UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

ALEXANDRE MARQUES DE ALMEIDA

ANÁLISE DE INCERTEZAS PARAMÉTRICAS EM MALHAS DE CONTROLE DE PROCESSOS

CURITIBA
2012

ALEXANDRE MARQUES DE ALMEIDA

ANÁLISE DE INCERTEZAS PARAMÉTRICAS EM MALHAS DE CONTROLE DE PROCESSOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Área de Concentração em Modelagem, Simulação, Otimização e Controle de Processos, Departamento de Engenharia Química, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi

CURITIBA
2012

Ministério da Educação e do Desporto
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Setor de Tecnologia
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Aos dois dias do mês de março de 2012, no Auditório Superior do Prédio de Engenharia Química no Centro Politécnico – UFPR foi instalada pelo Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi, professor do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, a Banca Examinadora para a trigésima quarta defesa de dissertação de mestrado na área de concentração: Desenvolvimento de Processos Químicos. Estiveram presentes no ato, professores, alunos e visitantes. A Banca Examinadora, atendendo a determinação do colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, foi constituída pelos professores doutores: Marcelo Kaminski Lenzi (PPGEQ/UFPR); Fernanda de Castilhos (PPGEQ/UFPR); Ivo Neitzel (FATEB) e Fabrício Machado Silva (IQ/UNB). Às 14h00min, a banca iniciou os trabalhos, convidando o candidato **Alexandre Marques de Almeida** a fazer a apresentação da dissertação de mestrado intitulada ***"Análise de Incertezas Paramétricas em Malhas de Controle de Processos"***. Encerrada a apresentação, iniciou-se a fase de arguição pelos membros participantes. Tendo em vista a dissertação e a arguição, a banca decidiu pela APROVAÇÃO do candidato, (de acordo com a determinação dos artigos 62 e 63 da resolução 62/03 de 22.07.2003).

Curitiba, 02 de março de 2012.

Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi
(PPGEQ/UFPR) – Orientador

Profª. Dra. Fernanda de Castilhos
(PPGEQ/UFPR) – Membro Titular Interno

Prof. Dr. Ivo Neitzel
(FATEB) – Membro Titular Externo

Fabrício Machado

Prof. Dr. Fabrício Machado Silva
(IQ/UNB) – Membro Titular Externo

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a toda minha família pelo incentivo e apoio incondicional.

Em especial à minha mãe Valéria Fátima de Almeida e

Meu pai Levi Marques de Almeida (in memoriam).

Às minhas irmãs Janaina e Josiane.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a minha família, pela confiança e apoio em todos os momentos desde a graduação até esse momento do mestrado.

Em especial ao meu orientador, Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi, pelo brilhantismo, paciência, disponibilidade em trabalhar inclusive nos sábados, pela inspiração e principalmente pela amizade. Suas orientações foram fundamentais para conclusão desta dissertação.

Ao Eng. Geraldo Sales da Silva da indústria Klabin Papéis Monte Alegre S.A. e o Prof. Dr. Ivo Neitzel da Faculdade de Telêmaco Borba – FATEB, pela liberação dos dados de pH da máquina de papel que foram utilizados neste trabalho.

A todos os colegas de mestrado do PPGEQ. Em especial aos amigos que fiz nesta rápida passagem por Curitiba: Daniela de Araujo Sampaio (*Dani*), Manuela Balen (*Manu*), Adrielle Machado Almeida (*Adri*), Elenice Pazin, Odilon A. da Silva Araujo e Lourival José dos Santos, pelo companheirismo, amizade e compartilhamento de experiências.

A todos os professores do PPGEQ pelo incentivo, ensino e contribuição no meu aperfeiçoamento científico.

A secretária do PPGEQ Cintya, pela organização da nossa documentação e eficiência em sanar quaisquer dúvidas do curso e também pelos cafezinhos.

Ao programa de Reestruturação e Expansão das Universidades Federais – REUNI da CAPES pelo apoio financeiro.

A todos o meu muito obrigado...

RESUMO

Em processos industriais complexos com dinâmica não-linear, existe um grande número de malhas de controle que necessitam de manutenção e adequada sintonia. Diversos índices de desempenho podem ser aplicados para avaliação da qualidade de uma sintonia, como a integral do erro ao quadrado (ISE) e a integral da variável manipulada (IU). No entanto, pouca atenção é dada às incertezas paramétricas referentes ao modelo matemático do processo e ao método de sintonia escolhido. Técnicas clássicas de controle de processos em malha fechada, como por exemplo, o PI (Proporcional e Integral), possuem erros ou incertezas em seus parâmetros inerentes ao projeto desses sistemas. Suas incertezas podem ser estimadas através da teoria estatística de propagação de erros.

Neste trabalho, foram abordados dois estudos de caso de controle de processos frente à incertezas paramétricas: controle da concentração de amônia da corrente de topo em uma coluna de absorção de gás e controle do pH da caixa de alimentação da máquina de papelcartão multicamada em uma indústria de celulose e papel. Para tanto, a estratégia de controle estudada foi o controlador *feedback* PI para o problema servo (transição de *set-point*). Os sistemas foram identificados em malha aberta (coluna de absorção) e em malha fechada (máquina de papel) por meio da estimação dos parâmetros (considerando modelos de 1ª. ordem para o processo). O modelo matemático foi obtido analiticamente pelo equacionamento das raízes complexas das funções de transferência. Os resultados permitiram comparar dezoito métodos de sintonia com intervalo de confiança das respostas dinâmicas determinadas através da propagação de erros dos parâmetros k_P e τ_P dos modelos. Além disso, foram determinados os valores dos índices de desempenho ISE e IU com suas incertezas paramétricas. Para uma melhor avaliação da robustez das sintonias estudadas, foi também proposto o índice de desempenho IPE (integral da propagação de erros) para as respostas da variável controlada e manipulada. Assim, pode-se concluir que muitas técnicas de sintonia são estatisticamente iguais, onde a melhor sintonia para a coluna de absorção foi o método proposto por SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005) e para a máquina de papel foi o método proposto por BRAMBILLA *et al.* (1990).

Palavras-chave: coluna de absorção de amônia, máquina de papelcartão, incerteza paramétrica, malha de controle PI, pH da caixa de entrada, concentração de amônia.

ABSTRACT

In complex industrial processes with nonlinear dynamics, there are a large number of control loops that need proper maintenance and tuning. Several performance indexes can be applied to evaluate the quality of a tune, as the integral of the squared error (ISE) and the integral of the manipulated variable (IU). However, little attention is given to parametric uncertainties related to the mathematical model of the process and the tuning method chosen. Classical techniques for process control in closed loop, for example, PI (Proportional and Integral), have errors or uncertainties inherent to their design. Their uncertainties can be estimated by statistical theory of error propagation.

In this work, we discussed two different case studies of process control involving parametric uncertainties: ammonia concentration control in an absorption column of gas and pH control of the feed headbox of the paperboard machine in a pulp and paper mill. Since the control strategy studied was the PI feedback controller for the servo problem (change of setpoint). The systems were identified in open-loop (absorber) and closed-loop (paper machine) through the parameters estimation (assuming FOLPD models for the process). The mathematical model was derived analytically by solving the complex roots of transfer functions. The results compare eighteen tuning methods with confidence intervals determined by the dynamic responses of the parameters error propagation of the k_P and τ_P. In addition, we determined the values of performance indexes ISE and IU with parametric uncertainties. To better assess the robustness of the tuning studied, performance index IEP (integral of the error propagation) was also proposed for the controlled and manipulated variable. Thus, one can conclude that many tuning techniques are statistically equal, where the best tuning for the absorption column was the method proposed by SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005) and the paper machine was the method proposed by BRAMBILLA *et al.* (1990).

Keywords: ammonia absorption column, paperboard machine, parametric uncertainty, PI control loop, headbox pH, concentration of ammonia.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

A	Amplitude do degrau aplicado para mudança de *set-point* no controle servo.
a	Tamanho dos vértices em um simplex regular do método de otimização simplex modificado de NELDER & MEAD (1965).
a_i	Constantes com as variáveis agrupadas para o polinômio cúbico presente nas equações (III.27) e (III.28), onde $i = \{0, 1, 2\}$.
ARMA	*Autoregressive Moving Average* – Modelo Auto-regressivo com Média Móvel.
ARMAX	*Autoregressive Moving Average Model with Exogenous Inputs* – Modelo Auto-regressivo de Média Móvel com Entradas Exógenas.
B	Constante presente na equação (III.44).
b_i	Constantes com as variáveis agrupadas presente na equação (III.44) de $y(t)$ com tempo morto de atraso, onde $i = \{0, 1, 2, 3\}$.
c	Parte real das raízes complexas r_1 e r_2 calculada pela equação (III.50).
$C(t)$	Concentração de Amônia em função do tempo t.
C_{SS}	Concentração de Amônia no estado estacionário, correspondendo a 50 ppm.
C_{NH_3}	Concentração de Amônia [ppm].
C_i^{OBS}	Concentração do *iésimo* valor experimental de Amônia [ppm].
C_i^{PRED}	Concentração do *iésimo* valor predito pelo modelo de Amônia [ppm].
DMC	*Dynamic Matrix Control* – Controle por Matriz Dinâmica.
$E(s)$	Erro do controle *feedback* no domínio de Laplace.
$e(t)$	Erro do controle *feedback* no domínio do tempo.
FOLPD	*First Order Lag Plus time Delay* – Modelo de Primeira Ordem com Tempo Morto de Atraso.
$f(x)$	Função f com variável independente x.
F_{OBJ}	Função objetivo a ser minimizada em um problema de otimização.
F_{OBJ}^{ABS}	Função objetivo a ser minimizada para estimação de parâmetros do modelo da coluna de absorção de NH_3, dada pela equação (IV.1).
F_{OBJ}^{MP}	Função objetivo a ser minimizada para estimação de parâmetros do modelo da maquina de papel, dada pela equação (V.1).

$G_P(s)$	Função de transferência do processo.
$G_C(s)$	Função de transferência do controlador PI.
$G_V(s)$	Função de transferência do atuador, sendo considerado $G_V(s) = 1$.
$G_M(s)$	Função de transferência do medidor, sendo considerado $G_M(s) = 1$.
$G(s)$	Função de transferência para solução da equação (III.31) pelo teorema da convolução.
G_d	Matriz definida pela equação (III.59).
$g(t)$	Resposta da função de transferência $G(s)$ no domínio do tempo.
$g(x)$	Função *g* com variável independente *x* do método de otimização de Levenberg-Marquardt.
gpm	Galões por minuto – unidade de vazão de solvente na coluna de absorção.
$H(s)$	Função de transferência para solução da equação (III.31) pelo teorema da convolução.
H_k	Matriz Hessiana presente na equação (III.58).
$h(t)$	Resposta da função de transferência $H(s)$ no domínio do tempo.
h_{GN}	Direção de passo para o método de otimização de Gauss-Newton.
h_{LM}	Direção de passo para o método de otimização de Levenberg-Marquardt.
$\underline{\underline{I}}$	Matriz identidade.
IAE	*Integral of Absolute Error* – Integral do Erro Absoluto.
$\mathrm{IPE}_{y(t)}$	Integral da Propagação de Erros na resposta da variável controlada, correspondente à equação (III.85).
$\mathrm{IPE}_{u(t)}$	Integral da Propagação de Erros na resposta da variável manipulada, correspondente à equação (III.86).
ISE	*Integral of Square Error* – Integral do Erro ao Quadrado.
ITAE	*Integral of Time Absolute Error* – Integral do Erro Absoluto ponderado pelo Tempo.
IU	Integral da variável manipulada $u(t)$.
$\underline{\underline{J}}$	Matriz jacobiana.
k	Número de parâmetros estimados com dimensão *NP*.
k_P	Constante de ganho do processo.

k_C	Constante de ganho proporcional do controlador PI.
K_y	Constante de agrupamento de variáveis presentes na equação (III.27).
K_u	Constante de agrupamento de variáveis presentes na equação (III.28).
MIAE	*Minimum IAE* – Minimização do IAE do método de sintonia de SMITH & CORRIPIO (1997).
MIMO	*Multiple Input Multiple Output* – Processo com Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas.
MISE	*Minimum ISE* – Minimização do ISE dos métodos de sintonias de KHAN & LEHMAN (1996) e HAALMAN (1965).
MISO	*Multiple Input Single Output* – Processo com Múltiplas Entradas e Uma Saída.
MITAE	*Minimum ITAE* – Minimização do ITAE do método de sintonia proposto por ABB (2001).
MO	*Modulus Optimum* – Princípio do Modulo Ótimo do método de sintonia de COX *et al.* (1997).
NP	Quantidade de parâmetros estimados (dimensão de k parâmetros).
OS	*Overshoot* – sinal de sobrelevação nas respostas das malhas de controle.
p_i	Constantes com as variáveis agrupadas presente na equação (III.46) de $u(t)$ com tempo morto de atraso, onde $i = \{0, 1, 2, 3\}$.
P	Constante presente na equação (III.46).
PI	Controlador Proporcional e Integral.
PID	Controlador Proporcional, Integral e Derivativo.
ppm	Partes por milhão – unidade de concentração de amônia na coluna de absorção.
PRBS	*Pseudo Random Binary Sequence* – Sequência Binária Pseudoaleatória.
$pH(t)$	Potencial Hidrogênio-Iônico (pH) em função do tempo t.
$pH^*(t)$	Potencial Hidrogênio-Iônico (pH) em função do tempo t em variável desvio
pH_i^{OBS}	Potencial Hidrogênio-Iônico (pH) do *iésimo* valor experimental.
pH_i^{PRED}	Potencial Hidrogênio-Iônico (pH) do *iésimo* valor predito pelo modelo.
Q	Equação definida por ABRAMOWITZ & STEGUN (1972) para o calculo das raízes de um polinômio cúbico.
Q_{solv}	Vazão de solvente na coluna de absorção de amônia [gpm].
Q_{SS}	Vazão de solvente na coluna de absorção de amônia no estado estacionário, correspondendo a 250 [gpm].

$Q_{SA}^{*}(t)$	Vazão de sulfato de alumínio em função do tempo *t* em variável desvio.
R	Equação definida por ABRAMOWITZ & STEGUN (1972) para o calculo das raízes de um polinômio cúbico.
r	Coeficiente de correlação.
$r_{\phi_i \phi_j}$	Coeficiente de correlação dos parâmetros ϕ_i e ϕ_j.
r_i	Raízes do polinômio cúbico das equações características da malha de controle, onde $i = \{1, 2, 3\}$.
s	Variável independente do domínio de Laplace.
S	Equação definida por ABRAMOWITZ & STEGUN (1972) para o calculo das raízes de um polinômio cúbico.
SISO	*Single Input Single Output* – Processo com Uma Entrada e Uma Saída.
SOSPD	*Second Order System Plus time Delay* – Modelo de Segunda Ordem com Tempo Morto de Atraso.
t	Variável independente do tempo.
$u(t)$	Variável manipulada no domínio do tempo.
$u_d(t)$	Função degrau unitário no domínio do tempo.
$u_r(t)$	Função rampa no domínio do tempo.
$u_{pr}(t)$	Função pulso retangular no domínio do tempo.
$u_s(t)$	Função tipo soma de funções seno no domínio do tempo.
$U(s)$	Variável manipulada no domínio de Laplace.
V_k	Matriz de covariância paramétrica.
V_d	Matriz de covariância dos dados experimentais.
$w(t)$	Sequência pseudoaleatória semelhante a um ruído branco.
$y(t)$	Variável controlada no domínio do tempo.
$y_{SP}(t)$	Valor de referência (*set-point*) no domínio do tempo da malha de controle.
$y^{\exp}(t)$	Variável de saída para os valores experimentais.
$y^{\mathrm{mod}}(t)$	Variável de saída para os valores preditos pelo modelo.
$Y(s)$	Variável controlada no domínio de Laplace.

$Y_{SP}(s)$	Variável de perturbação para o problema de controle servo no domínio de Laplace. Valor referencial do sistema (*set-point*).
z	Parte complexa das raízes complexas r_1 e r_2 calculada pela equação (III.51).
Z	Vetor de uma grandeza física em função de um conjunto de variáveis, $Z = f\left(\phi_i, \phi_j, ..., \phi_n\right)$.

LISTA DE SÍMBOLOS GREGOS

α_i	Constantes com as variáveis agrupadas presente na equação (III.12) de *y*(*t*) sem tempo morto de atraso, onde $i = \{0, 1, 2, 3\}$.
β_i	Constantes com as variáveis agrupadas presente na equação (III.12) de *u*(*t*) sem tempo morto de atraso, onde $i = \{0, 1, 2\}$.
δ_i	Constantes com as variáveis agrupadas presente na equação (III.39) de *y*(*t*) com tempo morto de atraso e com raízes reais, onde $i = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
Φ	Matriz com as grandezas experimentais disponíveis para dedução matemática da propagação de erros.
ϕ_i	Grandeza experimental com tamanho *i*.
ϕ_j	Grandeza experimental com tamanho *j*.
φ_i	Constantes com as variáveis agrupadas presente na equação (III.40) de *u*(*t*) com tempo morto de atraso e com raízes reais, onde $i = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.
γ	Parâmetro de *damping* do método determinístico de otimização de Levenberg-Marquardt.
μ_{ϕ_i}	Valores médios verdadeiros para o parâmetro ϕ_i.
μ_{ϕ_j}	Valores médios verdadeiros para o parâmetro ϕ_j.
θ_P	Constante de tempo morto de atraso em segundos.
$\sigma^2_{\phi_i}$	Variância estatística do parâmetro ϕ_i.
$\sigma^2_{\phi_j}$	Variância estatística do parâmetro ϕ_j.
$\sigma^2_{\phi_i\phi_j}$	Covariância dos parâmetros ϕ_i e ϕ_j.
σ^2_Z	Variância estatística do conjunto *Z* de variáveis.

σ_{k_C}	Incerteza propagada (desvio padrão) do parâmetro k_C.
σ_{τ_I}	Incerteza propagada (desvio padrão) do parâmetro τ_I.
$\sigma_{y(t)}$	Incerteza propagada (desvio padrão) da resposta da variável controlada $y(t)$.
$\sigma_{u(t)}$	Incerteza propagada (desvio padrão) da resposta da variável manipulada $u(t)$.
σ_{ISE}	Incerteza propagada (desvio padrão) do índice de desempenho ISE.
σ_{IU}	Incerteza propagada (desvio padrão) do índice de desempenho IU.
$\sigma_{Q_{solv}(t)}$	Incerteza propagada (desvio padrão) da vazão de solvente na absorvedora.
$\sigma_{C_{NH_3}(t)}$	Incerteza propagada (desvio padrão) da concentração de NH_3.
$\sigma_{pH(t)}$	Incerteza propagada (desvio padrão) do pH na caixa de entrada da máquina de papel em variável desvio.
$\sigma_{Q_{SA}(t)}$	Incerteza propagada (desvio padrão) da vazão de sulfato de alumínio em variável desvio.
$\sigma^2_{k_P}$	Variância estatística do parâmetro k_P.
$\sigma^2_{\tau_P}$	Variância estatística do parâmetro τ_P.
$\sigma^2_{k_P\tau_P}$	Covariância estatística entre os parâmetros k_P e τ_P.
$\sigma^2_{k_P\theta_P}$	Covariância estatística entre os parâmetros k_P e θ_P.
$\sigma^2_{\tau_P\theta_P}$	Covariância estatística entre os parâmetros τ_P e θ_P.
$\sigma^2_{k_C}$	Variância estatística do parâmetro k_C do controlador PI.
$\sigma^2_{\tau_I}$	Variância estatística do parâmetro τ_I do controlador PI.
$\sigma^2_{G_P(s)}$	Matriz de covariância paramétricas dos parâmetros do modelo do processo $G_P(s)$.
τ_P	Constante de tempo do processo em segundos.
τ_I	Constante de tempo integral do controlador PI.
ξ	Fator de amortecimento no modelo SOSPD.

SUMÁRIO

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

1 - INTRODUÇÃO

O conceito de controle de processos é muito antigo, vindo a surgir no momento em que o homem passou a manufaturar bens para suas necessidades. Com o desenvolvimento das manufaturas, surgiu também, a necessidade de sistematização dos procedimentos envolvidos. Foi então, que o conceito de processo de manufatura foi implantado e ordenado em fases ou etapas de fabricação. A característica principal destes processos é a utilização do homem como responsável pelo controle e execução de todas as etapas envolvidas no processo de manufatura, o que gerava problemas de produtividade e qualidade, haja vista que eram fortemente dependentes da ação do ser humano. Somente após a revolução industrial é que técnicas de controle foram desenvolvidas e implantadas com sucessos em processos industriais.

No entanto, as técnicas tradicionais por retroalimentação (*feedback*) amplamente aplicadas atualmente em controle de processos, tais como malha PI (proporcional e integral) e PID (proporcional, integral e derivativo), possuem erros ou incertezas em seus parâmetros inerentes ao projeto desses sistemas. As incertezas dos parâmetros em sistemas de controle podem ser estimadas através da teoria estatística de propagação de erros. Neste trabalho, a proposta é determinar o desempenho de malhas de controle PI frente às incertezas paramétricas propagadas das dinâmicas da variável controlada e manipulada, definindo assim, seu intervalo de confiança.

O conceito de análise de incertezas em malhas de controle pode ser aplicado em muitos sistemas encontrados na Engenharia Química. Dois sistemas de controle relevantes com incertezas em seus parâmetros podem ser utilizados para aplicação da técnica de propagação de erros. O primeiro é uma coluna de absorção de amônia para controle da concentração na corrente de topo da absorvedora. O segundo problema é referente a uma máquina de papelcartão multicamada de uma grande indústria fabricante de celulose e papel do Brasil, onde o sistema de controle estudado foi do pH na caixa de alimentação da máquina.

2 - MOTIVAÇÃO

Em processos industriais complexos existem um grande número de malhas de controle que necessitam de manutenção e adequada sintonia. Diversos índices podem ser aplicados para avaliação do desempenho e robustez de uma sintonia, dentre eles se destacam a integral do erro ao quadrado (ISE) e a minimização da variância da resposta. No entanto, pouca atenção é dada às incertezas paramétricas referentes ao modelo matemático do processo e ao método de sintonia escolhido.

Qualquer modelo matemático de um processo é na realidade apenas uma aproximação do sistema físico real. Consequentemente, o modelo obtido pode apresentar diferentes tipos de incertezas, decorrentes de fenômenos não modelados. Este conceito também pode ser aplicado aos parâmetros calculados de um controlador, onde estes possuem incertezas decorrentes dos modelos propostos pelos autores dos métodos, que na maioria das vezes não são levados em consideração no projeto de sistemas de controle.

Muitos são os métodos propostos na literatura para sintonia de malhas de controle. Uma tarefa nada simples é a definição de qual método possui maior desempenho e robustez para determinado processo a ser controlado. Para tanto, é de suma importância a análise das incertezas paramétricas no projeto e auditoria de controladores industriais através da técnica estatística de propagação de erros, que será abordada neste trabalho.

3 - OBJETIVOS

Esta dissertação de mestrado tem como objetivo geral o estudo e avaliação do desempenho de malhas de controle PI frente a incertezas paramétricas propagadas, a partir do desvio padrão dos parâmetros k_P e τ_P do modelo do processo. Para tanto, uma análise estatística de propagação de erros será aplicada em malhas de controle de dois estudos de caso para o problema servo, citados a seguir:

- Controle da concentração de amônia em uma coluna absorvedora de amônia;
- Controle do pH na caixa de entrada da máquina de papelcartão multicamada instalada em uma grande indústria de celulose e papel.

O objetivo geral foi desmembrado nos seguintes objetivos específicos:

- Determinação das respostas analíticas dinâmicas das malhas de controle *feedback* com tempo morto e sem tempo morto de atraso;
- Identificação dos sistemas estudados em malha aberta e em malha fechada;
- Estimação não-linear dos parâmetros do modelo identificado através de métodos numéricos determinísticos;
- Determinação dos desvios padrão e das covariâncias dos parâmetros estimados dos modelos;
- Apresentação dos conceitos de propagação de erros aplicados a malhas de controle de processos por meio da sintonia com diversos métodos clássicos e recentes encontrados na literatura;
- Determinação do índice de desempenho ISE com seu desvio padrão (erro paramétrico) propagado;
- Determinação do índice de desempenho IU (integral da variável manipulada) com seu desvio padrão (erro paramétrico) propagado. Neste índice é possível analisar o consumo total de solvente (para a absorvedora) e de sulfato de alumínio (para a máquina de papel), informação esta importante do ponto de vista econômico.

Além dos índices de desempenho ISE e IU, outro objetivo deste trabalho é propor um novo índice de desempenho para melhor avaliar a robustez da sintonia da malha de controle com incertezas paramétricas propagadas, incorporadas na sua resposta. Este índice de desempenho foi chamado de IPE (integral da propagação de erros), que determina o tamanho das incertezas, calculando a integral da área correspondente ao intervalo superior e inferior dessas incertezas, ou seja, a área do intervalo de confiança da variável controlada e manipula.

4 - ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A organização desta dissertação esta dividida em sete capítulos, somando este Capítulo I introdutório e o Capítulo VII com as referências bibliográficas. No Capítulo II é abordada uma revisão bibliográfica sobre estratégias de controle de processos aplicados industrialmente. Como também, é apresentada uma revisão dos trabalhos sobre controle em colunas de absorção e em máquina de papel encontrados na literatura. Em seguida, uma revisão bibliográfica sobre análise de incertezas e propagação de erros é apresentado com ênfase nas aplicações voltadas para controle de processos. Além disso, neste capítulo é mostrada uma revisão e fundamentação teórica sobre os procedimentos e técnicas de identificação de sistema em malha aberta e em malha fechada a partir de uma perturbação na entrada do sistema estudado. Por fim, uma análise da revisão bibliográfica é apresentada, ressaltando as contribuições do presente trabalho.

No Capítulo III é apresentada a metodologia aplicada para execução do trabalho, através da análise matemática de uma malha de controle *feedback*, onde foram obtidas as respostas dinâmicas analíticas da malha de controle PI com compensação de tempo morto e sem tempo morto de atraso. Em seguida é apresentada a metodologia para estimação de parâmetros de um modelo não-linear a partir de métodos numéricos determinísticos, onde são descritos dois métodos aplicados neste trabalho: o método de descida de Levenberg-Marquardt e o método direto simplex modificado de Nelder & Mead. Neste capítulo ainda é abordado os procedimentos metodológicos para determinação das incertezas paramétricas através da matriz de covariância paramétrica e da teoria estatística de propagação de erros. Por fim, são apresentados os métodos de sintonia de malhas de controle PI encontrados na literatura e escolhidos para os estudos, onde dezoito métodos são mostrados com suas equações e características, com os índices de desempenho ISE (integral do erro ao quadrado), IU (integral da variável manipulada) e IPE (integral da propagação de erros) apresentados na sequência.

No Capítulo IV são apresentados os resultados referentes ao primeiro estudo de caso: controle da concentração de topo de amônia em uma coluna de absorção, onde é mostrada a identificação do sistema em malha aberta, os resultados com incertezas paramétricas propagadas do controle servo com tempo morto de todos os métodos de sintonia e a determinação dos índices de desempenho das sintonias, também com incertezas propagadas. No Capítulo V, todos os procedimentos descritos no Capítulo IV são repetidos, mas agora referente ao segundo estudo de caso: controle do pH da caixa de entrada em uma máquina de papelcartão multicamada. Porém a identificação deste sistema é realizada em malha fechada, onde o modelo do sistema é a solução analítica da malha de controle *feedback* para a variável controlada, definida anteriormente no Capítulo III da metodologia.

Finalmente, no Capítulo VI são apresentadas as conclusões finais da dissertação, como também sugestões para continuação de trabalhos futuros nesta linha de pesquisa.

Todas as atividades relacionadas ao desenvolvimento deste trabalho foram realizadas no Laboratório de Engenharia de Sistemas Fracionários (LESF) do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química (PPGEQ) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), vinculado à linha de pesquisa de Engenharia de Sistemas em Processos.

CAPÍTULO II – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentada uma revisão referente a estratégias mais comuns para controle de processos em malha fechada, como também, para o controle de processos dos estudos de caso em particular (coluna absorvedora e máquina de papel). Além disso, uma revisão é feita sobre análise de incertezas paramétricas e identificação de sistemas em malha aberta e em malha fechada. Por fim, é apresentada uma análise da revisão bibliográfica ressaltando as contribuições do presente trabalho.

2 - ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE PROCESSOS

Uma forma mais tradicional de controlar um processo dinâmico é através da medição da variável que está sendo controlada e comparar o seu valor com o valor desejado (o *set-point* do controlador), alimentando essa diferença (o erro) em um controlador de realimentação (*feedback*) que altera uma variável manipulada a fim de conduzir a variável controlada de volta para o valor desejado. A informação é, portanto, "realimentada" (e por isso o termo *feedback*) da variável controlada para a variável manipulada. A ação de controle somente é tomada depois que ocorre uma mudança no processo.

Controladores *feedback* possuem três modos básicos, podem ser proporcional (P), integral (I) e derivativo (D). O controlador compara o valor medido para um conjunto determinado de pontos e então toma a ação corretiva apropriada, enviando um sinal de saída para uma válvula de controle (SEBORG *et al.*, 2003). Um esquema típico de uma malha de controle *feedback* é mostrado na FIGURA II.1 a seguir.

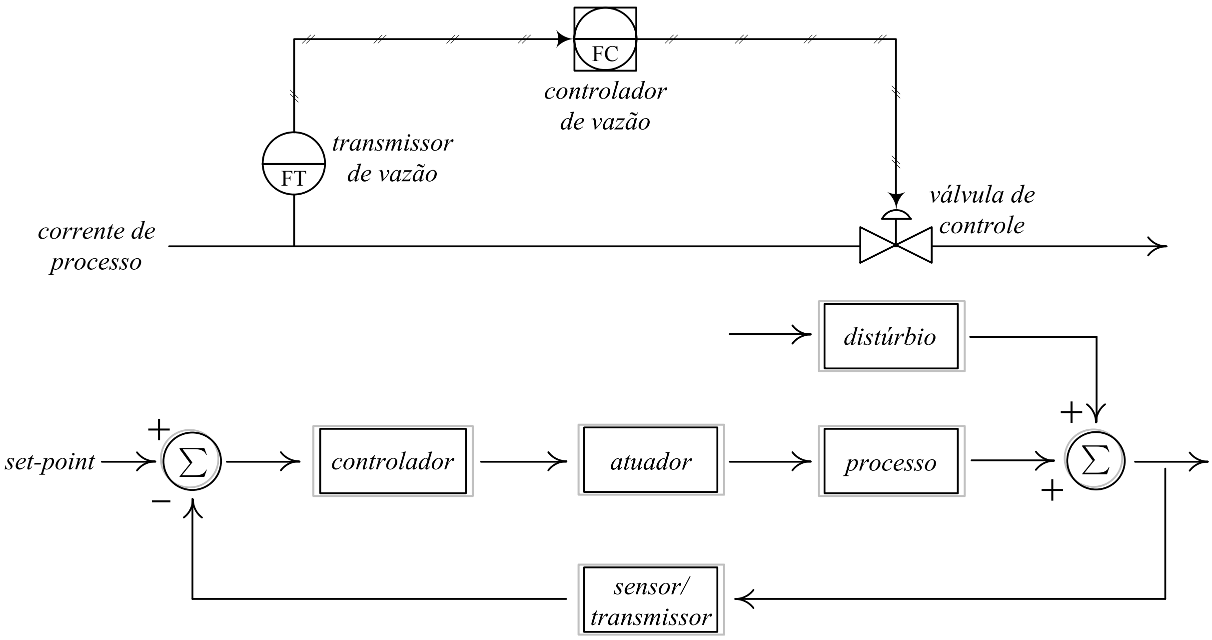

FIGURA II.1 – REPRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA DE CONTROLE DE VAZÃO E DO DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM CONTROLADOR *FEEDBACK*.

LUYBEN & LUYBEN (1997) propuseram três regras heurísticas ou leis de controle fundamentais decorrentes de anos de experiência na área de controle de processos, que são:

- Primeira Lei: *o melhor sistema de controle é o mais simples necessário para execução de uma tarefa*. Sistemas de controle complexos e elegantes podem executar seu papel de maneira ótima, no entanto, ao logo do tempo acabam sendo desativados (operando em "manual") em um ambiente industrial. Em projeto de sistemas de controle, definitivamente maior não significa melhor;
- Segunda Lei: *primeiro deve-se compreender o processo antes de controlá-lo*. Nenhum nível de sofisticação no sistema de controle (controle adaptativo, filtros de Kalman, controle preditivo com modelo) ira funcionar se o engenheiro de controle não conhece como o processo funciona;
- Terceira Lei: *níveis de líquido devem ser sempre controlados*. Um erro comum em projeto de controladores é desenvolver uma estrutura de controle no qual os níveis de tanques não são controladas e dependem do operador da planta para seu controle em manual, fazendo com que ocorra um aumento na carga de trabalho do operador e resultando um desempenho pobre da planta.

As regras acima apresentadas e propostas por LUYBEN & LUYBEN (1997) apenas servem de referencial, sendo a realidade dos processos industriais atualmente passam por grandes transformações e as abordagens de controle avançado de processos (APC) tem tomado grande atenção com sucesso em suas aplicações.

Respostas típicas do comportamento de um processo com controle *feedback* quando uma perturbação é aplicada é apresentado na FIGURA II.2. A variável $y(t)$ é controlada a partir de um desvio do seu valor do estado estacionário inicial. A ação integral de controle elimina o erro, mas tende a tornar a resposta mais oscilatória. Adicionando a ação derivativa reduz tanto o nível de oscilação e o tempo de resposta para atingir o *set-point*. Deve-se enfatizar que a utilização de controladores PI e PID nem sempre resulta em respostas oscilatórias. As características das respostas da malha dependem essencialmente da escolha dos parâmetros do controlador $(k_C,\ \tau_I, \tau_D)$ e da dinâmica do processo em particular (SEBORG *et al.*, 2003).

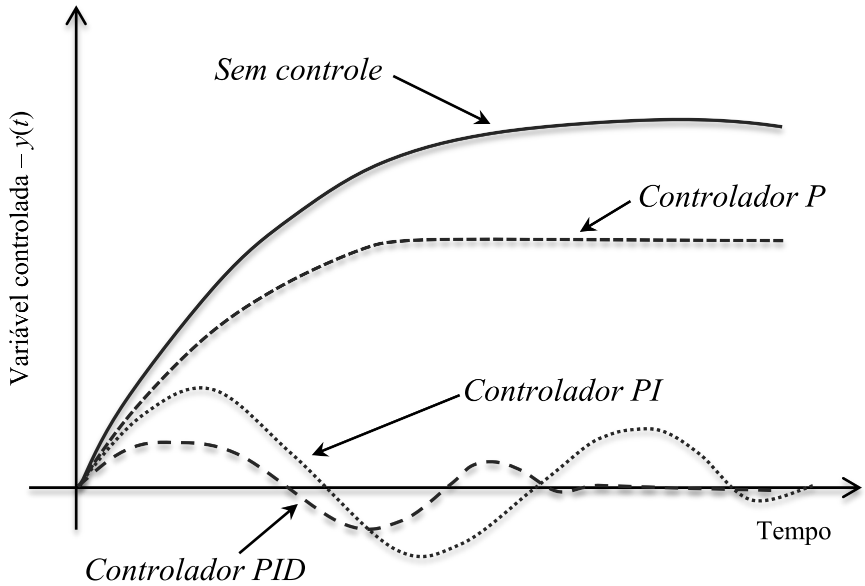

FIGURA II.2 – RESPOSTAS TÍPICAS DE PROCESSOS COM CONTROLE *FEEDBACK* (FONTE: SEBORG *et al.*, 2003).

Com relação ao tipo de controlador a ser escolhido para determinada aplicação, não é possível obter uma respostas definitiva, pois é altamente depende das características do sistema a ser controlado. De forma ideal o controlador mais simples e que satisfaça a condição desejada de controle deve ser aplicado, no entanto, essa ideia apenas é valida se o sistema possuir uma dinâmica conhecida e quando a aplicação é simples ou quando existir alguma informação com aplicações semelhantes.

Outra estratégia bastante difundida e aplicada industrialmente é o controle tipo *feedforward* (antecipativo). Quando uma perturbação é detectada no processo, uma mudança apropriada é aplicada na variável manipulada de tal forma que a variável controlada seja mantida constante. Com isso, uma ação corretiva é tomada, assim que for detectada uma perturbação no sistema (LUYBEN, 1999). O objetivo do controle *feedforward* é medir as perturbações do sistema e compensá-las antes que a variável controlada se desvie do *set-point* (SMITH & CORRIPIO, 1997). Um esquema com a ideia básica é mostrada na FIGURA II.3 a seguir.

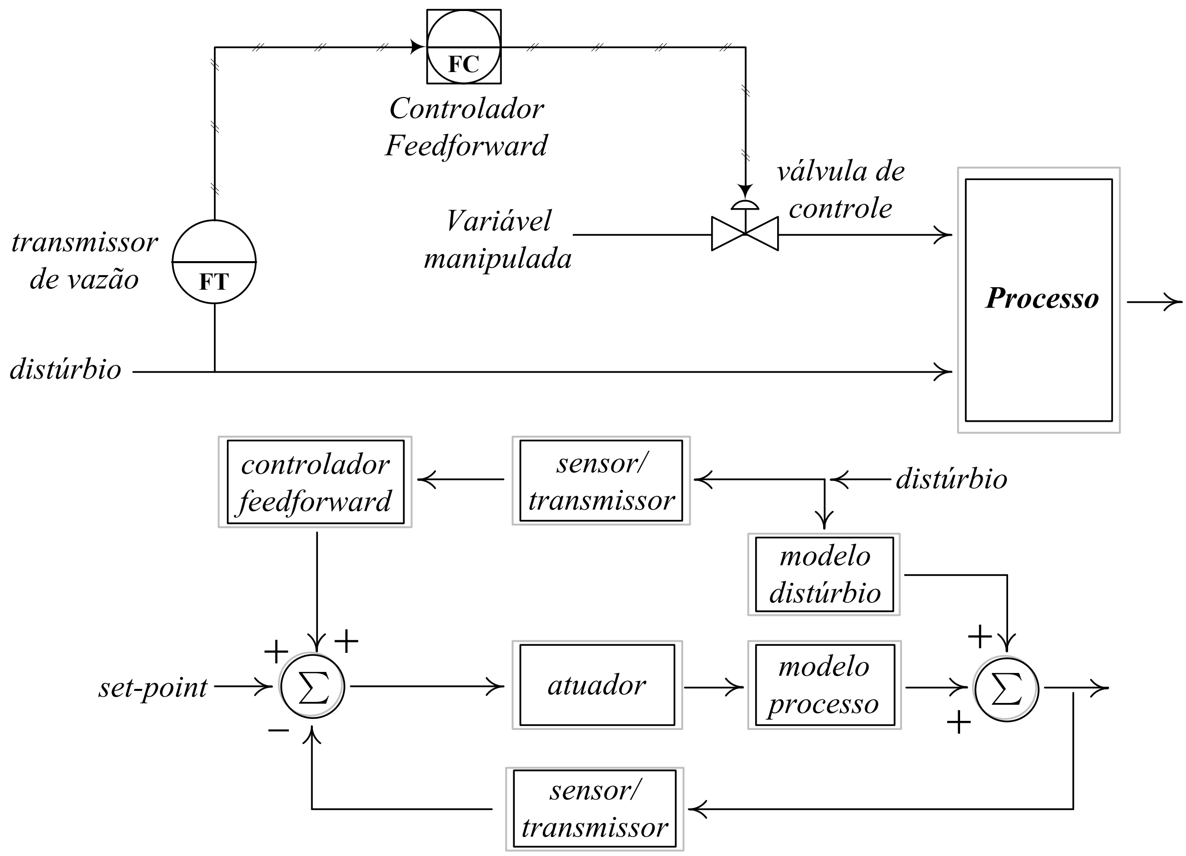

FIGURA II.3 – ESQUEMA COM A PROPOSTA DE CONTROLE *FEEDFORWARD*.

SEBORG (1999) apresentou uma revisão ampla do atual estado das estratégias controle de processo avançado com uma ênfase na evolução das técnicas. Ressalta que o termo "controle de processo avançado" é muito subjetivo, sugerindo uma classificação em categorias que abrange as inúmeras estratégias existentes no campo de controle de processos. Na TABELA II.1 é apresentado essa classificação em categorias de sistemas de controle.

TABELA II.1 – CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE PROCESSO DE ACORDO COM O SEU GRAU DE APLICAÇÃO NA INDÚSTRIA.

Categoria I: Estratégias de Controle Convencional	▪ Controle em manual; ▪ Controle PID; ▪ Controle de razão ▪ Controle em cascata; ▪ Controle *feedforward*.
Categoria II: Estratégias de Controle Avançado: técnicas clássicas	▪ Ganho escalonado; ▪ Compensação de atraso de tempo; ▪ Controle de desacoplamento; ▪ Controladores Seletivo/*override*.
Categoria III: Estratégias de Controle Avançado: técnicas amplamente utilizadas	▪ Controle Preditivo com Modelo (MPC); ▪ Controle Estatístico de Qualidade (SQC); ▪ Controle com Modelo Interno (IMC); ▪ Controle Adaptativo.
Categoria IV: Estratégias de Controle Avançado: técnicas recentes com algumas aplicações industriais	▪ Controle Ótimo Globalmente Linearizante (LQG); ▪ Controle Não-Linear; ▪ Controle Robusto; ▪ Controladores baseado em Redes Neurais; ▪ Controle *Fuzzy*; ▪ Sistemas Especialistas de Controle.
Categoria V: Estratégias de Controle Avançado: propostas com pouca ou nenhuma aplicação industrial	▪ Técnicas isoladas com poucas publicações, porém com atrativos para aplicações futuras.

FONTE: SEBORG (1999).

3 - CONTROLE DE PROCESSOS EM COLUNA DE ABSORÇÃO

As operações unitárias de separações desempenham um papel importante na maioria dos processos químicos. Muitos são os processos no qual algum componente deve ser separado de outros componentes para comercialização como um produto final, ou para uso em outro processo de fabricação. Uma operação unitária bastante utilizada para este fim é absorção de gás, que é normalmente aplicada para remover um componente diluído a partir de um fluxo de gás (BEQUETTE, 1998).

Muitos estudos são reportados pela literatura para controle do processo de absorção de gás. Destaque deve ser dado a aplicações de controle avançado, como técnicas baseadas em redes neurais de controle não-linear e controladores preditivos baseado em modelo.

Em seu trabalho, MAIA (1994) aplicou a técnica de controle por matriz dinâmica (DMC) em uma coluna absorvedora de gases. Os algoritmos implementados do controlador DMC foram para o caso monovariável com uma entrada e uma saída (SISO) e sem restrições, assim, pode realizar um estudo comparativo com um controlador convencional PI *feedback*. A robustez das respostas simuladas com DMC foi analisada e comprovada.

NAJIM & RUIZ (1995) implementaram um sistema de controle preditivo adaptativo aplicado a uma coluna de absorção de CO_2 de uma mistura gasosa. Desenvolveram, ainda, um modelo matemático a partir de considerações de balanços de massa, de fenômenos de transporte e de reação química na fase líquida. Demonstraram a capacidade do algoritmo preditivo proposto em melhorar a eficiência da unidade de absorção.

A técnica de controle baseada em redes neurais (RNA) de uma coluna de absorção com reação química foi estudada por SILVA (1997), que utilizou RNA para predição dos fluxos de transferência de massa, juntamente com as equações de balanço de massa ao longo da coluna. Um estudo do comportamento do controle preditivo com modelo linear e não-linear foi realizado. Comparando os resultados, encontraram-se poucas diferenças entre as duas abordagens, demonstrando que a utilização do controle preditivo com modelo de convolução pode ser aplicada com relativa qualidade de resultados.

Segundo PALÚ (2001) existem poucos estudos referentes a controle de colunas de absorção, sendo mais comum trabalhos de simulação. Neste contexto, implementou um amplo estudo sobre a aplicação de controle avançado em uma coluna de absorção de álcool de CO_2, escolhendo a técnica de controle por matriz dinâmica (DMC) para casos monovariável (SISO) e multivariável (MISO), comparando essas abordagens a um controlador convencional PI. Para avaliação do desempenho dos controladores, utilizou a integral do erro ao quadrado (ISE) e o consumo total de solvente, sendo estes parâmetros aplicados para uma otimização da coluna. Os resultados simulados com controle DMC se mostrou muito superior ao controlador PI usado para comparação.

NUNES *et al.* (2003) desenvolveram um método rigoroso para analisar a estabilidade de controladores multivariáveis preditivos sem restrições a partir de operações polinomiais de uma coluna absorvedora gás-líquido multi-estágios. A técnica proposta permite a derivação de expressões explicitas para as funções de transferência em malha fechada que descrevem a dinâmica do sistema de absorção. Mostraram, ainda, que a estabilidade assintótica do sistema pode ser definida através da determinação dos pólos da malha fechada a partir das raízes de duas equações polinomiais características.

EYNG (2008) aplicou um controle *feedback-feedforward* baseado em um modelo inverso de redes neurais em um processo de absorção para recuperação do etanol perdido por evaporação durante a sua fermentação. Realizou simulações abordando o problema servo e regulatório de controle, comparando os resultados do controlador neural com um controlador PID. Para determinação do desempenho dos controladores, foram avaliados os índices ITAE (integral do erro absoluto ponderado pelo tempo), IAE (integral do erro absoluto) e ISE (integral do erro ao quadrado).

Em seu trabalho, EYNG (2008) ainda ressalta que o controlador neural implementado apresenta maior confiabilidade perante incertezas de até 10% nas medições, isto é, proporcionou menores oscilações comparadas ao controlador PID. Demonstrou em suas simulações, que as incertezas de medição tem grande influência no desempenho dos sistemas de controle.

BEDELBAYEV (2008) aplicou um controlador preditivo baseado em modelo (MPC) para uma coluna de absorção de CO_2. O modelo foi elaborado com base em balanços de massa e energia. O MPC mostrou bons resultados em resposta às perturbações, sendo capaz de lidar com mudanças relativamente grandes no *set-point* e nas variáveis de distúrbio.

EYNG *et al.* (2009) desenvolveram um controlador não-linear baseado em redes neurais com modelo inverso (controlador ANN). O controlador proposto manipula a taxa de fluxo de absorventes a fim de controlar a concentração de etanol residual na fase gasosa. Através de testes de simulações, comprovaram a superioridade do controlador ANN comparado com o controle por matriz dinâmica (DMC), quando perturbações foram impostas ao sistema. Seus resultados demonstraram que o controlador ANN é uma ferramenta robusta e confiável para controlar a coluna de absorção estudada.

Finalmente, TEIXEIRA (2010) aplicou técnicas de identificação e controle fracionário em uma coluna de absorção com dados experimentais obtidos da literatura. A partir do modelo identificado do processo, realizou simulações com as seguintes estruturas de controle com abordagem fracionária: *feedback* convencional, *feedback* convencional com compensação de tempo morto de atraso, *feedback* em cascata, *feedforward* puro e *feedback-feedforward*. Em seu estudo, mostrou que o controle com parâmetros fracionários é mais robusto, eliminando efeitos indesejáveis provenientes da dinâmica do sistema.

4 - CONTROLE DE PROCESSOS EM MÁQUINA DE PAPEL

Uma característica presente nas indústrias de celulose e papel é a alta complexidade e não linearidade do processo, o que leva à necessidade de sistemas de controle robustos. LEIVISKÄ (2000) apresenta diversas filosofias de controle que podem ser aplicadas nas fabricas de celulose e papel, que são:

- Algoritmos de controle digital: P, PI e PID;
- Controladores auto-sintonizantes PID;
- Controladores adaptativos: ganho escalonado, controlador preditivo com modelo (MPC), etc;
- Controle multivariável: controle de desacoplamento, controlador de estado ótimo;
- Sistemas de controle especialistas: controle de estabilização, controle supervisório;
- Controle com lógica *fuzzy*;
- Controle baseado em redes neurais;
- Métodos de controle estatístico de processo (CEP).

