

**DANIEL PEROZZO DOS SANTOS**

**AVALIAÇÃO DO USO DO NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO NO  
TRANSPORTE DE ALTITUDES PARA REGIÕES DE DIFÍCIL ACESSO**

**Dissertação apresentada como requisito  
parcial à obtenção do grau de Mestre em  
Ciências Geodésicas, Curso de Pós-  
Graduação em Ciências Geodésicas, Setor  
de Ciências da Terra, Universidade Federal  
do Paraná.**

**Orientador: Prof. Dr. Pedro Luis Faggion**

**CURITIBA  
Dezembro, 2009**

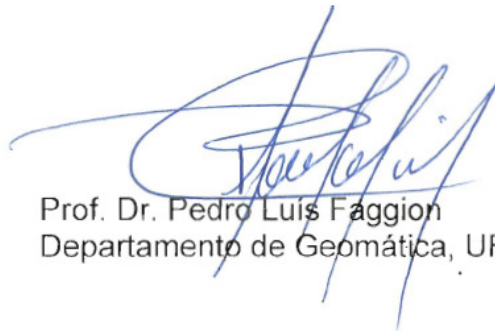
## TERMO DE APROVAÇÃO

DANIEL PEROZZO DOS SANTOS

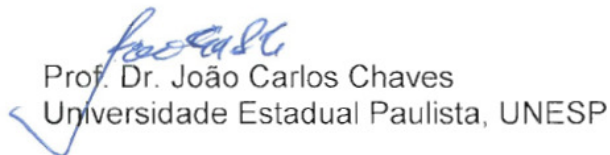
“AVALIAÇÃO DO USO DO NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO NO  
TRANSPORTE DE ALTITUDES PARA LOCAIS DE DIFÍCIL ACESSO”

Dissertação nº 232 aprovada como requisito parcial do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:



Prof. Dr. Pedro Luis Faggion  
Departamento de Geomática, UFPR



Prof. Dr. João Carlos Chaves  
Universidade Estadual Paulista, UNESP



Prof. Dr. Carlos Aurélio Nadal  
Departamento de Geomática, UFPR

Curitiba, 26 de janeiro de 2010.

*A meus pais, Antonio e Vera,  
por todo amor, apoio e incentivo.*

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, pelo carinho, atenção, apoio, incentivo e compreensão.

A minha namorada Gracianne, por todo carinho, apoio, incentivo e paciência, e pela colaboração nos levantamentos de campo.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Pedro Luis Faggion, pelo apoio, incentivo, amizade e confiança.

Aos amigos, Niarkios, Kanke, Rodrigo, Emídio, Wilson, Cesar, Vitor, Marcos, Wander, Rogers, Sílvio, Diuli e Ana, que muito colaboraram na execução dos levantamentos de campo.

Ao Prof. Dr. Luis Augusto Koenig Veiga, Prof. Dr. Carlos Aurélio Nadal e Prof. Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas, pela atenção e contribuições.

A CAPES, pelo apoio financeiro disponibilizado em forma de bolsa de estudos.

Ao Laboratório de Instrumentação Geodésica (LAIG) pela disponibilização de suas instalações e equipamentos.

Ao Laboratório de Topografia (LABTOPO) pela disponibilização de equipamentos.

Aos familiares, amigos, professores, colegas de curso, e todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a execução deste trabalho.

## RESUMO

O transporte de altitudes em Geodésia, de acordo com a resolução PR nº 22 de 21/07/1983, está vinculado ao uso do nivelamento geométrico, método das visadas iguais. Porém, em algumas situações não é possível a aplicação desta metodologia, como por exemplo, a travessia de rios e vales em locais onde não existem pontes, ou o transporte de altitudes para topos de morros e demais regiões sem estradas de acesso, como é o caso dos picos da Serra do Mar no Estado do Paraná. Em função disso, técnicas modernas para a determinação de desníveis utilizando nivelamento trigonométrico, com precisão equivalente ao nivelamento geométrico, vêm sendo estudadas, com isso viabilizando o transporte de altitudes para estas regiões. Neste trabalho, o principal objetivo é avaliar o uso do nivelamento trigonométrico, método *Leap-Frog*, em condições que envolva, num único lance, a transposição de distâncias de até 7000m e desníveis de quase 1000m. O local escolhido para o estudo foi a Serra do Ibitiraquire, uma porção da Serra do Mar paranaense situada entre os municípios de Campina Grande do Sul e Antonina, onde estão localizadas as maiores elevações do Estado do Paraná, incluindo os três pontos mais altos do Sul do Brasil. Estes cumes, em sua grande maioria, não possuem determinações precisas e confiáveis de altitude. Os trabalhos desenvolvidos nesta dissertação incluem a implantação de marcos geodésicos em picos da serra do mar e a determinação da altitude dos mesmos utilizando nivelamento trigonométrico e nivelamento GPS, a partir de RN's do Sistema Geodésico Brasileiro localizadas às margens da BR116. São apresentados os resultados obtidos e uma avaliação dos métodos.

## **ABSTRACT**

The transport of Heights in Geodesy, according to resolution PR No. 22 21/07/1983, is linked to the use of differential leveling with balancing sights. However, in some situations it is not possible to perform this type of leveling, such as crossing rivers and valleys at places where there are no bridges, or heights transportation for tops of hills and other areas without access by roads, as the case of the peaks of the Serra do Mar at Paraná State. As result, modern techniques for precise height determination using trigonometric leveling, equivalent to the differential leveling in terms of precision, are being studied, thereby allowing the transportation of altitudes for these regions. In this work, the main objective is to evaluate the use of Leap-Frog trigonometric leveling under conditions involving single sight lengths of about 7000m with height differences of almost 1000m. The place used as field test was the Serra do Ibitiraquire, a portion of the Serra do Mar of Paraná located between the cities of Campina Grande do Sul and Antonina, where are located the highest elevations of the Paraná State, including the three highest points in southern Brazil. These peaks, mostly, do not have accurate and reliable determinations of heights. This research includes the implementation of geodetic marks in the Serra do Mar and the height determination using the trigonometric leveling and GPS, based on the Primary Vertical Bench Marks from the Brazilian Geodetic Network located along the BR116 road. It is presented the results and an evaluation of methods.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	- Modelo de RN - Referência de nível.....	18
Figura 2	- Exemplo de Rede de Nivelamento.....	19
Figura 3	- Representação de um lance de nivelamento geométrico.....	20
Figura 4	- Representação de uma seção de nivelamento geométrico.....	21
Figura 5	- Nivelamento trigonométrico.....	22
Figura 6	- Nivelamento trigonométrico - método leap frog.....	24
Figura 7	- Nivelamento trigonométrico – método leap-frog – lances pares.....	26
Figura 8	- Correção do efeito da curvatura terrestre.....	27
Figura 9	- Desvio da Vertical.....	30
Figura 10	- Esquema de eixos de um teodolito ou estação total.....	32
Figura 11	- Medida do ângulo zenital para a determinação do Erro de Zênite Instrumental.....	34
Figura 12	- Refração da Luz.....	36
Figura 13	- Efeito da refração atmosférica sobre o sinal emitido.....	39
Figura 14	- Representação da Lei de Snell.....	39
Figura 15	- Correção da curvatura terrestre e refração atmosférica.....	40
Figura 16	- Correção da curvatura terrestre e refração atmosférica.....	41
Figura 17	- GPS - Posicionamento Relativo.....	43
Figura 18	- Modelo de ondulação geoidal MAPGEO2004.....	45
Figura 19	- Modelo de ondulação geoidal EGM2008.....	46
Figura 20	- Diferença entre os modelos MAPGEO2004 e EGM2008.....	47
Figura 21	- Localização da área de estudo.....	51
Figura 22	- Rede de nivelamento - idéia inicial.....	52
Figura 23	- RN-2045P – destruída.....	53
Figura 24	- RN2045N.....	54
Figura 25	- RN2045U.....	54
Figura 26	- Nivelamento hidrostático no cume do Itapiroca.....	55
Figura 27	- Detalhe do nivelamento utilizando bastão com nível de bolha.....	55
Figura 28	- Modelo utilizado para a chapa de identificação dos marcos.....	56
Figura 29	- Modelo de chapa utilizado para a materialização dos cumes.....	57
Figura 30	- Limpeza o local com o auxílio de escova de aço e início da perfuração.....	58
Figura 31	- Perfuração no Pico Paraná.....	58
Figura 32	- Perfuração no Pico Paraná concluída.....	59
Figura 33	- Marco do Pico Paraná.....	59
Figura 34	- Localização das bases de monitoramento contínuo próximas a região de estudos.....	60
Figura 35	- Bases de monitoramento contínuo num raio de 500Km.....	61
Figura 36	- Rasteio GPS sobre o cume do Camapuã.....	62
Figura 37	- Rasteio GPS sobre as RN's 2045N e 2045U.....	62
Figura 38	- Antenas localizadas no cume do Caratuva.....	64
Figura 39	- Transporte de coordenadas, localização dos pontos.....	65
Figura 40	- Estação total instalada sobre o ponto auxiliar do Caratuva, ao fundo o marco do Itapiroca.....	65
Figura 41	- Prisma refletor instalado no cume do Itapiroca.....	66
Figura 42	- Visada de Vante, com o prisma instalado sobre o cume do Caratuva.....	66
Figura 43	- Software desenvolvido para transporte de coordenadas.....	67
Figura 44	- Alvo desenvolvido para pontarias de longa distância.....	68

Figura 45 - Alvo desenvolvido para pontarias noturnas.....	69
Figura 46 - Localização dos pontos auxiliares.....	70
Figura 47 - Linha de nivelamento ao longo da rodovia BR116.....	71
Figura 48 - Nivelamento trigonométrico pelo método <i>Leap-Frog</i> ao longo da BR116.....	72
Figura 49 - Localização da RN Aux03.....	73
Figura 50 - Transporte de altitude para os cumes das montanhas.....	74
Figura 51 - Transporte de altitude para o cume do Camapuã.....	76
Figura 52 - Prisma refletor instalado no cume do Camapuã.....	76
Figura 53 - Estação total instalada próxima ao cume do Caratuva.....	79
Figura 54 - Prisma instalado sobre o ponto culminante do Caratuva.....	79
Figura 55 - Ajustamento pelo método dos Correlatos.....	81
Figura 56 - Colimador e Estação Total no processo de verificação em laboratório.....	82
Figura 57 - Sistema Interferométrico utilizado na Calibração.....	83
Figura 58 - Medidas realizadas no centro óptico do prisma refletor.....	83
Figura 59 - Detalhe da pontaria na ponta do bastão.....	84
Figura 60 - Dados coletados de pressão atmosférica.....	87
Figura 61 - Dados coletados de temperatura.....	88
Figura 62 - Dados coletados de umidade relativa do ar.....	88
Figura 63 - Dados de pressão atmosférica após calibração.....	91
Figura 64 - Dados de temperatura após calibração.....	91
- Dados de temperatura após calibração, eliminando equipamentos	
Figura 65 com dados ruins.....	92
Figura 66 - Dados de Umidade Relativa após calibração.....	92

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1	- Correção da curvatura terrestre.....	28
Quadro 2	- Número de séries para se atingir a precisão esperada – Estação total TCRA1205.....	77
Quadro 3	- Número de séries para se atingir a precisão esperada – Estação total TCR407.....	77
Quadro 4	- Número de séries realizadas para cada seção de nivelamento-contranivelamento.....	78
Quadro 5	- Pressão atmosférica – análise dos dados coletados.....	89
Quadro 6	- Temperatura – análise dos dados coletados.....	89
Quadro 7	- Umidade Relativa do ar – análise dos dados coletados.....	90
Quadro 8	- Pressão atmosférica – parâmetros de calibração.....	90
Quadro 9	- Temperatura – parâmetros de calibração.....	90
Quadro 10	- Umidade relativa do ar – parâmetros de calibração.....	90
Quadro 11	- Calibração –Bastão A.....	93
Quadro 12	- Calibração –Bastão B.....	93
Quadro 13	- Calibração –Bastão E.....	94
Quadro 14	- Resultados dos rastreios GPS sobre as RN's.....	94
Quadro 15	- Resultados dos rastreios GPS sobre as cumes.....	95
Quadro 16	- Transporte de coordenadas - médias dos ângulos e distâncias medidos.....	96
Quadro 17	- Coordenadas do cume do Caratuva.....	96
Quadro 18	- Resumo do nivelamento entre a RN2045N e Aux01.....	97
Quadro 19	- Resumo do nivelamento entre a RN Aux01 e Aux02.....	97
Quadro 20	- Resumo do nivelamento entre a RN 2045N e Aux03.....	98
Quadro 21	- Resumo do nivelamento entre a RN 2045N e Camapuã.....	99
Quadro 22	- Resumo do nivelamento entre a RN Aux02 e Camapuã.....	99
Quadro 23	- Resumo do nivelamento entre a RN Aux02 e o Tucum.....	100
Quadro 24	- Erro de fechamento de circuito.....	100
Quadro 25	- Nivelamento entre os marcos AuxCaratuva e Caratuva.....	101
Quadro 26	- Ajustamento – valores observados.....	102
Quadro 27	- Ajustamento – observações, resíduos e valores ajustados.....	102
Quadro 28	- Avaliação dos modelos geoidais – RN2045N.....	103
Quadro 29	- Avaliação dos modelos geoidais – RN2045U.....	104
Quadro 30	- Avaliação dos modelos geoidais – Camapuã.....	104
Quadro 31	- Avaliação dos modelos geoidais – Tucum.....	105
Quadro 32	- Diferenças entre as alturas geoidais calculadas e as obtidas a partir do MAPGEO2004.....	105
Quadro 33	- Diferenças entre as alturas geoidais calculadas e as obtidas a partir do EGM2008.....	105
Quadro 34	- Comparação entre as altitudes niveladas e as altitudes obtidas com GPS associado aos modelos geoidais.....	106
Quadro 35	- Utilização dos modelos geoidais de forma relativa a RN2045N.....	107
Quadro 36	- Utilização dos modelos geoidais de forma relativa a RN2045U.....	107
Quadro 37	- Pico Paraná – Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais...	108
Quadro 38	- Itapiroca – Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais.....	108
Quadro 39	- Taipabuçu – Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais.....	108
Quadro 40	- Ciririca – Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais.....	109
Quadro 41	- AuxCaratuva – Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais..	109

Quadro 42 - Caratua – Altitude nivelada a partir do marco AuxCaratua, associada aos modelos geoidais.....	109
Quadro 43 - Altitudes dos picos utilizando os modelos geoidais de forma relativa a RN2045N.....	110
Quadro 44 - Altitudes dos picos utilizando os modelos geoidais de forma relativa a RN2045U.....	110
Quadro 45 - Altitudes ortométricas dos picos da Serra do Ibitiraquire.....	111

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
1.1. OBJETIVOS.....	14
1.1.1. Objetivo Geral.....	14
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	15
1.2. JUSTIFICATIVA.....	15
1.3. EXTRUTURAÇÃO DA PESQUISA.....	16
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	17
2.1 REDE ALTIMÉTRICA DO SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO .....	17
2.2 NIVELAMENTO GEOMÉTRICO.....	19
2.3 NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO.....	22
2.3.1 Desníveis de precisão utilizando nivelamento trigonométrico .....	23
2.3.1.1 Método Leap-Frog .....	24
2.4 CURVATURA TERRESTRE.....	26
2.4.1 Raios de curvatura.....	28
2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DESVIO DA VERTICAL.....	30
2.6 ESTAÇÃO TOTAL .....	32
2.7.1 Erros instrumentais.....	32
2.7.1.1 Erro de verticalidade do eixo principal.....	33
2.7.1.2 Erro de Zênite Instrumental .....	33
2.8 Propagação de erros considerando a precisão nominal da estação total e estimativa do número de séries PD-PI .....	34
2.9 REFRAÇÃO DA LUZ .....	36
2.9.1 Correção do efeito da refração atmosférica sobre a distância medida .....	37
2.9.2 Correção do efeito da refração atmosférica sobre o ângulo zenital .....	38
2.9.3 Combinação dos efeitos da curvatura e refração .....	41
2.10 CÁLCULO DA UMIDADE RELATIVA DO AR .....	42
2.11 POSICIONAMENTO GPS .....	42
2.11.1 Posicionamento Relativo Estático .....	43
2.12 MODELOS GEOIDAIIS.....	43
2.12.1 Modelo geoidal MAPGEO2004.....	44
2.12.2 Modelo geoidal EGM2008 .....	45
2.12.3 Comparação entre os modelos MAPGEO2004 e EGM2008 para a região de estudo .....	47
2.13 AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES .....	47
2.13.1 Método dos Correlatos .....	48
3 METODOLOGIA .....	51
3.1 ÁREA DE ESTUDOS.....	51
3.1.1 Localização das RN's do IBGE.....	53
3.2 DETERMINAÇÃO DOS PONTOS CULMINANTES .....	54
3.3 MATERIALIZAÇÃO DOS PONTOS .....	56
3.3.1 Projeto e confecção da chapa de identificação dos marcos.....	56
3.3.2 Implantação dos marcos.....	57
3.4 LEVANTAMENTOS GPS.....	59
3.4.1 Processamento dos dados GPS.....	63
3.5 TRANSPORTE DE COORDENADAS NO CUME DO CARATUVA .....	63
3.6 DESENVOLVIMENTO DE ALVOS PARA PONTARIA DE LONGA DISTÂNCIA .....	68
3.7 TRANSPORTE DE ALTITUDES .....	69
3.7.1 Nivelamento trigonométrico .....	70

3.7.1.1 Nivelamento entre as RN's ao longo da BR116 .....	71
3.7.1.2 Transporte de altitude para os cumes do Camapuã e Tucum.....	73
3.7.1.3 Nivelamento trigonométrico no cume do Caratuva.....	78
3.8 AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES .....	80
3.9 VERIFICAÇÃO, RETIFICAÇÃO E CALIBRAÇÃO DAS ESTAÇÕES TOTAIS....	81
3.10 CALIBRAÇÃO DOS BASTÕES .....	82
3.11 CALIBRAÇÃO DOS MEDIDORES DOS PARÂMETROS AMBIENTAIS .....	84
4 RESULTADOS E ANÁLISES.....	87
4.1 CALIBRAÇÃO DOS MEDIDORES DOS PARÂMETROS AMBIENTAIS .....	87
4.2 CALIBRAÇÃO DOS BASTÕES .....	93
4.3 LEVANTAMENTOS GPS.....	94
4.3.1 Levantamentos GPS sobre as RN's 2045N e 2045U .....	94
4.3.2 Levantamentos GPS sobre os cumes .....	95
4.4 TRANSPORTE DE COORDENADAS PARA O CUME DO CARATUVA.....	95
4.3 NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO.....	96
4.3.1 Nivelamento trigonométrico entre as RN's 2045N e Aux02 .....	96
4.3.2 Nivelamento trigonométrico entre as RN's 2045N e Aux03 .....	98
4.3.3 Transporte de altitude para os cumes do Camapuã e Tucum.....	98
4.3.3 Erro de fechamento de circuito.....	100
4.3.4 Nivelamento trigonométrico no cume do Caratuva.....	101
4.4 AJUSTAMENTO .....	102
4.5 AVALIAÇÃO DOS MODELOS GEOIDAIIS MAPGEO2004 e EGM2008 NA REGIÃO DE ESTUDOS.....	103
4.5.1 Utilização dos modelos geoidais MAPGEO2004 e EGM2008 de forma relativa .....	106
4.6 ALTITUDES OBTIDAS COM GPS ASSOCIADO AOS MODELOS MAPGEO2004 E EGM 2008 .....	107
4.7 ALTITUDES DOS PICOS DA SERRA DO IBITIRAQUIRE .....	111
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	112
5.1 CONCLUSÕES.....	112
5.2 RECOMENDAÇÕES .....	114
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	116

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos desafios da Geodésia consiste no transporte de altitudes ortométricas para regiões muito acidentadas, onde é necessária a transposição de grandes escarpas e vales, muitas vezes sem estradas de acesso, o que inviabiliza a utilização do nivelamento geométrico geodésico clássico. Em função disso, técnicas modernas para a determinação de desníveis de precisão vêm sendo estudadas como uma alternativa mais rápida e com precisão equivalente, e assim viabilizar o transporte de altitudes para regiões de difícil acesso e com variações significativas no desnível.

As metodologias atualmente aplicadas para transporte de altitudes estão fundamentadas em técnicas diretas (Nivelamento Geométrico) e técnicas indiretas (nivelamento trigonométrico e nivelamento GPS). Para os levantamentos geodésicos de alta precisão e de precisão, o IBGE recomenda a utilização do nivelamento duplo (nivelamento e contranivelamento), com o emprego de níveis automáticos ou de bolha providos de micrômetro ótico de placas plano-paralelas (IBGE, 1983). Porém, quando o objetivo é obter estas informações em regiões montanhosas, como, por exemplo, a Serra do Mar no Estado do Paraná, onde alguns picos possuem mais de 1800m de altitude, o nivelamento geométrico utilizando o método das visadas iguais torna-se impraticável, uma vez que, considerando o transporte a partir das RN's do IBGE mais próximas, há desníveis que ultrapassam os 1000m, e o acesso a estes cumes se dá através de trilhas fechadas e muito íngremes, com trechos onde é impossível a intervisibilidade entre o nível e as miras de ré e vante. Com relação ao nivelamento GPS, as limitações consistem na falta da definição de um geóide confiável, capaz de determinar altitudes ortométricas de alta precisão e de precisão.

A metodologia aplicada no presente trabalho é baseada no método de nivelamento *Leap-Frog*, que consiste na instalação da estação total num ponto qualquer de onde se tenha visada para os dois pontos entre os quais se queira determinar o desnível. Nos pontos de ré e vante instalam-se bastões com prisma refletor. Desta forma, a medida da altura do instrumento, que é uma das maiores fontes de erros na determinação de desníveis com estação total, não será necessária, pois é eliminada no processo de cálculos.

Como região de estudo escolheu-se a Serra do Ibitiraquire, uma porção da Serra do Mar paranaense, situada na divisa entre os municípios de Campina Grande do Sul e Antonina, onde se localizam as maiores elevações do estado, dentre elas os três pontos mais altos do Sul do Brasil. Sobre alguns destes cumes foram implantados marcos geodésicos, para os quais são transportadas altitudes a partir de RN's do Sistema Geodésico Brasileiro próximas a região, localizadas as margens da BR116.

