

ELIZABETH BRUGNOLO MAZAROTTO

Modelos Matemáticos para Estimar o Volume em Metros
Cúbicos com Casca de Bracatinga (*Mimosa scabrella*,
Benth.) em Diferentes Idades

Dissertação submetida à consideração da
Comissão Examinadora como requisito par-
cial para obtenção do Título de "Mestre em
Ciências — M.Sc.", no Curso de Pós-Gra-
duação em Engenharia Florestal do Setor
de Ciências Agrárias da Universidade Fede-
ral do Paraná.

CURITIBA

1989

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

P A R E C E R

Os membros da Comissão Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado apresentada pela candidata ELIZABETH BRUGNOLO MAZAROTTO, sob o título "AVALIAÇÃO DO POTENCIAL VOLUMÉTRICO DA BRACATINGA (*Mimosa scabrella* Benth) EM DIFERENTES IDADES." para obtenção do grau de Mestre em Ciências Florestais - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná. Área de concentração: MANEJO FLORESTAL, após haver analisado o referido trabalho e arguido a candidata, são de parecer pela "APROVAÇÃO" da Dissertação completando assim os requisitos necessários para receber o grau e o Diploma de Mestre em Ciências Florestais.

Observação:

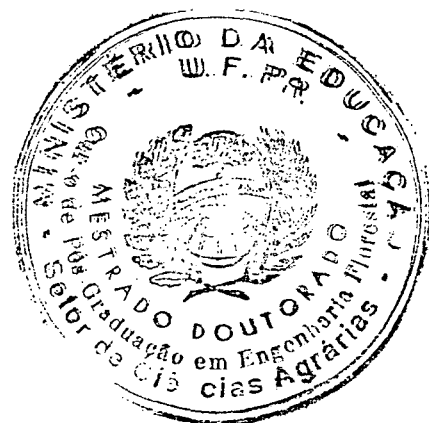
O critério de aprovação da Dissertação e Defesa da mesma a partir de novembro de 1980 é apenas, APROVADA ou NÃO APROVADA.

Curitiba, 23 de fevereiro de 1989

Prof.M.Sc. Yeda Maria Malheiros de Oliveira
Primeiro Examinador

Prof.M.Sc. Nelson Carlos Rosot
Segundo Examinador

Prof.Dr. Flavio Felipe Kirchner
Presidente da Comissão



Aos meus pais,
esposo e filhos

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

A autora deseja manifestar seus agradecimentos ao orientador Prof. Dr. Flávio Felipe Kirchner pelo esforço em orientar este trabalho.

Aos co-orientadores Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado e Prof. Dr. Roberto Tuyoshi Hosokawa.

Ao Eng. Florestal Sérgio Ahrens, M.Sc., pelas orientações iniciais, e em especial ao Prof. Eng. Florestal Nelson Carlos Rosot, M.Sc., que transmite suas experiências com amizade.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, pela concessão de bolsa-auxílio, tornando possível o desenvolvimento da pesquisa.

À colega Ana Angélica Rosa Teresa Barembuem com quem dividiu-se as dificuldades da coleta de dados.

Ao Sr. Constantino Valeski por autorizar a coleta de dados em sua propriedade.

À Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, EMBRAPA, através do Centro Nacional de Pesquisa de Florestas, CNPF, que permitiu a análise dos dados em seu núcleo de processamento de dados.

Finalmente, a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a execução deste trabalho, e principalmente a Deus, pela força e esperança adquiridas que permitiu a conclusão do mesmo.

BIOGRAFIA DA AUTORA

Elizabeth Brugnolo Mazarotto, filha de Hélio Alves Ramos e de Helena Brugnolo Ramos, nasceu em Bom Sucesso, Estado do Paraná, em 15 de julho de 1959.

Em 1979, ingressou no Curso de Engenharia Florestal, da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, graduando-se em dezembro de 1982.

Em 1983, iniciou o curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, do Setor de Ciências Agrárias, da Universidade Federal do Paraná, concluindo os requisitos parciais no primeiro semestre de 1984.

Após, atuou como bolsista pelo período de 15 meses, na Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária - EMBRAPA, com lotação no Centro Nacional de Pesquisas de Florestas, CNPF.

S U M Á R I O

	<u>LISTA DE ILUSTRAÇÕES</u>	viii
	<u>LISTA DE TABELAS</u>	xii
	<u>RESUMO</u>	xiv
1	<u>INTRODUÇÃO</u>	01
1.1	OBJETIVOS	03
2	<u>REVISÃO DE LITERATURA</u>	04
2.1	MÉTODOS DE ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS	04
2.2	DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE ÁRVORES-AMOSTRA	06
2.3	MÉTODOS DE CUBAGEM	06
2.3.1	Método analítico	06
2.3.2	Método gráfico	10
2.4	SELEÇÃO DE ÁRVORES-AMOSTRA	11
2.5	ANÁLISE DE REGRESSÃO	12
2.5.1	Conceito	12
2.5.2	Usos de Análise de Regressão	13
2.5.3	Condicionantes em Análise de Regressão	13
2.6	EQUAÇÕES DE REGRESSÃO	15
2.6.1	Usos de equações de regressão	15
2.6.1.1	Descrição e modelo empírico	15
2.6.1.2	Estimativa e prognose	15
2.6.1.3	Controle	15
2.7	EQUAÇÕES DE VOLUME SÓLIDO	16

2.8	MODELOS MATEMÁTICOS LINEARES E NÃO LINEARES	18
2.9	SELEÇÃO DE VARIÁVEIS INDEPENDENTES	19
2.10	PROCEDIMENTOS DE SELEÇÃO DE EQUAÇÕES	21
2.11	CRITÉRIOS UTILIZADOS PARA A ESCOLHA DE EQUAÇÕES...	24
2.11.1	Índice de Furnival	24
2.11.2	Análise de Resíduos	25
2.12	TESTE DE HOMOGENEIDADE DE VARIÂNCIAS	28
2.13	COMPARAÇÃO DE EQUAÇÕES DE REGRESSÃO	31
2.14	ANÁLISE DE COVARIÂNCIA	32
2.14.1	Principais usos da análise de covariância	32
3	<u>MATERIAL E MÉTODOS</u>	33
3.1	MATERIAL	33
3.1.1	Condução dos povoamentos	33
3.2	MÉTODOS	34
3.2.1	Amostragem	34
3.2.2	Coleta de dados	35
3.2.2.1	Campo	35
3.2.2.2	Laboratório	37
3.3	PROCEDIMENTOS UTILIZADOS	40
3.3.1	Seleção das Equações	40
4	<u>RESULTADOS E DISCUSSÃO</u>	43
4.1	ANÁLISE DA MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DAP (cm), H_t (m) E V (m^3) DOS DADOS COLETADOS	43
4.2	ESCOLHA DO MELHOR MODELO DE REGRESSÃO PARA CÁLCULO DE VOLUME SÓLIDO (m^3)	48
4.3	COEFICIENTES DE DETERMINAÇÃO (r^2)	50
4.4	ERRO PADRÃO RESIDUAL (S_{yx} % e IF)	50

4.5	ESTATÍSTICA F	51
4.6	ANÁLISE GRÁFICA DE RESÍDUOS	52
4.7	COMPARAÇÃO DE EQUAÇÕES DE REGRESSÃO	71
4.8	TESTE DE HOMOGENEIDADE DE VARIÂNCIAS	79
4.9	ANÁLISE DE COVARIÂNCIA	82
5	<u>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</u>	92
	<u>SUMMARY</u>	95
	<u>ANEXOS</u>	96
	<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	100

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA

1	TENDÊNCIA SEGUIDAS PELOS PONTOS RESIDUAIS QUANDO PLOTADOS EM FUNÇÃO DOS VALORES ESTIMADOS Y_i OU EM FUNÇÃO DE QUALQUER UMA DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES QUE COMPÕEM UM MODELO	29
2	DESENHO ESQUEMÁTICO DAS MEDIDAS EFETUADAS EM UMA ÁRVORE ABATIDA PARA FINS DE CUBAGEM	39
3	DISTRIBUIÇÃO DAS MÉDIAS DE DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (cm) DAS PARCELAS AMOSTRAS EM RELAÇÃO ÀS IDADES (ANOS)	45
4	DISTRIBUIÇÃO DAS MÉDIAS DE ALTURA TOTAL (m) DAS PARCELAS AMOSTRAS EM RELAÇÃO ÀS IDADES (ANOS)	46
5	DISTRIBUIÇÃO DAS MÉDIAS DE VOLUME (m^3) DAS PARCELAS AMOSTRADAS EM RELAÇÃO ÀS IDADES (ANOS)	47
6	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PORCENTAGEM DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 01 ANO	54
7	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 01 ANO	55

FIGURA

8	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 02 ANOS	56
9	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 02 ANOS	57
10	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 03 ANOS	59
11	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 03 ANOS	60
12	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 04 ANOS	61
13	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 04 ANOS	62
14	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 05 ANOS	63
15	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 05 ANOS	64
16	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PORCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 06 ANOS	66
17	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 07 ANOS	67
18	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 07 ANOS	68

FIGURA

19	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PUROS E SIMPLES DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 06 ANOS	69
20	DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 01 ANO DE IDADE	72
21	DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 02 ANOS DE IDADE	73
22	DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 03 ANOS DE IDADE	74
23	DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 03 ANOS DE IDADE	75
24	DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTO COM 05 ANOS DE IDADE	76
25	DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 06 ANOS DE IDADE	77
26	DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTO COM 07 ANOS DE IDADE	78
27	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA O GRUPO 01 (01 E 02 ANOS)...	86
28	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA O GRUPO (01 E 02 ANOS)	87
29	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA AS IDADES DE 03 A 07 ANOS...	89

FIGURA

30	DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA AS IDADES DE 03 A 07 ANOS	90
----	---	----

LISTA DE TABELAS

TABELA

1	CLASSES DE DAP ESTABELECIDAS POR IDADE	36
2	AMPLITUDE DOS DADOS COLETADOS	38
3	ANÁLISE DA MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIACÃO DOS PARÂMETROS DAP (cm), H_t (m) E V (m^3) DOS DADOS COLETADOS EM CADA IDADE RESPECTIVAMENTE	44
4	MODELOS SELECIONADOS ATRAVÉS DO MÉTODO STEPWISE A 95% DE PROBABILIDADE, COM OS RESPECTIVOS VALORES DAS ESTATÍSTICAS	49
5	MODELOS ESCOLHIDOS PARA CADA IDADE COM OS RESPECTIVOS VALORES DAS ESTATÍSTICAS	70
6	TESTE DE HOMOGENEIDADE ENTRE DUAS VARIÂNCIAS	80
7	TESTE DE HOMOGENEIDADE ENTRE VÁRIAS VARIÂNCIAS (TESTE DE BARTLETT)	81
8	QUADRO DE RESULTADOS DA ANÁLISE DE COVARIÂNCIA	83
9	MODELOS SELECIONADOS ATRAVÉS DO MODELO STEPWISE, PARA OS GRUPOS 01 E 02 A 95% DE PROBABILIDADE, COM OS RESPECTIVOS VALORES DAS ESTATÍSTICAS	84

TABELA

10	MODELOS ESCOLHIDOS PARA CADA GRUPO COM OS RESPEC- TIVOS VALORES DAS ESTATÍSTICAS	91
----	---	----

RESUMO

O presente trabalho de pesquisa refere-se à volumetria da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.), espécie nativa da região Sul do Brasil, a qual apresenta alto valor energético. Coletou-se os dados em povoamentos naturais, no município de Quatro Barras, Estado do Paraná. A amostragem englobou as idades de 01 a 07 anos. A amplitude dos dados coletados esteve entre 4,1 e 20,0 cm para diâmetro à altura do peito e 4,7 e 18,0 m para a altura total. Mediu-se um total de 175 árvores. Partiu-se de três modelos matemáticos gerais, sendo um aritmético, um exponencial e um logaritmizado, aos quais aplicou-se o método de regressão stepwise a fim de serem pré-selecionadas as equações volumétricas para cada idade. De acordo com os testes estatísticos, analíticos e gráficos, selecionou-se a melhor equação volumétrica para cada idade. As equações escolhidas para cada idade foram:

. Idade 1, $\text{Ln } V = -14,7843 + 3,24034 \cdot d - 0,310896 \cdot d^2 + 6,97873 \cdot 10^{-3} d^2 h$;

. Idade 2, $\text{Ln } V = -5,6089 + 0,55315 \cdot d - 0,723656 \cdot h + 4,00671 \cdot 10^{-3} d^2 h^2 - 6,99326 \cdot 10^{-5} d^4 h^2$

. Idade 3, $\text{Ln } V = -15,0202 + 2,509821 \cdot \text{Lnd}^2 h - 0,5049371 \cdot \text{Lnd} \cdot \text{Lnh}^2$;

. Idade 4, $\text{Ln } V = -12,7734 + 1,65454 \cdot d - 6,7296 \cdot 10^{-2} d^2 + 3,68967 \cdot 10^{-2} h^2 - 6,70517 \cdot 10^{-3} d h^2 + 3,0575 \cdot 10^{-4} d^2 h^2$;

. Idade 5, $\text{Ln } V = -18,2283 - 0,289711 \cdot \text{Lnh}^2 + 8,54016 \cdot \text{LnLnd}^2 h$;

. Idade 6, $\text{Ln } V = -19,8555 - 0,6022463 \cdot \text{Lnd} h^2 + 10,8865 \cdot \text{LnLnd}^2 h$;

. Idade 7, $\text{Ln } V = -18,0583 + 0,122238 \cdot \text{Lnd}^2 h + 7,26172 \cdot \text{LnLnd}^2 h$.

Com o objetivo de verificar a possibilidade de agrupamento dos dados, procedeu-se ao teste de homogeneidade de variâncias para volume, e o resultado foi significativo a 95% de probabilidade, mesmo após os dados serem transformados. Desta forma, considerando-se os valores de diâmetro à altura do peito (dap) para as diferentes idade, considerou-se dois grupos de dados: grupo 1, idades de 1 e 2 anos e grupo 2, idades de 3 a 7 anos. Para serem comparadas as variâncias do grupo 1, utilizou-se o cálculo da razão F entre duas variâncias. O resultado obtido foi não significativo a 95% de probabilidade. A comparação das variâncias do grupo 2 foi efetuada através da aplicação do teste de Bartlett, considerando-se os dados do volume transformados. O resultado obtido foi não significativo a 95% de probabilidade. Após, aplicou-se o teste de análise de covariância e obteve-se resultado não significativo a 95% de probabilidade. Assim, considerou-se a existência de dois grupos de dados, e ajustou-se modelos matemáticos para cada um deles de acordo com os procedimentos citados anteriormente (para idade). As equações selecionadas para cada grupo foram:

Grupo 1, $\text{Ln } V = -4,44647 - 1,73956 \cdot h - 0,181625 \cdot d^2 + 0,549706 \cdot d h - 2,61814 \cdot 10^{-3} d^2 h^2$

Grupo 2, $\text{Ln } V = -18,682 + 8,01908 \cdot \text{LnLn } d^2 h$.

1 INTRODUÇÃO

A bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) é uma espécie com ocorrência predominantemente na região de ocorrência natural de araucária. De acordo com o estágio de desenvolvimento dos povoamentos de bracatinga, surgem as espécies características que formam as diferentes fases, as quais variam conforme os estágios sucessionais da mata.

A avaliação das características da área de distribuição natural observada para a bracatinga sugere que, a espécie poderá oferecer um melhor comportamento silvicultural quando estabelecida na região com clima Cfb: temperaturas médias anuais entre -3°C e 19°C , ocorrência de geadas e altitudes entre 500 e 1.500 m (ROTTA & OLIVEIRA²⁸).

KLEIN²¹ recomenda que sejam efetuados estudos ecológicos e sobretudo sobre a produção da qualidade e quantidade de metros cúbicos de lenha por hectare/ano, para estabelecer a viabilidade econômica do reflorestamento em grande escala com esta essência.

CAMPOS *et alii*⁷ citam GRAÇA *et alii**, que por sua vez fazem alguns comentários a respeito da madeira e da cultura da bracatinga, os quais são:

- A madeira da bracatinga apresenta propriedades excelentes proporcionando-lhe muitas utilizações, tais como: lenha

* GRAÇA, L.R.; RIBAS, L.C. & BAGGIO, A.J. A rentabilidade econômica da bracatinga no Paraná, 1985. CNPF-EMBRAPA.

e carvão (energia), vigas e escoras (construção civil), torno e serraria (indústria moveleira);

- Na região metropolitana de Curitiba, a cultura da bracatinga é muito difundida e tem grande influência na economia de pequenas e médias propriedades, pois a sua madeira é muito apreciada pelas olarias, panificadoras, construção civil, bem como na secagem de grãos e de erva-mate. Aliado a este mercado consumidor seguro, tem-se como vantagens adicionais, o seu manejo ser muito simples, pouco oneroso e o seu ciclo ser curto e bastante produtivo;

- Os proprietários executam, após o corte raso de um bracatingal, uma queimada e o plantio de culturas agrícolas, geralmente milho e feijão. Quando das capinas nas culturas agrícolas, faz-se alguns desbastes (raleios) para diminuir a densidade do bracatingal. Após a colheita da cultura agrícola a área passa a ser ocupada apenas pela bracatinga, cujo corte deverá ser realizado entre o 5º e 10º ano. Alguns proprietários variam este sistema de produção, eventualmente com a utilização de adubos nas culturas agrícolas e mais frequentemente, com a exploração da apicultura, como tentativas para melhorar a sua fonte de renda. Desta forma, pode-se considerar a bracatinga como um agente fixador do homem no campo. Através das culturas agrícolas, o proprietário obtém receitas nos períodos intermediários entre a exploração das áreas de cultura de bracatinga.

As equações de volume, na atualidade, constituem a forma mais comum para avaliar a produtividade de uma espécie. As equações de volume sólido são utilizadas para a elaboração de tabelas de volume para fins de planejamento e produção flores-

tal e para fins científicos. Com relação à volumetria da bractinga, os estudos realizados até então, podem ser considerados preliminares.

1.1 OBJETIVOS

Com o intuito de contribuir para que fossem alcançados maiores subsídios para a orientação de pesquisa nesta área utilizando-se uma metodologia mais refinada, os objetivos foram:

- a) ajustar modelos matemáticos para idade amostrada, para fins de cálculos de volume em metros cúbicos com casca;
- b) detectar a possibilidade do ajuste de uma única equação para o total dos dados;
- c) ajustar uma equação para cada grupo, caso se verifique a existência de mais de um grupo de dados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 MÉTODOS DE ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS

Segundo HUSCH *et alii*¹⁹, volume é a magnitude tridimensional de um objeto, expresso em unidades cúbicas, o qual é derivado de algumas unidades fundamentais de comprimento. No campo florestal expressa-se mais frequentemente em metros cúbicos (m³).

SPURR³² diz que, devido a impraticabilidade da tomada de medições de árvores individuais na rotina diária do trabalho florestal, surgiu no século passado a utilização dos métodos das estimativas. Dos métodos existentes, o das tabelas de volume foi o mais importante para a época, pelo longo tempo em que vinham sendo aplicadas universalmente, por mais de 150 anos, cabendo o mérito da elaboração da primeira tabela de volume, a Heinrich Cotta em 1817, quando estabeleceu que o volume de uma árvore é dependente dos diâmetros superiores, altura e forma. Quando o volume correto de uma árvore for determinado, é válido para todas as outras árvores de mesmo diâmetro, altura e forma.

CHAPMAN & MEYER⁸ mencionam a existência de vários métodos desenvolvidos para o preparo de tabelas de volume, podendo ser classificados em quatro grupos que são: método gráfico através da elaboração de curvas harmonizadas; cálculos considerando o fator de forma; cálculos através de métodos

estatísticos (método dos mínimos quadrados); cartas de alinhamento. Cada um destes, têm as suas peculiaridades, e a escolha de um deles depende da acuidade desejada, instrumentos disponíveis para cálculos e habilidade técnica do operador.

Para SPURR³², o método adequado deveria ser simples de forma a exigir poucos conhecimentos de matemática, apresentar objetividade, exigir um número reduzido de árvores-amostra, podendo os cálculos serem efetuados rapidamente e permitir que os valores estimados fossem acurados.

Os métodos que demandavam grande número de dados, deixaram de ser utilizados na prática, visto que o aspecto mais custoso da elaboração de tabelas de volume, é a medição de árvores-amostra. Um caso típico é o método das curvas harmonizadas, ao contrário do método dos mínimos quadrados que requer um menor número de dados para uma acuidade aproximada.

CLUTTER *et alii*¹⁰, referindo-se ao desenvolvimento da ciência, mais especificamente da estatística, juntamente com o impulso dado pela ampla utilização das técnicas de processamento de dados, apontam estes fatos como causa do obsoletismo da aproximação gráfica. Como consequência, modelos matemáticos têm sido ajustados, originando equações que estabelecem de forma explícita a relação entre as variáveis dependente e independentes. As estimativas obtidas a partir de tais equações, podem ser apresentadas na forma tabular, o que não é feito nos dias atuais, devido ao uso generalizado dos computadores.

Há que se dizer que, o termo tabela de volume é usualmente definido como função, tabela ou gráfico, que podem ser utilizados para estimar o volume de uma árvore em pé. Entretanto, os pares de dados que são utilizados como entradas nas

tabelas de volume propriamente ditas, são valores inteiros, o que difere das funções normalmente ajustadas, que necessariamente não precisam ser inteiros.

2.2 DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE ÁRVORES-AMOSTRA

SPURR³² diz que, para elaborar tabelas ou proceder às estimativas de volume de árvores através do método gráfico e de nomograma, são necessárias informações acuradas de volume de um certo número de árvores-amostra.

HUSCH *et alii*¹⁹, citam que a determinação do volume de uma árvore ou de partes da mesma, é feita em árvores-amostra, onde são obtidos dados básicos para o desenvolvimento das relações entre as dimensões da árvore e o seu volume. Relações deste tipo são utilizadas para estimar o volume de outras árvores com iguais características.

O uso de fórmulas ou técnicas gráficas para determinar o volume do tronco requer a definição da parte do mesmo, cujo volume deseja-se determinar, e a tomada de medições diamétricas em vários intervalos ao longo desse tronco.

2.3 MÉTODOS DE CUBAGEM

2.3.1 Método analítico

Considerando que a forma dos troncos assemelham-se a forma de certos sólidos geométricos (parabolóides, neilóides, cones), o volume deles pode ser determinado através da aplicação de fórmulas.

As fórmulas de Huber, Smalian e Newton foram desenvolvidas de forma a descrever mais aproximadamente tais semelhanças.

AVERY³, citando as fórmulas de cálculo de volume, faz os seguintes comentários: a fórmula de Huber assume que a área transversal média é encontrada no ponto médio da tora, o que nem sempre é verdadeiro. Os resultados obtidos pela aplicação da fórmula são considerados intermediários em acuidade.

LOETSCH *et alii*²² fazem menção ao fato de que, ao serem utilizados comprimentos relativos das seções, a fórmula de Huber produz erros consideráveis, especialmente na base do tronco. Tais erros podem ser contornados aumentando-se o número de seções medidas.

Para AVERY³, a fórmula de Smalian, embora exija medições em ambas as extremidades da seção da tora, é mais fácil e menos onerosa de ser aplicada, embora seja a menos acurada das três fórmulas para toras da base. A fórmula de Newton necessita que sejam procedidas medições no meio e nas extremidades da seção da tora a qual se quer determinar o volume. Embora seja tida como a mais acurada das três, apresenta o inconveniente de que o custo incorrido na sua aplicação limita o seu uso na prática.

YOUNG & CARPENTER*, citados por HUSCH *et alii*¹⁹, desenvolveram estudo que consistiu na determinação do volume de toras através da aplicação da fórmula de Newton, Smalian e Huber, e comparação aos valores determinados por deslocamento líquido. Os erros percentuais médios obtidos foram de aproximadamente 0% para a fórmula de Newton, 9% para a fórmula de Smalian

* YOUNG, H.E. & CARPENTER, P.M. Errors in volume determination of primary forest products. School of Forestry. University of Maine, 1967. (mimeografado)

e 3,5% a menos para a fórmula de Huber. Para seções de até 1,2 m de comprimento os erros foram insignificantes para as três fórmulas.

HUSCH *et alii*¹⁹ citam MILLER*, que desenvolveu estudo semelhante, onde os volumes calculados através das fórmulas foram comparados aos volumes obtidos através de técnicas gráficas. Os resultados demonstraram que os erros percentuais médios foram de 2% a mais para a fórmula de Newton, 12% a mais para a fórmula de Smalian e 5% a menos para a fórmula de Huber.

Quando o erro admitido pelo estudo for pequeno, a fórmula de Smalian não deve ser aplicada, a menos que seja possível seccionar o tronco em partes de até 1,20 m de comprimento.

LOETSCH *et alii*²² referem-se à vantagem do seccionamento do tronco em seções de comprimentos relativos iguais, em relação à seções de comprimentos absolutos, por poderem ser comparados troncos de comprimentos distintos. Eles afirmam que pode ser obtida uma maior acuidade nos volumes calculados através da utilização de seções de comprimentos relativos.

As fórmulas padrões de cubagem elaboradas com base em sólidos geométricos de revolução são as seguintes:

sólido	fórmula
cilindro	$v = g_o \cdot h$
parabolóide	$v = 1/2 \cdot g_o \cdot h$
cone	$v = 1/3 \cdot g_o \cdot h$
neilóide	$v = 1/4 \cdot g_o \cdot h$
tronco de cone	$v = h/3 (g_o + \sqrt{g_o \cdot g_u} + g_u)$
tronco de neilóide	$v = h/4 (g_o + \sqrt[3]{g_o^2 \cdot g_u} + \sqrt[3]{g_o \cdot g_u^2} + g_u)$

* MILLER, C.I. Comparison of Newton's Smalian's and Huber's formulas. Dept. of Forestry and Conservation, Purdue University, 1959. (mimeografado).

onde:

v = volume;

$g_o = \pi d_o^2/4$ = área transversal da base;

$g_u = \pi d_u^2/4$ = área transversal do topo;

h = altura.

Segundo AVERY³, as fórmulas mais utilizadas para a determinação dos volumes individuais de uma árvore são as fórmulas de Huber, Smalian e Newton.

- Fórmula de Smalian

$$v = \frac{g_o + g_u}{2} \cdot L$$

- Fórmula de Huber

$$v = g/2 \cdot L$$

- Fórmula de Newton

$$v = 1/3(g_o + 4g/2 + g_u) \cdot L$$

onde:

v = volume;

g_o, g_u = áreas transversais nos extremos inferiores e superiores respectivamente;

$g/2$ = área transversal na metade do tronco;

L = comprimento do tronco.

LOESTCH *et alii*²² recomendam o método de Hohenadl para o cálculo de volume de árvores individuais. O método consiste em dividir o tronco em seções de comprimentos relativos iguais, medindo-se os diâmetros em 0,9, 0,7, ..., 0,1 da altura total. Tomando-se as razões desses diâmetros em relação

ao diâmetro a 0,1 h, obtêm-se as classes de forma verdadeiras ou naturais.

