

OTTO LUIZ GANTZEL

ANÁLISE DA EFICIÊNCIA E PRECISÃO DAS TÉCNICAS
DE MEDIÇÃO DE ÁREAS: UMA SIMULAÇÃO FLORESTAL

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de "Doutor em Ciências Florestais".

CURITIBA
1990

MINISTERIO DA EDUCACAO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANA
SETOR DE CIENCIAS AGRARIAS
COORDENACAO DO CURSO DE POS-GRADUACAO EM ENGENHARIA FLORESTAL

P A R E C E R

Os membros da Comissão Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pos-Graduação em Engenharia Florestal para realizar a arguição da Tese de Doutorado apresentada pelo candidato OTTO LUIZ GANTZEL, sob o título "ANALISE DA EFICIENCIA E PRECISAO DAS TECNICAS DE MEDICAO DE AREAS: UMA SIMULACAO FLORESTAL", para obtenção do grau de Doutor em Ciências Florestais - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná. Area de concentração em MANEJO FLORESTAL, após haver analisado o referido trabalho e arguido o candidato, são de parecer pela "APROVACAO" da Tese, completando assim os requisitos necessários para receber o grau e o Diploma de DOUTOR EM CIENCIAS FLORESTAIS.

Curitiba, 02 de julho 1990

Carlos Loch

Prof. Dr. Carlos Loch
Primeiro Examinador

Agostinho Lopes de Souza

Prof. Dr. Agostinho Lopes de Souza
Segundo Examinador

Sylvio Pellico Netto

Prof. Dr. Sylvio Pellico Netto
Terceiro Examinador

Flavio Felipe Kirchner

Prof. Ph.D. Flavio Felipe Kirchner
Quarto Examinador

Sebastião do Amaral Machado

Prof. Ph.D. Sebastião do Amaral Machado
Presidente da Comissão

A minha esposa Aglaé,

As minhas filhas Silviane, Suzane e Siliane

Aos meus pais Orlando e Alda.

AGRADECIMENTOS

A Universidade Federal do Paraná, por conceder a oportunidade de realizar o Curso de Pós-Graduação,

Ao CONCITEC - Conselho Estadual de Ciência e Tecnologia, pelo apoio financeiro,

Aos Professores Dr. Sebastião do Amaral Machado, Dr. Flávio Felipe Kirchner e Dr. Sívio Péllico Netto, respectivamente Orientador e Co-orientadores, pelo irrestrito apoio científico, companheirismo e estímulo,

Ao Professor João Deoclécio Pierin Siqueira pelas sugestões e estímulo,

Ao Professor Anselmo Chaves Neto, pelos ensinamentos, paciência e amizade,

Ao Professor Roberto Tuyoshi Hosokawa, pela luta que desencadeou em benefício do Curso de Pós-Graduação e em particular em favor dos professores desta casa,

Ao Engenheiro Florestal Carlos Ramos Vicentini, colega de saudosa memória,

Aos funcionários do Departamento de Silvicultura e Manejo, pela amizade e convivência,

Aos amigos e demais professores e a todos aqueles que direta ou indiretamente colaboraram na execução deste trabalho.

BIOGRAFIA

OTTO LUIZ GANTZEL, filho de Orlando Antonio Gantzel e Aida Bertoldi Gantzel, nasceu em Curitiba, capital do Estado do Paraná, a 30 de Julho de 1948.

Concluiu o Curso Primário no Grupo Escolar 19 de dezembro e o Secundário no Colégio Internato Paranaense, ambos em Curitiba.

Em 1965, ingressou na Escola de Formação de Oficiais da Polícia Militar do Estado, tendo sido declarado Aspirante a Oficial pelo Exmo. Sr. Governador do Estado a 14 de dezembro de 1968.

Em 1971, ingressou na Universidade Federal do Paraná, graduando-se em Engenharia Florestal, em dezembro de 1974.

Em 1975, iniciou o Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, área de Manejo Florestal, tendo defendido a dissertação de Mestrado em 1979.

Foi contratado em 1978, como Professor Visitante do Departamento de Silvicultura e Manejo, pelo Programa de Ensino Agrícola Superior - PEAS.

Em 1980, foi aprovado em concurso público para Professor Assistente na disciplina de Fotointerpretação Florestal, onde permanece até a presente data, exercendo atividade docente como Professor Adjunto.

Em 1982, iniciou o Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná, área de Manejo Florestal, a nível de doutoramento.

SUMARIO

	Pág.
LISTA DE FIGURAS.....	X
LISTA DE TABELAS.....	XIII
LISTA DE FOTOGRAFIAS.....	XV
1. <u>INTRODUÇÃO</u>	001
1.1. A Natureza da Cartometria.....	003
1.2. Objetivos.....	005
1.3. Justificativa.....	006
2. <u>REVISÃO DE LITERATURA</u>	007
2.1. Métodos de medição de áreas.....	007
2.1.1. Métodos geométricos.....	007
2.1.1.1. As fórmulas de área da geometria plana.....	008
2.1.1.2. Exemplo de determinação de áreas através de figuras geométricas simples.....	008
2.1.1.3. Determinação de áreas através de diferenças de coordenadas.....	012
2.1.1.3.1. O método Herringbone.....	015
2.1.1.4. Determinação de áreas a partir de coordenadas polares.....	017
2.1.1.5. A medição de áreas extrapoligonais.....	019
2.1.1.5.1. Medidas de áreas a partir de linhas transversais equidistantes.....	020
2.1.1.5.1.1. A regra trapezoidal.....	021
2.1.1.5.1.2. A regra da ordenada média.....	022

	Pág.
2.1.1.5.1.3.	A regra de Simpson..... 023
2.1.1.5.1.4.	O método de Ahmed..... 028
2.1.1.5.1.5.	Exemplo de cálculo das áreas marginais..... 028
2.1.1.5.1.5.1.	Area total da parcela..... 032
2.1.2.	Métodos mecânicos de medidas de áreas..... 034
2.1.2.1.	Medidas de áreas através de planímetros.... 034
2.1.2.1.1.	Descrição do planímetro polar..... 035
2.1.2.1.2.	Teoria geométrica do planímetro polar..... 040
2.1.2.1.3.	A exatidão do planímetro..... 043
2.1.2.1.4.	Os erros do planímetro polar..... 044
2.1.2.2.	Medições de áreas através de planímetros eletrônicos..... 045
2.1.2.3.	Medidas de áreas através de pesagem..... 047
2.1.3.	Métodos de medição de áreas através de contagem de pontos..... 048
2.1.3.1.	Método direto de medição de áreas através de contagem de pontos..... 048
2.1.3.1.1.	O tratamento dos pontos marginais..... 053
2.1.3.1.2.	Erros na contagem dos pontos..... 054
2.1.3.1.3.	A exatidão teórica dos métodos de contagem de pontos..... 055
2.1.3.1.3.1.	A utilização de diferentes tamanhos de redes para diferentes tamanhos de parcelas. 056
2.1.3.1.4.	Precisão da contagem de pontos..... 059
2.1.3.1.5.	Intensidade de amostragem... .. 061

	Pág.	
2.1.3.2.	Método Indireto de medição de áreas através da contagem de pontos.....	063
2.1.3.2.1.	A teoria do método indireto.....	064
2.1.3.2.2.	Um exemplo do método indireto.....	066
2.1.4.	Determinação de áreas através de medidas lineares.....	069
2.1.4.1.	O método das faixas.....	069
2.1.4.2.	O método dos transectos.....	070
2.1.4.2.1.	Método direto de medição de áreas através de amostragem por transectos.....	071
2.1.4.2.2.	Método indireto de medição de áreas através de amostragem por transectos.....	073
2.1.4.2.3.	Exemplo do método indireto de medição de áreas através de amostragem por transectos.	074
2.1.4.2.4.	A exatidão da determinação de áreas através de medidas lineares.....	075
2.1.4.2.5.	Número de amostras.....	076
2.1.5.	Determinação de áreas através de métodos digitais.....	077
2.2	Eficiência.....	078
2.3	Métodos estatísticos de análise.....	080
2.3.1.	Análise de variância.....	080
2.3.2.	Análise estatística multivariada.....	081
3.	<u>MATERIAL E METODOS</u>	083
3.1.	Materials utilizados.....	083

	Pág.
3.2.	Metodologia adotada..... 084
3.2.1.	A simulação de uma carta florestal..... 084
3.2.2.	Medições com o planímetro polar..... 085
3.2.3.	Métodos que requerem parcelas recortadas... 086
3.2.4.	Medidas obtidas com a rede de pontos sistemáticos..... 087
3.2.5.	Medidas obtidas com a rede de pontos aleatórios..... 089
3.2.6.	Medidas obtidas a partir do método direto de amostragem por transectos..... 090
3.2.7.	Medidas obtidas a partir do método indireto de amostragem por transectos..... 091
3.2.8.	Comparação dos métodos..... 092
3.2.8.1.	O cálculo do erro padrão das medições..... 093
3.2.8.2.	O cálculo da eficiência dos métodos..... 094
3.2.9.	Análise dos componentes de variação..... 095
4.	<u>RESULTADOS E DISCUSSÃO</u> 098
4.1.	Resumo das medições efetuadas..... 098
4.2.	Análise da Eficiência e da Precisão..... 098
4.3.	Análise do tempo de medição..... 102
4.4.	Análise da Eficiência Relativa..... 103
4.5.	Resumo das Análises de Variância..... 104
4.6.	Resumo final da Eficiência e da Precisão dos métodos de medição de áreas..... 109

		Pág.
5.	<u>CONCLUSÕES</u>	113
6.	<u>RECOMENDAÇÕES</u>	116
7.	<u>RESUMO</u>	118
8.	<u>SUMMARY</u>	120
9.	<u>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS</u>	121
10.	<u>APENDICES</u>	125
10.1	APENDICE A.....	126
10.2	APENDICE B.....	127
10.3	APENDICE C.....	128
10.4	APENDICE D.....	129
10.5	APENDICE E.....	130
10.6	APENDICE F.....	131
10.7	APENDICE G.....	132
10.8	APENDICE H.....	133

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
1. Uma área subdividida em triângulos e retângulos.....	008
2. Subdivisão do polígono ABCDEFGHA em seis triângulos para medição da área.....	009
3. Determinação da área do polígono ABCDEFGHA, a partir de coordenadas cartesianas dos pontos do perímetro...	012
4. Área de um quadrilátero ABCD, expressa em termos de coordenadas polares dos ângulos.....	018
5. Polígono ABCDEFGHA, já apresentado nas figuras 02 e 03, mostrando os limites da área atual e como os elementos marginais podem ser medidos.....	020
6. Área medida a partir de linhas transversais, utilizando a regra trapezoidal.....	021
7. A geometria da regra de Simpson.....	024
8. Discrepância entre as parábolas ajustadas para uma curva sinuosa, mostrando as diferenças máximas nos pontos de inflexão I, e as discontinuidades nas junções entre as parábolas.....	027
9. Discrepância das duas curvas entre y_2 e y_3	028
10. Parcela CDFE, estreita e alongada, medida através de linhas transversais, posicionadas a intervalos de 50 metros, sobre a linha AB.....	030
11. Os principais componentes de um planímetro polar.....	036
12. As posições polares de um planímetro.....	037
13. Forma de leitura de escalas de um planímetro polar...	039
14. Primeiro movimento da roda de medição: rotação.....	041

	Pág.
15. Segundo movimento da roda de medição: deslizamento...	041
16. Movimento da roda de medição, onde são combinados a rotação e o deslizamento.....	042
17. Movimento da roda de medição resultante da rotação do braço de traçamento em torno do pivô.....	042
18. Relação entre o erro quadrático médio e o tamanho da parcela, em testes típicos para determinar a precisão do planímetro.....	044
19. A rede de pontos para determinar área em acres.....	051
20. Métodos de contagem de pontos em medidas de área.....	052
21. Erro quadrático médio, derivado por Frolov e Maling, em 1969, para contagem de pontos utilizando o MK Area Calculator sobre uma rede de 64 pontos.....	058
22. A precisão das medidas relacionadas ao tamanho da parcela.....	060
23. Padrão de pontos aleatórios utilizado para medir as áreas de categorias de uso da terra em mapas em escala de 1/633.....	068
24. Medição da área de uma parcela, através do método das faixas.....	070
25. Medição da área de uma parcela, através de amostragem por transectos.....	071
26. Aplicações aleatórias da rede de pontos sobre a mesma parcela.....	089
27. Rede de pontos aleatórios com 639 pontos sorteados...	090

	Pág.
28. Uma grade de linhas aleatórias, com 24 linhas posicionadas através de sorteio.....	092
29. Histograma de frequência da distribuição normal.....	110
30. Gráfico de probabilidade normal.....	111
31. Função de densidade de probabilidade normal.....	111
32. Função de distribuição normal cumulativa.....	112

LISTA DE TABELAS

	Pág.
1. Cálculo da área do polígono ABCDEFGHA, a partir das áreas dos seis triângulos componentes.....	010
2. Cálculo da área do polígono ABCDEFGHA, a partir das áreas dos seis triângulos componentes, utilizando a fórmula do semi-perímetro.....	011
3. Cálculo da área do polígono ABCDEFGHA, utilizando a rede de coordenadas dos oito pontos do perímetro.....	014
4. Valores numéricos para as constantes a, b, c, e d, utilizados na solução polinomial de Ahmed, para a medição de áreas extrapolygonais a partir de linhas transversais.....	029
5. Comprimento das linhas transversais em metros.....	030
6. Comparação de diferentes medidas da figura ABCD.....	032
7. Separação de pontos recomendada por Frolov e Maling para medir parcelas de diferentes tamanhos, com 2% de erro quadrático médio.....	058
8. Valores de n correspondentes a diferentes valores de f.....	059
9. Expressões para o erro quadrático médio do método de contagem de pontos.....	060
10. Frequências e áreas de categorias de uso da terra nos mapas do primeiro Projeto de Utilização da Terra da Grã-Bretanha.....	068
11. Esquema da Análise de variância multivariada - MANOVA	096

	Pág.
12. Resumo das medições de áreas, erro padrão em % e erro percentual, por método e por tipo.....	100
13. Eficiência Relativa dos métodos de medição de áreas..	104
14. Resumo da Análise de Variância.....	105
15. Resumo das estatísticas multivariadas.....	106
16. Resumo da Análise de Variância multivariada - MANOVA.	107
17. Valores calculados do T^2 de Hotelling.....	108
18. Resumo dos comparadores utilizados para determinar Eficiência e Precisão.....	109

LISTA DE FOTOGRAFIAS

	Pág.
1. Carta florestal simulada apresentando arranjos de diversas formas e tamanhos.....	083

1 INTRODUÇÃO

É evidente que o ser humano, desde os albores da história tem almejado, sempre e cada vez mais, a satisfação de seus anseios e aspirações, em busca do pleno, do máximo desenvolvimento.

Esse processo, lento a princípio, vem atingindo ritmo e compasso mais amplos e rápidos a todo momento. Todavia, em qualquer estágio, para a obtenção desse desiderato, são imprescindíveis determinados fatores, dentre os quais ressaltam o dimensionamento das necessidades e a perfeita avaliação das potencialidades inerentes aos indivíduos e o meio que os cerca.

Qualquer iniciativa no sentido do conhecimento dos produtos de uma floresta requer a disponibilidade de dados apropriados e atualizados sobre estes recursos, sem os quais torna-se difícil aos planejadores e administradores, a tomada de decisões das operações correntes ou futuras.

O Inventário Florestal coloca-se aqui como um levantamento de cunho estratégico ou tático, objetivando informações precisas sobre a situação do parâmetro florestal considerado, podendo fornecer substancial detalhamento das estimativas qualitativas e quantitativas.

As fotografias aéreas e imagens de satélite, de indiscutível utilidade na condução dos inventários, são normalmente utilizadas para separar e delimitar os diversos aspectos das florestas e posterior obtenção de cartas temáticas florestais.

As estimativas dos inventários são afinal, correlacionadas com as áreas, para se obter estimativas dos parâmetros da população.

Mesmo sob condições perfeitas, ou seja, quando as fotografias aéreas forem verdadeiramente verticais e obtidas de terrenos sem elevações, numa altura constante, as áreas não devem ser medidas diretamente nas fotografias, devido ao sistema de projeção. Ainda, estas condições são raras, porque quando o terreno é bastante plano, ocorre normalmente uma variação da inclinação da câmara e da altura de voo, os quais forçosamente alteram a escala.

Para se determinar a área de um terreno, para fins legais, as medidas são feitas com o auxílio da topografia. Para se determinar a área desse terreno ou um povoamento florestal em mapas, a exatidão do resultado dependerá de dois fatores:

- a. a exatidão do mapa, e
- b. a exatidão do método de medição empregado.

Por sua vez, os métodos de medição de áreas, também estão sujeitos a erros, os quais juntamente com aqueles contidos nos mapas, levarão a resultados tendenciosos ao serem feitas estimativas da população.

HUSCH et alii ²⁷ consideram um esforço inútil dispendir muito tempo na medição de árvores ou parcelas sem obter informações igualmente confiáveis das áreas as quais se referem. Isto significa dizer que um perfeito delineamento estatístico da amostragem, fica inteiramente prejudicado quando se trabalha com áreas obtidas por métodos em que não se possa confiar.

O melhor procedimento então, consiste em transferir a interpretação efetuada nas fotografias aéreas a um mapa, e assim remover todas as distorções. Com os mapas-base à disposição, as áreas das diferentes classificações podem ser determinadas através de vários métodos.

O Manual de Inventário Florestal da FAO ¹⁷ afirma que qualquer que seja o método utilizado para a estimativa de superfícies em mapas, a precisão desta estimativa será maior em escalas grandes, o que demonstra a importância de transferir os detalhes das fotografias aos mapas numa escala que não seja muito menor que a das fotografias.

1.1 A Natureza da Cartometria

Segundo OLIVEIRA ¹⁸, Cartometria é o estudo das medições das coordenadas geográficas em uma carta, por meio do uso de uma régua ou escala de precisão.

A Cartometria foi definida pela ASSOCIAÇÃO CARTOGRAFICA INTERNACIONAL ²⁸ em 1973, como a medição e cálculo de valores numéricos, em mapas, fotografias aéreas e outros tipos de saídas gráficas a partir de métodos de sensoriamento remoto.

Quatro tipos de medidas podem ser consideradas como técnicas básicas da cartometria:

- medidas de distância,
- medidas de área,
- medidas de direção, e
- contagem do número de objetos apresentados em

mapas.

Outras quantidades ou índices são derivados das combinações destes com outros dados. Por exemplo, densidade é a combinação de número com área; volume é derivado de medidas de área de maneira particular, ou seja, de forma a introduzir a terceira dimensão; gradiente ou declividade é derivado da medida de distância entre pontos de altitude conhecida.

Uma importante utilização da medida de área, tanto em estudos científicos como em administração, é o estabelecimento dos vários tipos de inventários de recursos, e uma vez tendo-os estabelecidos, efetuar repetições periódicas de maneira a detectar mudanças. Isto é comumente denominado de monitoramento, em sensoriamento remoto no Brasil. Obviamente, é mais importante para estudos de cobertura da terra, uso da terra e avaliação de safras em agricultura e florestas. Tais estudos não são novidade e têm sido efetuados com mapas, desde os primórdios do século XIX, e com fotografias aéreas convencionais, a partir do ano de 1920.

Contudo, foi com o desenvolvimento de outros tipos de sensoriamento remoto, especialmente com a disponibilidade de imagens em escalas pequenas de grandes porções da superfície terrestre, obtidas de satélites artificiais, tais como os da série Landsat, Spot, SoyuzKarta, etc, que estudos deste tipo expandiram-se rapidamente e tornaram possível o desenvolvimento de métodos cartométricos.

1.2 Objetivos

1.2.1 Analisar os dados relativos de áreas, obtidos de carta florestal simulada, representando condições típicas de arranjos florestais de diversas formas e tamanhos,

1.2.2 Testar a eficiência e a precisão de cada método de medição de áreas, principalmente daqueles que utilizam a amostragem em comparação aos de enumeração total,

1.2.3 Propor métodos alternativos de determinação de áreas no monitoramento dos recursos florestais, em particular nos inventários florestais, com a finalidade de otimizar os processos de amostragem,

1.2.4 Explorar as potencialidades de utilização das técnicas de análise estatística multivariada, com a finalidade de estudar as variáveis aleatórias obtidas a partir dos diferentes métodos de medição de áreas.

1.3 Justificativa

Este trabalho é essencial para o desenvolvimento das fases pelas quais passa um trabalho de fotointerpretação florestal e, conseqüentemente, um inventário florestal.

Os resultados de uma fotointerpretação florestal resumem-se no conhecimento de quais são as áreas cobertas por florestas nativas ou plantadas, latifoliadas ou coníferas, de qual a percentagem destinada à agricultura ou preservação, e estes resultados não devem somente ser localizados corretamente sobre uma carta florestal, mas também avaliados corretamente em unidades apropriadas de área.

Enfim, três são os objetivos de uma fotointerpretação:

1. o reconhecimento e estabelecimento das diferentes formações florestais, ou estratificação da tipologia florestal,

2. a elaboração de cartas florestais, com a localização da tipologia florestal anteriormente estabelecida,

3. a avaliação quantitativa dos diversos tipos florestais interpretados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Métodos de medição de áreas

Um dos métodos para avaliação de áreas é a medição de campo por Topografia (levantamentos topográficos). É um método que fornece a área exata, porém não pode ser utilizado genericamente em levantamentos florestais; a precisão das medidas seria bastante grande, porém a delimitação da tipologia florestal exigiria um custo elevado com a mão de obra e um tempo excessivo de medições. Tal método só pode ser empregado em experimentos que necessitam alta precisão.

Os métodos conhecidos, de medição de áreas em mapas, são:

1. métodos geométricos,
2. métodos mecânicos,
3. métodos de contagem de pontos,
4. métodos de medidas lineares, e
5. métodos digitais.

2.1.1 Métodos geométricos

Os métodos geométricos, descritos por SOUZA ⁵⁵, GARCIA e PIEDADE ²⁰, BORGES ⁹ e MALING ³⁹, são baseados na medida dos lados de uma figura geométrica plana, que corresponda em forma à figura a ser medida. A figura 01 ilustra uma área que foi subdividida numa série de figuras geométricas simples, fáceis de serem medidas. Esta figura apareceu em 1618,

numa publicação de John Norden denominada *Surveyors Dialogue*, e mostrava como a área de um terreno poderia ser determinada.

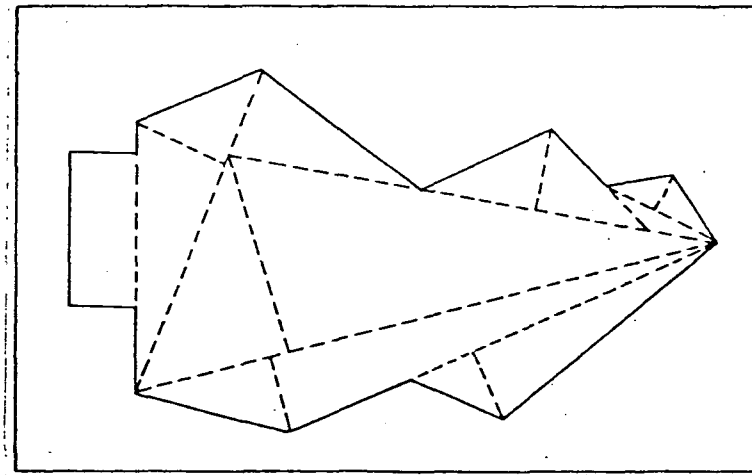


FIGURA 01 - UMA AREA SUBDIVIDIDA EM TRIANGULOS E RETANGULOS.
(ILUSTRAÇÃO ORIGINAL DE 1618).

2.1.1.1 As fórmulas de área da geometria plana

A geometria plana é bastante conhecida no meio científico, não havendo necessidade da repetição das fórmulas de determinação de área de figuras geométricas tais como triângulo, retângulo, paralelogramo, trapézio ou um quadrilátero qualquer.

2.1.1.2 Exemplo de determinação de área através de figuras geométricas simples

O método consiste em subdividir a área total numa rede de figuras geométricas simples, medindo-se certos

elementos destas figuras, calculando as áreas individuais e finalmente combinando os resultados. A menos que a área a ser medida corresponda aproximadamente a uma forma particular de quadrilátero, é geralmente mais conveniente subdividi-la numa série de triângulos, como ilustra a figura 02.

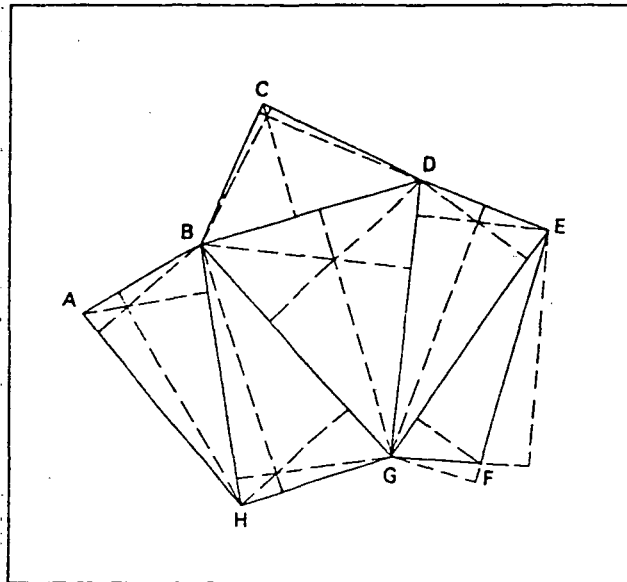


FIGURA 02 - SUBDIVISÃO DO POLIGONO ABCDEFGHA EM SEIS TRIANGULOS PARA MEDIÇÃO DA AREA. AS LINHAS DESCONTINUAS SÃO AS PERPENDICULARES AOS LADOS DOS TRIANGULOS.

A tabela 01 fornece as três soluções da equação 1 para cada um dos componentes da figura.

$$A = \frac{1}{2} b \cdot h \quad (\text{eq. 1})$$

TABELA 01 - CALCULO DA AREA DO POLIGONO ABCDEFGHA, A PARTIR DAS AREAS DOS SEIS TRIANGULOS COMPONENTES.

Triângulo	b (m)	h (m)	A (m ²)	A (ha)	Area média (ha)
ABH	846	401	169.623,0	16,962	16,942
	799	424	169.388,0	16,939	
	429	789	169.240,5	16,924	
BHG	846	500	211.500,0	21,150	21,149
	923	458	211.367,0	21,136	
	505	838	211.595,0	21,159	
BDG	884	696	307.632,0	30,763	30,777
	750	821	307.875,0	30,787	
	923	667	307.820,5	30,782	
BCD	581	496	144.088,0	14,409	14,428
	750	385	144.375,0	14,437	
	497	581	144.378,5	14,438	
DEG	435	860	187.050,0	18,705	18,712
	890	421	187.345,0	18,735	
	884	423	186.966,0	18,697	
EFG	890	266	118.370,0	11,837	11,827
	781	303	118.321,5	11,832	
	308	767	118.118,0	11,812	
Area total					113,835 ha

Outra forma de calcular a área da figura 02 é através da fórmula do semi-perímetro, cujos resultados são apresentados na tabela 02.

$$A = [r(r-a)(r-b)(r-c)]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{eq. 2})$$

onde r é o semi-perímetro e a, b e c são os lados do triângulo.

