carta Geoidal resultante de 47RRNN/GSP e modelo OSU91A

A figura 47 – Carta geoidal de 47RRNN/GPS + OSU91A foi gerada a partir da tabela 35.

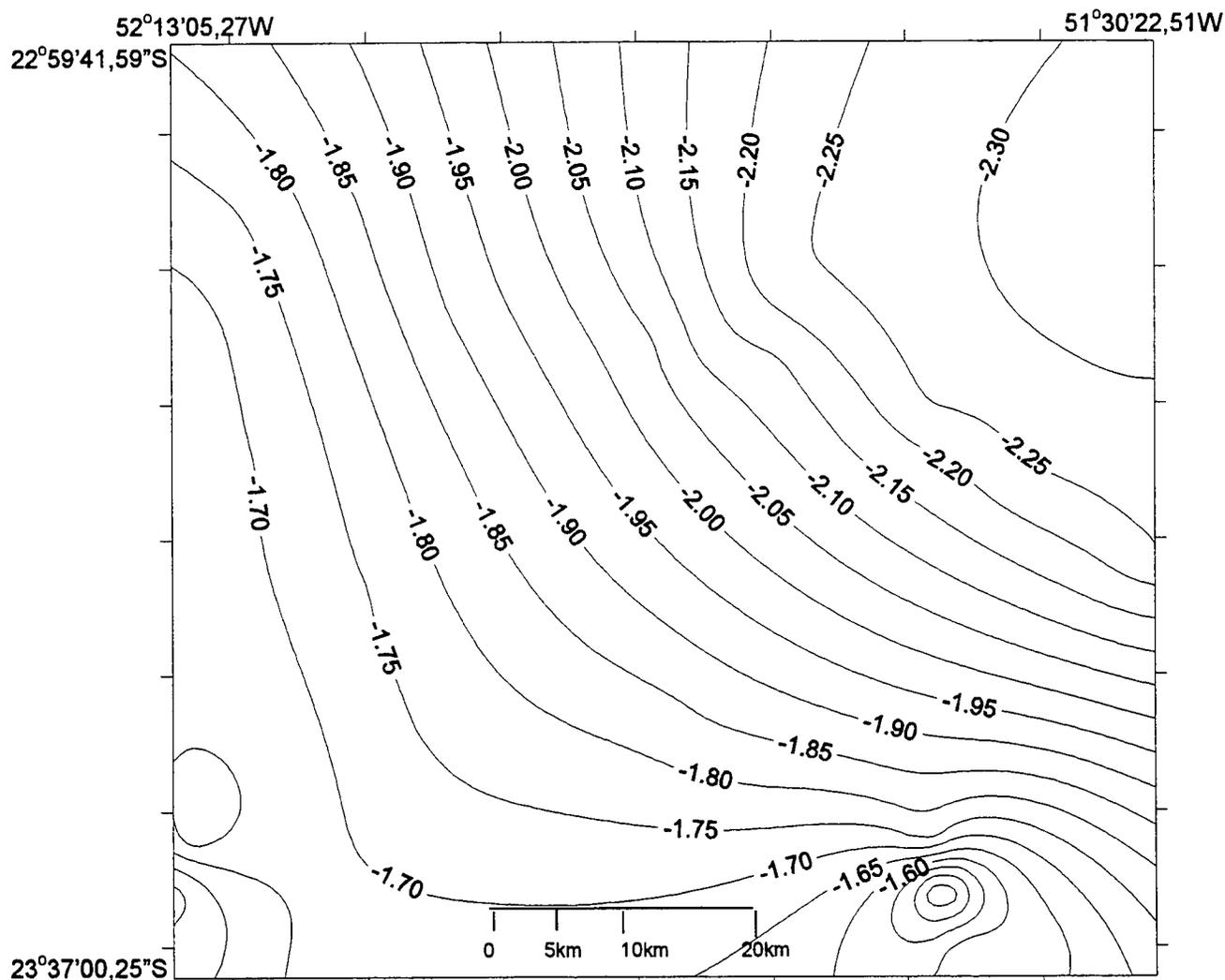


Figura 47 – Carta de Ondulação Geoidal 47RRNN/GPS + OSU91A

Analisando-se a figura 47, verifica-se que o geóide, gerado pela integração do GPS/nivelamento (47RRNN) com o modelo OSU91A, apresenta uma diminuição das ondulações no sentido nordeste, onde as curvas estão representadas de 5cm em 5 cm.

### 6.1.2 Carta de iso-discrepâncias 47 RRNN/GPS e modelo OSU91A

A figura 48 – Carta de iso-discrepâncias derivadas de 47RRNN/GPS associadas ao modelo OSU91A e GPS/nivelamento foi gerada a partir da tabela 35.

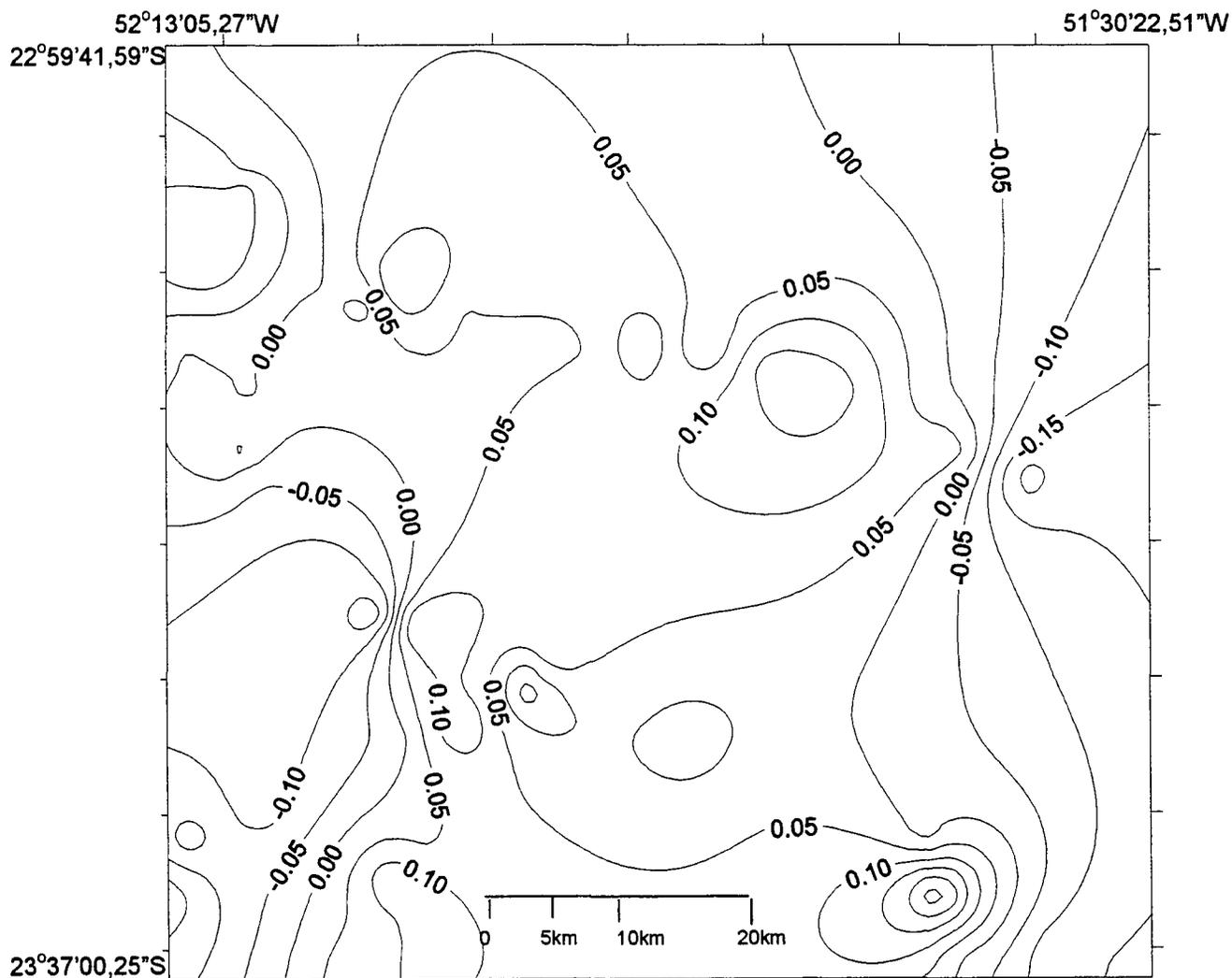


Figura 48 – Carta de iso-discrepâncias 47RRNN/GPS + OSU91A e GPS/nivel.

