UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS HUMANAS, LETRAS E ARTES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA – MESTRADO
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: HISTÓRIA DA FILOSOFIA MODERNA E CONTEMPORÂNEA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

O PAPEL DOS INDIVISIVEIS PARA A EXPLICAÇÃO DA VELOCIDADE NOS *DISCORSI* DE GALILEU

LISIANE BASSO

CURITIBA
2010

LISIANE BASSO

O PAPEL DOS INDIVISIVEIS PARA A EXPLICAÇÃO DA VELOCIDADE NOS *DISCORSI* DE GALILEU

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Filosofia. Curso de Mestrado em Filosofia do Setor de Educação, Letras e Artes da Universidade Federal do Paraná. Orientador: Prof. Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra.

CURITIBA
2010

Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes
Programa de Pós-Graduação em FILOSOFIA - Mestrado

ATA DA SESSÃO DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Defesa nº68 de 2011

Ata da Sessão Pública de Exame de Dissertação para Obtenção do Grau de MESTRE em FILOSOFIA, área de concentração: **HISTÓRIA DA FILOSOFIA MODERNA.**

Aos onze dias do mês de maio do ano de dois mil e onze, às quatorze horas, nas dependências do Programa de Pós-Graduação em Filosofia – Mestrado do Setor de Ciências Humanas, Letras e Artes da Universidade Federal do Paraná, reuniu-se a banca examinadora aprovada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Filosofia, composta pelos Professores: Dr. Márcio Augusto Damin Custódio (UNICAMP), Dr. Ronei Clécio Mocellin (UFPR), sob a orientação do professor Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra, com a finalidade de julgar a dissertação da candidata Lisiane Basso, intitulada "**O papel dos indivisíveis para a explicação da velocidade nos 'Discorsi' de Galileu**", para obtenção do grau de mestre em Filosofia. O desenvolvimento dos trabalhos seguiu o roteiro de sessão de defesa estabelecido pelo Programa de Pós-Graduação em Filosofia, com abertura, condução e encerramento da sessão solene de defesa feitas pelo Professor Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra. Após haver analisado o referido trabalho e arguido a candidata os membros da banca examinadora deliberaram pela "habilitando-a" da mesma HABILITANDO-A e/ou NÃO ao título de Mestre em FILOSOFIA, na área de concentração em HISTÓRIA DA FILOSOFIA MODERNA E CONTEMPORÂNEA, desde que apresente a versão definitiva da dissertação no prazo de sessenta (60) dias, conforme Res.65/09-CEPE-Art.67 e Regimento Interno do Programa de Pós-Graduação em Filosofia - Mestrado. E, para constar, eu Aurea Junglos, Secretária Administrativa do Programa, lavrei a presente ata que vai assinada por mim e pelos membros da banca.

Curitiba, 11 de maio de 2011.

Aurea Junglos
Secretaria Administrativa PGFILOS/UFPR

Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra
Orientador e Presidente da banca examinadora
UFPR

Dr. Márcio Augusto Damin Custódio
Primeiro examinador
UNICAMP

Clécio Mocellin

Dr. Ronei Clécio Mocellin
Segundo examinador
UFPR

Ao meu avô Natal (*in memoriam*), quem me ensinou que a curiosidade é o mais agradável dos entretimentos.

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Eduardo Salles de Oliveira Barra, pela orientação cuidadosa e prontidão sempre manifesta.

Ao Prof. Dr. Pablo Rubén Mariconda e ao Prof. Dr. Marcelo Moschetti pelas inumeráveis e excelentes sugestões para o desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Prof. Dr. Lúcio Lobo Souza pelas importantes notas durante a banca da qualificação desta dissertação.

Ao Prof. Dr. Dr. Márcio A. Custódio Damin pela participação na banca de defesa e ao Prof. Dr. Ronei Clécio Mocellin por estar presente na banca de defesa e qualificação desta dissertação.

Ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade Federal do Paraná.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão de bolsa de estudos.

A todos os colegas do mestrado, pelas boas risadas e frutíferas discussões.

Aos colegas do Colégio Militar de Curitiba e aos meus amigos que viveram comigo as preocupações desta dissertação.

Aos meus pais Rosemari e Luiz Carlos, pelo incentivo de sempre e a paciência nos momentos de introspecção.

Ao querido Marcio, que vivenciou ao meu lado todas as fases que levaram até esta dissertação de mestrado.

Resumo

Na discussão sobre a causa da coesão entre as partes mínimas da matéria, exposta nos *Discorsi* (1638), Galileu alude à tese aristotélica conhecida tradicionalmente como *horror vacui*. Aparentemente, a orientação de Galileu é atribuir a coesão entre as pequeníssimas partes que compõem os sólidos à presença de vácuos intersticiais inextensos. Valendo-se disso e da concepção de que a natureza é constituída e acessada pela linguagem matemática, Galileu estende as propriedades geométricas do ponto aos átomos, considerados as unidades últimas da matéria. Depois, ao tratar das regras do movimento local, tema da terceira jornada dos *Discorsi*, Galileu usa figuras geométricas para analisar o movimento uniformemente acelerado em termos de proporcionalidade entre espaço, tempo e velocidade, sendo esta última diretamente proporcional ao tempo nos seguintes termos: “a intensificação da velocidade se produz de acordo com a extensão do tempo”. Enquanto espaço e tempo são quantidades contínuas medidas de acordo com sua extensão, a velocidade varia em grau ou segundo sua intensidade e, por isso, foi considerada pela tradição que chega até Galileu não como quantidade, mas como qualidade ou quantidade intensiva. A finalidade deste trabalho é utilizar a explicação geométrica da linha composta por infinitos indivisíveis para tratar da representação geométrica da velocidade na terceira jornada dos *Discorsi*. Esta opção é uma tentativa de compreender como a concepção de velocidade na explicação geométrica do movimento acelerado seria fundamentada nas relações entre contínuo & descontínuo, divisível & indivisível, por fim, extenso & intenso da primeira jornada.

Palavras-chave: Galileu, movimento, velocidade.

Abstract

In the discussion on the cause of cohesion between the minimum parts of the matter, exposed in the first journey of *Discorsi* (1638), Galileo mentions the thesis by Aristotle traditionally known as *horror vacui* or dislike of nature by vacuum. Apparently, the orientation of Galileo is to allocate cohesion between the very small parts which make up the solids to the presence of interstitial vacuum. Considering this and the idea that nature is lodged and accessed by mathematical language, Galileo extend the geometric properties from the point of atoms, considered the units of last sensitive matter. In spite of continuous, the geometrical dimensions involve indivisible points. Dividing repeatedly a line in increasingly smaller parts, will never be possible to reach its last indivisible unit, which is the point. In fact, the complex of points constituting the lines are continuous totalities, so that, between any two points, it will always be possible to create a line and sign in it another point. On the other hand, since the lines may be higher or lower and both the largest and the minors are composed of infinite points, in a greater one are not included more points which in a smaller, nor the number of them is the same. For Galileo, the relations of higher, lower and equal cannot be established between endless quantities, but only among the finite. In sequence, to deal with the rules of the local movement, theme of the third journey of *Discorsi,* Galileo makes use of the geometrical figures to analyze the movement uniformly accelerated in terms of proportionality between space, time and speed, the latter being directly proportional to the time in the following terms: “the intensification of speed produces in accordance with the extension of time”. While space and time are continuous quantities measured in accordance with its extension, the speed varies degree or according to their intensity and, therefore, it was considered by tradition that reaches Galileo not as quantity, but as quality or intensive quantity. Thus, the different grades of speed in an accelerated movement speed may be represented by means of two areas composed of parallel endless lines, drawn from each point of the line that represents the time. But, if the areas are different, it is not possible to identify the number of lines of an area with the number of lines of the other, since they are drawn from infinite points or points of the amount of which we cannot preach any relationship of equality. Thus, Galileo faced with a kind of paradox concerning the composition of the line and its employment for the representation of the accelerated movement; allocate equality between two infinite quantities. The purpose of this work is to use the geometric explanation of the line composed of infinite indivisible to deal with the geometric representation of the speed in the third journey of *Discorsi*, in order to understand how speed geometric explanation of the accelerated movement would be based on relations between continuous & discontinuous, divisible & indivisible and lastly, extensive & intense of the first journey.

Keyword: Galileo, movement, speed.

Lista de Ilustrações

Sumário

Introdução

Galileu reservou boa parte daquela que é conhecida como a obra cientificamente mais expressiva de sua produção, os *Discorsi e dimonstrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze* (1638)[1], para tratar de dois problemas essenciais: 1º qual seria a causa da coesão e resistência dos corpos físicos; 2º qual a descrição correta dos movimentos naturais e dos projéteis. Apesar de se apresentarem em diferentes situações, os problemas enfrentados por Galileu nesta obra são resolvidos por meio de uma tomada de postura única, a qual lhe rende grande parte de sua popularidade na história da ciência. Não obstante, a forma como Galileu desenvolve as possíveis soluções desses problemas demonstra que a unidade de seu pensamento está ligada especialmente à crença de que é a verdadeira natureza de seus objetos de estudo que se desvela com o método por ele empregado.

É comum ao historiador da ciência deparar-se com conceitos que em determinados contextos desempenham um papel significativo, particularmente na explicação de determinadas teorias, os quais em outro momento passam a não ter mais a importância que antes lhes era atribuída, ou mesmo tem seu significado completamente anulado. Certamente, a obra de Galileu destaca-se como um ponto importante do processo que se consolidou como a revolução cientifica do séc. XVII. Neste sentido, é certo que a obra científica do autor apresenta transformações conceituais, responsáveis muitas vezes pela clareza ou obscuridade de sua empresa como um todo.

É o caso do conceito de velocidade, objeto de investigação deste trabalho. A questão do que vem a ser a velocidade nos termos de Galileu aparece devido a uma possível confusão, já apontada por pesquisadores da história da ciência como De Gant (1999), Souffrin (1990), Garcia (2006), Ducheyne (2006), Giusti (2001) e Blay (2001), entre outros. A presumida confusão tem origem na utilização feita por Galileu do termo "velocidade" (*velocitas/ celeritas - velocità*), sobre o qual o autor não tece nenhum comentário acerca da sua natureza, mas o utiliza para fornecer definição de

[1] (Opere, VIII, p-p 11-318) *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nouve scienze – Attenentti alla Mecanica & i Movimenti Locali* – para referência: *"Discorsi"* e para citações diretas: "DNC" – seguido da paginação da tradução brasileira: *Duas novas ciências*. Trad. de L. *Mariconda* e P. R. *Mariconda*. São *Paulo*, Nova Stella (1988).

movimento uniforme e movimento uniformemente acelerado. Galileu utiliza a velocidade sempre de forma relacional com o tempo e o espaço, de forma que não existe nos *Discorsi* uma noção que ao menos aluda à velocidade em si mesma. A utilização em questão seria feita em dois sentidos básicos: primeiro sobre a forma de uma "velocidade total"[2] (como sugere Souffrin (1990)), pois só poderia ser medida ao fim do deslocamento. Essa forma de conceber a velocidade conferiria ao elemento uma natureza qualitativa e, portanto, não mensurável em partes, tal como foram medidas de costume as qualidades pela escola parisiense. Todavia, esse sentido de “velocidade” é, em outro momento, contrariado pela maneira como Galileu compara velocidades de móveis distintos representando-as por meio de magnitudes geométricas, em princípio, trivialmente quantificáveis, tal como as áreas.

O problema surge levando em conta que sobre a natureza da velocidade nos *Discorsi* é possível de início considerá-la, primeiramente, tomada em dois sentidos categoriais distintos: qualidade e quantidade. A velocidade tomada como qualidade era uma concepção consagrada desde as Categorias de Aristóteles (Cf. Aristóteles VI, 233Ы9-23). Enquanto qualidade, tal como provavelmente era a concepção aristotélica, a velocidade em si não pode ser tomada como grandeza nem medida diretamente. Toda medida da velocidade tem um caráter relacional e indireto, visto que se sustenta nos elementos quantitativos com que está relacionada – espaço e tempo. Nesse registro, entende-se o tempo como uma quantidade, passível de medida numérica, e a velocidade, tal como as cores, ou mesmo o peso, se encaixaria na categoria das qualidades, aquelas que variam não em número, mas em grau. Galileu, ao criticá-la reticamente, irá popularizar a concepção aristotélica de associar a velocidade adquirida pelos corpos em queda livre ao seu peso. Essa atribuição da razão da velocidade ao peso na física aristotélica tem um propósito bem delimitado: é de acordo com suas qualidades – peso, forma, tendência – que um corpo deve se movimentar no *cosmos*. A ideia de movimento faz parte da noção de mudança em geral, aquela que constitui uma passagem ao “lugar natural” para o qual cada coisa é destinada, de acordo com sua qualidade - leveza ou gravidade (COHEN, 1988).

[2] A expressão "velocidade total" será utilizada quando a intenção for tratar de velocidades que se relacionem diretamente à extensão espaço-temporal completa de um movimento, em oposição à velocidade tomada em cada ponto de um determinado tempo ou deslocamento.

Essa concepção de velocidade, como se espera, está inserida numa noção de movimento que abarca todo tipo de mudança espaço-temporal de acordo com a Física aristotélica. Especialmente o problema do movimento, nessa cosmologia, é distinto da concepção galilaica na medida em que nesta não se trata mais da generalidade do movimento aristotélico, mas da determinação restrita do deslocamento espaço-temporal em si mesmo. Porém, mesmo antes de Galileu, no séc. XIV, Nicole Oresme (1323-1382) renovou o interesse pela concepção aristotélica das qualidades ao realizar tentativas de medi-las mediante aplicações de magnitudes geométricas, tais como comprimentos e áreas.

Esta dissertação é uma investigação acerca das propriedades geométricas atribuídas ao movimento natural nos *Discorsi* de Galileu. Pretende-se investigar, sobretudo, como a velocidade é concebida na estrutura da obra galileana. Neste sentido, há que se pensar a aplicação da geometria nos teoremas que formam a base do estudo do movimento local como algo integrado à interpretação matemática do conceito de velocidade que Galileu talvez quisesse estabelecer. Assim, a primeira seção deste trabalho tem a intenção de buscar compreender a natureza do movimento, segundo os princípios e métodos utilizados por Galileu na terceira jornada dos *Discorsi*. Esclarecer os instrumentos matemáticos fundamentais da ciência do movimento natural de Galileu é condição, portanto, para compreender a transformação interna que teve que operar em seus constituintes básicos, tais como espaço, tempo e velocidade, a fim de torná-los suscetíveis a um tratamento como genuínas quantidades.

Essas investigações serão feitas, sobretudo, a partir de uma leitura do teorema do grau médio de Galileu em contraste com as suas possíveis conexões com o *Tractatus de Configurationibus Qualitatum et Motuum*[3] de Oresme, texto considerado por historiadores tais como Duhem, Maier e Clagett como um dos trabalhos iniciadores do processo de matematização da natureza levado a cabo por Galileu e Descartes. Esse objetivo é tema da segunda seção desta dissertação. Uma questão central aqui será como (e se) um elemento qualitativo, como a velocidade, teria se tornado uma grandeza quantitativamente mensurável, levando em consideração as mudanças na sua estrutura conceitual, em decorrência da sua

---

3 ORESME, N. *Tractatus de Configurationibus Qualitatum et Motuum*. [Traduzido por P. Souffrin - J.P. Weiss] Paris, 1988. Para citações: "*Tractatus*" seguido da referência na edição francesa.

aplicação em teoremas geométricos aliados à especulação acerca da natureza.

Tudo isso, se plausível, inicialmente pode ser identificado no teorema I da terceira jornada dos *Discorsi* – ou, mais popularmente, teorema da velocidade média – no qual Galileu mostra por meio de elementos puramente geométricos que “o tempo que um móvel leva para percorrer um determinado espaço com movimento acelerado é o mesmo que o móvel levaria para percorrer o mesmo espaço com um movimento uniforme, desde que o seu grau de velocidade fosse a metade do maior e último grau de velocidade alcançado no movimento acelerado" (DNC, 1988, p.135).

Para a sua demonstração, o teorema do grau médio, enunciado na terceira jornada dos *Discorsi*, depende do emprego de figuras geométricas que representarão o movimento uniforme (retângulo) e o movimento acelerado (triângulo). As partes das áreas dessas figuras representarão os graus de velocidade, que serão crescentes, no caso do triângulo, e uniformes, no caso do retângulo. As divergências sobre o significado de velocidade nos *Discorsi* nascem principalmente daqui: tomar a velocidade como sujeita os acréscimos ou decréscimos de graus, implica admiti-la como algo cuja natureza fosse puramente intensiva, qualitativa, ou seja, como algo que variasse não em número, mas em grau. No entanto, Galileu fala de momentos de velocidade cuja medida está associada às partes de uma área, que somadas representam a velocidade total de queda do móvel.

A iniciativa de tornar proporcional velocidade e tempo foi a grande prerrogativa da nova ciência do movimento proposta por Galileu nos *Discorsi*. *A intensificação da velocidade se produz de acordo com a extensão do tempo (accipiamus intentionem velocitatis fieri juxta temporis extentionem)*[4]: esse é o princípio do qual parte a definição do movimento acelerado, enunciado na terceira jornada dos *Discorsi*. Tal princípio está indiretamente ligado a outra expressão de Galileu bem mais conhecida e notavelmente mais citada cujo conteúdo diz que “a natureza está escrita em língua matemática, e seus caracteres são triângulos, círculos e outras figuras geométricas, dos quais o desconhecimento faz da busca do homem um eterno vaguear num escuro labirinto” (O Ensaiador, p.126). A passagem, retirada d' O Ensaiador (1623), é empregada para ilustrar, por vezes, o ideal de

4 *Opere,* v. VIII, p.198.

matematização da natureza esposado pela ciência galilaica, por vezes, a sua crítica ao predomínio da autoridade intelectual aristotélica entre os seus contemporâneos. Tais citações são tomadas de textos considerados deliberadamente desconexos um ao outro: enquanto nos *Discorsi* a historiografia da ciência encontra bases para um novo modelo de ciência, O Ensaiador pode ser considerada uma obra menos promissora no que tange às questões cientificas. A notoriedade d' *O Ensaiador* se deve ao seu conteúdo de disputa filosófica e à defesa de uma liberdade de pensamento no que diz respeito particularmente à filosofia natural. A sua alusão aqui – sobretudo se tratando da passagem supracitada – é devido ao fato de que o ideal de matematização da natureza fora referenciado inúmeras vezes como distintivo da ciência do movimento de Galileu.

É no sentido de investigar tal acepção da natureza que se encaminha este estudo e a questão mais específica que se põe aqui diz respeito à definição do conceito de velocidade mediante a relação correta da sua proporcionalidade com o tempo, no contexto da investigação do movimento acelerado. O teorema II, que enuncia a lei do quadrado dos tempos, é ponto chave para pensar a relação entre a velocidade (proporcional ao tempo) e o espaço percorrido, que será objetivo de verificação da terceira seção da presente dissertação.

A célebre frase d'O Ensaiador aponta, em seu próprio conteúdo, para o que possa ser uma chave de leitura a respeito da discussão sobre a natureza da velocidade em relação aos elementos básicos que compõe o movimento nos *Discorsi* de Galileu. Neste sentido, a especulação sobre a causa da coesão da matéria, tema da primeira jornada dos *Discorsi*, serve também de amparo para compreensão do que representa a velocidade nas investigações sobre o movimento natural. O modo como essa abordagem é realizada leva em conta a investida de Galileu na explicação da matéria contínua composta de átomos análogos aos pontos das entidades geométricas e será investigada na quarta seção do presente trabalho.

O desenrolar da primeira jornada dos *Discorsi* leva a crer que o ponto geométrico pode ser identificado precisamente para Galileu ao átomo físico. Salviati que é o porta-voz de Galileu na ocasião fornece tentativas de responder às questões que são postas pelos interlocutores, à medida que elas se mostram mais problemáticas. A conhecida sugestão do atomismo de Galileu ganha forte evidência nas suas especulações acerca do possível mecanismo que mantivesse unidas as partes mínimas dos corpos sólidos. O horror que a natureza teria em admitir o vácuo é a tese aristotélica introduzida e desenvolvida no decorrer da primeira jornada para esse fim. A consequência da aversão natural ao vácuo será estendida até a composição mínima da matéria, de tal forma que a causa interna da coesão dos sólidos físicos pode ser explicada pela existência de infinitos vácuos intersticiais disseminados entre as infinitas partículas atômicas.

A introdução da argumentação geométrica deve servir para mostrar que, se a matéria for homogênea, ou seja, sempre a mesma em todas as partes da natureza, mostra-se evidente que dela, "como de toda disposição eterna e necessária podem-se produzir demonstrações não menos rigorosas que as demonstrações matemáticas" (DNC, 1988, p. 12). A extensão dos corpos físicos é contínua e, assim, divisível, mas se devem admitir em sua composição mínima átomos indivisíveis. Da mesma forma que em qualquer porção extensa – por menor que ela seja – sempre é possível marcar um novo ponto, não se exaurem os átomos da matéria mesmo dividindo-a reiteradas em partes cada vez menores. Ao contrário, vê-se que sempre há um pequeníssimo corpo extenso após uma metódica divisão. É, portanto, impossível alcançar os indivisíveis se o método usado para isso for a mais radical divisão em partes. A quinta seção, portanto, apresenta a questão da divisibilidade infinita do contínuo, relacionada à aplicação da geometria na composição da matéria.

A relação dessa discussão com a da natureza da velocidade surge quando Galileu relaciona velocidade e tempo, e afirma que o móvel passa por todos os infinitos graus de velocidade sem demorar mais que um instante em cada um. Essa relação, representada geometricamente na terceira jornada dos *Discorsi*, ocorre na analogia da velocidade com os infinitos pontos da linha que representa o tempo, pontos a partir das quais são traçadas retas que representam os graus de velocidade atingidos ao longo do tempo em que ocorre o movimento.

Pontos, como se sabe, não possuem extensão. Se a velocidade é representada pelos pontos da linha do tempo crê-se que a velocidade não poderá possuir medida enquanto grandeza geométrica. Mas, ao tratar da proporcionalidade entre a velocidade e o tempo, Galileu mostra como a proporcionalidade está no agregado de linhas que compõe a figura; as linhas partem dos infinitos pontos do segmento que representa o tempo e, como tais, possuem extensão. Aqui reside a importância da proporcionalidade entre velocidade e tempo para compreensão da natureza da velocidade. Uma sugestão aqui investigada é a de que os pontos da linha que representam o tempo, de forma geral, servem para marcar os instantes, os quais em si mesmos, da mesma forma que os pontos, não possuem grandeza. Assim a velocidade não é representada pelos pontos da linha do tempo, mas pelas linhas que partem deles. Nesse caso, ela seria marcada simplesmente na linha do tempo para precisar o instante em que determinada velocidade atingiria um determinado grau. Essa sugestão é tematizada nas considerações finais desta dissertação.

Todavia, logo de início, deve-se observar o sentido de velocidade a ser empregado no restante desta investigação. A ideia é mostrar que o termo em questão não pode ser entendido nesta pesquisa com sua significação atual – a de velocidade instantânea, já que se trata aqui particularmente da discussão sobre a transformação do significado desse elemento, a partir das aplicações que Galileu faz dele. Na sequência, o objetivo é fazer uma distinção entre a velocidade como qualidade e como quantidade – no Teorema do grau médio – por meio da categoria, não aristotélica, de qualidade intensiva retirada do tratado de Oresme.

Para explicitar o uso dos termos que são objeto de investigação nesse estudo, deve-se ter em conta primeiramente a forma do texto de Galileu. Os *Discorsi* são uma obra composta por diálogos entre três personagens: Sagredo, possível figura do *Docta ignorantia* do diálogo (Rossi, 1992); Salviati, personagem considerado porta voz da ciência de Galileu; e Simplício, defensor da ciência aristotélica (Vasconcelos & Mariconda, 2006). Os diálogos imaginários entre os três personagens são transcritos em italiano, em latim estão registrados demonstrações, teoremas e corolários entremeados aos diálogos, que servem como material de discussão aos interlocutores. Na terceira e quarta jornadas, há referências abundantes a um "tratado" [5] sobre o movimento, de autoria do que os interlocutores chamam "*nostro Autor*" simplesmente. É esse tratado, escrito originalmente em latim, o texto que contém a ciência do movimento de Galileu. Os diálogos servem de explicação de questões pertinentes e tradicionais sobre o movimento, suscitadas pela leitura do texto e ali dispostas para esclarecer as dúvidas levantadas por

[5] O grifo deste termo é empregado para diferenciar o *tratado* de mecânica, que os personagens leem no decorrer da obra, dos *Discorsi* que também é referido algumas vezes como o "tratado" acerca das duas novas ciências.