TABELA 02 - CALCULO DA AREA DO POLIGONO ABCDEFGHA, A PARTIR DAS AREAS DOS SEIS TRIANGULOS COMPONENTES; UTILIZANDO A FORMULA DO SEMI-PERIMETRO.

Triângulo	Lados(m)	r	(r-a)	(r-b)	(r-c)	A (m ²)	A (ha)
ABH	846 799 429	1.037	191	238	608	169.295	16,929
BHG	846 923 505	1.137	291	214	632	211.539	21,154
BDG	884 750 923	1.279	395	529	355	308.185	30,818
BDC	581 750 497	914	333	164	417	144.273	14,427
DEG	435 890 884	1.105	669	215	221	187.015	18,701
EFG	890 781 308	989	99	209	681	118.278	11,828
Area total							113,857

Analisando os resultados obtidos nas duas soluções, percebe-se que a diferença é de 0,022 ha ou 0,019 % da área total.

2.1.1.3 Determinação de área através de diferenças de coordenadas

O próximo passo é considerar de que forma uma área pode ser calculada através das coordenadas dos pontos sobre o perímetro de um polígono com n lados. A figura 03 ilustra o mesmo polígono ABCDEFGHA de oito lados da figura 02, sobre o qual estão sobrepostos os eixos cartesianos OX e OY. No gráfico, x representa as abscissas e y as ordenadas. Um exame na figura, indica que é possível imaginá-la como sendo composta das áreas de oito trapézios com bases x_1, x_2, \dots, x_8 e com alturas $(y_2 - y_1), (y_3 - y_2), \dots, (y_8 - y_1)$.

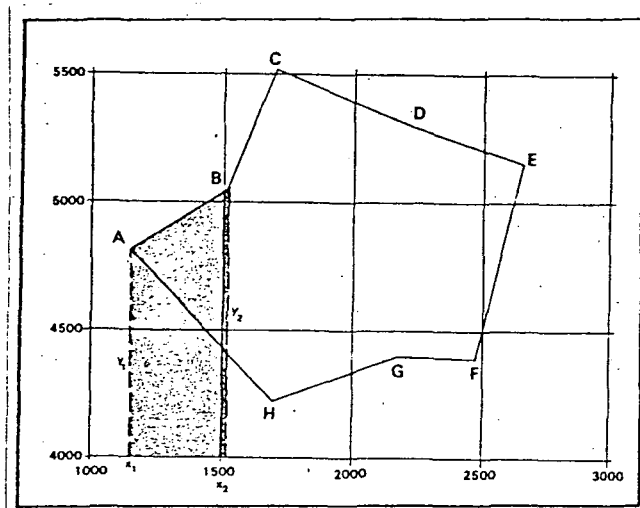


FIGURA 03 - DETERMINAÇÃO DA ÁREA DO POLÍGONO ABCDEFGHA A PARTIR DE COORDENADAS CARTESIANAS DOS PONTOS DO PERÍMETRO. A REDE DE COORDENADAS É APRESENTADA EM INTERVALOS DE 500 METROS. A FIGURA SOMBREADA É O TRAPEZIO FORMADO PELA LINHA AB DO PERÍMETRO COM A REDE DE COORDENADAS.

Modificando a equação da área do trapézio

$$A = \frac{1}{2} h (b_1 + b_2) \quad (\text{eq. 3})$$

a área da figura pode ser expressa sob a forma geral:

$$2A = \sum_{i=1}^n (x_i + x_{i+1}) (y_i - y_{i+1}) \quad (\text{eq. 4})$$

$$2A = \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_i y_i + x_{i+1} y_{i+1} - x_{i+1} y_i)$$

$$2A = \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) + \sum_{i=1}^n (x_{i+1} y_{i+1} - x_i y_i) \quad (\text{eq. 5})$$

Uma vez que a segunda parte da equação é igual a zero, obtêm-se

$$2A = \sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} - \sum_{i=1}^n x_{i+1} y_i \quad (\text{eq. 6})$$

Porém na equação 5:

$$\sum_{i=1}^n x_{i+1} y_{i+1} = \sum_{i=1}^n x_{i+1} y_i$$

então é possível reescrever a equação:

$$2A = \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - x_i y_i - x_{i+1} y_i + x_i y_i)$$

$$2A = \sum_{i=1}^n x_i (y_{i+1} - y_i) - y_i (x_{i+1} - x_i) \quad (\text{eq. 7})$$

Fazendo $\delta x_i = x_{i+1} - x_i$ e $\delta y_i = y_{i+1} - y_i$, a equação

7 pode ser reescrita como:

$$2A = \sum_{i=1}^n x_i \delta y_i - \sum_{i=1}^n y_i \delta x_i \quad (\text{eq. 8})$$

Além disso, desde que:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_{i-1} = \sum_{i=1}^n x_{i+1} y_i$$

obtem-se da equação 6:

$$2A = \sum_{i=1}^n x_i (y_{i-1} - y_{i+1}) \quad (\text{eq. 9})$$

Utilizando o mesmo raciocínio, porém alterando as bases do trapézio para y_1, y_2, \dots, y_n e as alturas para $(x_2 - x_1), (x_3 - x_2), \dots, (x_n - x_{n-1})$, obtém-se a expressão alternativa:

$$2A = \sum_{i=1}^n y_i (x_{i-1} - x_{i+1}) \quad (\text{eq. 10})$$

Como um exemplo da utilização da equação 9, calculou-se a área do polígono ABCDEFGHA, cujo resultado já havia sido obtido antes através da solução por triângulos componentes. Os cálculos podem ser observados na tabela 03.

TABELA 03 - CALCULO DA AREA DO POLIGONO ABCDEFGHA, UTILIZANDO A REDE DE COORDENADAS DOS OITO PONTOS DO PERIMETRO.

PARTE I - COORDENADAS DOS OITO PONTOS.

Pontos	Abcissas (x) (m)	Ordenadas (y) (m)
A	1.160	4.809
B	1.518	5.046
C	1.698	5.509
D	2.231	5.278
E	2.647	5.149
F	2.478	4.387
G	2.173	4.396
H	1.700	4.220

PARTE 2 - CALCULO DA AREA A PARTIR DA EQUAÇÃO 9.

x_i	y_{i-1}	y_{i+1}	$(y_{i-1} - y_{i+1})$	$x_i (y_{i-1} - y_{i+1})$
1.160	4.220	5.046	- 826	- 958.160
1.518	4.809	5.509	- 700	-1.062.600
1.698	5.046	5.278	- 232	- 393.936
2.231	5.509	5.149	360	803.160
2.647	5.278	4.387	891	2.358.477
2.478	5.149	4.396	753	1.865.934
2.173	4.387	4.220	167	362.891
1.700	4.396	4.809	- 413	- 702.100

$2A = 2.273.666$
 $A = 1.136.833 \text{ m}^2$
 $A = 113,6833 \text{ ha}$

PARTE 3 - SOLUÇÃO ALTERNATIVA BASEADA NA EQUAÇÃO 10.

y_i	x_{i-1}	x_{i+1}	$(x_{i+1} - x_{i-1})$	$y_i (x_{i+1} - x_{i-1})$
4.809	1.700	1.518	- 182	- 875.238
5.046	1.160	1.698	538	2.714.748
5.509	1.518	2.231	713	3.927.917
5.278	1.698	2.647	949	5.008.822
5.149	2.231	2.478	247	1.271.803
4.387	2.647	2.173	- 474	- 2.079.438
4.396	2.478	1.700	- 778	- 3.420.088
4.220	2.173	1.160	- 1.013	- 4.274.860

$2A = 2.273.666$
 $A = 1.136.833 \text{ m}^2$
 $A = 113,6833 \text{ ha}$

2.1.1.3.1 O método Herringbone

Nas equações 9 e 10, é possível substituir as diferenças de coordenadas pelas somas dos incrementos. Em

outras palavras:

$$2A = \sum_{i=1}^n x_i (\delta y_{i-1} + \delta y_i) \quad (\text{eq. 11})$$

De forma análoga:

$$2A = - \sum_{i=1}^n y_i (\delta x_{i-1} + \delta x_i) \quad (\text{eq. 12})$$

Da equação 11, é possível derivar a expressão:

$$2A = \sum_{i=1}^n x_i \delta y_i + \sum_{i=1}^n x_{i+1} \delta y_i \quad (\text{eq. 13})$$

Desta equação 13:

$$2A = \sum_{i=1}^n \delta y_i (x_i + x_{i+1})$$

porém:

$$x_i + x_{i+1} = 2x_i + \delta x_i$$

Portanto:

$$2A = \sum_{i=1}^n \delta y_i (2x_i + \delta x_i)$$

$$2A = \sum_{i=1}^n \delta y_i \delta x_i + 2 \sum_{i=1}^n x_i \delta y_i$$

ou:

$$A = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_{i-1} \right) - \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n y_i x_{i-1} \right) \quad (\text{eq. 14})$$

Esta última equação 14, é conhecida como método herringbone, sob a forma de produtos cruzados dentro dos parêntesis. No exemplo já estudado, determina-se da seguinte forma:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - 1 = + 76.790.188$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i - 1 = - 74.516.522$$

Portanto:

$$2A = 2.273.666$$

$$A = 1.136.833 \text{ m}^2$$

$$A = 113,6833 \text{ ha}$$

2.1.1.4 Determinação de áreas a partir de coordenadas polares

É possível também determinar uma área qualquer, a partir de coordenadas de pontos sobre o perímetro, os quais tenham sido medidos em coordenadas polares. A figura 04 ilustra o método com referência a um simples quadrilátero ABCD, onde quatro pontos tenham sido registrados em coordenadas polares (r, θ) , medidos da origem O. Da geometria plana tem-se que é possível calcular a área de um triângulo a partir de dois lados e um ângulo. Assim, o triângulo ADO compreende dois vetores ou raios medidos r_A e r_B e o ângulo incluído é $\theta_B - \theta_A$, o qual é a diferença entre os dois ângulos vetoriais medidos a partir de uma linha qualquer OP.

Pode-se ver num exemplo simples como este, que é possível determinar a área da figura, a partir da soma das áreas dos triângulos ODA e ODC. Além disso, pode-se determinar também a área de parte da figura fora do quadrilátero ABCD, através dos triângulos OAB e OBC.

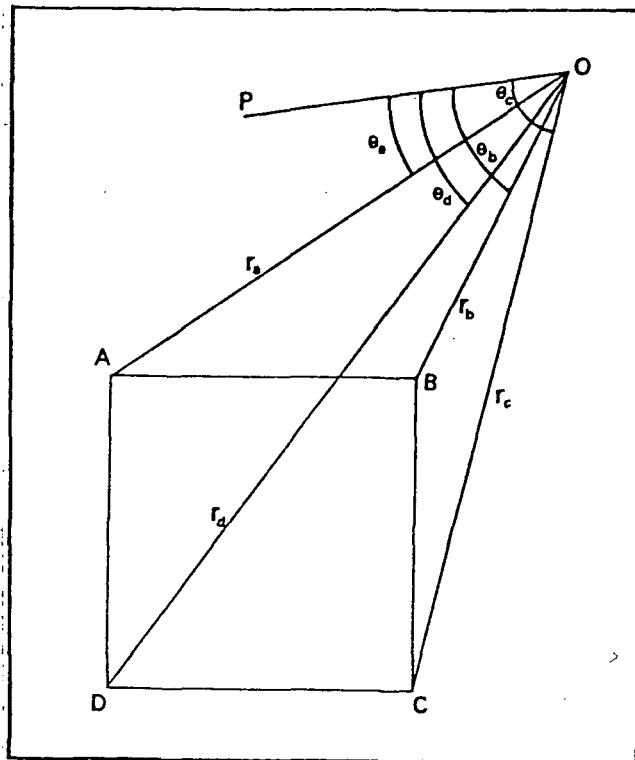


FIGURA 04 - AREA DE UM QUADRILATERO ABCD EXPRESSA EM TERMOS DE COORDENADAS POLARES DOS ANGULOS.

Conseqüentemente:

$$\begin{aligned} \text{Area ABCD} &= (\text{área OAD} + \text{área ODC}) - \\ &\quad - (\text{área OAB} + \text{área OBC}) \end{aligned} \quad (\text{eq. 15})$$

Em termos das coordenadas medidas:

$$\begin{aligned} \text{Area ADO} &= \frac{1}{2} [r_A \cdot r_D \cdot \text{sen} (\theta_D - \theta_A)] \\ \text{Area ODC} &= \frac{1}{2} [r_D \cdot r_C \cdot \text{sen} (\theta_C - \theta_D)] \\ \text{Area OAB} &= \frac{1}{2} [r_A \cdot r_B \cdot \text{sen} (\theta_B - \theta_A)] \\ \text{Area OBC} &= \frac{1}{2} [r_B \cdot r_C \cdot \text{sen} (\theta_C - \theta_B)] \end{aligned} \quad (\text{eq. 16})$$

Este sistema de equações pode ser aplicado em figuras mais complexas.

Convém mencionar aqui o método empregado no Coradi Digimeter Model DMB, o qual foi um dos primeiros instrumentos desenvolvidos com sucesso para medidas de área através de processos digitais. O equipamento inclui uma ponta de medição, na qual o centro geométrico representa a origem das coordenadas polares, O . A marca de medição é montada no final de uma barra de aço, a qual pode ser movida a diferentes distâncias, r , e a diferentes ângulos azimutais, θ , ao redor da origem. As coordenadas polares são gravadas em fita ou disco, ao pressionar um interruptor de pé, cada vez que a marca de medição ocupa um ponto desejado. A operação deste aparelho é portanto, similar à de um planímetro.

2.1.1.5 A medição de áreas extrapoligonais

Se os limites de uma determinada parcela não coincidem com nenhuma das linhas retas da armação de figuras geométricas, uma porção de área estará situada entre estas linhas e o limite verdadeiro, tal como é apresentado na figura 05. Estas áreas não podem ser ignoradas, pois o resultado calculado será menor que o verdadeiro.

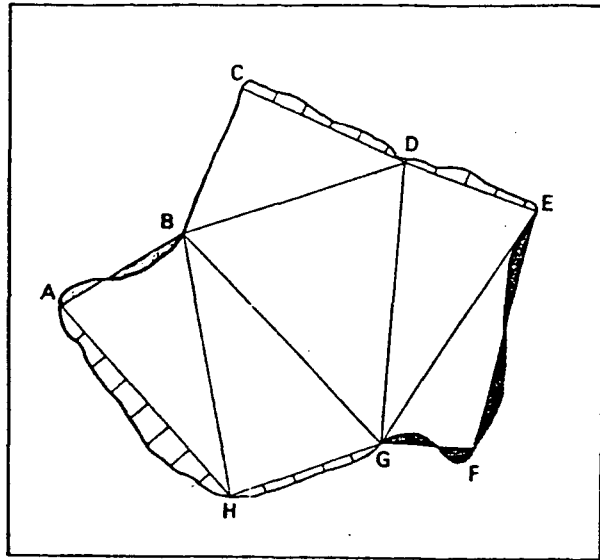


FIGURA 05 - POLIGONO ABCDEFGHA, JA APRESENTADO NAS FIGURAS 02 E 03, MOSTRANDO OS LIMITES DA AREA ATUAL E COMO OS ELEMENTOS MARGINAIS PODEM SER MEDIDOS. AS LINHAS AB, EF E FG FORAM ESCOLHIDAS COMO LINHAS DE COMPENSAÇÃO, AS QUAIS SEPARAM PORÇÕES IGUAIS, DENTRO E FORA DA ÁREA (EM ACHUREADO). AS LINHAS CD, DE, GH E HA, SITUADAS DENTRO DA AREA E EQUIDISTANTEMENTE ESPAÇADAS ATRAVES DE LINHAS TRANSVERSAIS, FORAM UTILIZADAS PARA CALCULAR A AREA DOS ELEMENTOS MARGINAIS.

2.1.1.5.1 Medidas de área a partir de linhas transversais equidistantes

Do ponto de vista de medida de área, é necessário que as linhas transversais sejam medidas em intervalos equidistantes ao longo das linhas principais da parcela.

2.1.1.5.1.1 A regra trapezoidal

A geometria deste método é ilustrada na figura 06, a qual mostra uma série de divisões eqüidistantes, medidas sobre a linha AB e denominadas de cd, ef, gh, ij, etc.

O exame de qualquer uma das figuras, tal como a figura cdfe, formada por estas linhas, indica que se a porção limitante df, é curta o bastante para ser considerada como uma linha reta, o quadrilátero resultante é um trapézio.

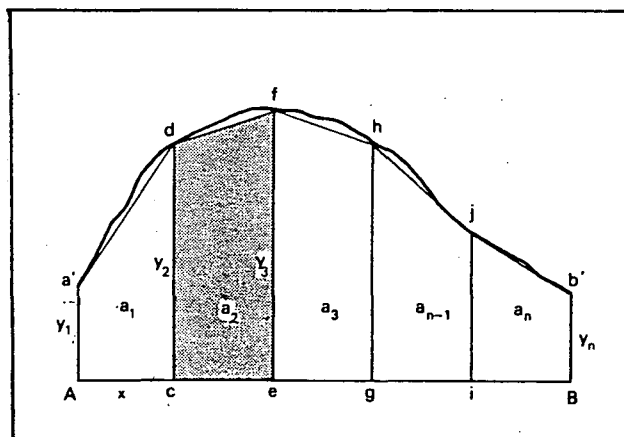


FIGURA 06 - AREA MEDIDA A PARTIR DE LINHAS TRANSVERSAIS, UTILIZANDO A REGRA TRAPEZOIDAL. ASSUME-SE QUE OS LIMITES DA AREA SÃO REPRESENTADOS POR LINHAS RETAS ATRAVES DA MENOR DISTANCIA ENTRE AS DIVISOES. UMA VEZ QUE AS LINHAS TRANSVERSAIS SÃO PARALELAS UMAS AS OUTRAS, A FIGURA UNITARIA, cdfe, ACHUREADA, E UM TRAPEZIO:

Da equação 3, a área da figura cdfe resulta:

$$a_2 = \frac{1}{2} ce (cd + ef)$$

De forma análoga, a área da figura efgh resulta:

$$a_3 = \frac{1}{2} eg (ef + gh)$$

Conseqüentemente a área total Aa'f...b'B é:

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \quad (\text{eq. 17})$$

Perceba-se que $Aa' = y_1$, $cd = y_2$, $ef = y_3$, ..., $Bb' = y_n$ e que as linhas transversais estão espaçadas eqüidistantemente, de tal forma que $Ac = ce = eg = \dots = x$, e que o processo integral de cálculo pode ser denominado de regra trapezoidal.

Isto pode ser escrito da seguinte forma:

$$A = \frac{1}{2} x (y_1 + 2Y + y_n) \quad (\text{eq. 18})$$

onde:
$$Y = \sum_{i=1}^n y_i \quad (\text{eq. 19})$$

A equação 18 também pode ser escrita da seguinte forma:

$$A = x \left\{ \frac{(y_1 + y_n)}{2} + Y \right\} \quad (\text{eq. 20})$$

Se, além disso, os dois pontos terminais da linha, A e B, estiverem situados no limite verdadeiro da área, $Aa' = y_1 = Bb' = y_n = 0$ e assim a equação 20 ficaria simplificada para $A = x \cdot Y$ (eq. 21)

2.1.1.5.1.2 A regra da ordenada média

Esta é uma simplificação a qual assume que o limite é composto de pequenas linhas retas. Se o limite da parcela é aproximadamente paralelo à linha AB, a diferença entre os comprimentos das sucessivas linhas transversais é muito pequena, e os pares de valores, tais como cd e ef podem ser substituídos por seu valor médio, m_2 .

A soma então compreende as médias dos pares sucessivos:

$$M = \sum_{l=1}^n m_l = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n \quad (\text{eq. 22})$$

e: $A = x \cdot M \quad (\text{eq. 23})$

2.1.1.5.1.3 A regra de Simpson

Assumi-se anteriormente que a área nas bordas de uma determinada figura é delimitada por uma série de linhas retas traçadas entre as sucessivas divisões eqüidistantes. Isto pode ser verdade se a distância x , entre as divisões, for bastante pequena, o que é demonstrado através do exemplo mais à frente, onde compara-se os resultados obtidos através de divisões em intervalos de 100 m, 50 m e 20 m ao longo de uma linha AB.

Contudo, existe um limite no processo de subdivisão, devido ao fato do método tornar-se muito moroso quando o número de linhas transversais é muito grande. Permanecem no entanto, as possibilidades práticas de se trabalhar com as medidas sobre um mapa.

Outra forma de superar esta dificuldade, é substituir a linha reta df por uma curva. A regra de Simpson fornece uma solução desta natureza.

Na figura 07 aparece uma curva com uma representação mais acurada das bordas do que a representação através de linhas retas da figura 06. Assim, as ordenadas correspondentes às divisões terminais são Aa' e Bb'

respectivamente, e cd, ef, gh, ij e kl são as divisões eqüidistantes que foram medidas. Assume-se que a curva que passa pelos pontos a', d, f, h, j, l e b' é uma parábola de forma:

$$y = a + bx + cx^2 \quad (\text{eq. 24})$$

De maneira a definir tal linha em termos de coordenadas cartesianas (x, y) é necessário definir a origem e os eixos do sistema de coordenadas. Considera-se portanto o ponto c como sendo a origem dos eixos. O eixo X coincide com a linha AB e é positivo em direção a B. O eixo Y é paralelo às divisões medidas a partir desta linha e é positivo em direção ao limite da área.

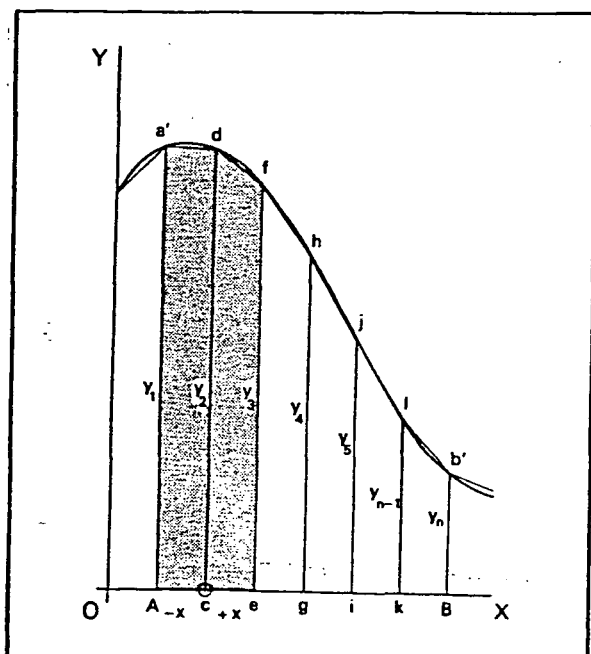


FIGURA 07 - A GEOMETRIA DA REGRA DE SIMPSON. A AREA DA FIGURA Aa'fe É DETERMINADA PELA INTEGRAÇÃO DA EXPRESSÃO QUE DEFINE A AREA DA PARABOLA QUE PASSA PELOS PONTOS a', d e f.

Considerando a separação entre divisões como x_1 , as coordenadas do ponto A são $(-x_1, 0)$ e as do ponto e são $(+x_1, 0)$. Desde que a equação 21 seja satisfeita por todos os pontos sobre o limite da área, a', d, e f, é possível expressar os comprimentos das três divisões algebricamente como:

$$\begin{aligned} Aa' &= a - bx_1 + cx_1 = y_1 \\ cd &= a = y_2 \\ ef &= a + bx_1 + cx_1^2 = y_3 \end{aligned} \quad (\text{eq. 25})$$

Nas equações anteriores, considerando-se y_1 e y_3 :

$$y_1 + y_3 = 2(a + cx_1^2)$$

Portanto:

$$2cx_1^2 = y_1 + y_3 - 2a$$

$$2cx_1^2 = y_1 + y_3 - 2y_2$$

e:

$$cx_1^2 = \frac{1}{2} (y_1 + y_3 + 2y_2) \quad (\text{eq. 26})$$

A área entre os pontos Aa'fe pode ser encontrada através de integração entre os limites $-x_1$ e $+x_1$, ou seja:

$$A = \int_{-x_1}^{+x_1} (a + bx + cx^2) dx \quad (\text{eq. 27})$$

$$A = [ax + \frac{1}{2} bx^2 + \frac{1}{3} cx^3]$$

$$A = 2ax_1 + \frac{2}{3} cx_1^3$$

$$A = 2x_1 (a + \frac{1}{3} cx_1^2)$$

Portanto:

$$A = 2x_1 \{y_2 + \frac{1}{6} (y_1 + y_3 - 2y_2)\} \quad (\text{eq. 28})$$

$$A = 2x_1 \{(4y_2 + y_1 + y_3) / 6\}$$

$$A = x_1 \{(y_1 + 4y_2 + y_3) / 3\} \quad (\text{eq. 29})$$

De forma análoga, a área da figura efjl, pode ser:

$$A = x_1 \{ (y_3 + 4y_4 + y_5) / 3 \}$$

onde y_4 é a divisão gh e y_5 é a divisão ij.

Combinando os dois resultados e generalizando a expressão para uma figura que contenha n divisões, tem-se:

$$A = x_1 / 3 (y_1 + y_n) + 2 \sum_{l=1}^n y_l + 4 \sum_{l=1}^n y'_l \quad (\text{eq. 30})$$

com a condição de que n seja um número ímpar.

Na equação 30, y representa as ordenadas ímpares e y' as ordenadas pares. Se n é ímpar, deverá existir um número par de faixas ou figuras tais como cdf e a regra de Simpson pode ser escrita da seguinte forma:

A área é igual à soma da primeira e da última ordenada mais duas vezes a soma das ordenadas ímpares remanescentes mais quatro vezes a soma de todas as ordenadas pares, multiplicadas por um terço de suas distâncias comuns.

Segundo CARRIER ¹⁴, a regra de Simpson foi descrita durante o século XVIII como um método de integração e teve duas importantes aplicações cartométricas, a primeira na determinação de áreas de parcelas irregulares e a segunda na determinação volumétrica da quantidade de material a ser escavado ou adicionado em aplicações de engenharia civil. Entre outros métodos descritos, apareceram a Fórmula de Poncelet e a Fórmula de Nicolosi. Estas fórmulas podem ser encontradas em ESPARTEL ¹⁶.