### 6.1.3 Carta Geoidal resultante de 47RRNN/GPS e modelo EGM96

A figura 49 – Carta de Ondulação Geoidal 47RRNN/GPS + EGM96 foi gerada a partir da tabela 35.

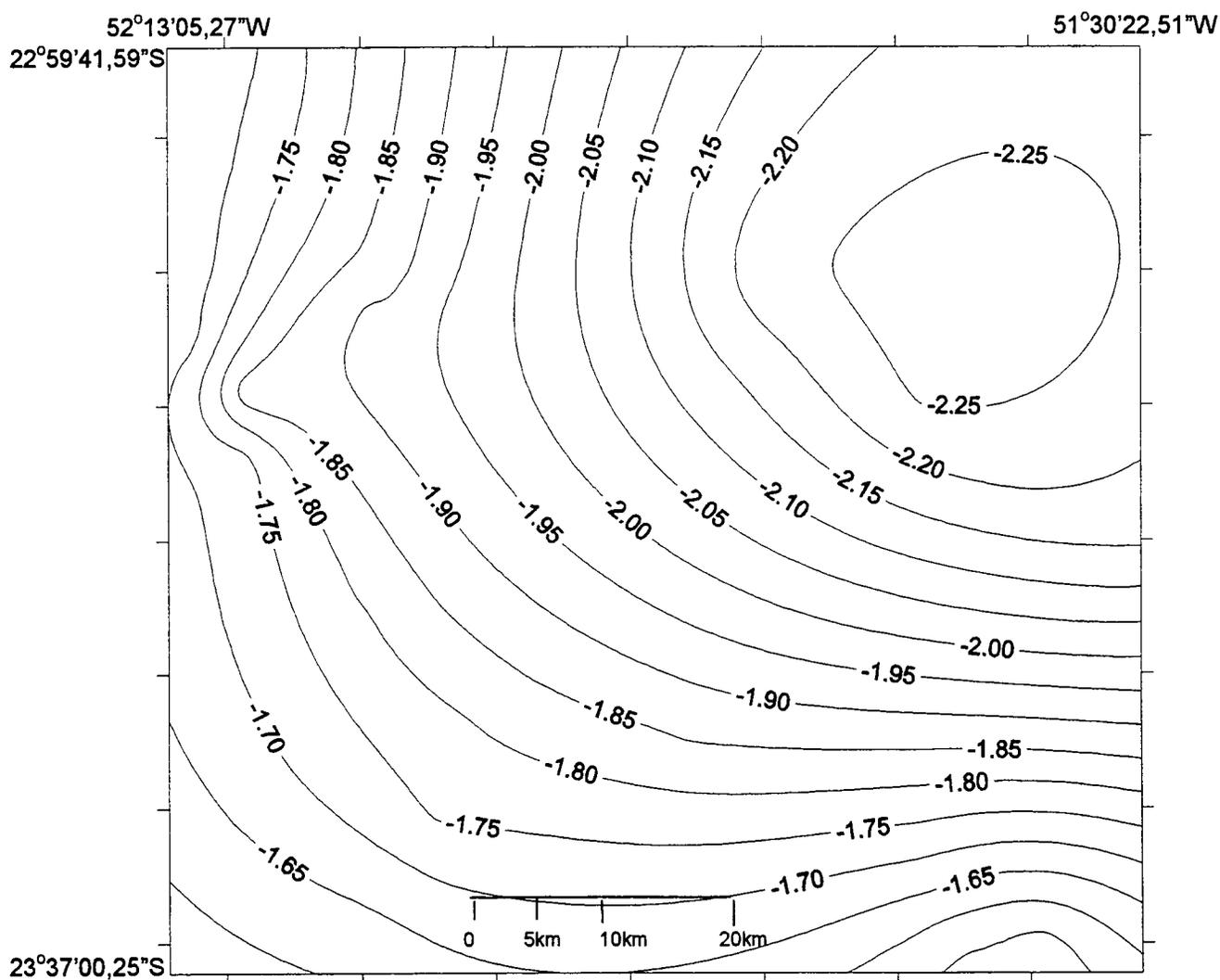


Figura 49 – Carta de Ondulação Geoidal 47RRNN/GPS + EGM96

Analisando a figura 49, verifica-se que o geóide, gerado pela integração do GPS/47RRNN e modelo EGM96, apresenta diminuição da ondulação no sentido nordeste.

#### 6.1.4 Carta de iso-discrepâncias 47RRNN/GPS EGM96

A figura 50 – Carta de iso-discrepâncias derivadas de 47RRNN/GPS associadas ao modelo EGM96 e GPS/nivelamento foi gerada a partir da tabela 35.

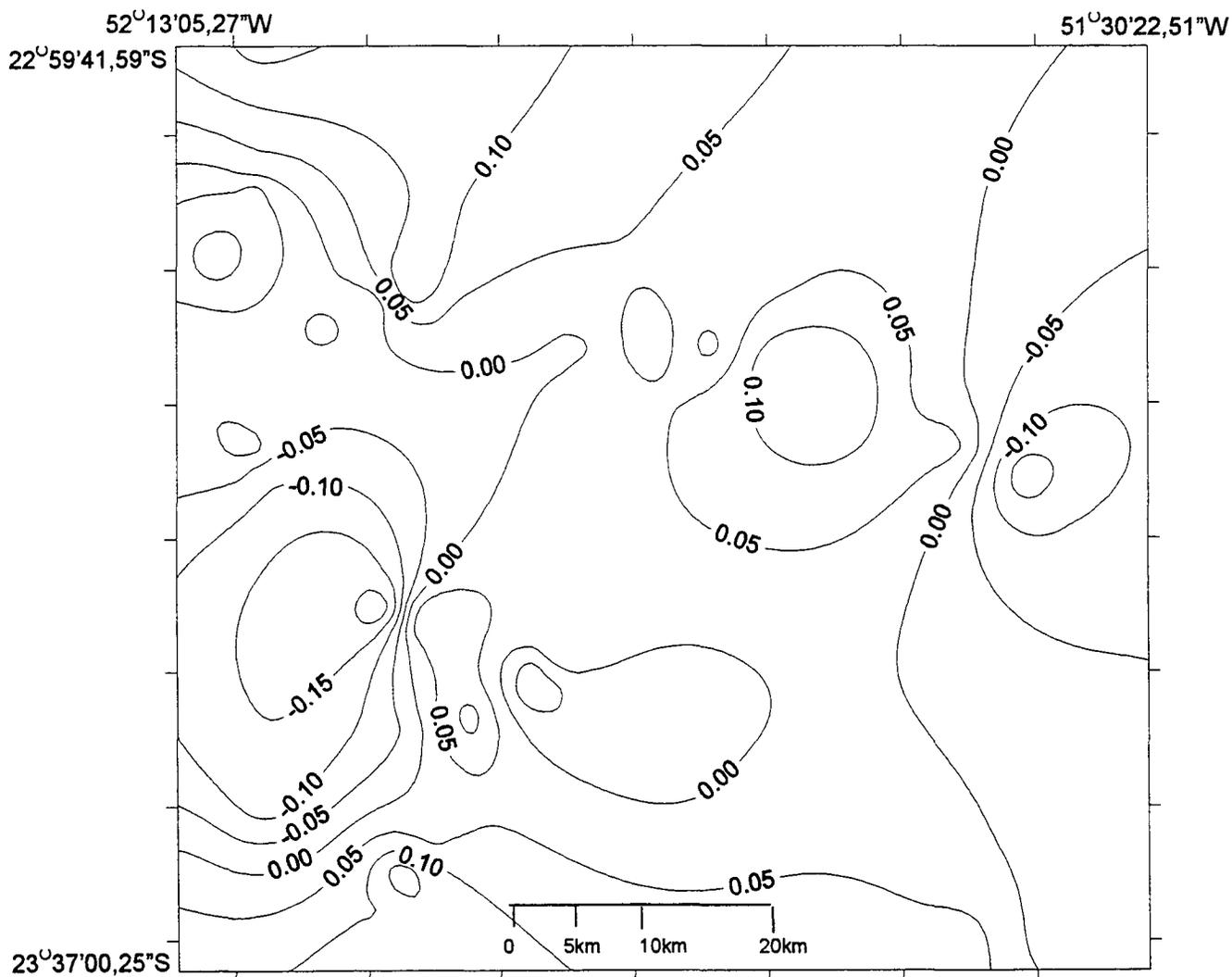


Figura 50 – Carta de iso-discrepância 47RRNN/GPS + EGM96 e GPS/nivelamento

### 6.1.4 Carta Geoidal resultante de 47RRNN/GPS e Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo

A figura 51 – Carta de Ondulação Geoidal 47RRNN/GPS + GEOCOM foi gerada a partir da tabela 35.