Trabalhando com visadas de até 200m, e instalando o instrumento no centro do lance, os efeitos da curvatura terrestre e refração atmosférica são minimizados. Porém, no presente trabalho, as condições de terreno são desfavoráveis, praticamente impossibilitando a execução de visadas dentro deste limite de 200m e a instalação da estação total no centro do lance. O nivelamento será então realizado utilizando visadas extremas, com a estação total instalada próxima as RN's do IBGE, com visadas para os cumes de até 7000m, e com valores expressivos de desníveis, de quase 1000m. Neste caso, as variações das condições ambientais ao longo da linha de visada são significativas, o que acarreta num efeito da refração atmosférica sobre o ângulo zenital medido.

Uma contribuição deste trabalho é a determinação de altitudes confiáveis para estas montanhas, pois, os valores de altitude até então conhecidos para as grandes elevações da Serra do Mar paranaense foram determinados, com raras exceções, através de nivelamento barométrico ou simplesmente retiradas de cartas do mapeamento sistemático. Sendo assim, restam dúvidas quanto a sua acurácia.

## 1.1. OBJETIVOS

### 1.1.1. Objetivo Geral

Avaliar o uso do nivelamento trigonométrico, pelo método *Leap-Frog*, no transporte de altitudes ortométricas para locais de difícil acesso, onde não é possível a utilização do nivelamento geométrico.

### 1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Localizar os pontos culminantes utilizando nivelamento hidrostático e materializá-los utilizando chapas de identificação engastadas na rocha;
- b) Localizar as RN's da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) ao longo da BR-116, que permitam apoiar o início e o final do caminhamento sobre as montanhas, possibilitando realizar o cálculo do erro de fechamento do circuito;
- c) Determinar os desníveis entre as RN's da Rede Altimétrica de Alta Precisão, localizadas ao longo da BR-116, e os marcos geodésicos sobre os cumes das montanhas utilizando nivelamento trigonométrico;
- d) Determinar os desníveis entre as RN's da Rede Altimétrica de Alta Precisão localizadas ao longo da BR-116, e os marcos geodésicos sobre os cumes das montanhas utilizando GPS empregando o método relativo estático;
- e) Comparar as altitudes obtidas utilizando nivelamento trigonométrico com as obtidas utilizando GPS associadas aos modelos geoidais MAPGEO2004 e EGM2008;
- f) Contribuição à cartografia brasileira com informações geodésicas confiáveis de latitude, longitude e altitude dos os picos da Serra do Mar no Estado do Paraná.

### 1.2. JUSTIFICATIVA

Técnicas de nivelamento trigonométrico, para determinação de desníveis de precisão, vêm sendo pesquisadas em regiões planas ou com pouca variação de altitude (GOMES, 2006; FAGGION, 2003; CEYLAN, 2005). Neste trabalho será avaliado o emprego do nivelamento trigonométrico, método *leap-frog*, envolvendo desníveis de quase 1000 metros. Neste caso, as variações das condições ambientais (pressão atmosférica, temperatura e umidade relativa do ar) são significativas ao longo da linha de visada, logo, devem ser consideradas.

Encontra-se na literatura estudos referentes aos efeitos da refração atmosférica sobre a distância medida, mas tratando-se dos efeitos da refração sobre o ângulo zenital a literatura é bastante escassa.

Os valores de altitude até então conhecidos para as grandes elevações da Serra do Mar paranaense foram determinados, com raras exceções, utilizando métodos ou equipamentos de baixa precisão. A conclusão deste trabalho, além da pesquisa envolvida, proporcionará informações geodésicas confiáveis e de precisão em uma região de difícil acesso onde, até o momento, não existiam.

### 1.3. EXTRUTURAÇÃO DA PESQUISA

Este trabalho está estruturado em capítulos contendo embasamento teórico sobre o conteúdo, metodologia que será aplicada, resultados, conclusões e recomendações.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir será apresentada uma breve revisão contendo os fundamentos teóricos necessários ao desenvolvimento do trabalho.

### 2.1 REDE ALTIMÉTRICA DO SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO

A Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) é a estrutura de referência vertical do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), contendo mais de 65 mil estações altimétricas, denominadas referências de nível (RN = Referência de Nível), implantadas em todo o país (LUZ et al, 2002).

As altitudes das primeiras RN's da RAAP eram referidas ao Datum de Torres, definido pelo nível médio do mar entre 1919 e 1920 na cidade de Torres-RS. Essa referência foi adotada temporariamente em 1948, apenas para que fossem calculados valores aceitáveis das altitudes das RN, enquanto um Datum Vertical não fosse adequadamente definido (LUZ et al, 2002).

A partir de 1949, o serviço geodésico internacional da então agência militar de mapeamento dos EUA (IAGS = *Inter-American Geodetic Survey*) iniciou a implantação de uma rede de estações maregráficas ao longo de toda a costa brasileira. O Datum Altimétrico do Sistema Geodésico Brasileiro, denominado comumente Datum de Imbituba, foi definido pelo IBGE em 1959 através das médias anuais do nível do mar, no período de 1949 a 1957, no marégrafo implantado no Porto de Imbituba-SC (LUZ et al, 2002).

As referências de nível (RN's) são materializadas no terreno através de marcos de concreto, com profundidade máxima de 80 cm e altura máxima de 20 cm acima do solo (Figura 1A). Sobre os mesmos são fixadas chapas metálicas circulares e convexas. Também existem estações compostas apenas pelas chapas metálicas cravadas em superfícies estáveis, como afloramentos rochosos, calçadas com espessura adequada, sapatas de sustentação de grandes estruturas de engenharia ou base de sustentação de monumentos (Figura 1B), etc. (GOMES, 2006 ; IBGE, 2008b).



Chapa de identificação

Figura 1A – Modelo de RN - Referência de nível  
Fonte: Gomes (2006)



Chapa engastada na base do monumento

Figura 1B – Modelo de RN – Chapa engastada na base de monumento

As redes altimétricas são estabelecidas via nivelamento geométrico. A qualidade é controlada pela diferença entre o nivelamento e o contranivelamento de cada seção, observando os limites de  $3 \text{ mm}\sqrt{K}$  para levantamentos de alta precisão,  $6 \text{ mm}\sqrt{K}$  para levantamentos de precisão em áreas mais desenvolvidas,  $8 \text{ mm}\sqrt{K}$  para as áreas menos desenvolvidas e  $12 \text{ mm}\sqrt{K}$  para os levantamentos para fins topográficos, onde  $K$  é a média das distâncias nivelada e contranivelada em quilômetros (IBGE, 1983).

A Figura 2 exemplifica uma rede de nivelamento, composta por seções, linhas, circuitos, nós e ramais. Seção é um trecho nivelado e contranivelado entre duas RN's, linha é uma composição de duas ou mais seções, circuito é uma composição de linhas ou seções e permite controle pelo erro de fechamento, nó é uma RN pertencente a três ou mais seções, e ramal é uma seqüência de seções sem controle de fechamento via circuitos (IBGE, 2000). Uma composição de

circuitos constitui uma rede de nivelamento, a qual permite múltiplos controles e fornece dados para o ajustamento, necessário para a distribuição dos erros aleatórios.

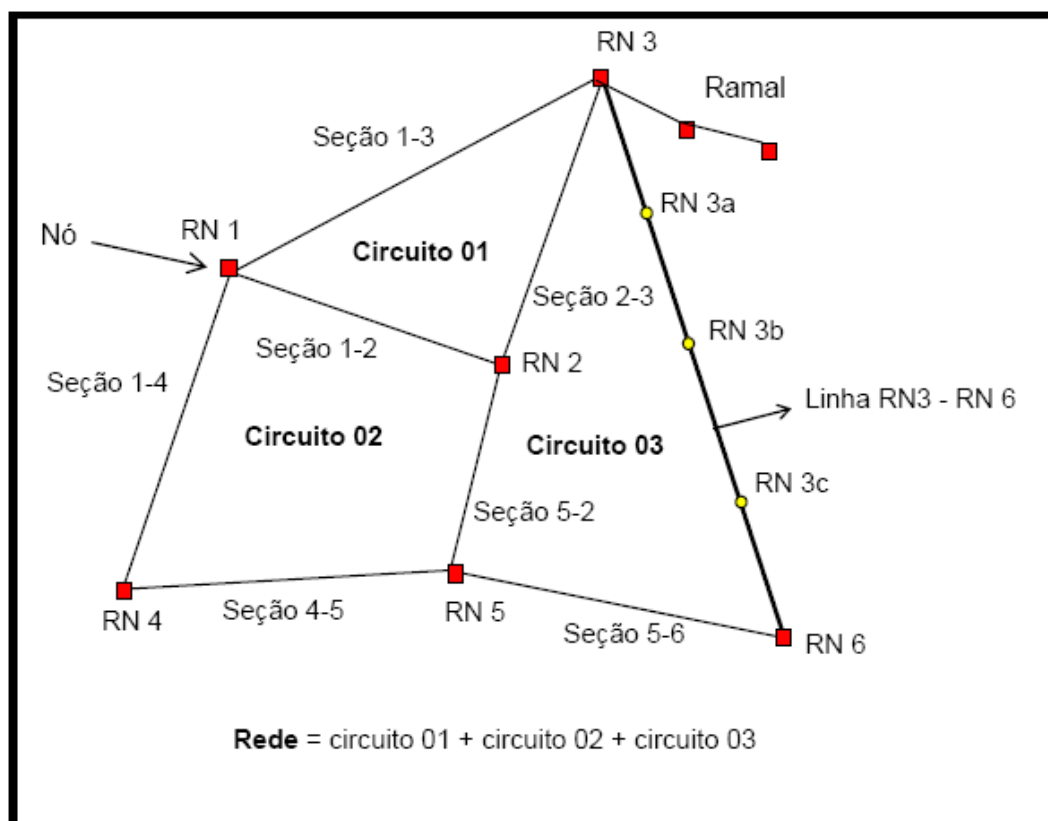


Figura 2 – Exemplo de Rede de Nivelamento  
Fonte: Gomes (2006)

Aos leitores interessados na metodologia de ajustamento da Rede Altimétrica de alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro recomenda-se Piña (2006) e Pinheiro (2007).

## 2.2 NIVELAMENTO GEOMÉTRICO

O nivelamento geométrico consiste na determinação de desníveis utilizando níveis óticos e miras graduadas, e atualmente níveis digitais e miras gravadas em código de barras. Os níveis óticos ou digitais são equipamentos dotados de uma luneta que gira em torno do eixo vertical, sendo que sua linha de visada, idealmente,

forma um ângulo de  $90^\circ$  com o mesmo, desta forma obtendo-se um plano de visada horizontal (SANTOS, 2001).

No método de visadas iguais, sugerido pelo IBGE (IBGE, 1983), o equipamento deve ser instalado a meia distância entre os pontos de ré e vante, com visadas de no máximo 30m, desta forma minimizando os efeitos da refração atmosférica e curvatura terrestre. Com a instalação do equipamento na meia distância também se minimiza o erro de colimação vertical do nível (KAHMEN e FAIG, 1988).

A Figura 3 representa um lance de nivelamento geométrico, e mostra como se chega à equação da diferença de nível entre os pontos de ré e vante (equação 2).

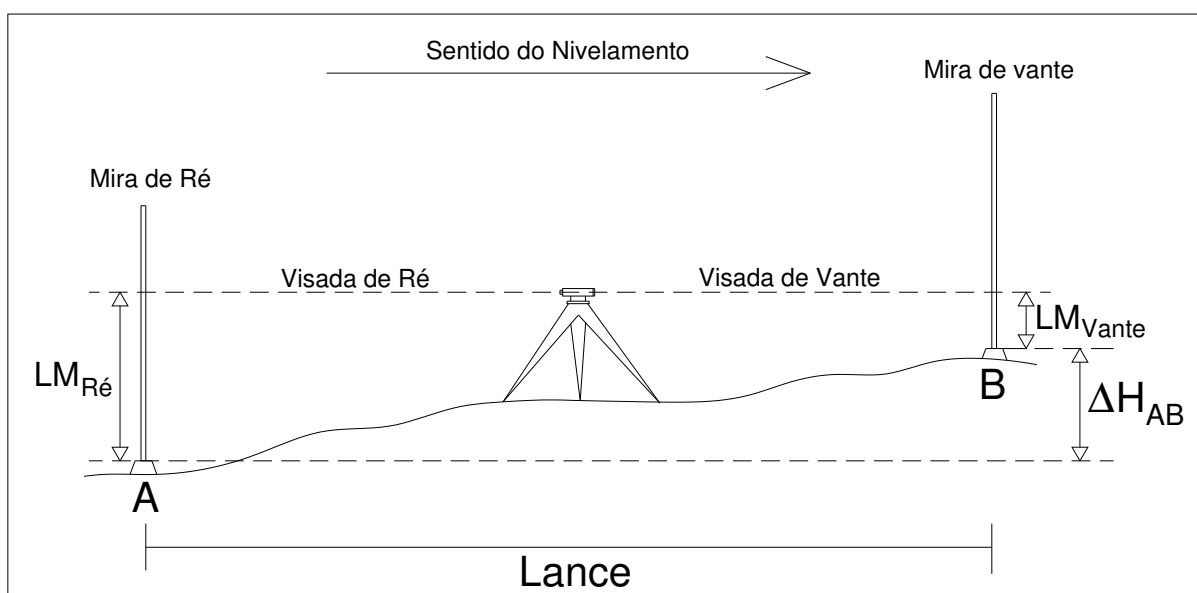


Figura 3 – Representação de um lance de nivelamento geométrico

Da figura:

$$LM_{Ré} = LM_{Vante} + \Delta H_{AB} \quad (1)$$

$$\Delta H_{AB} = LM_{Ré} - LM_{Vante} \quad (2)$$

onde:

$LM_{Ré}$  = leitura do fio nivelador em Ré;

$LM_{Vante}$  = leitura do fio nivelador em Vante;

$\Delta H_{AB}$  = desnível entre as RN's A e B ( $\Delta H_{AB} = H_B - H_A$ ).

O esquema da Figura 3 caracteriza um lance, que é uma medida direta de desnível entre duas miras. Uma seqüência de lances, nivelada e contranivelada (ida e volta), normalmente com RN's nos extremos é chamada de seção (Figura 4), que, segundo IBGE (1983), devem possuir no máximo 3 km de comprimento.

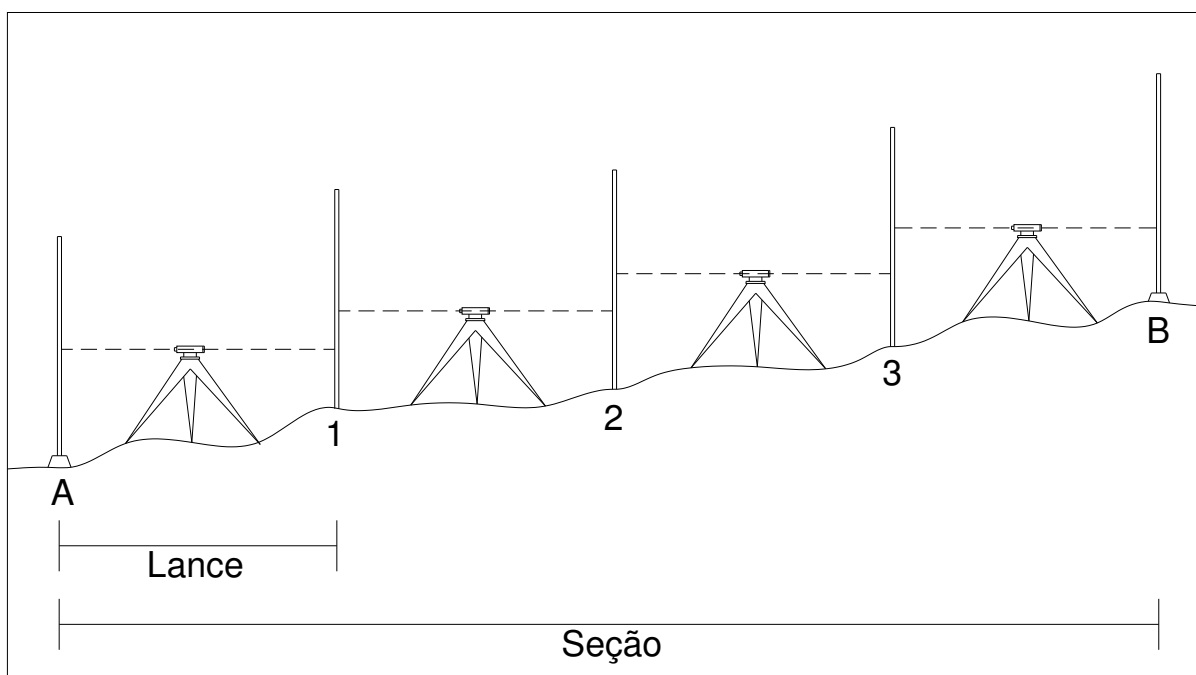


Figura 4 – Representação de uma seção de nivelamento geométrico

Aos leitores interessados em mais detalhes sobre este método de determinação de desnível, sugere-se IBGE (1983) e KAHMEN, FAIG (1988).

### 2.3 NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

O nivelamento trigonométrico é um método indireto para a determinação de desníveis entre dois pontos. Sua precisão é inferior comparada à obtida pelo nivelamento geométrico.

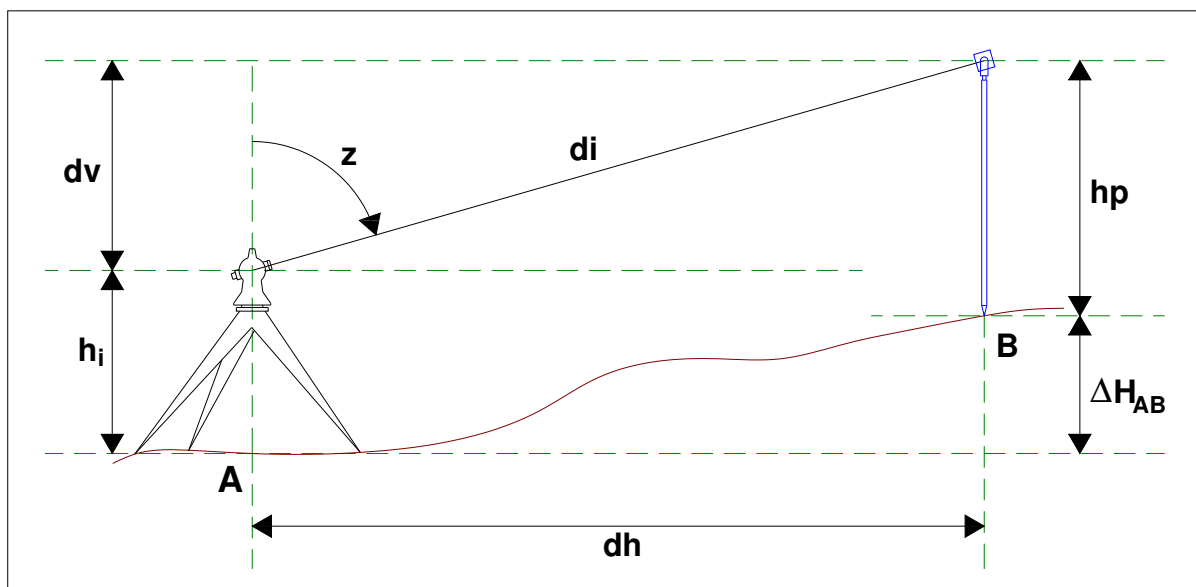


Figura 5 – Nivelamento trigonométrico

A Figura 5 representa um esquema básico do nivelamento trigonométrico, onde:

$di$  = distância inclinada;

$dh$  = distância horizontal;

$dv$  = distância vertical entre o centro óptico do equipamento e o centro do alvo;

$z$  = ângulo zenital;

$hi$  = altura do instrumento;

$hp$  = altura do alvo ou prisma refletor;

$\Delta H_{AB}$  = desnível entre os pontos A e B.

Da figura tem-se a seguinte relação:

$$dv + hi = hp + \Delta H_{AB} \quad (3)$$

Isolando  $\Delta H_{AB}$  obtém-se:

$$\Delta H_{AB} = hi + dv - hp \quad (4)$$

Utilizando os conceitos da trigonometria para triângulo retângulo pode-se expressar  $dv$  em função de  $di$  e  $z$  que são grandezas medidas:

$$dv = di \cos(z) \quad (5)$$

Substituindo (5) em (4) tem-se:

$$\Delta H_{AB} = hi + di \cos(z) - hp \quad (6)$$

### 2.3.1 Desníveis de precisão utilizando nivelamento trigonométrico

O maior inconveniente encontrado quando se pretende determinar desníveis de precisão utilizando nivelamento trigonométrico é a necessidade da medição da altura do instrumento e dos refletores (FAGGION, et al, 2003). Essa medição é feita utilizando trenas, e mesmo considerando a hipótese de possuírem resolução milimétrica e serem calibradas, existem os erros que podem ser embutidos no processo de leitura, principalmente na medição da altura do instrumento, a qual não pode ser realizada na vertical.

Outros erros também estão embutidos no processo, como os erros instrumentais e os erros causados pela curvatura terrestre e refração atmosférica.

A solução, portanto, é eliminar esses elementos do processo. Existem na literatura especializada metodologias desenvolvidas para minimizar estes erros, como, por exemplo, o método das visadas recíprocas e simultâneas (KAHMEN e FAIG, 1988 ; CEYLAN, 2008), que minimiza os efeitos da curvatura terrestre e refração atmosférica, e o método *Leap-Frog*, que será detalhado no próximo item.

### 2.3.1.1 Método Leap-Frog

O princípio do método consiste em instalar a estação total entre os dois pontos dos quais se deseja obter a diferença de altitude, ao invés de colocá-la sobre um deles. Sobre esses pontos são instalados dois bastões com prismas refletores, que serão visados para obtenção das distâncias inclinadas e dos ângulos zenitais de ré e de vante (Figura 6). Esse procedimento faz com que a medida da altura do instrumento não seja necessária.