De acordo com AHMED ², a regra de Simpson apresenta duas desvantagens importantes. A primeira é a forma como ocorre a descontinuidade na junção de dois arcos parabólicos, onde estes descrevem um limite irregular. Este erro pode ser

Importante, se o limite tem pontos de inflexão como é ilustrado através das discrepâncias entre o limite e as duas parábolas no ponto I. A segunda fonte de erro ocorre quando o número de linhas transversais é par, o que causará um número ímpar de faixas. Então a solução não é singular porque duas diferentes soluções são possíveis dependendo de quais elementos da linha são ajustados à parábola. As figuras 08 e 09 ilustram estes dois tipos de discrepâncias.

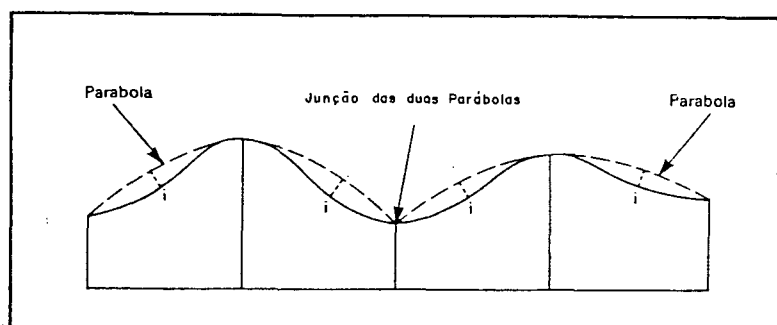


FIGURA 08 - DISCREPANCIAS ENTRE AS PARABOLAS AJUSTADAS PARA UMA CURVA SINUOSA (LINHA CHEIA), MOSTRANDO AS DIFERENÇAS MÁXIMAS NOS PONTOS DE INFLEXÃO I, E AS DESCONTINUIDADES NAS JUNÇÕES ENTRE AS PARABOLAS. (FONTE: AHMED, ²).

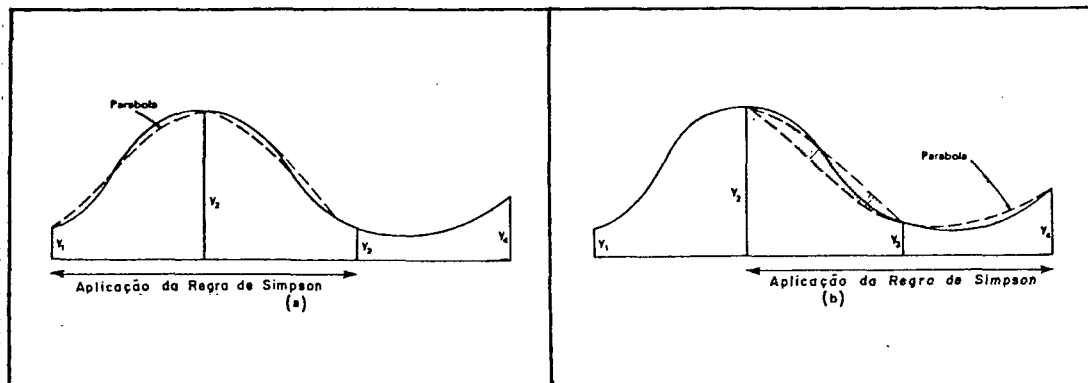


FIGURA 09 - EM (a), A PARABOLA ESTA AJUSTADA AS ORDENADAS y_1 , y_2 E y_3 . EM (b), ESTA AJUSTADA AS ORDENADAS y_2 , y_3 E y_4 . A AREA ACHUREADA INDICA A DISCREPANCIA DAS DUAS CURVAS ENTRE y_2 E y_3 . (FONTE: AHMED, ²).

2.1.1.5.1.4 O método de Ahmed

FOUAD AHMED ², em 1982, examinou novamente o problema da medição de área dos elementos marginais, e encontrou uma solução através do ajuste de uma curva polinomial sob forma:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (\text{eq. 31})$$

através dos dados dos pontos, representados pelos finais das linhas transversais. A expressão final resultou em:

$$A = x/24 \{ a(y_1 + y_n) + b(y_2 + y_{n-1}) + c(y_3 + y_{n-2}) + d \sum_{i=1}^n y_i \} \quad (\text{eq. 32})$$

Nesta expressão, x é a distância entre as linhas transversais, as quais são de comprimento y_1, y_2, \dots, y_n . Os valores numéricos para as constantes a, b, c e d são números inteiros que dependem de n, e encontram-se listados na tabela 04, abaixo.

TABELA 04 - VALORES NUMERICOS PARA AS CONSTANTES a, b, c E d, UTILIZADOS NA SOLUÇÃO POLINOMIAL DE AHMED, PARA A MEDIÇÃO DE AREAS EXTRAPOLIGONAIS A PARTIR DE LINHAS TRANSVERSAIS.

Número de linhas transversais n	Constantes			
	a	b	c	d
3	8	32	-	-
4	9	27	-	-
5	9	28	22	-
6	9	28	23	-
7 ou mais	9	28	23	24

2.1.1.5.1.5 Exemplo de cálculo de áreas marginais

A figura 10 apresenta uma superfície alongada, CDEF, na qual aparecem linhas transversais eqüidistantemente espaçadas sobre a linha reta AB. O comprimento de AB é de 500 metros, assim, aparecem 11 linhas transversais sobre toda a parcela, a cada 50 metros de intervalo. A tabela 05 mostra os comprimentos das linhas transversais.

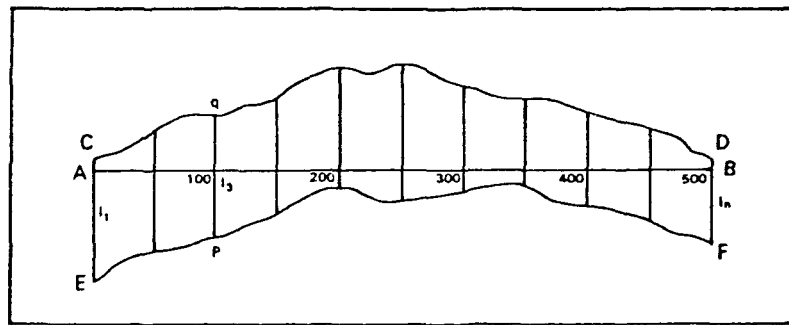


FIGURA 10 - PARCELA CDFE, ESTREITA E ALONGADA, MEDIDA ATRAVES DE LINHAS TRANSVERSAIS, POSICIONADAS A INTERVALOS DE 50 METROS, SOBRE A LINHA AB.

TABELA 05 - COMPRIMENTO DAS LINHAS TRANSVERSAIS EM METROS.

Distância a partir de A	Distância da linha transversal até		Soma
	Linha CD	Linha EF	
0	10,00	90,00	100,00
50	32,00	65,00	97,00
100	40,75	55,75	96,50
150	58,00	33,00	91,00
200	82,50	15,00	97,50
250	82,50	27,50	110,00
300	66,25	19,25	85,50
350	54,50	13,25	67,75
400	43,75	29,50	73,25
450	31,25	45,00	76,25
500	8,00	63,75	71,75

Solução pela Regra trapezoidal -

Figura ACDB : $A = 50\{(10 + 8)/2 + 491,5\} = 25.025 \text{ m}^2$

Figura ABFE : $A = 50\{90 + 63,75\}/2 + 303,25 = 19.006 \text{ m}^2$

Solução pela Regra da Ordenada Média -

Figura ACDB : $A = 50 \times 500,5 = 25.025 \text{ m}^2$

Figura ABFE : $A = 50 \times 380,125 = 19.006 \text{ m}^2$

Solução pela Regra de Simpson -

Figura ACDB :

$$A = 50/3\{18 + 2 \times 233,25 + 4 \times 258,25\} = 25.292 \text{ m}^2$$

Figura ABFE :

$$A = 50/3\{153,75 + 2 \times 119,5 + 4 \times 183,75\}$$

$$A = 18.796 \text{ m}^2$$

Solução pelo método de Ahmed -

Figura ACDB :

$$A = 50/24\{9 \times 18 + 28 \times 63,25 + 23 \times 84,5 + \\ + 24 \times 343,75\} = 25.263 \text{ m}^2$$

Figura ABFE :

$$A = 50/24\{9 \times 153,75 + 28 \times 110 + 23 \times 85,25 + \\ + 24 \times 10\} = 18.784 \text{ m}^2$$

E conveniente também que se utilize os mesmos dados para investigar o efeito da redução e da ampliação do espaço entre as linhas transversais. Desta forma, reduziu-se o valor de x para 20 metros e também aumentou-se para 100 metros, conforme demonstra a tabela 06.

A partir destes dados, para 20 metros, foi possível verificar que a área da figura ACDB resultou em 25.010 m² para as regras trapezoidal e ordenada média e 25.009 pelo método de Ahmed. Devido a que n = 26, a regra de Simpson não é aplicável neste espaçamento. Os resultados das diferentes soluções estão sumarizados na tabela 06, a qual demonstra a óbvia vantagem em definir-se um limite irregular em detalhe, utilizando numerosas linhas transversais espaçadas proximamente ao invés de medir a área com poucas linhas bastante espaçadas. A diferença de medição de área, entre as soluções para x = 20

metros e para $x = 100$ metros resultou em 3% para a regra trapezoidal, porém somente 0,9% para o método de Ahmed, demonstrando, desta forma, a grande aproximação que está presente na utilização da regra trapezoidal.

TABELA 06 - COMPARAÇÃO DE DIFERENTES MEDIDAS DA FIGURA ACDB (EM METROS).

Método utilizado	Distância entre linhas transversais		
	20 metros	50 metros	100 metros
Regra Trapezoidal	25.010	25.025	24.225
Regra da Ordenada Média	25.010	25.025	24.225
Regra de Simpson	--	25.292	--
Método de Ahmed	25.009	25.263	24.789
Nº de linhas transversais, n	26	11	6

2.1.1.5.1.5.1 Area total da parcela

Considerando a figura CDFE como uma figura única, a qual é entrecortada por uma linha AB, sobre a qual várias linhas transversais foram medidas, obviamente a área total da parcela será a soma das áreas das duas figuras ACDB e ABFE.

Combinando os resultados obtidos para a solução de linhas transversais a cada 50 metros, a área total da parcela será:

Regras trapezoidal e ordenada média : 44.031 m²

Regra de Simpson : 44.088 m²

Método de Ahmed : 44.047 m²

Quase todos os livros-texto a respeito de topografia e agrimensura, descrevem as medidas de área de parcelas, porém sem considerar uma linha reta para divisão da área em duas partes.

Considerando a parcela como sendo a figura CDFE, tal como é ilustrada na figura 10, apresentando linhas paralelas, tal como pq, a qual corresponde ao comprimento total de ambas as linhas transversais que partem de AB. No exemplo $pq = 96,50$ metros e corresponde a l_3 . Todas as outras linhas, l_1, l_2, \dots, l_n , têm seus comprimentos apresentados na coluna à direita da tabela 05.

Substituindo y_i por l_i , obtêm-se as seguintes equações:

$$\text{Regra trapezoidal: } A = x \{ (l_1 + l_n) / 2 + \sum_{i=1}^{n-1} l_i \} \quad (\text{eq. 33})$$

$$\text{Regra de Simpson: } A = x / 3 (l_1 + l_n) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} l_i + 4 \sum_{i=1}^{n-1} l'_i \quad (\text{eq. 34})$$

onde l_i são as linhas ímpares e l'_i são as pares.

$$\begin{aligned} \text{Método de Ahmed: } A = x / 24 \{ & a(l_1 + l_n) + b(l_2 + l_{n-1}) + \\ & + c(l_3 + l_{n-2}) + d \sum_{i=1}^{n-1} l_i \} \quad (\text{eq. 35}) \end{aligned}$$

O método agora aproxima-se da teoria de medida de área através de medidas lineares, l_i , sobre linhas paralelas eqüidistantemente espaçadas. As técnicas empregadas neste tipo de medição serão consideradas mais tarde.

2.1.2 Métodos mecânicos de medidas de área

Sob este tópico foram incluídos os planímetros, além dos métodos que utilizam porções de áreas ou parcelas obtidas a partir de recortes de mapas.

2.1.2.1 Medidas de área através de planímetros

HENRICI ²⁵ descreveu três tipos de instrumentos, do tipo I ou planímetros ortogonais, do Tipo II ou planímetros de coordenadas polares e do Tipo III ou planímetros do tipo Amsler. Os planímetros do tipo I são agora somente de interesse histórico, e devido a este motivo deixou-se de mencioná-los. As publicações de HENRICI ²⁵ e de KNEISSL ³⁰, dentre outras, tratam do assunto de maneira apropriada.

O instrumento do tipo II é essencialmente um pequeno coordenatôgrafo, utilizado para medir o raio vetor e os ângulos vetoriais de cada ponto do perímetro de uma parcela. Foi visto anteriormente que é possível calcular a área de uma parcela através da diferença de coordenadas. E contudo, um método moroso, tanto para medir quanto para calcular, sem a utilização de um computador. Desta forma, somente a partir dos anos 60 é que o método adquiriu aplicação prática, através do processamento digital de dados. O Coradi Polar Digimeter Model DMB, já mencionado anteriormente no item 2.1.1.4, é um instrumento produzido nesta época e que explora as vantagens do processamento automático de dados.

Os instrumentos do tipo III são os mais

importantes para a cartometria, desde que o primeiro instrumento foi inventado pelo suíço Amsler em 1856. Muitos planímetros modernos assemelham-se ao projeto original. Durante mais de um século, foram efetuadas pequenas modificações, que tornaram o instrumento mais exato ou mais versátil em suas aplicações.

O planímetro opera através do movimento de uma roda de medição, a qual está em contato físico com a superfície do mapa ou desenho, porém nos planímetros de disco, a roda opera em contato com a superfície de um disco de metal.

2.1.2.1.1 Descrição do planímetro polar

Todos os planímetros do tipo III operam através do princípio de que uma marca ou ponto de traçamento, é movido sobre o perímetro da área a ser medida e durante esta operação, os movimentos da roda de medição são registrados numa escala. A medida da área de uma parcela é completada quando o perímetro da figura é fechado. A figura 11 ilustra os principais componentes de um típico planímetro polar. Existem duas hastes ou braços metálicos, os quais são articulados através de um pivô, B. A haste polar, PB, é fixada no ponto P através de uma ponta seca, que representa o pólo de fixação. O comprimento deste braço, R' , é constante. A segunda haste, denominada de haste principal ou traçadora, BC, contém a marca de traçamento no ponto C, que é também uma ponta de aço ou uma lente de aumento com uma marca ao centro, os quais são utilizados para percorrer o perímetro da área a ser medida no mapa.

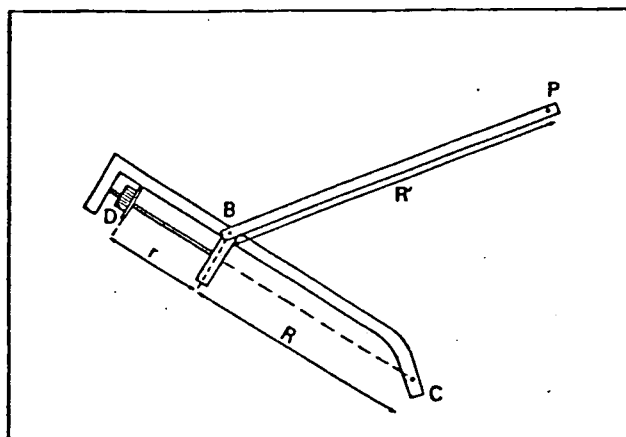


FIGURA 11 - OS PRINCIPAIS COMPONENTES DE UM PLANIMETRO POLAR.

Nos planímetros modernos, tais como o A. Ott ou o PZO-Warszawa, as hastes podem ser desprendidas uma da outra, no pivô. Desta maneira, a haste polar pode ser colocada tanto no lado esquerdo como no lado direito da haste traçadora, tal como ilustra a figura 12. Denomina-se pólo esquerdo, quando a haste polar situar-se à esquerda da parcela a ser medida ou pólo direito, quando situar-se à direita. Um instrumento que permite a reversão dos polos é normalmente conhecido como planimetro polar de compensação. O termo é utilizado porque, alguns dos erros sistemáticos que surgem a partir de pequenas irregularidades na fabricação e montagem do instrumento, podem ser removidos utilizando o planimetro nestas duas posições.

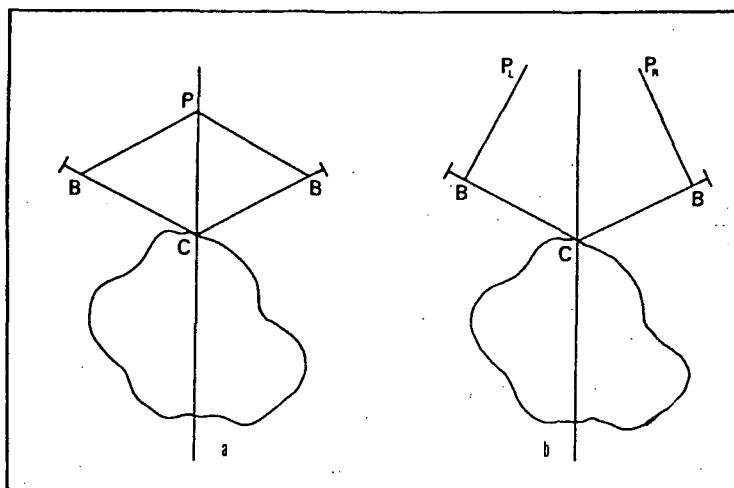


FIGURA 12 - AS POSIÇÕES POLARES DE UM PLANIMETRO: (a) REPRESENTA A CONDIÇÃO DE "MESMO POLO", NA QUAL O INSTRUMENTO PODE SER UTILIZADO EM AMBAS AS POSIÇÕES, DIREITA OU ESQUERDA DO MESMO LOCAL DE FIXAÇÃO DO POLO; (b) REPRESENTA O EFEITO DA MUDANÇA DE POSIÇÃO DO POLO, EM RELAÇÃO A PARCELA QUE ESTÁ SENDO MEDIDA.

O conceito de posição polar pode ser interpretado de duas formas. Na figura 12 (a), o pólo P de fixação, permanece no mesmo ponto, porém as posições relativas dos braços e da roda de medição estão invertidas em relação a um eixo que vai do pólo ao centro da parcela. Isto é conhecido como condição de "mesmo pólo". Na figura 12 (b), aparecem duas posições diferentes para o pólo de fixação, P_L e P_R , conhecida como condição de "pólos diferentes".

A roda de medição é montada sobre a haste traçadora, próximo ao pivô, B. Por conveniência do projeto, a posição da roda de medição pode ser compensada em relação à

vareta incluída na haste traçadora, porém para que a teoria do instrumento não seja prejudicada, deve existir a condição de que o eixo da roda seja paralelo ao eixo da haste traçadora, e de que o final desta haste seja curvado para fora com a finalidade de criar uma linha reta CD, paralela ao eixo. Outra roda pode estar montada num plano paralelo ao eixo da roda de medição.

Os movimentos da roda de medição são lidos em duas escalas. A primeira escala, em disco graduado, gira através da rotação de uma engrenagem de rêsca sem fim sobre o eixo da roda de medição, e mede as revoluções da roda numa escala numerada de 0 a 9, de tal forma que o percurso total da escala representa dez rotações completas da roda. A segunda escala, contida num tambor, faz parte integrante da roda de medição, e é novamente dividida numa escala numerada de 0 a 9. Cada uma dessas divisões é por sua vez, subdividida em dez partes, existindo conseqüentemente, 100 marcas de divisões na circunferência completa do tambor. Em caráter adjacente a esta escala existe um vernier, o qual permite uma subdivisão adicional da escala do tambor, num décimo de cada marca de divisão, de tal maneira que uma unidade do vernier corresponde a $1/1.000$ da circunferência da roda de medição ou $1/10.000$ da capacidade total da escala do instrumento. Portanto, uma leitura das duas escalas produz um número de quatro dígitos, como por exemplo 1584, tal como ilustra a figura 13.

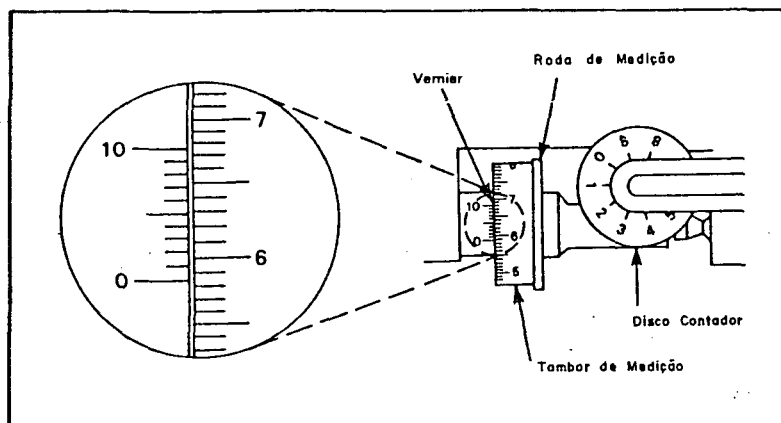


FIGURA 13 - FORMA DE LEITURA DE ESCALAS DE UM PLANIMETRO POLAR.

O primeiro dígito, 1, é lido da escala em disco; o segundo dígito, 5, é uma das divisões numeradas do tambor. O terceiro dígito, 8, é determinado através da contagem do número de linhas a partir da marca 5 do tambor até a linha zero do vernier. O dígito final, 4, é lido da coincidência de uma das linhas do vernier com as divisões do tambor. Uma vez que o dígito final é uma leitura de vernier, descreve-se a leitura de escala como sendo em unidades vernier ou u.v.. A determinação da área correspondente a uma unidade vernier é um importante estágio da verificação e calibragem de um planímetro, antes de efetuar quaisquer medições.

A diferença entre uma leitura de escala, feita antes do traçamento ao redor da parcela, v_1 , e a segunda leitura feita após este traçado, v_2 , é uma medida linear do movimento da roda, ou seja:

$$\delta v = v_2 - v_1 \quad (\text{eq. 36})$$

e descreve-se através de l a distância linear sobre o mapa, a

qual foi registrada em escala por δv . Durante o processo de traçamento, a roda gira ou desliza (ou escorrega) sobre a superfície do mapa. O movimento de deslizamento não produz qualquer alteração na escala de leitura. Conclue-se, portanto que a distância l , a qual é registrada pela escala, é menor que o percurso seguido pela roda. Na realidade, entender como os movimentos ocorrem é crítico para a compreensão de como o instrumento opera.

2.1.2.1.2 Teoria geométrica do planímetro polar

Como já se falou anteriormente, a roda de medição gira ou desliza sobre a superfície do mapa, e como resultado, a distância l registrada pelas revoluções da roda é menor que o comprimento do percurso, s . Quatro diferentes tipos de movimentos podem ser reconhecidos:

1. Quando a roda move-se em direção perpendicular ao seu eixo, ela se move durante todo o percurso e o comprimento l corresponde exatamente ao percurso total s , tal como ilustra a figura 14.

2. Quando a roda é movida na direção de seu eixo, ela desliza por sobre o papel sem girar. Portanto, a escala de leitura permanece inalterada e $l = 0$, independente da distância s percorrida pela roda. A figura 15 demonstra este deslizamento.

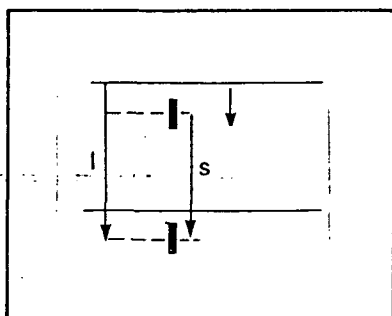


FIGURA 14 - PRIMEIRO MOVIMENTO DA RODA DE MEDIÇÃO: ROTAÇÃO:

$$l = s.$$

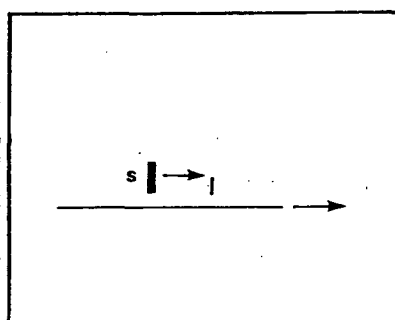


FIGURA 15 - SEGUNDO MOVIMENTO DA RODA DE MEDIÇÃO: DESLIZAMENTO:

$$l = 0.$$

3. Quando a roda é movida em qualquer outra direção, que não seja em direção a seu eixo, nem em ângulos retos a ele, a roda segue a linha KK' numa mistura de giro com escorregamento. É possível verificar na figura 16 que s é a hipotenusa do triângulo com ângulo reto KQK', e é o lado KQ que representa as mudanças nas leituras, l. Portanto:

$$l = s \cdot \sin \varphi = r \cdot \cos \lambda \quad (\text{eq. 37})$$

onde φ e λ são os ângulos ilustrados na figura 16.

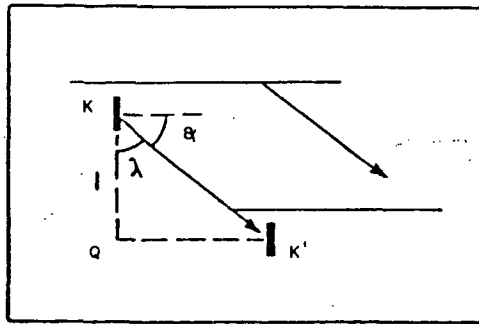


FIGURA 16 - MOVIMENTO DA RODA DE MEDIÇÃO ONDE SÃO COMBINADOS A ROTAÇÃO E O DESLIZAMENTO: $s > l > 0$.

4. Uma vez que o braço de traçamento executa um movimento de rotação em torno do pivô, B, a roda gira e escorrega ao longo do eixo $s = KK'$, registrando o comprimento do percurso como:

$$l = r \cdot \beta \quad (\text{eq. 38})$$

o que é demonstrado através da figura 17.

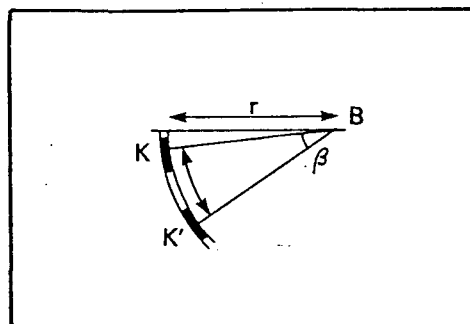


FIGURA 17 - MOVIMENTO DA RODA DE MEDIÇÃO RESULTANTE DA ROTAÇÃO DO BRAÇO DE TRAÇAMENTO EM TORNO DO PIVO.

