

JOCELY MARIA THOMAZONI LOYOLA

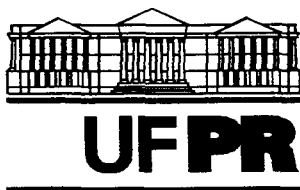
**MODELOS ANALÍTICOS PARA PREDIÇÃO DO PROCESSO
DA REDISTRIBUIÇÃO DA ÁGUA NO SOLO**

Dissertação apresentada como co-requisito
para a obtenção do grau de Mestre no
Curso de Pós-Graduação em Ciência do
Solo da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Dr. Celso L. Prevedello

CURITIBA

2002



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
DEPARTAMENTO DE SOLOS E ENGENHARIA AGRÍCOLA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM AGRONOMIA: CIÊNCIA DO SOLO(MESTRADO) e
MONITORAMENTO, MODELAGEM E GESTÃO AMBIENTAL(DOUTORADO)
Rua dos Funcionários, 1540-Curitiba/PR-80035-050-Fone/Fax 41-350-5648
E-mail: pgcisolo@agrarias.ufpr.br

P A R E C E R

Os Membros da Comissão Examinadora, designados pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Agronomia-Área de Concentração "Ciência do Solo", para realizar a argüição da Dissertação de Mestrado, apresentada pela candidata **JOCELY MARIA THOMAZONI LOYOLA**, com o título: **"Modelos analíticos para predição do processo da redistribuição da água no solo"**, para obtenção do grau de Mestre em Agronomia-Área de Concentração "Ciência do Solo" do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, após haver analisado o referido trabalho e argüido a candidata, são de Parecer pela **"APROVAÇÃO"** da Dissertação, com o conceito **"A"**, completando assim, os requisitos necessários para receber o diploma de **Mestre em Agronomia-Área de Concentração "Ciência do Solo"**.

Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Agronomia-Área de Concentração "Ciência do Solo", em Curitiba 17 de maio de 2002.


Prof. Dr. Celso Luiz Prevedello, Presidente.


Prof. Dr. Masato Kobiyama, Iº Examinador.


Prof. Dr. Eduardo Felga Gobbi, IIº Examinador.



Dedico este trabalho aos meus Pais, Ivo e Estephania Thomazoni pelo carinho e pela confiança mostrados ao longo da minha vida, e aos meus filhos Leonardo e Luiza, pela alegria contagiante que me passam todos os dias.

AGRADECIMENTOS

Ao longo deste curso de mestrado e da elaboração deste trabalho surgiram muitas pessoas a quem necessito agradecer.

Agradeço ao meu orientador, Professor Dr. Celso Luiz Prevedello, por ajudar a clarear minhas idéias e expressá-las neste trabalho. Agradeço também pela paciência e pelo tempo dedicado.

Agradeço ao meu grande amigo Paulo Chamecki, companheiro de estudos e incentivador, que sempre me auxiliou.

Agradeço à Universidade Federal do Paraná por ter me dado a oportunidade de cursar este mestrado e à COBRAPE pelo apoio logístico fornecido. Agradeço ainda ao Carlos Eduardo e ao Jefferson, pelo incentivo, e ao Fabiano, pelo trabalho de formatar meus textos.

A natureza é indiferente às dificuldades que ela causa a um matemático.

Fourier

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE FIGURAS	viii
RESUMO.....	xi
ABSTRACT.....	xii
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1. O SOLO COMO UM SISTEMA MULTICOMPONENTE.....	3
2.2. A ÁGUA NO SOLO.....	4
2.2.1. O Potencial da Água em Solos Não Saturados	6
2.2.2. O Fluxo da Água Através do Solo	7
2.3. PROPRIEDADES HIDRÁULICAS DO SOLO A PARTIR DE FUNÇÕES COMBINADAS.....	13
2.4. MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA REPRESENTAR O PROCESSO DA REDISTRIBUIÇÃO DA ÁGUA NO SOLO.....	15
2.4.1. Métodos Numéricos para Representar o Processo da Redistribuição da Água no Solo.....	16
2.4.2. Métodos Analíticos para Representar o Processo da Redistribuição da Água no Solo	19
3. POSTULADO.....	22
4. CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS	23
4.1. EQUAÇÃO DE RICHARDS PARA GRADIENTE HIDRÁULICO UNITÁRIO.....	23
4.2. MODELO ANALÍTICO PARA PREDIÇÃO DA UMIDADE DO SOLO EM FUNÇÃO DO TEMPO DE REDISTRIBUIÇÃO DA ÁGUA NO SOLO, COM BASE NO MODELO DE RETENÇÃO DE ÁGUA DE VAN GENUCHTEN (1980).....	25
4.3. MODELO ANALÍTICO PARA PREDIÇÃO DA DENSIDADE DE FLUXO GRAVITACIONAL EM FUNÇÃO DO TEMPO DE REDISTRIBUIÇÃO DA ÁGUA NO SOLO, COM BASE NO MODELO DE RETENÇÃO DE ÁGUA DE VAN GENUCHTEN (1980).....	26
5. MATERIAL E MÉTODOS.....	27
5.1. EXPERIMENTO EM AREIA MARINHA.....	27
5.2. EXPERIMENTO EM LATOSSOLO VERMELHO AMARELO TEXTURA MÉDIA.....	30
5.3. PARÂMETROS DE AJUSTE DOS MODELOS PROPOSTOS	32
6. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	34
6.1. EXPERIMENTO EM AREIA MARINHA.....	34
6.1.1. Umidade em Função do Tempo de Redistribuição	34
6.1.2. Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição	41
6.2. EXPERIMENTO EM LATOSSOLO VERMELHO AMARELO-FASE ARENOSA.....	47
6.2.1. Umidade em Função do Tempo de Redistribuição	47
6.2.2. Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição	53
7. CONCLUSÃO	57
8. RECOMENDAÇÕES FINAIS.....	58
9. LITERATURA CITADA	59
APÊNDICE A.....	63
APÊNDICE B.....	65
APÊNDICE C.....	67
APÊNDICE D.....	68
APÊNDICE E.....	72

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Umidade em Função da Profundidade e Tempo de Redistribuição Obtida por Cho et al. (1977) no experimento com Areia Marinha	28
TABELA 2 - Valores Médios de Condutividade Saturada, de Desvio Padrão e Umidade Saturada para Diversas Profundidades Obtidos por Cho et al. (1977) no Experimento em Areia Marinha	29
TABELA 3 - Densidade de Fluxo para Diversas Profundidades Obtidas por Cho et al. (1977) no Experimento em Areia Marinha	30
TABELA 4 - Umidade em Função da Profundidade e Tempo de Redistribuição Obtidos por Libardi (1978) no Experimento em Latossolo.....	31
TABELA 5 - Valores de Densidade de Fluxo Observados no Latossolo Vermelho Amarelo-Fase Arenosa, Obtidos por Libardi (1978)	32
TABELA 6 - Valores dos Parâmetros de Ajuste do Modelo de Van Genuchten (1980) aos Dados da Curva de Retenção da Areia Marinha	34
TABELA 7 - Valores Estimados da Umidade pela Teoria Proposta (Equação 23), em Diversas Profundidades e Tempos de Redistribuição do Experimento em Areia Marinha	35
TABELA 8 - Valores Estimados da Densidade de Fluxo em Diversas Profundidades e Tempos de redistribuição Obtidos por Cho et al. (1977) no Experimento em Areia Marinha	41
TABELA 9 - Valores Obtidos para o Ajuste do Modelo de Van Genuchten (1980) Aos Dados da Curva de Retenção do Latossolo.....	47
TABELA 10 - Valores Estimados da Umidade em Diversas Profundidades e Tempos de Redistribuição Obtidos por Libardi (1978) no Experimento em Latossolo.....	48
TABELA 11 - Valores Estimados pela Teoria Proposta para a Densidade de Fluxo nas Diversas Profundidades e Tempos de Redistribuição no Experimento em Latossolo.....	53

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Perfis de Umidade Típicos do Processo da Redistribuição da Água no Solo, Após Ter Cessada Uma Chuva ou Irrigação	24
FIGURA 2 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,20 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	36
FIGURA 3 - Umidade observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,30 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	37
FIGURA 4 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,40 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	37
FIGURA 5 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,50 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	38
FIGURA 6 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,60 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	38
FIGURA 7 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,70 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	39
FIGURA 8 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,80 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	39
FIGURA 9 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,90 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	40
FIGURA 10 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 1,00 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	40
FIGURA 11 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,20 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	42
FIGURA 12 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de redistribuição para a profundidade de 0,30 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	43

FIGURA 13 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,40 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	43
FIGURA 14 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,50 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	44
FIGURA 15 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,60 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	44
FIGURA 16 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,70 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	45
FIGURA 17 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,80 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	45
FIGURA 18 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,90 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	46
FIGURA 19 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 1,00 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	46
FIGURA 20 - Umidade em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,30 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	50
FIGURA 21 - Umidade em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,60 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	50
FIGURA 22 - Umidade em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,90 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	51
FIGURA 23 - Umidade em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 1,20 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	51
FIGURA 24 - Perfis de Umidade Durante o Tempo de Drenagem para Todas as Profundidades da Areia Marinha	52
FIGURA 25 - Perfis de Umidade Durante o Tempo de Drenagem para Todas as Profundidades do Latossolo.....	52

FIGURA 26 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,30 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e losAngos a Valores Estimados.....	54
FIGURA 27 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,60 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	55
FIGURA 28 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,90 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	55
FIGURA 29 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 1,20 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados	56

RESUMO

A avaliação do processo da redistribuição da água no solo, em condições de campo, demanda considerável tempo e apreciável custo, porque as propriedades hidráulicas do solo sofrem extensa variabilidade espacial e estão sujeitas a freqüentes alterações no tempo. O presente trabalho propõe dois modelos analíticos para estimar a dinâmica desse processo, a partir da adoção do gradiente de potencial hidráulico unitário na equação de Richards. O primeiro modelo estima a umidade do solo e o segundo estima a densidade de fluxo, ambos em função do tempo de drenagem interna para a profundidade de interesse. Os resultados gerados pelos modelos confrontaram-se satisfatoriamente física e estatisticamente com os valores medidos da umidade e densidade de fluxo durante o período de drenagem em diferentes profundidades de dois solos morfologicamente homogêneos. Isto representa uma simplificação apreciavelmente importante nas análises do comportamento da água dentro de um perfil homogêneo de solo, em relação aos problemas práticos de recarga de aquíferos, lixiviação ou retenção de fertilizantes e sais, e manejo de água residuais, porque os modelos propostos exigem somente o conhecimento prévio dos dados da curva de retenção e da condutividade hidráulica do solo na profundidade de interesse.

Termos de indexação: redistribuição da água no solo, Equação de Richards, Modelos analíticos.

ABSTRACT

Analytical Models to Estimate the Soil Water Redistribution Process

Field assesment of the water redistribution process is time consuming and costly because soil hydraulic properties vary extensively in space and time. The present work proposes two analytical models to estimate the dynamics of this process, based on the use of the unit hydraulic potential from Richard's equation. The first model estimates soil water content and the second estimates flow density, both as functions of time for internal drainage for a given depth. Model output compared satisfactorily with water content and flow density during the drainage phase at different depths of two morphologically homogeneous soils, from statistical and physical points of view. This represents a reasonably important simplification in the analysis of water behavior within a homogeneous soil profile, useful for practical issues such as aquifer recharge, leaching or retention of salts and fertilizers, and management of waste water. The proposed models require knowledge only of water retention data and the soil hydraulic conductivity, at a given depth.

Key Words: Soil water redistribution, Richards equation, Analytical models.

1. INTRODUÇÃO

O solo é o reservatório natural de água para as plantas, e todas as práticas de manejo na agricultura visam a manutenção de seu nível em condições ideais para o crescimento das culturas. Por ser um reservatório aberto para a atmosfera e para os horizontes ou camadas mais profundas do perfil de solo, muitos investigadores têm procurado quantificar a capacidade de armazenamento desse reservatório em termos de retenção de água, como também os fluxos que ocorrem tanto na superfície (infiltração e evaporação) quanto em profundidade no solo (drenagem interna). Esses fluxos que ocorrem dentro do solo fazem parte de importantes processos do ciclo hidrológico. Findado o processo da infiltração, por exemplo, o movimento da água dentro do perfil de solo não cessa imediatamente e pode persistir por muito tempo. Esse movimento pós-infiltração é denominado drenagem interna ou redistribuição e se caracteriza em aumentar a umidade de camadas mais profundas pela água contida nas camadas superficiais inicialmente umedecidas.

A avaliação desse processo no campo demanda considerável tempo e apreciável custo, porque as propriedades hidráulicas do solo sofrem extensa variabilidade espacial e estão sujeitas a freqüentes alterações no tempo.

A compreensão e avaliação do processo de redistribuição da água no solo são muito úteis para a Ciência do Solo e Engenharia Civil, particularmente em assuntos relacionados com a irrigação, drenagem, erosão, biologia da fauna e flora do solo, lixiviação de elementos químicos e orgânicos, poluição do solo e da água, dentre outros, porque a água que drena do perfil de solo pode ser um importante fator causador de vários problemas ambientais. Em muitas regiões do mundo, por exemplo, a água que drena subsuperficialmente tem contribuído para a poluição de rios e tem sido a responsável pela degradação de milhares de terras agrícolas, pela formação e desenvolvimento dos chamados "saline seeps", uma vez que a concentração de sais na água de drenagem dos solos severamente salinizados pode atingir valores de até 3%.

Na engenharia civil, a redistribuição da água também é importante porque em barragens de terra, por exemplo, a determinação da quantidade de água que percola dos maciços e fundações é fundamental para a estabilidade da obra,

enquanto que em lagoas de rejeitos essa percolação pode contribuir na contaminação do lençol freático.

As estimativas da taxa e quantidade de água de drenagem que contribuem para as camadas mais profundas do solo são muito investigadas, uma vez que o conhecimento dos fatores que determinam as perdas de água do solo por drenagem interna pode permitir a adoção de técnicas que objetivem controlá-la. Outra questão importante é um melhor entendimento das taxas de recarga de aquíferos. Além disso, essas estimativas constituem-se num poderoso instrumento de avaliação para técnicos de áreas afins ou interessados em estudos hidrológicos, mediante uso em programas de computação de fácil acesso e manuseio.

Visando estimar o processo de redistribuição, esse trabalho tem por objetivo desenvolver uma classe especial de modelos analíticos que se baseiam na adoção de algumas simplificações nas leis que governam a dinâmica da água em meios porosos, e confrontá-los frente aos valores medidos da umidade e da densidade de fluxo que ocorrem durante esse processo em diferentes profundidades de diferentes meios porosos, em condições de campo.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. O SOLO COMO UM SISTEMA MULTICOMPONENTE

O solo pode ser considerado um sistema integrado pelas fases sólida, líquida e gasosa, sendo que o espaço poroso é ocupado pelas fases líquida e gasosa, ou por apenas uma delas.

No caso dos vazios estarem todos ocupados pela fase líquida, o solo é dito saturado e, nos demais casos não saturado. Os poros do solo podem ser classificados em macroporos, responsáveis pela drenagem do excesso de água no solo, mesoporos importantes na redistribuição da água após a drenagem dos macroporos, e os microporos que processam este movimento de água mas de uma maneira muito mais lenta, sendo responsáveis pela água remanescente que garante a sobrevivência de muitas espécies vegetais.

Segundo YOSHIMI & OSTTERBERG (1963), um elemento de solo não saturado é um sistema trifásico composto por partículas sólidas, água e ar.

FREDLUND & MORGENSTERN (1977) e FREDLUND (1979) entendem que um elemento de solo não saturado pode ser visto como uma mistura com quatro fases, que quando sujeito a gradiente de tensões, duas dessas fases atingem um novo equilíbrio (as partículas sólidas e a interface água-ar) e as outras duas fluem (água e ar).

Somente do ponto de vista das relações entre massa e volume de um elemento de solo não saturado, pode-se considerar o solo como um sistema trifásico, porque o volume da membrana contrátil é pequeno e sua massa pode ser considerada como parte da massa da água gravitacional.

A fase sólida é composta de partículas minerais, na grande maioria, e matéria orgânica. Esses compostos orgânicos e os minerais sólidos são de várias formas, tamanhos e composições químicas, e constituem o que se chama matriz do solo (PREVEDELLO, 1996).

A composição mineralógica das partículas dos solos e a geometria dos poros controlam o potencial mátrico de água do solo.

2.2. A ÁGUA NO SOLO

Teoricamente, a cada força que atua sobre a água corresponde a um potencial. Mas na prática, por comodidade, alguns dos potenciais combinam-se num único. Para a água em repouso, num sistema livre de sais minerais e outros solutos, com interface líquido-gas plana, em condições normais de temperatura e pressão, situado em dado referencial de posição, considera-se o seu potencial nulo, por comodidade. A este estado de energia nulo, dá-se o nome de estado padrão ou de referência.

O potencial total da água dos solos (ϕ , mH₂O) pode ser expresso como (BAVER et al., 1972):

$$\phi = \phi_T + \phi_p + \phi_m + \phi_o + \phi_z + \phi_a \quad (1)$$

Onde:

ϕ_T : potencial térmico (mH₂O)

ϕ_p : potencial de pressão (mH₂O)

ϕ_m : potencial mátrico, que é um potencial de pressão (mH₂O)

ϕ_o : potencial osmótico (mH₂O)

ϕ_z : potencial gravitacional (mH₂O) e

ϕ_a : potencial de consolidação (mH₂O).

RICHARDS (1928) definiu o potencial total de água no solo como a soma dos potenciais mátrico e gravitacional.

BOLT & MILLER (1958) definiram o potencial total da água do solo como a mínima energia necessária para deslocar um volume infinitesimal de água de um estado de referência arbitrado, até outro ponto da fase líquida que permaneça em repouso.

Os processos que ocorrem no interior de uma massa de solo são considerados isotérmicos. Quando se adota a temperatura do estado padrão igual a do solo em questão, o potencial térmico iguala-se a zero.

A componente de pressão aparece quando a pressão externa que atua no solo é diferente da pressão atmosférica (adotada como padrão). Esse potencial freqüentemente é medido por piezômetros, que são tubos inseridos no solo com sua

extremidade aberta. A altura do líquido no tubo, medido desde a profundidade de interesse, é a própria medida deste potencial.

O potencial mátrico da água do solo é um potencial de pressão e resulta do efeito combinado da ação de forças de coesão e adsorção, que surgem devido à interação entre a água, o ar e as partículas sólidas que compõem o solo. Essas forças atraem e fixam a água no solo, diminuindo sua energia potencial em relação a água livre. Disso decorre que esse potencial é negativo, uma vez que por essas interações, as forças resultantes concorrem para o surgimento de meniscos côncavos onde, segundo Laplace, as pressões são negativas na interface desses meniscos (PREVEDELLO, 1996).

Essa componente, devida a sua complexidade, não pode ser calculada facilmente como a componente gravitacional e a de pressão. Ela é medida experimentalmente (REICHARDT, 1985).

FREDLUND (1979), EDIL & MOTAN (1984) e ALONSO et al. (1987) admitem que o potencial mátrico é o mais importante e suficiente parâmetro para o estudo dos solos não saturados.

O potencial osmótico existe porque a água do solo não é pura, ou seja, é uma solução de sais minerais e substâncias orgânicas. A água tende a hidratar as moléculas dos solutos, sendo necessário realizar trabalho sobre o sistema para retirá-la desta interação com a molécula. Portanto, o potencial osmótico é negativo.

Essa componente não é importante no que se refere ao movimento da água no solo na ausência de membranas semi-permeáveis (REICHARDT, 1985).

O potencial gravitacional é função apenas da posição do estado considerado com relação ao estado de energia padrão onde, por definição, é nulo. Essa componente está sempre presente, variando sua importância diante de magnitude dos demais potenciais. Nos solos saturados, ou próximos da saturação, a importância quantitativa deste potencial é significativa. Quando os solos se afastam da saturação, esse componente vai, gradativamente, perdendo sua importância para o componente mátrico (RÖHM, 1993).

O potencial de consolidação (ou de sobrecarga) considera a massa de solo sujeita a um processo de adensamento em curso. A compressão num solo não saturado pode reduzir o tamanho de alguns poros cheios de ar, diminuindo então o potencial de água. Do ponto de vista prático o potencial de sobrecarga pode

implicitamente ser incluído ao potencial mátrico, uma vez que o tamanho e distribuição dos poros do solo são funções, inclusive, das pressões de sobrecarga (BAVER et al., 1972).

A base física dos conceitos isotérmicos dos processos relativos às interações entre a água e o solo constitui-se dos conhecimentos publicados por BUCKINGHAM (1907), que definiu um potencial mátrico a um dado teor de água e a uma temperatura e massa específica do solo, como sendo o trabalho reversível, por unidade de massa, necessário para transferir água de um solo para um reservatório com água pura.

RICHARDS (1931) fez contribuições decisivas para o progresso do estudo da água no solo, quando publicou, com ineditismo, medidas precisas da condutividade da água nos solos, utilizando um equipamento simples e engenhoso. Este aparelho permitia controlar o potencial mátrico em cada extremidade de uma coluna de solo, sob temperatura conhecida, por meio de tensiômetros que, conectados a reservatórios de água pura aplicavam pressões menores que a atmosfera ao solo.

Segundo LIBARDI (1984) e REICHARDT (1985), a água do solo, em processos isotérmicos, está sujeita a um conjunto de forças que inclui o peso da coluna de água na posição considerada (solo saturado), a interação com a matriz sólida (solo não saturado), a presença de solutos na água e a sua posição, em relação a um referencial arbitrado. A influência dessas forças é tratada como quantidade de trabalho gravitacional, que determina o potencial gravitacional, e que é uma função da altura z , medida em relação a um referencial arbitrário, e o trabalho que resulta da interação entre as partículas sólidas do sistema e a água (fenômenos capilares, de adsorção, coesão, etc.) que determinam o potencial mátrico e que é função do teor de água do sistema. O potencial total da água em dado estado inicial, dificilmente pode ser determinado na forma absoluta. Determina-se, então, a sua diferença entre um estado tomado como padrão e o referido estado do sistema.