2.3.2 Método gráfico

Outra alternativa utilizada para o cálculo do volume do tronco de árvores é a aplicação do método gráfico.

Para SPURR³², o cálculo do volume por aproximação gráfica apresenta vantagens em relação às fórmulas conhecidas. É mais flexível, podendo ser aplicado a todos os tipos de forma de tronco. O método reduz os cálculos matemáticos envolvidos, podendo-se tomar qualquer número de medições a intervalos desejados, sem complicar as operações de cálculo do volume da árvore.

O método gráfico foi desenvolvido por REINEKE*, onde o volume foi determinado após a plotagem dos pontos e definição do perfil, através da planimetria da área sob a curva.

Para SILVA²⁹, trata-se de um método delicado e moroso, devido à necessidade do cálculo de áreas através do uso de planímetro, podendo-se incorrer em erros de leitura, caso não sejam tomados os devidos cuidados. A acuidade do método é comparável à acuidade do método analítico, não havendo diferença significativa entre os valores resultantes da aplicação das fórmulas já mencionadas.

Considerando as facilidades disponíveis pelo uso da computação eletrônica, maior ênfase foi dado à utilização de fórmulas no cálculo de volume, o que se comprova pelo grande número de equações ajustadas em trabalhos existentes na literatura.

* REINEKE, L.H. The determination of tree volume by planimeter. Journal of Forestry, 24: 183-189, 1926.

2.4 SELEÇÃO DE ÁRVORES-AMOSTRA

LOETSCH *et alii*²², recomendam que antes de ser elaborada uma equação de volume, para uma espécie ou grupo de espécies, sejam procedidas investigações com o objetivo de detectar a existência de equações já ajustadas para a região em questão, se são tendenciosas e se apresentam uma boa acuidade. Frequentemente, equações e tabelas de volume derivadas de dados coletados em uma pequena área, são extrapoladas para uma área maior do que aquela onde foram coletados os dados. Em muitos casos tal fato pode acarretar tendenciosidades.

Uma das fases que compõem a derivação de equações de volume, trata da seleção de um número suficiente de árvores-amostra representativas.

AVERY*, citado por LOETSCH *et alii*²², refere-se ao fato de que eventualmente os dados utilizados no ajuste de equações de volume, são coletados por ocasião de cortes intermediários ou finais, e raramente representam de forma típica as árvores que compõem o povoamento. Elas representam uma população "diferente", cujas características não desejáveis levaram-nas a serem exploradas.

SPURR³² sugeriu a divisão do povoamento em classes diamétricas, onde um igual número de árvores-amostra deveria ser medido em cada classe. Cita também o método de hartig, que se baseia na divisão do povoamento em classes de áreas basais iguais. Já no método de Draudt, o número de árvores-amostra coletado em cada classe diamétrica não é fixo,

* AVERY, T.E. Forest mensuration. New York, St.Louis, 1967. 290 p.

mas sim proporcional ao número de árvores pertencentes àquela classe.

CAILLIEZ⁶ recomenda a estratificação do povoamento em classes de idade, e a tomada do mesmo número de árvore-amostra em cada classe de área basal.

HUSCH *et alii*¹⁹ ratificam os conceitos anteriores e dizem haver tendência crescente em se tomar medições sobre uma amostra representativa do povoamento.

Segundo LOETSCH *et alii*²² não há uma resposta simples do número total de árvores-amostra em pé ou abatidas, que devem ser mensuradas para o ajuste de uma equação de volume. De 50 a 100 árvores podem ser suficiente para o ajuste de uma função de volume válida para um local e para uma espécie específica, desde que elas sejam coletadas em classes de diâmetro e altura. Para uma função ou tabela de volume que teria validade para uma grande área, algumas centenas ou milhares de árvores-amostra são requeridas, as quais devem cobrir todos os sítios e classes de idade. Para tipos ecológicos diferentes deveriam ser desenvolvidas equações de volume em separado.

2.5 ANÁLISE DE REGRESSÃO

2.5.1 Conceito

Análise de regressão é definida por NETER & WASSERMAN²² como sendo uma forma de estatística a qual utiliza a relação entre duas ou mais variáveis, sendo que apenas uma pode ser descrita ou estimada por outra ou outras.

SNEDECOR³¹ cita GALTON como sendo quem originou a regressão. O mesmo baseou-se em estudos feitos sobre a herança expressa acerca da "lei da regressão universal", onde cada característica num homem é compartilhada por seus parentes, mas em menor grau.

2.5.2 Usos de Análise de Regressão

Segundo FREESE¹³ as aplicações mais comuns dos métodos de regressão tem os seguintes objetivos:

- a) encontrar uma função matemática que possa ser utilizada para descrever a relação entre a variável dependente e uma ou mais variáveis independentes;
- b) testar algumas hipóteses a respeito da relação entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis independentes. Os testes de F ou t relacionados com os coeficientes de regressão, são os que podem ser utilizados.

2.5.3 Condicionantes em análise de Regressão (FREESE¹³)

- a) Os dados devem ser oriundos de uma população onde a variância é homogênea. Isto é, a variância dos valores de Y ao redor da superfície de regressão deve ser a mesma em todos os pontos (para todas as combinações dos valores de X). Se a variância não é homogênea, o mais conveniente seria utilizar procedimentos de ponderação;
- b) os desvios das unidades amostrais (e_i) dos valores de Y da superfície de regressão devem ser independentes. Isto é, a amplitude e a direção (+ ou -) do erro para

uma unidade não deveria ter nenhuma relação com a amplitude e direção do erro para algumas das outras unidades de amostras, além do fato de pertencerem à mesma população. Pode-se assumir independência dos erros quando as unidades amostrais forem selecionadas aleatoriamente. Os erros podem não ser independentes onde uma série de observações é feita sobre uma única unidade de amostra;

- c) é necessário que os valores de X sejam medidos sem erros.

A técnica de regressão baseia-se no método dos mínimos quadrados, onde a variável dependente, volume, é estimada a partir de outras variáveis independentes, que são resultantes da combinação dos parâmetros diâmetro e altura, que caracterizam a configuração da árvore.

O volume expresso em função de $d, h, \dots, d^2h, \dots, \text{etc.}$

$$V = f(d, h, \dots, d^2h, \dots \text{etc})$$

Terão seus desvios mínimos se:

$$\frac{(V - f(d, h, \dots, d^2h, \dots \text{etc}))}{d, h, \dots, d^2h, \dots \text{etc}}$$
, for a menor possível.

Obtidos os ajustes através da solução das equações normais, são submetidos a testes estatísticos para a sua seleção, e escolha daquele que efetivamente irá exprimir o volume em m^3 .

2.6 EQUAÇÕES DE REGRESSÃO

2.6.1 Usos de equações de regressão

2.6.1.1 Descrição e modelo empírico - Uma equação de regressão, segundo CHARTTERJEE & PRICE⁹ pode ser usada para descrever um dado processo ou como um modelo para um sistema de interações complexo. O propósito das interações deve ser puramente descritivo, para tornar mais clara a natureza do processo. Para estes fins, existem dois requisitos básicos:

- a) explicar a variação tanto quanto possível, o que frequentemente leva à inclusão de grande número de variáveis;
- b) aderir ao princípio da economia, o qual sugere para facilitar o entendimento do processo descrito, utilizar tão poucas variáveis o quanto possível. Em situações onde a descrição é o principal objetivo, sugere-se escolher o menor número de variáveis quanto possível, as quais explicam a parte mais substancial da variação na variável dependente.

2.6.1.2 Estimativa e prognose - Para CHARTTERJEE & PRICE⁹, através de uma equação pode-se prognosticar o valor futuro de uma observação ou estimar a resposta média correspondente para uma dada observação.

2.6.1.3 Controle - CHARTTERJEE & PRICE⁹ dizem que para atender este propósito, a equação é elaborada com o objetivo de determinar a magnitude pela qual o valor de uma variável independente deve ser alterado, para se obter um valor específico de uma variável resposta. Neste caso, é desejável que os coeficientes da equação

de regressão sejam calculados corretamente, isto é, que os erros padrões dos coeficientes sejam pequenos.

2.7 EQUAÇÕES DE VOLUME SÓLIDO

As equações volumétricas são modelos matemáticos que explicam o comportamento da variável dependente, volume, a partir de outros parâmetros, DAP e H, que distribuídos nos eixos cartesianos dão a tendência da curva, que pode ser linear, polinomial e exponencial.

1. $V = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 + b_3 dh + b_4 d^2 h + b_5 h \dots \dots$ Meyer
2. $V = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 + b_3 dh + b_4 d^2 h \dots \dots \dots$ Meyer
3. $V = b_0 + b_1 d^2 + b_2 d^2 h + b_3 dh^2 + b_4 h^2 \dots$ (Näslund) modific.
4. $V = b_0 + b_1 d^2 + b_2 d^2 h + b_3 h \dots \dots \dots$ Stoate
5. $V = d^2 (b_0 + b_1 h) \dots \dots \dots$ Ogaya
6. $V = b_0 + b_1 d^2 h \dots \dots \dots$ S.H. Spurr
7. $V = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 \dots \dots \dots$ Hohenadl-Krenn
8. $V = b_0 + b_1 d^2 \dots \dots \dots$ Kopezki-Geharhardt
9. $\log V = b_0 + b_1 \log d + b_2 (\log d)^2 + b_3 \log h + b_4 (\log h)^2 \dots$
\dots \dots \dots Prodan, (B.W.)
10. $\log V = b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h \dots \dots$ Schumacher-Hall
11. $\log V = b_0 + b_1 \log (d^2 h) \dots \dots \dots$ S.H. Spurr
12. $\log V = b_0 + b_1 \log d + b_2 / d \dots \dots \dots$ Brenac
13. $\log V = b_0 + b_1 \log d \dots \dots \dots$ b. Husch (1963)

Para estimar o volume de bracinga, AHRENS¹ testou as funções abaixo relacionadas:

1. $V = b_1 d^2 + b_2 h + b_3 dh^2 + b_4 h^2 \dots \dots \dots$ Näslund (1940)

2. $V = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 + b_3 dh + b_4 d^2 h + b_5 h \dots$ Com-
preensivo de Meyer (1944)
3. $V = b_0 + b_1 d^2 + b_2 d^2 h + b_3 H \dots \dots \dots$ Stoate (1945)
4. $V = b_1 d^2 h \dots \dots \dots$ Modelo do fator de forma cons-
tante Spurr (1952)
5. $V = b_0 + b_1 d^2 h \dots \dots$ Modelo da variável combinada

onde:

V = volume comercial com casca, incluindo o tronco prin-
cipal e porções de galhos até um diâmetro de 4 cm;

d = diâmetro à altura do peito com casca, medido a 1,3 m
do solo;

h = altura da árvore, do solo até o extremo superior da
copa;

$b_0, b_1, \dots b_j$ = coeficientes de regressão.

Destes modelos, o que apresentou melhores ajustes foi
do fator de forma constante:

$$V = 0,3879 d^2 h$$

FUPEF¹⁵ estudou os padrões de produtividade da bracatin-
ga de forma pioneira. Dados foram amostrados nas idades de 1,
4, 5, 6 e 8 anos. Com o objetivo de selecionar uma equação vo-
lumétrica geral, em metros cúbicos por hectare, ajustou as mes-
mas funções testadas por WENDLING³³, e aquela que apresentou
melhores resultados foi:

$$V = 0,000302735 d^2 + 0,000021147 d^2 h$$

CAMPOS *et alii*⁷ considerando dados contínuos no tempo,
desenvolveram estudo semelhante a este e estenderam a amos-
tragem até os 10 anos de idade, com amostras localizadas em
mais de uma propriedade.

2.8 MODELOS MATEMÁTICOS LINEARES E NÃO LINEARES

DRAPER & SMITH¹¹ sugerem três formas básicas de apresentação de modelos matemáticos. São elas:

1. Modelo aritmético

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

2. Modelo multiplicativo

$$Y = \alpha X_1^\beta X_2^\gamma \dots X_k^\omega \varepsilon$$

Tomando-se logarítmos na base e, converte-se o modelo na forma linear.

$$\ln Y = \ln \alpha + \beta \ln X_1 + \gamma \ln X_2 + \dots + \omega \ln X_k + \ln \varepsilon$$

Pode-se tomar logarítmos comuns ou de Briggs.

3. Modelo exponencial

$$Y = e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k}$$

tomando os logarítmos naturais em ambos os lados,

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \ln \varepsilon$$

onde:

X_k são variáveis independentes de primeira ordem;

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ são coeficientes dos modelos a serem determinados através do ajuste.

Pode-se dividir os modelos lineares (lineares nos parâmetros a serem estimados) em dois tipos que são: os lineares e não lineares.

Segundo NETER & WASSERMAN²⁴, a transformação logarítmica tem duas aplicações:

- tornar um modelo multiplicativo;
- quando nenhum modelo curvilíneo em particular é sugerido por teoria, ou em considerações feitas a priori, mas que o diagrama de dispersão dos pontos amostrais sugere a linearização da função de regressão.

Nos três modelos citados, já na forma transformada, a análise dos mínimos quadrados pode ser aplicada, o que implica no uso de técnicas de regressão.

Uma vez estabelecido um modelo gigante, questiona-se a respeito da contribuição de cada variável para o modelo. Esta resposta é obtida através da formulação das hipóteses:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

Tais hipóteses tornam possível o descarte da variável que não contribui significativamente para o modelo.

Considerando para cada coeficiente, o valor de t ou F calculado e comparando-o ao valor tabelar a um determinado nível de probabilidade e graus de liberdade estabelecidos, a variável é incluída ou excluída do modelo, de acordo com a aceitação ou rejeição de uma das hipóteses.

2.9 SELEÇÃO DE VARIÁVEIS INDEPENDENTES

Para CHARTTERJEE & PRICE⁹, em muitas aplicações de análise de regressão, a série de variáveis a ser incluída no modelo de regressão não é pré-determinado, e a primeira parte da análise deve tratar da seleção delas. Esta seleção seria efetuada após a determinação da forma exata sob a qual elas entrariam

no modelo. Após serem selecionadas as variáveis que eventualmente seriam incluídas no modelo, faz-se os testes para se chegar a forma atual da equação.

Segundo os autores, não é interessante falar em uma melhor série de variáveis a ser incluída na equação de regressão. Isto porque, uma equação de regressão pode ser utilizada para diferentes propósitos, sendo que uma série que pode ser melhor para um propósito, pode não ser para outro. O propósito para o qual uma equação de regressão é ajustada, deve sempre ser mantido em mente, pois este determina o critério para selecionar e avaliar as contribuições das diferentes variáveis. Considerando que, não existe uma única série de variáveis, podem existir diferentes sub-séries que são adequadas e que poderiam ser utilizadas na forma de equação e um bom procedimento de seleção apontaria estas diferentes sub-séries.

LOETSCH *et alii*²² citam algumas variáveis que podem fazer parte de um modelo. São elas: d , h , d^2 , h^2 , d^2h , dh^2 , dh , que também podem ser expressas na forma logaritmizada.

CAILLIEZ⁶ cita as variáveis $\sqrt{d^2h}$ e d^4h^2 como alternativas que melhoram os resultados de uma equação de volume.

Para a elaboração de um modelo matemático que expressa o volume sólido de uma árvore, costuma-se considerar os parâmetros d e h . Portanto, a expressão destes parâmetros sob todas as formas possíveis, ou seja, produtos combinados, potências, recíprocas, transformações logarítmicas, são de uso freqüente, o que pode ser observado nos trabalhos disponíveis na literatura.

Analogamente ao estudo desenvolvido por PATON²⁷, ao serem plotados os dados em um diagrama de dispersão, ou seja, representando a função $V(m^3) = f(d, h)$, onde d é o diâmetro e h a altura do peito e h a altura total, pode-se observar que a curva descrita

pelos pontos amostrais tem tendência crescente e que, um aumento nas variáveis independentes acarreta um aumento na variável dependente. O mesmo é válido para as demais formas de combinações das variáveis. Assim, pensa-se que o volume sólido possa se relacionar com estas variáveis, podendo elas serem testadas.

Incluindo todas as variáveis em um só modelo, obtemos um modelo geral que pode ser expresso sob quaisquer das formas citadas por DRAPER & SMITH¹¹.

2.10 PROCEDIMENTOS DE SELEÇÃO DE EQUAÇÕES

Considerando a formulação de modelos matemáticos gerais, diferentes procedimentos para seleção de variáveis são apresentados na literatura.

DRAPER & SMITH¹¹ discutem diferentes procedimentos para seleção de equações. São eles:

- 1 - Todas as possíveis regressões, considerando três critérios: r^2 , S_{yx} e C_p (estatística de Mallows);
- 2 - Considerando sub-conjuntos de equações de todas as possíveis regressões, analisar r^2 , " r^2 " ajustado e C_p ;
- 3 - Procedimentos de regressão backward e forward;
- 4 - Método de regressão stepwise;
- 5 - Algumas variações dos métodos prévios;
- 6 - Regressão ridge;
- 7 - Press;
- 8 - Regressão latent root;
- 9 - Regressão stagewise.

CHARTTTERJEE & PRICE⁹, DRAPER & SMITH¹¹, NETER & WASSERMAN²⁴, OSTLE & MENSING²⁵, entre tantos que apresentam na literatura, fazem diferentes alusões a respeito de cada método, e indicam as vantagens e desvantagens de cada um.

Sendo o método stepwise o mais difundido na literatura, pode-se encontrá-lo em rotinas de pacotes estatísticos, o que facilita a sua utilização. Muito embora seja criticado por uns e indicado por outros, optou-se pela sua utilização.

Para o melhor entendimento deste método, uma descrição detalhada dos passos desenvolvidos é feita.

Segundo NETER & WASSERMAN²⁴, o método de seleção de equações stepwise é provavelmente o mais amplamente utilizado, que não requer a computação de todas as possíveis regressões. O critério para incluir ou eliminar variáveis pode ser estabelecido em termos de soma de quadrados dos resíduos, coeficiente de correlação parcial ou estatística F.

OSTLE & MENSING²⁵, resumem o procedimento da seguinte forma:

Considerando uma série de variáveis independentes tais como: X_1, \dots, X_p , as quais pensa-se que afetam a resposta a ser estimada, então:

Passo 1:

Entre todas as variáveis independentes X_1, \dots, X_p a primeira variável a ser incluída no modelo, é aquela que minimiza a soma de quadrados residuais, e que tem um coeficiente de regressão que é significativo e diferente de zero. Então, X_j é a primeira variável a ser incluída no modelo se,

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_j X_{ij})^2 = \min \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_k X_{ki})^2$$

e a hipótese $H : \beta_j = 0$ é rejeitada.

Passo 2:

Tendo selecionado X_j como a primeira variável independente a ser incluída no modelo, uma segunda variável é selecionada das variáveis remanescentes, tal que a soma dos quadrados residuais para a variável selecionada combinada com X_j seja mínima e o teste de significância parcial do coeficiente da variável selecionada, indica que o coeficiente é diferente de zero. Então X_j' é a segunda variável independente incluída no modelo se,

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_j X_{ji} - b_j' X_{j' i})^2 = \min \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_j X_{ji} - b_k X_{ki})^2$$

$$k = 1, \dots, p$$

$$k \neq j$$

e a hipótese $H : \beta_j$ rejeitada.

Passo 3:

X_j' somente é incluída no modelo, após ser realizado um teste de significância parcial do coeficiente X_j , para testar se X_j deveria ser incluída dado que X_j' já está no modelo. Então, se $\beta_j = 0$ é rejeitada, ambas X_j e X_j' , são incluídas no modelo. Se $H : \beta_j = 0$ não é rejeitada, X_j é eliminada e o passo 2 é seguido com X_j' como a primeira variável independente. De curso, X_j não é considerada neste estágio, mas pode ser considerada mais tarde no procedimento.

O procedimento continua, entre os passos 2 e 3 adicionando (e ocasionalmente eliminando) variáveis até que, nenhuma das variáveis remanescentes, satisfeito o passo 2, sejam incluídos no modelo.

Segundo NETER & WASSERMAN²⁴, a grande vantagem do método stepwise com relação aos demais métodos é que uma va-

riável que entrou em um dos estágios iniciais pode ser abandonada nos estágios mais tardios, se ela não é mais útil em conjunção com outras variáveis adicionadas. Os limites de F para incluir e eliminar uma variável não precisam ser necessariamente os mesmos. Frequentemente, o limite de F para eliminar uma variável é menor do que o limite de F para incluir uma variável. Entretanto, uma limitação do método stepwise, é que ele presume a existência de uma única melhor série de variáveis, e isso nem sempre é verdadeiro. Alguns estatísticos sugerem a aplicação do procedimento de todas as possíveis regressões sobre aquela série que o método stepwise selecionou, podendo ser detectadas outras séries de variáveis independentes que podem ser mais adequadas.

2.11 CRITÉRIOS UTILIZADOS PARA A ESCOLHA DE EQUAÇÕES

2.11.1 Índice de Furnival

Este índice é definido por FURNIVAL¹⁶ da seguinte forma:

$$IF = S \cdot \text{antilog} \left(\left(\sum \log f'(Y)^{-1} / N \right) \right)$$

onde:

S = erro padrão da estimativa;

$f'(Y)^{-1}$ = recíproca da derivada da função de transformação aplicável a variável dependente Y;

N = número de observações.

Quando a transformação aplicada é logarítmica de base decimal, descreve-se o índice de Furnival da seguinte forma:

$$IF = S \cdot \text{antilog} \left((2.30258 \sum \log Y / N) \right)$$

Quando a transformação aplicada é logarítmica de base neperiana, tem-se:

$$IF = S \cdot 100$$

2.11.2 Análise de Resíduos

Para OSTLE & MENSING²⁵, quando se tem em questão um dado modelo de regressão, assume-se que o modelo descreve o valor esperado ou o valor verdadeiro de Y . Também faz-se diferentes suposições a respeito das características do erro ϵ . Assume-se que os erros são variáveis aleatórias identicamente distribuídas com média zero e variância constante. Dada uma série de observações e a equação de regressão \hat{Y} estimada, pode-se examinar algumas dessas suposições, pelo exame dos resíduos $e_i = Y_i - \hat{Y}_i, i=1, \dots, n$, onde Y_i é o valor observado e \hat{Y}_i é o valor correspondente ajustado através da equação de regressão. Se a suposição é verdadeira, deve-se esperar que os e_i 's sejam consistentes com as hipóteses. Outrossim, os e_i 's tenderiam a desviar das tendências consistentes com o modelo.

ALDER² menciona que os propósitos da análise de resíduos são os seguintes:

- a) determinar quando os resíduos da regressão confirmam as suposições do modelo, se estão correlacionados, se estão normalmente distribuídos e se tem variância uniforme;
- b) avaliar a falta de ajuste no modelo por uma tendência sistemática dos resíduos;
- c) examinar visualmente a forma das relações entre os resíduos e possíveis variáveis independentes, todavia não introduzidas no modelo de regressão.

Segundo OSTLE & MENSING²⁵, diferentes formas de plotar resíduos podem ser utilizadas para checar a validade das hipóteses do modelo.

- Plotagem normal

Utiliza-se para examinar a hipótese de erros normais com variância constante, e plota-se os resíduos ordenados sobre papel de probabilidade normal. Os pontos plotados deveriam seguir aproximadamente uma linha reta até a origem com inclinação $1/\sigma_\epsilon$ se a hipótese da normalidade é válida. Desvios sérios de uma linha reta indicam erros não normais e a possível necessidade de transformação. Um valor individual "outlier" deve ser um indicador de uma observação fora da linha que não segue o modelo, e que exerce forte influência nos coeficientes de regressão.

MONTGOMERY²³ cita também para checagem de normalidade, a padronização dos resíduos. Esta padronização é calculada em função de $e_i/\sqrt{MQ\epsilon}$, $i = 1, \dots, \dots, n$.

Segundo PARENTE²⁶, para a padronização dos resíduos procede-se da seguinte forma:

(1) obtém-se a média quadrática dos resíduos através de:

$$MQRes. = (\sum_{i,j} (e_{ij})^2) / g.l.res.,$$

onde:

g.l.res. = graus de liberdade do resíduo;

(2) divide-se o resíduo e_{ij} pela raiz quadrada da média quadrática dos resíduos, obtendo-se a nova variável d_{ij} :

$$d_{ij} = e_{ij} / \sqrt{MQ\text{ res.}}, \text{ que é chamado de resíduo padronizado.}$$

Segundo MONTGOMERY²³, se os erros são detentores de média zero e variância constante, aproximadamente 95% dos resíduos padronizados deveriam se encontrar no intervalo de (-2, +2). Resíduos fora deste intervalo podem indicar a presença de um "outlier", isto é, uma observação que não é típica do restante dos dados.

WINER³⁴ diz que a presença de "outliers" pode ser devida a erros de medição por ocasião da amostragem, ou pode estar relacionada com o registro inadequado de uma observação, por ocasião do processamento dos dados.

- Plotagem dos resíduos contra as variáveis independentes

Esta deveria seguir uma tendência horizontal centrada em zero. Desvios da linha constante podem ser um indicador da não constância da variância, ou talvez uma necessidade de termos de potência mais alta das variáveis independentes.

- Plotagem dos resíduos contra os valores estimados pela equação de regressão \hat{Y}

Deveria seguir uma tendência horizontal centrada em zero. O não seguimento desta tendência pode ser um indicador da variância não constante se a variabilidade dos e_i 's alteram-se, ou um modelo inadequado está sendo utilizado se os e_i 's seguem outra tendência do que uma linha reta constante ao redor de zero.

Segundo DRAPER & SMITH¹¹, na análise gráfica dos resíduos, os pontos residuais plotados assemelham-se a uma das

três formas apresentadas na Figura 1, quer sejam plotados contra os valores estimados de Y_i ou contra qualquer das variáveis independentes.

A forma (1) mostrada na mesma figura, indica variância não constante, o que sugere operar com mínimos quadrados ponderados ou, uma transformação das observações antes de se fazer uma análise de regressão.

Em (2) verifica-se erro na análise; a divisão da equação ajustada é sistemática, resíduos negativos correspondem aos \hat{Y} 's mais baixos, resíduos positivos para os \hat{Y} 's mais altos. O efeito pode ser causado pela omissão errada de um termo β_0 no modelo.

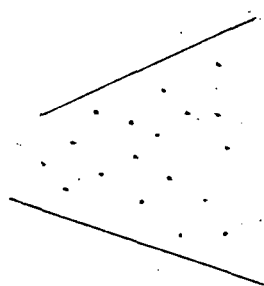
Em (3) tem-se um modelo inadequado. Verifica-se a necessidade de termos extras no modelo (termos quadráticos ou produtos), ou necessidade de transformações das observações de Y_i antes da análise.

2.12 TESTE DE HOMOGENEIDADE DE VARIÂNCIAS

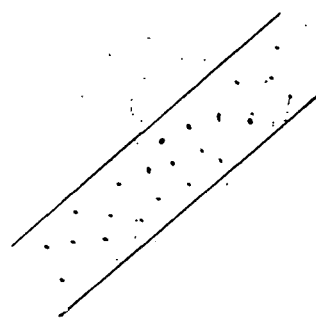
Segundo FREESE¹³, muitos dos testes estatísticos descritos na literatura somente são válidos se a variância é homogênea. O ajuste dependente tem o mesmo grau de variabilidade para todos os níveis de variáveis independentes.