2.1.2.1.3 A exatidão do planímetro

Muitos dos trabalhos publicados a respeito da exatidão dos diferentes métodos de medidas de área são baseados na comparação das medidas feitas de uma determinada forma com medidas através de planímetro, nas mesmas figuras. Quase invariavelmente, as medidas com planímetro são consideradas como medidas-padrão, e supõe-se portanto como sendo medidas sem erro. Esta é, naturalmente, uma enorme suposição a fazer, porque todos os tipos de medições contêm erros. Significa também, que não existe um padrão reconhecido contra o qual seja possível avaliar a exatidão do planímetro. Portanto, é necessário medir a precisão do instrumento, através da determinação do erro padrão de amostras de medidas que representem testes repetidos e sustentando isto com uma análise da precisão dos vários estágios do processo de medição. O resultado de um teste empírico é normalmente a comparação entre o erro padrão e a área da parcela. É costumeiro tentar ajustar uma curva aos resultados, através da fórmula:

$$s = a + b\sqrt{A} + cA \quad (\text{eq. 39})$$

na qual s é o erro padrão das medidas efetuadas com o planímetro, de parcelas de área A , com a , b e c sendo coeficientes a serem determinados através do processo de ajustamento da curva. Esta equação aproxima-se a uma parábola. Se o erro padrão é plotado contra a raiz quadrada da área da parcela, tal como aparece na figura 18, a relação aproxima-se a uma linha reta. A fragilidade desta aproximação está na falha em isolar as diferentes fontes de erro. Elas devem ser

separadas com base em estudos analíticos, de forma a estimar a contribuição teórica de cada uma. MASLOV ⁴¹, em 1955, estudou a magnitude dos diferentes erros.

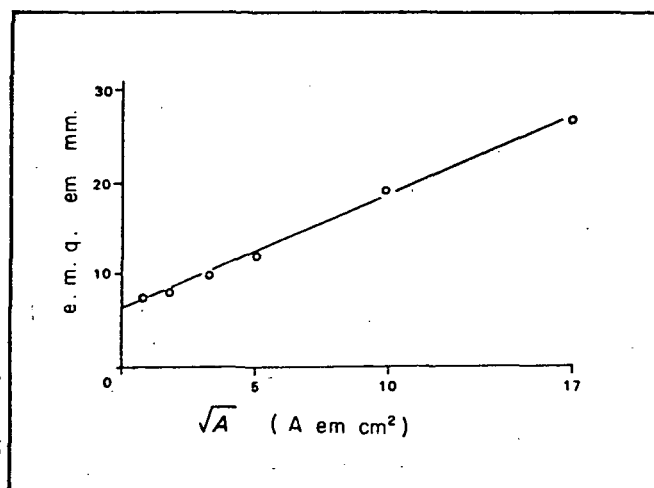


FIGURA 18 - RELAÇÃO ENTRE O ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (EM MM) E O TAMANHO DA PARCELA, \sqrt{A} , ONDE A É EXPRESSO EM CM², EM TESTES TÍPICOS PARA DETERMINAR A PRECISÃO DO PLANIMETRO. (FONTE: ZILL ⁶³).

2.1.2.1.4 Os erros do planímetro polar

Quatro diferentes fontes de erros instrumentais e operacionais, podem ser distinguidos e designado seu erro padrão individual:

1. Erros na leitura do vernier, incluídos no erro padrão s_1 .

2. Erros que surgem ao se tentar combinar a ponta de traçamento com um determinado ponto no perímetro da parcela, o qual foi escolhido para iniciar o percurso, representado pelo erro padrão s_2 .

3. Erro que provém da operação mecânica do instrumento; causado pela fricção, flexão e desgaste dos vários componentes. A natureza da superfície do mapa e a forma como a roda de medição comporta-se, quando passa sobre superfícies de diferentes qualidades, devem também ser investigadas. Isto tudo se combina para formar o erro padrão s_3 .

4. Erros que ocorrem durante o traçamento. Produzem o erro padrão s_4 .

A combinação de todos define o erro padrão da medição de uma parcela através do planímetro polar, ou:

$$s_a^2 = k^2 (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + s_4^2) + [(s_4/k).A]^2 \quad (\text{eq. 40})$$

A expressão final na equação representa o erro padrão do processo de calibração do instrumento.

ANDRADE e DOUBEK ⁴ aplicaram uma média ponderada no cálculo de áreas com planímetro, através do estabelecimento de pesos às diversas medidas efetuadas, afirmando que o processo permite a detecção de erros de leitura.

Vários pesquisadores preocuparam-se em estudar os erros do planímetro polar, entre eles MONTIGEL ⁴⁴, LUDEMANN ³⁷, BAER ⁵, GERKE ²¹, KUHLMANN ³³, MASLOV ⁴¹, ZILL ⁶³, além de outros.

2.1.2.2 Medições de área através de planímetros eletrônicos

De acordo com SPURR ⁵⁶, também é possível medir áreas através da determinação da quantidade de luz interceptada por recortes opacos de porções do mapa, dos quais a área é

desejada.

O Manual de Inventário Florestal da FAO ¹⁷ ressalta que durante um certo tempo utilizou-se planímetros manuais, porém agora existem os planímetros eletrônicos, muito mais exatos e rápidos, dentre eles:

- Stanley Cintel Eletronic Planimeter,
- Kimoto Eletronic Scanning Planimeter,
- Automatic Area Meter, etc.

O Manual de Instalação e Operação do Automatic Area Meter - modelo AAC-400 da HAYASHI DENKOH CO. LTD. ²⁴ acrescenta que o Automatic Area Meter é um instrumento foto-eletrônico, destinado a medir áreas, através da detecção de uma área mínima de 1 mm². Pode medir materiais de até 400 mm de largura, numa velocidade de 100 mm/seg, com uma precisão de 1%. Possui as seguintes características:

a. efetua a leitura de qualquer material com qualquer forma (exceto material transparente). Um foco de varredura luminoso de 1 x 1 mm efetua a leitura de qualquer forma irregular opaca de até 30 mm de espessura,

b. a leitura é feita num visor de oito dígitos, através de um plástico transparente, semelhante à antigas fotocopiadoras,

c. é um método de rastreamento eletro-ótico que garante uma precisão de 1% para uma área de 100 cm², e quanto maiores forem as unidades, maior será a precisão,

d. apresenta um erro sistemático, inerente ao instrumento, que pode ser detectado através de uma testemunha de aço com 60 cm².

Um método densitométrico foi descrito por NASH ⁴⁶, no Dominion Forest Service of Canada, em 1948, utilizando células fotoelétricas e um galvanômetro, para medir a quantidade de luz interceptada por segmentos de mapas recortados, a partir de uma fonte de luz uniforme. Ele efetuou comparações num projeto-teste que resultou em 23 horas de trabalho com o planímetro polar contra 5 horas com o planímetro fotoelétrico, apresentando desta forma uma razoável eficiência em tempo.

2.1.2.3 Medidas de áreas através de pesagem

SPURR ⁵⁶ comenta que áreas também podem ser determinadas diretamente, cortando e pesando as várias unidades. Assumindo que a espessura do papel do mapa seja constante, o peso das unidades é diretamente proporcional à área de suas superfícies. Ele menciona que o método foi desenvolvido pelo U.S. Soil Conservation Service, porém é o mais conhecido dos métodos tradicionais de medição de áreas, e tem sido redescoberto periodicamente, através dos últimos 400 anos, tendo sido inclusive utilizado por Edmund Halley, em 1693, para medir áreas dos condados da Inglaterra.

NAYLOR ⁴⁷ foi um grande entusiasta da utilização deste método, em seu trabalho no New Zealand Forestry Service.

A metodologia é bastante simples: são pesadas as unidades, além de uma testemunha de dimensões conhecidas, utilizando-se uma balança quantitativa de alta precisão, e posteriormente são estabelecidas as proporções.

SPURR ⁵⁶ enfatiza ainda que existem algumas vantagens no emprego do método da pesagem sobre o planímetro. Na pesagem, cada linha divisória é seguida somente uma vez, durante a operação de recorte, porém com o planímetro, cada linha é seguida pelo menos duas vezes, uma para cada unidade adjacente. No primeiro método, as áreas de um determinada classe podem ser determinadas através de uma única operação e cálculo. No segundo, as áreas de uma determinada classe, são obtidas através da soma das áreas de todos os indivíduos daquela classe. Além disso, ele afirma que a exatidão é comparável nos dois métodos e que o método da pesagem requer menos trabalho e menos tempo.

2.1.3 Métodos de medição de áreas através de contagem de pontos

Existem duas formas distintas de se efetuar medidas através da contagem de pontos e são descritas como métodos diretos e indiretos.

2.1.3.1 Método direto de medição de áreas através da contagem de pontos

Existem diferenças entre as técnicas de contagem e medição utilizadas para efetuar medidas completas da área de uma parcela e aquelas que incluem medidas parciais porém que fornecem bons resultados se forem tratadas como técnicas de amostragem. A maioria das primeiras descrições de medidas de área através de contagem de pontos são relacionadas aos métodos

Indiretos. Isto é uma consequência natural de sua utilização em inventário por amostragem, a qual produz uma série de frequências que ocorrem nas várias categorias de variáveis que estão sendo estudadas e são tratadas como proporções da área total. A área de cada categoria de uso da terra ou cobertura da terra, deve em seguida ser calculada, a partir da área total da região, a qual deve ser medida independentemente. Uma diferença adicional e fundamentalmente importante entre os métodos é que utilizando o método direto "uma amostra inclui uma aplicação da rede de pontos sobre a parcela a ser medida" e utilizando o método indireto, "uma amostra inclui um ponto contado". Percebe-se então que os dois métodos são bem distintos, apesar de ambos serem baseados em contagem de pontos.

As medidas de área feitas através do método das quadriculas é uma técnica extremamente antiga, em comparação aos métodos de amostragem que são relativamente novos. Eles tiveram origem a pouco mais de 50 anos, como métodos de amostragem em duas dimensões a partir de mapas, para obter dados de uso de terras agrícolas e outras variáveis relacionadas. Um pouco mais tarde, eles começaram a ser utilizados por florestais na América do Norte, para avaliação de povoamentos, uma vez que os métodos de amostragem eram especialmente adaptados para trabalhar diretamente com fotografias aéreas verticais.

Em 1949, YATES ⁶¹ escreveu um clássico trabalho sobre métodos de amostragem, no qual descreve a utilização de uma rede ou padrão de pontos sobrepostos num mapa ou fotografia aérea. No entanto, a primeira referência ao uso da contagem de

pontos como um método direto de determinação de área de parcelas individuais, é devida a ABELL ¹, em 1939, quando descreveu as aplicações florestais, diferindo porém dos métodos usuais em virtude de utilizar um pequeno retângulo. Alguns anos mais tarde, em 1943, BRYAN ¹⁰ descreveu o "modified acreage grid", uma rede de pontos para determinar área em acres (4.046,86 m²), a qual seguia um padrão de pontos em quadriculas, separadas por intervalos de 1/8 de polegada, com uma densidade de 64 pontos por polegada quadrada. A figura 19 ilustra esta rede, a qual mostra diferentes tamanhos de quadriculas, com lados de comprimentos de 1/8, 1/4 e 1 polegada.

Depois da Segunda Guerra Mundial, outras referências surgiram, tais como: o "dot templet" ou molde de pontos de WILSON ⁵⁹, em 1949; o "dot planimeter" ou planímetro de pontos de WOOD ⁶⁰, em 1954; e o "dot grid" ou rede de pontos de TRYON et alii ⁵⁸, em 1955, todos descrevendo o mesmo método já apresentado anteriormente por Bryan, com poucas alterações.

Cada ponto, numa rede deve estar localizado no centro geométrico de uma célula unitária. A figura 20 (a) ilustra um padrão quadrado e a figura 20 (b), um padrão hexagonal de pontos, arranjados em linhas e colunas, respectivamente, de distâncias d_1 e d_2 .

Apesar de que os padrões quadrado e hexagonal de pontos são os mais utilizados para medidas diretas, outros tipos de rede já foram utilizadas. ABELL ¹ e BELLHOUSE ⁷ utilizaram redes de pontos retangulares.

A característica essencial do método direto é que

as áreas das parcelas são medidas individualmente e separadamente. A rede de pontos é lançada sobre o mapa numa posição aleatória e os pontos que estiverem localizados dentro dos limites da parcela são contados como 1. A rede é então movida para uma posição diferente da anterior, normalmente mudando a direção da transparência através de um movimento de rotação arbitrário. Este procedimento é repetido diversas vezes.

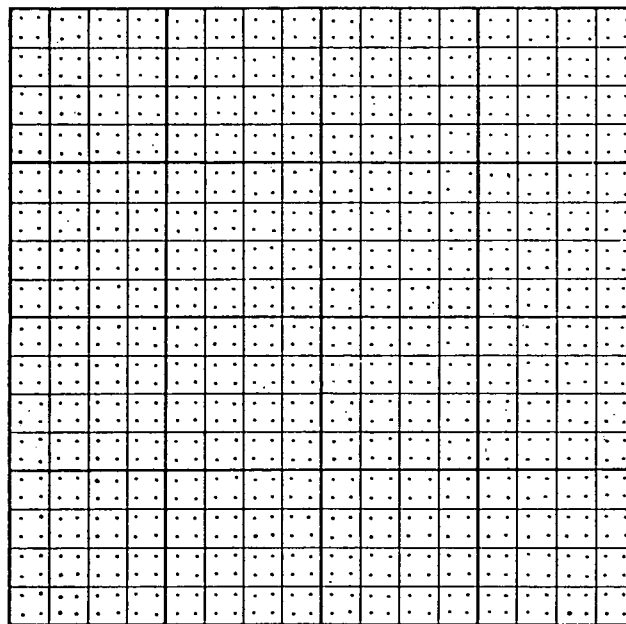


FIGURA 19 - A REDE DE PONTOS PARA DETERMINAR AREA EM ACRES (MODIFIED ACREAGE GRID DE BRYAN ¹⁰).

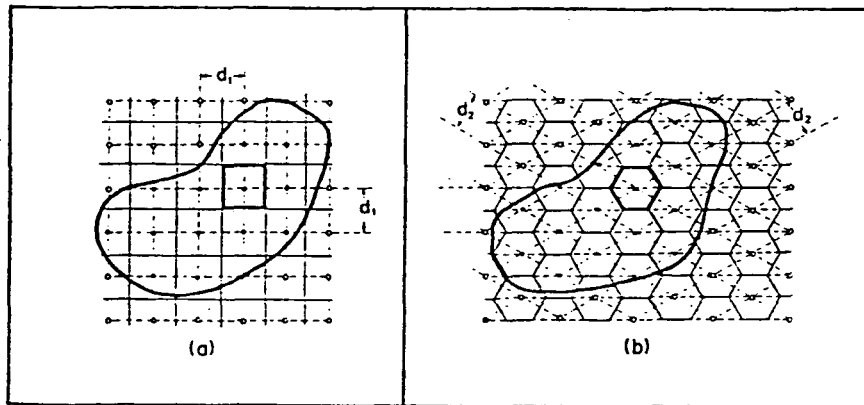


FIGURA 20 - METODOS DE CONTAGEM DE PONTOS EM MEDIDAS DE AREA.

(a) APARECE UM PADRAO QUADRADO DE PONTOS, NO QUAL A SEPARAÇÃO DELES É d_1 , SENDO QUE CADA PONTO DEVE ESTAR SITUADO AO CENTRO DA CELULA;

(b) APARECE O PADRÃO TRIANGULAR OU HEXAGONAL, FORMADO POR DUAS FAMILIAS DE LINHAS DE SEPARAÇÃO d_2 , ONDE CADA PONTO DEVE ESTAR SITUADO AO CENTRO DA DA CELULA HEXAGONAL.

Depois da k -ésima série de aplicações desta rede, produzindo contagens de n_1, n_2, \dots, n_k pontos, pode ser calculada a média aritmética, \bar{n}_1 , das contagens. Então A_1 , a área da 1 -ésima parcela, de um padrão quadrado de pontos é:

$$A_1 = \bar{n}_1 \cdot d_1^2 \quad (\text{eq. 41})$$

e para um padrão hexagonal de pontos é:

$$A_1 = \bar{n}_1 \cdot (3/2)^{1/2} \cdot d_2^2 \quad (\text{eq. 42})$$

Além disso, o erro padrão para uma aplicação aleatória única é:

$$S_1 = \left[\sum_{i=1}^k (n_i - \bar{n}_1)^2 / (k - 1) \right]^{1/2} \quad (\text{eq. 43})$$

A estratégia da amostragem, defendida aqui, é de que cada aplicação da rede de pontos representa uma observação aleatória única, a qual é relacionada à área da parcela. Portanto o erro de estimativa de área é também um erro de contagem de pontos.

Somente é econômico utilizar os métodos de contagem de pontos, se o tempo necessário para completar as medições for menor que o tempo para medir a área da parcela, empregando-se outro método qualquer.

2.1.3.1.1 O tratamento dos pontos marginais

Numa contagem através de uma rede de pontos, alguns pontos podem coincidir com o perímetro da parcela. Então uma decisão deve ser tomada, no sentido de que estes pontos sejam contados ou não.

Nas primeiras descrições a respeito da determinação de áreas utilizando-se a rede de pontos, supunha-se que uma determinada proporção desses pontos deveriam ser incluídos na contagem. BRYAN ¹⁰ sugeriu que metade dos pontos que coincidissem com o perímetro da parcela, fossem contados. WOOD ⁶⁰ utilizava dois diferentes tipos de pontos dentro da rede, tipo A e tipo B de pontos; onde o perímetro tocava o tipo A, o ponto seria contado e onde tocava o tipo B, não seria contado. MONKHOUSE e WILKINSON ⁴³, e MUEHRCKE ⁴³ admitiam a teoria de Wood. HIWATASHI ²⁶, além de LOETSCH et alii ³⁶, usavam a forma de correção de Bryan. Já GIERHART ²² achava que todos os pontos que tocassem o perímetro deveriam

ser contados e BONNOR ⁸, não fazia qualquer menção a respeito.

2.1.3.1.2 Erros na contagem dos pontos

O risco de se cometer erros em contagem de pontos é bem maior do que utilizando-se instrumentos de medição. Podem ocorrer três tipos de erros:

1. Alguns dos pontos a serem contados são omitidos e excluídos da contagem, portanto o registro total é menor do que deveria ser.

2. Alguns pontos podem ser contados mais de uma vez, então o total é maior do que deveria ser.

3. A pessoa que está efetuando a contagem pode esquecer o número de pontos contados, antes de completar a medição da parcela.

Vários instrumentos mecânicos e elétricos foram produzidos para facilitar a contagem de pontos, entre eles o Markounter e o MK Area Calculator. O Markounter foi desenvolvido na Inglaterra pela Scientifica and Cook Electronics, em 1960, e projetado com finalidades biológicas nas contagens de colônias de bactérias, o que não impede sua utilização em cartometria. KENADY ²⁹ descreveu um instrumento similar para o mesmo propósito.

De acordo com RIDEOUT ⁵², o MK Area Calculator é um instrumento americano, especificamente projetado para medição de área.

2.1.3.1.3 A exatidão teórica dos métodos de contagem de pontos

Entre 1965 e 1975, uma série de investigações independentes foram feitas, com a finalidade de avaliar os métodos de contagem de pontos.

HIWATASHI ²⁶ investigou o problema sob o ponto de vista florestal, com um caráter estatístico.

FROLOV e MALING ¹⁹, cujo trabalho foi modificado por LLOYD ³⁴, analisaram o problema teórico de como os pontos poderiam cair dentro de uma figura fechada, representada pelo limite da parcela. Uma importante conclusão a que chegaram foi de que a forma das parcelas não exercia influência na exatidão das medidas de área.

YUILL ⁶² considerou como uma de suas metas, analisar as investigações de Frolov e Maling, sobre bases empíricas utilizando formas irregulares. É um trabalho de interesse, primeiro porque ele utilizou um programa de computador para simular os processos de medição, que lhe permitiu fazer muitos testes em amostras sem necessitar de muito trabalho, e depois por haver concluído que a forma das parcelas não apresenta um caráter importante, mas que a maior variabilidade era uma função direta do tamanho da parcela.

LOETSCH et alii ³⁶ encontraram resultados muito próximos às principais conclusões de Frolov e Maling.

BONNOR ⁸ é outro florestal que tratou o problema sob forma estatística, particularmente com referência ao que ele denominou de erro máximo permitido. Além disso, preocupou-se com a influência da forma da parcela sobre a exatidão

dos resultados.

2.1.3.1.3.1 A utilização de diferentes tamanhos de redes para diferentes tamanhos de parcelas

A figura 21, de FROLOV e MALING ¹⁹, mostra que para muitas finalidades é suficiente demonstrar que o erro relativo de uma série de medições não excede valores especificados de 1% ou 5%. A correspondente contagem de pontos pode ser vista na figura em níveis de $f = 2,0\%$, $1,5\%$, $1,0\%$ e $0,5\%$. A tabela 08, atribuída a HIWATASHI ²⁶, fornece os valores de n correspondentes a estes níveis. As determinações devidas a Hiwatashi são:

I. valores derivados a partir dos dados de Frolov e Maling, e recalculados por Hiwatashi para ajustar-se à curva da figura 21, e

II. valores derivados de suas conclusões e fornecidos no texto de seu trabalho.

Se for especificado que f não deve exceder a $1,5\%$, o número mínimo de pontos, n , a serem contados numa parcela, deve estar em torno de 120, e para $f = 2\%$, n será igual a 80 pontos. Uma vez que a conclusão é baseada sobre o número de pontos contados, e não é relacionada com a separação dos pontos numa rede, Frolov e Maling sugeriram que *é possível descartar a noção convencional de utilizar a mesma rede de pontos para medir todas as parcelas de um mapa, independente de tamanho, e utilizar uma rede de pontos de densidade apropriada ao tamanho da parcela e uma contagem esperada de n pontos.* A tabela 07

Indica as densidades de pontos recomendadas na utilização de parcelas de diferentes tamanhos, para $f = 2\%$.

Uma vez que a precisão é dependente do número de pontos que coincidem com a parcela, HIWATASHI ²⁶ concluiu ainda que, é possível calcular valores críticos para o número de pontos requeridos e que era necessária uma contagem de 150 pontos por parcela para atingir um erro quadrático médio de 1%, porém uma contagem de 50 pontos é adequada a somente 2%. A partir de suas medições simuladas em computador, YUILL ⁶² derivou uma equação:

$$Y = [6,278 - 0,8534 \ln n]^2 \quad (\text{eq. 44})$$

onde Y é a variação esperada de erro e n é o número de pontos utilizado para determinar a área de uma parcela. Ele concluiu que, utilizando 250 pontos, existia uma probabilidade de 99% de que a área medida através de rede de pontos estivesse dentro de 2,45% do valor verdadeiro, mas para 100 pontos, este valor deveria elevar-se para 5,51%. Apesar de que isto parece ser um erro relativo grande, tais cálculos são baseados na variação máxima esperada de erro. O erro médio esperado corresponde somente a um terço deste valor, ou seja, para 100 pontos, o valor está situado próximo a 1,89%, o que corresponde às conclusões de Frolov e Maling. A tabela 08 mostra valores de n correspondentes a diferentes valores de f .

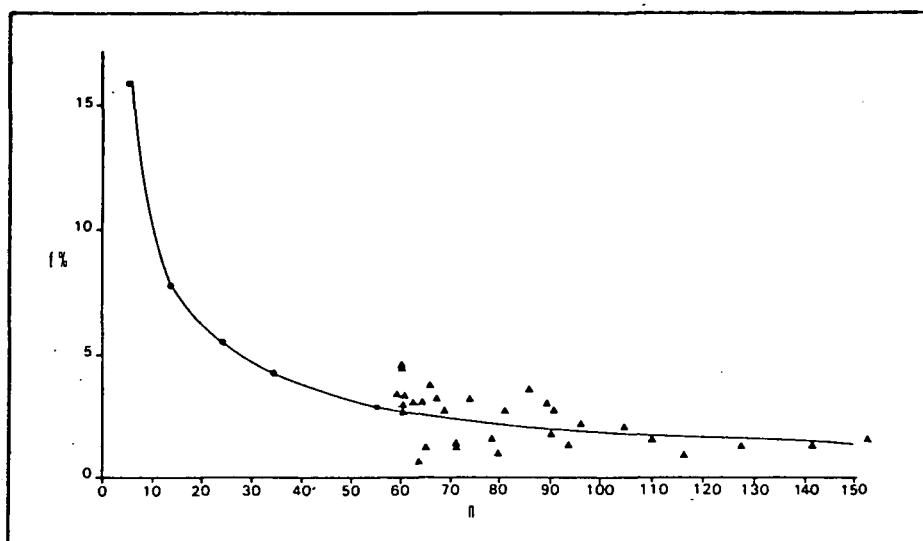


FIGURA 21 - ERRO QUADRATICO MEDIO, DERIVADO POR FROLOV E MALING EM 1969, PARA CONTAGEM DE PONTOS UTILIZANDO O MK AREA CALCULATOR SOBRE UMA REDE DE 64 PONTOS.

TABELA 07 - SEPARAÇÃO DE PONTOS RECOMENDADA POR FROLOV E MALING PARA MEDIR PARCELAS DE DIFERENTES TAMANHOS, COM 2% DE ERRO QUADRATICO MEDIO.

Area da parcela (cm ²)	d1 (cm)	Densidade de pontos (pontos / cm ²)
4	0,2	25
16	0,4	6
36	0,6	3
64	0,8	2
100	1,0	1

TABELA 08 - VALORES DE n CORRESPONDENTES A DIFERENTES VALORES DE f .

f %	Hiwatashi		Frolov e Maling
	(1)	(2)	Loetsch et alli
2	32	50	50
1,5	49	-	120
1	88	150	230
0,5	240	-	570
0,2	-	-	1800

(FONTE: HIWATASHI ²⁶).

2.1.3.1.4 Precisão da contagem de pontos

KÖPKE ³¹ utilizou uma equação que incorporava o tamanho da célula unitária, com a finalidade de determinar o erro padrão dos métodos de contagem de pontos. A expressão é:

$$s = 0,35 a + \beta \sqrt{A} \quad (\text{eq. 45})$$

onde a é a área correspondente a uma célula única da rede, β é um coeficiente a ser determinado e A é a área da parcela. A tabela 09 apresenta as equações aplicadas a diferentes tamanhos de redes, utilizadas por Köpke. A figura 22 apresenta linhas retas, porque o erro quadrático médio foi plotado contra a raiz quadrada da área. Além disso, foram plotados também os gráficos que descrevem o erro quadrático médio dos planímetros polar e polar de disco. Ainda, de acordo com Köpke:

a. Quanto menor a separação dos pontos numa rede, maior é a precisão das medidas. Desta forma, uma rede com uma área de uma célula unitária, $a = 2 \text{ mm}^2$, fornece resultados mais precisos que outra com espaçamento maior, na qual a área da

célula $a = 5 \text{ mm}^2$.

b. Medições feitas numa rede de pontos, tendo $d_1 = 1,4 \text{ mm}$, parecem ser mais precisas do que medições efetuadas através do planímetro polar de disco. Redes de pontos de tamanho $d_1 = 2,24 \text{ mm}$ e $3,16 \text{ mm}$ produzem medidas mais precisas que um planímetro polar de compensação.

