

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**LINEARDO FERREIRA DE SAMPAIO MELO**

**AVALIAÇÃO DE MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL PARA OS  
ESTADOS DO MARANHÃO E PIAUÍ.**

**CURITIBA**

**2011**

**LINEARDO FERREIRA DE SAMPAIO MELO**

**AVALIAÇÃO DE MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL PARA OS  
ESTADOS DO MARANHÃO E PIAUÍ.**

**Dissertação apresentada como requisito parcial  
a obtenção do grau de Mestre em Ciências  
Geodésicas, Programa de Pós-Graduação em  
Ciências Geodésicas, Departamento de  
Geomática, Setor de Ciências da Terra da  
Universidade Federal do Paraná.**

**Orientador: Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de  
Freitas**

**CURITIBA**

**2011**

Melo, Lineardo Ferreira de Sampaio

Avaliação de modelos globais do geopotencial para os estados do Maranhão e Piauí / Lineardo Ferreira de Sampaio Melo. – Curitiba, 2011.

114f. : il., tabs.

Impresso.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.

Orientador: Silvio Rogério Correa de Freitas

1. Potencial gravitacional. 2. Altitudes – Levantamento.

I. Freitas, Silvio Rogério Correa de . II. Título.

CDD:

526.7

## TERMO DE APROVAÇÃO

LINEARDO FERREIRA DE SAMPAIO MELO

“AVALIAÇÃO DE MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL PARA OS ESTADOS DO MARANHÃO E PIAUÍ”

Dissertação nº 246 aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

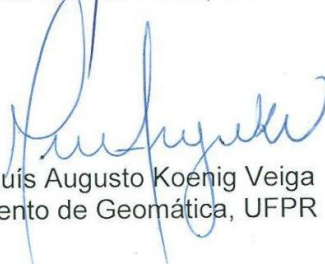
Orientador:



Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas  
Departamento de Geomática, UFPR



Prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá  
Universidade de São Paulo, USP



Prof. Dr. Luis Augusto Koenig Veiga  
Departamento de Geomática, UFPR



Profª. Drª. Regiane Dalazoana  
Departamento de Geomática, UFPR

Curitiba, 25 de agosto de 2011.

*Dedico este trabalho:*

*Aos meus Pais, Antonio Francisco e Alzira Lúcia, que são meu porto seguro, pelo apoio, esforço contínuo, confiança depositada, dificuldades enfrentadas.*

*As minhas irmãs, Juliana Karine, Lydiana Melo e Délia Melo, que são minha fortaleza e pelo apoio, incentivo, dedicação e amizade.*

*Aos meus sobrinhos Diogo Melo e Maria Eduarda, que são também minha fortaleza.*

*As minhas amigas “irmãs”, Chaenne Milene, Suzana Daniela e Rakel Sena, por sempre estarem presentes e dividirem comigo as dificuldades dando apoio e incentivo constante.*

*A todos que colaboraram, de forma direta e indireta, para que fosse possível a realização deste trabalho.*

## ***Agradeço...***

A Deus pelo o dom da vida, pois sem ele nada seria possível.

Ao professor Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas pela orientação, a oportunidade de desenvolvermos junto esta pesquisa, dedicação, por me mostrar os caminhos a seguir, por ter sido presente, pela confiança, amizade, pelas dúvidas sanadas, pelas sugestões dadas, pelas críticas sempre construtivas e conselhos. Agradeço ainda por ter sido sempre paciente e compreensível.

A professora Dra. Regiane Dalazoana e aos professores Dr. Luís Veiga, Dr. Nelsi de Sá e Dr. Pedro Faggion, pela as contribuições, sugestões e críticas construtivas apresentadas para o trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas – **PPGCCG** em especial aos professores: Dr. Carlos Nadal, Dra. Cláudia Krueger, Dr. Quintino Dalmolin, Dra. Cláudia Robbi e Dra. Luciene Delazari, por seus ensinamentos, amizade e pelas contribuições para minha formação. Agradeço ao professor Dr. Jorge Centeno, pelos conselhos, amizade e momentos de descontração. A amiga e professora de G.A. Roberta Paye Bara, uma ótima pessoa e pesquisadora.

A Universidade Federal do Paraná - **UFPR**, pela disponibilidade das instalações para o desenvolvimento da pesquisa em especial ao Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites - **LARAS**. A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - **CAPES** pelo fomento ao desenvolvimento dessa pesquisa.

A querida secretária Mônica, pela viabilidade nos procedimentos legais com relação a Pós, pela amizade, conversas, apoio e momentos de descontração.

Aos pesquisadores, amigos e “irmãos” do LARAS: Karol, pela amizade, apoio e ajuda constante no desenvolvimento dos trabalhos; Rogers, parceria, apoio, amizade, críticas, conselhos e conversas sobre os trabalhos desenvolvidos e momentos de descontração; Fabi e Vagner, apoio, críticas, amizade e que mesmo longe sempre dispostos a ajudar; Henry e Ivo, pelas críticas apoio e amizade; Alessandra, pela amizade.

Aos amigos que durante as disciplinas do curso e elaboração deste trabalho estiveram sempre presente nas discussões e críticas: Suzana, Rogers, Marly, Nadisson, Suelen, Elizabeth, Patrícia, Glória, Marcos, Hecrálito, Henry, Felipe,

Alessandro, Sebastian e Armando. E aos demais colegas do PPGCG e Graduação em Engenharia Cartográfica. A minha amiga Grazi, que me deu bastante apoio e incentivo para fazer o mestrado aqui em Curitiba e pela recepção.

Aos meus pais, Melo e Alzira, pelo o apoio, confiança, dedicação e por tudo, pois sem eles nada disso seria possível. *Eu AMO muito vocês*. As minhas irmãs e sobrinhos: Juliana, Lydiana, Délia Melo, Diogo e Maria Eduarda, pelo incentivo, apoio, compreensão, amizade e por sempre terem acreditado em mim. E a todos os meus familiares que de uma forma ou de outra foram fundamentais para realização do trabalho.

Em especial a **Chaenne Milene**, por ter me dado bastante apoio e incentivo em fazer o mestrado e continuar perseverando nesta caminhada, por ter permanecido mesmo longe ao meu lado me ajudando, seus conselhos, críticas ajudaram bastante, por sempre me ouvir e ter paciência de compartilhar momentos difíceis da minha vida.

A **Suzana Daniela**, que sempre esteve ao meu lado em todos os momentos de alegrias e dificuldades, sempre dando uma palavra amiga, uma irmã. A **Marly Terezinha**, pelo o apoio e amizade, quase uma mãe para mim.

Aos amigos(as): Edielson, André, Rakel, Marinalva, Leila, Marcone, Atlas, Layanne, Gabrielle, Ana Caroline, Emanuela, Miguel, Juliano, Ju, Mari, Eduardo, Maycon, Kelly, Júnior, Marcele, Jairo e a todos os JPC, pela amizade verdadeira, afeição, carinho e apoio. E a super amiga Franczy, que nos acolheu em seu lar, pela amizade, apoio, conselhos e mensagens de otimismo.

Muito obrigado a todos (as) e aos que por ventura eu possa ter esquecido de agradecer. Deus escolhe os momentos certos em que as pessoas passam a fazer parte de nossas vidas. Sem vocês eu não teria chegado até aqui.

*“Quem acredita sempre alcança...”*

*Renato Russo e Flávio Venturini*



## RESUMO

A avaliação do modelo geoidal oficial do Brasil, o MAPGEO2010 apresenta suas menores resoluções nos estados do Maranhão e do Piauí, com discrepâncias variando de -1 m a +1 m em cerca de 500 km. Também, não possui avaliação na região amazônica. Este fato é preocupante, pois exatamente em tais regiões se faz necessário um melhor modelo geoidal em vista das limitações de informações geodésicas existentes. No entanto, as novas missões gravimétricas por satélite permitiram uma grande evolução dos Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) e em particular, os modelos baseados unicamente nestas missões apresentam consistência global, pois independem de sistemas de referência locais. Estes modelos são promissores para uma melhoria de informações geodésicas em regiões com carência de dados convencionais. Em vista do problema evidenciado nas regiões destacadas, buscou-se avaliar o comportamento das alturas geoidais oriundas de diversas fontes para uma área de estudos envolvendo os estados do Piauí e Maranhão. Na região, considera-se como base de referência, observações de altitude elipsóidica com GPS em pontos da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB), designando-se esta operação de GPS/NIV. Foram utilizados para a avaliação, dados do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) e alturas geoidais dos modelos AIUB-GRACE03S da missão GRACE; GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2 da missão GOCE e para os MGGs combinados foram utilizados o EGM2008 nos graus 360, 720 e 2190 e EIGEN-05C que são modelos combinados de dados de satélites (GRACE, Lageos), altimetria e gravimetria. Neste estudo foram selecionadas 47 Estações Geodésicas EG - GPS/NIV do IBGE distribuídas na região. Para cada estação foi calculado o valor da altura geoidal a partir de diversos MGGs em função das informações disponíveis no sítio do *International Center for Global Earth Models* (ICGEM). Também efetivaram-se algumas análises relativas ao MAPGEO2010. Com base nas análises efetivadas conclui-se que existem modelos globais com boa adequação na região de estudos.

**Palavras-Chave:** Modelo Global do Geopotencial - MGG; Missões Gravimétricas Espaciais; Sistema Geodésico Brasileiro - SGB; MAPGEO2010.

## ABSTRACT

The evaluation of the official geoid model of Brazil, MAPGEO2010, presents its lowest resolutions in the States of Maranhao and Piauí with differences ranging from -1 to +1 m at about 500 km. In addition, it has no evaluation in the Amazon region. This is alarming, because exactly in such regions it is necessary an accurate geoid model in view of the limitations of existing geodetic bases. However, new satellite gravity missions have allowed a major evolution of the Global Geopotential Models (GGMs) and in particular, models based only on these missions have global consistency. These models are promising for the improvement of geodetic bases in regions with lack of conventional information of the Earth's gravity field. In view of the problem evidenced in the highlighted regions we carried out the evaluation of the geoid heights derived from multiple sources into a study area involving the States of Piauí and Maranhão. In this region, it is considered as a base of reference, observations of ellipsoidal height with GPS at points of the Brazilian Fundamental Altimetric Network (BFAN), by designating the operation of GPS/Leveling. Data from the Brazilian Geodetic System (BGS) as well as geoid heights from the best resolution of the GGMs AIUB-GRACE03S (GRACE mission); GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2 (GOCE mission) and EGM2008 developed up to the degrees, 360, 720 and 2190 and EIGEN\_05C combined models of satellite data (GRACE, Lageos), altimetry and gravimetry were used. For the study were selected 47 geodetic stations GS - GPS/Leveling of Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) distributed in the study area, and for each station was calculated the value of the geoid height from the various GGMs according to the information available on the website of the International Centre for Global Earth models (ICGEM). In addition was accomplished some concerning analysis on the MAPGEO2010. Based on the analysis presented it follows that there are global models with good fit in the region of study.

**Keywords:** Global Geopotential Model - GGM, Space Gravity Missions; Brazilian Geodetic System - BGS; MAPGEO2010.

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 – Classificação das resoluções espaciais.....	18
FIGURA 2 – Satélite da Missão gravimétrica CHAMP .....	39
FIGURA 3 – Satélite da Missão gravimétrica GRACE .....	41
FIGURA 4 – Desenho artístico do satélite da missão gravimétrica GOCE.....	42
FIGURA 5 – Princípio da técnica de altimetria por satélite.....	44
FIGURA 6 – Cronologia das Missões Altimétricas .....	46
FIGURA 7 – Altura Geoidal (N) e Anomalia de Altura ( $\zeta$ ).....	49
FIGURA 8 – Altitude Ortométrica .....	51
FIGURA 9 – Altitude Normal .....	52
FIGURA 10 – Altitude Ortométrica-Normal.....	55
FIGURA 11 – Localização da área de estudos .....	56
FIGURA 12 – Discrepância entre o Modelo de Ondulação Geoidal 2010 e os pontos GPS/NIV .....	57
FIGURA 13 – Delimitação da área de estudo com a discrepância entre o Modelo de Ondulação Geoidal 2010 e os pontos GPS/NIV.....	58
FIGURA 14 – Distribuição geográfica das Estações Geodésicas GPS/NIV.....	61
FIGURA 15 – Plataforma de cálculo do ICGEM.....	63
FIGURA 16 – Plataforma de cálculo do ICGEM.....	65
FIGURA 17 – Sistema de interpolação de ondulação geoidal – MAPGEO2010. ....	66
FIGURA 18 – Distribuição geográfica das 20 EG - GPS/NIV. ....	69
FIGURA 19 – Modelo geoidal do MGG AIUB-GRACE03S.....	71
FIGURA 20 – Modelo geoidal do MGG EGM2008 truncado no grau 360.....	71
FIGURA 21 – Modelo geoidal do MGG EGM2008 truncado no grau 720.....	72
FIGURA 22 – Modelo geoidal do MGG EGM2008 no grau máximo (2190).....	72
FIGURA 23 – Modelo geoidal do MGG EIGEN05C .....	72
FIGURA 24 – Modelo geoidal do MGG GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 .....	72
FIGURA 25 – Modelo geoidal do MGG GPS/NIV.....	73
FIGURA 26 – Modelo geoidal do MAPGEO2010.....	73
FIGURA 27 – Avaliação da componente sistemática (Mínimo).....	75
FIGURA 28 – Avaliação da componente sistemática (Máximo).....	75
FIGURA 29 – Avaliação da componente sistemática (Amplitude, Média e RMS)....	75

FIGURA 30 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e AIUB-GRACE03S .....	77
FIGURA 31 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 .....	77
FIGURA 32 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e AIUB-GRACE03S.....	77
FIGURA 33 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 .....	77
FIGURA 34 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 truncado no grau 360 .....	79
FIGURA 35 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 truncado no grau 720 .....	79
FIGURA 36 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 no grau máximo (2190) .....	79
FIGURA 37 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EIGEN05C ....	79
FIGURA 38 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 truncado no grau 360 .....	80
FIGURA 39 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 truncado no grau 720 .....	80
FIGURA 40 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 no grau máximo (2190) .....	80
FIGURA 41 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EIGEN05C .....	80
FIGURA 42 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e MAPGEO2010 .....	81
FIGURA 43 – Gráficos das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e MAPGEO2010 .....	81
FIGURA 44 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e AIUB-GRACE03S.....	82
FIGURA 45 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e GO_CONS_GCF_2_TIM_R2... ..	82
FIGURA 46 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e AIUB-GRACE03S.. ..	82
FIGURA 47 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 .....	82

FIGURA 48 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 truncado no grau 360 .....	84
FIGURA 49 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 truncado no grau 720 .....	84
FIGURA 50 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 no grau máximo (2190).....	84
FIGURA 51 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e EIGEN05C .....	84
FIGURA 52 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 truncado no grau 360.....	84
FIGURA 53 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 truncado no grau 720 .....	84
FIGURA 54 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 no grau máximo (2190) .....	85
FIGURA 55 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e EIGEN05C.....	85
FIGURA 56 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e GPS/NIV.....	85
FIGURA 57 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e GPS/NIV .....	85
FIGURA 58 – Distâncias das estações em relação às outras estações.....	88
FIGURA 59 – Distâncias das estações em relação às outras estações.....	89
FIGURA 60 – Distâncias das estações em relação às outras estações.....	89
FIGURA 61 – Distâncias das estações em relação às outras estações.....	90

## ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1 – MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL (2006 a julho de 2011)..	30
TABELA 2 – MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL UTILIZADOS NA PESQUISA.....	36
TABELA 3 – CARACTERÍSTICAS DE ALGUNS SATÉLITES ALTÍMETROS .....	45
TABELA 4 – Distribuição das estações geodésicas GPS/NIV nos estados. ....	59
TABELA 5 – Distribuição das estações geodésicas GPS/NIV nos estados. ....	60
TABELA 6 – Constantes Fundamentais do GRS80 .....	64
TABELA 7 – Constantes Geométricas Derivadas do GRS80.....	64
TABELA 8 – Avaliação da componente sistemática dos MGGs em relação ao GPS/NIV do SGB .....	74
TABELA 9 – Valores de diferenças mínimas, máximas e amplitude entre o MAPGEO2010 e MGGs .....	86
TABELA 10 – Resumo geral das avaliações de distorções.....	87
TABELA 11 – Síntese das avaliações de distorções das estações 1 a 5.....	88
TABELA 12 – Síntese das avaliações de distorções das estações 6 a 10.....	88
TABELA 13 – Síntese das avaliações de distorções das estações 11 a 15.....	89
TABELA 14 – Síntese das avaliações de distorções das estações 16 a 20.....	90

## LISTA DE SIGLAS

AVISO	<i>Archiving, Validation and Interpretation of Satellite Oceanographic data</i>
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CHAMP	<i>CHALLENGING Minisatellite Payload</i>
CGED	Coordenação de Geodésia
DNSC	<i>Danish National Space Center</i>
DLR	<i>Deutsche Forschungsanstalt für Luft und Raumfahrt</i>
EGM96	<i>Earth Gravitational Model 1996</i>
EGM2008	<i>Earth Gravitational Model 2008</i>
EPUSP	Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
EG	Estações Geodésicas
ESA	<i>European Space Agency</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GRS-80	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
GFZ	<i>GeoForschungsZentrum–Potsdam</i>
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GOCE	<i>Gravity and Ocean Circulation Explorer</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
hl – SST	<i>High-low inter-satellite tracking</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICGEM	<i>International Centre for Global Earth Models</i>
IGSN71	<i>International Gravity Standardization Net 1971</i>
ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frames</i>
LARAS	Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por satélites
MDE	Modelo Digital de Elevação
MGA	Modelos do geopotencial adaptados
MGG	Modelo Global do Geopotencial
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NGA	<i>National Geospatial-Intelligence Agency</i>

NMM	Nível Médio do Mar
PPGCG	Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
PVCG	Problema de Valor de Contorno da Geodésia
RAFB	Rede Altimétrica Fundamental do Brasil
RN	Referências de Nível
RMS	<i>Root Mean Square error</i>
SLR	<i>Satellite Laser Ranging</i>
SST	<i>Satellite-to-Satellite Tracking</i>
SRTM	<i>Shuttle Radar Topography Mission</i>
SIRGAS2000	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas 2000
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
SGA	Sistema Global de Altitudes
SENH	<i>Solid Earth and Natural Hazards</i>
SAD69	<i>South American Datum 69</i>
TNMM	Topografia do Nível Médio do Mar
UFPR	Universidade Federal do Paraná



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	16
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	16
1.2 OBJETIVO GERAL.....	20
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	20
1.4 JUSTIFICATIVA .....	20
1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	22
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	23
2.1 CAMPO DE GRAVIDADE DA TERRA .....	23
2.1.1 Geopotencial .....	24
2.1.1.1 Geopotencial em harmônicos esféricos.....	24
2.1.2 Potencial Gravitacional.....	25
2.1.3 Esferopotencial.....	26
2.1.4 Potencial Anômalo.....	26
2.2 MODELOS DO GEOPOTENCIAL .....	28
2.2.1 Modelos globais do geopotencial satélite somente .....	31
2.2.2 Modelos globais do geopotencial combinados .....	32
2.2.3 Modelos do geopotencial adaptados - MGA.....	33
2.2.4 Modelos do geopotencial atuais (MGGs e MGA) .....	33
2.2.4.1 MGGs Atuais .....	33
2.2.4.2 Modelo de Ondulação Geoidal Brasileiro – MAPGEO2010.....	36
2.3 MISSÕES GRAVIMÉTRICAS ESPACIAIS.....	37
2.3.1 CHAMP .....	38
2.3.2 GRACE.....	40
2.3.3 GOCE.....	41
2.3.4 Missões da Altimetria por Satélites.....	43
2.4 NÚMERO GEOPOTENCIAL .....	47
2.5 SISTEMAS DE ALTITUDE .....	48
2.5.1 Geóide.....	48
2.5.2 Altitudes.....	48
2.5.2.1 Altitude Elipsóidica .....	50
2.5.2.2 Altitude Ortométrica.....	50

2.5.2.3	Altitude Normal ou de Molodenskii .....	52
2.5.2.4	Altitude Ortométrica-Normal .....	53
2.5.2.5	Altitude Dinâmica.....	55
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>56</b>
3.1	ÁREA DE ESTUDO.....	56
3.2	AQUISIÇÕES DOS DADOS.....	58
3.2.1	Dados do Sistema Geodésico Brasileiro – SGB.....	59
3.2.2	Dados dos Modelos Globais do Geopotencial.....	61
3.2.3	Dados do Modelo de Ondulação Geoidal – MAPGEO2010 .....	65
3.3	AVALIAÇÃO DA COMPONENTE SISTEMÁTICA.....	66
3.4	AVALIAÇÕES DE DISTORÇÕES .....	68
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>71</b>
4.1	MODELOS GEOIDAIS .....	71
4.2	AVALIAÇÃO DA COMPONENTE SISTEMÁTICA.....	73
4.2.1	Diferenças entre as estações advindos do GPS/NIV e dos MGGs e MAPGEO2010.....	76
4.2.2	Diferença entre as estações dos MGA MAPGEO2010 e o MGGs .....	81
4.3	AVALIAÇÕES DE DISTORÇÕES .....	86
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>91</b>
5.1	CONCLUSÕES .....	91
5.2	RECOMENDAÇÕES.....	92
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>94</b>
	<b>DOCUMENTOS CONSULTADOS .....</b>	<b>101</b>
	<b>APÊNDICE I .....</b>	<b>104</b>
	<b>APÊNDICE II .....</b>	<b>107</b>
	<b>APÊNDICE III .....</b>	<b>109</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Desde o início da era espacial, as investigações sobre o campo de gravidade da Terra têm sido conduzidas com sucesso por meio de avaliações das perturbações nas órbitas dos satélites, induzidas pelo efeito gravitacional de massas com densidades e distribuições variáveis, assim como as causadas por outros efeitos gravitacionais, por exemplo a atração luni-solar e efeitos relativistas. Também devem ser expurgados os efeitos não-gravitacionais. As informações, associadas ao campo centrífugo possibilitam o estabelecimento dos denominados Modelos Globais do Geopotencial (MGGs). Estes modelos permitem a obtenção de uma série de grandezas físicas associadas ao geopotencial tais como anomalias e distúrbios da gravidade, deflexão da vertical, alturas geoidais, anomalias de altitude, entre outras.

O conhecimento do campo de gravidade da Terra é importante na Geodésia, e tem diversas aplicações. A variação do campo de gravidade, associada à distribuição das massas são usados na determinação da forma e estrutura da Terra. Um exemplo de aplicação é a determinação do desnível, relativamente a um ponto, entre um modelo geométrico da Terra (elipsóide de revolução) e o geóide, aqui considerado como a superfície equipotencial particular do campo de gravidade da Terra melhor ajustada ao Nível Médio do Mar (NMM), extraídos os efeitos geostróficos. Esse desnível é conhecido como altura geoidal e seu conhecimento permite a determinação da altitude ortométrica, usualmente demandada nas obras de engenharia em geral, podendo ser obtida em função da altitude elipsóidica. O geóide difere da superfície média do mar por uma grandeza linear designada por Topografia do Nível Médio do Mar (TNMM). A esta diferença deve-se uma das principais causas da discrepância entre o NMM em diferentes marégrafos da costa brasileira e, conseqüentemente, a incompatibilidade entre os dois *data* verticais ora em uso no Brasil, Imbituba, SC e Santana, AP (MONTECINO et al., 2011).

A determinação do geóide é feita por meio do campo de gravidade que modela a distribuição de massa e efeito rotacional da Terra. A determinação da função potencial envolve o que se denomina "Problema de Valor de Contorno da Geodésia (PVCG)". Um modelo do geopotencial contribui decisivamente no PVCG.

Os modelos mais recentes como, por exemplo, o *Earth Gravitational Model 2008* (EGM2008), resolve satisfatoriamente os comprimentos de onda do campo de gravidade de até cerca de 9 km (PAVLIS et al., 2008).

Desde a década de 60, dados de trajetórias de satélites têm sido usados para determinação de componentes do campo de gravidade da Terra em uma escala global. Os MGGs derivados apenas de dados de satélites são fornecidos como coeficientes de uma expansão em série de funções base em harmônicos esféricos.

As resoluções espaciais estão associadas ao grau ( $n$ ) de expansão em harmônicos esféricos. O menor associado ao modelo tem comprimento de onda ( $\lambda$ ) dado de acordo com Rapp (1998) por:

$$\lambda_{[km]} \approx \frac{2\pi}{n} R_{[km]} \cos\varphi \quad (01)$$

A resolução espacial ( $\rho$ ) do MGG é associada ao meio comprimento de onda na forma:

$$\rho_{[km]} \approx \frac{\pi}{n} R_{[km]} \cos\varphi \quad (02)$$

Para uma expansão até o grau  $n = 180$ , tem-se  $\lambda = 200 \text{ km}$  para o equador (raio médio terrestre de 6.371 km), a resolução então é de  $\rho = 100 \text{ km}$  (FERREIRA, 2011).

Embora muitos pesquisadores tenham já delimitado os comprimentos de onda, a classificação de longos, médios e curtos comprimentos de onda é feita de forma algo arbitrária, variando de acordo com a época da classificação em função das tecnologias associadas à obtenção dos modelos.

O gráfico abaixo (Figura 01) expressa uma visão moderna a respeito da classificação da resolução espacial ( $\rho$ ), em km, em relação ao grau ( $n$ ) de expansão em harmônicos esféricos dos MGGs.

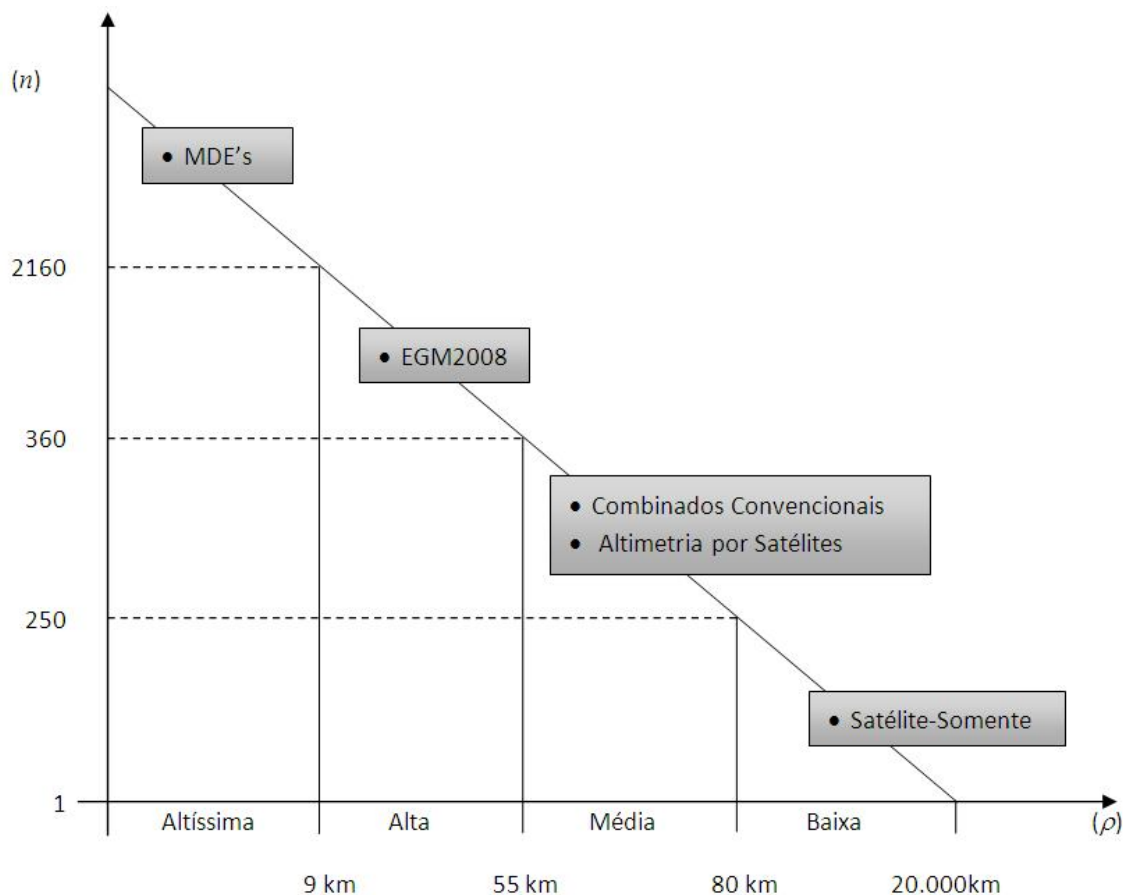


FIGURA 1 – Classificação das resoluções espaciais

Fonte: Montecino et al., 2011.

Jamur (2007), em trabalho relativo a modelos de geóides gravimétricos e oriundos de missões por satélites para o Estado do Paraná, citou que os modelos do geopotencial desenvolvidos em harmônicos esféricos, têm para graus e ordens na faixa 70 a 75 (resolução espacial de 285 km a 266 km) são de grande importância pois situavam-se então na melhor faixa de resolução das missões por satélites.

As missões gravimétricas *CHALLENGING Minisatellite Payload* (CHAMP) e *Gravity Recovery and Climate Experiment* (GRACE), fornecem um geóide com acurácia quase centimétrica até uma resolução espacial em torno de 270 km (meio comprimento de onda) o que corresponde a um desenvolvimento do geopotencial até o grau e ordem 75. (DITMAR et al., 2006).

A missão gravimétrica *Gravity and Ocean Circulation Explorer* (GOCE) foi lançada dia 17 de março de 2009. Utiliza uma combinação das técnicas *Satellite-to-*

*Satellite Tracking* (SST) e gradiometria. Sendo assim, a recuperação do campo gravitacional a partir do espaço, não é baseada puramente nas perturbações de órbita. Na atualidade, com as novas missões gravimétricas, podem ser obtidos MGGs baseados somente em satélites, com resolução na ordem de 83km.

A popularização das missões gravimétricas e a disponibilidade dos dados permitem que novas pesquisas sobre as componentes do campo de gravidade da Terra sejam desenvolvidas.

