

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**DALVANA MATILDE TIBURCIO**

**TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL NA ABORDAGEM DO PROBLEMA  
DE ROTEAMENTO NO TRANSPORTE DE FUNCIONÁRIOS DE EMPRESAS**

CURITIBA, 2012

**DALVANA MATILDE TIBURCIO**

**TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL NA ABORDAGEM DO PROBLEMA  
DE ROTEAMENTO NO TRANSPORTE DE FUNCIONÁRIOS DE EMPRESAS**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Paraná, área de concentração Métodos de Pesquisa Operacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Teresinha Arns Steiner.

CURITIBA, 2012


FOLHA DE APROVAÇÃO

DALVANA MATILDE TIBURCIO

TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL NA ABORDAGEM DO  
PROBLEMA DE ROTEAMENTO NO TRANSPORTE DE FUNCIONÁRIOS DE  
EMPRESAS

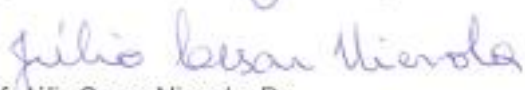
Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientadora:

  
Prof.<sup>a</sup> Maria Teresinha Arns Steiner, Dr.<sup>a</sup>  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFPR

  
Prof. Arinei Carlos Lindbeck da Silva, Dr.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFPR

  
Prof. Marcelo Gechele Cleto, Dr.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFPR

  
Prof. Júlio Cesar Nievola, Dr.  
Programa de Pós-Graduação em Informática da PUCPR

Curitiba, 2012

## RESUMO

O Problema de Roteirização de Veículos (PRV) é um dos problemas mais estudados de Pesquisa Operacional devido a sua vasta gama de aplicações, sendo a roteirização de veículos aplicada ao transporte de funcionários, tema desta pesquisa, uma das aplicações com crescente valor agregado nos grandes centros urbanos. O objetivo foi propor um algoritmo que auxilie na obtenção de uma roteirização no transporte de funcionários que seja eficaz, atenda às restrições de trajeto, seja esta a distância máxima a ser percorrida ou o tempo máximo de trajeto, e que preze por utilizar menos veículos tanto quanto possível. Utilizou-se o tempo máximo em que o trajeto completo deve ser executado como fator restritivo do algoritmo para a construção da roteirização para um dos conjuntos de dados disponível. Também se utilizou a distância máxima que cada rota deve percorrer como restrição para todos os grupos de dados. O refinamento das rotas obtidas foi realizado com os procedimentos de otimização *2-opt* e inter-rotas de troca e de intercâmbio. Dois modelos de algoritmos foram propostos: o Modelo 1 roteiriza fazendo a coleta dos funcionários diretamente em suas residências e o Modelo 2 faz primeiramente o agrupamento (clusterização) dos funcionários em pontos estratégicos, respeitando uma distância máxima da residência conforme estipulado pela empresa, passando a utilizar estes pontos para a coleta dos funcionários. Aplicaram-se os modelos propostos na roteirização da coleta de funcionários de uma empresa do município de Curitiba, Paraná, para o turno administrativo e para os três turnos operacionais. Os tempos de trajeto e distâncias reais de trajeto foram obtidos no *Google Maps*, sendo utilizada também a distância estimada através da distância euclidiana. Compararam-se os resultados aqui obtidos com os anteriormente encontrados na literatura, onde não havia restrições de tempo nem de distância a ser percorrida. Os modelos propostos apresentaram-se viáveis, sendo que o Modelo 2, mais robusto, contribuiu com uma redução média de 47% na distância total percorrida, necessitando em média de um veículo a mais para a roteirização.

Palavras-chave: PRV, Roteamento de veículos, Clusters, *2-opt*.

## ABSTRACT

The Vehicle Routing Problem (VRP) is one of the most studied problems of operational research due to its wide range of applications, being a vehicle routing applied to transport of employees, subject of this survey, one of the applications with increasing added value in major urban centers. The goal was to propose an algorithm that may assist in obtaining a routing in the transport of employees that is effective, respect the path constraints, this is the maximum distance to be traveled, or the maximum path and that routing by using less vehicles as much as possible. We used the maximum amount of time in which the full path must be executed as a restrictive factor of algorithm for the construction of the routing to one of the available datasets. Furthermore used the maximum distance that each route should be as a constraint for all data groups. The refinement of the routes constructed was accomplished with the optimization procedures 2-opt and changes between the routes. Two models of algorithms have been proposed: Model 1 making the routes pick-up the employees directly to their homes and the Model 2 makes grouping (clustering) of employees in strategic points, along with a maximum distance of residence as stipulated by the company, and use these points to the employee collection. The models have been proposed in the routing of employees in a company of the city of Curitiba, Paraná, to employees of administrative and of three operating turn. Travel times and distances were obtained in the real path with *Google Maps*, being used also the distance estimated by the Euclidean distance. We compare the results here obtained with the previously found in the literature, where there was neither time constraints of distance to be traveled. The models proposed were feasible, being the Model 2, more robust, contributing an average of 47% reduction in the total distance travelled, requiring on average to the one vehicle for the routing.

Keywords: VRP, Vehicle Routing, Clusters 2-opt.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus pelas bênçãos e capacidades concedidas a mim e por sempre estar presente em minha vida.

Aos meus pais, Maria Eunice e Ildo, por terem me dado a vida, além de sabedoria, caráter e coragem, que me permitem trilhar meu próprio caminho. Aos meus irmãos, Fabiana, Vânia e Evaldo, pela confiança que sempre depositaram em mim e que me encoraja a lutar por meus objetivos.

Ao Igor, pelo amor, compreensão, companheirismo e incentivo, que me motiva a ser melhor a cada momento.

Aos colegas, pela integridade que sempre demonstraram e por seus exemplos de vida.

Ao Álvaro Goto, por contribuir com parte dos dados utilizados nesta pesquisa.

À professora Maria Teresinha Arns Steiner, pelo apoio, orientação e tempo dedicados a mim e a realização deste trabalho. Aos demais professores do PPGEF, por contribuírem para a construção do conhecimento necessário para que este trabalho fosse realizado.

Agradecimentos finais a CAPES pelo apoio financeiro e, finalmente, ao PPGEF e à Universidade Federal do Paraná, por possibilitar o acesso ao ensino superior, onde construí amizades, conhecimento e obtive experiências para a vida.

*“Dê-me uma alavanca bastante comprida e um ponto de apoio bastante forte,  
e sozinho moverei o mundo.”*

**Arquimedes**

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 3.1</b>	- Divisão dos 1.515 funcionários da empresa ABC por turno de trabalho ..	39
<b>Figura 3.2</b>	- Divisão dos funcionários da empresa ABC de cada turno de trabalho entre as cidades da Região Metropolitana de Curitiba .....	39
<b>Figura 3.3</b>	- Localização das residências dos funcionários da empresa ABC do turno administrativo .....	40
<b>Figura 3.4</b>	- Localização das residências dos funcionários da empresa ABC do primeiro turno .....	41
<b>Figura 3.5</b>	- Localização das residências dos funcionários da empresa ABC do segundo turno .....	41
<b>Figura 3.6</b>	- Localização das residências dos funcionários da empresa ABC do terceiro turno .....	42
<b>Figura 3.7</b>	- Rotas atuais dos funcionários do turno administrativo da empresa ABC .	43
<b>Figura 3.8</b>	- Rotas atuais dos funcionários do primeiro turno da empresa ABC .....	43
<b>Figura 3.9</b>	- Rotas atuais dos funcionários do segundo turno da empresa ABC .....	44
<b>Figura 3.10</b>	- Rotas atuais dos funcionários do terceiro turno da empresa ABC .....	44
<b>Figura 4.1</b>	- Movimento <i>2-opt</i> .....	49
<b>Figura 4.2</b>	- Movimento Inter-rotas de Intercâmbio .....	51
<b>Figura 4.3</b>	- Movimento Inter-rotas de Realocação .....	52
<b>Figura 4.4</b>	- Configuração dos PPs no exemplo de 10 PDs após o Passo 1 da rotina Agrupar_PP .....	55
<b>Figura 4.5</b>	- Configuração dos PPs no exemplo de 10 PDs após o Passo 2 da rotina Agrupar_PP .....	57
<b>Figura 5.1</b>	- Rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 1, utilizando o tempo como característica restritiva .....	60
<b>Figura 5.2</b>	- Rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 1, utilizando a distância como característica restritiva .....	61
<b>Figura 5.3</b>	- Rotas obtidas para o primeiro turno com o Modelo 1 .....	63
<b>Figura 5.4</b>	- Rotas obtidas para o segundo turno com o Modelo 1 .....	65
<b>Figura 5.5</b>	- Rotas obtidas para o terceiro turno com o Modelo 1 .....	66
<b>Figura 5.6</b>	- Localização dos pontos de parada para o turno administrativo após agrupamento .....	67
<b>Figura 5.7</b>	- Rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 2, utilizando o tempo como característica restritiva .....	68
<b>Figura 5.8</b>	- Rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 2, utilizando a distância como característica restritiva .....	69
<b>Figura 5.9</b>	- Localização dos pontos de parada para o primeiro turno após agrupamento .....	70
<b>Figura 5.10</b>	- Rotas obtidas para o primeiro turno com o Modelo 2 .....	71
<b>Figura 5.11</b>	- Localização dos pontos de parada para o segundo turno após agrupamento .....	72
<b>Figura 5.12</b>	- Rotas obtidas para o segundo turno com o Modelo 2.....	74
<b>Figura 5.13</b>	- Localização dos pontos de parada para o terceiro turno após agrupamento .....	75
<b>Figura 5.14</b>	- Rotas obtidas para o terceiro turno com o Modelo 2 .....	76

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 3.1</b>	- Comparativo de dados gerais da roteirização atual da empresa ABC .....	42
<b>Tabela 5.1</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 1, utilizando o tempo como característica restritiva .....	60
<b>Tabela 5.2</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 1, utilizando a distância como característica restritiva .....	61
<b>Tabela 5.3</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o primeiro turno com o Modelo 1 .....	62
<b>Tabela 5.4</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o segundo turno com o Modelo 1 .....	64
<b>Tabela 5.5</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o terceiro turno com o Modelo 1 .....	66
<b>Tabela 5.6</b>	- Quantidade de PPs definidos após agrupamento e quantidade de funcionários designados por PP para o turno administrativo .....	67
<b>Tabela 5.7</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 2, utilizando o tempo como característica restritiva .....	68
<b>Tabela 5.8</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 2, utilizando a distância como característica restritiva .....	69
<b>Tabela 5.9</b>	- Quantidade de PPs definidos após agrupamento e quantidade de funcionários designados por PP para o primeiro turno .....	70
<b>Tabela 5.10</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o primeiro turno com o Modelo 2 .....	71
<b>Tabela 5.11</b>	- Quantidade de PPs definidos após agrupamento e quantidade de funcionários designados por PP para o segundo turno .....	72
<b>Tabela 5.12</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o segundo turno com o Modelo 2 .....	73
<b>Tabela 5.13</b>	- Quantidade de PPs definidos após agrupamento e quantidade de funcionários designados por PP para o terceiro turno .....	74
<b>Tabela 5.14</b>	- Sequência de parada das rotas obtidas para o terceiro turno com o Modelo 2 .....	75
<b>Tabela 5.15</b>	- Resumo dos dados da roteirização obtida para o turno administrativo, usando o tempo de trajeto como característica restritiva .....	77
<b>Tabela 5.16</b>	- Resumo dos dados da roteirização obtida para o turno administrativo, usando a distância como característica restritiva .....	77
<b>Tabela 5.17</b>	- Resumo dos dados da roteirização obtida para o primeiro turno .....	77
<b>Tabela 5.18</b>	- Resumo dos dados da roteirização obtida para o segundo turno .....	78
<b>Tabela 5.19</b>	- Resumo dos dados da roteirização obtida para o terceiro turno .....	78
<b>Tabela 5.20</b>	- Média de tempo de processamento, em segundos, para o Modelo 1 .....	79
<b>Tabela 5.21</b>	- Média de tempo de processamento, em segundos, para o Modelo 2 .....	79

## LISTA DE ACRÔNIMOS

ACO	- <i>Ant Colony Optimization</i>
AG	- Algoritmo Genético
BT	- Busca Tabu
CPD	- Capacidade do Ponto de Demanda
CPP	- Capacidade do Ponto de Parada
LIFO	- <i>Last In First Out</i>
MC	- Matriz de Custo
PCC	- Problema do Carteiro Chinês
PCV	- Problema do Caixeiro Viajante
PD	- Ponto de Demanda
PE	- Ponto da Empresa
PLI	- Programação Linear Inteira
PO	- Pesquisa Operacional
PP	- Ponto de Parada
PRV	- Problema de Roteamento de Veículos
PRVC	- Problema de Roteamento de Veículos Capacitados

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
1.1. PROBLEMA DE PESQUISA .....	13
1.2. OBJETIVOS .....	13
1.3. JUSTIFICATIVA .....	14
1.4. LIMITAÇÕES .....	15
1.5. ESTRUTURA .....	15
<b>2. REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>17</b>
2.1. CONTEXTUALIZAÇÃO EM ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS .....	17
2.2. DEFINIÇÃO DA FROTA .....	21
2.3. FORMAÇÃO DOS <i>CLUSTERS</i> .....	23
2.3.1. Algoritmo das <i>p</i> -medianas de Teitz e Bart .....	23
2.3.2. Designação de Gillett e Johnson Modificado .....	25
2.4. PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO .....	26
2.4.1. Algoritmos de inserção .....	27
2.4.2. Algoritmo Genético .....	27
2.4.3. Busca Tabu .....	27
2.4.4. Otimização de Colônia de Formiga .....	28
2.4.5. Resolução baseada em redes .....	28
2.5. OTIMIZAÇÃO NA ROTEIRIZAÇÃO .....	28
2.6. TRABALHOS RELACIONADOS .....	29
2.6.1. Aplicações gerais .....	29
2.6.2. Aplicações em transporte de passageiros .....	31
<b>3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA</b> .....	<b>35</b>
3.1. RESTRIÇÕES DE TRANSPORTE .....	35
3.2. DADOS DOS FUNCIONÁRIOS .....	37
3.3. VEÍCULOS DA FROTA .....	37
3.4. PARTICIPALIDADE DA MALHA VIÁRIA .....	38
3.5. COLETA DE DADOS DO CASO REAL .....	38
3.5.1. Situação atual das rotas .....	42
<b>4. OS MODELOS PROPOSTOS</b> .....	<b>46</b>
4.1. ENTRADA DE DADOS .....	46
4.2. MODELO 1 .....	47
4.3. MODELO 2 .....	53
<b>5. OBTENÇÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>58</b>
5.1. APLICAÇÃO DO MODELO 1 .....	60
5.2. APLICAÇÃO DO MODELO 2 .....	67
5.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	76
5.4. DESEMPENHO COMPUTACIONAL .....	79
<b>6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>80</b>
6.1. CONCLUSÕES .....	80
6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	81
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>83</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A expansão das atividades econômicas tem provocado crescimento dos pontos de atendimento/demanda, seja para atendimento direto à população ou a pontos de transbordo. A concentração destas atividades em áreas urbanas veio acompanhada da preocupação com o acúmulo de veículos nos centros urbanos, principalmente os de tráfego pesado, tornando necessária a aplicação de algumas medidas como, por exemplo, restrição de horários para tráfego de determinados tipos de veículos.

Ainda há um agravante sobre esta problemática, e que está cada vez mais nítida, que é a preocupação com a poluição liberada pelos veículos. Neste sentido, ações podem ser tomadas para a redução do efetivo utilizado para executar uma mesma tarefa.

Assim, a gestão dos recursos disponíveis tornou-se indispensável para cumprir os prazos estabelecidos e oferecer um serviço de qualidade e eficiente a seus clientes.

Neste contexto, podemos ver por que o Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é um dos problemas mais estudados de Pesquisa Operacional (PO). Além de atender ao cenário supracitado, contribuindo com a otimização da quantidade de veículos utilizados e definição de rotas para transporte de mercadorias, é aplicável a uma série de outras situações, como definições de rotas para leituristas (COPEL; SANEPAR e outros), coleta de lixo e patrulhamento, por exemplo.

Cada uma destas aplicações conta com uma combinação de restrições próprias, como: quantidade de pontos atendidos, quantidade de veículos disponível, capacidade de transporte, paradas programadas, prazo para entrega e coleta, restrições sobre a circulação de veículos e sobre a jornada de trabalho, entre outros.

Nesta pesquisa, o PRV é modelado de forma a atender as restrições encontradas para o transporte de pessoas. Embora focado no transporte de funcionários e adaptado a um caso específico, o estudo pode ser replicado sem perda de generalidade ao transporte escolar, de funcionários e outros casos mais.

## 1.1. PROBLEMA DE PESQUISA

Há diversas situações em que a roteirização é necessária. Quando esta é feita manualmente, um tempo extra do operador responsável por coordenar as rotas é gasto com esta tarefa. Quando há alteração no quadro de funcionários a serem atendidos, a roteirização deve ser adaptada. Pode haver redução ou aumento dos funcionários coletados e, em ambos os casos, as rotas antigas podem tornar-se ineficientes, sendo necessárias adaptações na roteirização.

Por vezes, a roteirização utilizada demanda mais veículos do que o necessário para atender a empresa cliente, podendo ser visto como desperdício de recurso e causando um desgaste prematuro na frota. Além disto, ocorre de a frota percorrer distâncias maiores que o necessário, aumentando o tempo necessário para percorrer o trajeto e provocando um consumo desnecessário de combustível, descartando mais poluente e prejudicando o meio ambiente.

Em meio a este cenário, surge a questão: Como fazer a roteirização de veículos aplicada a coleta de funcionários de forma sistemática e eficaz?

## 1.2. OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é propor um algoritmo para o PRV aplicado ao transporte de funcionários que seja eficaz e satisfatória aos envolvidos.

Para tanto, o objetivo geral desdobra-se nos seguintes objetivos específicos:

- a) Executar o levantamento da produção literária atual sobre PRV aplicado ao transporte de pessoas;
- b) Descrever as características da problemática a ser abordada;
- c) Coletar dados de um problema real;
- d) Propor o modelo com os algoritmos apropriados para atender as características do problema;

- e) Aplicar o modelo ao problema real, realizando a comparação entre a roteirização atualmente utilizada e a roteirização obtida através do modelo proposto;
- f) Analisar a viabilidade de modelo.

### 1.3. JUSTIFICATIVA

Uma roteirização eficiente apresenta benefícios para todos os envolvidos no processo.

Para a empresa de transportes, há vantagens na possibilidade de sistematização e aprimoramento do processo pelo qual é realizado atualmente a roteirização da frota, assim como auxilia numa melhor gestão dos recursos da empresa. Tais vantagens vão desde ganho de tempo de trabalho na geração dos roteiros a serem realizados até a utilização apenas da quantidade de veículos necessários, prevenindo desgastes prematuros na frota.

Reflete também na satisfação dos clientes, pois melhora as condições de trabalho, permite o planejamento de rotas com pontos de coleta mais próximos das residências dos funcionários e a diminuição do tempo do trajeto.

A preocupação ambiental também está presente no estudo, pois com frotas melhores conservadas e redução no trajeto realizado, com conseqüente redução na queima de combustível, há redução também na emissão de poluentes no ar, beneficiando ao meio ambiente e a população.

Por fim, este trabalho apresenta uma abordagem diferenciada sobre características restritivas presentes na roteirização: a distância máxima e o tempo de trajeto. Por ser um problema clássico de pesquisa operacional, pode ser replicado em outras situações, sendo o tema desta pesquisa uma contribuição também para o meio acadêmico.

#### 1.4. LIMITAÇÕES

Uma das limitações que permeiam este trabalho, citado também em muitos trabalhos sobre roteirização, é a determinação da real distância entre os pontos de demanda. Embora seja uma simplificação de modelagem muito utilizada, a distância euclidiana não representa fielmente a distância real entre os pontos. Por outro lado, a utilização das distâncias calculadas por meio de softwares é normalmente mais trabalhosa, complexa, demandando mais tempo e ainda assim não é completamente confiável devido as constantes mudanças na infraestrutura das cidades.

Outra limitação está na inserção e/ou exclusão dos pontos de demanda devido à rotatividade no quadro de funcionários atendidos pelo transporte fretado, o que pode tornar ineficiente a roteirização obtida. Esta limitação é consequência da manutenção e monitoramento constantes que devem ser realizados nos roteiros de cada linha.

#### 1.5. ESTRUTURA

Este trabalho está dividido em seis capítulos, incluindo esta introdução.

No Capítulo 2 faz-se a revisão literária sobre PRV, com algumas definições necessárias para a compreensão do estudo. Também são apresentados trabalhos correlatos sobre ao PRV aplicado ao transporte de pessoas. Neste capítulo se contempla o objetivo específico (a).

No Capítulo 3 é feita a descrição do problema com as características a serem abordadas e os dados de um problema real são apresentados. Os objetivos específicos (b) e (c) são atingidos.

No Capítulo 4 é feita a modelagem do problema, sendo propostos dois modelos para a realização da roteirização, cumprindo o objetivo específico (d).

O Capítulo 5 contempla os objetivos específicos (e) e (f), com a aplicação dos dois modelos propostos ao caso real descrito e realizando a comparação dos

resultados obtidos aqui com a situação real já apresentada na literatura anteriormente para o mesmo conjunto de dados.

Por fim, as principais contribuições da pesquisa, conclusões e sugestões para pesquisas futuras estão presentes no Capítulo 6.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1. CONTEXTUALIZAÇÃO EM ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS

Um dos assuntos mais estudados em Pesquisa Operacional tem sido o Problema de Roteirização de Veículos (PRV), e não por acaso.

Este sucesso pode estar associado à atuação conjunta de teoria e prática. Por um lado a Pesquisa Operacional, como filiação acadêmica, tem desenvolvido algoritmos que têm um importante papel na implementação de sistemas de roteirização. Por outro lado, o desenvolvimento de *hardware* e *software* e sua crescente integração na atividade operacional com foco comercial, tem criado um alto grau de percepção dos benefícios potenciais da roteirização de veículos, criando um interesse generalizado por parte das empresas usuárias. (PELIZARO, 2000, p.3)

Além disso, o tema é amplo e pode ser aplicado a diversos cenários.

Zaiko (2010) analisou diferentes variações de configurações existentes nos problemas de organização de transporte. Desta forma, o autor cita as características listadas a seguir, como formas de variação dos problemas de transporte.

#### 1. Pontos de produção.

- a. Ponto único de produção. Geralmente ocorre quando há um armazém donde os produtos são distribuídos ao consumidor;
- b. Vários pontos de produção. Geralmente quando há carga de vários fornecedores aos consumidores ou problemas com transporte de passageiros, onde o ponto de coleta de cada passageiro é considerado um ponto de produção.

#### 2. Pontos de consumo.

- a. Ponto único de consumo. Comum em problemas em que os produtos são transportados para um armazém ou ponto de certificação;
- b. Vários pontos de consumo. Situação mais comum nos transportes de passageiros, onde o ponto de parada do passageiro é considerado um ponto de consumo.

#### 3. Rota rodoviária.

- a. A rota é definida considerando um único parâmetro.
  - b. A rota é definida considerando vários parâmetros (custo de transporte, distância, limite de velocidade, etc.);
    - i. Todas as características dependem adicionalmente da distância;
    - ii. Existem características não aditivas (por exemplo, o rendimento).
4. Quantidade de carga.
- a. A quantidade de carga é caracterizada por um número real (problema contínuo);
    - i. Um número único;
    - ii. Vários números.
  - b. A quantidade de carga é caracterizada por um número inteiro (problema discreto).
    - i. Um único número inteiro;
    - ii. Vários números inteiros.
5. Bases de veículos (depósitos).
- a. Base única;
  - b. Várias bases;
  - c. A base coincide com os pontos de produção.
6. Tipo de carga.
- a. Problema com carga uniforme;
  - b. Problemas multiprodutos.
7. Tipo de veículo.
- a. Um único veículo;
  - b. Vários veículos idênticos;
  - c. Veículos diferentes.
8. Restrições de capacidade do veículo.
- a. Há restrições somente em um parâmetro;
  - b. Há restrições em vários parâmetros.
9. Restrições nas cargas transportadas.
- a. Existem cargas que um determinado veículo não pode transportar;
  - b. Para cada veículo, existem restrições sobre diferentes tipos de cargas transportadas;
  - c. Existem restrições sobre o transporte de certos tipos de cargas juntos.