2.2.1. O Potencial da Água em Solos Não Saturados

Considerando-se que os processos que ocorrem no interior de uma massa de solo não sujeita a variações de volume decorrentes de adensamento, são

isotérmicos, na ausência de membranas semi-permeáveis, e que a componente de pressão em meios não saturados passa a ser denominada de potencial mátrico devido aos mecanismos que geram este potencial, então o potencial total, nessas condições, fica:

$$\phi = \phi_m + \phi_z \quad (2)$$

O potencial mátrico sempre está associado a um determinado valor de umidade. Os valores de umidade, quando representados graficamente em função dos valores do potencial mátrico, constituem-se no que se chama curva de retenção ou curva característica de água no solo. Contudo, essa relação não é unívoca, dependendo da história de variação da umidade, hidratação ou desidratação. Sua determinação é feita em laboratório segundo os procedimentos de secagem ou molhamento.

Como as trajetórias de variação da umidade são diferentes, as curvas obtidas por um e outro procedimento não coincidem. Esse fenômeno é denominado de histerese da curva de retenção do solo.

2.2.2. O Fluxo da Água Através do Solo

A água no solo se encontra geralmente em movimento. Assim, quando é adicionada água a um solo, através da irrigação ou chuva, ela se infiltra e redistribui-se no seu interior, sendo que o excesso se move lateralmente sobre a superfície do solo. O movimento da água dentro do perfil não cessa e pode persistir por muito tempo. A água das camadas superiores quase ou totalmente saturada não é retida, movendo-se para camadas inferiores. Este movimento pós-infiltração é denominado de drenagem interna ou redistribuição (REICHARDT, 1996).

A água no solo é definida pela sua concentração (m^3 de água por m^3 de solo) e seu potencial em relação à energia da água livre. O solo, por sua vez, apresenta seus coeficientes de transmissão os quais são propriedade do meio poroso e do líquido e determinam onde estará o líquido em qualquer tempo, isto é, são parâmetros que limitam o movimento do líquido.

Segundo REICHARDT (1988), toda a água adicionada ao solo redistribui-se nele de acordo com estados de energia definidos pelo potencial total de água. O movimento é função das distribuições das condutividades hidráulicas e dos gradientes de potencial hidráulico, nos diferentes pontos do sistema, e ocorre em regime transiente, onde a umidade e a tensão da água no solo variam no tempo e no espaço. A velocidade e a duração do processo determina a capacidade efetiva de armazenamento da água do solo, que não é uma quantidade fixa ou propriedade estática do solo, mas sim um fenômeno temporário, determinado pela dinâmica do movimento de água no solo (REICHARDT,1996).

O perfil típico de umidade do solo após terminado o processo de infiltração, na ausência do lençol freático e sendo o solo suficientemente profundo, consiste de uma camada úmida superior e uma zona inferior não molhada. A velocidade inicial da redistribuição depende da profundidade da camada molhada na infiltração, bem como da umidade da zona seca mais profunda e da condutividade hidráulica do solo nas diversas umidades. Se a camada inicial molhada for pouco profunda e se o solo da parte inferior estiver mais seco, os gradientes de potencial mátrico serão grandes e a velocidade de redistribuição é relativamente rápida. Ao contrário, o gradiente potencial mátrico será pequeno e o processo de redistribuição é mais lento e ocorre principalmente sob a influência da gravidade (REICHARDT,1996).

Segundo HILLEL (1971), a capacidade efetiva de armazenamento de água no solo é determinada pela velocidade e pela duração do fluxo descendente no perfil do solo, durante o processo da redistribuição, não existindo, portanto, uma quantidade fixa de armazenamento. Por ser uma propriedade dinâmica do fluxo de água no solo, a capacidade de armazenamento é um fenômeno temporário. Por isso, com o lençol freático muito profundo, o processo da redistribuição é contínuo, isto é, para uma dada profundidade do solo a umidade varia indefinidamente em taxas progressivamente menores no tempo, sendo difícil determinar quando ela se torna desprezível.

O processo da redistribuição pertence ao estudo da dinâmica da água em meios porosos, envolvendo a utilização de equações e relações matemáticas muito complexas e quase sempre utilizadas em situações específicas, que permitem a descrição, avaliação e compreensão do processo físico.

Os estudos de dinâmica da água em meios porosos iniciaram com o engenheiro francês Henry Darcy que, em 1856, demonstrou experimentalmente a proporcionalidade entre a densidade de fluxo e o gradiente de potencial hidráulico. A experiência de Darcy consistiu-se em percolar água através de uma coluna de areia de seção transversal A (m^2), sujeita a um gradiente de potencial hidráulico $d\phi/dz$. Desta maneira, obteve as seguintes igualdades:

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{V}{A \cdot t} = -K_s \frac{d\phi}{dz} \quad (3)$$

Onde:

Q : densidade de fluxo ($m \cdot s^{-1}$)

Q : vazão ($m^3 \cdot s^{-1}$)

V : volume (m^3)

T : tempo (s)

ϕ : potencial hidráulico total da água (mH_2O)

z : distância (m)

K_s : condutividade hidráulica saturada ($m \cdot s^{-1}$)

A equação (3) é conhecida como lei de Darcy e o sinal negativo é para indicar que o fluxo ocorre no sentido do decréscimo de energia.

A constante de proporcionalidade, K_s , denominada condutividade hidráulica saturada ou coeficiente de permeabilidade, caracteriza o meio poroso quanto à transmissão de água.

A base teórica para o regime de escoamento de água em condutos forçados foi estabelecida por Reynolds, em 1883, que comprovou que o regime é laminar ou turbulento em função de determinadas condições. Ele verificou que há uma velocidade crítica abaixo da qual o regime é laminar, havendo proporcionalidade entre o gradiente de potencial hidráulico ($d\phi/dz$) e a velocidade de fluxo ($v=q/\theta_s$, sendo θ_s a umidade volumétrica do solo na saturação). Acima dessa velocidade, a relação não é linear e o regime de escoamento pode tornar-se turbulento.

Nos solos, de modo geral, a percolação de água se dá a velocidades muito inferiores à crítica, concluindo-se que o regime é laminar (ORTIGÃO, 1993).

SLICHTER (1898) combinou a equação de Darcy com a equação da continuidade e obteve a equação de Laplace que é a equação diferencial geral que rege o movimento da água em meios porosos saturados, qual seja:

$$0 = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (4)$$

Em solos não saturados, por outro lado, os poros ocupados por ar reduzem a área efetiva ao fluxo remanescente da água, implicando numa menor condutividade hidráulica do solo com o decréscimo da umidade ou da tensão da água nos meniscos dos poros. Foi BUCKINGHAM (1907) quem primeiramente introduziu os conceitos de condutividade hidráulica não saturada e de potencial mátrico, isto é, verificou a relação funcional entre estas duas quantidades e a umidade do solo e, então, baseado nas equações de deslocamento ou transporte lineares da física clássica, inclusive de fluxo de calor (Lei de Fourier)¹ e eletricidade (Lei de Ohm)², mas sem citar Darcy, postulou uma equação de fluxo semelhante à de Darcy com a diferença de possuir essas duas funções.

SWARTZENDRUBER (1969), em reconhecimento aos trabalhos de BUCKINGHAM (1907), tem chamado esta relação de fluxo de água em solo não saturado como Equação de Buckingham-Darcy, a qual é escrita da seguinte forma:

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{V}{A \cdot t} = -K(\theta) \frac{d\phi}{dz} \quad (5)$$

Onde:

θ : umidade volumétrica ($m^3 \cdot m^{-3}$).

A equação (5) difere da (3) pelo termo $K(\theta)$, uma vez que na não saturação a condutividade hidráulica passa a ser uma função dependente da umidade, enquanto que na saturação ela é uma constante.

¹ Lei de Fourier: o regime de condução de calor é proporcional ao gradiente de temperatura.

² Lei de Ohm: a corrente elétrica ou o regime de condução dos elétrons é proporcional ao gradiente de potencial elétrico.

RICHARDS (1931) combinou a equação (5) com a equação da continuidade e obteve a equação diferencial geral que descreve o movimento não saturado da água em solos, a qual é conhecida na Ciência do Solo como equação de Richards, que escrita para a direção vertical fica:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K(\theta) \frac{\partial \phi}{\partial z} \right] \quad (6)$$

A equação (6), em princípio, pode ser resolvida para prever o comportamento da água numa dada situação de fluxo, mediante algumas condições de fronteira. No desenvolvimento da equação de Richards, entretanto, são admitidas muitas simplificações, de modo que o sistema solo natural passa a ser representado por um modelo idealizado. A adoção dessas simplificações, na verdade, é um reconhecimento das limitações teóricas diante da complexidade dos solos naturais (PREVEDELLO, 1999). Esse autor enumerou, pelo menos, dez simplificações tacitamente assumidas no desenvolvimento da equação de Richards. São elas:

- a matriz do solo atua de maneira rígida;
- o meio é isotrópico com respeito ao fluxo de massa;
- a fase gasosa apresenta-se com gradiente de pressão nulo, de modo que o transporte convectivo de vapor de água pode ser desprezado;
- o armazenamento de água na fase gasosa é desprezível;
- a concentração de solutos na fase líquida (solução do solo) é desprezível;
- a densidade média da fase líquida é constante;
- o fluxo volumétrico da fase líquida é proporcional ao gradiente de potencial hidráulico (lei de Buckingham-Darcy);
- o fluxo volumétrico de água ocorre em condições isotérmicas;
- o fluxo difusivo da fase gasosa é desprezível; e,
- a condutividade hidráulica (o coeficiente de proporcionalidade da equação de Buckingham-Darcy) é independente da posição, mas pode depender de outras variáveis como umidade e temperatura.

Quando se integra a equação de Richards com relação à distância obtém-se que a diferença entre os fluxos nas distâncias correspondentes aos limites de

integração equivale à integral das variações da umidade com o tempo na camada de solo considerada. Se se conhece a variação da umidade do solo com a distância e com o tempo, essa integral pode ser avaliada e, se um dos fluxos for conhecido, o outro pode ser estimado. Por outro lado, se as variações com o tempo e a distância do potencial total da água no solo também forem conhecidas, o gradiente de potencial num dado tempo e posição também pode ser avaliado. Nessas condições, dividindo-se o fluxo num dado tempo e posição pelo gradiente de potencial no mesmo tempo e posição obtêm-se a condutividade hidráulica para a umidade encontrada naquela posição. Este método se aplica para condições de fluxo transiente, tem como nome de método do perfil instantâneo e é muito utilizado tanto em experimentos de laboratórios como experimentos de campo (LIBARDI, 1978).

Uma variante do método do perfil instantâneo é aquela de se considerar gradiente unitário. Esta aproximação foi inicialmente explorada por BLACK (1969) e DAVIDSON et al. (1969) os quais a recomendaram para solos identificados como homogêneos.

A solução analítica da equação de Richards é extremamente complexa, devido a sua não linearidade, isto é, a condutividade hidráulica na equação é função da variável dependente umidade ou tensão da água no solo, que por sua vez é função da posição no espaço e no tempo. Equações assim, normalmente, só admitem solução analítica quando se adota alguma simplificação capaz de linearizá-las.

Outra dificuldade reside no fato da relação entre o potencial mátrico e a umidade do solo não ser unívoca. Esta relação pode ser obtida tanto por secamento (dessorção) quanto por molhamento (sorção) e cada método fornece uma curva contínua, mas as duas em geral são diferentes. Este fenômeno é denominado de histerese e normalmente está associado ao processo de redistribuição, porque enquanto a parte superior do solo está em fase de secagem, a parte inferior está em fase de umedecimento. Para HILLEL (1971), isto ocorre mesmo em um perfil homogêneo de solo e geralmente contribui para retardar a velocidade de redistribuição.

Contudo, segundo REICHARDT (1985), HILLEL (1980), LIBARDI (1995), dentre outros, admite-se a possibilidade de considerar o efeito da histerese nulo, mediante a utilização de um plástico protetor na superfície do solo para evitar

evaporação e infiltração, com ausência de raízes, e iniciando as avaliações a partir da saturação do perfil. Dessa forma, analisa-se o processo de redistribuição somente sob o aspecto da ocorrência da dessorção. Estas condições experimentais são encontradas em CHO et al. (1977) e em LIBARDI (1978). Na Física do Solo, geralmente se trabalha com a curva de dessorção e raramente com a de sorção, devido a maior dificuldade de determinação da última.

Considerando ou não o fenômeno da histerese, a equação de Richards apresenta, ainda, complexidade para sua solução analítica pois, de acordo com KLUTE (1973), num processo dinâmico a geometria do fluxo é complexa e as condições iniciais e de contorno não são constantes. Além disso, as soluções analíticas não são disponíveis, devendo-se recorrer a soluções numéricas e, devido a isso, a maioria das contribuições científicas no campo da redistribuição baseia-se nessas soluções.

2.3. PROPRIEDADES HIDRÁULICAS DO SOLO A PARTIR DE FUNÇÕES COMBINADAS

Muitos autores têm procurado estabelecer modelos matemáticos para prever as propriedades hidráulicas dos meios porosos a partir de outros modelos mais facilmente mensuráveis. MUALEM (1976), por exemplo, derivou um modelo para prever a condutividade hidráulica em função da umidade da água no solo, $K(\theta)$, com base na curva de retenção e na condutividade hidráulica na saturação. A teoria proposta por MUALEM (1976) conduz a uma fórmula de integração capaz de gerar uma série de equações analíticas (modelos) para expressar as principais propriedades hidráulicas de meios porosos, desde que a curva de retenção do meio poroso de interesse possa ser expressa analiticamente. Os modelos resultantes geralmente contêm parâmetros independentes os quais podem ser obtidos a partir do modelo matemático adotado para ajustar a curva de retenção aos dados experimentais. A complexidade dos modelos gerados para expressar as propriedades hidráulicas de meios porosos, pela teoria de MUALEM (1976), é fortemente dependente da complexidade do modelo analítico adotado para expressar a curva de retenção.

Antes de MUALEM (1976), muitos autores já haviam procurado estabelecer e modificar modelos para prever as propriedades hidráulicas de meios porosos obtidos a partir da curva de retenção da água no solo. São exemplos os trabalhos de CHILDS & COLLIS-GEORGE (1950); BURDINE (1953); WYLLIE & GARDNER (1958); MARSHALL (1958); MILLINGTON & QUIRK (1961); BROOKS & COREY (1964); FARRELL & LARSON (1972); e CAMPBELL (1974), entre outros. A teoria de MUALEM (1976), entretanto, ganhou bastante projeção em função de seus bons resultados frente a valores observados.

A equação desenvolvida por MUALEM (1976) para prever a condutividade hidráulica relativa, $K_r=K(\theta)/K_s$, é

$$K_r(\Theta) = \Theta^{1/2} \left[\frac{\int_0^{\Theta} \frac{d\Theta}{\phi_m}}{\int_0^1 \frac{d\Theta}{\phi_m}} \right]^2 \quad (7)$$

Onde:

Θ : saturação específica, é uma função adimensional da umidade (θ) ou do potencial mátrico (ϕ_m)³.

Essa função adimensional varia entre zero (para baixos valores de umidade do solo, que designaremos por umidade residual, θ_r) e 1 (na saturação). Com isso, a equação (7) permite obter uma expressão analítica para a condutividade hidráulica relativa de qualquer meio poroso, desde que a curva de retenção de água desse meio também possa ser analiticamente expressa em termos da função Θ .

Dentre os diversos modelos analíticos conhecidos para expressar analiticamente a curva de retenção de água no solo, provavelmente o mais difundido, atualmente, é o de VAN GENUCHTEN (1980), ou seja,

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{[1 + (\alpha \cdot \phi_m)^n]^{m_1}} \quad (8)$$

³ O potencial mátrico é sempre negativo. Neste trabalho, por comodidade, será sempre utilizado o módulo desse valor, sem contudo apresentá-lo entre barras.

Onde:

$\theta_s, \theta_r, \alpha, n$ e m_1 ($m_1=1-1/n$): são parâmetros independentes.

Esses parâmetros podem ser conhecidos pela aplicação da técnica dos mínimos quadrados para ajuste de funções não lineares (BORATTO, 1984).

A introdução da equação (8) na equação (7) gera, como mostrado em VAN GENUCHTEN (1980), uma série de importantes relações capaz de expressar analiticamente as principais funções hidráulicas de interesse em estudos dinâmicos da água em meios porosos.

2.4. MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA REPRESENTAR O PROCESSO DA REDISTRIBUIÇÃO DA ÁGUA NO SOLO

Os métodos matemáticos utilizados na solução das equações diferenciais são dois: analítico e numérico. As soluções analíticas das equações diferenciais da física do solo, para os problemas transientes, quando possíveis, resultam em grande grau de dificuldade. O processo dinâmico da redistribuição da água no solo é tipicamente transiente. A complexidade na solução da redistribuição advém da forte não linearidade da equação diferencial (6). Matematicamente, essa equação é não linear. Isso porque a condutividade hidráulica é a função da variável dependente (θ ou ϕ_m , no caso), que por sua vez é função da posição no espaço e do tempo. E a relação entre θ e K é tal que a equação (6) resulta altamente não linear. Equações assim, via de regra, só admitem soluções analíticas quando o problema de fluxo admite alguma simplificação capaz de linearizá-las. Mas nem sempre uma equação diferencial pode ser linearizada, a menos que erros até significativos sejam introduzidos. Mais de ¾ das soluções analíticas de problemas transientes de fluxo, em física do solo, advém de soluções de equações diferenciais linearizadas e a quase totalidade delas voltadas aos interesses laboratoriais, particularmente na obtenção de propriedades físicas do solo. Isso parece ser justificável, pois se as dificuldades na obtenção da solução exata da equação (6) é considerável, mesmo para as condições idealizadas em que foram formuladas, então nenhuma solução analítica poderia ser esperada para situações mais próximas das condições de campo onde, via de regra, segundo PREVEDELLO (1999):

- as condições de fronteira não são constantes;
- a geometria do sistema de fluxo é mais complexa;
- o meio é anisotrópico, não uniforme, não isotérmico, e algumas vezes repelente à água;
- o meio contém ar ocluso (bolhas isoladas);
- a fase gasosa apresenta gradientes de pressão;
- o meio apresenta fissuras, fendas e galerias, onde a lei de Buckingham-Darcy pode falhar para altos gradientes, se os efeitos cinéticos e de turbulência estiverem presentes;
- o meio apresenta deformações por contração e expansão, além de translocação de partículas;
- as atividades biológicas do solo (raízes e organismos) produzem e consomem calor, água, gases e solutos, além de poderem modificar as propriedades físicas relacionadas;
- ocorrem várias espécies de interações entre os fluxos de calor, de solutos, de água e gases; e,
- as propriedades hidráulicas exibem o fenômeno da histerese.

Mesmo com todas essas limitações, a equação de Richards tem amparado a obtenção de uma série de modelos numéricos e analíticos de interesse na física do solo. Alguns desses modelos são considerados a seguir, com respeito ao processo de redistribuição de água no solo.

2.4.1. Métodos Numéricos para Representar o Processo da Redistribuição da Água no Solo

Todos os processos dinâmicos da água nos solo, como infiltração, redistribuição e evaporação, descritos pela equação de Richards são tipicamente transientes. Até há pouco tempo, quando não existiam os modernos microcomputadores, esses problemas não podiam ser tratados de forma adequada. Atualmente, as soluções desses problemas podem ser encontradas através de métodos numéricos, que podem utilizar uma das seguintes técnicas para resolver a equação de Richards: a) adoção de intervalos temporais e incrementos espaciais suficientemente pequenos a ponto de se poder admitir a condutividade hidráulica

como uma constante dentro do intervalo de tempo, ou b) linearização da equação diferencial de Richards, no caso, no espaço, mediante o emprego de equações analíticas que convertem uma função em outra, e uso de uma técnica iterativa, como a de Newton-Raphson, para resolver uma equação não linear no tempo.

A técnica numérica para solução de problemas de fluxo de água em meios porosos não saturados teve início na década de 50 com KLUTE (1952), que trabalhou com colunas de areia para simular o processo de infiltração horizontal, utilizando uma técnica iterativa para solução de uma equação não linear.

DAY & LUTHIN (1956), utilizando um método de aproximação numérica para resolver um problema específico de drenagem em colunas de areia, introduziram o princípio da diferença finita no estudo dos problemas da água no solo. Muito embora os autores reconheçam a imperfeição do método utilizado para o caso estudado, devido às discrepâncias com os resultados experimentais, foi possível obter uma estimativa aproximada do processo de drenagem, demonstrando-se ainda que uma equação diferencial parcial não linear pode ser aproximada por diferenças finitas.

A partir daí, inúmeras publicações empregando métodos numéricos de solução da equação de Richards foram apresentadas para os mais variados fins e situações, mas quase sempre sem acompanhar observações de campo. Aquelas soluções têm sido realizadas em conjunção com trabalhos experimentais, usualmente realizados em estudos laboratoriais, objetivando a exploração da validação da teoria de fluxo e que, conforme KLUTE (1973), esses estudos têm sido encorajados devido aos avanços em informática, principalmente no que se refere à velocidade de resolução das máquinas.

Para a simulação do processo da redistribuição da água no solo, os primeiros trabalhos envolvendo análise numérica tiveram início no final da década de 60 com RUBIN (1967), REMSON et al. (1967), HANKS et al. (1969) e STAPLE (1969).

RUBIN (1967) simulou o processo da redistribuição incluindo o efeito da histerese em três equações empíricas estabelecidas a partir de dados experimentais obtidos para um dado meio poroso. Embora essas equações não possam ser generalizadas para outros meios, o autor concluiu terem sido úteis para o meio poroso considerado.

REMSON et al. (1967), por outro lado, procuraram generalizar esse processo uma, duas ou três direções do fluxo não saturado, para um solo com propriedade isotrópica e podendo assumir diferentes condições iniciais e de contorno. Contudo, a validação dessa teoria foi realizada para um caso específico de redistribuição envolvendo evaporação, para a direção vertical, em solo homogêneo com propriedade isotrópica.

HANKS et al. (1969) desenvolveram um modelo aplicável ao processo de redistribuição que utiliza pequenos incrementos de tempo e espaço, considerando-se a condutividade hidráulica constante nesse intervalo de tempo, envolvendo ainda a histerese com base nas mesmas suposições de RUBIN (1967) para esse fenômeno. Nesse trabalho foram feitas comparações com dados de um experimento laboratorial em colunas homogêneas e estratificadas, obtendo-se uma boa aproximação com dados computados.

STAPLE (1969) desenvolveu um modelo numérico para o processo da redistribuição a partir da equação de Richards, utilizando a técnica da aproximação por diferenças finitas, assumindo uma forma conhecida para expressar as funções difusividade e condutividade hidráulica. A comparação dos resultados mensurados com aqueles provenientes da utilização do modelo foi satisfatória.