O intuito desta pesquisa é analisar o comportamento das alturas geoidais dos MGGs somente de satélites, derivados das missões gravimétricas GOCE e GRACE, de MGGs combinados oriundos de satélites, gravimetria terrestre, altimetria por satélites e Modelos Digitais de Elevação (MDEs). Também, busca-se avaliações das alturas geoidais oficiais do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), expressas no Modelo de Ondulação Geoidal MAPGEO2010 (IBGE, 2010). A base de avaliação consiste na diferença entre altitudes elipsoidais obtidas com o *Global Positioning System* (GPS), o principal sistema em uso no Brasil associado ao *Global Navigation Satellite System* (GNSS) sobre referências de nível (RNs) da Rede Altimétrica Fundamental do Brasil (RAFB), denominados aqui de GPS/NIV. Para o estudo escolheu-se a região nordeste do Brasil, compreendida entre os paralelos 1°S e 11°S, e os meridianos 40°W e 49°W. Nesta região estão presentes as maiores discrepâncias nos pontos GPS/NIV segundo análise oficial do modelo MAPGEO2010 (IBGE, 2010).

Como MGGs somente de satélites foram utilizados os modelos AIUB-GRACE03S da missão GRACE; GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2 da missão GOCE e para os MGGs combinados foram utilizados o EIGEN 05 C e EGM2008, sendo que para o EGM2008 utilizou-se os graus de desenvolvimento 360, 720 e 2190. A motivação da escolha dos dois MGGs satélite somente decorre do fato deles serem os MGGs mais atuais em suas missões quando das análises, e tendo em vista que poucas pesquisas têm analisado o desempenho dos mesmos. Já para os MGGs combinados, foram escolhidos aqueles que em outros estudos sobre adequação de MGGs apresentaram bom desempenho, e eram considerados, por ocasião também das análises procedidas, os mais representativos do estado da arte dos modelos combinados (MELO e DE FREITAS, 2011).

## 1.2 OBJETIVO GERAL

Analisar o comportamento das alturas geoidais obtidas de Modelos Globais do Geopotencial na região nordeste do Brasil, em área de estudos compreendida entre os paralelos 1°S e 11°S, e os meridianos 40°W e 49°W.

## 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Estruturar uma base de dados geodésicos relativos à componente vertical do SGB em área de estudos nos estados do Piauí e Maranhão utilizando informações existentes;
- ✓ Avaliar a componente sistemática dos MGGs na região da área de estudo, tendo como base as alturas geoidais dos modelos envolvidos na pesquisa e
- ✓ Efetivar avaliação das distorções dos modelos trabalhados na pesquisa para a área de estudo.

## 1.4 JUSTIFICATIVA

Um modelo do geopotencial é o que representa a distribuição de valores do potencial da gravidade em uma região ou sobre toda a Terra, com determinada resolução espacial. A partir do modelo do geopotencial pode-se determinar o geopotencial. Extraída sua componente normal, obtém-se o potencial anômalo ou perturbador. Diretamente associado a este potencial anômalo, associa-se a anomalia de altitude, Deste também podem ser obtidas outras grandezas associadas à modelagem do campo da gravidade tais como a gravidade ( $g$ ), a altura geoidal ( $N$ ), as componentes do desvio da vertical (componente meridiana ( $\xi$ ), componente transversal ( $\eta$ )), anomalia da gravidade ( $\Delta g$ ) entre outras grandezas, via valores médios para a resolução espacial dependente do grau ( $n$ ) e ordem ( $m$ ) de desenvolvimento do modelo.

Em termos globais, modelos do geopotencial que forneciam alturas geoidais com precisão na ordem de  $\pm 1$ m (LEMOINE et al. 1998), rapidamente evoluíram com o advento das novas missões gravimétricas em plataformas satelitais. Observou-se

um significativo aumento desta precisão, que com a missão GOCE chega ao nível do centímetro com resolução espacial melhor que 100 km (ICGEM, 2010), conforme já predito por Flury e Rummel (2005, pp. 5).

A grande vantagem da criação de modelos do campo de gravidade da Terra derivados somente de satélites é a possibilidade da utilização de soluções não contaminadas pela combinação de dados não homogêneos de superfície (BILKER, 2005).

Em abril de 2008, foi publicado o modelo EGM2008, completo até o grau 2190 e ordem 2159 em termos dos coeficientes harmônicos. Ele está disponível para o potencial externo da Terra, levando a um nível sem precedentes termos da resolução espacial (~9 km) para o campo de gravidade em todo o globo. Trata-se de um modelo do geopotencial combinado que incorpora dados gravimétricos de superfície, missão GRACE e informações altimétricas (por meio de um MDE).

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), através da Coordenação de Geodésia (CGED) e a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), geraram um novo Modelo de Ondulação Geoidal para o Brasil, o MAPGEO2010. Este modelo foi calculado com uma resolução de 5' de arco, e o sistema de interpolação de alturas Geoidais foi atualizado. Com este sistema, os usuários podem obter a altura geoidal ( $N$ ), em um ponto, ou a ondulação geoidal para um conjunto de pontos, referidos aos sistemas de referência SIRGAS2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas 2000) ou SAD69 (*South American Datum 69*) em qualquer lugar do território nacional.

O cálculo da altitude ortométrica ( $H$ ) envolve o conhecimento da altura geoidal ( $N$ ) no ponto considerado (separação entre a superfície do geóide e a do elipsóide). A conversão da altitude elipsoidal ( $h$ ), obtida com o *Global Navigation Satellite System* (GNSS), em altitude ortométrica, constitui-se numa operação simples, do ponto de vista matemático, onde a altitude ortométrica é estimada pela diferença entre a altitude elipsoidal com a altura geoidal.

Para o modelo MAPGEO2010 existem carências de informações geodésicas em algumas regiões do País. De acordo com a avaliação efetivada pelo IBGE, na região do nordeste, no Maranhão e no Piauí, o MAPGEO2010 apresenta as suas maiores discrepâncias, variando de -1 m a +1 m em cerca de 500 km.



Este fato que motivou a realização da pesquisa, pois exatamente em tais regiões tendo em vista limitações de informações geodésicas existente, se faz necessário o uso de um modelo geoidal (local e/ou regional) mais acurado ou então utilizar metodologias alternativas para suprir as necessidades para as aplicações, por exemplo, usar os MGGs que são promissores além de serem de fácil acesso e estarem disponibilizados gratuitamente, por exemplo, em uma forma relativa, para uma melhoria de informações geodésicas em regiões com carência de dados convencionais.

Em vista do problema evidenciado nas regiões destacadas, delineou-se o objetivo central da pesquisa que busca avaliar o comportamento das alturas geoidais oriundas de diversas fontes para uma área de estudos envolvendo os estados do Piauí e Maranhão.

## 1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Quanto à estruturação deste trabalho, ele está dividido em cinco capítulos. No primeiro é realizada uma introdução envolvendo as considerações iniciais e os objetivos da pesquisa e justificativa, salientando a importância e atualidade do tema e como foi organizado o presente estudo.

No segundo capítulo são apresentados conceitos fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa como os relacionados ao campo de gravidade da terra e descrição dos MGGs atuais que compõem a pesquisa, como também o MAPGEO2010, focando as características individuais de cada modelo.

No terceiro capítulo é enfatizada a metodologia aplicada na pesquisa, com estratégias de aquisição e processamento dos dados, seleção das estações e *softwares* utilizados. Também são focados os métodos de avaliação desenvolvidos.

O quarto capítulo é referente à análise dos resultados obtidos de acordo com cada experimento aplicado na pesquisa.

No quinto capítulo estão apresentadas as conclusões alcançadas e recomendações para trabalhos futuros. Ao final são apresentadas as referências bibliográficas.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No presente capítulo apresentam-se os principais conceitos associados à fundamentação e ao desenvolvimento da pesquisa. De forma mais central são abordados os principais aspectos associados aos modelos geopotenciais e às missões gravimétricas baseadas em satélites.

### 2.1 CAMPO DE GRAVIDADE DA TERRA

A representação do campo de gravidade da Terra é fundamental para a Geodésia como instrumento para a determinação das dimensões e forma da Terra, assim como também está relacionado com os processos dinâmicos que ocorrem no interior do planeta.

A variação do campo de gravidade, associada à distribuição de massas, é usada na determinação da figura da Terra. Um exemplo de aplicação é a determinação de superfícies equipotenciais, em particular, a determinação do geóide, entendido como a superfície equipotencial melhor ajustada ao nível médio do mar, avaliado globalmente, suposto este em repouso. Tal definição, estabelecida por Gauss-Listing em 1860, pode ser considerada como a atual e é entendida como sendo pertinente a uma definição oceanográfica do geóide (FREITAS et al., 2007). Tal condição pode ser expressa por:

$$\int_{\sigma} (W - W_0)^2 d\sigma = \text{mín} \quad (03)$$

Na (03) a integral é realizada sobre toda a superfície do mar ( $\sigma$ ),  $W$  é o geopotencial avaliado em cada elemento de área  $d\sigma$  (e.g. via altimetria satelital) e  $W_0$  é o geopotencial do geóide. O valor de  $W_0$  é usualmente adotado como igual ao esferopotencial  $U_0$  na superfície do modelo Terra normal, o qual é estabelecido com base no elipsóide de referência ao qual se atribui a mesma massa e velocidade angular da Terra e define-se sua superfície como equipotencial.  $W$  é determinado indiretamente, como é possível na atualidade, via integração de missões satelitais dedicadas ao campo da gravidade, altimetria por satélites e *Satellite Laser Ranging* (SLR).

### 2.1.1 Geopotencial

O potencial  $W$ , decorrente das massas terrestres e da rotação do planeta é denominado geopotencial. A gravidade é expressa em termos do geopotencial pela equação (HEISKANEN & MORITZ, 1967):

$$\vec{g} = \text{grad}W \quad (04)$$

Onde  $W$  é o geopotencial, composto pelo potencial gravitacional  $V$ , decorrente da atração gravitacional das massas, e o potencial centrífugo  $\Phi$ , decorrente da rotação da Terra, na forma:

$$W(r, \phi, \lambda) = V(r, \phi, \lambda) + \Phi(r, \phi, \lambda) \quad (05)$$

Na (5),  $r, \phi, \lambda$  são as coordenadas esféricas geocêntricas e  $\Phi = \omega^2 \cdot r_p^2 / 2$ , sendo  $r_p$  a distância do ponto de análise ao eixo de rotação da Terra e  $\omega$  a velocidade angular da Terra.

#### 2.1.1.1 Geopotencial em harmônicos esféricos

No exterior das massas atrativas o potencial gravitacional é uma função harmônica que satisfaz à equação de Laplace:

$$\nabla^2 V(r, \phi, \lambda) = 0 \quad (06)$$

Então, a (06) tem solução que pode ser representada por uma função ou soma de funções harmônicas. Esta condição não é atendida pelo geopotencial ( $W$ ) ao qual está associada a componente centrífuga do campo da gravidade. A abordagem usual é expressar o geopotencial como a soma de uma parcela regular ou normal denominada de esferopotencial ( $U$ ) que está associada ao potencial da gravidade normal do modelo Terra Normal e uma parte anômala  $T$ , denominado de potencial perturbador ou anômalo. Esta componente anômala é devida às heterogeneidades de massa relativamente ao modelo normal. Assim, o potencial anômalo é

unicamente gravitacional por não conter o efeito da rotação e, assim, atende à equação de Laplace.

### 2.1.2 Potencial Gravitacional

Pode-se expressar o potencial gravitacional, em um sistema com origem no centro de massa por (TORGE, 2001):

$$V = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \text{sen} m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right), \quad (07)$$

Onde  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$  são os coeficientes dos harmônicos esféricos do potencial,  $a$  é o semi-eixo maior do elipsóide de referência,  $GM$  a constante gravitacional geocêntrica,  $r$  o raio vetor,  $\theta$  a co-latitute geocêntrica e  $\lambda$  a longitude.

Os coeficientes do potencial referem-se às integrais relacionadas com a distribuição de massas do campo gravitacional, com a seguinte expressão (TORGE, 1989):

$$\begin{cases} C_{nm} \\ S_{nm} \end{cases} = \frac{k}{M} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \iiint_{Terra} \left( \frac{r'}{a} \right)^n P_{nm}(\cos \theta') \begin{cases} \cos m\lambda' \\ \text{sen} m\lambda' \end{cases} dm \quad (08)$$

Com:

$$k = \begin{cases} 1 & \text{para } m = 0 \\ 2 & \text{para } m \neq 0 \end{cases}$$

Sendo  $(r', \theta', \lambda')$  as coordenadas esféricas do elemento de integração.

O geopotencial é o potencial gravitacional gerado pela atração gravitacional das massas da Terra incluindo a atmosfera mais o potencial centrífugo. Pode ser expresso em função de componentes harmônicas como:

$$W = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \right) + \frac{1}{2} r_p^2 \omega^2. \quad (09)$$

### 2.1.3 Esferopotencial

A Terra Normal tem sua superfície limitante definida como equipotencial com esferopotencial  $U_0$  (HEISKANEN & MORITZ, 1967). A gravidade normal associada ao modelo Terra Normal, de forma análoga ao expresso na (4) pode ser expressa por:

$$\vec{\gamma} = \text{grad}U \quad (10)$$

O esferopotencial ( $U$ ) é constituído pelo potencial gravitacional normal e pelo potencial centrífugo. Esse potencial gravitacional produzido pela Terra Normal é expresso por (TORGE, 1991):

$$U = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^n C_{n_0} P_{n_0}(\cos \theta) \right) + \frac{1}{2} r_p^2 \omega^2. \quad (11)$$

De uma forma simplificada é expresso por:

$$U(r \phi \lambda) = V_0(r \phi \lambda) + \Phi(r \phi \lambda) \quad (12)$$

Onde  $V'$  é o potencial gravitacional e  $\Phi$  é o já descrito potencial centrífugo (HEISKANEN & MORITZ, 1967). A superfície limitante por ser equipotencial satisfaz a condição onde  $U_0(r \phi \lambda) = \text{constante}$ .

### 2.1.4 Potencial Anômalo

O potencial anômalo ( $T$ ) é associado ao campo gravitacional externo da Terra e decorre das heterogeneidades de massa da Terra Real em relação à Terra Normal. É, portanto, obtido da diferença entre o Geopotencial (potencial  $W$  da gravidade real) e o Esferopotencial (potencial  $U$  da gravidade normal) no mesmo

ponto (HEISKANEN e MORITZ, 1985). Essa diferença descreve variações de grandezas físicas e geométricas da Terra Real em relação à Terra Normal. Essas variações são decorrentes da distribuição heterogênea de massa da Terra. O potencial anômalo independe do potencial centrífugo, que se cancela na diferença  $W - U$  por se tratar do mesmo ponto. Assim, o potencial anômalo é expresso por:

$$T(r, \phi, \lambda) = W(r, \phi, \lambda) - U(r, \phi, \lambda) \quad (13)$$

O potencial anômalo é uma função harmônica, que pode ser expressa em harmônicos esféricos por (HEISKANEN & MORITZ, 1967):

$$T(r, \phi, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{R}{r} \right)^{n+1} T_n(\phi, \lambda) \quad (14)$$

ou

$$T(\phi, \lambda) = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \phi) \quad (15)$$

Na (15)  $T_n(\phi, \lambda)$  representa os harmônicos esféricos de superfície,  $R$  é o raio médio terrestre, e  $r$  é o raio vetor do ponto de coordenadas geográficas  $(\phi, \lambda)$ .

Os coeficientes e polinômios de Legendre totalmente normalizados são dados pelas expressões:

$$\bar{C}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{K(2n+1)(n-m)!}} C_{nm} \quad (16)$$

$$\bar{S}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{K(2n+1)(n-m)!}} S_{nm} \quad (17)$$

$$\bar{P}_{nm}(\cos \phi) = \sqrt{\frac{(n+m)!}{K(2n+1)(n-m)!}} P_{nm}(\cos \phi) \quad (18)$$

Com  $K = 1$  se  $m = 0$  e  $K = 2$  se  $m \neq 0$ , onde  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$  são coeficientes determinados a partir de dados associados ao campo gravitacional terrestre e  $P_{nm}(\cos \phi)$  representa os polinômios de Legendre associados.

## 2.2 MODELOS DO GEOPOTENCIAL

Os modelos do geopotencial são constituídos via um conjunto de parâmetros terrestres e coeficientes do potencial anômalo expresso em harmônicos esféricos. Atualmente são determinados a partir de dados obtidos com uso de técnicas terrestres e espaciais (SEEBER, 2003).

Na atualidade existem vários modelos do geopotencial diferentes, dos mais sofisticados aos mais simples. É importante ressaltar que os modelos iniciais eram construídos para representar valores da gravidade ou anomalias da gravidade e só a partir destes valores eram inferidos valores do geopotencial. O primeiro modelo desta categoria foi o da gravidade para a Terra Normal expresso a partir dos estudos teóricos feitos por muitos pesquisadores como Clairaut, de Sitter, Helmert, Pizzetti, Somigliana, Lambert, etc.. Mostraram que as variações da gravidade em uma superfície limitante de um esferóide rotante poderiam ser expressas em função da latitude. Duas formulações são usuais e totalmente equivalentes em termos de resultados: o denominado Teorema de Clairaut; e a fórmula de Pizzetti-Somigliana: (HOFMANN-WELLENHORF e MORITZ, 2005):

$$\gamma = \gamma_E (1 + f_2 \text{sen}^2 \phi + f_4 \text{sen}^4 \phi + \dots) \quad (19)$$

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2 \phi + b\gamma_p \text{sen}^2 \phi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \text{sen}^2 \phi}} \quad (19a)$$

Sendo que:

$$f_2 = -f + \frac{5}{2}m + \frac{1}{2}f^2 - \frac{26}{7}fm + \frac{15}{2}m^2, \quad (20)$$

$$f_4 = -\frac{1}{2}f^2 + \frac{5}{2}fm.$$

Onde:

$$m \doteq \frac{\omega^2 a}{\gamma_E} = \frac{\text{força centrífuga no equador}}{\text{gravidade normal no equador}} \quad (21)$$

Onde:

$\gamma$  – é o valor da gravidade normal;

$\gamma_E$  – é a gravidade normal no equador;

$f_n$  – é um termo do desenvolvimento do achatamento;

$a$  – semi-eixo maior;

$m$  – constante física (relaciona a força centrífuga no equador e a gravidade normal no equador);

$\phi$  – a latitude geodésica.

Os modelos atuais do geopotencial têm sua expressão dada conforme, por exemplo, a (09), onde é formada uma lista de coeficientes  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$ , a qual é associada a funcionais que associam estes coeficientes a constantes geodésicas. A eles podem ser incorporadas diversas possibilidades de apresentação tais como sistemas de marés permanentes e variações temporais em parte dos coeficientes. Destes modelos pode ser derivada uma gama de grandezas associadas com o campo de gravidade tais como, gravidade, anomalias da gravidade, distúrbios da gravidade, deflexão da vertical, altura geoidal, anomalia de altura, etc.. Os valores têm distribuição global, apresentando potencialmente uma série de aplicações tecnológicas em vista dos atuais requisitos de precisão nas áreas científicas e de engenharia (FLURY e RUMMEL, 2005). São obtidos com resolução espacial compatível com o grau do desenvolvimento harmônico do modelo.

A escolha do modelo geopotencial a ser utilizado costuma estar associada à forma com que ele se ajusta ao campo de gravidade local ou aqueles modelos que possam incorporar mais facilmente observações regionais e locais, tais como gravidade e MDEs.

No sítio do *International Centre for Global Earth Models* (ICGEM), são publicados e disponibilizados diversos MGGs. Na TABELA 1 são apresentados os MGGs divulgados desde 2006 até julho de 2011.



TABELA 1 – MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL (2006 a julho de 2011)

Modelo	Ano	Grau	Dados	Referências
EIGEN-O6C	2011	1420	S(GOCE,GRACE,Lageos), G, A	Förste et al, 2011
EIGEN-O6S	2011	240	S(GOCE, GRACE,Lageos)	Förste et al, 2011
GOCO02S	2011	250	S(GOCE,GRACE)	Goiginger et al., 2011
AIUB-GRACE03S	2011	160	S(GRACE)	Jäggi et al., 2011
GO_CONS_GCF_2_DIR_R2	2011	240	S(GOCE)	Bruinsma et al., 2010
GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	2011	250	S(GOCE)	Pail et al., 2011
GO_CONS_GCF_2_DIR_R1	2010	240	S(GOCE)	Bruinsma et al., 2010
GO_CONS_GCF_2_TIM_R1	2010	224	S(GOCE)	Pail et al., 2010
GO_CONS_GCF_2_SPW_R1	2010	210	S(GOCE)	Migliaccio et al., 2010
GOCO01S	2010	224	S(GOCE,GRACE)	GOCO consortium, 2010
EIGEN-51C	2010	359	S(GRACE,CHAMP), G, A	Bruinsma et al., 2010
AIUB-CHAMP03S	2010	100	S(CHAMP)	Prange, L. et al., 2010
EIGEN-CHAMP05S	2010	150	S(CHAMP)	Flechtner et al., 2010
ITG-Grace2010s	2010	180	S(GRACE)	Mayer-Gürr et al., 2010
AIUB-GRACE02S	2009	150	S(GRACE)	Jäggi et al., 2009
GGM03C	2009	360	S(GRACE), G, A	Tapley et al., 2007
GGM03S	2008	180	S(GRACE)	Tapley et al., 2007
AIUB-GRACE01S	2008	120	S(GRACE)	Jäggi et al., 2008
EIGEN-5S	2008	150	S(GRACE,Lageos)	Förste et al., 2008
EIGEN-5C	2008	360	S(GRACE,Lageos), G, A	Förste et al., 2008
EGM2008	2008	2190	S(GRACE), G, A	Pavlis et al., 2008
ITG-Grace03	2007	180	S(GRACE)	Mayer-Gürr et al., 2007
AIUB-CHAMP01S	2007	90	S(CHAMP)	Prange, L. et al., 2007
ITG-Grace02s	2006	170	S(GRACE)	Mayer-Gürr et al., 2006
EIGEN-GL04S1	2006	150	S(GRACE,Lageos)	Förste et al., 2006
EIGEN-GL04C	2006	360	S(GRACE,Lageos), G, A	Förste et al., 2006

FONTES: ICGEM, 2011.

Os modelos destacados na tabela 1 são os utilizados na pesquisa. Na coluna de dados as letras S, G e A, significam a fonte de dados dos MGGs, sendo respectivamente Satélites, Gravimetria e Altimetria (nos continentes e regiões

costeiras vinda dos MDEs e nas regiões oceânicas por altimetria por satélite). Os MGGs que apresentam as três letras trata-se de MGGs combinados, muitas vezes com sua denominação terminada em C. No caso de modelos satélite somente, apresentam-se usualmente com a terminação S. Cada qual tem uma descrição associada envolvendo os créditos, as principais características e estratégias associadas à sua geração.

Segundo Featherstone (2002), os modelos do geopotencial atuais do campo de gravidade da Terra podem ser divididos em três classes primárias de MGGs:

- a) Modelos Globais do Geopotencial satélites somente;
- b) Modelos Globais do Geopotencial combinados e
- c) Modelos Globais do Geopotencial adaptados.

### 2.2.1 Modelos globais do geopotencial satélite somente

Estes modelos são obtidos somente a partir de dados oriundos de satélites. São derivados da análise do movimento orbital de satélites artificiais via rastreo sobre posições conhecidas na Terra ou por rastreo de satélites em órbitas baixas dedicados à gravimetria por outros satélites em órbitas baixas ou médias. Esses MGGs possuem (MÜLLER et al., 2003): a) baixo erro de comissão (erros devido às incertezas na determinação dos coeficientes.) b) médio a elevado erro de omissão (parte não modelada devido ao grau de truncamento do desenvolvimento).

Uma das maiores vantagens da preparação de modelos do campo de gravidade da Terra derivados somente de satélites é a possibilidade da utilização de soluções não contaminadas pela combinação de dados não homogêneos de superfície, muitos dos quais em referenciais distintos. Tais modelos representam a estrutura mais ampla do campo global, tendo em vista a atenuação do sinal gravitacional anômalo na altitude da órbita (FEATHERSTONE, 2002).

Até o advento das missões satelitais dedicadas à gravimetria, o truncamento do grau de desenvolvimento dos MGGs satélite somente devia ocorrer em torno do grau harmônico 30 a 50, em função das contaminações por ruídos. Isto acontecia devido a combinação de alguns efeitos como (VANIČEK e SJÖBERG, 1991; RUMMEL et al. 2002; FEATHERSTONE, 2002):

- a) Queda da precisão na determinação do campo de gravidade com o aumento da altitude;
- b) Precisão limitada das medidas de distância da estação base na Terra para os satélites, principalmente devido à refração atmosférica;
- c) Inabilidade para analisar órbitas completas de satélite (arcos), devido à cobertura limitada de estações base, agravada pelo fato dos satélites terem órbitas baixas;
- d) Modelagem imprecisa de perturbações tais como as: lunares; solares; não-gravitacionais; e perturbações gravitacionais nos satélites em movimento;
- e) Incompleta amostragem do campo gravitacional devido ao número limitado de classes de inclinações de órbitas de satélites disponíveis.

Com o desenvolvimento de pesquisas e com o advento das missões de satélites dedicadas a gravimetria, foi possível reverter essa situação. (RUMMEL et al., 2002; FEATHERSTONE, 2002).

### 2.2.2 Modelos globais do geopotencial combinados

São modelos derivados da combinação de dados de satélite, dados gravimétricos terrestres e oceânicos, dados de levantamentos aerogravimétricos, altimetria por satélites e de MDEs (RAPP, 1998). A associação de diversas fontes permite seus desenvolvimentos para maiores graus e ordens dos harmônicos esféricos. Entretanto, possuem as limitações dos antigos modelos derivados unicamente de dados de satélites, associadas à deficiente cobertura espacial e qualidade dos dados adicionais utilizados. Claramente, em áreas onde dados de gravidade não são disponibilizados (devido a acesso restrito ou cláusulas de confidência de dados), os modelos não podem ser melhorados, e podem degradar até mesmo eventuais MGGs subseqüentes. Esses tipos de MGGs possuem de baixo a médio erro de comissão (ou de aquisição/modelagem) e o erro de omissão (ou de truncamento) dependente do grau de desenvolvimento do modelo.

Um dos maiores problemas associados com possíveis erros de comissão nestes modelos está associado aos possíveis referenciais diferentes aos quais os dados são vinculados. Heck (1990) aborda a geração de distorções nos longos

comprimentos de onda nas anomalias de gravidade terrestre causadas pela utilização de diferentes *data* verticais geodésicos.

Exemplos de MGGs combinados são o EGM2008 que incorpora dados da missão GRACE, dados de altimetria por satélite, gravimetria e MDE. Da mesma forma os MGGs EIGEN GL 04 e EIGEN 05 C, que na sua composição integram dados de satélites (GRACE, Lageos), altimetria (MDEs e altimetria por satélite) e gravimetria.

### 2.2.3 Modelos do geopotencial adaptados - MGA

São modelos que adaptam um determinado MGG mais geral a determinada região via a incorporação de maior densidade de dados gerando maior resolução espectral em regiões restritas. Usualmente tais modelos restringem-se à modelagem de geóides gravimétricos locais ou regionais. Os MGAs têm médio a elevado erro de comissão devidos às heterogeneidades de bases de dados e inconsistências de referenciais e baixo erro de truncamento. Modelos do geopotencial combinados com novos dados de gravidade, também podem ser classificados dentro desta classe de MGGs adaptados.

Em geral, o processo é efetuado por fórmulas integrais para derivar correções aos coeficientes de geopotencial existentes, ao contrário das combinações ao nível das equações normais que são utilizadas para construir modelos do geopotencial combinados (FEATHERSTONE, 2002). Porém, a utilização desse tipo de modelo do geopotencial é restrita apenas à área na qual o ajuste foi aplicado, pois podem ocorrer efeitos espúrios em áreas onde não há dados disponíveis (KEARSLEY e FORSBURG, 1990).

### 2.2.4 Modelos do geopotencial atuais (MGGs e MGA)

#### 2.2.4.1 MGGs Atuais

A popularização do GNSS, em particular do GPS, revolucionou as atividades que necessitam de posicionamento em função de sua rapidez e precisão na obtenção de coordenadas. Este fato gerou um crescente interesse por um geóide

mais acurado e preciso para aplicações nas áreas de mapeamento e engenharia, onde há necessidade do conhecimento de uma altitude com significado físico, neste caso específico a altitude ortométrica referida ao geóide. Para que as altitudes elipsoidais, oriundas de levantamentos com GNSS, possam ser utilizadas nestas áreas, é necessário que elas sejam convertidas em altitudes ortométricas, referidas ao geóide. Para isso, precisa-se conhecer a altura geoidal, ou seja, a separação entre as duas superfícies de referência, o geóide e o elipsóide, conforme estabelecido na (25).

No entanto, a relevância dos MGGs não pode ser restrita à aplicação referida, a mais popular de todas. Um conjunto de MGGs atuais, satélite somente, oriundos de dados da Missão GRACE algumas vezes associados com dados oriundos de *Satellite Laser Ranging* (SLR) da missão Lageos bem como com dados da missão CHAMP causaram grande impacto nos estudos do campo gravitacional da Terra e respectivas variações temporais em uma resolução espacial no intervalo  $1000 \text{ km} \leq \lambda/2 \leq 200 \text{ km}$ . O maior impacto foi o da consistência global das informações em um mesmo referencial, tal que se tornaram fundamentais no monitoramento de mudanças globais associadas a fluxo de massas e variações temporais associadas ao campo de gravidade da Terra (FREITAS, 2010).

No entanto, esta resolução espacial era considerada baixa para a geração de geóides regionais para aplicações em atividades convencionais de engenharia. Já os modelos da gravidade combinados de alta-resolução são tidos como mais adequados nas aplicações onde seja necessário um conhecimento preciso do potencial de gravidade estático e seus gradientes no espectro de comprimentos de onda médio e curto. Como por exemplo, na determinação da órbita precisa de satélites geodésicos e altimétricos e para uma gama de aplicações práticas, principalmente para a predição de grandezas gravimétricas, cartas geoidais com resolução na ordem de decímetros, parametrização da deflexão da vertical, entre outras aplicações. No entanto, em geral, são afetados por inconsistências de referenciais associados às grandezas combinadas.

