

ARMANDO HEILMANN

**PERTURBAÇÃO ORBITAL A PARTIR DOS EFEITOS DA
RADIAÇÃO DE ANTENA DE SATÉLITE ARTIFICIAL**

**Tese apresentada como requisito parcial à
obtenção do grau de Doutor em Ciências
Geodésicas, do Curso de Pós-Graduação em
Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra,
Universidade Federal do Paraná.**

**Orientador: Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno
Ferreira
Prof. Dr. César Augusto Dartora**

**CURITIBA
Junho, 2012**

**PERTURBAÇÃO ORBITAL A PARTIR DOS EFEITOS DA
RADIÇÃO DE ANTENA DE SATÉLITE ARTIFICIAL**

Heilmann, Armando

Perturbação orbital a partir dos efeitos da radiação de antena de satélite artificial / Armando Heilmann. – Curitiba, 2012.

89 f.: il., tab.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.

Orientador: Luiz Danilo Damasceno Ferreira
César Augusto Dartora

1. Satélites artificiais – Órbitas. 2. Ondas eletromagnéticas.

TERMO DE APROVAÇÃO

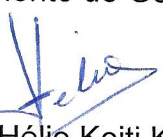
ARMANDO HEILMANN

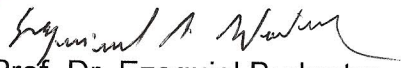
"PERTURBAÇÃO ORBITAL A PARTIR DOS EFEITOS DA RADIAÇÃO DE ANTENA DE SATÉLITE ARTIFICIAL"

Tese nº 81 aprovada como requisito parcial do grau de Doutor no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:


Orientador:


Prof. Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira
Departamento de Geomática, UFPR


Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE


Prof. Dr. Ezequiel Burkarter
Instituto Federal do Paraná, IFPR


Prof. Dr. Eduardo Gonçalves de Lima
Departamento de Elétrica, UFPR


Prof. Dr. Luís Augusto Koenig Veiga
Departamento de Geomática, UFPR


Prof.ª Dr.ª Cláudia Pereira Krüger
Departamento de Geomática, UFPR

Curitiba, 26 de junho de 2012.

A meus pais e a quem confiou em mim.

AGRADECIMENTO

A minha família, cujas melhores palavras não poderiam expressar o orgulho de tê-los ao meu lado.

Ao professor Dr. Luis Danilo Damasceno Ferreira, por trilhar de forma inseparável aos meus caminhos, o preceito da paciência e obediência à ética da sapiência e aos valores humanos.

Ao mentor, Dr. César Augusto Dartora por considerar parte de seu tempo em participar deste projeto.

A “você” que combinando delicadeza e serenidade, que a tudo se prestou, sem nada pedir em troca, a “você” que incontavelmente me acompanhou, a “você” a que tudo devo simplesmente a “você”, minha eterna gratidão e meus especiais agradecimentos.

Por fim, mas não menos importante obrigado aos ilustríssimos senhores professores que fizeram parte desta banca, e que certamente farão sua parte no entendimento e enobrecimento deste gratificante trabalho.

Quando o conhecimento geral e a ciência não oferecem respostas imediatas e o inacreditável parece estar em evidência, não poderíamos considerar plausível o fantástico?

- *Arquivo X*, 1992

RESUMO

Um grande número de perturbações principalmente o campo gravitacional da Terra, afetam a trajetória orbital de satélites artificiais. As antenas utilizadas neste trabalho para verificar o comportamento do modelo teórico serão dos satélites GPS BLOCK IIR-11 e *INTELSAT* 907. Estas antenas possuem características específicas e operam com uma potência de radiação padrão para aquela finalidade do satélite. Para satélites de órbita baixa as antenas são do tipo hélice quadrifilar e para satélites de órbita alta são antenas refletoras, como parabólicas podendo operar em rede com outras antenas, incluindo a própria antena hélice quadrifilar. As equações devido à reação de radiação emitida pela antena, desenvolvidas nesta pesquisa representam um modelo da aceleração perturbadora a partir das antenas do tipo: refletora parabólica e hélice quadrifilar, tendo como origem, a radiação eletromagnética a partir das antenas de transmissão (*downlink*), usando a teoria de antenas do eletromagnetismo e as leis de conservação de energia-*momentum*. Para a propagação da órbita utilizou-se a equação do movimento na forma de componentes cartesianas, a qual pode ser utilizada, tanto para o movimento kepleriano como também adicionando as acelerações perturbadoras desejadas. A partir do vetor de estado do satélite considerado, é feita uma propagação da órbita destes satélites para um determinado período, sem nenhuma perturbação, isto é, o movimento kepleriano e em seguida a órbita é novamente propagada, pelo mesmo período, considerando uma perturbação sobre o satélite de origem eletromagnética, centrada na antena de transmissão, apontando diretamente para a superfície terrestre. O modelo de reação de aceleração eletromagnética sobre um satélite é válido para qualquer antena acoplada a um satélite. As considerações aqui feitas foram inteiramente formuladas no software MATLAB[®], incluindo seu ambiente gráfico. O integrador numérico utilizado para a solução da equação do movimento do satélite é baseado no método de Runge-Kutta de quarto e quinto graus. O efeito perturbativo desta modelagem é aplicado sobre os satélites acima mencionados levando-se em consideração a massa do satélite, características da antena, potência radiada e ganho máximo da antena. A análise final é feita calculando-se os desvios de posição em função das componentes radial R , normal N e transversal T .

Palavras-Chave: satélite artificial, antena, *momentum* linear, onda eletromagnética.

ABSTRACT

A large number of disturbances mainly, terrestrial gravitational field can to affect the orbital path of satellites. The antennas used in this work for to verify the behavior of theoretical model are of satellites GPS Block IIR-11 and Intelsat 907. These antennas have specific characteristics and operate with a power radiation pattern for the purpose of the satellite. For low earth orbit satellites antennas of quadrifilar helix type and for high earth orbit satellites of parabolic reflector antennas, and can operate in a network with other antennas, including the quadrifilar helix antenna itself. The equations due to the reaction of radiation emitted by the antenna, developed in this study represent a model of the disturbing acceleration from the antennas of the type: parabolic reflector and quadrifilar helix, the electromagnetic radiation from the transmitting antennas (downlink) using the antenna theory of electromagnetism and the conservation laws of energy-momentum. For propagation of the orbit used the equation of motion in the form of Cartesian components, which can be used both for the Keplerian movement and adding the desired disturbing accelerations. From the state vector of the satellite concerned, is made of propagation of the orbit satellites for a period of time, without any disturbance, ie the movement Keplerian and then the orbit is again propagated by the same period, whereas disruption of electromagnetic origin of the satellite, centered on the transmitting antenna, pointing directly to the surface. The model of electromagnetic acceleration reaction on a satellite is valid for any antenna connected to a satellite. The considerations made here were made entirely in MATLAB[®], including its graphical environment. The numerical integrator used to solve the equation of motion of the satellite is based on the Runge-Kutta method of fourth and fifth order. The effect of this modeling perturbative is applied to the satellites above taking into consideration the mass of the satellite antenna characteristics, and maximum gain of radiated power from the antenna. The final analysis is done on calculating the position deviations as a function of radial components R , N normal and transversal T .

Keyword artificial satellite, antenna, linear *momentum*, electromagnetic wave.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - EXEMPLO DE UM DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DE UMA ANTENA DIRETIVA EM [dB].....	20
FIGURA 2 - EXEMPLO DE UMA CARDIÓIDE PARA UMA ANTENA HÉLICE QUADRIFILAR [dB].....	20
FIGURA 3 - DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DE UMA ANTENA ISOTRÓPICA (A) E OMNIDIRECIONAL (B)	21
FIGURA 4 - GEOMETRIA USADA PARA OBTER OS ELEMENTOS DO ÂNGULO SÓLIDO EM COORDENADAS ESFÉRICAS.	26
FIGURA 5 - ESPECTRO DE FREQUÊNCIA UTILIZADA NA COMUNICAÇÃO DE SATÉLITES.....	31
FIGURA 6 - A TRAJETÓRIA DE UM SATÉLITE, SUA LOCALIZAÇÃO DADA PELA ANOMALIA VERDADEIRA (f) E A DESCRIÇÃO DE SEUS ELEMENTOS ORBITAIS.	34
FIGURA 7- COORDENADAS NO SISTEMA DE REFERÊNCIA LOCAL NA ANTENA DO SATÉLITE, O EIXO Z APONTA NA DIREÇÃO DA SUPERFÍCIE TERRESTRE.	37
FIGURA 8: DESVIOS DAS COMPONENTES ORTOGONAIS: RADIAL, NORMAL E TRANSVERSAL.....	50
FIGURA 9 – SUPERIOR: SATÉLITE INTELSAT 907. INFERIOR: GPS BLOCK IIR-11	51
FIGURA 10 - CONFIGURAÇÃO DOS SATÉLITES GPS BLOCK IIR-11 E <i>INTELSAT</i> 907, COM SUAS RESPECTIVAS INCLINAÇÕES.	52
FIGURA 11: PROTÓTIPO DO SATÉLITE SAT012, COM SUAS REDES DE ANTENAS PARABÓLICAS E HÉLICES QUADRIFILARES.....	55
FIGURA 12 - IMAGEM DO AMBIENTE GRÁFICO DO PROGRAMA <i>PROP-ORBIT ANTENNA</i> PARA O SATÉLITE <i>INTELSAT907</i>	57
FIGURA 13 - DESVIOS DE POSIÇÃO RADIAL, NORMAL E TRANSVERSAL DO SATÉLITE <i>INTELSAT 907</i>	58
FIGURA 14 - VARIAÇÃO TOTAL DO SEMIEIXO MAIOR ENTRE A ÓRBITA PROPAGADA CONSIDERANDO O MOVIMENTO KEPLERIANO E A ÓRBITA PERTURBADA PELA ANTENA - <i>INTELSAT 907</i>	59

FIGURA 15 - VARIAÇÃO DO SEMIEIXO MAIOR USANDO A EQUAÇÃO DE LAGRANGE NA FORMA DE GAUSS PARA O SATÉLITE <i>INTELSAT 907</i>	60
FIGURA 16 - VARIAÇÃO DA EXCENTRIDADE - <i>INTELSAT 907</i>	60
FIGURA 17 - DIFERENÇA DO ARGUMENTO DO PERIGEU E ANOMALIA MÉDIA, MENSURADOS ANTES E APÓS O MODELO PERTURBADO - <i>INTELSAT 907</i>	61
FIGURA 18 - DESVIOS DE POSIÇÃO RADIAL, NORMAL E TRANSVERSAL DO SATÉLITE GPS BLOCK IIR – 11	62
FIGURA 19 - VARIAÇÃO TOTAL DO SEMIEIXO MAIOR ENTRE A ÓRBITA PROPAGADA CONSIDERANDO O MOVIMENTO KEPLERIANO E A ÓRBITA PERTURBADA PELA ANTENA - GPS BLOCK IIR-11.....	63
FIGURA 20 - VARIAÇÃO DO SEMIEIXO MAIOR USANDO A EQUAÇÃO DE LAGRANGE NA FORMA DE GAUSS PARA O SATÉLITE GPS BLOCK IIR-11	64
FIGURA 21 - VARIAÇÃO DA EXCENTRIDADE - GPS BLOCK IIR-11.....	64
FIGURA 22 - DIFERENÇA DO ARGUMENTO DO PERIGEU E ANOMALIA MÉDIA, MENSURADOS ANTES E APÓS O MODELO PERTURBADO - GPS BLOCK IIR-11	65
FIGURA 23 - CONFIGURAÇÃO DA ORIENTAÇÃO DA ANTENA PARABÓLICA PARA O SATÉLITE FICTÍCIO <i>SAT012</i>	68
FIGURA 24: ÓRBITA CIRCULAR DO SATÉLITE <i>SAT012</i> COM RAIO VETOR (R) APROXIMADAMENTE DE 20526 KM.....	69

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: RELAÇÃO GANHO, POTÊNCIA E TIPO DE ANTENA	46
TABELA 2: MAPA CONCEITUAL DAS ETAPAS METODOLÓGICAS	48
TABELA 3 - VETOR DE ESTADO E SEUS RESPECTIVOS ELEMENTOS KEPLERIANOS - PARA O DIA 29/11/2010 02h24min00s	53
TABELA 4 - VETOR DE ESTADO E SEUS RESPECTIVOS ELEMENTOS KEPLERIANOS - PARA O DIA 31/12/2004 às 01h21min23s	54
TABELA 5 - PROPRIEDADES DAS ANTENAS DOS SATÉLITES UTILIZADOS.....	54
TABELA 6- ELEMENTOS KEPLERIANOS PARA UM SATÉLITE FICTICIO DE ÓRBITA MÉDIA.....	56
TABELA 7- DESCRIÇÃO GERAL DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A PROPAGAÇÃO DE 2 DIAS DA ÓRBITA PERTURBADA DOS SATÉLITES.....	66
TABELA 8 - DESCRIÇÃO GERAL DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A PROPAGAÇÃO DE 2 DIAS DA ÓRBITA PERTURBADA DO SATÉLITE SAT012 (FICTÍCIO) COMO FUNÇÃO DO TIPO DE ANTENA	69
TABELA 9- DESVIOS DA ACELERAÇÃO NA DIREÇÃO RADIAL, (NORMAL DESPREZADA), TRANSVERSAL E DO SEMIEIXO MAIOR DO SAT012, PARA DIFERENTES RAIOS VETORES [km].....	70

LISTA DE ABREVIATURAS

- VLF – *Very Low Frequency*
- NASA – Agência Nacional de Administração Espacial
- GPS – *Global Position Satellite*
- LEO – *Low Earth Orbit*
- MEO – *Medium Earth Orbit*
- IEEE – *Institute of Electrical and Electronics Engineers*
- LASER – *Light Amplify Sensor Stimulated Radiation*
- IGY – *International Geophysic Year*
- EIRP* – Potência Radiada Isotrópica Efetiva
- VHF – *Very High Frequency*
- UHF – *Ultra High Frequency*
- SHF – *Super High Frequency*
- EHF – *Extremely High Frequency*
- NAVSTAR – *Navigation Satellite with Time and Ranging*
- INTELSAT* – *International Telecommunications Satellite Consortium*
- GLONASS – *Global Navigation Satellite System*
- ISS – *International Space Station*
- VLS-1 – *Satellite Launch Vehicle*
- PCD – Plataforma de Coleta de Dados
- CCD – *Charge Coupled Device*
- IRMSS – *Infrared Multispectral Scanner*
- WFI – *Wide Field Imager*
- ODE45 – *Ordinary Differential Equation 4-5*
- TLE – *Two Line Element*
- CRYOSAT 2 – “Kryos” *Satellite*
- UTC – *Coordenated Universal Time*
- ESA – *European Space Agency*
- GEO – *Geostationary Earth Orbit*
- TARANIS – *Tool for the Analysis of Radiation from Lightning and Sprites*
- TLE – *Transient Luminous Events*

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	compilação bibliográfica	13
1.2	escopo do trabalho	14
1.3	HIPÓTESE	15
1.4	OBJETIVOS	16
1.4.1	Objetivos Gerais	16
1.4.2	Objetivos Específicos	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	TEORIA DE ANTENAS	18
2.2	PRINCIPAIS PARÂMETROS DA TEORIA DE ANTENAS	18
2.2.1	Diagrama de Radiação	19
2.2.2	Vetor de Poynting	22
2.2.3	Diretividade e Ganho de Antenas	25
2.2.4	Escalas Logarítmicas de Ganho e Potência	29
2.2.5	Comunicação Via Satélite e Tipos de Antenas	31
2.2.6	Algumas Propriedades em <i>Downlink</i> e <i>Uplink</i>	32
2.2.7	Dinâmica Orbital de Satélites	33
2.2.8	Elementos Orbitais	33
3	METODOLOGIA	36
3.1	MODELO DE ACELERAÇÃO DE REAÇÃO ELETROMAGNÉTICA DE UMA ANTENA	36
3.2	ANTENA DO SATÉLITE TIPO PARABÓLICA	39
4	RECURSOS UTILIZADOS	41
4.1	MODELAGEM NUMÉRICA DA PERTURBAÇÃO DEVIDO A RADIAÇÃO DA ANTENA	41

4.2	MODELAGEM ANALÍTICA DA PERTURBAÇÃO DEVIDO A RADIAÇÃO DA ANTENA. EQUAÇÕES DE LAGRANGE NA FORMA DE GAUSS	43
4.3	PROPAGAÇÃO DAS ONDAS ELETROMAGNÉTICAS NO ESPAÇO LIVRE	44
4.4	SISTEMA INTERATIVO – MATRIX LABORATORY (MATLAB).....	46
4.5	MAPA CONCEITUAL METODOLÓGICO.....	47
5	RESULTADOS	49
5.1	ESCOLHA DOS SATÉLITES	50
5.1.1	Intelsat 907	52
5.1.2	Global Position System	53
5.1.3	Satélite Fictício <i>SAT012</i>	55
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	56
6.1	RESULTADOS PARA O <i>INTELSAT 907</i>	58
6.3	RESULTADOS PARA O GPS	61
6.3	RESULTADOS GERAIS.....	65
6.4	RESULTADO PARA UM SATÉLITE FICTÍCIO	66
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS	71
7.1.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	71
7.2.	PERSPECTIVAS FUTURAS	73
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74
	APÊNDICE I	77
	APÊNDICE II	79
	APÊNDICE III	82
	APÊNDICE IV.....	84
	APÊNDICE V.....	86
	ANEXO I	88
	ANEXO I	89

1 INTRODUÇÃO

Um satélite artificial em órbita está sujeito a muitas perturbações que podem afetar o seu movimento orbital. Dentre as perturbações modeladas é possível citar a perturbação de aceleração causada pelo campo gravitacional terrestre, aceleração devido à atração Lua e Sol, devido às forças de marés terrestres, devido à pressão de radiação solar direta e indireta (albedo¹), e devido ao arrasto atmosférico. (SEEBER, 1993)

Ao ignorar os efeitos da perturbação lunissolar pode-se constatar erros de posicionamento de um satélite, por exemplo, do GPS (*Global Position System*), de 1 a 3 km para um período de 2 dias, de 100 a 800 m para o mesmo período desconsiderando os efeitos da pressão de radiação solar, e até alguns metros para o caso das outras perturbações. (SEEBER, 1993)

Os efeitos destas perturbações vão desde a diminuição do semieixo maior, da excentricidade, período orbital e até alterações nos outros elementos orbitais de um satélite como na inclinação e do argumento de perigeu. (SEEBER, 1993)

Métodos numéricos são utilizados para propagar a órbita de um satélite levando em consideração os aspectos intrínsecos de cada perturbação. Aplicando para curtos períodos um modelo propagador que se utilize das perturbações inferidas, é possível estimar com a melhor precisão aceitável pelo software utilizado e com flexibilidade de incluir novas perturbações, a influência devida a cada termo de aceleração sobre um satélite. (ROMAN e JUSTIN, 2009)

Satélites que orbitam ao redor da Terra, o fazem utilizando o equilíbrio entre as forças centrífuga, gravitacional e efeitos de perturbação sobre sua órbita e, desta forma, um satélite deve realizar correções periódicas dos seus elementos orbitais a fim de corrigir suas trajetórias e órbitas.

Os satélites podem ocupar uma órbita baixa até 2000 km da superfície terrestre, órbita média entre 2000 a aproximadamente 22000 km e órbitas geoestacionárias acima de 36000 km. Para cada órbita o satélite admite funções e características específicas, como por exemplo, os satélites empregados em

¹ Parcela da radiação solar que é refletida pela superfície terrestre. (Coakley JA (2002) Reflectance and albedo, surface. In: Holton JR, Curry JA, Pyle JA (eds) Encyclopedia of the atmospheric sciences. Academic Press, pp 1914–1923)

telecomunicações, monitoramento climático, posicionamento global e de sensoriamento remoto. (ESHAGH e ALAMDARI, 2007; GAVISH, 1997)

1.1 COMPILAÇÃO BIBLIOGRÁFICA

O movimento orbital perturbado de satélites artificiais é historicamente discutido, e ainda apresenta problemas não resolvidos, quanto a natureza das perturbações, bem como, de perturbações ainda não caracterizadas, ou consideradas em seu modelos de órbita propagada.

Dentre as perturbações conhecidas e citadas na literatura, Cook (1962), Seeber (1993), Montenbruck e Gill (2005), Eshagh e Najafi (2007), Cojocarú (2007), citam a influência da atração gravitacional da Lua e do Sol, pressão de radiação solar direta e indireta (albedo), efeitos relativísticos, perturbações com origem no campo magnético terrestre, devido ao vento solar, efeitos de Poynting-Robertson² e arrasto atmosférico.

Sobre a perturbação devido aos efeitos eletromagnéticos a partir das antenas embarcadas num satélite GPS, Ziebart, Sibthorpe e Cross (2007) e Solano et. al. (2012), discutem sobre uma constante de aceleração radial da ordem de $2,7 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$, como um dos elementos responsáveis pela perturbação sobre seus respectivos elementos orbitais.

Já sobre os efeitos perturbativos, oriundo de fenômenos óticos que ocorrem acima das nuvens de tempestade, denominados *Sprites* e *Blue Jets*, que podem se dispersar na direção ascendente da atmosfera e eventualmente atingir um satélite de órbita baixa, Heilmann, Ferreira e Dartora (2012), mostraram que na presença de um campo elétrico uniforme de magnitude (E_a), um satélite irá adquirir um momento de dipolo elétrico efetivo (p_e) e suas simulações mostram que a aceleração sobre um satélite de forma esférica (raio de 30.0 cm), com 407.0 kg, semieixo maior $a \cong 12300$ km, altitude aproximadamente de 5900 km, submetido a um campo elétrico mínimo de 4.0 mV/m e máximo de 1.0 V/m, resulta numa aceleração de $5.0 \times 10^{-23} \text{ m/s}^2$.

² Associado ao efeito de re-emissão térmica.

Portanto, para este caso a aceleração resulta numa ordem de grandeza que pode ser negligenciada frente a outros fenômenos de perturbação da órbita de satélites.

Muitos pesquisadores consideram a perturbação eletromagnética associada à pressão de radiação solar, e excluindo Maral e Bousquet (1998), que ratifica, em poucas linhas, que a radiação eletromagnética de antenas cria uma pressão que não pode ser desprezada se a potência de transmissão for alta, outros autores que sugerem a existência dos efeitos de *momentum* linear, a partir da perturbação por origem eletromagnética, não foram encontrados durante a pesquisa deste trabalho.

Segundo Maral e Bousquet (1998), a força produzida pela radiação de uma antena num satélite com 1 kW de $EIRP^3$ infere uma força de 0.3×10^{-5} N, afirmando que a perturbação é significativa se o diagrama de radiação uma antena hélice quadrifilar, apresenta um ganho e diretividade concentrado.

Zhou, Liu e He (2008), bem como Bukhsh e Jonsson (2010), publicaram artigos que tratam de analisar o padrão da interferência do sistema de antenas num satélite, tendo o propósito, de explicar os fenômenos de interferência eletromagnética sobre uma rede de antenas, não considerando seus efeitos quanto à presença de um *momentum* linear.

1.2 ESCOPO DO TRABALHO

É certo que este trabalho não trata de verificar a eficiência de potência radiada por uma antena e que chega a outra antena receptora em solo, por isso, trata da consideração do *momentum* que o satélite pode adquirir quando envia um feixe eletromagnético em direção a uma antena receptora em solo terrestre.

São consideradas quais as possíveis alterações nos elementos orbitais do satélite, quando admite-se as leis de conservação da energia-*momentum* e teoria de antenas.

³ Potência Radiada Isotrópica Efetiva (produto da potência radiada da antena pelo seu ganho máximo).

1.3 HIPÓTESE

A comunicação entre os satélites e as antenas de recepção terrestres pressupõe o uso de antenas de transmissão e de recepção. Este tipo de enlace só é possível com o uso de antenas específicas nas comunicações espaciais (como antenas refletoras parabólicas de dimensões variáveis) e com altas potências (da ordem de centenas de Watts) envolvidas no processo de propagação das ondas eletromagnéticas a partir da antena transmissora do satélite.

Este tipo de enlace sugere uma análise, considerando a conservação do *momentum* linear, sobre os efeitos das ondas eletromagnéticas no momento da transmissão, sobre o conjunto antena mais satélite. Na presença de uma transmissão contínua, da antena do satélite, para que ocorra o enlace de comunicação, a presença de um *momentum* linear sobre o satélite pode resultar numa perturbação na sua órbita.

As considerações de massa do satélite, trajetória da órbita e parâmetros das antenas utilizadas nas comunicações espaciais, podem sugerir forte correlação com um modelo matemático, que descreva os reais efeitos perturbativos na órbita de satélites, que realizam comunicação a partir de antenas com características de ganho e potência (da ordem de dezenas de Watts) de transmissão conhecidas.

Desta forma, numa análise hipotética, é relevante a seguinte questão: Um satélite de baixa ou média órbita, com antenas transmissoras de sinais eletromagnéticos, pode ser inferido os efeitos de um *momentum* linear? Um modelo matemático que descreva esta possível perturbação deve considerar parâmetros como massa do satélite e características das antenas envolvidas no rádio enlace? Comparada às ordens de grandeza de perturbações conhecidas na literatura, qual deve ser a ordem de grandeza deste tipo de perturbação eletromagnética a partir das antenas dos satélites? Quais parâmetros de antenas usados em comunicações espaciais são importantes para esta análise exploratória?

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivos Gerais

Conjugar os possíveis efeitos sobre o movimento orbital do satélite, partindo dos conceitos básicos de conservação do *momentum* linear quando o mesmo transmite ou recebe ondas eletromagnéticas com alta potência (acima de centena de Watts) e alto ganho de transmissão (acima de 14 dBi⁴). Considerar um modelo matemático para os efeitos de *momentum* linear atribuído às interações das ondas eletromagnéticas com a antena do satélite, com o propósito de descrever os reais efeitos perturbativos na órbita de satélites, quando se trata de um enlace de comunicação entre antenas transmissoras de satélites de órbita baixa, média ou alta.

Portanto, este trabalho pesquisa a aceleração do satélite causada por reação à radiação eletromagnética proveniente de antenas acopladas em satélites artificiais, tendo em conta o padrão de radiação da antena.

O modelo teórico do autor permitirá prever a ordem de grandeza da perturbação na órbita do satélite, considerando a potência radiada pela antena transmissora e outros parâmetros de interesse, como ganho máximo e ganho normalizado. Uma estimativa da ordem de grandeza da aceleração de três satélites (de órbita baixa, órbita média e alta) e o uso de modelos matemáticos são considerados para dois satélites distintos que possuem antenas transmissoras, normalmente utilizados em sistemas de comunicação via ondas eletromagnéticas.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um modelo teórico para a aceleração sobre um satélite considerando a teoria de antenas, *momentum* linear e a teoria da propagação de ondas eletromagnéticas.

⁴ Ordem de grandeza do ganho em antenas, expresso pela razão entre dois parâmetros de mesma grandeza, referido a uma escala logarítmica.

- Especificar as características gerais necessárias para as antenas em satélites que possam relatar uma perturbação de origem eletromagnética.
- Caracterizar a ordem de grandeza desta aceleração e sua conveniência à aplicação na dinâmica orbital de satélites, quando considerado os efeitos perturbativos numa situação como a do uso de antenas de comunicação (*downlink*), utilizados na telecomunicação com satélites artificiais.
- Propagar a órbita de três satélites (um deles sendo um satélite fictício) de diferentes massas e diferentes propriedades do tipo de antena, considerando as características das antenas e analisar o comportamento dos erros nas direções radial, normal e transversal e conseqüentemente em seus elementos orbitais.

O conteúdo deste trabalho pode ser dividido da seguinte forma: A fundamentação teórica (2) apresenta a teoria de antenas, tipos de antenas empregados na comunicação por satélite, dinâmica orbital e os elementos orbitais. Na metodologia (3) é feita uma discussão da pressão de radiação de antenas e uma descrição do modelo da força devido a radiação produzida pela potência radiada da antena de transmissão sob um satélite em seu referencial inercial. A modelagem numérica da perturbação eletromagnética devido a radiação da antena (4) antecede os resultados (5), que mostra a escolha dos satélites e resumo da metodologia. Na sequência, a análise dos resultados (6) traz de forma individual os principais resultados simulados e numéricos, além da discussão da perturbação a partir da antena dos satélites, e, finalmente, a conclusão (7) expõe os argumentos finais da análise e condiciona a relevância do tema para trabalhos futuros (8).

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 TEORIA DE ANTENAS

Uma antena é um elemento de acoplamento entre um dispositivo denominado “guia de onda” e o denominado “espaço livre”. Sua principal aplicação é na conversão da energia eletromagnética da onda guiada em energia disponível como uma onda de espaço livre. O *IEEE- Standard Definitions of Terms for Antenna* (IEEE Std 145 - 1973) define uma antena como um meio pelo qual uma onda eletromagnética pode ser radiada para o espaço livre ou captada e transferida para uma linha de transmissão. (JACKSON, 1998; PICQUENARD, 1974; REITZ, MILFORD e CHRISTY, 1988; RIBEIRO, 2004)

Treze anos após Maxwell publicar, no ano de 1873, seu trabalho intitulado *A Treatise on Electricity and Magnetism* (Um tratado sobre Eletricidade e Magnetismo), o físico alemão Heinrich Rudolph Hertz demonstrou, o funcionamento do primeiro sistema de ondas eletromagnéticas usando um dipolo de comprimento igual a $\lambda/2$ excitado por um impulso elétrico. O dipolo utilizado por Hertz radiou em um comprimento de onda de aproximadamente oito metros e os impulsos eletromagnéticos reapareceram na espira de uma antena de recepção. Em 1890, Hertz publicou um memorial em eletrodinâmica, simplificando a forma das equações de Maxwell, trocando os termos com potenciais por campos de forças e deduzindo as leis de Ohm, Kirchhoff e Coulomb. Este fato foi importante para a comprovação experimental dos trabalhos teóricos de Maxwell. (PICQUENARD, 1974; REITZ, MILFORD e CHRISTY, 1988)

2.2 PRINCIPAIS PARÂMETROS DA TEORIA DE ANTENAS

Para estabelecer um bom desempenho de um sistema composto por antenas é necessário considerar os parâmetros que determinam a viabilidade requisitada, pela transmissão de ondas eletromagnéticas. Os parâmetros

importantes para a teoria de antenas são: diagrama de radiação; intensidade e diretividade de radiação; ganho e eficiência de radiação. Para este modelo, será considerado a potência de transmissão da onda eletromagnética e o ganho máximo da antena de transmissão do satélite.

2.2.1 Diagrama de Radiação

O diagrama de radiação de uma antena é a representação gráfica de suas propriedades de radiação em função das coordenadas do espaço à sua volta. Ao se afastar de uma antena transmissora de uma distância radial R e realizar medições da intensidade do campo elétrico ou do campo magnético ao longo deste raio constante, é possível construir um gráfico conhecido como diagrama de intensidade de campo. A FIGURA 1 mostra um exemplo de um diagrama de campo radiado por uma antena diretiva, obtido utilizando o software MATLAB[®]. Se a antena for do tipo hélice quadrifilar, o diagrama de radiação (de 0 a 360°), simulado via MATLAB[®] será dado por uma cardióide⁵, conforme FIGURA 2.