#### 10. Condições de transporte.

- a. Ao transportar a carga de um ponto de produção para cada ponto de consumo, um único veículo pode ser utilizado independente da carga a ser transportada;
- b. Ao transportar a carga de cada ponto de produção, um veículo pode entregar cargas para vários pontos de consumo;
- c. Um único veículo pode coletar cargas de diferentes pontos de produção e transportar para cada ponto de consumo;
- d. Os veículos podem coletar cargas em vários pontos de produção e transportar para vários pontos de consumo;
- e. Pontos de produção e consumo podem coincidir.
  - i. Alguns pontos podem produzir e consumir ao mesmo tempo;
  - ii. Todos os pontos são diferentes.

#### 11. Restrições de horários.

- a. As cargas devem ser coletadas no ponto de produção em uma janela de tempo especificada;
- b. As cargas devem ser entregues nos pontos de consumo em janelas de tempo especificadas;
- c. O tempo máximo para a rota do transporte é limitado;
- d. O tempo máximo que um veículo pode passar na rota é limitado;
- e. Há restrições sobre a sequência de transporte.

#### 12. Condições especiais de transporte.

- a. Cada tipo de carga deve ser entregue de um determinado ponto de produção para um determinado ponto de consumo (serviço de táxi);
- b. Os veículos não podem circular vazios (exceto para o ponto inicial e final).

#### 13. Fatores que afetam o custo de transporte.

- a. O custo de transporte depende somente da distância;
- b. O custo de transporte depende da carga do veículo.
  - i. O custo de transporte é proporcional a carga.

#### 14. Condições de retorno.

- a. Os veículos devem retornar a sua base original;
- b. Os veículos devem retornar a alguma base;
- c. Os veículos devem terminar a rota em qualquer lugar.

15. Há embalagens específicas para o transporte nos veículos (para problemas discretos). Sobre esta restrição, o problema tem restrições sobre localização das caixas dentro do veículo e também sobre a sequência de carga e descarga, princípio da pilha (LIFO).
16. Determinismo.
  - a. Problema estático, ou seja, as ordens não mudam durante a entrega;
  - b. Problema dinâmico, ou seja, as ordens podem ser adicionadas ou canceladas após o planejamento.

Combinando as características anteriormente mencionadas, têm-se vários problemas de roteamento de veículos. Os mais comumente encontrados podem ser reagrupados em classes, como se segue (ZAIKO, 2010).

1. Problema Clássico de Transporte;
2. *Matchings*, também chamado de Problema de Combinação Mínima, ou ainda, Problema de Pesos Mínimos;
3. Problema clássico de Roteirização de Veículos de Dantzig-Ramser, donde se tem os casos especiais de PRV:
  - a. O Problema do Caixeiro Viajante (PCV);
  - b. Múltiplo problema do Caixeiro Viajante (MPCV);
  - c. O Problema da Mochila.
4. PRV com entrega fracionada;
5. PRV com entrega fracionada e janela de tempo;
6. Entrega de carga uniforme por um único veículo, de vários pontos de produção para vários pontos de consumo;
7. Entrega de carga uniforme por vários veículos, de vários pontos de produção para vários pontos de consumo;
8. Problemas de rotas para pares de pontos de produção e consumo com um único veículo;
9. Problemas com rotas de ônibus escolar;
10. Problemas de teoria de programação.

As características de cada uma destas classes devem ser conhecidas para definir qual o melhor método de resolução para o problema. Podem ser usados algoritmos matemáticos, heurísticos ou metaheurísticos, dependendo da complexidade e do objetivo da modelagem. Quase todos os problemas de roteirização de veículos, assim como a maioria dos problemas de otimização combinatorial, são ditos “difíceis”, pertencentes à classe *NP-hard* (PELIZARO, 2000).

Embora os algoritmos exatos apresentem a solução ótima do problema, não são indicados para os problemas *NP-hard* devido a elevado nível de complexidade. Para estes casos, foram desenvolvidas as heurísticas que são capazes de resolver o problema em tempo computacional razoável. A desvantagem das heurísticas reside na dificuldade de fugir de ótimos locais (BIAJOLI *et al.*, 2006, *apud* BRAGA, 2007). Para resolver esta questão, foram incrementadas às heurísticas ferramentas que permitem sair de ótimos locais e procurar solução em regiões mais promissoras, surgindo os algoritmos chamados de metaheurísticas (BRAGA, 2007).

Os problemas de roteirização podem ser resolvidos combinando algoritmos exatos, heurísticos e metaheurísticos, compondo assim um procedimento de resolução. Comumente, divide-se um problema de roteirização em etapas, sendo elas: definição de frota, formação de *clusters*, definição das rotas em cada *cluster* e otimização das rotas obtidas.

## 2.2. DEFINIÇÃO DA FROTA

A definição da frota consiste em descobrir quantos veículos  $v$  serão utilizados na roteirização. A primeira informação que se faz necessária é conhecer quantos pontos de demanda  $dem$  devem ser atendidos pela roteirização. Além disso, é necessário conhecer a capacidades  $cap$  dos veículos da frota e a quantidade de veículos disponíveis  $disp_{cap}$  de cada capacidade, para sabermos quantos veículos  $v_{cap}$  utilizar de cada capacidade e, conseqüentemente, o total de veículos  $v$  necessários.

Em casos onde há apenas veículos com a mesma capacidade  $cap$ , a divisão da quantidade de pontos de demanda  $dem$  pela capacidade dos veículos  $cap$  fornece a quantidade mínima de veículos necessários, como segue:

$$v = \left\{ \text{menor inteiro} \geq \frac{dem}{cap} \right\}$$

Caso a quantidade de veículos disponível  $disp_{cap}$  seja maior ou igual à quantidade de veículos  $v$  necessária, o problema é viável sob este aspecto.

Para problemas com  $n_{cap}$  capacidades diferentes, cabe utilizar uma modelagem de programação linear inteira (PLI). Um modelo simples, visando a minimização do total de veículos a serem utilizados, está descrito abaixo.

$$\text{Min } v = \sum_{i=1}^{n_{cap}} v_{cap_i}$$

sujeito a:

$$dem \leq \sum_{i=1}^{n_{cap}} (v_{cap_i} \cdot cap_i)$$

$$v_{cap_i} \leq q_{cap_i}, \quad i = 1, \dots, n_{cap}$$

$$v_{cap_i} \geq 0 \text{ e inteiro}, \quad i = 1, \dots, n_{cap}$$

Quando os custos  $c_{cap}$  associados à utilização dos veículos de capacidade  $cap$  são conhecidos, pode-se buscar o mínimo custo na utilização dos veículos, modificando a função objetivo no modelo anterior para:

$$\text{Min custo} = \sum_{i=1}^{n_{cap}} (c_{cap_i} \cdot v_{cap_i})$$

## 2.3. FORMAÇÃO DOS *CLUSTERS*

Conhecida a quantidade de veículos a serem utilizados e suas respectivas capacidades, deve-se definir quais pontos de demanda serão atendidos por cada veículo. Este processo é chamado de clusterização.

Para a formação dos *clusters*, é necessário definir as medianas, também chamadas de sementes, que serão a chave para a divisão dos pontos de demanda.

Este é o problema das  $p$ -medianas, que consiste em determinar  $p$  pontos de medianas entre  $n$  pontos de demanda, com  $p < n$ , de forma que a distância total percorrida entre os pontos de demanda e a mediana mais próxima seja a menor possível. Os algoritmos de localização de facilidades permitem a localização de  $p$  medianas, sendo  $p$  a quantidade de veículos  $v$  da frota.

É possível resolver este problema com programação linear, porém este cresce exponencialmente conforme se aumentam os pontos de demanda, tornando inviável a formulação exata para este problema. O algoritmo heurístico das  $p$ -medianas de Teitz e Bart (1968) é amplamente empregado na literatura para este fim, pois obtém soluções satisfatórias para problemas pequenos e é de fácil implementação computacional.

### 2.3.1. Algoritmo das $p$ -medianas de Teitz e Bart

Seja  $G(V, A)$  um grafo não direcionado, onde  $V$  é o conjunto de vértices e  $A$  é o conjunto de arestas. Seja  $d(v_i, v_j)$  a menor distância entre  $v_i$  e  $v_j$ , e  $w_j$  o peso associado ao vértice  $v_j$ . Tome  $n$  como sendo o número total de vértices do grafo, chama-se número de transmissão  $\sigma(v_i)$  à soma das menores distâncias entre  $v_i$  e todos os demais  $n - 1$  vértices, calculado por:

$$\sigma(v_i) = \sum_{j=1}^n w_j d(v_i, v_j), \text{ com } v_i, v_j \in V$$

Se  $v_m$  possui o menor número de transmissão dentre os vértices do grafo,  $v_m$  define uma mediana e  $\sigma(v_m) = \min\{\sigma(v_i)\}, \forall v_i \in V$ .

Para se encontrar as  $p$ -medianas ( $p > 1$ ), deve-se encontrar  $V_p \subset V$ , com  $|V_p| = p$ , tal que:

$$d(V_p, v_j) = \min\{d(v_i, v_j)\}, \quad \forall v_i \in V_p, \forall v_j \in V$$

$$\sigma(V_p) = \sum_{j=1}^n w_j d(V_p, v_j), \quad \forall v_j \in V$$

O algoritmo de Teitz e Bart procura desta forma o conjunto  $V_p$  para o qual o número de transmissão é mínimo, ou seja:

$$\sigma(V_{p\_otimo}) = \min\{\sigma(V_p)\}, \quad \forall V_p \subset V$$

Segue o **algoritmo de Teitz e Bart**.

**Passo 0.**

Escolha aleatoriamente um conjunto  $V_p \subset V$ , com  $|V_p| = p$ , para solução inicial.

**Passo 1.**

Rotule todos os vértices  $v_i \in \{V - V_p\}$  como “não analisados”.

**Passo 2.**

Enquanto existirem vértices não analisados em  $\{V - V_p\}$  faça:

Selecione um vértice “não analisado”  $v_i \in \{V - V_p\}$  e calcule a redução

$$\Delta_{ij} = \sigma(V_p) - \sigma(V_p \cup \{v_i\} - \{v_j\}), \quad \forall v_j \in V_p$$

Faça  $\Delta_{ij} = \max\{\Delta_{ij}\}$ ,  $\forall \Delta_{ij}$  calculado anteriormente.

Se  $\Delta_{ij} > 0$  faça  $V_p = \sigma(V_p \cup \{v_i\} - \{v_j\})$ , insira  $v_j$  em  $V - V_p$  e rotule  $v_j$  como “analisado”. Caso contrário continue.

**Passo 3.**

Se durante a execução do Passo 2, houver alguma modificação no conjunto  $V_p$ , então: volte ao Passo 1 e continue a execução do algoritmo. Caso contrário, PARE e apresente o conjunto  $V_p$  como uma solução aproximada para o problema das  $p$ -medianas.

**Fim**

### 2.3.2 Designação de Gillett e Johnson Modificado

O algoritmo de Gillett e Johnson (BODIN *et al.*, 1983) consiste em designar cada ponto de demanda à uma mediana, dentre as definidas anteriormente, utilizando como fator de decisão um valor que representa a urgência com que o ponto de demanda deve ser alocado. O critério originalmente utilizado para definir esta urgência de designação é a razão entre a primeira e a segunda menor distância do ponto de demanda até a mediana.

Corrêa (2000) propôs um critério diferente, calculando a diferença entre as distâncias. Este modelo é chamado **algoritmo de Gillett e Johnson Modificado**. Considere  $t_i^1$  a primeira mediana mais próxima,  $t_i^2$  a segunda mediana mais próxima,  $c_i^1$  a distância à primeira mediana mais próxima e  $c_i^2$  a distância à segunda mediana mais próxima. O algoritmo é apresentado a seguir.

#### **Passo 1.**

Calcular a distância entre cada nó  $i$  ainda não designado até cada uma das medianas correspondentes que ainda possuem espaço.

#### **Passo 2.**

Para cada nó  $i$ , obter  $t_i^1$  como sendo a mediana mais próxima de  $i$  e  $t_i^2$  como sendo a segunda mediana mais próxima de  $i$ , cujas respectivas distâncias são iguais a  $c_i^1$  e  $c_i^2$ .

#### **Passo 3.**

Para todos os nós  $i$ , calcular a diferença  $d_i = c_i^2 - c_i^1$ .

Ordenar os nós  $i$  em ordem decrescente de acordo com os valores de  $d_i$  em uma lista.

#### **Passo 4.**

Esta lista determina a ordem em que os nós serão designados para as medianas, não podendo ultrapassar sua capacidade. Dessa forma os nós mais próximos serão designados primeiros. Se ao completar a capacidade ainda houver nós a serem designados, voltar ao Passo 1.

O algoritmo prossegue até que todos os nós tenham sido designados.

**Fim**

## 2.4. PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO

Devido às diversas aplicações que o problema de roteirização possui, surgiram variantes com aspectos específicos, sendo alguns dos mais conhecidos:

- Problema do Caixeiro Viajante (PCV): problema clássico onde o objetivo é percorrer todos os vértices do grafo uma única vez;
- Problema do Carteiro Chinês (PCC): problema clássico onde o objetivo é percorrer todas as arestas do grafo uma única vez;
- Problema de Roteamento de Veículos Capacitados (PRVC): problema clássico de PRV onde se tem restrições sobre a capacidade de transporte de cada veículo.

O problema de roteirização consiste em definir a ordem em que os pontos de demanda devem ser atendidos, uma vez que os *clusters* já estão determinados e dimensionados de acordo com a capacidade de atendimento dos veículos.

As formas de obtenção destas rotas podem ser classificadas em três formas:

- Procedimento de construção de rotas: cria uma rota inicial incompleta e incrementa a rota a cada iteração;
- Procedimento de melhoramento de rotas: cria aleatoriamente uma rota inicial e reordena os pontos de parada a cada iteração;
- Procedimento de composição de rotas: cria uma ou mais rotas iniciais e utiliza procedimento de melhorias e de composição para otimização da rota.

Devido a problemas de roteirização serem comumente pertencentes a classe NP-hard, os algoritmos heurísticos e metaheurísticos são geralmente empregados nesta problemática. Alguns destes algoritmos são citados abaixo.

#### 2.4.1. Algoritmos de inserção

Os algoritmos de inserção são procedimentos de construção de rotas. Partindo de um único vértice do problema, insere-se a cada iteração um vértice ainda não roteirizado na sub-rota, vértice este escolhido de acordo com um critério pré-definido. Dentre os possíveis critérios de escolhas de inserção, pode-se utilizar a inserção do vizinho mais próximo, inserção do mais próximo, inserção do mais distante ou inserção mais econômica, entre outros.

#### 2.4.2. Algoritmo Genético

O algoritmo genético é uma metaheurística proposta por John Holland (1975) que se inspira na teoria de evolução darwiniana, que considera que quanto melhor um indivíduo se adapta ao seu meio ambiente, maior será sua chance de sobreviver e gerar descendentes. (ARAÚJO, 2008, p.10)

O Algoritmo Genético (AG) é um procedimento de composição de rotas, ou seja, cria uma população de rotas iniciais e, a cada iteração, fazem-se trocas entre as rotas da população para obtenção de rotas melhores.

#### 2.4.3. Busca Tabu

O algoritmo metaheurístico de Busca Tabu (BT), originado dos trabalhos de Fred Glover (1986), utiliza um conceito de memória flexível como elemento básico para criar estruturas de rotas explorando o histórico das soluções intermediárias anteriores (BARBOSA, 2005).

No trabalho de Barbosa (2005) estão descritos alguns algoritmos surgidos como variações da BT, assim como descritas as diferenças entre memória de curto e

de longo prazo, penalidade de movimentos, critérios de aspiração, critérios de parada e descrição do algoritmo geral.

#### 2.4.4. Otimização de Colônia de Formiga

O Algoritmo de Otimização por Colônia de Formigas, ou *Ant Colony Optimization (ACO)*, é inspirado no comportamento das formigas em busca de alimento ou deslocamento. Três abordagens do ACO foram desenvolvidas para o PCV e se diferenciam pela forma de atualizar as trilhas de feromônios, conhecidas por *ant-density*, *ant-quantity* e *ant-cycle*. Esta última apresentou melhores resultados, fazendo as demais abordagens serem abandonadas (RODRIGUES, 2007).

#### 2.4.5. Resolução baseada em redes

As definições de grafo, ou rede, caminho, circuito, ciclo e outras definições necessárias para a compreensão da resolução do PRV através de fluxo em redes podem ser encontradas em Souza (1997). Um algoritmo muito utilizado para designação, e que pode ser utilizado para a construção de rotas em problemas de redes, é o Método Húngaro, que utiliza a matriz de custos pelo algoritmo de Floyd para obter a roteirização ótima.

### 2.5. OTIMIZAÇÃO NA ROTEIRIZAÇÃO

Dada a roteirização obtida por algum algoritmo, há procedimentos de melhorias, como *2-opt* e *3-opt*, que permitem realizar melhorias na sequência de

atendimento de uma rota ou que permite melhorar a roteirização fazendo trocas de pontos entre rotas de *clusters* diferentes, evitando o cruzamento de rotas.

Segue uma descrição generalizada do algoritmo de otimização de rotas.

**Passo 1.**

Encontrar uma rota inicial com qualquer um dos métodos descritos anteriormente.

**Passo 2.**

Utilizar um procedimento de troca para melhoria de rota.

**Passo 2.**

Repetir o Passo 2 até que não haja mais trocas a serem feitas.

**Fim**

## 2.6. TRABALHOS RELACIONADOS

### 2.6.1. Aplicações gerais

Costa *et al.* (2001) apresentaram uma metodologia baseada em roteamento de veículos para determinar as regiões e rotas de atendimento de cada carteiro do serviço de entregas de correspondências. Os algoritmos de Inserção, *Savings* (ou economias), *Sweep* (ou varredura) e Carteiro Chinês foram utilizados na metodologia desenvolvida para esta aplicação.

Rodrigues (2001) utilizou Programação Linear Inteira para modelar a programação de viagens de ônibus urbano na região metropolitana de São Paulo. Foram incluídas nas restrições as características da frota e as restrições trabalhistas, tendo como dado de entrada uma curva com demanda horária de passageiros da linha. Como saída, se obteve uma tabela com os horários de cada ônibus da linha e as escalas dos carros e dos funcionários utilizados. Os resultados mostraram ser possível reduzir os custos com horas extras e reduzir o número de carros utilizados para o transporte sem que haja redução na qualidade do serviço oferecido.

Outra aplicação do PRV, com janela de tempo e múltiplos depósitos foi exposto por Cunha (2003), que utilizou uma formulação exata através de fluxo de rede para definir o roteiro ótimo de visitas de gerente de banco. Como conclusão, destacou que as características particulares de cada problema devem ser analisadas para escolha dos métodos utilizados e enfatiza que, neste caso, este fator somado a criatividade permitiu a obtenção de uma solução simplista e ótima.

A Busca Tabu HTSA (HorizonTe Semi-Adaptativo) aplicada ao PRV com e sem janela de tempo foi tema de estudo de Barbosa (2005), que utilizou as 14 instâncias de Christofides *et al.* (1979) para comparação de rendimento de resultado e desempenho computacional do método proposto. Os resultados obtidos foram competitivos, porém o PRV com janela de tempo requereu maior tempo computacional para execução.

Wu (2007) propôs algoritmos diferentes para o PRV com janela de tempo: uma heurística de inserção sequencial, visando equilibrar os esforços dos dias de planejamento, uma heurística de inserção com base em GRASP e uma heurística baseada em Algoritmo Genético (AG). Esta última apresentou, em geral, as menores distâncias a serem percorridas e o maior tempo computacional necessário, entre as variantes testadas.

Sosa *et al.* (2007) apresentaram heurísticas usando o conceito da metaheurística *Scatter Search* (ou Busca Dispersa), desenvolvidas para a solução do PRV Clássico. Os autores utilizaram quatro conjuntos de dados disponíveis na literatura para avaliar o desempenho dos algoritmos propostos: I - as 14 instâncias descritas em Christofides *et al.* (1979); II - as 27 descritas em Augerat *et al.* (1995); III - as 11 instâncias em Christofides e Eilon (1969) e; IV - as três instâncias descritas em Fisher (1994). Os resultados se mostraram competitivos frente às melhores soluções reportadas na literatura.

Brasileiro e Lacerda (2008) utilizaram um Sistema de Informação Geográfica (SIG) como ferramenta para roteirização de coleta de resíduos sólidos domiciliares, na cidade de Ilha Solteira, no estado de São Paulo. O *software TransCAD* foi utilizado para a roteirização, apresentando como vantagem os valores reais das distâncias entre os pontos e os tempos reais dos trajetos, e a desvantagem de não ser adaptável as características deste tipo de roteirização, como terminar a rota num

ponto de despejo específico. Os resultados apresentados foram satisfatórios, reduzindo em 41% a distância total percorrida e em 68% o tempo total do percurso.

Uma metodologia híbrida de AG descrita em Prins (2004) foi objeto de estudo de Araújo (2008), que implementou os algoritmos e sugeriu alterações e melhorias em algumas de suas etapas. As 14 instâncias descritas em Christofides *et al.* (1979) são usadas para confirmar a eficácia do método.

A roteirização da coleta de resíduos sólidos também foi objeto de estudo de Detofeno e Steiner (2010), que aplicaram ao estudo caso da cidade de Joinville, no estado de Santa Catarina. Neste caso, fez-se uso dos algoritmos Teitz e Bart para o cálculo das p-medianas, Gillett e Johnson para a formação dos *clusters* e o Carteiro Chinês para a definição das rotas, apresentando bons resultados na redução da distância e, conseqüentemente, nos custos. A modelagem proposta pode ser replicada em outros problemas similares, como para roteirização de leituristas de luz, água e gás.

## 2.6.2. Aplicações em transporte de passageiros

O problema de transporte escolar possui muitas similaridades com o transporte de funcionários, porém se diferencia principalmente pelos pontos de parada que devem ser necessariamente a casa do aluno ou de algum responsável. Dado esta diferença, são relatados alguns trabalhos de aplicação do PRV aplicado ao transporte escolar e, em seguida, apresentados trabalhos aplicados ao transporte de funcionários.

### 2.6.2.1. Transporte escolar

Souza (1997) estudou o transporte de alunos de uma escola situada na região de Curitiba. Este tipo de transporte requer atenção especial em diversos

aspectos, como horários das aulas (período único ou integral) e locais de coleta e/ou entrega (casa dos pais, avós ou colega da escola), entre outros citados pela autora. Foram utilizados tanto métodos exatos (programação inteira utilizando problemas de atribuições e ramificações) quanto heurísticos (algoritmos de inserção, de Clarke and Wright e de melhorias *2-opt* e *3-opt*). Os resultados obtidos mostraram uma melhora quanto aos pontos de parada definidos e redução no tempo de permanência dos alunos nos ônibus. Ao analisar a rota entre os pontos notou-se que devido à experiência dos motoristas, estes já realizavam o melhor percurso possível entre os pontos de parada.

Braca *et al.* (1997) investigaram assuntos relacionados com o desenvolvimento de um sistema informatizado para roteamento de transporte escolar nos cinco distritos da cidade de New York, como transporte de estudantes especiais, condições das vias de acesso, capacidade dos ônibus e janelas de tempo. Neste conjunto de estudo, havia 838 pontos de parada e 73 escolas, cujas distâncias foram estimadas através da distância euclidiana. A estimativa do tempo do trajeto foi feita considerando as condições das estradas utilizadas, como localização (zona residencial ou central), pistas simples ou duplicadas, mão única ou dupla e possibilidade de estacionamento na via, e a média de velocidade para cada tipo de trajeto. Para a confecção das rotas, utilizou-se o algoritmo *Location Based Heuristic* (LBH, ou seja, Heurística Baseada na Localização) de Bramel and Simchi-Levi (1992). Como resultado, os autores obtiveram uma quantidade de ônibus mínima necessária menor que o utilizado por ocasião do estudo.

Uma escola também localizada na região metropolitana de Curitiba, com 997 alunos, foi objeto de pesquisa de Steiner *et al.* (2000). A escola, por ocasião da pesquisa, tinha 29 ônibus próprios com capacidades variando entre 32 e 60 lugares. O problema foi resolvido em cinco fases: I - localização das residências dos alunos e da escola em um mapa digitalizado; II - determinação das quantidades e capacidades ótimas dos ônibus para atendimento da demanda; III - determinação dos *clusters*, contendo os pontos de demanda a serem atendidos por cada um dos ônibus (em duas etapas: (a) sem considerar as capacidades dos ônibus e, depois, (b) considerando as capacidades); IV - obtenção das rotas (sequência de pontos de demanda a serem atendidos) em cada *cluster*; V - aplicação de melhorias nas rotas obtidas na fase anterior, evitando cruzamentos entre rotas e cruzamentos dentro de

uma mesma rota. Os resultados obtidos foram significativos, embora a distância utilizada entre os pontos de parada seja a distância euclidiana. Foi apresentada como sugestão, a revisão periódica da solução obtida, pois apesar de satisfatória, os pontos de demanda podem sofrer alterações, sejam por entrada ou saída de alunos ou mudança de endereço ou outros.