Os MGGs com dados da Missão GOCE e alguns com associação a dados da missão GRACE, começaram a ser divulgados em 2010. Eles vieram impactar positivamente a Geodésia no que diz respeito a um melhor conhecimento do campo gravitacional e, por conseguinte, o da gravidade. Vieram a se inserir em uma

resolução espacial de até 83 km, porém sem inconsistências de referencial que afetam os modelos combinados. Com isto a comunidade geodésica tem amplas expectativas no potencial destes modelos para aplicações em engenharia, tal como será abordado na seqüência.

O modelo EGM2008 (PAVLIS et al., 2008) é tido, na atualidade, como o melhor resultado obtido em termos de combinação de dados gravimétricos oriundos de diferentes fontes. Tem sido apontado como uma das melhores estruturas de dados para a formação de um Sistema Global de Altitudes (SGA) (REFAG, 2010), desde que consideradas as anomalias do geopotencial associada a cada *datum* vertical e particularidades das redes de nivelamento. O EGM2008 está completo até o grau 2190 e ordem 2159 em termos dos coeficientes harmônicos, com resolução espacial de aproximadamente 9 km para o campo de gravidade em todo o globo. O objetivo do modelo EGM2008 é atingir uma acurácia global do geóide com RMS melhor que  $\pm 15$  cm. Para isso, um grande esforço foi despendido pelo *National Geospatial-Intelligence Agency* (NGA) para reunir o máximo de dados possível que pudesse auxiliar no desenvolvimento / refinamento desse novo modelo. Foram utilizadas as melhores fontes de dados gravimétricos mundiais disponíveis: continentais, marinhas, de veículos espaciais e de missões satelitais. Os principais auxiliares nessa tarefa foram os satélites da missão GRACE (ICGEM, 2010).

O modelo EIGEN 05C, foi divulgado no ano 2008, está completo até o grau 360 em termos dos coeficientes harmônicos. Bastante semelhante ao modelo EIGEN GL 04C, também é composto da combinação de missões satelitais (GRACE, Lageos) e dados altimétricos (MDEs e altimetria por satélite) e gravimétricos da superfície.

Um aspecto relevante a ser considerado na obtenção de parâmetros derivados dos MGGs é o do sistema de maré terrestre permanente adotado. Ekman (1989) propôs diferentes Sistemas de Maré:

1) Sistema de Maré Removida ou livre de maré (*non-tidal* ou *tide-free*): neste sistema, são eliminados completamente os efeitos da deformação e os efeitos diretos e indiretos do potencial associados a maré permanente;

2) Sistema de Maré Média (*mean tide*): neste sistema, são mantidos os valores médios das deformações da crosta da Terra, e do seu efeito sobre o potencial da gravidade associados a maré permanente;

3) Sistema de Maré Zero (*zero tide*): neste sistema, usado somente no campo da gravidade, são eliminados os efeitos diretos do potencial gerador da maré permanente sobre o potencial da gravidade e mantidos os seus efeitos indiretos.

Tanto os *International Terrestrial Reference Frames (ITRF) XXXX* (ITRF, onde XXXX representa a época da realização) e EGM2008 que constituem as bases de dados geodésicos globais mais consistentes da atualidade, como o GNSS, principal ferramenta de levantamentos geodésicos em referencial global, são referenciados no sistema livre de maré. Já, os sistemas de altitudes usualmente estão em sistema de marés indefinidos, mesmo que alguns autores os preconizem em sistemas médios de maré. Usualmente este aspecto é menos crítico que a não adoção de números geopotenciais associados à Terra real (FREITAS et al., 2011).

Na Tabela 2 estão os MGGs utilizados na pesquisa, explicitando o nome do modelo, o ano de divulgação, o grau em que foi desenvolvido, as fontes de dados que envolvem cada MGG e o sistema de maré, para o EGM2008 desenvolveu-se em três graus diferentes, em busca de investigar a potencialidade deste modelo tendo em vista os erros de omissão e de comissão.

TABELA 2 – MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL UTILIZADOS NA PESQUISA

<b>MODELOS DO GEOPOTENCIAL GLOBAIS ATUAIS</b>				
<b>Modelo</b>	<b>Ano</b>	<b>Grau</b>	<b>Dados</b>	<b>Sistema de Maré</b>
AIUB-GRACE03S	2011	160	S(Grace)	<i>tide-free</i>
GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	2011	250	S(GOCE)	<i>tide-free</i>
EIGEN 05 C	2008	360	S(Grace,Lageos),G,A	<i>tide-free</i>
EGM2008	2008	360	S(Grace),G,A	<i>tide-free</i>
EGM2008	2008	720	S(Grace),G,A	<i>tide-free</i>
EGM2008	2008	2190	S(Grace),G,A	<i>tide-free</i>

#### 2.2.4.2 Modelo de Ondulação Geoidal Brasileiro – MAPGEO2010

O MAPGEO2010 foi concebido com o objetivo de suprir a necessidade de atualizar o modelo de ondulações geoidais brasileiro, possibilitando que os usuários

do GNSS possam converter as altitudes elipsóidicas em ortométricas com uma melhor confiabilidade. Assim como os modelos anteriores (MAPGEO92, MAPGEO2004), o MAPGEO2010 foi produzido conjuntamente pelo IBGE, através da CGED, e pela EPUSP (IBGE, 2010).

O MAPGEO2010 abrange área compreendida pelas latitudes de 6°N e 35°S e pelas longitudes de 75°W e 30°W. Utiliza o MDE SAM3s\_v2, o qual baseia-se no *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) para a obtenção da anomalia de gravidade de Bouguer completa, do efeito topográfico direto, do efeito topográfico indireto primário e do efeito topográfico indireto secundário. As anomalias médias *free-air* foram determinadas em grade com resolução de 5'. Na região oceânica a grade foi completada com dados do modelo DNS08 obtido da altimetria por satélite pelo *Danish National Space Center* (DNSC) denominado. O MAPGEO foi obtido pela técnica *Remove-Restore* com base na transformada rápida de Fourier (FFT) aplicada sobre a integral de Pizzetti-Stokes com núcleo modificado para resolução de indeterminações para curtos comprimentos de onda. Foi utilizado como MGG de base o EGM2008 até o grau e ordem 150, para remover os longos comprimentos de onda da anomalia de Helmert e para repor no final a mesma componente na altura geoidal. A avaliação deste modelo foi efetivada de forma absoluta com as alturas geoidais de 804 referências de nível que tiveram suas altitudes elipsóidicas determinadas com GPS geodésico. Na análise relativa foram utilizados 158 pares destes pontos. Os resultados absolutos estão apresentados na Figura 12 e as análises relativas conduziram à estimativa de uma acurácia relativa de 0,58cm/km (IBGE, 2011a).

## 2.3 MISSÕES GRAVIMÉTRICAS ESPACIAIS

Atualmente, com o advento das missões gravimétricas espaciais, vários modelos do geopotencial têm associado diversos tipos de dados, tais como: dados de satélites; observações gravimétricas terrestres e oceânicas; anomalias de gravidade marinhas derivadas de altimetria por radar a partir de satélite; e dados de aerogravimetria entre outros. A associação busca produzir modelos do campo de gravidade da Terra com maior resolução espectral.



Antes do lançamento das missões gravimétricas espaciais, os modelos exploravam principalmente as câmeras balísticas, dados de rastreamento por microondas e laser de dezenas de satélites em diferentes altitudes e inclinação de órbita (BIANCALE et al., 2000).

Modelo do campo de gravidade da Terra, combinados com dados de satélites, estão sendo adequados para representar as amplas características do campo de gravidade da Terra, mas não podem solucionar características de pequena escala, principalmente em grandes corpos de água. Várias missões foram propostas a mais de duas décadas, como GRAVSAT, STAGE, ARISTOTLES e STEP. Porém, só agora as missões dedicadas estão em plena operação.

### 2.3.1 CHAMP

O satélite alemão CHAMP (FIGURA 02) do *GeoForschungsZentrum–Potsdam* (GFZ) foi lançado em 15 de julho de 2000 na Rússia. Os principais parâmetros da missão CHAMP são respectivamente os seguintes (HOFMANN-WELLENHORF e MORITZ, 2005):

- ✓ Órbita quase circular (excentricidade  $e < 0,004$ ) e quase polar (inclinação de  $87^\circ$  em relação ao plano do equador, possibilitando maior duração da missão, mesmo sob condições de grande atividade solar);
- ✓ Altitude inicial de 454 km;
- ✓ Vida útil inicialmente prevista de cinco anos para a missão, que foi amplamente superada;
- ✓ Peso de 522 kg, comprimento de 8,3 m, largura de 1,6 m, altura de 0.75m.

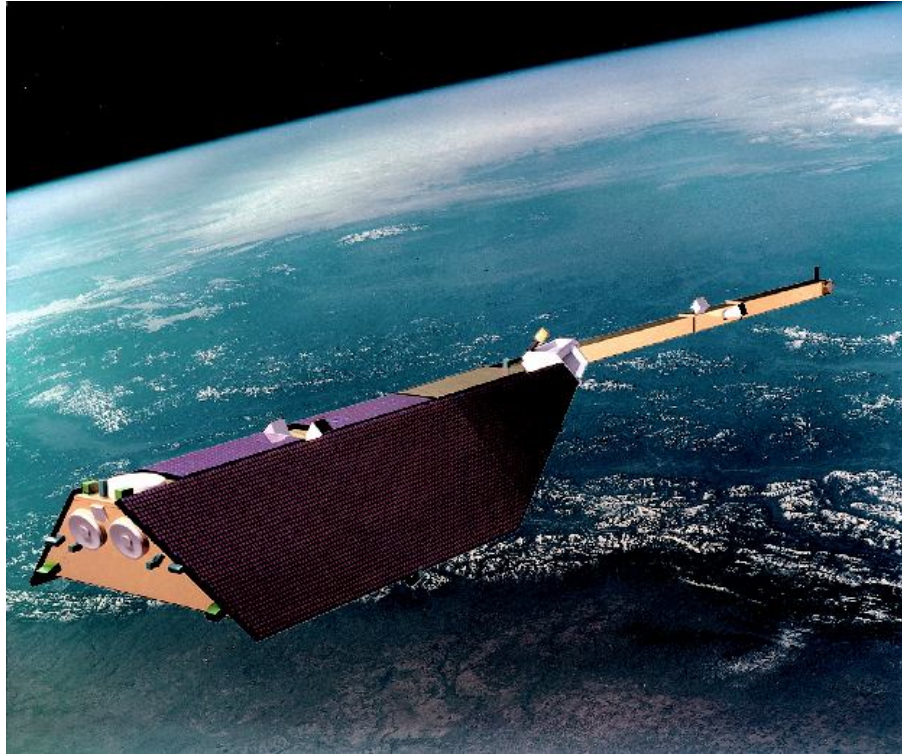


FIGURA 2 – Satélite da Missão gravimétrica CHAMP

FONTE: GFZ, 2010.

Pela primeira vez, um satélite de baixa altitude foi equipado com um receptor GPS, de modo que sua órbita fosse determinada com incerteza de centímetros (REIGBER, 2003). O benefício de usar essa técnica, que consiste em rastrear satélite baixo por satélite alto (*High-low inter-satellite tracking - hl - SST*), no CHAMP está em rastrear o satélite baixo por diversos satélites GPS e com boa geometria da constelação para órbitas inteiras, possibilitando avaliar as frequências mais altas no campo de gravidade da Terra. Além disso, são utilizados acelerômetros 3D a bordo do satélite CHAMP para calcular as perturbações não-gravitacionais de sua órbita (RUMMEL et al. 2002).

Os objetivos primários da missão CHAMP foram os seguintes (HOFMANN-WELLENHORN e MORITZ, 2005):

- ✓ Mapeamento do campo de gravidade global, ou, mais especificamente, determinar com precisão as características estáticas de longo comprimento de onda do campo de gravidade da Terra e suas variações temporais (causadas, por exemplo, por redistribuições de massa

atmosférica, circulação oceânica, mudança do nível do mar resultante da fusão das calotas polares);

- ✓ Mapeamento do campo magnético global, ou, mais especificamente, determinar com precisão o campo magnético crustal da Terra e suas principais variações espaços-temporais;
- ✓ Perfis da ionosfera e da troposfera, ou, mais especificamente, para derivação dos dados de refração do sinal de GPS e as informações da temperatura, vapor de água e de conteúdo eletrônico da atmosfera.

### 2.3.2 GRACE

A missão GRACE (FIGURA 03), programada em maio de 1997 e lançada em março de 2002, faz parte do programa *Solid Earth and Natural Hazards* (SENH) da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), em parceria com o Centro Alemão de Pesquisa Aérea e Astronáutica (DLR – *Deutsche Forschungsanstalt für Luft und Raumfahrt*). Os principais parâmetros da missão composta por dois satélites são os seguintes (HOFMANN-WELLENHORF e MORITZ, 2005):

- ✓ Órbita quase circular (excentricidade  $e < 0,005$ ) e quase polar (inclinação de  $89^\circ$ );
- ✓ Altitude inicial entre 485 km e 500 km;
- ✓ Dois satélites gêmeos que voam a aproximadamente 220 km de distância idealmente em uma mesma órbita polar, inicialmente a cerca de 500 km acima da superfície da Terra;
- ✓ Vida útil prevista de cinco anos para a missão, também amplamente superada e ainda em operação;
- ✓ O peso de cada satélite é de cerca de 480 kg e comprimento de cerca de 3m.

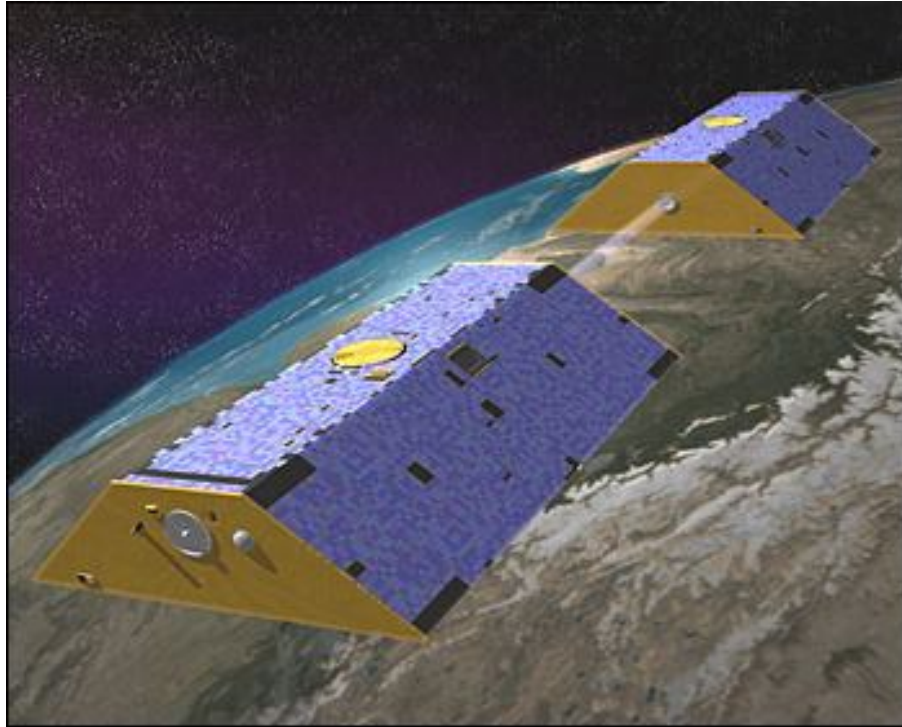


FIGURA 3 – Satélite da Missão gravimétrica GRACE

FONTE: NASA, 2010.

Os objetivos primários da missão GRACE foram os seguintes (HOFMANN-WELLENHORN e MORITZ, 2005):

- ✓ Determinação do campo de gravidade da Terra com alta resolução espacial;
- ✓ Variações temporais do campo de gravidade.

A distância relativa entre os dois satélites da missão GRACE é medida com precisão em torno de  $10 \mu\text{m}$  e a órbita dos satélites com precisão de 1 cm. A quantidade de interesse é o movimento relativo dos centros de massa dos dois satélites a serem associados com os dados de aceleração e atitude medidos. Estas grandezas conduzem à modelagem do potencial anômalo do campo de gravidade (SEEBER, 2003).

### 2.3.3 GOCE

A missão gravimétrica GOCE (FIGURA 04) da *European Space Agency* (ESA), lançada no dia 17 de março de 2009, tem o satélite com uma órbita de

250 km, que será permanentemente mantida por propulsores iônicos, para melhor monitorar os sinais de gravidade. A inclinação é de  $96,5^\circ$ . Tem a bordo um receptor GPS/GLONASS, para resolução dos longos comprimentos de onda do campo de gravidade, e um conjunto (gradiômetro) de seis plataformas inerciais tridimensionais para medir em órbita, por efeito diferencial, os gradientes da gravidade. A missão é a primeira a permitir a recuperação do campo de gravidade a partir do espaço sem ser baseada puramente nas perturbações nas órbitas.

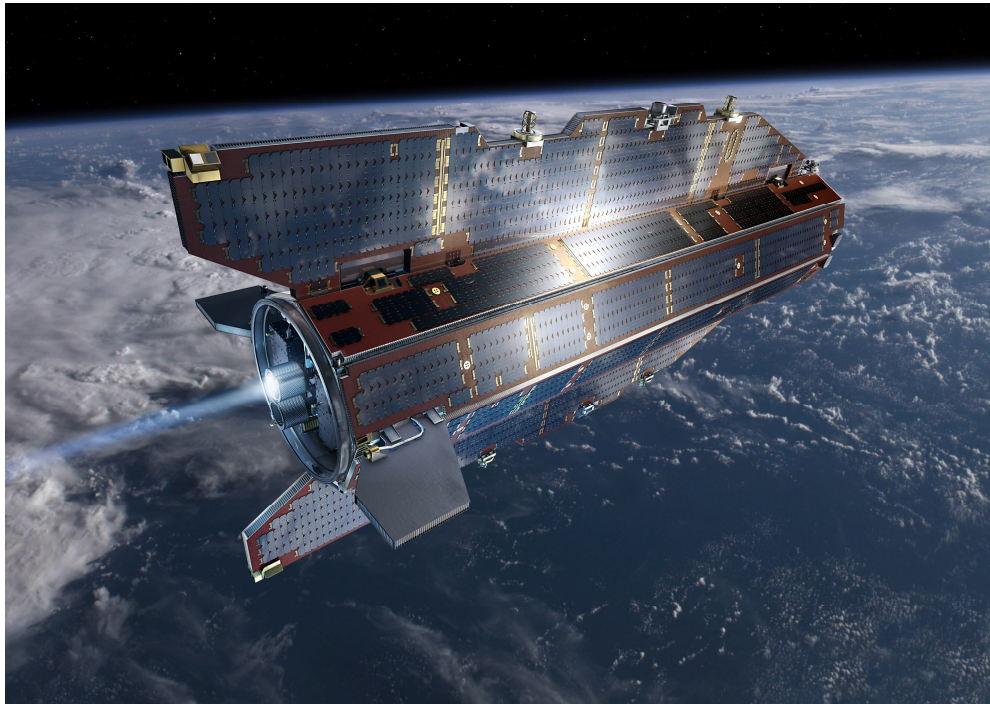


FIGURA 4 – Desenho artístico do satélite da missão gravimétrica GOCE

FONTE: ESA, 2010.

A missão GOCE possibilita o conhecimento das componentes, em termos de comprimentos de onda do campo de gravidade da Terra, com melhor acurácia em relação a alguns MGGs como, por exemplo, o *Earth Gravitational Model 1996* (EGM96) que em sua época causou muito impacto. Tal fato já havia sido previsto por Lemoine et al. (1998).

O objetivo científico inicial do GOCE foi o de mapear o campo de gravidade da Terra em alta resolução espacial ( $\sim 100$  km), desenvolvido até o grau e ordem 200, com uma acurácia do geóide melhor que 2 - 3 cm nesta resolução espacial. Esta expectativa inicial, conforme antecipado por Flury e Rummel (2005) já foi

superada. Uma melhoria significativa da acurácia, do modelo do campo de gravidade, é resultado da combinação de instrumentos precisos e da baixa altitude, pois a sensibilidade de um satélite para o campo de gravidade diminui rapidamente com a altitude (BRUINSMA et al., 2010).

A missão GOCE, atualmente determina anomalias da gravidade, alturas geoidais entre outras componentes. A missão tem como objetivos: (DRINKWATER et al., 2007)

- ✓ Medição do campo da anomalia da gravidade terrestre com uma precisão melhor do que 1 - 2 mGal ( $1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ms}^{-2}$ ) a partir de combinação do gradiente da gravidade e de monitoramento de satélite via satélite.
- ✓ Determinar o geóide (a partir de medições do campo da anomalia da gravidade), com uma precisão melhor do que 1-2 cm.
- ✓ Atingir as medições em uma escala de comprimento de 100 km, ou menos (ou seja, grau e ordem igual ou superior a 200 na expansão de harmônicos esféricos do campo).

#### 2.3.4 Missões da Altimetria por Satélites

As missões altimétricas por satélites são fontes de dados homogêneos e imprescindíveis para a determinação do geóide nos oceanos. A técnica de altimetria por satélite (FIGURA 05) é baseada em um satélite, em órbita, e é efetivada por um feixe de micro-ondas dirigido verticalmente para baixo sobre a superfície dos oceanos. Os pulsos de micro-ondas, em bandas espectrais com baixa absorção na troposfera e ionosfera e alta refletância em corpos d'água, são refletidos e recebidos novamente pelos satélites. Resumindo, baseia-se na medida do tempo de percurso de um pulso de micro-ondas emitido pelo satélite e refletido pela superfície. (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005).

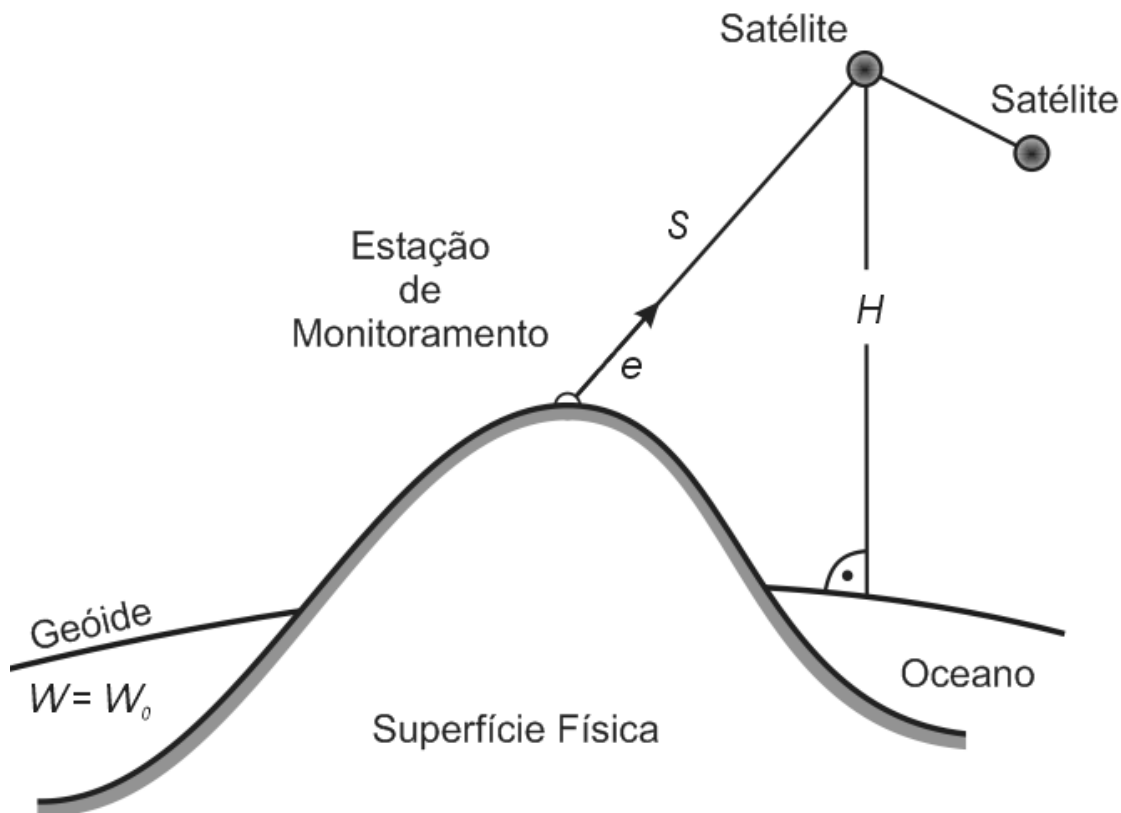


FIGURA 5 – Princípio da técnica de altimetria por satélite.

FONTE: Hofmann-Wellenhorf e Moritz, 2005.

A técnica da altimetria por satélite foi testada pela primeira vez durante as missões SKYLAB, entre os anos de 1973 e 1974, sendo que a precisão conseguida com o altímetro foi da ordem de 1 a 2 m (SEEBER, 2003, p. 444). Posteriormente, novas e melhoradas versões de altímetros voaram com os satélites GEOS-3 (1975), SEASAT-1 (1978), GEOSAT (1985), ERS-1 (1991), ERS-2 (1995), T/P (1992), Jason-1 (2001), entre outros, sendo que em muitos destes satélites a precisão do altímetro é melhor do que 3 cm. A Tabela 3 apresenta as características de alguns satélites altímetros, atualizada pelo sítio *Archiving, Validation and Interpretation of Satellite Oceanographic data* (AVISO).

TABELA 3 – CARACTERÍSTICAS DE ALGUNS SATÉLITES ALTÍMETROS

MISSÃO	GEOSAT	ERS-1	T/P	ERS-2	GFO	JASON-1	ENVISAT-1
Lançamento (mês/ano)	03/1985	07/1991	08/1992	04/1995	02/1998	12/2001	03/2002
Término da missão	01/1990	03/2000	01/2006	07/2011	11/2008		
Altitude média (km)	800,6	781,1	1336	781,1	784,2	1336	781,1
Inclinação (°)	108	98,54	66,04	98,54	108,04	66,04	98,55
Área de recobrimento em latitude (°)	± 72	± 81,46	± 66,04	± 81,46	± 71,96	± 66,04	± 81,45
Ciclo orbital (dias)	17,05	<sup>(b)</sup> 3/35/168	9,9156	35	17	9,9156	35
Separação entre as linhas de observação (km) <sup>(a)</sup>	165	929/80/16	315	80	165	315	80
Frequência (GHz)	13,5	13,5	13,6 / 5,3	13,5	13,5	13,575 / 5,3	13,575 / 3,2
Ruído do altímetro (cm)	7	5	2	3	3,5	1,5	2
Radiômetro / Número de frequências	Não	Sim / 2	Sim / 2	Sim / 3	Sim / 2	Sim / 3	Sim / 2
Determinação da órbita	Doppler	<sup>(c)</sup> SLR, (PRARE)	SLR, (GPS), DORIS	SLR, PRARE	<sup>(c)</sup> SLR, (GPS)	SLR, GPS, DORIS	SLR, DORIS
Operado por	US-NAVY	ESA	CNES e NASA	ESA	US-NAVY	CNES e NASA	ESA

FONTE: SEEBER, 2003, p. 450; AVISO, 2011.

<sup>(a)</sup> A indicação de separação entre linhas de observação refere-se a separação, no Equador, entre as projeções do plano orbital do satélite sobre a superfície terrestre.

<sup>(b)</sup> Em algumas missões a duração do ciclo orbital e em consequência a separação entre as linhas de observação foram alteradas diversas vezes de maneira a satisfazer necessidades multidisciplinares das missões.

<sup>(c)</sup> As técnicas de determinação de órbita dos satélites altímetros que estão entre parêntesis não foram utilizadas durante todo o período das missões devido às falhas em seus sistemas.



De acordo com Chambers et al. (2003), dentre as principais missões altimétricas, cabe destacar as seguintes:

1. A missão franco-americana TOPEX/Poseidon (T/P), lançada em agosto de 1992, com tempo de operação previsto de cinco anos, que se alongaram para 13 anos, até 2005, sucedida pela missão JASON, que entrou em operação em dezembro de 2001, na mesma configuração orbital que o T/P, de idênticas características e com alguns aperfeiçoamentos.
2. A missão ENVISAT que sucedeu as missões ERS1 e 2, conservando muitas das características do ERS2, com implementação de sensores, principalmente para aplicações de monitoramento ambiental.

Em muitos MGGs são aplicados dados de missões altimétricas, sendo que a partir dessas missões são extraídos dados homogêneos de altimetria, que podem ser combinados com dados gravimétricos e dados das outras missões espaciais, como por exemplos as missões CHAMP, GRACE e GOCE.

Com a evolução da altimetria por satélites, novas missões altimétricas vêm sendo realizadas e aprimoradas, a seguir é apresentado um esquema da cronologia das missões altimétricas (FIGURA 06).

	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
ERS1	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
T/P		=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
ERS2					=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
GFO								=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
JASON FAMILY											=	=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
ENVISAT												=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
T/P EM												=	=	=	=	=	=	=	=	=	=
ICESat														=	=	=	=	=	=	=	=

FIGURA 6 – Cronologia das Missões Altimétricas

FONTE: FREITAS, 2010.

## 2.4 NÚMERO GEOPOTENCIAL

O número geopotencial em um ponto ( $C_P$ ) pode ser interpretado como o trabalho realizado pela gravidade para transportar a unidade de massa entre as superfícies equipotenciais de referência e a associada ao ponto de avaliação (VANIČEK & KRAKIWSKY, 1986). Esta grandeza física independe do efeito das heterogeneidades na distribuição e densidade das massas no campo de gravidade. O valor desta grandeza é dado pela diferença entre os potenciais de gravidade no geóide e no ponto de interesse (TORGE, 1991). O número geopotencial, portanto, é uma grandeza unívoca, independente do trajeto seguido para o deslocamento entre duas superfícies equipotenciais, e tem significado físico real na definição da altitude com relação à superfície de referência, o que não ocorre com os desníveis medidos geometricamente (FERREIRA, 2008).