As antenas de hélice quadrifilares são antenas que apresentam uma grande contribuição na engenharia de comunicação espacial por possuir uma flexibilidade de projeto e por atender as características necessárias numa comunicação diretiva, mas com possibilidade de transmissão e recepção a alguns poucos graus fora do seu lóbulo principal⁶, além de ser uma antena de pequeno porte e muito leve. (BALANIS, 2009)

Uma antena quadrifilar contém quatro elementos, ou dois bifilares ortogonais, alimentados em quadratura de fase, sendo bifilar um tipo de antena helicoidal de dois elementos. Cada bifilar possui um padrão circularmente polarizado. (MARAL e BOUSQUET, 1998)

⁵ Cardióide: gráfico simétrico em relação ao eixo x, e assimétrico em relação ao eixo y e ao pólo.

⁶ Lóbulo principal: indica que quanto mais agudo o ângulo do lóbulo principal maior a radiação.

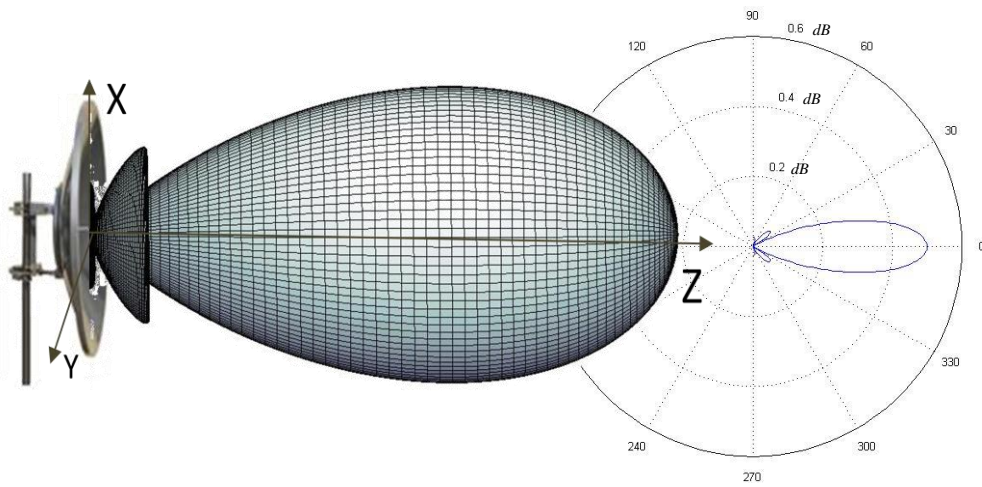


FIGURA 1 - EXEMPLO DE UM DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DE UMA ANTENA DIRETIVA EM [dB]

FONTE: O AUTOR (2012)

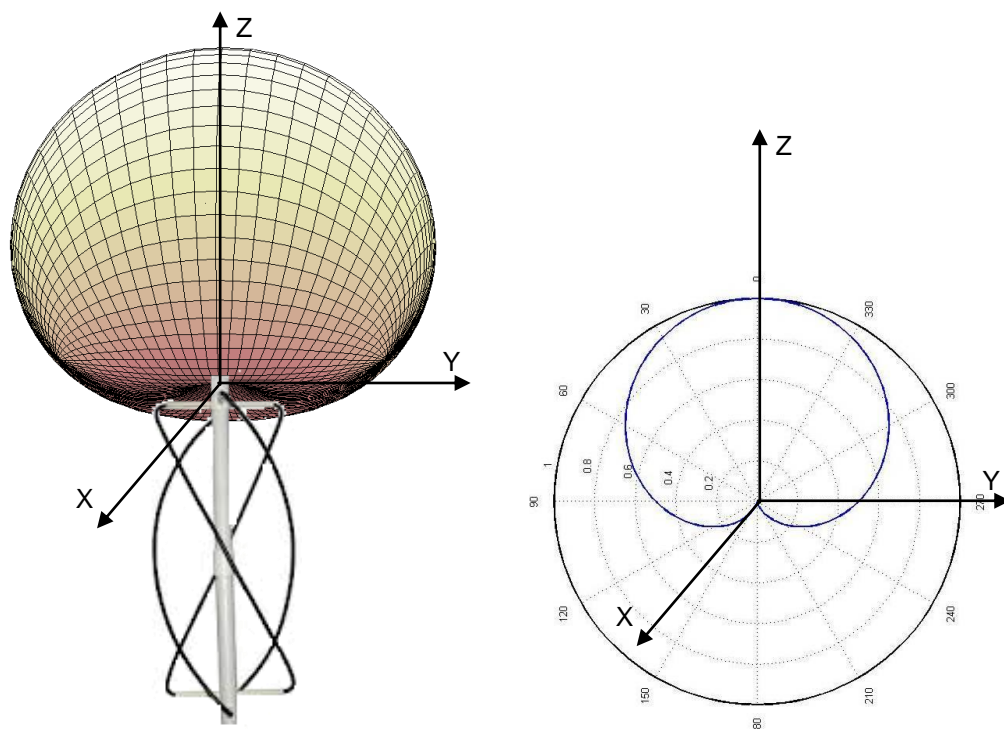


FIGURA 2 - EXEMPLO DE UMA CARDÍOIDE PARA UMA ANTENA HÉLICE QUADRIFILAR [dB]

FONTE: O AUTOR (2012)

Conforme a FIGURA 2, a radiação de uma antena do tipo hélice quadrifilar possui um diagrama de radiação na forma de uma cardióide, e os valores 0,2; 0,4;

0,6; 0,8 e 1,0 representam a fração da máxima radiação (em dB) deste tipo de antena, sendo a radiação máxima no eixo radial de coordenada 0° .

A forma básica de uma antena de hélice quadrifilar foi desenvolvida pelo Dr. C. Kilgus do Laboratório de Física Aplicada da Universidade de Johns Hopkins e de forma geral estas antenas operam entre as frequências de 1800 a 2200 MHz. (KRAUS, 1992, 2002)

No caso de uma antena diretiva há maior concentração de potência radiada em apenas uma determinada direção. De acordo com o diagrama de radiação, as antenas podem ser classificadas em isotrópicas, omnidirecionais e direcionais. O diagrama de campo radiado por uma antena isotrópica e omnidirecional é apresentada na FIGURA 3.a e FIGURA 3.b, respectivamente.

Uma antena isotrópica é o modelo idealizado de uma antena sem perdas, que radia com a mesma intensidade em todas as direções do espaço. É usada como referência para avaliar o ganho das outras antenas. O diagrama de potência radiada no espaço tridimensional (FIGURA 3.a) é representado por uma esfera de raio R.

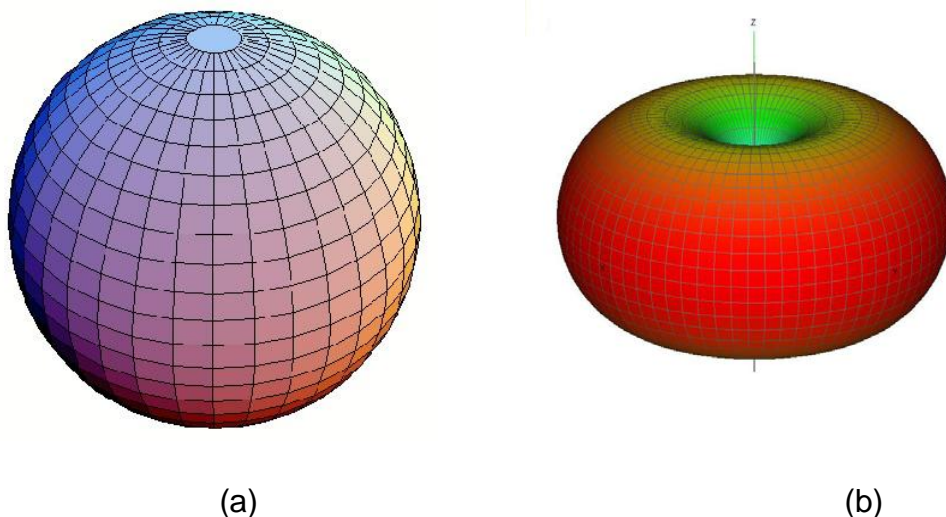


FIGURA 3 - DIAGRAMA DE RADIAÇÃO DE UMA ANTENA ISOTRÓPICA (A) E OMNIDIRECIONAL (B)

FONTE: MATLAB® (2011)

A antena omnidirecional possui um diagrama de radiação essencialmente não diretivo em um plano e diretivo em qualquer plano perpendicular (FIGURA 3.b).

Já a antena diretiva possui um diagrama de radiação diretivo em quaisquer dois planos perpendicular entre si, conforme mostra a FIGURA 1.

A FIGURA 1 mostra o feixe principal que contém a direção de máxima radiação ou lóbulo principal e os feixes menores acoplados na sua lateral, de feixes secundários ou lóbulos secundários.

Segundo Balanis (2009), para ampliar as dimensões da diretividade de uma onda eletromagnética, geralmente se usa um agrupamento de antenas (elementos radiantes). Esta nova antena é denominada de conjunto⁷. Portanto, a configuração de um conjunto de antenas, será uma proposta futura de trabalho, onde as considerações quanto a forma geométrica das antenas direcionam para um diagrama de radiação da antena, que apresente uma diretividade maior.

2.2.2 Vetor de Poynting

As equações que representam a propagação de campos eletromagnéticos em meios nos quais a densidade de corrente \vec{J} [A/m²] deve-se ao próprio campo, são descritas diretamente a partir das equações de Maxwell. Neste sentido o termo à direita nas EQUAÇÕES (2.1) e (2.2) representam as perdas da onda para o meio no qual esta onda se propaga. Usualmente em teoria de antenas se adota a descrição de um fenômeno eletromagnético por meio de um potencial escalar ϕ [V] e de um potencial vetor \vec{A} [Wb/m]: (BALANIS, 2009)

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2.1)$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}, \quad (2.2)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, ϵ_0 (C²/N.m²) e μ_0 (T.m/A) são a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética, respectivamente, ρ é a

⁷ São, também, usados os termos *matriz* e *rede*.

densidade de carga volumétrica (C/m^3) e \vec{J} o vetor densidade de corrente (A/m^2), definido a partir da lei vetorial de Ohm (KRAUS, 1992).

Os campos elétrico [V/m] e magnético [Wb] são obtidos através das expressões:

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (2.4)$$

Neste contexto é interesse encontrar os campos de radiação produzidos por uma antena que se manifesta a grandes distâncias, r conhecidas na teoria de antenas como, regiões de campos distantes, ou seja, $r \gg \lambda$, sendo λ o comprimento de onda [m]. (KRAUS, 1992, 2002)

Da teoria de antenas, é importante citar que os campos de radiação não desaparecem mesmo se a fonte que emitia em um primeiro momento seja desativada e que este campo passe a se assemelhar ao campo de uma onda plana para um observador distante.

Estes campos de radiação podem ser obtidos em regimes harmônicos $e^{i\omega t}$, através do uso de um potencial vetor transversal, (BALANIS, 2009; JACKSON, 1998; ORFANIDIS, 2008; PICQUENARD, 1974; REITZ, MILFORD e CHRISTY, 1988; RIBEIRO, 2004) definido por:

$$\vec{A}_{\perp} = \vec{A} - (\vec{A} \cdot \hat{a}_r)\hat{a}_r = \vec{A} - \|\vec{A}_r\|\hat{a}_r, \quad (2.5)$$

$$\vec{A}_{(r)} = \frac{\mu_0 e^{i(\omega t - kr)}}{4\pi r} \int_{V'} \vec{J}(\vec{r}', \omega) e^{(ik\hat{a}_r \cdot \vec{r}')} dV', \quad (2.6)$$

sendo ω a velocidade angular [rad/s], $k = 2\pi/\lambda$ [rad/m] o número de onda, $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$ as coordenadas do campo e $\vec{r}' = (x', y', z')$ as coordenadas da fonte, V' o volume médio da fonte, \hat{a}_r é o vetor unitário radial e $\vec{J}(\vec{r}, \omega)$ é a distribuição da densidade de corrente da frequência angular (ω) de uma antena. (BALANIS, 2009; ORFANIDIS, 2008)

Com estas considerações os campos de radiação (elétrico e magnético) são obtidos diretamente pelas expressões:

$$\vec{E}_{rad} = -i\omega\vec{A}_{\perp} , \quad (2.7)$$

$$\vec{B}_{rad} = \mu_0\vec{H}_{rad} = \hat{a}_r \times \frac{\vec{E}_{rad}}{c} . \quad (2.8)$$

Uma vez que calculado os campos, e estando interessado na média da densidade de potência radiada, o fluxo de potência pode ser medido através da parte real (*Re*) do vetor de Poynting e o fator $\frac{1}{2}$ que aparece na EQUAÇÃO (2.9) é porque os campos \vec{E} e \vec{H} representam valores de pico:

$$\vec{S}_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} Re \left(\vec{E}_{rad} \times \vec{H}_{rad}^* \right) = \vec{S}_{rad}(r, \theta, \varphi) \hat{a}_r, \quad (2.9)$$

sendo \vec{S}_{rad} o vetor de Poynting em coordenadas esféricas r, θ, φ e em $[W/m^2]$ e \hat{a}_r a direção radial a partir do centro do sistema da antena. (KRAUS, 1992)

É possível a demonstração de que o módulo do vetor de Poynting ($S_{rad}(r, \theta, \varphi)$) é a razão entre o módulo ao quadrado do vetor campo elétrico pela impedância no vácuo. (Apêndice I). (BALANIS, 2009; ORFANIDIS, 2008; SHADIKU, 2004)

$$S_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{|\vec{E}_{rad}|^2}{2Z_0} , \quad (2.10)$$

Onde $Z_0 = 377$ ohm é a impedância característica no vácuo.

2.2.3 Diretividade e Ganho de Antenas

A diretividade angular $F(\theta, \varphi)$ de uma antena é definida de acordo com o padrão 145-1983 do IEEE, em coordenadas esféricas e centrada na antena, como a razão entre a intensidade de radiação em uma determinada direção (θ, φ) ($\vec{S}_{rad}(\theta, \varphi)$) e a intensidade de radiação avaliada isotropicamente (ou intensidade de radiação média) (P_{rad}), em todas as direções em volta da antena ou distribuída por todos os ângulos sólidos de uma região esférica em volta da antena. (KRAUS, 1992; ORFANIDIS, 2008)

$$F(\theta, \varphi) = \frac{S_{rad}(r, \theta, \varphi)}{P_{rad}/(4\pi r^2)}. \quad (2.11)$$

Em teoria de antenas toma-se o máximo da diretividade angular como a definição para a diretividade:

$$D = \max[F(\theta, \varphi)]. \quad (2.12)$$

Portanto, a eficiência de uma antena (η) é a razão entre a potência entregue (P_{rad}) e a potência que é convertida em radiação (P_{in}). (BALANIS, 2009; ORFANIDIS, 2008)

$$\eta = \frac{P_{rad}}{P_{in}}, \quad (2.13)$$

sendo que a potência total radiada (P_{rad}) é definida como $P_{rad} = \int_{\Omega} r^2 S_{rad} d\Omega$, onde P_{in} é a potência convertida em radiação por uma antena (é a potência disponível) e $d\Omega$ é o elemento infinitesimal do ângulo sólido, FIGURA 4.

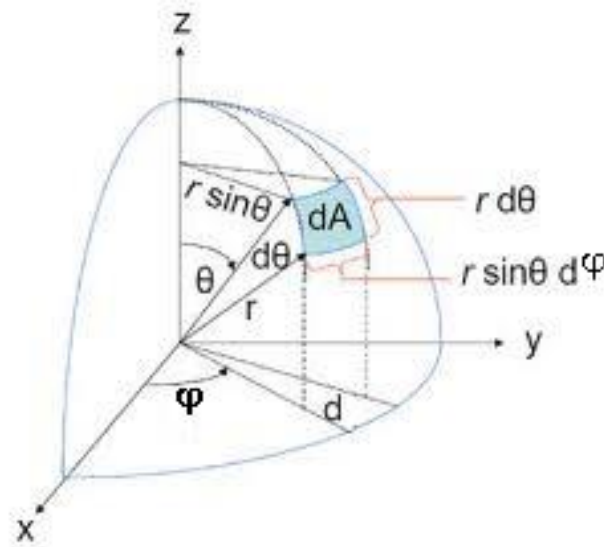


FIGURA 4 - GEOMETRIA USADA PARA OBTEN OS ELEMENTOS DO ÂNGULO SÓLIDO EM COORDENADAS ESFÉRICAS.

FONTE: ADAPTADO DE BALANIS (2009)

O ângulo sólido por ser idealizado como um cone cujo vértice está no centro de uma esfera de raio r e cuja base está na superfície da esfera. Em uma esfera de raio r localizada em um sistema de coordenadas esféricas, a área de um elemento dA na sua superfície é dada por: (BALANIS, 2009; KRAUS, 1992)

$$dA = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi . \quad (2.14)$$

Deste modo, um elemento de ângulo sólido $d\Omega$ (em esferoradianos (sr)) é dado por dA/r^2 , com $d\Omega = (\sin\theta)d\theta d\varphi$, tendo como definição que: $\int_{\Omega} = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \cdot$

Sendo que: $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta = 4\pi$, portanto o ganho de uma antena (G_t) é

definido como uma medida da concentração da potência efetiva isotropicamente radiada em uma determinada direção (θ, φ) .

Logo:

$$G_t(\theta, \varphi) = \frac{4\pi r^2 S_{rad}}{P_{in}}. \quad (2.15)$$

Assim, o ganho de uma antena em relação ao radiador isotrópico significa que é preciso atribuir G_T vezes mais potência ao radiador isotrópico para que o mesmo consiga produzir a mesma densidade de potência que o máximo valor conseguido em certa direção, com uma antena diretiva. (BALANIS, 2009; ORFANIDIS, 2008)

Isso fica expresso pelo fato de que a antena com certa diretividade irá radiar preferencialmente para uma, certa região da superfície da esfera de raio r , enquanto a isotrópica distribuirá potência sobre toda a superfície da esfera de raio r . (KRAUS, 1992)

Desta forma a densidade de potência radiada por uma antena qualquer pode ser escrita como:

$$S_{rad} = \frac{G(\theta, \varphi) P_{rad}}{\eta (4\pi r^2)}. \quad (2.16)$$

Observa-se que o ganho de uma antena é um parâmetro adimensional que representa como uma antena distribui a potência de radiação no espaço. (BALANIS, 2009; ORFANIDIS, 2008)

Com o ganho total da antena, que é adimensional, é possível descobrir o comprimento de onda associado àquela frequência e até mesmo o diâmetro (d) da antena em questão, EQUAÇÃO (2.17). (JAMALIPOUR, 1998)

$$G_T = \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 \eta = \frac{4\pi A_{ef}}{\lambda^2}, \quad (2.17)$$

Onde λ [m] é o comprimento de onda e d é o diâmetro da antena [m], A_{ef} é a área efetiva da antena [m²] e (η) é a eficiência de uma antena, normalizado para as próximas deduções matemáticas como ($\eta=1$), observe que, quanto maior a frequência de operação maior será o ganho da antena.

Orfanidis (2008) mostra que se uma antena do tipo parabólica apresentar um raio (a) que é 3 vezes o comprimento de onda (λ), e estiver operando numa frequência de aproximadamente 1 GHz, o que equivale a um comprimento de onda de ~ 30cm, o ângulo de abertura resultante desta antena seria de aproximadamente 10° .

Portanto, obtendo a área efetiva da antena e a frequência na qual esta realiza suas transmissões, é possível encontrar o ângulo de abertura. Como o ganho (EQUAÇÃO (2.17)) é função da área efetiva da antena (A_{ef}) e do comprimento de onda (λ) aquela EQUAÇÃO (2.17) pode ser re-escrita na forma, $G_{max} \cong 30000/\theta_o^2$ sendo que θ_o (ângulo de abertura da antena) está em graus, ou fazendo o cálculo em radianos obtém-se: $G_{max} \cong 10,66/\theta_o^2$. (BALANIS, 2009; ORFANIDIS, 2008)

Antenas operando nas faixas de frequência do *VHF* e *UHF* são posicionadas na estrutura do satélite numa tentativa de promover uma cobertura omnidirecional⁸. Este tipo de antena apresenta tipicamente um ângulo de abertura muito pequeno entre 10° ; $5,7^\circ$; $2,8^\circ$ e 1° ; Quanto maior o ângulo de abertura, menor será o ganho do sinal enviado pela antena do satélite. Por isso, a teoria de antenas considera que o valor do ângulo de abertura é função de um ganho máximo e, desta forma, todos os cálculos praticados neste trabalho consideram o valor máximo do ganho da antena. (BALANIS, 2009)

O sinal de “aproximadamente igual” nas expressões para o ganho máximo, será mantido nas demonstrações das equações de aceleração propostas como objetivo de um modelo teórico de perturbação eletromagnética e, condiz com as considerações feitas pela própria teoria de antenas, a qual considera uma teoria de difração para a radiação eletromagnética, superposição de ondas, negligenciado o caráter vetorial e considerado uma propagação no domínio da óptica, largura do feixe da antena analisada em 3 dB, eficiência de abertura da antena entre 60% a 70% além de considerar que a perda por aquecimento são praticamente unitária para antenas de abertura.

Contudo, as aproximações consideradas na teoria de antenas oferecem condições matemáticas muito próximas do real comportamento da propagação eletromagnética. (BALANIS, 2009; JACKSON, 1998; ORFANIDIS, 2008)

⁸ Antena Omnidirecional é aquela na qual a onda eletromagnética não radia uniformemente em todas as direções segundo plano vertical. Ver FIGURA 3.b

2.2.4 Escalas Logarítmicas de Ganho e Potência

A expressão geral para o ganho de uma antena do tipo parabólica é dada tendo-se o ganho da antena na unidade **dB**, que é uma escala logarítmica, e que permite representar relações entre duas grandezas de mesma unidade, como relações de potências, tensões, correntes ou qualquer outra relação adimensional. Por definição, em telecomunicações, uma quantidade R em **dB** é igual a 10 vezes o *logaritmo decimal* da relação de duas potências, ou seja: $R(\text{dB}) = 10 \log_{10} (P_1 / P_2)$.

Outras unidades são, o **dB_i**, que é usado para expressar o ganho de uma antena em relação a antena isotrópica e o **dB_w**, que é uma unidade de medida de potência, tendo por definição $0 \text{ dB}_w = 1W$, onde o ganho da antena em **dB_i** será dado pela EQUAÇÃO (2.18):

$$G(\text{dB}_i) = 10 \log_{10} G , \quad (2.18)$$

sendo que o ganho da antena (adimensional), aplicando a propriedade inversa do logaritmo é dado pela EQUAÇÃO (2.19), e significa que é possível converter valores de ganho que são dados em **dB_i**, por exemplo, para valores em **dB**:

$$G = 10^{\left(\frac{G(\text{dB}_i)}{10}\right)} . \quad (2.19)$$

Frequentemente usa-se a definição da Potência Radiada Isotrópica Efetiva (*Effective Isotropic Radiated Power*) – *EIRP* dado pela EQUAÇÃO (2.20):

$$EIRP = P_{rad} \cdot G . \quad (2.20)$$

A EQUAÇÃO (2.20) representa o valor do produto da potência total radiada numa certa direção em Watts mais o ganho adimensional total da antena, que já considera todas as perdas da antena (nos cabos, na transmissão...). Em Watts de potência radiada, a expressão matemática é referida numa escala logarítmica:

$$EIRP_{mW} = 10^{\left(\frac{EIRP(\text{dB}_m)}{10}\right)} , \quad \text{em [mW]}$$

$$EIRP_W = 10^{\left(\frac{EIRP(dBW)}{10}\right)}, \quad \text{em [W]}$$

$$EIRP_W = 10^{\left(\frac{EIRP(dBm)}{10}\right)} \cdot 10^{-3}, \quad \text{em [W]}$$

$$\text{Onde: } dBw = dBm - 30. \quad (2.21)$$

Segundo Jamalipour (1998), Gordon e Walter (1993), as antenas utilizadas em comunicações telemétricas (*downlink*) são do tipo: refletora parabólica ou quadrifilar. Geralmente obtêm-se informações do funcionamento destas antenas a partir dos dados de ganho e potência de transmissão da antena.

Da mesma forma, para descobrir qual a potência total de transmissão em Watts [W] de uma antena a partir da informação dada de potência de transmissão em unidade [dBW], Orfanidis (1988) sugere a seguinte relação matemática, EQUAÇÃO (2.22).

$$P(dBW) = 10 \log_{10}(P_{(W)}) . \quad (2.22)$$

Fazendo o inverso da propriedade dos logaritmos, tem-se:

$$P_{(W)} = 10^{\left(\frac{P(dBW)}{10}\right)} . \quad (2.23)$$

Os conceitos como, ganho de antenas, diâmetro e abertura de antenas serão úteis para a verificação dos efeitos perturbativos sobre a órbita de satélites, em se tratando de antenas parabólicas utilizadas na comunicação entre satélites e estações terrestres. Neste capítulo não se fez um estudo exaustivo das características das antenas, mas sim uma abordagem dos principais conceitos utilizados na determinação das características de antenas do tipo parabólica e hélice quadrifilar, as quais são as mais utilizadas em satélites para realizar um rádio enlace.

2.2.5 Comunicação Via Satélite e Tipos de Antenas

A rádio propagação considera que abaixo de certas frequências ocorre reflexão ou refração das ondas eletromagnéticas na ionosfera. Estas frequências críticas oscilam de acordo com o ciclo de tempestades solares e com as condições da atmosfera, apresentando variações de cerca de 30 MHz. Por esta razão frequências acima de 100 MHz são utilizadas para comunicações espaciais (FIGURA 5). (ORFANIDIS, 1988)

Kraus e Marhefka (2002) apresentam os espectros do *UHF* (300 – 3000 MHz); *SHF* (3 – 30 GHz) e *EHF* (30 – 3000 GHz) como frequências para transmissão de sinais de TV, celular, GPS (*Global Position System*) (*UHF*); Radar; localização de automóveis (*EHF*), ambos os três espectros se dividem, na banda do micro-ondas, banda D (1-2 GHz); banda E, banda F (2 – 4 GHz); banda G, banda H (4 – 8 GHz); banda I, banda J (8 – 12 GHz); banda J (12 – 26 GHz); banda K (26 – 40 GHz).

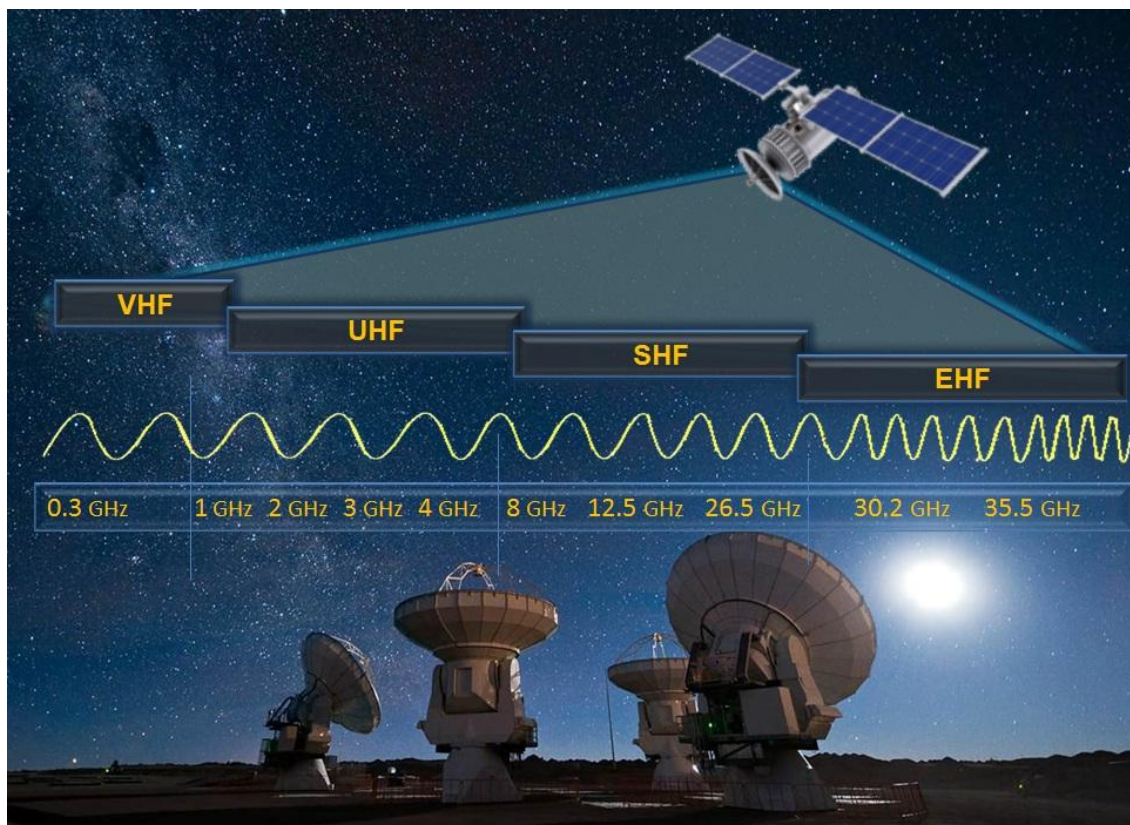


FIGURA 5 - ESPECTRO DE FREQUÊNCIA UTILIZADA NA COMUNICAÇÃO DE SATÉLITES

FONTE: O AUTOR (2012)

Para o modelo apresentado nesta tese, os parâmetros como o ganho da antena, massa do satélite e potência total radiada a partir da antena do satélite são importantes para a correta modelagem das perturbações na órbita do satélite. Quanto ao valor do ângulo de abertura da antena, este já é considerado no valor do ganho máximo da antena do satélite e, portanto, será intrinsecamente considerado nos cálculos.

As antenas utilizadas em telecomunicações via satélite são: **Antena Horn**, **Hélice Quadrifilar**, **Refletores Parabólicos** e **Redes de Fase**. As antenas do tipo **Horn** operam na frequência de 4GHz ou frequências maiores e, seu guia de onda retangular permite uma configuração de propagação da onda eletromagnética, na abertura da antena, com radiação padrão. Antenas do tipo **Hélice Quadrifilar**, operam abaixo de 4GHz mas oferecem uma grande área de cobertura. Satélites como o NAVSTAR - GPS (*Navigation Satellite with Time and Ranging - Global Positioning System*) usam antenas quadrifilares em 1,5 GHz, raio vetor de 20200 km, com ondas circularmente polarizadas e um ganho de aproximadamente 14 dB. Antenas **Parabólicas Refletores** são o tipo mais usual de antenas em satélites e, os valores típicos de potência transmitida por uma antena parabólica de satélite varia entre 10-200 W, com um ganho típico entre 14-40 dBi, sendo um valor típico de *EIRP* entre 20-60 dBW. As antenas em **Rede de Fase** possuem vários elementos que individualmente radiam numa direção específica. As radiações neste tipo de antena interferem construtiva e destrutivamente em algumas direções com a vantagem de transmitir simultaneamente um grande número de informações. (FORTECUE e STARK, 1988; KRAUS e MARHEFKA, 2002)

2.2.6 Algumas Propriedades em *Downlink* e *Uplink*

Segundo Balanis (2009), um satélite geoestacionário orbitando a 36000 km, operando em *downlink*⁹ com 4 GHz e ângulo de abertura de 17,36°, desconsiderando o tipo de antena, deve apresentar um ganho máximo de 20 dB.