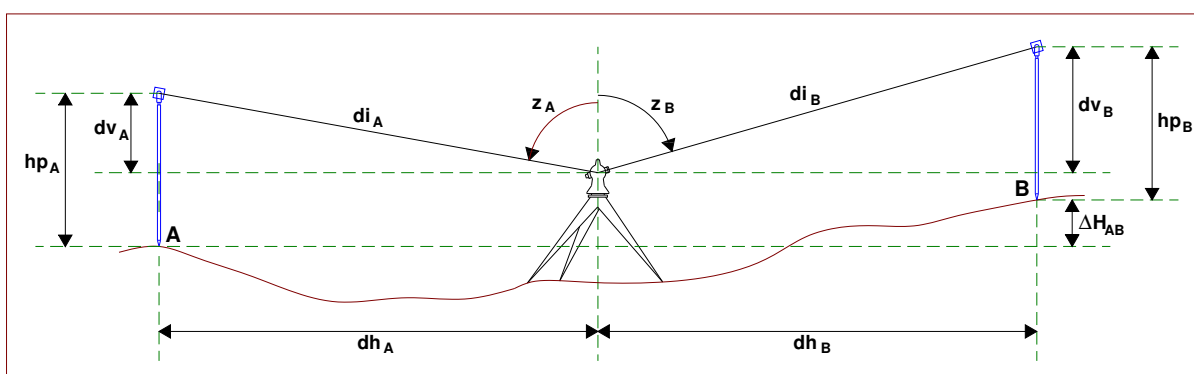


Figura 6 – Nivelamento trigonométrico – método leap-frog

onde:

$dv_A$  = Distância vertical entre o centro óptico do equipamento e o centro do alvo em A;

$dv_B$  = Distância vertical entre o centro óptico do equipamento e o centro do alvo em B;

$hp_A$  = Altura do alvo em A;

$hp_B$  = Altura do alvo em B;

$di_A$  = Distância inclinada entre a estação e o alvo A;

$di_B$  = Distância inclinada entre a estação e o alvo B;

$dh_A$  = Distância horizontal entre a estação e o alvo A;

$dh_B$  = Distância horizontal entre a estação e o alvo B;

$z_A$  = Ângulo zenital A;

$z_B$  = Ângulo zenital B;

$\Delta H_{AB}$  = desnível entre os pontos A e B ( $\Delta H_{AB} = H_B - H_A$ ).

Da Figura 6 tem-se:

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = hp_A - dv_A + dv_B - hp_B \quad (7)$$

Expressando  $dv_A$  e  $dv_B$  em função das grandezas medidas:

$$dv_A = di_A \cos(z_A) \quad (8)$$

$$dv_B = di_B \cos(z_B) \quad (9)$$

Substituindo (8) e (9) em (7) tem-se:

$$\Delta H_{AB} = hp_A - di_A \cos(z_A) + di_B \cos(z_B) - hp_B \quad (10)$$

Instalando-se a estação total na meia distância entre os pontos de ré e de vante, os efeitos da curvatura terrestre e refração atmosférica serão minimizados. Porém, a medida que o tamanho da visada aumenta, mesmo instalando o equipamento no centro do lance, as diferenças nas condições atmosféricas dos pontos de ré e de vante podem tornar-se significativas. Kahmen e Faig (1988) recomenda um limite de 200m para o comprimento das visadas.

Uma simplificação descrita por Gomes (2006) consiste na utilização de bastões de igual altura para os pontos de ré e de vante. Deste modo, fazendo  $hp_A = hp_B$ , a equação (7) é simplificada para:

$$\Delta H_{AB} = dv_B - dv_A \quad (11)$$

Expressando  $dv_A$  e  $dv_B$  em função das grandezas medidas, ou seja, substituindo as equações (8) e (9) em (11) obtém-se:

$$\Delta H_{AB} = di_B \cos(z_B) - di_A \cos(z_A) \quad (12)$$

Tratando-se de desníveis de alta precisão utilizando apenas 1 lance, esta simplificação pode inserir um erro sistemático no processo, pois, mesmo utilizando bastões idênticos, do mesmo fabricante, podem existir pequenas diferenças em suas alturas, principalmente se forem bastões com algum tempo de uso, podendo ter ocorrido desgastes desiguais em suas ponteiros. Recomenda-se a medição acurada

do comprimento dos bastões, por exemplo, utilizando um interferômetro LASER. Gomes (2006) apresenta um estudo completo sobre a calibração de bastões, utilizados como suporte de prismas na medida eletrônica de distância, utilizando como padrão de referência um interferômetro LASER.

Realizando lances pares, inicia-se e termina-se o caminhamento com o mesmo bastão, eliminando a diferença entre as alturas dos bastões, da mesma forma que se elimina o erro de índice da mira no nivelamento geométrico.

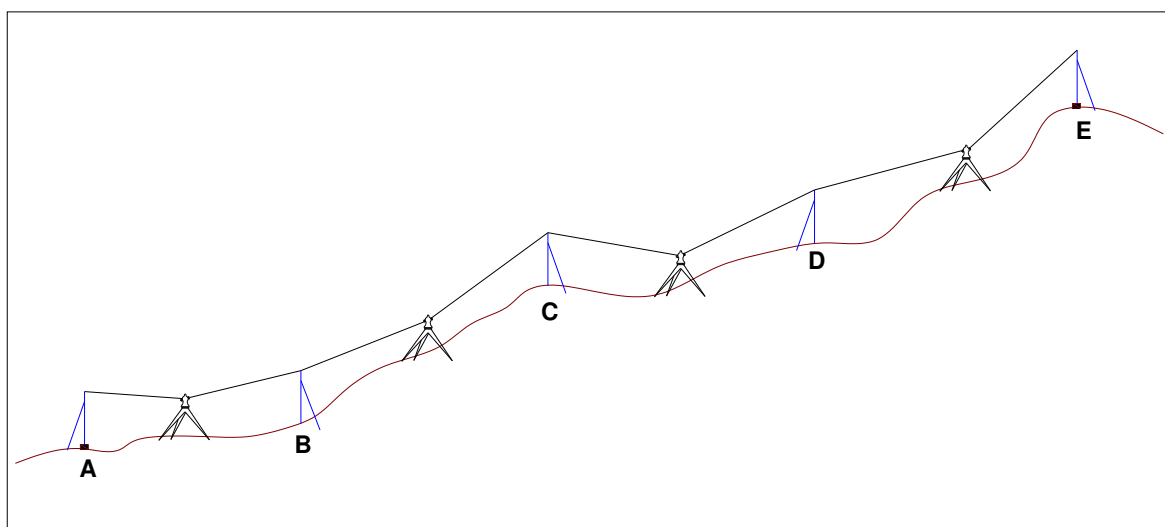


Figura 7 – Nivelamento trigonométrico – método leap-frog – lances pares

A Figura 7 exemplifica a utilização de lances pares, onde o bastão instalado no ponto A será o mesmo instalado no ponto E. Deste modo os desníveis entre os lances podem ser determinados utilizando a equação (12), e mesmo trabalhando com bastões de alturas diferentes, estas diferenças serão automaticamente eliminadas.

Trabalhando com a estação total instalada fora do centro do lance, os efeitos da curvatura terrestre e refração atmosférica devem ser considerados.

## 2.4 CURVATURA TERRESTRE

Quando se instala a estação total sobre um ponto qualquer é materializado um plano horizontal. Tomando como exemplo a Figura 8, com o equipamento instalado sobre o ponto A e com visada para o ponto B, considerando que o ponto B

tenha a mesma altitude do ponto A, aparentemente, para o instrumento instalado em A é o ponto B' que está à mesma altitude.

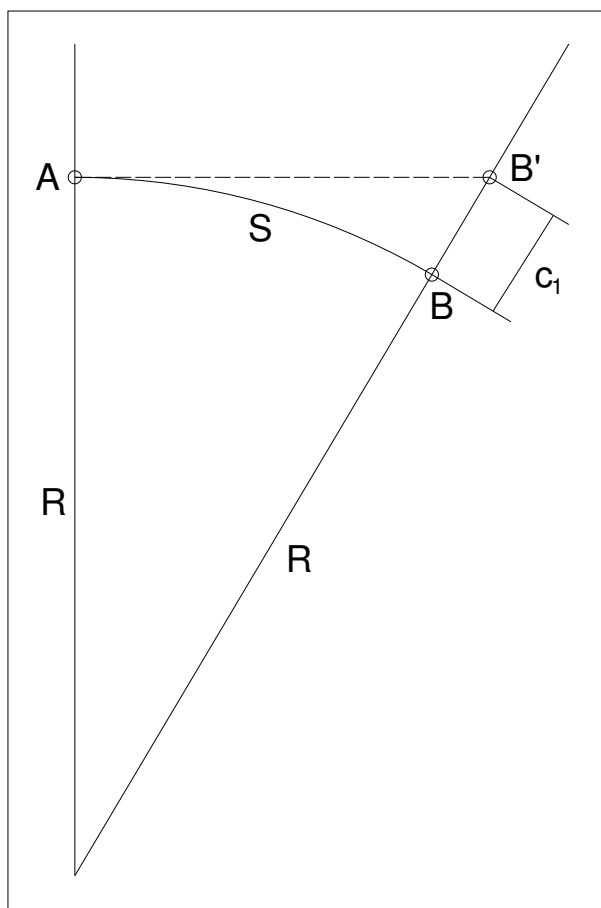


Figura 8 – Correção do efeito da curvatura terrestre  
Adaptado de Kahmen e Faig (1988)

Ainda observando na Figura 8, a altitude do ponto B medida a partir de A deve ser corrigida do valor  $c_1$ , que é a diferença entre a altitude do ponto B e a altitude aparente vista a partir de A.

Segundo KAHMEN e FAIG (1988), a correção da curvatura terrestre é dada pela equação (13):

$$c_1 = \frac{S^2}{2R} \quad (13)$$

onde:

- $c_1$  = correção da curvatura terrestre;
- $S$  = Distância horizontal entre os pontos;
- $R$  = raio médio da Terra.

No Quadro 1 pode-se observar os valores de correção da curvatura calculados para algumas distancias definidas.

Quadro 1 – Correção da curvatura terrestre

Distância	100 m	200 m	500 m	1000 m	5 km	10 km
$c_1$	0,8 mm	3,2 mm	2,0 cm	7,9 cm	1,96 m	7,9 m

Fonte: Kahmen e Faig (1988)

#### 2.4.1 Raios de curvatura

Os raios de curvatura principais do elipsóide de revolução, que são o raio de curvatura da seção meridiana, e o raio de curvatura da seção primeira vertical são dados pelas equações (14) e (15) respectivamente (GEMAEL, 1988 ; TORGE, 2001 ; ZAKATOV, 1997).

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{3/2}} \quad (14)$$

$$N = \frac{a}{(1-e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^{1/2}} \quad (15)$$

onde:

$\varphi$  = latitude geodésica do ponto;

$a$  = semi-eixo maior do elipsóide de referência;

$e$  = primeira excentricidade do elipsóide de referência;

A primeira excentricidade pode ser dada por:

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}} \quad (16)$$

onde  $b$  é o semi-eixo menor do elipsóide de referência.

ou por:

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (17)$$

onde  $f$  é o achatamento do elipsóide de referência, dado pela equação (18):

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (18)$$

O raio médio local de curvatura pode ser dado pela média geométrica entre os raios principais (GEMAEL, 1988 ; TORGE, 2001 ; ZAKATOV, 1997):

$$R = \sqrt{MN} \quad (19)$$

O raio de curvatura de uma seção normal qualquer, de azimuth  $\alpha$  pode ser dada de acordo com a fórmula de Euler (GEMAEL, 1988 ; TORGE, 2001 ; ZAKATOV, 1997 ; VANICEK e KRAKIWSKY, 1986):

$$\frac{1}{R_\alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{M} + \frac{\sin^2 \alpha}{N} \quad (20)$$

Considerando o processo de nivelamento trigonométrico, tem-se um raio de curvatura para o local onde está instalada a estação total ( $R_i$ ) e outro para a posição onde está instalado o prisma refletor ( $R_j$ ). Deste modo tem-se:

$$\frac{1}{R_i(\alpha_{ij})} = \frac{\cos^2 \alpha_{ij}}{M_i} + \frac{\sin^2 \alpha_{ij}}{N_i} \quad (21)$$

e

$$\frac{1}{R_j(\alpha_{ji})} = \frac{\cos^2 \alpha_{ji}}{M_j} + \frac{\sin^2 \alpha_{ji}}{N_j} \quad (22)$$

Assim, pode-se substituir, com precisão suficiente, um arco elipsóidico por um arco esférico de raio (HEISKANEN e MORITZ, 1985; VANICEK e KRAKIWSKY, 1986):

$$R = \frac{1}{2}(R_i + R_j) \quad (23)$$

## 2.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DESVIO DA VERTICAL

O desvio da vertical é o ângulo formado entre a vertical e a normal de um ponto qualquer da superfície física da terra. A vertical é a reta perpendicular a superfície equipotencial do campo da gravidade terrestre passando por este ponto, e a normal é a reta perpendicular a superfície do elipsóide.

A Figura 9 representa um esquema do nivelamento trigonométrico utilizado neste trabalho no transporte de altitude para o topo das montanhas. Neste caso está representada a visada de vante, com a estação total instalada no ponto A e um bastão com prisma refletor instalado no ponto B.

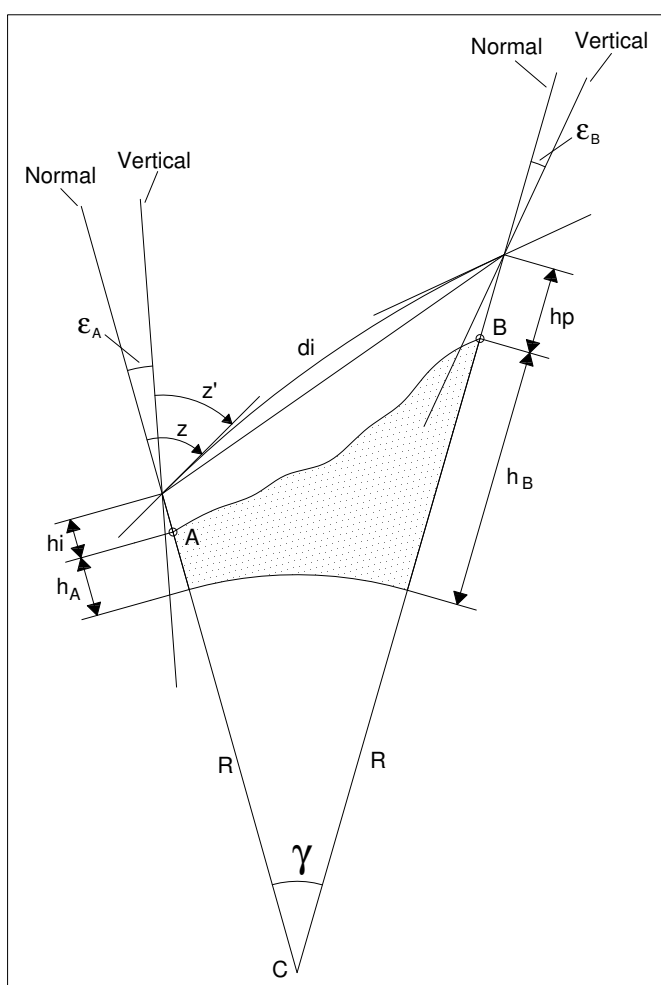


Figura 9 – Desvio da Vertical

O arco elipsóidico é substituído por um arco esférico de raio R utilizando as equações 21 a 23.

As componentes do desvio da vertical na direção AB são calculadas em função do azimute e das componentes meridiana e primeiro vertical (HEISKANEN e MORITZ, 1985; VANICEK e KRAKIWSKY, 1986):

$$\varepsilon_A = \xi_A \cos(\alpha_{AB}) + \eta_A \text{sen}(\alpha_{AB}) \quad (24)$$

$$\varepsilon_B = \xi_B \cos(\alpha_{BA}) + \eta_B \text{sen}(\alpha_{BA}) \quad (25)$$

onde:

$\xi_A, \xi_B$  = componentes do desvio da vertical na direção meridiana para os pontos A e B;

$\eta_A, \eta_B$  = componentes do desvio da vertical na direção primeiro vertical para os pontos A e B;

$\alpha_{AB}, \alpha_{BA}$  = azimutes das direções AB e BA respectivamente;

$\varepsilon_A$  = desvio da vertical no ponto A na direção do azimute AB;

$\varepsilon_B$  = desvio da vertical no ponto B na direção do azimute BA;

A correção do desvio da vertical sobre o ângulo zenital medido é dada pela equação (26) (HEISKANEN e MORITZ, 1985; VANICEK e KRAKIWSKY, 1986).

$$z = z' + \varepsilon_A = z' + \xi_A \cos(\alpha_{AB}) + \eta_A \text{sen}(\alpha_{AB}) \quad (26)$$

A correção do desvio da vertical proporciona a determinação de altitudes elipsoidais, o que não nos interessa, já que o objetivo deste trabalho é transportar altitudes ortométricas.

## 2.6 ESTAÇÃO TOTAL

Estação total é uma combinação de um teodolito eletrônico, um medidor eletrônico de distância e um microprocessador num único equipamento, com capacidade para armazenar dados e realizar cálculos. Na Figura 10 pode-se observar o esquema de eixos de teodolitos e estações totais.

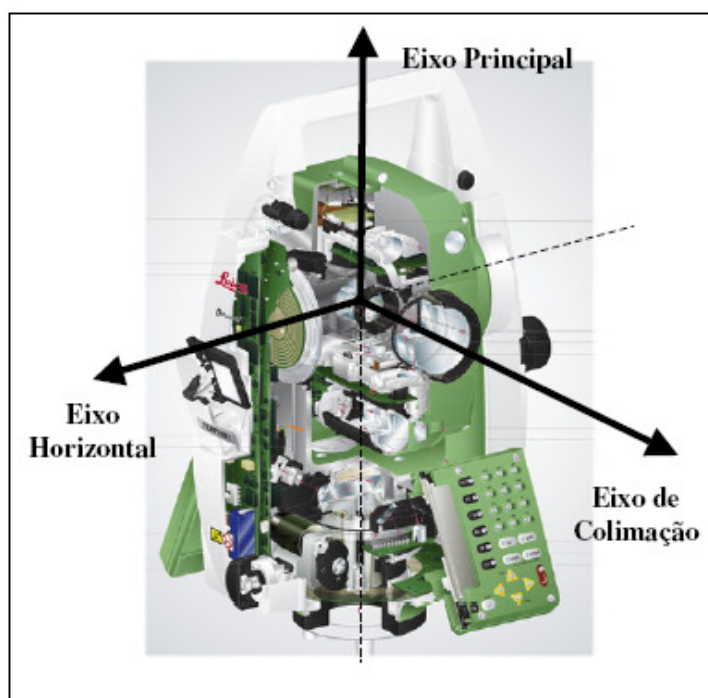


Figura 10 – Esquema de eixos de um teodolito ou estação total  
Fonte: Miranda (2007)

### 2.7.1 Erros instrumentais

Os erros instrumentais são oriundos da própria fase de fabricação dos equipamentos, ou originados pelo desgaste e falta de manutenção depois de um longo tempo de uso (GOMES, 2006).

Com relação ao teodolito, os principais erros instrumentais são: erro de verticalidade do Eixo Principal, a não ortogonalidade entre o Eixo de Colimação e o Eixo Secundário, a não ortogonalidade entre o Eixo Principal e o Eixo Secundário,

erro de Zênite Instrumental e erro de gravação do limbo. Aos interessados recomenda-se Kahmen e Faig (1988) e Medina (1998).

Com relação ao medidor eletrônico de distância, é necessário realizar uma calibração periódica para determinar o fator de escala ocorrido em função do desgaste do cristal que gera o sinal de medida. Aos interessados recomenda-se Faggion (2001).

Os erros que mais influenciam na determinação de desníveis utilizando nivelamento trigonométrico são o erro de verticalidade do eixo principal e o erro de zênite instrumental.

#### 2.7.1.1 Erro de verticalidade do eixo principal

Este erro ocorre quando o eixo principal do teodolito ou estação total não coincide com a vertical do lugar passante pelo centro do equipamento. Este erro está diretamente ligado a operação de nivelamento do instrumento, e não é eliminado realizando observações nas posições direta e inversa da luneta. Para minimizá-lo, é necessária a retificação dos níveis de bolha de calagem. No caso das estações totais, estas dispõem de compensadores eletrônicos, que permitem a correção automática deste erro. É necessária uma calibração periódica do compensador, a qual normalmente pode ser realizada através de procedimentos descritos nos manuais dos equipamentos.

#### 2.7.1.2 Erro de Zênite Instrumental

Este erro ocorre quando o zero do limbo vertical do equipamento não coincide com o zênite. Este erro é eliminado realizando observações nas posições direta e inversa da luneta. Para sua determinação basta instalar o teodolito ou estação total em uma posição que seja possível observar um alvo bem definido e realizar pontarias, sobre este alvo, em posição direta e invertida da luneta (Figura 11).

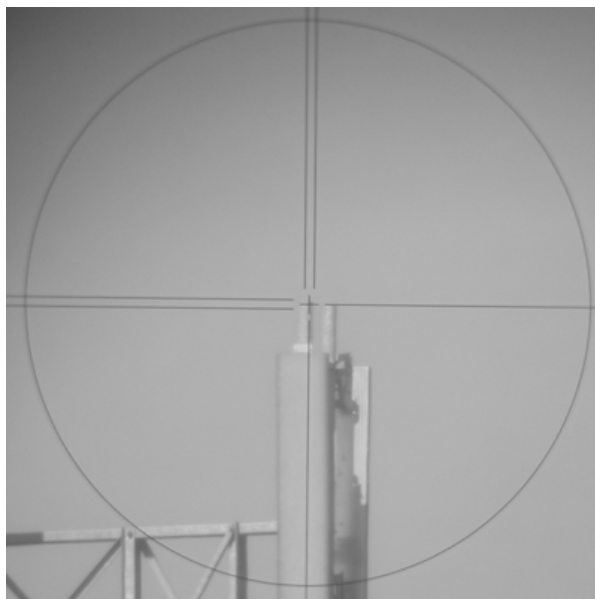


Figura 11 – Medida do ângulo zenital para a determinação do Erro de Zênite Instrumental  
Fonte: Miranda (2007)

Utilizando as observações em posição direta e invertida da luneta é possível determinar o erro de zênite instrumental utilizando a equação a seguir:

$$z = \frac{(z_{PD} - z_{PI})}{2} + 180^0 \quad (27)$$

onde,

$z_{PD}$  = ângulo zenital medido na posição direta da luneta;

$z_{PI}$  = ângulo zenital medido na posição inversa da luneta;

Nos teodolitos eletrônicos e estações totais, este erro, também chamado de erro de índice vertical, pode ser corrigido realizando-se uma calibração. Os procedimentos para tal estão, geralmente, descritos nos manuais dos equipamentos.

