

**DANIEL CAVALCANTI JERONYMO**

**METAHEURÍSTICAS APLICADAS AO PROBLEMA DE  
DESPACHO ECONÔMICO DE ENERGIA ELÉTRICA**

**CURITIBA**

**2011**

**DANIEL CAVALCANTI JERONYMO**

**METAHEURÍSTICAS APLICADAS AO PROBLEMA DE  
DESPACHO ECONÔMICO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Leandro dos Santos Coelho

**CURITIBA**

**2011**

Jeronymo, Daniel Cavalcanti

Metaheurísticas aplicadas ao problema de despacho econômico de energia elétrica / Daniel Cavalcanti Jeronymo. – Curitiba, 2011.  
139 f. : il.; graf., tab.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.  
Orientador: Leandro dos Santos Coelho

1. Sistemas de energia elétrica. I. Coelho, Leandro dos Santos. II. Título.

CDD 343.0929

# Dedicatória

A minha mãe,

Por mostrar que as tarefas mais difíceis só podem ser cumpridas através de trabalho, vontade e perseverança.

Ao meu pai,

Por ensinar que o muito pode ser perdido pela falta de um pouco mais.

## Agradecimentos

À Deus, acima de tudo, pelo amor imenso e gratuito; por este Universo tão belamente arquitetado e repleto de mistérios, prontos a serem estudados e decifrados; pelas coisas grandes e pelas coisas pequenas; pelas coisas que tomo como garantidas e não lembro de mencionar em minhas orações; pela vida, oportunidades e capacidades com as quais fui abençoado; por ter colocado pessoas iluminadas em meu caminho.

À minha família, especialmente à minha mãe, por todo o conhecimento e moral que me passaram, pelo apoio e encorajamento constantes, assim como os sacrifícios feitos para que eu chegasse aqui.

Ao meu orientador, o Prof. Dr. Leandro dos Santos Coelho, quem me aceitou como orientando, um aluno praticamente desconhecido e sem forte passado acadêmico, estou em imenso débito de gratidão, por toda a sua dedicação e paciência, pelos seus ensinamentos inestimáveis, pela sua inspiração e orientação para que eu trabalhasse em pesquisas interessantes. Mais que tudo, por me ensinar e ajudar a trilhar o caminho das pedras na vida acadêmica.

À Isadora, meu amor, pelo companheirismo, apoio, dedicação e também por me aguentar até nos momentos de mau humor.

Ao meu amigo Yuri, por sua ajuda inestimável em vários trabalhos e também pela sua inspiração em diversas linhas de pesquisa.

Aos meus amigos Ewerton e Fernando, por me lembrarem desde pequeno que existe uma vida fora dos livros e dos computadores, me ajudando a aproveitá-la.

Aos colegas mestrandos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), em especial mas não somente aos do laboratório, pelo apoio e pela troca de conhecimentos.

Aos membros da banca por terem gentilmente aceito o convite para a participação da avaliação deste trabalho.

Ao Plano de Reestruturação e Expansão das Universidades (REUNI) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), pelo apoio financeiro na forma de uma bolsa de

mestrado.

À todos aqueles que vieram antes de mim e fundamentaram o chão para esta obra. Para estes, repito as palavras de Bernard de Chartres, “Somos como anões aos ombros de gigantes, pois podemos ver mais coisas do que eles e mais distantes, não devido à acuidade da nossa vista ou à altura do nosso corpo, mas porque somos mantidos e elevados pela estatura de gigantes.”.

## Epígrafe

“Toda a verdade é uma só.

Nesta luz, que a ciência e a religião trabalhem juntas  
para a contínua evolução da Humanidade:

Da escuridão a luz,

Da mente fechada a mente aberta,

Do preconceito a tolerância,

É a voz da vida que nos chama a vir e aprender.”

Do original: (All truth is one. In this light, may science and religion endeavor together for the steady evolution of Mankind: From darkness to light, From narrowness to broadmindedness, From prejudice to tolerance, It is the voice of life that calls us to come and learn.)

Cuthbert W. Pound, Juiz Chefe da Corte de Apelações do Estado de Nova Iorque

## Resumo

Nesta dissertação é abordado um dos problemas de otimização em sistemas elétricos de potência, mais especificamente, o problema de despacho econômico de energia elétrica. Este é um problema bem estabelecido e conhecido em estudos de sistemas elétricos. Suas formulações simplificadas são facilmente resolvidas pelo método de otimização de Newton e suas variantes como o método dos pontos interiores primal-dual. Entretanto, variações destes problemas foram criadas com o intuito de tornar a modelagem mais realista, *i.e.*, mais próxima das condições reais de operação dos sistemas modelados e portanto, mais complexa. Estas variações incluem taxas limites de rampa, zonas de operação proibidas, reserva de giro e funções de custo não-suaves, criando um espaço de busca altamente não-linear, descontínuo, não-convexo e fortemente multimodal, onde o método de otimização de Newton falha em convergir. Por outro lado, métodos estocásticos de otimização, as metaheurísticas, livres de derivadas, são capazes de incorporar restrições e também de acomodar características nas funções de custo sem impedimentos de complexidade matemática, embora não possuam uma garantia de solução ótima. O objetivo principal desta dissertação é o levantamento de desempenho de metaheurísticas, através da aplicação e comparação em problemas de despacho econômico. Para isto, foi necessária a implementação de metaheurísticas como: algoritmo genético, evolução diferencial, otimização por enxame de partículas, algoritmo de seleção clonal, algoritmo de otimização por fogos de artifício, otimização *big bang - big crunch*, *covariance matrix adaptation - evolution strategy*, busca incremental baseada em população e *simulated annealing*. Estas metaheurísticas foram aplicadas a nove estudos de caso de despacho econômico de energia elétrica com efeito de ponto de válvula conhecidos na literatura, com o objetivo de otimização do custo de combustível dos geradores. A análise dos resultados obtidos compara o desempenho destes através de métricas como tempo de avaliação e melhor média obtida em diversos experimentos de otimização. Para validar estes resultados e verificar a significância de diferença entre os mesmos, foi utilizado o teste estatístico de Wilcoxon, que testa a hipótese nula que dados de duas amostras são amostras independentes de distribuições contínuas idênticas. Os resultados obtidos mostram que o *Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy* e o *Differential Evolution* obtêm os melhores resultados na otimização de problemas do despacho econômico. Dois pequenos experimentos foram adicionados a dissertação, um mostrando bons resultados na utilização de um gerador de folga variável e o outro a vantagem de processar avaliações da função objetivo no processador gráfico.

Palavras-chave: Despacho econômico. Efeito de ponto de válvula. Otimização mono-objetivo. Metaheurísticas.

# Abstract

This dissertation approaches one of the optimization problems in electrical power systems, more specifically, the electrical energy economic dispatch problem. This problem is well established and known in electrical systems studies. The simplified formulations are easily solved by Newton's optimization method and its variants such as the primal-dual interior point method. However, variants of these problems have been created with the intent of increasing the realism of the existent models, *i.e.*, bring them closer to the real operating conditions and therefore, more complex. These variants include ramp rate limits, prohibited operating zones, spinning reserve and non-smooth cost functions, creating a search space which is highly non-linear, discontinuous, non-convex and strongly multi-modal, where Newton's optimization method fails to converge. On the other hand, stochastic optimization methods, the metaheuristics, derivative free, are capable of incorporating restraints and also of accommodating cost function characteristics without any mathematical complexity obstacles, despite the mathematical lack of guarantee of convergence to the optimal solution. The main objective of this dissertation is the benchmarking of metaheuristics, through the application and comparison of economic dispatch problems. To achieve this, it was necessary to implement metaheuristics such as: genetic algorithm, differential evolution, particle swarm optimization, clonal selection algorithm, fireworks optimization algorithm, big bang - big crunch optimization, covariance matrix adaptation - evolution strategy, population based incremental learning and simulated annealing. These metaheuristics have been applied to nine economic dispatch case studies with valve-point loading effect known in literature, with the objective of optimizing generator fuel costs. Performance of the obtained results is measured through the usage of metrics such as the evaluation time and best average obtained from several optimization experiments. The Wilcoxon rank-sum statistical test was used to validate these results and check the significance of the difference between them. This test checks the null hypothesis that the data from two samples are in fact independent samples from identical continuous distributions with equal medians. The obtained results obtained show that Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy and Differential Evolution provide the best results for the optimization of economic dispatch problems. Two small experiments have been added to the dissertation, one showing good results in the usage of variable slack generators and the other the advantage of processing function evaluations on a graphics processor.

Key-words: Economic dispatch. Valve-point effect. Mono-objective optimization. Metaheuristics.

## Lista de Figuras

Figura 2.1	Característica de entrada-saída de uma unidade geradora termoelétrica, adaptada de Zhu [1].	29
Figura 2.2	Característica de entrada-saída de uma unidade geradora hidroelétrica, adaptada de Zhu [1].	30
Figura 2.3	Característica de entrada-saída de uma unidade geradora termoelétrica com efeito de carregamento do ponto de válvula na linha contínua e sem efeito na linha tracejada, com parâmetros $a = 0,00028$ ; $b = 8,1$ ; $c = 550$ ; $e = 300$ ; $f = 0,035$ ; $P_{Gmin} = 0$ e $P_{Gmax} = 680$ .	32
Figura 2.4	Características de entrada-saída entre estados de uma unidade geradora limitada por taxas limites de rampa.	33
Figura 2.5	Característica de entrada-saída de uma unidade geradora com uma zona proibida de operação.	34
Figura 2.6	Efeito de perdas na equação de balanço de potência. Em a) é exibida a malha da equação sem perdas e em b) considerando perdas.	36
Figura 2.7	Efeito de perdas na equação de balanço de potência. Em a) é exibida a malha da equação sem perdas e em b) considerando perdas, em escala logarítmica para melhor visualização.	36
Figura 3.1	Curva típica da barreira logarítmica, onde a barreira tende ao infinito quando próxima ao zero.	39

Figura 4.1	Linha do tempo das metaheurísticas, exibindo alguns dos principais paradigmas. ....	43
Figura 4.2	Operadores principais do algoritmo genético. ....	46
Figura 4.3	Adaptação da covariância no CMA-ES. Com o passar das iterações, a distribuição das partículas, gerada por uma função de base radial, a Gaussiana, tem sua média e covariância adaptadas ao contorno da função objetivo. ....	59
Figura 4.4	Teste de Kruskal-Wallis para 4 populações geradas independentemente a partir da distribuição normal com média 2 e variância 2. ....	63
Figura 4.5	Desvio padrão de uma população aleatória. A linha tracejada fina denota os limites de confiança superior e inferior, a linha tracejada longa apresenta o desvio padrão verdadeiro da população e a linha contínua o desvio padrão calculado. ....	64
Figura 5.1	Probabilidade de uma amostra aleatória cumprir uma exigência em a) de desigualdade, e em b) de igualdade, assumindo $x$ como um conjunto de 100 valores distintos uniformemente distribuídos. ....	86
Figura 5.2	Comparação da organização e arquitetura de componentes em uma CPU e em uma GPU. ....	88
Figura 6.1	Tempo de processamento da função objetivo do caso 1, variando a quantidade de avaliações. CPU com 1 núcleo como 'O', CPU com 4 núcleos como 'X' e GPU como '+'. ....	121
Figura 6.2	Ganho no tempo de processamento do BB-BC em relação a CPU com 1 núcleo para a função objetivo do caso 1, variando a quantidade de avalia-	

ções da função objetivo. Em a) e b) é exibido o ganho para a CPU com 4 núcleos, em c) e d) para a GPU. As figuras a) e c) exibem os dados obtidos, enquanto as figuras b) e d) exibem os dados suavizados, para remoção de outliers e melhor visualização. .... 122

Figura 6.3 Custo da função objetivo do caso 1 pela quantidade de avaliações da função objetivo. A linha superior é a função objetivo pela quantidade de avaliações enquanto a linha inferior é a resposta do teste de Wilcoxon. 124

Figura 6.4 Custo da função objetivo do caso 1 pela quantidade de avaliações da função objetivo, em escala logarítmica. .... 124

Figura 6.5 Tempo de processamento do BB-BC para a função objetivo do caso 1, utilizando a GPU, variando a quantidade de avaliações da função objetivo. 125

## Lista de Tabelas

Tabela 4.1	Parâmetros sugeridos na literatura para o PSO. ....	50
Tabela 5.1	Estudo de Caso 1 - Coeficientes de custos. ....	68
Tabela 5.2	Estudo de Caso 1 - Limites de taxas de rampa. ....	68
Tabela 5.3	Estudo de Caso 1 - Parâmetros de Zonas Proibidas ....	68
Tabela 5.4	Estudo de Caso 1 - Coeficientes de Perdas, Matriz B. Apresentados na capacidade base de 100 MVA. ....	69
Tabela 5.5	Estudo de Caso 2 - Coeficientes de custos. ....	69
Tabela 5.6	Estudo de Caso 3 - Coeficientes de custos. ....	70
Tabela 5.7	Estudo de Caso 3 - Limites de taxas de rampa. ....	71
Tabela 5.8	Estudo de Caso 3 - Parâmetros de Zonas Proibidas ....	71
Tabela 5.9	Estudo de Caso 3 - Coeficientes de Perdas, Matriz B. Apresentados na capacidade base de 100 MVA. ....	72
Tabela 5.10	Estudo de Caso 4 - Coeficientes de custos. ....	73
Tabela 5.11	Estudo de Caso 4 - Coeficientes de Perdas, Matriz B. Apresentados na	

capacidade base de 100 MVA. ....	74
Tabela 5.13 Estudo de Caso 6 - Coeficientes de custos ( $a,b,c$ ). ....	75
Tabela 5.15 Estudo de Caso 6 - Limites de taxas de rampa. ....	80
Tabela 5.12 Estudo de Caso 5 - Coeficientes de custos. ....	90
Tabela 5.14 Estudo de Caso 6 - Coeficientes de custos ( $e,f$ ). ....	91
Tabela 5.16 Estudo de Caso 6 - Parâmetros de Zonas Proibidas ....	91
Tabela 5.17 Estudo de Caso 7 - Valores de demanda por hora. ....	91
Tabela 5.18 Estudo de Caso 7 - Coeficientes de custos. ....	92
Tabela 5.19 Estudo de Caso 7 - Limites de taxas de rampa. ....	92
Tabela 5.20 Estudo de Caso 7 - Coeficientes de Perdas, Matriz B. ....	92
Tabela 5.21 Estudo de Caso 8 - Valores de demanda por hora. ....	92
Tabela 5.22 Estudo de Caso 8 - Coeficientes de custos. ....	93
Tabela 5.23 Estudo de Caso 8 - Limites de taxas de rampa. ....	93
Tabela 6.1 Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 1. Resultado da função objetivo, 15442,7566. ....	97
Tabela 6.2 Resultados alcançados para a função objetivo do caso 1. ....	98

Tabela 6.3	Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 2a. Resultado da função objetivo, 18051,8632. ....	99
Tabela 6.4	Resultados alcançados para a função objetivo do caso 2a. ....	100
Tabela 6.5	Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 2b. Resultado da função objetivo, 24221,0202. ....	101
Tabela 6.6	Resultados alcançados para a função objetivo do caso 2b. ....	102
Tabela 6.7	Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 3. Resultado da função objetivo, 32786,7362. ....	103
Tabela 6.8	Resultados alcançados para a função objetivo do caso 3. ....	104
Tabela 6.9	Melhor solução alcançada pelo RGA no caso 4. Resultado da função objetivo, 62571,4612. ....	105
Tabela 6.10	Resultados alcançados para a função objetivo do caso 4. ....	106
Tabela 6.11	Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 5. Resultado da função objetivo, 124698,0838. ....	107
Tabela 6.12	Resultados alcançados para a função objetivo do caso 5. ....	108
Tabela 6.13	Melhor solução alcançada pelo BB-BC no caso 6. Resultado da função objetivo, 1907269,1597. ....	109
Tabela 6.14	Resultados alcançados para a função objetivo do caso 6. ....	110

Tabela 6.15 Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 7. Resultado da função objetivo, 51315,8014. ....	111
Tabela 6.16 Resultados alcançados para a função objetivo do caso 7. ....	112
Tabela 6.17 Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 8. Resultado da função objetivo, 1070693,8447. ....	114
Tabela 6.18 Resultados alcançados para a função objetivo do caso 8. ....	115
Tabela 6.19 Melhor solução alcançada pelo DE com folga variável no caso 1. Resultado da função objetivo, 15442,6608. ....	116
Tabela 6.20 Melhor solução alcançada pelo CMA-ES com folga variável no caso 7. Resultado da função objetivo, 43897,7335. ....	117
Tabela 6.21 Resultados alcançados para a função objetivo com folga variável no caso 1. ....	118
Tabela 6.22 Resultados alcançados para a função objetivo com folga variável no caso 7. ....	119
Tabela 6.23 Melhor solução alcançada pelo DE no caso 1 com 10000000 avaliações. Resultado da função objetivo, 15442,6608. ....	122

## Lista de Siglas

BB-BC	<i>Big Bang - Big Crunch</i>
BGA	<i>Binary Genetic Algorithm</i>
CLONALG	<i>CLONal selection ALGORITHM</i>
CMA-ES	<i>Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy</i>
CSA	<i>Clonal Selection Algorithm</i>
CPU	<i>Central Processing Unit</i>
DE	<i>Differential Evolution</i>
DE	Despacho Econômico de energia elétrica
DED	Despacho Econômico Dinâmico
DEE	Despacho Econômico Estático
EC	<i>Evolutionary Computation</i>
FOA	<i>Fireworks Optimization Algorithm</i>
FPO	<i>Fluxo de Potência Ótimo</i>
IAS	<i>Immune Artificial Systems</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
GPGPU	<i>General-Purpose computing on Graphics Processing Units</i>
GPU	<i>Graphics Processing Unit</i>
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
MATLAB	<i>MATrix LABoratory</i>
MPI	Método dos Pontos Interiores
PBIL	<i>Population Based Incremental Learning</i>
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
RGA	<i>Real coded Genetic Algorithm</i>
SA	<i>Simulated Annealing</i>

## Lista de Símbolos

$B_{ij}$	Coefficiente de perdas de transmissão, matriz $B$
$c_1$	Parâmetro cognitivo
$c_2$	Parâmetro social
$Custos$	Custos de geração de potência
$D$	Número de dimensões do problema
$DR_i$	Limite de decréscimo de potência, <i>down ramp</i>
$E_{norm}$	Diferencial de energia necessário para aceitar uma solução
$F_C$	Função de custo de uma unidade geradora
$k$	Constante de Boltzmann
$n$	Número de períodos para o despacho econômico dinâmico
$N_{abs}$	Tamanho da população de anticorpos
$N_B$	Número de barras em um sistema
$N_G$	Número de geradores em um sistema
$N_L$	Número de linhas de transmissão em um sistema
$N_{new}$	Tamanho do grupo restante de substituição
$N_p$	Número de membros da população do algoritmo
$N_{sel}$	Tamanho do grupo de seleção para clonagem
$P_{cr}$	Probabilidade de <i>crossover</i>
$P_D$	Demanda total de potência ativa de um sistema
$P_G$	Potência ativa gerada por uma unidade geradora elétrica
$P_{Gi}^0$	Condição inicial de potência despachada no sistema ou potência despachada no estado anterior
$P_{Gmax}$	Limite superior de potência de uma unidade geradora
$P_{Gmin}$	Limite inferior de potência de uma unidade geradora

$P_{ij}$	Fluxo de potência ativa em uma linha
$P_i(V, \theta)$	Função de fluxo de potência ativa
$P_m$	Probabilidade de mutação
$\check{P}^{pz}$	Limite inferior de zona proibida de operação
$\hat{P}^{pz}$	Limite superior de zona proibida de operação
$Q_D$	Demanda total de potência reativa de um sistema
$Q_{Gimax}$	Limite superior de potência de um gerador
$Q_{Gimin}$	Limite inferior de potência de um gerador
$Q_i(V, \theta)$	Função de fluxo de potência reativa
$S_R$	Reserva de giro total
$S_i$	Reserva de giro unitária
$T$	Temperatura do <i>simulated annealing</i>
$UR_i$	Limite de acréscimo de potência, <i>up ramp</i>
$V_i$	Magnitude de tensão elétrica na barra de um sistema
$V_{imax}$	Limite superior de magnitude de tensão
$V_{imin}$	Limite inferior de magnitude de tensão
$vm$	Velocidade máxima do enxame de partículas
$VR$	Limites das dimensões do problema, o <i>value range</i>
$w$	Peso de inércia
$\alpha$	Controle de passo da temperatura
$\beta$	Fator de clonagem
$\chi$	Fator de constrição
$\lambda_B$	Parâmetro de penalidade para o balanço de potência
$\lambda_C$	Parâmetro de penalidade para os limites de capacidade de geração de potência
$\lambda_R$	Parâmetro de penalidade para as taxas limites de rampa
$\lambda_Z$	Parâmetro de penalidade para as zonas proibidas de operação

$\Psi$	Conjunto de todas as unidades geradoras despacháveis
$\psi$	Conjunto das unidades geradoras da reserva de giro
$\rho$	Fator de mutação
$\theta_i$	Ângulo de fase na barra de um sistema
$\theta_{i\max}$	Limite superior de fase
$\theta_{i\min}$	Limite inferior de fase

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>23</b>
1.1	Objetivos	25
1.1.1	Objetivo Geral	25
1.1.2	Objetivos Específicos	26
1.2	Estrutura da Dissertação	26
<b>2</b>	<b>Análise de Sistemas de Potência</b>	<b>28</b>
2.1	Unidades Geradoras	28
2.2	Despacho Econômico	29
2.3	Modelos	31
2.3.1	Efeito do Ponto de Válvula	31
2.3.2	Taxas Limites de Rampa	32
2.3.3	Zonas Proibidas de Operação	33
2.3.4	Reserva de Giro	33
2.3.5	Perdas	34
<b>3</b>	<b>Métodos Clássicos de Otimização</b>	<b>37</b>
3.1	Programação Linear	37
3.2	Aproximações Sucessivas de Newton-Raphson	37
3.3	Programação Não-linear e Programação Quadrática	38
3.4	Método dos Pontos Interiores	38
3.4.1	Problema de Otimização com Restrições	38
3.4.2	Condições de Karush-Kuhn-Tucker	40

3.4.3	Método dos Pontos Interiores Primal-Dual .....	40
3.5	Considerações .....	42
<b>4</b>	<b>Métodos Estocásticos de Otimização (Metaheurísticas) .....</b>	<b>43</b>
4.1	Algoritmo Genético ( <i>Genetic Algorithm</i> ) .....	45
4.2	Otimização por Enxame de Partículas ( <i>Particle Swarm Optimization</i> ) .....	47
4.3	Evolução Diferencial ( <i>Differential Evolution</i> ) .....	50
4.4	Algoritmo de Seleção Clonal ( <i>Clonal Selection Algorithm</i> ) .....	52
4.5	Big Bang - Big Crunch .....	54
4.6	Algoritmo de Otimização por Fogos de Artifício ( <i>Fireworks Optimization Algorithm</i> ) .....	55
4.7	Aprendizado Incremental Baseado em População ( <i>Population Based Incremental Learning</i> ) .....	57
4.8	<i>Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy</i> .....	57
4.9	<i>Simulated Annealing</i> .....	60
4.10	Validação Estatística .....	60
4.11	Escolha do Número de Experimentos .....	63
<b>5</b>	<b>Estudo de Casos .....</b>	<b>65</b>
5.1	Função Objetivo .....	66
5.2	Estudo de Caso 1 .....	67
5.3	Estudo de Caso 2a .....	68
5.4	Estudo de Caso 2b .....	69
5.5	Estudo de Caso 3 .....	70
5.6	Estudo de Caso 4 .....	73
5.7	Estudo de Caso 5 .....	75
5.8	Estudo de Caso 6 .....	75
5.9	Estudo de Caso 7 .....	84

5.10	Estudo de Caso 8	84
5.10.1	Experimentos	85
5.10.2	Experimento 1 - Utilização de conhecimento prévio nas restrições de desigualdade	85
5.10.3	Experimento 2 - Estudo de aplicações da GPGPU para o despacho econômico	87
<b>6</b>	<b>Análise de Resultados</b>	<b>94</b>
6.1	Métricas de Avaliação	95
6.2	Despacho Econômico Estático	97
6.2.1	Estudo de Caso 1	97
6.2.2	Estudo de Caso 2a	99
6.2.3	Estudo de Caso 2b	101
6.2.4	Estudo de Caso 3	103
6.2.5	Estudo de Caso 4	105
6.2.6	Estudo de Caso 5	107
6.2.7	Estudo de Caso 6	109
6.3	Despacho Econômico Dinâmico	111
6.3.1	Estudo de Caso 7	111
6.3.2	Estudo de Caso 8	113
6.4	Análise de Experimentos	116
6.4.1	Experimento 1	116
6.4.2	Experimento 2	120
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>126</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>128</b>
	<b>Apêndice A – Fluxo de Potência Ótimo</b>	<b>140</b>

# 1 Introdução

Os problemas de otimização em sistemas de potência tem em vista a diminuição dos custos relacionados a geração de energia elétrica para suprir a demanda de um sistema, respeitando ou ignorando limites operacionais. Neste contexto, os dois principais problemas [1] são o despacho econômico (DE) de energia elétrica e o fluxo de potência ótimo (FPO). O problema do despacho econômico consiste na distribuição da demanda de potência total solicitada pela rede elétrica entre as unidades de geração disponíveis de forma que o custo da geração de energia seja minimizado. Por sua vez, o problema de fluxo de potência ótimo também consiste na otimização dos custos das unidades de geração, embora também seja possível otimizar outros aspectos como as perdas na rede, porém, respeitando o balanço de potência da rede assim como os limites operacionais e físicos.

O despacho econômico é o problema de otimização mais antigo, datando de 1920 ou até mesmo antes [2], quando os engenheiros estavam preocupados com o problema de alocação econômica das unidades geradoras ou a divisão adequada de carga entre as unidades geradoras disponíveis, enquanto o fluxo de potência ótimo foi introduzido por Carpentier em 1962 [1, 3]. Por serem amplamente estudados, estes problemas possuem uma bibliografia extensa, com um dos primeiros livros sobre o assunto publicado em 1958 por Kirchmayer [4], o primeiro levantamento bibliográfico realizado por Happ em 1977, seguido pelos trabalhos do *IEEE Working Group* em 1981, compreendendo o período de 1958 a 1972 [5] e o período de 1973 a 1979 [6], por Chowdhury e Rahman que analisa o período de 1977 a 1988, por Momoh *et al.* que analisa o período de 1962 a 1993 [7] e mais recentemente pelo levantamento de métodos do trabalho de Pandya e Joshi de 2008 [8]. Considerando apenas o problema de despacho econômico de energia elétrica, suas diversas variantes e diferentes métodos de solução têm sido extensivamente estudados com vários trabalhos como [9–21] para citar alguns mais recentes dentre centenas encontrados na literatura.

Seja por características dos geradores ou restrições operativas dos sistemas, es-

tes problemas tem sistemas de solução não-lineares, necessitando de métodos iterativos para sua solução. Tradicionalmente são usados o método lambda ( $\lambda$ ) [22], projeção do gradiente [23], programação linear [24], programação dinâmica [25], método dos pontos interiores primal-dual [26, 27] e método preditor-corretor [28] porém como é característico de problemas não-lineares, o custo computacional aumenta expressivamente conforme o aumento de dimensão do problema [29].

Entretanto, os algoritmos convencionais de otimização para o problema de despacho, que usam multiplicadores Lagrangianos, programação quadrática ou métodos interiores, encontram dificuldades ou são simplesmente ineficazes nas soluções com modelos de maior complexidade, já que as características das unidades geradoras são inerentemente não-lineares e formam um espaço de busca não-convexo. Quando modelagens mais realistas são utilizadas, *i.e.*, com efeito do ponto de válvula, taxas limites de rampa ou zonas proibidas, o espaço de busca deixa de ser adequado aos métodos dependentes de derivadas por apresentar descontinuidades e múltiplos pontos de mínimos locais na função de custo [30–32].

Em vista deste problema, o trabalho de Wong e Fung em 1993 [33] introduziu as técnicas de inteligência computacional, métodos computacionais inspirados em fenômenos naturais, tais como lógica *Fuzzy*, redes neurais e computação evolucionária, na abordagem do despacho econômico por meio da aplicação do *simulated annealing* ao problema considerando perdas de energia na rede elétrica. Conforme observado em [34], o método apresentava facilidade de incorporar restrições e outras características na formulação do problema sem impedimentos de complexidade matemática e a garantia de uma solução exata, embora não possuísse garantia de solução ótima, fatores estes que levaram os métodos de inteligência computacional a ganhar destaque e atenção na área de sistemas de potência.

No mesmo ano, em 1993, Walters e Sheble [35] apresentou uma solução ao despacho econômico com efeito do ponto de válvula por algoritmo genético. Walters e Sheble mencionam que na época, a abordagem clássica para solução deste problema em específico era a utilização da programação dinâmica, como no trabalho de Shoultz *et al.* em 1986 [36], porém este método sofria de dois grandes problemas. O primeiro, a “maldição de dimensionalidade”, quando as dimensões do problema se tornam extremamente grandes devido a enumeração completa do espaço de soluções. O segundo era o número excessivo de avaliações do problema criados pela relação recursiva do método [37].

Em 2003, Gaing [38] introduziu características não-lineares dos geradores como

taxas limites de rampa, zonas de operação proibidas e funções de custo não-suaves ao problema de despacho econômico, utilizando o algoritmo de otimização por enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization*) para solução do problema.

Diversos trabalhos surgiram nesta nova linha de pesquisa, de metaheurísticas aplicadas ao problema de despacho econômico de energia elétrica, como a aplicação de algoritmo genético [35, 39], diferentes métodos de programação evolucionária [40], busca harmônica [41–44], otimização por colônia de formigas [45, 46], algoritmo migratório auto-organizante [47], evolução diferencial [48], algoritmo de seleção clonal [49], otimização baseada em biogeografia combinada com abordagem presa-predador [50] e até mesmo algoritmos híbridos de otimização por enxame de partículas com filtragem implícita [51] e com métodos Quasi-Newton [52].

O recente foco em otimização por enxame de partículas resultou em diversos trabalhos como [53, 54], para citar alguns, e também no trabalho de Mahor, Prasad e Rangnekar em 2009 [55], um sumário de aplicações desta metaheurística e suas variantes ao problema, onde o despacho econômico é considerado um dos problemas de otimização mais complexos.

De fato, a complexidade deste problema é o motivo pelo qual competições de performance de métodos da computação evolucionária como a *IEEE Congress on Evolutionary Computation* de 2011 utilizam casos de estudo de despacho econômico de energia elétrica [56].

## 1.1 Objetivos

Os objetivos desta pesquisa foram divididos em geral e específicos, os quais são sumarizados nas subseções a seguir.

### 1.1.1 Objetivo Geral

Levantar o desempenho de metaheurísticas, através da aplicação de métodos e comparação de resultados em problemas de despacho econômico de energia elétrica modelados com efeito do ponto de válvula, taxas limites de rampa ou zonas proibidas.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Visando alcançar o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram traçados:

- Projetar e implementar o algoritmo genético;
- Projetar e implementar a evolução diferencial;
- Projetar e implementar a otimização por enxame de partículas;
- Projetar e implementar o algoritmo de seleção clonal;
- Projetar e implementar o algoritmo de otimização por fogos de artifício;
- Projetar e implementar a otimização *big bang - big crunch*;
- Projetar e implementar a *covariance matrix adaptation - evolution strategy*;
- Projetar e implementar o *simulated annealing*;
- Projetar e implementar o aprendizado incremental baseado em população;
- Aplicar as metaheurísticas implementadas aos estudos de casos de despacho econômico conhecidos na literatura, modelados com efeito do ponto de válvula;
- Comparar os resultados obtidos através de métricas como melhor média obtida em diversos experimentos de otimização e tempo médio de avaliação dos experimentos;
- Avaliar os resultados obtidos através do teste estatístico de significância de diferenças de Wilcoxon.

## 1.2 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está organizada da seguinte maneira.

O capítulo 2, denominado *Análise do Fluxo de Potência*, detalha os problemas de despacho econômico de energia elétrica e fluxo de potência ótimo, assim como os modelos do ponto de válvula, taxas limites de rampa e zonas proibidas.

O capítulo 3, denominado *Métodos Clássicos de Otimização*, apresenta superficialmente a maioria dos métodos determinísticos de otimização aplicados aos problemas

de otimização em sistemas de potência, dando maior detalhe e embasamento ao método mais comum, o método dos pontos interiores. Nesta seção, também é detalhado o motivo pelo qual estes métodos são inadequados para solucionar as formulações mais complexas dos problemas de despacho econômico e fluxo de potência ótimo.

O capítulo 4, denominado *Métodos Estocásticos de Otimização (Metaheurísticas)*, apresenta os métodos de otimização estocástica implementados e utilizados neste trabalho, como: algoritmo genético; evolução diferencial; otimização por enxame de partículas; algoritmo de seleção clonal; algoritmo de otimização por fogos de artifício; otimização big bang - big crunch; estratégia evolutiva com adaptação da matriz de covariância; busca incremental baseada em população e *simulated annealing*.

O capítulo 5, denominado *Casos de Estudo*, apresenta os casos de estudo utilizados nesta dissertação.

O capítulo 6, denominado *Resultados*, apresenta inicialmente os métodos de avaliação e suas condições, assim como os fundamentos estatísticos utilizados na validação de resultados e, posteriormente, os resultados obtidos pelas metaheurísticas nos problemas de despacho econômico.