Sagredo e Simplício a respeito de opções inesperadas do autor no decorrer do tratado.

Crê-se aqui, partindo da própria estrutura dos *Discorsi*, que os termos significativos para Galileu seriam aqueles presentes nos enunciados do tratado e nos pronunciamentos de Salviati, supondo que haja dúvida quanto aos discursos de Sagredo ou Simplício, justamente por Galileu fazer uso da forma dialogada e do próprio discurso de seus interlocutores para expor seu pensamento, em oposição ao da ciência dominante. Assim, exceto as passagens que dizem respeito especificamente às discussões dos interlocutores, será investigado neste estudo o emprego dos termos no limite do uso feito pelo autor.

Um exemplo notável é a terminologia empregada por Galileu nos *Discorsi* para referir-se à velocidade. Nas demonstrações dos teoremas em latim, ocorre *velocitas*, nas explicações dialogadas em italiano, *velocità* e para tratar da medida da velocidade, Galileu utiliza o termo *gradus velocitatis* em latim e seu correspondente *gradu di velocità* em italiano; são utilizadas expressões como *gradi di velocità diminuita* ao contrário do *gradi di tardità* ou graus de lentidão, pronunciada por Simplício e em momento algum utilizada, nos *Discorsi* ao menos, como medida por Galileu. Salviati menciona os "*gradi di tardità*" para afirmar que o móvel passa por todos os mínimos graus de velocidade até o fim do deslocamento, passando, assim, por todos os instantes de tempo correspondentes. Mas quando trata de medir as somas dos graus de velocidade não menciona tal expressão.

Já no *De Motu* Galileu havia afirmado que a velocidade seria algo de inerente e intrínseco ao movimento. Nesse caso a velocidade não pode ser tomada fora do movimento: se um movimento é tomado como tal, estabelece-se nele de forma necessária uma velocidade. A lentidão, logo, não seria outra coisa que uma menor velocidade (Koyré, 1986). Essa distinção *celeritas/ tarditas*, empregada pelos interlocutores dos *Discorsi*, remete à velocidade como oposição entre “rapidez” e “lentidão” e coloca-a num sentido de qualidade aristotélica – definida nas Categorias como aquilo que necessariamente possui contrários, fora o que, estabelece a velocidade como uma característica dos corpos em ralação ao meio. Há uma dúvida aqui quanto ao emprego de *celeritas*, que nas traduções do latim para línguas latinas ou anglo-saxônicas corresponde à velocidade, do mesmo modo que *velocitas*, sem distinção de significado entre ambas.

Apesar dessas equivalências, não é possível conferir aos termos supracitados o significado de velocidade, seja instantânea ou média, conforme é compreendido após o advento da física newtoniana. Justamente porque a problemática desse estudo remete-se a uma investigação acerca da natureza da velocidade tratada por Galileu, se seria ela uma grandeza qualitativa ou quantitativa, atribuir uma tradução moderna ao termo "velocidade", poderia determinar de antemão uma natureza "moderna" (instantânea) ao termo efetivamente problemático da questão.

Tome-se, por exemplo, a compreensão da velocidade como a derivada do espaço percorrido pelo tempo de duração de um movimento determinado, que parece evidente para leitores atuais. A razão dita entre espaço e tempo é qualificada como velocidade média, em oposição à velocidade dada a cada instante do movimento, qualificada então como velocidade instantânea. Essas qualificações estão certamente fora da teoria do movimento fornecida pela Física de Aristóteles, pois, sabe-se que a ontologia aristotélica do movimento excluiu a possibilidade de um movimento instantâneo. Em suas análises, Aristóteles refere-se exclusivamente a movimentos considerados sobre determinados intervalos finitos de tempos, sobre determinada duração, em caso algum na forma de uma medida instantânea ou infinitesimal (Cf. Aristóteles, VI, 237b26-33). A tradição medieval certamente seguiu durante bom tempo o esquema conceitual e ontológico aristotélico. Somente na Alta Idade Média, essa tradição viu-se investida da intenção de contrapor-se a algumas concepções aristotélicas por meio da física do *impetus*[6], bem identificada nos *Discorsi* pelos pronunciamentos de Sagredo a respeito de uma força impressa pelo lançador (*virtù impressagli dal proiciente*). Assim, creem-se existirem questões inerentes ao trabalho de Galileu, muitas das quais exigem certo cuidado para que não sejam omitidas por uma leitura que os historiadores costumam chamar de pós-newtoniana[7].

---

[6] *Impetus* foi o termo empregado como uma alternativa à explicação do movimento, especialmente dos projéteis: “A concepção de movimento que sustenta a física do *impetus* é completamente diferente da concepção da teoria aristotélica. O movimento não é mais interpretado como um processo de atualização. Entretanto, continua a ser uma mudança e, como tal, é preciso que se explique pela ação de uma força ou de uma causa determinada. O *impetus* é precisamente essa causa imanente que produz o movimento, o qual é, *controverso modo*, o efeito produzido por ela. Assim, o *impetus impressus* produz o movimento; move o corpo. Mas ao mesmo tempo, sobrepuja a resistência que o meio opõe ao movimento.” (Koyré, 1994, p.163).

[7] Uma leitura pós-newtoniana é temerária por dissolver os significados particulares dos empregados nos tratados de época, lendo-os com suas respectivas formulações atuais. Tal forma é

Assim, para evitar uma interpretação precipitada, será empregado neste estudo o sentido de velocidade desprovido de seu significado atual – velocidade instantânea – no que diz respeito ao trabalho de Galileu e, mais ainda, também ao de Oresme. Em lugar disso, e nas situações em que for possível, serão preservadas algumas das respectivas qualificações medievais, tais como *velocitas totalis*, *gradus velocitatis* ou *intensio motus*.

contrária à dos historiadores da escola duhemiana (Clagett, Maier etc.), à de Koyré (1986) e também de Souffrin (1990).

1 Da definição e princípio do movimento natural nos *Discorsi*

Muito interesse parece ter despertado nos estudos históricos e filosóficos da ciência o método empregado por Galileu na elaboração de uma das suas maiores realizações: as regras do movimento, apresentadas de maneira sintetizada nos *Discorsi*[8]. Consideradas as páginas iniciais da mecânica moderna, por autores como Cohen (1988), Koyré (1994), Rossi (1992) a título de exemplo, a terceira e quarta jornadas dessa obra contêm uma especulação mais detida no que diz respeito tanto à formulação dos teoremas seguidos de suas demonstrações quanto à essência mesma do movimento natural de que ali se trata. Quando se pensa a respeito da essência do movimento, como é bem observado pelo próprio Galileu, na breve introdução acerca do movimento local, muito já havia sido escrito sobre tal questão; no entanto, essas investigações não puderam determinar as proporções intrínsecas entre as propriedades do movimento natural, nem, talvez mais importante, estabelecer a verdade física de tais propriedades, o que parece ser, inicialmente, uma das maiores preocupações de Galileu para o que ele chama de uma verdadeira ciência.

Na definição do movimento acelerado, em particular, Galileu faz uso da expressão "tal como a natureza o utiliza" (DNC, 1988, p.126), a fim de expor como e a que se aplica realmente sua definição. Nessa passagem, há determinada alusão ao método *ex suppositione*, então amplamente utilizado por geômetras e astrônomos para fazer previsões com base na suposição de alguns movimentos imaginados e, a seguir, demonstrar suas propriedades. A sugestão inicial, fornecida por Nascimento (1998, p.154), sobre o método, é que Galileu pensa que a equivalência e coerência das propriedades, demonstradas a partir da definição, com o que os experimentos naturais oferecem aos sentidos, sustentam retroativamente a própria definição formulada hipoteticamente (*ex suppositione*). Em outras palavras, conduz à definição do que é presumível (geometria pura) para a natureza física. Duas outras tradições explicativas poderiam ser identificadas na definição do movimento natural de queda. Primeiro, a tradição aristotélico-euclidiana dada pelo princípio de que "pela própria natureza em todas as suas outras manifestações nas

[8] Muitos autores creem que as leis físico-matemáticas apresentadas nos *Discorsi* foram desenvolvidas no início da carreira acadêmico de Galileu, especialmente entre 1592 e 1610 (Mariconda, P. 1988, Introdução in Galileu Galilei, *Duas Novas Ciências,* p. xiii).

quais ela faz uso de meios mais imediatos, mais simples e mais fáceis" (DNC, 1988, p.127). Tal método parece de fato ser de grande valia para Galileu, pois mesmo ao tratar de movimentos uniformemente acelerados, busca-se explicá-los com base em movimentos mais simples como o movimento uniforme, como será visto no teorema do grau médio. Por fim, a tradição medieval das ciências intermediárias, aquelas que aplicam às conclusões naturais as demonstrações matemáticas (cf. Nascimento, 1998, p. 164).

Tudo leva a crer, inicialmente, que Galileu considera válidas apenas as vantagens heurísticas desse tipo formulação, já que com ela se obtém um bom aproveitamento de figuras geométricas para o estudo de alguns tipos de movimento. Todavia, Galileu alega ser mais conveniente tratar do movimento naturalmente acelerado da forma como ele acontece, efetivamente, na natureza. A definição enunciada por Galileu corresponderia, segundo ele, à própria essência do movimento naturalmente acelerado, posicionando-a logo de início fora de um contexto *ex suppositione*. Resta ainda que, ao definir o movimento naturalmente acelerado Galileu faz uso de propriedades intrínsecas a figuras geométricas determinadas. Quanto à sua definição, tais propriedades geométricas são fundamentais, pois contêm o que será parte da essência do movimento natural. A aplicação do modelo do plano inclinado ao movimento acelerado de queda, por exemplo, possibilita a aplicação de princípios geométricos à natureza, de tal forma que a própria explicação do movimento acelerado se dá mediante a exploração das propriedades das figuras geométricas.

No início da terceira jornada Galileu define o movimento natural uniforme como aquele cujos espaços, percorridos por um móvel em tempos iguais quaisquer, são iguais entre si. De início, ele adverte sobre a necessidade da introdução do termo “quaisquer” (*quibuscunque*) para esse tipo de movimento, a fim de que a definição possa servir para qualquer fração de tempo em que decorra o movimento. Assim, os espaços percorridos pelo móvel devem ser iguais em frações menores do tempo e, portanto, os espaços serão iguais, não apenas na totalidade do movimento – um caso possível também em movimentos acelerados. Sobre esse ponto, percebe-se a intenção de Galileu em mostrar que se trata de intervalos de tempos muito pequenos, ou até mesmo frações infinitamente pequenas desse tempo, nos quais a igualdade dos espaços percorridos ocorra em frações cada vez menores.

Por outro lado, a necessidade de “quaisquer” poderia estar relacionada à velocidade instantânea, pois se destinaria a permitir tomar intervalos de tempo cada vez menores até que, no limite, esses intervalos se "transformassem" em instantes[9]. Implicitamente, a definição afirmaria que no movimento uniforme a velocidade é igual para todos os instantes (cf. Vasconcelos & Mariconda, 2006, p. 214). No entanto, essa é uma hipótese cuja legitimidade requer a certeza de que uma leitura efetiva do texto galileano aponta na direção de uma velocidade instantânea, primeiramente porque não há alusão alguma à velocidade na definição do movimento uniforme. Além disso, seria preciso levar em consideração que, de acordo com a teoria das proporções de Euclides, fundamental na estruturação dos *Discorsi*, não é possível relacionar grandezas de espécies diferentes, mas tão somente grandezas iguais: tempos a tempos; espaços a espaços etc. Em seguida, e preferencialmente, porque a velocidade no movimento uniforme é, obviamente, idêntica em todos os pontos do movimento – seja ela uma velocidade total (medida no ponto final do deslocamento) ou instantânea (medida a cada posição marcada pontualmente durante o deslocamento). A introdução da palavra “qualquer” na definição é devida justamente a esse caráter “idêntico” de que é provida a velocidade no decorrer do movimento uniforme, sejam para suas porções mínimas ou máximas do movimento em questão.

A alusão a uma velocidade instantânea não aparece diretamente nos *Discorsi*. Se for possível pensá-la, a partir de uma suposta aplicação, deve ser identificada na definição do movimento acelerado, cujo enunciado contém a noção de *momentum velocitatis*, ao afirmar que se trata do movimento no qual em tempos iguais o móvel adquire momentos iguais de velocidade (*temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit*)[10]. Galileu toma como base dessa definição a ideia da simplicidade da qual a natureza sempre se serve, nos seus mais variados fenômenos, para relacionar a intensificação da velocidade ao aumento do tempo. A afirmação de que "fomos, por assim dizer, conduzidos pela mão através da observação das regras observadas habitualmente pela própria natureza em todas as suas outras manifestações nas quais ela faz uso de meios mais imediatos, mais

[9] O grifo do termo se deve ao fato de que não é possível, a partir de uma metódica divisão em partes, obter o instante – que não tem extensão.

[10] *Motum aequabiliter, seu uniformiter, acceleratum dico illum, qui, a quieterecedens, temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit. (Opere,* VIII, p.198)

simples e mais fáceis" (DNC, 1988, p.127), remete ao fato de que a uniformidade da aceleração na queda livre se dá a partir da simplicidade da unidade, de forma que: no segundo momento do movimento o móvel tem uma velocidade dupla daquela que tinha no primeiro momento; no terceiro momento, uma velocidade tripla da que tinha no primeiro momento; no quarto, uma velocidade quádrupla e assim por diante até o fim do seu movimento.

A observação que Galileu põe como ponto de partida é: "porque não posso acreditar que tais acréscimos de velocidade não ocorrem segundo a proporção mais simples e óbvia, já que a natureza sempre faz uso dos meios mais simples?" (DNC, 1988, p.127). Para poder entender do que Galileu está tratando, basta recorrer à definição do movimento uniforme, como aquela estruturada sobre os elementos mais básicos e necessários para que haja movimento local, a saber, espaço e tempo. Da mesma maneira, como no movimento uniforme se percorre em tempos iguais espaços iguais, também na definição do movimento acelerado Galileu mostra que este ocorre da maneira mais simples possível, não se podendo pensar numa aceleração mais simples do que aquela que sempre se repete da mesma maneira.

A simplicidade de que Galileu fala pode ser entendida como a simplicidade natural da continuidade do tempo, já que o móvel passa por todos dos graus de velocidade crescentes (ou decrescentes no caso do movimento retrógrado) sem demorar mais que um instante em cada grau, *ad infinito*, até que os graus sejam extintos novamente ao final do trajeto. Mas, para os interlocutores de Galileu, parece evidente que um corpo que cai em queda livre realiza seu movimento todo de uma vez só, uma vez que não se vê na experiência cotidiana de observação todos os “graus” por que passa o móvel antes de atingir o solo.

A conclusão de Galileu, nas palavras de Salviati, defende justamente o inverso da posição tradicional anterior, alegando, que a experiência, ao contrário do proposto por Sagredo, mostra tão somente que os primeiros ímpetos do corpo são lentos e demorados [11], isto é, não mostra que o movimento ocorre todo em um instante:

> "Dado que a velocidade pode aumentar e diminuir ao infinito, que razão me persuadirá que este móvel, que parte de uma lentidão infinita (como é o repouso), alcance imediatamente dez graus de velocidade ao invés de

[11] " *i primi impeti del cadente, benchè gravissimo, esser lentissimi e tardissimi"* (Opere, VIII, p.199).

> quatro, e quatro ao invés de dois, de um, de meio, de um centésimo de grau? E, numa palavra, de todos os graus de velocidade menores ao infinito?" (DNC, 1988, p. 129).

A ideia de Sagredo, de que o movimento parece acontecer todo de uma só vez, poderia remeter à compreensão da velocidade como aquela que só pode ser medida em sua totalidade. Mas em oposição a isso, a noção que Galileu passa aqui da relação dos graus de velocidade com os instantes do tempo em que decorre o movimento faz observar que a variação da velocidade corresponde com precisão à variação do tempo, mesmo que desse tempo sejam tomadas partes infinitamente pequenas.

Não há motivo para duvidar que a definição que Galileu fornece, seja do movimento uniforme, seja do movimento uniformemente acelerado, está ligada à simplicidade própria da uniformidade do tempo. Essa uniformidade é disposta em relação ao espaço no movimento uniforme – em tempos iguais percorrem-se espaços iguais – e em relação à velocidade que varia ao longo do próprio tempo no movimento acelerado – em tempos iguais dão-se acréscimos iguais de velocidade. Mas Galileu deseja que sua definição do movimento local corresponda ao que efetivamente acontece na natureza. Assim, tal definição não é senão um princípio a ser confirmado na natureza (por experimentos) que ora ou outra suscitam discussões no decorrer do diálogo com os interlocutores. Esse é, por exemplo, o caso, de suma importância, do princípio do plano inclinado (Figura 1):

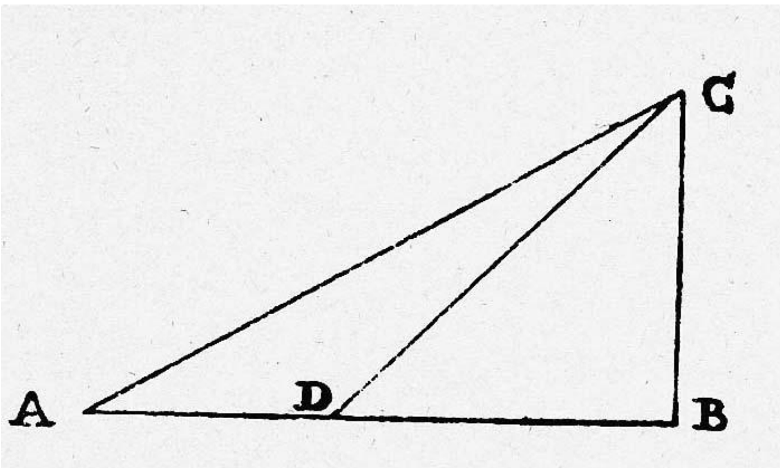


Figura 1 – Plano inclinado

(*Opere,* VIII, p. 205)

> "Seja a linha AB paralela ao horizonte, sobre a qual estão inclinados os dois planos CA e CD; a perpendicular CB que cai sobre a horizontal BA é chamada pelo autor de altura dos planos CA e CD.[12] Ele supõe que os graus de velocidade de um mesmo móvel que desce pelos planos inclinados CA e CD, adquiridos nos pontos finais A e D, são iguais por ser a altura CB a mesma; e o mesmo é o grau de velocidade que alcançaria o mesmo móvel se caísse do ponto C ao ponto B." (DNC, 1988, p.133)

Tanto é assim que Galileu põe como único princípio do movimento acelerado que os graus de velocidade alcançados por um mesmo móvel em planos diferentemente inclinados sejam iguais quando as alturas desses planos também são iguais. Quando as perpendiculares traçadas sobre o ponto superior, que caem sobre a reta traçada sobre o ponto inferior desses planos têm a mesma medida, as velocidades finais atingidas na queda do móvel são iguais[13].

Ao publicar-se a primeira edição dos *Discorsi*, Galileu aparentemente não havia elaborado a demonstração dessa preposição, tal seria o motivo de sua introdução como postulado. Por isso também seria dada, talvez, a causa de uma justificação em nível experimental (Cf. García, 2006, p. 454). Já na segunda edição, um anexo escrito pela mão de Viviane apresentava uma demonstração baseada num princípio dinâmico que já aparecia em *Le Mecaniche.* Segundo tal princípio o ímpeto ou momento parcial de um grave em seu movimento sobre um plano inclinado está para o ímpeto máximo e total como o comprimento da descida vertical está para o plano inclinado. A nova magnitude introduzida, o momento de gravidade, é uma medida da modificação do peso que depende somente da inclinação do plano, não de seu comprimento, e resulta proporcional à velocidade de descida do grave por dito plano.

O plano inclinado serve para diminuir o tempo que o grave leva para adquirir velocidade, preservando as mesmas características do movimento em queda livre. Assim o tempo de queda pelos planos CA e CD não será o mesmo que pela a perpendicular CB. Esse princípio, fornecido pelo autor tem a intenção de concordar com o movimento real de queda dos móveis, de acordo com o que Galileu já havia dito a respeito do método de sua investigação no início do estudo sobre o movimento acelerado, quando enunciara que as propriedades por ele demonstradas corresponderiam e coincidiriam com os resultados da experiência.

---

[12] "Em toda figura a altura é a perpendicular traçada desde o vértice até a base"(Livro IV, Definição 4. Euclides, 1994, p.56).

[13] "*Accipio, gradusvelocitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse aequales, cum eorumdemplanorum elevationes aequales sint".*(Opere, VIII, p.205)

A experiência, ou em termos modernos, o experimento [14] evocado por Galileu para confirmar esse princípio é o caso conhecido da oscilação do pêndulo (Figura 2). O experimento consiste em deixar cair, de determinada altura, um grave preso a um fio muito fino (*AB*), fixado numa folha ou parede perpendicular ao chão por um prego, à distância de aproximadamente dois dedos. O arco (*CBD*) é descrito primeiramente pela bola lançada do ponto *D* da linha horizontal (*CD*) traçada perpendicularmente ao fio (*AB*), quando lançada livremente ou quando seu movimento é interferido por obstáculos ao meio do caminho como é o caso dos

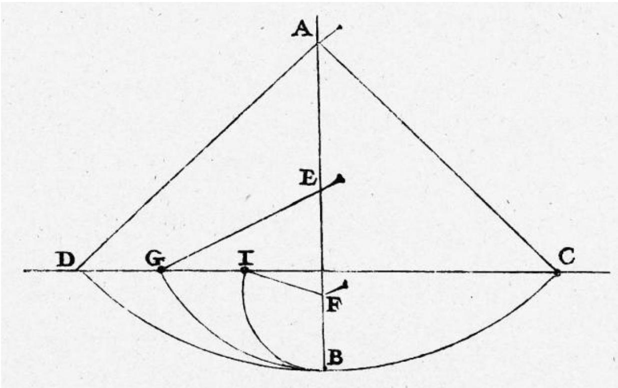


Figura 2 – Pêndulo
(*Opere*, VIII, p. 206)

pregos (*E*) e (*F*) a bolinha sempre alcança a mesma altura da linha (*CD*), salvo por uma pequena diferença derivada da resistência do meio. Ao fim Galileu observa que, de modo geral e extinta toda resistência que o meio impõe ao movimento [15], todo

---

[14] A diferença entre experiência e experimento se resume ao fato de que a experiência em sentido geral abrange a todas as formas de acesso ao mundo, independente das teorias que antecedem tal acesso. Ao contrário, o experimento é uma espécie de teste aplicado do mundo, no qual o examinador, inculcado pela teoria que precede e torna possível o teste, busca respostas para questões determinadas anteriormente para confirmação, ou falsificação, da teoria que está em questão.

[15] Sabe-se que Galileu projetou suas experiências no estudo do movimento sobre condições ideais de realização, que não se encontram na prática. Na maioria das passagens que tratam da conclusão de teorias justificadas experimentalmente estão presentes termos como: “desde que sejam removidos os obstáculos” (DNC, 1988, p. 144) no caso de velocidades iguais para planos inclinados de mesma altura; “entendendo sempre que se removam todos os obstáculos acidentais e externos” (DNC, 1988, p. 133) para demonstrar a questão do ímpeto final na descida de um móvel; ou “para tratar cientificamente essa matéria é necessário abstrair essas propriedades”, isto é, pensar num plano “livre de todos os obstáculos” (DNC, 1988, p. 197) para o caso dos projéteis.

momento adquirido durante a descida por um arco é igual àquele que pode fazer subir o mesmo móvel pelo mesmo arco.

