

ROZANE DE LOYOLA EISFELD

**MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO DE *Pinus taeda* L.
POR MEIO DE FUNÇÃO PROBABILÍSTICA E PROCESSO DE DIFUSÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências Florestais, Área de Concentração em Manejo Florestal.

Orientador:
Prof. Dr. Carlos Roberto Sanquetta

Co-orientadores:
Prof. Dr. Julio Eduardo Arce
Dr. Romualdo Maestri

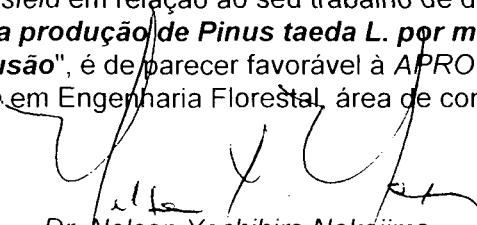
CURITIBA

2004


PARECER

Defesa nº. 559

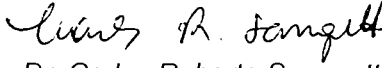
A banca examinadora, instituída pelo colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, do Setor de Ciências Agrárias, da Universidade Federal do Paraná, após argüir o(a) mestrando(a) *Rozane de Loyola Eisfeld* em relação ao seu trabalho de dissertação intitulado "**Modelagem do crescimento e da produção de *Pinus taeda* L. por meio de função probabilística e processo de difusão**", é de parecer favorável à **APROVAÇÃO** do(a) acadêmico(a), habilitando-o(a) ao título de *Mestre* em Engenharia Florestal, área de concentração em MANEJO FLORESTAL.



Dr. Nelson Yoshihiro Nakajima
Fundação Universidade Regional de Blumenau
Primeiro examinador




Dr. Sebastião do Amaral Machado
Universidade Federal do Paraná
Segundo examinador



Dr. Carlos Roberto Sanquetta
Universidade Federal do Paraná
Orientador e presidente da banca examinadora

Curitiba, 27 de maio de 2004.



Graciela Ines Bolzon de Muniz
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal
Carlos Roberto Sanquetta
Vice-Coodenador do Curso



AGRADECIMENTOS

Aos meus queridos pais, Sérgio e Rose, por estarem sempre ao meu lado, vibrando com as minhas conquistas e me apoiando nos momentos difíceis.

À minha família, Suzana, Patricia, Lucas, Cid, Tânia, Lígia, Marília e Rodrigo, pelo apoio, incentivo, amizade e amor.

Ao Professor Dr. Carlos Roberto Sanquetta, meu orientador, pela confiança no meu trabalho, por todo o meu aprendizado durante vários anos de convivência, pelo seu profissionalismo, pela amizade e por todas as oportunidades que me ofereceu.

Ao meu co-orientador Prof. Dr. Julio Eduardo Arce por todo o conhecimento que você me transmitiu, pela sua dedicação, amizade e pela sua notável capacidade de sempre estar pronto para ajudar.

Ao Dr. Romulado Maestri pelo apoio, colaborações e co-orientação.

A toda equipe do Laboratório de Inventário Florestal e principalmente aos meus grandes amigos, Anabel, Cristina, Karla e Rafaelo por tudo que passamos em nosso convívio diário e por toda a nossa amizade.

À International Paper do Brasil pelo fornecimento da sua base de dados para que eu pudesse realizar este trabalho.

À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos e à Universidade Federal do Paraná pela oportunidade de aprendizado.

Aos amigos Everson, Gilberto, Hellen, Patrick e Silvane pelo companherismo, amizade, auxílio e estímulo.

A todos que de alguma forma participaram da minha vida e me ajudaram nesse trabalho, o meu muito obrigada.

Em especial ao meu namorado, Luis Gustavo Socher, pelo apoio, amor, carinho e dedicação incondicional.

À você, Cristiane, minha querida irmã,
Que sempre esteve presente em todos os momentos da minha vida,
Em quem sempre pude contar e confiar,

dedico

BIOGRAFIA

Rozane de Loyola Eisfeld, filha de Sérgio Eisfeld e Rosemeri de Loyola Eisfeld, nasceu em 10 de agosto de 1979 na cidade de Curitiba, Paraná.

Cursou o ginásio no Colégio Nossa Senhora Medianeira (1990-1993) e o segundo grau no Colégio Terceiro Milênio, entre 1994 a 1996.

Ingressou no Curso de Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná em 1997, concluindo-o em 2001.

Em 2002 iniciou seus estudos de pós-graduação, a nível de Mestrado, no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal na Universidade Federal do Paraná, na Área de Concentração em Manejo Florestal.

Desde o início da graduação vem trabalhando em diversos projetos e pesquisas desenvolvidos pelo Laboratório de Inventário Florestal.

SUMÁRIO

	LISTA DE TABELAS	viii
	LISTA DE FIGURAS	x
	RESUMO	xi
	ABSTRACT	xii
1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS	3
2.1	GERAL	3
2.2	ESPECÍFICOS	3
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
3.1	MODELOS EMPÍRICOS	4
3.1.1	Modelos Globais do Povoamento	5
3.1.2	Modelos por Classe de Diâmetro	5
3.1.2.1	Funções Probabilísticas	7
3.1.2.2	Processo de Difusão	12
3.1.2.3	Matriz de Transição	14
3.1.3	Modelos para Árvores Individuais	15
3.2	MODELOS BASEADOS EM PROCESSOS OU MECANICISTAS	16
4	METODOLOGIA	18
4.1	CARACTERÍSTICAS E DISTRIBUIÇÃO GEOGRÁFICA DA ESPÉCIE	18
4.2	DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO	19
4.3	BASE DE DADOS	20
4.3.1	Processamento das Parcelas de Inventário	21
4.3.1.1	Altura	21
4.3.1.2	Volume	22
4.3.1.3	Demais variáveis	23
4.4	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA A FUNÇÃO PROBABILÍSTICA	24
4.4.1	Fase 1 – Classificação de Sítio	24
4.4.2	Fase 2 – Desenvolvimento de Modelos dos Atributos do Povoamento	25
4.4.3	Fase 3 – Ajuste da Distribuição Diamétrica	28
4.4.4	Fase 4 – Modelo Hipsométrico e Função para Estimativa de Volume	30
4.4.5	Fase 5 – Prognose do Crescimento e da Produção	30
4.5	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA O PROCESSO DE DIFUSÃO ..	31

4.5.1	Fase 1 – Base de Dados	31
4.5.2	Fase 2 – Cálculos	32
4.5.3	Fase 3 – Desenvolvimento dos Modelos	33
4.5.3.1	Modelo de crescimento instantâneo médio $G(t,x)$	34
4.5.3.2	Modelo da variância instantânea do crescimento $D(t,x)$	35
4.5.3.3	Modelo da mortalidade instantânea $M(t,x)$	35
4.5.4	Fase 4 – Processo de Difusão	36
4.5.5	Fase 5 – Modelo Hipsométrico e Função para Estimativa de Volume	37
4.6	CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DOS MODELOS AJUSTADOS	37
4.6.1	Coefficiente de Determinação (R^2)	37
4.6.2	Erro Padrão da Estimativa (S_{yx})	38
4.6.3	Gráfico de Resíduos	38
4.7	CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DAS FREQUÊNCIAS DIAMÉTRICAS	38
4.8	PRECISÃO DA PROGNOSE E COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS	39
5	RESULTADOS	40
5.1	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA A FUNÇÃO PROBABILÍSTICA	40
5.1.1	Fase 1 – Classificação de Sítio	40
5.1.2	Fase 2 – Modelos do Povoamento	43
5.1.3	Fase 3 – Ajuste da Distribuição Diamétrica	46
5.1.4	Fase 4 – Modelo Hipsométrico e Função para Estimativa de Volume	46
5.1.5	Fase 5 – Prognose do Crescimento e da Produção	47
5.2	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA O PROCESSO DE DIFUSÃO	47
5.2.1	Fase 1 - Modelo de Crescimento Instantâneo Médio $G(t,x)$	48
5.2.2	Fase 2 - Modelo da Variância Instantânea do Crescimento $D(t,x)$	51
5.2.3	Fase 3 - Modelo da Mortalidade Instantânea $M(t,x)$	52
5.3	COMPARAÇÃO DAS DUAS METODOLOGIAS DE SIMULAÇÃO	53
5.3.1	Comparação do Número de Árvores	53
5.3.2	Comparação da Área Basal	57
5.3.3	Comparação do Volume	58
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	61
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	NÚMERO DE PARCELAS POR IDADE	20
TABELA 2	DESCRIÇÃO DOS ESPAÇAMENTOS UTILIZADOS NO ESTUDO.....	21
TABELA 3	CONFIGURAÇÃO DA BASE DE DADOS PARA O AJUSTE DOS MODELOS NO PROCESSO DE DIFUSÃO	32
TABELA 4	NÚMERO DE PARCELAS UTILIZADAS PARA AVALIAR A PRECISÃO DAS PROGNOSES POR IDADE.....	39
TABELA 5	ESTATÍSTICAS PARA COMPARAR OS MODELOS DE SÍTIO.....	40
TABELA 6	LIMITES INFERIORES E SUPERIORES PARA CADA CLASSE COM O SEU RESPECTIVO ÍNDICE DE SÍTIO	41
TABELA 7	LIMITES INFERIORES E SUPERIORES PARA CADA IDADE NAS DIFERENTES CLASSES DE SÍTIO.....	42
TABELA 8	ESTATÍSTICAS PARA COMPARAR OS MODELOS DE SOBREVIVÊNCIA	43
TABELA 9	ESTATÍSTICAS PARA COMPARAR OS MODELOS DE ÁREA BASAL UTILIZANDO UMA PREDIÇÃO.....	44
TABELA 10	ESTATÍSTICAS PARA COMPARAR OS MODELOS DE ÁREA BASAL UTILIZANDO UMA PROJEÇÃO	44
TABELA 11	ESTATÍSTICAS PARA COMPARAR OS MODELOS DE VARIÂNCIA DOS DIÂMETROS UTILIZANDO UMA PREDIÇÃO	45
TABELA 12	ESTATÍSTICAS PARA COMPARAR OS MODELOS DE VARIÂNCIA DOS DIÂMETROS UTILIZANDO UMA PROJEÇÃO	45
TABELA 13	COEFICIENTES PARA O MODELO HIPSOMÉTRICO MODIFICADO DE PRODAN POR CLASSE DE IDADE	47
TABELA 14	COEFICIENTES PARA O MODELO POLINOMIAL DO 5º GRAU NAS DIFERENTES CLASSES DE ALTURA.....	47
TABELA 15	ESTATÍSTICAS PARA COMPARAR OS MODELOS DE CRESCIMENTO – $G(t,x)$	49
TABELA 16	ESTATÍSTICAS PARA COMPARAR OS MODELOS DE MORTALIDADE – $M(t,x)$	52
TABELA 17	PERCENTUAL DE REMEDIÇÕES DE PARCELAS QUE APRESENTARAM FREQUÊNCIA SIMULADA SEMELHANTE À FREQUÊNCIA OBSERVADA	54
TABELA 18	ESTATÍSTICAS NA PROGNOSE DO NÚMERO DE ÁRVORES	56

TABELA 19	ESTATÍSTICAS NA PROGNOSE DA ÁREA BASAL	58
TABELA 20	ESTATÍSTICAS NA PROGNOSE DO VOLUME	58
TABELA 21	ANÁLISE DE VARIÂNCIA PARA OS VOLUMES ESTIMADOS NAS DIFERENTES IDADES	59
TABELA 22	COMPARAÇÃO ENTRE AS MÉDIAS DOS VOLUMES OBSERVADOS E OS VOLUMES SIMULADOS A PARTIR DAS PROBABILIDADES OBTIDAS NO TESTE T	60

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	LOCALIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO	19
FIGURA 2	CURVAS DE SÍTIO AJUSTADA PARA <i>Pinus taeda</i> NA ÁREA DE ESTUDO	41
FIGURA 3	CRESCIMENTO ANUAL EM FUNÇÃO DA IDADE E DO DIÂMETRO	48
FIGURA 4	CRESCIMENTO ANUAL REAL E ESTIMADO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO	50
FIGURA 5	GRÁFICO DE RESÍDUOS DO CRESCIMENTO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO	50
FIGURA 6	VARIÂNCIA DO CRESCIMENTO EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO.....	51
FIGURA 7	VARIÂNCIA DO CRESCIMENTO EM FUNÇÃO DA IDADE	51
FIGURA 8	MORTALIDADE RELATIVA ANUAL REAL E ESTIMADA EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO	53
FIGURA 9	SIMULAÇÃO DO NÚMERO DE ÁRVORES PARA UMA PARCELA COM IDADE INICIAL DE 6 ANOS.....	55
FIGURA 10	SIMULAÇÃO DO NÚMERO DE ÁRVORES PARA UMA PARCELA COM IDADE INICIAL DE 22 ANOS.....	55
FIGURA 11	GRÁFICO DE RESÍDUOS DO NÚMERO DE ÁRVORES EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO PARA A FUNÇÃO PROBABILÍSTICA.....	57
FIGURA 12	GRÁFICO DE RESÍDUOS DO NÚMERO DE ÁRVORES EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO PARA O PROCESSO DE DIFUSÃO.....	57

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo testar duas metodologias distintas de estimativa do crescimento e da produção, comparando os resultados obtidos em cada uma delas. Para isso, foram utilizados dados de 325 parcelas permanentes de *Pinus taeda* L. sem desbaste, provenientes da empresa International Paper do Brasil. Dessas, 172 parcelas possuíam 2 medições e 153 possuíam 3 medições, localizadas em diferentes sítios, com idades variando de 4 a 24 anos. Para a função probabilística, uma das metodologias de simulação utilizada, foram ajustados os modelos de altura dominante, sítio, sobrevivência, área basal, variância dos diâmetros e foi escolhida a distribuição Weibull para estimativa das distribuições diamétricas a partir do método dos momentos. Para o processo de difusão, a outra metodologia de simulação, foi ajustado o modelo de crescimento, a partir de um banco de dados pareado árvore a árvore, e um modelo de mortalidade, seguindo a metodologia desse processo. Foram sorteadas 70 parcelas para fazer a comparação entre os dados reais com os estimados pelas duas metodologias. De modo geral, tanto o processo de difusão quanto a função probabilística geraram resultados satisfatórios para estimativa da frequência por classe de diâmetro, número de árvores e área basal. Para o volume o erro obtido na estimativa foi de 3,4% na função probabilística e 3,1% no processo de difusão. A função probabilística é a metodologia de simulação mais conhecida e estudada atualmente, devido à eficiência de suas estimativas, comprovada em diversos trabalhos. Para *Pinus taeda* essa metodologia é empregada no sistema SISPINUS que é amplamente difundido pelo Sul do Brasil. O processo de difusão ainda é pouco utilizado no Brasil e pode gerar estimativas comparáveis à função probabilística, com resultados satisfatórios para simulação do crescimento e da produção.

Palavras-chave: simulação, crescimento e produção, função probabilística, processo de difusão, *Pinus taeda*.

ABSTRACT

The objective of this research was to test and compare two different methodologies for growth and yield modeling. The data came from 325 permanent samples established in unthinned *Pinus taeda* L. (loblolly pine) stands owned by the International Paper of Brazil Co. A total of 172 samples were measured at three occasions and 153 were measured at two times. The plots were located in different sites, with ages varying from 4 to 24 years. The methodology called “probability function”, one of two utilized in the study, used functions for dominant height, site, mortality, basal area and variance of the diameters. The Weibull probability distribution chosen to be used was fitted to data by the moments’ method. The methodology called “diffusion process”, the other to be tested, consisted in connecting growth increment and mortality models in the so-called “forward equation”. Seventy sample plots were randomly chosen in order to make the comparison among the observed and predicted values from both modeling methodologies. In general, the diffusion process as well as the probability function provided satisfactory estimates of tree diameter class frequencies, number of trees and basal area per hectare. The errors obtained for the stem volume per hectare were 3.4% by using the probabilistic function and 3.1% for the diffusion process. The probability function approach is the most known methodology for growth and yield modeling of *Pinus taeda* in Brazil, because of this efficiency and of its estimates, as proved by several works. This methodology has been widely used in *Pinus taeda* simulations though the so-called SISPINUS software developed for the southern Brazilian conditions. The diffusion process is not widely used in Brazil yet, but it can provide predictions comparable to those of the probability function approach. Therefore, the diffusion process can give results so reliable as those obtained from the probability function modeling in order to simulate growth and yield of this species.

Key - words: simulation, growth and yield, probability function, diffusion process, *Pinus taeda*.

1 INTRODUÇÃO

A política brasileira de incentivos fiscais ao reflorestamento, lei número 5.160, vigente de 1966 a 1987, possibilitou a implantação de 1,84 milhões de hectares com espécies de *Pinus*, cuja distribuição está fortemente concentrada nos estados de São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul (OLIVEIRA, 1995).

O objetivo inicial da produção madeireira destas florestas era abastecer o setor de papel e celulose. Entretanto, com as reservas de florestas naturais se esgotando ou sendo incluídas em áreas de preservação, aumentou-se a demanda por toras ou madeira de *Pinus* para a produção de madeira serrada ou de lâminas (OLIVEIRA, 1995).

O plantio de florestas no Brasil é uma atividade econômica importante e com grande impacto no campo social. Conforme CARON NETO (2001), o Estado do Paraná possui a maior área de florestas plantadas de *Pinus*, totalizando 605.130 ha, ou seja, 33% da área plantada total do Brasil. É indiscutível a importância deste gênero neste Estado que representa 90% de toda a madeira empregada na indústria, atingindo cerca de 20.000.000 de m³ consumidos anualmente.

Face a isso, é do interesse de qualquer administrador ligado ao setor florestal conseguir quantificar e prognosticar, com confiabilidade, o estoque de suas florestas. A quantificação do crescimento e da produção consiste em uma condição essencial para definir a utilização dos bens advindos da floresta, além de fornecer informações que subsidiam a tomada de decisões para a maioria das atividades ligadas ao setor.

Já há algumas décadas, diversos pesquisadores florestais vêm tentando desenvolver metodologias para prever o crescimento e a produção dos povoamentos. Porém, as extensas áreas florestais plantadas estão sujeitas a uma variedade de fatores que influenciam sua produtividade como: condições de solo, clima, fisiografia, espaçamento, idade, material genético, método de plantio e de tratamentos silviculturais que

afetam o crescimento, a mortalidade e o recrutamento das árvores desses povoamentos, evidenciando a complexidade do sistema.