## 2.8 Propagação de erros considerando a precisão nominal da estação total e estimativa do número de séries PD-PI

Segundo Gomes (2006), para se determinar a precisão esperada para a distância vertical entre o centro óptico da estação total e o centro do alvo, é necessário aplicar a teoria da propagação de erros aleatórios.

Partindo da equação (5),  $dv = di \cos(z)$ , e aplicando a teoria da propagação de erros, a precisão esperada para a distância vertical  $dv$ , considerando uma série de leitura PD-PI, é dada por (GOMES, 2006):

$$\sigma_{dv} = \sqrt{\cos^2 z \sigma_{di}^2 + di^2 \sin^2 z \sigma_z^2} \quad (28)$$

onde,

$z$  = ângulo zenital;

$di$  = distância inclinada;

$\sigma_{di}$  = precisão nominal linear da Estação Total;

$\sigma_z$  = precisão nominal angular da Estação Total;

Para determinar o número de séries PD-PI necessárias para se atingir uma precisão estimada na determinação do desnível  $dv$ , utiliza-se a equação (29) (GOMES, 2006):

$$N_s = \frac{\cos^2 z \sigma_{di}^2 + di^2 \sin^2 z \sigma_z^2}{\sigma_{dv}^2} \quad (29)$$

onde,

$N_s$  = número de séries PD-PI;

Tomando por exemplo uma precisão estimada de  $3\text{mm}\sqrt{K}$ , considerando um nivelamento de alta precisão, o número de séries é dado por (GOMES, 2006):

$$N_s = \frac{\cos^2 z \sigma_{di}^2 + di^2 \sin^2 z \sigma_z^2}{(3\text{mm}\sqrt{K})^2} \quad (30)$$

onde,

$K$  = distância da visada em Km;

## 2.9 REFRAÇÃO DA LUZ

Refração é um fenômeno que ocorre quando a luz passa de um meio para outro. Este efeito causa mudanças na velocidade de propagação e conseqüentemente no comprimento de onda, e também na direção do feixe se a incidência for oblíqua (SCOLFARO et al, 1981). A Figura 12 exemplifica o fenômeno da refração.

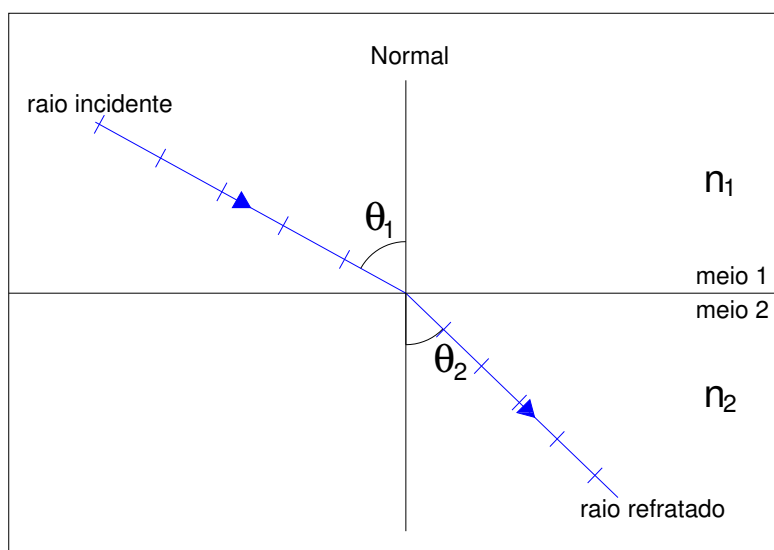


Figura 12 – Refração da Luz

onde:

$\theta_1$  = ângulo de incidência;

$\theta_2$  = ângulo de refração;

$n_1$  = índice de refração do meio 1;

$n_2$  = índice de refração do meio 2;

O índice de refração é definido pela razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz no meio.

$$n = \frac{c}{v} \quad (31)$$

onde:

$n$  = índice de refração absoluto do meio considerado;

$c$  = velocidade da luz no vácuo;

$v$  = velocidade da luz no meio.

Leis da refração:

1ª Lei: O raio de incidência, o refratado e a normal no ponto de incidência pertencem a um mesmo plano.

2ª Lei: Lei de Snell-Descartes: A razão entre o seno do ângulo de incidência ( $\theta_1$ ) e o seno do ângulo de refração ( $\theta_2$ ) é constante, e é igual ao índice de refração relativo  $n_{21}$  para um dado comprimento de onda.

$$\frac{\text{sen}(\theta_1)}{\text{sen}(\theta_2)} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad (32)$$

$$n_1 \text{sen}(\theta_1) = n_2 \text{sen}(\theta_2) \quad (33)$$

### 2.9.1 Correção do efeito da refração atmosférica sobre a distância medida

Mudanças nas condições atmosféricas causam variações na velocidade de propagação das ondas eletromagnéticas, provocando, conseqüentemente, erros sistemáticos nas medidas da distância (FAGGION et al, 2003; RÜEGER, 1996).

Para a correção do efeito da refração atmosférica sobre a distância medida normalmente utiliza-se a formulação que acompanha o manual do equipamento, onde é necessário o conhecimento da pressão atmosférica, temperatura e umidade relativa do ar. A seguir é apresentada como exemplo a formulação para a estação total ELTA S20 (ZEISS, 2001).

$$K_w = 281,8 - \left( \frac{0,29065}{1 + \alpha t} P - \frac{4,126 * 10^{-4} h}{1 + \alpha t} E \right) \quad (34)$$

$$E = 10^{\frac{7,5t}{t+273,3} + 0,7857} \quad (35)$$

$$\alpha = \frac{1}{273,16} \quad (36)$$

onde:

$K_w$  = correção atmosférica em ppm;

$P$  = pressão atmosférica (mbar);

$t$  = temperatura (°C);

$h$  = umidade relativa do ar (%);

$E$  = pressão de saturação do vapor d'água para a temperatura seca (mbar).

### 2.9.2 Correção do efeito da refração atmosférica sobre o ângulo zenital

O caminho percorrido pelo sinal oriundo da estação total até o prisma refletor não é uma linha reta, e sim uma linha refratada, que sofre influência direta das variações nas condições atmosféricas entre o local onde está instalado o instrumento e o local onde está o prisma refletor.

Para uma atmosfera ideal, a densidade do ar diminui à medida que há um aumento na altitude, e conseqüentemente, o índice de refração do ar também diminui. Desta forma, segundo a Lei de Snell-Descartes, o caminho percorrido pela onda sofre um desvio, aproximando-se da normal na medida em que o índice de refração do meio aumenta, e vice versa.

O caminho percorrido pela onda sobre uma atmosfera ideal pode ser observado na Figura 13.

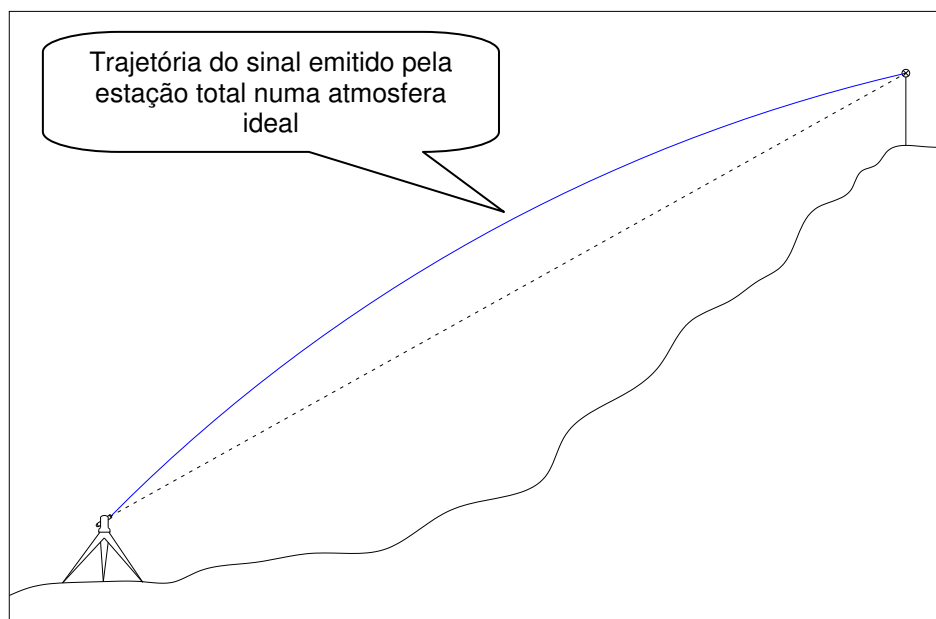


Figura 13 – Efeito da refração atmosférica sobre o sinal emitido

Na Figura 14 o efeito da refração é discretizado para um melhor entendimento da Lei de Snell-Descartes.

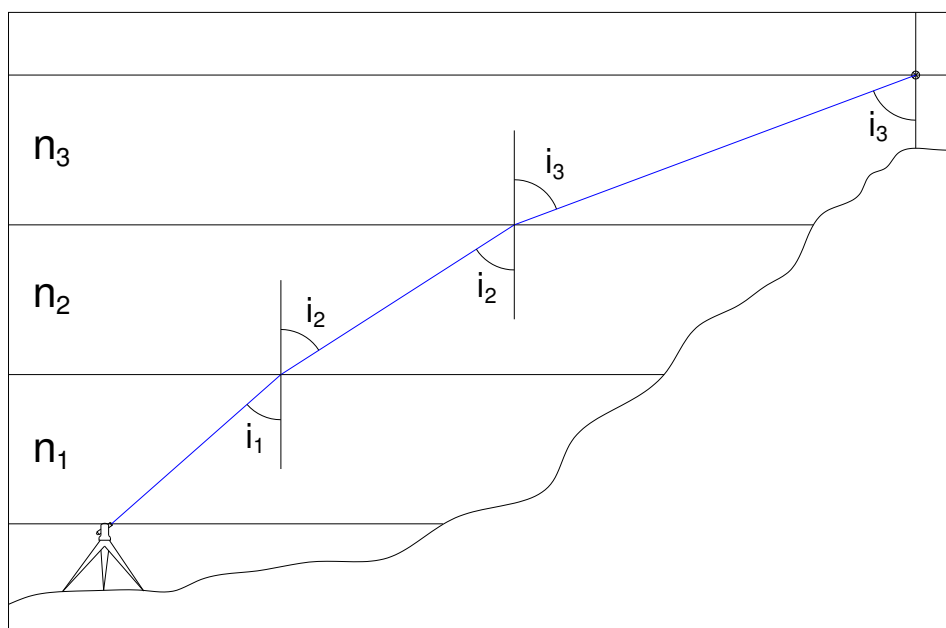


Figura 14 – Representação da Lei de Snell-Descartes

A curva gerada pelo efeito da refração pode ser considerada, numa primeira aproximação, como um arco de circunferência de raio  $r$ . Experiências tem comprovado que o valor deste raio é aproximadamente 8 vezes o raio da Terra, ou seja,  $r \approx 8R$  (Figura 15) (KAHMEN e FAIG, 1988).

A relação entre o raio do sinal refratado ( $r$ ) e o raio terrestre ( $R$ ) é conhecida como coeficiente de refração da atmosfera terrestre, dado pela equação (37):

$$k = \frac{1/r}{1/R} = \frac{R}{r} \quad (37)$$

onde:

$r$  = raio de curvatura do caminho percorrido pela onda;

$R$  = raio da Terra;

$k$  = coeficiente de refração.

Sendo  $r \approx 8R$ , o valor de  $k$  é aproximadamente 0,13. Experiências mostram que, dependendo das condições ambientais, este valor varia entre  $\pm 0,04$ . ((KAHMEN e FAIG, 1988).

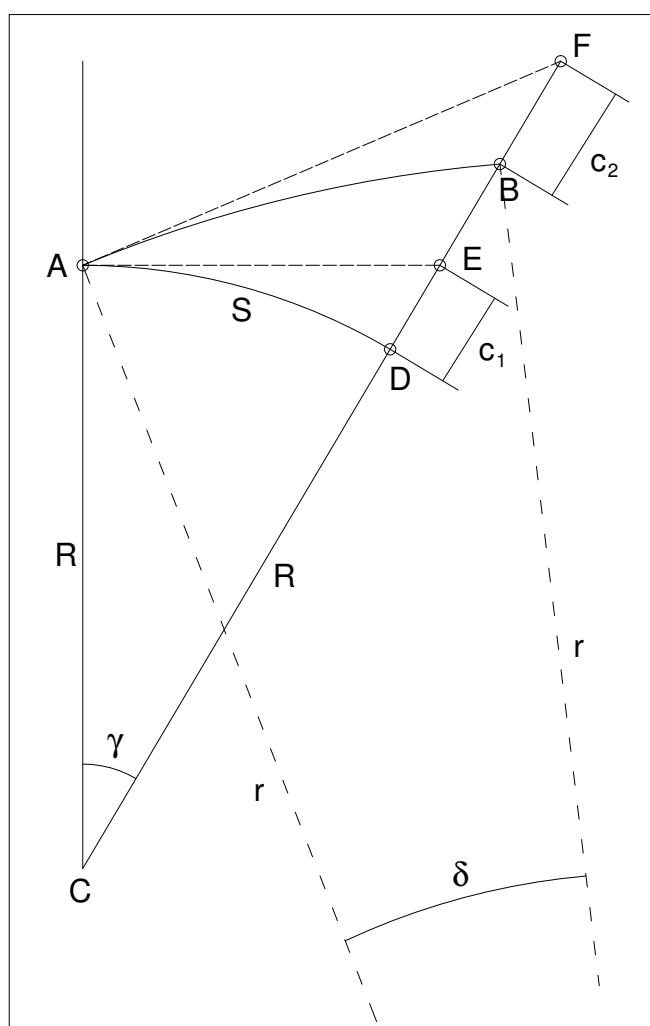


Figura 15 – Correção da curvatura terrestre e refração atmosférica  
Adaptado de Kahmen e Faig (1988)

Segundo Kahmen e Faig (1988) com base na Figura 15 e considerando ( $R \approx (R+H)$ ;  $AD \approx AE \approx AB \approx AF \approx S$ ) chega-se a equação para correção da refração atmosférica:

$$c_2 = \frac{kS^2}{2R} \quad (38)$$

### 2.9.3 Combinação dos efeitos da curvatura e refração

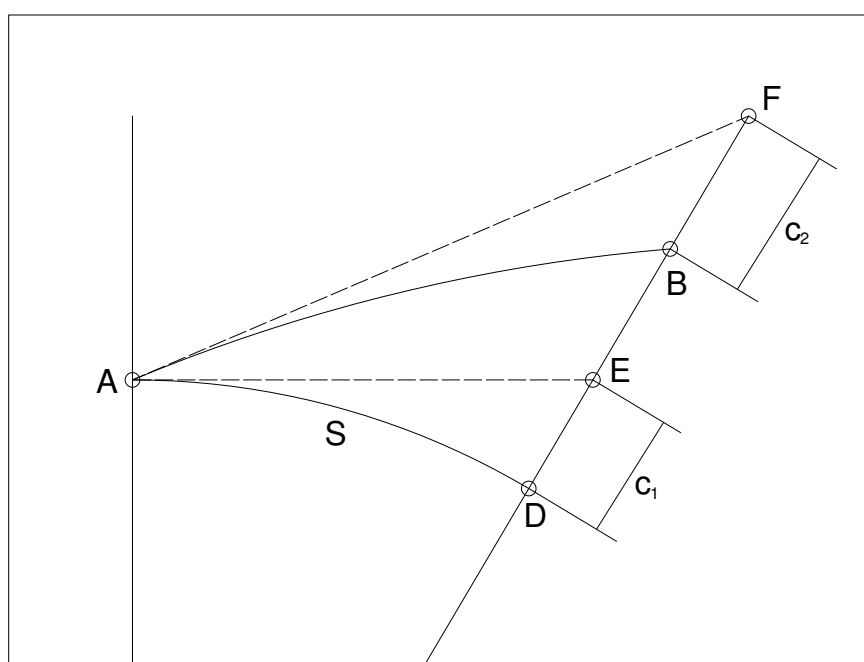


Figura 16 – Correção da curvatura terrestre e refração atmosférica  
Adaptado de Kahmen e Faig (1988)

Analisando a Figura 16, pode-se observar que a correção da curvatura terrestre ( $c_1$ ) tem valor positivo e a correção da refração atmosférica ( $c_2$ ) tem valor negativo. Associando os dois efeitos e buscando uma única equação de correção, obtém-se:

$$c = c_1 - c_2 = \frac{S^2}{2R} - \frac{KS^2}{2R} \quad (39)$$

$$c = (1 - k) \frac{S^2}{2R} \quad (40)$$

## 2.10 CÁLCULO DA UMIDADE RELATIVA DO AR

Segundo Rüeger (1996), o cálculo da umidade relativa do ar pode ser realizado com as equações 41 a 43:

$$e = E'_w - 0,000662p(t - t') \quad (41)$$

onde:

$E'_w$  = pressão de saturação do vapor d'água para a temperatura úmida (mbar);

$t$  = temperatura seca (°C);

$t'$  = temperatura úmida (°C);

$p$  = pressão atmosférica (mbar);

$e$  = pressão parcial do vapor d'água (mbar).

$$E'_w = 10^{[(7,5t' / (273,3+t')) + 0,7858]} \quad (42)$$

$$h = 100 \frac{e}{E} \quad (43)$$

onde:

$e$  = pressão parcial do vapor d'água (mbar);

$E$  = pressão de saturação do vapor d'água para a temperatura seca (mbar);

$h$  = umidade relativa do ar (%);

O valor de  $E$  pode ser calculado a partir da equação (42), apenas substituindo  $E'_w$  por  $E$  e  $t'$  por  $t$  (RÜEGER, 1996).

## 2.11 POSICIONAMENTO GPS

O posicionamento utilizando GPS pode ser classificado em posicionamento absoluto, quando as coordenadas estão relacionadas diretamente ao geocentro, e posicionamento relativo, quando as coordenadas são determinadas com relação a um referencial materializado por um ou mais vértices com coordenadas conhecidas. O objeto a ser posicionado pode estar em repouso (posicionamento estático) ou em movimento (posicionamento cinemático) (MONICO,2007).

### 2.11.1 Posicionamento Relativo Estático

O posicionamento relativo permite obter maior precisão, geralmente utilizado para medição de bases longas e definição de redes geodésicas. Neste tipo de posicionamento, dois ou mais receptores rastreiam simultaneamente os satélites visíveis por um período de tempo que pode variar de um mínimo de 20 minutos até várias horas (tempos de rastreamento menores do que 20 minutos são tratados como método relativo estático rápido) (Figura 17). Aos interessados em mais detalhes recomenda-se Monico (2007).

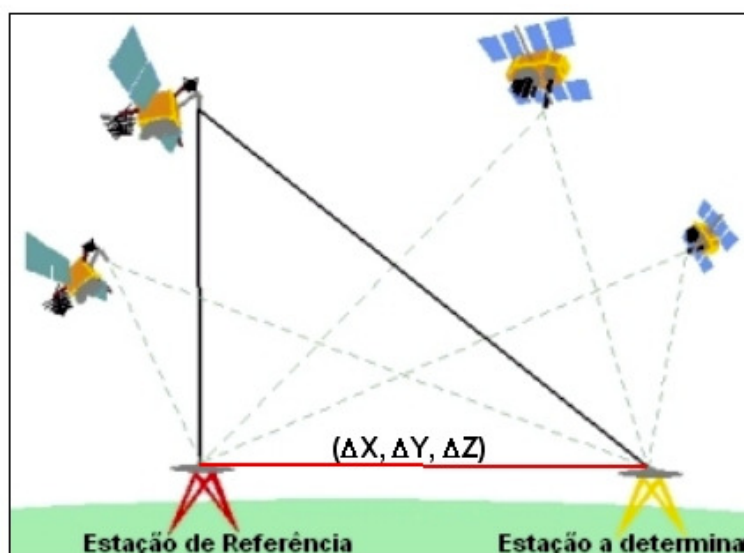


Figura 17 – GPS - Posicionamento Relativo  
Fonte:IBGE (2008c)

### 2.12 MODELOS GEOIDAIIS

O posicionamento de pontos sobre a superfície da terra envolve o posicionamento horizontal (Latitude e Longitude), sobre um determinado elipsóide de referência e posicionamento vertical (Altitude), normalmente referenciada ao nível médio dos mares. Para a transformação de altitudes geométricas, referenciadas ao elipsóide, para ortométricas, referenciadas ao geóide é necessário conhecer a ondulação do geóide dado por um modelo geoidal. A revolução causada na geodésia após o surgimento do sistema de posicionamento GPS, fornecendo

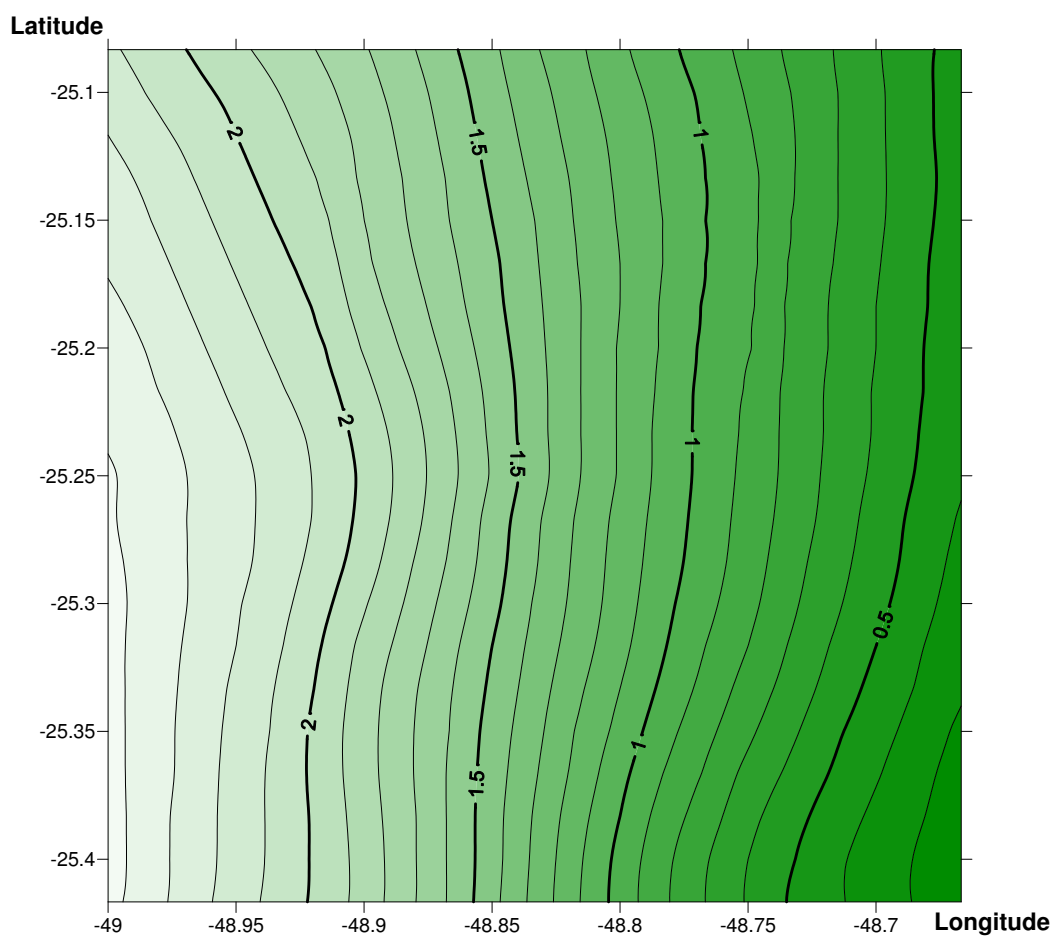
coordenadas tridimensionais de pontos sobre a superfície da terra com qualidade subcentimétrica, levou a necessidade de um conhecimento de um modelo de ondulação geoidal cada vez mais acurado.