PALL et al. (1981) apresentaram um método simplificado para a técnica de diferenças finitas, num estudo de fluxo transiente, vertical, em solos homogêneos e estratificados, para a avaliação da infiltração e redistribuição. Eles se basearam num princípio similar ao desenvolvido em trabalhos de condução e difusão de calor em sistemas bioquímicos e biológicos. O sistema de fluxo foi dividido em um número de elementos e os princípios da equação de Buckingham-Darcy e de balanço de massa foram aplicados para cada elemento a fim de se obter a condição de umidade em cada intervalo de tempo.

ARMSTRONG & WILSON (1983) desenvolveram um modelo numérico para estudar o comportamento do fluxo a partir de uma fonte pontual de irrigação por gotejamento, avaliando a distribuição da umidade antes e depois da infiltração no perfil de um solo arenoso e estratificado, obtendo-se resultados semelhantes em campo.

Já VELLIDIS & SMAJSTRLA (1992) elaboraram um modelo numérico para simular a infiltração, redistribuição e extração de água em um perfil de solo cultivado

com cultura de tomate, na presença de lençol freático à 0,72 m da superfície e simulando um sistema de irrigação por gotejamento.

PREVEDELLO (1996) desenvolveu um modelo numérico para simular o processo da redistribuição, linearizando a equação de Richards no espaço e utilizando a técnica iterativa de Newton-Raphson para resolver essa equação não linear no tempo. POLISELI & PREVEDELLO (1999) verificaram que o modelo foi capaz de gerar perfis de umidade que se trasladaram satisfatoriamente no tempo, além de prever muito bem o comportamento da densidade de fluxo em função do tempo de redistribuição.

2.4.2. Métodos Analíticos para Representar o Processo da Redistribuição da Água no Solo

SISSON et al. (1980) desenvolveram uma equação analítica para prever a umidade em função do tempo de redistribuição. Num perfil de solo com fluxo de água numa única direção, a equação do fluxo pode ser simplificada pela aplicação do método do gradiente unitário, resultando numa equação diferencial parcial de 1ª ordem. Foram usadas três relações de $K(\theta)$ para gerar três soluções analíticas para a fase de drenagem pós-infiltração.

A predição da umidade do solo em função do tempo de redistribuição, segundo Sisson et al. (1980), pode ser obtida através da relação:

$$\frac{z}{t} = \frac{dK(\theta)}{d\theta} \quad (9)$$

A equação (9) deve ser entendida do seguinte modo: como o solo está drenando a partir de $t=0$, as umidades decrescem em função do tempo e da profundidade. Se fixarmos uma dada umidade, esta "se move" dentro do perfil, no sentido decrescente, como se fosse uma onda, de tal modo que, para uma profundidade fixa, as umidades "passam" em diferentes tempos. O tempo é tanto maior quanto menor a umidade. Resumindo, uma certa umidade θ_i só pode ocorrer

em dada profundidade z_i em dado tempo t_i . O cociente z_i/t_i caracteriza este θ_i e a solução diz que ele é igual a $dK/d\theta$ em θ_i .

Pela equação (9), se a função $K(\theta)$ for conhecida, basta derivá-la com relação a θ , igualar o seu resultado a z/t e, por fim, explicitar θ . Esses autores fizeram isso para os três modelos empíricos seguintes:

- De WATSON (1967):

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^{1/\beta} \quad (10)$$

- De DAVIDSON et al. (1969):

$$K(\theta) = K_s \exp \alpha_1 (\theta - \theta_s) \quad (11)$$

- De BROOKS & COREY (1964):

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (12)$$

Onde:

α_1 , β e γ : são parâmetros de ajuste.

Derivando-se as equações (10), (11) e (12) com respeito a θ , igualando-se os resultados a z/t e finalmente explicitando-se θ dessas equações, resulta, respectivamente:

- Para o modelo de WATSON (1967):

$$\theta = \theta_s \left(\frac{\theta_s \beta z}{K_s t} \right)^{\frac{\beta}{(1-\beta)}} \quad (13)$$

- Para o modelo de DAVIDSON et al. (1969):

$$\theta = \frac{1}{\alpha_1} \ln \left(\frac{z}{\alpha_1 K_s t} \right) + \theta_s \quad (14)$$

- Para o modelo de BROOKS & COREY (1964):

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left(\frac{(\theta_s - \theta_r) \gamma z}{K_s t} \right)^{\frac{\gamma}{(1-\gamma)}} \quad (15)$$

SISSON et al. (1980) concluíram que a adoção do gradiente de potencial hidráulico unitário foi satisfatória na estimativa do processo da redistribuição da água no solo, inclusive para longos períodos de tempo, e que as determinações baseadas em profundidades menores podem ser utilizadas para prever a drenagem em profundidades maiores, desde que o perfil de solo seja razoavelmente uniforme.

Uma solução exata da equação de Richards para o processo de redistribuição vertical da água numa coluna de solo de profundidade finita e desconsiderando o fenômeno da histerese, foi obtida por SANDER et. al. (1991). Os perfis de umidade encontrados por esses autores foram consistentes com aqueles produzidos por técnicas numéricas na ausência da histerese.

3. POSTULADO

Este trabalho postula que a integração de equação de Richards entre a superfície do solo e uma determinada profundidade de interesse pode resultar, mediante a adoção de algumas simplificações e relações funcionais apropriadas entre a condutividade hidráulica e a umidade do solo, numa expressão capaz de prever, analiticamente, a umidade com o tempo de redistribuição de água no solo nessa profundidade de interesse. Por sua vez, derivando-se essa equação resultante, com respeito ao tempo, é possível obter-se outra equação capaz de produzir a magnitude da densidade de fluxo de água que ocorre por drenagem nessa mesma profundidade de interesse z . Com isso, a predição tanto da umidade quanto da densidade de drenagem em função do tempo poderão ser conhecidas a partir de dados de ajuste da curva de retenção de água e da condutividade hidráulica saturada.

4. CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

4.1. EQUAÇÃO DE RICHARDS PARA GRADIENTE HIDRÁULICO UNITÁRIO

A FIGURA 1, adaptada de PREVEDELLO (1996), mostra esquematicamente os perfis de umidade típicos do processo da redistribuição da água no solo, após ter cessada uma chuva ou irrigação. A análise desses perfis permite concluir que a tangente $d\theta/dz$ é aproximadamente nula na zona úmida, o que implica em $d\phi_m/dz \approx 0$, sendo ϕ_m o potencial mátrico (mH_2O), θ a umidade ($\text{m}^3 \cdot \text{m}^{-3}$), e z a coordenada de posição (m). Além disso, a tangente $d\theta/dt$, sendo t o tempo (s), não varia com a profundidade porque os perfis de umidade na zona úmida se transladam paralelamente, já que a drenagem interna nessa zona é uniforme. Com essas aproximações, a equação (6) (equação de Richards) simplifica-se em:

$$\frac{d\theta}{dt} dz = dK(\theta) \quad (16)$$

Que integrada (admitindo-se que $d\theta/dt$ não varia com a profundidade) entre os limites $z=0$ (superfície do solo) e $z=-L$ (profundidade de interesse) resulta em:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{K(\theta)}{L} \quad (17)$$

Se a função $K(\theta)$ for conhecida, então a equação (17) poderá ser integrada e resultar numa expressão que define a dependência temporal da umidade durante o processo da redistribuição da água no solo.

UMIDADE VOLUMÉTRICA, $m^3 \cdot m^{-3}$

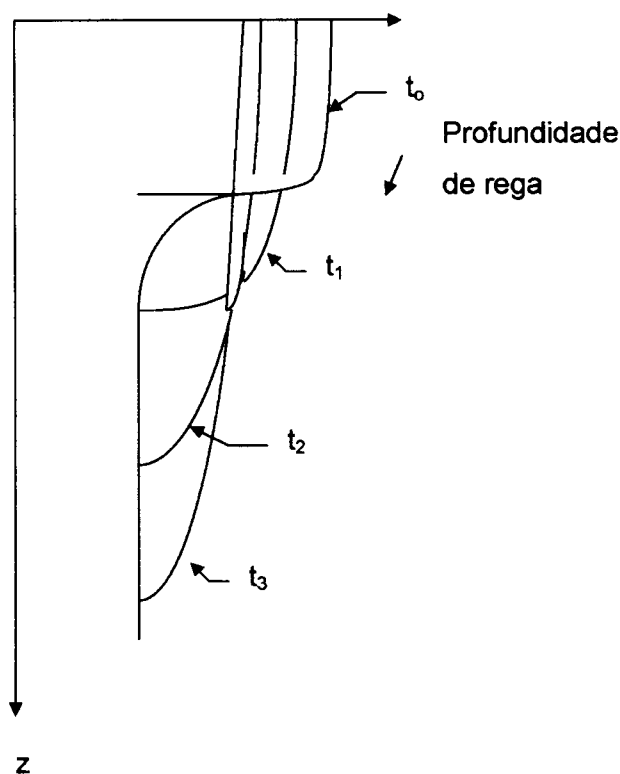


FIGURA 1 -Perfis de Umidade Típicos do Processo da Redistribuição da Água no Solo, Após Ter Cessada Uma Chuva ou Irrigação

De acordo com VAN GENUCHTEN (1980), se a equação (8) for adotada para representar analiticamente a curva de retenção de água, então a introdução dessa equação na teoria de MUALEM (1976), ou seja, na equação (7), resulta na seguinte expressão analítica para a função $K(\theta)$:

$$K(\theta) = K_s \cdot \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{1/2} \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{1/m_1} \right]^{m_1} \right\}^2 \quad (18)$$

Onde :

θ_r , θ_s e m_1 : são parâmetros independentes da equação (8).

4.2. MODELO ANALÍTICO PARA PREDIÇÃO DA UMIDADE DO SOLO EM FUNÇÃO DO TEMPO DE REDISTRIBUIÇÃO DA ÁGUA NO SOLO, COM BASE NO MODELO DE RETENÇÃO DE ÁGUA DE VAN GENUCHTEN (1980)

A introdução da equação (18) na (17) resulta numa equação extremamente complexa para ser integrada porque se trata de uma integral polinomial, o que resulta em outra integral. A causa dessa complexidade, após uma análise mais profunda nas teorias de VAN GENUCHTEN (1980) e de MUALEM (1976), reside no termo unitário presente no denominador da equação (8). Se esse termo for desprezado, o que implica que as análises futuras somente serão válidas para $|\alpha \cdot \phi_m| \gg 1$ (ou $|\phi_m| \gg 1/\alpha$), então a equação (8) simplifica-se em:

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{(\alpha \cdot \phi_m)^\lambda}, \text{ sendo } \lambda = n \cdot m_1 = n(1 - 1/n) = n - 1 \quad (19)$$

Com isso, a introdução da equação (19) na equação (7) resulta (veja APENDICE A):

$$K(p/\rho g) = K_s \left(\frac{1}{\alpha \cdot \phi_m} \right)^{2+2,5\lambda} \quad (20)$$

Pela equação (18), conclui-se que $\frac{1}{\alpha \cdot \phi_m} = \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{\lambda}}$, que substituída na equação (20) produz:

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{2,5 + \frac{2}{\lambda}} \quad (21)$$

Introduzindo a equação (21) na equação (17) fica:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{K_s}{L} \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{2,5 + \frac{2}{\lambda}} \quad (22)$$

A integração da equação (22) entre os limites $\theta = \theta_s$ no tempo $t=0$ e $\theta = \theta$ no tempo $t=t$, resulta (veja APÊNDICE B).

$$\theta = \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{(1-m)K_s t}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{1}{1-m}} + \theta_r, \text{ onde } m = 2,5 + \frac{2}{\lambda} \text{ sendo } \lambda = n-1 \quad (23)$$

A equação (23) permite conhecer a umidade do solo na profundidade de interesse L , em função do tempo de redistribuição da água, já que todos os demais parâmetros da equação são conhecidos.

4.3. MODELO ANALÍTICO PARA PREDIÇÃO DA DENSIDADE DE FLUXO GRAVITACIONAL EM FUNÇÃO DO TEMPO DE REDISTRIBUIÇÃO DA ÁGUA NO SOLO, COM BASE NO MODELO DE RETENÇÃO DE ÁGUA DE VAN GENUCHTEN (1980)

Neste caso, basta derivar a equação (23) com respeito ao tempo, o que resulta para a densidade de fluxo gravitacional (veja APÊNDICE C).

$$\frac{d\theta}{dt} L = J = -\frac{K_s}{(\theta_s - \theta_r)^m} \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{(1-m)K_s t}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{m}{1-m}}, \text{ onde } m = 2,5 + \frac{2}{\lambda} \text{ sendo } \lambda = n-1 \quad (24)$$

5. MATERIAL E MÉTODOS

Para avaliar o desempenho dos modelos analíticos desenvolvidos, foram utilizados dados disponíveis na literatura para dois materiais porosos com diferentes propriedades hidráulicas, ambos submetidos ao processo da redistribuição da água no solo em condições de campo. Dessa maneira, foram escolhidos uma Areia Marinha (duna de areia) e um Latossolo Vermelho-Amarelo textura média, estudados por CHO et al. (1977) (Tottori, Japão) e por LIBARDI (1978) (Piracicaba, SP), respectivamente. Todos os detalhes da instalação, caracterização do material poroso e desenvolvimento experimental encontram-se nesses trabalhos, de modo que aqui somente serão fornecidas algumas informações julgadas indispensáveis. Nesses trabalhos, tanto a Areia Marinha quanto o Latossolo foram submetidos às mesmas condições iniciais e de contorno, ou seja, após a saturação do perfil, os mesmos foram cobertos na sua superfície com uma lona plástica, o que permitiu evitar qualquer fluxo de água na superfície, seja por evaporação ou infiltração. Os experimentos foram conduzidos na ausência da influência do lençol freático, devido a sua grande profundidade.

Para obter os valores de ϕ_m , em ambos os experimentos, os autores utilizaram tensiômetros. Para os valores de θ foi utilizada sonda de nêutrons para a Areia Marinha e curva de retenção para o Latossolo.

5.1. EXPERIMENTO EM AREIA MARINHA

A área utilizada nesse experimento localiza-se dentro do Instituto de Pesquisa de Dunas de Areia, Faculdade de Agricultura, Universidade de Tottori, Japão, próximo a um Posto Meteorológico, cujas coordenadas geográficas são 35° 32' de latitude Norte, 134°12' de longitude Leste, a 23 m de altitude.

Os dados meteorológicos coletados no posto próximo mostraram, em termos médios anuais, que a precipitação para 20 anos (1951-1970) foi de 2090 mm, e a evaporação (evaporímetro de 200 mm de diâmetro), de 1251 mm. O clima da região é úmido.

A distribuição do tamanho de partícula numa amostra típica da duna, revelou que 10% do material é constituído de partículas com diâmetro menor que

0,22 mm; 30% com diâmetro menor que 0,28 mm; 60% com diâmetro menor que 0,33 mm; e 100% com diâmetro menor que 0,90 mm. Com base nas classes texturais do método internacional, o material poroso é classificado como areia no triângulo textural, com massa específica do solo seco em torno de 1500 kg.m^{-3} e com massa específica das partículas em torno de 2700 kg.m^{-3} .

A taxa de infiltração básica medida com cilindros infiltrômetros foi de $0,361 \text{ mm.s}^{-1}$; a capacidade de campo na ordem de $0,07 \text{ m}^3.\text{m}^{-3}$, e a máxima capacidade de retenção na ordem de $0,35\text{m}^3.\text{m}^{-3}$. O lençol freático encontrava-se cerca de 30 m de profundidade.

Uma parcela com dimensões 5x5 m foi instalada e coberta com uma tenda para possibilitar a obtenção da relação $K(\theta)$, pelo método de HILLEL et al. (1972). Para isso, foi instalado um tubo de alumínio para acesso da sonda de nêutrons e também uma bateria de 12 tensiômetros nas profundidades de 0,05; 0,10; 0,15; 0,20; 0,30; 0,40; 0,50; 0,60; 0,70; 0,80; 0,90 e 1,00 m. Para as primeiras quatro profundidades, as curvas de calibração foram obtidas por meio de uma sonda de nêutrons de superfície, e para as demais com uma sonda de nêutrons de profundidade. Após o solo ter sido saturado e coberta sua superfície com uma lona plástica (tempo zero de redistribuição), as leituras com as sondas e tensiômetros foram processadas por um período de 7 dias, em intervalos de minutos no início do processo, passando a intervalos de horas após a primeira hora, e de dias após o primeiro dia de leituras.

Os dados sumarizados por CHO et al. (1977), da umidade em função da profundidade e do tempo de redistribuição de água, encontram-se na TABELA 1, e foram utilizados neste trabalho com o propósito de validação da teoria proposta.

TABELA 1 - Umidade em Função da Profundidade e Tempo de Redistribuição Obtida por Cho et al. (1977) no experimento com Areia Marinha

continua

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)								
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
UMIDADE (m^3/m^3)									
6,05E+01	0,3020	0,3170	0,3250	0,3220	0,3240	0,3280	0,3250	0,3230	0,3220
1,21E+02	0,2810	0,3090	0,3220	0,3220	0,3240	0,3280	0,3250	0,3230	0,3220
1,81E+02	0,2700	0,2980	0,3150	0,3210	0,3240	0,3280	0,3250	0,3230	0,3220
2,42E+02	0,2590	0,2850	0,3050	0,3200	0,3230	0,3270	0,3240	0,3220	0,3220

TABELA 1 - Umidade em Função da Profundidade e Tempo de Redistribuição Obtida por Cho et al. (1977) no Experimento com Areia Marinha

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)								
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
	UMIDADE (m ³ /m ³)								
3,02E+02	0,2480	0,2710	0,2950	0,3170	0,3220	0,3260	0,3230	0,3220	0,3210
4,23E+02	0,2300	0,2440	0,2720	0,2950	0,3180	0,3240	0,3210	0,3210	0,3200
6,05E+02	0,2080	0,2190	0,2400	0,2590	0,2800	0,3080	0,3100	0,3170	0,3190
8,99E+02	0,1830	0,1970	0,2070	0,2320	0,2330	0,2440	0,2610	0,2980	0,3100
1,20E+03	0,1690	0,1820	0,1910	0,2030	0,2100	0,2130	0,2280	0,2560	0,2887
1,80E+03	0,1520	0,1650	0,1720	0,1820	0,1880	0,1880	0,1980	0,2190	0,2470
2,40E+03	0,1420	0,1560	0,1610	0,1690	0,1750	0,1750	0,1840	0,2030	0,2260
3,00E+03	0,1360	0,1490	0,1540	0,1610	0,1660	0,1650	0,1750	0,1910	0,2130
3,60E+03	0,1310	0,1440	0,1480	0,1550	0,1590	0,1590	0,1670	0,1810	0,2030
7,20E+03	0,1180	0,1270	0,1310	0,1360	0,1380	0,1390	0,1450	0,1530	0,1760
1,08E+04	0,1100	0,1180	0,1220	0,1270	0,1270	0,1290	0,1350	0,1430	0,1630
1,44E+04	0,1050	0,1110	0,1160	0,1200	0,1230	0,1230	0,1280	0,1360	0,1540
1,80E+04	0,1020	0,1060	0,1110	0,1140	0,1190	0,1180	0,1230	0,1310	0,1470
2,16E+04	0,1000	0,1010	0,1070	0,1100	0,1140	0,1140	0,1190	0,1270	0,1420
4,32E+04	0,0910	0,0920	0,0950	0,0960	0,1000	0,1020	0,1070	0,1140	0,1260
6,48E+04	0,0860	0,0880	0,0890	0,0920	0,0940	0,0960	0,1010	0,1080	0,1190
8,64E+04	0,0830	0,0850	0,0850	0,0890	0,0910	0,0920	0,0970	0,1040	0,1140
1,73E+05	0,0760	0,0780	0,0770	0,0830	0,0840	0,0860	0,0890	0,0960	0,1040
2,59E+05	0,0740	0,0750	0,0750	0,0790	0,0810	0,0850	0,0850	0,0910	0,1020
3,46E+05	0,0730	0,0740	0,0740	0,0770	0,0800	0,0840	0,0840	0,0890	0,0990
4,32E+05	0,0730	0,0730	0,0730	0,0770	0,0790	0,0830	0,0830	0,0870	0,0960
5,18E+05	0,0720	0,0720	0,0720	0,0760	0,0790	0,0820	0,0820	0,0850	0,0940
6,05E+05	0,0720	0,0720	0,0720	0,0760	0,0790	0,0810	0,0810	0,0840	0,0920

Os valores de condutividade hidráulica saturada obtidos em condições de infiltração permanente, e das densidades de fluxo medidas em função do tempo de redistribuição, encontram-se sumarizados nas TABELAS 2 e 3, respectivamente.

