

JOSÉ MARIA SOARES RODRIGUES

**A PROBABILIDADE COMO COMPONENTE CURRICULAR NA FORMAÇÃO
MATEMÁTICA INICIAL DE PROFESSORES POLIVALENTES**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
CURITIBA - 2011**

JOSÉ MARIA SOARES RODRIGUES

**A PROBABILIDADE COMO COMPONENTE CURRICULAR NA FORMAÇÃO
MATEMÁTICA INICIAL DE PROFESSORES POLIVALENTES**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação. Linha de Pesquisa: Educação Matemática.
Orientadora: Prof. Dra. Maria Tereza C. Soares

CURITIBA - 2011



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO



PARECER

Defesa de Tese de **JOSÉ MARIA SOARES RODRIGUES** para obtenção do Título de DOUTOR EM EDUCAÇÃO. Os abaixo-assinados, DR^a MARIA TEREZA CARNEIRO SOARES, DR^a CELI APARECIDA ESPASANDIN LOPES, DR^a MARIA LUCIA FARIA MORO, DR. IDEMAR VIZOLLI e DR. EMERSON ROLKOUSKI argüiram, nesta data, o candidato acima citado, o qual apresentou a seguinte Tese: “**A PROBABILIDADE COMO COMPONENTE CURRICULAR NA FORMAÇÃO MATEMÁTICA INICIAL DE PROFESSORES POLIVALENTES**”.

Procedida a argüição, segundo o Protocolo aprovado pelo Colegiado, a Banca é de Parecer que o candidato está apto ao Título de DOUTOR EM EDUCAÇÃO, tendo merecido as apreciações abaixo:

BANCA	ASSINATURA	APRECIÇÃO
DR ^a MARIA TEREZA CARNEIRO SOARES		Aprovado
DR ^a CELI APARECIDA ESPASANDIN LOPES		APROVADO
DR ^a MARIA LUCIA FARIA MORO		Aprovado
DR. IDEMAR VIZOLLI		Aprovado
DR. EMERSON ROLKOUSKI		Aprovado

Curitiba, 23 de fevereiro de 2011.

Profª Drª Mônica Ribeiro da Silva
Vice-Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Educação

Profª. Drª. Mônica Ribeiro da Silva
Vice-Coordenadora do Programa de
Pós-Graduação em Educação
Matr.: 125750

AGRADECIMENTOS

À Universidade Federal do Paraná, representada pelos professores e servidores administrativos do Programa de Pós-Graduação em Educação, pela acolhida calorosa e oportunidade que me deram de estudar.

À Professora Maria Tereza Carneiro Soares que, além de ser minha orientadora, mostrou-se uma amiga e companheira de profissão e me indicou caminhos e possibilidades para se ensinar bem.

À minha querida professora Maria Lúcia Faria Moro que me ensinou sobre sabedoria, generosidade, capacidade, competência e gentileza.

Às professoras Karla Almeida e Sônia Bertolo, da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Pará, pela colaboração que deram a este trabalho.

Às queridas alunas do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Pará, pela inspiração e motivação na realização deste estudo.

À minha família que ficou na torcida pela conclusão deste trabalho e esperando pelo meu retorno à Belém do Pará.

À minha querida e amada Osmarina Gerhardt da Costa, pela compreensão, companheirismo, amor, carinho e ajuda na realização desta tese.

Muito obrigado!

RESUMO

O presente estudo se constitui num ensaio teórico que tem como objetivo indicar conhecimentos necessários a compor uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes em cursos de Pedagogia. A coleta de dados para a construção do quadro teórico se deu por meio de levantamentos bibliográficos e documentais. O trabalho está organizado em cinco capítulos. O primeiro capítulo é relativo à introdução do estudo e traz a proposição do problema, a delimitação do objeto de estudo, o objetivo e descreve os procedimentos metodológicos. O segundo capítulo aborda a teoria das probabilidades como componente curricular, mostra contextos nos quais a noção de acaso foi interpretada, identifica diferentes concepções de probabilidade, identifica justificativas e objetivos para o ensino de noções de probabilidade na escola. O terceiro capítulo trata da problemática da formação matemática inicial de professores polivalentes, mostra o lugar dessa formação e o perfil de alguns alunos de Pedagogia, mostra e analisa resultados de estudos brasileiros sobre a formação matemática inicial de professores polivalentes, identifica conhecimentos necessários para a formação matemática do professor polivalente e identifica conteúdos propostos para essa formação. O quarto capítulo apresenta uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial do professor polivalente, indicando conhecimentos necessários a compor essa proposta e que estão pautados em aspectos relativos a fundamentos sociológicos e filosóficos; à cultura matemática escolar; ao processo ensino-aprendizagem e à didática da matemática. O quinto capítulo tece considerações sobre o estudo, apontando possibilidades e limites da proposta.

Palavras-chave: Educação matemática, Probabilidade, Ensino, Formação de Professores Polivalentes.

ABSTRACT

This theoretical research aims pointing out the knowledge needed to elaborate a proposal on notions of probability for pre-service elementary teacher education on Pedagogy undergraduate program. The data required for building the theoretical foundation was gathered by means of bibliographic and documental research. This dissertation is divided into five chapters. The first chapter presents the study, the statement of the problem, the subject studied, the goals and describes the methods. The second chapter includes the probability theory as a curricular component, points out contexts in which the random notion has been interpreted, identifies different conceptions of probability, identifies the teaching aims and goals of probability in schools. The third chapter discusses the problem of the pre-service elementary teacher education in mathematics, points out the place of education in the curriculum and the profile of Pedagogy undergraduate students, indicates and analyzes Brazilian researches about pre-service knowledge on mathematics education identifying the necessary knowledge on mathematics for such education. The fourth chapter raises questions about a proposal for pre-service elementary teacher education on probability and indicates four aspects concern this education: a) sociological and philosophical grounds, b) the mathematics culture of the school system, c) the teaching-learning process, and d) mathematics educations methods. Some considerations are discussed on the fifth pointing out possibilities and limits of this proposal.

Key words: Mathematics education, Probability Teaching, Pre-service Elementary Teacher Education

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	08
1.1	Proposição do problema	10
1.2	Delimitação do objeto de estudo	20
1.3	Objetivo	21
1.4	Procedimentos metodológicos	21
1.5	Apresentação do trabalho	25
2	TEORIA DAS PROBABILIDADES COMO COMPONENTE CURRICULAR	27
2.1	Modelos explicativos para o acaso	28
2.2	Teoria das probabilidades como modelo matemático do acaso	37
2.3	Teoria das probabilidades na matemática escolar	49
2.3.1	Uma questão de demanda social	50
2.3.2	Noções de probabilidade nos anos iniciais de escolarização	59
2.4	Considerações sobre o capítulo	65
3	FORMAÇÃO PARA ENSINAR MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS	66
3.1	O lugar da formação e o perfil de alunos de Pedagogia	67
3.2	Resultados de estudos e pesquisas brasileiras	72
3.3	A questão dos saberes docentes em relação à matemática escolar	86
3.4	Conteúdos abordados nessa formação	99
3.5	Considerações sobre o capítulo	107
4	UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE NOÇÕES DE PROBABILIDADE NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES POLIVALENTES	110
4.1	Aspecto relativo a fundamentos sociológicos e filosóficos	110
4.2	Aspecto relativo à cultura matemática escolar	114
4.3	Aspecto relativo ao processo ensino-aprendizagem	122
4.4	Aspecto relativo à didática da matemática	126
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	130
6	REFERÊNCIAS	140

Catálogo na Publicação
Aline Brugnari Juvenêncio – CRB 9ª/1504
Biblioteca de Ciências Humanas e Educação - UFPR

Rodrigues, Jose Maria Soares

A probabilidade como componente curricular na formação matemática inicial de professores polivalentes / Jose Maria Soares Rodrigues. – Curitiba, 2011.
150 f.

Orientadora: Profª. Drª. Maria Tereza C. Soares
Tese (Doutorado em Educação) – Setor de Educação,
Universidade Federal do Paraná.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Formação de professores. 3. Probabilidades. I. Título.

CDD 370.71

1 INTRODUÇÃO

O presente estudo se constitui num ensaio teórico que tem por objetivo indicar conhecimentos a compor uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes que se dá em cursos de Pedagogia. Para tanto, foi construído um quadro de referências com base em literatura que trata da teoria das probabilidades como componente curricular e em literatura que aborda a questão da formação matemática inicial de professores polivalentes.

Neste estudo, usamos a expressão “formação matemática” para nos referir à formação que visa preparar professores para o ensino de matemática e a expressão “professor polivalente” é usada para denominar o professor que atua nos anos iniciais de escolarização. Já a expressão “componente curricular” é usada para designar um dos saberes que integram o currículo, entendendo currículo como um conjunto de saberes que são propostos para ensino na escola.

O primeiro motivo que nos levou à realização do presente estudo reside no fato de que conhecimentos relativos a noções de probabilidade se fazem presentes, atualmente, em propostas para o ensino de matemática desde os anos iniciais de escolarização e, dessa forma, precisam ser compreendidos pelos professores que ensinam matemática nessa etapa de escolaridade.

O segundo motivo é a necessidade de darmos continuidade aos estudos iniciados no curso de mestrado sobre esse tema. Gostaríamos de aprofundar conhecimentos nessa área, uma vez que a literatura aponta variáveis que deixamos de considerar no mestrado como, por exemplo, a questão de

variáveis que interferem no processo ensino-aprendizagem de noções de probabilidade.

O terceiro motivo, e talvez o mais importante do ponto de vista da pesquisa, é a contribuição para uma base de conhecimentos sobre esse tema no âmbito da educação matemática brasileira, uma vez que, até onde pudemos alcançar, constatamos a existência de poucos estudos voltados para o ensino de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes.

O ponto de partida para nossos estudos reside na inquietação que temos em relação a conhecimentos considerados necessários à formação de professores polivalentes com vistas a prepará-los para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. Nessa perspectiva, decidimos focalizar especificamente a questão que gira em torno de conhecimentos relativos à probabilidade que devem ser contemplados nessa formação por meio de disciplinas específicas da área de matemática.

Trata-se de um estudo realizado por um professor de matemática que atua como formador de professores polivalentes no curso de Pedagogia da Faculdade de Educação do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Pará.

Mesmo que não se caracterize como uma investigação sobre a nossa própria prática educativa, é a partir dela e das inquietações nela produzidas que trazemos reflexões (pautadas em teóricos da educação e da educação matemática) com vistas a nos constituirmos cada vez mais como sujeitos autônomos, responsáveis pela produção de conhecimentos e pelo nosso desenvolvimento profissional.

1.1 Proposição do problema

A teoria das probabilidades tem assumido lugar de destaque nas propostas curriculares para o ensino de matemática na educação básica de muitos países. Podemos dizer que essa tendência se deve a mudanças ocorridas nas últimas décadas em termos de objetivos que se pretende alcançar com o ensino de matemática na escola e que são justificados pela demanda social. Esse lugar de destaque assumido pela teoria das probabilidades tem levado estudiosos da educação matemática a investigações sobre o ensino e aprendizagem de probabilidade em vários níveis de escolaridade (ABRAHAMSON, 2008; BATANERO, 2001, 2005, 2007; BOROVCNIK, 2008; COUTINHO, 1994, 2001, 2005; FERNANDES, 1999; JONES & THORNTON, 2005; KAPADIA, 2008; LOPES, 1998, 2003; PEARD, 2008, TRURAN, 2001, entre outros).

No Brasil, estudos relativos a noções de probabilidade são propostos desde os anos iniciais do ensino fundamental e integram o bloco tratamento da informação que é composto também por estudos de noções de combinatória e de estatística (BRASIL, 1997). Em países europeus, América do Norte e Austrália, a integração de probabilidade e estatística recebe o nome de estocástica (BOROVCNIK, 2008; LOPES, 1998; TRURAN, 2001) e o que leva autores de propostas curriculares a destacar esses conteúdos na atualidade é a demanda social. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância em função de seu uso na sociedade.

Em ambos os casos, tanto como tratamento da informação quanto como estocástica, espera-se, dentre outros objetivos, que os alunos compreendam a realidade na qual estão inseridos por meio de uma abordagem

matemática que lhes possibilite ler, interpretar, construir gráficos e tabelas para que possam entender as informações ali contidas; que entendam diversos tipos de agrupamentos para que possam lidar com a quantificação de possibilidades para uma tomada de decisão; que conheçam noções de probabilidade e estatística para lidar com situações do cotidiano tais como: risco; jogos de azar; clima; questões ambientais; questões econômicas; resultados de exames médicos, dentre outras situações que envolvem acaso e incerteza. Espera-se também que os alunos desenvolvam um tipo de raciocínio não determinístico que é considerado necessário para se compreender e transitar na sociedade contemporânea.

De acordo com Jones e Thornton (2005), alguns desses objetivos que se pretende alcançar com o ensino de probabilidade revelam uma posição epistemológica adotada por um número expressivo de pesquisadores no âmbito da educação matemática quando argumentam em favor da inclusão de estudos relativos à teoria das probabilidades nas propostas curriculares para o ensino de matemática na educação básica. Segundo esses autores, tais pesquisadores concebem a probabilidade como um tipo diferente de conhecimento que se relaciona com eventos aleatórios, riscos, fenômenos de chance na mídia, anúncios, propagandas, jogos e esportes. Esses pesquisadores que revelam essa posição epistemológica têm começado a desenvolver, mais especificamente, a noção de literacia probabilística para todos os cidadãos (JONES & THORNTON, 2005).

Em certa medida, alinhamo-nos a essa categoria de pesquisadores identificada por Jones e Thornton (2005), por acreditarmos que o desenvolvimento de um tipo de raciocínio não determinístico pode assumir lugar

de destaque em nosso momento histórico frente à necessidade de se compreender o espírito deste tempo em que a efemeridade se tornou marca registrada, informações são trocadas em todo o Planeta em tempo real e o fim das certezas é anunciado com base em demonstrações científicas.

Entendemos que quem consegue ser contemporâneo deste tempo tem o direito de opinar, de fazer julgamentos, de escolher o que melhor lhe convier, de fazer prognósticos probabilísticos, de arriscar etc.. Mas, nem todos conseguem ser contemporâneos do espírito deste momento histórico. Sabemos que o desenvolvimento científico que atingiu índices altíssimos no final do século XX e início do século XXI, colocando parte do Planeta na pós-modernidade, tem que conviver com situações de barbárie em que sujeitos dependentes e sem poder de escolha tendem a andar cabisbaixos, acreditando que as coisas são do jeito que são, numa visão determinista e linear do mundo que os rodeia.

Nesse cenário, a escola é apontada mais uma vez como uma das principais instituições responsáveis por uma educação que seja capaz de contribuir para a autonomia dos sujeitos. A esse respeito, entendemos que, mesmo que não seja a redentora de todos os problemas sociais, políticos, econômicos, culturais e tecnológicos, a escola desempenha um papel capital para a difusão de conhecimentos que permitam a compreensão do nosso modo de ser e estar no mundo.

Nesse sentido, acreditamos que a matemática escolar também poderia se constituir num meio para isso. Tratar-se-ia de uma educação pela matemática na qual se possibilitaria aos alunos condições para que mobilizassem conhecimentos construídos tanto dentro quanto fora da escola. Conhecimentos

estes *fundamentais* para transitarem no seu tempo, compreendendo fatos e fenômenos que lhes são apresentados.

Temos consciência de que não é a inclusão de um conteúdo matemático numa proposta curricular, como é o caso de estudos relativos a noções de probabilidade, que vai mudar esse cenário. Entretanto, reside aí nessa inclusão uma possibilidade para tal mudança. Alinhamo-nos àqueles autores que esperam que os conhecimentos matemáticos propostos para ensino na escola contribuam para o desenvolvimento de cidadãos conscientes, críticos e responsáveis capazes de enfrentar os desafios da sociedade contemporânea (BICUDO, 2003; D'AMBRÓSIO, 2005; LOPES, 1998, 2003, 2008; LOUREIRO, 2004; NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009; RODRIGUES, 2005; SERRAZINA, 2002; VELOSO, 2004, entre outros).

No Brasil, por exemplo, dentre os objetivos gerais que se pretende alcançar com o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização tem-se o de identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta (BRASIL, 1997). Nessa perspectiva, estudos relativos a noções de probabilidade foram incluídos em propostas curriculares para o ensino de matemática, desde os anos iniciais de escolarização, como um dos meios de a escola promover condições para que os alunos desenvolvam conhecimentos para lidar matematicamente com situações de acaso e incerteza que se fazem presentes em nosso cotidiano.

Entretanto, se por um lado, estudos relativos a noções de combinatória, probabilidade e estatística têm assumido lugar de destaque nas propostas curriculares para o ensino de matemática de muitos países como um dos meios para se tratar matematicamente situações de acaso e incerteza, por outro lado

verifica-se que os estudos relativos a noções de estatística têm sido priorizados em relação aos demais, tanto no ensino quanto na pesquisa.

No Brasil, por exemplo, num levantamento que fizemos no site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), no Grupo de Trabalho que trata de ensino de probabilidade e estatística (GT 12), constatamos a existência de uma produção de dissertações e teses mais voltada à estatística, conforme se pode verificar pela tabela 1.

Tabela 1 – Número de dissertações e teses informadas no site do GT 12 da SBEM por tema/assunto

Tema/assunto	Dissertações	Teses
Estatística	17	8
Probabilidade	5	3
Probabilidade e Estatística	2	1
Combinatória	3	-
Tratamento da Informação	6	-

Essa situação que constatamos no Brasil também tem sido constatada em nível internacional. Diante desse cenário, argumenta-se sobre a necessidade de se produzir mais trabalhos no âmbito da probabilidade. Nessa perspectiva, no 11º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME), realizado em 2008, na cidade de Monterrey, no México, houve um grupo de trabalho que tratou especificamente de pesquisa e desenvolvimento no ensino e aprendizagem de Probabilidade (GT13).

Na chamada para publicação e divulgação de estudos nessa área, os organizadores desse GT13 reconhecem que a probabilidade e a estatística são conteúdos recentemente incluídos nas propostas curriculares para o ensino de

matemática na educação básica e que a estatística enquanto aplicação é incontestável em sua relevância. Entretanto, afirmam que as discussões sobre probabilidade são mais ambivalentes, ressaltando a necessidade e a importância da formação de um grupo para tratar especificamente de questões relativas ao ensino e aprendizagem de probabilidade em todos os níveis de escolaridade e, mais especificamente, no nível da educação básica.

No entendimento de Borovcnik (2008), quando a probabilidade é reduzida à sua concepção clássica, baseada principalmente em combinatória ou num tratamento formal em nível de matemática superior, ela pode ser vista como irrelevante permitindo que apenas o elemento estatístico seja levado em conta para lidar com a estocástica. Entretanto, esse autor acredita que existem alguns argumentos poderosos em favor de um forte papel para a probabilidade dentro do currículo estocástico. Ele afirma que:

- a) julgamentos probabilísticos seguros apóiam o pensamento racional das pessoas na tomada de decisões em situações importantes, tais como exames médicos, veredictos judiciais, investimentos, avaliações, etc.;
- b) o raciocínio sobre incerteza é uma ferramenta importante atualmente. Por exemplo, o conceito de risco (não apenas os do mercado financeiro) e seu impacto em nossas tomadas de decisões todos os dias;
- c) a probabilidade é essencial no entendimento de procedimentos inferenciais em estatística;

d) a probabilidade oferece uma ferramenta para modelar e “criar” realidade. Por exemplo, a física moderna não pode ser formulada sem referências a conceitos probabilísticos.

Na visão desse autor, o desafio é ensinar probabilidade por meio de materiais e ferramentas projetados para encorajar a compreensão. Para ele, o foco tem que se centrar na criação de aproximações de probabilidade que sejam mais acessíveis e motivadoras, utilizando-se aplicações práticas mais apropriadas. Ele sugere que os procedimentos didáticos contemplem também as visões frequentista e subjetiva de probabilidade.

Essas recomendações ocorrem porque muitos fenômenos aleatórios não são explicados única e exclusivamente por meio do modelo clássico de probabilidades, que se baseia em espaços igualmente prováveis. Existem fenômenos aleatórios cujas explicações matemáticas se dão por meio da observação da frequência com que ocorrem (visão frequentista) ou dependem do conhecimento daquele que arrisca o prognóstico probabilístico (visão subjetiva), conforme iremos detalhar no capítulo que aborda a teoria das probabilidades como componente curricular.

Essas justificativas, associadas aos objetivos e as proposições acerca do conhecimento de e sobre probabilidade na matemática escolar, apontam para a importância e a necessidade de se realizar estudos e pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de probabilidade nos diversos níveis de escolaridade.

Neste trabalho abordamos a questão do ensino de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes. Essa formação se dá nos cursos de Pedagogia e Normal Superior, de acordo com a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), Lei nº 9.394/96. Decidimos

focalizar especificamente a formação matemática que se dá em cursos de Pedagogia por conta de nossa atuação docente no curso de Pedagogia da Faculdade de Educação do Instituto de Educação da Universidade Federal do Pará.

A formação inicial de professores polivalentes se constitui num campo de investigações que tem merecido atenção de estudiosos no âmbito da educação matemática no que tange à preparação desses professores para o ensino de matemática nos anos iniciais. Essa preparação tem sido evidenciada, dentre outros motivos, por conta do papel e da importância atribuídos ultimamente à matemática dos anos iniciais de escolarização e que jogam uma grande responsabilidade aos professores que atuam nessa etapa de escolaridade.

Se antes havia uma concepção dominante de que a matemática dos anos iniciais era elementar, fácil de ser ensinada, e que professores dessa etapa da escolaridade não precisavam ter conhecimentos ampliados da mesma; atualmente espera-se que esses professores desenvolvam a compreensão dos conceitos matemáticos para que possam promover um ensino de qualidade que dê condições aos alunos de enfrentar o mundo contemporâneo. Essa nova concepção requer que os professores polivalentes tenham uma formação matemática *sólida* e eficaz (CURI, 2004, 2005; GAIO & DUARTE, 2004; NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009).

Dentre os conteúdos matemáticos que esses professores polivalentes irão ensinar nos anos iniciais de escolarização estão os relativos à probabilidade que tem como principal finalidade possibilitar

que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em

situações nas quais o aluno realiza experiências e observa eventos (em espaços equiprováveis) (BRASIL, p. 56-57).

No entendimento de Lopes (2008), todos os objetivos que se esperam alcançar com o ensino de probabilidade e estatística no ensino fundamental devem ser esperados também dos professores que irão ensiná-los. Estarão os cursos de formação inicial preparando os professores polivalentes para lidar com o ensino desse conteúdo matemático?

Entendemos que a formação inicial de professores polivalentes deve proporcionar experiências de aprendizagem para que esses futuros professores possam compreender as justificativas para a inclusão de probabilidade no currículo escolar; os objetivos que se pretende alcançar com esses estudos; e os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais relativos à probabilidade que são propostos para se atingir tais objetivos.

Nossa experiência docente tem mostrado que, não obstante a proposição de estudos relativos a noções de combinatória, de probabilidade e de estatística se fazer presente em orientações curriculares para o ensino de matemática nas escolas brasileiras, desde 1997, tais conteúdos ainda não são conhecidos por muitos professores e futuros professores polivalentes.

Num levantamento de dados que realizamos (por meio de questionário) junto a alunos do curso de licenciatura em Pedagogia da Universidade Federal do Pará, instituição em que trabalhamos como formador de professores, constatamos que nenhum deles sabia da existência do bloco tratamento da informação tal como proposto para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. Isso nos remete à responsabilidade que a formação inicial desses futuros professores tem em relação ao ensino desse bloco de conteúdo.

Dada a importância de estudos relativos à probabilidade desde os anos iniciais de escolarização, como já mencionado no início deste ensaio, é preciso que os cursos de formação de professores polivalentes incluam esses estudos em suas propostas curriculares, por meio das disciplinas voltadas para a formação matemática desses professores. Sem conhecimento e compreensão desse conteúdo por parte desses professores podemos levantar a hipótese de que eles, provavelmente, não abordarão esses conteúdos ou se restringirão àquilo que está no livro didático de matemática.

Nos estudos de Bigatão Junior (2007) é mostrado que professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental que ensinam conteúdos estocásticos, na maioria das vezes, não dominam tais conteúdos sem o auxílio do livro didático ou de algum material pedagógico. Na conclusão de seus estudos esse autor se vale da máxima que diz: ninguém ensina o que não sabe. O que dizer então da formação de professores polivalentes?

Bayer et al (2005) afirmam que o debate sobre a importância da estatística e da probabilidade na escola é um assunto vencido e consumado; sua relevância e importância, hoje, são indiscutíveis. Segundo esses autores, neste momento, cabem os debates referentes ao ensino desses tópicos, bem como estimular o professor de matemática a buscar sua atualização nessa área.

Do nosso ponto de vista, o debate sobre a importância de estudos relativos a noções de estatística e probabilidade na escola não é assunto nem vencido e nem consumado. Essa importância talvez esteja clara para alguns pesquisadores e para elaboradores de propostas curriculares para o ensino de matemática, mas existem professores no Brasil que ainda precisam ser convencidos da importância desses conteúdos.

Concordamos com Bayer et al (2005) sobre a necessidade de se produzir materiais que sirvam de apoio didático aos professores. Contudo, esses materiais deveriam ser fundamentados em orientações e resultados de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de combinatória, probabilidade e estatística, uma vez que parece haver uma enorme lacuna entre o que tem sido pesquisado e o que está sendo feito em sala de aula.

Concordamos também com Bayer et al (2005) quando dizem que o professor deve se aproximar dos aspectos históricos desses conteúdos e de suas aplicações em situações reais. A esse respeito, existem proposições tanto de estudiosos nacionais quanto de internacionais (ARA, 2006; BIGATÃO JUNIOR, 2007; BOROVCNIK, 2008; COUTINHO, 1994, 2005; KAPADIA, 2008; LOPES, 1998, 1999, 2003, 2004, 2008; OLIVEIRA, 2006; RODRIGUES, 2005; WATSON, 2008, entre outros).

1.2 Delimitação do objeto de estudo

De tudo que pudemos constatar quanto à necessidade e à importância de se realizar estudos e pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de probabilidade nos diversos níveis escolares, bem como sobre a inclusão de estudos relativos a noções de probabilidade desde os anos iniciais do ensino fundamental, decidimos delimitar nossa investigação ao curso de Pedagogia porque na atualidade é um dos cursos que formam o professor que ensina matemática nos anos iniciais de escolarização (BRASIL, 2006).

Um segundo motivo para a delimitação de nosso campo de investigação reside no fato de atuarmos como formador de professores no curso

de Pedagogia da Universidade Federal do Pará. Nesse curso estamos responsáveis pela disciplina Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino de Matemática que tem a seguinte ementa:

concepção histórica e filosófica da matemática enquanto ciência e atividade humana; educação matemática nos diferentes níveis de escolaridade; os conteúdos matemáticos para a educação infantil e para os anos iniciais do ensino fundamental no Brasil; perspectivas e abordagens didáticas para o ensino de matemática; avaliação em educação matemática; análise de livros didáticos e de propostas para o ensino de matemática.

Considerando que atualmente estudos relativos a noções de probabilidade integram propostas curriculares para o ensino de matemática desde os anos iniciais do ensino fundamental e que, portanto, devem fazer parte também da formação dos professores que irão atuar nessa etapa de escolaridade, colocamo-nos a seguinte questão norteadora: **Que conhecimentos devem compor uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação de professores polivalentes, numa disciplina de matemática em um curso de Pedagogia?**

1.3 Objetivo

Indicar conhecimentos necessários a compor uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes.

1.4 Procedimentos metodológicos

Na realização do presente estudo, a exemplo de muitos alunos de cursos de mestrado e doutorado, tivemos dificuldades em delimitar nosso objeto de estudo porque, como na maioria dos casos, tínhamos dúvidas sobre o que

focalizar dentro de um vasto campo de possibilidades que a temática oferecia. Até que situações desse tipo sejam resolvidas a questão do tempo se torna um dos maiores problemas a ser enfrentado pelo pesquisador.

Junto com a delimitação do objeto de estudo, da elaboração da questão norteadora e o estabelecimento do objetivo, veio a questão de como fazer o trabalho. Ou seja, a questão dos procedimentos metodológicos que se pretendia usar para dar conta do nosso objeto de estudo. Ao decidirmos que a pesquisa seria de natureza teórica, várias questões começaram a nos preocupar, dentre elas o “fato” de que um estudo dessa natureza exige um profundo conhecimento argumentativo do pesquisador.