Finalmente, o capítulo 7, denominado *Conclusão*, encerra o documento desta dissertação, revendo e resumindo os objetivos do projeto e os resultados obtidos com uma breve análise sobre a aplicação das metaheurísticas ao problema de despacho econômico.

## 2 Análise de Sistemas de Potência

Este capítulo introduz a análise de sistemas de potência, detalhando as características das unidades geradoras, e um de seus principais problemas de otimização, o despacho econômico de energia elétrica. O outro problema de otimização, o fluxo de potência ótimo, encontra-se detalhado no apêndice A. São detalhadas as modelagens mais complexas deste problema, envolvendo o efeito do ponto de válvula, taxas limites de rampa, zonas proibidas, reserva de giro e perdas.

### 2.1 Unidades Geradoras

A característica de entrada-saída das unidades geradoras elétricas é expressa por uma função de custo de operação. Além dos custos de combustível, como custo do material e custo de transporte, existem também os custos de operação e manutenção das unidades. Estes custos, por serem complicados de expressar matematicamente, são considerados como uma constante no custo de operação [1].

Tomando as unidades termoeletricas como exemplo, estas unidades podem ser analisadas em uma escala macro, considerando apenas a caldeira, turbina a vapor e o gerador de energia elétrica. A relação entre o combustível da caldeira, o volume de vapor na turbina e a saída do gerador em energia elétrica, pode ser expressa como uma curva convexa [1]. Esta relação não-linear é normalmente expressa na literatura como uma equação quadrática, conforme a equação:

$$F_C(P_G) = aP_G^2 + bP_G + c, \quad (2.1)$$

onde  $F_C$  é a função de custo de uma unidade geradora,  $P_G$  é a potência ativa gerada por uma unidade geradora elétrica e os termos  $a, b, c$  são coeficientes da característica de entrada-saída. Esta relação de entrada-saída pode ser expressa graficamente para uma unidade termoeletrica, conforme mostrado na figura 2.1, e para uma unidade hidroeletrica,

como na figura 2.2. Já os limites de uma unidade geradora, são expressados como:

$$P_{Gmin} \leq P_G \leq P_{Gmax} , \quad (2.2)$$

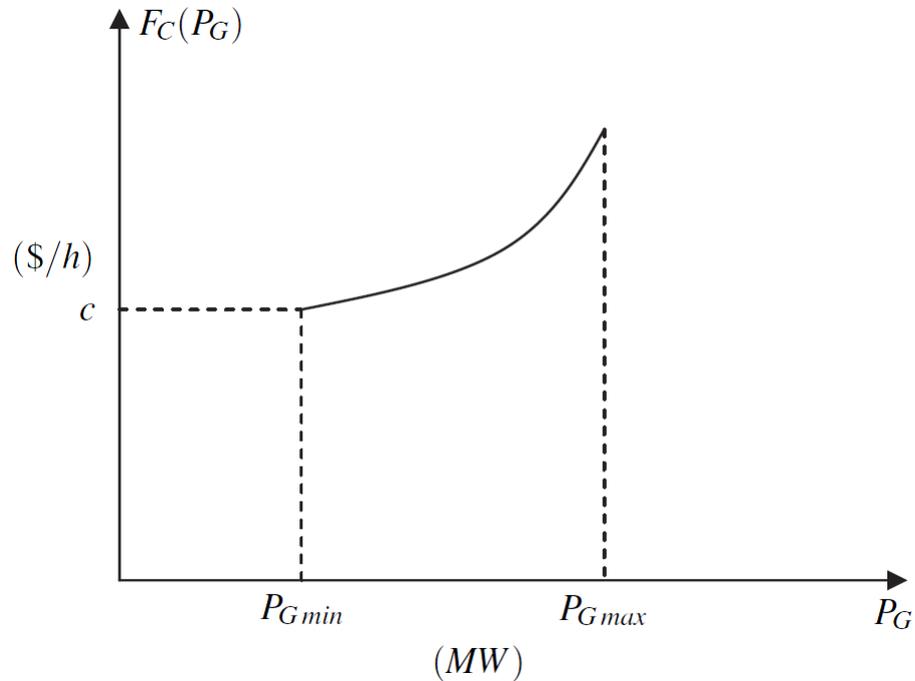


Figura 2.1: Característica de entrada-saída de uma unidade geradora termoelétrica, adaptada de Zhu [1].

onde  $P_{Gmin}$  é o limite inferior de potência e  $P_{Gmax}$  é o limite superior. Estes limites tem origens em condições técnicas das unidades geradoras ou limitações operativas da rede.

## 2.2 Despacho Econômico

O problema de despacho econômico de energia elétrica teve sua origem em meados de 1920, quando engenheiros estavam preocupados com o problema de alocação econômica das unidades geradoras ou a divisão adequada de carga entre as unidades geradoras disponíveis [2].

Considerando um sistema de potência com uma demanda total  $P_D$ ,  $N_G$  geradores e sendo  $i = 1, 2, \dots, N_G$  o índice de cada gerador, o problema do despacho econômico básico, ou despacho econômico clássico, é a minimização de custos de geração de energia para suprir uma demanda, matematicamente expressado por:

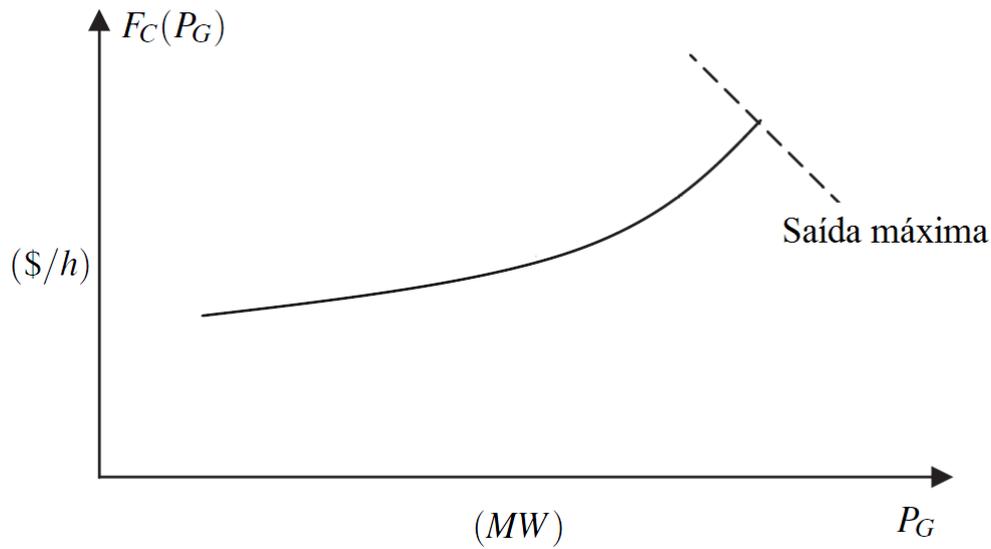


Figura 2.2: Característica de entrada-saída de uma unidade geradora hidroelétrica, adaptada de Zhu [1].

$$\begin{aligned}
 \min_{P_{Gi}} \quad & \sum_{i=1}^{N_G} F_{Ci}(P_{Gi}) & (2.3) \\
 \text{sujeito a:} \quad & \sum_{i=1}^{N_G} P_{Gi} = P_D \\
 & P_{Gimin} \leq P_{Gi} \leq P_{Gimax} \quad i \in N_G .
 \end{aligned}$$

Esta formulação é conhecida como despacho econômico estático (DEE), pois a demanda considerada é para um período específico de operação, geralmente uma hora [56]. É esta a formulação matemática usada nesta dissertação.

Existe também o problema de despacho econômico dinâmico (DED), onde deve ser determinada a agenda de potência para um período de 24 horas de operação, com uma demanda de potência variante no período. Pode-se dizer que a dimensão do DED é de 24 DEE.

Outra formulação do problema, é o despacho econômico com restrições de segurança (DERC), onde são considerados os limites de potência nas linhas de transmissão:

$$\begin{aligned}
& \min_{P_{Gi}, V_i, \theta_i} \sum_{i=1}^{N_G} F_{Ci}(P_{Gi}) & (2.4) \\
\text{sujeito a: } & \sum_{i=1}^{N_G} P_{Gi} = P_D \\
& |P_{ij}| \leq P_{ijmax} \quad i, j \in N_L \\
& P_{Gi min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi max} \quad i \in N_G .
\end{aligned}$$

onde  $N_L$  é o número de linhas de transmissão em um sistema,  $V_i$  é a magnitude de tensão elétrica na barra de um sistema,  $\theta_{ij}$  é o ângulo de fase na barra de um sistema e  $P_{ij}$  é o fluxo de potência ativa em uma linha, determinado por:

$$P_{ij} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) . \quad (2.5)$$

## 2.3 Modelos

Esta seção trata dos modelos utilizados para aproximar as condições simuladas de operação de um sistema de potência das condições reais. O espaço de busca do problema modelado com estas variações é altamente não-linear, descontínuo, não-convexo e fortemente multimodal, por serem criadas com o intuito de tornar a modelagem mais realista, *i.e.*, mais próxima das condições reais de operação dos sistemas modelados e portanto, mais complexa. Encontram-se nesta seção as variações de modelagem como taxas limites de rampa, zonas de operação proibidas, reserva de giro, perdas e função de custo não-suave, com efeito de carregamento do ponto de válvula.

### 2.3.1 Efeito do Ponto de Válvula

O efeito de carregamento do ponto de válvula é uma das modificações mais impactantes na modelagem do despacho e do fluxo ótimo. O “ponto de válvula” é o instante logo antes da abertura de uma válvula [57]. No momento da abertura, o vapor pressurizado liberado pela válvula se expande rapidamente, diminuindo a eficiência energética do vapor devido a queda de pressão [58] e criando uma curva característica conhecida como “laço de válvula”, em gráficos medindo calor, pressão ou eficiência energética na turbina.

Este efeito pode ser expressado matematicamente através da função seno [35],

expandindo a equação 2.1:

$$F_C(P_g) = aP_G^2 + bP_G + c + |e \cdot \text{sen}(f(P_{Gmin} - P_G))|, \quad (2.6)$$

onde  $e$  e  $f$  são constantes específicas do efeito de carregamento do ponto de válvula de um gerador. Este efeito introduz múltiplos mínimos devido a função seno na função de custo dos geradores, tornando-a não-convexa, e o módulo a torna não-diferenciável, descontínua, nos pontos de válvula. Seu impacto na equação de custo de um gerador, os pontos de válvula e os laços de válvula podem ser observados na figura 2.3.

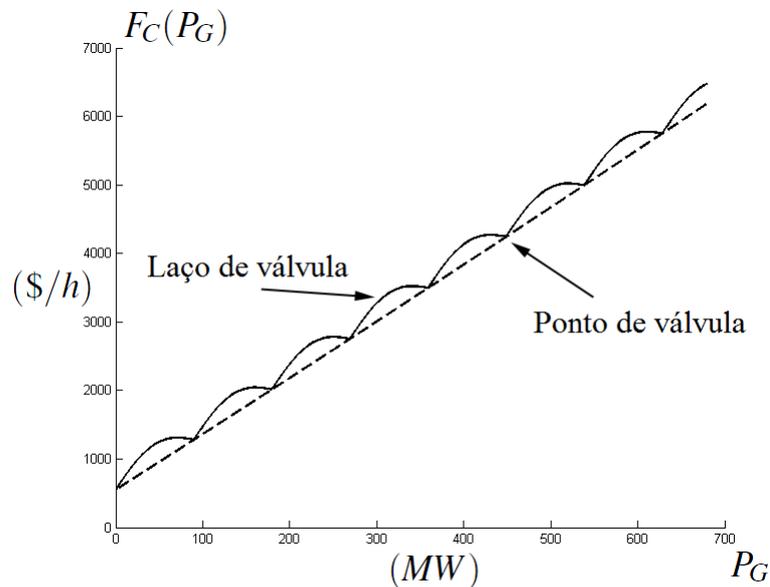


Figura 2.3: Característica de entrada-saída de uma unidade geradora termoelétrica com efeito de carregamento do ponto de válvula na linha contínua e sem efeito na linha traçada, com parâmetros  $a = 0,00028$ ;  $b = 8,1$ ;  $c = 550$ ;  $e = 300$ ;  $f = 0,035$ ;  $P_{Gmin} = 0$  e  $P_{Gmax} = 680$ .

### 2.3.2 Taxas Limites de Rampa

Uma das suposições que prevaleceu na simplificação do problema de despacho nas pesquisas primordiais era o ajuste instantâneo de potência na saída das unidades geradoras [56]. Por limitações operacionais, a mudança na quantidade de potência despachada de um estado ao outro não ocorre instantaneamente. Estas limitações podem ser expressas como variações contínuas nas saídas de potência das unidades geradoras, onde cada unidade possui valores máximos de acréscimos e decréscimos de potência, os limites de rampa, exibidos pictoricamente na figura 2.4, por períodos, geralmente uma hora. Esta limitação

teve suas primeiras formulações nos trabalhos de Bechert, Kwatny e Chen, no período entre 1972 e 1977 [59–61] e é expressa pela seguinte restrição:

$$\max(P_{Gi\min}, P_{Gi}^0 - DR_i) \leq P_{Gi} \leq \min(P_{Gi\max}, P_{Gi}^0 + UR_i) . \quad (2.7)$$

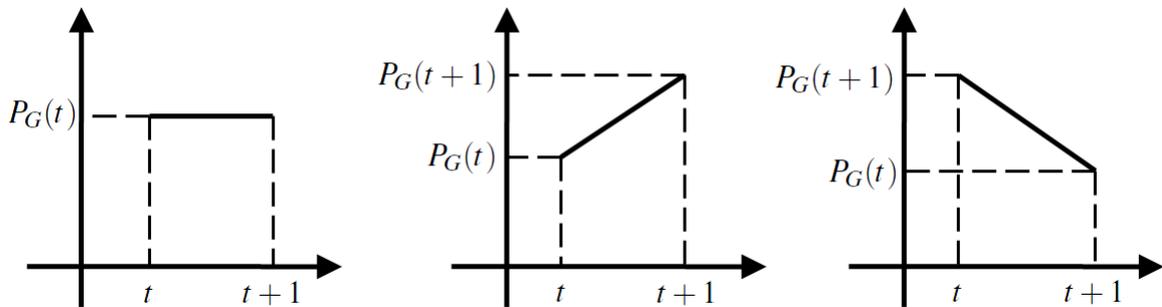


Figura 2.4: Características de entrada-saída entre estados de uma unidade geradora limitada por taxas limites de rampa.

onde  $P_{Gi}^0$  é a condição inicial de potência despachada no sistema, ou a potência despachada no estado anterior,  $DR_i$  é o limite de decréscimo de potência, *down ramp*, e  $UR_i$  é o limite de acréscimo de potência, *up ramp*.

### 2.3.3 Zonas Proibidas de Operação

Limitações físicas de componentes das máquinas ou instabilidade das unidades geradoras podem criar uma ou mais zonas onde a operação é restrita, ,consequentemente, a função de custo se torna descontínua nestas zonas proibidas [56]. As primeiras formulações das zonas proibidas apareceram em meados de 1990, com trabalhos como [62–64]. Para uma unidade geradora  $i$ , esta restrição é expressada matematicamente como:

$$P_{Gi} \leq \check{P}^{pz} \text{ e } P_{Gi} \geq \hat{P}^{pz} , \quad (2.8)$$

onde  $\check{P}^{pz}$  é o limite inferior de zona proibida de operação e  $\hat{P}^{pz}$  é o limite superior de zona proibida de operação. Esta restrição pode ser vista graficamente na figura 2.5.

### 2.3.4 Reserva de Giro

Em situações de falha de unidades geradoras, é necessário que o sistema possa suprir a potência faltante através da elevação da potência gerada em outras unidades da

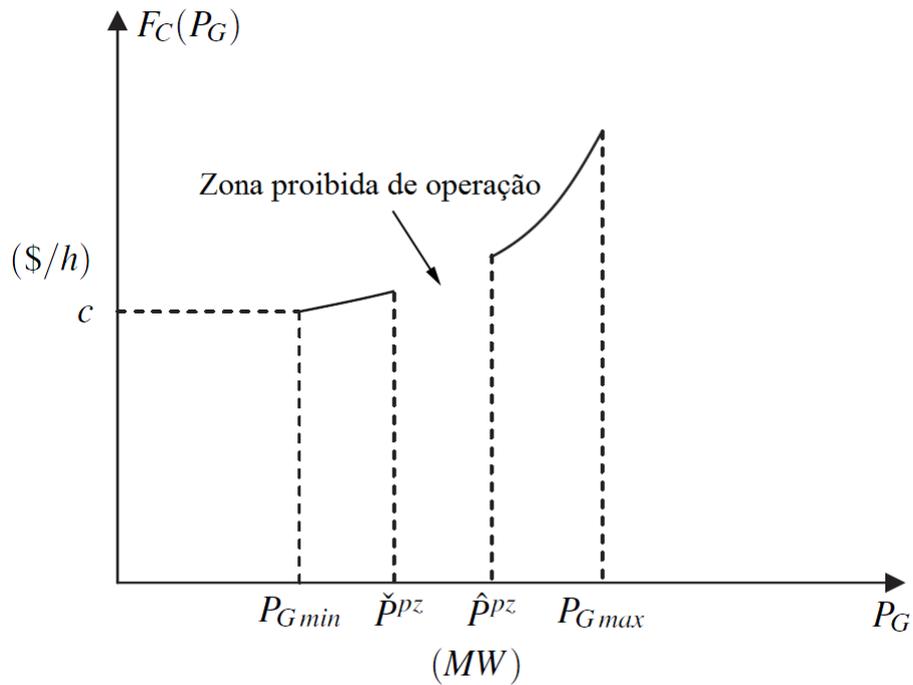


Figura 2.5: Característica de entrada-saída de uma unidade geradora com uma zona proibida de operação.

rede. Para que isto seja feito, é necessário que estas unidades sejam deixadas propositalmente com folgas em relação ao limite máximo de geração de energia, a reserva de giro, onde a soma das reservas de giro de cada unidade compõe a reserva de giro total [34]. Esta restrição de segurança foi introduzida por Stadlin em 1971 [65] e é formulada como:

$$\sum_{i=1}^{i \in \Psi} S_i > S_R, \quad (2.9)$$

onde  $S_R$  é a reserva de giro total,  $S_i$  é a reserva de giro unitária definida por:

$$S_i = \min((P_{Gi\max} - P_{Gi}), S_{i\max}) \quad i \in (\Psi - \psi), \quad (2.10)$$

onde  $\Psi$  é o conjunto de todas as unidades geradoras despacháveis e  $\psi$  é o conjunto das unidades geradoras que compõe a reserva de giro.

### 2.3.5 Perdas

Quanto maior a dimensão de um sistema de potência, maior é o efeito das perdas de energia nas linhas de transmissão e distribuição, especialmente quando a potência é

transmitida através de longas distâncias ou com baixa densidade de carga [34]. Estas perdas de potência ativa na transmissão podem atingir até 20 a 30% da demanda total de carga [66].

Idealmente, as equações exatas de fluxo de potência deveriam ser utilizadas para expressar as perdas de potência ativa no sistema de potência. Entretanto, pode-se expressar as perdas exclusivamente em termos da potência ativa gerada [66, 67]. Esta expressão é conhecida como fórmula de perdas, método do coeficiente  $B$  ou fórmula de perdas pela matriz  $B$ . O modelo mais antigo e mais simples é a fórmula aproximada de George [68], criada em 1943, expressa por:

$$P_{Perdas} = \sum_{i=1}^{N_G} \sum_{j=1}^{N_G} P_{Gi} B_{ij} P_{Gj} . \quad (2.11)$$

Em busca de uma expressão mais precisa para representar as perdas de potência, foram adicionados um termo linear e uma constante à expressão quadrática original. A expressão resultante é a mais utilizada para representação de perdas de potência ativa e é conhecida como fórmula de perdas de Kron [69], criada em 1952 e utilizada até os dias atuais em trabalhos como [38, 70–73], para citar alguns, expressa por:

$$P_{Perdas} = \sum_{i=1}^{N_G} \sum_{j=1}^{N_G} P_{Gi} B_{ij} P_{Gj} + \sum_{i=1}^{N_G} B_{i0} P_{Gi} + B_{00} , \quad (2.12)$$

onde  $B_{ij}$ ,  $B_{i0}$  e  $B_{00}$  são os coeficientes de perda de transmissão, também conhecidos como matriz  $B$ . Uma derivação didática da equação 2.12 a partir das equações de fluxo de potência pode ser encontrada em [66].

Para o problema do despacho econômico, a equação do balanço de potências ativas, uma das restrições na equação 2.3, é modificada para considerar as perdas através da inclusão do termo de perdas:

$$\sum_{i=1}^{N_G} P_{Gi} = P_D + P_{Perdas} . \quad (2.13)$$

O efeito das perdas pode ser visto na figura 2.6, ou para melhor visualização, devido ao efeito da distância [74], em escala logarítmica na figura 2.7. Observa-se nestas figuras que a existência de perdas reduz significativamente a taxa de variação da função de balanço de potência próxima ao balanço de potência nulo, tornando a região quase plana, o que dificulta significativamente a habilidade das metaheurísticas em encontrar o

ponto nulo.

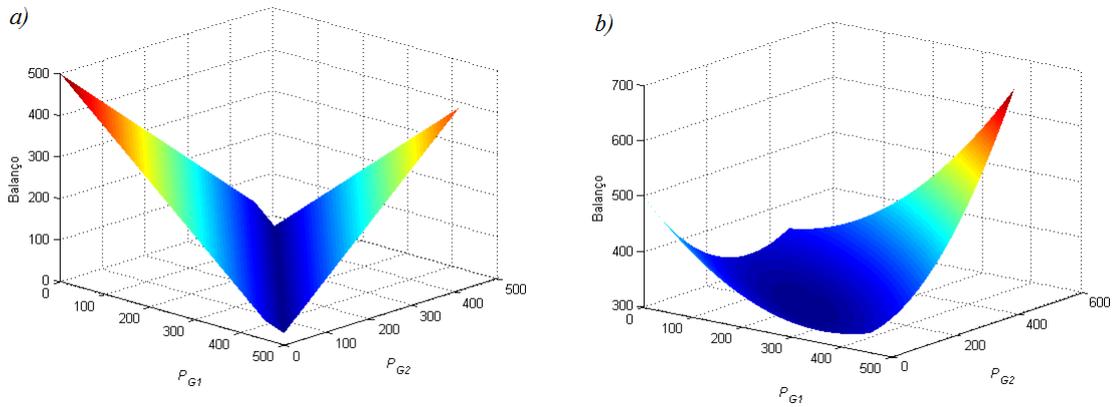


Figura 2.6: Efeito de perdas na equação de balanço de potência. Em a) é exibida a malha da equação sem perdas e em b) considerando perdas.

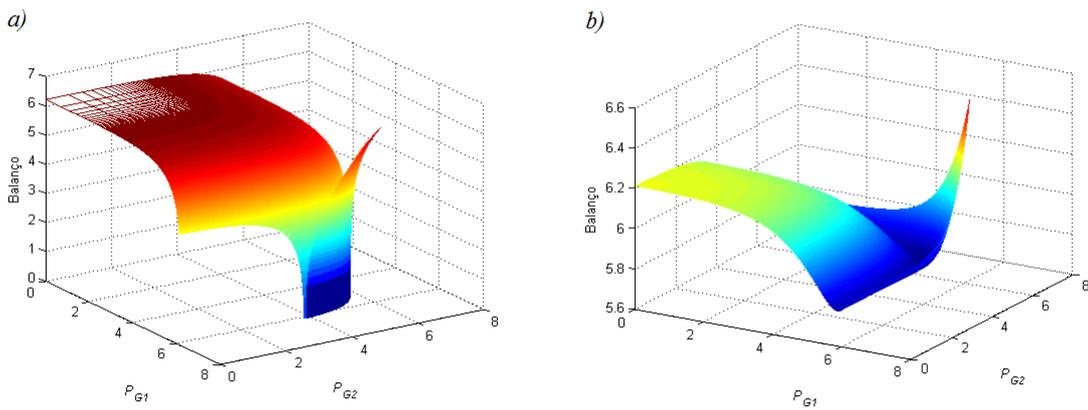


Figura 2.7: Efeito de perdas na equação de balanço de potência. Em a) é exibida a malha da equação sem perdas e em b) considerando perdas, em escala logarítmica para melhor visualização.

## 3 Métodos Clássicos de Otimização

Este capítulo apresenta superficialmente alguns dos métodos tradicionalmente utilizados em problemas de otimização em sistemas de potência, por motivos de contexto. Talvez o mais conhecido e amplamente utilizado destes métodos, o método dos pontos interiores (MPI), é apresentado em detalhes, assim como as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), para que finalmente sejam feitas considerações a respeito dos métodos dependentes em derivadas e seus contra-tempos nas modelagens mais complexas dos problemas de potência.

Alguns dos métodos tradicionalmente utilizados são o método lambda [22], projeção do gradiente [23] e a programação dinâmica [25]. Porém estes foram gradualmente substituídos pelos métodos abaixo.

### 3.1 Programação Linear

Na programação linear é necessário linearizar a função objetivo, o que reduz drasticamente a eficácia da minimização das funções de custo dos geradores, altamente não-lineares. Em [75] a programação linear recursiva é utilizada para minimizar perdas e encontrar a alocação ótima de capacitores em um sistema de distribuição e em [76] a programação linear é utilizada no fluxo de potência ótimo para minimizar as perdas de transmissão e margens reativas dos gerados no sistema espanhol de potência.

### 3.2 Aproximações Sucessivas de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson utiliza aproximações sucessivas baseadas em derivadas para encontrar o mínimo de uma função a partir de um ponto inicial, o que torna o método altamente dependente das condições iniciais e inapto a busca em funções com múltiplos mínimos, devido a facilidade de se prender em um mínimo local. Em [77] uma variação do método é utilizada para resolver o despacho de emissões em tempo real e em

[78] é apresentado um algoritmo de Newton semi-suave para resolver problemas de fluxo ótimo de potência.

### 3.3 Programação Não-linear e Programação Quadrática

A programação Não-Linear lida com problemas envolvendo funções de custo e restrições não-lineares. Em [79] é proposta um novo método não-linear, a programação de fluxo de rede convexa para resolver o despacho econômico multi-área com restrições de segurança. Um caso especial da programação não-linear é a programação quadrática, onde a função de custo é quadrática e as restrições são lineares. Em [80] é apresentada uma extensão das condições de Karush-Kuhn-Tucker e um modelo generalizado com equação quadrática do fluxo de potência ótimo e em [81] é proposta uma solução ao despacho econômico com restrições de segurança usando programação quadrática.

### 3.4 Método dos Pontos Interiores

#### 3.4.1 Problema de Otimização com Restrições

Um problema de minimização com restrições de igualdade e desigualdade pode ser representado como:

$$\begin{aligned} \min_u \quad & f(u) & (3.1) \\ \text{sujeito a:} \quad & g(u) = 0 \\ & h^{\min} \leq h(u) \leq h^{\max}, \end{aligned}$$

onde  $u$  é o vetor de variáveis do problema,  $f(u)$  é a função objetivo a ser minimizada,  $g(u)$  é a função de restrições de igualdade,  $h(u)$  é a função de restrições de desigualdade. As restrições de desigualdade são transformadas em restrições de igualdade com a introdução de variáveis de folga,  $s$ , de acordo com:

$$h(u) - h^{\min} - s^{\min} = 0, \quad (3.2)$$

$$h(u) - h^{\max} + s^{\max} = 0, \quad (3.3)$$

onde  $s^{min}$  e  $s^{max}$  são as variáveis de folga, estritamente positivas, de limites mínimos e máximos, respectivamente.

Para representar as restrições de não-negatividade das variáveis de folga, o problema é modificado com a introdução da barreira logarítmica na função objetivo, a qual penaliza as soluções próximas aos limites de desigualdade, ou seja, associadas as variáveis de folga próximas ao zero. Pode ser visto pela figura 3.1 que a barreira logarítmica tende ao infinito quando  $x$  tende a zero e que valores distantes do zero tendem a valores negativos, promovendo a minimização.

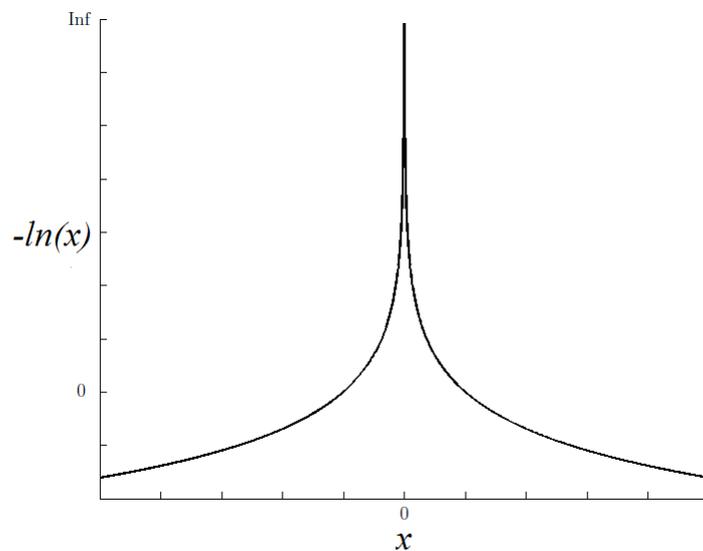


Figura 3.1: Curva típica da barreira logarítmica, onde a barreira tende ao infinito quando próxima ao zero.

Com a introdução da barreira logarítmica, a função Lagrangeana [82] do problema passa a ser:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(u, \lambda, \pi^{min}, \pi^{max}, s^{min}, s^{max}) = & f(u) + \lambda^T \cdot g(u) + \\ & (\pi^{min})^T \cdot [h(u) - h^{min} - s^{min}] + (\pi^{max})^T \cdot [h(u) - h^{max} + s^{max}] - \\ & \mu \sum_{i=1}^{N_{des}} [\ln(s^{min}) + \ln(s^{max})]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde  $\lambda$ ,  $\pi^{min}$  e  $\pi^{max}$  são os lagrangeanos da função de igualdade, função de desigualdade de limites inferiores e função de desigualdade de limites superiores, respectivamente. O parâmetro  $\mu$  é o parâmetro barreira,  $\mu \geq 0$ .

O novo problema de otimização passa a ser:

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathcal{L}(u, \lambda, \pi^{min}, \pi^{max}, s^{min}, s^{max}) \\ \text{sujeito a:} \quad & s^{min} \geq 0 \text{ e } s^{max} \geq 0 \\ & \pi^{min} \leq 0 \text{ e } \pi^{max} \geq 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

### 3.4.2 Condições de Karush-Kuhn-Tucker

As condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) [83, 84] são necessárias para se encontrar o ótimo de um problema de otimização. Um ponto  $z = [u^T \lambda^T (\pi^{min})^T (\pi^{max})^T (s^{min})^T (s^{max})^T]^T$  é dado como solução do problema se o mesmo satisfaz as condições de KKT, dadas por:

$$\nabla_u \mathcal{L}(z) = 0 \Rightarrow \nabla_u f(u) + \lambda \cdot [\nabla_u g(u)]^T + (\pi^{min} + \pi^{max}) \cdot [\nabla_u h(u)]^T = 0, \quad (3.6)$$

$$\nabla_\lambda \mathcal{L}(z) = 0 \Rightarrow g(u) = 0, \quad (3.7)$$

$$\nabla_{\pi^{min}} \mathcal{L}(z) = 0 \Rightarrow h(u) - h^{min} - s^{min} = 0, \quad (3.8)$$

$$\nabla_{\pi^{max}} \mathcal{L}(z) = 0 \Rightarrow h(u) - h^{max} + s^{max} = 0, \quad (3.9)$$

$$\nabla_{s^{min}} \mathcal{L}(z) = 0 \Rightarrow -\mu \cdot e - S^{min} \cdot \pi^{min} = 0, \quad (3.10)$$

$$\nabla_{s^{max}} \mathcal{L}(z) = 0 \Rightarrow -\mu \cdot e + S^{max} \cdot \pi^{max} = 0, \quad (3.11)$$

sendo  $e$  um vetor unitário com dimensão  $N_{des}$ ,  $S^{min}$  e  $S^{max}$  são matrizes diagonais compostas pelos elementos de  $s^{min}$  e  $s^{max}$ , respectivamente.

### 3.4.3 Método dos Pontos Interiores Primal-Dual

O método dos pontos interiores primal-dual é facilmente encontrado na literatura em aplicações de otimização em sistemas de potência [26–28]. O método é conhecido como pontos interiores pois a cada iteração os passos são mantidos dentro da região factível da solução do problema, e como primal-dual por utilizar variáveis primais, as variáveis  $u$  do problema e as variáveis de folga  $s^{min}$  e  $s^{max}$ , e também variáveis duais, essencialmente os multiplicadores de Lagrange  $\lambda$ ,  $\pi^{min}$  e  $\pi^{max}$ . Após a adaptação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade, o uso da barreira logarítmica penaliza as soluções próximas aos limites de desigualdade ou associadas as variáveis de folga próximas ao zero.

Para se encontrar os pontos que satisfazem a função Lagrangeana associada com o problema, necessita-se efetuar passos sucessivos utilizando o método de Newton. Como os incrementos obtidos em cada iteração do método de Newton podem violar as restrições de igualdade, os mesmos não podem ser aplicados diretamente ao vetor solução  $z$ . Desta maneira, os incrementos devem ser testados a cada iteração do método e, se necessário, devem ser modificados de maneira que o vetor solução  $z$  esteja, a todas iterações, dentro da região de factibilidade do problema.