⁹ Enlace de descida, com o satélite transmitindo um sinal eletromagnético para uma antena terrestre.

Para um satélite utilizado na transmissão de sinal de TV para uma estação base em solo terrestre, transmitindo seu sinal com 6W de potência em *downlink* de 4 GHz, o ganho máximo é estimado em 44 dB.

Alguns satélites como os da série *INTELSAT*, são satélites utilizados em telecomunicações, geralmente nas frequências entre 4 e 6 GHz no *uplink*¹⁰ e de 11 a 14 GHz no *downlink*, com antena omnidirecional tipo parabólica. (GORDAN e MORGAN,1993)

Para Orfanidis (2008) a ordem de potência de transmissão em sistemas de comunicação espacial não ultrapassa 1 kW. Num caso proposto, o ganho de uma antena deve ser entre 20,1 – 21,44 dB, com potência de transmissão entre 1 kW e 6 W, para um satélite que opera uma transmissão na faixa de 4 – 11 GHz, numa órbita geoestacionária.

2.2.7 Dinâmica Orbital de Satélites

As leis de Kepler além de oferecerem uma descrição do movimento planetário também oferecem uma boa aproximação do movimento do sistema solar, porque as massas planetárias podem ser negligenciadas quando comparadas com a massa do Sol e também porque ele pode ser considerado como uma massa pontual devido às grandes distâncias envolvidas. Por esse motivo é que o movimento gravitacional não perturbado é também chamado de movimento Kepleriano.

2.2.8 Elementos Orbitais

Um satélite descreve uma trajetória ao longo de um plano denominado órbita, portanto sua posição no plano orbital em um determinado instante de tempo t é calculada usando os seis parâmetros orbitais, chamados, elementos orbitais ou Keplerianos. Estes parâmetros descrevem o movimento de um satélite em torno da Terra. São eles o **semieixo maior** (a) [m], **excentricidade** (e), **inclinação** do plano

¹⁰ Enlace de subida onde a antena terrestre envia um sinal eletromagnético para um satélite em órbita.

orbital (i) [$^\circ$], **ascensão reta do nodo ascendente** (Ω) [$^\circ$], **argumento do perigeu** (ω) [$^\circ$] e **anomalia média** (M). Onde (a) e (e) descrevem a forma e a dimensão da órbita descrita pelo satélite; (Ω), (i) e (ω) são os ângulos de Euler que definem a localização do plano orbital no espaço, (FIGURA 6).

O **vetor de estado** é composto das coordenadas cartesianas da posição e velocidade, de um satélite, em relação ao sistema inercial de referência, e é possível obter seus correspondentes elementos orbitais. (MONTENBRUCK e GILL, 2005)

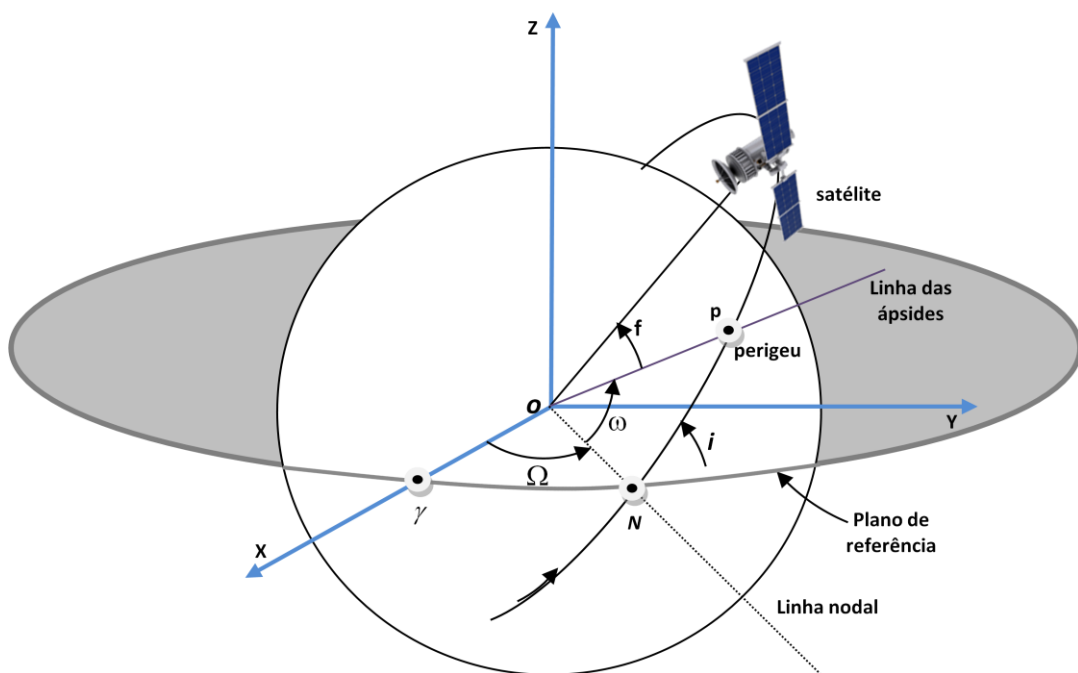


FIGURA 6 - A TRAJETÓRIA DE UM SATÉLITE, SUA LOCALIZAÇÃO DADA PELA ANOMALIA VERDADEIRA (f) E A DESCRIÇÃO DE SEUS ELEMENTOS ORBITAIS.

FONTE: ADAPTADO DE SEEGER (1993)

Um satélite artificial em órbita está sujeito a perturbações de diversas naturezas que afetam o seu movimento orbital. Assim, a EQUAÇÃO (2.24) representa a equação do movimento de um satélite sem as forças perturbadoras, denominado de movimento kepleriano.

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} \quad (2.24)$$

Onde, por exemplo, $\mu = GM_{\text{Terra}} = 3,9860047 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ e r é o raio vetor do satélite [m].

No entanto ao considerar as outras perturbações, tais como a força gravitacional terrestre, força de atração do sol e da lua, força de pressão de radiação solar, força de maré terrestre e força de arrasto atmosférico, o modelo que descreve as acelerações inferidas sobre satélites será dado por:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} + \vec{a}_{sat}, \quad (2.25)$$

onde \vec{a}_{sat} representa todas as acelerações perturbadoras mencionadas anteriormente.

No próximo capítulo, será apresentado um modelo matemático que considera um efeito perturbativo devido ao *momentum* linear que um satélite pode adquirir devido uma propagação radial de ondas eletromagnéticas, que é o que ocorre quando se considera um satélite de comunicação ou um satélite que realiza *downlink* a partir de uma antena transmissora. Na comunicação em *uplink*, segundo a teoria de antenas, as potências envolvidas e os ganhos das antenas que enviam sinais de rádio para um satélite são, em geral, menores e, portanto, não serão abordados no contexto deste trabalho.

A importância do próximo capítulo dá início aos objetivos específicos e reside na apresentação da metodologia utilizada para desenvolver um modelo teórico para a aceleração sobre um satélite, considerando a teoria de antenas, *momentum* linear e a teoria da propagação de ondas eletromagnéticas.

3 METODOLOGIA

3.1 MODELO DE ACELERAÇÃO DE REAÇÃO ELETROMAGNÉTICA DE UMA ANTENA

Para propor um modelo teórico que descreva os efeitos da radiação sobre o satélite, a partir de uma antena de transmissão do próprio satélite, tem-se que considerar a teoria de antenas e alguns conceitos da eletrodinâmica clássica e das leis da conservação da energia-*momentum*.

A onda eletromagnética carrega energia e *momentum* linear o que permite uma descrição matemática para a densidade linear de momentum eletromagnético conforme apresentada na EQUAÇÃO (3.1): (REITZ, MILFORD e CHRISTY, 1988; JACKSON, 1998; KRAUS, 1992; ORFANIDIS, 2008)

$$\vec{P}_{em} = \frac{1}{c^2} \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{c^2} \vec{S}, \quad (3.1)$$

onde, \vec{P}_{em} é a densidade de *momentum* eletromagnético, \vec{E} é o campo elétrico [V/m], \vec{H} é a intensidade do campo magnético [Wb] e \vec{S} é o vetor de Poynting [W/m^2]. Fazendo uma média sobre todo um período $T = 2\pi/\omega$ é possível obter a média da densidade do momentum eletromagnético criado por um campo de radiação a partir de uma antena em um satélite, que transmite ondas eletromagnéticas radialmente, de acordo com:

$$\vec{P}_{em} = \frac{1}{c^2} S_{rad} \hat{a}_r = \frac{G(\theta, \varphi) P_{rad}}{4\pi c^2 r^2} \hat{a}_r, \quad (3.2)$$

onde, θ e φ , representam os ângulos em coordenada esférica, com origem no centro da antena de transmissão do satélite, conforme a FIGURA 7.

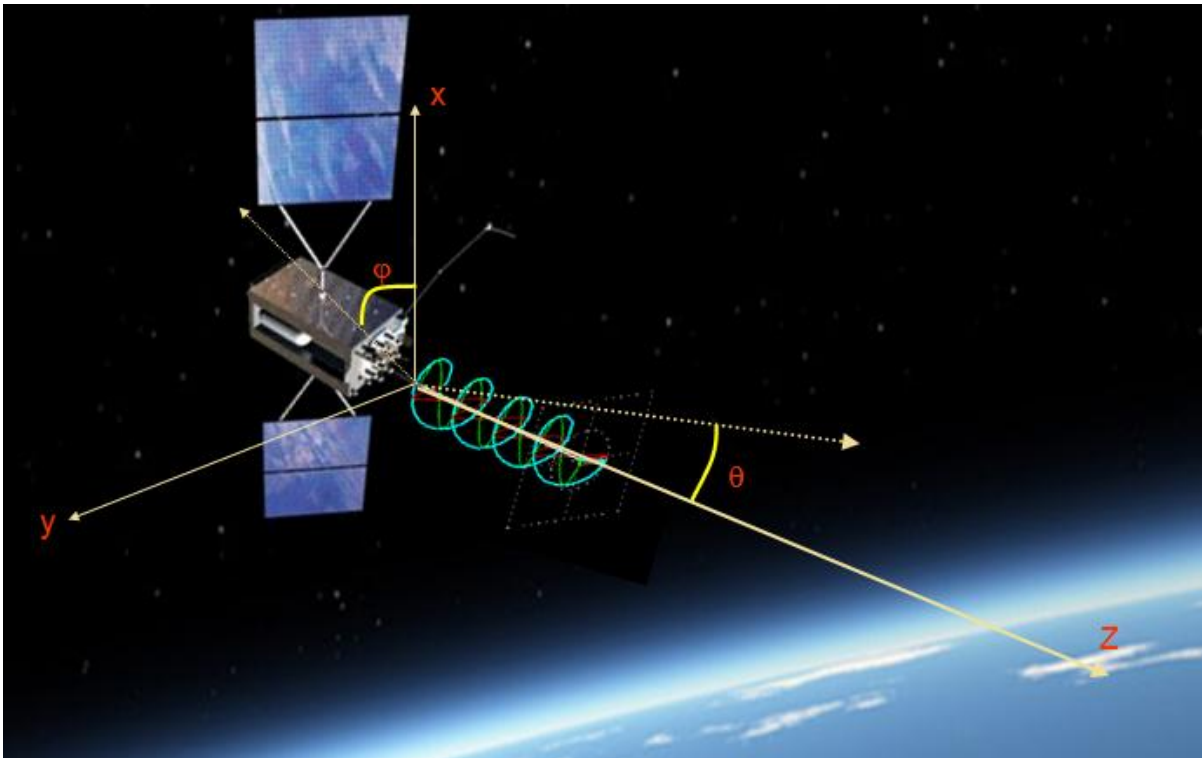


FIGURA 7- COORDENADAS NO SISTEMA DE REFERÊNCIA LOCAL NA ANTENA DO SATÉLITE, O EIXO Z APONTA NA DIREÇÃO DA SUPERFÍCIE TERRESTRE.

FONTE: O AUTOR (2012)

Desta forma, segundo Jackson (1998), o *momentum* eletromagnético emitido por uma antena transmissora corresponde a integral indicada na EQUAÇÃO (3.3) sobre um elemento de volume dV , dado por, $dV = r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\phi$, sendo $dr = cdt$ a distância percorrida pelas ondas eletromagnéticas radiadas pela antena, em um intervalo infinitesimal de tempo dt , logo:

$$d\vec{p}_{em} = \int_V \vec{P}_{em} dV = \int_V \frac{1}{c^2} \vec{S} dV = \frac{P_{rad}}{4\pi c} dt \int_{\Omega} G(\theta, \phi) \hat{a}_r d\Omega, \quad (3.3)$$

onde \hat{a}_r representa a direção radial, a partir do sistema de coordenadas esféricas que está no centro da antena de transmissão e, $d\Omega$ é o elemento infinitesimal do ângulo sólido, ver FIGURA 4 (pg. 26).

A lei de conservação do *momentum* linear requer que o *momentum* adquirido pelas ondas eletromagnéticas radiadas. Portanto, deve ser dado pela

composição do sistema antena e satélite, no qual se pode aproximar a uma partícula pontual que possui *momentum* mecânico linear $\vec{p}_{mec} = m\vec{v}$, sendo que m representa a massa do sistema antena mais satélite. Desta forma o *momentum* mecânico e o *momentum* eletromagnético são conservados:

$$d\vec{p}_{mec} + d\vec{p}_{em} = 0, \quad (3.4)$$

resultando numa força (\vec{F}_{sat}), pela conservação do *momentum*, que atua sobre um satélite, conforme a EQUAÇÃO (3.5):

$$\vec{F}_{sat} = \frac{d\vec{p}_{mec}}{dt} = -\frac{d\vec{p}_{em}}{dt} = -\frac{P_{rad}}{4\pi c} \int_{\Omega} G(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{a}}_r d\Omega . \quad (3.5)$$

Pela segunda lei de Newton, deixando em termos da aceleração, tem-se:

$$\vec{a}_{sat} = -\frac{P_{rad}}{4\pi mc} \int_{\Omega} G(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{a}}_r d\Omega . \quad (3.6)$$

Expressando o termo $\hat{\mathbf{a}}_r$ que representa a direção radial a partir do centro do sistema da antena, em coordenadas cartesianas:

$$\hat{\mathbf{a}}_r = \sin(\theta) \cos(\varphi) \hat{\mathbf{a}}_x + \sin(\theta) \sin(\varphi) \hat{\mathbf{a}}_y + \cos(\theta) \hat{\mathbf{a}}_z. \quad (3.7)$$

Se o ganho da antena for $G(\theta, \varphi) = G_o g_o(\theta, \varphi)$, então pode-se expressar a forma generalizada da equação para a **aceleração de reação eletromagnética** sobre um satélite, conforme EQUAÇÃO (3.8) (Apêndice II).

$$\vec{a}_{sat} = -\frac{G_o P_{rad}}{4\pi mc} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} g_o(\theta, \varphi) [\sin(\theta) \cos(\varphi) \hat{\mathbf{a}}_x + \sin(\theta) \sin(\varphi) \hat{\mathbf{a}}_y + \cos(\theta) \hat{\mathbf{a}}_z] \sin(\theta) d\theta d\varphi . \quad (3.8)$$

Esta EQUAÇÃO (3.8) corresponde à descrição geral da aceleração sobre um satélite, a partir dos efeitos eletromagnéticos de uma antena acoplada ao próprio

satélite. Sua forma generalizada permite explorar a aceleração sobre o satélite, particularmente para qualquer tipo de antena ou rede de antenas.

A seguir, será apresentado o modelo da aceleração de reação eletromagnética sobre um satélite, particularmente para dois tipos de antenas, refletora parabólica e hélice quadrifilar.

3.2 ANTENA DO SATÉLITE TIPO PARABÓLICA

Satélites de órbitas altas utilizam antenas parabólicas por se tratar de antenas com alto ganho, alta diretividade e um ângulo de abertura pequeno, portanto, o ganho máximo é função do ângulo de abertura da antena, parâmetro este que geralmente é fornecido pelo fabricante da antena, ou obtido dos manuais técnicos da antena instalada no satélite, enquanto satélites de baixa órbita utilizam comumente, antenas hélice quadrifilares. As antenas em satélites geoestacionários possuem diretividade garantida para que as comunicações com a área de cobertura na superfície terrestre não sofra atenuações. Geralmente as antenas a bordo destes satélites possuem um tamanho de 2-3m de diâmetro. (BALANIS, 2009; KRAUS e MARHEFKA, 2002; STUTZMAN e THIELE, 1998)

Usando um ganho normalizado máximo, com $g_o(\theta, \varphi) = 1$, com $0 \leq \theta \leq \theta_o$, para uma antena tipo parabólica refletora, a solução particularizada da EQUAÇÃO (3.8) (apêndice II), resulta na aceleração sobre o satélite a partir da reação de radiação da antena no satélite artificial. Porém cada tipo de antena possui um diagrama de radiação específico, que faz variar o valor de $g(\theta, \varphi)$:

$$\vec{a}_{sat} = - \frac{G_{max} P_{rad}}{4mc} (\sin^2(\theta_o)) \hat{z}, \quad (3.9)$$

onde o ganho máximo da antena transmissora no satélite é [adimensional] (com $g(\theta, \varphi)=1$, e $0 \leq \theta \leq \theta_o$), P_{rad} é a potência total radiada a partir da antena [W] e o produto destes é o $EIRP$ [W], m é a massa do satélite mais a da antena [kg], c representa a velocidade da luz no vácuo [m/s] e θ_o é o ângulo de abertura da antena

[°]. Observa-se que todos os parâmetros são radiais, ou seja, com propagação radial, em direção à superfície da Terra.

Portanto o Modelo da Aceleração de Reação Eletromagnética sobre um satélite, considerando uma antena parabólica, é dado pela EQUAÇÃO (3.10) (a partir da EQUAÇÃO 3.9).

$$\vec{a}_{sat} \cong -\frac{5P_{rad}}{2mc} \hat{a}_z. \quad (3.10)$$

Esta equação será utilizada para propagar a órbita dos satélites, considerando os efeitos de perturbação a partir de uma antena refletora parabólica.

3.3 ANTENA DO SATÉLITE TIPO HÉLICE QUADRIFILAR

Este tipo de antena, conforme discutido em 2.2.3 é muito utilizado por satélites como o GPS (*Global Position System*), de monitoramento climático e telecomunicações. (KRAUS e MARHEFKA, 2002)

Para satélites de baixa órbita, antenas com diretividade menor são utilizadas, pois o telecomando ou telemetria ocorre para ângulos maiores de propagação, por isso raramente se usa antena refletora do tipo parabólica. (KRAUS e MARHEFKA, 2002)

Para este tipo de antena, a partir do diagrama de radiação (FIGURA 2), considera-se que $g(\theta, \varphi) = \frac{1 + \cos(\theta)}{2}$, e utilizando a EQUAÇÃO (3.8), conforme Apêndice III, é possível descrever a seguinte relação, EQUAÇÃO (3.11).

$$\vec{a}_{sat} \cong -\frac{P_{rad} \cdot G_0}{3mc} \hat{a}_z. \quad (3.11)$$

Como o produto do ganho máximo pela potência total radiada a partir da antena define uma Potência Irradiada Isotrópica Efetiva (*Effective Isotropic Radiated Power*) – *EIRP* (EQUAÇÃO 2.20) na unidade de Watts, então:

$$\vec{a}_{sat} \cong -\frac{EIRP}{3mc} \hat{a}_z. \quad (3.12)$$

Esta equação é usada especificamente para a perturbação de um satélite que utiliza antenas hélice quadrifilares.

4 RECURSOS UTILIZADOS

4.1 MODELAGEM NUMÉRICA DA PERTURBAÇÃO DEVIDO A RADIAÇÃO DA ANTENA

Para se determinar a perturbação devido à radiação da antena sobre um satélite é necessário organizar as variáveis de entrada de forma para a integração numérica, a força perturbadora incluída unicamente na equação geral do movimento de um satélite.

A equação do movimento de um satélite em função da força perturbadora devido à radiação da antena é:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{a}_{sat}, \quad (4.1)$$

onde \vec{a}_{sat} é a aceleração perturbada devido a radiação eletromagnética da antena do satélite.

A EQUAÇÃO (4.1) é integrada numericamente, porém, sendo uma equação de 2ª ordem, é possível representá-la na forma de duas equações diferenciais de 1ª ordem, ou seja:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}} &= \vec{v}, \\ \dot{\vec{v}} &= -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} + \vec{a}_{sat}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Para compor o modelo de perturbação a EQUAÇÃO (4.2) pode ser re-escrita em função de suas componentes, portanto:

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= V_x, \\
 \dot{Y} &= V_y, \\
 \dot{Z} &= V_z, \\
 \dot{V}_x &= -\frac{\mu}{r^3}X + \ddot{X}_i, \\
 \dot{V}_y &= -\frac{\mu}{r^3}Y + \ddot{Y}_i, \\
 \dot{V}_z &= -\frac{\mu}{r^3}Z + \ddot{Z}_i.
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Sendo $r = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}$ e $\ddot{X}_i, \ddot{Y}_i, \ddot{Z}_i$ são as componentes das acelerações perturbadoras sobre o satélite em relação aos eixos x, y e z , respectivamente devido a reação de radiação da antena.

Como método integrador, será utilizado o *método de Runge-Kutta*¹¹ que entre outros métodos, é particularmente fácil de usar e pode ser aplicado para diferentes problemas físicos. (MONTENBRUCK e GILL, 2005)

Para a resolução de problemas de equações diferenciais ordinárias será utilizado o *toolbox* do MATLAB®, que possui o recurso do *método de Runge-Kutta*, denominado ODE45 (*Ordinary Differential Equation*), propagado para um período de 2 dias, com passo a cada 1 segundo de integração e tolerância absoluta e relativa de erro, com 10^{-14} de precisão na mantissa para posição e velocidade. (HAIRER, 1978)

¹¹ Método de passo simples que requer apenas derivadas de primeira ordem, fornecendo aproximações precisas com erros de truncamento da ordem de h^2, h^3, h^4 , etc.

4.2 MODELAGEM ANALÍTICA DA PERTURBAÇÃO DEVIDO A RADIAÇÃO DA ANTENA. EQUAÇÕES DE LAGRANGE NA FORMA DE GAUSS

Outra maneira de se determinar a perturbação da radiação da antena sobre o satélite é a modelagem analítica. Devido ao fato que a perturbação da radiação da antena ser dissipativa, é mais prático usar as equações de Lagrange na forma de Gauss (denominado neste trabalho como L.G), então: (BROUWER e CLEMENCE, 1961).

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n(1-e^2)^{1/2}} [R \sin(f) + T(1 - e \cos(f))], \quad (4.4)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na} [R \sin(f) + T(\cos(E) + \cos(f))], \quad (4.5)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{na(1-e^2)^{1/2}} \left[N \frac{r}{a} \cos(\omega + f) \right], \quad (4.6)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na(1-e^2)^{1/2} \sin(I)} \left[N \frac{r}{a} \cos(\omega + f) \right], \quad (4.7)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{(1-e^2)^{1/2}}{nae} \left\{ -R \cos(f) + T \left[\frac{r}{a(1-e^2)} + 1 \right] \sin(f) \right\} - \dot{\Omega} \cos(I), \quad (4.8)$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{2rR}{na^2} - (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} (\dot{\omega} + \dot{\Omega} \cos(I)). \quad (4.9)$$

Onde N , R , T são as componentes da aceleração eletromagnética a partir do referencial da antena do satélite nas direções normal, radial e transversal ao plano da órbita, respectivamente. Sendo que (n) representa o movimento médio e (E) a anomalia excêntrica.

A força de radiação da antena é na direção radial, então ocorre à consideração apenas da componente radial. Deste modo as equações de Lagrange da forma de Gauss dos elementos orbitais, que estão em função da componente radial tornam-se:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2e}{n(1-e^2)^{1/2}} [R \sin(f)] , \quad (4.10)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na} [R \sin(f)] , \quad (4.11)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{(1-e^2)^{1/2}}{nae} (-R \cos(f)) , \quad (4.12)$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{2rR}{na^2} - (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \dot{\omega} . \quad (4.13)$$

Onde a componente radial é dada por $R = \vec{a}_{sat} \cdot \hat{a}_z = a_{sat} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z/r \end{bmatrix}$, onde \vec{a}_{sat}

representa o modelo de perturbação a partir da antena do satélite, para os casos de uma antena parabólica (EQUAÇÃO (3.10)) ou hélice quadrifilar (EQUAÇÃO (3.12)).

As equações de 4.4 a 4.13 representam o comportamento temporal dos elementos orbitais em função das coordenadas ortogonais do satélite em órbita e, são expressões analíticas que podem ser usadas em algoritmos para confirmar o comportamento variacional dos elementos orbitais obtidos na propagação numérica.

4.3 PROPAGAÇÃO DAS ONDAS ELETROMAGNÉTICAS NO ESPAÇO LIVRE

Comunicação em frequências elevadas, geralmente em *UHF* ou *SHF*, pode ser considerada como propagação no espaço livre, o qual é usado em *links* com as antenas de satélites. Nesta faixa de frequência do espectro eletromagnético, conseguem-se antenas com alta diretividade.

Considerando que (P_T) é a potência de transmissão em Watts da antena de satélites, (P_R) é a potência de recepção das antenas numa estação terrestre, (G_T) é o ganho da antena transmissora em [dBi] e (G_R) é o ganho da antena receptora em [dBi]. Admitindo que uma antena transmissora isotrópica esteja radiando com uma potência P_T , a densidade de potência a uma distância r [m] é a relação entre a potência radiada e a área da superfície da esfera com raio igual à distância especificada.

Assim a **equação das Telecomunicações** ou **Fórmula de Transmissão de Friis**, ficará definida como: (BALANIS, 2009)

$$P_R = \frac{P_T \lambda^2 G_R G_T}{(4\pi r)^2}. \quad (4.14)$$

Esta equação mostra que a potência da onda radiada decresce com o quadrado da distância entre a antena transmissora e a receptora, supondo uma área efetiva das antenas constante.

A fórmula de Friis não considera a perda por dissipação de potência no meio, o que significa que a radiação da onda eletromagnética espalha-se em todas as direções do espaço, embora haja predominância para as regiões determinadas pelos lóbulos de radiação principais da antena transmissora.

Usando a fórmula de Friis, tanto Ribeiro (2004) quanto Maral e Bousquet (1998), apresentam valores típicos para a frequência de transmissão em satélites de telecomunicação, conforme TABELA 5. Esta tabela fornece uma descrição geral da distância como função, principalmente do ganho de transmissão e da potência radiada pela antena, além de relacionar o tipo de antena e o valor da potência recebida, na ordem de pico Watt, conforme prevê fórmula de Friis.

TABELA 1: RELAÇÃO GANHO, POTÊNCIA E TIPO DE ANTENA

Distância [km]	Frequência [GHz]	Ganho Transmissão [dBi]	Potência Radiada [W]	Potência Recebida [W]	Tipo de Antena
200	1,5	5	0,5	1×10^{-10}	Hélice Quadrifilar
24567	15	32	320	22×10^{-12}	Refletora Parabólica

FONTE: MARAL e BOUSQUET (1998), RIBEIRO (2004)

Para Orfanidis (2008), a mínima potência que uma antena de recepção consegue capturar, é da ordem do pico Watts, justamente por considerar a relação sinal/ruído que existe nos enlaces dos sinais entre o satélite e o receptor. Portanto, todos os valores de ganho de transmissão e potência radiada, considerada neste trabalho são compatíveis com o mínimo valor de potência recebida, (ordem de pico Watt) conforme a fórmula de Friis.

4.4 SISTEMA INTERATIVO – MATRIX LABORATORY (MATLAB)

O *software* MATLAB[®] é um ambiente de computação técnico-científica para desenvolvimento de sistemas interativos, com resposta numérica e gráfica dos resultados. Sua linguagem de programação é eficiente no desenvolvimento de rotinas e sua biblioteca possui um vasto recurso de métodos de solução de problemas e de formulação de gráficos. Os problemas a serem solucionados são expressos no algoritmo numa forma numérica idêntica a forma como as equações originais são escritas. (MATSUMOT, 2002)

A facilidade de criar rotinas (rotina.m) permite ao usuário o desenvolvimento de várias rotinas auxiliares que são, ou podem ser, aquelas que desempenham funções específicas dentro de uma rotina principal. A construção de objetos *GUI* possibilita ao programador a construção de um ambiente no qual o usuário pode interagir com as ferramentas gráficas do *software* MATLAB[®]. (MATSUMOT, 2002)

A EQUAÇÃO (4.1) é a equação diferencial ordinária a ser resolvida, onde \vec{a}_{sat} na EQUAÇÃO (4.2) é a aceleração sobre um satélite, dependendo da antena

envolvida no radio enlace, dado nas EQUAÇÕES (3.10) e (3.12). As equações são resolvidas pelo método de *Runge-Kutta* (ODE45 no MATLAB®), cujos valores de entrada na rotina são os chamados *Vetores de Estado*, que carregam as informações de posição (X , Y e Z) e velocidade (V_x , V_y e V_z) de um determinado satélite, para um determinado dia, mês, ano, hora, minuto e segundo.

Através da função ODE45 é possível prever, pelo método iterativo de *Runge-Kutta*, as posições e velocidades deste satélite para qualquer momento, ou seja, é possível propagar a órbita deste satélite a partir de seu Vetor de Estado e, portanto, predizendo sua trajetória sem nenhuma perturbação (movimento kepleriano) e com o modelo de perturbação proposto neste trabalho (usando a EQUAÇÃO (3.10) e (3.12)).