TABELA 09 - EXPRESSÕES PARA O ERRO QUADRÁTICO MÉDIO DO MÉTODO DE CONTAGEM DE PONTOS.

d_1 (mm)	a (mm^2)	s (mm^2)
1,41	2	$0,7 + 0,08 \sqrt{A}$
2,24	5	$1,8 + 0,12 \sqrt{A}$
3,16	10	$3,5 + 0,14 \sqrt{A}$
4,47	20	$7,0 + 0,15 \sqrt{A}$

(FONTE: KOPKE 31)

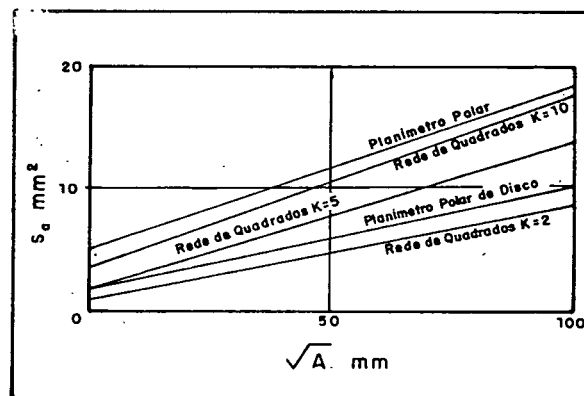


FIGURA 22 - A PRECISÃO DAS MEDIDAS RELACIONADAS AO TAMANHO DA PARCELA. (FONTE: KOPKE 31).

ZOHRER 64 sugeriu a utilização da equação de regressão seguinte, para a estimativa do erro padrão em

percentagem, na medição de uma área:

$$\log(s\%) = 1,739 - 0,755 \cdot \log n + 0,457 \cdot \log q \quad (\text{eq. 47})$$

onde n é o número de pontos que caem dentro da parcela e q é a razão de perímetro, ou seja, o perímetro da parcela dividido pelo perímetro de um círculo de mesma área (q varia de 1,0 para formas compactas, até 4,0, para formas irregulares).

YUILL ⁶², depois de efetuar repetidas medições através de rede de pontos, em parcelas individuais de uma grande variedade de formas e tamanhos, concluiu que a forma das parcelas não tem efeito significativo sobre a precisão das medidas de área. O tamanho da parcela ou o número de pontos utilizados para medir a área foram os únicos fatores significantes em sua equação de regressão:

$$\sqrt{s} = 3,625 - 0,493 \cdot \ln n \quad (\text{eq. 48})$$

onde s é o que ele denominou erro médio esperado, correspondente a 1 desvio padrão da média.

2.1.3.1.5 Intensidade de amostragem

De acordo com PELLICO NETTO ⁴⁹, os estudos de amostragem para monitoramento florestal, são classificados de acordo com a periodicidade, a estrutura e a abordagem da população. Quanto à estrutura, os processos de amostragem são aleatórios, sistemáticos e mistos e quanto à abordagem da população, classificam-se em sistemas, processos e métodos (entre eles, métodos de pontos e linhas, aleatórios e sistemáticos).

SANCHEZ e SANTOS ⁵³ afirmaram que a amostragem

por pontos sistemáticos é também denominada de rede de amostragem sistemática.

MOLINA ⁴² informou que este tipo de amostragem é fundamentada na teoria da distribuição binomial, e que o dimensionamento das amostras deve ser efetuado a partir de elementos desta distribuição.

Segundo LOETSCH et alii ³⁶, o número de pontos a constituir a rede de amostragem é obtido através de uma fórmula aplicada a variáveis qualitativas:

$$n = [(1-p) \cdot t^2] / (p \cdot \xi^2) \quad (\text{eq. 48})$$

onde p é a proporção assumida entre a área desejada e a área total, ξ é o erro de amostragem permitido ou pré-fixado e t é o valor do nível de significância, retirado da distribuição de Student a uma determinada probabilidade com $n-1$ graus de liberdade.

Essa mesma versão da fórmula de cálculo do número de pontos amostrais baseados na distribuição binomial, foi apresentada por STOBBS ⁵⁷, em 1968.

A precisão da amostragem pode ser avaliada através do erro relativo da distribuição binomial, dentro da amostragem sistemática, ou seja:

$$\xi = [[(1-p) \cdot t^2] / (p \cdot n)]^{1/2} \quad (\text{eq. 49})$$

LOETSCH et alii ³⁶, afirmam que é possível aplicar qualquer processo de seleção objetivo, sem correr o risco de restringir o valor das estimativas da amostragem, quando os elementos da população são aleatoriamente distribuídos.

2.1.3.2 Método Indireto de medição de áreas através da contagem de pontos

O método indireto de contagem de pontos é o precursor dos métodos de medida direta, e tem sido utilizado em várias disciplinas.

No método direto, mede-se e determina-se a área de cada parcela separadamente, no método indireto, é uma prática comum amostrar diversas variáveis simultaneamente.

O método indireto é estatisticamente mais aceitável, porque não depende de um arranjo de pontos sobre uma rede transparente. Ele pode ser utilizado com um padrão de pontos aleatórios. Além disso, é mais flexível para efetuar medições de uma variável que ocorre em pequenas parcelas numerosas, por exemplo, a distribuição de florestas ou outra categoria qualquer de uso da terra, sobre um mapa. Utilizando o método indireto é possível medir a extensão total de florestas sobre o mapa, enquanto que utilizando o método direto é necessário medir cada porção de floresta, separadamente.

GREGORY ²³, em 1963, utilizou este método para determinar as áreas de várias categorias de uso da terra, no primeiro Projeto de Utilização da Terra da Grã-Bretanha.

PIELOU ⁵¹, em 1974, efetuou medições da área total de florestas ao sul de Ontario, no Canadá, num mapa em escala de 1/50.000, utilizando também o método indireto. Esta é uma das aplicações deste método, ou seja, quando é necessário medir a área ocupada por uma única variável cuja distribuição é bastante fragmentada, e excessivamente lenta para ser medida

através de parcelas individuais.

STOBBS ⁵⁷, em 1968, na República de Malawi, estimou o uso da terra ou categorias de cobertura da terra, diretamente sobre fotografias aéreas. Nenhum mapa foi confeccionado e também nenhum limite das diversas categorias de uso da terra foi delimitado. As técnicas de medição indireta propiciaram a estimativa das proporções das diferentes categorias de uso da terra. Ele chegou à conclusão que esta é uma técnica que pode ser utilizada com sucesso, em países subdesenvolvidos do terceiro mundo que possuam áreas extensas.

Já EMMOTT e COLLINS ¹⁵, em 1980, e EMMOTT ¹⁴, em 1981, utilizaram-na para determinar padrões pequenos e confusos de uso da terra urbana, na cidade industrial de Preston, no noroeste da Inglaterra.

2.1.3.2.1 Teoria do método indireto

Considerando uma estrutura em que se tenha dois elementos, B e M. O elemento B é uma parcela de um determinado tipo ou categoria, situado sobre o mapa M. B está contido dentro de M, de tal forma que a quantidade $M - B$ é a porção do mapa fora da parcela B. A probabilidade que um ponto locado aleatoriamente em M caia também sobre a parcela B é:

$$p = A_B / A_M \quad (\text{eq. 50})$$

onde A_B é a área da parcela B e A_M é a área do mapa.

De maneira idêntica, a probabilidade que um ponto não caia em B é:

$$q = A_{(M-B)} / A_M \quad (\text{eq. 51})$$

Sabe-se também, da distribuição binomial, que $p + q = 1$ e que $q = (1 - p)$.

A determinação da área B é obtida através de proporção simples. Se uma rede de pontos é colocada aleatoriamente sobre o mapa, de tal forma que M seja coberto por N pontos, dos quais n pontos caem em B, então:

$$A_B : A_M = n : N \quad (\text{eq. 52})$$

$$A_B = (n/N) \cdot A_M \quad (\text{eq. 53})$$

É conveniente lembrar que $p/(p + q)$ é uma proporção teórica e então usar n/N para a proporção que está sendo medida. Por definição $n < N$ e conseqüentemente $A_B < A_M$.

A condição essencial para a distribuição binomial é que cada ponto da rede, tenha uma chance p de situar-se na parcela, independentemente dos outros pontos. Implica também que uma probabilidade finita p^N de que todos os N pontos estejam na parcela e $(1 - p)^N$ de que nenhum ponto caia na parcela.

A média e o desvio padrão da distribuição binomial são:

$$\mu_p = p \quad (\text{eq. 54})$$

$$\sigma_p = [p(1-p)/n]^{1/2} \quad (\text{eq. 55})$$

BARRET e PHILBROOK ⁶, em 1960, expressaram em termos de medida de área, em aplicações florestais, o desvio padrão para a medição da parcela B:

$$\sigma_B = [A_B(A_M - A_B)/N]^{1/2} \quad (\text{eq. 56})$$

A determinação do tamanho da amostra, é particularmente importante no método indireto de medição de

áreas por contagem de pontos, e será:

$$n = [p(1 - p) \cdot t^2] / \xi^2 \quad (\text{eq. 57})$$

onde p é a proporção assumida entre a área desejada e a área total, ξ é o erro de amostragem permitido e t é o nível de significância estatística, ou valor retirado da tabela de distribuição t , à uma constante de probabilidade específica.

2.1.3.2.2 Um exemplo do método indireto

Este exemplo foi apresentado por GREGORY ²³, em 1963 e refere-se à medição de quatro categorias de uso da terra de um mapa elaborado em 1930 na Grã-Bretanha, sobre o primeiro Projeto de Utilização da Terra. Primeiramente 100 pontos foram distribuídos aleatoriamente sobre o mapa. As posições dos pontos foram localizadas através de sorteios sucessivos de valores extraídos de uma tabela de números aleatórios e tratados como valores de coordenadas x e y . O padrão de pontos resultante é apresentado na figura 23.

Em seguida, foram contados quantos pontos dessa rede coincidiam com cada categoria de uso da terra. Os resultados da contagem são fornecidos na segunda coluna da tabela 08. Numa distribuição aleatória é necessário utilizar a proporção n/N , a qual fornece a fração da área total do mapa. A área total do mapa, calculada independentemente, resultou em 1378 km². As áreas das várias categorias, são então determinadas através da equação 53, da seguinte forma:

$$A_A = (8/100) \cdot 1378 = 110,24 \text{ km}^2$$

$$A_C = (31/100) \cdot 1378 = 427,18 \text{ km}^2$$

$$A_F = (6/100) \cdot 1378 = 82,68 \text{ km}^2$$

$$A_B = (55/100) \cdot 1378 = 757,90 \text{ km}^2$$

O erro padrão em km^2 e em percentagem, calculado através da equação 55, resultou em:

$$s_A = [110,24(1378 - 110,24)/100]^{1/2} = 37,38 \text{ km}^2$$

$$s_A\% = [0,08(1 - 0,08)/100]^{1/2} \cdot 100 = 2,71 \%$$

$$s_C = [427,18(1378 - 427,18)/100]^{1/2} = 63,73 \text{ km}^2$$

$$s_C\% = [0,31(1 - 0,31)/100]^{1/2} \cdot 100 = 4,62 \%$$

$$s_F = [82,68(1378 - 82,68)/100]^{1/2} = 32,73 \text{ km}^2$$

$$s_F\% = [0,06(1 - 0,06)/100]^{1/2} \cdot 100 = 2,37 \%$$

$$s_B = [757,90(1378 - 757,90)/100]^{1/2} = 68,55 \text{ km}^2$$

$$s_B\% = [0,55(1 - 0,55)/100]^{1/2} \cdot 100 = 4,97 \%$$

Além disso, foi calculado também o erro relativo em percentagem, da seguinte forma:

$$f_A\% = (37,38/110,24) \cdot 100 = 33,91 \%$$

$$f_C\% = (63,73/427,18) \cdot 100 = 14,92 \%$$

$$f_F\% = (32,73/82,68) \cdot 100 = 39,59 \%$$

$$f_B\% = (68,55/757,90) \cdot 100 = 9,04 \%$$

Considerando ainda, $p(1 - p)$ com o valor máximo de 0,25, ou seja, p correspondendo a 50%, o número de pontos que representa o tamanho da amostra, para uma probabilidade de 95% e um erro de amostragem de 10%, será:

$$n = [p(1 - p) \cdot t^2] / \xi^2$$

$$n = [0,5(1 - 0,5) \cdot 1,96^2] / 0,1^2 = 96,04 \approx 100 \text{ pontos}$$

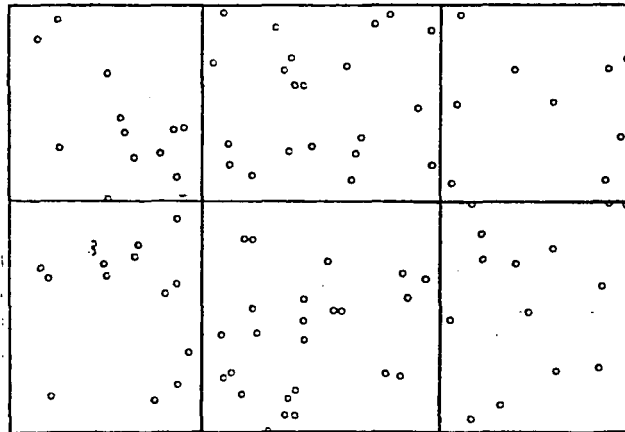


FIGURA 23 - PADRÃO DE PONTOS ALEATORIOS UTILIZADO PARA MEDIR AS ÁREAS DE CATEGORIAS DE USO DA TERRA EM MAPAS EM ESCALA DE 1/633. (FONTE: GREGORY ²³).

TABELA 10 - FREQUENCIAS E ÁREAS DE CATEGORIAS DE USO DA TERRA NOS MAPAS DO PRIMEIRO PROJETO DE UTILIZAÇÃO DA TERRA DA GRÃ-BRETANHA.

Categoria	Nº de pontos contados (n)	Area (km ²)	Erro Padrão		Erro relativo f (%)
			(km ²)	(%)	
Agricultura	8	110,24	37,38	2,71	33,91
Campo limpo	31	427,18	63,73	4,62	14,92
Florestas	6	82,68	32,73	2,37	39,59
Banhados	55	757,90	68,55	4,97	9,04
Total	100	1378,00			

(FONTE: GREGORY ²³).

2.1.4 Determinação de áreas através de medidas lineares

Sabe-se que uma alternativa da utilização do método de contagem de pontos, é considerar a parcela como sendo subdividida numa série de faixas retangulares adjacentes, ou ainda entrecortada por uma série de linhas retas. Os comprimentos das faixas retangulares ou os comprimentos das linhas situadas dentro da parcela, são medidas e a área da figura é determinada a partir destes dados. A enumeração total é denominada de método das faixas, e a amostragem denomina-se de método dos transectos.

2.1.4.1 Método das faixas

Este método também utiliza uma transparência, com uma série de linhas paralelas eqüidistantes, a qual se colocada sobre o mapa, é possível perceber que uma faixa de largura d é formada por qualquer par de linhas adjacentes. Sobrepondo a transparência numa determinada parcela a ser medida, a faixa é limitada por linhas de compensação, as quais são traçadas em relação ao perímetro da parcela, no local onde entrecorta a faixa. A finalidade das linhas de compensação é fazer com que a área contida dentro de um triângulo, de um lado da linha, seja igual à área do triângulo, do outro lado dela. A distância l é medida entre essas linhas de compensação. Assim, uma determinada faixa i é um retângulo que possui uma área $d \cdot l_i$. Conseqüentemente, para uma parcela que contém n faixas, a área é a soma das áreas dessas faixas, ou:

$$A = \sum_{i=1}^n (d \cdot l_i) \quad (\text{eq. 58})$$

A figura 24 ilustra este método e indica como as linhas de compensação são seleccionadas nesta aplicação.

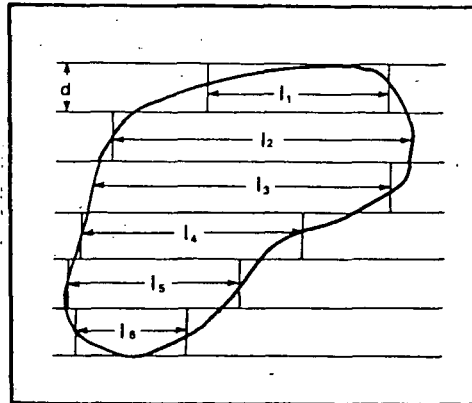


FIGURA 24 - MEDIÇÃO DA ÁREA DE UMA PARCELA ATRAVÉS DO MÉTODO DAS FAIXAS, MOSTRANDO SEIS FAIXAS DE LARGURA d E COMPRIMENTOS l_1 A l_6 .

2.1.4.2 Método dos transectos

Da mesma forma que o método de contagem de pontos é uma modificação do método dos quadrados, convertendo uma forma clássica de medida em métodos probabilísticos, a amostragem através de transectos é uma modificação equivalente do método das faixas. A rede de linhas é colocada numa posição arbitrária, sobre a parcela a ser medida e o comprimento l_1 da i -ésima linha é medido. A figura 25 apresenta a medição da área de uma parcela através da amostragem por transectos. A

comparação entre as figuras 24 e 25 mostra que a medição corresponde àquela de uma faixa a qual estende $d/2$ em ambos os lados de cada linha e que, independente da configuração do perímetro, imagina-se que as linhas de compensação ocorram onde cada linha encontre o perímetro.

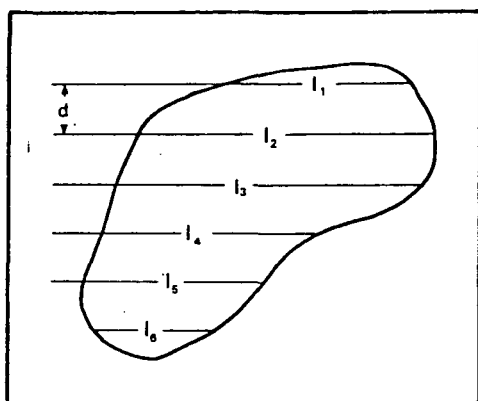


FIGURA 25 - MEDIÇÃO DA ÁREA DE UMA PARCELA ATRAVÉS DE AMOSTRAGEM POR TRANSECTOS. NESTE CASO, AS MEDIDAS DOS COMPRIMENTOS DAS LINHAS l_1 A l_6 SÃO FEITAS SOBRE AS PRÓPRIAS LINHAS, AO INVÉS DE EFETUÁ-LAS ENTRE AS LINHAS DE COMPENSAÇÃO.

2.1.4.2.1 Método direto de medição de áreas através de amostragem por transectos

A área da parcela inteira pode ser obtida através de uma equação semelhante à 58, porém deve ser compreendido que, naquela expressão o termo l representa o comprimento de uma faixa, e nos transectos, o comprimento de uma linha. Uma vez que o método envolve amostragem, deve ser feita uma série de medições separadas para cada parcela, com a transparência em

diferentes posições aleatórias.

Tal como na contagem de pontos, isto representa o procedimento de medida direta.

KRAMER e STURGEON ³² utilizaram um procedimento típico, e afirmaram que o método dos transectos utilizado na estimativa de áreas de uso da terra sobre fotografias aéreas, consiste simplesmente na obtenção de medidas lineares sobre as fotografias, ao longo de uma série de linhas transversais regularmente espaçadas, impressas sobre uma superfície transparente tal como celulóide, as quais devem ser sobrepostas sobre as unidades ou parcelas a serem medidas. Com uma régua de precisão, são medidas as distâncias lineares em que os transectos cruzam as unidades, além de ser utilizado um fator de conversão, baseado no espaçamento entre as linhas. A grade de linhas media 20,32 cm (8") por 50,8 cm (20"), sobre a qual encontravam-se os transectos, espaçados 2,54 cm (1") um do outro, o que correspondia a 1.609,34 m (1 milha) no terreno, de tal forma a coincidir com a escala das fotografias aéreas, ou seja, 1 polegada para 1 milha (aproximadamente 1/63.360). Os transectos foram dispostos de forma inclinada, num ângulo de 60°, no sentido mais longo do recobrimento longitudinal, e depois, invertendo a grade, ficando as linhas invertidas no sentido do recobrimento lateral das fotografias. Uma régua de precisão foi utilizada para efetuar as medições, por três pessoas, sobre três fotoíndices, além de tais medidas serem feitas também com um planímetro. Quando todas as linhas haviam sido medidas, as áreas foram calculadas e totalizadas. Os resultados mostraram que o método dos transectos é prático,

exato, e muito rápido, além das vantagens sobre o planímetro, em simplicidade e eficiência. Os testes comparativos dos dois métodos mostrou evidências de que o método dos transectos é pelo menos igual ao planímetro em exatidão e aproximadamente 3,5 vezes mais rápido.

2.1.4.2.2 Método indireto de medição de áreas através de amostragem por transectos

O método indireto compreende a medição dos comprimentos de uma sucessão de linhas as quais se estendem através do mapa, além das porções das mesmas linhas as quais ocorrem dentro da parcela a ser medida. O método é para ser usado, por exemplo, se o modelo estatístico requer que as linhas a serem medidas sejam posicionadas e orientadas sobre a transparência, de forma aleatória. Nestas circunstâncias, não existe a constante d a ser utilizada para fazer cálculos diretos das áreas das faixas. Portanto é necessário determinar a proporção de cada linha sobre a parcela a ser medida em relação àquelas que passam sobre todo o mapa. A expressão a ser utilizada no método indireto é:

$$A_B/A_M = l/L$$

ou $A_B = (l/L) \cdot A_M$ (eq. 59)

onde A_B é a área da parcela ou variável a ser medida; A_M é a área total do mapa; l é a somatória de todas as porções das linhas correspondentes à feição que está sendo medida e L é a somatória de todas as linhas medidas sobre o mapa.

KRAMER e STURGEON³² afirmaram que até que o

conhecimento completo do método fosse adquirido, seria melhor contar ambas as unidades, aquelas que representassem áreas florestais e aquelas que representassem áreas não florestais e verificar que a soma de ambas as contagens, fôsse igual ao comprimento total da linha. Isto indica que deve-se fazer as medições necessárias para aplicar o método indireto.

2.1.4.2.3 Exemplo do método indireto de medição de áreas através de amostragem por transectos

Este exemplo refere-se a um procedimento adotado por YATES ⁶¹, para efetuar o Censo Florestal da Inglaterra, durante a II Guerra Mundial, quando os resultados eram necessários com grande urgência. Parte deste censo determinou a área total de florestas de cada comarca em mapas em escala de 1 polegada para 1 milha (aproximadamente 1/63.360). O método utilizado consistiu na medida do comprimento total de uma grade de linhas de 1 quilômetro de espaçamento, as quais coincidiam com áreas verdes. Todas as medidas foram efetuadas com uma escala, próximas ao milímetro. Os resultados de um determinado mapa, cobrindo parte de Kent, apresentaram $\Sigma L = 716,4$ cm e $\Sigma I = 92,7$ cm. Utilizando o método indireto, a proporção I/L resultou em $92,7/716,4 = 0,129397$. Desta forma conhecendo-se a área total do mapa A_M , se poderia determinar A_B . Contudo, peculiaridades do mapa (parte dele mostrava o mar) impediram tal procedimento e assim a área A_M não representaria o produto das dimensões de uma linha verdadeira. Yates acreditou então, que uma aproximação poderia ser obtida a partir do conhecimento

de que as linhas da grade eram espaçadas em 1 km. Uma vez que $\Sigma L = 716,4$ cm, em escala de 1/63.360, tal medida correspondia a

453,911 km. Logo, através da expressão, $A = \sum_{i=1}^n (d \cdot l_i)$, essa área

era de 453,911 km². Conseqüentemente, a área de florestas, medida e calculada desta forma é igual a $\Sigma l = 58,7$ Km². As linhas amostradas eram paralelas e eqüidistantes, o que representava um esquema de amostragem sistemática. Desde que isto representa uma única aplicação do processo de medição, não foi possível determinar a precisão dos resultados.

A forma como foi contornado o problema resultou numa alteração, neste caso, do método indireto para o direto. No entanto, as outras folhas relativas a outros condados foram medidas e calculadas através do método indireto.

2.1.4.2.4 A exatidão da determinação de áreas através de medidas lineares

ALDRED ³ determinou o erro padrão obtido em três métodos de medição de áreas empregados. Os resultados sugeriram que o método dos transectos era aproximadamente 3 vezes mais preciso que a rede de pontos, e 1,5 vezes mais preciso que o MK Area Calculator, para uma bloco de parcelas de pequenas dimensões. Num bloco de parcelas de dimensões maiores, os transectos foram 1,3 vezes mais precisos que a rede de pontos e 2 vezes mais preciso que o instrumento contador de pontos. Ele argumenta que a precisão maior do método dos transectos em relação aos métodos de contagem de pontos é devido a que numa

rede de pontos, tem-se um ponto discreto o qual é utilizado para amostrar ambas as direções do mapa. Um transecto, por outro lado, fornece uma medida completa numa direção, porém é uma amostra em outra.

KRAMER E STURGEON ³², denominaram o erro padrão em percentagem, de Índice de Eficiência, ao testar os transectos em relação ao planímetro, e afirmaram que quanto maior o Índice, menor a eficiência.

2.1.4.2.5 Número de amostras

Segundo SPURR ⁵⁶, o número de transectos a ser empregado depende do tamanho e do arranjo das unidades. No mínimo 10 transectos devem normalmente ser utilizados, porém para garantir uma boa exatidão, devem ser locados 20 a 30 transectos.

De acordo com LO ³⁵, o espaçamento das linhas numa grade, depende do tamanho da área a ser medida, porém LOETSCH et alii ³⁶ afirmam que a exatidão obtida na utilização dos transectos está na proporção da distância em que as linhas paralelas forem dispostas, umas das outras.

ALDRED ³ argumenta que teoricamente, a precisão da medida, a qual é influenciada pelo erro de amostragem, é inversamente proporcional ao quadrado do intervalo dos transectos ou espaçamento entre pontos. Desta forma, se o espaçamento entre pontos ou transectos for duplicado, a precisão declina quatro vezes; se o espaçamento é quadruplicado, a precisão cai dezessets vezes.

2.1.5 Determinação de áreas através de métodos digitais

De acordo com SCHOWENGERDT ⁵⁴, imagens digitais consistem de elementos discretos, denominados pixels. Associado a cada pixel, existe um número que traduz a radiância média ou brilho de uma área relativamente pequena dentro de uma cena. O tamanho desta área afeta a reprodução dos detalhes dentro da cena. A medida que a área do pixel é reduzida, mais detalhes dessa cena são preservados sob a forma de representação digital. Tal como fotografias aéreas podem ser reduzidas ou ampliadas ópticamente, imagens digitais podem ser apresentadas num monitor em qualquer escala desejada através de um apropriado processamento automático de dados por computador. Em todo processamento de dados, o usuário do computador pode utilizar-se dos dados para efetuar medições cartométricas, através da digitalização de coordenadas de pontos, armazenados em meios magnéticos.