A iniciação das variáveis, primais e duais, é de acentuado impacto na convergência do método, afim de garantir a interioridade inicial do vetor solução  $z$  na região factível do problema. Para tanto, as variáveis  $u$  são iniciadas como a metade da soma de seus valores máximos e mínimos, em seguida, as variáveis de folga são calculadas a partir das equações (3.8) e (3.9), finalmente, as variáveis duais associadas com as restrições de desigualdade são calculadas a partir das equações (3.10) e (3.11). As variáveis duais associadas com as restrições de igualdade são iniciadas com valores unitários e arbitra-se um valor inicial para o parâmetro barreira  $\mu$ .

O método de Newton pode ser aplicado ao problema, resumindo as equações das condições de KKT (3.6-3.11) como:

$$\rho(z) = 0, \quad (3.12)$$

então, considerando  $z^*$  como o ponto ótimo encontrado na iteração atual, as aproximações sucessivas do método de Newton são dadas por:

$$\rho(z^* + \Delta z) = \rho(z^*) + \nabla_z \rho(z)|_{z^*} \cdot \Delta z. \quad (3.13)$$

Pelas condições de KKT, a escolha de  $\Delta z$  deve ser tal que  $\rho(z^* + \Delta z) = 0$ , da equação (3.13):

$$\nabla_z \rho(z)|_{z^*} \cdot \Delta z = -\rho(z^*), \quad (3.14)$$

sendo  $\nabla_z \rho(z)|_{z^*}$  a matriz Hessiana  $W$ . A solução iterativa da equação 3.14 encontra os passos das variáveis do vetor  $z$ , um controle de passo é necessário afim de garantir a positividade das variáveis de folga, convergindo ao ótimo do problema.

Algumas observações são necessárias a respeito deste sistema. O sistema criado

pelas condições de KKT nas equações (3.6-3.11) é não-linear pois as equações (3.10) e (3.11) tem solução apenas através de método iterativo, isto é devido a necessidade do termo  $S$  ser zero, ou o termo  $pi$ , ou ambos.

### 3.5 Considerações

Considerando os métodos apresentados neste capítulo, observa-se que os métodos convencionais como iteração lambda e métodos baseados em gradiente dependem fortemente da convexidade de um problema para encontrar a solução ótima.

Com isto em mente, as primeiras pesquisas de otimização em sistemas de potência dependeram fortemente da suposição de que os sistemas de potência possuíam funções de custo convexas. Entretanto, esta suposição não é válida já que as funções de custo exibem não-linearidades de altas ordens, descontinuidades devido a zonas proibidas de operação, taxas limites de rampa e efeito do ponto de válvula [85].

Para que o problema de despacho econômico seja prático, a função de custo deve ser realisticamente expressa como diversas partes não-lineares ao contrário de uma aproximação por uma única função quadrática. O problema clássico do despacho econômico quando associado ao efeito de ponto de válvula e outras restrições operativas, dá origem a um problema de otimização não-suave com fortes restrições de igualdade e desigualdade, com características complexas e múltiplos mínimos, o que torna o desafio de obter o mínimo global muito difícil.

Mais especificamente, os métodos tradicionais encontram problemas de convergência em qualquer problema não-convexo, devido a quantidade de mínimos locais. Métodos baseado em aproximações sucessivas de Newton são extremamente sensíveis as condições iniciais e podem falhar a convergir devido a condições iniciais inapropriadas, a minimização sequencial sem restrições é conhecida por exibir dificuldades numéricas quando os fatores de penalidade são muito altos, a programação linear tem fortes desvantagens devido as aproximações lineares e o método dos pontos interiores pode encontrar soluções do problema sub-linear que são não-factíveis no domínio do problema não-linear [86].

No geral, todos estes métodos são incapazes de resolver a maioria dos problemas não-lineares satisfatoriamente, especialmente quando no domínio de funções não-convexas e não-diferenciáveis. Embora o método de programação dinâmica seja o único que não apresente problemas de convergência aos problemas de potência, ele sofre dos problemas de dimensionalidade e número excessivo de avaliações [85].

## 4 Métodos Estocásticos de Otimização (Metaheurísticas)

As metaheurísticas fazem poucas ou nenhuma suposição sobre a estrutura do problema a ser otimizado e ao contrário dos algoritmos determinísticos, como projeção do gradiente e aproximações sucessivas de Newton, as metaheurísticas não necessitam de derivadas. A ausência de conhecimento exato da estrutura do problema cria a incapacidade das metaheurísticas em fornecerem a garantia de ótimo, já que não é possível formular as condições de ótimo de KKT [83, 84]. Entretanto, por não dependerem da estrutura de problemas diferenciáveis ou sequer da existência de derivadas, tem sua aplicação mais adequada a problemas reais (NP-difícil) os quais são geralmente não-convexos, descontínuos e multimodais. Além disso, as metaheurísticas são menos sensíveis a “maldição de dimensionalidade” [37].

Os trabalhos sobre métodos de Monte Carlo por John von Neumann e Stanislaw Ulam em meados de 1940, descritos por Eckhardt [87], aperfeiçoaram os métodos de geração de números pseudoaleatórios e criaram a noção de métodos computacionais dependentes de amostragens aleatórias para computar resultados, fundamentando diversos trabalhos futuros como o primeiro método de busca estocástica por Robbins e Monro, publicado em [88]. A figura 4.1 apresenta uma visão histórica com alguns dos principais paradigmas, incluindo os utilizados nesta dissertação, como:

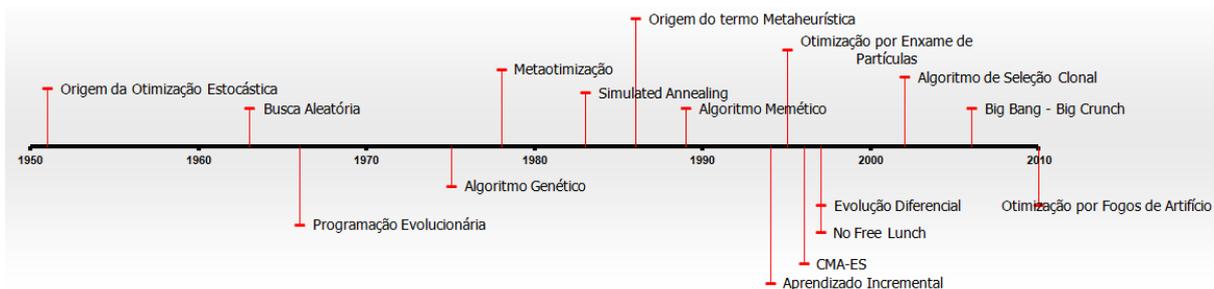


Figura 4.1: Linha do tempo das metaheurísticas, exibindo alguns dos principais paradigmas.

- 1951: Robbins e Monro publicam o primeiro trabalho sobre métodos estocásticos de otimização [88].
- 1953: Metropolis, Hastings *et al.* publicam o algoritmo Metropolis - Hastings [89].
- 1963: Rastrigin propõe a busca aleatória [90].
- 1966: Fogel *et al.* propõe a programação evolucionária [91].
- 1975: Holland propõe o algoritmo genético [92–94].
- 1978: Mercer e Sampson propõe a primeira aplicação de metaotimização, utilizar um otimizador para ajustar parâmetros de outro [95].
- 1980: Smith detalha a programação genética [30] [96].
- 1983: Kirkpatrick *et al.* propõe o cozimento simulado [97].
- 1986: Glover propõe a busca tabu e cria o termo “meta-heurística” [98].
- 1986: Farmer *et al.* desenvolvem o sistema imune artificial [99].
- 1989: Moscato propõe o algoritmo memético [100].
- 1994: Baluja propõe o aprendizado incremental baseado em população [101].
- 1995: Kennedy e Eberhart propõe a otimização por enxame de partículas [102].
- 1995: Wolpert e Macready provam o teorema *no free lunch* para aprendizado de máquinas [103].
- 1996: Mühlenbein e Paaß desenvolvem o algoritmo de estimação de distribuição [104].
- 1996: Hansen e Ostermeier propõe o CMA-ES [105].
- 1997: Wolpert e Macready estendem o teorema *no free lunch* para otimização [106].
- 1997: Storn e Price propõe a evolução diferencial [107].
- 2002: de Castro e Von Zuben propõe o algoritmo de seleção clonal [108].
- 2006: Erol e Eksin propõe o algoritmo *big bang-big crunch* [109].
- 2010: Tan e Zhu propõe o algoritmo de otimização por fogos de artifício [110].

O termo metaheurística foi cunhado por Glover ao descrever a busca tabu como “uma ‘meta-heurística’ superimposta sobre outra heurística” [98] e mais tarde essa definição foi aprimorada pelo mesmo pesquisador como “[metaheurísticas] se referem a uma estratégia mestre que guia e modifica outras heurísticas para produzir soluções além daquelas normalmente geradas numa busca pelo ótimo local” [111]. Na discussão do que exatamente define uma metaheurística ou não, Voss conclui “Uma meta-heurística é um processo mestre iterativo que guia e modifica as operações de heurísticas subordinadas para eficientemente produzir soluções de alta qualidade” [112].

O teorema *no free lunch* cunhado por Wolpert e Macready [103, 106] afirma que diferentes algoritmos de otimização podem atingir diferentes resultados para um mesmo problema, porém para todos os problemas possíveis, não há como afirmar a superioridade de um algoritmo em particular, neste contexto, todos os algoritmos são indistinguíveis. Se um algoritmo obtém resultados superiores em alguns problemas, irá apresentar resultados inferiores em outros, levando ao que Schaffer [113] chama de conservação da performance de busca.

A consequência prática do teorema *no free lunch* é a necessidade de encontrar algoritmos que obtenham melhor performance para determinados problemas, ao contrário de aplicar um único algoritmo para todos os problemas.

No restante deste capítulo são detalhadas as metaheurísticas utilizadas nesta dissertação.

## 4.1 Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm*)

O algoritmo genético (*Genetic Algorithm* - GA) criado por Holland [92–94] pertence a área de computação evolucionária (*Evolutionary Computation* - EC), ou evolutiva, onde os métodos computacionais imitam os efeitos da seleção natural do processo evolutivo. Este algoritmo, como o nome implica, trabalha com populações de indivíduos cuja representação se dá por cromossomos, sequências binárias na representação binária e sequências reais na representação real. Estes cromossomos são estruturas de dados que codificam uma solução potencial para um problema. Através dos processos evolutivos, os cromossomos são recombinados, mutados e passam por um processo de seleção natural, gerando assim novas soluções melhores que as da geração anterior.

No pseudocódigo 1 são apresentados os detalhes do método, sendo as entradas:  $D$  o número de dimensões do problema,  $VR$  os limites das dimensões do problema, o *value*

---

**Pseudocódigo 1** Algoritmo Genético
 

---

**Entrada:**  $D, VR, N_p, P_{cr}, P_m$ 
**Saída:**  $best$ 
 $pop \leftarrow$  gera  $N_p$  membros da população com dimensão  $D$  respeitando  $VR$ 
 $stop \leftarrow 0$ 
**enquanto**  $stop = 0$  **faça**

{Avalia a qualidade dos cromossomos.}

 $fitness \leftarrow f_{obj}(pop)$ 

{Efetua o processo de seleção.}

 $parents \leftarrow$  seleção( $pop, fitness$ )

 {Efetua *crossover* entre as soluções selecionadas, os pais, gerando novas soluções.}

 $pop \leftarrow$  *crossover*( $parents, P_{cr}$ )

{Efetua mutação nas novas soluções.}

 $pop \leftarrow$  mutação( $pop, P_m$ )

**se** critério de parada atingido **então**
 $stop \leftarrow 1$ 
**fim se**
**fim enquanto**
 $best \leftarrow$  *SelecionaMelhor*( $pop$ )
 

---

$range$ ,  $N_p$  é o número de membros da população,  $P_{cr}$  é a probabilidade de *crossover* e  $P_m$  a probabilidade de mutação. Os três principais operadores são a seleção, o *crossover* e a mutação, pictoricamente apresentados na figura 4.2.

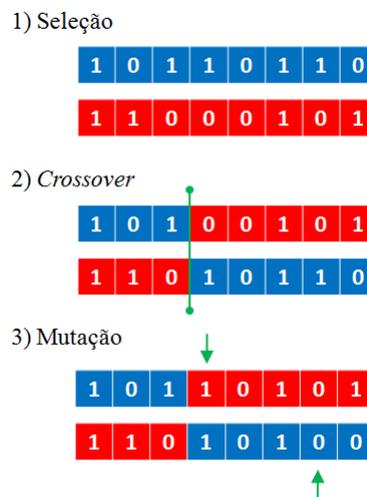


Figura 4.2: Operadores principais do algoritmo genético.

O operador de seleção, como o nome implica, seleciona os cromossomos, também chamados de soluções, aleatoriamente para o processo de *crossover*. Existem diversas variações deste operador e são citadas aqui as mais conhecidas. Normalização do *fitness*, ou *fitness scaling* é quando o operador de seleção leva em conta o peso de cada solução em relação ao seu *fitness*, como uma roleta onde as melhores soluções ocupam maior

espaço e as piores soluções ocupam espaços menores, este processo seletivo é conhecido como seleção proporcional ao *fitness* (*fitness proportional selection*) ou seleção da roleta (*roulette-wheel selection*). Caso todas as soluções tenham o mesmo peso, logo a mesma probabilidade, i.e., espaços iguais na roleta, o processo é conhecido como amostragem estocástica universal (*stochastic universal sampling*). Outro método envolve a seleção repetida do melhor indivíduo de grupos aleatoriamente escolhidos, de acordo com uma distribuição uniforme, conhecido como seleção por torneio (*tournament selection*). Há também a variação onde são escolhidas proporções dos melhores indivíduos, como a melhor metade ou o melhor terço, conhecida como seleção truncada (*truncation selection*).

O operador de *crossover* é análogo ao processo de reprodução, sendo responsável pela combinação dos cromossomos de diferentes membros da população, os pais escolhidos no processo de seleção, gerando assim os cromossomos filhos. Neste operador, trechos dos cromossomos são trocados entre os pais, criando novas soluções. Existem diversas possibilidades a respeito do ponto de corte, onde o material é trocado, entre os cromossomos, entretanto, as escolhas mais comuns são um ou dois pontos escolhidos aleatoriamente de acordo com uma distribuição uniforme.

Uma modificação importante dos operadores de seleção e *crossover* é a seleção elitista. Quando utilizada, os melhores membros da população são escolhidos para continuar na próxima geração sem alteração alguma, buscando manter as melhores soluções encontradas.

Finalmente, o operador de mutação é análogo ao processo de mutação biológica e existe para manter a diversidade nas soluções. Um exemplo típico de mutação no algoritmo genético é a escolha aleatória de uma parte do cromossomo onde o valor é alterado do seu estado original para um novo valor.

A codificação das soluções pode ser binária, resultando no algoritmo genético binário (*Binary Genetic Algorithm* - BGA) ou real, resultando no algoritmo genético com codificação real (*Real coded Genetic Algorithm* - RGA).

## 4.2 Otimização por Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization*)

A otimização por enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO) desenvolvida por Kennedy e Eberhart [102, 114], é um algoritmo de busca estocástica que é similar aos algoritmos de computação evolucionária, porém a forma como a informação

é utilizada para a otimização é inspirada não em operadores genéticos, mas na dinâmica de enxames, mais especificamente, na simulação de comportamento social [115]. A técnica foi desenvolvida após a observação de que grupos de pássaros percorrem o espaço de forma aparentemente aleatória, em busca de alimento, e seguindo o pássaro mais próximo do objetivo. Essa busca coordenada pelo grupo é chamada de inteligência de enxame. Cada partícula representa uma solução no espaço de busca e sua posição é regida por uma equação que, a cada iteração, e de acordo com sua melhor posição já encontrada e de acordo com a melhor posição encontrada pelo enxame, altera a velocidade da partícula em busca de melhores resultados. Os multiplicadores baseados na geração de números aleatórios também são usados para criar a aleatoriedade da busca, conforme apresentado no pseudocódigo 2.

---

### Pseudocódigo 2 Otimização por Enxame de Partículas

---

**Entrada:**  $D, VR, n_p, mv, w_{inicio}, w_{fim}, c_1, c_2$

**Saída:**  $best$

$pop \leftarrow$  gera  $n_p$  membros da população com dimensão  $D$  respeitando  $VR$

$pop_{vel} \leftarrow 0$

$stop \leftarrow 0$

**enquanto**  $stop = 0$  **faça**

{Atualiza velocidade das partículas.}

$r_1 = rand()$

$r_2 = rand()$

$pop_{vel} \leftarrow \chi \cdot (w \cdot pop_{vel} + c_1 \cdot r_1 \cdot (pbest - pop) + c_2 \cdot r_2 \cdot (gbest - pop))$

$pop_{vel} \leftarrow \text{GrampeiaVelocidade}(pop_{vel}, mv)$

$w \leftarrow \text{AtualizaInercia}(w, w_{inicio}, w_{fim})$

$fpop \leftarrow f_{obj}(pop)$

$pbest \leftarrow \text{AtualizaMelhorPessoal}(pop, fpop, pbest)$

$gbest \leftarrow \text{AtualizaMelhorGlobal}(pop, fpop, gbest)$

**se** critério de parada atingido **então**

$stop \leftarrow 1$

**fim se**

**fim enquanto**

$best \leftarrow gbest$

---

O algoritmo canônico, criado em 1995 [102], não apresentava o grampeamento da velocidade nem o fator de inércia, presentes no pseudocódigo. O grampeamento da velocidade foi introduzido em [114] para evitar o fenômeno conhecido como “explosão do enxame”. É facilmente observável pela equação da atualização da velocidade que sem restrição ao valor da velocidade máxima,  $vm$ , esta cresce indefinidamente, afastando as partículas de qualquer região identificada como o ótimo.

Entretanto, apenas a utilização do grampeamento da velocidade não é suficiente

para a eficiência do algoritmo. Como demonstrado em um comparativo de técnicas da computação evolucionária por Angeline [116], o enxame de partículas rapidamente identifica a região do ótimo porém tem dificuldades em ajustar a velocidade para valores baixos, impossibilitando uma busca fina da área.

Em vista destes problemas, Clerc e Kenedy [117] alteraram a equação da velocidade para incluir o peso de inércia  $w$  e  $\chi$  o fator de constrição. No mesmo trabalho, são propostos indicadores para as escolhas dos valores de  $c_1$ , o parâmetro cognitivo, e  $c_2$ , o parâmetro social, como:

$$\sigma = c_1 + c_2 > 4,0, \quad (4.1)$$

$$\chi = \frac{2}{2 - \sigma - \sqrt{\sigma^2 - 4 \cdot \sigma}}, \quad (4.2)$$

embora seja comum simplificar o processo, utilizando  $\chi = 1$ . Quanto ao peso de inércia, é comum a aplicação de uma função linear descendente [118, 119] com o objetivo de favorecer a busca global no início e a busca local no fim. Quanto mais próximo de zero o peso de inércia, menor o impacto da velocidade atual da partícula, favorecendo a “exploração”, termo comum na literatura de PSO para a busca local. Respectivamente, quanto maior o valor de inércia, maior o impacto da velocidade atual da partícula na atualização da posição, criando um efeito de inércia e fazendo a particular tender a seguir seu caminho original, favorecendo a exploração, ou busca global.

Outros fatores do algoritmo são relacionados a troca entre exploração, busca local, e a exploração, busca global. O parâmetro  $c_1$  aumenta o impacto do conhecimento da partícula sobre seus arredores, favorecendo a busca no ótimo local, enquanto o parâmetro  $c_2$  aumenta o impacto do conhecimento das partículas sobre a melhor solução do enxame, favorecendo a busca pelo ótimo global.

A convergência do algoritmo é dependente da escolha destes parâmetros e também do problema, algumas sugestões de parâmetros na literatura estão presentes na tabela 4.1. É observado em [120] que melhores resultados podem ser atingidos pela combinação de peso de inércia e grampeamento da velocidade.

Tabela 4.1: Parâmetros sugeridos na literatura para o PSO.

$c_1$	$c_2$	$w_{inicio}$	$w_{fim}$	Referências
2,0	2,0	1,0	1,0	[114]
2,0	2,0	0,9	0,4	[119]
1,4962	0,7968	0,7968	0,7968	[121]

### 4.3 Evolução Diferencial (*Differential Evolution*)

A evolução diferencial (*Differential Evolution* - DE) [107, 122, 123] em problemas deste tipo deve-se a alguns fatos importantes, já que utiliza mecanismos de seleção natural, opera por sobre valores reais e não requer diferenciabilidade da função a ser otimizada, visto que não utiliza o gradiente da função para guiar a otimização. Ainda, geralmente não é necessário uma população numerosa para um funcionamento adequado da técnica.

De maneira simplificada, a DE evolui da seguinte forma: em cada iteração, para cada indivíduo da população (vetor atual), um indivíduo mutante é criado (vetor de diferenças) e este é recombinado com o indivíduo original para criar um novo indivíduo (vetor tentativa), se a função a ser otimizada tiver melhor valor para o novo indivíduo, este toma o lugar do atual e passa para a próxima iteração, senão, o atual permanece.

Há vários tipos de estratégias possíveis na composição da DE, cada uma delas é controlada por um de seus parâmetros:  $\alpha$  especifica o vetor que será perturbado através das diferenças, podendo este ser um vetor aleatório (*rand*) ou pode ser o vetor que atingiu o melhor valor na função de custo até o momento (*best*);  $\beta$  define o número de diferenças ponderadas a serem consideradas para a perturbação do vetor  $\alpha$  na construção do vetor de diferenças, e  $\delta$  é o tipo de recombinação feita entre o vetor atual e o vetor de diferenças, podendo ser exponencial (*exp*), feito para atuar como o crossover dos algoritmos genéticos, onde o vetor tentativa é dividido em duas ou três partes (crossover de um ponto ou de dois, respectivamente) as quais de acordo com certa probabilidade virão do vetor atual ou do vetor de diferenças, sendo assim o vetor tentativa composto por seqüências de elementos consecutivos do vetor atual ou vetor de diferenças (Zaharie, 2009); outra possibilidade de recombinação é o modo binário (*bin*), onde para cada elemento do vetor do vetor tentativa há a probabilidade deste vir do vetor atual ou do vetor de diferenças. Compondo assim a representação DE/ $\alpha$ / $\beta$ / $\delta$  de possíveis variantes de DE, sendo a mais comum a DE/1/rand/bin originalmente proposta por Storn e Price [107].

O tamanho da população  $N_P$  é crítico para a busca do ótimo global [124], con-

---

**Pseudocódigo 3** Evolução Diferencial
 

---

**Entrada:**  $D, VR, N_p, F, CR$ 
**Saída:**  $best$ 

```

 $pop \leftarrow$  gera  $N_p$  membros da população com dimensão  $D$  respeitando  $VR$ 
 $stop \leftarrow 0$ 
enquanto  $stop = 0$  faça
  para cada  $pop_i \in pop$  faça
    {Efetua seleção aleatória de três índices e calcula vetor de diferenças.}
     $[r1, r2, r3] \leftarrow$  seleção( $pop$ )
     $v_i \leftarrow pop_{r1} + F \cdot (pop_{r2} - pop_{r3})$ 
    {Efetua crossover das diferenças.}
    para  $j$  to  $D$  faça
      se  $rand() < CR$  OR  $j = rnbr(i)$  então
         $u_i^j \leftarrow v_i^j$ 
      senão
         $u_i^j \leftarrow pop_i^j$ 
      fim se
    fim para
    {Se uma nova solução é melhor que a antiga, substitui.}
    se  $f_{obj}(u_i) < f_{obj}(pop_i)$  então
       $pop_i \leftarrow u_i$ 
    fim se
  fim para
  se critério de parada atingido então
     $stop \leftarrow 1$ 
  fim se
fim enquanto
 $best \leftarrow$  SelecionaMelhor( $pop$ )

```

---

tudo uma grande população implicará na diminuição da velocidade de convergência e um aumento no número de avaliações da função de custo. É razoável para uma escolha inicial  $N_p = 10N$ , contudo valores de  $2N$  a  $40N$  possam considerados de acordo com o balanço entre velocidade de convergência e robustez na busca do ótimo global [123].

A taxa de mutação (ou tamanho do passo),  $F$ , controla a amplificação do efeito da diferença, e deve, na DE original, pertencer ao intervalo  $[0,2]$ , porém, é usualmente escolhido dentro de  $[0,5;1]$ , pois é dito que valores fora deste intervalo são apenas ocasionalmente efetivos [107]. Um maior valor para  $F$  aumenta a probabilidade de escapar de um ótimo local, dado que este deve estar acima de um determinado valor para evitar convergência prematura [125, 126]. Em contrapartida, se  $F$  for muito alto, o número de avaliações da função de custo até achar o ótimo cresce rapidamente [124].

Já a taxa de recombinação (ou *crossover*),  $CR$ , é a que controla o quanto de cada um dos dois indivíduos, o vetor original e o vetor de diferenças, comporá o novo indivíduo a ser comparado com o original. Basicamente, ele controla quais e quantos serão os componentes a serem recombinados, sendo  $CR$  a probabilidade, logo  $CR \in [0;1]$ , da componente atual do loop de recombinação de vir do vetor de diferenças, e o complementar da probabilidade de vir do vetor original. O índice  $rnbr(i)$  é utilizado para garantir que em todo novo indivíduo haverá pelo menos uma componente proveniente do vetor de diferenças. Um alto valor para  $CR$  aumenta a velocidade de convergência, afirma-se que  $CR = 0,1$  é uma boa escolha inicial [107], enquanto que valores mais próximos da unidade podem ser utilizados para aumentar a velocidade da convergência. Sendo que valores mais baixos,  $CR \in (0;0,2)$ , são mais adequados para problemas separáveis, enquanto os mais altos,  $CR \in (0,9;1)$ , para os multimodais [123, 126].

#### 4.4 Algoritmo de Seleção Clonal (*Clonal Selection Algorithm*)

O algoritmo de seleção clonal (*CLONal selection ALGORITHM* - CLONALG) faz parte dos sistemas imunes artificiais (*Immune Artificial Systems* - IAS), sendo inspirado pela teoria de seleção clonal da imunidade adquirida. A teoria de seleção clonal [127] é um modelo amplamente aceito para a imunidade adquirida, de acordo com a teoria, o encontro contínuo de linfócitos e antígenos ativa gatilhos biológicos que levam ao processo de seleção dos linfócitos, criando uma afinidade maior na população de anticorpos em relação aos antígenos. Este processo é, efetivamente, uma minimização do erro da função de encontro dos anticorpos com os antígenos. Esta teoria deu origem, na computação, a

classe de algoritmos de seleção clonal em sistemas imunes artificiais.

A teoria da seleção clonal tem diversas características interessantes como: manutenção de um conjunto de memória, seleção e clonagem dos anticorpos mais frequentemente ativados, morte de anticorpos não-ativados, maturação da afinidade através do processo de mutação, re-seleção proporcional de clones em relação a afinidade a antígenos, geração e manutenção da diversidade.

Com o objetivo de criar um algoritmo de minimização ou classificação com estas características, o algoritmo de seleção clonal (*Clonal Selection Algorithm* - CSA) foi proposto por [128] e após, com o conceito melhor desenvolvido, foi publicado em [108] e renomeado com a sigla CLONALG. O algoritmo é detalhado no pseudocódigo 4.

---

**Pseudocódigo 4** Algoritmo de seleção clonal

---

**Entrada:**  $D, VR, N_{abs}, N_{sel}, N_{new}, \beta, \rho$

**Saída:** *best*

$A_b \leftarrow$  gera  $N_p$  membros da população com dimensão  $D$  respeitando  $VR$

$stop \leftarrow 0$

**enquanto**  $stop = 0$  **faça**

  {Determina afinidade dos anticorpos.}

$f = f_{obj}(A_b)$ ;

  {Seleciona os melhores.}

$[A_{b_n}, f_n] = \text{SelecionaMelhores}(A_b, f, N_{sel})$ ;

  {Efetua a conagem proporcional a afinidade.}

$[C, f_c] = \text{ClonagemProporcional}(A_{b_n}, f_n, \beta)$ ;

  {Efetua a maturação da afinidade.}

$C_{mut} = \text{Hipermutação}(C, f_c, \rho)$ ;

  {Determina a afinidade dos clones.}

$f_{mut} = f_{obj}(C_{mut})$ ;

  {Seleciona os melhores clones.}

$[A_{b_n}, f_n] = \text{SelecionaMelhores}(C_{mut}, f_{mut}, N_{sel})$ ;

  {Insere clones na população de anticorpos.}

$[A_b, f] = \text{InsereClones}(A_b, A_{b_n}, f, f_n)$ ;

  {Gera novos anticorpos.}

$A_{b_d} = \text{GeraAnticorpos}(N_{new})$ ;

  {Substitui os piores membros da população pelos novos anticorpos.}

$A_b = \text{SubstituiPiores}(A_b, A_{b_d}, f)$ ;

**se** critério de parada atingido **então**

$stop \leftarrow 1$

**fim se**

**fim enquanto**

$f \leftarrow f_{obj}(A_b)$

$best \leftarrow \text{SelecionaMelhor}(A_b)$

---

Em sua versão original o algoritmo apresenta clonagem proporcional a afinidade,

similar à inspiração biológica. Isto é alcançado pela organização da população de anticorpos de acordo com a afinidade ao antígeno em ordem ascendente e então calculando o número de clones para cada anticorpo de acordo com:

$$N_{clones} = \text{round} \left( \frac{\beta \cdot N_{abs}}{i} + 0,5 \right), \quad (4.3)$$

onde  $i$  é o índice do anticorpo,  $i \in [1, N_{abs}]$ . Entretanto, para a versão de otimização a clonagem proporcional a afinidade não é efetiva [129]. A abordagem recomendada é utilizar a equação dada por [108]:

$$N_{clones} = \text{round}(\beta \cdot N_{abs}). \quad (4.4)$$

A mutação, também conhecida como maturação da afinidade, é dada por uma taxa inversamente proporcional ao *fitness* de cada anticorpo. Isto é, anticorpos com baixa afinidade ao antígeno irão sofrer mais mutações enquanto os anticorpos com melhor afinidade irão sofrer menos mutações. Isto é realizado pela normalização da função objetivo de cada anticorpo,  $f_i$ , no espaço  $[0, 1]$ . Então, um vetor de perturbação aleatória é gerado para cada clone criado dos anticorpos, este vetor é ajustado pela taxa de mutação, que é dada pela seguinte equação:

$$\alpha = e^{(-\rho \cdot f_i)}. \quad (4.5)$$

O desempenho do método depende fortemente dos parâmetros definidos pelo usuário, que são: tamanho da população de anticorpos,  $N_{abs}$ ; tamanho do grupo de seleção para clonagem,  $N_{sel}$ ; tamanho do grupo restante de substituição,  $N_{new}$ ; fator de clonagem,  $\beta$  e fator de mutação,  $\rho$ .

## 4.5 Big Bang - Big Crunch

O algoritmo de otimização *Big Bang - Big Crunch* (BB-BC) por Erol [109], apresentado no pseudocódigo 5, é inspirado na teoria da origem do universo. O método adota os conceitos de que a aleatoriedade pode ser vista como dissipação de energia enquanto convergência a um mínimo como atração gravitacional. Interpretando a dissipação de energia como perturbação em partículas ordenadas, gerando caos, ou desordem, a aleatoriedade é utilizada como energia motriz para a criação de novas soluções, o caos, a partir

de soluções convergidas, a ordem.

Embora inspirado na física, o método pertence à computação evolucionária por adotar os conceitos de população e evolução. Inicialmente, a população é distribuída uniformemente no espaço de busca, esta é a fase do *Big Bang*. A massa, ou atração gravitacional, das soluções é obtida a partir da função objetivo. Iterativamente, o algoritmo calcula o centro de massa do conjunto de soluções e então gera novas partículas em um espaço gradativamente menor, convergindo nas melhores soluções, na fase do *Big Crunch*.

---

**Pseudocódigo 5** Big Bang - Big Crunch

---

**Entrada:**  $D, VR, N_p, step$

**Saída:**  $best$

```

{Fase do Big Bang, gera população.}
pop ← gera  $N_p$  membros da população com dimensão  $D$  respeitando  $VR$ 
stop ← 0
it ← 0
{Sequências repetidas de Big Crunch, limitando o espaço a cada iteração.}
enquanto stop = 0 faça
    fpop ←  $f_{obj}(pop)$ 
    centro ← CalculaCentroDeMassa(pop, fpop)
    pop ← centro +  $(VR_{max} - VR_{min}) \cdot randn() \cdot (0,5/(1 + it/step))$ 
    it ← it + 1
    se critério de parada atingido então
        stop ← 1
    fim se
fim enquanto
    fpop ←  $f_{obj}(pop)$ 
    best ← SelecionaMelhor(pop)

```

---

## 4.6 Algoritmo de Otimização por Fogos de Artifício (*Fireworks Optimization Algorithm*)

O algoritmo proposto por Tan e Zhu [110] é conhecido como algoritmo de otimização fireworks (*Fireworks Optimization Algorithm* - FOA), em homenagem a seu processo inspirador, um show de fogos de artifício. Na visão de seus criadores, a explosão de um único fogo de artifício pode ser vista como uma busca local no espaço diretamente em volta, enquanto a explosão de diversos fogos de artifício se assemelham a uma busca global. No trabalho original, o algoritmo é comparado contra a otimização por enxame de partículas e a otimização por enxame de partículas clonal, mostrando melhores resultados em funções de teste tanto em velocidade de convergência quanto melhor solução global.