TABELA 2 - Valores Médios de Condutividade Saturada, de Desvio Padrão e Umidade Saturada para Diversas Profundidades Obtidos por Cho et al. (1977) no Experimento em Areia Marinha

z (m)	K_s (m.s ⁻¹ .10 ⁻⁴)	σ (m.s ⁻¹ .10 ⁻⁶)	Umidade (m ³ .m ⁻³)
0,20	1,120	4,667	0,3230
0,30	1,412	3,500	0,3230
0,40	1,470	3,500	0,3260
0,50	1,447	3,500	0,3220
0,60	1,620	2,333	0,3240
0,70	1,609	4,667	0,3280
0,80	1,620	3,500	0,3250
0,90	1,551	5,833	0,3230
1,00	1,320	8,167	0,3220

TABELA 3 - Densidade de Fluxo para Diversas Profundidades Obtidas por Cho et al. (1977) no Experimento em Areia Marinha

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)				
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60
	DENSIDADE DE FLUXO (m.s⁻¹)				
6,0480E+01	9,664E-05	1,157E-04	1,389E-04	1,117E-04	1,343E-04
1,2096E+02	6,944E-05	8,495E-05	9,329E-05	9,421E-05	9,421E-05
1,8144E+02	4,375E-05	6,377E-05	7,789E-05	7,789E-05	7,870E-05
3,0240E+02	2,477E-05	5,012E-05	7,211E-05	7,975E-05	8,241E-05
6,0480E+02	1,389E-05	2,512E-05	3,981E-05	5,498E-05	7,928E-05
1,2010E+03	5,833E-06	1,000E-05	1,435E-05	1,863E-05	2,488E-05
2,4000E+03	2,002E-06	3,171E-06	4,664E-06	6,169E-06	7,998E-06
7,1971E+03	6,111E-07	9,028E-07	1,262E-06	1,528E-06	1,875E-06
1,4403E+04	2,222E-07	3,889E-07	5,139E-07	6,806E-07	8,333E-07
4,3200E+04	6,019E-08	8,102E-08	1,273E-07	1,481E-07	1,794E-07
1,7280E+05	6,944E-09	1,447E-08	1,736E-08	2,315E-08	3,183E-08
5,1840E+05	1,447E-09	2,025E-09	2,604E-09	3,183E-09	3,183E-09
TEMPO (s)	0,70	0,80	0,90	1,00	
	DENSIDADE DE FLUXO (m.s⁻¹)				
6,0480E+01	1,204E-04	1,319E-04	1,150E-04	1,412E-04	
1,2096E+02	9,421E-05	9,421E-05	9,421E-05	9,421E-05	
1,8144E+02	7,963E-05	8,044E-05	8,125E-05	8,125E-05	
3,0240E+02	8,414E-05	8,588E-05	8,634E-05	8,750E-05	
6,0480E+02	9,630E-05	1,003E-04	1,003E-04	1,020E-04	
1,2010E+03	3,287E-05	4,271E-05	4,884E-05	5,613E-05	
2,4000E+03	9,329E-06	1,150E-05	1,366E-05	1,701E-05	
7,1971E+03	2,315E-06	2,685E-06	3,079E-06	3,472E-06	
1,4403E+04	8,333E-07	1,139E-06	1,227E-06	1,551E-06	
4,3200E+04	2,083E-07	2,465E-07	2,870E-07	3,356E-07	
1,7280E+05	3,762E-08	3,762E-08	4,340E-08	4,919E-08	
5,1840E+05	4,340E-09	5,498E-09	7,234E-09	9,549E-09	

5.2. EXPERIMENTO EM LATOSSOLO VERMELHO AMARELO TEXTURA MÉDIA

Para o experimento em Latossolo, a condutividade hidráulica saturada foi medida pela infiltração na superfície do solo em condições de equilíbrio dinâmico por meio de cilindros em vários locais da parcela, cujas médias e erros padrões das médias ao nível de 95% de probabilidade foram $1,772 \cdot 10^{-5} \pm 2,25 \cdot 10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$.

O experimento de redistribuição da água no Latossolo foi realizado no campus da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, em Piracicaba, pertencente a Fazenda Sertãozinho, do Departamento de Solos e Nutrição de Plantas. O clima da região, na classificação de Thornthwaite, é úmido, com pequena oscilação térmica no ano ($C_2rA'a$).

O solo foi classificado como areno-argiloso, com massa específica do solo seco variando 1350 a 1510 Kg.m^{-3} .

A parcela experimental, tal como no experimento da Areia Marinha, foi de 5x5m, tendo sido instalados tensiômetros às profundidades de 0,15; 0,30; 0,45; 0,60; 0,75; 0,90; 1,05; 1,20 e 1,35 m. Foi utilizado um caminhão pipa e uma mangueira para colocar água sobre o solo, iniciando-se assim, o processo de infiltração, que se estendeu até que o fluxo de água ficasse constante para todas as profundidades de interesse. A verificação dessa condição de equilíbrio dinâmico foi obtida por meio de leituras das colunas de mercúrio nos tensiômetros, que, quando constantes, indicam que a umidade do solo não mais varia no tempo, permanecendo o fluxo constante.

Saturado o perfil de solo, a superfície do mesmo foi coberta com uma lona plástica preta de 40 m² para evitar a evaporação ou infiltração no perfil de solo. As leituras nos tensiômetros, nas duas primeiras horas, após a cobertura com plástico, foram feitas de 15 em 15 minutos, e depois de hora em hora, e posteriormente em intervalos de dias até o vigésimo dia.

Os valores de umidade foram estimados de maneira indireta, a partir da interpolação gráfica das curvas de retenção de água, mediante leituras de tensiômetros instalados nas respectivas profundidades de interesse. Essas curvas foram elaboradas com amostra de solos de estrutura não deformada de 0,045 m de diâmetro e 0,050 m de altura, nas tensões de 0,26; 0,46; 0,97; 1,41 e 1,87 mH₂O usando um funil de placa porosa e câmara de Richards para as tensões de 3, 5 e 8 mH₂O.

Os dados de umidade no solo em função da profundidade e do tempo de redistribuição, obtidos por LIBARDI (1978), encontram-se no TABELA 4.

TABELA 4 - Umidade em Função da Profundidade e Tempo de Redistribuição
Obtidos por Libardi (1978) no Experimento em Latossolo

continua

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)			
	0,30	0,60	0,90	1,20
UMIDADE (m ³ .m ⁻³)				
9,00E+02	0,3490	0,3860	0,3830	0,3570
1,80E+03	0,3350	0,3740	0,3700	0,3450
2,70E+03	0,3270	0,3660	0,3620	0,3370
3,60E+03	0,3210	0,3600	0,3550	0,3310
5,40E+03	0,3120	0,3520	0,3450	0,3220
7,20E+03	0,3060	0,3460	0,3380	0,3150
1,08E+04	0,2970	0,3370	0,3260	0,3060
1,80E+04	0,2860	0,3250	0,3120	0,2940
3,60E+04	0,2710	0,3100	0,2920	0,2780

TABELA 4 - Umidade em Função da Profundidade e Tempo de Redistribuição Obtidos por Libardi (1978) no Experimento em Latossolo

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)				<i>conclusão</i>
	0,30	0,60	0,90	1,20	
	UMIDADE ($m^3 \cdot m^{-3}$)				
7,20E+04	0,2560	0,2940	0,2710	0,2620	
1,80E+05	0,2360	0,2730	0,2440	0,2400	
3,60E+05	0,2210	0,2570	0,2220	0,2230	
1,08E+06	0,1970	0,2320	0,1900	0,1970	

Na TABELA 5 são apresentados os valores de densidade de fluxo para as diferentes profundidades e tempos de redistribuição, obtidos por LIBARDI (1978) no experimento do Latossolo.

TABELA 5 - Valores de Densidade de Fluxo Observados no Latossolo Vermelho Amarelo-Fase Arenosa, Obtidos por Libardi (1978)

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)			
	0,30	0,60	0,90	1,20
	DENSIDADE DE FLUXO ($m \cdot s^{-1}$)			
9,00E+02	6,257E-06	1,151E-05	1,646E-05	2,200E-05
1,80E+03	3,372E-06	6,479E-06	9,796E-06	1,306E-05
2,70E+03	2,308E-06	4,514E-06	7,008E-06	9,320E-06
3,60E+03	1,754E-06	3,465E-06	5,464E-06	7,254E-06
5,40E+03	1,186E-06	2,366E-06	3,797E-06	5,030E-06
7,20E+03	8,950E-07	1,796E-06	2,909E-06	3,850E-06
1,08E+04	6,010E-07	1,212E-06	1,984E-06	2,623E-06
1,80E+04	3,626E-07	7,348E-07	1,213E-06	1,602E-06
3,60E+04	1,821E-07	3,703E-07	6,154E-07	8,117E-07
7,20E+04	9,125E-08	1,858E-07	3,100E-07	4,087E-07
1,80E+05	3,753E-08	7,450E-08	1,245E-07	1,641E-07
3,60E+05	1,828E-08	3,728E-08	6,236E-08	8,218E-08
1,08E+06	6,093E-09	1,243E-08	2,081E-08	2,742E-08

5.3. PARÂMETROS DE AJUSTE DOS MODELOS PROPOSTOS

Os parâmetros m_1 , θ_r , θ_s , dos modelos propostos (equações 23 e 24) foram estimados a partir do ajuste do modelo de VAN GENUCHTEN (1980) aos dados da curva de retenção, isto é, do potencial mátrico, ϕ_m , e da umidade volumétrica, θ , para cada profundidade de interesse, utilizando os dados apresentados nas tabelas 12-1 do trabalho de CHO et al. (1977), para o experimento em Areia Marinha, e das tabelas 5 e 9 do trabalho de LIBARDI (1978), para o experimento em Latossolo. Para tanto, fez-se uso de um programa de regressão não linear que emprega a

técnica dos mínimos quadrados, conforme BORATTO (1984). Para o Latossolo, as profundidades consideradas foram 0,30; 0,60; 0,90 e 1,20 m, e para a Areia Marinha foram 0,20; 0,30; 0,40; 0,50; 0,60; 0,70; 0,80; 0,90 e 1,00 m. Além desses parâmetros, foram estimados ainda α e n do modelo de VAN GENUCHTEN (1980), para cada meio poroso (veja APÊNDICE D). Esses parâmetros foram, então, devidamente utilizados nos modelos propostos neste trabalho para estimar os perfis de umidade e as densidades de fluxo em função do tempo de redistribuição nessas profundidades (veja APÊNDICE E), e confrontados estatisticamente com os valores medidos pelo teste estatístico de "Kolmogorov-Smirnov" (K-S) do programa estatístico Statgraphics. Este procedimento calcula o máximo desvio entre as funções de distribuição acumulada de duas amostras. Se este desvio for suficientemente grande, a hipótese de que as distribuições são as mesmas é rejeitada. Neste procedimento, se o nível de significância cai abaixo de 0,05, então as duas distribuições são significativamente diferentes ao nível de 5%. Segundo MENDENHALL (1985), as pesquisas têm mostrado que os testes não-paramétricos são praticamente tão úteis para detectar diferenças entre populações quanto os métodos paramétricos, desde que para esses últimos seja satisfeita a suposição da distribuição normal. Segundo esse autor, os testes não-paramétricos são, freqüentemente, muito úteis e mais poderosos do que os paramétricos, quanto à detecção de diferenças entre populações e, por isso, muitos estatísticos advogam o emprego dos testes não-paramétricos preferencialmente aos procedimentos paramétricos.

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1. EXPERIMENTO EM AREIA MARINHA

6.1.1. Umidade em Função do Tempo de Redistribuição

A TABELA 6 apresenta os valores de α , m_1 , n , θ_r e θ_s obtidos no ajuste do modelo de VAN GENUCHTEN (1980) aos dados da curva de retenção, para as diversas profundidades de interesse. Também são apresentados os valores de K_s e do coeficiente de determinação, os quais, como se observa, foram superiores 0,97.

TABELA 6 - Valores dos Parâmetros de Ajuste do Modelo de Van Genuchten (1980) aos Dados da Curva de Retenção da Areia Marinha

DADOS	PROFUNDIDADE (m)				
	20	30	40	50	60
K_s ⁽¹⁾ m.s ⁻¹ .10 ⁻⁴	1,120	1,412	1,470	1,447	1,620
θ_r (m ³ .m ⁻³)	0,045	0,065	0,07094079	0,07502376	0,0829721
θ_s (m ³ .m ⁻³)	0,32	0,3269	0,32796891	0,33222778	0,3334309
α (m ⁻¹)	5,00069097	4,35386283	3,96539316	3,83909458	3,92266
n	3,41066963	4,88330735	7,95351047	8,27259742	10,8898332
m	0,706802444	0,79522075	0,87426935	0,87911898	0,90817123
r^2	0,972067	0,991433	0,999055	0,996958	0,993573
DADOS	70	80	90	100	
K_s ⁽¹⁾ m.s ⁻¹ .10 ⁻⁴	1,609	1,620	1,551	1,320	
θ_r (m ³ .m ⁻³)	0,08063102	0,07247165	0,08355202	0,09	
θ_s (m ³ .m ⁻³)	0,33513246	0,32932092	0,32794708	0,3246	
α (m ⁻¹)	4,14458686	3,98386569	4,36280897	3,65624848	
n	8,77512119	7,71449721	8,0191125	8,54248534	
m_1	0,88604146	0,87037392	0,87529792	0,88293805	
r^2	0,995718	0,999194	0,997186	0,996323	

⁽¹⁾ Os valores de K_s foram obtidos em condições de campo por CHO et al. (1977)

Esses parâmetros foram devidamente substituídos na equação (23), a fim de se estimar os valores de umidade em função do tempo de drenagem para as diversas profundidades, e se encontram reunidos na TABELA 7.

TABELA 7 - Valores Estimados da Umidade pela Teoria Proposta (Equação 23), em Diversas Profundidades e Tempos de Redistribuição do Experimento em Areia Marinha

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)								
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
	UMIDADE ($m^3 \cdot m^{-3}$)								
6,05E+01	0,2918	0,3024	0,3081	0,3162	0,3184	0,3220	0,3178	0,3181	0,3170
1,21E+02	0,2713	0,2837	0,2920	0,3027	0,3056	0,3109	0,3077	0,3093	0,3100
1,81E+02	0,2556	0,2689	0,2786	0,2911	0,2945	0,3010	0,2986	0,3013	0,3036
2,42E+02	0,2431	0,2567	0,2673	0,2810	0,2848	0,2922	0,2905	0,2941	0,2977
3,02E+02	0,2327	0,2465	0,2575	0,2721	0,2762	0,2843	0,2831	0,2875	0,2922
4,23E+02	0,2164	0,2301	0,2415	0,2571	0,2616	0,2706	0,2702	0,2759	0,2823
6,05E+02	0,1988	0,2123	0,2233	0,2397	0,2445	0,2542	0,2545	0,2615	0,2697
8,99E+02	0,1798	0,1927	0,2028	0,2192	0,2243	0,2343	0,2351	0,2435	0,2535
1,20E+03	0,1666	0,1790	0,1882	0,2041	0,2093	0,2193	0,2202	0,2294	0,2404
1,80E+03	0,1495	0,1613	0,1691	0,1840	0,1893	0,1988	0,1995	0,2095	0,2213
2,40E+03	0,1383	0,1498	0,1565	0,1706	0,1759	0,1847	0,1851	0,1955	0,2076
3,00E+03	0,1305	0,1418	0,1478	0,1611	0,1664	0,1746	0,1746	0,1852	0,1973
3,60E+03	0,1243	0,1356	0,1410	0,1537	0,1590	0,1667	0,1663	0,1771	0,1891
7,20E+03	0,1047	0,1160	0,1199	0,1302	0,1357	0,1413	0,1395	0,1504	0,1615
1,08E+04	0,0953	0,1069	0,1103	0,1195	0,1251	0,1295	0,1268	0,1378	0,1482
1,44E+04	0,0896	0,1015	0,1046	0,1130	0,1188	0,1225	0,1192	0,1301	0,1400
1,80E+04	0,0856	0,0977	0,1008	0,1087	0,1145	0,1177	0,1140	0,1249	0,1344
2,16E+04	0,0825	0,0949	0,0979	0,1055	0,1114	0,1141	0,1101	0,1210	0,1303
4,32E+04	0,0729	0,0863	0,0893	0,0958	0,1020	0,1034	0,0983	0,1091	0,1175
6,48E+04	0,0685	0,0824	0,0856	0,0916	0,0980	0,0988	0,0931	0,1039	0,1120
8,64E+04	0,0658	0,0801	0,0835	0,0891	0,0957	0,0960	0,0901	0,1009	0,1087
1,73E+05	0,0604	0,0757	0,0794	0,0846	0,0915	0,0910	0,0845	0,0952	0,1027
2,59E+05	0,0580	0,0738	0,0777	0,0826	0,0897	0,0889	0,0821	0,0928	0,1001
3,46E+05	0,0565	0,0726	0,0767	0,0815	0,0886	0,0877	0,0807	0,0914	0,0986
4,32E+05	0,0554	0,0718	0,0760	0,0807	0,0879	0,0868	0,0797	0,0904	0,0976
5,18E+05	0,0546	0,0712	0,0755	0,0802	0,0874	0,0862	0,0790	0,0897	0,0968
6,05E+05	0,0540	0,0708	0,0752	0,0797	0,0870	0,0857	0,0785	0,0892	0,0963

Os valores medidos e estimados de umidade, apresentados nas TABELAS 1 e 7, foram então plotados nas FIGURAS de 2 a 10, a fim de facilitar a comparação entre ambos. Como se observa visualmente nestas Figuras, os valores estimados se aproximaram muito bem dos observados durante todo o tempo de redistribuição da água, em todas as profundidades. Pequenos desvios, entretanto, são notados para tempos iniciais do processo, particularmente nas profundidades maiores que 0,40m onde a umidade estimada é sempre menor que a observada. Isso pode ser devido, de um lado, à própria característica do processo da redistribuição que resulta em aumentar a umidade das camadas mais profundas pela água contida nas camadas superficiais inicialmente saturadas, e de outro lado, pela simplificação adotada na teoria proposta quando se eliminou o termo unitário no denominador da equação de VAN GENUCHTEN (1980), pois como se observou no item 4.2, a eliminação desse

termo implicaria numa limitação da teoria se não fosse atendida a relação $|\phi_m| \gg 1/\alpha$. Essa imposição, aliás, é difícil de ser atendida nos tempos iniciais da redistribuição da água no solo, quando o solo ainda se encontra próximo da saturação. Mesmo assim, esses desvios não foram suficiente para afetar o desempenho do modelo proposto, do ponto de vista estatístico, porque o teste K-S (Kolmogorov-Smirnov) revelou não haver diferença significativa entre os valores estimados e observados, ao nível de 5% de significância, em todas as profundidades consideradas.

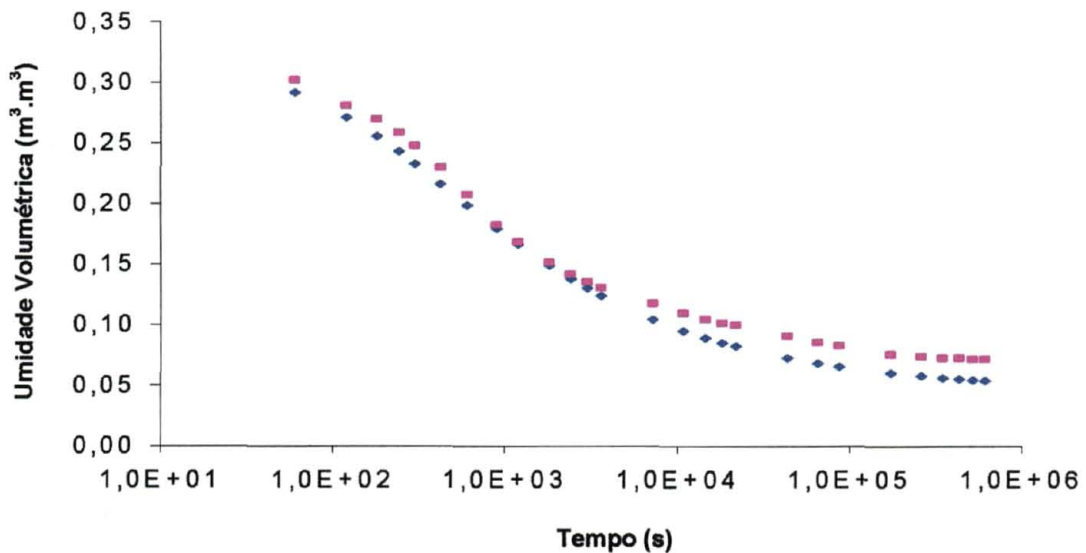


FIGURA 2 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,20 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

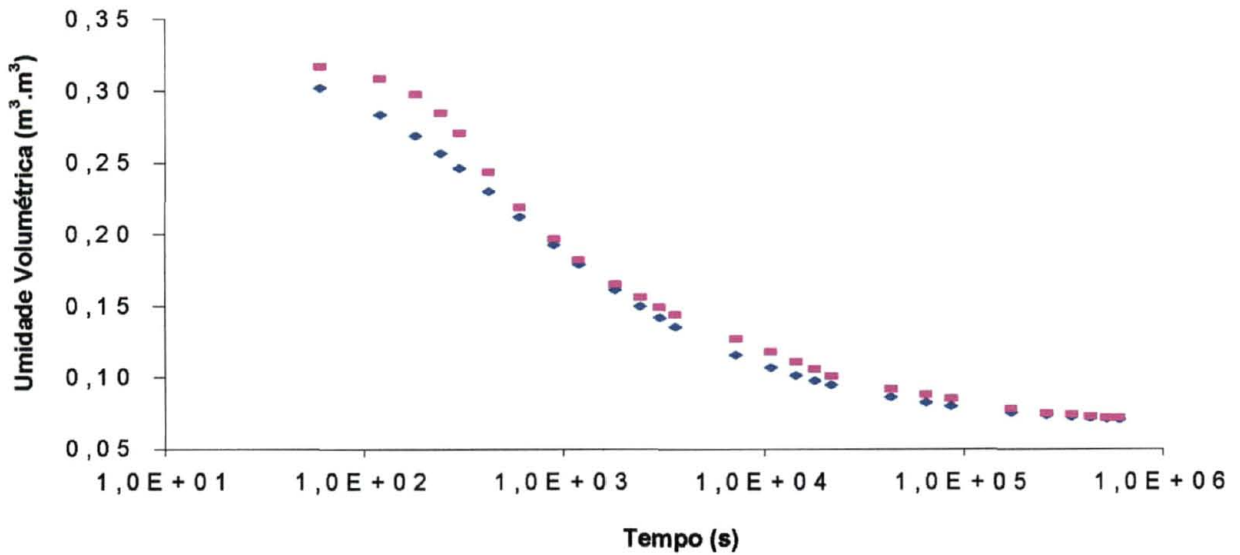


FIGURA 3 - Umidade observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,30 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

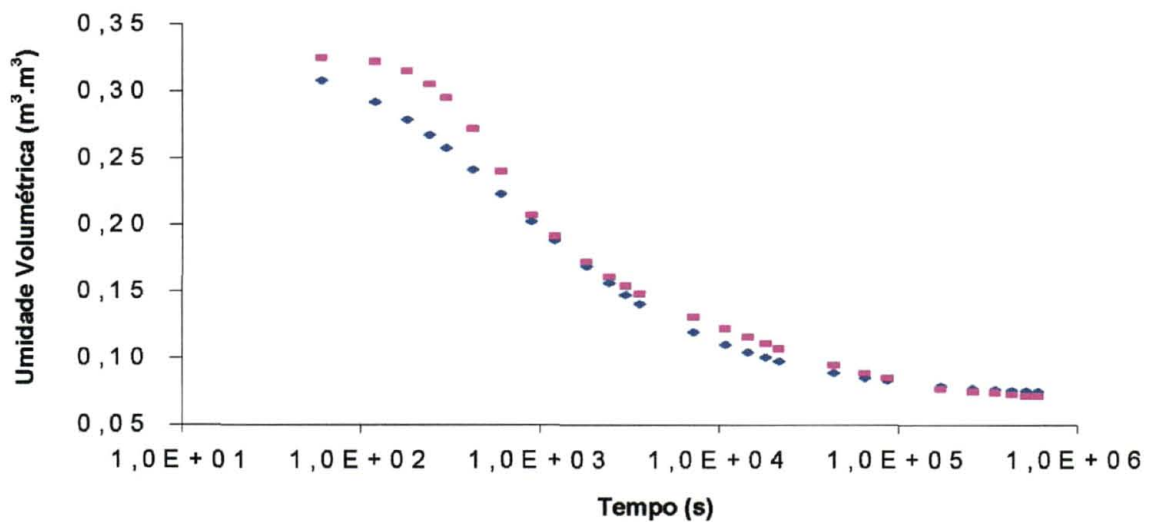


FIGURA 4 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,40 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