Aplicado ao caso da queda no plano inclinado, esse experimento mostraria que independente da posição da qual seja lançado o móvel na queda, se a altura de queda for a mesma, o móvel sempre atingirá velocidade suficiente para voltar à mesma altura, ou seja, a velocidade independe da inclinação ou da curva descrita no movimento, se as alturas são iguais, as velocidades finais, ou *impetus* como prefere chamar Sagredo, são consequentemente os mesmos.

Isso verifica o único princípio colocado pelo autor de acordo com a realidade do movimento natural de queda por diferentes planos inclinados. Poder-se-ia afirmar que o experimento do pêndulo serviria para reconhecer no trabalho de Galileu o método *ex suppositione* de hipótese-dedução-experimento. Todavia, além disso, seria possível reconhecer nesse método uma tradição conhecida como a das ciências intermediárias praticadas na idade média, já apontadas em seu conteúdo. É certo que a tradição das ciências intermediárias identifica-se com o trabalho realizado nos *Discorsi*. De qualquer forma, a preocupação de Galileu com a realidade de suas regras do movimento é algo evidente no decorrer da terceira jornada dos *Discorsi*. Assim, o método de investigação da natureza de Galileu o coloca longe de um convencionalismo – como o remeteria o contexto *ex suppositione* – fora do qual ele se coloca logo no início de suas especulações.

2 Teorema do Grau Médio

Ao longo dos estudos históricos da ciência, principalmente no que se refere ao desenvolvimento de uma nova física a partir do século XVII, é sempre possível encontrar de maneira direta alguma menção à investigação científica da alta idade média, a qual significativamente tem como expoente, de modo geral, o trabalho dos "físicos parisienses", destacado em entre eles, Nicolau Oresme. Os estudos históricos apontam sobremaneira para a questão dos precursores da nova física e procuram de maneira geral conexões e rupturas entre as formas de tratar problemas, que aparentemente eram comuns às duas gerações. É o caso das pesquisas de inquestionável valor feitas por Duhem (1958), Clagget (1968) e Koyré (1991), a título de exemplo.

Apontar a relevância da situação histórica entre tradições de pensamento é de grande valia para compreensão das transformações internas dentro de um domínio específico das ciências. Neste sentido, imagina-se que para entender o significado de uma aplicação particular de algum conceito, como o caso da velocidade na obra de Galileu, seja necessário pensá-lo nas possíveis relações estabelecidas com a tradição na qual estivera inserido até uma possível tomada distinta da tradição. Em poucas palavras, seria impossível identificar a passagem de uma forma de raciocinar sobre a natureza para outra, sem pensar que para isso seja preciso um esforço a mais no que tange à variação de noções básicas, tidas notoriamente como evidentes.

O teorema do grau médio (teorema da velocidade média ou teorema mertoniano da velocidade) aparece neste contexto como uma ocasião bastante promissora para a compreensão do que poderia significar a velocidade, na obra de Galileu, em relação à tradição medieval que o desenvolvera. Como já foi notado, há muito a relação entre o trabalho de Galileu sobre o movimento e as investigações dos filósofos da natureza na idade média são objetos de estudos históricos sobre as ciências. Certamente não sem motivo: o Teorema I, que é o primeiro dos enunciados sobre o movimento acelerado nos *Discorsi,* tem sem dúvida a mesma forma da exposição do capítulo III do *Tratactus* de Oresme. Resta aqui, compreender se a natureza do que ali se trata, em resumo, é idêntica àquela descrita pela teoria do movimento apresentada por Galileu nos *Discorsi*.

2.1 Teorema do grau médio em Galileu

A primeira demonstração, depois de fornecido o princípio único postulado pelo autor [16], é o teorema do grau médio, o qual abre a exposição sistemática do estudo do movimento acelerado na terceira jornada dos *Discorsi.* Galileu diz no enunciado do Teorema I que o tempo que um móvel leva para percorrer determinado espaço, partindo do repouso com um movimento uniformemente acelerado, é igual ao tempo que ele leva para percorrer o mesmo espaço com um movimento uniforme, desde que seu grau de velocidade fosse metade do maior e último grau de velocidade alcançado no movimento uniformemente acelerado.

Nesta passagem, a igualdade prevista é a do tempo em que decorre o movimento e a do espaço percorrido pelo móvel. Por conta disso, esse pode ser um caso importante para tratar da noção de velocidade, já que somente ela é o elemento variável em questão. Deve-se ressaltar, entretanto, que no gráfico exposto à frente não há uma representação de queda como um movimento no espaço real, (como no do primeiro princípio: o do plano inclinado) – as velocidades finais no decorrer da perpendicular e da suposta inclinação do teorema do grau médio não são as mesmas, pelo contrário, neste caso existe igualdade entre os tempos.

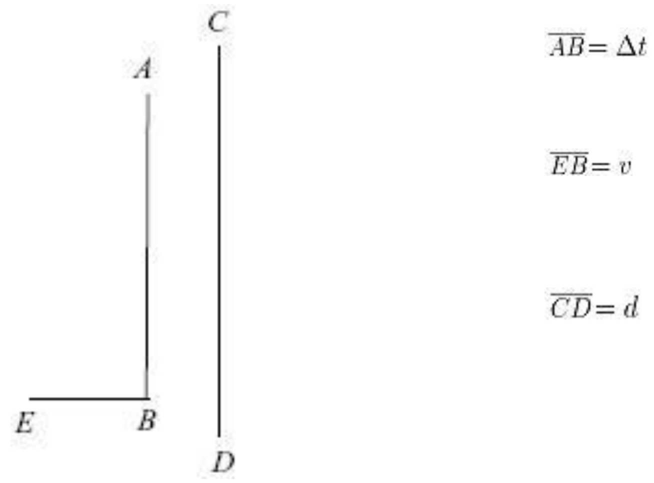


Figura 3

Essas observações se encontram exemplificadas na Proposição I em cujo gráfico Galileu representa o espaço percorrido por um móvel que parte de C em direção a D e realiza esse percurso em um intervalo de tempo representado pelo

---

16 A saber, que os graus de velocidade alcançados por um mesmo móvel em planos diferentemente inclinados são iguais quando as alturas desses planos também são iguais.

segmento AB (Figura 3).

O maior grau de velocidade (*summum et ultimum gradum velocitatis*) alcançado pelo móvel durante o percurso é representado pela reta BE (perpendicular a AB).

As linhas paralelas equidistantes de BE são traçadas segundo os intervalos de tempo registrados a partir do momento A, no qual o móvel está em repouso. Essas linhas equidistantes de BE representam a variação da velocidade (*uniformiter accelerata*) na queda em função do tempo: para o triângulo AEB, as linhas paralelas à base correspondem aos graus crescentes de velocidade (*crescentes velocitatis gradus*) do móvel (Figura 4).

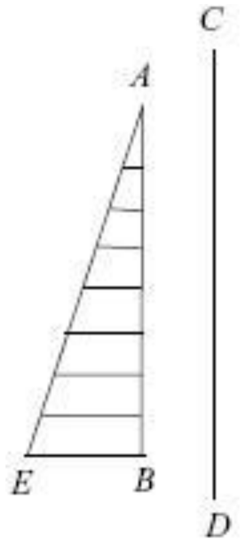
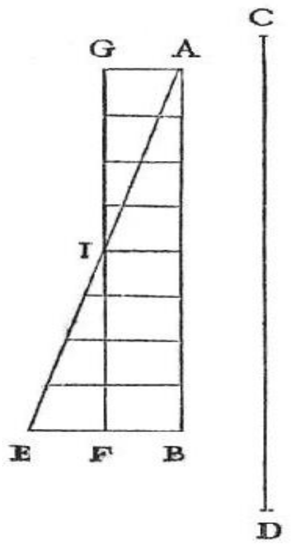


Figura 4

Enquanto que para o retângulo AGBF (Figura 5) as mesmas paralelas



$$\overline{FB} = \overline{EB}/2 = v/2$$

$$d = \underbrace{\overline{FB} \times \overline{AB}}_{\text{área de } AGFB} = \underbrace{\frac{\overline{EB} \times \overline{AB}}{2}}_{\text{área de } AEB} = \frac{v\Delta t}{2}$$

Figura 5
(*Opere*, VIII, p.200)

correspondem aos momentos de velocitas uniforme gradus (*velocitatis non adauctae*), iguais no decorrer do tempo. Visto que têm áreas iguais, o triângulo AEB e o retângulo AGBF representam quantidades de velocidade correspondentes.

Por meio da aplicação do grau médio de velocidade, Galileu demonstra que o movimento uniformemente acelerado pode ser aplicado à equação do movimento uniforme, tomando a metade do maior e último grau de velocidade (*alterum vero motu aequabili juxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus*) [17] alcançado pelo móvel no movimento uniformemente acelerado como correspondente à velocidade com a qual o móvel percorreria o mesmo espaço no mesmo intervalo de tempo com um movimento uniforme.

A exposição desse teorema segue o princípio de necessidade das relações geométricas de Euclides. Uma discussão, que pode ser guiada a partir da exposição acima, se reporta ao método de Galileu: o teorema do grau médio é justamente o tipo de demonstração que não encontra sentido em confirmações empíricas (King, 1996) e, assim, é tomado como primeiro teorema e serve para as demonstrações posteriores do tratado, as quais, pelo contrario, Galileu diz possuírem sua verdade e confirmação na experiência. Uma maneira de responder a essa aparente confusão – a de que se o método de Galileu é, de forma genérica, empirista ou racionalista – pode ser recordar a frase já citada d'O Ensaiador sobre a linguagem da natureza estar estruturada por caracteres matemáticos. Segundo Galileu, há como encontrar na natureza a sua verdade, desde que se conheça a forma de apreensão dessa verdade, guiando-se pelos princípios matemáticos (Koyré, (1994); Mariconda & Vasconcelos, (2006); Cohen, (1985)).

De maneira direta, o teorema do grau médio explora uma correlação geométrica entre o movimento acelerado e o movimento uniforme de queda de um móvel. Ele relaciona velocidade uniforme e velocidade acelerada como equivalentes, assumindo que suas medidas sejam de mesma natureza: a figura do retângulo para a velocidade uniforme e do triângulo para a velocidade acelerada.

Nesse teorema, Galileu não fala de velocidade média, mas tão somente compara as somas dos momentos de velocidade nos dois casos. A noção de velocidade surge naturalmente em meio ao tratamento geométrico que Galileu faz do movimento; o conceito de velocidade faz parte da argumentação, sem que para

---

[17] *Opere,* v. VIII, p.208.

isso exista uma definição a respeito do que se trata. Há dúvidas aqui sobre a hipótese de que a ideia que Galileu tem sobre a velocidade seja vaga ou intuitiva, mas o fato é: não há em algum momento a explicação precisa do que ele chama de velocidade, ou seja, não define o que vem a ser *gradus velocitatis*, *momento velocitatis* ou *velocitas*.

Em todo caso, no estudo sobre a queda dos corpos Galileu não manipula diretamente velocidades variáveis, faz uso de um artifício, que é o teorema do grau médio, para reduzir os movimentos uniformemente acelerados a movimentos uniformes. As aplicações desse teorema foram feitas na tradição da escola parisiense para os mais diversos fins, chegando às vezes a ser aplicada em casos que, para leitores modernos, pareceriam absurdos, como a medida das almas dos anjos etc. (Cf. Clagget, 1968, p. 91). O seu uso por Galileu se limita a aplicar as regras do movimento uniforme ao movimento acelerado (movimento espaço-temporal). A demonstração de Galileu é bastante simples: considera todas as velocidades pelas quais um móvel passa sucessivamente, representadas pelos segmentos crescentes na superfície das figuras equivalentes (crescentes também na medida em que se estende a linha que lhes é perpendicular, representativa do tempo AB).

O interesse nitidamente desperto neste caso é saber qual a natureza desses momentos ou graus de velocidade – que são proporcionais ao tempo. É possível que os momentos de velocidade enunciados por Galileu correspondam a uma forma de "ímpeto" ou "força" [18], ainda que tais termos não apareçam no contexto da Proposição I. Se assim fosse, a velocidade estaria diretamente relacionada ao peso do móvel (em acordo com a distância percorrida), sobre o que Galileu não faz nenhuma menção nesta abordagem.

Abandonada a suposição de que o peso tenha algum papel significativo neste ponto da teoria do movimento, é mais razoável, entretanto, que o momento de velocidade no teorema do grau médio faça alusão ao formato de velocidade conhecido como "velocidade total" [19]. A alusão desse termo também não aparece literalmente nesta passagem, mas tal forma de pensar a velocidade está ligada à

---

[18] Cf. p.42 à frente, sobre a noção de "momento".

[19] A velocidade designada com o atributo de "velocidade total" poderia ser chamada facilmente também de "velocidade final", pois só é compreendida ao fim do movimento de deslocamento de um móvel. A terminologia "total", entretanto, é mais apropriada para que não haja confusão entre a "velocidade final instantânea" da terminologia moderna.

capacidade de medição dada pela soma que se faz das linhas componentes de uma superfície, que neste caso é mencionada por Galileu nos termos "a soma de todas as paralelas contidas no quadrilátero será igual à soma das paralelas contidas no triângulo" (DNC, 1988, p.136). De forma que, a "velocidade total" não é senão a soma de todos os momentos (infinitos) de velocidade representados pelas linhas paralelas no gráfico.

O que é notável neste caso é que na primeira forma a "velocidade total" é uma soma de todos os graus de adquiridos nos diversos pontos da linha em questão. São estas velocidades que Giusti (2001) denomina de "velocidades complexivas", são as mesmas que Souffrim (1990), De Gandt (1999) e García (2001) chamam de "velocidades totais", aquelas que estão em relação com as outras magnitudes cinemáticas, espaço e tempo. Os graus de velocidade, que Giusti define como velocidades instantâneas, seriam em certo sentido os componentes infinitesimais [20] das velocidades complexivas: estas últimas constituiriam sua "soma". Galileu claramente tem uma noção de velocidade em um instante em seu diagrama, pois a fornece como uma relação geométrica da proporcionalidade com o tempo. Isso não implica, entretanto, que haja explicitamente a possibilidade de uma natureza instantânea para a velocidade, somente aponta na direção da compreensão de que a natureza dos graus de velocidade pode ser assimilada à dos instantes no tempo (infinitos e indivisíveis), o que seria mais bem apresentado por uma terminologia que aludisse a uma velocidade de tipo "pontual" [21].

Entendido que é este um dos componentes fundamentais do método galileano, é necessário visualizar suas implicações: no movimento acelerado encontram-se, então, ponderados dois modos de compreender a velocidade, ambas variáveis. O primeiro está representado pela velocidade com que o móvel percorre uma linha dada, a qual naturalmente varia em função da linha que se considera em sua totalidade; o segundo tipo é dado pelos graus de velocidade que podem ser identificados na linha em qualquer ponto do tempo de deslocamento.

---

[20] O grifo desse termo deve-se ao fato de que ele é utilizado por Giusti (2001) por isso sua alusão aqui. Entretanto não há uma formulação literal de uma velocidade instantânea, tal como é compreendida pela física pós-newtoniana, nos *Discorsi* de Galileu.

[21] Os termos que fazem referência à velocidade de tipo "total", "complexiva", "pontual" ou qualquer outra designação que se possa atribuir, não aparece nos *Discorsi*. Esses termos são utilizados aqui, assim como nos comentários citados, com o intuito de delimitar formas da velocidade que poderiam ser compreendidas no contexto – levada em conta sempre a forma como são utilizadas por Galileu.

De qualquer modo, os cálculos de Galileu parecem requerer que as relações entre as "velocidades totais" sejam iguais às relações entre todos os graus de velocidade que, presumidamente, lhe estão presentes – como uma velocidade pontual. Para calcular esses graus, Galileu cria as relações de todas as paralelas de uma figura com todas as paralelas da outra, passando destas para àquelas, entre as áreas dos respectivos triângulos.

Note-se que a "velocidade total" não é referenciada por um termo próprio (não é nem ao menos referenciada no contexto), mas de maneira significativa, se define, sem dúvida, como a "quantidade" de todos os graus de velocidade. A propósito, o termo "quantidade" remete imediatamente à teoria das proporções: "o que tem quantidade – diz Cavalieri – tem proporção com as outras magnitudes cinemáticas; não são os graus de velocidade". (Giusti, 2001, p.258). Se isso puder ser considerado como válido, não seriam então os graus de velocidade, infinitos e indivisíveis, os objetos em proporção com o tempo, mas o seu agregado ou sua soma na forma de uma "velocidade total"? Isso parece plausível na medida em que Galileu toma a proporcionalidade dos graus de velocidade aos instantes do tempo, que são em si inextensos, e não às frações extensas representadas pela linha do tempo.

2.2 Teorema do grau médio em Oresme

Largamente conhecida, a aplicação do teorema do grau médio, descrito por Oresme no *Tractatus* desenvolve-se como a representação gráfica da quantificação de uma qualidade intensiva, a qual seria, para o contexto, o caso de velocidade.

Crê-se necessário aqui reportar ao que significou na Idade Média, ou ao menos nesse tratado de Oresme, uma qualidade intensiva. Primeiramente, deve-se ter em mente que qualidade é uma das categorias aristotélicas, frequentemente caracterizada como diretamente oposta à categoria de quantidade. Em outro sentido, pode-se dizer que a qualidade é uma categoria superior à quantidade, posto que todas as coisas tenham em si mesmas uma qualidade, como a de ser quantificáveis, relacionáveis etc. Para Aristóteles, existem quantidades contínuas e discretas (descontínuas). Os números são exemplos de quantidades discretas. Já linhas, planos e superfícies são exemplos de quantidades contínuas. A explicação aristotélica resta sobre que os números não têm ponto em comum, ou seja, suas extremidades não se coincidem. As figuras da geometria, ao contrário, são contínuas: as linhas têm um ponto como extremidade, que é idêntico a todas as linhas; assim como a linha é a extremidade para todos os planos e o plano, ou a linha, é a extremidade para as superfícies. Igualmente, as figuras geométricas têm continuidade entre si. Também o tempo e o espaço são quantidades contínuas, pois pelo mesmo principio, têm extremidades comuns, como explica Aristóteles: passado, presente e futuro são partes de um e mesmo tempo – e o momento que é a sua extremidade também é tempo. O mesmo acontece com o espaço: as partes que envolvem os sólidos são iguais, assim como todas as partes que possa se pensar de um mesmo espaço formam um espaço completo.

Aristóteles diz que um contínuo é o que pode ser divisível sempre em partes capazes de subdivisão e todas as magnitudes que são divisíveis são também contínuas. Isso remete a uma compreensão do contínuo como algo que pode aumentar e diminuir ao infinito. Outra característica importante das quantidades é que elas não admitem variação de grau; o número três, por exemplo, não varia em grau como sendo “mais” três ou “menos” três, assim como um tempo não é “mais” tempo que outro, nem tampouco o espaço: pois essas coisas variam em quantidade, não em grau. Com isso, a marca que distingue a quantidade das demais categorias é a identidade ou a diferença, pois, se não há variação de grau de um mesmo elemento (quando há tal elemento tende a zero), não há duvida que ou ele é determinada quantidade ou é outra (Cf. Aristóteles, VI, 233a7-8).

Em contraposição, a categoria de qualidade admite diversos sentidos; as qualidades podem possuir contrários, mas nem todas os possuem. É o caso, por exemplo, das cores como vermelho e amarelo que são qualidades, mas que não possuem contrários. Contudo, Aristóteles inclui a característica de possuir contrários às qualidades, baseado no principio de que se algo é uma qualidade, seu contrário também deverá ser uma qualidade; assim como, se algo é injusto, seu contrário, certamente, é justo. Dessa forma, o contrário de uma qualidade não poderá ser nunca uma quantidade, uma relação ou um espaço ou nada que não seja uma qualidade.

Esse é o caso específico da velocidade, com suas atribuições de “rapidez” e “lentidão”. Mas também há como se entender a velocidade, na teoria aristotélica, do mesmo modo que se compreendem as cores [22]. Assim como a cor vermelha, que varia sua intensidade em tons ou graus, também a velocidade pode ser entendida dessa forma. Há tons "mais fortes" e "mais fracos" do mesmo vermelho, ou seja, um corpo extenso pode ser dotado da cor vermelha em maior e menor grau, até atingir o branco, que significaria o grau zero (0) de sua intensidade, onde não haveria mais o vermelho. Eis um ponto que representa algo muito caro às Categorias: enquanto as qualidades variam em grau, somente as quantidades são suscetíveis à diferença e à identidade – posto que não varie como as cores até atingir seu ponto de negação, o zero (0), mas são uniformes e iguais em sua completude.

Oposta à quantidade, categoria à qual pertencem o espaço e o tempo, a qualidade se entende como propriedade, atribuição, da qual um corpo é dotado, e não possui extensão, mas apenas intensidade. É a partir disso que será desenvolvido o conceito de quantidade intensiva no *Tractatus* de Oresme. A quantidade intensiva de Oresme é a categoria à qual a velocidade pertence, que se diferencia da velocidade aristotélica enquanto grandeza – *quantitas* – designada por uma medida geométrica, isto é, por tratar de uma qualidade como uma grandeza contínua. Oresme explora a possibilidade de expressar a oposição entre quantidade e qualidade como a oposição entre intensão e extensão, designadas pelos termos latinos *intensio* e *extensio*. Tudo aquilo que possui *extensio* possui, por conseguinte, amplitude espacial ou temporal, nos termos de magnitudes quantificáveis e divisíveis. A *intensio* se dirige ao oposto, ou seja, à unidade, ao ponto indivisível da própria qualidade de que é dotado um corpo [23]. No *Tractatus,* embora Oresme parta

[22] Uma noção que, apesar de anacrônica, pode ilustrar a situação das cores é a figura de um espectro que se refere à decomposição da luz em suas diferentes cores, ou de maneira mais geral o espectro (óptico) possui uma componente contínua, que varia suavemente, sobre a qual aparecem os comprimentos de onda que são as cores.

[23] Kant irá sugerir, mais tarde, uma diferenciação entre quantidade intensiva e extensiva. Nos termos de Kant, quantidade extensiva é "aquela na qual a representação das partes torna possível a representação do todo (e, portanto, necessariamente precede esta)" e segue o argumento exemplificando: Não posso me representar linha alguma, por pequena que seja, sem traçar em pensamentos, isto é, desde um ponto gerar pouco a pouco todas as partes e assim primeiramente esboçar essa intuição. O mesmo ocorre com todo o tempo "(...) já que a simples intuição em todos os fenômenos é o espaço ou o tempo, então todo fenômeno enquanto intuição é uma quantidade extensiva" (Kant, 1987, p.157) em oposição, a quantidade intensiva de que trata Kant pode ser compreendida no sentido daquela quantidade que só é apreendida como unidade e na qual a pluralidade só pode ser representada mediante a aproximação à negação = 0. Portanto toda realidade no fenômeno tem quantidade intensiva, isto é, tem um grau (Kant, 1987, p.161). De certa forma, a diferenciação kantiana traduz por quantidade intensiva o que se poderia atribuir à qualidade, no sentido aristotélico-medieval.

das categorias de Aristóteles, ele fornece qualificações diferenciadas aos termos empregados nas Categorias.

No primeiro capítulo do tratado, Oresme fala acerca da continuidade da intensidade, e, como se sabe, a continuidade é uma qualificação das quantidades (*quantitas*) expressas por Aristóteles e a intensidade uma atribuição das qualidades (*qualitas*). Oresme mostra que a intensidade, como é de se esperar, manifesta a idéia de que uma coisa é "mais isto" ou "mais aquilo", por exemplo, "mais branco" ou "mais rápido" e esta intensidade [24] é divisível de certa forma ao infinito, assim como o contínuo.

Oresme quer mostrar que assim como para representar quantidades contínuas se faz uso de linhas e superfícies, também para representar intensidades contínuas, pode-se fazer uso dos mesmos meios: então a medida das intensidades pode ser representada de forma pertinente como a medida das retas, pois assim como a intensidade pode diminuir ao infinito e aumentar, também uma reta o pode. Dessa forma, no *Tractatus* Oresme supõe que intensidades iguais sejam representadas por retas iguais, intensidades duplas por retas duplas, e sempre dessa forma proporcionalmente, o que será estendido, de forma geral, a todas as intensidades divisíveis e contínuas. Uma importante observação é que a intensidade de que se trata aqui não se estende na realidade para além do "sujeito" [25], ou do ponto, mas é extensa somente para fins de representação.