Essa modalidade de pesquisa pode ser caracterizada como um estudo ou ensaio teórico quando tem por objetivo a (re) construção e/ou desenvolvimento de “teorias, conceitos, idéias, ideologias, polêmicas, tendo em vista, em termos imediatos, aprimorar fundamentos teóricos” ou desenvolver quadros de referência (DEMO, 2000, p. 20).

De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), nesse tipo de estudo o pesquisador não utiliza dados e fatos empíricos para validar uma tese ou ponto de vista, mas a construção de uma rede de conceitos e argumentos desenvolvidos com rigor e coerência lógica. Já no entendimento de Severino (1978, p. 121), o estudo teórico se caracteriza como “bem desenvolvido, formal, discursivo e concludente, consistindo numa exposição lógica e reflexiva e numa argumentação rigorosa com alto nível de interpretação e julgamento pessoal”.

Nesse sentido, para construir um quadro teórico que nos possibilitasse indicar conhecimentos necessários a uma proposta curricular para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes, que se constitui em objetivo da nossa pesquisa, decidimos abordar a questão da teoria das probabilidades como componente curricular e abordar a

questão da formação inicial de professores polivalentes para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

Esse esforço de elaboração teórica é essencial, pois o quadro referencial clarifica a lógica de construção do objeto de pesquisa, orienta a definição de categorias e constructos relevantes e dá suporte às relações antecipadas nas hipóteses, além de constituir o principal instrumento para a interpretação dos resultados da pesquisa (ALVES-MAZZOTTI, 2002, p. 182).

A coleta de dados para construção de nosso quadro teórico se deu por meio de levantamentos bibliográficos e documentais. Nesse tipo de pesquisa bibliográfica/documental, a coleta de informações é feita a partir de fichamento das leituras (FIORENTINI & LORENZATO, p. 102). Nesse sentido, lemos e fichamos obras sobre formação de professores, de um modo geral, e formação de professores que ensinam matemática, de modo específico, dentre elas: Marcelo Garcia (1999); Zeichner (1993); Perrenoud (1997); Nóvoa (1995, 2002); Vieira (2002); Amaral (2002); Nunes (2002); Bicudo (1999); D'Ambrósio (1986, 1997, 1999); Fiorentini (2003a); Curi (2003, 2004); Pires (2000); Poletini (1999); Bukowitz (2005); Rodrigues (2005); Gomes (2006); Zimer (2008); Nacarato (2009) e Santos (2009). Os dados coletados nos possibilitaram um panorama mais ampliado acerca desses temas.

Estudamos documentos oficiais – diretrizes e parâmetros curriculares – que tratam da formação inicial de professores polivalentes. Levantamos informações em artigos de revistas especializadas na área de educação matemática (SBEM, BOLEMA, QUADRANTE, por exemplo); consultamos sites na internet (NCTM, APM, entre outros); lemos numerosos artigos publicados em anais de congressos de educação matemática; assim como lemos vários relatórios de dissertações de mestrado e teses de doutorado que focalizavam

temas sobre formação de professores que ensinam matemática e sobre ensino e aprendizagem de probabilidade.

Dentre os autores que abordam o ensino e aprendizagem de probabilidade e estatística em diversos níveis de escolaridade e, mais especificamente, nos anos iniciais de escolarização, estudamos obras de: Lopes (1998, 2003); Borralho (1993); Loureiro (2000); Ponte e Fonseca (2000, 2001); Abrahamson (2008); Batanero (2001, 2005, 2007); Borovcnik (2008); Coutinho (1994, 2001, 2005, 2007); Fernandes (1999); Jones e Thornton (2005); Kapadia (2008); Peard (2008); Truran (2001), entre outros.

Lemos e fichamos obras de autores que tratam de saberes docentes de um modo geral, assim como aqueles que discutem essa questão no âmbito da educação matemática, tais como: Shulman (1986 e 1987); Deborah Ball (2001); Curi (2004); Gaio & Duarte (2004); Serrazina (2002) e Veloso (2004). Lemos e fichamos obras de autores que tratam de questões curriculares e obras de autores que abordam o acaso no âmbito da Filosofia, da Psicologia, da Biologia e da Arte.

Todos esses estudos nos colocaram diante de um imenso cenário que muitas vezes ficou difícil de visualizar ante as numerosas informações coletadas. Identificar e selecionar as que considerávamos pertinente à realização de nossos estudos não foi uma tarefa fácil. Foi um verdadeiro trabalho de garimpagem que possibilitou indicativos com vistas à composição de conhecimentos que deveriam integrar uma proposta para o ensino de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes.

Por um lado, a opção por uma pesquisa de natureza teórica nos preocupou bastante porque

o nível de teorização possível em um dado estudo vai depender do conhecimento acumulado sobre o problema focalizado, da capacidade do pesquisador para avaliar a adequação das teorizações disponíveis aos fenômenos por ele observados ou, no caso de este ter optado por uma “teoria fundamentada”, de sua capacidade de construção teórica (ALVES-MAZZOTTI, 2002, p. 182).

Por outro lado, essa opção nos colocou o desafio de superar medos e, ao mesmo tempo, avançar no sentido de contribuir para a construção de uma base de conhecimentos necessários à educação matemática, à nossa prática educativa e ao nosso desenvolvimento profissional.

De posse de um enorme volume de dados, precisávamos organizá-los com vistas a sua compreensão. Por meio de um processo continuado procuramos identificar dimensões, categorias, tendências, padrões, relações, na tentativa de desvendar significados. De acordo com Alves-Mazzotti (2002, p. 181), “este é um processo complexo, não-linear, que implica um trabalho de redução, organização e interpretação dos dados que se inicia já na fase exploratória e acompanha toda a investigação”.

1.5 Apresentação do trabalho

A partir do levantamento dos dados, organizamos este estudo em cinco capítulos. O primeiro capítulo consiste nesta introdução do estudo em que propusemos o problema; delimitamos o objeto de estudo; estabelecemos o objetivo e descrevemos os procedimentos metodológicos.

No segundo capítulo, abordamos a teoria das probabilidades como componente curricular; mostramos contextos nos quais a noção de acaso foi interpretada; abordamos a teoria das probabilidades como um modelo matemático do acaso; identificamos diferentes concepções de probabilidade; identificamos

ferramentas matemáticas usadas no cálculo de probabilidades; identificamos justificativas e objetivos para o ensino de probabilidade na escola; identificamos proposições para o ensino de probabilidade nos anos iniciais de escolarização.

No terceiro capítulo, tratamos da problemática da formação matemática inicial de professores polivalentes; mostramos o lugar dessa formação e o perfil de alguns alunos de Pedagogia; mostramos e analisamos resultados de estudos brasileiros sobre a formação matemática de professores polivalentes; identificamos conhecimentos necessários para a formação matemática do professor polivalente; identificamos conteúdos propostos para essa formação.

No quarto capítulo, apresentamos uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial do professor polivalente, indicando conhecimentos necessários a compor essa proposta e que estão pautados em aspectos relativos a fundamentos sociológicos e filosóficos; à cultura matemática escolar; ao processo ensino-aprendizagem e à didática da matemática. No quinto e último capítulo, tecemos considerações sobre o estudo, apontando possibilidades e limites da proposta.

2 TEORIA DAS PROBABILIDADES COMO COMPONENTE CURRICULAR

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática incluíram estudos relativos a noções de probabilidade desde os anos iniciais de escolarização com a finalidade de que os alunos compreendam que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. De acordo com esses documentos, as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser explorados na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos em espaços equiprováveis (BRASIL, 1997, p. 57).

Por se constituir num conteúdo matemático relativamente novo nas propostas curriculares para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização, é preciso que os professores que atuam nesse nível de escolaridade compreendam as variadas justificativas para sua inclusão e os objetivos que se pretende alcançar, além daqueles contidos nos PCN de Matemática, bem como as ferramentas matemáticas utilizadas nesse conteúdo.

Nesse sentido, mostramos contextos nos quais a noção de acaso foi interpretada para que, então, possamos abordar a teoria das probabilidades como um modelo matemático do acaso. Trazemos justificativas para a inclusão de probabilidade nas propostas curriculares para o ensino de matemática e os objetivos que se pretende alcançar. Mostramos conteúdos que têm sido propostos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais de escolarização com vistas a ter critérios para o que deve ser abordado na formação inicial de professores que ensinam matemática nesse segmento de escolaridade.

2.1 Modelos explicativos para o acaso

Na tentativa de compreender e transformar o mundo à sua volta o ser humano cria os mais variados modelos explicativos. Para Granger (1969), o modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções. Nesse sentido, a busca de compreensão e explicações para fenômenos de natureza aleatória que envolve o acaso levou o ser humano a criar modelos explicativos na religião, na mitologia, na filosofia e na ciência, dentre outros âmbitos do conhecimento, de modo a aquietar o espírito racional.

Do ponto de vista histórico temos que a idéia de acaso data da Antiguidade e teve nos jogos de azar e nas crenças os seus primeiros contextos. Coutinho (2007) nos informa que os povos que viviam na Mesopotâmia ou no Egito Antigo relacionavam a idéia do acaso às intervenções divinas ou sobrenaturais e que tais relações se traduziam nas práticas de consulta de presságios ou às predições das pitonisas a fim de prever o futuro e interpretar a vontade dos deuses. Segundo essa autora, esse tipo de relação com o acaso, associando-o com a crença em intervenções divinas, será uma constante no comportamento humano ao longo do tempo.

As fontes históricas nos mostram que jogos de azar foram utilizados com objetivos de lazer, porém integrando uma dimensão mística ou psicológica do acaso. As ferramentas matemáticas necessárias ao desenvolvimento deste ramo do conhecimento, tais como o raciocínio combinatório e o cálculo de proporções, já eram conhecidos há muitos séculos. No entanto, houve um longo

intervalo de tempo até que os primeiros estudos sistemáticos fossem elaborados por Girolamo Cardano no século XVI (COUTINHO, 1994, 2001, 2007; BOROVCNIK, 1991; LOPES, 1998; SILVA, 2002; entre outros).

Alguns autores justificam essa demora dizendo que obras científicas que tratassem de uma possível sistematização de jogos de azar não seriam consideradas sérias, já que os jogos não eram vistos com bons olhos pelos sábios. Além disso, os primeiros dados não possuíam um balanceamento perfeito e isso impedia que fosse percebida alguma regularidade dos eventos possíveis. Na verdade, a falta de regularidade nos resultados de lançamentos de dados ocorria porque eles eram feitos de ossos diferentes e de animais diferentes (COUTINHO, 1994, 2001, 2007; BOROVCNIK, 1991).

Outra causa apontada para o atraso da matematização do acaso reside na crença de que seria uma ousadia querer compreender e intervir no acaso já que ele se encontrava no domínio divino. Durante muito tempo se acreditou que os acontecimentos terrenos eram dirigidos por 'Deus' ou pelos deuses. Assim, se o resultado do lançamento de um dado era este ou aquele, isto era simplesmente a manifestação da(s) vontade(s) divina(s).

Na mitologia romana, por exemplo, havia uma deusa chamada Fortuna que regia a sorte (boa ou má) e a esperança. Essa deusa tinha como correspondente grega a divindade Tique. A deusa Fortuna era representada portando uma cornucópia¹ e um timão, que simbolizavam a distribuição de bens e a coordenação da vida dos homens. Geralmente estava cega ou com os olhos vendados (como a moderna imagem da justiça), pois distribuía seus desígnios

¹ Cornucópia simboliza fertilidade, riqueza e abundância. É representada por um vaso em forma de chifre, com frutas e flores se espalhando dele.

aleatoriamente. Em algumas obras a deusa Fortuna é representada girando uma roda (roda da Fortuna) de forma aleatória. Acreditava-se que ao se mudar as posições das pessoas sobre a roda, algumas sofreriam grande infortúnio, enquanto outras ganhariam lucros inesperados (LESTIENNE, 2008).

Já no âmbito da Filosofia existem três distinções sobre acaso que se entrecruzaram: a) o conceito subjetivista em que a imprevisibilidade e a indeterminação do evento casual são atribuídas à ignorância ou à confusão do homem; b) o conceito objetivista que atribui o evento casual à mistura e à interseção das causas e; c) a interpretação moderna que considera o acaso como a insuficiência de probabilidades na previsão. Este último conceito é o mais geral e o menos metafísico (ABBAGNANO, 2000).

De acordo com o primeiro conceito, a sorte seria uma causa superior e divina, oculta para a inteligência humana. Os Estóicos equiparavam o acaso ao erro ou à ilusão. Eles julgavam que tudo acontece no mundo por absoluta necessidade racional. No entendimento de Abbagnano,

quem admite uma necessidade desse gênero e a atribui (como achavam os Estóicos) à divindade imanente no cosmos ou à ordem mecânica do universo não pode admitir a realidade dos eventos que costumam ser chamados de acidentais ou fortuitos e muito menos do acaso como princípio ou categoria de tais eventos; deve ver neles a ação necessária da causa reconhecida em ato no universo, negando como ilusão ou erro o seu caráter casual (ABBAGNANO, 2000, p. 11).

Esse é o motivo por que Kant (1724–1804) negou a existência do acaso. Ele modelou as suas categorias e os seus princípios *a priori* sobre a física newtoniana, inteiramente fundada no princípio da causalidade. Ele fez dessa negação um dos princípios *a priori* do intelecto. Kant considera que “a proposição ‘nada ocorre por acaso’ é uma lei *a priori* da natureza” (ABBAGNANO, 2000, p. 12).

Adepto desse conceito subjetivista de acaso, Hegel (1770–1831) partiu do princípio da perfeita racionalidade do real e atribuiu o acaso à natureza. Ou melhor, via “na natureza ‘uma acidentalidade desregulada e desenfreada’, mas na medida em que a natureza não está adequada à substância racional do real e, por isso, carece ela própria de realidade” (ABBAGNANO, 2000, p. 12). De modo análogo, na filosofia contemporânea, Henri Bergson (1859–1941) explicou o acaso pela troca, meramente subjetiva, entre a ordem mecânica e a ordem vital ou espiritual.

O segundo conceito de acaso tem caráter objetivo e consiste no entrecruzar-se de duas ou mais ordens ou séries diversas de causas e a mais antiga das interpretações desse tipo é a de Aristóteles. Abbagnano (2000) afirma que para Aristóteles o acaso não se verificava nem nas coisas que acontecem sempre do mesmo modo, nem nas que acontecem quase sempre do mesmo modo, mas entre as que ocorrem por exceção e sem qualquer uniformidade.

Nesta perspectiva, Aristóteles atribuiu o acaso à esfera do imprevisível, isto é, do que acontece fora do necessário (“o que acontece sempre do mesmo modo”) e do uniforme (“o que acontece quase sempre do mesmo modo”). Essa noção de encontro, de enredamento de séries causais para a explicação do acaso, foi retomada na Idade Moderna por filósofos, matemáticos e economistas, que reconheceram a importância da noção de *probabilidade* para a interpretação da realidade em geral (ABBAGNANO, 2000, p. 12).

O terceiro conceito de acaso pode-se fazer remontar a David Hume (1711–1776). Parece que Hume quis reduzir o acaso a um fenômeno puramente subjetivo, uma vez que para este filósofo não existe “acaso” como noção ou categoria em si, e tampouco existe a “causa” no sentido necessário e absoluto do

termo; existe somente a “probabilidade”. Abbagnano (2000) afirma que, desse ponto de vista, o acaso torna-se um exemplo particular de juízo de probabilidade mais precisamente e de que a própria probabilidade não tem relevância suficiente para permitir prever um evento. O acaso foi considerado uma espécie de *entropia* e o conceito relativo é empregado comumente no campo da informação e da cibernética (ABBAGNANO, 2000, p. 13).

Do ponto de vista psicológico, os estudos de Piaget e Inhelder (s/d) sobre a origem da idéia de acaso na criança nos possibilitam compreender como se dá o desenvolvimento da noção de probabilidade. Na mesma linha de outros estudos que revelaram a existência de três estágios significativos, esses autores encontraram também esses mesmos estágios na construção da idéia de acaso pela criança.

A questão norteadora dos estudos desses pesquisadores sobre a origem da idéia de acaso na criança foi formulada por um matemático que trabalhava com a teoria das probabilidades e que gostaria de saber se haveria no “homem normal uma ‘intuição da probabilidade’ tão fundamental e de uso tão freqüente como, por exemplo, a intuição de número inteiro” (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 9)

Piaget e Inhelder (s/d) responderam que sim. Eles partem do fato de que existem coisas que ocorrem em nossa volta que não podem ser previstas de antemão com precisão absoluta, mas que mesmo assim as pessoas de um modo geral, ao vivenciá-las, arriscam prognósticos na tentativa de compreendê-las e conviver com elas. Então, entendem que esse tipo de atitude das pessoas frente a situações dessa natureza leva a crer que o homem normal “possui” uma intuição de probabilidade.

Além de admitir a existência de uma intuição de probabilidade no homem normal, adulto e civilizado, esses autores dizem que o papel dessa intuição pode ser comparado ao papel de diversos esquemas práticos de caráter numérico ou espacial. Entretanto, esses autores queriam saber se tal intuição seria inata ou calcada sobre certo nível mental e, se fosse calcada, qual o mecanismo de sua aquisição (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 10).

Para esses autores, deixando-se de lado os estados psicopatológicos e passionais que interferem em prognósticos probabilísticos, “existem duas espécies de campos psicológicos perfeitamente normais, nos quais as noções de imprevisto e probabilismo manifestam-se de formas mais ou menos estranhas: a mentalidade primitiva e a da criança” (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 10).

De acordo com Piaget e Inhelder (s/d, p. 10), “Lévy-Bruhl considerava a ausência da noção de acaso como um dos caracteres essenciais da mentalidade primitiva” e que “a intuição das probabilidades não poderia se manifestar numa mentalidade pré-científica da mesma forma que em nós”. Afirmam que a moderna concepção do acaso se opõe simultaneamente a dois tipos de causalidade.

Por um lado se distingue do determinismo puramente mecânico cujas ligações espaço-temporais são idealmente reversíveis no que implica a intervenção de uma mistura irreversível (...). Por outro lado, e ainda nesse terreno da mistura ou da interferência das sequências causais, a moderna concepção de acaso contradiz de forma radical o conceito de milagre, pois sugere exatamente que a mistura tem suas leis enquanto que o milagre é a negação dessas leis (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 10-11).

Esses autores afirmam que causalidade mecânica e milagre parecem se constituir em “duas razões para que o primitivo permaneça insensível à idéia de acaso numa proporção naturalmente superior à nossa” (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 11). Mas de que forma o primitivo entrevê a possibilidade de uma causalidade mecânica?

No entendimento de Piaget e Inhelder (s/d, p. 11), mesmo que os trabalhos de Lévy-Bruhl sejam considerados importantíssimos por terem trazido representações coletivas “primitivas”, tanto a parte técnica quanto a “utilização individual quotidiana e diferenciada dos conceitos primitivos ainda nos escapam e, portanto, no que diz respeito à idéia de acaso, esses aspectos do pensamento podem ter importância”.

Os resultados dos estudos de Piaget e Inhelder (s/d) sobre a origem da idéia do acaso na criança mostram que:

O primeiro estágio de desenvolvimento da idéia de acaso pela criança (que ocorreria antes dos 7- 8 anos de idade) “se caracteriza pela ausência de operações propriamente ditas, isto é, de composição reversível; os raciocínios em jogo permanecem então pré-lógicos e são regulados apenas por sistemas de regulações intuitivas” (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 294).

Nesse estágio, no que diz respeito à evolução das operações combinatórias, “a criança nem sequer entrevê a possibilidade de um sistema que lhe permita achar, sem esquecer nenhuma, todas as combinações duas a duas, todas as permutações, ou todos os arranjos dois a dois realizáveis por meio de alguns elementos” (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 294). Isso ocorre porque, segundo esses autores, trata-se de operações multiplicativas particulares e que as crianças nesse estágio não são capazes nem sequer das operações aditivas e multiplicativas simples.

Durante esse primeiro estágio, a criança não distingue o possível e o necessário e se move, pois, numa esfera de ação tão afastada do acaso como a própria operação. Seu pensamento oscila entre o previsível e o imprevisto, mas nada é para ela nem seguramente previsível, quer dizer, dedutível segundo um elo de necessidade; nem seguramente imprevisto, quer dizer, fortuito (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 294).

De acordo com esses autores, por volta dos 7-8 a 11-12 anos começa um segundo período que marca uma transformação da idéia de acaso que “se caracteriza pela construção dos grupamentos operatórios de ordem lógica e numérica, porém num plano essencialmente concreto, ou seja, relativo a objetos manipuláveis representáveis no detalhe de suas relações reais” (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 294).

Nessa fase, por um lado, com efeito, a descoberta da necessidade dedutiva ou operatória permite ao sujeito conceber, por antítese, o caráter dedutivo das transformações fortuitas isoladas e de distinguir entre o necessário e o simplesmente possível. Por outro lado, o encaixe operatório das partes complementares de um todo (p. ex.: A e A' em B) leva à disjunção 'concreta': se x é B, ele pode ser A ou A'; e essa disjunção concreta ocasiona, pelo próprio fato, a noção de duplas ou de múltiplas possibilidades, que implica todo julgamento de probabilidade (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 296).

Mas, é somente no terceiro estágio (após 11-12 anos) que o julgamento de probabilidade se organiza, “por uma espécie de choque em volta da operação sobre o acaso” (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 296). Nessa fase, “há a síntese entre o acaso e as operações, permitindo estas estruturar o campo das dispersões fortuitas em um sistema de probabilidades, por uma espécie de assimilação analógica do fortuito ao operatório” (p. 297). Segundo esses autores, concorrem para esse resultado dois processos correlativos.

De um lado a construção dos sistemas combinatórios – marcada pela descoberta de um método que permite efetuar o conjunto das operações possíveis sobre um pequeno número de elementos – leva o sujeito a conceber a brassagem como o resultado de tais transformações, mas executadas sem ordem e realizando apenas parte das possibilidades particulares. Por outro lado, o pensamento formal, que permite a construção de tais sistemas combinatórios, leva igualmente à descoberta das proporções: a lei dos grandes números, que aplica as relações de proporcionalidade a essas mesmas operações combinatórias, leva então o sujeito a conceber a legitimidade de uma composição probabilista das modificações fortuitas, no sentido de uma dispersão proporcionalmente sempre mais regular, e, por conseguinte acessível – na sua totalidade, senão no detalhe – à previsão racional (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 297).

Segundo esses autores, ao atingir um patamar mais avançado da evolução individual da idéia de acaso, as probabilidades baseadas nos grandes números assinalam “uma espécie de síntese entre a operação e o fortuito – após a antítese, a principio radical, sentida no início do segundo período, e a não diferenciação própria do primeiro” (PIAGET & INHELDER, s/d, p. 297).

Mesmo que Piaget e Inhelder não tenham sido motivados por nenhum interesse em probabilidade como componente curricular, seus trabalhos inspiraram muitos pesquisadores a se debruçarem sobre o ensino e aprendizagem de probabilidade. Seus estudos sobre probabilidade geraram poderosas conclusões sobre raciocínio conceitual associado com idéias tais como: aleatoriedade; espaço amostral; combinações; eventos mais ou menos prováveis; distribuição de probabilidades e lei dos grandes números.

Além de interpretações mitológicas, filosóficas e psicológicas existem abordagens sobre o conceito de acaso em diversos ramos do conhecimento humano. O estudo de Lahanier-Reuter (1998) mostra que esse conceito tem sido tematizado no campo da Literatura, da História, da Geografia, entre outros. Em nossas investigações, encontramos abordagens do conceito de acaso também no campo da Arte (OSTROWER, 1990) e da Biologia (LESTIENNE, 2008).

Mesmo que o ser humano tenha convivido com situações aleatórias no decorrer de sua existência e que a noção de acaso tenha seus primeiros contextos nos jogos de azar, o desenvolvimento das idéias que formam a base da teoria das probabilidades ocorreu bem mais tarde. Os primeiros estudos dedicados ao cálculo de probabilidade foram iniciados por Girolamo Cardano (1547) e desenvolvidos posteriormente por Pascal e Fermat (1654), J. Bernoulli (1713), Bayes (1763), Laplace (1825) até os estudos de Kolmogorov (1933) que é

tido como responsável pela teoria das probabilidades numa perspectiva axiomática. Nessa trajetória, identificam-se diferentes abordagens teóricas que servem para mostrar a relação da matemática com o acaso e os obstáculos epistemológicos que se fizeram presentes no percurso desse desenvolvimento (COUTINHO, 1994, 2007).

Mesmo que o acaso tenha sido domesticado pela matemática por meio desses autores, em diferentes momentos históricos, as intuições que as pessoas, de um modo geral, têm de acaso não são compatíveis com os modelos matemáticos disponíveis. Nos dias atuais ainda persiste a crença em divindades e nas mais diversas explicações que as pessoas criam ou acreditam. Diante de tais situações os modelos matemáticos de cálculo de probabilidade são considerados em muitas circunstâncias como contra intuitivos, mesmo no meio de pessoas com certo letramento.

2.2 Teoria das probabilidades como modelo matemático do acaso

Conforme dito anteriormente, a criação de modelos explicativos é uma tentativa de o homem compreender o mundo à sua volta, organizando suas observações e idéias em estruturas conceituais. Na concepção de Garding (1997), a compreensão alcançada aplicando lógica aos conceitos de um modelo será chamada de teoria desse modelo. Para ele, os modelos matemáticos são logicamente coerentes e têm teorias extensas. Outros poderão ser menos precisos, mas, nem por isso, são menos úteis.

Biembengut (2000) entende que um modelo matemático retrata, ainda que de forma simplificada, aspectos da situação pesquisada. Na visão de

Bassanezi (2002), modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. Para esse autor a importância do modelo consiste em ser uma linguagem concisa que expressa nossas idéias de maneira clara e sem ambigüidades.

A teoria das probabilidades é tida como um **modelo matemático do acaso** (GARDING, 1997; LAHANIER-REUTER 1998). Ela é um ramo da matemática que estuda fenômenos envolvendo **incerteza**, utilizando ferramentas básicas do cálculo matemático. Esses fenômenos, conhecidos como aleatórios ou estocásticos ou não-determinísticos, são aqueles que a sua repetição, em condições idênticas, produz resultados diferenciados, isto é, não é possível determinar, com exatidão, qual o seu resultado (BAYER et al, 2005).

Mesmo não sendo possível determinar com exatidão o resultado de fenômenos de natureza aleatória, a probabilidade procura fornecer o **grau ou a medida** da possibilidade de um evento ou de uma classe de eventos. Nessa perspectiva, podemos afirmar que probabilidade sempre supõe uma alternativa e que ela é a escolha ou preferência por uma das alternativas possíveis. Se dissermos, por exemplo, “amanhã provavelmente choverá”, estaremos excluindo como menos provável a alternativa “amanhã não choverá”. Podemos exprimir esse caráter da probabilidade dizendo que ela é sempre função de dois argumentos. Outro caráter geral da probabilidade (seja qual for a interpretação) é que do ponto de vista quantitativo ela é expressa com um número real cujos valores vão de 0 a 1 (ABBAGNANO, 2000, p. 739).

De acordo com Abbagnano (2000), o problema a que a noção de probabilidade dá origem é o do **significado**, ou seja, do próprio conceito de probabilidade. O cálculo de probabilidade, por exemplo, não dá origem a

problemas enquanto não é interpretado. Para esse autor, os matemáticos estão de acordo sobre todas as coisas que podem ser expressas por símbolos matemáticos, porém seu desacordo começa quando se trata de interpretar tais símbolos. Em nosso entendimento, essa questão da interpretação do modelo matemático é bastante acentuada no caso da teoria das probabilidades do que nos demais conteúdos propostos atualmente para ensino na escola. É preciso que tenhamos claro cada enfoque que é dado à probabilidade para que possamos utilizá-los de modo pertinente quando do ensino desse conteúdo matemático.

A teoria das probabilidades surgiu como ramo da Matemática em meados do século XVI, embora tenha se iniciado como ciência empírica muito antes desse período. Os primeiros escritos consagrados ao estudo de jogos de azar foram feitos por Girolamo Cardano (1501–1576) que era matemático, médico e filósofo. A obra desse autor, intitulada *Líber de Ludo Aleae*, foi escrita no séc. XVI (1526) e publicada somente em 1665, bem após sua morte. Essa obra buscava permitir a tomada de boas decisões nos problemas de jogos de azar encontrados naquela época (COUTINHO, 1994, 2001, 2007; LOPES, 1998). Mesmo que Girolamo Cardano tenha sido o primeiro a se dedicar a escritos sistemáticos sobre cálculo de probabilidades, muitos autores atribuem a origem dessa teoria às correspondências trocadas entre Blaise Pascal e Pierre Fermat (1654) em que falavam do objetivo de se obter solução dos problemas de jogos de azar.