A diferença de geopotencial  $\delta W_i$  é relacionada com o valor da gravidade e a diferença de nível pela expressão (HEISKANEN e MORITZ, 1979):

$$-\delta W_i = g_i \cdot dn_i = g'_i \cdot dn'_i \quad (22)$$

Onde  $\delta W_i$  é a diferença de geopotencial entre a  $i$ -ésima superfície equipotencial e a  $(i-1)$ -ésima superfície (com  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ );  $g$  a gravidade média entre as superfícies equipotenciais referidas e sendo  $dn_i$  a diferença de nível entre as superfícies equipotenciais ao longo do nivelamento na superfície física; e  $dn'_i$  a diferença de nível entre as superfícies equipotenciais que cruzam ao longo da linha de campo do ponto em questão, e  $g'_i$  a gravidade média entre elas. O sinal negativo da diferença de geopotencial decorre do sentido do vetor gravidade ser oposto ao incremento das altitudes. Também reflete o fato de que o geopotencial atende à condição de regularidade, devendo ser igual a zero no infinito (condição de regularidade).

Assim, o número geopotencial é dado por (TORGE, 1991):

$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^P g \cdot dn \quad (23)$$

Na prática o cálculo do número geopotencial via a integral da (23) deve ser substituída por um somatório sobre um conjunto discreto de valores médios da gravidade entre pontos nos quais foram observados valores de gravidade e desníveis. Assim, o valor aproximado do número geopotencial no ponto P é (HEISKANEN e MORITZ, 1967):

$$C_P = W_0 - W_P \approx \sum_0^P g_i \cdot dn_i \quad (24)$$

## 2.5 SISTEMAS DE ALTITUDE

### 2.5.1 Geóide

O geóide, por ser uma superfície equipotencial do campo de gravidade real, apresenta ondulações relativamente à superfície elipsóidica do modelo Terra Normal. As ondulações refletem um conjunto de valores de alturas geoidais ( $N$ ). Tais ondulações, decorrentes das heterogeneidades de distribuição das massas e das densidades associadas, são suaves. Como os efeitos gravitacionais decrescem com o quadrado da distância, usualmente a exigência maior do conhecimento da distribuição de massas e por conseqüência o conhecimento da gravidade ( $g$ ) refere-se às porções mais próximas na crosta terrestre acima do geóide, que na prática não pode ser obtida a menos de hipóteses simplificativas sobre a densidade do material que compõe a litosfera. (FERREIRA, 2008)

### 2.5.2 Altitudes

De forma genérica, pode-se definir altitude como sendo a distância que separa duas superfícies, equipotenciais (ou de nível) ou não, segundo uma determinada direção associada. Usualmente esta direção é a vertical do ponto determinada pela direção do vetor gravidade ou pelo modelo da vertical que é a normal geométrica ao elipsóide de referência e que passa pelo respectivo ponto na superfície física da Terra. Conforme a escolha das superfícies e da direção ter-se-á

uma altitude específica: altitude elipsóidica ( $h$ ), altitude ortométrica ( $H^o$ ), altitude normal ( $H^N$ ) e ainda grandezas tais como altura geoidal ( $N$ ), a anomalia de altura ( $\zeta$ ) (FREITAS e BLITZKOW, 1999). Estas grandezas são apresentadas na seqüência desta seção. Assim são importantes as relações que podem ser visualizadas na Figura 07:

$$N = h - H^o \quad (25)$$

$$\zeta = h - H^N \quad (26)$$

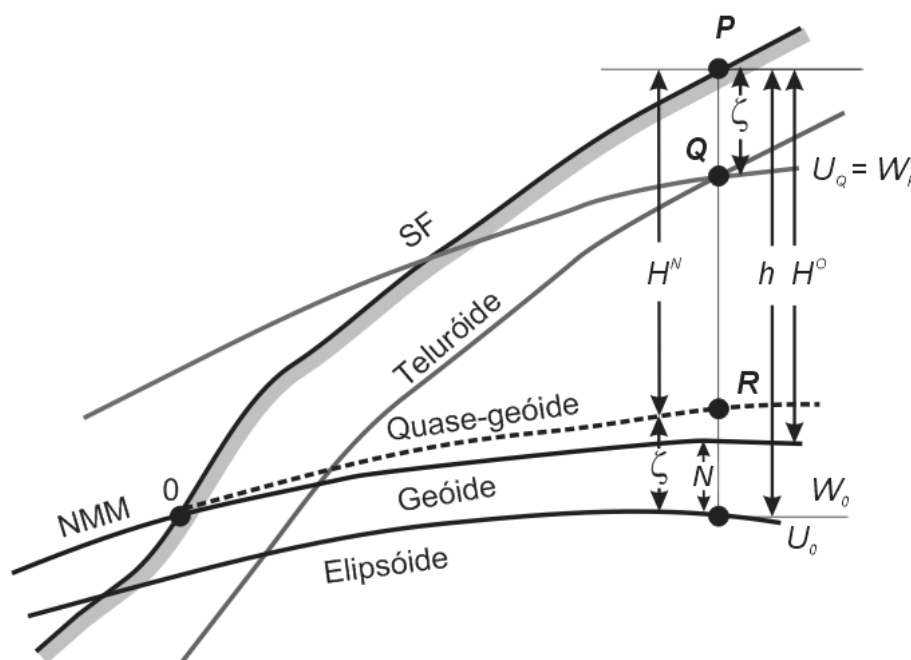


FIGURA 7 – Altura Geoidal ( $N$ ) e Anomalia de Altura ( $\zeta$ )

FONTE: Ferreira, 2011.

Freitas e Blitzkow (1999) expressam que segundo a determinação, a aplicação e o modelo físico considerado em sua definição, as altitudes em Geodésia podem ser classificadas como geométricas (elipsoidais e niveladas) e altitudes do tipo físico (e.g. ortométricas, dinâmicas e normais).

### 2.5.2.1 Altitude Elipsóidica

A altitude elipsóidica ( $h_P$ ) de um ponto  $P$  é definida como a distância do elipsóide de referência ao ponto, medida ao longo da normal (HEISKANEN e MORITZ, 1979). Observe-se que esta altitude, usualmente denominada de altitude geométrica, não é a oriunda do nivelamento geométrico e, portanto, evita-se tal denominação que traz confusão.

A altitude elipsóidica é dada pela distância ao longo da normal, do elipsóide de referência à superfície. No contexto das redes clássicas da Geodésia ela era determinada por nivelamento trigonométrico ao longo das redes de triangulação e trilateração, e sempre possuía um caráter relativo em vista do arbítrio envolvido no *Datum*. Na atualidade são facilmente obtidas com as observações com receptores GNSS.

Uma das características da altitude elipsoidal é que ela não se vincula ao campo de gravidade da Terra. Pontos com a mesma altitude elipsoidal não descrevem uma superfície equipotencial, portanto, não estão em nível (FERREIRA, 2008).

### 2.5.2.2 Altitude Ortométrica

A altitude ortométrica é definida como a distância ao longo da linha de campo da gravidade ou linha de prumo (assim evita-se a denominação de linha vertical para não confundí-la com a vertical do ponto  $P$  que é determinada pela direção do vetor gravidade naquele ponto e, portanto, é tangente à linha de campo), entre o geóide e o ponto de interesse, usualmente na superfície física da Terra (SF), como mostra a figura 08:

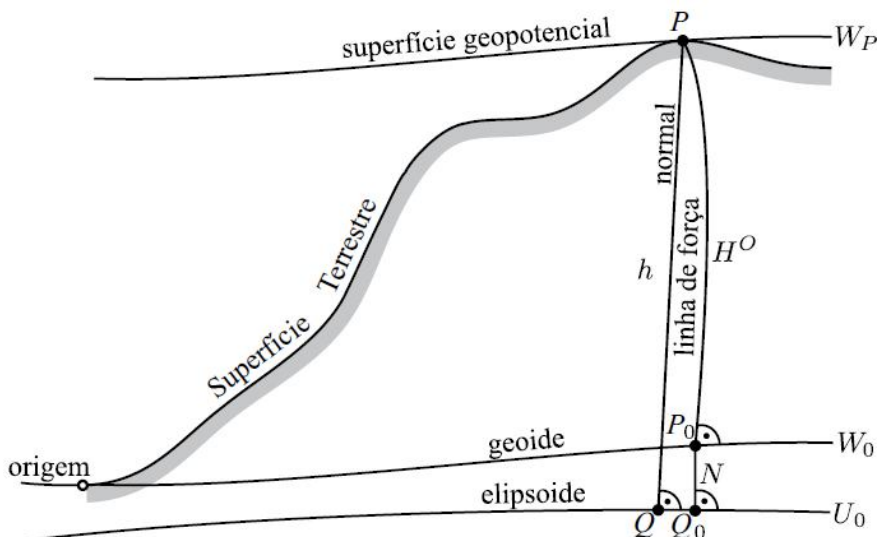


FIGURA 8 – Altitude Ortométrica

FONTE: Ferreira, 2011.

No cálculo da altitude ortométrica o valor da gravidade deve ser o valor médio ( $\bar{g}$ ) entre o geóide  $P_0$  e o ponto  $P$ , ao longo da linha vertical, ou seja, (HEISKANEN e MORITZ, 1979):

$$H^O = \frac{1}{\bar{g}} \int_{P_0}^P g \cdot dn \approx \frac{1}{\bar{g}} \sum_{i=1}^n g_i \cdot dn_i \quad (27)$$

Considerando a equação (24), pode-se relacionar a altitude ortométrica com o número geopotencial, expresso por:

$$H^O = \frac{C_P}{\bar{g}} \quad (28)$$

Observe-se que a altura geoidal é obtida de forma via a solução do Problema de Valor de Contorno da Geodésia, tal como possibilitado pela Equação de Pizetti-Stokes e da Equação de Bruns (HEISKANEN & MORITZ, 1967, pp 53).

Cabe ser destacado que a RAFB está estruturada sobre altitudes ortométricas-normais (FERREIRA et al., 2011), incorporando somente correções

teóricas do campo da gravidade, constituindo um tipo de altitude sem pleno significado físico como as ortométricas, dinâmicas e normais.

### 2.5.2.3 Altitude Normal ou de Molodenskii

À distância contada ao longo da normal entre o teluróide (superfície do campo da gravidade que possui esferopotencial igual ao geopotencial do ponto) e o elipsóide ou entre a superfície física e o quase-geóide (superfície que coincide com o geóide em mar aberto) é denominada de altitude normal ( $H^N$ ). A separação entre o teluróide e a superfície física ou entre o quase-geóide e o elipsóide de referência recebe o nome de anomalia de altura ( $\zeta$ ). Conforme mostra a figura 09:

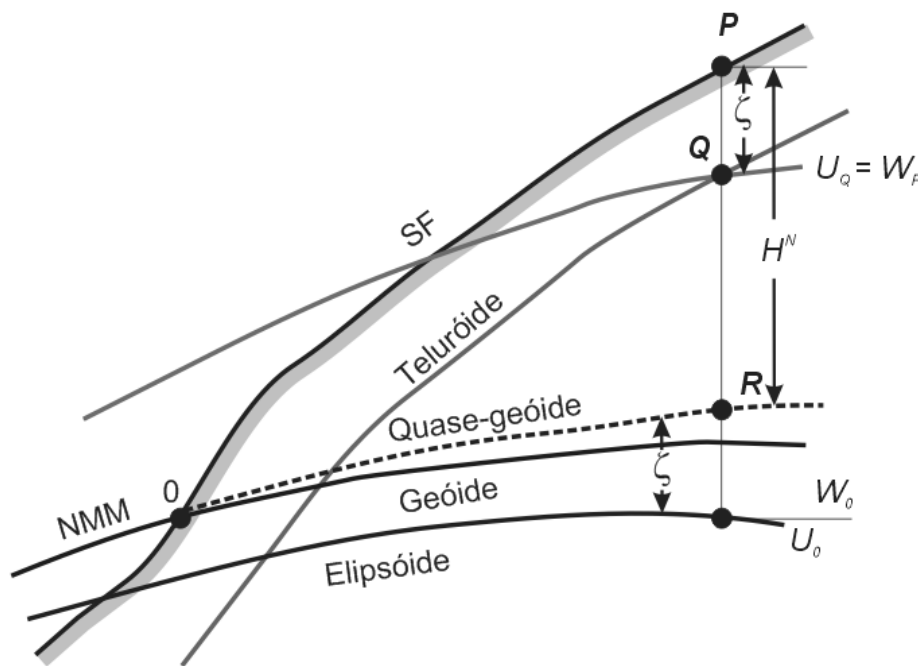


FIGURA 9 – Altitude Normal

FONTE: Ferreira, 2008.

A altitude normal do ponto  $P$  na superfície física da Terra é definida de forma similar à altitude ortométrica, entretanto o valor médio da gravidade no numerador da (28) é substituído por valor médio obtido do campo da gravidade normal, ou seja, substituindo  $g$  por  $\gamma$  (gravidade normal), no entanto preserva-se o número geopotencial obtido pela operação de nivelamento associada à gravimetria e,

portanto relacionada com o geopotencial ( $W$ ). A altitude normal foi introduzida pela possibilidade de determinação de valor médio exato para a gravidade normal uma vez que, na prática, não se pode determinar o valor médio da gravidade ( $\bar{g}$ ) ao longo da linha de campo a menos que se estabeleçam hipóteses simplificativas a respeito da estrutura da crosta (MOLODENSKII et al., 1960):

$$H^N = \frac{C_P}{\gamma_i} \quad (29)$$

Onde  $\bar{\gamma}_i$  é a gravidade normal média entre o elipsóide e o ponto considerado. A altitude normal preserva o significado físico de altitude em vista de preservar a vinculação ao número geopotencial, porém sua superfície de referência, o quase geóide, não é equipotencial (VANIČEK & KRAKIWSKY, 1986).

#### 2.5.2.4 Altitude Ortométrica-Normal

Na época em que se iniciou o grande desenvolvimento das redes de nivelamento geométrico, em meados do século passado, as observações de gravidade em campo eram ainda atividades pouco convencionais e de difícil consecução. Deve-se recordar que a primeira rede gravimétrica mundial com ampla difusão foi a *International Gravity Standardization Net 1971* (IGSN71). Assim, as altitudes ortométricas-normais ( $H^{ON}$ ) foram introduzidas e adotadas por um grande número de países visando dar-se uma aproximação de significado físico às altitudes. Este sistema utiliza apenas informações do campo de gravidade normal como uma aproximação do campo de gravidade da Terra para obter aproximações às quantidades necessárias para dar significado físico às altitudes (FEATHERSTONE e KUHN, 2006).

Estas altitudes não têm significado físico e não são nem ortométricas nem normais, ou seja, elas não são referidas ao geóide ou ao quase-geóide como a ortométrica e a normal, respectivamente. Elas são determinadas empregando-se a gravidade normal ao invés da gravidade real em uma formulação matemática que corrige apenas o não paralelismo das superfícies equipotenciais teóricas do campo



da gravidade normal. A gravimetria só começou a ser realizada de forma sistemática pelo IBGE em associação ao nivelamento no Brasil em meados da década de 1980 (LUZ, 2008).

Altitudes ortométricas-normais (Figura 10) foram adotadas no Brasil porque não havia medidas de gravidade disponíveis no momento da realização de grande parte da RAFB. De acordo com Ferreira (2008) o objetivo de empregar esta correção aos desníveis antes do ajustamento visava à determinação de “altitudes ortométricas” mais precisas, o que explica por que elas são comumente, porém erroneamente, referidas como altitudes ortométricas no Brasil. Segundo Heck (2003), a altitude ortométrica-normal ( $H^{ON}$ ) é dada por:

$$H^{ON} = \frac{C'_P}{\gamma(\varphi, H^{ON})}, \quad (30)$$

Onde  $C'$  é o número esferopotencial dado por:

$$C' = \int_{P_0}^P \gamma dn, \quad (31)$$

e pode ainda ser calculado como:

$$C'_P = U_{ref} - U_P. \quad (32)$$

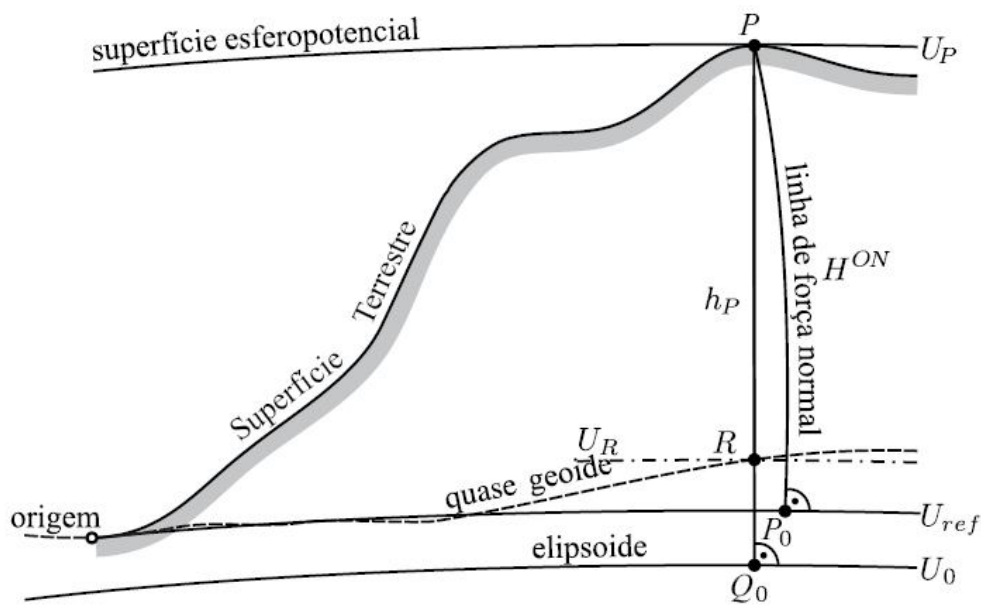


FIGURA 10 – Altitude Ortométrica-Normal

Fonte: Ferreira, 2011

### 2.5.2.5 Altitude Dinâmica

A altitude dinâmica de um ponto  $P$ , na superfície física da Terra pode ser obtida a partir da adoção de um valor médio da gravidade na (28) que implica em aplicar-se um fator de escala constante ao número geopotencial. Este divisor pode ser, por exemplo, o valor da gravidade normal em uma latitude média (JEKELI, 2000). Isto implica que este tipo de altitude é o único em que pontos com mesma altitude estão na mesma superfície equipotencial (FERREIRA, 2008).

A altitude dinâmica de um ponto  $P$  pode ser expressa pela seguinte equação (VANIČEK & KRAKIWSKY, 1986):

$$H_P^D = \frac{C_P}{\gamma_R} \quad (33)$$

Onde  $H_P^D$  é a Altitude Dinâmica de um ponto  $P$ .  $C_P$  é o número geopotencial de  $P$  e  $\gamma_R$  é um valor constante, por exemplo, obtido da gravidade normal para uma latitude média de  $45^\circ$ .

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 ÁREA DE ESTUDO

A área de estudos encontra-se localizada na região nordeste do Brasil, compreendida entre as longitudes  $-49^\circ \leq \lambda \leq -40^\circ$  e latitudes  $-11^\circ \leq \varphi \leq -1^\circ$ , abrangendo totalmente os estados do Maranhão - MA e Piauí - PI (FIGURA 11).

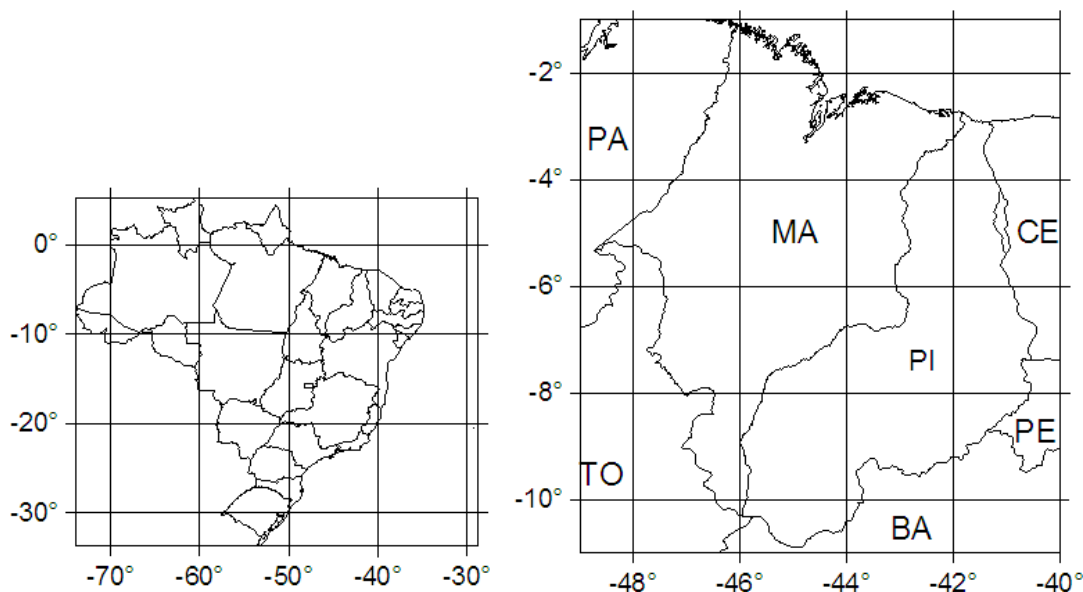


FIGURA11 – Localização da área de estudos

FONTE: O autor (2011).

Percebe-se claramente, pelas figuras 12 e 13, que na área de estudos o Modelo de Ondulação Geoidal brasileiro MAPGEO2010 apresenta as maiores discrepâncias relativamente a GPS/NIV, na ordem de - 1m a + 0,6m em cerca de 500km, seguidas do estado do Tocantins, na região norte e dos estados do Mato Grosso e Goiás na região centro-oeste. Também, parte do Estado do Maranhão não tem estimativa da acurácia do modelo (IBGE, 2010).

**Discrepâncias entre o Modelo de Ondulação Geoidal 2010 e os pontos GPS/RN**

Sistema de Referência: SIRGAS 2000

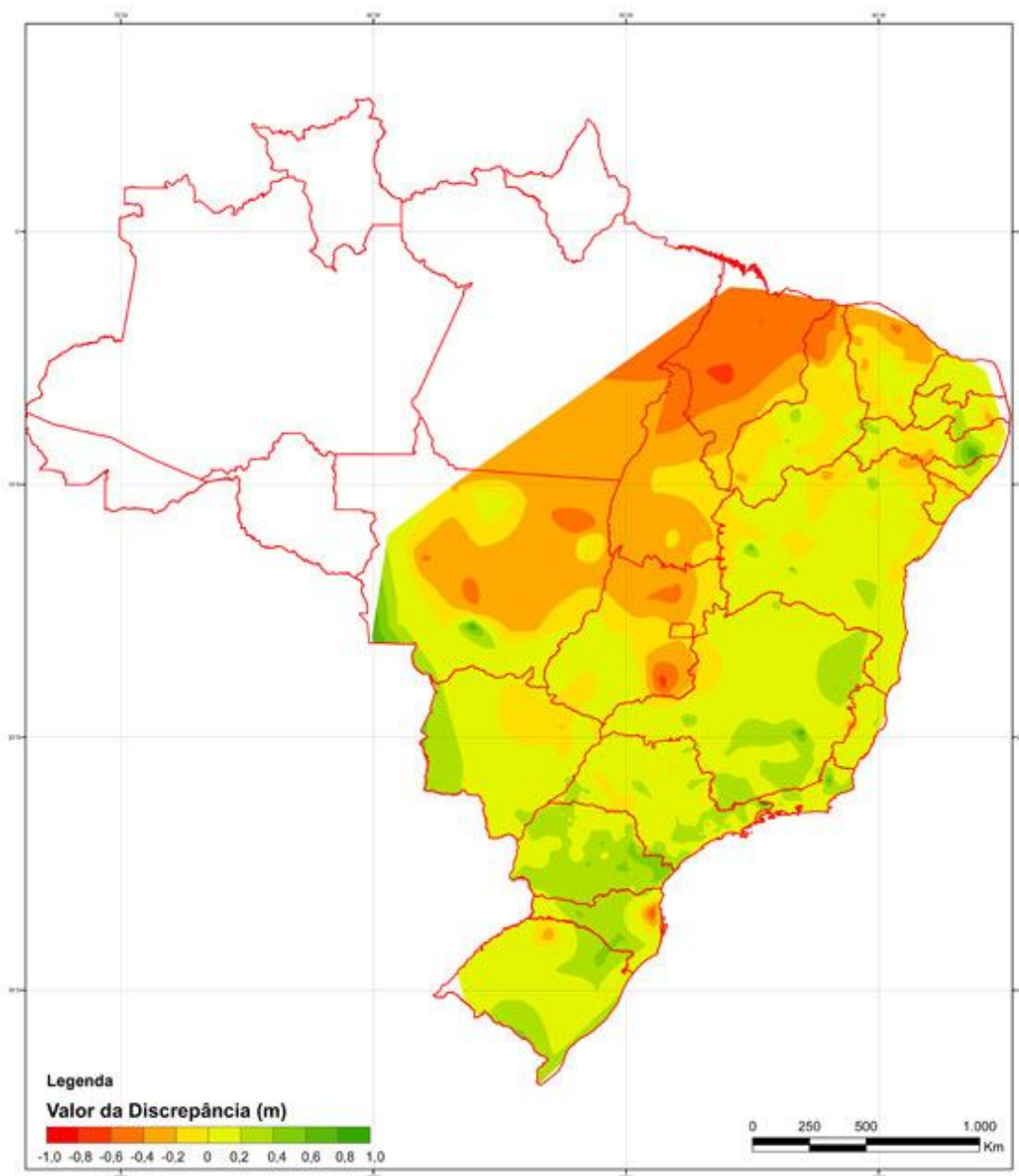


FIGURA 12 – Discrepância entre o Modelo de Ondulação Geoidal 2010 e os pontos GPS/NIV

Fonte: IBGE, 2010.

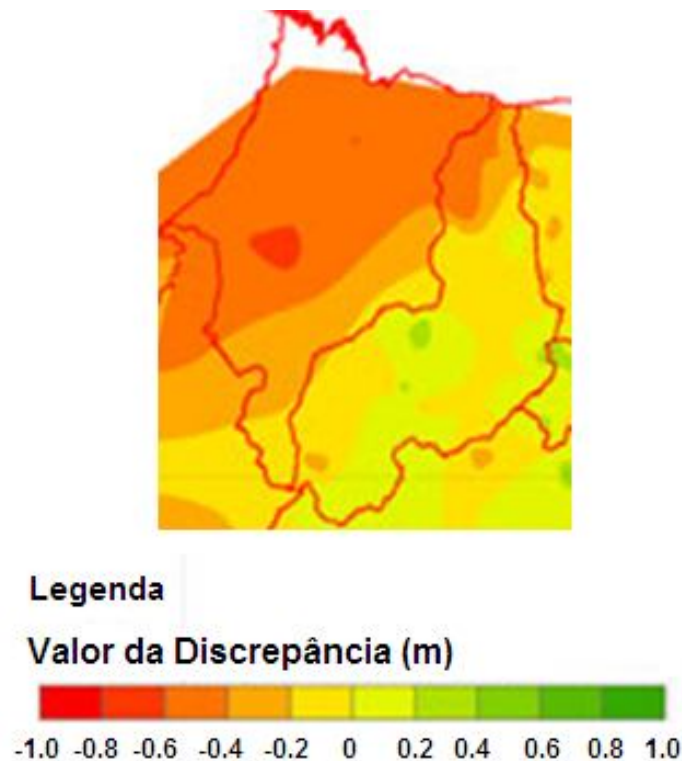


FIGURA 13 – Delimitação da área de estudo com a discrepância entre o Modelo de Ondulação Geoidal 2010 e os pontos GPS/NIV

Fonte: IBGE, 2010.

### 3.2 AQUISIÇÕES DOS DADOS

Para a estruturação da base de dados geodésicos da pesquisa, utilizaram-se as seguintes informações:

- ✓ Latitude, longitude e altitudes das estações geodésicas EG - GPS/NIV do banco de dados do SGB, extraídas dos dados disponíveis no sítio (<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/sgb.shtm>).
- ✓ MGGs (<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>):
  - EGM2008,
  - EIGEN 05C,
  - AIUB-GRACE03S e
  - GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2 e
- ✓ MGA: Modelo de Ondulação Geoidal – MAPGEO2010.

### 3.2.1 Dados do Sistema Geodésico Brasileiro – SGB.

O Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) foi iniciado na década de 40. O SGB caracteriza-se pelo conjunto de estações que representam o controle horizontal e vertical necessários à localização e representação cartográfica no território brasileiro. Seu estabelecimento e manutenção são atribuições do IBGE via seu Departamento de Geodésia. O SGB é composto pelas redes altimétrica, planimétrica e gravimétrica (IBGE, 2011b).

As estações geodésicas (EG) utilizadas na pesquisa fazem parte da rede altimétrica. Essas estações utilizam duas metodologias para a obtenção das altitudes, sendo a de monitoramento com receptores GPS para coletar o conjunto de observações das quais, pode-se calcular a altitude elipsóidica e a metodologia de nivelamento geométrico para obtenção da altitude ortométrica-normal. A integração dessas duas metodologias é o que se chama de GPS/NIV, sigla esta adotada para as estações geodésicas da pesquisa.

Primeiramente foram selecionadas 76 EG - GPS/NIV do banco de dados do IBGE, abrangendo a região de estudo, sendo distribuídas nos estados do Maranhão, Piauí, Ceará, Pernambuco, Bahia, Tocantins e Pará (Tabela 4)

TABELA 4 – Distribuição das estações geodésicas GPS/NIV nos estados.

ESTAÇÕES GEODÉSICAS GPS/NIV	
Estados	Nº de Estações
Maranhão	21
Piauí	21
Ceará	15
Pernambuco	1
Bahia	8
Tocantins	5
Pará	5

Posteriormente, realizou-se uma triagem de estações, onde os principais parâmetros para a eliminação de uma estação foram:

- ✓ Deixar apenas uma estação por cada município, para uma melhor distribuição geográfica (Figura 14). Resultou então um total de 47 estações distribuídas entre os estados (Tabela 5);
- ✓ A fonte: nivelamento geométrico;
- ✓ A classe: Ajustada - Alta Precisão e
- ✓ *Datum*: Imbituba.