Como uma justificativa para tal procedimento, Oresme argumenta que toda reta, como descrita acima, deve propriamente falando, se chamar comprimento da qualidade [26]. Primeiramente, porque a alteração contínua não requer essencialmente uma sucessão frente à extensão ou às partes do "sujeito", posto que a totalidade do "sujeito" possa ser alterada de forma simultânea, caso em que se requer uma sucessão relacionada à intensidade e não à extensão. Então, Oresme diz que, da mesma forma como no movimento local a dimensão em relação à qual se dá a sucessão se chama comprimento do espaço percorrido, uma intensidade que se

---

[24] Souffrin afirma que certamente *intensidade* neste contexto é uma determinação para qualidade e que Oresme omite o termo qualidade e utiliza somente intensidade como equivalente (Souffrin, 1997).

[25] Na tradução francesa de Souffrin (1988) e na versão inglesa de Clagett (1968) do *Tractatus* é utilizado o mesmo termo empregado por Oresme como "sujeito" da qualidade, mas que poderia sem dificuldades ser substituído aqui por "objeto" ou "coisa" dotada de qualidade. Clagett ainda utiliza "*corpóre*" para designar objetos extensos.

[26] No latim *longitudo* e *latitudo* traduzido por Souffrin para o francês respectivamente por *longueur* e *largeur.*

refere à sucessão também deve se chamar comprimento da qualidade. Pois, como a velocidade no movimento local, segundo ele, se mede pelo comprimento do espaço percorrido, na alteração [27] (que é simultânea) a velocidade é avaliada segundo a intensidade, particularmente porque não se pode representar uma qualidade adquirida por alteração que não possua intensidade, ou que não seja divisível [28] segundo a intensidade, ainda que se possa representá-la sem extensão: por exemplo, uma qualidade de um "sujeito" indivisível, como sugere Oresme, o caso da alma de um anjo, um algo que não possui extensão espacial. Claramente vê-se que, nas representações geométricas, não se pode representar uma largura sem comprimento, mas pode-se representar sem dificuldade um comprimento que não possua largura [29]. De acordo com isso, Oresme mostra que a intensidade de uma qualidade deve ser representada pela reta do comprimento, e não pela reta da largura, já que a qualidade de um "sujeito" indivisível não possui largura, ou extensão, propriamente falando, mas pode ser representada segundo somente sua intensidade.

Com intuito de medir qualidades permanentes (como afecções) e qualidades sucessivas (como velocidade) Oresme distingue *intensio* de *extensio* nos termos de *longitudo* e *latitudo*, que se traduz mais facilmente aqui por comprimento e largura das qualidades. Essas designações são de certa forma arbitrárias, e Oresme diz que quando atribui *intensio* ao comprimento, deve atribuir *extensio* à largura, mas que, da mesma forma essas designações poderiam ser invertidas:

> "o uso na linguagem comum associa extensão à primeira dimensão, ou seja, ao comprimento, e a intensidade à largura. E como uma diferença de nomeação deste tipo, ou de nomeação imprópria, não tem nenhuma consequência, e a mesma coisa pode ser designada diferentemente, eu resolvi seguir o uso comum" (Oresme, I.iii, 1988) [30].

Assim, a partir desse ponto, Oresme passa a fazer uso dos termos enunciados acima de maneira invertida, o que não fará diferença na seqüência da explicação oresmiana da medida das qualidades, pois, depois desses

---

[27] Oresme trata neste caso de mudança no sentido geral, aristotélico do termo, e diferencia duas formas de mudança: alteração e movimento local.

[28] "Divisível" neste caso induz à "temporalmente divisível", isto é, a intensidade representa em si mesma, no caso da alteração, é divisível quanto aos seus graus de intensidade mais ou menos fortes sucessivamente no tempo.

[29] De fato, é verdade que uma superfície depende diretamente de uma linha para ser representada, e não o inverso.

[30] Tradução do texto para o português a partir da versão francesa de Souffrin (1988).

esclarecimentos, Oresme passa à formulação gráfica da medida das qualidades e nomeia a base do gráfico como *longitudo* ou comprimento e a altura como *latitudo* ou largura.

Note-se que, no caso da grandeza ou quantidade das qualidades, uma intensidade representada por uma reta é de certa forma extensionada, sendo que tal reta representaria antes de tudo a extensão da intensidade daquela qualidade. Isso ocorre, segundo Oresme, porque a extensão da qual se fala é mais manifesta, e pode-se dizer mais palpável, até anterior à intensidade no conhecimento e talvez seja anterior também à natureza. Por esta razão, o uso da linguagem comum associou a extensão à primeira dimensão, quer dizer, ao comprimento, e as qualidades intensivas à largura, como citado acima.

Nos primeiros capítulos do *Tractatus* Oresme versa sobre a representação das qualidades por meio de retas que representam a intensão ou a extensão de determinada qualidade, no capítulo III ele passa à medida das qualidades contínuas por meio da medida de superfícies delimitadas pelas retas tratadas primeiramente.

A suposição de que uma superfície pode convenientemente representar uma qualidade contínua é justamente o fundamento do Teorema do grau médio de Oresme. O tratamento das figuras geométricas é realizado, como em Galileu, a partir dos Elementos de Euclides, de onde são retiradas as relações entre as áreas ou

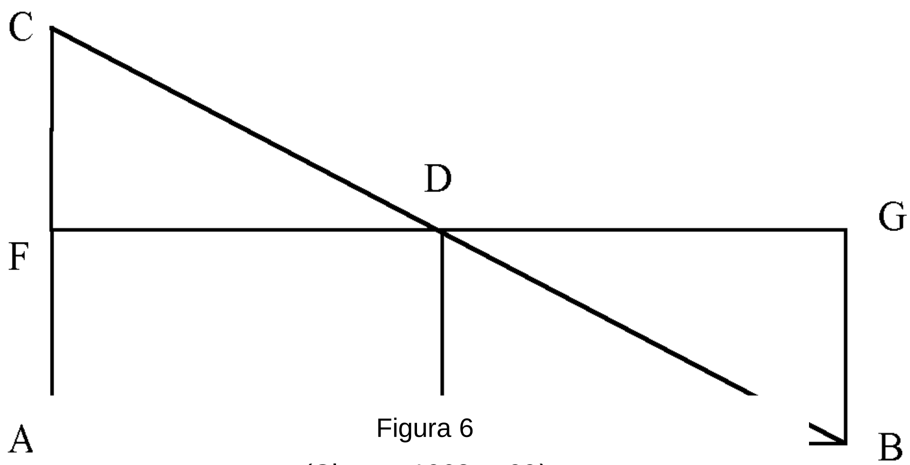


Figura 6

(Clagett, 1968, p.99)

superfícies que servem de medida para a comparação das velocidades (Figura 6).

> "Seja posta uma qualidade representada pelo triângulo ABC, uniformemente disforme, terminando com um grau nulo no ponto B. Seja D o ponto médio da reta do sujeito. O grau ou a intensidade deste ponto é representado pela reta DE. A qualidade que será uniforme sobre todo o sujeito como o grau DE pode ser representada pelo retângulo AFGB(...). Este caso é fundamentado Proposição 26 do Livro I de Euclides, para a qual os dois pequenos triângulos CFD e EDB são iguais. Então as qualidades assim representadas pelo triângulo e pelo retângulo são iguais". *(Tractatus,* III. Viii*)*

Segundo Clagett (1968, p.103) esta é, sem dúvida, a famosa regra do *Merton College* da uniformidade disforme e este capítulo com sua prova geométrica é a parte mais significativa do trabalho, historicamente falando. No teorema acima se vê, nos termos de Oresme, que toda qualidade uniformemente disforme, em sua sucessão, é de mesma grandeza que a qualidade do mesmo "sujeito", ou de um "sujeito" igual, que seria uniforme: pelo grau do ponto médio da qualidade; isso é subtendido se o "sujeito" é linear. Se o caso é o de uma superfície, seria compatível com o grau da linha média, se fosse um sólido, seria o grau da superfície média e para todas as coisas extensas pode se compreender da mesma forma. Deve-se então, notar que Oresme fala de *velocitas totalis* da mesma forma que de uma qualidade linear, ele toma, em vez do ponto médio da linha, o instante médio do tempo em que transcorre o movimento. Observa-se, portanto, que aquela qualidade ou aquela velocidade uniforme é igual a uma qualidade ou uma velocidade uniformemente disforme, o que se vê também no tratado de Galileu. O enunciado citado acima mostraria que Oresme entendeu que a mesma prova geométrica da Proposição 26 [31], livro I dos Elementos serve para o movimento uniformemente disforme, isto é, movimento uniformemente acelerado. Clagett (1968, p.104) considera claro que esta prova é essencialmente a mesma que a do primeiro teorema da terceira jornada dos *Discorsi*, opinião que pode ser observada também em Duhem (1958, VIII, p. 16).

Voltando aos *Discorsi*, vê-se que lá Galileu estabelece como o primeiro princípio do movimento uniformemente acelerado o teorema do grau médio,

[31] "Se em dois triângulos dois ângulos de um forem iguais a dois ângulos do outro, cada um a cada um, e um lado do primeiro igual a um lado do outro, e forem estes lados ou adjacentes, ou opostos a ângulos iguais, os outros lados dos dois triângulos serão iguais aos outros lados cada um a cada um; e também o terceiro ângulo será igual ao terceiro" (Euclides, Elementos, proposição 26, livro I).

provavelmente a partir da suposição de que este deva ser um princípio conhecido de todos, o qual possa ser aplicado a todos os casos possíveis. Em seguida, Galileu enuncia o Teorema II, que faz referência à lei do quadrado dos tempos, mediante um raciocínio semelhante ao de Oresme. No *Tractatus*, ao analisar a medida e a intensidade infinita de algumas qualidades não uniformes, Oresme conclui que as qualidades podem ser de grandezas finitas mesmo se sua intensidade tende ao infinito. Isso significa que um móvel pode percorrer uma distancia finita com uma velocidade que tende ao infinito. De acordo com Souffrin esse é o caso do movimento local em que a *velocitas totalis* seria, definitivamente, medida pelo espaço percorrido.

2.3 A natureza da velocidade representada pelo *Tractatus*

Para poder aplicar à medida ou à relação das velocidades a equivalência das superfícies, como enunciada acima, devem ser primeiramente determinadas as figuras pelas quais as qualidades, como a velocidade, são representadas de forma compatível.

Parte-se do princípio de que toda qualidade dita linear (contínua), ou seja, a que pode ser representada por uma linha dotada da qualidade que se deseja medir (*extensio*), possa ser simbolizada por toda figura plana representada perpendicularmente à qualidade e cuja altura será tomada como proporcional à intensidade. Em uma figura traçada sobre uma reta dotada de uma qualidade cuja altura admite-se que seja proporcional à intensidade, as alturas de duas retas quaisquer, tomadas perpendicularmente à base sobre a qual se eleva a figura ou a superfície, estão entre si na mesma relação que as intensidades nos pontos da base: se a intensidade for dupla, a altura elevada será dupla, assim por diante.

Para tanto, toma-se aqui a seguinte passagem:

> “Toda qualidade uniforme é representada por um retângulo e toda qualidade uniformemente disforme, se termina com grau nulo, é representável por um triângulo retângulo. Ademais, toda qualidade, uniformemente disforme, se termina em suas duas extremidades com graus não nulos, deve ser representada por um quadrângulo com dois ângulos retos à sua base e com os dois outros ângulos diferentes. Todo outro tipo de qualidade linear é dita disformemente disforme e é representável por figuras dispostas de outras formas, segundo múltiplas variações” (*Tractatus*, I. xi).

Essas figuras são determinadas por Oresme porque segundo ele representam melhor as propriedades na alteração das qualidades. Adequadas à representação gráfica e estipulado o significado de cada elemento da figura, a saber, intensidade proporcional à altura e o corpo extenso dotado da qualidade proporcional à base da figura, Oresme passa aos casos particulares de alteração.

O caso que se atém a esta investigação é das partes v a viii, do capítulo III, acerca da alteração da velocidade. A aplicação gráfica nestas seções diz respeito à representação das qualidades mediante uma caracterização cinemática: a qualidade é neste caso representada pelo movimento, isto é, a extensão será o acréscimo ou o decréscimo espacial ou temporal no movimento. Suposto que todo movimento sucessivo de um sujeito composto de partes seja divisível primeiramente segundo a divisão da extensão ou da continuidade do móvel, depois segundo a divisibilidade da duração ou da continuidade dos tempos, por fim, ao menos em imaginação, segundo os graus de intensidade da velocidade, Oresme afirma que:

> "sobre a primeira continuidade dizemos que o movimento é grande ou pequeno; sobre a segunda que é curto ou longo; sobre a terceira que é rápido ou lento. Um movimento tem assim duas extensões, uma sobre o sujeito e outra sobre os tempos, e uma intensidade" (*Tractatus,* III.i).

Fica claro assim que diferenciar velocidade de espaço e tempo parece ter um sentido importante para a investigação de Oresme, principalmente devido ao fato de que a velocidade que ele pretende medir não se aplica somente ao movimento local, mas também serve para quando se trata da mudança em geral. Assim, se espaço e tempo podem ser medidos segundo sua extensão – a extensão do movimento local para Oresme é o espaço percorrido – a velocidade, ao contrário, só pode ser concebida em "imaginação", ou seja, sua extensão é uma representação teórica simplesmente, na medida em que sua medida não pode ser verdadeiramente extensa, já que em essência ela é uma qualidade[32].

A partir disso, o tratado de Oresme tende a uma interpretação diferenciada daquela da velocidade citada no início do capítulo dos *Discorsi*, senão pela aplicação da geometria ao movimento, ao menos por que trata de velocidade num sentido ontológico diferenciado do que trata espaço e tempo, ao contrário do que procurou fazer Galileu. Nos *Discorsi,* a velocidade é medida segundo sua

---

[32] *"Le point, la ligne, la surface, n'existent nullement en réalité; ce sont des abstractions que l'on imagine en vue de connaitre les mesures des choses; mais si l'on veut attribuer à ces indivisibles une réalité physique et les regarder comme doutés de qualité, on se heurte à des contradictions".* (Duhen, 1958, I, p.71).

intensidade, mas somente enquanto possui uma extensão determinada para isso, que é sua proporcionalidade com o tempo.

Em Oresme, ao invés, a proporcionalidade da velocidade não é medida de fato como a proporcionalidade velocidade-espaço, ela é simplesmente “imaginada”. King (1991, p. 52) aponta que a formulação de Oresme, e dos demais medievais que trataram das questões do movimento, é de cunho puramente teórico e não tem ligação com a física moderna, especialmente a de Galileu, por que considera a física de Galileu voltada para a experiência, para uma atividade real e não somente discursiva. Assim, o fundamento mais óbvio para o ceticismo a respeito de tais alegações vem da base material da física medieval: ao invés do resultado da observação direta e da experimentação, a tarefa da física medieval é textual, ou comentários sobre questões de Aristóteles, ou tratados independentes sobe questões particulares derivadas de Aristóteles (Cf. King, 1991, p. 47).

As alegações que o autor usa dizem respeito aos trabalhos de Duhem, para o qual a física moderna é um aprimoramento continuado da ciência medieval, não somente no que tange ao teorema oresmiano do grau médio, mas também enfatiza que o texto *Le Mecaniche* toma por completo a teoria do ímpetus de Buridan (Cf. Duhem, 1958, VIII, p. 200) Ao contrário de Duhem, King acredita que a ciência medieval e, especialmente essa formulação do teorema do grau médio, diferenciam-se da feita por Galileu na medida em que não se fundamentam no esquema hipótese-dedução-experimento, mas são desenvolvidas como sugestões lógico-teóricas às afirmações aristotélicas.

Essa posição tem a vantagem de ser descomprometida com uma busca pela continuidade entre a formulação medieval e a de Galileu, o que colabora a fim de esclarecer o uso que os medievais fizeram da geometria e a intenção de Galileu quando realiza tal aplicação. Não se pretende, contudo, defender completamente o caráter hipotético, dedutivo e experimental da ciência do movimento de Galileu, apontada enfaticamente por King. Mas a leitura realizada por King do teorema do grau médio, além de outras atribuições das quais são dotados os medievais pela tradição duhemiana, vai à mesma direção da que se deseja fazer aqui. Neste sentido, não há propriamente o objetivo de encontrar a origem de determinado método ou quais as contribuições que a aplicação de Oresme poderia ter para as investigações de Galileu.

De fato, a elaboração das leis do movimento no trabalho de Galileu apresenta ambiguidades referentes à “velocidade” e, por esse motivo, não é possível atribuir ao termo o significado moderno que ele toma tempos depois da publicação dos *Discorsi* – o da velocidade instantânea, que a partir de Newton e Leibniz será tomada como central, em detrimento do conceito antigo, o de velocidade total. Há ainda que assinalar, que enquanto em Paris os graus de velocidade descrevem movimentos concebidos *in abstracto*, sem nenhuma referencia aos movimentos reais, na cinemática galileana eles se aplicam ao movimento de queda livre dos graves. Mas ainda em Galileu há dúvidas sobre se sua interpretação trata da velocidade como “pontual” ou "total", na medida em que Galileu não qualifica a velocidade na formulação do teorema do grau médio; assim seu significado fica relegado ao uso que Galileu faz e à correta proporcionalidade em que o autor a coloca com o tempo.

3 Teorema do Quadrado dos Tempos

3.1 "Teorema de Galileu"

O teorema seguinte ao do grau médio é o teorema do quadrado dos tempos, ou conhecido também posteriormente como "teorema de Galileu". Tal teorema se refere à relação entre os espaços percorridos na queda natural dos corpos e os quadrados dos tempos gastos para percorrê-los: "Se um móvel, partindo do repouso, cai com um movimento uniformemente acelerado, os espaços por ele percorridos em qualquer tempo estão entre si na razão dupla dos tempos, a saber, como o quadrado desses mesmos tempos" (DNC, 1988, p.136).

A descrição dada pelo autor resta sobre a explanação de que o tempo tem início no instante A e é representado pela linha reta AB, na qual se marcam dois intervalos quaisquer de tempo AD e AE (Figura 7). Seja HI a linha segundo a qual o móvel partindo do repouso no ponto H, cairá com movimento uniformemente acelerado; seja HL o espaço percorrido durante o primeiro intervalo de tempo AD, e HM o espaço percorrido durante o intervalo de tempo AE. Galileu afirma que o espaço MH está para o espaço LH numa proporção dupla daquela que o tempo AE está para o tempo AD; e que os espaços HM e HL tem a mesma proporção que os

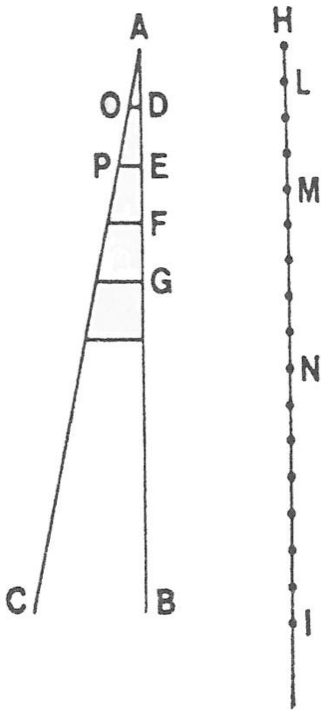


Figura 7
(*Opere*, VIII, p. 84)

$$\boxed{\frac{v_2}{v_1} = \frac{t_2}{t_1}}$$

AD = t1; AE = t2; HL = s1 e HM = s2

$$\frac{HM}{HL} = \frac{AE^2}{AD^2} \rightarrow \boxed{\frac{s_2}{s_1} = \frac{t_2^{\,2}}{t_1^{\,2}}}$$

DO = v1 e EP = v2.

$$\frac{HM}{HL} = \frac{\frac{EP}{2}}{\frac{DO}{2}} \cdot \frac{AE}{AD} \rightarrow \boxed{\frac{s_2}{s_1} = \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{t_2}{t_1}}$$

quadrados de AE e AD.

Para compreender como Galileu chegou a essa conclusão, descreve-se a linha AC que forma um ângulo qualquer com a linha AB. A partir dos pontos D e E traçam-se as paralelas DO e EP; se DO representa o grau máximo de velocidade adquirido no instante D do intervalo de tempo AD, EP representará, por definição a velocidade máxima obtida no instante E do intervalo de tempo AE. Mas, conforme demonstrado no Teorema I, do grau médio, a propósito dos espaços percorridos, esses espaços são os mesmos, se um móvel, partindo do repouso, move-se com um movimento uniformemente acelerado e se, durante um intervalo de tempo igual, ele se move com um movimento uniforme cuja velocidade é a metade da velocidade máxima adquirida durante o movimento acelerado. Finalmente, concluem-se as distâncias HM e HL idênticas às que seriam percorridas nos intervalos de tempo AE e AD por movimentos uniformes, cujas velocidades seriam iguais à metade daquelas representadas por DO e EP.

Se as distâncias HM e HL estão na proporção dupla dos tempos AE e AD, a proposição terá sido provada. Galileu recorre para tanto à quarta proposição do livro primeiro, na qual foi demonstrado que os espaços percorridos por dois corpos em movimento uniforme estão entre si numa proporção que é igual ao produto da proporção das velocidades com a proporção dos tempos[33].

Neste caso, a proporção das velocidades é a mesma que a proporção dos tempos (uma vez que a proporção entre AE e AD é a mesma que proporção entre a metade de EP e a metade de DO, ou entre EP e OD).

Esse teorema, claramente, depende do Teorema da Velocidade Média. Além disso, é possível reconhecer em ambos uma espécie de solução para o problema enfrentando por Galileu em descrever o movimento de queda dos graves. Julga-se aqui que a importância desses dois momentos decisivos dos *Discorsi* se deve à proporcionalidade entre velocidade e tempo, a qual, por sua vez, se sujeita ao fato

[33] Dois moveis E e F se movem com um movimento uniforme e a proporção entre suas velocidades respectivamente seja de A para B. Supõe-se que o tempo no qual se move E está para o tempo em que se move F na proporção em que C está para D. Galileu afirma que o espaço percorrido por E com velocidade A no tempo C está para o espaço percorrido por F com a velocidade B no tempo D na proporção que é composta pela proporção da velocidade A com respeito a B e pela proporção do tempo C com respeito ao D. Contando que sejam G, I e L as distâncias percorridas e que G está para I assim como A está para B, que C está para D assim como I está para L, a proporção entre G e I é composta pelas proporções entre G e I e entre I e L, a saber, pelas proporções entre a velocidade A e a velocidade B e entre o tempo C e o tempo D. A:B (v) G:L (d) C:D (t) I:L (d) Assim, A:B::C:D ; G:I::A:B ; C:D::I:L G:I::I:L então $G/L=I^2$.

de que todo e qualquer movimento, em cada instante tomado separadamente, é uniformemente acelerado.

As proposições I e II são semelhantes na medida em que em ambos os modelos uma linha é composta de infinitos pontos, os quais representam os instantes infinitos de tempo. O tempo é considerado um contínuo de instantes mínimos, semelhantes à velocidade no movimento acelerado. Assim, tempo e velocidade seriam semelhantes à linha (constituída de infinitos pontos) ou à área (constituída de infinitas linhas) – são consideradas formas semelhantes de contínuo. Na primeira proposição, a conclusão baseia-se principalmente em propriedades de disposição contínua. Na segunda, a conclusão é fundamentada por meio da informação recolhida do movimento uniforme (a proposição I é usada como uma transformação mecânica da situação de um movimento uniformemente acelerado para o movimento uniforme). A informação inicial tem uma nova explicação em termos de movimento uniforme.