Os jogos de azar desempenharam um papel de suma importância na formulação da teoria das probabilidades porque contribuíram para as primeiras aproximações da idéia de acaso. Os jogos de azar como geradores de acaso possibilitaram uma apreensão perceptiva das chances de se obter certo resultado

a partir de um processo aleatório. Os jogos de azar levaram o ser humano a uma avaliação intuitiva das chances de se obter o resultado esperado e serviram como um dos meios para que se chegasse a um processo de avaliação mais elaborado. É um tema que precisa ser compreendido pelos professores que ensinam matemática quando da abordagem de noções de probabilidade.

No entendimento de Coutinho (2001, 2007), a evolução do cálculo de probabilidades só se tornou possível pelo desenvolvimento da **análise combinatória**. Essa nova apreensão do acaso, em situações de enumeração de possibilidades que podem ocorrer, marca o início das concepções probabilistas e se encontra explicitada na correspondência entre Pascal e Fermat (1654) que mostra que o acaso é matematizável. Ou seja, que seria possível raciocinar, especular e fazer cálculo com o acaso (COUTINHO, 2007).

Os cálculos desenvolvidos por Pascal e Fermat acerca da avaliação de chances de ocorrência de um evento são considerados um avanço em relação à avaliação intuitiva que se fazia anteriormente. De acordo com Borovcnik (1991), o enfoque dado por esses autores lança uma luz sobre a aplicação correta da relação entre favorável e possível, embora não concretize nenhum progresso definindo um conceito para clarear a natureza própria da probabilidade. Segundo esse autor, Pascal e Fermat empregaram a probabilidade pragmática, uma vez que a igualdade das chances dos resultados dos jogos de azar lhes pareceu ser intuitivamente evidente. Os jogos de azar serviram de ligação entre a intuição e os conceitos em desenvolvimento como uma ferramenta para estruturar os fenômenos reais.

No entendimento de Coutinho (2007), observam-se aí os primeiros indícios de uma dualidade da noção de probabilidade que se dá em virtude do

conflito entre a apreensão perceptiva das chances de realização de um evento (grau de credibilidade) e a relação entre resultados favoráveis e possíveis (proporção das chances).

O enfoque **combinatório** que foi dado por Pascal e Fermat ao cálculo de probabilidades será retomado e ampliado por Christian Huygens (físico, geômetra e astrônomo holandês) com a publicação do primeiro tratado formal sobre probabilidades, em 1657. De acordo com literatura da área, o desenvolvimento da teoria das probabilidades teve grande impulso com essa obra. A ela se deve o conceito de esperança matemática de grande relevância para o cálculo de probabilidades e estatística (BOROVCHNIK, 1991; COUTINHO, 2007; LESTIENNE, 2008; LOPES, 1998).

Nas diversas publicações que tratam de probabilidade, **esperança matemática** é entendida como a média de uma função de uma variável aleatória sobre uma distribuição dessa variável. Correntemente, afirma-se que a função é a própria variável. Um exemplo de esperança matemática é a média aritmética simples. Quando se fala, por exemplo, que a esperança de vida do brasileiro gira em torno de 70 anos, quer dizer que 70 é a média que está situada num intervalo cuja variação depende do desvio padrão considerado.

Coutinho (2007) nos informa que o enfoque combinatório de probabilidade, que se fundamenta na hipótese da equiprobabilidade, irá ensejar a definição clássica de probabilidade. Segundo essa autora, a definição clássica não foi formulada nem por Pascal, nem por Fermat e nem mesmo por Huygens. Essa definição foi indicada e utilizada por Bernoulli desde o final do séc. XVII e finalmente foi consolidada como “primeiro princípio” quase um século depois na

obra *Essai Philosophique sur les Probabilités*, publicada em 1814 por Pierre-Simon Laplace (COUTINHO, 2007, p. 61).

Em seu ensaio filosófico, Laplace considera que a Teoria das Probabilidades consiste em reduzir todos os acontecimentos do mesmo gênero a certo número de casos igualmente possíveis, tais que estejamos igualmente seguros sobre sua existência, e em determinar o número de casos favoráveis ao acontecimento cuja probabilidade é buscada. A medida dessa probabilidade seria a razão entre o número de casos favoráveis e o de todos os casos possíveis.

$$P(A) = \frac{\text{total de casos favoráveis}}{\text{total de casos possíveis}}$$

Os jogos de azar baseados em dados, moedas, extração de bolas em urnas, enquadram-se nessa perspectiva teórica por tratar de fenômenos cuja variável é discreta e porque se supõe possível selecionar, como espaço amostral, um conjunto de sucessos elementares que garantam a eqüiprobabilidade (CARVALHO & OLIVEIRA, 2002).

Coutinho (2007), ao analisar a definição clássica de probabilidade, considera que, desse modo, identificamos uma avaliação teórica das chances de realização de um evento que se dá pela enumeração de suas possibilidades de resultados, supondo igualdade das chances para cada uma dessas possibilidades. No entendimento dessa autora, os trabalhos desenvolvidos por Pierre-Simon Laplace colocaram a Probabilidade definitivamente no quadro matemático. Ele acreditava num determinismo absoluto e desenvolveu seu modelo matemático baseando-se em dez princípios dispostos em axiomas e definições, traduzindo sua visão 'pascaliana' (COUTINHO, 1994, p. 21).

Esse **enfoque combinatório** dado ao conceito de **probabilidade** tem um forte peso quando da abordagem da teoria das probabilidades no contexto escolar. Ao ensinarmos a definição clássica de probabilidades, que é dada pela razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis, deparamo-nos com a questão da contagem tanto do número de casos possíveis quanto do de prováveis. O número de casos possíveis é um espaço amostral que se constrói por meio de cálculo combinatório.

Entretanto, sabemos que a análise combinatória não é um assunto matemático fácil para os alunos. Arranjos, permutações e combinações são formas de contagem, de enumeração de agrupamentos que exigem, além da compreensão conceitual, certas habilidades com fórmulas e cálculos que podem vir a prejudicar tanto o ensino quanto a aprendizagem de probabilidades no contexto escolar, conforme entendimento de Borovcnik (2008) mostrado na apresentação deste trabalho.

Além do enfoque combinatório, existe o **frequentista** que, segundo Coutinho (2007, p. 61), constitui-se numa ampliação importante das reflexões sobre a natureza da probabilidade e da concepção desse objeto matemático e que se deve a J. Bernoulli (1713) na obra *Ars Conjectandi*. Segundo essa autora, Bernoulli coloca claramente em evidência a dualidade do conceito de probabilidade: ela seria a razão entre números de casos ou estimativa de seu valor obtida pela observação da frequência experimental?

A obra *Ars Conjectandi* é considerada a primeira etapa na teorização do cálculo de probabilidades. Uma parte desse livro é dedicada à reedição do trabalho de Huygens sobre jogos de azar e a outra parte se relaciona com

permutações e combinações em outros contextos que não aqueles de jogos de azar (COUTINHO, 1994, 2007; LOPES, 1998).

O quadro teórico da análise usado no trabalho de Bernoulli é apontado por Lahanier-Reuter (1998) como o mais importante por conta do lugar que ocupa e pelo número de resultados que ele permite detalhar. Em relação a esse quadro teórico, identifica-se a primeira lei dos grandes números, publicado nos primeiros anos do século XVIII.

No entendimento de Lestienne (2008, p. 55), “a lei dos grandes números (ou as leis dos grandes números, pois existem numerosas variantes) é, indiscutivelmente, a contribuição mais importante da teoria das probabilidades”. Para esse autor, a lei dos grandes números nos permite compreender como o acaso, por si mesmo e sem recurso a outras hipóteses senão a propriedade fundadora da independência dos acontecimentos casuais, longe de conduzir à anarquia, produz suas próprias leis: como, por exemplo, o resultado das jogadas de cara ou coroa dá praticamente sempre um resultado “cara” próximo ao de “coroa”.

No enfoque **frequentista**, os cálculos de probabilidade se apóiam na freqüência com que os fatos, eventos e experimentos ocorrem. Coutinho (2004, p. 3) define freqüência como sendo o número de vezes que um valor aparece no domínio de uma classe. O conceito matemático mobilizado no modelo com enfoque frequentista de probabilidade é o de limite. Segundo essa autora, "probabilidade é definida como sendo o limite das freqüências relativas de um evento quando temos um número de repetições tendendo ao infinito", ou seja,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n = P(X)$$

De acordo com Coutinho (2007), para avaliar uma probabilidade nesse contexto, J. Bernoulli propõe a determinação *a posteriori* da probabilidade de um evento esperado, após observação de um grande número de experiências semelhantes. Assim, podemos identificar uma nova maneira de estimar as chances de realização de um evento: o método experimental. Tal enfoque supõe que a probabilidade é um dado objetivo ligado ao evento e à experiência (COUTINHO, 2007, p. 62).

O enfoque frequentista é apontado por Coutinho (1994, 2001, 2007) como sendo o mais adequado e vantajoso para o ensino dos primeiros conceitos de probabilidade, uma vez que se pode utilizar experimentos ligados à realidade dos alunos, não precisando necessariamente estar limitado à hipótese de equiprobabilidade.

Essas duas formas de se conceber a probabilidade (clássica e frequentista) irá ser motivo de muitas reflexões por quase todos que se dedicam a estudar esse ramo da matemática. Houve um autor francês (LOÈVE, 1978) que chegou a dizer que rios de tinta seriam gastos nas explicações e argumentos a favor de um ou outro modelo explicativo do acaso.

Abbagnano (2000), ao discorrer sobre probabilidade, elenca uma série de autores que se posicionaram de um lado ou de outro. Ele diz que esses dois conceitos têm sido defrontados desde os anos de 1920 e que vários autores ao defender um dos conceitos procuram eliminar o outro.

De acordo com Coutinho (2007), um novo enfoque de probabilidade é introduzido por Thomas Bayes, em seu ensaio que foi publicado em 1763, dois anos após sua morte: a noção de probabilidade *a priori*, tendo observado uma consequência *a posteriori*. No entendimento de Lestienne (2008), o teorema de

Bayes apela explicitamente para essas probabilidades *a priori*, encarregadas de resumir, de alguma maneira, o estado de nossos conhecimentos gerais sobre o problema físico, na medida em que podem influenciar a avaliação final das probabilidades das causas. Para esse autor, enquanto os problemas de predição podem contentar-se com leis físicas e fazer tábula rasa de toda *experiência* da vida passada, os problemas de retrodição² necessitam que se recorra a uma espécie de resumo de nossos conhecimentos adquiridos (LESTIENNE, 2008).

Nesse sentido, na concepção **subjetiva** de probabilidade tem-se uma forma de interpretar a probabilidade como crença ou percepção pessoal. Trata-se de medir a confiança que um indivíduo expressa sobre a veracidade de um fenômeno, levando em conta sua própria experiência ou conhecimento sobre o tema da situação em estudo (CARVALHO & OLIVEIRA, 2002).

Bruno de Finetti (1989), um dos maiores defensores dessa concepção, ao se reportar à probabilidade, afirma que quando propomos uma pergunta sem ambigüidades para que as pessoas respondam, as respostas podem variar do **sim** ao **não**. Mas, entre esses dois pólos, existe o **talvez** que depende do grau de conhecimentos daquele que responde. Esse autor se refere à lógica objetivista que tenta capturar os fenômenos e experimentos em apenas dois pólos: o verdadeiro (sim) e o falso (não). Entretanto, em seu entendimento, a existência do *talvez* leva a se considerar o aspecto provável dos fatos, fenômenos e experimentos. Daí, sua concepção de que esse tópico matemático se situe no âmbito da subjetividade, preferindo, inclusive, a utilização do advérbio *provavelmente* ao invés do substantivo *probabilidade*.

² Retrodição é um termo usado por Lestienne (2008) para se referir a previsões ou ao estabelecimento de causas de fenômenos ou eventos que são apresentados no momento atual. Retrodição seria, então, o antônimo de Predição.

Já a concepção **axiomática** se originou basicamente do trabalho de Kolmogorov publicado em 1933 e que foi, posteriormente, traduzido para o inglês com o título *Foundations of theory of probability* (CARVALHO & OLIVEIRA, 2002). De acordo com esses autores, a probabilidade formal impregnada da teoria axiomática surgiu em oposição às restrições mantidas na concepção clássica de Laplace: a equiprobabilidade para os casos favoráveis e número finito de elementos na composição do espaço amostral.

Nessa trajetória do desenvolvimento da teoria das probabilidades muitas reflexões foram feitas. Na concepção de Théo Kahan (1996), a origem do cálculo de probabilidades, formulado por Pascal e Fermat, foi um empreendimento audaz, pois tratou de submeter à análise acontecimentos que se relacionam ao acaso e que parecem, por isso mesmo, escapar de todo cálculo. Kahan (1996) entende que Pascal e Fermat domesticaram o acaso. Entretanto, a explicação da natureza formulada por Galileu, Descartes e Newton iria tomar uma via totalmente distinta.

Kahan (1996) afirma que sábios e matemáticos se dedicaram à edificação de uma dinâmica determinista que tratava pouco a pouco de abarcar o conjunto dos fenômenos naturais sem se preocuparem com o acaso e por sua intervenção nesses fenômenos. Segundo esse autor, foi somente na segunda metade do século XIX, com o advento da teoria cinética da matéria, que os notáveis trabalhos de Maxwell, Gibbs e Boltzmann abriram a porta ao acaso. Mas este acaso era um acaso da ignorância, um sucedâneo que se tratava de reduzir a leis dinâmicas subjacentes, ou seja, a um esquema determinista.

De acordo com Geymonant e Giorello (1989), um processo é determinista se todo o seu passado e todo o seu futuro forem univocamente

determinados pelo seu estado atual. Eles tomam como exemplo a mecânica clássica, na qual se estuda o movimento de um sistema de pontos materiais cujo passado e futuro são univocamente definidos pela posição e velocidade no instante t_0 de qualquer ponto do sistema. Segundo esses autores, na mecânica quântica, pelo contrário, estuda-se uma situação bastante mais complicada em que o conhecimento do instante t_0 apenas determina a probabilidade de, num instante sucessivo, o sistema estar num determinado subconjunto de M (M é o conjunto de todos os estados possíveis).

No final do século XIX e início do século XX, o desenvolvimento do cálculo de probabilidades tomou grande impulso devido a estudos no campo da química, da biologia e, principalmente, da física que demandaram modelos matemáticos capazes de lhes dar suporte. Entretanto, a matemática não se fez presente apenas como apoio através de um arsenal de técnicas que foram sendo desenvolvidas na medida em que novos estudos eram realizados. Nas reflexões de Theo Kahan (1996), ao se referir à física e à matemática, existe uma relação de implicação mútua entre essas duas ciências.

Como se pode observar, a idéia de acaso e indeterminismo, antes estranhas ao pensamento humano, foram, aos poucos, recebendo tratamentos matemáticos no sentido de se construir explicações plausíveis para fatos, fenômenos e experimentos que se encontram no âmbito do aleatório e que nos são apresentados ou vivenciados diariamente.

O que fica também evidente na trajetória de criação de modelos matemáticos explicativos para situações de acaso e incerteza são as diversas formas de se olhar para essa questão e que caracterizam determinadas concepções sobre o tratamento matemático mais adequado para lidar com tais

situações. Essas concepções a respeito de probabilidade que se fazem presentes na ciência matemática, e que são discutidas no âmbito da filosofia da matemática, fazem-se presentes também no contexto escolar. Na próxima seção trazemos à reflexão questões que dizem respeito a justificativas e aos objetivos para a inclusão de estudos de noções de probabilidade em propostas curriculares para o ensino de matemática.

2.3 Teoria das probabilidades na matemática escolar

No início de cada período letivo na universidade costumamos fazer as seguintes perguntas aos alunos dos cursos de Pedagogia e Licenciatura em Matemática: por que ensinamos o que ensinamos? Quem determina o que deve ser ensinado na escola? Quais critérios são usados para e na elaboração de propostas curriculares para o ensino de uma disciplina?

São questões típicas para discussão no âmbito das teorias de currículo. Elas nos levam a reflexões sobre o que está ou é proposto para o ensino nas escolas e servem para discutirmos sobre os conhecimentos matemáticos que têm sido propostos para o ensino. No caso específico de conhecimentos relativos à teoria das probabilidades, são variadas as justificativas para sua inclusão nas propostas curriculares para o ensino de matemática.

É preciso que os futuros professores polivalentes compreendam as fontes de critérios para a escolha e seleção desse conteúdo no currículo escolar. Acreditamos que seria uma forma de se contribuir para a compreensão de um conhecimento matemático de uma maneira mais ampliada, promovendo-se

informações com vistas à autonomia nas escolhas e seleção daquilo que é considerado essencial a ser ensinado.

2.3.1 Uma questão de demanda social

A escola é uma instituição social que tem como principal função a transmissão e construção de conhecimentos que visam à sobrevivência e transcendência humana (D'AMBRÓSIO, 2005). Todavia, muito do que é esperado da escola não depende única e exclusivamente da vontade de uma comunidade escolar ou do conhecimento de estudos que apontem tendências para a educação escolar num determinado período histórico. Existem normas e regras sociais, vínculos econômicos e políticos, bem como a atuação de forças aparentemente distanciadas das práticas escolares, que influenciam ou determinam aquilo que deve ser feito na escola (BERTRAND & VALOIS, 1994; SACRISTÁN, 1998; PIRES, 2000; BICUDO, 2003; MOREIRA, 2007; SANTOS, 2009).

Estudar a relação entre escola e sociedade se constitui num excelente exercício para se compreender o porquê de alguns conhecimentos matemáticos serem propostos para o ensino na escola num determinado momento histórico. Entendemos que ao se escolher um conhecimento específico da matemática escolar como objeto de estudo, como é o caso da Probabilidade, há de se evidenciar aspectos dessa relação.

Bertrand e Valois (1994) ao analisarem as organizações educacionais, sob a perspectiva sistêmica, concebem-nas como conjuntos de elementos

estruturados que visam certos fins determinados pela sociedade, apoiados em estratégias e táticas. No entendimento desses autores:

a organização educativa é determinada pelas orientações da sociedade em que se insere, assim como suas normas, leis e regras. A finalidade última da organização educativa consiste em concretizar estas orientações na realidade cotidiana e traduzi-las em práticas (BERTRAND & VALOIS, 1994, p. 13-14).

Entretanto, esses autores reconhecem que as relações entre a sociedade e a educação têm um duplo sentido, entendendo que a organização educativa pode, como qualquer outra organização social, contribuir para a modificação das orientações da sociedade. Na visão desses autores, a organização educativa possui, então, certa autonomia e pode intervir nas próprias orientações fixadas pela sociedade, ora aceitando-as, adaptando-as ou contestando-as (BERTRAND & VALOIS, 1994, p. 14).

Já ressaltamos que a sociedade demanda da escola a promoção de conhecimentos que possibilitem aos alunos compreenderem fatos e fenômenos de seu cotidiano. Ao olharmos a organização educativa, sob a perspectiva sistêmica, podemos afirmar que a demanda social contribui também, e em certa medida, para a emergência de tendências que norteiam objetivos que se pretende alcançar com a matemática escolar e da seleção de conhecimentos considerados necessários à consecução desses objetivos.

No entendimento de Tyler (1976) existem três fontes que emanam objetivos educacionais: a) os interesses e necessidades dos alunos; b) questões relativas à vida contemporânea e; c) proposições de especialistas de disciplinas. Ele aponta dois critérios para priorizar ou eliminar objetivos que advêm dessas três fontes: a filosofia da escola e a psicologia da aprendizagem. No entendimento desse autor, os objetivos educacionais devem estar de acordo com os princípios

filosóficos adotados pela escola que, por sua vez, precisam estar expressos claramente.

No final dos anos 1970, por exemplo, Max Bell³ acreditava que a escola deveria proporcionar conhecimentos acerca de uma matemática utilitária que viesse atender necessidades sociais que se anunciavam para a década de 1980. No entendimento desse autor, as mudanças curriculares na escola ocorrem motivadas por reclamações da sociedade e pelo desenvolvimento do conhecimento. Ele afirma que, no âmbito do ensino da Matemática, desde 1900 tem ocorrido mudanças curriculares, em média de 20 em 20 anos, e que, após decorridos dez anos da implantação dessas mudanças, alguns aspectos são assimilados, outros descartados ou ultrapassados.

Max Bell se reporta à grande mudança ocorrida nos anos 1960 em virtude da chamada matemática moderna, reconhecendo que a mesma influenciou positivamente o ensino secundário nos Estados Unidos, mas que não exerceu qualquer efeito – positivo ou negativo – no ensino de aritmética na escola primária daquele país porque o ensino elementar continuou se baseando, como antes da reforma, quase que exclusivamente na aritmética dos números inteiros, dos números fracionários e dos decimais sem grande preocupação com as aplicações deste tipo de Aritmética.

Na visão desse autor, na década de 1980 a escola haveria de envidar esforços no sentido de propiciar aos alunos uma matemática centrada na resolução de problemas e de caráter utilitário em decorrência da demanda social que se anunciava para aquele momento histórico. Naquela época, Max Bell já

³ Especialista no ensino de Matemática, professor associado de Pedagogia na Universidade de Chicago – EUA. A escolha desse autor se deu porque ele propõe o ensino de probabilidade desde a educação elementar.

sugeria que o ensino de noções de probabilidade fosse contemplado desde a educação elementar.

No Brasil a década de 1980 foi marcada pelo fim da ditadura militar e o processo de reabertura política em nosso país. As repercussões desse fato se viram traduzidas no campo da educação por meio de propostas de reformas curriculares. Além desse cenário nacional havia naquela época uma expectativa em termos internacionais a respeito do destino do Planeta Terra (NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009, p. 10).

Na década de 1980 os movimentos ambientalistas ganharam forças e uma nova espécie de consciência parecia fazer parte das pessoas. Nesse cenário emergiram propostas para o ensino de matemática com assuntos que até então não haviam sido contemplados tais como: “alfabetização matemática; indícios de não linearidade do currículo; aprendizagem com significado; valorização da resolução de problemas; linguagem matemática, dentre outros” (NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009, p. 16).

Esses aspectos advindos de um movimento internacional podem ser vistos, em parte, nas propostas curriculares dos estados brasileiros. Houve pontos positivos e pontos negativos nessas propostas. Dentre os pontos positivos se tem a inclusão de **conteúdos** relativos ao **tratamento da informação** que passaram a integrar propostas para o ensino de matemática desde os anos iniciais de escolarização. Houve também o esforço de embasar as propostas curriculares em estudos recentes da educação matemática e a revisão da função da matemática na sociedade contemporânea (NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009, p. 16).

Dentre os pontos negativos se tem que, nas propostas, ainda “predominava a grande ênfase no detalhamento dos conteúdos e nos algoritmos

das operações, em detrimento dos conceitos” (p. 17) e que “muitas dessas propostas traziam orientações gerais que pouco contribuíam para a atuação em sala de aula” ((NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009, p. 17).

Lopes (1998), ao comparar currículos de alguns países acerca das propostas para o ensino de probabilidade e estatística, evidencia que na década de 1980 (época em que se deu grande parte das reformas curriculares) havia uma espécie de preocupação de se promover a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão para que pudesse atuar no século XXI. Isso mostra a importância de se compreender o papel da relação entre escola e sociedade no que diz respeito à tomada de decisões curriculares.

As recomendações sobre o que deveria ser feito nas escolas brasileiras não se diferenciam das de outros países. Muito do que se propôs em termos educacionais no sistema brasileiro foi influenciado por fatores econômicos e políticos em nível mundial. Nesse sentido, Vieira (2002) sugere a existência de três cenários, relacionados entre si, que influenciaram as reformas educacionais que foram propostas no Brasil na década de 1990: a consolidação do processo de globalização; a redefinição das formas de organização do Estado; e o protagonismo de agências internacionais ligadas ao campo educacional.

Na concepção de Pedra (1977), toda sociedade define o que é um conhecimento válido. Assim o conhecimento que se apresenta no currículo seguramente será aquele que a sociedade sancionou como desejável ou necessário. Para esse autor, está claro que por tal sociedade não se pode entender algo sem endereço e fisionomia. Ela se mostra e se materializa nos grupos sociais que em seu momento histórico assumem posições de poder.

No entendimento de Gonçalves e Borba (2009), currículos escolares são construções que expressam um modelo social, que fazem narrativas sobre o conhecimento e que contribuem para definir o tipo de ser humano que se quer plasmar. Elas concebem o currículo como criação humana e social que é profundamente marcado não só pelas formas de pensar das sociedades, mas, principalmente, pelas formas de a sociedade organizar a sua vida material. Para essas autoras, a forma que a sociedade se pensa, os pressupostos filosóficos de uma determinada sociedade, são tributários de um modelo de sociedade e conseqüentemente de um modelo de homem, que só podem ser entendidos se considerarmos em conjunto a lógica e as exigências da ordem econômica dominante.

Nesse contexto de tensão entre forças políticas, econômicas e sociais, atualmente, abre-se espaço na escola para se abordar matematicamente situações de acaso e incerteza, com as quais lidamos diariamente, por meio de estudos relativos à combinatória, probabilidade e estatística.

No entendimento de Campos e Lima (2005), foi uma decisão acertada a inclusão de um bloco de conteúdo abrangendo estatística, probabilidade e combinatória, que aparece sob a denominação de tratamento da informação. Esses autores consideram que esses conteúdos estão, hoje, no centro das práticas científicas e tecnológicas em todos os níveis, inclusive na fronteira do conhecimento, além de permear as várias atividades do dia-a-dia do cidadão. Para eles, os novos recursos tecnológicos do computador e da calculadora, de difusão crescente na sociedade, ampliaram de forma evidente as potencialidades do tratamento de dados de experimentos e de observações empíricas. Além disso, prosseguem esses autores, as pessoas são constantemente expostas a um

grande volume de informações que, para serem entendidas e levadas em conta de modo crítico, exigem a leitura e interpretação de gráficos e tabelas e demandam o conhecimento de outras noções estatísticas básicas (CAMPOS & LIMA, 2005).

Além de tendências curriculares internacionais existe a questão das avaliações institucionais que influenciam na escolha e tratamento de conteúdos matemáticos na escola. Nesse sentido, recorreremos às diretrizes do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) como uma das fontes acerca da demanda da sociedade contemporânea em relação à matemática escolar. Nessas diretrizes se tem, por exemplo, que no mundo real, as pessoas viajam, compram, cozinham, lidam com finanças pessoais, elaboram orçamento doméstico, fazem julgamentos sobre fontes políticas, etc. Em tais situações, o uso de raciocínio quantitativo ou espacial ou outras competências matemáticas poderiam ajudá-las a esclarecer, formular ou resolver problemas (OECD, 2003, p. 24).

De acordo com essas diretrizes, espera-se que a escola promova condições para que os alunos desenvolvam conhecimentos para enfrentar o mundo contemporâneo, usando o que têm aprendido na escola e na vida na resolução de problemas reais, examinando sua capacidade para analisar, explicar seu raciocínio, e comunicar suas idéias matemáticas enquanto propõem, formulam, resolvem e interpretam problemas em uma variedade de situações (OECD, 2003, p. 24).

Nesse contexto, conhecimentos relativos a noções de probabilidade são propostos para ensino desde os anos iniciais de escolarização como um dos meios de a escola promover condições para que os alunos possam lidar, dentre outras situações do mundo contemporâneo, com a chamada era da informação

que está evidenciada em boa parte das justificativas para a inclusão do ensino de noções de probabilidade na escola.

Em relação à era da informação, Castells (1999) entende que o progresso tecnológico permite que informações percorram o Planeta em tempo real numa crescente intensidade e velocidade, dando maior suporte ao processo de globalização. Na visão desse autor, não obstante existirem sociedades excluídas que não compartilham dos bens produzidos em escala mundial, o processo de globalização se tornou irreversível, provocando erosões nas fronteiras de estados nacionais. A era da informação possibilitou o estabelecimento de sociedades em rede em que o mundo do trabalho, instituições e organizações passaram por transformações, re-significando seus papéis na sociedade contemporânea.

Nessa perspectiva, autores de propostas curriculares para o ensino de matemática apontam para o ensino de conhecimentos matemáticos que tenham como finalidade o tratamento de informações que se fazem presentes no cotidiano das pessoas. Ou seja, é a chamada era da informação demandando conhecimentos escolares para sua compreensão.

