

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**PATRICIA AUGUST**

**PROJETO ÓTIMO DE RESSONADORES DE HELMHOLTZ PARA CONTROLE  
PASSIVO DE RUÍDO EM CAVIDADES ACÚSTICAS**

**CURITIBA**

**2012**

**PATRICIA AUGUST**

**PROJETO ÓTIMO DE RESSONADORES DE HELMHOLTZ PARA CONTROLE  
PASSIVO DE RUÍDO EM CAVIDADES ACÚSTICAS**

Dissertação apresentada como requisito para obter o título de Mestra em Engenharia Mecânica do Curso de Mestrado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, na Área de Concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri

**CURITIBA**

**2012**

*Dedico esse trabalho a Deus  
e a minha família.*

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por ter me dado forças e ânimo para a realização desse trabalho.

Ao meu orientador, Professor Doutor Carlos Alberto Bavastri pela orientação, supervisão e contribuição para a elaboração desse trabalho.

A minha família, que sempre acreditou no meu potencial e me apoiou nas escolhas feitas, especialmente à minha cunhada/irmã Susan, que compartilhou de muitas das minhas horas de estudo.

Aos meus amigos, que sempre me apoiaram e proporcionaram momentos de distração.

Aos meus companheiros de mestrado, professores e funcionários, que contribuíram de forma direta ou indireta na conclusão desse trabalho.

À Fundação Araucária, por investir financeiramente no meu trabalho, provendo material e equipamentos para a realização experimental.

À CAPES/REUNI, que me forneceu bolsa de estudos, provendo o meu sustento.

## RESUMO

Uma das ferramentas utilizadas no controle de ruído em cavidades acústicas é o ressonador de Helmholtz. Não se tem conhecimento de que haja, até o presente momento, uma metodologia geral desenvolvida para a abordagem em cavidades acústicas que são geometricamente complexas e nas quais vários desses dispositivos são utilizados para o acondicionamento acústico das mesmas. Assim, o objetivo desse estudo é propor tal metodologia, através de uma equivalência direta com o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos, aplicados a sistemas mecânicos geometricamente complexos para o controle passivo de vibrações, ao longo de uma ampla faixa de frequências. Uma vez que a base dessa equivalência acústica-mecânica é encontrada, é possível generalizar o projeto de controle passivo de vibrações e ruído através de sistemas ressonantes, seja para o acondicionamento acústico de salas ou para a redução de vibrações em estruturas mecânicas. Para identificar a cavidade acústica através de seus parâmetros modais é utilizado um *software* comercial de elementos finitos. De forma equivalente ao projeto de neutralizadores dinâmicos de vibrações, uma formulação do sistema composto (cavidade a controlar e ressonadores) em um sub-espaço modal do sistema a controlar (cavidade acústica) é proposta, a partir da definição de parâmetros equivalentes generalizados do dispositivo de controle. Com base nessa formulação, e usando técnicas de otimização não-linear, é possível projetar, de forma ótima, um ou vários ressonadores para controlar um ou vários modos acústicos simultaneamente. Uma aplicação numérico-experiental sobre uma cavidade cilíndrica, especialmente montada para os fins desse trabalho, é implementada e os ressonadores, projetados para atuar em uma faixa de frequências, são construídos. Os resultados numéricos e experimentais, com e sem a presença do sistema de controle, serão comparados e discutidos.

Palavras-chave: Ressonador de Helmholtz. Cavidade Acústica. Controle Passivo de Ruído. Parâmetros Modais.

## ABSTRACT

The Helmholtz resonator is one of the tools used in noisecontrol of acoustic cavities. So far, there is no knowledge of a general methodology for the approach of acoustic cavities that are geometrically complex and in which several of these devices are used for acoustic conditioning. Thus, the goal of this study is to propose such methodology, through a direct equivalence with the optimal design of dynamic neutralizers, applied to geometrically complex mechanical systems for passive control of vibrations and acting on a wide range of frequencies. Once the basis of the acoustic-mechanical equivalence is found, it is possible to generalize the design of passive vibration and noise control resonant systems, either for acoustic conditioning of rooms or for reducing vibrations in mechanical structures. A comercial finite elements software is usedfor the identification of the acoustic cavity through its modal parameters. Equivalently to the design of dynamic vibration neutralizers, a formulation of the compound system (cavity plus resonators) in a modal sub-space of the system to be controlled (acoustic cavity) is proposed from the definition of generalized equivalent parameters of the resonators. Based on this formulation, and using nonlinear optimizationtechniques, it is possible to design, optimally, one or more resonators to control one or more acoustic modes, simultaneously. A numerical-experimental application on a rectangular cavity, especially assembled for the purposes of this work, is implemented and the resonators, designed to operate in a frequency band, are built. The numerical and experimental results, with and without the presence of the control system,are discussed and compared.

Keywords: Helmholtz Resonator. Acoustic Cavity. Passive Noise Control. Modal Parameter.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Transformador elétrico com neutralizadores instalados (UTFPR – CARLOS ALBERTO BAVASTRI, 2012). .....	19
Figura 2 – Neutralizador Dinâmico MK. ....	20
Figura 3 – Neutralizador dinâmico MCK.....	21
Figura 4 – Neutralizador dinâmico viscoelástico. ....	21
Figura 5 – Ressonador de Helmholtz (ACÚSTICA JEZABEL, 2008). ....	25
Figura 6 – Esquema de um ressonador de Helmholtz. ....	25
Figura 7 – Analogia entre um ressonador de Helmholtz e um sistema massa-mola. ....	26
Figura 8 – Violão (IMOTION IMAGENS, S/D). ....	27
Figura 9 – Xun chinês (CRI\ ONLINE, S/D). ....	27
Figura 10 – Controle do ruído utilizando um ressonador de Helmholtz. ....	32
Figura 11 – Elemento diferencial de volume de um fluido. ....	34
Figura 12 – Distribuição de deslocamento em uma cavidade acústica semi-aberta.....	40
Figura 13 – Distribuição de pressão em uma cavidade acústica semi-aberta.....	40
Figura 14 – Representação simplificada de um neutralizador MCK.....	45
Figura 15 – Diagrama de corpo livre do neutralizador MCK.....	45
Figura 16 – Sistema primário com neutralizador acoplado. ....	46
Figura 17 – Sistema equivalente.....	46
Figura 18 – Diagrama de corpo livre da base. ....	47
Figura 19 – Diagrama de corpo livre da massa do neutralizador. ....	47
Figura 20 – Diagrama de otimização.....	56
Figura 21 – Cavidade acústica de seção transversal circular utilizada nas simulações numéricas.....	60
Figura 22 – Esquema da cavidade acústica. ....	61
Figura 23 – Corte longitudinal da cavidade acústica.....	62
Figura 24 – Distribuição de pressão da segunda frequência natural. ....	63
Figura 25 – Distribuição de pressão da terceira frequência natural. ....	64
Figura 26 – Malha do ressonador para o controle do segundo modo de vibrar. ....	67
Figura 27 – Malha do ressonador para o controle do terceiro modo de vibrar.....	68
Figura 28 – Malha da cavidade acústica com os dois ressonadores acoplados. ....	68
Figura 29 – Respostas em frequência obtidas no <i>Scilab</i> . ....	69

Figura 30 – Resposta em frequência obtida pelo modelo numérico sem os ressonadores acoplados na cavidade acústica. ....	70
Figura 31 – Resposta em frequência obtida pelo modelo numérico com os ressonadores acoplados na cavidade acústica. ....	70
Figura 32 – Distribuição de pressão com concentração de pressão no ressonador da direita quando excitado na segunda frequência natural da cavidade. ....	71
Figura 33 – Distribuição de pressão com concentração de pressão no ressonador da esquerda quando excitado na terceira frequência natural da cavidade. ....	71
Figura 34 – Esquema do ressonador de Helmholtz utilizado. ....	72
Figura 35 – Cavidade acústica utilizada nas medições experimentais. ....	73
Figura 36 – Ressonadores utilizados nas medições. ....	74
Figura 37 – Fonte excitadora utilizada nas medições. ....	74
Figura 38 – Microfone utilizado na entrada da cavidade nas medições experimentais. ....	75
Figura 39 – Microfone utilizado na saída da cavidade nas medições experimentais. ....	75
Figura 40 – Amplificador de potência utilizado nas medições experimentais. ....	75
Figura 41 – Exemplo da tela do programa do <i>RT Pro Photon</i> . ....	76
Figura 42 – Experimento real montado. ....	78
Figura 43 – Cavidade acústica utilizada nas medições experimentais mostrando os três furos utilizados para a inserção do microfone distante do auto-falante. ....	79
Figura 44 – Cavidade acústica utilizada nas medições experimentais mostrando os três furos utilizados para a inserção do microfone próximo do auto-falante. ....	79
Figura 45 – Excitação do tipo ruído branco em função do tempo. ....	80
Figura 46 – Excitação do tipo ruído branco em função da frequência. ....	81
Figura 47 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica para posição do microfone de entrada 1. ....	82
Figura 48 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica para posição do microfone de entrada 2. ....	82
Figura 49 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica para posição do microfone de entrada 3. ....	82
Figura 50 – Ampliação da primeira frequência natural. ....	83
Figura 51 – Ampliação da segunda frequência natural. ....	83
Figura 52 – Ampliação da terceira frequência natural. ....	84
Figura 53 – Ampliação da quarta frequência natural. ....	84



Figura 54 – Os dois ressonadores de Helmholtz acoplados à cavidade acústica. ....	86
Figura 55 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o primeiro ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 1. ....	87
Figura 56 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o primeiro ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 2. ....	88
Figura 57 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o primeiro ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 3. ....	88
Figura 58 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o segundo ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 1. ....	89
Figura 59 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o segundo ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 2. ....	89
Figura 60 – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o segundo ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 3. ....	89
Figura 61 – Transmissibilidade com ambos ressonadores ativos com microfone de entrada na posição 1. ....	90
Figura 62 – Transmissibilidade com ambos ressonadores ativos com microfone de entrada na posição 2. ....	90
Figura 63 – Transmissibilidade com ambos ressonadores ativos com microfone de entrada na posição 3. ....	91
Figura 64 – Comparação entre as curvas experimentais de transmissibilidade da cavidade acústica com e sem os ressonadores de Helmholtz (RH). ....	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Frequências naturais analíticas de uma cavidade de 2m de comprimento e ambas as extremidades abertas.....	44
Tabela 2 – Frequências naturais da cavidade acústica obtidas numericamente. ....	62
Tabela 3 – Parâmetros ótimos dos ressonadores de Helmholtz.....	65
Tabela 4 – Parâmetros geométricos dos ressonadores de Helmholtz.....	66
Tabela 5 – Dimensões encontradas durante simulação por elementos finitos para os ressonadores de Helmholtz.....	66
Tabela 6 – Frequências naturais encontradas numerica e analiticamente. ....	67
Tabela 7 – Novas frequências naturais do sistema cavidade acústica e ressonadores. ....	69
Tabela 8 – Frequências naturais da cavidade acústica real. ....	84
Tabela 9 – Frequências naturais da cavidade acústica real. ....	85
Tabela 10 – Frequências naturais da cavidade acústica real. ....	85
Tabela 11 – Média das frequências naturais da cavidade acústica real.....	85
Tabela 12 – Dimensões reais dos ressonadores de Helmholtz.....	86
Tabela 13 – Comparação entre as frequências naturais obtidas nos diferentes métodos. ....	92
Tabela 14 – Comprimento do corpo dos ressonadores de Helmholtz em metros. ....	92
Tabela 15 – Amplitudes das respostas obtidas quando a cavidade é excitada com ruído branco. .....	93

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Condições de contorno (adaptado de: BERANEK e VÈR, 1992).....	39
Quadro 2 – Frequências naturais e modos acústicos (adaptado de: BERANEK e VÈR, 1992).....	42

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras Gregas:

$\alpha$  – instante de tempo [s]

$\gamma$  – instante de tempo [s]

$\beta$  – módulo de Bulk [Pa]

$\varepsilon$  – razão entre frequência e frequência natural

$\lambda$  – comprimento de onda [m]

$\lambda_i$  – frequência modal [Hz]

$\xi$  – razão de amortecimento

$\xi_i$  – razão de amortecimento modal

$\Lambda$  – matriz espectral ( $n \times n$ ) [Hz]

$\rho$  – densidade instantânea [ $\text{kg/m}^3$ ]

$\rho_0$  – densidade de equilíbrio constante do fluido [ $\text{kg/m}^3$ ]

$\rho_v$  – densidade no volume [ $\text{kg/m}^3$ ]

$\Phi$  – matriz modal ( $n \times n$ )

$\Omega$  – frequência [Hz]

$\Omega_a$  – frequência natural [Hz]

$\Omega_n$  – frequência do n-ésimo modo [Hz]

$\nabla$  – divergente

$\tau$  – variação de tempo [s]

$\sigma$  – variação de tempo [s]

### Letras Romanas:

$a$  – aceleração [ $\text{m/s}^2$ ]

$b$  – maior dimensão da seção transversal da cavidade [m]

$A$  – área [ $\text{m}^2$ ]

$B$  – divergente da função de forma

$C$  – matriz de de amortecimento do sistema primário ( $n \times n$ ) [Ns/m]

$\tilde{C}$  – matriz de amortecimento do sistema composto ( $n \times \hat{n}$ ) [Ns/m]

$\tilde{C}'$  - coeficiente de amortecimento da cavidade acústica obtida pelo método de elementos finitos [Ns/m]

$C_A$  – matriz de amortecimento equivalente ( $n \times n$ ) [Ns/m]  
 $c_c$  – coeficiente de amortecimento crítico [Ns/m]  
 $c_{som}$  – velocidade do som [m/s]  
 $c$  – coeficiente de amortecimento [ $m^2/s$ ]  
 $c'$  – coeficiente de amortecimento acústico [ $m^2/s$ ]  
 $c_{eq}$  – coeficiente de amortecimento equivalente [ $m^2/s$ ]  
 $c'_{eq}$  – coeficiente de amortecimento acústico equivalente [ $m^2/s$ ]  
 $C_{eq}(\Omega)$  – coeficiente de amortecimento equivalente [Ns/m]  
 $C_e^p$  – matriz de absorção do fluido em cada elemento ( $n \times n$ ) [Ns/m]  
 $c_i$  – coeficiente de amortecimento modal [Ns/m]  
 $E$  – constante de integração [adim]  
 $F$  – força [N]  
 $f$  – força vetorial [N]  
 $f_{corte}$  – frequência de corte [Hz]  
 $f_c$  – força exercida por um amortecedor [N]  
 $f_k$  – força exercida por uma mola [N]  
 $f_0$  – frequência natural [Hz]  
 $f_{0\ calc}$  – frequências naturais calculadas [Hz]  
 $f_{0\ EF}$  – frequências naturais obtidas via métodos de elementos finitos [Hz]  
 $g$  – excitação externa em função do tempo [N]  
 $G$  – excitação externa em função da frequência [N]  
 $H$  – função resposta em frequência  
 $i$  – número imaginário  
 $I$  – matriz identidade  
 $J$  – constante de integração  
 $k$  – constante elástica da mola [N/m]  
 $K$  – matriz de rigidez do sistema primário ( $n \times n$ ) [N/m]  
 $K(\Omega)$  – rigidez dinâmica [N/m]  
 $k'$  – constante de rigidez acústica ( $n \times n$ ) [ $m^2$ ]  
 $K_e^p$  – matriz de rigidez da estrutura em cada elemento [N/m]  
 $L$  – comprimento da cavidade [m]  
 $l$  – comprimento equivalente [m]

$l$  – comprimento [m]  
 $m$  – massa [kg]  
 $m'$  – massa acústica [ $m^2s^2$ ]  
 $M$  – matriz de massa do sistema primário ( $nxn$ ) [kg]  
 $\tilde{M}$  – matriz de massa do sistema composto ( $nxn$ ) [kg]  
 $M_A$  – matriz de massa equivalente ( $nxn$ ) [kg]  
 $M_{eq}$  – massa equivalente [kg]  
 $m'_{eq}(\Omega)$  – massa acústica equivalente [ $m^2s^2$ ]  
 $m_{eq}(\Omega)$  – massa equivalente [kg]  
 $M_e^p$  – matriz de massa do fluido em cada elemento ( $nxn$ ) [ $m^2s^2$ ]  
 $n$  – número positivo, inteiro e diferente de zero  
 $\{n\}$  – vetor normal unitário  
 $N$  – função de forma  
 $N'$  – função de forma [adim]  
 $p$  – pressão em um elemento diferencial de volume [Pa]  
 $P$  – pressão [Pa]  
 $P_c$  – vibração do sub-espço modal do sistema primário  
 $P_0$  – pressão de referência [Pa]  
 $P_e$  – valores nodais da pressão [Pa]  
 $p_n$  – participação do  $n$ -ésimo modo na pressão na resposta livre [Pa]  
 $q$  – fator de correção do comprimento do pescoço  
 $q(t)$  – coordenadas generalizadas em função do tempo  
 $Q(\Omega)$  – coordenadas generalizadas em função da frequência  
 $r$  – raio do pescoço do ressonador [m]  
 $R_e$  – matriz de massa acoplada da interação fluido estrutura ( $nxn$ ) [ $m^2s^2$ ]  
 $R_{xx}$  – função auto correlação do sinal  $x$   
 $R_{ff}$  – função auto correlação do sinal  $y$   
 $S$  – área da seção transversal [ $m^2$ ]  
 $S_{XX}$  – densidade espectral da excitação [W/Hz]  
 $S_{FF}$  – densidade espectral da resposta [W/Hz]  
 $s$  – condensação em qualquer ponto  
 $T$  – período [s]

$T(\Omega)$  – transmissibilidade

$t$  – tempo [s]

$u$  – velocidade [m/s]

$U$  – matriz de deslocamento ( $n \times n$ ) [m]

$U_e$  – matriz de deslocamento do elemento ( $n \times n$ ) [m]

$V$  – volume [m<sup>3</sup>]

$w(t)$  – função de onda em função do tempo  $t$

$X$  – função independente [m]

$X_b$  – deslocamento da base de um neutralizador [m]

$x, y$  e  $z$  – posição [m]

$Y$  – constante de integração

$Z$  – constante de integração

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
3	MODELOS MATEMÁTICOS.....	33
3.1	Modelo Analítico .....	33
3.1.1	Equação da onda .....	33
3.1.2	Obtenção dos parâmetros modais da cavidade acústica .....	37
3.1.2.1	Aplicação das condições de contorno .....	39
3.2	Analogia entre Sistemas Vibrantes e Acústicos.....	44
3.2.1	Controle de vibrações utilizando neutralizadores dinâmicos viscoelásticos .....	44
3.2.2	Sistema composto.....	49
3.2.3	Controle de ruído utilizando ressonadores de Helmholtz .....	50
3.2.3.1	Modelo equivalente do ressonador de Helmholtz.....	51
3.2.3.2	Sistema primário – modelo de elementos finitos .....	52
3.2.3.3	Sistema composto.....	55
3.3	Otimização Não-Linear.....	55
3.4	Transmissibilidade.....	58
4	SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	60
4.1	Características do Duto .....	61
4.2	Caracterização da Cavidade Acústica - Parâmetros Modais.....	62
4.3	Código Numérico Utilizado para o Projeto dos Ressonadores .....	64
4.4	Obtenção dos Parâmetros Geométricos .....	65
4.5	Estudo da Eficácia do Ressonador Através de um Modelo de Elementos Finitos .....	66
4.6	Definição da Geometria do Protótipo .....	72
5	MEDIÇÕES EXPERIMENTAIS .....	73
5.1	Descrição dos Equipamentos.....	73
5.2	Descrição do Experimento .....	77
5.2.1	Obtenção das frequências naturais reais da cavidade acústica.....	77
5.2.1.1	Ruído branco.....	80
5.2.2	Construção dos ressonadores de Helmholtz .....	85
6	DISCUSSÃO SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS .....	92
7	CONCLUSÃO .....	94
8	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	96
	REFERÊNCIAS .....	97
	APÊNDICES .....	102



## 1 INTRODUÇÃO

A qualidade sonora em auditórios, salas e cavidades em geral é um assunto de extremo interesse em acústica. Muito embora se reconheça, desde a antiguidade, a necessidade de características arquitetônicas especiais para a acústica de ambientes fechados, foi somente a partir do início do século XX que estudos mais aprofundados foram realizados na área. Os desenvolvimentos mais importantes desde então estiveram fortemente concentrados em salas destinadas a concertos musicais.

Somente a partir das últimas décadas do século passado é que começaram a aparecer desenvolvimentos específicos para outros tipos de salas, tais como teatros, salas de aula, estúdios de gravação, rádio e televisão, entre outros. No projeto arquitetônico de tais ambientes, há a necessidade de se saber quais condições acústicas devem ser satisfeitas para cada utilização. Via de regra, definidas essas necessidades, é possível, através de vários dispositivos e medidas de controle de ruído, realizar um acondicionamento acústico.

O objetivo central do presente trabalho é apresentar uma metodologia geral para o projeto ótimo de um sistema de dispositivos de controle passivo de ruído, conhecidos como ressonadores de Helmholtz, atuando sobre uma cavidade acústica geometricamente complexa, em uma ampla faixa de frequências, onde uma ou várias frequências naturais da cavidade se encontram. O estudo é realizado sobre uma cavidade acústica unidirecional, em princípio, sem perda de generalidade, para se ter controle sobre as diferentes variáveis e poder implementar na prática os estudos realizados.

Para implementar tal metodologia, é realizada uma analogia direta com a metodologia geral existente para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos em controle passivo de vibrações. Esses dispositivos são utilizados para reduzir as vibrações de estruturas geometricamente complexas com comportamento linear, atuando em uma ampla faixa de frequências, na qual uma ou várias frequências naturais da estrutura a controlar estão presentes.

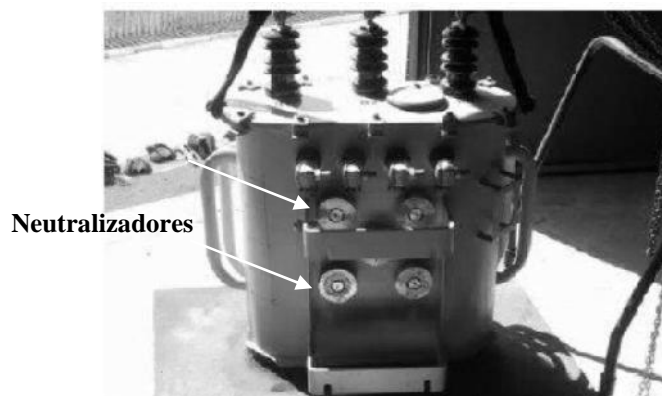
Esse trabalho seguiu a seguinte metodologia: primeiramente foi feita uma revisão bibliográfica de neutralizadores dinâmicos e depois de ressonadores de Helmholtz, juntamente com uma revisão dos conceitos básicos de ambos. Na sequência foi apresentada a modelagem

matemática para então comparação e analogia entre os modelos vibratório e acústico. Para validar a analogia proposta, foram realizadas simulações numéricas e posteriormente a realização do experimento real com uma cavidade acústica e ressonadores de Helmholtz acoplados. Os resultados encontrados foram então comparados e analisados.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em algumas situações ou condições, o som é desejado e é agradável à percepção humana. Em outros casos, provoca irritabilidade, desconforto ou até danos auditivos, passando a ser chamado de ruído. O mesmo acontece com vibrações. Vibrações de cordas, por exemplo, provocam som. Vibrações em pontes ou prédios esbeltos podem provocar desconforto ou até o colapso da estrutura, com perdas materiais e/ou humanas.

Desde a antiguidade, tem-se procurado produzir mecanismos e teorias para controle de vibrações e ruído irradiado (RAO, 2007). Um dos métodos largamente utilizado para o controle de vibrações é o uso de neutralizadores dinâmicos. Esses, também chamados de absorvedores de vibrações, quando projetados convenientemente e fixados em pontos estratégicos em uma estrutura, reduzem os níveis de vibração de forma efetiva, em uma faixa de frequência previamente definida. A Figura 1 mostra o exemplo de vários neutralizadores acoplados em uma estrutura vibrante.



**Figura 1** – Transformador elétrico com neutralizadores instalados (UTFPR – CARLOS ALBERTO BAVASTRI, 2012).

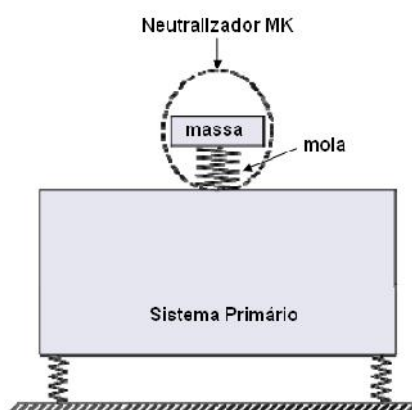
As aplicações dos neutralizadores dinâmicos de vibração em estruturas mecânicas são muitas. Dentre elas, pode-se citar: cabos de linha aérea de transmissão de energia elétrica, prédios sob ação do vento ou forças sísmicas, máquinas de barbear, rotores dinâmicos e pontes, entre outros.

Um neutralizador dinâmico (ND) pode ser um sistema ressonante simples, geralmente de um grau de liberdade. Este dispositivo é acoplado à estrutura principal, também chamada de primária, com o objetivo de controlar os níveis de vibração através da aplicação de forças de reação e/ou dissipação da energia vibratória (ESPÍNDOLA e SILVA, 1992).

Quando o neutralizador não possui amortecimento, é denominado MK (massa-mola). Entretanto, se um elemento viscoso de dissipação de energia for introduzido, como, por exemplo, um amortecedor viscoso, denomina-se MCK (massa-amortecedor-mola).

Um neutralizador dinâmico MK não possui nenhum elemento dissipador de energia, existindo apenas elementos que armazenam energia cinética e potencial. Quando esse dispositivo é acoplado a uma estrutura, o princípio básico de operação não envolve, portanto, dissipação de energia, mas uma redistribuição das frequências naturais do sistema composto (sistema primário mais neutralizadores), neutralizando a resposta vibratória em certa frequência específica, ou faixa estreita de frequência ao redor da frequência natural do sistema primário. Contudo, sem amortecimento, o neutralizador tem uma vibração elevada (podendo até mesmo romper por fadiga). Também, se houver uma excitação em uma frequência diferente da qual o neutralizador foi projetado, e ela coincidir com uma das novas frequências naturais do sistema composto, este pode entrar em ressonância, com geração de grandes amplitudes de vibração no sistema primário.

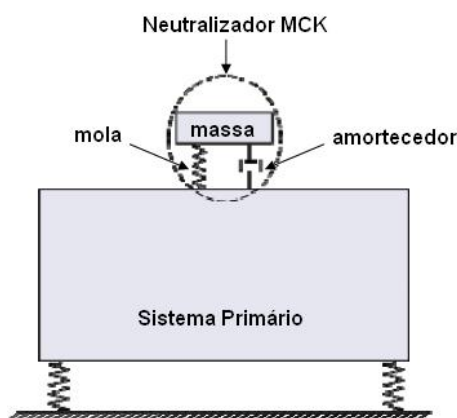
Além disso, o neutralizador MK introduz uma impedância mecânica extremamente elevada, podendo criar um ponto de concentração de tensões e deformações, de modo que a estrutura a controlar pode falhar na raiz do elemento que supostamente foi projetado para protegê-la. Um exemplo típico desta afirmação foi o que aconteceu com um cabo de transmissão de energia elétrica de Itaipú Binacional (TEIXEIRA *et al.*, 2004). Na Figura 2 observa-se um exemplo de um neutralizador MK.



**Figura 2** –Neutralizador Dinâmico MK.

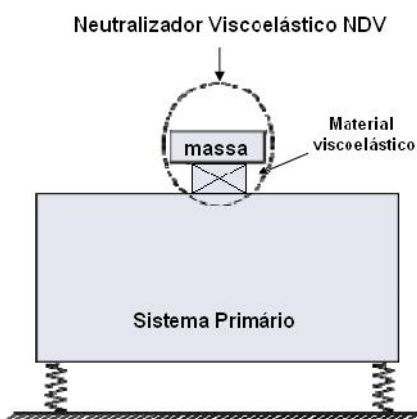
A fim de se evitar os inconvenientes do neutralizador MK, na prática procura-se utilizar neutralizadores com amortecimento. O neutralizador dinâmico com amortecimento viscoso,

ou MCK, visto na Figura 3, pode trabalhar em uma ampla faixa de frequência, pois além de gerar forças de reação sobre a estrutura, promove também a dissipação da energia vibratória, absorvendo a vibração em frequências vizinhas à de sintonia. Todavia, esses dispositivos com elementos viscosos são de difícil construção e, por essa razão, utilizados apenas como modelo comparativo.



**Figura 3** –Neutralizador dinâmico MCK.

Neutralizadores dinâmicos confeccionados com material viscoelástico, ou NDVs (neutralizadores dinâmicos viscoelásticos), em que os elementos de mola e amortecedor viscoso são substituídos por um elemento viscoelástico (via de regra, elastômeros entre insertos metálicos), mostram-se vantajosos em comparação com os dispositivos acima citados. O material viscoelástico, além de produzir um efeito resiliente, introduz um fator dissipador de energia intrínseco. Os NDV's são de fácil construção, baixo custo e produzem excelentes resultados na redução dos níveis de vibração, podendo ser construídos com grande versatilidade e com massas variando de algumas poucas gramas até toneladas. Na Figura 4, pode observar-se um exemplo de sistema composto por um NDV.



**Figura 4** –Neutralizador dinâmico viscoelástico.

Para projetar de forma ótima estes dispositivos, KITIS (1983) apresentou um método numérico para minimizar a resposta vibratória de um sistema de múltiplos graus de liberdade, em uma dada faixa de frequência. Para isso, realizou uma otimização do cálculo numérico, reduzindo o tempo de análise estrutural, utilizando uma técnica de reavaliação, sob uma estrutura particular como uma viga engastada - livre.

ESPÍNDOLA e SILVA (1992) propuseram uma generalização ao problema de redução de vibrações através de neutralizadores dinâmicos pela via modal. Ao introduzirem o conceito de parâmetros equivalentes generalizados para neutralizadores viscosos e viscoelásticos, eles demonstraram que se pode escrever as equações do sistema composto em termos das coordenadas generalizadas do sistema primário. Nesse trabalho, o controle era realizado modo a modo, através de uma equivalência com a metodologia apresentada por DEN HARTOG (1956), para o controle de um sistema de um grau de liberdade. Para realizar esta equivalência, os autores consideraram que o modelo dinâmico do sistema composto (sistema primário mais neutralizadores) era predominantemente desacoplado no sub-espço modal do sistema primário. ESPÍNDOLA e BAVASTRI (1995) introduziram melhorias nesta metodologia, lançando mão de técnicas de otimização não linear e passando a projetar esses dispositivos de forma ótima, para atuar sobre uma banda larga de frequências, na qual uma ou mais frequências naturais estavam presentes.

DAYOU e BRENNAN (2002) utilizaram absorvedores de vibrações sintonizáveis para controlar a vibração de perturbações harmônicas. Eles mostraram que esses dispositivos, quando posicionados cuidadosamente, podem reduzir a vibração global de uma estrutura (caracterizada pela sua energia cinética) em cada frequência única na gama de frequências de interesse, além de ser comparável ao desempenho de controle ativo. Desenvolveram uma metodologia sobre o posicionamento correto dos dispositivos e sugeriram uma forma de determinar a massa ótima dos mesmos.

O trabalho de DAYOU e BRENNAN (2003) teve como objetivo verificar experimentalmente o método apresentado anteriormente. Foi mostrado que, usando o método de otimização proposto, o neutralizador de vibração sintonizável pode ser tão eficaz como um dispositivo de controle ativo na redução das vibrações globais de uma estrutura. Essa descoberta foi particularmente interessante, uma vez que o neutralizador sintonizável é um dispositivo passivo, ou seja, não requer potência externa para funcionar.

BAVASTRI *et al.* (2006) e TAVARES (2005) propuseram uma metodologia geral que permite determinar, simultaneamente, a localização e os parâmetros físicos ótimos do sistema de neutralizadores. Apresentaram então um exemplo numérico sobre uma estrutura metálica modelada por elementos finitos, estudando distintas faixas de frequências, contendo distintas quantidades de modos. A técnica apresentada mostrou a versatilidade para o projeto ótimo de neutralizadores, principalmente quando se precisa controlar uma estrutura que possui uma densidade modal elevada, na faixa de frequência de interesse.

Reatores elétricos são utilizados para possibilitar o funcionamento de agentes reativos e correntes de curto circuito em subestações de energia. Porém, o funcionamento desses equipamentos, em alguns casos, são acompanhados de elevados níveis de vibração, gerando pontos quentes no núcleo eletromagnético do reator, que, por sua vez, pode gerar bolhas de gases altamente inflamáveis. Para solucionar esse problema, VALE (2006) utilizou um sistema de absorvedores de vibração que visavam a redução de danos estruturais e operacionais através da análise de massa, rigidez e amortecimento.

ESPÍNDOLA *et al.* (2007) descreveram como projetar, de forma ótima, um sistema de neutralizadores dinâmicos cujo material resiliente é um material viscoelástico conhecido, caracterizado dinamicamente por um modelo de derivadas fracionárias com quatro parâmetros. Nesse trabalho, foi proposta uma função objetivo baseada na norma euclidiana da função resposta em frequência de um sistema de múltiplos graus de liberdade.

OLFERT e WANG (2009) investigaram a resposta dinâmica do espectômetro de mobilidade rápido-integrado (FIMS), através da medição de aerossol submetido a uma mudança radical e mudança senoidal na concentração de número de partículas. A atenuação do sinal do FIMS, sem usar a função temporal de convolução, foi medida com e sem um neutralizador de aerossóis na entrada do FIMS. Devido ao grande volume contido no aerossol, o neutralizador significativamente diminuiu o tempo de resposta do FIMS quando devidamente instalado.

ESPÍNDOLA *et al.* (2009) introduziram uma função objetivo, para o projeto ótimo de um neutralizador dinâmico viscoelástico, baseada na norma de Frobenius da matriz resposta em frequência do sistema a controlar.

Como se pode observar, muitos estudos utilizando neutralizadores dinâmicos foram realizados propondo metodologias para o controle passivo ou ativo de vibrações assim como, de forma equivalente, o ressonador foi projetado para o controle de ruído de cavidades acústicas.

Os ressonadores de Helmholtz são dispositivos totalmente equivalentes aos ND's, quando se trata do controle de ruído em cavidades acústicas. Assim como os NDs, os ressonadores são projetados para redistribuir as frequências naturais de cavidades acústicas e evitar a formação de ondas estacionárias indesejadas, que causam uma pobre inteligibilidade nas cavidades. Ondas estacionárias em uma sala acústica como um teatro, por exemplo, podem provocar pontos de boa e de má audibilidade, criando desconforto na audiência, dependendo do local que está sendo analisado.

De forma semelhante, a inserção de um ressonador de Helmholtz nas paredes laterais de um tubo, que contem em seu interior ondas estacionárias, pode ser usado para redistribuir as frequências naturais deste, melhorando a sua qualidade acústica. Para tanto, a frequência do ressonador deve ser escolhida de forma adequada.

O ressonador de Helmholtz é ele próprio uma cavidade acústica e tem por objetivo oscilar com amplitude e frequência com uma diferença de fase em relação à perturbação externa, modificando as características acústicas da cavidade a ser controlada de forma a absorver o ruído interno desta, dentro de certa faixa de frequências. Um exemplo é ilustrado na Figura 5. A faixa de utilização é restrita, pois se trata de um dispositivo passivo de controle de ruído, com baixa capacidade de absorção de energia acústica. Portanto, cada ressonador é projetado para uma pequena faixa de frequências. Entretanto, sua utilização é interessante, pois é de simples construção e baixo custo.