#### 2.12.1 Modelo geoidal MAPGEO2004

O IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), através da Coordenadoria de Geodésia, em conjunto com a ESPUSP (Escola politécnica da Universidade De São Paulo) geraram um modelo de ondulação geoidal com resolução de 10' de arco, denominado MAPGEO2004, que fornece as alturas geoidais (N) de pontos sobre o território nacional referidas aos sistemas SIRGAS2000 e SAD69. (IBGE, 2009). Através deste modelo é possível ao usuário de GPS transformar altitudes geométricas, obtidas com GPS, para altitudes ortométricas.

No cálculo do Modelo de Ondulação Geoidal empregou-se a integral modificada de Stokes, através da técnica de transformada rápida de Fourier (FFT). Os dados de entrada são constituídos de anomalias médias de Helmert em quadrículas de 10'x10' em áreas continentais, obtidas a partir de informações gravimétricas do IBGE e de diversas instituições no Brasil e em países vizinhos, anomalias ar-livre derivadas da altimetria por radar abordo de satélite em áreas oceânicas, modelo KMS99, o Modelo Digital de Terreno (MDT) de 1'x1' desenvolvido pela EPUSP e o modelo de geopotencial EGM96 até o grau e ordem 180. (IBGE, 2009)

Gerou-se um modelo de ondulação geoidal a partir do MAPGEO2004 para a região de estudos (Figura 18). Para tal, criou-se uma grade regular com resolução de 1'x1' de arco. As alturas geoidais dos pontos da grade foram determinadas utilizando o Sistema de Interpolação de Ondulação Geoidal desenvolvido pelo IBGE (IBGE, 2008a).



### 2.12.2 Modelo geoidal EGM2008

O modelo EGM2008 foi concebido com o objetivo de atingir uma acurácia global do geóide de RMS igual  $\pm 15$  cm. Para isso, um grande esforço foi despendido pelo NGA para reunir o máximo de dados possível que pudesse auxiliar no desenvolvimento e refinamento desse novo modelo. Foram utilizadas as melhores fontes de dados gravimétricos mundiais disponíveis: continentais, marinhas, de veículos espaciais e de missões satelitais. Um dos principais auxiliares nessa tarefa foram os satélites da missão GRACE, desenvolvida especificamente para levantar dados do campo gravitacional terrestre. Citam-se ainda, dentre outras, as missões TOPEX/POSEIDON, JASON\_1, ERS\_1/2, GEOSAT, ENVISAT, GFO, ICESAT, que tiveram colaboração na obtenção de dados (SAATKAMP et al, 2009).

O EGM2008 está completo para os harmônicos esféricos de grau e ordem 2159, e possui coeficientes adicionais que estendem o grau para 2190 e ordem

2159, e determina os valores das ondulações geoidais em relação ao elipsóide do WGS84. (SAATKAMP et al, 2009).

Segundo Saatkamp et al (2009), no Brasil, o erro médio absoluto da ondulação geoidal gerado pelo EGM2008 foi estimado em cerca de 35 cm.

Na Figura 19 pode-se observar um modelo geoidal gerado a partir do EGM2008 para a região de estudos. Este modelo também foi gerado a partir de uma grade regular com resolução de 1'x1' de arco, e para a determinação das alturas geoidais dos pontos da grade, utilizou-se o serviço de cálculo *online* disponibilizado pelo ICGEM (International Centre for Global Earth Models) (ICGEM, 2009).

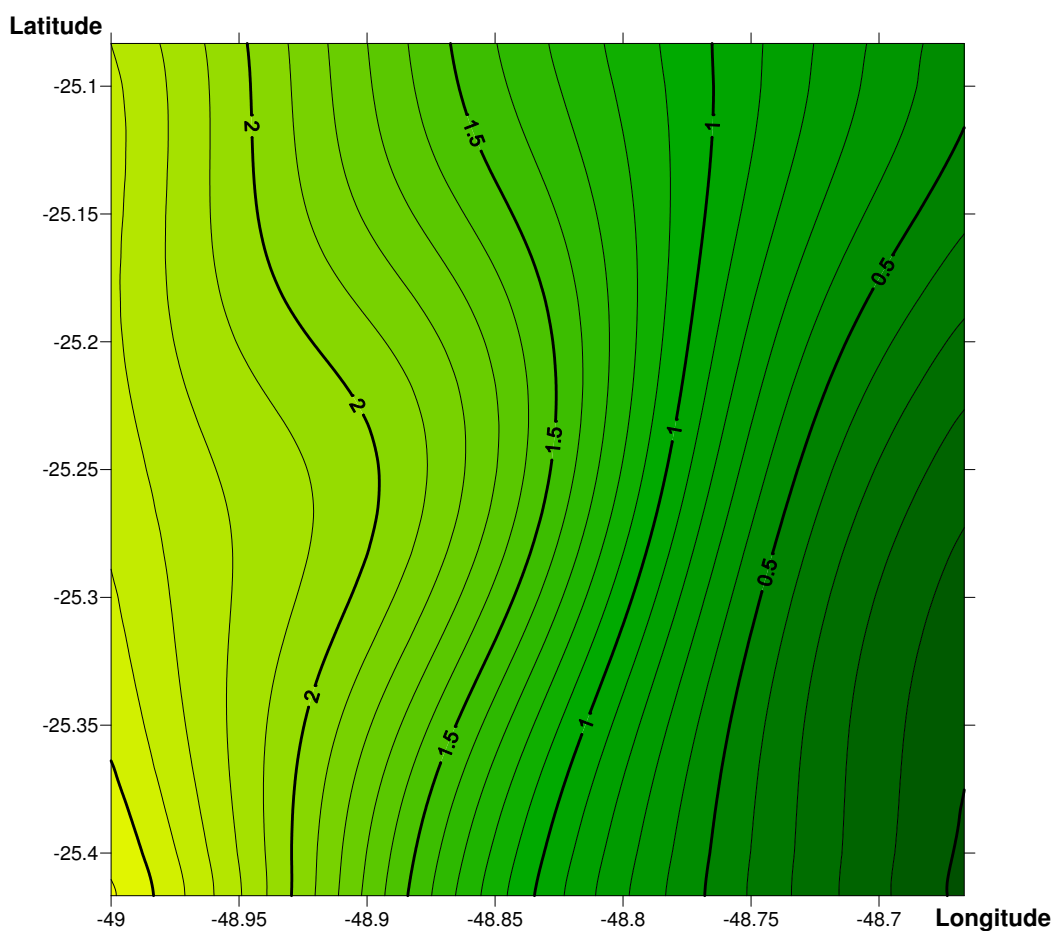


Figura 19 – Modelo de ondulação geoidal EGM2008

### 2.12.3 Comparação entre os modelos MAPGEO2004 e EGM2008 para a região de estudo

Com o intuito de comparar os modelos MAPGEO2004 e EGM2008 na a região de estudos, gerou-se um modelo relativo, onde são representadas as diferenças do MAPGEO2004 em relação ao EGM2008. Encontrou-se uma diferença média de 6,7cm, com RMS de 13,1cm, um máximo local de 30,8cm e um mínimo local de -18,4 cm. A representação das diferenças do MAPGEO2004 em relação ao EGM2008 é mostrada na Figura 20.

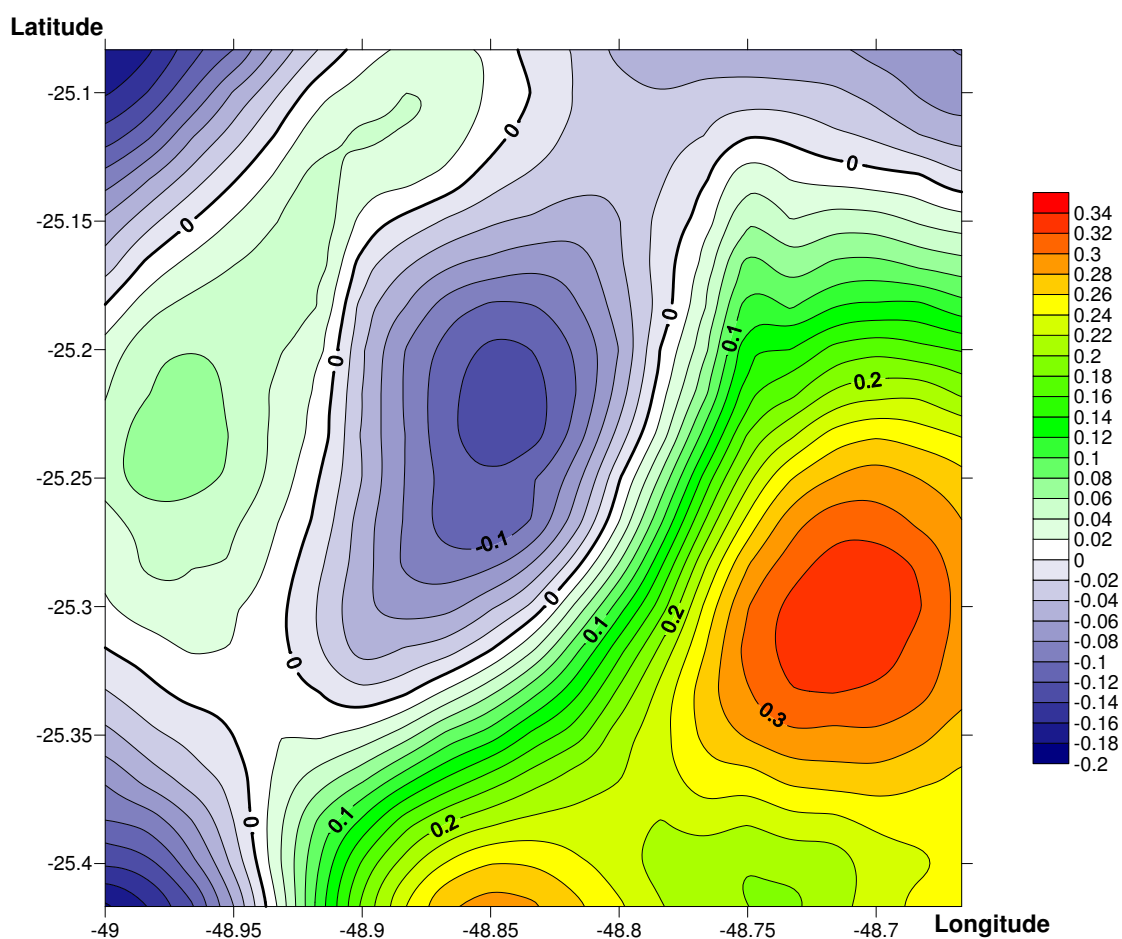


Figura 20 – Diferença entre os modelos MAPGEO2004 e EGM2008

### 2.13 AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES

O Método dos Mínimos Quadrados é aplicado para solução de problemas onde ocorre um sistema redundante de equações, ou seja, onde o número de equações é maior que o número de incógnitas. Esta redundância é denominada de

graus de liberdade, e é dada pela diferença entre o número de equações e o número de incógnitas. A melhor estimativa das incógnitas feita pelo Método dos Mínimos Quadrados tem como característica principal o fato de oferecer solução única para um dado problema, além de inferir a qualidade dos resultados a partir da matriz variância-covariância (GEMAEL, 1994).

### 2.13.1 Método dos Correlatos

De acordo com Gemael (1994), o método correlatos não trabalha com “parâmetros”. O modelo matemático envolve apenas os valores observados ajustados (incógnitas):

$$F(L_a) = 0 \quad (44)$$

na qual  $F$  simboliza  $r$  funções e o vetor  $L_a$  tem dimensões  $n \times I$ ; o modelo matricial (44) representa então  $r$  “equações de condição” ligando as incógnitas ( $L_a$ ).

Interessa envolver no modelo os valores observados para obter as equações de condição transformadas com outras incógnitas (os resíduos  $v_i$ ). Fazendo:

$$L_a = L_b + V \quad (45)$$

logo a equação (44) pode ser reescrita como:

$$F(L_b + V) = 0 \quad (46)$$

aplicando a aproximação linear da série de Taylor em forma matricial:

$$F(L_a) = F(L_b + V) \approx F(L_b) + \frac{\partial F}{\partial L_a} \Big|_{L_b} (L_a - L_b) = 0 \quad (47)$$

A função  $F(L_b)$  dos valores observados tem o significado de um erro de fechamento e será designado por  $W$ :

$$W = F(L_b) \quad (48)$$

indicando ainda por  $B$  a matriz das derivadas parciais

$${}_r B_n = \left. \frac{\partial F}{\partial L_a} \right|_{L_b} \quad (49)$$

que resulta em:

$$BV + W = 0 \quad (50)$$

que é o modelo linearizado do método dos correlatos, representativo de  $r$  equações de condição transformada, ligando  $n$  incógnitas ( $v_i$ ).

Para que as incógnitas se subordinem ao MMQ e ao mesmo tempo satisfaçam às equações de condições, utiliza-se a técnica lagrangiana em forma matricial definindo a função  $\phi$ :

$$\phi = V^T PV - 2K^T (BV + W) = \text{mínimo} \quad (51)$$

sendo  $K$  o vetor ( $r \times 1$ ) dos “multiplicadores de Lagrange” (ou correlatos) e a quantidade entre parêntesis o primeiro membro da equação (50). Igualando a zero as derivadas parciais em relação a  $V$  e  $K$ , tem-se (GEMAEL, 1994):

$$V = P^{-1} B^T K \quad (52)$$

$$K = -(BP^{-1}P)^{-1}W \text{ ou } K = -M^{-1}W \quad (53)$$

com

$$M = BP^{-1}B^T \quad (54)$$

Obtido o vetor dos correlatos  $K$  pela equação (53), solução das equações normais, a equação (50) proporciona o vetor dos resíduos, através da qual pode-se obter o vetor dos valores observados ajustados:

$$L_a = L_b + V \quad (55)$$

A matriz de variância-covariância dos valores observados ajustados é:

$$\sum L_a = \sigma_0^2 P^{-1} [I - B^T M^{-1} B P^{-1}] \quad (56)$$

$$\sum L_a = \sum L_b [I - B^T M^{-1} B P^{-1}] \quad (57)$$

O segundo termo do segundo membro representa a “melhoria introduzida no ajustamento” (GEMAEL, 1994).

A matriz de variância-covariância dos resíduos é:

$$\sum v = \sigma_0^2 P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1} \quad (58)$$

comparando com a (56) resulta:

$$\sum L_a = \sum L_b - \sum v \quad (59)$$

e  $\hat{\sigma}_0^2$  que é a variância *a posteriori*, onde seu valor é dado por:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{v^T P v}{r} \quad (60)$$

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 ÁREA DE ESTUDOS

Como região de estudo escolheu-se a Serra do Ibitiraquire, uma porção da Serrado do Mar paranaense, localizada na divisa entre os municípios de Campina Grande do Sul e Antonina, onde encontram-se as maiores elevações do estado, dentre elas os três pontos mais altos do Sul do Brasil. Na Figura 21 pode-se observar a região de estudo, com a localização dos cumes para os quais se pretende transportar as altitudes.



Figura 21 – Localização da área de estudo  
Fonte: Google Earth

A idéia inicial era transportar as altitudes para os cumes do Camapuã, Tucum, Itapiroca, Caratuva, Pico Paraná, Taipabuçu e Ciririca utilizando nivelamento trigonométrico, método *Leap-Frog*, partindo de RN's da Rede Altimétrica de Alta Precisão do IBGE localizadas na BR-116, próximas à região de estudos (RN2045N e RN2045U), formando assim uma rede de nivelamento (Figura 22).

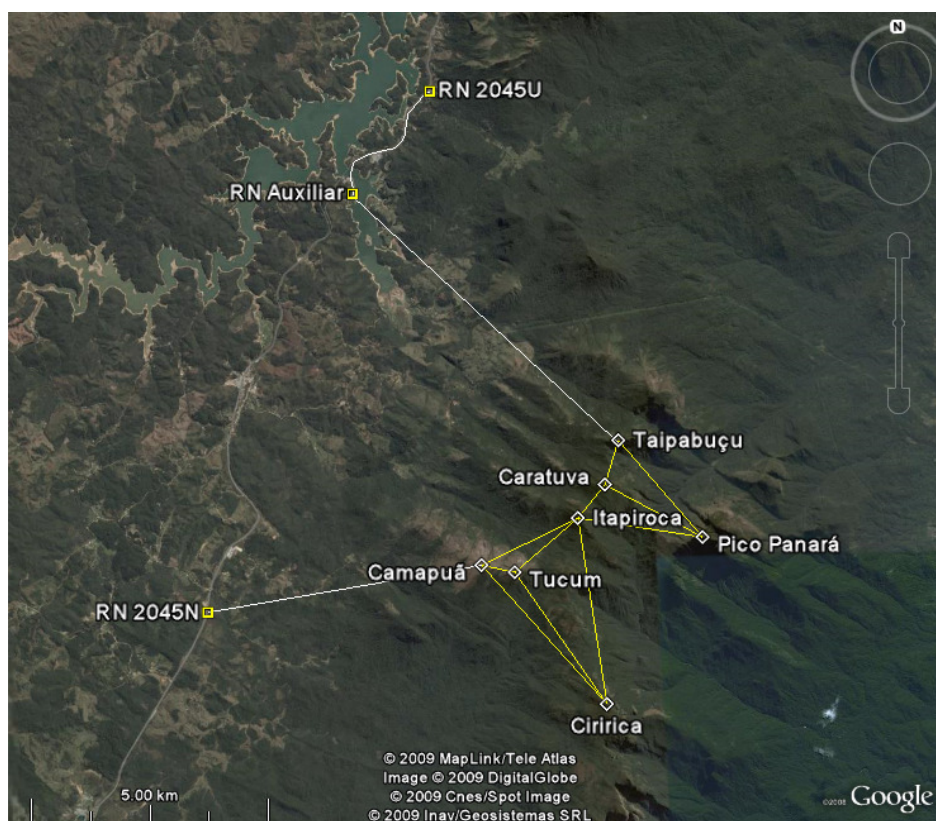


Figura 22 – Rede de nivelamento - idéia inicial  
Fonte: Google Earth

Porém, verificou-se que seria inviável a realização de todas estas seções de nivelamento entre os cumes, principalmente devido às grandes dificuldades para a execução de levantamentos de campo nesta região. Então, se optou por reduzir a jornada de trabalho, transportando as altitudes via nivelamento trigonométrico para os cumes do Camapuã e Tucum, os mais próximos da rodovia BR116, como será detalhado mais adiante.

Com relação ao GPS, foram determinadas as altitudes de todos os cumes: Camapuã, Tucum, Itapiroca, Caratuva, Pico Paraná, Taipabuçu e Ciririca. Estas altitudes foram associadas ao modelo geoidal MAPGEO2004 do IBGE, desta forma,

obtendo-se as altitudes ortométricas destes picos, o que também será detalhado mais adiante.

### 3.1.1 Localização das RN's do IBGE

Realizou-se uma visita a campo em busca das RN's do IBGE próximas a região. De 8 RN's selecionadas encontrou-se apenas 3. Uma delas, a RN2045P, destruída (Figura 23).



Figura 23 – RN-2045P - destruída

Na Figura 24 pode-se observar a RN2045N e na Figura 25 a RN2045U, ambas, aparentemente, em perfeito estado de conservação. A RN2045U está com os cantos de seu tronco piramidal quebrados, mas a chapa está intacta. Suas posições em relação a área de estudos pode ser visualizada na Figura 22.



Figura 24 – RN2045N



Figura 25 – RN2045U

### 3.2 DETERMINAÇÃO DOS PONTOS CULMINANTES

A identificação do ponto mais elevado de cada montanha é, em sua grande maioria, difícil de se fazer a olho nu. Então, a solução encontrada foi a realização de nivelamento hidrostático, popularmente conhecido como nivelamento com mangueira d'água (Figura 26).



Figura 26 – Nivelamento hidrostático no cume do Itapiroca

É necessário tomar certos cuidados para se conseguir uma boa precisão, como a utilização de dois bastões idênticos dotados de nível de bolha circular (Figura 27), garantindo assim a eliminação de erros sistemáticos no processo de nivelamento. Também devem ser realizadas seções de nivelamento e contranivelamento.