Spasovic *et al* (2001) também procuraram resolver o problema de roteirização aplicado ao transporte escolar. A escola objeto do estudo localiza-se em Riverdale, New Jersey, e na ocasião, havia 199 estudantes levados à escola pelo transporte escolar, o qual dispunha de ônibus com 54, 20 e 14 lugares para o transporte. O problema foi apresentado como problema de custo mínimo, utilizando três metodologias: um método heurístico de economia de tempo, o *software Router* e um método de varredura. Os resultados obtidos pelo *software Router* e pela heurística de economia de tempo se mostraram bastante próximos e melhores que o obtido pelo método de varredura, porém a variação de custo operacional das três metodologias ficou numa faixa de menos de 4% de diferença. Spasovic *et al* concluíram que é interessante a abordagem do problema de outras formas, podendo considerar variação de demanda e analisado a utilização de diferentes capacidades de ônibus, além das utilizadas.

#### 2.6.2.2. Transporte de funcionários

Costa *et al.* (2000) apresentaram uma abordagem para transporte de funcionários utilizando as vias principais de tráfego, de acesso rápido, para a roteirização. O estudo aplicou-se ao caso prático de uma empresa situada na região metropolitana de Curitiba, sendo que os funcionários residem nesta cidade, em sua maioria. Para tanto, os endereços de cada um dos 396 funcionários do turno administrativo, ao qual é limitado o estudo, foram cadastrados em um mapa digitalizado da cidade. Uma etapa importante está no levantamento das principais vias de acesso da cidade, resultando no total 71 vias, as quais foram representadas no mapa digitalizado e 780 pontos de cruzamento obtidos entre elas. Através das distâncias euclidianas, os autores determinaram os pontos de parada nas vias

rápidas de tráfego. Visto que nove veículos com capacidade para 44 lugares são suficientes para o transporte, para definir os pontos de parada de cada veículo foram criados *clusters* (grupos de pontos de demanda/de atendimento), definindo a localização das “sementes” (pontos de apoio para a formação dos *clusters*) e aplicando o algoritmo proposto por Gillett e Johnson. Por fim, dentro de cada *cluster*, as rotas foram definidas utilizando-se a heurística de Inserção mais Econômica. Foram utilizados, ainda, procedimentos de melhorias, trocas de pontos entre duas rotas, melhorias *2-opt* e *3-opt*. Como são considerados os sentidos das vias e proibições de conversões, a metodologia utilizada se mostrou de fácil aplicação e com bons resultados práticos.

O problema de transporte de funcionários da Hidrelétrica Itaipu Binacional foi tema do trabalho de Rodrigues (2007). A coleta de funcionários, assim como a entrega destes, é feita em pontos de ônibus pré-determinados, sendo necessária a locomoção para os horários de entrada e saída do horário comercial e para o horário de almoço. A proposta de solução empregou o algoritmo das *p*-medianas de Teitz e Bart, o algoritmo de designação de Gillett e Johnson e o algoritmo de otimização por Colônia de Formigas aplicada ao PCV. Os resultados obtidos se mostraram satisfatórios se comparados com os adotados pela empresa na ocasião do estudo.

Goto (2008) aplicou o PRV no transporte de funcionários, que por ocasião do estudo, utilizavam o transporte público da cidade. O objetivo do trabalho foi propor a otimização no transporte, de forma que este passasse a ser fretado, coletando os funcionários em suas residências. Primeiro, definiu-se a quantidade de ônibus necessários para coletar todos os funcionários, cujos endereços forneceram as coordenadas geográficas dos pontos de parada. Através das distâncias euclidianas entre os pontos, utilizou-se o algoritmo das *p*-medianas de Teitz e Bart, seguido do algoritmo de Gillett e Johnson Modificado para formar os *clusters*. Para a construção das rotas, fez-se uso do algoritmo do Vizinho mais Próximo. Mesmo com bons resultados obtidos, Goto sugeriu que seja utilizado um procedimento de melhoria sobre as rotas obtidas, assim como fazer uso da distância real entre os pontos, considerando o sentido das vias.

### 3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo são apresentadas as características do problema de roteirização que são abordadas nos modelos propostos neste estudo e apresentados os dados reais utilizados.

#### 3.1. RESTRIÇÕES DE TRANSPORTE

Optar por fornecer o transporte fretado aos funcionários é uma decisão que traz vários benefícios. Os funcionários que antes se deslocavam com o carro próprio, tem a possibilidade de economizar com o combustível de seu deslocamento diário, não necessitam submeter seus veículos aos desgastes naturais do uso e, ainda, auxiliam a reduzir a quantidade de carros nos horários de maior fluxo nas vias, evitando congestionamentos. Já os que utilizavam transporte público, passam a fazer o trajeto com maior conforto. Para empresas que trabalham em turnos, o transporte fretado auxilia que os funcionários estejam no local de trabalho sempre no mesmo horário, evitando contratempos indesejados, como a descontinuidade na produção. Indiretamente, a empresa ganha em produtividade, pois seus funcionários tem um transporte de qualidade, impactando na saúde e bem estar individual. Estes elementos tornam-se ainda mais evidentes quando a localização da empresa é de difícil acesso.

A roteirização dos funcionários pode ser realizada pela própria empresa quando esta possui os recursos necessários. Muitas vezes, este serviço é terceirizado para empresas especializadas em transporte. Em ambos os casos, é usual que parte dos gastos seja descontada dos funcionários, sendo o restante subsidiado pela empresa.

Em qualquer destes casos, algumas características devem ser levadas em conta quando se trabalha com o transporte dos funcionários, como fornecer acomodações para todos os transportados. Deve-se observar se há funcionários

com necessidades especiais a serem transportados, como cadeirantes, por exemplo.

Caso a empresa tenha um volume grande de funcionários, é necessário ter um local apropriado para o embarque e desembarque dos funcionários. Devido a variações no tempo de trajeto, é necessário estipular um horário de chegada do transporte com um intervalo de tempo de tolerância, para que não haja atrasos no início do turno de trabalho.

Para a construção das rotas, é interessante pensar em não construir rotas em que os funcionários fiquem por um tempo muito longo no veículo durante o trajeto. Esta restrição pode ser inserida no problema como o tempo máximo que cada rota pode ter ou com uma distância máxima que deve ser percorrida por cada rota.

Outra característica importante de estabelecer previamente é de que forma os funcionários serão coletados, se em suas residências ou em pontos pré-determinados.

Quando a coleta é realizada diretamente na residência há um ganho na satisfação dos funcionários, porém este tipo de abordagem exige que a rota perfaça distâncias maiores e a cada alteração no quadro de funcionários a rota deverá ser revista, adicionando ou retirando residências a serem percorridas.

Há a possibilidade de a coleta ser realizada em pontos pré-estabelecidos, onde um ou mais funcionários são designados a cada ponto. Neste caso, deve-se observar qual a distância que o funcionário tem que percorrer entre sua casa e o ponto do transporte, pois caso a distância seja longa, acima de um valor máximo definido, pode-se oferecer aos funcionários um subsídio para utilizar de transporte público para percorrer este primeiro deslocamento até poder ter acesso ao transporte fretado pela empresa. Esta opção também deve levar em conta se existe este transporte público para este primeiro deslocamento como, por exemplo, em casos de coleta dos funcionários de turnos, que podem ocorrer em horários entre 0h e 5h.

Seja qual for a modalidade de transporte fretado oferecida pela empresa, necessita-se fazer a roteirização para cada turno de trabalho, conhecendo a quantidade de funcionários a serem transportados em cada turno.

### 3.2. DADOS DOS FUNCIONÁRIOS

Para cada turno, necessitamos da relação dos endereços das residências de cada funcionário. A forma com que estes dados são obtidos varia conforme a facilidade que cada empresa tem de trabalhar com os dados. Podem ser endereços com pontos de referência, nos cruzamento de vias ou através de coordenadas geográficas, sendo este último mais utilizado por empresas terceirizadas com sistemas de localização geográfica integrada.

Estes dados geralmente estão organizados no sistema de Recursos Humanos da empresa e são tratados de forma confidencial, sendo identificados apenas com numeração ordinária ou pelo número de matrícula do funcionário.

### 3.3. VEÍCULOS DA FROTA

A diversificação dos tipos de veículos na frota assim como a quantidade de cada tipo de veículo disponível varia conforme a necessidade. Quando o transporte é próprio da empresa, normalmente a frota é composta de veículos iguais, quantificada de tal forma a não haver capacidade ociosa. Já quando o transporte é realizado por uma empresa terceirizada especializada em transporte, há variações nos tipos de veículos de transporte, podendo ser vans, micro-ônibus, ônibus convencionais e ônibus do tipo viagem, variando a capacidade disponível de cada um. Neste caso, a terceirizada deve gerir muito bem sua frota para poder atender o maior número de empresas contratantes a contento.

Para evitar alterações frequentes na roteirização estipulada, é costume não utilizar a carga total do veículo num primeiro momento, para que alterações como, por exemplo, inserção de poucos funcionários numa rota já existente, não ultrapasse a capacidade da mesma, forçando a rever toda a roteirização existente.

### 3.4. PARTICULARIDADES DA MALHA VIÁRIA

A localização da empresa é um fator importante a ser observado, devendo levar em conta as características viárias que fornecem acesso a ela. Há fatores como travessia de transporte aquático, como balsa, e cruzamento com rede ferroviária que podem tornar o tempo de transporte maior. Em rodovias, caso sejam necessárias paradas para coleta e entrega, estas devem ocorrer em locais sinalizados por questões de segurança.

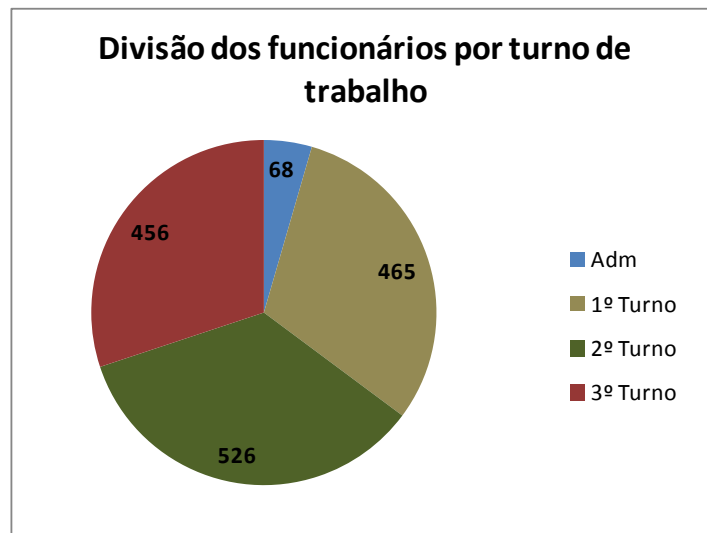
Obras na malha viária também podem influenciar a roteirização como, por exemplo, mudança de sentido de ruas, fechamento de ruas ou construção de pavimentação asfáltica. Neste aspecto, o conhecimento adquirido do dia-a-dia dos motoristas é de grande auxílio para fazer adaptações no trajeto. É justamente este conhecimento adquirido que permite, em muitos casos, não precisar qual o trajeto exato a ser percorrido entre cada ponto de parada, sendo necessário apenas estipular quais os pontos a serem coletados por um determinado veículo e qual o sequenciamento a ser feito, ficando o trajeto entre cada ponto da sequência por conta do motorista.

### 3.5. COLETA DE DADOS DO CASO REAL

Levantadas as características que permeiam a roteirização, apresentam-se os dados reais de uma empresa, aqui identificada por ABC, utilizados em Goto (2008). No estudo, o autor fez uma simulação de como ficaria o transporte dos 67% dos funcionários que utilizam transporte público caso fosse oferecido a eles o transporte fretado. A configuração de rotas obtida passa a ser referida aqui como situação atual de roteirização.

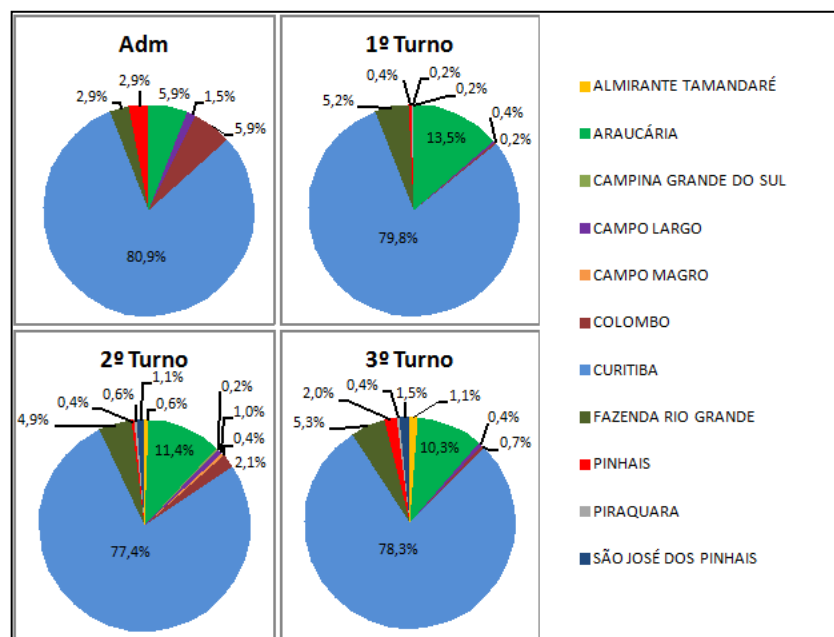
A empresa ABC possui sete sedes, sendo quatro delas no município de Curitiba. Na sede com maior volume de efetivos havia, no momento da coleta de dados, 2.268 funcionários, dos quais 1.515 utilizam o transporte público para se deslocarem até a empresa. Eles estão divididos em quatro turnos: o turno

administrativo, que cumpre sua jornada de trabalho entre 8h00 e 18h00 de segunda a sexta-feira; os demais turnos administrativos trabalham em jornadas de oito horas e vinte minutos diários, por seis dias na semana, sendo o primeiro turno das 6h00 às 14h20, o segundo das 14h00 às 22h20 e o terceiro turno das 22h00 às 6h20. A Figura 3.1 mostra a divisão destes 1.515 funcionários entre os turnos.



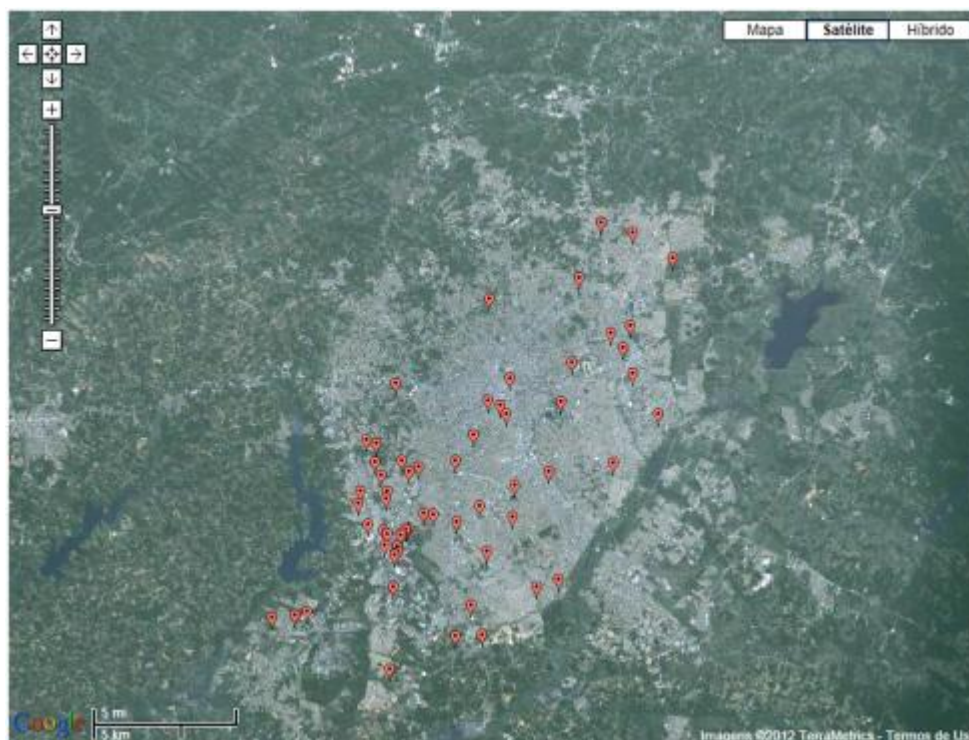
**Figura 3.1.** Divisão dos 1.515 funcionários da empresa ABC por turno de trabalho

Os funcionários da empresa ABC residem em sua maioria em Curitiba, porém há residentes em outros 10 municípios da Região Metropolitana de Curitiba. A divisão entre estes municípios está representada na Figura 3.2 a seguir.



**Figura 3.2.** Divisão dos funcionários da empresa ABC de cada turno de trabalho entre as cidades da Região Metropolitana de Curitiba

Para a roteirização, necessita-se dividir os funcionários em turnos e identificar as residências de cada um. A Figura 3.3 mostra a localização das residências dos 68 funcionários do turno administrativo.

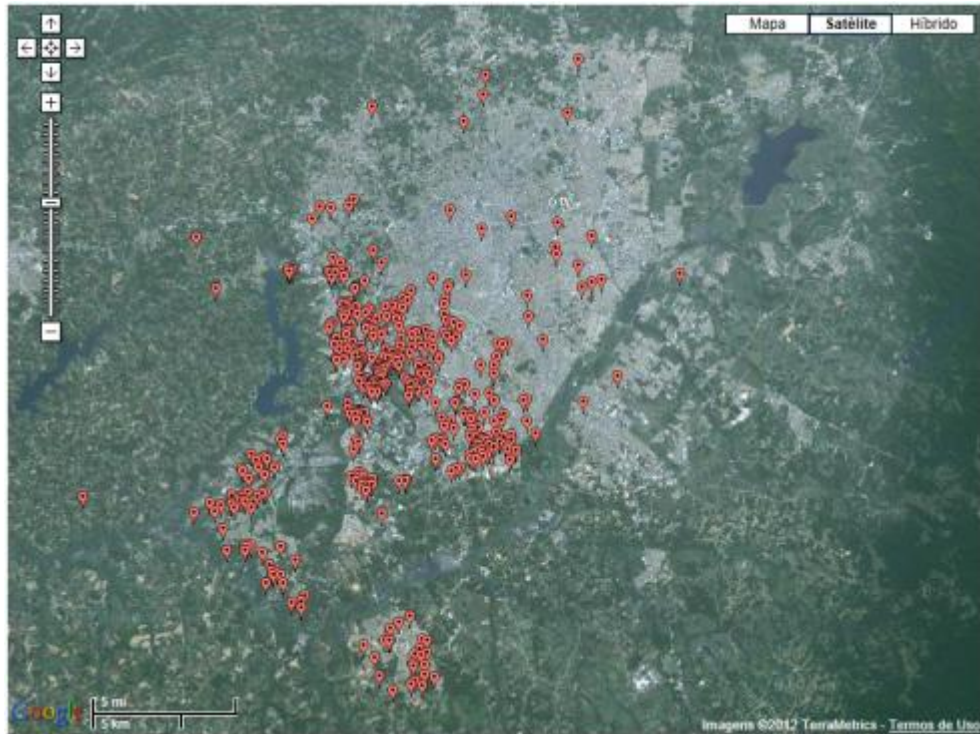


**Figura 3.3.** Localização das residências dos funcionários da empresa ABC do turno administrativo

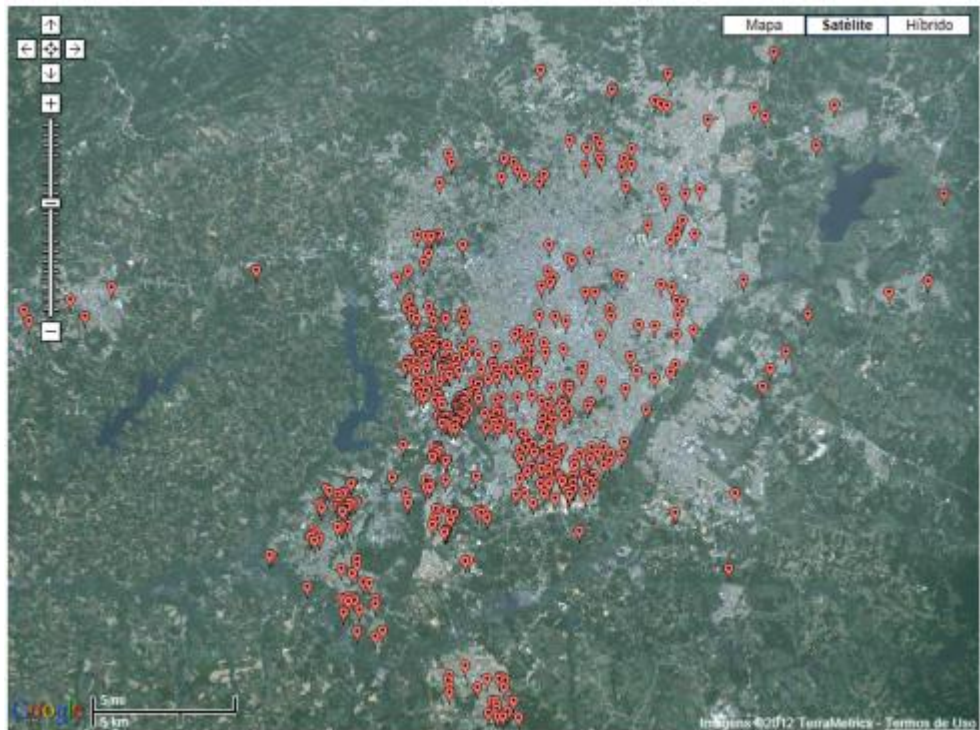
A localização das residências dos funcionários do primeiro, segundo e terceiro turnos também estão representados a seguir nas figuras 3.4, 3.5 e 3.6, respectivamente.

Para o transporte, utiliza-se ônibus de viagem com 44 lugares, não havendo nenhuma limitação prévia na quantidade de veículos a serem utilizados. Ter capacidade ociosa nos ônibus, em torno de 10% de sua capacidade, após a roteirização é importante neste tipo de abordagem para que pequenas alterações no quadro de funcionários transportados não tornem saturada a capacidade de determinada rota.

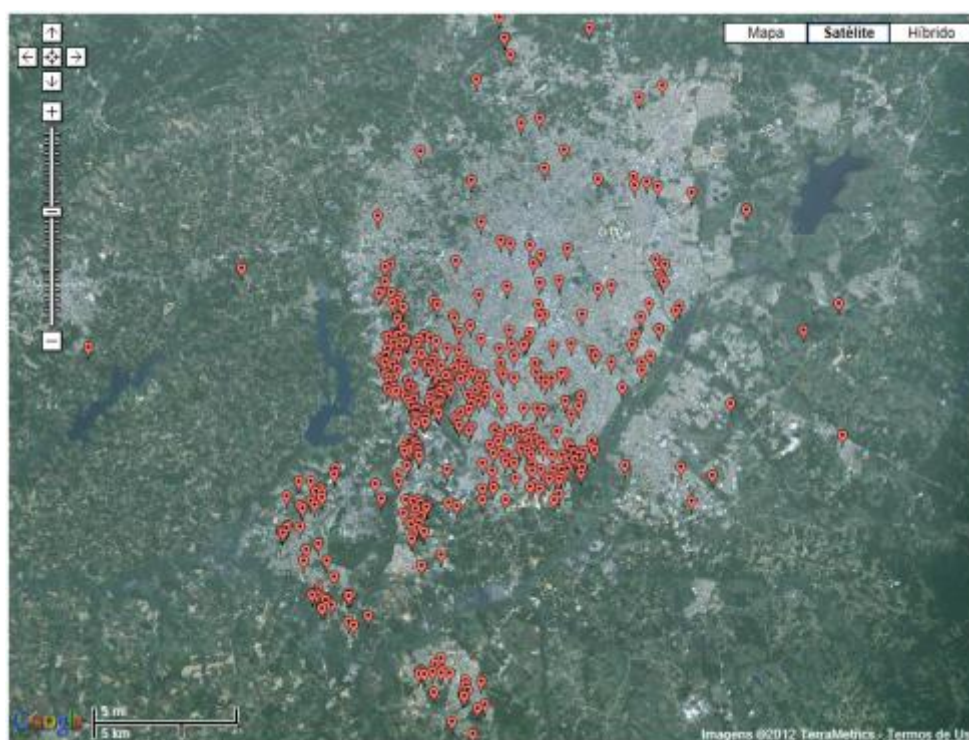
O transporte pode coletar os funcionários em suas residências ou em pontos pré-determinados. Neste segundo caso, estipula-se que este ponto não deve estar mais distante que um valor máximo estipulado pela empresa.