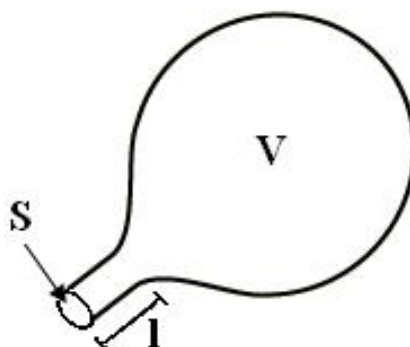




**Figura 5** – Ressonador de Helmholtz (ACÚSTICA JEZABEL, 2008).

Para os casos em que uma maior abrangência é requerida, é necessária a utilização de um maior número de dispositivos, cada qual com uma geometria específica para cada faixa de frequências a serem controladas. Cada ressonador necessita estar precisamente sintonizado para que a atenuação do ruído seja efetiva pois, caso contrário, ele pode, inclusive, aumentar os níveis de ruído no ambiente. Outra desvantagem na utilização desse dispositivo é a sensibilidade a mudanças do ambiente no qual se encontra, como as de umidade do ar e temperatura. Essas mudanças podem dessintonizar levemente o ressonador.

O ressonador, como mostra a Figura 6, é composto por uma cavidade de volume  $V$ , que armazena energia potencial, e um pescoço de seção reta, com uma área transversal  $S$  e comprimento  $l$ . O pescoço faz a comunicação entre o ressonador e o ambiente a ser acondicionado e tem a capacidade de armazenar energia cinética.



**Figura 6** –Esquema de um ressonador de Helmholtz.

A frequência natural  $f_0$  de um ressonador de Helmholtz, é segundo KINSLER *et al.* (1982), dada por:

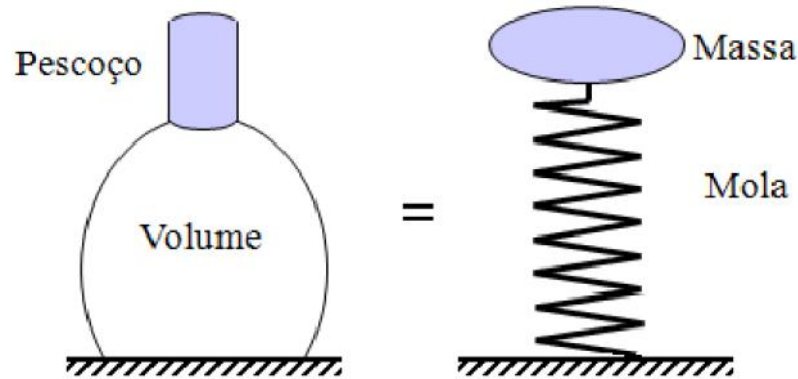
$$f_0 = \frac{c_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{lV}}, \quad (1)$$

na qual

$$l = l_0 + qr, \quad (2)$$

sendo  $c_{som}$  a velocidade do som no ar,  $l_0$  o comprimento equivalente do pescoço,  $q$  o fator de correção do comprimento do pescoço e  $r$  o raio do pescoço.

O ressonador de Helmholtz, a exemplo de um ND elementar não amortecido, é análogo a um sistema massa-mola, conforme representado na Figura 7, o pescoço equivale à massa (oferecendo resistência à transmissão do som) e a massa de ar contida no volume – independente da sua forma – é comparável à mola (quando se tenta aumentar a pressão, o interior se comprime, e quando se tenta diminuir, o interior se expande). O volume do ressonador de Helmholtz pode ser feito com vários formatos, mas o cilíndrico, além de fácil construção, apresenta notável rigidez física (não vibrando com facilidade) e exibe baixas perdas por fricção por possuir poucas arestas e ângulos.



**Figura 7** –Analogia entre um ressonador de Helmholtz e um sistema massa-mola.

O ar no interior desses ressonadores entra em vibração, na sua frequência natural, e pode neutralizar a energia sonora contida em uma cavidade acústica. O princípio de funcionamento desses dispositivos, devido ao baixo valor de elemento dissipador de energia sonora, é redistribuir as frequências naturais da cavidade acústica a controlar. Dessa forma, onde se tinha uma amplificação de som devido a uma coincidência entre a frequência de excitação de uma fonte sonora e uma frequência natural da cavidade acústica, obtêm-se as duas novas frequências naturais distribuídas para a vizinhança devido à presença do ressonador. Há

assim, uma redução considerável da intensidade do som em alguns pontos da cavidade acústica.

O sistema ressonante usado em alguns instrumentos musicais, como o violão (Figura 8), o violino e o xun chinês (Figura 9) constituem um ressonador de Helmholtz. Nesses casos, os instrumentos possuem mais de uma frequência natural.



**Figura 8** –Violão (IMOTION IMAGENS, S/D).



**Figura 9** –Xun chinês (CRI\ ONLINE, S/D).

O ressonador de Helmholtz vem sendo cada vez mais empregado com diversas aplicações práticas. Nos últimos anos, o ressonador é objeto de estudo principalmente na linha de pesquisa de controle passivo-adaptativo. Pode-se citar, dentre outros, os trabalhos de BEDOUT *et al.* (1997), de ESTEVE e JOHNSON (2005), de BERNHARD (1994), de KOSTEK e FRANČEK (2000) e de JOHNSON e ESTÈVE (2002).

GILFORD (1952) apresentou uma teoria de ressonadores como absorvedores de som e realizou experimentos em câmaras de reverberação e de estúdios de gravação. Mostrou também recomendações gerais para o projeto desse dispositivo, concluindo que a variação da geometria para se acomodar a arquitetura do sistema não interfere na eficácia do mesmo.

Um modelo mecânico semi-empírico do comportamento acústico do fluido em um ressonador de Helmholtz foi apresentado no trabalho de HERSH e WALKER (1977), no qual foi prevista a impedância como função da amplitude e da frequência da pressão do som incidente e da geometria do ressonador. Os campos sonoros incidentes e da cavidade foram resolvidos ao se utilizar as equações de conservação de momento. O modelo está de acordo com o modelo massa-mola de Rayleigh quando os valores do nível de pressão sonora incidentes são baixos. Para valores elevados, previu-se que a resistência fosse independente da frequência, mas proporcional à raiz quadrada da amplitude do campo incidente da pressão sonora e virtualmente independente da geometria do ressonador.

BUSSE e HERBOECK (1979) investigaram em seu artigo a fase e a magnitude do sinal de células fotoacústicas ligadas a um ressonador e demonstraram que a relação sinal-ruído aumenta quando são utilizadas as propriedades de fase do sinal.

TANG *et al.* (1984) descreveram em seu artigo um ressonador de baixo custo e alta qualidade de absorção. A partir dos experimentos realizados, obtiveram uma frequência de ressonância do mesmo com uma precisão de  $\pm 0,5\text{Hz}$ , permitindo assim a determinação da velocidade do som no ar com uma precisão melhor do que 1%.

VANDERGRIFT (1993) obteve em seu artigo a função de Green para um ressonador de seção quadrada aplicado a uma cavidade acústica fechada contendo uma fonte de excitação pontual de baixas frequências. Ele chegou à conclusão que a abertura do pescoço deveria ser muito menor do que as dimensões da cavidade a ser controlada e que essa cavidade não deveria ter seu comprimento muito maior que a sua seção transversal.

BEDOUT (1996) apresentou em seu trabalho um ressonador de Helmholtz ajustável e uma nova lei de controle, baseada em experimentos, apresentada para encontrar um ressonador com ótima sintonia para aplicações de controle de tempo variando de tons de ruído. A estratégia de ajuste proposto empregou um algoritmo de ajuste em malha aberta com base em um modelo simples de parâmetro aglomerado do ressonador. Com uma abordagem de descida do gradiente, baseada em uma estrutura de controle de experimentos, garantiu-se um desempenho robusto. Uma ótima sintonia do ressonador foi conseguida, apesar das incertezas do sistema, tais como variações na frequência de excitação e mudanças ambientais.

RAO e BARAKAT (1999) apresentaram o problema de espalhamento de uma onda plana eletromagnética por um ressonador de Helmholtz cilíndrico, o qual foi estudado por

uma abordagem da função de Green para a condição de contorno de Dirichlet. Os resultados numéricos para a dispersão total de seção transversal normalizada com relação ao total de espalhamento da seção transversal de um cilindro sem abertura indicaram, claramente as características de ressonância da estrutura.

NAGAYA *et al.* (2001) discutiram em seu artigo um método de redução de ruído via um ressonador de Helmholtz de ajuste automático de dois estágios rotativos, para o controle de ruído de um ventilador, o qual emitia som de frequências altas e variadas.

O processo de geração de ruído em um ressonador de Helmholtz está fortemente envolvido com a interação entre a excitação do fluxo de fluido no tempo e da ressonância acústica. Um dos grandes desafios para a dinâmica de fluidos computacional é quantificar essa interação. No artigo de MALLICK *et al.* (2003), um procedimento numérico baseado na equação cinética estrutural, combinado com o modelo de turbulência RNG (técnica matemática chamada *renormalization group*), foi aplicado para descrever um experimento controlado com excitação acústica. Os resultados encontrados nos experimentos numéricos e físicos foram muito semelhantes. As simulações revelaram que é possível uma comparação universal, permitindo alterar os dados para as condições de entrada.

GUIGUET e WELTI (2003) estudaram o comportamento de um ressonador de Helmholtz atuando como um filtro para ondas propagantes. Nesse caso, o ressonador atenua as ondas em uma faixa de frequência específica. Esses autores apresentaram um modelo teórico para explicar o comportamento do ressonador quando funciona como um filtro para ondas estacionárias e destacaram as diferenças quando atua como um filtro de ondas propagantes.

TANG (2004) investigou de forma experimental e teórica as propriedades acústicas de ressonadores de Helmholtz com pescoço com seção transversal com dimensões decrescentes de distância da entrada do ressonador na cavidade. Os resultados mostraram que a melhoria significativa da capacidade de absorção sonora dos ressonadores pode ser obtida através da introdução de pescoço com afilamento. Essa melhoria pode ser ainda maior quando o comprimento cônico é aumentado.

TURULL *et al.* (2005) teve como objetivo em seu artigo a busca da equação empírica de frequência de ressonância em um ressonador de boca retangular e com comprimento de pescoço curto, para depois projetar um instrumento musical.

NAKANO *et al.* (2005) aplicou a técnica de ressonância de Helmholtz para confirmar a aplicabilidade da técnica de medição do volume líquido em condições de microgravidade. Uma célula experimental, considerada como um ressonador de Helmholtz fechado, foi elaborada e nitrogênio líquido utilizado como líquido de teste. A frequência de ressonância de Helmholtz foi analisada pelo uso do método da entropia máxima. As frequências de ressonância de Helmholtz obtidas em condições de microgravidade concordaram com as frequências de ressonância obtidas sob condições terrestres.

FLEMING *et al.* (2006) chegaram à conclusão de que a utilização da linearização da equação de Euler em ressonadores pode ser utilizada quando há pequenas perturbações da pressão e a velocidade média do fluido é nula. O artigo revelou que a absorção sonora causada por materiais porosos em ressonadores depende principalmente do amortecimento viscoso do fluxo de fluido que passa sobre a superfície porosa, e que o amortecimento pode ser aumentado quando há a inserção de materiais que causam dissipação de energia em locais onde as partículas de fluido tem velocidades máximas.

Campos de baixa frequência de som reverberante são normalmente absorvidos através de um controle adaptativo, ou com a utilização de um ressonador de Helmholtz. No trabalho de FLEMING *et al.* (2006), uma impedância elétrica foi ligada aos terminais de um alto-falante acústico para simular a inserção de um ressonador. Uma atenuação de 14dB na pressão de um modo acústico foi alcançada, quando realizados experimentos em um duto fechado.

SMITH e SLATON (2007) mostraram em seu artigo um experimento no qual um substrato de cerâmica porosa foi inserido no gargalo de um ressonador de Helmholtz. O substrato presente no pescoço do ressonador alterou a frequência de ressonância e o fator de qualidade do mesmo. O fator de qualidade aumenta com o aumento da diferença de temperatura até o início da geração espontânea de som.

YU *et al.* (2008) investigaram o efeito da resistência interna de um ressonador de Helmholtz sobre a redução da energia acústica em uma cavidade multimodal. Usando a solução analítica de um modelo de interação ressonador-cavidade, um índice de redução de energia foi definido em uma faixa de frequência para otimizar a resistência do ressonador. O duplo processo de dissipação de energia e radiação do ressonador foi também quantificado. A interação entre o ressonador e a cavidade foi analisada numérica e fisicamente e então classificada em termos de larguras de banda de frequência. O desempenho previsto foi

confirmado a partir de experimentos. Foi mostrado que o modelo proposto serve como uma ferramenta de projeto eficaz para determinar a resistência interna do ressonador, a fim de alcançar uma redução de som na banda de frequência.

DONOSO *et al.* (2008) chegou à conclusão que uma correção na frequência pode ser feita quando há uma compliância das paredes. Essa é provocada pela pressão que atua sobre as paredes não rígidas de um ressonador, reduzindo o amortecimento do sistema e pode ser entendida também como sendo análoga da capacitância no oscilador elétrico, e do inverso da constante da mola num oscilador mecânico.

SPOSETTI e WELTI (2008) enfocaram em seu artigo o efeito teórico e experimental da inserção lateral de dois ou mais ressonadores sobre os modos normais de oscilação de um tubo finito. Ao escolher frequências e distâncias entre os ressonadores, obtiveram um controle adequado sobre uma banda de frequência relativamente grande e previamente estabelecida.

WANG *et al.* (2008) relatou em seu artigo um hidrofone de fibra ótica, um protótipo de sensor que pode eliminar o *aliasing* em sistemas de sonar. O dispositivo mecânico utilizado foi um pequeno ressonador de Helmholtz cilíndrico de metal. Esse dispositivo foi comparado com uma borracha macia, porém o ressonador obteve resultados melhores, por trabalhar melhor em altas frequências e ser insensível à pressão hidrostática.

VALLE *et al.* (2010) depositaram uma patente para um ressonador de Helmholtz em motores de combustão interna com sintonia acústica variável (controle ativo), para aumentar a eficiência volumétrica de motores de combustão interna.

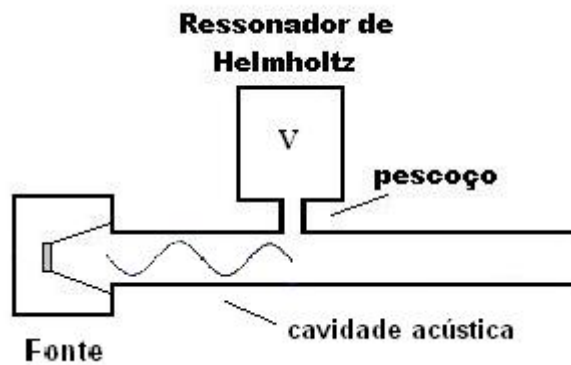
Como pode ser observado a partir dos exemplos acima, há uma grande necessidade de se estudar métodos gerais para o projeto ótimo de ressonadores para controle de ruído em cavidades geometricamente complexas. Existem vários trabalhos que mostram apenas uma aplicação específica do ressonador. Além disso, na literatura se encontram apenas conceitos básicos relacionados a esse tópico.

Segundo GOMES (1991), o ruído ocupa o terceiro lugar entre os riscos ocupacionais que atingem o trabalhador brasileiro, atrás apenas dos produtos agrotóxicos e das doenças osteoarticulares. Com isso, fica evidenciada a necessidade do controle do nível de ruído ao qual cada indivíduo está submetido.

O controle do ruído deve preferencialmente ser realizado na fonte, entretanto, por razões técnicas ou econômicas, isso nem sempre é possível. Assim, podem-se empregar outras formas de controle tais como (KINSLER *et al.*, 1982):

- Materiais de Absorção Sonora: transformam parte da energia sonora em energia térmica;
- Materiais Isolantes: dificultam a passagem do som, refletindo-o;
- Dispositivos Passivos: atenuam o ruído quando excitados nas suas frequências naturais (ressonadores de Helmholtz, placas vibrantes, silenciadores);
- Dispositivos Ativos: cancelam o ruído através da geração de outro campo de ruído defasado de  $180^\circ$  do primeiro, através de uma fonte secundária.

Um exemplo de aplicação de um dispositivo passivo de controle de ruído pode ser observado na Figura 10.



**Figura 10** – Controle do ruído utilizando um ressonador de Helmholtz.

No presente trabalho, será analisado o comportamento de um duto, no qual as ondas sonoras se propagam longitudinalmente, de forma similar a ondas mecânicas em barras e as propriedades do fluido contido no interior do duto podem ser consideradas constantes em qualquer plano perpendicular à direção de propagação da onda.



### 3 MODELOS MATEMÁTICOS

Nesse capítulo será apresentada a modelagem matemática necessária para o desenvolvimento da metodologia proposta. Inicialmente, é deduzida a equação da onda, a qual revela a distribuição da pressão e, ao se aplicar as condições de contorno fornece os parâmetros modais da cavidade acústica em estudo. Na sequência, apresentam-se o modelo vibratório e a metodologia para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos e, subsequente, a sua analogia para o modelo acústico. Essa metodologia permitirá projetar os ressonadores de Helmholtz para uma cavidade geometricamente complexa.

#### 3.1 Modelo Analítico

##### 3.1.1 Equação da onda

Será revisada, neste tópico, a obtenção da equação da onda unidimensional. Para isso, foi considerada uma onda sonora que se transmite em um fluido homogêneo, isotrópico e perfeitamente elástico, sem influência de efeitos dissipativos, como a viscosidade. Outras hipóteses que foram adotadas para a obtenção da equação da onda são:

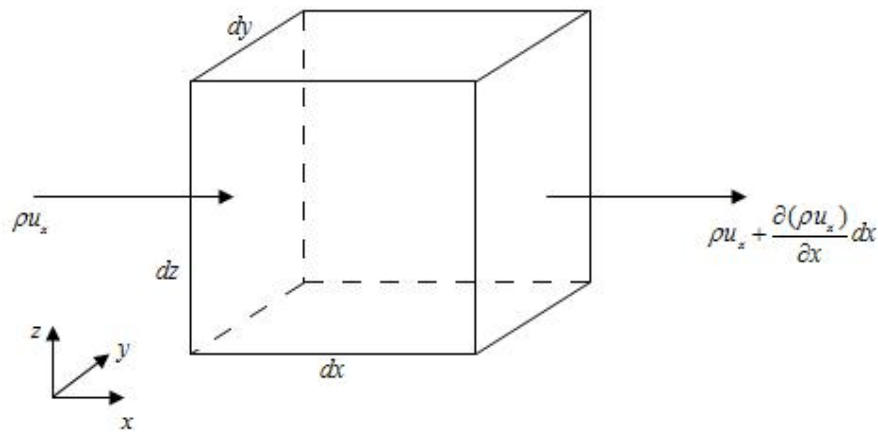
- Pequenas amplitudes de vibração das partículas, ou seja, pequenas variações na densidade do meio, quando comparadas com o valor de equilíbrio;
- Processo adiabático, ou seja, é desconsiderada a troca de calor entre uma partícula do fluido e outra;
- Entropia constante.

Para encontrar a equação da onda, parte-se da 2ª Lei de Newton, que relaciona a resultante das forças aplicadas sobre um elemento de volume e a inércia do mesmo, na forma

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (3)$$

sendo  $\vec{a}$  a aceleração do elemento.

Considerando um elemento diferencial de volume (vide Figura 11) de um fluido ( $dV = dx dy dz$ ) que contem uma massa diferencial  $dm$ , tem-se que o módulo da força em cada direção do elemento é definida por  $F = P A$ , sendo  $A$  a área na qual a força está sendo aplicada e  $P$  a pressão absoluta correspondente.



**Figura 11** – Elemento diferencial de volume de um fluido.

Esse elemento deve ser, ao mesmo tempo, grande o suficiente para que contenha milhões de moléculas e assim o fluido poder ser considerado como um meio contínuo, e pequeno o suficiente para que as variáveis acústicas possam ser consideradas constantes no elemento.

Segundo KINSLER *et al.* (1982), realizando o equilíbrio de forças no elemento diferencial da Figura 11, obtêm-se as seguintes expressões nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ :

$$dF_x = \left[ P - \left( P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) \right] dydz = -\frac{\partial P}{\partial x} dV, \quad (4)$$

$$dF_y = -\frac{\partial P}{\partial y} dV \quad (5)$$

e

$$dF_z = -\frac{\partial P}{\partial z} dV. \quad (6)$$

As equações (4), (5) e (6) podem ser escritas de forma compacta através de

$$d\vec{F} = d\vec{F}_x + d\vec{F}_y + d\vec{F}_z = -\nabla P dV, \quad (7)$$

sendo  $d\vec{F}$  o diferencial de força e  $\nabla P$  o gradiente de pressão.

A velocidade da partícula é função do tempo e do espaço. Quando um elemento com velocidade  $\vec{u}(x, y, z, t)$ , no ponto  $(x, y, z)$  e no instante  $t$  se desloca para uma nova posição  $(x + dx, y + dy, z + dz)$  no intervalo de tempo  $dt$ , sua nova velocidade pode ser escrita como sendo

$$\vec{u}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) \quad (8)$$

de modo que

$$dx = u_x dt \quad (9)$$

$$dy = u_y dt \quad (10)$$

$$dz = u_z dt. \quad (11)$$

Aplicando uma expansão em série de Taylor para incrementos muito pequenos, pode-se expressar a nova velocidade utilizando apenas o primeiro termo da expansão. Assim, a Eq. (8) pode ser expressa da seguinte forma

$$\vec{u}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) = \vec{u}(x, y, z, t) + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z dt + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt. \quad (12)$$

Portanto a aceleração pode ser obtida por

$$\vec{a} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{d\vec{u}}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\vec{u}(x + u_x dt, y + u_y dy, z + u_z dz, t + dt) - \vec{u}(x, y, z, t)}{dt}, \quad (13)$$

ou,

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + u_x \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + u_y \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} + u_z \frac{\partial \vec{u}}{\partial z}. \quad (14)$$

Considerando que

$$(\vec{u} \cdot \nabla) = u_x \frac{\partial}{\partial x} + u_y \frac{\partial}{\partial y} + u_z \frac{\partial}{\partial z}, \quad (15)$$

a aceleração pode ser reescrita em uma notação mais compacta como

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}. \quad (16)$$

Considerando que um elemento diferencial possui uma massa  $dm = \rho dV$  e substituindo as Eqs. (7), (14) e (16) na Eq. (3), tem-se que

$$-\nabla \cdot dV = \left\{ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + [(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}] \right\} \rho dV. \quad (17)$$

Simplificando em ambos os lados decorre que

$$-\nabla \vec{h} = \rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + ((\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}) \right]. \quad (18)$$

As seguintes simplificações podem ser adotadas:

- Pressão total:  $\vec{h} = \vec{p} + \vec{h}_0$ . Nesse caso,  $\vec{h}_0 = \text{constante}$  para todo volume, pois as forças gravitacionais foram negligenciadas. Assim,  $\nabla \vec{h} = \nabla \vec{p}$  (i);
- Densidade instantânea:  $\rho = \rho_0 + \rho_v$ , sendo  $\rho_0$  a densidade de equilíbrio constante do fluido e  $\rho_v$  a densidade no volume. Como  $\rho_v \ll \rho_0$ ,  $\rho = \rho_0$  (ii);
- $((\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}) \ll \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$  (iii).

Substituindo as simplificações acima na Eq. (18), obtém-se a seguinte expressão

$$\nabla \vec{p} = -\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}. \quad (19)$$

Aplicando o operador divergente nos dois lados da Eq. (19) chega-se a

$$\nabla^2 p = -\rho_0 \nabla \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}. \quad (20)$$

Da equação da continuidade, tem-se que

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho_0 \vec{u}) = 0. \quad (21)$$

Definindo  $s$  como sendo a condensação em qualquer ponto (KINSLER *et al.*, 1982)

$$s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}, \quad (22)$$

na qual  $\rho_0$  é constante no espaço e no tempo.

Substituindo a Eq. (22) na Eq.(21), tem-se que

$$\rho_0 \frac{\partial s}{\partial t} + \rho_0 \nabla(\vec{u}) = 0, \quad (23)$$

donde decorre que

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\nabla(\vec{u}). \quad (24)$$

Derivando a Eq. (24) em função do tempo, obtém-se

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = -\nabla \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) \quad (25)$$

e substituindo a Eq. (24) na Eq. (21), tem-se que

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = \frac{\nabla^2}{\rho_0}. \quad (26)$$

Utilizando a definição do módulo de Bulk (KINSLER *et al.*, 1982), o qual é dado por  $\beta = p/s$ , e substituindo o mesmo na Eq. (26), chega-se a

$$\frac{\rho_0}{\beta} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla^2 p. \quad (27)$$

Definindo a velocidade do som por  $c_{som} = \sqrt{\beta/\rho_0}$ , a Eq. (27) toma a forma

$$\frac{1}{c_{som}^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \nabla^2 p. \quad (28)$$

Como a propagação da onda na cavidade acústica em questão é unidirecional, ou seja, só envolve variação de pressão ao longo de uma única direção, pode-se simplificar a equação acima, obtendo-se

$$\frac{1}{c_{som}^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \quad (29)$$

A Eq. (29) representa a equação da onda plana unidirecional.

### 3.1.2 Obtenção dos parâmetros modais da cavidade acústica

Com o objetivo de obter a solução da pressão  $p$  em relação ao comprimento da cavidade acústica e ao tempo, utilizou-se do método de separação de variáveis para a solução da Eq. (29). Propõe-se que a solução  $p(x, t)$  seja um produto de duas funções independentes, uma somente função de  $x$ ,  $X(x)$ , e outra somente função de  $t$ ,  $T(t)$ , tal que

$$p = X(x)T(t). \quad (30)$$

Assim,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = T \frac{d^2 X}{dx^2}, \quad (31)$$

e

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = X \frac{d^2 T}{dt^2}. \quad (32)$$

Substituindo as Eqs. (31) e (32) na Eq. (30), tem-se que

$$\frac{1}{c_{som}^2} X \frac{d^2 T}{dt^2} = T \frac{d^2 X}{dx^2} \rightarrow \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} = \frac{c_{som}^2}{X} \frac{d^2 X}{dx^2}. \quad (33)$$

Note que, na Eq. (33), o termo da esquerda depende somente de  $t$  e o termo da direita somente de  $x$ . Portanto, devido à igualdade, esses termos são, na verdade, iguais a uma constante não nula, denominada aqui  $\pm \Omega^2$ . Assim,

$$\frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} = \frac{c_{som}^2}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \pm \Omega^2. \quad (34)$$

Quando é atribuído um valor positivo a essa constante, a equação acima não representa o comportamento de uma onda, mas sim, a soma de um crescimento e decaimento exponencial. Esta solução é matematicamente correta, porém não é de interesse físico.

No entanto, quando lhe é atribuído um valor negativo, sua solução é representada pela soma de senos e cossenos (CLARK, 1972), sendo as equações diferenciais ordinárias decorrentes da forma

$$\begin{cases} \frac{d^2 T}{dt^2} = -\Omega^2 T \\ \frac{d^2 X}{dx^2} = -\frac{\Omega^2}{c_{som}^2} X \end{cases}. \quad (35)$$

Portanto, as soluções para as equações dadas na Eq. (35) são dadas por:

$$X(x) = J \operatorname{sen} \frac{\Omega}{c_{som}} x + E \operatorname{cos} \frac{\Omega}{c_{som}} x, \quad (36)$$

e



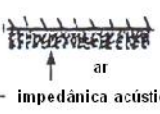

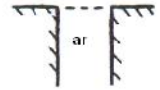
$$T(t) = Y \operatorname{sen} t + Z \operatorname{cos} t. \quad (37)$$

Para determinar as constantes  $J$ ,  $E$ ,  $Y$  e  $Z$ , é necessário aplicar as condições de contorno do caso em estudo.

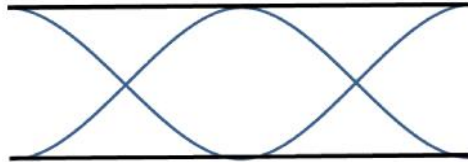
### 3.1.2.1 Aplicação das condições de contorno

Para uma cavidade acústica, tal como o duto proposto nesse trabalho, as condições de contorno são aquelas correspondentes a duas extremidades abertas. Segundo BERANEK e VÉR (1992), uma extremidade aberta corresponde a um antinodo de deslocamento (deslocamento máximo) e conseqüentemente um nodo de pressão relativa (pressão relativa nula). No Quadro 1, pode-se observar as condições de contorno que se aplicam às cavidades acústicas comumente encontradas.

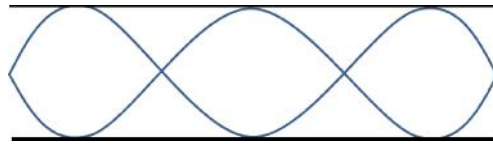
**Quadro 1**– Condições de contorno (adaptado de: BERANEK e VÉR, 1992).

TIPO DE PAREDE	CONDIÇÃO DE CONTORNO	VELOCIDADE DA PARTICULA DE AR
<p>1. RÍGIDA</p>  <p>ar <math> Z  \rightarrow \infty</math></p>	$\frac{\partial p}{\partial n} = 0$	$u = 0$
<p>2. FLEXÍVEL</p>  <p><math>\dot{w}</math> - velocidade normal à superfície do painel da parede parede ar</p>	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\dot{w}$	$u = \dot{w}$
<p>3. ABSORVENTE</p>  <p><math>Z_a</math> - impedância acústica da camada ar</p>	$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{Z_a} \dot{p}$	$u = \frac{p}{Z_a}$
<p>4. FLEXÍVEL E ABSORVENTE</p>  <p><math>Z_w</math> - impedância do painel da parede parede <math>Z_a</math> ar</p>	$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} &= -\frac{1}{Z_a} \dot{p} - \dot{w} \\ &= -\left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_w}\right) \dot{p} \end{aligned}$	$\begin{aligned} u &= \frac{p}{Z_a} + \dot{w} \\ &= \frac{p}{Z_a} + \frac{p}{Z_w} \end{aligned}$
<p>5. ABERTA <math>Z = 0</math></p>  <p>ar</p>	$p = 0$ <p>(pressão de alívio)</p>	<p>determinado através de análise</p>

Sabe-se assim que, em cada uma das extremidades abertas, a pressão total se iguala à de referência (no caso, pressão atmosférica). As Figuras 12 e 13 ilustram as distribuições de deslocamento e pressão, respectivamente, em uma cavidade com ambas as extremidades abertas. Pode-se perceber que na extremidade aberta a pressão relativa é nula e o deslocamento possui um valor máximo.



**Figura 12** – Distribuição de deslocamento em uma cavidade acústica semi-aberta.



**Figura 13** – Distribuição de pressão em uma cavidade acústica semi-aberta.

Assim, aplicaram-se as condições de contorno indicadas no item 5 do Quadro 1 para o caso particular do duto em estudo.

a) Extremidade aberta em  $x = 0$

A condição de contorno para extremidade aberta em  $x = 0$  requer que a pressão sonora relativa seja nula, ou seja,  $p = 0$ . Assim, substituindo esta condição na Eq. (30), encontra-se que, para um dado tempo arbitrário

$$X(x) = 0 \quad (38)$$

ou

$$J \operatorname{sen}\left(\frac{\Omega}{c_{som}} 0\right) + E \cos\left(\frac{\Omega}{c_{som}} 0\right) = 0. \quad (39)$$

Sabendo que  $\operatorname{sen}(0) = 0$  e  $\cos(0) = 1$ , decorre que a constante de integração  $E = 0$ .

b) Extremidade aberta em  $x = L$



A condição de contorno para extremidade aberta em  $x = L$  também requer que a pressão naquele ponto deva tomar um valor igual zero, ou  $p = 0$ . Substituindo essa condição na Eq. (30), encontra-se que, para um dado tempo arbitrário,

$$X(L) = 0, \quad (40)$$

ou

$$J \operatorname{sen}\left(\frac{\Omega}{c_{som}} L\right) + E \cos\left(\frac{\Omega}{c_{som}} L\right) = 0. \quad (41)$$

Como  $E = 0$ , obtém-se

$$J \operatorname{sen}\frac{\Omega}{c_{som}} L = 0. \quad (42)$$

Para que exista uma onda,  $J \neq 0$ . Isso leva à seguinte conclusão

$$\operatorname{sen}\frac{\Omega}{c_{som}} L = 0. \quad (43)$$

Para que isso ocorra, deve-se respeitar a seguinte relação

$$\frac{\Omega}{c_{som}} L = n\pi, \quad (44)$$

ou

$$n = \frac{nc_{som}\pi}{L}, \quad (45)$$

com  $n = 1, 2, 3, \dots$

Substituindo o autovalor  $n$  na Eq. (36) e considerando  $E = 0$  e  $J = 1$ , sem perda de generalidade, é possível encontrar a autofunção  $(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ , com  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Com isso obtêm-se os parâmetros modais do duto (autovalores e autofunção) com ambas extremidades abertas, de forma analítica, como apresentado por BERANEK e VÉR (1992), como pode ser comprovado no Quadro 2.

Substituindo  $X(x)$  e  $T(t)$  em  $p(x, t)$ , tem-se que a participação do  $n$ -ésimo modo na resposta livre é

$$p_n(x, t) = \text{sen} \frac{n\pi}{L} x (Y_n \text{sen } n t + Z_n \text{cos } n t), \text{com } n = 1, 2, 3 \dots \quad (46)$$

Em geral, a resposta livre de pressão, em duto equivalente ao deste estudo, para uma dada perturbação inicial, é dada por

$$p(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \text{sen} \frac{n\pi}{L} x (Y_n \text{sin } n t + Z_n \text{cos } n t), \text{com } n = 1, 2, 3 \dots \quad (47)$$

onde  $Y_n$  e  $Z_n$  serão definidos a partir das condições iniciais.

**Quadro 2**– Frequências naturais e modos acústicos (adaptado de: BERANEK e VÈR, 1992).

DESCRIÇÃO	FIGURA	FREQUÊNCIA NATURAL $f_{ijk}$ (Hz)	MODO DE VIBRAR $\Psi_{ijk}$
1. Tubo delgado com as duas extremidades fechadas		$\frac{ic}{2L}$ $D \ll \lambda$ onde $\lambda = c/f$	$\text{cos} \frac{i\pi x}{L}$ $i = 0, 1, 2, \dots$
2. Tubo delgado com extremidade aberta e outra fechada		$\frac{ic}{4L}$ $D \ll \lambda$ onde $\lambda = c/f$	$\text{cos} \frac{i\pi x}{2L}$ $i = 1, 3, 5, \dots$
3. Tubo delgado com as duas extremidades abertas		$\frac{ic}{2L}$ $D \ll \lambda$ onde $\lambda = c/f$	$\text{sin} \frac{i\pi x}{L}$ $i = 1, 2, 3, \dots$
4. Volume retangular fechado		$\frac{c}{2} \left( \frac{i^2}{L_x^2} + \frac{j^2}{L_y^2} + \frac{k^2}{L_z^2} \right)^{1/2}$	$\text{cos} \frac{i\pi x}{L_x} \text{cos} \frac{j\pi y}{L_y} \text{cos} \frac{k\pi z}{L_z}$ $i = 0, 1, 2, \dots$ $j = 0, 1, 2, \dots$ $k = 0, 1, 2, \dots$
5. Volume cilíndrico fechado		$\frac{c}{2\pi} \left( \frac{\lambda_{jk}^2}{R^2} + \frac{i^2 \pi^2}{L^2} \right)^{1/2}$ $\lambda_{jk}$ da Tabela 6.2a abaixo	$J_j(\lambda_{jk} \frac{r}{R}) \text{cos} \frac{i\pi z}{L} \begin{cases} \text{sin } j\theta; & i = 0, 1, 2, \dots \\ \text{or:} & j = 0, 1, 2, \dots \\ \text{cos } j\theta & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$ $J_j = j$ -th order Bessel Function
6. Volume esférico fechado		Modos Symmetric about Center $\frac{c\lambda_i}{2\pi R}$ $\lambda_i$ da Tabela 6.2a abaixo	$\frac{R}{\lambda_i r} \text{sin} \frac{\lambda_i r}{R}$ $i = 0, 1, 2, \dots$
7. Volume arbitrário fechado		$L$ - Maximum Linear Dimension Fundamental Natural Frequency (approximate): $\frac{c}{2L}$	ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS

Tabela 6.2a							
$\lambda_{jk}$	j						
k	0	1	2	3	4	5	6
0	0.	1.0412	3.0541	4.2012	5.3176	6.4156	7.5013
1	3.8317	5.3314	6.7061	8.0152	9.2824	10.5199	11.7349
2	7.0156	8.5363	9.9695	11.3459	12.6819	13.9872	15.2682
3	10.173	11.7050	13.1701	14.5859	15.9643	17.3128	18.6374
$\lambda_{j=0,k} = \pi(k + 1/4)$ for $k \geq 3$ ( $J_0(\lambda_{jk}) = 0$ )							

Tabela 6.2b					
i	0	1	2	3	4
$\lambda_i$	0.	4.4934	7.7253	10.9041	14.0662
$\lambda_i = \pi(i + 1/2)$ for $i \geq 4$ ( $\tan \lambda_i = \lambda_i$ )					

A Eq. (46) representa a solução da equação homogênea, que corresponde à distribuição de pressão em um duto com extremidades livres sujeito a uma dada perturbação inicial. Essa solução contém os parâmetros modais da onda da cavidade em estudo (duto), requeridos, como se verá adiante, para os projetos dos ressonadores de Helmholtz.