Para NETER & WASSERMAN²⁴, denomina-se heteroscedasticidade quando o erro da variância não é constante para todas as observações. Quando o erro da variância é constante, temos a situação de homoscedasticidade. Quando a heteroscedasticidade prevalece, e as demais condicionantes de regressão são encontradas, os estimadores b_0 e b_1 obtidos pelo procedimento dos mínimos quadrados, ainda não são tendenciosos e consistentes, mas eles não estimam a variância mínima.

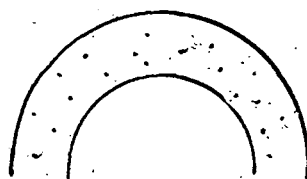
FIGURA 1. TENDÊNCIAS SEGUIDAS PELOS PONTOS RESIDUAIS QUANDO PLOTADOS EM FUNÇÃO DOS VALORES ESTIMADOS \hat{y}_i OU EM FUNÇÃO DE QUALQUER UMA DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES QUE COMPÕEM UM MODELO



(1)



(2)



(3)

Quando se quer comparar duas variáveis, utiliza-se a técnica de distribuição de F. Calcula-se o valor de F através da razão entre as variâncias e compara-se ao valor de F tabelar.

Para a comparação de várias variâncias, segundo CAMPBELL⁵, FREESE¹³, o teste mais utilizado é o teste de Bartlett, que testa a homogeneidade entre variâncias da distribuição de χ^2 .

O teste de Bartlett é definido por:

$$\chi^2 = (\Sigma(n_i - k) \ln \bar{s}^2 - \Sigma(n_i - 1) \ln s_i^2) (\text{logarítmo natural})$$

$$\chi^2 = 2,3026 ((\Sigma(n_i - 1) \log \bar{s}^2 - \Sigma(n_i - 1) \log s_i^2) (\text{logarítmo base 10}))$$

onde:

n_i = número de observações por grupo;

\bar{s}^2 = variância média dos grupos.

Caso após a aplicação do teste seja verificada a heterogeneidade, calcula-se o fator de correção (FC), para corrigir o número de variâncias a serem testadas.

O FC é definido por:

$$FC = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\Sigma \frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{\Sigma(n_i - 1)} \right)$$

onde:

k = número de grupos sendo testados.

Após ser calculado o FC, divide-se o χ^2 pelo FC.

Ao ser aplicado o teste de homogeneidade de variâncias, testa-se duas hipóteses que são:

$$H_0 : s_1 = s_2 = s_3 = \dots = s_n$$

$$H_1 : s_1 \neq s_2 \neq s_3 \neq \dots \neq s_n$$

n = número de grupos incluídos no teste.

Caso seja rejeitada a hipótese da nulidade, pode-se optar pela alternativa de transformação dos dados originais para nova aplicação do teste. A transformação faz com que os dados apresentem uma menor amplitude de dispersão, o que pode ocasionar a aceitação da hipótese da nulidade ao ser aplicado o teste.

Segundo FREESE¹³, as transformações mais comuns são $\log Y$, $\arcsin \sqrt{Y}$ (usada quando Y está em percentagem e segue a distribuição binomial), e \sqrt{Y} (usada freqüentemente se os dados consistem de pequenos números inteiros, ou dados em percentagem, resultantes da contagem sobre um mesmo denominador).

2.13 COMPARAÇÃO DE EQUAÇÕES DE REGRESSÃO

ALDER², SNEDECOR³¹, mencionam a necessidade de decidir quando duas ou mais equações de regressão são tão similares que podem ser representadas por uma só equação. Tal caso aparece, por exemplo, quando se deseja combinar dados de diferentes espécies com hábitos de crescimento similares, ou de diferentes bosques, regiões, tipos de sítio ou procedências.

As regressões a serem comparadas podem ser simples com uma só variável independente ou múltiplas. Para a comparação existem duas técnicas básicas:

- a) Análise de covariância - apropriada para regressões simples, podendo ser aplicada à regressões múltiplas;
- b) provas de significância de variáveis condicionais - técnica mais apropriada para os modelos complexos e interativos, especialmente aqueles que conduzem a modelos múltiplos complexos.

2.14 ANÁLISE DE COVARIÂNCIA

FISHER* citado por BANCROFT⁴ afirma "... a covariância combina as vantagens e harmonizam os requerimentos de regressão e análise de variância".

2.14.1 Principais usos da análise de covariância

- a) Aumentar a precisão em experimentos aleatórios;
- b) remover os efeitos das variáveis no estudo analítico dos dados observados;
- c) prover informação adicional sobre a natureza dos efeitos dos tratamentos;
- d) para ajustar regressões em classificações múltiplas;
- e) analisar dados quando algumas observações são perdidas.

SNEDECOR³¹ diz que a análise de covariância permite testar dentro de um certo limite de precisão se os coeficientes de inclinação (b_1) são paralelos e se os interceptos das equações (b_0) são coincidentes. A significância do resultado do teste é determinada pelo teste F. Caso os valores resultantes de F para b_1 e para b_0 sejam não significativos quando comparados com os valores tabelares, assume-se que as equações não diferem entre si, e que os dados podem ser agrupados para se ajustar uma única equação.

De acordo com OSTLE & MENSING²⁵, as hipóteses fundamentais que são estabelecidas quando é efetuada uma análise de covariância, são similares a aquelas requeridas para regressão linear e análise de variância como: independência, normalidade, homogeneidade de variância, valores de X fixados (medidos sem erros), etc.

* FISHER, R.A. Statistical methods for research workers. Edinburgh, Oliver and Boyd, 1946.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 MATERIAL

Os povoamentos amostrados de bracatinga abrangeram idades de 1 a 7 anos na ocasião da coleta de dados, segundo informação do proprietário e localizavam-se no município de Quatro Barras, PR. Ao se fazer o abate das árvores amostradas, foram feitas observações em discos retirados das mesmas, e observou-se que em corte recente os anéis de crescimento eram visíveis. Tal procedimento permitiu a checagem das informações, que eram verdadeiras, ou seja, a idade dos povoamentos era aproximada àquelas mencionadas anteriormente.

3.1.1 Condução dos povoamentos

Seguindo a prática comum do cultivo da bracatinga, após a queima, o proprietário plantiou milho e feijão. Em época apropriada, efetuou uma capina nas culturas agrícolas e fez um raleamento no bracatingal, que se apresentava altamente denso. Após a retirada das culturas agrícolas, a área foi abandonada com a cultura da bracatinga. O mesmo procedimento de condução foi adotado para todos os povoamentos.

Como nenhum critério técnico foi adotado por ocasião da capina, o raleamento do bracatingal foi efetuado de acordo com o critério do proprietário, resultando daí povoamentos com diferentes densidades para as diferentes idades.

Eventualmente, de acordo com a necessidade do produtor, este pode retirar varas (árvores de pequeno porte) para servirem de estacas à cultura de tomate. Segundo o proprietário, este fato não ocorreu nos povoamentos amostrados e nenhuma outra forma de condução foi dada aos povoamentos. Desta forma, após a retirada da cultura agrícola, as árvores de bracinga desenvolveram-se acompanhadas das espécies nativas de sub-bosque, até serem exploradas por volta do 7º ano de idade.

Por possuir povoamentos com idades entre 01 a 07 anos de idade, foi possível ao proprietário explorar uma área a cada ano, ou postergar a exploração da mesma de acordo com as condições de mercado.

3.2 MÉTODOS

Os mesmos procedimentos que serão descritos a seguir foram utilizados ao serem amostrados os diferentes povoamentos.

3.2.1 Amostragem

Após serem identificados os povoamentos, de acordo com as respectivas idades, procedeu-se a um caminharmento, em torno deles, de forma a obter um croquis aproximado das áreas dos mesmos. Isto possibilitou que fosse planejada a localização das amostras que efetivamente representavam a população. As amostras, foram instaladas com tamanhos tais que, abrangessem a maior variabilidade possível e que não superassem os povoamentos, pelo fato de serem estes de dimensões reduzidas. As amostras foram distribuídas de forma aleatória, e instaladas em diferentes pontos dos povoamentos, considerando a declividade do terreno. Assim, amostras foram instaladas na parte superior, mediana e inferior dos povoamentos,

com as seguintes áreas para cada idade respectivamente:

IDADE (anos)	Nº DE PARCELAS	ÁREA (m ²)	IDADE (anos)	Nº DE PARCELAS	ÁREA (m ²)
1	8	25	5	3	400
2	9	25	6	3	400
3	6	100	7	4	400
4	6	100			

Uma vez instaladas as amostras, fez-se um levantamento dendrométrico, onde foram medidas as circunferências e alturas de todas as árvores que compunham as amostras. Fez-se este levantamento com o objetivo de se conhecer a amplitude de distribuição diamétrica de cada povoamento. De acordo com a variância diamétrica das amostras em cada população, foram estabelecidas as classes de diâmetro (um total de 5) para cada população (idade), de tal forma que toda a variabilidade foi representada nas árvores abatidas dentro destas classes que podem ser observadas na Tabela 1.

3.2.2 Coleta de dados

Basicamente para que fossem obtidos os dados necessários para o estudo, as seguintes fases foram seguidas:

3.2.2.1 Campo

- Levantamento dendrométrico conforme já descrito;
- Abate das árvores de acordo com as classes definidas em função dos desvios, que podem ser observadas na Tabela 1, e cubagem por Smalian (HUSCH *et alii*¹⁸), onde seções de metro em metro foram medidas a partir de 1,30 m, com a

TABELA 1. CLASSES DE DAP ESTABELECIDAS POR IDADE

I_i (anos)	Classes de DAP (cm)									
	DAP $-1,5 s$		DAP médio		DAP $+1,5 s$		DAP $+2,5 s$		DAP $+3,5 s$	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
1	4,06	4,34	4,34	4,62	4,62	4,90	4,90	5,19	5,19	5,47
2	4,00	4,40	4,40	4,79	4,79	5,19	5,19	5,59	5,59	5,98
3	4,08	6,16	6,16	8,25	8,25	10,33	10,33	12,42	12,42	14,51
4	3,84	6,08	6,08	8,31	8,31	10,55	10,55	12,79	12,79	15,03
5	3,69	7,29	7,29	10,89	10,89	14,49	14,49	18,09	18,09	21,69
6	3,40	6,45	6,45	9,51	9,51	12,57	12,57	15,63	15,63	18,68
7	3,98	7,77	7,77	11,57	11,57	15,36	15,36	19,15	19,15	22,95

Legenda:

I_i = idade, $i = 1, \dots, 7$;

DAP = diâmetro à altura do peito;

s = desvio padrão dos dados amostrais;

a = valor mínimo na classe I_i ;

b = valor máximo na classe I_i .

finalidade de obtenção de estimativas mais precisas de volume. Outro fator que influenciou na medição de seções de 1 m, foi o acordo feito com o proprietário onde este seria o traçamento máximo para venda da madeira, dado que as árvores além de cubadas foram pesadas.

Os galhos com diâmetro mínimo com casca de 4 cm (AHRENS¹), foram cubados obedecendo os seguintes critérios:

- a) com tamanho igual ou inferior a um metro, tomou-se a circunferência na base e na extremidade;
- b) com tamanho superior a um metro, foram feitas medições na base, e de metro em metro, até a extremidade.

A Figura 2 ilustra os procedimentos de cubagem utilizados.

3.2.2.2 Laboratório - Determinação do volume individual comercial.

A amplitude dos dados coletados e o número de árvores cubadas em cada idade, podem ser observados na Tabela 2.

De posse dos dados coletados no campo, os mesmos foram gravados em fita cassete no Centro de Computação Professor Altair Pereira Barusso em computador Hp 9830. Após checagem dos dados gravados, procedeu-se ao cálculo do volume individual comercial de cada árvore, utilizando-se o programa desenvolvido para o presente trabalho que pode ser observado no Anexo 2.

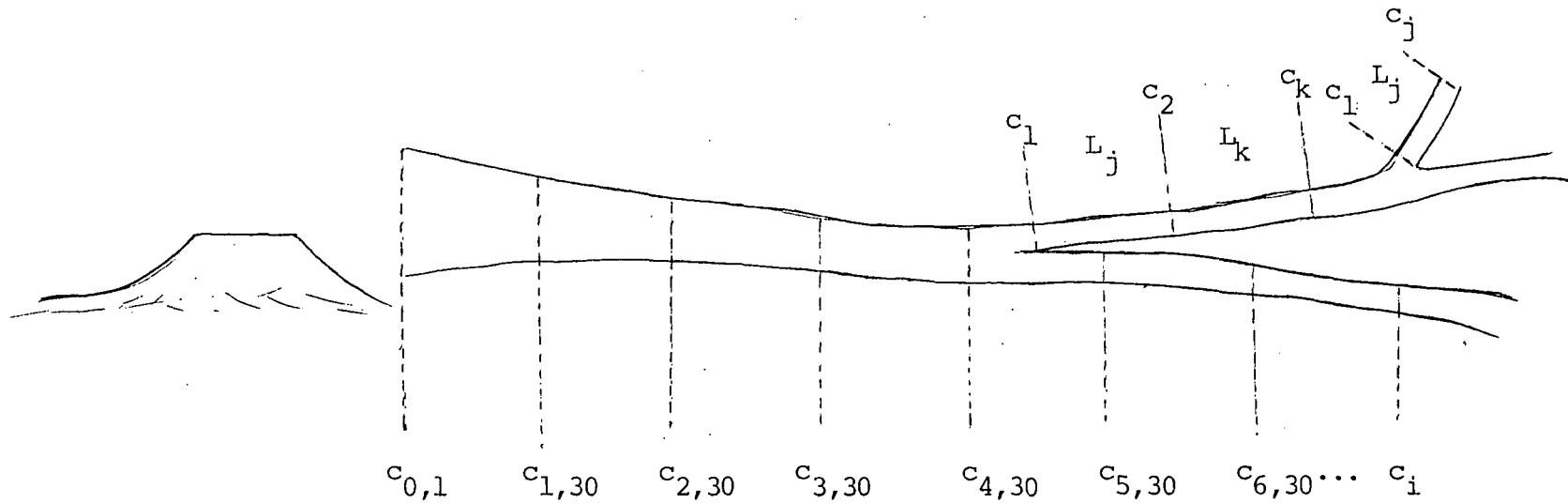
TABELA 2. AMPLITUDE DOS DADOS COLETADOS

I_i (anos)	Nº de árvores abatidas	DAP (cm)		H_t (m)		V (m ³)	
		a	b	a	b	a	b
1	25	4,1	5,4	4,7	7,2	0,00232	0,00782
2	25	4,1	6,0	5,7	8,5	0,00249	0,01035
3	24	4,3	13,4	7,6	14,3	0,00357	0,10863
4	25	4,1	14,6	8,6	15,5	0,00203	0,12950
5	25	4,3	19,6	8,3	17,1	0,00341	0,25520
6	23	4,1	19,1	7,8	16,3	0,00262	0,24430
7	28	4,3	20,0	9,8	18,0	0,00349	0,37912
Total	175						

Legenda:

- I_i = idade, $i = 1, \dots, 7$;
- DAP = diâmetro à altura do peito;
- H_t = altura total;
- a = valor mínimo na idade I_i ;
- b = valor máximo na idade I_i .

FIGURA 2. DESENHO ESQUEMÁTICO DAS MEDIDAS EFETUADAS EM UMA ÁRVORE ABATIDA PARA FINS DE CUBAGEM



Legenda:

- $c_{0,1}$, $c_{1,30}$, ..., c_i = circunferências medidas no tronco principal em intervalos de um metro;
- c_1 , ..., c_k = circunferências medidas em galhos secundários em intervalos de um metro;
- c_1 , ..., c_j = circunferências na base e no topo em galhos com tamanho inferior a um metro;
- L_k = comprimento de um metro;
- L_j = comprimento do galho com tamanho inferior a um metro.

3.3 PROCEDIMENTOS UTILIZADOS

3.3.1 Seleção das Equações

As variáveis integrantes dos modelos matemáticos a serem testados através do método de regressão passo-a-passo (stepwise), foram selecionadas de modelos pré-concebidos, que normalmente são adotados em estudos semelhantes (ver Anexo 1). Tais variáveis foram incluídas em três modelos matemáticos gerais: modelo aritmético, modelo exponencial e modelo logarítmico onde a variável dependente Y, expressa o volume comercial, com casca, em m³, e as variáveis independentes sendo resultantes da combinação entre o DAP (cm) e altura total (m).

Os modelos matemáticos gerais foram elaborados, e após serem aplicados os testes do método de regressão passo-a-passo. São eles:

- Modelo matemático aritmético

$$Y = b_0 + b_1d + b_2h + b_3d^2 + b_4h^2 + b_5dh + b_6d^2h + b_7dh^2 + b_8(dh)^2 + b_9(d^2h)^2$$

- Modelo matemático logarítmico

$$\begin{aligned} \text{Ln}Y = & b_0 + b_1 \ln d + b_2 \ln h + b_3 \ln d^2 + b_4 \ln h^2 + b_5 \ln dh + \\ & + b_6 \ln d^2h + b_7 \ln dh^2 + b_8 \ln d \cdot \ln h + b_9 \ln d^2 \cdot \ln h + \\ & + b_{10} \ln d \cdot \ln h^2 + b_{11} \ln \ln d^2h \end{aligned}$$

- Modelo matemático exponencial

$$\begin{aligned} \text{Ln}Y = & b_0 + b_1d + b_2h + b_3d^2 + b_4h^2 + b_5dh + b_6d^2h + b_7dh^2 + \\ & + b_8(dh)^2 + b_9(d^2h)^2 \end{aligned}$$

A análise dos modelos mencionados foi efetuada através do uso do pacote estatístico denominado de Sistema de Análise Estatística, SAEST, que além de regressão passo-a-passo permite ao usuário obter análises de regressão múltipla, análise de variância, regressão não linear, gráficos, etc. Foi elaborado por técnicos do Departamento de Informática da EMBRAPA¹², escrito em linguagem BASIC. O processamento dos dados foi executado no Núcleo de Processamento e Controle de Dados, NPCD, do Centro Nacional de Pesquisa de Florestas, CNPF, da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, EMBRAPA, situada no município de Colombo-PR.

O programa que seleciona equações através do método de regressão passo-a-passo, permite considerar qualquer nível de probabilidade desejado de entrada e de saída. Para a análise optou-se pelo nível de 95% de probabilidade.

O processamento, análise e resultados foram obtidos da seguinte forma:

- Criação das variáveis dependentes e independentes, num total de 22 variáveis. A listagem das mesmas podem ser observadas no Anexo 3.

- Processamento e seleção de variáveis segundo o método de regressão stepwise. Cada um dos três modelos gerais foi testado separadamente utilizando-se o programa SAEST, e os resultados fornecidos pelo computador foram:

- correlações lineares entre as variáveis independentes e a variável dependente;
- análise de variância da regressão múltipla;
- coeficiente de determinação múltipla;
- coeficiente de variação, desvio padrão e média da variável dependente;

- estimativa dos parâmetros, teste de F, probabilidade de F e erro padrão para cada um dos coeficientes incluídos nos modelos;
- A seleção da melhor equação de regressão para cada idade, obtidas através do método de regressão stepwise, deu-se através de análise dos resultados de:
 - r^2 = coeficiente de determinação múltiplo;
 - S_{yx} = erro padrão da estimativa ($S = \sqrt{MQ \text{ resíduo}}$);
 - $S_{yx} \%$ = erro padrão da estimativa em % ($S_{yx} \% = \frac{\sqrt{MQ \text{ res.}}}{\bar{y}} \times 100$) para as equações aritméticas. Para as equações exponenciais e logarítmicas onde a variável dependente sofre transformações, utilizou-se o índice de Furnival;
- Análise gráfica dos resíduos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 ANÁLISE DA MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DAP (cm), H_t (m) E V (m^3) DOS DADOS COLETADOS

Os resultados calculados dos coeficientes de variação para as idades de 1 e 2 anos listados na Tabela 3, apresentaram valores mais baixos quando comparados com os valores das demais idades. Tais resultados estão relacionados ao fato de que considerou-se árvores com diâmetro à altura do peito (DAP) iguais ou superiores a 4 cm, e fez com que árvores com menores DAP fossem desprezadas por ocasião da coleta de dados por não terem valor comercial, e conseqüente alteração da distribuição da população amostrada.

No que se refere às médias calculadas de DAP, altura total (H_t) e volume (m^3) as quais podem ser observadas nas Figuras 3, 4 e 5, verificou-se para a idade de 3 anos uma média um tanto quanto elevada quando comparada a idade de 2 anos. Tal fato pode estar relacionado com a localização do povoamento em um sítio de melhor qualidade, com o manejo e com a idade exata do povoamento. Com relação à idade de 6 anos, os valores calculados das médias para os mesmos parâmetros listadas na Tabela 3 apresentaram valores mais baixos quando comparados às idades de 5 e 7 anos. As Figuras 3, 4 e 5 demonstram mais claramente tal diferença, que também pode estar relacionada com a qualidade de sítio, com o manejo e com a idade exata do povoamento.

TABELA 3. ANÁLISE DA MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DAP (cm), H_t (m) E $V(m^3)$, DOS DADOS COLETADOS RESPECTIVAMENTE EM CADA IDADE.

I_i (anos)	DAP (cm)		H_t (m)		V (m^3)	
	\bar{x}	c.v. (%)	\bar{x}	c.v. (%)	\bar{x}	c.v. (%)
1	4,78	7,94	6,05	10,61	0,00440	30,07
2	5,01	11,41	7,15	8,79	0,00608	41,70
3	9,35	31,48	12,06	14,41	0,04917	69,14
4	9,50	34,92	12,67	15,06	0,05500	73,00
5	12,65	39,85	13,86	17,48	0,11612	74,81
6	10,88	47,98	12,19	28,53	0,08681	89,07
7	13,07	41,15	14,92	14,83	0,14406	78,58

Legenda:

I_i = idade, $i = 1, \dots, 7$;

DAP= diâmetro à altura do peito;

H_t = altura total;

V = volume individual comercial;

\bar{x} = média;

c.v. (%) = coeficiente de variação em percentagem.

FIGURA 3. DISTRIBUIÇÃO DAS MÉDIAS DE DIÂMETRO À ALTURA DO PEITO (cm) DAS PARCELAS AMOSTRADAS EM RELAÇÃO ÀS IDADES (ANOS)

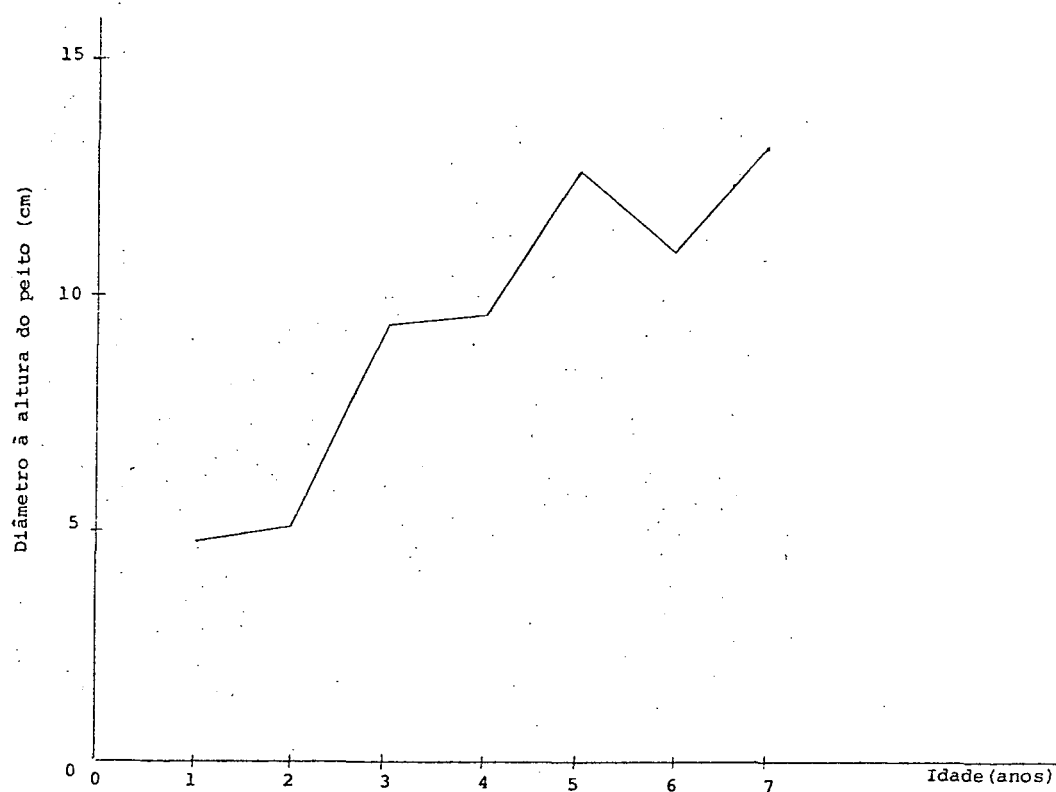


FIGURA 4. DISTRIBUIÇÃO DAS MÉDIAS DE ALTURA TOTAL (m) DAS PARCELAS AMOSTRADAS EM RELAÇÃO ÀS IDADES (ANOS)

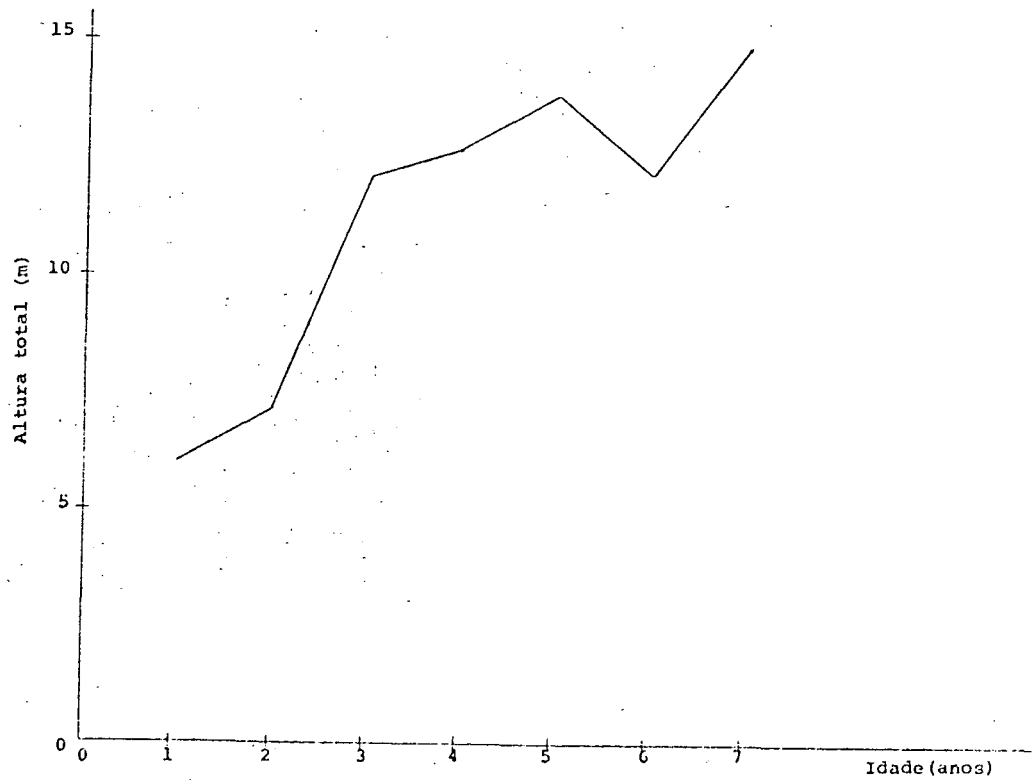
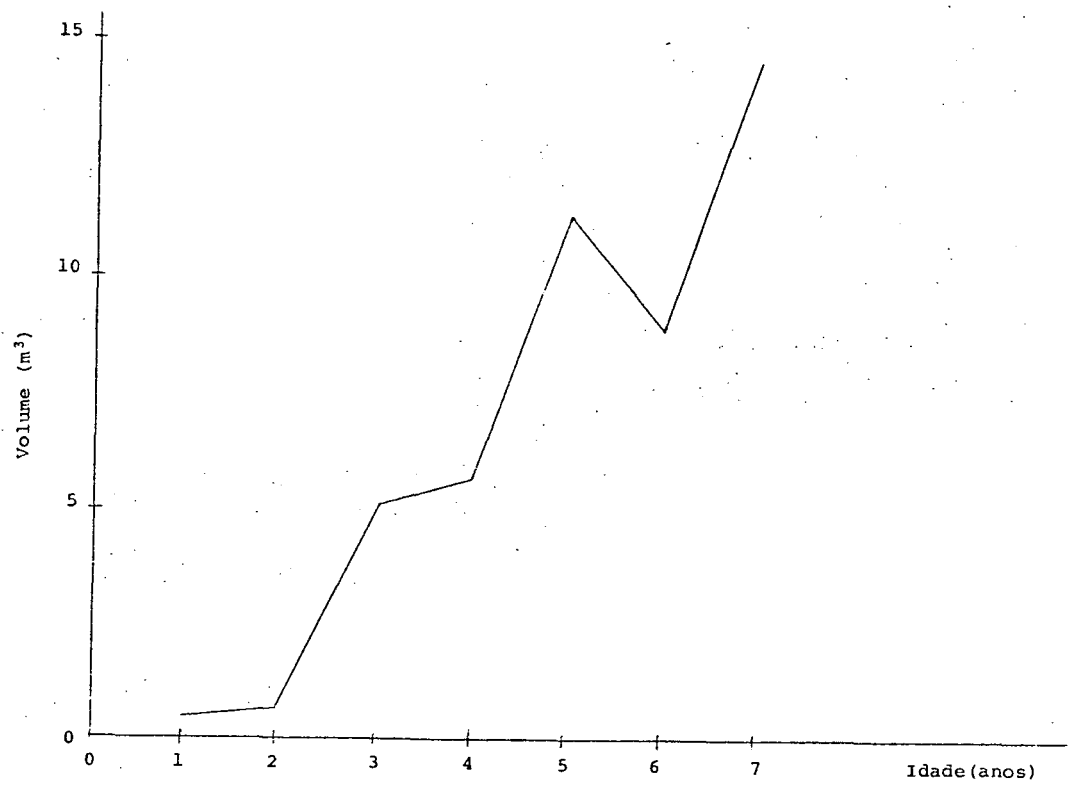


FIGURA 5. DISTRIBUIÇÃO DAS MÉDIAS DE VOLUME (m^3) DAS PARCELAS AMOSTRADAS EM RELAÇÃO ÀS IDADES (ANOS)



4.2 ESCOLHA DO MELHOR MODELO DE REGRESSÃO PARA CÁLCULO DE VOLUME SÓLIDO (m^3)

Os três modelos matemático gerais formulados foram submetidos ao método de regressão passo-a-passo por ocasião do processamento dos dados para cada idade. Tais resultados podem ser observados na Tabela 4.