**Figura 3.4.** Localização das residências dos funcionários da empresa ABC do primeiro turno



**Figura 3.5.** Localização das residências dos funcionários da empresa ABC do segundo turno



**Figura 3.6.** Localização das residências dos funcionários da empresa ABC do terceiro turno

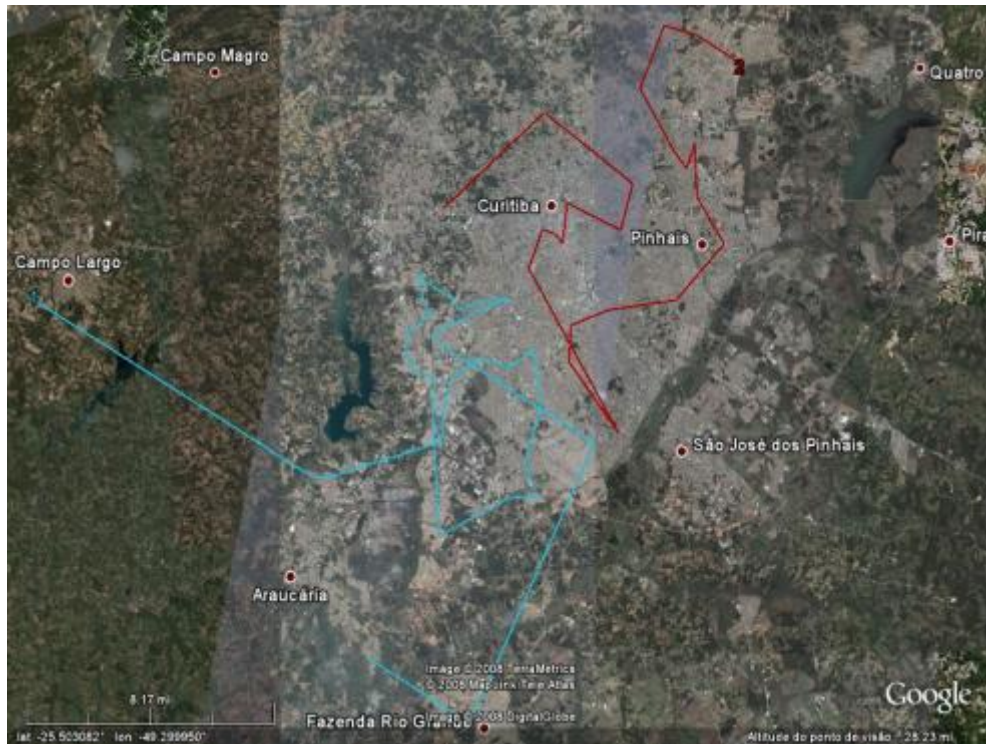
### 3.5.1. Situação atual das rotas

Para efeito de comparação, a Tabela 3.1 traz a informação da quantidade de ônibus utilizados atualmente pela empresa ABC, a quantidade de lugares vagos e a distância total percorrida.

Turno	Quantidade de funcionários	Quantidade de ônibus	Quantidade de lugares vagos	Distância total percorrida (km)
Administrativo	68	2	20	239,5
1º	465	11	19	568,8
2º	526	12	2	709,1
3º	456	11	28	606,8
Total Geral	1515	36	69	2124,2

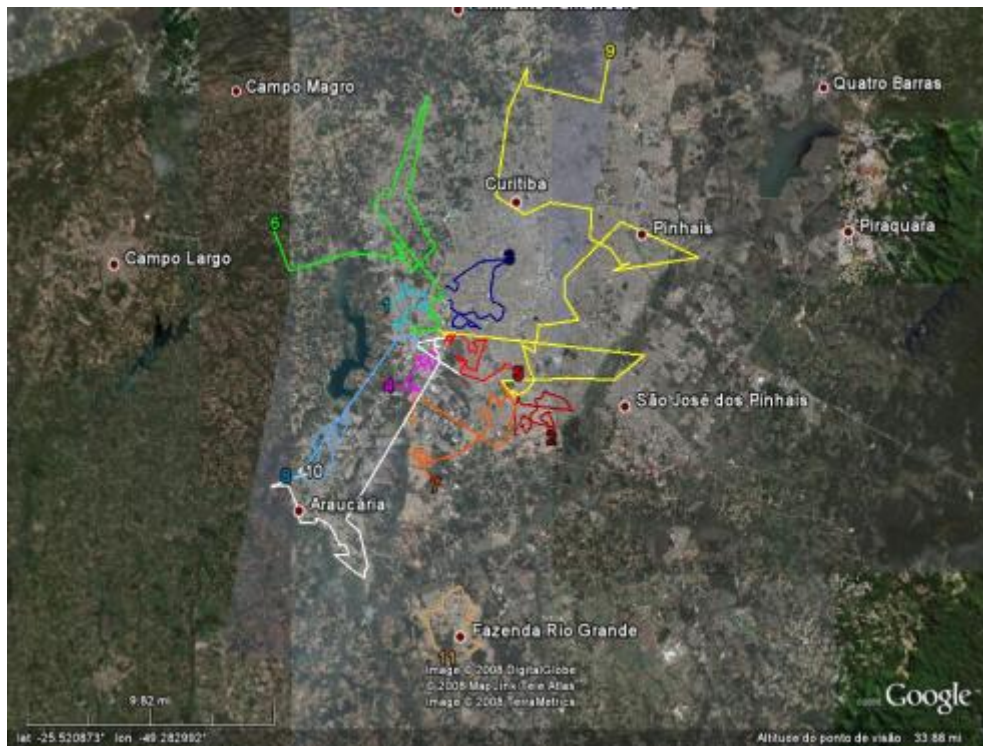
**Tabela 3.1.** Comparativo de dados gerais da roteirização atual da empresa ABC

As rotas atuais do turno administrativo e do primeiro, segundo e terceiro turno operacional estão representadas nas Figuras 3.7, 3.8, 3.9 e 3.10, respectivamente.



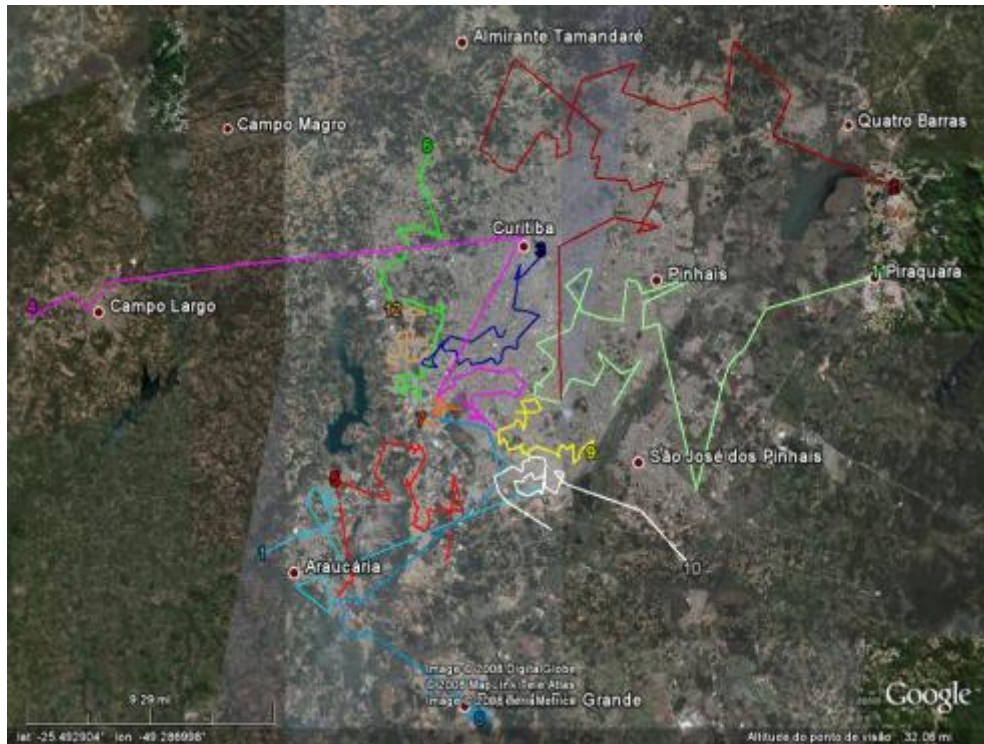
Fonte: GOTO (2008)

Figura 3.7. Rotas atuais dos funcionários do turno administrativo da empresa ABC



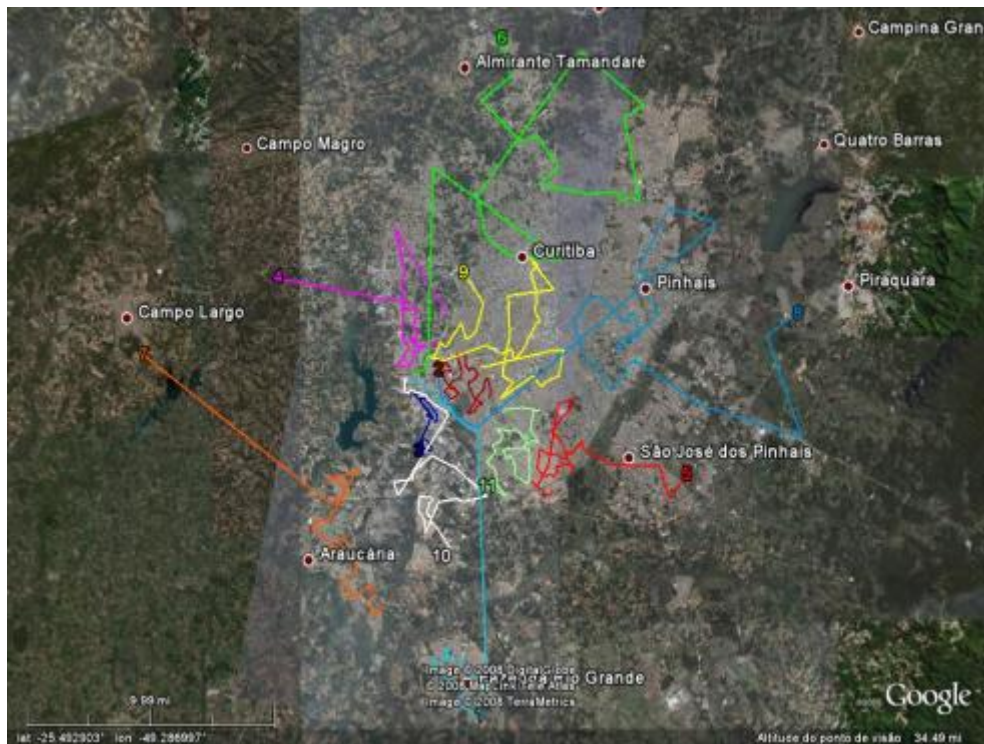
Fonte: GOTO (2008)

Figura 3.8. Rotas atuais dos funcionários do primeiro turno da empresa ABC



Fonte: GOTO (2008)

Figura 3.9. Rotas atuais dos funcionários do segundo turno da empresa ABC



Fonte: GOTO (2008)

Figura 3.10. Rotas atuais dos funcionários do terceiro turno da empresa ABC

Mesmo o problema original não possuindo restrição de tempo máximo de trajeto, considera-se nesta roteirização o tempo máximo de 90 minutos de permanência dos funcionários no transporte.

Neste caso, não há imposição de distância máxima a ser percorrida, pois se considera que a restrição de tempo de trajeto seja suficiente para limitar a distância percorrida devido às limitações de velocidades nas vias.

Com as descrições das características a serem consideradas e os dados obtidos, apresenta-se no Capítulo 4, a seguir, a modelagem do problema de roteirização.

## 4. OS MODELOS PROPOSTOS

Objetiva-se neste estudo estabelecer dois modelos para a roteirização de funcionários. A abordagem proposta pelo primeiro modelo é de fazermos a coleta dos funcionários diretamente em suas residências. Devido ao fato de termos aglomerações de vários funcionários em determinadas regiões, uma segunda abordagem é proposta, na qual se estabelecem pontos de paradas (PPs) para os veículos da rota, devendo os funcionários se locomover até o PP mais próximo de suas residências.

### 4.1. ENTRADA DE DADOS

Devemos ter alguns dados pré-definidos para utilizarmos os métodos aqui propostos. São eles:

- $PE$  (Ponto Empresa): Endereço da empresa para os quais os funcionários devem ser transportados;
- $PD_i$  (Ponto de Demanda): Endereço da residência  $i$  onde um ou mais funcionários devem ser coletados, com  $i$  variando de um ao número total de residências;
- $PP_i$  (Ponto de Parada): Endereço do local  $i$  da rota onde o veículo deve parar para coletar um ou mais funcionários, com  $i$  variando de um ao número total de paradas necessárias;
- $CPD_i$  (Capacidade do Ponto de Demanda): Quantidade de funcionários a serem coletados na residência  $i$ . Isto é necessário porque se pode ter mais um funcionário coletado num endereço, como, por exemplo, membros da mesma família que residem juntos ou funcionários que residem no mesmo condomínio;
- $MC(i, j)$  (Matriz de Custos): Custo associado para perfazer o trajeto de  $PD_i$  a  $PD_j$ , para  $i$  e  $j$  variado de um ao número total de residências mais um (pois devemos considerar também os custos para ir de cada

residência à empresa). Este custo pode representar o tempo ou a distância utilizada para perfazer o trajeto;

- *Max\_Veiculos*: Quantidade de veículos disponíveis para o transporte;
- *Max\_Capacidade*: Capacidade dos veículos disponível para o transporte. Neste estudo, considera-se que todos os veículos possuem a mesma capacidade;
- *Max\_Custo*: Custo máximo admitido para cada rota.

Além destas variáveis de entrada, faz-se necessário utilizar uma variável auxiliar que armazene, para cada veículo da frota, as informações do número de paradas realizadas, o número total de passageiros, o custo associado à rota e a sequência de PPs a ser realizado.

Definidas as variáveis necessárias como entrada nos modelos, seguem as rotinas propostas para cada modelo e os algoritmos utilizados em cada um.

## 4.2. MODELO 1

A rotina do Modelo 1 está descrita a seguir. Os algoritmos de otimização *Otimizacao\_intra-rota*, *Otimizacao\_inter-rota1* e *Otimizacao\_inter-rota2*, utilizados no modelo, também são detalhados na sequência.

### **Modelo 1**

#### **Passo 0**

Fazer a leitura dos dados de entrada *PE*, *PD*, *CPD*, *MC*, *Max\_Veiculo*, *Max\_Capacidade* e *Max\_Custo*.

Fazer  $PP = PD$ .

Fazer  $CPP = CPD$ .

Marcar todos os PPs como não roteirizados.

Fazer  $PP_{final} = PE$ , sendo  $final =$  quantidade de  $PPs + 1$ .

### Passo 1

Sinalizar necessidade de utilizar um novo veículo.

Enquanto houver  $PPs$ , diferentes de  $PP_{final}$ , não roteirizados faça:

Se for necessário um novo veículo faça:

Se houver carros disponíveis na frota inicialize o novo veículo com carga, número de paradas e custo iguais a zero. Senão, informe que não há veículos suficientes para completar a roteirização.

Senão, faça:

Se não houver nenhum  $PP$  na rota atual faça:

Iniciar a rota com o  $PP_i$  não roteirizado com o maior custo  $MC(PP_i, PE)$ .

Marcar  $PP_i$  como roteirizado.

Incrementar a carga da rota com a carga  $CPP_i$ .

Incluir  $PP_{final}$  no fim da rota.

Senão, faça:

Encontrar o  $PP_i$  não roteirizado, com  $CPP_i$  menor ou igual à capacidade ainda disponível na rota, cujo valor de inserção

$MC(PP_{j_1}, PP_i) + MC(PP_i, PP_{j_2}) - MC(PP_{j_1}, PP_{j_2})$  seja o menor possível, para algum  $PP_{j_1}$  e  $PP_{j_2}$ , pontos em sequência, pertencentes à rota.

Se o  $PP_i$  puder ser encontrado e o custo de inserí-lo na rota não superar o valor de  $Max\_Custo$ , marcar  $PP_i$  como roteirizado e incrementar a carga da rota com a carga  $CPP_i$ . Senão, sinalizar necessidade de um novo veículo.

Fim do se.

Fim do se.

Fim do enquanto.

## Passo 2

Proceder com Otimizacao\_intra-rota.

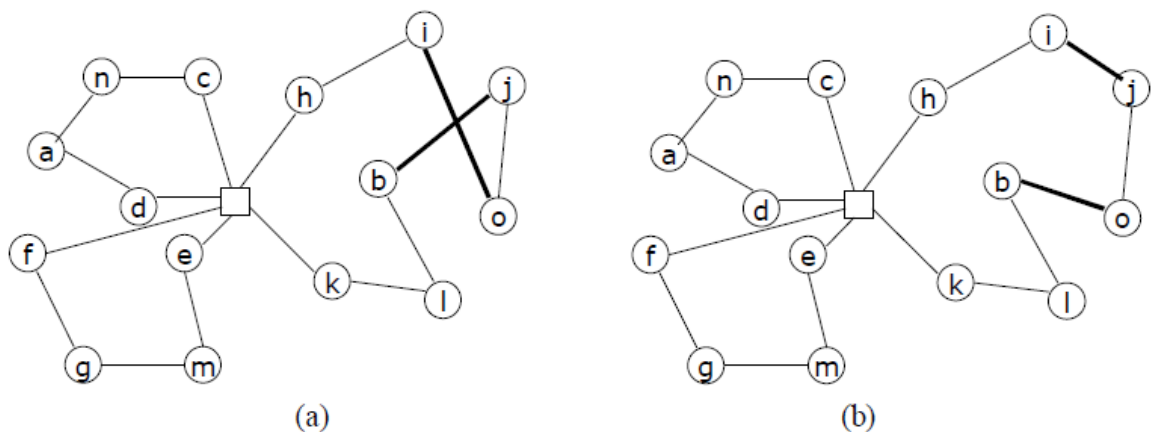
Proceder com Otimizacao\_inter-rota1.

Proceder com Otimizacao\_inter-rota2.

Proceder com Otimizacao\_intra-rota.

## Fim do Modelo 1

Conhecido na literatura como procedimento de otimização *2-opt*, o objetivo do algoritmo *Otimizacao\_intra-rota* é reordenar a sequência de paradas de uma rota buscando reduzir o seu custo. A Figura 4.1 ilustra um caso de troca *2-opt* em rotas cíclicas (SOSA, 2007).



Fonte: SOSA (2007)

**Figura 4.1.** Movimento *2-opt*

Para melhor compreender o procedimento, faz-se necessário estabelecer que, dentro de uma rota, chamaremos de arco o caminho que o veículo perfaz entre dois pontos de paradas em sequência, representando por  $arco_i(PP_i^1, PP_i^2)$ , com  $i$  variando de um até o total de paradas realizadas na rota.

### **Otimizacao intra-rota**

Para toda rota faça:

Para todo par de arcos  $i$  e  $j$ , com  $i \neq j$ , desta rota faça:

Se o custo de trocar os pontos dos arcos  $MC(PP_i^1, PP_j^2) + MC(PP_j^1, PP_i^2)$  for menor que o custo atual dos arcos de  $MC(PP_i^1, PP_i^2) + MC(PP_j^1, PP_j^2)$ , faça:

Atualizar a rota com os arcos trocados.

Atualizar o custo da rota.

Fim do se.

Fim do para.

Fim do para.

### **Fim do Otimizacao\_intra-rota**

O algoritmo Otimizacao inter\_rota1 busca fazer trocas simultâneas de pontos entre duas rotas, ou seja, um ponto de cada rota é escolhido, retirado da rota atual e inserido na outra rota, procurando reduzir o custo total da roteirização das rotas. Neste processo o custo de uma rota pode aumentar em  $x$  unidades em detrimento de uma redução maior que  $x$  na outra rota.

Este procedimento é referido por Sosa (2007) com Movimento Inter-rotas de Intercâmbio, ilustrado na Figura 4.2 para rotas cíclicas, sem perder a generalidade de seu funcionamento.

### **Otimizacao inter-rota1**

Para todo par de rotas  $r1$  e  $r2$  faça:

Para todo  $PP_i$  da rota  $r1$  faça:

Para todo  $PP_j$  da rota  $r2$  faça:

Se em relação à capacidade do veículo, for possível trocar os pontos  $PP_i$  e  $PP_j$  entre as rotas  $r1$  e  $r2$  faça:

Proceder com o cálculo do custo associado a esta troca.

Se o custo de nenhuma das duas rotas não superar o valor de  $Max\_Custo$ , e o custo total das rotas for reduzido com esta troca, atualizar as rotas com a troca efetuada.

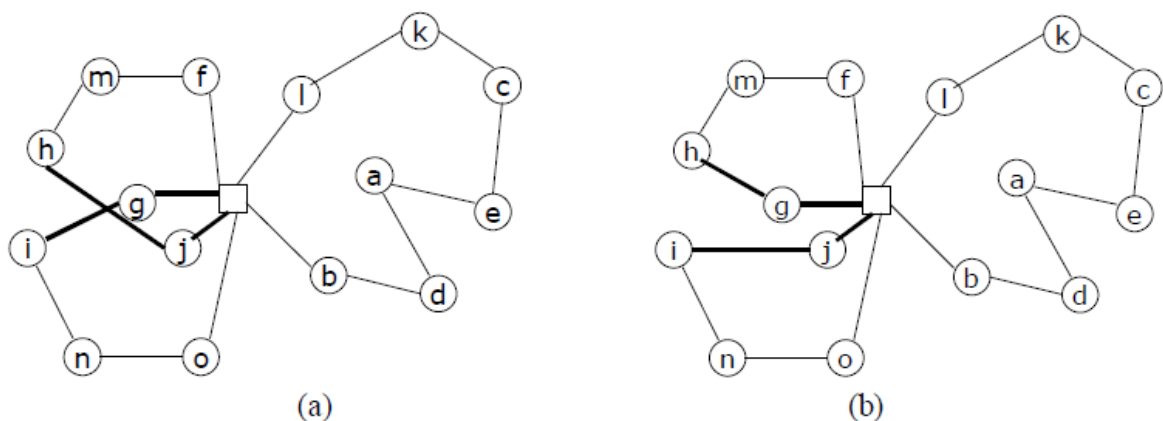
Fim do se.

Fim do para.

Fim do para.

Fim do para.

### Fim do Otimizacao\_inter-rotas1

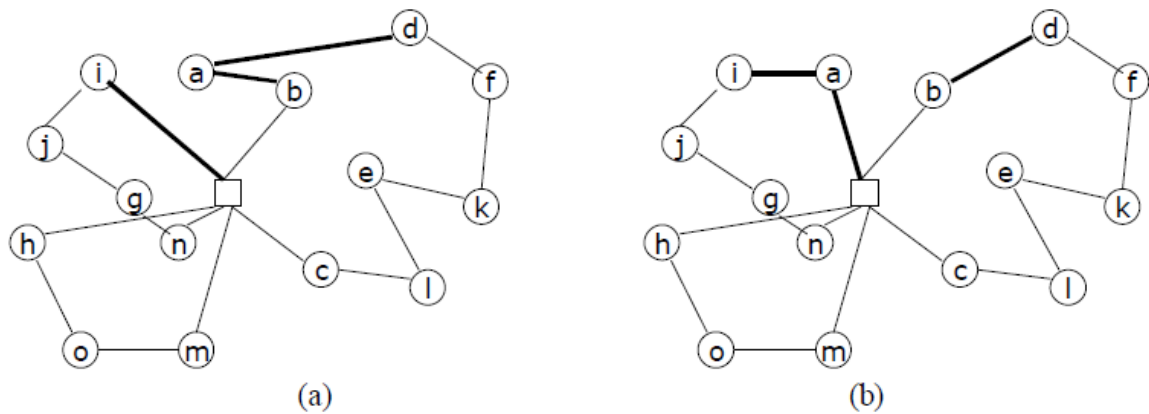


Fonte: SOSA (2007)

**Figura 4.2.** Movimento Inter-rotas de Intercâmbio

O algoritmo Otimizacao inter\_rotas2 busca fazer a troca unilateral de pontos entre duas rotas, ou seja, um ponto de uma rota é escolhido, retirado desta rota e inserido na outra rota, procurando reduzir o custo total da roteirização. A mesma observação de que o custo de uma rota pode aumentar em detrimento de uma redução maior do custo na outra rota vale para este algoritmo.

Este tipo de otimização entre rotas é chamado por Sosa (2007) de Movimento Inter-rotas de Re-alocação. A Figura 4.3, ilustra este movimento para o caso de rotas cíclicas.