A partir da Eq. (44), é possível obter as frequências naturais analíticas de uma cavidade com ambas as extremidades abertas. Considerando o comprimento da cavidade  $L = 2m$ , obtêm-se as frequências naturais, relacionadas na Tabela 1.

**Tabela 1** – Frequências naturais analíticas de uma cavidade de 2m de comprimento e ambas as extremidades abertas.

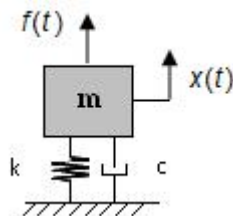
n	Frequência $\Omega$ [Hz]
1	85,75
2	171,50
3	257,25
4	343,00
5	428,75
6	514,50
7	600,25
8	686,00
9	771,75
10	857,50

## 3.2 Analogia entre Sistemas Vibrantes e Acústicos

### 3.2.1 Controle de vibrações utilizando neutralizadores dinâmicos viscoelásticos

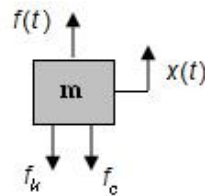
Após vários anos de pesquisa, foi desenvolvido por Espíndola, Bavastri e seus colaboradores (ESPINDOLA *et al.*, 2000; BAVASTRI *et al.*, 2007), uma metodologia geral para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos para redução dos níveis de vibração em estruturas geometricamente complexas, nas quais um ou mais neutralizadores podem controlar um ou vários modos em uma ampla faixa de frequências. Para tal fim, o sistema primário a controlar (estrutura) é modelado através dos seus parâmetros modais e o projeto ótimo dos neutralizadores é alcançado utilizando técnicas de otimização não-linear. Com base nesses estudos, pretende-se encontrar uma teoria análoga para o projeto de ressonadores acústicos aplicados a cavidades acústicas.

O modelo matemático de neutralizadores viscosos (MCK) é apresentado a seguir. Um neutralizador dinâmico viscoso, como já citado anteriormente, é composto de uma massa (que deve ser menor do que a massa da estrutura a ser controlada), uma mola e um elemento capaz de dissipar energia vibratória (por exemplo um amortecedor hidráulico). A Figura 14 mostra uma representação simplificada desse dispositivo.



**Figura 14** –Representação simplificada de um neutralizador MCK.

Quando um sistema de um grau de liberdade de massa  $m$ , tal como neutralizador da Figura 14, é excitado com uma força  $f(t)$ , esse responde com um deslocamento  $x(t)$ . Construindo-se o diagrama de corpo livre do neutralizador, conforme Figura 15, as componentes de mola e amortecimento podem ser substituídas por forças que tendem a se opor ao movimento  $x(t)$ . A força exercida pela mola é dada por  $f_k = -kx$  e aquela exercida pelo amortecedor é dada por  $f_c = -c\dot{x}$ .



**Figura 15** –Diagrama de corpo livre do neutralizador MCK.

Logo, aplicando-se a segunda lei de Newton, tem-se que

$$F = m\ddot{x}. \quad (48)$$

Portanto, a equação de movimento é dada por

$$m\ddot{x} = f(t) - kx - c\dot{x}. \quad (49)$$

A dinâmica do neutralizador MCK pode então ser escrita por

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t). \quad (50)$$

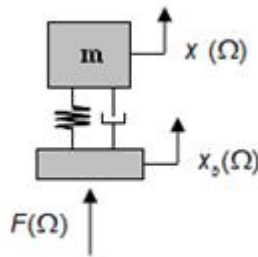
De maneira análoga, um sistema primário com múltiplos graus de liberdade – que possui distribuições de massa, amortecimento e rigidez intrínsecas – pode ser descrito, através de um modelo de elementos finitos, por exemplo, resultando em:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F(t), \quad (51)$$

sendo  $M$  a matriz de distribuição de massa,  $C$  a matriz de distribuição de amortecimento,  $K$  a matriz de distribuição de rigidez do sistema primário, todas de ordem  $n \times n$ , e  $q(t)$  e  $f(t)$  os vetores de coordenadas generalizadas e esforços generalizados, respectivamente de ordem  $n \times 1$  respectivamente.

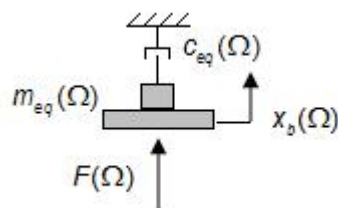
Para o sistema primário, os parâmetros modais (matriz espectral), (matriz modal) e  $\left( \begin{array}{c} \ddots \\ \xi_i \\ \ddots \end{array} \right)$  (matriz de amortecimento modal) podem ser determinados a partir da resolução do problema de autovalores partindo da Eq. (51) (EWINS, 1984).

A Figura 16 representa, no domínio da frequência, um modelo padrão de um neutralizador dinâmico, sistema auxiliar de um grau de liberdade, cuja impedância na base se deseja conhecer, uma vez que o neutralizador será adicionado, pela base, a um sistema principal, para reduzir os níveis de vibração desse.



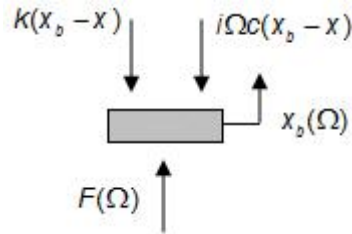
**Figura 16** – Sistema primário com neutralizador acoplado.

Segundo ESPÍNDOLA e SILVA (1992), o sistema apresentado na Figura 16 é dinamicamente equivalente ao sistema da Figura 17. Como será visto, esse modelo equivalente é mais interessante para o projeto ótimo dos neutralizadores dinâmicos, quando aplicados a sistemas geometricamente complexos de múltiplos graus de liberdade.



**Figura 17** – Sistema equivalente.

Os parâmetros equivalentes da Figura 17 podem ser obtidos igualando, por exemplo, a rigidez dinâmica na base de ambos os modelos (Figuras 16 e 17). Para tal, pode-se construir um diagrama de corpo livre para a base do modelo da Figura 16, como ilustrado na Figura 18.



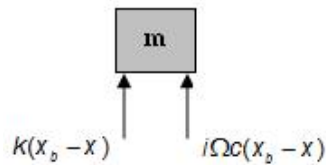
**Figura 18** –Diagrama de corpo livre da base.

Realizando o somatório das forças indicadas na Figura 18, tem-se

$$F = 0 \rightarrow F(\Omega) - k(X_b - X) - i\Omega c(X_b - X) = 0 \quad (52)$$

de modo que

$$F(\Omega) = (k + i\Omega c)[X_b(\Omega) - X(\Omega)]. \quad (53)$$



**Figura 19** –Diagrama de corpo livre da massa do neutralizador.

Considerando-se agora a massa do modelo da Figura 16, cujo diagrama de corpo livre é ilustrado na Figura 19, tem-se que

$$k(X_b - X) + i\Omega c(X_b - X) = -m\ddot{X} \quad (54)$$

de modo que

$$X(\Omega) = \frac{(k + i\Omega c)X_b(\Omega)}{-m\Omega^2 + i\Omega c + k}. \quad (55)$$

Substituindo a Eq. (52) em (50), tem-se

$$F(\Omega) = (k + i\Omega c) \left[ X_b(\Omega) - \frac{(k + i\Omega c)X_b(\Omega)}{-m\Omega^2 + i\Omega c + k} \right]. \quad (56)$$

Segundo ESPÍNDOLA e SILVA (1992), a rigidez dinâmica na base é dada por  $K(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{X_b(\Omega)}$ . Portanto, resulta em sequência que

$$\frac{F(\Omega)}{X_b(\Omega)} = k + i\Omega c - \frac{(k+i\Omega c)^2}{(-m\Omega^2+i\Omega c+k)} = \quad (57)$$

$$= \frac{(k+i\Omega c)(-m\Omega^2+i\Omega c+k) - (k+i\Omega c)^2}{(-m\Omega^2+i\Omega c+k)} = \quad (58)$$

$$= \frac{(k+i\Omega c)(-m\Omega^2) + (k+i\Omega c)^2 - (k+i\Omega c)^2}{(-m\Omega^2+i\Omega c+k)}. \quad (59)$$

Ou seja,

$$K(\Omega) = \frac{(k+i\Omega c)(-m\Omega^2)}{(-m\Omega^2+i\Omega c+k)} \quad (60)$$

$$K(\Omega) = \frac{(k+i\Omega c)(-m\Omega^2)(-m\Omega^2+i\Omega c+k)}{(-m\Omega^2+k)^2+(\Omega c)^2}. \quad (61)$$

$$K(\Omega) = \frac{(-m\Omega^2)k^2 \left[ (i\Omega c/k+1) + (-m\Omega^2/k - i\Omega c/k+1) \right]}{k^2 \left[ (-m\Omega^2/k+1)^2 + (\Omega c/k)^2 \right]}. \quad (62)$$

Conhecendo-se a razão de amortecimento  $\xi = \frac{c}{c_c}$  e o amortecimento crítico  $c_c = 2m\Omega_a$ , segue que

$$\xi = \frac{c}{2m\Omega_a}. \quad (63)$$

Multiplicando-se por  $k$  ambos os lados da igualdade da Eq. (63)

$$\xi = \frac{c}{2\Omega_a} \frac{k}{m}. \quad (64)$$

$$\text{Como } \alpha = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (65)$$

$$\frac{c}{k} = \frac{2\xi}{\Omega_a}. \quad (66)$$

Substituindo as Eqs. (65) e (66) na Eq. (62), decorre que



$$K(\Omega) = \frac{(-m\Omega^2)\left[\left(\frac{i2\xi\Omega}{\Omega_a}+1\right)+\left(\frac{-\Omega^2}{\Omega_a^2}-i2\xi\Omega/\Omega_a+1\right)\right]}{\left(\frac{-\Omega^2}{\Omega_a^2}+1\right)^2+\left(2\xi\Omega/\Omega_a\right)^2} \quad (67)$$

Adotando-se  $\varepsilon = \Omega/\Omega_a$  e substituindo na equação acima

$$K(\Omega) = \frac{(-m\Omega^2)\left[(i2\xi\varepsilon+1)+(-\varepsilon^2-i2\xi\varepsilon+1)\right]}{(-\varepsilon^2+1)^2+(2\xi\varepsilon)^2} \quad (68)$$

Como a rigidez dinâmica no modelo equivalente da Figura 17 é dada por  $K(\Omega) = -m_{eq}(\Omega)^2 + i\Omega c_{eq}(\Omega)$ , é possível encontrar a massa e o amortecimento equivalentes do sistema comparando-se a parte real e imaginária de  $K(\Omega)$  na Eq. (68).

Assim,

$$m_{eq}(\Omega) = \frac{m[-\varepsilon^2+1+4\xi^2\varepsilon^2]}{(-\varepsilon^2+1)^2+(2\xi\varepsilon)^2}, \quad (69)$$

$$c_{eq}(\Omega) = \frac{m\Omega 2\xi\varepsilon^3}{(-\varepsilon^2+1)^2+(2\xi\varepsilon)^2}. \quad (70)$$

### 3.2.2 Sistema composto

A equação de movimento para o sistema composto, utilizando parâmetros equivalentes, pode então ser escrita através das coordenadas generalizadas do sistema primário, a qual é dada por (BAVASTRI, 1997)

$$\tilde{M}\ddot{q}(t) + \tilde{C}\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t). \quad (71)$$

na qual

$$\tilde{M} = M + M_{eq}(\Omega) = M + \begin{pmatrix} \ddots & & 0 \\ & m_{eq}(\Omega) & \\ 0 & & \ddots \end{pmatrix}, \quad (72)$$

e

$$\tilde{C} = C + C_{eq}(\Omega) = C + \begin{pmatrix} \ddots & & 0 \\ & c_{eq}(\Omega) & \\ 0 & & \ddots \end{pmatrix}. \quad (73)$$

Assim, a Eq. (71) pode ser escrita no domínio da frequência como

$$- \omega^2 \tilde{M} + i\omega \tilde{C} + K]Q(\omega) = F(\omega). \quad (74)$$

Projetando-se a Eq. (71) na base modal do sistema primário e considerando apenas os modos de interesse, dados pela matriz de ordem  $n_x \hat{n}$ , a solução pode ser escrita através da seguinte transformação de coordenadas:

$$Q(\omega) = \Phi P_c(\omega). \quad (75)$$

na qual  $P_c(\omega)$  é a vibração do sub-espço modal do sistema primário.

Logo, pré-multiplicando por  $\Phi^T$ , tem-se

$$\left[ -\omega^2 [I + M_A]_{\hat{n} \times \hat{n}} + i\omega \left[ \begin{array}{ccc} \ddots & & \\ & c_i & \\ & & \ddots \end{array} \right] + C_A \right]_{\hat{n} \times \hat{n}} + \left[ \begin{array}{ccc} \ddots & & \\ & \lambda_i & \\ & & \ddots \end{array} \right]_{\hat{n} \times \hat{n}} P_c(\omega) = \Phi^T F(\omega), \quad (76)$$

sendo  $M_A = \Phi^T M_{eq}(\omega)$ ,  $C_A = \Phi^T C_{eq}(\omega)$ ,  $c_i$  o amortecimento modal e  $\lambda_i$  a frequência modal.

Conforme BAVASTRI (1997), a partir da Eq. (76) é possível projetar um sistema de neutralizadores dinâmicos, de forma ótima, para reduzir a vibração de uma estrutura geometricamente complexa, em uma banda larga de frequência, na qual um ou vários modos estão presentes. A realização desse projeto é possível com o auxílio de uma ferramenta numérica existente no Laboratório de Vibrações e Som da UFPR. Essa técnica numérica, descrita por BAVASTRI *et al.* (2007), requer, como dados de entrada os parâmetros modais da estrutura a controlar e utiliza técnicas de otimização não linear, fornecendo como dados de saída os parâmetros físicos ótimos de  $n$  neutralizadores dinâmicos.

### 3.2.3 Controle de ruído utilizando ressonadores de Helmholtz

Analogamente ao caso vibratório apresentado anteriormente, podem-se encontrar os parâmetros modais da cavidade acústica a controlar. Esses parâmetros são necessários para o desenvolvimento do projeto ótimo de ressonadores de Helmholtz.

### 3.2.3.1 Modelo equivalente do ressonador de Helmholtz

Como outrora apresentado, a dinâmica de um sistema vibratório pode ser descrita em função da variação do deslocamento, o que é retradado, de forma elementar, na Eq. (50). Já um sistema acústico é mais comumente representado pela variação de pressão que ocorre em seu interior, como pode ser visto, também na forma elementar, na Eq. (77).

$$m'\ddot{p} + c'\dot{p} + k'p = g(t). \quad (77)$$

Para se realizar a equivalência direta entre esses dois modelos, pode-se utilizar a relação entre o deslocamento do sistema mecânico da Figura 14e a pressão da cavidade acústica da Figura 6, apresentada por KINSLER *et al.* (1982), para pequenas variações de  $x$ , como

$$p = \frac{\rho_0 c_{som}^2 S}{V} x. \quad (78)$$

Substituindo a Eq. (78) na (50), tem-se

$$\frac{mV}{\rho_0 c_{som}^2 S} \ddot{p} + \frac{cV}{\rho_0 c_{som}^2 S} \dot{p} + \frac{kV}{\rho_0 c_{som}^2 S} p = g(t). \quad (79)$$

na qual  $m$  é a massa de ar contida no pescoço do ressonador, que pode ser calculada por

$$m = \rho_0 S l, \quad (80)$$

Enquanto a rigidez do ressonador de Helmholtz pode ser dada por

$$k = \rho_0 c_{som}^2 \frac{S^2}{V} \quad (81)$$

sendo  $c$  é a dissipação de energia no pescoço do ressonador.

Por comparação entre as Eqs.(77), (79),(80) e (81), obtem-se

$$m' = m \frac{V}{\rho_0 c_{som}^2 S} \rightarrow m' = \frac{Vl}{c_{som}^2}, \quad (82)$$

$$k' = k \frac{V}{\rho_0 c_{som}^2 S} \rightarrow k' = S, \quad (83)$$

e

$$c' = \frac{cV}{\rho_0 c_{som}^2 S} \quad (84)$$

Como, por analogia direta, tem-se a massa e o amortecimento equivalentes do sistema acústico dados por

$$m'_{eq}(\Omega) = \frac{m'[-\varepsilon^2 + 1 + 4\xi^2 \varepsilon^2]}{(-\varepsilon^2 + 1)^2 + (2\xi\varepsilon)^2} \quad (85)$$

e

$$c'_{eq}(\Omega) = \frac{m' \Omega 2\xi \varepsilon^3}{(-\varepsilon^2 + 1)^2 + (2\xi\varepsilon)^2} \quad (86)$$

substituindo então a Eq. (82) nas duas equações acima, tem-se

$$m'_{eq}(\Omega) = \frac{\left(\frac{lV}{c_{som}^2}\right)[- \varepsilon^2 + 1 + 4\xi^2 \varepsilon^2]}{(-\varepsilon^2 + 1)^2 + (2\xi\varepsilon)^2}, \quad (87)$$

$$c'_{eq}(\Omega) = \frac{\left(\frac{lV}{c_{som}^2}\right)\Omega 2\xi \varepsilon^3}{(-\varepsilon^2 + 1)^2 + (2\xi\varepsilon)^2}. \quad (88)$$

Essa equivalência entre os sistemas vibratório e acústico, para o controle de uma cavidade acústica, através de ressonadores de Helmholtz, já foi apresentada no XXXII CILAMCE, como pode ser visualizado no Apêndice A.

### 3.2.3.2 Sistema primário – modelo de elementos finitos

Para determinar a equação que governa a distribuição de pressão na cavidade acústica a controlar, parte-se da equação que governa a pressão acústica sem dissipação de energia nas fronteiras (CONDON e ODISHAW, 1967), qual seja

$$T(\nabla P) - \frac{1}{c_{som}^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0 \quad (89)$$

na qual  $c_{som}$  é a velocidade do som e o operador  $T$  é dado por

$$T = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial z} \right] \quad (90)$$

As condições de fronteira para a pressão acústica se determinam mediante considerações da Mecânica dos Fluidos. Para uma superfície de fronteira,  $S$ , que está em movimento com uma amplitude pequena, requer-se que o equilíbrio do momento seja

$$\{n\} \cdot (\nabla P) = -\rho_0 \{n\} \frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2}, \quad (91)$$

na qual  $n$  é o vetor normal unitário,  $\rho_0$  é a densidade do fluido e  $\{U\}$  é o vetor deslocamento da estrutura.

Os elementos matriciais podem ser encontrados ao se discretizar a equação da onda, Eq. (89), utilizando o método de Galerkin (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 2000). Para tal, multiplica-se a Eq. (89) por uma variação de pressão  $\{ \delta P \}$  e integra-se sobre o volume  $V$  de domínio. Assim, chega-se a seguinte equação:

$$\int_V \frac{1}{c_{som}^2} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} dV + \int_V (\nabla^T \delta P) (\nabla P) dV = \int_S \{n\}^T \delta P (\nabla P) dS. \quad (92)$$

Nessa expressão,  $S$  representa a superfície entre a estrutura e o fluido. Ao se aplicar as condições de fronteira da Eq. (91) na Eq. (92) obtém-se

$$\int_V \frac{1}{c_{som}^2} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} dV + \int_V (\nabla^T \delta P) (\nabla P) dV = - \int_S \rho_0 \delta P \{n\}^T \left( \frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2} \right) dS \quad (93)$$

A Eq. (93) relaciona a pressão do fluido  $P$  e as componentes de deslocamento mediante o vetor  $\{U\}$ , sendo essas as variáveis que se deseja encontrar. As funções de forma de elementos finitos para a variação espacial da pressão e as variações de deslocamento são dadas por  $\{N\}$  e  $\{N'\}$ , que, ao serem multiplicadas pelos vetores de pressão nodal e deslocamento nodal da estrutura,  $\{P_e\}$  e  $\{U_e\}$  respectivamente, fornecem a pressão e o deslocamento da mesma:

$$P = \{N\}^T \{P_e\} \quad (94)$$

$$U = \{N'\}^T \{U_e\} \quad (95)$$

Ao se aplicar a segunda derivada em relação ao tempo em ambas as equações acima, pode-se então fazer a substituição na Eq. (93).

$$\int_V \frac{1}{c_{som}^2} \delta P_e dV \{\ddot{P}_e\} + \int_V (\nabla^T \delta P_e) (\nabla P) dV = - \int_S \rho_0 \delta P_e \{n\}^T dS \{\dot{U}_e\} \quad (96)$$

Considerando que  $\{B\} = \nabla\{N\}^T$  e  $\delta P = \{N\}^T \{\delta P_e\}$ , então a Eq. (96) pode ser simplificada para

$$\frac{1}{c_{som}^2} \int_V \{N\} \{N\}^T dV \{\ddot{P}_e\} + \int_V \{B\}^T \{B\} dV \{P_e\} + \rho_0 \int_S \{N\} \{n\}^T \{N\}^T dS \{\dot{U}_e\} = \{0\} \quad (97)$$

Como o interesse é encontrar o modelo modal da distribuição de pressão em uma cavidade acústica e assumindo que, na Eq. (97), a rigidez e massa acústica sejam representados por (CORTÉS *et al.*, 2009)

$$K_e^p] = \int_V \{B\}^T \{B\} dV \quad (98)$$

e

$$M_e^p] = \frac{1}{c_{som}^2} \int_V \{N\} \{N\}^T dV. \quad (99)$$

resulta da Eq. (97), que

$$M_e^p] \{\ddot{P}_e\} + K_e^p] \{P_e\} + \rho_0 [R_e]^T \{\dot{U}_e\} = \{0\}, \quad (100)$$

na qual  $M_e^p]$  é a matriz de massa do fluido em cada elemento,  $K_e^p]$  é a matriz de rigidez da estrutura em cada elemento e  $\rho_0 [R_e]^T$  é a matriz de massa acoplada.

Como a cavidade em estudo possui paredes rígidas, será desconsiderada a interação entre o fluido e a estrutura, ou seja, o último termo da Eq. (100) será suprimido. Assim sendo, a equação que governa a distribuição de pressão resulta em:

$$M_e^p] \{\ddot{P}_e\} + K_e^p] \{P_e\} = \{0\} \quad (101)$$

A equação matricial (101) não considera a dissipação de energia devido à absorção nas fronteiras. A energia dissipada se obtém ao utilizar o termo integrado sobre a superfície  $S$ . Então, utilizando as funções de forma para a pressão (ANSYS, 2002),

$$D = \{\delta P_e\}^T \left( \frac{d}{\rho_0 c} \right) \frac{1}{c_{som}^2} \int_S \{N\} \{N\}^T dS \{\dot{P}_e\} \quad (102)$$

na qual  $d$  é a resistência acústica do material da estrutura e  $\dot{P}_e$  a primeira derivada da pressão em relação ao tempo.

O termo  $D$ , adicionado à equação matricial, Eq. (101), tem como função considerar a perda de energia na superfície da fronteira (interface fluido-estrutura), como é mostrado na equação

$$M_e^p \{\ddot{P}_e\} + [C_e^p] \{\dot{P}_e\} + K_e^p \{P_e\} = \{0\}, \quad (103)$$

na qual  $C_e^p$  é a matriz de absorção do fluido em cada elemento.

### 3.2.3.3 Sistema composto

Uma vez que foram encontradas as equações da cavidade acústica e os parâmetros equivalentes dos ressonadores, é possível montar a equação do sistema composto da mesma forma como é feito no caso vibratório. Seguindo o procedimento do método de elementos finitos para a determinação das matrizes globais e desconsiderando a absorção sonora, pode-se escrever que

$$- {}^2\tilde{M}' + i\Omega\tilde{C}' + \tilde{K}' P(\Omega) = G(\Omega). \quad (104)$$

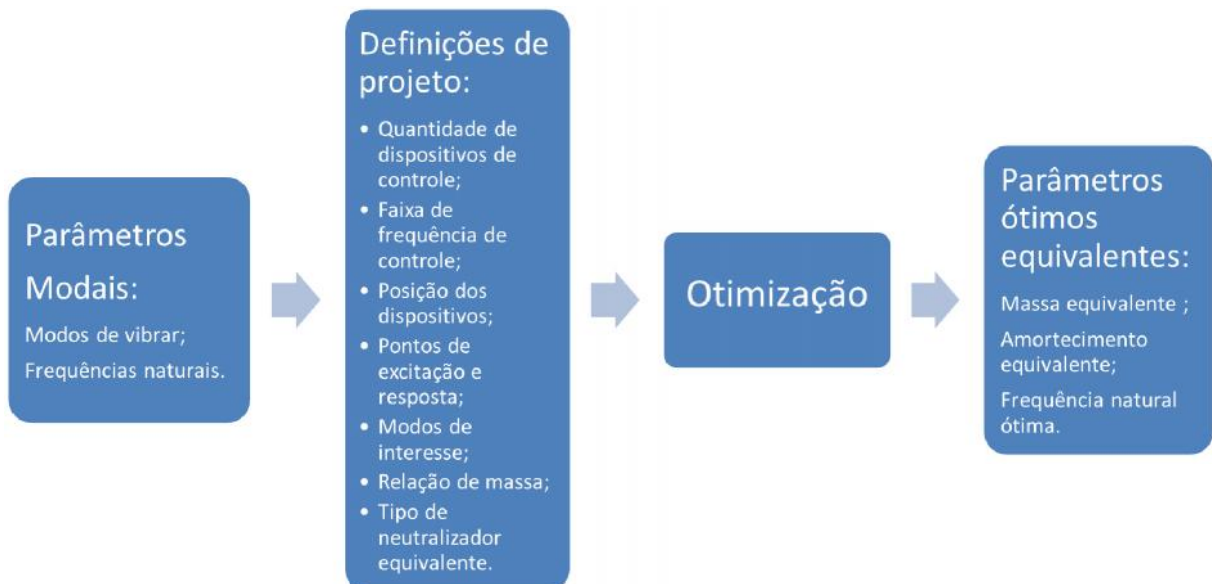
Na equação acima,  $P(\Omega)$  é a distribuição de pressão ao longo da cavidade acústica no domínio da frequência e  $G(\Omega)$  a excitação externa. A Eq. (104) representa o modelo numérico de elementos finitos da resposta acústica livre em uma cavidade de paredes rígidas sem absorção sonora. As matrizes  $[\tilde{M}']$  e  $[\tilde{K}']$  são obtidas através da composição das matrizes globais do sistema primário (GÖRANSSON, 1993), que é a cavidade acústica a controlar, com as matrizes compostas pelos coeficientes de massa e amortecimento equivalentes, da mesma forma que se faz para a metodologia empregada em neutralizadores dinâmicos.

## 3.3 Otimização Não-Linear

Utilizando a mesma ferramenta numérica desenvolvida em *Scilab* pelo grupo GVIBS para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos (BAVASTRI *et al.*, 2007), é possível, a partir da Eq. (104), projetar um sistema de ressonadores, de forma ótima, para reduzir o ruído de uma cavidade acústica, em uma banda larga de frequência, na qual um ou vários modos estão presentes. Essa técnica numérica necessita, como dados de entrada, dos parâmetros

modais da cavidade acústica. Utilizando técnicas de otimização não-linear, ela fornece, como dados de saída, a frequência natural ótima de cada ressonador de Helmholtz uma vez que, neste trabalho, a dissipação de energia do dispositivo de controle foi fixada em um valor pequeno. Também, como é feito em todo projeto de sistemas ressonantes, a massa é fixada seguindo a metodologia implementada em BAVASTRI (1997).

O diagrama de funcionamento da metodologia implementada, no tocante ao processo de otimização utilizado no código escrito em *Scilab*, pode ser visto na Figura 20. Nesse diagrama, pode-se identificar quais os dados de entrada necessários (obtidos a partir das simulações feitas no *ANSYS*, como é mostrado no subtítulo 4.4) e como são obtidos então os dados de saída.



**Figura 20** –Diagrama de otimização.

Os dados de entrada são constituídos pelos modos de vibrar, as frequências naturais correspondentes da cavidade, obtidos através da análise modal no *ANSYS*, e um valor muito pequeno, estimado e constante, de dissipação de energia acústica. Neste trabalho, o ressonador a ser projetado também terá uma capacidade de absorção muito pequena, pela forma como será construído, portanto, para que a otimização não entre em *loop*, foi fixado um certo valor para este parâmetro. Para projetar os ressonadores, foi realizada uma simulação na qual uma excitação de valor unitário é aplicada em um nó próximo a uma das extremidades da cavidade.



Os parâmetros ótimos de saída são as frequências naturais de cada ressonador e, com estas, são fornecidos também a massa acústica equivalente e uma pequena absorção, ambas adotadas. Esses são então substituídos nas Eqs. (1), (2) e (81) para o cálculo dos parâmetros geométricos reais dos ressonadores de Helmholtz, utilizados na realização física do sistema de controle. Para verificar a eficácia desse sistema de controle, foi levantada uma curva de resposta em frequência em um dado ponto arbitrário da cavidade, na extremidade oposta àquela do duto onde a excitação pontual foi introduzida no duto.

O problema de otimização não-linear para neutralizadores viscoelásticos pode ser definido por (BAVASTRI *et al.*, 2007)

$$\min f_{obj}(x) : R^P \rightarrow R \quad (105)$$

sendo que

$$f_{obj}(x) = \left\| \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} |P(\Omega, x)| \right\|_2 \quad (106)$$

e

$$x^T = (\Omega_{n1}, \Omega_{n2}, \dots, \Omega_{np}). \quad (107)$$

Nas expressões acima, as  $\Omega_{np}$  representam as frequências naturais dos ressonadores,  $P(\Omega, x)$  é calculada através da Eq. (76), utilizando a equivalência acústica/mecânica,  $\Omega_1$  é limite inferior da banda de frequência de análise,  $\Omega_2$  é o limite superior,  $x$  é o vetor projeto e  $f_{obj}(x)$  é a função objetivo ou custo. O problema de otimização deve obedecer à seguinte desigualdade imposta neste trabalho:

$$x_i^L < x_i < x_i^U \quad (108)$$

sendo  $x_i^L$  e  $x_i^U$  os limites inferior e superior, respectivamente, de cada componente do vetor projeto. O método de otimização utilizado foi o de Quasi Newton (Davidon-Fletcher-Powell) (ARORA, 1989).

A técnica de otimização não-linear proposta em BAVASTRI *et al.* (2007) permite o uso de diferentes tipos de neutralizadores dinâmicos, podendo-se aplicar também, devido à sua generalidade, para o caso acústico de ressonadores de Helmholtz.

### 3.4 Transmissibilidade

Para um sistema linear elementar sob excitação estacionária  $f(t)$ , a autocorrelação da resposta  $x(t)$  é dada por (BENAROYA e HAN, 2005)

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha)g(\gamma)R_{ff}(\tau + \gamma - \alpha)d\alpha d\gamma \quad (109)$$

$g(t)$  é a função resposta ao impulso do sistema.

Ao se aplicar a transformada de Fourier na função de autocorrelação  $R_{xx}$ , obtém-se a densidade espectral de potência  $S_{XX}(\Omega)$ , que é uma em função da frequência. Ou seja,

$$S_{XX}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-i\Omega\tau}d\tau \quad (110)$$

na qual  $\tau$  representa a variação do tempo  $t$ .

Substituindo a Eq. (109) na Eq. (110) e fazendo  $\sigma = \tau + \gamma - \alpha$ , decorre que a densidade espectral entre a resposta e a excitação é

$$S_{XX}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\Omega\tau} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha)g(\gamma)R_{ff}(\sigma)d\alpha d\gamma \right] d\tau \quad (111)$$

Simplificando a Eq. (111), chega-se a

$$S_{XX}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\alpha)e^{-i\Omega\alpha}d\alpha \cdot \int_{-\infty}^{\infty} g(\gamma)e^{+i\Omega\beta}d\gamma \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\sigma)e^{-i\Omega\sigma}d\sigma. \quad (112)$$

Portanto,

$$S_{XX}(\Omega) = H(\Omega)H^*(\Omega)S_{FF}(\Omega) \quad (113)$$

onde  $H(\Omega)$  é a função resposta em frequência do sistema e representa o complexo conjugado.

A Eq. (113) pode também ser escrita da forma

$$S_{XX}(\Omega) = |H(\Omega)|^2 S_{FF}(\Omega). \quad (114)$$

A Eq. (114) é o resultado fundamental para respostas e excitações aleatórias e sistemas lineares, posto que relaciona a densidade espectral de saída  $S_{FF}(\Omega)$  com a densidade espectral de entrada  $S_{XX}(\Omega)$  e o módulo da função resposta em frequência do sistema  $|H(\Omega)|^2$ . A partir

dela, o módulo da função resposta em frequência (FRF) pode ser obtido através da relação entre as densidades espectrais de excitação e resposta, uma vez que

$$|H(\Omega)|^2 = \frac{S_{XX}(\Omega)}{S_{FF}(\Omega)} \quad (115)$$

Essa relação pode ser estendida para um sistema linear não elementar, com várias excitações e respostas. Assim sendo, uma transmissibilidade, entendida como razão entre duas respostas em pontos distintos, para uma mesma excitação, pode ter seu módulo calculado através de

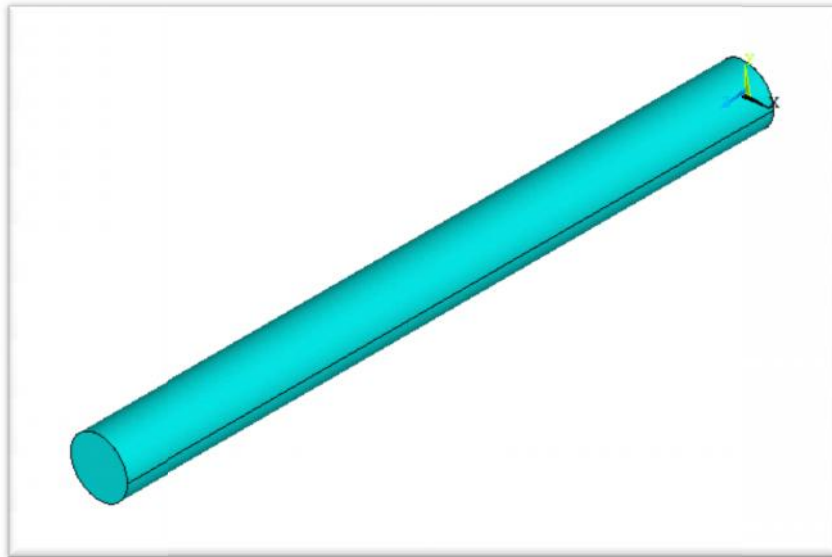
$$|T(\Omega)|^2 = \frac{S_{XX}(\Omega)}{S'_{XX}(\Omega)} \quad (116)$$

na qual  $S_{XX}(\Omega)$  é a densidade espectral da resposta em um ponto do sistema e  $S'_{XX}(\Omega)$  a densidade espectral da resposta em outro ponto deste.