Em uma indústria de celulose e papel, para cada tipo de papel fabricado existem metas específicas e limites para as variáveis de qualidade, tais como gramatura, umidade da folha, teor de cinzas (carga mineral), formação, propriedades de resistência, entre outras variáveis. A grande maioria dessas variáveis podem ser medidas e controladas de forma *on-line*. Um sistema de controle de qualidade automático em máquinas de papel possuem duas divisões básicas: controle de direção de máquina (MD) e controle de direção transversal (CD) (LEIVISKÄ, 2000).

Neste contexto, é apresentada aqui uma revisão dos principais estudos encontrados na literatura sobre estratégias de controle em máquinas de papel. Sendo que um trabalho pioneiro é reportado por ASTROM (1967), que aplicou a teoria de controle linear ótimo em uma máquina de papel. Discutiu a aplicabilidade da teoria, como também a obtenção de um modelo matemático da dinâmica do processo e dos distúrbios.

FJELD (1978) descreve a aplicação da teoria de controle ótimo por mínimos quadrados (LSQ) para controle da caixa de entrada da máquina de papel em uma indústria de papel Kraft. O sistema proposto é uma das primeiras aplicações da teoria de controle avançado no setor de papel e celulose.

SHNRBARO & JONES (1994) propuseram um controlador não-linear preditivo multivariável baseado em modelo (MPC) da caixa de entrada de uma máquina de papel. Em seu trabalho, os autores relatam que as respostas simuladas do controlador sobre efeito das incertezas foram incorporadas no modelo do processo.

SHIRT (1997) estudou a aplicabilidade de modelos matemáticos empíricos referentes à química da parte úmida de uma máquina de papel no ambiente industrial para controle em malha fechada, aplicando uma abordagem de simulação dinâmica a fim de modelar as interações entre os produtos químicos do processo. Outra importante contribuição do seu trabalho foi o desenvolvimento de ferramentas de identificação da química da parte úmida para posterior implementação de um sistema de controle *feedback*. Propôs um método para a especificação do intervalo de confiança da robustez do controlador na fase de identificação, através da otimização de uma medida de robustez com restrição para os parâmetros do modelo, em um intervalo de confiança de $(1-\alpha)\%$.

FEELEY *et al.* (1999) implementaram um controlador multivariável com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), com regulador linear quadrático digital (DLQR) para a caixa de entrada de uma máquina de papel em escala piloto laboratorial. Para tanto, um modelo não-linear foi desenvolvido através de dados experimentais e identificação do sistema em malha fechada. O algoritmo desenvolvido responde satisfatoriamente às mudanças de *set-point* no sistema.

YLÉN (2001) propôs um novo método para medir e controlar a variável pH em processos industriais sob condições severas, como alta pressão e variações bruscas de vazão de fluxos. Um controlador tipo *fuzzy* foi aplicado em sistemas práticos, que incluem uma planta piloto de neutralização, um *scrubber* industrial de amônia e a parte úmida de uma máquina de papel. Os resultados foram tão promissores que o sistema foi instalado de forma permanente nas instalações industriais.

KABORE & WANG (2001) elaboraram um sistema de controle de pH e da consistência em uma máquina de papel em escala piloto. Ressaltam que a abordagem não-linear pode ser aplicada em um controlador com modelo interno preditivo. Os resultados simulados demonstram o potencial da proposta de controle e estimação de falhas.

HAUGE & LIE (2002) apresentaram um modelo mecanicístico para uma máquina de papel instalada na Noruega. Um controlador preditivo com modelo (MPC) é proposto para controle de três variáveis de interesse do processo: gramatura, conteúdo de cinzas (carga mineral) e concentração total da água branca da máquina. A ordem do modelo foi reduzida e seus parâmetros foram estimados, sendo que para validação, foram utilizados dados industriais. A fim de modelar as dinâmicas desconhecidas do processo, reportaram também, um modelo híbrido com um filtro de Kalman “quase estendido”, obtendo bons resultados de validação com esta abordagem.

Em HAUGE *et al.* (2002) também encontra-se um estudo para aplicação de um controlador preditivo com modelo (MPC) para controle da parte úmida de uma máquina de papel instalada na Noruega. Foi desenvolvido um modelo físico não-linear do processo para implementação da estrutura MPC. O algoritmo comercial MPC foi modificado para permitir mudanças futuras de *set-point*.

HORI & KWONG (2002) investigaram uma metodologia para identificação em malha fechada da matriz dinâmica de um controlador DMC (*Dynamic Matrix Control*) aplicado no controle da caixa de entrada de uma máquina de papel. Este método se baseia na minimização da soma dos quadrados dos desvios entre os novos e os antigos coeficientes da matriz dinâmica. Demonstraram que o método proposto consegue atualizar de forma eficiente os coeficientes da matriz dinâmica do processo.

MÄENPÄÄ (2006) em seu trabalho desenvolveu um controlador preditivo baseado em modelo (MPC) robusto para controle da direção transversal (CD) de uma maquina de papel, sendo um problema de controle multiváriavel e complexo. Relata a importância em abordar as incertezas do modelo para este processo, pois incompatibilidades do modelo pode fazer com que o sistema em malha fechada tenha um desempenho ruim.

KARLSSON *et al.* (2006) introduziram um controlador *feedforward* na seção de secagem de uma máquina de papel para controle da umidade do papel. O diferencial proposto pelos autores é a introdução de uma medida da temperatura da folha como variável distúrbio. Essa abordagem se mostrou mais robusta no controle da umidade.

OHENOJA *et al.* (2010) apresentaram resultados de simulação e controle da gramatura em uma máquina de papel. Estudaram os efeitos das incertezas das medidas reproduzidas pelo *scanner*. Relatam que a gramatura é um dos parâmetros de qualidade mais importantes na fabricação de papel, portanto, o problema de controle bidimensional (direção de máquina, MD e transversal, CD) deve ser estudado. Os controladores estudados foram o PI (proporcional e integral) e GPC (controlador preditivo generalizado). Para análise do desempenho dos controladores foi avaliado o desvio padrão $2\cdot\sigma$, propriedades espectrais e porcentagens de redução da variância das perturbações, comprovando a maior robustez e estabilidade do controle GPC comparado com o PI.

Finalmente, o trabalho de SILVA (2010) aborda o problema do controle de pH em uma máquina de papel da indústria Klabin S.A., importante fabricante de celulose e papel brasileira. Inicialmente uma identificação em malha fechada do sistema foi realizada, através da resposta a um distúrbio tipo degrau escalonado real (*staircase*) e tipo degrau unitário teórico. Com os modelos dinâmicos, aplicou testes de simulação para sintonia e otimização econômica da malha de controle PI. Seus resultados apontam uma melhoria no desempenho do controlador sintonizado com base na avaliação do critério ISE (integral do erro ao quadrado), atingindo até 88% de ganho econômico na otimização da malha.

5 - ANÁLISE DE INCERTEZAS PARAMÉTRICAS E PROPAGAÇÃO DE ERROS

Para VUOLO (1992) a incerteza de uma grandeza física "*y*" pode ser definida como uma indicação do quanto o melhor valor dessa grandeza difere do valor verdadeiro, em termos de probabilidades. Destaca, ainda, que a teoria de erros possuem os seguintes objetivos básicos:

- Obter o melhor valor para a grandeza física a partir do conjunto de dados disponíveis;
- Obter a incerteza do melhor valor encontrado, isto é, determinar o quanto o melhor valor é diferente do valor verdadeiro.

Uma forma mais eficiente e exata para estudar o controle de processos é a caracterização e estudo do erro, que é definido simplesmente como um desvio entre um valor real e um valor efetivamente encontrado. Podem ser classificados em dois grandes grupos, como segue (VUOLO, 1992):

- *Erros determinísticos ou sistemáticos*: decorre de um desvio fixo entre a grandeza lida e o valor verdadeiro. É um tipo de erro que é sempre repetitivo, desde que as condições sejam idênticas. Pode ser eliminado por meio de compensação;
- *Erros aleatórios ou estatísticos*: ocorre devido a fatores imponderáveis e que não podem ser modelados. A dimensão de erro aleatório só pode ser estabelecida por meio de análise estatística.

Uma incerteza experimental é o valor possível que o erro pode assumir. Define uma faixa onde se estima estar localizado o valor da grandeza medida (dentro de um determinado nível de probabilidade). As fontes de incertezas são as mesmas que as dos erros, apesar de representarem indicadores e conceitos diferentes. A seguir será apresentada uma breve revisão dos principais estudos aplicados à incerteza paramétrica em controle de processos.

DOYLE (1982) em um estudo pioneiro introduziu uma abordagem genérica para análise de sistemas lineares com incertezas estruturadas através de um método inovador para a época baseado na teoria espectral de matrizes. O autor ressalta que seus resultados são promissores para estudos futuros na área de análise de erros em malhas de controle *feedback*.

NARAYANAN *et al.* (1997) desenvolveram um controlador adaptativo com modelo interno para o controle do processo de neutralização de pH. Seus resultados de simulação demonstram a grande robustez do controlador proposto na rejeição de perturbações para controle servo, sendo capaz de compensar as incertezas presente no modelo não-linear utilizado.

PINTO (1998) elaborou um abrangente estudo sobre otimização econômica de sistemas com incertezas paramétricas. A principal contribuição do seu trabalho é a introdução de um valor econômico às incertezas de parâmetros, que podem então ser usada tanto para otimização do processo como para a tomada de decisões durante o projeto de um experimento sequencial. Dois exemplos foram considerados para aplicação da proposta: projeto de um CSTR (*continuous stirred-tank reactor*) e planejamento sequencial de um experimento.

TENNE & SINGH (2004) projetaram um controlador que compensa as incertezas paramétricas e suas distribuições. Para o calculo das distribuições dos parâmetros, uma aproximação é feita por um conjunto finito de pontos que são calculados pela técnica de transformação *unscented*. Este conjunto de pontos é então, usado para projetar controladores robustos que minimizem o pior desempenho da planta sobre o domínio de incertezas. O projeto dos controladores aborda sistemas de controle estatisticamente robustos com atraso de tempo. Um controle *feedback* de um helicóptero é usado para aplicação da técnica proposta. A principal contribuição do trabalho é a proposta de uma inovadora técnica para modelagem das incertezas paramétricas no projeto de controladores *feedback* robustos.

DOESWIJK *et al.* (2008) aplicaram técnicas de redução, linearização e discretização de um modelo não-linear para controle de um processo de estocagem com ventilação forçada de ar. Devido às incertezas geradas pela ventilação, uma análise de propagação de erros foi abordada para predizer a incerteza do sistema analiticamente. Por fim, aplicaram o modelo de incertezas em um sistema de controle ótimo com um intervalo de confiança de 95%.

LIE (2009) em um trabalho inovador estudou as incertezas paramétricas do modelo sobre o desempenho de uma malha de controle aberta e fechada. Descrições determinística e estatística das incertezas paramétricas do modelo são discutidas e ilustradas para um estudo de caso em uma indústria de papel. Seus resultados teóricos demonstram a importância da análise das incertezas paramétricas aplicadas em malhas de controle.

Segundo VENTIN (2010) a estratégia de controle robusto aplicado a um processo requer a determinação de um modelo nominal caracterizado por uma função de transferência média que possa ser aplicada para uma ampla faixa de pontos operacionais, como também um modelo de incertezas para a dinâmica do modelo. Relata que as incertezas no modelo provem de diversas fontes e podem ser classificadas como segue:

- *Incertezas paramétricas*: o modelo possui estrutura e ordem conhecida, no entanto, alguns parâmetros são incertos;
- *Incertezas negligenciadas e de dinâmica não modelada*: o modelo é incorreto devido à falta de dinâmica, tanto por negligência quanto por incompreensão da modelagem física do sistema. Todo modelo de um sistema real esta sujeito a este tipo de incerteza;
- *Incertezas aglomeradas*: neste caso a descrição da incerteza representa uma ou várias fontes de incertezas combinadas.

A medida indireta de uma grandeza é efetuada através de uma série de medidas diretas de grandezas que se relacionam através de fórmulas e expressões com a grandeza em questão. O método de se calcular as incertezas no resultado final do valor da grandeza medida indiretamente é denominado de propagação de erros e pode ser analisado estatisticamente.

ALBERTON (2010) tratou em seu trabalho aspectos relacionados ao problema de estimação de parâmetros e planejamento sequencial de experimentos, abordando o estudo de incertezas em sistemas de Engenharia Química. Relata que a forma mais usual para representar as incertezas paramétricas é por intervalos de confiança, da seguinte forma:

$$\psi_i^{est} - \varepsilon_{\psi_i} < \psi_i^{verd} < \psi_i^{est} + \varepsilon_{\psi_i} \tag{II.1}$$

onde ψ_i^{est} representa o valor estimado do parâmetro; ψ_i^{verd} é o valor verdadeiro do parâmetro não conhecido e ε_{ψ_i} é o erro do parâmetro.

Um dos focos do trabalho realizado por ALBERTON (2010) foi a implementação da técnica de propagação de erros, onde demonstrou como a incerteza de uma variável pode ser obtida em processos de Engenharia Química para fins de estimação de parâmetros e planejamento experimental, se variâncias individuais dos blocos que o compõem são conhecidas.

Finalmente, CHEN & HOO (2010) analisaram e propagaram as incertezas paramétricas de um modelo presente em controlador preditivo com modelo (MPC) a fim de melhorar e precisão e robustez do controle. A principal contribuição do seu trabalho é a determinação de uma representação eficiente para propagação das incertezas dos parâmetros através de uma combinação da teoria de probabilidade e da teoria de possibilidade.

6 - IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Para AGUIRRE (2007) a identificação de sistema tem por finalidade a obtenção de um modelo matemático que reproduza de forma aproximada a relação entrada-saída de um processo, ou seja, qual modelo que, ao ser excitado por $u(t)$, resulta em $y(t)$. Ainda destaca as principais etapas de um problema de identificação, que são:

- *Testes dinâmicos e coleta de dados*: muitas vezes os únicos dados disponíveis são de operação do processo normal, em outras situações é possível e desejável executar através da aplicação de sinais de excitação a fim de definir a dinâmica do sistema;
- *Escolha da representação matemática a ser usada*: funções de transferência em tempo contínuo são utilizadas em problemas de identificação determinísticos, porém, muito frequentemente a representação ARMAX[1] é utilizada para identificação estocástica;
- *Determinação da estrutura do modelo*: para modelos lineares, a escolha se restringe basicamente ao número de pólos e zeros e o tempo de atraso;
- *Estimação de parâmetros*: inicialmente deve-se escolher qual algoritmo de estimação a ser utilizado. O método de mínimos quadrados é um dos mais clássicos, no entanto, diversas variações deste podem ser encontradas na literatura. Sua aplicação e de suas variantes dependem que a representação matemática escolhida seja linear nos parâmetros;
- *Validação do modelo*: com modelos em mãos, é necessário verificar se estes incorporam as informações e características de interesse do sistema real. Esta etapa depende fortemente da aplicação pretendida para o modelo e da quantidade de informações disponível do sistema real em estudo.

Na FIGURA II.4 a seguir é apresentado um fluxograma proposto de guia para a identificação de um sistema.

[1] Modelo auto-regressivo de média móvel com entradas exógenas (*autoregressive moving average model with exogenous inputs*).

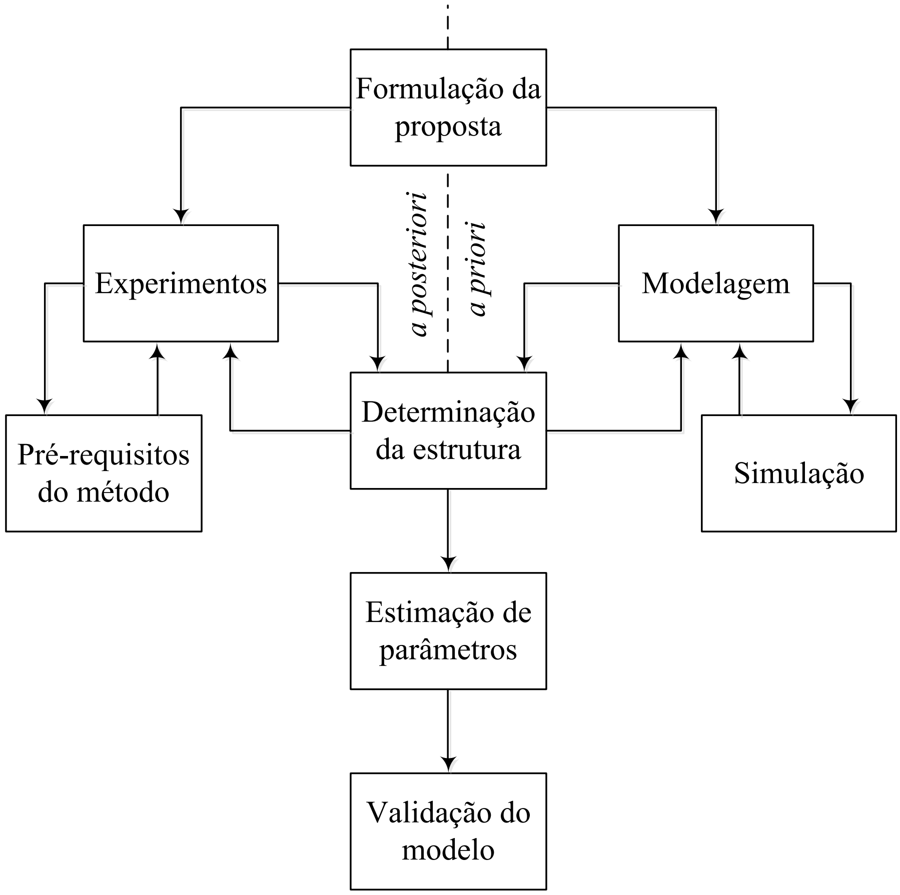

FIGURA II.4 – FLUXOGRAMA COM OS PRINCIPAIS PASSOS PARA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS (FONTE: JOHANSSON, 1993).

Dentre os diversos métodos de identificação de sistemas encontrados na literatura, destacam-se as seguintes técnicas mais comuns (JOHANSSON, 1993; AGUIRRE, 2007):

- Análise da resposta em frequência;
- Transformada de Fourier;
- Métodos de otimização determinísticos;
- Métodos não-paramétricos;
- Regressão linear por mínimos quadrados;
- Filtros de Kalman;
- Redes Neurais Artificiais;
- Identificação direta; etc.

Técnicas de identificação de sistemas tem recebido grande atenção, sendo amplamente investigada com muitas soluções propostas na literatura que podem ser aplicadas aos processos industriais em geral, onde se destacam as técnicas em malha aberta e em malha fechada, com facilidade de aplicação a casos práticos (VISIOLI & ZHONG, 2011).

Em torno de 80% de todos os processos de Engenharia Química em malha aberta podem ser modelados por uma equação de primeira ordem com tempo morto (FOLPD[2]), dada pela seguinte equação (LUYBEN & LUYBEN, 1997).

$$G_P(s)=\frac{k_P\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)}}{\tau_P\cdot s+1} \tag{II.2}$$

Sistemas criticamente amortecidos e com pólos complexos podem ser representados por modelos de segunda ordem com compensação de tempo morto de atraso (SOSPD[3]). Normalmente, a função de transferência para processos de segunda ordem pode ser expressa da seguinte forma:

$$G_P(s)=\frac{k_P\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)}}{\tau_P^2\cdot s^2+2\cdot\xi\cdot\tau_P\cdot s+1} \tag{II.3}$$

onde ξ é o fator de amortecimento do modelo.

Para o processo de identificação de sistemas é necessário a definição do tipo de sinal de perturbação a ser aplicada na entrada. Onde a perturbação tipo degrau unitário é a mais aplicada para estudos de identificação e controle de sistemas. Sendo assim, os seguintes tipos de sinais de entrada são descritas a seguir (SÖDERSTRÖM & STOICA, 1989; SEBORG *et al.*, 2003):

- *Função degrau unitário*: esta função é definida de acordo com a equação (II.4).

$$u_d(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ u(0) & t\geq 0\end{cases} \tag{II.4}$$

- *Função rampa*: essa mudança em uma variável de entrada pode ser aproximar em uma função, como:

$$u_r(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ a(t) & t\geq 0\end{cases} \tag{II.5}$$

- *Pulso retangular*: pode ser aproximada pela seguinte função:

$$u_{pr}(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ h & 0\leq t<t_c\\ 0 & t\geq t_c\end{cases} \tag{II.6}$$

onde t_c é tamanho do pulso, podendo variar de muito pequeno (aproximadamente ao um impulso) até muito grande.

---

[2] *First Order Lag Plus time Delay*

[3] *Second Order System Plus time Delay*

- *Função impulso*: esta função é de fácil implementação do ponto de vista matemático ($U(s) = 1$), porém sua aplicação industrial é complexa, pois é necessária a injeção de uma quantidade finita de material ou energia na entrada de um processo com comprimento infinitesimal de tempo.
- *Sequência binária pseudoaleatória (PRBS)*: é um sinal que muda entre dois níveis específicos. Estes sinais são binários e possuem apenas dois valores possíveis com períodos diferentes. Na maioria dos casos, o período é escolhido para ser da mesma ordem ou maior que o número de amostras do experimento.
- *Processo auto-regressivo com media móvel (ARMA)*: existem diversas formas de gerar números pseudoaleatórios em um computador. Considerando $w(t)$ uma sequência pseudoaleatória semelhante a um ruído branco no sentido como mostrado a seguir:

$$\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} w(t)\cdot w(t+\tau) \rightarrow 0 \tag{II.7}$$

onde $N \rightarrow \infty$ e $\tau \neq 0$. A partir de $w(t)$, $u(t)$ pode ser obtido por filtragem linear, resultando em:

$$u(t)+c_1\cdot u(t-1)+\ldots+c_m\cdot u(t-m)=w(t)+d_1\cdot w(t-1)+\ldots+d_m\cdot w(t-m) \tag{II.8}$$

onde m, c_j e d_j são os parâmetros do filtro. A equação (II.8) pode ser reescrita na sua forma mais usual, tal como:

$$u(t)=\frac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})}\cdot w(t) \tag{II.9}$$

onde q^{-1} é o operador de deslocamento inverso, e:

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= 1+c_1\cdot q^{-1}+\ldots+c_m\cdot q^{-m} \\ D(q^{-1}) &= 1+d_1\cdot q^{-1}+\ldots+d_m\cdot q^{-m} \end{aligned} \tag{II.10}$$

- *Soma de funções seno*: a entrada $u(t)$ para esta classe de sinais é definida como:

$$u_s(t)=\sum_{j=1}^{m} a_j\cdot \mathrm{sen}(\omega_j\cdot t+\zeta_j) \tag{II.11}$$

onde as frequências angulares ω_j são distintas, $0 \leq \omega_1 < \omega_2 < \ldots < \omega_m \leq \pi$. A amplitude a_j deve ser definida com frequências ω_j e fases ζ_j.

Para VISIOLI (2006) a técnica de identificação de um sistema dinâmico pode ser encarada como um problema de otimização através da minimização da seguinte função objetivo.

$$F_{OBJ} = \sum_{i=0}^{NE} \left[y^{\exp}(t) - y^{\mathrm{mod}}(t) \right]^2 dt \equiv \text{mínimo} \tag{II.12}$$

onde $y^{\exp}(t)$ denota a resposta experimental ao degrau e $y^{\mathrm{mod}}(t)$ denota a resposta ao degrau do modelo. Na verdade, os parâmetros do modelo são calculados de forma a minimizar a diferença entre as respostas ao degrau experimental e do modelo (minimização dos resíduos). Uma forma prática este resolver o problema é utilizar algoritmos determinísticos de otimização como Levenberg-Marquardt (LEVENBERG, 1944; MARQUARDT, 1963) e simplex modificado (NELDER & MEAD, 1965).

6.1 - Identificação em Malha Aberta Baseada em Otimização

Técnicas de identificação de sistemas em malha aberta são baseadas na avaliação da resposta do processo a sinais particulares (distúrbios). Eles têm de ser aplicadas a partir de um ponto de equilíbrio do sistema. O sinal de entrada usado em um experimento de identificação pode ter uma influência significativa sobre os resultados estimados dos parâmetros do modelo matemático.

Genericamente, a identificação em malha aberta baseia-se na aplicação de uma perturbação tipo degrau unitário na entrada do sistema, avaliando a resposta para estimação dos parâmetros do modelo proposto. Um esquema dessa identificação é apresentado na FIGURA II.5 a seguir.

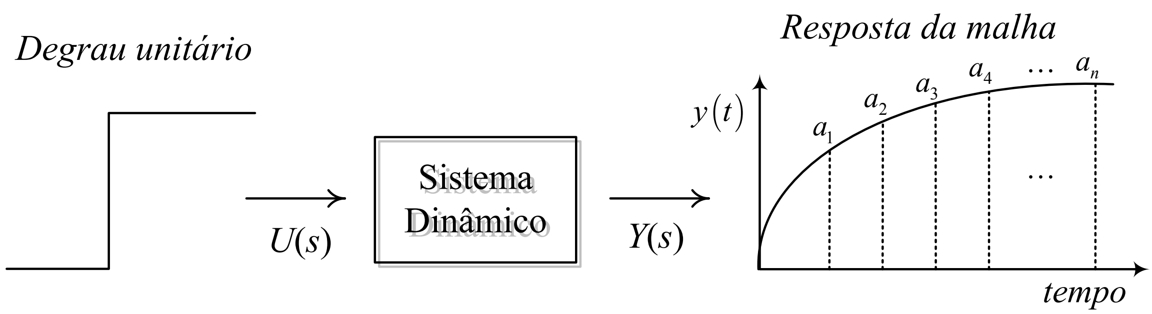

FIGURA II.5 – ESQUEMA DO PROCEDIMENTO PARA IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA EM MALHA ABERTA.

6.2 - Identificação em Malha Fechada Baseada em Otimização

Técnicas de identificação em malha fechada são geralmente baseadas na utilização de um controlador de realimentação (*feedback*), através da avaliação da resposta da malha a uma mudança de *set-point* (controle servo) ou a um distúrbio externo (controle regulatório).

O procedimento para identificação em malha fechada de um sistema consiste em aplicar um distúrbio na entrada de um sistema de controle *feedback* a fim de avaliar a dinâmica da reposta de $y(t)$ e estimar os parâmetros do modelo proposto do processo conforme mostrado na FIGURA II.6 a seguir.

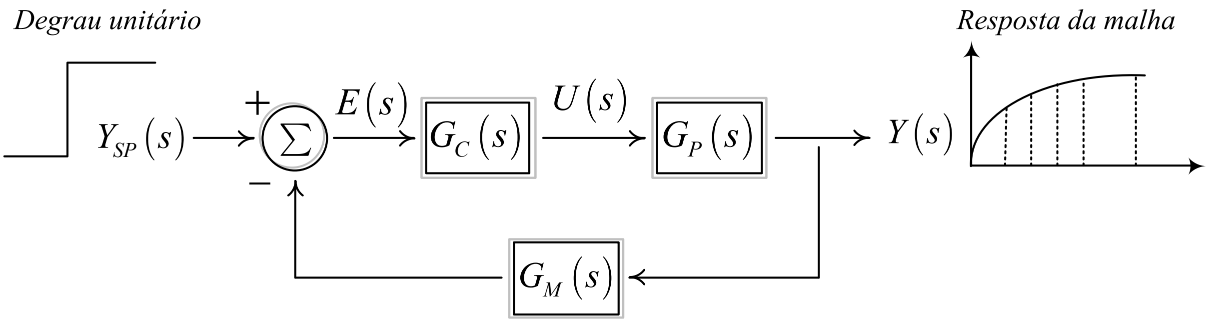

FIGURA II.6 – ESQUEMA DO PROCEDIMENTO PARA IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA EM MALHA FECHADA PARA CONTROLE SERVO.

O sinal de perturbação aplicado no sistema pode ser de várias formas, como já mostrado anteriormente. Esta excitação inserida atuará como um distúrbio em $Y_{SP}(s)$, caracterizando uma mudança de *set-point* para o controle servo.

SÖDERSTRÖM & STOICA (1989) relatam que três métodos de identificação de sistemas em malha fechada podem ser aplicados, são eles:

- *Identificação direta*: a existência de realimentação (*feedback*) é desprezada e os dados são tratados como se o sistema operasse em malha aberta;
- *Identificação indireta*: supõe-se que a referência externa $v(t)$ é mensurável e que a lei de controle *feedback* é conhecida. Primeiramente, o sistema de malha fechada é identificado tendo $v(t)$ como entrada. Então o sistema em malha aberta é determinado a partir das funções de transferências do controlador conhecidas e o sistema em malha fechada identificado;

- *Identificação entrada-saída conjunta*: os dados de $u(t)$ e $y(t)$ são considerados como saídas de um sistema multivariável impulsionado por ruído branco, ou seja, como séries temporais multivariável dimensional (n_y + n_u). Este sistema multivariável é identificado usando os parâmetros originais como incógnitas.

7 - ANÁLISE DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com base na revisão bibliográfica realizada, podem-se reconhecer algumas lacunas existentes que não foram devidamente exploradas. Primeiramente, foram identificados muitos estudos referentes à aplicação de sistemas de controle avançado nos processos de interesse (coluna de absorção de gás e máquina de papel), onde as técnicas de controle por matriz dinâmica (DMC), controle preditivo baseado em modelo (MPC) e de redes neuronais artificiais (RNA) se destacam, como pode ser visto em MAIA (1994), PALÚ (2001), EYNG (2009), KABORE & WANG (2001) e HORI & KWONG (2002). Sendo que, apenas os trabalhos de TEIXEIRA (2010), KARLSSON (2006) e SILVA (2010) abordaram técnicas convencionais de controle. No entanto, não foram encontrados estudos referentes aos diversos métodos de sintonia existentes com incertezas paramétricas aplicadas aos processos de interesse. Outra lacuna existente é o estudo analítico das funções de transferência das malhas de controle, onde apenas aproximações a modelos de segunda ordem foram utilizadas por alguns autores.

Outro aspecto importante sobre a revisão bibliográfica é que poucos estudos referentes à análise de incertezas através da técnica estatística de propagação de erros aplicada a malhas de controle foram encontradas. Apenas LIE (2009) abordou esta visão em malhas de controle, os demais autores reportaram estudos de incertezas aplicadas a controladores robustos, isto é, sistemas de controle avançado como o MPC. Não foi identificado nenhum trabalho que abrangesse os estudos de incertezas paramétricas a sistemas convencionais de controle, como PI e/ou PID.

Os estudos de caso escolhidos neste trabalho (coluna de absorção de amônia e máquina de papel) refletem muito bem a aplicabilidade do controle de processo com incertezas paramétricas, pois as variáveis a serem controladas (C_{NH_3} e pH) são fundamentais para o bom desempenho desses sistemas. Neste contexto, o presente trabalho pretende preencher as seguintes lacunas:

- Análise analítica das funções de transferência das malhas de controle PI a partir de um modelo de primeira ordem com compensação de tempo morto de atraso e sem tempo morto de atraso;
- Identificação dos sistemas e estudo das incertezas paramétricas propagadas nas simulações das respostas dinâmicas, com os modelos analíticos de $y(t)$ e $u(t)$;
- Determinação dos intervalos de confiança das respostas das malhas de controle a parir da propagação de erros dos parâmetros dos modelos identificados;
- Sintonia das malhas com erro propagado e definição da melhor sintonia a partir dos índices de desempenho ISE e IU, também com erro propagado;
- Determinação de um novo índice de desempenho para avaliar com maior clareza a robustez das sintonias estudadas frente a incertezas em seus parâmetros, o IPE (integral da propagação de erros).

CAPÍTULO III – METODOLOGIA

1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada e discutida a metodologia aplicada para o desenvolvimento do trabalho proposto. Para tanto, uma análise matemática da malha de controle servo sem tempo morto e com tempo morto de atraso é mostrado. Além disso, é apresentada a estratégia numérica determinística para estimação de parâmetros dos modelos dos sistemas estudados. Por fim, neste capítulo, tem-se a metodologia para determinação das incertezas paramétricas (matriz de covariância) e a dedução matemática da teoria estatística de propagação de erros. Como também, são apresentados dezoito métodos clássicos e atuais de sintonia do controlador escolhidos para estudo, com suas equações e restrições e os índices de desempenho aplicados para avaliação da qualidade destas sintonias.

2 - ANÁLISE MATEMÁTICA DA MALHA DE CONTROLE *FEEDBACK*

Uma malha de controle convencional *feedback* é estudada para a obtenção das soluções analíticas das dinâmicas das variáveis controlada e manipulada. O controlador considerado neste trabalho é do tipo PI (Proporcional e Integral) com abordagem para controle servo. A dinâmica do elemento final de controle e do medidor foi desprezada, isto é, $G_V(s) = G_M(s) = 1$, para maior simplificação das equações. A estrutura da malha de controle é apresentada na FIGURA III.1 a seguir.

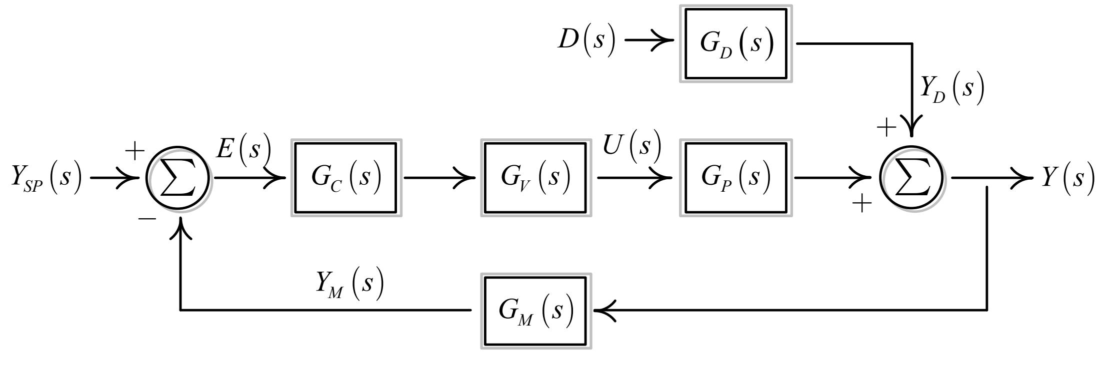

FIGURA III.1 – DIAGRAMA DE BLOCOS DE UMA MALHA FECHADA *FEEDBACK* COM CONTROLE SERVO PI, ISTO É, $D(s) = 0$ E $Y_{SP}(s) = A/s$.

Para problemas de controle do tipo servo (com transição de *set-point*), as seguintes funções de transferência são definidas:

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{G_C(s)\cdot G_P(s)}{1+G_C(s)\cdot G_P(s)} \tag{III.1}$$

$$\frac{U(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{G_C(s)}{1+G_C(s)\cdot G_P(s)} \tag{III.2}$$

onde a função de transferência do processo, $G_P(s)$, com tempo morto de atraso (θ_P) e sem tempo morto de atraso, são definidas respectivamente como:

$$G_P(s)=\frac{k_P\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)}}{\tau_P\cdot s+1} \tag{III.3}$$

$$G_P(s)=\frac{k_P}{\tau_P\cdot s+1} \tag{III.4}$$

A função de transferência do controlador PI, $G_C(s)$, é definida como sendo:

$$G_C(s)=k_C\cdot\left(1+\frac{1}{\tau_I\cdot s}\right) \tag{III.5}$$

onde k_C é o ganho proporcional do controlador e τ_I é o tempo integral. A equação (III.5) pode ser reescrita também da seguinte forma:

$$\frac{U(s)}{E(s)}=G_C(s)=k_C+\frac{k_C}{\tau_I\cdot s} \tag{III.6}$$

A relação de entrada e saída do controlador PI, descritas nas equações (III.5) e (III.6) são bem conhecidas e tomam a seguinte forma no domínio do tempo:

$$u(t)=k_C\cdot\left[e(t)+\frac{1}{\tau_I}\cdot\int_0^t e(\tau)d\tau\right] \tag{III.7}$$

Em seguida será apresentada a metodologia para determinação das respostas analíticas dinâmicas das malhas de controle com e sem tempo morto de atraso. A solução analítica das funções de transferência tem como principal vantagem a maior precisão do modelo do processo, o que resulta em maior robustez do controlador. Outra grande vantagem é a eliminação da necessidade de estimação de muitos parâmetros comparada com aproximações a modelos de segunda ordem, equação (II.3), pois a solução analítica da malha a partir de modelos de primeira ordem geram apenas dois parâmetros a serem estimados $(k_P \text{ e } \tau_P)$, reduzindo a complexidade do problema de estimação para identificação do sistema.

2.1 - Obtenção das Respostas Dinâmicas Analíticas Sem Tempo Morto

Para a análise de um processo dinâmico no qual não existem atrasos (tempo morto) na resposta frente às ações do controlador, a função de transferência do processo é definida substituindo as equações (III.4) e (III.5) na equação (III.1):

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{\left[k_C\cdot\left(1+\frac{1}{\tau_I\cdot s}\right)\right]\cdot\left[\frac{k_P}{\tau_P\cdot s+1}\right]}{1+\left[k_C\cdot\left(1+\frac{1}{\tau_I\cdot s}\right)\right]\cdot\left[\frac{k_P}{\tau_P\cdot s+1}\right]} \tag{III.8}$$

Após o devido tratamento algébrico, a função de transferência da equação (III.8) toma a seguinte forma:

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{k_C\cdot k_P\cdot(\tau_I\cdot s+1)}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot s^2+\tau_I\cdot s+k_C\cdot k_P\cdot\tau_I\cdot s+k_C\cdot k_P} \tag{III.9}$$

Isolando a variável controlada *Y*(*s*) na equação (III.9) e aplicando um degrau unitário para o *set-point* com tamanho “A” $\left(Y_{SP}(s)=\mathrm{A}/s\right)$ chega-se, então, na seguinte expressão:

$$Y(s)=\left(\frac{k_C\cdot k_P\cdot(\tau_I\cdot s+1)}{(\tau_I\cdot\tau_P)\cdot s^2+(\tau_I+k_C\cdot k_P\cdot\tau_I)\cdot s+k_C\cdot k_P}\right)\cdot\left(\frac{\mathrm{A}}{s}\right) \tag{III.10}$$

Ainda é possível realizar um agrupamento de variáveis na equação (III.10) para maior simplificação e entendimento do problema, obtendo a expressão mostrada a seguir:

$$Y(s)=\frac{\mathrm{A}\cdot\left(\frac{k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P}\right)\cdot(\tau_I\cdot s+1)}{s\cdot\left[s^2+\left(\frac{\tau_I+k_C\cdot k_P\cdot\tau_I}{\tau_I\cdot\tau_P}\right)\cdot s+\left(\frac{k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P}\right)\right]} \tag{III.11}$$

Finalmente chega-se na solução analítica no domínio do tempo para a variável controlada sem tempo morto de atraso, através da aplicação da transformada inversa de Laplace na equação (III.11). Devido à característica de um polinômio de 3º ordem no denominador da equação (III.11), sua solução analítica no domínio do tempo gera funções trigonométricas hiperbólicas. A solução mostrada a seguir foi obtida com o auxilio do programa computacional matemático MAPLE® (2008).

$$y(t)=\mathrm{A}\cdot\left(\alpha_0\cdot\left[\alpha_1\cdot\cosh(\alpha_2)+\alpha_3\cdot\mathrm{senh}(\alpha_2)\right]\right) \tag{III.12}$$

onde as constantes presentes na equação (III.12), equivalem a:

$$\alpha_0 = \frac{1 + e^{\left[-\frac{(1+k_C \cdot k_P)\cdot t}{2\cdot\tau_P}\right]}}{\tau_I + 2\cdot k_C \cdot k_P \cdot \tau_I + \tau_I \cdot k_C^2 \cdot k_P^2 - 4\cdot\tau_P \cdot k_C \cdot k_P};$$

$$\alpha_1 = \left(4\cdot\tau_P \cdot k_C \cdot k_P - \tau_I - 2\cdot k_C \cdot k_P \cdot \tau_I - \tau_I \cdot k_C^2 \cdot k_P^2\right);$$

$$\alpha_2 = \frac{t\cdot\left(\tau_I \cdot \left[\tau_I + 2\cdot k_C \cdot k_P \cdot \tau_I + \tau_I \cdot k_C^2 \cdot k_P^2 - 4\cdot\tau_P \cdot k_C \cdot k_P\right]\right)^{1/2}}{2\cdot\tau_I \cdot \tau_P};$$

$$\alpha_3 = \left(\tau_I \cdot \left[\tau_I + 2\cdot k_C \cdot k_P \cdot \tau_I + \tau_I \cdot k_C^2 \cdot k_P^2 - 4\cdot\tau_P \cdot k_C \cdot k_P\right]\right)^{1/2} \cdot \left(k_C \cdot k_P - 1\right).$$

Um procedimento similar pode ser aplicado a fim de obter a solução analítica para a variável manipulada $u(t)$, substituindo as equações (III.4) e (III.5) na equação (III.2), resultando em:

$$\frac{U(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{\left[k_C \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)\right]}{1 + \left[k_C \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)\right] \cdot \left[\frac{k_P}{\tau_P \cdot s + 1}\right]} \tag{III.13}$$

Da mesma forma que foi realizada para solução de $y(t)$, isolando a variável manipulada na equação (III.13) e aplicando um degrau unitário para o *set-point* com tamanho "A" $\left(Y_{SP}(s) = \mathrm{A}/s\right)$, chega-se na seguinte expressão no domínio de Laplace:

$$U(s) = \left(\frac{(\tau_P \cdot s + 1)\cdot(\tau_I \cdot s + 1)\cdot k_C}{s^2 \cdot \tau_P \cdot \tau_I + (\tau_I + k_C \cdot k_P \cdot \tau_I)\cdot s + k_C \cdot k_P}\right) \cdot \left(\frac{\mathrm{A}}{s}\right) \tag{III.14}$$

A solução no domínio do tempo da equação (III.14) é encontrada através da transformada inversa de Laplace, gerando funções trigonométricas hiperbólicas similarmente a solução de $y(t)$, $U(s)$ toma a seguinte forma no domínio do tempo:

$$u(t) = \mathrm{A} \cdot \left[\beta_0 \cdot \mathrm{senh}(\beta_1) + \beta_2 \cdot \cosh(\beta_1)\right] \tag{III.15}$$

onde as constantes presentes na equação (III.15), são:

$$\beta_0 = \frac{e^{\left[-\frac{(1+k_C \cdot k_P)\cdot t}{2\cdot\tau_P}\right]} \cdot \left(2\cdot\tau_I \cdot k_C \cdot k_P - \tau_I \cdot k_C^2 \cdot k_P^2 - \tau_I\right)}{\left[\tau_I \cdot \left(\tau_I + 2\cdot k_C \cdot k_P \cdot \tau_I + \tau_I \cdot k_C^2 \cdot k_P^2 - 4\cdot\tau_I \cdot k_C \cdot k_P\right)\right]^{1/2} \cdot k_P};$$

$$\beta_1 = \frac{t\cdot\left[\tau_I \cdot \left(\tau_I + 2\cdot k_C \cdot k_P \cdot \tau_I + \tau_I \cdot k_C^2 \cdot k_P^2 - 4\cdot\tau_P \cdot k_C \cdot k_P\right)\right]^{1/2}}{2\cdot\tau_I \cdot \tau_P};$$

$$\beta_2 = \frac{1 + \left(k_C \cdot k_P - 1\right) \cdot \mathrm{e}^{\left[-\frac{\left(1+k_C \cdot k_P\right) \cdot t}{2 \cdot \tau_P}\right]}}{k_P}.$$

2.2 - Obtenção das Respostas Dinâmicas Analíticas Com Tempo Morto

Considerando agora um sistema dinâmico real, onde existirá um tempo morto de atraso na resposta da variável controlada, a análise da malha é desenvolvida substituindo as equações (III.3) e (III.5) na equação (III.1) para a variável controlada $Y(s)$ e na equação (III.2) para a variável manipulada $U(s)$, como mostrado a seguir:

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{\left[k_C \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)\right] \cdot \left[\frac{k_P \cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P \cdot s)}}{\tau_P \cdot s + 1}\right]}{1 + \left[k_C \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)\right] \cdot \left[\frac{k_P \cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P \cdot s)}}{\tau_P \cdot s + 1}\right]} \tag{III.16}$$

$$\frac{U(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{k_C \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{1 + k_C \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right) \cdot \left(\frac{k_P \cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P \cdot s)}}{\tau_P \cdot s + 1}\right)} \tag{III.17}$$

Fazendo as devidas simplificações nas equações (III.16) e (III.17), chega-se:

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{k_C \cdot k_P \cdot \left(\tau_I \cdot s + 1\right) \cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P \cdot s)}}{\tau_I \cdot s \cdot \left(\tau_P \cdot s + 1\right) + k_C \cdot k_P \cdot \left(\tau_I \cdot s + 1\right) \cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P \cdot s)}} \tag{III.18}$$

$$\frac{U(s)}{Y_{SP}(s)} = \frac{k_C \cdot \left(\tau_I \cdot s + 1\right) \cdot \left(\tau_P \cdot s + 1\right)}{\tau_I \cdot s \cdot \left(\tau_P \cdot s + 1\right) \cdot k_C \cdot k_P \cdot \left(\tau_I \cdot s + 1\right) \cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P \cdot s)}} \tag{III.19}$$

Tendo em vista a necessidade de facilitar o tratamento matemático para o tempo morto θ_P, o seu equacionamento pode ser aproximado através de uma série de Taylor, conhecida como aproximação de Padé, mostrada a seguir (SEBORG *et al.*, 2003):

$$\mathrm{e}^{(-\theta_P \cdot s)} \approx \left(\frac{1 - \frac{\theta_P}{2} \cdot s}{1 + \frac{\theta_P}{2} \cdot s}\right) \approx \left(\frac{2 - \theta_P \cdot s}{2 + \theta_P \cdot s}\right) \tag{III.20}$$

O termo exponencial dificulta a solução da transformada inversa de Laplace e gera instabilidade na malha de controle devido ao aumento da não-linearidade da equação característica. Substituindo o denominador por uma aproximação de Padé de 1ª ordem, equação (III.20), chega-se na função de transferência para $Y(s)$ e $U(s)$:

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{k_C\cdot k_P\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)}}{\tau_I\cdot s\cdot(\tau_P\cdot s+1)+k_C\cdot k_P\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot\left(\dfrac{2-\theta_P\cdot s}{2+\theta_P\cdot s}\right)} \tag{III.21}$$

$$\frac{U(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{k_C\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(\tau_P\cdot s+1)}{\tau_I\cdot s\cdot(\tau_P\cdot s+1)+k_C\cdot k_P\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot\left(\dfrac{2-\theta_P\cdot s}{2+\theta_P\cdot s}\right)} \tag{III.22}$$

Fazendo as operações algébricas necessárias nas equações (III.21) e (III.22), chega-se em um polinômio de terceira ordem no denominador para as ambas dinâmicas da malha com controle servo:

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{k_C\cdot k_P\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)}}{\begin{pmatrix}\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot s^3+(2\cdot\tau_I\cdot\tau_P+\theta_P\cdot\tau_I-\theta_P\cdot k_C\cdot k_P\cdot\tau_I)\cdot s^2+\\(2\cdot\tau_I\cdot s+2\cdot\tau_I\cdot k_C\cdot k_P-\theta_P\cdot k_C\cdot k_P)\cdot s+2\cdot k_C\cdot k_P\end{pmatrix}} \tag{III.23}$$

$$\frac{U(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{k_C\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(\tau_P\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)}{\begin{pmatrix}\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot s^3+(2\cdot\tau_I\cdot\tau_P+\tau_I\cdot\theta_P-k_C\cdot k_P\cdot\tau_I\cdot\theta_P)\cdot s^2+\\(2\cdot\tau_I\cdot s+2\cdot k_C\cdot k_P\cdot\tau_I-k_C\cdot k_P\cdot\theta_P)\cdot s+2\cdot k_C\cdot k_P\end{pmatrix}} \tag{III.24}$$

Para facilitar a solução do problema, um agrupamento de variáveis pode ser elaborado, resultado em:

$$\frac{Y(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{\left[\dfrac{k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right]\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)}}{\begin{pmatrix}s^3+\left[\dfrac{2\cdot\tau_I\cdot\tau_P+\theta_P\cdot\tau_I-\theta_P\cdot k_C\cdot k_P\cdot\tau_I}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right]\cdot s^2+\\\left[\dfrac{2\cdot\tau_I+2\cdot\tau_I\cdot k_C\cdot k_P-\theta_P\cdot k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right]\cdot s+\left[\dfrac{2\cdot k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right]\end{pmatrix}} \tag{III.25}$$

$$\frac{U(s)}{Y_{SP}(s)}=\frac{\left[\dfrac{k_C}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right]\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(\tau_P\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)}{\begin{pmatrix}s^3+\left[\dfrac{2\cdot\tau_I\cdot\tau_P+\theta_P\cdot\tau_I-\theta_P\cdot k_C\cdot k_P\cdot\tau_I}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right]\cdot s^2+\\\left[\dfrac{2\cdot\tau_I+2\cdot\tau_I\cdot k_C\cdot k_P-\theta_P\cdot k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right]\cdot s+\left[\dfrac{2\cdot k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right]\end{pmatrix}} \tag{III.26}$$

As variáveis agrupadas são as raízes do polinômio cúbico e podem ser representadas por constantes a_0, a_1 e a_2, como mostrado nas equações a seguir:

$$Y(s)=\left(\frac{\mathrm{K}_y\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)}}{s^3+a_2\cdot s^2+a_1\cdot s+a_0}\right)\cdot\left(\frac{\mathrm{A}}{s}\right) \tag{III.27}$$

$$U(s)=\left(\frac{\mathrm{K}_u\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(\tau_P\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)}{s^3+a_2\cdot s^2+a_1\cdot s+a_0}\right)\cdot\left(\frac{\mathrm{A}}{s}\right) \tag{III.28}$$

onde as constantes presentes nas equações (III.27) e (III.28), são:

$$\mathrm{K}_y=\left[\frac{k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right];$$

$$\mathrm{K}_u=\left[\frac{k_C}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right];$$

$$a_0=\left[\frac{2\cdot k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right];$$

$$a_1=\left[\frac{2\cdot\tau_I+2\cdot\tau_I\cdot k_C\cdot k_P-\theta_P\cdot k_C\cdot k_P}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right];$$

$$a_2=\left[\frac{2\cdot\tau_I\cdot\tau_P+\theta_P\cdot\tau_I-\theta_P\cdot k_C\cdot k_P\cdot\tau_I}{\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P}\right].$$

As equações (III.27) e (III.28) possuem múltiplas soluções, dependendo da característica das raízes (reais ou pares complexos). Portanto, o problema constitui em encontrar as raízes do polinômio através das seguintes expressões:

$$Y(s)=\frac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{K}_y\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)}}{s\cdot(s-r_1)\cdot(s-r_2)\cdot(s-r_3)} \tag{III.29}$$

$$U(s)=\frac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{K}_u\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(\tau_P\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)}{s\cdot(s-r_1)\cdot(s-r_2)\cdot(s-r_3)} \tag{III.30}$$

onde r_1, r_2 e r_3 são as raízes do polinômio de terceira ordem no denominador. O sinal negativo é utilizado a fim de facilitar o tratamento matemático.