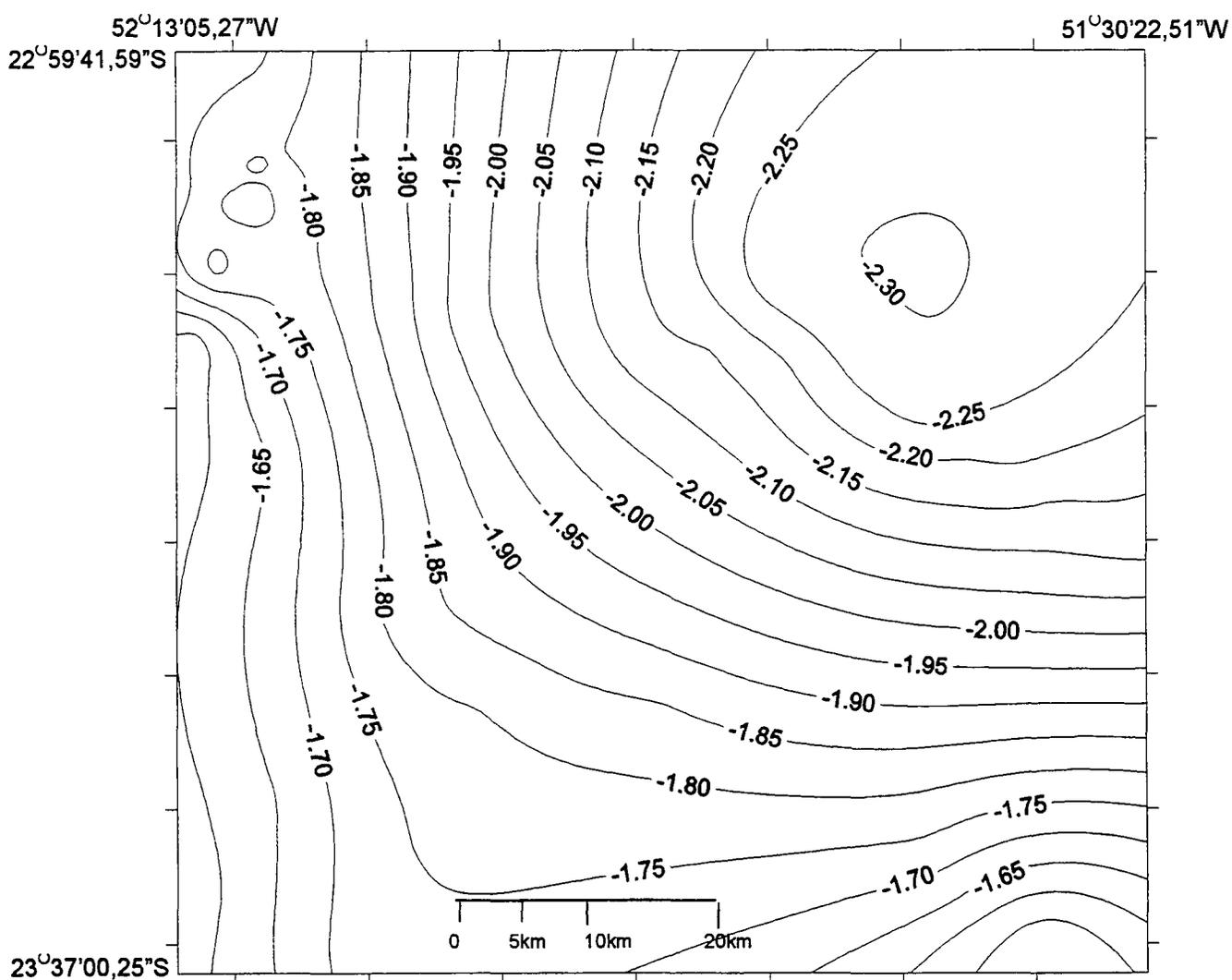


Figura 51 - Carta de Ondulação Geoidal 47RRNN/GPS + GEOCOM

### 6.1.6 Carta de iso-discrepâncias 47RRNN/GPS GEOCOM

A figura 52 – Carta de iso-discrepâncias derivadas de 47RRNN/GPS associadas ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo e GPS/nivelamento foi gerada a partir da tabela 35.

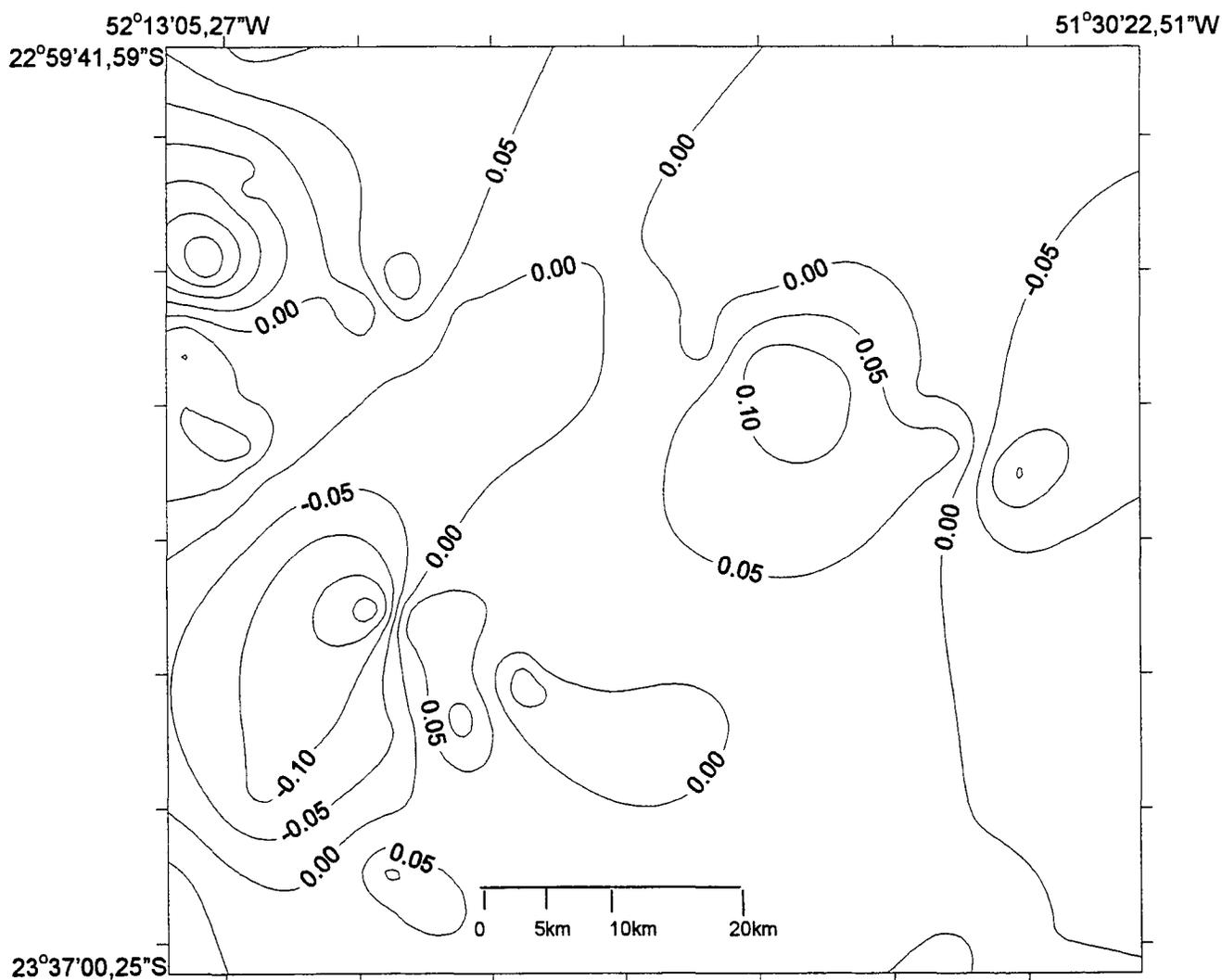


Figura 52 – Carta de iso-discrepância 47RRNN/GPS +GEOCOM e GPS/nivelamento

A partir da associação do GPS/nivelamento aos modelos geoidais OSU91A, EGM96 e ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo, elaborou-se o teste estatístico, conforme segue:

Tabela 36 – Teste de tendência do GPS/nivelamento associado aos modelos geopotenciais e ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo

MODELO	OSU91A	EGM96	GEOCOM
$t_x$	0,000	0,000	0,000
$t_{(n-1, \alpha/2)}$	1,180	1,714	1,782

Diante da tabela 36, verifica-se que não rejeita-se a hipóteses nulas ( $H_0$ ) para os “geóides” gerados da integração do GPS/nivelamento associados aos modelos OSU91A, EGM96 e ao Geóide gravimétrico do Estado de São Paulo. Assim, estatisticamente, estes “geóides” gerados não são tendenciosos.