Outro fator ressaltado nas diretrizes do PISA para a inclusão de estudos relativos a noções de probabilidade é o tratamento matemático para situações de incerteza com as quais as pessoas lidam diariamente. De acordo com essas diretrizes, os desenvolvimentos na ciência tornaram difícil até mesmo responder o que viria a ser a Matemática. Do ponto de vista histórico tem-se que a Matemática foi, por muitos séculos, predominantemente a ciência dos números e da geometria concreta. Mas, com o avanço do conhecimento, a Matemática veio a integrar estudos de números, forma, transformações e relações.

Há muito tempo busca-se um consenso quanto à definição do que é a Matemática. No entanto, nas últimas décadas do século XX tomou forma uma definição que tem ampla aceitação entre os matemáticos: *matemática é a ciência das regularidades* (padrões). Segundo esta definição, o trabalho do matemático consiste em examinar padrões abstratos, tanto reais como imaginários, visuais ou mentais. Ou seja, os matemáticos procuram regularidades nos números, no espaço, na ciência e na imaginação e as teorias matemáticas tentam explicar as relações entre elas.

No final do século XIX e início do XX, a questão do indeterminismo na ciência fez com que a Matemática passasse a lidar também com resultados prováveis em situações de acaso e incerteza. Os desenvolvimentos na ciência demandaram uma visão ampliada do conhecimento em que a matemática haveria de contemplar também aspectos não determinísticos. Esses aspectos deveriam ser abordados na escola. Entretanto, D'Ambrósio (1997) afirma que há uma enorme distância entre os desenvolvimentos da Ciência Matemática atual e a disciplina denominada Matemática que é ensinada nas escolas.

Segundo as diretrizes do PISA, as situações de incerteza que se fazem presentes na vida diária das pessoas precisam ser compreendidas por meio de tratamento matemático e, nessa perspectiva, são sugeridos estudos de probabilidade no contexto escolar. Nesse viés, o conhecimento de noções de probabilidade pode contribuir também para a alteração da imagem social da Matemática que é tida quase que exclusivamente como uma ciência exata, pronta e acabada, o que se opõe à idéia de processo, dinamismo e complexidade que caracterizam a vida, na qual a Matemática é parte integrante.

Essas demandas sociais impõem à escola a responsabilidade de abordar conhecimentos que venham satisfazê-las. A problemática está em traduzir (ou tentar traduzir), por meio de propostas curriculares para o ensino de matemática, conteúdos relevantes que possibilitem atingir os objetivos educacionais que se pretende alcançar na atualidade frente a tais demandas.

Sacristán (1998) entende que, quando se trata do que vem a ser conteúdo relevante, a resposta a esse tipo de questão não é simples, nem pode ser elaborada unicamente a partir de posições pedagógicas, psicológicas ou a partir de uma determinada filosofia, já que o ensino não opera no vazio. Para ele, “é preciso abordar todas as determinações que recaem sobre a escola em geral e especialmente sobre o currículo” (SACRISTAN, 1998, p. 150)

No caso da teoria das probabilidades, sabemos que é um ramo da matemática que se tornou altamente complexo e o que se propõe para ensino na escola fundamental são apenas noções desse tópico matemático. Nesse sentido, na seção seguinte, abordamos a questão relativa a estudos de noções de probabilidade nos anos iniciais de escolarização como um dos critérios sobre o que deve ser abordado sobre esse conteúdo na formação inicial de professores que ensinam matemática nesse segmento de escolaridade.

2.3.2 Noções de probabilidade nos anos iniciais de escolarização

No Brasil, a inclusão do bloco “Tratamento da Informação” teve forte influência de propostas curriculares de outros países em que conhecimentos relativos a noções de probabilidade são sugeridos para o ensino nos anos iniciais de escolarização com objetivos, conteúdos e procedimentos, por vezes,

diferenciados (CAMPOS & LIMA, 2005; LOPES, 1998, 2003; NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009; RODRIGUES, 2005; ROTURNO, 2007, entre outros).

Nos EUA, Inglaterra e Portugal, por exemplo, o ensino de noções de probabilidade é proposto juntamente com o de noções de estatística, desde os anos iniciais. De acordo com Ponte e Fonseca (2001), ao analisarem os currículos para o ensino de Matemática nesses três países, as propostas curriculares norte americanas são mais enfáticas em relação a objetivos para o ensino de noções de probabilidade no início da escolarização.

Segundo esses autores, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), que tem forte influência no ensino de Matemática nos EUA, no que se refere a probabilidades para o nível de escolaridade em que alunos se encontram na faixa etária de 7 e 8 anos de idade, indica como objetivos a compreensão de noções básicas sobre resultados de acontecimentos (certo, impossível, mais provável, mais freqüente). Essa faixa etária em que se encontram estudantes americanos corresponde à faixa etária de alunos que estão no 1º ciclo do Ensino Fundamental no Brasil.

No estágio seguinte, quando alunos se encontram num nível escolar em que a faixa etária varia de 9 a 10 anos, o NCTM - no que se refere ao conceito de probabilidade - tem como objetivo que os alunos adquiram um vocabulário básico para falar a respeito desse conceito matemático e comecem a situar as probabilidades de acontecimentos numa escala de 0 a 1.

Vale ressaltar que nos EUA a inclusão de estudos relativos a noções de probabilidade, desde a educação elementar, já havia sido proposta por Max Bell (1979) quando de suas reflexões sobre conteúdos matemáticos considerados

necessários à formação de alunos para a década de 1980. Na visão desse autor, alguns mecanismos e conceitos poderiam ser ensinados com êxito desde o primeiro ano de escolaridade, prosseguindo ulteriormente o seu estudo, de maneira mais aprofundada.

As tendências em educação matemática em nível internacional nortearam, em certa medida, os autores dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática quando da proposição do bloco “Tratamento da Informação” que é composto por estudos relativos a noções de probabilidade, combinatória e estatística. No entendimento dos autores dos PCN, o conhecimento de noções desses tópicos matemáticos daria condições para que os alunos viessem, dentre outros objetivos, interpretar dados e analisá-los criticamente.

Entretanto, dentre os objetivos e conteúdos conceituais e procedimentais para o ensino da Matemática nas séries iniciais, observamos que, em relação ao “Tratamento da Informação” no 1º ciclo (1ª e 2ª séries), o conhecimento referente a noções de probabilidade é pouco evidenciado quando comparado ao conhecimento acerca de noções de estatística.

Essa situação muda um pouco no 2º ciclo (3ª e 4ª séries), uma vez que dentre os 16 objetivos do ensino da Matemática para esse nível de escolaridade, identificamos apenas um que está diretamente relacionado a estudos relativos a noções de probabilidade, qual seja:

- Identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos.

Quanto aos conteúdos conceituais e procedimentais, são feitas as seguintes proposições:

- Coleta, organização e descrição de dados.
- Leitura e interpretação de dados apresentados de maneira organizada (por meio de listas, tabelas, diagramas e gráficos) e construção dessas representações.
- Interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, para identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos.
- Produção de textos escritos, a partir da interpretação de gráficos e tabelas, construção de gráficos e tabelas com base em informações contidas em textos jornalísticos, científicos ou outros.
- Obtenção e interpretação de média aritmética.
- Exploração da idéia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”.
- Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.
- Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais (BRASIL, 1997, 90-91).

Não obstante os autores dos PCN reconhecerem que estudos relativos a noções de probabilidade possam contribuir para a construção de conhecimentos com vistas ao tratamento de informações que se fazem presentes no cotidiano das pessoas, o que se observa nas proposições dos objetivos para o ensino da Matemática nas séries iniciais, bem como em relação aos conteúdos conceituais e procedimentais em relação ao “Tratamento da Informação”, é a predominância de referências ao conhecimento de noções de estatística.

Do nosso ponto de vista, os autores dos PCN de Matemática, para os anos iniciais (1º e 2º ciclo), criam uma espécie de expectativa sobre possíveis abordagens acerca de noções de probabilidade ao apontarem a finalidade que se pretende com o ensino desse conteúdo matemático. Quando esses autores se referem a termos como aleatório, provável, acaso e incerteza, cria-se expectativa de que naquele documento sejam contemplados conteúdos conceituais e procedimentais voltados para a compreensão desses termos. Entretanto, o que se observa é um descompasso entre a finalidade e os meios para sua efetivação.

A comparação entre propostas curriculares para o ensino de noções de probabilidade nos anos iniciais em diversos países revela a existência de objetivos e conteúdos diferenciados. Todavia, segundo Lopes (1998), o que fica evidenciado em muitas propostas é a ruptura com o determinismo e a linearidade predominantes nos currículos de Matemática, justificando-se assim o estudo dessas noções no ensino fundamental. Segundo essa autora, os currículos internacionais estão enfatizando o desenvolvimento da criticidade do aluno ao considerar a importância de se trabalhar com a análise de dados e a necessidade de relacionar o trabalho de Matemática com observações do mundo real.

Os resultados de pesquisas de Lopes (1998, 2003) apontam para a potencialidade de se trabalhar noções de probabilidade e estatística desde a educação infantil. Para essa autora, o objetivo de estudar probabilidade e estatística pode ir além do caráter utilitário ou de servir como pré-requisito para estudos futuros. Em seu entendimento, as contribuições do estudo de noções desses tópicos são muito mais amplas, podendo concorrer para a formação do aluno no sentido de desenvolver sua capacidade crítica e a autonomia para que exerça plenamente sua cidadania.

Lopes (1998) entende que o estudo de “estocástica” poderia ser iniciado na 1ª série do ensino fundamental, em que seriam exploradas situações de observações, trabalhando-se intuitivamente os conceitos probabilísticos e as idéias estatísticas. Segundo essa autora, o estudo dessas noções, desde os anos iniciais de escolarização, pode se tornar um dos meios para a construção de um pensamento não determinístico. Em sua concepção,

a Combinatória, a Probabilidade e a Estatística inter-relacionam-se, proporcionando uma filosofia do azar de grande alcance para a compreensão do mundo atual e capacitam pessoas a enfrentarem tomada de decisões, quando somente dispõem de dados afetados pela incerteza, situações comuns em nosso cotidiano (LOPES, 2003, p. 77).

Lopes (1998, 2003) afirma que a inclusão de noções de probabilidade, desde os anos iniciais do ensino fundamental, pode se tornar um dos meios para a construção de um pensamento não determinístico. Essa autora considera que a estatística e probabilidade poderiam ser temas explorados através da matematização. Ou seja, por meio de formulações, sistematizações e julgamentos sobre os caminhos de compreensão da realidade. Para Lopes (2003, p. 68),

essa perspectiva dá aos alunos condições de produzirem conclusões lógicas sobre o conhecimento matemático, utilizarem modelos, fatos conhecidos, propriedades e relações que expliquem seus pensamentos, justificarem suas respostas e seus processos de resolução, usarem regularidades e relações com o objetivo de analisarem situações matemáticas, perceberem e acreditarem que a Matemática tenha um significado, como conhecimento produzido pela necessidade humana.

Em nosso entendimento, todas as informações apresentadas neste capítulo acerca da teoria das probabilidades como componente curricular, e que ensejam em proposições para o ensino de noções de probabilidade nos anos iniciais de escolarização, precisam ser consideradas à luz de estudos sobre a formação matemática inicial do professor polivalente que é o atual responsável pelo ensino de matemática nessa etapa de escolaridade.

2.4 Considerações sobre o capítulo

Ao abordarmos a teoria das probabilidades como componente curricular, examinamos uma literatura que mostra diferentes dimensões (histórica, sociológica e epistemológica) que fornecem indicativos acerca de conhecimentos que podem integrar uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes.

Na dimensão histórica da teoria das probabilidades têm-se contextos nos quais a noção do acaso foi interpretada, dentre os quais se destaca o contexto dos jogos de azar. Na trajetória do desenvolvimento dessa teoria como um modelo matemático do acaso, a literatura mostra a existência de diferentes concepções: clássica, frequentista, subjetiva e axiomática. Dentre as ferramentas matemáticas utilizadas nessas concepções, tem-se: combinatória, frações, razões, proporções, intervalos e limites.

No que diz respeito à inclusão de conhecimentos de probabilidade nas propostas curriculares para o ensino de matemática, a literatura consultada mostra que o ensino de noções de probabilidade na matemática escolar é justificado por diversos argumentos, dependendo do que se pretende alcançar junto aos alunos. Foi mostrado, também, que a inclusão de estudos relativos a noções de probabilidade nos anos iniciais de escolarização segue tendências atuais no campo da educação matemática.

No próximo capítulo, abordamos a formação matemática inicial de professores polivalentes para que possamos, então, compor um quadro de referências com vistas a sustentar nossa proposta.

3 FORMAÇÃO PARA ENSINAR MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Neste capítulo abordamos a formação inicial de professores polivalentes para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. Situamos o curso de Pedagogia como um dos locais dessa formação e mostramos resultados de um estudo acerca do perfil socioeconômico e cultural de alunos do curso de Pedagogia da Universidade Federal do Pará que, em nosso entendimento, não se difere da realidade de muitos alunos de cursos de Pedagogia no Brasil.

Destacamos resultados de estudos brasileiros sobre a formação de professores para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. Tratamos da questão dos conhecimentos considerados necessários a esses professores para que possam ensinar com compreensão os conteúdos matemáticos. Abordamos a questão dos conteúdos que têm sido contemplados na formação do pedagogo com vistas a prepará-lo para o ensino de matemática nos anos iniciais.

Para tanto, buscamos referências em documentos oficiais brasileiros e em estudos sobre saberes docentes, organização curricular e formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais de escolarização. Trata-se de uma parte importante de nossos estudos com vistas ao desenvolvimento de nossas idéias e argumentos em favor de estabelecimento de critérios para decisão sobre uma proposta curricular para o ensino de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes, em curso de Pedagogia.

3.1 O lugar da formação e o perfil de alunos de Pedagogia

No Brasil, a formação de professores para atuar nos anos iniciais de escolarização ocorreu, por um longo período de tempo, em nível de ensino secundário (atual ensino médio) nas escolas normais espalhadas por este país. Na década de 1930, o magistério passou a ser considerado profissão regulamentada, passível de registro em Carteira de Trabalho. Antes desse período, o magistério podia ser exercido sem a necessidade de se cumprir qualquer exigência legal (FERREIRA, 1999).

A atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), Lei 9394/96, dispõe que a formação de professores dos anos iniciais de escolarização seja feita em nível superior (BRASIL, 1996). Entretanto, tal disposição legal não se constitui em novidade e originalidade, uma vez que a formação desses professores já tinha sido elevada à categoria de nível superior, em 1935, quando Anísio Teixeira a incorporou na recém-criada Universidade do Distrito Federal (UDF). Mas, devido ao cenário político de então, essa formação em nível superior não prosperou (NUNES, 2002).

No final da década de 1990, os Institutos Superiores de Educação aparecem como locais para a formação de professores dos anos iniciais de escolarização. Mas, a sugestão de sua criação não é exclusiva desse momento histórico. Os Institutos Superiores de Educação já haviam sido sugeridos como alternativa de formação docente nas recomendações da Conferência Regional Latino-Americana sobre educação primária gratuita obrigatória, organizada pela UNESCO em colaboração com a Organização dos Estados Americanos (OEA) e o governo do Peru, realizada em Lima, no ano de 1956. Essa proposta surgia

dentro de uma concepção de desenvolvimento integrado da América Latina (NUNES, 2002, p. 16).

Atualmente, a formação do professor para exercer funções de magistério na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental se dá nos cursos de Pedagogia e Normal Superior. Dentre as aptidões esperadas dos egressos do curso de Pedagogia está a de ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano (BRASIL, 2006). Essa aptidão do pedagogo de ensinar as disciplinas dos anos iniciais de escolarização tem gerado discussões sobre o papel desse profissional e dos objetivos do curso de Pedagogia. Aliás, essa é uma questão presente na trajetória desse curso desde sua criação.

A esse respeito, a Faculdade de Educação do Instituto de Ciências da Educação da Universidade Federal do Pará, ao reformular o Projeto Político Pedagógico do curso de Pedagogia, assumiu que a docência se constitui na dimensão mais importante do trabalho pedagógico e que deve servir de eixo norteador da formação do pedagogo. Entende-se que “o exercício da docência coloca ao pedagogo a necessidade de desenvolver conhecimentos, competências e habilidades voltadas para a sua participação na gestão escolar” (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, 2010, p. 69).

Consideramos importante ressaltar o papel que a docência desempenha atualmente no curso de Pedagogia porque boa parte dos alunos que ingressa nesse curso não gostaria de se tornar professores e sim gestores. Acreditamos que tal situação deve ser levada em conta ao lidarmos com uma proposta curricular para o ensino de matemática nesse curso.

Nesse sentido, com o intuito de ilustrar uma situação verificada na região Norte do Brasil, mas que pode trazer elementos para reflexões em âmbito nacional, mostramos resultados da pesquisa de Bertolo (2005) sobre política curricular, formação e desempenho acadêmico discente no curso de Pedagogia da Universidade Federal do Pará (UFPA). Referida pesquisa teve como objetivo traçar o perfil socioeconômico e cultural dos alunos ingressantes no curso de Pedagogia da UFPA a partir do ano de 2001.

Participaram da pesquisa 403 alunos do total de 537 matriculados no ano de 2004. Foi aplicado um questionário contendo cinquenta e sete questões fechadas e cinco abertas, agrupadas nos seguintes temas: 1) dados de identificação; 2) escolarização dos alunos e dos pais; 3) nível socioeconômico; 4) hábitos culturais e motivações; 5) expectativas e avaliação do Curso. Os resultados dessa pesquisa são reveladores.

O curso de Pedagogia da UFPA é predominantemente composto por mulheres que nele ingressam na faixa dos 18 aos 24 anos de idade, de estado civil solteira. Em sua maioria, são procedentes de uma faixa socioeconômica posicionada entre a classe baixa e a classe média baixa. Grande parte realiza o curso simultaneamente a atividades de trabalho que nem sempre se vinculam a atividades do magistério.

A maioria dos alunos é oriunda da escola pública. Muitos não vieram para o curso propriamente por desejarem ser professores, mas porque essa foi a via mais fácil de ingressar na UFPA. A escolha pelo curso foi induzida muito mais por pressões sociais e por facilidades de acesso a um emprego imediato de que pelo desejo em ser professor. Do conjunto de opções de atuação que o curso de Pedagogia oferece, o magistério é a última das intenções escolhidas pelos

alunos. Do total de alunos consultados, apenas 26 manifestaram interesse pelo magistério.

O nível de escolaridade do pai dos alunos concentra-se em maior percentual no ensino fundamental incompleto e o da mãe no ensino médio concluído. Cerca de 60% dos alunos não possui computador em casa e a maioria acessa, portanto, a internet fora de suas residências. 84% dos alunos não dominam nenhuma língua estrangeira. 64% dos alunos não possuem nenhuma experiência com a docência.

Raros são os alunos que freqüentam o teatro, quando têm oportunidade. A freqüência em salas de cinema é superior a do teatro, mas não é uma prática total entre os estudantes de Pedagogia. Dos alunos consultados, 7% revelaram nunca ter entrado em uma sala de cinema. Visitas a museus e exposições de arte também não fazem parte da vida cultural dos alunos do curso de Pedagogia da UFPA. Das atividades culturais cultivadas, destacam-se a ida a shows de música e leitura de revistas de informação. O gênero musical de maior interesse é a Música Popular Brasileira (MPB), seguido do Brega⁴.

Ainda que os alunos leiam revistas de informação, a freqüência desta é bastante baixa, pois os alunos que dizem desenvolver esta prática, o fazem uma vez ao mês. Quanto à leitura de jornal, apesar desta prática fazer parte das atividades culturais dos alunos, ela se dá também numa freqüência de uma vez ao mês. Isto significa constatar que a prática de leitura de revistas e jornal não faz parte do cotidiano dos alunos do curso de Pedagogia da UFPA.

⁴ Gênero musical que se difundiu na periferia da cidade de Belém (PA) a partir da década de 1980 e que possui influência de ritmos locais (carimbó, por exemplo) e de músicas caribenhas e das guianas. O ritmo é marcado pelo compasso binário e as letras geralmente são no estilo romântico ou apelativo/depreciativo.

Em se tratando de revistas especializadas, como as revistas da área, esta prática fica ainda mais infreqüente. Isto se revela nos percentuais: 10% dos alunos responderam que nunca leram nenhuma revista da área da Educação. Em termos de acesso a informação, o meio mais utilizado é a televisão e o rádio. Dos programas de televisão mais assistidos, destacam-se os noticiários e as novelas.

Esses resultados do estudo de Bertolo (2005) nos colocam diante de uma situação bastante delicada e nos levam a refletir sobre a complexidade na qual a formação de professores dos anos iniciais de escolarização está inserida. As informações reveladas pela pesquisa fornecem um perfil de alunos de Pedagogia que pode até ser meio desanimador quando se pretende fazer uma proposição curricular para o ensino de matemática, mais especificamente de probabilidade, nesse curso, mas é uma realidade concreta que nos coloca frente a numerosos desafios.

Sabemos que é uma utopia propor modos de formar o professor, mas, como nos diz Bicudo (2003), é preciso manter o debate acerca desse assunto, pois é sua chama que nos move. Caso contrário, não haveria razão de se estudar essa formação, já que o intuito de estudá-la é para poder melhorá-la cada vez mais. Se não acreditássemos em mudanças para melhorar um estado de coisas que parecem estar desorganizadas, abandonaríamos todo e qualquer projeto transformador diante de quadros como o que foi apresentado por Bertolo (2005).

A realidade de muitos cursos de Pedagogia nos coloca desafios que precisam ser enfrentados. Todavia, é preciso que esse enfrentamento esteja pautado em resultados de estudos e pesquisas que nos ajudem a melhorar os trabalhos nessa formação. No caso específico de uma formação para o ensino de matemática nos anos iniciais, estudiosos no âmbito da educação matemática têm

mostrado resultados que precisam ser considerados quando pensamos em propostas para ensino de matemática nos cursos de Pedagogia.

3.2 Resultados de estudos e pesquisas brasileiras

No Brasil, a formação de professores para ensinar matemática nos anos iniciais de escolarização foi colocada em primeiro plano no âmbito das investigações e pesquisas em educação matemática quando Fiorentini (2003) publicou o resultado de um estudo que constatou a existência de poucos trabalhos que tratavam dessa questão.

Esse autor considera que ao se estudar a formação de professores que ensinam matemática, deve-se incluir os professores que atuam nos anos iniciais de escolarização porque, mesmo que esses professores não sejam licenciados em matemática, eles lidam com o ensino dessa disciplina e, por isso, necessitam desenvolver conhecimentos profundos sobre a mesma (FIORENTINI, 2003).

A partir das recomendações de Fiorentini (2003), estudos têm sido realizados em programas de pós-graduação em educação e, mais especificamente, nos de pós-graduação em educação matemática sobre a formação de professores para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização (CURI, 2004; BUKOWITZ, 2005; RODRIGUES, 2005; GOMES, 2006; ZIMER, 2008; NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009; SANTOS, 2009, entre outros).

Os estudos de Curi (2004) marcam, em certa medida, o início dessa nova trajetória. Em sua tese de doutorado, essa autora abordou a formação matemática do professor polivalente a partir da análise de conhecimentos para

ensinar matemática e de crenças e concepções que interferem na constituição desses conhecimentos. Para tratar da questão de conhecimentos considerados necessários para ensinar matemática, Curi (2004) se apoiou teoricamente em Shulman (1986, 1987) que é um estudioso americano bastante citado quando o assunto versa sobre saberes docentes. Esse autor apresenta três categorias que, juntas, retratam sua visão do que compõe o conhecimento da disciplina a ser ensinada: a) o conhecimento do conteúdo; b) o conhecimento pedagógico do conteúdo; e c) o conhecimento do currículo.

Essas categorias apresentadas por Shulman (1986) foram usadas por Curi (2004) para analisar o tipo de conhecimento que foi privilegiado nos cursos de formação de professores polivalentes no Brasil em diferentes momentos históricos. De acordo com essa autora, no início do século XX os conteúdos matemáticos contemplados eram as quatro operações fundamentais com números naturais e racionais na forma fracionária; algumas noções de medidas, de proporcionalidade, incluindo porcentagem, regra de três e juros. Essa autora constatou também que, “em alguns momentos da história, sequer havia a disciplina de Matemática nos cursos de formação de professores” (CURI, 2004, p. 76).

Curi (2004) analisou grades curriculares, ementas e referências de disciplinas de matemática ofertadas em 36 cursos de Pedagogia no Brasil e observou, dentre outras coisas, que muitos cursos de Pedagogia ainda não incorporaram em suas propostas para o ensino de matemática as proposições e resultados de estudos no âmbito da educação matemática.

Nessa linha de investigações sobre a formação de professores dos anos iniciais, Bukowitz (2005) apresenta uma proposta metodológica para o

ensino de matemática nos cursos de Pedagogia que se pauta em práticas investigativas em matemática. Essa autora acredita que esse tipo de procedimento metodológico pode intervir sobre concepções e práticas de alunos de Pedagogia e, conseqüentemente, na abordagem da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental por esses futuros profissionais.

Para a realização de seu estudo, Bukowitz (2005) utilizou a dinâmica de oficinas com alunos do curso de Pedagogia de duas instituições privadas de ensino superior em Petrópolis (RJ), durante os anos de 2003 e 2004. Os alunos de Pedagogia que participaram da pesquisa de Bukowitz (2005) já estavam na condição de professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

O quadro teórico usado por Bukowitz (2005) se constituiu da concepção gramsciana de “filosofia da práxis” articulada à função dos professores intelectuais de Giroux, além de ter fixado bases nos aportes teóricos do cognitivismo e do interacionismo. Os dados da pesquisa foram provenientes de memoriais, de diálogos estabelecidos nas oficinas, bem como das observações de situações de estágio. Tais dados suscitaram questões problematizadoras que levaram a autora a optar metodologicamente pela pesquisa-ação.

Bukowitz (2005) afirma que a análise do material coletado lhe permitiu depreender significados afetivos que perpassam concepções dos alunos de Pedagogia sobre a matemática e sobre o ensino e aprendizado dessa ciência. Por fim, essa autora analisa os impactos que essas práticas investigativas em matemática proporcionam ao que ela denominou de distintas Comunidades de Aprendizagem (cursos de Pedagogia e escolas investigadas). Para tanto, considerou-se a avaliação dos projetos elaborados em ambos os cursos de

Pedagogia, posteriormente implementados nas escolas onde os pesquisados atuam.

Em suas considerações, Bukowitz (2005) aponta para a necessidade de mudança das dinâmicas dos cursos de formação de professores e as das escolas, tanto como a do reconhecimento da viabilidade de propostas semelhantes em variados contextos, visando à humanização do ensino da matemática.

Já o estudo realizado por Gomes (2006) buscou identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos que permearam a aprendizagem matemática dos futuros professores das séries iniciais – estudantes do curso de Pedagogia – com intuito de provocar desequilíbrio, de desestabilizar algumas crenças fortemente arraigadas e que comprometem a prática docente.

Essa autora parte da hipótese de que a tomada de consciência dos obstáculos poderia se caracterizar como primeiro passo para sua superação. Como parte do procedimento metodológico da pesquisa, sete alunas do curso de Pedagogia foram selecionadas e submetidas a um pré-teste, a uma intervenção (um curso de 30 horas), um pós-teste e um pós-teste postergado realizado seis meses após o primeiro pós-teste.

Os resultados obtidos por Gomes (2006) comprovam sua hipótese de que a tomada de consciência dos obstáculos epistemológicos e didáticos e a compreensão dos conceitos elementares da matemática pelos futuros professores constituem elementos primordiais na superação desses obstáculos e, conseqüentemente, promovem a mudança de concepção da Matemática dos futuros professores, o que reflete na sua prática docente.

Em suas considerações, Gomes (2006) aponta para a necessidade de uma formação que contemple em sua grade, momentos de trocas, de revisão e reconstrução de conceitos matemáticos, momentos estes que permitiriam aos futuros professores maior domínio e menos fobia em relação a esta ciência, o que contribuiria para a redução do analfabetismo matemático tão presente em nossos dias.

Outro estudo sobre formação de professores dos anos iniciais é o de Zimer (2008) que investigou parte da trajetória da formação para o ensino da matemática nas séries iniciais do ensino fundamental de futuras professoras, alunas de um curso de Pedagogia, cuja análise se centrou nas concepções dessas alunas acerca do conhecimento matemático e da forma de se ensinar e aprender matemática.

Zimer (2008) teve como objetivo conhecer de que maneira o futuro professor estabelece conexões entre suas concepções e a prática pedagógica pré-profissional (estágio em docência) de modo a permitir a compreensão sobre o modo como ele aprende a ensinar matemática. Para tanto, essa autora considerou a Teoria de Mudança Conceitual como guia na estruturação do trabalho de campo e a Noção de Perfil Conceitual como fio condutor para a análise das informações obtidas no campo de pesquisa.