A seguir são apresentados os procedimentos para encontrar as soluções analíticas no domínio do tempo das equações (III.29) e (III.30). Sendo que para solução analítica no domínio do tempo da equação (III.29) é necessário separa-la em duas funções de transferência, pois a transformada inversa de Laplace não é encontrada diretamente. Gerando, assim, duas novas funções de transferência, $G(s)$ e $H(s)$, como mostrado a seguir:

$$Y(s)=\mathrm{A}\cdot\mathrm{K}_y\cdot\underbrace{\left[\frac{(\tau_I\cdot s+1)}{s\cdot(s-r_1)}\right]}_{G(s)}\cdot\underbrace{\left[\frac{(2+\theta_P\cdot s)}{(s-r_2)\cdot(s-r_3)}\right]}_{H(s)}\cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P\cdot s)} \tag{III.31}$$

$$Y(s) = \mathrm{A} \cdot \mathrm{K}_y \cdot G(s) \cdot H(s) \cdot \mathrm{e}^{(-\theta_P \cdot s)} \tag{III.32}$$

Para solução no domínio do tempo da equação (III.32), pode-se aplicar o teorema da convolução, onde o produto de convolução entre duas funções $g(t)$ e $h(t)$ define-se da seguinte forma:

$$y(t) = \mathrm{A} \cdot \mathrm{K}_y \cdot \int_0^t g(x) \cdot h(t-x)\,dx \tag{III.33}$$

O teorema da convolução diz que: *a transformada de Laplace do produto de convolução entre duas funções g e h, é igual ao produto das transformadas de Laplace das duas funções.*

No entanto, para que possa ser aplicado o teorema da convolução é necessário encontrar a transformada inversa de Laplace das funções $G(s)$ e $H(s)$ na qual possuem duas abordagens distintas – para raízes reais e para um par de raízes complexas. Esta mesma estratégia é aplicada pra a solução analítica da dinâmica de $u(t)$. As soluções com raízes reais e um par de raízes complexas são descritas a seguir.

- *Solução analítica de* $y(t)$ *e* $u(t)$ *para o caso das raízes serem reais*:

$$L\left[G(s)\right]^{-1} = L\left[\tau_I \cdot \left(\frac{1}{(s-r_1)}\right) + \left(\frac{1}{s \cdot (s-r_1)}\right)\right]^{-1} \tag{III.34}$$

$$g(t) = \tau_I \cdot \mathrm{e}^{(r_1 \cdot t)} + \left(\frac{\mathrm{e}^{(r_1 \cdot t)} - 1}{r_1}\right) \tag{III.35}$$

$$L\left[H(s)\right]^{-1} = L\left[\frac{2}{(s-r_2)\cdot(s-r_3)} + \frac{\theta_P \cdot s}{(s-r_2)\cdot(s-r_3)}\right]^{-1} \tag{III.36}$$

$$h(t) = \frac{\mathrm{e}^{(r_2 \cdot t)} \cdot (2 + \theta_P \cdot r_2) - \mathrm{e}^{(r_3 \cdot t)} \cdot (2 + \theta_P \cdot r_3)}{r_2 - r_3} \tag{III.37}$$

Substituindo as equações (III.35) e (III.37) na integral de convolução e fazendo a mudança das variáveis, tem-se:

$$y(t) = \mathrm{A} \cdot \mathrm{K}_y \cdot \int_0^t \left[\frac{(1 + \tau_I \cdot r_1) \cdot \mathrm{e}^{r_1 \cdot x} - 1}{r_1}\right] \cdot \left[\frac{\mathrm{e}^{r_2 \cdot (t-x)}(2 + \theta_P \cdot r_2) - \mathrm{e}^{r_3 \cdot (t-x)}(2 + \theta_P \cdot r_3)}{r_2 - r_3}\right] dx \tag{III.38}$$

Resolvendo a integral da equação (III.38), chega-se na resposta analítica no domínio do tempo para a variável controlada $y(t)$ com tempo morto θ_P e com raízes reais, como mostrado a seguir:

$$y(t) = \delta_0 \cdot \left[\delta_1 \cdot \mathrm{e}^{(r_1 \cdot t)} + \delta_2 \cdot \mathrm{e}^{(r_2 \cdot t)} + \delta_3 \cdot \mathrm{e}^{(r_3 \cdot t)} + \delta_4 \cdot r_1 + \delta_5 \cdot r_2\right] \tag{III.39}$$

onde as constantes presentes na equação (III.39), são:

$$\delta_0 = \frac{A \cdot K_y}{r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \left(r_1^2 - r_1 \cdot r_3 - r_2 \cdot r_1 + r_2 \cdot r_3\right) \cdot \left(r_2 - r_3\right)};$$

$$\delta_1 = \begin{pmatrix} 2 \cdot r_2^2 \cdot r_3 - 2 \cdot r_2 \cdot r_3^2 + \tau_I \cdot r_1^2 \cdot \theta_P \cdot r_2^2 \cdot r_3 - \tau_I \cdot r_1^2 \cdot \theta_P \cdot r_3^2 \cdot r_2 - \\ 2 \cdot \tau_I \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot r_3^2 + 2 \cdot \tau_I \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3 + r_2^2 \cdot \theta_P \cdot r_3 \cdot r_1 - r_3^2 \cdot \theta_P \cdot r_2 \cdot r_1 \end{pmatrix};$$

$$\delta_2 = \begin{pmatrix} 2 \cdot \tau_I \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot r_3^2 - 2 \cdot \tau_I \cdot r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3 - \theta_P \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot r_1^2 + \theta_P \cdot r_2 \cdot r_3^2 \cdot r_1 - \\ 2 \cdot r_3 \cdot r_1^2 + 2 \cdot r_3^2 \cdot r_1 + \tau_I \cdot r_1 \cdot \theta_P \cdot r_2^2 \cdot r_3^2 - \tau_I \cdot r_1^2 \cdot \theta_P \cdot r_2^2 \cdot r_3 \end{pmatrix};$$

$$\delta_3 = \begin{pmatrix} 2 \cdot \tau_I \cdot r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3 - 2 \cdot \tau_I \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3 + \theta_P \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot r_1^2 - \theta_P \cdot r_2^2 \cdot r_3 \cdot r_1 + \\ 2 \cdot r_2 \cdot r_1^2 - 2 \cdot r_2^2 \cdot r_1 + \tau_I \cdot r_1^2 \cdot \theta_P \cdot r_3^2 \cdot r_2 - \tau_I \cdot r_1 \cdot \theta_P \cdot r_3^2 \cdot r_2^2 \end{pmatrix};$$

$$\delta_4 = \left(2 \cdot r_1 \cdot r_3 - 2 \cdot r_1 \cdot r_2 - 2 \cdot r_3^2\right);$$

$$\delta_5 = \left(2 \cdot r_2 \cdot r_1 - 2 \cdot r_2 \cdot r_3 + 2 \cdot r_3^2\right).$$

A solução analítica para a variável manipulada $U(s)$ com raízes reais pode ser encontrada convenientemente de forma direta, sem a necessidade de aplicação do teorema da convolução. A solução no domínio do tempo é dada por:

$$u(t) = \varphi_0 \cdot \left(\varphi_1 \cdot e^{(r_1 \cdot t)} + \varphi_2 \cdot e^{(r_2 \cdot t)} + \varphi_3 \cdot e^{(r_3 \cdot t)} + \varphi_4\right) \tag{III.40}$$

onde as constantes presente na equação (III.40), equivalem a:

$$\varphi_0 = \left[\frac{A \cdot K_u}{r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \left(r_2 - r_3\right) \cdot \left(r_1 - r_2\right) \cdot \left(r_1 - r_3\right)}\right];$$

$$\varphi_1 = \begin{pmatrix} 2 \cdot r_3 \cdot r_2^2 \cdot r_1 \cdot \tau_P + 2 \cdot r_3 \cdot r_2^2 \cdot r_1^2 \cdot \tau_P \cdot \tau_I + r_3 \cdot r_2^2 \cdot r_1^2 \cdot \theta_P \cdot \tau_I + r_3 \cdot r_2^2 \cdot r_1^2 \cdot \theta_P \cdot \tau_P + 2 \cdot r_3 \cdot r_2^2 - \\ 2 \cdot r_2 \cdot r_1^2 \cdot r_3^2 \cdot \tau_P \cdot \tau_I - r_2 \cdot r_1^2 \cdot r_3^2 \cdot \theta_P \cdot \tau_I - r_2 \cdot r_1^2 \cdot r_3^2 \cdot \theta_P \cdot \tau_P - 2 \cdot r_2 \cdot r_1 \cdot r_3 \cdot r_3^2 \cdot r_2^2 \cdot \theta_P + \\ 2 \cdot r_1 \cdot r_3 \cdot r_2^2 \cdot \tau_I - r_2 \cdot r_1 \cdot r_3^2 \cdot \theta_P - 2 \cdot r_2 \cdot \tau_I \cdot r_3^2 \cdot r_1 - r_2 \cdot r_1^3 \cdot r_3^2 \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_P - 2 \cdot r_2 \cdot \tau_P \cdot r_3^2 \cdot r + \\ r_3 \cdot r_2^2 \cdot r_1^3 \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_{P1} \end{pmatrix};$$

$$\varphi_2 = \begin{pmatrix} 2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3^2 \cdot \tau_P \cdot \tau_I - 2 \cdot r_3 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot \tau_I \cdot \tau_P - r_3 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot \tau_I \cdot \theta_P - r_3 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot \tau_P \cdot \theta_P + \\ r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3^2 \cdot \tau_I \cdot \tau_P + r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3^2 \cdot \theta_P \cdot \tau_P + r_1 \cdot r_2^3 \cdot r_3^2 \cdot \tau_P \cdot \tau_I \cdot \theta_P - 2 \cdot r_3 \cdot r_1^2 \cdot r_2 \cdot \tau_P - \\ r_3 \cdot r_1^2 \cdot r_2 \cdot \theta_P - 2 \cdot r_3 \cdot r_1^2 \cdot r_2 \cdot \tau_I + r_1 \cdot r_2 \cdot r_3^2 \cdot \theta_P + 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot r_3^2 \cdot \tau_I + 2 \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot r_3^2 \cdot \tau_P - \\ r_3 \cdot r_1^2 \cdot r_2^3 \cdot \tau_P \cdot \tau_I \cdot \theta_P - 2 \cdot r_3 \cdot r_1^2 + 2 \cdot r_1 \cdot r_3^2 \end{pmatrix};$$

$$\varphi_3 = \begin{pmatrix} 2 \cdot r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3^2 \cdot \tau_P \cdot \tau_I - 2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3^2 \cdot \tau_P \cdot \tau_I + r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3^2 \cdot \theta_P \cdot \tau_I + r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3^3 \cdot \tau_P \cdot \tau_I \cdot \theta_P + \\ r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3^2 \cdot \theta_P \cdot \tau_P - r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3^2 \cdot \theta_P \cdot \tau_P - 2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 - r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3 \cdot \theta_P - r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3^3 \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_P + \\ 2 \cdot r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \tau_I - 2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3 \cdot \tau_I + 2 \cdot r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \tau_P - 2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3 \cdot \tau_P + r_1^2 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \theta_P - \\ r_1 \cdot r_2^2 \cdot r_3^2 \cdot \tau_I \cdot \theta_P + 2 \cdot r_1^2 \cdot r_2 \end{pmatrix};$$

$\varphi_4 = \left(2\cdot r_2\cdot r_3^2 - 2\cdot r_1^2\cdot r_2 + 2\cdot r_1^2\cdot r_3 - 2\cdot r_1\cdot r_3^2 + 2\cdot r_2^2\cdot r_1 - 2\cdot r_2^2\cdot r_3\right)$.

- *Solução analítica de y(t) e u(t) para o caso de possuírem um par de raízes complexas*: para um par de raízes complexas em $Y(s)$, deve-se recalcular a transformada inversa de $H(s)$ fazendo $r_2 = \left(c + z\cdot i\right)$ e $r_3 = \left(c - z\cdot i\right)$, resultando em:

$$h(t) = \frac{e^{(c+z\cdot i)\cdot t}\cdot\left[2+\theta_P\cdot\left(c+z\cdot i\right)\right] - e^{(c-z\cdot i)\cdot t}\cdot\left[2+\theta_P\cdot\left(c-z\cdot i\right)\right]}{\left(c+z\cdot i\right)-\left(c-z\cdot i\right)} \qquad \text{(III.41)}$$

Rearranjando a equação (III.41) e aplicando as propriedades do seno e cosseno para números complexos, a seguinte expressão é encontrada:

$$h(t) = \left(\frac{e^{(c\cdot t)}}{z}\right)\cdot\left[2\cdot\operatorname{sen}\left(z\cdot t\right)+\theta_P\cdot c\cdot\operatorname{sen}\left(z\cdot t\right)+\theta_P\cdot z\cdot\cos\left(z\cdot t\right)\right] \qquad \text{(III.42)}$$

Substituindo a equação (III.42) na integral de convolução e fazendo a mudança das variáveis, tem-se:

$$y(t) = \mathrm{A}\cdot\mathrm{K}_y\cdot\int_0^t\left[\frac{\left(1+\tau_I\cdot r_1\right)\cdot e^{(r_1\cdot x)}-1}{r_1}\right]\cdot\left[\left(\frac{e^{c\cdot(t-x)}}{z}\right)\cdot\begin{pmatrix}2\cdot\operatorname{sen}\left(z\cdot\left(t-x\right)\right)+\\ \theta_P\cdot c\cdot\operatorname{sen}\left(z\cdot\left(t-x\right)\right)+\\ \theta_P\cdot z\cdot\cos\left(z\cdot\left(t-x\right)\right)\end{pmatrix}\right]dx \qquad \text{(III.43)}$$

Resolvendo, então, a integral na equação (III.43), chega-se na resposta analítica no domínio do tempo para a variável controlada $y(t)$ com tempo morto θ_P e com um par de raízes complexas r_2 e r_3:

$$y(t) = \mathrm{B}\cdot\begin{bmatrix}b_0 + b_1\cdot\left(e^{(r_1\cdot[t-\theta_P])}\right)+b_2\cdot\left(e^{(c\cdot[t-\theta_P])}\cdot\operatorname{sen}\left(z\cdot\left[t-\theta_P\right]\right)\right)+\\ b_3\cdot\left(e^{(c\cdot[t-\theta_P])}\cdot\cos\left(z\cdot\left[t-\theta_P\right]\right)\right)\end{bmatrix} \qquad \text{(III.44)}$$

onde as constantes são:

$$\mathrm{B} = \left[\frac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{K}_y}{r_1\cdot z\cdot\left(c^2+z^2\right)\cdot\left(c^2-2\cdot c\cdot r_1+r_1^2+z^2\right)}\right];$$

$$b_0 = z\cdot\left(4\cdot c\cdot r_1 - 2\cdot z^2 - 2\cdot c^2 - 2\cdot r_1^2\right);$$

$$b_1 = \begin{pmatrix}2\cdot z^3 + 2\cdot\tau_I\cdot r_1\cdot z\cdot c^2 + \tau_I\cdot r_1^2\cdot\theta_P\cdot z^3 + \theta_P\cdot z\cdot c^2\cdot r_1 + \\ \tau_I\cdot r_1^2\cdot\theta_P\cdot z\cdot c^2 + 2\cdot\tau_I\cdot r_1\cdot z^3 + \theta_P\cdot z^3\cdot r_1 + 2\cdot z\cdot c^2\end{pmatrix};$$

$$b_2 = \begin{pmatrix}2\cdot\tau_I\cdot r_1\cdot\theta_P\cdot c^2\cdot z^2 - \tau_I\cdot r_1^2\cdot\theta_P\cdot c\cdot z^2 + 2\cdot c^2\cdot r_1 - 2\cdot c\cdot r_1^2 - 2\cdot r_1\cdot z^2 + \theta_P\cdot z^2\cdot c\cdot r_1 + \\ 2\cdot\tau_I\cdot r_1\cdot c\cdot z^2 + \tau_I\cdot r_1\cdot\theta_P\cdot c^4 - \tau_I\cdot r_1^2\cdot\theta_P\cdot c^3 + \tau_I\cdot r_1\cdot\theta_P\cdot z^4 + \theta_P\cdot c^3\cdot r_1 - \theta_P\cdot c^2\cdot r_1^2 - \\ \theta_P\cdot z^2\cdot r_1^2 + 2\cdot\tau_I\cdot r_1\cdot c^3 - 2\cdot\tau_I\cdot r_1^2\cdot c^2 - 2\cdot\tau_I\cdot r_1^2\cdot z^2\end{pmatrix};$$

$$b_3 = \begin{pmatrix} 2\cdot z\cdot r_1^2 - 2\cdot\tau_I\cdot r_1\cdot z\cdot c^2 - \tau_I\cdot r_1^2\cdot\theta_P\cdot z^3 - \theta_P\cdot z\cdot c^2\cdot r_1 - \\ 4\cdot z\cdot c\cdot r_1 - 2\cdot\tau_I\cdot r_1\cdot z^3 - \theta_P\cdot z^3\cdot r_1 - \tau_I\cdot r_1^2\cdot\theta_P\cdot z\cdot c^2 \end{pmatrix}.$$

O tempo morto na equação (III.44) é inserido subtraindo o tempo pelo tempo morto de atraso, isto é, $t = (t - \theta_P)$.

A resposta analítica da variável manipulada *u*(*t*) considerando um par de raízes complexas é obtida de forma direta, substituindo $r_2 = (c + z\cdot i)$ e $r_3 = (c - z\cdot i)$ na equação (III.30), gerando a seguinte expressão:

$$U(s) = \frac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{K}_u\cdot(\tau_I\cdot s+1)\cdot(\tau_P\cdot s+1)\cdot(2+\theta_P\cdot s)}{s\cdot(s-r_1)\cdot(s-[c+z\cdot i])\cdot(s-[c-z\cdot i])} \tag{III.45}$$

Aplicando, então, a transformada inversa de Laplace na equação (III.45) chega-se na resposta analítica da variável manipulada *u*(*t*) com tempo morto θ_P e com um par de raízes complexas r_2 e r_3:

$$u(t) = \mathrm{P}\cdot\left[p_0 + p_1\cdot\left(\mathrm{e}^{(r_1\cdot t)}\right) + p_2\cdot\left(\mathrm{e}^{(c\cdot t)}\cdot\mathrm{sen}(z\cdot t)\right) + p_3\cdot\left(\mathrm{e}^{(c\cdot t)}\cdot\cos(z\cdot t)\right)\right] \tag{III.46}$$

onde as constantes equivalem a:

$$\mathrm{P} = \left[\frac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{K}_u}{\left(r_1^2 + z^2 - 2\cdot r_1\cdot c + c^2\right)\cdot\left(c^2+z^2\right)\cdot r_1\cdot z}\right];$$

$$p_0 = \left(4\cdot r_1\cdot c - 2\cdot r_1^2 - 2\cdot c^2 - 2\cdot z^2\right)\cdot z;$$

$$p_1 = \begin{pmatrix} z\cdot c^2\cdot\tau_I\cdot r_1^3\cdot\tau_P\cdot\theta_P + z\cdot c^2\cdot\tau_I\cdot r_1^2\cdot\theta_P + z\cdot c^2\cdot\tau_P\cdot r_1^2\cdot\theta_P + 2\cdot z^3 + \\ z^3\cdot\tau_I\cdot r_1^3\cdot\tau_P\cdot\theta_P + 2\cdot z\cdot c^2 + \theta_P\cdot r_1\cdot z^3 + 2\cdot z^3\cdot\tau_I\cdot r_1 + 2\cdot\tau_P\cdot r_1\cdot z^3 + \\ z\cdot\tau_P\cdot r_1\cdot c^2 + 2\cdot z\cdot c^2\cdot\tau_I\cdot r_1 + 2\cdot z\cdot\tau_P\cdot r_1\cdot c^2 + 2\cdot z^3\cdot\tau_I\cdot r_1^2\cdot\tau_P + \\ z^3\cdot\tau_I\cdot r_1^2\cdot\theta_P + z^3\cdot\tau_P\cdot r_1^2\cdot\theta_P + 2\cdot z\cdot c^2\cdot\tau_I\cdot r_1^2\cdot\tau_P \end{pmatrix};$$

$$p_2 = \begin{pmatrix} r_1^2\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot z^4 - r_1^2\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot c^4 - r_1^2\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot z^2\cdot c - r_1^2\cdot\tau_I\cdot\theta_P\cdot z^2\cdot c - \\ 2\cdot r_1^2\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot z^2\cdot c + 2\cdot r_1\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot z^2\cdot c^2 + 2\cdot r_1\cdot\tau_I\cdot\theta_P\cdot z^2\cdot c^2 + 4\cdot r_1\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot z^2\cdot c^2 + \\ r_1\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot c^5 + r_1\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot c^4 + r_1\cdot c\cdot\theta_P\cdot z^2 + 2\cdot r_1\cdot c\cdot\tau_P\cdot z^2 + 2\cdot r_1\cdot c\cdot\tau_P\cdot z^2 + \\ r_1\cdot\tau_I\cdot\theta_P\cdot z^4 + r_1\cdot\tau_I\cdot\theta_P\cdot c^4 + 2\cdot r_1\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot z^4 + 2\cdot r_1\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot c^4 + r_1\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot z^4 - \\ r_1^2\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot c^3 - r_1^2\cdot\tau_I\cdot\theta_P\cdot c^3 - 2\cdot r_1^2\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot c^3 - 2\cdot r_1^2\cdot c + 2\cdot r_1\cdot c^2 - 2\cdot r_1\cdot z^2 + \\ 2\cdot r_1\cdot c^3\cdot\tau_I + 2\cdot r_1\cdot c^3\cdot\tau_P + r_1\cdot c^3\cdot\theta_P - 2\cdot r_1^2\cdot\tau_P\cdot z^2 - 2\cdot r_1^2\cdot\tau_P\cdot c^2 - r_1^2\cdot\theta_P\cdot z^2 - \\ r_1^2\cdot\theta_P\cdot c^2 - 2\cdot r_1^2\cdot c^2\cdot\tau_I - 2\cdot r_1^2\cdot z^2\cdot\tau_I + r_1\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot z^4\cdot c + 2\cdot r_1\cdot\tau_I\cdot\tau_P\cdot\theta_P\cdot z^2\cdot c^3 \end{pmatrix};$$

$$p_3 = \begin{pmatrix} r_1 \cdot z^5 \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_P - 2 \cdot r_1^2 \cdot z \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot c^2 - r_1^2 \cdot z \cdot \tau_I \cdot \theta_P \cdot c^2 - r_1 \cdot z^3 \cdot \theta_P - r_1^2 \cdot z \cdot \tau_P \cdot \theta_P \cdot c^2 - \\ r_1 \cdot z \cdot \theta_P \cdot c^2 - 2 \cdot r_1 \cdot z \cdot c^2 \cdot \tau_I - 2 \cdot r_1 \cdot z \cdot \tau_P \cdot c^2 - 2 \cdot r_1^2 \cdot z^3 \cdot \tau_I \cdot \tau_P + 2 \cdot r_1^2 \cdot z - r_1^2 \cdot z^3 \cdot \tau_I \cdot \theta_P - \\ r_1^2 \cdot z^3 \cdot \tau_P \cdot \theta_P - 2 \cdot r_1 \cdot z^3 \cdot \tau_I - 4 \cdot r_1 \cdot z \cdot c - 2 \cdot r_1^2 \cdot z \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_P \cdot c^3 - 2 \cdot r_1^2 \cdot z^3 \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_P \cdot c + \\ 2 \cdot r_1 \cdot z^3 \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_P \cdot c^2 + r_1 \cdot z \cdot \tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_P \cdot c^4 - 2 \cdot r_1 \cdot z^3 \cdot \tau_P \end{pmatrix}.$$

Na determinação analítica de $u(t)$ não é necessário a substituição do tempo morto θ_P, pois a ação da variável manipulada não sofre efeito de atraso de tempo.

As equações para o calculo das raízes do polinômio cúbico, $s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0$, encontradas nas equações analíticas características da malha, equações (III.44) e (III.46), são definidas de acordo com ABRAMOWITZ & STEGUN (1972) mostradas a seguir:

$$r_1 = \left(\mathrm{S} - \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{S}} - \frac{a_2}{3} \right) \tag{III.47}$$

$$r_2 = -\frac{1}{2} \cdot \left(\mathrm{S} - \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{S}} \right) - \frac{a_2}{3} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \left(\mathrm{S} + \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{S}} \right) \cdot i \tag{III.48}$$

$$r_3 = -\frac{1}{2} \cdot \left(\mathrm{S} - \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{S}} \right) - \frac{a_2}{3} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \left(\mathrm{S} + \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{S}} \right) \cdot i \tag{III.49}$$

onde as constantes R, Q e S, respectivamente, são:

$$\mathrm{R} = \left(\frac{9 \cdot a_2 \cdot a_1 - 27 \cdot a_0 - 2 \cdot a_2^3}{54} \right);$$

$$\mathrm{Q} = \left(\frac{3 \cdot a_1 - a_2}{9} \right);$$

$$\mathrm{S} = \sqrt[3]{\mathrm{R} + \sqrt{\mathrm{Q}^3 + \mathrm{R}^2}}\ .$$

E as expressões para o cálculo da parte real “c” e da parte complexa “z”, também presentes nas equações (III.44) e (III.46), são definidas por:

$$c = -\frac{1}{2} \cdot \left(\mathrm{S} - \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{S}} \right) - \frac{a_2}{3} \tag{III.50}$$

$$z = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \left(\mathrm{S} + \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{S}} \right) \tag{III.51}$$

3 - ESTIMAÇÃO NÃO-LINEAR DE PARÂMETROS

Uma etapa fundamental para identificação de processos é a adequada estimação dos parâmetros do modelo a fim de ajustar aos dados experimentais. Portanto, técnicas de estimação de parâmetros constituem ferramentas básicas para estabelecimento e interpretação dos vínculos existentes entre as diversas variáveis de um problema (SCHWAAB & PINTO, 2007).

Para estimação dos parâmetros do modelo do processo, o método de mínimos quadrados pode ser aplicado com sucesso. Um bom motivo para a minimização da soma dos quadrados dos resíduos em vez de minimizar a soma do valor absoluto dos resíduos se deve ao fato de que a função módulo, em geral, não é diferenciável na origem e são usadas derivadas para resolver os problemas de mínimos quadrados não lineares.

Matematicamente, o problema de minimização dos quadrados, tendo $\underline{x} = [x_1, x_2, x_3, ..., x_n]$, consiste em minimizar $\left\| f\left(\underline{x}\right) \right\|$, ou equivalente, a fim de encontrar $x^* = mínimo\ local\ para\ F\left(\underline{x}\right)$, dado uma função vetorial $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ com $m \geq n$. Para tanto, $F\left(\underline{x}\right)$ toma a seguinte forma:

$$F\left(\underline{x}\right) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{m} \left[f_i\left(\underline{x}\right) \right]^2 = \frac{1}{2} \cdot \left\| f\left(\underline{x}\right) \right\|^2 = \frac{1}{2} \cdot f\left(\underline{x}\right)^T \cdot f\left(\underline{x}\right) \tag{III.52}$$

Existem na literatura diversas formas de se resolver problemas de mínimos quadrados para sistemas não lineares. No presente trabalho foi aplicado o método indireto de decida de LEVENBERG (1944) & MARQUARDT (1963) para o estudo de caso da coluna de absorção, que consiste em um aperfeiçoamento do método de Gauss-Newton que, por sua vez, é uma variante do método de Newton. Como também, foi aplicado o método direto simplex modificado proposto por NELDER & MEAD (1965) para o estudo de caso de controle de pH na máquina de papelcartão.

O algoritmo simplex modificado de NELDER & MEAD (1965) foi utilizado somente no segundo estudo de caso, pois o algoritmo de LEVENBERG (1944) & MARQUARDT (1963) não conseguiu uma boa convergência no problema de estimação dos parâmetros do modelo para a máquina de papel. A seguir as duas técnicas são apresentadas mais detalhadamente.

3.1 - Método Descendente de Levenberg-Marquardt

Assim como os métodos de Newton e Gauss-Newton, o algoritmo de Levenberg-Marquardt (LEVENBERG, 1944; MARQUARDT, 1963) é iterativo. Isto significa que, dado um ponto inicial x_0, o método produz uma série de vetores $x_1, x_2, \ldots x_n$ que se pretende convergir para *x**, um mínimo local para a função de entrada a ser ajustada. No método de Gauss-Newton, a direção do passo calculada é dada pela seguinte equação:

$$\left(\underline{\underline{J}}^T \cdot \underline{\underline{J}}\right) \cdot h_{GN} = -\underline{\underline{J}}^T \cdot f\left(\underline{x}\right) \tag{III.53}$$

onde $\underline{\underline{J}} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é a matriz Jacobiana, isto é, a matriz que contém as derivadas parciais de primeira ordem de cada componente da função vetorial $f\left(\underline{x}\right)$.

Apesar do método de Gauss-Newton resolver de maneira mais fácil a matriz Hessiana gerada, não é garantido que exista a inversa dessa matriz, necessária para o cálculo de h_{GN}. O método de Levenberg-Marquardt contorna essa situação e propõe a soma de uma parcela $\gamma \cdot \underline{\underline{I}}$ à matriz Hessiana, aproximada pelo método de Gauss-Newton, onde γ é um escalar denominado parâmetro de *damping* e $\underline{\underline{I}}$ é a matriz identidade. Com essa modificação, a direção do passo do método de Levenberg-Marquardt pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\left(\underline{\underline{J}}^T \cdot \underline{\underline{J}} + \gamma \cdot \underline{\underline{I}}\right) \cdot h_{LM} = -g\left(\underline{x}\right) \tag{III.54}$$

onde $g\left(x\right) = \underline{\underline{J}}^T \cdot f\left(\underline{x}\right)$ e $\gamma \geq 0$.

De acordo com BARD (1974), o parâmetro de *damping* (γ) promove diferentes comportamentos ao método, ou seja:

- Para todo γ > 0, a matriz de coeficientes $\left(\underline{\underline{J}}^T \cdot \underline{\underline{J}} + \gamma \cdot \underline{\underline{I}}\right)$ é positiva definida, o que implica que h_{LM} é uma direção de descida;
- Para valores grandes de γ, que é um pequeno passo na direção máxima de descida, tem-se:

$$h_{LM} = -\frac{1}{\mu} \cdot g\left(\underline{x}\right) = -\frac{1}{\mu} \cdot F'\left(\underline{x}\right) \tag{III.55}$$

- Se γ é muito pequeno temos que $h_{LM} \approx h_{GN}$, o que é bom nos estágios finais da iteração quando *x* está próximo de *x**, pois quando isso ocorre, o método de Levenberg-Marquardt consegue convergência quadrática.

Um esquema com o algoritmo de Levenberg-Marquardt é apresentado na FIGURA III.2 a seguir.

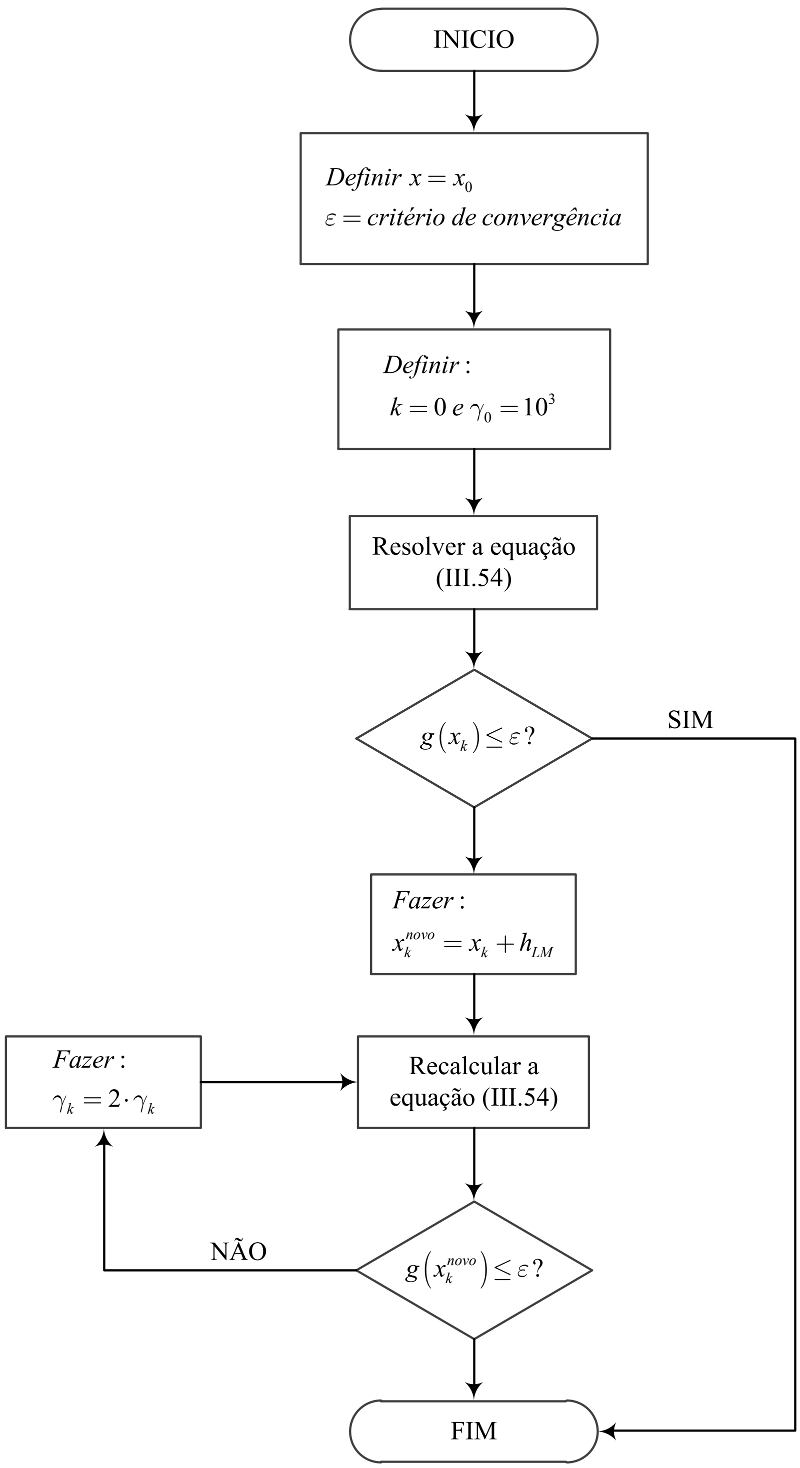

FIGURA III.2 – FLUXOGRAMA COM O ALGORITMO DE LEVENBERG-MARQUARDT APLICADO PARA ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS (FONTE: EDGAR *et al.*, 2001).

3.2 - Método Direto Simplex Modificado de Nelder & Mead

O método de otimização determinístico proposto por NELDER & MEAD (1965) são modificações sobre o algoritmo original do simplex. Tais modificações permitiram uma maior eficiência e precisão, estabelecendo figuras geométricas que expandem e contraem suas arestas continuamente durante o procedimento de busca do mínimo local ótimo (poliedro flexível).

O método simplex corresponde à figura geométrica formada por um conjunto de $(n+1)$ pontos em um espaço *n*-dimensional. Quando os pontos são equidistantes, o simplex é regular. Assim, em duas dimensões, o simplex é triangular e em três dimensões, é um tetraedro. Sua ideia básica é comparar os valores da função objetivo a $(n+1)$ vértices de um simplex geral e mover o simplex gradualmente em direção ao ponto ideal durante o processo iterativo. As seguintes equações podem ser usadas para gerar os vértices de um simplex regular (triângulo equilátero em espaço bidimensional) de tamanho "*a*" no espaço *n*-dimensional (RAO, 2009):

$$x_i = x_0 + p \cdot u_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{n} q \cdot u_j, \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{III.56}$$

onde *p* e *q*, respectivamente, são:

$$p = \frac{a}{n \cdot \sqrt{2}} \cdot \left(\sqrt{n+1} + n - 1\right);$$

$$q = \frac{a}{n \cdot \sqrt{2}} \cdot \left(\sqrt{n+1} - 1\right).$$

Na equação (III.56) x_0 é o ponto base inicial e u_j é o vetor unitário ao longo do eixo de coordenadas *j*. O movimento do simplex modificado utiliza três operações, conhecido como reflexão, expansão e contração. Maiores detalhes sobre o método é encontrado em RAO (2009), EDGAR *et al.* (2001) e NELDER & MEAD (1965).

4 - INCERTEZAS PARAMÉTRICAS

Partindo do conceito de que toda dinâmica real de sistemas possui erros de medição e incertezas paramétricas, estes podem ser estimados através da teoria estatística de propagação de erros. Uma lei fundamental da física diz que não é possível obter uma medida de uma grandeza física com precisão absoluta, isto é, toda medida realizável em um sistema físico é sempre uma aproximação do valor real. A teoria dos erros tem por objetivo final a determinação do melhor valor possível para uma grandeza a partir dos resultados das medidas, e o quanto este valor pode ser diferente do valor verdadeiro (VUOLO, 1992).

Para aplicação ou registro de uma grandeza física medida é necessário o conhecimento do nível de confiança na medida realizada, expressando seu valor com a sua incerteza. Em malhas de controle, este conceito pode ser bem aplicado para avaliação da incerteza da resposta do controlador quando uma perturbação no sistema dinâmico ocorre através da associação de erros (desvio padrão) ao valor da variável controlada e manipulada.

4.1 - Estimação das Incertezas Paramétricas

Após o procedimento de estimação dos parâmetros do modelo, outra análise fundamental é a determinação dos erros experimentais, isto é, o desvio padrão dos parâmetros estimados pelos métodos numéricos determinísticos. Neste trabalho, os parâmetros de interesse são a constante de ganho do processo (k_P) e a constante de tempo do processo (τ_P) presentes na equação (III.3).

Considerando a equação (II.12) como função objetivo para minimização da soma do erro ao quadrado, este fornece o seguinte vetor gradiente:

$$\nabla F_{OBJ} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial F_{OBJ}}{\partial k_1} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial F_{OBJ}}{\partial k_{NP}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{(III.57)}$$

onde *k* é o número de parâmetros estimados com dimensão *NP*.

VUOLO (1992) relata que grandezas *x* e *y* sendo medidas experimentais, ambas possuem erros e as incertezas de *x*, supondo como variáveis independente devem ser transferidas para a variável dependente *y*, de acordo com as regras estatísticas de propagação de erros apresentada no tópico 4.2 a seguir. Portanto, o desvio padrão dos parâmetros estimados pode ser determinado através do calculo da matriz de covariância paramétrica, através da seguinte equação (BARD, 1974; SCHWAAB & PINTO, 2007):

$$V_k = \left(H_k\right)^{-1} \cdot \left[G_d \cdot V_d \cdot G_d^T\right] \cdot \left(H_k\right)^{-1} \qquad \text{(III.58)}$$

onde V_k é a matriz de covariância paramétrica e V_d é a matriz de covariância dos dados experimentais.

A matriz G_d e a matriz Hessiana H_k são definidas respectivamente como:

$$G_d = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_1 \partial y_1^{exp}} & \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_1 \partial y_2^{exp}} & \cdots & \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_1 \partial y_{NE}^{exp}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_{NP} \partial y_1^{exp}} & \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_{NP} \partial y_2^{exp}} & \cdots & \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_{NP} \partial y_{NE}^{exp}} \end{bmatrix} \quad \text{(III.59)}$$

$$H_k = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_1 \partial k_1} & \cdots & \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_{NP} \partial k_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_1 \partial k_{NP}} & \cdots & \dfrac{\partial^2 F_{OBJ}}{\partial k_{NP} \partial k_{NP}} \end{bmatrix} \quad \text{(III.60)}$$

4.2 - Propagação de Erros das Incertezas Paramétricas

O método de propagação de erros consiste em calcular as incertezas de uma determinada resposta final de uma grandeza medida indiretamente. Esta grandeza física pode estar em função de uma ou mais variáveis através de:

$$Z = f\left(\phi_i, \phi_j, ..., \phi_n\right) \quad \text{(III.61)}$$

Considerando as variáveis $\phi_i, \phi_j, ..., \phi_n$ como grandezas experimentais com distribuição de erros simétricas com desvios padrões $\sigma_{\phi_i}, \sigma_{\phi_j}, ..., \sigma_{\phi_n}$ e tendo o conjunto de variáveis medidas *n* vezes, tem-se (VUOLO, 1992):

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{n,n} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{n,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n,n} & \phi_{n,n} & \cdots & \phi_{n,n} \end{bmatrix} \quad \text{(III.62)}$$

As variâncias dos parâmetros são definidas de acordo com:

$$\sigma_{\phi_i}^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\phi_i - \mu_{\phi_i}\right)^2 \quad \text{(III.63)}$$

$$\sigma_{\phi_j}^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{n} \left(\phi_j - \mu_{\phi_j} \right)^2 \tag{III.64}$$

onde μ_{ϕ_i} e μ_{ϕ_j} são os valores médios verdadeiros para ϕ_i e ϕ_j.

O valor médio verdadeiro Z_{mv} da grandeza Z é definido por:

$$Z_{mv} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} Z_i \tag{III.65}$$

Para cada resultado de $Z_i = f\left(\phi_{ii}, \phi_{ji}, ..., \phi_{ni}\right)$ pode ser feita uma expansão em serie de potências dos desvios:

$$\begin{aligned} Z_i \cong{}& Z\left(\mu_{\phi_i}, \mu_{\phi_j}, ..., \mu_{\phi_n}\right) + \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_i}\right) \cdot \left(\phi_{ii} - \mu_{\phi_i}\right) + \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_j}\right) \cdot \left(\phi_{ji} - \mu_{\phi_j}\right) + \\ & \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial \phi_i^2}\right) \cdot \left(\phi_{ii} - \mu_{\phi_i}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial \phi_j^2}\right) \cdot \left(\phi_{ji} - \mu_{\phi_j}\right)^2 + ... \end{aligned} \tag{III.66}$$

As derivadas parciais na equação (III.66) devem ser calculadas para $\phi_i = \mu_{\phi_i}, \phi_j = \mu_{\phi_j}, ..., \phi_n = \mu_{\phi_n}$.

O desvio padrão para a distribuição dos Z_i é obtido por:

$$\sigma_{Z_i}^2 = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(Z_i - Z_{mv}\right)^2 \tag{III.67}$$

Aplicando a aproximação da equação (III.66) até a primeira ordem, tem-se:

$$\begin{aligned} \left(Z_i - Z_{mv}\right)^2 ={}& \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_i}\right)^2 \cdot \left(\phi_{ii} - \mu_{\phi_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_j}\right)^2 \cdot \left(\phi_{ji} - \mu_{\phi_j}\right)^2 + \\ & 2 \cdot \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_i}\right) \cdot \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_j}\right) \left(\phi_{ii} - \mu_{\phi_i}\right) \cdot \left(\phi_{ji} - \mu_{\phi_j}\right) + ... \end{aligned} \tag{III.68}$$

Considerando as variáveis ϕ_i e ϕ_j estatisticamente independentes, os seus desvios se distribuem aleatoriamente e simetricamente em relação a zero e as somas correspondentes devem se anular no limite $n \to \infty$ (VUOLO, 1992). Obtendo, assim:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(Z_i - Z_{mv}\right)^2 = \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_i}\right)^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\phi_{ii} - \mu_{\phi_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_j}\right)^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\phi_{ji} - \mu_{\phi_j}\right)^2 + ... \tag{III.69}$$

Substituindo a equação (III.67) na equação (III.69), tem-se:

$$\sigma_{\phi_i}^2 = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\phi_i - \mu_{\phi_i}\right)^2 \tag{III.70}$$

$$\sigma_{\phi_i}^2 = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\phi_i - \mu_{\phi_i} \right)^2 \qquad \text{(III.71)}$$

Fazendo, agora, a covariância de um conjunto de medidas para as variáveis ϕ_i e ϕ_j, chega-se na seguinte expressão:

$$\sigma_{\phi_i\phi_j}^2 \equiv \operatorname{cov}\left(\phi_i, \phi_j\right) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\phi_{ii} - \mu_{\phi_i} \right) \cdot \left(\phi_{ji} - \mu_{\phi_j} \right) \qquad \text{(III.72)}$$

A covariância pode ser estimada experimentalmente pela seguinte expressão:

$$\sigma_{\phi_i\phi_j}^2 \cong \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(\phi_{ii} - \overline{\phi}_{ii} \right) \cdot \left(\phi_{ji} - \overline{\phi}_{ji} \right) \qquad \text{(III.73)}$$

onde $\overline{\phi}_{ii}$ e $\overline{\phi}_{ji}$ são as medias aritméticas das *iésimas* grandezas de ϕ_i e ϕ_j.