Fonte: SOSA (2007)

Figura 4.3. Movimento Inter-rotas de Realocação

### Otimizacao inter-rota2

Para todo par de rotas  $r1$  e  $r2$  faça:

Para todo  $PPi$  da rota  $r1$  faça:

Se em relação à capacidade do veículo, for possível inserir o ponto  $PPi$  da rota  $r1$  na rota  $r2$  faça:

Proceder com o cálculo do custo associado a esta inserção de  $PPi$  na rota  $r2$  e exclusão deste ponto na rota  $r1$ .

Se o custo da rota  $r2$  não superar o valor de  $Max\_Custo$ , e o custo total das rotas for reduzido com esta troca, atualizar as rotas com a troca do ponto efetuada.

Fim do se.

Fim do para.

Fim do para.

### **Fim do Otimizacao\_inter-rota2**

Testou-se diferentes sequências de aplicação das otimizações das rotas, sendo a sequência utilizada a que apresentou melhor resultado. Note que o algoritmo `Otimizacao_intra-rota` é utilizado duas vezes no Modelo 1, pois após

proceder com trocas de pontos entre as rotas (Otimizacao\_inter-rotas) podem-se ter melhorias a serem feitas na nova rota obtida.

#### 4.3. MODELO 2

O Modelo 2 diferencia-se por fazer a clusterização dos funcionários em pontos pré-definidos antes de roteirizar. Para o algoritmo de clusterização, aqui chamado de procedimento Agrupar\_PP, faz-se necessária a definição das variáveis adicionais a seguir.

- *Max\_Deslocamento*: Deslocamento máximo admitido entre a residência do funcionário e o *PP* mais próximo.
- $d(PP_i, PP_j)$ : Distância a ser percorrida a pé, entre os pontos  $PP_i$  e  $PP_j$ .

O objetivo do procedimento Agrupar\_PP, descrito a seguir, é designar todos os funcionários (PDs) para algum ponto de parada da rota (PP). Como inicialmente não se tem nenhum ponto definido, se buscam quais dos PDs tem uma boa localização para ser um ponto de parada.

#### Agrupar\_PP

##### **Passo 0**

Marcar todos os *PDs* como não designados.

##### **Passo 1**

Para todo  $PP_i$  faça:

Identificar  $PD_j$  mais próximo de  $PD_i$ .

Se  $d(PD_i, PD_j)$  for maior que *Max\_Deslocamento* faça:

Marcar  $PD_i$  como sendo um  $PP_k$ .

Fazer  $CPP_k = CPD_i$ .

Marcar  $PD_i$  como designado.

Fim do se.

Fim do para.

## Passo 2

Enquanto houver  $PD$  não designado faça:

Para todo  $PPi$  faça:

Se  $PDi$  é não designado faça:

Encontrar  $PPj$  cuja  $d(PDi, PPj)$  seja mínima.

Se  $d(PDi, PPj)$  for menor que  $Max\_Deslocamento$  e  $CPPj + CPPi$  for menor que  $Max\_Capacidade$  faça:

Incrementar  $CPPk$  com  $CPDi$ .

Marcar  $PDi$  como designado.

Senão, faça:

Marcar  $PDi$  como sendo um  $PPk$ .

Fazer  $CPPk = CPDi$ .

Marcar  $PDi$  como designado.

Fim do se.

Fim do se.

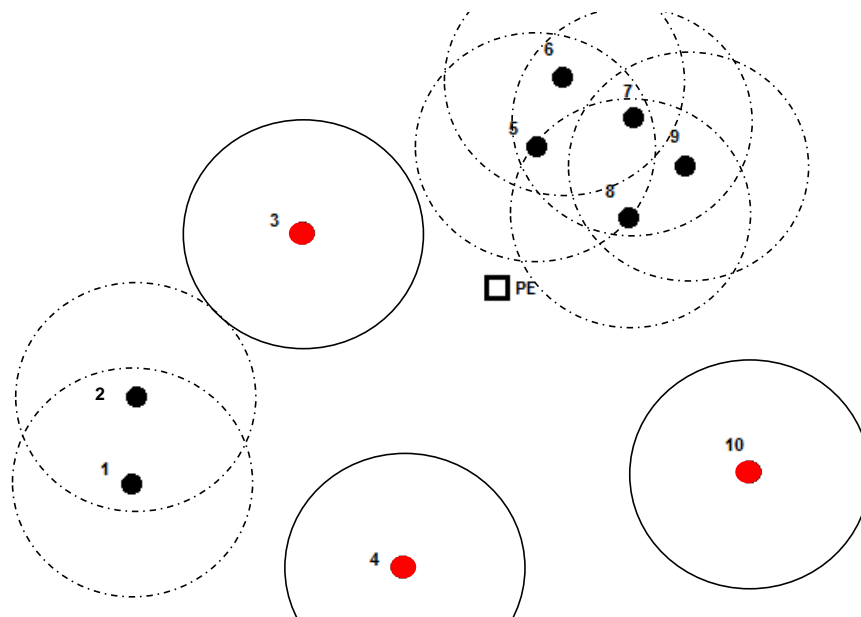
Fim do para.

Fim do enquanto.

## Fim de Agrupar\_PP

Tem-se que todos os PDs que possuem uma distância até o PD mais próximo maior que o deslocamento máximo admitido ( $Max\_Deslocamento$ ), deve ser considerado por si só um PP (realizado no Passo 1) e, portanto, considerado designado. Como ilustração, tome a nuvem de 10 pontos PDs ilustrada na Figura 4.4, onde temos pontos isolados que, como descritos aqui, são designados inicialmente como PPs.

Num segundo momento, para todos os PDs que não estiverem designados, verifica-se se há algum PP cuja distância máxima esteja dentro dos limites estabelecidos e que tenha capacidade para receber mais funcionários, pois se considera que em um ponto de parada pode haver no máximo a capacidade de transporte do veículo. Caso haja um PP com as condições acima, designa-se o PD para este ponto. Havendo mais de um PP possível, designa-se para o mais próximo. Caso não haja nenhum PP nas condições citadas, o próprio PD passa a ser considerado um PP.



**Figura 4.4.** Configuração dos PPs no exemplo de 10 PDs após o Passo 1 da rotina Agrupar\_PP

Como ilustração da aplicação do procedimento descrito acima, que caracteriza o Passo 2 do algoritmo, a sequência de pontos do exemplo resulta na configuração de PPs mostrada na Figura 4.5, com suas capacidades indicadas.

O Modelo 2, descrito a seguir, é similar ao Modelo 1, porém utiliza o procedimento Agrupar\_PP e, por isto, sofre alguns ajustes.

## **Modelo 2**

### **Passo 0**

Fazer a leitura dos dados de entrada *PE*, *PD*, *CPD*, *MC*, *Max\_Veiculo*, *Max\_Capacidade*, *Max\_Custo* e *Max\_Deslocamento*.

**Passo 1**

Proceder com Agrupar\_PP.

**Passo 2**

Fazer  $PP_{final} = PE$ , sendo  $final$  = quantidade de PPs + 1.

Sinalizar necessidade de utilizar um novo veículo.

Enquanto houver PPs, diferentes de  $PP_{final}$ , não roteirizados faça:

Se for necessário um novo veículo faça:

Se houver carros disponíveis na frota inicialize o novo veículo com carga, número de paradas e custo iguais a zero. Senão, informe que não há veículos suficientes para completar a roteirização.

Senão, faça:

Se não houver nenhum  $PP$  na rota atual faça:

Iniciar a rota com o  $PP_i$  não roteirizado com o maior custo  $MC(PP_i, PE)$ .

Marcar  $PP_i$  como roteirizado.

Incrementar a carga da rota com a carga  $CPP_i$ .

Incluir  $PP_{final}$  no fim da rota.

Senão, faça:

Encontrar o  $PP_i$  não roteirizado, com  $CPP_i$  menor ou igual à capacidade ainda disponível na rota, cujo valor de inserção

$MC(PP_{j_1}, PP_i) + MC(PP_i, PP_{j_2}) - MC(PP_{j_1}, PP_{j_2})$  seja a menor possível, para algum  $PP_{j_1}$  e  $PP_{j_2}$ , pontos em sequência, pertencentes à rota.

Se o  $PP_i$  puder ser encontrado e o custo de inserí-lo na rota não superar o valor de  $Max\_Custo$ , marcar  $PP_i$  como

roteirizado e incrementar a carga da rota com a carga  $CPP_i$ . Senão, sinalizar necessidade de um novo veículo.

Fim do se.

Fim do se.

Fim do enquanto.

### Passo 3

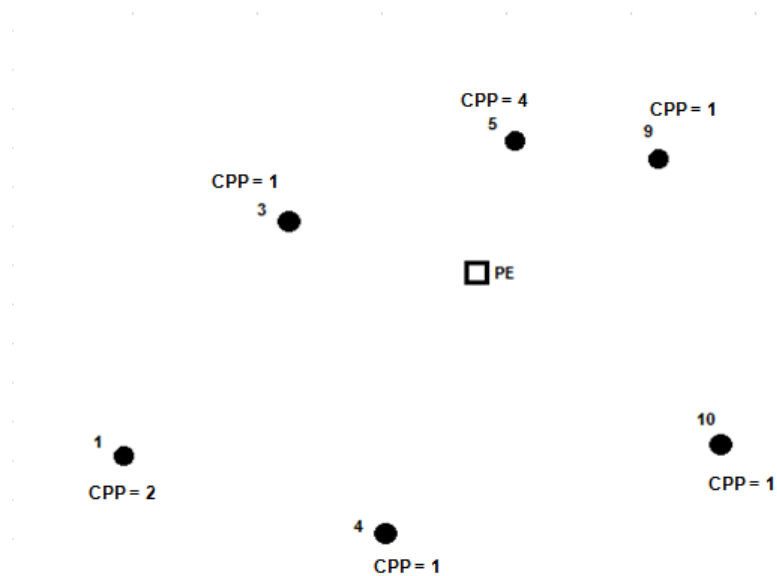
Proceder com Otimizacao\_intra-rota.

Proceder com Otimizacao\_inter-rota1.

Proceder com Otimizacao\_inter-rota2.

Proceder com Otimizacao\_intra-rota.

### Fim do Modelo 2



**Figura 4.5.** Configuração dos PPs no exemplo de 10 PDs após o Passo 2 da rotina Agrupar\_PP

Com os modelos definidos, o próximo capítulo traz os resultados da aplicação dos dados levantados no caso real estudado.

## 5. OBTENÇÃO DOS RESULTADOS

Os algoritmos dos modelos propostos foram implementados no software MatLab® 5.2. Para a visualização final dos pontos de demanda e das rotas obtidas, utilizou-se a tecnologia Google Mapas.

Os dados do caso real descritos na seção 3.5 deste trabalho são utilizados como dados de entrada nos modelos propostos. Complementarmente, deve-se ter um critério de restrição para a aplicação dos algoritmos: restrição de tempo de trajeto ou restrição de distância percorrida.

Realizou-se um primeiro ensaio com os dados dos funcionários do turno administrativo. Como dados de entrada necessitam-se dos endereços precisos de cada um dos 68 funcionários, além do endereço preciso da empresa, ponto final de cada rota a ser traçada. A partir disto, caso se utilize o tempo de trajeto como característica restritiva, deve-se obter deste conjunto de 69 pontos, o tempo estipulado para percorrer de um ponto a outro, sendo um total de  $69 \times 69 = 4.761$  valores. Todavia, caso a restrição seja baseada na distância máxima percorrida, necessita-se, da mesma forma, dos 4.761 valores de distância estimada entre cada dois pontos deste conjunto.

Os valores de tempo de trajeto e de distância real para o conjunto de dados do turno administrativo foram obtidos a partir do *Google Maps*. Observa-se do tempo estimado para percorrer as distâncias reais que, em média, a velocidade de deslocamento para a região estudada é de 40 km/h.

Um segundo valor de distância entre os pontos do conjunto de dados foi obtido através da distância euclidiana, onde se imagina cada par de pontos  $A$  e  $B$  num plano com coordenadas  $(a_x, a_y)$  e  $(b_x, b_y)$ . A distância euclidiana  $d(A, B)$  é calculada através de (1) a seguir.

$$d(A, B) = \sqrt{(a_x - b_x)^2 + (a_y - b_y)^2} \quad (1)$$

É sabido que a distância calculada desta forma não leva em consideração a curvatura do globo terrestre. Além disto, devido às divisões das cidades em quadras

e aos sentidos de circulação das ruas, que deve ser levado em consideração quando tratamos de rotas de veículos, e o resultado da distância euclidiana é sempre menor, na melhor das hipóteses igual, à distância real a ser percorrida.

Para o conjunto de dados do turno administrativo, obteve-se a relação média de que a distância euclidiana corresponde a 65% do valor da distância real a ser percorrida. A título de informação, o desvio padrão obtido neste quesito foi de 11%.

Para a aplicação dos modelos com restrição de tempo, estipulou-se o tempo máximo de trajeto em 90 minutos. Pela facilidade de obter os dados de distância euclidiana, transformou-se a restrição de tempo de 90 minutos em uma restrição de distância máxima da seguinte forma: com a velocidade de deslocamento de 40 km/h, pode-se percorrer em 90 minutos, ou em 1,5 horas, a distância de 60 quilômetros ( $1,5 \text{ h} \times 40 \text{ km/h} = 60 \text{ km}$ ); tendo estimado a relação de 65% entre distância euclidiana e a distância real, temos que os 60 quilômetros reais podem ser substituídos por 39 quilômetros de distância euclidiana ( $60 \text{ km} \times 65\% = 39 \text{ km}$ ).

O agrupamento em pontos de parada não necessita levar em consideração os sentidos de circulação das ruas, pois este trecho do trajeto é feito normalmente a pé, sendo considerado a própria distância euclidiana entre os pontos.

A seguir, aplicam-se, como exemplo, os dados do turno administrativo em duas frentes: restrição de tempo de trajeto e restrição de tempo (com distância euclidiana). Para os demais três turnos operacionais, aplica-se apenas a restrição de distância.

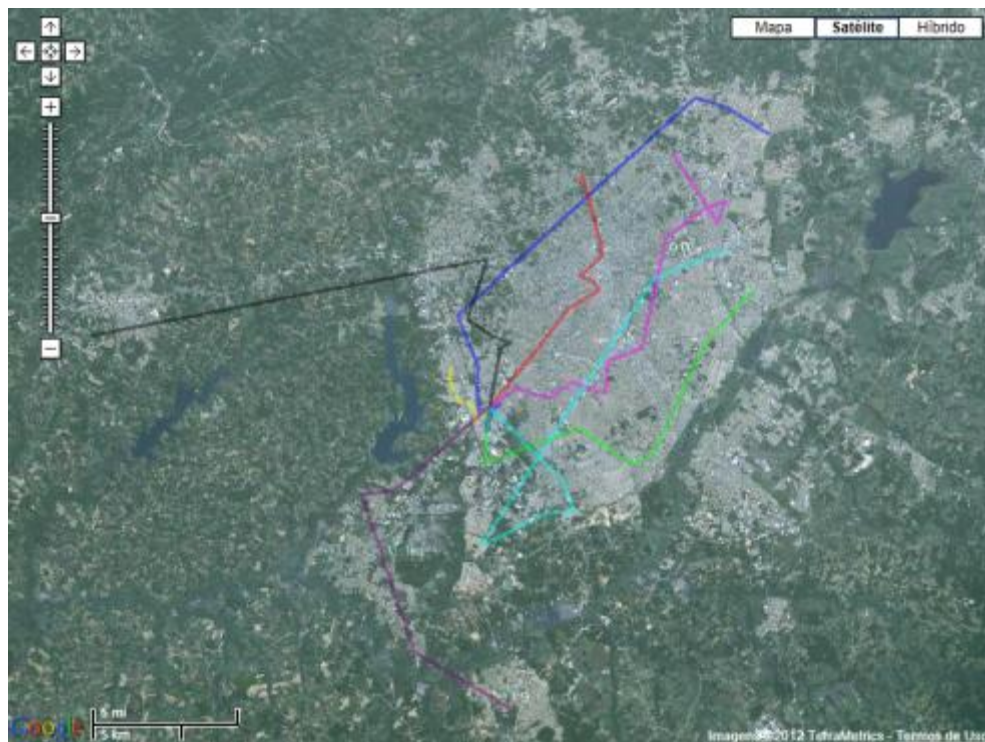
Como na aplicação acadêmica anterior, utilizam-se veículos com 44 lugares, sem restrição na quantidade de veículos a serem utilizados. Quando couber, toma-se como restrição de tempo sendo 90 minutos, a restrição de distância máxima de trajeto sendo 39 quilômetros e, para o agrupamento em pontos de parada, a distância máxima entre a residência e o PP sendo 0,7 quilômetros.

## 5.1. APLICAÇÃO DO MODELO 1

A aplicação do Modelo 1 sobre os dados do turno administrativo utilizando o tempo como restrição resultou na utilização de oito veículos, cujas rotas são detalhadas na Tabela 5.1 e mostradas na Figura 5.1.

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Tempo (min.)
1	20	20	20 ; 25 ; 5 ; 55 ; 1 ; 33 ; 37 ; 30 ; 4 ; 60 ; 42 ; 19 ; 31 ; 17 ; 59 ; 64 ; 13 ; 39 ; 56 ; 52	86,7
2	7	7	7 ; 23 ; 38 ; 68 ; 28 ; 8 ; 9	58
3	5	5	45 ; 44 ; 11 ; 18 ; 43	24
4	12	12	3 ; 57 ; 61 ; 35 ; 21 ; 41 ; 63 ; 16 ; 12 ; 65 ; 54 ; 6	90
5	6	6	58 ; 67 ; 50 ; 14 ; 24 ; 46	83
6	6	6	66 ; 49 ; 10 ; 40 ; 48 ; 2	61
7	6	6	29 ; 26 ; 15 ; 36 ; 47 ; 53	82
8	6	6	22 ; 62 ; 51 ; 34 ; 27 ; 32	79
Total	68	68	--	--

**Tabela 5.1.** Sequência de parada das rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 1, utilizando o tempo como característica restritiva

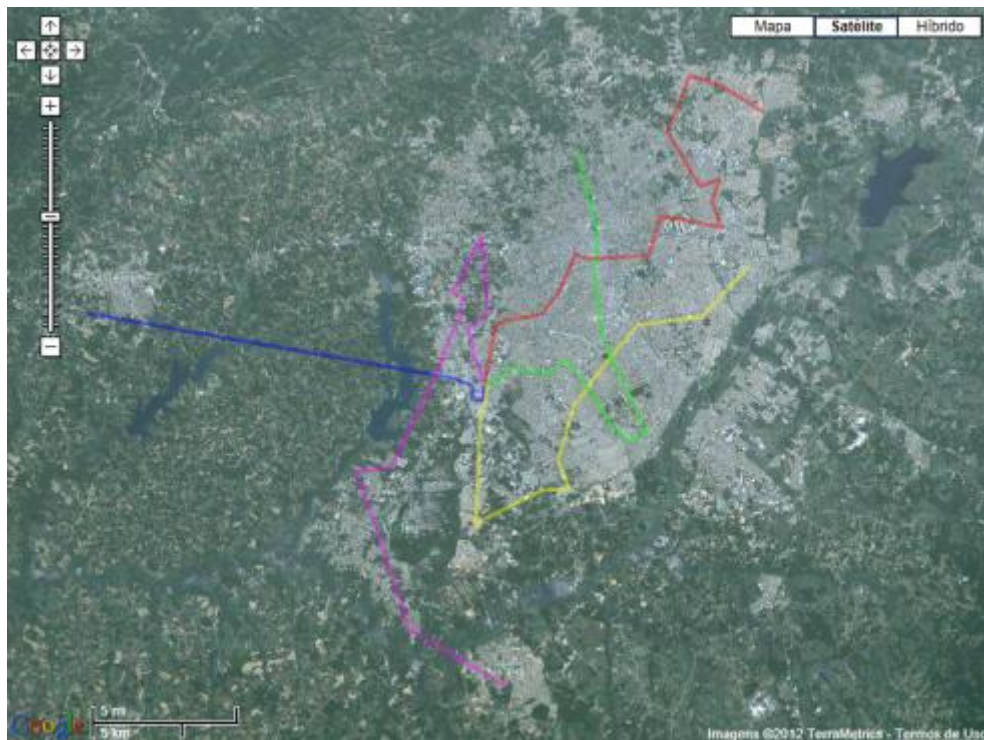


**Figura 5.1.** Rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 1, utilizando o tempo como característica restritiva

Os mesmos dados do turno administrativo são utilizados também com a característica restritiva de distância máxima percorrida. As rotas obtidas para os cinco veículos necessários estão descritas na Tabela 5.2 e mostradas na Figura 5.2.

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Distância (km)
1	7	7	66 ; 11 ; 18 ; 60 ; 43 ; 64 ; 13	24,1
2	17	17	20 ; 25 ; 55 ; 5 ; 3 ; 35 ; 61 ; 57 ; 29 ; 21 ; 26 ; 68 ; 38 ; 8 ; 9 ; 48 ; 2	33,5
3	15	15	58 ; 67 ; 41 ; 16 ; 24 ; 53 ; 47 ; 36 ; 15 ; 46 ; 52 ; 56 ; 39 ; 59 ; 17	29,8
4	16	16	62 ; 22 ; 51 ; 34 ; 27 ; 32 ; 44 ; 45 ; 33 ; 10 ; 1 ; 49 ; 40 ; 37 ; 30 ; 4	38,0
5	13	13	7 ; 23 ; 28 ; 63 ; 50 ; 14 ; 12 ; 65 ; 54 ; 6 ; 19 ; 31 ; 42	26,7
Total	68	68	--	152,0

**Tabela 5.2.** Sequência de parada das rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 1, utilizando a distância como característica restritiva

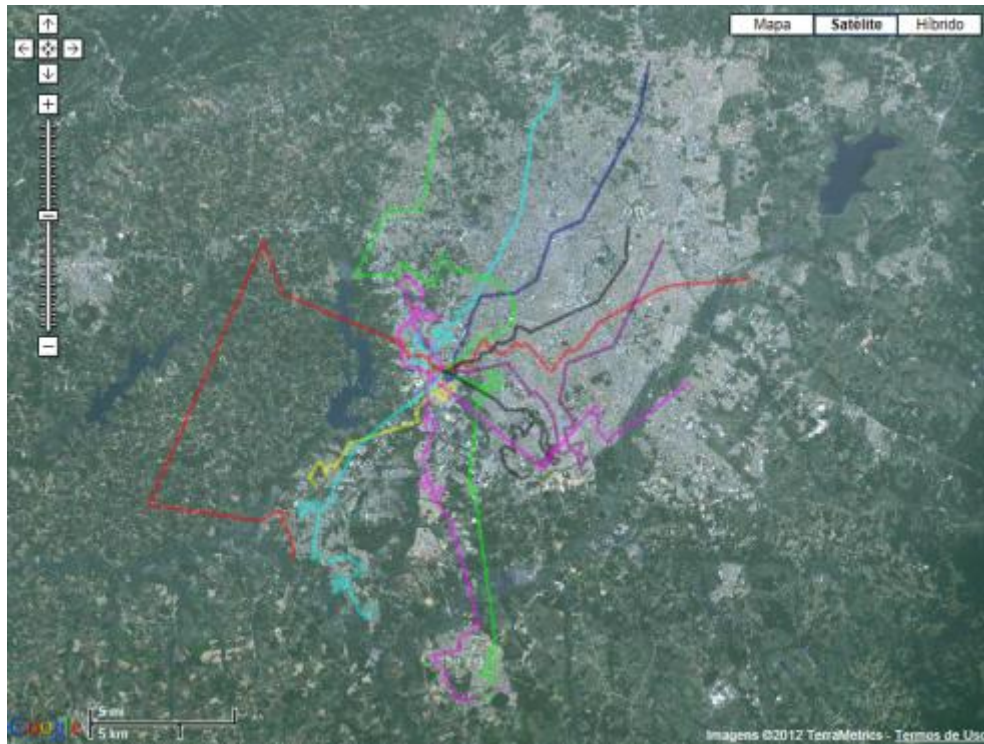


**Figura 5.2.** Rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 1, utilizando a distância como característica restritiva.

Para o primeiro turno, fazem-se necessários utilizar 13 veículos, que devem cumprir a sequência de pontos definidas na Tabela 5.3, perfazendo uma rota de 329,5 quilômetros no total. A Figura 5.3 ilustra a forma destas rotas.