A título de exemplo, uma imagem do sensor MSS do Landsat, compreende 2.340 linhas por 3.240 colunas, o que perfaz um total de 7.581.600 pixels numa única cena. A dimensão de um pixel é de 57,10 x 79,06 m no terreno, portanto sua área é de 4.514,3 m². Percebe-se portanto, que podem ser efetuadas medições através do exame dos pixels, em caráter individual ou em agrupamento.

Uma vez que os dados tenham sido coletados e armazenados sob o formato "raster", a determinação da área de uma parcela pode ser acompanhada através da contagem do número de pixels ocupados pela feição e multiplicado pela área do

pixel.

Existe naturalmente mais de um tipo de sensor a bordo do Landsat, além de outros satélites, canadenses, europeus e asiáticos, com diversas resoluções de imagem, e desta forma a medição de área será peculiar a cada caso, porém este método de determinação de área não se enquadra propriamente no escopo deste trabalho.

2.2 Eficiência

Segundo FREESE ¹⁸ uma forma prática de estabelecer uma relação entre unidades de amostra, consiste em comparar o custo total dos inventários feitos com cada unidade, com a restrição de que ambos os métodos permitam igual precisão.

Assim:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{n_1 d_1}{n_2 d_2}, \quad (\text{eq. 60})$$

onde: c_1, c_2 = custo total para os métodos 1 e 2 respectivamente,

n_1, n_2 = número de observações para os métodos 1 e 2, respectivamente,

d_1, d_2 = custo de uma parcela para os métodos 1 e 2, respectivamente.

Em termos gerais, o custo de um método em relação a outro, para um determinado erro de amostragem, ou seja, quando se relaciona custos e precisão, seria:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{n_1^2 s_1^2 d_1}{n_2^2 s_2^2 d_2}, \quad (\text{eq. 61})$$

onde: s_1, s_2 = variância para os métodos 1 e 2, respectivamente.

O mesmo resultado é obtido em termos de eficiência relativa. Como uma medida de eficiência, os estatísticos utilizam a recíproca do produto do custo por unidade e o coeficiente de variação ao quadrado para uma determinada unidade de amostra:

$$U = \frac{1}{d \cdot c^2}, \quad (\text{eq. 62})$$

onde: U = eficiência,
 d = custo,
 c = coeficiente de variação.

Ainda, quando se relaciona duas alternativas, a eficiência relativa seria:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{d_1 c_1^2}{d_2 c_2^2} \quad (\text{eq. 63})$$

MACHADO ³⁸ cita que segundo MESAVAGE e GROSENBAUGH* para se calcular a eficiência deve-se considerar a precisão, bem como o custo ou tempo e diz que a eficiência relativa é uma função da recíproca do produto do erro de amostragem ao quadrado, expresso em percentagem, multiplicado pelo custo.

*MESAVAGE, C. e GROSENBAUGH, L.R. Efficiency of several cruising designs of small tracts in North Arkansas. *Jour. For.* 3(9):569-576. 1956.

A eficiência é ótima quando a recíproca atinge um máximo. Considerando dois métodos, a eficiência seria dada pela relação entre as eficiências relativas de cada um:

$$\text{Eficiência} = \frac{E_1^2 \cdot t_1}{E_2^2 \cdot t_2}, \quad (\text{eq. 64})$$

onde: E_1, E_2 = erros de amostragem expressos em percentagem, para os métodos 1 e 2,
 t_1, t_2 = tempos totais destinados às pesquisas 1 e 2, respectivamente.

Como termo comparador, a eficiência de um método tomado como padrão, deve ser considerada como 100% e a eficiência dos outros métodos deve ser expressa em termos de percentagem da eficiência do método padrão.

2.3 Métodos estatísticos de análise

2.3.1 Análise de variância

Segundo PELLICO NETTO ⁵⁰, a análise de variância é basicamente um processo aritmético, onde se subdivide os componentes de variação num conjunto de resultados, os quais são avaliados devido à variação entre os grupos e dentro dos grupos.

De acordo com MARRIOT ⁴⁰, a análise de variância pertence à estatística univariada, a qual está relacionada com a distribuição de uma única variável aleatória, especificada

através de uma distribuição de frequência, que fornece as probabilidades das quais retira seus valores possíveis.

2.3.2 Análise estatística multivariada

Normalmente, se está acostumado a trabalhar com variáveis aleatórias unidimensionais, como por exemplo x , donde tem-se x_1, x_2, \dots, x_n . No entanto, se a variável aleatória for bidimensional, ter-se-á:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \text{ e para cada componente aleatório,}$$

existirá uma matriz de dados

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & \dots & x_{nn} \end{bmatrix}$$

COOLEY e LOHNES ¹³ afirmam que a análise multivariada é o ramo da estatística que analisa medições múltiplas que tenham sido efetuadas em uma ou diversas amostras de indivíduos. Uma diferença importante é que as variáveis múltiplas são consideradas em conjunto, tal qual um sistema de medida.

As estatísticas da distribuição normal são compostas de dois continentes, a análise de correlação e a análise de variância. Quando se necessita comparar vetores médios de duas populações, ela é feita a partir da matriz de covariâncias agrupada, sendo que o método para testar a hipótese da nulidade é feito através do teste T^2 de Hotelling.

Porém, freqüentemente, mais do que duas populações necessitam ser comparadas, e neste caso deve ser empregada a análise de variância multivariada, que é o estudo de diferenças de grupos localizados num espaço de medidas multidimensional.

De acordo com CHAVES NETO ¹², a análise de variância multivariada - MANOVA, é utilizada primeiro para investigar se a população de vetores médios é a mesma e depois, para verificar quais componentes médios diferem significativamente.

3. MATERIAL e METODOS

3.1 Materiais utilizados

Os materiais utilizados nesta pesquisa foram os seguintes:

a. carta florestal simulada, com tipos florestais arranjados de diversas formas e tamanhos, conforme ilustra a fotografia 01

b. planímetro polar marca PZO,

c. medidor automático de áreas - Automatic Area Meter, modelo AAC-400,

d. balança quantitativa marca SAUTER/MONOPAN,

e. câmara fria a 12^oc,

f. rede de pontos sistemáticos e aleatórios, e

g. transectos sistemáticos e aleatórios.



FOTOGRAFIA 01 - CARTA FLORESTAL SIMULADA APRESENTADO ARRANJOS DE DIVERSAS FORMAS E TAMANHOS.

O processamento dos dados foi efetuado através de programas específicos para computador PC-XT com 640 Kbytes de memória, com duas unidades de disco flexíveis de 360 Kb e uma unidade de disco rígido de 20 Mb.

3.2 Metodologia adotada

3.2.1 A simulação de uma carta florestal

Resolveu-se construir uma carta florestal, conforme ilustra a fotografia O1, devido a uma série de razões. A primeira delas porque necessitava-se de parcelas que abrangessem algumas das situações de tipologias florestais, reflorestamentos e florestas nativas, que contemplassem as características aleatórias das formações e do modelado do terreno. Em segundo lugar, necessitava-se de parcelas de diferentes tamanhos e formas, pois é sabido que principalmente o tamanho é uma variável que exerce influência na exatidão da medida de área. Além disso, não é possível numa carta florestal única contemplar todos estes fatores. E afinal, porque não construir um exemplo que além de satisfazer todos esses requisitos, forneça também a área total ?

Esta carta é constituída de quatro tipos representados pelas cores verde (G), vermelho (R), amarelo (Y) e azul (B), cada um deles composto de quatro diferentes tamanhos, codificados de 1 a 4 (por exemplo: G1, G2, G3 e G4) e dispostos sobre a carta de forma aleatória, a partir de um sortelo tradicional.

Tomou-se o cuidado para que nenhuma parcela ficasse sobreposta a outra, e quando tal ocorria, um novo sortelo era efetuado para colocar a parcela em sua devida posição.

Cada tipo era composto de pelo menos duas e no máximo quatro repetições de mesma área, num total de cinquenta parcelas. Este procedimento foi adotado em função da necessidade que existe, tanto nos métodos diretos de contagem de pontos, como nos métodos de medição de linhas, de que cada parcela seja medida mais de uma vez, com a rede de pontos ou com a grade de linhas em posição diferente da anterior, através de um movimento de rotação arbitrário.

Examinando a carta, será possível perceber que os tipos de menor tamanho têm maior ocorrência, sendo que este dimensionamento foi adotado de forma proposital, devido a dois fatores. Primeiro, porque os estratos florestais se apresentam, na natureza, de forma fragmentada, principalmente no que concerne às florestas nativas, e segundo, para que se tentasse detectar a influência do tamanho das parcelas no tempo de obtenção das medidas de área.

3.2.2 Medições com o planímetro polar

As medições feitas com o planímetro polar obedeceram as recomendações de ANDRADE e DOUBEK ⁴.

Segundo os autores, na medição de áreas com o planímetro é possível efetuar diversas leituras, ao início e ao final de cada percurso do perímetro, sendo que a leitura final de cada

volta é também a leitura inicial da volta seguinte. As diferenças de leituras fornecem valores iguais a n vezes a área planimetrada, através da fórmula:

$$A = \frac{(L_6-L_1)+(L_6-L_2)+(L_6-L_3)+(L_5-L_1)+(L_5-L_2)+(L_4-L_1)}{(6-1)+(6-2)+(6-3)+(5-1)+(5-2)+(4-1)} \quad (\text{eq. 65})$$

na qual aparece no numerador as l-ésimas leituras obtidas nos l-ésimos percursos do planimetro polar e no denominador a média ponderada, o que torna o grau de confiança da medida igual a n, que é portanto o peso da medida. Na equação acima, o peso mínimo é de 3 para a ponderação dos valores obtidos.

No caso presente, foram efetuadas seis medições da área de cada parcela, além da marcação do tempo dispendido para efetuá-la.

Convém mencionar também, que no tempo médio total, estão incluídos o tempo de montagem e calibração do instrumento, além das anotações necessárias.

3.2.3 Métodos que requerem parcelas recortadas

Tanto os planímetros fotoelétricos, como o método da pesagem, exigem que as parcelas sejam recortadas para que seja possível determinar sua área. Portanto, são métodos que dependem de um operador hábil em recortar essas áreas, e que geram erros, devido à irregularidade das parcelas e principalmente em virtude da inadequada preparação do material. Devido à higroscopicidade de alguns papéis, ou é preciso utilizar material resistente à umidade, ou um papel polyester

ou vegetal de alta gramatura, 90 a 95 g/m², com alta estabilidade dimensional.

Através do planímetro fotoelétrico, pertencente ao Departamento de Silvicultura e Manejo da Universidade Federal do Paraná, foram efetuadas dez medições de cada parcela, em dois conjuntos de cinco medições, obtidas em dias diferentes, por causa da ciclagem do aparelho. No primeiro dia, o fator de correção, obtido através de uma testemunha de aço medindo 60 cm², resultou num erro sistemático positivo igual a 0,9916. No segundo dia o fator apresentou um erro negativo, cujo valor foi 1,0097. No método da pesagem, as parcelas foram primeiramente colocadas numa câmara fria, a uma temperatura de 12^o para expurgar a umidade e em seguida, as parcelas, uma a uma, foram sendo pesadas numa balança quantitativa de alta precisão.

3.2.4 Medidas obtidas com a Rede de Pontos Sistemáticos

Como já se falou anteriormente, a rede de pontos é uma técnica baseada no método das quadriculas, na qual cada amostra deve incluir uma aplicação da rede de pontos sobre a parcela a ser medida. É denominada de amostragem em duas dimensões porque cada ponto ou unidade amostral é posicionado a intervalos regulares, em direções ortogonais.

De acordo com PELLICO NETTO ⁴⁹, quando as unidades são localizadas como amostragem sistemática e avaliadas como amostragem aleatória, os resultados serão mais exatos, porém não é possível prever até que ponto este resultado é mais preciso.

LOETSCH et alii ³⁶ mencionam que é possível aplicar qualquer processo de seleção objetivo, sem correr o risco de restringir o valor das estimativas da amostragem, quando os elementos da população são aleatoriamente distribuídos.

Desta forma, o desvio padrão para uma aplicação aleatória única pode ser calculado, de acordo com a equação 43, da seguinte forma:

$$S_i = \left[\sum_{i=1}^k (n_i - \bar{n}_i)^2 / (k - 1) \right]^{1/2}$$

Assim, não procurou-se estabelecer a intensidade da amostragem, mas obter tais informações a partir do erro padrão em percentagem, e relacioná-lo ao número de pontos contados para uma parcela, segundo as conclusões a que chegaram FROLOV e MALING ¹⁹, HIWATASHI ²⁶, YUILL ⁶² e KÖPKE ³¹.

Foram confeccionados e utilizados dois tipos de rede de pontos sistemáticos, com densidades de 4 e 9 pontos por cm², respectivamente com d₁ = 50 mm e d₂ = 33 mm. Também foram efetuadas quatro aplicações aleatórias sobre a mesma parcela, conforme ilustra a figura 26, para a obtenção das médias, além da marcação do tempo gasto em contar os pontos em cada aplicação, os quais incluem também os tempos de cálculos expeditos e anotações.

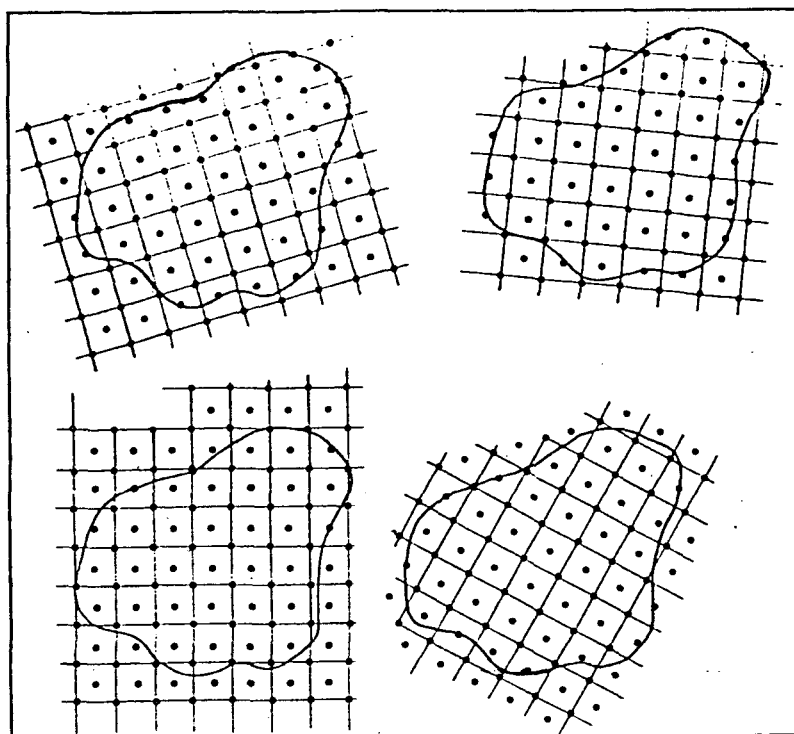


FIGURA 26 - APLICAÇÕES ALEATORIAS DA REDE DE PONTOS SOBRE A MESMA PARCELA.

3.2.5 Medidas obtidas com a Rede de Pontos Aleatórios

Este método, denominado de indireto, é estatisticamente aceitável, porque não depende de um arranjo de pontos sobre uma transparência, e além disso, cada ponto sorteado e contado, constitui uma amostra.

Utilizando a fórmula para calcular o número de pontos, fundamentada na distribuição binomial e descrita na equação 57, obteve-se para 5% de erro de amostragem e 95% de probabilidade, 369 pontos. Para 5% de erro de amostragem com 99% de significância, o cálculo resultou em 639 pontos. Um programa de computador, em linguagem Basic, efetuou o sorteio

desses pontos, em coordenadas x e y, incluindo números de 0 a 250, uma vez que as dimensões da carta eram de 25 x 25 cm.

Depois que esses pontos foram contados, as áreas das parcelas foram calculadas através de proporção simples, conforme elucidada a teoria do método indireto, na equação 53.

A figura 27 ilustra uma rede de pontos aleatórios com 639 pontos sorteados.

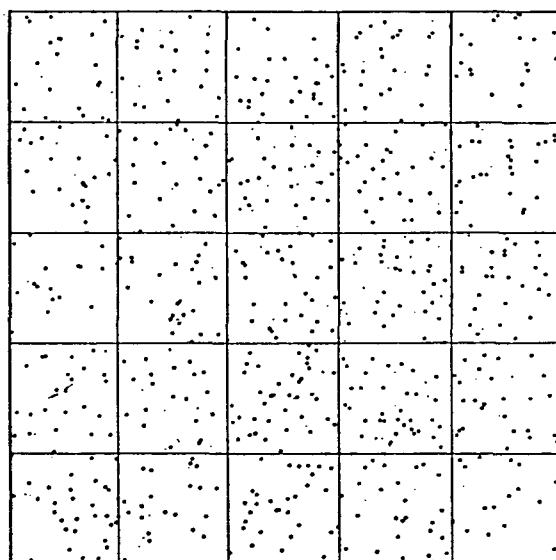


FIGURA 27 - REDE DE PONTOS ALEATORIOS COM 639 PONTOS SORTEADOS.

3.2.6 Medidas obtidas a partir do método direto de amostragem por transectos

A teoria da sistematização da amostragem por transectos segue o mesmo raciocínio que a rede de pontos sistemáticos. A equação 58, $A = \sum_{i=1}^n (d_i \cdot l_i)$, utilizada no método das faixas, pode também ser aplicada neste caso.

Tal qual foi feito no método direto de contagem de pontos, foram feitas quatro séries de medições, com a grade de transectos em quatro posições diferentes e aleatórias. Estabeleceu-se primeiramente um número de oito transectos, posicionados a 3,125 cm de distância, um do outro, o que corresponde a uma faixa de largura 3,125 cm. A princípio, sabia-se que este número de amostras seria insuficiente, pois bastaria olhar para o mapa, para perceber a inadequação; as parcelas de maior comprimento medem aproximadamente 7,5 cm. Mesmo assim, resolveu-se utilizar este número de amostras como exemplo.

Posteriormente, estabeleceu-se um número três vezes maior de parcelas, ou seja 24 transectos, em função do alto erro da amostragem anterior.

3.2.7 Medidas obtidas a partir do método indireto de amostragem por transectos

As medidas obtidas a partir do método indireto possuem as mesmas características que aquelas obtidas pela rede de pontos aleatórios, ou seja possuem embasamento estatístico adequado. Porém é preciso tomar cuidado com o sorteio e a consequente localização das linhas sobre a grade de pontos. Esta cautela diz respeito a que não se permita que duas linhas se cruzem em nenhum momento, pois desta forma estará se permitindo que as amostras deixem de ser independentes.

A expressão a ser utilizada para o cálculo de áreas neste método indireto é $AB = (1/L) \cdot AM$, ou seja a mesma

da equação 53, que leva em conta a proporção de cada linha sobre a parcela a ser medida em relação àquelas que atravessam por sobre todo o mapa.

A figura 28 demonstra a grade de linhas aleatórias com 24 linhas sorteadas.

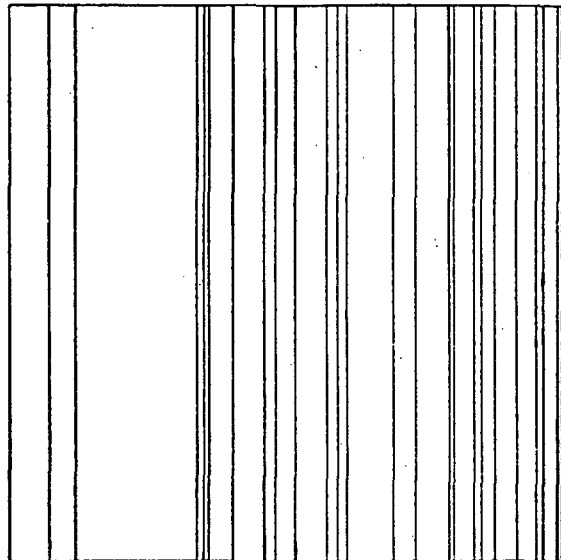


FIGURA 28 - UMA GRADE DE LINHAS ALEATORIAS, COM 24 LINHAS POSICIONADAS ATRAVES DE SORTEIO.

3.2.8 Comparação dos métodos

Uma vez calculadas as áreas de cada parcela através dos diversos métodos, uma análise estatística foi efetuada, com o intuito de estimar alguns parâmetros de variabilidade entre as parcelas, tais como o erro padrão, o erro percentual e a eficiência relativa, além das análises de variância univariada e multivariada.

3.2.8.1 O cálculo do erro padrão das medições

O cálculo do erro padrão das medições de área efetuadas com o planimetro polar, foi estimado através de métodos estatísticos sumários, descritos pela equação 43:

$$S_i = \left[\sum_{i=1}^k (n_i - \bar{n}_i)^2 / (k - 1) \right]^{1/2}$$

Para os métodos diretos, tanto de contagem de pontos, quanto de medidas lineares, ou aqueles que utilizam a amostragem sistemática, adotou-se procedimento semelhante ao anterior. Nos métodos indiretos, aqueles que utilizam a amostragem por pontos aleatórios, o erro padrão foi estimado a partir da seguinte expressão:

$$S_i\% = [p(1 - p)/n]^{1/2} \cdot 100$$

cujas fórmulas já havia sido utilizadas por BARRET e PHILBROOK ⁶, e por GREGORY ²³.

Alguns autores, entre eles SPURR ⁵⁶, afirmam que o planimetro é considerado como instrumento padrão para efetuar comparações a respeito da exatidão de outros métodos.

Desta forma, considerando-se as medidas efetuadas pelo planimetro como medidas-testemunha, é possível determinar o erro percentual (E_p), causado pela utilização de outros métodos, através de:

$$E_p = [(B - A)/A] \cdot 100 \quad (\text{eq. 66})$$

onde A são as medidas determinadas pelo planimetro e B, as efetuadas pelo método em comparação.

3.2.8.2 O cálculo da eficiência dos métodos

A comparação entre os métodos de medição de áreas foi efetuada através do cálculo da Eficiência Relativa, na qual devem ser consideradas tanto a variabilidade como o custo.

FREESE ¹⁸ utilizou o coeficiente de variação e MESAVAGE e GROSENBAUGH* , utilizaram o erro de amostragem expresso em percentagem, como parâmetros de variabilidade para o cálculo da eficiência. Neste estudo, utilizou-se a fórmula empregada por MESAVAGE e GROSENBAUGH* , adotando-se como comparador o método do planímetro polar, sendo que a fórmula empregada foi aquela referente à equação :

$$E_R\% = \frac{E_1^2 t_1}{E_2^2 t_2} \cdot 100, \quad (\text{eq. 67})$$

onde E_1 e t_1 são, respectivamente, o erro padrão em percentagem e o custo expresso em unidade de tempo médio por parcela, utilizado para o método do planímetro polar. O custo foi substituído pelo tempo, dado que é função do tempo e ainda por se considerar o tempo como uma medida estável; E_2 e t_2 são, respectivamente, o erro padrão em percentagem e o tempo médio por parcela, para os demais métodos em comparação.

Segundo MACHADO ³⁸ , se o resultado da relação é maior que 100%, indica que o método referente ao denominador da relação é mais eficiente que o método base de comparação e vice-versa. Pode-se dizer ainda que, quando a recíproca do produto $E_1^2 \cdot t_1$ atinge um máximo, indica que a eficiência é ótima.

3.2.9 Análise dos componentes de variação

A Análise da Variância é um processo que permite a avaliação dos componentes de variação, num conjunto de resultados, devidos à variação entre os grupos e dentro dos grupos. No caso presente, desejava-se conhecer a variação porventura existente entre os grupos ou entre os métodos de medição de áreas, e assim saber se existem diferenças entre as médias dos dez métodos.

O procedimento inicial contudo, deve ser o atendimento das condicionantes básicas de uma análise de variância, ou seja:

- i) testar a normalidade da distribuição, e
- ii) certificar-se de que os elementos usados para o teste foram sorteados ao acaso.

Em seguida, são formuladas e testadas as hipóteses a um determinado nível de significância:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu_6 = \mu_7 = \mu_8 = \mu_9 = \mu_{10},$$

H_1 : Pelo menos uma média é diferente.

Os testes, bem como a análise de variância foram efetuados com o auxílio de um programa estatístico aplicado a computadores pessoais.

Como poderá mais adiante ser verificado, a análise de variância univariada não atendeu às expectativas, principalmente porque cada variável aleatória possuía uma característica multidimensional, o que obrigou a utilização da análise de variância multivariada (MANOVA).

O procedimento multivariado é semelhante ao

univariado; uma análise de variância entre e dentro dos grupos pode ser conduzida de maneira normal, em cada uma das variáveis aleatórias. E exatamente da mesma forma, as somas dos produtos podem ser divididas em componentes de variação, entre e dentro dos grupos. Isto conduz a uma análise conforme a tabela 11.

TABELA 11 - ESQUEMA DA ANALISE DE VARIANCIA MULTIVARIADA-MANOVA.

FV	gl	Matriz da Soma de Quadrados
Tratamentos	$k - 1$	$B = \sum_{j=1}^k n_j . (\bar{x}_j - \bar{x}) . (\bar{x}_j - \bar{x})'$
Resíduos	$\sum_{j=1}^k n_j - k$	$W = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j) . (x_{ij} - \bar{x}_j)'$
Total	$\sum_{j=1}^k n_j - 1$	$T = B + W$

na qual a matriz T é expressa como a soma das matrizes B e W de soma de quadrados e produtos entre e dentro dos grupos, respectivamente.

A análise de variância multivariada testa a hipótese de que as populações têm o mesmo vetor de médias, contra a alternativa de que pelo menos um vetor seja diferente. Ainda, a hipótese da nulidade é rejeitada se a razão das variâncias generalizadas Λ^* (Lambda de Wilks) é muito baixa.

$$\Lambda^* = \frac{|W|}{|B + W|} \quad (\text{eq. 68})$$

Na univariada, o teste é feito entre tratamentos e resíduos; na multivariada, é feito entre resíduo e total.

A estatística do teste F, via análise de variância, utilizada para comparação entre vetores médios de várias populações, testando portanto, mais de duas médias é a seguinte:

$$\left[\frac{\sum_{J=1}^k n_J - p - 2}{p} \right] \cdot \left[\frac{1 - (\Lambda^*)^{\frac{1}{2}}}{(\Lambda^*)^{\frac{1}{2}}} \right] \approx F_{2p; 2} \cdot \left[\sum_{J=1}^k n_J - p - 2 \right]$$

A estatística do teste t, para comparação entre vetores médios de duas populações, feita através do T^2 de Hotelling, é a seguinte:

$$T^2 \approx C^2, \text{ onde:}$$

$$T^2 = \left[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2) \right] \cdot \left[\left[\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right] \cdot Sp \right]^{-1} \cdot \left[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2) \right]$$

$$C^2 = \frac{(n_1 + n_2 - 2)p}{(n_1 + n_2 - p - 1)} \cdot F_{p; n_1 + n_2 - p - 1}$$

A hipótese da nulidade é aceita quando $T^2 < C^2$, e seria possível afirmar então, que os dois métodos produzem os mesmos resultados.