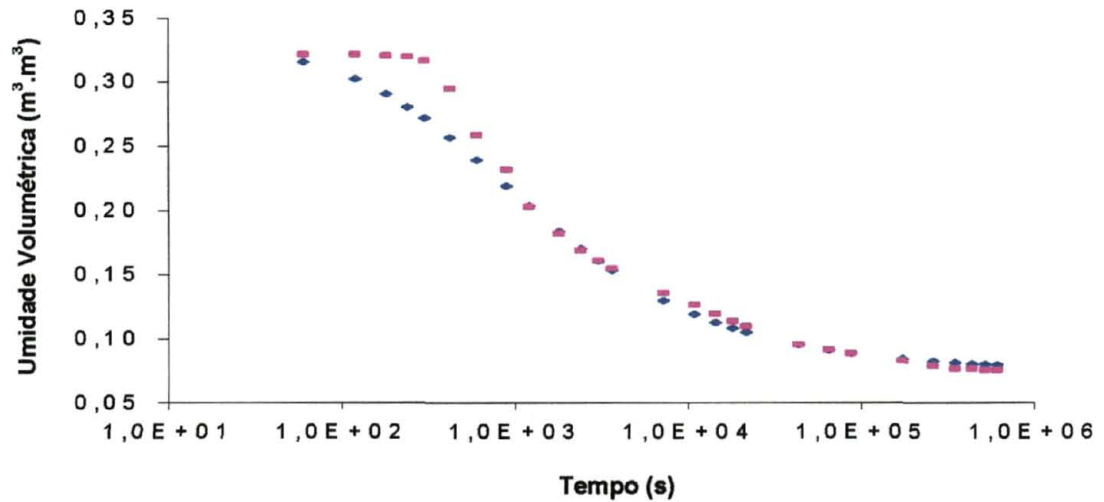


FIGURA 5 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,50 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

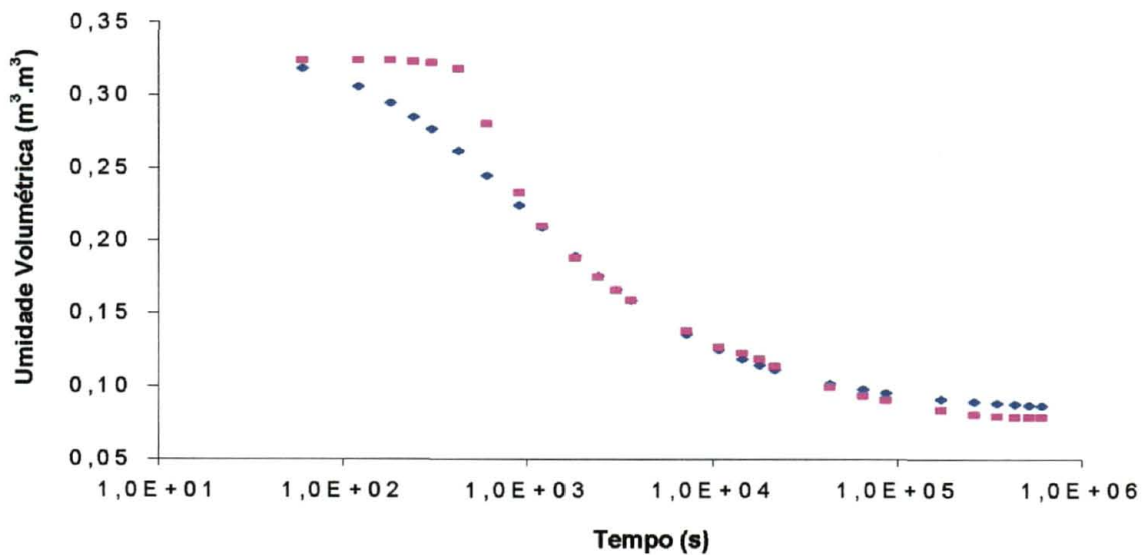


FIGURA 6 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,60 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

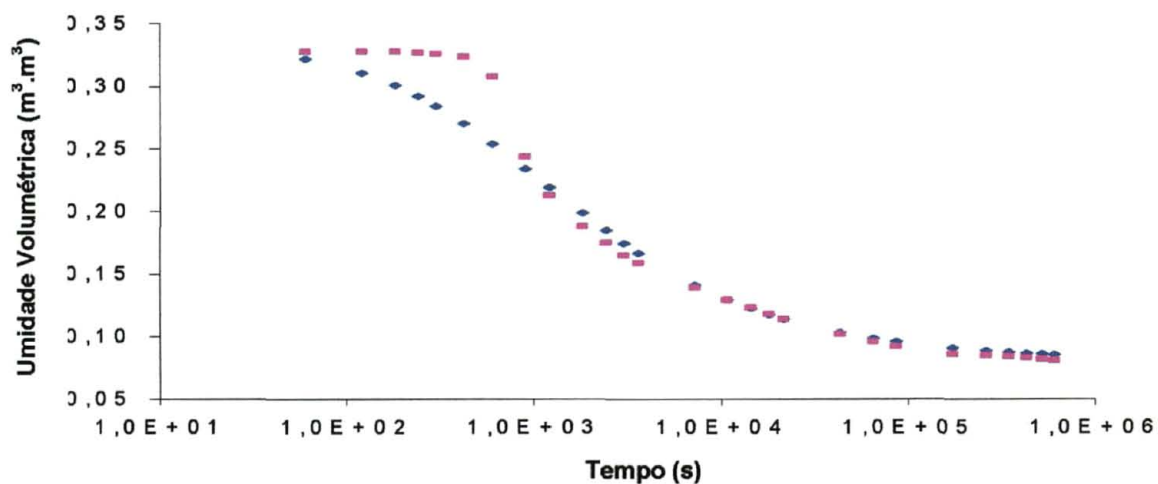


FIGURA 7 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,70 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

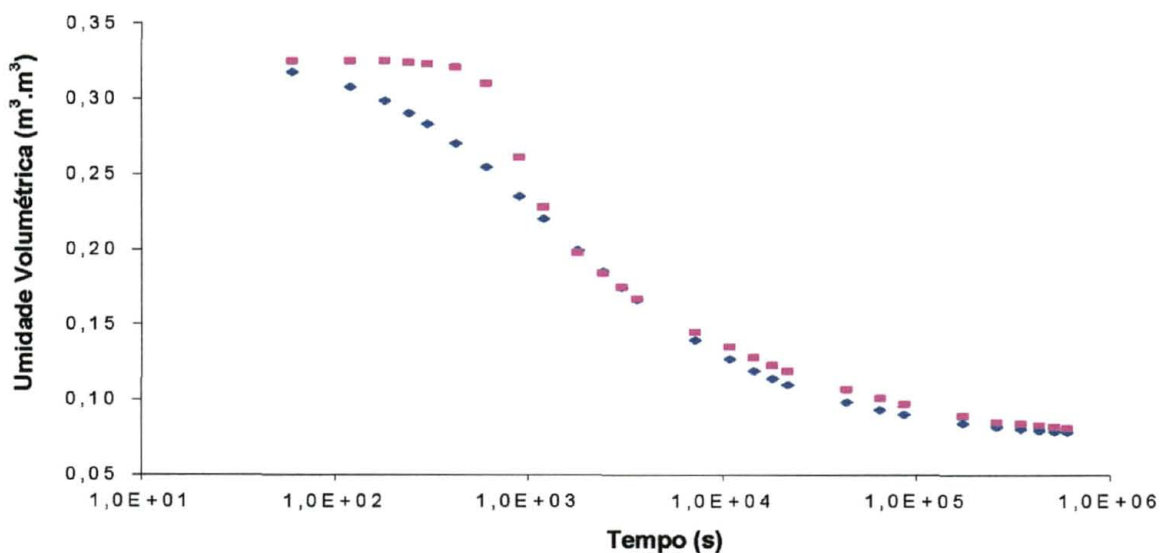


FIGURA 8 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,80 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

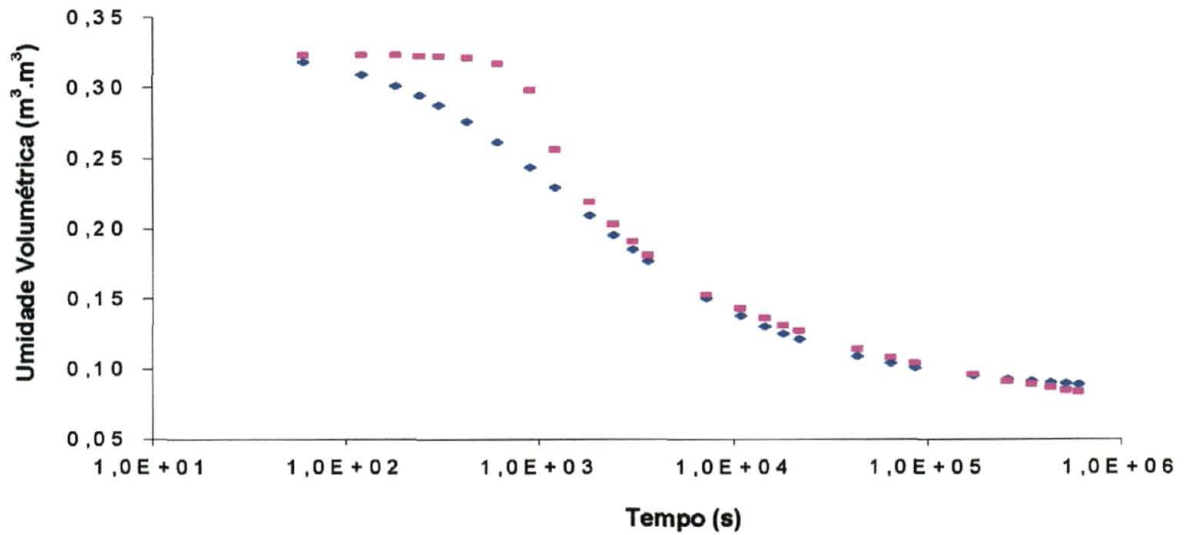


FIGURA 9 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,90 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

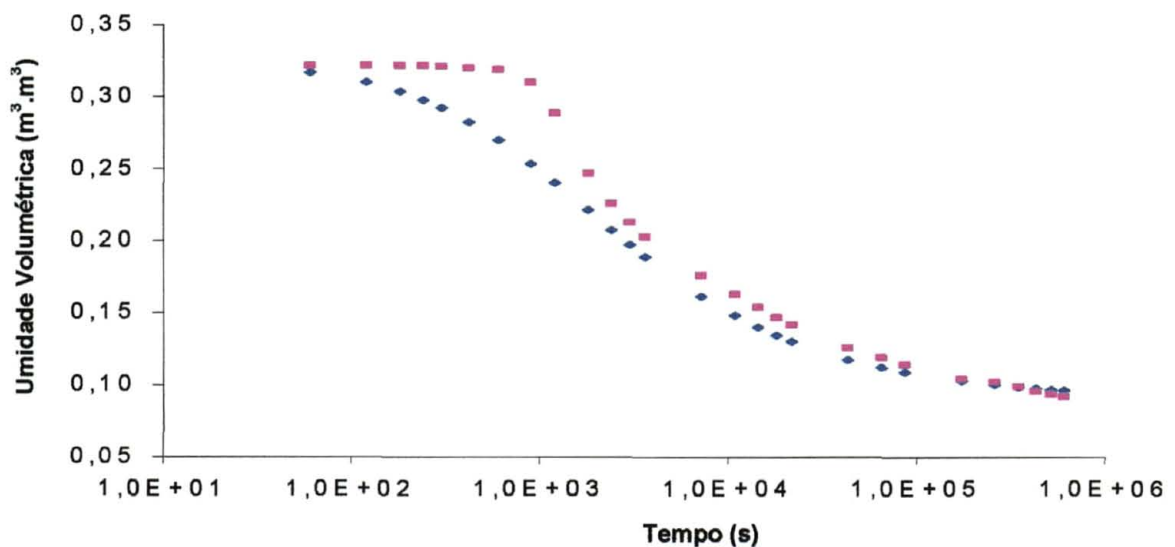


FIGURA 10 - Umidade Observada e Estimada em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 1,00 m na Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

6.1.2. Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição

Os valores estimados da densidade de fluxo nas diversas profundidades foram obtidos a partir da equação (24) e estão apresentados na TABELA 8.

TABELA 8 - Valores Estimados da Densidade de Fluxo em Diversas Profundidades e Tempos de redistribuição Obtidos por Cho et al. (1977) no Experimento em Areia Marinha

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)				
	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60
	DENSIDADE (m.s ⁻¹)				
6,05E+01	7,81E-05	1,050E-04	1,175E-04	1,211E-04	1,371E-04
1,21E+02	5,86E-05	8,199E-05	9,657E-05	1,032E-04	1,179E-04
1,81E+02	4,61E-05	6,632E-05	8,115E-05	8,922E-05	1,027E-05
3,02E+02	3,14E-05	4,669E-05	6,019E-05	6,913E-05	8,039E-05
6,05E+02	1,62E-05	2,489E-05	3,423E-05	4,195E-05	4,952E-05
1,20E+03	7,39E-06	1,149E-05	1,647E-05	2,137E-05	2,551E-05
2,40E+03	3,07E-06	4,715E-06	6,857E-06	9,275E-06	1,111E-06
7,20E+03	6,91E-07	1,015E-06	1,443E-06	2,019E-06	2,398E-06
1,44E+04	2,62E-07	3,698E-07	5,095E-07	7,187E-07	8,440E-07
4,32E+04	5,52E-08	7,284E-08	9,448E-08	1,337E-07	1,535E-07
1,73E+05	7,65E-09	9,213E-09	1,100E-08	1,551E-08	1,725E-08
5,18E+05	1,60E-09	1,782E-09	1,991E-09	2,789E-09	3,021E-09

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)			
	0,70	0,80	0,90	1,00
6,05E+01	1,393E-04	1,426E-04	1,383E-04	1,204E-04
1,21E+02	1,221E-04	1,267E-04	1,243E-04	1,105E-04
1,81E+02	1,082E-04	1,135E-04	1,125E-04	1,018E-04
3,02E+02	8,698E-05	9,300E-05	9,377E-05	8,746E-05
6,05E+02	5,598E-05	6,182E-05	6,413E-05	6,316E-05
1,20E+03	3,017E-05	3,449E-05	3,686E-05	3,858E-05
2,40E+03	1,368E-05	1,612E-05	1,787E-05	1,954E-05
7,20E+03	3,088E-06	3,772E-06	4,231E-06	4,937E-06
1,44E+04	1,109E-06	1,376E-06	1,552E-06	1,839E-06
4,32E+04	2,069E-07	2,616E-07	2,956E-07	3,529E-07
1,73E+05	2,390E-08	3,082E-08	3,471E-08	4,132E-08
5,18E+05	4,282E-09	5,602E-09	6,285E-09	7,442E-09

Os gráficos que reúnem os valores de densidade observados e estimados para a Areia Marinha estão apresentados nas FIGURAS 11 a 19. Como se observa, o modelo proposto (equação 24) se ajustou muito bem aos valores experimentais durante todo o período de redistribuição, em todas as profundidades. Não se nota aqui aqueles desvios que ocorreram entre os valores estimados e observados de umidade nos tempos iniciais da redistribuição, muito provavelmente porque essas diferenças foram pequenas para provocarem diferenças importantes na condutividade hidráulica e, por conseguinte, na densidade de fluxo.

Também aqui o teste estatístico K-S revelou não haver diferença significativa entre os valores estimados e observados, ao nível de 5%, para todas as profundidades analisadas. Estes resultados mostram, com efeito, que as equações (23) e (24) oferecem uma estimativa analítica bastante satisfatória para o armazenamento e fluxo de água dentro de um perfil homogêneo de solo.

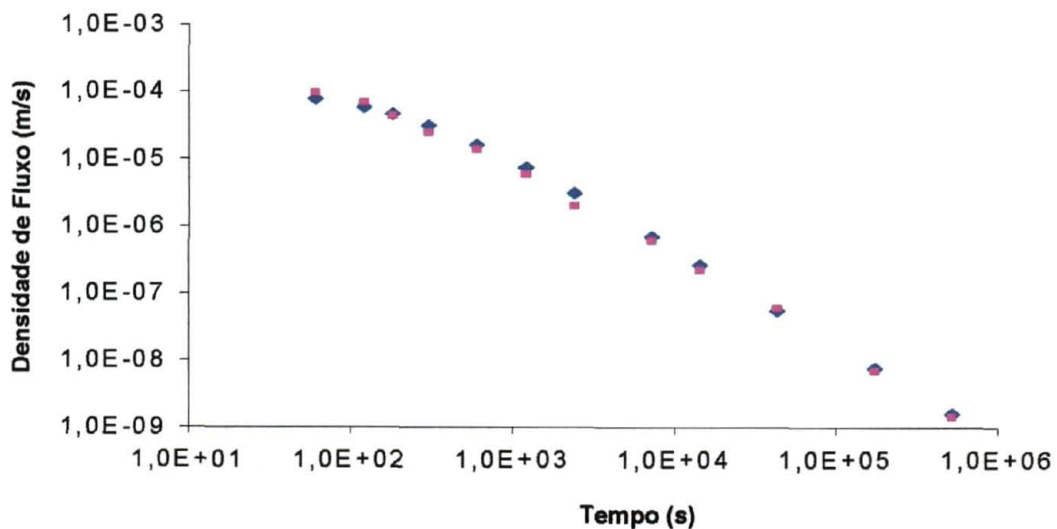


FIGURA 11 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,20 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

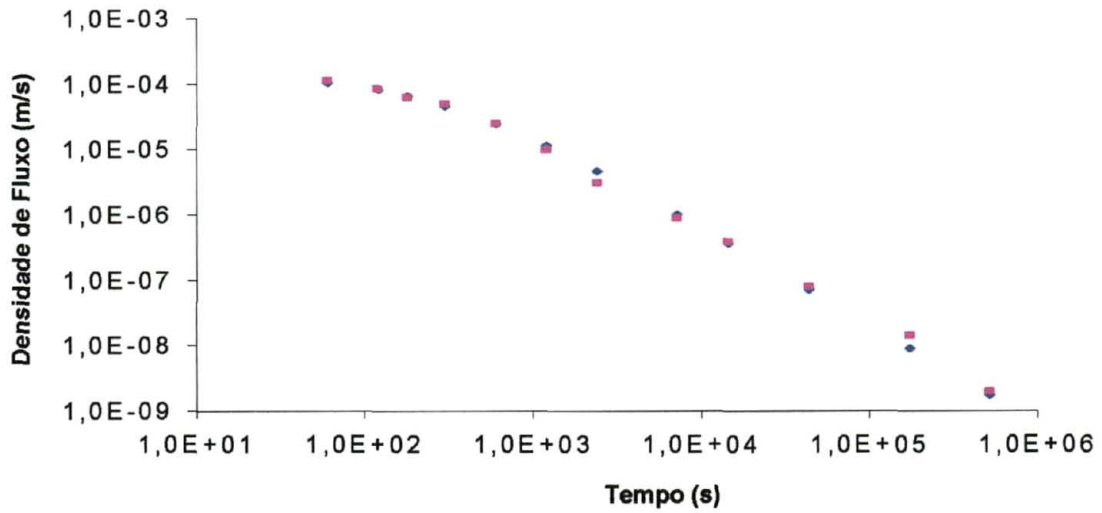


FIGURA 12 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de redistribuição para a profundidade de 0,30 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

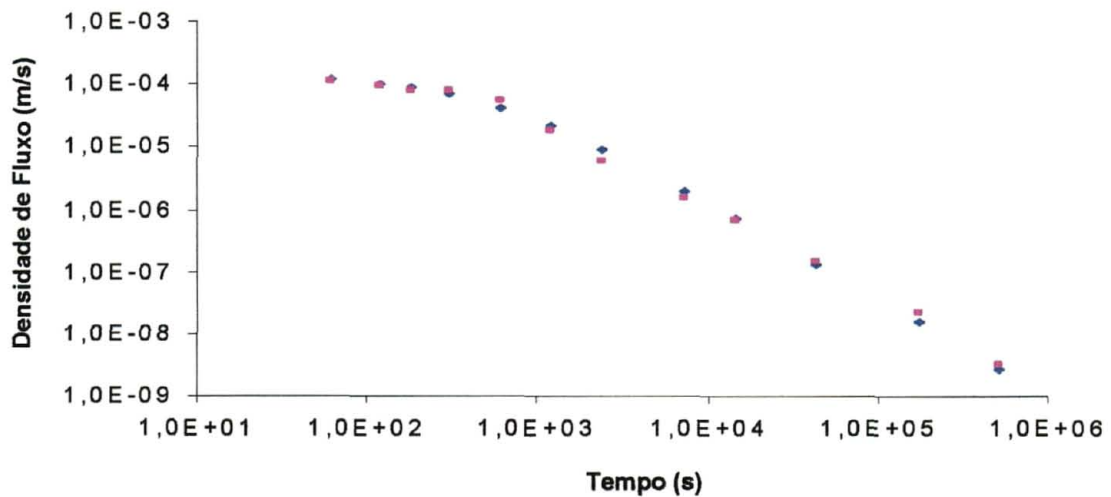


FIGURA 13 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,40 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