Juntamente com o ajuste das equações, obteve-se os valores do coeficiente de determinação (r^2), erro padrão da estimativa (S_{yx}), erro padrão da estimativa em % ($S_{yx}\%$) e valores da estatística F, que podem ser observados na Tabela 4. Para os modelos exponenciais e logarítmicos, transformou-se os valores de S_{yx} pelo uso das fórmulas de FURNIVAL¹⁶, o que possibilitou as comparações daqueles modelos com os modelos não logaritmizados.

Conforme já descrito anteriormente, uma equação de regressão deve se possível congrega dois princípios básicos: presença de variáveis altamente correlacionadas com o volume e fáceis de serem mensuradas, e adesão ao princípio da economia, ou seja, as variáveis que irão permanecer no modelo devem ser em um número tal que não onerem os custos de cálculos, quando da sua posterior utilização na prática.

Para a seleção de uma equação, deve-se levar em conta, o maior coeficiente de determinação, o que nos dá uma visão da variabilidade que está sendo explicada pela equação; menor valor do erro padrão da estimativa em percentagem ou erro padrão residual; maior valor da estatística F, que indica uma alta significância nas associações com as variáveis independentes, e análise gráfica dos resíduos como passo imprescindível na seleção de uma equação, pois esta nos dá uma visão ampla das tendências dos valores estimados.

TABELA 4. MODELOS SELECIONADOS ATRAVÉS DO MÉTODO STEPWISE A 95% DE PROBABILIDADE, COM OS RESPECTIVOS VALORES DAS ESTATÍSTICAS

I_i	T_j	Equação	F	r^2	S_{yx}^2
1	V=	$2,01206 \cdot 10^{-3} - 1,17203 \cdot 10^{-4} \cdot h^2 + 7,85921 \cdot 10^{-6} \cdot d^2 h^2$	120,118	0,9161	9,10
1	2 Ln V=	$-14,7843 + 3,24034 \cdot d - 0,310896 \cdot d^2 + 6,97873 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h$	79,371 *	0,9190	9,15 **
3	Ln V=	$-0,82381 + 6,53925 \cdot \text{Ln} d - 5,32293 \cdot \text{Ln} d^2 h + 2,01776 \cdot \text{Ln} d \cdot \text{Ln} h^2$	74,280	0,9139	9,43 **
1	V=	$6,11401 \cdot 10^{-3} + 6,642 \cdot 10^{-4} \cdot h + 1,29717 \cdot 10^{-7} \cdot d^4 h^2$	42,627	0,8737	15,48
2	2 Ln V=	$-5,6089 + 0,55315 \cdot d - 0,723656 \cdot h + 4,00671 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h^2 - 6,99326 \cdot 10^{-5} \cdot d^4 h^2$	217,207 *	0,9775	7,49 **
3	Ln V=	$-11,4211 + 1,93961 \cdot \text{Ln} d^2$	499,231	0,9560	9,77 **
1	V=	$-9,611693 \cdot 10^{-3} + 6,140631 \cdot 10^{-4} \cdot d^2$	443,987	0,9528	15,36
3	2 Ln V=	$-8,351371 + 0,8125987 \cdot d - 2,718374 \cdot 10^{-2} \cdot d^2$	548,579	0,9812	13,85 **
3	Ln V=	$-15,0202 + 2,509821 \cdot \text{Ln} d^2 h - 0,5049371 \cdot \text{Ln} d \cdot \text{Ln} h^2$	776,605 *	0,9867	11,67 **
1	V=	$-1,66027 \cdot 10^{-3} + 4,12943 \cdot 10^{-5} \cdot d^2 h$	2.168,540	0,9895	7,65
4	2 Ln V=	$-12,7734 + 1,65454 \cdot d - 6,7296 \cdot 10^{-2} \cdot d^2 + 3,68967 \cdot 10^{-2} \cdot h^2 - 6,70517 \cdot 10^{-3} \cdot d h^2 + 3,0575 \cdot 10^{-4} \cdot d^2 h^2$	518,130	0,9927	10,76 **
3	Ln V=	$-18,6846 + 7,99213 \cdot \text{Ln} \text{Ln} d^2 h$	2.068,030	0,9890	12,02 **
1	V=	$-1,62285 \cdot 10^{-2} + 6,07629 \cdot 10^{-4} \cdot d^2 + 8,29889 \cdot 10^{-6} \cdot d h^2$	653,532	0,9834	10,05
5	2 Ln V=	$-9,39088 + 0,713896 \cdot d + 0,136653 \cdot h + 1,13115 \cdot 10^{-2} \cdot d^2 - 1,05191 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h - 7,17509 \cdot 10^{-8} \cdot d^4 h^2$	586,398	0,9936	11,02 **
3	Ln V=	$-18,2285 - 0,289711 \cdot \text{Ln} h^2 + 8,54016 \cdot \text{Ln} \text{Ln} d^2 h$	3.712,050 *	0,9970	6,94 **
1	V=	$-7,03789 \cdot 10^{-3} + 5,14141 \cdot 10^{-4} \cdot d^2 - 6,93548 \cdot 10^{-7} \cdot d^2 h^2$	1.005,610	0,9901	9,27
6	2 Ln V=	$-9,70118 + 0,862661 \cdot d - 2,59836 \cdot 10^{-2} \cdot d^2 - 3,81451 \cdot 10^{-5} \cdot d^2 h^2 - 9,63537 \cdot 10^{-8} \cdot d^4 h^2$	739,035	0,9954	12,41 **
3	Ln V=	$-19,8553 - 0,602463 \cdot \text{Ln} d h^2 + 10,8865 \cdot \text{Ln} \text{Ln} d^2 h$	2.896,570 *	0,9966	9,92 **
1	V=	$-1,21243 \cdot 10^{-2} + 6,56877 \cdot 10^{-4} \cdot d^2 - 5,26667 \cdot 10^{-7} \cdot d^2 h^2$	1.175,070	0,9895	8,38
7	2 Ln V=	$-6,43556 + 3,45762 \cdot 10^{-2} \cdot d h - 7,02095 \cdot 10^{-5} \cdot d^2 h^2 - 3,35443 \cdot 10^{-8} \cdot d^4 h^2$	421,666	0,9814	18,08 **
3	Ln V=	$-18,0583 + 0,122238 \cdot \text{Ln} d^2 h + 7,26172 \cdot \text{Ln} \text{Ln} d^2 h$	1.895,220 *	0,9934	10,51 **

Legenda:

I_i = idade, $i = 1, \dots, 7$;

T_j = tipo de modelo selecionado;

$j = 1$: modelo matemático aritmético;

$j = 2$: modelo matemático exponencial;

$j = 3$: modelo matemático logarítmico;

F = valor de F calculado;

r^2 = coeficiente de determinação múltiplo;

Syx(%) = erro padrão da estimativa em percentagem;

** = valor de Syx retransformados através do uso da fórmula de FURNIVAL¹⁶

4.3 COEFICIENTES DE DETERMINAÇÃO. (r^2)

As equações que melhores resultados apresentaram com relação a esta estatística para as idades 1 até 7 foram:

. Idade 1:

$$\text{Ln } V = -14,7843 + 3,24034 d - 0,310896 d^2 + 6,97873 \cdot 10^{-3} d^2 h;$$

. Idade 2:

$$\text{Ln } V = -5,6089 + 0,55315 d - 0,723656 h + 4,00671 \cdot 10^{-3} d^2 h^2 - 6,99326 \cdot 10^{-3} d^4 h^2;$$

. Idade 3:

$$\text{Ln } V = -15,0202 + 2,509821 \text{ Ln } d^2 h - 0,5049371 \text{ Ln } d \text{ Ln } h^2;$$

. Idade 4:

$$\text{Ln } V = -12,7734 + 1,65454 d - 6,7296 \cdot 10^{-2} d^2 + 3,68967 \cdot 10^{-2} h^2 - 6,70517 \cdot 10^{-3} d h^2 + 3,0575 \cdot 10^{-4} d^2 h^2;$$

. Idade 5:

$$\text{Ln } V = -18,2285 - 0,289711 \text{ Ln } h^2 + 8,54016 \text{ Ln } \text{Ln } d^2 h;$$

. Idade 6:

$$\text{Ln } V = -19,8553 - 0,602463 \text{ Ln } d h^2 + 10,8865 \text{ Ln } \text{Ln } d^2 h;$$

. Idade 7:

$$\text{Ln } V = -18,0583 + 0,122238 \text{ Ln } d^2 h + 7,26172 \text{ Ln } \text{Ln } d^2 h.$$

4.4 ERRO PADRÃO RESIDUAL (S_{yx} % e IF)

O erro padrão residual em % explica a variação relativa do modelo ajustado com referência a média em volume. Assim, para a seleção de uma equação os valores mais baixos são os mais desejáveis. Os melhores resultados desta estatística para as

idades de 1 a 7 estão associados os seguintes modelos:

. Idade 1:

$$V = 2,01206 \cdot 10^{-3} - 1,17203 \cdot 10^{-4} h^2 + 7,85921 \cdot 10^{-6} d^2 h^2;$$

. Idade 2:

$$\begin{aligned} \ln V = & -5,6089 + 0,55315 d - 0,723656 h + 4,00671 \cdot 10^{-3} d^2 h^2 - \\ & -6,99326 \cdot 10^{-5} d^4 h^2; \end{aligned}$$

. Idade 3:

$$\ln V = -15,0202 + 2,509821 \ln d^2 h - 0,5049371 \ln d \ln h^2;$$

. Idade 4:

$$V = -1,66027 \cdot 10^{-3} + 4,12943 \cdot 10^{-5} d^2 h;$$

. Idade 5:

$$\ln V = -18,2285 - 0,289711 \ln h^2 + 8,54016 \ln \ln d^2 h;$$

. Idade 6

$$V = -7,03789 \cdot 10^{-3} + 5,14141 \cdot 10^{-4} d^2 - 6,93548 \cdot 10^{-7} d^2 h^2;$$

. Idade 7

$$V = -1,21243 \cdot 10^{-2} + 6,56877 \cdot 10^{-4} d^2 - 5,26667 \cdot 10^{-7} d^2 h^2;$$

4.5 ESTATÍSTICA F

Os valores calculados de F para todas as equações, excederam os valores tabelares ao nível de 95% de probabilidade. As equações que melhores resultados apresentaram foram:

. Idade 1:

$$V = 2,01206 \cdot 10^{-3} - 1,17203 \cdot 10^{-4} h^2 + 7,85921 \cdot 10^{-6} d^2 h^2;$$

. Idade 2:

$$\text{LnV} = -11,4211 + 1,93961 \text{ Ln}d^2;$$

. Idade 3:

$$\text{LnV} = -15,0202 + 2,509821 \text{ Ln}d^2h - 0,50493171 \text{ Ln}d \text{ Ln}h^2;$$

. Idade 4:

$$V = -1,66027 \cdot 10^{-3} + 4,12943 \cdot 10^{-5} d^2h;$$

. Idade 5

$$\text{LnV} = -18,2285 - 0,289711 \text{ Ln} h^2 + 8,54016 \text{ LnLn} d^2h;$$

. Idade 6:

$$\text{LnV} = -19,8553 - 0,602463 \text{ Ln}dh^2 + 10,8865 \text{ LnLn} d^2h;$$

. Idade 7:

$$\text{LnV} = -18,0583 + 0,122238 \text{ Ln}d^2h + 7,26172 \text{ LnLn} d^2h.$$

Muito embora a melhor equação ajustada freqüentemente esteja associada com maiores valores de r^2 , F , e menores valores de S_{yx}^2 , a análise que irá atuar de forma decisiva na escolha de uma equação é a análise de resíduos. Mais especificamente, a análise gráfica de resíduos. Esta nos dá uma visão clara das tendências dos modelos ajustados.

4.6 ANÁLISE GRÁFICA DE RESÍDUOS

As análises gráficas dos resíduos em percentagem e resíduos padronizados, foram efetuadas respectivamente para todas as idades.

Para a idade 01, os resíduos em percentagem e padronizados, das equações pré-selecionadas através do método stepwise

apresentaram-se distribuídos em intervalos aproximados. Entretanto, aquela que melhor satisfaz é a equação exponencial. As Figuras 6 e 7 referem-se à equação selecionada.

Os pontos residuais plotados para esta equação, apresentaram-se distribuídos de forma mais homogênea. Para a seleção desta equação, considerou-se também o fato de que, como já mencionado anteriormente, a tendência dos pontos amostrais descreviam uma curva exponencial.

Para a idade 02, verificou-se algumas diferenças nos resíduos plotados para as três equações pré-selecionadas. Observou-se para a equação exponencial, menores amplitudes de dispersão dos resíduos para qualquer das duas modalidades de plotagem dos pontos residuais e, distribuição mais uniforme dos resíduos em relação às classes de DAP. A equação exponencial também apresentou melhores ajustes com relação às estatísticas r^2 e $Syx\%$. As Figuras 8 e 9 são aquelas correspondentes à equação exponencial.

Para a idade 03, a equação aritmética foi primeiramente descartada por apresentar menores valores das estatísticas F e r^2 , e maior de $Syx(\%)$. Entre as equações exponencial e logarítmica apresentou maiores valores das estatísticas F e r^2 , e menor $Syx(\%)$. As análises dos resíduos em percentagem e padronizados permitiu que se identificasse a equação logarítmica como sendo aquela que apresentou melhores ajustes. Os resíduos em percentagem da equação logarítmica apresentaram-se distribuídos de forma mais uniforme em todas as classes de DAP. Os resíduos padronizados de equação logarítmica apresentaram uma menor amplitude de dispersão em relação ao eixo central, sendo que a maioria deles encontravam-se distribuídos dentro do limite

FIGURA 6. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 01 ANO

$$\ln V = -14,7843 + 3,24034 \cdot d - 0,310896 \cdot d^2 + 6,97873 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h$$

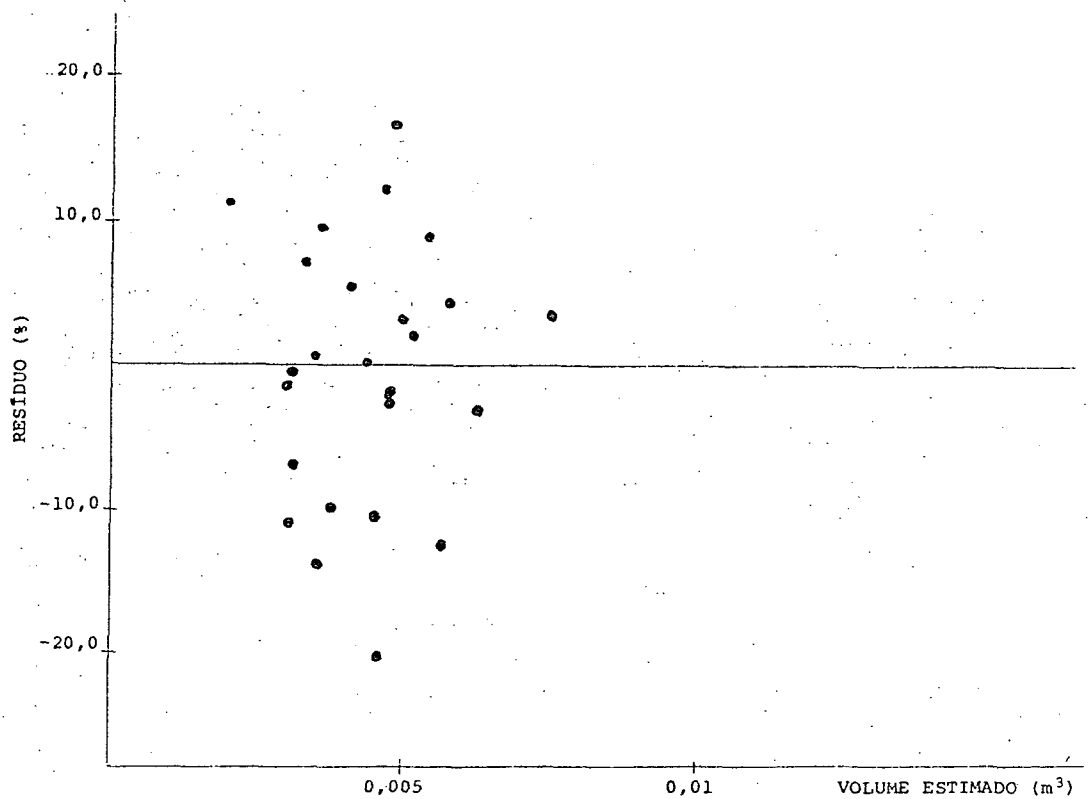


FIGURA 7. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO
EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 01 ANO

$$\ln V = -14,7843 + 3,24034 \cdot d - 0,310896 \cdot d^2 + 6,97873 \cdot 10^{-3}d^2h$$

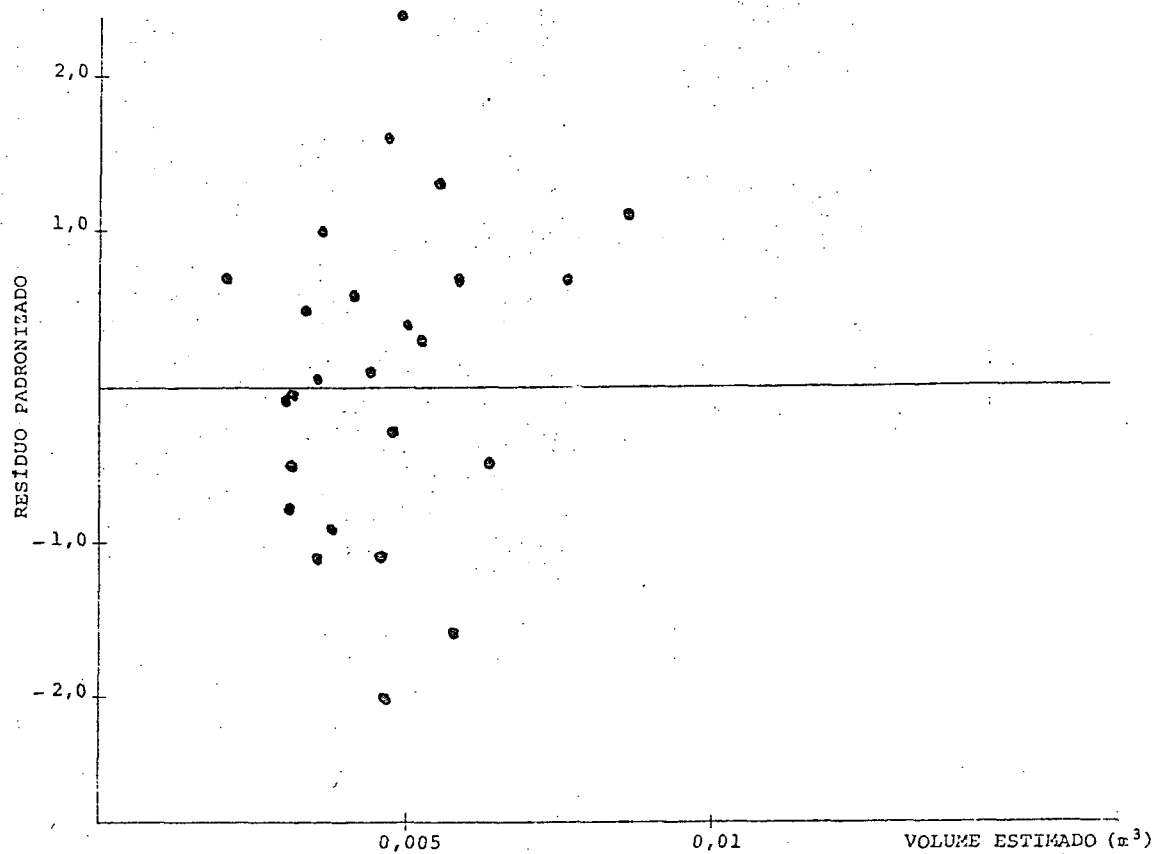


FIGURA 8. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 02 ANOS

$$\ln V = -5,6089 + 0,55315.d - 0,723656.h + 4,00671 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h^2 - 6,99326 \cdot 10^{-5} \cdot d^4 h^2$$

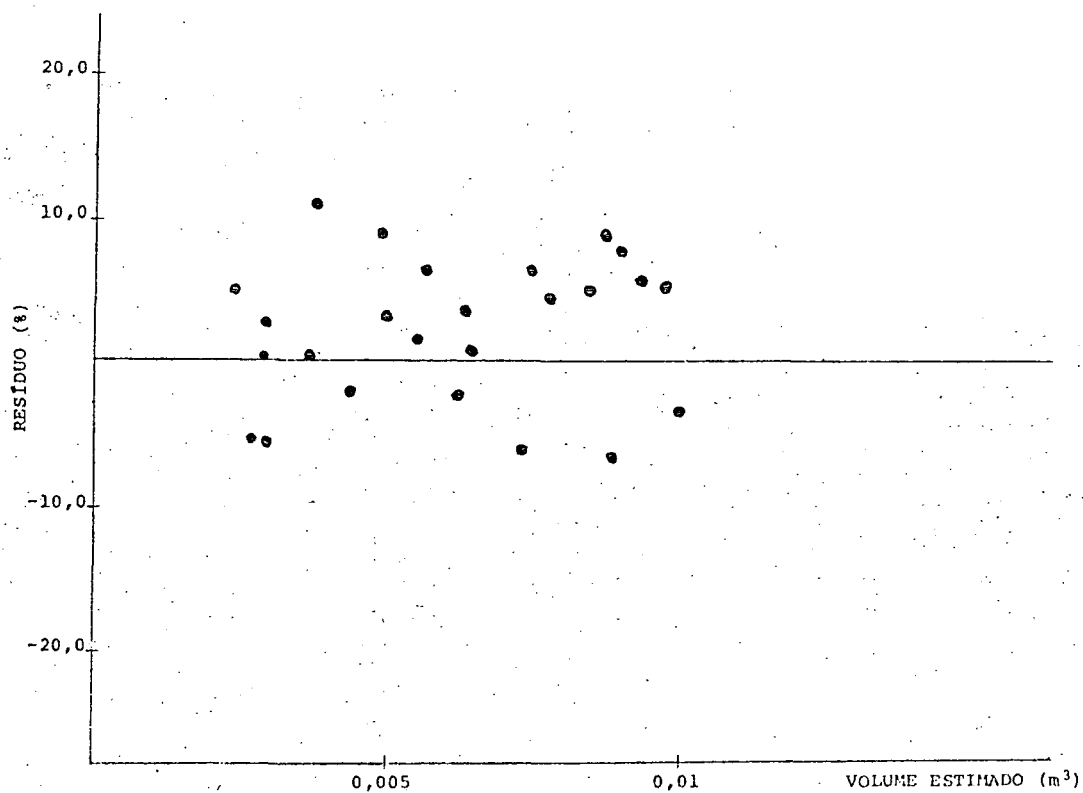
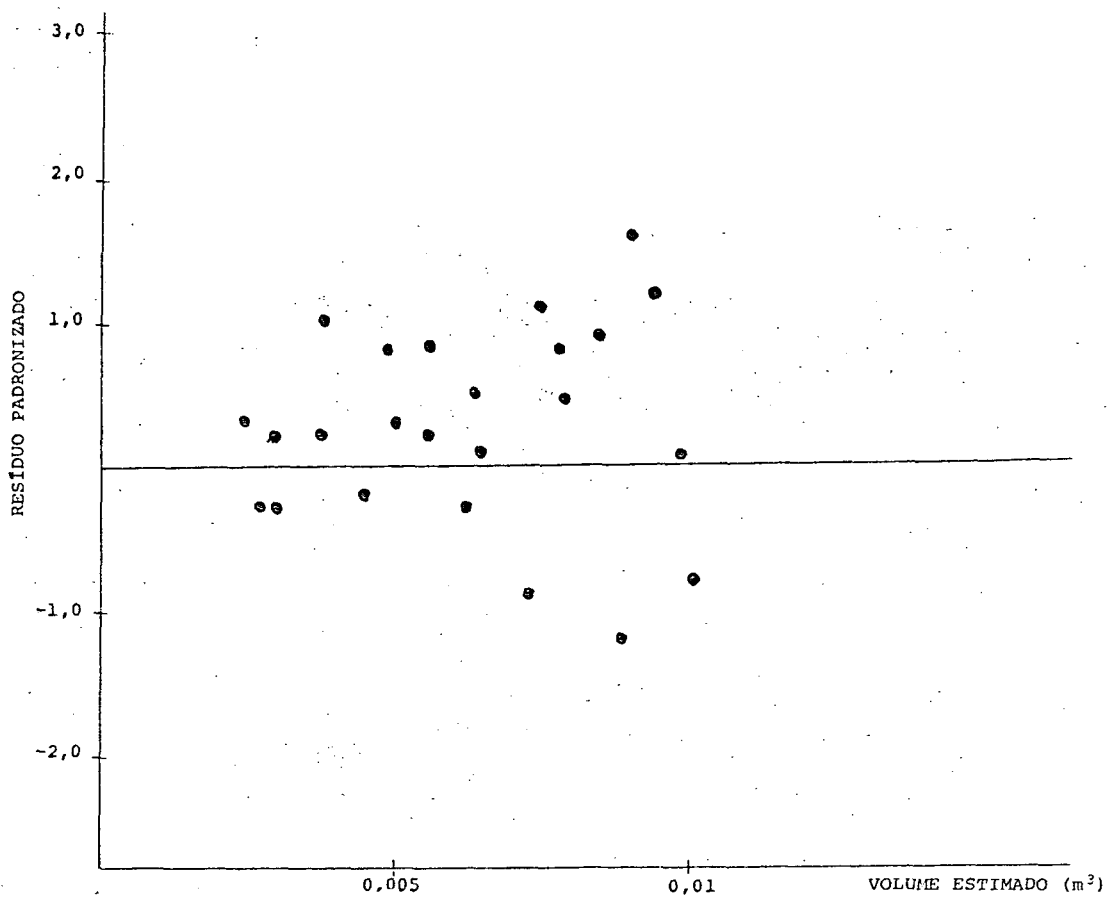


FIGURA 9. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 02 ANOS

$$\ln V = -5,6089 + 0,55315 \cdot d - 0,723656 \cdot h + 4,00671 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h^2 - 6,99326 \cdot 10^{-5} \cdot d^4 h^2$$



de 95% de probabilidade. As Figuras 10 e 11 referem-se à equação logaritmizada.