O pseudocódigo 6 apresenta o método, onde a variável  $D$  apresenta o número de dimensões no espaço de busca,  $VR$  é uma matriz de limites superiores e inferiores para cada dimensão,  $n$  apresenta a contagem de fogos de artifício,  $m$  é o limite de faíscas do tipo 1,  $\hat{m}$  é o limite de faíscas do tipo 2,  $a$  é o parâmetro de limite inferior para arredondar a quantidade de faíscas do algoritmo 1,  $b$  o limite superior para o mesmo propósito  $A$  é a amplitude máxima das explosões.

---

**Pseudocódigo 6** Algoritmo de Otimização por Fogos de Artifício

---

**Entrada:**  $D, VR, n, m, \hat{m}, a, b, A$

**Saída:**  $best$

$fireworks \leftarrow$  gera  $n$  membros da população com dimensão  $D$  respeitando  $VR$

$stop \leftarrow 0$

**enquanto**  $stop = 0$  **faça**

$fx \leftarrow f_{obj}(fireworks)$

    {Quantia diferenciada de fagulhas por fogo de artifício.}

$s_i \leftarrow$  CalculaQuantiaFagulhas( $fireworks, fx, m$ )

$s_i \leftarrow$  Arredonda( $s_i, m * a, m * b$ )

$A_i \leftarrow$  CalculaAmplitudeExplosão( $fireworks, fx, A$ )

    {Gera fagulhas para busca global.}

$sparks_1 \leftarrow$  GeraFagulhasTipo1( $fireworks, s_i, A_i$ )

    {Gera fagulhas para busca local.}

$sparks_2 \leftarrow$  GeraFagulhasTipo2( $fireworks, \hat{m}, A_i$ )

$fsparks \leftarrow f_{obj}([sparks_1, sparks_2])$

$best \leftarrow$  SelecionaMelhor( $[fireworks, sparks_1, sparks_2]$ )

    {Utiliza a distância entre todas as partículas como pesos para a amostragem.}

$weights \leftarrow$  AvaliaDistâncias( $[fireworks, sparks_1, sparks_2]$ )

$selected \leftarrow$  AmostragemAleatória( $n - 1, [fireworks, sparks_1, sparks_2], weights$ )

$fireworks \leftarrow [best, selected]$

**se** critério de parada atingido **então**

$stop \leftarrow 1$

**fim se**

**fim enquanto**

---

Em uma abordagem literal ao pseudo-código, é dito que inicialmente,  $n$  fogos de artifício são aleatoriamente colocados no espaço de busca respeitando os limites definidos por  $VR$ . Após, até que um critério de parada seja satisfeito, os fogos de artifício são avaliados.

A quantidade de faíscas,  $s_i$  para cada explosão é diretamente dependente da qualidade da solução, enquanto a amplitude da explosão,  $A_i$ , é inversamente dependente da qualidade da explosão. Isto é, melhores soluções geram mais faíscas em um espaço menor, concentrando a busca local, enquanto soluções piores criam menos faíscas em um espaço maior, privilegiando a busca global. Isso reduz o esforço computacional sem denegrir a

eficiência do algoritmo.

As faíscas do tipo 1 são numerosas e são utilizadas para a busca global, usando a distribuição uniforme. Já as faíscas do tipo 2 são poucas e utilizadas para a busca local, utilizando a distribuição normal.

A quantidade de partículas, e avaliações da função objetivo, são dependentes da qualidade das soluções encontradas. No pior caso, há no máximo um total de  $n + am \cdot n + \hat{m}$  partículas ao final de cada iteração e apenas  $n$  partículas procedem à próxima iteração, através de um processo de seleção por amostragem, privilegiando a diversidade das soluções.

#### 4.7 Aprendizado Incremental Baseado em População (*Population Based Incremental Learning*)

O aprendizado incremental baseado em população (*Population Based Incremental Learning* - PBIL), por Baluja [101], é um algoritmo de otimização com abordagem estatística e re-enforço de aprendizado, baseado em estimação de distribuição. Ao contrário de outros algoritmos a evolução se dá para um vetor de probabilidades ao contrário de membros individuais numa população. No PBIL, os genes são representados como valores reais no espaço  $[0, 1]$ , em um vetor de probabilidades, indicando a probabilidade dos alelos. Este vetor de probabilidades é utilizado para gerar novas soluções, que fornecem informações ao processo evolutivo. O algoritmo é detalhado no pseudocódigo 7.

#### 4.8 *Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy*

A adaptação da matriz de covariância - estratégia de evolução (*Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy* - CMA-ES) [105, 130, 131] é um método da computação evolucionária para otimização estocástica livre de derivadas para funções contínuas com variáveis reais. Este método apresenta bons resultados para grande parte dos problemas de otimização, especialmente os problemas não-lineares e não-convexos.

O método essencialmente adapta uma matriz de covariância utilizando conhecimento topológico adquirido do problema a cada iteração, determinando a covariância entre iterações e alinhando uma hiperelipsóide, conforme mostrado na Figura 4.3, numa estratégia de evolução (EE) do tipo  $(\mu, \lambda)$ -EE. Isto é, os  $\lambda$  descendentes competem para sobreviver e os  $\mu$  ancestrais são completamente substituídos a cada geração.

---

**Pseudocódigo 7** Aprendizado Incremental Baseado em População
 

---

**Entrada:**  $D, VR, N_p, Learn_{rate}, Learn_{alt}, P_{mut}, Factor_{mut}$ 
**Saída:**  $best$ 

```

 $stop \leftarrow 0$ 
 $bitcount \leftarrow CalculateBitcount(D, VR)$ 
 $Learn_{total} \leftarrow Learn_{rate} + Learn_{alt}$ 
 $P_{vec} \leftarrow 0$ 
enquanto  $stop = 0$  faça
  {Gera população com conhecimento do vetor de probabilidades.}
  para  $i$  to  $N_p$  faça
     $pop_i \leftarrow rand(bitcount)$ 
    se  $pop_i < P_{vec}$  então
       $pop_i \leftarrow 1$ 
    senão  $\{pop_i \geq P_{vec}\}$ 
       $pop_i \leftarrow 0$ 
    fim se
  fim para
  {Avalia população, escolhe melhor e pior soluções.}
   $fpop \leftarrow f_{obj}(pop)$ 
   $best \leftarrow EscolheMelhor(pop)$ 
   $worst \leftarrow EscolhePior(pop)$ 
  {Atualiza o vetor de probabilidades com as amostras obtidas.}
  para  $i$  to  $bitcount$  faça
     $allele_{min} \leftarrow best(i)$ 
     $allele_{max} \leftarrow worst(i)$ 
    se  $allele_{min} = allele_{max}$  então
       $P_{veci} \leftarrow (P_{veci} \cdot (1 - Learn_{rate})) + (allele_{max} \cdot Learn_{rate})$ 
    senão
       $P_{veci} \leftarrow (P_{veci} \cdot (1 - Learn_{total})) + (allele_{max} \cdot Learn_{total})$ 
    fim se
  fim para
  {Efetua mutação no vetor de probabilidades.}
  para  $i$  to  $bitcount$  faça
    se  $rand() < P_{mut}$  então
       $P_{veci} \leftarrow (P_{veci} \cdot (1 - Factor_{mut})) + (round(rand()) \cdot Factor_{mut})$ 
    fim se
  fim para
  se critério de parada atingido então
     $stop \leftarrow 1$ 
  fim se
fim enquanto
 $best \leftarrow SelecionaMelhor(pop)$ 

```

---

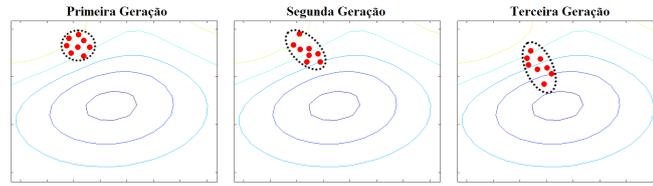


Figura 4.3: Adaptação da covariância no CMA-ES. Com o passar das iterações, a distribuição das partículas, gerada por uma função de base radial, a Gaussiana, tem sua média e covariância adaptadas ao contorno da função objetivo.

---

### Pseudocódigo 8 Covariance Matrix Adaptation - Evolution Strategy

---

**Entrada:**  $D, VR, N_p, \lambda, \sigma$

**Saída:** *best*

$\mu \leftarrow \lambda/2$

$m \leftarrow rand()$

$C \leftarrow I$

$p_\sigma \leftarrow 0$

$p_C \leftarrow 0$

$stop \leftarrow 0$

**enquanto**  $stop = 0$  **faça**

**para** cada  $i \in \lambda$  **faça**

$x_i \leftarrow m + \sigma \cdot C \cdot randn()$

$f_i \leftarrow f_{obj}(x_i)$

**fim para**

  {Computa a nova média das melhores soluções.}

$m' \leftarrow m$

$m \leftarrow Média(SelecionaMelhores(x, \mu)) \cdot weights$

  {Atualiza o caminho de evolução de sigma.}

$p_\sigma \leftarrow AtualizaPSigma(p_\sigma, \sigma^{-1} \cdot C^{-1/2} \cdot (m - m'))$

  {Atualiza o caminho de evolução da covariância.}

$p_C \leftarrow AtualizaPCov(p_C, \sigma^{-1} \cdot (m - m'), p_\sigma)$

  {Atualiza a matriz de covariância.}

$C \leftarrow AtualizaCov(C, p_C, (x_i - m)/\sigma)$

  {Atualiza o passo  $\sigma$ .}

$\sigma \leftarrow AtualizaSigma(\sigma, p_\sigma)$

**se** critério de parada atingido **então**

$stop \leftarrow 1$

**fim se**

**fim enquanto**

$best \leftarrow SelecionaMelhor(x)$

---

## 4.9 *Simulated Annealing*

O *simulated annealing* (SA) por Kirkpatrick *et al.* [97, 132], apresentado no pseudocódigo 9, é um método de otimização inspirado no processo de recozimento na metalurgia. Neste processo, o material é aquecido e resfriado controladamente para aumentar os tamanhos de seus cristais e reduzir seus defeitos. O calor leva os átomos a se moverem de suas posições iniciais, interpretadas como um mínimo local de energia, e vagar aleatoriamente por estados de maior energia. O resfriamento controlado aumenta as chances destes átomos de encontrarem configurações com menor energia que a inicial.

O método é uma adaptação do algoritmo de amostragem de Metropolis-Hastings [133], onde alguns movimentos que não melhoram o resultado buscado são permitidos se permitem ao algoritmo explorar melhor o espaço de soluções.

O algoritmo inicia com um chute inicial e a cada iteração substitui a solução atual por uma solução vizinha, escolhida com uma probabilidade que depende dos níveis de energia e do parâmetro de temperatura  $T$ . O parâmetro  $\alpha$  controla o passo da temperatura, o parâmetro  $k$  a constante de Boltzmann e  $E_{norm}$  é o diferencial de energia necessário para aceitar uma solução. A temperatura é gradualmente diminuída durante as iterações, de maneira que as soluções são alteradas constantemente no início, permitindo movimentos longe do ótimo local e possivelmente próximos de um ótimo global. Conforme  $T$  se aproxima de zero, a aceitação de soluções diminui, gradativamente permitindo apenas movimentos próximos de um mínimo. É a capacidade do algoritmo em permitir movimentos para longe do mínimo local que o diferencia de métodos gulosos.

## 4.10 Validação Estatística

Por se tratarem de métodos estocásticos, os resultados apresentados pelas metaheurísticas são aleatórios e por isso é comum a utilização de diversos experimentos para obter informações sobre a aplicação de uma metaheurística a um problema. Estes resultados, sejam eles de esforço computacional ou valores das funções objetivo, podem ser modelados como variáveis aleatórias e utilizados para a comparação dos algoritmos. Para isto, são aplicados testes estatísticos sobre indicadores como a média ou a mediana das amostras obtidas pelos experimentos.

Os testes estatísticos são efetuados para estimar que a confiança dos resultados é cientificamente válida, *i.e.*, determinar se uma conclusão obtida não é apenas resultado

---

**Pseudocódigo 9** *Simulated Annealing*


---

**Entrada:**  $D, s_0, T_{init}, k, \alpha, E_{norm}, iteration_{max}$ 
**Saída:**  $best$ 

```

 $s \leftarrow s_0$ 
 $e \leftarrow E(s_0)$ 
 $s_{best} \leftarrow s$ 
 $e_{best} \leftarrow e$ 
 $iteration \leftarrow 0$ 
 $stop \leftarrow 0$ 
enquanto  $stop = 0$  faça
   $iteration \leftarrow iteration + 1$ 
  {Resfriamento agendado.}
  se  $iteration \geq iteration_{max}$  então
     $T = \alpha \cdot T$ 
     $iteration \leftarrow 1$ 
  fim se
  {Busca um vizinho próximo de  $s$ .}
   $s_{new} \leftarrow s + rand(D) * randn()$ 
   $e_{new} \leftarrow E(s_{new})$ 
  {Decisão de aceitação da nova solução.}
   $\Delta e \leftarrow e_{new} - e$ 
   $P_{accept} \leftarrow exp(-\Delta e / (k * T))$ 
  se  $-\Delta e > E_{norm}$  OR  $P_{accept} > rand()$  então
     $s \leftarrow s_{new}$ 
     $e \leftarrow e_{new}$ 
  fim se
  {Atualiza a melhor solução.}
  se  $e < e_{best}$  então
     $s_{best} \leftarrow s$ 
     $e_{best} \leftarrow e$ 
  fim se
  se critério de parada atingido então
     $stop \leftarrow 1$ 
  fim se
fim enquanto
 $best \leftarrow s_{best}$ 

```

---

de erro de amostragem [134].

Desta maneira, para analisar quantitativamente a performance dos algoritmos, foram considerados os testes estatísticos de significância. Conforme afirmado por Garcia [135], é possível utilizar métodos paramétricos para este propósito desde que as amostras assumam diversas condições estatísticas [136, 137].

Uma destas condições é a independência. Eventos independentes são aqueles cuja probabilidade de ocorrência não é alterada pela ocorrência de outro evento. Outra condição é a homocedasticidade (*homoscedasticity*), que indica igualdade das variâncias nas amostras, já a esigualdade implica em heteroscedasticidade (*heteroscedasticity*).

Há também a condição de normalidade, i.e., a amostra deve se encaixar na distribuição normal, conseqüentemente, é necessário que a amostra passe em testes de normalidade como os sugeridos em [137], Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk e D'Agostino-Pearson, antes de se considerar um método paramétrico.

Entretanto, o teorema de limite central é raramente realizado [138] devido a falta de uma quantia significativa de pontos. Sendo assim, não é incomum encontrar conjuntos de dados com distribuição não-normal em experimentos de algoritmos evolucionários [135].

Logo, um método não-paramétrico é frequentemente uma escolha mais segura [135], sendo também mais robusto. Neste trabalho, o teste Wilcoxon rank-sum [139], ou Mann-Whitney rank sum, é considerado como o teste não-paramétrico para os conjuntos de dados obtidos pelos experimentos das metaheurísticas.

Proposto por Wilcoxon [140], o teste Wilcoxon rank-sum, em síntese, teste a hipótese nula ( $\mathcal{H}_0$ ) de que, dadas amostras observadas a partir de duas populações  $A$ , com  $n_a$  observações e  $B$ , com  $n_b$  observações, tenham a mesma distribuição, i.e., que não há significância estatística nos dados para afirmar que as duas populações são diferentes [141]. Uma extensão deste teste é o teste Kruskal-Wallis, que estende o Wilcoxon para mais de duas amostras, exemplificado na figura 4.4.

De acordo com um *valor-p* e uma métrica sob consideração, estes testes revelam se um conjunto de amostras é significativamente diferente de outro conjunto, ou se não há diferença. O valor de significância utilizado foi 5% e toda vez que o *valor-p* é menor que a significância a hipótese nula ( $\mathcal{H}_0$ ) é rejeitada, i.e., as amostras são significativamente diferentes.

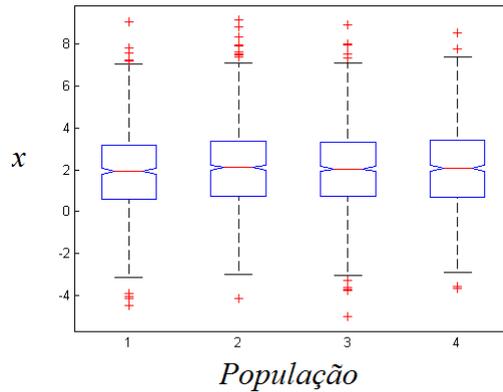


Figura 4.4: Teste de Kruskal-Wallis para 4 populações geradas independentemente a partir da distribuição normal com média 2 e variância 2.

## 4.11 Escolha do Número de Experimentos

Como os resultados obtidos pelas metaheurísticas podem ser interpretados como variáveis aleatórias, é necessário determinar um valor para a quantidade de amostras, *i.e.*, o número de experimentos, para que as informações inferidas dos resultados sejam estatisticamente satisfatórias.

Deve-se considerar que os intervalos de confiança para o desvio padrão na distribuição Chi-quadrado são dependentes do número de amostras. A seguinte equação apresenta os intervalos superior e inferior:

$$\left[ \sqrt{\frac{(n-1)\sigma^2}{\chi^2(\alpha/2, n-1)}}, \sqrt{\frac{(n-1)\sigma^2}{\chi^2(1-\alpha/2, n-1)}} \right] \quad (4.6)$$

onde  $n$  é o número de amostras,  $\sigma$  é o desvio padrão e  $\chi^2$  é a função inversa de distribuição cumulativa Chi-quadrado. Quanto maior a quantidade de amostras, melhor é a precisão da estimativa de desvio padrão. Isto pode ser visualizado na figura 4.5, onde o desvio padrão é calculado para uma população aleatória cujo número de amostras varia de 1 a 40 e os limites de confiança estão a 95%.

Observa-se nesta figura que os limites de confiança começam a ter sua oscilação reduzida a partir de 10 amostras porém é apenas a partir de 20 amostras que o desvio padrão calculado tende ao valor verdadeiro. Nesta situação em particular, o desvio padrão calculado e o real tem a feliz coincidência de apresentarem o mesmo valor no número de amostras 30, entretanto, esta situação nem sempre acontece já que a população é aleatória.

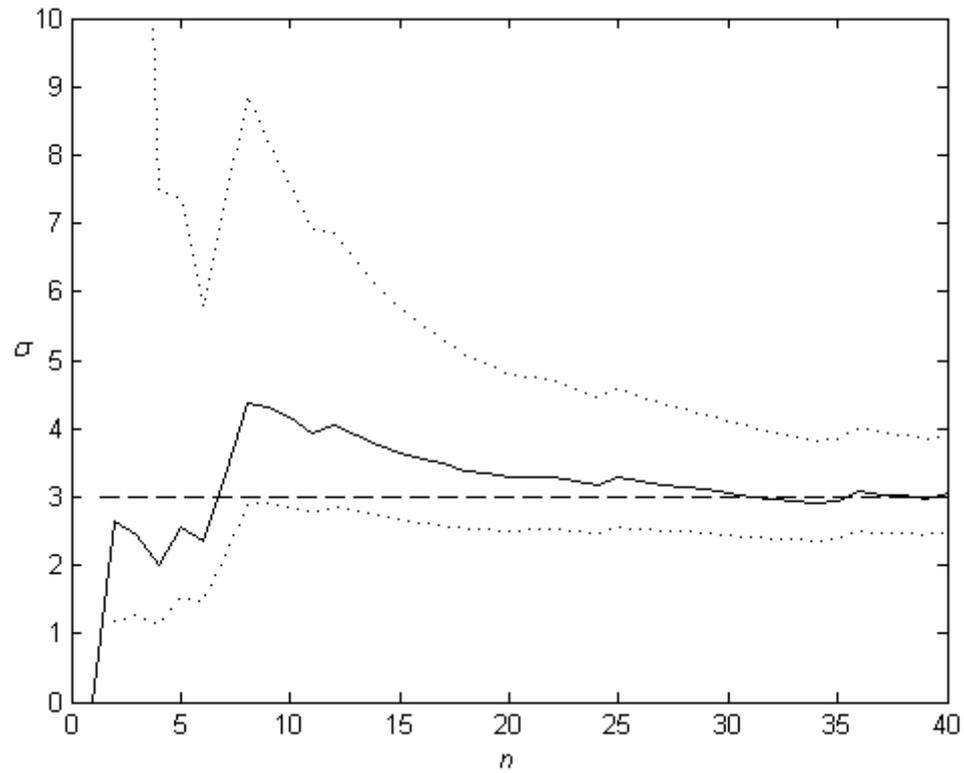


Figura 4.5: Desvio padrão de uma população aleatória. A linha tracejada fina denota os limites de confiança superior e inferior, a linha tracejada longa apresenta o desvio padrão verdadeiro da população e a linha contínua o desvio padrão calculado.

Porém, de maneira geral, é seguro dizer que a partir de 30 amostras os limites de confiança são suficientemente baixos e o desvio padrão calculado tende ao desvio padrão real.

## 5 Estudo de Casos

Para o levantamento de desempenho dos algoritmos de otimização estocástica foram escolhidos alguns casos conhecidos na literatura do problema de despacho econômico de energia elétrica. Estes problemas abordam um amplo leque de variações como efeito do ponto de válvula, taxas limites de rampa, zonas proibidas de operação, perdas, despacho estático, despacho dinâmico e diferentes dimensionalidades.

Todos os casos são mono-objetivo, isto é, para todos os casos, deseja-se apenas minimizar o custo da produção de energia pelos geradores para atender as exigências de demanda, enquanto são respeitadas as restrições.

O conjunto de problemas foi dividido em dois: 7 problemas de despacho econômico estático e 2 problemas de despacho econômico dinâmico. Logo, o conjunto de experimentos realizados neste trabalho envolve 9 estudos de caso e pode ser resumido da seguinte forma:

### – Despacho Estático

- caso 1: 6 geradores, demanda de 1263 MW, taxas limites de rampa, zonas proibidas de operação e perdas;
- caso 2a: 13 geradores, demanda de 1800 MW e efeito do ponto de válvula;
- caso 2b: 13 geradores, demanda de 2520 MW e efeito do ponto de válvula;
- caso 3: 15 geradores, demanda de 2630 MW, taxas limites de rampa, zonas proibidas de operação e perdas;
- caso 4: 20 geradores, demanda de 2500 MW e perdas;
- caso 5: 40 geradores, demanda de 10500 MW e efeito do ponto de válvula;
- caso 6: 140 geradores, demanda de 49342 MW, taxas limites de rampa e zonas proibidas de operação.

– Despacho Dinâmico

- caso 7: 5 geradores, 24 períodos de demanda, efeito do ponto de válvula, taxas limites de rampa e perdas;
- caso 8: 10 geradores, 24 períodos de demanda, efeito do ponto de válvula e taxas limites de rampa.

## 5.1 Função Objetivo

A função objetivo utilizada nestes casos de estudo vem diretamente da equação 2.3, na página 30, e é definida da seguinte maneira para os casos de despacho econômico estático:

$$F_{obj} = Custos + Penalidades , \quad (5.1)$$

e da seguinte maneira para os casos de despacho econômico dinâmico:

$$F_{obj} = \sum_{i=1}^n Custos + \sum_{i=1}^n Penalidades , \quad (5.2)$$

onde  $n$  é o número de períodos para o despacho econômico dinâmico,  $Custos$  são os custos de geração de potência definidos por:

$$Custos = \sum_{i=1}^{N_G} F_{Ci}(P_{Gi}) , \quad (5.3)$$

e  $Penalidades$  é o somatório de penalidades definido por:

$$Penalidades = \lambda_B \cdot Penalidade_B + \lambda_C \cdot Penalidade_L + \lambda_R \cdot Penalidade_R + \lambda_Z \cdot Penalidade_Z , \quad (5.4)$$

onde  $\lambda_B$ ,  $\lambda_C$ ,  $\lambda_R$  e  $\lambda_Z$  são os parâmetros de penalidade. Os parâmetros de penalidade regulam a função objetivo de maneira que os métodos de busca atribuem um valor maior à região contrário de considerá-la inviável. A penalidade de balanço de potência é definida por:

$$Penalidade_B = \sum_{i=1}^{N_G} P_{Gi} = P_D + P_{Perdas}. \quad (5.5)$$

A penalidade para limites de capacidade de geração de potência é definida por:

$$Penalidade_C = \sum_{i=1}^{N_G} (|P_{Gi} - P_{Gi\min}| - (P_{Gi} - P_{Gi\min})) + \sum_{i=1}^{N_G} (|P_{Gi\max} - P_{Gi}| - (P_{Gi\max} - P_{Gi})). \quad (5.6)$$

Para definir a penalidade para taxas limites de rampa é necessário primeiro definir os limites de taxas de rampa, considerando as capacidades máximas e mínimas de geração de potência e também as potências geradas anteriormente:

$$UR_i^L = \min(P_{Gi\max}, P_{Gi}^0 + UR_i) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N_G, \quad (5.7)$$

$$DR_i^L = \max(P_{Gi\min}, P_{Gi}^0 - DR_i) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N_G, \quad (5.8)$$

com isto, define-se a penalidade para taxas limites de rampa como:

$$Penalidade_R = \sum_{i=1}^{N_G} (|P_{Gi} - DR_i^L| - (P_{Gi} - DR_i^L)) + \sum_{i=1}^{N_G} (|UR_i^L - P_{Gi}| - (UR_i^L - P_{Gi})). \quad (5.9)$$

Finalmente, define-se a penalidade para zonas proibidas de operação por:

$$Penalidade_Z = \min(P_{Gi} - \check{P}_i^{pz}, \hat{P}_i^{pz} - P_{Gi}), \text{ se } \check{P}_i^{pz} < P_{Gi} < \hat{P}_i^{pz}, \quad i = 1, 2, \dots, N_G. \quad (5.10)$$

## 5.2 Estudo de Caso 1

Este caso conta com 6 geradores, uma demanda total  $P_D$  de 1263 MW, taxas limites de rampa, duas zonas proibidas de operação por gerador e perdas pela fórmula de Kron. Pode ser encontrado em diversos trabalhos como [38, 70], com dois erros pontuais na tabela 5.4 de [56] e com um coeficiente  $B_{00} = 0,0053$  em [73], para citar alguns.

Os parâmetros de penalidades utilizados foram:  $\lambda_B = 10^3$ ,  $\lambda_C = 10^3$ ,  $\lambda_R = 10^5$  e

$$\lambda_z = 10^5.$$

Os coeficientes de custos estão dispostos na tabela 5.1, os limites de taxa de rampa na tabela 5.2, os parâmetros de zonas proibidas na tabela 5.3 e os coeficientes de perdas, a matriz  $B$ , na tabela 5.4. Conforme explicado em [142], os coeficientes de perda são apresentados na capacidade base de 100 MVA e devem ser divididos por 100 para obter os valores em unidades recíprocas de megawatts.

Tabela 5.1: Estudo de Caso 1 - Coeficientes de custos.

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$
1	100	500	0,0070	7,0	240
2	50	200	0,0095	10,0	200
3	80	300	0,0090	8,5	220
4	50	150	0,0090	11,0	200
5	50	200	0,0080	10,5	220
6	50	120	0,0075	12,0	190

Tabela 5.2: Estudo de Caso 1 - Limites de taxas de rampa.

Gerador	$P_G^0$	$UR$	$DR$
1	440	80	120
2	170	50	90
3	200	65	100
4	150	50	90
5	190	50	90
6	110	50	90

Tabela 5.3: Estudo de Caso 1 - Parâmetros de Zonas Proibidas

Gerador	$\check{P}_1^{Pz}$	$\hat{P}_1^{Pz}$	$\check{P}_2^{Pz}$	$\hat{P}_2^{Pz}$
1	210	240	350	380
2	90	110	140	160
3	150	170	210	240
4	80	90	110	120
5	90	110	140	150
6	75	85	100	105

### 5.3 Estudo de Caso 2a

Este caso conta com 13 geradores, uma demanda total  $P_D$  de 1800 MW e efeito do ponto de válvula. Pode ser encontrado em diversos trabalhos como [56, 143–145], para

Tabela 5.4: Estudo de Caso 1 - Coeficientes de Perdas, Matriz B. Apresentados na capacidade base de 100 MVA.

	1,7	1,2	0,7	-0,1	-0,5	-0,2
	1,2	1,4	0,9	0,1	-0,6	-0,1
$B_{ij} = 10^{-3}*$	0,7	0,9	3,1	0,0	-1,0	-0,6
	-0,1	0,1	0,0	2,4	-0,6	-0,8
	-0,5	-0,6	-1,0	-0,6	12,9	-0,2
	-0,2	-0,1	-0,6	-0,8	-0,2	15,0
$B_{i0} = 10^{-3}*$	-0,3908	-0,1297	0,7047	0,0591	0,2161	-0,6635
$B_{00} =$	0,056					

citar alguns.

Os parâmetros de penalidades utilizados foram:  $\lambda_B = 10^5$  e  $\lambda_C = 10^3$ . Os coeficientes de custos estão dispostos na tabela 5.5.

Tabela 5.5: Estudo de Caso 2 - Coeficientes de custos.

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$
1	0	680	0,00028	8,1	550	300	0,035
2	0	360	0,00056	8,1	309	200	0,042
3	0	360	0,00056	8,1	307	200	0,042
4	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
5	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
6	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
7	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
8	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
9	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,063
10	40	120	0,00284	8,6	126	100	0,084
11	40	120	0,00284	8,6	126	100	0,084
12	55	120	0,00284	8,6	126	100	0,084
13	55	120	0,00284	8,6	126	100	0,084

## 5.4 Estudo de Caso 2b

Este caso é uma variação do caso 2a também com 13 geradores e efeito do ponto de válvula, utilizando a mesma tabela 5.5 de coeficientes de custos, porém com uma demanda total  $P_D$  de 2520 MW. Frequentemente acompanha o caso 2a e pode ser encontrado em trabalhos como [144, 145], para citar alguns.

## 5.5 Estudo de Caso 3

Este caso conta com 15 geradores, uma demanda total  $P_D$  de 2630 MW, taxas limites de rampa, três zonas proibidas de operação por gerador e perdas pela fórmula de Kron. Pode ser encontrado em diversos trabalhos como [38, 71–73], com 2 erros pontuais na matriz  $B$  de [146], em [56] há um erro pontual na matriz  $B$  da tabela 5.9, para citar alguns.

Os parâmetros de penalidades utilizados foram:  $\lambda_B = 10^3$ ,  $\lambda_C = 10^3$ ,  $\lambda_R = 10^5$  e  $\lambda_Z = 10^5$ .

Os coeficientes de custos estão dispostos na tabela 5.6, os limites de taxa de rampa na tabela 5.7, os parâmetros de zonas proibidas na tabela 5.8 e os coeficientes de perdas, a matriz  $B$ , na tabela 5.9. Conforme explicado em [142], os coeficientes de perda são apresentados na capacidade base de 100 MVA e devem ser divididos por 100 para obter os valores em unidades recíprocas de megawatts.

Tabela 5.6: Estudo de Caso 3 - Coeficientes de custos.

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$
1	150	455	0,000299	10,1	671
2	150	455	0,000183	10,2	574
3	20	130	0,001126	8,8	374
4	20	130	0,001126	8,8	374
5	150	470	0,000205	10,4	461
6	135	460	0,000301	10,1	630
7	135	465	0,000364	9,8	548
8	60	300	0,000338	11,2	227
9	25	162	0,000807	11,2	173
10	25	160	0,001203	10,7	175
11	20	80	0,003586	10,2	186
12	20	80	0,005513	9,9	230
13	25	85	0,000371	13,1	225
14	15	55	0,001929	12,1	309
15	15	55	0,004447	12,4	323

Tabela 5.7: Estudo de Caso 3 - Limites de taxas de rampa.

Gerador	$P_G^0$	$UR$	$DR$
1	400	80	120
2	300	80	120
3	105	130	130
4	100	130	130
5	90	80	120
6	400	80	120
7	350	80	120
8	95	65	100
9	105	60	100
10	110	60	100
11	60	80	80
12	40	80	80
13	30	80	80
14	20	55	55
15	20	55	55

Tabela 5.8: Estudo de Caso 3 - Parâmetros de Zonas Proibidas

Gerador	$\check{P}_1^{Pz}$	$\hat{P}_1^{Pz}$	$\check{P}_2^{Pz}$	$\hat{P}_2^{Pz}$	$\check{P}_3^{Pz}$	$\hat{P}_3^{Pz}$
2	185	225	305	335	420	450
5	180	200	305	335	390	420
6	230	255	365	395	430	455
12	30	40	55	65	—	—

Tabela 5.9: Estudo de Caso 3 - Coeficientes de Perdas, Matriz B. Apresentados na capacidade base de 100 MVA.