No caso de uma análise em uma cavidade acústica, pode-se dizer que a transmissibilidade é a relação entre duas respostas de pressão medidas em dois pontos distintos, para uma dada condição de excitação.

#### 4 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Com o objetivo de implementar a metodologia proposta, foram realizadas simulações numéricas em uma cavidade acústica. Ela consistia em um duto de seção transversal circular de  $0,175m$  de diâmetro e  $2m$  de comprimento, conforme pode ser visto na Figura 21. Neste capítulo, são calculados os parâmetros modais da cavidade acústica acima mencionada, através de um modelo de elementos finitos construído no *software ANSYS*, ao passo que o projeto ótimo dos ressonadores é implementado através de códigos próprios, desenvolvidos pelo grupo de pesquisa GVIBS/CNPq.



**Figura 21** –Cavidade acústica de seção transversal circular utilizada nas simulações numéricas.

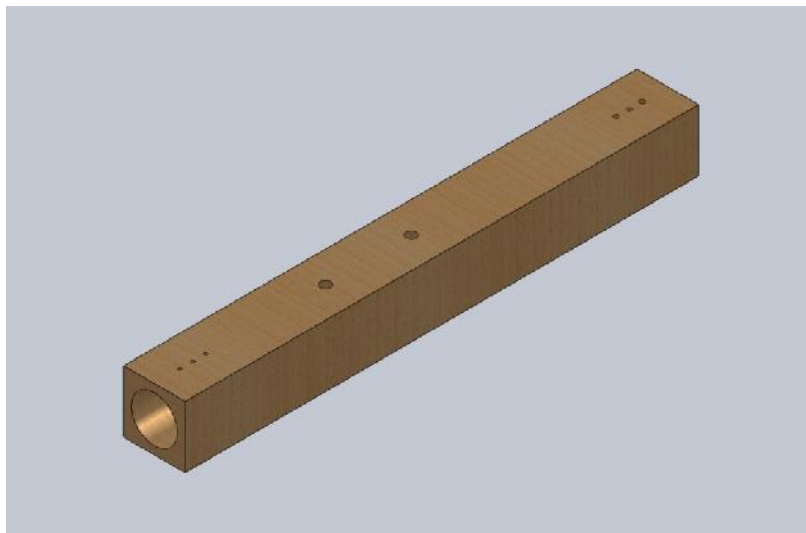
Após a utilização dos códigos próprios, desenvolvidos na linguagem *SCILAB*, encontram-se os parâmetros ótimos dos ressonadores, seguindo a filosofia de BAVASTRI *et al.*(2007). Com os parâmetros ótimos, é possível calcular, a partir das Eqs. (1) e (2), os parâmetros geométricos dos ressonadores. Para verificar se estes parâmetros geométricos são corretos, foram realizadas simulações numéricas em um modelo feito no *software ANSYS*. Assim, as frequências naturais dos ressonadores obtidas via elementos finitos foram comparadas com aquelas obtidas analiticamente e via otimização.

Por último, os ressonadores são acoplados na cavidade acústica e uma análise modal e outra harmônica foram realizadas via *ANSYS*. O resultado de resposta, assim como a análise

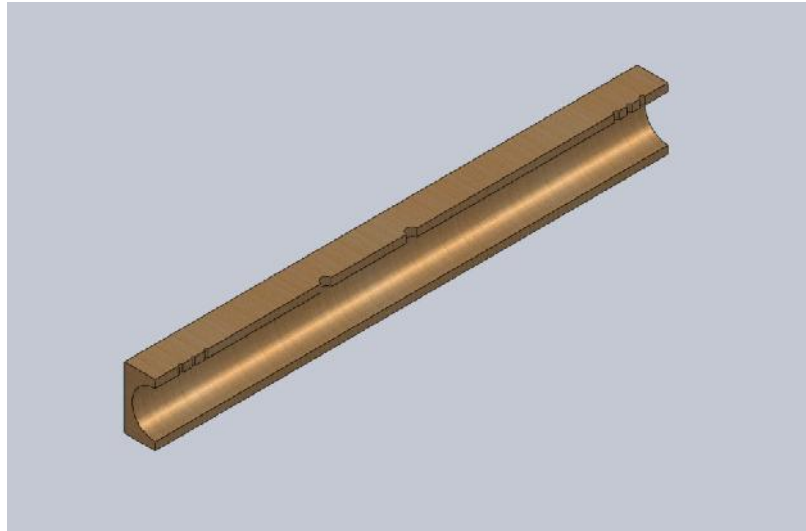
modal, permite verificar o comportamento dinâmico da cavidade acústica com os ressonadores.

#### 4.1 Características do Duto

A cavidade acústica utilizada neste trabalho foi um duto de madeira itaúba. Devido às características dimensionais do duto e às propriedades da madeira utilizada, foi desconsiderada no modelo a interação fluido-estrutura, ou, o que é equivalente, o duto foi considerado como sendo de paredes rígidas. Nas Figuras 22 e 23 podem ser vistas uma ilustração do duto e um corte longitudinal, respectivamente. Observa-se que, a partir da Figura 23, que os furos de menor tamanho, nas extremidades do duto, servem para posicionar os microfones de medição, enquanto os furos na parte central, maiores, servem para colocar os atuadores de controle (ressonadores).



**Figura 22** –Esquema da cavidade acústica.



**Figura 23** – Corte longitudinal da cavidade acústica.

A frequência de corte para esse duto é de 980Hz. Abaixo dessa frequência, têm-se ondas planas. Esta frequência pode ser calculada através de (LIMA, 2001):

$$f_{corte} = \frac{c_{som}}{2.b} \quad (117)$$

na qual  $f_{corte}$  é a frequência de corte e  $b$  a maior medida transversal do duto. Neste trabalho, foi considerado a velocidade do som de 343m/s, que é a velocidade no ar numa temperatura de 10°C (KINSLER *et al.*, 1982).

#### 4.2 Caracterização da Cavidade Acústica - Parâmetros Modais

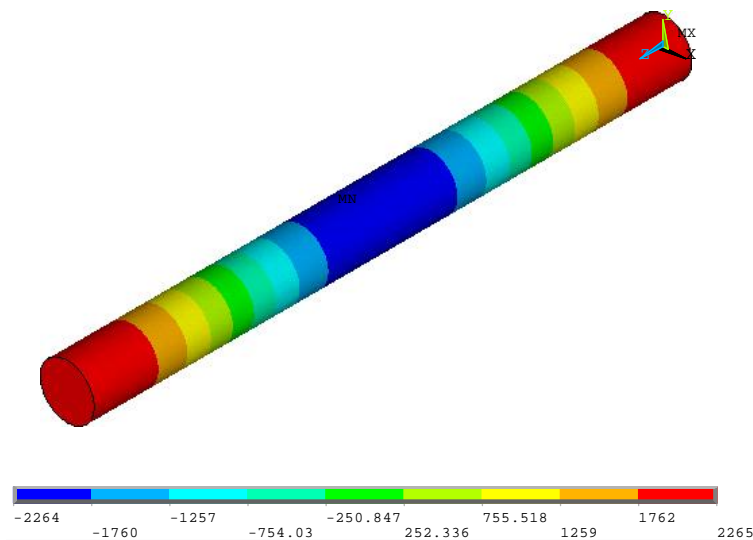
Para obter os parâmetros modais da cavidade apresentada nas Figuras 22 e 23, foi utilizado um modelo de elementos finitos construído no *software ANSYS*. Para a criação da malha, utilizou-se o elemento FLUID30 tridimensional (considerando estrutura rígida, ou seja, sem interação fluido-estrutura). Como condição de contorno, ambas as extremidades foram consideradas abertas.

Uma análise modal foi realizada para se obter as 10 primeiras frequências naturais da cavidade. Essas frequências podem ser vistas na Tabela 2.

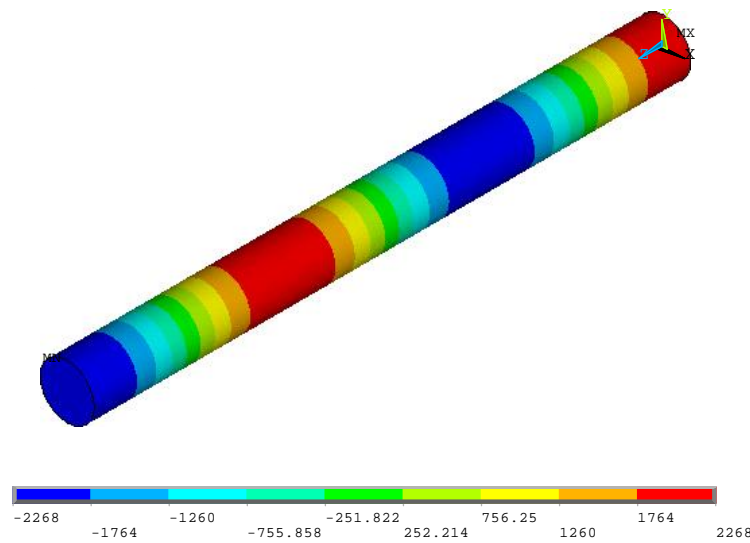
**Tabela 2** – Frequências naturais da cavidade acústica obtidas numericamente.

Modo	Frequência [Hz]
1	88,8974
2	177,92
3	267,163
4	356,792
5	446,811
6	537,518
7	628,859
8	721,273
9	814,658
10	909,115

As Figuras 24 e 25 Figura 24 mostram a distribuição de pressão de dois dos modos de vibrar calculados do duto, os correspondentes à segunda e à terceira frequências naturais, respectivamente, os quais foram escolhidos para o controle de ruído com os ressonadores. Não foi escolhida a primeira frequência natural, por se encontrar muito próxima à frequência de excitação mínima do auto falante utilizado nos experimentos.



**Figura 24** – Distribuição de pressão da segunda frequência natural.



**Figura 25** –Distribuição de pressão da terceira frequência natural.

#### 4.3 Código Numérico Utilizado para o Projeto dos Ressonadores

Para o projeto dos ressonadores, devido à analogia encontrada entre sistemas mecânicos e acústicos, foi utilizado um código em *Scilab* desenvolvido pelo grupo GVIBS, com o objetivo de otimizar dispositivos de controle de vibração, quais sejam neutralizadores dinâmicos, em estruturas geometricamente complexas. O código permite calcular os parâmetros geométricos ótimos de diferentes modelos de sistemas ressonantes, que até o presente trabalho, eram todos neutralizadores dinâmicos para controle de vibrações. Como um ressonador, pelas características intrínsecas, possui pouca dissipação de energia acústica, a faixa de frequência de controle foi uma faixa estreita ao redor de cada uma das frequências naturais escolhidas para controle.

Assim, o mesmo código utilizado no projeto de neutralizadores dinâmicos, para controle de vibrações, permite calcular os parâmetros geométricos dos ressonadores de Helmholtz, em controle passivo de ruído. Como dados de entrada, ao código devem ser fornecidos os seguintes parâmetros:

- Parâmetros modais do sistema a controlar – cavidade acústica;
- Modos a controlar – segundo e terceiro modos;
- Faixa de frequência de controle – 170 a 280Hz;



- Localização dos ressonadores – posição dos nós que correspondam aos pontos de máxima amplitude de pressão, ou seja, as localizações de 1m e 1,33m da extremidade na qual o auto-falante está instalado, controlando respectivamente o segundo e o terceiro modo.

Como dados de saída, o programa fornece as frequências naturais dos ressonadores, as dimensões desses e a capacidade correspondente de dissipar energia acústica. Importante ressaltar que esta última propriedade não foi considerada no vetor projeto, e sim fixada em um valor pequeno de referência, para evitar que a resposta atingisse valores infinitos, o que é justificável, porque, na prática, esses dispositivos de controle, assim como todo sistema real, possuem uma certa capacidade de dissipar energia acústica. Esses dados, quando substituídos nas Eqs. (80), (81) e (1), podem ser convertidos nos parâmetros geométricos dos ressonadores de Helmholtz, assim, conduzir à sua realização física. Os parâmetros ótimos encontrados estão na Tabela 3.

**Tabela 3** – Parâmetros ótimos dos ressonadores de Helmholtz.

Modo	Frequência ótima [Hz]	Massa acústica equivalente
2	178,25	1,23E-08
3	267,12	2,45E-08

#### 4.4 Obtenção dos Parâmetros Geométricos

Utilizando a analogia entre sistemas vibrantes e acústicos proposta no terceiro capítulo, é possível converter os parâmetros fornecidos pelo programa em *Scilab* – para o projeto de neutralizadores dinâmicos – em um ressonador de Helmholtz equivalente.

A partir das Eqs. (1) e (2) – utilizadas para determinar a frequência natural de um ressonador de Helmholtz – foram encontrados os parâmetros geométricos ótimos dos ressonadores. Para a Eq. (2), relativo ao dimensionamento do pescoço, aplicou-se o fator de correção no valor de 1,2. Para definir este valor de correção, AUGUST *et al.* (2009) estudaram várias sugestões da literatura em relação a esse tópico, realizaram e compararam e chegaram à conclusão que o valor de correção de 1,2 provoca uma frequência natural mais próxima do valor obtido analiticamente, conforme discutido no Apêndice B.

Os cálculos apresentados no Apêndice C foram aplicados na geração das geometrias dos ressonadores de Helmholtz, que devem acondicionar a cavidade acústica apresentada anteriormente, na faixa de frequência de interesse. Os parâmetros geométricos, obtidos após a aplicação das equações analíticas do ressonador de Helmholtz, são apresentados na Tabela 4.

**Tabela 4** – Parâmetros geométricos dos ressonadores de Helmholtz.

Modo	Frequência ótima [Hz]	Raio pescoço [m]	Comprimento pescoço [m]	Raio corpo [m]	Comprimento corpo [m]
2	178,25	0,018	0,039	0,050	0,201
3	267,12	0,018	0,039	0,050	0,089

#### 4.5 Estudo da Eficácia do Ressonador Através de um Modelo de Elementos Finitos

Uma vez determinados os parâmetros geométricos ótimos dos ressonadores, modelos desses, com as dimensões encontradas, foram implementados no *software ANSYS*. O objetivo desse estudo era verificar se as dimensões encontradas conduziram às frequências naturais dos ressonadores necessárias para o controle do segundo e do terceiro modos do duto.

Para a criação da malha dos ressonadores da Tabela 3, utilizou-se o elemento *FLUID30* tridimensional, considerando a hipótese de estrutura com parede rígida. Como condição de contorno, aplicou-se pressão relativa nula na extremidade aberta do pescoço. Ao tentar se aproximar as frequências naturais de cada um dos ressonadores com o valor ótimo, foi necessário fazer alguns ajustes nas dimensões dos mesmos.

As novas dimensões dos ressonadores encontradas, relacionadas na Tabela 5, são tais que a frequência natural obtida através do modelo de elementos finitos seja a mais próxima da desejada, conforme Tabela 4. Para obter um erro em frequências de 0,12 e 0,54%, para controlar o segundo e terceiro modo, respectivamente, os erros relacionados com o comprimento do corpo de cada ressonador, obtidos de forma analítica e numérica via *ANSYS* foram, respectivamente, 8,6 e 14,8%. Os resultados numéricos e analíticos das frequências naturais são apresentados na Tabela 6.

**Tabela 5** – Dimensões encontradas durante simulação por elementos finitos para os ressonadores de Helmholtz.

Modo	Frequência ótima [Hz]	Raio pescoço [m]	Comprimento pescoço [m]	Raio corpo [m]	Comprimento corpo [m]
2	178,25	0,018	0,039	0,05	0,185
3	267,12	0,018	0,039	0,05	0,105

**Tabela 6** – Frequências naturais encontradas numericamente e analiticamente.

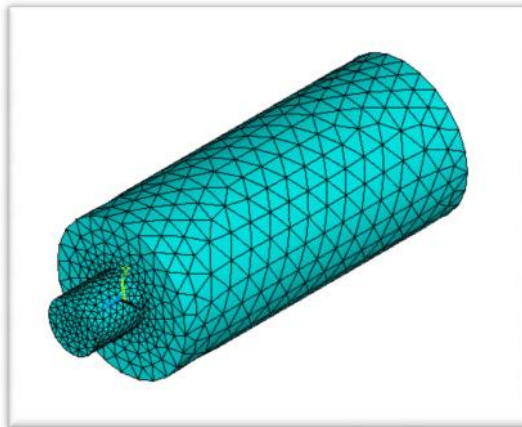
Modo	Frequência ótima [Hz]	Frequência ANSYS	Erro
2	178,25	178,46	0,12%
3	267,12	268,57	0,54%

A diferença percentual apresentada nas tabelas é calculada através de

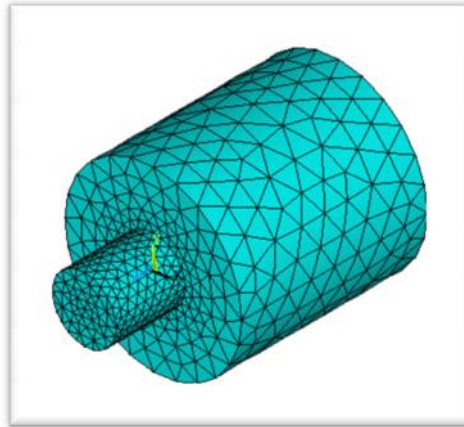
$$Diferença\ percentual = \left( \frac{f_{0EF} - f_{0calc}}{f_{0EF}} \right) \cdot 100, \quad (118)$$

na qual  $f_{0EF}$  representa a frequência obtida via elementos finitos e  $f_{0calc}$  a frequência obtida analiticamente através das Eqs. (1) e (2). Ou seja, tomou-se o valor encontrado por elementos finitos como sendo o de referência.

Os modelos de ressonadores considerados na análise numérica podem ser vistos nas Figura 26 e Figura 27, sendo a primeira a malha do ressonador para controlar o segundo modo e a outra para o controle do terceiro modo de vibrar.

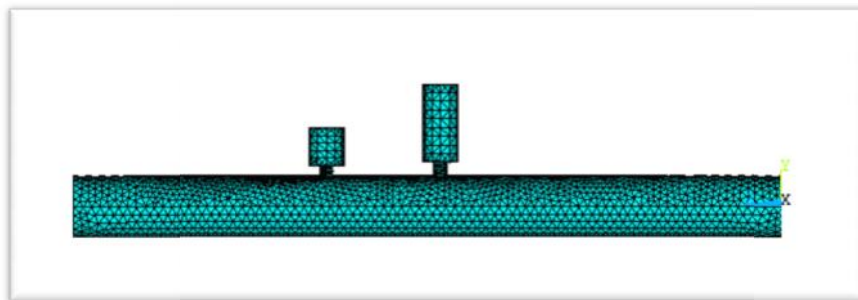


**Figura 26** – Malha do ressonador para o controle do segundo modo de vibrar.



**Figura 27** – Malha do ressonador para o controle do terceiro modo de vibrar.

Calibrados os modelos dos ressonadores, os mesmos foram acoplados à cavidade acústica em estudo e uma nova análise modal e um levantamento de resposta em frequência foram realizados no *software* comercial *ANSYS*, para efeitos de comparação com a resposta obtida pelo programa de projeto ótimo de neutralizadores em *Scilab*. Diferentemente do que foi simulado no programa em *Scilab*, as simulações feitas através do *ANSYS* não consideraram a absorção acústica da cavidade (sistema primário). Neste caso, também, foi aplicada uma excitação de valor unitário em um nó, em uma das extremidades da cavidade, e foi medida a resposta de pressão na outra extremidade da mesma. A malha do sistema composto pode ser visualizada na Figura 28.



**Figura 28** – Malha da cavidade acústica com os dois ressonadores acoplados.

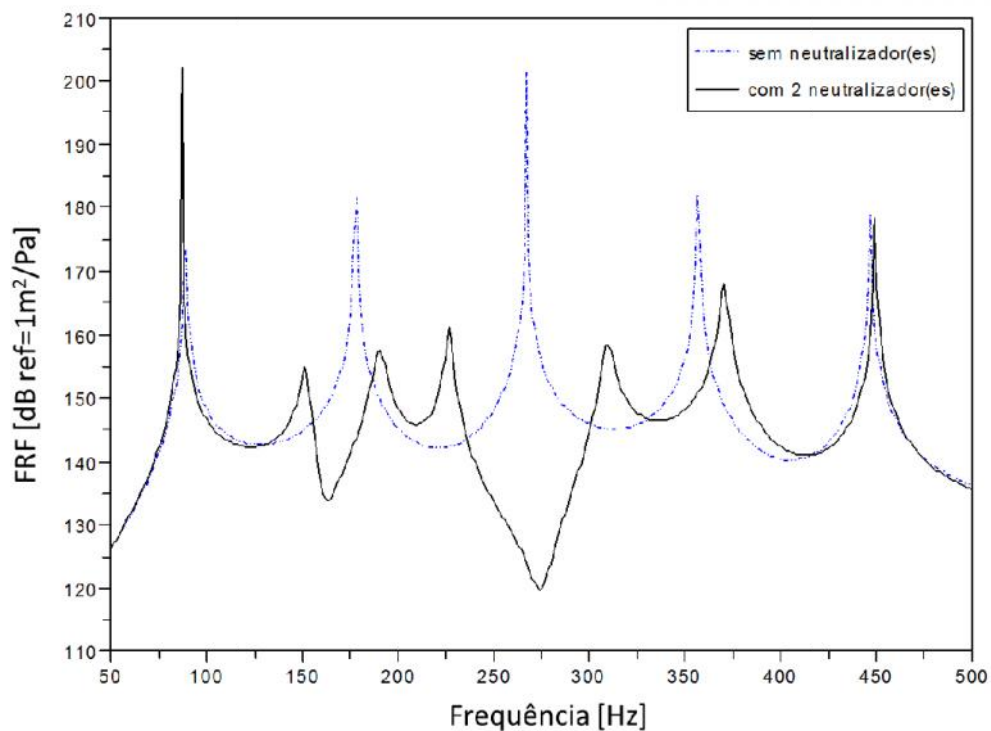
Como esperado, no lugar das frequências iniciais do sistema primário, foram encontradas duas novas frequências naturais do sistema composto no lugar de cada frequência sob controle. Esse é o efeito que um neutralizador dinâmico, neste caso um ressonador de Helmholtz, provoca em um sistema primário. Na Tabela 7, são mostradas as frequências naturais do sistema composto, após a fixação dos ressonadores ótimos.

**Tabela 7** – Novas frequências naturais do sistema cavidade acústica e ressonadores.

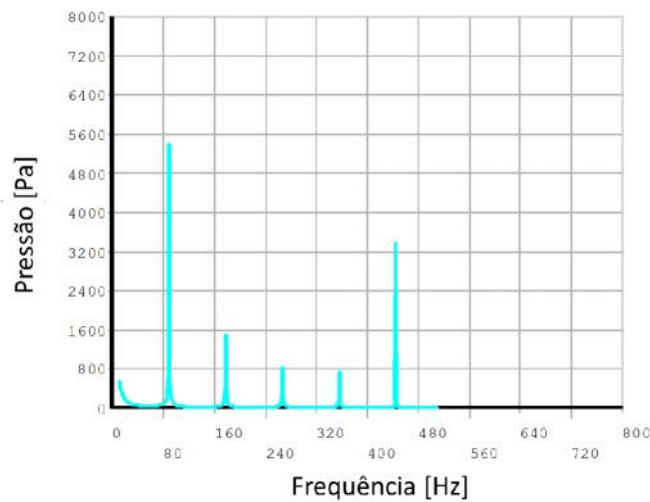
Modo	Frequência [Hz]
1	85,48
2a	147,11
2b	187,31
3a	241,06
3b	287,42
4	346,77
5	432,06

Pode-se notar que o ressonador desempenhou a função para a qual foi projetado, pois “dividiu” a segunda frequência, 177Hz, em outras duas, 147Hz e 187Hz. Da mesma forma, “dividiu” a terceira frequência, 268Hz, em 241Hz e 287Hz.

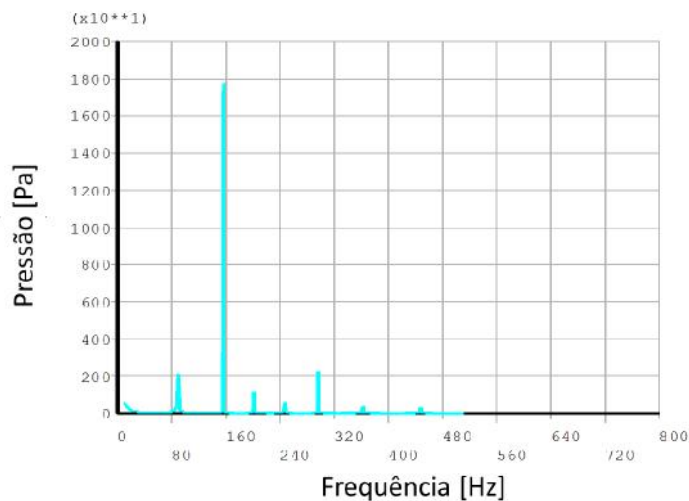
A Figura 29 mostra o resultado quando a cavidade acústica é excitada por uma excitação pontual de valor unitário e responde em um outro ponto distinto, resultado esse obtido no código em *Scilab* com os ressonadores projetados. O gráfico da Figura 29 apresenta uma relação logarítmica entre a excitação e a resposta. Trata-se de uma função resposta em frequência (FRF) obtida via simulação numérica, mostrando a ação dos ressonadores.

**Figura 29** – Respostas em frequência obtidas no *Scilab*.

A Figura 30 mostra a análise harmônica, encontrada via ANSYS, da cavidade acústica sem os ressonadores, enquanto a Figura 31, corresponde à situação de quando os ressonadores projetados são inseridos na cavidade acústica. Ambos os gráficos apresentam o resultado da relação linear entre a excitação em um ponto e a resposta medida em um ponto distinto. Apesar da curva da Figura 29 ser logarítmica e as das Figuras 30 e 31 serem lineares, é possível fazer uma comparação entre elas pois, observa-se, fundamentalmente, que as frequências naturais encontradas na cavidade com e sem os ressonadores em ambos os métodos foram próximos.



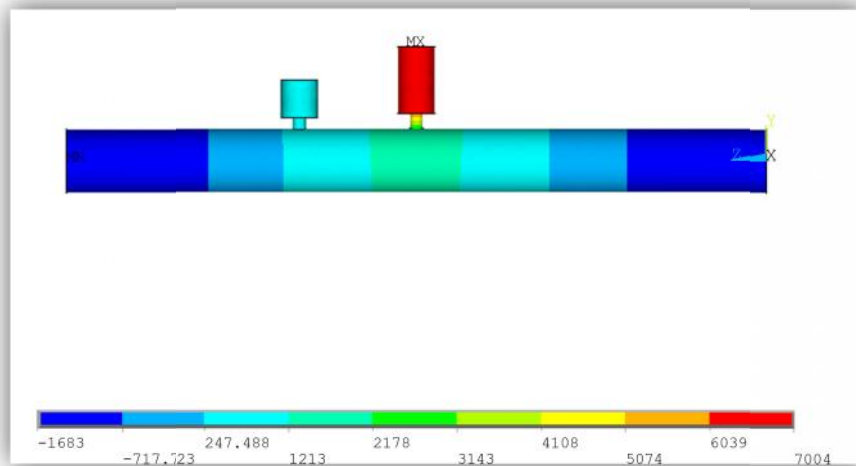
**Figura 30** –Resposta em frequência obtida pelo modelo numérico sem os ressonadores acoplados na cavidade acústica.



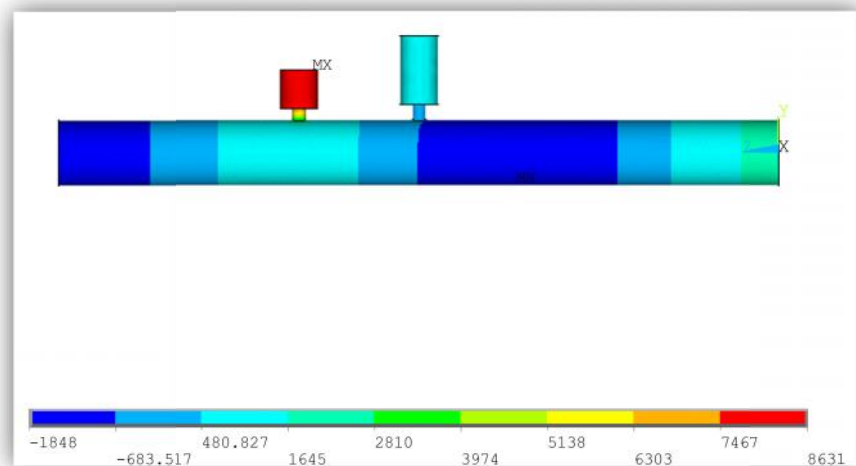
**Figura 31** –Resposta em frequência obtida pelo modelo numérico com os ressonadores acoplados na cavidade acústica.

Importante ressaltar que nos resultados obtidos com o *software* ANSYS não foi considerada a absorção de energia acústica. Já no código em Scilab, um pequeno valor para a absorção foi adotado, apenas para evitar que a resposta tendesse para infinito.

Pode-se observar que o controle ocorreu com êxito a partir das Figuras 32 e 33, nas quais a nova distribuição de pressão é apresentada após o acoplamento dos ressonadores na cavidade. Nota-se que quando o sistema é excitado próximo à segunda frequência natural do sistema primário, a pressão é concentrada no ressonador da direita, e quando é excitado próximo à terceira frequência, a pressão se concentra no ressonador da esquerda.



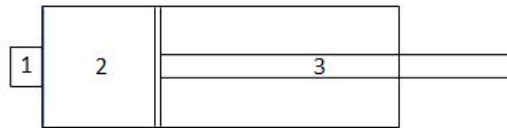
**Figura 32** –Distribuição de pressão com concentração de pressão no ressonador da direita quando excitado na segunda frequência natural da cavidade.



**Figura 33** –Distribuição de pressão com concentração de pressão no ressonador da esquerda quando excitado na terceira frequência natural da cavidade.

#### 4.6 Definição da Geometria do Protótipo

Como estudado no trabalho de AUGUST *et al.* (2009), a geometria escolhida foi a cilíndrica, tanto por ser de fácil construção como por apresentar erros aceitáveis nas frequências naturais resultantes. Na Figura 34, pode-se ver um esquema de como os ressonadores serão montados e utilizados nas medições experimentais. A região 1 representa o pescoço (equivalente a massa de um neutralizador), a região 2 representa o corpo ou volume do ressonador (equivalente a mola de um neutralizador) e a região 3 representa o êmbolo, o qual permite que o volume do ressonador seja alterado de forma a se sintonizar a frequência natural desejada.



**Figura 34** –Esquema do ressonador de Helmholtz utilizado.



## 5 MEDIÇÕES EXPERIMENTAIS

Neste capítulo, mostra-se como foi realizada a parte experimental desse trabalho. Inicialmente, é descrita a relação dos equipamentos utilizados e, na sequência, a metodologia utilizada para a realização dos experimentos. Por último, são mostrados os resultados encontrados nas diferentes medições com o duto e com o sistema composto, duto e ressonadores.

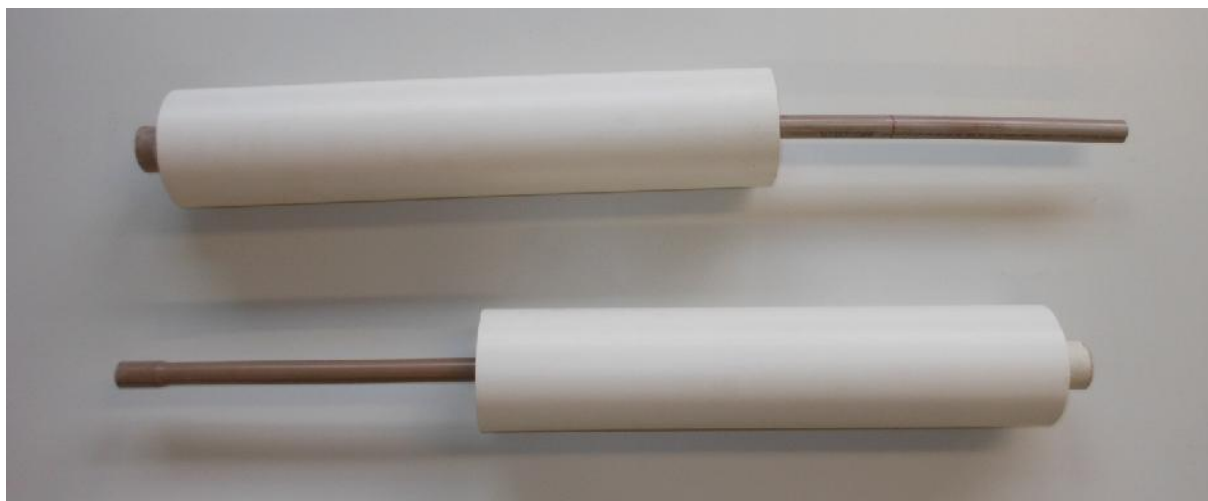
### 5.1 Descrição dos Equipamentos

A cavidade acústica real, que pode ser visualizada na Figura 35, foi constituída de madeira do tipo Itaúba. Essa madeira foi escolhida por ter uma elevada densidade e ser rígida o suficiente para as paredes da cavidade não se transformarem em fontes sonoras secundárias. Isto permitiu desconsiderar o efeito de interação entre fluido-estrutura, mencionado no capítulo 4.



**Figura 35** – Cavidade acústica utilizada nas medições experimentais.

Para a fabricação dos ressonadores, foi empregado um tubo de PVC, cujos diâmetro e espessura é de  $100\text{mm}$  e  $2\text{mm}$ , respectivamente. No pescoço, também foi usado um tubo de PVC, com  $40\text{mm}$  de diâmetro e  $2\text{mm}$  de espessura. Esses ressonadores são dotados de um êmbolo de madeira compensada, o qual regula o volume do corpo (rigidez equivalente), podendo assim variar a frequência natural do dispositivo. A Figura 36 mostra os ressonadores reais utilizados nas medições.



**Figura 36** –Ressonadores utilizados nas medições.

A fonte excitadora, mostrada na Figura 37, foi um auto-falante SELENIUM *woofer* 8PW3 que gera sons em frequências de 70Hz a 8kHz, com uma potência de 125W. Possuindo diâmetro nominal de 205mm, esse autofalante foi instalado em uma das extremidades da cavidade acústica, como ilustrado na Figura 44.



**Figura 37** –Fonte excitadora utilizada nas medições.

Por suas características de pequeno tamanho, alta precisão e sensibilidade sobre todo o espectro de frequência necessário, os microfones selecionados para a captura do sinal acústico, apresentados nas Figuras 38 e 39, foram os PCB Piezotronics de  $1/2$  pol e  $1/4$  pol, respectivamente. O primeiro microfone é do modelo 130D20, com número de série 22973 e o segundo do modelo 377B02, com número de série 115991. Ressalta-se ainda que sua superfície plana evita a geração de turbulência ao fluxo do fluido (ar) no interior do duto. Esses microfones cobrem uma faixa de frequências de 10Hz a 10kHz e possuem uma sensibilidade de 46,1 mV/Pa e 56,25 mV/Pa, respectivamente.