Para a idade 04, a equação aritmética apresentou uma tendência sistemática nas menores classes de DAP, onde os volumes eram subestimados. Muito embora a equação logaritmizada apresentasse menor amplitude de dispersão dos resíduos padronizados, verificou-se que os pontos residuais obtidos a partir da equação exponencial encontravam-se distribuídos de forma mais uniforme ao redor do eixo central demonstrando melhores ajustes. O maior valor de r^2 e menor $Syx\%$ estão associados à equação exponencial. Isto é ilustrado nas Figuras 12 e 13.

Para a idade 05, as equações aritmética e exponencial foram consideradas indesejáveis, a primeira por apresentar uma tendência sistemática nas menores classes de DAP, onde os volumes eram subestimados dentro dessas classes e a segunda pelo fato dos pontos residuais apresentarem-se desordenados em relação ao eixo central, constituindo duas nuvens de pontos distintas. Os resíduos padronizados da equação logaritmizada encontraram-se distribuídos dentro do limite de 95% de probabilidade, e os resíduos em percentagem apresentaram a menor amplitude de dispersão. Os maiores valores de F , r^2 e menor de $Syx\%$ estavam associados a equação logaritmica. As Figuras 14 e 15 demonstram tais características.

Para a idade 06, a equação exponencial é primeiramente descartada pelo fato de ter apresentado duas nuvens de pontos nas três modalidades de gráficos. Entre as equações aritmética e logaritmica, escolheu-se a segunda pela distribuição mais uniforme dos pontos residuais e pela menor amplitude de dispersão

FIGURA 10. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PORCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 03 ANOS

$$\ln V = -15,0202 + 2,509821 \ln d^2 h - 0,5049371 \ln d \cdot \ln h^2$$

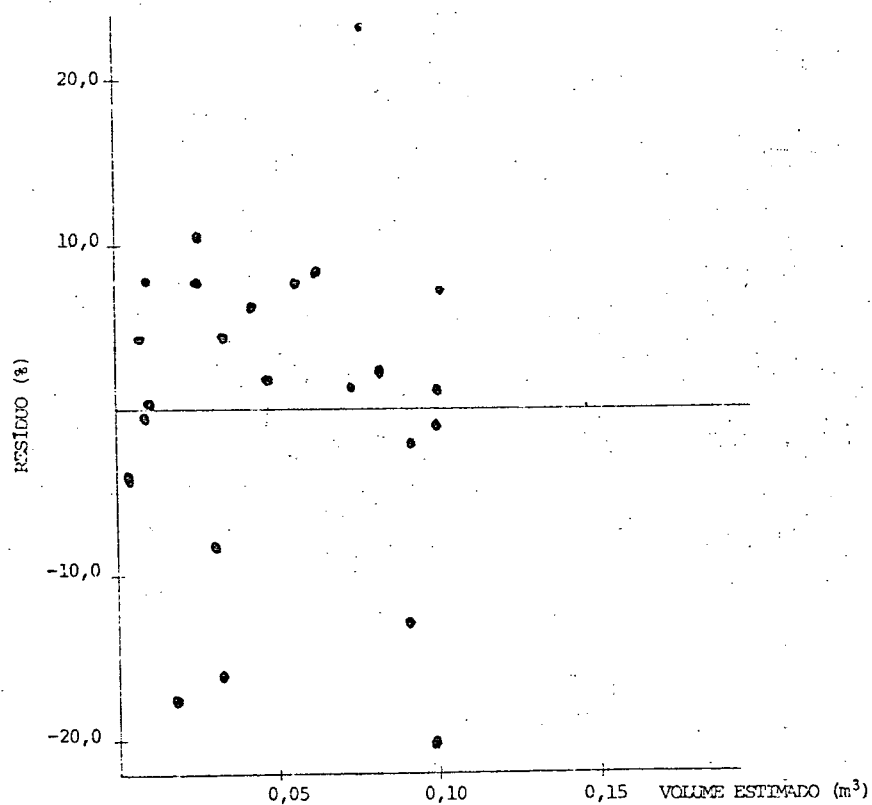


FIGURA 11. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 03 ANOS

$$\ln V = -15,0202 + 2,509281 \ln d^2h - 0,5049371 \ln d \ln h^2$$

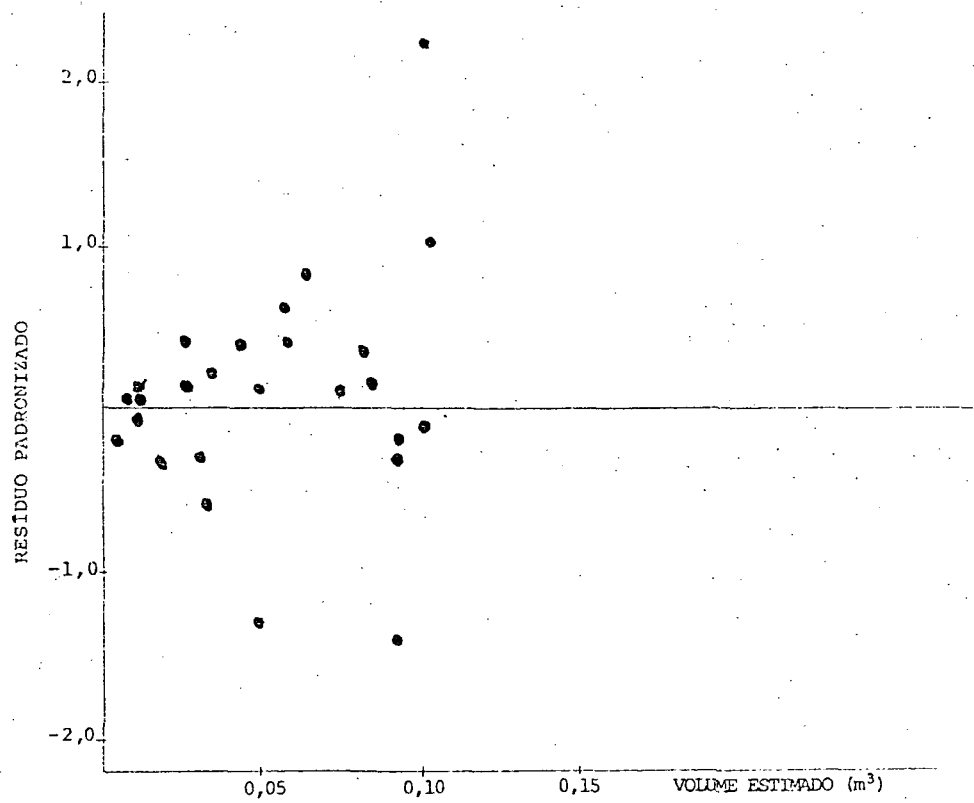


FIGURA 12. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PORCENTAGEM DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 04 ANOS

$$\ln V = -12,7734 + 1,65454 \cdot d - 6,7296 \cdot 10^{-2} \cdot d^2 + 3,68967 \cdot 10^{-2} \cdot h^2 - 6,70517 \cdot 10^{-3} \cdot dh^2 + 3,0575 \cdot 10^{-4} d^2 h^2$$

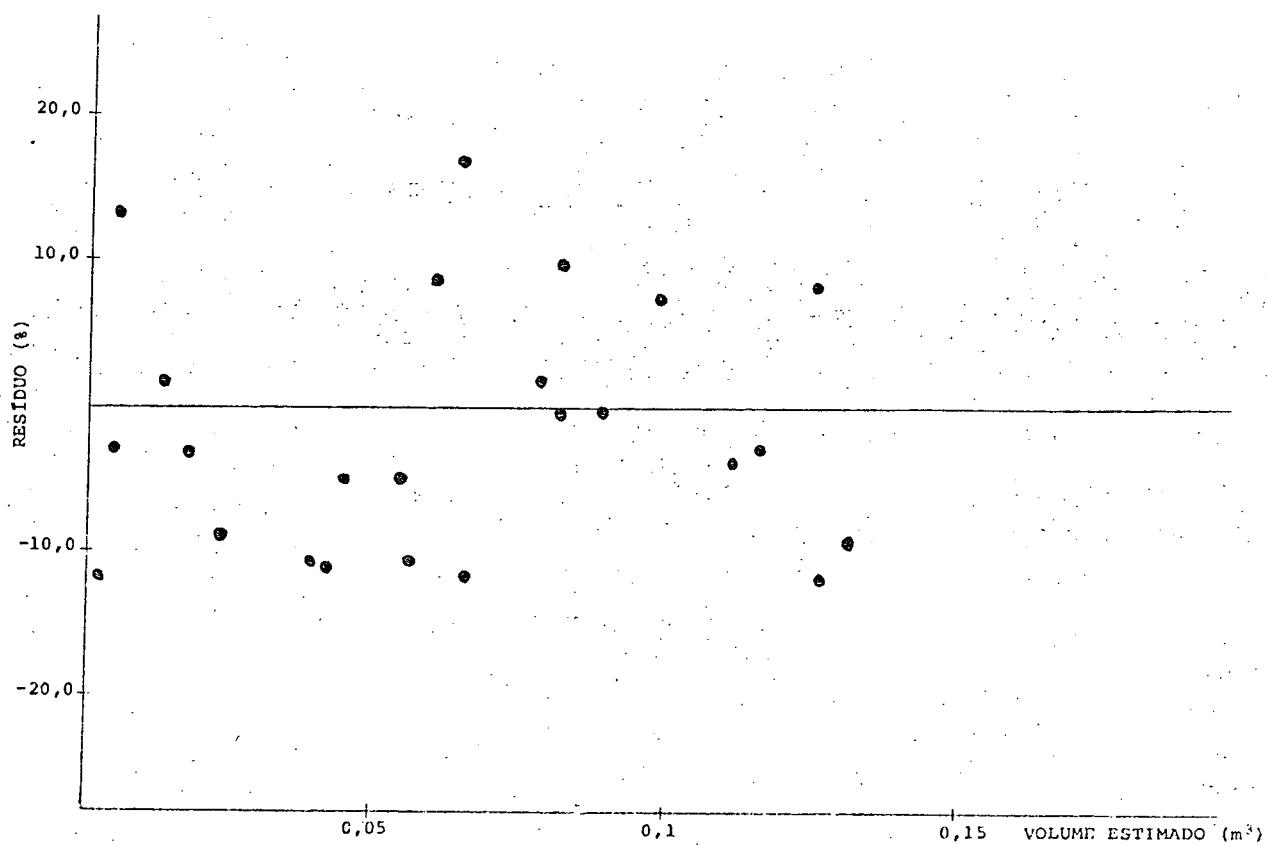


FIGURA 13. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO
EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 04 ANOS

$$\ln V = -12,7734 + 1,65454 \cdot d - 6,7296 \cdot 10^{-2} \cdot d^2 + 3,68967 \cdot 10^{-2} \cdot h^2 - 6,70517 \cdot 10^{-3} \cdot dh^2 + 3,0575 \cdot 10^{-4} \cdot d^2 h^2$$

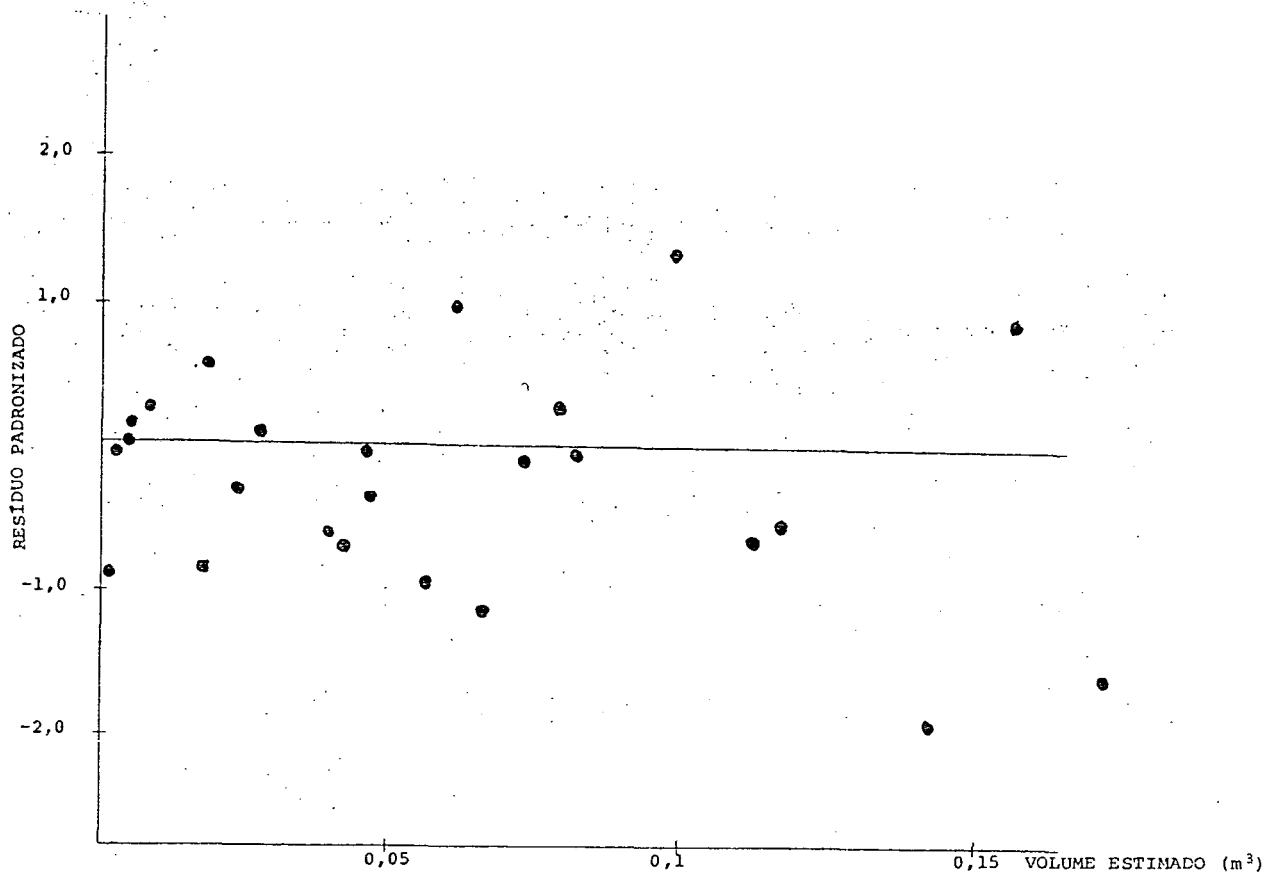


FIGURA 14. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PORCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 05 ANOS

$$\ln V = -18,2285 - 0,289711 \ln h^2 + 8,54016 \ln \ln d^2 h$$

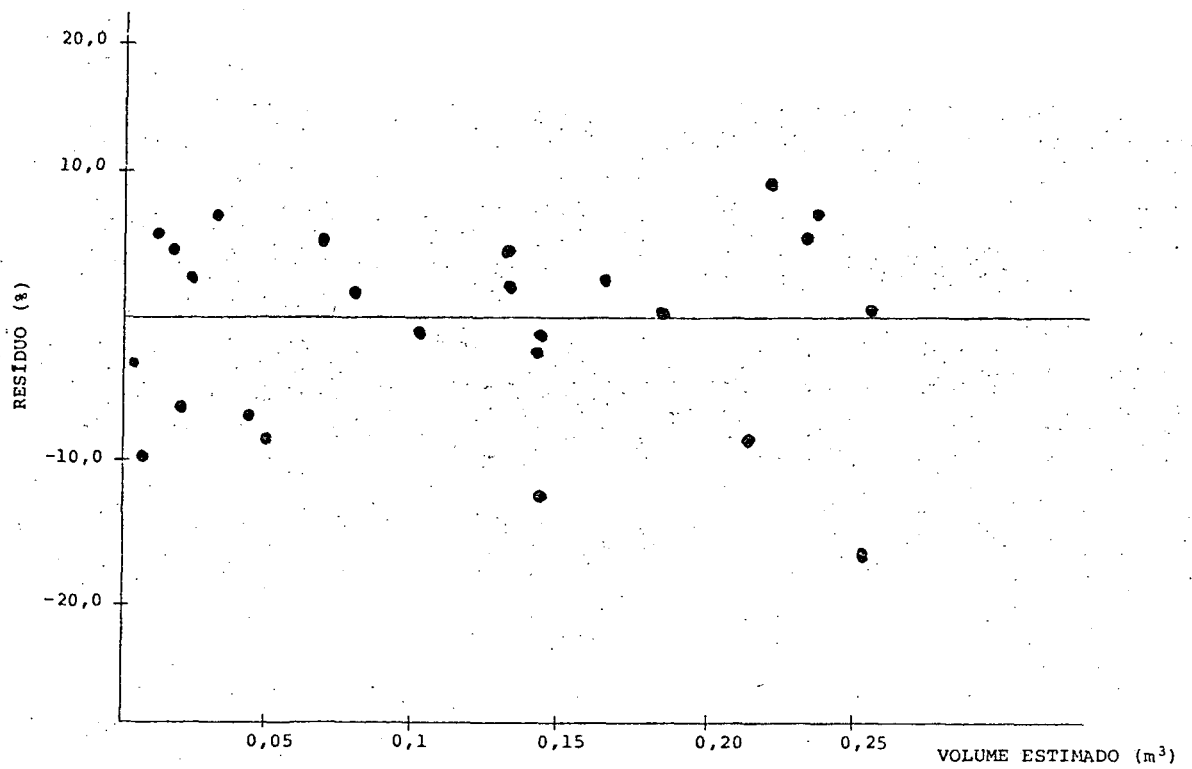
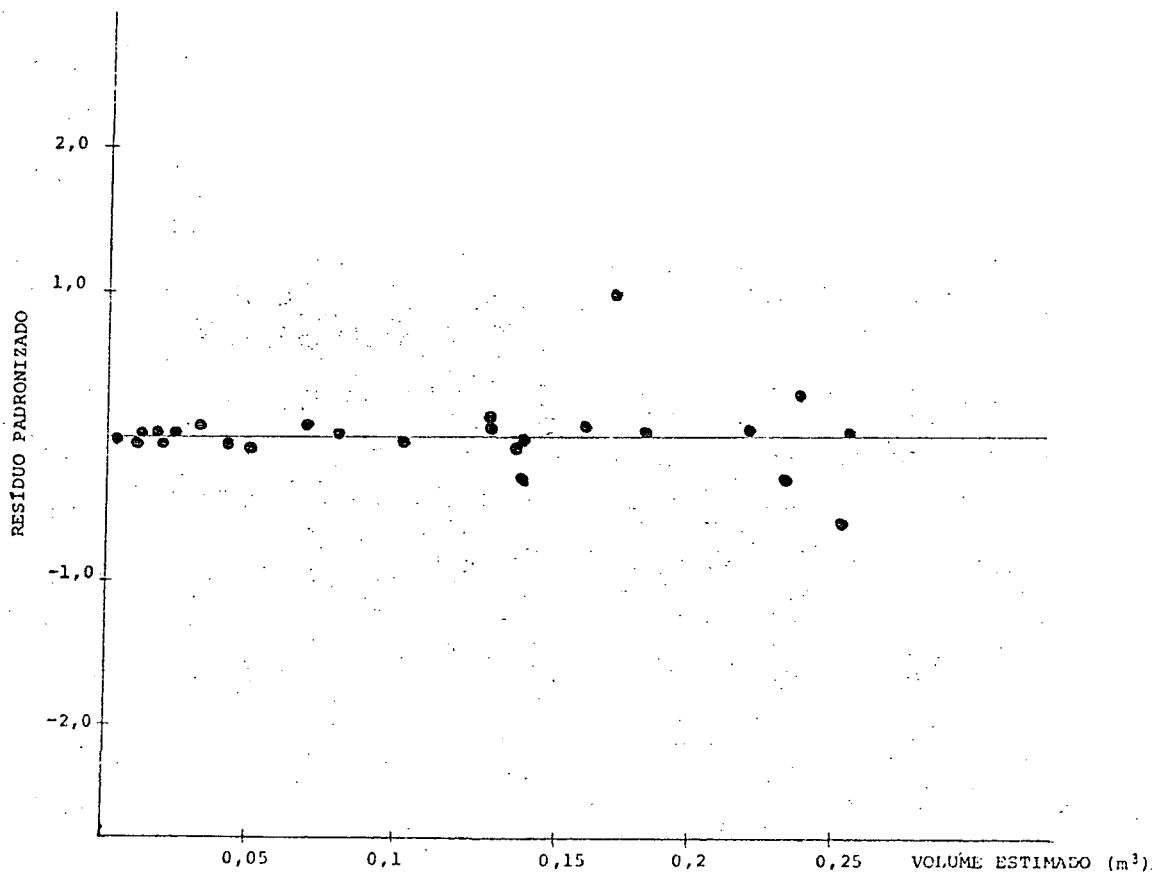


FIGURA 15. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 05 ANOS

$$\ln V = -18,2285 - 0,289711 \ln h^2 + 8,54016 \ln \ln d^2 h$$



dos resíduos em percentagem, o que pode ser observado nas Figuras 16 e 17.

Para a idade 07, com relação a equação exponencial sucedeu-se o mesmo que na idade 06, restando as equações aritmética e logarítmica. Para as duas equações, a distribuição dos pontos de resíduos padronizados abriam-se em forma de leque em relação ao eixo central, mas os resíduos padronizados e em percentagem da equação logarítmica apresentaram uma menor amplitude de dispersão. Vide Figuras 18 e 19.

As equações escolhidas para cada idade, apresentam-se agrupadas na Tabela 5.