Uma alternativa possível para contornar esse problema é o emprego de uma ferramenta básica nas atividades de planejamento florestal que é a técnica de modelagem do crescimento e da produção. Ao utilizar os sistemas de prognose do crescimento e produção, o profissional terá condições de definir antecipadamente o momento do desbaste, se este for um dos objetivos do empreendimento, a rotação econômica ótima, o planejamento da atividade de colheita, prescrever regimes de manejo adequados para cada espécie, em cada sítio, que visem à qualidade do produto final. Com a prognose de produção é possível também viabilizar a adoção de um plano de suprimento através da otimização da produção ou ainda da minimização de custos, além de confrontar situações factíveis na tomada de decisão do regime de manejo, uma vez que esses sistemas permitem realizar a avaliação da necessidade ou não de intervenções silviculturais, bem como análises econômico-financeiras (ABREU, 2000).

Atualmente, o SISPINUS é o sistema computacional mais utilizado para prognosticar o crescimento e a produção para *Pinus taeda* e *Pinus elliottii*. Ele foi desenvolvido a partir de função probabilística com modelos por classe de diâmetro.

O processo de difusão, outro modelo de simulação, pode proporcionar resultados tão bons ou até superiores se comparado com a função probabilística, porém ainda é muito pouco empregado no Brasil.

Portanto, neste estudo buscou-se ajustar e desenvolver modelos de crescimento e produção de duas maneiras distintas, a partir da função probabilística e do processo de difusão, comparando os dois processos.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Testar a eficiência duas metodologias distintas de simulação do crescimento e produção para uma floresta de *Pinus taeda* sem desbaste.

2.2 ESPECÍFICOS

- a) Modelar os atributos da floresta: altura dominante, sítio, sobrevivência, área basal, variância dos diâmetros, relação hipsométrica genérica, volume total e por sortimento, seguindo a metodologia da função probabilística;
- b) Ajustar a função Weibull às distribuições diamétricas encontradas, pelo método dos momentos;
- c) Ajustar modelos de mortalidade, variância instantânea do crescimento e crescimento instantâneo médio, todos por classe e unidade de tempo, seguindo a metodologia do processo de difusão;
- d) Comparar as variáveis: número de árvores, área basal e volume obtidas com cada uma das metodologias utilizadas;
- e) Comparar os resultados das prognoses com os dados reais;
- f) Apresentar uma alternativa metodológica para a modelagem do crescimento e da produção para *Pinus taeda*, com potencial de uso também para outras espécies, tanto nativas quanto plantadas.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um modelo de crescimento é um sistema, usualmente composto de equações matemáticas implementadas no computador, que podem ser usadas para prever o comportamento, especialmente a predição do volume, em um povoamento florestal (VANCLAY, 1983).

Os modelos são abstrações do sistema real. Eles permitem inferir sobre mudanças ocorridas na estrutura e na produtividade dos povoamentos, permitindo atualizar dados passados e projetar os povoamentos no futuro, sendo essa a razão principal para um contínuo interesse em seu estudo (ABREU, 2000).

Existem dois princípios básicos para promover a modelagem de um fenômeno. Eles são divididos em modelos empíricos e os modelos baseados em processos.

3.1 MODELOS EMPÍRICOS

Esses modelos tentam explicar o que ocorreu, está ocorrendo ou o que pode ocorrer no futuro. É um método com ênfase na qualidade de ajuste de dados e das predições (SANQUETTA, 1996).

Os modelos empíricos são essencialmente descritivos e identificados por equações matemáticas capazes de representar os dados experimentais de forma aceitável. Têm como propósito descrever o que foi observado experimentalmente ou coletado em um levantamento; assim esse tipo de modelo é resultado de trabalho experimental. Portanto, qualquer tipo de extrapolação para condições diferentes daquelas em que os dados originais foram obtidos, não é permitida. Sendo assim, a capacidade preditiva do modelo fica muito limitada. Por ser resultante de dados experimentais, geralmente esse tipo de modelo é apresentado em gráficos nos quais são plotados os valores reais, os valores por ele estimados e os desvios (ABREU, 2000).

ALDER (1980), CLUTTER et al. (1983) e DAVIS e JOHNSON (1987) classificaram os modelos de crescimento e produção em três tipos:

3.1.1 Modelos Globais do Povoamento

Estes modelos consideram, para efeito de cálculo, o povoamento como um todo, sem consideração de subdivisões neste ou sem preocupação com cada árvore individualmente (SANQUETTA, 1996).

Os modelos que apresentam estimativas ao nível de povoamento, também conhecidos como modelos de produção globais, geram Tabelas de Produção Normal, empírica e de densidade variável. Nos Modelos de Produção Normal, as tabelas são de dupla entrada, nas quais o volume máximo por unidade de área é função da idade e do sítio, fornecendo estimativas do crescimento líquido e da produção de povoamentos puros de mesma idade e completamente estocados. Os modelos de produção empíricos são similares aos modelos de produção normais, mas ao invés de se basearem em unidades amostrais com densidade completa, baseiam-se em áreas de estoque médio. Já os modelos de produção de densidade variável apresentam tabelas de produção usando três variáveis independentes, com a adição da densidade (SCOLFORO, 1990).

Estes modelos são geralmente inflexíveis para a avaliação de multiprodutos pela característica de gerarem informações simples como produção por área basal (ABREU, 2000).

3.1.2 Modelos por Classe de Diâmetro

A distribuição de diâmetros é o fator mais simples e potente para descrever as propriedades de estrato de árvores. O diâmetro é, geralmente, bem correlacionado com outras variáveis importantes principalmente com o volume, preço, custos de conversão e especificações do produto. A quantificação da distribuição diamétrica e sua relação

com o sítio, idade e densidade é freqüentemente valiosa para propósitos econômicos e biológicos (BAILEY, 1973).

Os modelos de produção por classe de diâmetro são aqueles que utilizam como a unidade básica da modelagem, a classe das árvores. Essas classes podem ser modeladas independentemente das outras classes, ou levando em consideração explicitamente ou implicitamente as outras classes (VANCLAY, 1983).

De acordo com SANQUETTA (1996), esses modelos consideram, para o efeito de cálculo, subdivisões do povoamento, geralmente classes de diâmetro. São intermediários entre o modelo para o povoamento e o modelo para árvores individuais. Quando a classe é única este modelo torna-se o modelo para o povoamento e, quando a classe é infinitamente pequena, torna-se o modelo para árvores individuais.

Eles permitem analisar toda a estrutura do povoamento. Neste caso, propiciam o maior detalhamento na predição do porte das árvores do povoamento que facilita o planejamento da produção florestal e assimilação de uma série de tratamentos silviculturais. Nesse enfoque, o rendimento do povoamento pode ser otimizado utilizando-se estimativas dos multi-produtos por classe de tamanho (SCOLFORO, 1990).

ABREU (2000) complementou que esses modelos permitem a avaliação econômica de produtos discriminados por classe de tamanho bem como possibilitam a avaliação de novas alternativas de uso para os produtos da floresta, além daquelas a que se destinam.

Na maioria das vezes a divisão do talhão em classes ocorre a partir do diâmetro (na altura do peito). Dependendo dos dados, as classes podem variar de 10 em 10cm, 5 em 5cm ou até de 1 em 1cm. Também é possível de se utilizar outros critérios de divisão de classe, como a altura, a espécie e a idade (VANCLAY, 1983).

Segundo SANQUETTA (1996), três modelos não espaciais expressam o desenvolvimento do povoamento através da descrição da evolução das distribuições

diamétricas ou de outra variável em classes, e são conhecidos como função probabilística, matrizes de transição e processos de difusão.

3.1.2.1 Função Probabilística

A possibilidade de descrever a estrutura diamétrica das populações se faz através de distribuições matemáticas definidas como função densidade de probabilidade (fdp). As distribuições que se destacam são Gamma, lognormal, Beta, SB Johnson, SBB de Johnson, Weibull, Exponencial e a Normal (SCOLFORO, 1998).

Para se estimar os parâmetros destas distribuições existem diferentes métodos, podendo-se destacar o método da máxima verossimilhança, dos momentos e dos percentis (SCOLFORO, 1998).

Em 1973, BAILEY e DELL apresentaram a função Weibull aplicada à modelagem em florestas, considerando-a matematicamente simples e flexível, e mais fácil de ser utilizada do que a distribuição Beta pelo fato de não requerer integração numérica para o cálculo do número de indivíduos nas classes. Através dela, distribuições diamétricas decrescentes e unimodais foram ajustadas satisfatoriamente.

SCHREUDER e SWANK (1974) testaram modelos matemáticos para a distribuição das árvores em classes de diâmetro, área basal, biomassa e distribuição vertical para *Pinus taeda* e *Pinus strobus*. As distribuições utilizadas foram a Normal, lognormal, Gamma e Weibull. Somente a Weibull pode descrever as distribuições de todas as variáveis consideradas, o que não foi possível com a Normal e a Gamma. A distribuição lognormal obteve resultados pouco satisfatórios.

Mais de 300 acres de campos abandonados foram plantados com *Pinus taeda* em três diferentes regiões: Tennessee, Alabama, e Geórgia. Com o intuito de ajudar os proprietários a tomar decisões sobre a época de colheita dessas plantações, SMALLEY e BAILEY (1974) apresentaram tabelas mostrando o volume esperado por ano, a área basal, a altura média e número de árvores por hectare em cada classe de diâmetro. A

função Weibull com três parâmetros foi utilizada para modelar a distribuição diamétrica. Pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, nenhuma das distribuições ajustadas apresentaram diferenças significativas e a máxima diferença entre a média quadrática observada e a ajustada foi de apenas -0,07 polegadas. Apesar da tendência de se haver uma subestimativa, as distribuições tiveram bons ajustes.

Seis distribuições (Beta, SB Johnson, Weibull, lognormal, Gamma e Normal) foram ajustadas por HAFLEY e SCHREUDER (1977) em 21 conjuntos de dados, aonde foi avaliada a flexibilidade de cada uma das funções para descrever distintos graus de assimetria e curtose, para a altura e o diâmetro. Foi usado o teste de Kolmogorov-Smirnov para ranquear as distribuições e em muitos casos, elas se diferiram apenas nas casas decimais. Como conclusão do trabalho, a distribuição Normal, foi considerada a menos flexível, pois ela é representada apenas com um ponto simples. Já as distribuições Weibull, lognormal e a Gamma foram representadas com uma linha. A distribuição SB e a Beta foram as funções mais flexíveis, representadas por uma superfície no plano.

FEDUCCIA et al. (1979) adotaram a distribuição Weibull com três parâmetros como o modelo de distribuição de diâmetros para um estudo com *Pinus taeda* não desbastado. Os parâmetros a, b e c foram obtidos a partir da rotina FITTER desenvolvida por BAILEY (1974). Essas estimativas dos parâmetros das parcelas eram então usadas como variáveis dependentes para desenvolver as equações, a partir de regressões múltiplas, utilizando como variáveis independentes a altura dominante, número de árvores sobreviventes e idade de plantio.

BARROS (1980) testou vários modelos matemáticos (exponencial tipo I, exponencial tipo II, potencial de Mervartt, hipérbole – Pierlot, polinomial, função Weibull, função Beta) que expressam a distribuição diamétrica e também verificou a influência do intervalo de classe de diâmetro no ajuste dos modelos testados. Os dados utilizados neste estudo são provenientes da Floresta Nacional do Tapajós – Pará. Entre

os sete modelos, as funções Beta, polinomial e exponencial apresentaram os melhores resultados.

A partir dos dados de 117 parcelas localizadas na planície costeira da Virginia e da Carolina do Norte, reflorestadas com *Pinus taeda*, BURK e BURKHART (1984) desenvolveram um modelo de crescimento e produção por classe diamétrica. Para desenvolvê-lo foi utilizada a função Weibull com três parâmetros. Esse modelo foi programado em um já existente de crescimento em área basal que permitiu uma rápida predição, corrente e futura, do povoamento e das tabelas de sortimento.

Foram usados dados de 226 parcelas para desenvolver equações que predizem a estrutura do povoamento, por CLUTTER et al. (1984). A distribuição estatística utilizada para descrever as frequências relativas de árvores nas várias classes de diâmetro foi a distribuição de Weibull com três parâmetros. No sistema desenvolvido, os valores dos parâmetros da função (a , b e c) são obtidos a partir da idade de plantação, altura média das árvores dominantes e codominantes e número de árvores por acre na idade de predição.

GLADE (1986) utilizou dados de parcelas permanentes de *Eucalyptus grandis*. Foram ajustadas as seguintes funções probabilísticas: Normal, lognormal, Gamma, Weibull, Beta e SB. As funções Weibull, SB e Beta apresentaram os melhores resultados, com pouca diferença entre elas e ajuste satisfatório. A função Weibull mostrou maiores vantagens que as outras para correlacionar os seus parâmetros com as características do povoamento.

Devido às propriedades estatísticas e as aplicações práticas, a distribuição Weibull foi escolhida por SILVA (1987) para modelar distribuição diamétrica, em um trabalho com 263 unidades amostrais de *Pinus elliottii*. As equações resultantes foram usadas de duas maneiras, uma em um processo iterativo em duas fases e a outra em um processo iterativo em três fases. Pode-se concluir que ambos procedimentos resultaram em distribuições diamétricas as quais se diferenciam significativamente da distribuição observada em somente 2,6% das amostras.

OLIVEIRA (1995) desenvolveu um sistema de simulação de crescimento e produção para povoamentos de *Pinus taeda* implantados na região Sul do Brasil. Ele utilizou modelos por classe de diâmetro e testou as distribuições de probabilidade SB e SBB. A distribuição SBB é bi-variada, ou seja, seu cálculo leva em consideração duas variáveis, o diâmetro e a altura. Ela demonstrou flexibilidade e eficiência na descrição das características dos povoamentos em diferentes idades.

SCOLFORO (1990) utilizou a função Weibull com dois parâmetros, em estudos de crescimento e produção de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, sendo que o parâmetro “a” foi estimado em função do diâmetro mínimo. Foram utilizados neste estudo dados provenientes de 120 parcelas permanentes circulares de 500m².

JORGE (1990) testou a função Weibull em povoamentos de *Pinus elliottii* com idades de 21 a 24 anos, obtendo bons resultados.

Um modelo de crescimento e produção foi desenvolvido para áreas desbastadas e não desbastadas de *Pinus elliottii* em locais de corte raso na região do golfo ocidental, EUA. ZARNOCH et al. (1991) escolheram a distribuição Weibull com três parâmetros como o modelo de distribuição diamétrica, baseando-se no método do momento – percentil. O percentil 93 foi escolhido pelos autores devido a sua habilidade em se estimar os parâmetros da função.

MAESTRI (1992) aplicou a função Weibull com três parâmetros para estimar a produção presente e futura de volume de madeira e peso de casca para povoamentos de acácia – negra. Para obter os parâmetros da função ele utilizou a técnica de recuperação dos coeficientes “b” e “c”, através de pares de diâmetros percentis, e do coeficiente “a” pela relação direta com o diâmetro mínimo da amostragem, obtendo resultados com aceitável grau de confiabilidade. Para a predição das classes diamétricas futuras, os melhores resultados foram obtidos pela recuperação dos parâmetros de Weibull através dos pares de diâmetro percentil 40/90 e 40/80.

SCOLFORO (1996) apresentou os componentes de um sistema de predição do crescimento e da produção com simulador de desbastes e analisou diferentes opções de

desbastes implementadas a partir do sistema desenvolvido. Foram utilizadas 1.204 parcelas na geração do sistema de crescimento e produção, a partir da distribuição Weibull.

NÁVAR et al. (1997) desenvolveram um modelo de crescimento para uma floresta em Sinaloa, localizada no México, com informações advindas do inventário florestal. O modelo de crescimento foi desenvolvido com dados de 80 parcelas alocadas sistematicamente em 10 diferentes classes de idade. Foi utilizada a distribuição Weibull com três parâmetros para modelar a distribuição diamétrica. Os resultados preliminares mostraram que o modelo de crescimento desenvolvido pode ser usado, com confiabilidade, para prever crescimento de floresta. Empregando-se a análise de sensibilidade, a partir do erro padrão da estimativa, foi possível concluir os erros obtidos em volume total de madeira foram de 10% para o parâmetro forma, 2% para a escala, 9% para a locação, 10% na média do número de árvores por hectare e 4% na altura média.

ABREU (2002), com dados precoces de *Eucalyptus grandis*, modelou os atributos da floresta (sítio, sobrevivência, relação hipsométrica genérica, diâmetro mínimo, diâmetro máximo, variância dos diâmetros, área basal e média aritmética dos diâmetros), ajustou e selecionou as funções probabilísticas como Beta, Weibull e SB, por diferentes métodos e avaliou a veracidade das prognoses e a eficiência do modelo para realizá-las precocemente. Nesse estudo foi verificado que a função de distribuição Weibull, ajustada pelo método dos momentos, mostrou-se a mais precisa.

As funções Beta, Gamma, Normal, SB de Johnson e Weibull 3 parâmetros foram ajustadas e testadas por VALEJOS (2003) no desenvolvimento de um sistema de simulação de crescimento e produção de *Populus* spp.. Com os resultados estatísticos favoráveis, ele implementou no sistema a função Weibull com três parâmetros utilizando o método dos momentos para obtenção dos parâmetros.

Em um estudo com *Pinus patula* em Minas Gerais, CAMPOS e TURNBULL (1981) testaram a função Beta e a função Weibull. Eles concluíram que os parâmetros

da função Beta, embora proporcionassem ótimo ajustamento aos dados de diâmetro, não são facilmente relacionados com certos atributos do povoamento, condição requerida do método. Por apresentar essa característica, a função Weibull substituiu com vantagem a função Beta, proporcionando o desenvolvimento de tabelas de produção com grande precisão.

Segundo GUIMARÃES (1994), atualmente existe um consenso sobre a superioridade de função Weibull, em relação às demais funções empregadas, quando aplicadas em amostras de distribuições diamétricas de florestas equiâneas. A explicação está no fato das florestas equiâneas tenderem a apresentar distribuições assimétricas à direita, em razão das árvores maiores apresentarem maiores taxas de crescimento que as menores (efeito de competição), gerando uma configuração que coincide com as condições ideais para ajuste da função Weibull. Além do mais, a característica dessa função de descrever curvas com diferentes pontos de inflexão proporciona maior capacidade de ajuste em comparação as demais funções que, em sua maioria, apresentam curvatura rígida.