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Distância (km)
1	27	27	10 ; 293 ; 176 ; 383 ; 18 ; 246 ; 442 ; 333 ; 296 ; 258 ; 8 ; 379 ; 183 ; 105 ; 63 ; 463 ; 205 ; 94 ; 378 ; 119 ; 222 ; 307 ; 452 ; 417 ; 265 ; 227 ; 188	22,4
2	29	29	334 ; 132 ; 330 ; 40 ; 172 ; 270 ; 43 ; 407 ; 416 ; 56 ; 39 ; 48 ; 367 ; 461 ; 45 ; 29 ; 259 ; 153 ; 170 ; 260 ; 354 ; 114 ; 236 ; 285 ; 382 ; 128 ; 86 ; 137 ; 226	22,8
3	40	40	287 ; 458 ; 318 ; 322 ; 438 ; 360 ; 319 ; 240 ; 303 ; 412 ; 339 ; 98 ; 275 ; 309 ; 162 ; 225 ; 99 ; 449 ; 157 ; 152 ; 146 ; 251 ; 347 ; 290 ; 366 ; 220 ; 182 ; 283 ; 141 ; 89 ; 112 ; 101 ; 387 ; 241 ; 193 ; 248 ; 409 ; 190 ; 272 ; 87	15,2
4	44	44	262 ; 17 ; 52 ; 60 ; 207 ; 175 ; 430 ; 68 ; 413 ; 380 ; 174 ; 266 ; 208 ; 401 ; 391 ; 118 ; 136 ; 203 ; 453 ; 66 ; 91 ; 294 ; 437 ; 332 ; 390 ; 173 ; 279 ; 403 ; 214 ; 369 ; 100 ; 429 ; 196 ; 432 ; 124 ; 295 ; 348 ; 255 ; 420 ; 342 ; 202 ; 217 ; 375 ; 299	27,0
5	44	44	55 ; 12 ; 261 ; 423 ; 271 ; 313 ; 211 ; 79 ; 424 ; 194 ; 59 ; 219 ; 169 ; 163 ; 286 ; 129 ; 396 ; 149 ; 349 ; 439 ; 436 ; 70 ; 97 ; 19 ; 408 ; 115 ; 76 ; 289 ; 164 ; 27 ; 47 ; 69 ; 274 ; 392 ; 181 ; 257 ; 389 ; 400 ; 28 ; 30 ; 171 ; 253 ; 209 ; 216	26,0
6	44	44	422 ; 291 ; 96 ; 346 ; 78 ; 50 ; 273 ; 179 ; 23 ; 441 ; 356 ; 32 ; 113 ; 110 ; 224 ; 26 ; 184 ; 344 ; 249 ; 457 ; 7 ; 353 ; 191 ; 187 ; 398 ; 148 ; 143 ; 252 ; 165 ; 454 ; 104 ; 456 ; 399 ; 145 ; 377 ; 67 ; 107 ; 235 ; 284 ; 38 ; 447 ; 185 ; 49 ; 159	19,1
7	38	38	376 ; 108 ; 263 ; 434 ; 335 ; 75 ; 161 ; 9 ; 126 ; 395 ; 414 ; 154 ; 364 ; 139 ; 292 ; 71 ; 298 ; 388 ; 455 ; 435 ; 464 ; 4 ; 368 ; 13 ; 25 ; 428 ; 336 ; 186 ; 85 ; 116 ; 37 ; 135 ; 404 ; 234 ; 443 ; 244 ; 233 ; 357	24,1
8	44	44	72 ; 320 ; 365 ; 381 ; 411 ; 264 ; 11 ; 195 ; 229 ; 300 ; 200 ; 269 ; 355 ; 6 ; 427 ; 80 ; 130 ; 393 ; 238 ; 426 ; 58 ; 42 ; 144 ; 14 ; 160 ; 33 ; 61 ; 22 ; 445 ; 192 ; 92 ; 431 ; 46 ; 65 ; 421 ; 351 ; 77 ; 21 ; 16 ; 304 ; 31 ; 308 ; 189 ; 465	30,3
9	44	44	397 ; 88 ; 350 ; 102 ; 82 ; 267 ; 218 ; 134 ; 231 ; 109 ; 237 ; 232 ; 250 ; 36 ; 446 ; 305 ; 317 ; 125 ; 243 ; 84 ; 418 ; 337 ; 245 ; 138 ; 462 ; 1 ; 41 ; 197 ; 131 ; 327 ; 297 ; 106 ; 20 ; 343 ; 288 ; 239 ; 373 ; 459 ; 223 ; 212 ; 384 ; 3 ; 440 ; 374	35,0
10	29	29	268 ; 206 ; 81 ; 448 ; 62 ; 425 ; 103 ; 120 ; 215 ; 5 ; 302 ; 402 ; 406 ; 213 ; 2 ; 325 ; 280 ; 64 ; 57 ; 210 ; 123 ; 34 ; 24 ; 256 ; 151 ; 177 ; 15 ; 83 ; 338	28,2
11	43	43	281 ; 460 ; 321 ; 310 ; 147 ; 358 ; 331 ; 386 ; 315 ; 433 ; 362 ; 352 ; 323 ; 415 ; 341 ; 345 ; 312 ; 444 ; 133 ; 198 ; 361 ; 230 ; 180 ; 121 ; 204 ; 254 ; 122 ; 410 ; 324 ; 316 ; 371 ; 340 ; 247 ; 326 ; 93 ; 111 ; 90 ; 370 ; 168 ; 394 ; 363 ; 311 ; 306	26,1
12	20	20	301 ; 372 ; 127 ; 166 ; 167 ; 329 ; 419 ; 405 ; 142 ; 359 ; 158 ; 117 ; 228 ; 44 ; 54 ; 150 ; 156 ; 221 ; 95 ; 276	38,9
13	19	19	328 ; 199 ; 314 ; 201 ; 242 ; 277 ; 385 ; 74 ; 450 ; 73 ; 282 ; 51 ; 178 ; 140 ; 278 ; 53 ; 155 ; 35 ; 451	14,4
Total	465	465	--	329,5

**Tabela 5.3.** Sequência de parada das rotas obtidas para o primeiro turno com o Modelo 1



**Figura 5.3.** Rotas obtidas para o primeiro turno com o Modelo 1

A aplicação do Modelo 1 com os dados do segundo turno resultou no uso de 15 veículos, com as rotas descritas na Tabela 5.4. A Figura 5.4 mostra o traçado destas rotas que, juntas, percorrem 433,1 quilômetros.

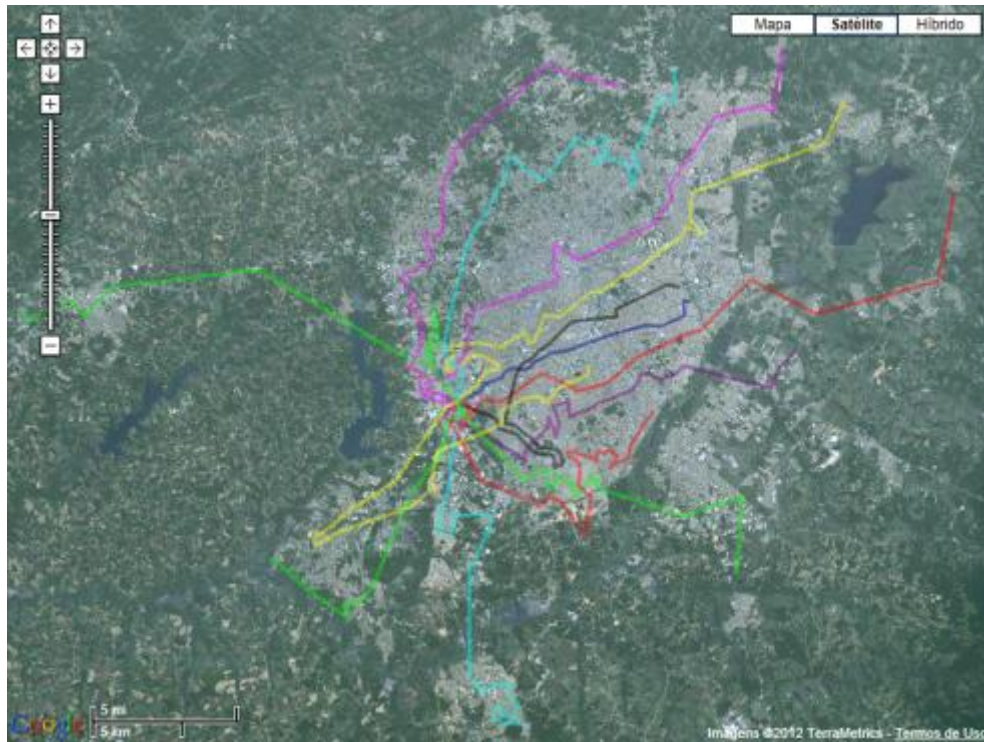
Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Distância (km)
1	25	25	391 ; 351 ; 152 ; 340 ; 269 ; 180 ; 262 ; 494 ; 41 ; 384 ; 32 ; 214 ; 282 ; 45 ; 496 ; 244 ; 129 ; 105 ; 317 ; 219 ; 484 ; 366 ; 400 ; 110 ; 220	15,1
2	37	37	1 ; 326 ; 11 ; 115 ; 280 ; 179 ; 486 ; 361 ; 27 ; 9 ; 137 ; 55 ; 263 ; 213 ; 154 ; 181 ; 337 ; 73 ; 402 ; 451 ; 99 ; 498 ; 147 ; 274 ; 118 ; 124 ; 321 ; 499 ; 354 ; 264 ; 364 ; 222 ; 419 ; 305 ; 113 ; 33 ; 204	37,6
3	41	41	272 ; 505 ; 388 ; 470 ; 231 ; 404 ; 352 ; 355 ; 235 ; 98 ; 266 ; 284 ; 254 ; 367 ; 390 ; 338 ; 406 ; 428 ; 490 ; 403 ; 100 ; 206 ; 396 ; 49 ; 267 ; 215 ; 66 ; 83 ; 268 ; 383 ; 191 ; 62 ; 148 ; 296 ; 421 ; 458 ; 171 ; 132 ; 446 ; 23 ; 440	37,7
4	32	32	39 ; 46 ; 330 ; 526 ; 483 ; 22 ; 427 ; 241 ; 507 ; 382 ; 34 ; 316 ; 3 ; 250 ; 70 ; 166 ; 194 ; 47 ; 393 ; 92 ; 60 ; 516 ; 460 ; 514 ; 512 ; 158 ; 186 ; 238 ; 140 ; 385 ; 130 ; 87	35,0
5	35	35	329 ; 495 ; 151 ; 497 ; 142 ; 143 ; 441 ; 74 ; 260 ; 169 ; 111 ; 240 ; 112 ; 71 ; 19 ; 43 ; 478 ; 442 ; 227 ; 149 ; 80 ; 12 ; 517 ; 229 ; 416 ; 333 ; 63 ; 426 ; 216 ; 91 ; 261 ; 79 ; 65 ; 456 ; 85	35,0

(Continua...)

6	43	43	36 ; 467 ; 418 ; 257 ; 504 ; 415 ; 336 ; 477 ; 322 ; 116 ; 81 ; 237 ; 434 ; 409 ; 297 ; 436 ; 94 ; 226 ; 82 ; 139 ; 256 ; 501 ; 425 ; 420 ; 306 ; 197 ; 283 ; 138 ; 473 ; 26 ; 523 ; 445 ; 258 ; 459 ; 312 ; 6 ; 187 ; 439 ; 195 ; 373 ; 360 ; 156 ; 277	25,3
7	31	31	248 ; 358 ; 279 ; 76 ; 387 ; 145 ; 89 ; 236 ; 255 ; 291 ; 67 ; 407 ; 386 ; 482 ; 408 ; 448 ; 395 ; 438 ; 270 ; 372 ; 405 ; 95 ; 429 ; 413 ; 101 ; 189 ; 136 ; 175 ; 294 ; 299 ; 38	33,2
8	37	37	447 ; 524 ; 190 ; 14 ; 471 ; 319 ; 13 ; 161 ; 353 ; 307 ; 42 ; 292 ; 444 ; 327 ; 493 ; 472 ; 10 ; 108 ; 252 ; 230 ; 506 ; 163 ; 525 ; 239 ; 328 ; 114 ; 433 ; 410 ; 203 ; 371 ; 339 ; 57 ; 44 ; 455 ; 485 ; 509 ; 198	28,2
9	37	37	424 ; 487 ; 253 ; 303 ; 412 ; 359 ; 184 ; 168 ; 4 ; 466 ; 52 ; 454 ; 375 ; 29 ; 178 ; 265 ; 64 ; 2 ; 50 ; 500 ; 423 ; 16 ; 48 ; 365 ; 475 ; 349 ; 123 ; 192 ; 167 ; 389 ; 513 ; 520 ; 232 ; 511 ; 378 ; 18 ; 157	29,3
10	35	35	287 ; 437 ; 519 ; 102 ; 308 ; 313 ; 374 ; 397 ; 521 ; 122 ; 223 ; 31 ; 242 ; 146 ; 21 ; 465 ; 35 ; 464 ; 251 ; 177 ; 233 ; 20 ; 380 ; 276 ; 17 ; 107 ; 298 ; 202 ; 176 ; 196 ; 172 ; 368 ; 201 ; 411 ; 160	25,9
11	44	44	8 ; 503 ; 135 ; 59 ; 518 ; 25 ; 290 ; 117 ; 314 ; 53 ; 125 ; 97 ; 199 ; 362 ; 106 ; 249 ; 212 ; 450 ; 462 ; 68 ; 96 ; 342 ; 205 ; 5 ; 363 ; 51 ; 430 ; 522 ; 126 ; 93 ; 370 ; 103 ; 90 ; 159 ; 443 ; 183 ; 78 ; 468 ; 182 ; 170 ; 104 ; 141 ; 24 ; 133	27,9
12	31	31	289 ; 131 ; 489 ; 401 ; 492 ; 164 ; 453 ; 300 ; 271 ; 209 ; 414 ; 121 ; 61 ; 185 ; 109 ; 15 ; 469 ; 40 ; 72 ; 207 ; 480 ; 134 ; 208 ; 334 ; 502 ; 417 ; 247 ; 341 ; 120 ; 30 ; 225	25,2
13	35	35	119 ; 476 ; 457 ; 56 ; 348 ; 281 ; 288 ; 392 ; 394 ; 508 ; 346 ; 510 ; 69 ; 350 ; 286 ; 245 ; 356 ; 357 ; 293 ; 323 ; 335 ; 474 ; 320 ; 217 ; 381 ; 228 ; 301 ; 343 ; 344 ; 221 ; 234 ; 144 ; 432 ; 304 ; 88	27,2
14	37	37	449 ; 479 ; 58 ; 452 ; 7 ; 75 ; 488 ; 37 ; 174 ; 128 ; 369 ; 331 ; 127 ; 278 ; 273 ; 491 ; 77 ; 173 ; 275 ; 150 ; 224 ; 211 ; 311 ; 376 ; 318 ; 399 ; 246 ; 243 ; 398 ; 422 ; 435 ; 54 ; 379 ; 153 ; 285 ; 302 ; 200	31,2
15	26	26	295 ; 515 ; 345 ; 461 ; 431 ; 310 ; 325 ; 193 ; 309 ; 324 ; 377 ; 155 ; 165 ; 210 ; 332 ; 259 ; 162 ; 218 ; 481 ; 84 ; 86 ; 347 ; 188 ; 315 ; 28 ; 463	19,3
Total	526	526	--	433,1

**Tabela 5.4.** Sequência de parada das rotas obtidas para o segundo turno com o Modelo 1

Por fim, são necessários 12 veículos para cumprirem a rotina estabelecida na Tabela 5.5. As rotas definidas pelo Modelo 1 são mostradas na Figura 5.5 e perfazem um total de 372 quilômetros de trajeto.



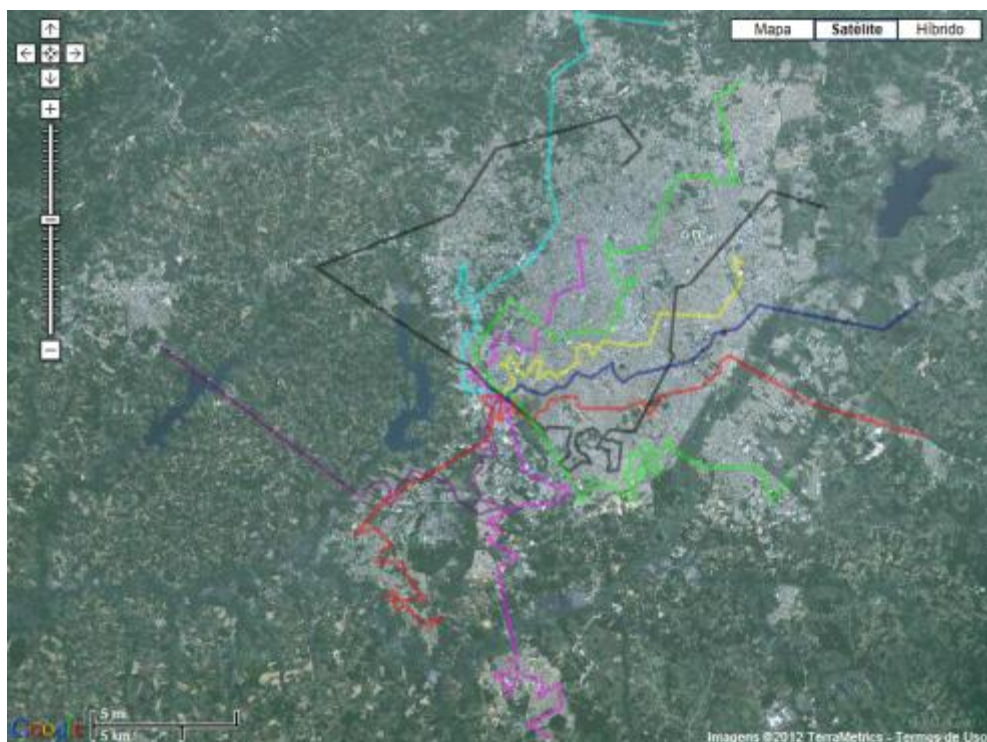
**Figura 5.4.** Rotas obtidas para o segundo turno com o Modelo 1

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Distância (km)
1	37	37	439 ; 348 ; 22 ; 262 ; 253 ; 143 ; 54 ; 78 ; 183 ; 79 ; 34 ; 178 ; 395 ; 445 ; 114 ; 77 ; 338 ; 398 ; 118 ; 21 ; 164 ; 64 ; 145 ; 75 ; 26 ; 100 ; 15 ; 82 ; 111 ; 56 ; 58 ; 349 ; 138 ; 198 ; 31 ; 434 ; 318	27,7
2	44	44	405 ; 295 ; 432 ; 286 ; 14 ; 268 ; 456 ; 252 ; 234 ; 455 ; 209 ; 188 ; 293 ; 235 ; 279 ; 186 ; 40 ; 42 ; 307 ; 225 ; 74 ; 256 ; 69 ; 390 ; 59 ; 284 ; 60 ; 124 ; 63 ; 81 ; 364 ; 347 ; 232 ; 122 ; 213 ; 281 ; 105 ; 44 ; 98 ; 67 ; 382 ; 298 ; 265 ; 48	30,7
3	41	41	20 ; 340 ; 180 ; 359 ; 418 ; 55 ; 342 ; 429 ; 176 ; 297 ; 179 ; 108 ; 413 ; 204 ; 278 ; 365 ; 247 ; 148 ; 302 ; 197 ; 153 ; 326 ; 221 ; 288 ; 274 ; 157 ; 202 ; 423 ; 182 ; 358 ; 140 ; 191 ; 218 ; 322 ; 329 ; 51 ; 96 ; 435 ; 18 ; 280 ; 104	24,4
4	24	24	442 ; 451 ; 271 ; 242 ; 289 ; 123 ; 131 ; 159 ; 332 ; 36 ; 137 ; 399 ; 327 ; 389 ; 142 ; 333 ; 184 ; 149 ; 386 ; 155 ; 101 ; 317 ; 17 ; 133	15,9
5	31	31	237 ; 258 ; 431 ; 71 ; 408 ; 403 ; 220 ; 331 ; 102 ; 427 ; 309 ; 357 ; 27 ; 66 ; 246 ; 283 ; 61 ; 337 ; 264 ; 177 ; 245 ; 393 ; 70 ; 360 ; 375 ; 273 ; 144 ; 194 ; 424 ; 9 ; 402	35,3
6	44	44	316 ; 132 ; 195 ; 380 ; 147 ; 169 ; 350 ; 200 ; 363 ; 300 ; 226 ; 12 ; 53 ; 84 ; 156 ; 152 ; 438 ; 161 ; 11 ; 254 ; 384 ; 163 ; 46 ; 250 ; 362 ; 95 ; 352 ; 420 ; 301 ; 440 ; 201 ; 219 ; 83 ; 29 ; 411 ; 166 ; 417 ; 305 ; 187 ; 366 ; 400 ; 112 ; 216 ; 24	38,4

(Continua...)

7	44	44	325 ; 228 ; 263 ; 130 ; 339 ; 6 ; 30 ; 125 ; 28 ; 401 ; 120 ; 291 ; 106 ; 41 ; 32 ; 25 ; 334 ; 207 ; 356 ; 259 ; 341 ; 267 ; 447 ; 196 ; 4 ; 261 ; 351 ; 39 ; 397 ; 107 ; 136 ; 446 ; 154 ; 174 ; 93 ; 89 ; 189 ; 229 ; 193 ; 214 ; 65 ; 450 ; 428 ; 361	36,5
8	44	44	323 ; 97 ; 139 ; 425 ; 244 ; 319 ; 315 ; 266 ; 223 ; 409 ; 230 ; 433 ; 272 ; 443 ; 165 ; 324 ; 129 ; 212 ; 224 ; 217 ; 80 ; 346 ; 38 ; 50 ; 206 ; 43 ; 190 ; 91 ; 185 ; 128 ; 310 ; 436 ; 127 ; 344 ; 99 ; 57 ; 62 ; 437 ; 328 ; 270 ; 92 ; 394 ; 308 ; 444	34,7
9	44	44	303 ; 276 ; 275 ; 292 ; 7 ; 378 ; 299 ; 13 ; 68 ; 113 ; 426 ; 172 ; 388 ; 73 ; 47 ; 421 ; 52 ; 151 ; 441 ; 243 ; 391 ; 1 ; 121 ; 49 ; 452 ; 173 ; 158 ; 371 ; 94 ; 160 ; 72 ; 162 ; 87 ; 215 ; 10 ; 422 ; 8 ; 227 ; 239 ; 2 ; 115 ; 367 ; 167 ; 241	34,9
10	44	44	415 ; 285 ; 396 ; 374 ; 116 ; 287 ; 330 ; 410 ; 294 ; 335 ; 387 ; 430 ; 414 ; 377 ; 86 ; 406 ; 146 ; 205 ; 5 ; 109 ; 321 ; 381 ; 404 ; 110 ; 238 ; 257 ; 251 ; 407 ; 19 ; 141 ; 175 ; 355 ; 306 ; 296 ; 282 ; 255 ; 45 ; 170 ; 135 ; 16 ; 181 ; 33 ; 134 ; 419	30,6
11	15	15	76 ; 304 ; 277 ; 448 ; 35 ; 385 ; 336 ; 379 ; 23 ; 249 ; 208 ; 353 ; 103 ; 203 ; 88	35,1
12	44	44	37 ; 345 ; 373 ; 126 ; 320 ; 269 ; 372 ; 368 ; 312 ; 222 ; 290 ; 412 ; 453 ; 248 ; 354 ; 383 ; 454 ; 370 ; 314 ; 311 ; 392 ; 90 ; 343 ; 168 ; 240 ; 449 ; 150 ; 416 ; 369 ; 192 ; 313 ; 210 ; 231 ; 211 ; 3 ; 376 ; 119 ; 236 ; 199 ; 233 ; 85 ; 171 ; 260 ; 117	27,7
Total	456	456	--	372,0

**Tabela 5.5.** Sequência de parada das rotas obtidas para o terceiro turno com o Modelo 1



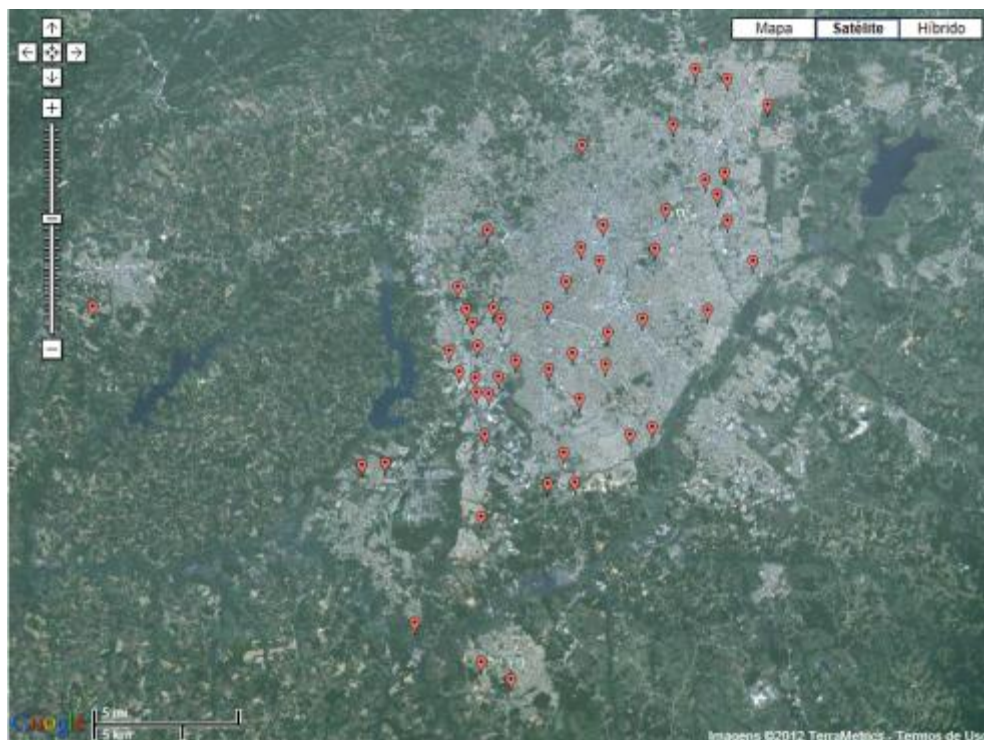
**Figura 5.5.** Rotas obtidas para o terceiro turno com o Modelo 1

## 5.2. APLICAÇÃO DO MODELO 2

No Modelo 2 utiliza-se a distância euclidiana para a formação dos *clusters*, independente da característica restritiva. Por isto, para os dados do turno administrativo, obteve-se 51 pontos de paradas para ambas as abordagens restritivas, estando representada na Tabela 5.6 a quantidade de funcionários destinados a cada PP. A Figura 5.6 a seguir representa no mapa a localização dos PPs.