**Figura 38** – Microfone utilizado na entrada da cavidade nas medições experimentais.



**Figura 39** – Microfone utilizado na saída da cavidade nas medições experimentais.

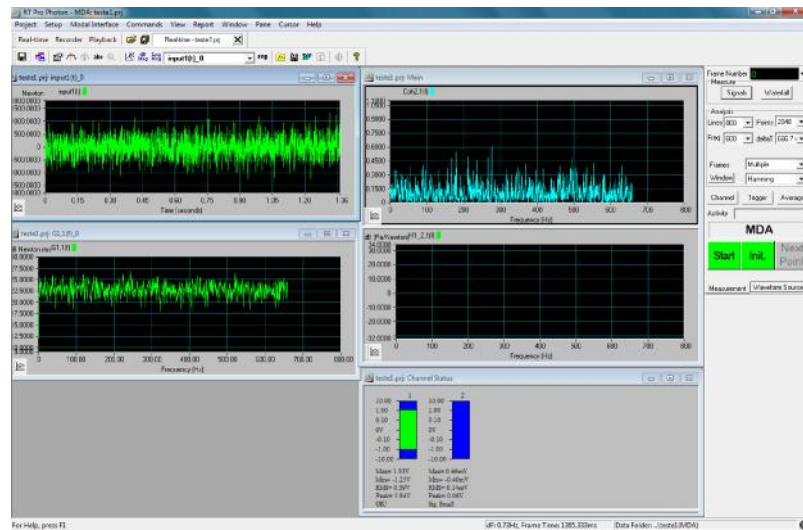
Um amplificador de potência da *Labworks Inc.*, modelo PA-138-1, foi utilizado para aumentar o nível de tensão do sinal gerado pelo analisador de sinais assim passar o sinal para a fonte sonora, excitando a cavidade acústica. Esse amplificador pode ser visualizado na Figura 40.



**Figura 40** – Amplificador de potência utilizado nas medições experimentais.

O analisador de sinais utilizado para receber os dados obtidos durante as medições experimentais e gerar o sinal de excitação foi o *RT Pro Photon*, que trabalhava interfaceado com um computador portátil. Com ele, foi possível mandar um sinal para o amplificador de potência, correspondente à excitação desejada, e receber os sinais dos microfones, para análise do

comportamento da cavidade acústica. Na Figura 41, é possível visualizar um exemplo de uma tela do programa do analisador de sinais, durante uma das medições efetuadas.



**Figura 41** – Exemplo da tela do programa do RT Pro Photon.

O ambiente acústico no qual o duto está instalado consiste em uma sala de  $7m \times 5m$ . A mesma não é acusticamente isolada, o que poderia provocar perdas e erros não mensuráveis de medição. Por outro lado, as medições realizadas não tem como objetivo serem medidas absolutas e sim como comparação entre os níveis de ruído no interior do duto com e sem os dispositivos de controle, ou seja, os ressonadores de Helmholtz.

## 5.2 Descrição do Experimento

### 5.2.1 Obtenção das frequências naturais reais da cavidade acústica

O experimento montado para a verificação da metodologia proposta pode ser visualizado na **Figura 42**

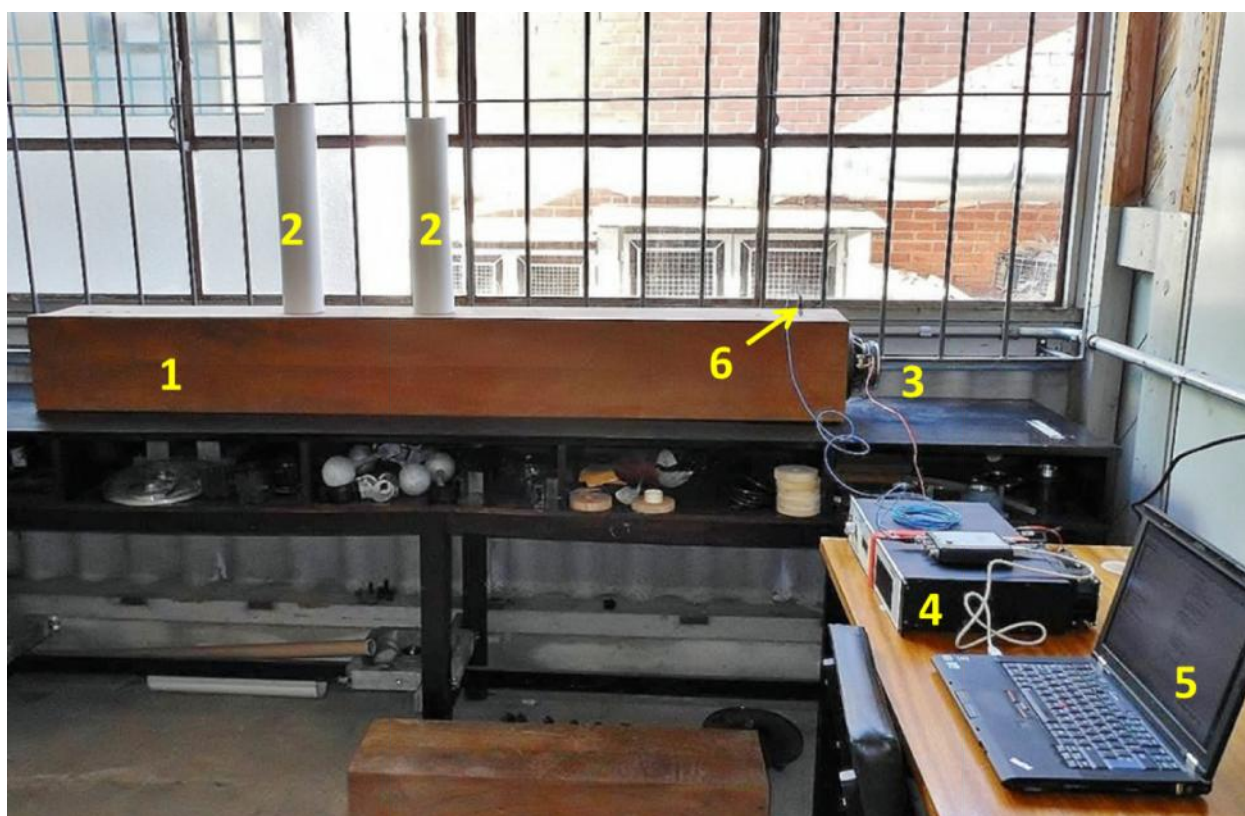


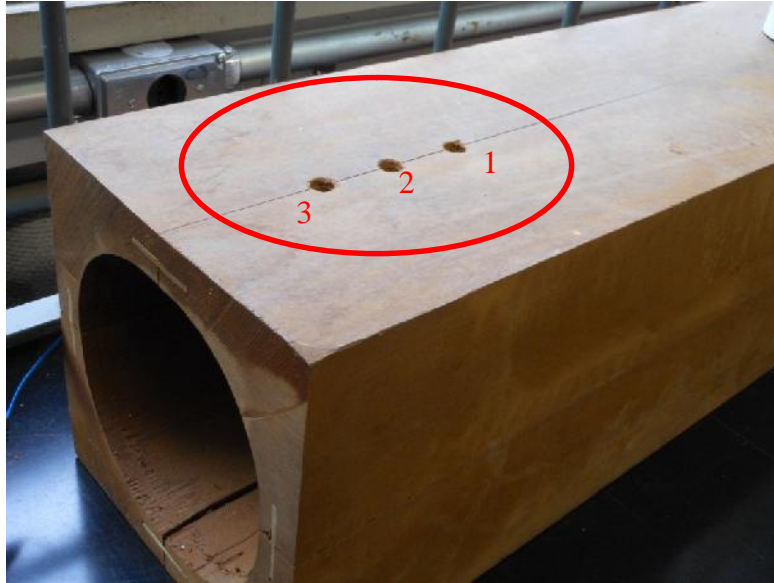
Figura 42. O experimento ocorreu na seguinte sequência:

- Geração da excitação via analisador de sinais e computador portátil (item 5 da Figura 42);
- Amplificação da excitação via amplificador de potência (item 4);
- Transformação da excitação na fonte sonora via autofalante (item 3) ligado ao duto (item 1);
- Medição do comportamento acústico do duto (item 1) com e sem os ressonadores de Helmholtz (item 2) acoplados através de microfones (item 6);
- Recebimento dos dados das medições e análise dos mesmos, através do analisador de sinais e do computador portátil (item 5).

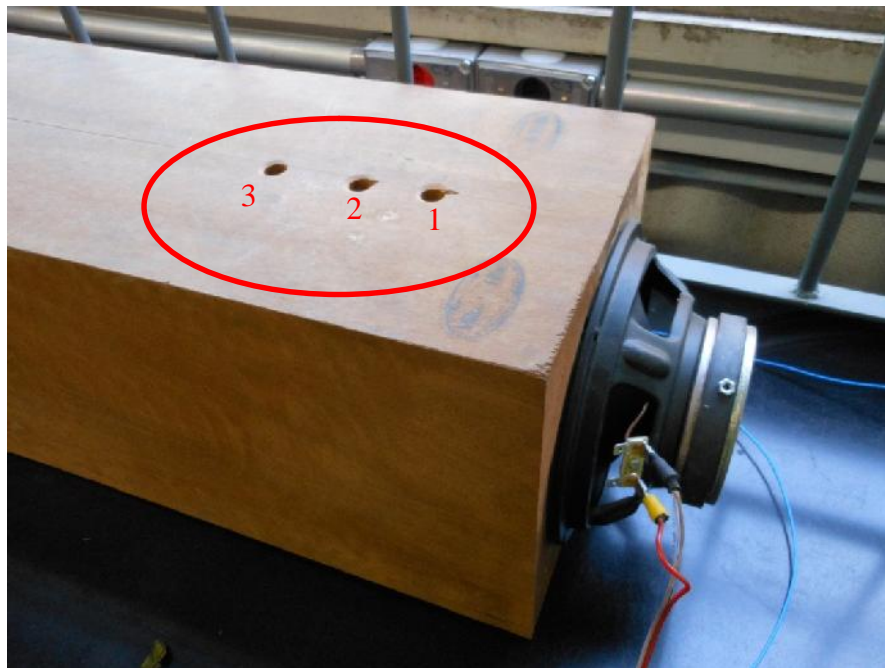


**Figura 42** – Experimento real montado.

Foram feitos seis furos para a localização dos microfones, três a  $10\text{cm}$  da abertura na qual o aut falante se encontra, separados por  $5\text{cm}$ , e outros três na outra extremidade, a  $10\text{cm}$  dessa e também espaçados em  $5\text{cm}$ , como pode ser visto nas Figuras 43 e 44, respectivamente. O objetivo desses furos é fazer a análise do ruído gerado pelo auto falante perto da fonte e depois de atravessar a cavidade, ou seja, antes e depois do controle dos resonadores. O fato de serem três em cada extremidade é para garantir que todos os modos de interesse estejam sendo captados pelos microfones. Essa região foi escolhida para as medições pois, nos modos que estão sendo estudados, e nos modos adjacentes, há picos de pressão acústica, ou seja, pode-se observar uma resposta quando uma excitação sonora é gerada, sem perda de algum modo pelo fato de se medir em um nó de algum deles.



**Figura 43** – Cavidade acústica utilizada nas medições experimentais mostrando os três furos utilizados para a inserção do microfone distante do auto-falante.



**Figura 44** – Cavidade acústica utilizada nas medições experimentais mostrando os três furos utilizados para a inserção do microfone próximo do auto-falante.

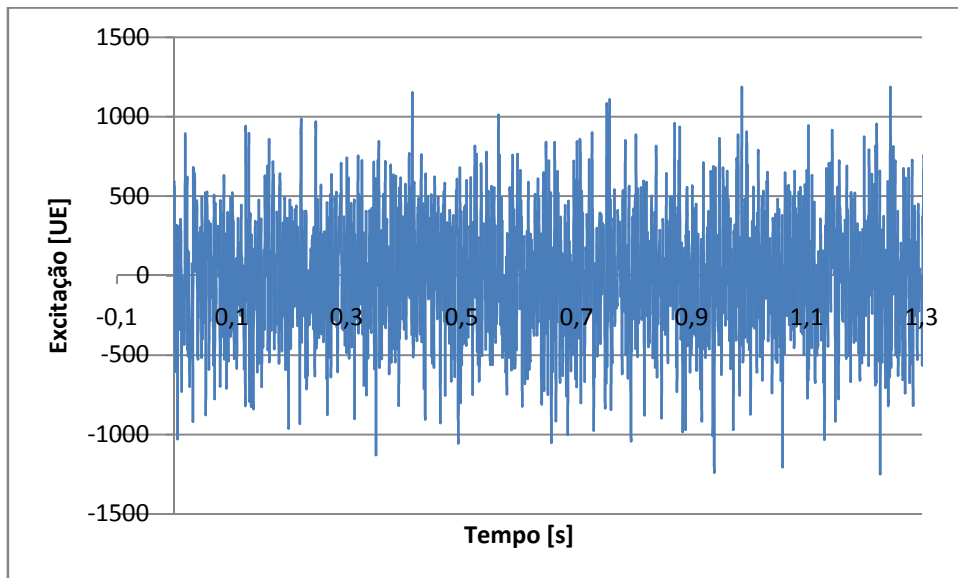
Foram geradas três formas de excitação sonora através do analisador de sinais: ruído branco, *shaped random* e *chirp*, sendo que a excitação escolhida neste trabalho foi ruído branco. Em todas essas medições, foi utilizada uma janela Hanning. Essa janela é a mais utilizada em análises espectrais pois possui um decaimento em suas extremidade, o que reduz o vazamento de energia ao representar o sinal em frequência (LATHI, 2004). A função que representa essa janela é

$$w(t) = 0,5 \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \right] \quad (119)$$

onde  $w(t)$  representa a janela no domínio do tempo  $t$  e  $T$  o tamanho da mesma. Ao se usar esse tipo de janelamento, minimiza-se a influência dos valores das extremidades dos intervalos amostrados (PACHECO, 2007).

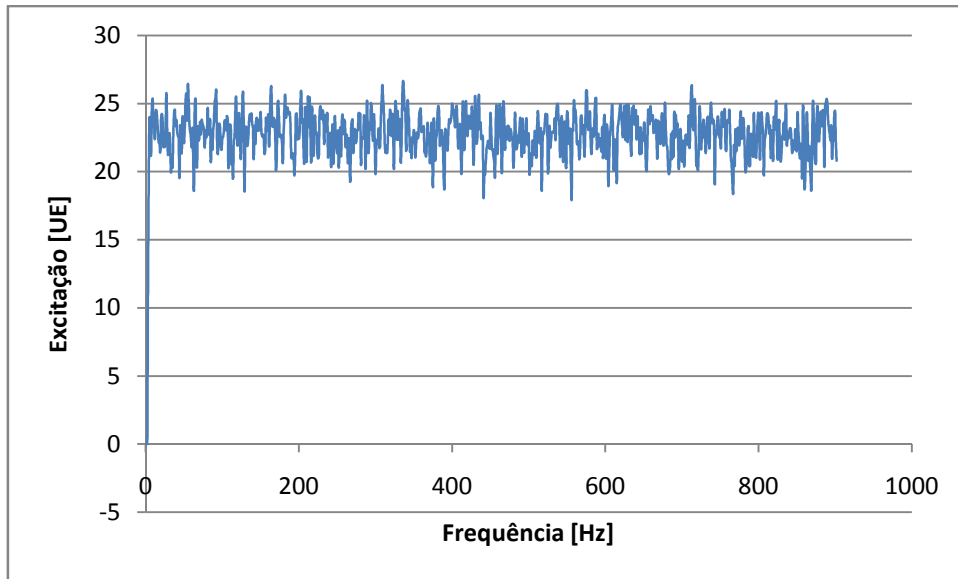
#### 5.2.1.1 Ruído branco

Em teoria, o ruído branco é um sinal (processo) aleatório cuja densidade espectral de potência é constante ao longo da frequência. Nas Figuras 45 e 46, é apresentada uma realização física desse sinal, nos domínios do tempo e da frequência, respectivamente. Essa realização, a exemplo dos utilizados como excitação nesse trabalho, é limitada em banda, indo de 0 a 800 Hz.



**Figura 45** – Excitação do tipo ruído branco em função do tempo.

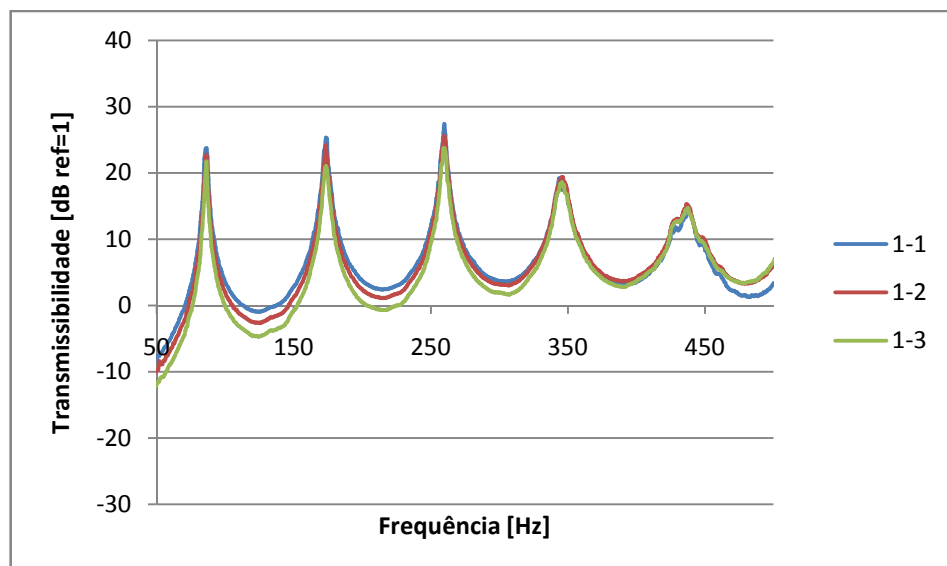




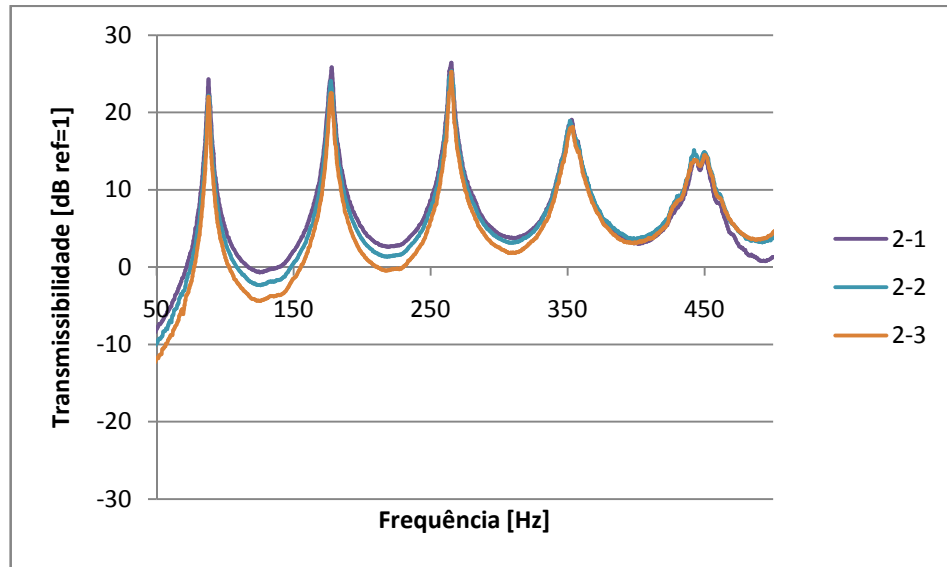
**Figura 46** – Excitação do tipo ruído branco em função da frequência.

Foram realizadas medições de transmissibilidade com os microfones no duto sem ressonadores utilizando essa excitação. Estas medições foram tomadas em distintas posições do mesmo, tanto perto do autôfalante quanto no extremo livre. Essa troca de posição dos microfones foi feita para se ter a certeza de que todos os modos de vibrar estarem sendo captados e analisados corretamente. O resultado dessas medições se encontra nas Figuras 47, 48 e 49.

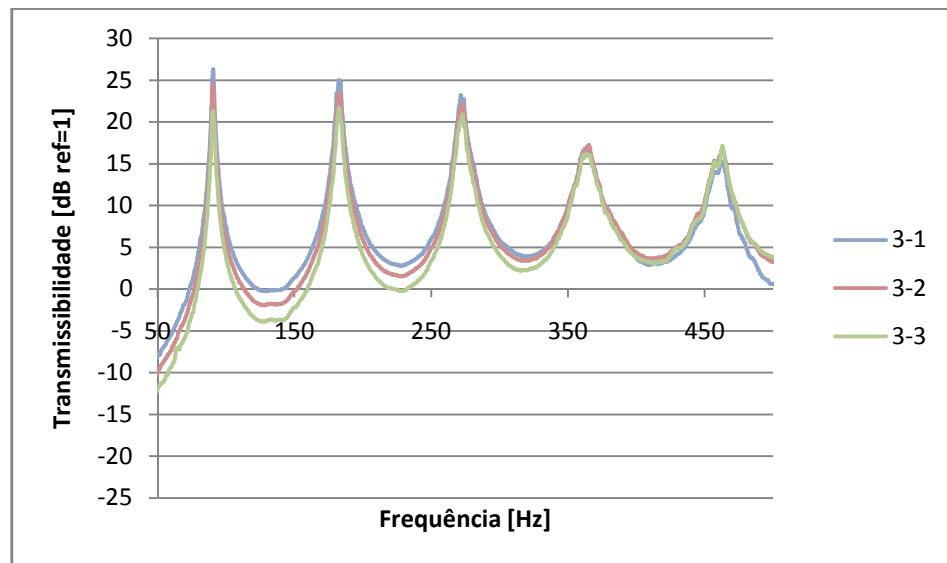
A Figura 47 mostra as medições das frequências naturais da cavidade acústica quando o microfone de entrada se encontra na posição 1 e o de saída varia entre as três posições. Já a Figura 48 mostra as medições quando o microfone de entrada se encontra na posição 2 e o de saída varia entre as três posições. Por fim, a Figura 49 apresenta as medições quando o microfone de entrada se encontra na posição 3 e o de saída também varia entre as três posições.



**Figura 47** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica para posição do microfone de entrada 1.



**Figura 48** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica para posição do microfone de entrada 2.

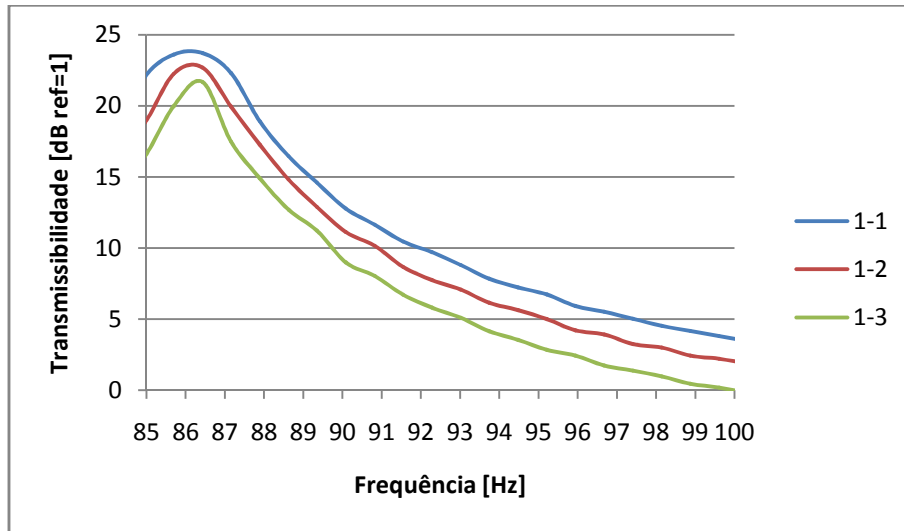


**Figura 49** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica para posição do microfone de entrada 3.

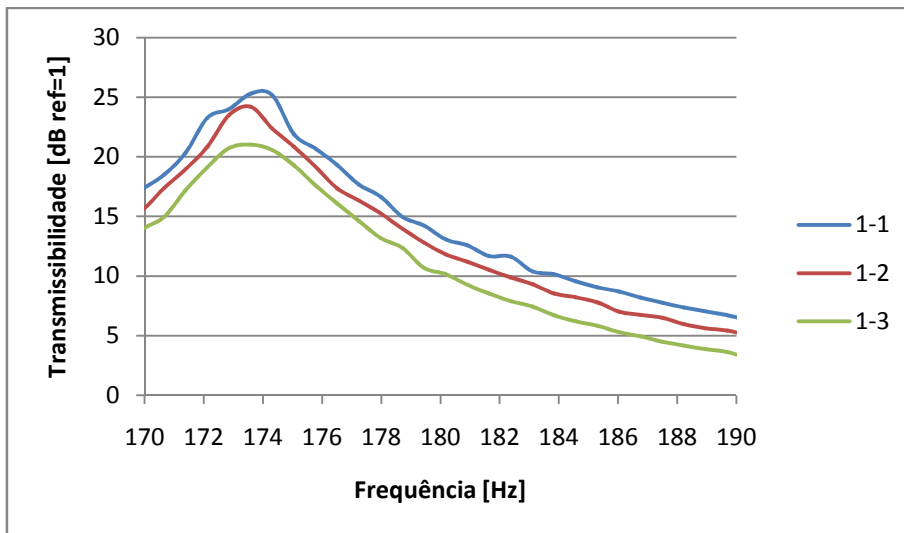
Pode-se notar que em todas as medições as frequências naturais encontradas foram praticamente as mesmas, sendo a diferença entre elas associada à amplitude da transmissibilidade de cada uma, devido à mudança da localização dos microfones, o que era de se esperar. Percebe-se que, quando o microfone de saída se encontra na posição 1, as amplitudes do sinal são maiores. Isso se deve ao fato que esse microfone está numa posição mais próxima do ponto de máxima amplitude de pressão desse modo.

Fazendo uma ampliação nos gráficos apresentados na Figura 47, pode-se observar que, em todos os casos, as frequências naturais da cavidade acústica real encontradas utilizando uma

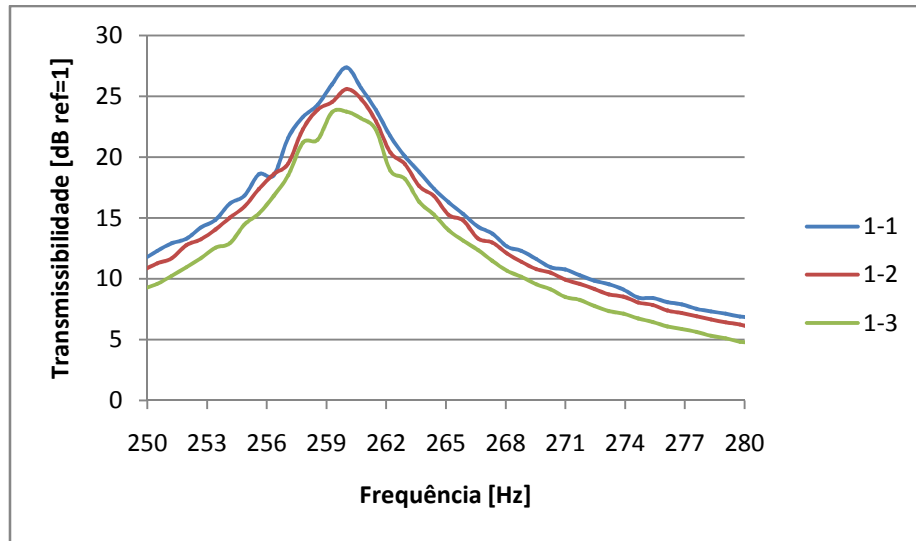
excitação do tipo ruído branco são muito próximas. O gráfico da Figura 50 mostra a ampliação em torno da primeira frequência natural, enquanto a Figura 51 apresenta a ampliação em torno da segunda frequência natural. Já a Figura 52 ilustra o que ocorre em torno da terceira frequência natural e a Figura 53 em torno da quarta frequência natural da cavidade acústica real. Em todos os casos, o microfone de entrada se encontra na posição 1 enquanto o de saída variou entre as três posições, que era a situação da Figura 47.



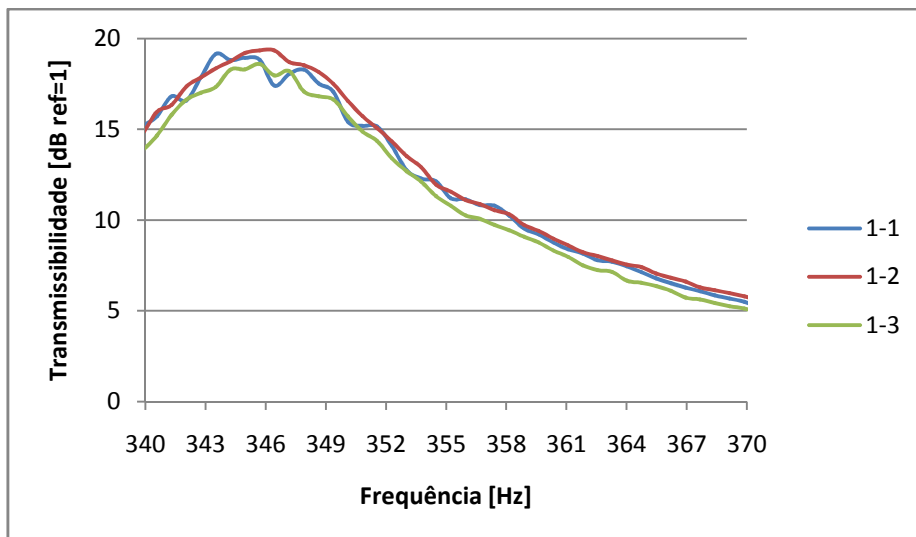
**Figura 50** – Ampliação da primeira frequência natural.



**Figura 51** – Ampliação da segunda frequência natural.



**Figura 52** – Ampliação da terceira frequência natural.



**Figura 53** – Ampliação da quarta frequência natural.

As Tabelas 8, 9 e 10 mostram os valores das quatro primeiras frequências naturais da cavidade acústica real quando, respectivamente, o microfone de entrada se encontra na posição 1 e o de saída varia entre as três posições, o de entrada se encontra na posição 2 e o de saída varia entre as três posições e, finalmente, o microfone de entrada se encontra na posição 3 e o de saída varia entre as três posições. Salienta-se que as frequências naturais registradas são as correspondentes às frequências de máxima amplitude.

**Tabela 8** – Frequências naturais da cavidade acústica real.

Modo	Frequência [Hz]			
	1-1	1-2	1-3	Média 1
1	86,43	86,43	86,43	86,43
2	173,58	173,58	173,58	173,58
3	260,01	260,01	259,28	259,77
4	345,70	345,70	345,70	345,70

**Tabela 9** – Frequências naturais da cavidade acústica real.

Modo	Frequência [Hz]			
	2-1	2-2	2-3	Média 2
1	87,89	88,62	87,89	88,13
2	177,98	177,25	177,25	177,49
3	265,14	265,14	265,14	265,14
4	353,76	352,29	353,03	353,03

**Tabela 10** – Frequências naturais da cavidade acústica real.

Modo	Frequência [Hz]			
	3-1	3-2	3-3	Média 3
1	90,82	90,82	90,82	90,82
2	183,11	183,11	183,11	183,11
3	271,73	272,42	272,46	272,20
4	364,75	364,75	364,75	364,75

A Tabela 11 mostra a média das quatro primeiras frequências naturais da cavidade real (duto) ao se variar a posição dos microfones de entrada e de saída.

**Tabela 11** – Média das frequências naturais da cavidade acústica real.

Modo	Média Geral [Hz]
1	88,46
2	178,06
3	265,70
4	354,49

### 5.2.2 Construção dos ressonadores de Helmholtz

Uma vez que os parâmetros geométricos já foram determinados na seção 4.4, foram construídos então os ressonadores de Helmholtz. Esses, foram posicionados na cavidade acústica de modo a coincidirem, tanto quanto possível, com os pontos de pressão máxima respectivos a cada modo de vibrar a ser controlado. O objetivo é que os ressonadores distribuam as frequências naturais correspondentes da cavidade, ao longo da faixa de frequência de interesse.

Vale lembrar que os ressonadores construídos são dotados de um êmbolo, permitindo a variação do comprimento do corpo do mesmo e, conseqüentemente, a alteração do seu volume e, assim, da sua frequência natural. Dessa forma, é possível sintonizar o ressonador em várias posições, podendo ser utilizado para controlar diferentes frequências. Essa movimentação do êmbolo, no entanto, é manual, caracterizando-se assim o controle de ruído na cavidade ainda como sendo passivo. O acoplamento dos ressonadores de Helmholtz na cavidade acústica real pode ser visualizada na Figura 54.



**Figura 54** – Os dois ressonadores de Helmholtz acoplados à cavidade acústica.

As dimensões reais dos ressonadores de Helmholtz que foram utilizadas nos ensaios e que provocaram as melhores respostas, com ambos ressonadores fixados ao mesmo tempo, são apresentadas na Tabela 12.

**Tabela 12** – Dimensões reais dos ressonadores de Helmholtz.

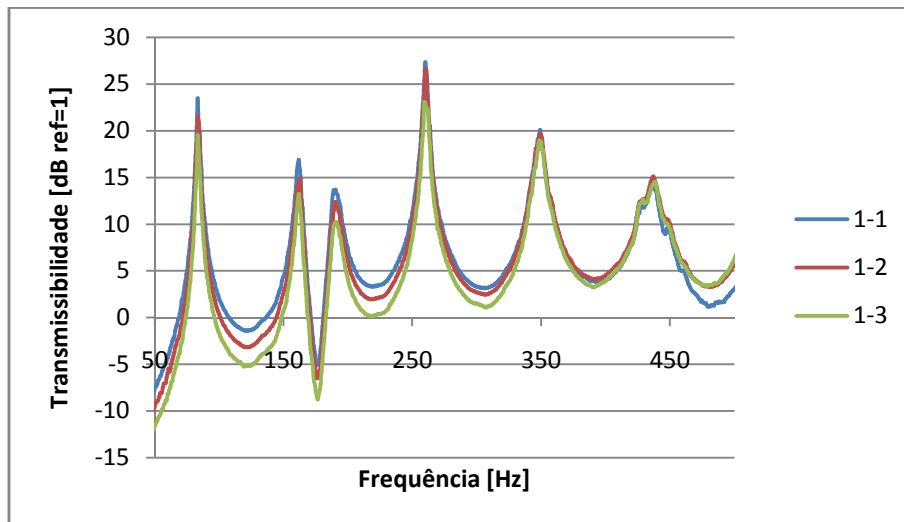
Modo	Raio pescoço [m]	Comprimento pescoço [m]	Raio corpo [m]	Comprimento corpo [m]
2	0,018	0,039	0,050	0,180
3	0,018	0,039	0,050	0,095

A principal diferença entre as dimensões reais e as obtidas através de simulações por elementos finitos, que foram apresentadas na Tabela 5, são o comprimento do corpo de ambos os ressonadores. Todas as outras dimensões foram mantidas constantes para melhor comparação entre os métodos. Durante as medições reais, os ressonadores foram primeiramente ajustados com as dimensões encontradas através das simulações numéricas, e depois, através do ajuste do

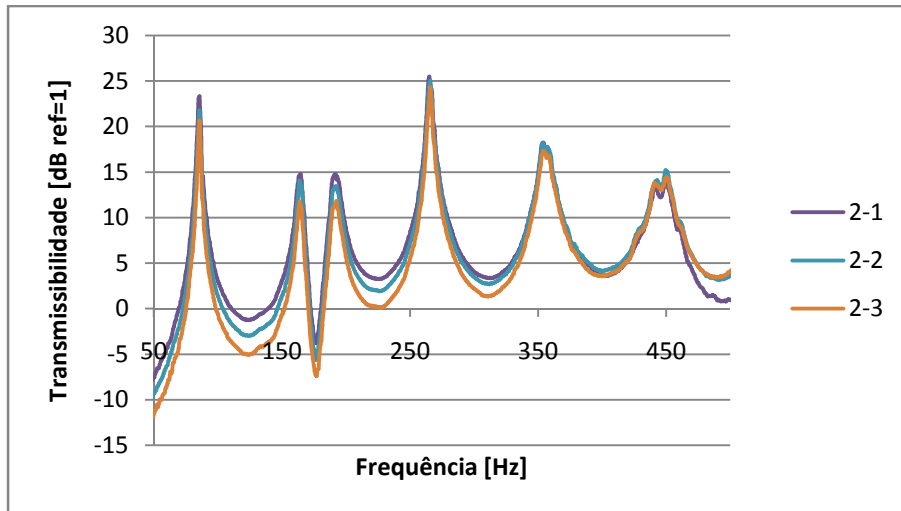
êmbolo, foi buscado um novo comprimento do corpo do ressonador de forma a encontrar o resultado desejado.