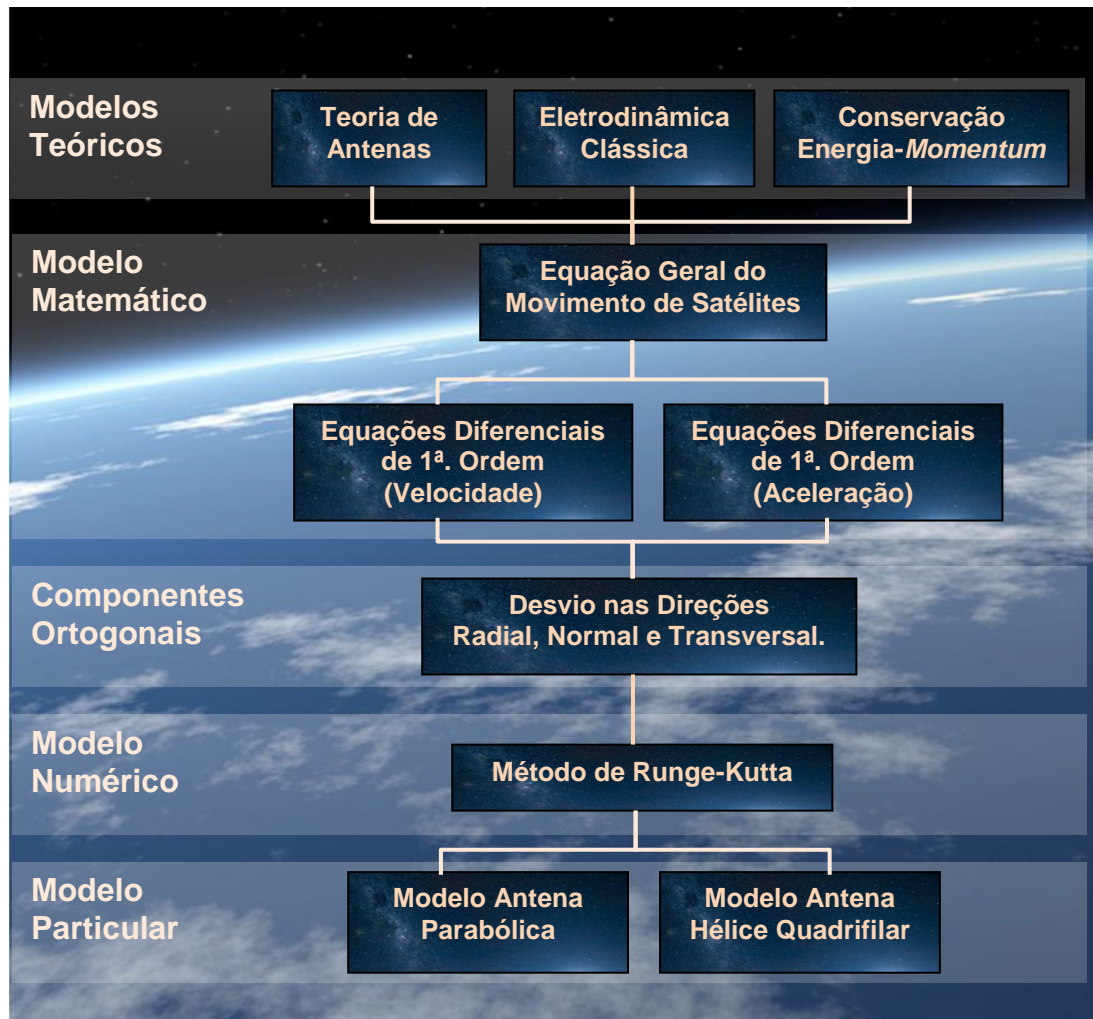
Uma interface gráfica para a obtenção dos resultados propostos neste trabalho foi desenvolvido em ambiente MATLAB®. A plataforma de acesso dos dados foi incorporada às rotinas desta interface gráfica, permitindo aos usuários que alterem a rotina do programa, para adicionar ou retirar características dos satélites e propriedades de suas antenas.

4.5 MAPA CONCEITUAL METODOLÓGICO

Para concretizar o entendimento acerca da metodologia utilizada e, a estrutura em blocos dos passos realizados para o desenvolvimento do algoritmo de propagação, até os resultados obtidos através dos desvios nas direções normal, radial e transversal, apresenta-se um fluxograma em forma de tabela.

A TABELA 2 mostra um mapa conceitual das etapas metodológicas apresentando, as teorias envolvidas no desenvolvimento do modelo de aceleração de reação eletromagnética, o uso da equação de movimento kepleriano e suas equações diferenciais de 1ª. ordem e o método de Runge-Kutta aplicado na solução das equações diferenciais.

TABELA 2: MAPA CONCEITUAL DAS ETAPAS METODOLÓGICAS



FONTE: O AUTOR (2012)

5 RESULTADOS

A órbita de um satélite, foi propagada para um intervalo de tempo de 2 dias¹² com passo de 300¹³ segundos, primeiro com aceleração dos dois corpos (órbita de referência) e depois considerando o Modelo da Aceleração de Reação Eletromagnética (órbita perturbada), EQUAÇÕES (3.10) e (3.12). Em seguida foi feita uma comparação dos resultados, entre estas órbitas, analisando-se os desvios de posição nas componentes radial (ΔR), normal (ΔN) e transversal (ΔT), conforme as EQUAÇÕES (5.1),(5.2) e (5.3).

Também foi realizado um estudo analítico desta perturbação, sobre os elementos orbitais, especialmente sobre o semi eixo maior, utilizando as equações de L.G, buscando interpretar o comportamento periódico e seu módulo, conforme (ver Apêndice IV):

$$\Delta R = \frac{1}{r_R} [(x_R - x_P)x_R + (y_R - y_P)y_R + (z_R - z_P)z_R], \quad (5.1)$$

$$\Delta N = \frac{1}{G} [(x_R - x_P)G_x + (y_R - y_P)G_y + (z_R - z_P)G_z], \quad (5.2)$$

$$\Delta T = \frac{1}{Gr_R} [(x_R - x_P)H_x + (y_R - y_P)H_y + (z_R - z_P)H_z], \quad (5.3)$$

onde r_R é o módulo do vetor de estado de referência (movimento Kepleriano); G é o *momentum* angular (movimento Kepleriano) do satélite e suas respectivas componentes (G_x, G_y, G_z); H_x, H_y e H_z são as componentes obtidas do produto vetorial entre o versor na direção normal e o versor na direção radial.

A componente normal é perpendicular ao plano orbital e positivo na direção do vetor *momentum* angular. A componente ortogonal radial está longo do raio vetor do satélite e positivo para fora do corpo central, já a componente transversal está na direção do plano orbital e positivo na direção do movimento do satélite, como indica a FIGURA 8.

¹² Período escolhido para corresponder ao menor tempo de processamento da rotina de propagação das órbitas.

¹³ Passo escolhido para resultar em gráficos fáceis de serem observados nas suas respectivas escalas.

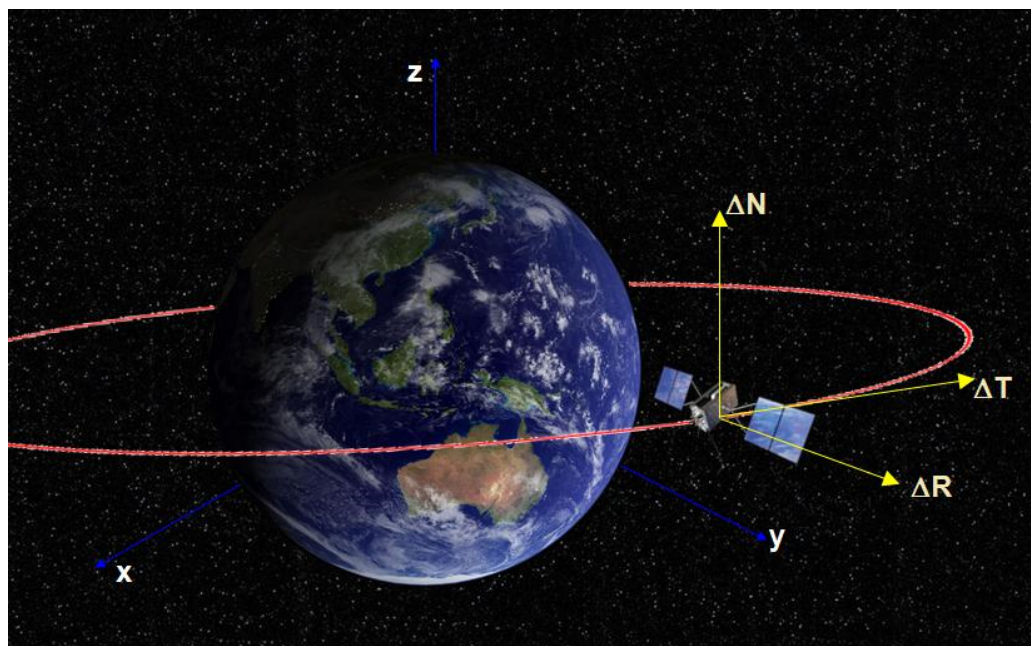


FIGURA 8: DESVIOS DAS COMPONENTES ORTOGONAIS: RADIAL, NORMAL E TRANSVERSAL

FONTE: O AUTOR (2012)

5.1 ESCOLHA DOS SATÉLITES

Os vetores de estado dos satélites a seguir, foram obtidos usando um programa executável chamado *TrakStar Version 2.65*¹⁴, que converte os dados das efemérides no formato TLE (*Two Line Element*) (que contém os elementos orbitais), para dados de Vetor de Estado de alguns satélites.

Os satélites escolhidos (FIGURA 9) são o *INTELSAT*, (oferece serviços internacionais de telefonia, transferência de dados, composto por uma rede de 22 satélites geoestacionários em posições orbitais sobre os Oceanos Atlântico, Índico e Pacífico) e, o satélite GPS (*Global Position System*) da série BLOCK IIR-11 (com autonomia de navegação, espaçamento de 60° entre satélites, 28° de visualização terrestre, oferecendo cobertura total sobre a superfície terrestre). (GORDON e MORGAN, 1993; GAO, 2010)

¹⁴ TrakStar: Programa que usa os parâmetros TLE (*Two-Line Elements*) dos satélites e os valores dos TLE podem ser obtidos por correio eletrônico junto ao NORAD (*North American Aerospace Defense Command*, Confer <http://www.spacecom.af.mil/NORAD>).

INTELSAT 907

*International
Telecommunications
Satellite Organization.*

Créditos: ESA/CNES,

Foto: *Service Optique
Video. CSG*

Palo Alto - Califórnia



Fonte: (web) space.skyrocket.de

GPS

Global Position System.

Série: *Block IIF-1 / Block
IIR-11*

Créditos: Lockheed Martin



Fonte: (web) insidegnss.com

FIGURA 9 – SUPERIOR: SATÉLITE INTELSAT 907. INFERIOR: GPS BLOCK IIR-11

FONTE: O AUTOR (2012)

A FIGURA 10, mostra a disposição das inclinações e do plano orbital dos satélites GPS (*Global Position System*) BLOCK IIR-11 com raio vetor aproximadamente de 26600 km e $54,98430^\circ$ de inclinação e o *INTELSAT 907* orbitando a um raio vetor aproximado de 42200 km e $0,0056^\circ$ de inclinação (FIGURA 10).

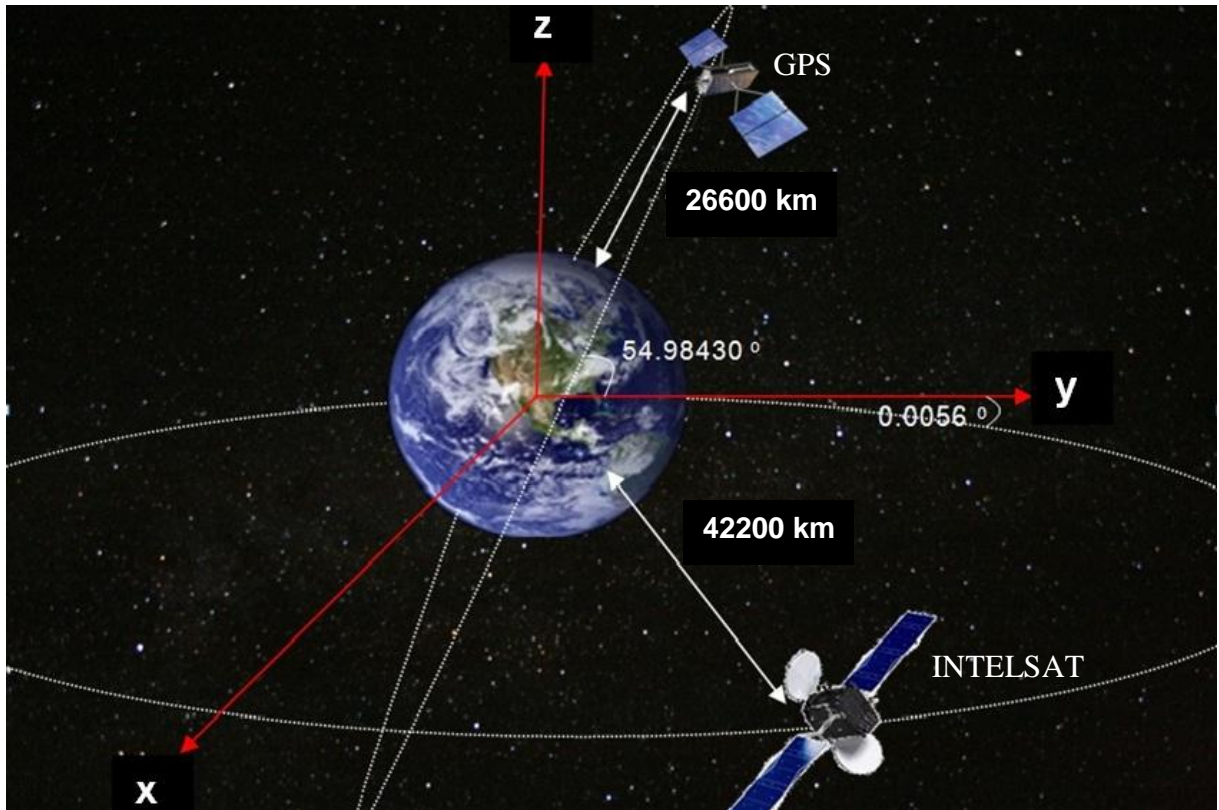


FIGURA 10 - CONFIGURAÇÃO DOS SATÉLITES GPS BLOCK IIR-11 E *INTELSAT* 907, COM SUAS RESPECTIVAS INCLINAÇÕES.

FONTE: O AUTOR (2012)

5.1.1 Intelsat 907

Satélite de telecomunicação geoestacionário da empresa *INTELSAT* com aproximadamente 1900 kg. Lançado a bordo do foguete Ariane 44L a partir do *European Spaceport* de Kourou na Guiana Francesa às 07h00min00s (UTC) em 15 de fevereiro de 2003. É um satélite que substituiu o seu antecessor o *INTELSAT* 605 lançado com o Ariane-4 ¹⁵.

Por estar numa órbita geoestacionária, opera com antenas de abertura tipo parabólica, com *EIRP* entre 37 – 41.6 dBW, ganho máximo de aproximadamente 24,5 dB e potência de radiação de 700 W. (*INTELSAT*, 2004)

¹⁵ Confer <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/spacwarn/spx592.html>

Segundo Kraus e Marhefka (2002), os valores típicos de potência de radiação da antena transmissora, para satélites de telecomunicação deste tipo, são da ordem de 100 a 900 W.

O vetor de Estado e os elementos keplerianos, para o dia 29 de Novembro de 2010 as 02h24min00s para este satélite são apresentados na TABELA 3:

TABELA 3 - VETOR DE ESTADO E SEUS RESPECTIVOS ELEMENTOS KEPLERIANOS - PARA O DIA 29/11/2010 02h24min00s

X [m]	=	-42159069,0000000	V_x [m/s]	=	43,3320000000000
Y [m]	=	-581514,000000000	V_y [m/s]	=	-3074,57500000000
Z [m]	=	5890,00000000000	V_z [m/s]	=	1,88300000000000

ELEMENTOS KEPLERIANOS		VALORES
Semieixo maior [km]	(<i>a</i>)	42166,208
Excentricidade	(<i>e</i>)	0,003095
Inclinação [°]	(<i>i</i>)	0,0056
Ascensão Reta do Nodo Ascendente [°]	(Ω)	331,0367
Argumento do Perigeu [°]	(ω)	284,2406
Anomalia Média [°]	(<i>M</i>)	181,1215

FONTE: O AUTOR (2012)

5.1.2 Global Position System

O GPS (*Global Position System*) BLOCK IIR-11 é um dos satélites da classe GPS que oferece condições de navegação tridimensional 24 horas por dia.

Possui uma massa de 759 kg, uma extensão de 5,30 m com os painéis solares abertos. Este satélite possui uma cobertura hemisférica omnidirecional, e suas antenas são redes de antenas do tipo monopolos, dipolos, hélices quadrifilares, refletoras em espiral ou de microfita. (COJOCARU , 2007; TYSON e KOPP, 2007)

O vetor de estado para o dia 31 de Dezembro de 2004 às 01h21min23s é apresentado na TABELA 4:

TABELA 4 - VETOR DE ESTADO E SEUS RESPECTIVOS ELEMENTOS KEPLERIANOS - PARA O DIA 31/12/2004 às 01h21min23s

X [m]	=	21337664,0000000	V_x [m/s]	=	-69,6990000000000
Y [m]	=	11449299,0000000	V_y [m/s]	=	2730,47100000000
Z [m]	=	10970074,0000000	V_z [m/s]	=	-2742,30100000000

ELEMENTOS KEPLERIANOS		VALORES
Semieixo maior [km]	(<i>a</i>)	26560,761
Excentricidade	(<i>e</i>)	0,033753
Inclinação [°]	(<i>i</i>)	54,9843
Ascensão Reta do Nodo Ascendente [°]	(Ω)	226,7274
Argumento do Perigeu [°]	(ω)	257,6704
Anomalia Média [°]	(<i>M</i>)	102,0299

FONTE: O AUTOR (2012)

A TABELA 5 apresenta um resumo das propriedades destes satélites e as agrupam conforme os valores de massa e, valores típicos de ganho máximo da respectiva antena, potência típica radiada por tal antena e *EIRP* padrão, como função do tipo de antena, conforme apresentam Gordon e Walter (1993), Stutzman e Thiele (1998), Kraus e Marhefka (2002), Orfanidis (2008).

TABELA 5 - PROPRIEDADES DAS ANTENAS DOS SATÉLITES UTILIZADOS

Tipo de Satélite	Massa [kg]	Ganho Máximo [dB]	Potência Radiada [W]	<i>EIRP</i> [W]	Tipo de Antena
GPS BLOCK II-11R *	759	12,1	26,91	436,5	Hélice Quadrifilar
<i>INTELSAT</i> 907*	1900	24,5	700	197,3 x10 ³	Refletores Parabólica

FONTE: * VALORES TÍPICOS SEGUNDO MARAL E BOUSQUET (1998), KRAUS E MARHEFKA (2002), BALANIS (2009)

Os valores na TABELA 5 estão de acordo com as especificações de potência recebida, da ordem de pico Watt, segundo Orfanidis (2008) pela fórmula de Friis (EQUAÇÃO (4.4)).

5.1.3 Satélite Fictício SAT012

O propósito de realizar uma simulação da propagação da órbita para um satélite fictício, usando o movimento kepleriano e a perturbação da radiação eletromagnética de uma antena, reside na análise sobre as melhores características da antena deste satélite. Além de identificar o vetor de estado, massa do satélite e elementos orbitais adequados para o qual o desvio na direção normal, radial e transversal seja mínimo.

O satélite denominado, *SAT012 (Satellite Antenna Transceiver)* uma alusão a um satélite qualquer (FIGURA 11), será utilizado em simulações distintas, considerando uma órbita excêntrica ($e = 0,5$), com inclinações de 30° , noutra uma órbita circular ($e = 0,0005$), novamente com a inclinação de 30° , conforme a TABELA 6.



FIGURA 11: PROTÓTIPO DO SATÉLITE SAT012, COM SUAS REDES DE ANTENAS PARABÓLICAS E HÉLICES QUADRIFILARES

FONTE: O AUTOR (2012)

Com diferentes valores de massa (600 kg, 1000 kg e 1400 kg) e com raio vetor aproximadamente de 20560 km, este satélite possui uma antena refletora parabólica, com diferentes potências de transmissão (200 W, 600 W e 1000 W), isto permite às simulações, a possibilidade de inferir como devem ser as características

deste satélite, para o qual a perturbação a partir dos efeitos da radiação eletromagnética de sua antena, seja mínima.

TABELA 6- ELEMENTOS KEPLERIANOS PARA UM SATÉLITE FICTICIO DE ÓRBITA MÉDIA

ELEMENTOS KEPLERIANOS		i = 30°	
Semieixo maior [km]	(a)	20515	20515
Excentricidade	(e)	0,0005	0,5
Inclinação [°]	(i)	30	30
Asc. Reta do Nodo Asc. [°]	(Ω)	300	300
Argumento o Perigeu [°]	(ω)	300	300
Anomalia Média [°]	(M)	57	57

FONTE: O AUTOR (2012)

Após a escolha de sua massa e potência de transmissão da antena refletora parabólica, uma nova simulação será feita para diferentes valores de raios vetores (15000 km, 12000 km e 9000 km), com o objetivo de averiguar se haverá discrepâncias nos valores dos desvios das direções radial, normal e transversal, aceleração e desvio no semieixo maior do satélite *SAT012*.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Foi desenvolvida uma interface gráfica em ambiente MatLab® denominada *Prop-Orbit Antenna - PrOA*, que possibilita ao usuário a escolha de satélites, previamente incluídos na disponibilidade da interface gráfica, a serem propagados, primeiro usando o movimento kepleriano depois usando o modelo de perturbação a partir da antena (FIGURA 12). O programa admite valores de entrada do período (em dias), do intervalo (passo) de propagação (em segundos), tipo de antena (se hélice quadrifilar ou parabólica) e parâmetros da antena (*EIRP* ou potência radiada, respectivamente).

Como resultado de saída do programa, tem-se uma perspectiva da trajetória da órbita do satélite escolhido, e a possibilidade de construir gráficos que representam o comportamento de seus elementos orbitais.

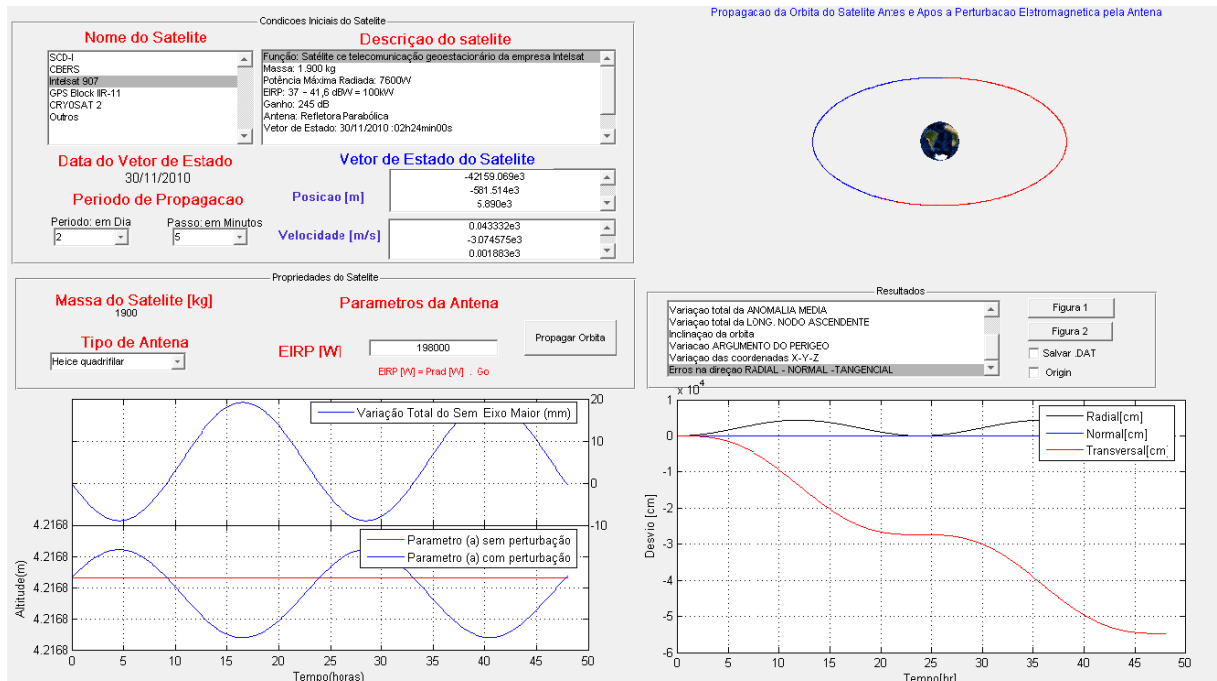


FIGURA 12 - IMAGEM DO AMBIENTE GRÁFICO DO PROGRAMA *PROP-ORBIT ANTENNA* PARA O SATÉLITE INTELSAT907

FONTE: O AUTOR (2012)

A figura 12 é um exemplo da simulação do satélite *INTELSAT 907*, para o período de dois dias de propagação, passo (intervalo) de cinco minutos, massa de 1900 kg, com *EIRP* obtido da TABELA 4, com antena hélice quadrifilar. O gráfico a esquerda do programa *PROP-ORBIT ANTENNA* corresponde a dois gráficos: o superior é a variação do semi eixo maior em milímetros, o inferior é a variação da altitude em metros. O gráfico a direita do programa mostra os desvios nas direções normal (azul), radial (preto) e transversal (vermelho).

6.1 RESULTADOS PARA O INTELSAT 907

Foi propagada sua órbita para um período de 2 dias, a cada 300 segundos (5 minutos) conforme as argumentações anteriores (pg. 49), considerando primeiro o modelo Kepleriano e depois o modelo perturbado. Este satélite utiliza antenas tipo parabólicas e, portanto, seus principais elementos para considerar em uma perturbação orbital, a partir dos efeitos da radiação da antena deste satélite, são: vetor de estado inicial, massa do satélite (kg), potência radiada pela antena (Watt) e ganho máximo de radiação da antena (dB).

Usando as equações do apêndice IV (A.IV.8) para calcular os desvios nas direções radial, normal e transversal, a FIGURA 13 mostra que para uma propagação de dois dias, ocorre um desvio nas direções radial e transversal, com aceleração da ordem de $3,070 \times 10^{-9} \text{ m/s}^2$.

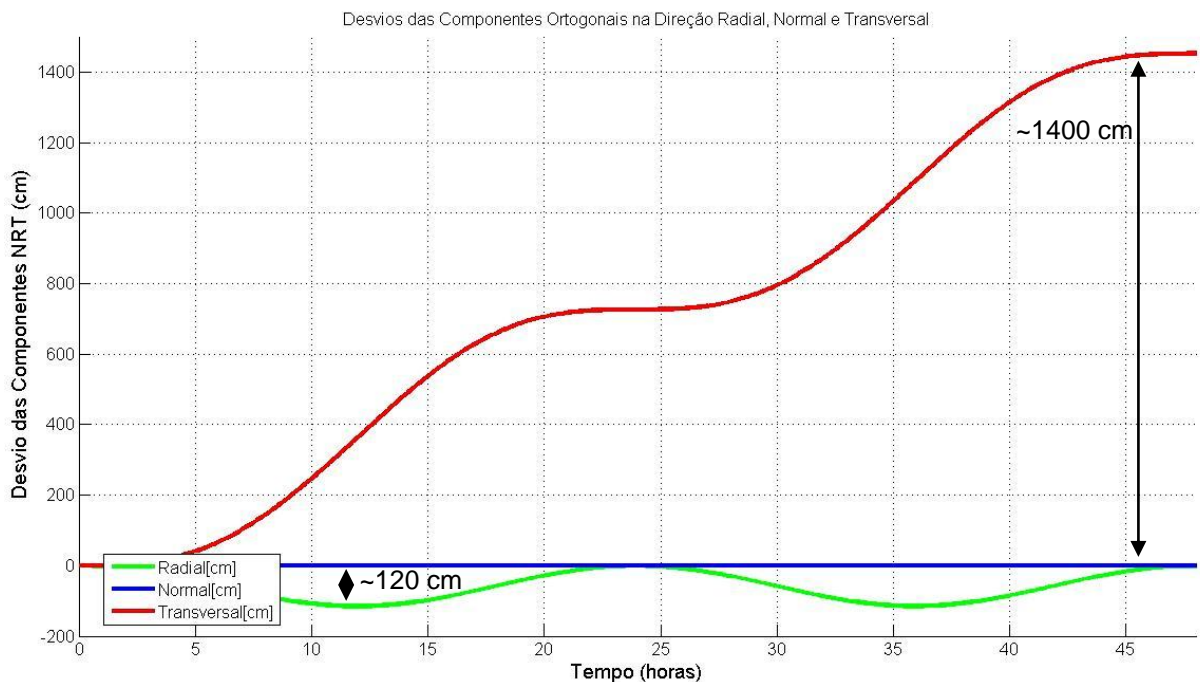


FIGURA 13 - DESVIOS DE POSIÇÃO RADIAL, NORMAL E TRANSVERSAL DO SATÉLITE INTELSAT 907

FONTE: O AUTOR (2012)

Os estudos das perturbações podem ser feitos por integração numérica ou por métodos analíticos utilizando-se as equações de L.G (Lagrange na forma de Gauss) (BROUWER e CLEMENCE, 1961).

A FIGURA 14 mostra o semieixo maior obtido pela propagação da órbita do satélite *INTELSAT 907*, considerando o movimento kepleriano (sem perturbação) e a órbita perturbada. Utilizando a EQUAÇÃO 4.10 do semieixo maior na direção radial dada pela equação de L.G (FIGURA 15), foi observada a variabilidade coincidente em magnitude entre o semieixo maior obtido pela propagação da órbita (numericamente) (FIGURA 14) e a obtida pela propagação analítica (equação de L.G) (FIGURA 15).

A FIGURA 16 apresenta o desvio da excentricidade após dois dias de propagação da órbita do satélite *INTELSAT 907*.