TABELA 5 – Distribuição das estações geodésicas GPS/NIV nos estados.

ESTAÇÕES GEODÉSICAS GPS/NIV	
Estados	Nº de Estações
Maranhão	12
Piauí	12
Ceará	6
Pernambuco	1
Bahia	7
Tocantins	5
Pará	4

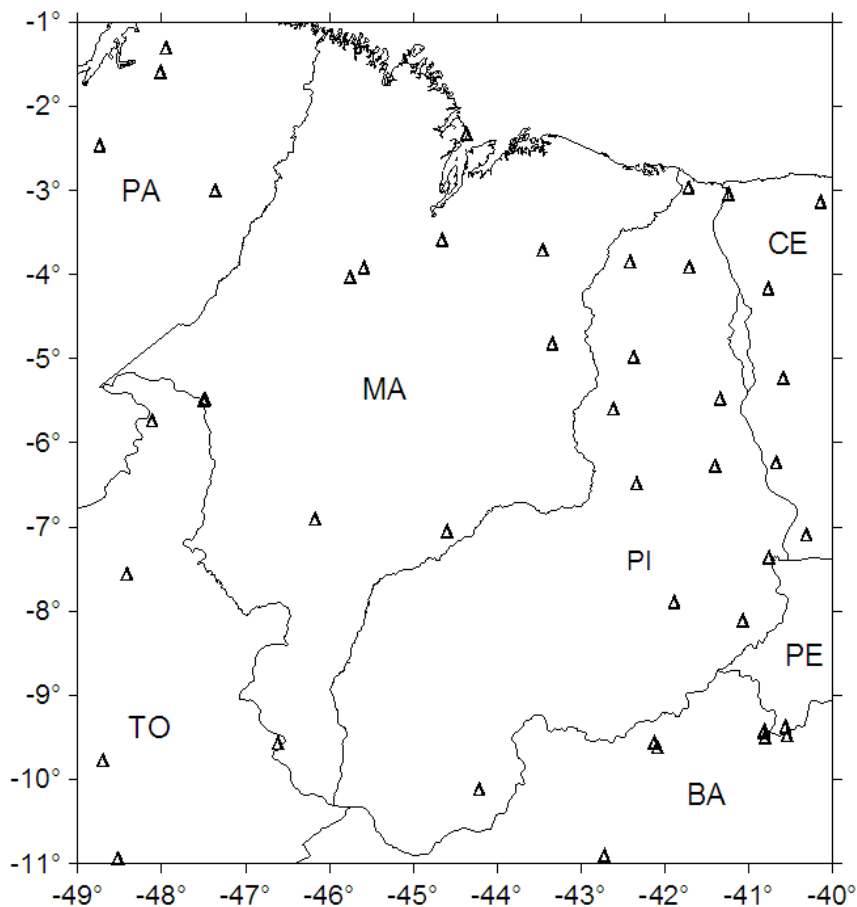


FIGURA 14 – Distribuição geográfica das Estações Geodésicas GPS/NIV.

Fonte: O Autor, 2011.

Em seguida foram extraídas do relatório as informações de maior relevância para a pesquisa: as latitudes; as longitudes; as altitudes elipsoidais (fonte: GPS - Geodésico); e as altitudes ortométricas-normais (fonte: nivelamento geométrico). Posteriormente calcularam-se as alturas geoidais, das 47 estações, para todos os MGGs e para o modelo de ondulação geoidal brasileiro. Seguindo o procedimento descrito anteriormente.

### 3.2.2 Dados dos Modelos Globais do Geopotencial

Os dados dos MGGs, são disponibilizados on-line pelo sítio do ICGEM da GFZ (FIGURA 15). O cálculo do valor da altura geoidal, dos diversos MGGs, realizou-se também em função das informações e rotinas disponíveis no sítio.



Para a geração dos valores de altura geoidal, pelo sítio, é necessário disponibilizar as coordenadas extremas do retângulo que envolve a área de estudo ou processar ponto a ponto, fornecendo a latitude e longitude de cada ponto de interesse. Para a pesquisa optou-se pela metodologia de processamento ponto a ponto.

O passo seguinte foi preencher as lacunas, sendo que cada campo existem diferentes componentes, que devem ser configuradas de acordo com a finalidade do trabalho desenvolvido, como mostrar a Figura 14. Para o trabalho em questão as informações foram as seguintes:

- ✓ Sistema Geodésico de Referência: no caso o utilizado foi o GRS 80 para todos os modelos, para compatibilidade e coerência das análises, que serão explicadas na próxima seção;
- ✓ Modelos a serem avaliados: foram processadas informações de todos os modelos citados anteriormente;
- ✓ Função: componente a ser calculada - calculou-se a altura geoidal.
- ✓ Sistema de maré permanente utilizado: *tide-free*;
- ✓ Termo do grau zero: incluído.

Para cada um dos MGGs utilizados manteve-se suas definições iniciais. Para a lacuna do sistema geodésico de referência, dentre os diversos disponibilizados (e.g. *WGS-89*, *GRS-80*, *GRS-67* entre outros), o sistema geodésico de referência considerado na pesquisa foi o *Geodetic Reference System 1980* (GRS-80), base do SIRGAS, empregando-se todos os parâmetros do GRS-80.

Na lacuna dos modelos realizou-se individualmente para cada um dos MGGs utilizados na pesquisa.

A função conforme o sítio do ICGEM pode-se calcular por meio do *calculation Service* diversas componentes derivadas do geopotencial (e.g. geóide, anomalia de altitude, distúrbio da gravidade, anomalia da gravidade entre outras). Para a pesquisa calculou-se para cada uma das 47 estações a altura geoidal em todos os MGGs.

Todos os cálculos efetivados nesta pesquisa foram efetuados num sistema livre de marés (*tide-free*), conforme as definições iniciais de cada um dos MGGs

adotados (ICGEM, 2010). Também, no sítio do ICGEM é possível gerar-se os parâmetros de interesse em outros sistemas de maré.

É importante deixar claro que o termo do grau zero no desenvolvimento do geopotencial em harmônicos esféricos representa o potencial de uma esfera homogênea de massa  $M$  sobre um ponto distanciado  $r$  do centro da mesma. (GEMAEL, 2002)

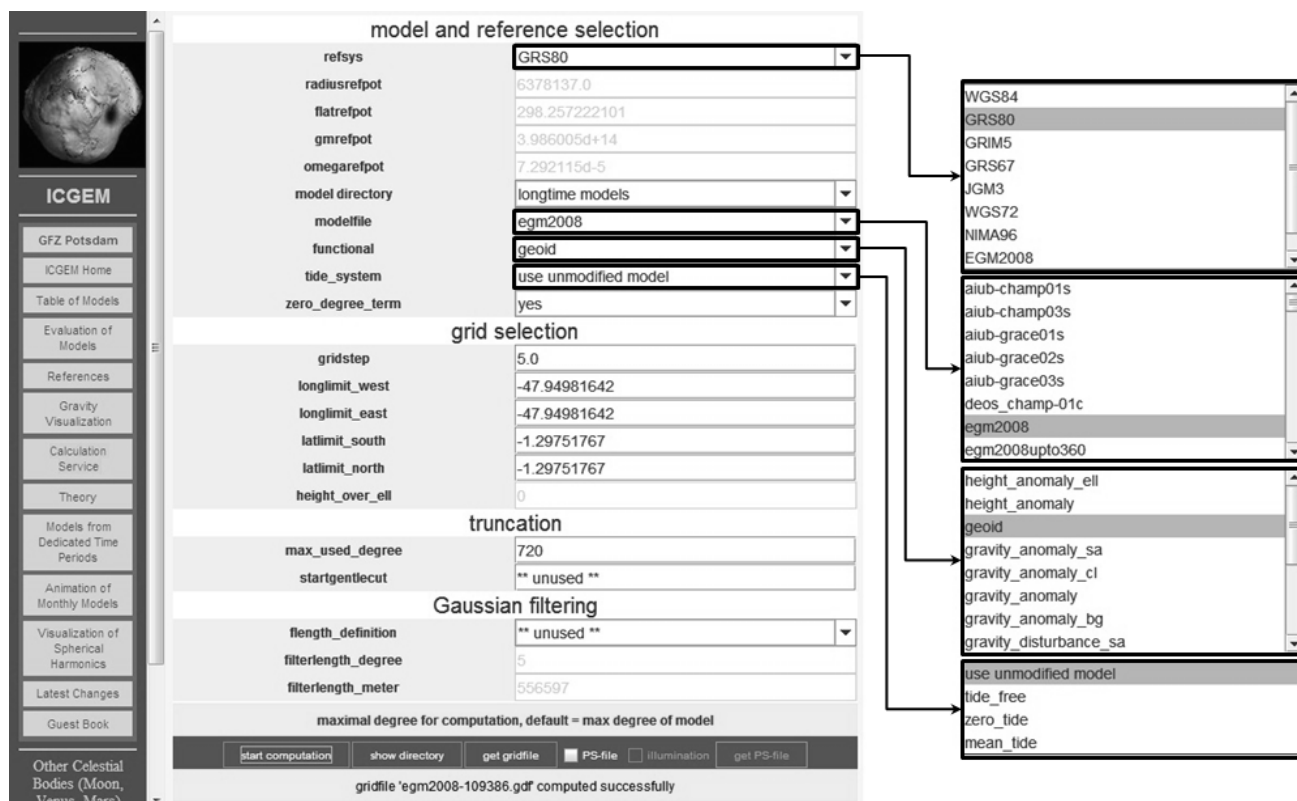


FIGURA 15 – Plataforma de cálculo do ICGEM

Fonte: ICGEM, 2011.

É importante salientar que todos os MGGs estão no mesmo referencial. Os principais parâmetros definidores do SGR são:

- ✓  $a$  – É o semi-eixo maior do elipsóide adotado;
- ✓  $J_2$  – Fator dinâmico de forma;
- ✓  $GM$  – Constante Gravitacional Geocêntrica;
- ✓  $\omega$  – Velocidade angular da Terra.

As Tabelas 6 e 7 mostram as constantes fundamentais e geométricas derivadas do SGR adotado na pesquisa:

TABELA 6 – Constantes Fundamentais do GRS80

<b>Constantes Fundamentais GRS 80</b>		
<b>Símbolo</b>	<b>Valor Numérico</b>	<b>Definição</b>
$a$	6.378.137 m	Semi-eixo maior
$GM$	$3.986.005 \times 10^8 \text{ m}^3\text{s}^{-2}$	Constante gravitacional geocêntrica
$J_2$	$108.263 \times 10^{-8}$	Constante dinâmica de forma
$\omega$	$7.292.115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$	Velocidade angular

TABELA 7 – Constantes Geométricas Derivadas do GRS80

<b>Constantes Geométricas Derivadas</b>		
<b>Símbolo</b>	<b>Valor Numérico</b>	<b>Definição</b>
$b$	6.356.752,3141 m	Semi-eixo menor
$e^2$	0,00669438002290	Primeira excentricidade
$e^2$	0,00673949677548	Segunda excentricidade
$f$	0,00335281068118	Achatamento polar
$f^1$	298,257222101	Achatamento inverso
$R$	6371008,7714 m	Raio terrestre médio

O produto final do processamento realizado no sítio do ICGEM é um arquivo no formato GDF (Figura 16), no qual são apresentados os parâmetros utilizados bem como a longitude, latitude e a altura geoidal.

```

generating_institute      gfz-potsdam
generating_date           2011/09/03
product_type              gravity_field
body                      earth
shmname                   egm2008
max_used_degree           720
tide_system               tide_free
functional                 geoid
zero_degree_term          included
unit                      meter
refsysname                GRS80
gmrefpot                  3.986005000000E+14 m**3/s**2
radiusrefpot              6378137.000 m
flatrefpot                3.352810681182319E-03 (1/298.25722210100)
omegarefpot               7.292115000000E-05 1/s
normal_potential          6.263686085004610E+07 m**2/s**2
long_lat_unit             degree
latlimit_north            -1.2975176700000
latlimit_south            -1.2975176700000
longlimit_west            312.05018358000
longlimit_east            312.05018358000
gridstep                  5.0000000000000
latitude_parallels        1
longitude_parallels       1
number_of_gridpoints      1
gapvalue                  999.0000
weighted_mean             -2.5790911E+01 meter
maxvalue                  -2.5790911E+01 meter
minvalue                  -2.5790911E+01 meter
signal_wrms               0.0000000E+00 meter
grid_format               long_lat_value

longitude   latitude   geoid
[deg.]      [deg.]      [meter]
end_of_head =====
312.0502    -1.2975    -25.79091125

```

FIGURA 16 – Plataforma de cálculo do ICGEM

Fonte: ICGEM, 2011.

### 3.2.3 Dados do Modelo de Ondulação Geoidal – MAPGEO2010

O modelo de ondulação geoidal MAPGEO2010 é um sistema de interpolação de altura geoidal (Figura 17). Nele pode ser estimada a altura geoidal para um ponto como também a ondulação para diversos pontos.

Para este cálculo empregou-se os mesmos pontos para os quais gerou-se as alturas geoidais com os MGGs considerados anteriormente. O MAPGEO2010 disponibiliza seus dados em dois sistemas de referência: SIRGAS2000 e SAD69, onde o usuário deve escolher o seu sistema de referência. Para o caso desta pesquisa utilizou-se o SIRGAS2000, o qual tem por base também o GRS 80.

Em seguida, foram inseridas as coordenadas, na opção de entrada via arquivo, onde foi utilizado um arquivo de texto no formato *.txt*, contendo todas as longitudes e latitudes, em grau decimal, do retângulo da área de estudo.

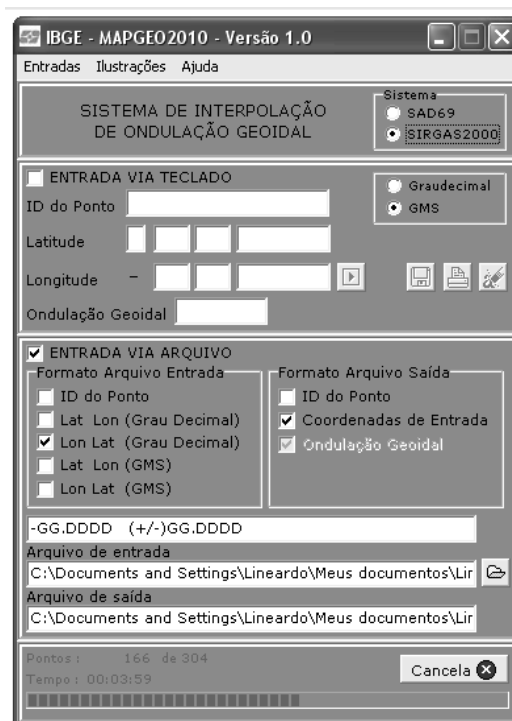


FIGURA 17 – Sistema de interpolação de ondulação geoidal – MAPGEO2010.

Fonte: IBGE, 2010.

### 3.3 AVALIAÇÃO DA COMPONENTE SISTEMÁTICA

Realizou-se uma avaliação absoluta que também foi efetivada via estatística para cada um dos modelos avaliados. Neste particular, levou-se em consideração o número de pontos, as diferenças entre os modelos e a base de referência, e a partir

das diferenças extraíram-se valores mínimo, máximo e médio, bem como o erro médio quadrático (RMS - *Root Mean Square error*).

Para melhor entendimento do procedimento metodológico da avaliação em questão, descrevem-se as etapas da mesma. Primeiramente, sabe-se que  $N$ ,  $H^{ON}$  e  $h$ , são três tipos de grandezas, associadas a diferentes superfícies de referência, métodos observacionais e significados que, no entanto, podem ser relacionadas por (25). Logo, as diferenças entre as alturas geoidais advindas das EG - GPS/NIV e as alturas geoidais dos modelos devem atender à condição:

$$N_{GPS/NIV} - N_M \approx 0 \quad (34)$$

Onde  $N_{GPS/NIV}$  é altura geoidal dos pontos das estações geodésicas GPS/NIV e  $N_M$  é a altura geoidal dos modelos (MGGs e MAPGEO2010).

No entanto, devido a uma série de inconsistências, tais como ruído aleatório nos valores de  $N$ ,  $H^{ON}$  e  $h$ , inconsistências nos *Data*, erros grosseiros, distorções sistemáticas, entre outras, a condição exposta na equação (34) não ocorre. Esse erro de fechamento pode ser denominado de erro absoluto como também componente ou tendência sistemática expressa por:

$$\Delta N = N_{GPS/NIV} - N_M \quad (35)$$

Aplicando-se a equação (35), para os 47 pontos, utilizando-se todos os modelos adotados na pesquisa, realizaram-se os cálculos estatísticos para a obtenção dos valores mínimo, máximo, médio ( $\overline{\Delta N}$ ) e RMS expresso pela equação 36:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_i^n (\Delta N_i - \overline{\Delta N})^2}{n}} \quad (36)$$

Onde  $\Delta N_i$  é a componente sistemática dos pontos das 47 estações ( $i = 1, 2, 3, \dots, 47$ ).

### 3.4 AVALIAÇÕES DE DISTORÇÕES

Uma pesquisa realizada por Souza (2006), eventuais distorções da RAFB são avaliadas. Em consequência da extensão do Brasil e o número reduzido de marégrafos, a implantação da RAFB foi realizada por meio de linhas, que com distâncias que ultrapassam alguns milhares de quilômetros, que, mesmo seguindo os padrões de controle recomendados para redes altimétricas de referência, os erros sistemáticos, grosseiros e aleatórios podem ser observados. Esses erros geram distorções e, conseqüentemente, deterioram a precisão da rede altimétrica. O posicionamento por GPS, combinado com um modelo geoidal de alta precisão em algumas regiões brasileiras, permitem detectar algumas dessas distorções.

Com isso adotou para avaliar as distorções na região em estudo a metodologia seguinte. A avaliação de distorções foi realizada de forma relativa, onde empregou-se as alturas geoidais GPS/NIV da rede e as alturas geoidais advindas dos MGGs e MAPGEO2010.

Na sequência apresenta-se a metodologia para uma estação, sendo que a metodologia evidenciada para a estação 1 foi empregada para todas as 20 estações em cada modelo, utilizado na pesquisa, para todas as avaliações consideraram-se as alturas geoidais GPS/NIV como valor de referência.

Na primeira etapa da avaliação selecionou-se na área de estudo 20 EG – GPS/NIV (Figura 19), das 47 utilizadas na pesquisa. Na sequência calculou-se a diferença entre a altura geoidal da primeira EG - GPS/NIV em relação às outras 19 EG – GPS/NIV, por:

$$\Delta N_{GPS/NIV} = N_{GPS/NIV}^1 - N_{GPS/NIV}^i \quad (37)$$

Onde  $\Delta N_{GPS/NIV}$  é a componente residual entre as alturas geoidais GPS/NIV dos pontos das estações geodésicas GPS/NIV,  $N_{GPS/NIV}^i$  refere-se à altura geoidal da estação ( $i = 2, 3, 4, \dots, 20$ ), obtida pela (25).

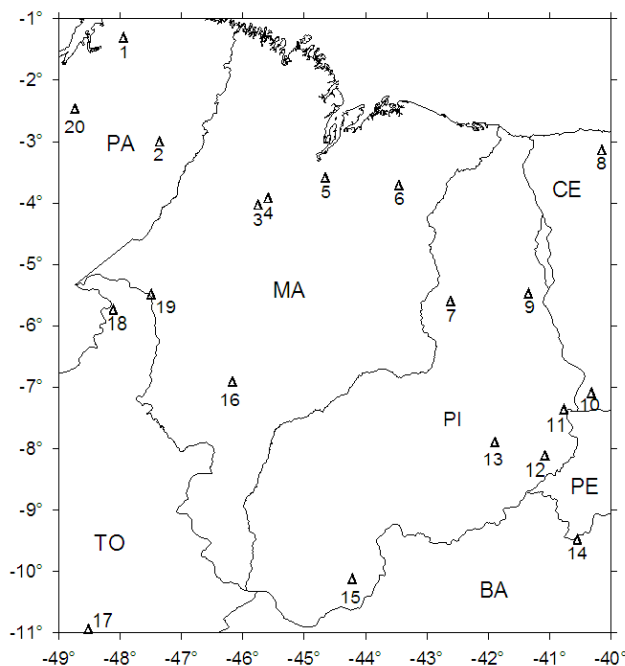


FIGURA 18 – Distribuição geográfica das 20 EG - GPS/NIV.

Fonte: O Autor, 2011.

Na etapa seguinte calculou-se também a diferença entre a altura geoidal da primeira EG - GPS/NIV em relação às 19 dos MGGs e MAPGEO2010, da mesma forma que se calculou na etapa anterior, denominando-se  $\Delta N_M$ .

Posteriormente foram feitas as diferenças entre os resultados das duas etapas anteriores para em seguida calcular o erro relativo, que foi encontrado com a diferença entre as alturas geoidais dividido pela distância entre os pontos.

$$\varepsilon_1 = \frac{(\Delta N_{GPS/NIV} - \Delta N_M)}{D_i} \quad (40)$$

Onde  $\varepsilon_1$  é o erro relativo da primeira EG – GPS/NIV e  $D_i$  corresponde à distância da primeira estação EG – GPS/NIV entre as 19 estações ( $i = 2, 3, 4, \dots, 20$ ).

A distância  $D_i$ , em quilômetros, entre as estações foi calculada considerando as coordenadas cartesianas tridimensionais (X, Y, Z) de cada ponto, em metros, na forma:



$$D = \frac{\sqrt{(X_i - X_1)^2 + (Y_i - Y_1)^2 + (Z_i - Z_1)^2}}{1000} \quad (41)$$

Ao final de cada avaliação relativa, de cada estação, extraiu-se a Média e o RMS, para obter o erro relativo médio de cada estação. Esta metodologia foi aplicada nas 20 EG – GPS/NIV de cada um dos modelos trabalhados na pesquisa.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos na pesquisa. Baseado em outras pesquisas espera-se obter resultados próximos aos resultados obtidos em pesquisas que também avaliaram desempenho de MGG. Pesquisadores como Sánchez e Martínez (2008), Freitas et al. (2010), Ferreira (2011) entre outros concordam que as diferenças entre alturas geoidais vinculadas aos *data* (e.g. *datum* Imbituba) e as obtidas dos MGGs não coincide e apresentam resultados em torno de  $\pm 30\text{cm}$  (e.g., se considerar um geóide global em relação a TNMM obtêm-se valores aproximadamente de  $-22\text{cm} \pm 0.01\text{m}$  (EGM69)  $-29\text{cm} \pm 0.01\text{m}$  (EGM2008 truncado no grau 360) e  $-30\text{cm} \pm 0.01\text{m}$  (EGM2008 no grau 2190)). Então para os resultados da pesquisa espera-se encontrar valores aproximadamente de  $-40\text{ cm} \leq \Delta N \leq 40\text{ cm}$ , para considerar que o modelo obteve um bom desempenho na região em estudo.

### 4.1 MODELOS GEOIDAIS

A seguir apresenta-se o recorte para a região de estudo, de todos os MGGs, MAPGEO2010 e GPS/NIV (FIGURA 18 a FIGURA 25)

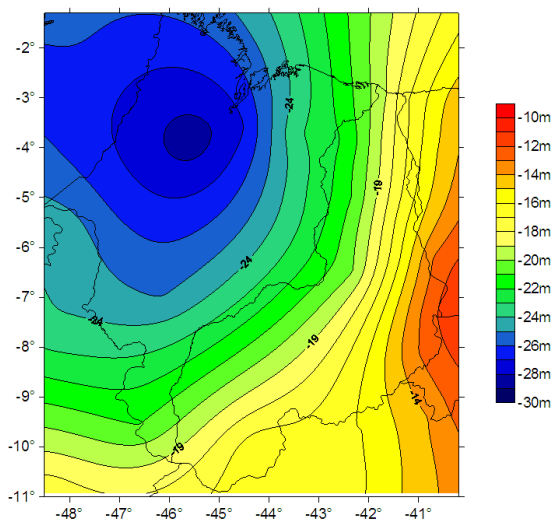


FIGURA 19 – Modelo geoidal do MGG AIUB-GRACE03S

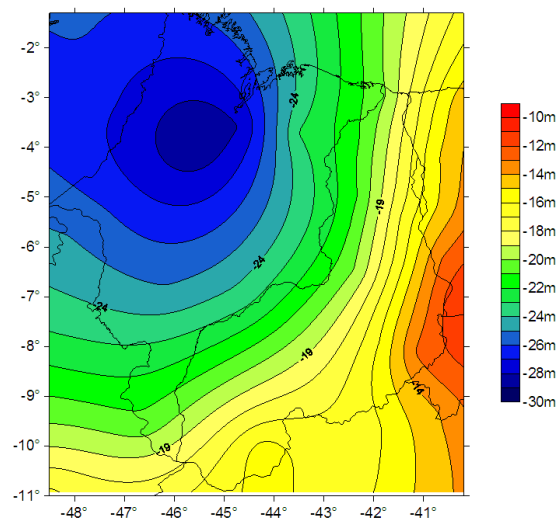


FIGURA 20 – Modelo geoidal do MGG EGM2008 truncado no grau 360

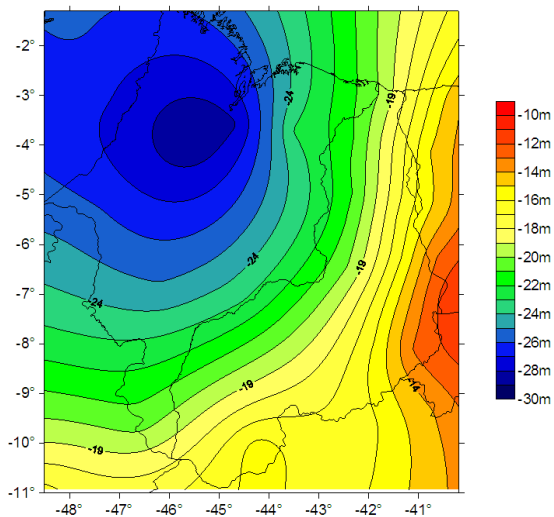


FIGURA 21 – Modelo geoidal do MGG EGM2008  
truncado no grau 720

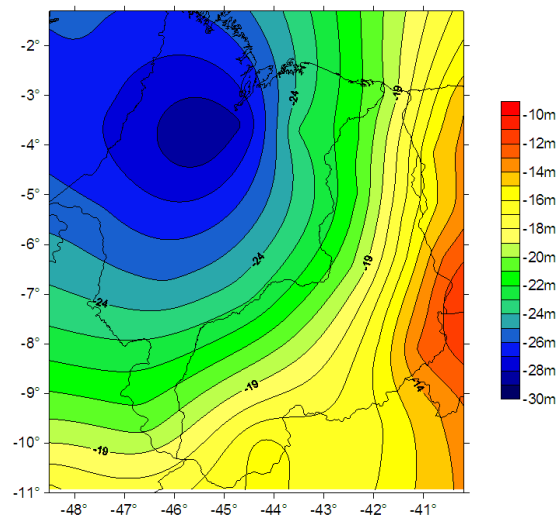


FIGURA 22 – Modelo geoidal do MGG EGM2008  
no grau máximo (2190)

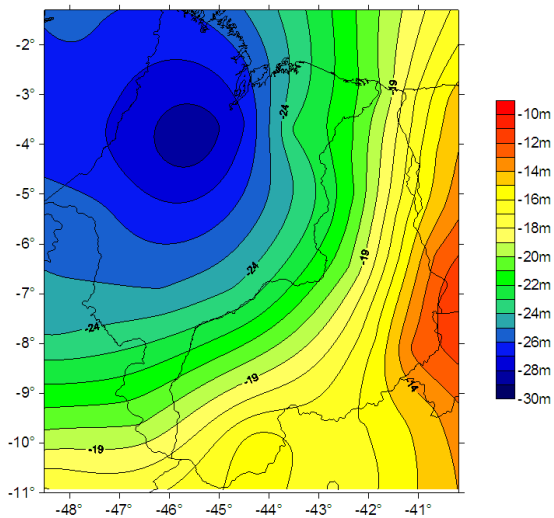


FIGURA 23 – Modelo geoidal do MGG  
EIGEN5C

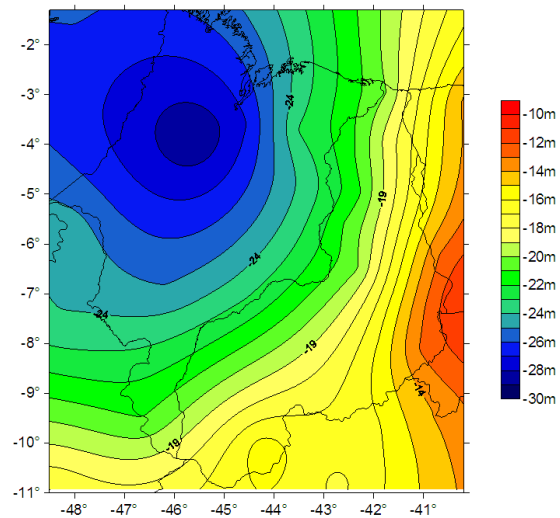


FIGURA 24 – Modelo geoidal do MGG  
GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2

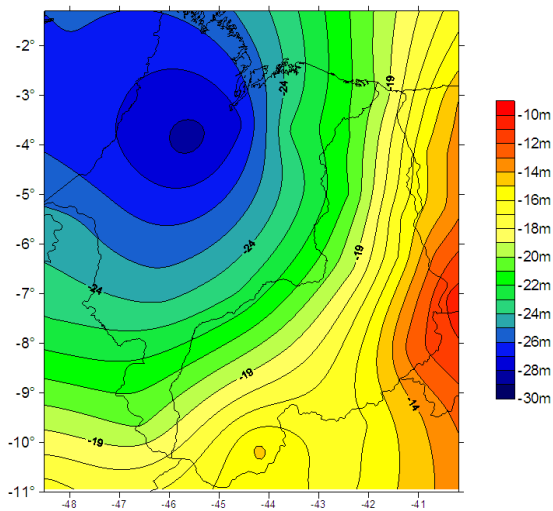


FIGURA 25 – Modelo geoidal do MGG GPS/NIV

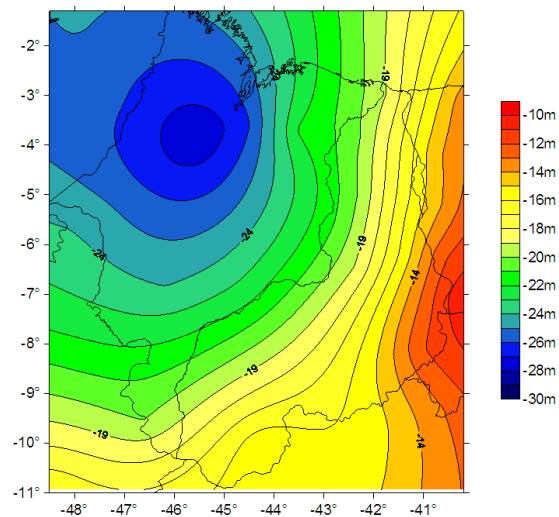


FIGURA 26 – Modelo geoidal do MAPGEO2010

A partir das figuras acima, pode-se observar, que os modelos apresentam alguma variação entre si. No entanto, nesta forma não apresentam resolução suficiente para qualquer análise mais conclusiva. Nas representações estão envolvidos modelos geoidais com diferentes características e resoluções decorrentes de suas características intrínsecas.