Figura 27 – Detalhe do nivelamento utilizando bastão com nível de bolha.

### 3.3 MATERIALIZAÇÃO DOS PONTOS

#### 3.3.1 Projeto e confecção da chapa de identificação dos marcos

Para a materialização dos pontos foi projetado um modelo de marco baseado no já existente, até então utilizado para trabalhos de campo da área de Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná.

Neste novo modelo teve-se o cuidado de deixar a face mais abaulada, com o intuito de facilitar trabalhos de nivelamento geométrico de alta precisão, uma vez que a mira de invar não pode tocar outras estruturas além da superfície da chapa (Figura 28).

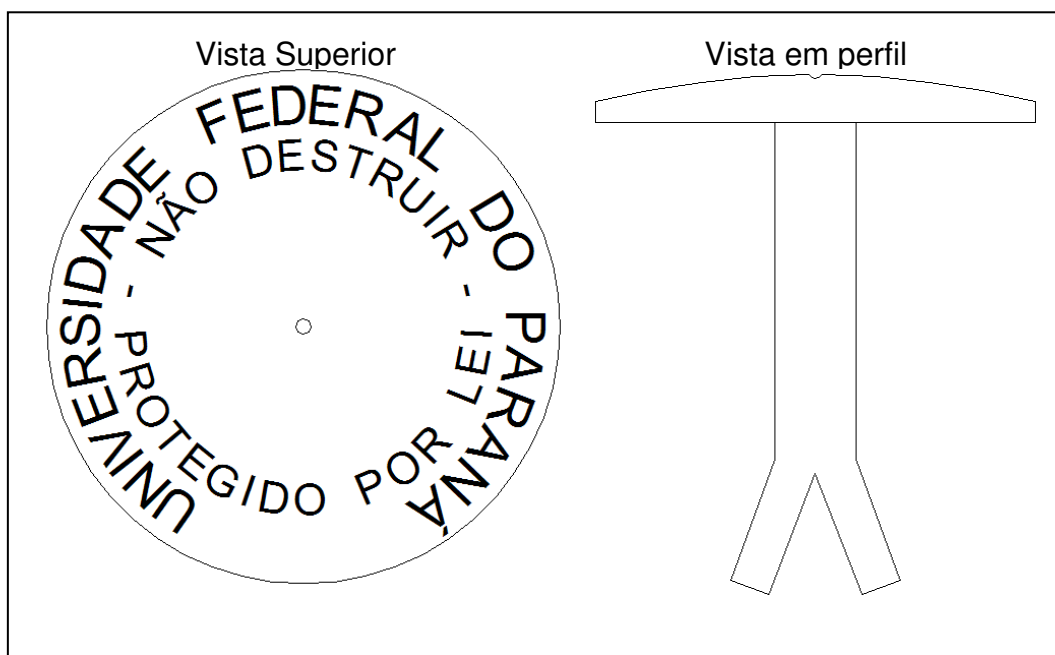


Figura 28 – Modelo utilizado para a chapa de identificação dos marcos

As chapas foram confeccionadas em latão fundido, um material que não sofre a ação da ferrugem (Figura 29).



Figura 29 – Modelo de chapa utilizada para a materialização dos cumes

Nota-se que existe uma pequena reentrância na marca central, esta necessária para a fixação do bastão, devido à dificuldade de mantê-lo na vertical com a grande incidência de ventos nos cumes das montanhas. Logo, a referência para a altitude está nesta reentrância, com profundidade de aproximadamente 1,2mm. A determinação exata desta profundidade não se faz necessária, pois sobre estes pontos provavelmente nunca serão apoiadas miras, devido à grande dificuldade da aplicação de técnicas de nivelamento geométrico na região.

### 3.3.2 Implantação dos marcos

A maioria das montanhas da região de estudo possuem seu ponto culminante sobre afloramento rochoso. Desta forma, a chapa é cravada diretamente sobre a rocha. A seguir, apresenta-se a seqüência de implantação do marco no Pico Paraná, o ponto mais elevado do Sul do Brasil. A implantação dos marcos sobre as outras montanhas obedece a mesma seqüência.

Primeiramente, realiza-se uma limpeza do local, para em seguida iniciar-se a perfuração, esta com o auxílio de uma marreta e uma ponteira de aço (Figura 30).



Figura 30 – Limpeza do local com o auxílio de escova de aço e início da perfuração

Nas Figuras 31 e 32 é possível observar as etapas da perfuração da rocha no local onde será materializado o marco geodésico.



Figura 31 – Perfuração no Pico Paraná



Figura 32 – Perfuração no Pico Paraná concluída

Após a perfuração e limpeza do local, é fixada a chapa utilizando resina epóxi (Figura 33).



Figura 33 – Marco do Pico Paraná

### 3.4 LEVANTAMENTOS GPS

Com o intuito de determinar as altitudes elipsoidais dos picos em questão, e associá-las a um modelo geoidal para se obter as altitudes ortométricas, optou-se por realizar levantamentos utilizando o sistema de posicionamento global NAVSTAR-GPS. Desta forma, também se obteve as coordenadas de latitude e longitude geodésicas de precisão para estes picos.

As RN's 2045N e 2045U do IBGE, próximas à região de estudos, também foram rastreadas, assim, obtendo-se as alturas geoidais sobre as mesmas, e com isso, possibilitando uma avaliação local dos modelos geoidais MAPGEO2004 e EGM2008.

Os rastreios GPS sobre os cumes e RN's foram realizados utilizando o método relativo estático, com receptores GPS de dupla frequência. Os equipamentos utilizados foram o GPS1200 e GPS900, ambos da Leica.

Como referência, foram utilizadas bases de monitoramento contínuo da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo), do IBGE, e também bases da empresa Manfra, homologadas pelo IBGE. Em função desta combinação foi possível processar os dados utilizando três bases que se encontram relativamente próximas a região de estudos, que são: base UFPR (Curitiba), a uma distância de aproximadamente 45km, e base NEIA (Cananéia), a uma distância de aproximadamente 95km, ambas da RBMC, e a base UNICEMP (Curitiba) da empresa Manfra, a uma distância de aproximadamente 57Km da região (Figura 34).

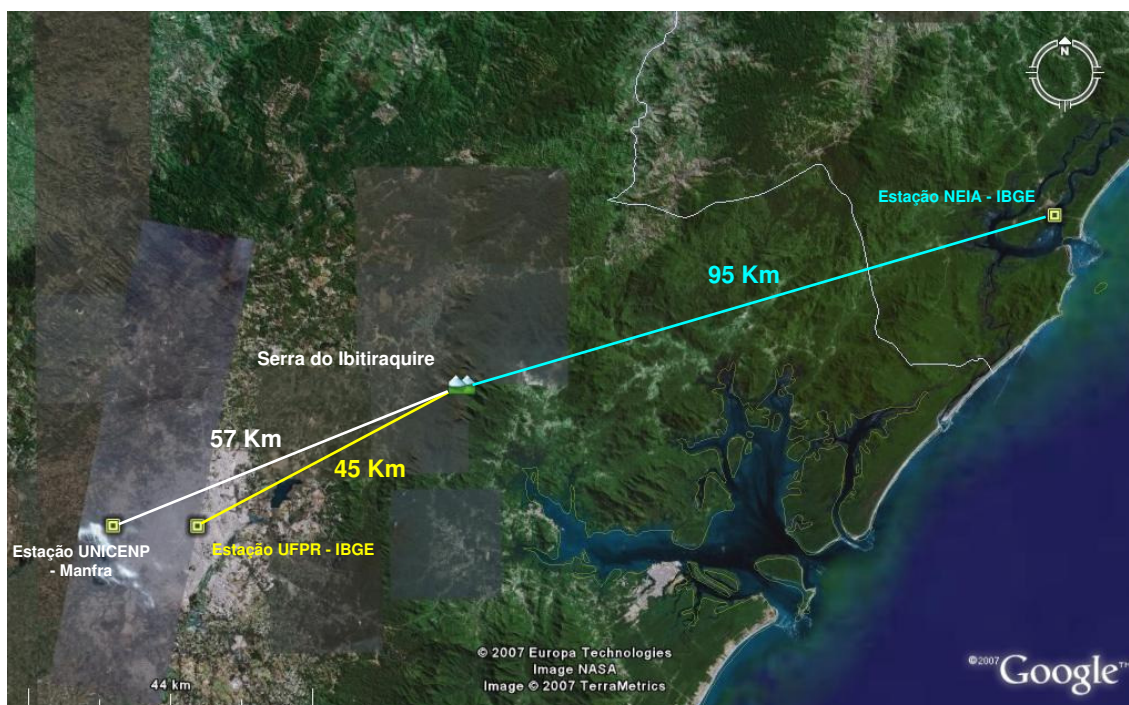


Figura 34 – Localização das bases de monitoramento contínuo próximas a região de estudos  
Fonte: Google Earth

Também foram utilizadas todas as bases de monitoramento contínuo da RBMC e da Manfra disponíveis dentro de um raio de 500Km da região (Figura 35), pois, em alguns casos, uma ou até duas das bases mais próximas não estavam disponíveis no dia do levantamento.

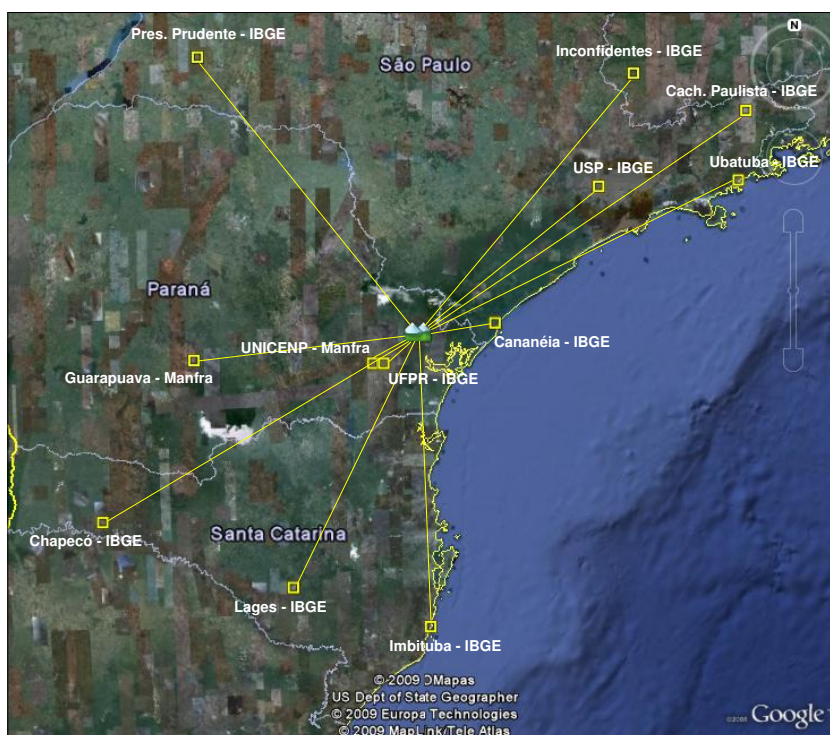


Figura 35 –Bases de monitoramento contínuo num raio de 500Km  
Fonte: Google Earth

O acesso aos cumes se dá somente via trilhas, com distâncias variando entre 4 e 8Km, e tempo de subida de 3 e 9h dependendo da montanha. Procurou-se rastrear cada ponto pelo maior período de tempo possível, variando entre 4 e 17h, dependendo da possibilidade de pernoite na montanha.

Foram rastreados todos os cumes citados anteriormente, exceto o cume do Caratua, onde foi necessário o rastreio de um ponto auxiliar próximo ao cume, motivo que será explicado no item 3.5.

Na Figura 36 pode-se observar o receptor GPS instalado sobre o cume do Camapuã.



Figura 36A – Rastreio GPS sobre o cume do Camapuã



Figura 36B – Rastreio GPS sobre o cume do Camapuã. Ao fundo o Pico Paraná

As RN's 2045N e 2045U do IBGE foram rastreadas simultaneamente por um período de aproximadamente 7 horas. Como a Universidade dispõe de apenas uma antena *Choke Ring*, optou-se por utilizá-la sobre a RN2045N, pois a RN2045U está localizada ao lado de um poste, causando multi-caminho e obstrução do sinal (Figura 37).



Figura 37A – Rastreio sobre a RN2045N



Figura 37B – Rastreio sobre a RN2045U

### 3.4.1 Processamento dos dados GPS

O processamento dos dados GPS foi realizado empregando o software Leica GeoOffice. Utilizou-se uma máscara de elevação de 15°, e também efemérides precisas, fornecidas pelo IGS – International GNSS Service (IGS, 2009). Para realizar o download é necessário o conhecimento da semana GPS e o dia da semana em que foi realizado o rastreamento. Para isto, foi utilizado o software CalendarioGPS (SEJAS, 2006).

Utilizou-se parâmetros calibrados para as antenas dos receptores, fornecidos pelo NGS – National Geodetic Survey (NGS, 2009)

Para cada linha de base processada foram analisados PDOPs e resíduos, com trechos ruins sendo eliminados.

Como já citado anteriormente, realizou-se o processamento com todas as bases disponíveis num raio de 500Km. Para se alcançar um resultado único realizou-se ajustamento, utilizando o próprio software Leica GeoOffice. No ajustamento foram analisadas todas as combinações possíveis entre as linhas de base, escolhendo sempre o arranjo com a melhor solução, que na maioria dos casos se deu com as três bases mais próximas. Comparando os resultados de um ajustamento utilizando as três bases mais próximas com um arranjo de somente bases longas, observou-se diferenças de até 2cm para a altitude.

## 3.5 TRANSPORTE DE COORDENADAS NO CUME DO CARATUVA

No cume do Caratuva existem três antenas repetidoras de rádio amador (Figura 38). Estas podem causar obstrução do sinal e um provável efeito multicaminho. Além disto, uma delas localiza-se a menos de meio metro do ponto culminante, dificultando a realização de um rastreamento GPS neste local, principalmente devido à existência de um painel solar obstruindo o sinal. Então, neste caso, optou-se pela implantação de um ponto auxiliar, localizado a aproximadamente 20m do cume da montanha, denominado AuxCaratuva.



Figura 38 – Antenas localizadas no cume do Caratuva

As coordenadas geodésicas deste ponto auxiliar foram obtidas através de rastreamento GPS. Instalando a estação total sobre o mesmo e efetuando a orientação no cume do Itapiroca, este a uma distância de aproximadamente 890m, é possível realizar o transporte de coordenadas sobre o elipsóide, aplicando-se os problemas direto e inverso da geodésia. A localização dos pontos pode ser observada na Figura 39. Na Figura 40 pode-se observar a estação total instalada sobre o ponto AuxCaratuva, e ao fundo é indicado o local onde está implantado o marco de ré (marco do Itapiroca).

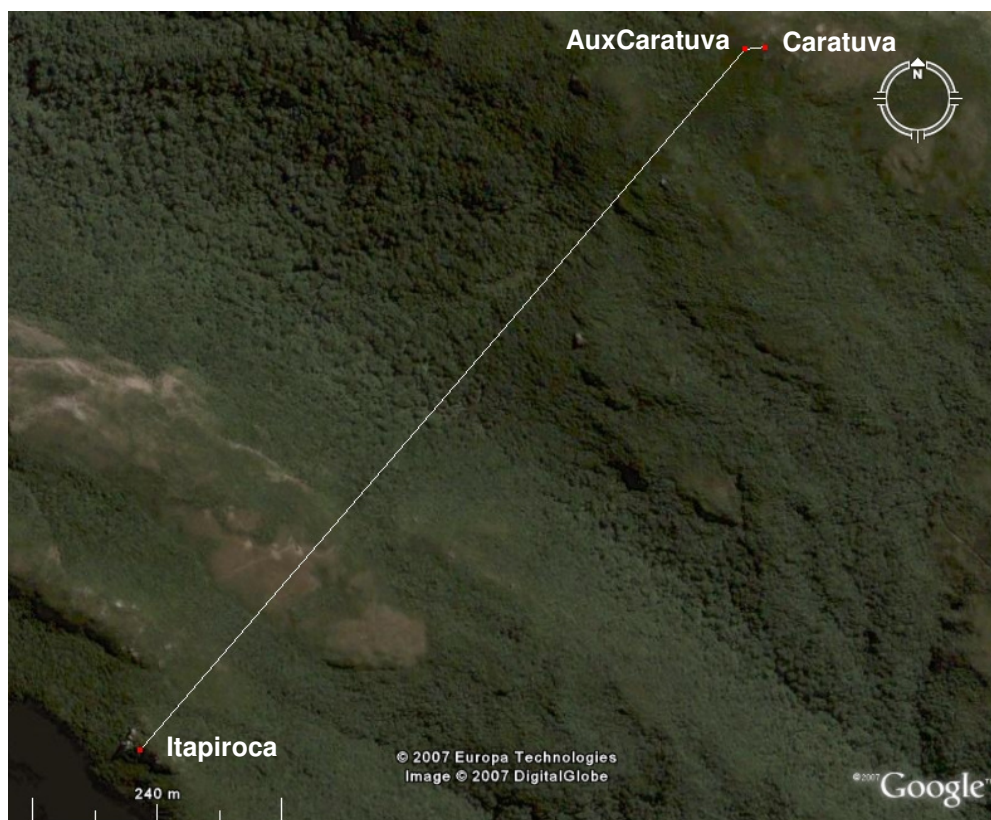


Figura 39 – Transporte de coordenadas, localização dos pontos  
 Fonte: Google Earth



Figura 40 – Estação total instalada sobre o ponto auxiliar do Caratuva, ao fundo o cume do Itapiroca

O Marco do Itapiroca foi escolhido como ré, primeiro por ser o mais acessível, levando-se em consideração as condições de trabalho daquele dia, com um número reduzido de pessoas, e segundo, por estar a uma distância que proporciona uma

boa visada, aproximadamente 890m. Neste ponto instalou-se um bipé com um prisma refletor (Figura 41).



Figura 41 – Prisma refletor instalado no cume do Itapiroca

Na Figura 42 pode-se observar a visada de vante, com o prisma instalado sobre o ponto culminante do Caratuva, este localizado entre as antenas repetidoras de rádio amador, a uma distância de aproximadamente 20m do marco auxiliar.

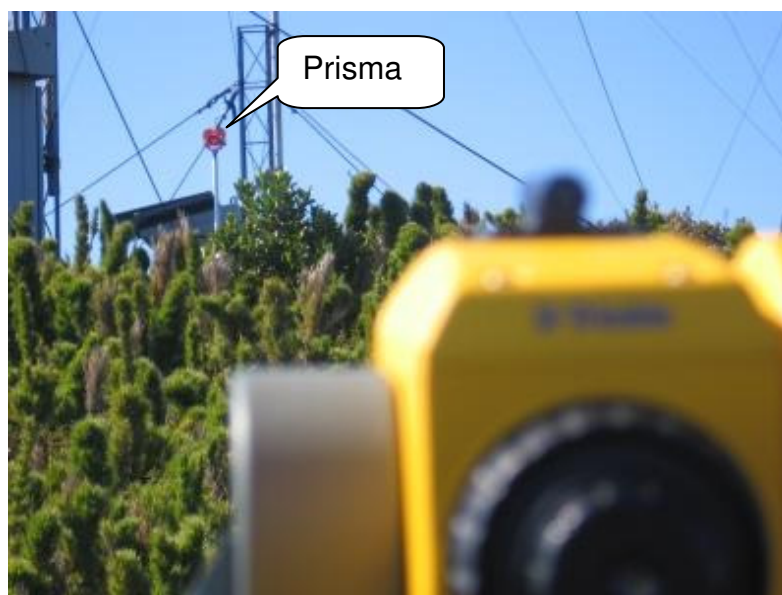


Figura 42 – Visada de Vante, com o prisma instalado sobre o cume do Caratuva

Os parâmetros ambientais foram medidos, utilizando-se um psicrômetro analógico para coletar as temperaturas seca e úmida, e um aneróide para a pressão atmosférica, dados a serem utilizados para a correção das distâncias dos efeitos da refração atmosférica. Estes equipamentos foram calibrados, fato que será descrito mais adiante.

Foram realizadas três séries completas de observações de direções horizontais, ângulos zenitais e distâncias. O vento forte atrapalhou bastante as medições, o que acarretou em valores não muito satisfatório para os ângulos medidos, pois os prismas balançavam. A estação total também sofreu interferência do vento, pois mesmo ela estando teoricamente “parada”, os valores dos ângulos apresentados no *display* chegavam a variar mais de 1 minuto.

A formulação matemática aplicada ao transporte de coordenadas foi a de Puissant, com os cálculos realizados através de um software desenvolvido pelo autor do presente trabalho, denominado Transporte.exe (Figura 43).

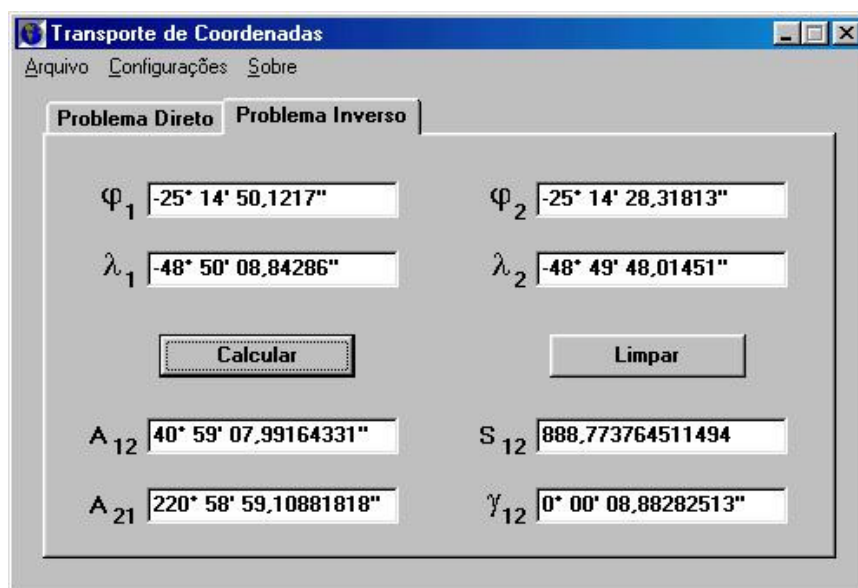


Figura 43 – Software desenvolvido para transporte de coordenadas

Este software transforma automaticamente os dados coletados em campo em geodésicos, desta forma permitindo a resolução dos problemas direto e inverso da geodésia. Aos leitores interessados em mais detalhes do transporte de coordenadas sobre o elipsóide recomenda-se Gemael (1987).