Portanto, o erro total propagado da função *Z* pode ser obtido substituindo a equação (III.68) na equação (III.67), resultando na seguinte expressão:

$$\sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_i} \right)^2 \cdot \sigma_{\phi_i}^2 + \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_j} \right)^2 \cdot \sigma_{\phi_j}^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_i} \right) \cdot \left(\frac{\partial Z}{\partial \phi_j} \right) \cdot \sigma_{\phi_i\phi_j}^2 \qquad \text{(III.74)}$$

onde ϕ_i e ϕ_j são os parâmetros de entrada com suas respectivas variâncias $\sigma_{\phi_i}^2$ e $\sigma_{\phi_j}^2$ com covariância $\sigma_{\phi_i\phi_j}^2$.

E o coeficiente de correlação pode ser determinado pela equação:

$$r_{\phi_i\phi_j} = \frac{\sigma_{\phi_i\phi_j}}{\sqrt{\sigma_{\phi_i} \cdot \sigma_{\phi_j}}} \qquad \text{(III.75)}$$

5 - MÉTODOS DE SINTONIA DA MALHA DE CONTROLE PI

O tipo de implementação do algoritmo PI de controle é importante, pois tem influência na sintonia do controlador. Um cuidado a ser considerado na utilização do controlador PI é evitar a sua saturação (*reset windup*). Como a saída do termo integral varia continuamente enquanto existir erro, este termo poderia continuar aumentando, enquanto fisicamente a válvula de controle da variável manipulada já saturou completamente, por exemplo, está totalmente aberta ou fechada. Desta forma, pode haver um descompasso entre a saída do controlador e o elemento de atuação no processo (CAMPOS & TEIXEIRA, 2006).

O principal critério para sintonia de uma malha de controle, e que deve ser sempre satisfeito, é a sua estabilidade. Desta forma, a sintonia deve ser tal que todos os pólos da função de transferência em malha fechada tenham a parte real negativa. Na literatura especializada existem diversos métodos de sintonia de controladores industriais, sendo que neste trabalho os seguintes métodos foram estudados para controladores PI e modelos de 1ª ordem para o processo (O'DWYER, 2009):

- ZIEGLER & NICHOLS (1942): parâmetros estimados usando um método de tangente e ponto (ZIEGLER & NICHOLS, 1942);
- TRYBUS (2005): método de estimação dos parâmetros não definido pelo autor;
- SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005): método de estimação dos parâmetros não definido pelos autores;
- MO COX *et al.* (1997): parâmetros estimados a partir da resposta ao degrau do processo usando procedimentos de integração numérica (NISHIKAWA *et al.*, 1984);
- HUANG & JENG (2005): método de estimação dos parâmetros não definido pelos autores;
- HILL & ADAMS (1988): método de estimação dos parâmetros não definido pelos autores;
- COHEN & COON (1953): parâmetros estimados usando um método de tangente e ponto (ZIEGLER e NICHOLS, 1942);
- CHUN *et al.* (1999): τ_P e θ_P são estimados através do método de auto-sintonia (LEE e SUNG, 1993); k_P é estimado a partir da resposta ao degrau do processo em malha fechada sob controle proporcional (CHUN *et al.*, 1999);
- CHIEN *et al.* (1952) 0% de sobrelevação (*overshoot*): parâmetros estimados usando um método de tangente e ponto (ZIEGLER & NICHOLS, 1942);
- BRAMBILLA *et al.* (1990): método de estimação dos parâmetros não definido pelos autores;
- MISE KHAN & LEHMAN (1996): método de estimação dos parâmetros não definido pelos autores;
- MISE HAALMAN (1965): método de estimação dos parâmetros não definido pelo autor;
- MIAE SMITH & CORRIPIO (1997): método de estimação dos parâmetros não definido pelos autores;
- MATSUBA *et al.* (1998): método de estimação dos parâmetros não definido pelos autores;

- LIPTÁK (2001): parâmetros estimados usando um método de tangente e ponto (ZIEGLER & NICHOLS, 1942);
- KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006): k_P é estimado a partir da resposta ao degrau do processo; $\theta_P = tempo$ para o qual a variável de processo muda em 5% do seu valor total; τ_P é definido em 63% da variação total da variável de processo (KRISTIANSSON, 2003);
- CHIDAMBARAM (2002): método de estimação dos parâmetros não definido pelo autor;
- MITAE ABB (2001): θ_P e τ_P são estimados pelo método dos dois pontos; k_P é estimado a partir da resposta ao degrau do processo em malha aberta (ABB, 2001).

Todos os métodos de sintonia foram implementados considerando um processo de primeira ordem com tempo morto de atraso (FOLPD), como mostrado na equação (III.3), para o problema de controle tipo servo. Características, detalhes e equacionamento dos métodos anteriormente citados são encontrados em CAMPOS & TEIXEIRA (2006) e em O'DWYER (2009).

Para o estudo da propagação de erros dos parâmetros do controlador PI $(k_C \text{ e } \tau_I)$, as seguintes equações para os desvios padrão σ_{k_C} e σ_{τ_I} foram utilizadas a partir da equação (III.74) deste capítulo:

$$\sigma_{k_C} = \left(\left(\frac{\partial k_C}{\partial k_P} \right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{\partial k_C}{\partial \tau_P} \right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial k_C}{\partial k_P} \right) \cdot \left(\frac{\partial k_C}{\partial \tau_P} \right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \right)^{1/2} \tag{III.76}$$

$$\sigma_{\tau_I} = \left(\left(\frac{\partial \tau_I}{\partial k_P} \right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{\partial \tau_I}{\partial \tau_P} \right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial \tau_I}{\partial k_P} \right) \cdot \left(\frac{\partial \tau_I}{\partial \tau_P} \right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \right)^{1/2} \tag{III.77}$$

Em ambos os estudos de caso abordados neste trabalho, o tempo morto de atraso foi considerado com erro desprezível, ou seja, $\sigma_{\theta_P} \equiv 0$, possibilitando a simplificação da equação (III.74) da propagação de erros, gerando assim, as equações (III.76) e (III.77) aqui aplicadas.

Na TABELA III.1 até a TABELA III.6, encontram-se as equações com as referências dos métodos aplicados e suas restrições, separadas por critérios definidos pelos autores, para calcular os parâmetros de sintonia do controlador PI $(k_C \text{ e } \tau_I)$ e utilizando um modelo matemático tipo FOLPD para o processo de acordo com a equação (III.3).

TABELA III.1 – EQUAÇÕES DOS MÉTODOS DE SINTONIA DO CONTROLADOR PI PELO CRITÉRIO DE REAÇÃO DO PROCESSO A UM DISTÚRBIO.

Método	k_C	τ_I	Restrições
ZIEGLER & NICHOLS (1942)	$\dfrac{0,9\cdot\tau_P}{k_P\cdot\theta_P}$	$3,33\cdot\theta_P$	$\left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 1,0$
COHEN & COON (1953)	$\dfrac{1}{k_P}\cdot\left(\dfrac{0,9\cdot\tau_P}{\theta_P}+0,083\right)$	$\tau_P\cdot\left(\dfrac{3,33\cdot\left[\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right]+0,31\cdot\left[\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right]^2}{1+2,22\cdot\left[\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right]}\right)$	$0\leq\left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 1,0$
CHIEN *et al.* (1952) 0% OS	$\dfrac{0,35\cdot\tau_P}{k_P\cdot\theta_P}$	$1,17\cdot\tau_P$	$0,1\leq\left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 1,0$
LIPTÁK (2001)	$\dfrac{0,95\cdot\tau_P}{k_P\cdot\theta_P}$	$4\cdot\theta_P$	-

FONTE: O’DWYER (2009).

TABELA III.2 – EQUAÇÕES DOS MÉTODOS DE SINTONIA DO CONTROLADOR PI PELO CRITÉRIO DE SINTESE DIRETA NO DOMÍNIO DO TEMPO.

Método	k_C	τ_I	Restrições
TRYBUS (2005)	$\frac{0,6\cdot\tau_P}{k_P\cdot\theta_P}$	$0,8\cdot\theta_P+0,5\cdot\tau_P$	-
SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005)	$\frac{0,9179}{k_P}\cdot\left(\frac{\tau_P}{\theta_P}\right)^{0,8915}$	$\tau_P\cdot\left(10,59\cdot\left[\frac{\theta_P}{\tau_P}\right]^2-2,3588\cdot\left[\frac{\theta_P}{\tau_P}\right]+0,8985\right)$	$0,1\leq\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 1,0$
CHIDAMBARAM (2002)	$\frac{1}{k_P}\cdot\left(3,113-5,73\cdot\left[\frac{\theta_P}{\tau_P}\right]^2+3,24\cdot\left[\frac{\theta_P}{\tau_P}\right]^2\right)$	$0,413\cdot\tau_P+0,8\cdot\theta_P$	-

FONTE: O'DWYER (2009).

TABELA III.3 – EQUAÇÕES DOS MÉTODOS DE SINTONIA DO CONTROLADOR PI PELO CRITÉRIO DE SINTESE DIRETA NO DOMINIO DA FREQUÊNCIA.

Método	k_C	τ_I	Restrições
MO COX *et al.* (1997)	$\frac{0,5}{k_P}\cdot\left(\frac{\tau_P^3+\tau_P^2\cdot\theta_P+0,5\cdot\tau_P\cdot\theta_P^2+0,167\cdot\theta_P^3}{\tau_P^2\cdot\theta_P+\tau_P\cdot\theta_P^2+0,667\cdot\theta_P^3}\right)$	$\left(\frac{\tau_P^3+\tau_P^2\cdot\theta_P+0,5\cdot\tau_P\cdot\theta_P^2+0,167\cdot\theta_P^3}{\tau_P^2+\tau_P\cdot\theta_P+0,5\cdot\theta_P^2}\right)$	$\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 1,0$
HUANG & JENG (2005)	$\frac{0,495\cdot\tau_P+0,22\cdot\theta_P}{k_P\cdot\theta_P}$	$0,9\cdot\tau_P+0,4\cdot\theta_P$	-
KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006)	$\frac{0,57\cdot(\tau_P+\theta_P)}{k_P\cdot\tau_P\cdot\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}-0,055\right)}$	$\theta_P+\tau_P$	$0,2\leq\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 1,0$

FONTE: O’DWYER (2009).

TABELA III.4 – EQUAÇÕES DOS MÉTODOS DE SINTONIA DO CONTROLADOR PI PELO CRITÉRIO DE MINIMIZAÇÃO DE UM ÍNDICE DE DESEMPENHO.

Método	k_C	τ_I	Restrições
MISE KHAN & LEHMAN (1996)	$\left(\frac{0,808}{\theta_P}+\frac{0,511}{\tau_P}-\frac{0,255}{\sqrt{\tau_P\cdot\theta_P}}\right)\cdot\left(\frac{\tau_P}{k_P}\right)$	$\theta_P\cdot\left[\frac{\left(0,808\cdot\tau_P+0,511\cdot\theta_P-0,255\cdot\sqrt{\tau_P\cdot\theta_P}\right)}{0,095\cdot\tau_P+0,846\cdot\theta_P-0,381\cdot\sqrt{\tau_P\cdot\theta_P}}\right]$	$0,2\leq\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 20$
MISE HAALMAN (1965)	$\frac{0,67\cdot\tau_P}{k_P\cdot\theta_P}$	τ_P	$M_{\max}=1,9$ $A_m=2,36$
MIAE SMITH & CORRIPIO (1997)	$\frac{0,6\cdot\tau_P}{k_P\cdot\theta_P}$	τ_P	$0,1\leq\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 1,5$
MITAE ABB (2001)	$\left(\frac{0,8591}{k_P}\right)\cdot\left(\frac{\tau_P}{\theta_P}\right)^{0,977}$	$1,4837\cdot\tau_P\cdot\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}\right)^{0,68}$	$\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}\right)\leq 0,5$

FONTE: O'DWYER (2009). A_m = margem de ganho do controlador; $M_{\max}$ = valor máximo de sensibilidade da malha fechada.

TABELA III.5 – EQUAÇÕES DOS MÉTODOS DE SINTONIA DO CONTROLADOR PI PELO CRITÉRIO DO CICLO FINAL.

Método	k_C	τ_I	Restrições
HILL & ADAMS (1988)	$\left(\dfrac{0,961}{k_P}\right)\cdot\left(\dfrac{\tau_P}{\theta_P}\right)^{0,876}$	$0,83\cdot\theta_P\cdot e^{\left[1,36-0,245\cdot\left(\frac{\theta_P}{\tau_P}\right)\right]}$	-
MATSUBA *et al.* (1998)	$\left(\dfrac{0,99}{k_P}\right)\cdot\left(\dfrac{\tau_P}{\theta_P}\right)^{0,9}$	$2,63\cdot\theta_P\cdot\left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right)^{0,097}$	$0,1\le\left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right)\le 1,0$

FONTE: O'DWYER (2009).

TABELA III.6 – EQUAÇÕES DOS MÉTODOS DE SINTONIA DO CONTROLADOR PI PELO CRITÉRIO DE CONTROLE ROBUSTO.

Método	k_C	τ_I	Restrições
CHUN *et al.* (1999)	$\dfrac{\tau_P\cdot(\theta_P+2\cdot\lambda)-\lambda^2}{k_P\cdot(\theta_P+\lambda)^2}$	$\dfrac{\tau_P\cdot(\theta_P+2\cdot\lambda)-\lambda^2}{\theta_P+\tau_P}$	$\lambda=(0,4\cdot\tau_P)$
BRAMBILLA *et al.* (1990)	$\dfrac{(\tau_P+0,5\cdot\theta_P)}{k_P\cdot(\lambda+\theta_P)}$	$\tau_P+0,5\cdot\theta_P$	$\lambda=\theta_P\Rightarrow 0,1\le\left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P}\right)\le 1,0$

FONTE: O'DWYER (2009).

É importante salientar que nas referências consultadas dos métodos de sintonia não existem estudos dos erros da estimação dos parâmetros. Portanto, as correlações das regras para sintonia da malha de controle PI possuem parâmetros com erros desprezados.

6 - AVALIAÇÃO DA QUALIDADE DAS SINTONIAS

A qualidade e robustez das sintonias foram avaliadas por índices de desempenho baseados nas discrepâncias da dinâmica da malha com o valor referencial desejado (*set-point*). Para um sistema de controle ser considerado ótimo, os parâmetros do controlador devem ser ajustados de tal forma que os índices de desempenho apresentados nas equações a seguir sejam minimizados (OGATA, 1985).

$$\text{ISE}=\int_0^{\infty}\left[y_{SP}(t)-y(t)\right]^2 dt=\int_0^{\infty}e^2(t)\,dt\equiv\text{mínimo} \tag{III.78}$$

$$\text{ITAE} = \int_0^\infty t \cdot \left| y_{SP}(t) - y(t) \right| dt = \int_0^\infty t \cdot \left| e(t) \right| dt \equiv \text{mínimo} \qquad \text{(III.79)}$$

onde $y(t)$ é definido de acordo com as equações (III.12), (III.39) e (III.44), tendo $y_{SP}(t)$ como sendo o valor de referência (*set-point*) no domínio do tempo da malha de controle.

O índice de desempenho escolhido neste trabalho foi o ISE (integral do erro ao quadrado) de acordo com a equação (III.78). Porém, para melhor avaliação da qualidade das sintonias, também se utilizou o conceito do calculo da integral da variável manipulada (IU), dada pela seguinte equação:

$$\text{IU} = \int_0^t u(t)\, dt \qquad \text{(III.80)}$$

Através da avaliação da resposta da equação (III.80) é possível obter o total consumido de produto para levar a variável controlada ao novo *set-point* definido pelo operador. No caso dos sistemas estudados seria o total consumido de solvente (água de processo) na coluna de absorção de NH_3 e o total consumido de sulfato de alumínio para controle do pH na caixa de entrada da máquina de papel. É importante salientar que o conceito aplicado do índice IU leva em consideração que um valor referencial de $u(t)$ é conhecido a priori.

Um estudo de propagação de erros das respostas de $y(t)$, $u(t)$ e dos índices de desempenho empregados (ISE e IU) também foi elaborado, através da determinação das incertezas propagadas (desvio padrão) $\sigma_{y(t)}$, $\sigma_{u(t)}$, σ_{ISE} e σ_{IU}, a partir da equação (III.74). As seguintes expressões foram utilizadas para propagação das incertezas paramétricas:

$$\sigma_{y(t)} = \left(\begin{array}{l} \left(\dfrac{\partial y(t)}{\partial k_P}\right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\dfrac{\partial y(t)}{\partial \tau_P}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\dfrac{\partial y(t)}{\partial k_C}\right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \\ \left(\dfrac{\partial y(t)}{\partial \tau_I}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2 + 2 \cdot \left(\dfrac{\partial y(t)}{\partial k_P}\right) \cdot \left(\dfrac{\partial y(t)}{\partial \tau_P}\right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \end{array} \right)^{1/2} \qquad \text{(III.81)}$$

$$\sigma_{u(t)} = \left(\begin{array}{l} \left(\dfrac{\partial u(t)}{\partial k_P}\right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\dfrac{\partial u(t)}{\partial \tau_P}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\dfrac{\partial u(t)}{\partial k_C}\right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \\ \left(\dfrac{\partial u(t)}{\partial \tau_I}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2 + 2 \cdot \left(\dfrac{\partial u(t)}{\partial k_P}\right) \cdot \left(\dfrac{\partial u(t)}{\partial \tau_P}\right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \end{array} \right)^{1/2} \qquad \text{(III.82)}$$

$$\sigma_{\mathrm{ISE}} = \begin{pmatrix} \left(\dfrac{\partial \mathrm{ISE}(t)}{\partial k_P}\right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\dfrac{\partial \mathrm{ISE}(t)}{\partial \tau_P}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\dfrac{\partial \mathrm{ISE}(t)}{\partial k_C}\right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \\ \left(\dfrac{\partial \mathrm{ISE}(t)}{\partial \tau_I}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2 + 2 \cdot \left(\dfrac{\partial \mathrm{ISE}(t)}{\partial k_P}\right) \cdot \left(\dfrac{\partial \mathrm{ISE}(t)}{\partial \tau_P}\right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \end{pmatrix}^{1/2} \tag{III.83}$$

$$\sigma_{\mathrm{IU}} = \begin{pmatrix} \left(\dfrac{\partial \mathrm{IU}(t)}{\partial k_P}\right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\dfrac{\partial \mathrm{IU}(t)}{\partial \tau_P}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\dfrac{\partial \mathrm{IU}(t)}{\partial k_C}\right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \\ \left(\dfrac{\partial \mathrm{IU}(t)}{\partial \tau_I}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2 + 2 \cdot \left(\dfrac{\partial \mathrm{IU}(t)}{\partial k_P}\right) \cdot \left(\dfrac{\partial \mathrm{IU}(t)}{\partial \tau_P}\right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \end{pmatrix}^{1/2} \tag{III.84}$$

Da mesma maneira que ocorre na propagação de erros dos parâmetros do controlador PI, também para as variáveis controlada, manipulada e para os índices de desempenho, o tempo morto de atraso foi considerado com erro desprezível, isto é, $\sigma_{\theta_P} \equiv 0$, o que possibilitou a simplificação da equação (III.74). Portanto, as simplificações mostradas nas equações (III.81), (III.82), (III.83) e (III.84) surgem desta premissa previamente arbitrada.

Outra forma de avaliar as sintonias estudadas, tendo em vista as incertezas propagadas dos parâmetros na malha de controle, é a determinação da integral total dessas incertezas (índice IPE – Integral da Propagação de Erros) no tempo de simulação, isto é, a área total correspondente ao intervalo de confiança das incertezas. Este índice é determinado de acordo com as equações a seguir:

$$\mathrm{IPE}_{y(t)} = \int_0^t \left(y(t) + 2 \cdot \sigma_{y(t)} \right) dt - \int_0^t \left(y(t) - 2 \cdot \sigma_{y(t)} \right) dt \tag{III.85}$$

$$\mathrm{IPE}_{u(t)} = \int_0^t \left(u(t) + 2 \cdot \sigma_{u(t)} \right) dt - \int_0^t \left(u(t) - 2 \cdot \sigma_{u(t)} \right) dt \tag{III.86}$$

A avaliação do índice IPE tem como proposito principal definir qual é a melhor sintonia, considerando as incertezas propagadas nas respostas da variável controlada e manipulada. Como também avaliar a robustez do controlador, ou seja, a resposta da sintonia que melhor agrega as incertezas dos parâmetros. Para compreender o significado físico das equações (III.85) e (III.86), é apresentado na FIGURA III.3 a área hachurada correspondente ao índice IPE para $y(t)$ e $u(t)$.

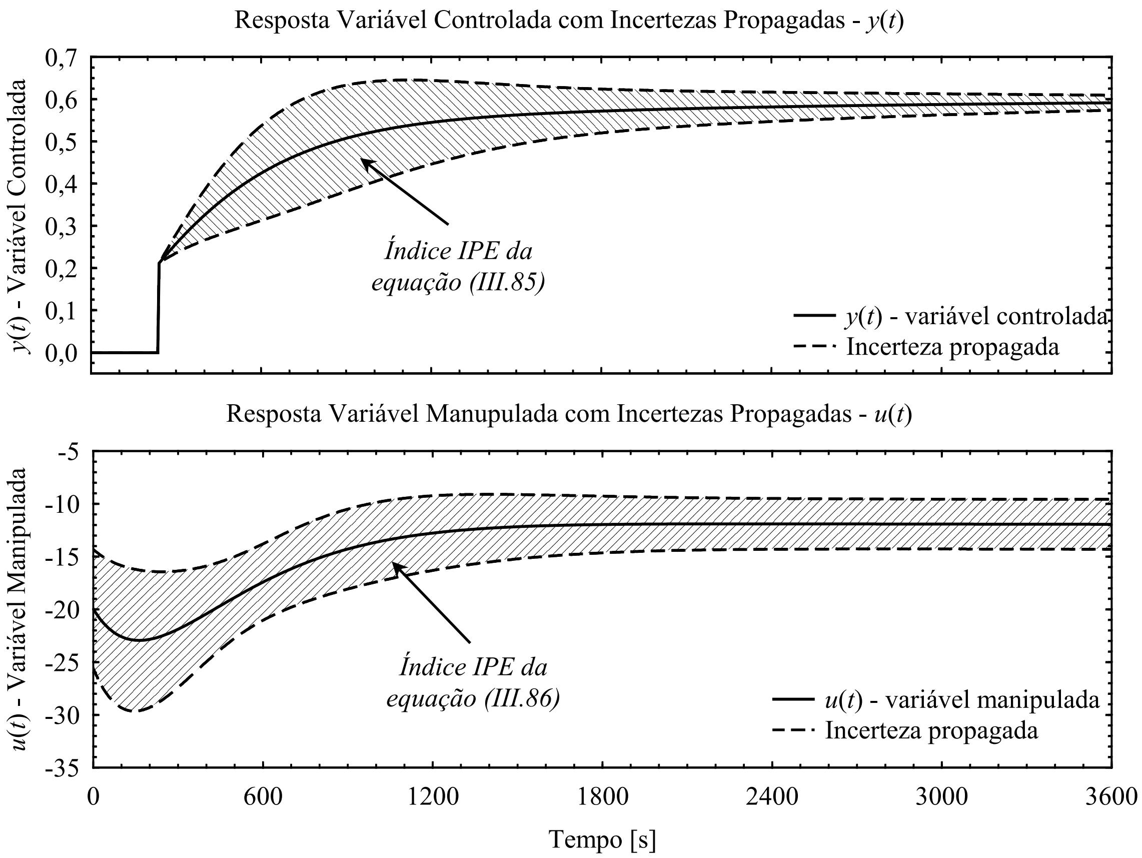

FIGURA III.3 – RESPOSTAS DE UMA MALHA DE CONTROLE COM INCERTEZAS PARAMÉTRICAS PROPAGADAS. ÁREA HACHURADA CORRESPOSNDE AO ÍNDICE IPE PARA AS VARIAVEIS CONTROLADA E MANIPULADA.

Com relação ao calculo das integrais das equações (III.79), (III.80), (III.85) e (III.86) é necessário utilizar um método numérico, pois estas não possuem solução analítica quando aplicadas nas malhas de controle estudadas. Para tanto, o método numérico escolhido foi a Quadratura de Gauss segundo JEFFREY & DAI (2008), descrito no ANEXO I.

CAPÍTULO IV – ESTUDO DE CASO 1: COLUNA DE ABSORÇÃO DE AMÔNIA

1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados referentes ao estudo de caso de uma coluna absorvedora de amônia com dados experimentais retirados de SMITH & CORRIPIO (1997). Onde inicialmente são apresentados os dados experimentais reportados pela literatura e os resultados da estimação de parâmetros para identificação em malha aberta do sistema. Em seguida é apresentado e discutido os resultados do controle servo *feedback* do sistema com tempo morto de atraso e com propagação das incertezas dos parâmetros. Por fim, um estudo dos índices de desempenho da malha de controle PI com suas incertezas são apresentados e discutidos.

2 - DADOS EXPERIMENTAIS

O primeiro estudo de caso refere-se a dados experimentais reportados por SMITH & CORRIPIO (1997) de uma coluna absorvedora de amônia do ar utilizando água como solvente. Para avaliação da dinâmica do sistema, foi aplicado um distúrbio tipo degrau negativo de 20% na vazão de solvente (água). Os dados para simulação dinâmica do processo são mostrados TABELA IV.1.

TABELA IV.1 – RESPOSTA A UM DEGRAU UNITÁRIO NEGATIVO NA VAZÃO DE ÁGUA NA COLUNA ABSORVEDORA.

Tempo [s]	Vazão de Água [gpm]	Concentração de NH_3 na saída da Absorvedora [ppm]
0	250	50,00
0	200	50,00
20	200	50,00
30	200	50,12
40	200	50,30
50	200	50,60
60	200	50,77
70	200	50,90
80	200	51,05
90	200	51,20
100	200	51,26
110	200	51,35
120	200	51,48
130	200	51,55
140	200	51,63
160	200	51,76
180	200	51,77
250	200	51,77

FONTE: SMITH & CORRIPIO, (1997).

3 - IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA EM MALHA ABERTA

O procedimento de estimação dos parâmetros do modelo para identificação do processo em malha aberta foi realizada através da solução do problema de mínimos quadrados, que tem como objetivo encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados do sistema de tal modo que a soma dos quadrados das distâncias entre o modelo ajustado e os pontos experimentais observados seja a menor possível. Essas diferenças entre a curva ajustada e cada um dos dados são denominadas de resíduos. A função objetivo é a minimização do erro entre o valor experimental e o valor predito elevado ao quadrado, como apresentado na equação a seguir:

$$F_{OBJ}^{ABS} = \sum_{i=0}^{NE} \left(C_i^{OBS} - C_i^{PRED} \right)^2 \approx \text{mínimo} \qquad \text{(IV.1)}$$

Para estimação dos parâmetros do modelo a fim de minimizar a função objetivo da equação (IV.1), o algoritmo aplicado de otimização foi o método indireto de decida de LEVENBERG (1944) & MARQUARDT (1963) apresentado no capítulo III da metodologia. A estimação foi realizada tendo em vista um modelo de primeira ordem com tempo morto de atraso (FOLPD), de acordo com a equação (III.3). Os resultados da estimação são apresentados na TABELA IV.2 com o modelo no domínio do tempo.

TABELA IV.2 – PARÂMETROS ESTIMADOS COM SEUS ERROS (DESVIO PADRÃO) PARA A COLUNA ABSORVEDORA.

Modelo no domínio do tempo:	$C(t) = C_{SS} - \left(C_{SS} \cdot k_P \cdot \left[1 - e^{\left(-\frac{t}{\tau_P}\right)}\right]\right)$	
Parâmetros Estimados:	Valor dos Parâmetros	Desvio Padrão dos Parâmetros
k_P	$-4,06 \cdot 10^{-2}$	$\pm 0,17 \cdot 10^{-2}$
τ_P [s]	81,27	±6,88
Qualidade da Estimação:	Função Objetivo (F_{OBJ})	Coeficiente de Correlação (R)
	$7,35 \cdot 10^{-2}$	0,9930

C_{SS} é a concentração de amônia no estado estacionário, equivalente a 50 ppm.

Através da estimação dos parâmetros do modelo apresentada na TABELA IV.2, observa-se um bom ajuste com o coeficiente de correlação próximo de 1. O valor de k_P é negativo, o que resulta em uma ação proporcional (k_C) também negativa.

Durante o procedimento de estimação dos parâmetros do modelo, foram também, determinadas as incertezas desses parâmetros a partir do método determinístico de otimização. Portanto, é possível definir um intervalo de confiança para o modelo identificado mesmo sem conhecer os erros dos pontos experimentais. Na FIGURA IV.1 encontra-se o comportamento do modelo identificado e suas incertezas, isto é, o intervalo de confiança do modelo, comparado com os dados experimentais da literatura.

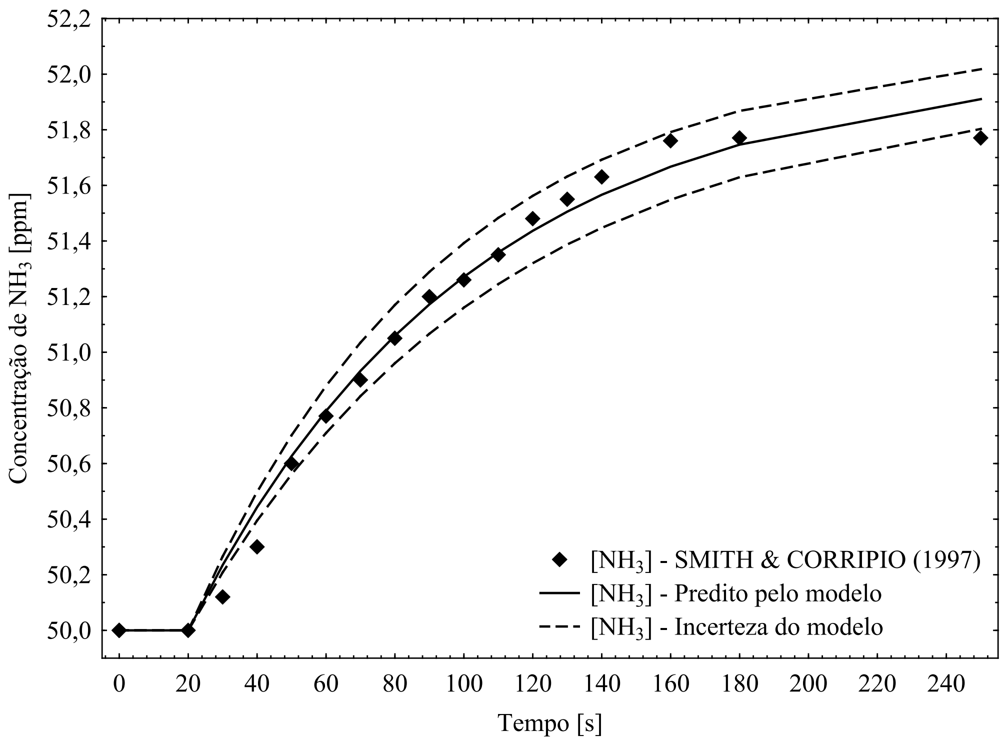

FIGURA IV.1 – MODELO PREDITO COM O INTERVALO DE CONFIANÇA (INCERTEZAS DO MODELO), COMPARADO COM OS DADOS EXPERIMENTAIS DA COLUNA ABSORVEDORA.

A estimação do desvio padrão dos parâmetros é calculada através da matriz de covariância paramétrica definido pela equação (III.58) na metodologia. Com as incertezas dos parâmetros pode-se estimar o intervalo de confiança do modelo, como mostrado na FIGURA IV.1.

Para maior análise da estimação, são também apresentados os gráficos dos resíduos na FIGURA IV.2 e do histograma das frequências dos valores absolutos dos resíduos, apresentado na FIGURA IV.3.

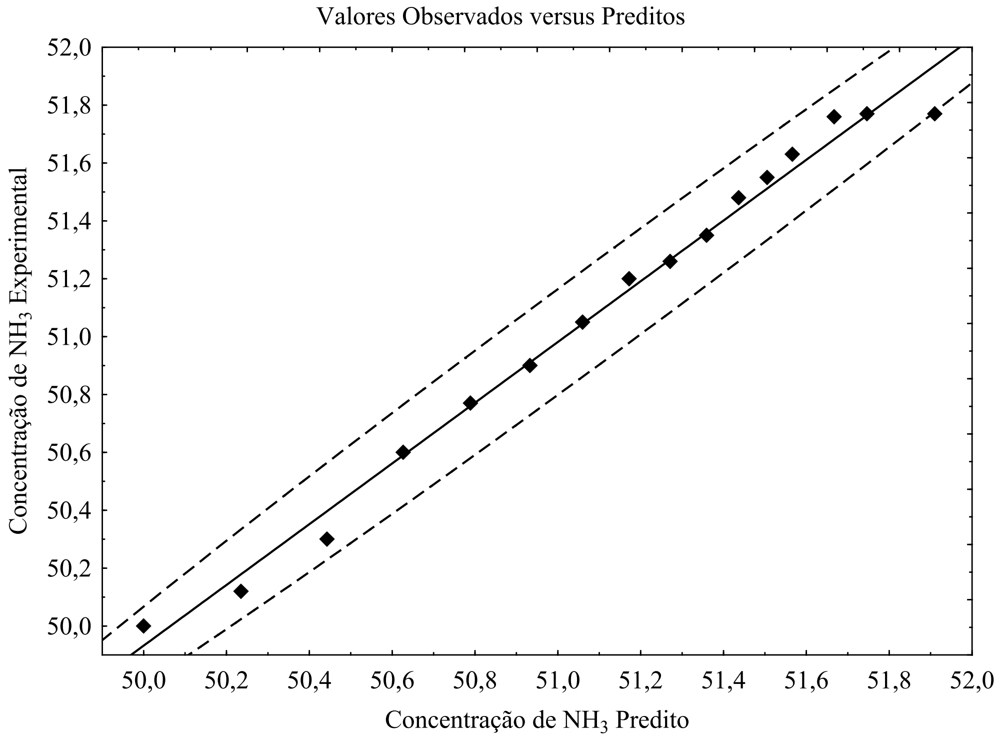

FIGURA IV.2 – VALORES EXPERIMENTAIS VERSUS VALORES PREDITOS PELO MODELO PARA A COLUNA ABSORVEDORA, COM INTERVALO DE CONFIAÇA DE 95% (LINHA TRACEJADA).

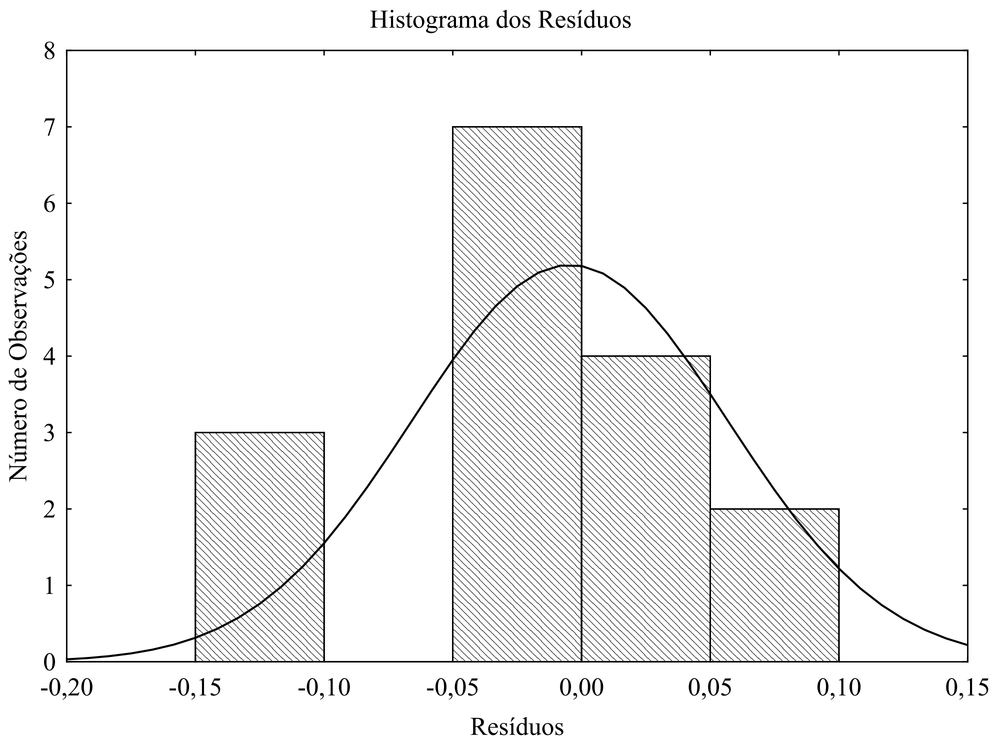

FIGURA IV.3 – HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS ABSOLUTOS DA ESTIMAÇÃO DE PARAMETROS DO MODELO, PARA A COLUNA ABSORVEDORA.

Na FIGURA IV.4 encontra-se o gráfico da distribuição dos resíduos do modelo identificado com característica aleatória entre o valor observado e o valor predito.

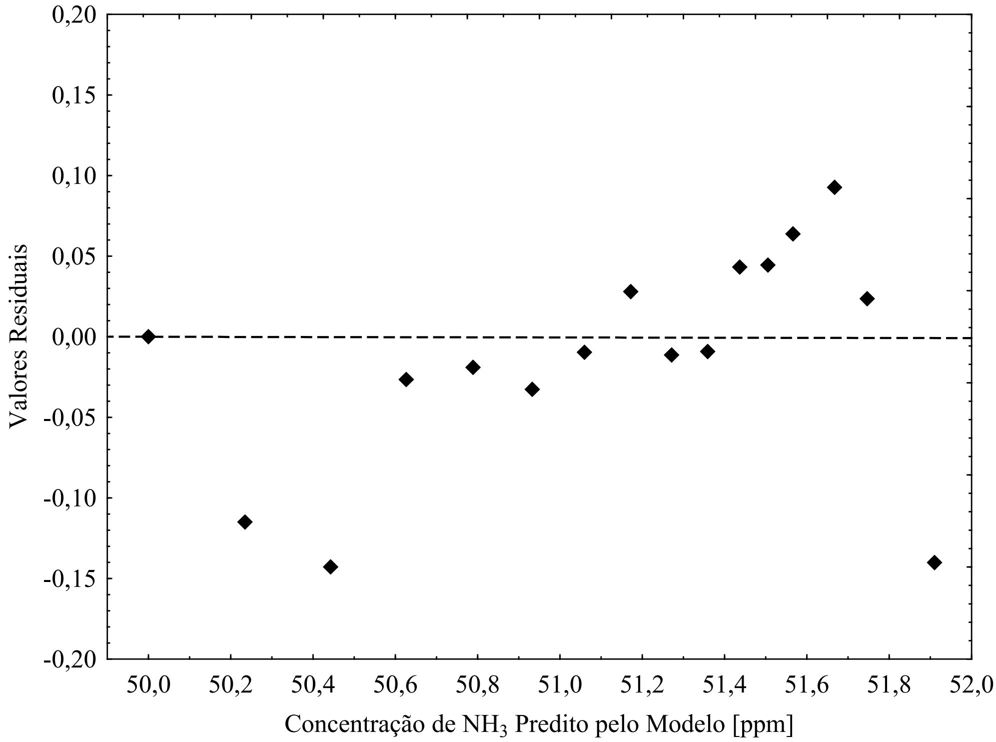

FIGURA IV.4 – VALORES DOS RESIDUOS DO MODELO IDENTIFICADO PARA A COLUNA ABSORVEDORA.

Através da observação da FIGURA VI.2 e FIGURA VI.3, verifica-se que o comportamento do modelo é capaz de predizer os valores experimentais com um intervalo de confiança de 95% e com distribuição normal dos valores residuais.

Com as análises estatísticas em mãos define-se, então, o modelo do processo identificado no domínio de Laplace com sua matriz de covariância paramétrica dada respectivamente, por:

$$G_P(s) = \frac{\left(-4,06\cdot 10^{-2} \pm 0,17\cdot 10^{-2}\right)\cdot \mathrm{e}^{(-20\cdot s)}}{\left(81,27 \pm 6,88\right)\cdot s + 1} \quad \text{(IV.2)}$$

$$\sigma^2_{G_P(s)} = \begin{bmatrix} 2,81\cdot 10^{-6} & -1,08\cdot 10^{-2} \\ -1,08\cdot 10^{-2} & 47,38 \end{bmatrix} \quad \text{(IV.3)}$$

É importante ressaltar que o tempo morto do sistema é diretamente identificado por inspeção visual aos dados experimentais, portanto, $\theta_P = 20$ segundos e seu erro paramétrico foi desprezado neste trabalho.

4 - CONTROLE SERVO *FEEDBACK* COM TEMPO MORTO

A malha de controle estudada para a absorvedora é do tipo *feedback*, que tem como principal característica a retroalimentação do erro para que ocorra uma ação de controle sobre a variável manipulada, isto é, o controlador irá atuar somente quando existir diferença entre o valor referencial desejado (*set-point*) e o valor da variável medida. Além disso, a abordagem do controle é do tipo servo, que tem como objetivo realizar uma transição de valores de *set-point*, de 50 ppm para 51 ppm no caso da coluna de absorção. Na FIGURA IV.5 encontra-se o diagrama de blocos do sistema de controle para a coluna de absorção de amônia.

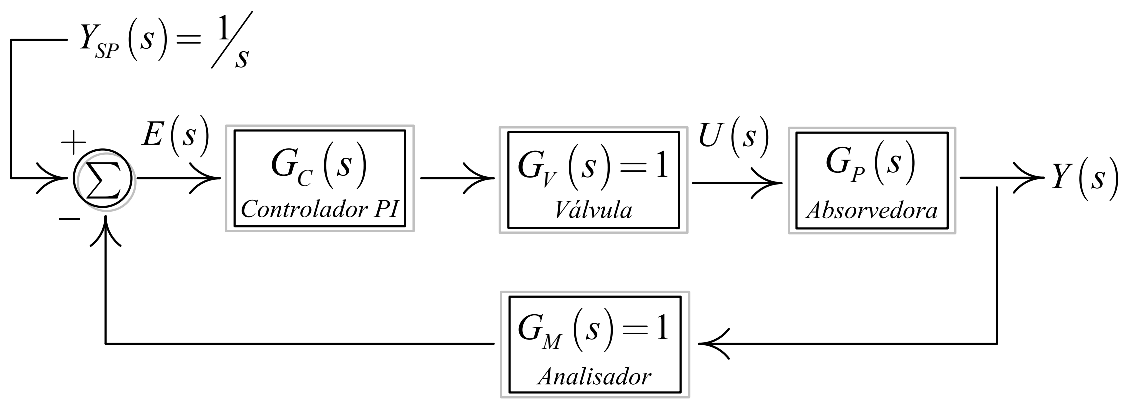

FIGURA IV.5 – DIAGRAMA DE BLOCOS PARA MALHA DE CONTROLE SERVO *FEEDBACK* DA COLUNA DE ABSORÇÃO DE AMÔNIA.

Um esquema mostrando a implementação do controlador PI na coluna absorvedora é apresentado na FIGURA IV.6. Como o foco do estudo é o controle tipo servo, a ação de controle ocorrerá somente quando uma mudança de *set-point* for aplicada, fazendo com que o posicionador da válvula de controle atue sobre a vazão de solvente estabelecendo, assim, um novo *set-point* para o sistema. A ação de controle é realizada pelo controlador de concentração CC, que atua na válvula de água quando um erro de *off-set* é detectado pelo transmissor e indicador de concentração CIT de amônia, a fim de manter o *set-point* definido.

As funções de transferência da malha de controle da coluna de absorção são definidas de acordo com as equações (III.1) e (III.2). O desenvolvimento analítico das funções de transferência para determinação de $y(t)$ e $u(t)$ é encontrado no Capítulo III da metodologia.

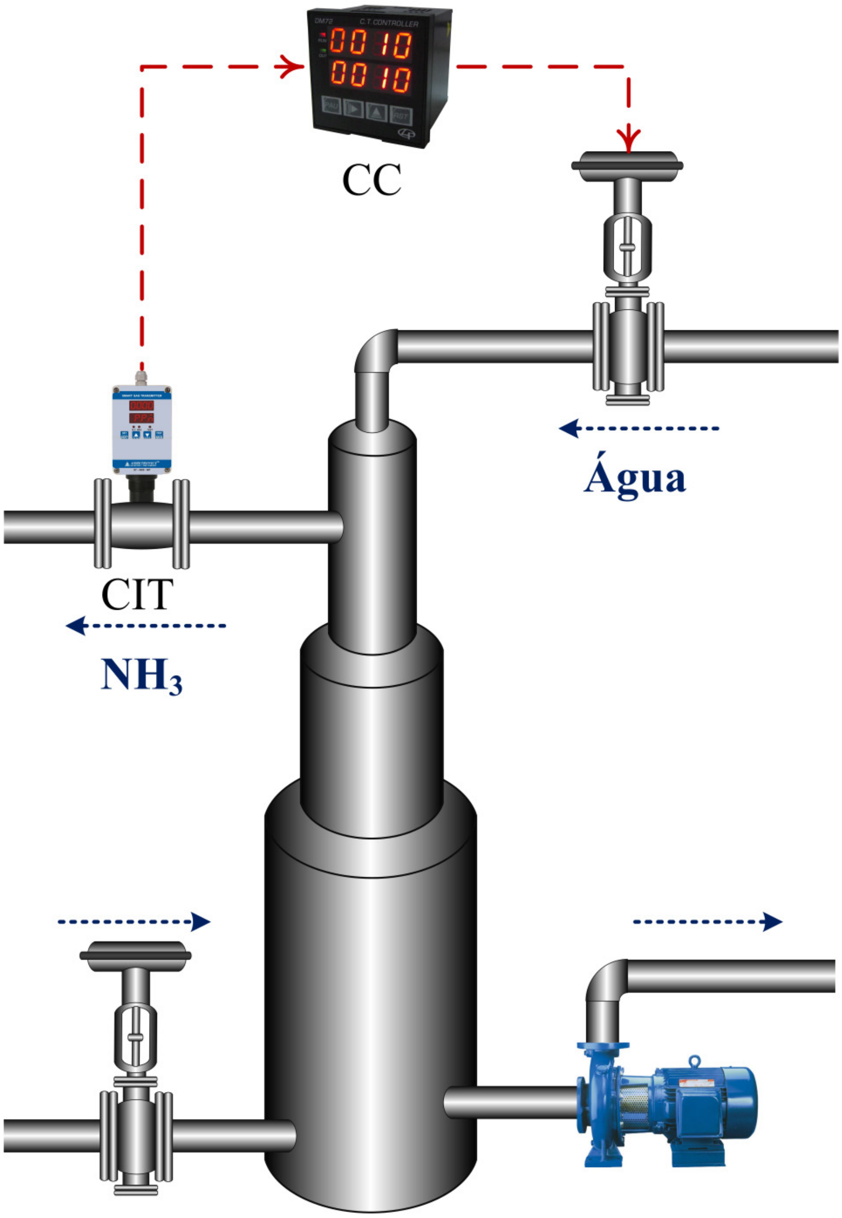

FIGURA IV.6 – COLUNA DE ABSORÇÃO DE AMÔNIA COM DESTAQUE NA MALHA DE CONTROLE SERVO *FEDDBACK*.