Zimer (2008) obteve seus dados por meio de questionários aplicados durante as aulas da disciplina Metodologia do Ensino da Matemática e, também, por meio de entrevistas reflexivas realizadas durante o período de estágio em docência e, ainda, das anotações da pesquisadora, no diário de campo relativo às observações das aulas de matemática dos estagiários; dos videoteipes das aulas

na universidade, de entrevistas e, também, de documentos (Proposta Pedagógica do Curso de Pedagogia, Planos de aula e Relatórios de estágio dos sujeitos).

Para uma análise mais aprofundada dos dados, Zimer (2008) desenvolveu o estudo de três casos. De acordo com essa autora, dois desses casos evidenciaram certa evolução conceitual em relação às concepções sobre a matemática e seus processos de ensino-aprendizagem, após terem vivenciado perturbações conceituais e emocionais e, também, demonstrarem consciência sobre seus diferentes modos de pensar e agir em sala de aula. Entretanto, houve um caso que não apresentou evoluções conceituais em seu perfil, possivelmente devido a obstáculos que emergiram durante o período investigativo.

Dentre os resultados obtidos por Zimer (2008), tem-se que o futuro professor vincula as próprias experiências com a escolarização como meio de estabelecer conexões entre suas concepções e a prática pedagógica. Outro aspecto constatado pela autora é que o estágio em docência se constitui em uma etapa importante da aprendizagem da docência, pois quando desenvolvido em paralelo com atividades de metacognição, o estágio se torna um elemento mediacional entre as concepções pessoais do futuro professor e as veiculadas pela escola, no caso, pela universidade. Segundo essa autora, é durante o estágio que o aluno tenta colocar em prática o que concebe sobre o ensino de certo conhecimento e, somente, com a reflexão sobre os resultados obtidos com a prática pedagógica é que ele consegue estabelecer relações entre sua forma própria de pensar e agir em detrimento dos novos referenciais teóricos.

Zimer (2008) evidencia a importância do professor formador como outro elemento mediacional entre as concepções pessoais e a prática pedagógica. Essa autora considera que a análise da evolução conceitual se

constitui em um caminho interessante para as discussões relacionadas à formação de professores que vão ensinar Matemática nas séries iniciais.

Outro trabalho que versa sobre essa temática de formação de professores dos anos iniciais é o de Santos (2009). Trata-se de um estudo de caso sobre o desenvolvimento do conteúdo números naturais em cursos de Pedagogia em quatro instituições de ensino da cidade de São Paulo. O objetivo foi investigar se alunos de cursos de Pedagogia, que estavam na condição de professores dos anos iniciais do ensino fundamental, estabeleciam relações entre os conteúdos relativos a números e operações que lhes foram ensinados nesses cursos de Pedagogia e os conhecimentos que eles utilizavam em suas práticas docentes para o ensino desse conteúdo matemático para alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

Os sujeitos da pesquisa foram professores formadores desses cursos de Pedagogia e alunos que já atuavam como professores dos anos iniciais. Quanto aos procedimentos metodológicos, além do registro de observação, também foram utilizados na coleta de dados os planos da disciplina de matemática dos cursos de Pedagogia, os cadernos dos registros das aulas de matemática dos alunos docentes, os planos da disciplina de matemática da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental, cadernos, pastas e livros de matemática das crianças, além das entrevistas semiestruturadas gravadas com os sujeitos que fizeram parte do estudo.

O quadro teórico do trabalho foi composto por estudos de Shulman (1986), Tardif (2000, 2002), Vergnaud (2003). A autora também utilizou os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (2007). A análise dos dados obtidos por Santos (2009) revelou, entre outros aspectos, que esses alunos que já

atuam como professores nos anos iniciais não ressignificaram suas práticas pedagógicas a partir dos estudos universitários na disciplina de matemática.

De acordo com essa autora, o estudo também apontou que, com exceção de dois alunos, todos os demais explicitaram a vontade de aprender como ensinar matemática e ter atividades práticas no curso. Santos (2009) afirma que os professores formadores que participaram da pesquisa, mesmo sabendo dessa expectativa, buscaram romper com o paradigma tecnicista, trabalhando o conceito numérico a fim de possibilitar-lhes maior autonomia intelectual na sua formação, o que poderia, em tese, contribuir para construção de suas práticas docentes.

Santos (2009), na mesma linha de Zimer (2008), ao se reportar a modelos que os professores constroem e seguem, evidencia a questão do estágio supervisionado como uma das formas de o futuro professor entrar em contato com a prática docente e refletir sobre ela. O estágio supervisionado forneceria, nesse caso, uma oportunidade para o futuro professor criar um modelo a partir de sua inserção em sala de aula em que conviveria com situações com as quais pudesse problematizar questões e refletir sobre situações por eles vivenciadas.

De acordo com Santos (2009), os alunos docentes que participaram de sua pesquisa, independente das instituições em que estudaram, não ressignificaram suas práticas pedagógicas a partir de seus estudos universitários, conforme os dados levantados. No entanto, segundo essa autora, algumas questões podem ser levantadas a partir desses dados com vista a futuros estudos. Uma delas diz respeito ao tempo destinado à formação. Outra questão destacada versa sobre a formação prática.

Sobre a questão do tempo destinado à formação inicial do professor para o ensino de matemática, essa autora questiona: é eficiente formar um professor com conhecimentos mínimos acerca dos conteúdos matemáticos da educação infantil e do ensino fundamental em 80 horas/aula, em um semestre letivo, em curso noturno?

Em relação à questão da formação prática, Santos (2009) faz a seguinte indagação: como relacionar teoria e prática em um currículo engessado pela exigüidade de tempo, mais os conteúdos a serem desenvolvidos, mais as avaliações previstas para o encerramento das atividades do curso?

No entendimento dessa autora, é desejável que um curso de formação de professores contemple sempre a teoria e a prática. Mas, em seu entendimento, a prática só tem significado se forem propiciadas situações em que seja possível a reflexão sobre quais conceitos fundamentam a resolução das crianças ou quais as possibilidades de intervenção para elas avançarem no sistema numérico, por exemplo, (SANTOS, 2009, p. 180).

Além dessas cinco teses de doutorado (CURI, 2004; BUKOWITZ, 2005; GOMES, 2006; ZIMER, 2008; SANTOS, 2009), os estudos de Nacarato, Mengali e Passos (2009) trazem a questão da formação matemática da professora polivalente e os desafios de ensinar o que nem sempre aprendeu. Para tratar dessa questão, as autoras procuram situar historicamente a trajetória das reformas curriculares para o ensino de matemática que ocorreram a partir da década de 1980. Ao fazer esse recorte histórico elas têm como objetivo “evidenciar o quanto os cursos de formação inicial têm deixado de formar professoras que dêem conta de acompanhar as reformas curriculares dos últimos anos” (NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009, p. 10).

Essas autoras afirmam que “as futuras professoras polivalentes têm tido poucas oportunidades para uma formação matemática que possa fazer frente às atuais exigências da sociedade e, quando ela ocorre na formação inicial, vem se pautando nos aspectos metodológicos” (p. 22). Para elas, mesmo que no Brasil exista uma prática discursiva a respeito de propostas inovadoras para o ensino de matemática desde a década de 1980, a formação matemática de muitas alunas de Pedagogia ocorreu distante de tais propostas.

Considerando que a experiência com a matemática e com os modelos de docentes que as alunas de Pedagogia tiveram durante sua trajetória escolar na educação básica tem influência sobre suas crenças e sentimentos em relação à matemática e seu ensino, as autoras passam a tratar dessa questão. Para tanto, elas recorrem a narrativas de alunas do curso de Pedagogia e concluem “o quanto as reformas curriculares não chegam até a formação docente e a sala de aula, o que faz com que a professora – principalmente nos primeiros anos de docência – reproduza os modelos que vivenciou como estudante” (NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009, p. 32).

Essas autoras afirmam que se tais modelos não forem problematizados e refletidos, eles podem permanecer ao longo de toda a trajetória profissional. Segundo elas,

isso contribui para a consolidação não apenas de uma cultura de aula pautada numa rotina mais ou menos homogênea do modo de ensinar matemática, mas também de um currículo, praticado em sala de aula, bastante distante das discussões contemporâneas no campo da educação matemática (NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009, p. 32).

Em nosso entendimento, esses estudos mostram o avanço que houve no Brasil em termos de investigações sobre a formação de professores dos anos iniciais com vistas ao ensino de matemática. Eles revelam aspectos que precisam

ser considerados na formação de professores dos anos iniciais de escolarização para que o debate acerca desse assunto não seja feito no vazio e sim pautado nesse tipo de investigações.

A questão dos conhecimentos necessários ao professor para que ele possa ensinar matemática nos anos iniciais é um tema recorrente nos estudos sobre formação de professores que ensinam matemática. As relações afetivas que precisam ser consideradas no sentido de que possam contribuir para a superação de obstáculos epistemológicos, bem como de crenças e sentimentos em relação à matemática e seu ensino, também se fazem presentes nos estudos sobre a essa temática. A apresentação do conhecimento matemático por meio de dinâmicas diferenciadas como, por exemplo, as oficinas, caracterizam uma tendência de propostas metodológicas para o ensino de matemática nos cursos de Pedagogia. A questão da integração do estágio supervisionado com as disciplinas de matemática como um dos meios para reflexão sobre a prática nos parece uma questão que precisa ser discutida e incorporada nos cursos de Pedagogia.

Entretanto, ainda são poucos os trabalhos que versam sobre conteúdos específicos necessários a uma formação para o ensino de matemática nos anos iniciais. O único trabalho voltado para um conteúdo matemático específico é o de Santos (2009) sobre números naturais. Essa lacuna abre espaço para investigações sobre outros temas matemáticos como, por exemplo, grandezas e medidas, espaço e forma e tratamento da informação.

São referências para uma formação de professores dos anos iniciais de escolarização que precisam ser conhecidas, discutidas e compreendidas para que possam ser incorporadas nos cursos de Pedagogia. Nessa perspectiva,

procuramos tecer algumas considerações sobre esses estudos que foram mostrados.

Sobre os resultados do trabalho de Bukowitz (2005), concordamos em que há necessidade de mudança nas dinâmicas dos cursos de formação de professores e nas das escolas, visando à humanização do ensino da matemática. Acreditamos, também, que as “oficinas” que essa autora usou para dinamizar o ensino de conteúdos matemáticos podem contribuir para essa “humanização” do ensino de matemática; mas isso depende, dentre outras coisas, da concepção que o professor formador tem da matemática, de seu ensino e de sua aprendizagem. Dizemos isso porque quando Bukowitz (2005) descreve a abordagem dos conteúdos matemáticos nas oficinas, parece-nos que há um distanciamento entre o quadro teórico apresentado por essa autora e o que ela efetivamente realiza.

No caso da utilização do tangram como elemento desencadeador de estudos mais profundos de noções geométricas por parte dos alunos, nossa experiência docente com o uso desse material (o tangram) nos autoriza a dizer que ele foi usado de forma limitada nas oficinas propostas por Bukowitz (2005). A construção do tangram não se restringe ao trabalho com dobraduras. Aliás, as dobraduras, em si, já se constituem num excelente momento para se trabalhar a passagem do espaço bidimensional para o tridimensional e vice-versa. A construção e o uso do tangram devem visar à compreensão de noções geométricas que são fundamentais para o entendimento de espaço e forma como, por exemplo: vértices, diagonal, segmento de reta, ponto médio, verticalidade, horizontalidade, paralelismo, perpendicularismo, ângulos, além das características das figuras geométricas que o compõem.

Sobre o trabalho de Gomes (2006), concordamos que a tomada de consciência dos obstáculos epistemológicos e didáticos e a compreensão dos conceitos elementares da matemática pelos futuros professores constituem elementos primordiais na superação de tais obstáculos e pode promover mudança de concepção da Matemática dos futuros professores, o que pode refletir em sua prática docente. Concordamos também que há necessidade de uma formação que contemple em sua grade, momentos de trocas, de revisão e reconstrução de conceitos matemáticos que permitam aos futuros professores maior domínio e menos fobia em relação à Matemática.

Entretanto, temos algumas considerações em relação ao procedimento metodológico usado no trabalho dessa autora: a) do universo de alunos de Pedagogia que participaram do pré-teste, somente alguns se dispuseram a participar das etapas seguintes. Isso nos coloca diante de uma amostra especial; b) o fato de os alunos estarem em número reduzido, sem a obrigatoriedade das aulas “normais” e se encontrarem somente aos sábados pode se constituir em uma variável a ser considerada na análise; c) as questões usadas pela autora no pré-teste são as mesmas utilizadas no pós-teste e no pós-teste postergado. Acreditamos que isso compromete os resultados.

Em relação ao trabalho de Zimer (2008), concordamos com essa autora sobre o papel do estágio como um dos meios para o futuro professor explicitar suas concepções acerca da matemática e de seu ensino e aprendizagem. Em nossa experiência docente na UFPA, o estágio tem se constituído num “momento” muito especial porque, ao falar sobre o que acontece efetivamente no “chão” da escola, os alunos estagiários têm oportunidade de expor suas idéias, dúvidas, inquietações, para que possamos, por meio de

análises teóricas, contribuir para um processo de reflexão sobre a prática com vistas ao aprofundamento/ampliação ou reestruturação de suas concepções sobre o conhecimento matemático, seu ensino e sua aprendizagem.

Já em relação ao trabalho de Santos (2009), houve uma situação que nos chamou atenção: o depoimento de um professor que parece meio desanimado em relação às expectativas dos alunos de Pedagogia sobre a matemática que lhes será ensinada. Pela experiência desse professor, não adianta querer fazer a leitura de um texto e depois fazer discussão sobre o que foi lido. Segundo ele, isso não funciona.

Em nosso entendimento, esse funcionamento depende, muitas vezes, da maneira como o professor formador lida com essa questão. Existem poucos textos “atrativos” na área da educação matemática voltados para a formação do pedagogo com vistas a prepará-lo para o ensino de matemática nos anos iniciais da escola fundamental. Que tipo de texto se quer que esse aluno (futuro professor) leia? Curi (2004) já havia se manifestado sobre a pouca produção de livros didáticos voltados para a formação matemática dos professores dos anos iniciais de escolarização.

Nossa experiência, como formador de professores, tem mostrado que muitos dos livros que constam nas referências das disciplinas de matemática nos cursos de Pedagogia não são acessíveis em termos de informação aos alunos desses cursos. São livros voltados mais para pesquisadores em educação matemática e que precisam ser traduzidos para uma linguagem mais compreensível para alunos de Pedagogia.

Todos esses referenciais nos possibilitam refletir sobre a formação matemática inicial de professores polivalentes de um modo geral e, mesmo que

não tratem especificamente de conhecimentos relativos a noções de probabilidade, eles nos fornecem um estado de conhecimento acerca de investigações que têm sido realizadas sobre essa temática no Brasil. Todos colocam a questão dos saberes docentes em primeiro plano. Nesse sentido, na seção seguinte, também trataremos dessa questão com vistas a fundamentar nossa proposta.

3.3 A questão dos saberes docentes em relação à matemática escolar

A matemática é um bem cultural e pensar matematicamente tem sido apontado como essencial na sociedade contemporânea que demanda abordagens diversificadas nas soluções de problemas. No entendimento de Serrazina (2002, p. 10), ser matematicamente competente na realização de uma dada tarefa implica, não só ter conhecimentos necessários, como a capacidade de identificá-los e mobilizá-los na situação concreta, mas ainda a disposição para fazê-lo efetivamente.

Atualmente, espera-se que a escola promova mais e melhor matemática para todos os seus alunos. No que diz respeito ao termo **mais matemática**, acreditamos que a escola deva contemplar o desenvolvimento matemático ocorrido nos dois últimos séculos, uma vez que toda matemática que é apresentada até o ensino médio já era conhecida antes de 1800. É a chamada matemática clássica. É preciso que a escola contemple, também, a matemática contemporânea. D'Ambrósio (2005) afirma que existe uma grande lacuna entre a ciência matemática e a matemática que é ensinada nas escolas.

No que diz respeito à **melhor matemática**, compreendemos que a escola deva proporcionar um ensino de matemática que contemple outros aspectos do conhecimento matemático além do formal. É preciso levar em conta o aspecto intuitivo⁵, associado aos aspectos culturais, sociais e filosóficos.

Segundo Frade e Borges (2006), a tendência de se valorizar o conhecimento matemático como sendo composto por domínios diferentes e diferentes naturezas pode ser entendida como reflexo do movimento de mudanças pelas quais tem passado a filosofia e a epistemologia matemáticas.

Nos dias atuais, a escola atende a uma população de alunos cada vez mais diversificada. Ela deve proporcionar a todos uma preparação matemática que contribua para a formação de cidadãos conscientes, críticos e responsáveis, capazes de enfrentar os desafios de uma sociedade cada vez mais tecnológica. A escola deve promover condições para que os alunos desenvolvam conhecimentos para enfrentar o mundo contemporâneo, usando o que tem aprendido na escola e na vida na resolução de problemas reais (BICUDO, 2003; CURI, 2004; LOUREIRO, 2004; OECD, 2003; SERRAZINA, 2002; entre outros). Estarão os professores preparados para isso?

Sabemos que muitos dos objetivos propostos para a escola não dependem, para sua realização, única e exclusivamente do cuidado do professor. No entendimento de Bicudo (2003), isso seria uma visão ingênua, “mesmo se nos ativéssemos apenas ao círculo das possibilidades de vir-a-ser dos seus alunos, pois a vida é complexa e a educação de pessoas está no cerne dessa complexidade e dá-se ao estar-se-no-mundo”. No entanto, essa autora destaca a

⁵ Aspecto intuitivo diz respeito a uma das escolas filosóficas que fundamentaram o conhecimento matemático (formalismo, intuicionismo e logicismo) no final do século XIX e que é usada por George Polya na obra “Matemática e Raciocínio Plausível” (1944)

importância do trabalho do professor em um âmbito específico que é aquele em que sua atuação é solicitada pela sociedade.

O papel do professor e dos conhecimentos que ele deve desenvolver para dar conta de sua profissão têm sido motivos de estudos em diversos países. Autores como Shulman (1986, 1987), Tardif (2000, 2002), Serrazina (2002), Gaio e Duarte (2004), Loureiro (2004), Moreira e David (2005), Carvalho (2006), Zimer (2008), entre outros, têm contribuído com indicadores importantes para tratarmos dessa questão na formação de professores para ensinar matemática nos anos iniciais de escolarização.

Lee Shulman (1986, 1987) é um dos autores mais citados quando se trata dessa questão relativa aos saberes docentes. No artigo que publicou em 1986, ele apresenta três categorias que, juntas, retratariam sua visão do que comporia o conhecimento da disciplina a ser ensinada: a) o conhecimento do conteúdo da disciplina; b) o conhecimento didático do conteúdo da disciplina e; c) o conhecimento do currículo.

No trabalho desse autor de 1987, ele amplia a discussão, propondo sete categorias: a) conhecimento do conteúdo; b) conhecimento de como lecionar o conteúdo; c) conhecimento do currículo; d) conhecimento pedagógico em geral; e) conhecimento dos estudantes e de suas características; f) conhecimento do contexto educacional e; g) conhecimento das metas, objetivos e valores educacionais.

Esse pesquisador aponta o conhecimento do conteúdo da disciplina a ser ensinada como um dos fatores mais importantes na composição do saber docente. Ele teceu sérias críticas ao analisar o quadro geral de pesquisas educacionais realizadas até a década de 1980, nos EUA, em que constatou a

predominância de questões pedagógicas de natureza geral, em detrimento do conhecimento sobre o ensino da matéria propriamente dito. Em sua concepção, a pesquisa sobre o ensino dos conteúdos se tornou um “paradigma perdido”, um verdadeiro ponto cego, pelo desprezo com que o assunto era tratado pelos pesquisadores.

De acordo com Shulman (1986), o conhecimento do conteúdo está relacionado à compreensão das estruturas da disciplina a ser ensinada e dos princípios de sua organização conceitual. Em sua concepção, as formas de tratar o conhecimento das estruturas do conteúdo diferem conforme a especificidade de cada área disciplinar. Pensar apropriadamente o conhecimento de conteúdos requer que se vá além de fatos e conceitos que estão presentes no domínio da disciplina a ser ensinada.

O conhecimento dos conteúdos, no entendimento de Shulman (1987), repousa em duas fundações: a) o acúmulo da literatura e estudos dos conteúdos de área e; b) a erudição histórica e filosófica da natureza do conhecimento naqueles campos de estudo.

Ao se referir à compreensão que os professores deveriam ter das estruturas da disciplina a ser ensinada e dos princípios de sua organização conceitual, esse autor acredita que os professores deveriam compreender princípios que ajudam a responder dois tipos de questão em cada um desses campos:

- a) que idéias e habilidades são consideradas importantes nesses domínios?

- b) de que forma novas idéias poderiam ser adicionadas de modo a suprir deficiências daqueles que produzem conhecimento nessas áreas?

Nessa perspectiva, o professor deveria ter, além de uma compreensão profunda do objeto particular ensinado, uma ampla educação liberal que servisse como referência teórica para antigas aprendizagens e como um facilitador para novos entendimentos.

Na visão de Shulman (1987), o professor tem especial responsabilidade em relação ao conhecimento do conteúdo, servindo como a principal fonte para o estudante compreender a disciplina estudada. A maneira pela qual esta compreensão é comunicada possibilita aos estudantes identificarem o que é essencial e o que é periférico em relação à disciplina.

Em face da diversidade dos estudantes, Shulman (1987) afirma que o professor deve ter uma flexível e multifacetada compreensão, adequada para dar explicações alternativas de alguns conceitos ou princípios. Em seu entendimento, o professor também comunica, conscientemente ou não, idéias sobre os modos nos quais “crenças” são determinadas e um conjunto de atitudes e valores que marcadamente influencia a compreensão do estudante.

Shulman (1987) acredita que este lugar especial de responsabilidade ocupado pelos professores demanda dos mesmos compreensão profunda das estruturas do objeto de ensino, bem como das que dizem respeito às atitudes do professor e entusiasmo para o que deve ser ensinado e aprendido. Estes muitos aspectos do conhecimento do conteúdo, portanto, são entendidos como uma característica central para a base do conhecimento para o ensino.

Os estudos que Lee Shulman realizou na década de 1980 servem como referências para muitas investigações a respeito de conhecimentos necessários ao saber docente, inclusive no âmbito da educação matemática. Dentre os pesquisadores nessa área, Deborah Ball e Liping Ma são autoras muito citadas quando se trata da questão do conhecimento da matemática escolar (CURI, 2004).

Para Ball (1991), citada por Curi (2004), o **conhecimento da Matemática (conhecimento de)** para ser ensinada envolve o conhecimento de conceitos, proposições e procedimentos matemáticos, o conhecimento da estrutura da Matemática e de relações entre temas matemáticos. Ball (1991) aponta a importância de o professor saber **sobre a Matemática (conhecimento sobre)**: a natureza da Matemática, sua organização interna, compreender os princípios subjacentes aos procedimentos matemáticos e os significados em que se baseiam esses procedimentos, os conhecimentos do fazer matemática, incluindo a resolução de problemas e o discurso matemático (BALL, 1991, apud CURI, 2004).

Nessa perspectiva, tem-se que o professor que ensina matemática precisa ter uma profunda compreensão da matemática que não se limite a um conhecimento tácito do tipo “saber fazer”, mas se traduza num conhecimento explícito que envolve a capacidade de conversar sobre a matemática, não apenas descrevendo os passos para seguir um algoritmo, mas também explicitando os juízos feitos e os significados e razões para certas relações e procedimentos (BALL apud SERRAZINA, 2002, p. 11).

No entendimento de Liping Ma, citada por Veloso (2004, p. 45-46), os professores que ensinam matemática deveriam desenvolver uma compreensão

profunda da matemática fundamental que teria as seguintes características: conectividade, múltiplas perspectivas, idéias básicas e coerência longitudinal.

A conectividade está relacionada a conexões entre conceitos matemáticos e procedimentos que, quando refletida no ensino, possibilitaria uma aprendizagem não fragmentada. Em lugar de aprenderem tópicos isolados, os alunos aprenderiam um corpo unificado de conhecimentos.

As múltiplas perspectivas se referem à apreciação dos diferentes aspectos de uma idéia e as várias abordagens à resolução de uma questão, assim como as suas vantagens e inconvenientes, possibilitando-se uma compreensão flexível da disciplina.

As idéias básicas dizem respeito a atitudes favoráveis em relação à matemática e a atenção que deve ser dada aos “simples, mas poderosos conceitos e princípios básicos da Matemática” (por exemplo, a idéia de equação). Ao centrarem a sua atenção nessas idéias básicas, os alunos não seriam apenas encorajados a abordar problemas, mas seriam conduzidos a desenvolver atividade matemática real.

A coerência longitudinal quer dizer que o professor não deve se limitar ao conteúdo que deve ser ensinado num certo ano de escolaridade; em lugar disso, deveria ter um conhecimento profundo de todo o currículo matemático elementar, estando preparado para aproveitar sempre uma oportunidade para rever conceitos cruciais que os alunos estudaram anteriormente. Além disso, sabendo o que os alunos vão aprender a seguir, aproveitariam as oportunidades para estabelecer as bases para essa aprendizagem.

Sobre a matemática que é ensinada nos anos iniciais de escolarização, por muito tempo se achou que essa matemática era bastante fácil e que o

professor que atuava nesse nível de escolaridade não precisava ter conhecimentos profundos sobre a mesma (SERRAZINA, 2002; CURI, 2004; GAIO & DUARTE, 2004, entre outros).

Todavia, hoje se tem que a matemática ensinada nos anos iniciais da escolarização é fundamental porque, por mais que seja apresentada de um modo elementar, ela constitui os alicerces da futura aprendizagem matemática mais avançada e contém rudimentos de muitos conceitos importantes, requerendo, dessa forma, que se garantam conhecimentos matemáticos sólidos e eficazes aos professores que atuam nesse nível de ensino (GAIO & DUARTE, 2004; NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009).

Serrazina (2002) afirma que os futuros professores precisam conhecer bem os conceitos, técnicas e processos matemáticos que intervêm no nível de escolaridade no qual irão atuar. Eles precisam ter uma boa noção do que são as grandes idéias da matemática e qual o seu papel no mundo de hoje. Essa autora aponta também para a necessidade de se ter uma noção clara de todo o desenvolvimento do currículo de matemática nos anos iniciais de escolarização.

Serrazina (2002) entende que o ensino de matemática implica na tomada de uma série de decisões, de forma consciente, sobre que parte dos conhecimentos matemáticos ensinar, em que momento é conveniente ensiná-los e de que forma pode ser mais adequado tratá-los de modo que sejam aprendidos. Em seu entendimento,

para formar um professor do 1º ciclo ou educador de infância, cujo perfil como profissional lhe facilite uma tomada de decisões de forma racional e crítica, é necessário formar profissionais com conhecimentos e capacidades que lhes possibilitem selecionar, organizar e trabalhar sobre a informação de modo a irem evoluindo no seu conhecimento profissional (SERRAZINA, 2002, p. 12).

Serrazina (2002, p.14) nos diz “que o professor precisa ter instrumentos de análise e reflexão sobre a sua prática, sobre o seu significado, sobre o tipo de conteúdos a trabalhar, sobre como aprendem seus alunos e sobre como ensinar”. Ela considera que: “no fundo, pretende-se que os futuros professores desenvolvam o seu próprio modelo didático e aprendam a ensinar os conhecimentos matemáticos que os seus alunos deverão aprender” (idem). Em sua concepção:

todos os futuros professores devem ter durante a formação experiências matemáticas que lhes desenvolvam perspectivas sobre a natureza da matemática, por meio de uma abordagem histórica e cultural, que fomentem a sua predisposição para fazer matemática e a sua autoconfiança para aprender matemática de modo independente; experiências de resolução de problemas e de desenvolvimento de atividades de investigação em matemática. Deve ser dada atenção especial ao papel das tecnologias incorporando-as nas experiências matemáticas realizadas (SERRAZINA, 2002, p. 14).

Em certa medida, Serrazina (2002) se aproxima das vertentes propostas por Shulman (1986, 1987) em relação ao saber docente, quando afirma que alguns autores propõem considerar três dimensões básicas para esse saber, quais sejam: a) dimensão de caráter epistemológico; b) dimensão relativa à aprendizagem e; c) dimensão de caráter curricular.