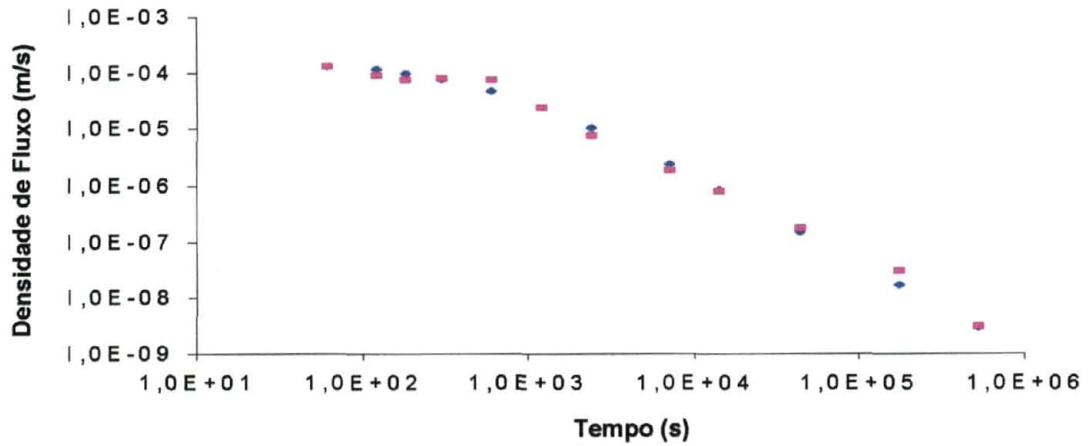


FIGURA 14 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,50 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

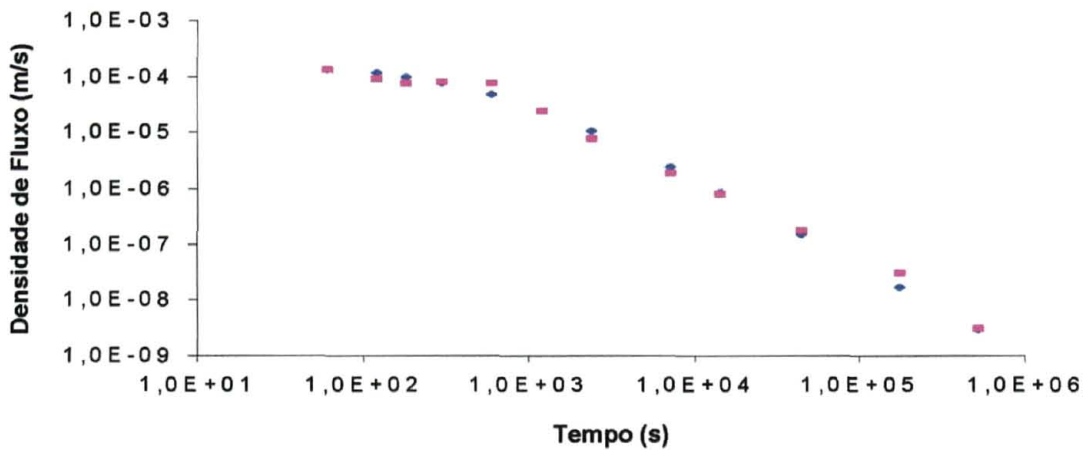


FIGURA 15 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,60 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

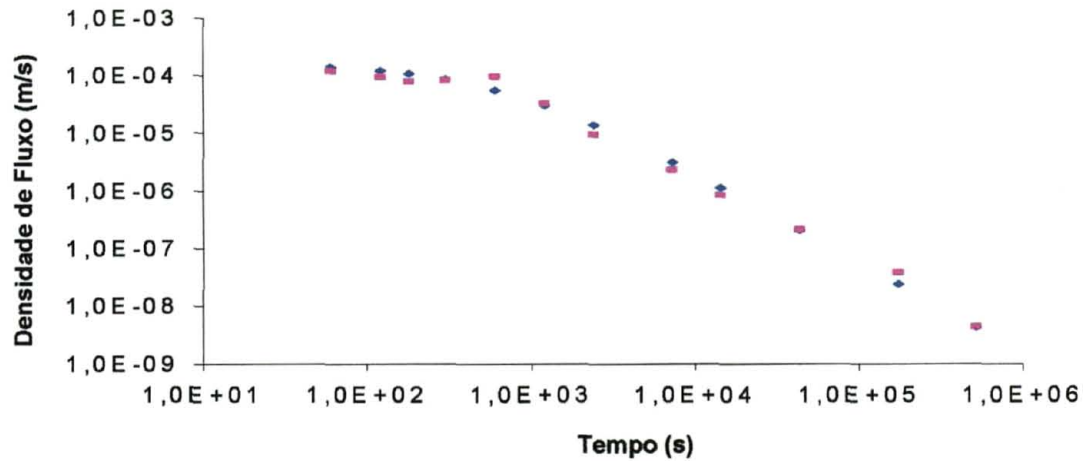


FIGURA 16 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,70 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

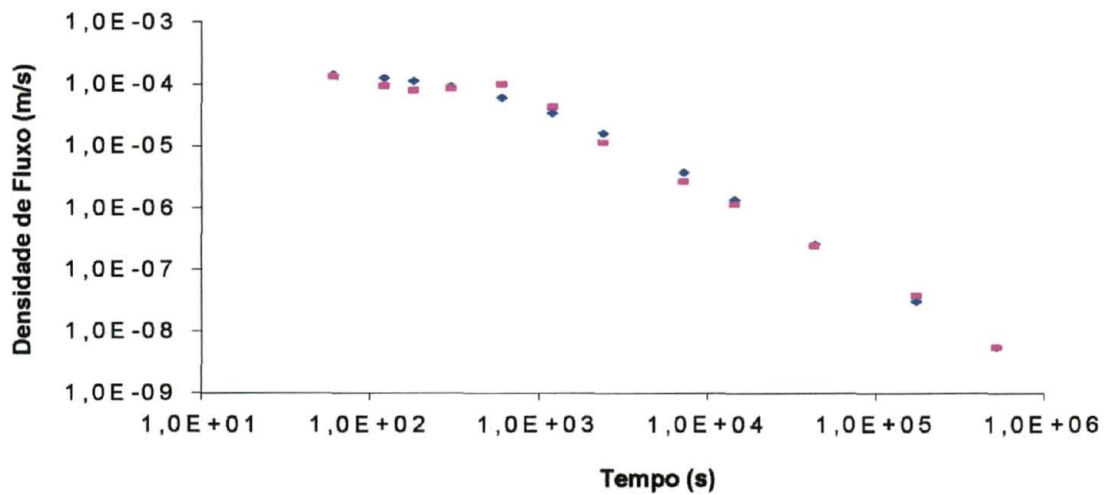


FIGURA 17 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,80 m da Areia Marinha. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

6.2. EXPERIMENTO EM LATOSSOLO VERMELHO AMARELO-FASE ARENOSA

6.2.1. Umidade em Função do Tempo de Redistribuição

A TABELA 9 apresenta os parâmetros de α , m_1 , n , θ_r e θ_s obtidos no ajuste do modelo de VAN GENUCHTEN (1980) aos dados da curva de retenção, para as diversas profundidades de interesse. Também são apresentados os valores de K_s e dos coeficientes de determinação que, como se observa, foram superiores a 0,99. Os valores de K_s foram medidos por LIBARDI (1978) por meio de cilindro infiltrômetro na superfície do solo em condições de regime de fluxo permanente, quando o solo se encontrava saturado de água.

Da mesma forma como foi feito para a Areia Marinha, esses parâmetros foram substituídos na equação (23) para estimativa da umidade em função do tempo de redistribuição. Os valores estimados, nas diversas profundidades, encontram-se reunidos na TABELA 10, e os gráficos que reúnem os valores observados e estimados de umidade em função do tempo para as profundidades de 0,30; 0,60; 0,90 e 1,20m estão apresentados nas FIGURAS de 20 a 23, respectivamente.

Neste caso, os perfis estimados mostram-se menos precisos do que aqueles verificados na Areia Marinha, muito embora o teste estatístico K-S também não tenha revelado diferença entre os perfis estimados e observados, para todas as profundidades, ao nível de 5% de significância.

TABELA 9 - Valores Obtidos para o Ajuste do Modelo de Van Genuchten (1980) Aos Dados da Curva de Retenção do Latossolo

DADOS	PROFUNDIDADE (m)			
	0,30	0,60	0,90	1,20
K_s ($m \cdot s^{-1} \cdot 10^{-5}$)	1,772	1,772	1,772	1,772
θ_r ($m^3 \cdot m^{-3}$)	zero	zero	zero	zero
θ_s ($m^3 \cdot m^{-3}$)	0,39561655	0,42244788	0,38079236	0,3897521
α (m^{-1})	3,30387836	2,69283356	3,57235841	2,17894698
n	1,25967514	1,37730435	1,35947403	1,4936656
m_1	0,20614453	0,27394406	0,26442140	0,33050611
r^2	0,997673	0,998088	0,997356	0,996952

* Os valores de K_s foram obtidos em condições de campo por LIBARDI (1978).

TABELA 10 - Valores Estimados da Umidade em Diversas Profundidades e Tempos de Redistribuição Obtidos por Libardi (1978) no Experimento em Latossolo

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)			
	0,30	0,60	0,90	1,20
	UMIDADE VOLUMETRICA (m ³ .m ⁻³)			
9,00E+02	0,3625	0,4009	0,3658	0,3778
1,80E+03	0,3455	0,3857	0,3545	0,3678
2,70E+03	0,3343	0,3741	0,3455	0,3594
3,60E+03	0,3259	0,3648	0,3381	0,3521
5,40E+03	0,3138	0,3504	0,3264	0,3400
7,20E+03	0,3052	0,3395	0,3173	0,3301
1,08E+04	0,2930	0,3235	0,3037	0,3148
1,80E+04	0,2780	0,3031	0,2859	0,2940
3,60E+04	0,2583	0,2759	0,2617	0,2647
7,20E+04	0,2399	0,2502	0,2384	0,2361
1,80E+05	0,2173	0,2192	0,2101	0,2016
3,60E+05	0,2015	0,1981	0,1907	0,1783
1,08E+06	0,1789	0,1687	0,1633	0,1465

Nota-se ainda, um desvio progressivamente crescente no tempo de drenagem entre os valores estimados e observados de umidade, em todas as profundidades consideradas. Dentre as razões que, isolada ou combinadamente, podem ajudar explicar essas diferenças, citam-se duas: (a) homogeneidade hidráulica do solo e (b) o fenômeno da histerese. O aspecto da homogeneidade hidráulica pode ser analisado à luz de diferentes critérios (PREVEDELLO, 1991), mas para os propósitos deste trabalho é importante observar que a análise que originou as equações (23) e (24) partiu do pressuposto de que durante o tempo de redistribuição as tangentes $d\theta/dt$ não variam com a profundidade, o que somente é verdadeiro quando a zona úmida for uniforme.

Para constatar que a drenagem da zona úmida do Latossolo é menos uniforme do que a da Areia Marinha, foram confeccionadas as FIGURAS 24 e 25. Essas figuras reúnem os valores de umidade medidos em função do tempo de drenagem interna de todas as profundidades consideradas na Areia Marinha e no Latossolo, respectivamente. Observa-se que os perfis da Areia Marinha transladaram-se paralelamente durante a drenagem, particularmente depois do tempo aproximado de 1000 s, enquanto que no Latossolo o perfil da profundidade de 0,90 m transladou-se diferentemente dos demais. Isso ajuda explicar as diferenças ocorridas no desempenho da equação (23), tanto nos tempos iniciais de drenagem

na Areia Marinha, quanto no Latossolo, pois quando os parâmetros hidráulicos de uma profundidade são aplicados na equação (23), tacitamente fica assumido o mesmo padrão de drenagem para as camadas sobrejacentes, o que nem sempre necessariamente é verdadeiro, mesmo em perfis de solo de textura uniforme.

Com isso, é lógico esperar que aconteçam desvios progressivamente maiores, quanto mais pronunciadas as diferenças entre as propriedades hidráulicas das camadas ou horizontes de solo.

O segundo aspecto nesta discussão é mais complicado porque o processo da redistribuição envolve o fenômeno da histerese. Desde que a parte superior do perfil está drenando enquanto a parte inferior recebe esta água, a relação entre a umidade e sucção (potencial mátrico) será diferente nas diferentes profundidades, e poderá variar com o tempo, mesmo num perfil de textura uniforme (HILLEL, 1971). Isto porque a relação entre umidade e sucção não é única mas dependente da história do molhamento e secagem que toma lugar em cada ponto dentro do solo.

Esta relação, graficamente falando, exhibe duas curvas, uma para a secagem e outra para o molhamento. Entre as curvas de molhamento e de secagem existe um número infinito de possíveis ciclos intermediários. Em geral, segundo HILLEL (1971), o efeito da histerese é retardar a redistribuição e mais pronunciadamente nos solos de textura grossa na zona de baixa sucção, onde os poros podem esvaziar com sucções muito maiores do que aquelas nas quais eles enchem. Segundo o mesmo autor, esse efeito pode ser atribuído a diferentes causas como: a) tamanho e geometria dos poros interconectados; b) ângulo de contato dos meniscos resultantes da interação das fases sólida-líquida-gasosa; c) presença de ar ocluso; d) expansão e contração; além de outras como liberação do ar dissolvido da água do solo, etc.

Isso, de fato, pode ter ocorrido no Latossolo, pois durante a drenagem a umidade estimada sempre resultou inferior da observada em todas as profundidades. A histerese, que pode afetar tanto a dinâmica quanto as propriedades estáticas da água no solo (POULOVASSILIS, 1969), no final das contas, dificulta descrever e analisar matematicamente o processo da redistribuição. Para se conseguir isso, seria necessário conhecer-se as relações matemáticas entre umedecimento e secagem dos ciclos intermediários da histerese, além dos valores de umidade quando a secagem ou o molhamento iniciam e/ou terminam dentro do perfil de solo.

Essa complexidade já era reconhecida por vários autores (YOUNGS, 1958; GARDNER et al., 1970; RUBIN, 1967) e, ao que parece, ainda está longe de poder ser superada pelos modelos analíticos.

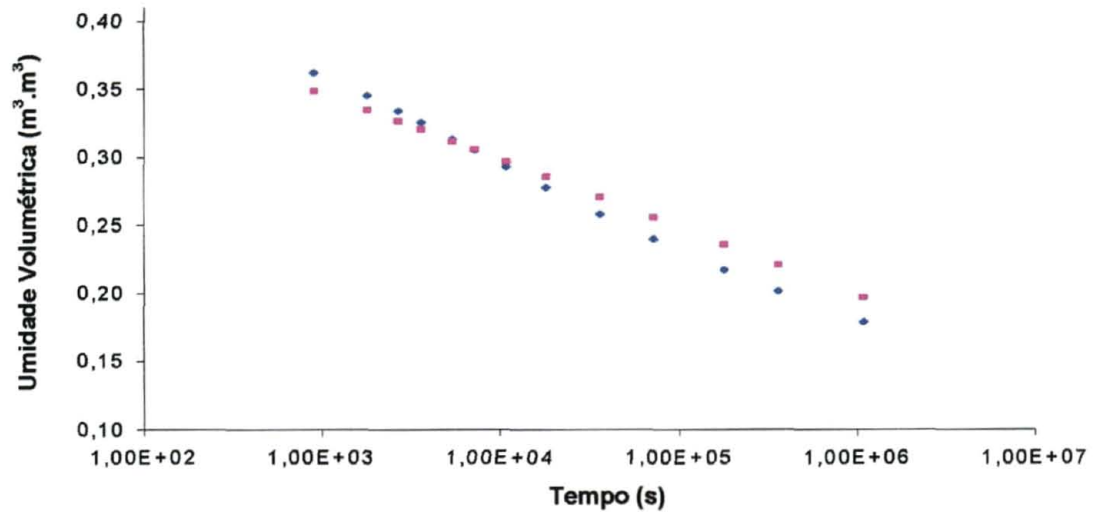


FIGURA 20 - Umidade em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,30 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

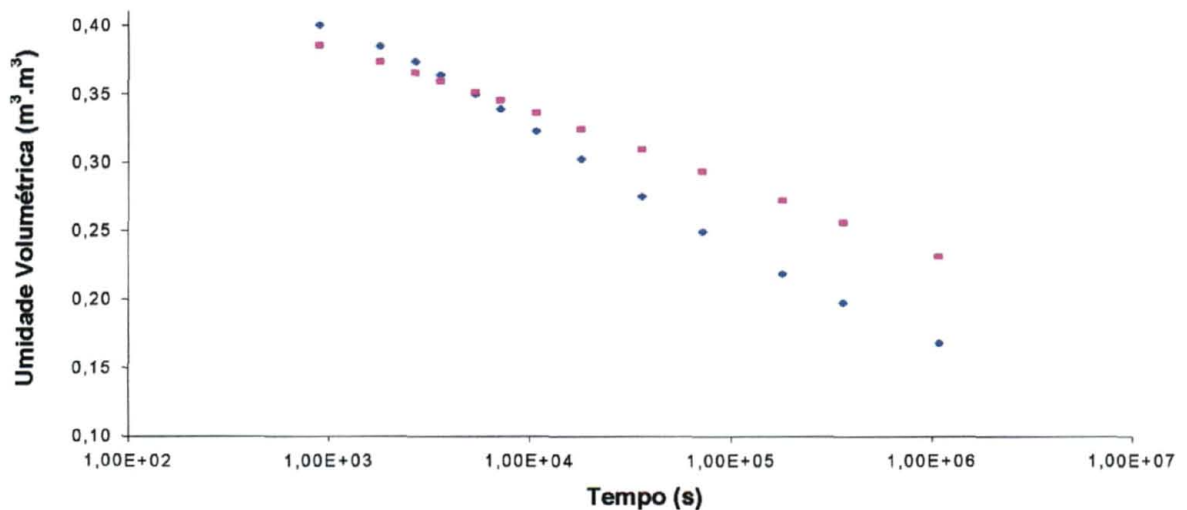


FIGURA 21 - Umidade em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,60 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

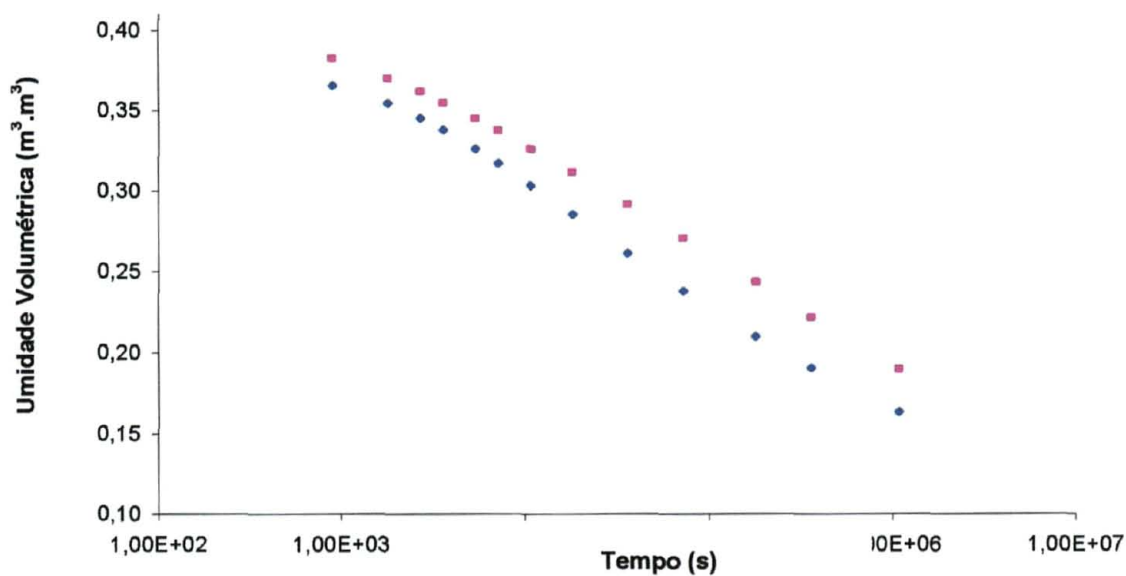


FIGURA 22 - Umidade em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,90 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

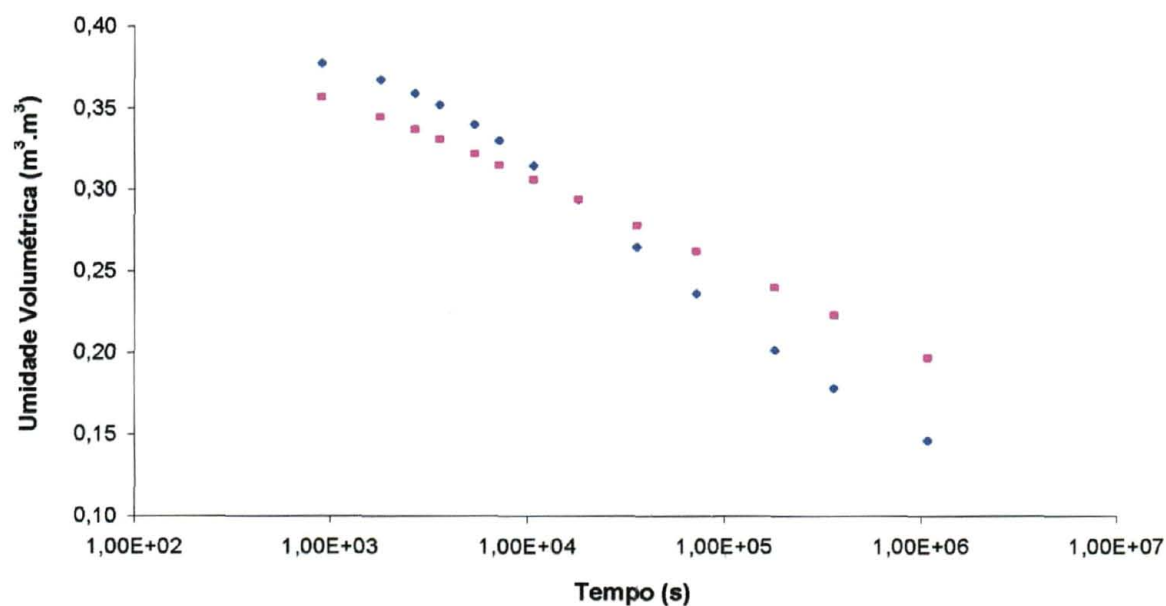


FIGURA 23 - Umidade em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 1,20 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