Para o teste de exatidão dos modelos determinados por GPS/nivelamento associado aos modelos acima, elaborou-se a tabela 37, conforme segue:

Tabela 37 – Teste qui-quadrado para GPS/niv. associado aos modelos

MODELO	OSU91A	EGM96	GEOCOM
$\chi_x^2$	38,54	30,01	26,68
$\chi_{n-1}^2$	59,77	59,77	59,77

A partir da tabela 37, estatisticamente não rejeita-se a hipótese nula ( $H_0: s_x^2 = \sigma_x^2$ ) para todos os “geóides” gerados a partir da associação do GPS/nivelamento com os modelos OSU91A, EGM96 e com o Geóid Gravimétrico do Estado de São Paulo.

Com a finalidade de análise, construiu-se a tabela 38, onde: na primeira linha contém os tipos de modelos utilizados para a determinação dos desvios padrão; e na linha restante contém desvio padrão.

Tabela 38 – Resumo dos e.m.q. apresentado pelas cartas

MODELO	interpolação por carta (m)	GPS/nivela- mento (m)	GPS/nivel.+ OSU91A (m)	GPS/nivel.+ EGM96 (m)	GPS/nivel. + GEOCOM (m)
desvio padrão	0,054	0,108	0,119	0,105	0,099

A análise da tabela 38, deve-se considerar:

- A propagação de erros estimada desde o vertical à região de estudo é de, aproximadamente 15,5 cm (conforme equação 3.12);
- Precisão relativa das RRNN (item 3.5) é de 2,4 cm (conforme equação 3.11);
- A topografia do N.M.M., nas proximidades do datum vertical estimada é de 13 cm;
- As estações fixas estão referenciadas ao WGS84 (1ª realização);
- Os modelos OSU91A e GEOCOM estão referenciados ao SGR80; e
- O modelo EGM96 está referido ao WGS84 (G873).

Após esta considerações, mesmo com estas limitações referidas, constata-se que:

- O modelo gerado com uso do GPS/ associado ao Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo apresentou melhores resultados;
- A utilização da integração do GPS/nivelamento com o modelo geopotencial OUSU91A, não apresentou melhora dos resultados, isto quando comparado ao modelo gerado apenas pelo GPS/nivelamento;
- A integração do GPS/nivelamento com o modelo geopotencial EGM96 proporcionou melhores resultados que o geóide geométrico;
- A integração do GPS/nivelamento com o Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo foi o que apresentou melhores resultados; e
- Na região de estudo, o Geóide Gravimétrico do Estado de São Paulo foi o que melhor representou as ondulações do geóide.

## 7 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

Uma das limitações do sistema GPS consiste na altimetria, pois as altitudes proporcionadas pelo sistema estão referenciadas ao elipsóide de referência, entretanto, estas não possuem significado físico. As obras de engenharia utilizam-se das altitudes ortométricas, que possuem significado físico. Estes sistemas de altitudes estão relacionados pela grandeza denominada de ondulação do geóide.

O presente trabalho apresenta uma sistemática de integração de geóide geométrico local com modelos do Geopotencial e mesmo com um Geóide Gravimétrico. Esta sistemática pode ser facilmente reproduzida por usuários, conforme item 4.8 – base de dados, e análise de limitações e seqüências propostas nos finais dos capítulos 4, 5 e o 6.

Os modelos geopotenciais OSU91A, EGM96 e o Geóide Gravimétrico GEOCOM proporcionam, de acordo com as estimativas de seus autores, acurácia nas determinações de ondulações geoidais, entre 40 cm e 1,00 m. Neste experimento, estes modelos apresentaram dispersão relativamente ao geóide geométrico de 0,255 m; e 0,163m e 0,114m, respectivamente.

O principal objetivo deste trabalho foi atingido na medida que foi realizada a integração do sistema GPS e nivelamento geométrico aos modelos geopotenciais OSU91A, EGM96, e com o Geóide Gravimétrico GEOCOM, verificando a precisão desta integração a partir de levantamentos GPS sobre RRNN. Verificou-se também a influência do número de RRNN rastreadas na determinação do geóide, onde constatou-se que a associação do GPS/nivelamento com os modelos geopotenciais e geóide gravimétrico apresentaram melhores resultados quando utilizada a totalidade das RRNN na geração do modelo.

Os dados para a geração do “grid” do geóide geométrico estão limitados à área teste, enquanto os modelos geopotenciais e geóide gravimétrico excedem a esta. Isto sugere que em trabalhos posteriores deva ser testada a extensão da base de dados GPS para melhoria dos resultados.

Foi verificado a influência do tempo de rastreamento nas RRNN, no processamento dos dados GPS; onde pode ser concluído que o tempo de rastreamento foi suficiente e, em RRNN onde o tempo de rastreamento foi aumentado para 2 h 20 min, os resultados não apresentaram melhora significativa relativamente aos valores obtidos com 1h20min.

Houve uma melhora na determinação da ondulação do geóide, fato este verificado nos experimentos, porém dependendo do número de RRNN rastreadas. Este resultado sugere que novos experimentos devam ser realizados.

Na época do experimento existiam limitações de estações base, compatibilização de sistemas de referência, S.A, equipamentos marca Trimble 4000 da série SST, as quais na atualidade estão superados pela proximidade do WGS84 com o ITRF, eliminação do S.A., melhoria dos equipamentos de rastreamento e existência da RBMC/SIRGAS.

A pluralidade de Sistemas de Referência na época do experimento, e os problemas encontrados demonstra a importância de unificação de referenciais a nível global e melhor discussão do sistema de altitudes.

Os resultados obtidos estão totalmente justificados em vista da precisão da base de dados e métodos empregados, demonstrando a eficiência do método.

Com base nos resultados alcançados neste trabalho, sugere-se:

- Em regiões onde existam mais RRNN, com distribuição geográfica regular, que se utilize da metodologia aqui apresentada, utilizando-se do modelo geopotencial

EGM96 ou do Geóide Gravimétrico GEOCOM, ou outros que vierem a surgir de qualidade superiores a estes, visando a geração de cartas geoidais mais permenorizadas;

- Em regiões onde exista baixa densidade de RRNN, que se realize o rastreamento GPS sobre estas RRNN, determinado a média da ondulação geoidal e, que a partir do modelo EGM96 ou do Geóide Gravimétrico tal como o GEOCOM, determine as ondulações geoidais nestas RRNN. Determina-se a diferença destas ondulações geoidais. Nos pontos que se deseja a ondulação do geóide, com uso do modelo geopotencial determina-se a ondulação do geóide, no ponto desejado, soma-se a diferença de ondulações geoidais à ondulação determinada pelo modelo;
- Em regiões onde não possuem RRNN, utilizar apenas o geóide gravimétrico, e na inexistência deste, o modelo geopotencial EGM96.

Os resultados desta pesquisa sugere que a presente metodologia seja aplicada às regiões mais extensas, onde existam informações similares, tais como as redes GPS estaduais de alta precisão onde os pontos tenham nivelamento geométrico.

## 8 BIBLIOGRAFIA

ANANGA, N. e SAKURAI, S. (1996) The use of GPS data for improving local geoid determination. **Survey Review**. v 33.

ANDRADE, J. B. (1981) **NAVSTAR-GPS**. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba.

AYHAN, M.E. (1993) Geoid determination in Turkey (TG-91). **Bulletin Géodésique**. Springer-Verlag. Berlin. v 67. n 1.