3.2 Relações do Corolário I e a interpretação de Oresme.

A lei da queda livre dos corpos fornecida nos *Discorsi* é dada efetivamente pelo Teorema II da terceira jornada, há pouco apresentado. Na sequência da Proposição II, na qual Galileu explica o teorema do quadrado dos tempos por meio do teorema do grau médio e da alusão ao Teorema IV sobre o movimento uniforme, segue-se um corolário [34] no qual Galileu diz que:

> "A partir do primeiro instante do movimento são tomados sucessivamente intervalos de tempos iguais, como, por exemplo, AD, DE, EF, FG nos quais se percorrem os espaços HL, LM, MN, NI, estes espaços estariam entre si assim como os números ímpares a partir da unidade, a saber, 1, 3, 5, 7: está é, com efeito, a proporção entre os excessos dos quadrados das linhas que se excedem igualmente (...), portanto, os graus de velocidade aumentam em tempos iguais, de acordo com a simples série dos números, os espaços percorridos em tempos iguais adquirem incrementos segundo a série dos números ímpares *ab unitate*"[35] (DNC, 1988, p. 138).

---

[34] Consequência, proposição que se deduz de outra imediatamente demonstrara.

[35] *"gradus velocitatis augentur iuxta seriem simplicem numerorum in temporibus aequalibus, spatia peracta iisdem temporibus incrementa suscipiunt iuxta seriem numerorum imparium ab unitate" (Opere,* VIII,p. 210).

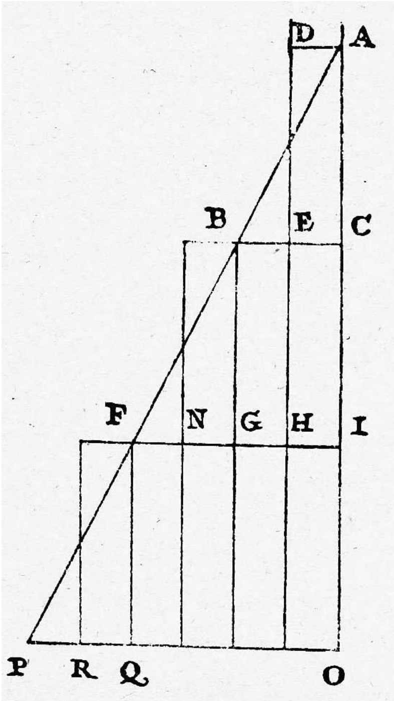


Figura 8

(*Opere*, VIII, p. 211)

Assim se dá a representação gráfica do Corolário I (Figura 8) da terceira jornada e seu enunciado. A importância deste corolário está justamente na proporção estabelecida entre a série progressiva dos números e a dos números ímpares.

Num gráfico muito semelhante a esse, Oresme representa uma velocidade uniformemente disforme, como é a do movimento acelerado de queda para Galileu. No gráfico de Oresme é representado um movimento cuja intensidade, sua velocidade, será proporcional à altura da figura. Se um móvel na primeira parte do percurso se movimenta com certa intensidade, duas vezes mais rápido durante a segunda parte, três vezes mais rápido durante a terceira, quatro vezes mais rápido na quarta e assim por diante até o infinito, de forma continuamente crescente, a *velocitas totalis* será exatamente o quádruplo *velocitas totalis* da primeira parte, de sorte que o móvel percorrerá na totalidade dos tempos uma distância exatamente igual ao quádruplo da distancia percorrida durante o primeiro tempo.

A diferença entre o Corolário I, que segue a exposição do teorema II (o do quadrado dos tempos) dos *Discorsi* e a demonstração acima reside precisamente na atribuição da proporção de acréscimo de velocidade ao espaço percorrido e não ao tempo, como Galileu argumentadamente contesta. Além disso, o Corolário I é apenas um resultado da lei do quadrado dos tempos, tanto que sua explicação é feita por Sagredo e remete ao acréscimo de velocidade de acordo com o excesso dos quadrados dos tempos percorridos.

A proporcionalidade entre velocidade e espaço de Oresme é claramente substituída por velocidade e tempo na explicação de Galileu. A distinção efetuada aqui é ponto de divergência entre Galileu e a formulação medieval do teorema do grau médio e da lei do quadrado dos tempos. As razões expressas para esse desacordo seriam alegadamente o fato de que, partindo do teorema do grau médio – segundo o qual, o movimento acelerado é medido como se fosse uniforme – no movimento uniforme, se a velocidade é proporcional ao espaço, os tempos do trajeto serão iguais (teorema IV do Livro I – sobre o movimento uniforme) e os trajetos no movimento acelerado se efetuariam todos ao mesmo tempo, o que não é verdade. Com efeito, as velocidades totais são as mesmas, mas o tempo para o movimento acelerado é diferente do tempo que leva o móvel em movimento uniforme.

Além dessas incompatibilidades lógicas apontadas por Galileu como determinantes para a não proporcionalidade entre velocidade e espaço, há outras razões não expressas para o seu desacordo com Oresme. Assim como o teorema do grau médio se aplica primeiramente às qualidades lineares, em seguida Oresme diz que esse é o caso também de velocidade (*De velocitate vero omnino dicendum est sicut de qualitate lineari),* aqui igualmente para Oresme se trata de uma extensão não ao *motus localis,* ao movimento no espaço real, mas mais genericamente ao movimento no sentido completo, aristotélico do termo, isto é, ao caso da mudança em geral. Neste sentido, a proporcionalidade com o espaço tem o mesmo valor que a proporcionalidade com o tempo e, portanto, não faz diferença para Oresme se a extensão do movimento é representada pelo espaço ou pelo tempo, salvo os casos em que o movimento não é espacial, mas se dá na forma de uma alteração simultânea: o espaço em Oresme representa simplesmente a relação entre a extensão do movimento e o seu caráter intensivo, que é a velocidade.

Isto explica por que na seção vii do capítulo III, que contém a explicação do princípio do grau médio, não há nenhuma alusão ao espaço percorrido pelo móvel: o conceito de espaço não contém a generalidade do movimento que está em questão ali. A forma de medida que é subentendida por Oresme é aquela de *quantitas velocitatis* cujo campo semântico coincide com o de "movimento" em geral. A semelhança entre a forma do teorema do grau médio de Oresme e de Galileu é notável, mesmo que provavelmente não se possa identificar em ambos uma semelhança de conteúdo conceitual. Neste caso, pode-se ver a identificação formal que existe entre o *Tractatus* e a Terceira Jornada dos *Discorsi*, quando Galileu repete, de certa forma, a utilização que Oresme faz da representação dos elementos do movimento por meio de figuras geométricas.

A leitura efetuada aqui reside na analogia formal entre o texto oresmiano e a demonstração de Galileu, no qual *motus*, *velocitas* e seus derivados não estão no mesmo campo de significação nos dois textos. Parece bastante notável que na seção vii, cuja representação está ligada ao Corolário I do movimento uniformemente acelerado de Galileu, o texto oresmiano diverge do de Galileu, além do significado de seus conceitos, também do ponto de vista da relação entre acréscimo de velocidade e aumento do espaço percorrido.

3.3 Considerações sobre a definição de $v \propto t$

Galileu utiliza outro meio para abordar a velocidade: a velocidade em cada instante se mede pela distância que percorreria o móvel se seu movimento fosse uniforme. Galileu afirma que o corpo que cai passa por todos os graus de velocidade, cada vez mais lentos se estão mais próximos do ponto de partida, o que significa que o móvel nas proximidades do princípio da sua queda possui uma velocidade com a qual não conseguiria em mil anos percorrer nem um palmo ou menos. Galileu contesta propondo outra forma de medir a velocidade mais direta e sensível: considerando-se que uma massa atua com maior força sobre uma estaca quanto maior é a velocidade da massa deve-se admitir que a mesma massa possa ter um efeito e, consequentemente, uma velocidade tão pequena quanto se queira, à condição de deixá-la cair de uma altura muito pequena. A lentidão de seu movimento se comprova pelo movimento quase nulo da estaca. Assim, Galileu concebe a ideia de uma velocidade muito fraca e consegue que se admita sua tese de que o móvel passa por todos os graus de velocidade. Neste caso a velocidade se mede pelo efeito produzido:

> "o efeito será causado tanto pelo móvel em queda como pela velocidade adquirida na queda, efeito esse que será tanto maior quanto maior for a altura que precede o choque, ou seja, quanto maior for a velocidade do

> precursor . Deste modo, podemos conjectura sem erro qual é a velocidade de um corpo que cai, a partir da qualidade e da quantidade do choque" (DNC, 1988, p.128)

Contudo há uma passagem na qual Galileu aborda diretamente velocidades que variam em cada instante e, de acordo com De Gandt (1999), se enreda em dificuldades ao aplicar a velocidade instantânea ao que vale somente para a velocidade uniforme. É quando trata de demonstrar que a velocidade não pode ser proporcional ao espaço como o mesmo havia crido em outro momento (De Gandt, 1999, p. 45).

A argumentação constitui-se do seguinte: 1. Se as velocidades são maiores à medida que é maior o trajeto percorrido, então os trajetos se efetuarão todos ao mesmo tempo (o que é certo somente para velocidades uniformes); 2. Neste caso as velocidades seriam maiores na medida em que estivessem mais distantes do ponto de partida (velocidades instantâneas em diferentes pontos de uma mesma reta); 3. Assim, os diferentes pontos do percurso se alcançariam todos de uma vez o que é impossível.

Dessa forma, tem-se a velocidade relacionada à altura: dado que a velocidade determina a quantidade do impacto e dado que ele seja proporcional à altura de queda do grave, a velocidade será também ela proporcional ao espaço percorrido. Galileu considera tão evidente a proporcionalidade entre velocidade e impacto que com o descobrimento da lei correta do movimento (a velocidade é proporcional ao tempo), se vê obrigado a abandonar ao menos uma das duas hipóteses: velocidade proporcional ao impacto ou impacto proporcional à altura. Ele renuncia à segunda, a fim de manter a primeira (Giusti, 2001, p. 252).

Não há documentos que indiquem quando Galileu teria abandonado a hipótese de que a velocidade seria proporcional ao espaço, para substituí-la pela proporcionalidade entre velocidade e tempo, mas este passo, quase com toda certeza para Giusti, Galileu já havia dado em 1610, quando deixou a universidade de Pádua de regresso à Florença. Sem dúvidas, não se há de pensar que uma vez reconhecida a proporcionalidade entre velocidade e tempo, a demonstração seja imediata. Pelo contrário, uma aplicação imediata do esquema demonstrativo apenas vislumbrado com a única solução da hipótese errônea pela correta, levaria a concluir que as "velocidades complexivas" são proporcionais aos quadrados dos tempos (e não aos espaços como anteriormente) e, portanto, em última análise, a que os espaços são proporcionais aos cubos dos tempos. Todavia, não temos documentos que ilustrem as possíveis tentativas de Galileu neste sentido. (cf. Giusti, 2001, 256).

Por fim, como confirmação ulterior do papel dos processos do impacto na definição da velocidade, há que se identificar também a eleição do termo "momento de velocidade" que Galileu usa para denominá-la. Se, de acordo com Torricelli, traduz-se "momento" como "atividade", ou melhor, "eficácia", não é possível remetê-lo ao impacto: a parte ativa da velocidade global no impacto é precisamente a velocidade no momento do contato. (cf. Giusti, 2001, p. 253).

A questão sobre a correta proporcionalidade da velocidade faz recordar uma importante passagem da história da ciência clássica, referenciada nos estudos sobre Galileu quase tantas vezes quanto à citação já mencionada d'*O Ensaiador*. Trata-se da célebre experiência de queda dos graves do alto da torre inclinada de Pisa[36]. Como conta Viviani[37], Galileu teria deixado cair livremente de lá duas esferas de mesmo material, mas de pesos diferentes (na proporção de 1/100 libras). Os espectadores do evento teriam presenciado que ambos os corpos alcançam o solo imediatamente um após o outro, pois o som do impacto de um se confundiria com o outro de tal forma que se poderia pensar que atingiram o chão ao mesmo tempo. Ao contrário do que afirmava a teoria aristotélica vigente, a saber, que uma esfera pesando cem libras a mais cairia cem vezes mais rápido que essa última: posta a velocidade de queda do móvel diretamente proporcional ao peso de cada corpo

[36] A conhecida experiência é descrita por Vincenzo Viviane: "Nesta época, parecendo-lhe aprender que para a investigação dos efeitos naturais necessariamente se requer um verdadeiro conhecimento da natureza do movimento, permanente aquele filosófico e conhecido princípio "ignorado o movimento, ignorada a natureza" *(Ignorato motu ignoratur natura)* todos se dirigiam à contemplação deste: e então, com grande inquietação de todos os filósofos, foram assim convencidos da falsidade, por meio da experiência e com sólidas demonstrações e discursos, muitíssimas conclusões do próprio Aristóteles sobre a natureza do movimento, tomada por tempos como claríssima e indubitável; como entre outras, que a velocidade dos móveis de mesma matéria, com pesos diferentes, movendo-se em um mesmo meio, não conservam senão a proporção das suas gravidades, assinalado por Aristóteles, pelo contrário se movem todos com a mesma velocidade, demonstrado isso com repetidas experiências, feitas do alto do campanário de Pisa com a intervenção dos outros acadêmicos e filósofos e de toda comunidade acadêmica. " (*Opere*, v. XIX , p. 606).

[37] Vincenzo Viviani (5/4/1622 – 22/9/1703), quem a partir de outubro de 1639 era hóspede e assistente de Galileu e com ele permanecerá até a morte, sendo dos poucos que o acompanhará até o último suspiro; por isso, podia reivindicar, como de fato o fez, o título de o "último discípulo de Galileu", ao qual, depois da morte de Evangelista Torricelli, sucederá no encargo de matemático do Grão-duque de Toscana. Viviani foi o primeiro biógrafo de Galileu, escrevendo a pedido do príncipe Leopoldo de Medici o *Racconto istorico della vita di Galileo* em forma de carta enviada ao príncipe em 29 de abril de 1654. (GALILEU, 2003, p.80, Nota 13).

($v \propto p$) e indiretamente proporcional à resistência do meio no qual ocorre o movimento ($v \propto 1/r$).

A experiência de Pisa serve como ponto de partida quando se trata de opor a teoria do movimento de Galileu à autoridade que a teoria aristotélica exercia em sua época. Suas abordagens nas mais diferentes formas (ver Koyré, 1994) servem de referência quase sempre ao caráter experimental e natural das investigações de Galileu. Contudo, crê-se aqui que essa experiência, realizada ou não como Viviani descreve, pode prestar-se a outro objetivo, talvez mais essencial, da ciência do movimento de Galileu: estabelecer a correta relação de proporcionalidade entre velocidade e peso, e sua sucessiva substituição pela proporcionalidade entre velocidade e espaço e entre velocidade e tempo. Tal substituição pode ter resultado de um redirecionamento interpretativo que conferiu ao trabalho de Galileu um caráter não apenas experimental, mas também uma expressão especialmente matemática do movimento natural.

À parte o sentido controverso que essa posição (a de relacionar um experimento real com a atitude matemática da ciência de Galileu) parece assumir, procura-se aqui mostrar a noção fundamental por trás do experimento da torre inclinada de Pisa – o que a torna possível e relaciona a passagem d'O Ensaiador com a dos *Discorsi* do início desse texto. De modo direto, a questão é saber se a desconstrução da proporcionalidade velocidade–peso, substituída, em ultima instância, pela velocidade-tempo, é resultante de uma reformulação geral, seja em sentido essencialista ou instrumentalista[38], dos elementos básicos do movimento em Galileu. Na medida em que o peso, considerado como propriedade particular dos corpos individuais, é substituído na teoria galileana pelo tempo, contínuo e divisível *ad infinito.*

Galileu subtrai o peso de sua teoria do movimento natural de tal forma que para medir a velocidade atingida em cada ponto do movimento são representadas retas paralelas, as quais ele acredita representarem os momentos infinitos, pelos quais o móvel passa até chegar ao fim de seu movimento. Posto $v \propto t$, ele diz que esses momentos infinitos de tempo representam os graus infinitos de velocidade por

[38] Tomada num sentido essencialista a física de Galileu representaria uma busca pela verdade da natureza, sobre sua realidade e como acontece o movimento de fato. Noutro sentido, o instrumentalismo remete a compreensão da ciência de Galileu como uma possível aplicação ao fenômeno do movimento, o qual poderia ser simplesmente explicado pela aplicação da matemática à natureza, sem pretensões de dizer a verdade sobre ela.

que o móvel passa no transcorrer desse mesmo tempo, sem alusão alguma a influencia do peso do móvel no aumento da velocidade nesse percurso.

4 Problema da Coesão

4.1 Composição atômica da matéria

A conhecida sugestão atomista de Galileu[39] a respeito da natureza fundamenta-se nos *Discorsi* por meio do consentimento de algo que mantivesse unidas as partes mínimas dos corpos sólidos. O horror que a natureza teria em admitir o vácuo é a tese aristotélica introduzida e desenvolvida no decorrer da primeira jornada para esse fim. O argumento inicial baseia-se em um exemplo já usado anos antes por Galileu, no Discurso sobre as coisas que flutuam sobre a água e nela se movem (1612). Pela junção e aderência, naquele caso, seria responsável a *virtù attractiva*, a qual manteria unidos todos os corpos que estão juntos enquanto não se entremeie entre eles algum fluído. É imediatamente nesse contexto que Galileu indaga se tal contato, quando seja completo, não seja causa suficiente da união e continuidade das partes de um corpo natural (cf. Galileu, 1938, v. IV, p. 103). Nos *Discorsi*, entretanto, tal tese é introduzida inicialmente como causa parcial (além de outra que seria uma espécie de glúten) para a não dissociação entre as partes da matéria, a partir do mesmo exemplo de 1612, a saber, quando duas laminas de mármore sobrepostas resistem à separação instantânea: "essa resistência, que com clareza aparece entre as duas lâminas, não permite duvidar que analogamente ela ocorra entre as partes de um sólido, contribuindo como causa concomitante para sua coesão" (DNC, 1988, p.18)[40].

De tais lâminas, que o texto referencia, argumenta-se que quando colocadas uma sobre a outra, ao tentar afastá-las deslizando lateralmente a superior pela inferior, quase nenhuma resistência se opõe ao deslizamento, no entanto, se a intenção é separá-las de forma que se mantenham equidistantes, a superior carrega a inferior consigo durante um breve período de tempo, mesmo sendo a pedra inferior grande ou pesada. Vê-se com facilidade a lâmina de mármore superior conduzir a inferior consigo durante um breve período, somente até que o ar circundante penetre no espaço aberto pela separação e se difunda no intervalo entre ambas. Segundo

---

[39] Cf. Redondi (1985).

[40] O termo “concomitante” é utilizado por Galileu nesta passagem por tratar-se da investigação das possíveis causas da coesão física, de forma que pudesse haver, além do vácuo, outras causas que agissem ao mesmo tempo para que a coesão ocorresse de forma efetiva.

Galileu, esse fato poderia exemplificar o horror que a natureza tem em admitir o vácuo, por pouco de tempo que seja; nesse caso, até que o ar ocupe e preencha a parte que foi aberta e ficou vazia com a separação das lâminas antes unidas.

A consequência dessa aversão natural ao vácuo será estendida até composição mínima da matéria, de tal forma que a causa interna da coesão dos sólidos físicos poder-se-á explicar pela existência de infinitos vácuos intersticiais disseminados entre as infinitas partículas (atômicas); disso restaria que, por fim, a composição mínima dos corpos físicos seria de átomos e vazios.

A título de analogia, Galileu propõe que sejam consideradas as circunstâncias envolvidas na exposição de certos metais como o ouro ao fogo. Esse último, ao entremear-se às partículas mínimas do ouro, as separa por conseguir atingir os seus finíssimos interstícios, que não são abrangidos nem pelo ar nem por qualquer outro fluido.[41] Neste caso, a força dos mínimos vácuos seria suprimida e a resistência que mantinha as partes atraídas pelo horror natural ao vácuo, vencida, dando lugar ao calor, que, quando cessa, é substituído novamente pelo vácuo que atraía as partes e as mantinha originalmente unidas. Já que a resistência à separação das lâminas é vencida sem tantas dificuldades, resta ainda saber como essa resistência poderia manter unidas partes infinitamente menores que as laminas em questão, como é o caso dos átomos de ouro. Galileu esclarece que deve ser a multiplicidade, seguramente inumerável, que fortalece a união das partes mínimas da matéria:

> "(…) embora estes vácuos sejam pequeníssimos e possam, consequentemente, ser cada um deles facilmente vencido, contudo a infinita abundância multiplica inumeravelmente, por assim dizer, as resistências. E o que seja a qualidade e a quantidade da força que resulta de um grande número de pequeníssimos momentos [*momenti*], tem prova evidente quando vemos um peso de milhões de libras, sustentado por cabos muito

[41] Pode-se dizer que nos *Discorsi* o fogo tem o caráter de um fluido. Apesar de não ser tratada claramente na obra em questão, no *Discurso sobre as coisas que estão na água e nela se movem* (1612), ao avaliar a posição de Demócrito sobre os átomos ígneos, Galileu trata da questão na seguinte passagem: "(...) se os átomos ígneos ascendentes sustentam os corpos graves, mas de formas grandes, isso deveria acontecer em mais quantidade no ar que na água, já que tais corpúsculos se movem mais velozmente naquele que nesta". Ainda, no mesmo contexto, Galileu relata a seguinte experiência: "Se em um recipiente com água fria colocamos um corpo de gravidade tão pouco superior a da água, ele vai lentamente ao fundo; e se depois colocamos alguns carvões abaixo do recipiente, os corpúsculos ígneos penetram primeiramente a substância do recipiente, ascendem sem duvida pela água, chocam-se com o mencionado sólido e o conduzem e o mantém na superfície, enquanto durar o fogo, [pois] que, ao cessar, o sólido retorna ao fundo" (*Opere*, 1938, IV, p.133). Além dessas, outras passagens apontam para um comportamento do fogo muito próximo ao dos mínimos indivisíveis da água, porém os mínimos do fogo são mais fluidos que os da água (ver nota a frente).

> grossos render-se, deixar-se subjugar e ser levantado pelo assalto de infinitos átomos de água, os quais ou arrastados pelo vento sul, ou porque diluídos em finíssima neblina, se movem pelo ar e se insinuam entre as fibras dos cabos muito esticados, sem que a imensa força do peso que eles sustentam possa impedir-lhes a entrada. Dessa forma, penetrando através dos estreitos canais, engrossam as cordas e consequentemente as encurtam, razão pela qual levantam com força a pesadíssima mole." (DNC, 1988, p. 24).

O momento referido na citação acima não parece ser de todo claro quanto à definição que assume aqui. É possível remetê-lo às *Le Mecaniche* (1599), em que Galileu afirma que o momento é a tendência de ir abaixo, causada não tanto pela gravidade do móvel, quanto pela disposição que se dá entre distintos corpos pesados; mediante tal momento se pode ver frequentemente um corpo menos pesado servir de contrapeso a outro de maior gravidade, devido então à combinação entre a tendência natural ou gravidade de um corpo de ir abaixo e sua distancia de um ponto fixo (ao qual se destina no movimento) [42]. Está claro, entretanto, que o seu emprego nesse contexto relaciona-se ao movimento conjunto de tais partículas mínimas da água, que, por serem quantitativamente inumeráveis, assumem uma força imensa, de tal maneira que são capazes de carregar a "pesadíssima mole". De certa forma, é justamente a inumerável multiplicidade que garante força para que esses mínimos átomos de água possam mover tal peso cuja magnitude evidentemente é muitas e muitas vezes superior ao de cada um deles. Esse é o argumento que Galileu utiliza para mostrar que uma quantidade imensa de átomos multiplica infinitamente sua força. O próximo passo é sustentar que a resistência responsável pela coesão entre os átomos de um corpo sólido é também resultante da mesma ação conjugada de uma multiplicidade infinita.