	1,4	1,2	0,7	-0,1	-0,3	-0,1	-0,1	-0,1	-0,3	-0,5	-0,3	-0,2	0,4	0,3	-0,1
	1,2	1,5	1,3	0	-0,5	-0,2	0	0,1	-0,2	-0,4	-0,4	0	0,4	1	-0,2
	0,7	1,3	7,6	-0,1	-1,3	-0,9	-0,1	0	-0,8	-1,2	-1,7	0	-2,6	11,1	-2,8
	-0,1	0	-0,1	3,4	-0,7	-0,4	1,1	5	2,9	3,2	-1,1	0	0,1	0,1	-2,6
	-0,3	-0,5	-1,3	-0,7	9	1,4	-0,3	-1,2	-1	-1,3	0,7	-0,2	-0,2	-2,4	-0,3
	-0,1	-0,2	-0,9	-0,4	1,4	1,6	0	-0,6	-0,5	-0,8	1,1	-0,1	-0,2	-1,7	0,3
	-0,1	0	-0,1	1,1	-0,3	0	1,5	1,7	1,5	0,9	-0,5	0,7	0	-0,2	-0,8
$B_{ij} = 10^{-3}*$	-0,1	0,1	0	5	-1,2	-0,6	1,7	16,8	8,2	7,9	-2,3	-3,6	0,1	0,5	-7,8
	-0,3	-0,2	-0,8	2,9	-1	-0,5	1,5	8,2	12,9	11,6	-2,1	-2,5	0,7	-1,2	-7,2
	-0,5	-0,4	-1,2	3,2	-1,3	-0,8	0,9	7,9	11,6	20	-2,7	-3,4	0,9	-1,1	-8,8
	-0,3	-0,4	-1,7	-1,1	0,7	1,1	-0,5	-2,3	-2,1	-2,7	14	0,1	0,4	-3,8	16,8
	-0,2	0	0	0	-0,2	-0,1	0,7	-3,6	-2,5	-3,4	0,1	5,4	-0,1	-0,4	2,8
	0,4	0,4	-2,6	0,1	-0,2	-0,2	0	0,1	0,7	0,9	0,4	-0,1	10,3	-10,1	2,8
	0,3	1	11,1	0,1	-2,4	-1,7	-0,2	0,5	-1,2	-1,1	-3,8	-0,4	-10,1	57,8	-9,4
	-0,1	-0,2	-2,8	-2,6	-0,3	0,3	-0,8	-7,8	-7,2	-8,8	16,8	2,8	2,8	-9,4	128,3
$B_{i0} = 10^{-3}*$	-0,1	-0,2	2,8	-0,1	0,1	-0,3	-0,2	-0,2	0,6	3,9	-1,7	0	-3,2	6,7	-6,4
$B_{00} =$	0,0055														

## 5.6 Estudo de Caso 4

Este caso conta com 20 geradores, uma demanda total  $P_D$  de 2500 MW, e perdas pelo modelo de George, sem utilizar as matrizes  $B_{i0}$  e  $B_{00}$ . Pode ser encontrado em diversos trabalhos como [147–149], para citar alguns.

Os coeficientes de custos estão dispostos na tabela 5.10 e os coeficientes de perdas, a matriz  $B$ , na tabela 5.11. Conforme explicado em [142], os coeficientes de perda são apresentados na capacidade base de 100 MVA e devem ser divididos por 100 para obter os valores em unidades recíprocas de MW.

Tabela 5.10: Estudo de Caso 4 - Coeficientes de custos.

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$	
1	1	150	600	0,00068	18,19	1000
2	2	50	200	0,00071	19,26	970
3	3	50	200	0,0065	19,8	600
4	4	50	200	0,005	19,1	700
5	5	50	160	0,00738	18,1	420
6	6	20	100	0,00612	19,26	360
7	7	25	125	0,0079	17,14	490
8	8	50	150	0,00813	18,92	660
9	9	50	200	0,00522	18,27	765
10	10	30	150	0,00573	18,92	770
11	11	100	300	0,0048	16,69	800
12	12	150	500	0,0031	16,76	970
13	13	40	160	0,0085	17,36	900
14	14	20	130	0,00511	18,7	700
15	15	25	185	0,00398	18,7	450
16	16	20	80	0,0712	14,26	370
17	17	30	85	0,0089	19,14	480
18	18	30	120	0,00713	18,92	680
19	19	40	120	0,00622	18,47	700
20	20	30	100	0,00773	19,79	850

Tabela 5.11: Estudo de Caso 4 - Coeficientes de Perdas, Matriz B. Apresentados na capacidade base de 100 MVA.

	8,7	0,43	-4,61	0,36	0,32	-0,66	0,96	-1,6	0,8	-0,1	3,6	0,64	0,79	2,1	1,7	0,8	-3,2	0,7	0,48	-0,7	
	0,43	8,3	-0,97	0,22	0,75	-0,28	5,04	1,7	0,54	7,2	-0,28	0,98	-0,46	1,3	0,8	-0,2	0,52	-1,7	0,8	0,2	
	-4,61	-0,97	9	-2	0,63	3	1,7	-4,3	3,1	-2	0,7	-0,77	0,93	4,6	-0,3	4,2	0,38	0,7	-2	3,6	
	0,36	0,22	-2	5,3	0,47	2,62	-1,96	2,1	0,67	1,8	-0,45	0,92	2,4	7,6	-0,2	0,7	-1	0,86	1,6	0,87	
	0,32	0,75	0,63	0,47	8,6	-0,8	0,37	0,72	-0,9	0,69	1,8	4,3	-2,8	-0,7	2,3	3,6	0,8	0,2	-3	0,5	
	-0,66	-0,28	3	2,62	-0,8	11,8	-4,9	0,3	3	-3	0,4	0,78	6,4	2,6	-0,2	2,1	-0,4	2,3	1,6	-2,1	
	0,96	5,04	1,7	-1,96	0,37	-4,9	8,24	-0,9	5,9	-0,6	8,5	-0,83	7,2	4,8	-0,9	-0,1	1,3	0,76	1,9	1,3	
	-1,6	1,7	-4,3	2,1	0,72	0,3	-0,9	1,2	-0,96	0,56	1,6	0,8	-0,4	0,23	0,75	-0,56	0,8	-0,3	5,3	0,8	
	0,8	0,54	3,1	0,67	-0,9	3	5,9	-0,96	0,93	-0,3	6,5	2,3	2,6	0,58	-0,1	0,23	-0,3	1,5	0,74	0,7	
$B_{ij} = 10^{-3}$ *	-0,1	7,2	-2	1,8	0,69	-3	-0,6	0,56	-0,3	0,99	-6,6	3,9	2,3	-0,3	2,8	-0,8	0,38	1,9	0,47	-0,26	
	3,6	-0,28	0,7	-0,45	1,8	0,4	8,5	1,6	6,5	-6,6	10,7	5,3	-0,6	0,7	1,9	-2,6	0,93	-0,6	3,8	-1,5	
	0,64	0,98	-0,77	0,92	4,3	0,78	-0,83	0,8	2,3	3,9	5,3	8	0,9	2,1	-0,7	5,7	5,4	1,5	0,7	0,1	
	0,79	-0,46	0,93	2,4	-2,8	6,4	7,2	-0,4	2,6	2,3	-0,6	0,9	11	0,87	-1	3,6	0,46	-0,9	0,6	1,5	
	2,1	1,3	4,6	7,6	-0,7	2,6	4,8	0,23	0,58	-0,3	0,7	2,1	0,87	3,8	0,5	-0,7	1,9	2,3	-0,97	0,9	
	1,7	0,8	-0,3	-0,2	2,3	-0,2	-0,9	0,75	-0,1	2,8	1,9	-0,7	-1	0,5	11	1,9	-0,8	2,6	2,3	-0,1	
	0,8	-0,2	4,2	0,7	3,6	2,1	-0,1	-0,56	0,23	-0,8	-2,6	5,7	3,6	-0,7	1,9	10,8	2,5	-1,8	0,9	-2,6	
	-3,2	0,52	0,38	-1	0,8	-0,4	1,3	0,8	-0,3	0,38	0,93	5,4	0,46	1,9	-0,8	2,5	8,7	4,2	-0,3	0,68	
	0,7	-1,7	0,7	0,86	0,2	2,3	0,76	-0,3	1,5	1,9	-0,6	1,5	-0,9	2,3	2,6	-1,8	4,2	2,2	0,16	-0,3	
	0,48	0,8	-2	1,6	-3	1,6	1,9	5,3	0,74	0,47	3,8	0,7	0,6	-0,97	2,3	0,9	-0,3	0,16	7,6	0,69	
	-0,7	0,2	3,6	0,87	0,5	-2,1	1,3	0,8	0,7	-0,26	-1,5	0,1	1,5	0,9	-0,1	-2,6	0,68	-0,3	0,69	7	
$B_{i0} =$																				0	
$B_{00} =$																					0

## 5.7 Estudo de Caso 5

Este caso conta com 40 geradores, uma demanda total  $P_D$  de 10500 MW e efeito do ponto de válvula. Pode ser encontrado em diversos trabalhos como [72, 73, 143, 144, 149], para citar alguns.

Os parâmetros de penalidades utilizados foram:  $\lambda_B = 10^5$  e  $\lambda_C = 10^3$ . Os coeficientes de custos estão dispostos na tabela 5.12.

## 5.8 Estudo de Caso 6

Este caso conta com 140 geradores, uma demanda total  $P_D$  de 49342 MW, taxas limites de rampa e zonas proibidas de operação. É encontrado em [56] como uma função de teste de desempenho (*benchmark*) para metaheurísticas.

Os parâmetros de penalidades utilizados foram:  $\lambda_B = 10^3$ ,  $\lambda_C = 10^3$ ,  $\lambda_R = 10^5$  e  $\lambda_Z = 10^5$ .

Os coeficientes de custos estão dispostos na tabela 5.13 e são completados pela tabela 5.14, os limites de taxa de rampa na tabela 5.15 e os parâmetros de zonas proibidas na tabela 5.16.

Tabela 5.13: Estudo de Caso 6 - Coeficientes de custos ( $a, b, c$ ).

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$
1	71	119	1220,645	61,242	0,032888
2	120	189	1315,118	41,095	0,008280
3	125	190	874,288	46,31	0,003849
4	125	190	874,288	46,31	0,003849
5	90	190	1976,469	54,242	0,042468
6	90	190	1338,087	61,215	0,014992
7	280	490	1818,299	11,791	0,007039
8	280	490	1133,978	15,055	0,003079
9	260	496	1320,636	13,226	0,005063
10	260	496	1320,636	13,226	0,005063
11	260	496	1320,636	13,226	0,005063
12	260	496	1106,539	14,498	0,003552

Continua na Próxima Página...

Tabela 5.13 – Continuada

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$
13	260	506	1176,504	14,651	0,003901
14	260	509	1176,504	14,651	0,003901
15	260	506	1176,504	14,651	0,003901
16	260	505	1176,504	14,651	0,003901
17	260	506	1017,406	15,669	0,002393
18	260	506	1017,406	15,669	0,002393
19	260	505	1229,131	14,656	0,003684
20	260	505	1229,131	14,656	0,003684
21	260	505	1229,131	14,656	0,003684
22	260	505	1229,131	14,656	0,003684
23	260	505	1267,894	14,378	0,004004
24	260	505	1229,131	14,656	0,003684
25	280	537	975,926	16,261	0,001619
26	280	537	1532,093	13,362	0,005093
27	280	549	641,989	17,203	0,000993
28	280	549	641,989	17,203	0,000993
29	260	501	911,533	15,274	0,002473
30	260	501	910,533	15,212	0,002547
31	260	506	1074,81	15,033	0,003542
32	260	506	1074,81	15,033	0,003542
33	260	506	1074,81	15,033	0,003542
34	260	506	1074,81	15,033	0,003542
35	260	500	1278,46	13,992	0,003132
36	260	500	861,742	15,679	0,001323
37	120	241	408,834	16,542	0,002950
38	120	241	408,834	16,542	0,002950
39	423	774	1288,815	16,518	0,000991
40	423	769	1436,251	15,815	0,001581
41	3	19	699,988	75,464	0,902360
42	3	28	134,544	129,544	0,110295
43	160	250	3427,912	56,613	0,024493
44	160	250	3751,772	54,451	0,029156
45	160	250	3918,78	54,736	0,024667

Continua na Próxima Página. . .

Tabela 5.13 – Continuada

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$
46	160	250	3379,58	58,034	0,016517
47	160	250	3345,296	55,981	0,026584
48	160	250	3138,754	61,52	0,007540
49	160	250	3453,05	58,635	0,016430
50	160	250	5119,3	44,647	0,045934
51	165	504	1898,415	71,584	0,000044
52	165	504	1898,415	71,584	0,000044
53	165	504	1898,415	71,584	0,000044
54	165	504	1898,415	71,584	0,000044
55	180	471	2473,39	85,12	0,002528
56	180	561	2781,705	87,682	0,000131
57	103	341	5515,508	69,532	0,010372
58	198	617	3478,3	78,339	0,007627
59	100	312	6240,909	58,172	0,012464
60	153	471	9960,11	46,636	0,039441
61	163	500	3671,997	76,947	0,007278
62	95	302	1837,383	80,761	0,000044
63	160	511	3108,395	70,136	0,000044
64	160	511	3108,395	70,136	0,000044
65	196	490	7095,484	49,84	0,018827
66	196	490	3392,732	65,404	0,010852
67	196	490	7095,484	49,84	0,018827
68	196	490	7095,484	49,84	0,018827
69	130	432	4288,32	66,465	0,034560
70	130	432	13813,001	22,941	0,081540
71	137	455	4435,493	64,314	0,023534
72	137	455	9750,75	45,017	0,035475
73	195	541	1042,366	70,644	0,000915
74	175	536	1159,895	70,959	0,000044
75	175	540	1159,895	70,959	0,000044
76	175	538	1303,99	70,302	0,001307
77	175	540	1156,193	70,662	0,000392
78	330	574	2118,968	71,101	0,000087

Continua na Próxima Página. . .

Tabela 5.13 – Continuada

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$
79	160	531	779,519	37,854	0,000521
80	160	531	829,888	37,768	0,000498
81	200	542	2333,69	67,983	0,001046
82	56	132	2028,954	77,838	0,132050
83	115	245	4412,017	63,671	0,096968
84	115	245	2982,219	79,458	0,054868
85	115	245	2982,219	79,458	0,054868
86	207	307	3174,939	93,966	0,014382
87	207	307	3218,359	94,723	0,013161
88	175	345	3723,822	66,919	0,016033
89	175	345	3551,405	68,185	0,013653
90	175	345	4332,615	60,821	0,028148
91	175	345	3493,739	68,551	0,013470
92	360	580	226,799	2,842	0,000064
93	415	645	382,932	2,946	0,000252
94	795	984	156,987	3,096	0,000022
95	795	978	154,484	3,04	0,000022
96	578	682	332,834	1,709	0,000203
97	615	720	326,599	1,668	0,000198
98	612	718	345,306	1,789	0,000215
99	612	720	350,372	1,815	0,000218
100	758	964	370,377	2,726	0,000193
101	755	958	367,067	2,732	0,000197
102	750	1007	124,875	2,651	0,000324
103	750	1006	130,785	2,798	0,000344
104	713	1013	878,746	1,595	0,000690
105	718	1020	827,959	1,503	0,000650
106	791	954	432,007	2,425	0,000233
107	786	952	445,606	2,499	0,000239
108	795	1006	467,223	2,674	0,000261
109	795	1013	475,94	2,692	0,000259
110	795	1021	899,462	1,633	0,000707
111	795	1015	1000,367	1,816	0,000786

Continua na Próxima Página. . .

Tabela 5.13 – Continuada

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$
112	94	203	1269,132	89,83	0,014355
113	94	203	1269,132	89,83	0,014355
114	94	203	1269,132	89,83	0,014355
115	244	379	4965,124	64,125	0,030266
116	244	379	4965,124	64,125	0,030266
117	244	379	4965,124	64,125	0,030266
118	95	190	2243,185	76,129	0,024027
119	95	189	2290,381	81,805	0,001580
120	116	194	1681,533	81,14	0,022095
121	175	321	6743,302	46,665	0,076810
122	2	19	394,398	78,412	0,953443
123	4	59	1243,165	112,088	0,000044
124	15	83	1454,74	90,871	0,072468
125	9	53	1011,051	97,116	0,000448
126	12	37	909,269	83,244	0,599112
127	10	34	689,378	95,665	0,244706
128	112	373	1443,792	91,202	0,000042
129	4	20	535,553	104,501	0,085145
130	5	38	617,734	83,015	0,524718
131	5	19	90,966	127,795	0,176515
132	50	98	974,447	77,929	0,063414
133	5	10	263,81	92,779	2,740485
134	42	74	1335,594	80,95	0,112438
135	42	74	1033,871	89,073	0,041529
136	41	105	1391,325	161,288	0,000911
137	17	51	4477,11	161,829	0,005245
138	7	19	57,794	84,972	0,234787
139	7	19	57,794	84,972	0,234787
140	26	40	1258,437	16,087	1,111878

Tabela 5.15: Estudo de Caso 6 - Limites de taxas de rampa.

Gerador	$P_G^0$	$UR$	$DR$
2	134	30	120
3	141,5	60	60
4	183,3	60	60
5	125	150	150
6	91,3	150	150
7	401,1	180	300
8	329,5	180	300
9	386,1	300	510
10	427,3	300	510
11	412,2	300	510
12	370,1	300	510
13	301,8	600	600
14	368	600	600
15	301,9	600	600
16	476,4	600	600
17	283,1	600	600
18	414,1	600	600
19	328	600	600
20	389,4	600	600
21	354,7	600	600
22	262	600	600
23	461,5	600	600
24	371,6	600	600
25	462,6	300	300
26	379,2	300	300
27	530,8	360	360
28	391,9	360	360
29	480,1	180	180
30	319	180	180
31	329,5	600	600
32	333,8	600	600

Continua na Próxima Página. . .

Tabela 5.15 – Continuada

Gerador	$P_G^0$	$UR$	$DR$
33	390	600	600
34	432	600	600
35	402	660	660
36	428	900	900
37	178,4	180	180
38	194,1	180	180
39	474	600	600
40	609,8	600	600
41	17,8	210	210
42	6,9	366	366
43	224,3	702	702
44	210	702	702
45	212	702	702
46	200,8	702	702
47	220	702	702
48	232,9	702	702
49	168	702	702
50	208,4	702	702
51	443,9	1350	1350
52	426	1350	1350
53	434,1	1350	1350
54	402,5	1350	1350
55	357,4	1350	1350
56	423	720	720
57	220	720	720
58	369,4	2700	2700
59	273,5	1500	1500
60	336	1656	1656
61	432	2160	2160
62	220	900	900
63	410,6	1200	1200
64	422,7	1200	1200
65	351	1014	1014

Continua na Próxima Página. . .

Tabela 5.15 – Continuada

Gerador	$P_G^0$	$UR$	$DR$
66	296	1014	1014
67	411,1	1014	1014
68	263,2	1014	1014
69	370,3	1350	1350
70	418,7	1350	1350
71	409,6	1350	1350
72	412	1350	1350
73	423,2	780	780
74	428	1650	1650
75	436	1650	1650
76	428	1650	1650
77	425	1650	1650
78	497,2	1620	1620
79	510	1482	1482
80	470	1482	1482
81	464,1	1668	1668
82	118,1	120	120
83	141,3	180	180
84	132	120	180
85	135	120	180
86	252	120	180
87	221	120	180
88	245,9	318	318
89	247,9	318	318
90	183,6	318	318
91	288	318	318
92	557,4	18	18
93	529,5	18	18
94	800,8	36	36
95	801,5	36	36
96	582,7	138	204
97	680,7	144	216
98	670,7	144	216

Continua na Próxima Página. . .

Tabela 5.15 – Continuada

Gerador	$P_G^0$	$UR$	$DR$
99	651,7	144	216
100	921	48	48
101	916,8	48	48
102	911,9	36	54
103	898	36	54
104	905	30	30
105	846,5	30	30
106	850,9	30	30
107	843,7	30	30
108	841,4	36	36
109	835,7	36	36
110	828,8	36	36
111	846	36	36
112	179	120	120
113	120,8	120	120
114	121	120	120
115	317,4	480	480
116	318,4	480	480
117	335,8	480	480
118	151	240	240
119	129,5	240	240
120	130	120	120
121	218,9	180	180
122	5,4	90	90
123	45	90	90
124	20	300	300
125	16,3	162	162
126	20	114	114
127	22,1	120	120
128	125	1080	1080
129	10	60	60
130	13	66	66
131	7,5	12	6

Continua na Próxima Página...

Tabela 5.15 – Continuada

Gerador	$P_G^0$	$UR$	$DR$
132	53,2	300	300
133	6,4	6	6
134	69,1	60	60
135	49,9	60	60
136	91	528	528
137	41	300	300
138	13,7	18	30
139	7,4	18	30
140	28,6	72	120

## 5.9 Estudo de Caso 7

Este caso de despacho dinâmico conta com 5 geradores, 24 períodos de demanda, efeito do ponto de válvula, taxas limites de rampa e perdas pela fórmula de George, sem utilizar as matrizes  $\mathbf{B}_{i0}$  e  $\mathbf{B}_{00}$ . Pode ser encontrado em diversos trabalhos como [150–152], para citar alguns.

Os parâmetros de penalidades utilizados foram:  $\lambda_B = 10^3$ ,  $\lambda_C = 10^3$ ,  $\lambda_R = 10^5$  e  $\lambda_Z = 10^5$ .

Os valores de demanda por hora estão dispostos na tabela 5.17, os coeficientes de custos estão dispostos na tabela 5.18, os limites de taxa de rampa na tabela 5.19 e os coeficientes de perdas, a matriz  $\mathbf{B}$ , na tabela 5.20.

## 5.10 Estudo de Caso 8

Este caso de despacho dinâmico conta com 10 geradores, 24 períodos de demanda, efeito do ponto de válvula e taxas limites de rampa. Pode ser encontrado em diversos trabalhos como [152–154], para citar alguns.

Os parâmetros de penalidades utilizados foram:  $\lambda_B = 10^3$ ,  $\lambda_C = 10^3$ ,  $\lambda_R = 10^3$  e  $\lambda_Z = 10^5$ .

Os valores de demanda por hora estão dispostos na tabela 5.21, os coeficientes de custos estão dispostos na tabela 5.22 e os limites de taxa de rampa na tabela 5.23.

### 5.10.1 Experimentos

Estes experimentos são separados dos casos de estudo por não tratarem exclusivamente do levantamento de performance de metaheurísticas aos problemas de despacho econômico. Além disso, os experimentos não constam nos objetivos da dissertação e foram formulados ao longo da concepção desta pesquisa. Embora não façam parte do levantamento de performance, são diretamente relacionados a aplicação de metaheurísticas aos problemas de sistemas de potência.

Uma alternativa frequentemente encontrada na literatura para facilitar as buscas das metaheurísticas no problema do despacho, é a utilização de um gerador de referência, o qual tem a sua potência ajustada para atender o balanço de potência ativa. A abordagem utilizada na literatura é a escolha de um gerador *a priori*, geralmente um com a maior capacidade de geração de potência. No experimento 1 explora-se a possibilidade de introduzir ao problema de otimização a escolha do gerador de referência, algo inexistente na literatura. Desta maneira o espaço de busca, composto originalmente pelas potências dos geradores, ganha uma nova dimensão, o índice do gerador de referência.

O tempo de processamento dos métodos clássicos de otimização é uma das maiores vantagens sobre as metaheurísticas. Nestas, o gargalo de processamento encontra-se na avaliação da função objetivo, quantidade principal de avaliação do esforço computacional destes métodos [134]. O motivo para tal é que o esforço computacional de avaliação das funções objetivos é, em geral, muito maior que o esforço computacional dos métodos de busca. No experimento 2 busca-se uma alternativa para melhorar o tempo de processamento da função objetivo do despacho econômico através da execução de código num processador gráfico, ao contrário do processador de propósito geral dos computadores. Assim como o experimento 1, esta abordagem é inexistente na literatura.

### 5.10.2 Experimento 1 - Utilização de conhecimento prévio nas restrições de desigualdade

Embora as metaheurísticas em geral exibam facilidade em cumprir as restrições de desigualdade, o mesmo não pode ser dito pelas restrições de igualdade. Tomando o cenário ideal da figura 5.1 como exemplo observa-se que para uma amostragem aleatória

em um conjunto  $x$  com 100 valores distintos uniformemente distribuídos, a restrição de desigualdade será cumprida em 50% das amostragens enquanto a restrição de igualdade será cumprida em apenas 1%.

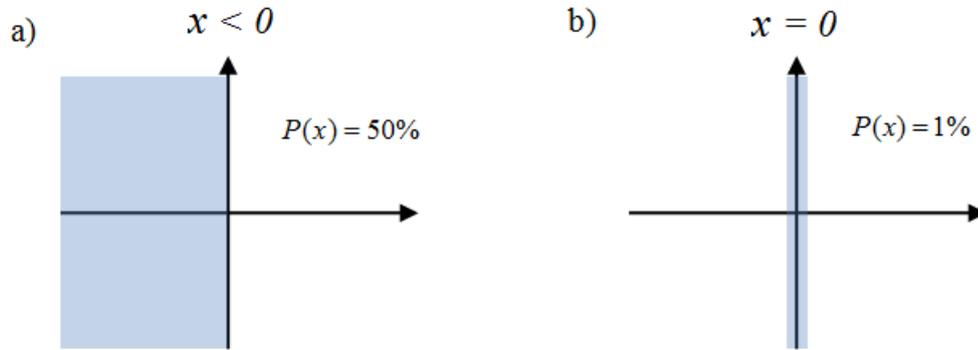


Figura 5.1: Probabilidade de uma amostra aleatória cumprir uma exigência em a) de desigualdade, e em b) de igualdade, assumindo  $x$  como um conjunto de 100 valores distintos uniformemente distribuídos.

Na verdade, nesta situação específica, a probabilidade de cumprir a restrição de desigualdade tende a zero para um conjunto  $x$  de tamanho infinito. Embora esta situação não seja mantida em todos os casos possíveis, é seguro dizer que restrições de desigualdade podem ser cumpridas com maior facilidade por métodos estocásticos do que restrições de igualdade.

Uma alternativa para o problema da restrição de desigualdade no despacho econômico é a utilização de um gerador definido *a priori* como o gerador de referência [155, 156],  $P_{GR}$ . Relembrando a restrição do balanço de potências ativas:

$$\sum_{i=1}^{N_G} P_{Gi} = P_D + P_{Perdas}(P_G), \quad (5.11)$$

nos casos onde as perdas são ignoradas, o valor do gerador de referência pode ser definido simplesmente como:

$$P_{GR} = P_D - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq R}}^{N_G} P_{Gi}. \quad (5.12)$$

Em casos onde há utilização da equação de perdas de Kron, o valor do gerador de referência passa a ser definido por:

$$P_{GR} = P_D + P_{Perdas}(P_G) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq R}}^{N_G} P_{Gi}, \quad (5.13)$$

a equação de perdas por sua vez pode ser re-escrita em função do gerador de referência:

$$P_{Perdas} = A \cdot P_{GR}^2 + B \cdot P_{GR} + C, \quad (5.14)$$

onde:

$$\begin{aligned} A &= B_{RR}, \\ B &= \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq R}}^{N_G} P_{Gi} B_{iR} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq R}}^{N_G} B_{Rj} P_{Gj} + B_{R0}, \\ C &= \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq R}}^{N_G} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq R}}^{N_G} P_{Gi} B_{ij} P_{Gj} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq R}}^{N_G} B_{i0} P_{Gi} + B_{00}. \end{aligned}$$

Substituindo a equação 5.14 em 5.13 tem-se a equação de balanço de potência em função do gerador de referência:

$$A \cdot P_{GR}^2 + (B - 1) \cdot P_{GR} + C + P_D - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq R}}^{N_G} P_{Gi} = 0. \quad (5.15)$$

A solução da equação 5.15 é a saída de potência do gerador de referência.

Este experimento tem como objetivo o estudo da aplicação da escolha do gerador de referência como uma nova dimensão no espaço de busca, comparando esta nova abordagem com a abordagem comum na literatura da definição do gerador de referência como o gerador com maior capacidade de potência.

### 5.10.3 Experimento 2 - Estudo de aplicações da GPGPU para o despacho econômico

Um dos maiores contratemplos na aplicação de metaheurísticas é o esforço computacional para a execução dos métodos. A aplicação mais comum destes métodos consiste na programação na CPU (*Central Processing Unit* - Unidade de Processamento Central),

o processador do computador. Sabe-se que a arquitetura da CPU privilegia a execução serializada assim como as instruções de uso genérico.

Por outro lado, há a GPU (*Graphics Processing Unit* - Unidade de Processamento Gráfico), conhecida popularmente como o processador gráfico, encontrado na placa de vídeo dos computadores. Durante o curso de evolução do *hardware* ao longo dos anos, as GPU se distanciaram das CPU para o processamento altamente paralelizado e execução de instruções especializadas em aritmética, inicialmente a de ponto flutuante de precisão simples e mais tarde a de ponto flutuante de precisão dupla.

Enquanto os núcleos de processamento de uma CPU são projetados para executar uma única *thread* de instruções sequenciais, as GPUs são projetadas para executar várias *threads* de instruções paralelamente. A utilização de instruções especializadas exclusivamente em aritmética na GPU contribuem para aumentar a velocidade de execução das *threads*, se comparado com as instruções de propósito geral na CPU. A diferença de arquitetura pode ser claramente vista na figura 5.2.

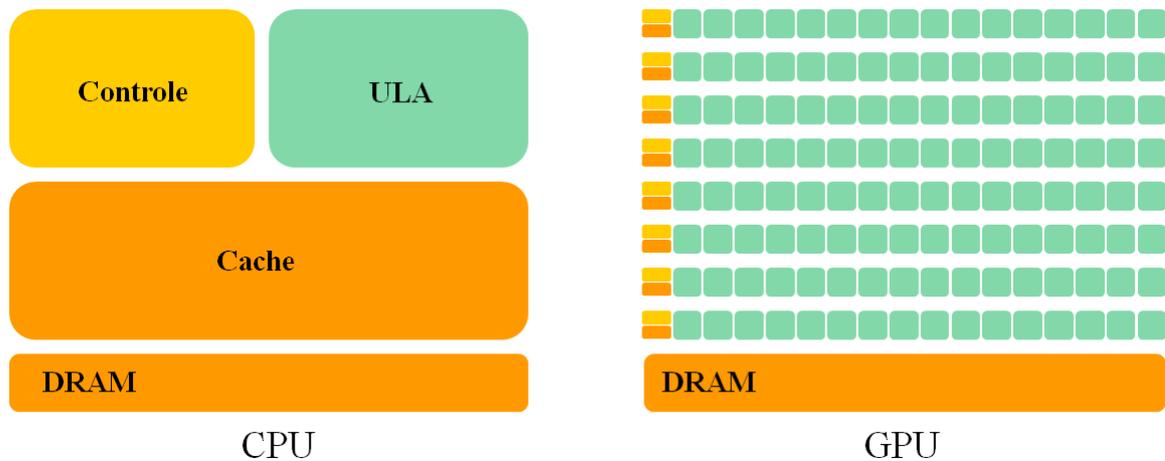


Figura 5.2: Comparação da organização e arquitetura de componentes em uma CPU e em uma GPU.

Igualmente importante é a diferença em como estes dois tipos de processadores lidam com instruções. As GPUs são dedicadas a processar conjuntos de dados enquanto as CPUs gastam boa parte do seu processamento em controle de fluxo das várias *threads* sequenciais.

É possível aproveitar os benefícios da arquitetura das GPUs em programações científicas, em especial as que envolvem grandes quantidades de dados e computações repetitivas. Estes programas tradicionalmente desenvolvidos para execução na CPU podem ser adaptados através de uma programação especial para rodar na GPU, fugindo assim do

alto custo computacional relacionado com a execução sequencial na CPU e obtendo ganhos expressivos de performance pela natureza paralela da GPU. Essa utilização da GPU para efetuar computações fora do escopo gráfico é uma técnica conhecida como GPGPU (*General-Purpose computing on Graphics Processing Units* - computação de propósito geral em unidades de processamento gráfico).

Este experimento tem como objetivo estudar as diferenças de custo computacional da avaliação dos problemas de despacho econômico, a função objetivo, na CPU e na GPU. O custo computacional de avaliação dos problemas será mensurado na execução dos problemas pela CPU com utilização de 1 núcleo (*core*), com 4 núcleos e finalmente pela GPU.

Após este estudo inicial, serão implementadas duas metaheurísticas para solucionar um problema de despacho econômico através da execução na GPU. A performance dos métodos será avaliada em questão de média dos valores obtidos, do melhor valor e também do tempo de execução.

Tabela 5.12: Estudo de Caso 5 - Coeficientes de custos.

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$
1	36	114	0,0069	6,73	94,705	100	0,084
2	36	114	0,0069	6,73	94,705	100	0,084
3	60	120	0,02028	7,07	309,54	100	0,084
4	80	190	0,00942	8,18	369,03	150	0,063
5	47	97	0,0114	5,35	148,89	120	0,077
6	68	140	0,01142	8,05	222,33	100	0,084
7	110	300	0,00357	8,03	287,71	200	0,042
8	135	300	0,00492	6,99	391,98	200	0,042
9	135	300	0,00573	6,6	455,76	200	0,042
10	130	300	0,00605	12,9	722,82	200	0,042
11	94	375	0,00515	12,9	635,2	200	0,042
12	94	375	0,00569	12,8	654,69	200	0,042
13	125	500	0,00421	12,5	913,4	300	0,035
14	125	500	0,00752	8,84	1760,4	300	0,035
15	125	500	0,00708	9,15	1728,3	300	0,035
16	125	500	0,00708	9,15	1728,3	300	0,035
17	220	500	0,00313	7,97	647,85	300	0,035
18	220	500	0,00313	7,95	649,69	300	0,035
19	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035
20	242	550	0,00313	7,97	647,81	300	0,035
21	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
22	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
23	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
24	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
25	254	550	0,00277	7,1	801,32	300	0,035
26	254	550	0,00277	7,1	801,32	300	0,035
27	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
28	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
29	10	150	0,52124	3,33	1055,1	120	0,077
30	47	97	0,0114	5,35	148,89	120	0,077
31	60	190	0,0016	6,43	222,92	150	0,063
32	60	190	0,0016	6,43	222,92	150	0,063
33	60	190	0,0016	6,43	222,92	150	0,063
34	90	200	0,0001	8,95	107,87	200	0,042
35	90	200	0,0001	8,62	116,58	200	0,042
36	90	200	0,0001	8,62	116,58	200	0,042
37	25	110	0,0161	5,88	307,45	80	0,098
38	25	110	0,0161	5,88	307,45	80	0,098
39	25	110	0,0161	5,88	307,45	80	0,098
40	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035

Tabela 5.14: Estudo de Caso 6 - Coeficientes de custos ( $e, f$ ).