4.1 - Determinação dos Parâmetros de Sintonia do Controlador PI

Neste estudo de caso, foram estudados ao todo dezoito (18) métodos de sintonia descritos pela literatura (O'DWYER, 2009). Os resultados das sintonias dos parâmetros k_C e τ_I de acordo com os métodos descritos no Capítulo III e com seus respectivos erros propagados σ_{k_C} e σ_{τ_I}, equações (III.76) e (III.77), são apresentados na TABELA IV.3 a seguir.

TABELA IV.3 – RESPOSTAS DAS SINTONIAS E SEUS ERROS (DESVIO PADRÃO) DOS MÉTODOS ESTUDADOS PARA A ABSORVEDORA DE AMÔNIA.

Métodos de Sintonia	k_C	$\pm\sigma_{k_C}$	τ_I	$\pm\sigma_{\tau_I}$
KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006)	-91,586	5,094	101,300	6,883
MISE KHAN & LEHMAN (1996)	-80,822	3,399	141,437	10,994
SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005)	-78,931	3,125	77,975	1,773
MISE HAALMAN (1965)	-67,083	3,237	81,300	6,883
MIAE SMITH & CORRIPIO (1997)	-60,074	2,899	81,300	6,883
LIPTÁK (2001)	-95,117	4,590	80,000	0,000
BRAMBILLA *et al.* (1990)	-56,219	2,222	91,300	6,883
HUANG & JENG (2005)	-54,980	2,220	81,170	6,195
HILL & ADAMS (1988)	-80,860	3,103	60,894	0,311
ZIEGLER & NICHOLS (1942)	-90,111	4,349	66,600	0,000
TRYBUS (2005)	-60,074	2,899	56,650	3,442
CHUN *et al*. (1999)	-52,293	0,770	57,810	4,502
MO COX *et al*. (1997)	-49,765	2,436	81,458	6,860
CHIDAMBARAM (2002)	-46,785	0,749	49,577	2,843
MITAE ABB (2001)	-83,286	3,865	46,481	1,259
MATSUBA *et al.* (1998)	-86,152	3,469	45,910	0,377
COHEN & COON (1953)	-92,155	4,283	44,062	1,234
CHIEN *et al*. (1952) 0% OS	-35,043	1,691	95,121	8,053
*MANUAL**	*-40*	*0,0*	*30*	*0,0*

**Sintonia arbitrada em manual, isto é, sem critério ou regra.*

A partir dos resultados de sintonia, observa-se que os métodos de LIPTÁK (2001) e ZIEGLER & NICHOLS (1942) não apresentaram erros em τ_I, isto é $\sigma_{\tau_I} = 0$, pois o parâmetro do tempo integral é calculado somente em função do tempo morto θ_P, que possui erro desprezível neste trabalho $\left(\sigma_{\theta_P} \equiv 0\right)$.

Foi aplicada uma sintonia em MANUAL no sistema de controle para fins comparativos das respostas das variáveis controlada e manipulada. Como não foi implementado nenhuma regra ou critério para escolha destes parâmetros em manual, estes possuem erros paramétricos desprezados, ou seja. $\sigma_{k_C} \equiv 0$ e $\sigma_{\tau_I} \equiv 0$.

A determinação dos parâmetros de sintonia do controlador PI, $k_C \pm \sigma_{k_C}$ e $\tau_I \pm \sigma_{\tau_I}$, foram realizadas a partir dos procedimentos descritos no Capítulo III da metodologia. No entanto, são mostradas a seguir as equações do método de COHEN & COON (1953), como exemplo de aplicação da propagação de erros na malha de controle. As equações de k_C e τ_I para este método são definidas por:

$$k_C = \frac{1}{k_P} \cdot \left(\frac{0{,}9 \cdot \tau_P}{\theta_P} + 0{,}083 \right) \tag{IV.4}$$

$$\tau_I = \tau_P \cdot \left(\frac{3{,}33 \cdot \left[\dfrac{\theta_P}{\tau_P} \right] + 0{,}31 \cdot \left[\dfrac{\theta_P}{\tau_P} \right]^2}{1 + 2{,}22 \cdot \left[\dfrac{\theta_P}{\tau_P} \right]} \right) \tag{IV.5}$$

Portanto, a propagação de erros (desvio padrão) dos parâmetros k_C e τ_I pode ser calculada substituindo as equações (IV.4) e (IV.5) nas equações (III.76) e (III.77) e resolvendo as derivadas, resultando nas seguintes equações:

$$\sigma_{k_C} = \left(\frac{\left(\dfrac{0{,}9 \cdot \tau_P}{\theta_P} + 0{,}083 \right)^2}{k_P^4} \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{0{,}81}{k_P^2 \cdot \theta_P^2} \right) \cdot \sigma_{\tau_P}^2 - \frac{1{,}8 \cdot \left(\dfrac{0{,}9 \cdot \tau_P}{\theta_P} + 0{,}083 \right)}{k_P^3 \cdot \theta_P} \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \right)^{1/2} \tag{IV.6}$$

$$\sigma_{\tau_I} = \left(\left(\frac{\dfrac{3{,}33 \cdot \theta_P}{\tau_P} + \dfrac{0{,}31 \cdot \theta_P^2}{\tau_P^2}}{1 + \dfrac{2{,}22 \cdot \theta_P}{\tau_P}} + \frac{\tau_P \cdot \left(-\dfrac{3{,}33 \cdot \theta_P}{\tau_P^2} - \dfrac{0{,}62 \cdot \theta_P^2}{\tau_P^3} \right)}{1 + \dfrac{2{,}22 \cdot \theta_P}{\tau_P}} + \frac{2{,}22 \cdot \left(\dfrac{3{,}33 \cdot \theta_P}{\tau_P} + \dfrac{0{,}31 \cdot \theta_P^2}{\tau_P^2} \right) \cdot \theta_P}{\tau_P \cdot \left(1 + \dfrac{2{,}22 \cdot \theta_P}{\tau_P} \right)^2} \right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 \right)^{1/2} \tag{IV.7}$$

O mesmo procedimento se aplica para o calculo dos parâmetros do controlador PI para os demais métodos, onde os resultados são apresentados na TABELA IV.3. Além disso, todas as propagações de erros foram implementadas a partir da determinação da variância dos parâmetros do modelo do processo $\left(k_P \text{ e } \tau_P\right)$, que neste estudo de caso é determinado pela equação (III.58) da matriz de covariância paramétrica.

Para melhor visualização dos resultados de sintonia dos parâmetros do controlador PI, um gráfico de colunas com barras de incertezas propagadas é apresentado, de acordo com a FIGURA IV.7 a seguir.

Analisando a FIGURA IV.7, pode-se observar que ao agregar um estudo de propagação de erros nos parâmetros do controlador PI, muitos métodos de sintonia possuem parâmetros que são estatisticamente iguais. Tal condição é encontrada nos métodos de sintonia de SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al*. (2005), MISE HAALMAN (1965) e MIAE SMITH & CORRIPIO (1997), por exemplo.

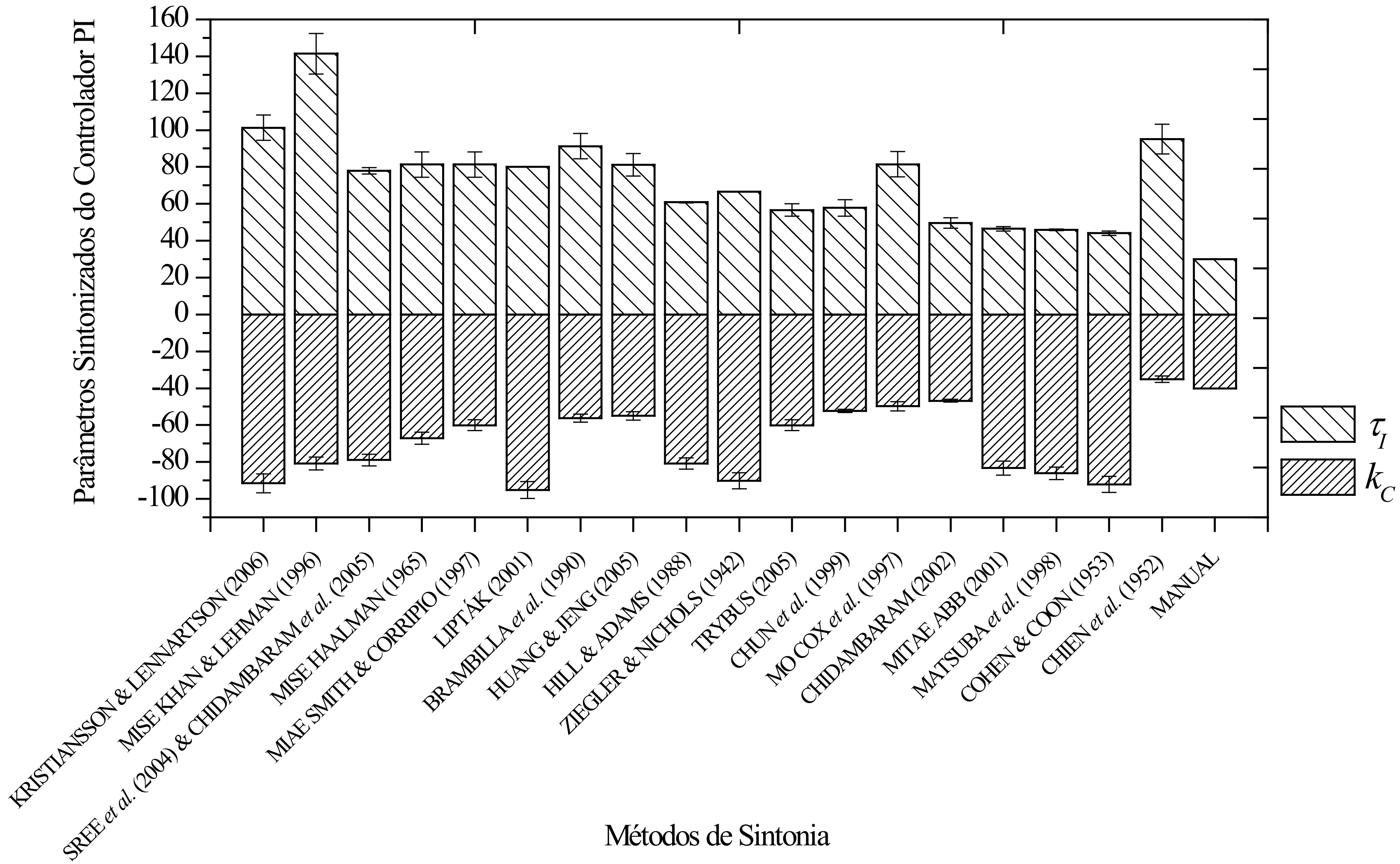

FIGURA IV.7 – RESULTADOS DE SINTONIA DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PI, COM BARRA DE INCERTEZAS PARAMÉTRICAS PROPAGADAS PARA COLUNA ABSORVEDORA.

4.2 - Comportamento Dinâmico de $y(t) \pm \sigma_{y(t)}$ e $u(t) \pm \sigma_{u(t)}$

Para o estudo do comportamento dinâmico da variável controlada $Y(s)$ e manipulada $U(s)$, as equações (III.23) e (III.24) foram aplicadas para controle de um problema servo com tempo morto de atraso. Substituindo os parâmetros identificados da malha de controle da coluna de absorção, as funções de transferência tornam-se:

$$Y(s) = -\frac{0{,}0406 \cdot k_C \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{(81{,}3 \cdot s + 1) \cdot \left(1 - \dfrac{0{,}0406 \cdot k_C \cdot (1 - 10 \cdot s) \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{(81{,}3 \cdot s + 1) \cdot (1 + 10 \cdot s)}\right) \cdot s} \tag{IV.4}$$

$$U(s) = \frac{k_C \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{\left(1 - \dfrac{0{,}0406 \cdot k_C \cdot (1 - 10 \cdot s) \cdot \left(1 + \dfrac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{(81{,}3 \cdot s + 1) \cdot (1 + 10 \cdot s)}\right) \cdot s} \tag{IV.5}$$

No domínio do tempo, a transformada inversa de Laplace toma respostas diferentes dependendo das formas das raízes. Como característica da dinâmica da absorvedora, um par de raízes complexas surge devido à condição oscilatória das respostas (*overshoot*), o que leva à utilização da equação (III.44) para $y(t)$ e a equação (III.46) para $u(t)$ durante as simulações do sistema.

Como foi feito para a determinação dos parâmetros do controlador, também são mostradas a seguir as equações geradas a variável controlada $C_{NH_3}(t)$ e para a variável manipulada $Q_{solv}(t)$, no domínio do tempo para o método de COHEN & COON (1953), transformando as variáveis desvio em variáveis de processo.

$$C_{NH_3}(t) = C_{SS} + \left[3^{1/2} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}286 \cdot e^{(-0{,}0191 \cdot t)} \cdot \text{sen}\left(0{,}033 \cdot 3^{1/2} \cdot t\right) + 0{,}061 \cdot 3^{1/2} \cdot e^{(-0{,}028 \cdot t)} - \\ 0{,}395 \cdot e^{(-0{,}0191 \cdot t)} \cdot 3^{1/2} \cdot \cos\left(0{,}033 \cdot 3^{1/2} \cdot t\right) + 0{,}333 \cdot 3^{1/2} \end{pmatrix}\right] \tag{IV.6}$$

$$Q_{solv}(t) = Q_{SS} + \left[3^{1/2} \cdot \begin{pmatrix} 35789{,}127 \cdot \begin{pmatrix} -6{,}837 \cdot 10^{-4} \cdot \cos\left(0{,}033 \cdot 3^{1/2} \cdot t\right) \cdot 3^{1/2} - \\ 2{,}109 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sen}\left(0{,}033 \cdot 3^{1/2} \cdot t\right) \end{pmatrix} \cdot e^{(-0{,}0191 \cdot t)} + \\ 1196{,}048 \cdot 3^{1/2} \cdot \left(1{,}641 \cdot 10^{-3} - 1{,}633 \cdot 10^{-4} \cdot e^{(-0{,}028 \cdot t)}\right) - 8{,}015 \cdot 3^{1/2} \end{pmatrix}\right] \tag{IV.7}$$

onde $C_{SS} = 50\ \text{ppm}$ e $Q_{SS} = 250\ \text{gpm}\left(\approx 56,8\ \text{m}^3/\text{h}\right)$, são respectivamente, a concentração de amônia no estado estacionário e a vazão de solvente no estado estacionário.

As expressões das incertezas propagadas na malha de controle são definidas de acordo com as equações (III.81) e (III.82) na metodologia. Aplicando as devidas simplificações e mudando a notação para o estudo de caso da coluna de absorção, tem-se:

$$\sigma_{C_{NH_3}(t)} = \left(\begin{array}{l} \left(\frac{\partial C_{NH_3}(t)}{\partial k_P}\right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{\partial C_{NH_3}(t)}{\partial \tau_P}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\frac{\partial C_{NH_3}(t)}{\partial k_C}\right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \\ \left(\frac{\partial C_{NH_3}(t)}{\partial \tau_I}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial C_{NH_3}(t)}{\partial k_P}\right) \cdot \left(\frac{\partial C_{NH_3}(t)}{\partial \tau_P}\right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \end{array} \right)^{1/2} \tag{IV.8}$$

$$\sigma_{Q_{solv}(t)} = \left(\begin{array}{l} \left(\frac{\partial Q_{solv}(t)}{\partial k_P}\right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{\partial Q_{solv}(t)}{\partial \tau_P}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\frac{\partial Q_{solv}(t)}{\partial k_C}\right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \\ \left(\frac{\partial Q_{solv}(t)}{\partial \tau_I}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial Q_{solv}(t)}{\partial k_P}\right) \cdot \left(\frac{\partial Q_{solv}(t)}{\partial \tau_P}\right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \end{array} \right)^{1/2} \tag{IV.9}$$

Nas figuras a seguir são apresentadas as respostas simuladas da malha de controle da absorvedora com os métodos de sintonia testados. Sendo que inicialmente são mostradas as dinâmicas com sintonia arbitrada de forma manual, sem a aplicação de uma metodologia especifica da literatura e com incerteza desconhecida nos parâmetros do controlador. A simulação da malha de controle em manual com incertezas nos parâmetros do modelo propagadas é observada na FIGURA IV.8 a seguir.

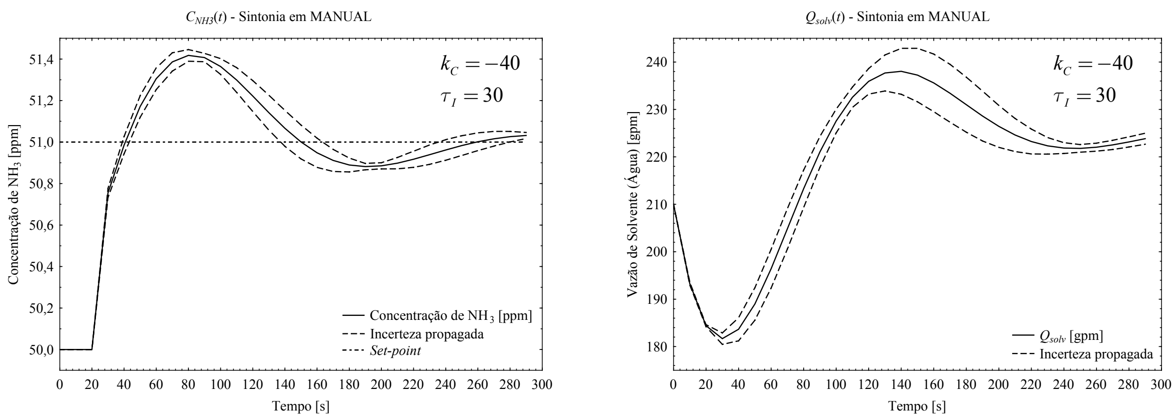

FIGURA IV.8 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA ABSORVEDORA COM SINTONIA EM MANUAL. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2 \cdot \sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2 \cdot \sigma_{u(t)}$.

Na FIGURA IV.9 até a FIGURA IV.14 encontram-se os resultados dos dezoito métodos de sintonia testados para este estudo de caso com suas incertezas paramétricas.

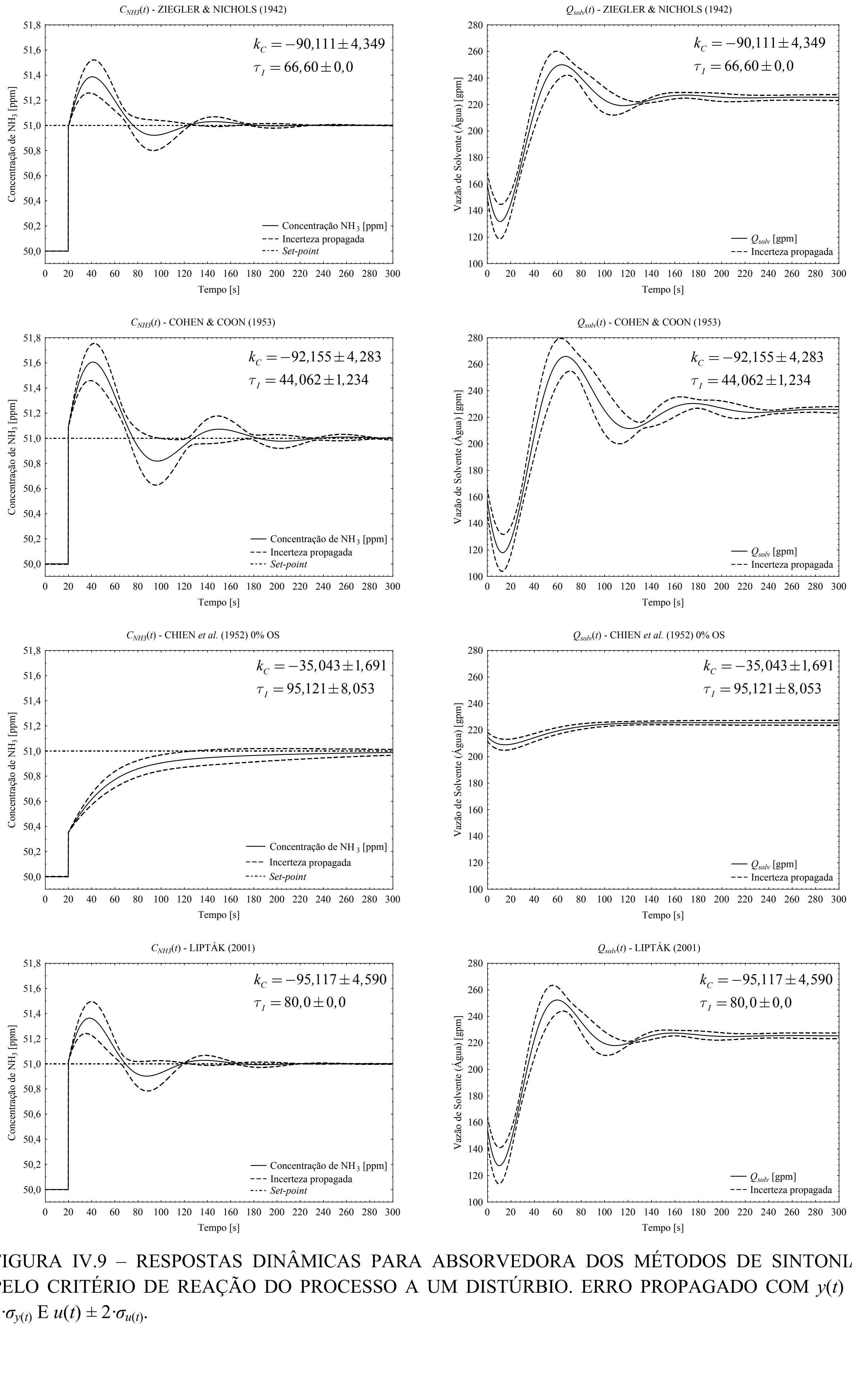

FIGURA IV.9 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA ABSORVEDORA DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE REAÇÃO DO PROCESSO A UM DISTÚRBIO. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2{\cdot}\sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2{\cdot}\sigma_{u(t)}$.

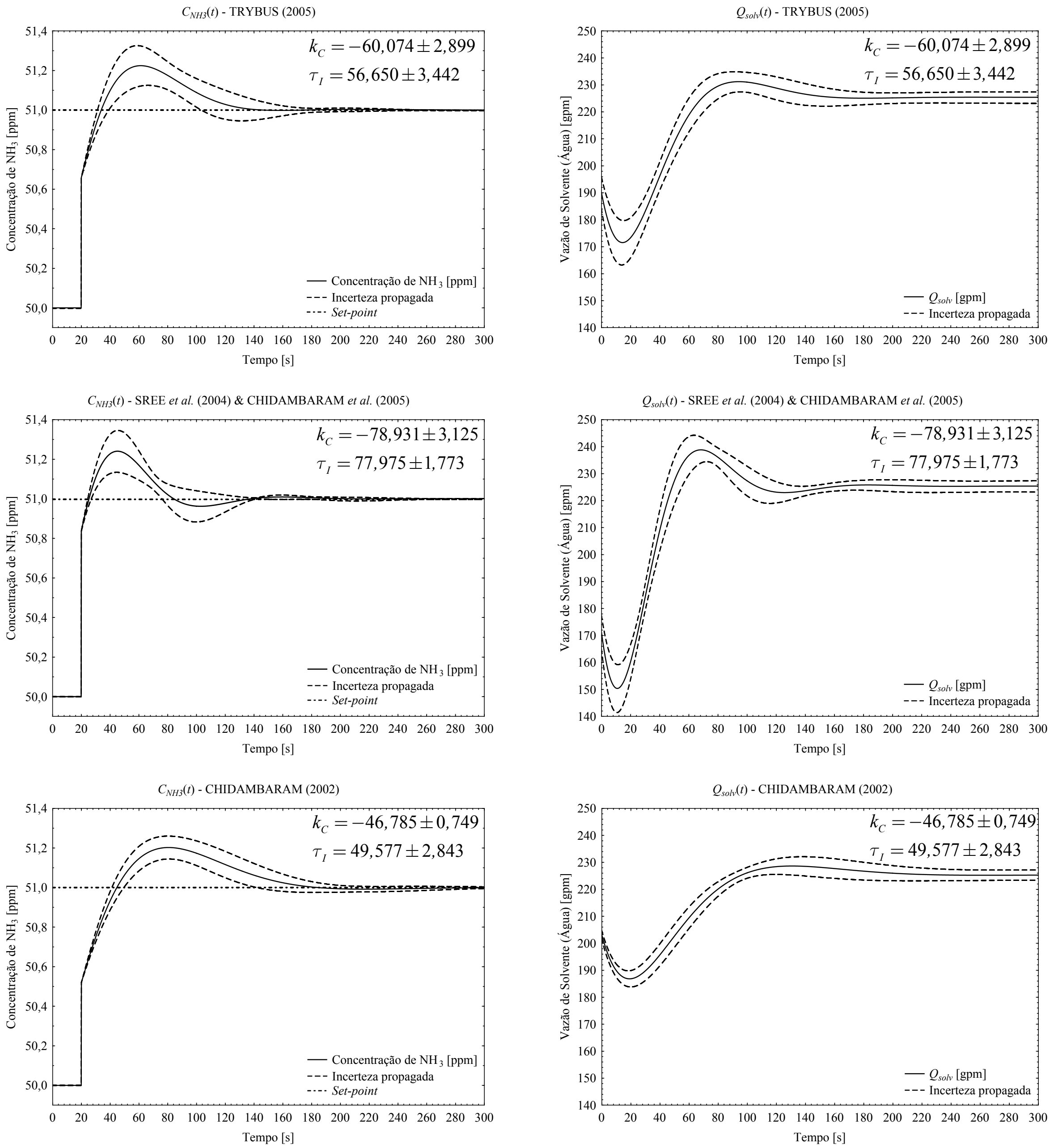

FIGURA IV.10 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA ABSORVEDORA DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE SINTESE DIRETA NO DOMINIO DO TEMPO. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2 \cdot \sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2 \cdot \sigma_{u(t)}$.

Simulações com uma sintonia em “manual” foram implementadas, onde se pode observar de acordo com a FIGURA IV.8, que respostas oscilatórias são encontradas. Mesmo não sendo possível estimar as incertezas dos parâmetros do controlador PI, a sintonia em “manual” gera respostas com considerável incerteza definida pelas linhas tracejadas do nível de confiança nas simulações de $y(t)$ e $u(t)$.

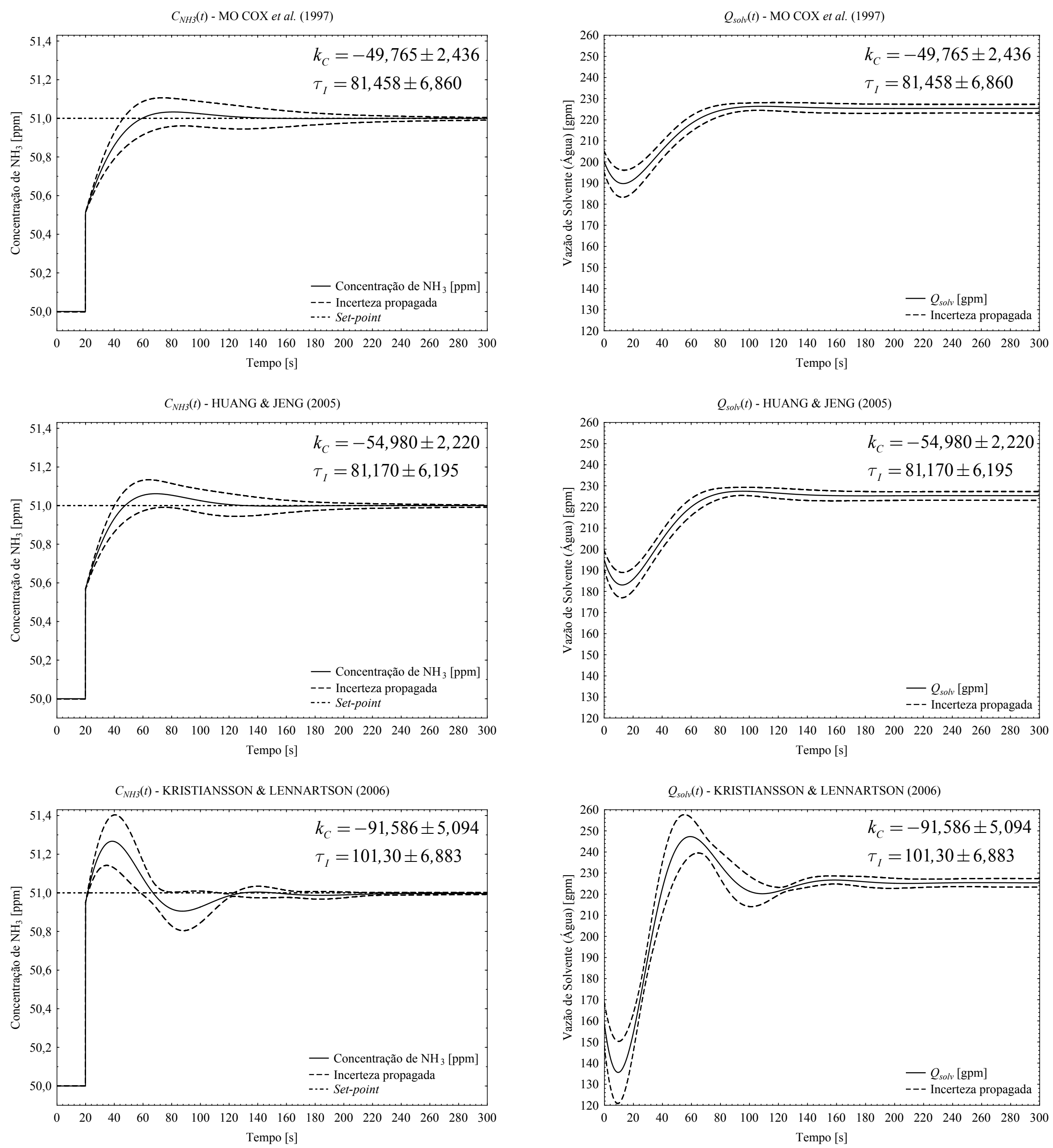

FIGURA IV.11 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA ABSORVEDORA DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE SINTESE DIRETA NO DOMINIO DA FREQUÊNCIA. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2 \cdot \sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2 \cdot \sigma_{u(t)}$.

Analisando as respostas da FIGURA IV.9 para o critério de reação do processo a um distúrbio, verifica-se que as metodologias clássicas de ZIEGLER & NICHOLS (1942) e de COHEN & COON (1953) apresentaram elevada oscilação comparado com outros métodos para o mesmo critério. Caracterizando, assim, métodos com elevado erro, o que será comprovado com os índices de desempenho estudados.

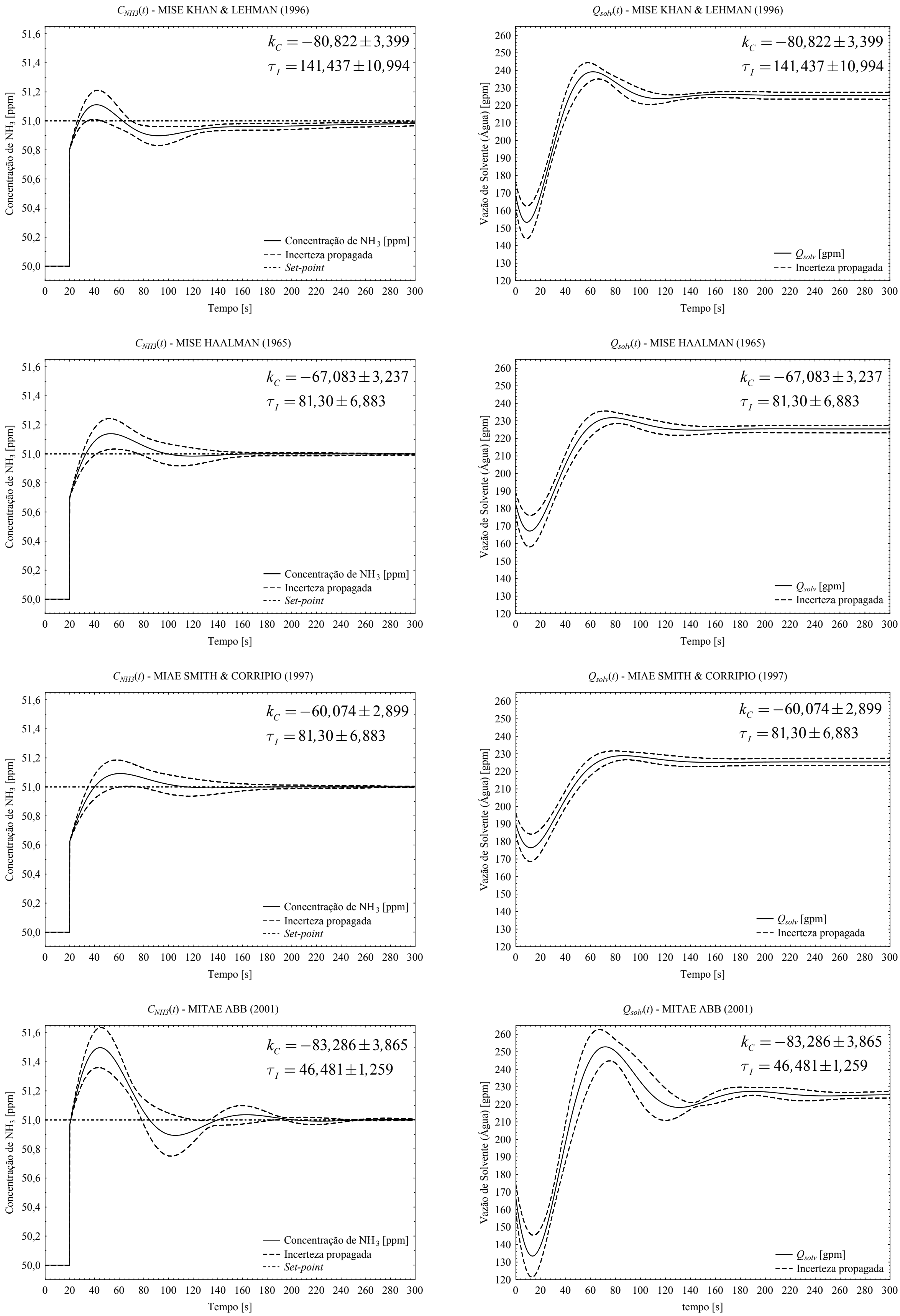

FIGURA IV.12 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA ABSORVEDORA DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE MINIMIZAÇÃO DE UM ÍNDICE DE DESEMPENHO. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2\cdot\sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2\cdot\sigma_{u(t)}$.

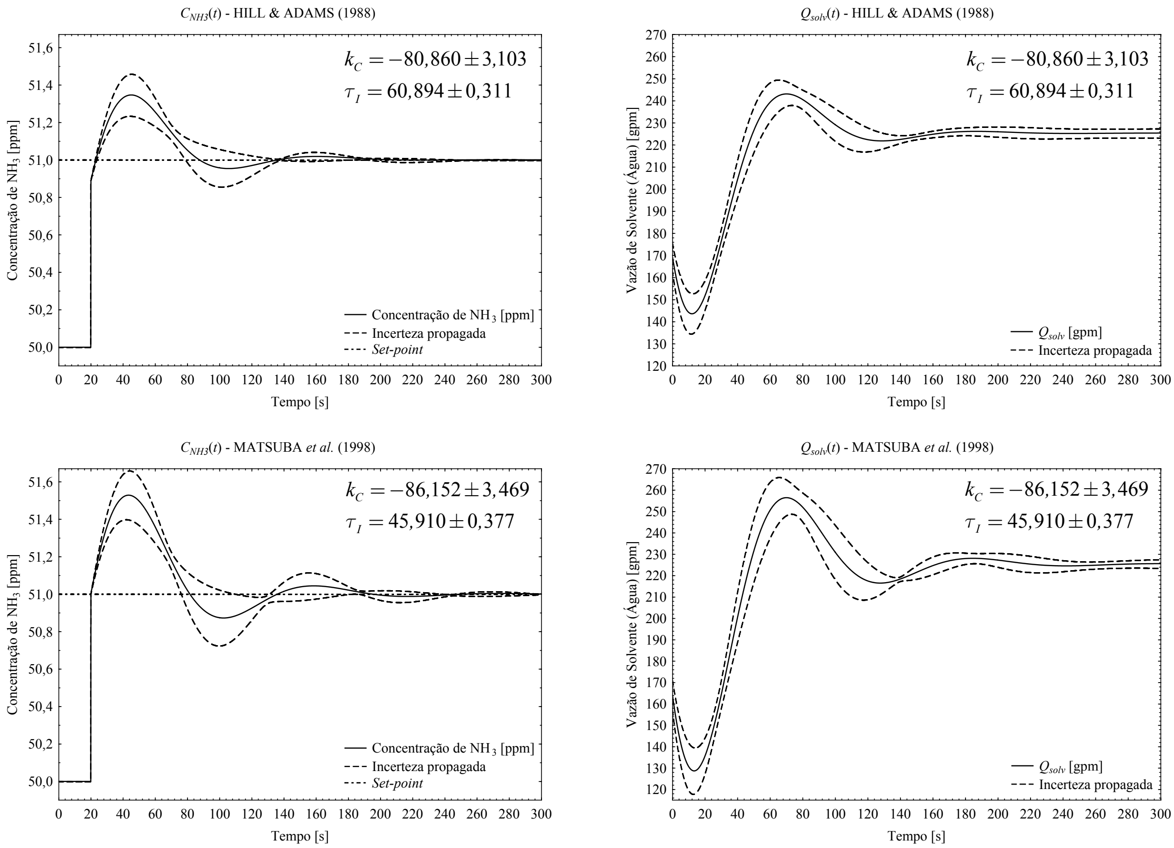

FIGURA IV.13 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA ABSORVEDORA DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DO CICLO FINAL. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2 \cdot \sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2 \cdot \sigma_{u(t)}$.

Nas FIGURAS IV.10, IV.11 e IV.12, observa-se que as respostas simuladas da malha de controle não possuem grandes oscilações, apenas os métodos de KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006) e MITAE ABB (2001) geraram respostas mais oscilatórias.

Os métodos apresentados nas FIGURAS IV.13 e IV.14 possuem como característica sistemas de controle robustos, o que tende a agregar melhor as incertezas em suas respostas, apenas o método de MATSUBA *et al.* (1998) gerou forte oscilação em sua resposta simulada da malha. No entanto, ainda se faz necessário analisar os índices de desempenho das sintonias para decidir qual o melhor método para controle do sistema estudado.

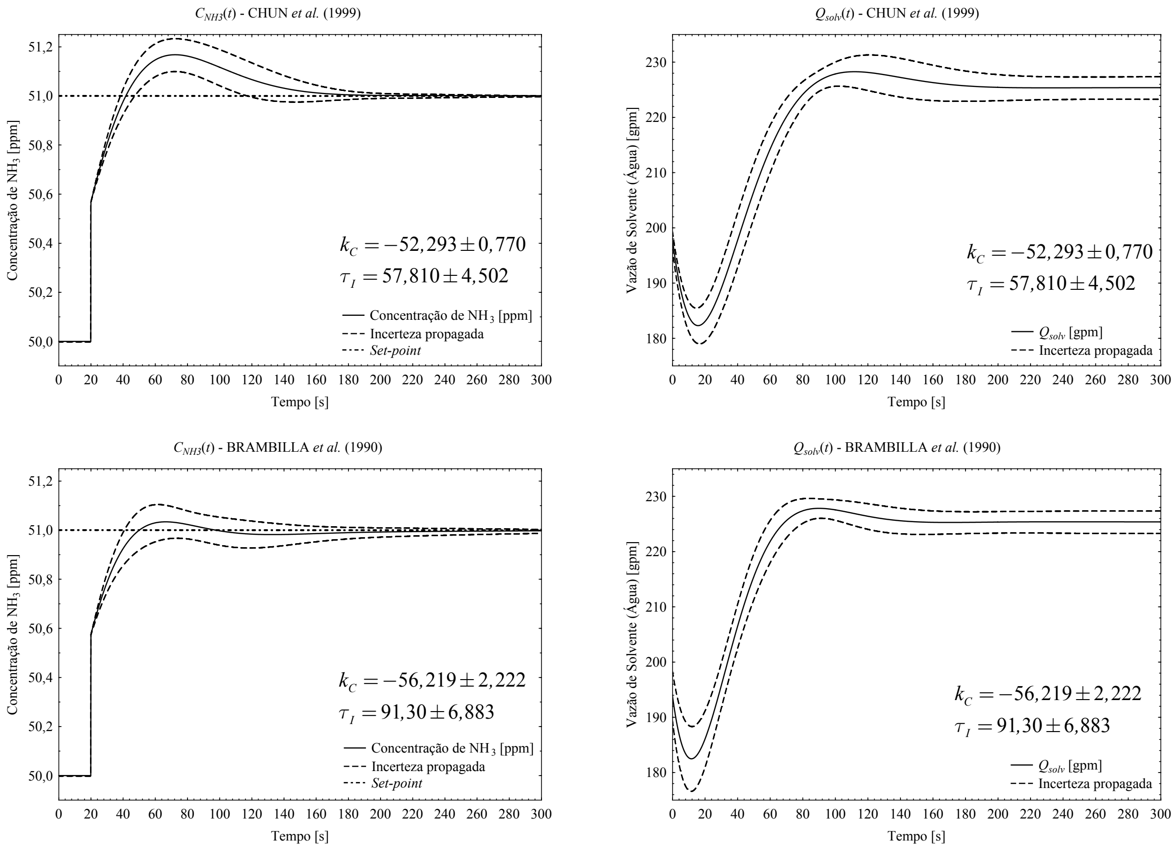

FIGURA IV.14 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA ABSORVEDORA DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE CONTROLE ROBUSTO. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2{\cdot}\sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2{\cdot}\sigma_{u(t)}$.

A seguir será apresentado um estudo dos índices de desempenho ISE, IU e IPE a fim de definir a melhor metodologia de sintonia para a coluna absorvedora frente a incertezas paramétricas.

4.3 - Determinação dos Índices de Desempenho: ISE ± σ_{ISE}, IU ± σ_{IU} e IPE

Na TABELA IV.4 e TABELA IV.5 são apresentados os resultados dos índices de avaliação da qualidade das sintonias. Onde na TABELA IV.4 estão os índices ISE e IU com seus erros (desvios padrão) propagados. Além disso, na TABELA IV.5 se encontram os resultados das integrais das incertezas (erros) propagadas, índice aqui chamado de IPE, para a variável controlada e para a variável manipulada, respectivamente.

TABELA IV.4 – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO ISE E IU PARA AS SINTONIAS TESTADAS, COM ERROS PROPAGADOS (DESVIO PADRÃO). MALHA DE CONTROLE PI DA ABSORVEDORA.

Métodos de Sintonia	ISE $\left[ppm^2\right]$	$\pm\sigma_{ISE}$ $\left[ppm^2\right]$	IU [galões]	$\pm\sigma_{IU}$ [galões]
KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006)	37,846	0,273	65785,23	212,183
MISE KHAN & LEHMAN (1996)	37,884	0,239	66141,83	198,247
SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005)	38,161	0,241	65714,87	210,239
MISE HAALMAN (1965)	38,250	0,347	65851,01	210,534
MIAE SMITH & CORRIPIO (1997)	38,812	0,450	65936,83	207,233
LIPTÁK (2001)	38,961	0,453	65626,74	217,221
BRAMBILLA *et al*. (1990)	39,458	0,499	66100,00	197,523
HUANG & JENG (2005)	39,489	0,506	66011,42	200,790
HILL & ADAMS (1988)	39,627	0,385	65571,71	220,317
ZIEGLER & NICHOLS (1942)	39,696	0,483	65564,56	221,112
TRYBUS (2005)	39,774	0,659	65687,55	215,179
CHUN *et al.* (1999)	40,289	0,672	65785,84	209,832
MO COX *et al.* (1997)	40,502	0,703	66108,76	202,356
CHIDAMBARAM (2002)	41,717	0,858	65760,26	210,111
MITAE ABB (2001)	43,154	0,883	65451,08	229,015
MATSUBA *et al.* (1998)	43,850	0,770	65436,20	228,789
COHEN & COON (1953)	45,996	1,322	65408,00	229,667
CHIEN *et al*. (1952) 0% OS	47,682	1,551	66754,35	202,126
*MANUAL**	*48,735*	*1,640*	*65523,86*	*213,579*

**Sintonia arbitrada em manual, isto é, sem critério ou regra.* Tempo total de simulação: 300 segundos.

TABELA IV.5 – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO IPE PARA A VARIÁVEL CONTROLADA E MANIPULADA. MÉTODOS DE SINTONIA TESTADOS PARA A ABSORVEDORA.

Métodos de Sintonia	$\text{IPE}_{y(t)}\,[\text{ppm}]$	$\text{IPE}_{u(t)}\,[\text{galões}]$
KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006)	21,18	2794,16
MISE KHAN & LEHMAN (1996)	18,76	1901,41
SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al*. (2005)	15,96	2168,24
MISE HAALMAN (1965)	19,45	2023,22
MIAE SMITH & CORRIPIO (1997)	20,16	1848,10
LIPTÁK (2001)	21,07	3019,77
BRAMBILLA *et al*. (1990)	19,33	1561,12
HUANG & JENG (2005)	19,33	1636,51
HILL & ADAMS (1988)	18,56	2468,78
ZIEGLER & NICHOLS (1942)	21,91	3017,15
TRYBUS (2005)	20,64	2208,80
CHUN *et al.* (1999)	18,57	1694,12
MO COX *et al.* (1997)	22,10	1622,44
CHIDAMBARAM (2002)	19,76	1692,75
MITAE ABB (2001)	29,57	3509,96
MATSUBA *et al.* (1998)	29,08	3496,80
COHEN & COON (1953)	37,88	4612,94
CHIEN *et al*. (1952) 0% OS	26,99	1244,10
*MANUAL**	*23,98*	*1722,83*

**Sintonia arbitrada em manual, isto é, sem critério ou regra.* Tempo total de simulação: 300 segundos.

Os procedimentos para determinação dos índices de desempenho ISE, IU e IPE estão descritos no Capítulo III da metodologia. Como as repostas analíticas das integrais presentes nas equações (III.78), (III.80), (III.85) e (III.86) não são possíveis de serem encontradas, é necessário a utilização de um método numérico para sua determinação. Neste trabalho o método escolhido foi a Quadratura de Gauss com polinômio de ordem n = 6, por se tratar de uma regra precisa e robusta, sendo o critério para escolha da ordem do polinômio encontra-se detalhada no ANEXO I através de uma analise numérica de precisão. Considerando que todas as simulações da absorvedora foram realizadas em um tempo total de t = 300 segundos, as integrais do ISE, IU e IPE são definidas como se segue:

$$\text{ISE} = \int_0^{300} \left(y_{SP}(t) - y(t) \right)^2 dt \approx 150 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot \left(y_{SP}\left(150 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) - y\left(150 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right)\right)^2 \quad \text{(IV.10)}$$

$$\text{IU} = \int_0^{300} u(t)\, dt \approx 150 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot \left(Q_{SS} + u\left(150 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right)\right) \quad \text{(IV.11)}$$

$$\begin{aligned} \text{IPE}_{y(t)} &= \int_0^{300} \left(y(t) + 2 \cdot \sigma_{y(t)} \right) dt - \int_0^{300} \left(y(t) - 2 \cdot \sigma_{y(t)} \right) dt \approx \\ & 150 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot y\left(150 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) + 2 \cdot \sigma_{y(t)} - 150 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot y\left(150 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) - 2 \cdot \sigma_{y(t)} \end{aligned} \quad \text{(IV.12)}$$

$$\begin{aligned} \text{IPE}_{u(t)} &= \int_0^{300} \left(u(t) + 2 \cdot \sigma_{u(t)} \right) dt - \int_0^{300} \left(u(t) - 2 \cdot \sigma_{u(t)} \right) dt \approx \\ & 150 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot u\left(150 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) + 2 \cdot \sigma_{u(t)} - 150 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot u\left(150 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) - 2 \cdot \sigma_{u(t)} \end{aligned} \quad \text{(IV.13)}$$

onde $x_i^{(n)}$ e $w_i^{(n)}$ são as abcissas e os pesos de integração da quadratura, respectivamente; sendo $i = \{1, 2, 3,..., n\}$ e $n = 6$.