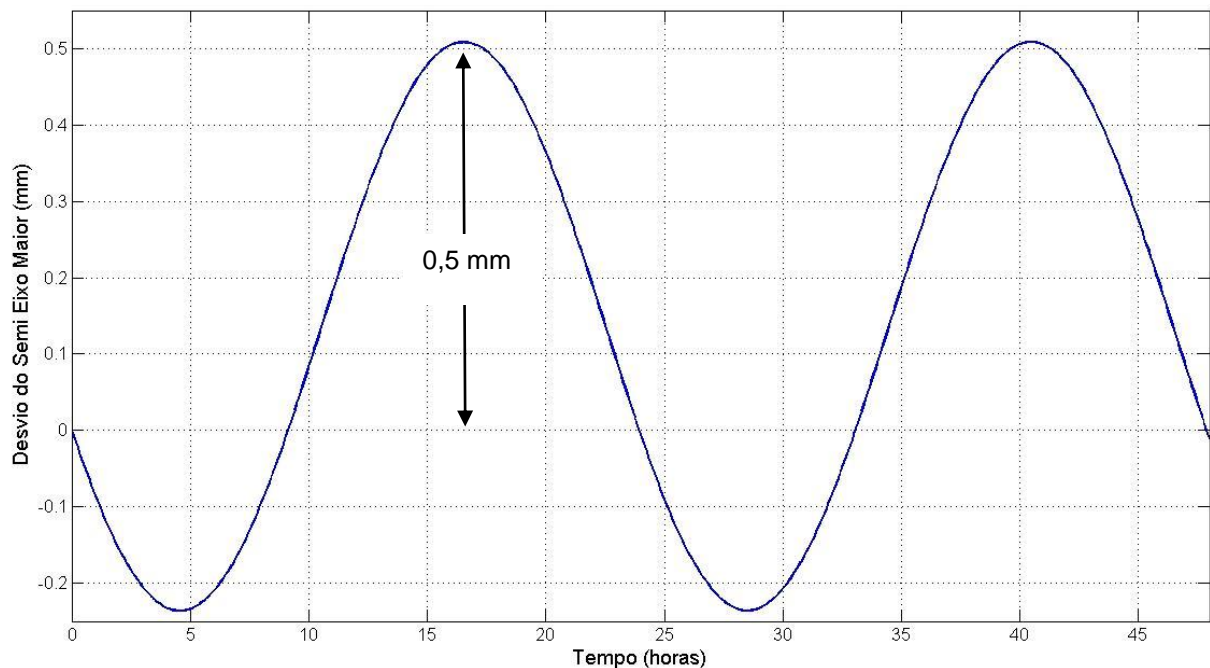


FIGURA 14 - VARIAÇÃO TOTAL DO SEMIEIXO MAIOR ENTRE A ÓRBITA PROPAGADA CONSIDERANDO O MOVIMENTO KEPLERIANO E A ÓRBITA PERTURBADA PELA ANTENA - INTELSAT 907

FONTE: O AUTOR (2012)

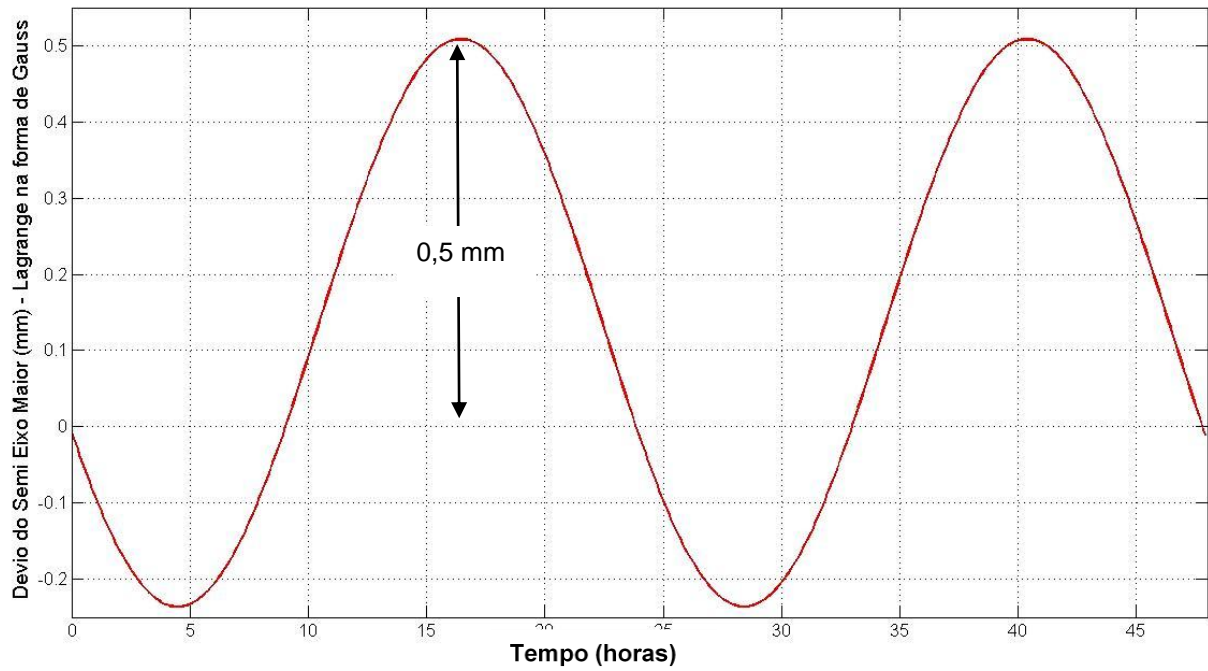


FIGURA 15 - VARIAÇÃO DO SEMIEIXO MAIOR USANDO A EQUAÇÃO DE LAGRANGE NA FORMA DE GAUSS PARA O SATÉLITE *INTELSAT 907*

FONTE: O AUTOR (2012)

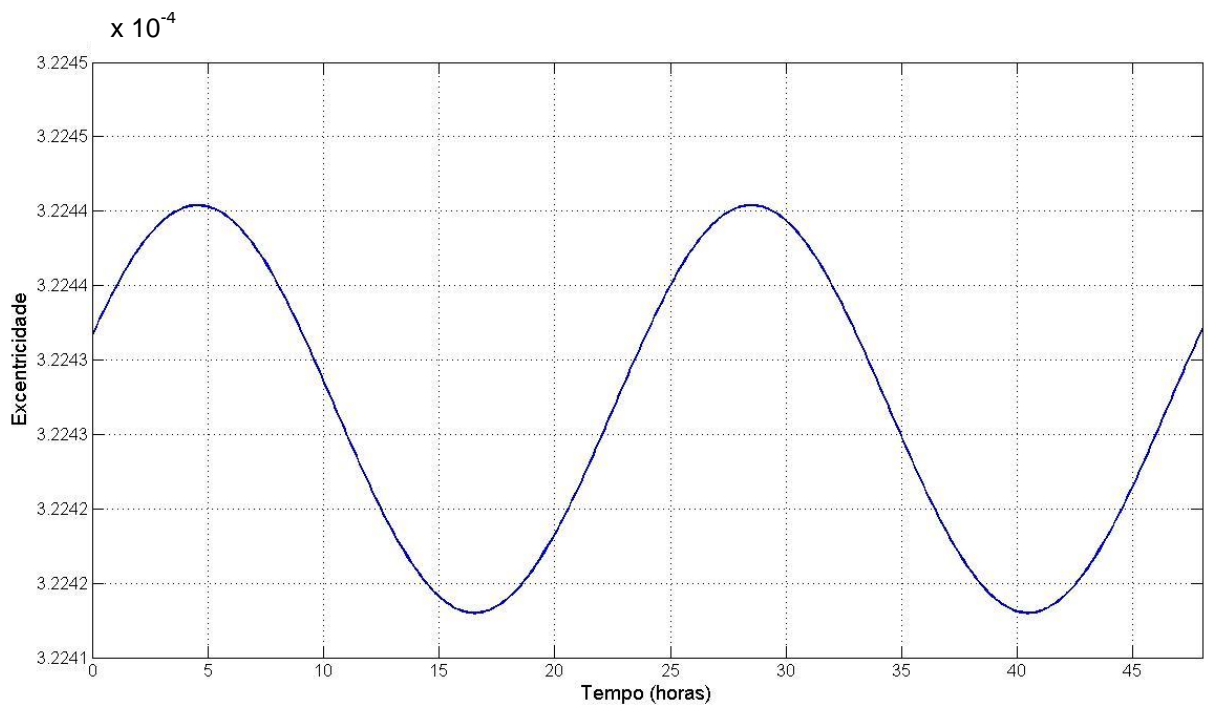


FIGURA 16 - VARIAÇÃO DA EXCENTRICIDADE - *INTELSAT 907*

FONTE: O AUTOR (2012)

A FIGURA 17 apresenta a diferença entre os termos de argumento da latitude $(\omega+M)_{REF}$ sem perturbação e com perturbação $(\omega+M)_{PER}$, ver Apêndice V, e observa-se que a perturbação da radiação da antena é da ordem de 10^{-5} , concordando com a EQUAÇÃO 4.12 que mostra a dependência da excentricidade com a componente radial.

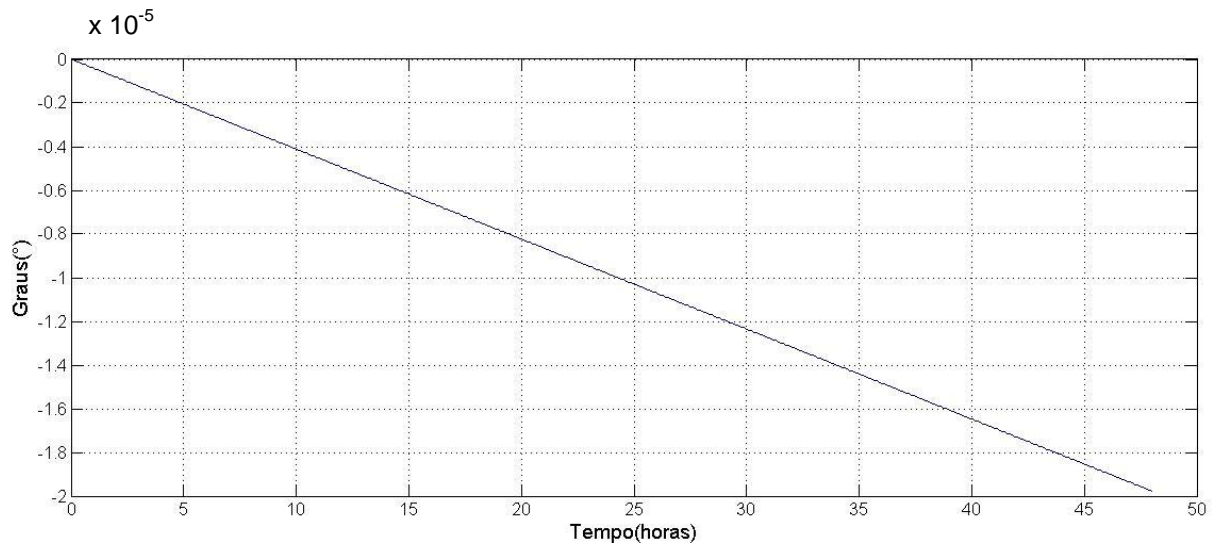


FIGURA 17 - DIFERENÇA DO ARGUMENTO DO PERIGEU E ANOMALIA MÉDIA, MENSURADOS ANTES E APÓS O MODELO PERTURBADO - INTELSAT 907

FONTE: O AUTOR (2012)

6.3 RESULTADOS PARA O GPS

Considerando as propriedades das antenas hélice quadrifilares, e utilizando as componentes de posição nas direções radial, transversal e normal ao plano da órbita, é possível analisar como são afetados os elementos orbitais como função do modelo da aceleração de reação eletromagnética.

A FIGURA 18 mostra que, para o satélite GPS (*Global Position System*) da classe BLOCK IIR-11, uma propagação de órbita para dois dias resulta em desvios nas direções radial e transversal.

Determinou-se uma aceleração sobre o satélite GPS (*Global Position System*) da classe BLOCK IIR-11 da ordem de $6.389 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$ e os elementos

orbitais, inclinação da órbita (i) e ascensão reta do nodo ascendente (Ω), que definem a posição da órbita no espaço, não sofrem variações significativas.

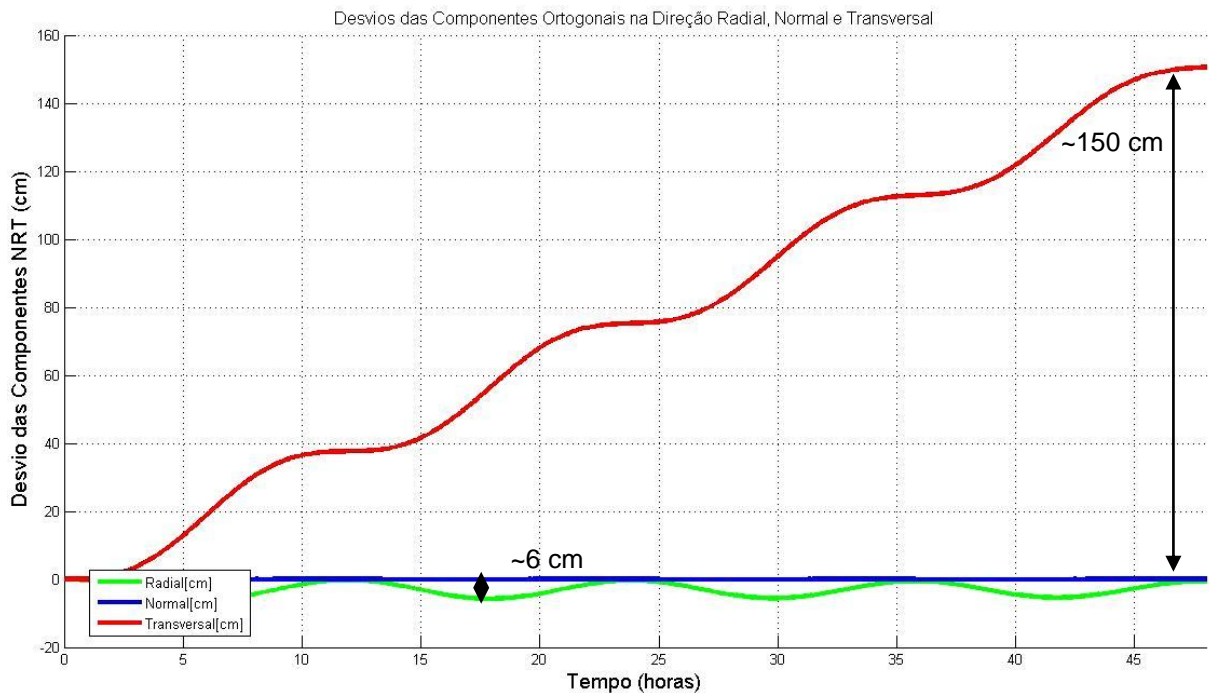


FIGURA 18 - DESVIOS DE POSIÇÃO RADIAL, NORMAL E TRANSVERSAL DO SATÉLITE GPS BLOCK IIR – 11

FONTE: O AUTOR (2012)

A equação de L.G do semieixo maior (EQUAÇÃO (4.10)), considerando agora a componente radial para a expressão da perturbação a partir da antena do satélite, (incluindo o $EIRP$ da antena do satélite GPS) (FIGURA 20), indica resultados que coincidem com a variação do semieixo maior obtido pela simulação da propagação da órbita do satélite GPS BLOCK II-R 11, considerando o movimento kepleriano e a órbita perturbada (FIGURA 19).

A FIGURA 19 mostra o resultado para o semieixo maior obtido pela propagação da órbita do satélite GPS, considerando o movimento kepleriano (sem perturbação) e a órbita perturbada. Como resultado da equação de Lagrange na forma de Gauss (EQUAÇÃO 4.10) do semieixo maior (na direção radial) (FIGURA 20), observa-se novamente a variabilidade coincidente em magnitude entre o semieixo maior obtido pela propagação da órbita (numericamente) (FIGURA 19) e a

obtida pela propagação analítica (equação de L.G) (FIGURA 20). A excentricidade é apresentada na FIGURA 21 enquanto a diferença entre os termos de argumento da latitude $(\omega+M)_{REF} - (\omega+M)_{PER}$ (Apêndice V), para o satélite GPS BLOCK IIR-11 é apresentada na FIGURA 22.

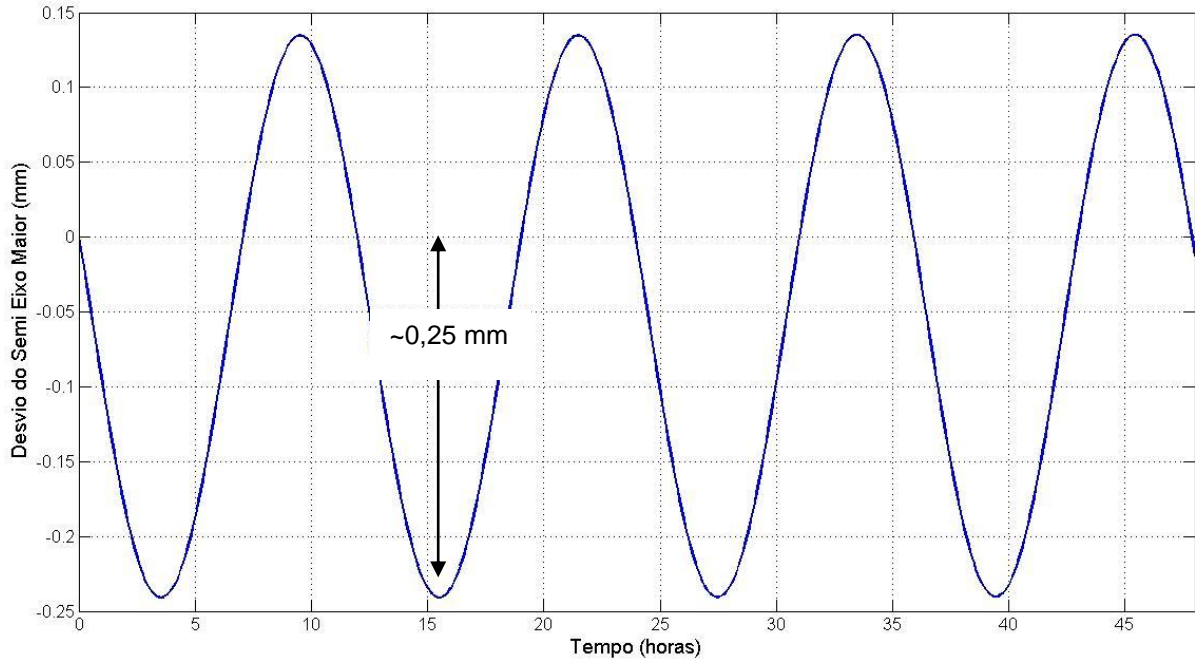


FIGURA 19 - VARIAÇÃO TOTAL DO SEMIEIXO MAIOR ENTRE A ÓRBITA PROPAGADA CONSIDERANDO O MOVIMENTO KEPLERIANO E A ÓRBITA PERTURBADA PELA ANTENA - GPS BLOCK IIR-11

FONTE: O AUTOR (2012)

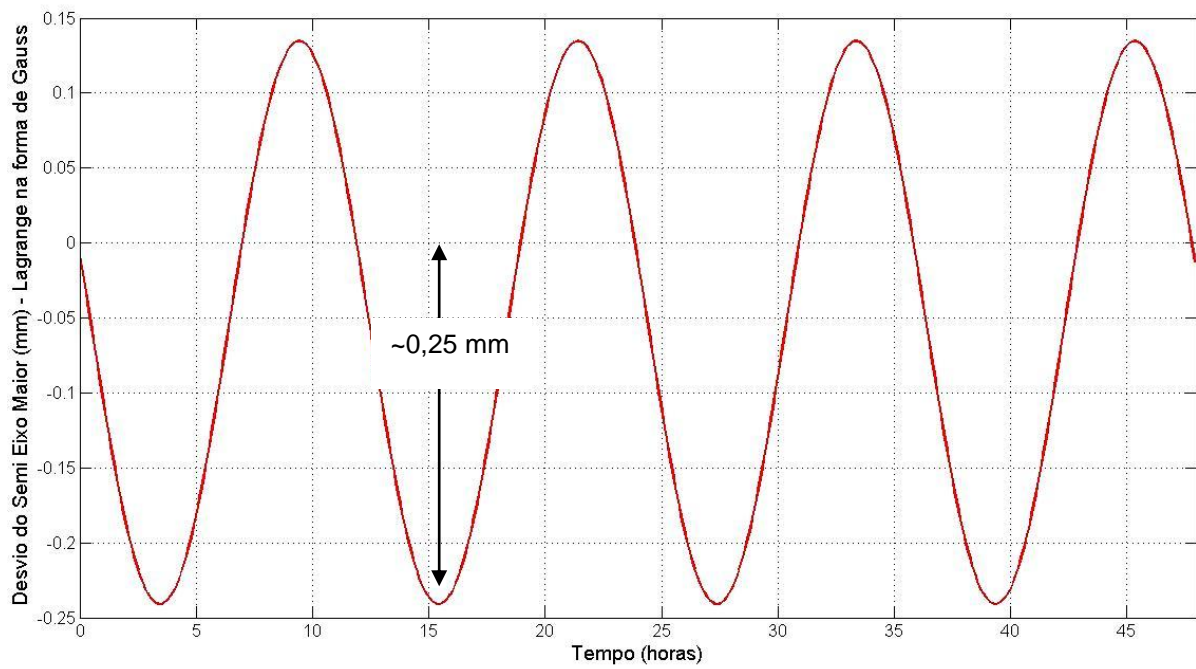


FIGURA 20 - VARIAÇÃO DO SEMIEIXO MAIOR USANDO A EQUAÇÃO DE LAGRANGE NA FORMA DE GAUSS PARA O SATÉLITE GPS BLOCK IIR-11

FONTE: O AUTOR (2012)

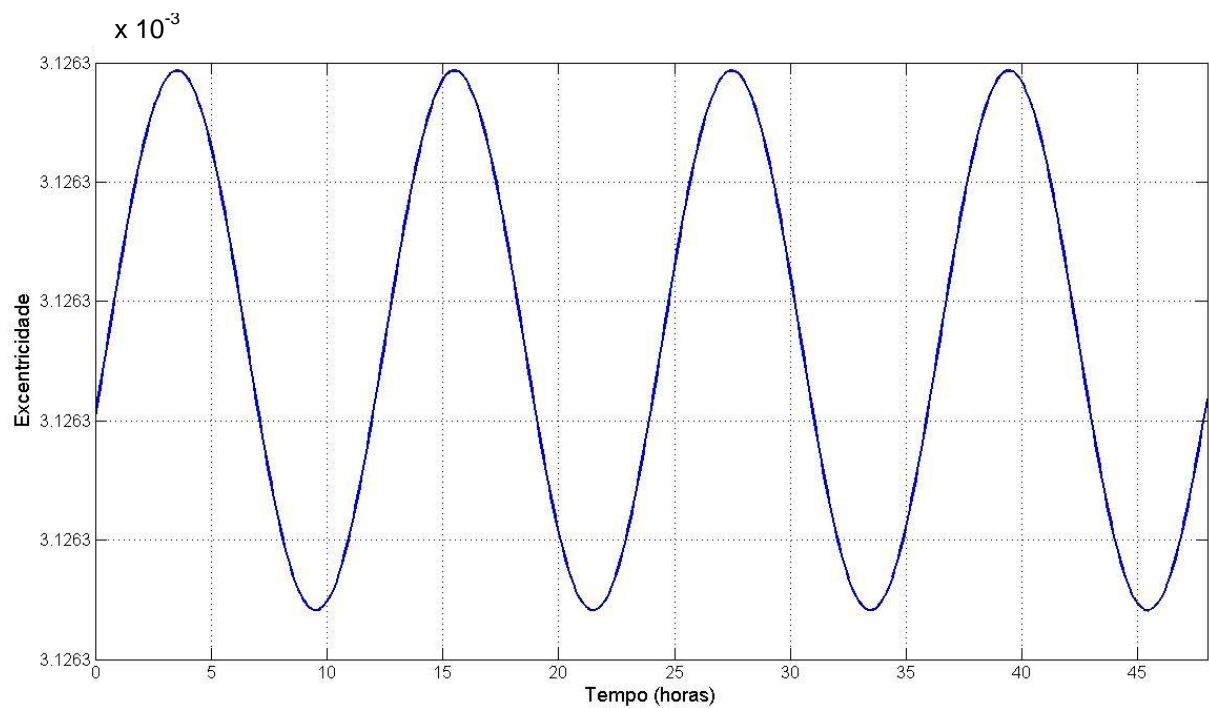


FIGURA 21 - VARIAÇÃO DA EXCENTRIDADE - GPS BLOCK IIR-11

FONTE: O AUTOR (2012)

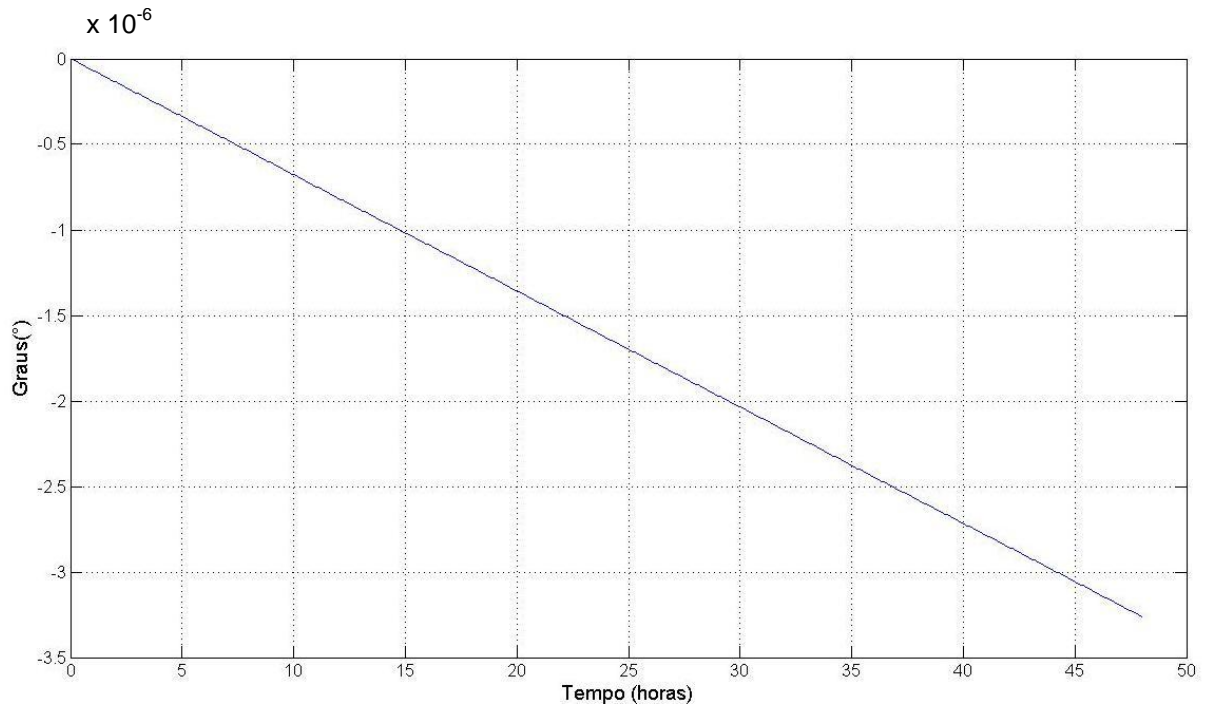


FIGURA 22 - DIFERENÇA DO ARGUMENTO DO PERIGEU E ANOMALIA MÉDIA, MENSURADOS ANTES E APÓS O MODELO PERTURBADO - GPS BLOCK IIR-11

FONTE: O AUTOR (2012)

6.3 RESULTADOS GERAIS

A descrição geral dos resultados pode ser visualizada na TABELA 7, que mostra um resumo dos principais efeitos sobre os satélites escolhidos e relembra as propriedades principais das antenas utilizadas pelo modelo de perturbação a partir da radiação eletromagnética da antena embarcada nos satélites.

Os valores dos desvios nas direções radial e transversal são relevantes na propagação da órbita destes satélites, uma vez que os desvios do semieixo maior para o satélite *INTELSAT 907* e *GPS* depende da componente radial, conforme a equação de Lagrange na forma de Gauss.

Esta dependência com a componente radial infere variações que justificam a relevância do efeito perturbativo a partir das antenas destes satélites, pois quando propagado para mais dias os desvios nas componentes radial e transversal assume valores que divergem e por consequência resulta em desvios maiores também para o semieixo maior.

TABELA 7- DESCRIÇÃO GERAL DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A PROPAGAÇÃO DE 2 DIAS DA ÓRBITA PERTURBADA DOS SATÉLITES.

	INTELSAT 907	GPS
Perturbação Radial (cm)	~120	~6
Perturbação Transversal (cm)	~1400	~150
a (mm)	0,5	0,25
e_{REF}	$3,2245 \times 10^{-4}$	$3,1263 \times 10^{-3}$
$(\omega+M)_{REF} - (\omega+M)_{PER}$ (°)	10^{-5}	10^{-6}
M_{SAT} (kg)	1900	759
Equação da Aceleração	$\vec{a}_{sat} \cong -\frac{5P_{rad}}{2mc} \hat{a}_z$	$\vec{a}_{sat} \cong -\frac{EIRP}{3mc} \hat{a}_z$
$ \vec{a}_{SAT} $ (m/s ²)	$3,0702 \times 10^{-9}$	$6,3890 \times 10^{-10}$

Tipo de Satélite	Massa [kg]	Ganho Máximo [dB]	Potência Radiada [W]	EIRP [W]	Tipo de Antena
GPS BLOCK II-11R *	759	12,1	26,91	436,5	Hélice Quadrifilar
INTELSAT 907*	1900	24,5	700	$197,3 \times 10^3$	Refletores Parabólica

FONTE: O AUTOR (2012)

6.4 RESULTADO PARA UM SATÉLITE FICTÍCIO

Para um satélite fictício (*Satellite Antenna Transceiver - SAT012*), com raio vetor de aproximadamente 20526 km, considerando valores típicos de frequência de 14,5 GHz (*downlink*), potência de transmissão, antena parabólica na direção radial (FIGURA 23), e ganho em [dB], foi propagada sua órbita (sem perturbação e com a perturbação da antena) para dois dias, com o mesmo intervalo de 300 segundos, para melhor visualizar os resultados gráficos, considerando uma órbita com inclinação de 30 graus, com excentricidades de 0.5 e 0.0005.

A motivação na escolha destes valores está na tentativa de fazer o processo inverso, ou seja, escolher as propriedades técnicas e elementos orbitais para um satélite e, depois observar para qual situação este satélite apresentaria menor

desvio nas direções normal, radial e transversal. Particularmente a escolha do raio vetor de aproximadamente 20526 km, é porque se trata de um satélite com um raio vetor próximo muito parecido com o raio vetor do satélite GPS e também porque existe interesse em observar o comportamento de um satélite fictício para órbitas com raios vetores menores.

Foram realizadas simulações com o apoio do programa *Prop-Orbit Antenna* – *PrOA*, e na ocasião foram mantidos fixos os valores de massa do satélite *SAT012*, (600 kg, 1000 kg, 14000 kg) correlacionadas uma a uma com os 3 valores de potência radiada (200 W, 600 W, 1000 W) e propagada sua órbita com inclinação de 30, com excentricidade de 0,5 e depois com excentricidade de 0,0005.

A escolha da massa (de 600 kg, 1000 kg e 1400 kg) refere-se a valores intermediários de massa dos satélites observado na literatura, e escolha das potências radiadas pela antena foram de 200 W (potência mínima), 600 W e 1000 W (potência ideal), valores típicos para uma antena refletora parabólica. (FORTESCUE e STARK, 1988; KRAUS e MARHEFKA, 2002)

Os resultados apresentados nas FIGURAS 23 e 24 consideram os valores máximos dos desvios radial, transversal e do semieixo maior para uma antena orientada na direção da superfície terrestre, ou seja, radial conforme FIGURA 22. A componente normal por apresentar uma variação muito pequena, da mesma ordem de grandeza dos resíduos da simulação, pode ser desprezada.

Conforme mostra a equações de Lagrange na forma de Gauss 4.10 – 4.13, de imediato pode-se afirmar que, uma vez escolhida uma inclinação, esta não sofre variações, porque a inclinação depende apenas da componente normal. No entanto quando observa-se o valor da excentricidade (órbitas circulares ($e = 0,0005$) ou excêntricas ($e = 0,5$)), esta varia novamente conforme a EQUAÇÃO 4.11 (depende da componente radial e transversal).

Os desvios nas direções radial e transversal além de serem maior em magnitude em relação aos desvios observados para uma órbita circular ($e = 0,0005$) possui também uma variação crescente no tempo.