Gerador	$e$	$f$
5	700	0,080
10	600	0,055
15	800	0,060
22	600	0,050
33	600	0,043
40	600	0,043
52	1100	0,043
70	1200	0,030
72	1000	0,050
84	1000	0,050
119	600	0,070
121	1200	0,043

Tabela 5.16: Estudo de Caso 6 - Parâmetros de Zonas Proibidas

Gerador	$\check{P}_1^{pz}$	$\hat{P}_1^{pz}$	$\check{P}_2^{pz}$	$\hat{P}_2^{pz}$	$\check{P}_3^{pz}$	$\hat{P}_3^{pz}$
8	250	280	305	335	420	450
32	220	250	320	350	390	420
74	230	255	365	395	430	455
136	50	75	85	95	—	—

Tabela 5.17: Estudo de Caso 7 - Valores de demanda por hora.

Hora	Demanda	Hora	Demanda
1	410	13	704
2	435	14	690
3	475	15	654
4	530	16	580
5	558	17	558
6	608	18	608
7	626	19	654
8	654	20	704
9	690	21	680
10	704	22	605
11	720	23	527
12	740	24	463

Tabela 5.18: Estudo de Caso 7 - Coeficientes de custos.

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$
1	10	75	0,0080	2,0	25	100	0,042
2	20	125	0,0030	1,8	60	140	0,040
3	30	175	0,0012	2,1	100	160	0,038
4	40	250	0,0010	2,0	120	180	0,037
5	50	300	0,0015	1,8	40	200	0,035

Tabela 5.19: Estudo de Caso 7 - Limites de taxas de rampa.

Gerador	$UR$	$DR$
1	30	30
2	30	30
3	40	40
4	50	50
5	50	50

Tabela 5.20: Estudo de Caso 7 - Coeficientes de Perdas, Matriz B.

	0,000049	0,000014	0,000015	0,000015	0,000020
	0,000014	0,000045	0,000016	0,000020	0,000018
$B_{ij} =$	0,000015	0,000016	0,000039	0,000010	0,000012
	0,000015	0,000020	0,000010	0,000040	0,000014
	0,000020	0,000018	0,000012	0,000014	0,000035
$B_{i0} =$	0				
$B_{00} =$	0				

Tabela 5.21: Estudo de Caso 8 - Valores de demanda por hora.

Hora	Demanda	Hora	Demanda
1	1036	13	2072
2	1110	14	1924
3	1258	15	1776
4	1406	16	1554
5	1480	17	1480
6	1628	18	1628
7	1702	19	1776
8	1776	20	2072
9	1924	21	1924
10	2072	22	1628
11	2146	23	1332
12	2220	24	1184

Tabela 5.22: Estudo de Caso 8 - Coeficientes de custos.

Gerador	$P_{Gmin}$	$P_{Gmax}$	$a$	$b$	$c$	$e$	$f$
1	150	470	0,00043	21,60	958,20	450	0,041
2	135	460	0,00063	21,05	1313,6	600	0,036
3	73	340	0,00039	20,81	604,97	320	0,028
4	60	300	0,00070	23,90	471,60	260	0,052
5	73	243	0,00079	21,62	480,29	280	0,063
6	57	160	0,00056	17,87	601,75	310	0,048
7	20	130	0,00211	16,51	502,7	300	0,086
8	47	120	0,0048	23,23	639,40	340	0,082
9	20	80	0,10908	19,58	455,60	270	0,098
10	55	55	0,00951	22,54	692,4	380	0,094

Tabela 5.23: Estudo de Caso 8 - Limites de taxas de rampa.

Gerador	$UR$	$DR$
1	80	80
2	80	80
3	80	80
4	50	50
5	50	50
6	50	50
7	30	30
8	30	30
9	30	30
10	30	30

## 6 Análise de Resultados

Em todos os casos de estudo e para todas metaheurísticas foram utilizados 30 experimentos. O critério de parada utilizado foi a quantidade de avaliações da função objetivo, limitada em 100000 avaliações.

Idealmente, os valores de parâmetros para as metaheurísticas deveriam ser escolhidos de maneira a otimizar a performance de cada método a cada problema, através de meta-otimização ou ajuste manual de parâmetros. Entretanto, isto caracterizaria conhecimento prévio dos problemas, algo indesejável já que se busca estudar os problemas do ponto de vista de caixa preta. Portanto, os parâmetros foram escolhidos de maneira arbitrária, buscando seguir as tendências encontradas na literatura.

Para o algoritmo genético binário (BGA), foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho de população 20; probabilidade de *crossover* 80%; tipo de *crossover* ponto único; probabilidade de mutação 10%.

Para o algoritmo genético com codificação real (RGA), foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho de população 20; probabilidade de *crossover* 80%; tipo de *crossover* recombinação aritmética não-uniforme; probabilidade de mutação 10%.

Para a otimização por enxame de partículas (PSO), foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho de população 20; velocidade máxima 1; inércia inicial 0,9; inércia final 0,4;  $c_1$  1,4;  $c_2$  1,4.

Para a evolução diferencial (DE), foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho de população 20; tamanho de passo F 0,8; probabilidade de *crossover* C 50%; estratégia DE/rand/1/bin.

Para o algoritmo de seleção clonal (CLONALG), foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho de população 10; tamanho da seleção 10; tamanho da população elitista 1; fator de tamanho da clonagem 1; fator de maturação 1.

Para o algoritmo *Big Bang - Big Crunch* (BB-BC), foram utilizados os seguintes

parâmetros: tamanho de população 20; tamanho do passo 10.

Para o algoritmo de otimização por fogos de artifício, foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho de população 5; tamanho da população de fagulhas tipo 1 50; fator mínimo de fagulhas 0,04; fator máximo de fagulhas 0,8; amplitude máxima de explosão 10; tamanho da população de fagulhas tipo 2 5.

Para o aprendizado incremental baseado em população (PBIL), foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho de população 20; taxa de aprendizado 0,1; taxa alternativa de aprendizado 0,075; probabilidade de mutação 20%; probabilidade de mutação 5%.

Para o *covariance matrix adaptation - evolution strategy* (CMA-ES), foram utilizados os seguintes parâmetros: tamanho de passo  $\sigma$  0,5.

Para o *simulated annealing* (SA), foram utilizados os seguintes parâmetros: constante de Boltzmann 1; taxa de esfriamento 0,95; número de iterações para esfriamento 100.

## 6.1 Métricas de Avaliação

Os resultados obtidos pelas metaheurísticas quanto aos valores da função objetivo em cada caso de estudo são mensurados em busca de consistência, do melhor valor, possivelmente o mínimo global, do tempo médio de processamento, em segundos, e também de diferença estatisticamente significativa entre os resultados alcançados pelos métodos.

A análise de consistência dos resultados consiste no uso da estatística descritiva, o cálculo da média e desvio padrão dos valores obtidos ao longo dos 30 experimentos, para cada metaheurística e em cada caso. Enquanto a média indica o valor médio alcançado da função objetivo nos 30 experimentos, o desvio padrão demonstra a capacidade do método em apresentar resultados consistentes. Idealmente, o método deve apresentar uma média baixa, mais próxima possível do melhor valor alcançado, e um baixo desvio padrão, indicando consistência em todos os experimentos.

O melhor valor da função objetivo demonstra a melhor desempenho obtido com um determinado método para os 30 experimentos em um certo caso de estudo. No evento da solução apresentada pelo método para um determinado melhor valor da função objetivo cumprir os limites da função objetivo e também ser superior aos outros melhores valores apresentados por outros métodos, tem-se uma possível solução global.

O tempo médio de processamento leva em conta o tempo gasto pelo método até a quantidade desejada de avaliações. Este cálculo leva em conta o tempo de processamento do método e também o tempo de processamento da função objetivo, tomando a média alcançada em 30 experimentos. Entretanto, deve-se tomar cuidado ao julgar um método como superior ou não neste quesito. Os fatores como a eficiência da programação do método, eficiência da programação da função objetivo, processos concorrentes no sistema operacional e dependência de particularidades do *hardware*, sistema operacional e linguagem de programação tornam esta análise altamente subjetiva. Para reduzir a subjetividade desta análise, todos os métodos foram executados no mesmo ambiente, o MATLAB (MATrix LABoratory) e na mesma máquina, com processador Intel®Core™2 Quad Processor Q8300 (4M Cache, 2,50 GHz, 1333 MHz FSB) e 4GB RAM (1333MHz), tomando cuidado para reduzir a quantidade de processos concorrentes no sistema operacional ao mínimo possível e utilizando funções ao contrário de *scripts* para reduzir o esforço do *garbage collector* do MATLAB.

A estatística inferencial é utilizada para verificar se os dados amostrados são suficientes para afirmar que as diferenças observadas podem ser generalizadas para as distribuições das populações, *i.e.*, as soluções obtidas. Com esta finalidade foi utilizado o teste não-paramétrico de Wilcoxon, para testar a hipótese nula de que as soluções obtidas por duas metaheurísticas são amostras independentes de distribuições contínuas idênticas com as mesmas medianas, contra a alternativa de que elas não tenham as mesmas medianas, com significância de 5%. A rejeição da hipótese nula pelo teste indica que as soluções de duas metaheurísticas são estatisticamente diferentes com um nível de significância de 5%. A não-rejeição da hipótese nula indica falha em comprovar a diferença entre os conjuntos de soluções com nível de significância de 5%. Esta falha pode ser causada pela diferença irrelevante entre as amostras, indicando populações da mesma distribuição com a mesma mediana, ou pela quantidade insuficiente de amostras, que impede o teste de detectar diferenças sutis.

Para descrever sucintamente todas estas informações para cada caso de estudo, foi desenvolvida uma tabela de classificações para metaheurísticas. Nesta tabela, os valores em parênteses apresentam a classificação de um determinado valor em relação a outros de sua categoria. O conjunto de colunas na extrema direita indica os resultados do teste de Wilcoxon para uma metaheurística em relação a outras, onde **D**, estatisticamente Diferentes, representa a rejeição da hipótese nula, e **N**, estatisticamente Não diferentes, representa a falha em rejeitar a hipótese nula.

## 6.2 Despacho Econômico Estático

### 6.2.1 Estudo de Caso 1

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.2, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo DE, o melhor resultado de melhor valor pelo CMA-ES e o melhor resultado de tempo pelo PSO. A melhor solução foi alcançada pelo método CMA-ES, disponível na tabela 6.1 atingindo o valor de 15442,7566 na função objetivo, perda de potência de 12,4315, geração total de potência de 1275,4315 e penalidades nulas, tornando esta solução uma possível solução global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo CMA-ES não são significativamente diferente dos resultados obtidos pelo BGA, BB-BC e FW. Enquanto os resultados apresentados pelo DE são significativamente diferentes em relação a todos os outros métodos.

Tabela 6.1: Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 1. Resultado da função objetivo, 15442,7566.

$D_{1-6}$					
445,5934	171,4319	264,0215	139,2841	167,6582	87,4423

Tabela 6.2: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 1.

MH	Média		Melhor		Tempo		Wilcoxon										
							BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BB-BC	FW	PBIL	CMA-ES	SA	
BGA	(5)	15509,39	(± 33,28017)	(7)	15464,45	(9)	18,66	N	D	D	D	D	D	D	D	N	D
RGA	(2)	15463,19	(± 14,07011)	(3)	15445,88	(3)	8,425	D	N	D	D	D	D	D	D	D	D
PSO	(7)	45884,96	(± 53154,4)	(4)	15454,7	(1)	8,083	D	D	N	D	D	D	D	D	D	D
DE	(1)	15454,84	(± 10,08344)	(2)	15443,78	(4)	8,507	D	D	D	N	D	D	D	D	D	D
CLONALG	(8)	99756,7	(± 91560,71)	(8)	15470,99	(5)	8,579	D	D	D	D	N	D	D	N	D	D
BB-BC	(3)	15488,16	(± 27,59062)	(6)	15457,33	(2)	8,39	D	D	D	D	D	N	N	D	N	D
FW	(4)	15496,8	(± 38,39261)	(5)	15455,8	(10)	22,95	D	D	D	D	D	N	N	D	N	D
PBIL	(9)	186203,9	(± 262514,7)	(9)	15615,74	(8)	15,54	D	D	D	D	N	D	D	N	D	D
CMA-ES	(6)	26857,16	(± 26949,81)	(1)	15442,76	(7)	15,34	N	D	D	D	D	N	N	D	N	D
SA	(10)	265822,1	(± 17770,1)	(10)	224507,8	(6)	12,42	D	D	D	D	D	D	D	D	D	N

## 6.2.2 Estudo de Caso 2a

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.4, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo CMA-ES, o melhor resultado de melhor valor também pelo CMA-ES e o melhor resultado de tempo pelo PSO. A melhor solução foi alcançada pelo método CMA-ES, disponível na tabela 6.3 atingindo o valor de 18051,8632 na função objetivo, geração total de potência de 1800 e penalidades nulas, tornando esta solução uma possível solução global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo CMA-ES são significativamente diferentes em relação a todos os outros métodos.

Tabela 6.3: Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 2a. Resultado da função objetivo, 18051,8632.

$D_{1-13}$							
359,0392	299,1993	224,3995	60,0000	109,8665	109,8666	109,8666	109,8666
159,7331	40,0000	71,1234	55,0000	92,0394			

Tabela 6.4: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 2a.

MH	Média		Melhor	Tempo		Wilcoxon											
						BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BB-BC	FW	PBIL	CMA-ES	SA		
BGA	(7)	19376,29	(± 133,8471)	(8)	19145,91	(10)	21,48	N	D	D	N	N	N	N	D	D	D
RGA	(3)	19306,76	(± 163,6866)	(4)	18940,13	(2)	2,585	D	N	N	N	N	N	D	D	D	D
PSO	(2)	19260,24	(± 182,0357)	(3)	18877,31	(1)	2,404	D	N	N	D	N	N	D	D	D	D
DE	(6)	19370,5	(± 213,1123)	(7)	19015,6	(4)	2,929	N	N	D	N	N	N	D	D	D	D
CLONALG	(5)	19338,3	(± 207,2162)	(2)	18830,91	(5)	2,997	N	N	N	N	N	N	D	D	D	D
BB-BC	(4)	19335,48	(± 180,4315)	(6)	18998,38	(3)	2,846	N	N	N	N	N	N	D	D	D	D
FW	(8)	19446,35	(± 224,6137)	(5)	18978,02	(8)	16	N	D	D	N	N	N	D	D	D	D
PBIL	(10)	308521,5	(± 285247,9)	(9)	20811,35	(9)	17,09	D	D	D	D	D	D	D	N	D	N
CMA-ES	(1)	18285,71	(± 114,8093)	(1)	18051,86	(7)	7,519	D	D	D	D	D	D	D	D	N	D
SA	(9)	178558,8	(± 19024,9)	(10)	139461,3	(6)	5,23	D	D	D	D	D	D	D	N	D	N

### 6.2.3 Estudo de Caso 2b

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.6, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo CMA-ES, o melhor resultado de melhor valor também pelo CMA-ES e o melhor resultado de tempo pelo PSO. A melhor solução foi alcançada pelo método CMA-ES, disponível na tabela 6.5 atingindo o valor de 24221,0202 na função objetivo, geração total de potência de 2520 e penalidades nulas, tornando esta solução uma possível solução global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo CMA-ES são significativamente diferentes em relação a todos os outros métodos.

Tabela 6.5: Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 2b. Resultado da função objetivo, 24221,0202.

$D_{1-13}$							
628,3185	299,1993	306,8947	159,7331	159,7331	159,7331	159,7331	159,7331
109,8666	114,7998	114,7999	92,3999	55,0558			

Tabela 6.6: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 2b.

MH	Média		Melhor	Tempo		Wilcoxon											
						BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BB-BC	FW	PBIL	CMA-ES	SA		
BGA	(3)	25411,96	(± 199,2265)	(5)	25072,45	(10)	21,56	N	D	D	D	D	D	D	D	D	D
RGA	(2)	25273,16	(± 204,7414)	(2)	24795,09	(2)	2,58	D	N	D	D	D	D	D	D	D	D
PSO	(9)	3946684	(± 8642806)	(3)	24889,41	(1)	2,444	D	D	N	D	N	D	N	D	D	N
DE	(5)	25533,11	(± 179,4354)	(7)	25156,97	(4)	2,905	D	D	D	N	N	N	D	D	D	D
CLONALG	(6)	25558,66	(± 201,7884)	(4)	25036,19	(5)	3,049	D	D	N	N	N	N	D	D	D	D
BB-BC	(4)	25494,61	(± 155,2238)	(6)	25149,26	(3)	2,851	D	D	D	N	N	N	D	D	D	D
FW	(7)	25707,72	(± 320,1225)	(8)	25384,99	(8)	16,98	D	D	N	D	N	D	N	D	D	D
PBIL	(10)	9530721	(± 6802920)	(9)	655280,2	(9)	17,04	D	D	D	D	D	D	D	N	D	D
CMA-ES	(1)	24681,63	(± 235,3676)	(1)	24221,02	(7)	7,528	D	D	D	D	D	D	D	D	N	D
SA	(8)	786903,3	(± 18085,12)	(10)	751408,9	(6)	5,214	D	D	N	D	D	D	D	D	D	N

### 6.2.4 Estudo de Caso 3

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.8, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo DE, o melhor resultado de melhor valor pelo CMA-ES e o melhor resultado de tempo pelo RGA. A melhor solução foi alcançada pelo método CMA-ES, disponível na tabela 6.7 atingindo o valor de 32786,7362 na função objetivo, perda de potência de 33,0369, geração total de potência de 2663,0369, penalidade do balanço de potência de 2,053e-008 e outras penalidades nulas, tornando esta solução uma possível solução global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo CMA-ES e pelo DE são significativamente diferentes em relação a todos os outros métodos.

Tabela 6.7: Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 3. Resultado da função objetivo, 32786,7362.

$D_{1-15}$							
455,0000	380,0000	130,0000	130,0000	169,9975	429,9994	430,0000	109,3629
68,6516	159,9997	79,9996	55,0000	25,8142	16,5801	22,6320	

Tabela 6.8: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 3.

MH	Média		Melhor	Tempo		Wilcoxon											
						BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BB-BC	FW	PBIL	CMA-ES	SA		
BGA	(6)	33263,65	(± 79,83316)	(6)	33090,08	(10)	30,61	N	D	D	D	N	D	N	D	D	D
RGA	(4)	33149,41	(± 44,63224)	(5)	33056,79	(1)	8,576	D	N	D	D	D	D	D	D	D	D
PSO	(8)	278604,5	(± 142764,2)	(8)	33123,75	(2)	8,584	D	D	N	D	D	D	D	D	D	D
DE	(1)	32890,32	(± 51,15081)	(2)	32811,9	(4)	8,849	D	D	D	N	D	D	D	D	D	D
CLONALG	(7)	33288,62	(± 76,66272)	(7)	33106,89	(5)	8,918	N	D	D	D	N	D	D	D	D	D
BB-BC	(3)	33052,48	(± 113,8047)	(3)	32872,68	(3)	8,821	D	D	D	D	D	N	D	D	D	D
FW	(5)	33223,43	(± 102,336)	(4)	32902,71	(8)	23,97	N	D	D	D	D	D	N	D	D	D
PBIL	(10)	1,11e+07	(± 7903678)	(9)	299694,7	(9)	25,65	D	D	D	D	D	D	D	N	D	D
CMA-ES	(2)	32972,76	(± 89,13969)	(1)	32786,75	(7)	16,01	D	D	D	D	D	D	D	D	N	D
SA	(9)	485998,7	(± 20097,91)	(10)	451864,1	(6)	13,46	D	D	D	D	D	D	D	D	D	N

### 6.2.5 Estudo de Caso 4

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.10, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo RGA, o melhor resultado de melhor valor também pelo RGA e o melhor resultado de tempo pelo PSO. A melhor solução foi alcançada pelo método RGA, disponível na tabela 6.9 atingindo o valor de 62571,4612 na função objetivo, perda de potência de 95,2329, geração total de potência de 2595,2329, penalidade do balanço de potência de 2,59e-006 e outras penalidades nulas, tornando esta solução uma possível solução global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo RGA não são significativamente diferente dos resultados obtidos pelo FW.

Tabela 6.9: Melhor solução alcançada pelo RGA no caso 4. Resultado da função objetivo, 62571,4612.

$D_{1-20}$							
487,0516	136,6244	148,7253	106,2303	135,8496	76,3676	52,4449	100,0667
117,7334	118,6157	207,3238	307,1189	82,3227	67,1654	136,8851	44,0522
61,5563	47,1700	105,9220	56,0069				

Tabela 6.10: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 4.

MH	Média		Melhor	Tempo	Wilcoxon												
					BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BB-BC	FW	PBIL	CMA-ES	SA			
BGA	(4)	62779,13	(± 93,5628)	(5)	62602,74	(10)	30,37	N	D	N	D	N	D	N	D	N	D
RGA	(1)	62684,18	(± 73,48972)	(1)	62571,46	(2)	2,467	D	N	D	D	D	D	N	D	D	D
PSO	(2)	62734,07	(± 86,8376)	(3)	62594,91	(1)	2,267	N	D	N	D	D	D	N	D	D	D
DE	(8)	63104,34	(± 135,0743)	(8)	62880,99	(4)	2,799	D	D	D	N	D	D	D	D	D	D
CLONALG	(5)	62805,55	(± 110,4866)	(4)	62599,72	(5)	2,991	N	D	D	D	N	N	D	D	N	D
BB-BC	(7)	62856,72	(± 106,8716)	(7)	62638,61	(3)	2,795	D	D	D	D	N	N	D	D	N	D
FW	(3)	62738,02	(± 112,5492)	(2)	62578,9	(8)	16,03	N	N	N	D	D	D	N	D	D	D
PBIL	(9)	491207,7	(± 624824,4)	(9)	63704,01	(9)	24,49	D	D	D	D	D	D	D	N	D	D
CMA-ES	(6)	62845,45	(± 150,3622)	(6)	62617,8	(7)	8,698	N	D	D	D	N	N	D	D	N	D
SA	(10)	494819,9	(± 29046)	(10)	442183,1	(6)	5,553	D	D	D	D	D	D	D	D	D	N

## 6.2.6 Estudo de Caso 5

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.12, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo CMA-ES, o melhor resultado de melhor valor também pelo CMA-ES e o melhor resultado de tempo pelo RGA. A melhor solução foi alcançada pelo método CMA-ES, disponível na tabela 6.11 atingindo o valor de 124698,0838 na função objetivo, geração total de potência de 10500, e penalidades nulas, tornando esta solução uma possível solução global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo CMA-ES são significativamente diferentes em relação a todos os outros métodos.

Tabela 6.11: Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 5. Resultado da função objetivo, 124698,0838.

$D_{1-40}$							
113,8498	85,4180	97,5276	179,7325	88,0515	105,4030	299,9995	147,4389
285,7566	279,5990	243,6003	323,7703	214,7596	394,2803	143,4810	394,2794
489,2803	489,2818	511,5968	511,3019	523,5328	523,2796	523,2914	549,8102
523,2795	451,1068	10,0009	10,0118	10,0017	88,0387	189,9990	189,9973
120,5615	199,9978	199,9993	166,9425	90,4613	109,9995	109,9991	511,2812

Tabela 6.12: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 5.

MH	Média		Melhor	Tempo	Wilcoxon												
					BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BB-BC	FW	PBIL	CMA-ES	SA			
BGA	(6)	145832,8	(± 5792,157)	(6)	136641,2	(10)	57,42	N	N	D	D	N	N	D	D	D	D
RGA	(4)	144034,5	(± 4640,78)	(7)	136779,6	(1)	2,937	N	N	D	D	D	N	N	D	D	D
PSO	(10)	5,1+07	(± 2,44e+07)	(8)	142465,4	(2)	2,988	D	D	N	D	D	D	D	D	D	D
DE	(2)	138103,8	(± 3578,06)	(3)	131682,8	(3)	3,456	D	D	D	N	D	D	D	D	D	D
CLONALG	(7)	148251,6	(± 5771,079)	(5)	136100,1	(5)	3,496	N	D	D	D	N	D	D	D	D	D
BB-BC	(5)	144423,4	(± 6822,925)	(2)	129952,1	(4)	3,456	N	N	D	D	D	N	N	D	D	D
FW	(3)	141639,7	(± 5826,619)	(4)	132054,5	(8)	19,47	D	N	D	D	D	N	N	D	D	D
PBIL	(9)	2,71e+07	(± 1,93e+07)	(9)	820267,1	(9)	48,6	D	D	D	D	D	D	D	N	D	D
CMA-ES	(1)	126886,5	(± 1098,708)	(1)	124698,1	(7)	12,24	D	D	D	D	D	D	D	D	N	D
SA	(8)	4549683	(± 47105,89)	(10)	4466819	(6)	5,753	D	D	D	D	D	D	D	D	D	N

### 6.2.7 Estudo de Caso 6

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.14, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo BB-BC, o melhor resultado de melhor valor também pelo BB-BC e o melhor resultado de tempo pelo RGA. A melhor solução foi alcançada pelo método BB-BC, disponível na tabela 6.13 atingindo o valor de 1907269,1597 na função objetivo, geração total de potência de 49342, penalidade de balanço de potência de 2,35e-005 e outras penalidades nulas, tornando esta solução uma possível solução global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo BB-BC são significativamente diferentes em relação a todos os outros métodos.

Tabela 6.13: Melhor solução alcançada pelo BB-BC no caso 6. Resultado da função objetivo, 1907269,1597.

$D_{1-140}$							
111,0107	133,0090	189,2564	171,7413	181,0548	130,6532	445,3983	450,9590
475,4508	421,5001	316,4647	449,1087	465,2075	463,1497	407,9101	436,9222
438,5273	477,2192	326,7983	408,2017	305,5229	459,8249	491,7739	503,6933
527,1856	360,7956	443,6978	305,7447	413,5756	436,8081	412,3224	350,6184
501,5320	491,6445	479,4399	421,1077	129,5488	200,3742	762,6046	703,2862
12,0382	27,4006	166,2532	241,5801	226,4761	226,0994	240,9944	205,3502
161,3798	189,9514	485,8752	491,4965	325,3950	458,3307	410,2210	293,9626
111,5522	318,1520	280,9278	162,8068	499,1150	144,0324	509,7723	478,6580
412,2085	366,2364	436,3349	397,5278	275,8815	318,4917	250,1277	333,6780
503,7342	310,2572	405,0965	352,3885	535,5782	422,2548	526,9868	450,0573
211,0818	67,8155	236,1065	229,2294	234,4731	278,8928	209,2105	316,7082
194,1625	317,3872	228,2705	571,4303	521,1794	815,5294	819,9726	676,2801
647,9680	613,9371	625,5506	930,4804	907,6978	882,7179	878,0624	898,0773
835,1867	833,2937	857,9708	860,1131	842,0662	837,0559	815,9470	169,6749
98,9322	113,9908	340,6043	372,0301	264,1706	121,7371	103,4676	116,2501
252,1580	2,2745	7,6711	32,5726	20,1817	20,3801	10,4941	119,9189
6,0987	16,1769	9,2797	96,9065	5,3595	70,4208	42,5882	97,1457
18,0329	17,7007	9,3151	27,3062				

Tabela 6.14: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 6.

MH	Média		Melhor	Tempo	Wilcoxon												
					BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BBBC	FW	PBIL	CMAES	SA			
BGA	(7)	7,35e+08	(± 4,79e+08)	(7)	3424992	(10)	200,7	N	D	D	D	D	D	N	D	D	D
RGA	(3)	5739107	(± 1,69e+07)	(2)	1914010	(1)	13,62	D	N	D	N	N	D	D	D	D	D
PSO	(8)	1,35e+10	(± 4,81e+09)	(8)	1,03e+09	(2)	14,09	D	D	N	D	D	D	D	D	D	D
DE	(4)	6098606	(± 1,68e+07)	(4)	2038413	(4)	14,58	D	N	D	N	D	D	D	D	D	D
CLONALG	(2)	2256184	(± 457445,5)	(3)	1917743	(3)	14,23	D	N	D	D	N	D	D	D	D	D
BB-BC	(1)	2095334	(± 287478,8)	(1)	1907269	(5)	14,81	D	D	D	D	D	N	D	D	D	D
FW	(6)	6,6e+08	(± 5,32e+08)	(6)	3122024	(7)	39,07	N	D	D	D	D	D	N	D	D	D
PBIL	(9)	2,15e+10	(± 3,65e+09)	(9)	9,23e+09	(9)	176,6	D	D	D	D	D	D	D	N	D	D
CMA-ES	(5)	1,11e+07	(± 1,18e+07)	(5)	2343743	(8)	77,19	D	D	D	D	D	D	D	D	N	D
SA	(10)	1,02e+11	(± 9,03e+09)	(10)	8,63e+10	(6)	25,37	D	D	D	D	D	D	D	D	D	N

## 6.3 Despacho Econômico Dinâmico

### 6.3.1 Estudo de Caso 7

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.16, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo CMA-ES, o melhor resultado de melhor valor também pelo CMA-ES e o melhor resultado de tempo pelo RGA. A melhor solução foi alcançada pelo método BB-BC, disponível na tabela 6.15 atingindo o valor de 51315,8014 na função objetivo, perda de potência de 190,8056, geração total de potência de 14577, penalidade de balanço de potência de 6e-008 e outras penalidades nulas, tornando esta solução uma possível solução global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo CMA-ES não são significativamente diferente dos resultados obtidos pelo RGA.

Tabela 6.15: Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 7. Resultado da função objetivo, 51315,8014.

$D_{1-120}$							
72,7077	98,2805	40,3973	98,5146	103,7752	45,2875	110,6148	37,9262
139,7155	105,6971	38,5820	112,0420	72,7757	154,0635	102,4495	46,1022
121,2846	108,6718	126,6911	133,1805	38,9286	112,8224	115,8297	168,1241
128,8878	68,2866	111,0869	143,3763	149,6748	143,2493	74,3477	110,3401
127,2483	154,7133	167,5260	55,1263	114,9781	110,3962	167,6565	214,9299
70,2475	101,7641	118,8691	147,7037	261,5643	69,2917	114,9860	108,8169
188,8028	232,6828	72,3807	104,7569	122,4523	208,7312	222,6600	51,2191
114,3699	158,2398	244,9522	182,8164	62,9516	113,4887	171,4992	226,1370
140,3485	66,1410	108,7775	172,5790	198,7956	153,6114	71,1612	88,6765
157,7783	198,4632	146,7966	61,0218	85,5826	140,9148	151,5003	147,9082
56,8620	103,5447	161,6207	109,2900	133,1316	73,6772	115,2513	154,6716
128,1434	143,9277	71,1658	117,9885	144,3494	156,0259	173,3800	74,3854
120,3912	158,7134	194,8196	166,0389	73,5672	122,2159	159,0906	184,5142
150,2633	67,4945	111,9409	123,4461	145,9630	163,7984	55,5086	107,0337
111,1831	110,4577	148,6204	30,4367	103,6398	73,0237	128,5726	131,9288

Tabela 6.16: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 7.

MH	Média		Melhor	Tempo	Wilcoxon												
					BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BBBC	FW	PBIL	CMAES	SA			
BGA	(6)	2565181	(± 1834414)	(5)	325977	(10)	344,4	N	D	N	D	D	D	D	D	D	D
RGA	(2)	53170,58	(± 991,5048)	(2)	51576,55	(1)	184,3	D	N	D	D	D	D	D	D	N	D
PSO	(7)	2804491	(± 1405672)	(7)	1785829	(3)	186	N	D	N	D	D	D	D	D	D	D
DE	(9)	5,77e+07	(± 3,74e+07)	(8)	2549970	(4)	186,2	D	D	D	N	D	D	D	D	D	D
CLONALG	(4)	417878	(± 215350,1)	(4)	72165,03	(2)	185,4	D	D	D	D	N	D	D	D	D	D
BB-BC	(3)	60918,72	(± 7471,776)	(3)	56111,87	(5)	186,9	D	D	D	D	D	N	D	D	D	D
FW	(5)	696027,8	(± 98969,75)	(6)	489002	(7)	210,1	D	D	D	D	D	D	N	D	D	D
PBIL	(10)	5,65e+08	(± 3,14e+07)	(10)	4,83e+08	(9)	318,8	D	D	D	D	D	D	D	N	D	D
CMA-ES	(1)	52900,36	(± 558,4776)	(1)	51315,8	(8)	230,2	D	N	D	D	D	D	D	D	D	N
SA	(8)	6079922	(± 102696,8)	(9)	5809801	(6)	190,6	D	D	D	D	D	D	D	D	D	N

### 6.3.2 Estudo de Caso 8

Os resultados de otimização para este caso podem ser encontrados na tabela 6.18, mostrando que o melhor resultado de média foi obtido pelo CMA-ES, o melhor resultado de melhor valor também pelo CMA-ES e o melhor resultado de tempo pelo RGA. A melhor solução foi alcançada pelo método BB-BC, disponível na tabela 6.17 atingindo o valor de 1070693,8447 na função objetivo, penalidade de balanço de potência de  $7,27e-004$ , penalidade dos limites de capacidade de  $2,548e-004$  e penalidade dos limites de rampa de  $2,131e-004$ , indicando que a solução situa-se possivelmente próxima de um mínimo global.