Já no entendimento de Loureiro (2004), a formação matemática de professores que se pretende atualmente tem por horizonte uma agenda de orientações curriculares sendo, por exemplo: a) centrada no desenvolvimento da predisposição e aptidão para raciocinar matematicamente; b) do gosto e confiança pessoal em desenvolver atividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático; c) da aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e idéias matemáticas; d) da compreensão de noções como conjectura, teorema e demonstração; e) da predisposição para resolver problemas e da capacidade de desenvolver processos de resolução; f) da capacidade de decidir sobre a

razoabilidade de resultados e de usar os instrumentos mais adequados à sua obtenção; g) da tendência a procurar 'ver' e apreciar a estrutura abstrata que está presente numa situação.

De acordo com Loureiro (2004, p. 90), nas reflexões e investigações tanto por parte de matemáticos quanto por parte de educadores matemáticos é comum colocar questões do tipo: a) que conhecimentos matemáticos são necessários aos professores? b) que conhecimentos acerca da natureza e da prática da matemática precisam os professores saber? c) como se relaciona o seu conhecimento matemático com a sua prática?

Entretanto, segundo essa autora, novas questões têm sido colocadas para investigações no âmbito da educação matemática. Essas questões tomaram uma forma mais ampla, passando a se configurar da seguinte maneira: a) qual é o conhecimento matemático de que os professores precisam para ensinar bem? b) como podem os professores desenvolver o conhecimento matemático de que precisam para ensinar bem?

Segundo Loureiro (2004, p. 90), questões formuladas dessa maneira ajudam a atenuar a fronteira entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo (didático), "permitindo, por um lado, desenvolver o que deve ser a formação matemática e, por outro, a proposta de formação matemática com uma parte da formação didática".

Essa autora sugere que na formação matemática de professores dos anos iniciais de escolarização haveria de se contemplar tanto o aspecto dos conhecimentos matemáticos e conhecimento sobre a matemática quanto o aspecto da matemática para melhorar a didática.

De acordo com Loureiro (2004), além do pouco conhecimento matemático de muitos professores de atuação multidisciplinar, existem atitudes negativas face à matemática e capacidades mal exploradas e desenvolvidas. Ela admite que o tempo de formação é limitado e por isso “é decisivo ajudá-los a compreender bem a matemática dando-lhes condições para que continuem interessados em estudar e aprender matemática depois de licenciados” (LOUREIRO, 2004, p. 63).

Em nossa experiência docente temos procurado dar condições para que os alunos compreendam “bem” a matemática que irão ensinar. Ficamos “contentes” quando eles explicitam que passaram a “encarar” a matemática de outra maneira e se mostram interessados em dar continuidade a estudos sobre a mesma com vistas a ensiná-la da melhor forma possível. Acreditamos que temos contribuído para mudar atitudes negativas que muitas alunas de Pedagogia têm em relação à matemática.

LOUREIRO (2004) entende como atitudes positivas e capacidades favoráveis à construção do conhecimento matemático:

o gosto por aprender, a autonomia, a vontade e o gosto por enfrentar dificuldades, a persistência, a valorização da ajuda de outros, a capacidade de procurar ajuda, a confiança nas idéias próprias, a capacidade de explicitar idéias próprias, o reconhecimento do valor das idéias de outros quanto em oposição às suas, a capacidade de desenvolver os conhecimentos próprios integrando outros conhecimentos, a organização das idéias próprias em perspectivas diversas, o espírito crítico e a argumentação (LOUREIRO, 2004, p. 64).

Do nosso ponto de vista, o entendimento dessa autora portuguesa vem ao encontro do que os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática apresentam sobre conteúdos atitudinais. De acordo com esses documentos, espera-se desenvolver com esse tipo de conteúdo: a) atitudes favoráveis para a aprendizagem de Matemática; b) confiança na própria capacidade para elaborar

estratégias pessoais diante de situações-problema; c) valorização da troca de experiências com seus pares como forma de aprendizagem; d) apreciação da organização na elaboração e apresentação dos trabalhos, entre outros (BRASIL, 1997, p. 75).

No entendimento de Gomes (2006), se quisermos mudar o que se passa nas escolas, temos que começar mudando a formação dos professores. No entanto, para essa autora, a mudança não deve ocorrer apenas em torno do currículo, de materiais de apoio, mas, sobretudo, sobre o modo de entender e conceber a matemática. É preciso alterar a relação que os estudantes, futuros-professores, estabelecem com a matemática (GOMES, 2006, p. 53).

Como se pode observar das proposições acerca de conhecimentos considerados necessários aos professores para que possam ensinar matemática, existe uma forte preocupação de se formar professores com conhecimentos profundos da disciplina que se constitui em objeto de ensino. Entretanto, sabemos das dificuldades da efetivação dessas proposições teóricas nas propostas curriculares para a formação do professor de atuação multidisciplinar nos anos iniciais do ensino fundamental.

Em nossa experiência docente temos nos defrontado com alunos de Pedagogia com características descritas no estudo de Bertolo (2005). Muitas vezes, esses alunos mostram pouca simpatia com a matemática e, conseqüentemente, com o professor que a ensina. Entretanto, a maneira que nos posicionamos em relação ao conhecimento matemático escolar tem levado alguns desses alunos a expressar verbalmente que passaram a encarar a matemática de outra forma. Temos assumido perante aos alunos que concebemos a matemática como uma construção sócio-histórica. Ou seja, que ela foi construída num

determinado tempo e lugar em decorrência da necessidade humana, seja ela prática ou não. Esse tipo de postura provoca certo espanto em alguns alunos porque não haviam pensado a matemática dessa forma. Para muitos alunos a matemática é um tipo de conhecimento necessário, mas do ponto de vista prático. Eles reconhecem sua utilidade, mas não se sentem confortáveis perante a mesma.

Acreditamos que a maneira como o professor formador concebe o conhecimento matemático, assim como a forma de ele lidar com o seu ensino, pode ser um primeiro passo com vistas a uma “boa” preparação do pedagogo para o ensino de matemática nos anos iniciais. A literatura nos diz que a maneira como os futuros professores são envolvidos em sua formação inicial é determinante na forma como eles irão trabalhar com seus alunos em suas aulas. Nessa perspectiva, muitos problemas levantados acerca da formação de professores não residem no perfil dos alunos, mas no perfil dos formadores.

Numa espécie de ação regressiva, acreditamos que todos os objetivos que se espera alcançar com o ensino de matemática no que diz respeito aos alunos, também devem ser esperado dos seus professores e dos formadores desses professores. Nesse sentido, para que possamos responder quais conhecimentos os professores necessitam para ensinar bem a matemática e como pode se dar uma formação inicial com vistas a atingir esse propósito, pensamos que a questão não reside numa lista de tópicos de conhecimentos, mas como esses conhecimentos podem ser objetivados, levando-se em consideração o tipo de aluno, de professor e de escola que é aceito como válido.

Ao lidarmos com a formação de pedagogos para ensinar matemática nos anos iniciais de escolarização, temos consciência de que estamos lidando

com pessoas que tem experiência com a matemática básica, mesmo que essa experiência não tenha sido “boa”. Entendemos que é preciso saber o que esses alunos já sabem de matemática. E eles sabem muita coisa, mas precisam – muitas vezes – reelaborar seus conhecimentos frente àquilo que uma formação pautada em investigações científicas, entre outras características, deve propiciar. Nessa perspectiva, é preciso saber o que tem sido contemplado em termos de conteúdos com vistas a uma preparação para o ensino de matemática nos anos iniciais. Essa é uma das formas de trazeremos à reflexão a questão dos conhecimentos necessários a partir do que tem sido proposto e efetivado para que possamos tratar especificamente do ensino de probabilidades na formação matemática inicial de professores polivalentes.

3.4 Conteúdos abordados nessa formação

No Brasil, as diretrizes para a formação de professores para a educação básica, bem como os pareceres que as justificam, não explicitam quais conteúdos devem ser contemplados na formação de professores de atuação multidisciplinar nos anos iniciais de escolarização com vistas a prepará-los para o ensino de matemática. O que existe são indicativos. Segundo esses documentos oficiais, os conteúdos definidos para um currículo de formação profissional e o tratamento que a eles deve ser dado assumem papel central, uma vez que é basicamente na aprendizagem de conteúdos que se dá a construção e o desenvolvimento de competências (BRASIL, 2001, p. 26).

É sugerido nesses documentos que nos cursos de formação de professores para a educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental “é

preciso incluir uma visão inovadora em relação ao tratamento dos conteúdos das áreas de conhecimento, dando a eles o destaque que merecem e superando abordagens infantilizadas de sua apropriação pelo professor” (BRASIL, 2001, p. 37). Ressalta-se que:

aquilo que o professor precisa saber para ensinar não é equivalente ao que seu aluno vai aprender: além dos conteúdos definidos para as diferentes etapas da escolaridade nas quais o futuro professor atuará, sua formação deve ir além desses conteúdos, incluindo conhecimentos necessariamente a eles articulados, que compõem um campo de ampliação e aprofundamento da área (BRASIL, 2001, p.30).

Esse entendimento sobre o conhecimento que o professor deve ter acerca daquilo que se propõe ensinar parece ser consensual entre diversos autores. Todavia, devido ao caráter multidisciplinar dos professores que atuam nos anos iniciais, face às várias disciplinas escolares que devem lecionar, a questão em relação à matemática é apontar que conteúdos seriam necessários para o ensino nos cursos de formação desses professores, de modo a possibilitar o aprofundamento de conhecimentos e competências, permitindo-lhes intervir profissionalmente numa educação pela matemática nos anos iniciais, uma vez que, segundo os documentos oficiais:

a definição do que um professor de atuação multidisciplinar precisa saber sobre as diferentes áreas de conhecimento não é tarefa simples. Quando se afirma que esse professor precisa conhecer e dominar os conteúdos básicos relacionados às áreas de conhecimento que serão objeto de sua atividade docente, o que se quer dizer não é que ele tenha um conhecimento tão estrito, basicamente igual ao que vai ensinar, como também não se pretende que ele tenha um conhecimento tão aprofundado e amplo como o do especialista por área de conhecimento (BRASIL, 2001, p.31).

De acordo com o parecer que fundamenta as diretrizes para a formação do professor da educação básica, o planejamento de uma matriz curricular de formação de professores se constitui no primeiro passo para a transposição didática que o formador de formadores precisa realizar para

transformar os conteúdos selecionados em objetos de ensino de seus alunos, futuros professores (BRASIL, 2001, p.41).

Quanto à elaboração do projeto curricular, é ressaltado que, a equipe de formadores deve buscar formas de organização, em contraposição a formas tradicionais concentradas exclusivamente em cursos de disciplinas, a partir das quais se trabalhem conteúdos que, também, são significativos para a atuação profissional dos professores (BRASIL, 2001, p.41).

Os documentos oficiais brasileiros não apontam quais conteúdos devem ser estudados na formação de professores de atuação multidisciplinar nos anos iniciais com vistas a prepará-los para o ensino de matemática. Dessa forma, abrem possibilidades para que os cursos de formação desses professores elaborem seus programas e selecionem conteúdos, definidos de acordo com o projeto político-pedagógico que deve ser discutido pela comunidade escolar.

Conforme mencionado anteriormente, Curi (2004) investigou e analisou o conhecimento matemático que foi privilegiado nos cursos de formação de professores polivalentes no Brasil em diferentes momentos históricos e constatou que houve períodos que nem sequer havia a disciplina de matemática nos cursos de formação de professores.

Essa autora, ao analisar ementas e programas de disciplinas de matemática de 36 cursos de Pedagogia, destaca a ausência de indicações sobre resolução de problemas, bem como sobre a historicidade dos conteúdos matemáticos. No que tange aos referenciais teóricos usados nesses cursos, ela afirma que havia poucas indicações de livros escritos por educadores matemáticos e destinados à formação matemática de futuros professores. Um dos

autores encontrados foi o professor Ubiratan D'Ambrósio, mesmo assim em apenas dois cursos (CURI, 2004).

Segundo Curi (2004), o levantamento que fez em grades curriculares de cursos de Pedagogia mostra principalmente a pouca presença de conteúdos matemáticos e de suas didáticas. Esse levantamento revela também que os temas matemáticos indicados em orientações curriculares recentes ainda não foram incorporados pelos cursos analisados.

De acordo com essa autora, outro dado importante que deve ser destacado é a ausência de educadores matemáticos nos cursos analisados e a pequena indicação de livros de educadores matemáticos específicos para a formação de professores e de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de Matemática pelas crianças dos anos iniciais do ensino fundamental (CURI, 2005, p. 8).

Esse estudo de Curi (2004) nos motivou a realizar um levantamento em cursos de Pedagogia para que pudéssemos comparar nossos resultados com os dessa pesquisadora no intuito de verificar se houve algum tipo de mudança no quadro por ela apresentado.

Decidimos, então, focalizar os cursos de Pedagogia que obtiveram nota cinco (5) na prova do Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE). De acordo com o site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas "Anísio Teixeira" (INEP), houve 1176 cursos de Pedagogia que participaram do ENADE/2008. Desse total de cursos participantes, apenas 36 cursos obtiveram conceito 5 (cinco). Desses 36 cursos, 13 são vinculados a instituições estaduais; 10 são federais e 13 pertencem a instituições privadas.

Por meio da internet, procuramos informações a respeito desses 36 cursos. Nos sites das instituições que disponibilizam as grades curriculares de seus cursos de Pedagogia verificamos a existência de uma diversidade de denominações para a disciplina de matemática. Entretanto, apesar de algumas instituições informarem as grades curriculares do curso de Pedagogia, a maioria não disponibiliza os projetos pedagógicos, bem como as ementas e/ou programas das disciplinas desse curso.

Dos treze cursos de Pedagogia vinculados a universidades estaduais apenas dois disponibilizam informações sobre as disciplinas de matemática que fazem parte de seus currículos. Dos dez cursos ofertados em universidades públicas federais, seis disponibilizam informações acerca de suas ementas e referências. Dos treze cursos ofertados em instituições particulares, apenas dois disponibilizam informações.

Essa falta de informações na internet sobre projetos pedagógicos de cursos que estão vinculados a instituições públicas de ensino superior, bem como a falta de informações sobre ementas e programas das disciplinas que são ofertadas nesses cursos, mostra o quanto o uso de tecnologias da informação ainda está distante da prática dessas instituições, mesmo que se faça presente nos discursos de muitos dos seus professores/dirigentes.

O fato de termos delimitado nossas investigações a cursos que obtiveram nota cinco no ENADE já nos coloca diante de uma amostra especial. Mesmo que não haja uma correlação entre o conceito obtido por essas instituições e as propostas de formação que estão contidas em suas grades curriculares e nas ementas/programas de disciplinas, existe a possibilidade de

haver uma proposta de ensino diferenciado que supere as questões colocadas por Curi (2004).

Dos cursos analisados por essa autora ficou constatado que temas matemáticos indicados em orientações curriculares recentes ainda não haviam sido incorporados. No caso da nossa amostra, todos os cursos que disponibilizaram informações se referem aos quatro blocos de conteúdos matemáticos sugeridos pelos documentos oficiais brasileiros. Isso mostra que houve avanço nesse sentido nesses últimos anos.

Quanto à ausência de resolução de problemas (aspecto metodológico) e da historicidade (aspecto epistemológico) dos conteúdos matemáticos nas ementas e programas das disciplinas de matemática que Curi (2004) analisou, observamos que a questão relativa à história dos conteúdos matemáticos se faz presente em muitas ementas e programas por nós analisados. Já a resolução de problemas ainda continua ausente na maior parte das propostas para o ensino de matemática dos cursos de Pedagogia.

No que diz respeito às poucas indicações de livros escritos por educadores matemáticos destinados à formação matemática de futuros professores, nossa amostra permitiu verificar a existência de muitas obras de autores que transitam na educação matemática, inclusive de obras que resultam de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de matemática pelas crianças dos anos iniciais do ensino fundamental. Entretanto, não são obras voltadas especificamente para a formação do pedagogo com vistas a prepará-lo para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. São obras mais voltadas para pesquisadores no âmbito da educação matemática.

Considerando que os futuros professores polivalentes (alunos de Pedagogia) têm que compreender o que vão ensinar, acreditamos que, além de compreenderem os conteúdos matemáticos propostos para os anos iniciais de escolarização, eles têm que compreender os objetivos gerais que se pretende alcançar com a Matemática para o ensino fundamental. Dentre esses objetivos tem-se (BRASIL, 1997):

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas;
- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico); selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-los e avaliá-los criticamente;
- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;

- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemática

Nossa experiência docente tem mostrado que muitos alunos de Pedagogia não conhecem os objetivos que se pretende alcançar com o ensino da Matemática no contexto escolar e que são estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática. Entretanto, quando têm oportunidade de conhecer e compreender tais objetivos, eles se mostram menos arredios em relação à matemática e parecem compreender de forma mais ampliada os conteúdos matemáticos que irão ensinar nos anos iniciais.

De acordo com os PCN de Matemática, quatro blocos de conteúdos são propostos para o ensino desde os anos iniciais de escolarização: Números e operações; Espaço e forma; Grandezas e medidas; e Tratamento da informação.

Sobre os três primeiros blocos, os autores dos PCN afirmam que existe um razoável consenso no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplá-los. Esses autores reconhecem como desafio o de identificar, dentro de cada um desses vastos campos, de um lado, quais conhecimentos, competências, hábitos e valores são socialmente relevantes; de outro lado, em que medida esses conteúdos contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, na construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos (BRASIL, 1997, p. 53).

No que diz respeito ao bloco de conteúdos denominado Tratamento da Informação, o que leva os autores dos PCN a destacar esse tema como um bloco de conteúdo é a demanda social. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância, em função de seu uso na sociedade. Integram esse bloco estudos relativos a noções de estatística, de probabilidade e de combinatória. Segundo esses autores, “evidentemente, o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos” (BRASIL, 1997, p. 56).

3.5 Considerações sobre o capítulo

No Brasil, a formação matemática inicial de professores polivalentes se dá, atualmente, nos cursos de Pedagogia e Normal Superior. Estudos sobre essa formação apontam a existência de variáveis que devem ser levadas em conta quando da seleção e tratamento de conhecimentos matemáticos considerados necessários aos futuros professores.

Existem indicativos de que muitos alunos de Pedagogia não desejam se tornar professores dos anos iniciais de escolarização. Além disso, muitos desses alunos (futuros professores) apresentam uma fraca preparação matemática e mostram atitudes negativas em relação a esse conhecimento. Adicionado a tudo isso, tem-se que a carga horária das disciplinas específicas de matemática ofertadas em cursos de Pedagogia é insuficiente.

Por outro lado, a literatura que trata da questão de saberes docentes aponta diferentes tipos de conhecimentos necessários aos professores para que possam ensinar com compreensão a sua disciplina como, por exemplo, o

conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento do currículo. Esses conhecimentos apontados inicialmente por Shulman (1986) inspiraram autores no âmbito da educação matemática a propor outras categorias de conhecimento que devem fazer parte da bagagem do professor que ensina matemática, incluídos aí os professores polivalentes.

Nessa perspectiva, uma formação matemática inicial de professores polivalentes nos moldes apontados pela literatura consultada (CURI, 2004; LOUREIRO, 2004; NACARATO, MENGALI & PASSOS, 2009) deve abordar, além dos conhecimentos matemáticos específicos, as justificativas e os objetivos dos conhecimentos matemáticos propostos para o ensino, variáveis que interferem no processo ensino-aprendizagem, bem como perspectivas e procedimentos didáticos para o ensino de matemática como, por exemplo, a resolução de problemas, o uso de história da matemática, novas tecnologias, modelagem matemática, etnomatemática, investigação matemática e uso de jogos.

Com base na literatura examinada neste capítulo 3, sobre formação matemática inicial do professor polivalente, e na que foi mostrada no capítulo 2, sobre a teoria das probabilidades como componente curricular, entendemos que numa proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes os conhecimentos de e sobre probabilidade devem estar pautados nos seguintes aspectos:

Aspecto sociológico e filosófico. É preciso que o professor compreenda as justificativas e os objetivos para a inclusão de estudos relativos a noções de probabilidades desde os anos iniciais de escolarização. Para tanto, faz-se necessário uma abordagem acerca de demandas sociais contemporâneas, evidenciando-se o papel da relação entre escola e sociedade.

Aspecto epistemológico. O professor precisa compreender noções de probabilidade em seus aspectos conceituais e procedimentais. Nessa perspectiva, o conhecimento do desenvolvimento histórico do conceito de probabilidade pode possibilitar uma compreensão mais ampliada das diferentes concepções de probabilidade, dos modelos matemáticos envolvidos, das ferramentas matemáticas utilizadas e dos obstáculos epistemológicos que se fizeram presentes na trajetória do desenvolvimento da teoria das probabilidades.

Aspecto relativo ao processo ensino-aprendizagem. O professor precisa conhecer variáveis que interferem no processo ensino-aprendizagem de noções de probabilidade o que implica em estudos no âmbito da psicologia educacional. Além de o professor conhecer noções de probabilidade do ponto de vista matemático, ele precisa compreender o modo como essas noções são progressivamente elaboradas pelo aluno do ponto de vista psicológico para poder intervir didaticamente no ensino desse conteúdo.

Aspecto didático-metodológico. O professor precisa conhecer e compreender métodos para o ensino de noções de probabilidade nos anos iniciais da escolarização como, por exemplo, a resolução de problemas; uso de jogos e modelagem matemática.

Entendemos que uma formação matemática inicial de professores polivalentes que considera resultados de estudos e pesquisas pode se tornar uma formação capaz de fornecer condições para que os futuros professores polivalentes desenvolvam competências e habilidades necessárias à ampliação dos conhecimentos matemáticos a serem ensinados, conhecendo-os sob diferentes perspectivas, inclusive daquelas originadas de demandas sociais, do mundo do trabalho e de novas tecnologias.

4 UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE NOÇÕES DE PROBABILIDADES NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES POLIVALENTES

Na tentativa de indicar conhecimentos que devem compor uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes, em um curso de Pedagogia, apoiamo-nos em estudos que tratam da questão da teoria das probabilidades como componente curricular e em estudos que abordam a questão da formação matemática inicial de professores polivalentes. Esses estudos nos possibilitaram construir um quadro de referência que, por sua vez, autoriza-nos a dizer que os conhecimentos de e sobre probabilidade a ser ensinados numa formação matemática inicial de professores polivalentes deveriam se pautar em aspectos relativos: a) a fundamentos sociológicos e filosóficos; b) à cultura matemática escolar; c) ao processo ensino-aprendizagem e; d) à didática da matemática.

4.1 Aspecto relativo a fundamentos sociológicos e filosóficos

É preciso que o professor compreenda as justificativas para a inclusão dos conteúdos que irá ensinar, bem como as metas, os objetivos e os valores educacionais (SHULMAN, 1987). A literatura que consultamos mostra uma variedade de justificativas para a inclusão de estudos relativos à probabilidade e de objetivos que se pretende alcançar com esses estudos, desde os anos iniciais de escolarização, e que precisam ser compreendidos pelos professores que ensinam esse tópico matemático, incluídos aí os professores polivalentes.

Nessa perspectiva, a questão da demanda social ganha destaque quando se trata da inclusão de estudos de probabilidade nas propostas para o

ensino de matemática. O conhecimento das relações entre escola e sociedade é importante para se entender o porquê desse tópico matemático ser proposto para o ensino na escola no momento histórico atual. A literatura mostra que os objetivos que se pretende alcançar com estudos relativos à probabilidade emanam, dentre outras fontes, de questões relativas à vida contemporânea e de proposições de especialistas no âmbito da educação matemática.

Vimos que na década de 1980 os movimentos ambientalistas ganharam forças e uma nova espécie de consciência parecia fazer parte das pessoas e temas que ainda não tinham sido contemplados no currículo de matemática passaram a integrá-lo como é o caso de estudos relativos à probabilidade. Havia naquela época a preocupação de se promover a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão para que pudesse atuar no século XXI. Nesse sentido, estudos relativos a noções de combinatória, probabilidade e estatística foram propostos para ensino como conhecimentos indispensáveis para lidar, dentre outras situações, com a chamada era da informação.

A literatura nos informa que as reformas curriculares no Brasil que se sucederam na década de 1990 foram influenciadas por fatores econômicos e políticos em nível mundial. Concorreram para tais reformas a consolidação do processo de globalização, a redefinição das formas de organização do Estado e o protagonismo de agências internacionais ligadas ao campo educacional. Assim, é preciso que o professor compreenda que a escola é influenciada por normas e regras sociais, vínculos econômicos e políticos, bem como a atuação de forças aparentemente distanciadas das práticas escolares, que influenciam ou determinam aquilo que deve ser feito na escola.

De acordo com a literatura que consultamos, a sociedade define e legitima o que é um conhecimento válido. O currículo será aquele que a sociedade sancionou como desejável ou necessário. O currículo traduz um modelo social. Nessa perspectiva, qual a função da matemática na sociedade contemporânea? O que se espera com a inclusão de estudos relativos à combinatória, probabilidade e estatística nas propostas curriculares para o ensino de matemática desde os anos iniciais de escolarização?

Uma das justificativas que identificamos é a possibilidade de uma leitura crítica de mundo com base no tratamento matemático de informações. A exposição das pessoas a um volume crescente de informações impõe uma necessidade de compreensão que se pode dar, dentre outros conhecimentos, por meio de leitura e interpretação de gráficos e tabelas.

D'Ambrósio (2005) afirma que a matemática esteve a serviço da guerra e propõe que ela passe a estar a serviço da paz. Em nosso entendimento, grande parte da opressão no Planeta se sustenta pela manipulação de dados para mascarar situações dos mais diversos tipos. Os números podem ser usados para a manutenção do poder, para impressionar a sociedade acerca de algum fenômeno, para falsear resultados. Isso vai depender de quem os usa. Ante tais situações, a educação matemática pode e deve fazer seu papel no sentido de contribuir para uma formação crítica com vistas à transcendência dos sujeitos. Nesse sentido, a literatura aponta para estudos de combinatória, probabilidade e estatística como poderosos instrumentos no sentido de auxiliar os cidadãos a compreenderem melhor os fenômenos que são veiculados na mídia.

Outra justificativa para a inclusão de estudos de probabilidade na escola é a compreensão de situações de acaso e incerteza por meio de

tratamento matemático. A literatura aponta que o homem procura compreender o mundo a sua volta por meio de modelos explicativos e que a questão do acaso e da incerteza perturba o espírito racional. Diante de tal situação, o conhecimento de e sobre probabilidade possibilitaria que muitas explicações de fenômenos aleatórios, dadas única e exclusivamente por meio de nossas crenças em mitos, evoluíssem para um patamar de racionalidade. Não se trata de evocar o espírito iluminista, mas de usar conhecimentos que nos aproximem um pouco mais da realidade que queremos compreender.

Entretanto, deve ficar claro para os futuros professores que o que se propõe para ensino na escola fundamental são apenas noções de probabilidade e que esse assunto matemático deve ser ensinado de forma integrada com noções de combinatória e estatística.

Nesse sentido, faz-se necessário que os futuros professores compreendam os objetivos que se quer alcançar junto aos alunos dos anos iniciais de escolarização quando se propõe estudos de noções de probabilidade. No entendimento de Lopes (1998, 2003), o objetivo de estudar probabilidade e estatística nos anos iniciais de escolarização pode ir além do caráter utilitário ou de servir como pré-requisito para estudos futuros. As contribuições do estudo de noções desses tópicos são muito mais amplas, podendo concorrer para a formação do aluno no sentido de desenvolver sua capacidade crítica e a autonomia para que exerça plenamente sua cidadania.

Dentre os objetivos gerais que se pretende alcançar com a inclusão de estudos relativos a noções de probabilidade junto a alunos da escola fundamental tem-se: a) desenvolver a criticidade do aluno; b) lidar com a chamada era da informação; c) tratar matematicamente situações de acaso e incerteza com as

quais as pessoas convivem diariamente; d) contemplar os desenvolvimentos da ciência; e) romper com o determinismo e a linearidade, predominantes nos currículos de Matemática; f) contribuir para a alteração da imagem social da Matemática que é tida como ciência pronta e acabada.

Já em relação a objetivos que se pretende alcançar especificamente junto a alunos dos anos iniciais de escolarização, tem-se: a) compreender noções básicas sobre resultados de acontecimentos (certo, possível, mais provável, mais freqüente); b) adquirir um vocabulário básico para falar a respeito desse conceito matemático e começar a situar as probabilidades de acontecimentos numa escala de 0 a 1; c) identificar características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situação-problema; d) contribuir para o desenvolvimento da capacidade crítica e autonomia do aluno para que exerça plenamente a cidadania; e) contribuir para a construção de um pensamento não determinístico.