Quantidade de funcionários no PP	Número de PP
1	40
2	9
5	2
Total de PP	51

**Tabela 5.6.** Quantidade de PPs definidos após agrupamento e quantidade de funcionários designados por PP para o turno administrativo

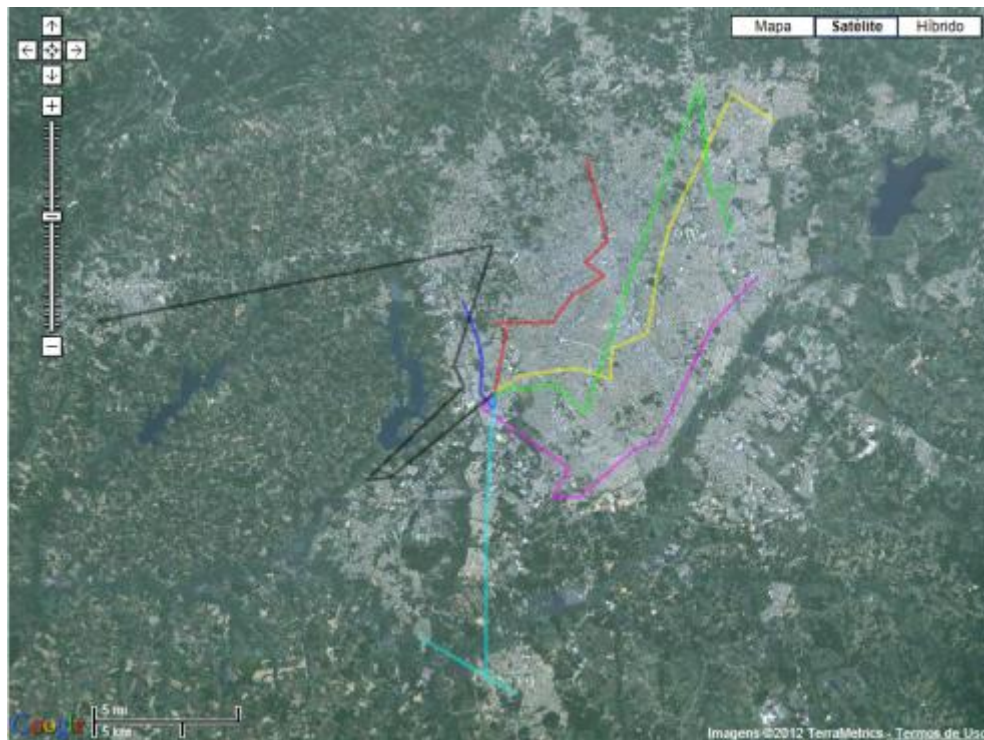


**Figura 5.6.** Localização dos pontos de parada para o turno administrativo após agrupamento

Ao fim do processamento do Modelo 2 para o turno administrativo com restrição de tempo, obtiveram-se as rotas descritas na Tabela 5.7 a seguir, cujos traçados podem ser visualizados na Figura 5.7.

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Tempo (min.)
1	6	13	1 ; 33 ; 37 ; 4 ; 18 ; 13	27
2	8	10	7 ; 23 ; 38 ; 28 ; 8 ; 9 ; 40 ; 2	65
3	9	10	20 ; 25 ; 21 ; 26 ; 41 ; 63 ; 16 ; 12 ; 6	84
4	8	8	58 ; 67 ; 50 ; 14 ; 47 ; 36 ; 53 ; 43	81
5	9	14	29 ; 57 ; 61 ; 35 ; 5 ; 3 ; 24 ; 65 ; 31	89
6	6	8	66 ; 49 ; 44 ; 11 ; 34 ; 27	84
7	5	5	51 ; 62 ; 22 ; 15 ; 46	88
Total	51	68	--	--

**Tabela 5.7.** Sequência de parada das rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 2, utilizando o tempo como característica restritiva

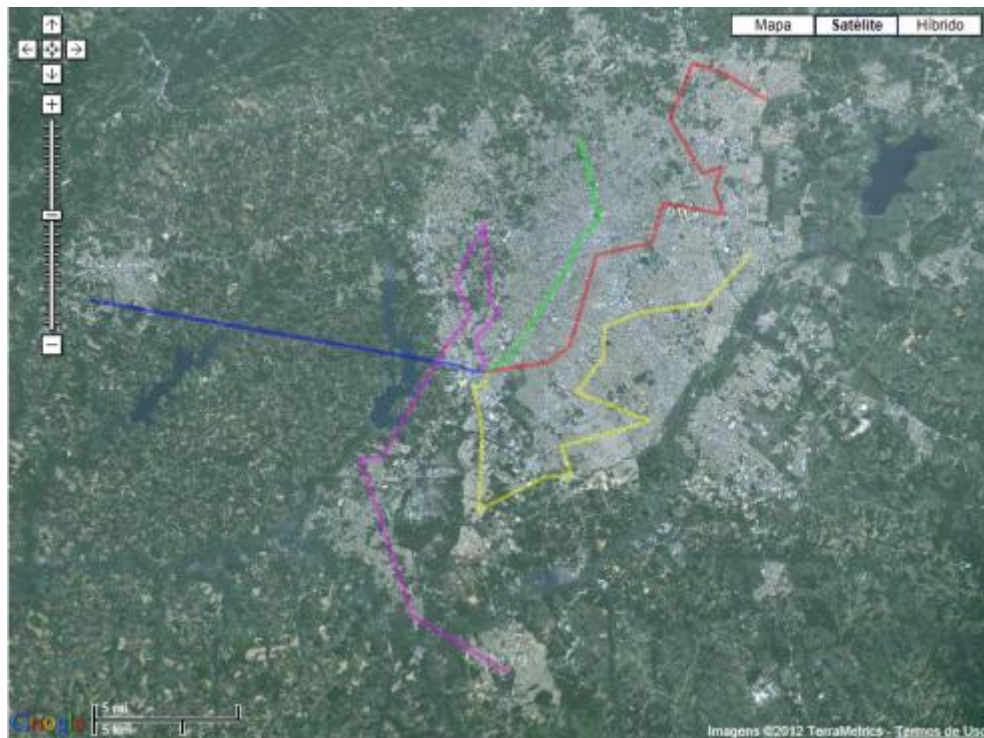


**Figura 5.7.** Rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 2, utilizando o tempo como característica restritiva

Quando utilizada a distância como característica restritiva, necessita-se de cinco veículos para efetuar a roteirização descrita na Tabela 5.8. As rotas, que juntas perfazem a distância total de 145,2 quilômetros, estão representadas na Figura 5.8.

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Distância (km)
1	3	4	66 ; 11 ; 18	22,5
2	14	20	20 ; 25 ; 5 ; 3 ; 35 ; 61 ; 57 ; 29 ; 21 ; 26 ; 28 ; 12 ; 65 ; 31	32,9
3	15	19	58 ; 67 ; 41 ; 63 ; 16 ; 24 ; 50 ; 14 ; 53 ; 47 ; 36 ; 15 ; 46 ; 43 ; 13	37,5
4	13	18	62 ; 22 ; 51 ; 34 ; 27 ; 44 ; 37 ; 33 ; 1 ; 49 ; 40 ; 2 ; 4	37,9
5	6	7	7 ; 23 ; 38 ; 8 ; 9 ; 6	14,3
Total	51	68	--	145,2

**Tabela 5.8.** Sequência de parada das rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 2, utilizando a distância como característica restritiva

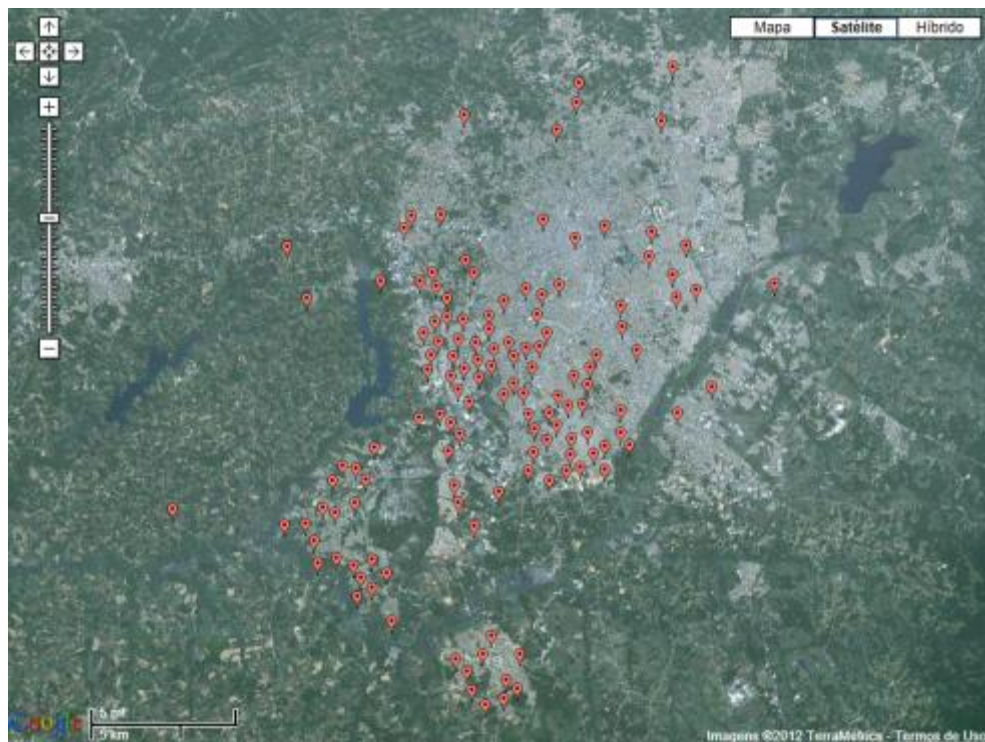


**Figura 5.8.** Rotas obtidas para o turno administrativo com o Modelo 2, utilizando a distância como característica restritiva.

Para o primeiro turno operacional são necessários 133 pontos de paradas para coletar os 465 funcionários, como mostra a Tabela 5.9. A Figura 5.9 mostra a localização destes pontos. Como resultado desta roteirização, um total de 246,3 quilômetros é percorrido ao executar as sequências de paradas descritas na Tabela 5.10. Pode-se ver o traçado das 11 rotas obtidas na Figura 5.10.

Quantidade de funcionários no PP	Número de PP
1	54
2	16
3	16
4	16
5	5
6	5
7	2
8	5
9	8
11	1
12	1
14	1
15	1
17	2
<b>Total de PP</b>	<b>133</b>

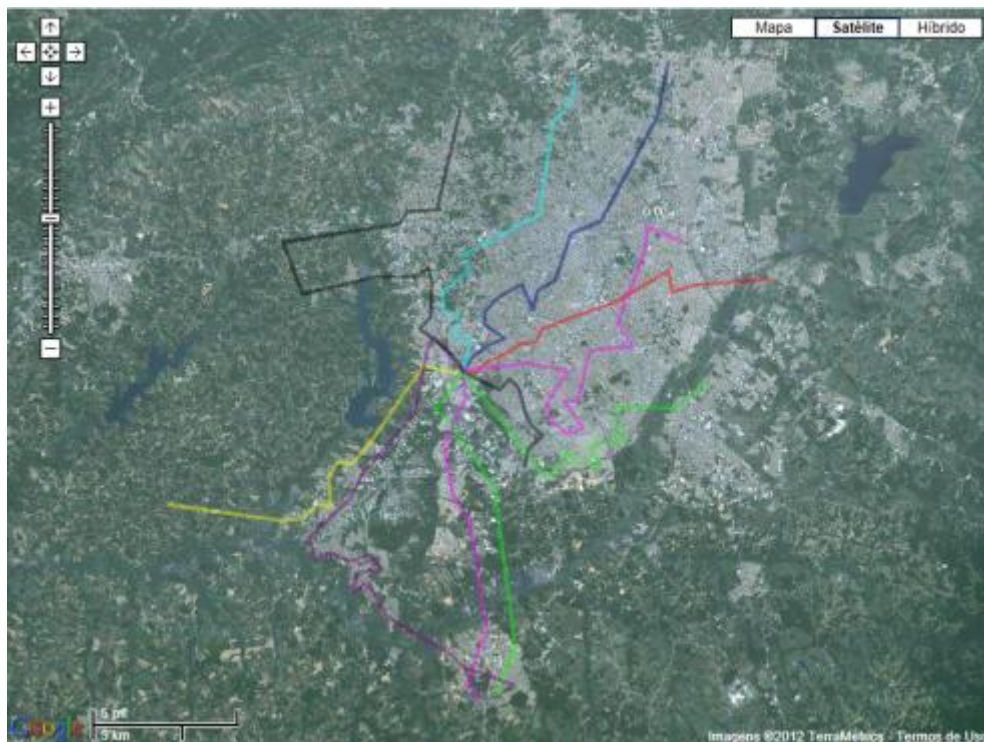
**Tabela 5.9.** Quantidade de PPs definidos após agrupamento e quantidade de funcionários designados por PP para o primeiro turno



**Figura 5.9.** Localização dos pontos de parada para o primeiro turno após agrupamento

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Distância (km)
1	14	43	10 ; 293 ; 176 ; 383 ; 18 ; 246 ; 123 ; 57 ; 296 ; 75 ; 63 ; 153 ; 177 ; 94	24,2
2	11	44	334 ; 132 ; 40 ; 320 ; 201 ; 277 ; 48 ; 73 ; 51 ; 278 ; 119	19,6
3	11	43	419 ; 329 ; 127 ; 324 ; 180 ; 318 ; 322 ; 240 ; 339 ; 232 ; 137	21,4
4	9	43	17 ; 52 ; 68 ; 380 ; 266 ; 208 ; 332 ; 100 ; 251	17,9
5	8	44	12 ; 211 ; 163 ; 129 ; 429 ; 295 ; 309 ; 87	18,2
6	8	40	78 ; 179 ; 110 ; 32 ; 185 ; 47 ; 28 ; 76	8,4
7	11	34	376 ; 108 ; 263 ; 434 ; 280 ; 64 ; 131 ; 20 ; 239 ; 13 ; 139	20,4
8	18	44	423 ; 60 ; 207 ; 310 ; 331 ; 386 ; 315 ; 415 ; 341 ; 345 ; 198 ; 301 ; 372 ; 93 ; 168 ; 363 ; 117 ; 135	33,6
9	17	42	72 ; 328 ; 199 ; 172 ; 365 ; 43 ; 381 ; 264 ; 11 ; 421 ; 200 ; 145 ; 224 ; 38 ; 77 ; 416 ; 31	27,2
10	12	44	397 ; 88 ; 82 ; 102 ; 350 ; 427 ; 144 ; 238 ; 148 ; 104 ; 445 ; 291	21,7
11	14	44	268 ; 81 ; 62 ; 425 ; 405 ; 142 ; 120 ; 302 ; 213 ; 1 ; 125 ; 305 ; 336 ; 374	30,9
Total	133	465	--	243,6

**Tabela 5.10.** Sequência de parada das rotas obtidas para o primeiro turno com o Modelo 2

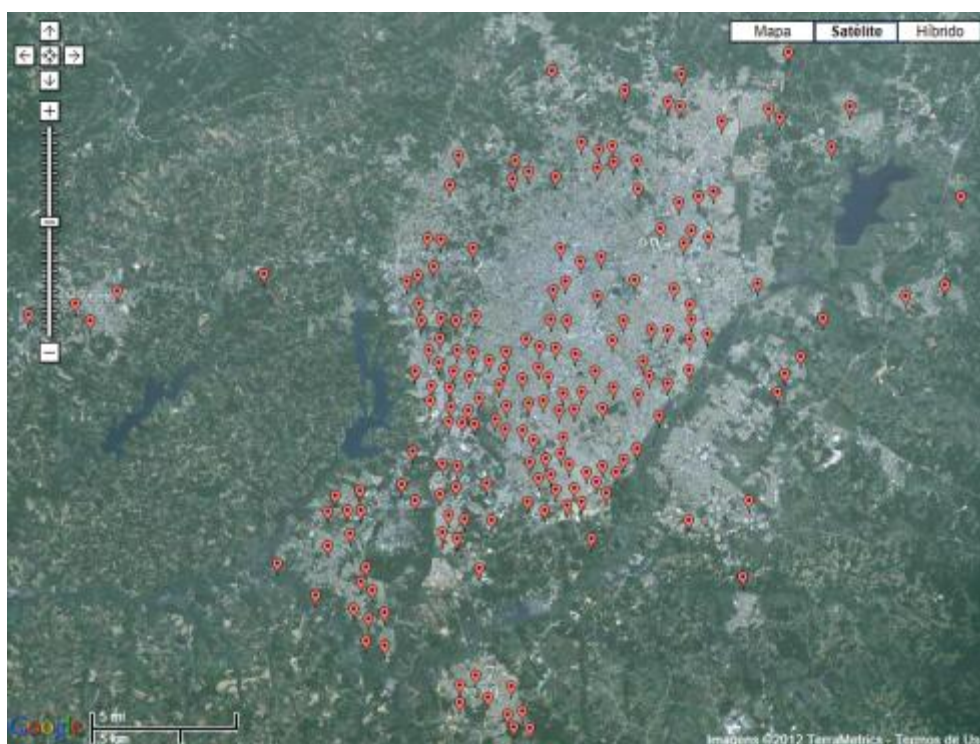


**Figura 5.10.** Rotas obtidas para o primeiro turno com o Modelo 2

A Tabela 5.11 mostra a quantidade de funcionários definidos para os 185 necessários ao coletar os 526 funcionários do segundo turno. A localização dos pontos está representada na Figura 5.11.

Quantidade de funcionários no PP	Número de PP
1	81
2	44
3	13
4	17
5	5
6	10
7	3
8	2
9	1
10	2
11	2
12	1
13	1
15	2
22	1
<b>Total de PP</b>	<b>185</b>

**Tabela 5.11.** Quantidade de PPs definidos após agrupamento e quantidade de funcionários designados por PP para o segundo turno



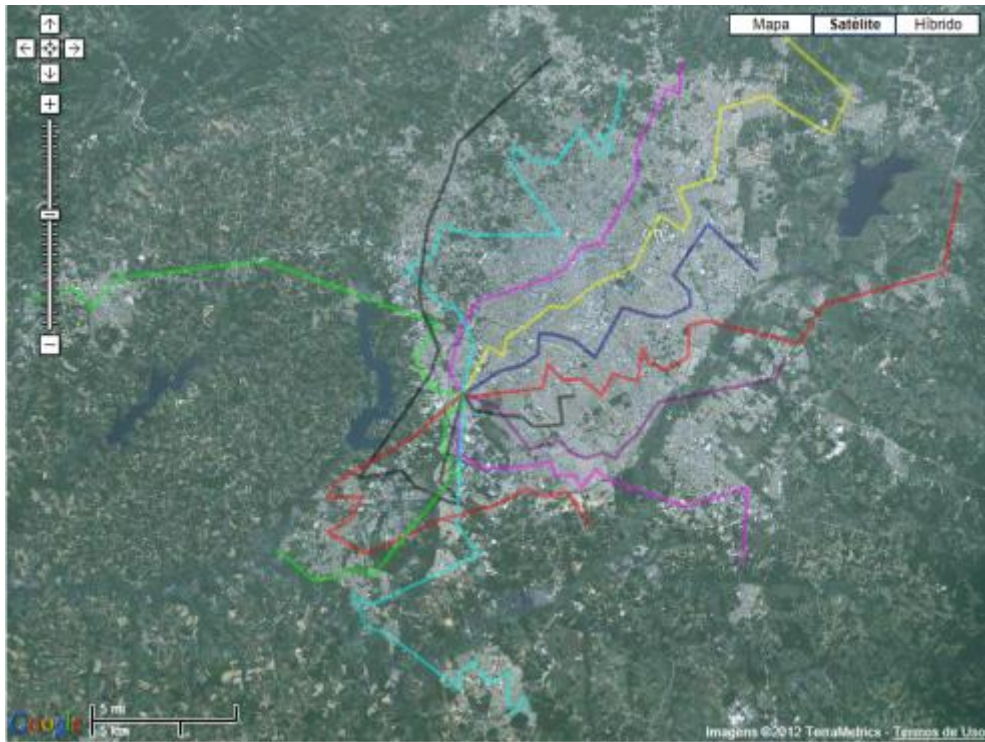
**Figura 5.11.** Localização dos pontos de parada para o segundo turno após agrupamento

As 13 rotas definidas ao fim do processamento perfazem um total de 366,4 quilômetros (Tabela 5.12) podem ser visualizadas na Figura 5.12.