Já foram propostos muitos modelos para distribuição diamétrica, mas nenhum tem tantas características favoráveis quanto a distribuição Weibull. Os parâmetros provenientes desta função proporcionam uma boa representação dos dados, assim como uma forte correlação entre as variáveis do povoamento. Facilidade na manipulação algébrica e habilidade de assumir uma variedade de formas de curvas faz a função Weibull útil para os modelos biológicos (BAILEY e DELL, 1973).

3.1.2.2 Processo de Difusão

Segundo SANQUETTA (1996), o processo de difusão expressa a dinâmica das classes, tais como crescimento, mortalidade e recrutamento, simultaneamente em função do tempo e das próprias dimensões das classes diamétricas, integrando esses componentes em equações diferenciais. O modelo estocástico assim definido,

chamado de equação de difusão ou processo de difusão, é descrito pela equação *forward* de Kolmogorov ou equação de Fokker-Planck.

HARA (1984) testou a equação *forward* de Kolmogorov em um experimento puro com plantas coetâneas. KOYAMA (1989) também utilizou essa equação para simular as mudanças no tamanho das classes diamétricas com dados de povoamentos secundários com diferentes idades, em uma floresta no sul do Japão.

BRANNAN e RENEKE (1984) utilizaram o processo de difusão para descrever a evolução do dossel de uma floresta, durante o estágio intermediário para avançado na fase de sucessão secundária. O modelo deixou que a sucessão ocorresse através da reposição de uma árvore por outra, em que as aberturas do dossel são causadas através de perturbações endógenas. Como os parâmetros do modelo foram determinados pelos dados, foi possível seqüenciar a magnitude das predições nos momentos de transição. E finalmente, o modelo permitiu uma caracterização do estado clímax.

ARCE et al. (1998) avaliaram e simularam o crescimento de povoamentos jovens, coetâneos, monoespecíficos e homogêneos de *Pinus taeda*, utilizando a técnica de simulação Processos de Difusão. Esses autores concluíram que a construção das equações de difusão (Kolmogorov *forward* equation), apesar de exigir estimativas estatísticas prévias para obter a variável de crescimento relativo, não apresentou maiores dificuldades em ser implementada para povoamentos jovens, coetâneos e homogêneos de *Pinus taeda*. A simulação com o processo de difusão gerou distribuições diamétricas harmônicas e coerentes.

O modelo de crescimento e mortalidade e o modo de competição de seis espécies que formam uma floresta clímax sub-boreal em Hokkaido, norte do Japão, foram investigados baseando-se no modelo de difusão (KUBOTA e HARA, 1995). Cada árvore foi considerada individualmente, utilizando apenas as árvores com mais de 2 metros, em uma área de 2 hectares. Em função desse modelo, eles puderam concluir que o desenvolvimento da dinâmica de cada componente das espécies da

floresta sub-boreal são, principalmente, influenciados pelos fatores estocásticos $[D(t,x)]$ e pelas condições limites $[R(t)]$, em comparação com a interação de competição determinística entre os componentes das espécies $[G(t,x)]$.

3.1.2.3 Matriz de Transição

De acordo com SCOLFORO (1998), dentre os modelos por classe de diâmetro, a cadeia de Markov ou matriz de transição é um importante instrumento para viabilizar a prognose da produção em florestas nativas. A prognose a partir deste método é feita através da estimativa da probabilidade de transição das árvores entre classes diamétricas, ou seja, projetá-la para o futuro a partir da matriz de probabilidade de transição. As probabilidades da matriz de transição em um determinado período de medição são obtidas pela razão das mudanças ocorridas numa classe diamétrica, tais como: árvores que mudaram de classe, árvores mortas e árvores que permaneceram na classe, pelo número de árvores existentes na classe diamétrica, em questão, no início do período de crescimento.

A matriz de transição é um processo estocástico utilizado para estudar fenômenos que passam, a partir de um estado inicial, por uma seqüência de dados, onde a transição de um determinado estado ocorre segundo uma certa probabilidade. Os pontos mais importantes na montagem da chamada cadeia de Markov são a definição de estados do sistema e a construção da matriz de transição probabilística (HOYOS, 1980). De acordo com ENRIGHT e OGDEN (1979), o único requisito para a utilização do modelo matricial é que a população possa ser dividida em estados ou compartimentos, e que haja a probabilidade de movimento de um estado para outro no tempo.

Segundo SANQUETTA (1996), nas matrizes de transição utiliza-se o critério de separar árvores de uma certa classe diamétrica que crescem para uma, duas ou mais classes consecutivas daquelas que permanecem na mesma classe ou morrem durante

um intervalo de tempo. Essa dinâmica nas classes determina as probabilidades que constituem os elementos da matriz de transição.

LOWELL e MITCHELL (1987) apresentam três importantes limitações da cadeia de Markov: 1) uma única qualidade de sítio é assumida, embora na prática a dinâmica da população varia com o sítio; 2) qualquer árvore é tratada da mesma maneira independentemente das características particulares da floresta; 3) a estrutura da floresta é ignorada no sentido da dinâmica da população ser considerada a mesma, quer seja esta com idade uniforme ou com múltiplas idades, que seja formada de uma única espécie ou de várias.

3.1.3 Modelos Para Árvores Individuais

Neste modelo cada árvore individual é registrada e tem seu desenvolvimento considerado em separado na modelagem (SANQUETTA, 1996).

Modelos deste tipo projetam o crescimento de árvores individuais e os resultados, em nível de povoamento, são obtidos pelas somas dos valores individuais. De modo geral, além das variáveis diâmetro, altura e qualidade de local, incluem também índices indicativos do grau de competição aos quais a planta está submetida (GUIMARÃES, 1994).

Recentemente melhorias nos equipamentos de computação tornaram possível para os modeladores o uso de modelos para árvores individuais ao invés de utilizar a classe de diâmetro como a unidade de predição básica. Entretanto, o fato de isso ser possível não o faz, necessariamente, desejável e uma considerável discussão tem tido espaço entre os méritos dos modelos por classe de diâmetro e por árvore individual. A diferença básica entre esses dois modelos é que o modelo por classe de diâmetro fornece respostas por classe a partir de informações globais do povoamento.

Segundo DAVIS e JOHNSON (1987) os modelos para árvores individuais são divididos em independentes da distância e dependentes da distância.

Os modelos para árvores individuais distância-dependentes utilizam índices de competição baseados na mensuração ou no mapeamento da distância de cada árvore em relação às árvores adjacentes que estão competindo por luz, água e nutrientes. O crescimento individual da árvore é simulado em função do seu tamanho, da qualidade do local e de uma medida de competição entre as árvores. O índice de competição varia de modelo para modelo, mas de modo geral é função do tamanho da árvore em relação ao tamanho e a distância das competidoras (DAVIS e JOHNSON, 1987).

Nos modelos para árvores individuais distância-independentes, o índice de competição é baseado na comparação das características de uma árvore (proporção da copa, DAP e altura total) em relação a todas as outras árvores em uma amostra, como por exemplo, a razão entre o diâmetro da árvore e o diâmetro médio. Esse tipo de modelo assume que todas as espécies e tamanhos de árvores estão uniformemente distribuídos no povoamento (DAVIS e JOHNSON, 1987).

BAILEY (1980) testou sete distribuições com o objetivo de fornecer uma junção biológica e matemática entre as distribuições diamétricas e os modelos para árvores individuais. Para isso, ele transformou as variáveis preservando a forma da distribuição.

3.2 MODELOS BASEADOS EM PROCESSOS OU MECANICISTAS

O modelo mecanístico tenta explicar o que ocorreu, está ocorrendo ou pode ocorrer no futuro. É um método com ênfase na qualidade de ajuste de dados e nas previsões (SANQUETTA, 1996).

Esses modelos de crescimento da floresta são descrições de como o crescimento em volume, biomassa ou carbono da vegetação florestal são influenciados pelos processos ambiental, físico ou ecológico (SCOLFORO, 1998).

Os modelos baseados em processos tentam modelar o crescimento baseando-se em processos físicos e biológicos. São também conhecidos como mecanismos dos

modelos biológicos. Esses modelos tentam simular os processos ao invés de modelar estatisticamente os dados como fazem os empíricos, sendo assim, requerem uma imensa quantidade de dados do sistema biótico e do meio que nem sempre estão disponíveis. Introduzem a luz, temperatura e níveis de nutrientes do solo, além de modelarem a fotossíntese, a respiração e a distribuição do material fotossintético nas raízes, caules e folhas (VANCLAY, 1999).

4 METODOLOGIA

4.1 CARACTERÍSTICAS E DISTRIBUIÇÃO GEOGRÁFICA DA ESPÉCIE

A espécie *Pinus taeda* é uma conífera do grupo Australes, pertencente à subseção Pinaster, da família Pinaceae e subgênero Diploxy e ocorre naturalmente nos Estados Unidos da América, principalmente na região Sul.

O clima nas regiões de ocorrência natural da espécie caracteriza-se por invernos frios com verões muito quentes e secos, e de modo geral, a temperatura média do mês mais frio varia de 2°C a 15° C. A temperatura média do mês mais quente varia de 24°C a 26° C, e a precipitação media anual de 920 a 1.550 mm. Os solos são de textura leve a pesada, com pH geralmente ácido e drenagem média. Ocasionalmente, a espécie pode ocorrer em solos sujeitos a alagamentos por um período curto de dias (UBIALLI, 1981).

Inicialmente as espécies de *Pinus* foram introduzidas no Brasil para fins ornamentais. Posteriormente, foram buscadas espécies para fins silviculturais, visando à produção de celulose, papel e madeira serrada. Hoje, segundo dados da Sociedade Brasileira de Silvicultura, existem no Brasil mais de 1,8 milhões de hectares plantados de *Pinus*, dos quais mais da metade (57,6%) nos estados do Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul. O Estado do Paraná possui a maior área plantada do Brasil com 605.130 hectares (32,9%) principalmente com *Pinus taeda* e *Pinus elliottii* (CARON NETO, 2001).

O *Pinus taeda* apresenta maior crescimento e produtividade de madeira na região do planalto, no Sul e no Sudeste, em solos bem drenados, mesmo em locais sujeitos à ocorrência de geadas, desde que não haja déficit hídrico.

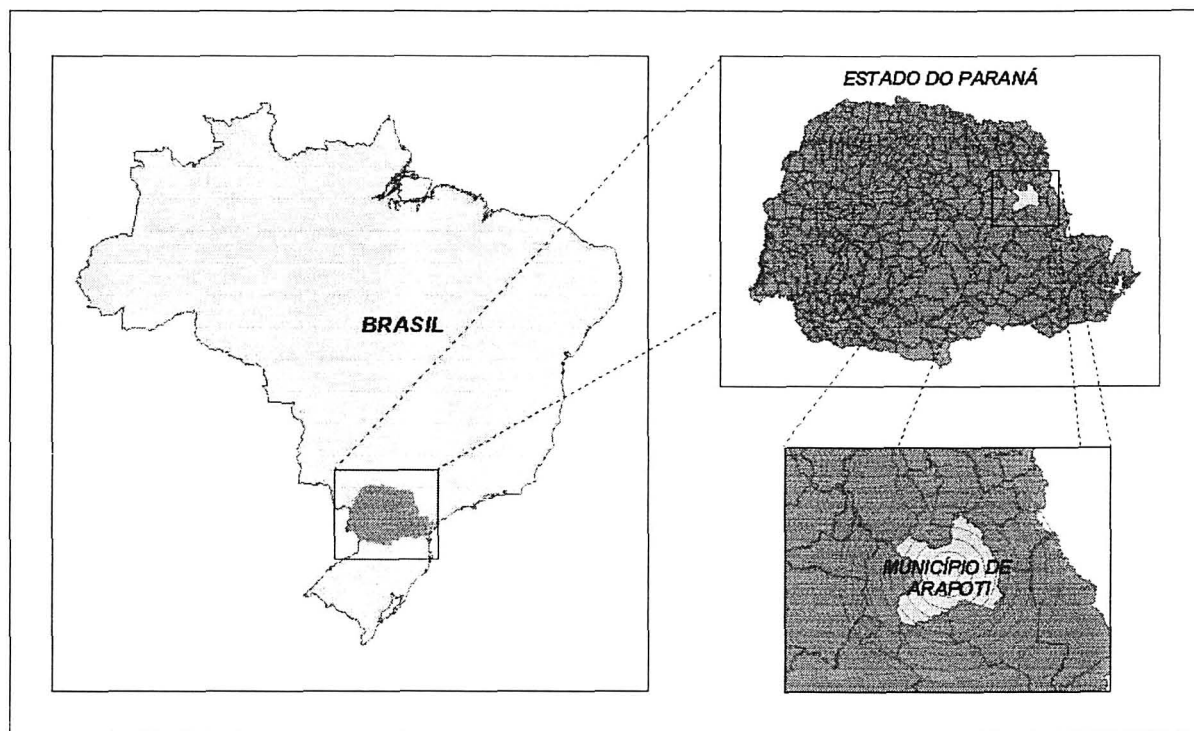
Com densidade básica entre 0,47 e 0,51 g/cm³, a madeira é usada em construções leves ou pesadas, na produção de laminados, chapas de fibras e de

partículas e na produção de celulose de fibra longa. A espécie não é boa produtora de resina.

4.2 DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

Os dados de *Pinus taeda* utilizados para este estudo são provenientes das propriedades da empresa INTERNATIONAL PAPER DO BRASIL, localizada no município de Arapoti, no Estado do Paraná. Seus povoamentos estão localizados ao redor desse município (FIGURA 1).

FIGURA 1 – Localização da área de estudo.



De acordo com a classificação de Koeppen, o clima da região é do tipo Cfb, ou seja, subtropical quente temperado, caracterizado por apresentar temperatura média de 18°C a 22° C. O trimestre mais quente está entre dezembro a fevereiro, com temperatura média de 24 a 27°C e com precipitação de 500 - 600 mm. O trimestre

mais frio está entre junho a agosto, com temperatura média de 14 a 16°C e com precipitação de 225 – 250 mm (IAPAR, 2000).

A evapotranspiração média anual é de 1000 a 1200 mm/ano, sendo a maior em janeiro com 4,0 a 4,5 mm/dia e a menor em julho com 1,5 a 2,0 mm/dia. A umidade relativa média é de 75 a 80% (IAPAR, 2000).

4.3 BASE DE DADOS

Os dados empregados no presente trabalho foram coletados na maior gleba da empresa, denominada São Nicolau (SN) localizada ao redor do município de Arapoti.

Foram utilizadas informações de 325 parcelas permanentes, com idades variando entre 4 a 25 anos em condições variadas de sítio. Dessas, 172 parcelas continham duas medições e 153 continham 3 medições.

A TABELA 1 apresenta o número de parcelas por idade.

TABELA 1 - Número de parcelas por idade.

Idade	Nº de Parcelas
4	10
5	44
6	128
7	15
13	3
18	6
19	41
20	36
21	41
24	1
Total	325

Todas as parcelas são retangulares com dimensões de 20m x 30m, totalizando 600m² de área. Foram medidos todos as CAPs (circunferência à altura do peito) e

algumas das alturas totais. Além disso, cada indivíduo foi codificado conforme o seu estado de sanidade (morta, torta, bifurcada, atacada por vespa). Os povoamentos deste trabalho foram implantados em dois diferentes espaçamentos, como descritos na TABELA 2.

TABELA 2 - Descrição dos espaçamentos utilizados no estudo.

Espaçamento	Área útil por árvore	Nº de árvores / ha
2,5 x 1,8m	4,5 m ²	2.222
3,0 x 2,0m	6,0 m ²	1.667

Os povoamentos mais jovens, entre 4 a 8 anos, foram plantados com o espaçamento maior, com um número inicial de 1.667 árvores. Já os povoamentos mais antigos, de 13 a 24 anos, foram plantados com 2.222 árvores.

4.3.1 Processamento das Parcelas de Inventário

4.3.1.1 Altura

A partir dos pares de dados altura e diâmetro foi possível ajustar um modelo hipsométrico para estimar as alturas faltantes.

Foi utilizado o modelo modificado de Prodan, com a seguinte forma:

$$h - 1,3 = \frac{DAP^2}{\beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2 + \beta_3 DAP \times Id} \quad (1)$$

Em que:

h = Altura estimada (m);

DAP = Diâmetro à altura do peito (cm);

Id = Idade do povoamento (anos);

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = Parâmetros a serem estimados.

4.3.1.2 Volume

Para se estimar o volume foi utilizado o banco de cubagem fornecido pela empresa. Ao total, foi utilizada a cubagem rigorosa de 3.404 árvores de *Pinus taeda*, com idades variando de 1 a 24 anos, provenientes de todas as glebas da empresa.

A cubagem foi relativa, tomando-se medidas de diâmetro a 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores. O cálculo dos volumes das seções foi obtido a partir da fórmula de Smalian.

A partir dessa base, foi possível ajustar o polinômio do 5º grau para o cálculo do volume, que é assim representado:

$$\frac{di}{DAP} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{hi}{h} \right) + \beta_2 \left(\frac{hi}{h} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{hi}{h} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{hi}{h} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{hi}{h} \right)^5 \quad (2)$$

Em que:

β_s = Parâmetros a serem estimados;

di = Diâmetro correspondente a uma altura hi (cm);

DAP = Diâmetro à 1,3m de altura (cm);

h = Altura total (m);

hi = Alturas obtidas nas diversas porcentagens da altura total (m).