O teste multivariado assume a normalidade para cada uma das variáveis e igualdade das matrizes de covariâncias (Sp).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Resumo das medições efetuadas

No total, foram efetuadas 400 medições de áreas, através dos dez métodos. Os resumos de cada método, na verdade, representam a média de uma série de medições.

Nos Apêndices A a H, encontram-se os resultados das medições das áreas das parcelas, efetuadas através de cada um dos dez métodos, além do tempo dispendido em medi-las.

A tabela 12 apresenta um resumo dessas áreas, bem como o Erro Padrão em percentagem, o Erro Percentual obtido por comparação com o planimetro polar e a Eficiência Relativa, igualmente obtida por comparação com o planimetro polar.

4.2 Análise da Eficiência e da Precisão

Esta análise somente pode ser efetuada considerando-se erros amostrais e não amostrais. Os erros amostrais foram medidos através do erro padrão porque não pôde ser expresso em valores absolutos, mas em valores percentuais. É lógico pressupor que quanto menor for o erro padrão, maior será a precisão.

Os valores constantes da tabela 12, referentes a SIX , significam valores percentuais em torno da estimativa da média, obtidos através da amostragem. É possível afirmar por exemplo, que a probabilidade da média verdadeira do tipo G1, obtida através da rede de pontos aleatórios, estar dentro do

Intervalo de $\pm 1,15 \%$, é de 95%, ou ainda, que a probabilidade desta média estar fora deste intervalo, é de 5%.

Uma observação sobre os dados obtidos, indica que os métodos que utilizaram a amostragem sistemática, parecem haver estimado melhor os dados, em relação àqueles que utilizaram a amostragem aleatória, com exceção naturalmente dos transectos sistemáticos com 8 linhas, onde a intensidade de amostragem foi inadequada.

A observação anterior no entanto, é confirmada pelos cálculos do erro padrão. LOETSCH et alii ³⁶ afirmam que, medidas obtidas com o planímetro, sobre áreas de aproximadamente 10 cm², o erro padrão é de $\pm 1,0 \%$; basta verificar a tabela 11 para eventuais confirmações.

Antes que os erros de medições de área através dos métodos diretos de contagem de pontos fossem estudados, o usuário era sempre recomendado a empregar redes de pontos com a maior densidade possível, para maior exatidão, a despeito do aumento de tempo que seria necessário para efetuar a contagem.

Apesar da evidência de que uma grande densidade de pontos aumenta a precisão, é preciso compreender que à medida que d é reduzida, o número de pontos a serem contados, por unidade de área, aumenta em progressão geométrica e que o tempo necessário para efetuar a contagem também aumenta.

Através do erro percentual, quando os métodos são comparados ao planímetro, é possível observar que os métodos que utilizam amostragem, forneceram valores positivos, enquanto que os métodos de enumeração total, subdimensionaram as áreas.

TABELA 12 - RESUMO DAS MEDIÇÕES DE ÁREAS, ERRO PADRÃO EM PORCENTAGEM E ERRO PERCENTUAL POR MÉTODO E POR TIPO.

Tipo	Planimetro		Rede de Pontos												Transectos								
			Sistemáticos						Aleatórios						Sistemáticos						Aleatórios		
	Polar		d = 0,50 cm			d = 0,33 cm			n = 369			n = 639			8 linhas			24 linhas			24 linhas		
			(cm ²)	Si%	Ep %	(cm ²)	Si%	Ep %	(cm ²)	Si%	Ep %	(cm ²)	Si%	Ep %	(cm ²)	Si%	Ep %	(cm ²)	Si%	Ep %	(cm ²)	Si%	Ep %
G1	26,900	0,37	27,813	1,12	3,4	27,278	0,39	1,4	32,182	1,15	19,6	33,255	0,89	19,9	28,766	15,73	6,9	27,370	1,26	1,7	27,708	0,84	3,0
G2	8,067	0,83	7,875	6,92	-2,4	7,972	1,19	-1,2	8,469	0,60	5,0	9,781	0,49	21,2	11,283	21,66	39,9	8,031	3,14	-0,4	7,083	0,43	-12,2
G3	6,333	0,67	6,438	0,97	1,7	6,750	1,82	6,6	6,775	0,54	7,0	9,781	0,49	54,4	9,220	33,49	45,6	6,433	6,29	1,6	4,792	0,36	-24,3
G4	5,067	2,63	5,375	4,45	6,1	5,361	0,52	5,8	6,775	0,54	33,7	4,890	0,35	-3,5	7,188	73,91	41,9	4,532	4,44	-10,6	3,021	0,28	-40,4
R1	37,400	0,20	37,625	0,33	0,6	37,111	0,88	-0,8	30,488	1,12	-18,5	38,146	0,95	2,0	43,110	10,74	15,3	38,849	2,62	3,9	48,854	1,10	30,6
R2	4,600	1,94	5,188	4,12	12,8	4,695	2,44	2,1	5,081	0,47	10,5	4,890	0,35	6,3	9,938	56,35	116,1	3,854	11,48	-16,2	3,229	0,29	-29,8
R3	8,267	1,61	8,875	0,81	7,4	8,445	1,52	2,2	8,469	0,60	2,4	7,825	0,44	-5,3	18,126	40,72	119,3	8,937	3,22	8,1	4,167	0,33	-49,6
R4	4,000	0,00	4,750	2,15	18,8	4,556	1,73	13,9	6,775	0,54	69,4	3,912	0,31	-2,2	0,000	-	-100,0	4,469	4,51	11,7	2,813	0,27	-29,7
Y1	41,500	0,37	41,813	0,29	0,8	41,528	0,41	0,1	40,650	1,28	-2,0	46,948	1,04	13,1	42,735	33,41	3,0	43,466	1,36	4,7	44,896	1,05	8,1
Y2	5,867	3,37	5,563	2,83	-5,2	6,194	1,53	5,6	13,550	0,76	131,0	12,715	0,56	116,7	12,281	61,15	109,3	7,239	8,68	23,4	8,125	0,46	38,5
Y3	4,267	3,13	4,750	3,04	11,4	4,500	1,60	5,5	5,081	0,47	19,1	2,934	0,27	-31,2	11,938	35,32	179,7	4,454	3,97	4,4	0,521	0,12	-87,3
Y4	8,133	1,04	8,500	2,08	4,5	8,445	2,08	3,9	8,469	0,60	4,1	9,781	0,49	20,2	17,219	11,37	111,7	8,906	3,37	9,5	9,792	0,51	20,4
B1	37,933	0,11	38,938	0,84	2,6	37,222	0,58	-1,9	59,282	1,53	56,3	41,080	0,98	8,3	31,876	36,55	-16,0	39,079	1,42	3,0	35,104	0,94	-7,5
B2	23,000	0,32	23,250	0,62	1,1	23,111	0,20	0,5	25,407	1,03	10,5	28,365	0,82	23,3	28,188	17,65	22,6	22,125	0,92	-3,8	35,521	0,95	54,4
B3	7,467	2,65	8,188	1,46	9,7	7,444	0,61	-0,3	6,775	0,54	-9,3	7,825	0,44	4,8	4,626	75,43	-38,0	8,203	6,05	9,9	4,375	0,34	-41,4
B4	6,000	0,00	6,250	2,31	4,2	6,111	1,66	1,9	8,469	0,60	41,2	8,803	0,47	46,7	5,735	58,93	-4,4	5,495	8,31	-8,4	4,792	0,36	-20,1
Σ	234,801		241,191	2,72		236,723	0,82		272,697	16,14		270,931	15,39		282,229	20,20		241,442	2,83		244,793	4,26	

Quanto à exatidão das redes de pontos sistemáticos, é possível afirmar que uma maior precisão de medida deve ser obtida utilizando uma rede com grande densidade do que com pequena densidade. Presumivelmente, a mesma regra deve ser válida em medidas lineares, de tal forma que pode-se esperar resultados mais precisos a partir da medição com um grande número de linhas localizadas o mais próximo possível.

Um teste foi efetuado, para verificar a adequabilidade das redes de pontos utilizadas, aplicando as fórmulas de KOPKE ³¹, constantes da tabela O9. Os resultados do teste mostraram que as estimativas apresentaram-se muito próximas.

Considerando as medições de áreas descritas pelos vários métodos, se a área verdadeira de cada parcela fosse conhecida, seria possível determinar, tanto o erro absoluto, quanto o erro relativo da medição. Na prática, contudo, o valor verdadeiro é desconhecido. É impossível determinar a área verdadeira de uma parcela, porque cada medição que é efetuada, independente do método utilizado e do cuidado tomado, está carregada de erros.

Portanto, cada medição, somente pode ser feita com certo grau de exatidão, o qual é governado através de uma quantidade de fatores que variam continuamente.

Conseqüentemente, cada vez que a área de uma parcela é medida ou remedida, um valor diferente será obtido, sendo que uma aproximação do valor verdadeiro é conseguida através da combinação de diversas medidas independentes. A média aritmética dessas medições pode ser considerada como

sendo o valor mais provável. Uma análise do espalhamento das medições em torno do desvio padrão fornecerá uma medida da sua precisão.

Uma última observação diz respeito à discrepância dos valores apresentados pelos transectos de 8 linhas em relação às demais medidas, pois foi o único método que não conseguiu estimar todas as parcelas. Uma certeza é possível ter-se: quando uma determinada parcela apresentar área zero através de medidas lineares, isto indica evidências de subdimensionamento da amostragem, principalmente em se tratando de amostragem sistemática.

Com respeito aos erros não amostrais, algumas recomendações serão tecidas mais adiante, porém este é um assunto tão abrangente que pode ser utilizado como tema de outra pesquisa.

4.3 Análise do tempo de medição

Primeiramente, é devido esclarecer que o motivo pelo qual se está tentando estudar algo a respeito de áreas, é justamente porque, depois de alguns anos de experiência e muito tempo dedicado em medi-las, resolveu-se definitivamente esclarecer o problema.

Um bom indicador, que com certeza deverá ser pesquisado mais a fundo, é o tempo de medição. Na verdade trata-se de uma variável que, se analisada em conjunto com o erro padrão, poderá trazer bons resultados. A análise desta variável pode ser efetuada através de séries temporais.

Quanto aos registros de tempo efetuados, os Apêndices A a H evidenciam o óbvio, ou seja, os métodos que utilizam amostragem são muito mais rápidos que os outros. Pode-se também perceber que existem três grupos de tempo: o primeiro, onde situa-se o planímetro polar; o segundo composto pelo planímetro fotoelétrico, pesagem, as redes de pontos sistemáticos e os transectos aleatórios e o terceiro, constituído das redes de pontos aleatórios e os transectos sistemáticos.

Foi possível verificar ainda que o tempo de medição de cada parcela, com o planímetro polar, depende muito do tamanho de sua área; não depende quando as medições são efetuadas no planímetro fotoelétrico e na pesagem e depende pouco nos demais métodos. É lógico que a habilidade do operador tem grande influência, tanto na exatidão das medidas, quanto no tempo de medição.

4.4 Análise da Eficiência Relativa

Para determinar a eficiência relativa de cada método de medição de áreas, foram utilizados os cálculos estatísticos já mencionados anteriormente e o tempo de medição dispendido em medi-las. A tabela 13, que mostra os resultados desta análise, evidencia, em ordem decrescente, a eficiência relativa em percentagem, da rede de pontos sistemáticos com densidade de 9 pontos por cm^2 , da rede de pontos sistemáticos com densidade de 4 pontos por cm^2 e dos transectos sistemáticos com 24 linhas.

TABELA 13 - EFICIENCIA RELATIVA DOS METODOS DE MEDIÇÃO DE AREAS

Método	Area (cm ²)	SI %	Tempo (min)	Ef. Relativa (%)
POLAR	234,801	0,1555	313	100,00
RPS4	241,191	0,2227	65	234,90
RPS9	236,723	0,2172	64	250,63
RPA369	272,697	2,5817	6	18,93
RPA639	270,931	1,9604	15	13,13
TS8	282,229	13,2143	18,5	0,23
TS24	241,442	0,4936	24,6	126,32
TA24	244,793	1,9928	48	3,97

4.5 Resumo das Análises de Variância

No teste de verificação da normalidade, foram testados alguns dados que geraram o histograma de frequência da distribuição normal (figura 29), o gráfico de probabilidade normal (figura 30), a função de densidade de probabilidade normal (figura 31) e a função de distribuição normal cumulativa (figura 32).

Sabendo-se que as observações utilizadas para o teste foram sorteadas ao acaso, e que desta maneira, as condicionantes da análise de variância estavam atendidas, formulou-se a hipótese da nulidade e efetuou-se os cálculos, cujos resultados numéricos são apresentados na tabela 14.

TABELA 14 - RESUMO DA ANALISE DE VARIANCIA - ANOVA.

Fonte de Variação	gl	SQ	MQ	F
Entre métodos	9	200,292	22,25469	0,107
Dentro dos métodos	150	31122,493	207,48328	
Total	159	31322,785		

O F tabelar $F_{9;150;0,05}$ é igual a 0,30, sendo assim maior que o F calculado acima, portanto não existe média estatisticamente significativa.

É sabido que o teste F da Anova é mais sensível que o teste de Tukey. Assim sendo, não há necessidade de efetuarlo e pode-se aceitar a hipótese da nulidade, afirmando que não existe diferença significativa entre os métodos de estimação de áreas.

Observa-se na tabela 14, que não houve variação entre os métodos, o que era esperado a priori, ocorrendo a maior variação dentro de cada método. Isto é atribuído às características dos vetores aleatórios, ou seja, um caso específico de observações multivariadas.

Devido à grande quantidade de observações a serem traduzidas através de matrizes, a análise de variância multivariada foi conduzida para 5 métodos, sendo fornecido em seguida um resumo das estatísticas multivariadas, na tabela 15.

TABELA 15 - RESUMO DAS ESTATÍSTICAS MULTIVARIADAS.

Método	№ Observações	Vetores médios amostrais	Matrizes de covariâncias amostrais
POLAR	$n_1 = 16$	$\bar{x}_1 = [14,5875 \ 14,7250 \ 14,6625 \ 14,6375]'$	$S_1 = \begin{bmatrix} 188,088 & 187,876 & 186,153 & 188,059 \\ 187,876 & 187,781 & 185,957 & 187,934 \\ 186,153 & 185,957 & 184,356 & 186,166 \\ 188,059 & 187,934 & 186,166 & 188,156 \end{bmatrix}$
RPS4	$n_2 = 16$	$\bar{x}_2 = [15,0156 \ 15,0937 \ 15,0469 \ 15,1406]'$	$S_2 = \begin{bmatrix} 190,296 & 189,873 & 191,824 & 188,469 \\ 189,873 & 189,791 & 191,612 & 188,165 \\ 191,824 & 191,612 & 193,635 & 190,097 \\ 188,469 & 188,165 & 190,097 & 187,133 \end{bmatrix}$
RPS9	$n_3 = 16$	$\bar{x}_3 = [14,7431 \ 14,8055 \ 14,8819 \ 14,7499]'$	$S_3 = \begin{bmatrix} 183,104 & 183,599 & 183,079 & 181,396 \\ 183,599 & 181,194 & 183,583 & 181,935 \\ 183,079 & 183,583 & 183,123 & 181,407 \\ 181,396 & 181,935 & 181,407 & 179,898 \end{bmatrix}$
TS8	$n_4 = 16$	$\bar{x}_4 = [17,4729 \ 14,7975 \ 14,0162 \ 24,2700]'$	$S_4 = \begin{bmatrix} 414,112 & 119,199 & 210,856 & 232,515 \\ 119,199 & 196,139 & 23,411 & 96,417 \\ 210,856 & 23,411 & 276,888 & 169,405 \\ 232,515 & 96,417 & 169,405 & 267,862 \end{bmatrix}$
TS24	$n_5 = 16$	$\bar{x}_5 = [14,9404 \ 14,9847 \ 15,2354 \ 15,1994]'$	$S_5 = \begin{bmatrix} 199,413 & 197,369 & 202,083 & 200,284 \\ 197,369 & 196,766 & 200,650 & 198,499 \\ 202,083 & 200,650 & 206,559 & 204,196 \\ 200,284 & 198,499 & 204,196 & 202,863 \end{bmatrix}$

O resultado do cálculo das matrizes da soma de quadrados é apresentado na tabela 16, a seguir:

TABELA 16 - RESUMO DA ANALISE DE VARIANCIA MULTIVARIADA-MANOVA.

Fonte de Variação	GL	Matrizes da Soma de Quadrados
Tratamentos	4	$B = \begin{bmatrix} 1590878 & 1542078 & 1530387 & 1740971 \\ 1542078 & 1494809 & 1483487 & 1687484 \\ 1530387 & 1483487 & 1472256 & 1674666 \\ 1740971 & 1687484 & 1674666 & 1905424 \end{bmatrix}$
Resíduos	75	$W = \begin{bmatrix} 17625,2 & 13168,7 & 14609,9 & 14860,8 \\ 13168,7 & 14320,0 & 11778,2 & 12794,2 \\ 14609,9 & 11778,2 & 15668,4 & 13969,1 \\ 14860,8 & 12794,2 & 13969,1 & 15388,7 \end{bmatrix}$
Total	79	$T = \begin{bmatrix} 1608503 & 1555246 & 1544997 & 1755832 \\ 1555246 & 1509129 & 1495266 & 1700278 \\ 1544997 & 1495266 & 1487924 & 1688635 \\ 1755832 & 1700278 & 1688635 & 1920813 \end{bmatrix}$

Em seguida foi calculado o Lambda de Wilks:

$$\Lambda^* = \frac{|W|}{|B + W|} = \frac{4,56185E+14}{7,15823E+16} = 0,006372874$$

Segundo o número de variáveis, $p = 4$ e o número de grupos, $k = 5$, a distribuição será:

$$\left[\frac{80 - 4 - 2}{4} \right] \cdot \left[\frac{1 - (0,006372874)^{\frac{1}{2}}}{(0,006372874)^{\frac{1}{2}}} \right] \sim F_{2,4; 2, (80 - 4 - 2)}$$

$$213,2416327 \sim F_{8;148;0,05}$$

$$213,2416327 \sim 2,148$$

Portanto, a estatística do teste ou valor calculado $213,24 > 2,148$, ou seja a hipótese da nulidade H_0 , ao nível de significância de 95% é rejeitada, em favor da alternativa H_1 , o que significa que as populações têm vetores de médias diferentes. Então, pelo menos um dos métodos de determinação de áreas difere dos demais, o que contesta os resultados da ANOVA.

Ao rejeitar a hipótese da nulidade, deve-se fazer uma comparação múltipla, para analisar quais componentes médios diferem significativamente. Esta comparação deve ser efetuada entre vetores médios de duas populações, ou seja, duas a duas.

A estatística deste teste é efetuada através do T^2 de Hotelling, sendo que a hipótese da nulidade (H_0) afirma que os dois métodos produzem os mesmos resultados, contra a alternativa (H_1) de que produzem resultados diferentes. A tabela 17 apresenta os valores calculados do T^2 de Hotelling.

TABELA 17 - VALORES CALCULADOS DO T^2 DE HOTELLING.

Método base para comparação-POLAR	RPS4	RPS9	TS8	TS24
	0,483	0,889	12,480	0,767

Comparando-se os valores de T^2 da tabela 17 com o valor de C^2 que resultou em 12,13212, a hipótese da nulidade é aceita para RPS4, RPS9 e TS24, ou seja, os métodos produzem os mesmos resultados. Somente o método dos transectos sistemáticos com 8 linhas não produz os mesmos resultados que o planímetro polar, pois $12,480 > 12,13212$ e desta forma H_0 é

rejeitada a 95%.

4.6 Resumo final da Eficiência e da Precisão dos métodos de medição de áreas

Resta finalmente, resumir todos os resultados obtidos e efetuar uma análise imparcial dos dados. A tabela 18 resume os resultados obtidos das medições de áreas, no que diz respeito à eficiência e precisão.

TABELA 18 - RESUMO DOS COMPARADORES UTILIZADOS PARA DETERMINAR EFICIENCIA E PRECISÃO.

Método	Erro Padrão SI%	Erro percentual	Eficiência Relativa %	T ² Hotelling
POLAR	0,1555	-	100,00	-
RPS4	0,2227	2,72	234,90	0,483
RPS9	0,2172	0,82	250,63	0,889
RPA369	2,5817	16,14	18,93	-
RPA639	1,9604	15,39	13,13	-
TS8	13,2143	20,20	0,23	12,480
TS24	0,4936	2,83	126,32	0,767
TA24	1,9928	4,26	3,92	-

No quadro acima, sem dúvida alguma, a maior eficiência e precisão foi obtida com a rede de pontos sistemáticos com densidade de 9 pontos por cm², assim como o método que estimou pior as áreas foram os transectos sistemáticos com 8 linhas (uma intensidade de amostragem inadequada).

E preciso porém, levar em consideração que o RPS9 tem uma distância entre pontos de 0,33 cm, o RPS4 uma distância

de 0,5 cm e o TS24 uma distância entre linhas de 1,042 cm. É possível afirmar com certeza que, estabelecendo uma distância igual entre as linhas e entre os pontos, o método dos transectos, será mais eficiente e preciso.

Ainda observando a tabela 18, um aspecto chama a atenção, o RPS4 apresenta-se mais eficiente e preciso que o TS24, porém o T^2 de Hotelling mostra o TS24 mais próximo do centróide do planímetro polar. Isto leva a crer que não é possível utilizar a análise estatística univariada para determinar a eficiência e a precisão de uma grande quantidade de variáveis aleatórias multidimensionais, como é o presente caso.

Outro aspecto que deve ser ressaltado, é que devido à forma peculiar de como as observações são obtidas, a partir dos métodos de medição de áreas que utilizam a amostragem aleatória, não foi possível analisar os dados desses métodos no contexto da análise multivariada.

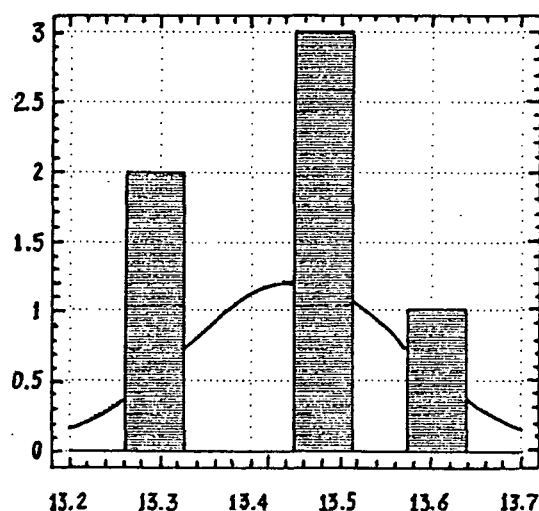


FIGURA 29 - HISTOGRAMA DE FREQUENCIA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL, ONDE FORAM PROJETADAS AS OBSERVAÇÕES DO TIPO G1 DO PLANIMETRO POLAR.

+ 2,05275 0,061

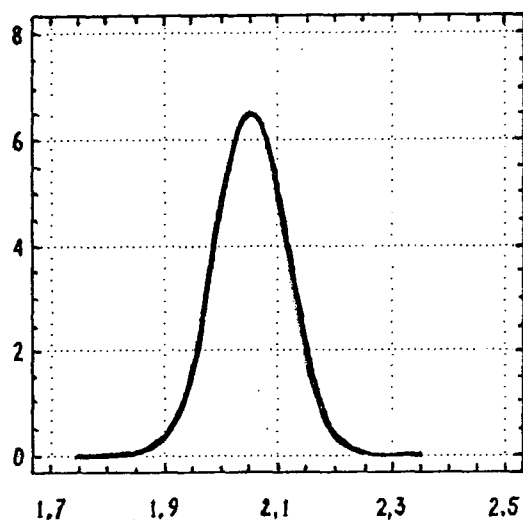


FIGURA 30 - GRAFICO DE PROBABILIDADE NORMAL, NO QUAL FORAM PROJETADAS AS OBSERVAÇÕES DO TIPO R2 DA REDE DE PONTOS SISTEMATICOS - 4/CM² NO EIXO DAS ABCISSAS E A PERCENTAGEM CUMULATIVA NO EIXO DAS ORDENADAS.

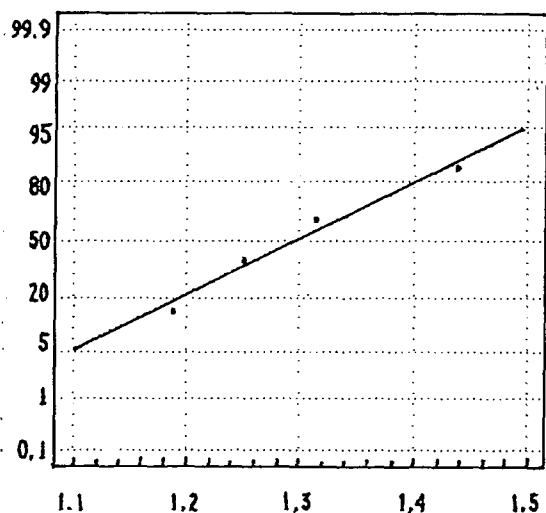


FIGURA 31 - FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE NORMAL, CALCULADA PARA UMA OBSERVAÇÃO DO TIPO B3 DOS TRANSECTOS SISTEMATICOS - 24 LINHAS, COM MEDIA 2,05 E VARIANCIA 0,061.

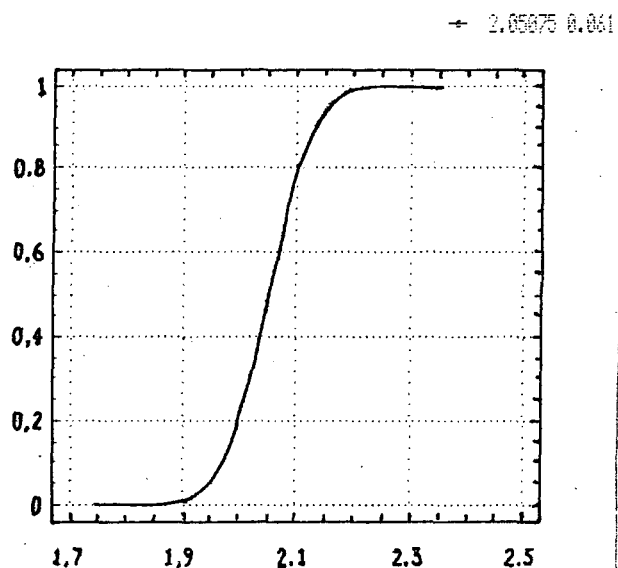


FIGURA 32 - FUNÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NORMAL CUMULATIVA, CALCULADA PARA UMA OBSERVAÇÃO DO TIPO Y4, COM MEDIA 2,11 E VARIANCIA 0,007, RELATIVA A REDE DE PONTOS SISTEMATICOS - 9/CM² NO EIXO X E AS PROBABILIDADES ACUMULADAS NO EIXO Y.