FIGURA 16. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PORCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 06 ANOS

$$\ln V = -9,70118 + 0,862661.d - 2,59836 \cdot 10^{-2} \cdot d^2 - 3,81451 \cdot 10^{-5} \cdot d^3 - 9,63537 \cdot 10^{-8} \cdot d^4$$

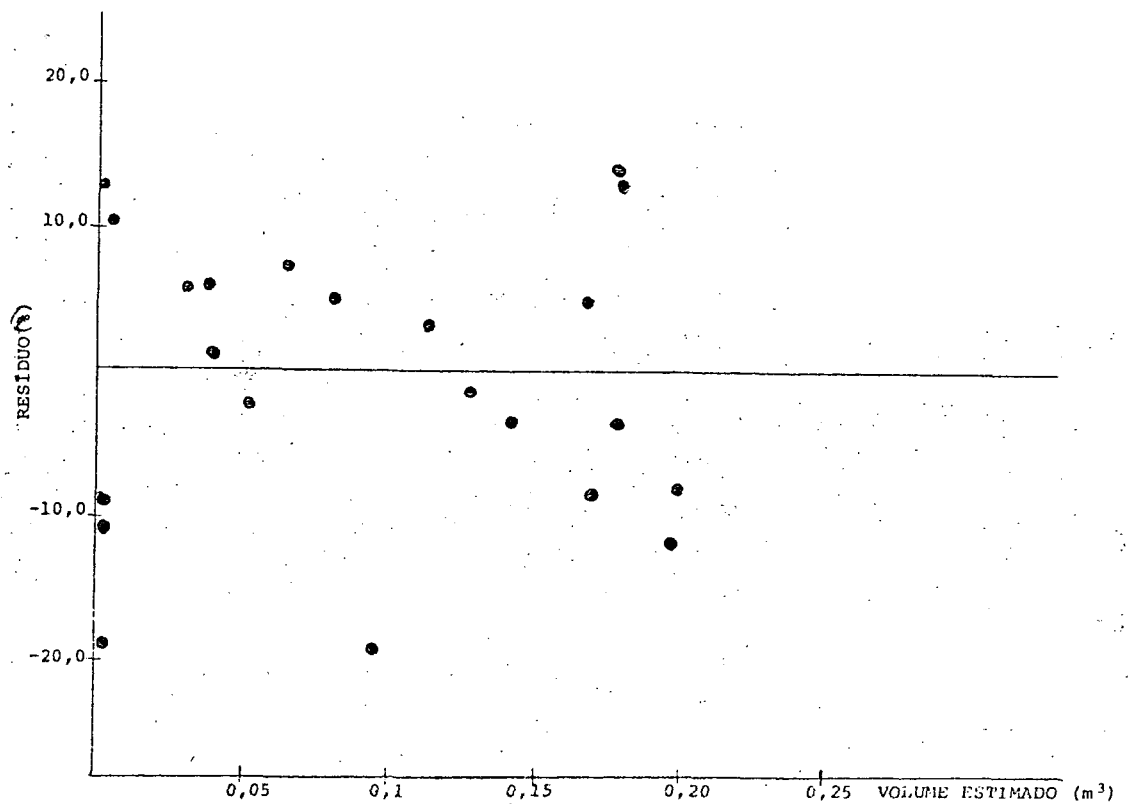


FIGURA 17. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 07 ANOS

$$\ln V = -18,0583 + 0,122238 \cdot \ln d^2 h + 7,26172 \cdot \ln \ln d^2 h$$

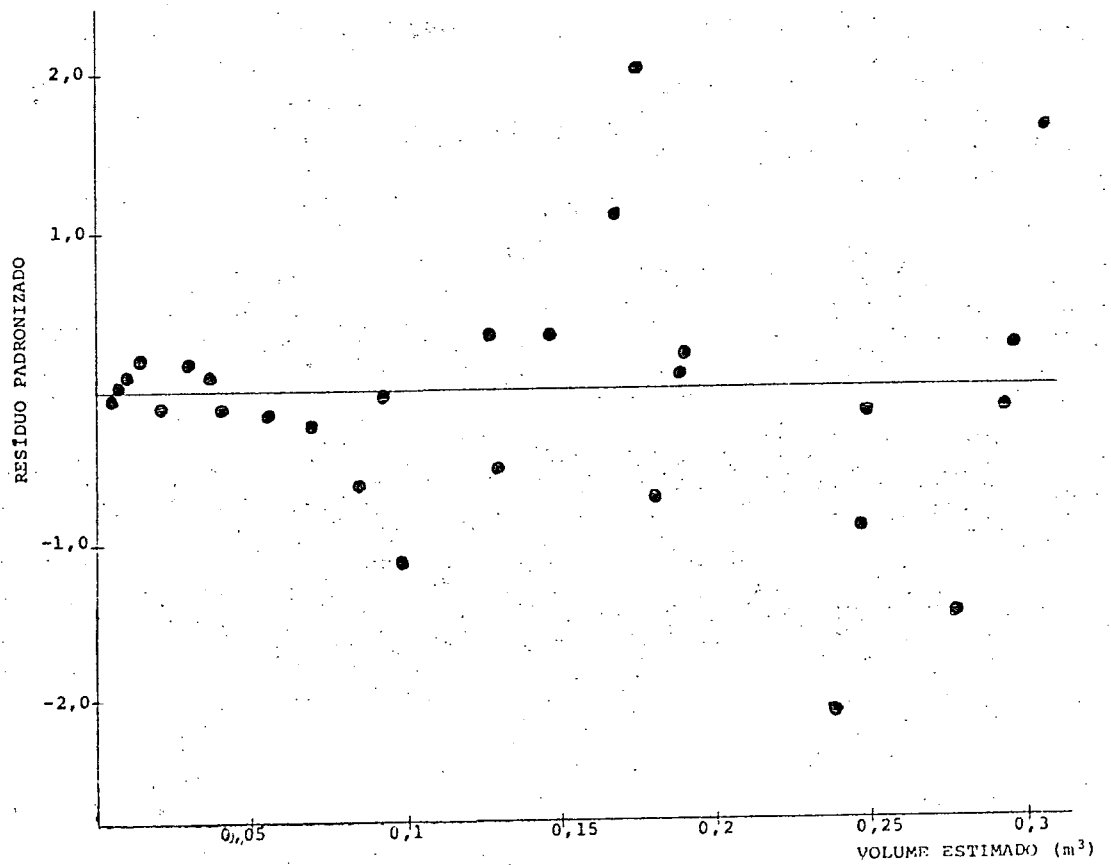


FIGURA 18. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PORCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA A IDADE DE 07 ANOS

$$\ln V = -18,0583 + 0,122238 \cdot \ln d^2 h + 7,26172 \ln \ln d^2 h$$

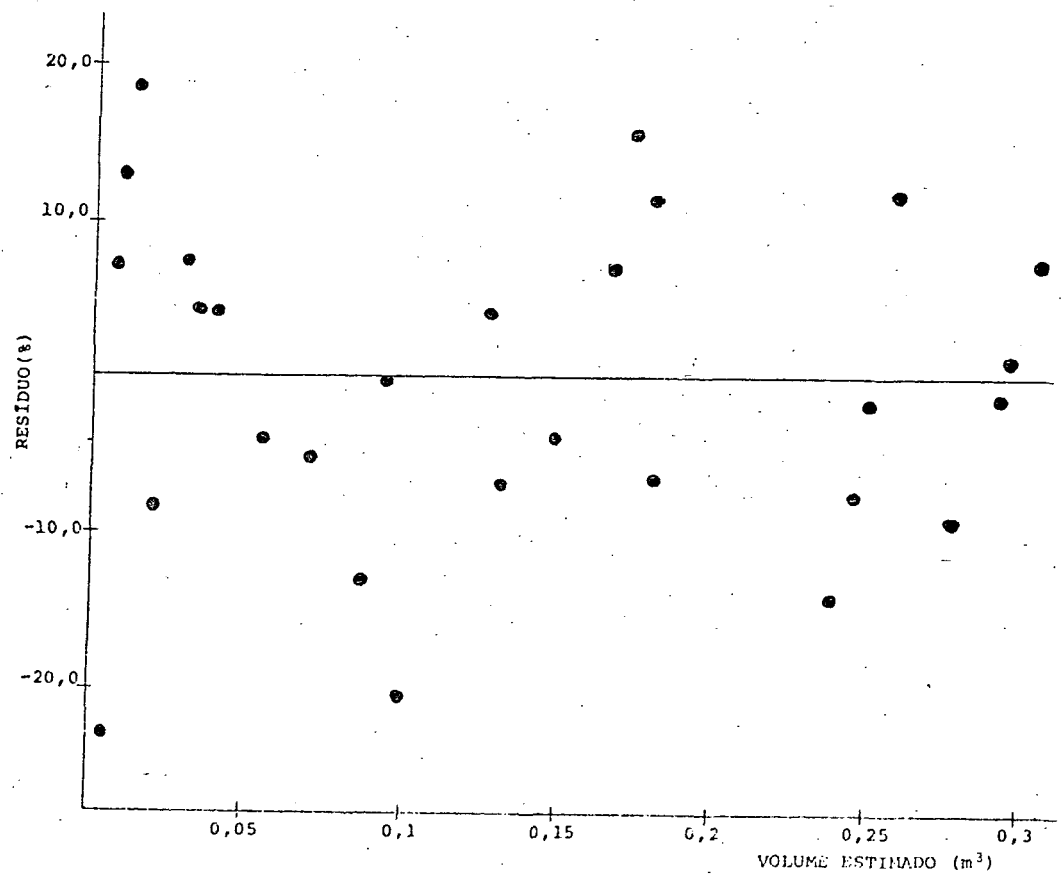


FIGURA 19. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PUROS E SIMPLES DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA A IDADE DE 06 ANOS

$$\ln V = -9,70118 + 0,862661.d - 2,59836.10^{-2}.d^2 - 3,81451.10^{-5}.d^2h^2 - 9,63537.10^{-8}.d^4h^2$$

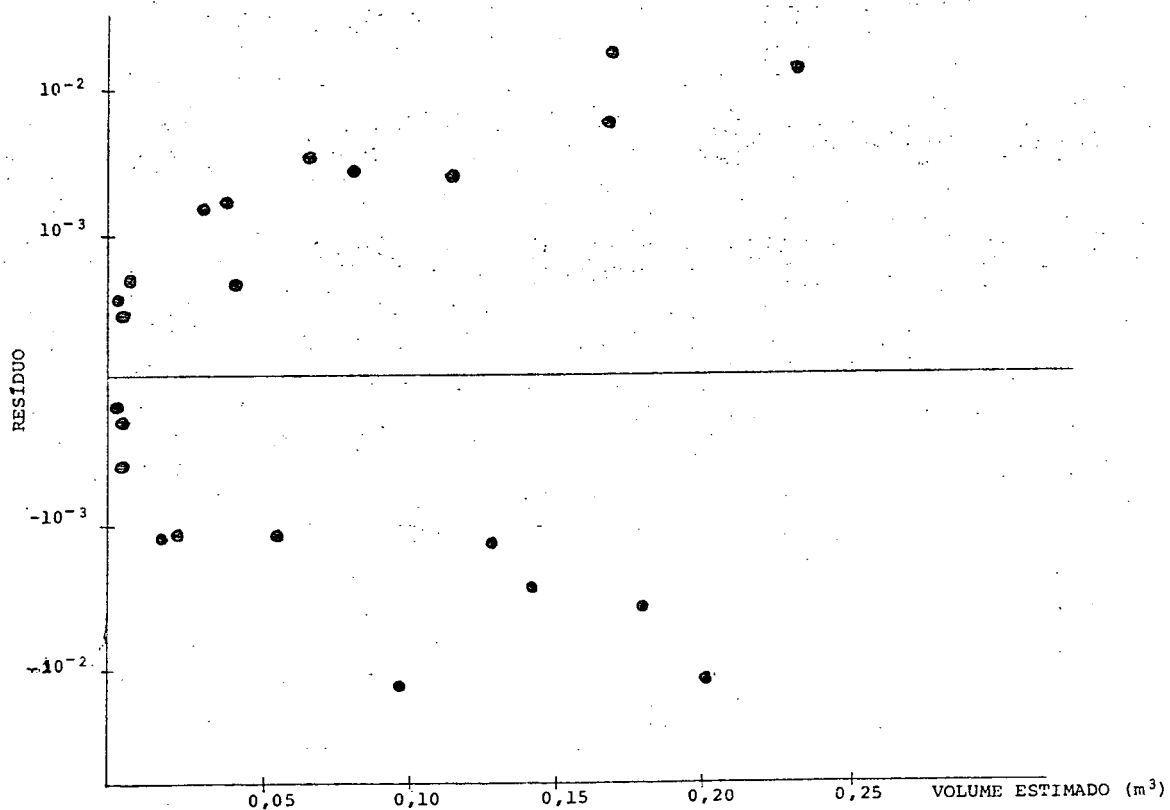


TABELA 5. MODELOS ESCOLHIDOS PARA CADA IDADE COM OS RESPECTIVOS VALORES DAS ESTATÍSTICAS

I_i	T_j	Equação	F *	r^2	**
1	2	$\ln V = -14,7843 + 3,24034 d - 0,310896 d^2 + 6,97873 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h$	79,371	0,9190	9,15
2	2	$\ln V = -5,6089 + 0,55315 d - 0,723656 h + 4,00671 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h^2 - 6,99326 \cdot 10^{-5} \cdot d^4 h^2$	217,207	0,9775	7,49
3	3	$\ln V = -15,0202 + 2,509821 \ln d^2 h - 0,5049371 \ln d \cdot \ln h^2$	776,605	0,9867	11,67
4	2	$\ln V = -12,7734 + 1,65454 d - 6,7296 \cdot 10^{-2} d^2 + 3,68967 \cdot 10^{-2} \cdot h^2 - 6,70517 \cdot 10^{-3} \cdot d h^2 + 3,0575 \cdot 10^{-4} \cdot d^2 h^2$	518,13	0,9927	10,76
5	3	$\ln V = -18,2285 - 0,289711 \ln h^2 + 8,54016 \ln \ln d^2 h$	3.712,05	0,9970	6,94
6	3	$\ln V = -19,8553 - 0,602463 \ln d h^2 + 10,8865 \ln \ln d^2 h$	2.896,57	0,9966	9,92
7	3	$\ln V = -18,0583 + 0,122238 \ln d^2 h + 7,26172 \ln \ln d^2 h$	1.895,22	0,9934	10,51

Legenda:

I_i = idade, $i = 1, \dots, 7$;

F = valor de F calculado;

r^2 = coeficiente de determinação múltiplo;

** = valor de Syx retransformado pelo uso da fórmula de FURNIVAL¹⁶;

T_j = tipo da equação selecionada;

j = 2: modelo matemático exponencial;

j = 3: modelo matemático logarítmico.

4.7 COMPARAÇÃO DE EQUAÇÕES DE REGRESSÃO

Muito embora os dados coletados pertencessem a mesma espécie, porém de populações diferentes levantou-se a hipótese do agrupamento dos mesmos, de forma a constituírem um único grupo de dados. Uma vez testada tal hipótese e verificada a sua aceitação, uma única equação seria ajustada para o conjunto dos dados.

A observação das Figuras 20, 21, 22, 23, 24, 25 e 26 permitiu que fosse sugerida a hipótese mencionada acima. Aquelas figuras representam a dispersão dos dados amostrais coletados em cada idade. Cada ponto representa o volume de uma árvore cubada com relação ao DAP da mesma. O conjunto de pontos amostrais em cada idade descreve uma curva exponencial. Pode-se observar que, os pontos seguem a mesma tendência em todas as idades. Logo, foi pressuposto que os dados poderiam constituir um único grupo de dados e que poderiam ser representados por uma única equação. Entretanto, para se efetuar a comparação de equações de regressão, é necessário que as equações sejam da mesma natureza, ou seja, todas aritméticas ou todas logarítmicas ou todas exponenciais. Ao serem observadas as equações selecionadas para cada idade na Tabela 5, verificou-se que as mesmas são de naturezas diferentes.

Desta forma, para proceder a análise de covariância, a equação da variável combinada foi ajustada para cada grupo.

O nível de significância considerado foi de 5% e, se os resultados fossem não significados seria interpretado que não existe diferença entre as idades e que, os dados poderiam ser agrupados de forma a constituírem em único grupo.

FIGURA 20. DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 01 ANO DE IDADE

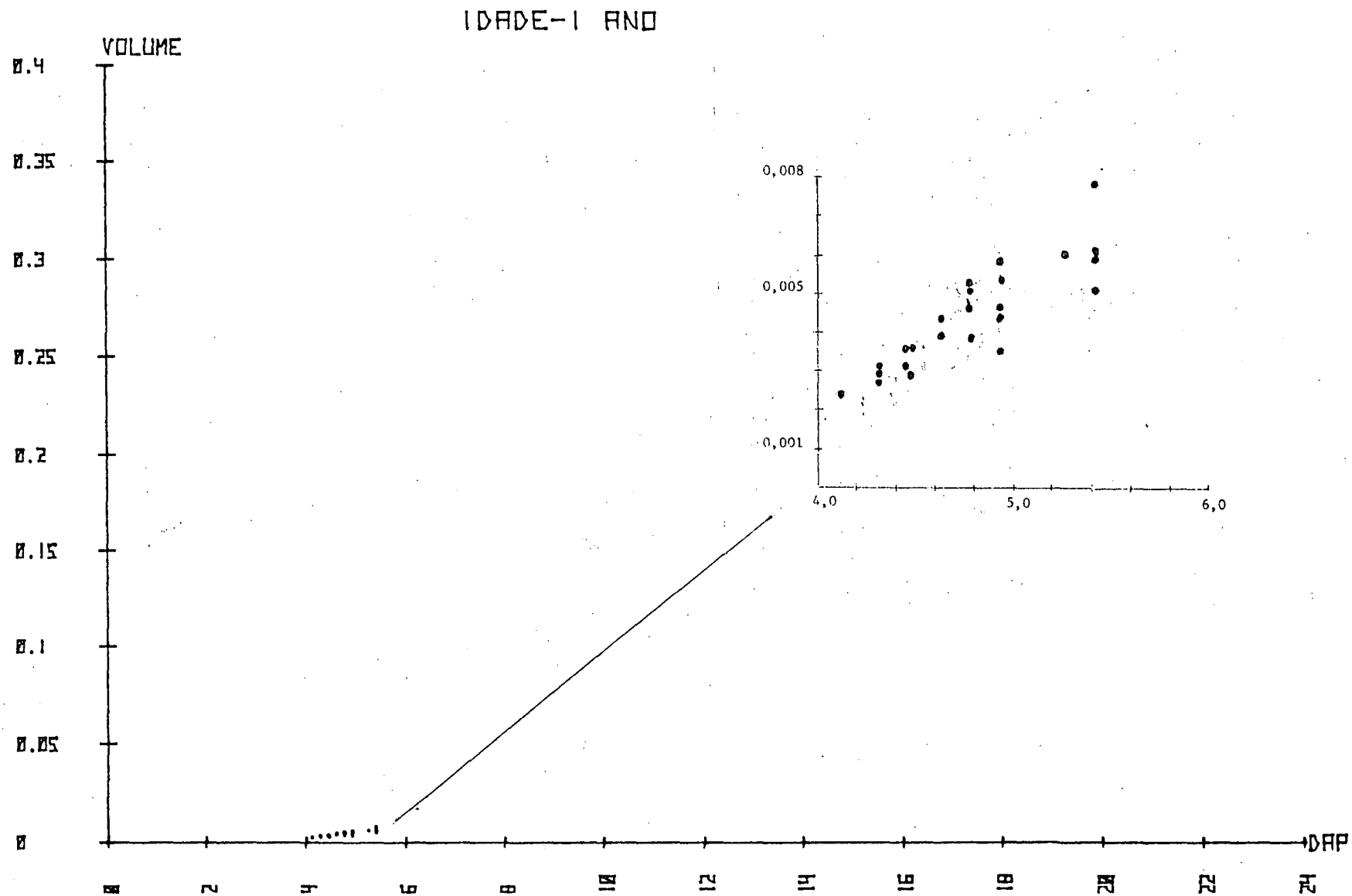


FIGURA 21. DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 02 ANOS DE IDADE

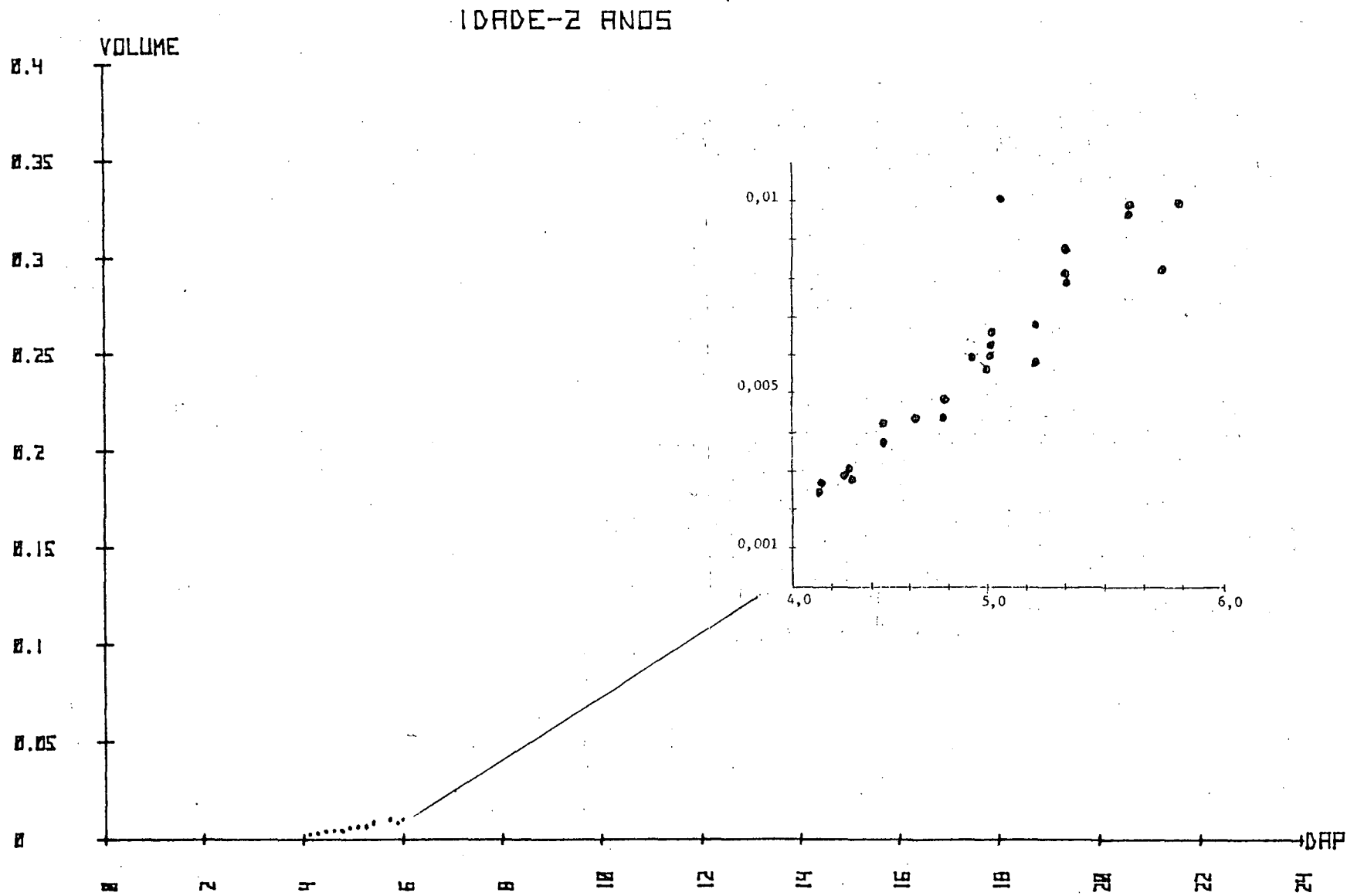


FIGURA 22. DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 03 ANOS DE IDADE

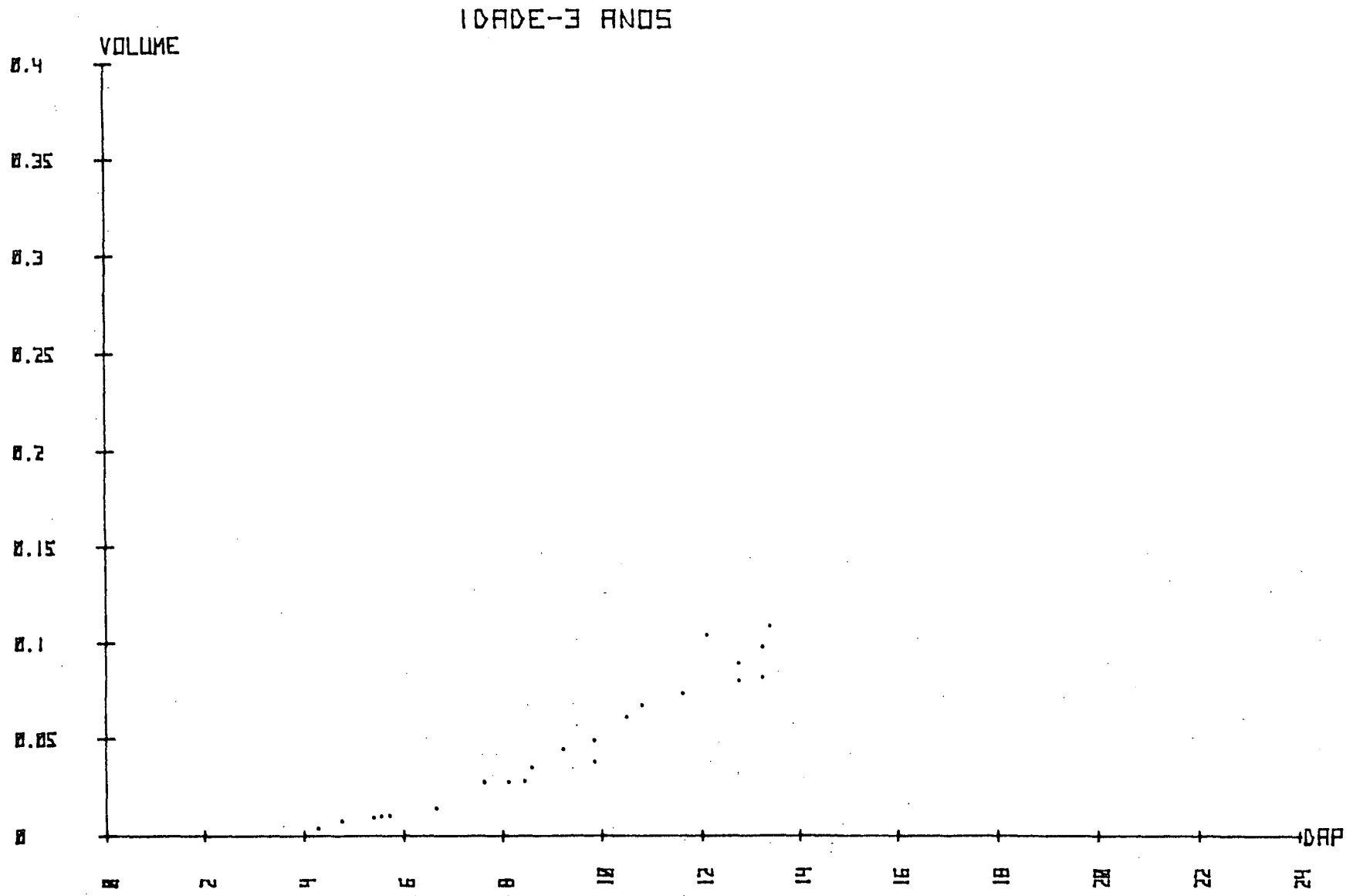


FIGURA 23. DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTOS COM 04 ANOS DE IDADE