ASHKENAZI, V., MONICO, J. F. G. MOORE, T. (1995) High Precision GPS Network in Brazil, **Revista Brasileira de Cartografia SBC**. Rio de Janeiro. n 45.

BIRARD, G., SANTARSIERO, D., TUFILLARO, D., SURACE, L. (1995) Setting-up local "mapping geoids" with the aid of GPS/LEV Traverses Application to the geoids of Sardinia and Calabria. **Journal of Geodesy**. Springer-Verlag. Berlin. v 70. n. 1-2.

BLITZKOW, D. (1996) **O Problema de valor de contorno da Geodésia: resultados práticos para a América do Sul**. Tese de Livre Docência. Departamento de Engenharia de Transporte, Escola Politécnica, USP. São Paulo.

COLLIER, P. A., CROFT, M. J. (1997) Heights from GPS in an engineering environment. **Survey Review**, UK, ed. Board, n. 263.

\_\_\_\_\_ (1997). Heights from GPS in an engineering environment, pt 2, **Survey Review**, UK, ed. Board, n. 264.

DODSON, A. H. (1995) GPS for height Determination, **Survey Reviews**, New York, v. 33, n. 256.

FEATHERSTONE, W. E., DENTITH, M. C. and KIRBY, J. F. (1998) Strategies for the accurate determination of orthometric heights from GPS, **Survey Review**, New York, v. 34, n. 267.

FIELDER, J. (1992) Orthometric heights from Global Positioning System. **Journal of Surveying Engineering**. New York. v 118. n 3.

FORTES, L. P. S (1998) Sistema de referências para a América do Sul – SIRGAS. Boletim Informativo, n.5. IBGE. Rio de Janeiro.

FREITAS, S. R. & BLITZKOW, D. (1999). Altitude e geopotencial. **International Geoid Service**, Bulletin n. 9, Special Issue for South America. Italy.

FREITAS, S. R., CORDINI, J., MARONE, E., SCHWAB, S. H. S. (1999) Vínculo da rede altimétrica brasileira à rede SIRGAS. **International Geoid Service**, Bulletin n. 9, Special Issue for South America. Italy.

GEMAEL, C. (1986) **Marés Terrestre**. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Departamento de Geociências. Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná – UFPR, Curitiba.

\_\_\_\_\_. (1991) **Geodésia Celeste: Introdução**. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba.

\_\_\_\_\_. (1985). **Determinação da gravidade em Geodésia**. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Departamento de Geociências. Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná - UFPR. Curitiba.

\_\_\_\_\_. (1994). **Introdução ao Ajustamento de Observações**. Editora da Universidade do Paraná. Curitiba.

\_\_\_\_\_. (1999). **Introdução à Geodésia Física**. Editora da Universidade Federal do Paraná . Curitiba.

GIL, A. J., SEVILLA, M. J., RODRÍGUES-CADEROT, G. (1993) Geoid determination in Central Spain from gravity and height data. **Bulletin Géodésique**. Springer-Verlag. Berlin. v 67. n 1.

IBGE. SIRGAS (1997). **Final Report, Work Group I and II**. Diretoria de Geociências, Departamento de Geodésia, Rio de Janeiro.

JAKSA, D. S., GILLILAND, J. R., TAN, C. K. F. (1991) The evaluation of Australian Height datum values from Global Positioning System Measurements. **Australian Journal of Géodesy Photogrammetry and Surveying**. Australia. n 54.

JIAN, Z., DUQUENNE, H. (1996) On the combined adjustment of a gravimetrically determining geoid and GPS levelling station. **Journal of Geodesy**, Springer-Verlag. Berlin. v 70. n 8.

KRUEGER, C. P., ARANA, J. M., CORDINI, J., FERREIRA, L. D. D., CAMARGO, P. O., FABRI, S. M. (1994) **Teoria do Potencial**. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Departamento de Geociências. Setor de Tecnologia. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba.

KUANG, S., FIDIS, C., THOMAS, F. **Modeling of the local geoid with GPS and leveling: A case study**.

LEHMANN, R. (1996) Information measures for global geopotential models. **Journal of Geodesy**. Springer-Verlag. Berlin. v 70, n 6.

LEICK, A. (1995) **GPS - Satellite Surveying**. John Wiley & Sons. New York. 2<sup>a</sup> ed.

LEMOINE, F.G., KENYON, S. C., FACTOR, J. K., TRIMMER, R. G., PAVLIS, N. K., CHIN, D. S., COX, C. M., KLOSKO, S. M., LUTHCHE, S. B., TORRENCE, M. H., WANG, Y. M., WILLIAMSON, R. G., PAVLIS, E. C., RAPP, R. H., e OLSON, T. R. (1998) – **The Development of Joint NASA GSFC and the National Imagery and**

**Mapping Agency (NIMA) geopotential Model EGM96.** Ohio State University. National Aeronautics and Space Administration, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, USA.

LI, J. e SIDERIS, M. G. (1997) Marine gravity and geoid determination by optimal combination of satellite altimetry and shipborne gravimetry data. **Journal of Geodesy**. Springer-Verlag. Berlin, v. 71.

LI, Y. C. e SIDERIS, M. G. (1994) Minimization and estimation of geoid undulation errors. **Bulletin Géodésique**. Springer – Verlag. v. 68.

MAACK, R. (1981) **Geografia Física do Estado do Paraná**. Livraria José Olympio Editora S.A. Rio de Janeiro. Co-edição com a Secretaria do Cultura e do Esporte do Governo do Estado do Paraná Curitiba. 2ª. ed.

MACHADO, W. C; MONICO, J. F. G; CAMARGO, P. O (2000). SA Antes e depois de sua desativação. **Agrimensura & Cartografia. A MIRA**. ed. Launa, Criciúma SC, n. 98.

MALYS, S., SÇATER, K; A. S, OTH. R. W., KUNZ, L. E., KENYON, S. C. (1997) **International Symposium on Kinematic Systems Geodesy. Geomatics and Navigation**. Department of Geomatics Engineering. The University of Calgary, Canadá.

MARTINEC, A., VANICEK, P., MAINVILLE, A., VÉRONNEAU, M. (1985) The effect of lake water on geoidal height. **Manuscripta Geodaetica**. Springer-Verlag. Berlin.

MONICO, J. F. G. (1995) **Height precision inter-continental GPS network**. Thesis PhD. Institute of Engineering Surveying and Space Geodesy. University of Nottingham.

\_\_\_\_\_. (1996) **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações**. Publicação interna. Departamento de Cartografia. Faculdade de Ciências e Tecnologia FCT/UNESP- Campus de Presidente Prudente.

MONICO, J. F. G., ASHKENAZI, V., MOORE, T. (1995) **Geodetic Reference System and the Accuracy Estimates of the Brazilian GPS network**. Instituto de Geociências. Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS. Porto Alegre.

MONICO, J. F. G., SEGANTINE, P. C. L. (1996) **ITRF: definição, realizações e aplicações**. **Cartografia e Cadastro**, n 5. Lisboa.

NATIONAL IMAGERY AND MAPPING AGENCY NIMA – Technical Report. (1997). **Department of Defense World Geodetic System 1984. It's Definition and Relationships with Local Geodetic System**, disponível em <www.nima.mil> Acesso em setembro de 2000.

PAPO, H. B. (1988) Datum definition in the GPS era . **The Canadian Institute of Surveying and Mapping. Journal Association Canadienne des Sciences Géodésiques et Cartographiques**. v 42. n 2.

PAVLIS, N.K. (1997) Development Applications of Geopotential Models. **Escola de Geóide**. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, Rio de Janeiro.

PARKS, W. and MILBERT, D. (1995) A geoid height model for San Diego County, Accuracy of GPS – Derived orthometric height. **Surveying and Land Information System**. v. 55, n.1.

PESSOA, L. M. da C. **Análise comparativa de Modelos Geoidais na Bacia do Paraná: contribuição à Determinação do Geóide**. Seminário Apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas \_ UFPR. Curitiba, 1994.

RAPP, T. H. and NEREM, R. S. (1996) **A joint GSFC/DMA project for improving the model of the Earth's gravitational field**. Ohio.

SÁ, N. C. de (1993). 3<sup>o</sup> Congresso Internacional da Sociedade Brasileira de Geofísica. **Um geóide para aplicações do GPS em Geociências**. Instituto Astronômico e Geofísico. Universidade de São Paulo - IAG/USP. São Paulo.