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Distância (km)
1	17	44	280 ; 404 ; 467 ; 351 ; 152 ; 340 ; 269 ; 257 ; 180 ; 449 ; 262 ; 415 ; 406 ; 41 ; 116 ; 244 ; 219	24,9
2	21	44	1 ; 326 ; 11 ; 115 ; 447 ; 179 ; 486 ; 14 ; 319 ; 13 ; 361 ; 161 ; 27 ; 307 ; 55 ; 58 ; 154 ; 7 ; 75 ; 73 ; 156	38,4
3	20	31	39 ; 272 ; 505 ; 46 ; 330 ; 526 ; 388 ; 470 ; 22 ; 352 ; 235 ; 427 ; 98 ; 254 ; 367 ; 390 ; 403 ; 100 ; 132 ; 458	38,4
4	13	44	248 ; 358 ; 76 ; 145 ; 236 ; 241 ; 382 ; 3 ; 70 ; 166 ; 49 ; 268 ; 85	24,1
5	10	38	329 ; 151 ; 142 ; 143 ; 441 ; 227 ; 43 ; 167 ; 186 ; 157	30,4
6	7	35	327 ; 108 ; 163 ; 297 ; 409 ; 128 ; 99	8,3
7	20	35	424 ; 386 ; 408 ; 291 ; 67 ; 448 ; 395 ; 372 ; 95 ; 429 ; 34 ; 413 ; 4 ; 375 ; 29 ; 178 ; 80 ; 101 ; 393 ; 38	35,4
8	13	39	524 ; 190 ; 289 ; 131 ; 164 ; 492 ; 209 ; 15 ; 306 ; 82 ; 445 ; 339 ; 195	21,5
9	12	40	287 ; 437 ; 519 ; 102 ; 122 ; 21 ; 251 ; 17 ; 202 ; 196 ; 341 ; 24	25,2
10	14	44	253 ; 303 ; 359 ; 52 ; 2 ; 16 ; 91 ; 512 ; 144 ; 302 ; 155 ; 170 ; 126 ; 77	38,4
11	16	44	8 ; 97 ; 503 ; 117 ; 106 ; 68 ; 96 ; 56 ; 119 ; 281 ; 288 ; 310 ; 392 ; 394 ; 205 ; 90	32,7
12	14	44	134 ; 208 ; 502 ; 247 ; 51 ; 183 ; 286 ; 318 ; 211 ; 153 ; 293 ; 217 ; 228 ; 304	30,4
13	8	44	295 ; 345 ; 510 ; 346 ; 104 ; 165 ; 198 ; 118	18,2
Total	185	526	--	366,4

**Tabela 5.12.** Sequência de parada das rotas obtidas para o segundo turno com o Modelo 2

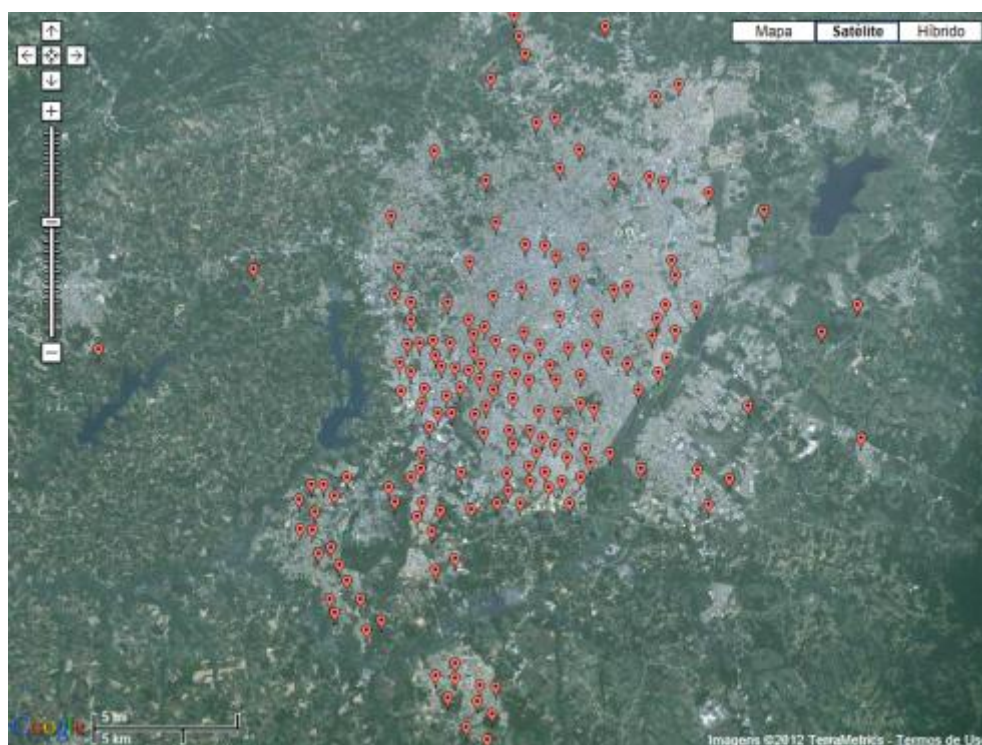
Por fim, a Tabela 5.13 mostra que os 456 funcionários do terceiro turno podem ser coletados em 168 pontos (Figura 5.13). A sequência de pontos definidas para cada uma pode ser conferida na Tabela 5.14 e as rotas definidas estão mostradas na Figura 5.14. Para estes dados, observa-se que 335,8 quilômetros são percorridos ao se fazer o trajeto sugerido.



**Figura 5.12.** Rotas obtidas para o segundo turno com o Modelo 2

Quantidade de funcionários no PP	Número de PP
1	82
2	31
3	16
4	14
5	11
6	2
7	1
8	1
9	2
10	3
11	1
12	1
17	1
18	1
20	1
<b>Total de PP</b>	<b>168</b>

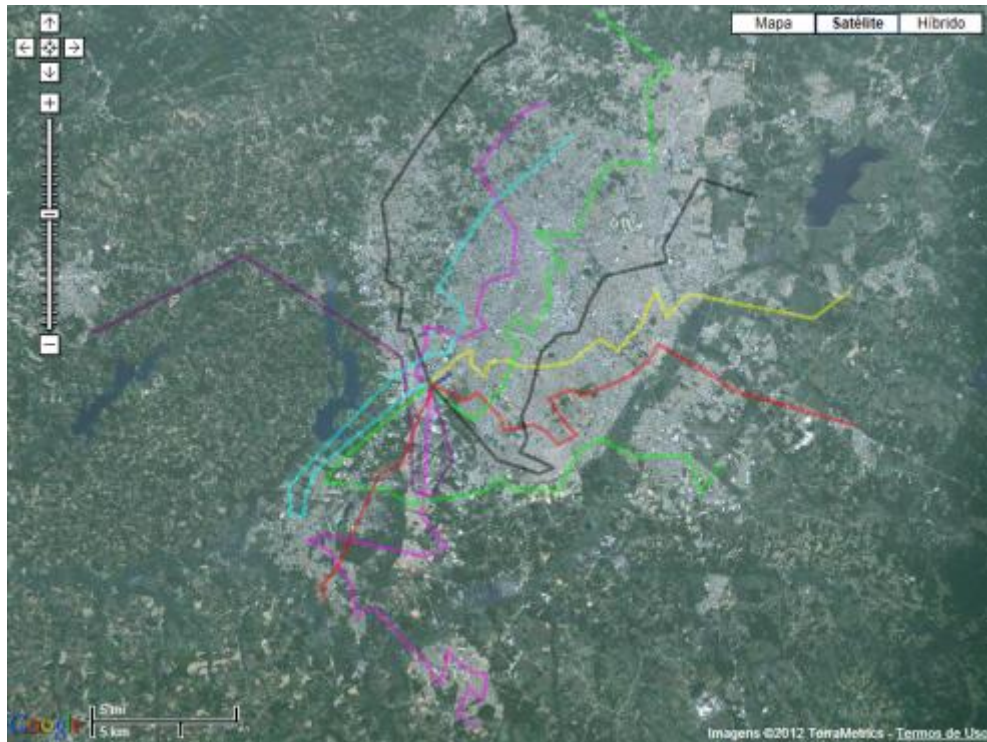
**Tabela 5.13.** Quantidade de PPs definidos após agrupamento e quantidade de funcionários designados por PP para o terceiro turno



**Figura 5.13.** Localização dos pontos de parada para o terceiro turno após agrupamento

Rota	Nº de paradas	Nº de funcionários	Sequência de paradas	Distância (km)
1	2	28	15 ; 134	1,3
2	17	40	405 ; 295 ; 432 ; 14 ; 268 ; 252 ; 209 ; 188 ; 350 ; 238 ; 407 ; 12 ; 363 ; 201 ; 112 ; 225 ; 69	31,1
3	18	39	439 ; 348 ; 22 ; 54 ; 55 ; 342 ; 78 ; 79 ; 147 ; 34 ; 114 ; 398 ; 21 ; 148 ; 64 ; 153 ; 288 ; 157	29,4
4	13	30	277 ; 448 ; 30 ; 442 ; 271 ; 242 ; 123 ; 264 ; 159 ; 36 ; 327 ; 333 ; 101	22,5
5	19	33	325 ; 237 ; 258 ; 71 ; 403 ; 220 ; 331 ; 427 ; 102 ; 27 ; 357 ; 246 ; 108 ; 337 ; 365 ; 204 ; 186 ; 24 ; 60	37,5
6	19	43	316 ; 132 ; 340 ; 180 ; 195 ; 380 ; 429 ; 176 ; 297 ; 338 ; 235 ; 352 ; 46 ; 29 ; 438 ; 141 ; 255 ; 170 ; 417	33,2
7	12	38	228 ; 130 ; 339 ; 6 ; 35 ; 385 ; 41 ; 25 ; 120 ; 267 ; 107 ; 14	24,0
8	9	37	323 ; 336 ; 174 ; 353 ; 128 ; 190 ; 38 ; 212 ; 167	33,7
9	19	44	303 ; 276 ; 13 ; 275 ; 7 ; 426 ; 121 ; 73 ; 47 ; 243 ; 345 ; 37 ; 370 ; 311 ; 90 ; 343 ; 49 ; 452 ; 94	37,7
10	16	43	415 ; 285 ; 396 ; 374 ; 116 ; 335 ; 146 ; 306 ; 135 ; 2 ; 227 ; 8 ; 324 ; 165 ; 223 ; 230	33,8
11	17	44	304 ; 76 ; 125 ; 28 ; 70 ; 177 ; 131 ; 358 ; 51 ; 193 ; 139 ; 97 ; 369 ; 168 ; 192 ; 425 ; 171	38,7
12	7	37	269 ; 368 ; 314 ; 443 ; 43 ; 231 ; 48	13,1
Total	168	456	--	335,8

**Tabela 5.14.** Sequência de parada das rotas obtidas para o terceiro turno com o Modelo 2



**Figura 5.14.** Rotas obtidas para o terceiro turno com o Modelo 2

Após aplicarmos os dados dos quatro turnos de trabalho tanto para o Modelo 1 quanto para o Modelo 2, podemos fazer a comparação de entre as rotas obtidas anteriormente na literatura e os modelos aqui propostos.

### 5.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

A roteirização do estudo feito anteriormente é a limitação de lugares por veículo, em número de 44 lugares. Pelo fato de utilizarmos restrições diferentes nas abordagens, não foca-se na comparação de eficiência dos algoritmos utilizados, mas sim na viabilidade da abordagem feita pelos modelos propostos.

A comparação entre os resultados fornece uma visão entre roteirizações possíveis, com a quantidade de veículos necessários para cada uma delas, taxa de ocupação dos veículos e, conforme for conveniente, a média de tempo utilizado nas rotas ou distância total percorrida pelas rotas.

Para os dados do turno administrativo com restrição de tempo, os modelos 1 e 2 apresentaram resultados próximos, diferenciados principalmente pela utilização de um veículo a mais no Modelo 1 (Tabela 5.15). Para a abordagem com restrição de distância percorrida, ambos os modelos necessitam de cinco veículos (Tabela 5.16). Nas duas abordagens, nota-se que a taxa de ocupação dos veículos é baixa, ficando a sugestão de utilizar veículos com menor capacidade. Ainda destaca-se a necessidade de se utilizar mais veículos que a abordagem anterior, o que se faz necessário para atender as restrições de trajeto do problema, tanto em relação ao tempo quanto a distância percorrida.

Resultado Adm. (tempo)	Anterior	Modelo 1	Modelo 2
Total de Veículos	2	8	7
Taxa média de ocupação	77%	19%	22%
Média do tempo das linhas (min.)	310,6	70	74

**Tabela 5.15.** Resumo dos dados da roteirização obtida para o turno administrativo, usando o tempo de trajeto como característica restritiva

Resultado Adm. (distância)	Anterior	Modelo 1	Modelo 2
Total de Veículos	2	5	5
Taxa média de ocupação	77%	31%	31%
Total percorrido (km)	239,5	152,0	145,2

**Tabela 5.16.** Resumo dos dados da roteirização obtida para o turno administrativo, usando a distância como característica restritiva

O resultado para o primeiro turno operacional tem valores próximos de taxa de ocupação dos veículos, sendo que o Modelo 1 utiliza dois veículos a mais que os demais métodos, como mostrado na Tabela 5.17. Observa-se que mesmo utilizando a mesma quantidade de veículos e com a mesma taxa de ocupação, o Modelo 2 apresenta uma redução de 57% na distância total percorrida em relação ao resultado anterior.

Resultado 1º Turno	Anterior	Modelo 1	Modelo 2
Total de Veículos	11	13	11
Taxa média de ocupação	96%	81%	96%
Total percorrido (km)	568,8	329,5	243,6

**Tabela 5.17.** Resumo dos dados da roteirização obtida para o primeiro turno

O resultado anterior apresentou a taxa de ocupação de 100% (Tabela 5.18) para segundo turno, resultado não apreciado na prática caso haja a necessidade de inclusão de alguns funcionários a roteirização deve ser revista.

Resultado 2º Turno	Anterior	Modelo 1	Modelo 2
Total de Veículos	12	15	13
Taxa média de ocupação	100%	80%	92%
Total percorrido (km)	709,1	433,1	366,4

**Tabela 5.18.** Resumo dos dados da roteirização obtida para o segundo turno

Para a terceiro turno, os modelos 1 e 2 utilizam 12 veículos, com mesma taxa média de ocupação dos veículos, sendo que o modelo com clusterização apresenta distância total percorrida 10% menor (Tabela 5.19).

Resultado 3º Turno	Anterior	Modelo 1	Modelo 2
Total de Veículos	11	12	12
Taxa média de ocupação	94%	86%	86%
Total percorrido (km)	606,8	372,0	335,8

**Tabela 5.19.** Resumo dos dados da roteirização obtida para o terceiro turno

Observa-se que, em geral, os modelos com restrição de distância máxima utilizam mais veículos que o resultado anterior, com conseqüente menor taxa de ocupação. Porém, há um ganho na distância total percorrida que, dependendo dos custos de manutenção dos veículos e do quilômetro rodado, pode significar redução dos custos de transporte. A coleta dos funcionários agrupados em pontos determinados também apresenta resultado interessante se comparado com a coleta individualmente nas residências, com redução na distância total percorrida e, por vezes, com redução na quantidade de veículos utilizados.

Os modelos propostos apresentaram resultados viáveis para os dados utilizados, mostrando que a abordagem sistemática apresentada pode ser utilizada para a roteirização de coleta de funcionários, com resultado eficaz.

#### 5.4. DESEMPENHO COMPUTACIONAL

Utilizou-se um computador Intel Pentium Dual, 2.16 GHz, com 4 GB de memória RAM, para a execução dos algoritmos. Para cada grupo de dados, realizaram-se cinco execuções em modelo proposto. O tempo médio, em segundos, para cada grupo de dados utilizados para o Modelo 1 está exposto na Tabela 5.20.

Dados de entrada	Nº Pontos	Tempo médio (seg.)
Administrativo (tempo)	68	0,74
Administrativo (distância)	68	0,70
1º Turno (distância)	465	23,40
2º Turno (distância)	526	143,06
3º Turno (distância)	456	19,06

**Tabela 5.20** – Média de tempo de processamento, em segundos, para o Modelo 1

O mesmo teste foi realizado para o Modelo 2, cujos tempos médios estão na Tabela 5.21.

Dados	Nº de pontos iniciais	Nº de pontos após clusterização	Tempo médio (seg.)
Administrativo (tempo)	68	51	2,5
Administrativo (distância)	68	51	0,46
1º Turno (distância)	465	133	0,28
2º Turno (distância)	526	185	2,19
3º Turno (distância)	456	168	5,19

**Tabela 5.21** - Média de tempo de processamento, em segundos, para o Modelo 2

Para o único grupo de dados com restrição de tempo, o Modelo 1 apresentou-se mais rápido computacionalmente. Para a abordagem com restrição de distância, o Modelo 2 mostrou-se mais rápido.

Os tempos obtidos mostram que os modelos propostos são viáveis quanto ao tempo de processamento computacional.

## 6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este capítulo final objetiva fornecer as conclusões finais do presente estudo e dar apontamentos para futuras pesquisas.

### 6.1. CONCLUSÕES

Neste estudo efetuou-se o levantamento literário sobre PRV, onde se constatou que comumente as etapas de resolução passam por: definição de frota, formação de *cluster* e otimização das rotas obtidas.

As características do problema apresentado impõe que sejam consideradas restrições para a rota individual de cada veículo da frota. Desta forma, a abordagem comumente aplicada de definir inicialmente a quantidade de veículos a ser utilizada e após realizar a roteirização pode gerar rotas que não atendam as características restritivas de trajeto.

Levantou-se os dados de um problema real que pudesse representar estas características restritivas. Para a roteirização, adotou-se aqui uma metodologia que define a quantidade de veículos necessários para a roteirização enquanto constrói as rotas, tendo como restrição além da capacidade de transporte dos veículos, o custo associado ao transporte. Este custo pode representar a distância percorrida ou o tempo de transporte da rota.

Construíram-se duas modalidades de coleta de funcionários: coleta diretamente na residência ou em pontos pré-determinados. A vantagem de fazermos a coleta diretamente nas residências é que esta abordagem é a mais indicada para o transporte escolar, que faz o Modelo 1 ter maior abrangência de aplicações.

O Modelo 2 procede com a clusterização dos funcionários, o que torna as rotas definidas menos susceptíveis a pequenas alterações no quadro de funcionários. Esta abordagem também reduz a distância percorrida e o tempo de trajeto.

O problema real adotado para aplicação dos modelos não possui a princípio nenhuma restrição de tempo de trajeto e de distância máxima percorrida. Também não há definição de deslocamento permitido que os funcionários possam percorrer entre suas residências e o ponto de ônibus. Estas restrições foram aqui definidas para permitir a aplicação metodológica. Assim sendo, a aplicação ao caso real tem o foco principal em analisar a viabilidade dos resultados obtidos.

Para o grupo de dados com menos funcionários, turno administrativo, observa-se que a taxa de ocupação obtida é baixa, em torno de 20% para abordagem com restrição de tempo e de 31% para a restrição de distância percorrida. Este inconveniente de ter excesso de capacidade ociosa pode ser contornado ao utilizar veículos com menor capacidade.

Para os turnos operacionais os resultados obtidos pelo Modelo 2 mostram uma redução significativa na distância total percorrida. Para o primeiro turno, houve uma redução de 57% na distância percorrida, utilizando o mesmo número de veículos para transporte. Para o segundo e terceiro turno, a redução na distância percorrida foi de 48% e 45%, respectivamente, usando em ambos os casos um veículo a mais para o transporte.

A roteirização obtida mostrou-se viável, atendendo ao objetivo da pesquisa de obter abordagem sistemática para construção de uma roteirização eficaz.

## 6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como apontamentos para pesquisas futuras sobre roteirização, sugere-se analisar a viabilidade de se utilizar o custo real associado ao transporte, seja ele o tempo de trajeto, a distância a ser percorrida ou qualquer outro utilizado como critério no problema. Mesmo que a utilização dos custos reais permita a melhor adaptação do modelo ao problema real, a obtenção destes dados pode ser penosa de tal forma que uma estimação destes custos possa simplificar a metodologia sem perca de aplicabilidade.

A clusterização aqui proposta também pode ser otimizada, reduzindo a distância percorrida até o ponto de parada, o que aumenta a satisfação dos funcionários.

Outro ponto que pode ser explorado é a utilização de frota mista, com veículos com diferentes capacidades durante a construção das rotas. Esta abordagem pode ser necessária quando temos poucos veículos disponíveis e com capacidades diferentes.

A construção da rota inversa (empresa-residência), quando os funcionários retornam para suas residências ao fim da jornada de trabalho, também agrega valor a roteirização de funcionários. Neste ponto sugere-se verificar a viabilidade de manter os funcionários nas mesmas rotas que já utilizam no trajeto para o trabalho (residência-empresa).

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, C. E. G. *Algoritmos genéticos híbridos sem delimitadores de rotas para problemas de roteirização de veículos*. Dissertação de mestrado em Engenharia. USP, São Paulo: 2008.
- AUGERAT, J. R.; BELENGUER, J. M.; BENEVANT, E. *Computational results with a branch-and-cut code for the capacitated vehicle routing problem*. Technical Report RR940-M, University Joseph Fourier, Grenoble: 1995.
- BARBOSA, J. M. R. *Aplicação de uma abordagem adaptativa de busca tabu a problemas de roteirização e programação de veículos*. Dissertação de mestrado em Engenharia de Produção. UFSCAR, São Carlos: 2005.
- BODIN, L.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. Routing and Scheduling of vehicles and crews: the state of the art. England, *Pergamon Press*, vol. 10. n. 2: 1983 (Special Issue).
- BRACA, J; BRAMEL, J; POSNE, B. SIMCHI-LEVI, D. A computerized approach to the New York City school bus routing problem. *IIE Transactions*, p. 29, p.693-702: 1997.
- BRAGA, E. A. S. *Modelagem e otimização do problema do caixeiro viajante com restrições de tempo, distância e confiabilidade via algoritmos genéticos*. Dissertação de mestrado em Engenharia de Produção, área de concentração Pesquisa Operacional. UFPE, Recife: 2007.
- BRAMEL, J.; SIMCHI-LEVI, D. A location based heuristic for general routing problems. *Working Paper, Department of Industrial Engineering and Operations Research*, Columbia University: 1992.
- BRASILEIRO, L. A; LACERDA, M. G. Análise do uso de SIG no roteamento dos veículos de coleta de resíduos sólidos domiciliares. *Eng. Sanit. Ambient.* vol. 13, n. 4, p. 356-360. ABES, Rio de Janeiro: 2008.

- CHRISTOFIDES, N.; EILON, S. An algorithm for the vehicle-dispatching problem. *Operational Research Quarterly*, 20, 309-318: 1969.
- CHRISTOFIDES, N.; MINGOZZI, A.; TOTH, P. The vehicle routing problem. *In: Combinatorial Optimization* [edited by N. Christofides, A. Mingozzi, P. Toth, and C. Sandi], Wiley, Chichester, UK], 315-338: 1979.
- CORRÊA, E. S. *Algoritmos Genéticos e Busca Tabu Aplicados ao Problema das P-Mediana*s. Dissertação de mestrado. UFPR, Curitiba: 2000.
- COSTA, D. M. B.; STEINER, M. T. A.; NUNES, L. F.; ZAMBONI, L. V. S.; SILVA, A. C. L.; CARNIERI, C. Proposta de uma metodologia para um Problema de Roteamento no Transporte de funcionários de uma empresa utilizando vias principais de tráfego e distâncias reais. *TEMA (Tendências em Matemática Aplicada e Computacional)*, São Carlos, SP, v. 1, n. 2, p. 351-360: 2000.
- COSTA, D. M. B.; STEINER, M. T. A.; CARNIERI, C.; ZAMBONI, L. V. S.; SILVA, A. C. L. Técnicas de Pesquisa Operacional aplicadas na otimização dos serviços postais. *Gestão & Produção*, vol. 8, n. 1, p. 37-55. São Carlos: 2001.
- CUNHA, C. B. Um modelo matemático para o problema de seqüenciamento de programação de visitas de gerentes de bancos. *Gestão & Produção*, vol. 10, n. 2, p. 183-196. São Carlos: 2003.
- DETOFENO, T.C.; STEINER, M.T.A. Optimizing Routes for the Collection of Urban Solid Waste: a Case Study for the City of Joinville, State of Santa Catarina. *IJIE (Iberoamerican Journal of Industrial Engineering)*, v. 2, n. 1, p. 124-136: 2010.
- FISHER, M. L. Optimal solution of vehicle routing problems using minimum K-trees. *Operations Research*, 42, 626-642: 1994.
- GOTO, A. B. *O problema de roteamento de veículos aplicado ao transporte de funcionários*. Monografia de Matemática Industrial. UFPR, Curitiba: 2008.
- PELIZARO, C. *Avaliação de desempenho do algoritmo de um programa comercial para roteirização de veículos*. Dissertação de mestrado em Engenharia de

- Transportes. USP, São Carlos: 2000.
- PRINS, C. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 31, 1985-2002: 2004.
- RODRIGUES, M. M. *Problema de planejamento de viagens no transporte coletivo*. Dissertação de mestrado em Ciência da Computação. UNICAMP, Campinas: 2001.
- RODRIGUES, S. B. *A metaheurística Colônia de Formigas aplicada a um problema de roteamento de veículos: caso da Itaipu Binacional*. Dissertação de mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia, área de concentração em Programação Matemática. UFPR, Curitiba: 2007.
- SOSA, N. G. M.; GALVÃO, R. D.; GANDELMAN, D. A. Algoritmo de busca dispersa aplicado ao problema clássico de roteamento de veículos. *Pesquisa Operacional*, vol. 27, n. 2, p. 293-310. SOBRAPO, Rio de Janeiro: 2007.
- SOUZA, L. V. *Técnicas de Roteirização de Veículos Aplicadas ao Transporte Escolar*. Dissertação de mestrado. UFPR, Curitiba: 1997.
- SPASOVIC, L.; CHIEN, S.; KELNHOFER-FEELEY, C.; WANG, Y.; HU, Q. A Methodology for Evaluating of School Bus Routing - A Case Study of Riverdale, New Jersey. *Transportation Research Board, 80<sup>a</sup> Annual Meeting*. Washington, D.C.: 2001.
- STEINER, M. T. A.; ZAMBONI, L. V. S.; COSTA, D. M. B.; CARNIERI, C.; SILVA, A. C. L. O Problema de Roteamento no Transporte Escolar. *Pesquisa Operacional*, vol. 20, n. 1, p. 83-99. Rio de Janeiro: 2000.
- TEITZ, M.B.; BART, P. *Heuristic Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph*. *Operations Research*, 16, p. 955-961: 1968.
- WU, L. *O problema de roteirização periódica de veículos*. Dissertação de mestrado em Engenharia de Transportes. USP, São Carlos: 2007.
- ZAIKO, T. A.; BRONSHTEIN, E. M. Deterministic optimizational problems of

transportation logistics. *Avtomatika I Telemekhanika*. Pleiades Publishing, Moscow: 2010.