Isolando-se o di obtém-se a função da qual poderá ser estimado o diâmetro correspondente a qualquer altura da árvore:

$$di = DAP \times \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{hi}{h} \right) + \beta_2 \left(\frac{hi}{h} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{hi}{h} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{hi}{h} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{hi}{h} \right)^5 \right] \quad (3)$$

O volume total e os volumes parciais (sortimento) foram obtidos a partir da seguinte fórmula (ASSIS, 2002):

$$V = K \times DAP^2 \times \left[\begin{array}{l} c_0^2 hi + 2c_0c_1 \left(\frac{hi^{(p_1+1)}}{p_1+1} \right) + 2c_0c_2 \left(\frac{hi^{(p_2+1)}}{p_2+1} \right) + \dots + 2c_0c_{(n-1)} \left(\frac{hi^{(p_{n-1}+1)}}{p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_0c_n \left(\frac{hi^{(p_n+1)}}{p_n+1} \right) + \\ c_1^2 \left(\frac{hi^{(2p_1+1)}}{2p_1+1} \right) + 2c_1c_2 \left(\frac{hi^{(p_1+p_2+1)}}{p_1+p_2+1} \right) + \dots + 2c_1c_{(n-1)} \left(\frac{hi^{(p_1+p_{n-1}+1)}}{p_1+p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_1c_n \left(\frac{hi^{(p_1+p_n+1)}}{p_1+p_n+1} \right) + \\ c_2^2 \left(\frac{hi^{(2p_2+1)}}{2p_2+1} \right) + \dots + 2c_2c_{(n-1)} \left(\frac{hi^{(p_2+p_{n-1}+1)}}{p_2+p_{(n-1)}+1} \right) + 2c_2c_n \left(\frac{hi^{(p_2+p_n+1)}}{p_2+p_n+1} \right) + \dots + c_{(n-1)}^2 \left(\frac{hi^{(2p_{n-1}+1)}}{2p_{(n-1)}+1} \right) + \\ \dots + 2c_{(n-1)}c_n \left(\frac{hi^{(p_{(n-1)}+p_n+1)}}{p_{(n-1)}+p_n+1} \right) + c_n^2 \left(\frac{hi^{(2p_n+1)}}{2p_n+1} \right) \end{array} \right]_{hi}^{h^2} \quad (4)$$

Em que:

$$c_0 = \beta_0 \text{ e } c_i = \left(\frac{\beta_i}{H^{p_i}} \right) \text{ i } = 1, 2, \dots, n \text{ e } p_j \text{ são as potências;}$$

β_s = Parâmetros a serem estimados;

p_s = Potências;

DAP = Diâmetro à altura do peito (cm);

H = Altura total (m);

hi = Alturas obtidas nas diversas porcentagens da altura total (m);

$K = \pi / 40.000$.

Procedeu-se, então, um trabalho minucioso buscando-se obter a estratificação que melhor representasse o perfil das árvores. Depois de se testar o diâmetro, a idade, a interação diâmetro e idade, optou-se por utilizar classes de altura. Portanto, o volume foi processado pelo modelo polinomial do 5º grau com coeficientes específicos por classe de altura.

4.3.1.3 Demais variáveis

Além da altura e do volume, para cada parcela foi necessário calcular:

- Número de árvores por hectare;
- Altura dominante (média das 100 árvores mais grossas por hectare);

- Área basal (m²/ha);
- Diâmetro médio (cm);
- Variância dos diâmetros (cm²).

4.4 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA A FUNÇÃO PROBABILÍSTICA

Para o desenvolvimento de modelos foi utilizado o modelo empírico por classe de diâmetro.

4.4.1 Fase 1 - Classificação de Sítio

As curvas de sítio foram geradas pelo método da diferença algébrica, avaliando o desempenho dos modelos na sua forma anamórfica.

De acordo com CLUTTER et al. (1983) para se construir curvas anamórficas ajusta-se uma função para todo o conjunto de dados, obtendo-se desta maneira uma curva guia. Em seguida faz-se o traçado do conjunto das curvas para os índices de sítio de interesse. Esse conjunto de curvas possui linhas paralelas com inclinação constante, mas com intercepto variável.

Os dados foram ajustados em formato de predição e os coeficientes obtidos serão utilizados também na projeção.

Para a seleção da equação mais precisa foi adotada a análise gráfica dos resíduos, o erro padrão da estimativa (Syx) e o coeficiente de determinação (R²).

Foram testadas as seguintes equações para expressar os índices de sítio:

$$\text{a) Schumacher (1): } H_d = \beta_0 \exp\left(-\beta_1 \frac{1}{Id}\right) \quad (5)$$

$$\text{b) Schumacher (2): } \ln H_d = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{Id}\right)^{\beta_2} \quad (6)$$

$$c) \text{ Chapman-Richards: } H_d = \beta_0 \left(1 - \exp^{-\beta_1 \times Id}\right)^{\beta_2} \quad (7)$$

$$d) \text{ Bailey com três parâmetros: } H_d = \beta_0 \left(1 - \exp^{-\beta_1 \times Id^{\beta_2}}\right) \quad (8)$$

$$e) \text{ Bailey com quatro parâmetros: } H_d = \beta_0 \left(1 - \exp^{-\beta_1 \times Id^{\beta_2}}\right)^{\beta_3} \quad (9)$$

Em que:

H_d = Altura média das árvores dominantes (m);

Id = Idade do povoamento (anos);

e = Base do logaritmo natural;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = Parâmetros a serem estimados.

SCOLFORO e MACHADO (1988) desenvolveram curvas de índice de sítio para *Pinus taeda* nos Estados do Paraná e Santa Catarina e o modelo escolhido foi o modelo biológico de Chapman-Richards.

4.4.2 Fase 2 - Desenvolvimento de Modelos dos Atributos do Povoamento

Para estimar os atributos do povoamento, serão ajustados e selecionados modelos entre os vários existentes na literatura florestal, para:

a) Altura Dominante:

Foram testados os modelos já descritos (5, 6, 7, 8 e 9) .

b) Sobrevivência das árvores

Foram escolhidos os seguintes modelos a serem testados:

$$\bullet \text{ Lenhart: } N_2 = N_1 \exp \left\{ \beta_1 (Id_2 - Id_1) + \beta_2 \left[\ln \left(\frac{Id_2}{Id_1} \right) \right] \right\} \quad (10)$$

$$\bullet \text{ Clutter: } N_2 = N_1 (Id_2 - Id_1)^{\beta_1} \exp [(\beta_0 + \beta_2 \times Hd)(Id_2 - Id_1)] \quad (11)$$

$$\bullet \text{ Pienaar e Shiver: } \ln N_2 = \ln N_1 - \beta_1 (I_2^{\beta_2} - I_1^{\beta_2}) \quad (12)$$

$$\bullet \text{ Weibull: } N_2 = N_1 \left[\exp \frac{-(Id_2 - Id_1)}{\beta_1} \right]^{\beta_2} \quad (13)$$

$$\bullet \text{ Silva: } N_2 = N_1 \exp(\beta_0 \times \beta_1^{Id_2} - \beta_1^{Id_1}) \quad (14)$$

- Modelo 1: $N_2 = \left[N_1 \times \beta_1 + \beta_2 \times (Id_2 \times \beta_3 - Id_1 \times \beta_3) \right]^{\frac{1}{\beta_1}}$ (15)

- Modelo 2: $N_2 = \beta_0 + \beta_1 \times Hd + \beta_2 \times N_1 \left(\frac{Id_1}{Id_2} \right) + \beta_3 \times \left(1 - \left(\frac{Id_1}{Id_2} \right) \right)$ (16)

Em que:

N = Número de árvores (N/ha);

Hd = Altura média das árvores dominantes (m);

Id = Idade do povoamento (anos);

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Parâmetros a serem estimados.

c) Área Basal:

Foram testados na realização de uma predição:

- Modelo 1: $\ln G = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{Id} \right) + \beta_2 \ln(N) + \beta_3 \ln(Hd)$ (17)

- Modelo 2: $\ln G = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1}{Id} \right) + \beta_2 S + \beta_3 \ln(N)$ (18)

- Modelo 3: $\ln G = \beta_0 + \beta_1 \ln N + \beta_2 I + \beta_3 \ln \left(\frac{1}{Id} \right) + \beta_3 \ln \left(\frac{1}{S} \right)$ (19)

E os mesmos modelos, porém se tratando de uma projeção:

- Modelo 1: $\ln G_2 = \ln(G_1) + \beta_1 \left(\frac{1}{Id_2} - \frac{1}{Id_1} \right) + \beta_2 (\ln N_2 - \ln N_1) + \beta_3 (\ln Hd_2 - \ln Hd_1)$ (20)

- Modelo 2: $\ln G_2 = \ln(G_1) + \beta_1 \left(\frac{1}{Id_2} - \frac{1}{Id_1} \right) + \beta_2 S + \beta_3 (\ln N_2 - \ln N_1)$ (21)

- Modelo 3:

$$\ln G_2 = \ln(G_1) + \beta_1 (\ln N_2 - \ln N_1) + \beta_2 (Id_2 - Id_1) + \beta_3 \left(\ln \frac{1}{Id_2} \right) - \left(\ln \frac{1}{Id_1} \right) + \beta_3 \ln \left(\frac{1}{S} \right) \quad (22)$$

Em que:

G = Área basal (m²/ha);

N = Número de árvores (N/ha);

S = Índice de sítio (m);

Id = Idade do povoamento (anos);

Hd = Altura média das árvores dominantes (m);

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = Parâmetros a serem estimados.

d) Variância dos diâmetros:

Foram testados na realização de uma predição:

- Maestri (1): $\ln(S^2d) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{N}{G}\right) + \beta_2 Hd^{-1} + \beta_3 Id^2$ (23)

- Maestri (2): $\ln(S^2d) = \beta_0 + \beta_1 Hd + \beta_2 \ln(N) + \beta_3 \ln(Id)$ (24)

- Knoebell: $\ln(S^2d) = \beta_0 + \beta_1 \log(G) + \beta_2 \log(Hd) + \beta_3 \ln(Id \times N)$ (25)

- Scolforo: $\ln(S^2d) = \beta_0 + \beta_1 \log(Hd) + \beta_2 \log\left(\frac{G}{N}\right) + \beta_3 \left(\frac{Hd}{Id}\right)$ (26)

E os seguintes modelos para realizar uma projeção:

- Modelo 1: $\ln(S^2d_2) = \beta_1 S^2d_1 + \beta_2 Dg_1 + \beta_3 \frac{N_1}{N_2}$ (27)

- Modelo 2:

$$\ln(S^2d_2) = \beta_1 Dm_1 + \beta_2 Dg_1 + \beta_3 \frac{Id_1}{Id_2} + \beta_4 (\ln N_2 - \ln N_1) + \beta_5 (\ln G_2 - \ln G_1) + \beta_6 (\ln Hd_2 - \ln Hd_1) \quad (28)$$

- Modelo 3: $S^2d_2 = \beta_1 S^2d_1 + \beta_2 Dg_1 + \beta_3 \frac{N_1}{N_2}$ (29)

Em que:

S^2d = Variância dos diâmetros (cm^2);

Dg = Diâmetro médio quadrático (cm);

Dm = Média aritmética dos diâmetros (cm);

G = Área basal (m^2/ha);

N = Número de árvores (N/ha);

Id = Idade do povoamento (anos);

Hd = Altura média das árvores dominantes (m);

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ = Parâmetros a serem estimados.

O resultado obtido no modelo ajustado foi necessário para o cálculo do parâmetro “c”, na distribuição de Weibull.

4.4.3 Fase 3 - Ajuste da Distribuição Diamétrica

Devido as suas propriedades estatísticas, aplicações práticas e ao sucesso que essa distribuição obteve em diversos trabalhos com diferentes espécies, a distribuição Weibull foi escolhida para ser testada na modelagem da distribuição diamétrica.

A distribuição Weibull, primeiramente usada na área florestal por BAILLEY e DELL (1973), é a função de probabilidade de densidade mais freqüentemente utilizada para caracterizar a distribuição diamétrica nas áreas florestais (NEPAL e SOMERS, 1992).

A distribuição Weibull de três parâmetros tem sua função de densidade de probabilidade (fdp) descrita como:

$$f(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{X-a}{b} \right)^{c-1} \exp \left[- \left(\frac{X-a}{b} \right)^c \right] \quad (30)$$

Em que:

a = Parâmetro de locação;

b = Parâmetro de escala;

c = Parâmetro de forma;

X = Variável de interesse (diâmetro).

O parâmetro “a” representa o menor limite da distribuição. A distribuição Weibull é uma função flexível e pode assumir praticamente todas as formas que uma distribuição diamétrica necessita. Dependendo dos valores de “c”, a função poderá ter diferentes inclinações. Por exemplo, quando “c” é menor que 1 a distribuição fica em forma de J – invertido, quando “c” é menor que 3,6 terá uma inclinação positiva, quando “c” é maior que 3,6 terá uma inclinação negativa e quando “c” é igual a 3,6 a curva terá uma forma de sino com pequena ou sem inclinação (BAILEY e DELL, 1973).

Uma das maiores vantagens da distribuição Weibull é a solução simples da integral da sua função de densidade de probabilidade. Isso permite, com certa

facilidade, a obtenção do número de árvores dentro de qualquer classe de diâmetro (SILVA e BAILEY, 1987).

Existem diferentes formas para ajustar a distribuição Weibull, porém foi testado apenas o método dos momentos. A partir deste método, os parâmetros são estimados pelas seguintes equações:

$$CV_{est} = \frac{sd}{\bar{d}} = \frac{\sqrt{\Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{c}\right)}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)} \quad (31)$$

Em que:

CV = Coeficiente de variação em diâmetro;

sd = Desvio padrão do diâmetro ou raiz quadrada da variância do diâmetro;

d = Diâmetro médio aritmético do povoamento (cm);

c = Parâmetro de forma;

Γ = Função gama.

Tendo-se o coeficiente de variação, o “c” pode ser calculado por um processo iterativo.

Obtido o “c”, “b” pode ser estimado como:

$$b = \frac{\bar{d}}{\Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)} \quad (32)$$

Em que:

d = Diâmetro médio;

Γ = Função gama;

c = Parâmetro “c” estimado.

O parâmetro “a” pode ser obtido independentemente. Com isto, seu valor é determinado dentro do processo de compatibilização da área basal advinda da distribuição (soma das áreas transversais de cada classe diamétrica) com a área basal advinda do modelo. Como o parâmetro “a” é responsável pela locação, então uma

variação em sua magnitude irá arrastar a distribuição para um dos lados, levando a diferentes valores de área basal originada da função de distribuição de diâmetros. Assim, também por processo iterativo, obtém-se o valor do parâmetro de locação quando alcançada tal igualdade, ou seja, para diferentes valores de “a”, estima-se a distribuição diamétrica através da função Weibull e calcula-se a área basal resultante pela soma das áreas transversais de todas as classes de diâmetro. O valor do parâmetro “a” que estabelece similaridade (menos de 0,1% de diferença) entre a área basal do modelo ou aquela obtida por processo iterativo, foi considerada como ideal (MAESTRI, 2003).

4.4.4 Fase 4 - Modelo Hipsométrico e Função para Estimativa do Volume

Foi utilizado o modelo hipsométrico de Prodan para a estimativa da altura e o modelo polinomial não-segmentado do 5º grau para a estimativa de volume, ambos já descritos anteriormente.

4.4.5 Fase 5 - Prognose do Crescimento e da Produção

Para a obtenção da prognose do crescimento e da produção do volume por classe diamétrica para o povoamento de *Pinus taeda*, os atributos do povoamento serão prognosticados para a idade em que se deseja a projeção do volume e os parâmetros da distribuição selecionados serão então estimados. Com esses parâmetros estimados, pode-se encontrar a probabilidade das árvores ocorrerem em cada classe diamétrica.

O produto dessa probabilidade pelo número de árvores sobreviventes permitirá estimar o número de árvores em cada classe diamétrica. Pode-se, então, utilizando a equação genérica selecionada, estimar a altura correspondente a cada centro de classe

diamétrica. Assim, com o diâmetro e a altura, o volume foi estimado e extrapolado por hectare, ao efetuar o seu produto pelo número de árvores.

4.5 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA O PROCESSO DE DIFUSÃO

O modelo estocástico assim definido, chamado de equação de difusão ou processo de difusão, é descrito pela equação *forward* de Kolmogorov ou equação de Fokker-Planck, e apresenta a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, x) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [D(t, x)f(t, x)] - \frac{\partial}{\partial x} [G(t, x)f(t, x)] - M(t, x)f(t, x) \quad (33)$$

Em que:

$f(t, x)$ = Distribuição de densidade do tamanho x na idade t (HARA, 1984);

$G(t, x)$ = Crescimento instantâneo médio do tamanho x na idade t por unidade de tempo;

$D(t, x)$ = Variância instantânea do crescimento do tamanho x na idade t por unidade de tempo;

$M(t, x)$ = Mortalidade instantânea do tamanho x na idade t , por unidade de tempo.

Para se conseguir projetar o número de árvores foi necessário desenvolver as seguintes fases:

4.5.1 Fase 1 - Base de Dados

A base de dados deverá conter as seguintes informações:

- a) Talhão;
- b) Parcela;
- c) Idade da primeira medição (opcional);
- d) Idade da segunda medição (opcional);
- e) Número da árvore;

- f) Diâmetro na primeira medição;
- g) Diâmetro na segunda medição.

Portanto, a base deve estar pareada, ou seja, os valores de diâmetro devem estar um ao lado do outro, como demonstra a TABELA 3.

TABELA 3 - Configuração da base de dados para o ajuste dos modelos no processo de difusão.

Talhão	Parcela	Idade 1	Idade 2	Árvore	DAP 1 (cm)	DAP 2 (cm)
124	40	4	5	1	11,46	14,32
124	40	4	5	2	11,78	14,32
124	40	4	5	3	9,23	11,78
124	40	4	5	4	11,14	13,69
124	40	4	5	5	9,55	12,41
124	40	4	5	6	7,64	9,87
124	40	4	5	7	11,14	15,28
124	40	4	5	8	9,55	12,10
124	40	4	5	9	9,23	10,50
124	40	4	5	10	9,87	11,78
124	40	4	5	11	9,87	12,10
124	40	4	5	12	10,50	14,64
124	40	4	5	13	8,59	11,46
124	40	4	5	14	8,59	10,82
124	40	4	5	15	8,28	10,50
124	40	4	5	16	8,28	10,50

A idade é uma variável opcional. Em se tratando de um povoamento plantado, onde a idade é uma variável facilmente obtida, ela poderá ser inserida nos modelos de crescimento e mortalidade. Já em uma floresta natural, onde a idade é desconhecida, ela não entrará nos modelos, utilizando apenas o DAP e a área transversal como variáveis independentes.

4.5.2 Fase 2 - Cálculos

Com base nos dados acima descritos, foi necessário calcular as seguintes informações:

- a) Classe de diâmetro: refere-se a que classe de diâmetro pertence cada árvore. A amplitude diamétrica poderá ser constante ou em intervalos variados. Para os dados deste trabalho foram utilizadas classes variando de 2 em 2 cm, com o diâmetro inicial de 1 cm. Portanto a primeira classe conterà as árvores com DAP entre 1-3cm, a segunda conterà as árvores com DAP 3-5cm e assim sucessivamente;
- b) Crescimento: foi obtido a partir da subtração do valor diâmetro no momento final pelo valor de diâmetro no momento inicial;
- c) $G(t,x)$: é o valor do crescimento médio por classe de diâmetro;
- d) $D(t,x)$: é o valor da variância do crescimento por classe de diâmetro;
- e) $M(t,x)$: é a divisão do número de árvores mortas por classe pelo número de árvores iniciais, ou seja, uma mortalidade relativa;
- f) $B(t,x)$: é o índice de competição entre as árvores. É obtido a partir da soma de todas as áreas transversais das árvores pertencentes às classes superiores, por unidade de área. Portanto, a primeira classe diamétrica possuirá o maior $B(t,x)$ com a soma de todas as áreas transversais menos as das árvores pertencentes a essa classe. Já a última classe possuirá o $B(t,x)$ igual a zero;
- g) $F(t,x)$: é o número de árvores por classe de diâmetro e unidade de área.