Em nosso entendimento, o conhecimento de justificativas e de objetivos para inclusão de estudos relativos a noções de probabilidade se constitui num dos conhecimentos a compor uma proposta para o ensino desse tópico matemático na formação inicial de professores polivalentes. São conhecimentos de natureza sociológica e filosófica que deveriam estar integrados ao conhecimento matemático específico que faz parte da cultura matemática.

4.2 Aspecto relativo à cultura matemática escolar

O conhecimento do conteúdo tem sido apontado por vários autores como um dos conhecimentos essenciais que o professor precisa ter. A questão relativa à compreensão profunda do objeto particular ensinado apareceu diversas

vezes no presente estudo. Concordamos que o professor deve entender profundamente o que ensina. Mas, considerando que estamos tratando de futuros professores dos anos iniciais de escolarização – alunos de curso de Pedagogia -, precisamos ter cautela ao se querer que esses alunos compreendam profundamente um assunto matemático que, em muitos casos, não lhes foi apresentado na educação básica, como é o caso da Probabilidade.

Portanto, não obstante a complexidade que o tema impõe, não podemos nos afastar da realidade “concreta” desses alunos, sob pena de estarmos satisfazendo apenas o nosso ego ao querer mostrar que sabemos “muito” sobre essa questão. Os autores das diretrizes curriculares para a formação do professor da educação básica se aproximam bastante dessa realidade quando dizem que o conhecimento do professor polivalente acerca dos conteúdos básicos não deve ser tão estrito, basicamente igual ao que vai ensinar, como também não se pretende que ele tenha um conhecimento tão aprofundado e amplo como o do especialista por área de conhecimento.

Entretanto, esses autores reconhecem que é preciso incluir uma **visão inovadora** em relação ao tratamento dos conteúdos das áreas de conhecimento, dando a eles o destaque que merecem e **superando abordagens infantilizadas** de sua apropriação pelo professor (BRASIL, 2001).

Esses dois aspectos são importantes a ser ressaltados porque existem muitas críticas em relação à formação matemática que é contemplada na formação inicial do professor polivalente em cursos de Pedagogia. A predominância de aspectos metodológicos em detrimento do conhecimento matemático específico é uma realidade na maioria dos cursos de Pedagogia no Brasil.

Concordamos que o professor tem especial responsabilidade em relação ao conhecimento do conteúdo, servindo como a principal fonte para o estudante compreender a disciplina estudada. Concordamos também que a maneira pela qual esta compreensão é comunicada possibilita aos estudantes identificarem o que é essencial e o que é periférico em relação à disciplina. A questão é o que abordar de um assunto matemático complexo, como é o caso da probabilidade, com alunos de Pedagogia que não o estudaram na escola básica e sua primeira oportunidade para lidar com esse assunto é no curso de graduação.

Concordamos que o professor polivalente deve ter uma compreensão da matemática que não se limite a um saber fazer, mas se traduza num conhecimento que envolva a capacidade de conversar sobre a matemática. Entretanto, vários estudos têm mostrado que os conhecimentos matemáticos de alunos de Pedagogia são fracos, que a formação matemática inicial contemplada nos cursos de Pedagogia também é fraca, que o tempo destinado a essa formação matemática é curto e que a questão central reside na escolha do que é essencial a ser abordado nessa formação. Diante desse quadro, concordamos com Loureiro (2004) quando diz que o futuro professor deve ser envolvido de modo a ser despertado para o gosto por essa disciplina de modo a incentivá-lo a prosseguir em seus estudos depois de formados.

A literatura aponta que o professor precisa compreender o conteúdo da disciplina que vai ensinar em seus aspectos conceituais e procedimentais e que concorre para essa compreensão o estudo da história desse conteúdo. A abordagem histórica de conteúdos matemáticos mostra, como no caso da teoria das probabilidades, os modelos matemáticos envolvidos, as concepções que

sustentam cada modelo e os obstáculos epistemológicos que se fizeram presentes nessa trajetória histórica.

Nessa perspectiva, entendemos que numa proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes deve ser abordada a questão de contextos nos quais a noção de acaso foi interpretada. Deve-se ensinar que o homem cria modelos explicativos para compreender e transformar o mundo à sua volta; que o acaso levou o ser humano a criar modelos explicativos em vários âmbitos do conhecimento; que o acaso teve seus primeiros contextos nos jogos de azar; que o acaso estava relacionado a intervenções divinas ou sobrenaturais; que esse tipo de relação com o acaso se mantém até os dias atuais; e que a teoria das probabilidades é um modelo matemático explicativo do acaso. Esse tipo de abordagem serve para introduzir conhecimentos de aspectos epistemológicos da origem do conceito de probabilidade, incluídos aí os primeiros estudos matemáticos dedicados ao acaso, para que se possa situar as diferentes interpretações de probabilidade e as ferramentas matemáticas utilizadas nessas interpretações.

De acordo com Shulman (1986), o conhecimento do conteúdo está relacionado à compreensão das estruturas da disciplina a ser ensinada e dos princípios de sua organização conceitual. No caso específico de probabilidade, a literatura aponta que o **raciocínio combinatório** e o cálculo de **proporções** compõem a estrutura desse conhecimento. Isso pode ser verificado tanto do ponto de vista histórico/epistemológico (COUTINHO, 2007) quanto do ponto de vista psicológico (PIAGET & INHELDER, s/d).

No entendimento de Serrazina (2002), os futuros professores precisam conhecer bem os conceitos, técnicas e processos matemáticos que intervêm no

nível de escolaridade no qual irão atuar. No caso da **definição clássica** de probabilidade é mobilizado tanto o **raciocínio combinatório** quanto o cálculo de **proporções**.

$$P(A) = \frac{\text{total de casos favoráveis}}{\text{total de casos possíveis}}$$

Ao se abordar essa interpretação clássica de probabilidade existe a possibilidade de se compreender que ela está relacionada com outros assuntos matemáticos. De acordo com a literatura, o estabelecimento de conexões entre conceitos matemáticos e procedimentos possibilita uma aprendizagem não fragmentada. Em lugar de aprenderem tópicos isolados, os alunos aprenderiam um corpo unificado de conhecimentos.

Nossa experiência docente com alunos de Pedagogia tem mostrado que muitos deles resolvem problemas de probabilidade usando algoritmo de razões e proporções, sem recorrer à fórmula clássica. Muitos alunos de Pedagogia não estudaram noções de probabilidade na educação básica. Entretanto, esse conhecimento pode ser ensinado numa formação matemática inicial de professores polivalentes que privilegie também o conhecimento matemático específico.

No entendimento de Freudenthal (1973), uma vez que o aluno tenha dominado frações, ele pode avançar bastante também na probabilidade e que um pouco de álgebra é suficiente para formular os princípios de probabilidade de uma maneira geral. No entendimento desse autor, na probabilidade se encontram os exemplos mais convincentes para explicar às pessoas o que realmente significa matemática. Segundo ele, compreendida adequadamente, a probabilidade

fornece a melhor oportunidade de se mostrar aos estudantes como matematizar e como aplicar matemática.

Os PCN de Matemática sugerem um trabalho com a definição clássica de probabilidade. Entretanto, o professor precisa conhecer outros modelos para o cálculo de probabilidades sob pena de ficar limitado a essa interpretação. A literatura aponta que o professor deve ter múltiplas perspectivas sobre os conteúdos que irá ensinar. Entendemos que o conhecimento de diferentes interpretações de probabilidade possibilita a apreciação dos diferentes enfoques dado a esse assunto matemático e, dessa maneira, mostra vantagens e inconvenientes de seu uso em sala de aula.

Coutinho (1994, 2001) tem se posicionado a favor do ensino de noções de probabilidade a partir do enfoque frequentista. Conforme mostrado neste trabalho, no enfoque **frequentista** os cálculos de probabilidade se apóiam na frequência com que os fatos, eventos e experimentos ocorrem. Neste caso, a probabilidade é definida como sendo o limite das frequências relativas de um evento quando temos um número de repetições tendendo ao infinito, ou seja,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n = P(X)$$

Para se ensinar esse tipo de cálculo de probabilidade pode-se mostrar limites da abordagem clássica, uma vez que nem todos os fenômenos aleatórios que envolvem acaso e incerteza podem se explicados por meio de espaços igualmente prováveis de ocorrer. Nesse caso, recorre-se à interpretação frequentista que é caracterizada pelo método experimental e a lei dos grandes números.

Já em relação à interpretação subjetiva de probabilidade, faz-se necessário que o professor polivalente tenha conhecimento e compreensão conceitual dessa forma de se interpretar a probabilidade, mesmo que as ferramentas matemáticas usadas nesse modelo sejam um tanto quanto rebuscadas. Ao tratarmos dessa concepção em nossas aulas, costumamos usar exemplo simples, mas significativos para os alunos como, por exemplo, a questão dos procedimentos médicos ou o procedimento de perfuração de poços d'água. Ninguém sai perfurando o solo em busca d'água sem conhecimentos prévios que habilitem para tal. Do mesmo modo, um médico cirurgião não corta o paciente numerosas vezes até acertar, o que mostra o limite do enfoque frequentista. Em ambas as situações, os profissionais recorrem a uma série de informações antes de efetivar tais procedimentos. Mesmo assim, o resultado ou as conseqüências desses procedimentos se encontram no âmbito da incerteza.

Em relação à concepção axiomática, acreditamos que os professores polivalentes que ensinam matemática nos anos iniciais não precisam desenvolver conhecimentos para provar de forma axiomático-dedutiva questões relativas a probabilidades. Não é isso que se pretende com o ensino de noções de probabilidade nos curso de Pedagogia.

De acordo com a literatura, o enfoque clássico e o frequentista são preliminares no estudo da teoria das probabilidades e devem ser abordados na formação inicial de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. É preciso que esses futuros professores compreendam esses modelos do ponto de vista conceitual e procedimental. Mesmo que o objetivo de estudos relativos a noções de probabilidade nos anos iniciais de escolarização não seja lidar com fórmulas e regras matemáticas, isso não desobriga os professores que atuam

nesse segmento de ensino de conhecer e compreender as ferramentas matemáticas usadas nos modelos para o cálculo de probabilidades, identificando idéias e conceitos matemáticos que eles representam.

As ferramentas matemáticas precisam ser usadas com compreensão. Ou seja, é preciso que os futuros professores compreendam o porquê das regras, fórmulas e definições do modelo clássico e do frequentista. O que se observa em relação à Probabilidade é que seu ensino está, geralmente, centrado em fórmulas e definições sem justificção plausível.

Os futuros professores polivalentes (alunos de Pedagogia) precisam compreender que nos dois enfoques (clássico e frequentista) são mobilizados idéias e conceitos de **razão, proporção, freqüência, intervalo, classe e limite**.

Conceitos de **razão** e **proporção** geralmente são conhecidos pelos futuros professores dos anos iniciais de escolarização quando ingressam nos cursos de formação. As relações **parte-todo** e **parte-parte** se fazem presentes no enfoque clássico de probabilidade, evidenciando o raciocínio proporcional na estrutura do raciocínio probabilístico.

As idéias de **intervalo, classe** e **freqüência** precisam ser compreendidas pelos futuros professores com vistas a clarificar a passagem do nível intuitivo para um nível formal quando tratadas matematicamente. Quanto à idéia de **limite**, sabemos que seu aspecto formal é "difícil" até para os alunos de Matemática. O que se pretende trabalhar com os professores dos anos iniciais de escolarização são conceitos primitivos e a idéia intuitiva de limite que pode ser entendida como **aproximação**.

4.3 Aspecto relativo ao processo ensino-aprendizagem

O fato de o professor polivalente compreender noções de probabilidade do ponto de vista matemático não lhe dá, automaticamente, a competência para ensinar esse conteúdo nos anos iniciais de escolarização. É preciso que ele tenha, também, conhecimentos relativos ao processo ensino-aprendizagem de probabilidade.

A literatura mostra que a noção de acaso tem sido apontada como uma das mais complexas de se lidar por conta de diferentes interpretações. Mesmo que o acaso tenha sido domesticado pela matemática (KAHAN, 1996), as concepções que muitas pessoas têm dessa noção não são compatíveis com os modelos matemáticos, mesmo no meio de pessoas com certo letramento. Pelo menos é isso que se tem percebido e constatado em pesquisas.

Quando iniciamos nossas aulas sobre noções de probabilidade no curso de Pedagogia, costumamos fazer sorteios de materiais que usamos nas tarefas de sala de aula. Antes do sorteio é comum ouvir de alguns alunos que eles não têm sorte e que por isso nem adianta participar da “brincadeira”.

Os estudos de Gomes (2006) mostram que o conceito de probabilidade é um dos mais resistentes por parte de alunas do curso de Pedagogia. Apesar das discussões promovidas por essa autora no intuito de esclarecer que fenômenos aleatórios podem ser explicados matematicamente, as futuras professoras não conseguiram abandonar a idéia de sorte que está tão arraigada e que parece não existir argumentos suficientes para derrubá-la. No entendimento dessa autora, seria necessário um tempo maior para promover um desequilíbrio da idéia de probabilidade associada à sorte.

Vale ressaltar um episódio ocorrido numa aula em que procurávamos introduzir estudos relativos a noções de probabilidade para professores que atuavam como formadores de professores em nível médio. Ao falarmos do uso de dados e moedas para explicar a questão de espaços equiprováveis, houve uma professora que disse que o resultado do lançamento de sete dados depende dos anjos que estão atuando próximo daquele lançamento.

Noutras aulas ouvimos que o resultado de loterias depende de muitas variáveis tais como a data de nascimento, a idade das pessoas queridas, interpretação de sonhos e também de merecimentos (bondade e maldade interferindo em ganhos e perdas). Tais situações colocam os estudos relativos a noções de probabilidade num patamar diferenciado dos estudos relativos a outros conteúdos matemáticos (espaço e forma, números e operações, por exemplo) porque envolve essa questão de crenças e concepções equivocadas em relação à probabilidade.

De acordo com Gomes (2006), problemas que lidam com o conceito de probabilidade geralmente são difíceis de serem explorados, pois o conhecimento do senso-comum, bastante difundido e aceito como a idéia de “sorte” acaba por colocar barreiras e, muitas vezes, a recusa em aceitar como verdadeira uma resposta que não considere tal variável.

Batanero (2005) afirma que problemas epistemológicos jogam um papel importante para educadores matemáticos, porque analisam obstáculos que tem historicamente emergido na criação de conceitos e que podem nos ajudar a entender as dificuldades dos estudantes no aprendizado de matemática. Segundo essa autora, isso é particularmente interessante no campo das probabilidades, em que, além de lidar com dificuldades do conhecimento científico, tem-se que lidar

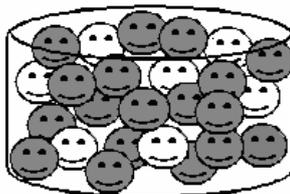
com concepções equivocadas e crenças a respeito de eventos futuros, estes geralmente atribuídos a deuses ou acarretando outros tipos de explicações.

Ao analisar diferentes interpretações para a natureza de acaso (chance), aleatoriedade e probabilidades, Batanero (2005) acredita que as múltiplas interpretações (concepções) são complementares e que isso deve ser visto na escola. Para essa autora, a idéia de acaso (chance) é tão antiga quanto a civilização, mas existem diferentes formas de explicá-la. Essa autora identificou as seguintes categorias de explicações sobre a incerteza de eventos futuros: a) crença num destino predeterminado por forças sobrenaturais ou por Deus; b) assumir a chance como um fator individual, desigual para diferentes pessoas; c) aceitar a necessidade natural (processo de seleção natural), a inelutável sujeição a leis que ainda são parcialmente conhecidas e que são governadas pela origem do mundo e evolução; d) argüição da inextricável complexidade de causas infinitesimais gerando fenômenos macroscópicos em que consideramos o fortuito como única explicação racional possível; e) assumir a existência da fundamental, caótica e absoluta aleatoriedade natural.

Em nosso entendimento, o conhecimento de variáveis que interferem no processo ensino-aprendizagem de noções de probabilidade, dentre as quais se destacam concepções equivocadas, precisa integrar os saberes de professores polivalentes para que possam intervir no ensino dessas noções nos anos iniciais de escolarização.

Num instrumento de avaliação de matemática, aplicado a estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental, identificamos a seguinte questão relativa a noções de probabilidade: “Marcela precisa de um botão para a roupinha de sua

boneca. Se ela retirar um botão do pote sem olhar, terá mais chance de retirar um botão branco ou preto? por quê?”



A resposta que os avaliadores esperavam era: **“Preto porque há mais botões pretos no pote”**. Entretanto alguns alunos responderam da seguinte forma: “branco porque ela estava de olhos fechados”; “branco porque eu gosto de branco”; “ela pegou o botão preto porque ela acha legal”; “ela tirou o botão branco porque é uma cor bonita”; “Preto. Todo olho tem uma parte preta”; “preto porque o preto está em cima do pote”; “branco porque vai combinar com a roupa”; “preto é um botão da cor certa para a boneca; “um botão branco porque a roupa da boneca tem botões brancos”; “ela vai retirar um branco porque o branco é mais bonito”; “branco porque a roupa da boneca é branca”; “o botão preto porque a boneca é morena”; “preto, mas sabe por que, ela que quis” e; “a cor do botão é branco porque é branca”

Essas respostas costumam provocar risos nas alunas de Pedagogia quando lhes são apresentadas. Quando indagamos a essas alunas se elas sabem o porquê dessas crianças responderem dessa maneira, elas não expressam argumentos fundamentados sobre variáveis que poderiam estar interferindo nessas respostas.

Situações desse tipo, bem como as que foram mostradas por Gomes (2006), remetem para a necessidade de o futuro professor compreender variáveis que interferem na concepção que temos de acaso e interferem também no

processo ensino-aprendizagem de probabilidade. São conhecimentos do âmbito da psicologia educacional.

Mesmo que Piaget e Inhelder (s/d) não tivessem preocupações educacionais quando investigaram a origem da idéia de acaso na criança, o resultado de seus estudos contribui para que se conheça o estágio de desenvolvimento cognitivo da criança para que possamos tomar decisões mais acertadas quando do ensino de noções de probabilidade nos anos iniciais.

De acordo com a literatura, na falta de princípios psicológicos válidos, os professores ou seguem prescrições tradicionais do folclore pedagógico, ou descobrem formas eficientes de trabalhar por meio de tentativas.

No modelo explicativo da psicologia educacional contemporânea tem-se que para o processo ensino-aprendizagem concorrem tanto as variáveis intrapessoais (aluno) quanto as variáveis situacionais (do contexto). Entende-se que o professor só vai ensinar bem (fazer o aluno efetivamente compreender o conteúdo) se ele também tiver compreendido este conteúdo. Daí argumentarmos em favor de estudos sobre o processo psicológico do aprender numa proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes.

4.4 Aspecto relativo à didática da matemática

O professor precisa conhecer, compreender e dominar métodos para o ensino de noções de probabilidade nos anos iniciais de escolarização. De acordo com Shulman (1986, 187), o conhecimento didático do conteúdo da disciplina a ser ensinada deve integrar os saberes docentes. No entendimento de Serrazina

(2002), os professores devem desenvolver seus próprios modelos didáticos e devem aprender a ensinar os conhecimentos matemáticos sob sua responsabilidade.

No Brasil, a resolução de problemas é apontada como um dos caminhos para fazer matemática na sala de aula (BRASIL, 1997). Trata-se de uma tendência em educação matemática que traduz uma nova forma de se olhar para o conhecimento matemático escolar. Estudiosos que propõem um ensino de matemática por meio de resolução de problemas entendem que todo o conhecimento matemático foi construído a partir de uma situação-problema, seja esta do contexto intrínseco da matemática ou não. A partir de uma situação-problema, buscam-se resoluções com vistas a soluções para a mesma.

Essa tendência em educação matemática chegou ao Brasil no início da década de 1980 como uma proposta alternativa à “matemática moderna” que privilegiava uma linguagem formal, com base na teoria de conjuntos, e que parecia não promover a apreensão de significados matemáticos por parte dos alunos. A resolução de problemas surgiu, então, com a promessa de promover essa significação uma vez que busca levar em consideração aspectos históricos, psicológicos e culturais.

Do ponto de vista histórico, a resolução de problemas é concebida como um procedimento metodológico para o ensino de matemática que situa o problema a ser resolvido num determinado tempo e num determinado lugar. Ou seja, o problema não está solto ou descontextualizado. Ao contrário, ele ganha significado por estar situado.

Do ponto de vista psicológico, esse procedimento para o ensino de matemática, além de apelar para a categoria psicológica da motivação, coloca o

aluno como o promotor de ações com vista à solução do problema. Privilegia o papel ativo do sujeito que conhece e que busca em suas estruturas mentais experiências anteriores para dar conta da situação que lhe é posta para resolver.

Do ponto de vista cultural, a resolução de problemas pode colocar o aluno frente a situações que lhes estejam bem próximas a fim de tornar significativo o que ele vai fazer para resolver um problema que advém dessa proximidade.

No caso específico de estudos relativos a noções de probabilidade, a resolução de problemas se constitui numa das mais relevantes formas de se apresentar esse conteúdo matemático. Em nosso cotidiano, existe uma série de situações que envolvem acaso e incerteza que precisam ser compreendidas também pelo ponto de vista matemático. Vivemos num país em que: a) o futebol predomina nos esportes; b) loterias são realizadas quase que diariamente; e c) eleições acontecem de dois em dois anos. Tais situações podem se constituir em experiências matemáticas a ser exploradas na formação matemática inicial de professores polivalentes. É um momento adequado para se ensinar noções de probabilidade como um tratamento matemático que auxilia na compreensão mais ampliada de tais situações.

Na perspectiva de resolução de problemas, o uso de jogos pode se constituir numa situação-problema, por excelência, para se ensinar noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes, uma vez que os jogos de azar desempenharam um papel de suma importância na formulação da teoria das probabilidades porque contribuíram para as primeiras aproximações da idéia de acaso. A literatura mostra que os jogos de azar se constituíram como geradores de acaso que possibilitaram uma apreensão

perceptiva das chances de se obter certo resultado a partir de um processo aleatório. Os jogos de azar levaram o ser humano a uma avaliação intuitiva das chances de se obter o resultado esperado e serviram como um dos meios para que se chegasse a um processo de avaliação mais elaborado.

Nesse sentido, o uso de jogos para ensinar noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes nos remete à questão do uso de modelagem matemática em sala de aula em que soluções para determinadas situações-problema podem ser obtidas por meio de conjecturas, hipóteses e aproximações.

A modelagem matemática é apontada como um dos meios pelos quais a matemática escolar pode ser apresentada de maneira significativa. D'Ambrósio, no prefácio da obra de Bassanezi (2002), afirma que modelagem matemática é matemática por excelência, uma vez que as origens das idéias centrais da matemática são resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade.

Nesse caso, a experiência com jogos e outros tipos de situações que envolvem acaso e incerteza pode levar os futuros professores polivalentes à formulação de modelos matemáticos que expressem uma aproximação da matemática com o aleatório. Acreditamos que esses três procedimentos didáticos (resolução de problemas, uso de jogos e modelagem matemática) estão interligados e, juntamente, com os demais conhecimentos tratados neste capítulo são capitais numa proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi mostrado que estudos relativos a noções de probabilidade têm sido propostos desde os anos iniciais de escolarização em vários países e que essa proposição segue uma tendência internacional no âmbito da educação matemática e é justificada pela demanda social. Dos elementos da literatura, pode-se dizer da tendência que existe na sociedade contemporânea de se apontar conhecimentos relativos a noções de combinatória, probabilidade e estatística como poderosos instrumentos para as pessoas lidarem de forma crítica com informações veiculadas na mídia e com situações de acaso e incerteza com as quais convivem diariamente.

Ao realizarmos um levantamento geral acerca de estudos sobre o ensino e aprendizagem de probabilidade nos diversos níveis de escolaridade encontramos materiais produzidos em nível internacional que mostram o estágio avançado que esse tema se encontra em relação ao Brasil.

Na Austrália, por exemplo, estudos relativos a probabilidades têm sido propostos como um dos meios para se enfrentar problemas sociais causados pelo jogo que é liberado naquele país (PEARL, 2008). Noutros países a questão está voltada para estudos sobre ambientes instrucionais com vistas a se *encontrar* formas mais adequadas e pertinentes de se abordar noções de probabilidade na escola como é o caso dos Estados Unidos da América (ABRAHAMSON, 2008).

Todavia, por se tratar de um conteúdo relativamente novo nas propostas curriculares brasileiras para o ensino de matemática, ele ainda representa uma novidade para muitos professores que ensinam matemática, incluídos aí os professores polivalentes que atuam nos anos iniciais de

escolarização. Nesse sentido, este trabalho procurou indicar conhecimentos necessários a compor uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes. Temos consciência da limitação deste trabalho porque existe uma variedade de recomendações e expectativas na literatura sobre formação matemática de professores polivalentes.

É uma tentativa de contribuirmos para uma base de conhecimentos acerca do que deve ser considerado em relação à probabilidade na formação matemática inicial desses professores que, por sua vez, tem sido apontada como uma formação fraca, que não prepara adequadamente o futuro professor para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização e que não tem levado em consideração as proposições e reformas curriculares para o ensino de matemática que ocorreram nos últimos anos.

Sabemos que é uma utopia propor modos de formar o professor, mas é preciso que se mantenha aceso o debate sobre essa questão e isso requer certo grau de ousadia daqueles que se propõem materializar toda uma complexidade uma aparente simplicidade como é o caso de uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática de professores polivalentes.

Nesse sentido, uma das limitações e dificuldades encontradas na realização do presente estudo residiu na seleção e na delimitação de referências para a construção de um quadro teórico que possibilitasse indicativos sobre o que poderia ser abordado de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes.

Nossa escolha se deu basicamente sobre estudos que tratam da teoria das probabilidades como componente curricular e de estudos que abordam a questão da formação matemática inicial de professores polivalentes.

Ao abordarmos a teoria das probabilidades como componente curricular, o exame da literatura aponta a existência de diferentes interpretações do conceito de probabilidade na ciência matemática e que se fazem presentes também na matemática escolar: a interpretação clássica, a frequentista, a subjetiva e a axiomática.

Cada uma dessas interpretações traduz uma posição epistemológica em relação à probabilidade. No caso da interpretação clássica, esta se pauta em espaços equiprováveis e concebe a probabilidade como sendo a razão entre o número de casos favoráveis em relação ao número de casos possíveis. As ferramentas matemáticas usadas nessa interpretação são: frações, razões, proporções e combinatória.

Já a interpretação frequentista leva em consideração o método experimental em que se pode observar a frequência com que os fenômenos acontecem. As ferramentas matemáticas usadas nessa interpretação são: limite, razão, proporção, fração, classe e intervalo.

Essas ferramentas matemáticas usadas nessas duas interpretações de probabilidade precisam ser compreendidas pelos professores que irão ensinar esse conteúdo matemático nos anos iniciais de escolarização, mesmo que o objetivo de se ensinar probabilidade nos anos iniciais não seja o de lidar com fórmulas. Nessa perspectiva, essas ferramentas matemáticas se constituem num dos conhecimentos necessários a compor uma proposta para o ensino de probabilidade na formação matemática de professores polivalentes. Ou seja, elas se constituem em conteúdos a ser ensinados aos futuros professores polivalentes.

Quanto à interpretação subjetiva de probabilidade, mesmo que exista a proposição de abordá-la na escola, ela envolve ferramentas matemáticas mais refinadas, como é o caso da probabilidade condicional. Nesse caso, espera-se que o professor polivalente compreenda essa interpretação em seu aspecto conceitual e não necessariamente em seu aspecto procedimental.

Além das ferramentas matemáticas usadas nas interpretações de probabilidade que precisam ser conhecidas e compreendidas pelos professores polivalentes, existe a questão relativa a justificativas e aos objetivos que se pretende com o ensino de probabilidade nos anos iniciais de escolarização e que precisa ser abordada na formação inicial de professores polivalentes como um dos conhecimentos necessários a esse professor para que venha lidar com esse conteúdo de forma mais ampliada. Nessa perspectiva, as justificativas e os objetivos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais de escolarização se constituem num dos conteúdos a ser abordados na formação inicial de professores polivalentes com vistas a prepará-los para o ensino de probabilidade nessa etapa inicial de escolaridade.

Em relação às justificativas para a inclusão do ensino de probabilidade desde os anos iniciais de escolarização, a literatura consultada aponta que esse conteúdo matemático pode se tornar um poderoso instrumento no que diz respeito a uma compreensão mais ampliada no tratamento de informações; na análise quantitativa das chances de um fenômeno ocorrer ou não; na análise de situações de risco; no resultado de exames médicos e na tomada de decisões em situações de natureza aleatória de um modo geral que envolve acaso e incerteza.