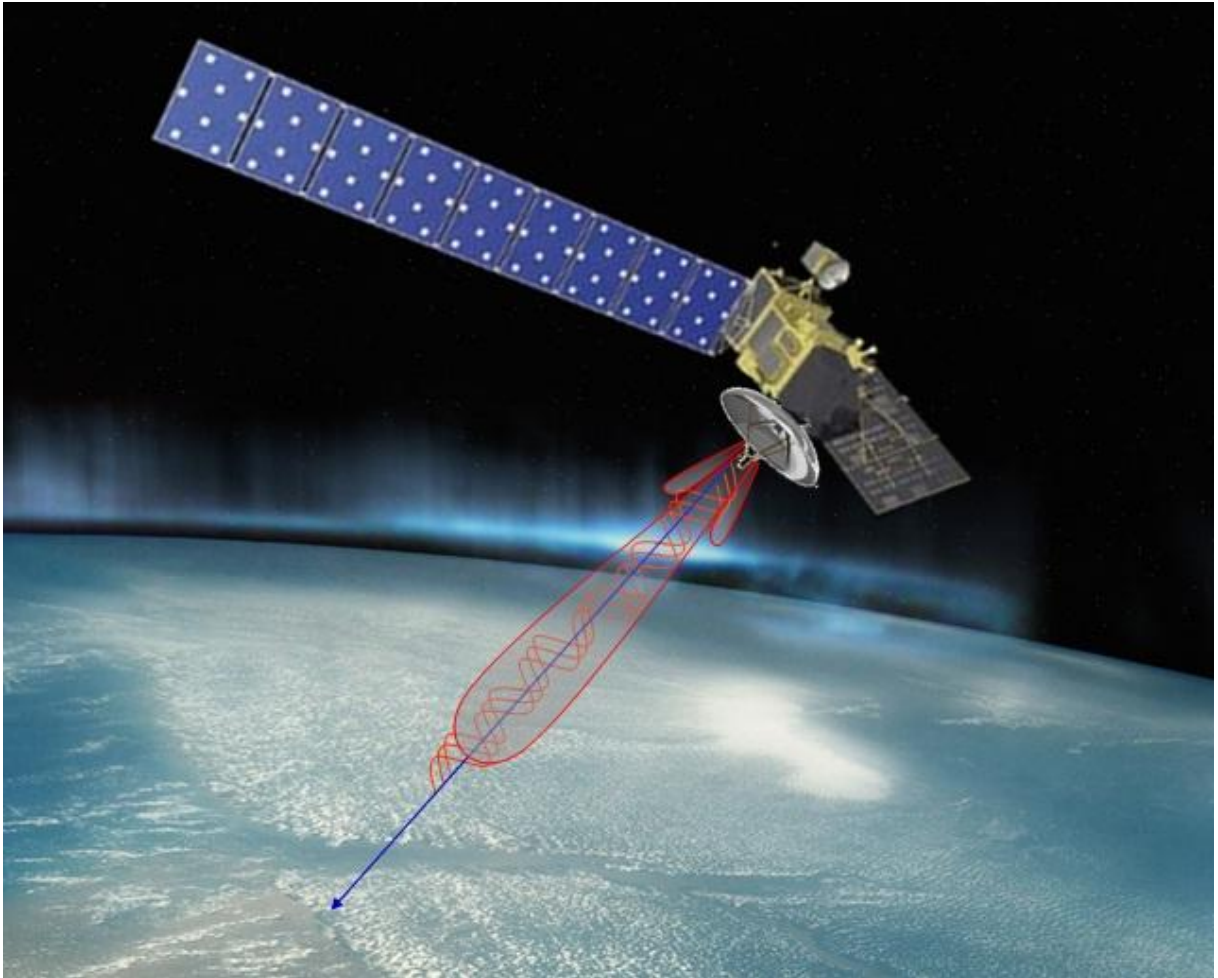


FIGURA 23 - CONFIGURAÇÃO DA ORIENTAÇÃO DA ANTENA PARABÓLICA PARA O SATÉLITE FICTÍCIO SAT012

FONTE: O AUTOR (2012)

Foi propagada a órbita do satélite SAT012 para os 3 tipos de massas, sendo sua órbita ($i = 30^\circ$; raio vetor (r) = 20526 km), e as potências avaliadas da antena variando, como função das excentricidades (0,5 e 0,0005). Após todas as simulações, as melhores características orbitais e especificidades da antena embarcada num satélite foram alocadas na TABELA 8. Também são apresentados os elementos orbitais do satélite SAT012 e um exemplo de sua órbita na FIGURA 24.

TABELA 8 - DESCRIÇÃO GERAL DOS RESULTADOS OBTIDOS PARA A PROPAGAÇÃO DE 2 DIAS DA ÓRBITA PERTURBADA DO SATÉLITE SAT012 (FICTÍCIO) COMO FUNÇÃO DO TIPO DE ANTENA

ELEMENTOS KEPLERIANOS DO SATÉLITE SAT012 (FICTÍCIO)		
Semieixo maior [km]	(<i>a</i>)	20515
Excentricidade	(<i>e</i>)	0,0005
Inclinação [°]	(<i>i</i>)	30
Asc. Reta do Nodo Asc. [°]	(Ω)	300
Argumento o Perigeu [°]	(ω)	300
Anomalia Média [°]	(<i>M</i>)	57

PROPRIEDADES TÉCNICAS DO SATÉLITE SAT012 (FICTÍCIO)	
Massa [kg]	1400,0
Potência radiada pela antena [Watt]	200,0
Desvio máximo na direção transversal [cm]	194
Desvio máximo na direção radial [cm]	5,0
Desvio máximo do semieixo maior [mm]	0,04
Aceleração sobre o satélite [m/s²] (módulo)	1,1905x10 ⁻⁹
Frequência de <i>downlink</i> [GHz]	14,50

FONTE: O AUTOR (2012)

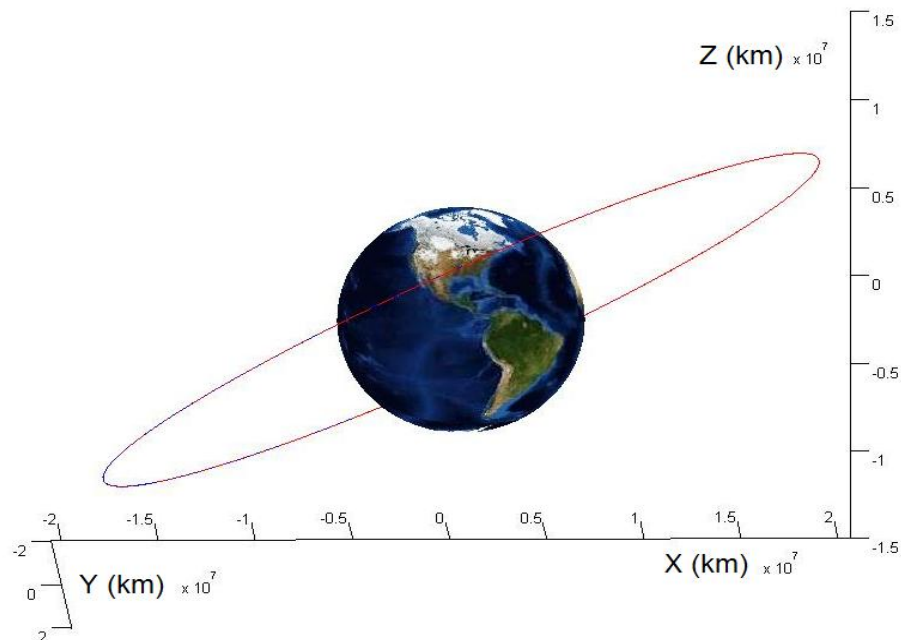


FIGURA 24: ÓRBITA CIRCULAR DO SATÉLITE SAT012 COM RAIOS VETOR (R) APROXIMADAMENTE DE 20526 KM

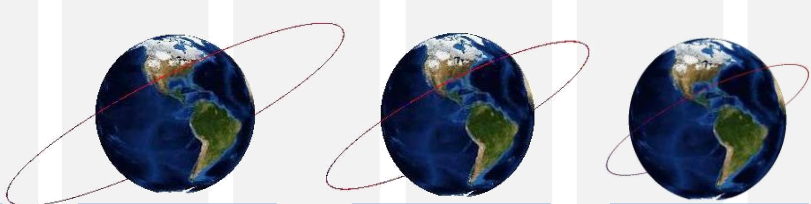
FONTE: O AUTOR (2012)

Assumindo os valores apresentados na TABELA 8, é realizada uma nova simulação da propagação da órbita do *SAT012* (*Satellite Antenna Transceiver*), admitindo valores diferentes para o seu raio vetor (15000 km, 12000 km e 9000 km), com o objetivo de condicionar o *SAT012* a uma órbita cada vez mais baixa.

Para este caso particular, foram observados os resultados obtidos nos desvios nas direções radial, transversal e normal, aceleração de reação eletromagnética e variações no semieixo maior, para os diferentes raios vetores e os resultados estão disponíveis na TABELA 9.

TABELA 9- DESVIOS DA ACELERAÇÃO NA DIREÇÃO RADIAL, (NORMAL DESPREZADA), TRANSVERSAL E DO SEMIEIXO MAIOR DO *SAT012*, PARA DIFERENTES RAIOS VETORES [km]

Massa [kg]	Potência Radiada [Watt]	Raio Vetor [km]	Desvio Radial [cm]	Desvio Transversal [cm]	Aceleração $\times 10^{-9}$ [m/s ²]	Semi Eixo Maior [mm]
1400	200	15000	2	119	1,1905	0,015
		12000	1	84,4	1,1905	0,008
		9000	0,45	55,2	1,1905	0,003



RAIO VETOR

15000 km 12000 km 9000 km

FONTE: O AUTOR (2012)

Pela TABELA 9, é possível perceber a redução significativa da ordem de grandeza (mm) nos valores perturbados do semieixo maior em relação ao raio vetor cada vez menor. No entanto a aceleração mantém-se constante, pois conforme a EQUAÇÃO (3.10), a aceleração de reação eletromagnética depende apenas da potência radiada pela antena e da massa do satélite, parâmetros estes que foram mantidos fixos em 1400 kg e 200 W, conforme os resultados obtidos em simulações usando o *PROP – ORBIT ANTENNA*.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

7.1. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um modelo teórico de perturbação da radiação eletromagnética a partir da antena de um satélite foi determinado considerando a teoria de antenas, *momentum* linear e teoria de propagação das ondas eletromagnéticas.

Utilizando os parâmetros e características gerais, dos tipos mais comuns de antenas utilizadas em comunicações por satélites artificiais, e usando tais parâmetros, foi possível determinar dois modelos de perturbação, um para determinado satélite que realize a transmissão de sinais eletromagnéticos (*downlink* na direção radial) a partir de uma antena parabólica e outro para um determinado satélite com antena hélice quadrifilar.

Foram propagadas as órbitas dos satélites INTELSAT e GPS (por dois dias com passo de integração de 300s). Utilizando o mesmo modelo de perturbação eletromagnética para uma antena em um satélite fictício *SAT012*, foi propagada a órbita deste satélite pelo mesmo período. Considerou-se nas propagações, primeiro o modelo kepleriano e depois o modelo perturbado, cujos principais elementos são: vetor de estado inicial, massa do satélite (kg) e, para uma antena tipo refletora parabólica, a potência radiada por esta antena (Watt).

A aceleração sobre um satélite de comunicação numa órbita geoestacionária (*INTELSAT 907* – antena parabólica) foi de $3,070 \times 10^{-9} \text{ m/s}^2$, as variações nos elementos orbitais foram: semieixo maior (0,5 mm), excentricidade ($3,2245 \times 10^{-4}$).

O argumento da latitude apresentou um desvio máximo da ordem de 10^{-5} graus. Enquanto o desvio na direção radial foi de (aproximadamente) 120 cm e de 1400 cm para a componente transversal (normal aproximadamente zero).

Para o satélite GPS (*Global Position System*) BLOCK IIR-11 com antena tipo hélice quadrifilar, a aceleração devido à perturbação de reação eletromagnética foi de $6,389 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$, e as variações nos elementos orbitais foram: semieixo maior (0,25 mm), excentricidade ($3,1263 \times 10^{-3}$).

O argumento da latitude resultou num desvio máximo da ordem de 10^{-6} graus. Sendo um desvio radial de 6 cm e de 150 cm na componente transversal (normal negligenciada).

A perturbação orbital a partir da radiação eletromagnética de antenas em satélites artificiais, salvo as considerações de massa e propriedades de suas antenas, apresenta uma aceleração da ordem de grandeza das forças de perturbação causadas pela maré terrestre e pelo arrasto atmosférico, ambos da ordem de 10^{-9} m/s². Portanto, é um modelo com resultados promissores e de relevância nos cálculos de posicionamento orbital de satélites.

Os elementos orbitais afetados pela perturbação eletromagnética foram: semieixo maior, excentricidade e as somas das diferenças entre o argumento do perigeu e anomalia média ($(\omega+M)_{REF} - (\omega+M)_{PER}$).

Os desvios apresentados são da ordem de grandeza dos desvios apresentados na literatura, portanto, a equação geral desenvolvida para a aceleração de reação eletromagnética (EQUAÇÃO (3.8)), é um modelo promitente que pode ser considerado nas análises de perturbação na dinâmica orbital ou movimento orbital, pois sua dependência com a massa do satélite, posição e parâmetros do tipo de antena, propõe a existência de uma perturbação que somada às outras perturbações mencionadas na literatura, pode inferir variações nos elementos orbitais de um satélite artificial.

A equação para o semieixo maior, descrita a partir do formalismo matemático de Lagrange na forma de Gauss foi utilizada para confirmar o caráter periódico e do valor do semieixo maior, obtido primeiramente pela propagação das órbitas dos satélites *INTELSAT 907* e *GPS*.

Os resultados apresentados para um satélite fictício são promissores, pois permitem a escolha da sua massa, da potência radiada da antena e da posição orbital do satélite, de modo que a perturbação causada pela radiação da antena nos elementos orbitais seja a menor possível, em relação às perturbações sobre os satélites *INTELSAT 907* e *GPS*.

Para um satélite fictício (*SAT012* - antena refletora parabólica), a aceleração foi de $1,1905 \times 10^{-9}$ m/s². Após algumas simulações com diferentes massas e potências radiadas pela antena, a menor variação do semieixo maior foi de 0,04 mm, considerando um satélite com massa (1400 kg), potência de transmissão de

200 Watts, raio vetor de 20526 km, inclinação (30 graus), excentricidade (0,0005), operando numa faixa de frequência de 14,5 GHz (*SHF*).

O desvio na direção radial para o *SAT012* foi de 5,0 cm e de 194 cm para a componente transversal (normal aproximadamente zero). Reduzindo ainda mais o raio vetor, para 9000 km, o desvio na direção radial para o *SAT012* será de 0,45 cm e de 55,2 cm para a componente transversal (normal aproximadamente zero), semieixo maior será de 0,003 mm.

7.2. PERSPECTIVAS FUTURAS

O modelo de perturbação a partir da antena de um satélite foi proposto, considerando uma única antena em transmissão de *downlink*, com propagação das ondas eletromagnéticas numa direção radial, a partir do sistema de coordenadas da antena do satélite e configurando um modelo que trata de um tipo específico de antena, ou refletora parabólica ou hélice quadrifilar.

Considerando o modelo desenvolvido nesta pesquisa e partindo da EQUAÇÃO (3.8), que representa a aceleração de reação eletromagnética, é promissor resolver a equação de reação eletromagnética para os casos em que haja uma rede de antenas no satélite, ou seja, para o caso de haver uma rede com mais de um tipo de antena e que esteja orientada em direções que não necessariamente, sejam a direção radial. Por vezes em comunicação entre dois ou mais satélites, existem antenas que estão dispostas em direções diferentes da direção radial, com diferentes ganhos máximos e diferentes potências de transmissão para cada tipo de antena.

O uso de dois ou mais tipos de antenas num mesmo satélite, também é muito comum nos projetos de construção dos sistemas de comunicação entre satélite e uma radio base na superfície terrestre. Assim, considerar um diagrama de radiação geral quando há mais de dois tipos de antenas é indicado para uma descrição pormenorizada dos efeitos perturbativos sobre a órbita de satélites artificiais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALANIS, C. A. **Antenna Theory – Analysis and Design**. John Wiley & Sons, Inc. 2009.

BROUWER, D.; CLEMENCE, G. M. **Methods of Celestial Mechanics**, Academic Press, NY, 1961.

BUKSHSH, W. A.; JONSSON B. L. G. **Element Position Perturbation for a Narrow Spot Beam with Applications to Satellite Communication Antennas**. Progress In Electromagnetics Research, PIER 104, 283- 295, 2010.

COOK, G. E. **luni-solar perturbations of the orbit of an earth satellite**. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society. vol. 6, issue 3, pages 271–291, 1962.

COJOCARU, S. **A Numerical Approach to GPS Satellite Perturbed Orbit Computation**. The Journal of Navigation, 60, 483–495, 2007.

ESHAGH, M.; NAJAFI, ALAMDARI M. **Perturbations in Orbital Elements of a Low Earth Orbiting Satellite**. Geodesy Department, 2007.

FORTESCUE, P.; STARK, J. **Spacecraft System Engineering**. 2nd Edition, John Wiley & Sons, England, 1988.

GAVISH, B. **Low Earth Orbit Based Communication System – Research Opportunities**. European Journal of Operational Research, 99(1), pp.. 166-179, 1997.

GORDON, GARY D.; WALTER, L. MORGAN. **Principles of Communications Satellites**. Editora John Wiley & Sons, Inc. 1993.

GAO: *GLOBAL POSITIONING SYSTEM*. **Challenges in Sustaining and Upgrading Capabilities Persist**. Report to the Subcommittee on National Security and Foreign Affairs, Committee on Oversight and Government Reform, House of Representatives. United States Government Accountability Office. Sep. 2010.

HAIRER, E. **Runge-Kutta Method of Order 1**; Inst.Maths Applics, **21**, 47-59, 1978.

HEILMANN, A.; FERREIRA, L. D. D.; DARTORA, C. A. **The effects of an induced electric dipole moment due to Earth’s electric field on the artificial satellites**

orbit. DOI 10.1007/s13538-012-0058-1. Brazilian Journal of Physics: General and Applied Physics, Feb., 2012.

INTELSAT. Introducing Intelsat 907 @ 332.5°E High Power. High Performance: 3/01/4093. Jul. 2004.

JACKSON, J. D. **Classical Electrodynamics**, 3rd Edition, John Wiley, New York 1998.

JAMALIPOUR, A. **Low Earth Orbital Satellites for Personal Communication Networks.** Ed. Artech House Publishers, Boston, London, 1998.

KRAUS, J. D. **Electromagnetics.** 4.ed. New York: McGraw-Hill, 1992.

KRAUS, J. D.; MARHEFKA R. J. **Antennas for all Applications.** 3rd ed. McGraw-Hill, 2002.

MARAL, G.; BOUSQUET, M. **Satellite Communications Systems: Systems, Techniques and Technology.** 3nd ed. England, John Wiley & Sons Ltd. 1998.

MATSUMOTO, E. Y. **MatLab 6.5, Fundamentos de Programação.** Editora Érica, São Paulo, 2002.

MONTENBRUCK, O.; GILL E. **Satellite Orbits: Models, Methods and Applications.** Editora Springer, 2005.

ORFANIDIS, S. J. **Electromagnetic Waves and Antennas.** ECE Department, Rutgers University, 2008.

PICQUENARD, A. A. **Radio Wave Propagation.** London, Macmillan, 1974.

REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. **Fundamentos da Teoria Eletromagnética**, editora campus, São Paulo, 1988.

RIBEIRO, J. A. J. **Propagação das Ondas Eletromagnéticas, princípios e aplicações.** Editora Érica, São Paulo, 2004.

ROMAN, Y. K.; JUSTIN, F. VÁSQUEZ-PORITZ. **Solar Radiation Pressure and Deviations from Keplerian Orbits.** arXiv:0901.1606v1, 12 Jan. 2009.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications**, Berlim, Walter de Gruyter, 1993.

SHADIKU, M. N. O. **Elementos de Eletromagnetismo**. 3nd ed., Bookman, 2004.

STUTZMAN, W. L.; THIELE, G. A. **Antenna Theory and Design**. 2nd ed., John Wiley & Sons, pp. 1-55, New York, 1998.

SOLANO, C. J. R.; HUGENTOBLER, U.; STEIGERNBERG, P. **Impact of Albedo Radiation on GPS Satellites**. Institute for Astronomical and Physical Geodesy. Arcisstraße 21, Munich, Germany, 2012.

TYSON, M. R.; KOPP, C. **The Lightweight Global Navigation Satellite System (GNSS) Support Protocol (LGSP), Internet-Draft, Experimental, IETF Network Working Group**, December 19, 2007

ZIEBART, M.; SIBTHORPE, A.; CROSS, P. **Cracking the GPS – SLR Orbit Anomaly**. ION GNSS 20th International Technical Meeting of the Satellite Division, 25-28, Fort Worth, Texas, September 2007.

ZHOU, B.; LIU, Q.; HE, X. **Research on the Electromagnetic Interference of Antennas on the Satellite**. piers online, vol. 4, no. 3, 2008.

APÊNDICE I

VETOR DE POYNTING

Demonstrando que:

$$S_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{|\vec{E}_{rad}|^2}{2Z_o} . \quad (\text{A.I.1})$$

Usando:

$$\vec{S}_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E}_{rad} \times \vec{H}_{rad}^*) . \quad (\text{A.I.2})$$

Usando a definição que: $\mu_0 c = Z_o = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$

Sendo μ_0 a permeabilidade magnética no vácuo e ϵ_0 a permeabilidade elétrica no vácuo.

Então, a parte real (Re): da expressão anterior pode ser escrita como:

$$\vec{S}_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\vec{E}_{rad} \times \left(\frac{\hat{a}_r}{Z_o} \times \vec{E}_{rad}^* \right) \right) .$$

Usando a identidade trigonométrica:

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C}$$

Segue:

$$\vec{S}_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2Z_o} \text{Re} \left((\vec{E}_{rad} \cdot \vec{E}_{rad}^*) \hat{a}_r - (\vec{E}_{rad} \cdot \hat{a}_r) \vec{E}_{rad}^* \right),$$

$$\vec{S}_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2Z_o} |\vec{E}_{rad}|^2 \hat{a}_r = \vec{S}_{rad}(r, \theta, \varphi) \hat{a}_r$$

O termo é igual à zero por que a propagação vetorial do campo elétrico e do campo magnético (\vec{E}_{rad}) e (\vec{H}_{rad}) são ortogonais entre si, e também ortogonais em relação ao vetor radial (\hat{a}_r), o que faz com que o produto escalar ($\vec{E}_{rad} \cdot \hat{a}_r$) seja igual à zero.

Logo,

$$S_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{|\vec{E}_{rad}|^2}{2Z_o}$$

APÊNDICE II

SOLUÇÃO PARA ANTENA TIPO PARABÓLICA

Tomando a densidade de potência radiada isotropicamente por uma antena:

$$S_{rad} = \frac{G(\theta, \varphi) P_{rad}}{\eta (4\pi r^2)} \quad (\text{A.II.1})$$

Considerando ainda a conservação do momentum linear:

$$d\vec{p}_{em} = \int_V \vec{p}_{em} dV = \int_V \frac{1}{c^2} \vec{S} dV = \frac{P_{rad}}{4\pi c^2} dt \int_{\Omega} G(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{a}}_r d\Omega \quad (\text{A.II.2})$$

E levando em conta que: $dV = r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\varphi$, sendo $dr = c dt$ e que $\vec{p}_{mec} = m\vec{v}$, então, por substituição, encontra-se a equação:

$$\vec{p}_{em} = \int_V \frac{G(\theta, \varphi) P_{rad}}{4\pi c^2 r^2} \hat{\mathbf{a}}_r r^2 \sin(\theta) (c dt) d\varphi d\theta \quad (\text{A.II.3})$$

O momentum eletromagnético emitido por uma antena será:

$$\vec{p}_{em} = \int_V \frac{G(\theta, \varphi) P_{rad}}{4\pi c} \hat{\mathbf{a}}_r \sin(\theta) dt d\varphi d\theta \quad (\text{A.II.4})$$

Tomando a lei de conservação do momentum:

$$\frac{\vec{p}_{em}}{\Delta t} = \int_V \frac{G(\theta, \varphi) P_{rad}}{4\pi c} \hat{\mathbf{a}}_r \sin(\theta) dt d\varphi d\theta \quad (\text{A.II.5})$$

Como a expressão do lado esquerdo é por definição igual à força eletromagnética, então:

$$\vec{F}_{sat} = - \frac{d\vec{p}_{mec}}{dt} \quad (\text{A.II.6})$$

Usando a Lei de Newton define-se:

$$\vec{a}_{sat} = -\frac{P_{rad}}{4\pi mc} \int_{\Omega} G(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{a}}_r \sin(\theta) d\varphi d\theta \quad (\text{A.II.7})$$

Substituindo o termo: $\hat{\mathbf{a}}_r = \sin(\theta) \cos(\varphi) \hat{\mathbf{a}}_x + \sin(\theta) \sin(\varphi) \hat{\mathbf{a}}_y + \cos(\theta) \hat{\mathbf{a}}_z$, integra-se nas coordenadas do ângulo sólido, então:

$$\vec{a}_{sat} = -C \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} [\sin(\theta) \cos(\varphi) \hat{\mathbf{a}}_x + \sin(\theta) \sin(\varphi) \hat{\mathbf{a}}_y + \cos(\theta) \hat{\mathbf{a}}_z] \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (\text{A.II.8})$$

Solução 1; integrando em $d\varphi$:

$$\begin{aligned} \vec{a}_{sat} = -C \left\{ \int_0^{\theta_0} [\sin(\varphi)|_0^{2\pi} \sin^2(\theta)] \hat{\mathbf{i}} + [-\cos(\varphi)|_0^{2\pi} \sin^2(\theta)] \hat{\mathbf{j}} \right\} \\ + \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{\mathbf{z}} d\theta d\varphi \end{aligned} \quad (\text{A.II.7})$$

$$\vec{a}_{sat} \cong -C \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{\mathbf{z}} d\theta d\varphi \quad (\text{A.II.8})$$

$$\vec{a}_{sat} \cong -C \int_0^{\pi} \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{\mathbf{z}} d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (\text{A.II.9})$$

Solução 2; integrando em $d\theta$:

$$\vec{a}_{sat} \cong -C \left(2\pi \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2(\theta_0) \right) \right) \hat{\mathbf{z}} \quad (\text{A.II.10})$$

Substituindo a constante C , tem-se:

$$\vec{a}_{sat} \cong -\frac{G_{max}P_{rad}}{4\pi mc} \left(2\pi \cdot \left(\frac{1}{2} \sin^2(\theta_o) \right) \right) \hat{z} \quad (\text{A.II.11})$$

Como solução geral, tem-se a equação:

$$\vec{a}_{sat} \cong -\frac{G_{max}P_{rad}}{4mc} (\sin^2(\theta_o)) \hat{z} \quad (\text{A.II.12})$$

APÊNDICE III

SOLUÇÃO PARA ANTENA TIPO HÉLICE QUADRIFILAR

Pela EQUAÇÃO (A.II.7) do Apêndice II, sabe-se que a integral possui solução apenas na direção \hat{z} , portanto:

$$\vec{a}_{sat} = -C \int_0^\pi g(\theta, \varphi) \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{z} d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (\text{A.III.1})$$

Pois no caso de uma antena parabólica $g(\theta, \varphi) = 1$, neste caso a solução será dada para uma antena hélice quadrifilar, onde $g(\theta, \varphi) = \frac{1+\cos(\theta)}{2}$.

$$\vec{a}_{sat} \cong -C \int_0^\pi \frac{1+\cos(\theta)}{2} \sin(\theta) \cos(\theta) \hat{z} d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \quad (\text{A.III.2})$$

Fazendo:

$$u = \cos(\theta) \quad \theta = 0, u = 1$$

$$du = -\sin(\theta) d\theta \quad \theta = \pi, u = -1$$

então:

$$\vec{a}_{sat} \cong -C 2\pi \int_1^{-1} (1+u) u du \hat{z}$$

Invertendo os limites de integração para considerar uma aceleração contrária a propagação da radiação eletromagnética, tem-se:

$$\vec{a}_{sat} \cong -C 2\pi \int_{-1}^1 (u+u^2) du \hat{z}$$

$$\vec{a}_{sat} \cong -C 2\pi \left[\frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} \right]_{-1}^1 \hat{z}$$

$$\vec{a}_{sat} \cong -C 2\pi \frac{2}{3} \hat{z}$$

Substituindo o valor da constante C .

$$\vec{a}_{sat} \cong -\frac{G_{max} P_{rad}}{4\pi mc} 2\pi \frac{2}{3} \hat{z} . \quad (\text{A.III.3})$$

APÊNDICE IV

CÁLCULO DOS DESVIOS NAS DIREÇÕES RADIAL, NORMAL E TRANSVERSAL

$$\hat{L}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad \hat{L}_n = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{|\vec{r} \times \vec{v}|}, \quad \hat{L}_T = \hat{L}_n \times \hat{L}_r, \quad (\text{A.IV.1})$$

Onde:

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2},$$

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2}. \quad (\text{A.IV.2})$$

Movimento Angular:

$$G = \vec{r} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ X & Y & Z \\ \dot{X} & \dot{Y} & \dot{Z} \end{vmatrix}. \quad (\text{A.IV.3})$$

Onde:

$$G_x = Y\dot{Z} - \dot{Y}Z,$$

$$G_y = Z\dot{X} - \dot{Z}X,$$

$$G_z = X\dot{Y} - \dot{X}Y.$$

$$G = |\vec{G}| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2} \quad (\text{A.IV.4})$$

Se os versores NRT são:

$$\hat{L}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad \hat{L}_n = \frac{G}{|G|}, \quad \hat{L}_T = \hat{H}, \quad (\text{A.IV.5})$$

Sendo:

$$H_x = \frac{1}{r_{comG}}(z_p G_y - y_p G_z), \quad H_y = \frac{1}{r_{comG}}(x_p G_z - z_p G_x), \quad H_z = \frac{1}{r_{comG}}(y_p G_x - x_p G_y),$$

Portanto, o módulo de H será:

$$H = |\vec{H}| = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2} \quad (\text{A.IV.6})$$

Tomando-se o vetor de estado \vec{X} , a cada instante obtido via integração numérica e \vec{X} o vetor de estado obtido via propagação analítica, tem-se:

$$\Delta\vec{X} = [(x_p - x_R)\hat{i} + (y_p - y_R)\hat{j} + (z_p - z_R)\hat{k}] \quad (\text{A.IV.7})$$

Portanto, os desvios são definidos como:

$$\begin{aligned} \Delta R &= \frac{1}{|r_p|} [(x_p - x_R)x_p + (y_p - y_R)y_p + (z_p - z_R)z_p], \\ \Delta N &= \frac{1}{|G|} [(x_p - x_R)G_x + (y_p - y_R)G_y + (z_p - z_R)G_z], \\ \Delta T &= \frac{1}{|H|} [(x_p - x_R)H_x + (y_p - y_R)H_y + (z_p - z_R)H_z]. \end{aligned} \quad (\text{A.IV.8})$$

Sendo r_p , G , H , o módulo do vetor posição (EQUAÇÃO (A.IV.2)), movimento angular (EQUAÇÃO (A.IV.4)) e o módulo do vetor ortogonal as outras duas componentes anteriores (EQUAÇÃO (A.IV.6)).