SÁ, N. C. de, MOLINA. E. C. (1995) **XVII Congresso Brasileiro de Cartografia**. O geóide gravimétrico no Estado de São Paulo: resultados preliminares. Instituto Astronômico e Geofísico. Universidade de São Paulo - IAG/USP. São Paulo.

SEEBER, G. (1993) **Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications**. Walter de Gruyter. Berlin.

SHUM C. K., RIES, J. C., TAPLEY, D. (1995) **The accuracy and applications of satellite altimetry**. **Geophysical Journal Institut**.

SIDERIS, M. G. (1995) Fourier geoid determination with irregular data. **Journal of Geodesy**. Springer-Verlag. Berlin. v 70, n 1-2.

SIDERIS, M. G. and SHE, B. B. (1995) A New, high-resolution geoid for Canada and part of the U. S. by the 1D-FFT method. **Bulletin Géoésigue**. Springer-Verlag. v. 69.

STEWART, M. P., FFOUKES-JONES, G. H., OCHIENG, W. Y. (1994) GPS Analysis Softwares (GAS), Version 2.2. User Manual. **IESSG Publication, University of Nottingham**. UK.

TSCHERNING, C. C. (1994) Geoid determination by least-squares collocation using GRAVSOFT. **International School for the determination and use of the Geoid**. Milan.

TORGE, W. (1980) **Geodesy**. Berlin. Walter de Gruyter.

VANICEK, P. e KRAKIWSKY, E. J. (1982) **Geodesy: The concepts**. NHPC - Amsterdam, New York, Oxford. University of New Brunswick. Canadá.

ZONG, D. (1997) Robust estimation and optimal selection of polynomial parameters for the interpolation of GPS geoid heights. **Journal of Geodesy**. Springer-Verlag. V 71.

WU. K., LIN, S-G. (1996) Leveling by GPS relative positioning with carrier phases. **Journal of Surveying Engineering**. New York. november 1996.

## **ANEXO 1**

```

*****
*   INSTITUTE OF ENGINEERING SURVEYING AND SPACE GEODESY   *
*   UNIVERSITY OF NOTTINGHAM, UK                           *
*                                                           *
*   GPS ANALYSIS SOFTWARE                                   *
*                                                           *
*   PANIC    -   version : 2.21                            *
*                                                           *
*   PROGRAM SOLUTION FILE                                  *
*****

```

```

This output file   : oPanic.out
Program run at    : 14:31:34 on 03/04/96
Control file     : panic.ctl
Project          : TESE
Default Survey Date : 7.1995

```

#### STATION INFORMATION

=====

Index	Code	Status	Receiver	File(s)
1	PARA	FIXED	TRIMBLE 4	c:\mg\nott\PARA2051.dat
2	2051	STATIC	TRIMBLE 4	c:\mg\nott\20512051.dat
3	UEPP	FIXED	TRIMBLE 4	c:\mg\nott\UEPP2051.dat

Index	Code	Initial	X Y Z coordinates	Sigma (metres)
1	PARA	3763752.1762	-4365113.3110	-2724404.9983 0.000010
2	2051	3599743.6098	-4613040.2432	-2530703.1925 FREE
3	UEPP	3687624.7890	-4620818.2488	-2386880.6599 0.000010

Index	Code	Start (DHMS)	Stop (DHMS)	Antenna Height (metres)
1	PARA	24 13:45: 0	24 15:54:45	0.3047
2	2051	24 13:50: 0	24 15:50:45	1.6106
3	UEPP	24 13:45: 0	24 15:54:45	0.0692

Details of Input Ocean Loading Model (as parameters of a SIN wave)

Index	Code	Amplitude (m)	Start Time (DHMS)
1	PARA	0.0000	6 0: 0: 0
2	2051	0.0000	6 0: 0: 0
3	UEPP	0.0000	6 0: 0: 0

#### SATELLITE INFORMATION

=====

Satellites Used : 2 4 14 16 18 19 22 27 29 31  
 Ephemeris File 1 : C:\MG\EPH\IGS08111.SP3  
 Elevation Mask : 15.0 (degrees)

#### NETWORK INFORMATION

=====

Reference Station : PARA  
 Reference Satellite : 19  
 Baseline Weighting : OFF

Index	Baseline	Length (km)	a priori sigma DD(obs) mm
1	2051 - UEPP	168.726	0.000
2	PARA - 2051	354.806	0.000

#### PROCESSING OPTIONS

=====

Reference Frame : WGS84 cartesian XYZ  
 Observation Type : Carrier Phase  
 Frequency Options : L0  
 Tropospheric Model : Magnet  
 Zenith Delay Parameter : No  
 Phase Centre Model : None  
 Ambiguity Resolution : Not Attempted

#### SESSION INFORMATION

=====

Data Session	Start (DHMS)	Stop (DHMS)
1	24 13:45: 0	24 15:54:45

```

*****
*
*              SOLUTION OUTPUT AND STATISTICS
*
* Solution : 1      Frequency : L0      Ambiguities : FREE
*
*
*****

```

Number of Observations Used = 4937  
 Number of Unknowns Solved = 19  
 RMS Double Difference Residual = 0.0593 cycles or 11.29 mm  
 Sigma Zero = 0.0423  
 A Posteriori Sigma of DD Obs. = 0.0423 cycles or 8.05 mm

## FINAL STATION COORDINATES (metres)

=====

Station	X	Y	Z
PARA	3763752.1762	-4365113.3110	-2724404.9983
2051	3599723.4148	-4613023.9710	-2530711.8058
UEPP	3687624.7890	-4620818.2488	-2386880.6599

## COORDINATE STANDARD DEVIATIONS (metres)

=====

Station	X	Y	Z	Lat	Long	Height
PARA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2051	0.0028	0.0030	0.0010	0.0012	0.0027	0.0030
UEPP	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

## FINAL BASELINE VECTORS (metres)

=====

From	To	dX	dY	dZ	Length	d Height
2051	UEPP	87901.374	-7794.278	143831.146	168744.780	36.787
PARA	2051	-164028.761	-247910.660	193693.193	354798.792	-531.571

## BASELINE VECTOR STANDARD DEVIATIONS (metres)

=====

From	To	dX	dY	dZ	Length	d Height
2051	UEPP	0.0028	0.0030	0.0010	0.0015	0.0030
PARA	2051	0.0028	0.0030	0.0010	0.0022	0.0030

## CARRIER PHASE AMBIGUITIES (cycles)

=====

No.	Station	SV	Session	Ambiguity	Sigma
1	PARA	2	1	0.000	0.000
2	PARA	4	1	0.000	0.000
3	PARA	14	1	0.000	0.000
4	PARA	16	1	0.000	0.000
5	PARA	18	1	0.000	0.000
6	PARA	19	1	0.000	0.000
7	PARA	22	1	0.000	0.000
8	PARA	27	1	0.000	0.000
9	PARA	29	1	0.000	0.000
10	PARA	31	1	0.000	0.000
11	2051	2	1	-4.152	0.008
12	2051	4	1	-13.587	0.011
13	2051	14	1	17.037	0.014
14	2051	16	1	17.149	0.016
15	2051	18	1	15.089	0.009
16	2051	19	1	0.000	0.000
17	2051	22	1	41.517	0.023

18	2051	27	1	28.187	0.007
19	2051	29	1	-6.694	0.014
20	2051	31	1	0.000	0.000
21	UEPP	2	1	14.055	0.005
22	UEPP	4	1	-37.344	0.004
23	UEPP	14	1	3.410	0.004
24	UEPP	16	1	-21.750	0.010
25	UEPP	18	1	-12.072	0.004
26	UEPP	19	1	0.000	0.000
27	UEPP	22	1	14.287	0.015
28	UEPP	27	1	-8.763	0.004
29	UEPP	29	1	-33.091	0.004
30	UEPP	31	1	0.000	0.000

## **ANEXO 2**

## Resultado dia 11.07.95

RN	dx <sub>mm</sub>	dy <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
1582SE	7,3	7,5	3,2	8,8
1582N	28,2	19,3	3,2	21,7
1582M	10,6	6,9	5,4	7,7
1582HE	10,5	13,7	3,0	12,2
1578D	5,0	9,9	8,4	8,9

## Resultado dia 12.07.95

RN	dx <sub>mm</sub>	dy <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
1578GE	4,9	10,4	3,3	7,9
1578JE	5,4	5,0	2,7	6,1
1578P	34,7	4,4	4,4	21,6
1578SE	25,4	10,3	4,3	7,8
1578TE	7,7	14,5	5,4	12,6