Observa-se pelo teste de significância de Wilcoxon que os resultados apresentados pelo CMA-ES são significativamente diferentes em relação a todos os outros métodos.

Tabela 6.17: Melhor solução alcançada pelo CMA-ES no caso 8. Resultado da função objetivo, 1070693,8447.

$D_{1-240}$							
197,3987	199,3257	107,7525	96,1118	165,9099	57,0124	76,5455	56,1337
24,8099	55,0000	208,5949	201,5044	152,4620	143,0795	120,7605	59,9193
91,9396	49,2979	27,4419	55,0000	237,8736	197,3068	166,7180	173,9621
122,7496	94,0752	114,1276	50,5430	45,6442	55,0000	289,1990	235,7579
109,9114	221,2782	151,5764	125,6231	108,8698	73,8157	34,9686	55,0000
305,8402	286,0874	188,7869	193,0382	146,3876	91,6318	99,9535	64,3518
48,9227	55,0000	321,2311	275,2533	199,0972	225,4303	165,8192	130,2046
116,1252	82,4835	57,3556	55,0000	285,3511	274,9436	265,8958	250,6737
186,2113	107,1601	127,4209	100,3882	48,9552	55,0000	277,1078	300,7018
288,4259	249,1910	233,0128	88,8243	126,3312	91,3919	66,0132	55,0000
341,9032	311,6713	293,8226	287,8129	229,7006	105,0111	107,9239	114,0643
77,0901	55,0000	316,3092	369,4685	333,3921	289,8622	241,9185	154,3301
128,1432	118,2548	65,3215	55,0000	380,2849	426,7749	324,9521	279,7553
226,0307	149,5637	129,2688	95,0894	79,2801	55,0000	458,6611	360,4486
335,8489	296,3865	238,9683	153,0578	127,4254	117,9153	76,2881	55,0000
402,9913	309,3562	336,6394	297,6718	231,7064	154,7535	118,6579	89,2133
76,0102	55,0000	369,8061	321,8253	304,2621	297,1741	185,0005	111,1554
102,0847	105,3559	72,3357	55,0000	318,9703	309,0584	304,5092	264,5552
186,2557	94,4286	115,0202	81,7696	46,4328	55,0000	258,1057	318,6427
234,0352	216,8931	138,0875	102,0160	129,1320	62,7010	39,3867	55,0000
195,7444	280,9130	301,6972	176,6098	139,1088	110,3627	105,1656	87,4459
27,9526	55,0000	195,7198	315,1501	316,4325	222,2870	181,6021	116,5027
88,6634	93,2055	43,4368	55,0000	226,3295	348,2072	326,1736	251,4028
229,5506	103,5632	97,8301	88,4388	49,5044	55,0000	301,6787	399,4271
311,0352	299,6718	242,4014	151,8240	122,2978	114,4385	74,2255	55,0000
292,3188	337,6289	327,5406	269,6498	211,5449	150,1413	127,4080	90,0015
62,7663	55,0000	239,3661	271,6213	282,8952	241,6619	188,6317	143,0745
98,2131	63,5560	43,9803	55,0000	184,3388	247,9001	220,7047	194,8822
149,1921	108,6579	75,8795	52,6515	42,7932	55,0000	211,1121	225,8062
154,0567	168,2318	157,6167	74,6283	48,7011	53,1225	35,7246	55,0000

Tabela 6.18: Resultados alcançados para a função objetivo do caso 8.

MH	Média		Melhor		Tempo		Wilcoxon												
							BGA	RGA	PSO	DE	CLONALG	BB-BC	FW	PBIL	CMA-ES	SA			
BGA	(4)	2008740	(± 326209,4)	(4)	1545496	(10)	498,1	N	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
RGA	(3)	1177855	(± 55080,92)	(3)	1085368	(1)	177	D	N	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
PSO	(7)	7206031	(± 395984,1)	(7)	6549030	(3)	179,1	D	D	N	D	D	D	D	D	D	D	D	D
DE	(6)	4291970	(± 423671,1)	(6)	3427557	(5)	180,8	D	D	D	N	D	D	D	D	D	D	D	D
CLONALG	(5)	3292886	(± 513024,1)	(5)	2579740	(2)	178,6	D	D	D	D	N	D	D	D	D	D	D	D
BB-BC	(2)	1112069	(± 31259,58)	(2)	1079267	(4)	180,6	D	D	D	D	D	N	D	D	D	D	D	D
FW	(9)	1,24e+07	(± 651200,3)	(8)	1,08e+07	(7)	214,7	D	D	D	D	D	D	N	D	D	D	D	N
PBIL	(10)	2,25e+07	(± 466865,8)	(10)	2,13e+07	(9)	448,8	D	D	D	D	D	D	D	D	N	D	D	D
CMA-ES	(1)	1075890	(± 8095,939)	(1)	1070694	(8)	351,9	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	N	D
SA	(8)	1,22e+07	(± 410316,8)	(9)	1,14e+07	(6)	184	D	D	D	D	D	D	N	D	D	D	D	N

## 6.4 Análise de Experimentos

### 6.4.1 Experimento 1

Para este experimento foram aproveitados os estudos de caso, caso 1, 6 geradores e caso 7, despacho dinâmico com 5 geradores. Os casos foram adaptados para conter as equações de ajuste do gerador de referência ao balanço de potência. As condições de testes destes casos são iguais aos dos estudos de caso, com exceção de que estes tiveram a função objetivo modificada para ter um balanço de potência nulo.

Os resultados de otimização para o caso 1 podem ser encontrados na tabela 6.21, onde se observa que não há diferenças significativas quanto aos resultados de média e melhor valor entre a otimização da escolha do gerador de referência e a escolha fixa.

Durante o processo de otimização, para o caso 1, a melhor escolha de gerador encontrada pelo método foi igual ao gerador fixo, resultando na semelhança entre os resultados obtidos. As diferenças existentes entre os resultados são de natureza estatística, fruto da existência de *outliers* dentro da população de resultados finais, que difere por poucas casas decimais. Todavia, a melhor solução foi alcançada pelo método DE, disponível na tabela 6.19 atingindo o valor de 15442,6608 na função objetivo, perda de potência de 12,416, geração total de potência de 1275,416 e penalidades nulas, resultado melhor que o obtido no estudo de caso sem gerador de folga.

Os resultados de otimização para o caso 7 podem ser encontrados na tabela 6.22, onde se observa melhoria significativa entre a folga variável em relação a folga fixa, quanto as medidas de média e melhor valor para a maioria das metaheurísticas, exceto o CLONALG, BB-BC e FW.

A melhor solução para o caso 7 foi alcançada pelo método CMA-ES, disponível na tabela 6.20 atingindo o valor de 43897,7335 na função objetivo, perda total de potência de 194,1084 e penalidades nulas, resultado significativamente melhor que o obtido no estudo de caso sem gerador de folga.

Tabela 6.19: Melhor solução alcançada pelo DE com folga variável no caso 1. Resultado da função objetivo, 15442,6608.

$D_{1-6}$					
447,0721	173,1811	263,9171	139,0505	165,5744	86,6208

Tabela 6.20: Melhor solução alcançada pelo CMA-ES com folga variável no caso 7. Resultado da função objetivo, 43897,7335.

$D_{1-120}$							
74,9864	107,0170	133,5366	40,1926	57,9360	47,1638	98,9133	123,2604
61,7087	107,9281	17,1887	98,5235	112,6794	111,5871	139,7656	10,0143
98,5335	114,3238	124,9063	188,1925	10,0174	87,7079	112,6536	124,8629
229,4408	39,9617	98,5559	114,1861	128,8874	234,2756	14,8005	98,5381
112,6751	178,8790	229,5280	12,6790	98,5698	112,6789	209,8162	229,5140
42,5959	102,4821	115,8226	209,7495	229,5260	64,0450	98,5365	112,6630
209,7983	229,5167	74,9853	104,0231	112,6921	209,8274	229,5168	74,9969
99,1112	112,6307	235,4737	229,5151	64,0847	98,5007	112,6808	209,7890
229,5040	44,0504	98,6869	112,8732	209,8803	234,6987	14,0903	98,5483
111,7988	209,2992	229,5182	10,0053	97,9080	112,4870	159,3092	207,4860
10,0188	94,6289	106,7620	124,8812	228,4241	10,0090	98,5484	112,6023
165,2635	229,5279	12,6957	98,5392	112,6792	209,8207	229,5230	42,6655
98,8605	113,6799	229,7485	229,6987	39,9069	98,5497	112,6681	209,1994
229,5746	10,0319	98,5430	112,6614	209,8141	181,8631	10,0490	98,5496
112,6693	171,9143	139,7571	10,0103	80,1752	112,6374	124,9130	139,7514

Tabela 6.21: Resultados alcançados para a função objetivo com folga variável no caso 1.

MH	Folga Variável				Folga Fixa					
		Média		Melhor		Média		Melhor		
BGA	(5)	15447,35	( $\pm 8,2203$ )	(8)	15442,7	(5)	15444,8	( $\pm 5,9103$ )	(8)	15442,86
RGA	(3)	15442,66	( $\pm 0,0008$ )	(6)	15442,66	(3)	15442,66	( $\pm 0,0006$ )	(7)	15442,66
PSO	(7)	15455,52	( $\pm 14,7128$ )	(2)	15442,66	(7)	15460,91	( $\pm 16,6493$ )	(2)	15442,66
DE	(1)	15442,66	( $\pm 8,8e-012$ )	(1)	15442,66	(1)	15442,66	( $\pm 8,6e-012$ )	(1)	15442,66
CLONALG	(8)	15475,3	( $\pm 39,2489$ )	(5)	15442,66	(8)	15468,15	( $\pm 22,7422$ )	(5)	15442,66
BB-BC	(4)	15442,76	( $\pm 0,3956$ )	(4)	15442,66	(4)	15442,76	( $\pm 0,3955$ )	(4)	15442,66
FW	(2)	15442,66	( $\pm 0,0002$ )	(7)	15442,66	(2)	15442,66	( $\pm 9,6e-005$ )	(6)	15442,66
PBIL	(9)	1059875	( $\pm 1921384$ )	(9)	15464,64	(9)	2387381	( $\pm 2485531$ )	(9)	15458,79
CMA-ES	(6)	15450,55	( $\pm 14,17505$ )	(3)	15442,66	(6)	15452,03	( $\pm 27,9444$ )	(3)	15442,66
SA	(10)	2,3e+008	( $\pm 1966809$ )	(10)	2,3e+008	(10)	6884949	( $\pm 2134654$ )	(10)	2652597

Tabela 6.22: Resultados alcançados para a função objetivo com folga variável no caso 7.

MH	Folga Variável			Folga Fixa		
		Média	Melhor		Média	Melhor
BGA	(4)	7439936 ( $\pm 5095706$ )	(7) 142989,9	(6)	2,5e+007 ( $\pm 1,3e+007$ )	(6) 4853328
RGA	(3)	76345,97 ( $\pm 153056,1$ )	(3) 46845,65	(4)	134297,7 ( $\pm 301971,4$ )	(3) 47406,81
PSO	(8)	2e+008 ( $\pm 7,8e+007$ )	(5) 52349,42	(9)	2,1e+008 ( $\pm 5,2+007$ )	(8) 4,9e+007
DE	(7)	1,6e+008 ( $\pm 3,7e+007$ )	(9) 5,1e+007	(8)	1,7e+008 ( $\pm 3,4e+007$ )	(9) 9,4e+007
CLONALG	(6)	4,1e+007 ( $\pm 6,1e+007$ )	(4) 51618,73	(3)	49949,14 ( $\pm 896,852$ )	(4) 48144,78
BB-BC	(2)	48254,77 ( $\pm 888,9514$ )	(2) 46657,39	(2)	48244,07 ( $\pm 920,6243$ )	(2) 46084,28
FW	(5)	9499819 ( $\pm 7606570$ )	(6) 87365,58	(5)	3619558 ( $\pm 4089012$ )	(5) 51004,94
PBIL	(9)	8,8e+008 ( $\pm 1,2e+008$ )	(10) 6,5e+008	(10)	1,1e+009 ( $\pm 7,9e+007$ )	(10) 9e+008
CMA-ES	(1)	45998,24 ( $\pm 1468,782$ )	(1) 43898,62	(1)	46010,8 ( $\pm 1127,275$ )	(1) 44513,25
SA	(10)	2,3e+009 ( $\pm 1,5e+009$ )	(8) 1,4e+007	(7)	4e+007 ( $\pm 9992260$ )	(7) 2,1e+007

## 6.4.2 Experimento 2

Utilizando o PSO para otimizar o estudo de caso 1, com 100000 avaliações da função objetivo e 30 experimentos, obtém-se uma média de tempo de processamento total de 7,01 segundos, sendo que destes, 6,74 segundos são gastos nas avaliações da função objetivo. Em outras palavras, em média, para o PSO, o tempo gasto de processamento na função objetivo é de 96,15%. Para contextualizar este gargalo de performance nas metaheurísticas, toma-se como exemplo o pseudocódigo 10, que apresenta a estrutura típica destes métodos. Nota-se então que uma única linha retém 96,15% do tempo de processamento do total.

---

**Pseudocódigo 10** Estrutura típica de uma metaheurística.

---

**Entrada:**  $D, N_p$

**Saída:** *best*

```

 $x \leftarrow$  gera  $N_p$  soluções com dimensão  $D$ 
 $stop \leftarrow 0$ 
enquanto  $stop = 0$  faça
  {Avalia a função objetivo.}
   $fx \leftarrow f_{obj}(pop)$ 
  {Aplicação de heurísticas}
  {Extrai conhecimento de  $fx$  e  $x$ }
   $conhecimento \leftarrow$  ExtraiConhecimento( $fx, x$ )
  {Gera novas soluções com o conhecimento adquirido}
   $pop \leftarrow$  GeraNovasSoluções( $conhecimento$ )
  se critério de parada atingido então
     $stop \leftarrow 1$ 
  fim se
fim enquanto
 $best \leftarrow$  SelecionaMelhor( $x$ )

```

---

Para mensurar os limites de processamento e comparar o tempo entre CPU e GPU, foi elaborado um teste, onde o resultado final é a média de 11 experimentos com 100 iterações. A cada iteração, a função objetivo do caso 1 é executada até atingir um certo número de avaliações. A primeira iteração inicia com 10000 (dez mil) avaliações e a cada iteração o número de avaliações aumenta em passos de 10000, até atingir 1000000 (1 milhão) no teste 100.

Resultados são levantados para a CPU com 1 núcleo, CPU com 4 núcleos e para a GPU, na figura 6.1. Na primeira iteração, com apenas 10000 avaliações, a CPU com 1 núcleo utiliza 0,75 segundo, com 4 núcleos 0,27 segundo e a GPU 0,01 segundo. Já na última iteração, com 1000000 avaliações, a CPU com 1 núcleo utiliza 75,71 segundos, com 4 núcleos 19,39 segundos e a GPU 0,09 segundo.

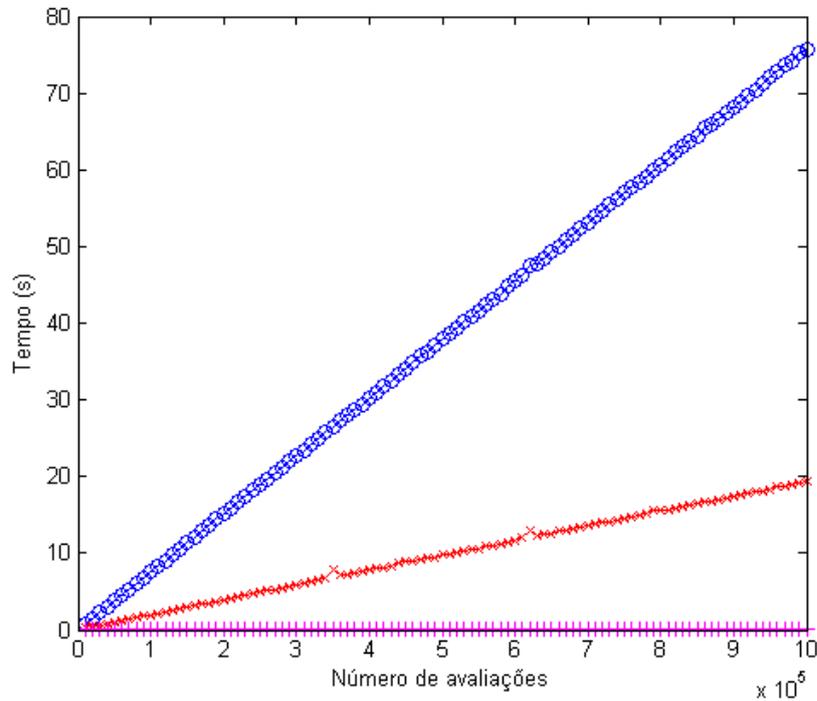


Figura 6.1: Tempo de processamento da função objetivo do caso 1, variando a quantidade de avaliações. CPU com 1 núcleo como 'O', CPU com 4 núcleos como 'X' e GPU como '+'.  
'+'.

Tendo em vista este ganho de velocidade de processamento de aproximadamente 800x, torna-se extremamente interessante a programação das avaliações da função objetivo na GPU.

Para isto, foi criada uma variação do BB-BC adaptada para executar a função objetivo na GPU. Foram utilizados 31 experimentos, cada um com 100 iterações e 100000 (cem mil) avaliações da função objetivo por iteração, totalizando 10000000 (10 milhões) de avaliações da função objetivo. A média de tempo de processamento foi de 7,87 segundos, considerando o tempo de CPU e de GPU, a média da função objetivo se situou em 15444,28 ( $\pm 1,13$ ), a pior avaliação resultou em 15446,43 e a melhor em 15443,01. Este melhor resultado exibiu uma perda de potência de 12,42, geração total de potência de 1275,42 e uma violação do balanço de potência de 7,34e-005.

Com a inspiração destes excelentes resultados, adaptou-se também o DE para executar a função objetivo na GPU. De maneira similar ao BB-BC, foram utilizados 31 experimentos, cada um com 1000 iterações e 1000 avaliações da função objetivo por iteração, totalizando 1000000 (1 milhão) de avaliações da função objetivo. O número menor de avaliações da função objetivo foi uma restrição por parte do *hardware* quanto ao

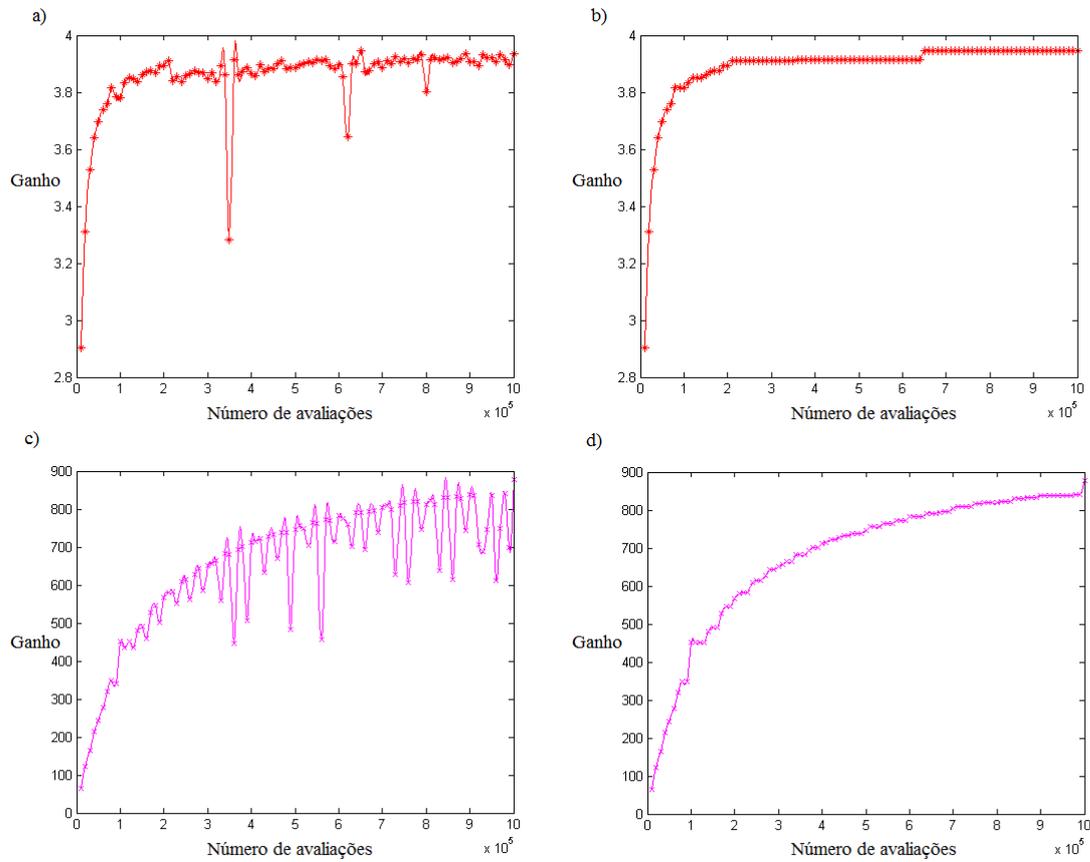


Figura 6.2: Ganho no tempo de processamento do BB-BC em relação a CPU com 1 núcleo para a função objetivo do caso 1, variando a quantidade de avaliações da função objetivo. Em a) e b) é exibido o ganho para a CPU com 4 núcleos, em c) e d) para a GPU. As figuras a) e c) exibem os dados obtidos, enquanto as figuras b) e d) exibem os dados suavizados, para remoção de outliers e melhor visualização.

uso de memória. A média do tempo de processamento foi de 17,05 segundos, considerando o tempo de CPU e de GPU, a média da função objetivo se situou em 15442,6602 ( $\pm 0,00035$ ), a pior avaliação resultou em 15442,662 e a melhor em 15442,6601. Este melhor resultado exibiu uma perda de potência de 12,42, geração total de potência de 1275,42 e penalidades nulas. Observa-se que estes resultados superaram todos os outros resultados apresentados neste trabalho para o caso 1, tanto na média, quanto no melhor e quanto no pior resultado da função objetivo.

Tabela 6.23: Melhor solução alcançada pelo DE no caso 1 com 10000000 avaliações. Resultado da função objetivo, 15442,6608.

$D_{1-6}$					
447,0717	173,1811	263,9168	139,0522	165,5732	86,6209

Em vista destes resultados, surge a pergunta de quantas avaliações da função objetivo são necessárias para se atingir um resultado desejável. Para isto foi desenvolvido um último teste repetindo o BB-BC adaptado com 30 experimentos, cada um com 1000 iterações, aumentando progressivamente a quantidade de avaliações da função objetivo em passos de 100, começando com 100 avaliações na iteração 1 e terminando com 100000 na iteração 1000.

O impacto da quantidade de avaliações da função objetivo pode ser pictoricamente mensurado na figura 6.4 onde se percebe uma tendência estacionária próximo a 50000 avaliações. Para qualificar o caráter estacionário da função objetivo, foi utilizado o teste não-paramétrico de Wilcoxon com significância de 0,01% entre uma amostra e a população de amostras posteriores. A figura 6.4 apresenta o progresso da função objetivo pela quantidade de avaliações do problema com o resultado do teste de Wilcoxon. Assume-se que a função objetivo possui caráter estacionário quando o teste deixa de oscilar, *i.e.*, na última amostra onde o teste tem a hipótese nula rejeitada ( $\mathcal{H}_0 = 1$ ).

Um problema encontrado durante a execução do teste é o efeito de carregamento da memória, claramente visível na figura 6.5. A alta quantidade de avaliações da função objetivo,  $1,5e+009$  (1,5 bilhão) e a alta quantidade de trocas de memória entre a CPU e a GPU, levavam a saturação da memória do MATLAB, por incapacidades do *garbage collector*. Para contornar este problema, foi necessário reiniciar o teste em três momentos distintos. Cada reiniciação permitia um “começo fresco” ao sistema, ganhando tempo de processamento, claramente visível nas três quedas na figura 6.5.

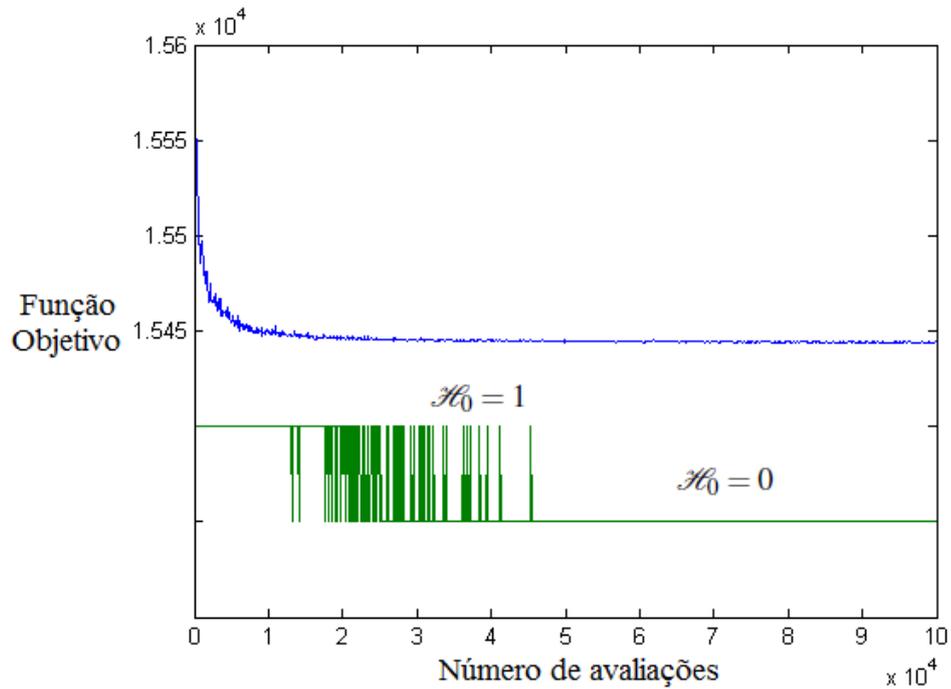


Figura 6.3: Custo da função objetivo do caso 1 pela quantidade de avaliações da função objetivo. A linha superior é a função objetivo pela quantidade de avaliações enquanto a linha inferior é a resposta do teste de Wilcoxon.

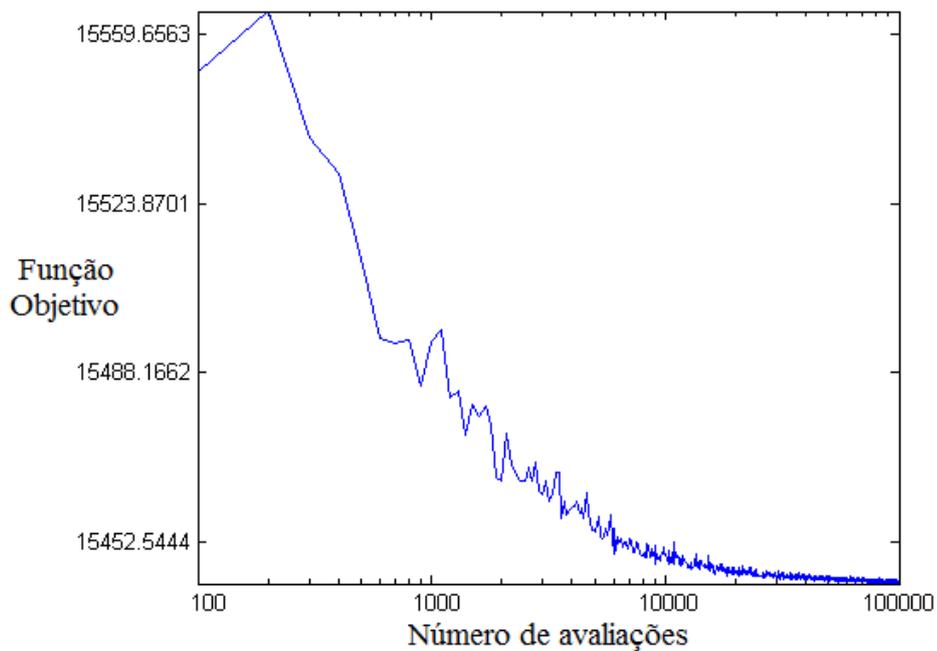


Figura 6.4: Custo da função objetivo do caso 1 pela quantidade de avaliações da função objetivo, em escala logarítmica.

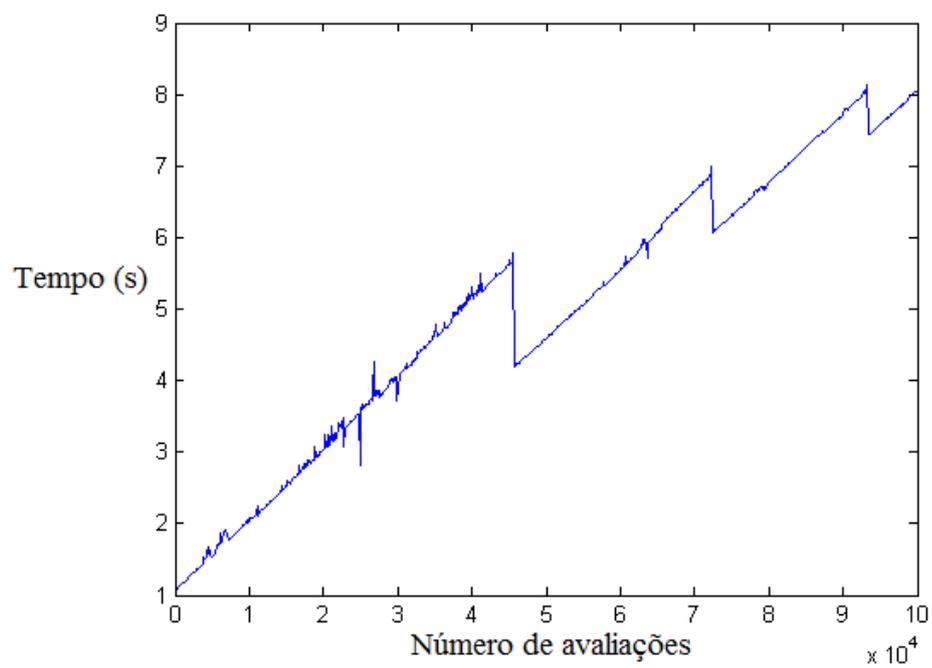


Figura 6.5: Tempo de processamento do BB-BC para a função objetivo do caso 1, utilizando a GPU, variando a quantidade de avaliações da função objetivo.

## 7 Conclusão

Foi proposta nesta dissertação o estudo da performance de diversas metaheurísticas sobre problemas de otimização em sistemas de potência. Para limitar o espectro de abordagem da dissertação, foram escolhidos apenas os problemas de despacho econômico, nas versões estática e dinâmica. Variações como efeito do ponto de válvula, zonas proibidas de operação, taxas limites de rampa e perdas foram utilizadas para apresentar maiores dificuldades aos métodos de otimização. No total, foram utilizados nove estudos de caso para o levantamento de performance.

Diversas metaheurísticas foram implementadas para a otimização dos problemas, como: algoritmo genético, otimização por enxame de partículas, evolução diferencial, algoritmo de seleção clonal, *big bang - big crunch*, algoritmo de otimização por fogos de artifício, busca incremental baseada em população, adaptação da matriz de covariância - estratégia de evolução e *simulated annealing*.

Para validar estes resultados e verificar a significância de diferença entre os mesmos, foi utilizado o teste estatístico de Wilcoxon, que testa a hipótese nula que dados de duas amostras são amostras independentes de distribuições contínuas idênticas. Os resultados obtidos mostram que o CMA-ES e o DE obtêm os melhores resultados na otimização de problemas do despacho econômico.

O extraordinário desempenho do CMA-ES é facilmente explicado quando se entende o contexto deste método de busca e do espaço de busca do despacho econômico de energia elétrica. A adaptação da matriz de covariância é equivalente a construção de um modelo de segunda ordem da função objetivo, de maneira similar a aproximação da Hessiana inversa pelo método Quasi-Newton. A topologia da função objetivo do despacho econômico de energia elétrica é tipicamente multimodal, não-separável e não-ruidosa. A equação de balanço de potência cria uma característica linear na função objetivo, enquanto as funções de custo de segunda ordem das unidades geradoras acrescentam uma característica convexa. Estas condições são adequadamente exploradas pelo CMA-ES,

levando ao seu bom desempenho para esta classe de problema de otimização.

Dois pequenos experimentos foram adicionados a dissertação. O primeiro, testando a hipótese de que otimizando a escolha do gerador de folga para atingir o balanço de potência poderia produzir melhores resultados que utilizando uma escolha fixa do gerador de folga. A escolha fixa do gerador de folga pode deslocar uma boa solução para um ponto pior no espaço de busca, enquanto a escolha variável busca encontrar o gerador que atinja o balanço de potência enquanto mantém uma boa solução em um ponto bom no espaço de busca. Este experimento mostrou bons resultados na utilização de um gerador de folga variável para problemas de maior dimensionalidade.