APÊNDICE V

PEQUENOS DIVISORES

Da FIGURA 6, tem-se que:

$$u = w + f, \quad (\text{A.V.1})$$

Onde u é denominado de argumento da latitude. Derivando a EQUAÇÃO (A.V.1), obtem-se:

$$\frac{du}{dt} = \frac{d\omega}{dt} + \frac{df}{dt}. \quad (\text{A.V.2})$$

Para pequenas excentricidades ($e \ll 1$), é possível fazer as seguintes aproximações:

$$\frac{df}{dt} = n. \quad (\text{A.V.3})$$

$$\frac{dM}{dt} = n. \quad (\text{A.V.4})$$

Então,

$$\frac{df}{dt} = \frac{dM}{dt}, \quad (\text{A.V.5})$$

e a EQUAÇÃO (A.V.2), torna-se:

$$\frac{du}{dt} = \frac{d\omega}{dt} + \frac{dM}{dt}, \quad (\text{A.V.6})$$

Onde $\frac{du}{dt}$ e $\frac{dM}{dt}$, são dadas pelas EQUAÇÕES (4.12) e (4.13), e integrando a EQUAÇÃO (A.V.6), fica na forma:

$$\Delta u = \Delta \omega + \Delta M. \quad (\text{A.V.7})$$

Propagando-se os elementos orbitais ω e M , por um intervalo de tempo, estes parâmetros são representados pelas equações a seguir:

$$\omega = \omega_o + \Delta\omega, \quad (\text{A.V.8})$$

$$M = M_o + \Delta M, \quad (\text{A.V.9})$$

Onde ω_o e M_o são os valores iniciais.

Deste modo, para o caso de pequenas excentricidades, analisa-se em conjunto o argumento do perigeu e a anomalia média, isto é, o termo $(\omega + M)$. Das EQUAÇÕES (A.V.8) e (A.V.9), obtêm-se: $(\omega_o + M_o)_{REF} - (\omega_o + M_o + \Delta\omega + \Delta M)_{PER}$. Onde *REF* representa o termo sem perturbação (valores iniciais) e *PER* o termo com perturbação.

A análise destes termos pode ser feita de outra maneira, integrando numericamente as equações (4.13), obtendo-se o vetor de estado, o qual é transformado em seus respectivos elementos orbital. Então, de modo análogo, é possível escrever que: $(\omega + M)_{REF} - (\omega + M)_{PER}$.

ANEXO I

Artigo Publicado

Aerospace Science and Technology

Perturbative effects of antenna radiation reaction on artificial satellite orbit

A. Heilmann^a, Luiz Danilo Damasceno Ferreira^a, C.A. Dartora^b, K.Z. Nobrega^c

a Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Centro Politécnico, Jd. das Américas, C.P. 19011, 81531-990 Curitiba, PR, Brazil

b Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Centro Politécnico, Jd. das Américas, C.P. 19011, 81531-990 Curitiba, PR, Brazil

c Departamento de Eletro-Eletrônica, Instituto Federal de Educ. Tecnológica do Maranhão, Av. Getúlio Vargas, 04 - Monte Castelo, 65030-005, São Luiz, MA, Brazil

abstract

The actual orbital trajectory of an artificial satellite is very sensitive to a large number of disturbances, whose effects add to the main force exerted by Earth's gravitational field. Perturbations caused by solar radiation pressure, albedo, the Moon and the Sun gravitational fields are well understood and have been taken into account already. By contrast, to the best of our knowledge, the radiation reaction force on the satellite caused by antenna radiation was not considered so far, which is done in the present contribution. We study the acceleration on the satellite caused by radiation reaction originated from the antenna radiation, taking into account the antenna radiation pattern. It is shown that for typical communication satellites the perturbation on the satellite orbit due to the power radiated by the transmitting antenna amounts to a non-negligible effect on the order of 10^{-9} m/s².

©2011 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

Contents lists available at [SciVerse ScienceDirect](http://SciVerse.ScienceDirect)

Aerospace Science and Technology

www.elsevier.com/locate/aescte

Perturbative effects of antenna radiation reaction on artificial satellite orbit

A. Heilmann^a, Luiz Danilo Damasceno Ferreira^a, C.A. Dartora^{b,*}, K.Z. Nobrega^c^a Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Centro Politécnico, Jd. das Américas, C.P. 19011, 81531-990 Curitiba, PR, Brazil^b Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Centro Politécnico, Jd. das Américas, C.P. 19011, 81531-990 Curitiba, PR, Brazil^c Departamento de Eletro-Eletrônica, Instituto Federal de Educ. Tecnológica do Maranhão, Av. Getúlio Vargas, 04 - Monte Castelo, 65030-005, São Luiz, MA, Brazil

ARTICLE INFO

Article history:

Received 16 July 2010

Received in revised form 24 August 2011

Accepted 31 August 2011

Available online xxxx

Keywords:

Artificial satellite

Antenna radiation reaction

Orbital dynamics

Perturbation

ABSTRACT

The actual orbital trajectory of an artificial satellite is very sensitive to a large number of disturbances, whose effects add to the main force exerted by Earth's gravitational field. Perturbations caused by solar radiation pressure, albedo, the Moon and the Sun gravitational fields are well understood and have been taken into account already. By contrast, to the best of our knowledge, the radiation reaction force on the satellite caused by antenna radiation was not considered so far, which is done in the present contribution. We study the acceleration on the satellite caused by radiation reaction originated from the antenna radiation, taking into account the antenna radiation pattern. It is shown that for typical communication satellites the perturbation on the satellite orbit due to the power radiated by the transmitting antenna amounts to a non-negligible effect on the order of 10^{-9} m/s².

© 2011 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

1. Introduction

Besides the Earth gravitational field, satellite orbital dynamics is influenced by several perturbations which affect the trajectory and must be taken into account, since precise knowledge of the position and velocity of the satellites are essential to the current technologies involving satellite communications and Global Positioning System (GPS) [18,10,6,11]. Among the most influential effects on a GPS satellite we must cite, in order of importance, the Moon and Sun gravitational fields (acceleration $a \sim 10^{-6}$ m/s²) and direct solar radiation pressure ($a \sim 10^{-7}$ m/s²) [18,15,8]. For instance, the luni-solar perturbation causes a positioning error of GPS satellite in the range of 1–3 km in a period of only two days [15,4,2]. Direct solar radiation pressure causes a variation in the satellite position in the range of 100–800 m for the same time interval. Weaker perturbations, such as terrestrial tides and atmospheric drag, lead to estimated errors of a few meters in a few days [5,16].

The currently existing satellites are classified according to the altitude h , measured from the Earth surface. Those for which $h \leq 2000$ km are known as Low Earth Orbit (LEO), satellites with orbits between 2000 km to 35 786 km are called Medium Earth Orbit (MEO). The geosynchronous orbit (GEO) has orbital period of 24 hours and therefore must be located at an altitude $h = 35 786$ km, and satellites above 35 786 km are known as High Earth Orbit (HEO). Telecommunication satellites are distributed over a wide range of altitude, from LEO to HEO (geostationary satellites, for example) and the GPS satellites are in MEO orbits [7].

The order of magnitude of the perturbations depends on satellite parameters, such as mass, geometry and orbital elements (eccentricity e , semi-major axis r_a , ascending node anomaly Ω , mean anomaly M_a , inclination i and argument of perigee ω_p). The most pronounced effects of perturbation are the existence of transverse, normal and radial accelerations which cause changes in the orbital elements. Numerical methods are used to determine with high degree of precision the satellite orbit considering the inclusion in Newton's second law not only Earth's gravitational force, but also the perturbative forces caused by luni-solar gravitational fields, solar radiation pressure, terrestrial tides, atmospheric drag and so on [18,12]. The precise knowledge of the satellite position and velocity errors caused by such perturbations allows to correct the satellite trajectory and orbital parameters by means of control actuations.

A few years ago, in order to explain the Pioneer 10 and 11 orbital anomalies, J.D. Anderson [1], A. Rathke [14] and co-workers have taken into account the acceleration perturbation caused by radio beam reaction forces, but to the best of our knowledge, radiation reaction forces on satellites caused by antenna radiation have in general been ignored so far.

In this paper we propose a theoretical model for the acceleration on a satellite caused by radiation reaction originated from antenna radiation. Taking into account the antenna radiation pattern, we predict the order of magnitude of the orbit perturbation due to the power radiated by the transmitting antenna. A rough estimate is made for a few types of antennas, typically used in telecommunication and GPS satellites.

The content of this paper can be described as follows: in the next section we briefly review the basic formulae of antenna theory. In Section 3 we model the radiation reaction force produced by the transmitting antenna radiated power acting on a satellite

* Corresponding author.

E-mail address: cadartora@yahoo.com.br (C.A. Dartora).

in its inertial frame. In Section 4 we present the numerical results and discussion, and finally, in the last section a few conclusions and remarks are added.

2. Basics of antenna theory

The theory of electromagnetic radiation, or antenna theory, follows directly from Maxwell's equations [9]. However, for the sake of self-completeness of the present manuscript we will review here the basic concepts of antennas. It is usual in antenna theory to adopt the description of the electromagnetic phenomena by means of the scalar potential ϕ and vector potential \mathbf{A} , governed in the so-called Lorenz gauge by the wave equations below [9]:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (1)$$

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}, \quad (2)$$

being c the light speed, ε_0 and μ_0 the vacuum permittivity and permeability, respectively, ρ is the volumetric charge density and \mathbf{J} is the current density vector. Here, we are interested in the radiation electric and magnetic fields, \mathbf{E}_{rad} and \mathbf{H}_{rad} , respectively, produced by the antenna, easily obtainable in the harmonic time-varying regime ($f(x, y, z, t) = f(x, y, z)e^{i\omega t}$) from the transverse vector potential \mathbf{A}_\perp , defined below:

$$\mathbf{A}_\perp(\mathbf{r}) = \mathbf{A} - (\mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{a}}_r)\hat{\mathbf{a}}_r, \quad (3)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} \int_{V'} \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) e^{ik\hat{\mathbf{a}}_r \cdot \mathbf{r}'} dV', \quad (4)$$

being ω the angular frequency, $k = 2\pi/\lambda$ the wavenumber, $\mathbf{r} = (r, \theta, \varphi)$ the field coordinates, $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ the source coordinates, V' means the source volume, $\hat{\mathbf{a}}_r$ is the radial unit vector in the antenna coordinate system, with the antenna located at the center of such system, and $\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega)$ is the current density distribution of frequency ω at the antenna. The radiation fields are given by:

$$\mathbf{E}_{rad} = -i\omega \mathbf{A}_\perp, \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_{rad} = \frac{1}{c\mu_0} \hat{\mathbf{a}}_r \times \mathbf{E}_{rad}, \quad (6)$$

from which follows the averaged radiated power density, i.e., the component of the averaged Poynting vector along the radial direction:

$$S_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} \text{Re}(\mathbf{E}_{rad} \times \mathbf{H}_{rad}^*) = S_{rad}(r, \theta, \varphi) \hat{\mathbf{a}}_r, \quad (7)$$

where S_{rad} is measured in W/m^2 . It is straightforward to show that

$$S_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{|\mathbf{E}_{rad}|^2}{2Z_0}, \quad (8)$$

where $|\mathbf{E}_{rad}|$ denotes the modulus of the radiated electric field and $Z_0 = c\mu_0 \approx 377$ ohms is the vacuum characteristic impedance. One of the most important parameters of the antenna theory is the antenna gain $G(\theta, \varphi)$. To give a clear understanding of such a parameter first we need to calculate the total radiated power, given simply by:

$$P_{rad} = \int_{\Omega} r^2 S_{rad} d\Omega, \quad (9)$$

being $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ the infinitesimal solid angle element and $\int_{\Omega} = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi}$. The customary definition for the antenna gain is written below

$$G(\theta, \varphi) = \frac{P_{EIRP}(\theta, \varphi)}{P_{rad}} = \frac{4\pi r^2 S_{rad}(r, \theta, \varphi)}{P_{rad}}, \quad (10)$$

where P_{EIRP} is the effective isotropic radiated power, given by $P_{EIRP} = 4\pi r^2 S_{rad}(r, \theta, \varphi)$, which corresponds to the effective power that must be delivered to an isotropic antenna to produce the same radiated power density $S_{rad}(r, \theta, \varphi)$ generated by the antenna under consideration at the coordinate (r, θ, φ) . This way, we can interpret the antenna gain as the ratio between the effective power which must be delivered to an isotropic antenna and the total power radiated by the antenna under consideration in order to produce the same power density at the coordinate (r, θ, φ) . The antenna gain function $G(\theta, \varphi)$ depends only on the angular coordinates (θ, φ) , since, based on the requirement of total radiated power conservation, the radiated power density must satisfy an inverse square law, ($S_{rad} \propto 1/r^2$). From Eq. (10) we get:

$$S_{rad}(r, \theta, \varphi) = \frac{G(\theta, \varphi) P_{rad}}{4\pi r^2}. \quad (11)$$

Notice that the antenna gain is a non-dimensional parameter which represents how the antenna distributes the radiated power over the space. It is usual to build a three-dimensional (3D) surface plot of $G(\theta, \varphi)$ as a function of coordinates (θ, φ) in a spherical system, known as the antenna gain pattern. The resulting surface must be closed, with norm $\int_{\Omega} G(\theta, \varphi) d\Omega = 4\pi$. In the following sections we will make extensive use of Eqs. (7), (10) and (11). To the interested reader we suggest Refs. [9], [17] and [3] for more detailed exposition of electromagnetic radiation and antenna theory.

3. Theoretical model for antenna radiation reaction

In the present section we put forward a theoretical model describing the effect of the antenna radiation reaction on the satellite. It follows from classical electrodynamics and the laws of energy-momentum conservation that electromagnetic waves carry energy and linear momentum as well, in the form of an instantaneous linear momentum density:

$$\mathbf{P}_{em} = \frac{1}{c^2} \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{c^2} \mathbf{S}, \quad (12)$$

where \mathbf{P}_{em} is the electromagnetic linear momentum density measured in $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$, \mathbf{E} is the electric field measured in units of V/m , \mathbf{H} is the magnetic field intensity, measured in units of A/m and \mathbf{S} is the instantaneous Poynting vector measured in W/m^2 . Taking the average over a period $T = 2\pi/\omega$ (measured in seconds) and using Eq. (11) we obtain the averaged linear momentum density carried by the fields radiated by a transmitting antenna:

$$\mathbf{P}_{em}(r, \theta, \varphi) = \frac{G(\theta, \varphi) P_{rad}}{4\pi c^2 r^2} \hat{\mathbf{a}}_r(\theta, \varphi). \quad (13)$$

The linear momentum emitted by the transmitting antenna corresponds to the integration of the above equation over a volume $dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$, being $dr = c dt$ the distance traveled by the radiated electromagnetic waves in an infinitesimal time interval dt . We have:

$$d\mathbf{P}_{em} = \int_V \mathbf{P}_{em}(r, \theta, \varphi) dV = \frac{P_{rad}}{4\pi c} dt \int_{\Omega} G(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{a}}_r(\theta, \varphi) d\Omega. \quad (14)$$

The law of linear momentum conservation requires that the momentum acquired by the radiated electromagnetic waves must be given up by the antenna-satellite composite system, which we can

regard as a point particle possessing mechanical linear momentum $\mathbf{p}_{mec} = m\mathbf{v}$, being m the antenna-satellite mass. It follows that:

$$d\mathbf{p}_{mec} + d\mathbf{p}_{em} = 0,$$

resulting in a force acting on the satellite:

$$\mathbf{F}_{sat} = \frac{d\mathbf{p}_{mec}}{dt} = -\frac{d\mathbf{p}_{em}}{dt} = -\frac{P_{rad}}{4\pi c} \int_{\Omega} G(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{a}}_r(\theta, \varphi) d\Omega, \quad (15)$$

or in terms of an acceleration \mathbf{a}_{sat} :

$$\mathbf{a}_{sat} = -\frac{P_{rad}}{4\pi mc} \int_{\Omega} G(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{a}}_r(\theta, \varphi) d\Omega, \quad (16)$$

where P_{rad} is measured in watts, m in kg, $c \approx 3 \times 10^8$ m/s, $G(\theta, \varphi)$ is a non-dimensional quantity and \mathbf{a}_{sat} is measured in m/s^2 . Now we decompose the radial unit vector $\hat{\mathbf{a}}_r$ referred to the antenna coordinate system in its cartesian components:

$$\hat{\mathbf{a}}_r = \sin \theta \cos \varphi \hat{\mathbf{a}}_x + \sin \theta \sin \varphi \hat{\mathbf{a}}_y + \cos \theta \hat{\mathbf{a}}_z, \quad (17)$$

where (r, θ, φ) are measured in antenna coordinate system with the antenna at the origin, and write the antenna gain as $G(\theta, \varphi) = G_0 g(\theta, \varphi)$, being G_0 the maximum gain, to obtain our final formula:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{sat} = & -\frac{G_0 P_{rad}}{4\pi mc} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} g(\theta, \varphi) [\sin \theta \cos \varphi \hat{\mathbf{a}}_x \\ & + \sin \theta \sin \varphi \hat{\mathbf{a}}_y + \cos \theta \hat{\mathbf{a}}_z] \sin \theta d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (18)$$

We can also deduce the above expressions from a quantum mechanical point of view. It is well known that a single photon carries energy $E = \hbar\omega$ and linear momentum $\mathbf{p}_{ph} = \hbar\mathbf{k} = \hbar\omega\hat{\mathbf{n}}/c$, being $\hbar = h/(2\pi) = 1.0546 \times 10^{-34}$ Js the Planck constant, and $\hat{\mathbf{n}}$ the unit vector describing the photon direction of propagation. The number of photons dN_{ph} emitted by the transmitting antenna in a time interval dt is:

$$dN_{ph} = \frac{P_{rad} dt}{\hbar\omega},$$

i.e., the total radiated energy in a time interval dt divided by the energy of a single photon. In the same way, the radiated momentum $d\mathbf{p}_{em}$ in time interval dt is given by:

$$d\mathbf{p}_{em} = \mathbf{p}_{ph} dN_{ph} = \hbar\langle\mathbf{k}\rangle dN_{ph} = \hbar\frac{\omega}{c}\langle\hat{\mathbf{n}}\rangle dN_{ph},$$

where $\langle\hat{\mathbf{n}}\rangle$ is the average over the direction of propagation of all the emitted photons. Notice that if two photons in opposite directions are emitted in the time interval dt the net radiated momentum is zero, in such a way that we must average over the emitted photon directions to obtain the net radiated momentum. An isotropic antenna radiates a total power P_{rad} , but its averaged momentum vanish. Combining the above equations we have:

$$\frac{d\mathbf{p}_{em}}{dt} = \frac{P_{rad}}{c}\langle\hat{\mathbf{n}}\rangle. \quad (19)$$

The average value of $\hat{\mathbf{n}}$ is obtained as follows:

$$\langle\hat{\mathbf{n}}\rangle = \frac{\int_{\Omega} w(\theta, \varphi) \mathbf{n} d\Omega}{\int_{\Omega} d\Omega},$$

being $w(\theta, \varphi)$ a weight function. It is easily shown that $\int_{\Omega} d\Omega = 4\pi$, so we are able to identify w with the antenna gain function and the propagation direction is $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{a}}_r$, since "radiation" means "emitted in the radial direction". In this case one can conclude that (19) coincides with (14). The results derived in the present section will be extensively used later on.

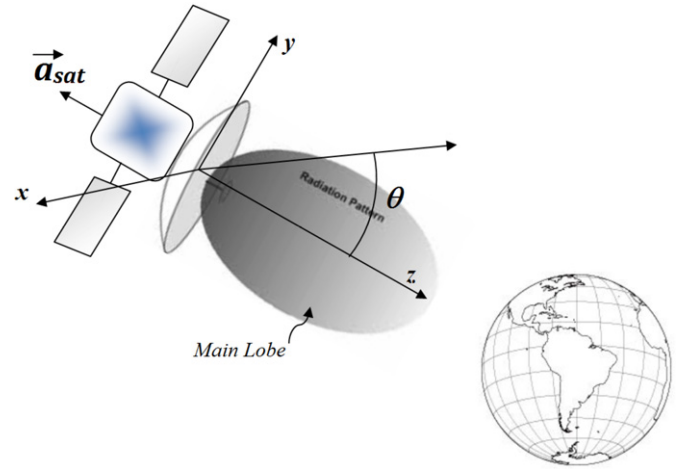


Fig. 1. Local reference frame of the antenna with the z-axis pointing to the center of the Earth. The angles (θ, φ) are defined according to the standard spherical coordinate system. $\theta = \arctan(z/r)$ is the angle between the position vector $\mathbf{r} = (x, y, z)$ and the z-axis and the angle $\varphi = \arctan(y/x)$ is measured from the x-axis and is contained in the x-y plane.

4. Results and discussion

The satellite transmitting antennas can be highly directive in a wide range of applications, but some of them are nearly isotropic. Low gain antennas, such as electric dipoles have maximum gain in the range $0 < G_0 < 10$ dBi, while important satellite communication systems employ high gain antennas with gain ranging from 10 to 40 dBi, typically. The averaged radiated power by an antenna in a communication satellite can be as high as a few hundreds of watts, but we take the value of $P_{rad} = 100$ W as a representative one. Antenna gain in the range of 20–40 dBi can be easily achieved using an aperture antenna, typically a parabolic antenna, widely used in satellite communications [6,17,3].

Here we will determine the magnitude of the radiation reaction effect considering the gain patterns of antennas typically used in communication and GPS satellites. In Fig. 1 we illustrate the local reference frame of the antenna used in a typical satellite communication system. For the sake of simplicity we choose the z-axis in the local reference frame of the antenna in such a way that it points to the center of the Earth.

Let us make a rough estimation of the order of magnitude of the radiation reaction effect on typical GPS satellites, which have masses in the range of $m = 10^3$ kg. Assuming a typical radiated power of $P_{rad} = 100$ W and maximum gain $G_0^{\text{dBi}} = 10 \log_{10} G_0 = 20$ dBi ($G_0 = 100$ in non-dimensional units is to be used in the above formulae) we get the order of magnitude of the satellite acceleration:

$$|\mathbf{a}_{sat}| \sim \frac{G_0 P_{rad}}{4\pi mc} = 2.65 \times 10^{-9} \text{ m/s}^2. \quad (20)$$

Clearly it amounts to a non-negligible perturbation. The effect is of order of 2–10% compared to the solar radiation pressure, which produces an acceleration in the order of 10^{-7} m/s^2 .

Now, we want to obtain a quantitative result based on the antenna gain pattern of specific antennas, dividing them into two main categories: (i) low gain antennas and (ii) highly directive antennas. Typical antennas pertaining to the class of low gain antennas are the half-wave electric dipole and the short dipole, which could be used in GPS satellite systems to make the communication between the various satellites in the same altitude. Usually, the electric dipole is a filamentary antenna build up by two metallic conductors oriented along the z-axis fed by a voltage source $V(t) = V_0 e^{i\omega t}$, as illustrated in Fig. 2(a). A half-wave dipole has

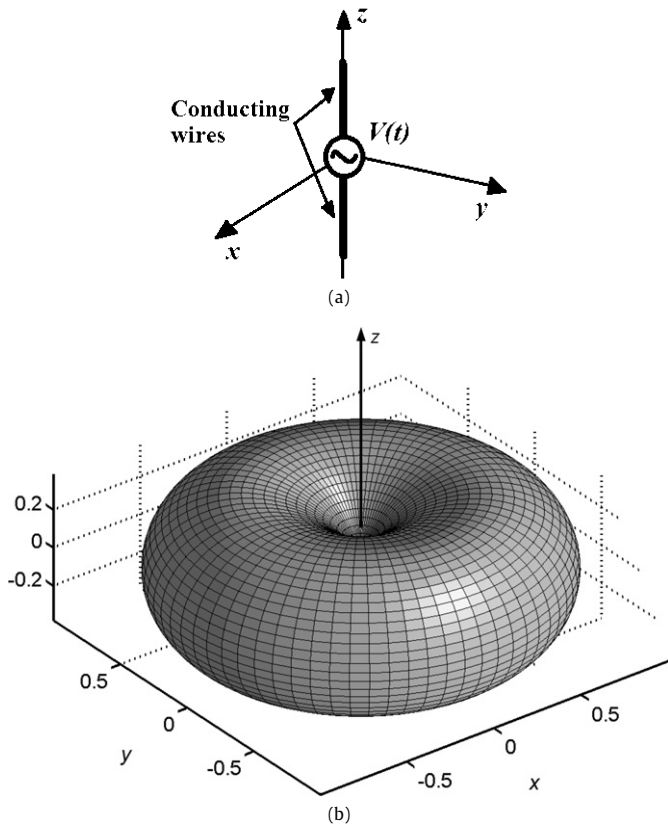


Fig. 2. (a) Simplified scheme of an electric dipole antenna. The z-axis of the local reference frame of the antenna system is directed along the conducting wires and points to the Earth center. (b) Typical antenna gain pattern of an electric short dipole. The resulting surface resembles a donut.

total length $d = \lambda/2$ along the z-axis while a short dipole is restricted to $d \leq \lambda/4$, being λ the operation wavelength. The antenna gain patterns for both cases are very similar. For the sake of simplicity we will consider the short dipole, whose normalized gain function is given by [17,3]

$$g(\theta, \varphi) = \sin^2 \theta, \quad (21)$$

with maximum gain $G_0 = 3/2$. From antenna theory the maximum gain G_0 of any antenna is obtained from the formula:

$$G_0 = \frac{4\pi}{\int_{\Omega} g(\theta, \varphi) d\Omega}. \quad (22)$$

The 3-dimensional polar plot of the above function in spherical coordinates (θ, φ) is shown in Fig. 2(b) and resembles a donut. The meaning of such antenna gain pattern is that the short dipole does not radiate along the z-axis (the hole in the center of the donut) but radiates maximally at $\theta = \pi/2$, which corresponds to the plane $z = 0$, being symmetric with respect to the azimuthal angle φ . Notice that Eq. (21) is independent of φ .

To find the radiation reaction produced by the short dipole we must substitute Eq. (21) into (18), which yields a vanishing acceleration, $\mathbf{a}_{sat} = 0$. Such result can be easily understood, since the radiation pattern of a short dipole as seen from Fig. 2(b) is omnidirectional in x-y plane and symmetric under inversion $z \rightarrow -z$, with the physical meaning that for each photon radiated in a given direction there is a photon being radiated in the opposite sense.

Going further, let us consider the case of a highly directive antenna. A representative example is the parabolic reflector antenna, often used in communication satellites in order to communicate with a receiver located at the Earth surface. Usually, the antenna radiation beam (main lobe of the antenna gain pattern) is directed

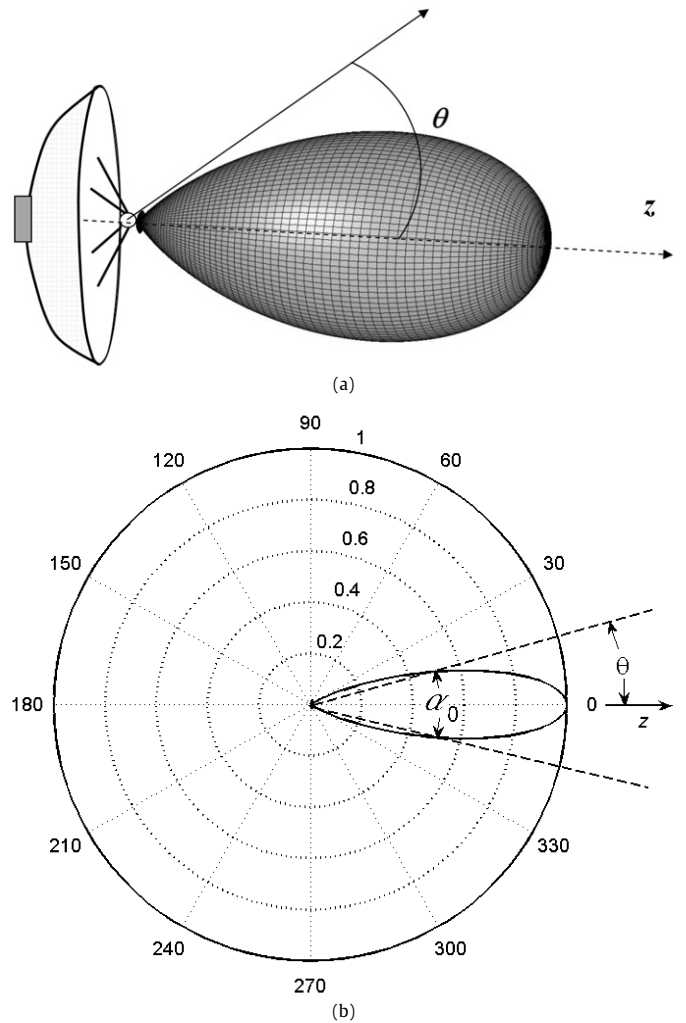


Fig. 3. Typical radiation pattern of an aperture antenna: (a) 3D plot of the antenna gain and (b) 2D plot obtained through the intersection of the 3D plot and the $x = 0$ plane. The beam angle α_0 is also illustrated.

to the center of the Earth (the z-axis is directed along the main lobe of the antenna radiation pattern). A typical 3D plot of the radiation pattern for a parabolic reflector is illustrated in Fig. 3(a), while Fig. 3(b) shows a 2D pattern obtained by intersecting the 3D radiation pattern with a plane $x = 0$. The beam angle α_0 , defined as angular aperture of the radiated beam for which the radiated power density decays to half maximum, is also shown in Fig. 3(b).

For highly directive antennas the beam angle α_0 satisfies the condition $\alpha_0 \ll 2\pi$ and the side lobes are negligible in comparison to the main radiation lobe, allowing us to approximate the normalized gain $g(\theta, \varphi)$ as follows

$$\begin{aligned} g(\theta, \varphi) &= 1, & 0 \leq \theta \leq \alpha_0, \\ g(\theta, \varphi) &= 0, & \alpha_0 < \theta. \end{aligned} \quad (23)$$

Inserting the above expression into Eq. (18) leads to the following equation:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{sat} = & -\frac{G_0 P_{rad}}{4\pi mc} \int_{\theta=0}^{\alpha_0} \int_{\varphi=0}^{2\pi} [\sin \theta \cos \varphi \hat{\mathbf{a}}_x \\ & + \sin \theta \sin \varphi \hat{\mathbf{a}}_y + \cos \theta \hat{\mathbf{a}}_z] \sin \theta d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (24)$$

Proceeding the integration over the variables θ and φ yields:

$$\mathbf{a}_{sat} = -\frac{G_0 P_{rad}}{4mc} \sin^2 \alpha_0 \hat{\mathbf{z}}. \quad (25)$$

Parabolic reflector antennas are highly directive, thus having small beam angle, such that $\sin^2 \alpha_0 \approx \alpha_0^2$ is a valid approximation. It follows from the antenna theory [17,3] that for aperture antennas the maximum gain G_0 is expressible in terms of the beam angle α_0 , through the relation written below:

$$G_0 \approx \frac{10}{\alpha_0^2}. \quad (26)$$

It is important to notice that α_0 must be measured in radians. The above equation is in good agreement with experimental values for $\alpha_0 \leq 0.4$ radians (or $\alpha_0 \leq 23^\circ$), corresponding to an antenna gain of at least 18 dBi. Typical gain of parabolic reflectors is in the range of 20–60 dBi [3]. Taking into account Eqs. (26) and (25), we obtain:

$$\mathbf{a}_{sat} \approx -\frac{5P_{rad}}{2mc} \hat{\mathbf{z}}. \quad (27)$$

To make a quantitative prediction we consider the case of the satellite Intelsat 11, which covers the territories of United States, Mexico and South America using the C band and provides TV signal for Brazil at the Ku band. Its actual mass and maximum radiated power are $m = 2500$ kg and $P_{rad} = 200$ W, respectively. Putting such values into Eq. (27) gives a perturbation acceleration $\mathbf{a}_{sat} \approx -6.67 \times 10^{-10} \hat{\mathbf{z}}$ m/s².