## Resultado de 13.07.99

RN	dx <sub>mm</sub>	dy <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
1579D	5,4	5,5	2,5	5,1
1579A	4,3	6,8	2,8	5,8
1578UE	3,2	3,4	1,6	3,1

## Resultado de 24.07.95

RN	dx <sub>mm</sub>	dy <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
1594T	2,8	3,0	1,0	3,0
1594S	3,7	2,7	1,4	3,5
1594R	2,5	2,5	1,7	2,6
1594ME	3,2	6,0	1,8	4,8

## Resultado de 25.07.95

RN	dx <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
1579ZE	3,2	6,2	1,6	4,8
1579TE	5,0	4,1	1,5	4,6
1579PE	16,3	10,1	5,3	14,3
1579FE	8,5	11,4	4,3	7,4
1579H	2,0	6,0	1,3	4,5

## Resultado de 26.07.95

RN	dx <sub>mm</sub>	dy <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
1591HE	3,2	4,8	1,4	4,6
1591HE	5,3	4,9	2,9	6,1
1591JE	8,4	10,3	2,7	7,9
1591D	8,0	5,7	3,1	7,4
1590X	7,0	6,2	2,6	6,9
1590TE	5,7	7,2	2,0	3,7
1590RE	3,5	9,3	1,7	5,6

## Resultado de 27.07.95

RN	dx <sub>mm</sub>	dy <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
1590LE	4,5	5,9	2,4	5,9
29296U	3,5	4,8	1,6	4,0
2926X	4,6	4,6	1,8	5,5
2927X	12,5	4,5	2,4	8,4
2927E	6,9	5,63	2,8	5,9
2927GE	5,9	4,6	3,1	5,1

## Resultado de 01.08.95

RN	dx <sub>mm</sub>	dy <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
2928AE	3,3	4,4	1,3	4,6
2927LE	8,4	5,7	2,1	8,2
2927RE	5,9	2,8	1,3	3,1
2927U	6,2	8,2	4,3	6,5
2928F	2,6	3,7	1,3	2,9
2928H	19,1	39,9	5,2	20,1

## Resultado de 02.08.99

RN	dx <sub>mm</sub>	dy <sub>mm</sub>	dz <sub>mm</sub>	dh <sub>mm</sub>
2928LE	4,6	7,5	2,7	7,3
2928M	3,3	3,4	1,7	3,4
2928PE	4,9	7,2	2,1	7,1
2928SE	22,1	7,1	4,0	14,6
2928UE	5,3	3,4	1,7	4,1
2928VE	3,7	3,1	2,2	3,4
2928ZE	5,9	7,4	2,1	3,8
2928CE	8,4	16,2	5,1	13,3

## Resumo geral

Dia	dh <sub>mm</sub> médio	$\sigma_{mm}$	$\sigma^2_{mm}$	Máximo	Mínimo
11.07	11,06	5,75	33,09	21,7	7,7
12.07	11,20	6,3	39,65	21,6	6,1
13.07	4,67	1,4	1,96	5,8	3,1
24.07	3,48	0,96	0,92	4,8	2,6
25.07	7,12	4,19	17,56	14,3	4,5
26.07	6,03	1,52	2,30	7,9	3,7
27.07	5,8	1,46	2,12	8,4	4,0
01.08	7,57	6,47	41,83	20,1	2,9
02.08	7,13	4,5	20,29	14,6	3,4
TODOS	7,31	4,63	21,42	21,7	2,6

## **ANEXO 3**

```

%PROGRAMA NGMAT.M
%-----
%CALCULO MODELO MATEMATICO L = N = aE+bN+cNE+d
%-----
%ENTRADA DOS DADOS NO ARQUIVO:
% RENNGP.DAT
% RENNGP48.DAT
%-----
load RENNGP.DAT
load RENNGP47.DAT
%-----
nu = 47.
%-----
    for I=1:nu,
        A(I,1) = RENNGP47(I,1)
        A(I,2) = RENNGP47(I,2)
        A(I,3) = RENNGP47(I,1) * RENNGP47(I,2)
        A(I,4) = 1.;
    end
%-----
    for I=1:nu,
        L(I,1) = RENNGP47(I,3);
    end
%-----
AT=A'
ATA=AT*A
ATA1=inv(ATA)
ATL=AT*L
X=ATA1*ATL
LA=A*X
V=LA-L
VT=V'
SI=VT*V
NP=nu-4
NPS=SI/NP
SIG=sqrt(NPS)
%-----
    for I=1:47,
        D(I,1)=RENNGP(I,1)
        D(I,2)=RENNGP(I,2)
        D(I,3)=RENNGP(I,1)*RENNGP(I,2)
        D(I,4)=1.;
    end
%-----
ON=D*X
%-----
    for I=1:47,
        F(I,1)=RENNGP(I,1)
        F(I,2)=RENNGP(I,2)
        F(I,3)=ON(I,1);
    end

```

```
%-----  
  for I=1:47,  
    V1(I,1)=RENNGP(I,3)-F(I,3);  
  end  
%-----  
V1T=V1'  
SI1=V1T*V1  
NP1=47-4  
NPS1=(SI1/NP1)  
SIG1=sqrt(NPS1)  
save ngmat47.dat V SIG V1 SIG1 ON -ascii -double
```

## **ANEXO 4**

```

%POGRAMA NGPOS48.M
%-----
%CALCULO MODELO MATEMATICO L = N-N0 = aE+bN+cNE+d
%-----
%ENTRADA DOS DADOS NO ARQUIVO:
% RENNGP.DAT
% RENNOS.DAT
% RENNEG.DAT
% RENNGP8.DAT
% RENNOS8.DAT
% RENNEG8.DAT
%-----
load RENNGP.DAT
load RENNOS.DAT
%load RENNEG.DAT
load RENNGP47.DAT
load RENNOS47.DAT
%load RENNEG48.DAT
%load RENNGP25.DAT
%load RENNOS25.DAT
%load RENNEG25.DAT
%load RENNGP14.DAT
%load RENNOS14.DAT
%load RENNEG14.DAT
%load RENNGP8.DAT
%load RENNOS8.DAT
%load RENNEG8.DAT
%-----
nu = 47.
%-----
  for I=1:nu,
    A(I,1) = RENNGP47(I,1)
    A(I,2) = RENNGP47(I,2)
    A(I,3) = RENNGP47(I,1) * RENNGP47(I,2)
    A(I,4) = 1.;
  end
%-----
  for I=1:nu,
    L(I,1) = RENNGP47(I,3) - RENNOS47(I,3);
%  L(I,1) = RENNGP47(I,3) - RENNEG47(I,3);
  end
%-----
AT=A'
ATA=AT*A
ATA1=inv(ATA)
ATL=AT*L
X=ATA1*ATL
LA=A*X
V=LA-L
VT=V'
SI=VT*V
NP=nu-4
NPS=SI/NP
SIG=sqrt(NPS)
%-----
  for I=1:nu,
    B(I,1)=RENNGP47(I,1)
    B(I,2)=RENNGP47(I,2)

```

```

    B(I,3)=LA(I,1);
    end
%-----
    for I=1:47,
        D(I,1)=RENNGP(I,1)
        D(I,2)=RENNGP(I,2)
        D(I,3)=RENNGP(I,1)*RENNGP(I,2)
        D(I,4)=1.;
    end
%-----
ON=D*X
%-----
    for I=1:47,
        F(I,1)=RENNGP(I,1)
        F(I,2)=RENNGP(I,2)
        F(I,3)=ON(I,1)+RENNOS(I,3)
%   F(I,3)=ON(I,1)+RENNEG(I,3)
        OD(I,1)=F(I,3);
    end
%-----
    for I=1:47,
        V1(I,1)=RENNGP(I,3)-F(I,3);
    end
%-----
V1T=V1'
SI1=V1T*V1
NP1=47-4
NPS1=(SI1/NP1)
SIG1=sqrt(NPS1)
save ngpos47.dat V SIG F V1 SIG1 OD -ascii -double
%save ngpeg48.dat V SIG V1 SIG1 -ascii double