4.5.3 Fase 3 - Desenvolvimento dos Modelos

Para o ajuste do crescimento, da mortalidade e da variância, foi desenvolvido um banco de dados com os resultados dessas variáveis por idade e classe de diâmetro.

Foram atribuídos nos modelos a letra G para se referir a variável crescimento, D para a variância, B para a área transversal acumulada, M para a mortalidade e f para as frequências, mantendo a terminologia proposta na equação *forward* de Kolmogorov.

4.5.3.1 Modelo do crescimento instantâneo médio $G(t,x)$

Inicialmente testa-se as variáveis que terão maior correlação com o crescimento, e em seguida ajusta-se vários modelos verificando se os resultados obtidos com a curva do modelo ajustado representam satisfatoriamente os dados.

Os modelos testados estão relacionados a seguir:

- Modelo 1: $G(t, x) = \beta_0 \times (1 - \exp(-\beta_1 \times DAP \times Id^{\beta_2}))$ (34)

- Modelo 2: $G(t, x) = \beta_0 \times \exp[-Id \times \exp(-\beta_1 \times DAP)]$ (35)

- Modelo 3: $G(t, x) = \beta_0 / [1 + Id \times \exp(-\beta_1 \times DAP)]$ (36)

- Modelo 4: $G(t, x) = \beta_0 / [B(t, x) + Id \times \exp(-\beta_1 \times DAP)]$ (37)

- Modelo 5: $G(t, x) = \beta_0 \times [1 + Id - \exp(-\beta_1 \times DAP \times B(t, x))]^{\beta_2}$ (38)

- Modelo 6: $G(t, x) = \beta_0 \times \beta_1 \times \ln(DAP) + \beta_2 \times (1/Id)$ (39)

- Modelo 7: $G(t, x) = \beta_0 \times [1 - \exp(-\beta_1 \times Id^{\beta_2} \times DAP^{\beta_3})]$ (40)

- Modelo 8: $G(t, x) = \beta_0 / [1 + Id^{\beta_2} \times \exp(-\beta_1 \times DAP)]$ (41)

- Modelo 9: $G(t, x) / DAP = \beta_0 / [B(t, x) + Id \times \exp(-\beta_1 \times DAP)]$ (42)

- Modelo 10: $G(t, x) / DAP = \beta_0 / [1 + Id \times \exp(-\beta_1 \times DAP)]$ (43)

- Modelo 11: $G(t, x) / DAP = \beta_0 \times \beta_1 \times \beta_2 \times DAP^{\beta_2-1} \times \exp(Id)^{\beta_2}$ (44)

- Modelo 12: $G(t, x) / DAP = \beta_0 [1 - \exp(-\beta_1 \times Id^{\beta_2})]^{\beta_3}$ (45)

- Modelo 13: $G(t, x) / DAP = \beta_0 \times DAP [1 - \exp(-\beta_1 \times Id^{\beta_2})]^{\beta_3}$ (46)

- Modelo 14: $G(t, x) / DAP = \beta_0 \times [1 - \exp(-\beta_1 \times Id \times DAP^2)]^{\beta_2}]^{\beta_3}$ (47)

- Modelo 15: $G(t, x) / DAP = \beta_0 \times [1 - \exp(-\beta_1 \times Id \times DAP)^{\beta_2}]^{\beta_3}$ (48)

Em que:

DAP = Diâmetro médio da classe (cm);

Id = Idade do povoamento (anos);

$B(t,x)$ = Áreas transversais acumuladas por unidade de área (m²/ha);

β_s = Parâmetros a serem estimados.

4.5.3.2 Modelo da variância instantânea do crescimento $D(t,x)$

É importante verificar se a variância possui correlação com o crescimento e se há alguma tendência entre os valores de DAP , $B(t,x)$ e Idade com a variância. Se ela não possuir influência, o ajuste de equação para estimar esta variável será desprezado. Então, a equação de Kolmogorov ou equação de Fokker-Planck apresentará a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, x) = \frac{\partial}{\partial x} [G(t, x) f(t, x)] - M(t, x) f(t, x) \quad (49)$$

Caso a variância seja incluída no modelo, será necessário o ajuste de um modelo conforme a análise de distribuição dos dados.

4.5.3.3 Modelo da mortalidade instantânea $M(t,x)$

A mortalidade é uma variável fortemente influenciada pelo diâmetro. Normalmente, a disposição dos dados se dá de maneira exponencial onde nas classes de diâmetros inferiores ocorre uma maior mortalidade do que nas classes superiores. Em função disso, para estimar a mortalidade foram testados os seguintes modelos:

- Modelo 1: $M(t, x) = \exp[\beta_0 + \beta_1 \times DAP]$ (50)

- Modelo 2: $M(t, x) = \exp[\beta_0 + \beta_1 \times DAP + \beta_2 \times Id]$ (51)

- Modelo 3: $M(t, x) = \exp[\beta_0 + \beta_1 \times DAP + \beta_2 \times B(t, x)]$ (52)

- Modelo 4: $M(t, x) = \exp[\beta_0 + \beta_1 \times DAP + \beta_2 \times Id + \beta_3 \times B(t, x)]$ (53)

Em que:

DAP = Diâmetro médio da classe (cm);

Id = Idade do povoamento (anos);

$B(t,x)$ = Áreas transversais acumuladas por unidade de área (m^2/ha);

β_s = Parâmetros a serem estimados.

4.5.4 Fase 4 - Processo de Difusão

Após o desenvolvimento dos modelos de crescimento, variância e mortalidade para se obter os resultados do processo de difusão, deve-se seguir os seguintes passos:

- a) Multiplicar o resultado de cada modelo pelo número inicial de árvores por classe de diâmetro;
- b) Ajustar o resultado dessa multiplicação pelo intervalo de tempo que se deseja simular, ou seja, se o resultado desejado for anual os valores deverão ser divididos por 1, se o resultado desejado for de 2 em 2 anos os valores deverão ser multiplicados por 2, gerando as variáveis $gf(i)$ (crescimento), $df(i)$ para a variância e $mf(i)$ para a mortalidade, considerando i as classes de diâmetro;
- c) Obtido o $gf(i)$, $mf(i)$ e $vf(i)$ deve-se calcular o $gf1$, $mf1$, $vf1$ e $dfdt$ conforme as fórmulas a seguir:

$$a. \quad gf1 = gf(i) - gf(i-1) \quad (54)$$

$$b. \quad mf1 = mf(i) \quad (55)$$

$$c. \quad vf1 = vf(i+1) - 2 \times vf(i) + vf(i-1) \quad (56)$$

$$d. \quad dfdt = vf1 \times 0,5 - gf1 - mf1 \quad (57)$$

- d) O resultado desta equação é a perda ou ganho do número de árvores por classe de diâmetro. Esse valor ($dfdt$) foi somado ao número de árvores iniciais em cada classe, resultado no número de árvores por classe no período desejado.

4.5.5 Modelo Hipsométrico e Função para Estimativa do Volume

Foi utilizado o modelo hipsométrico de Prodan e o modelo polinomial do 5º grau, ambos já descritos anteriormente.

O volume por unidade de área foi obtido pela soma da multiplicação da frequência simulada pelo volume por classe de diâmetro.

4.6 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DOS MODELOS AJUSTADOS

Para testar a qualidade dos ajustes dos modelos, foram utilizados três parâmetros de comparação:

4.6.1 Coeficiente de Determinação (R^2)

É um parâmetro que expressa o quanto as variações da variável dependente são explicadas pelas variáveis independentes.

Para poder comparar modelos de diferentes naturezas é necessário o recálculo do coeficiente de determinação, que é definido pela seguinte fórmula:

$$R^2 = 1 - \left(\frac{SQ_{res}}{SQ_{total}} \right) \quad SQ_{res} = \sum_{i=1}^n \left(X_i - \hat{X}_i \right)^2 \quad SQ_{total} = \sum_{i=1}^{n1} \left(X_i - \bar{X} \right)^2 \quad (58, 59, 60)$$

Em que:

X_i = Valores observados (reais);

\bar{X} = Média aritmética de X em unidades reais;

\hat{X}_i = Valor estimado;

n = Número de observações.

4.6.2 Erro Padrão da Estimativa (S_{yx})

Expressa o quanto, em termos médios, os valores observados variam em relação aos valores estimados.

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X}_i)^2}{n-p}} \quad S_{yx}\% = \frac{S_{yx} \times 100}{\bar{X}} \quad (61, 62)$$

4.6.3 Gráfico de Resíduos

A análise de resíduos é que vai realmente indicar se o ajuste foi bom ao longo de toda a linha estimativa, se não há tendenciosidades, se os resíduos são independentes e se a variância é homogênea em toda a extensão dos valores estimados.

4.7 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DAS FREQUÊNCIAS DIAMÉTRICAS

Para avaliar a consistência das distribuições diamétricas obtidas por cada uma das metodologias de simulação, foi empregado o teste de Kolmogorov-Smirnov. Segundo GADOW (1983), somente este teste é adequado para avaliar o ajuste das distribuições quando comparado com o teste G (Log.likelihood ratio) e o teste χ^2 (qui-quadrado). A vantagem do teste de Kolmogorov-Smirnov em relação ao teste χ^2 é que ele pode ser aplicado sem restrição para pequenas amostras e, além disso, ele trata dados individualmente, não perdendo informações devido a agrupamentos, como ocorre com o teste χ^2 (TABAI, 1999).

O teste Kolmogorov-Smirnov compara a probabilidade da frequência acumulativa estimada com a probabilidade frequência acumulativa observada. O ponto de maior divergência entre as duas distribuições é o valor D de Kolmogorov-Smirnov:

$$D = \text{MAX}[F(x) - S(x)] \quad (63)$$

Em que:

$S(x)$ = Probabilidade da função de distribuição acumulativa observada da amostra x_i ($i=1,2,\dots,N$);

$F(x)$ = Probabilidade da função de distribuição de frequência acumulativa teórica.

Se o valor obtido no D calculado for maior do que o D obtido na tabela de Kolmogorov-Smirnov (g_l – número de árvores por unidade de área; 5%) significará que o maior valor da divergência é significativo.

4.8 PRECISÃO DA PROGNOSE E COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS

Para a avaliação da precisão da prognose, serão confrontados dados de 70 parcelas escolhidas aleatoriamente em diferentes idades, com a frequência, a área basal e o volume prognosticado a partir do processo de difusão e função probabilística. A relação dessas parcelas está apresentada na TABELA 4.

TABELA 4 – Número de parcelas utilizadas para avaliar a precisão das prognoses por idade.

Nº de Parcelas	Idade inicial	Idades de Projeção
2	4	5, 6
3	4	5
8	5	6, 7
2	5	6
10	6	7, 8
5	6	7
3	13	14, 15
6	18	19, 20
6	19	20, 21
4	19	20
8	20	21, 22
2	20	21
8	21	22, 23
2	21	22
1	24	25

5 RESULTADOS

5.1 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA A FUNÇÃO PROBABILÍSTICA

5.1.1 Fase 1 – Classificação de Sítio

Foram testados diferentes modelos para classificar o sítio e as estatísticas utilizadas na escolha estão apresentadas na TABELA 5.

TABELA 5 - Estatísticas para comparar os modelos de sítio.

Modelo	S _{yx}	S _{yx} (%)	R ²
Schumacher 1	1,48078	7,8	96,41%
Schumacher 2	1,46385	7,7	96,49%
Chapman e Richards	1,34296	7,1	97,05%
Bailey 3 parâmetros	1,30016	6,9	97,23%
Bailey 4 parâmetros	1,23943	6,5	97,49%

Com base nessas estatísticas foi escolhido o modelo de Bailey com 4 parâmetros. Ele obteve um coeficiente de determinação de 97,49%, um erro padrão da estimativa de 1,24 metros, equivalente a 6,5% e resíduos sem tendências. A equação ajustada ficou com a seguinte forma:

$$Hd = 26,9462 \left[1 - \exp(-0,0011 \times Id^{2,613}) \right]^{0,4287} \quad (64)$$

A equação (64) descrita foi utilizada quando se tratar de uma predição. Esses mesmos coeficientes poderão também ser empregados na projeção. Nesse caso o modelo terá a seguinte formulação:

$$Hd_2 = Hd_1 \times \left\{ \left[1 - \exp(-0,0011 \times Id_2^{2,613}) \right] \left[1 - \exp(-0,0011 \times Id_1^{2,613}) \right] \right\}^{0,4287} \quad (65)$$

Adotou-se como Idade Índice ou Idade de Referência o ponto aos 15 anos, uma vez que este se aproxima mais da idade de rotação silvicultural utilizada na empresa e também porque nessa idade é possível vislumbrar com mais propriedade o comportamento do sítio.

Foram definidas 5 classes de sítio, sendo estipulado o limite inferior e superior sintetizadas na TABELA 6.

TABELA 6 - Limites inferiores e superiores para cada classe com seu respectivo índice de sítio.

Classes	Limite Inferior (m)	Limite Superior (m)	IS (15 anos)
Classe I	26,1	27,7	26,9
Classe II	24,5	26,1	25,3
Classe III	22,9	24,5	23,7
Classe IV	21,3	22,9	22,1
Classe V	19,7	21,3	20,5

Graficamente as curvas de sítio são apresentadas na FIGURA 2 e na TABELA 7 são apresentados os limites das alturas dominantes por idade e para cada classe de sítio.

FIGURA 2 - Curvas de sítio ajustadas para *Pinus taeda* na área de estudo.

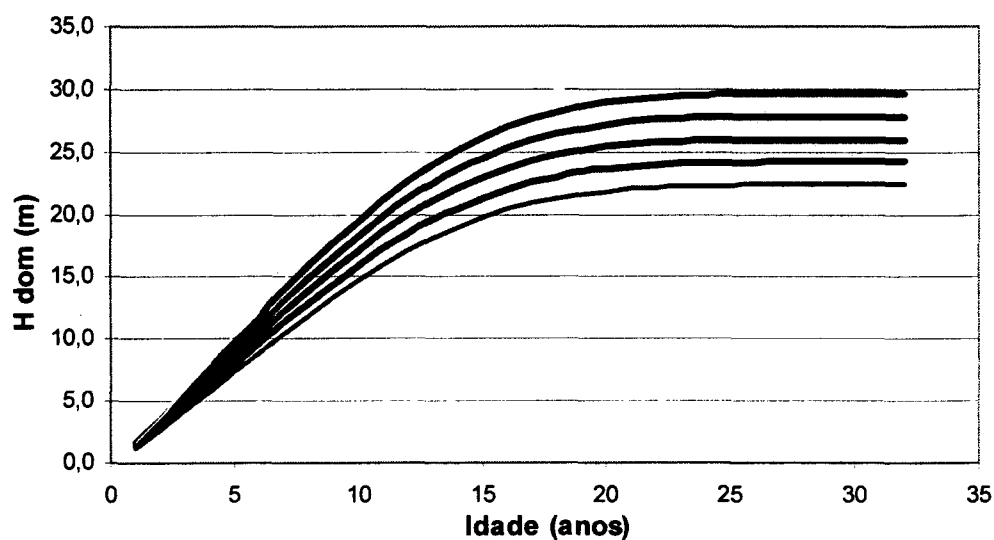


TABELA 7 - Limites inferiores e superiores para cada idade nas diferentes classes de sítio.

Idade	Classe V (m)		Classe IV (m)		Classe III (m)		Classe II (m)		Classe I (m)	
	Lim Inf	Lim Sup	Lim Inf	Lim Sup	Lim Inf	Lim Sup	Lim Inf	Lim Sup	Lim Inf	Lim Sup
1	1,23	1,33	1,33	1,43	1,43	1,53	1,53	1,63	1,63	1,73
2	2,67	2,89	2,89	3,10	3,10	3,32	3,32	3,53	3,53	3,75
3	4,19	4,53	4,53	4,87	4,87	5,21	5,21	5,55	5,55	5,89
4	5,76	6,22	6,22	6,69	6,69	7,16	7,16	7,63	7,63	8,09
5	7,34	7,93	7,93	8,53	8,53	9,13	9,13	9,72	9,72	10,32
6	8,91	9,64	9,64	10,36	10,36	11,08	11,08	11,81	11,81	12,53
7	10,46	11,31	11,31	12,16	12,16	13,00	13,00	13,85	13,85	14,70
8	11,95	12,92	12,92	13,89	13,89	14,86	14,86	15,83	15,83	16,80
9	13,38	14,46	14,46	15,55	15,55	16,64	16,64	17,72	17,72	18,81
10	14,72	15,91	15,91	17,11	17,11	18,30	18,30	19,50	19,50	20,69
11	15,96	17,25	17,25	18,55	18,55	19,84	19,84	21,14	21,14	22,43
12	17,08	18,47	18,47	19,85	19,85	21,24	21,24	22,63	22,63	24,01
13	18,09	19,55	19,55	21,02	21,02	22,49	22,49	23,96	23,96	25,42
14	18,97	20,50	20,50	22,04	22,04	23,58	23,58	25,12	25,12	26,66
15	19,72	21,32	21,32	22,92	22,92	24,52	24,52	26,12	26,12	27,72
16	20,35	22,00	22,00	23,66	23,66	25,31	25,31	26,96	26,96	28,61
17	20,87	22,57	22,57	24,26	24,26	25,95	25,95	27,65	27,65	29,34
18	21,29	23,01	23,01	24,74	24,74	26,47	26,47	28,19	28,19	29,92
19	21,61	23,36	23,36	25,12	25,12	26,87	26,87	28,62	28,62	30,38
20	21,85	23,63	23,63	25,40	25,40	27,17	27,17	28,95	28,95	30,72
21	22,03	23,82	23,82	25,61	25,61	27,40	27,40	29,18	29,18	30,97
22	22,16	23,96	23,96	25,76	25,76	27,56	27,56	29,35	29,35	31,15
23	22,25	24,06	24,06	25,86	25,86	27,67	27,67	29,47	29,47	31,28
24	22,31	24,12	24,12	25,93	25,93	27,74	27,74	29,55	29,55	31,36
25	22,35	24,16	24,16	25,97	25,97	27,79	27,79	29,60	29,60	31,41
26	22,37	24,19	24,19	26,00	26,00	27,82	27,82	29,63	29,63	31,45
27	22,38	24,20	24,20	26,02	26,02	27,83	27,83	29,65	29,65	31,47
28	22,39	24,21	24,21	26,03	26,03	27,84	27,84	29,66	29,66	31,48
29	22,40	24,21	24,21	26,03	26,03	27,85	27,85	29,67	29,67	31,48
30	22,40	24,22	24,22	26,03	26,03	27,85	27,85	29,67	29,67	31,49

DOLDÁN (1987) e MARCOLIN (1990) desenvolveram classificações de sítio para *Pinus taeda*, utilizando a idade de 15 anos como referência. DOLDÁN obteve índices de sítio de 21,25m na classe I e 11,25m na classe V, com intervalos de classe de 2,5m. Já MARCOLIN obteve índices de sítio de 25,75m na classe I e 11,75m na classe V, com intervalos de classe de 3,5m. Comparando com os resultados aqui gerados, nota-se que trata de sítios melhores com o índice igual a 20,5m na classe de

pior qualidade e com intervalos de classe de apenas 1,6m verificando-se, portanto, que não há grande heterogeneidade entre as glebas utilizadas.