Dessa forma, não há resistência que não possa ser superada – a menos que seja infinita – por um grande número de forças mínimas (DNC, 1988, p.18). Assim, prosseguindo com as ilustrações empregadas por Sagredo, um grande número de formigas poderia transportar um navio cheio de trigo: posto que cada formiga carregue um grão e que os grãos de trigo do navio não são em número infinito, mas

[42] Em 1612, no "Discurso sobre as coisas que estão na água e nela se movem" Galileu substitui a distância, como aquela magnitude que interferiria no momento do movimento, pela velocidade: "Momento, junto aos mecânicos significa aquela 'virtude ', aquela força, aquela eficácia com a qual o motor move e o móvel resiste; tal virtude depende não somente da simples gravidade, mas da velocidade do movimento, das diversas inclinações dos espaços sobre os quais se produz o movimento, porque mais ímpeto tem um grave ao descer por um espaço muito inclinado que em um de menor declive. Assim, qualquer que seja a causa de tal virtude, todavia ela mantém o nome de momento". (*Opere*, IV, p. 68). Neste contexto Galileu parece tomar como magnitudes equivalentes velocidade e espaço.

constituem uma quantia determinada. Segue-se que determinado número de formigas poderia transportar todos os grãos e mais toda a matéria de que é composto o navio. Em analogia à explicação da dissolução do ouro, o número de formigas deveria ser tanto quanto o número dos mínimos vácuos que mantêm unidas as partes mínimas dos sólidos em questão (os grãos e o próprio navio).

Suposto tanto em um caso quanto no outro que o número de partes em questão é imenso, Galileu sugere uma dúvida acerca da possibilidade de tal número ser infinito. A partir de suposições exageradas feitas por Sagredo, ele passa a analisar a questão sobre a possibilidade de haver, em uma extensão finita, uma quantia infinita de átomos. A resolução do problema dependerá, conforme se verá, de uma demonstração geométrica. Galileu preservou o rigor euclidiano e aristotélico ao tratar do infinito, deparou-se com as contradições admiráveis que o infinito apresenta às matemáticas: o paradoxo geométrico da roda e da tigela ou o paradoxo do todo e da parte na aritmética quando se compara o a quantidade de números naturais com a quantidade de quadrados desses números.

A primeira demonstração em referência consiste em mostrar que independente do número de lados de um polígono, nas condições especificadas, (a saber, no movimento de rotação de polígonos regulares iguais e circunscritos) haverá sempre uma interposição, ocasionada pela rotatividade, de espaços vazios entre os lados que tocam a linha descrita pela rotação dessas figuras (Figura 9). A prova de que existem infinitos átomos em extensões finitas aparece quando Galileu insere como um polígono de infinitos lados a figura do círculo: da mesma forma que nos polígonos regulares a rotação constitui uma linha composta de espaços cheios e vazios, na rotação de um círculo, com seus infinitos lados, identificados aos pontos extremos da figura, formam uma linha contínua, na qual se perpetuam pontos atômicos e vazios inextensos.

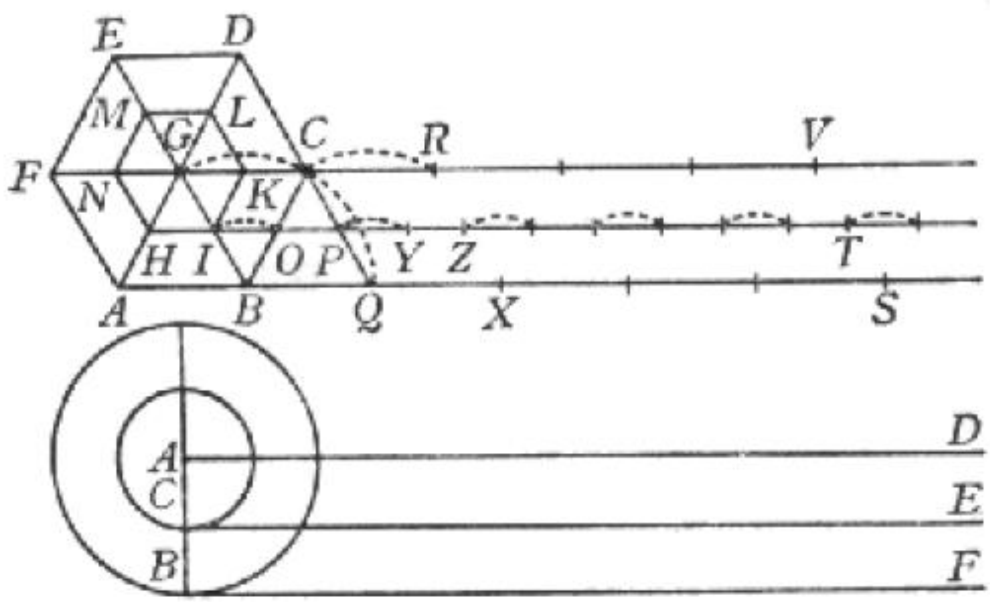


Figura 9
(*Opere*, VIII, p. 68)

Para tornar mais clara essa exposição, é interessante acompanhar que Galileu fornece inicialmente a construção de dois polígonos hexágonos circunscritos. Fazendo-se mover o maior ABCDEF ao longo da linha AS em direção de S, o qual carrega consigo o menor HIKLMN ao longo da linha HT em direção a T, paralela a GV, percebe-se que enquanto o ponto B do polígono maior permanece fixo, o ângulo AGB se eleva na direção de C, formando o arco GCQ, ao mesmo tempo em que o lado BC coincide com o lado BQ. Durante esse percurso, o ângulo BIO do hexágono menor descreverá fora da linha IT o arco IO, até que o lado IK coincida com OP. Vê-se nesse movimento que o centro G desloca-se sempre no exterior da linha GV, tocando-a novamente ao fim do movimento, somente após ter percorrido o arco GC. Em posições equivalentes, realiza-se o segundo passo do movimento, pelo qual o lado DC do hexágono maior se ajustará a QX, enquanto KL do menor alcançará YZ, saltando o arco PY, ao mesmo tempo em que o centro da figura tocará a reta GV somente no ponto R. Ao final das seis voltas dos polígonos, o hexágono maior terá traçado seis retas idênticas ao seu perímetro e sem interposições. Enquanto isso, o hexágono menor terá assinalado também seis retas iguais, porém interpostas por cinco arcos saltados debaixo dos quais ficam as cordas, partes da paralela HT, não tocadas pelo polígono (DNC, 1988, p. 26), ou seja, seis espaços vazios não tocados pelos lados do polígono. O centro do hexágono, ao mesmo tempo, terá tocado a reta HT somente em seis pontos de intercessão. Sendo que a reta HT e a reta AS ambas têm quase o mesmo comprimento, exceto pela medida do comprimento de uma corda de arco, somando inclusive as cordas desses cinco arcos na sua medida, vê-se que enquanto os lados do polígono maior formaram uma linha contígua e os lados do polígono menor descreveram seis retas interpostas de outros cinco espaços vazios. O ponto central dos hexágonos tão somente delineou seis distancias vagas, pontuadas pelos seis contatos isolados que o ponto central marcaria em linha reta.

O que acontece com esses hexágonos acontecerá, de acordo com Galileu, com todos os demais polígonos concêntricos, coesos e similares, submetidos à mesma rotação, independente do número de lados que tenham. A demonstração de Galileu pretende estabelecer, a respeito da rotação desses polígonos, que sendo as linhas percorridas por eles aproximadamente iguais, computam-se, no espaço percorrido pelo menor, os intervalos debaixo dos arcos, que não são tocados por nenhuma parte do perímetro desse polígono menor, ou seja, para a soma final das distâncias percorridas pela rotação desses dois polígonos, são considerados os espaços vazios que se interpõem aos diversos segmentos da linha descrita pelo polígono menor, como ocorre com a linha imaginária, que é descrita pela marcação pontual do centro do polígono. Assim, tanto as linhas contíguas quanto as linhas compostas de espaços vazios, serão da mesma forma desenvolvidas no movimento de rotação do sistema em questão.

A partir disso, é facilmente imaginável que o mesmo ocorrerá se o caso fictício for de um sistema composto por polígonos de mil lados. Percorrendo uma linha do tamanho de seu perímetro, o maior carrega consigo outro menor na medida em que percorre também uma linha contígua igual ao seu perímetro. Ao mesmo tempo, o menor descreverá da mesma forma uma linha do tamanho de seu perímetro, porém acrescentada da interposição de mil espaços vazios que intervêm na acomodação dos mil lados sobre a linha descrita.

Por fim, partindo do mesmo principio exposto até aqui, Galileu afirma que o mesmo ocorrerá ao tomar um ponto, A e ao seu redor traçar dois círculos concêntricos, de raio AB e AC respectivamente, a partir dos quais são traçadas as tangentes CE e BF, paralelas à reta AD, descrita a partir do centro dos círculos, fazendo-os girar sobre a tangente BF, de extensão igual não só ao perímetro do círculo, mas à CE e AD. Nesse caso, tanto o círculo menor quanto o centro A tocarão toda extensão das paralelas CE e AD. Todavia, o que acontece no caso dos círculos é o mesmo que ocorre no caso dos polígonos. A diferença, nesse último caso, é que a linha percorrida pelo polígono circunscrito não era tocada em toda sua extensão, enquanto no caso dos círculos, todas as partes da linha percorrida são tocadas pelo perímetro do círculo menor, o qual não se afasta da reta CE e, assim, percorre um comprimento maior que seu perímetro sem saltar nenhuma parte.

À questão de como isso é possível, Sagredo arrisca dizer que assim como o centro dos círculos, que é um único ponto, passa por toda a reta AD, também certos pontos da circunferência menor poderiam talvez deslizar em alguma parte da reta CE, conduzidos pelo giro do círculo maior. Todavia, duas razões se opõem a isso, afirma Salviati na sequência: primeiramente, não há nenhum motivo que leve algum ponto de contato, como C, por exemplo, a deslizar sobre a reta traçada enquanto outros a tocam apenas em determinados pontos imediatos. Além do que, se tais deslizamentos pudessem realmente acontecer, eles formariam não retas finitas, mas infinitas, posto que se fossem os pontos de contatos eles mesmos infinitos, também seria infinita a linha CE – que, no entanto, é uma linha finita. No mesmo sentido, à medida que o círculo maior muda de ponto de contato, o círculo menor também acompanha sua rotação. Pois não é possível traçar uma reta até A, que passe pelo ponto C, sem ser a partir de B, de tal forma que mudando o ponto de contato da circunferência maior, muda ao mesmo tempo o ponto de contato da menor. O que mostra como nenhum ponto da menor toca mais que um ponto da reta CE. Assim sendo, Galileu resolve a questão proposta ao mostrar que todos os lados da circunferência maior são necessariamente proporcionais aos lados da circunferência menor. De tal forma se mantêm no sistema dos círculos concêntricos as mesmas propriedades que foram admitidas previamente para o sistema dos polígonos concêntricos. A diferença especifica é de que no caso dos círculos os lados são infinitos e, por consequência, também o são os vazios.

Percebe-se facilmente que na rotação dos hexágonos, nenhum ponto do perímetro do polígono menor toca mais de uma vez a linha HT; pois, sendo a reta IK paralela a BC, ela somente coincidirá com IO no mesmo instante em que BC tocar BQ e, passado esse momento, IK fica novamente acima de OP. Se o número de lados for multiplicado até que sejam cem mil, a medida do perímetro do maior, com seus segmentos contínuos sobre a linha disposta, serão iguais à medida do perímetro do menor acrescida dos cem mil espaços vazios entre os seus lados.

Aceita a definição de que um círculo é um polígono de infinitos lados, é possível constatar que, à medida que a linha descrita pela circunferência maior é delineada, a linha da circunferência menor formada pelo giro do sistema completo corresponde à soma dos infinitos lados desse polígono menor, acrescidos da soma dos infinitos vazios interpostos entre eles. Assim, cada lado da circunferência menor correspondente a um lado da circunferência maior. Os lados de tais polígonos, do maior e do menor respectivamente, se resumem segundo Galileu:

> "aqueles infinitos pontos sem descontinuidade [isto é, sequenciais]; estes infinitos pontos alternados por uma infinidade de vazios (…). E isto que afirmamos para as linhas simples deve valer para as superfícies e para os corpos sólidos, considerando-os compostos de infinitos átomos desprovidos de grandeza" (DNC, 1988, p. 28).

Nesse caso, ressalta-se que não há extensão vazia entre um lado e outro do polígono com infinitos lados, justamente porque os mesmos lados (pontos) marcados pela rotação da circunferência maior são igualmente marcados na linha descrita pela menor.

4.2 Considerações sobre a coesão da matéria

O modelo da linha resolvida em infinitos pontos interpostos a infinitos vazios inextensos, ambos identificados durante o movimento de rotação do círculo, destina-se também às análises das superfícies e dos sólidos. Ao considerar os sólidos formados por infinitos planos delimitados em toda sua extensão por linhas, em cuja composição mínima estejam presentes aqueles infinitos indivisíveis, Galileu admite que tais sólidos fossem eles próprios formados, em ultima instância, por uma estrutura atômica – *di infiniti atomi non quanti* – que deve se representar pelo ponto matemático, indivisível.

Com a admissão de que os sólidos sejam compostos de elementos desprovidos de grandeza, Galileu pretende estabelecer que, quando se intenta dividi-los em partes que têm grandeza, não há como fazê-lo sem interpor espaços vazios e providos de grandeza entre suas partes. No caso da dissolução do globo de ouro exemplificado anteriormente, a quantidade de ouro se mantém inalterada, já que não estão presentes em sua extensão vazios providos de grandeza. Contudo, a mesma quantidade de ouro pode ser aplicada a espaços maiores do que os ocupados enquanto sólido, por estar dissolvido em seus infinitos indivisíveis. Assim, será sempre possível considerar que há uma profunda e última divisão efetuada que indica os últimos e infinitos componentes desprovidos de grandeza, como são matematicamente definidos os pontos em uma linha. Principalmente se levar-se em conta que, da mesma forma como são infinitos os átomos presentes em quantidades finitas, assim também o são os vácuos que se entremeiam àqueles átomos.

Pode-se agora retornar à problemática inicial, que consistia em saber qual seria a causa da coesão ou a resistência à separação entre as partes constitutivas dos corpos físicos. Galileu tende a compreender que a aversão ao vácuo seria o que mantém unidas as partículas mínimas da matéria, justapostas umas sobre as outras, como estiveram, no exemplo, as lâminas de mármore. Essa justaposição contígua de partes mínimas é assim revista como no caso da linha descrita pela circunferência do círculo maior, a linha BF, que descreve sua circunferência sem a interposição de quaisquer espaços vazios. Ao passo que, no caso da expansão do ouro dissolvido pela ação contínua do fogo, poder-se-ia admitir que o que ocorre é o movimento que descreve a linha CE, da circunferência do círculo menor, a qual estaria composta de pontos plenos e vazios. Enquanto os sólidos comportam átomos sequenciais, e de tal maneira justapostos uns com os outros, ao ponto de ser necessária uma grande violência para vencer a força gerada pela multiplicidade de vazios e separá-los, os metais liquefeitos, em contrapartida, se espalham de maneira variante em espaços os mais dispersos, sendo com muito mais facilidade separáveis e disseminados.

Se a causa desses fenômenos atribuídos à coesão pode ser a aversão que a natureza apresenta em admitir o vácuo, isso é o motivo da discussão entre Galileu e seus interlocutores, que resulta nas considerações geométricas acima esboçadas. Assim, não é ingênuo o artifício de efetuar uma argumentação que versa puramente sobre a geometria. O movimento de rotação dos sistemas hexagonal e circular (ou poligonal de infinitos lados) tem o objetivo de esclarecer, analogamente ao ponto geométrico, a natureza dos vácuos que mantém coesas as partes mínimas da matéria.

5 Identidade físico-matemática proposta como fundamento da teoria do movimento

5.1 Noção de ponto e átomo

A introdução da argumentação geométrica deve servir para mostrar que, se a matéria for homogênea, como ficou estabelecido por Galileu já de pronto na primeira jornada, ou seja, sempre a mesma em todas as partes da natureza, mostra-se evidente que dela, como de toda disposição eterna e necessária podem-se produzir demonstrações não menos rigorosas que as demonstrações matemáticas (DNC, 1988, p. 12).

A posição de Salviati é justamente o que leva a crer que o ponto geométrico pode ser identificado precisamente ao átomo físico, ambos da mesma natureza indivisível. Isso pressupõe que na matéria contínua de que é composta a natureza estão presentes átomos, que são identificados aos pontos das grandezas geométricas, as quais por sua vez são também quantidades contínuas tais como as linhas, os planos etc.. Pode-se supor que a leitura da natureza em linguagem matemática foi ao menos uma das razões que o levaram a considerar estes componentes como inextensos e, por fim, como componentes em número infinito de qualquer porção extensa de matéria (cf. Garcia, 2006, p. 114). A extensão dos corpos físicos é contínua e, assim, divisível, mas deve-se admitir que sua composição mínima fosse constituída de átomos indivisíveis. Da mesma forma que em qualquer porção extensa – por menor que ela seja – sempre é possível marcar um novo ponto, não se exaurem os átomos da matéria mesmo dividindo-a reiteradas em parte cada vez menores.

Ao contrário, vê-se que sempre há um pequeníssimo corpo extenso após sua metódica divisão. É, portanto, impossível alcançar os indivisíveis mesmo mediante a mais radical divisão em partes. De acordo com Festa (2000), a oposição de Aristóteles ao atomismo de Demócrito se baseia, sobre tudo, em uma contradição que estaria implícita na noção mesma de átomo físico indivisível. Em um texto[43] que cita explicitamente Demócrito, Aristóteles observa que, apesar das partes de um

[43] Aristóteles, *De anima,* 409a 10 - 409b 7. Para uma crítica em profundidade ao atomismo, ver *De generalione.et corruptione,* 316b 18 - 317a 31.

corpo material poder associar-se e separar-se, isto não prova de fato que o corpo esteja composto de átomos indivisíveis. Pois, se a matéria fosse verdadeiramente divisível em partes cada vez menores, a divisão deveria parar em certo ponto? O átomo de matéria de Demócrito deveria seguir sendo divisível e, por tanto, não continuaria sendo um átomo indivisível. Para Aristóteles a noção mesma de átomo conduz a una contradição, que impossibilita sua existência.

Algumas dificuldades eram imprescindíveis de serem levantadas, a respeito do que foi exposto, e foram formuladas pelos interlocutores de Salviati[44]. A primeira delas é como é possível que a reta AD, projetada a partir do ponto central das circunferências, seja igual às retas CE e BF, compostas uma por alternados de pontos vácuos e pontos plenos e outra por pontos sucessivos, respectivamente, se estas últimas são compostas de infinitos pontos e aquela de um ponto somente? A outra dificuldade, expressa por Simplício, é saber como é possível um método que compõe a linha a partir de pontos, o divisível a partir do indivisível ou o que tem grandeza a partir do que não tem. Por fim, a pressuposição do vácuo, cuja possibilidade fora tão veementemente refutada por Aristóteles.

Simplício argumenta ainda para sustentar a impossibilidade, certamente evidente, de se considerar que existam linhas maiores e menores, ambas igualmente compostas de pontos infinitos. A sugestão de Simplício é que, para compor a linha de infinitos indivisíveis, seria necessário admitir que, entre magnitudes de mesma espécie, exista algo maior que o infinito, posto que em linhas maiores deva haver uma infinidade maior de pontos do que há em linhas menores. Assim, dever-se-ia assumir, com a concepção galileana, noções virtualmente ininteligíveis de maior e de menor, noções cuja aplicação seria inaceitável entre magnitudes infinitas. A intenção será na sequencia explorar como Galileu resolve essas questões.

Para enfrentar o argumento da impossibilidade de uma linha traçada pelo movimento de um só ponto ser igual a uma linha traçada por uma infinidade deles, Galileu lança mão de uma construção puramente geométrica: supõe que duas superfícies iguais – e, assim, dois sólidos iguais que tenham por base tais

---

[44] As principais dificuldades resultantes da posição matemático-atomista que Galileu assume aqui são formuladas especificamente por Simplício. A despeito de um hábito em acreditar que Galileu comumente ironiza as explicações aristotélicas, ele não parece desmerecer as questões de que trata nessa parte da primeira jornada, as quais, ao fim das contas, são na sua maioria respostas a perguntas formuladas não pelo curioso Sagredo, e sim pelo metódico Simplício.

superfícies – podem ser diminuídas continuamente por uma secante deixando sempre restos iguais entre si, de tal forma que restariam entre eles apenas suas igualdades perpétuas: um dos sólidos se reduz a um só ponto e o outro, a uma linha de infinitos pontos (Figura 10).

A construção que ilustra essa proposição é a seguinte: imagine-se, por exemplo, o semicírculo AFB, com centro em C, inscrito num paralelogramo retangular ADEB, e a partir de C tracem-se as linhas retas CD e CE e por fim o raio CF perpendicular a AB e DE. Supondo que CF permanece imóvel, deve-se girar toda figura em torno do eixo CF, de forma que o retângulo ADEB formará um

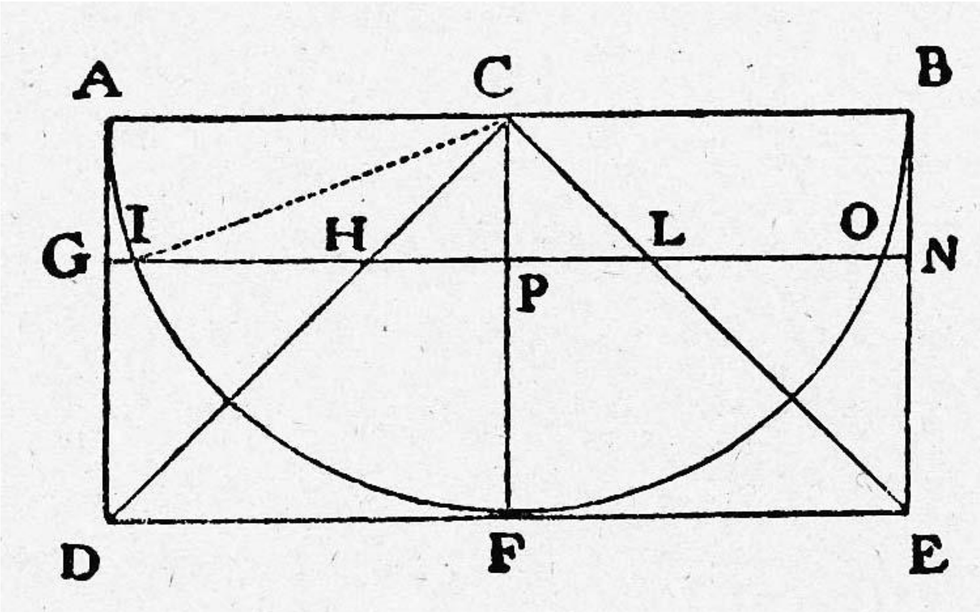


Figura 10

(Opere, VIII, p.74)

Galileu mostra que, ao suprimir a área da semi-esfera *AFB* disposta entre o cone *CDE* e a tigela *AIFOB*, as áreas desses dois últimos sólidos são iguais. Pois, visto que o ângulo *IPC* é reto,

$$IC^2 = IP^2 + PC^2$$

Mas *IC=AC=GP*, e *CP =PH*, visto que *GP=CF* e, então, *ACFD* é um quadrado.

Portanto,

$$GP^2 = IP^2 + PH^2$$

e assim,

$$GN^2 = IO^2 + HL^2$$

Dados que os círculos estão entre si como o quadrado dos seus diâmetros, o círculo cujo diâmetro é GN será igual aos dois círculos cujos diâmetros são IO e HL. Retirando-se o círculo comum, cujo diâmetro é IO, o resíduo do círculo GN será igual ao círculo cujo diâmetro é HL.

cilindro, o semicírculo AFB fará uma semiesfera e o triângulo CDE formará um cone. Retirando a parte do hemisfério (isto é, a semiesfera), restará o sólido que se chama de "tigela" e o cone. Visto que ambos têm o mesmo volume, ao traçar o plano GN paralelo à base DE, Galileu mostra que enquanto tal plano corta a tigela nos pontos G, I, O, N, corta igualmente o cone nos pontos H e L, de modo que o volume restante da tigela GAI, BON é sempre igual ao do cone CHL. À medida que o plano secante GN aproxima-se de AB, as partes que restam dos sólidos são sempre iguais, da mesma maneira que as superfícies que lhe servem de base. Assim, ao coincidir com a linha AB, o plano cortará a figura de tal forma que restará a circunferência do círculo envolta do cilindro e o ponto C, ápice do cone.