Quanto aos objetivos para o ensino de probabilidade nos anos iniciais de escolarização, espera-se que os alunos dessa etapa de escolaridade

compreendam que existem eventos e fenômenos certos, impossíveis, prováveis, mais prováveis e menos prováveis; que compreendam que o resultado do cálculo de probabilidade se encontra num intervalo de 0 a 1; que desenvolvam um espírito crítico em relação a fatos e fenômenos de natureza aleatória; que ampliem sua visão em relação à matemática, compreendendo que esta ciência também lida com a incerteza e não apenas com a exatidão e; que desenvolvam um tipo de raciocínio não determinístico.

Em síntese, a literatura que consultamos acerca da teoria das probabilidades como componente curricular nos forneceu um cenário que nos possibilitou indicar conhecimentos necessários a compor uma proposta para o ensino de probabilidade na formação matemática inicial do professor polivalente para que ele venha a ensinar esse conteúdo nos anos iniciais de escolarização, qual seja: o conhecimento de justificativas para a inclusão desse conteúdo nas propostas para o ensino de matemática desde os anos iniciais; o conhecimento de objetivos que se pretende alcançar com estudos relativos à probabilidade nessa etapa de escolaridade; o conhecimento da interpretação clássica, da frequentista e da subjetiva de probabilidade; o conhecimento das ferramentas matemáticas que são usadas na interpretação clássica e na frequentista de probabilidade.

Quanto à formação matemática inicial de professores polivalentes, o exame da literatura indica, por um lado, que a formação matemática desses professores é problemática e que várias variáveis precisam ser consideradas pelos formadores e instituições formadoras.

A questão referente a materiais didáticos, incluídos aí livros e textos para formação matemática de futuros professores, ficou evidenciada como um

dos problemas que precisa ser considerado e enfrentado pelos formadores e instituições formadoras, uma vez que existem poucos materiais didáticos voltados para essa formação e os que têm sido propostos em ementas e programas de disciplinas de matemática são mais voltados a pesquisadores da educação matemática e precisam ser “traduzidos” para alunos de Pedagogia.

Quanto aos conteúdos e procedimentos metodológicos contemplados nessa formação que visa à preparação de professores polivalentes para o ensino de matemática nos anos iniciais foi mostrado que muitas instituições formadoras ainda não incorporaram propostas e recomendações curriculares atuais para o ensino de matemática em seus currículos. O que se tem verificado nesses cursos de formação é a predominância de conhecimentos relativos a aspectos metodológicos em detrimento do conhecimento do conteúdo a ser ensinado. Entretanto, mesmo que haja tal predominância, a questão da resolução de problemas ainda não tem sido abordada como um dos principais procedimentos para o ensino de matemática, bem como a questão do uso da história da matemática para o ensino e o uso de novas tecnologias.

Por outro lado, a literatura aponta para a necessidade de esses futuros professores desenvolverem um profundo conhecimento dos conteúdos que irão ensinar. Ficou evidenciada a necessidade de que os futuros professores compreendam: a) os conteúdos que irão ensinar; b) o lugar e o papel desses conteúdos no currículo; c) os procedimentos metodológicos para o ensino desses conteúdos; d) as características de seus alunos e a maneira como eles aprendem; e) as possíveis variáveis que interferem no processo ensino-aprendizagem.

Esse quadro teórico construído a partir da abordagem da teoria das probabilidades como componente curricular e da formação matemática inicial de

professores polivalentes nos possibilitou indicar conhecimentos que julgamos necessários a compor uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação desses professores em cursos de Pedagogia, quais sejam:

- a) o conhecimento de justificativas e de objetivos para o ensino de probabilidades na educação básica e, mais especificamente, nos anos iniciais de escolarização;
- b) o conhecimento das diferentes concepções de probabilidade que se fazem presentes na ciência matemática e na matemática escolar;
- c) o conhecimento das ferramentas matemáticas usadas no cálculo de probabilidades na interpretação clássica e na frequentista;
- d) o conhecimento de variáveis que interferem no processo ensino-aprendizagem de noções de probabilidade;
- e) o conhecimento de procedimentos metodológicos para o ensino de noções de probabilidade.

A proposição de que esses conhecimentos devam integrar uma proposta para o ensino de noções de probabilidade em cursos de Pedagogia pode parecer óbvia, já que esses conhecimentos são apontados de modo geral na literatura que trata de saberes docentes. Entretanto, isso que agora nos parece simples é resultado de toda uma complexidade.

A indicação específica desses conhecimentos e não a de outros apontados na literatura sobre saberes docentes ocorreu, dentre outros motivos, por conta da experiência que temos tido com a disciplina *fundamentos teórico-metodológicos do ensino de matemática* num curso de Pedagogia. Na condição de formador de futuros professores polivalentes temos nos deparado com muitos alunos de Pedagogia que não conhecem nem as justificativas e nem os objetivos

que se pretende com o ensino de matemática na escola de um modo geral e, em particular, nos anos iniciais de escolarização.

No caso do conhecimento das diferentes interpretações do conceito de probabilidade e das ferramentas matemáticas mobilizadas nessas interpretações, ou seja, da natureza do conteúdo em si, estamos levando em consideração que os alunos de Pedagogia são adultos e que todos tiveram uma formação matemática antes de ingressarem nesse curso. Mesmo que eles não tenham estudado noções de probabilidade nessa formação matemática anterior, existe a possibilidade de eles virem a ser envolvidos em situações de aprendizagem nos cursos de Pedagogia de modo a mobilizarem os conhecimentos matemáticos anteriores em novas situações e contextos matemáticos como é o caso da Probabilidade.

Já em relação ao conhecimento do processo ensino-aprendizagem de noções de probabilidade, acreditamos na importância do campo da Psicologia da Educação Matemática para que o futuro professor não opere no vazio. Conforme dito anteriormente, o fato de o professor conhecer o conteúdo não o habilita a ensiná-lo. Daí a necessidade desse conhecimento na *bagagem* do professor. No caso específico da probabilidade que lida com diferentes concepções de se modelar matematicamente situações de acaso e incerteza, faz-se necessário compreender de que forma essas interpretações podem interferir no processo ensino-aprendizagem desse conteúdo matemático.

Quanto ao conhecimento de procedimentos metodológicos para o ensino de noções de probabilidade, mesmo que nos cursos de Pedagogia tenha se privilegiado esse aspecto, é preciso se abordar a questão da resolução de problemas como um dos meios de se ensinar noções de probabilidade, bem como

o uso de modelagem matemática, o uso da história da matemática e o uso de jogos.

Nesse sentido, esses conhecimentos que indicamos como necessários a uma proposta para o ensino de noções de probabilidade na formação matemática inicial de professores polivalentes devem estar pautados nos aspectos relativos: a) a fundamentos sociológicos e filosóficos; b) à cultura matemática escolar; c) ao processo ensino-aprendizagem e; d) à didática da matemática.

Sabemos que uma proposta dessa natureza, a ser contemplada numa disciplina com carga horária de 75 horas, como é o caso da UFPA, pode ser limitada pelo tempo; pela fraca preparação matemática de muitos alunos de Pedagogia; por atitudes negativas em relação à matemática que muitos desses alunos expressam, dentre outras variáveis. Mas, isso não se constituiu em obstáculo intransponível para nossa proposição. Pelo contrário, isso nos estimulou porque, conforme anunciado anteriormente, o ponto de partida de nossos estudos residiu na inquietação que temos em relação a conhecimentos necessários à formação de professores polivalentes com vistas a prepará-los para o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização, mesmo com todas as adversidades apontadas na literatura da área.

Sabemos que estudos de probabilidade devem ser integrados a estudos de estatística para se lidar com situações de natureza aleatória. Entretanto, optamos por estudos relativos a noções de probabilidade devido à necessidade de se realizar investigações sobre o ensino e aprendizagem de probabilidade nos diferentes níveis de escolaridade, uma vez que há predominância da componente estatística tanto no ensino quanto nas pesquisas.

Dessa forma, apontamos a seguinte questão para futuros estudos: Em que medida se pode estabelecer relações entre os conteúdos da disciplina Estatística Aplicada á Educação que é ensinada nos cursos de Pedagogia com o bloco Tratamento da Informação que será ensinado nos anos iniciais de escolarização?

Nessas considerações finais relembramos que o presente estudo foi realizado por um formador de professores que atua num curso de Pedagogia de uma instituição pública e que acredita numa educação libertadora por meio do conhecimento matemático. Mesmo que não tenha sido uma investigação sobre a nossa própria prática educativa, foi a partir dela e das inquietações nela produzidas que trouxemos reflexões com vistas a contribuir para uma base de conhecimento sobre o ensino de probabilidade na formação inicial de professores polivalentes que se faz necessária no âmbito da educação matemática. Foi um estudo que ajudou a nos constituir cada vez mais como sujeitos autônomos, responsáveis pela produção de conhecimentos e pelo nosso desenvolvimento profissional.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

ABRAHAMSON, D. **Bridging theory**: activities designed to support the grounding of outcome-based combinatorial analysis in event-based intuitive judgement – a case study (2008). Disponível em: <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/14>>. Acesso em: 20 jun. 2008.

ALEKSANDROV, A. D. et al. **La matemática**: su contenido, métodos y significado. Madri: Alianza Universidad, 1985, v.1.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. ; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais**: pesquisa qualitativa e quantitativa. 2. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

AMARAL, A. L. A adjetivação do professor: uma identidade perdida? In: VEIGA, I. P. A.; AMARAL, A. L. (Org.). **Formação de professores**: políticas e debates. Campinas, SP: Papyrus, 2002, p. 131-154.

ARA, A. B. **O ensino de estatística e a busca do equilíbrio entre os aspectos determinísticos e aleatórios da realidade**. 2006. 114p. Tese (Doutorado em Educação: ensino de ciências e matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

BALL, D. L. Teaching mathematics for understanding: what do teachers need to know about subject matter? In: KENNEDY, M. (Ed.). **Teaching academic subjects to diverse learners**. New York: Teacher College Press, 1991, p. 63-83.

BARBOSA, J. C. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C.. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. 392 p.

BATANERO, C. Aleatoriedad, Modelización, Simulación. In: X JORNADAS SOBRE EL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. Zaragoza, 2001. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones.htm>>. Acesso em: 20 ago. 2006.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad em la educación secundaria. **Revista latinoamericana de Investigación em Matemática Educativa**, México, Distrito Federal, Comitê Latinoamericano de Matemática Educativa, v.8, n.3, p. 247-263, nov. [ca. 2005]. Disponível em: <http://www.uv.mx/eib/curso_pre/ideoconferencia/51SignificadosProbabilidad.pdf>. Acesso em: 01 ago. 2006.

BATANERO, C.; HENRY, M.; PARZYSZ, B. The nature of chance and probability. In: JONES, G. A. (Ed.). **Exploring probability in school**: challenges for teaching and learning. USA: Springer, 2005, p. 13-37.

BAYER, A. et al. **Probabilidade na escola**. Disponível em: <http://exatas.net/artigo_ciem2.pdf>. Acesso em: 15 jul. 2009.

BEAN, D. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano 8, n. 9/10, 2001.

BELL, M. S. Dispensar um ensino utilitário da matemática. **Perspectiva**: Revista trimestral de Educação da UNESCO, v. 9, n. 3, 1979.

BERTOLO, S. J. N. **Relatório de Pesquisa**: Política curricular, formação e desempenho acadêmico discente no curso de Pedagogia da UFPA. Belém-PA, 2005.

BERTRAND, Y; VALOIS, P. **Paradigmas educacionais**: escola e sociedades. Tradução de Elizabete Pinheiro. Lisboa: Instituto Piaget, 1994.

BICUDO, M. A. V. (Org). **Formação de Professores?** Da incerteza à compreensão. São Paulo: Editora UNESP, 2003 (Seminários e debates).

BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999 (Seminários e debates).

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000, 128 p.

BIGATÃO JUNIOR, P. A. **Concepção do professor de matemática sobre o ensino da estocástica**. 2004. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BOROVČNIK, M. **Topic Study Group 13**: Research and development in the teaching and learning of probability – aims and focus (2008). Disponível em: <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/14>>. Acesso em: 20 jun. 2008.

BOROVČNIK, M.; KAPADIA, R. A probabilistic perspective. In: _____ (Ed). **Chance encounters**: probability in education. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991, p. 27-71.

BORRALHO, A. **Estatística no 3º ciclo do ensino básico**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1993.

BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.; ESPADEIRO, R. (Org.). **A Matemática na formação do professor**. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática, 2004.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Parecer CNE n. 9/2001**. Diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, 18 jan. 2002.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP 1/2006**. Diretrizes curriculares nacionais para o curso de graduação em Pedagogia, licenciatura. Brasília, 16 maio 2006.

BRASIL. Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional** – LDB. Legislação. Brasília, DF, dez. 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pro - letramento: matemática**. Programa de formação continuada de professores dos anos/séries iniciais do ensino fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2007 (edição revisada e ampliada).

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BUKOWITZ, N. S. L. **Práticas investigativas em matemática**: uma proposta de trabalho no curso de Pedagogia. 2005. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio de Janeiro

CAMPOS, M. A.; LIMA, P. F. **Introdução ao tratamento da informação nos ensinos fundamental e médio**. [ca. 2005]. Disponível em: <http://www.sbmac.org.br/boletim/pdf_2005/16_23ago2005.pdf>. Acesso em: 19 mar. 2009.

CARVALHO, C. F.; FERNANDES, J. A. S. Revisitando o conceito de probabilidade com um olhar da Psicologia. **Quadrante**, Lisboa (Portugal): APM, 2002, XIV (2), p. 71-88. Disponível em: <<http://cie.fc.ul.pt/membrosCIE/ccarvalho/index.htm>>. Acesso em: 25 mar. 2009.

CARVALHO, D. L.; OLIVEIRA, P. C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura em matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25, 2002, Caxambu. **Anais ...** Disponível em: <<http://www.anped.org.br/25/excedentes25/dionelucchesicarvalhot19.rtf>>. Acesso em: 26 jun. 2006.

CARVALHO, R. P. F. Formação de conceitos probabilísticos em crianças de 4ª série do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII, 2004, Recife. **Anais do VIII ENEM**. Disponível em: <<http://sbem.com.br/files/viii/pdf/12/PO22215387491.pdf>>. Acesso em: 19 mar. 2005.

CASTELLS, M. **A sociedade em rede - a era da informação**: economia, sociedade e cultura, 2. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1999, 617p., v. 1.

CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. S. **Tratamento da informação para o ensino fundamental e médio**. Itabuna-BA: Via literarum, 2006.

COUTINHO, C. Q. S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 2, p. 50-67, 2007. Disponível em: <<http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12991>>. Acesso em 23 ago. 2008.

COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista**. 1994. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

COUTINHO, C. Q. S. **O ensino de probabilidade no currículo da escola básica**. Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mrt15.doc>. Acesso em: 26 jun. 2006.

COUTINHO, C. Q. S. **Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II**. 2001. 338p. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble I, França.

COUTINHO, C. Q. S.; GONÇALVES, M. C.; MORAIS, T. M. R. A análise de livros didáticos como ferramenta docente para o ensino de conceitos probabilísticos e estatísticos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, VIII, 2004, Recife. **Anais do VIII ENEM**. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/12/MC10839449845.pdf>>. Acesso em: 09 mar. 2005.

CURI, E. A formação Matemática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de Educacion**. v. 37/4, p. 01-09, 2006. Disponível em: <<http://www.rieoei.org/deloslectores/1117Curi.pdf>>. Acesso em: 14 ago. 2009.

CURI, E. **A Matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes**: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e concepções que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 197f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

CURI, E. Tratamento dos conteúdos de Educação Básica nos cursos de licenciatura em Matemática. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA, I, 2003, Salvador. **Anais do I Seminário Nacional de Licenciaturas em Matemática**. São Paulo: SBEM, 2003.

D'AMBRÓSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexões na educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999 – (seminários e debates) -, p. 97-115.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Summus, 1986.

D'AMBRÓSIO, U. Formação de professores de Matemática: dificuldades e possibilidades, com referência às universidades portuguesas. In: **Acta do ProfMat 97**, Associação de Professores de Matemática. Portugal, 1997.

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e pesquisa**: revista da faculdade de educação da USP. São Paulo, v. 31, n. 1, jan/mar. 2005.

DE FINETI, B. Probabilidade. Tradução de Beatriz T. Simões de Carvalho. In: **Enciclopédia Einaudi**, v. 15. Cálculo-Probabilidade. Edição portuguesa, 1989.

DEMO, P. **Metodologia do conhecimento**. São Paulo: Atlas, 2000.

FERNANDES, J. A. S. **Intuições e aprendizagem de probabilidade**: uma proposta de ensino de probabilidade no 9º ano de escolaridade. 1999. 478f. Tese (Doutorado em Educação: Metodologia do Ensino de Matemática) – Universidade do Minho, Braga, Portugal.

FERREIRA, R. **Entre o sagrado e o profano**: o lugar social do professor. 2.ed. Rio de Janeiro: Quartet, 1999.

FIORENTINI, D. Em busca de novos caminhos e de outros olhares na formação de professores de matemática. In: _____ (Org.). **Formação de professores de matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003b, p. 7-16.

FIORENTINI, D. O estado da arte da pesquisa brasileira sobre formação de professores que ensinam matemática. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE LICENCIATURAS EM MATEMÁTICA, I, 2003a, Salvador. **Anais do I Seminário Nacional de Licenciaturas em Matemática**. São Paulo: SBEM, 2003, p. 4-26.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics**: an educational approach. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1994.

FISCHBEIN, E. **Intuitions, structure and heuristic methods in the teaching of mathematics**. Developments in mathematical education. Cambridge: Cambridge University Press, 1973.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1975.

FRADE, C. C.; BORGES, O. N. Componentes tácitos e explícitos do conhecimento matemático nas orientações curriculares para o ensino de matemática. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. **Anais da 24 Reunião Anual da ANPED**. São Paulo: ANPED, 2001. Disponível em <<http://www.anped.org.br/>>. Acessado em 23 março 2005.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht (Holanda): D. Reidel Publishing Company, 1973.

GAIO, Anabela; DUARTE, Teresa Olga. O conhecimento matemático do professor do 1º ciclo. In: BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.; ESPADEIRO, R. (Org.). **A Matemática na formação do professor**. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática, 2004.

GARCIA BLANCO, M. M. A formação inicial de professores de matemática: fundamentos para a definição de um curriculum. Tradução de Diana Jaramillo. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores que ensinam matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2003b, p. 51-86.

GARCIA, C. M. A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os Professores e sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1995, p. 51-76.

GARCIA, C. M. **Formação de professores – Para uma mudança educativa**. Tradução de Isabel Narciso. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999 (Ciências da Educação - Século XXI)

GARDING, L. **Encontro com a matemática**. Tradução de Célia W. Alvarenga e Maria Manuela V. Marques Alvarenga. Brasília: Editora da UnB, 2 ed. 1997, 323p. (coleção Pensamento Científico).

GEYMONANT, G.; GIORELLO, G. Cálculo. Tradução de Beatriz T. Simões de Carvalho. In: **Enciclopédia Einaudi**, v. 15. Cálculo-Probabilidade. Edição portuguesa, 1989.

GOMES, M. G. **Obstáculos na aprendizagem matemática: identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais**. 2006. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

GONÇALVES, E. A. N.; BORBA, S. Elementos para o debate curricular contemporâneo: Richard Rorty e a contribuição do Neopragmatismo. **Currículo sem Fronteiras**, v. 9, p. 11-31, 2009. Disponível em: <<http://www.curriculo-semfronteiras.org/>>. Acesso em 10 abr. 2010.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

GRANDO, R. C. **O jogo e a matemática no contexto da sala de aula**. 2. ed. São Paulo: Paulus, 2004.

GRANGER, G. G. **A razão**. 2.ed. São Paulo: Difusão europeia do livro, 1969

INZUNSA, S. **Probability calculus and connections between empirical and theoretical distributions through computer simulation**. Disponível em: <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/14>>. Acesso em: 20 jun. 2008.

JONES, G. A.; THORNTON, C. A. An overview of research into the teaching and learning of probability. In: JONES, G. A. (Ed.) **Exploring probability in school: challenges for teaching and learning**. USA: Springer, 2005, p. 65-93.

KAHAN, T. Azar y Física: Ha cambiado la ciencia de base matemática? In: LIONNAIS, F. (Org.). **Las grandes corrientes del pensamiento matemático**. EUDEBA – Editorial Universitaria de Buenos Aires, 1996.

KAPADIA, R. **Chance encounters – 20 years later: fundamental ideas in teaching probability at school level (2008)**. Disponível em: <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/14>>. Acesso em: 20 jun. 2008.

LAHANIER-REUTER, D. **Etude de conceptions du hasard: approche épistémologique, didactique et expérimentale em milieu universitaire**. 1998. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – L'Universite de Rennes I, França.

LESTIENNE, R. **O Acaso Criador**. Tradução de Adriana Rizzo Garcia, Mary Amazonas Leite de Barros. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2008.

LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular**. 1998. 125f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil**. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

LOPES, C. A. E. O ensino de Estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação de professores. **Cadernos Cedes**. Campinas-SP. v 28, n. 74, pp. 57-73, jan/abr. 2008.

LOPES, C. A. E.; MORAN, R. C. C. P. A estatística e a probabilidade através das atividades propostas em alguns livros didáticos brasileiros recomendados para o ensino fundamental. In: ATAS DA CONFERÊNCIA INTERNACIONAL “EXPERIÊNCIAS E EXPECTATIVAS DO ENSINO DE ESTATÍSTICA – DESAFIOS PARA O SÉCULO XIX”, 1999, Florianópolis. Disponível em: <<http://www.inf.ufsc.br/pasta5/art2p5.html>>. Acesso em: 25 mar. 2008.

LOUREIRO, C.; OLIVEIRA, F; BRUNHEIRA, L (Org). **Ensino e aprendizagem da estatística**. **Sociedade Portuguesa de Estatística**. Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2000.

LOUREIRO, Cristina. Que formação matemática para os professores do 1º ciclo e para os educadores da infância? In: BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.;

ESPADEIRO, R. (Org.). **A Matemática na formação do professor**. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática, 2004.

LUNDGREN, U. P. **Teoria del curriculum y escolarización**. Madrid: Morata, 1997.

MENDES, R. C; TORINO, C. Avaliação educacional e o ensino/aprendizagem de conceitos probabilísticos. In: ANAIS DO XIII ENCONTRO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA PUC-CAMPINAS. 2008, Campinas. Disponível em: <<http://www.puc-campinas.edu.br/pesquisa/ic/pic2008/resumos>>. Acesso em 15 ago. 2009.

MOREIRA, P. C.; DAVID M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas, SP, v. 28, p. 50-61, 2005.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 116p. (Tendências em educação matemática).

MORO, M. L. F. **A Teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget na Elaboração de um Esquema de Organização Curricular Conforme os Critérios de Integração, Continuidade e Sequencia**. 1977. Dissertação (Mestrado em Ciências – Psicologia da Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, SBEM São Paulo, v. 9, n. 9 e 10, p. 1-6, 2005.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009 (Tendências em educação matemática)

NOVOA, A. Formação de professores e profissão docente In: _____. (Org.). **Os Professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1995, p. 9-33.

NOVOA, A. **Formação de professores e trabalho pedagógico**. Lisboa: EDUCA, 2002.

NUNES, C. **Ensino normal: formação de professores**. Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

OLIVEIRA, P. C. **O processo de aprender noções de probabilidade e suas relações no cotidiano das séries iniciais do ensino fundamental: uma história de parceria**. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

OLIVEIRA, P. I. F. **A estatística e a probabilidade nos livros didáticos de matemática no ensino médio**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ciências) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. (2003). **The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills**. Paris: OECD, 2003

ORTIZ, J. J. et al. Comparación de probabilidades em maestros em formación. In: X SIMPÓSIO DE LA SOCIEDAD ESPAÑOLA DE INVESTIGACIÓN EM EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Huesca, 2006. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones.htm>>. Acesso em: 22 ago. 2006.

OSTROWER, F. **Acasos e Criação Artística**. Rio de Janeiro: Campus, 1990.

PEARL, R. **Teaching the mathematics of gambling to reinforce responsible attitudes towards gambling**. Disponível em: <<http://tsg.icme11.org/tsg/show/14>>. Acesso em: 20 jun. 2008.

PEDRA, J. P. A. **Currículo, conhecimento e suas representações**. 6. ed. Campinas, SP: Papirus: 2002.

PERRENOUD, P. **Práticas pedagógicas, profissão docente e formação: perspectivas sociológicas**. Tradução de Helena Faria, Helena Tapada, Maria João Carvalho e Maria Nóvoa. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1997.

PIAGET, J; INHELDER, B. **A origem da idéia de acaso na criança**. Tradução de Ana Maria Coelho. Rio de Janeiro: Record, s/d.

PIRES, C. M. C. Novos desafios para os cursos de licenciatura em matemática. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano 7, n. 8, 2000.

POLETTINI, A. Análise de experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In: BICUDO, M. A V. (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PONTE, J. P. investigar a nossa própria prática. In: GTI (Ed). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002, p. 5-28

PONTE, J. P.; FONSECA, H. Orientações curriculares para o ensino de Estatística: análise comparativa de três países. **Quadrante**, Lisboa (Portugal): APM, 2001, 10(1), p. 93-115.

RODRIGUES, J. M. S. **Formação matemática de professores de atuação multidisciplinar nas séries iniciais do ensino fundamental: indicativos com vistas a estudos relativos a noções de probabilidade**. 2005. 121f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. **Comprender e transformar o ensino**. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SANTOS, M. B. Q. C. P. **Ensino da Matemática em cursos de Pedagogia: a formação do professor polivalente.** 2009. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SERRAZINA, L. (org.). **A formação para o ensino da matemática na educação pré-escolar e no 1º ciclo do ensino básico.** Ministério da Educação, Instituto Nacional de Acreditação da Formação de Professores (INAFOP). Porto-Portugal: Porto Editora, 2002.

SERRAZINA, L. **Formação de professores** – Para uma mudança educativa. Tradução de Isabel Narciso. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999 (Ciências da Educação - Século XXI)

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico.** 3.ed. São Paulo: Cortez & Morais, 1978, 159p.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundation of the new reform. **Harvard Educational Review**, n. 57 (1), p. 1-22, 1987

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Research**, n. 15 (2), p. 4-14, 1986.

SILVA, I. A. **Probabilidades: a visão laplaciana e a visão frequentista na introdução do conceito.** 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SZTAJN, Paola. O que precisa saber um professor de Matemática? Uma revisão da literatura americana dos anos 90. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano 9, n. 11, p. 17-28, 2002.

TALL, D. Thinking through three worlds of mathematics. In: PROCEEDINGS OF THE 28TH CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 2004, v. 4, p. 281-288.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores universitários. In: **Revista Brasileira de Educação**, São Paulo, n.13, p. 5-24, jan/fev/mar/abr. 2000.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis (RJ): Vozes, 2002.

TRURAN, J. M. **The teaching and learning of probability with special reference to south Australian schools from 1959-1994.** 2001. Thesis (Doctor of Philosophy) – Faculty of Arts and Faculty of Mathematical Sciences, University of Adelaide, Austrália.

TYLER, R. W. **Princípios básicos de currículo e ensino.** Tradução de Leonel Vallandro. 10. ed. Rio de Janeiro: Globo, 1976.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ. **Reestruturação curricular do curso de Pedagogia: o projeto político pedagógico.** Belém: UFPA. 2010.

VELOSO, E. Educação Matemática dos futuros professores. In: BORRALHO, A.; MONTEIRO, C.; ESPADEIRO, R. (Org.). **A Matemática na formação do professor**. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática, 2004.

VIEIRA, S. L. Políticas de formação em cenário de reforma. In: VEIGA, I. P. A., AMARAL, A. L. (Org.). **Formação de professores: Políticas e debates**. Campinas, SP: Papyrus, 2002. p. 13-46 (Coleção Magistério: formação e trabalho pedagógico).

ZEICHNER, K. A. **A formação reflexiva dos professores: idéias e práticas**. Tradução de A. J. Carmona Teixeira, Maria João Carvalho e Maria Nóvoa. Lisboa: EDUCA, 1993 (Educa – Professores 3).

ZIMER, T. T. B. **Aprendendo a ensinar matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**. 2008. Tese (Doutorado em Educação: ensino de ciências e matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.