5. CONCLUSOES

1) Os métodos que utilizaram a amostragem sistemática, estimaram melhor os dados, em relação àqueles que usaram a amostragem aleatória.

2) Quanto maior foi a intensidade de amostragem, maior foi a precisão.

3) Os métodos que utilizaram a amostragem aleatória devem ser direcionados a inventários florestais preliminares, em virtude da alta eficiência em tempo. Neste particular, os transectos aleatórios são mais precisos que as redes de pontos aleatórios.

4) Os cálculos obtidos com o erro percentual, E_p , não devem ser considerados na determinação da precisão e eficiência, pelo mesmo motivo que o planímetro polar não pode ser considerado um instrumento isento de erros. Não é possível afirmar que o aparelho possa ser usado na determinação da exatidão dos outros métodos.

5) Considerando o mesmo intervalo entre linhas e pontos, os transectos sistemáticos estimam melhor as áreas que a rede de pontos sistemáticos, além de apresentarem-se 1,7 vezes mais rápidos.

6) É muito importante que cada parcela de um determinado tipo florestal de um mapa, esteja sendo amostrada, no mínimo, por uma linha. Desta forma, o intervalo entre linhas dependerá do tamanho das parcelas e neste ponto a amostragem sistemática é mais eficiente que a amostragem aleatória, principalmente em termos de distribuição espacial.

7) O planímetro polar apresentou um tempo médio 5 vezes maior que os métodos do segundo grupo, ou seja, planímetro fotoelétrico, pesagem, rede de pontos sistemáticos e transectos aleatórios, e aproximadamente 19 vezes maior que os do terceiro grupo, ou seja, rede de pontos aleatórios e transectos sistemáticos.

8) O tempo de medição de cada parcela varia de acordo com o tamanho da área.

9) Através da análise do tempo foi possível delinear grupos de maior e menor eficiência e operacionalidade. É justamente neste ponto que reside a maior vantagem dos transectos, pois não necessita de nenhum equipamento, além de uma escala exata e de um operador hábil.

10) Na dúvida, quanto à escolha entre duas redes de pontos sistemáticos, de densidades diferentes, deve sempre prevalecer a decisão de utilizar a de maior densidade. Esta conclusão não leva em conta somente a precisão, mas também a equidade de tempo de medição.

11) Os transectos tendem a apresentar um problema de medição, quando uma determinada linha tangencia uma parcela, ocasionando um erro aleatório de pequena magnitude, uma vez que os desvios positivos de uma primeira medição, podem ser diminuídos ou até mesmo anulados por desvios negativos da remedição.

12) Quando se dispõe de uma grande quantidade de variáveis aleatórias multidimensionais, como é o caso presente, o cálculo da eficiência relativa torna-se um critério subjetivo uma vez que somente permite a análise dos totais.

Assim, é necessário conhecer os defeitos e qualidades de cada método, para poder levar em conta os resultados comparativos apresentados pela Eficiência Relativa.

13) A melhor posição de manuseio do planímetro polar é quando coloca-se a haste polar formando um ângulo de 90° com o braço de traçamento, estando a ponta de traçamento (ou lente de aumento) posicionada aproximadamente no centro da parcela a ser medida. Isto leva em conta não somente o caráter ergonômico, mas também a comodidade de leitura das escalas.

6 RECOMENDAÇÕES

1) Em qualquer dos métodos, recomenda-se que mais de um operador efetue medições sobre a mesma área. Isto pode eliminar a tendenciosidade e a imperícia das medidas, corrigindo ou eliminando erros aleatórios e erros sistemáticos.

2) Recomenda-se que sejam efetuadas pesquisas com:

2.1) análise multivariada, analisando informações sobre a variabilidade dos dados conjuntamente com tempo ou custo dessas medições. É preciso esclarecer que para que essas variáveis possam ser analisadas, devem antes ser padronizadas. Um estudo desta natureza trará bastante esclarecimentos, mesmo porque tornará viável a análise dos resultados comparativos obtidos pela Eficiência Relativa, inserida nos métodos multivariados,

2.2) embasamento estatístico para a determinação do número de amostras para os métodos que usam a amostragem sistemática: transectos e rede de pontos,

2.3) análise de regressão, estabelecendo modelos que analisem a dependência e/ou correlação entre algumas variáveis tais como tempo de medição e tamanho da parcela, erro padrão e número de pontos contados, erro padrão e número de transectos, erro padrão e área, etc,

2.4) aplicação dos processos de amostragem, aleatório e sistemático, por transectos, na determinação de outras variáveis tais como volume, peso, áreas infectadas por pragas e doenças, áreas de exploração florestal, etc,

2.5) tipos de erros que podem ocorrer em cada um

dos métodos de medição de áreas, uma vez que o erro do método é o somatório dos erros amostrais e não amostrais.

3) Um cuidado extra deve ser levado em consideração ao utilizar planímetros polares que possuem lente de aumento na marca de traçamento, tendo em vista o problema da paralaxe.

4) E por fim, recomenda-se cuidado especial com o material a ser pesado, pois para tal deve ser utilizado um papel especial resistente à umidade, de alta estabilidade dimensional.

7 RESUMO

O objetivo principal desta pesquisa foi testar a eficiência e a precisão de estimativas de áreas, através de vários métodos, principalmente daqueles que utilizam técnicas de amostragem em comparação aos de enumeração total.

Uma grande quantidade de medições foram efetuadas sobre uma carta florestal simulada, representando tipos de vários tamanhos e formas, utilizando planimetro polar, planimetro fotoelétrico, pesagem, redes de pontos de diferentes densidades, e transectos.

Além das informações sobre as áreas das parcelas, foram também coletados dados referentes ao tempo de medição, pois uma análise da precisão em estimativas de área é incompleta sem a avaliação do tempo destinado a efetuar tais medidas.

Primeiramente, efetuou-se uma análise estatística, com a finalidade de obter informações sobre a variabilidade dos dados, a qual, aliada ao fator estável tempo, forneceu resultados sobre o erro padrão, erro percentual e eficiência relativa.

Os métodos de medição que utilizam amostragem sistemática, mostraram-se mais precisos e eficientes que os demais. Uma análise de variância multivariada forneceu informações valiosas sobre a estrutura das variáveis aleatórias, dirimindo dúvidas conflitantes dentre os métodos que utilizam a amostragem sistemática.

Um teste comparativo do planimetro com os

transectos, mostrou que este método é pelo menos igual ao planímetro em exatidão e aproximadamente 5 vezes mais rápido.

8 SUMMARY

The objective of this study was to evaluate the efficiency and precision of area estimates using several methods, mainly complete measurements against sampling techniques.

A great amount of measurements were made in a simulated forest map of various sizes and shapes, by using a polar planimeter, a photoelectric planimeter, cut-and-weigh, dot grids of different densities and transects.

The precision analysis of the area estimatives is incomplete without some assessment of the time required to make these measurements.

The comparative test of the planimeter with transects showed that the transect method is at least equal to planimetry in accuracy, and about five times faster.

9 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. ABELL, C.A. A method of estimating area in irregularly-shaped and broken figures. *Jour. For.*, 37:344-345, 1939.
2. AHMED, F.A. Rigorous determination of irregular areas. *Can. Surveyor*, 35:103-107, 1982.
3. ALDRED, A.H. Evaluation of the transect-area-meter method of measuring map areas. Dept. Forestry, Canada, Forest Research Branch Contribution No 588, *For. Chron.*, 175-183, 1964.
4. ANDRADE, J.B & DOUBEK, A. Cálculo de áreas com planímetro. *Floresta*, 1(1): 47-48, 1969.
5. BAER, H. Genauigkeitsuntersuchungen am polarplanimeter. *Z. Instrumkde.*, 57 Jahrgang, Fünftes Heft, 177-189, 1937.
6. BARRET, J.P. & PHILBROOK, J.S. Dot grid area estimates: precision by repeated trials. *Jour. For.*, 68(3):149-151, 1970.
7. BELLHOUSE, D.R. Area estimation by point-counting techniques. *Biometrics*, 37:303-312, 1981.
8. BONNOR, G.M. The error of area estimates from dot grids. *Can. Jour. For. Res.*, 5(1):10-17, 1975.
9. BORGES, A.C. *Topografia*. São Paulo, Edgard Blücher, 1977. 187p.
10. BRYAN, M.M. Area determination with the modified acreage grid. *Jour. For.*, 41:764-766. 1943.
11. CARRIER, A. *Traité de topographie générale*. Paris, Girard, Barrère et Thomas, 1947. 757p.
12. CHAVES NETO, A. *Análise multivariada - Notas*. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, UFPR, Curitiba. 1987.
13. COOLEY, W.W. & LOHNES, P.R. *Multivariate data analysis*, New York, John Wiley, 1971. 364 p.
14. EMMOTT, C. Computer aided photointerpretation for land use. *Surv. and Mapp.*, Paper no F5, London, R.I.C.S, 1981.
15. EMMOTT, C. & COLLINS, W.G. Air photointerpretation for the measurement of changes in urban land use. *Int. Arch. Photogram.*, 23:281-290. 1980.

16. ESPARTEL, L. *Curso de Topografia*, Porto Alegre, Ed. Globo, 1965. 655 p.
17. FAO. Food and Agriculture Organization of the United Nations. *Manual of forest inventory with special reference to mixed tropical forests*. Roma, 1973. 200 p.
18. FREESE, F. *Muestreo forestal elemental*. Trad. México, Centro Regional de Ayuda Técnica, 1969. 96 p.
19. FROLOV, Y.S. & MALING, D.H. The accuracy of area measurement by point counting techniques. *Cartogr. Jour.*, 6:21-35. 1969.
20. GARCIA, G.J. & PIEDADE, G.C.R. *Topografia aplicada às ciências agrárias*. São Paulo, Nobel, 1978. 256 p.
21. GERKE, K. Gewichte von flächenberechnungen mit umfahrungsplanimeter. *Z. Vermesswes.*, 4:103-110. 1951.
22. GIERHART, J.W. Evaluation of methods of area measurement. *Surv. and Mapp.*, 14:460-465. 1954.
23. GREGORY, S. *Statistical methods and the geographer*. London, Longmans, 1963. 240 p.
24. HAYASHI DENKO CO. LTD. *Installation and operation manual for automatic area meter model AAC-400*, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan. 1980. 7p.
25. HENRICI, O. Report on planimeters. *British Association for the Advancement of Science*, London, John Murray, 496-523. 1894.
26. HIWATASHI, M. A study on the comparison between the efficiency of dot-grid method and planimeter method in the area measurement. *Gov. For. Exp. Stn.*, Tokyo, Japan, Bull. № 214, 111-125. 1968.
27. HUSCH, B.; MILLER, C.I. & BEERS, T.W. *Forest mensuration*. 2.ed. New York, Ronald Press, 1972. 410 p.
28. I.C.A. *Basic Cartography*. International Cartographic Association, V.1, 1984. 206 p.
29. KENADY, R.M. Electronic dot counter. *For. Sci.*, 7:146-147. 1961.
30. KNEISSL, E.H.M. *Handbuch der Vermessungskunde, Band II, Feld und Landmessung absteckungsarbeiten*. Stuttgart, Metzlersche Verlagsbuchhandlung, 10.ed., 1963. 816 p.
31. KÖPKE, H. Flächenberechnung mit punktraster. *Vermessungstechnik*, 15 Jg. Heft 3, 111-112. 1967.

32. KRAMER, P.R. & STURGEON, E.E. Transect method of estimating forest area from aerial photograph index sheets. *Jour. For.*, 40:693-696. 1942.
33. KUHLMANN, H. Das planimeter in der vermessungstechnik. *Vermess. Rdsch.*, 13:230-235. 1951.
34. LLOYD, P.R. Quantisation error in area measurement. *Cartogr. Jour.*, 13:22-25. 1976.
35. LO, C.P. *Geographical applications of aerial photography*. 1976.
36. LOETSCH, F.; ZÖHRER, F. & HALLER, K.E. *Forest inventory*. München, BLV Verlagsgesellschaft, v.2., 1973. 468 p.
37. LÜDEMANN, K. Die Leistungsfähigkeit des kompensations-polarplanimeter von G. Coradi und A. Ott und des kompensationsplanimeters mit kugellagerung von J. Schnöckel. *Z. VermessWes.*, 56, Heft 10, 305-311. 1927.
38. MACHADO, S.A. *Estudo comparativo de métodos de medição num bosque secundário tropical*. Tesis Mag. Sc. Turrialba, Costa Rica, IICA, 1972. 76 p.
39. MALING, D.H. *Measurements from maps*. Oxford, Pergamon Press. 1989. 577 p.
40. MARRIOTT, F.H.C. *The interpretation of multiple observations*. London, Academic Press, 1974. 117 p.
41. MASLOV, A.V. *Methods and accuracies in the determination of area*. M. Geodezizdat, 1955. 227p.
42. MOLINA, I. *Estadística elemental*. Bogotá, CIAF, 1973. 131 p.
43. MONKHOUSE, F.J. & WILKINSON, H.R. *Maps and diagrams*. London, Methuen, 1952. 330 p.
44. MONTIGEL, R. Genauigkeitsuntersuchungen über flächenbestimmung mit dem planimeter. *Z. VermessWes.*, 55, Heft 9, 257-264. 1924.
45. MUEHRCKE, P. *Map use, reading, analysis and interpretation*. Madison, JP Publications, 1978. 474 p.
46. NASH, A.J. A photoelectric planimeter. *Surv. and Mapp.*, 8: 64-69. 1948.
47. NAYLOR, R. The determination of area by weight: forest survey experience. *N. Z. Jour. For.*, 7:109-111. 1956.
48. OLIVEIRA, C. de *Dicionário cartográfico*. IBGE, 1980. 448 p.

49. PELLICO NETTO, S. *Teoria de amostragem - Notas*. Curitiba, Curso de Pós-Graduação em Eng^a Florestal, UFPR, 1983.
50. PELLICO NETTO, S. *Análise de variância*. 14 p. (apostila)
51. PIELOU, E.C. *Population and community ecology*. New York, Gordon & Breach, 1974. 424 p.
52. RIDEOUT, E.E. Measurement by the MK area calculator, *Dept. of Forestry, Forest Research Branch Report*, 62-19, Canada, 1962.
53. SANCHEZ, M.C. & SANTOS, M.J.Z. Considerações sobre uma técnica de regionalização: amostragem sistemática por grade de pontos. *Boletim de Geografia Teórica*, Rio Claro, 6(11-12):81-84, 1976.
54. SCHOWENGERDT, R.A. *Techniques for image processing and classification in remote sensing*. New York, Academic Press, 1983. 249 p.
55. SOUZA, J.O. *Agrimensura*. 2.ed. S. Paulo, Nobel, 1981. 142 p
56. SPURR, S.H. *Photogrammetry and photointerpretation*. 2.ed. New York, Ronald Press, 1960. 472 p.
57. STOBBS, A.R. Some problems of measuring land use in underdeveloped countries: the land use survey of Malawi. *Cartogr. Jour.*, 5:107-110. 1968.
58. TRYON, T.C.; HALE, G.A. & YOUNG, H.E. Dot gridding air photos and maps. *Photogram. Eng.*, 21:737-738. 1955.
59. WILSON, R.C. The relief displacement factor in forest area estimates by dot templates on aerial photographs. *Photogram. Eng.*, 15:225-236. 1949.
60. WOOD, W.F. The dot planimeter. *Prof. Geographer*, 6(1). 1954.
61. YATES, F. *Sampling methods for censuses and surveys*. 4.ed. Griffin, 1981. 458 p.
62. YUILL, R.S. Areal measurement error with a dot planimeter: some experimental estimates. *U.S. Geological Survey. Interagency Report No 213*. Washington, 1971. 9 p.
63. ZILL, W. Zur genauigkeit der flächenbestimmung mit umfahrungsplanimetern. *Wiss. Z. Tech. Univ. Dresden*, 4: 146-154. 1956.
64. ZÖHRER, F. *On the precision of dot grid estimates*. Resource Inventory Notes. U.S.D.I. Bureau of Land Management, Denver, 1-6. 1978.

APENDICES

APENDICE A - AS MEDIÇÕES EFETUADAS COM O PLANIMETRO POLAR.

Tipo	Medições						Area Média (cm ²)	Tempo (min)	
	1	2	3	4	5	6			
G1	26,6	27,2	27,0	26,6	27,0	27,0	26,9000	35,5	89,0
G2	8,0	8,0	8,4	8,0	8,0	8,0	8,0667	20,5	
G3	6,4	6,4	6,2	6,4	6,4	6,2	6,3333	11,5	
G4	4,8	5,2	5,2	4,8	4,8	5,6	5,0667	21,5	
R1	37,2	37,2	37,6	37,6	37,4	37,4	37,4000	27,5	80,0
R2	4,4	4,8	4,4	4,8	4,8	4,4	4,6000	21,5	
R3	8,0	8,4	8,8	8,0	8,4	8,0	8,2667	17,5	
R4	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0000	13,5	
Y1	41,8	41,6	41,8	40,8	41,6	41,4	41,5000	19,5	74,0
Y2	5,6	5,2	6,0	6,4	6,4	5,6	5,8667	15,5	
Y3	4,0	4,8	4,0	4,4	4,0	4,4	4,2667	17,5	
Y4	8,0	8,0	8,4	8,0	8,4	8,0	8,1333	21,5	
B1	37,8	38,0	38,0	38,0	37,8	38,0	37,9333	21,5	70,0
B2	22,8	23,2	23,0	22,8	23,2	23,0	23,0000	19,5	
B3	8,0	7,6	6,8	8,0	7,2	7,2	7,4667	17,5	
B4	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0000	11,5	

APENDICE B - AREAS DAS PARCELAS RECORTADAS, OBTIDAS ATRAVES DO PLANIMETRO FOTOELETRICO E DA PESAGEM.

Tipo	Planimetro fotoelétrico			Pesagem		
	Area (cm ²)	Tempo (min)		Area (cm ²)	Tempo (min)	
G1	26,728	4,0		26,718	4,0	
G2	7,312	4,0		7,536	4,0	
G3	6,220	4,0		6,490	4,0	
G4	4,416	4,0	16,0	4,904	4,0	16,0
R1	36,440	4,0		36,886	4,0	
R2	4,312	3,0		4,860	4,0	
R3	8,264	3,0		8,564	4,0	
R4	4,024	4,0	14,0	4,460	4,0	16,0
Y1	41,268	4,0		41,302	4,0	
Y2	5,584	4,0		5,752	4,0	
Y3	3,928	3,0		4,416	4,0	
Y4	7,552	3,0	14,0	8,116	4,0	16,0
B1	37,740	4,0		37,974	4,0	
B2	22,812	4,0		23,350	4,0	
B3	7,176	3,0		7,316	4,0	
B4	5,952	3,0	14,0	6,266	4,0	16,0

APENDICE C - MEDIÇÕES COM A REDE DE PONTOS SISTEMATICOS, COM DENSIDADE DE 4 PONTOS POR CM².

Tipo	Medições				Area Média (cm ²)	Tempo (min)	
	1	2	3	4			
G1	27,00	28,00	28,50	27,75	27,8125	5,5	15,0
G2	7,50	7,25	7,25	9,50	7,8750	3,5	
G3	6,50	6,50	6,50	6,25	6,4375	2,5	
G4	5,00	6,00	5,00	5,50	5,3750	3,5	
R1	37,50	37,50	37,50	38,00	37,6250	5,8	17,0
R2	4,75	5,75	5,00	5,25	5,1875	3,7	
R3	8,75	8,75	9,00	9,00	8,8750	3,8	
R4	5,00	4,50	4,75	4,75	4,7500	3,7	
Y1	42,00	41,50	41,75	42,00	41,8125	5,2	15,0
Y2	5,25	5,50	6,00	5,50	5,5625	3,3	
Y3	5,00	5,00	4,50	4,50	4,7500	3,3	
Y4	9,00	8,25	8,25	8,50	8,5000	3,2	
B1	39,00	39,50	39,25	38,00	38,9375	5,5	18,0
B2	23,50	23,00	23,50	23,00	23,2500	5,5	
B3	8,50	8,00	8,00	8,25	8,1875	3,5	
B4	6,00	6,50	6,00	6,50	6,2500	3,5	

APENDICE D - MEDIÇÕES COM A REDE DE PONTOS SISTEMATICOS, COM DENSIDADE DE 9 PONTOS POR CM².

Tipo	Medições				Area Média (cm ²)	Tempo (min)	
	1	2	3	4			
G1	27,333	27,111	27,556	27,111	27,2778	6,5	16,0
G2	7,778	8,222	8,000	7,889	7,9722	2,5	
G3	6,667	6,667	7,111	6,556	6,7502	2,5	
G4	5,444	5,333	5,333	5,333	5,3608	4,5	
R1	37,333	37,778	37,111	36,222	37,1110	6,5	16,0
R2	4,444	4,667	4,667	5,000	4,6945	4,5	
R3	8,222	8,667	8,667	8,222	8,4445	2,5	
R4	4,556	4,667	4,333	4,667	4,5557	2,5	
Y1	41,556	41,333	42,000	41,222	41,5277	6,5	16,0
Y2	6,000	6,111	6,444	6,222	6,1943	2,5	
Y3	4,556	4,444	4,333	4,667	4,5000	2,5	
Y4	8,667	8,000	8,778	8,333	8,4445	4,5	
B1	36,778	37,333	37,000	37,778	37,2223	6,5	16,0
B2	23,222	23,111	23,000	23,111	23,1110	4,5	
B3	7,444	7,444	7,556	7,333	7,4443	2,5	
B4	5,889	6,000	6,222	6,333	6,1110	2,5	

APENDICE E - AREAS OBTIDAS A PARTIR DA CONTAGEM DE PONTOS EM DOIS TIPOS DE REDES ALEATORIAS.

Tipo	369 Pontos			639 Pontos		
	Area (cm ²)	Tempo (min)		Area (cm ²)	Tempo (min)	
G1	32,18157	0,45		33,25508	1,00	
G2	8,46883	0,35		9,78090	0,80	
G3	6,77506	0,35		9,78090	0,60	
G4	6,77506	0,35	1,5	4,89045	0,60	3,50
R1	30,48780	0,45		38,14554	1,00	
R2	5,08130	0,35		4,89045	0,60	
R3	8,46883	0,35		7,82472	0,80	
R4	6,77506	0,35	1,5	3,91236	0,60	3,50
Y1	40,65040	0,45		46,94835	1,00	
Y2	13,55013	0,30		12,71518	1,00	
Y3	5,08130	0,40		2,93427	1,00	
Y4	8,46883	0,35	1,5	9,78090	1,00	4,00
B1	59,28184	0,45		41,07981	1,00	
B2	25,40650	0,40		28,36463	1,00	
B3	6,77506	0,35		7,82472	1,00	
B4	8,46883	0,30	1,5	8,80281	1,00	4,00

APENDICE F - AREAS OBTIDAS A PARTIR DE MEDIÇÕES LINEARES,
 ATRAVES DE TRANSECTOS SISTEMATICOS COM 8 LINHAS.

Tipo	Medições				Area Média (cm ²)	Tempo (min)	
	1	2	3	4			
G1	42,312	23,688	25,000	24,062	28,7655	2,0	5,0
G2	5,876	8,752	16,752	13,752	11,2830	1,0	
G3	0,000	11,876	13,126	11,876	9,2195	1,0	
G4	0,000	0,000	6,252	22,500	7,1880	1,0	
R1	31,750	43,126	43,126	54,438	43,1100	1,5	4,5
R2	0,000	6,252	7,500	26,000	9,9380	1,5	
R3	12,500	22,252	1,500	36,252	18,1260	1,5	
R4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	-	
Y1	54,376	0,000	58,750	57,812	42,7345	2,0	4,5
Y2	0,000	30,624	0,000	18,500	12,2810	0,5	
Y3	18,752	0,000	16,876	12,124	11,9380	1,0	
Y4	21,624	19,376	13,500	14,376	17,2190	1,0	
B1	51,876	29,376	0,000	46,250	31,8755	2,0	4,5
B2	40,500	31,626	18,126	22,500	28,1880	1,0	
B3	0,000	0,000	3,752	14,752	4,6260	0,5	
B4	0,000	9,812	0,000	13,126	5,7345	1,0	

APENDICE G - AREAS OBTIDAS A PARTIR DE MEDIÇÕES LINEARES,
 ATRAVES DE TRANSECTOS SISTEMATICOS COM 24 LINHAS.

Tipo	Medições				Area Média (cm ²)	Tempo (min)	
	1	2	3	4			
G1	26,874	28,334	26,874	27,396	27,3695	2,0	6,0
G2	8,376	7,708	7,500	8,540	8,0310	1,5	
G3	5,416	6,146	7,084	7,084	6,4325	1,5	
G4	4,480	4,376	4,168	5,104	4,5320	1,0	
R1	37,624	36,666	40,104	41,000	38,8485	2,2	6,6
R2	4,272	3,020	3,228	4,896	3,8540	1,5	
R3	9,644	9,168	8,500	8,436	8,9370	1,5	
R4	3,960	4,792	4,332	4,792	4,4690	1,4	
Y1	43,860	41,980	44,792	43,230	43,4655	2,5	7,0
Y2	5,624	7,084	8,644	7,604	7,2390	1,5	
Y3	4,896	4,168	4,584	4,168	4,4540	1,5	
Y4	9,688	8,436	8,436	9,064	8,9060	1,5	
B1	38,708	40,730	38,542	38,334	39,0785	2,0	5,0
B2	22,708	22,042	21,980	21,770	22,1250	1,0	
B3	8,436	9,064	8,540	6,772	8,2030	1,0	
B4	4,480	6,042	6,458	5,000	5,4950	1,0	

APENDICE H - AREAS OBTIDAS A PARTIR DE MEDIDAS LINEARES, COM O AUXILIO DA AMOSTRAGEM POR TRANSECTOS ALEATORIOS.

Tipo	Transectos Aleatórios - 24 linhas		
	Area (cm ²)	Tempo (min)	
G1	27,708333	4,5	13,0
G2	7,083333	3,3	
G3	4,791666	3,4	
G4	3,020833	1,8	
R1	48,854166	2,0	8,0
R2	3,229166	2,0	
R3	4,166666	2,0	
R4	2,812500	2,0	
Y1	44,895833	3,0	10,0
Y2	8,125000	2,5	
Y3	0,520833	2,5	
Y4	9,791666	2,0	
B1	35,104166	5,5	17,0
B2	35,520833	5,0	
B3	4,375000	3,5	
B4	4,791666	3,0	