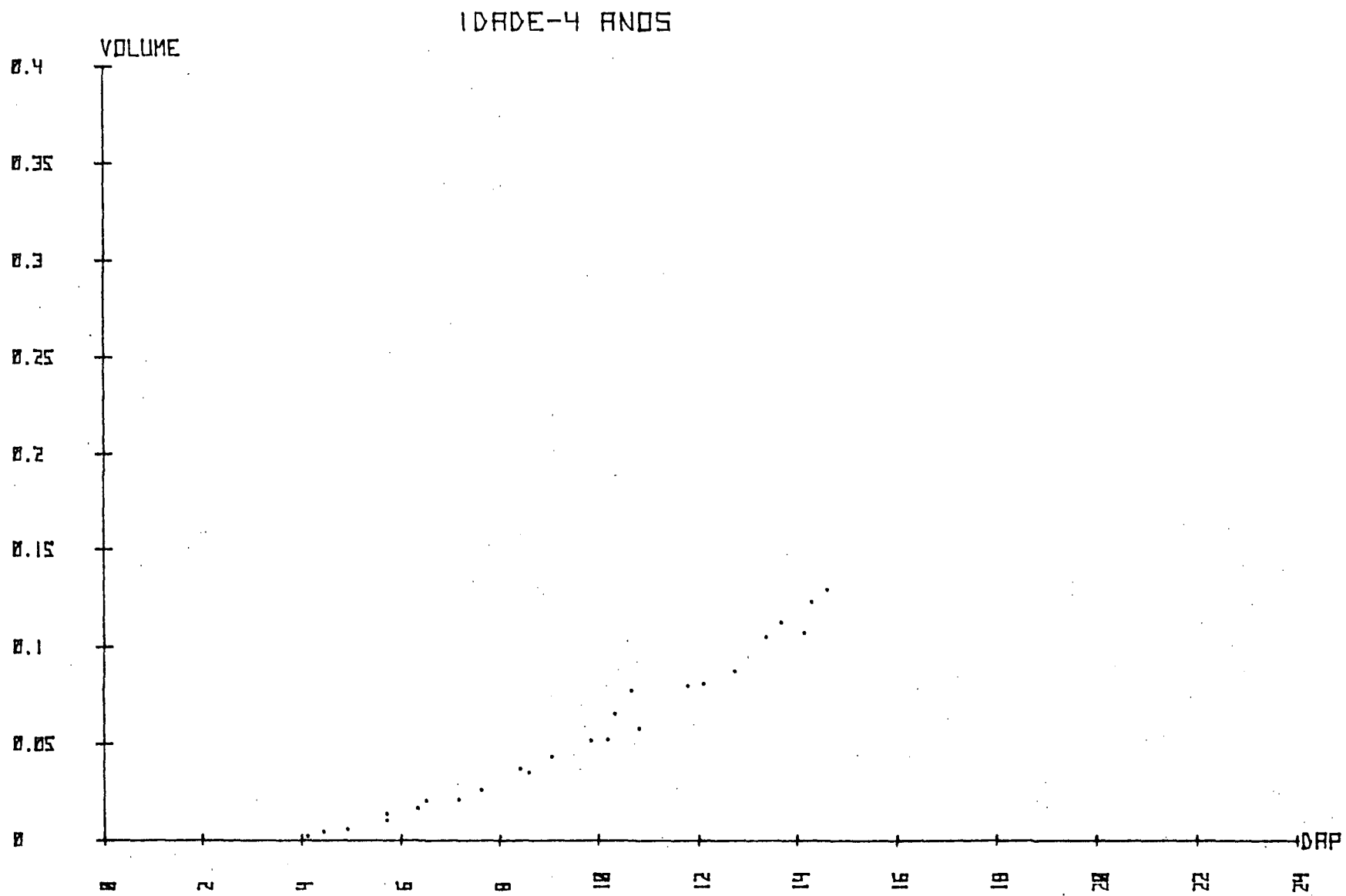


FIGURA 24. DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTO COM 05 ANOS DE IDADE

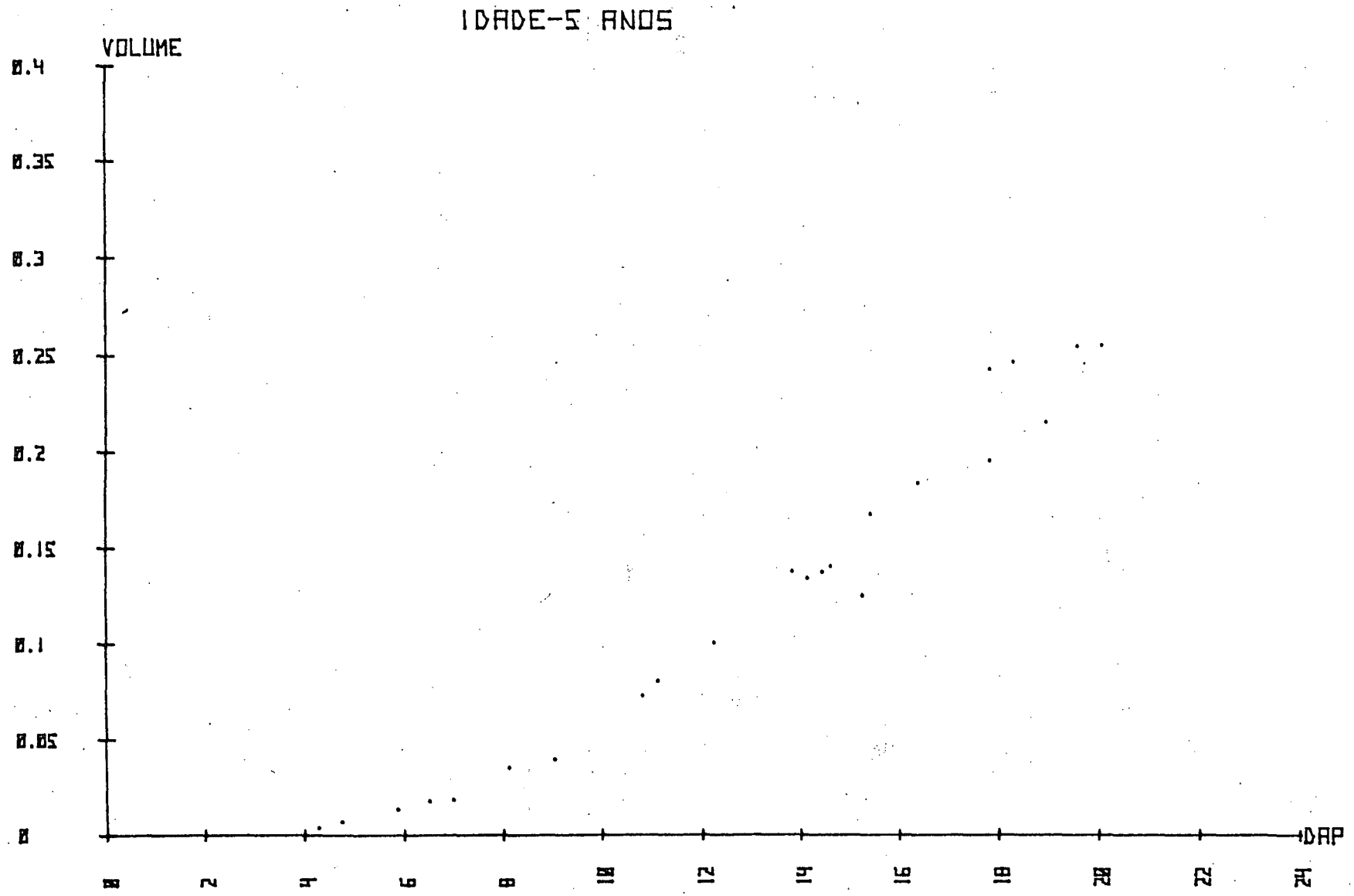


FIGURA 25. DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTO COM 06 ANOS DE IDADE

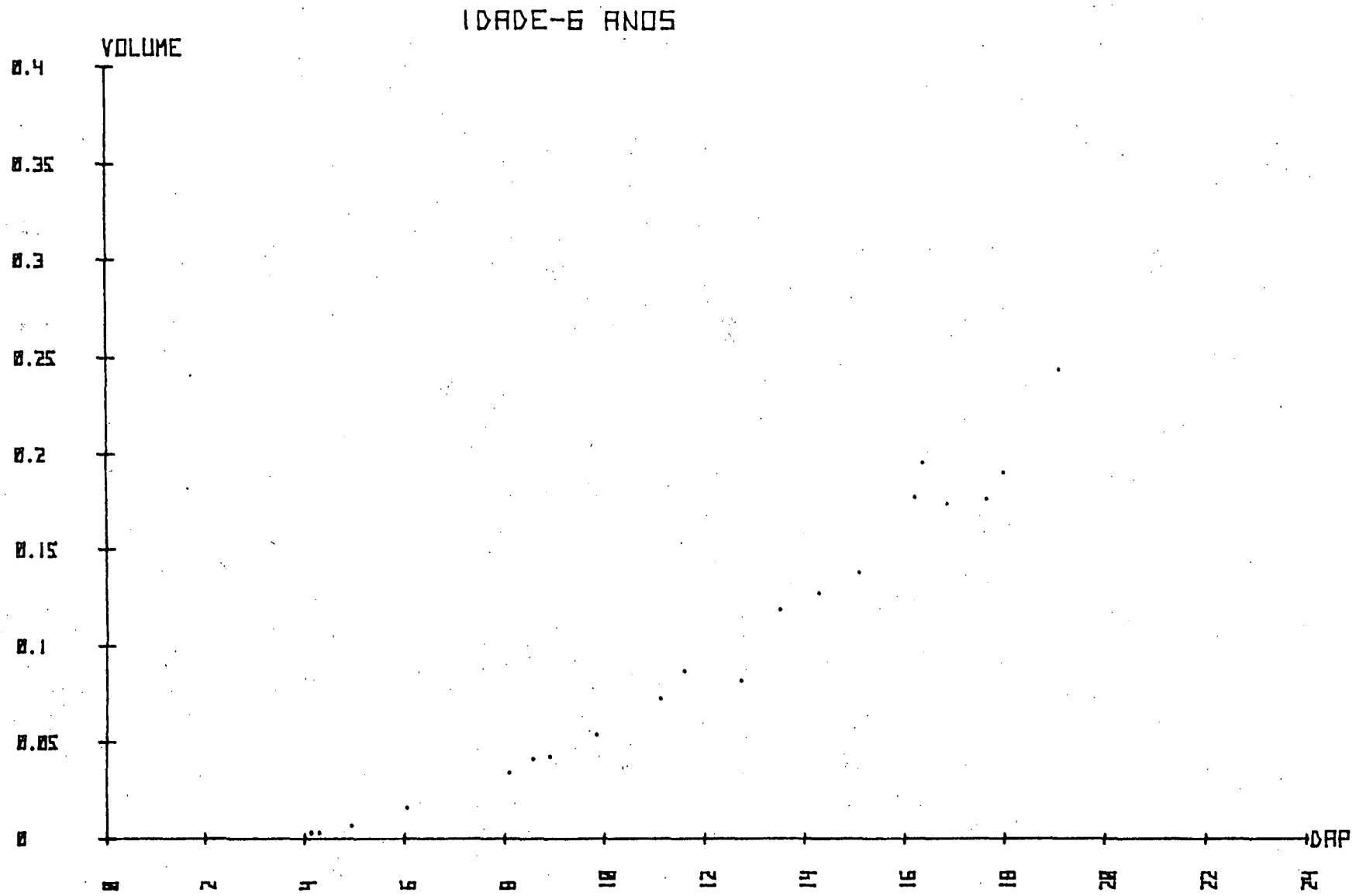
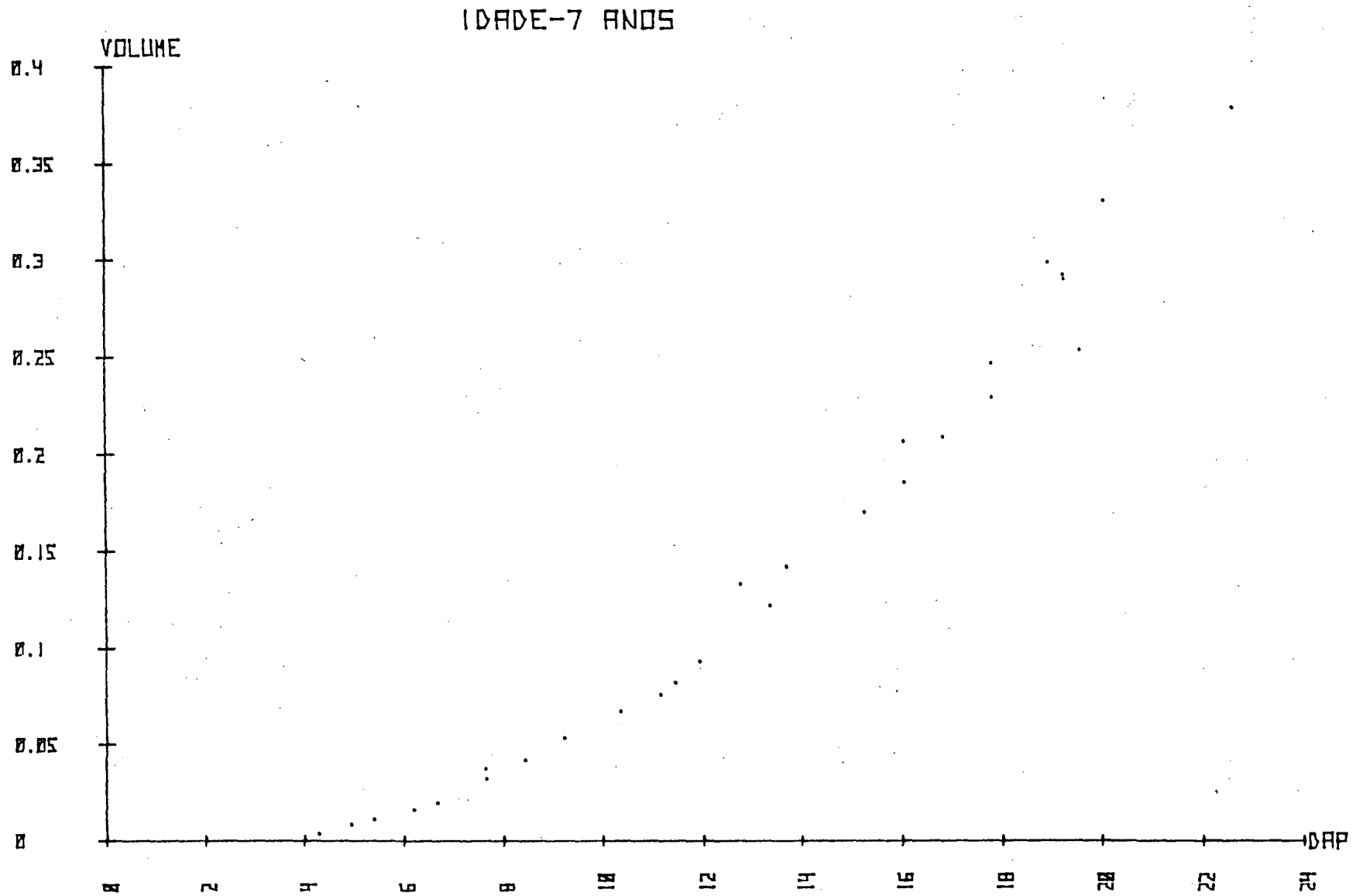


FIGURA 26. DIAGRAMA DE DISPERSÃO DOS DADOS COLETADOS EM POVOAMENTO COM 07 ANOS DE IDADE



O objetivo principal que se pretendia atingir ao efetuar a análise de covariância, era de ser confirmada a possibilidade de agrupar os dados, para não haver a preocupação de definição da idade quando fosse efetuada a coleta de dados.

4.8 TESTE DE HOMOGENEIDADE DE VARIÂNCIAS

A revisão de literatura mostrou que, para ser procedida a análise de covariância, uma das condicionantes básicas desta, é a homogeneidade de variâncias. Dentre os testes citados na literatura, o mais comumente utilizado é o teste de Bartlett, que permite a comparação de várias variâncias.

Inicialmente, ao ser aplicado o teste de Bartlett, o resultado obtido do χ^2 calculado apresentou-se significativamente diferente do valor tabelar ao nível de 95% de probabilidade. Quando ocorre tal fato, procede-se a transformação dos dados originais (DAP, V), a fim de ser efetuado um novo teste. Várias são as transformações possíveis de serem aplicadas, também já mencionadas na revisão de literatura. Optou-se pela transformação \log_{10} , porque esta curva assemelhava-se mais à curva descrita pelos dados amostrais. Novamente aplicou-se o teste de Bartlett, o que resultou em valor significativo com relação ao valor tabelar ao mesmo nível de probabilidade.

Ao ser feita uma análise retrospectiva do aspecto em que se apresentavam os povoamentos, levantou-se a hipótese de que as idades de 01 e 02 anos eram visualmente mais homogêneas em relação às idades de 03 e 07 anos. A hipótese levantada foi de que os dados referentes às idades de 01 e 02 anos poderiam constituir um grupo de dados e as demais idades um

outro grupo. Tal hipótese pode ser confirmada ao se observar os valores do coeficiente de variação para DAP respectivamente para cada idade, de acordo com a Tabela 3. Para ser efetuada a comparação de duas variâncias procedeu-se ao cálculo da razão entre a maior e a menor variância. O resultado obtido apresentou-se não significativo a 95% de probabilidade, e pode ser observado na Tabela 6.

TABELA 6. TESTE DE HOMOGENEIDADE ENTRE DUAS VARIÂNCIAS

I	s ²
1	0,0170846
2	0,039179

Legenda:

I: idade

s²:variância dos volumes transformados

$$F = \frac{0,0170846}{0,039179}$$

$$F_{(24/24/0.05)} = 1,98$$

Com relação às idades de 03 a 07 anos, a comparação foi efetuada através da aplicação do teste de Bartlett, considerando os dados de volume transformados. O resultado obtido foi não significativo a 95% de probabilidade e pode ser observado na Tabela 7.

TABELA 7. TESTE DE HOMOGENEIDADE ENTRE VÁRIAS VARIÂNCIAS (TESTE DE BARTLETT)

I_i	n_i	n_i-1	s^2	$\log s^2$	$(n_i-1)\log s^2$	$1/(n_i-1)$
3	24	23	0,175789	-0,7550082	-17,365189	0,043478
4	25	24	0,2372319	-0,6248267	-14,995841	0,041667
5	25	24	0,2815604	-0,5504284	-13,210282	0,041667
6	23	22	0,4903168	-0,3095231	-6,809508	0,045454
7	28	27	0,2945125	-0,5308961	-14,334195	0,037037
Σ		120			-66,715015	0,209293

$$\bar{s}^2 = \frac{36,71238}{125} = 0,293699$$

$$\log \bar{s}^2 = -0,5320974$$

$$\chi^2 = 2,3026((-0,5320974 \times 120) - (-66,715015))$$

$$\chi^2 = 6,5930968^{n.s.}$$

$$\chi^2(120, 0.01) = 13,28$$

Legenda:

I_i = idade, $i = 3, \dots, 7$;

n_i = número de árvores cubadas;

n_i-1 = graus de liberdade;

s^2 = variância dos volumes das árvores cubadas;

$\log s^2$ = logaritmo na base 10 da variância;

$(n_i-1) \cdot \log s^2$ = produto entre os graus de liberdade e o logaritmo da variância;

$1/(n_i-1)$ = recíproca dos graus de liberdade;

\bar{s}^2 = variância média dos volumes;

$\log \bar{s}^2$ = logaritmo na base 10 da variância média;

χ^2 = qui-quadrado.

4.9 ANÁLISE DE COVARIÂNCIA

A análise de covariância primeiramente testa se as inclinações são coincidentes, através dos b_0 . Uma vez que os resultados apresentem-se não significativos, testa-se o paralelismo dos níveis.

Procedeu-se ao teste de análise de covariância, onde para efeito de análise, Y representava o volume e X representava o produto entre DAP^2 e H. Para o teste das inclinações obteve-se resultado não significativo ao nível de 95% de probabilidade. No caso do teste de paralelismo dos níveis o valor do F calculado comparado com o valor tabelar a 95% de probabilidade foi não significativo. Os resultados encontram-se listados na Tabela 8.

Considerando que os testes para inclinações e para os níveis foram estatisticamente não significativos, concluiu-se que a análise de covariância não detectou diferenças entre os grupos. Entretanto, deve-se considerar o resultado do teste de homogeneidade de variâncias, que apontou diferenças entre eles. De acordo com os últimos resultados do teste de Bartlett, optou-se pelo agrupamento dos dados das idades em dois grupos de dados amostrados que são:

- grupo 1 (dados das idades de 01 e 02 anos);
- grupo 2 (dados das idades de 0,3 04, 05, 06 e 07 anos).

Considerando os grupos anteriormente estabelecidos, aplicou-se o método de regressão stepwise, a fim de serem pré-selecionadas as equações para cada grupo, segundo os modelos gerais pré-concebidos. Os modelos ajustados podem ser observados na Tabela 9.

TABELA 8. QUADRO DE RESULTADOS DA ANÁLISE DE COVARIÂNCIA

PASSOS	I_i	G.L.	Σy^2	Σxy	Σx^2	G.L.	SQ	MO
1	1	24	$4,20509 \cdot 10^{-5}$	0,7786548	20.705,05	23	$1,27681 \cdot 10^{-5}$	
2	2	24	$1,54157 \cdot 10^{-4}$	3,0440414	66.086,397	23	$1,39437 \cdot 10^{-5}$	
3	3	23	0,0265844	588,05997	13.826.333,00	22	$1,5731 \cdot 10^{-3}$	
4	4	24	0,0387608	928,78481	22.440.368,00	23	$4,0427 \cdot 10^{-4}$	
5	5	24	0,1811111	3.938,7912	88.651.892,00	23	$6,11115 \cdot 10^{-3}$	
6	6	22	0,1315243	2.892,086	64.872.304,00	21	$2,59159 \cdot 10^{-3}$	
7	7	27	0,3459896	7.081,9145	$1,4747 \times 10^{-8}$	26	$5,89661 \cdot 10^{-3}$	
8					TOTAL	161	0,0166034	$1,03126 \cdot 10^{-4}$
9			DIFERENÇA PARA TESTAR INCLINAÇÕES			6	$1,4907 \cdot 10^{-3}$	$2,4845 \cdot 10^{-4}$
10		168	0,7241659	15.433,459	$3,37347 \cdot 10^8$	167	0,0180927	$1,08339 \cdot 10^{-4}$
11			DIFERENÇA PARA TESTAR NÍVEIS			6	$1,5083 \cdot 10^{-3}$	$2,51383 \cdot 10^{-4}$
12		174	1,1617845	24.945,835	$5,44829 \cdot 10^8$	173	0,019601	

$$F_{C_I} = 2,4091888^{n.s.}$$

Legenda:

I_i = idade, $i = 1, \dots, 7$;

G.L. = graus de liberdade;

y = volume

x = produto entre diâmetro à altura do peito ao quadrado e altura total;

Σy^2 = somatório do quadrado de y;

Σxy = somatório do produto entre x e y;

Σx^2 = somatório do quadrado de x

SQ = soma de quadrados;

MO = média quadrática

$$F_{6/161/0,05} = 2,9156$$

$$F_{C_N} = 2,3203371^{n.s.}$$

$$F_{6/167/0,05} = 2,9132$$

TABELA 9. MODELOS SELECIONADOS ATRAVÉS DO MÉTODO STEPWISE, PARA OS GRUPOS 01 E 02 A 95% DE PROBABILIDADE, COM OS RESPECTIVOS VALORES DAS ESTATÍSTICAS

GRUPO	T _j	Modelo	F	r ²	S _{yx} %
1	1	$V = -1,08443.10^{-3} + 5,28713.10^{-5}.d^2h - 5,01208.10^{-5}.h^2$	382,312	0,9421	10,19
1	2	$\ln V = -4,44647 - 1,73956 h - 0,181625 d^2 + 0,549706 dh - 2,61814.10^{-3}.d^2h^2$	301,378	0,9640	8,04**
	3	$\ln V = -10,7313 + 2,5544 \ln d + 0,227342 \ln d \ln h^2$	361,252	0,9389	10,25**
2	1	$V = 1,15544.10^{-4} + 4,56442.10^{-5}.d^2h$	272,262	0,6888	57,70
2	2	$\ln V = -9,6472 + 0,759276.d + 0,142365 h - 1,36078.10^{-2}.d^2 - 1,09312.10^{-3}.d^2h + 8,31393.10^{-8}.d^4h^2$	666,065	0,9655	24,79**
	3	$\ln V = -18,682 + 8,01908 \ln \ln d^2h$	3.674,130	0,9676	23,63**

Legenda:

F = valor de F calculado;

r = coeficiente de determinação múltiplo;

Syx% = erro padrão da estimativa em percentagem;

** = valor de Syx retransformados através da fórmula de FURNIVAL¹⁶;

T_j = tipo de modelo selecionado;

j = 1: modelo matemático aritmético;

j = 2: modelo matemático exponencial;

j = 3; modelo matemático logarítmico.

Procedendo-se às análises, e considerando os critérios r^2 , F , $S_{yx}\%$ e análise gráfica de resíduos, escolheu-se uma equação para cada grupo. Os comentários serão efetuados para cada um deles em separado.

Grupo 1

Quando do agrupamento das idades de 1 e 2, observou-se baixo valor calculado de coeficiente de variação em percentagem (C.V.%), o qual o pode ser observado na Tabela 3. O baixo C.V.% observado não pode ser generalizado, dado que a variação nestas idades foi alterada por se considerar árvores com diâmetro à altura do peito (DAP) iguais ou superiores a 4 cm. As árvores com DAP inferiores foram desprezadas por ocasião da coleta de dados por não terem valor comercial.

Dos três modelos pré-selecionados, o modelo aritmético foi aquele que apresentou maior valor calculado para a estatística F . Com relação ao modelo exponencial observou-se um maior valor de r^2 e menor valor de $S_{yx}\%$. A análise gráfica de resíduos padronizados mostrou que, os resíduos dos modelos exponencial e logarítmico encontravam-se dentro do limite de 95% de probabilidade. Os resíduos em % para o modelo exponencial apresentaram menor amplitude de dispersão, e os pontos residuais tanto para o modelo exponencial como logarítmico apresentaram tendências similares. Muito embora o modelo exponencial contivesse o maior número de variáveis, ao serem considerados os resultados acima, a sua utilização proporcionaria a obtenção dos valores calculados da variável dependente mais próximos dos reais. As Figuras 27 e 28 são correspondentes ao modelo selecionado.