The effect of the radiation reaction force on the orbit of the Intelsat 11 is precisely determined from Newton's second law, written in the form below:

$$\frac{d\mathbf{r}_E}{dt} = \mathbf{v}_E, \quad (28)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_E}{dt} = -\frac{GM\mathbf{r}_E}{r_E^3} + \mathbf{a}_{sat}, \quad (29)$$

where $\mathbf{r}_E = (x_E, y_E, z_E)$ is the satellite position in the Earth reference frame where the z_E -direction is along the rotation axis, pointing to the North pole, $\mathbf{v}_E = (v_{xE}, v_{yE}, v_{zE})$ is the satellite velocity vector, $r_E = |\mathbf{r}_E|$ is the instantaneous distance of the satellite from the Earth center, $GM = 3.9860047 \times 10^{14}$ m³/s² is the standard gravitational parameter of the Earth and $-6.67 \times 10^{-10} \hat{\mathbf{z}}$ m/s² is the radiation reaction acceleration, given by (27) for a parabolic reflector antenna. Notice that $-\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{r}_E/r_E$ in the Earth reference frame. The quantitative prediction of the perturbation effect on the orbital elements is made in two steps: (i) the orbit is determined solely with the gravitational acceleration acting on the satellite, and (ii) the additional disturbances are included (in our case \mathbf{a}_{sat} is considered) and the orbit is recalculated. The difference between the non-perturbed and the perturbed orbits gives the effect of the perturbation. The state vector of the Intelsat 11 at the UTC time 02 h 12 min 24 s December 1st, 2010 is given by

$$\begin{aligned} x_E &= -29880.551 \times 10^3 \text{ m}, \\ y_E &= 29736.976 \times 10^3 \text{ m}, \\ z_E &= 5.364 \times 10^3 \text{ m}, \\ v_{xE} &= -2.168525 \times 10^3 \text{ m/s}, \\ v_{yE} &= -2.180627 \times 10^3 \text{ m/s}, \\ v_{zE} &= -0.000840 \times 10^3 \text{ m/s}. \end{aligned} \quad (30)$$

In Fig. 4 the normal, transverse and tangential components of so-called RTN coordinate system are shown. In this system, the radial component \mathbf{R} points to the nadir direction, \mathbf{N} is perpendicular

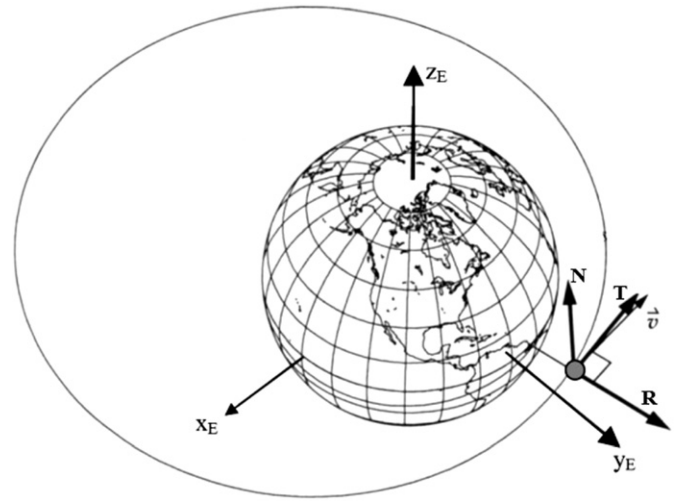


Fig. 4. Representation of the normal \mathbf{N} , transverse \mathbf{T} and radial \mathbf{R} components of the satellite position perturbation.

do the orbital plane and the tangential component \mathbf{T} is perpendicular to \mathbf{R} and \mathbf{N} and is also along the velocity vector [13,18].

Using the above values we calculated the satellite orbit for a period of one month. The errors produced on the RTN components of the satellite orbit due to perturbations were calculated using standard definitions [13,18]. Fig. 5 shows the error on the normal and radial position components of the Intelsat 11 produced by the antenna radiation reaction. The error on the tangential component is negligible, less than 1 mm. Fig. 5(a) shows the normal component error, which amounts to about 50 m in an interval of 30 days, while Fig. 5(b) shows the radial component error, which is lower than the normal component error by three orders of magnitude.

In practice the radiation reaction effect on the satellite orbit motion can be one or two orders of magnitude lower than the values predicted here, since we have assumed here that the transmitting antenna is radiating RF (radiofrequency) power continuously, known as CW (Continuous Wave) operation. Quite often the RF power operation is not continuous, replaced by pulsed operation, but instantaneous radiated power in pulsed operation can be many orders of magnitude greater than a few hundreds of watts. We remark that there is the possibility of trajectory control by compensating the other small perturbations mentioned previously using a high gain antenna radiating in the correct direction, even though such control is extremely limited due to the smallness of the radiation reaction effect. To do that the antenna beam direction must be properly varied, which can be done by the use of an antenna array with electronic control of the resulting beam direction.

5. Conclusion

In summary, in this paper we developed a model to describe the effects of radiation reaction in satellite orbits due to the emitted RF power by the satellite transmitting antennas. We demonstrated that the satellite acceleration due to such effect can be in the range of $\sim 10^{-9}$ m/s², which is similar to other small order effects that must be taken into account in doing satellite trajectory corrections. The perturbation acceleration caused by high gain antennas and/or high power transmitting systems are obviously more pronounced than those effects produced by small gain antennas. We found that the order of magnitude of the phenomena is directly proportional to the product of antenna gain and total radiated power and inversely proportional to the satellite mass.

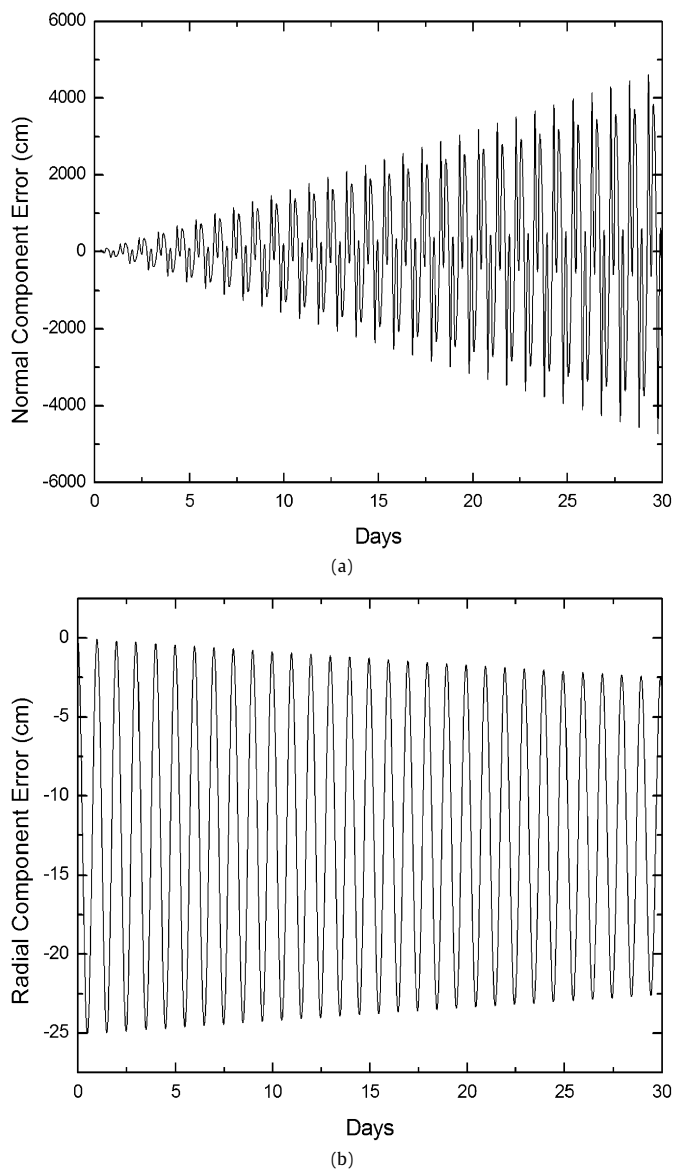


Fig. 5. The effect of antenna radiation reaction on the Intelsat 11 considering a time interval of 30 days: (a) Normal component of the position perturbation; (b) Radial component of the position perturbation.

Acknowledgements

C.A. Dartora would like to acknowledge CNPq (Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento) for partial financial support. A. Heilmann would like to thank Araucaria Educational Faculty (FACEAR) for partial financial support and SIMEPAR for technical support. The authors would like to thank the anonymous referees for useful suggestions and corrections.

References

- [1] J.D. Anderson, P.A. Laing, E.L. Lau, A.S. Liu, M. Martin Nieto, S.G. Turyshev, Study of the anomalous acceleration of Pioneer 10 and 11, *Physical Review D* 65 (2002) 082004.
- [2] L. Anselmo, C. Pardini, Dynamical evolution of high area-to-mass ratio debris released into GPS orbits, *Advances in Space Research* 43 (2009) 1491–1508.
- [3] C.A. Balanis, *Antenna Theory – Analysis and Design*, second edition, John Wiley, New York, 1997.
- [4] C.C. Chao, R.A. Gick, Long-term evolution of navigation satellite orbits: GPS/GLONASS/GALILEO, *Advances in Space Research* 34 (2004) 1221–1226.
- [5] J.-p. Chen, J.-x. Wang, Models of solar radiation pressure in the orbit determination of GPS satellites, *Chinese Astronomy and Astrophysics* 31 (2007) 66–75.
- [6] P. Fortescue, J. Stark, *Spacecraft System Engineering*, second edition, John Wiley and Sons, England, 1988.
- [7] B. Gavish, Low Earth orbit based communication system – Research opportunities, *European Journal of Operational Research* 99 (1997) 166–179.
- [8] C. Hwang, L.-S. Hwang, Satellite orbit error due to geopotential model error using perturbation theory: Applications to ROCSAT-2 and COSMIC missions, *Computers & Geosciences* 28 (2002) 357–367.
- [9] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, third edition, John Wiley, New York, 1998.
- [10] A. Jäggi, R. Dach, O. Montenbruck, U. Hugentobler, H. Bock, G. Beutler, Phase center modeling for LEOS GPS receiver antennas and its impact on precise orbit determination, *Journal of Geodesy* 83 (2009) 1145–1162.
- [11] A. Jamalipour, *Low Earth Orbital Satellites for Personal Communication Networks*, Artech House Publishers, Boston, 1998.
- [12] R.Y. Kezerashvili, J.F. Vasquez-Poritz, Bound orbits of solar sails and general relativity, *Advances in Space Research* 46 (2010) 346–361.
- [13] P.C.P.M. Pardal, R. Vilhena de Moraes, H.K. Kuga, Orbit determination modeling analysis by GPS including perturbations due to geopotential coefficients of high degree and order, solar radiation pressure and luni-solar attraction, *Journal of Aerospace Technology and Management* 3 (2011) 79–86.
- [14] A. Rathke, D. Izzo, Options for a nondedicated mission to test the Pioneer anomaly, *Journal of Spacecrafts and Rockets* 43 (2006) 806–821.
- [15] G. Seeber, *Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications*, Walter de Gruyter, Berlin, 1993.
- [16] T.A. Springer, G. Beutler, M. Rothacher, A new solar radiation pressure model for the GPS, *Advances in Space Research* 23 (1999) 673–676.
- [17] W.L. Stutzman, G.A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, second edition, John Wiley, New York, 1998.
- [18] D.A. Vallado, *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, second edition, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2001.

ANEXO I

Artigo Publicado

Brazilian Journal of Physics
GENERAL AND APPLIED PHYSICS

The Effects of an Induced Electric Dipole Moment due to Earth's Electric Field on the Artificial Satellites Orbit

Armando Heilmann · Luiz Danilo Damasceno Ferreira · Cesar Augusto Dartora

Abstract

The orbits of artificial satellites are very sensitive to a large number of disturbances, whose effects add to the main force exerted by Earth's gravitational field. The most important perturbations, caused by solar radiation pressure, the Moon and the Sun gravitational fields, have been extensively discussed in the literature, and must be taken into account in order to correct the orbital motion, to prevent collisions between satellites in close orbits. In this paper we consider an additional source of acceleration arising from an electric dipole moment induced by the high altitude Earth electric field in a metallic satellite of spherical shape. The order of magnitude of such effect is estimated to be in the range of 10^{-23} m/s^2 . It is emphasized that the electric dipole moment effect (EDME) is dependent on the satellite shape and geometry and proportional to $E_0 v / r^4$. The Earth electric field E_0 is largely influenced by atmospheric electromagnetic phenomena, such as whistler waves and thunderstorms.

The Effects of an Induced Electric Dipole Moment due to Earth's Electric Field on the Artificial Satellites Orbit

**Armando Heilmann, Luiz Danilo
Damasceno Ferreira & Cesar Augusto
Dartora**

Brazilian Journal of Physics

ISSN 0103-9733

Braz J Phys

DOI 10.1007/s13538-012-0058-1



Your article is protected by copyright and all rights are held exclusively by Sociedade Brasileira de Física. This e-offprint is for personal use only and shall not be self-archived in electronic repositories. If you wish to self-archive your work, please use the accepted author's version for posting to your own website or your institution's repository. You may further deposit the accepted author's version on a funder's repository at a funder's request, provided it is not made publicly available until 12 months after publication.

The Effects of an Induced Electric Dipole Moment due to Earth's Electric Field on the Artificial Satellites Orbit

Armando Heilmann · Luiz Danilo Damasceno
Ferreira · Cesar Augusto Dartora

Received: 27 December 2011
© Sociedade Brasileira de Física 2012

Abstract The orbits of artificial satellites are very sensitive to a large number of disturbances, whose effects add to the main force exerted by Earth's gravitational field. The most important perturbations, caused by solar radiation pressure, the Moon and the Sun gravitational fields, have been extensively discussed in the literature, and must be taken into account in order to correct the orbital motion, to prevent collisions between satellites in close orbits. In this paper we consider an additional source of acceleration arising from an electric dipole moment induced by the high altitude Earth electric field in a metallic satellite of spherical shape. The order of magnitude of such effect is estimated to be in the range of 10^{-23}m/s^2 . It is emphasized that the electric dipole moment effect (EDME) is dependent on the satellite shape and geometry and proportional to $E_0 v / r^4$. The Earth electric field E_0 is largely influenced by atmospheric electromagnetic phenomena, such as whistler waves and thunderstorms.

Keywords Artificial satellite · Electric dipole moment · Earth's electric field

A. Heilmann · L. D. D. Ferreira
Department of Geomatics, Federal University
of Parana - UFPR, 81531-990, Curitiba, PR, Brazil
e-mail: armando@simepar.br

C. A. Dartora (✉)
Department of Electrical Engineering, Federal University
of Parana - UFPR, 81531-990, Curitiba, PR, Brazil
e-mail: cadartora@yahoo.com.br

1 Introduction

Satellite orbital dynamics is primarily influenced by the Earth gravitational field but there are several other contributions which affect the trajectory and must be taken into account in order to prevent escape from the desired orbit or collision with satellites in neighboring orbits. Since the precise knowledge of the position and velocity of artificial satellites is essential to the current technologies involving satellite communications and GPS systems [1], an enormous effort to predict all the effects influencing the orbits has been made over the years. The major concern is related to calculations of the solar radiation pressure effect, the gravitational effects produced by the Sun, the Moon and other planets of the solar system, atmospheric drag, albedo, thermal radiation and relativistic effects, among others [2]. The most relevant electromagnetic effect is due to the solar radiation pressure, since the mean value of the Sun's Poynting vector has a large magnitude, of the order of $\sim 1400 \text{W/m}^2$ and is almost independent of the altitude, albeit strongly dependent on the time of the day. The electromagnetic radiation pressure model was first considered by Bartoli already in 1885 [3]. Here we briefly sketch the main steps to estimate the order of magnitude of that perturbation, by considering the linear momentum conservation law as the starting point:

$$\sum_i \mathbf{p}_i = \sum_f \mathbf{p}_f,$$

where \mathbf{p}_i are the initial momenta of the particles and electromagnetic fields and \mathbf{p}_f the final momenta. An artificial satellite of mass m has linear momentum given by $m\mathbf{v}$, where \mathbf{v} is the velocity vector. From Maxwell's

equations and the Lorentz force one finds the Poynting theorem, a statement of energy conservation [4], which allows the definition of Poynting's vector $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ and the linear momentum density vector \mathbf{P}_{em} for the electromagnetic field:

$$\mathbf{P}_{em} = \frac{1}{c^2} \mathbf{S} = \frac{1}{c^2} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}],$$

where \mathbf{E} and \mathbf{H} are the electric and magnetic fields of an electromagnetic wave, respectively, and $c = 2.9979 \times 10^8 \text{m/s}$ is the velocity of light in vacuum. Describing a solid body a mass density function, defined as $\rho = dm/dV$, we are able to rewrite the momentum conservation law in terms of momentum densities, as follows [4]:

$$\rho \mathbf{v}_i + \frac{1}{c^2} \mathbf{S}_i = \rho \mathbf{v}_f + \frac{1}{c^2} \mathbf{S}_f.$$

The vector equation for a satellite velocity deviation is easily shown to be:

$$\rho \Delta \mathbf{v} = -\frac{1}{c^2} \Delta \mathbf{S}.$$

Here, $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i$ and $\Delta \mathbf{S} = \mathbf{S}_f - \mathbf{S}_i$. Since the satellite is composed of metallic materials, it is customary to consider that the incident electromagnetic wave is totally reflected, reverting the sign of the Poynting's vector component perpendicular to the satellite surface. In this way we get an acceleration:

$$\Delta \mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = -\frac{2S_i A \cos(\theta_{SA})}{mc} \hat{\mathbf{n}}, \tag{1}$$

where m is the total mass of the satellite, S_i is the averaged modulus of the Poynting vector of the electromagnetic radiation, A is the cross-sectional area of the satellite and θ_{SA} is the angle between the direction of the Poynting vector and the vector normal to the satellite surface, \mathbf{n} . For $\theta_{SA} = 0$ we find the maximum value for the solar radiation pressure on a typical satellite of mass $m = 407 \text{kg}$ and cross-sectional area $A \approx 1 \text{m}^2$ to be $|\Delta \mathbf{a}| \sim 10^{-8} \text{m/s}^2$. Notice that despite being 7 to 9 orders of magnitude smaller than Earth's gravitational field acceleration ($a_E \sim 1 \text{m/s}^2$), the solar pressure must be included in orbital dynamics models to correctly predict unwanted orbit deviations. Effects of thermal re-radiation of the satellite and the reflection of solar radiation by the Earth surface have been estimated with increasing accuracy over the years. By contrast with the radiation pressure exerted by electromagnetic waves, the Lorentz force acceleration effects [5] induced by electrical charging of artificial satellites, a phenomenon predicted by Al'pert *et al* already in 1964 [6], is quite well described by electrostatics and magnetostatics.

It is our aim in this manuscript to study a novel effect related the electric field of the Earth which induces an electric dipole moment in metallic satellites moving in the magnetic field of the Earth. The nearly constant magnetic field gives rise to a Lorentz force on the moving electric dipole. A crucial prediction of our model is a force varying as v/r^4 which influences low-orbit satellites more pronouncedly. Satellites in the Low Earth Orbit(LEO) and Middle Earth Orbits(MEO) may feel the effects of the electric dipole moment induced by Earth's residual electric field resulting from atmospheric phenomena in the ionospheric and magnetospheric regions.

The content of this paper can be described as follows: in Section 2 we briefly review the induced electric dipole moment effect of a metallic object of spherical shape in the presence of an uniform electric field and discuss the existence of an average Earth's electric field in the range of a few mV/m to V/m due to atmospheric phenomena. In Section 3 we consider the effect of the induced electric dipole moment by the Earth's electric field and get the analytical form and order of magnitude of the Lorentz force related to this phenomenon. Finally, in the last Section a few conclusions and remarks are added.

2 The Electric Dipole Moment Effect

It is well known from Maxwell's equations for electrostatics that a metallic object in the presence of a uniform electric field of magnitude E_a will acquire an effective electric dipole moment \mathbf{p}_e , in order to satisfy the boundary condition which states that the tangential component of the resulting electric field at the metallic boundary surfaces must vanish. For a metallic object of spherical shape, the volumetric charge density is given by [4]:

$$\rho_v = 3\epsilon_0 E_a \delta(r_c - r_s) \cos \alpha, \tag{2}$$

where $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{F/m}$ is the vacuum dielectric constant, $\mathbf{r}_c = (r_c, \alpha, \beta)$ are spherical coordinates with origin in the satellite coordinate system, $\delta(\dots)$ is the Dirac delta function, r_c is the radial coordinate measured from the center of the sphere and r_s is the sphere radius, α is the angle relative to the uniform electric field direction ($0 \leq \alpha \leq \pi$). Notice that a positive electric charge is accumulated at the northern hemisphere of the object ($\alpha < \pi/2$), while a negative electric charge is developed at the southern hemisphere ($\alpha > \pi/2$). We can replace the metallic sphere by an effective electric

dipole moment, whose definition for a given charge distribution is [4]:

$$\mathbf{p}_e = \int_{V'} \rho_v(\mathbf{r}') \mathbf{r}' dV',$$

where \mathbf{r}' is the position vector measured from the origin of the coordinate system. It follows that:

$$\mathbf{p}_e = 3\epsilon_0 E_a V_e \hat{\mathbf{a}}_E, \tag{3}$$

where $V_e = 4\pi r_s^3/3$ is the spherical volume and $\hat{\mathbf{a}}_E$ is the unit vector representing the local direction of the electric field. Since an artificial satellite is composed of metallic materials and orbits regions of non-negligible residual Earth's electric field, mainly by atmospheric phenomena in the ionosphere and magnetosphere, we must account for a Lorentz force acceleration on the electric dipole moment induced in the satellite. Thus, in the analysis of that effect we will replace the satellite by an effective dipole moment, given by (3), whenever possible. Before proceeding, however, we will briefly discuss the possible origin of the residual Earth electric field in regions where artificial satellites are allowed to orbit. According to Devandraa *et al* [7] the global atmospheric electrical circuit correlates the electric field and electric current that flows from the lower atmosphere to the ionosphere and magnetosphere forming a giant spherical capacitor continuously charged by the electrical storms. The current produces a weak electrification of clouds resulting in a vertical potential gradient near the Earth surface with resulting electric field in the range of 100 – 700V/m [8]. There is a non-linear and chaotic connection between the electric field of the Earth and storms. Above the thunderstorms the electric field is sufficiently intense to generate a current of electrons that propagate as Whistler Waves. At high altitudes the residual field is in the range of mV/m to a few V/m.

In the next Section we will discuss effects of the induced electric dipole moment to the satellite orbit, to estimate the order of magnitude of the Lorentz force acceleration.

3 The Electric Dipole Moment Effect for Satellite Acceleration

Considering the Lorentz force in a multipole expansion, one obtains the Lorentz force experienced by an electric dipole moment in the presence of an electric field. The result is [4]:

$$\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{E}). \tag{4}$$

The above expression can be written in spherical coordinates, with the center of the Earth as the origin and the angle θ being measured with respect to the z -axis, which is identified with the direction of the magnetic dipole moment of the Earth magnetic field. We have that

$$\mathbf{F} = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{\partial}{\partial r} (\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{E}) + \hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{E}) + \hat{\mathbf{a}}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{E}). \tag{5}$$

Since a satellite is a non-relativistic object we can make use of a galilean transformation to obtain the electric field \mathbf{E} experienced by the satellite electric dipole moment which is moving with velocity \mathbf{v} relative to the Earth's magnetic field \mathbf{B} . The electric field is simply given by $\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$, allowing us to rewrite (5) as:

$$\mathbf{F} = \hat{\mathbf{a}}_r \frac{\partial}{\partial r} (\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \hat{\mathbf{a}}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \hat{\mathbf{a}}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \tag{6}$$

The Earth magnetic field \mathbf{B} is generated by an effective magnetic dipole moment, m_e . We can calculate \mathbf{B} in any point above the Earth surface by the following expression:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 m_e}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{\mathbf{a}}_r + \sin \theta \hat{\mathbf{a}}_\theta), \tag{7}$$

where μ_0 is the vacuum permeability, $m_e = 7.856 \times 10^{22} \text{A}\cdot\text{m}^2$ is the Earth magnetic dipole moment [9], r is the radius measured from Earth's geometric center and θ is the magnetic latitude. After the insertion of (7) into (6) it is easy to introduce an electric dipole moment perturbative force in an orbital dynamics model.

Our primary concern here is to estimate the order of magnitude of such a perturbation. In order to do this we will simplify the picture by considering only the radial component of the force on a satellite in a nearly circular motion, in the plane $\theta = \pi/2$, for which we have $\mathbf{B} = B_\theta(r) \hat{\mathbf{a}}_\theta$, $\mathbf{v} = v_\varphi(r) \hat{\mathbf{a}}_\varphi$. With the definitions:

$$B_\theta(r) = \frac{\mu_0 m_e}{4\pi r^3}, \tag{8}$$

$$v_\varphi(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \tag{9}$$

where G is the Newton gravitational constant and M is the Earth mass. It is straightforward to show that the radial force component is given by:

$$F_r = \frac{21}{8\pi} \frac{v_\varphi m_e}{c^2 r^4} E_a \left(\frac{4\pi r_s^3}{3} \right) \hat{\mathbf{a}}_E \cdot \hat{\mathbf{a}}_r, \tag{10}$$

with $\hat{\mathbf{a}}_E = \mathbf{E}_a/E_a$ the unit vector in the direction of the Earth electric field, \mathbf{E}_a . For the Earth we

have the product $GM \approx 3.9860 \times 10^{14} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$. For a LAGEOS satellite typical values are $m = 407\text{kg}$ and radius $r_s = 30\text{cm}$, in an orbit of major semi-axis $a = 12300\text{km}$ and excentricity $e \approx 0$ with respect to the Earth center(in terms of altitude it corresponds to approximately 5900km above Earth's surface). According to Ref. [10] the the magnetospheric electric field has a magnitude in the range of 4 mV/m , but we assume it can vary to a maximum value of 1 V/m . With these values in hand we get the order of magnitude of maximum electric dipole moment induced acceleration to be in the range of $\Delta a = F_r/m = 5 \times 10^{-23} \text{ m/s}^2$. The effect predicted here is 12 orders of magnitude smaller than expected for the perturbation due to tidal forces caused by the Sun and Moon [11], or relative to the Lorentz force on an electrically charged satellite. For a charge $Q = 10\text{pC}$ [5, 12] the Lorentz acceleration magnitude, $F = QvB$ will be in the range of 10^{-13}m/s^2 for the same LAGEOS satellite.

By contrast, there is an effect of radiation pressure exerted by the the so-called whistler mode waves, whose order of magnitude is practically the same as that due to the electric dipole moment. Whistler waves [13] correspond to an electromagnetic signal originated from lightning with averaged pulse duration of about 10ms propagating in the magnetized plasma of the ionosphere and magnetosphere regions in the range of very low frequency ELF ($0.2 - 10 \text{ kHz}$). They were initially detected in 1894 by Preece [14] and confirmed in 1919 by Barkhausen [15]. The minimum detectable Poynting vector radiated by whistler modes is in the range of 10^{-13} W/m^2 , but according to Smith *et al* [16] they have a value of about $2.7 \times 10^{-11} \text{ W/m}^2$ in the range of $3\text{-}5 \text{ kHz}$. Applying formula (1) for an averaged Poynting vector of value $S_i = 10^{-13} \text{ W/m}^2$ we get an acceleration effect of order of magnitude 10^{-23}m/s^2 .

4 Conclusion

In summary, in this paper we developed a model to describe the effects of a Lorentz force acceleration on satellite orbits due to an electric dipole moment induced on the satellite by the Earth residual electric field. We demonstrated that the acceleration varies as v/r^4 and is very small compared the most important electromagnetic effect due to solar radiation pressure($\sim 10^{-8}\text{m/s}^2$) effects or even compared with

charging effects($\sim 10^{-13}\text{m/s}^2$), but is in the same order of magnitude of secondary electromagnetic radiation emission by atmospheric phenomena, such as whistler waves. Here we have considered only the radial component of the electric dipole moment force acting on artificial satellite, but the effect of the other components are also negligible compared to radiation pressure and charging effects.

References

1. A. Jäggi, R. Dach, O. Montenbruck, U. Hugentobler, H. Bock, G. Beutler, Phase center modelling for LEOS GPS receiver antennas and its impact on precise orbit determination. *J. Geod* **83**, 1145–1162 (2009)
2. O. Montenbruck, E. Gill, *Satellite Orbit Models, Methods and Applications*, 3rd edn. (Springer, Weßling, 2005).
3. A. Bartoli, Die Strahlende Wärme und zweite Hauptsatz der mechanische Warmetheorie. *Exner Repertorium der Physik*, **21**, 198 (1885)
4. J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd edn. (John Wiley, New York, 1998)
5. Y.A. Abdel-Aziz, Lorentz force effects on the orbit of a charged artificial satellite: a new approach. *Applied Mathematical Sciences*, **1**, 1511–1518 (2007)
6. Ja. Al'pert, et al, *Artificial Satellite in Rare Plasma*. (Moscow, 1964)
7. D. Singh, R.P. Singh, A.K. Kamra, P.N. Gupta, R. Singh, V. Gopalakrishnan, A.K. Singh, Review of Electromagnetic Coupling Between the Earth's Atmosphere and the Space Environment. *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* **67**, 637–658 (2005)
8. M.J. Rycroft, Electrical processes coupling the atmosphere and ionosphere: an overview. *J.Atmos. Solar-Terr. Phys.* **68**, 445–456 (2006)
9. F.D. Stacey, *Physics of the Earth*, 3rd edn. (Brookfield Press, Brisbane, 1992)
10. M. Kokorowski, E.A. Bering III, M. Ruohoniemi, J.G. Sample, R.H. Holzworth, S.D. Ble, J.B. Blake, A.B. Collier, A.R.W. Hughes, E.H. Lay, R.P. Lin, M.P. McCarthy, R.M. Millan, H. Moraal, T.P. O'Brien, G.K. Parks, M. Pulupa, B.D. Reddell, D.M. Smith, P.H. Stoker, L. Woodger, Magnetospheric electric field variations caused by storm-time shock fronts. *Advances in Space Research* **42**, 181–191 (2008)
11. G. Seeber, *Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications*. (Berlim, Walter de Gruyter, 1993)
12. D. VokRouhlicky, The geomagnetic effects on the motion of an electrically charged artificial satellite. *Celest. Mech. and Dyn. Astronomy* **46**, 85–104 (1989)
13. J. Bortnik, U.S. Inan, T.F. Bell, Energy distribution and lifetime of magnetospherically reflecting whistlers in the plasma-sphere. *J. Geophysical Res.*, **108**, A5 (2003)
14. W.H. Preece, Earth currents. *Nature* **49**(1276), 554 (1894)
15. H. Barkhausen, Zwei MIT Hilfe der Neuen Verstärker Entdeckte Erscheinungen. *Physik* **20**, 401–403 (1919)
16. A.J. Smith, M.B. Grieve, M.A. Clilverd, C.J. Rodger, British antarctic survey. *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.*, **63**, 61–74 (2001)