5.1.2 Fase 2 – Modelos do Povoamento

a) Altura Dominante:

Como já descrito anteriormente, o modelo escolhido para o ajuste da altura dominante foi o modelo de Bailey com 4 parâmetros. Dele resultou um coeficiente de determinação de 97,49% e um erro padrão da estimativa de 1,24 metros, equivalente a 6,5%. A equação ajustada ficou com a seguinte forma:

$$Hd = 26,9462 \left[1 - \exp(-0,0011 \times Id^{2,613}) \right]^{0,4287} \quad (66)$$

b) Sobrevivência das árvores:

Foram testados sete diferentes modelos, ajustados na forma linear e não linear, para estimar satisfatoriamente a sobrevivência das árvores. As estatísticas utilizadas na escolha estão apresentadas na TABELA 8.

TABELA 8 - Estatísticas para comparar os modelos de sobrevivência.

Modelos	Syx	Syx (%)	R ²
Lenhart	21,64675	1,52	99,25%
Clutter	20,90179	1,47	99,30%
Pienaar	33,45954	2,35	98,20%
Weibull	23,64709	1,66	99,10%
Silva	27,56936	1,94	98,78%
Modelo 1	26,32784	1,85	98,89%
Modelo 2	26,2627	1,85	98,89%

Apesar do modelo de Clutter apresentar as melhores estatísticas, apenas o modelo de Silva e o modelo de Pienaar eram compatíveis, ou seja, partindo-se de

diferentes idades chega-se ao mesmo valor de número de árvores. Portanto, como o modelo de Silva foi superior ao modelo de Pienaar com o coeficiente de determinação de 98,78%, o erro padrão da estimativa de 1,94% (27 árvores por hectare) e resíduos sem tendências, ele foi escolhido para ser utilizado, representado na equação (67).

$$N_2 = N_1 \times \exp[76,16091 \times (0,999835^{Id_2} - 0,999835^{Id_1})] \quad (67)$$

Em se tratando de uma predição, foi considerada uma mortalidade de 5% no primeiro ano de plantio e nos anos seguintes empregou-se a equação (67).

c) Área Basal:

As estatísticas utilizadas na escolha do melhor modelo para a área basal estão apresentadas nas TABELAS 9 e 10.

TABELA 9 - Estatísticas para comparar os modelos área basal utilizando uma predição.

Modelos de Predição	Syx	Syx (%)	R ²
Modelo 1	5,25060	11,99	87,47%
Modelo 2	5,06397	11,56	88,34%
Modelo 3	5,35420	12,22	86,97%

TABELA 10 - Estatísticas para comparar os modelos área basal em se tratando de uma projeção.

Modelos de Projeção	Syx	Syx (%)	R ²
Modelo 1	1,54437	3,31	98,62%
Modelo 2	1,57284	3,37	98,57%
Modelo 3	1,75022	3,75	98,21%

Na predição o segundo modelo, o qual considera a idade, o sítio e o número de árvores como variáveis independentes, obteve-se as melhores estatísticas de ajuste

com o maior coeficiente de determinação (88,34%), o menor erro padrão da estimativa (11,56%) e resíduos sem tendências. A equação ficou assim ajustada:

$$\ln G = -1,84993 - 6,92813 \left(\frac{1}{I} \right) + 0,087323 \times S + 0,586097 \times \ln(N) \quad (68)$$

Já na projeção o primeiro modelo, o qual estima a área basal em função da idade, do número de árvores, da altura dominante e da área basal em um período inicial, apresentou o maior coeficiente de determinação (98,62%) e o menor erro padrão da estimativa, variando em 1,54m²/ha correspondendo em 3,31%. Portanto, esse modelo foi o escolhido, possuindo a seguinte formulação:

$$\ln G_2 = \ln(G_1) - 4,78032 \times \left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right) + 0,653767 \times (\ln N_2 - \ln N_1) + 0,51379 \times (\ln Hd_2 - \ln Hd_1) \quad (69)$$

d) Variância dos Diâmetros:

As estatísticas utilizadas na escolha do melhor modelo para a variância dos diâmetros estão apresentadas nas TABELAS 11 e 12.

TABELA 11 - Estatísticas para comparar os modelos de variância dos diâmetros utilizando uma predição.

Modelos de Predição	Syx	Syx (%)	R ²
Maestri 1	4,65526	27,97	76,98%
Maestri 2	4,87794	29,30	74,73%
Knoebell	4,44856	26,72	78,98%
Scolforo	4,69629	28,21	76,57%

TABELA 12 - Estatísticas para comparar os modelos de variância dos diâmetros utilizando uma projeção.

Modelos de Projeção	Syx	Syx (%)	R ²
Modelo 1	5,02751	27,89	74,27%
Modelo 2	3,65911	20,30	86,37%
Modelo 3	1,45668	8,08	97,84%

Na predição o modelo de Knoebell, obteve as melhores estatísticas de ajuste com o maior coeficiente de determinação (78,98%), o menor erro padrão da estimativa (26,72%) e resíduos sem tendências. A equação ficou assim ajustada:

$$\ln(S^2d) = 4,56912 + 0,90924 \log(G) + 4,23082 \log(Hd) - 0,88773 \ln(Id \times N) \quad (70)$$

Nota-se que para a predição todos os modelos alcançaram erros acima de 27%, evidenciando a dificuldade em se ajustar satisfatoriamente um modelo para a variância dos diâmetros, quando se tem apenas informação inicial do povoamento.

Já na projeção o modelo 3 foi escolhido, com um coeficiente de determinação de 97,84% e um erro padrão da estimativa de 8,08%, variando em 1,45 cm². O modelo foi o escolhido ficou com a seguinte formulação:

$$S^2d_2 = 1,0134 \times S^2d_1 - 0,1720 \times dg_1 + 4,7507 \times \frac{N_1}{N_2} \quad (71)$$

5.1.3 Fase 3 – Ajuste da Distribuição Diamétrica

Para cada projeção realizada resultará em diferentes valores de “a”, “b” e “c”, variando conforme as variáveis do povoamento.

5.1.4 Fase 4 – Modelo Hipsométrico e Função para Estimativa de Volume

Foram ajustados três modelos hipsométricos de Prodan um para cada classe de idade, como descrito na TABELA 13.

TABELA 13 - Coeficientes para o modelo hipsométrico modificado de Prodan por classe de idade.

Classe de Idade	Coeficientes				
	b0	b1	b2	b3	b4
<10anos	0,904619	2,438855	0,044411	-0,209688	0,904619
10-25anos	1,302172	0,434440	0,028416	-0,005210	1,302172
> 25 anos	4,430364	0,213686	0,032653	-0,002505	4,430364

Para o volume foram utilizados dados de cubagem de 3.404 árvores ajustando o modelo polinomial do 5º grau por classe de altura. Os coeficientes ajustados para cada classe estão relacionados na TABELA 14.

TABELA 14 - Coeficientes para o modelo polinomial do 5º grau nas diferentes classes de altura.

Classe de Altura	Coeficientes					
	b0	b1	b2	b3	b4	b5
<9,9m	1,34327	-3,07285	9,25382	-19,37126	17,99750	-6,05783
10-19,9m	1,16006	-2,21479	6,36350	-11,95738	9,24788	-2,54230
20-29,9m	1,08987	-1,78586	4,73138	-7,35889	3,69926	-0,33847
>30m	1,03315	-1,34179	2,66713	-2,91480	-0,32721	0,89625

5.1.5 Fase 5 – Prognose do Crescimento e da Produção

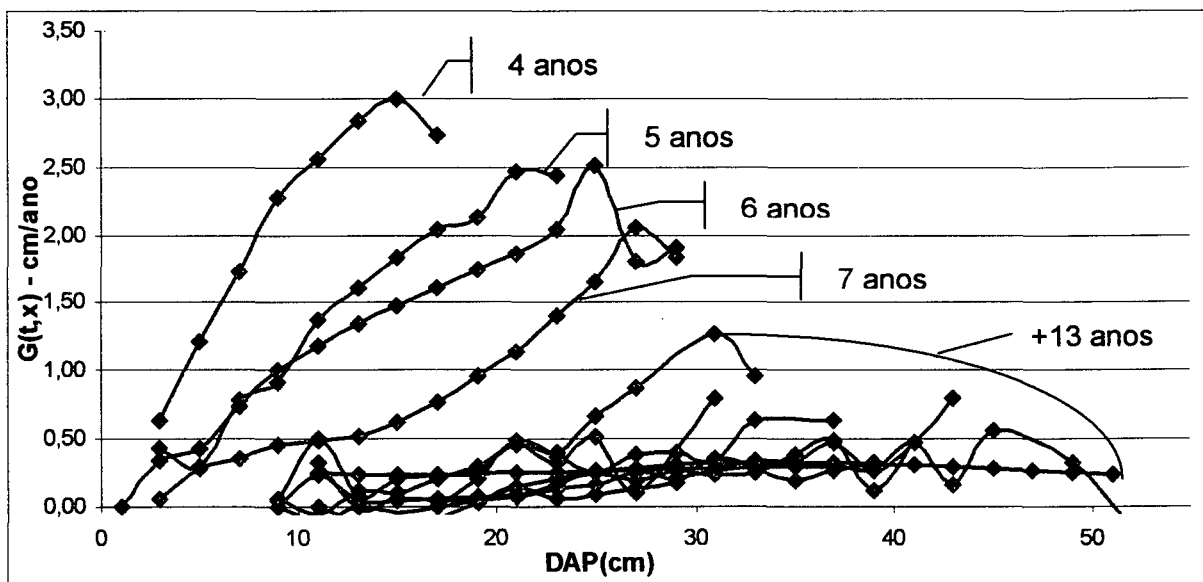
Os resultados obtidos da prognose do crescimento e da produção serão apresentados no item 5.3.

5.2 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PARA O PROCESSO DE DIFUSÃO

5.2.1 Fase 1 – Modelo de Crescimento Instantâneo Médio $G(t,x)$

O crescimento é muito influenciado pelo diâmetro e principalmente pela idade, como demonstra a FIGURA 3.

FIGURA 3 – Crescimento anual em função da idade e do diâmetro.



Os valores da variável crescimento aumentam com o aumento do DAP, principalmente nos povoamentos mais jovens. A partir dos 18 anos, o diâmetro já não possui tanta influência sobre o crescimento, mantendo-se praticamente constante.

Em consequência da distribuição dos dados, foi necessário ajustar um modelo que tanto obtivesse um resultado de ajuste estatístico satisfatório, quanto representasse essa distribuição.

Foram testados quinze diferentes modelos, ajustados de forma não linear, buscando estimar satisfatoriamente o crescimento das árvores. As estatísticas utilizadas na escolha estão apresentadas na TABELA 15.

TABELA 15 - Estatísticas para comparar os modelos de crescimento – G(t,x).

Modelos	Syx	Syx (%)	R ²
Modelo 1	0,21872	37,75	79,15%
Modelo 2	0,34528	59,59	59,31%
Modelo 3	0,36866	63,63	54,93%
Modelo 4	0,26852	46,34	72,13%
Modelo 5	0,36519	63,03	55,59%
Modelo 6	0,22759	39,28	77,98%
Modelo 7	0,21396	36,93	79,77%
Modelo 8	0,23636	40,79	76,78%
Modelo 9	0,30904	53,34	65,67%
Modelo 10	0,32194	55,56	63,47%
Modelo 11	0,47322	81,67	32,57%
Modelo 12	0,27267	47,06	71,50%
Modelo 13	0,46204	79,74	35,17%
Modelo 14	0,56174	96,95	10,14%
Modelo 15	0,47711	82,35	31,65%

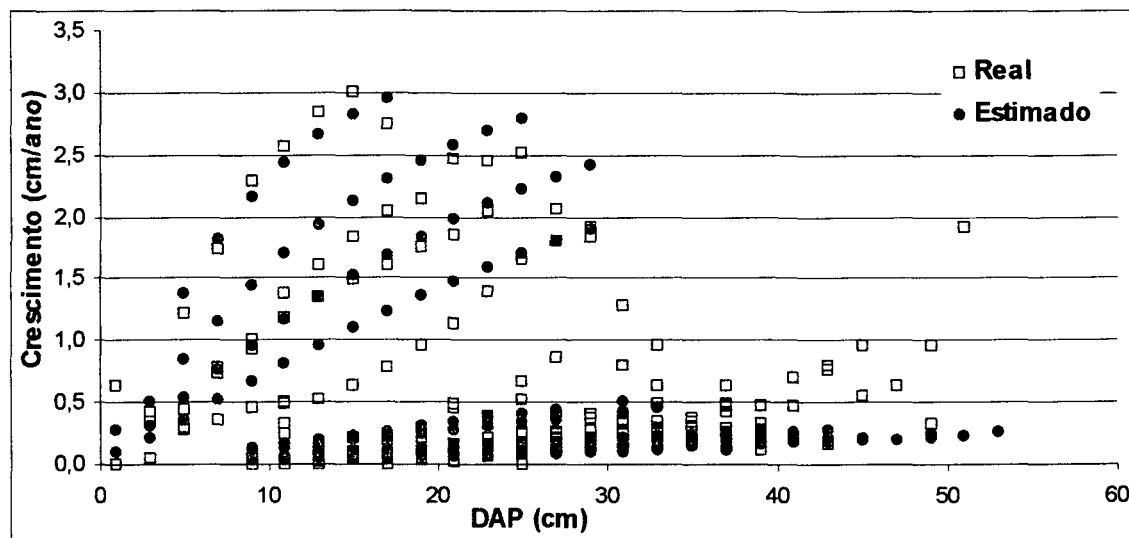
Todos os modelos testados alcançaram erros acima de 36%, ficando evidenciado a dificuldade em se ajustar um modelo de crescimento. Devido a isso, o modelo 7, que obteve as melhores estatísticas, foi escolhido para ser ajustado não mais a partir do banco de dados de crescimento por idade e classe de diâmetro, mas sim utilizando todos os valores de crescimento individuais das árvores, totalizando um banco de dados com aproximadamente 41 mil dados, retirando as árvores mortas e os *outliers*.

Esse modelo obteve um erro de 38,72% e um coeficiente de determinação de 78,46%. Ele ficou assim ajustado:

$$G(t, x) = 7,65246 \times \left[1 - \exp\left(-0,926769 \times Id^{-2,29132} \times DAP^{0,945959}\right) \right] \quad (72)$$

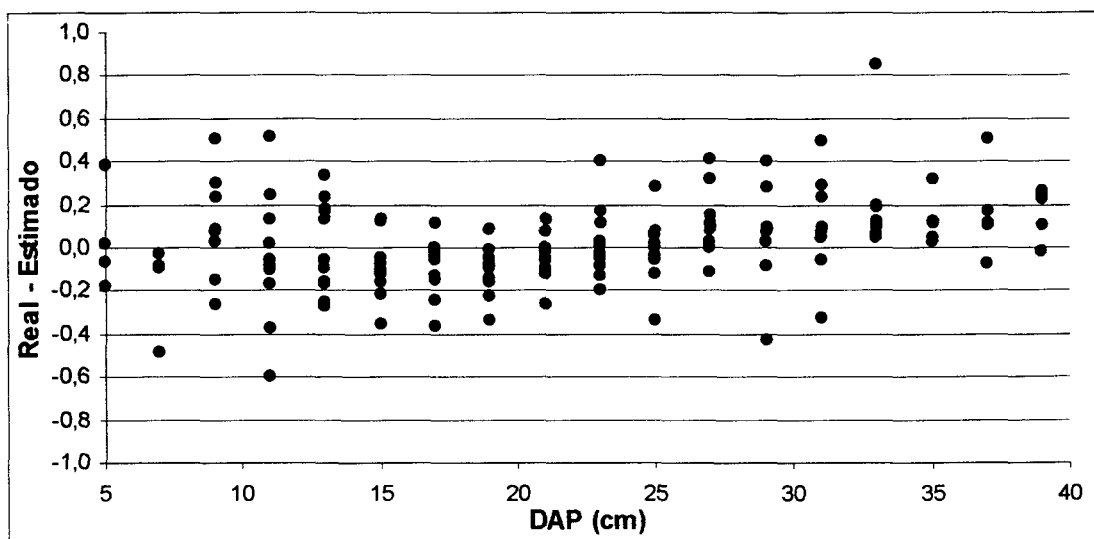
O crescimento real e o crescimento estimado em função do diâmetro estão demonstrados na FIGURA 4.

FIGURA 4 – Crescimento anual real e estimado em função do diâmetro.



A dispersão dos resíduos (valores reais menos os valores estimados) em função do diâmetro está apresentada na FIGURA 5.

FIGURA 5 – Gráfico de resíduos do crescimento em função do diâmetro.



Nota-se, pela FIGURA 5, que nos diâmetros superiores há uma tendência de sub-estimativa do crescimento. Porém, pela FIGURA 4 o modelo está representando bem o crescimento em função do diâmetro, além disso, o crescimento é uma variável muito heterogênea e difícil de ser modelada. Portanto, depois de diversas tentativas de

se modelar o crescimento, a equação (72) foi escolhida para ser empregada no processo de difusão.

5.2.2 Fase 2 – Modelo da Variância Instantânea do Crescimento $D(t,x)$

As dispersões dos dados de variância com o diâmetro e com a idade estão demonstradas nas FIGURAS 6 e 7.

FIGURA 6 – Variância do crescimento em função do diâmetro.