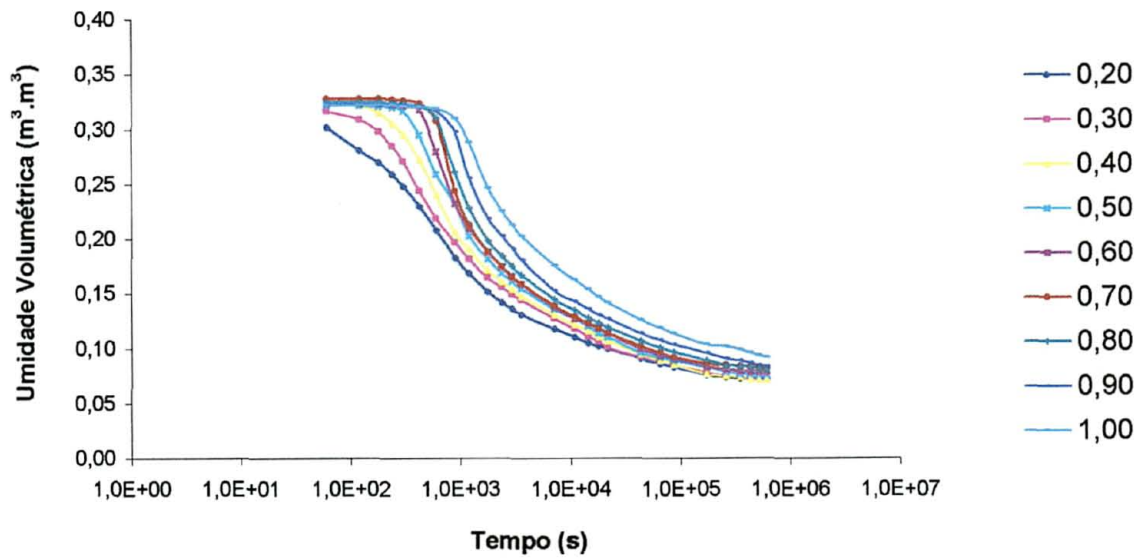


FIGURA 24 - Perfis de Umidade Durante o Tempo de Drenagem para Todas as Profundidades da Areia Marinha

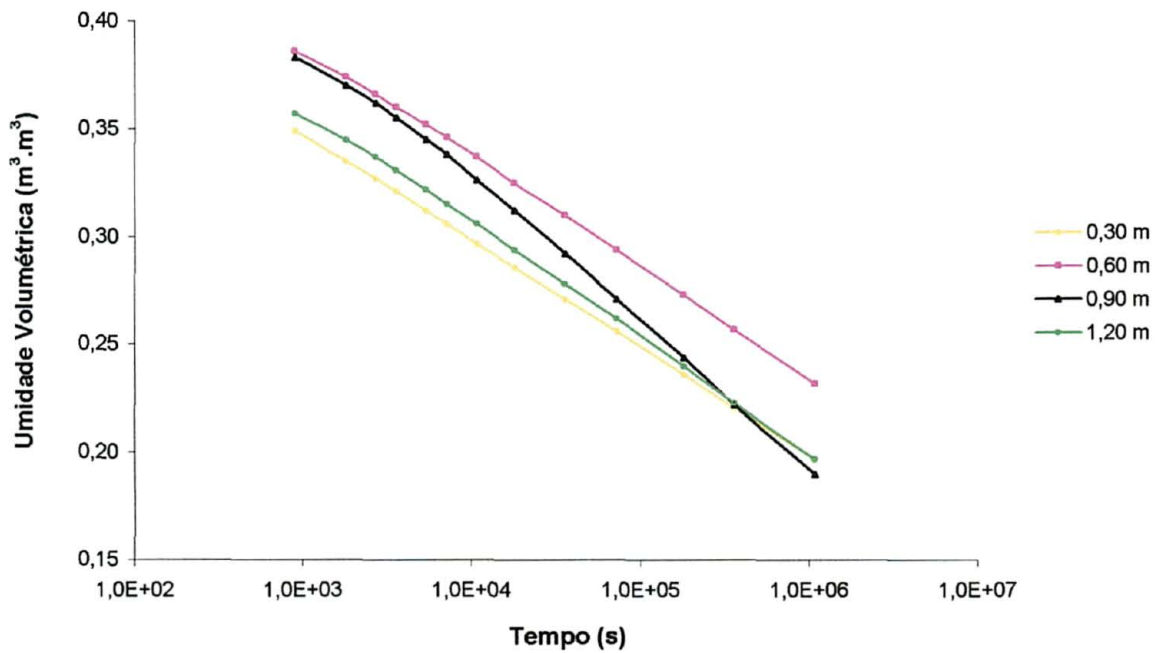


FIGURA 25 - Perfis de Umidade Durante o Tempo de Drenagem para Todas as Profundidades do Latossolo

6.2.2. Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição

Os valores estimados da densidade de fluxo foram obtidos pela equação (24) e estão apresentados na TABELA 11.

TABELA 11 - Valores Estimados pela Teoria Proposta para a Densidade de Fluxo nas Diversas Profundidades e Tempos de Redistribuição no Experimento em Latossolo

TEMPO (s)	PROFUNDIDADE (m)			
	0,30	0,60	0,90	1,20
	DENSIDADE DE FLUXO ($m \cdot s^{-1}$)			
9,00E+02	7,260E-06	1,178E-05	1,281E-05	1,444E-05
1,80E+03	4,457E-06	8,719E-06	9,954E-06	1,213E-05
2,70E+03	3,179E-06	6,873E-06	8,096E-06	1,042E-05
3,60E+03	2,455E-06	5,644E-06	6,798E-06	9,111E-06
5,40E+03	1,670E-06	4,120E-06	5,110E-06	7,237E-06
7,20E+03	1,255E-06	3,219E-06	4,068E-06	5,969E-06
1,08E+04	8,286E-07	2,212E-06	2,858E-06	4,375E-06
1,80E+04	4,839E-07	1,330E-06	1,756E-06	2,793E-06
3,60E+04	2,294E-07	6,389E-07	8,608E-07	1,404E-06
7,20E+04	1,075E-07	2,978E-07	4,064E-07	6,650E-07
1,80E+05	3,917E-08	1,061E-07	1,464E-07	2,358E-07
3,60E+05	1,833E-08	4,833E-08	6,694E-08	1,056E-07
1,08E+06	5,278E-09	1,389E-08	1,917E-08	2,917E-08

Os gráficos com os valores observados e estimados da densidade de fluxo para o Latossolo estão apresentados nas FIGURAS de 26 a 29. Como se observa, o modelo proposto (equação 24) se ajustou bem aos valores experimentais durante todo o período de redistribuição, em todas as profundidades. A julgar pelos gráficos mostrados nas Figuras 20-23, seria de se esperar que os desvios entre os valores estimados e observados de umidade se propagassem nas estimativas das densidades de fluxo. Isso, entretanto, não ocorreu, muito provavelmente porque essas diferenças foram pequenas para provocarem alterações importantes na condutividade hidráulica e, por conseguinte, na densidade de fluxo. Também aqui o teste estatístico K-S revelou não haver diferença significativa entre os valores estimados e observados, ao nível de 5%, para todas as profundidades analisadas.

Isto representa uma simplificação apreciavelmente importante nas análises do comportamento da água no solo em relação aos problemas práticos de recarga de aquíferos, lixiviação ou retenção de fertilizantes e sais, e manejo de água residuais, porque esses modelos propostos exigem somente o conhecimento prévio dos dados da curva de retenção e da condutividade hidráulica saturada do solo na profundidade de interesse.

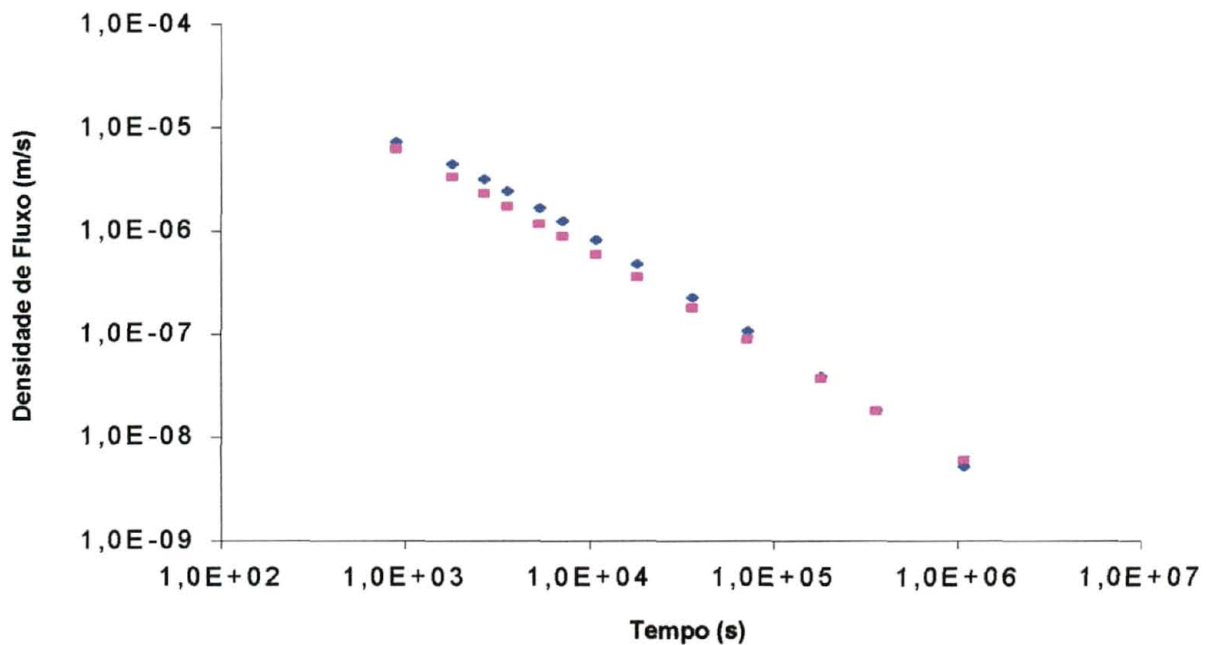


FIGURA 26 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,30 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e losAngos a Valores Estimados

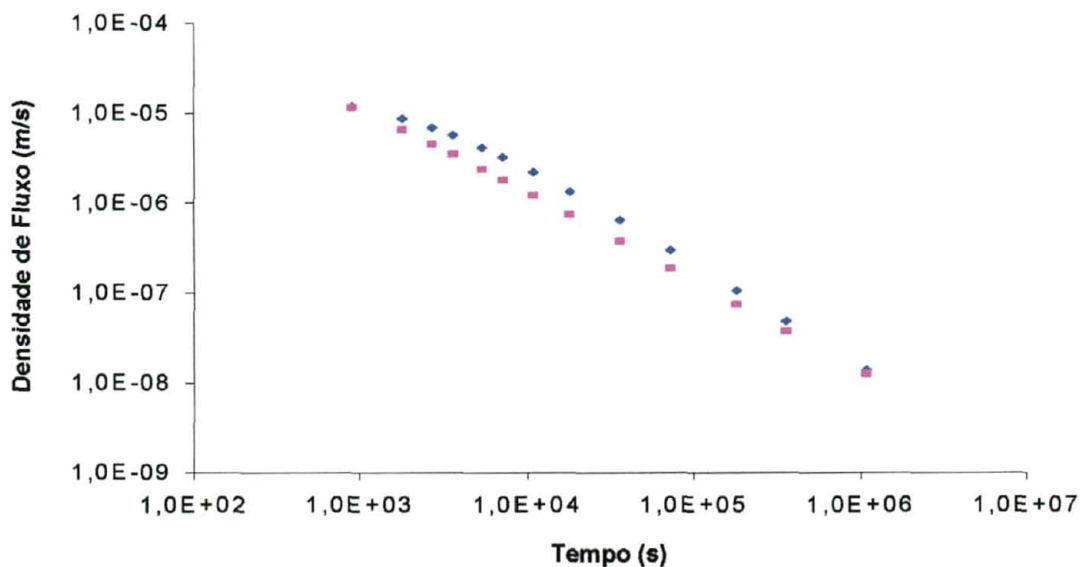


FIGURA 27 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,60 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

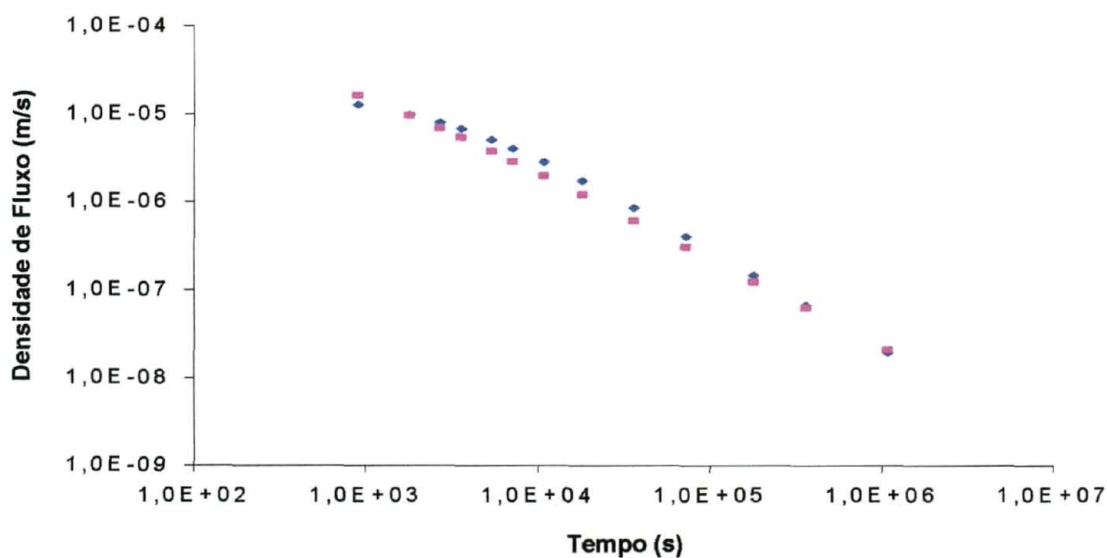


FIGURA 28 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 0,90 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

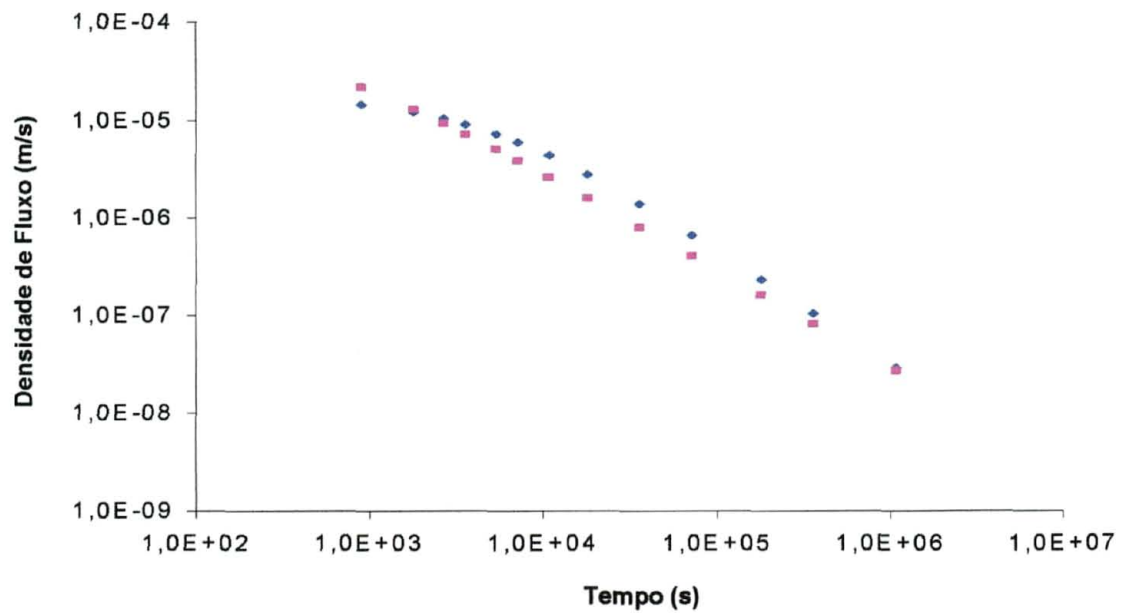


FIGURA 29 - Densidade de Fluxo em Função do Tempo de Redistribuição para a Profundidade de 1,20 m do Latossolo. Retângulos Referem-se a Valores Observados e Losangos a Valores Estimados

7. CONCLUSÃO

Os modelos propostos neste trabalho (equações 23 e 24) confrontaram-se satisfatoriamente física e estatisticamente com os valores medidos da umidade e densidade de fluxo durante o período de drenagem em todas as profundidades dos dois meios porosos considerados. Isto representa uma simplificação apreciavelmente importante nas análises do comportamento da água dentro de um perfil homogêneo de solo, em relação aos problemas práticos de recarga de aquíferos, lixiviação ou retenção de fertilizantes e sais, e manejo de água residuais, porque os modelos propostos exigem somente o conhecimento prévio dos dados da curva de retenção e da condutividade hidráulica do solo na profundidade de interesse.

8. RECOMENDAÇÕES FINAIS

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho pode-se observar que:

- a) Uma maior precisão na estimativa dos perfis de umidade em função do tempo de redistribuição da água, particularmente para os tempos iniciais, pode ser obtida derivando-se a equação (18) com respeito a θ , igualando-se esse resultado a z/t , como sugere a equação (9) proposta por Sisson et al. (1980); e,
- b) Outra aplicação da teoria proposta é a obtenção dos perfis de umidade em função da profundidade para diversos tempo de redistribuição.

9. LITERATURA CITADA

- ALONSO, E.E., GENS, A. & HIGHT, D.W. **Special problems soils. General Report.** In: **European Conference on soil Mechanics and Foundation Engineering, 9.**, Dublin, 1987. Proceedings, Rotterdam, A.A. Balkema. P.5.1-5.60. 1987.
- ARMSTRONG, C.F. & WILSON, T.V. **Computer model for moisture distribution in stratified soils under a trickle source.** Transactions of the ASAE, 26: 1704-709. 1983.
- BAVER, L.D., GARDNER, W.H. & GARDNER, W.R. 919720. **Soil physics**, 4.ed. London, John Wiley & Sons, Inc., 1972.
- BLACK, T.A., GARDNER, W.R. & THURTELL, G.W. **The prediction of evaporation, drainage and soil water storage for a bare soil.** Soil Sci. Soc. Am. Proc. Madison 33: 655-660, 1969.
- BOLT, G.H. & MILLER, R.D. **Calculation of total and component potentials for water in soil.** Transaction of the American Geophysical Union, 39(5). 1958.
- BORATTO, F. **BASIC para engenheiros e cientistas.** 2 ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1984, 120p.
- BROOKS, R. H. & COREY, A. T. **Hydraulic properties of porous media.** Hidrol. Pap. 3, Colo. State Univ. Fort Collins, 1964.
- BUCKINGHAM, E. **Studies on the movement of soil moisture.** U.S. Dept. Agri., Bur. Soils, Bul., 38:1-61, 1907.
- BURDINE, N. T. **Relative permeability calculations from pore size distribution data.** Petr. Trans., Am. Inst. Mining Metall. Eng., 198:71-77, 1953.
- CAMPBELL, G. S. **A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data.** Soil. Sci., 117: 311-314, 1974.
- CHO, T.; NOMURA, Y.; YANO, T.; SHIKASHO, S.; INOUE, M. **The use of a surface-type and a depth-type neutron moisture meter in studies of soil water regimes - water management in a sand dune area.** Tottori, Faculty of Agriculture, Tottori University, 1977. 86p.
- CHILDS, E. COLLIS-GEORGE, N. **The permeability of porous materials.** Roy, Soc. Proc., 201:392-405, 1950.
- DARCY, H. **Les fontaines publiques de la Ville de Dijon.** Paris, Victor Dalmont, 1856.
- DAVIDSON, J. M.; STONE, L. R.; NIELSEN, D. R. & LARUE, M. E. **Field measurement and use of soil water properties.** Water Resource. Res.5:1312-1321. 1969.
- DAY, P.R. & LUTHIN, J.N. **A numerical solution of the differential equation of flow for a vertical drainage problem.** Soil Sci. Soc. Amer. Proc., 20:443-447, 1956.
- EDIL, T.B. & MOTAN, S.E. (1984). **Laboratory evaluation of soil suction components.** Geotechnical Testing Journal. ASTM, Philadelphia, 7 (4): 173-181, December, 1984.

- FARRELL, D. A. & LARSON, W. E. **Modeling the pore structure of porous media.** Water Resource. Res., 8:699-706, 1972.
- FREDLUND, D.G. & MORGENSTERN. N.R. **Stress state variables for unsaturated soils.** Journal of the Geotechnical Engineering Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. New York, 103: 447-466. May 1977.
- FREDLUND, D.G. **Appropriate concepts and technology for unsaturated soils.** Canadian Geotechnical Journal 16:121-139. 1979.
- GARDNER, W. R., HILLEL, D. & BENYAMINI, Y. **Post irrigation movement of soil water.** I. Redistribution. Water Resources Res. 6(3):851-861, 1970.
- HANKS, R.J.; KLUTE, A. & BRESLER, E. **A numeric method for estimating infiltration, redistribution, drainage, and evaporation of water from soil.** Water Resources. Res.5: 1064-1069, 1969.
- HILLEL, D.; KRENTOS, V. D. & STYLIANOU, Y. **Procedure and test of an internal drainage method for measuring soil hydraulic characteristics in situ.** Soil. Sci., Baltimore, 114:395-400, 1972.
- HILLEL, D. **Fundamentals of soil physics.** New York, Academic Press, 1980, 413 p.
- HILLEL, D. **Soil Water - Physical principles and processes.** New York. Academic Press, 286 p., 1971.
- KLUTE, A. **A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials.** Soil Sci. 73:105-116, 1952.
- KLUTE, A. **Soil water flow theory and its application in field situation.** In: Bruce, R.R., ed. Field soil water regime. Madison, Soil Sci. Soc. Amer., p.9-35, 1973.
- LIBARDI, P. L. **Condutividade hidráulica do solo em condições de campo.** Piracicaba, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" (Tese de doutoramento). 1978. 113p.
- LIBARDI, P.L. **Dinâmica da água no sistema solo-planta-atmosfera.** Piracicaba, gráfica do CENA/USP, cap. 1-10, 1984.
- LIBARDI, P.L. **Dinâmica da água no solo.** Piracicaba, CENA/USP. 1995. 497 p.
- MARSHALL, T. J. **A relation between permeability and size distribution of pores.** J. Soil Sci., 9:1-8, 1958.
- MENDENHALL, W. **Probabilidade e estatística.** Vol.2. Tradução de José Fabiano da Rocha. Editora Campus Ltda. R.J. 1985, 290p.
- MILLINGTON, R. J. & QUIRK, J. P. **Permeability of porous solids.** Trans. Faraday Soc., 57:1200-1206, 1961.
- MUALEM, Y. **A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media.** . Water Resources Research, Washington, 12(3): 513-522. June 1976.