Para o calculo das incertezas do ISE e IU, isto é, σ_{ISE} e σ_{IU}, as equações (III.83) e (III.84) foram utilizadas. Como $y(t) = f(k_P, \tau_P, k_C, \tau_I)$ e $u(t) = f(k_P, \tau_P, k_C, \tau_I)$, as expressões das incertezas propagadas do ISE e do IU para a absorvedora de amônia podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\sigma_{\text{ISE}} = \left(\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial k_P} \right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial \tau_P} \right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial k_C} \right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \\ & \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial \tau_I} \right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial k_P} \right) \cdot \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial \tau_P} \right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \end{aligned} \right)^{1/2} \quad \text{(IV.14)}$$

$$\sigma_{\text{IU}} = \left(\begin{aligned} & \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial k_P} \right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial \tau_P} \right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial k_C} \right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \\ & \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial \tau_I} \right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2 + 2 \cdot \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial k_P} \right) \cdot \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial \tau_P} \right) \cdot \sigma_{k_P \tau_P}^2 \end{aligned} \right)^{1/2} \quad \text{(IV.15)}$$

A seguir são mostrados os gráficos de barras com os resultados dos índices de desempenho da malha de controle com suas incertezas paramétricas. Na FIGURA IV.15 encontra-se os resultados do índice ISE com suas barras de erros propagados, como também do índice $IPE_{y(t)}$ definida como a integral da propagação de erros para a concentração de amônia na corrente de topo da absorvedora. Já na FIGURA IV.16 estão os resultados do índice IU com suas barras de erros propagados, e também do índice $IPE_{u(t)}$ definida como a integral da propagação de erros para a vazão de solvente na absorvedora.

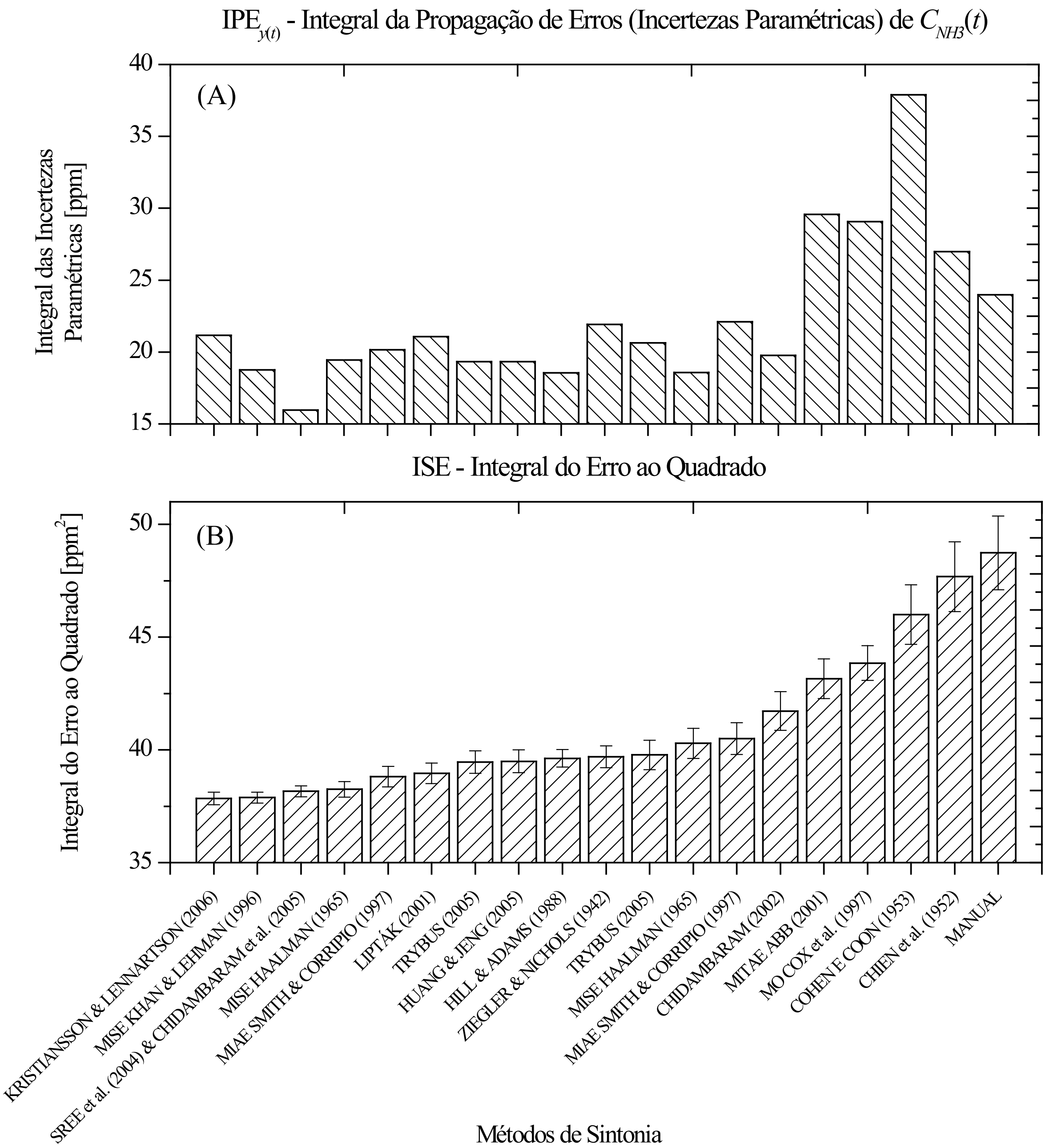

FIGURA IV.15 – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO. (A) IPE DA VARIÁVEL CONTROLADA. (B) ISE COM BARRAS DA PROPAGAÇÃO DE ERROS. SINTONIAS TESTADAS PARA A ABSORVEDORA DE AMÔNIA.

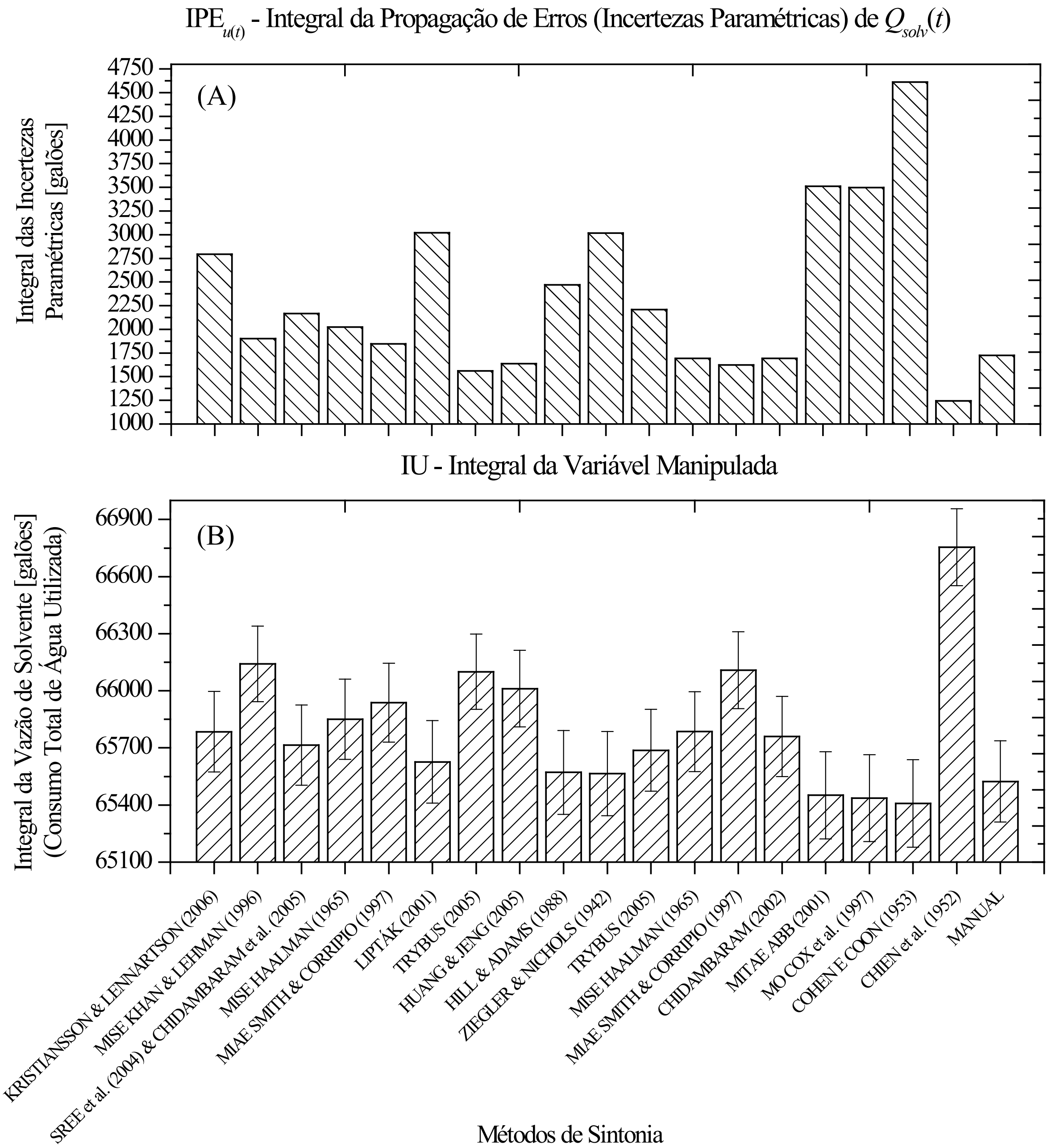

FIGURA IV.16 – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO. (A) IPE DA VARIÁVEL MANIPULADA. (B) IU COM BARRAS DA PROPAGAÇÃO DE ERROS. SINTONIAS TESTADAS PARA A ABSORVEDORA DE AMÔNIA.

O desempenho dos métodos de sintonia estudados pode ser melhor avaliado através da análise do gráfico da FIGURA IV.17, mostrado a seguir.

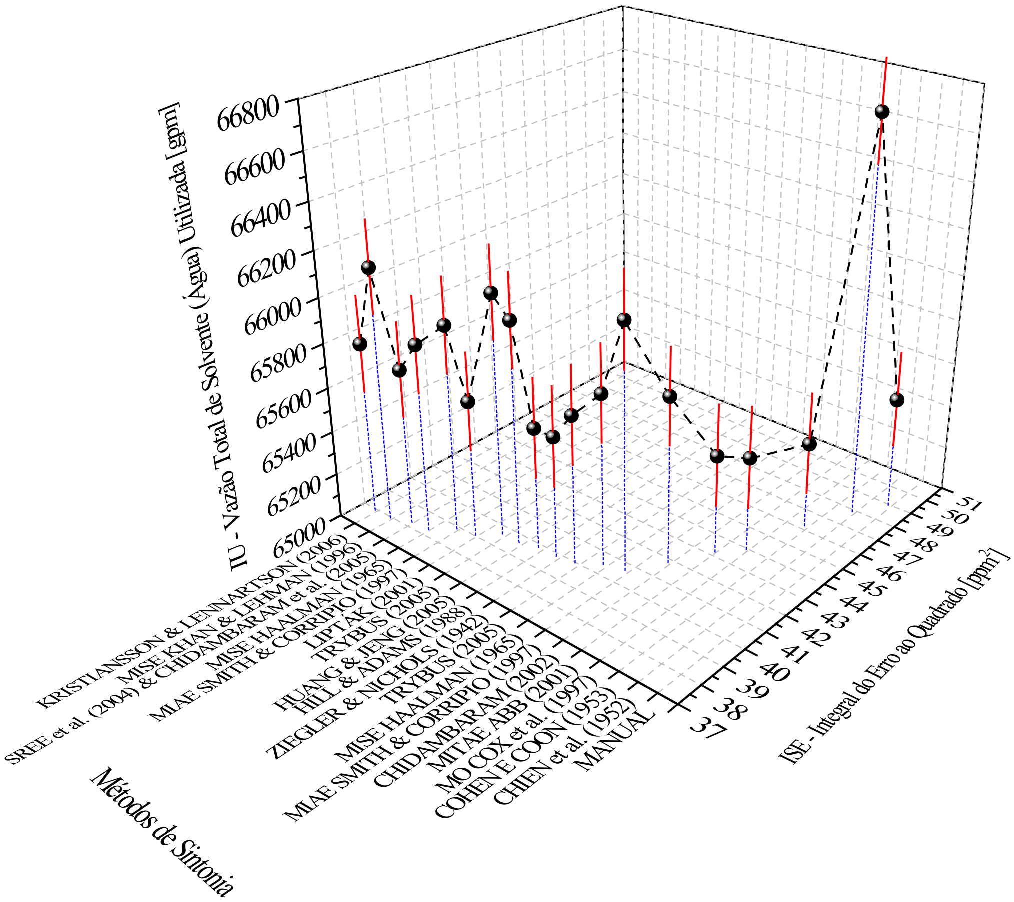

FIGURA IV.17 – VISÃO GLOBAL DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO DAS SINTONIAS. INCERTEZAS PARAMETRICAS PROPAGADAS DA INTEGRAL DA VARIÁVEL MANIPULADA (IU) PARA A COLUNA DE ABSORÇÃO.

Na FIGURA IV.15 se encontram os resultados do índice ISE com suas incertezas propagadas e o índice $IPE_{y(t)}$, onde pode se observar claramente que a resposta com menor ISE não representa a melhor sintonia, pois analisando o índice $IPE_{y(t)}$ o método proposto por SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005) é o que gerou menor incerteza. O mesmo é valido para a FIGURA IV16 para os índices IU e $IPE_{u(t)}$, no entanto esses índices devem ser analisados com cuidado, pois a minimização do IU não representa a melhor sintonia.

Focando o consumo total de solvente como sendo uma variável de grande interesse econômico para o processo estudado, se pode analisar o gráfico da FIGURA IV.17 onde se observa que um valor menor de IU tende a piorar o valor do ISE, com exceção do método proposto por CHIEN *et al.* (1952) com 0% de *overshoot*. Devido às incertezas paramétricas, muitos dos métodos de sintonia existentes na literatura e aqui aplicados são estatisticamente iguais. Portanto, o custo do consumo total de solvente na absorvedora sofrerá variações inerentes às incertezas paramétricas não modeladas no projeto do sistema de controle.

5 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com base nos resultados das simulações dinâmicas da coluna absorvedora, pode-se observar que as sintonias estudadas apresentam incertezas nas respostas da malha de controle, devido aos erros dos parâmetros do modelo matemático. O método de KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006) foi o que apresentou um menor índice ISE, no entanto, analisando as incertezas dos parâmetros observa-se que muitos métodos são estatisticamente iguais. Sendo assim, a aplicação de outro índice de avaliação do desempenho da malha de controle é valida. Neste trabalho foi proposto o índice IPE (integral da propagação de erros) descrita no Capítulo III da metodologia. Este índice permite avaliar com maior clareza o desempenho das sintonias frente a incertezas nos parâmetros.

Um sistema ideal de controle de processos é aquele que mantem a variável controlada dentro do *set-point* definido, com um mínimo possível de incertezas paramétricas interferindo nas respostas do controlador. Neste contexto, pode-se observar na FIGURA IV.15 que o menor ISE, apresentado pelo método de KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006), não é a sintonia com menor incerteza paramétrica avaliada pelo índice IPE. Portanto, o melhor método é o proposto por SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005) (gráfico da FIGURA IV.12) para a coluna de absorção, pois este método apresentou o menor índice de IPE ($Ip\hat{e}_{(t)}$ = 15,96), ou seja, menor incerteza na resposta da variável controlada. Um comportamento parecido é observado no índice IU da FIGURA IV.16, no entanto, sua análise dever ser feita com cautela, pois um menor valor de IU não representa necessariamente a melhor sintonia. Nota-se, por exemplo, que o método de CHIEN *et al.* (1952) com 0% de *overshoot* apresenta uma menor incerteza paramétrica na resposta da variável manipulada, porém sua sintonia é ruim se analisado os índices IU e ISE.

CAPÍTULO V – ESTUDO DE CASO 2: MÁQUINA DE PAPELCARTÃO MULTICAMADA

1 - INTRODUÇÃO

No presente capítulo são apresentados os resultados do estudo de caso do controle de pH em uma máquina de papelcartão multicamada da empresa Klabin Papéis S.A., importante fabricante de produtos florestais (papel e celulose) do Brasil. Os dados do processo foram obtidos de SILVA (2010) e mantidos em variáveis tipo desvio. Inicialmente são apresentados os dados experimentais e os resultados da estimação de parâmetros para identificação do sistema em malha fechada. Em seguida é apresentado e discutido os resultados do controle servo *feedback* com tempo morto de atraso e com propagação das incertezas dos parâmetros. Por fim, um estudo dos índices de desempenho da malha de controle PI com suas incertezas são apresentados e discutidos.

2 - DADOS EXPERIMENTAIS

Neste segundo estudo de caso, os dados experimentais retirados de SILVA (2010) referem-se ao controle de pH da caixa de alimentação de uma máquina de papelcartão multicamada. Para o estudo da dinâmica do sistema, foi aplicado um distúrbio tipo degrau positivo no *set-point* de 0,6 unidades de pH. Devido a questões de segurança operacional, a aplicação da transição de *set-point* real foi realizada através de uma sequência de degraus com amplitude diferente (*staircase*). Um aumento muito brusco no pH da caixa de entrada da máquina de papel pode levar a quebras úmidas nas prensas devido à redução da drenagem da folha na mesa formadora, o que resulta na interrupção da produção de papel ou em um produto fora das especificações de qualidade. Os dados para simulação dinâmica do processo são mostrados na FIGURA V.1.

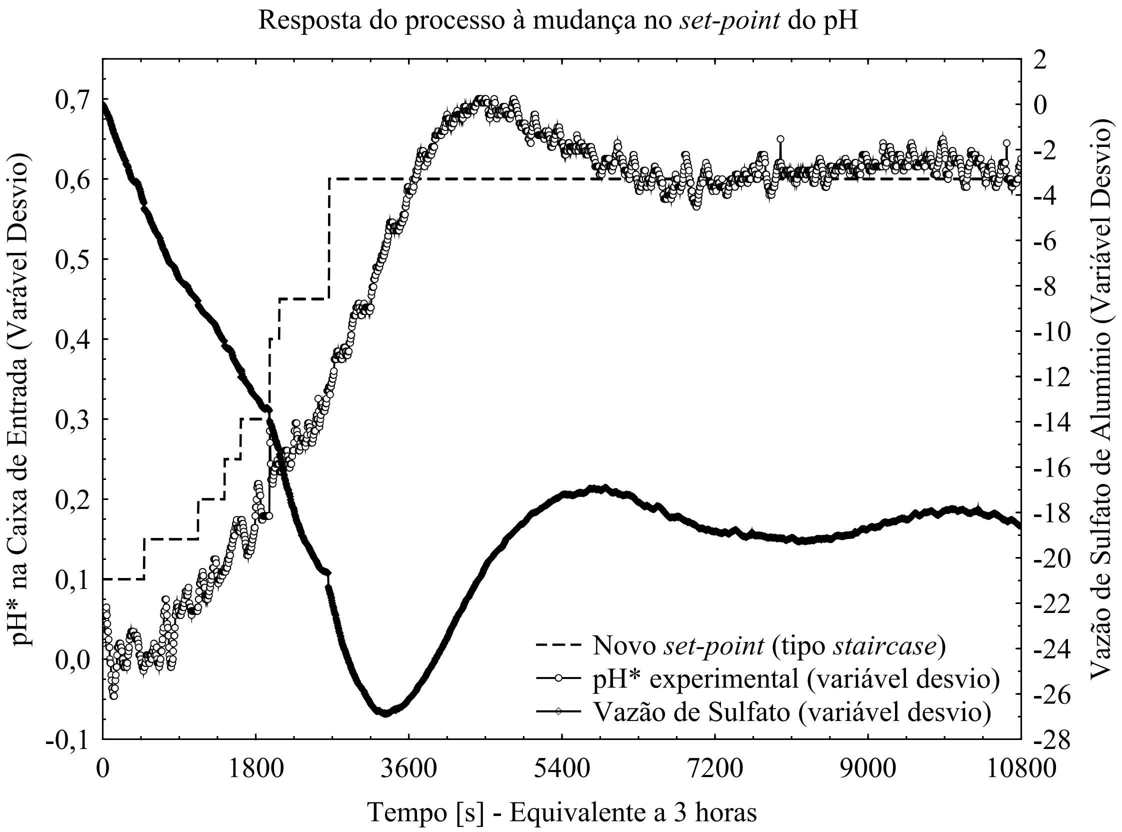

FIGURA V.1 – RESPOSTA A UM DEGRAU UNITÁRIO POSITIVO NO pH DA CAIXA DE ENTRADA DA MÁQUINA DE PAPEL (FONTE: SILVA, 2010).

3 - IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA EM MALHA FECHADA

A identificação do processo foi realizada através da estimação dos parâmetros de um modelo de primeira ordem com tempo morto de atraso (FOLPD), descrito pela equação (III.3). Para estimação dos parâmetros do modelo foi adotado o método de otimização simplex modificado proposto por NELDER & MEAD (1965). A função objetivo é a minimização da soma dos erros entre a variável experimental e a variável predita ao quadrado, de acordo com a equação a seguir:

$$F_{OBJ}^{MP} = \sum_{i=0}^{NE} \left(pH_i^{OBS} - pH_i^{PRED} \right)^2 \approx \text{mínimo} \tag{V.1}$$

Os métodos simplex de otimização tem por característica atuarem bem na presença de erros experimentais sendo capazes de otimizar sistemas controlados por um grande número de variáveis independentes. No algoritmo modificado por NELDER & MEAD (1965), o simplex pode alterar seu tamanho e sua forma e consequentemente adaptar-se melhor a superfície de resposta. Tal flexibilidade permite uma determinação mais precisa do ponto ótimo, pois o simplex pode "encolher" nas suas proximidades (NETO *et al.*, 2010).

Sendo a identificação do sistema em malha fechada, o modelo a ser utilizado é a solução analítica da malha de controle PI com raízes complexas (comportamento oscilatório) e com tempo morto de atraso, de acordo com a equação (III.44). Nesta equação, os parâmetros de interesse do modelo $\left(k_P, \tau_P, \theta_P\right)$ foram estimados de forma indireta através da substituição da raiz real r_1 e dos pares complexos c e z, otimizados pelo algoritmo de NELDER & MEAD (1965), no polinômio cúbico $s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0$ da equação (III.27), característica da malha de controle. Portanto, os parâmetros do modelo podem ser calculados através do seguinte sistema de equações:

$$a_0 = \left(\frac{2 \cdot k_C \cdot k_P}{\tau_I \cdot \tau_P \cdot \theta_P}\right) \tag{V.2}$$

$$a_1 = \left(\frac{2}{\tau_P \cdot \theta_P} + a_0 \cdot \tau_I - \frac{\theta_P \cdot a_0}{2}\right) \tag{V.3}$$

$$a_2 = \left(\frac{2}{\theta_P} + \frac{1}{\tau_P} - \frac{\tau_I \cdot \theta_P \cdot a_0}{2}\right) \tag{V.4}$$

Os resultados da estimação são apresentados na TABELA V.1 com modelo no domínio do tempo.

TABELA V.1 – PARÂMETROS ESTIMADOS COM SEUS ERROS (DESVIO PADRÃO) DO MODELO IDENTIFICADO PARA O pH DA MÁQUINA DE PAPELCARTÃO.

Modelo:	$pH(t) = \mathrm{B} \cdot \left[b_0 + b_1 \cdot \left(e^{(r_1 \cdot t)}\right) + b_2 \cdot \left(e^{(c \cdot t)} \cdot \mathrm{sen}(z \cdot t)\right) + b_3 \cdot \left(e^{(c \cdot t)} \cdot \cos(z \cdot t)\right)\right]$	
Parâmetros Estimados:	Valor dos Parâmetros	Desvio Padrão dos Parâmetros (10%)
k_P	$-50,21 \cdot 10^{-3}$	$\pm 5,02 \cdot 10^{-3}$
τ_P [s]	1141,56	±114,16
θ_P [s]	239,50	*Desprezado*
Qualidade da Estimação:	Função Objetivo (F_{OBJ})	Coeficiente de Correlação (R)
	6,439	0,9825

Através da estimação dos parâmetros do modelo apresentada na TABELA V.1, observa-se um bom ajuste com o coeficiente de correlação próximo de 1. O valor de k_P é negativo, pois a transição positiva de *set-point* leva a uma ação negativa na vazão de sulfato de alumínio, isto é, a válvula ira fechar para que o pH aumente o que resulta em uma ação proporcional (k_C) também negativa. É importante salientar também, que o desvio padrão dos parâmetros não foi estimado devido à característica do algoritmo de otimização de NELDER & MEAD (1965), sendo arbitrado em 10% para fins de estudos de propagação de erros na malha de controle. O tempo morto de atraso θ_P foi considerado com erro paramétrico desprezível neste trabalho, ou seja, $\sigma_{\theta_P} \equiv 0$. Na FIGURA V.2 encontra-se o comportamento do modelo identificado comparado com os dados experimentais do processo, com perturbação real tipo degrau em sequencia (*staircase*) no *set-point*.

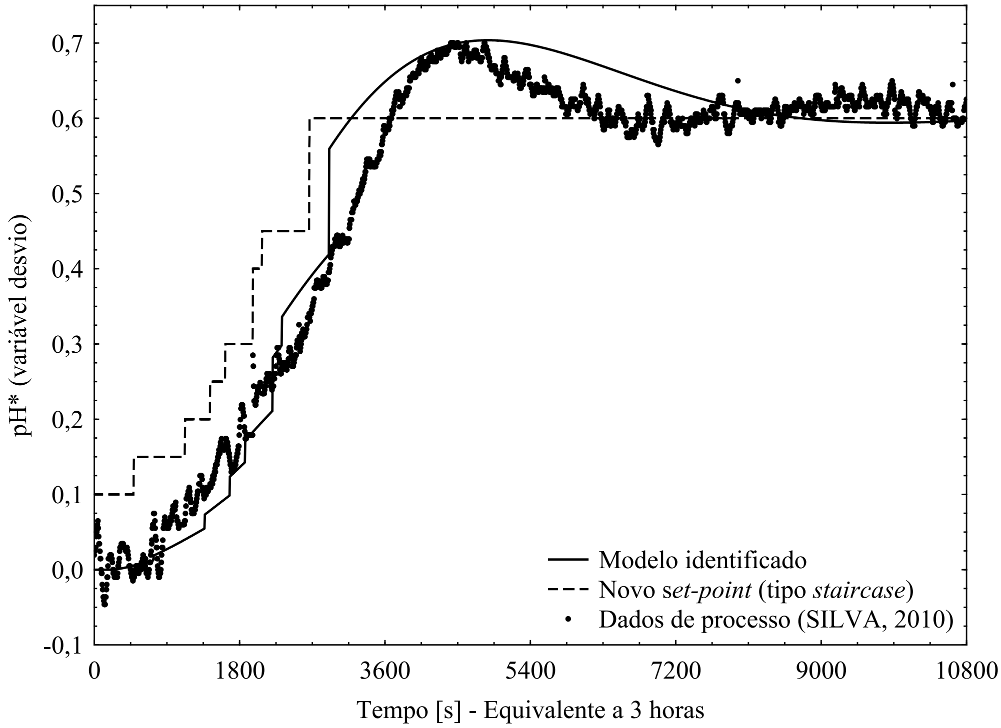

FIGURA V.2 – RESPOSTA EM VARIÁVEL DESVIO DO MODELO PREDITO, COMPARADO COM OS DADOS EXPERIMENTAIS DO pH DA MÁQUINA DE PAPEL.

Para maior análise da estimação, são também apresentados os gráficos dos resíduos mostrado na FIGURA V.3 e do histograma das frequências dos valores absolutos dos resíduos apresentado na FIGURA V.4.

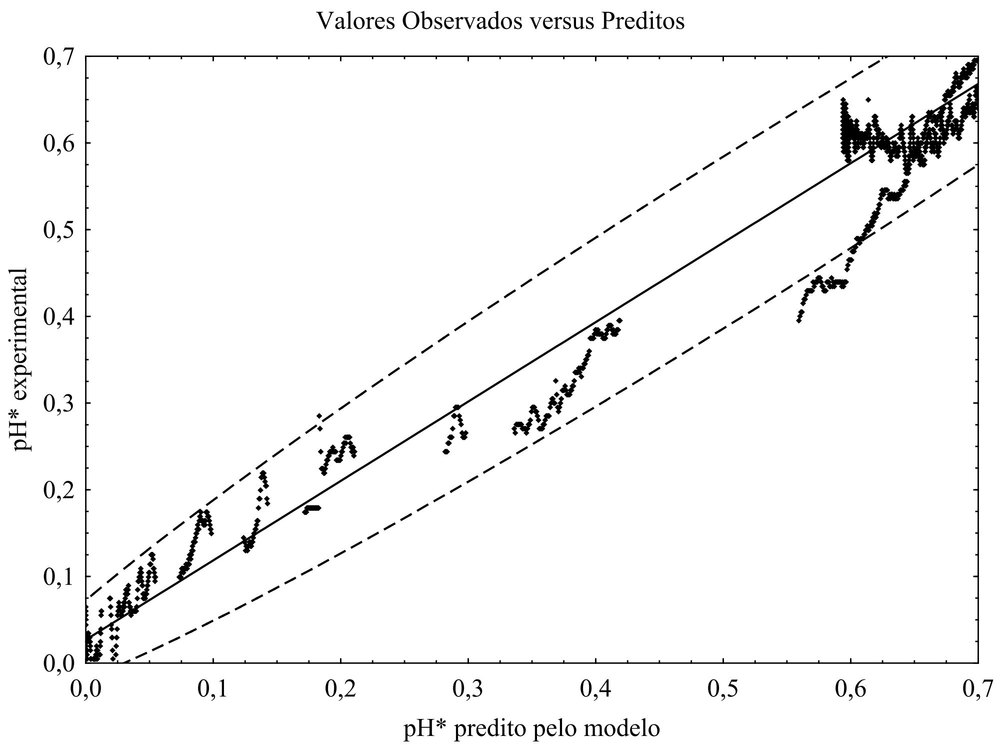

FIGURA V.3 – VALORES EXPERIMENTAIS VERSUS VALORES PREDITOS PELO MODELO PARA A MÁQUINA DE PAPEL, COM INTERVALO DE CONFIANÇA DE 95% (LINHA TRACEJADA). ONDE pH* É O VALOR DO pH EM VARIAVEL DESVIO.

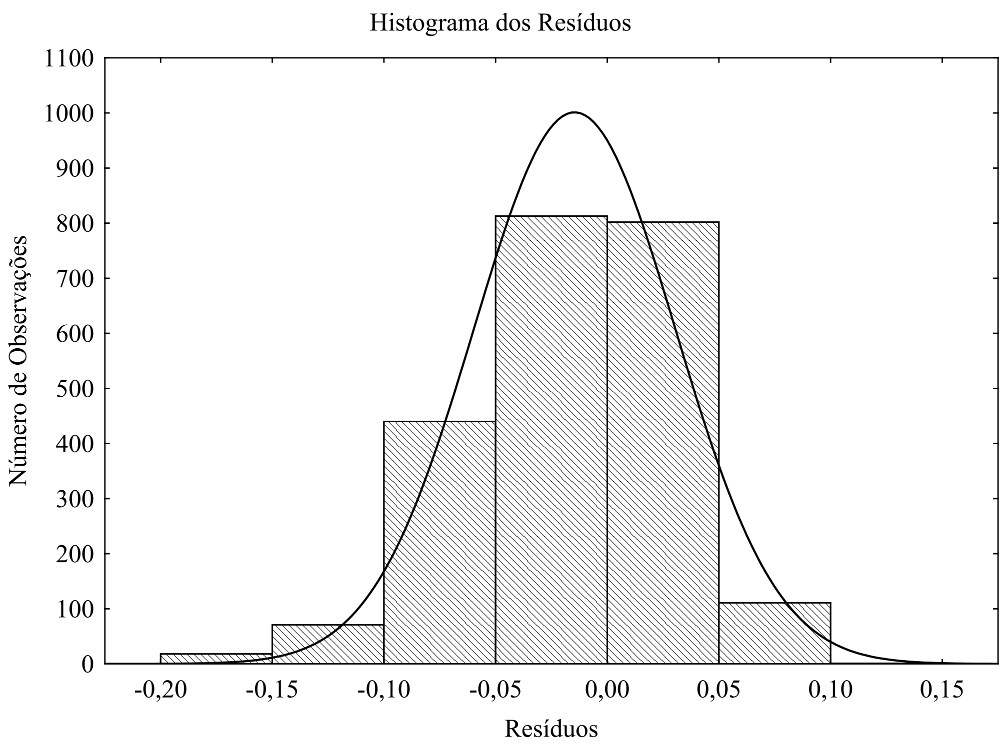

FIGURA V.4 – HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS ABSOLUTOS DA ESTIMAÇÃO DE PARAMETROS DO MODELO, PARA A MÁQUINA DE PAPEL.

Na FIGURA V.5 encontra-se o gráfico da distribuição dos resíduos do modelo identificado com característica aleatória entre o valor observado e o valor predito.

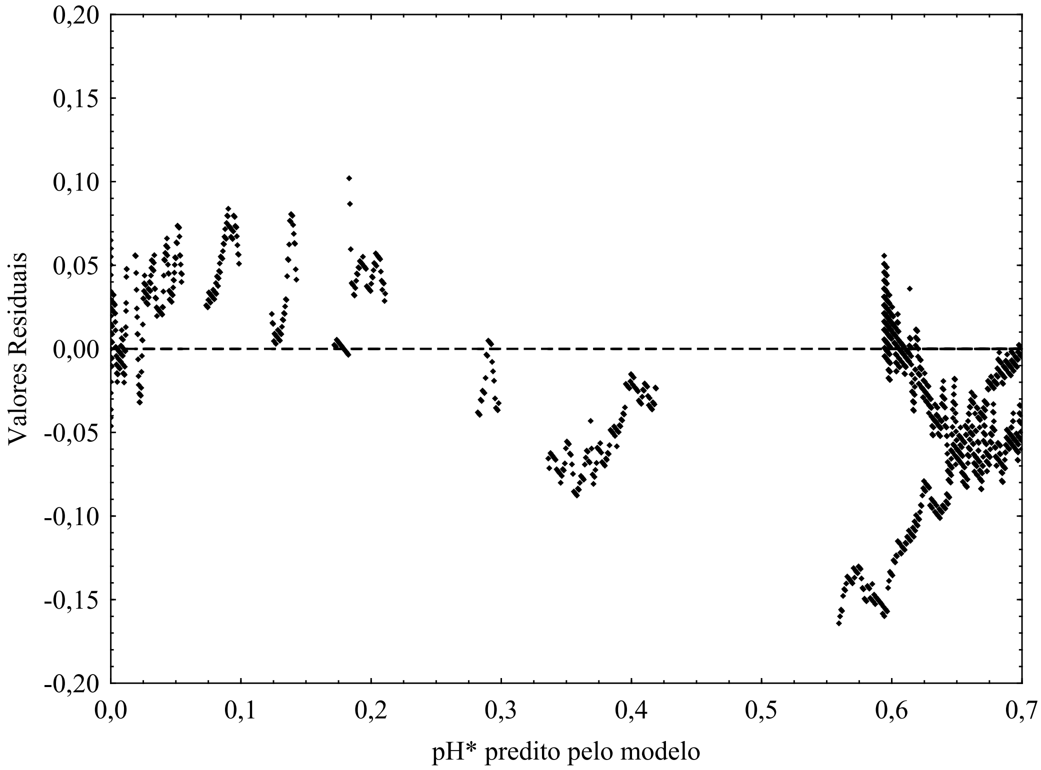

FIGURA V.5 – VALORES DOS RESIDUOS DO MODELO IDENTIFICADO PARA A MÁQUINA DE PAPEL. ONDE pH* É O VALOR DE pH EM VARIAVEL DESVIO.

Através da observação da FIGURA V.3 e FIGURA V.4, verifica-se que o comportamento do modelo é capaz de predizer os valores experimentais com um intervalo de confiança de 95% e com distribuição normal dos valores residuais do modelo.

Portanto, o modelo do processo identificado no domínio de Laplace toma a seguinte forma:

$$G_P(s) = \frac{\left(-50,21\cdot 10^{-3} \pm 5,02\cdot 10^{-3}\right)\cdot \mathrm{e}^{(-239,50\cdot s)}}{\left(1141,56 \pm 114,16\right)\cdot s + 1} \qquad \text{(V.5)}$$

O valor estimado do tempo morto, $\theta_P = 239,50$ segundos, possui incerteza paramétrica desprezada neste trabalho, portanto, $\sigma_{\theta_P} \equiv 0$.

4 - CONTROLE SERVO *FEEDBACK* COM TEMPO MORTO

Para o controle de pH da máquina de papelcartão, também foi aplicado um controle do tipo *feedback*, que retroalimenta o erro gerado para que ocorra uma ação de controle sobre a variável manipulada. O controlador irá atuar no sistema somente se existir uma diferença entre o valor referencial desejado (*set-point*) e o valor da variável medida. Como na absorvedora, neste caso a abordagem do controle também é do tipo servo, que realiza uma transição no valor do *set-point*. Para as simulações da dinâmica da malha através dos métodos de sintonia testados, foi implementado um degrau no *set-point* de 0,6 unidades de pH. O diagrama de blocos do sistema de controle servo do pH na máquina de papel é apresentado na FIGURA V.6.

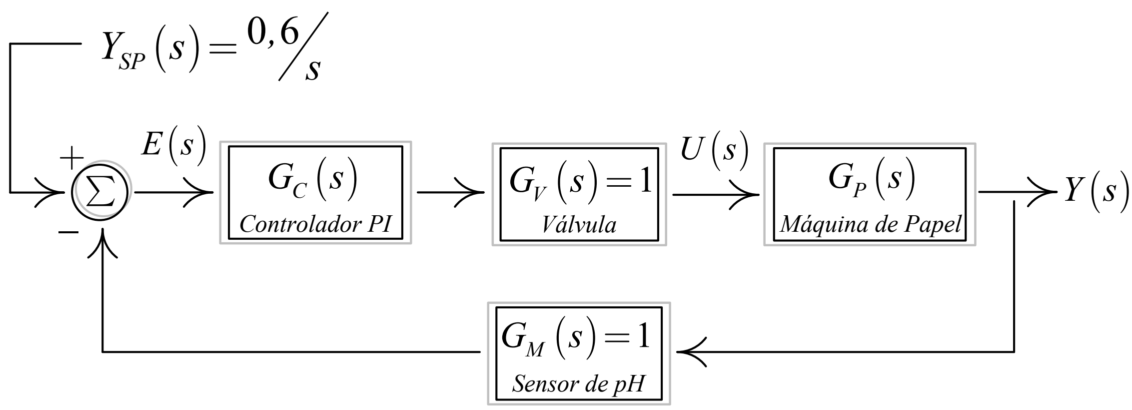

FIGURA V.6 – DIAGRAMA DE BLOCOS PARA MALHA DE CONTROLE SERVO *FEEDBACK* DA MÁQUINA DE PAPEL.

Na FIGURA V.7 é apresentado um esquema genérico com a implementação da malha de controle de pH na máquina de papelcartão multicamada instalada na empresa Klabin Papéis S/A. Como a abordagem em estudo neste trabalho é o controle para o problema servo, é necessário aplicar um degrau no *set-point* do pH para que o controlador PI atue.

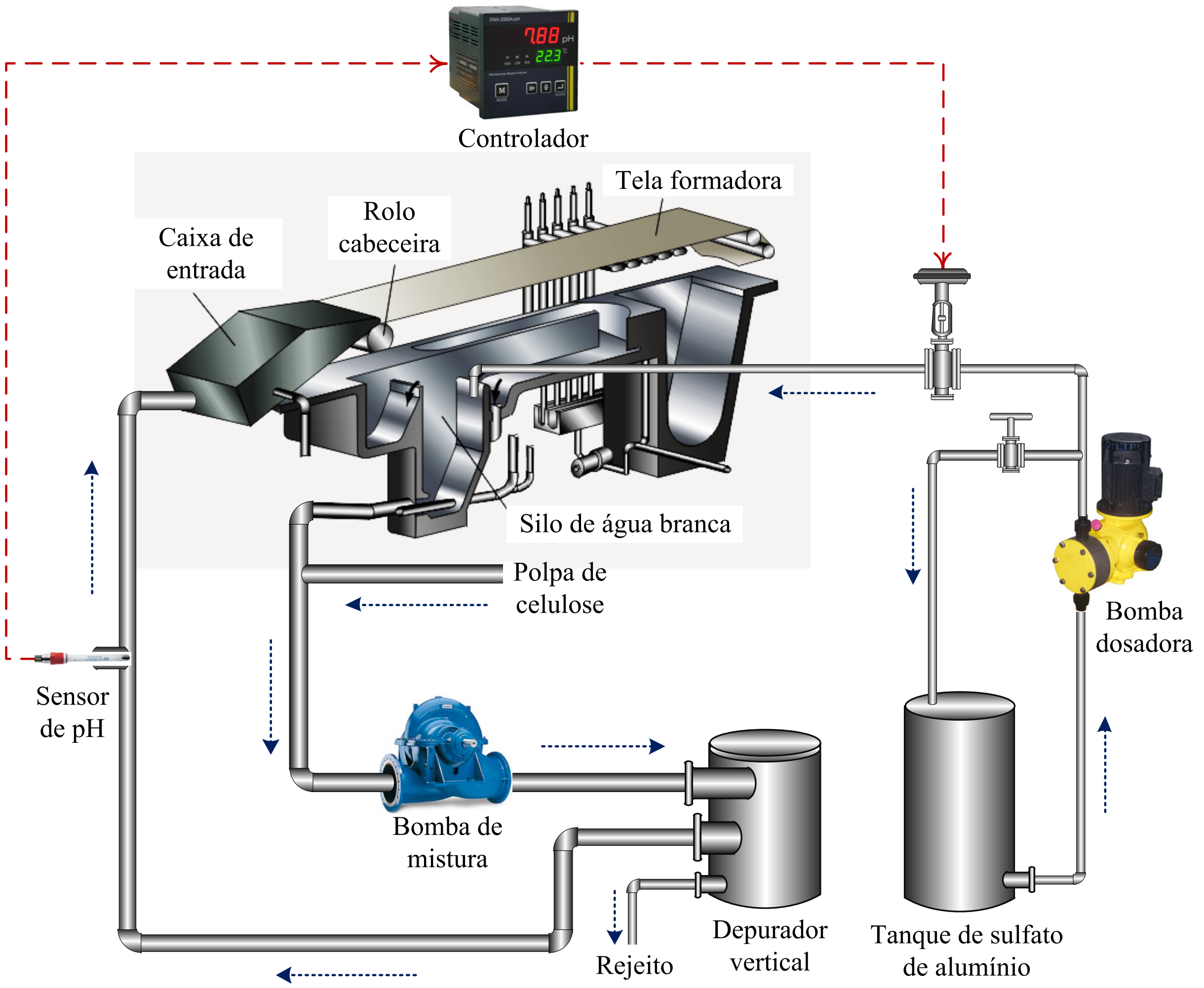

FIGURA V.7 – ESQUEMA SIMPLIFICADO MOSTRANDO A MÁQUINA DE PAPELCARTÃO COM DESTAQUE NA MALHA DE CONTROLE SERVO *FEDDBACK* DO pH.

No circuito simplificado de aproximação mostrado na FIGURA V.7, observa-se o sistema de dosagem de sulfato de alumínio a 12% para controle de pH na caixa de entrada da máquina de papel. Este sistema constitui de um tanque de estocagem de sulfato e uma bomba dosadora com duas correntes, uma de dosagem e outra de recirculação. A atuação do controle é realizada por meio de uma válvula automática que aumenta ou reduz a vazão de sulfato de acordo com o *set-point* estipulado.

Assim como na absorvedora de amônia, as funções de transferência da malha de controle na máquina de papel são definidas de acordo com as equações (III.1) e (III.2). O desenvolvimento analítico das funções de transferência para determinação de $y(t)$ e $u(t)$ é encontrado no Capítulo III da metodologia.

4.1 - Determinação dos Parâmetros de Sintonia do Controlador PI

Foram estudados ao todo dezoito (18) métodos de sintonia descritos pela literatura para este estudo de caso (O'DWYER, 2009). Onde inicialmente, aplicou-se uma sintonia em MANUAL arbitrado pelos operadores, para fins comparativos de otimização da malha de controle. Todos os resultados calculados dos parâmetros, k_C e τ_I, da malha de controle de pH com seus respectivos erros propagado, σ_{k_C} e σ_{τ_I}, são apresentados na TABELA V.2 a seguir.

TABELA V.2 – RESPOSTAS DAS SINTONIAS E SEUS ERROS (DESVIO PADRÃO) DOS MÉTODOS ESTUDADOS PARA A MÁQUINA DE PAPEL.

Métodos de Sintonia	k_C	$\pm\sigma_{k_C}$	τ_I [s]	$\pm\sigma_{\tau_I}$
MISE KHAN & LEHMAN (1996)	-75,79	10,40	1951,65	167,81
KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006)	-88,71	13,73	1381,06	114,16
MISE HAALMAN (1965)	-63,60	8,99	1141,56	114,16
SREE *et al*. (2004) & CHIDAMBARAM *et al*. (2005)	-73,55	9,85	992,88	49,36
MIAE SMITH & CORRIPIO (1997)	-56,95	8,05	1141,56	114,16
BRAMBILLA *et al*. (1990)	-52,44	7,07	1261,31	114,16
HUANG & JENG (2005)	-51,37	6,96	1123,20	102,74
LIPTÁK (2001)	-90,18	12,75	958,00	0,00
TRYBUS (2005)	-56,95	8,05	762,38	57,08
MO COX *et al*. (1997)	-47,24	6,70	1142,99	113,90
HILL & ADAMS (1988)	-75,16	9,99	735,70	3,78
ZIEGLER & NICHOLS (1942)	-85,43	12,08	797,54	0,00
CHUN *et al*. (1999)	-45,51	4,97	801,87	74,30
CHIDAMBARAM (2002)	-40,89	4,48	663,06	47,15
MITAE ABB (2001)	-78,67	11,00	585,70	18,74
MATSUBA *et al*. (1998)	-80,39	10,81	541,35	5,25
COHEN & COON (1953)	-87,08	12,20	554,74	16,56
CHIEN *et al*. (1952) 0% OS	-33,22	4,70	1335,63	133,56
*MANUAL**	*-0,50*	*0,00*	*40*	*0,00*

**Sintonia arbitrada em manual, isto é, sem critério ou regra.*

Os resultados de sintonia da máquina de papel com os métodos de LIPTÁK (2001) e ZIEGLER & NICHOLS (1942) também não apresentaram erros em τ_I, ou seja, $\sigma_{\tau_I} = 0$, pois o parâmetro do tempo integral nestes métodos somente é calculado em função do tempo morto θ_P, que possui erro desprezível neste trabalho $\left(\sigma_{\theta_P} \equiv 0\right)$.