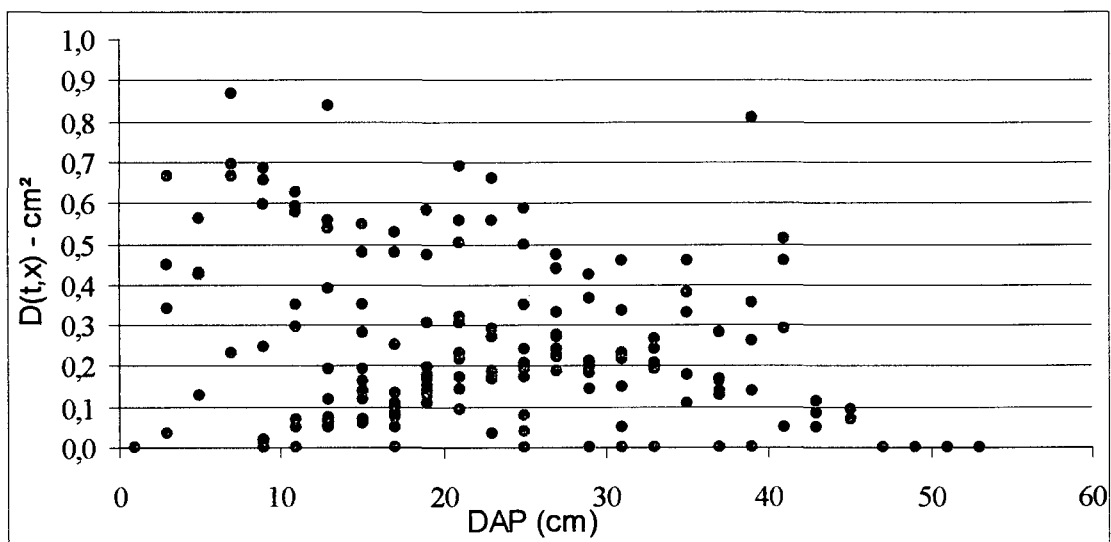
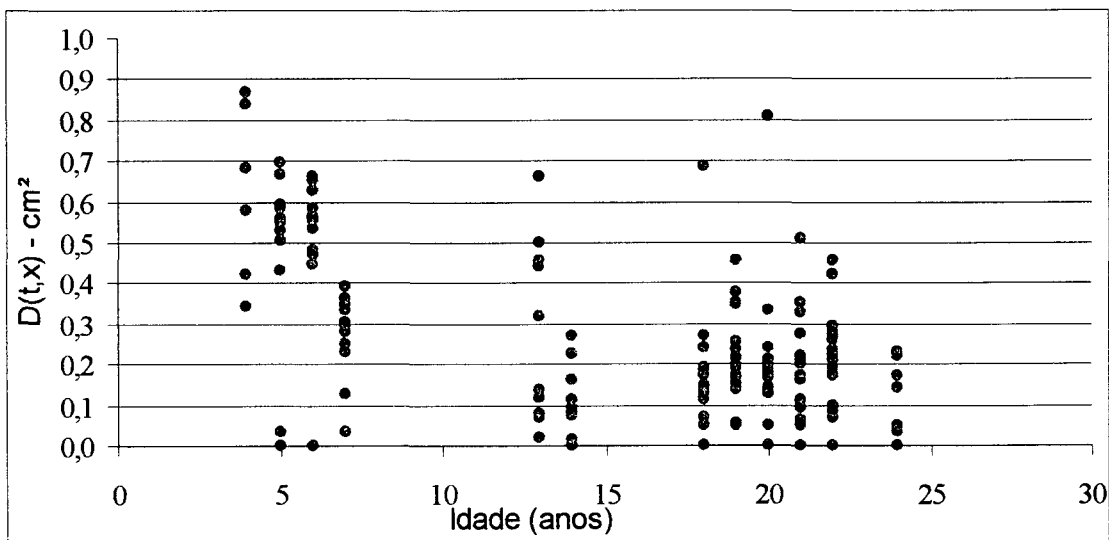


FIGURA 7 – Variância do crescimento em função da idade.



Nas FIGURAS 6 e 7 não se observa uma tendência clara do comportamento da variância do crescimento $-D(t,x)$ em relação ao DAP, e nem em relação a idade. Além disso, as correlações entre o diâmetro e a idade com a variância são muito baixas, e não são significativas para uma probabilidade de 5%. Sendo assim, o ajuste de equações para a estimativa dessa variável pode ser desprezado, desde que se utilize a equação *forward* de Kolmogorov modificada, como demonstrado na equação (49).

5.2.3 Fase 3 – Modelo de Mortalidade Instantânea $M(t,x)$

Foram testados quatro modelos para estimar a mortalidade relativa das árvores. As estatísticas obtidas no ajuste estão apresentadas na TABELA 16.

TABELA 16 - Estatísticas para comparar os modelos de mortalidade – $M(t,x)$.

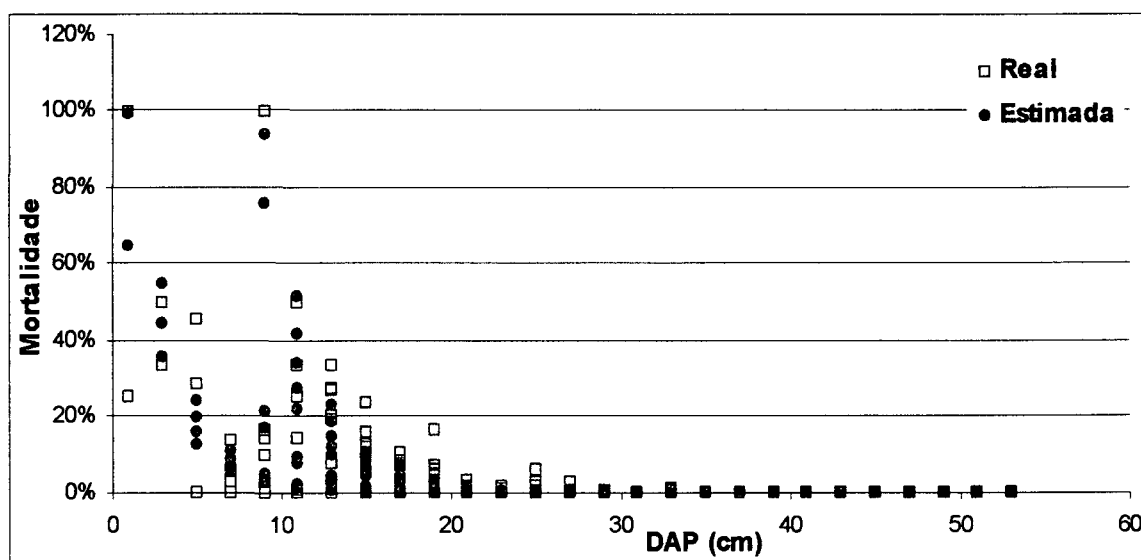
Modelos	Syx	Syx (%)	R ²
Modelo 1	0,01710	25,35	89,04%
Modelo 2	0,00767	11,37	89,81%
Modelo 3	0,01085	16,08	89,62%
Modelo 4	0,00730	10,82	89,83%

O modelo 2 foi utilizado para estimar a mortalidade pois possui um alto coeficiente de determinação, um baixo erro padrão e resíduos sem tendências. Esse modelo é um pouco inferior ao modelo 4, porém a mortalidade é estimada apenas em função do diâmetro e da idade. A equação ficou assim ajustada:

$$M(t, x) = \exp[-0,875973 - 0,40455 \times DAP + 0,21926 \times Id] \quad (73)$$

O crescimento real e o crescimento ajustado em função do diâmetro estão demonstrados na FIGURA 8.

FIGURA 8 – Mortalidade relativa anual real e estimada em função do diâmetro.



5.3 COMPARAÇÃO DAS DUAS METODOLOGIAS DE SIMULAÇÃO

O volume total, a área basal e o número de árvores foram calculados a partir da frequência real por classe diamétrica, da frequência obtida na distribuição Weibull e da frequência obtida no processo de difusão, para 70 parcelas escolhidas aleatoriamente. Esses resultados foram analisados e são exibidos nos itens a seguir.

É importante ressaltar que o termo Weibull, utilizado nas comparações a seguir, refere-se aos resultados obtidos na função probabilística empregando a distribuição Weibull como modelo para o ajuste da distribuição diamétrica.

5.3.1 Comparação do Número de Árvores

Na TABELA 17 é mostrada uma síntese do desempenho de cada metodologia de simulação por idade, através do teste de aderência Kolmogorov-Smirnov.

TABELA 17 – Percentual de remediações de parcelas que apresentaram frequência simulada semelhante à frequência observada.

Idade Inicial	Nº de Medições	Weibull	Difusão
4	7	43%	0%
5	18	61%	0%
6	24	75%	21%
13	6	83%	100%
18	12	83%	92%
19	16	63%	88%
20	18	78%	89%
21	18	78%	100%
24	1	100%	100%

Analisando o percentual de parcelas que pelo teste de aderência apresentaram frequência acumulada teórica próxima a frequência acumulada observada, a distribuição Weibull apresentou os melhores resultados nas idades iniciais. A partir dos 13 anos houve uma nítida vantagem no processo de difusão.

Como essas prognoses são construídas a partir de modelos que representam a média do povoamento, então não se pode esperar que a prognose funcione para cada parcela, mas sim para as médias das parcelas representativas de um estrato. Desta forma os percentuais de semelhança obtidos na TABELA 17, entre a frequência acumulativa teórica e a frequência observada, podem ser considerados como satisfatórios.

As FIGURAS 9 e 10 mostram a distribuição do número de árvores em função do diâmetro, primeiro para uma parcela que tinha 6 anos e seus valores foram simulados para os 7 anos e em seguida para uma parcela com 20 anos simulada para os 22 anos.

FIGURA 9 – Simulação do número de árvores para uma parcela com idade inicial de 6 anos.

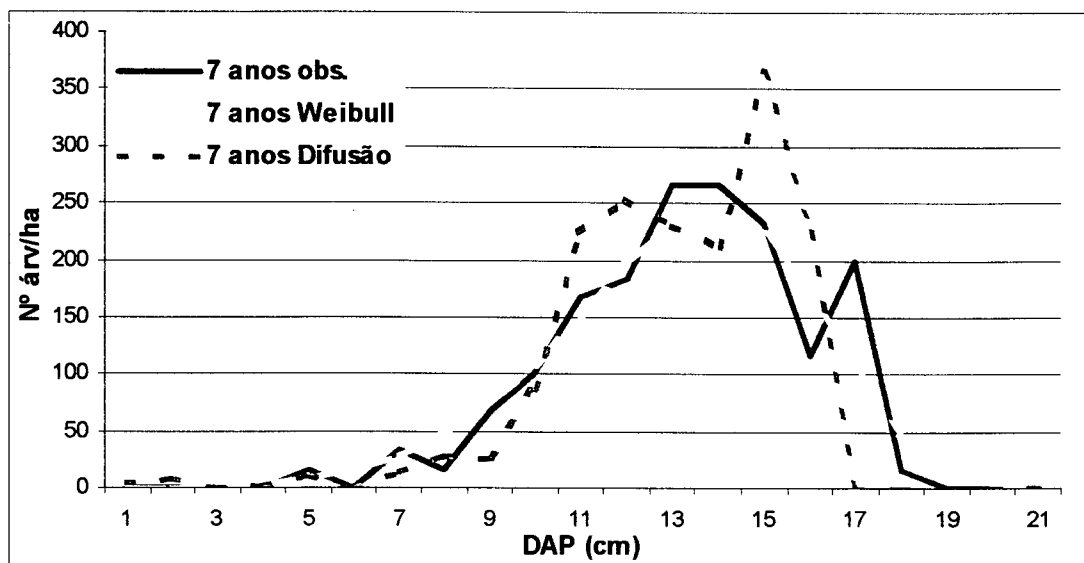
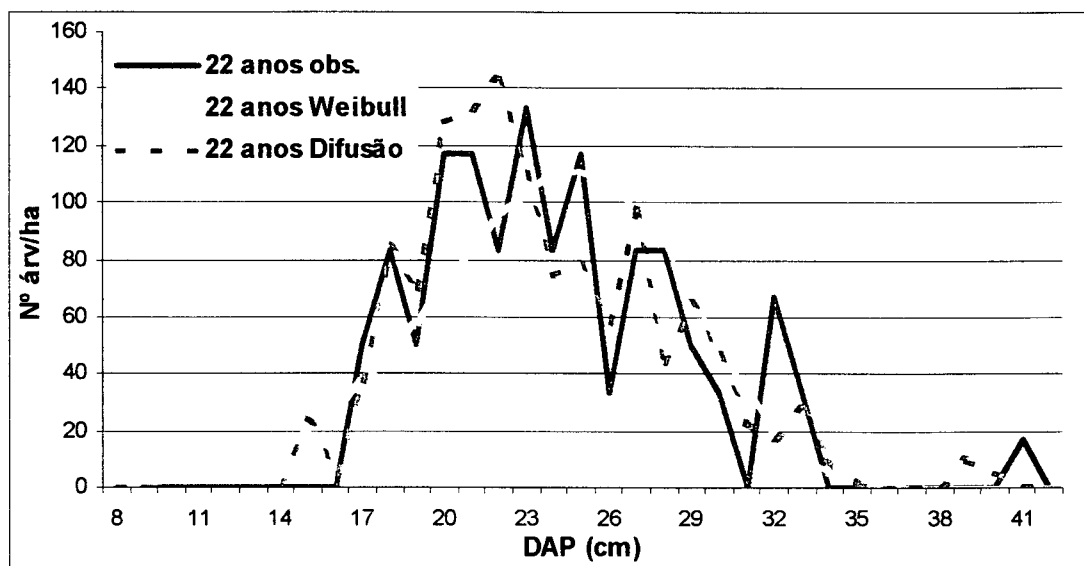


FIGURA 10 – Simulação do número de árvores para uma parcela com idade inicial de 20 anos.



A distribuição Weibull, segundo os dois gráficos apresentados (9 e 10), procura passar pela média dos pontos se configurando como uma curva normal, diferentemente do processo de difusão que procura seguir a variação dos dados, com picos para mais e para menos. Essa tendência é ainda mais evidente nas idades mais avançadas, onde o processo de difusão acompanha ainda mais os dados reais.

A TABELA 18 apresenta o erro obtido, por idade, na prognose do número de árvores para cada uma das metodologias utilizadas com base nas 70 parcelas analisadas.

TABELA 18 - Estatísticas na prognose do número de árvores.

Idade	Syx Weibull	Syx Difusão	R ² Weibull	R ² Difusão
Todas	2,52%	2,59%	98,18%	98,08%
4	1,48%	2,00%	91,46%	84,34%
5	1,50%	0,96%	95,59%	98,20%
6	1,55%	1,86%	94,76%	92,42%
13	3,75%	3,33%	55,57%	31,79%
18	3,08%	3,89%	91,20%	86,00%
19	3,60%	2,78%	89,74%	93,90%
20	3,05%	3,62%	90,31%	86,36%
21	3,67%	3,90%	96,12%	95,62%

Baseando-se na tabela 18, as duas metodologias empregadas estimaram bem o número de árvores total. O maior erro de estimativa foi de 3,9% aos 21 anos. Para todas as parcelas o erro obtido na distribuição Weibull foi de 2,52% correspondendo a 35 árvores por hectare e 2,59% no processo de difusão correspondendo a 36 árvores por hectare.

O erro aumenta nas idades mais avançadas aonde a mortalidade é pouco influenciada pelo diâmetro e difícil de ser modelada.

As dispersões dos resíduos (valores reais menos os valores estimados) em função do diâmetro estão apresentadas nas FIGURAS 11 e 12.

FIGURA 11 – Gráfico de resíduos do número de árvores em função do diâmetro para a função probabilística.

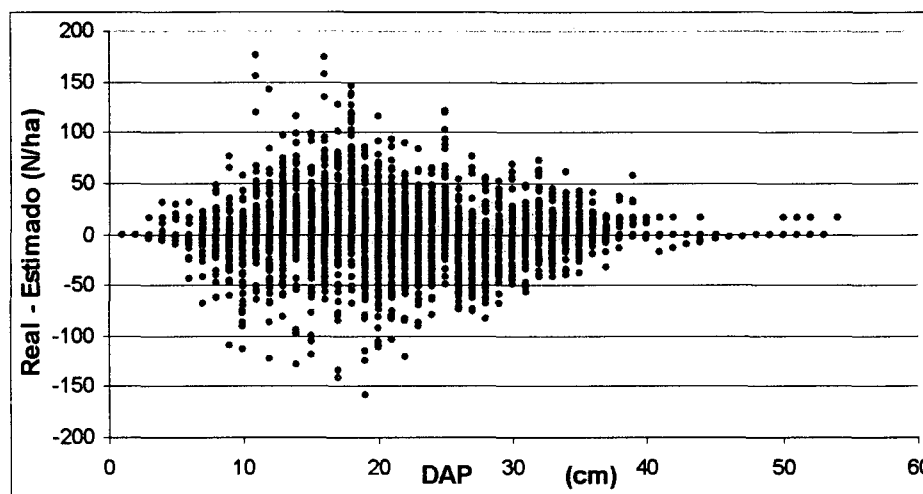
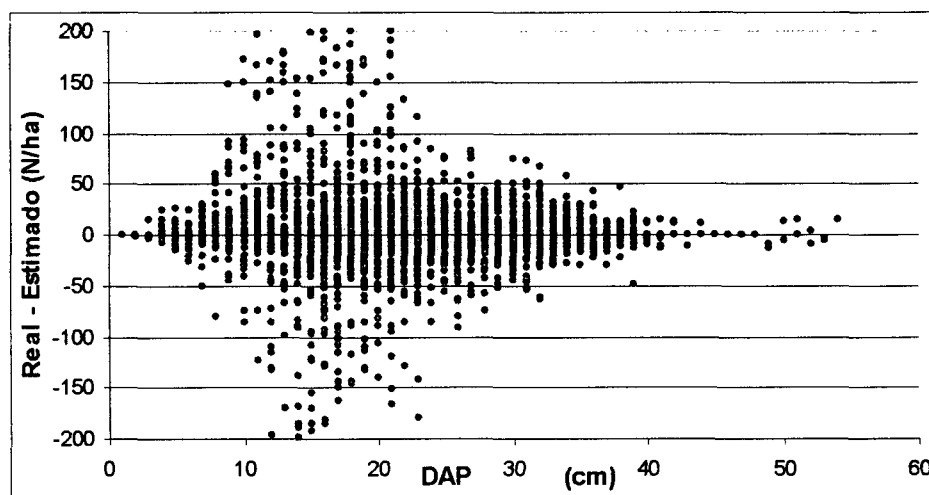


FIGURA 12 – Gráfico de resíduos do número de árvores em função do diâmetro para o processo de difusão.