FIGURA 27. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PERCENTAGEM DA EQUAÇÃO EXPONENCIAL PARA O GRUPO 01 (01 E 02 ANOS)

$$\ln V = -4,44647 - 1,73956 \cdot h - 0,181625 \cdot d^2 + 0,549706 \cdot dh - 2,61814 \cdot 10^{-3} \cdot d^2 h^2$$

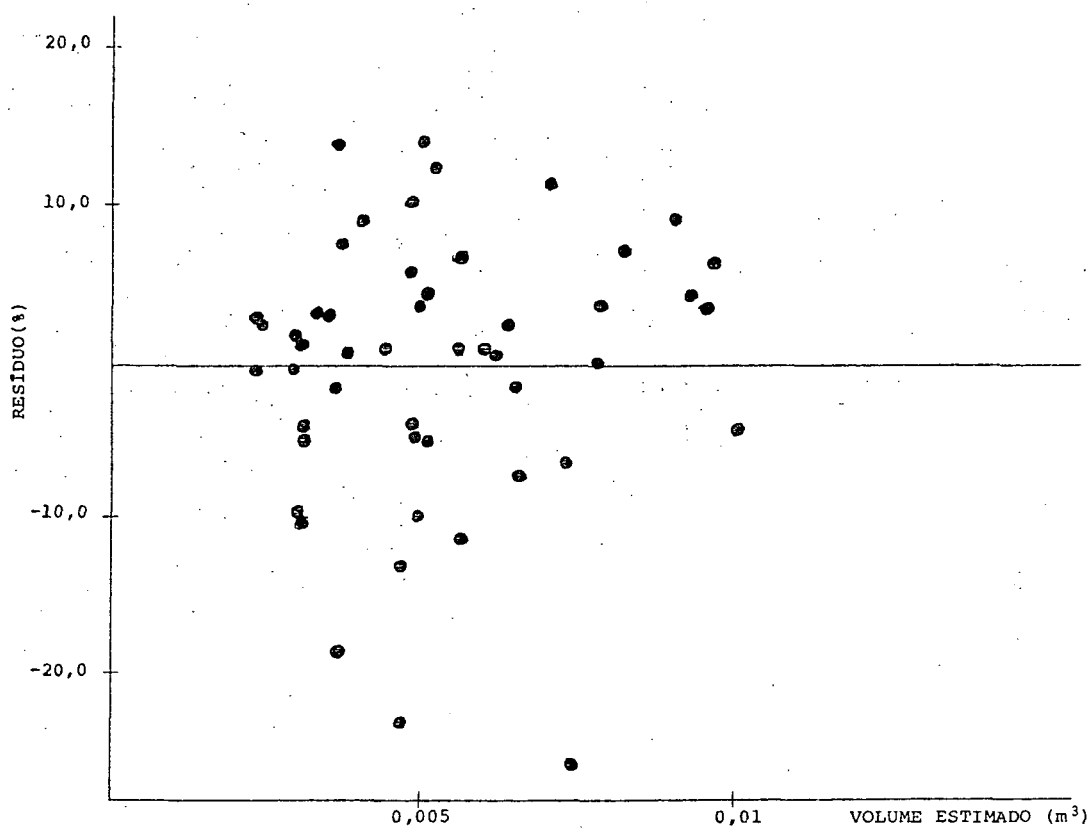
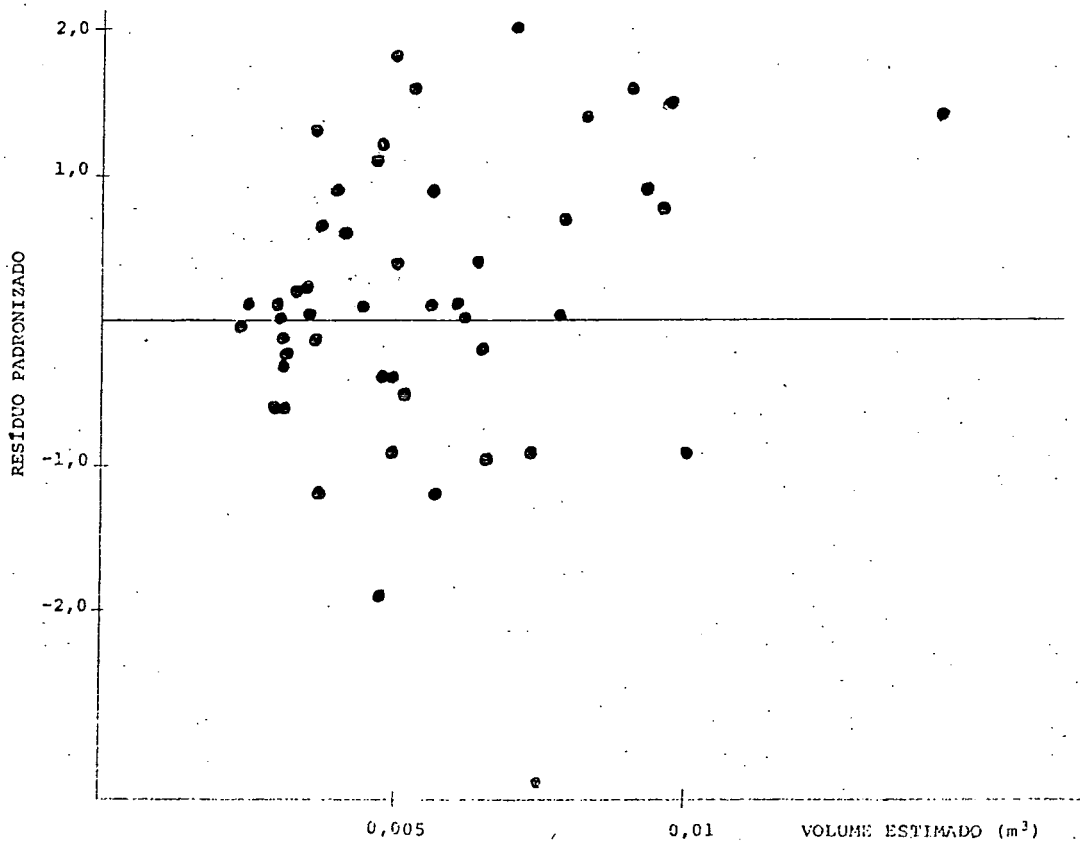


FIGURA 28. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO
EXPONENCIAL PARA O GRUPO (01 E 02 ANOS)

$$\ln V = -4,44647 - 1,73596.h - 0,181625 d^2 + 0,549706.dh - 2,61814.10^{-3}.d^2h^2$$



Grupo 2

O modelo aritmético foi primeiramente descartado pelos baixos valores de F e r^2 , e alto valor de $S_{yx}\%$ associados a ele. O modelo logarítmico apresentou maiores valores das estatísticas F e r^2 , e menor valor de $S_{yx}\%$. A análise gráfica dos resíduos em percentagem da equação logarítmica apresentava uma menor amplitude de dispersão em relação ao eixo central. A análise gráfica dos resíduos padronizados mostrou que mais que 90% dos resíduos encontravam-se entre $-1,64$ e $+1,64$. As figuras 29 e 30 demonstram as características dos modelos selecionados.

Os modelos selecionados para os grupos 01 e 02 encontram-se testados na Tabela 10.

FIGURA 29. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS EM PORCENTAGEM DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA AS IDADES DE 03 A 07 ANOS

$$\ln V = -18,682 + 8,01908 \cdot \ln \ln d^2 h$$

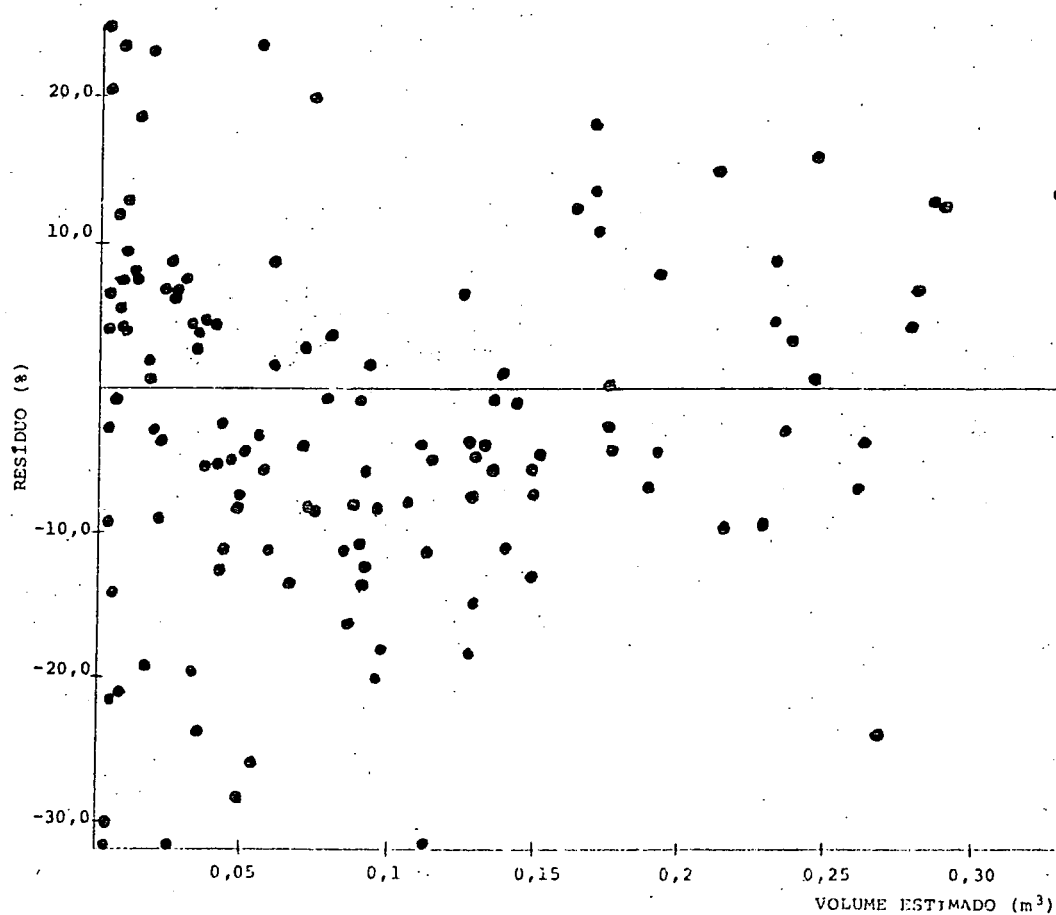


FIGURA 30. DISTRIBUIÇÃO DOS RESÍDUOS PADRONIZADOS DA EQUAÇÃO LOGARÍTMICA PARA AS IDADES DE 03 A 07 ANOS

$$\ln V = -18,682 + 8,01908 \cdot \ln \ln d^2 h$$

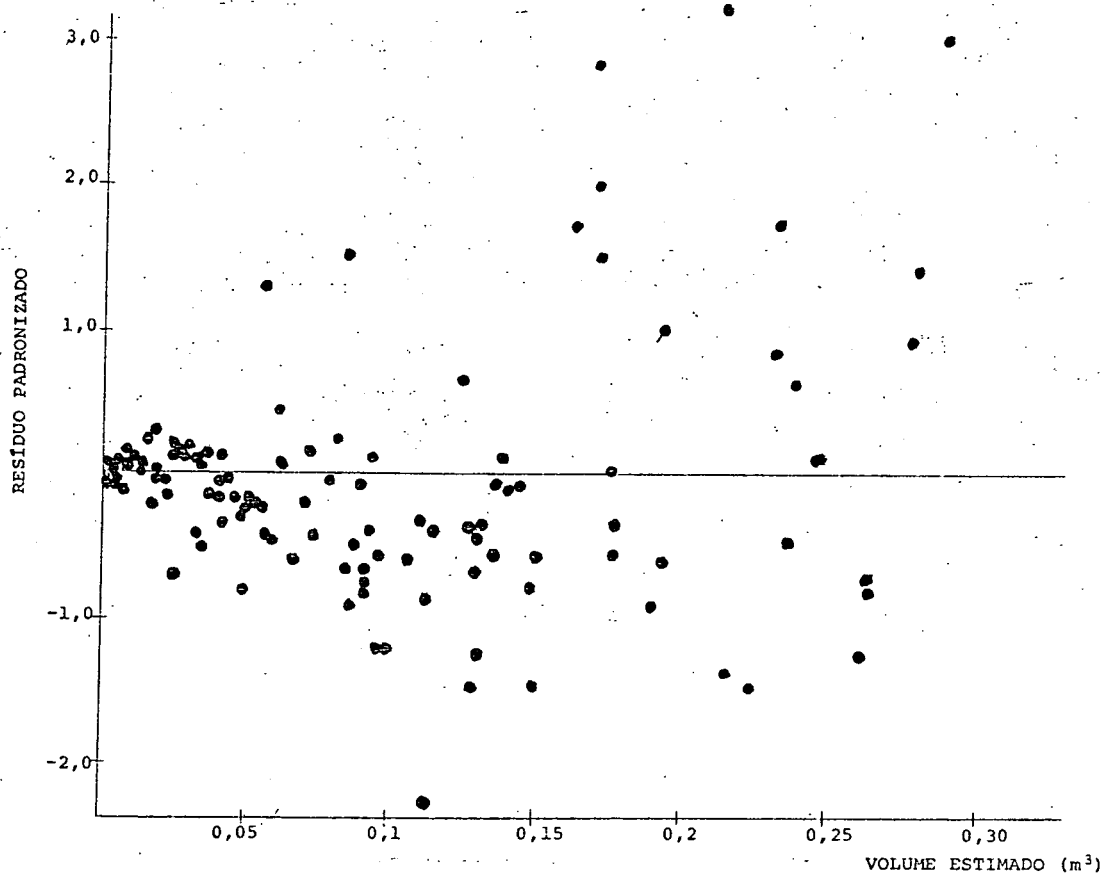


TABELA 10. MODELOS ESCOLHIDOS PARA CADA GRUPO COM OS RESPECTIVOS VALORES DAS ESTATÍSTICAS

G	T _i	Equação	F*	r ²	**
1	2	$\text{Ln } V = -4,44647 - 1,73956 h - 0,181625 d + 0,549706dh - 2,61814 \cdot 10^{-7} d h$	301,378	0,9640	8,04
2	3	$\text{Ln } V = -18,682 + 8,01908 \text{LnLn } d h$	3.674,130	0,9676	23,63

Legenda:

F = valor de F calculado;

r² = coeficiente de determinação múltiplo;

** = valor de Syx retransformado pelo uso da fórmula de FURNIVAL¹⁶;

T_i = tipo de modelo selecionado;

T₂: modelo matemático exponencial;

T₃: modelo matemático logarítmico.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

1 Os modelos logaritmizados apresentaram melhores ajustes quando comparados aos modelos aritméticos, quer seja para cada idade em separado ou quando aquelas foram agrupadas. Por antecipação podia ser prevista tal conclusão, pois o diagrama de dispersão dos pontos amostrais já demonstrava tal característica.

2 Dentro de um limite médio de erro de 5%, o volume comercial com casca (m^3) para árvores de bracatinga pode ser determinado pela aplicação dos seguintes modelos para cada idade. Os coeficientes associados aos modelos podem ser observados na Tabela 5.

Idade	Modelo
1	$\ln V = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 + b_3 d^2 h$
2	$\ln V = b_0 + b_1 d + b_2 h + b_3 d^2 h^2 + b_4 d^4 h^2$
3	$\ln V = b_0 + b_1 \ln d \ln h^2$
4	$\ln V = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 + b_3 h^2 + b_4 d h^2 + b_5 d^2 h^2$
5	$\ln V = b_0 + b_1 \ln h^2 + b_2 \ln \ln d^2 h$
6	$\ln V = b_0 + b_1 \ln d^2 h + b_2 \ln \ln h^2$
7	$\ln V = b_0 + b_1 \ln d^2 h + b_2 \ln \ln d^2 h$

Quando agrupadas as idades, pode-se utilizar os seguintes modelos, que devem estar associados aos valores das estatísticas relacionadas na Tabela 10.

Grupo	Modelo
1	$\text{Ln } V = b_0 + b_1 h + b_2 d^2 + b_3 dh + b_4 d^2 h^2$
2	$\text{Ln } V = b_0 + b_1 \text{LnLn } d^2 h$

A utilização de modelos individuais para cada idade ou modelos para cada grupo, deverá ser decidida em função da acuidade desejada com relação aos valores estimados de volume. Se forem observadas as Tabelas 5 e 10, pode-se verificar que os valores de S_{yx}^2 das equações individuais para cada idade são menores do que os valores de S_{yx}^2 das equações onde os dados foram agrupados. Logo, valores estimados estarão mais próximos dos valores reais quando foram utilizadas as equações individuais.

- RECOMENDAÇÕES

1 Os modelos ajustados para a estimativa de volume por árvore em metros cúbicos com casca, devem ser utilizados com restrições, devendo ser consideradas a amplitude de variação abrangida pelos dados amostrais. O uso dos modelos para outros povoamentos, de diferentes densidades e localizados em diferentes sítios, implica em testes prévios de acuidade dos mesmos.

2 Muito embora as pesquisas com relação à bracinga tenham deixado de ser pioneiras, e que um avanço considerável

já tenha sido alcançado nas diferentes áreas, passando-se a conhecer um pouco mais com relação à espécie, há muito por fazer. No que se refere à avaliação da produtividade da bracatinga, quer seja em volume em metros cúbicos por árvore, volume em estéreos por árvore, volume em metros cúbicos por hectare ou volume em estéreos por hectare, poucos são os estudos realizados. Assim, observa-se a necessidade da realização de novos estudos, considerando-se a abrangência de uma maior área por ocasião da coleta de dados, o que englobaria diferentes classes de produtividade e diferentes formas de condução dos povoamentos.

3 Com relação às pesquisas na área de silvicultura, observa-se a necessidade de se conhecer com maior profundidade a época em que se inicia a competição entre as espécies do sub-bosque e a bracatinga, uma vez que o desenvolvimento das primeiras ocasiona a morte da segunda e conseqüente diminuição do volume de bracatinga.

SUMMARY

This is a research work dealing with volume measurement of bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.), native species from the South of Brasil that presents high energetic value. The data were collected from natural stands in Quatro Barras, Paraná State, Brazil. The random sampling included ages from 1 to 7 years old. The diameter and height range lied bewteen 4.1 and 20.0 cm and 4.7 to 18.0 meters, respectively. A total of 175 trees were measured. Three general mathematic models were tested: arithmetic, exponential and logarithmic, to which a stepwise regression method was applied in order to pre-select the volumetric equations for each age. According to statistical graphics tests the best volume equation for each age was selected. They are:

- . Age 1, $\text{Ln } V = -14,7843 + 3,24034 d - 0,310896 d^2 + 6,97873 \cdot 10^{-3} d^2 h$;
- . Age 2, $\text{Ln } V = -5,6089 + 0,55135 d - 0,723656 h + 4,00671 \cdot 10^{-3} d^2 h^2 - 6,99326 \cdot 10^{-5} d^4 h^2$;
- . Age 3, $\text{Ln } V = -15,0202 + 2,509821 \text{Ln} d^2 h - 0,5049371 \text{Ln} d \text{Ln} h^2$;
- . Age 4, $\text{Ln } V = -12,7734 + 1,65454 d - 6,7296 \cdot 10^{-2} d^2 + 3,68967 \cdot 10^{-2} h^2 -$
- . Age 5, $\text{Ln } V = -6,70517 \cdot 10^{-3} d h^2 + 3,0575 \cdot 10^{-4} d^2 h^2$;
- . Age 6, $\text{Ln } V = -18,2283 - 0,289711 \text{Ln } h^2 + 8,54016 \text{LnLn } d^2 h$;
- . Age 7, $\text{Ln } V = -19,8555 - 0,602463 \text{Ln } d h^2 + 10,8865 \text{LnLn } d^2 h$;
- . Age 8, $\text{Ln } V = -18,0583 + 0,122238 \text{Ln} d^2 h + 7,26172 \text{LnLn } d^2 h$

In order to check the possibility of grouping the data, the homogeneous variances test for volume was used. The outcoming result was significant to 95% of probability even after the data were transformed. So, considering the diameter at breast height (dbh) values for different ages that can be observed in table 02, two data groups were considered: group 1 (between 1 and 2 years old) group 2 (between 3 and 7 years old). In order to compare the variances of group 1 the ratio F between the biggest and the smallest variances was used. The outcoming result was not significant to 95% of probability. For the comparison among the variances of group 2 Bartlett test was used, considering the transformed volume data. The outcoming result was not significant to 95% of probability. After the covariance result was not significant to 95% of probability. Furthermore was considered that are groups of data and was adjusted mathematic models for each one of them according to the previously mentioned procedures (for each age). The equations for each group were: group 1, $\text{Ln} V = -4,44647 - 1,73956 h - 0,181625 d^2 + 0,549706 d h - 2,61814 \cdot 10^{-3} d^2 h^2$; group 2, $\text{Ln} V = -18,682 + 8,01908 \text{LnLn } d^2 h$

A N E X O S

ANEXO 1. MODELOS SELECIONADOS DA LITERATURA DOS QUAIS FORAM SELECIONADAS AS VARIÁVEIS QUE
IRIAM COMPOR OS MODELOS MATEMÁTICOS GERAIS

-
1. $V = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3dh + b_4d^2h + b_5h$ (modelo compreensivo de Meyer)
 2. $V = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3dh + b_4d^2h$
 3. $V = b_0 + b_1d + b_2d^2h + b_3dh^2 + b_4h^2$
 4. $V = b_0 + b_1d^2 + b_2d^2h + b_3h$ (modelo australiano de Stoate)
 5. $V = b_1d^2 + b_2d^2h$
 6. $V = b_0 + b_1d^2h$ (modelo da variável combinada de Spurr)
 7. $V = b_0 + b_1d + b_2d^2$
 8. $V = b_0 + b_1d^2$
 9. $\log V = b_0 + b_1 \log d + b_2 \log 2d + b_3 \log h + b_4 \log 4 h$
 10. $\log V = b_0 + b_1 \log d + b_2 \log d$
 11. $\log V = b_0 + b_1 \log (d^2h)$
 12. $\log V = b_0 + b_1 \log d + b_2 1/d$
 13. $\log V = b_0 + b_1 \log d$
-

ANEXO 2.

```
10 REM PROG. P/CALCULAR VOLUME DE BRACATINGA (ÁRVORES CUBADAS)
20 REM TESE - ELIZABETH BRUGNOLO (16.04.84)
25 V = 0
30 DISP "IDADE DO POVOAMENTO";
40 INPUT N1
50 DISP "N. DA ÁRVORE";
60 INPUT N2
70 DISP "ALTURA TOTAL";
80 INPUT N3
90 DISP "DIÂMETROS DE COPA";
100 INPUT N4, N5
110 N6 = (N4 + N5)/2
120 DISP "CAP DA ÁRVORE";
130 INPUT N7
140 FOR I=1 TO 100
150 DISP "COMP. DA SECÇÃO, CIRC. BASE E TOPO";
160 INPUT H, C1, C2
170 IF H = 0 THEN 230
190 C1 = C1/PI/100
200 C2 = C2/PI/100
210 V = V + (C1 ^2 * PI/4 + C2 ^2 * PI/4)/2 * H
220 NEXT I
230 WRITE (15,240)"ARV.",N2,"ID",N1," "CAP",N7," ALT.TOTAL",N3)
240 FORMAT F4.0, F2.0, F6.2, F7.2
250 WRITE (15,260) "DIAM.COPA", N6," VOLUME = ", V, " M3"
260 FORMAT F5.1, F8.5, F2.0
270 END
```

ANEXO 3. LISTA DA VARIÁVEIS TESTADAS NOS MODELOS

Nº	Variável
1	d
2	h
3	V
4	d
5	h^2
6	dh
7	d^2h
8	dh^2
9	d^2h^2
10	d^4h^2
11	$\text{Ln } d$
12	$\text{Ln } h$
13	$\text{Ln } V$
14	$\text{Ln } d^2$
15	$\text{Ln } h^2$
16	$\text{Ln } dh$
17	$\text{Ln } d^2h$
18	$\text{Ln } dh^2$
19	$\text{Ln } d \cdot \text{Ln } h$
20	$\text{Ln } d^2 \cdot \text{Ln } h$
21	$\text{Ln } d \cdot \text{Ln } h^2$
22	$\text{LnLn } d^2h$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AHRENS, S. Um modelo matemático para volumetria comercial de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1981. 198 p.
2. ALDER, D. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos: predicción del rendimiento. Roma, FAO, 1980. 8 p.
3. AVERY, T.E. Natural resources measurements. 2.ed.. New York, McGraw-Hill, 1970. 440 p.
4. BANCROFT, T.A. Topics in intermediate statistical methods. Ames, Iowa State University Press, 1968. v.1.
5. CAMPBELL, R.C. Statistics for biologists. Cambridge, University Press, 1967. 242 p.
6. CAILLIEZ, F. Forest volume estimation and yield prediction. Roma, FAO, 1980. v.1.
7. CAMPOS, C.H.O.; GRAÇA, L.R. & RIBAS, L.C. A produtividade de bracatingal nativo através do tempo. Curitiba, EMBRAPA, CNPF, 1985.
8. CHAPMAN, H.H. & MEYER, W.H. Forest mensuration. New York, McGraw-Hill, 1949. 522 p.
9. CHARTTERJEE, J.L. & PRICE, B. Regression analysis by example. New York, John Wiley, 1977. 228 p.
10. CLUTTER, J.L.; FORSTON, J.C.; PIENAAR, L.V.; BRISTER, C.H.; BAILEY, R.L. Timber management: a quantitative approach. New York, J. Wiley, 1983. 333 p.

11. DRAPER, N.R. & SMITH, H. Applied regression analysis. New York, John Wiley, 1966. 407 p.
12. EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA. SAEST-Manual do usuário; instrução de operação. Brasília, 1981. 244 p. + anexo.
13. FREESE, F. Linear regression methods for forest research. U.S. For. Serv. Res. Paper FPL-17, 1964. 137 p.
14. . Elementary statistical methods for foresters. Washington, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, 1967. 87 p. (Agriculture Handbook, 317).
15. FUNDAÇÃO DE PESQUISAS FLORESTAIS DO PARANÁ. Avaliação preliminar de produção de povoamento de bracatinga (*Mimosa scabrella*). Curitiba, 1981. 17 p. Não publicado.
16. FURNIVAL, G.M. An index for comparing equations used in constructing volume tables. For.Sci., 7(4): 337-41, 1961.
17. GUIMARÃES, D.P. Estimativa do volume de *Eucalyptus* spp. através de posições absolutas no tronco. Curitiba, 1985. 96 p. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná.
18. HARNETT, D.L. & MURPHY, J.L. Introductory statistical analysis. s.l., Addison-Wesley, 1976. 524 p.
19. HUSCH, B.; MILLER, C.H. & BEERS, F. Forest mensuration. 2.ed. New York, Ronald Press, 1972. 410 p.
20. INOUE, M.T.; RODERJAN, C.V. & KUNIYOSHI, Y.S. Projeto madeira do Paraná. Curitiba, FUPEF, 1984. 260 p.
21. KLEIN, R.M. Aspectos fitossociológicos da bracatinga (*Mimosa scabrella*). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1981. 197 p.
22. LOETSCH, F.; ZÖHER, F. & HALLER, K.E. Forest inventory. München, BLV, 1973. 2 v.

23. MONTGOMERY, D.C. Design and analysis of experiments. New York, John Wiley, 1976. 418 p.
24. NETER, J. & WASSERMAN, W. Applied linear statistical models; regression, analysis of variance, and experimental designs. Homewood, Irwin, 1974. 842 p.
25. OSTLE, B. & MENSING, R.W. Statistics in research. Ames, Iowa State University Press, 1975. 596 p.
26. PARENTE, R.C.P. Aspectos da análise de resíduos. Piracicaba, 1984. 139 p. Tese. Mestrado. Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".
27. PATON, P.S. Estimativa de volumes individuais expressos em metros cúbicos sólido e estéreos, para bracatinga *Mimosa scabrella* Benth. em povoamentos naturais maduros. Curitiba, 1984. Tese. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.
28. ROTTA, E. & OLIVEIRA, Y.M.M. Área de distribuição natural da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4., Curitiba, 1981. Anais. Curitiba, EMBRAPA, 1981. 197 p.
29. SILVA, J.A.A. Análise de equações volumétricas para construção de tabelas de volume comercial para *Eucalyptus* spp., segundo a espécie, região e método de regeneração. Viçosa, 1977. 93 p. Tese. Mestrado. Universidade Federal de Viçosa.
30. SNEDECOR, G.W. Métodos de estadística, su aplicación a experimentos en agricultura y biología. Argentina, ACNE, 1948. 557 p.
31. _____. Statistical methods. Ames, Iowa State University Press, 1967. 593 p.
32. SPURR, S. H. Forest inventory. New York, Ronald Press, 1952. 476 p.
33. WENDLING, W.T. Metodologia para elaboração de tarifas de de volume individual. Curitiba, 1978. 77 p. Dissertação. Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Agrárias. Curso de Pós-Graduação em Engenharia

34. WINER, B.J. Statistical principles in experimental design.
New York, McGraw-Hill, 1971.