### 5.3 Resultados do Controle Passivo de Ruído

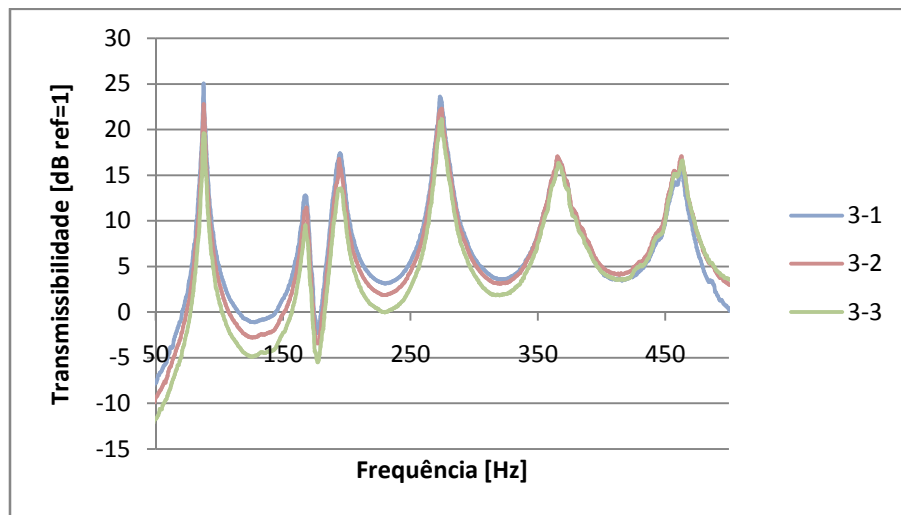
Foi utilizada a excitação do tipo ruído branco para avaliar a eficácia dos ressonadores construídos para a cavidade acústica em estudo. Os ressonadores foram sintonizados de forma a alcançar as dimensões ótimas encontradas, como apresentado na Tabela 12. Nas Figuras 55, 56 e 57, estão os gráficos das medições quando o primeiro ressonador (sintonizado para a segunda frequência natural) está aberto e o segundo ressonador (sintonizado para a terceira frequência natural) está fechado. Dessa forma, apenas o segundo pico da resposta acústica foi dividido em dois novos picos, assim como já de se esperar. Da mesma forma como foi feito anteriormente, foram realizadas medições alternando a posição dos microfones para garantir a eficácia do controle. Todos os gráficos que mostram os resultados das medições reais são de transmissibilidade, ou seja, mostram a relação entre a resposta obtida em dois pontos, cada um próximo a uma das extremidades do duto.



**Figura 55** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o primeiro ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 1.



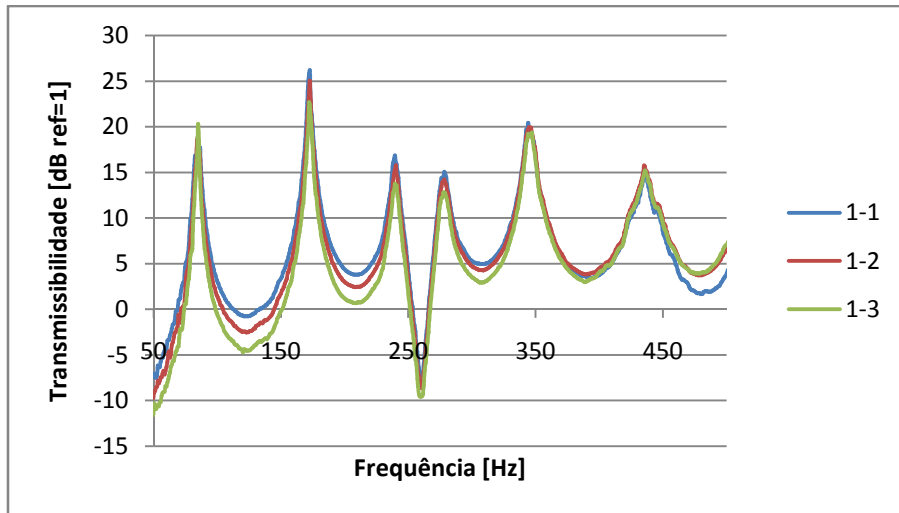
**Figura 56** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o primeiro ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 2.



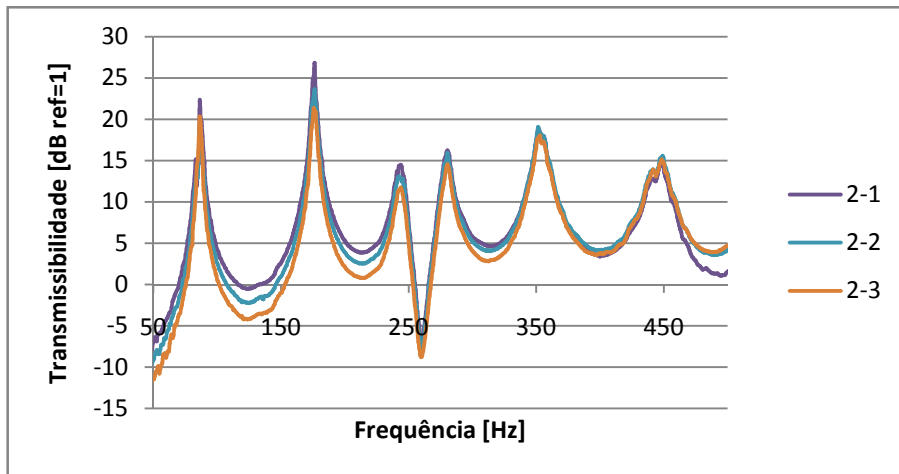
**Figura 57** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o primeiro ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 3.

Foram realizadas então as medições como primeiro ressonador fechado e o segundo aberto. Dessa forma, apenas o terceiro pico da resposta acústica foi dividido em dois novos picos. O resultado dessas medições pode ser visto nas Figuras 58, 59 e 60.

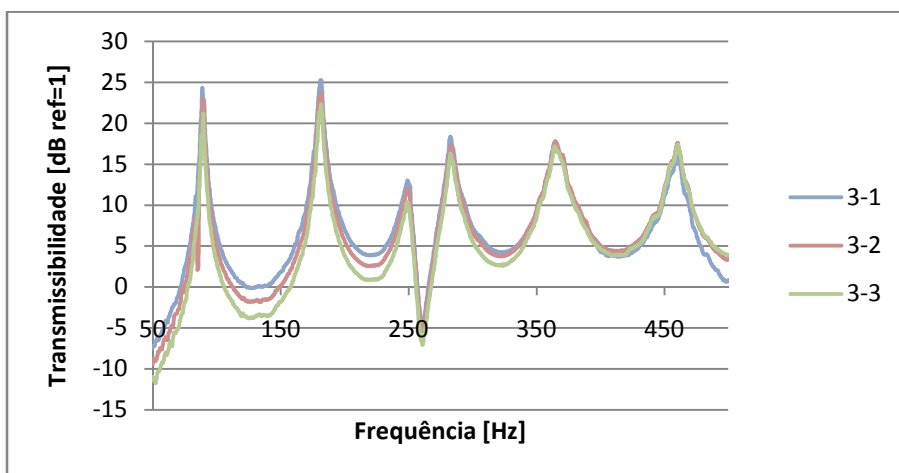




**Figura 58** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o segundo ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 1.

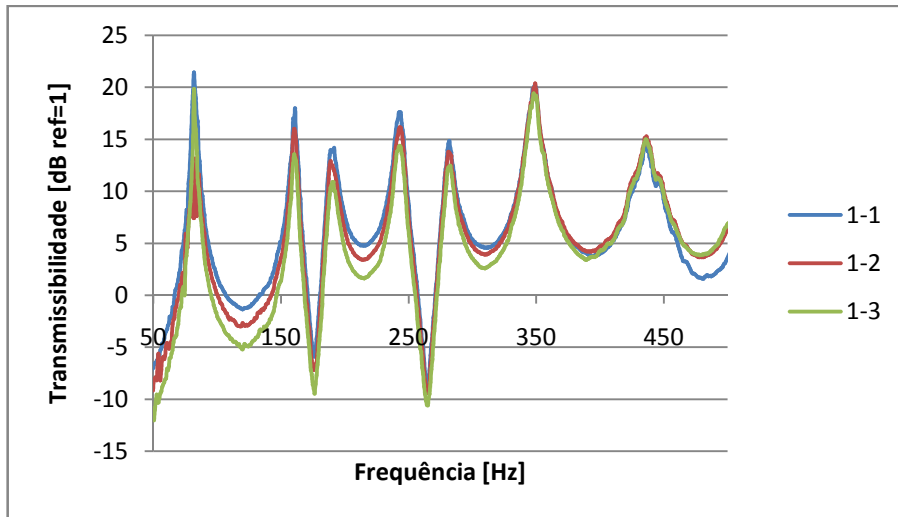


**Figura 59** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o segundo ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 2.

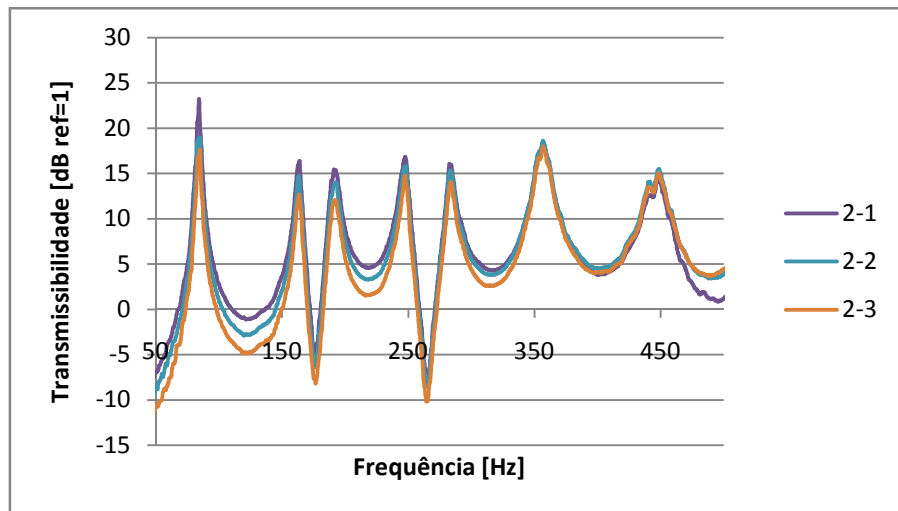


**Figura 60** – Medições das frequências naturais da cavidade acústica apenas com o segundo ressonador aberto quando o microfone de entrada se encontra na posição 3.

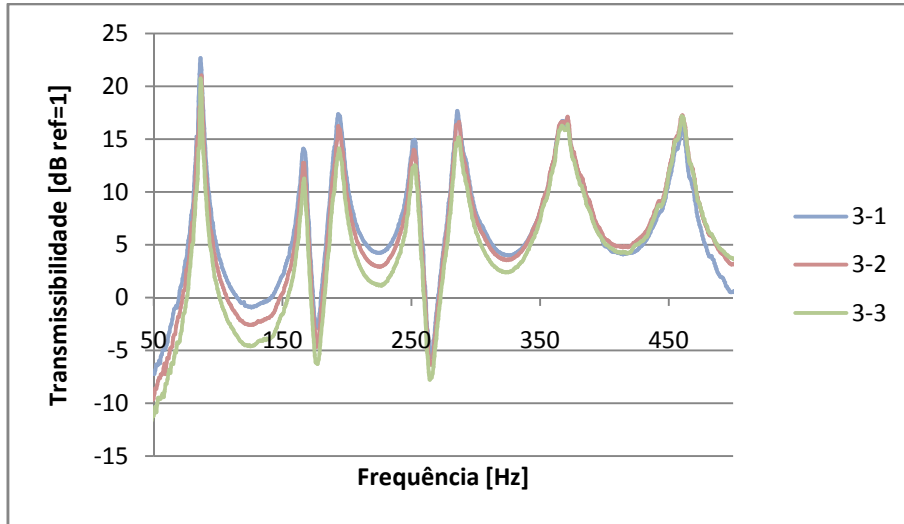
Finalmente, foram realizadas medições com ambos os ressonadores abertos, situação idêntica ao procedimento do projeto ótimo. Dessa forma, ambos os picos foram divididos em dois novos picos cada um. O resultado dessas medições se encontra nas Figuras 61, 62 e 63.



**Figura 61** – Transmissibilidade com ambos ressonadores ativos com microfone de entrada na posição 1.



**Figura 62** – Transmissibilidade com ambos ressonadores ativos com microfone de entrada na posição 2.



**Figura 63** – Transmissibilidade com ambos ressonadores ativos com microfone de entrada na posição 3.

## 6 DISCUSSÃO SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS

Foram levantadas funções características do duto, para verificar os parâmetros modais encontrados através da análise por elementos finitos. Para tal fim, foram medidas curvas de transmissibilidade do duto utilizando como excitação um autofalante que gera uma excitação do tipo ruído branco. Em seguida, as respostas foram medidas por um microfone próximo ao alto falante e outro distante do mesmo. Os resultados dos ensaios realizados foram obtidos a partir da realização de 10 médias do tipo linear, 800 pontos de medição e janelas do tipo Hanning na faixa de frequência de 0 a 800Hz.

As frequências naturais da cavidade acústica encontradas nos modelos analítico, numérico e real foram próximas. A comparação entre as quatro primeiras frequências naturais pode ser visualizada na Tabela 13, juntamente com o erro percentual, ao se comparar com os valores analíticos. Isso mostra que os modelos são consistentes entre si.

**Tabela 13** – Comparação entre as frequências naturais obtidas nos diferentes métodos.

	Analítico	Numérico		Ruído Branco	
		Frequência	Erro	Frequência	Erro
1	85,75	88,8974	3,67%	88,46	3,16%
2	171,50	177,92	3,74%	178,06	3,83%
3	257,25	267,163	3,85%	265,70	3,29%
4	343,00	356,792	4,02%	354,49	3,35%

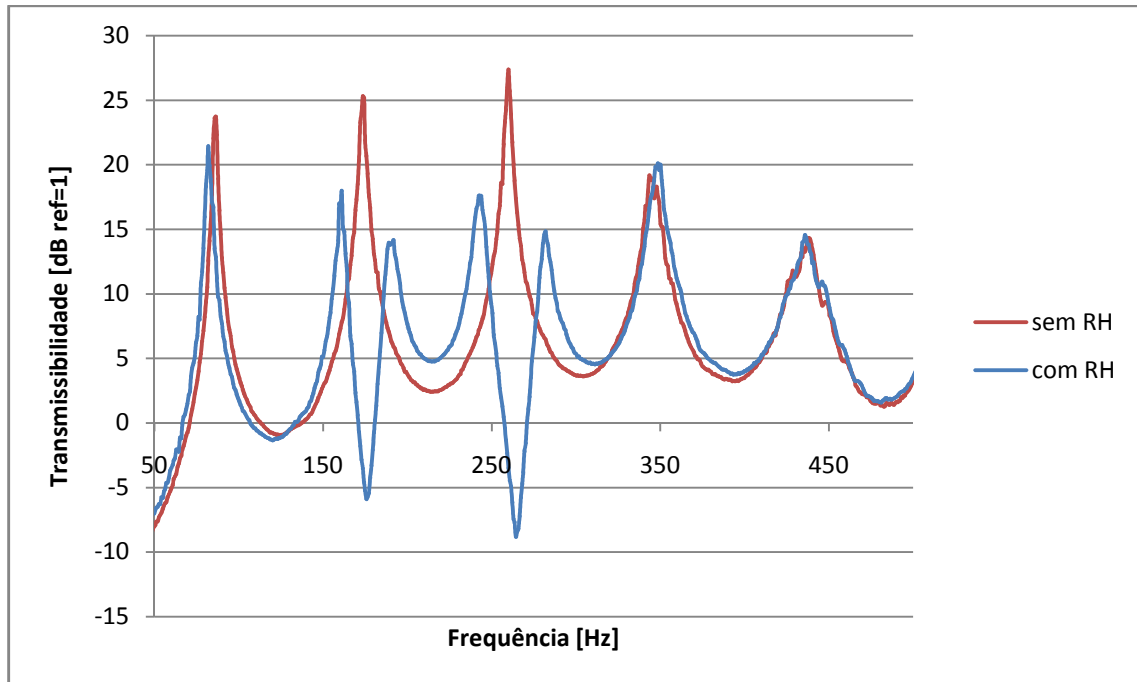
As dimensões encontradas analiticamente, numericamente e nos experimentos reais dos ressonadores ficaram razoavelmente próximas. Como foi utilizado o recurso de um êmbolo para a variação do volume do corpo do ressonador, a diferença entre os ressonadores foi apenas no comprimento do corpo do ressonador, como pode ser visto na Tabela 14.

**Tabela 14** – Comprimento do corpo dos ressonadores de Helmholtz em metros.

Modo	Analítico	Numérico	Real
2	0,201	0,185	0,180
3	0,089	0,105	0,095

Na Figura 64, pode-se observar uma comparação entre a transmissibilidade do duto sem ressonadores e sua correspondente para o duto com dois ressonadores de Helmholtz acoplados, sendo a excitação por ruído branco. As medições correspondem aos microfones instalados nas posições '1' de entrada e '1' de saída. Verifica-se que o objetivo de controlar o segundo e o

terceiros modos de vibrar foi alcançado, pois além de abrir cada uma das frequências de interesse do sistema primário em novas duas frequências naturais, houve uma redução entre 9 e 11 dB. Adicionalmente, ao se comparar com os resultados obtidos por elementos finitos, constata-se que o modelo está representando as características acústicas do duto.



**Figura 64** – Comparação entre as curvas experimentais de transmissibilidade da cavidade acústica com e sem os ressonadores de Helmholtz (RH).

Para melhor visualizar a redução de amplitude ao acoplar os ressonadores na cavidade acústica, apresentam-se os valores de pressão sonora correspondentes na Tabela 15. Os valores apresentados na tabela abaixo foram obtidos através da média aritmética entre as amplitudes dos picos ao redor de cada uma das frequências de interesse de controle.

**Tabela 15** – Amplitudes das respostas obtidas quando a cavidade é excitada com ruído branco.

Modo	Amplitude sistema primário	Amplitude sistema composto	Redução
2	23,99 dB	15,22 dB	8,77 dB
3	25,97 dB	15,27 dB	10,7 dB

## 7 CONCLUSÃO

Uma metodologia geral para o projeto ótimo de ressonadores de Helmholtz no controle passivo de ruído de cavidades acústicas foi proposta. Ela foi concebida através de uma analogia direta com a metodologia já existente para o projeto de neutralizadores dinâmicos, baseada no conceito de parâmetros equivalentes generalizados. Para aplicar a metodologia em questão, é preciso conhecer os parâmetros modais da cavidade acústica a controlar, independentemente da complexidade geométrica da mesma, além de outros parâmetros de controle. Assim, utilizando o mesmo código desenvolvido para o estudo de neutralizadores dinâmicos, é possível determinar os parâmetros ótimos de  $n$  ressonadores de Helmholtz, para controlar a resposta de uma dada cavidade acústica, em uma dada faixa de frequências.

Foi mostrado que a ferramenta numérica desenvolvida pelo grupo GVIBS em *Scilab* para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos pode ser diretamente aplicada a estudos de acondicionamento acústico quando o elemento de controle é um sistema ressonante, como um ressonador de Helmholtz. Essa metodologia foi implementada através de uma equivalência acústica mecânica e do conceito de parâmetros equivalentes generalizados.

Para mostrar a potencialidade da metodologia, um exemplo sobre um duto simples foi estudado através dos modelos numéricos propostos, bem como uma implementação em laboratório foi realizada. Para conhecer o sistema a controlar, os parâmetros modais da cavidade foram levantados de forma numérica via o método dos elementos finitos, e seus resultados foram comparados com os modelos analíticos existentes. Após utilizar a metodologia proposta, foi realizada a concepção física dos ressonadores. Uma vez construídos e fixados no duto em estudo, resultados numéricos e experimentais foram comparados, para verificar a exatidão dos modelos e da técnica proposta.

Tanto os modelos numéricos da cavidade em estudo quanto dos ressonadores mostraram, com a comparação com os resultados de medições em laboratório, uma proximidade satisfatória nos resultados. Os valores de sintonização dos ressonadores, saída do projeto ótimo, e os obtidos experimentalmente estão, em particular, muito próximos, o que mostra que a metodologia proposta e os modelos utilizados são confiáveis.

As respostas numéricas do duto com e sem o sistema de controle ótimo e suas medições correspondentes também mostraram que a metodologia e os modelos utilizados possuem uma

boa correlação, o que torna esta metodologia promissora para o projeto ótimo deste tipo de dispositivos de controle. Em especial, observou-se experimentalmente, em confirmação às simulações numéricas, que ao conectar os ressonadores à cavidade, as frequências de interesse foram divididas em duas novas frequências cada uma. Quanto à redução em banda larga de frequências, ela ocorreu entre aproximadamente 9 e 11 dB.

## 8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se como trabalho futuro a inserção de um elemento de amortecimento no ressonador de Helmholtz. Ao se analisar a teoria de neutralizadores dinâmicos, chega-se à conclusão de que o elemento de amortecimento deve estar junto com a massa do controlador. Entretanto, durante a realização dos experimentos reais, percebeu-se que quando o êmbolo não estava muito bem ajustado dentro do corpo do ressonador, ou seja, com um diâmetro menor do que o diâmetro interno do corpo do ressonador, havia uma alteração intrigante nos resultados obtidos. Alguns desses resultados são mostrados no Apêndice D.

Outra sugestão é a análise da absorção de energia de um ressonador de Helmholtz. Sugere-se como trabalho futuro a medição de tal parâmetro característico do ressonador.

Como nesse trabalho, foi considerada a hipótese de que a estrutura do ressonador é rígida, ou seja, não há interação entre o fluido e a estrutura, sugere-se ainda acrescentar, na metodologia desenvolvida, um modelo de neutralizador onde seja relaxada essa hipótese. Isso vale também para a cavidade acústica em estudo, uma vez que muitas cavidades possuem paredes finas e o efeito de interação deve ser levado em conta.

Nesse trabalho foi considerado que no interior da cavidade e do ressonador o comportamento das ondas é de ondas planas, ou seja, a propagação das mesmas é somente na direção do comprimento dos mesmos. Sugere-se considerar cavidades nas quais o comportamento das ondas seja tridimensional, e então avaliar se a metodologia proposta nesse trabalho também é válida.



## REFERÊNCIAS

- ACÚSTICA JEZABEL. **Helmholtz.** 2008. Disponível em: <<http://acusticajezabel.blogspot.com/2008/10/helmholtz.html>> Acesso em: 9 de abril de 2009.
- ANSYS, **Manual de ANSYS5.7.** 2002.
- ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design.** McGraw-Hill Book Co. International Edition, Singapore, 1989.
- AUGUST, P., TSUSHIMA, R. T., LUERSEN, M. A., BAVASTRI, C. A. **Obtenção do Fator de Correção q para Estimar a Frequência Natural de um Ressonador de Helmholtz.** XXX Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Armação dos Búzios, Brasil, 2009.
- BAVASTRI, C. A., DOUBRAWA Filho, F. J., ESPÍNDOLA, J. J., LOPES, E. M. O., VENANCIO, H. W. **Modelo geral de neutralizadores dinâmicos para controle passivo de vibrações e ruído: parâmetros equivalentes generalizados.** XXVIII CILAMCE. Porto, Portugal 2007.
- BAVASTRI, C. A. **Redução de vibrações de banda larga em estruturas complexas por neutralizadores viscoelásticos.** 1997. 177f. Tese (doutorado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 1997.
- BAVASTRI, C. A., TAVARES da Silva, C., PEREIRA, J. T. **Posicionamento e projeto ótimos de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos atuando em estruturas com elevada densidade e acoplamentos modais.** IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. Recife, Brasil, 2006.
- BEDOUT, J. M. **Adaptive - Passive Noise Control with Self-Tuning Helmholtz Resonators.** 1996. 94f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Purdue University, West Lafayette, USA, 1996.
- BEDOUT, J. M., FRANCKEK, M. A., BERNHARD, R. J. e MONGEAU, L. **Adaptive - Passive Noise Control with Self-Tuning Helmholtz Resonators.** Journal of Sound and Vibration, vol. 202, pp. 109-123, 1997.
- BENAROYA, H. e HAN, S. M. **Probability Models in Engineering and Science.** CRC Press, 2005.
- BERANEK, L. L. e VÉR, I. L. **Noise and Vibration Control Engineering.** Toronto: John Wiley & Sons, 1992.
- BERNHARD, R. J. **The state of the art of active-passive noise control,** Proceedings of Noise-Con'94, Ft. Lauderdale, USA, 1994.
- BUSSE, G., HERBOECK, D. **Differential Helmholtz resonator as an optoacoustic detector.** British Journal of Applied Physics, vol. 18, pp. 3959-3961, 1979.
- CLARK, S. K. **Dynamics of Continuous Elements.** New Jersey. Prentice-Hall, 1972.

- CRI ONLINE. **Xun Chinês**. S/D. Disponível em: <  
<http://portuguese.cri.cn/chinaabc/chapter23/chapter230305.htm>> Acesso em: 9 de abril de 2009.
- CONDON, E. U. e ODISHAW, H. **Handbook of Physics**. 2<sup>a</sup> edição. Nova York, EUA. McGraw-Hill, 1967.
- CORTÉS, A. L. A., MAY, A. L. H., CISNEROS, M. T., PALACIOS, M. A. G., GALVÁN, E M. G. **Estudio Acústico-Estructural de la cabina de un vehiculo automotriz**. Investigación Ingeniería y Tecnología, vol. 11, pp. 73-86, 2009.
- DAYOU, J., BRENNAN, M. J. **Experimental verification of the optimal tuning of a tunable vibration neutralizer for global vibration control**. Applied Acoustics, vol. 64, no. 3, pp. 311-323, 2003.
- DAYOU, J., BRENNAN, M. J. **Global control of structural vibration using multiple tuned tunable vibration neutralizers**. Journal of Sound and Vibration, vol. 258, no. 2, pp. 345-357, 2002.
- DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**. New York, Mac Graw Hill, 1956.
- DONOSO, J. P., TANNÚS, A., GUIMARÃES, S. e FREITAS, T. C. **A Física do Violino**. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 45, pp. 20-25, 2008.
- ESPINDOLA, J. J., BAVASTRI, C. A. **Reduction of Vibration in Complex Structures with Viscoelastic Neutralizer: A Generalized Approach**. ASME Design Engineering Technical Conference, pp. 761-766. Houston, USA, 1995.
- ESPINDOLA, J. J., LOPES, E. M., BAVASTRI, C. A. **Optimum system of viscoelastic vibration absorbers by fractional calculus**. The Institute of Engineering of Porto (ISEP), vol. 2, Porto, Portugal 2007.
- ESPINDOLA, J. J., PEREIRA, P., BAVASTRI, C. A., LOPES, E. M. **Design of optimum system of viscoelastic vibration absorbers with a Frobenius norm objective function**. J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng. Vol.31, No.3, pp. 210-219, Rio de Janeiro 2009.
- ESPÍNDOLA, J.J., SILVA, H.P. **Modal Reduction of Vibration by Dynamics Neutralizers**. Proc. Of The Tenth Internacional Modal Analysis Conference, San Diego, USA 1992.
- ESTEVE, S. J. e JOHNSON, M. E. **Adaptive Helmholtz resonators and passive vibration absorbers for cylinder interior noise control**. Journal of Sound and Vibration. Vol. 288, pp. 1105-1130, 2005.
- EWINS, D.J. **Modal Testing: Theory and Practice**. Jonh Wiley & Sons Inc, 1984.
- FLEMING, A. J., NIEDERBERGER, D., MOHEIMANI, S. O. R. E MORARI, M. **Mitigation of Acoustic Resonance using Electrically Shunted Loudspeakers**. Smart Structures and Materials 2006: Damping and Isolation. Vol. 6169, pp. 1-12,
- GILFORD, C. L. S. **Helmholtz Resonators in the Acoustic Treatment of Broadcasting Studios**. British Journal of Applied Physics, Vol. 3, No. 3, pp. 86-92, 1952.
- GOMES, J. R. **Saúde de Trabalhadores Expostos ao Ruído**. São Paulo: HUCITEC, 1991.

GÖRANSSON, P. **Acoustic Finite Element Method**. SAS P. (ed.) Advanced Techniques in Applied and Numerical Acoustics, ISAAC 4. K.U.Leuven, Belgium, Parte VI, 1993.

GUIGUET, A. e WELTI, R. **Supreción de Modos de Vibración Acústicos con un Resonador Helmholtz**. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 25, no. 3, pp. 287-293, Brasil, 2003.

HERSH, A. S. e WALKER, B. **Fluid Mechanical Model of the Helmholtz Resonator**. NASA Contractor Report, vol. 2904, Washington, D.C., USA, 1977.

IMOTION            IMAGENS.            **Violão**.            S/D.            Disponível            em:  
<[http://www.imotion.com.br/imagens/details.php?image\\_id=6287](http://www.imotion.com.br/imagens/details.php?image_id=6287)> Acesso em: 9 de abril de 2009.

JOHNSON, M. E., ESTÈVE, S. J. **Comparison of local and global adaptive strategies for the control of broadband noise in an enclosure using adaptive Helmholtz resonators**, Proceedings of the Active 2002 Conference, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Southampton, UK, July 2002.

KINSLER, L. E.; FREY, A. R., COPPENS, A. B., SANDERS, J. V. **Fundamentals of Acoustics**. New York. John Wiley & Sons, 1982.

KITIS, L. **Vibration reduction over a frequency range**. Journal of Sound and Vibration, vol. 89, no. 4, pp. 559–569, 1983.

KOSTEK, T. M., FRANCKEK, M. A. **Hybrid noise control in ducts**, Journal of Sound and Vibration, vol. 237, pp. 81–100, 2000.

LATHI, B. P. **Sinais e Sistemas Lineares**, São Paulo: Artmed Editora S.A., 2004.

LIMA, K. F.. **Análise Numérica Experimental de Silenciadores Veiculares**. Dissertação de Mestrado, PUCPR, Curitiba, PR, 2001.

MALLICK, S., SHOCK, R. e YAKHOT, V. **Numerical Simulation of the Excitation of a Helmholtz Resonator by a Grazing Flow**. Journal of Acoustic Society of America, vol. 114, no. 4, pp. 1834-1840, 2003.

NAGAYA, K., HANO, Y., SUDA, A. **Silencer consisting of two-stage Helmholtz resonator with auto-tuning control**. Journal of Acoustic Society of America, vol. 110, no. 1, pp. 289-295, 2001.

NAKANO, A., TORIKATA, Y., YAMASHITA, T., SAKAMOTO, T., FUTAYA, Y., TATENO, A., NISHIZU, T. **Liquid volume measurement with a closed Helmholtz resonator under micro-gravity conditions**. 46 Space Cryogenics Workshop, pp.126-131, 2005.

OLFERT, J. S., WANG, J. **Dynamic Characteristics of a Fast-Response Aerosol Size Spectrometer**. Aerosol Science and Technology, vol. 43, no. 2, pp. 97-111 New York, 2009.

PACHECO, A. L. S. **Desenvolvimento de sistema para medir a resistência de enrolamento em motores de compressores energizados**. 2007. 180f. Dissertação (Mestrado em Metrologia). UFSC, Florianópolis, Brasil, 2007.

RAO, S. S. **Vibration of Continuous Systems**. John Wiley & Sons, New Jersey, 2007.

RAO, T. C., BARAKAT, R. **Plane wave scattering from a cylindrical Helmholtz resonator: Dirichlet case.** Optics Communications, vol. 164, pp. 223-232, 1999.

SMITH, H., SLATON, W. **Thermoacoustic quality factor measurement in a Helmholtz resonator.** The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 122, no. 5, pp. 3002-3036, 2007.

SPOSETTI, C., WELTI, R. **Acoplamiento acústico de una formación de resonadores Helmholtz con los modos de un tubo de dimensión finita.** VI Congreso Iberoamericano de Acústica. Buenos Aires, Argentina, 2008.

TANG, S. K. **On Helmholtz resonators with tapered necks.** Journal of Sound and Vibration, vol. 279, pp. 1085-1096, 2004.

TANG, S. H., TAN, H. S., TAN, K. L., HSU, T. S. **Velocity of sound and resonance absorption determination from a low-cost Helmholtz experiment.** European Journal of Physics, vol. 6, pp. 134-138, 1984.

TAVARES, C. **Projeto e Localização Ótimos de Sistemas de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos usando Algoritmos Genéticos.** 2005. 155f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, Brasil, 2005.

TEIXEIRA, P. H.; LOPES, E. M. O.; ESPÍNDOLA, J. J.; BAVASTRI, C. A.; KRUGER, O. L. **Novo Neutralizador Dinâmico de Vibrações para Utilização na Linha de Transmissão.** In: ABRAMAN - II Congresso Mundial de Manutenção - XIX Congresso Brasileiro de Manutenção. Curitiba, Brasil, 2004.

TURULL, I. R., ROCASALBAS, S. S.; DEUTSCHBEIN, C. V. **Resonadores de Helmholtz de Boca Rectangular y Cuello de Longitud Pequeña.** TecniAcustica. Barcelona, Espanha 2005.

UTFPR – CARLOS ALBERTO BAVASTRI. **Transformador de energia usando NDV's.** Disponível em: <<http://www.pessoal.utfpr.edu.br/bavastri/arquivos/foto77.jpg>> Acesso em: 19 de outubro de 2012.

VALE, A. R. M. **Controle de Vibração em Reatores Elétricos através de absorvedores dinâmicos viscoelásticos.** 2006. 210f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFPA, Belém, Pará, Brasil, 2006.

VALLE, R. M., HANRIOT, S. M., PEREIRA, L. V. M. Minas Gerais. **Ressonador eletrônico de volume variável para aumento de eficiência volumétrica de motores de combustão interna e método para controle de volume de ressonador.** PI0805786-9A2. Revista da Propriedade Industrial, 2010.

VANDERGRIFT, G. **A simple derivation of the Green's function for a rectangular Helmholtz resonator at low frequency.** Journal of Acoustic Society, vol.94, pp. 574-575, 1993.

WANG, Z., HU, Y., MENG, Z., NI, M. **Fiber-optic hydrophone using a cylindrical Helmholtz resonator as a mechanical anti-aliasing filter.** Optics Letters, vol. 33, pp. 37-39, 2008.

YU, G., LI, D., CHENG, L. **Effect of Internal Resistance of a Helmholtz Resonator on Acoustic Energy Reduction in Enclosures.** Journal of Acoustic Society of America, vol. 124, pp. 3534-3543, 2008.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method, Volume 3: Fluid Dynamics.** 5<sup>a</sup> edição. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.