```

## %PROGRAMA NGPEG47.M

```

%-----
%CALCULO MODELO MATEMATICO  $L = N - N_0 = aE + bN + cNE + d$ 
%-----
%ENTRADA DOS DADOS NO ARQUIVO:
% RENNGP.DAT
% RENNOS.DAT
%: RENNEG.DAT
% RENNGP8.DAT
% RENNOS8.DAT
% RENNEG8.DAT
%-----
load RENNGP.DAT
%load RENNOS.DAT
load RENNEG.DAT
load RENNGP47.DAT
%load RENNOS48.DAT
load RENNEG47.DAT
%load RENNGP25.DAT
%load RENNOS25.DAT
%load RENNEG25.DAT
%load RENNGP14.DAT
%load RENNOS14.DAT
%load RENNEG14.DAT
%load RENNGP8.DAT
%load RENNOS8.DAT
%load RENNEG8.DAT
%-----
nu = 47.
%-----
  for I=1:nu,
    A(I,1) = RENNGP47(I,1)
    A(I,2) = RENNGP47(I,2)
    A(I,3) = RENNGP47(I,1) * RENNGP47(I,2)
    A(I,4) = 1.;
  end
%-----
  for I=1:nu,
% L(I,1) = RENNGP47(I,3) - RENNOS47(I,3);
    L(I,1) = RENNGP47(I,3) - RENNEG47(I,3);
    L(I,1) = L(I,1) - 0,26;
  end
%-----
AT=A'
ATA=AT*A
ATA1=inv(ATA)
ATL=AT*L
X=ATA1*ATL
LA=A*X
V=LA-L
VT=V'
SI=VT*V
NP=nu-4
NPS=SI/NP
SIG=sqrt(NPS)
%-----
  for I=1:nu,
    B(I,1)=RENNGP47(I,1)
    B(I,2)=RENNGP47(I,2)
    B(I,3)=LA(I,1);
  end

```

```

%-----
  for I=1:47,
    D(I,1)=RENNGP(I,1)
    D(I,2)=RENNGP(I,2)
    D(I,3)=RENNGP(I,1)*RENNGP(I,2)
    D(I,4)=1.;
  end
%-----
ON=D*X
%-----
  for I=1:47,
    F(I,1)=RENNGP(I,1)
    F(I,2)=RENNGP(I,2)
%   F(I,3)=ON(I,1)+RENNOS(I,3)
    F(I,3)=ON(I,1)+RENNEG(I,3)
    OD(I,1)=F(I,3);
  end
%-----
  S=0.
  for I=1:47,
    V1(I,1)=RENNGP(I,3)-F(I,3)
    S=S+V1(I,1);
  end
%-----
V1T=V1'
SI1=V1T*V1
NP1=47-4
NPS1=(SI1/NP1)
SIG1=sqrt(NPS1)
%save ngpos48.dat V SIG F V1 SIG1 OD -ascii -double
save ngpeg47.dat V SIG F V1 SIG1 OD S -ascii -double

```

```

%PROGRAMA NGPOS47.M
%-----
%CALCULO MODELO MATEMATICO L = N-N0 = aE+bN+cNE+d
%-----
%ENTRADA DOS DADOS NO ARQUIVO:
% RENNGP.DAT
% RENNOS.DAT
% RENNEG.DAT
% RENNGP8.DAT
% RENNOS8.DAT
% RENNEG8.DAT
%-----
load RENNGP.DAT
load RENNOS.DAT
%load RENNEG.DAT
load RENNGP47.DAT
load RENNOS47.DAT
%load RENNEG47.DAT
%load RENNGP24.DAT
%load RENNOS24.DAT
%load RENNEG24.DAT
%load RENNGP13.DAT
%load RENNOS13.DAT
%load RENNEG13.DAT
%load RENNGP8.DAT
%load RENNOS8.DAT
%load RENNEG8.DAT
%-----
nu = 47.
%-----
    for I=1:nu,
        A(I,1) = RENNGP47(I,1)
        A(I,2) = RENNGP47(I,2)
        A(I,3) = RENNGP47(I,1) * RENNGP47(I,2)
        A(I,4) = 1.;
    end
%-----
    for I=1:nu,
        L(I,1) = RENNGP47(I,3) - RENNOS47(I,3);
        L(I,1) = L(I,1) + 0,77;
    % L(I,1) = RENNGP47(I,3) - RENNEG47(I,3);
    end
%-----
AT=A'
ATA=AT*A
ATA1=inv(ATA)
ATL=AT*L
X=ATA1*ATL
LA=A*X
V=LA-L
VT=V'
SI=VT*V
NP=nu-4
NPS=SI/NP
SIG=sqrt(NPS)
%-----
    for I=1:nu,
        B(I,1)=RENNGP47(I,1)
        B(I,2)=RENNGP47(I,2)
        B(I,3)=LA(I,1);
    end

```

```

%-----
  for I=1:47,
    D(I,1)=RENNGP(I,1)
    D(I,2)=RENNGP(I,2)
    D(I,3)=RENNGP(I,1)*RENNGP(I,2)
    D(I,4)=1.;
  end
%-----
ON=D*X
%-----
  for I=1:47,
    F(I,1)=RENNGP(I,1)
    F(I,2)=RENNGP(I,2)
    F(I,3)=ON(I,1)+RENNOS(I,3)
%   F(I,3)=ON(I,1)+RENNEG(I,3)
    OD(I,1)=F(I,3);
  end
%-----
  S=0.
  for I=1:47,
    V1(I,1)=RENNGP(I,3)-F(I,3)
    S=S+V1(I,1);
  end
%-----
V1T=V1'
SI1=V1T*V1
NP1=47-4
NPS1=(SI1/NP1)
SIG1=sqrt(NPS1)
save ngpos47.dat V SIG F V1 SIG1 OD S -ascii -double
%save ngpeg47.dat V SIG V1 SIG1 -ascii -double

```

```

%PROGRAMA NGEOC47.M
%-----
%CALCULO MODELO MATEMATICO  $L = N - N0 = aE + bN + cNE + d$ 
%-----
%ENTRADA DOS DADOS NO ARQUIVO:
% RENNGP.DAT
% RENNOS.DAT
% RENNEG.DAT
% RENNGP8.DAT
% RENNOS8.DAT
% RENNEG8.DAT
%-----
load RENNGP.DAT
%load RENNOS.DAT
load RENNOS.DAT
load RENNGP47.DAT
%load RENNOS48.DAT
load RENNOS48.DAT
load RENNGP25.DAT
%load RENNOS25.DAT
load RENNEG25.DAT
%load RENNGP14.DAT
%load RENNOS14.DAT
load RENNEG14.DAT
%load RENNGP8.DAT
%load RENNOS8.DAT
%load RENNEG8.DAT
%-----
nu = 47.
%-----
  for I=1:nu,
    A(I,1) = RENNGP47(I,1)
    A(I,2) = RENNGP47(I,2)
    A(I,3) = RENNGP47(I,1) * RENNGP47(I,2)
    A(I,4) = 1.;
  end
%-----
  for I=1:nu,
% L(I,1) = RENNGP47(I,3) - RENNOS47(I,3);
    L(I,1) = RENNGP47(I,3) - RENNOS47(I,3);
    L(I,1) = L(I,1) + 0,26;
  end
%-----
ATA=A'
ATA=AT*A
ATA1=inv(ATA)
ATL=AT*L
X=ATA1*ATL
LA=A*X
V=LA-L
VT=V'
SI=VT*V
NP=nu-4
NPS=SI/NP
SIG=sqrt(NPS)
%-----
  for I=1:nu,
    B(I,1)=RENNGP47(I,1)
    B(I,2)=RENNGP47(I,2)
    B(I,3)=LA(I,1);
  end

```

```

%-----
for I=1:47,
D(I,1)=RENNGP(I,1)
D(I,2)=RENNGP(I,2)
D(I,3)=RENNGP(I,1)*RENNGP(I,2)
D(I,4)=1.;
end
%-----
ON=D*X
%-----
for I=1:47,
F(I,1)=RENNGP(I,1)
F(I,2)=RENNGP(I,2)
% F(I,3)=ON(I,1)+RENNOS(I,3)
F(I,3)=ON(I,1)+RENNSP(I,3)
OD(I,1)=F(I,3);
end
%-----
S=0.
for I=1:47,
V1(I,1)=RENNGP(I,3)-F(I,3)
S=S+V1(I,1);
end
%-----
V1T=V1'
SI1=V1T*V1
NP1=47-4
NPS1=(SI1/NP1)
SIG1=sqrt(NPS1)
save ngpsp47.dat V SIG F V1 SIG1 OD S -ascii -double
%save ngpeg47.dat V SIG F V1 SIG1 OD S -ascii -double

```