#### 4.2 AVALIAÇÃO DA COMPONENTE SISTEMÁTICA

A avaliação da componente sistemática, realizou-se via estatística de forma absoluta, os resultados desta, expressam as discrepâncias das alturas geoidais dos pontos das estações geodésicas GPS/NIV em relação às alturas geoidais advindas dos MGGs, bem com do modelo MAPGEO2010.

Para esta avaliação apresentam-se os valores mínimos, máximos, amplitude, média e o erro médio quadrático (RMS) dos modelos, investigados na pesquisa, em relação aos dados do SGB. (TABELA 8).

TABELA 8 – Avaliação da componente sistemática dos MGGs em relação ao GPS/NIV do SGB

Modelos	Mínimo	Máximo	Amplitude	Média	RMS
	(m)				
GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	0.0019	0.9637	0.9618	0.2996	0.4191
AIUB-GRACE03S	0.0283	1.1947	1.1665	0.2581	0.4545
EGM2008_2190	-0.0536	0.6960	0.7496	0.3617	0.4113
EGM2008_720	-0.0579	0.6898	0.7477	0.3559	0.4044
EGM2008_360	-0.0218	0.6616	0.6834	0.3594	0.4043
EIGEN_05C	-0.0152	1.5956	1.6108	0.3844	0.5109
MAPGEO2010	-0.0598	-1.0811	-1.0213	-0.5172	0.5780

As tendências sistemáticas dos MGGs, expressas pelos valores médios, são bastante similares e uma média destes valores resulta em 0,336m. Já o MAPGEO2010 apresenta tendência sistemática oposta e de maior valor absoluto. Os resultados desta avaliação, em termos de valores absolutos, revelam que os modelos que apresentaram as menores componentes sistemáticas, considerando o valor médio do desvio e portanto uma melhor adaptação à região de estudos, foram os modelos AIUB-GRACE03S e o GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2, 0.2581m e 0.2996m respectivamente, e com maiores desvios sistemáticos os modelos MAPGEO2010 com -0.5172m, seguido do modelo EIGEN\_05C com 0.3844m. Já quando avaliado o RMS, o modelo que apresentou menor valor foi o EGM2008 nos graus de desenvolvimento 360 e 720, 0.4043m e 0.4044m, respectivamente e maiores RMS os modelos MAPGEO2010 com 0.5780m e EIGEN\_05C com 0.5109m.

Em relação à amplitude dos modelos o que apresentou a menor variação foi o EGM2008 nos graus de desenvolvimento 360 e 720, 0.6834m e 0.7477m, respectivamente e maiores amplitudes os modelos EIGEN\_05C com 1.6108m e o AIUB-GRACE03S com 1.1665m.

Nas figuras 27 e 28 demonstram-se os gráficos comparativos da avaliação da componente sistemática de todos os modelos investigados na pesquisa, levando em consideração os valores mínimos e máximos encontrados para esta avaliação.

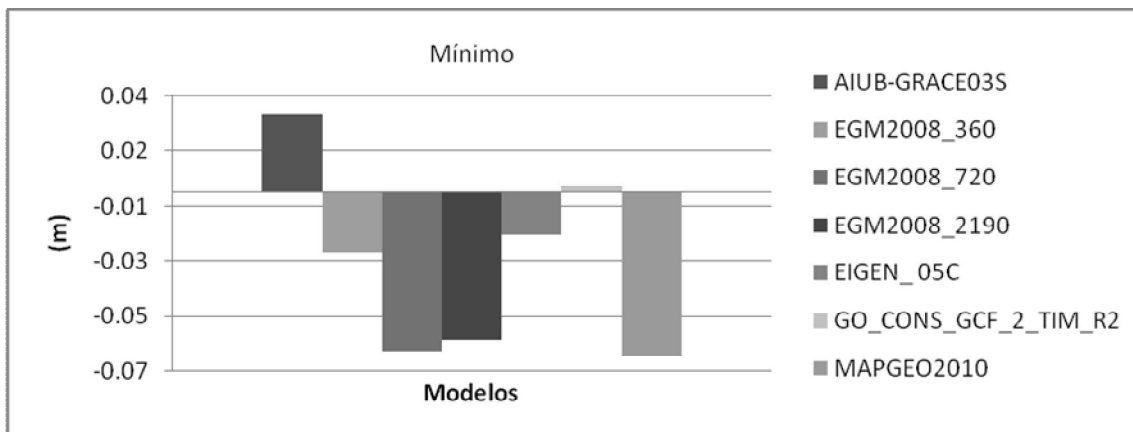


FIGURA 27 – Avaliação da componente sistemática (Mínimo).

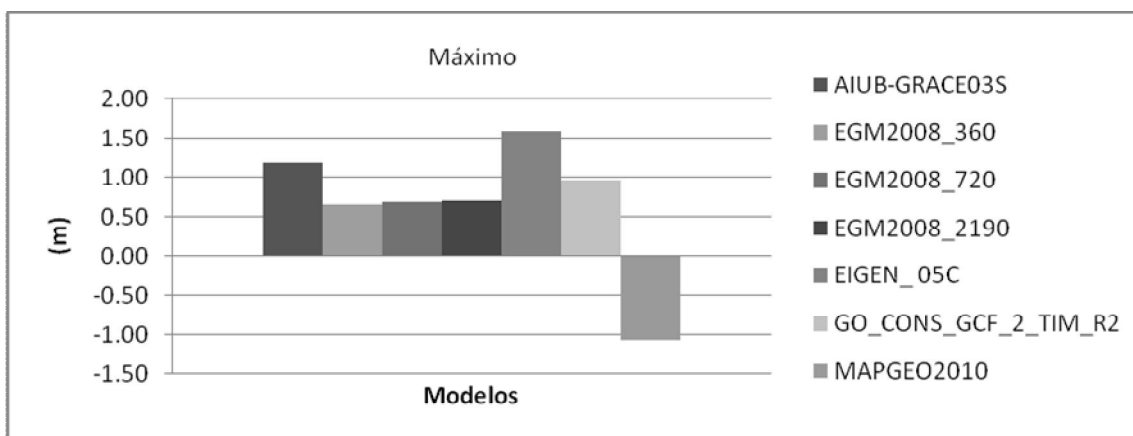


FIGURA 28 – Avaliação da componente sistemática (Máximo).

O gráfico (Figura 29) ilustra a avaliação da componente sistemática de todos os modelos, levando em consideração os valores de amplitudes, médios e o RMS.

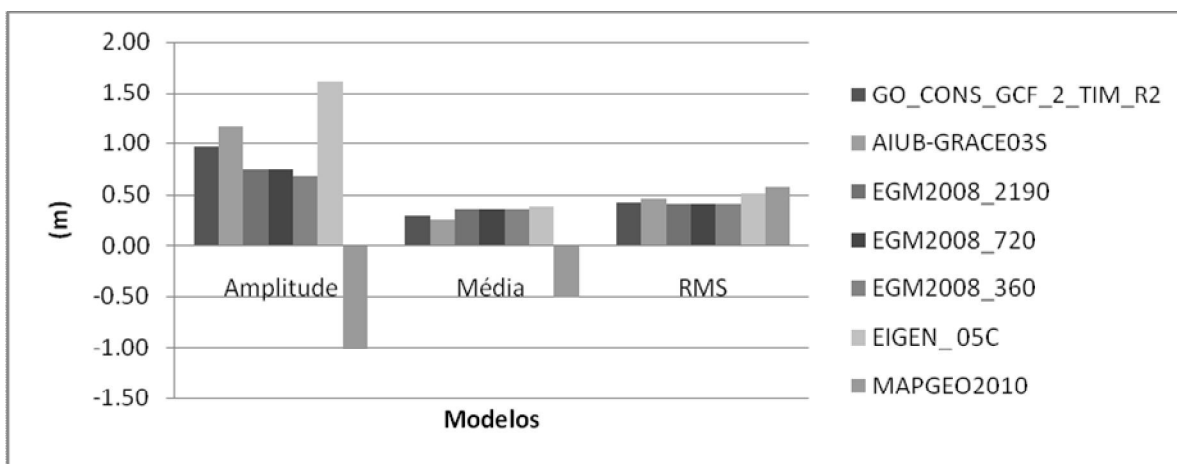


FIGURA 29 – Avaliação da componente sistemática (Amplitude, Média e RMS).

#### 4.2.1 Diferenças entre as estações advindos do GPS/NIV e dos MGGs e MAPGEO2010

A diferença entre as estações GPS/NIV e os MGGs e MAPGEO2010, seguiu a metodologia apresentada anteriormente. Sendo que a verificação dessa diferença realizou-se pela equação 38, cujos resultados serão apresentados em figuras e gráficos. (FIGURA 30 a FIGURA 43).

Os primeiros MGGs avaliados foram o AIUB-GRACE03S e o GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2, modelos da categoria satélite somente, o primeiro advindo da missão GRACE e o segundo da missão GOCE, foram desenvolvidos nos graus máximos (160 e 250, respectivamente), apresentando resoluções espaciais de aproximadamente 125 km e 83 km, respectivamente. Avaliando este modelo pode-se obter como resultados diferenças dentro do esperado, tendo em vista ser um modelo de satélite somente. Como explicado anteriormente, estes tipos de MGGs estarem na categoria dos MGGs satélite somente, espera-se que os erros envolvidos na obtenção dos dados sejam baixos quanto ao erro de comissão e elevados em relação ao erro de omissão.

Os valores das diferenças entre as estações – GPS/NIV e o MGG AIUB-GRACE03S variaram em torno de 0.0283 m a 1.1947m para mínimo e máximo, respectivamente, com uma amplitude de 1.1665m. Já para o MGG GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2 as diferenças deste modelo apresentam resultados de valor mínimo igual a 0.0019 m e valor máximo de 0.9637 m, com amplitude de 0.9618 m. Nas figuras 30 e 31 podem-se verificar essas diferenças.

Analisando os gráficos apresentado nas figuras 32 e 33, observa-se que em alguns pontos a variação da discrepância está na ordem de 0.50 m a 1.0 m, provavelmente nestes pontos podem estar com erros de comissão acima do esperado ou podem estar associados a inconsistências no próprio nivelamento geométrico como também no GPS.

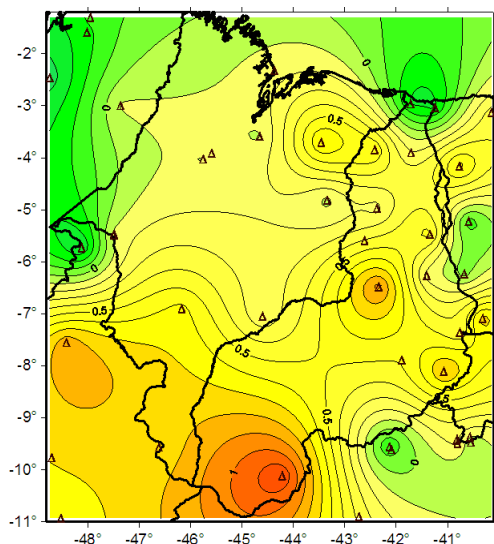


FIGURA 30 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e AIUB-GRACE03S

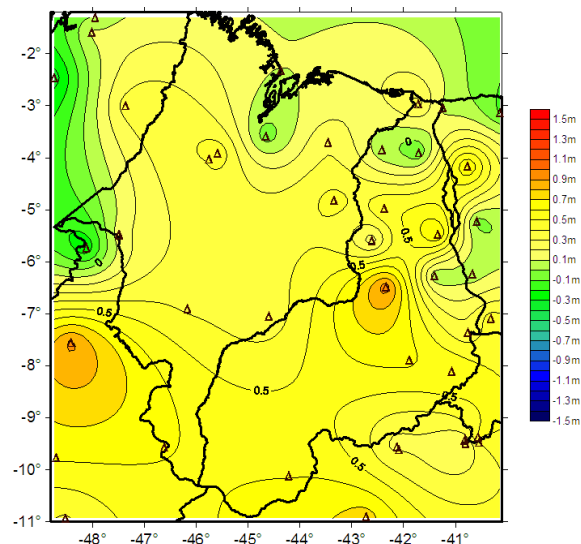


FIGURA 31 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2

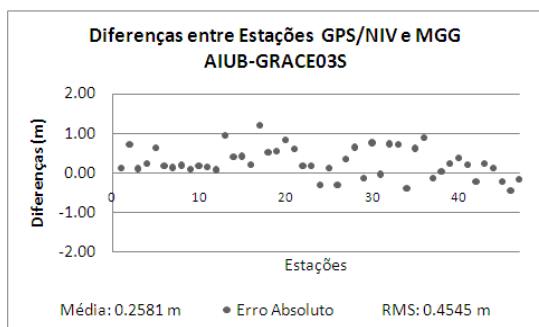


FIGURA 32 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e AIUB-GRACE03S

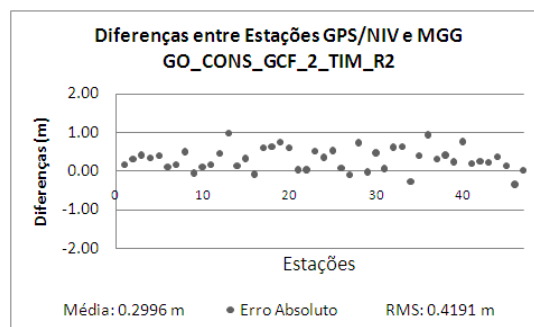


FIGURA 33 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2

Na sequência, apresentam-se os MGGs EGM2008 e o EIGEN05C, da categoria combinado. O MGG EGM2008 foi avaliado em três graus de desenvolvimento, 360, 720 e no seu grau máximo 2190, com resoluções espaciais de aproximadamente 55 km, 27 km e 9 km, respectivamente. Atualmente o EGM2008 desenvolvido em seu grau máximo é o que possui a maior resolução espacial entre os MGGs divulgados. A avaliação do EGM2008, em graus diferentes teve como objetivo verificar o comportamento do modelo, eliminando prováveis erros, como os de omissão e comissão.



Para o EGM2008 truncado no grau 360, são apresentados valores próximos de zero, tem uma variação nas diferenças com as EG – GPS/NIV na ordem de - 0.0218 m a 0.6616 m, para valor mínimo e máximo, respectivamente, apresentando uma amplitude de 0.7496 m. Os resultados do truncamento no grau 720 apresentam o valor mínimo de -0.0579 m e máximo de 0.6898 m, com amplitude de 0.7477m. Já no grau máximo 2190, o EGM2008, os resultados das diferenças entre as estações e os modelos variam em valores, mínimo e máximo, de -0.0536 m a 0.6960 m, respectivamente, com amplitude de 0.7496m.

Os resultados das diferenças das EG – GPS/NIV em relação ao EGM2008 desenvolvido nos graus 360, 720 e 2190 são apresentados nas figuras 34 a 36, onde são expressas as diferenças entre as estações no mapa e nas figuras 38 a 40 as diferenças entre as estações na forma de gráfico.

O MGG EGM2008 possui de baixo a médio erro de comissão e o erro de omissão dependente do grau de desenvolvimento do modelo. Variando-se o grau do desenvolvimento, pode-se observar que nas avaliações dos graus 360 e 720 as diferenças nos erros absolutos foram pequenas, o que leva a refletir que os erros de comissão associados a esses graus são baixos. Para uma melhor avaliação e classificação a respeito desses erros, verificam-se os erros apresentados na avaliação das diferenças das estações e o modelo desenvolvido em seu grau máximo.

De uma forma geral as avaliações do MGG EGM2008, nos três graus de desenvolvimento, apresentam-se de maneira bastante similar. Assim, pode-se inferir que para o grau máximo (2190) o modelo não acrescentou melhoria nas análises relativamente aos graus 360 e 720, inclusive apresentando valores um pouco maiores.

Na sequência apresenta-se o MGG EIGEN05C, na pesquisa trabalhou-se com este modelo desenvolvido em seu grau máximo 360, para este grau estima-se uma resolução espacial de aproximadamente 55 km. Seguindo a mesma metodologia das demais avaliações pode-se afirmar que este modelo não apresentou um bom desempenho para a região. As diferenças entre as estações e o modelo marcaram valores mínimo e máximo na faixa de -0.0152 m a 1.5956 m, respectivamente, com amplitude de 1.6108 m. Pode-se verificar na figura 37 o mapa com as diferenças das estações e na figura 38 o gráfico de dispersão das estações.

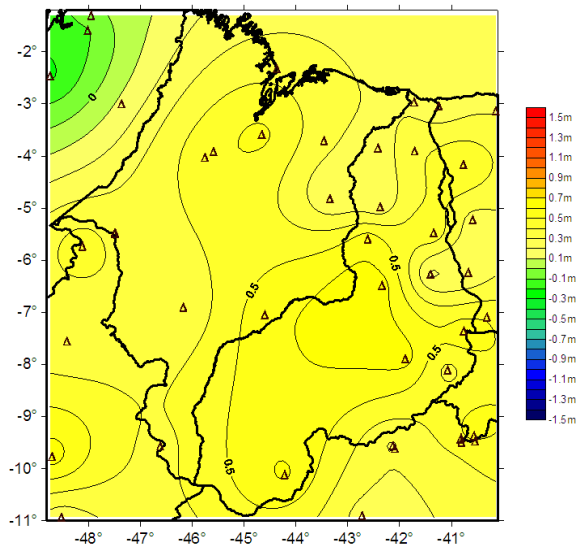


FIGURA 34 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 truncado no grau 360

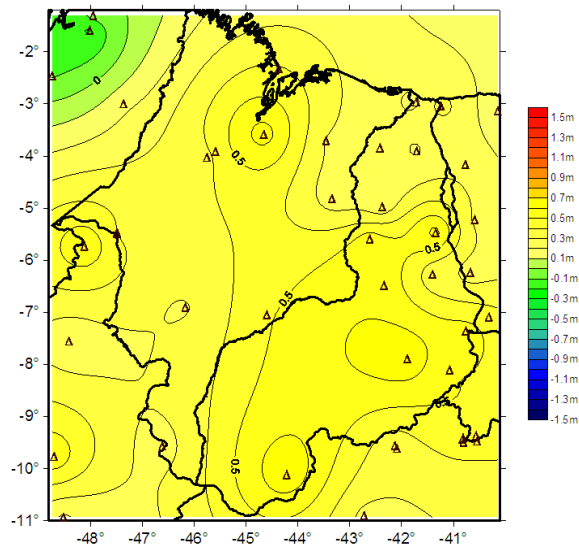


FIGURA 35 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 truncado no grau 720

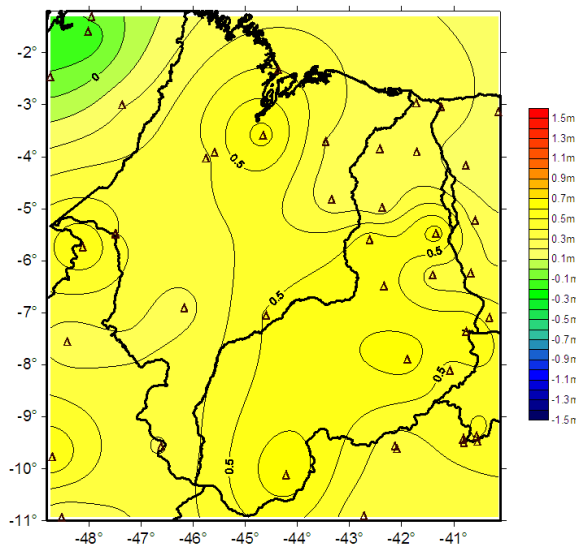


FIGURA 36 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 no grau máximo (2190)

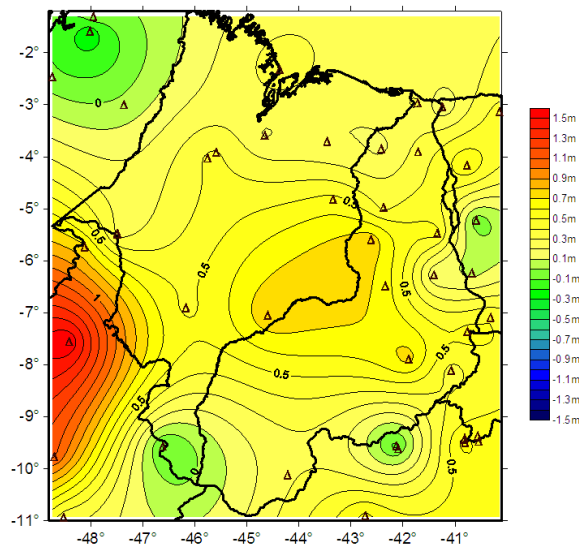


FIGURA 37 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EIGEN05C

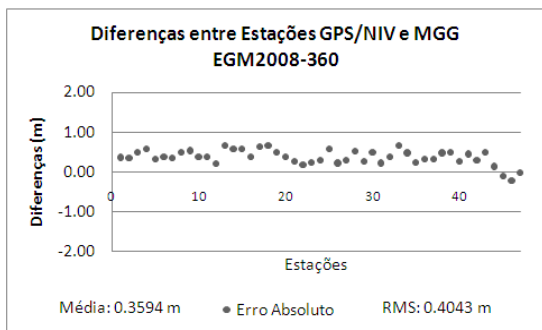


FIGURA 38 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 truncado no grau 360

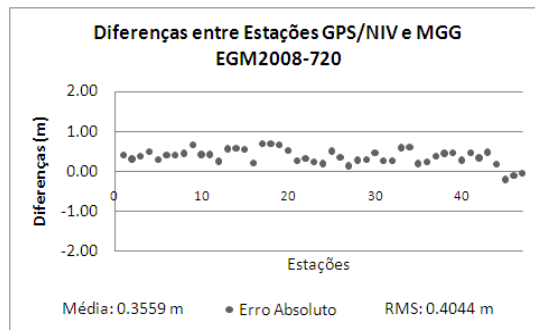


FIGURA 39 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 truncado no grau 720

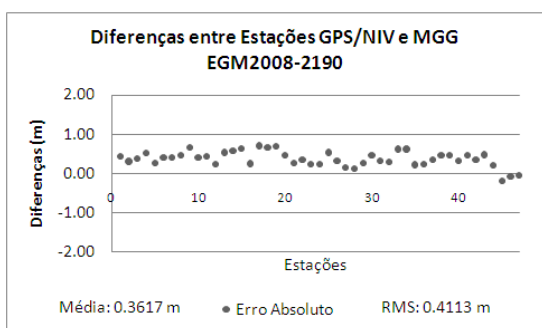


FIGURA 40 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EGM2008 no grau máximo (2190)

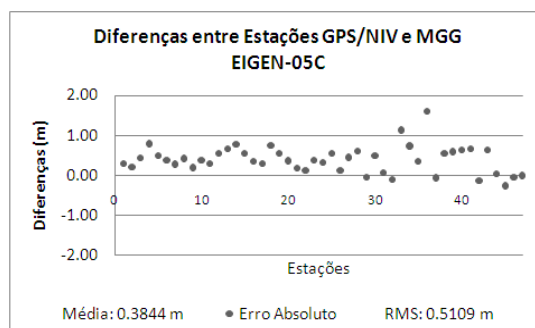


FIGURA 41 – Gráfico das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e EIGEN05C

O MGA MAPGEO2010, que supostamente teria o menor erro de omissão está entre os de pior desempenho na região. Este modelo apresentou resultados compatíveis com a avaliação realizada pelo IBGE.

Para a avaliação das diferenças entre o modelo e as estações, os valores mínimo e máximo apresentados pelo modelo foram de -0.0598 m e -1.0811 m, respectivamente, com amplitude de -1.0213 m, as diferenças estão expressas nas figuras 42 e 43. Esta diferença parece ser a maior entre todos os modelos avaliados.

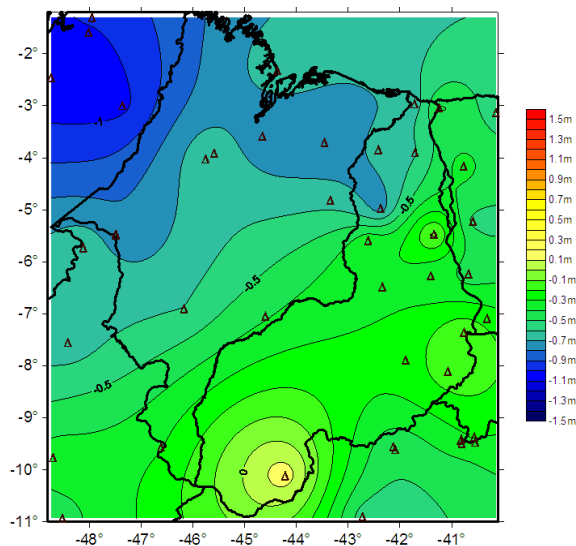


FIGURA 42 – Diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e MAPGEO2010

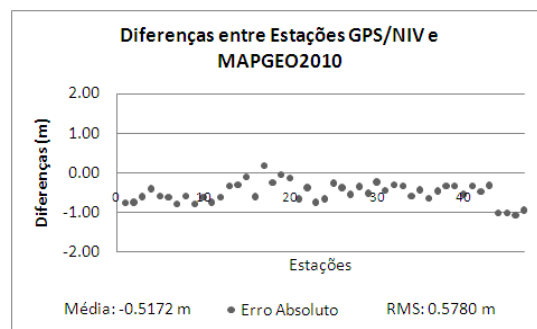


FIGURA 43 – Gráficos das diferenças entre as estações geodésicas GPS/NIV e MAPGEO2010

Analisando as diferenças de cada modelo, de uma forma geral, tem-se que os MGGs somente de satélite, assim como os combinados, obtiveram resultados satisfatórios, sendo as diferenças mínimas, máximas e amplitudes, conforme já apresentadas na tabela 8. Bem como os resultados do MGA MAPGEO2010, que ofereceu resultados destoantes nas diferenças com as estações geodésicas GPS/NIV.

Para essas avaliações os modelos que obtiveram os melhores resultados foram os modelos GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2, seguido do EGM2008 nos três graus e os piores resultados foram os modelos MAPGEO2010, EIGEN-05C e AIUB-GRACE03S.

#### 4.2.2 Diferença entre as estações dos MGA MAPGEO2010 e o MGGs

Os diferentes MGGs utilizados na pesquisa foram diretamente comparados com o MGA MAPGEO2010, como já mencionado na metodologia na seção anterior. São apresentadas as diferenças entre os MGGs e o MGA MAPGEO2010 em forma de figuras e gráficos. (FIGURA 44 a FIGURA 57).

Primeiramente são apresentados os resultados dos MGGs AIUB-GRACE03S e o GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2. Tendo-se por base os resultados apresentados no

item 4.2.1 já era de se esperar que as diferenças apresentadas fossem na ordem de um intervalo de 0.50 m a 2.00 m. No entanto, alguns modelos em alguns pontos apresentaram valores menores, como o AIUB-GRACE03S, que mostrou valor mínimo de 0.0692 m e valor máximo de 1.5385 m, apresentando uma amplitude de 1.4693. Já as diferenças entre o GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2 e o MAPGEO2010, apresentaram valores mínimo e máximo de 0.3222 m e 1.5920 m, respectivamente, com amplitude de 1.2698 m. Podem-se verificar as diferenças na forma de mapa nas Figuras 44 e 45 e em gráficos nas Figuras 46 e 47.

Os MGGs AIUB-GRACE03S e o GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2 quando comparado com o MAPGEO2010, mostraram-se relativamente melhor que o MAPGEO2010 em termos de consistência nos dados para a região em estudo.