Entretanto, deve ser observado que em certas situações, especialmente quando a dimensão do problema é baixa, *i.e.*, problemas com poucos geradores, a escolha ótima do gerador de folga será igual a escolha fixa do gerador com maior capacidade de geração. Nestas situações, a otimização do gerador de folga pode denegrir o processo de busca. Entretanto, para problemas de maior dimensionalidade, a otimização do gerador de folga aparenta beneficiar o processo de busca.

No segundo experimento buscou-se acelerar o processamento da função objetivo do despacho econômico, implementando uma formulação que explorasse a GPU ao contrário da abordagem tradicional da CPU, atingindo excelentes resultados de ganho de tempo computacional entre a GPU e a CPU com um núcleo de quase 800 vezes.

## Referências Bibliográficas

- 1 ZHU, J. *Optimization of Power System Operation*. New York, USA: John Wiley & Sons, 2009. (IEEE Press Series on Power Engineering). Disponível em: <<http://books.google.com/books?id=JRSYPvQWUNAC>>.
- 2 HAPP, H. H. Optimal power dispatch - a comprehensive survey. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-96, n. 3, p. 841–854, May 1977.
- 3 CARPENTIER, J. Contribution a l'estude du dispatching economique. *Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens*, v. 3, n. 1, p. 431–447, 1962.
- 4 KIRCHMAYER, L. K. *Economic operation of power systems*. New York, USA: John Wiley & Sons, 1958.
- 5 IEEE Working Group. Description and bibliography of major economy-security functions Part II-Bibliography (1959 - 1972). *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100, n. 1, p. 215–223, January 1981.
- 6 IEEE Working Group. Description and bibliography of major economy-security functions Part III-Bibliography (1973 - 1979). *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-100, n. 1, p. 224–235, January 1981.
- 7 MOMOH, J. A.; ADAPA, R.; EL-HAWARY, M. E. A review of selected optimal power flow literature to 1993, parts i and ii. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, p. 96–111, 1999.
- 8 PANDYA, K. S.; JOSHI, S. K. A survey of optimal power flow methods. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, v. 4, n. 5, p. 450–458, June 2008.
- 9 LIN, C.; VIVIANI, G. Hierarchical economic dispatch for piecewise quadratic cost functions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 103, n. 6, p. 1170–1175, 1984.
- 10 DAS, D. B.; PATVARDHAN, C. New multi-objective stochastic search technique for economic load dispatch. *IEEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, v. 145, n. 6, p. 747–752, 1998.
- 11 WARSONO, D. J. K.; ÖZVEREN, C. S. Economic load dispatch for a power system with renewable energy using direct search method. *42nd International Universities Power Engineering Conference*, p. 1228–1233, September 2007.
- 12 WANG, L.; SINGH, C. Multi-objective stochastic power dispatch through a modified particle swarm optimization algorithm. *Special Session on Applications of Swarm Intelligence to Power Systems, Proceedings of IEEE Swarm Intelligence Symposium*, Indianapolis, p. 127–135, May 2006.

- 13 WANG, L.; SINGH, C. Tradeoff between risk and cost in economic dispatch including wind power penetration using particle swarm optimisation. *International Conference on Power System Technology*, 2006.
- 14 ABIDO, M. A. A niched pareto genetic algorithm for multi objectives environmental/economic dispatch. *Electrical power and energy systems*, p. 97–105, 2003.
- 15 ABIDO, M. A.; BAKHASHWAIN, J. M. Optimal var dispatch using a multiobjective evolutionary algorithm. *Electrical Power and Energy systems*, p. 13–20, 2005.
- 16 HOTA, P. K.; DASH, S. K. Multiobjective generation dispatch through a neuro-fuzzy technique. *Electric Power Components and Systems*, v. 32, p. 1191–1206, 2004.
- 17 BHATNAGAR, R.; RAHMEN, S. Dispatch of direct load control for fuel cost minimisation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 1, p. 96–102, 1986.
- 18 DHIFAOU, R.; ABDALLAH, H. H.; TOUMI, B. Le calcul du dispatching économique en sécurité par la méthode de continuation paramétrique. *Séminaire à l'I.N.H*, Boumerdes, Algérie, 1987.
- 19 GUESMI, T. et al. Optimisation multiobjectifs du dispatching économique / environnemental par l'approche npga. *International Congress Renewable Energies and the Environment (CERE)*, Sousse, Tunisie, March 2005.
- 20 MIRANDA, V.; HANG, P. S. Economic dispatch model with fuzzy constraints and attitudes of dispatchers. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 4, p. 2143–2145, November 2005.
- 21 BO, Z.; YI-JIA, C. Multiple objective particle swarm optimisation technique for economic load dispatch. *JZhejiang University SCI 2005*, v. 6, n. 5, p. 420–427, 2005.
- 22 WOOD, W. G. Spinning reserve constrained static and dynamic economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 101, n. 2, p. 381–388, 1982.
- 23 GRANELLI, G. P. et al. Fast and efficient gradient projection algorithm for dynamic generation dispatching. *IEEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*, v. 136, n. 5, p. 295–302, September 1989.
- 24 SOMUAH, C. B.; KHUNAIZI, N. Application of linear programming re-dispatch technique to dynamic generation allocation. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 5, n. 1, p. 20–26, February 1990.
- 25 TRAVERS, D. L.; KAYE, R. J. Dynamic dispatch by constructive dynamic programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 13, n. 2, p. 72–78, 1998.
- 26 QUINTANA, V. H.; TORRES, G. L.; MEDINA-PALOMO, J. Interior-point methods and their applications to power systems: A classification of publications and software codes. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 1, p. 170–176, February 2000.
- 27 GRANVILLE, S. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 1, p. 136–146, February 1994.

- 28 WU, Y.; DEBS, A. S.; MARSTEN, R. E. A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 2, p. 876–883, May 1994.
- 29 CHANDRAM, K.; SUBRAHMANYAM, N.; SYDULU, M. Brent method for dynamic economic dispatch with transmission losses. *In: IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition*, Chicago, IL, USA, 2008.
- 30 WANG, C.; SHAHIDEHPOUR, S. M. Effects of ramp-rate limits on unit commitment and economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3, p. 1341–1349, 1993.
- 31 VICTOIRE, T. A. A.; JEYAKUMAR, A. E. Reserve constraint dynamic dispatch of units with valve-point effects. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, n. 3, p. 1273–1282, August 2005.
- 32 YARE, Y.; VENAYAGAMOORTHY, G. K.; SABER, A. Y. Heuristic algorithms for solving convex and nonconvex economic dispatch. *The 15th International Conference on Intelligent System Applications to Power Systems*, Curitiba, Brazil, November 2009.
- 33 WONG, K.; FUNG, C. Simulated annealing based economic dispatch algorithm. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings C*, v. 140, n. 6, p. 509–515, November 1993.
- 34 FERNANDES J. A. DO NASCIMENTO, J. C. T. E. J. Despacho econômico com perdas e suas variantes utilizando o algoritmo busca harmônica. *Journal of the Brazilian Neural Network Society*, v. 8, n. 1, p. 63–70, 2010.
- 35 WALTERS, D.; SHEBLE, G. Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 3, p. 1325–1332, August 1993.
- 36 SHOULTS, R. R. et al. A dynamic programming based method for developing dispatch curves when incremental heat rate curves are non-monotonically increasing. *IEEE Power Engineering Review*, PER-6, n. 2, p. 25, February 1986.
- 37 ROSS, D.; KIM, S. Dynamic economic dispatch of generation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-99, n. 6, p. 2060–2068, nov. 1980.
- 38 GAING, Z.-L. Particle swarm optimization to solving the economic dispatch considering the generator constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 18, n. 3, p. 1187–1195, August 2003.
- 39 CHEN, P.-H.; CHANG, H.-C. Large-scale economic dispatch by genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 10, n. 4, p. 1919–1926, November 1995.
- 40 JAYABARATHI, T. et al. Evolutionary programming techniques for different kinds of economic dispatch problems. *Electric Power Systems Research*, v. 73, n. 2, p. 169–176, 2005.
- 41 VASEBI, A.; FESANGHARY, M.; BATHAEE, S. M. T. Combined heat and power economic dispatch by harmony search algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 29, n. 10, p. 713–719, December 2007.

- 42 KHORRAM, E.; JABERIPOUR, M. Harmony search algorithm for solving combined heat and power economic dispatch problems. *Energy Conversion and Management*, v. 52, n. 2, p. 1550–1554, 2011.
- 43 FESANGHARY, M.; ARDEHALI, M. A novel meta-heuristic optimization methodology for solving various types of economic dispatch problem. *Energy*, v. 34, n. 6, p. 757–766, 2009.
- 44 COELHO, L. dos S.; BERNERT, D. L. de A.; MARIANI, V. C. Chaotic differential harmony search algorithm applied to power economic dispatch of generators with multiple fuel options. In: *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–5.
- 45 SWARUP, K. S. Ant colony optimization for economic generator scheduling and load dispatch. In: *Proceedings of the 6th WSEAS international conference on Evolutionary computing*. Stevens Point, Wisconsin, USA: World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS), 2005. (EC'05), p. 167–175.
- 46 MUSIRIN, I. et al. Ant colony optimization (aco) technique in economic power dispatch problems. In: WAI, P.-K. A.; HUANG, X.; AO, S.-I. (Ed.). *Trends in Communication Technologies and Engineering Science*. [S.l.]: Springer Netherlands, 2009, (Lecture Notes in Electrical Engineering, v. 33). p. 191–203.
- 47 COELHO, L. dos S.; SOUZA, R. C. T.; MARIANI, V. C. A normative self-organizing migrating algorithm for power economic dispatch of thermal generators with valve-point effects and multiple fuels. In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 5227–5232.
- 48 COELHO, L. dos S.; ALMEIDA, A. D. V. de; MARIANI, V. C. Cultural differential evolution approach to optimize the economic dispatch of electrical energy using thermal generators. In: *IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 1378–1383.
- 49 JERONYMO, D.; COELHO, L. dos S.; BORGES, Y. Clonal selection algorithm applied to economic dispatch optimization of electrical energy. In: NEDJAH, N. et al. (Ed.). *Innovative Computing Methods and Their Applications to Engineering Problems*. [S.l.]: Springer Berlin / Heidelberg, 2011, (Studies in Computational Intelligence, v. 357). p. 73–83.
- 50 SILVA, M. de Athayde Costa e; COELHO, L. dos S. Biogeography-based optimization combined with predator-prey approach applied to economic load dispatch. *Brazilian Symposium on Neural Networks*, IEEE Computer Society, Los Alamitos, CA, USA, v. 0, p. 164–169, 2010.
- 51 COELHO, L. dos S.; MARIANI, V. C. Economic dispatch optimization using hybrid chaotic particle swarm optimizer. In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. [S.l.: s.n.], 2007.
- 52 COELHO, L. dos S.; MARIANI, V. Particle swarm optimization with quasi-newton local search for solving economic dispatch problem. In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 4, p. 3109–3113.

- 53 PARK, J.-B. et al. A particle swarm optimization for economic dispatch with nonsmooth cost functions. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 20, p. 34–42, 2005.
- 54 WANG, C.-R. et al. A modified particle swarm optimization algorithm and its application in optimal power flow problem. In: *Machine Learning and Cybernetics, 2005. Proceedings of 2005 International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 5, p. 2885–2889.
- 55 MAHOR, A.; PRASAD, V.; RANGNEKAR, S. Economic dispatch using particle swarm optimization: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 13, n. 8, p. 2134–2141, October 2009.
- 56 DAS, S.; SUGANTHAN, P. N. *Problem Definitions and Evaluation Criteria for CEC 2011 Competition on Testing Evolutionary Algorithms on Real World Optimization Problems*. [S.l.], December 2010.
- 57 DECKER, G. L.; BROOKS, A. D. Valve point loading of turbines. *Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 77, n. 3, p. 481–484, April 1958.
- 58 DRBAL, L. et al. *Power plant engineering*. [S.l.]: Chapman & Hall, 1996. 400 p.
- 59 BECHERT, T.; KWATNY, H. On the optimal dynamic dispatch of real power. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-91, n. 3, p. 889–898, May 1972.
- 60 KWATNY, H.; BECHERT, T. On the structure of optimal area controls in electric power networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 18, n. 2, p. 167–172, April 1973.
- 61 BECHERT, T.; CHEN, N. Area automatic generation control by multi-pass dynamic programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 96, n. 5, p. 1460–1469, September 1977.
- 62 LEE, F. N.; BREIPOHL, A. M. Reserve constrained economic dispatch with prohibited operating zones. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n. 1, p. 246–254, 1993.
- 63 FAN, J.; MCDONALD, J. A practical approach to real time economic dispatch considering unit's prohibited operating zones. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 9, n. 4, p. 1737–1743, November 1994.
- 64 ORERO, S.; IRVING, M. Economic dispatch of generators with prohibited operating zones: a genetic algorithm approach. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings-*, v. 143, n. 6, p. 529–534, November 1996.
- 65 STADLIN, W. Economic allocation of regulating margin. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-90, n. 4, p. 1776–1781, July 1971.
- 66 EL-HAWARY, M.; CHRISTENSEN, G. *Optimal economic operation of electric power systems*. [S.l.]: Academic Press, 1979. 33–36 p. (Mathematics in science and engineering).
- 67 WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F. *Power generation operation and control*. New York, USA: John Wiley & Sons, 2004.

- 68 GEORGE, E. E. Intrasystem transmission losses. *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the*, v. 62, n. 3, p. 153–158, march 1943.
- 69 KRON, G. Tensorial analysis of integrated transmission systems; part ii. off-nominal turn ratios. *Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 71, n. 1, p. 505–512, January 1952.
- 70 SUN, J. et al. Solving the economic dispatch problem with a modified quantum-behaved particle swarm optimization method. *Energy Conversion and Management*, v. 50, n. 12, p. 2967–2975, 2009.
- 71 COELHO, L. dos S.; MARIANI, V. C. Improved differential evolution algorithms for handling economic dispatch optimization with generator constraints. *Energy Conversion and Management*, v. 48, n. 5, p. 1631–1639, 2007.
- 72 CHATURVEDI, K.; PANDIT, M.; SRIVASTAVA, L. Self-organizing hierarchical particle swarm optimization for nonconvex economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n. 3, p. 1079–1087, August 2008.
- 73 CAGNINA, L. C.; ESQUIVEL, S. C.; COELLO, C. A. C. A fast particle swarm algorithm for solving smooth and non-smooth economic dispatch problems. *Engineering Optimization*, v. 43, n. 5, p. 485–505, 2011.
- 74 LONGO, M. R.; LOURENCO, S. F. Spatial attention and the mental number line: Evidence for characteristic biases and compression. *Neuropsychologia*, v. 45, n. 7, p. 1400–1407, 2007.
- 75 CHUNG, T.; SHAOYUN, G. A recursive lp-based approach for optimal capacitor allocation with cost-benefit consideration. *Electric Power Systems Research*, v. 39, n. 2, p. 129–136, 1996.
- 76 LOBATO, E. et al. An lp-based optimal power flow for transmission losses and generator reactive margins minimization. In: *IEEE Porto Power Tech Proceedings*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 3, p. 5.
- 77 CHEN, S.-D.; CHEN, J.-F. A new algorithm based on the newton-raphson approach for real-time emission dispatch. *Electric Power Systems Research*, v. 40, n. 2, p. 137–141, 1997.
- 78 TONG, X.; LIN, M. Semismooth newton-type algorithms for solving optimal power flow problems. In: *Transmission and Distribution Conference and Exhibition: Asia and Pacific, 2005 IEEE/PES*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 1–7.
- 79 ZHU, J.; MOMOH, J. A. Multi-area power systems economic dispatch using nonlinear convex network flow programming. *Electric Power Systems Research*, v. 59, n. 1, p. 13–20, 2001. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779601001316>>.
- 80 MOMOH, J. A generalized quadratic-based model for optimal power flow. In: *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. [S.l.: s.n.], 1989. v. 1, n. 1, p. 261–271.

- 81 GRANELLI, G. P.; MONTAGNA, M. Security-constrained economic dispatch using dual quadratic programming. *Electric Power Systems Research*, v. 56, n. 1, p. 71–80, 2000.
- 82 HAFTKA, R.; GÜRDAL, Z. *Elements of structural optimization*. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1992. (Solid mechanics and its applications).
- 83 KARUSH, W. *Minima of Functions of Several Variables with Inequalities as Side Constraints*. Dissertação (Mestrado) — Department of Mathematics, University of Chicago, Chicago, Illinois, USA, 2003.
- 84 KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. Nonlinear programming. *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium*, Berkeley: University of California Press, p. 481–492, 1951.
- 85 CHATURVEDI, K. T.; PANDIT, M.; SRIVASTAVA, L. Particle swarm optimization with time varying acceleration coefficients for non-convex economic power dispatch. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 31, n. 6, p. 249 – 257, 2009.
- 86 M.A., A. Optimal power flow using particle swarm optimization. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, v. 24, n. 7, p. 563–571, 2002.
- 87 ECKHARDT, R. Stan ulam, john von neumann, and the monte carlo method. *Los Alamos Science*, p. 131–143, 1987.
- 88 ROBBINS, H.; MONRO, S. A stochastic approximation method. *Annals of Mathematical Statistics*, v. 22, n. 3, p. 400–407, 1951.
- 89 Metropolis, N. et al. Equation of state calculations by fast computing machines. *Journal of Chemical Physics*, v. 21, n. 6, p. 1087–1092, June 1953.
- 90 RASTRIGIN, L. The convergence of the random search method in the extremal control of a many-parameter system. *Automation and Remote Control*, v. 24, p. 1337–1342, 1963.
- 91 FOGEL, L. J.; OWENS, A. J.; WALSH, M. J. *Artificial intelligence through simulated evolution*. New York, USA: John Wiley & Sons, 1966.
- 92 HOLLAND, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems*. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975.
- 93 HOLLAND, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications in biology, control and artificial intelligence*. Cambridge, MA: MIT Press, 1992. (Complex adaptive systems).
- 94 HOLLAND, J. H. Genetic algorithms. *Scientific American*, v. 260, n. 9, p. 44–51, 1992.
- 95 MERCER, R.; SAMPSON, J. Adaptive search using a reproductive metaplan. *Kybernetes*, v. 7, p. 215–228, 1978.
- 96 SMITH, S. F. *A learning system based on genetic adaptive algorithms*. Tese (Doutorado) — University of Pittsburgh, Pittsburgh, PA, USA, 1980. AAI8112638.

- 97 KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.; VECCHI, M. Optimization by simulated annealing. *Science*, v. 220, p. 671–680, 1983.
- 98 GLOVER, F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, v. 13, n. 5, p. 533 – 549, 1986.
- 99 FARMER, J. D.; PACKARD, N. H.; PERELSON, A. S. The immune system, adaptation, and machine learning. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 22, n. 1-3, p. 187 – 204, 1986. Proceedings of the Fifth Annual International Conference.
- 100 MOSCATO, P. *On Evolution, Search, Optimization, Genetic Algorithms and Martial Arts - Towards Memetic Algorithms*. [S.l.], 1989.
- 101 BALUJA, S. *Population-Based Incremental Learning: A Method for Integrating Genetic Search Based Function Optimization and Competitive Learning*. Pittsburgh, PA, 1994.
- 102 KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: *IEEE International Conference on Neural Networks*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 4, p. 1942–1948.
- 103 WOLPERT, D. H. et al. *No Free Lunch Theorems for Search*. [S.l.], 1995.
- 104 MÜHLENBEIN, H.; PAAß, G. From recombination of genes to the estimation of distributions i. binary parameters. In: *Lectures Notes in Computer Science: Parallel Problem Solving from Nature (PPSN IV)*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1996. v. 1411, p. 178–187.
- 105 HANSEN, N. et al. Adapting arbitrary normal mutation distributions in evolution strategies: The covariance matrix adaptation. In: *International Conference on Evolutionary Computation*. Nayoya University, Japan: Morgan Kaufmann, 1996. p. 312–317.
- 106 WOLPERT, D.; MACREADY, W. No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 1, n. 1, p. 67 –82, April 1997.
- 107 STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, Springer Netherlands, v. 11, p. 341–359, 1997.
- 108 CASTRO, L. de; ZUBEN, F. V. Learning and optimization using the clonal selection principle. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, n. 3, p. 239–251, June 2002.
- 109 EROL, O. K.; EKSIN, I. A new optimization method: big bang-big crunch. *Advances in Engineering Software*, Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, UK, v. 37, p. 106–111, February 2006. Disponível em: <<http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1133632.1133638>>.
- 110 TAN, Y.; ZHU, Y. Fireworks algorithm for optimization. *Advances in Swarm Intelligence*, Springer, p. 355–364, 2010.
- 111 GLOVER, F.; LAGUNA, M. *Tabu search*. Kluwer Academic Publishers, 1998. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=mFYt0C5cqtAC>>.

- 112 VOSS, S. Meta-heuristics: The state of the art. In: NAREYEK, A. (Ed.). *Local Search for Planning and Scheduling*. [S.l.]: Springer Berlin / Heidelberg, 2001, (Lecture Notes in Computer Science, v. 2148). p. 1–23.
- 113 SCHAFFER, C. A conservation law for generalization performance. In: *Proceedings of the Eleventh International Conference on Machine Learning*. [S.l.]: Morgan Kaufmann, 1994. p. 259–265.
- 114 EBERHART, R. C.; SHI, Y.; KENNEDY, J. *Swarm Intelligence (The Morgan Kaufmann Series in Evolutionary Computation)*. 1st. ed. [S.l.]: Morgan Kaufmann, 2001. Hardcover.
- 115 KENNEDY, J. The particle swarm: social adaptation of knowledge. In: *IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. [S.l.: s.n.], 1997. p. 303–308.
- 116 ANGELINE, P. Evolutionary optimization versus particle swarm optimization: Philosophy and performance differences. In: PORTO, V. et al. (Ed.). *Evolutionary Programming VII*. Springer Berlin / Heidelberg, 1998, (Lecture Notes in Computer Science, v. 1447). p. 601–610. 10.1007/BFb0040811. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BFb0040811>>.
- 117 CLERC, M.; KENNEDY, J. The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 6, n. 1, p. 58–73, 2002.
- 118 SHI, Y.; EBERHART, R. C. Parameter selection in particle swarm optimization. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Evolutionary Programming VII*. London, UK: Springer-Verlag, 1998. (EP '98), p. 591–600.
- 119 SHI, Y.; EBERHART, R. Empirical study of particle swarm optimization. In: *Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on*. [S.l.: s.n.], 1999. v. 3, p. 3 vol. (xxxvii+2348).
- 120 COMPARING inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization, v. 1. 84–88 p.
- 121 THE particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information Processing Letters*, v. 85, n. 6, p. 317–325, 2003.
- 122 STORN, R. On the usage of differential evolution for function optimization. In: *in NAFIPS'96*. [S.l.]: IEEE, 1996. p. 519–523.
- 123 PRICE, K. *Differential Evolution: a Practical Approach to Global Optimization*. Berlin: Springer, 2005.
- 124 MALLIPEDDI, R.; SUGANTHAN, P. Differential evolution algorithm with ensemble of parameters and mutation and crossover strategies. In: PANIGRAHI, B. et al. (Ed.). *Swarm, Evolutionary, and Memetic Computing*. [S.l.]: Springer Berlin / Heidelberg, 2010, (Lecture Notes in Computer Science, v. 6466). p. 71–78.
- 125 GÄAMPERLE, R.; MÜLLER, S. D.; KOUMOUTSAKOS, P. A parameter study for differential evolution. In: *WSEAS International Conference on Advances in Intelligent Systems, Fuzzy Systems, Evolutionary Computation*. [S.l.]: Press, 2002. p. 293–298.

- 126 RONKKONEN, J.; KUKKONEN, S.; PRICE, K. Real-parameter optimization with differential evolution. In: *The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 1, p. 506–513.
- 127 BURNET, F. M. *The clonal selection theory of acquired immunity*. Cambridge, MA, USA: Cambridge University Press, 1959.
- 128 CASTRO, L. N.; ZUBEN, F. J. V. The clonal selection algorithm with engineering applications. In: *In Proceedings of GECCO, Workshop on Artificial Immune Systems and Their Applications*. Las Vegas, LA, USA: [s.n.], 2000. p. 36–39.
- 129 CUTELLO, V. et al. Clonal selection algorithms: A comparative case study using effective mutation potentials. In: *In 4th International Conference on Artificial Immune Systems, ICARIS 2005*. Banff, Canada: Springer, LNCS 3627, 2005. p. 230–251.
- 130 HANSEN, N.; OSTERMEIER, A. Completely derandomized self-adaptation in evolution strategies. *Evolutionary Computation*, MIT Press, Cambridge, MA, USA, v. 9, p. 159–195, June 2001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1162/106365601750190398>>.
- 131 IGEL, C.; HANSEN, N.; ROTH, S. Covariance matrix adaptation for multi-objective optimization. *Evolutionary Computation*, MIT Press, Cambridge, MA, USA, v. 15, p. 1–28, March 2007. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1162/evco.2007.15.1.1>>.
- 132 CERNY, V. Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, Springer Netherlands, v. 45, n. 1, p. 41–51, January 1985.
- 133 KAPIO, J.; SOMERSALO, E. *Statistical and computational inverse problems*. [S.l.]: Springer, 2005. (Applied mathematical sciences).
- 134 TALBI, E. *Metaheuristics: from design to implementation*. New York, USA: John Wiley & Sons, 2009. (Wiley Series on Parallel and Distributed Computing). Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=9tatCkOXAJUC>>.
- 135 GARCÍA, S. et al. A study on the use of non-parametric tests for analyzing the evolutionary algorithms' behaviour: a case study on the CEC'2005 special session on real parameter optimization. *Journal of Heuristics*, v. 15, n. 6, p. 617–644, May 2008.
- 136 SHESKIN, D. *Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures*. [S.l.]: CRC Press, 2004. 1193 p.
- 137 GARCÍA, S. et al. A study on the use of non-parametric tests for analyzing the evolutionary algorithms' behaviour: a case study on the cec'2005 special session on real parameter optimization. *Journal of Heuristics*, Kluwer Academic Publishers, Hingham, MA, USA, v. 15, p. 617–644, December 2009.
- 138 GARCÍA, S. et al. A study of statistical techniques and performance measures for genetics-based machine learning: accuracy and interpretability. *Soft Computing*, v. 13, n. 10, p. 959–977, December 2008.
- 139 HOLLANDER, M.; WOLFE, D. A. *Nonparametric Statistical Methods, 2nd Edition*. New York, USA: John Wiley & Sons, 1999. 787 p. (Wiley series in probability and statistics: Texts and references section).

- 140 WILCOXON, F. Individual comparisons by ranking methods. *Biometrics Bulletin*, v. 1, n. 6, p. 80–83, 1945.
- 141 WILD, C. J.; SEBER, G. A. F. *Chance Encounters: A First Course in Data Analysis and Inference*. New York, USA: John Wiley & Sons, 1999. 632 p.
- 142 KOTHARI, D.; NAGRATH, I. *Modern power system analysis*. [S.l.]: Tata McGraw-Hill, 2003. 270 p.
- 143 SINHA, N.; CHAKRABARTI, R.; CHATTOPADHYAY, P. K. Evolutionary programming techniques for economic load dispatch. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 7, n. 1, p. 83–94, 2003.
- 144 NIKNAM, T.; MOJARRAD, H. D.; NAYERIPOUR, M. A new fuzzy adaptive particle swarm optimization for non-smooth economic dispatch. *Energy*, v. 35, n. 4, p. 1764–1778, 2010. Demand Response Resources: the US and International Experience, Demand Response Resources: the US and International Experience.
- 145 NIKNAM, T.; MOJARRAD, H. D.; MEYMAND, H. Z. A novel hybrid particle swarm optimization for economic dispatch with valve-point loading effects. *Energy Conversion and Management*, v. 52, n. 4, p. 1800–1809, 2011.
- 146 CAI, J. et al. Chaotic particle swarm optimization for economic dispatch considering the generator constraints. *Energy Conversion and Management*, v. 48, n. 2, p. 645–653, 2007.
- 147 SU, C.-T.; LIN, C.-T. New approach with a hopfield modeling framework to economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 15, n. 2, p. 541–545, May 2000.
- 148 COELHO, L. dos S.; LEE, C.-S. Solving economic load dispatch problems in power systems using chaotic and gaussian particle swarm optimization approaches. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, v. 30, n. 5, p. 297–307, 2008.
- 149 BHATTACHARYA, A.; CHATTOPADHYAY, P. Solving complex economic load dispatch problems using biogeography-based optimization. *Expert Systems with Applications*, v. 37, n. 5, p. 3605–3615, 2010.
- 150 PANIGRAHI, C. K. et al. Simulated annealing technique for dynamic economic dispatch. *Electric Power Components and Systems*, v. 34, n. 5, p. 577–586, 2006.
- 151 AL-SUMAIT, J. et al. An improved pattern search based algorithm to solve the dynamic economic dispatch problem with valve-point effect. *Energy Conversion and Management*, Elsevier, v. 51, p. 2062–2067, May 2010.
- 152 SIVASUBRAMANI, S.; SWARUP, K. Hybrid soa-sqp algorithm for dynamic economic dispatch with valve-point effects. *Energy*, v. 35, n. 12, p. 5031–5036, 2010. The 3rd International Conference on Sustainable Energy and Environmental Protection, SEEP 2009.

- 153 ATTAVIRIYANUPAP, P. et al. A hybrid ep and sqp for dynamic economic dispatch with nonsmooth fuel cost function. *IEEE Power Engineering Review*, v. 22, n. 4, p. 77, april 2002.
- 154 YUAN, X. et al. A hybrid differential evolution method for dynamic economic dispatch with valve-point effects. *Expert Systems with Applications*, Pergamon Press, Inc., Tarrytown, NY, USA, v. 36, p. 4042–4048, March 2009. Disponível em: <<http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1464526.1465207>>.
- 155 BAKIRTZIS, A.; PETRIDIS, V.; KAZARLIS, S. Genetic algorithm solution to the economic dispatch problem. In: *IEEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution*. [S.l.]: IEEE, 1994. v. 141, n. 4, p. 377–382.
- 156 TIPPAYACHAI, J.; ONGSAKUL, W.; NGAMROO, I. Parallel micro genetic algorithm for constrained economic dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 17, n. 3, p. 790–797, August 2002.
- 157 MONTICELLI, A. et al. Operação ótima de um sistema de potência com restrições de segurança: Uma aplicação de decomposição. *Pesquisa Operacional*, v. 6, n. 2, p. 79–98, 1986.

## APÊNDICE A – Fluxo de Potência Ótimo

Na proposta original desta dissertação, incluía-se o estudo do fluxo de potência ótimo. Ao longo de sua elaboração, a dissertação teve o foco alterado exclusivamente para o despacho econômico de energia elétrica, devido as dimensões do estudo. Este apêndice é o remanescente da introdução ao fluxo de potência ótimo, guardado aqui para a eventualidade de uma expansão sobre este tema.

O fluxo de potência ótimo foi introduzido na literatura por Carpentier em 1962 [3], com o objetivo de encontrar a melhor configuração de um determinado sistema de potência. Como no despacho econômico, o objetivo de minimização é o custo total da geração de energia, porém, devem ser atendidas as restrições de balanço de potência do sistema, conforme:

$$\begin{aligned}
 & \min_{P_{Gi}, Q_{Gi}, V_i, \theta_i} \sum_{i=1}^{N_G} F_{Ci}(P_{Gi}) & (A.1) \\
 \text{sujeito a: } & P_i(V, \theta) = P_{Gi} - P_{Di} & i \in N_B \\
 & Q_i(V, \theta) = Q_{Gi} - Q_{Di} & i \in N_B \\
 & P_{Gi\min} \leq P_{Gi}(V, \theta) \leq P_{Gi\max} & i \in N_G \\
 & Q_{Gi\min} \leq Q_{Gi}(V, \theta) \leq Q_{Gi\max} & i \in N_G \\
 & V_{i\min} \leq V_i \leq V_i & i \in N_B \\
 & \theta_{i\min} \leq \theta_i \leq \theta_{i\max} & i \in N_B,
 \end{aligned}$$

onde  $N_B$  é o número de barras em um sistema,  $Q_D$  é a demanda total de potência reativa de um sistema,  $Q_{Gi\min}$  é o limite inferior de potência de um gerador,  $Q_{Gi\max}$  é o limite superior de potência de um gerador,  $V_{i\min}$  é o limite inferior de magnitude de tensão,  $V_{i\max}$  é o limite superior de magnitude de tensão,  $\theta_{i\min}$  é o limite inferior de fase e  $\theta_{i\max}$  é o limite superior de fase.

Nas equações de balanço de potência, a função  $P_i(V, \theta)$  é a equação de fluxo de potência ativa e  $Q_i(V, \theta)$  é a função de fluxo de potência reativa, dadas por:

$$P_i(V, \theta) = V_i \sum_{j=1}^{N_B} (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (\text{A.2})$$

$$Q_i(V, \theta) = V_i \sum_{j=1}^{N_B} (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) .$$

Podem ser utilizados outros objetivos, como a minimização de perdas no sistema, desvio de tensão nas barras, número de unidades geradoras ativas, número de ações de controle e corte de cargas. Em algumas formulações, devem ser atendidos limites de segurança e operação, além das restrições de balanço de potência. Dependendo da dimensão do problema, as variáveis de controle podem envolver potência ativas e reativas, magnitudes e ângulos de tensões, *tap* de transformadores, transformadores defasadores e chaveamento de transformadores e reatores [1]. Apesar das complexidades de diversas formulações, um dos modelos mais utilizados é o modelo linearizado de Monticelli [157].