Também nesse caso, quando os sólidos diminuem gradativa e igualmente seus volumes, o que resta finalmente também deve ser igual, pois, por que não se deve considerá-los iguais se são os últimos remanescentes e vestígios deixados por grandezas iguais? [45] (DNC, 1988, p. 31).

Segue-se disso que todas as áreas circulares progressivamente menores, compreendidas entre os raios HL e GN, são iguais entre si, mesmo quando a área compreendida por GN coincide com a circunferência GN e aquela compreendida por HL coincide com o ponto C. Daí a igualdade geometricamente apresentada pela construção de que Galileu faz uso. Note-se ainda, que independentemente da dimensão extensiva que abranja o diâmetro da circunferência externa resultante da diminuição contínua provocada pelo plano secante, nesse modelo que é tratado aqui, ela ainda poderia ser igualada ao ponto central em questão.

De início, parece minimamente provável que Galileu tivesse a intenção de manter seus raciocínios *ad absurdum* apenas a fim de sustentar a argumentação geométrica a respeito da igualdade entre um ponto e uma linha em que estão contidos infinitos pontos. Mesmo antes de adentrar ao terreno dos argumentos puramente geométricos em que se encontra nesta parte da primeira jornada, Galileu partia de uma querela de caráter físico, a lembrar, como seria possível manterem-se unidas as partes constitutivas de um sólido. Ainda que seja matematicamente aceitável que infinitos pontos contidos em extensões finitas possam ser convertidos

[45] Galileu aplica o mesmo argumento aos hemisférios celestes, dizendo que "ainda que tais recipientes fossem capazes de conter os imensos hemisférios celestes, tanto as bordas superiores como os vértices dos cones aí contidos, conservando sempre a igualdade entre si acabariam as primeiras em circunferências iguais àquelas dos círculos máximos das órbitas celestes e os últimos em simples pontos" (DNC, 1988, p. 31).

em um único ponto, no domínio da natureza não é de imediato evidente nem a plausibilidade do mesmo tipo de conversão nem que a motivação de Galileu para propô-la é a solução de um problema encontrado na explicação anterior, baseada na analogia entre a linha composta de infinitos indivisíveis e a existência de infinitos átomos na composição mínima da matéria contínua.

5.2 Infinitos Confrontáveis

Galileu enuncia logo depois de demonstrada a igualdade entre um ponto e a circunferência de um círculo, algo que poderia se chamar de uma pseudoquestão. O problema, já apontado anteriormente, consistia em saber como é possível compor o divisível a partir do indivisível; no caso específico, linhas e demais grandezas extensas a partir de pontos. Salviati declara que comumente argumenta-se em favor dessa impossibilidade porque, se as linhas fossem necessariamente um aglomerado denso de pontos, poder-se-ia dizer que o que é indivisível é também divisível: quando dois indivisíveis se unem e formam uma quantidade, como é uma linha, por exemplo, seria até admissível pensar que essa linha fosse composta por três, cinco, sete ou outro número impar de pontos, para que, quando fosse partida ao meio, pudesse ser cortado justamente o ponto central da linha. Contudo, uma linha, como uma grandeza divisível, não pode ser composta por dois indivisíveis, nem por dez, por cem ou por mil. Mesmo assim deve haver a possibilidade de identificar nela infinitos indivisíveis. Caso contrário, dever-se-ia aceitar que o ponto indivisível, sobre o qual cai a linha divisória, seria divisível também. Chama-se essa uma pseudoquestão porque, apesar de parecer coerente, essa questão não coloca um problema real: pontos não compõem linhas propriamente falando.

Tanto é assim que Galileu suspende essa questão, substituindo-a por outro problema mais consistente, a saber, a existência de infinitudes de distintas magnitudes, tais como as linhas de tamanhos diversos que contém igualmente infinitos pontos. A solução para essa questão não é de forma alguma trivial, se considerar que uma reta é uma totalidade densa de infinitos pontos. Salviati apresenta a questão introduzindo uma diferenciação crucial entre quantidades finitas e infinitas, de tal modo que os atributos de maior, menor e igual não são aplicáveis às quantias infinitas, mas tão somente às quantidades finitas. Afirma claramente que essas são as dificuldades que se encontram quando se deseja discursar sobre o infinito a partir do finito, dando-lhe os mesmos atributos das coisas finitas e limitadas, pois as referências ao maior, menor e igual evidentemente são *relações*, tal qual a definição já diz, e necessitam de quantidades determinadas para se estabeleceram como tais, por isso não se aplicam às quantidades incomensuráveis.

Para sustentar esse princípio da incomparabilidade entre grandezas infinitas, Galileu recorre ao seguinte argumento: Dado os números quadrados:

$$1, 4, 9, ..., n,$$

que são os produtos da multiplicação de um número por ele mesmo, poder-se-ia dizer que eles existem em número menor que as raízes

$$1, 2, 3, ..., n,$$

que são os números que multiplicados por si mesmos tem como resultado os números quadrados? Posto que cada quadrado possua uma raiz e que cada um dos números naturais é raiz de um quadrado determinado e de mais nenhum, jamais se poderia dizer que as raízes existam em maior número que os quadrados, ainda que nem todos os números naturais sejam quadrados de números inteiros e, na medida em que os números se tornam maiores, os números quadrados sejam cada vez mais escassos, de modo que até cem existem somente dez números que são quadrados, que são sua décima parte, e em dez mil somente a centésima parte são quadrados e em um milhão somente a milésima parte dele é de números quadrados. Portanto, se fosse possível conceber o número infinito, seria necessário dizer que nele existem tantos quadrados quantos números naturais, já que cada um deles é raiz de um quadrado determinado. É necessário concluir, então, que ambos os tipos de números são infinitos, tanto os quadrados quanto suas raízes, e que a quantidade dos quadrados não é maior que a das raízes, nem menor, nem igual, pois são, em qualquer caso, quantidades infinitas, às quais – como resulta do presente argumento estabelecido – não se aplicam os atributos das quantidades finitas.

Analogamente, sendo que nas linhas é possível encontrar uma infinidade de pontos em cada uma, da mesma forma não há como compará-los em relação às suas quantidades, sejam as linhas maiores, menores ou iguais entre si [46]. Mas, ao

---

[46] Observa-se que os *segmentos* de linhas, enquanto totalidades contínuas, são entre si comparáveis (isto é, podem ser consideradas maiores ou menores ou iguais) a qualquer outro segmento. Todavia, como totalidades discretas, são incomparáveis, devido à natureza diversa dos pontos que podem ser marcados nelas.

aplicar às linhas, as mesmas consequências do artifício que Galileu utiliza para tratar dos números, conclui-se que em uma linha maior não há mais ou menos pontos que em uma menor, nem a quantidade é igual, posto que em ambas o que existem são infinitos pontos em cada, de forma que assim, seria possível dizer que em uma linha há tantos pontos quantos são os números quadrados, numa linha maior tantos quantos são as suas raízes e em outra menor tantos quantos são os números cubos, sendo que em todos os casos o número de pontos seria da mesma maneira infinito.

É importante notar aqui que, assim como não pode haver comparação entre magnitudes infinitas, também não pode haver entre magnitudes infinitas e finitas, ou seja, não pode haver também proporção entre o infinito e finito, pois dizer que o número infinito é maior que um milhão, por exemplo, significaria dizer que se aumentando cada vez mais tal número chegar-se-ia cada vez mais próximo do número infinito, o que não é verdade, posto que quanto maiores sejam os números tanto mais escassos são seus quadrados, o que faz com que, na perspectiva quantitativa, mais distante se lance ao infinito. Ao contrário do que aparentemente se passa, acrescentado números cada vez maiores à contagem, afasta-se cada vez mais do número infinito, no qual deveriam estar contidas as raízes de todos os quadrados e de todos os cubos. Analogamente, em uma linha, enquanto quantidade extensiva, as suas partes mesmo que tomadas como infinitas não podem ser comparadas às unidades mínimas que são os pontos. Novamente, se as partes que compõe uma linha são tanto quanto qualquer número dado, não há o que indique uma relação entre tal quantidade determinada e os pontos cujo montante é indefinido, ainda que se queira admitir os pontos da linha e a própria linha como diretamente relacionáveis.

Constatar que uma quantidade contínua tem em sua extensão infinitos indivisíveis, isto é, infinitos pontos, não é uma tese de fácil aceitação para os interlocutores de Salviati nos *Discorsi*. Quando a analogia com as propriedades dos objetos geométricos é o ponto de partida para a explicação da coesão dos corpos físicos, aparece evidente a necessidade de introduzir tais elementos de natureza indivisível também na composição mínima da matéria extensa. Partindo de tal necessidade, Salviati deve sem falta explicar aos seus interlocutores o porquê da introdução de mínimos indivisíveis em extensões contínuas. É Simplício quem questiona: "Mas se podemos continuar indefinidamente a divisão em partes que tem grandeza [*quante*], que necessidade temos de introduzir a esse respeito partes desprovidas de grandeza?" (DNC, 1988, p.34).

Um recurso mais lógico que matemático é utilizado para convencer os interlocutores da verdade do fato. Enquanto quantidades contínuas, as linhas podem ser finitas ou infinitas. Uma linha de extensão finita não deve ser composta por uma infinidade de segmentos de reta eles mesmos infinitos, pois, dessa forma, a linha em questão deveria não ter extensão finita, mas infinita, já que extensões infinitas não compõem linhas finitas, mas tão somente infinitas. Sabe-se que quantidades contínuas são aquelas que podem ser divididas e subdividas perpetuamente; assim, para que a divisão não tenha fim, elas devem ser compostas de elementos infinitos. Sabe-se também que tais elementos não podem ter grandeza, pois, como visto, elementos infinitos com grandeza formam extensões infinitas. Resta assim, então, a composição das linhas por infinitos elementos que não possuem grandeza, isto é, infinitos indivisíveis.

No entanto, mesmo que os segmentos de reta, que podem ser assinalados em qualquer linha dada, não possuam grandeza infinita, eles não são, contudo, imediatamente finitos. Esses segmentos de reta poderiam ser considerados infinitos e finitos, desde que fosse empregada a distinção aristotélica, aludida no contexto por Simplício, entre ato e potência, de tal modo que eles seriam finitos em ato e infinitos em potência [47]. É evidente que, se Galileu assume essa distinção aristotélica, terá que assumir uma contradição eminente em seu discurso, a saber, a consideração de que, mesmo por um recurso heurístico, as partes da linha em questão seriam em algum sentido infinitas, o que foi combatido de forma tão veemente até agora.

Mais uma vez, o recurso de Galileu para dissolver discordâncias agregará álgebra e geometria. A fim de evitar sutilmente a diferenciação aristotélica, ele supõe que os segmentos de reta em uma extensão finita não são nem finitos nem infinitos.

---

[47] A distinção entre potencia e ato, estabelecida por Aristóteles desempenhará um papel de primeiríssima ordem nas discussões sobre a composição do contínuo durante todo período medieval e até a época moderna. Tal distinção ocupará o centro da controvérsia entre adversários e defensores do método dos indivisíveis, introduzida na Itália por Boaventura Cavalieri na primeira metade do século XVII. Para Aristóteles, por tanto, as magnitudes espaço e tempo, como todas as magnitudes contínuas, são infinitamente divisíveis. Mas esta divisão pode-se imaginar somente em potencia, o que significa que os infinitos componentes indivisíveis não podem ser individuados em ato no contínuo (Cf. Festa, 2000, p. 84). A associação do infinito potencial – e somente potencial – com a infinita divisibilidade procede da convicção de Aristóteles segundo a qual a noção de átomo indivisível é contrária à lógica e ao senso comum.

Ora, se forem finitos, não é possível conceber um número maior deles, e se, em contrapartida, forem infinitos, a própria linha finita perde-se de sua definição. De fato, num continuo limitado como uma linha finita, as partes que têm grandeza não são nem finitas nem infinitas, de forma que existe um termo médio entre o finito e o infinito. Assim, as partes que compõe um contínuo não são finitas nem infinitas, mas tantas quantas qualquer número que se queira. As partes que têm grandeza não podem estar divididas em um número restrito de partes que não possa ser ampliado, tampouco podem ser infinitas, visto que nenhum número determinado é infinito. Com isso, Galileu conclui que, independentemente de estarem em ato ou em potência, as partes com grandeza de uma extensão limitada não se encontram nela em número infinito:

> "concedo, pois, aos Srs. Filósofos que o contínuo contém tantas partes quanto queiram e admito que as contenham em ato ou potência, conforme desejarem, porém acrescento que do mesmo modo (...) contém pontos infinitos. Chamai-os em ato ou em potência como melhor vos pareça, pois eu, Sr. Simplício, neste particular confio em vosso arbítrio e juízo" (DNC, 1988, p. 35).

Dessa forma, Galileu distancia-se da separação aristotélica entre ato e potencia, deixando de lado as conversações sobre esse assunto, em favor de atribuir um terceiro termo médio entre finito e infinito. Utilizando-se novamente da álgebra, como fez para explicar por que há linhas de tamanhos diferentes e todas com seus infinitos pontos, Galileu evoca aqui o fato de a progressão numérica infinita poder representar perfeitamente a perpétua divisibilidade das partes com grandeza em um contínuo limitado. As partes de uma grandeza contínua são tantas quantas qualquer número que possa ser determinado *ad infinito* – certamente não é o caso dos elementos de fato infinitos da linha, que não são partes propriamente ditas, como o são os pontos indivisíveis.

Isso leva à impossibilidade de consumar-se em ato a infinitude dos pontos de uma linha, pois o método de dividir uma reta em partes, começando por dividi-la em duas partes, depois em quatro e assim por diante, nunca chegará a encontrar todos os pontos de uma reta. Claramente Galileu alega a respeito disso que quem quisesse encontrar a infinidade de seus pontos por meio do processo de partição da linha, cometeria um gravíssimo erro, porque com esse procedimento não chegaria, nem mesmo na eternidade, a dividir todas as partes que tem grandeza e menos ainda alcançaria a totalidade dos pontos da linha – lembrando que mesmo que fosse possível *ad absurdum* localizar todos os segmentos de reta que podem ser distinguidos na linha, ainda assim, poder-se-ia marcar em cada um dos segmentos divididos, novamente infinitos pontos.

Da mesma forma, ao recordar a argumentação anterior, vê-se que ao acrescentar cada vez mais números à contagem nunca será possível alcançar a infinidade numérica, senão somente afastar-se dela (caso igualmente impossível quanto alcançar todas as partes de uma linha dada). A expectativa que se nutre aqui é a de que, como no número infinito deveriam estar contidos todos os quadrados, todos os cubos e todas as suas raízes (tomando o sentido dos números maiores, os quadrados são cada vez mais escassos e mais ainda os cubos etc.), realizando assim o processo contrário, ou seja, dirigindo-se à unidade, parece mais plausível encontrar o número infinito, já que a unidade é o único número que contém em si seu quadrado, seu cubo e é sua própria raiz, pois não há propriedade particular aos quadrados, aos cubos etc., que não se aplique à unidade.

Disso, deve-se seguir que se há um número verdadeiramente infinito como tal esse número é a unidade, o que parece, como pensou Galileu, ser uma das maravilhas que superam a capacidade da imaginação. Ele alerta para o perigo de errar gravemente quando se deseja discutir os infinitos com os atributos dos finitos, já que a natureza de ambos é completamente diversa. Essa advertência Galileu a fez quando mais retrospectivamente falava sobre a questão da composição da linha por pontos indivisíveis. Naquele contexto, Galileu argumentava a respeito da dificuldade de tratar de questões sobre grandezas infinitas unicamente levando em consideração um intelecto finito.[48] A unidade tomada aqui não como ponto de partida para a contagem, mas como fundamento das características que deve ter o número infinito em si mesmo, é nada mais que a exorbitância da diferenciação nem tão fácil de ser percebida entre entidades finitas e infinitas. Observe-se, por exemplo, a argumentação que se segue:

Tome-se a linha AB, dividida em partes desiguais pelo ponto C, e trace-se a partir de A e de B segmentos proporcionais a AC e BC. Acontecerá que a interseção dos segmentos proporcionais, ou seja, os pontos L, K, I, H etc., cairão todos sobre a

---

[48] “Não esqueçamos que estamos tratando dos infinitos e dos indivisíveis, aqueles incompreensíveis para nosso entendimento devido a sua grandeza, e estes, devido a sua pequenez” (DNC, 1988, p.29); “O infinito por si mesmo é incompreensível para nós, como ocorre com os indivisíveis” (idem p.32).

circunferência de um círculo, de tal forma que, mantendo sempre a mesma proporção que as linhas AC e BC, o ponto C poderá mover-se descrevendo sempre a circunferência de um círculo (Figura 11). Aumenta-se pontualmente o círculo quando se aproxima do ponto central O, por exemplo, e diminui-se cada vez mais ao aproximar-se de B, sendo que, a partir dos infinitos pontos que se pode tomar na linha OB, serão traçados círculos de qualquer tamanho, "menores que a pupila dos olhos de uma pulga, ou maiores que o equador do primeiro móvel" (DNC, 1988, p. 38).

Entrementes, segue-se da regra dada que, ao alcançar o ponto O a partir do qual a interseção dos segmentos proporcionais a AO e OB devem formar a circunferência de um círculo, será descrita uma circunferência não somente imensa, como as traçados a partir dos pontos mais próximos de O, mas infinita, levando-se em conta que a partir de O se traça também uma perpendicular à linha AB, na qual seus limites extremos últimos não se encontram nunca com os primeiros para compor uma figura. O ponto O descreve uma linha reta no lugar da circunferência de seu círculo, que não pode ser fechada, mas estende-se infinitamente.

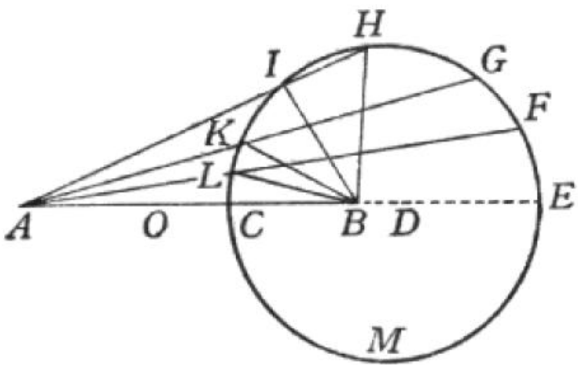


Figura 11

(*Opere*, VIII, p. 84)

Quando se intenta a transformação de uma figura finita em infinita, como no caso de um círculo, até chegar aos seus limites extremos, o que surge é uma aversão que remonta à essência dos objetos geométricos em si mesmos, pois, ver-se-á que estes mudam de tal forma sua essência que perdem, de acordo com as palavras de Salviati, totalmente sua "existência e possibilidade de existência [*perde l'essere e il poter essere*]" (DNC, 1988, p. 38). De tal modo, com essa argumentação de Galileu, fica suficientemente evidente que não pode existir um círculo infinito, nem esfera infinita nem qualquer outro corpo ou superfície de qualquer forma infinitos, pois todas as figuras geométricas para que se formem devem ser limitadas pelas suas extremidades.

Não há como não perceber aqui a identificação necessária que Galileu desejou estabelecer entre a unidade numérica e o ponto. É essa relação entre aritmética e geometria parece ser o único viés que mantém a coerência da argumentação galileana sobre a composição mínima da matéria esboçada na primeira jornada dos *Discorsi*. Isso porque, a identificação entre unidade numérica e ponto geométrico vai além do domínio matemático para estender-se indefinidamente no domínio dos objetos físicos[49]:

> "Ora, o que dizer desta metamorfose na passagem do finito ao infinito? E, por que devemos sentir aversão quando, procurando o infinito nos números, o encontramos na unidade? E quando quebramos um sólido em muitas partes, reduzindo-o a partículas tão mínimas como poeira, até dissolvê-lo em seus infinitos átomos indivisíveis, por que não podemos dizer que foi reduzido a um único contínuo, fluido como a água ou o mercúrio, ou mesmo metal liquefeito?" (DNC, 1988, p. 38).

Reafirma-se, claramente, que não existe divisão essencial que apareça na explanação de Galileu quando se está tratando de entidades puramente matemáticas e quando se está aplicando-as a objetos físicos. É importante pensar que independentemente do recurso à experiência, neste caso, o que se encontra é uma série de argumentos lógicos e explicações geométricas cujo intuito básico é fundamentar a teoria da composição mínima da matéria a partir de infinitos indivisíveis. Apesar da disparidade que isso possa representar, a argumentação de Galileu versa sobre a ideia de que: se a matéria é composta de indivisíveis, isso se deve ao fato de que ela é contínua.

5.3 A respeito dos indivisíveis na continuidade movimento

As dificuldades que foram apontadas na segunda seção – Teorema do grau médio – e na terceira seção – Teorema do quadrado dos tempos – não podem ser resolvidas somente com base no contexto em que se apresentam, isto é, na "Terceira jornada" dos *Discorsi*. O problema que concatena os graus de velocidade à

---

[49] A partir daqui, o teor da discussão volta-se completamente na direção de resolver o problema dos indivisíveis materiais. Galileu procurará, antes de demonstrar a verdade da última proposição geométrica, analisar o que há de particular nas partes mínimas dos corpos matérias.

extensão do tempo e os átomos indivisíveis à extensão contínua da matéria certamente encontra-se em situação semelhante, ou ainda, podem ser identificados como problemas equivalentes. Portanto, ponderar sobre a coesão da matéria, apesar da diferente ocasião em que se encontra sua explanação no trabalho de Galileu, serve imediatamente para discorrer sobre a natureza da velocidade. Essa investida é realizada a partir da noção de continuidade presente nos dois casos, aliada diretamente à presença de indivisíveis no interior das grandezas contínuas.

Como as figuras geométricas são grandezas contínuas são também infinitamente divisíveis em partes que possuem grandeza. No entanto, como já foi observado, Galileu demonstra a impossibilidade de defender que elas não possuam partes desprovidas de grandeza – possuem-nas e tais partes são fundamentais – os pontos são seus "componentes" [50] indivisíveis e infinitos. Essa noção de continuidade está claramente presente na teorização que Galileu faz do movimento natural, de forma que retoma diretamente a presenças dos infinitos pontos nas magnitudes extensas e, para tais, determina funções específicas.

Embora a exposição do Teorema do grau médio e a do Teorema do quadrado dos tempos sejam breves enquanto à aplicação dos elementos gráficos na demonstração do movimento acelerado, há outras ocasiões que podem servir à tarefa de identificar como Galileu atribuiu a continuidade da geometria à explicação dos movimentos naturais. Duas situações que parecem propícias para esse fim são abordadas na sequência.

Ainda, antes mesmo da publicação dos *Discorsi* em 1638, no *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano* [51] de 1632 Galileu dedica uma atenção especial ao tratar da natureza contínua que atribui ao movimento:

> "Ocorrendo que no movimento acelerado o aumento é contínuo, não se podem dividir os graus da velocidade, a qual sempre aumenta, em número determinado, pois variando de momento em momento (seus graus) são sempre infinitos" (*Opere*, VII, p. 255).

É à representação da velocidade que os pontos das grandezas contínuas são atribuídos neste caso. A continuidade do movimento, aparentemente nesta

---

[50] O grifo do termo é devido ao fato de que não são os pontos indivisíveis que compõe evidentemente a linha, mas estão presentes em sua composição mínima.

[51] (*Opere,* VII, p-p. 3-519) *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico e copernicano* – para referência: "*Dialogo*".

passagem, determina que a velocidade aqui tome a forma dos pontos infinitos e indivisíveis.