### 3.6 DESENVOLVIMENTO DE ALVOS PARA PONTARIA DE LONGA DISTÂNCIA

Neste trabalho realizou-se pontarias com distâncias de até aproximadamente 7Km, aproveitando o potencial das novas estações totais, que trabalham com laser de comprimento de onda na faixa do visível, e que em alguns modelos, possuem a capacidade em medir, com apenas um prisma refletor, distâncias de até 10Km.

Enxergar um prisma a esta distância, mesmo com a ampliação da luneta, é uma tarefa praticamente impossível. Então, optou-se por desenvolver um alvo capaz de ser acoplado ao prisma refletor. Este não poderia ser grande, somente o suficiente para permitir a visada através da luneta, pois devido às rajadas de vento quase sempre presentes nos cumes das montanhas, o bastão tombaria facilmente, mesmo apoiado por um bipé. Então se confeccionou um alvo medindo 34cm de largura por 20cm de altura, de modo a se encaixar perfeitamente no prisma refletor (Figura 44). Para se conseguir o perfeito encaixe e alinhamento com o centro do prisma, as dimensões do mesmo foram medidas com o auxílio de um paquímetro.

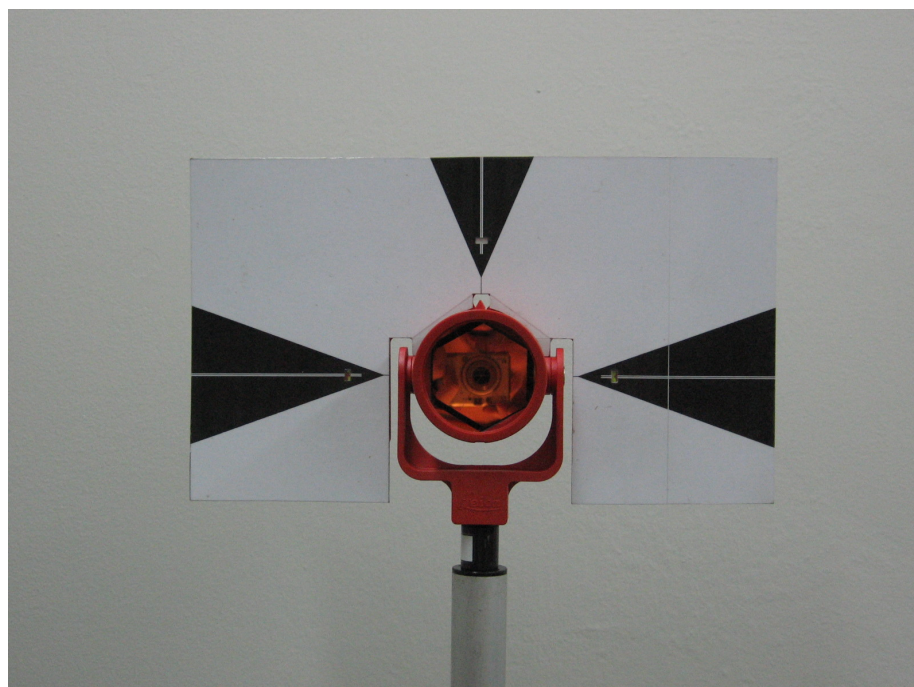


Figura 44 – Alvo desenvolvido para pontarias de longa distância

Com o objetivo de minimizar os efeitos causados pela turbulência do ar, optou-se por realizar levantamentos noturnos, período em que a atmosfera é mais

estável. Numa primeira tentativa, utilizou-se lanternas para iluminar o alvo desenvolvido (Figura 44), mas devido a longa distância, entre 6 e 7Km, houve grande dificuldade em realizar as pontarias. Então desenvolveu-se um alvo com uma fonte de luz direcionada diretamente para a estação total, desta forma sendo possível realizar as pontarias com facilidade. Utilizou-se Leds de alto brilho, alinhados na horizontal com o centro óptico do prisma, pois, na a determinação de desníveis é medido somente o ângulo zenital (Figura 45).

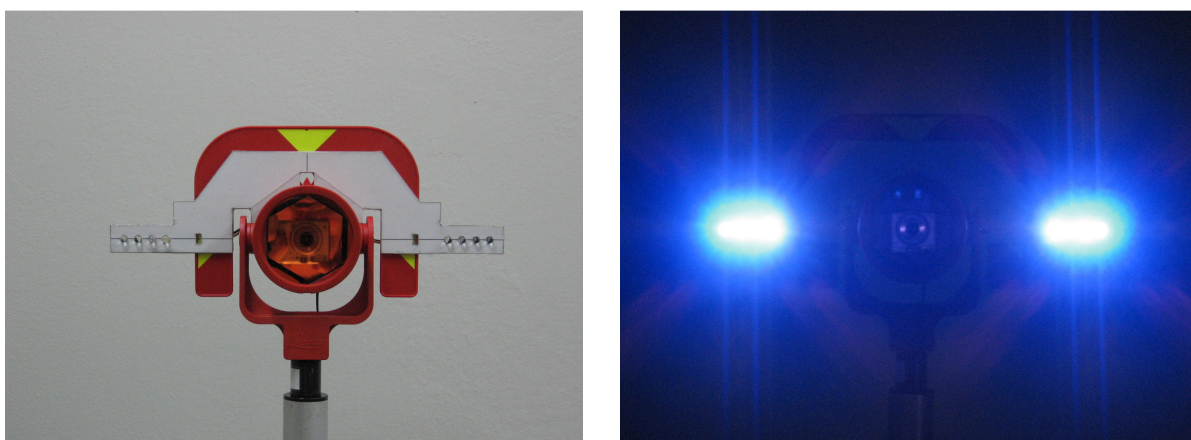


Figura 45 – Alvo desenvolvido para pontarias noturnas

Realizou-se um teste a uma distância de aproximadamente 7Km, onde se conseguiu visar o alvo com facilidade. Porém, não foi possível realizar os levantamentos utilizando este alvo de pontaria noturna, pois, em duas tentativas, houve formação de nuvens no cume da montanha, não permitindo a realização das visadas.

### 3.7 TRANSPORTE DE ALTITUDES

Como já citado anteriormente, o objetivo principal deste trabalho é o transporte de altitudes ortométricas para locais de difícil acesso utilizando nivelamento trigonométrico, partido de RN's do IBGE localizadas às margens da BR-116, próximas à região de estudos.

### 3.7.1 Nivelamento trigonométrico

Como já citados anteriormente, os estudos foram focados no transporte de altitudes ortométricas utilizando nivelamento trigonométrico para os cumes do Camapuã e Tucum, a partir da RN2045N. Para possibilitar o fechamento de circuito, optou-se pela implantação de um ponto auxiliar que viabilizasse a realização de visadas tanto para os cumes do Camapuã e Tucum, quanto para outros cumes localizados um pouco mais ao norte, com o intuito de dar continuidade em trabalhos futuros. Este novo Marco foi implantado também às margens da BR116, a uma distância de aproximadamente 5,2Km ao norte da RN2045N. Devido à distância, foi necessária a implantação de um ponto intermediário, uma vez que não foi possível realizar o nivelamento no mesmo dia. Estes foram denominados de Aux01 e Aux02, como pode ser visto na Figura 46.

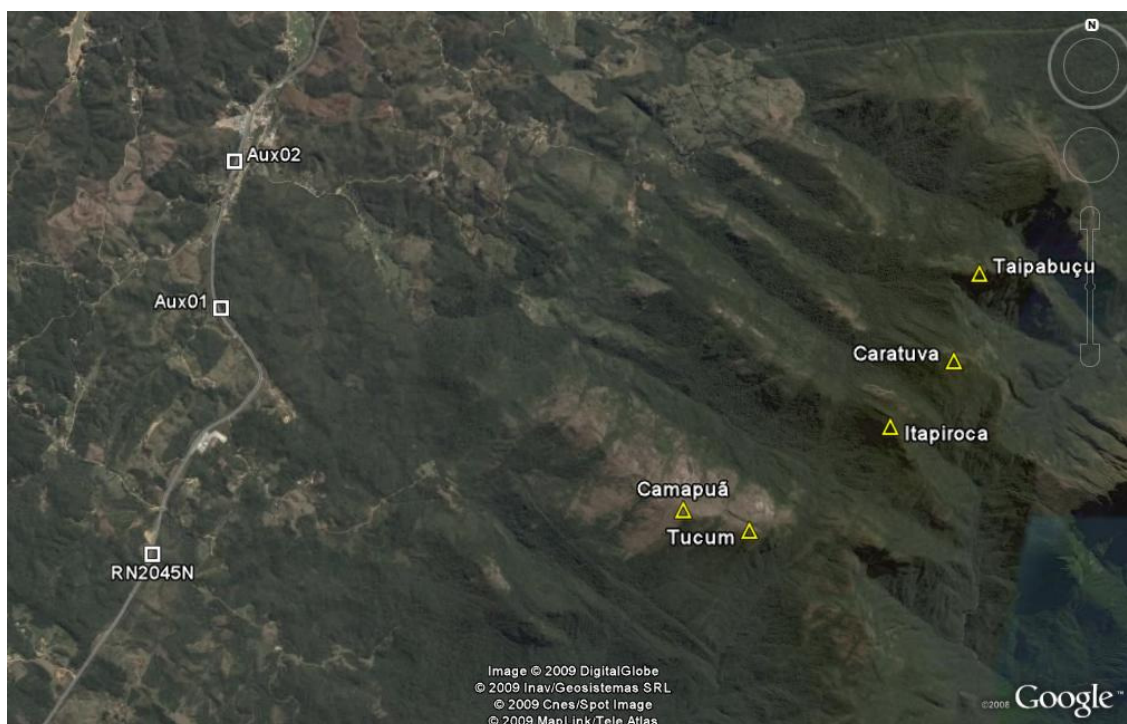


Figura 46 – Localização dos pontos auxiliares  
Fonte: Google Earth

### 3.7.1.1 Nivelamento entre as RN's ao longo da BR116

Realizou-se, ao longo da rodovia, nivelamento trigonométrico utilizando o método *Leap-Frog*, sendo duas seções de nivelamento e contranivelamento, uma entre a RN2045N e ponto Aux01, e outra entre os pontos Aux01 e Aux02 (Figura 47).

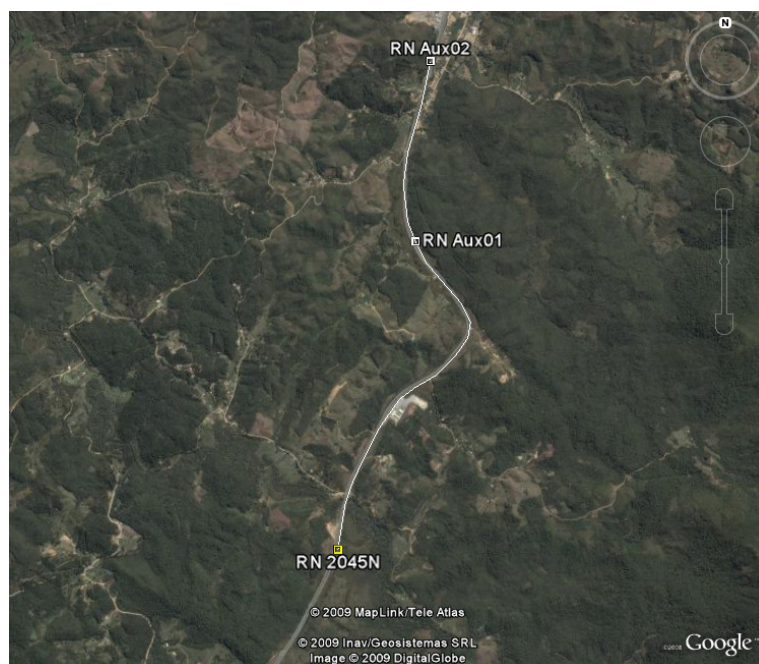


Figura 47 – Linha de nivelamento ao longo da rodovia BR116  
Fonte: Google Earth

Para este nivelamento utilizou-se a estação total Leica TC2003, com precisão linear de  $1\text{mm} + 1\text{ppm}$  e angular de  $0,5''$ . Tomou-se o cuidado de realizar seções pares, terminando o caminhamento com o mesmo bastão que iniciou, eliminando a diferença de altura entre os bastões. Também foram coletados os parâmetros ambientais (pressão atmosférica, temperatura, e umidade relativa do ar) para a correção das distâncias dos efeitos das condições meteorológicas. Para calcular os valores de correção em ppm (partes por milhão) utilizou-se a formulação fornecida pelo fabricante, contida no manual do equipamento. Os parâmetros ambientais foram coletados com intervalos predeterminados, e não no exato instante de cada medida. Então, foram gerados polinômios de correção em função da hora, desta forma sendo possível determinar o valor da correção para qualquer horário dentro do intervalo em que foram realizadas as observações.

Para um maior rendimento no processo do nivelamento, utilizou-se visadas extremas, ou seja, a estação total não foi necessariamente instalada no centro de cada lance, com o comprimento das visadas variando entre 50 e 900m. Neste caso, os efeitos da curvatura terrestre e refração atmosférica devem ser considerados. Para a correção destes efeitos, utilizou-se a equação (19) para calcular um raio médio local e a equação (37) para a correção da curvatura e refração, utilizando o valor padrão de  $K = 0,13$ .

Utilizando a equação (30), determinou-se o número necessário de séries de leituras PD-PI para se atingir alta precisão ( $3\text{mm}\sqrt{K}$ ), considerando a precisão nominal do equipamento. Para uma distância inclinada de até 1500m, utilizando a estação total Leica TC2003, é necessária apenas uma série PD-PI para atingir a precisão de  $3\text{mm}\sqrt{K}$ . Então, para este nivelamento, onde a maior distância medida foi de aproximadamente 900m, apenas uma série PD-PI seria necessária. Porém, optou-se por realizar mais de uma série, na tentativa de se minimizar os erros de pontaria. Para o nivelamento entre a RN2045N e o ponto Aux01 realizaram-se três séries de leituras PD-PI, e para o nivelamento entre o Aux01 e Aux02 foram quatro séries.

Na Figura 48 pode-se observar o processo de nivelamento, com a estação total instalada as margens da rodovia e o prisma instalado sobre a RN2045N.



Figura 48 – Nivelamento trigonométrico pelo método *Leap-Frog* ao longo da BR116

Materializou-se também uma RN denominada Aux03, localizada próximo a RN 2045N (Figura 49), com a intenção de futuramente dar continuidade ao trabalho, realizando nivelamento com a estação total instalada próxima ao cume do Camapuã, uma vez que não é possível visar a RN2045N deste local.

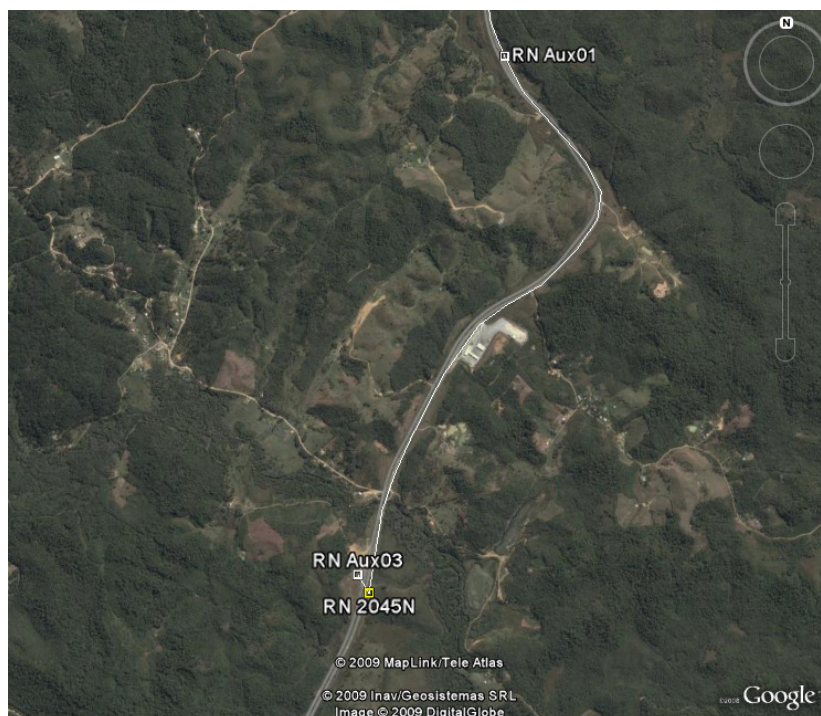


Figura 49 – Localização da RN Aux03

Neste nivelamento também se utilizou estação total Leica TC2003, sendo necessária apenas uma série PD-PI para atingir a precisão de  $3\text{mm}/\text{K}$ . Pelo mesmo motivo citado anteriormente, realizou-se um total de 5 séries de leituras.

### 3.7.1.2 Transporte de altitude para os cumes do Camapuã e Tucum

A partir da RN2045N e Aux02 realizou-se nivelamento trigonométrico, também baseado no método *Leap-Frog*, mas agora em condições extremas, com a estação total instalada a menos de 100m do ponto de ré, nas margens da rodovia, e o ponto de vante sendo o cume da montanha, com distâncias inclinadas de aproximadamente 6000m para o pico Camapuã, e 7000m para o pico do Tucum.

Para este tipo de nivelamento não foi possível utilizar a estação total Leica TC2003, que é a mais precisa, pois a mesma utiliza portadora *LASER* na faixa do infravermelho, e possui capacidade para medir distâncias com um único prisma de no máximo 3500m. Assim sendo, utilizou-se as estações totais Leica TCRA1205, com precisão angular de 5" e linear de 2mm + 2ppm, e Leica TCR407power, com precisão angular de 7" e linear de 2mm + 2ppm. Ambas operam, além do infravermelho, com portadora *LASER* na faixa do visível, e possuem capacidade de medida distâncias de até 10km com apenas 1 prisma refletor.

Devido à distância de 6 a 7Km entre o equipamento e os prismas refletores, e principalmente devido a grande diferença de altitude, de aproximadamente 900m, tem-se uma considerável variação nas condições ambientais entre o local onde está localizada a estação total e o ponto de vante no cume da montanha. Então foi necessária a coleta de parâmetros ambientais, tanto no local onde se instalou a estação total, quanto no cume da montanha.

Na Figura 50 observa-se as seções de nivelamento realizadas entre as RN's localizadas as margens da BR116 e cumes do Camapuã e Tucum.

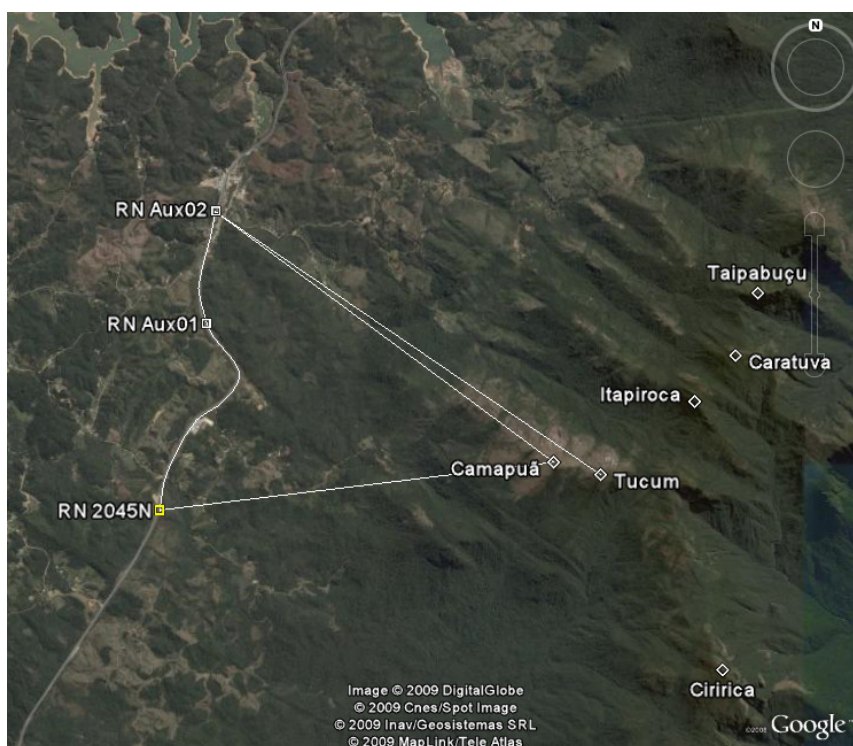


Figura 50 – Transporte de altitude para os cumes das montanhas

Para o cume do Camapuã realizaram-se duas seções de nivelamento e contranivelamento, uma partindo-se da RN Aux02 e outra da RN2045N, desta forma, sendo possível verificar o fechamento de um circuito. Já para o cume do Tucum, condições climáticas desfavoráveis durante as tentativas não possibilitaram a realização de uma seção de nivelamento e contranivelamento a partir da RN2045N. Tanto o nivelamento como o contranivelamento foram realizados com a estação total instalada próxima as RN's às margens da rodovia.

Assim como no nivelamento ao longo da rodovia, os parâmetros ambientais foram coletados com intervalos predeterminados, e não no exato instante de cada medida. Logo, também foram gerados polinômios de correção em função da hora. A diferença é que neste caso, devido a distância entre a estação total e o prisma localizado no cume da montanha, entre 6 e 7Km, tem-se um valor de correção para o local onde está a estação total e outro para o topo da montanha. A única solução encontrada para a correção da distância foi calcular a média entre o valor da correção perto da estação total e o valor no cume da montanha. Em Rüeger (1996, pg 117), há um exemplo de correção de longa distância utilizando este mesmo artifício da média.

O nivelamento é realizado em apenas um lance, e com alturas diferentes nos bastões de ré e vante. Então a medida da altura dos mesmos é necessária, cuja descrição da metodologia encontra-se no item 3.9.