## APÊNDICES

APÊNDICE A – Artigo apresentado no 32º CILAMCE (2011)

### **METODOLOGIA PARA O PROJETO ÓTIMO DE RESSONADORES DE HELMHOLTZ PARA CONTROLE PASSIVO DE RUÍDO**

**Patricia August<sup>a</sup>, Jucélio Tomás Pereira<sup>a</sup>, Carlos Alberto Bavastri<sup>a</sup>**

<sup>a</sup>UFPR, Universidade Federal do Paraná, Av. Francisco H. Dos Santos, 210, Jardim das Américas, 81530-000, Curitiba, PR, Brasil

**Palavras-chave:** Análise Modal, Controle Passivo de Ruído, Ressonador de Helmholtz.

**Resumo:** A qualidade sonora em auditórios vem atraindo considerável atenção na área de acústica. O ressonador de Helmholtz é um dispositivo de controle passivo utilizado para melhorar a qualidade sonora de ambientes acústicos. Esse dispositivo é uma cavidade acústica simples que quando projetada convenientemente e introduzida numa sala acústica, tem por objetivo reduzir os níveis de pressão sonora numa determinada faixa de frequência. O trabalho tem como finalidade propor uma metodologia para o projeto ótimo de ressonadores de Helmholtz para o controle passivo de ruído em cavidades acústicas. Essa metodologia é baseada na equivalência com o controle passivo de vibrações utilizando neutralizadores dinâmicos. Para realizar essa equivalência, os sistemas acústico e vibratório são modelados matematicamente, realizando-se assim uma analogia direta entre ambos. De forma equivalente à metodologia do controle de vibração, o modelo numérico da cavidade acústica é representado através dos seus parâmetros modais obtidos via método de elementos finitos. Uma vez conhecido o modelo modal da cavidade, utilizando técnicas de otimização não-linear e parâmetros equivalentes generalizados dos ressonadores, são obtidos os parâmetros físicos do sistema de controle. Simulações numéricas de uma cavidade acústica de seção transversal circular com e sem ressonadores são realizadas. Curvas mostrando a eficiência destes dispositivos são apresentadas.

## 1. INTRODUÇÃO

O Ressonador de Helmholtz é uma cavidade acústica que tem por objetivo oscilar com amplitude e frequência com uma diferença de fase em relação à excitação externa. Desta forma ele modifica as características acústicas da cavidade a ser controlada de forma a absorver o ruído interno desta, dentro de certa faixa de frequências. A faixa de utilização é restrita, pois se trata de um dispositivo passivo de controle de ruído com uma capacidade de absorção de energia acústica baixa. Portanto, cada ressonador é projetado para uma pequena faixa de frequências. Para os casos de uma maior abrangência, é necessária a utilização de um maior número de dispositivos, cada qual com uma geometria específica para cada faixa de frequências a serem controladas.

O ressonador, como mostrado esquematicamente na Fig. 1, é composto por uma cavidade de volume  $V$  (que armazena energia potencial), um pescoço de seção reta e constante  $S$  e comprimento  $l$  (Bavastri, 1997). O pescoço faz a comunicação entre o ressonador e o ambiente a ser acondicionado.

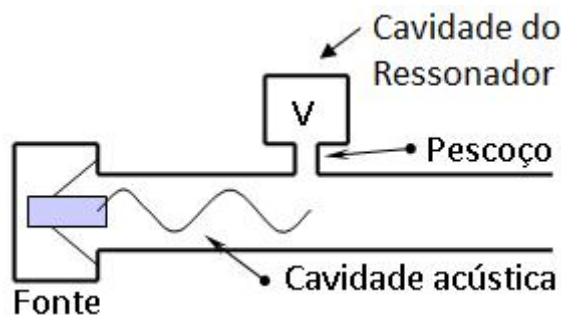


Figura1: Controle do ruído utilizando um Ressonador de Helmholtz

A frequência natural  $f_0$  de um Ressonador de Helmholtz, segundo Kinsler (1982), é dada por

$$f_0 = \frac{c_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{\ell V}} \quad (1)$$

na qual

$$\ell = l + qr \quad (2)$$

e  $c_{som}$  é a velocidade do som no ar,  $V$  é o volume do corpo do ressonador,  $\ell$  é o comprimento equivalente do pescoço,  $q$  é o fator de correção do comprimento do pescoço e  $r$  é o raio do pescoço.

A cavidade do Ressonador de Helmholtz pode ser feita com vários formatos, mas o cilíndrico, além de fácil construção, apresenta notável rigidez física (não vibrando com facilidade) e exibe baixas perdas por fricção por possuir poucas arestas e ângulos.

O ar interior desses ressonadores entra em vibração, na sua frequência natural, podendo neutralizar a energia sonora contida em uma cavidade acústica (Beraneke Vér, 1992). O princípio de funcionamento desses dispositivos, devido ao baixo valor de elemento dissipador de energia sonora (amortecimento), é redistribuir as frequências naturais do sistema na cavidade acústica a controlar, reduzindo de forma considerável a intensidade do som.

Segundo Bavastri et al (2007), pode-se fazer analogia do Ressonador de Helmholtz com um sistema massa-mola (Fig. 2) no qual o pescoço equivale à massa (oferecendo resistência à

transmissão do som) e a massa de ar contida no volume – independente da sua forma – é comparável à mola (quando aumenta a pressão, o ar no interior se comprime, e quando se diminui a pressão, o ar no interior se expande).

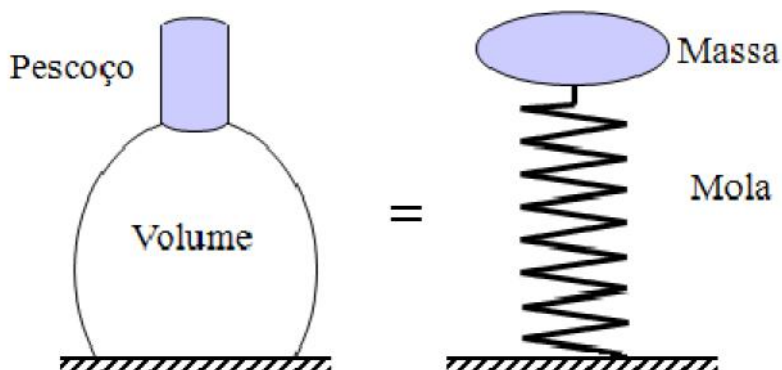


Figura 2: Analogia entre um Ressonador de Helmholtz e um sistema massa-mola

## 2. ANALOGIA ENTRE MODELO VIBRATÓRIO E ACÚSTICO

Após alguns anos de pesquisa, o grupo PISA<sup>1</sup> do CNPq<sup>2</sup> desenvolveu uma metodologia geral para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos para redução dos níveis de vibração em estruturas geometricamente complexas, nas quais um ou mais neutralizadores podem controlar um ou vários modos em uma ampla faixa de frequências (Bavastri et al, 2007). Para tal fim, o sistema primário a controlar (estrutura) é modelado através dos seus parâmetros modais e o projeto ótimo dos neutralizadores é alcançado utilizando técnicas de otimização não-linear. Com base nesses estudos, pretende-se encontrar uma teoria análoga para o projeto de ressonadores acústicos aplicados a cavidades acústicas.

O modelo matemático de neutralizadores viscosos (MCK) proposto por Eapíndola e Silva (1992) é apresentado a seguir. Um neutralizador dinâmico viscoso é composto de uma massa (que deve ser menor do que a massa da estrutura a ser controlada), uma mola e um elemento amortecedor. A Fig. 3 mostra a representação simplificada desse dispositivo.

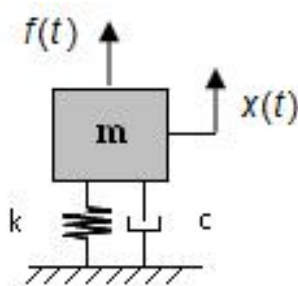


Figura 3: Representação simplificada de um neutralizador MCK

Segundo a metodologia desenvolvida pelo grupo PISA do CNPq (Bavastri et al, 2007), os parâmetros equivalentes de um neutralizador podem ser obtidos a partir de

<sup>1</sup> Grupo de Pesquisa Integrada em Sistemas Vibrantes e Acústicos da Universidade Federal de Santa Catarina.

<sup>2</sup> Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – Brasil.



$$m_{eq}(\Omega) = \frac{m[-v^2 + 1 - 4\kappa^2 v^2]}{(-v^2 + 1)^2 + (2\kappa v)^2} \quad (3)$$

e

$$c_{eq}(\Omega) = \frac{m\Omega 2\kappa v^3}{(-v^2 + 1)^2 + (2\kappa v)^2} \quad (4)$$

sendo  $m_{eq}$  a massa equivalente do neutralizador [kg],  $m$  a massa do neutralizador [kg],  $v$  a razão adimensional entre frequências  $v = \Omega/\Omega_a$ ,  $\kappa$  a razão adimensional de amortecimento,  $c_{eq}$  o amortecimento equivalente [Ns/m] e  $\Omega$  a frequência [Hz].

Sabe-se que a razão entre frequência de amortecimento é dada por  $\kappa = c/c_c$ , no qual o amortecimento crítico é  $c_c = 2m\Omega_a$  e  $\Omega_a = \sqrt{k/m}$  é a frequência natural do sistema primário dada em Herz e  $k$  a rigidez do neutralizador [N/m]. Portanto

$$\kappa = \frac{c}{2m\Omega_a} \quad (5)$$

A equação de movimento para o sistema composto utilizando parâmetros equivalentes é

$$\tilde{M}\ddot{q}(t) + \tilde{C}\dot{q}(t) + Kq(t) = F(t) \quad (6)$$

na qual,

$$\tilde{M} = M + M_{eq}(\Omega) = M + \begin{pmatrix} \ddots & & 0 \\ & m_{eq}(\Omega) & \\ 0 & & \ddots \end{pmatrix} \quad (7)$$

e

$$\tilde{C} = C + C_{eq}(\Omega) = C + \begin{pmatrix} \ddots & & 0 \\ & c_{eq}(\Omega) & \\ 0 & & \ddots \end{pmatrix} \quad (8)$$

Assim, a Eq. (6) pode ser escrita no domínio da frequência como

$$[-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + K]Q(\Omega) = F(\Omega) \quad (9)$$

Conforme Bavastri (2007), a partir da Eq. (9) é possível projetar um sistema de neutralizadores dinâmicos, de forma ótima, para reduzir a vibração de uma estrutura geometricamente complexa qualquer, em uma banda larga de frequência, na qual um ou vários modos estão presentes. A realização desse projeto é possível com o auxílio de uma ferramenta numérica desenvolvida no *software Scilab 4.0*, criada pelo grupo PISA do CNPq. Essa técnica numérica necessita como dados de entrada os parâmetros modais da estrutura a controlar, utiliza técnicas de otimização não linear, fornecendo como dados de saída os parâmetros físicos ótimos de  $n$  neutralizadores dinâmicos.

Analogamente ao modelo vibratório apresentado anteriormente, podem-se encontrar os parâmetros modais de absorvedores acústicos. Esses parâmetros são necessários para o

desenvolvimento do projeto ótimo de Ressonadores de Helmholtz para o controle de ruído em cavidades acústicas.

A dinâmica de um sistema vibratório pode ser descrita como

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (10)$$

dada em função da variação do deslocamento. Todavia, o sistema acústico é mais comumente representado pela variação de pressão que ocorre em seu interior.

$$m'\ddot{p} + c'\dot{p} + k'p = p(t) \quad (11)$$

Para se realizar a equivalência direta entre esses dois modelos, pode-se utilizar a relação entre o deslocamento e a pressão apresentada por Kinsler (1982) para pequenas variações de  $x$ .

$$p = \frac{\rho_0 c_{som}^2 S}{V} x \quad (12)$$

na qual  $\rho_0$  é a densidade de equilíbrio constante do fluido [kg/m<sup>3</sup>].

Substituindo a Eq. (12) na (10) tem-se

$$\frac{mV}{\rho_0 c_{som}^2 S} \ddot{p} + \frac{cV}{\rho_0 c_{som}^2 S} \dot{p} + \frac{kV}{\rho_0 c_{som}^2 S} p = p(t) \quad (13)$$

na qual  $m$  é a massa de ar contida no pescoço do ressonador e que pode ser calculada por

$$m = \rho_0 S \ell \quad (14)$$

Segundo Kinsler (1982), a rigidez do Ressonador de Helmholtz pode ser dada por

$$k = \rho_0 c_{som}^2 \frac{S^2}{V} \quad (15)$$

Por comparação entre as Eqs. (11) e (13), obtém-se

$$m' = m \frac{V}{\rho_0 c_{som}^2 S} \rightarrow m' = \frac{V \ell}{c_{som}^2} \quad (16)$$

e

$$k' = k \frac{V}{\rho_0 c_{som}^2 S} \rightarrow k' = S \quad (17)$$

Assim, por analogia direta, tem-se a massa e o amortecimento equivalentes do sistema acústico

$$m_{eq}'(\Omega) = \frac{m'[-v^2 + 1 - 4\zeta^2 v^2]}{(-v^2 + 1)^2 + (2\zeta v)^2} \quad (18)$$

e

$$c_{eq}'(\Omega) = \frac{m'\Omega 2\langle v \rangle^3}{(-v^2 + 1)^2 + (2\langle v \rangle)^2} \quad (19)$$

Substituindo então a Eq. (16) nas Eqs. (18) e (19), tem-se

$$m_{eq}'(\Omega) = \frac{\ell V / c_{som}^2 [-v^2 + 1 - 4\langle v \rangle^2]}{(-v^2 + 1)^2 + (2\langle v \rangle)^2} \quad (20)$$

$$c_{eq}'(\Omega) = \frac{(\ell V / c_{som}^2) \Omega 2\langle v \rangle^3}{(-v^2 + 1)^2 + (2\langle v \rangle)^2} \quad (21)$$

Assim, a equação do movimento no domínio da frequência para acústica é equivalente à Eq. (9) para vibração e pode ser escrita como

$$[-\Omega^2 \tilde{M}' + i\Omega \tilde{C}' + K'] Q(\Omega) = P(\Omega) \quad (22)$$

### 3. OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS MODAIS

Utilizando a mesma ferramenta numérica desenvolvida pelo grupo PISA do CNPq para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos, a partir da Eq. (22) é possível projetar um sistema de ressonadores, de forma ótima, para reduzir o ruído de uma cavidade acústica, em uma banda larga de frequência, na qual um ou vários modos estão presentes. Da mesma forma, essa técnica numérica necessita, como dados de entrada, dos parâmetros modais da cavidade a controlar, utiliza técnicas de otimização não linear, fornecendo como dados de saída os parâmetros físicos ótimos de n Ressonadores de Helmholtz.

Para se levantar os parâmetros modais da cavidade acústica em estudo (tubo de seção circular de 184 mm de diâmetro por 2 m de comprimento), modelou-se tal cavidade no *software ANSYS* (licença para uso Ansys, 2007). Os volumes foram modelados com elementos de fluido tridimensionais, do tipo tetraédricos. Uma análise modal foi feita para se obter os parâmetros modais. A Tab. 1 e as Fig. 4 e 5 apresentam os resultados obtidos da análise modal.

Tabela1: Frequências naturais da cavidade acústica em estudo

Frequência Natural	Valores [Hz]
1	85,7603
2	171,645
3	257,756
4	344,247
5	431,304

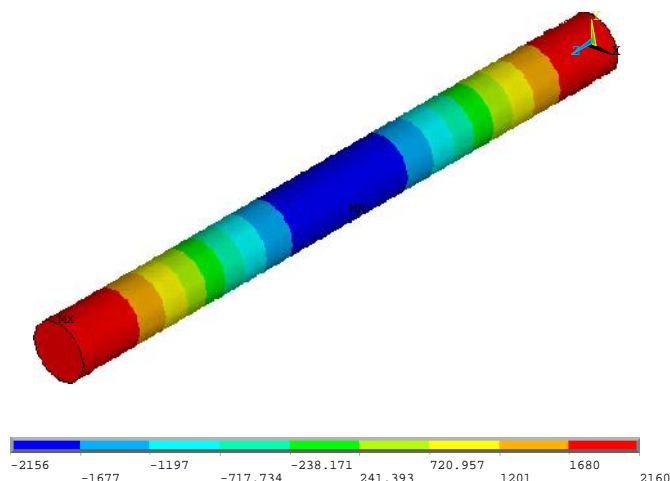


Figura4: Terceiro modo da cavidade acústica

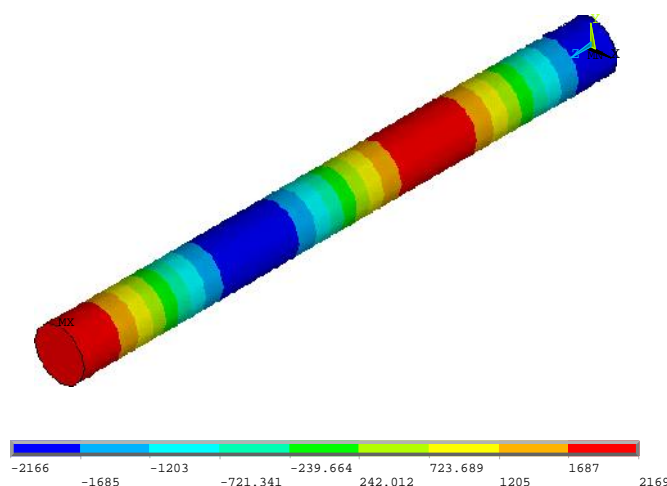


Figura5: Quarto modo da cavidade acústica

#### 4. OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS FÍSICOS

Uma vez obtidos os parâmetros modais da cavidade acústica, optou-se arbitrariamente por controlar o terceiro e quarto modos. Para tal, forneceu-se como dados de entrada para o programa em *Scilab* a 3ª e 4ª frequências naturais e o 3º e 4º modos de vibrar. Após análise e otimização, o *Scilab* forneceu os parâmetros ótimos (massas equivalentes, amortecimentos equivalentes e frequências naturais) de dois Ressonadores de Helmholtz capazes de controlarem os modos desejados bem como um gráfico mostrando a resposta do sistema com e sem a presença dos ressonadores. Com valores dos parâmetros ótimos, é possível encontrar as dimensões físicas do ressonadores através das Eqs. (20) e (21).

Dessa forma, obteve-se dois ressonadores com as características mostradas na Tab. 2.

Tabela2: Geometria dos Ressonadores de Helmholtz após otimização com a ferramenta desenvolvida no *Scilab*

		Ressonador 1	Ressonador 2
Pesçoço	r[m]	0,0122	0,0232
	l[m]	0,0278	0,0468
Corpo	R[m]	0,0413	0,0437
	L[m]	0,2200	0,1800
Fator q		1,0	1,0
Numérico	Freq [Hz]	171,65	257,76
Scilab	Freq [Hz]	172,00	258,00
ANSYS	Freq [Hz]	172,38	257,41
Dif. Perc. Num-Scilab		0,21%	0,09%
Dif. Perc. Num-ANSYS		0,43%	0,14%
Dif. Perc. Scilab-ANSYS		0,22%	0,23%

Uma vez conhecida a geometria dos ressonadores, modelou-se no *ANSYS* os ressonadores propostos já fixados na cavidade acústica, conforme mostrado na Fig. 6. Por ser de complexa modelagem e construção, desconsiderou-se o amortecimento, adotando-se um valor nulo para o mesmo.

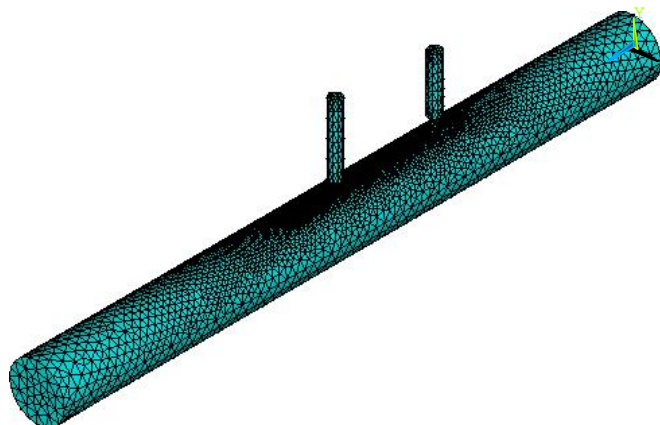


Figura 6: Malha dos Ressonadores de Helmholtz otimizados acoplados à cavidade acústica

Pôde-se confirmar a eficácia dos ressonadores analisando-se o gráfico obtido pela ferramenta *Scilab* mostrado na Fig. 7. Na Fig. 8 é apresentada a resposta da inertância, dada em dB, obtida pelo programa *ANSYS*, para o sistema após a inserção dos ressonadores. Observa-se que os picos da terceira e quarta frequências naturais foram cada um divididos em outros dois picos adjacentes, da mesma forma como se obtém no caso de neutralizadores dinâmicos no controle de vibração. Para o sistema simulado no *ANSYS*, observa-se que a redução do ruído foi menor do que a encontrada pelo *Scilab*, devido ao amortecimento nulo adotado no *ANSYS*.

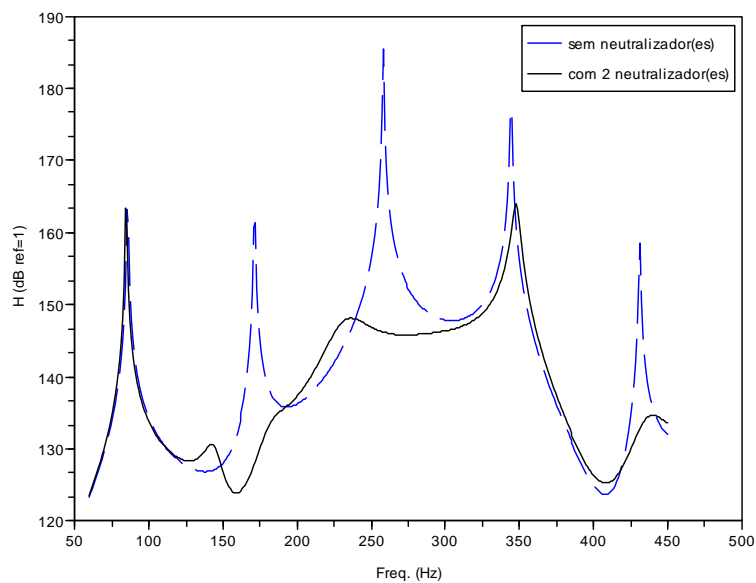


Figura 7: Resposta em Frequência do sistema acústico com e sem os Ressonadores de Helmholtz obtido pelo Scilab

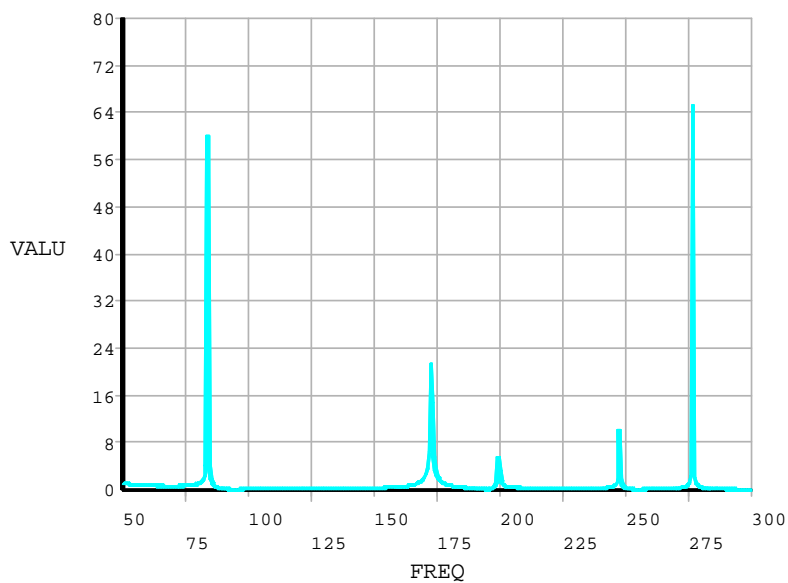


Figura 8: Resposta em Frequência do sistema acústico com os Ressonadores de Helmholtz obtido pelo ANSYS

Pode-se também notar que o controle desejado foi obtido ao analisar a distribuição de pressão na cavidade acústica com os dois ressonadores acoplados. A Fig. 9 mostra o ressonador da esquerda controlando a terceira frequência e a Fig. 10 mostra o ressonador da direita controlando a quarta frequência.

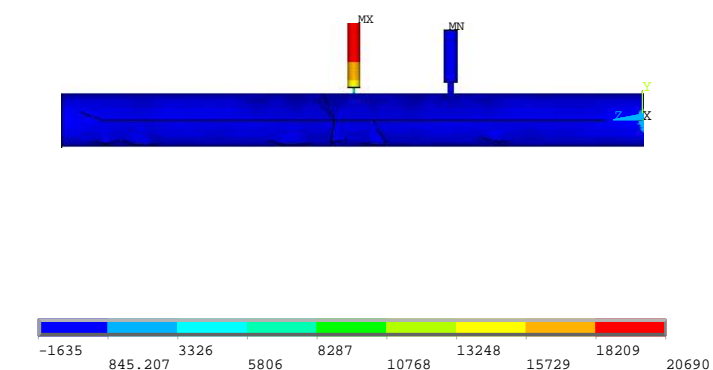


Figura 9: Distribuição de pressão na cavidade com os ressonadores acoplados com controle da segunda frequência natural

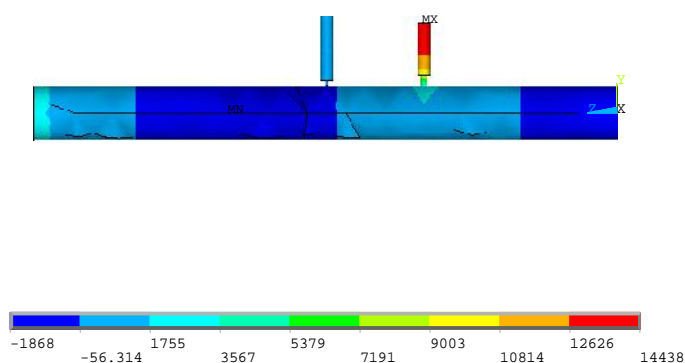


Figura 10: Distribuição de pressão na cavidade com os ressonadores acoplados com controle da terceira frequência natural

## 5. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Uma metodologia foi aqui proposta para o projeto ótimo de Ressonadores de Helmholtz para o controle passivo de ruído. A mesma foi concebida através de uma analogia direta com a metodologia já existente para o projeto de neutralizadores dinâmicos. Dessa forma, foram encontrados os parâmetros modais da cavidade acústica. Assim, utilizando o mesmo código desenvolvido para o estudo de neutralizadores dinâmicos, foram encontrados os parâmetros ótimos de dois Ressonadores de Helmholtz para controlar duas frequências naturais, o que torna a metodologia de neutralizadores mencionada nesse trabalho totalmente geral.

Essa ferramenta fornece os dados para um modelo de neutralizador dinâmico. Esses dados foram convertidos nos parâmetros físicos de Ressonadores de Helmholtz totalmente equivalentes, utilizando a analogia aqui proposta para acústica. Através dos gráficos obtidos para o sistema com e sem os ressonadores, pode-se observar que houve o controle das frequências escolhidas, como desejado.

Sugere-se como trabalho futuro a realização física do trabalho aqui proposto para que se possa verificar a consistência dessa metodologia com resultados experimentais. Também se sugere a inserção de um elemento de amortecimento no ressonador, caso não abordado no presente trabalho.

### *Agradecimentos*

Os autores agradecem ao Projeto Níveis de Ruído e Vibração nos Trabalhadores do

Setor de Transporte Rodoviário de Cargas proposto pelo Instituto São Cristovão e financiado pela Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior (SETI).

## REFERÊNCIAS

- ANSYS – *Release 10.0 Documentation for Ansys*. Copyright SAS IP Inc, 2007.
- BAVASTRI, C. A. *Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por neutralizadores Viscoelásticos*. Tese (Doutorado) — UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 1997.
- BAVASTRI, C. A., DOUBRAWA, F. J., ESPÍNDOLA, J. J., LOPES, M. O. e VENANCIO, H. W. *Modelo Geral de Neutralizadores Dinâmicos para controle passivo de vibrações e ruído: Parâmetros equivalentes generalizados*. Porto. CILAMCE 2007.
- BERANEK, L. L. e VÉR, I. L. *Noise and Vibration Control Engineering*. Toronto: John Wiley & Sons, 1992
- ESPÍNDOLA, J. J. e SILVA, H. P. *Modal reduction of vibration by dynamic neutralizers: a general approach*, 10<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, San Diego, 1992.
- KINSLER, Lawrence E.; SANDERS, Alan B. *Fundamentals of Acoustics*. New York. John Wiley & Sons, 1982.



APÊNDICE B – Artigo apresentado no 30º CILAMCE (2009)

## OBTENÇÃO DO FATOR DE CORREÇÃO $q$ PARA ESTIMAR A FREQUÊNCIA NATURAL DE UM RESSONADOR DE HELMHOLTZ

**Patricia August**

**Rosane Toshie Tsushima**

**Marco Antônio Luersen**

UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Curitiba – PR

**Carlos Alberto Bavastri**

UFPR – Universidade Federal do Paraná – Curitiba – PR

**Resumo:** Desde os primórdios, ressonadores de Helmholtz são utilizados para melhorar a qualidade acústica de ambientes. Esse dispositivo de controle é uma cavidade acústica simples que quando projetada convenientemente, e introduzida em uma sala acústica, por exemplo, tem por objetivo redistribuir os níveis de pressão sonora relacionados com as frequências naturais dessa sala. Desta forma, é possível evitar a geração de ondas estacionárias, em certa faixa de frequências, o que poderia provocar pontos de inteligibilidade muito diferentes, ou uma pobre qualidade acústica da sala. Em geral, para se alcançar isto, a frequência natural do ressonador deve ser próxima daquela da sala ou cavidade acústica que se deseja controlar, quando a absorção sonora do ressonador é baixa, o que acontece na maioria dos casos práticos. Essa frequência natural do ressonador é função de sua geometria e de um fator de correção,  $q$ , atrelado à mesma. Diferentes literaturas da área de acústica divergem ao fornecer o valor desse fator. Deste modo, o presente trabalho tem como objetivo avaliar os diferentes modelos propostos na literatura e comparar os resultados com aqueles obtidos através de simulações numéricas realizadas no software comercial ANSYS. Devido ao fato dos ressonadores de Helmholtz apresentarem diversas formas e tipos de fixação ou terminação no pescoço, várias formas geométricas e terminações foram simuladas por elementos finitos. Os resultados dessas simulações assim como as comparações e os cálculos de erros são apresentados e discutidos.

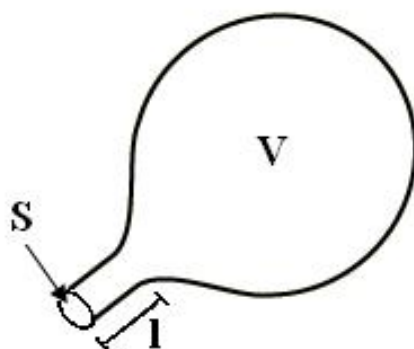
**Palavras-chave:** Acústica, Controle de Ruído, Ressonador de Helmholtz, Fator de Correção, Método dos Elementos Finitos, Frequência Natural.

## 1. INTRODUÇÃO

O Ressonador de Helmholtz é uma cavidade acústica que tem por objetivo atenuar ruídos indesejáveis em outra cavidade acústica, normalmente maior, de forma passiva, quando excitado próximo à sua frequência natural. Esse dispositivo oscila com amplitude e frequência com uma diferença de fase em relação à excitação externa. Assim, ele modifica as características acústicas da cavidade a ser controlada de forma a absorver o ruído interno dessa, dentro de certa banda de frequências. Cada ressonador é projetado para uma pequena faixa de frequências. Para os casos de uma maior abrangência, é necessária a utilização de mais de um ressonador, cada qual com uma geometria específica para cada faixa de frequências a serem controladas ou ele deve possuir uma elevada absorção acústica, o que não é simples de se obter, principalmente nas baixas e médias frequências.

Nos últimos anos, o Ressonador de Helmholtz vem sendo objeto de estudo principalmente na linha de pesquisa de controle passivo-adaptativo. Pode-se citar, dentre outros, os trabalhos de BEDOUT et al. (1997), de ESTEVE e JOHNSON (2005), de BERNHARD (1994), de KOSTEK (2000) e de JOHNSON e ESTÈVE (2002).

Um ressonador, como mostra a Figura 1, é composto por uma cavidade de volume  $V$  (que armazena energia potencial), um pescoço de seção reta e constante  $S$  e comprimento  $l$ . O pescoço faz a comunicação entre o ressonador e o ambiente a ser acondicionado.



**Figura 1 – Esquema de um Ressonador de Helmholtz.**

A frequência natural  $f_0$  de um Ressonador de Helmholtz, segundo KINSLER (1982), é dada por

$$f_0 = \frac{c_{som}}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{\ell V}}, \quad (1)$$

na qual

$$\ell = l + qr \quad (2)$$

$f_0$  é dada em [Hz];  $c_{som}$  é a velocidade do som no ar [m/s];  $S$  é a área da seção transversal do pescoço [m<sup>2</sup>];  $V$  é o volume do corpo do ressonador [m<sup>3</sup>];  $\ell$  é o comprimento equivalente do pescoço [m];  $l$  é o comprimento efetivo do pescoço [m];  $q$  é o fator de correção do comprimento do pescoço e  $r$  é o raio da seção transversal do pescoço [m].

Na literatura atual não foi encontrada uma relação direta entre as dimensões do ressonador nem a influência dessa relação na eficiência do mesmo. A única limitação imposta para o tamanho do ressonador é de que ele deve ser consideravelmente menor que o comprimento de onda do som no meio e a frequência possuir um valor especificado de projeto. A forma geométrica do corpo do ressonador, todavia, não possui nenhuma restrição, devendo apenas respeitar o volume dimensionado. As formas comumente encontradas para um Ressonador de Helmholtz são cilíndricas e esféricas, pois possuem poucas arestas e assim menores perdas.

As Eqs. (1) e (2) relacionam as dimensões do ressonador com a sua frequência natural. Segundo BAVASTRI (1997), essa deve estar próxima daquela que se deseja controlar da cavidade acústica, sempre que a absorção acústica do ressonador for desprezível para um sistema a controlar de um grau de liberdade.

Todos os termos das Eqs. (1) e (2) são conhecidos ou facilmente determináveis, excluindo-se o fator de correção  $q$ . A literatura existente diverge quanto ao valor desse fator, portanto, no presente trabalho, uma pesquisa foi realizada a fim de se verificar a legitimidade dos diversos valores propostos. Com o auxílio do *software* comercial de elementos finitos ANSYS, foram realizados ensaios numéricos para obtenção da frequência natural de ressonadores. Em seguida, comparando-se os valores das frequências obtidas numericamente e via equações propostas na literatura com diferentes valores de  $q$ , analisou-se o erro entre as duas técnicas. Considerando que a análise numérica é mais próxima da realidade, pois não utiliza fator de correção, o valor  $q$  mais adequado é aquele que apresentar menor erro.

O método dos elementos finitos é utilizado pois é uma técnica consagrada na resolução de problemas em diferentes áreas da engenharia. Esse método tem a capacidade de resolver, com boa precisão, problemas com geometrias complexas cujas soluções analíticas são impossíveis de serem obtidas.

## 2. DESENVOLVIMENTO

Segundo BAVASTRI e NAKANISHI (2001)  $q$  vale 1,6. Entretanto, para BERANEK e VÉR (1992) e CHANAUD (1994) esse fator vale 1,7. Segundo KINSLER (1982) o comprimento efetivo do pescoço com borda externa flangeada é de

$$\ell = l + (2)(0,85)r = l + 1,7r . \quad (3)$$

Se a borda externa não for flangeada,

$$\ell = l + (0,85 + 0,6)r = l + 1,5r . \quad (4)$$

A partir dessas informações fornecidas por KINSLER (1982), induz-se que a borda interna foi sempre considerada flangeada (associada ao valor 0,85 nas Eqs. (3) e (4)), concluindo-se assim que o valor de 0,6 representa fixação não flangeada. Assim, para o caso de ambas as bordas não serem flangeadas, estima-se que o comprimento efetivo pode ser calculado por

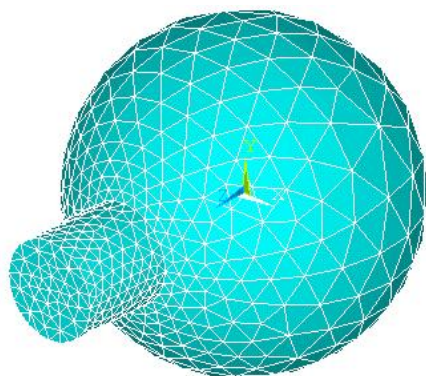
$$\ell = l + (2)(0,6)r = l + 1,2r . \quad (5)$$

Com o objetivo de confirmar as sugestões de fator de correção para as diversas formas de fixação, várias simulações foram realizadas para a obtenção da frequência natural do ressonador.