A determinação dos parâmetros de sintonia do controlador PI, $k_C \pm \sigma_{k_C}$ e $\tau_I \pm \sigma_{\tau_I}$, foram realizadas a partir dos procedimentos descritos no Capítulo III da metodologia. No entanto, são mostradas a seguir as equações do método de KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006), como exemplo de aplicação da propagação de erros na malha de controle de pH. As equações de k_C e τ_I para este método são definidas por:

$$k_C = \frac{0,57 \cdot \left(\tau_P + \theta_P\right)}{k_P \cdot \tau_P \cdot \left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P} - 0,055\right)} \tag{V.6}$$

$$\tau_I = \left(\theta_P + \tau_P\right) \tag{V.7}$$

Sendo que, os erros propagados (desvio padrão) dos parâmetros k_C e τ_I podem ser calculadas substituindo as equações (V.6) e (V.7) nas equações (III.76) e (III.77) e resolvendo as derivadas, resultando assim, nas seguintes equações:

$$\sigma_{k_C} = \left(\left(\frac{0,57}{k_P \cdot \tau_P \cdot \left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P} - 0,055\right)} - \frac{0,57 \cdot \left(\tau_P + \theta_P\right)}{k_P \cdot \tau_P^2 \cdot \left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P} - 0,055\right)} + \frac{0,57 \cdot \theta_P \cdot \left(\tau_P + \theta_P\right)}{k_P \cdot \tau_P^3 \cdot \left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P} - 0,055\right)^2} \right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\frac{0,325 \cdot \left(\tau_P + \theta_P\right)^2}{k_P^4 \cdot \tau_P^2 \cdot \left(\dfrac{\theta_P}{\tau_P} - 0,055\right)^2} \right) \cdot \sigma_{k_C}^2 \right)^{1/2} \tag{V.8}$$

$$\sigma_{\tau_I} = \left(\sigma_{\tau_P}^2\right)^{1/2} \tag{V.9}$$

É importante observar que para determinação das incertezas paramétricas do controlador PI, equações (V.8) e (V.9), não foram consideradas a variância do tempo morto $\left(\sigma_{\theta_P}^2 = 0\right)$, como também nenhuma covariância foi estimada e considerada, portanto $\sigma_{k_P \tau_P}^2 = \sigma_{k_P \theta_P}^2 = \sigma_{\tau_P \theta_P}^2 = 0$.

O mesmo procedimento se aplica para o calculo dos parâmetros do controlador PI para todos os dezoito métodos testados, onde os resultados são encontrados na TABELA V.2. Para melhor visualização dos resultados, estes também são mostrados em forma de gráficos de colunas com as barras de erros propagados, de acordo com a FIGURA V.8 para a constante proporcional (k_C) e na FIGURA V.9 para o tempo integral (τ_I).

Da mesma forma que na absorvedora, neste estudo de caso de controle, se pode analisar os gráficos dos parâmetros do controlador PI apresentados nas FIGURAS V.8 e V.9 frente a incertezas propagadas. Onde se observa que muitos dos métodos estudados possuem características estatisticamente iguais, isto é, analisando as barras de incertezas nota-se que os parâmetros do controlador possuem o mesmo comportamento. Tal condição é vista nos métodos de sintonia de MISE HAALMAN (1965), SREE *et al*. (2004) & CHIDAMBARAM *et al*. (2005), BRAMBILLA *et al.* (1990), entre outros.

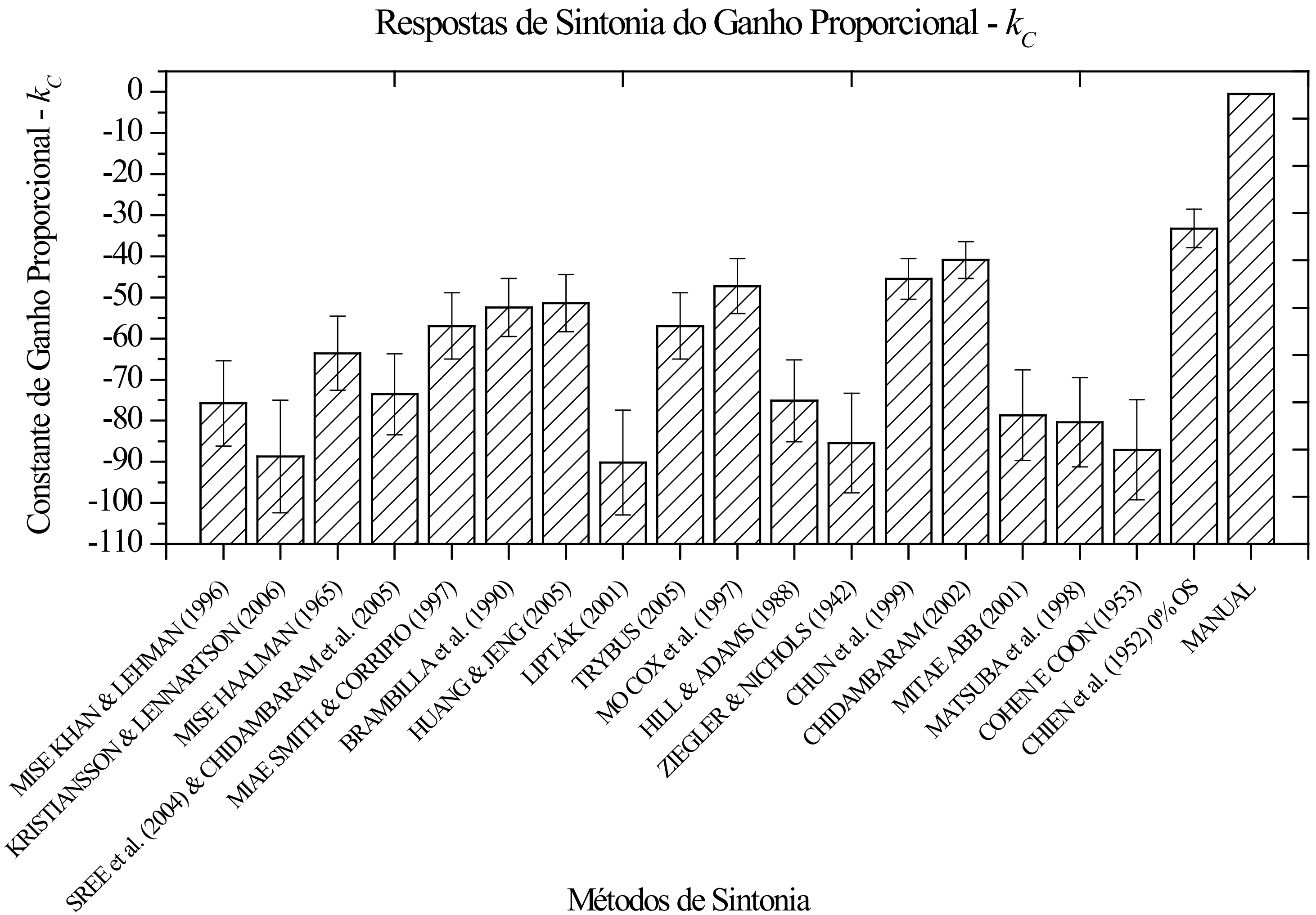

FIGURA V.8 – RESULTADOS DE SINTONIA DA CONSTANTE PROPORCIONAL COM BARRA DE INCERTEZAS PARAMÉTRICAS PROPAGADAS PARA A MÁQUINA DE PAPEL.

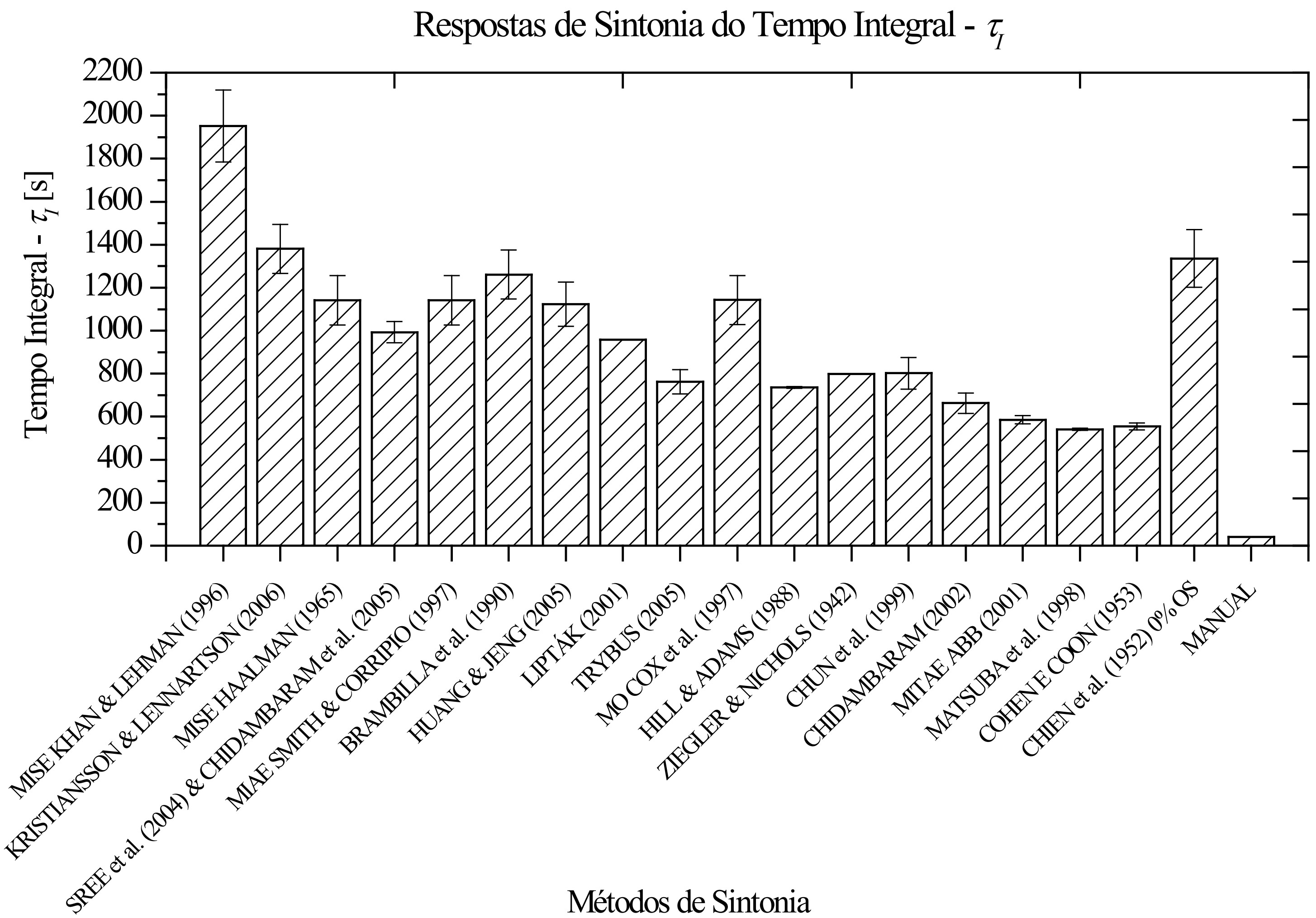

FIGURA V.9 – RESULTADOS DE SINTONIA DO TEMPO INTEGRAL COM BARRA DE INCERTEZAS PARAMETRICAS PROPAGADAS PARA A MÁQUINA DE PAPEL.

4.2 - Comportamento Dinâmico de $y(t) \pm \sigma_{y(t)}$ e $u(t) \pm \sigma_{u(t)}$

Com as sintonias em mãos, pode-se simular as respostas da malha no domínio do tempo e determinar os erros propagados para o controle de pH. No estudo do comportamento dinâmico da variável controlada *Y*(*s*) e manipulada *U*(*s*), as equações (III.23) e (III.24) foram aplicadas para controle servo com tempo morto de atraso. Substituindo os parâmetros anteriormente identificados em malha fechada, as funções de transferências tornam-se:

$$Y(s) = -\frac{0,03013 \cdot k_C \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{(1141,56 \cdot s + 1) \cdot \left(1 - \frac{0,05021 \cdot k_C^2 \cdot (1 - 119,75 \cdot s) \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{(1141,56 \cdot s + 1) \cdot (1 + 119,75 \cdot s)}\right) \cdot s} \tag{V.6}$$

$$U(s) = \frac{0,6 \cdot k_C \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{\left(1 - \frac{0,05021 \cdot k_C \cdot (1 - 119,75 \cdot s) \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s}\right)}{(1141,56 \cdot s + 1) \cdot (1 + 119,75 \cdot s)}\right) \cdot s} \tag{V.7}$$

A determinação da transformada inversa de Laplace das equações acima também podem tomar respostas diferentes dependendo das formas das raízes, assim como na absorvedora. Pode-se observar pelas simulações da malha, que a característica da dinâmica da máquina de papel gera um par de raízes complexas devido à condição oscilatória das respostas (*overshoot*), conforme dados experimentais nas FIGURAS V.1 e V.2, o que leva à utilização da equação (III.44) para *y*(*t*) e a equação (III.46) para *u*(*t*) durante as simulações do sistema dinâmico.

Da mesma maneira que foi feita para a determinação dos parâmetros do controlador, também são mostradas a seguir as equações geradas para a variável controlada $pH(t)$ e para a variável manipulada $Q_{SA}(t)$ no domínio do tempo, para o método de KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006), mantendo as respostas em variável tipo desvio.

$$pH^*(t) = 3^{1/2} \cdot \left(\begin{array}{l} 0,2 \cdot 3^{1/2} - 0,19 \cdot 3^{1/2} \cdot \mathrm{e}^{\left(-2,31 \cdot 10^{-3} \cdot t\right)} \cdot \cos\left(3,08 \cdot 10^{-3} \cdot 3^{1/2} \cdot t\right) - \\ 7,45 \cdot 10^{-3} \cdot \mathrm{e}^{\left(-6,97 \cdot 10^{-4} \cdot t\right)} \cdot 3^{1/2} + 0,11 \cdot \mathrm{e}^{\left(-2,31 \cdot 10^{-3} \cdot t\right)} \cdot \mathrm{sen}\left(3,08 \cdot 10^{-3} \cdot 3^{1/2} \cdot t\right) \end{array} \right) \tag{V.10}$$

$$Q_{SA}^{*}(t)=3^{1/2}\cdot\left(\begin{array}{l} 2,08\cdot10^{7}\cdot\left(\begin{array}{l}-6,64\cdot10^{-7}\cdot\cos\left(3,08\cdot10^{-3}\cdot3^{1/2}\cdot t\right)\cdot3^{1/2}-\\ 1,78\cdot10^{-6}\cdot\operatorname{sen}\left(3,08\cdot10^{-3}\cdot3^{1/2}\cdot t\right)\end{array}\right)\cdot e^{\left(-2,31\cdot10^{-3}\cdot t\right)}+\\ 64010,96\cdot3^{1/2}\cdot\left(-5,23\cdot10^{-6}+4,73\cdot10^{-7}\cdot e^{\left(-6,97\cdot10^{-4}\cdot t\right)}\right)-3,65\cdot3^{1/2}\end{array}\right) \tag{V.11}$$

onde $pH^{*}(t)$ e $Q_{SA}^{*}(t)$ são, respectivamente, o pH e a vazão de sulfato de alumínio em função do tempo *t* em variável desvio.

Também como na absorvedora, as expressões das incertezas propagadas na malha de controle do pH da máquina de papel são definidas de acordo com as equações (III.81) e (III.82) na metodologia. Mudando a notação para o estudo de caso da máquina de papel e fazendo as devidas simplificações, tem-se:

$$\sigma_{pH(t)}=\left(\left(\frac{\partial pH(t)}{\partial k_P}\right)^2\cdot\sigma_{k_P}^2+\left(\frac{\partial pH(t)}{\partial \tau_P}\right)^2\cdot\sigma_{\tau_P}^2+\left(\frac{\partial pH(t)}{\partial k_C}\right)^2\cdot\sigma_{k_C}^2+\left(\frac{\partial pH(t)}{\partial \tau_I}\right)^2\cdot\sigma_{\tau_I}^2\right)^{1/2} \tag{V.12}$$

$$\sigma_{Q_{SA}(t)}=\left(\left(\frac{\partial Q_{SA}(t)}{\partial k_P}\right)^2\cdot\sigma_{k_P}^2+\left(\frac{\partial Q_{SA}(t)}{\partial \tau_P}\right)^2\cdot\sigma_{\tau_P}^2+\left(\frac{\partial Q_{SA}(t)}{\partial k_C}\right)^2\cdot\sigma_{k_C}^2+\left(\frac{\partial Q_{SA}(t)}{\partial \tau_I}\right)^2\cdot\sigma_{\tau_I}^2\right)^{1/2} \tag{V.13}$$

Para melhor visualização da robustez dos métodos de sintonia estudados, inicialmente são apresentadas as respostas da malha de controle com sintonia definida pelos operadores em manual, isto é, sem aplicação de uma metodologia de sintonia da literatura. Na FIGURA V.10 encontra-se as resposta com sintonia em manual com mudança real de *set-point*, isto é, em sequência de degraus (*staircase*).

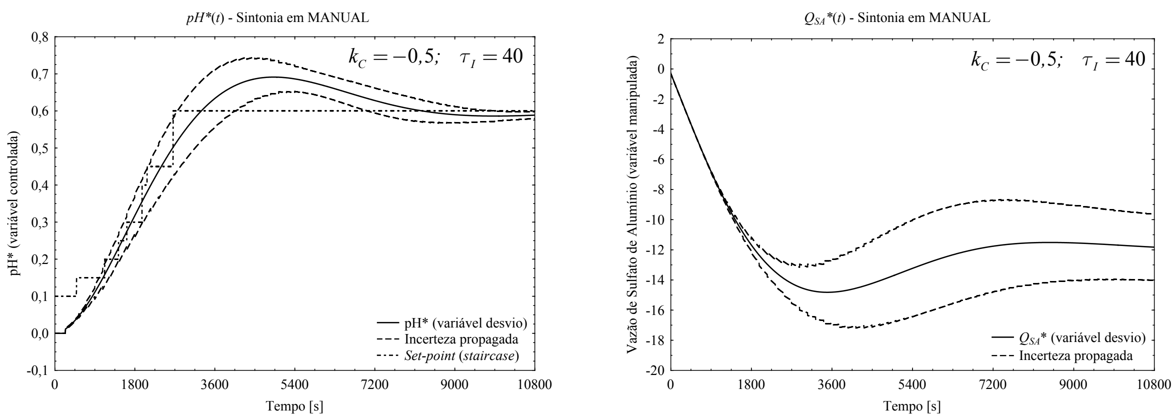

FIGURA V.10 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA MÁQUINA DE PAPEL COM SINTONIA DA MALHA EM MANUAL. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2\cdot\sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2\cdot\sigma_{u(t)}$.

Na FIGURA V.11 até a FIGURA V.16 encontram-se os resultados dos dezoito métodos de sintonia testados para este estudo de caso com suas incertezas paramétricas.

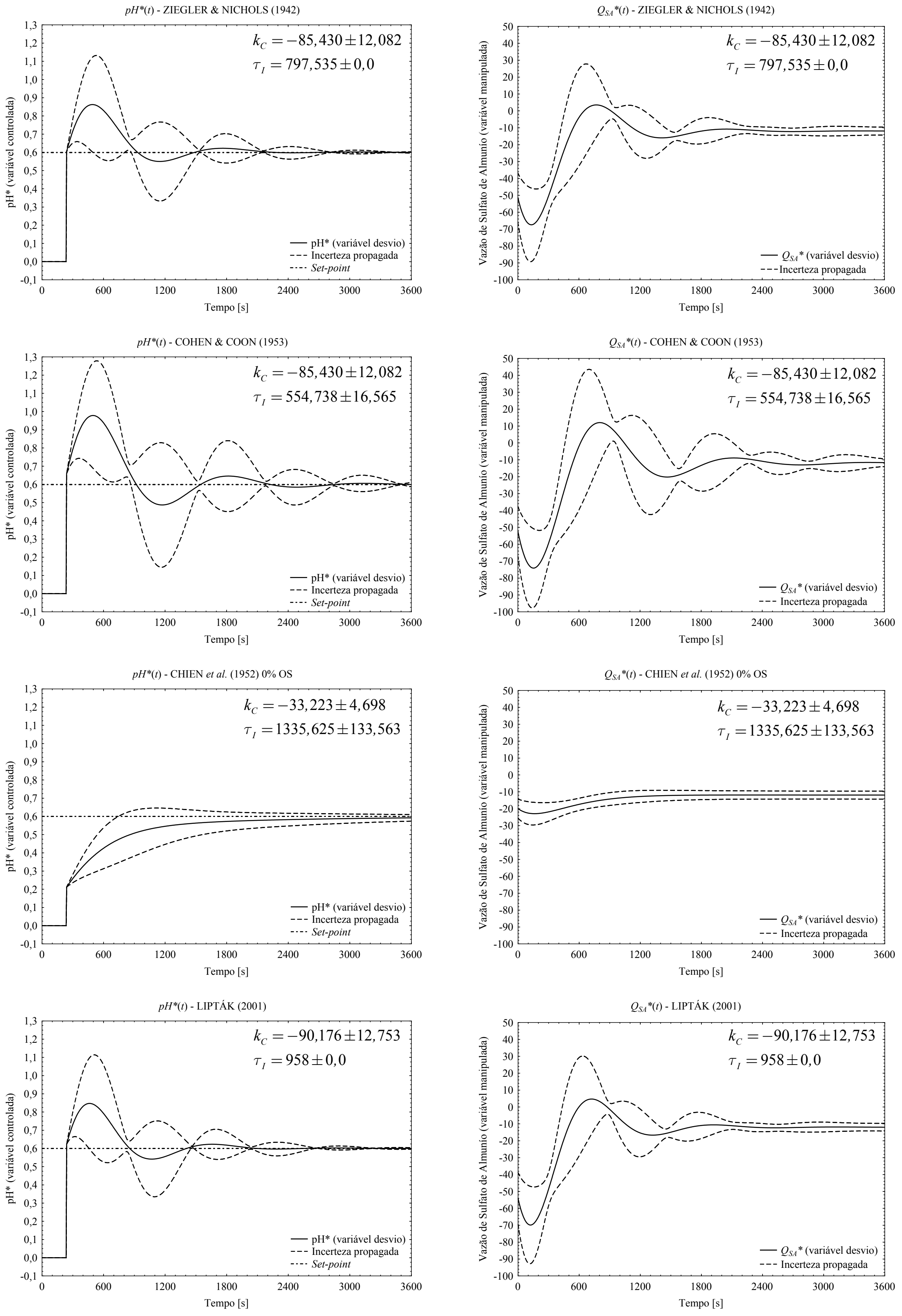

FIGURA V.11 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA MÁQUINA DE PAPEL DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE REAÇÃO DO PROCESSO A UM DISTÚRBIO. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2 \cdot \sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2 \cdot \sigma_{u(t)}$.

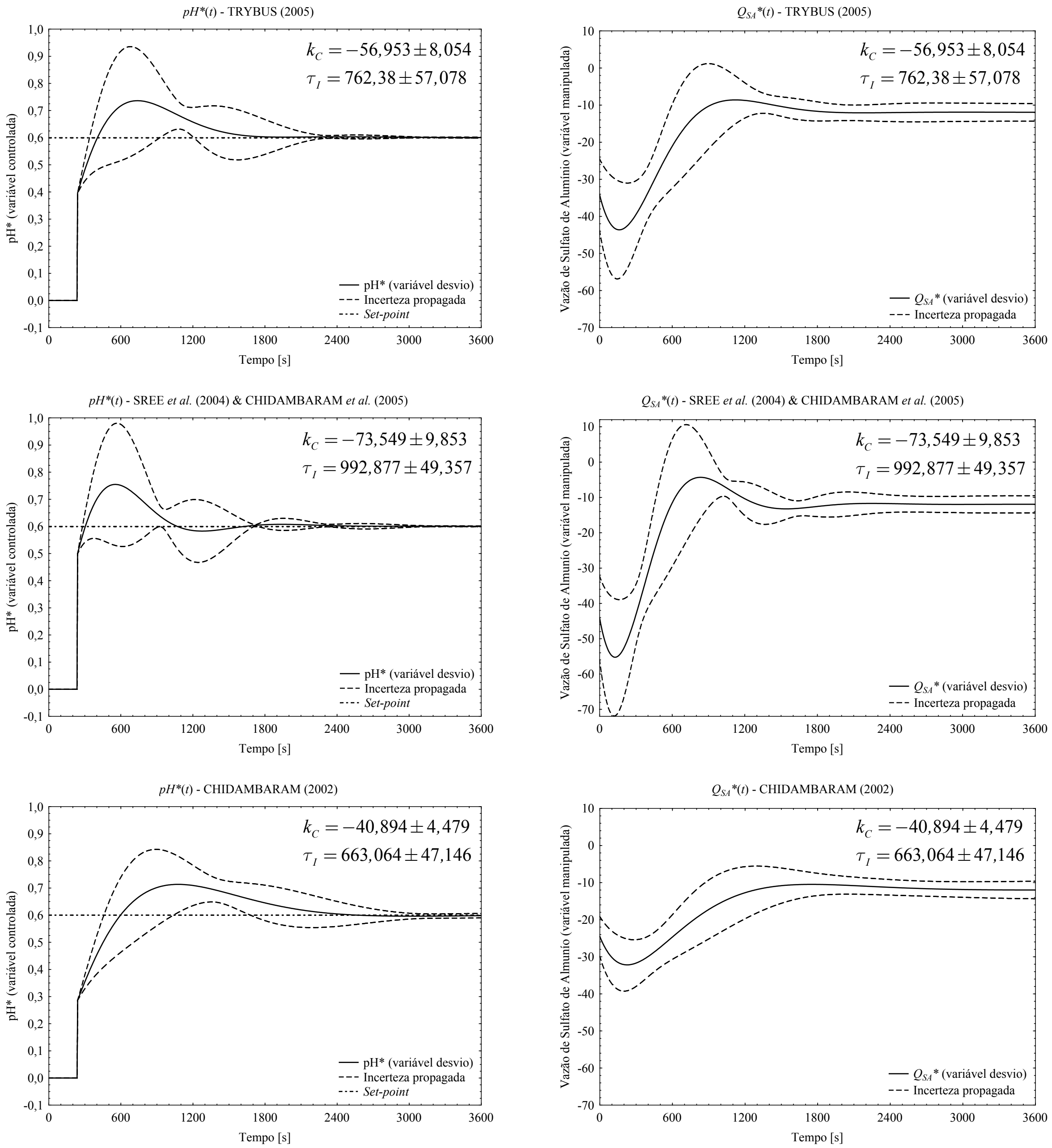

FIGURA V.12 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA MÁQUINA DE PAPEL DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE SÍNTESE DIRETA NO DOMÍNIO DO TEMPO. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2 \cdot \sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2 \cdot \sigma_{u(t)}$.

Simulando o processo com sintonia em “manual”, apresentado na FIGURA V.10, observa-se uma resposta lenta da malha de controle com uma mudança real de *set-point* tipo escalonado (*staircase*). Com apenas 10% de incerteza nos parâmetros do modelo do processo, uma elevada incerteza é observada, principalmente na variável manipulada. O que denota como o procedimento de sintonia sem nenhum critério é nocivo ao sistema de controle utilizado.

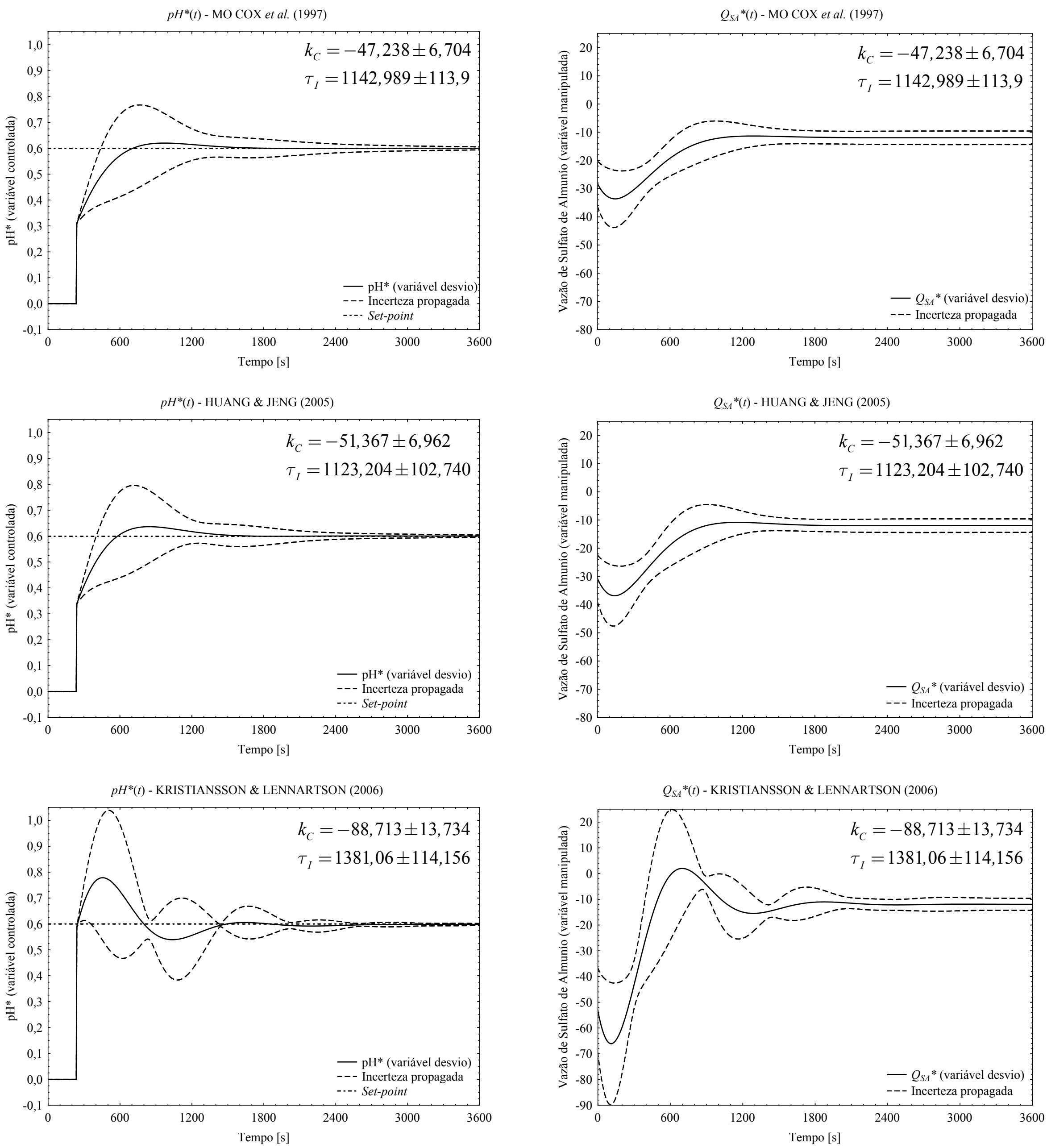

FIGURA V.13 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA MÁQUINA DE PAPEL DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE SÍNTESE DIRETA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2{\cdot}\sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2{\cdot}\sigma_{u(t)}$.

Os métodos de sintonia apresentadas na FIGURA V.11 para o critério de reação do processo a um distúrbio mostram forte interferência das incertezas propagadas dos parâmetros em suas respostas. Apenas o método de CHIEN *et al*. (1952) não possui oscilação, porem com considerável incerteza e erro, definido pelo intervalo de confiança da propagação de erros.

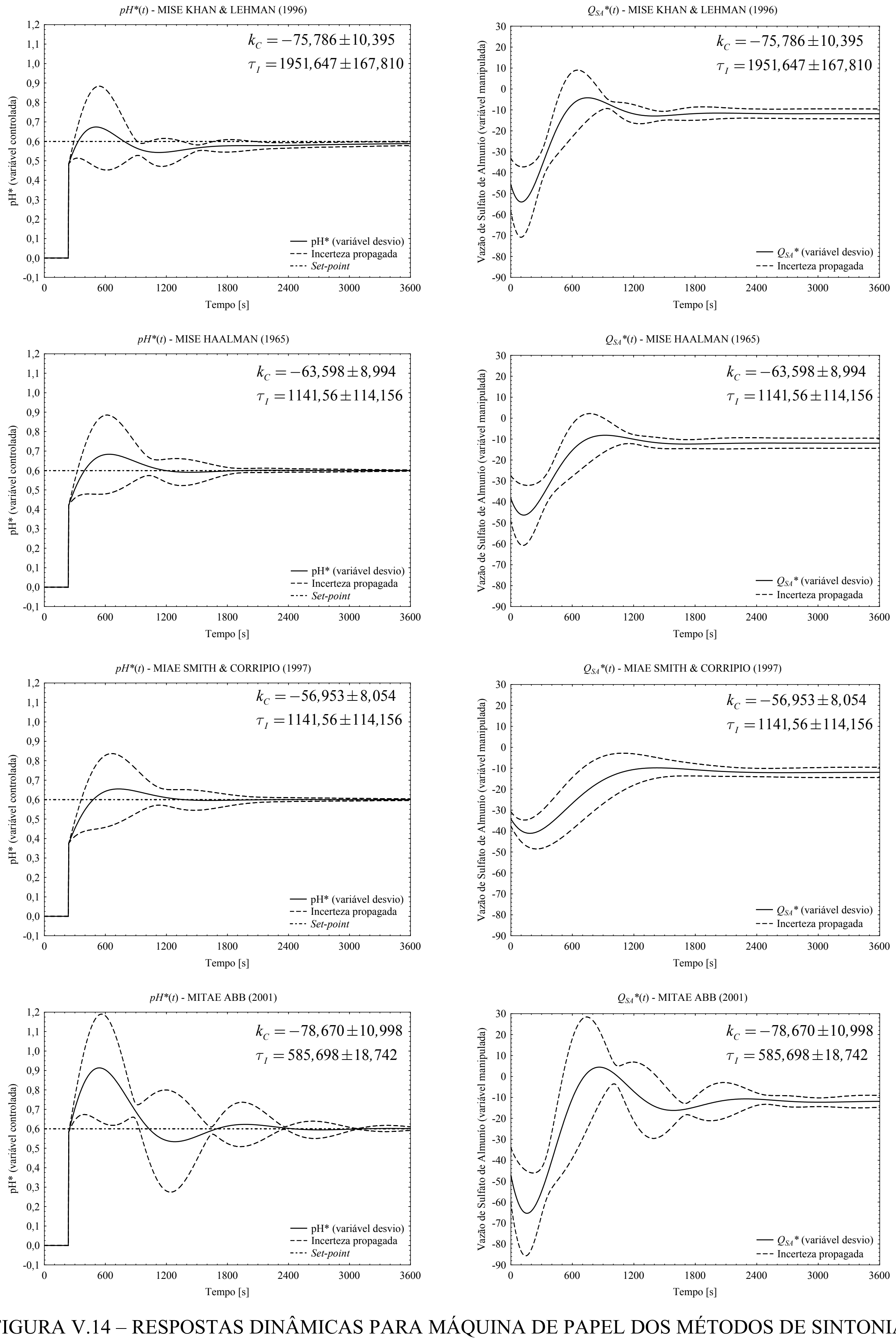

FIGURA V.14 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA MÁQUINA DE PAPEL DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE MINIMIZAÇÃO DE UM ÍNDICE DE DESEMPENHO. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2 \cdot \sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2 \cdot \sigma_{u(t)}$.

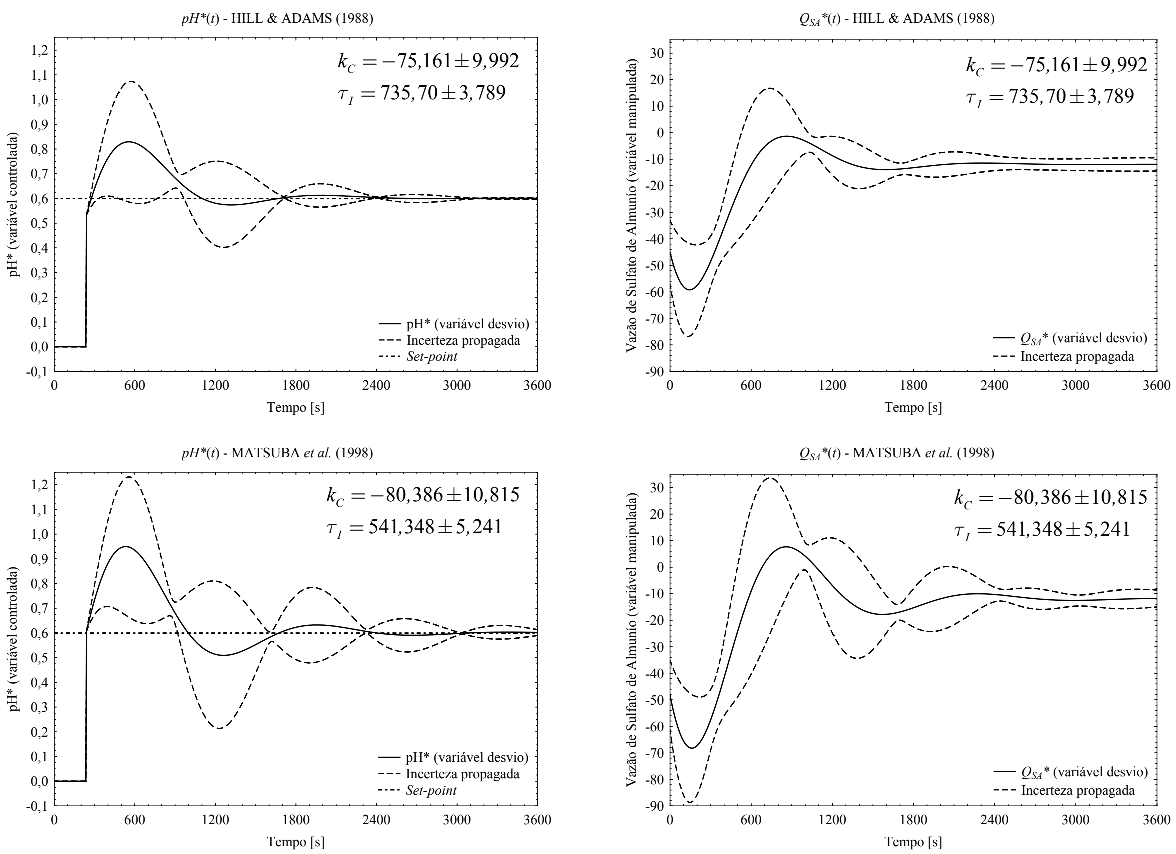

FIGURA V.15 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA MÁQUINA DE PAPEL DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DO CICLO FINAL. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2{\cdot}\sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2{\cdot}\sigma_{u(t)}$.

As sintonias apresentadas na FIGURA V.12 para o critério de síntese direta no domínio do tempo, possuem respostas com oscilação mais suave comparadas com outros métodos aqui estudados. Apenas o método de SREE *et al*. (2004) & CHIDAMBARAM *et al*. (2005) gerou respostas com maior oscilação nas suas incertezas propagadas.

Observando os métodos de sintonia da FIGURA V.13 para o critério de síntese direta no domínio da frequência e FIGUAR V.14 para o critério de minimização de um índice de desempenho, nota-se uma forte oscilação das respostas com erro propagado em alguns métodos, conforme os gráficos dos métodos de KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006) e MITAE ABB (2001).

Uma breve analise pode ser feita nos métodos de sintonia da FIGURA V.15 para o critério do ciclo final e na FIGURA V.16 para critério de controle robusto, que são métodos que por característica respostas com maior robustez. No entanto, o método proposto por MATSUBA *et al.* (1998) gerou uma elevada oscilação nas suas incertezas propagadas.

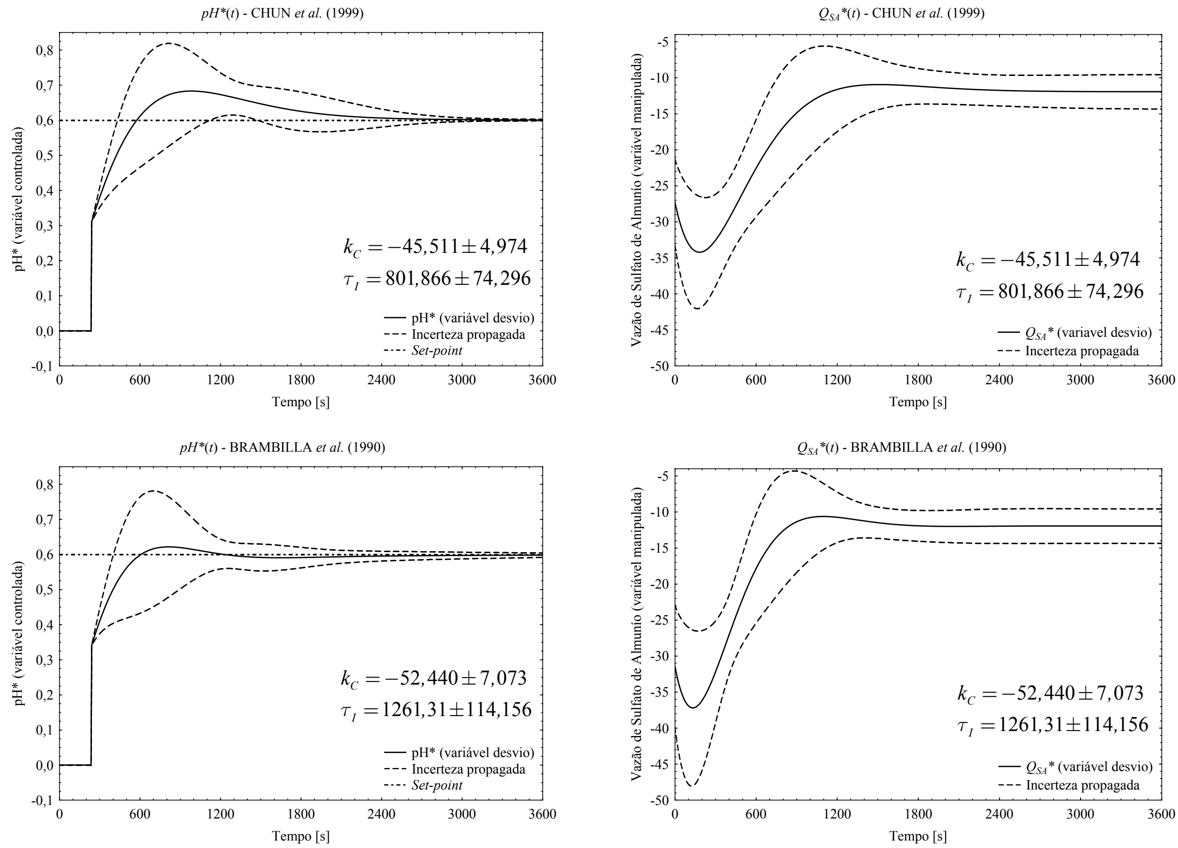

FIGURA V.16 – RESPOSTAS DINÂMICAS PARA MÁQUINA DE PAPEL DOS MÉTODOS DE SINTONIA PELO CRITÉRIO DE CONTROLE ROBUSTO. ERRO PROPAGADO COM $y(t) \pm 2\cdot\sigma_{y(t)}$ E $u(t) \pm 2\cdot\sigma_{u(t)}$.

Com o objetivo de definir adequadamente qual o melhor método de sintonia para a malha de controle, é fundamental o estudo de índices de desempenho que será abordado a seguir.

4.3 - Determinação dos Índices de Desempenho: ISE ± σ_{ISE}, IU ± σ_{IU} e IPE

Neste estudo de caso, é importante salientar que as covariâncias paramétricas foram desprezadas, ou seja, $\sigma^2_{k_P\tau_P} = \sigma^2_{k_P\theta_P} = \sigma^2_{\tau_P\theta_P} = 0$. Somente foi considerado um desvio padrão de 10% nos parâmetros identificados do modelo matemático do processo, portanto $k_P = -50,21\cdot10^{-3} \pm 5,02\cdot10^{-3}$ e $\tau_P = 1141,56 \pm 114,16$, sendo que o tempo morto não possui erro, isto é, $\theta_P = 239,50 \pm 0,0$. O que possibilitou a aplicação de simplificações nas equações de propagação de erros, como será mostrado a seguir.

Na TABELA V.3 e TABELA V.4 são mostrados os resultados dos índices de avaliação da qualidade das sintonias testadas, juntamente com os erros (desvios padrão) propagados em termos de variáveis tipo desvio para a máquina de papelcartão multicamada.

TABELA V.3 – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO ISE E IU PARA AS SINTONIAS TESTADAS, COM ERROS PROPAGADOS (DESVIO PADRÃO). MALHA DE CONTROLE PI DA MÁQUINA DE PAPEL.

Métodos de Sintonia	ISE	$\pm\sigma_{ISE}$	IU	$\pm\sigma_{IU}$
MISE KHAN & LEHMAN (1996)	163,19	2,64	-53628,61	5042,00
KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006)	164,23	4,70	-55821,07	5423,87
MISE HAALMAN (1965)	164,90	3,46	-55246,34	5327,53
SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005)	165,85	1,79	-56309,44	5502,50
MIAE SMITH & CORRIPIO (1997)	167,32	5,66	-54747,73	5246,28
BRAMBILLA *et al.* (1990)	170,53	7,80	-53800,11	5080,18
HUANG & JENG (2005)	170,76	7,48	-54314,64	5168,43
LIPTÁK (2001)	171,99	8,65	-56984,12	5629,63
TRYBUS (2005)	172,01	4,30	-56337,23	5515,26
MO COX *et al.* (1997)	174,53	9,52	-53760,14	5089,09
HILL & ADAMS (1988)	174,77	4,47	-57198,14	5659,30
ZIEGLER & NICHOLS (1942)	176,07	8,45	-57294,63	5701,40
CHUN *et al.* (1999)	176,62	7,45	-55333,11	5325,49
CHIDAMBARAM (2002)	183,78	8,55	-55626,59	5347,94
MITAE ABB (2001)	189,95	10,16	-57773,38	5769,71
MATSUBA *et al.* (1998)	198,46	12,73	-57959,83	5824,79
COHEN & COON (1953)	202,89	18,22	-57992,27	5933,89
CHIEN *et al.* (1952) 0% OS	204,86	20,01	-50007,18	4552,86
*MANUAL**	*540,68*	*35,27*	*-36777,78*	*1296,95*

**Sintonia arbitrada em manual, isto é, sem critério ou regra.* Tempo total de simulação: 3600 segundos (1 hora).

TABELA V.4 – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO IPE PARA A VARIÁVEL CONTROLADA E MANIPULADA. MÉTODOS DE SINTONIA TESTADOS PARA A MÁQUINA DE PAPEL.