- ORTIGÃO, J.A.R **Introdução à mecânica dos solos dos estados críticos**. Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda. Rio de Janeiro, capítulo 5 p.89-111. 368p.1993.
- PALL.R.;JARRETT,A.R.&MORROW, C.T. **Transient soil moisture movement through layered soils using a finite element approach**. Transactions of the ASAE. 24: 678-683, 1981
- POLISELI, P. C.& PREVEDELLO, C.L. **Avaliação experimental de um modelo numérico para o processo de redistribuição da água no solo**. Parte da dissertação apresentada para o curso de Pós-graduação em Agronomia Setor de Ciências Agrárias, UFPR. R.Brás. Ci.Solo, 23:203-210, 1999.
- POULOVASSILIS, A. **The effect of hysteresis of pore water on the hydraulic conductivity**. J. Soil Sci., 20:52-56, 1969.
- PREVEDELLO,C.L. **Modelagem em física do solo**. XXIII Congresso Brasileiro de Ciência do Solo, em Brasília, 1999. CD Rom.
- PREVEDELLO, C. L. **Física do solo com problemas resolvidos**. Curitiba, Salesward-discovery. 1a edição, 1996, 446p.
- PREVEDELLO, C. L., LIBARDI, P. L., REICHARDT, K. **Crítérios para identificação de meios porosos hidraulicamente homogêneos**. R. Bras. Ci. Solo, Campinas, v.15, p.141 - 144, 1991.
- REICHARDT, K. **Capacidade de campo**. R. Bras. Ci. Solo. Campinas, 12:211-216, 1988.
- REICHARDT, K. **Dinâmica da matéria e da energia em ecossistemas**. 2ª Edição. Piracicaba, USP/ESALQ. Departamento de Física e Meteorologia, 1996. 505 p.
- REICHARDT, K. **Processo de transferência no sistema solo-planta-atmosfera**. 4a.Edição.Campinas, Fundação Cargill, 1985. 445p.
- REMSON, I; FUNGAROLI, A.A.& HORNBERGER, G.M. **Numerical analysis of soil moisture systems**. AMER.Soc. Civil Eng. Proc. J. Irrig. Drain. Div., 3: 153-166,1967.
- RICHARDS, L. A. **The usefulness of capillary potential to soil-moisture and plant investigators**. Journal of the Agricultural Research, Washington, 37(12): 719-742, December, 1928.
- RICHARDS, L.A. **Capillary of liquids through porous mediums**. Physics, 1:318-333. 1931.
- RÖHM, S.A. **Solos não saturados**. Monografia Geotécnica n.o 4. Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Geotecnia. São Carlos, 1993. p.135
- RUBIN, J. **Numerical method for analyzing hysteresis-affected, post-infiltration redistribution of soil moisture**. Soil Sci. Soc. Amer. Proc. 31:13-20,1967.

- SANDER, G.C.; CUNNING, I.F.; HOGARTH, W.L. & PARLANGE, J.Y. **Exact solution for nonlinear, nonhysteretic redistribution in vertical soil of finite depth.** Water Resources Research. Vol. 27, n° 7, p. 1529-1539, July 1991.
- SISSON, J.B., FERGUSON A.H., VAN GENUCHTEN, M. Th. **Simple method for predicting drainage from field plots.** Soil Sci. Soc. Amer. J. 44: 1147-1152, 1980.
- SLICHTER, C.S. **Theoretical investigations of the motion of ground water.** U.S. Geol. Survey Ann. Rpt. 19:295-384, 1898.
- STAPLE, W. J. **Comparison of computed and mensured moisture redistribution following infiltration.** Soil Sci. Amer. Proc. 33:840-847. 1969.
- SWARTZENDRUBER, D. **The flow of water in unsaturated soil in flow through porous media.** New York, Academic Press. 1969.
- Van GENUCHTEN, M. Th. **A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils.** Soil Sci. Soc. Am. J., 44:892-898, 1980.
- VELLIDIS, G.& SMAJSTRLA, A.G. **Modeling soil water redistribution and extraction patterns of drip-irrigated tomatoes above a shallow water table.** Revista Transactions of the ASAE. USA.35:1, 183-191, 1992.
- WATSON,K.K. **The measurement of the hydraulic conductivity of unsaturated porous materials utilizing a zone of entrapped air.** Soil Sci.Soc.Am. Proc.32:716-720.1967.
- WYLLIE, M. R. J. & GARDNER, G. H. F. **The generalized Kozeny-Carman equation.** World Oil, 146:210-228, 1958.
- YOSHIMI, Y. & OSTERBERG, J.O. (1963). **Compression of partially saturated soils.** Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. New York, 89 (SM4): 1-24, July 1963.
- YOUNGS, E. G. **Redistribution of moisture in porous materials after infiltration.** Soil Sci. 86:117-125, 1958.

APÊNDICE A

$$\Theta = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{(\alpha \cdot \phi_m)^\lambda}, \text{ sendo } \lambda = n \cdot m_1 = n(1 - 1/n) = n - 1$$

$$\text{ou } \phi_m^\lambda = \frac{1}{\alpha^\lambda \Theta}$$

$$\text{ou } \phi_m = \frac{\Theta^{-\frac{1}{\lambda}}}{\alpha}$$

Que substituída na equação (7) do texto (equação de MUALEM, 1976), resulta

$$K_r(\Theta) = \Theta^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\alpha \int_0^\Theta \left(\frac{1}{\Theta^{-\frac{1}{\lambda}}} \right) d\Theta}{\alpha \int_0^1 \left(\frac{1}{\Theta^{-\frac{1}{\lambda}}} \right) d\Theta} \right]^2$$

ou

$$K_r(\Theta) = \Theta^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\int_0^\Theta \Theta^{\frac{1}{\lambda}} d\Theta}{\int_0^1 \Theta^{\frac{1}{\lambda}} d\Theta} \right]^2$$

Integrando a equação anterior, fica

$$K_r(\Theta) = \Theta^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\left(\frac{\Theta^{\frac{1}{\lambda+1}}}{\Theta^{\frac{1}{\lambda+1}}} \right)_0^{\Theta}}{\left(\frac{\Theta^{\frac{1}{\lambda+1}}}{\Theta^{\frac{1}{\lambda+1}}} \right)_0^1} \right]^2 = \Theta^{\frac{1}{2}} \left(\Theta^{\frac{1}{\lambda+1}} \right)^2 = \Theta^{2,5+\frac{2}{\lambda}}$$

Desde que $K_r = K(\theta)/K_s$, então

$$K(\theta) = K_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{2,5+\frac{2}{\lambda}}$$

APÊNDICE B

Dedução da equação (23):

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{K_s}{L} \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{2,5 + \frac{2}{\lambda}} \quad \text{ou}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{K_s}{L} (\theta - \theta_r)^m (\theta_s - \theta_r)^{-m} \quad \text{sendo } m = 2,5 + \frac{2}{\lambda}$$

$$L \int_{\theta_s}^{\theta} (\theta_s - \theta_r)^m (\theta - \theta_r)^{-m} d\theta = -K_s \int_0^t dt \quad \text{sendo } \theta_s > \theta$$

$$-L \int_{\theta}^{\theta_s} (\theta_s - \theta_r)^m (\theta - \theta_r)^{-m} d\theta = -K_s t$$

$$-L(\theta_s - \theta_r)^m \int_{\theta}^{\theta_s} (\theta - \theta_r)^{-m} d\theta = -K_s t$$

Multiplicando por -1 e integrando fica:

$$L(\theta_s - \theta_r)^m \left[\frac{(\theta - \theta_r)^{1-m}}{1-m} \right]_{\theta}^{\theta_s} = K_s t$$

$$L(\theta_s - \theta_r)^m \left[\frac{(\theta_s - \theta_r)^{1-m}}{1-m} - \frac{(\theta - \theta_r)^{1-m}}{1-m} \right] = K_s t$$

$$(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - (\theta - \theta_r)^{1-m} = \frac{K_s t (1-m)}{L(\theta_s - \theta_r)^m}$$

$$-(\theta - \theta_r)^{1-m} + (\theta_s - \theta_r)^{1-m} = \frac{K_s t(1-m)}{L(\theta_s - \theta_r)^m}$$

$$-(\theta - \theta_r)^{1-m} = -(\theta_s - \theta_r)^{1-m} + \frac{K_s t(1-m)}{L(\theta_s - \theta_r)^m}$$

Multiplicando por -1 :

$$(\theta - \theta_r)^{1-m} = (\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{K_s t(1-m)}{L(\theta_s - \theta_r)^m}$$

$$\theta - \theta_r = \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{K_s t(1-m)}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{1}{1-m}}$$

$$\theta = \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{(1-m)K_s t}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{1}{1-m}} + \theta_r$$

APÊNDICE C

Dedução da equação (24)

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt} \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{(1-m)K_s t}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{1}{1-m}} + \frac{d\theta_r}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{1-m} \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{(1-m)K_s t}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{1}{1-m}-1} \left[-\frac{(1-m)K_s}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{K_s}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{(1-m)K_s t}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{m}{1-m}}$$

Multiplicando os membros por L:

$$\frac{d\theta}{dt} L = J = -\frac{K_s L}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{(1-m)K_s t}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{m}{1-m}}$$

$$\frac{d\theta}{dt} L = J = -\frac{K_s}{(\theta_s - \theta_r)^m} \left[(\theta_s - \theta_r)^{1-m} - \frac{(1-m)K_s t}{L(\theta_s - \theta_r)^m} \right]^{\frac{m}{1-m}}$$

APÊNDICE D

PROGRAMA PARA AJUSTE DA Eq. DE VAN GENUCHTEN AOS DADOS DA CURVA DE RETENÇÃO

```

1 REM "PROGRAMA 0"
4 REM "PROGRAMA PARA AJUSTE DA EQ. DE VAN GENUCHTEN AOS DADOS DA CURVA DE
RETENÇÃO"
6 REM "ELABORADO POR PROF. C.L. PREVEDELLO"
10 DIM T1(30):DIM P(5):DIM C1(5):DIM C2(5):DIM F1(30):DIM F2(30):DIM F3(155):DIM
F4(5)
20 DIM F5(30):DIM F6(30):DIM D1(5):DIM T(5):DIM C(5):DIM X(60):DIM I1(5)
60 M=4
70 INPUT "qual o numero de pontos experim.":N1
80 M1=25
90 REM "AQUI V. ENTRA COM OS PARAMETROS ARBITRADOS PARA ALFA, N, THETA S E
THETA
R, RESPECTIVAMENTE"
100 T(1)=.0266:T(2)=4.3:T(3)=.39:T(4)=.002
105 REM "AQUI V. ENTRA COM OS DELTAS DE CADA PARAMETRO, PARA AS ITERACOES"
110 C(1)=.001:C(2)=.1:C(3)=.01:C(4)=.001
120 PRINT : PRINT "ENTRE COM OS VALORES DE TENSÃO"
130 FOR J=1 TO N1
131 INPUT X(J)
132 NEXT J
133 PRINT "ENTRE COM OS VALORES DE UMIDADE "
135 FOR J=1 TO N1: K=N1+J
140 INPUT X(K)
142 NEXT J
142 NEXT J
150 PRINT:PRINT
160 J=0
170 FOR I=1 TO M : IF C(I)=0 THEN 190
180 J=J+1 : I1(J)=I
190 NEXT I
200 N2=M*M : N3=M*N1
210 FOR I=1 TO M : T1(I)=T(I) : P(I)=T(I) : IF C(1)=0 THEN C(I)=1
220 C(I)=5*C(I) : P(I)=P(I)/C(I) : C1(I)=P(I) : C2(I)=P(I) : NEXT I
230 I2=0 : I3=0 : E1=2
240 GOSUB 1210 : U2=S1 : U1=S1
250 FOR I=1 TO N1 : F1(I)=F2(I) : NEXT I : U2=S1 : U1=S1
260 FOR I=1 TO M : I5=I1(I) : T(I5)=T(I5)+C(I5)
270 GOSUB 1210 : S2=0
280 FOR J=1 TO N1 : I6=I+M*(J-1) : S3=F2(J)-F1(J)
290 S2=S2+S3*F1(J) : F3(I6)=S3 : NEXT J
300 T(I5)=T(I5)-C(I5) : F4(I)=-S2 : NEXT I
310 FOR K=1 TO M
320 FOR I=1 TO M
330 S2=0 : FOR J=1 TO N1
340 I7=M*(J-1) : J2=K+I7 : K2=I+I7
350 S2=S2+F3(J2)*F3(K2) : NEXT J
360 I8=K+M*(I-1) : F5(I8)=S2
370 NEXT I : NEXT K
380 FOR J=1 TO N2 : F6(J)=F5(J) : NEXT J
390 FOR J=1 TO M : D1(J)=F4(J) : NEXT J
400 GOSUB 1300

```

```

410 IF K3<=0 THEN 430
420 FOR I=1 TO M : D1(I)=0 : NEXT I
430 FOR I=1 TO M : I5=I1(I) : C2(I5)=P(I5)+D1(I)
440 T(I5)=C2(I5)*C(I5) : NEXT I
450 FOR I=1 TO M : IF ABS(D1(I)-E1)>0 THEN 580
460 NEXT I
470 GOSUB 1210
480 IF I3>0 THEN 560
490 E1=1 : I3=1
500 IF S1-U1>=0 THEN 530
510 FOR I=1 TO M : C(I)=.2*C(I) : P(I)=5*C2(I) : NEXT I
520 GOTO 1050
530 I4=1
540 FOR I=1 TO M : C(I)=.2*C(I) : C1(I)=5*P(I) : NEXT I
550 GOTO 1000
560 IF U2<=0 THEN 1090
570 IF (ABS(S1-U2)-.00001*U2)<=0 THEN 1090
580 S2=0
590 FOR I=1 TO M : S2=S2+D1(I)*D1(I) : NEXT I
600 R1=SQR(S2)
610 IF (R1-20)>0 THEN 660
620 GOSUB 1210
630 IF (S1-U1)>0 THEN 660
640 FOR I=1 TO M : I5=I1(I) : P(I5)=C2(I5) : NEXT I
650 GOTO 1050
660 S2=0
670 FOR I=1 TO M : I5=I1(I) : C2(I5)=P(I5) : S2=S2+F4(I)*F4(I)
680 NEXT I
690 S2=SQR(S2)
700 IF S2>0 THEN 720
710 GOTO 1040
720 F7=S2 : F8=S2 : S4=.5 : F9=0 : R2=0
730 IF (R1-2)>=0 THEN 750
740 R3=2 : GOTO 770
750 R3=R1
760 IF (R1-50)>0 THEN 780
770 D2=.2*R3 : GOTO 790
780 D2=10
790 U1=U2 : I4=1 : I9=0
800 FOR I=1 TO M : I8=I+M*(I-1) : F5(I8)=F5(I8)+F7-F9 : NEXT I
810 FOR I=1 TO N2 : F6(I)=F5(I) : NEXT I
820 FOR I=1 TO M : D1(I)=F4(I) : NEXT I
830 GOSUB 1300
840 S2=0
850 FOR I=1 TO M : I5=I1(I) : C1(I5)=C2(I5) : C2(I5)=P(I5)+D1(I)
860 T(I5)=C2(I5)*C(I5) : S2=S2+D1(I)*D1(I) : NEXT I
870 R1=R2 : R2=SQR(S2)
880 GOSUB 1210
890 IF (S1-U1)<0 THEN 940
900 IF I9>0 THEN 1000
910 F9=F7 : I4=-1 : F7=5*F7 : I9=I9+1
920 FOR I=1 TO M : I5=I1(I) : C2(I5)=P(I5) : NEXT I
930 GOTO 800
940 IF R2-50>=0 THEN 640
950 I4=1 : U1=S1 : S4=S4+D2 : I9=I9+1
960 FOR I=1 TO N1 : F1(I)=F2(I) : NEXT I
970 F8=F7/(R3/R2-1) : F9=F7 : F7=F8*(R3/S4-1)
980 IF F7<=0 THEN 640
990 GOTO 800

```

```

1000 FOR I=1 TO M : I5=I1(I) : P(I5)=C1(I5)
1010 T(I5)=P(I5)*C(I5) : NEXT I : S1=U1
1020 FOR I=1 TO N1 : F2(I)=F1(I) : NEXT I
1030 IF I4>=0 THEN 1050
1040 IF I3<=0 THEN 490 : GOTO 1090
1050 I2=I2+1
1060 E2=SQR(S1/(N1-M))
1070 PRINT "iteracao n.":I2 : PRINT "DESVIO QUADRATICO MEDIO=";E2
1080 IF I2-M1<0 THEN 250
1090 GOSUB 1210
1100 REM "saida de dados"
1110 PRINT : PRINT
1120 FOR I=1 TO M
1130 PRINT "T(;"I;"")=;"T(I) : NEXT I :PRINT :PRINT
1140 PRINT "      x-exp y-exp y-cal      delta"
1150 K7=N1+1 : K8=K7+N1-1
1160 N=1
1161 SQD=0
1162 SY=0
1163 SY2=0
1170 FOR K=K7 TO K8
1171 DIF=X(K)-T1(N)
1173 PRINT TAB(0);TAB(10);X(N);TAB(18);X(K);TAB(27);T1(N);TAB(45);X(K)-T1(N)
1180 N=N+1
1181 SQD=SQD+DIF*DIF
1182 SY=SY+X(K)
1183 SY2=SY2+X(K)*X(K)
1190 NEXT K
1200 GOTO 1560
1210 REM "subrotina da funcao"
1220 S1=0
1230 K9=N1+1
1240 FOR J=1 TO N1
1250 S2=0
1255 REM "AQUI ESTÁ A EQUAÇÃO DE VAN GENUCHTEN, DE 1260-1266"
1256 REM "T(1) É ALFA, T(2) É EME INDICE 1, T(3) É THETA ESSE, T(4) É THETA ERRE"
1260 CL1=1+(T(1)*X(J))^T(2)
1262 CL2=1-1/T(2)
1264 CL3=CL1^CL2
1266 S2=T(4)+(T(3)-T(4))/CL3
1270 T1(J)=S2 : F2(J)=S2-X(K9) : K9=K9+1
1280 S1=S1+F2(J)*F2(J) : NEXT J
1290 RETURN
1300 REM "eq. simultaneas"
1310 T0=0 : K3=0 : J3=-M
1320 FOR J=1 TO M
1330 J4=J+1 : J3=J3+M+1 : B1=0 : G1=J3-J
1340 FOR I=J TO M : G2=G1+I
1350 IF ABS(B1)-ABS(F6(G2))>=0 THEN 1370
1360 B1=F6(G2) : G3=I
1370 NEXT I
1380 IF ABS(B1-T0)>0 THEN 1400
1390 K3=1 : RETURN
1400 G4=J+M*(J-2) : G1=G3-J
1410 FOR K=J TO M : G4=G4+M : G5=G4+G1
1420 S5=F6(G4) : F6(G4)=F6(G5) : F6(G5)=S5 : F6(G4)=F6(G4)/B1
1430 NEXT K
1440 S5=D1(G3) : D1(G3)=D1(J) : D1(J)=S5/B1
1450 IF J-M=0 THEN 1510

```

```
1460 Q1=M*(J-1)
1470 FOR X=J4 TO M : X2=Q1+X : G1=J-X
1480 FOR X1=J4 TO M : X3=M*(X1-1)+X : J5=X3+G1
1490 F6(X3)=F6(X3)-(F6(X2)*F6(J5)) : NEXT X1
1500 D1(X)=D1(X)-(D1(J)*F6(X2)) : NEXT X : NEXT J
1510 N4=M-1 : G1=M*M
1520 FOR J=1 TO N4 : A1=G1-J : A2=M-J : O1=M
1530 FOR K=1 TO J : D1(A2)=D1(A2)-F6(A1)*D1(O1)
1540 A1=A1-M : O1=O1-1 : NEXT K : NEXT J
1550 RETURN
1560 R2=1-(SQD/(SY2-SY*SY/N1))
1563 PRINT "r2="; R2
1570 END
```

APÊNDICE E

Programas em linguagem BASIC para estimar a umidade (programa 1) e densidade de fluxo (programa 2) em função do tempo de redistribuição pela teoria proposta.

```

5 REM "programa 1"
6 REM "Brooks3"
7 REM"estima umidade a partir curva retenção ajustada por eq. genuchten "
8 INPUT"QUAL SOLO";R$
10 INPUT"prof cm";Z
12 INPUT"ks em cm/min";KS
13 KS=KS*1440
20 INPUT"theta esse";TS
30 INPUT"theta erre";TR
40 INPUT"ene de van Genuchten";N:L=N-1
50 EME=2.5+2/L
55 PRINT TAB(6);"tempo dia";TAB(20);"theta estimado m3/m3"
62 INPUT"tempo em dia";T
65 J0=(TS-TR)^EME
80 J2=(TS-TR)^(1-EME)
90 J3= (1-EME)*KS*T/(Z*J0)
100 J4=1/(1-EME)
110 J=(J2-J3)^J4+TR
115 DU$=" ####.##### #.####"
118 PRINT USING DU$;T;J
130 GOTO 62

```

```

5 REM "programa 2"
6 REM "brooks1"
7 REM"estima fluxo a partir curva retenção ajustada por eq. genuchten"
8 INPUT"QUAL SOLO";R$
9 LPRINT"SOLO";R$
11 INPUT"prof. em cm";Z
12 LPRINT"PROFUNDIDADE em cm";Z
13 INPUT"Ks em cm/min";KS
15 KS=KS*1440
20 INPUT"theta esse";TS
25 LPRINT"Theta esse=";TS
30 INPUT"theta erre";TR
35 LPRINT"Theta erre=";TR
40 INPUT"ene de van Genuchten";N:L=N-1
45 LPRINT"ene de van Genuchten=";N
50 EME=2.5+2/L
55 PRINT TAB(6);"tempo, dia";TAB(20);"densidade de fluxo, cm/dia"
57 LPRINT TAB(6);"tempo, dia";TAB(20);"densidade de fluxo, cm/dia"
59 PRINT
60 LPRINT
62 INPUT"tempo em dias";T
65 J0=(TS-TR)^EME
70 J1=-KS/J0
80 J2=(TS-TR)^(1-EME)
90 J3=(1-EME)*KS*T/(Z*J0)
100 J4=EME/(1-EME)
110 J=J1*(J2-J3)^J4
115 DU$=" ####.##### #####.####"

```

```
118 PRINT USING DU$;T;J  
120 LPRINT USING DU$;T;J  
130 GOTO 62
```