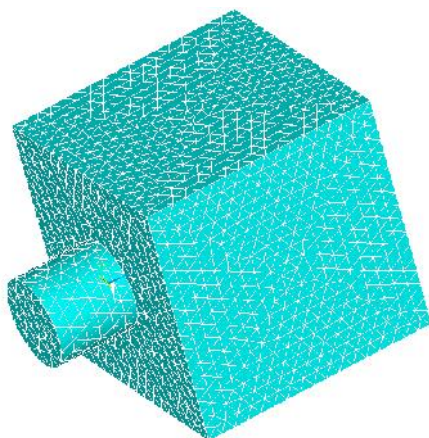
### 2.1. Ressonador sem Flange

A fim de se confirmar a hipótese proposta na Eq. (5), várias simulações foram realizadas para a obtenção da frequência natural do ressonador. Para isso, alguns parâmetros foram alterados, como o comprimento e o raio do pescoço e do corpo. Esses resultados foram comparados com a solução analítica dada pela Eq. (1), aplicando-se diferentes valores de fator de correção  $q$  sugeridos pela literatura referenciada.

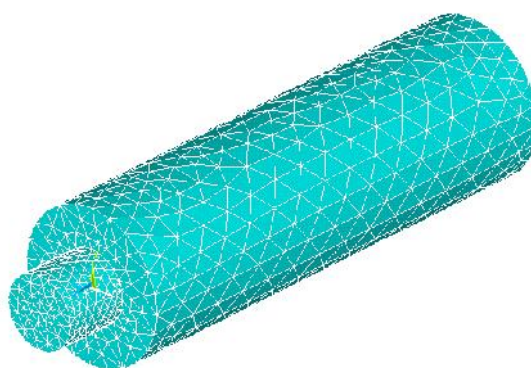
Três diferentes formas do corpo do ressonador foram estudadas, a saber: esférica, cúbica e cilíndrica. Em todos os casos foram utilizados pescoços de forma cilíndrica. As Figuras 2, 3 e 4 apresentam as malhas de elementos finitos criadas no ANSYS para as três formas geométricas de ressonador. Os volumes foram modelados como sendo elementos de fluido tridimensionais, do tipo tetraédricos. Uma análise modal foi utilizada para obter os resultados que serão apresentados na sequência.



**Figura 2 – Malha do Ressonador de Helmholtz de corpo esférico.**



**Figura 3 – Malha do Ressonador de Helmholtz de corpo cúbico.**



**Figura 4 – Malha do Ressonador de Helmholtz de corpo cilíndrico.**

As Tabelas 1, 2 e 3 apresentam, para os corpos esférico, cúbico e cilíndrico, respectivamente, os resultados de frequência natural obtidos numericamente e analiticamente. Para cada forma geométrica foram testados três casos nos quais se variou o valor do raio  $r$  da seção transversal do pescoço e para cada caso aplicou-se diferentes valores de fatores de correção no cálculo via equação analítica.

Nas simulações de ressonadores sem flange o volume do corpo foi mantido constante ( $0,0042\text{m}^3$ ), visto que a rigidez equivalente do ressonador depende apenas do volume, e não de sua forma (KINSLER 1982). Assim, a rigidez equivalente também não foi alterada nos diversos testes.

A diferença percentual apresentada nas tabelas é calculada por

$$\text{Diferença percentual} = \left( \frac{f_{0EF} - f_{0calc}}{f_{0EF}} \right) 100, \quad (6)$$

na qual  $f_{0EF}$  representa a frequência obtida via elementos finitos e  $f_{0calc}$  a frequência obtida analiticamente.

Tomou-se o valor encontrado por elementos finitos como sendo o de referência.

**Tabela 1 – Resultados obtidos utilizando-se corpo esférico.**

CASO		1				2				3			
Pescoço	$l^{(*)}$ [m]	0,055				0,055				0,055			
	$r$ [m]	0,030				0,020				0,015			
Esfera	$R^{(*)}$ [m]	0,100				0,100				0,100			
	Fator q	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	148,678	141,829	139,749	137,757	106,380	102,557	101,371	100,226	82,999	80,554	79,785	79,038
ANSYS	Freq. [Hz]	155,958				112,699				88,043			
Diferença percentual (%)		5%	10%	12%	13%	6%	10%	11%	12%	6%	9%	10%	11%

(\*) Valores mantidos fixos

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos ao se adotar um corpo cúbico de mesmo volume.

**Tabela 2 – Resultados obtidos utilizando-se corpo cúbico.**

CASO		1				2				3			
Pescoço	$l^{(*)}$ [m]	0,055				0,055				0,055			
	$r$ [m]	0,030				0,020				0,015			
Cubo	$L^{(*)}$ [m]	0,161				0,161				0,161			
Fator q		1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	148,954	142,093	140,008	138,013	106,578	102,747	101,560	100,412	83,153	80,703	79,933	79,185
ANSYS	Freq. [Hz]	167,604				115,727				88,530			
Diferença percentual (%)		13%	18%	20%	21%	9%	13%	14%	15%	6%	10%	11%	12%

(\*) Valores mantidos fixos

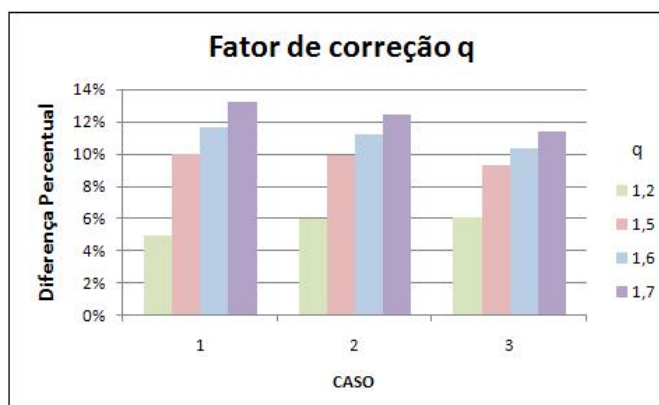
A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos ao se adotar um corpo cilíndrico de mesmo volume.

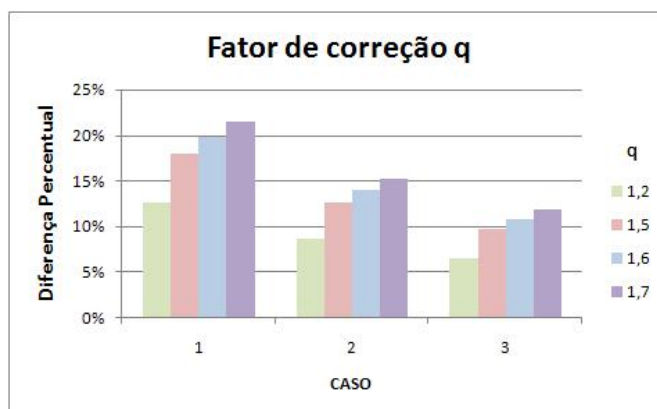
**Tabela 3 – Resultados obtidos utilizando-se corpo cilíndrico.**

CASO		1				2				3			
Pescoço	$l^{(*)}$ [m]	0,055				0,055				0,055			
	$r^{(*)}$ [m]	0,030				0,030				0,030			
Cilindro	$L$ [m]	0,250				0,300				0,350			
	$R$ [m]	0,073				0,067				0,062			
Fator q		1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	148,681	141,832	139,752	137,760	148,681	141,832	139,752	137,760	148,681	141,832	139,752	137,760
ANSYS	Freq. [Hz]	158,697				153,452				147,845			
Diferença percentual (%)		7%	12%	14%	15%	3%	8%	10%	11%	1%	4%	6%	7%

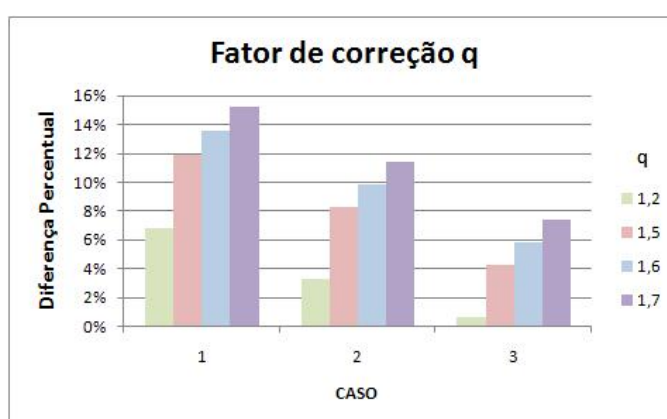
(\*) Valores mantidos fixos

A partir dos resultados obtidos e analisando a diferença percentual apresentada nas Tabelas 1, 2 e 3, confirma-se a hipótese de que o fator de correção do comprimento do pescoço que deverá ser utilizado, quando a fixação do ressonador não é flangeada, é o de 1,2. Os campos em verde destacam a menor diferença percentual mostrando que aplicando o fator de 1,2 chega-se mais próximo do valor tomado como verdadeiro. Para uma melhor visualização, compararam-se as diferenças percentuais entre o resultado analítico e numérico de cada forma geométrica nas Figuras 5, 6 e 7.

**Figura 5 – Diferenças percentuais obtidas com corpo esférico.**



**Figura 6 – Diferenças percentuais obtidas com corpo cúbico.**

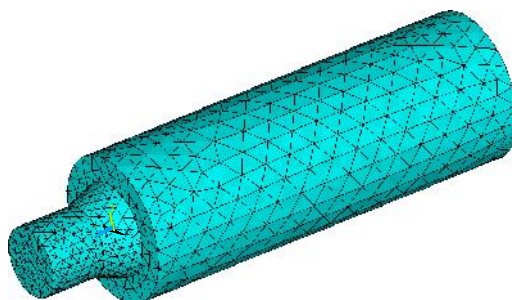


**Figura 7 – Diferenças percentuais obtidas com corpo cilíndrico.**

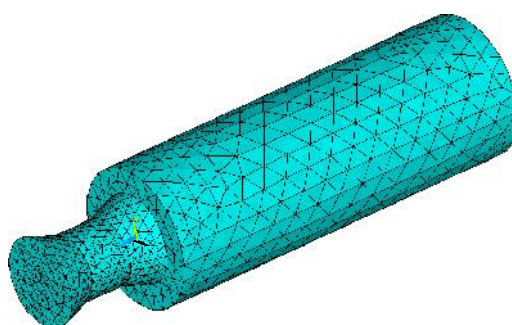
## 2.2. Ressonador com Flange

No estudo de Ressonadores de Helmholtz sem bordas flangeadas constatou-se que a forma geométrica do corpo do ressonador não interferiu no valor do fator de correção. As diversas formas estudadas (esférica, cúbica e cilíndrica) estão ligadas aos erros encontrados entre os valores analíticos e numéricos. As formas esférica e cilíndrica tiveram menores erros comparadas à cúbica, devido ao fato dessa última possuir muitas arestas e, portanto maiores perdas. Na sequência, para o estudo de ressonadores com flange, optou-se por analisar apenas aqueles de corpo cilíndrico, por serem mais comumente encontrados e de maior facilidade de construção.

Foram estudados tanto o caso quando há apenas uma flange (entre o corpo e o pescoço do ressonador), conforme mostra a Figura 8, e quando há duas flanges, sendo a segunda entre o pescoço e a fixação do ressonador no tubo acústico (Figura 9).



**Figura 8 – Malha do Ressonador de Helmholtz de corpo cilíndrico com uma flange.**



**Figura 9 – Malha do Ressonador de Helmholtz de corpo cilíndrico com duas flanges.**

As Tabelas 4, 5 e 6 apresentam os resultados numéricos e analíticos obtidos da frequência natural quando as dimensões do pescoço e/ou da flange são variadas, sendo que o volume do corpo do ressonador foi sempre mantido constante no caso do ressonador com apenas uma flange.

**Tabela 4 – Resultados dos casos 1, 2 e 3 obtidos utilizando-se corpo cilíndrico e apenas uma flange.**

CASO		1				2				3			
Pescoço	$l^{(*)}$ [m]	0,055				0,055				0,055			
	$r^{(*)}$ [m]	0,030				0,030				0,030			
Flange	$r_{top}$ [m]	0,035				0,040				0,045			
	$z$ [m]	0,020				0,015				0,010			
Cilindro	$L$ [m]	0,350				0,350				0,350			
	$R$ [m]	0,062				0,062				0,062			
Fator q		1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	148,681	141,832	139,752	137,760	148,681	141,832	139,752	137,760	148,681	141,832	139,752	137,760
ANSYS	Freq. [Hz]	150,938				151,979				151,240			
Diferença percentual (%)		2%	6%	8%	10%	2%	7%	9%	10%	2%	7%	8%	10%

(\*) Valores mantidos fixos



**Tabela 5 – Resultados dos casos 4, 5 e 6 obtidos utilizando-se corpo cilíndrico e apenas uma flange.**

CASO		4				5				6			
Pescoço	$l^{(*)}$ [m]	0,100				0,100				0,100			
	$r^{(*)}$ [m]	0,030				0,030				0,030			
Flange	$r_{top}$ [m]	0,035				0,040				0,045			
	$z$ [m]	0,030				0,020				0,015			
Cilindro	$L$ [m]	0,350				0,350				0,350			
	$R$ [m]	0,062				0,062				0,062			
Fator q		1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	121,620	117,785	116,586	115,422	121,620	117,785	116,586	115,422	121,620	117,785	116,586	115,422
ANSYS	Freq. [Hz]	123,091				123,611				123,500			
Diferença percentual (%)		1%	5%	6%	7%	2%	5%	6%	7%	2%	5%	6%	7%

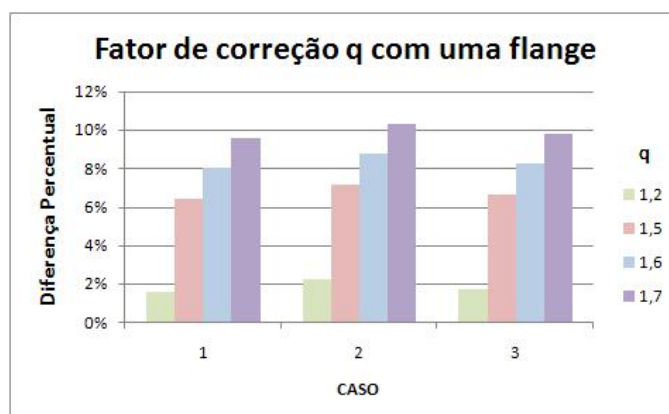
(\*) Valores mantidos fixos

**Tabela 6 – Resultados dos casos 7, 8 e 9 obtidos utilizando-se corpo cilíndrico e apenas uma flange.**

CASO		7				8				9			
Pescoço	$l^{(*)}$ [m]	0,120				0,120				0,120			
	$r^{(*)}$ [m]	0,015				0,015				0,015			
Flange	$r_{top}$ [m]	0,025				0,020				0,025			
	$z$ [m]	0,030				0,030				0,015			
Cilindro	$L$ [m]	0,350				0,350				0,350			
	$R$ [m]	0,062				0,062				0,062			
Fator q		1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	60,368	59,407	59,097	58,791	60,368	59,407	59,097	58,791	60,368	59,407	59,097	58,791
ANSYS	Freq. [Hz]	64,381				63,014				62,594			
Diferença percentual (%)		7%	8%	9%	10%	4%	6%	7%	7%	4%	5%	6%	6%

(\*) Valores mantidos fixos

As Figuras 10, 11 e 12 destacam as diferenças percentuais entre o resultado analítico e numérico para os casos em estudo.



**Figura 10 – Diferenças percentuais dos casos 1, 2 e 3 obtidas com corpo cilíndrico, com fixação por uma flange.**

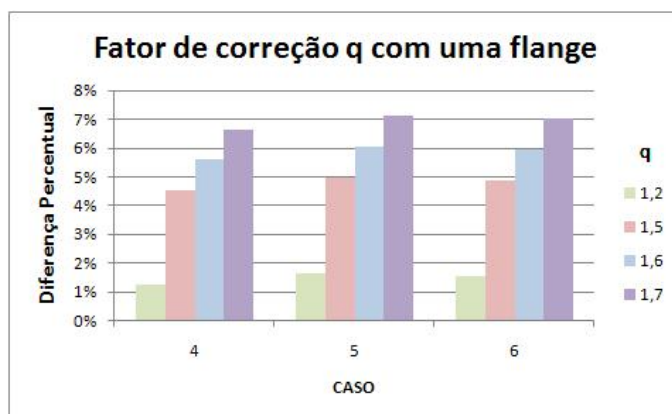


Figura 11 – Diferenças percentuais dos casos 4, 5 e 6 obtidas com corpo cilíndrico, com fixação por uma flange.

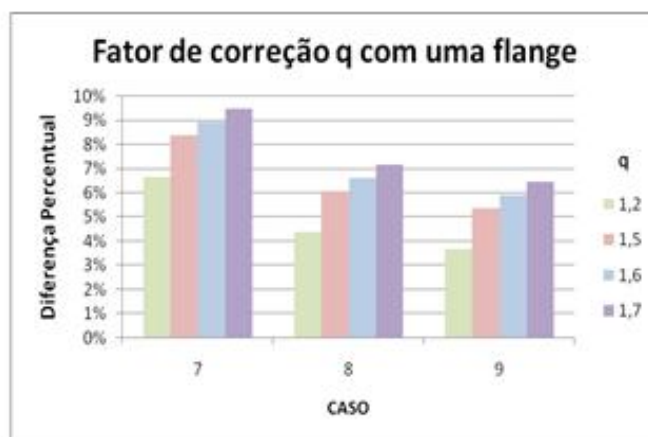


Figura 12 – Diferenças percentuais dos casos 7, 8 e 9 obtidas com corpo cilíndrico, com fixação por uma flange.

Tabela 7 – Resultados dos casos 1, 2 e 3 obtidos utilizando-se corpo cilíndrico e duas flanges.

CASO		1				2				3			
Pescoço	$l^{(*)}$ [m]	0,055				0,055				0,055			
	$r^{(*)}$ [m]	0,030				0,030				0,030			
Flange	$r_{top}$ [m]	0,035				0,040				0,045			
	$z$ [m]	0,020				0,015				0,010			
Cilindro	$L$ [m]	0,350				0,350				0,350			
	$R$ [m]	0,062				0,062				0,062			
Fator q		1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	148,681	141,832	139,752	137,760	148,681	141,832	139,752	137,760	148,681	141,832	139,752	137,760
ANSYS	Freq. [Hz]	153,297				154,751				153,187			
Diferença percentual (%)		3%	8%	10%	11%	4%	9%	11%	12%	3%	8%	10%	11%

(\*) Valores mantidos fixos

**Tabela 8 – Resultados dos casos 4, 5 e 6 obtidos utilizando-se corpo cilíndrico e duas flanges.**

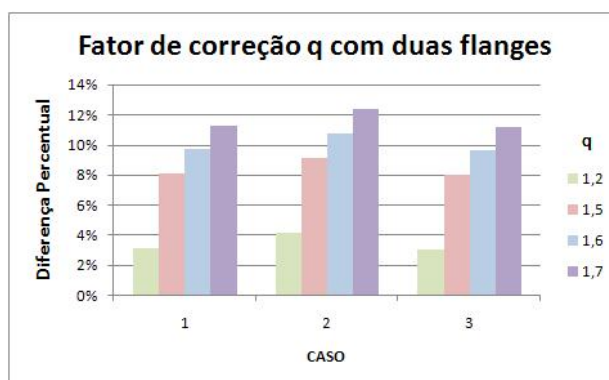
CASO		4				5				6			
Pesçoço	$l^{(*)}$ [m]	0,100				0,100				0,100			
	$r^{(*)}$ [m]	0,030				0,030				0,030			
Flange	$r_{top}$ [m]	0,035				0,040				0,045			
	$z$ [m]	0,030				0,020				0,015			
Cilindro	$L$ [m]	0,350				0,350				0,350			
	$R$ [m]	0,062				0,062				0,062			
Fator q		1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	121,620	117,785	116,586	115,422	121,620	117,785	116,586	115,422	121,620	117,785	116,586	115,422
ANSYS	Freq. [Hz]	125,109				125,763				125,347			
Diferença percentual (%)		3%	6%	7%	8%	3%	7%	8%	9%	3%	6%	8%	9%

(\*) Valores mantidos fixos

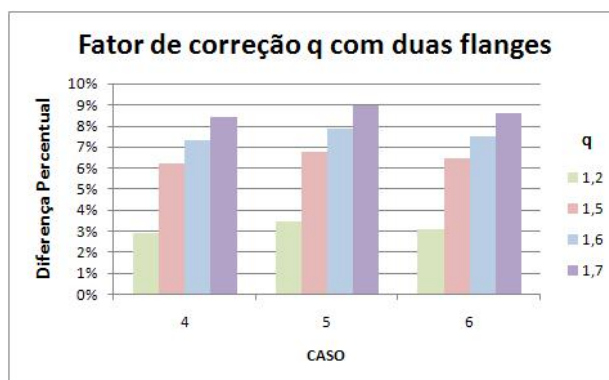
**Tabela 9 – Resultados dos casos 7, 8 e 9 obtidos utilizando-se corpo cilíndrico e duas flanges.**

CASO		7				8				9			
Pesçoço	$l^{(*)}$ [m]	0,120				0,120				0,120			
	$r^{(*)}$ [m]	0,015				0,015				0,015			
Flange	$r_{top}$ [m]	0,025				0,020				0,025			
	$z$ [m]	0,030				0,030				0,015			
Cilindro	$L$ [m]	0,350				0,350				0,350			
	$R$ [m]	0,062				0,062				0,062			
Fator q		1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7	1,2	1,5	1,6	1,7
CALCULADO	Freq. [Hz]	60,368	59,407	59,097	58,791	60,368	59,407	59,097	58,791	60,368	59,407	59,097	58,791
ANSYS	Freq. [Hz]	67,744				65,001				63,982			
Diferença percentual (%)		12%	14%	15%	15%	8%	9%	10%	11%	6%	8%	8%	9%

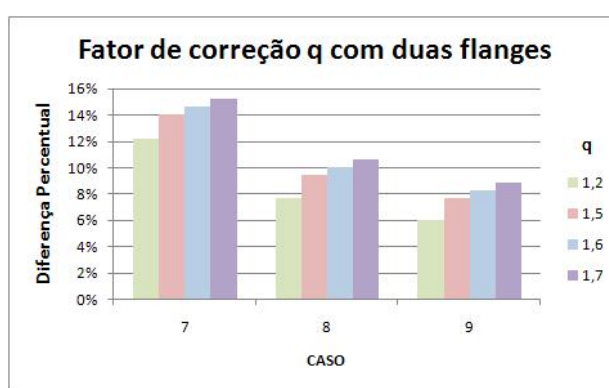
(\*) Valores mantidos fixos



**Figura 13 – Diferenças percentuais dos casos 1, 2 e 3 obtidas com corpo cilíndrico, com fixação por duas flanges.**



**Figura 14 – Diferenças percentuais dos casos 4, 5 e 6 obtidas com corpo cilíndrico, com fixação por duas flanges.**



**Figura 15 – Diferenças percentuais dos casos 7, 8 e 9 obtidas com corpo cilíndrico, com fixação por duas flanges.**

Avaliando os resultados pode-se perceber que o fator de correção do comprimento do pescoço que fornece menor diferença entre os valores obtidos numericamente e via equação analítica é também 1,2.

### 3 DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

O comportamento do Ressonador de Helmholtz foi estudado a partir de um modelo construído por elementos finitos via *software ANSYS*. A partir desse modelo foram obtidos valores de frequências naturais para cada geometria proposta para tal ressonador. Esses resultados foram comparados com os resultados obtidos de forma analítica, sendo essa seguindo as várias sugestões de fatores de correção da literatura consultada.

Para uma maior abrangência, várias geometrias foram estudadas. Com base nos resultados obtidos, chega-se a conclusão de que o melhor fator de correção, dentre os valores sugeridos, foi o de 1,2, tanto para ressonadores flangeados como para àqueles sem flange, independente da forma geométrica do corpo do ressonador. Esses resultados contrariam as sugestões das diversas literaturas consultadas.

Sugere-se como trabalho futuro um estudo mais aprofundado somado à realização de experimentos que confirme qual é o melhor fator de correção para cada caso de fixação do Ressonador de Helmholtz.

#### *Agradecimentos*

Os autores agradecem ao MCT/FINEP/FNDCT – Chamada PROMOVE – Laboratórios de inovação - Convênio 4931/06 pelo apoio financeiro no desenvolvimento desse trabalho.

#### REFERÊNCIAS

- ANSYS – Release 10.0 Documentation for Ansys. Copyright SAS IP Inc, 2007.
- BAVASTRI, C. A. e NAKANISHI, E. Y. Contaminación por ruido. Neuquén: Universidad Nacional del Comahue, 2001 (apostila).
- BAVASTRI, C. A. Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por neutralizadores Viscoelásticos. Tese (Doutorado) — UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 1997.
- BEDOUT, J. M., FRANCHEK, M. A., BERNHARD, R. J. e MONGEAU, L. Adaptive-Passive Noise Control with Self-Tuning Helmholtz Resonators. *Journal of Sound and Vibration* 202 (1997) 109-123.
- BERANEK, L. L. e VÉR, I. L. *Noise and Vibration Control Engineering*. Toronto: John Wiley & Sons, 1992
- BERNHARD, R. J. The state of the art of active-passive noise control, *Proceedings of Noise-Con 94*, Ft. Lauderdale 1994.
- CHANAUD, R. C. Effects of Geometry on the Resonants frequency of Helmholtz Resonators, *Journal of Sound and Vibration* 178 (1994) 337–348.
- ESTEVE, S. J. e JOHNSON, M. E. Adaptive Helmholtz resonators and passive vibration absorbers for cylinder interior noise control. *Journal of Sound and Vibration* 288 (2005) 1105–1130.
- KINSLER, Lawrence E.; SANDERS, Alan B. *Fundamentals of Acoustics*. New York. John Wiley & Sons, 1982.
- KOSTEK, T.M., FRANCHEK, M.A. Hybrid noise control in ducts, *Journal of Sound and Vibration* 237 (2000) 81–100.
- JOHNSON, M. E., ESTÈVE, S. J. Comparison of local and global adaptive strategies for the control of broadband noise in an enclosure using adaptive Helmholtz resonators, *Proceedings of the Active 2002 Conference*, Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, UK, July 2002.

### APÊNDICE C– Cálculo dos parâmetros geométricos dos ressonadores de Helmholtz

- Parâmetros geométricos do ressonador para controlar a segunda frequência natural:

$$c_{som} = 343 \text{ m/s (Velocidade do som no ar)}$$

$$f_2 = 178,25 \text{ Hz (Frequência natural do ressonador)}$$

$$r_2 = 0,018 \text{ m (Raio do pescoço – tubo padrão de PVC de 36mm de diâmetro interno)}$$

$$S_2 = \pi r_2^2 \text{ (Área da secção transversal do pescoço)}$$

$$S_2 = 1,018 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$l_2 = 0,0606 \text{ m (Comprimento equivalente do pescoço – estimado)}$$

$$l_2 = l_2 - 1,2 \cdot r_2 \text{ (Comprimento do pescoço – aplicado fator de correção proposto no Apêndice B)}$$

$$l_2 = 0,039 \text{ m}$$

$$V_2 = \frac{S_2}{l_2} \left( \frac{c_{som}}{2\pi f_2} \right)^2 \text{ (Volume do corpo do ressonador)}$$

$$V_2 = 0,0016 \text{ m}^3$$

$$R_2 = 0,05 \text{ m (Raio do corpo do ressonador – tubo padrão de PVC de 100mm de diâmetro)}$$

$$L_2 = \frac{V_2}{\pi R_2^2} \text{ (Comprimento do corpo do ressonador)}$$

$$L_2 = 0,2006 \text{ m}$$

- Parâmetros geométricos do ressonador para controlar a terceira frequência natural:

$$c_{som} = 343 \text{ m/s}$$

$$f_3 = 267,12 \text{ Hz}$$

$$r_3 = 0,018 \text{ m}$$

$$S_3 = \pi r_3^2$$

$$S_3 = 1,02 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$l_3 = 0,0606 \text{ m}$$

$$l_3 = l_3 - 1,2 \cdot r_3$$

$$l_3 = 0,039 \text{ m}$$

$$V_3 = \frac{S_3}{l_3} \left( \frac{c_{som}}{2\pi f_3} \right)^2$$

$$V_3 = 0,0007 \text{ m}^3$$

$$R_3 = 0,05 \text{ m}$$

$$L_3 = \frac{V_3}{\pi R_3^2}$$

$$L_3 = 0,0893m$$

**APÊNDICE D** – Interação entre a forma do êmbolo do ressonador de Helmholtz e a capacidade de redução acústica do sistema a controlar

Na tentativa de quantificar a interferência da interação entre a forma do êmbolo do ressonador com o controle do mesmo sobre a cavidade, modificou-se a forma do êmbolo utilizado para o controle do terceiro modo de vibrar da cavidade acústica. As modificações no êmbolo podem ser visualizadas nas Figuras 1, 2, 3 e 4. Para identificar cada uma das modificações, essas foram chamadas de ‘chanfrado’, ‘meia-lua’, ‘furado’ e o ‘normal’, respectivamente.

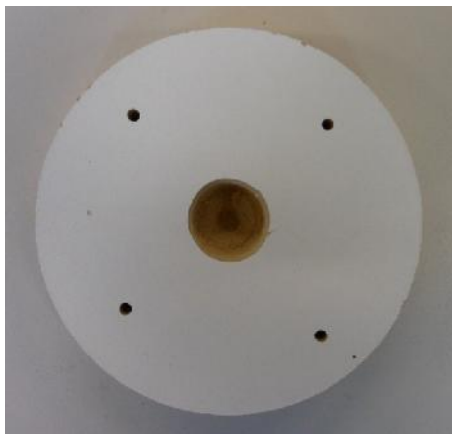


**Figura 1** – Êmbolo denominado ‘chanfrado’.

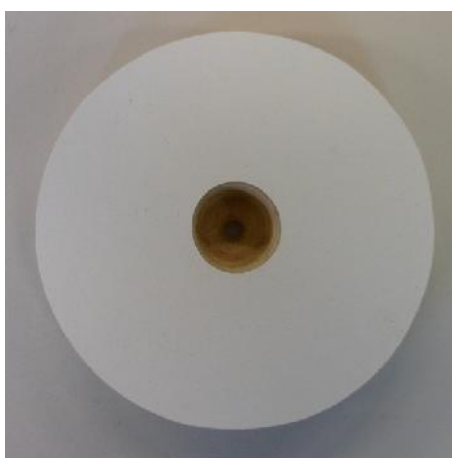


**Figura 265** – Êmbolo denominado ‘meia-lua’.



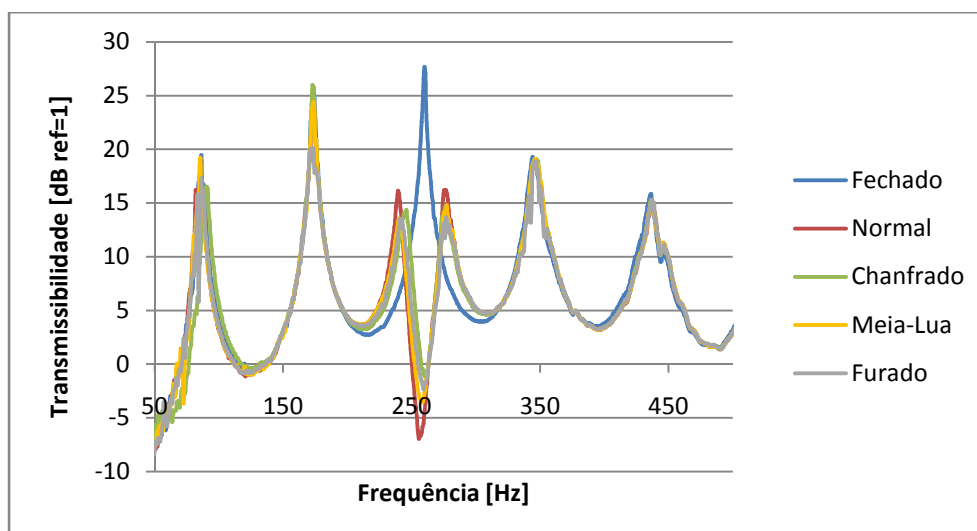


**Figura 3** – Êmbolo denominado ‘furado’.

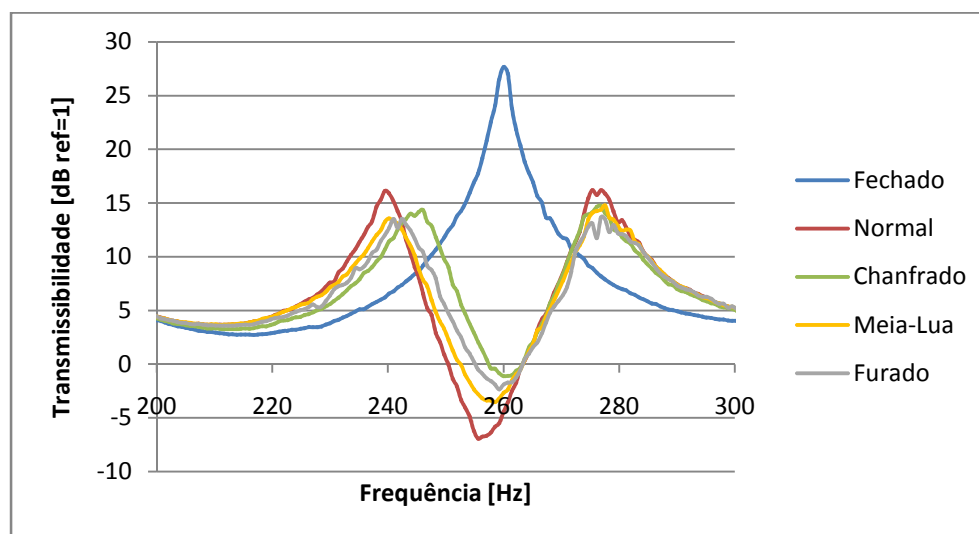


**Figura 4** – Êmbolo denominado ‘normal’.

Ao se excitar o duto com ruído branco e usando cada um desses êmbolos acoplados no ressonador construído para o controle do terceiro modo, obteve-se respostas de transmissibilidade que podem ser visualizadas na Figura 5. A Figura 6 mostra uma ampliação da terceira frequência, para melhor detalhamento da mesma.



**Figura 5** – Curva de transmissibilidade quando o duto é excitado com ruído branco com os vários êmbolos propostos.



**Figura 6** – Ampliação da terceira frequência natural quando o duto é excitado com ruído branco com os vários êmbolos propostos.

A Tabela 1 mostra a amplitude de cada uma das respostas obtidas com cada um dos êmbolos propostos, juntamente com a redução em relação ao êmbolo denominado ‘normal’. Nessa tabela, pode-se notar que houve uma redução entre  $1,14\text{dB}$  e  $2,63\text{dB}$ . Assim, pode-se suspeitar que existe a possibilidade de promover dissipação de energia modificando o êmbolo utilizado no ressonador de Helmholtz.

**Tabela 1** – Amplitudes das respostas obtidas com cada um dos êmbolos propostos.

Êmbolo	Amplitude do pico esquerdo [dB]	Redução em relação ao normal [dB]	Amplitude do pico esquerdo [dB]	Redução em relação ao normal [dB]
Normal	15,30	-	15,41	-
Chanfrado	14,00	1,30	14,27	1,14
Meia lua	12,67	2,63	14,27	1,14
Furado	12,67	2,63	13,09	2,32