Para demonstrar do que se trata, Galileu fornece a seguinte demonstração: dado o triângulo ABC (Figura 12 - *Dialogo*), tomam-se do lado AC quantas partes iguais se queira, AD, DE, EF, FG, e traçam-se a partir dos pontos D, E, F, G, linhas retas paralelas à base BC; as partes marcadas da linha AC Galileu define como os tempos iguais, enquanto as paralelas traçadas a partir dos pontos D, E, F e G representam os graus de velocidade acelerados e igualmente crescentes nos tempos iguais; o ponto A representa o estado de repouso, de onde parte o móvel que, no tempo AD adquire o grau DH de velocidade, no tempo seguinte a velocidade que cresceu sobre o tempo DH alcança o grau EI, e assim sucessivamente de acordo com o tempo que se sucede.

É interessante notar nesta explicação do *Dialogo*, especialmente para esclarecer o Teorema I da terceira jornada dos *Discorsi*, a ênfase que Galileu procura dar para a natureza contínua da aceleração no movimento de queda. Diferentemente dos *Discorsi*, no *Dialogo*, há uma tendência clara à explanação da forma como os graus de velocidade se sucedem durante o transcorrer do tempo. Galileu afirma:

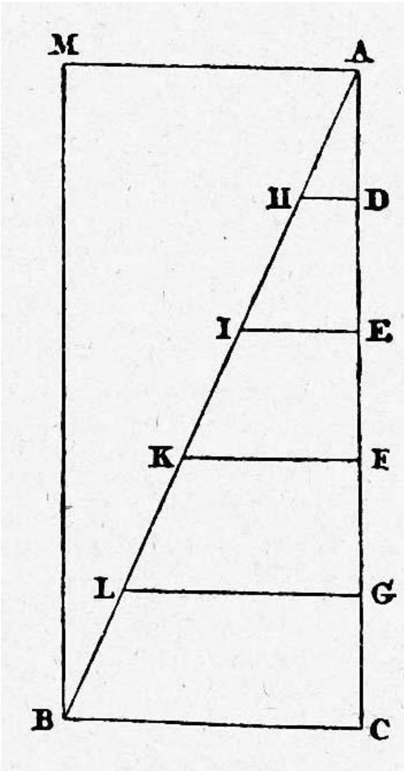


Figura 12 - *Dialogo*

(*Opere*, VII, p. 255)

> "(...) à medida que a aceleração se dá continuamente, de momento em momento, e não descontinuamente de partes em partes (*quanta*) de tempo, tendo definido o ponto A como momento mínimo de velocidade, ou seja, como estado de repouso e como primeiro instante do tempo seguinte AD, é evidente que a partir da aquisição do grau de velocidade DH, dado no tempo AD, (o móvel) tenha passado por tantos infinitos graus menores e menores, adquiridos nos infinitos instantes que existem no tempo DA, correspondentes aos infinitos pontos presentes na linha DA: mas para representar a infinidade de graus de velocidade que antecedem o grau DH, é necessário pensar infinitas linhas sempre menores e menores, que se compreende como tiradas dos infinitos pontos da linha DA, paralela à DH, essa infinidade de linhas representam finalmente a superfície do triângulo AHD." (*Opere*, VII, p. 255)

Na sequencia, Galileu completa o paralelogramo AMBC e sugere que sejam prolongas ao lado BM não somente as paralelas assinaladas no triângulo, mas a infinidade daquelas que se imagina terem sido formadas a partir de todos os pontos do lado AC, apesar de não ser possível traçá-las de fato é importante perceber que, para que funcione a argumentação, o leitor deve imaginá-las como se estivessem prolongadas realmente. E assim como BC era a máxima linha entre as infinitas no triângulo, representante do grau máximo de velocidade alcançado pelo móvel no movimento acelerado, toda a superfície desse triângulo era a massa e soma de toda a velocidade com a qual no tempo AC o móvel percorreu tal espaço.

Da mesma forma, Galileu afirma que também "o paralelogramo vem a ser a massa e o agregado" [52] dos mesmos graus de velocidade, ainda que, no caso do paralelogramo, todos os graus sejam iguais ao grau máximo BC. A massa de velocidade é o dobro da massa de velocidade crescente do triângulo, assim como o paralelogramo é o dobro do triângulo; porém, se o móvel em queda se serve dos graus de velocidade acelerados, conforme o triângulo ABC, passa em determinado tempo um determinado espaço, é razoável e provável que se servindo da velocidade uniforme, correspondente ao paralelogramo, passe também com o mesmo movimento (*moto equabile*) no mesmo tempo um espaço duplo do que havia passado no movimento acelerado.

Essa explicação é novamente descrita no Escólio ao Problema IX, Proposição XXIII dos *Discorsi,* situação em que Galileu retoma a primeira proposição da terceira jornada e esclarece que os infinitos graus de velocidade descritos no movimento continuamente acelerado, representado pelas paralelas à base do triângulo ABC, constituem elas mesmas a área do triângulo:

---

[52] Cf. Opere, VIII, p. 256

> "Retomemos, assim, o triangulo ABC, no qual as paralelas à base BC representam os graus de velocidade que crescem continuamente segundo o aumento do tempo, e como essas paralelas são infinitas, do mesmo modo que são infinitos os pontos da linha AC e os instantes de um tempo qualquer, elas constituirão a própria superfície do triangulo" (*Opere,* VIII, p.243).

Neste Escólio, Galileu sintetiza o Teorema I a respeito do movimento uniformemente acelerado. Afirma que se ao invés de descrever-se um movimento acelerado, no mesmo tempo dado, for descrito um movimento simplesmente uniforme com o maior grau alcançado representado por BC, então a soma dos graus de velocidade deste movimento uniforme representarão um agregado como o paralelogramo ADBC, exatamente o dobro do triângulo ABC (**Erro! Fonte de referência não encontrada.**). Assim também, o espaço percorrido pelo móvel com o grau máximo atingido em BC será o dobro do espaço percorrido com a velocidade representada

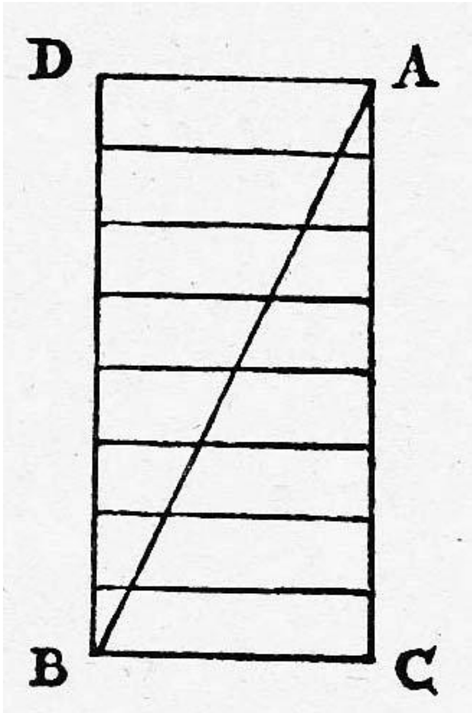


Figura 13 – *Discorsi*

(Opere, VIII, p. 243)

pelo triângulo ABC. De forma que os teoremas precedentes, em especial os Teoremas I e II, servem de base para essa demonstração [53].

---

[53] Assim como, no Teorema I, o móvel percorre o mesmo espaço, no mesmo tempo, com a metade do maior e ultimo grau alcançado no movimento acelerado, mantendo-o uniforme, aqui o móvel descreve no mesmo tempo o dobro do espaço, pois o percorre com um movimento uniforme, o qual, porém, mantém não a metade, mas o próprio grau máximo atingido no movimento acelerado.

O que deve ser notado aqui é que tempo, espaço e velocidade são representados no mesmo gráfico. É preciso compreender que a intenção dessa representação é justamente levantar a ideia de que existe uma correlação entre as infinitas linhas do triângulo com as infinitas linhas do paralelogramo, em determinado sentido essas linhas infinitas são as velocidades, em outro a área que as compreende representa o espaço percorrido. Assim, o espaço CD, percorrido num espaço igual ao tempo AC, seria então o dobro do espaço AC. Assim, AC é percorrido com um movimento acelerado a partir do repouso e na proporção das paralelas do triângulo, enquanto que CD é percorrido de acordo com as paralelas do paralelogramo que, tomadas em sua inifinitude, são o dobro das infinitas paralelas do triângulo (Cf. DNC, 1988, p.173). Observe-se que os termos utilizados aqui são, efetivamente, aqueles que fazem referência à forma de conceber duas quantidades infinitas em proporção matemática, pois a infinidade de uma é o dobro da infinidade da outra.

5.4 Considerações finais sobre a identidade físico-matemática nos *Discorsi*

O artifício utilizado por Galileu para comparar diretamente aqui as infinitas linhas do triângulo e do paralelogramo é a afirmação inicial de que tais infinitas linhas são elas propriamente as áreas das figuras que as comportam. Aqui se vê com nitidez como a argumentação de Galileu ao longo dos *Discorsi* segue do início ao fim os mesmos parâmetros. Não seria de forma nenhuma possível, dentro de uma geometria de tipo euclidiana, comparar duas quantidades infinitas; isso Galileu confessa abertamente quanto trata da estrutura atômica da matéria.

Ao mesmo tempo, é justamente na abordagem da constituição e coesão dos corpos físicos que Galileu parece fundamentar a possibilidade da correlação entre "agregados" infinitos. Se for possível identificar, como foi a intenção de Galileu, a infinidade da progressão dos números naturais à infinidade de pontos que são presentes em uma linha, então, da mesma maneira que na progressão numérica existem diferentes infinitos, como o caso dos infinitos números quadrados, cubos etc., e entre eles é possível estabelecer uma relação biunívoca, também é possível entre os pontos de linhas diferentes.

Essa relação parece mais evidente, não somente quando se trata da aplicação que Galileu faz do Teorema do grau médio, para o qual é necessário pensar na equivalência das infinitas linhas que compõe o triângulo e o paralelogramo como aquelas representantes dos graus de velocidade. Mas, especialmente no Teorema do quadrado dos tempos, ao mostrar a existência uma relação biunívoca entre a série dos números naturais representantes do tempo e a série também infinita de seus quadrados, Galileu faz uso de um elemento já estabelecido na Primeira jornada, sem remeter-se diretamente a ele, que é a possibilidade de compreender a natureza em geral da mesma forma que se compreendem as figuras da geometria.

Assim, tanto os corpos materiais quanto os constituintes básicos que estão presentes no movimento natural são relegados, não de forma simples ou direta, mas com uma grande quantidade de aplicações geométricas seguidas de suas explicações, aos mesmos princípios necessários e evidentes. Para que fossem tomados todos da mesma forma, não foi suficiente somente a aplicação da geometria ao estudo do movimento natural, mas um desenvolvimento mais amplo que diz respeito principalmente à coesão e natureza da matéria.

Conclusão

Este trabalho analisou a questão da natureza da velocidade para Galileu, a partir da aplicação da geometria na explicação do movimento natural, relacionando-a a duas outras questões centrais dos *Discorsi*, a saber, a causa da coesão e resistência dos corpos físicos e a correta descrição dos movimentos naturais e dos projéteis. Esse estudo envolveu referências a outros textos de Galileu tais como *Le Mecaniche,* "Discurso sobre as coisas que estão na água e nela flutuam" ou mesmo o *Dialogo,* além da comparação com as ideias de um autor medieval, Nicolas Oresme.

Pelo acompanhamento do desenrolar da Primeira Jornada foi possível perceber a necessidade, explicitada pelos interlocutores de Galileu, de estabelecer firmemente as opções do autor contra a tradição que pretendia criticar – a tradição aristotélica. Assim, as afirmações e definições da Primeira Jornada serviram para mostrar que a matéria é contínua, como toda magnitude geométrica, mas pode ser analisada também a partir de suas partes indivisíveis, como ocorre com todos os objetos da geometria. Não isento dos mesmos princípios, o movimento natural na Terceira Jornada segue as mesmas atribuições que a composição da matéria. Em diferentes ocasiões, Galileu toma um modo singular para resolver as questões colocadas. Pode-se dizer ainda que essa sua atitude possa ser a origem de boa parte da sua notoriedade na filosofia natural do século XVII.

Os estudos do movimento natural e o da coesão interna dos corpos encaminham-se, diretamente, para compreensão da natureza como alguma coisa passível de conhecimento verdadeiro, por meio do uso da geometria como instrumento fundamental. No primeiro caso, pode-se retomar a definição de movimento acelerado como aquele em que a intensificação da velocidade é proporcional à extensão do tempo. Remetida aos termos em que aparece no texto, diz-se que o movimento igualmente, ou uniformemente, acelerado é aquele em que, partindo do repouso, adquire em tempos iguais, momentos iguais de velocidade. Assim, seria possível avaliar tais momentos de velocidade em virtude de sua relação de proporcionalidade com o tempo em que decorre o movimento. Ao levar em conta que o móvel passa por cada grau de velocidade sem demorar-se mais que um instante em cada grau, pode-se compreender que a variação da velocidade em cada grau parece neste sentido ser proporcional ao instante de tempo e não à extensão temporal propriamente dita. Os instantes seriam nesta ocasião representados pelos pontos da linha perpendicular à variação da velocidade que preenche o gráfico da velocidade média citado anteriormente. É dessa maneira que o Teorema I da Terceira Jornada, além de estabelecer a variação de um movimento uniforme a um movimento acelerado, cria também uma relação com o domínio da teoria dos indivisíveis da Primeira Jornada, além de adentrar também ao terreno do infinito, meio no qual se desenvolve a investigação do movimento natural.

Apesar da variação da velocidade dar-se continuamente de acordo com a sucessão de pontos da linha que representa o tempo na figura em questão, quando se trata do teorema do grau médio, ela é medida pela soma das infinitas linhas que preenchem a área descrita durante o tempo previsto. Enquanto pontual é possível pensar a velocidade nos termos dos *Discorsi* como uma magnitude intensiva, que muda gradualmente. No entanto, quando Galileu soma as áreas das figuras relacionadas, o que está em questão é uma medida extensiva, plenamente passível de quantificação. Foi justamente essa dupla natureza da velocidade que aqui se pretendeu realçar explorando suas possíveis semelhanças com a própria explicação dos indivisíveis da primeira jornada, que oferece fundamento a admissão das entidades matemáticas como compostos tanto de divisível quanto de indivisível, ou ainda como quantidades tanto extensivas quanto intensivas.

A formulação geral da teoria do movimento natural de Galileu aponta para uma interpretação matematizada da velocidade, na medida em que os elementos que compõe o movimento natural são tomados como relacionáveis numericamente. A proporcionalidade da velocidade ao tempo poderia remeter, na própria definição do movimento naturalmente acelerado, a uma velocidade tomada como pontual, enquanto sua medida se relaciona aos instantes de tempo em que ocorre o movimento, porém estendida, quando a sua medida é a superfície do gráfico em questão.

Essa proporcionalidade ao tempo enquadraria na Terceira Jornada dos *Discorsi* a velocidade em uma categoria tal como é a do tempo, assim, geometricamente compatível aos mínimos indivisíveis, identificados no caso do tempo aos instantes e no caso da velocidade aos graus de variação que seriam pontuais. A leitura do *Tractatus* de Oresme ajuda a compreender que essa velocidade tomada como intensidade pôde ser extensionada em representação, por meio de sua aplicação a uma reta e depois a uma superfície, sem, entretanto, precisar ser tomada como quantidade numérica propriamente dita, naquele caso. Eram as "velocidades totais" as que determinavam as relações entre espaços e tempos, no *Tractatus* de Oresme, determinando o papel das velocidades no movimento uniforme. Assim, no *Tractatus* de Oresme a velocidade jamais poderia ser numericamente determinada em graus, como parecia ser a intenção de Galileu no Teorema II da Terceira Jornada. Nos *Discorsi* as "velocidades totais" representariam, portanto, a passagem necessária entre os graus de velocidade, que por não permanecerem mais que um instante não poderiam produzir movimento algum sensível, e as magnitudes cinemáticas tradicionais, espaço e tempo.

A geometrização do movimento local nos *Discorsi*, isolado da alteração e das mudanças internas e qualitativas em geral dos corpos em movimento, mostra-se declarada nas discussões que Galileu faz empreender com seus interlocutores. A intenção de tratar somente de movimentos espaço-temporais faz do trabalho de Galileu não um tratado matemático simplesmente, mas uma teoria física matemática sobre a natureza do movimento, o que parece ser uma das maiores preocupações do autor. Por isso, uma questão que fica evidente sempre quanto se remete à leitura dos *Discorsi* de Galileu, além da via histórica que considera tal texto predominantemente inovador, é a necessidade de aplicação da geometria à natureza real das coisas, o que o diferencia em grande medida dos seus interlocutores medievais.

A opção por tratar dos movimentos puramente locais trás consigo a necessidade de compreender a velocidade, especialmente, como liberada de suas posições qualitativas, sem que para isso seja efetivamente necessário abandonar o caráter intensivo desse elemento. Assim também se compreende o próprio movimento como ontologicamente modificado – relegado a um espaço em que não há lugar para variações qualitativas – tanto que até mesmo a imprecisão que a resistência do meio impõe ao movimento é colocada de fora, por não ser passível de tratamento científico, para usar os termos do próprio Galileu. A intensificação da velocidade, não mais como qualidade, é medida pela extensão pela qual decorre o tempo e, ao invés da representação da continuidade de que falara Oresme, são os instantes, que no limite são infinitos, que determinam a proporcionalidade da velocidade ao tempo.

O texto galileano que foi objeto de investigação nas seções acima se estende por diversas vias de acesso, muitas das quais uma leitura pré-guiada (pelas noções da física moderna) poderia fazer passar necessariamente despercebidas. Ao fim, crê-se que introdução de um possível interlocutor medieval de Galileu fez compreender a extensão da geometrização do movimento, se ela procurou ser acompanhada da matematização de seus elementos mais básicos; ou ainda, se foi a precoce interpretação desses elementos como entidades matemáticas que acarretou geometrizações efetivas, de fenômenos naturais, do tipo que são encontradas na obra de Galileu. Em síntese, tratar-se-ia aqui da aplicação da matemática na ciência galileana, em sentido geral, fundamentada pela própria essência do movimento natural dita por ele como matemática, isto é, o reconhecimento de tal natureza como verdadeira pareceu necessariamente responsável por propiciar uma abordagem geometrizada da natureza e de um elemento particularmente divergente da tradição anterior, como foi a velocidade.

Referências Bibliográficas

ARISTÓTELES. Acerca del cielo; Meteorológicos. Madrid: Gredos, 1996. 430 p. (Biblioteca Clasica Gredos).

____________. Tratados de lógica (organon) 1. Categorías y tópicos sobre las refutaciones sofísticas. Madrid: Gredos, 2001. 390 p. (Biblioteca Clasica Gredos).

____________. Física. Madrid: Gredos, 2002. 506 p. (Biblioteca Clasica Gredos).

BLAY, Michel. Infinito Y Movimiento En Galileo. Demostraciones Y Críticas. In: Montesinos, J. (Ed.). Galileo y la gestación de la ciencia moderna.: Fundación Canaria Orotava de Historia de La Ciencia. Canarias, pp. 279-293, 2001.

CAVEING, M Maurice. La proportionnalité des grandeurs dans la doctrine de la nature d'Aristote. Revue d'histoire des sciences, Lyon, Tome 47 n°2. pp. 163-188, 2/1994.

COHEN, I. B. The Birth of a New Physics. [Tradução Maria Alice Costa] O Nascimento de uma nova Física. Lisboa: Gradiva, 1988.

DE GANDT, F. Matemáticas y realidad física en el siglo XVII: de la velocidad de Galileo a las fluxiones de Newton. GUENARD, F. et LELIÈVRE, G. (orgs). Pensar la Matemática [trad. Carlos Bidón-Chanal], (pp. 41-68). Barcelona, España: Tusquets Editores.

DUCHEYNE, Steffen. Lessons from Galileo: The Pragmatic Model of Shared characteristics of Scientific Representation. Philosophia Naturalis, Ghent University, Belgium, vol.42, no2, pp. 213-234, 01/2005

________________. Galileo and Huygens on Free Fall: Mathematical and Methodological Differences. Dynamis, Barcelona, vol. 28, pp. 243-274, 2008.

EUCLIDES. Elementos Livros I,I, II,V e VI. [Traduçãocion Maria Luisa Puertas Castaños]. Madrid: Ed. Gredos, S. A., 1994.

FESTA, Egidio. Atomismo Y Continuo En El Origen De La Ciencia Moderna. Montesinos, J. (Ed.). Galileo y la gestación de la ciencia moderna.: Fundación Canaria Orotava de Historia de La Ciencia. Canarias, p. 81-96, 2001.

GALILEI, G. Duas Novas Ciências. Tradução Letizio Mariconda; Pablo R. Mariconda. 2.ed. Rio de Janeiro: Museu de Astronomia e Ciências Afins. São Paulo: Nova Stella,1988.

GALILEI, G. Le Opere di Galileo Galilei. Firenze: S.A.G.Barbèra, 1968.

GALILEI, Galileu. Carta de Galileu Galilei a Fortunio Liceti em Pádua. Sci. stud. 2003.

GARCÍA, M. S. La paradoja de Galileo. Asclepio: Revista de historia de la medicina y de la ciencia, Madri, Vol. 58, Fasc. 1, p-p. 113-148, 2006.

_____________.La teoría de indivisibles de Galileo y su geometrización del movimiento. Largo Campo Di Filosofare / Coord. Por José Montesinos, Carlos Solís Santos, Isbn 84-607-3613-X, La Orotava, v. 1, pp.445-457, Dez/2001.

GIUSTI, E. Los discursos sobre dos nuevas ciencias. Montesinos, J. (Ed.). Galileo y la gestación de la ciencia moderna.: Fundación Canaria Orotava de Historia de La Ciencia. Canarias, Acta IX, pp. 245–266, Jan/2001.

KANT, I. (1787) Crítica da Razão Pura. [Tradução de Valério Rohden e Udo Baldur Moosburger] São Paulo: Nova Cultural, 1987.

KING, P. Mediaeval Thought-Experiments: The Metamethodology of Mediæval Science. In: Edited by Horowitz, T. & J. Massey, G. Thought-Experiments in Science and philosophy. Savage: Rowman & Littlefield, 1991. P-p. 43–64.

KOYRÉ, A. Estudos de história do pensamento científico. [Tradução Márcio Ramalho] Brasília: Forense Universitária, 1994.

KOYRÉ, A. Estudos Galilaicos. Tradução Nuno F. da Fonseca. LISBOA: Publicações Dom Quixote, 1986.

MARICONDA, P. VASCONCELOS, J. “Galileu e a nova física”. 1ª Ed. 1ª ed – São Paulo, SP: Odysseus Editora, 2006.

MOLINA, FERNANDO T. La teoria galileana de la materia: resolutio e infinitos indivisibles. Física: Estudos Filosóficos e Históricos. AFHIC - Associação de Filosofia e Historia da Ciência do Cone Sul. Campinas, Vol. 1, p-p 39-64, 2006.

NASCIMENTO, C. A. De Tomás de Aquino a Galileu. Campinas: CH/UNICAMP, 1998.

ORESME, N. (137095) Tractatus de Configurationibus Qualitatum et Motuum. [Traduzido por P. Souffrin - J.P. Weiss] Paris: Belles Lettres, 1988.

ORESMIUS, N. Nicole Oresme and the medieval geometry of qualities and motions: a treatise on the uniformity and difformity of intensities known as Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum. [Tradução e Comentários de Marshall Clagett] Madison, Wis.: Univ. of Wisconsin Pr., 1968.

Pierre Duhem. Le Système du Monde, Vol. I e VIII, Hermann, PARIS, 1958.

ROSSI, P. A ciência e a Filosofia dos Modernos: aspectos da revolução científica. São Paulo: Editora UNESP, 1992.

SOUFFRIN, Pierre, Galilee et la tradition cinématique pré-classique. La proportionnalité velocitas-momentum revisitée. In: Le concept de vitesse d'Archimède à Galilée, Nice les 8, 9, 10 juin 1990, título do documento, *Cahier du séminaire d'épistémologie et d'histoire des sciences*, n° 22, 1990, p. 89-104.

O PAPEL DOS INDIVISIVEIS PARA A EXPLICAÇÃO DA VELOCIDADE NOS *DISCORSI* DE GALILEU

LISIANE BASSO

Versão Final aprovada pelo Orientador em ...../...../.........

Eduardo Salles de Oliveira Barra
(orientador)