Através das FIGURAS 11 e 12 é possível observar que as distribuições de resíduos são normais, sem tendenciosidades para as duas metodologias testadas.

5.3.2 Comparação da Área Basal

A TABELA 19 apresenta o erro obtido, por idade, na prognose da área basal para cada uma das metodologias utilizadas com base nas 70 parcelas analisadas.

TABELA 19 - Estatísticas na prognose da área basal.

Idade	Syx Weibull	Syx Difusão	R ² Weibull	R ² Difusão
Todas	7,42%	7,33%	93,20%	93,36%
4	48,31%	47,08%	34,56%	37,82%
5	12,43%	12,33%	43,78%	44,69%
6	5,64%	6,85%	92,20%	88,49%
13	5,07%	2,82%	55,57%	31,79%
18	2,54%	2,69%	89,47%	88,18%
19	2,95%	2,67%	93,00%	94,27%
20	2,22%	2,37%	89,82%	88,46%
21	1,94%	1,88%	92,03%	92,52%

Para a área basal o processo de difusão obteve as estatísticas um pouco superiores a distribuição Weibull. O erro foi de 3,50m²/ha na difusão e 3,54m²/ha na Weibull. Nas duas metodologias o erro diminuiu com o aumento da idade.

5.3.3 Comparação do Volume

A TABELA 20 apresenta o erro obtido, por idade, na prognose do volume total para cada uma das metodologias utilizadas com base nas 70 parcelas analisadas.

TABELA 20 - Estatísticas na prognose do volume.

Idade	Syx Weibull	Syx Difusão	R ² Weibull	R ² Difusão
Todas	3,42%	3,14%	99,61%	99,67%
4	16,64%	16,09%	49,11%	52,47%
5	8,39%	5,46%	82,70%	92,68%
6	6,76%	8,21%	92,36%	88,75%
13	5,46%	2,89%	55,57%	31,79%
18	2,50%	2,53%	91,31%	91,10%
19	3,05%	2,85%	95,28%	95,90%
20	2,26%	2,35%	91,14%	90,37%
21	1,98%	1,62%	92,33%	94,85%

As duas metodologias empregadas estimaram bem o volume total. Para todas as parcelas o erro na estimativa foi de 3,42% na função probabilística e 3,14% no processo de difusão, o que corresponde a 15,51 m³/ha e 14,28m³/ha, respectivamente.

Nota-se que há uma diminuição no erro a medida em que se aumentam as idades, em ambas metodologias utilizadas. Os povoamentos mais jovens possuem uma grande variabilidade de crescimento, o que vem a prejudicar as estimativas e aumentar o erro padrão. Já povoamentos um pouco mais velhos, com 19 ou 20 anos, por exemplo, possuem erros bem inferiores, projetando o volume com mais precisão.

Foi realizada a análise de variância para verificar se há diferença estatística entre os resultados obtidos para cada metodologia. Os resultados desta análise estão descritos na TABELA 21.

TABELA 21 – Análise de variância para os volumes estimados nas diferentes idades.

Idades (anos)	Nº Medições	Média Real (m ³ /ha)	Média Weibull (m ³ /ha)	Média Difusão (m ³ /ha)	Prob. ANOVA	Prob. Tukey Weibull	Prob. Tukey Difusão
4	7	116,19	101,36	101,52	0,38	0,44	0,45
5	18	172,60	180,04	175,00	0,86	0,85	0,98
6	24	183,92	179,76	172,88	0,73	0,95	0,71
13	6	468,58	490,41	478,56	0,02*	0,01*	0,33
18	12	669,28	683,91	683,80	0,77	0,80	0,81
19	16	627,19	635,85	632,68	0,96	0,96	0,98
20	18	675,99	674,32	675,79	0,99	0,99	1,00
21	18	691,13	696,15	695,66	0,94	0,95	0,96

Com análise de variância é possível verificar que apenas na idade 13 houve uma diferença significativa (probabilidade < 5% - aceita H1) entre os volumes obtidos nos processos testados com os volumes observados. Em seguida, então, foi realizado o Teste de Tukey, um teste de médias, e verificou-se que a distribuição Weibull obteve uma média que se diferencia estatisticamente da média real, a um nível de 5% de probabilidade. Apenas é importante lembrar que o trabalho foi desenvolvido com apenas 6 parcelas que possuíam 13 anos, havendo um déficit de dados entre os 9 aos 12 anos e entre 14 aos 17 anos. A falta de dados nas idades intermediárias pode ter prejudicado os modelos e conseqüentemente as suas estimativas.

Aos 19, 20 e 21 anos as médias obtidas nas duas metodologias são muito semelhantes às reais. No processo de difusão, com 20 anos, a probabilidade da média ser igual a real é de 100% ($\alpha=0,05$), demonstrando que as metodologias estão projetando o volume com resultados muito satisfatórios.

Para complementar a comparação entre as metodologias foi empregado um teste de hipótese, o teste t. Esse teste confronta a média de duas amostras de maneira independente, revelando se há diferença estatística entre elas. Os resultados desta análise estão descritos na TABELA 22.

TABELA 22 – Comparação entre as médias dos volumes observados e os volumes simulados a partir das probabilidades obtidas no teste t.

Idades	n	Prob. Weibull		Prob. Difusão	
4	7	1,10%	*	0,78%	**
5	18	2,01%	*	27,88%	n.s
6	24	9,45%	n.s	0,00%	**
13	6	0,21%	**	2,80%	*
18	12	0,00%	**	0,00%	**
19	16	5,90%	n.s	21,45%	n.s
20	18	64,64%	n.s	95,94%	n.s
21	18	11,15%	n.s	7,68%	n.s

Aos 4 anos de idades, segundo o teste t ($\alpha=0,05$), as duas médias obtidas se diferenciaram da média real. Aos 5 anos apenas a distribuição Weibull se mostrou diferente, já na idade seguinte o processo de difusão se mostrou altamente significativo. Aos 13 anos, assim como no teste de Tukey, houve diferença significativa entre as médias, sendo altamente significativo na distribuição Weibull. Nos 18 anos essa diferença também foi altamente significativa para as duas metodologias. A partir dos 19 anos, as diferenças foram não significativas.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Com base na análise dos resultados, chegou-se às seguintes conclusões:

- a) As equações selecionadas para os atributos do povoamento se apresentaram de forma eficiente, proporcionando estimativas precisas;
- b) Com os dados do presente trabalho a variável crescimento, empregada no processo de difusão, foi muito difícil de ser modelada;
- c) A mortalidade possui uma forte relação com o diâmetro e, por consequência, pode ser mais facilmente modelada;
- d) A distribuição Weibull apresentou os melhores resultados nas idades iniciais nas frequências por classe, já a partir dos 13 anos houve uma nítida vantagem no processo de difusão;
- e) A distribuição Weibull apresentou uma tendência em se estimar o número de árvores por classe de diâmetro a partir de uma curva unimodal, tentando passar pela média dos pontos. O processo de difusão procurou seguir a variação dos dados, com picos na distribuição;
- f) O erro médio obtido na simulação do número de árvores foi em torno de 2,5% para as metodologias utilizadas;
- g) Para a área basal o erro ficou em torno de 7,4%, diminuindo com o aumento da idade;
- h) O volume obteve bons resultados nas duas metodologias. O erro na estimativa foi de 3,4% na função probabilística e 3,1% no processo de difusão;
- i) Apenas aos 13 anos, segundo a análise de variância, houve diferença significativa entre a média real e a média obtida na distribuição Weibull;
- j) As duas metodologias utilizadas se mostraram eficientes na estimativa do crescimento e da produção;

- k) A função probabilística tem a vantagem de ser uma metodologia consagrada, utilizada em muitos trabalhos e vem gerando resultados satisfatórios. Porém, quando utilizada em projeções com desbastes, há uma grande dificuldade na simulação, havendo a necessidade em se truncar a distribuição diamétrica. O processo de difusão é pouco utilizado, mas possui a vantagem de ter uma maior facilidade em simular desbastes, apenas mexendo na área basal ($B(t,x)$), um trabalho que acrescentaria muito à área florestal se fosse testado para as espécies comerciais do país;
- l) O processo de difusão ainda é pouco utilizado no Brasil e pode gerar estimativas comparáveis à função probabilística, mais utilizada para simulação do crescimento e da produção.

Para enriquecer ainda mais este trabalho em pesquisas futuras, é recomendável:

- a) Utilizar uma base de dados contínua em que haja dados uniformemente distribuídos em todas as idades;
- b) Testar outros modelos de crescimento;
- c) Analisar o comportamento do processo de difusão em povoamentos desbastados.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, E. C. R. **Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis***. Lavras, 2000. 69 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal de Lavras.

ABREU, E. C. R.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; KANEGAE, H. J. Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*. **Revista Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 61, p. 86-102, jun. 2002.

ALDER, D. **Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con especial referencia a los trópicos. Tomo II: Predicción del rendimiento**. Itália: FAO, v. 22, n.2, 1980. 118p.

ARCE, J. E.; GOMES, F.S.; SANQUETTA, C. R.; CRUZ, E. C. Utilização dos processos de difusão na avaliação e simulação precoces do crescimento de povoamentos de *Pinus taeda* L. **Revista Cerne**, Lavras, v.4, n.1, p.154-170, 1998.

ASSIS, A.L.; SCOLFORO, J.R.S.; MELLO, J.M.; OLIVEIRA, A.D. Avaliação de modelos polinomiais não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. **Revista Ciência Florestal**, Santa Maria, v.12, n. 1, p.89-108, 2002.

BAILEY, R.L.; DELL, T.R. Quantifying diameters distributions with the Weibull functions. **Forest Science**, Washington, v.19, n.2, p.27-104, june, 1973.

BAILEY, R.L. Individual tree growth derived from diameter distributions models. **Forest Science**, Washington, v.26, n.1, p.626-632, march, 1980.

BAILEY, R. L. Computer programs for quantifying diameter distributions with the Weibull Function. **Forest Science**. Washington, v.20, n. 3, p.229, march, 1974.

BARROS, P. L. C. **Estudo das distribuições diamétricas da floresta do Planalto Tapajós – Pará**. Curitiba, 1980. 123 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

BRANNAN, J.R.; RENEKE, J.A. A diffusion model of forest succession. **Mathematical Biosciences**, v.69, p. 131-149, 1984.

BURK, T. E.; BURKHART H. E. **Diameter distributions and yields of natural stands of loblolly pine.** Virginia, 1984. 28 f. School of Forest and Wildlife Resources, Virginia Polytech. Inst. and State Univ., FWS -1-84.

CAMPOS, J.C.C.; TURNBULL, K.J. Um sistema para estimar a produção por classe e diâmetro e sua aplicação na interpretação do efeito do desbaste. **Revista Árvore**, Viçosa, v.5, n.1, p. 1-16, 1981.

CARON NETO, M. Pinus conquista espaço na região Sul. **Revista da Madeira**, Curitiba, n.58, v.10, p. 24-28, 2001.

CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C.; PIENAAR, L. V.; BRISTER, G. H.; BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach.** New York: John Wiley & Sons, 1983. 333p.

CLUTTER, J.L.; HARMS, W.R.; BRISTER, G.H.; RHENEY, J. W. **Stand structure and yields of site-prepared loblolly pine plantations in the lower coastal plain of the Carolinas, Georgia, and north Florida.** North Carolina, 1984. 188f. U. S. Forest Service, Res. Paper SE-27.

DAVIS, L.S.; JOHNSON. K. N. **Timber Management.** Third ed. New York: McGraw Hill, 1987.

DOLDÁN, M. E. Q. **Desenvolvimento da altura dominante de *Pinus taeda* L. como resposta aos estímulos dos fatores do meio, na região de Ponta Grossa.** Curitiba, 1987. 119 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

ENRIGHT, N.; OGDEN, J. Applications of transition matrix models in forest dynamics: *Araucaria* in Papua New Guinea and *Nothofagus* in New Zealand. **Australian Journal of Ecology**, n. 4, p. 3-23. 1979.

FEDUCCIA, D. P.; DELL, T. R.; MANN, W. F.; CAMPBELL, T. E.; POLMER, B. H. **Yields of Unthinned Loblolly Pine Plantations on Cutover Sites in the West Gulf Region.** New Orleans, 1979. 88 f. U. S. Forest Service, Res. Paper SO-148.

GADOW, K. V. Fitting distributions of *Pinus patula* stands. **South African Forest Journal**, Pretória, n.126, p.20-29, 1983.

GLADE, J. E. **Prognose do volume por classe diamétricas para *Eucalyptus grandis* Hill Ex-maiden.** Curitiba, 1986. 94 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

GUIMARÃES, D. P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto.** Viçosa, 1994. 138 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal de Viçosa.

HAFLEY, W. L.; SCHREUDER, H. T. Statistical distributions for fitting diameter and height data in even-aged stands. **Canadian Journal Forest Research**, Ottawa, v.7, n.2, p.481-487, 1977.

HARA, T. Dynamics of stand structure in plant monocultures. **Journal of Theoretical Biology**, London, v. 110, p.223-239, 1984.

HOYOS, A. 1980. Processos estocásticos e previsão. In: 4º SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA. 1980, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 1980.

IAPAR – Instituto Agrônômico do Paraná. **Cartas Climáticas do Estado do Paraná 1.0.** Ponta Grossa, 2000. 1 CD – R. Ambiente Operacional.

JORGE, L. A. B.; VEIGA, R. A.; PONTINHA A. S. A função Weibull no estudo de distribuições diamétricas em povoamentos de *Pinus elliottii* na Estação Experimental de Itapeva. **IPEF**, Piracicaba, v. 43/44, p. 54-60, 1990.

KOHYAMA, T. Simulation of the structural development of warm-temperated rain forests stands. **Annals of Botany**, v.63, n.6, p. 625-634, june. 1989.

KUBOTA, Y.; HARA, T. Tree competition and species coexistence in a sub-boreal forest, northern Japan. **Annals of Botany**, v. 76, p. 503-512, july. 1995.

LOWELL, K. E.; MITCHELL, R. J. **Modeling growth and mortality probabilistically using logistic regression.** St. Paul, 1987. 7 f. U. S. Forest Service, NC GTR.

MAESTRI R. **Estimativa de produção presente e futura de volume de madeira e peso de casca para povoamentos de Acácia - Negra (*Acacia mearnsii* de Wild).** Curitiba, 1992. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

MAESTRI R. **Modelo de crescimento e produção para povoamentos clonais de *Eucalyptus grandis* considerando variáveis ambientais.** Curitiba, 2003. 143f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

MARCOLIN, M. **Polimorfismo e tamanho da amostra para construção de curvas de índice de sítio para *Pinus taeda* L., no segundo planalto paranaense.** Curitiba, 1990. 64 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

NÁVAR, J.; GALVÁN, M.; PÁEZ, A.; JIMÉNEZ, J.; DOMÍNGUEZ, P. A.; AGUIERRE, O.A. Forecasting forest growth of uneven-aged pine stands based on fitting diameter distribution functions in south-eastern Sinaloa, Mexico. In: XI World Forestry Congress, 1997, Antalya, Turkey. **Anais...** Turkey, 1997. V.3. T.13.

NEPAL, S.K.; SOMERS, G.L. A generalized approach to stand table projection. **Forest Science**, Washington, v.38, n.1, p.120-133, february. 1992.

OLIVEIRA, E. B. **Um sistema computadorizado de prognose do crescimento e produção de *Pinus taeda* L., com critérios quantitativos para avaliação técnica e econômica de regimes de manejo.** Curitiba, 1995. 130 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

SANQUETTA, C. R. **Fundamentos Biométricos dos Modelos de Simulação Florestal.** Curitiba: FUPEF, 1996, 49p.

SCHREUDER, H. T.; SWANK, N. T. Coniferous stands characterizes with Weibull distribution. **Canadian Journal Forest Research**, Ottawa, n.4, p.518-523, 1974.

SCOLFORO, J. R. S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e da produção, com otimização e remuneração de capitais, para *Pinus caribaea* var. *hondurensis*.** Curitiba, 1990. 290 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

SCOLFORO, J. R. S. **Modelagem do Crescimento e da Produção de Florestas Plantadas e Nativas.** Lavras: UFLA/FAEPE, 1998, 441p.

SCOLFORO, J.R.S.; MACHADO, S. A. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Revista Scientia Forestalis**, Piracicaba, n. 50, p. 51-64, dez. 1996.

SCOLFORO, J.R.S.; MACHADO, S. A. Curvas de índice de sítio para plantações de *Pinus taeda* nos Estados do Paraná e Santa Catarina. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 18, n. 1-2, p. 159-173, 1988.

SILVA, J. A. A.; BAILEY, R. A. Predicting diameter distribution in fertilized slash pine plantations with the Weibull distribution. **Acta Forestalia Brasiliensis**, n. 2, v.1, p. 47-62, 1987.

SMALLEY, R.L.; BAILEY, R.L. **Yield Tables and Stand Structure For Loblolly Pine Plantations In Tennessee, Alabama, and Georgia Highlands**. New Orleans, 1974. 86 f. U. S. Forest Service, Res. Paper SO-96.

TABAI, F.C.V. **Estudo da acuracidade da distribuição SB para representar a estrutura diamétrica de *Pinus taeda*, através de cinco métodos de ajuste**. Lavras, 1999. 55 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal de Lavras.

UBIALLI, J.A. **Tabelas de volume para *Pinus taeda* L. nos principais eixos de reflorestamento do Estado do Paraná**. Curitiba, 1981. 114 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

VALEJOS, O. S. B. **Sistema de simulação de crescimento e produção de *Populus* spp., no Chile (Sistema SALICA)**. Curitiba, 2003. 110 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná.

VANCLAY, J. K.; COLLEGE, J. **Techniques for Modelling Timber Yield From Indigenous Forests with special reference to Queensland**. London, 1983. 194 f. Dissertation (Master of Science in Forestry), Oxford University.

VANCLAY, J. K. **Modelling Forest Growth and Yield – Applications to Mixed Tropical Forests**. Oxon, UK, 1999. 312 f. CAB International Publishing.

ZARNOCH, S. J.; FEDUCCIA, D. P.; BALDWIN, V. C.; DELL, T. R. **Growth and yield predictions for thinned and unthinned slash pine plantations on cutover sites in the West Gulf region**. New Orleans, 1991. 36 f. U. S. Forest Service, Res. Paper SO-264.