Métodos de Sintonia	$IPE_{y(t)}$	$IPE_{u(t)}$
MISE KHAN & LEHMAN (1996)	306,89	35693,96
KRISTIANSSON & LENNARTSON (2006)	304,88	29418,06
MISE HAALMAN (1965)	311,03	34149,04
SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005)	338,79	40960,03
MIAE SMITH & CORRIPIO (1997)	308,18	37197,73
BRAMBILLA *et al.* (1990)	297,16	28716,18
HUANG & JENG (2005)	304,88	29418,06
LIPTÁK (2001)	470,76	60071,60
TRYBUS (2005)	371,74	36639,60
MO COX *et al.* (1997)	321,60	28540,09
HILL & ADAMS (1988)	436,14	49560,14
ZIEGLER & NICHOLS (1942)	497,02	60274,25
CHUN *et al.* (1999)	338,10	29394,20
CHIDAMBARAM (2002)	388,88	30201,96
MITAE ABB (2001)	632,94	68282,06
MATSUBA *et al.* (1998)	723,16	77543,84
COHEN & COON (1953)	813,33	92178,12
CHIEN *et al.* (1952) 0% OS	387,15	23212,52
*MANUAL**	*337,96*	*4889,73*

**Sintonia arbitrada em manual, isto é, sem critério ou regra.* Tempo total de simulação: 3600 segundos (1 hora).

Para determinação dos índices de desempenho ISE, IU e IPE, foram aplicados os procedimentos descritos no Capítulo III da metodologia. Como as repostas analíticas das integrais presentes nas equações (III.78), (III.80), (III.85) e (III.86) não são possíveis de serem encontradas, é necessário a utilização de um método numérico para sua determinação. Neste trabalho o método escolhido foi a Quadratura de Gauss com polinômio de ordem $n = 6$, por se tratar de uma regra precisa e robusta, sendo o critério para escolha da ordem do polinômio encontra-se detalhada no ANEXO I através de uma analise numérica de precisão.

Considerando que todas as simulações da malha de controle de pH da máquina de paplecartão foram realizadas em um tempo total de $t = 3600$ segundos (1 hora), a integral do ISE, IU e IPE são definidas como a seguir:

$$\begin{aligned}\text{ISE} &= \int_0^{3600} \left(y_{SP}(t) - y(t)\right)^2 dt \approx \\ &1800 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot \left(y_{SP}\left(1800 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) - y\left(1800 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right)\right)^2\end{aligned} \tag{V.14}$$

$$\text{IU} = \int_0^{3600} u(t)\, dt \approx 1800 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot u\left(1800 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) \tag{V.15}$$

$$\begin{aligned}&\text{IPE}_{y(t)} = \int_0^{3600} \left(y(t) + 2 \cdot \sigma_{y(t)}\right) dt - \int_0^{3600} \left(y(t) - 2 \cdot \sigma_{y(t)}\right) dt \approx \\ &1800 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot y\left(1800 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) + 2 \cdot \sigma_{y(t)} - 1800 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot y\left(1800 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) - 2 \cdot \sigma_{y(t)}\end{aligned} \tag{V.16}$$

$$\begin{aligned}&\text{IPE}_{u(t)} = \int_0^{3600} \left(u(t) + 2 \cdot \sigma_{u(t)}\right) dt - \int_0^{3600} \left(u(t) - 2 \cdot \sigma_{u(t)}\right) dt \approx \\ &1800 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot u\left(1800 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) + 2 \cdot \sigma_{u(t)} - 1800 \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot u\left(1800 \cdot \left[x_i^{(n)} + 1\right]\right) - 2 \cdot \sigma_{u(t)}\end{aligned} \tag{V.17}$$

onde $x_i^{(n)}$ e $w_i^{(n)}$ são as abcissas e os pesos de integração da quadratura, respectivamente; sendo $i = \{1, 2, 3, ..., n\}$ e $n = 6$.

Para o calculo das incertezas do ISE e IU, isto é, σ_{ISE} e σ_{IU}, as equações (III.83) e (III.84) foram utilizadas. Como $y(t) = f(k_P, \tau_P, k_C, \tau_I)$ e $u(t) = f(k_P, \tau_P, k_C, \tau_I)$, as expressões das incertezas propagadas do ISE e do IU para a máquina de papel podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\sigma_{\text{ISE}} = \left(\left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial k_P}\right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial \tau_P}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial k_C}\right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \left(\frac{\partial \text{ISE}(t)}{\partial \tau_I}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2\right)^{1/2} \tag{V.18}$$

$$\sigma_{\text{IU}} = \left(\left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial k_P}\right)^2 \cdot \sigma_{k_P}^2 + \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial \tau_P}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_P}^2 + \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial k_C}\right)^2 \cdot \sigma_{k_C}^2 + \left(\frac{\partial \text{IU}(t)}{\partial \tau_I}\right)^2 \cdot \sigma_{\tau_I}^2\right)^{1/2} \tag{V.19}$$

Os mesmo resultados apresentados na TABELA V.3 e TABELA V.4, agora são mostrados em forma de gráficos de barras dos índices de desempenho da malha de controle com suas incertezas paramétricas. Na FIGURA V.17 encontra-se os resultados do índice ISE com suas barras de erros propagados e do índice $\text{IPE}_{y(t)}$, já na FIGURA V.18 estão os resultados do índice IU com suas barras de erros propagados e do índice $\text{IPE}_{u(t)}$.

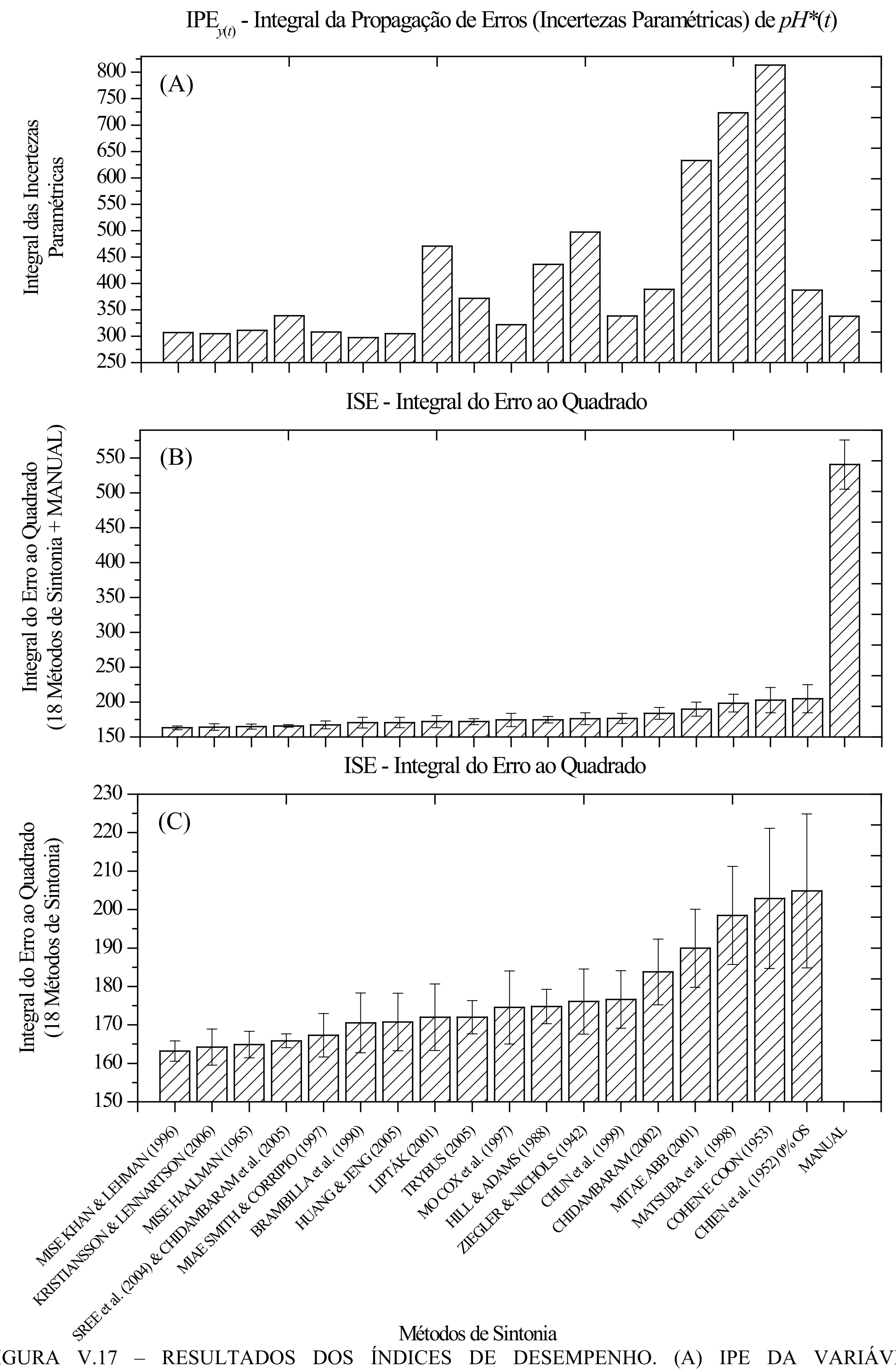

FIGURA V.17 – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO. (A) IPE DA VARIÁVEL CONTROLADA. (B) ISE COM BARRAS DA PROPAGAÇÃO DE ERROS. (C) ISE DOS 18 MÉTODOS DE SINTONIA MAIS SINTONIA EM MANUAL. SINTONIAS TESTADAS PARA A MÁQUINA DE PAPEL.

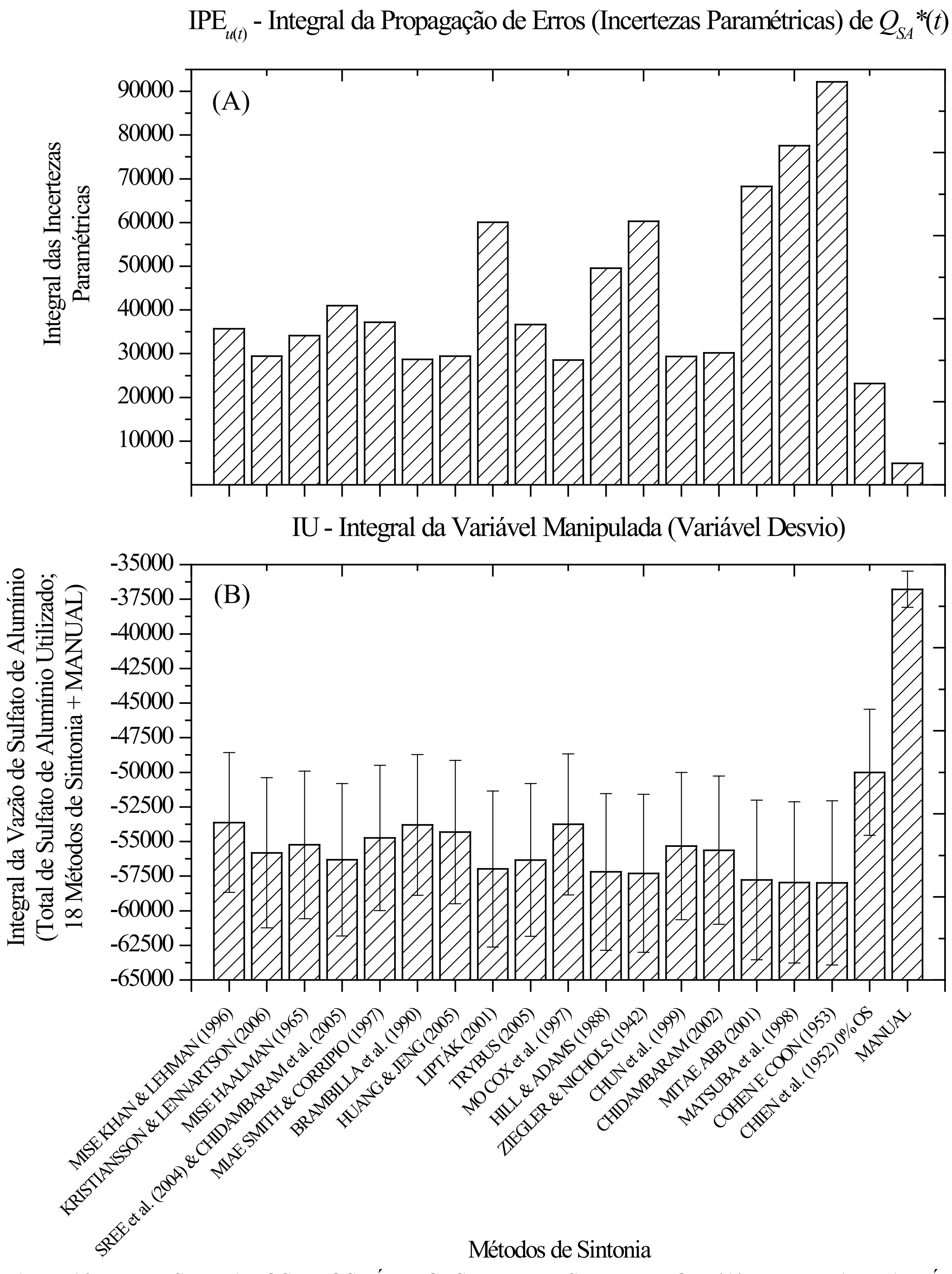

FIGURA V.18 – RESULTADOS DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO. (A) IPE DA VARIÁVEL MANIPULADA. (B) IU COM BARRAS DA PROPAGAÇÃO DE ERROS. SINTONIAS TESTADAS PARA A MÁQUINA DE PAPEL.

O desempenho dos métodos de sintonia estudados para controle do pH pode ser melhor avaliado através da análise do gráfico da FIGURA V.19, mostrado a seguir.

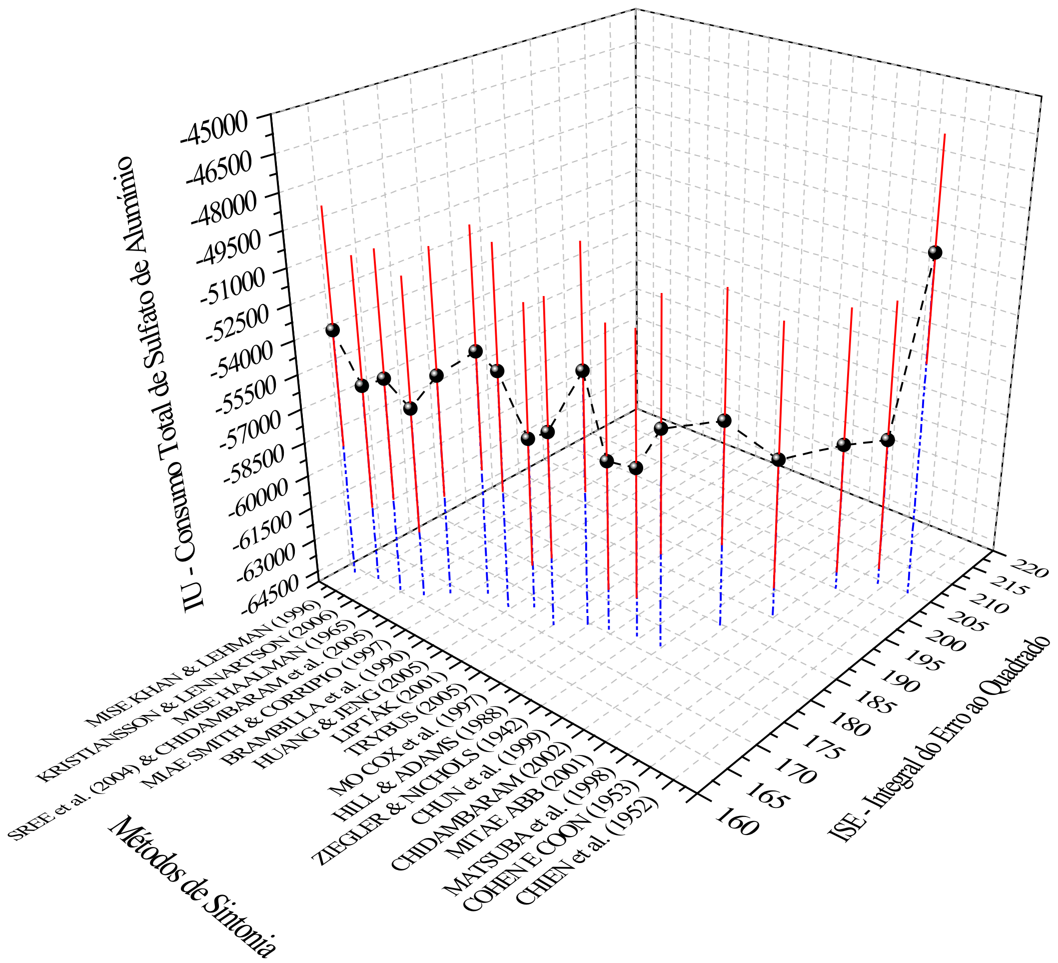

FIGURA V.19 – VISÃO GLOBAL DOS ÍNDICES DE DESEMPENHO DAS SINTONIAS. INCERTEZAS PARAMETRICAS PROPAGADAS DA INTEGRAL DA VARIÁVEL MANIPULADA (IU) PARA A MÁQUINA DE PAPEL.

A capacidade do sistema de controle em absorver as variações da dinâmica do processo define a robustez de um controlador. Com o objetivo de melhor avaliar a robustez no desempenho do controlador estudado, o gráfico da FIGURA V.19 pode ser analisado. Neste estudo de caso, o consumo total de sulfato de alumínio (variável manipulada) é uma variável de interesse econômico para o processo. Uma transição positiva de *set-point* de 0,6 unidades de pH foi estudada, o que leva a uma redução no consumo de sulfato, devido à atuação do controlador. Porém, com as incertezas propagadas a partir do desvio padrão dos parâmetros do modelo $\left(k_P \text{ e } \tau_P\right)$, observa-se que o consumo total de sulfato de alumínio para manter o novo *set-point* será estatisticamente igual, independente do método de sintonia aplicado. Com exceção do método de CHIEN *et al.* (1952) com 0% de *overshoot*, que apresentou um desempenho ruim nas simulações de sintonia.

5 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

No estudo de controle de pH na máquina de papel, é possível observar que o menor índice ISE foi com a aplicação do método de Minimização do ISE proposto por KHAN & LEHMAN (1996), no entanto, analisando os gráficos da FIGURA V.17, FIGURA V.18 e FIGURA V.19, observa-se um comportamento estatisticamente igual de muitos métodos estudados. Da mesma maneira que foi feita para absorvedora, pode-se avaliar também o índice IPE, a fim de decidir qual á o melhor método de sintonia para a malha de controle.

Uma sintonia ideal é aquela que agrega as incertezas dos parâmetros na sua reposta, isto é, possui maior robustez com minimização de incertezas no intervalo de confiança das variáveis controlada e manipulada. Essa avaliação pode ser feita com o índice IPE aqui proposto, além dos índices ISE e IU com incertezas paramétricas propagadas. Com isso, analisando a FIGURA V.17, observa-se que o método de MISE KHAN & LEHMAN (1996) não é a melhor escolha de sintonia da malha. O método proposto por BRAMBILLA *et al.* (1990) foi o que apresentou um menor índice IPE ($IPE_{y(t)}$ = 297,16), definida como o menor tamanho de incerteza dos parâmetros nas respostas da variável controlada (pH). Portanto, este método pode ser considerado a melhor escolha de sintonia para a malha de controle estudada. As simulações compravam esta afirmação, analisando os índices ISE e IU, o método proposto por BRAMBILLA *et al.* (1990) possui um bom desempenho se for devidamente considerado as barras de incertezas paramétricas propagadas, onde muitos métodos são estatisticamente iguais.

Com relação à dinâmica apresentada na FIGURA V.18, pode-se verificar que valores próximos de zero caracterizam um menor consumo de sulfato de alumínio, pois a vazão de sulfato esta em variável desvio, neste caso a sintonia em MANUAL apresentou um consumo menor de sulfato, o que é esperado, pois a ação de controle é muito lenta. Sendo assim, se analisarmos os demais métodos de sintonia aqui estudados, é possível observar uma grande incerteza paramétrica propagada nas respostas da malha de controle. Tal fato gera valores de IU estatisticamente iguais para todos os métodos de sintonia testados no presente trabalho. Portanto, o índice IPE proposto toma uma maior importância na analise de desempenho das sintonias.

CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

1 - CONCLUSÕES

Com evolução das tecnologias de processamento industrial, ocorre um gradativo aumento das necessidades de sistemas de controle mais eficientes e robustos. Muitas técnicas têm sido desenvolvidas na literatura a fim de anular os efeitos de incertezas e perturbações não modeladas no projeto de malhas de controle. Estes novos algoritmos de controle muitas vezes são baseados em modelos matemáticos (FOLPD, SOSPD, redes neurais, modelos fenomenológicos, etc.). Um modelo matemático é apenas uma aproximação da realidade física do sistema, o que leva a geração de diferentes tipos de incertezas decorrente de fenômenos não modelados.

Neste trabalho foram abordadas as incertezas paramétricas em malhas de controle de processo de dois estudos de caso relevantes na Engenharia Química: Coluna de Absorção de Amônia e Máquina de Papelcartão Multicamada. Os dados experimentais foram obtidos de SMITH & CORRIPIO (1997) para a absorvedora e de SILVA (2010) para a máquina de papel. A partir dos dados experimentais procedeu-se a identificação dos sistemas em malha aberta (absorvedora) e em malha fechada (máquina de papel), através da estimação dos parâmetros de modelos de primeira ordem com tempo morto de atraso (FOLPD). Os modelos identificados foram, então, submetidos a análises estatísticas para avaliação da qualidade dos ajustes. No entanto, a identificação da máquina de papel foi feita em malha fechada, o que levou a aplicação do modelo analítico do controle *feedback* para a variável controlada. Malhas de controle convencionais *feedback* foram estudadas para a obtenção das soluções analíticas das dinâmicas das variáveis controlada $y(t)$ e manipulada $u(t)$, com aplicação de controladores do tipo PI para o problema servo.

Em seguida, os modelos identificados dos sistemas foram aplicados para estudos de simulação de controle a partir de dezoito métodos de sintonia arbitrariamente escolhidos e encontrados na literatura, mais uma sintonia em manual, ou seja, sem utilização critério ou regra, definido pelos operadores desses sistemas. As simulações dos sistemas foram conduzidas com incertezas paramétricas propagadas, o que possibilitou determinar o intervalo de confiança das respostas de todas as sintonias e compará-las adequadamente. Por fim, os índices de desempenho ISE e IU foram estudados para todos os métodos de sintonia abordados no trabalho e suas incertezas paramétricas também foram propagadas. Além desses índices, foi proposto a aplicação do índice IPE (integral da propagação de erros) a fim de melhorar os critérios de escolha da sintonia com maior robustez e desempenho frente à incertezas nos parâmetros.

Para o primeiro estudo de caso de controle da coluna de absorção dados experimentais da literatura foram utilizados, o que resultou em simulações idealizadas do sistema de controle com incertezas paramétricas. No segundo estudo de caso de controle de pH na máquina de papel os dados são industriais, o que caracterizou uma condição mais próxima da realidade nas respostas simuladas da malha de controle. Sendo assim, através dos resultados, pode-se concluir que o índice IPE de desempenho, aqui proposto, toma uma maior importância na analise da qualidade e robustez das sintonias, principalmente no segundo estudo de caso com dados reais do processo aplicado para identificação do sistema.

A partir da análise dos índices de desempenho ISE, IU e IPE, foi possível determinar o melhor método de sintonia para os sistemas estudados. Onde se conclui que para a coluna de absorção de amônia, o método proposto por SREE *et al.* (2004) & CHIDAMBARAM *et al.* (2005) com critério de síntese direta no domínio do tempo é o mais robusto. E para o controle de pH na caixa de alimentação da máquina de papel, o método proposto por BRAMBILLA *et al.* (1990) com critério de controle robusto foi o que apresentou um resultado com maior desempenho caracterizando a metodologia de sintonia que melhor agregou as incertezas paramétricas propagadas na sua resposta.

Assim, pode-se concluir também, que devido às incertezas propagadas a partir dos parâmetros do modelo matemático do processo $\left(k_P \pm \sigma_{k_P} \text{ e } \tau_P \pm \sigma_{\tau_P}\right)$, muitos dos métodos de sintonia existentes na literatura e aqui aplicados são estatisticamente iguais. Portanto, o custo do consumo total de solvente (para a coluna absorvedora) e de sulfato de alumínio (para a máquina de papel) sofrerá variações inerentes às incertezas paramétricas não modeladas no projeto dos sistemas de controle PI, aqui estudadas. E as respostas da variável controlada também possuem incertezas que devem ser incorporadas no projeto e auditoria da malha de controle dos sistemas.

2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi aplicada a técnica estatística de propagação de erros para determinação das incertezas paramétricas em malhas de controle de processos com dados experimentais. Sendo assim, alguns trabalhos futuros podem ser explorados nesta linha de pesquisa, tais como:

- Estudo de controle frente a incertezas paramétricas em colunas de destilação;
- Estudo de controle frente a incertezas paramétricas em sistemas ruidosos e multivariáveis e para controle regulatório;
- Aplicação da técnica em outros tipos de controladores, como PID e APC (controladores avançados), como por exemplo, controladores da família MPC;
- Implementação de um programa computacional para sintonia e auditoria de malhas de controle levando em consideração as incertezas paramétricas propagadas.

CAPÍTULO VII – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABB. **Instruction Manual for 53SL6000**. Document: PN24991.pdf. Disponível em <*http://www.abb.com*>. Acesso em: 30 Setembro 2011.

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. **Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables**. 10ª Ed. National Bureau of Standards. U. S. Government Printing Office. Washington, D. C., 1972.

AGUIRRE, Luis Antonio. **Introdução à Identificação de Sistemas – Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais**. 3ª Edição. Editora UFMG. Belo Horizonte, MG, 2007.

ALBERTON, André Luís. **Estimação de Parâmetros e Planejamento de Experimentos: Estudo de Incertezas e Funções de Informação**. 286 p. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – COPPE/UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, 2010.

ASTROM, K. J. Computer Control of A Paper Machine - An Application of Linear Stochastic Control Theory. **IBM Journal of Research and Development**. 11, 389, 1967.

BARD, Yonathan. **Nonlinear Parameter Estimation**. Academic Press. New York & London, 1974.

BEDELBAYEV, A. **Model Based Control of Absorption Column for CO_2 Capturing**. Thesis (M.Sc.) – Telemark University College, Faculty of Technology, Porsgrunn, Norway, 2008.

BEQUETTE, B. Wayne. P**rocess Dynamics – Modeling, Analysis, and Simulation**. Prentice Hall PTR. Upper Saddle River, New Jersey, 1998.

BRAMBILLA, A.; CHEN, S.; SCALI, C. Robust Tuning of Conventional Controllers. **Hydrocarbon Processing**, November, pp. 53–58, 1990.

CAMPOS, M. C. M. M.; TEIXEIRA, H. C. G. **Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais**. 1ª Edição. Editora Edgard Blücher. São Paulo, SP. 2006.

CHEN, Y.; HOO, K. A. Uncertainty Propagation for Efficient Model-based Control Solutions. **American Control Conference**, Marriott Waterfront, Baltimore, MD, USA, June 30-July 02, 2010.

CHIDAMBARAM, M.. **Computer Control of Processes**. Alpha Science International Ltd., U.K., 2002.

CHIDAMBARAM, M.; SREE, R. P.; SRINIVAS, M. N. A Simple Method of Tuning PID Controllers for Stable and Unstable FOPTD Systems. **Computers and Chemical Engineering, Comp. Chem. Engineering**, V28 2201–2218, 29, p. 1155, 2005.

CHIEN, I.-L. IMC-PID Controller Design – An Extension. **Proceedings of the IFAC**. Adaptive Control of Chemical Processes Conference. Copenhagen, Denmark, pp. 147–152, 1988.

CHIEN, K. L.; HRONES, J. A.; RESWICK, J.B. On the Automatic Control Of Generalized Passive Systems. **Transactions of the ASME**, February, pp. 175–185, 1952.

CHUN, D.; CHOI, J. Y; LEE, J. Parallel Compensation with a Secondary Measurement. **Industrial Engineering Chemistry Research**, 38, pp. 1575–1579, 1999.

COHEN, G. H.; COON, G. A. Theoretical Considerations of Retarded Control. **Transactions of the ASME**, May, pp. 827–834, 1953.

COX, C. S.; DANIEL, P. R.; LOWDON, A. Quicktune: a Reliable Automatic Strategy for Determining PI And PPI Controller Parameters Using A FOLPD Model. **Control Engineering Practice**, 5, pp. 1463–1472, 1997.

DOESWIJK, T. G.; KEESMAN, K. J.; VAN-STRATEN, G. Uncertainty Analysis of A Storage Facility Under Optimal Control. **Biosystems Engineering**, PH – Postharvest Technology, 99 (2008) 67 – 75, 2008.

DOYLE, John. Analysis of Feedback Systems with Structured Uncertainties. **IEE PROC**, Vol. 129, Pt. D, No. 6, November, 1982.

EDGAR, T. F.; HIMMELBLAU, D. M.; LASDON, L. S. **Optimization of Chemical Processes**. 2nd Edition. The McGraw-Hill Companies, Inc. New York, NY, 2001.

EYNG, E. *et al.* Neural Network Based Control of an Absorption Column in the Process of Bioethanol Production. **Braz. Arch. Biol. Technol.** v.52 n.4: pp. 961-972, July/Aug 2009.

EYNG, Eduardo. **Controle *Feedforward-Feedback* Aplicado às Colunas de Absorção do Processo de Produção de Etanol Por Fermentação**. 191 p. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – UNICAMP, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 2008.

FEELEY, J. J.; EDWARDS, L. L.; SMITH, R. W. Optimal Digital Control of a Laboratory-Scale Paper Machine Headbox. **IEEE Transactions**, Vol. 42, Nº 4, November 1999.

FJELD, M.. Application a of Modern Control Concepts Kraft Paper Machine. **Automatica**, Vol. 14, pp. 107-117, 1978.

HAALMAN, A. Adjusting Controllers for a Deadtime Process. **Control Engineering**, July, pp. 71–73, 1965.

HAUGE, T. A.; LIE, B. Paper Machine Modeling at Norske Skog Saugbrugs: A Mechanistic Approach. **Modeling, Identification and Control**, 23(1), 27-52, 2002.

HAUGE, T. A.; SLORA, R.; LIE, B. Model Predictive Control of a Norske Skog Saugbrugs Paper Machine: Preliminary Study. **In proceedings of Control Systems**, Stockholm, Sweden, p 75-79, June, 2002.

HILL, A. G.; ADAMS, C. B. Effect of Disturbance Dynamics on Optimum Control of 3rd and 4th Order Processes. **Proceedings of the ISA/88 International Conference and Exhibition**, Houston, Texas. 43(3), pp. 967–983, 1988.

HORI, E. S.; KWONG, W. H. Controle Adaptativo Por Matriz Dinâmica Aplicado À Caixa de Alimentação de Uma Máquina de Papel. **CIADICYP**, 2002.

HUANG, H.-P.; JENG, J.-C. **Process Reaction Curve And Relay Methods – Identification And PID Tuning, In PID Control: New Identification And Design Methods**. Editors: M.A. Johnson and M.H. Moradi. Springer-Verlag Ltd., London, 2005.

JEFFREY, Alan; DAI, Hui-Hui. **Handbook of Mathematical Formulas and Integrals**. 4th Edition. Elsevier Inc. Oxford, UK. 2008.

JOHANSSON, R. **System Modeling and Identification.** Englewood Cliffs: Prentice Hall, 512 p., 1993.

KABORE, P.; WANG, H. Design of Fault Diagnosis Filters and Fault-Tolerant Control for a Class of Nonlinear Systems. **IEEE Transactions On Automatic Control**, Vol. 46, Nº 11, 2001.

KARLSSON, M.; SLÄTTEKE, O.; HÄGGLUND, T.; STENSTRÖM, S. Feedforward Control in the Paper Machine Drying Section. **IEEE, American Control Conference**. 1-4244-0210-7/06, 2006.

KHAN, B. Z.; LEHMAN, B. Setpoint PI Controllers for Systems with Large Normalized Dead Time. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, 4, pp. 459-466, 1996.

KRISTIANSSON, B. **PID Controllers Design and Evaluation**. 89 p. Thesis (PhD) – Chalmers University of Technology, Sweden, 2003.

KRISTIANSSON, B.; LENNARTSON, B. Robust Tuning of PI and PID Controllers. **IEEE Control Systems Magazine**, February, pp. 55-69, 2006.

LEE, J.; SUNG, S. W. Comparison of Two Identification Methods for PID Controller Tuning. **AIChE Journal**, 39, pp. 695–697, 1993.

LEIVISKÄ, Kauko. **Papermarking Science and Technology Book 14: Process Control**. Fapet Oy, Helsinki, Finland, 2000.

LEVENBERG, K. A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares. **Quarterly of Applied Math**, Providence, v. 2, p. 164-168, 1944.

LIE, B. Model Uncertainty and Control Consequences: A Paper Machine Study. **Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems**. 15, 463-477, 2009.

LIPTÁK, B. **Controller tuning II: Problems and Methods**. Disponível em: <*http://www.controlmagazine.com*> Acesso em: 30 Setembro 2011.

LUYBEN, M. L.; LUYBEN, W. L. **Essentials of Process Control**. International Editions. The McGraw-Hill Companies, Inc. 1997.

LUYBEN, W. L. **Process Modeling, Simulation, and Control for Chemical Engineers**. 2nd Edition. McGraw-Hill Publisbing Company. New York, 1999.

MÄENPÄÄ, Tapio. **Robust Model Predictive Control For Cross-Directional Processes**. 156 p. Thesis (D.Sc in Technology) – Helsinki University of Technology. Espoo, Finland, 2006.

MAIA, Maria de Lourdes Oliveira. **Controle Preditivo de uma Coluna de Absorção**. 108 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UNICAMP, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 1994.

MAPLE. **Maplesoft - Technical Computing Software for Engineers**. Version 12, 2008.

MARQUARDT, D. W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, Philadelphia, v. 11, n. 2, p. 431–441, 1963.

MATSUBA, T. *et al.* Stability Limit of Room Air Temperature of a VAV System. **ASHRAE Transactions**, 104(2), pp. 257–265, 1998.

NAJIM, K.; RUIZ, V. Long-Range Predictive Control of an Absorption Packed Column. **Appl. Math. Modelling**, Vol. 19, January, 1995.

NARAYANAN, N. R. L.; KRISHNASWAMY, P. R.; RANGAIAH, G. P. An Adaptive Internal Model Control Strategy for pH Neutralization. **Chemical Engineering Science**, Vol. 52, No. 18, pp. 3067 3074, 1997.

NELDER, J. A.; MEAD, R. A. A Simplex Method for Function Minimization. **The Computer Journal**, v. 7, p. 308-312, 1965.

NETO, B. B.; SCARMINIO, I. S.; BRUNS, R. E. **Como Fazer Experimentos: Pesquisa e Desenvolvimento na Ciência e na Indústria**. 4ª Edição. Editora Bookman. Porto Alegre, RS, 2010.

NISHIKAWA, Y.; SANNOMIYA, N.; OHTA, T.; TANAKA, H. A Method for Auto-Tuning of PID Control Parameters. **Automatica**, 20, pp. 321–332, 1984.

NUNES, G. C.; KINCAL, S., CRISALLE, O. D. A Polynomial Perspective on the Stability of Multivariable Predictive Controllers. **Computers and Chemical Engineering**, 27 (2003) 1097-1111, 2003.

O'DWYER, Aidan. **Handbook of PI And PID Controller Tuning Rules**. 3rd Edition. Imperial College Press. London, UK, 2009.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. Editora Prentice-Hall do Brasil. Rio de Janeiro, RJ, 1985.

OHENOJA, M.; ISOKANGAS, A.; LEIVISKÄ, K. **Simulation Studies of Paper Machine Basis Weight Control**. University of Oulu. ISBN 978-951-42-6271-5. Report A Nº 43, August 2010.

PALÚ, Fernando. **Controle Preditivo de Colunas de Absorção com o Método de Controle por Matriz Dinâmica**. 152 p. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – UNICAMP, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 2001.

PINTO, J. C. On the Costs of Parameter Uncertainties – Effects of Parameter Uncertainties During Optimization and Design of Experiments. **Chemical Engineering Science**, Vol. 53, Nº 11. pp. 2029-2040, 1998.

RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 4th ed. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2009.

SCHWAAB, M.; PINTO, J. C. **Análise de Dados Experimentais I: Fundamentos de Estatística e Estimação de Parâmetros**. E-papers Serviços Editoriais Ltda. Rio de Janeiro, RJ, 2007.

SEBORG, D. E. A perspective on Advanced Strategies for Process Control (Revisited). **European Control Conference**, August, 1999, p. 01-32.

SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. **Process Dynamics and Control**. New York ,John Wiley & Sons, 2003.

SHIRT, R. W. **Modelling and Identification of Paper Machine Wet End Chemistry**. 198 p. Thesis (PhD) – University of British Columbia, Vancouver, Canada, 1997.

SHNRBARO, D. G.; JONES, R. W. Multivariable Nonlinear Control of a Paper Machine Headbox. **IEEE Transactions On Education**, 0-7803-1872-2, 1994.

SILVA, G. S. **Controle de pH em Máquina de Produção de Cartão Multicamada**. 48 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFPR, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR, 2010.

SILVA, José Edson Lima e. **Simulação e Controle Preditivo Linear (Com Modelo de Convolução) e Não-Linear (Com Modelo Baseado em Redes Neurais Artificiais) de Colunas Recheadas de Absorção com Reação Química**. 178 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UNICAMP, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 1997.

SMITH, C. A.; CORRIPIO, A. B. **Principles and Practice of Automatic Process Control**. 2nd Edition. John Wiley and Sons, New York, 1997.

SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. **System Identification**. Prentice Hall international. Series in Systems and Control Engineering. U.K., 1989.

SREE, R. P.; SRINIVAS, M. N.; CHIDAMBARAM, M. A Simple Method Of Tuning PID Controllers for Stable and Unstable FOPTD Systems. **Computers and Chemical Engineering**, 28, pp. 2201–2218, 2004.

TEIXEIRA, Giovani Marcel. **Aplicação de Equações Diferenciais Fracionárias ao Controle de Colunas de Absorção**. 149 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – UFPR, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR, 2010.

TENNE, D.; SINGH, T. Efficient Minimax Control Design for Prescribed Parameter Uncertainty. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, New York, Vol. 27, Nº 6, November–December, 2004.

TRYBUS, L. A Set of PID Tuning Rules. **Archives of Control Sciences**, 15(LI)(1), pp. 5–17, 2005.

VENTIN, Fabyana Freire. **Controle Robusto de uma Torre Estabilizadora de Nafta**. 111 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – COPPE/UFRJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, 2010.

VISIOLI, Antonio. **Practical PID Control**. Springer-Verlag London Limited. Glasgow, Scotland, U.K., 2006.

VISIOLI, Antonio; ZHONG, Qing-Chang. **Control of Integral Processes with Dead Time**. Springer-Verlag London Limited. Glasgow, U.K., 2011.

VUOLO, José Henrique. **Fundamentos da Teoria de Erros**. 1º Edição. Editora Edgard Blücher. São Paulo, SP, 1992.

YLÉN, Jean-Peter. **Measuring, Modelling and Controlling the pH Value and the Dynamic Chemical State**. 164 p. Thesis (D.Sc in Technology) – Helsinki University of Technology. Espoo, Finland, 2001.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum Settings for Automatic Controllers. **Transactions of the ASME**, November, pp. 759–768, 1942.

ANEXOS

ANEXO I – QUADRATURA GAUSSIANA

Na regra numérica de quadratura gaussiana, o domínio de integração é, convencionalmente, tomado como $\left[-1,+1\right]$. É um método altamente preciso, mas ao contrário de outras regras de integração numérica, este envolve o uso de abscissas que são desigualmente espaçadas ao longo do intervalo de integração. A sua equação dada para *n* pontos são apresentadas a seguir (JEFFREY & DAI, 2008):

$$\int_{-1}^{1} f\left(x\right)dx \approx \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot f\left(x_i^{(n)}\right) \tag{A.1}$$

onde os valores $x_i^{(n)}$ são os pontos de integração (abcissas) e $w_i^{(n)}$ são os pesos.

Para aplicação do método na solução de uma integral numericamente no intervalo $\left[a,b\right]$, é necessário realizar uma transformação dos limites de integração se estes forem diferentes de $\left[-1,+1\right]$. A equação a seguir permite aplicar a quadratura gaussiana, através da transformação dos limites de integração:

$$\int_{a}^{b} f\left(x\right)dx \approx \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot \sum_{i=1}^{n} w_i^{(n)} \cdot f\left(\frac{b-a}{2} \cdot x_i^{(n)} + \frac{b+a}{2}\right) \tag{A.2}$$

A escolha da ordem do polinômio para integração por quadratura é fundamental, sendo altamente dependente do tipo de função a ser integrada. Onde no presente trabalho a técnica foi utilizada para integrar os índices de desempenho ISE, IU e IPE. Para tanto, uma análise numérica deve ser elaborado para determinação da ordem do polinômio de integração. Na FIGURA A.1 e A. 2 encontram-se o calculo do índice ISE e do erro absoluto de integração, respectivamente, para a coluna absorvedora, com diferentes ordens de polinômio, ou seja, os polinômios testados foram [n = 2, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20].

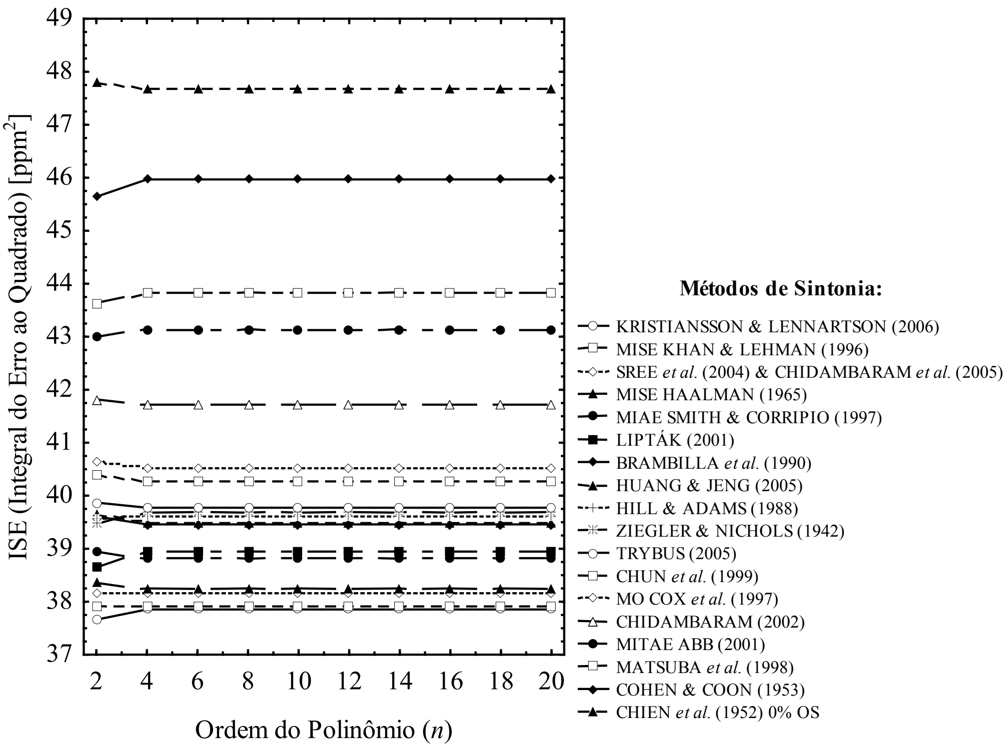

FIGURA A.1 – VALORES CALCULADOS DO ISE PARA A COLUNA DE ABSORÇÃO COM ORDEM DO POLINÔMIO VARIANDO DE [n = 2,...,20], PARA OS MÉTODOS DE SINTONIA TESTADOS.

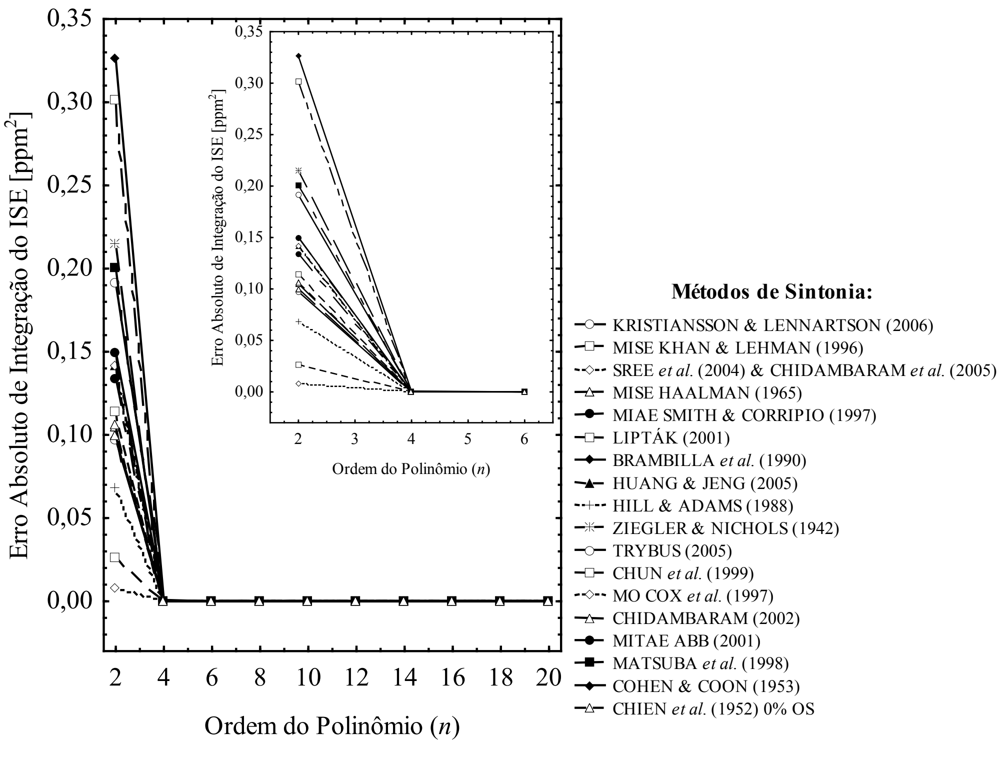

FIGURA A.2 – ERRO ABSOLUTO DE INTEGRAÇÃO DO ISE PARA COLUNA DE ABSORÇÃO COM ORDEM DO POLINÔMIO VARIANDO DE [n = 2,...,20], PARA OS MÉTODOS DE SINTONIA TESTADOS. DESTAQUE PARA A ESTABILIZAÇÃO DO ERRO COM ORDEM DO POLINÔMIO VARIANDO [n = 2,...,6].

Analisando os gráficos das FIGURAS A.1 e A.2, observa-se que a partir do polinômio de ordem $n = 6$ ocorre a estabilização do erro absoluto de integração da quadratura, ou seja, o erro tende a zero. Sendo assim, é desnecessária a utilização de polinômio com ordem $n > 6$, pois somente elevará o esforço computacional com pouco ganho de precisão nos resultados da integral. Portanto a melhor escolha de ordem polinomial da quadratura Guassiana para os índices de desempenho é $n = 6$. Apesar desta analise numérica focar o ISE para a absorvedora, o mesmo comportamento numérico de precisão é esperado para os demais índices de desempenho empregados, como também, para os índices do estudo de controle da máquina de papel.

As abcissas e os pesos para integração numérica por quadratura de Gauss são apresentados na TABELA A.1 a seguir, sendo que no presente trabalho [$n = 6$].

TABELA A.1 – ABCISSAS E PESOS PARA INTEGRAÇÃO NUMÉRICA POR QUADRATURA GUASSIANA. ORDEM DO POLINÔMIO UTILIZADO: $n = 6$.

i	$x_i^{(n)}$	$w_i^{(n)}$
1	0,125233408511469	0,249147045813403
2	0,367831498998180	0,233492536538355
3	0,587317954286617	0,203167426723066
4	0,769902674194305	0,160078328543346
5	0,904117256370475	0,106939325995318
6	0,981560634246719	0,047175336386512