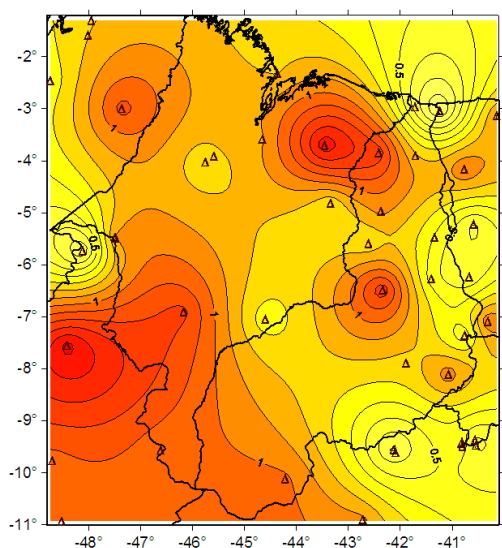


FIGURA 44 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e AIUB-GRACE03S

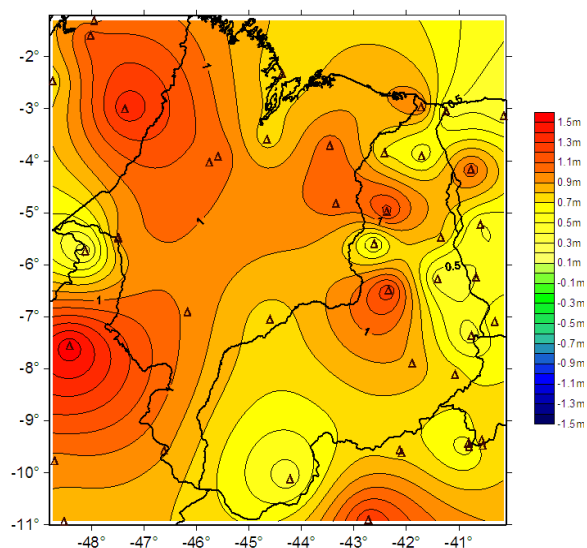


FIGURA 45 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2

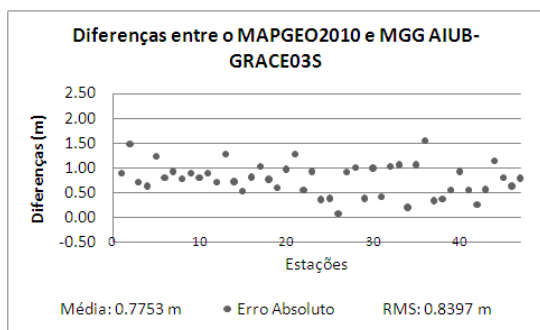


FIGURA 46 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e AIUB-GRACE03S

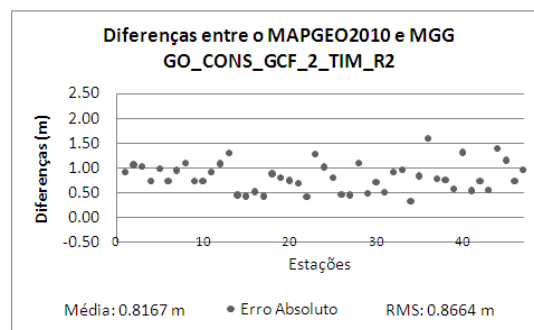


FIGURA 47 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2

O MGG EGM2008 como apresentou resultados satisfatórios quando avaliado em relação às EG – GPS/NIV, em relação ao MAPGEO2010 não poderia ser diferente. Na avaliação do EGM2008 em relação ao MAPGEO2010, também utilizou-se o EGM2008 desenvolvido nos três graus 360, 720 e 2190.

De forma semelhante, avaliaram-se as diferenças do EGM2008 nos seus diferentes graus de desenvolvimento. Para a região em estudo, o MGG EGM2008 atende bem as necessidades dos usuários do sistema de altitudes. Sendo um dos modelos que melhor responde as expectativas da pesquisa, como revelado na avaliação da seção anterior.

As variações das diferenças do EGM2008, nos três graus, em relação ao MAPGEO2010, estão dentro do intervalo de 0.40 m a 1.60m. No grau 360, o modelo revelou resultados satisfatórios, nas diferenças entre o MGG e o MAPGEO2010 que variaram em torno de 1 m, sendo o valor mínimo apresentado de 0.4487 m e valor máximo de 1.3310 m com amplitude de 0.8822 m. Quando se avalia o EGM2008 truncado no grau 720, percebe-se que os valores mínimo e máximo apresentados na avaliação foram de 0.5178 m e 1.4591 m, respectivamente, com amplitude de 0.9413 m. Já no grau máximo (2190) as discrepâncias encontra-se na faixa de 0.80 m, apresentando valor mínimo de 0.4696 m e valor máximo de 1.4597 m com amplitude de 0.9901 m.

Nas figuras 48 a 50, apresentam-se as diferenças entre o EGM2008 nos três graus e o MAPGEO2010 no mapa da área de estudo e nas figuras 52 a 54 as diferenças das estações estão expressas em gráfico.

O MGG EIGEN05C mais uma vez apresentou um dos resultados mais impactantes. As diferenças com o MAPGEO2010 foram as que mostraram resultados mais destoantes ao par dos pontos avaliados. Os valores das diferenças comportaram-se de um modo não esperado, apresentou o valor mínimo de 0.1100 m e o valor máximo de 2.2613 m, com amplitude de 2.1514 m. As figuras 51 e 55 expressam os resultados dessa avaliação.

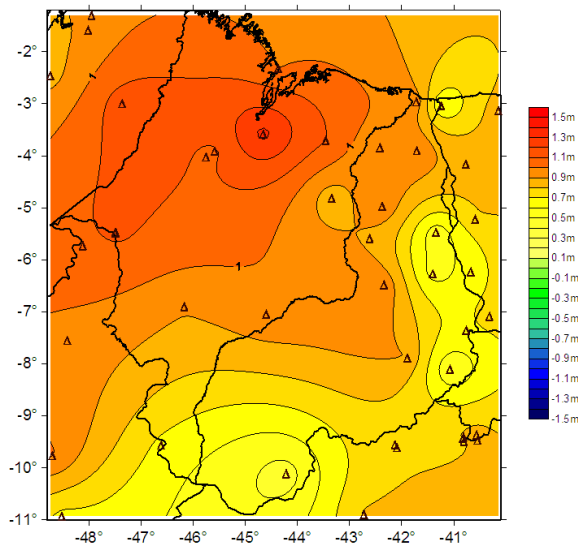


FIGURA 48 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 truncado no grau 360

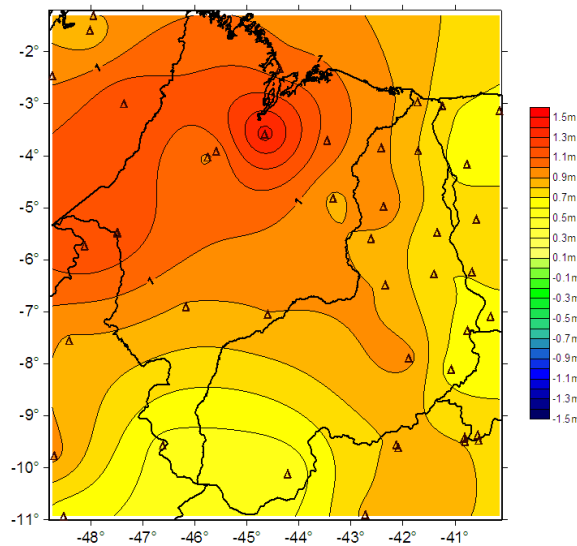


FIGURA 49 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 truncado no grau 720

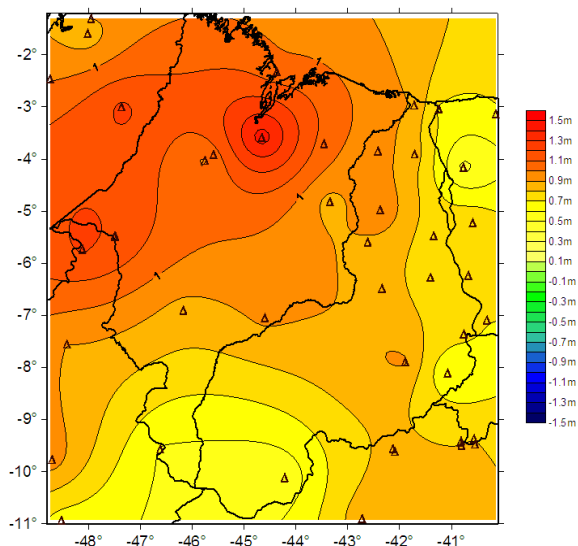


FIGURA 50 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 no grau máximo (2190)

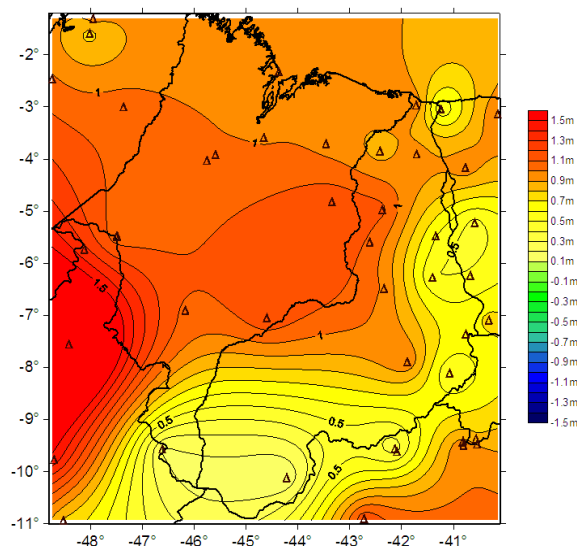


FIGURA 51 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e EIGEN05C

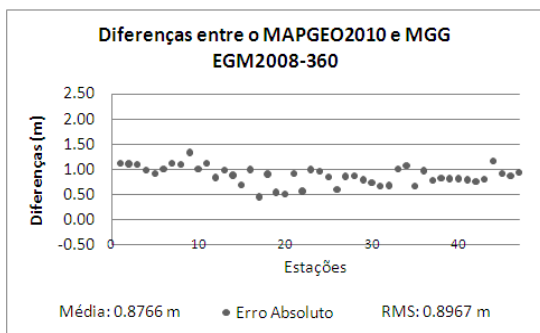


FIGURA 52 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 truncado no grau 360

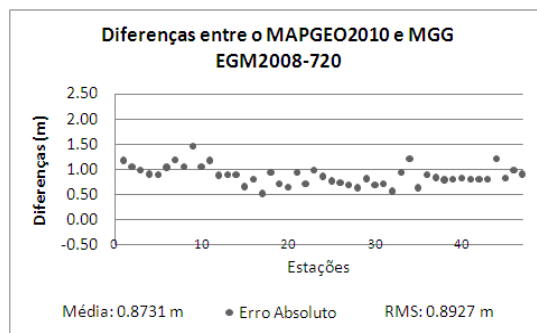


FIGURA 53 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 truncado no grau 720

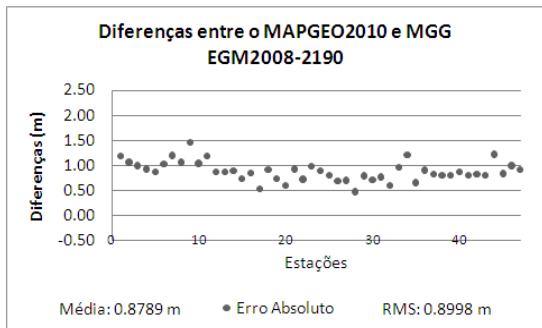


FIGURA 54 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e EGM2008 no grau máximo (2190)

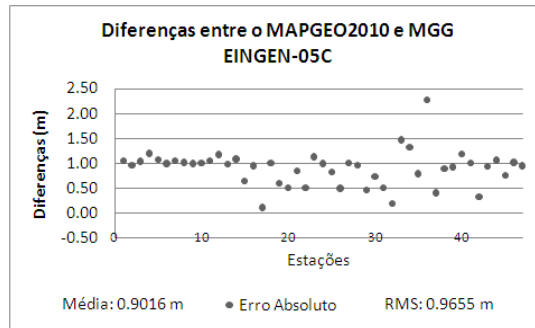


FIGURA 55 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e EINGEN05C

Nesta etapa da pesquisa desenvolveram-se também as diferenças entre o MAPGEO2010 e as EG – GPS/NIV, dos quais os resultados apresentados estão dentro do esperado.

Está etapa foi apenas uma verificação, pois como já havia realizado na seção anterior as diferenças entre as EG – GPS/NIV e o MAPGEO2010, os resultados em módulo são iguais para todos os pontos avaliados. Sendo que o valor mínimo foi de 0.0598 m e o valor máximo de 1.0811m, conforme apresentada as diferenças nas figuras 56 e 57.

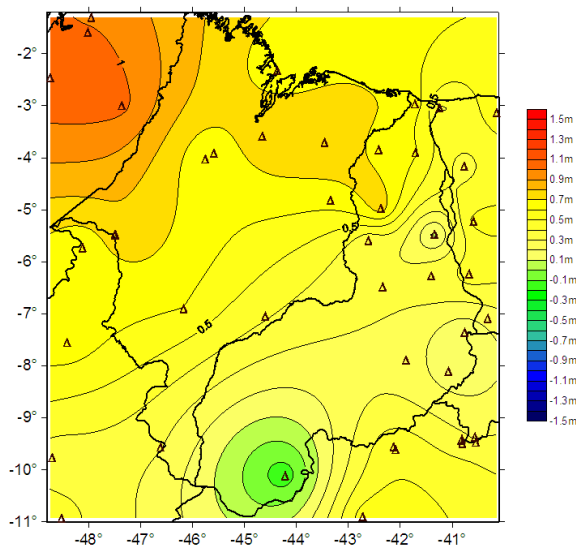


FIGURA 56 – Diferenças entre o MAPGEO2010 e GPS/NIV

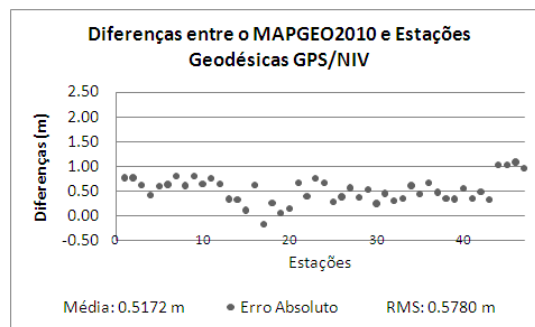


FIGURA 57 – Gráfico das diferenças entre o MAPGEO2010 e GPS/NIV



O modelo MAPGEO2010, apesar de ser um modelo desenvolvido com dados de gravimetria terrestre, MGG, MDE entre outros dados, ainda apresenta deficiências. Acredita-se que além dos erros inerentes dos modelos (comissão e omissão) possam existir erros relacionados à inconsistências de referenciais, por exemplo, pode existir inconsistência no referencial utilizado na obtenção das anomalias da gravidade e na obtenção do MDE.

A tabela 9 demonstra um resumo geral dos valores mínimos, máximos e amplitudes obtidos pela diferenças entre o MAPGEO2010 e os MGGs e as Estações Geodésicas GPS/NIV.

TABELA 9 – Valores de diferenças mínimas, máximas e amplitude entre o MAPGEO2010 e MGGs

Modelos	Mínimo	Máximo	Amplitude
	(m)		
GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	0.3222	1.5920	1.2698
AIUB-GRACE03S	0.0692	1.5385	1.4693
EGM2008_2190	0.4696	1.4597	0.9901
EGM2008_720	0.5178	1.4591	0.9413
EGM2008_360	0.4487	1.3310	0.8822
EIGEN_05C	0.1100	2.2613	2.1514
EG - GPS/NIV	0.0598	1.0811	1.0213

#### 4.3 AVALIAÇÕES DE DISTORÇÕES

Os resultados referentes à avaliação de distorção são os que expressam a aderência das alturas geoidais entre as EG – GPS/NIV e os MGGs, para esta avaliação extraiu-se a média dos valores encontrados e o RMS para cada modelo obtendo o resultado em cm/km.

Os MGGs quando analisados relativamente aos pontos das estações geodésicas GPS/NIV, apresentam resultados satisfatórios, dentre eles destaca-se o MGG EGM2008 truncado no grau 360, seguindo do EGM2008 truncado no grau 720 apresentaram os menores valores de RMS e média para a avaliação de distorção e com maior RMS e média os modelos de satélite-somente o AIUB-GRACE03S junto com o GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2, conforme a tabela 10.

TABELA 10 – Resumo geral das avaliações de distorções

<b>Resumo Geral das avaliações de distorções</b>		
<b>Modelos</b>	<b>Média</b>	<b>RMS</b>
	<b>(cm/km)</b>	
GO_CONS_GCF_2_TIM_R2	0.0833	0.1167
AIUB-GRACE03S	0.1040	0.1392
EGM2008_2190	0.0600	0.0799
EGM2008_720	0.0590	0.0761
EGM2008_360	0.0495	0.0649
EIGEN_05C	0.0618	0.0836
MAPGEO2010	0.0747	0.0862

Cabe ressaltar que o MGG EGM2008 desenvolvido até o grau máximo, que tem uma resolução espacial de aproximadamente 9 km, também apresentou bom desempenho para esta análise, sendo que para os valores de RMS e média o modelo demonstrou resultados bastante similares em seus três graus trabalhados na pesquisa.

É importante salientar que todos os modelos analisados, apresentam bom desempenho relativo, salvo o modelo AIUB\_GRACE\_03S que apresenta desempenho relativo com RMS elevado, comparado com os demais.

Nas tabelas 11 a 14 ilustram-se síntese dos resultados individuais das médias e RMS das avaliações de distorções, para cada uma das 20 estações em todos os modelos trabalhados e as figuras 59 a 61 apresentam-se a distribuição geográfica das 20 estações com linhas que ligam à estação de referência as demais estações demonstrando as distâncias relativas de cada uma das estações em relação às outras estações. No Apêndice III apresentam-se os gráficos das classes de distâncias, em km, entre as estações.

TABELA 11 – Síntese das avaliações de distorções das estações 1 a 5

Síntese das avaliações de distorções										
Estações	1		2		3		4		5	
Modelos	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS
	(cm/km)									
GOCE_TIM_R2	0.0676	0.0872	0.0728	0.1245	0.0936	0.1478	0.1119	0.1750	0.1263	0.1763
AIUB-GRACE03S	0.0877	0.0965	0.0798	0.1120	0.1019	0.1357	0.1018	0.1331	0.0962	0.1379
EGM2008_2190	0.0763	0.0860	0.0682	0.0840	0.0740	0.1138	0.0727	0.1138	0.0842	0.1167
EGM2008_720	0.0761	0.0852	0.0697	0.0851	0.0708	0.1053	0.0701	0.1057	0.0865	0.1191
EGM2008_360	0.0728	0.0800	0.0764	0.0932	0.0459	0.0697	0.0461	0.0693	0.0490	0.0691
EIGEN_05C	0.0625	0.0708	0.0807	0.0976	0.0597	0.0815	0.0603	0.0830	0.0729	0.0922
MAPGEO2010	0.0668	0.0705	0.0995	0.1089	0.0711	0.0859	0.0725	0.0894	0.0865	0.0999

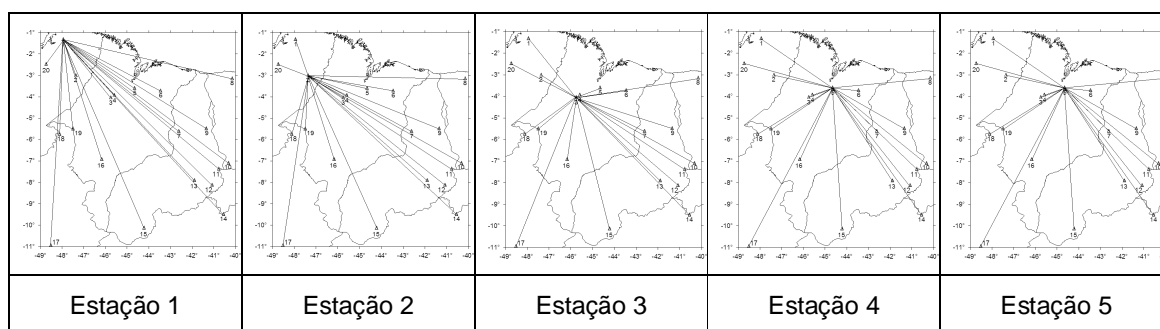


FIGURA 58 – Distâncias das estações em relação às outras estações

TABELA 12 – Síntese das avaliações de distorções das estações 6 a 10

Síntese das avaliações de distorções										
Estações	6		7		8		9		10	
Modelos	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS
	(cm/km)									
GOCE_TIM_R2	0.0664	0.0908	0.0897	0.1259	0.0813	0.1028	0.1179	0.1531	0.0659	0.0897
AIUB-GRACE03S	0.1247	0.1656	0.0785	0.0892	0.0522	0.0595	0.0751	0.0826	0.1171	0.1696
EGM2008_2190	0.0619	0.0849	0.0508	0.0599	0.0595	0.0738	0.0618	0.0763	0.0482	0.0765
EGM2008_720	0.0610	0.0842	0.0495	0.0589	0.0599	0.0734	0.0573	0.0705	0.0450	0.0601
EGM2008_360	0.0449	0.0570	0.0442	0.0533	0.0338	0.0397	0.0325	0.0407	0.0360	0.0505
EIGEN_05C	0.0647	0.0834	0.0966	0.1111	0.0311	0.0388	0.0498	0.0629	0.0440	0.0552
MAPGEO2010	0.0794	0.0982	0.0807	0.0953	0.0507	0.0644	0.1027	0.1166	0.0696	0.0831

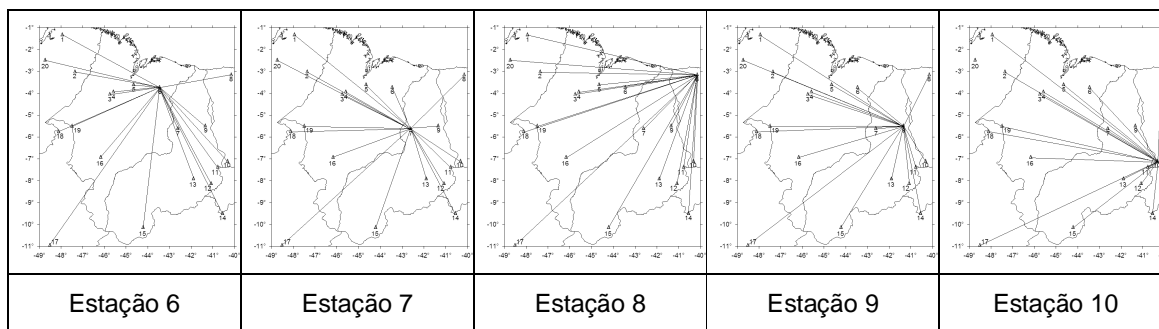


FIGURA 59 – Distâncias das estações em relação às outras estações

TABELA 13 – Síntese das avaliações de distorções das estações 11 a 15

Síntese das avaliações de distorções										
Estações	11		12		13		14		15	
Modelos	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS
	(cm/km)									
GOCE_TIM_R2	0.0818	0.1225	0.0778	0.1045	0.0790	0.0969	0.0430	0.0547	0.0518	0.0619
AIUB-GRACE03S	0.1089	0.1837	0.1403	0.1924	0.0887	0.1192	0.1086	0.1645	0.1465	0.1556
EGM2008_2190	0.0604	0.0868	0.0479	0.0732	0.0592	0.0763	0.0307	0.0388	0.0470	0.0554
EGM2008_720	0.0476	0.0597	0.0439	0.0586	0.0676	0.0817	0.0325	0.0407	0.0470	0.0552
EGM2008_360	0.0509	0.0735	0.0576	0.0964	0.0639	0.0881	0.0264	0.0344	0.0385	0.0457
EIGEN_05C	0.0528	0.0719	0.0686	0.1178	0.0946	0.1268	0.0371	0.0468	0.0388	0.0497
MAPGEO2010	0.0875	0.0977	0.0767	0.0815	0.0700	0.0770	0.0534	0.0627	0.1114	0.1164

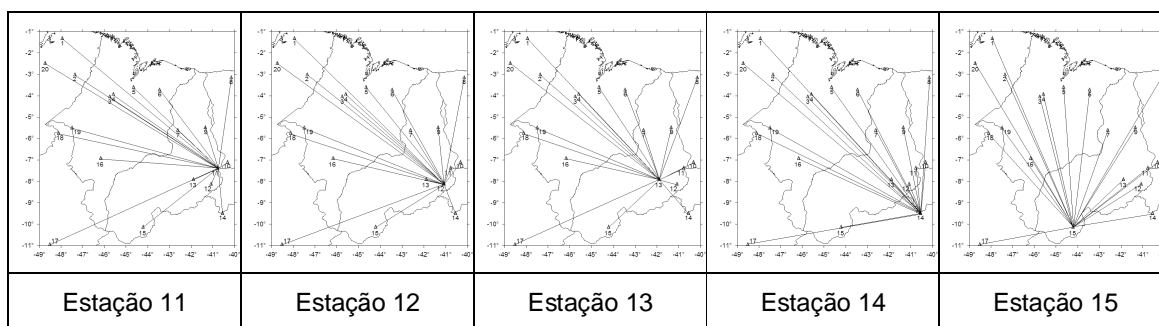


FIGURA 60 – Distâncias das estações em relação às outras estações

TABELA 14 – Síntese das avaliações de distorções das estações 16 a 20

Síntese das avaliações de distorções										
Estações	16		17		18		19		20	
Modelos	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS	Média	RMS
	(cm/km)									
GOCE_TIM_R2	0.0572	0.0862	0.0296	0.0412	0.0892	0.1528	0.0892	0.1528	0.1229	0.1538
AIUB-GRACE03S	0.1037	0.0969	0.0524	0.0689	0.1747	0.2338	0.1059	0.1909	0.1343	0.1505
EGM2008_2190	0.0552	0.0000	0.0344	0.0415	0.0651	0.0951	0.0538	0.0790	0.0881	0.1011
EGM2008_720	0.0505	0.0000	0.0365	0.0436	0.0645	0.0941	0.0531	0.0786	0.0903	0.1029
EGM2008_360	0.0414	0.0000	0.0303	0.0349	0.0425	0.0687	0.0456	0.0635	0.1114	0.1228
EIGEN_05C	0.0464	0.0547	0.0242	0.0295	0.1034	0.1649	0.0726	0.1433	0.0761	0.0876
MAPGEO2010	0.0585	0.0619	0.0593	0.0796	0.0593	0.0796	0.0732	0.0864	0.0867	0.0910

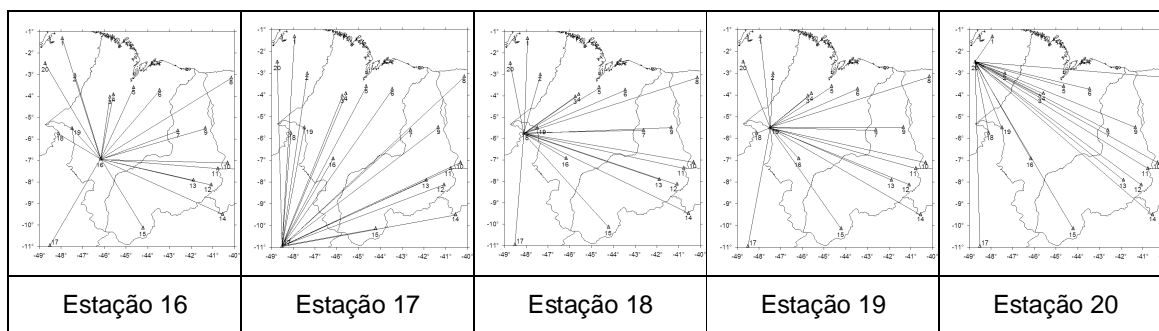


FIGURA 61 – Distâncias das estações em relação às outras estações

## 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O objetivo central deste trabalho de avaliar os modelos globais do geopotencial, disponibilizados atualmente, via comparações com as alturas geoidais das estações geodésicas GPS/NIV do SGB, foi efetivado sobre um total de 2 modelos satélite somente AIUB-GRACE03S e GO\_CONS\_GCF\_2\_TIM\_R2 e 2 modelos combinados EINGEN-05C e EGM2008 (360, 720 e 2190) e o modelo adaptado MAPGEO2010, atingido portanto com sucesso. Dos resultados apresentados cabe enfatizar alguns aspectos importantes, conforme abordado na sequência.

### 5.1 CONCLUSÕES

Existe um conjunto de novos MGGs disponíveis, com livre acesso, e que tem sido reportado como adequados a diversas aplicações tais como as relativas ao estabelecimento do referenciamento espacial de informações.

Foram efetivadas as avaliações do desempenho dos MGGs Satélite-Somente e Combinados mais atuais e preconizados com tendo os menores erros de comissão, sendo entendido que seus erros de omissão referem-se exclusivamente ao seu grau de desenvolvimento harmônico. Avaliou-se o modelo adaptado MAPGEO2010 pelo seu caráter oficial e também em vista de algumas evidências prévias de sua falta de adequação à região de estudos. Utilizou-se como referência fundamental as observações da altitude elipsóidica com GPS sobre referências de nível da RAFB, dados estes obtidos do banco de dados do SGB/IBGE.

O aspecto mais marcante das avaliações foi o de que os MGGs analisados com os maiores erros de omissão, surpreendentemente, não foram os de pior desempenho nas análises.

Todos os MGGs tiveram tendências sistemáticas similares na região com valor médio de 0,336 m. Já o MAPGEO2010, de acordo com as análises efetivadas, apresentou tendência sistemática de - 0,517 m, mostrando menor aderência com a estrutura geodésica na região de estudos. O modelo Adaptado MAPGEO2010, que teria o menor erro de omissão por ser adaptado à área de estudos não tem bom

desempenho na região. Possui a maior tendência sistemática e juntamente com o modelo EIGEN-05C apresentam as piores acurácias absolutas.

O EGM2008 apresentou um bom compromisso entre resolução, acurácias absoluta e relativa e tendência sistemática, em seus três graus (360, 720 e 2190) de desenvolvimento da pesquisa.

Todos os modelos analisados, inclusive o MAPGEO2010, eliminadas as tendências sistemáticas, apresentam bom desempenho relativo, salvo o modelo AIUB\_GRACE\_02S que apresenta desempenho relativo com RMS elevado.

A tendência sistemática média observada para os MGGs satélite somente, com aproximadamente 0,33m, evidencia um valor similar ao da TNMM determinada preliminarmente para o *Datum* Vertical Brasileiro.

O modelo de melhor desempenho na região de estudos, quando das avaliações da componente sistemática via o RMS, adequada acurácia relativa e menor tendência sistemática foi o EGM2008 nos três graus de desenvolvimento (360, 720 e 2190).

## 5.2 RECOMENDAÇÕES

Os resultados alcançados, as análises realizadas e os problemas observados permitem estabelecer as seguintes recomendações:

- ✓ Recomenda-se que em aplicações utilizando modelos, sejam realizadas na forma relativa, tendo em vista o sucesso na realização das avaliações dos MGGs e MGA, realizadas na pesquisa de maneira relativa;
- ✓ Avaliar a potencialidade dos novos MGGs, principalmente os futuros modelos baseados só em missões satelitais;
- ✓ Realizar novas avaliações baseadas no MGA: Modelo de Ondulação Geoidal Brasileiro – MAPGEO2010 em regiões com carências de informações geodésicas considerando possíveis distorções na base GPS/NIV;
- ✓ Em vista do término do processo de reajustamento das altitudes constantes na base de dados do SGB do IBGE, realizar novas avaliações do modelo geoidal, fato este não possibilitado para este estudo já em fase

de conclusão à época da divulgação do reajustamento no final de junho de 2011;

- ✓ Desenvolver um geóide mais acurado, para a região de estudo, integrando dados continentais e oceânicos visando suprir a deficiência de informação geodésica existente na região.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIANCALE, R. et al. (2000). **A new global Earth's gravity field model from satellite orbit perturbation: GRIM5-S1**. Geophysical Research Letters, v. 27, p. 3611-3614, 2000.

BILKER, M. (2005) **Evaluation of the new global gravity field models from CHAMP and GRACE with GPS-leveling data in Fennoscandia**. Finnish Geodetic Institute, 2005.

BRUINSMA S.L., MARTY J.C., BALMINO G., BIANCALE R., FOERSTE C., ABRIKOSOV O. and NEUMAYER H.; (2010) **GOCE Gravity Field Recovery by Means of the Direct Numerical Method**; presented at the ESA Living Planet Symposium 2010, Bergen, June 27 - July 2, Bergen, Norway, 2010

BURROUGH, P. A. (1989) **Principles of Geographical Information System for Land Resource Assessment**. Claderon Press, Oxford, 1989.

CHAMBERS, D. P.; HAYES, S. A.; RIES, J. C.; URBAN, T. J. (2003) **New TOPEX sea state bias models and their effect on global mean sea level**. Journal of Geophysical Research, v. 108, n. C10, 3305, doi:10.1029/2003JC001839, 2003.

DITMAR, P., LIU, X., KLEES, R., TENZER, R., MOORE, P. (2006). **Combined modelling of the Earth's gravity field from GRACE and GOCE satellite observations: a numerical study**. In: Dynamic Planet. Ed. Tregoning, P., Rizos, C. IAG Series, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, pp. 403-409.

DRINKWATER, M. R. et al, (2007). **The GOCE Gravity Mission: ESA'S First Core Earth Explorer**; Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International GOCE User Workshop, 6-8 November, 2006, Frascati, Italy, ESA Special Publication, SP-627, ISBN 92-9092-938-3, pp.1-8, 2007.

EKMAN, M. (1989). **Impacts of Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity**. Bull. Géod. N°. 63: 281-296. 1989

FEATHERSTONE, W. E. (2002). **Expected contributions of dedicated satellite gravity field missions to regional geoid determination with some examples from Australia**. Journal of Geospatial Engineering, 4, 2-19p.

FEATHERSTONE, W. E.; KUHN, M. (2006) **Height systems and vertical datums: a review in the Australian context**. Journal SPATIAL SCIENCE 51(1): 21–42

FERREIRA, V. G. (2008). **Análise da componente anômala do geopotencial no Datum Vertical Brasileiro com base no Sistema Lagunar de Imarui, SC**. Dissertação - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba – PR.

FERREIRA, V. G. (2011). **Solução do tipo Brovar para o segundo problema de valor de contorno da geodésia com vistas à modernização de sistemas de altitudes**. Tese - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba – PR

FERREIRA, V. G.; FREITAS, S. R. C de; HECK, B. (2011) **A separação entre o geoide e o quase geoide: uma análise no contexto brasileiro**. Revista Brasileira de Cartografia N° 63 Edição Especial 40 Anos, 2011. (ISSN 0560-4613)

FLURY, J. RUMMEL, R. (2005). **Future Satellite Gravimetry for Geodesy**. Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, TU. Earth, Moon, and Planets, 94: 13-29p.

FÖRSTE, CH. et al. (2008) **EIGEN-GL05C - A new global combined high-resolution GRACE-based gravity field model of the GFZ-GRGS cooperation**. EGU General Assembly 2008, Geophysical Research Abstracts, Vol. 10, SRef-ID: 1607-7962/gra/EGU2008-A-03426, EGU2008-A-03426, 2008

FREITAS, S. R. C. de (2010) **O papel da Geodésia para a monitoramento das mudanças globais**. Palestra – III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologia de Geoinformação (SIMGEO), Recife – PE, 2010

FREITAS, S. R. C. de; DALAZOANA, R.; FERREIRA, V.G. (2011) **Comunicação pessoal relativa ao artigo “THE SPATIAL AGE AND THE NEW PARADIGMS IN GEODESY: IMPLICATIONS FOR SURVEYING AND MAPPING IN BRAZIL, submetido à RBC, edição comemorativa de 50 anos**. Curitiba – PR, 2011

FREITAS, S. R. C. de; BLITZKOW, D. (1999). **Altitudes e Geopotencial**, Trabalho publicado no “IGeS Bulletin N.9 – International Geoid Service, June 1999, 47 – 62, Milan.

FREITAS, S. R. C. de; FERREIRA, V. G.; PALMEIRO, A. S.; DALAZOANA, R.; LUZ, R. T.; FAGGION, P. L. (2007). **Modelagem do potencial anômalo no Datum Vertical brasileiro visando a sua nova definição**. Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 13, n. 2. p. 395-419, 2007.

FREITAS, S. R. C. de; FERREIRA, V. G.; PALMEIRO, A. S.; CARVALHO, J. L. B. de; SILVA, L. F. (2010) **Analysis of the geopotential anomalous component at Brazilian Vertical Datum region based on the imarui lagoon system**. Gravity, Geoid and Earth Observation, International Association of Geodesy Symposia 135, chapter 42, DOI 10.1007/978-3-642-10624-7, S. P. Mertikas (ed.) Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010.

GEMAEL, C. **Introdução à geodésia física**. Curitiba: Editora da UFPR, 2002.

HECK, B. (1990) **An evaluation of some systematic error sources affecting terrestrial gravity anomalies**. Bull. Géodés., 64, 88-108p. 1990.

HECK, B. (2003) **Rechenverfahren un auswertemodelle der landesvermessung**. 3rd. ed. Karlsruhe: Wichman.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. (1985) **Geodesia física**. Madrid, Espanha: Instituto Geográfico Nacional, 1985.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. (1967) **Physical geodesy**. San Francisco: W. H. Freeman, 1967.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. (1979) **Physical geodesy**. Austria: Reprint Institute of Physical Geodesy, Technical University, 1979.

HOFMANN-WELLWNHOF, B.; MORITZ, H. (2005) **Physical geodesy**. Austria: Reprint Institute of Physical Geodesy, Technical University, 2005.

IBGE (2010). **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Modelo de Ondulação Geoidal: Apresentação**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo\\_geoidal.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtm)>  
Acessado em 2010

IBGE (2011a). **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Modelo de Ondulação Geoidal: Introdução, Cálculo e Avaliação do Modelo**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo\\_geoidal.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtm)>  
Acessado em 2011

IBGE (2011b). **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: SGB - Sistema Geodésico Brasileiro: Introdução**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default\\_sgb\\_int.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default_sgb_int.shtm)>  
Acessado em 2011

ICGEM (2010). **International Centre for Global Earth Models: Global Gravity Field Models**. Disponível em: <<http://icgem.gfz-potsdam.de /ICGEM/ICGEM.html>>  
Acessado em 2010

JAMUR, K. P. (2007). **Estimativa da resolução de modelos geoidais globais obtidos de missões satelitais e gravimétricos regionais para o estado do**

**Paraná com base em observações GPS sobre RNs.** Dissertação - Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná. Curitiba – PR.

JEKELI, C. (2000) **Heights, the Geopotential, and Vertical Datums** 35f. Technical Report. Ohio State University, 2000.

KEARSLEY, A. FORSBERG, R. (1990). **Tailored geopotential models – application and shortcomings.** Manuscripta Geodaetica 15:151–158p, 1990.

LEIMOINE, F. et al. (1998). **The development of the joint NASA – GSFC and the NIMA Geopotential Model EGM 96.** NASA/TP – 1998 – 206861.

LUZ, R. T. (2008) **Estratégias para modernização da componente vertical do sistema geodésico brasileiro e sua integração ao SIRGAS.** 207 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

MELO, L. F. de S.; DE FREITAS, S. R. C. (2011) **Análise de modelos globais do geopotencial e do MAPGEO 2010 para os estados do Maranhão e Piauí.** Artigo Submetido ao Boletim de Ciências Geodésicas – UFPR, Curitiba PR. 2011

MOLODENSKII, M. S.; EREMEEV, V. F.; YURKINA, M. I. (1960) **Methods for study of the external gravitational field and the figure of the Earth.** Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem. 1960.

MONTECINO, H.; JAMUR, K. P.; FREITAS, S. R. C. de. (2011) **Connection of Imbituba and Santana Brazilian vertical datums based on satellite gravimetry and residual terrain model.** International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) XXV General Assembly in Melbourne, Australia, 2011

MÜLLER, J. et al. (2003) **Computation of calibration gradients and methods for in orbit validation of gradiometer GOCE data.** Thessaloniki, Greece, 287-292 p. 2003.

PAVLIS, N. K., HOLMES S. A., KENYON S. C., FACTOR J. K. (2008) **An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008;** presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, April 13-18, 2008.

RAPP, R.H. (1998). **Past and future developments in geopotential modeling.** Dept. of Civil & Environmental Engineering & Geodetic Science The Ohio State University Columbus, OH 43210-127, Geodesy on the Move, Forsberg, Feissel, Dietrich (eds), Springer-Verlag, Berlin New York, 58-78.

REFAG - Reference Frames for Applications in Geosciences (2010). **Definition and establishment of vertical reference systems.** Commission 1 Symposium - Session 5, International Association of Geodesy – IAG, <<http://iag.ign.fr/index.php?id=151>> Acessado em 2011

REIGBER, C. (2003). **Global gravity field recovery using solely GPS tracking and accelerometer data from CHAMP.** Space Science Reviews, n.29, p.55-66, 2003.

RUMMEL, R. BALMINO G. JOHANNESSEN J. VISSER P. WOODWORTH P. (2002) **Dedicated gravity field missions – principles and aims.** Journal of Geodynamics, v.33, p.3-20, 2002.

SÁNCHEZ, L. and MARTÍNEZ, W. (2008). **Avances en el procesamiento unificado de las redes verticales involucradas en SIRGAS.** In: SIRGAS Meeting May 28-29, 2008 Montevideo, Uruguay.

SEEBER, G. (2003) **Satellite Geodesy: foundations, methods, and applications.** 2nd.ed., Berlin, New-York: Walter de Gruyter, 2003.

SOUZA, D. V. (2006) **Avaliação de distorções da rede altimétrica fundamental no sul/sudeste do Brasil usando o geóide e GPS.** Dissertação (Mestrado), Departamento de Geofísica, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo – SP, 2006. 124p.

TORGE, W. (1991) **Geodesy.** 2. ed. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1991.

TORGE, W. (2001) **Geodesy.** 3. ed. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2001.

TORGE, W. (1989) **Gravimetry.** Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1989.

VANIČEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. (1986) **Geodesy: the concepts.** 2. ed. North-Holland, 1986.

VANIČEK P., SJÖBERG, L.E. (1991) **Reformulation of Stokes's theory for higher than seconddegree reference field and a modification of integration kernels.** Journal of Geophysical Research 96(B4):6529–6539p, 1991.

## DOCUMENTOS CONSULTADOS

DALAZOANA, R. (2005) **Estudos dirigidos à análise temporal do datum vertical brasileiro**. 188 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

FEATHERSTONE, W. E. (2003) **Improvement to long-wavelength Australian gravity anomalies expected from the CHAMP, GRACE and GOCE dedicated satellite gravimetry missions**. Explorations Geophysics, Vol.34, 69-73p. N°1 &2, 2003.

FERREIRA, V. G.; FREITAS, S. R. C de; HECK, B. (2010) **Determinação da diferença de geopotencial do datum vertical brasileiro relativa ao *Earth Gravity Model 2008***. Revista Brasileira de Cartografia No 62/03, 2010. (ISSN 0560-4613)

FILMER, M. S.; FEATHERSTONE, W. E.; KUHN, M. (2010) **The effect of EGM2008-based normal, normal-orthometric and Helmert orthometric height systems on the Australian levelling network**, Journal of Geodesy 84(8): 501-513, doi: 10.1007/s00190-010-0388-0

FREITAS, S. R. C. de. (1993) **Marés Gravimétricas**: Implicações para a Placa Sul-Americana. 264 f. Tese (Doutorado em Geofísica) – Instituto Astronômico e Geofísico, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

HIRT, C.; GRUBER, T. ; FEATHERSTONE, W. E. (2011) **Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights**. Journal of Geodesy (online first), doi: 10.1007/s00190-011-0482-y

JAMUR, K. P; FREITAS, S. R. de. (2009). **Estudo comparativo dos modelos gravimétricos globais eigengl04c, eigen-cg03c e eigen-05c utilizando um Modelo Regional e dados gps/niv para o estado do Paraná**. Boletim Ciências Geodésicas, sec. Artigos, Curitiba, v. 15, n° 4, p.527-543, out-dez, 2009.



JÄGGI, A., BEUTLER, G., MEYER, U., PRANGE, L., DACH, R., MERVART, L. (2009) **AIUB-GRACE02S -- Status of GRACE Gravity Field Recovery using the Celestial Mechanics Approach**, presented at the IAG Scientific Assembly 2009, August 31 - September 4 2009, Buenos Aires, Argentina

KURTENBACH, E.; MAYER-GÜRR, T.; EICKER, A. (2009) **Deriving daily snapshots of the Earth's gravity field from GRACE L1B data using Kalman filtering** In: Geophysical Research Letters, 36. Jg. 2009, S. L17102.

LOBIANCO, M. C. B. (2005) **Determinação das alturas do geóide no Brasil**. 165 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Transportes. São Paulo - SP, 2005.

LUZ, R. T.; FREITAS, S. R. C.; PINHEIRO, R. R.; GOLDANI, D.; SANTOS, C. C. C.; DIMAIO PEREIRA, N. R.; SUBIZA PIÑA, W. H. **Avaliação das realizações da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro**. In: V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas. Presidente Prudente. 2007. p. 31-37.

MELO, L. F. de S; JAMUR, K. P; FREITAS, S. R. de. (2010). **Avaliação do Earth Gravity Model 2008 (EGM2008) no contexto das altitudes do Sistema Geodésico Brasileiro: Estudo de caso no Piauí**. Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação (III) – UFPE – Recife – PE.

MORITZ, H. **Geodetic Reference System 1980**. Journal of Geodesy, v. 74, n. 1, p. 128-133, 2000.

MIGLIACCIO, F., REGUZZONI, M., SANSONO, F., TSCHERNING, C.C., VEICHERTS, M. (2010) **GOCE data analysis: the space-wise approach and the first space-wise gravity field model**; presented at the ESA Living Planet Symposium 2010, Bergen, June 27 - July 2, Bergen, Norway, 2010

PAIL, R., GOIGINGER, H., MAYRHOFER, R., SCHUH, W., BROCKMANN, J. M., KRASBUTTER, I., HOECK, E., FECHER, T. (2010) **GOCE gravity field model derived from orbit and gradiometry data applying the time-wise method**; presented at the ESA Living Planet Symposium 2010, Bergen, June 27 - July 2, Bergen, Norway, 2010

SÁ, N. C. de (2004) **O campo de gravidade, o geóide e a estrutura crustal na América do sul: novas estratégias de representação**. Tese de Livre Docência – Departamento de Geofísica, Laboratório de Geodésia, Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo – SP, 2004.

TAPLEY, B., RIES, J., BETTADPUR, S., CHAMBERS, D., CHENG, M., CONDI, F., POOLE, S. (2007) **The GGM03 Mean Earth Gravity Model from GRACE**; Eos Trans. AGU 88(52), Fall Meet. Suppl., Abstract G42A-03, 2007

**APÊNDICE I**

(Coordenadas Geodésicas das 47 Estações Geodésicas GPS/NIV)

## Coordenadas Geodésicas das Estações Geodésicas GPS/NIV

UF	Município	$\varphi$ (°)	$\lambda$ (°)	H <sub>NIV</sub> (m)	h <sub>GPS</sub> (m)	N <sub>GPS/NIV</sub> = h <sub>GPS</sub> - H <sub>NIV</sub> (m)
MA	IMPERATRIZ	-5.49023	-47.4956	122.7570	97.47	-25.287
MA	CHAPADINHA	-3.70017	-43.4578	47.6812	25.18	-22.501
MA	SANTA LUZIA	-4.02171	-45.7545	46.5777	18.40	-28.178
MA	BENEDITO LEITE	-7.04308	-44.6003	262.7512	239.92	-22.831
MA	FORTALEZA DOS NOGUEIRAS	-6.89742	-46.1727	447.2389	422.71	-24.529
MA	ALCÂNTARA	-2.3154	-44.3692	44.6724	19.24	-25.432
MA	IMPERATRIZ	-5.47459	-47.4846	185.9413	160.63	-25.311
MA	SANTA INÊS	-3.90932	-45.5898	37.0645	8.81	-28.255
MA	ARARI	-3.57963	-44.6582	13.8431	-13.56	-27.403
MA	ALCÂNTARA	-2.31993	-44.3692	40.8941	15.45	-25.444
MA	IMPERATRIZ	-5.47651	-47.4996	174.0174	148.75	-25.267
MA	CAXIAS	-4.81279	-43.3443	69.2377	46.11	-23.128
PI	REGENERAÇÃO	-6.47774	-42.3398	422.1671	403.01	-19.157
PI	MONSENHOR GIL	-5.58807	-42.6142	137.7474	116.87	-20.877
PI	FRANCISCO MACEDO	-7.35376	-40.7633	482.2695	470.37	-11.900
PI	PIRACURUCA	-3.8999	-41.711	92.4423	73.82	-18.622
PI	CURIMATÁ	-10.1124	-44.2176	354.1080	339.29	-14.818
PI	BELA VISTA DO PIAUÍ	-7.8858	-41.8909	306.0453	290.66	-15.385
PI	SÃO MIGUEL DO TAPUIO	-5.46673	-41.343	270.1698	254.25	-15.920
PI	PAULISTANA	-8.10369	-41.0739	370.1517	357.82	-12.332
PI	SÃO JOÃO DO ARRAIAL	-3.83944	-42.4178	73.1680	52.05	-21.118
PI	PIMENTEIRAS	-6.2638	-41.4041	287.1266	271.17	-15.957
PI	ALTOS	-4.97032	-42.3742	154.7310	133.78	-20.951
PI	PARNAÍBA	-2.95855	-41.7194	24.9801	5.36	-19.620
PE	PETROLINA	-9.36503	-40.5652	383.7742	370.51	-13.264
CE	CHAVAL	-3.03402	-41.2439	11.5828	-5.88	-17.463
CE	MARCO	-3.12858	-40.1458	17.3819	3.56	-13.822
CE	GUARACIABA DO NORTE	-4.15763	-40.7702	940.8322	926.10	-14.732
CE	CRATEÚS	-5.21961	-40.5905	335.4298	321.03	-14.400
CE	SALITRE	-7.08451	-40.3163	602.7127	592.06	-10.653
CE	PARAMBU	-6.22764	-40.6754	475.5813	462.69	-12.891
TO	LIZARDA	-9.5655	-46.6166	454.0272	433.75	-20.277
TO	MIRACEMA DO TOCANTINS	-9.76485	-48.7035	338.7676	319.87	-18.898
TO	ARAGUATINS	-5.72739	-48.1173	129.2342	104.67	-24.564

TO	BREJINHO DE NAZARÉ	-10.9312	-48.523	253.0537	236.49	-16.564
TO	NOVA OLINDA	-7.55027	-48.4164	268.3457	245.42	-22.926
BA	REMANSO	-9.61236	-42.0925	415.5213	399.41	-16.111
BA	JUAZEIRO	-9.47014	-40.5445	374.3685	361.04	-13.329
BA	CASA NOVA	-9.41019	-40.8163	400.7773	387.00	-13.777
BA	XIQUE-XIQUE	-10.8991	-42.7242	413.9553	397.43	-16.525
BA	SOBRADINHO	-9.48963	-40.8082	381.9992	368.20	-13.799
BA	REMANSO	-9.55651	-42.1313	416.1808	400.11	-16.071
BA	SOBRADINHO	-9.42949	-40.8267	399.1371	385.34	-13.797
PA	PARAGOMINAS	-2.9925	-47.3633	77.7504	51.12	-26.630
PA	BUJARU	-1.58255	-48.0164	28.9110	3.04	-25.871
PA	TAILÂNDIA	-2.45512	-48.7407	22.9411	-3.87	-26.811
PA	CASTANHAL	-1.29752	-47.9498	45.7888	19.94	-25.849

**APÊNDICE II**

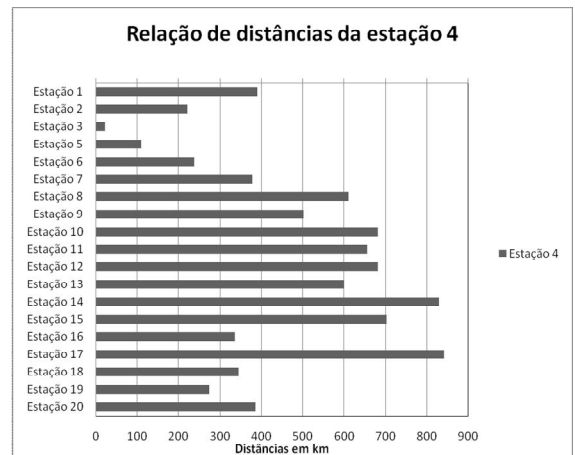
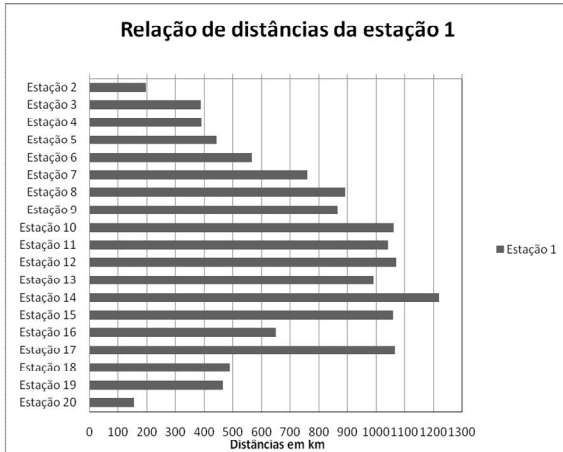
(Coordenadas Geodésicas das 20 Estações Geodésicas GPS/NIV)

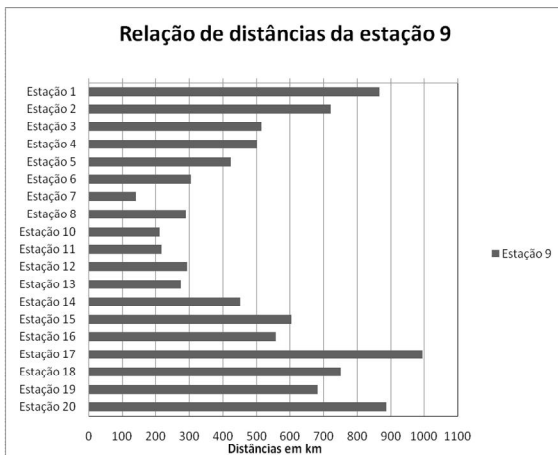
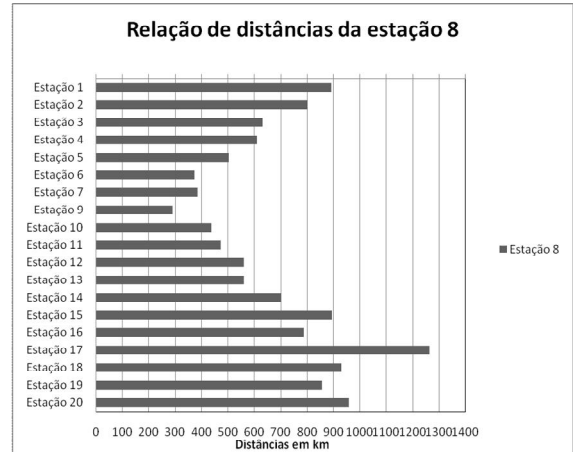
Nº	UF	Município	$\varphi$ (°)	$\lambda$ (°)	H <sub>NIV</sub> (m)	h <sub>GPS</sub> (m)	$N_{GPS/NIV}$ = h <sub>GPS</sub> - H <sub>NIV</sub> (m)
1	PA	CASTANHAL	-1.29752	-47.9498	45.7888	19.94	-25.849
2	PA	PARAGOMINAS	-2.99250	-47.3633	77.7504	51.12	-26.630
3	MA	SANTA LUZIA	-4.02171	-45.7545	46.5777	18.40	-28.178
4	MA	SANTA INÊS	-3.90932	-45.5898	37.0645	8.81	-28.255
5	MA	ARARI	-3.57963	-44.6582	13.8431	-13.56	-27.403
6	MA	CHAPADINHA	-3.70017	-43.4578	47.6812	25.18	-22.501
7	PI	MONSENHOR GIL	-5.58807	-42.6142	137.7474	116.87	-20.877
8	CE	MARCO	-3.12858	-40.1458	17.3819	3.56	-13.822
9	PI	SÃO MIGUEL DO TAPUIO	-5.46673	-41.3430	270.1698	254.25	-15.920
10	CE	SALITRE	-7.08451	-40.3163	602.7127	592.06	-10.653
11	PI	FRANCISCO MACEDO	-7.35376	-40.7633	482.2695	470.37	-11.900
12	PI	PAULISTANA	-8.10369	-41.0739	370.1517	357.82	-12.332
13	PI	BELA VISTA DO PIAUÍ	-7.88580	-41.8909	306.0453	290.66	-15.385
14	BA	JUAZEIRO	-9.47014	-40.5445	374.3685	361.04	-13.329
15	PI	CURIMATÁ	-10.11239	-44.2176	354.1080	339.29	-14.818
16	MA	FORTALEZA DOS NOGUEIRAS	-6.89742	-46.1727	447.2389	422.71	-24.529
17	TO	BREJINHO DE NAZARÉ	-10.93119	-48.5230	253.0537	236.49	-16.564
18	TO	ARAGUATINS	-5.72739	-48.1173	129.2342	104.67	-24.564
19	MA	IMPERATRIZ	-5.47651	-47.4996	174.0174	148.75	-25.267
20	PA	TAILÂNDIA	-2.45512	-48.7407	22.9411	-3.87	-26.811

**APÊNDICE III**

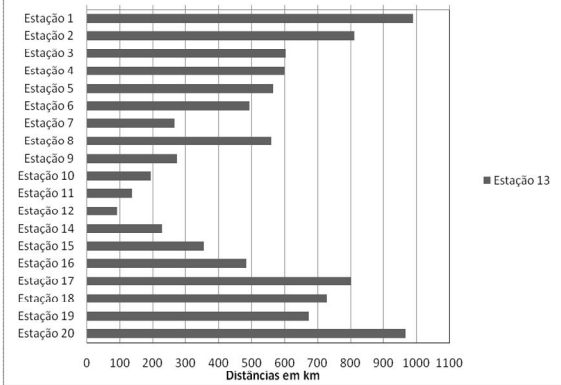
(Gráficos das classes de distâncias entre as estações)



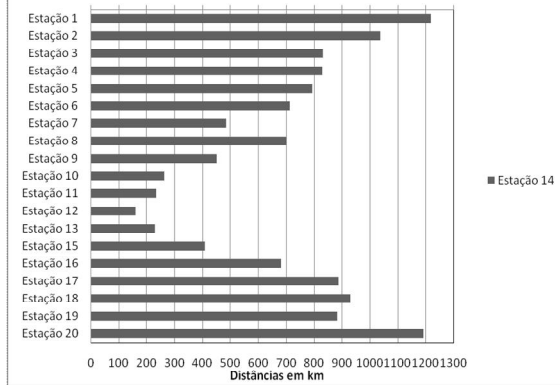




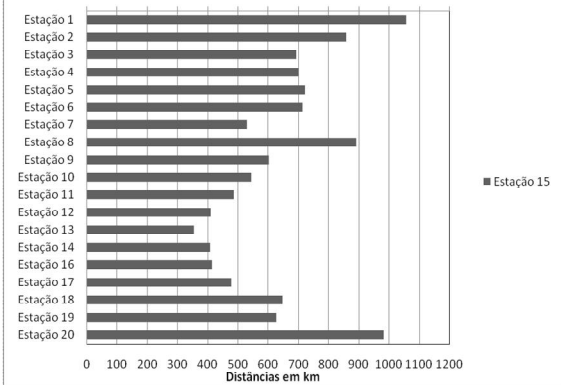
**Relação de distâncias da estação 13**



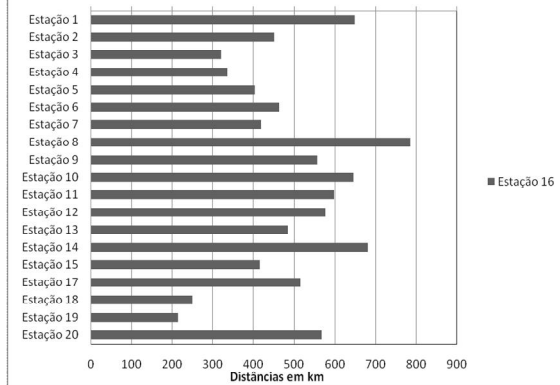
**Relação de distâncias da estação 14**



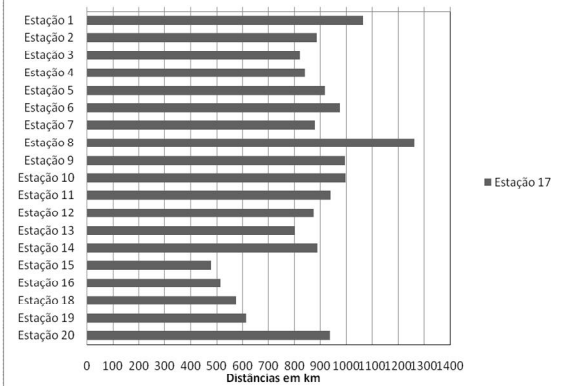
**Relação de distâncias da estação 15**



**Relação de distâncias da estação 16**



**Relação de distâncias da estação 17**



**Relação de distâncias da estação 18**