Na Figura 51, pode-se observar o processo de nivelamento, com a estação total instalada na margem da BR116, próximo a RN2045N, sendo realizada pontaria para o cume do Camapuã.

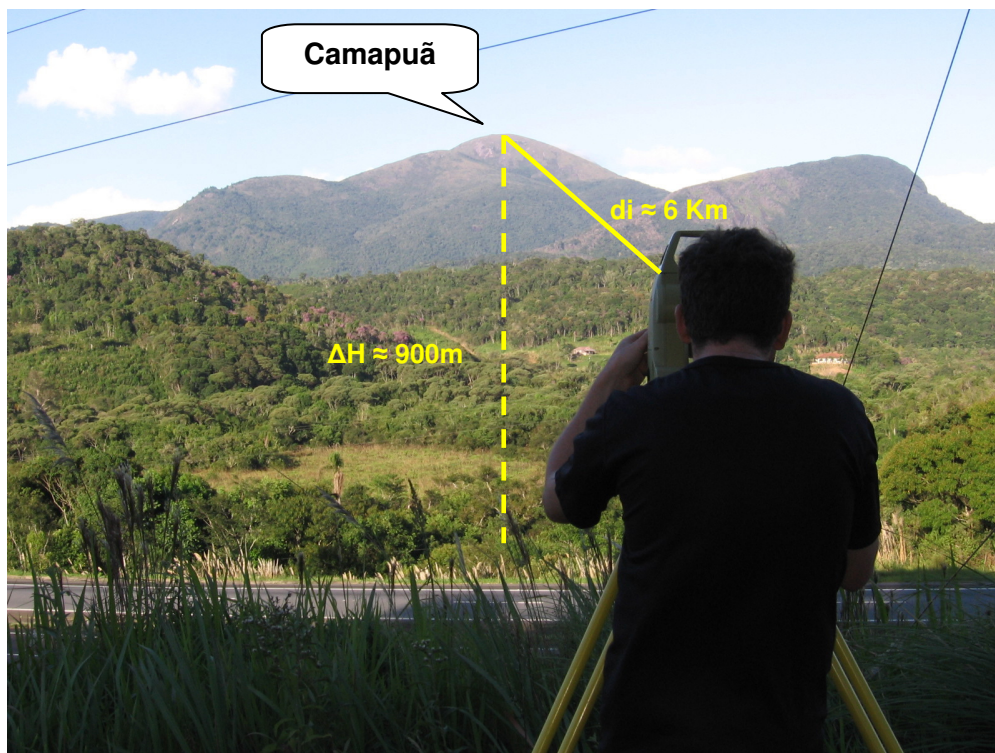


Figura 51 – Transporte de altitude para o cume do Camapuã

A Figura 52 mostra o prisma refletor instalado sobre o marco do Camapuã, no cume da montanha, com o alvo para pontarias de longa distância acoplado ao mesmo.



Figura 52 – Prisma refletor instalado no cume do Camapuã

Pretendendo-se atingir fechamento de alta precisão ( $3\text{mm}/\sqrt{K}$ ), utilizou-se a equação (30) para calcular o número necessário de séries de leituras PD-PI,

considerando a precisão nominal do equipamento e utilizando o comprimento aproximado das visadas a serem realizadas.

Verificou-se que seria impraticável realizar a quantidade de séries necessárias para se atingir alta precisão ( $3\text{mm}\sqrt{K}$ ). Então, calculou-se também o número de séries necessárias para atingir as precisões esperadas de  $6\text{mm}\sqrt{K}$ ,  $8\text{mm}\sqrt{K}$  e  $12\text{mm}\sqrt{K}$ . No Quadro 2, pode-se observar o número de séries necessárias tendo em vista a utilização da estação total TCRA1205, e no Quadro 3, a estação total TCR407 power, considerando os comprimentos de visada aproximados para as seções de nivelamento realizadas neste trabalho.

Quadro 2 – Número de séries para se atingir a precisão esperada – Estação total TCRA1205

<b>Estação total TCRA1205</b>	<b>Comprimento da visada</b>	<b>Número de Séries</b>			
<b>Seção</b>		$3\text{mm}\sqrt{K}$	$6\text{mm}\sqrt{K}$	$8\text{mm}\sqrt{K}$	$12\text{mm}\sqrt{K}$
RN2045N - Camapuã	6000m	392	98	56	25
Aux02- Camapuã	6300m	412	103	58	26
Aux02 - Tucum	7000m	458	115	65	29

Quadro 3 – Número de séries para se atingir a precisão esperada – Estação total TCR407

<b>Estação total TCR 407</b>	<b>Comprimento da visada</b>	<b>Número de Séries</b>			
<b>Seção</b>		$3\text{mm}\sqrt{K}$	$6\text{mm}\sqrt{K}$	$8\text{mm}\sqrt{K}$	$12\text{mm}\sqrt{K}$
RN2045N - Camapuã	6000m	768	192	108	48
Aux02- Camapuã	6300m	807	202	114	51
Aux02 - Tucum	7000m	896	224	126	56

Realizou-se o maior número de séries de observações PD-PI possíveis, considerando as dificuldades encontradas em campo, como as longas caminhadas até os cumes, ventos, nebulosidade e precipitações. O Quadro 4 mostra o número de séries realizadas e o equipamento utilizado em cada uma das seções de nivelamento.

Quadro 4 – Número de séries realizadas para cada seção de nivelamento-contranivelamento

Seção		Número de séries PD-PI	Estação Total utilizada
RN2045N - Camapuã	Nivelamento	31	TCR407 power
	Contra	17	TCRA1205
RN Aux02 - Camapuã	Nivelamento	21	TCRA1205
	Contra	21	TCRA1205
RN Aux02 - Tucum	Nivelamento	15	TCR407 power
	Contra	12	TCR407 power
	Repetição Niv.	6	TCR407 power

No contranivelamento realizado para a seção RN2045R-Camapuã, pretendia-se efetuar um número maior de séries, porém, o surgimento de nuvens no cume do Camapuã impossibilitou a continuação do trabalho.

A seção de nivelamento RN Aux02-Tucum, não obteve fechamento, então optou-se por repetir o nivelamento. Porém, a formação de nuvens no cume da montanha também impossibilitou a continuação do trabalho, sendo realizadas somente 6 séries de observações. Os resultados são apresentados no capítulo 4.

### 3.7.1.3 Nivelamento trigonométrico no cume do Caratuva

O marco implantado no cume do Caratuva não foi rastreado por receptores GPS, por motivos citados no item 3.5. Rastreou-se então o marco denominado AuxCaratuva, próximo ao cume. Optou-se então por realizar um nivelamento trigonométrico, método *Leap-Frog*, para determinar o desnível entre os dois marcos. Assim, somando este desnível com a altitude elipsoidal do marco AuxCaratuva associada a um modelo geoidal, é possível determinar a altitude ortométrica do cume do Caratuva.

Para este trabalho utilizou-se a estação total Trimble DR3305. Os pontos de ré e vante estão a uma distância pequena, aproximadamente 20m, sendo possível colocar a estação total exatamente na meia distância entre eles, desta forma minimizando ao máximo os efeitos da refração atmosférica e curvatura terrestre. No entanto isto não foi possível, pois, devido a ação do vento, preferiu-se instalar a

estação total num local mais protegido (Figura 53), em meio às antenas, a uma distância de aproximadamente 15m do ponto AuxCaratuva e 5m do cume do Caratuva.



Figura 53 – Estação total instalada próxima ao cume do Caratuva

Na Figura 54 pode-se observar o prisma instalado sobre o marco do Caratuva.



Figura 54 – Prisma instalado sobre o ponto culminante do Caratuva

Neste caso também utilizou-se a equação (30) para determinar o número necessário de séries de leituras PD-PI para se atingir alta precisão ( $3\text{mm}\sqrt{K}$ ), considerando a precisão nominal do equipamento. Calculando-se o número de

séries para a estação total Trimble DR3305, com uma distância inclinada de 15m, que é a maior visada realizada nesta seção de nivelamento, é necessária apenas uma série PD-PI para atingir a precisão de  $3\text{mm}\sqrt{K}$ . Aqui também optou-se por realizar mais de uma série, na tentativa de se minimizar os erros de pontaria. Realizou-se o nivelamento com três séries de observações. Em seguida mudou-se a estação de lugar para a realização do contranivelamento, este com duas séries. Não foi possível realizar uma terceira série durante o processo de contranivelamento, pois o vento, quase sempre presente nestes cumes, ficava mais intenso a cada instante, impedindo a continuidade do trabalho. Assim como nos levantamentos citados anteriormente, foram coletados os parâmetros ambientais para a correção das distâncias medidas. Os resultados são apresentados no capítulo 4.

### 3.8 AJUSTAMENTO DE OBSERVAÇÕES

Buscando aplicar os conceitos de ajustamento de observações, no caso do cume do Camapuã, onde foi possível o fechamento de um circuito de nivelamento, realizou-se um ajustamento utilizando o método dos correlatos.

Como o fechamento das seções entre as RN's ao longo da rodovia foi significativamente melhor que o fechamento das seções até o cume do Camapuã, utilizar o inverso das distâncias como peso não seria o ideal, pois o erro estaria sendo distribuído entre as seções onde se obteve desníveis mais precisos. Então se optou por utilizar como peso o inverso do erro de fechamento de cada seção. Deste modo, seções com melhor fechamento possuem os maiores pesos. Também se optou por tratar o nivelamento e contranivelamento como observações separadas. Desta forma, o circuito de nivelamento é configurado como uma rede (Figura 55).

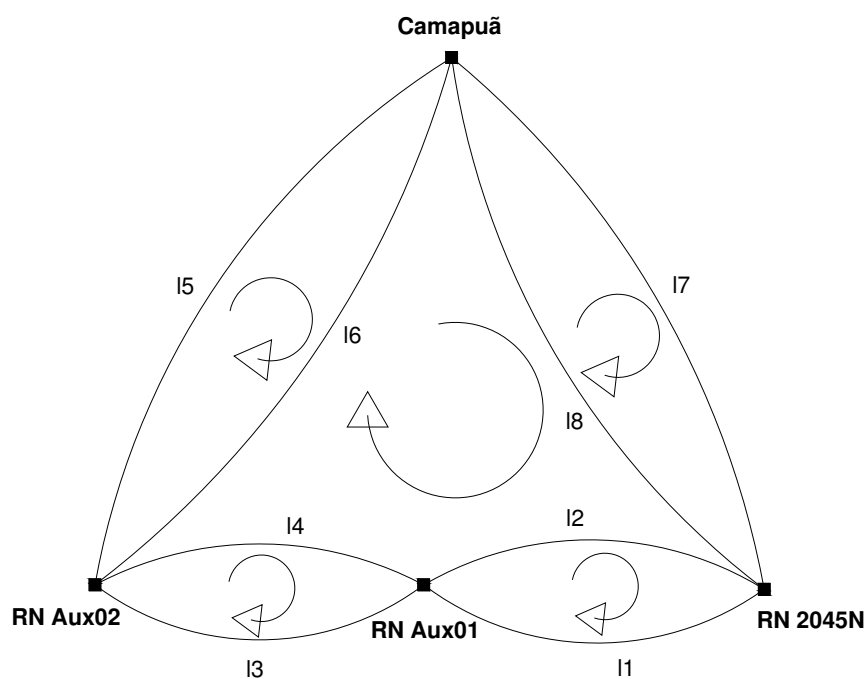


Figura 55 – Ajustamento pelo método dos correlatos

Com:

nº de observações = 8

nº de incógnitas = 3

nº de equações de condição = 5

Os resultados são apresentados no capítulo 4.

### 3.9 VERIFICAÇÃO, RETIFICAÇÃO E CALIBRAÇÃO DAS ESTAÇÕES TOTAIS

Para se obter medidas de precisão é imprescindível trabalhar com equipamentos confiáveis, que sejam verificados periodicamente, e se necessário, retificados e calibrados. A Universidade Federal do Paraná, através do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, conta com uma estrutura completa para esta finalidade.

Buscando realizar a verificação da componente angular da estação total, citadas no item 2.7, utilizou-se um colimador de ajuste (Figura 56), seguindo a metodologia descrita por Faggion (2006).

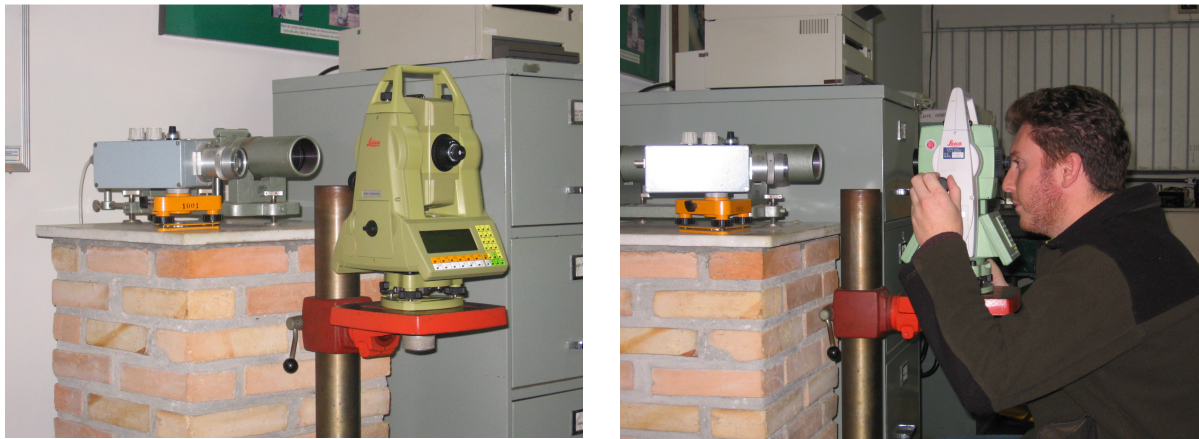


Figura 56 – Colimador e Estação Total no processo de verificação em laboratório

A calibração da componente linear não foi realizada pelo fato da base linear localizada na Fazenda experimental Canguiri da UFPR, estar temporariamente desativada, uma vez que um de seus pilares teve sua centragem forçada destruída.

### 3.10 CALIBRAÇÃO DOS BASTÕES

Os bastões utilizados nos levantamentos foram calibrados com o auxílio de um sistema de calibração instalado no LAIG (Laboratório de instrumentação Geodésica), que consiste num conjunto de trilhos nivelados e um interferômetro a *LASER*. Este sistema foi implantado com a finalidade de calibrar miras verticais de invar, e tem a capacidade de determinar medidas de comprimento com precisão de  $10^{-6}$ m. Na Figura 57 pode-se observar os detalhes do sistema instalado no laboratório.



Figura 57 – Sistema Interferométrico utilizado na calibração

O sistema é dotado de um carrinho que se desloca sobre os trilhos, onde está instalado um microscópio utilizado para realizar as pontarias. Para garantir pontarias sempre verticais, o microscópio é dotado de um nível de bolha tubular extremamente preciso. O procedimento adotado é a medição da ponta e do topo do bastão, e subtraindo uma leitura da outra se obtém seu comprimento. Recomenda-se realizar várias leituras obtendo-se uma média.

No nivelamento trigonométrico, utilizando estação total, existe a necessidade de instalação de um prisma refletor sobre o bastão. Em função disso, optou-se pela calibração do conjunto bastão+prisma, desta forma eliminando qualquer erro sistemático oriundo de diferenças entre a adaptação do bastão e dos prismas. No processo de calibração, a pontaria é realizada no centro ótico do prisma e na ponta do bastão (Figuras 58 e 59), obtendo-se assim diretamente a altura do prisma em relação à ponta do bastão.

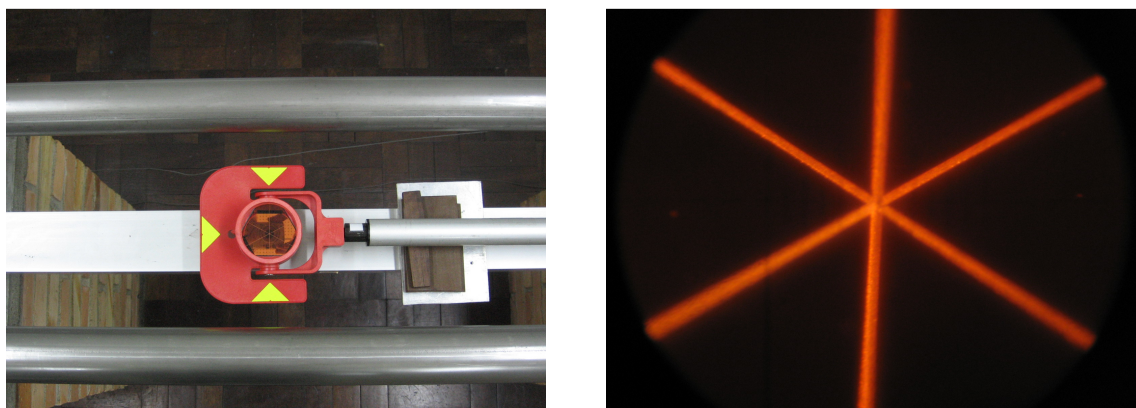


Figura 58 - Medidas realizadas no centro óptico do prisma refletor

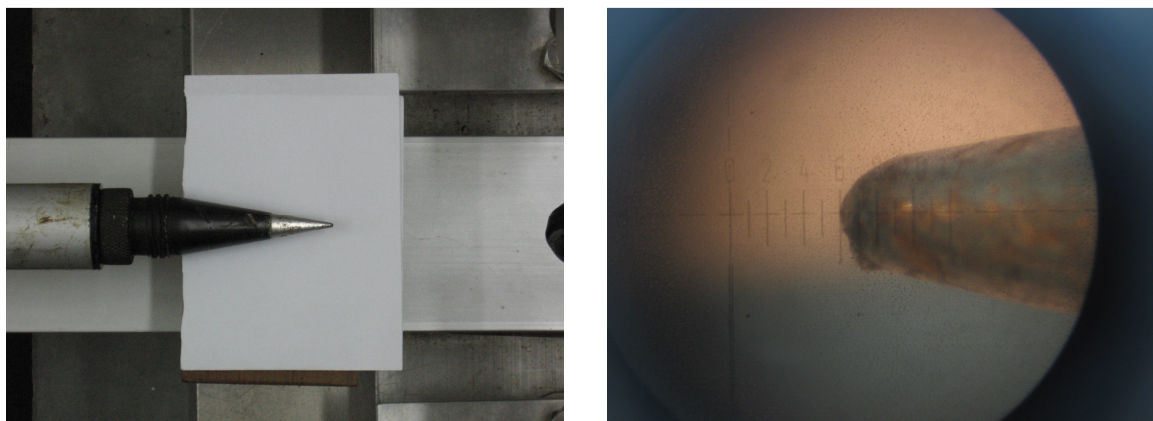


Figura 59 – Detalhe da pontaria na ponta do bastão

Os equipamentos foram numerados para garantir a utilização em campo sempre do mesmo conjunto. Foram determinadas as alturas de todas as configurações utilizadas em campo, tanto para rastreamento GPS quanto para nivelamento trigonométrico. Foram efetuadas 5 medidas para cada configuração, e calculada a média e desvio padrão, cujos resultados encontram-se no capítulo 4.

### 3.11 CALIBRAÇÃO DOS MEDIDORES DOS PARÂMETROS AMBIENTAIS

Imprecisões nas leituras dos parâmetros ambientais acarretam em erros na correção da distância medida. Segundo Rüeger (1996), para comprimentos de onda na faixa do vermelho e infravermelho próximo, um erro na medição da temperatura de 1°C acarreta num erro de 1ppm na correção da distância, um erro de 1 mbar na pressão atmosférica acarreta num erro de 0,3 ppm, e para a medição da umidade utilizando pismômetros analógicos, um erro de 1°C no bulbo seco somado a um erro de 12,5°C no bulbo úmido, gera um erro de 1ppm na correção da distância. Nota-se que a umidade relativa do ar tem uma influência menor que a pressão e a temperatura, pois é preciso errar 12,5°C no bulbo úmido para causar um erro de 1ppm na distância medida.

Comparando os valores apresentados pelos equipamentos disponíveis no LAIG (Laboratório de Instrumentação Geodésica) para realizar a pesquisa, notou-se variações significativas nos parâmetros ambientais. Assim, seria imprescindível realizar a calibração dos mesmos.

A calibração foi realizada comparando os sensores disponíveis para a pesquisa com um padrão, que deve ser um equipamento extremamente preciso e confiável na região onde está sendo desenvolvido o trabalho.

Para a calibração dos medidores de pressão atmosférica utilizou-se uma coluna de mercúrio instalada no LAIG. Também existe neste laboratório um termômetro extremamente sensível, com uma resolução de 0,01°C, utilizado então como o padrão para a temperatura. E para a umidade relativa do ar utilizou-se como padrão um psicrômetro analógico.

Os equipamentos a serem calibrados são 2 aneróides, um psicrômetro analógico, 3 Baro-Termo-Higrômetros digitais, 2 Termo-Higrômetros digitais, e 2 Barômetros-altímetros digitais.

Os equipamentos foram nomeados da seguinte forma:

Aneróides:

- Aneróide 1 e Aneróide 2.

Psicrômetros analógicos:

- Psicrômetro 1 (padrão) e Psicrômetro 2.

Baro-Termo-Higrômetros digitais:

- BTH 1, BTH2 e BTH 3.

Termo-Higrômetros digitais:

- TH 1 e TH2 para medidas de pressão e umidade;
- TH1 (in) e TH2 (in) para medidas de temperatura utilizando o sensor interno;
- TH1 (out) e TH2 (out) para medidas de temperatura utilizando o sensor externo.

Barômetros-altímetros digitais:

- Altímetro 1 e Altímetro 2.

Durante um período de aproximadamente 90 dias coletou-se pressão, temperatura e umidade com estes equipamentos, totalizando 47 observações. Neste caso também, os resultados encontram-se no capítulo 4.

## 4 RESULTADOS E ANÁLISES

### 4.1 CALIBRAÇÃO DOS MEDIDORES DOS PARÂMETROS AMBIENTAIS

A seguir são apresentados gráficos que mostram a variação dos dados coletados durante o período de calibração dos medidores dos parâmetros ambientais. A Figura 60 contém os dados de pressão atmosférica, a Figura 61 os dados de temperatura e a Figura 62 os dados de umidade relativa do ar.

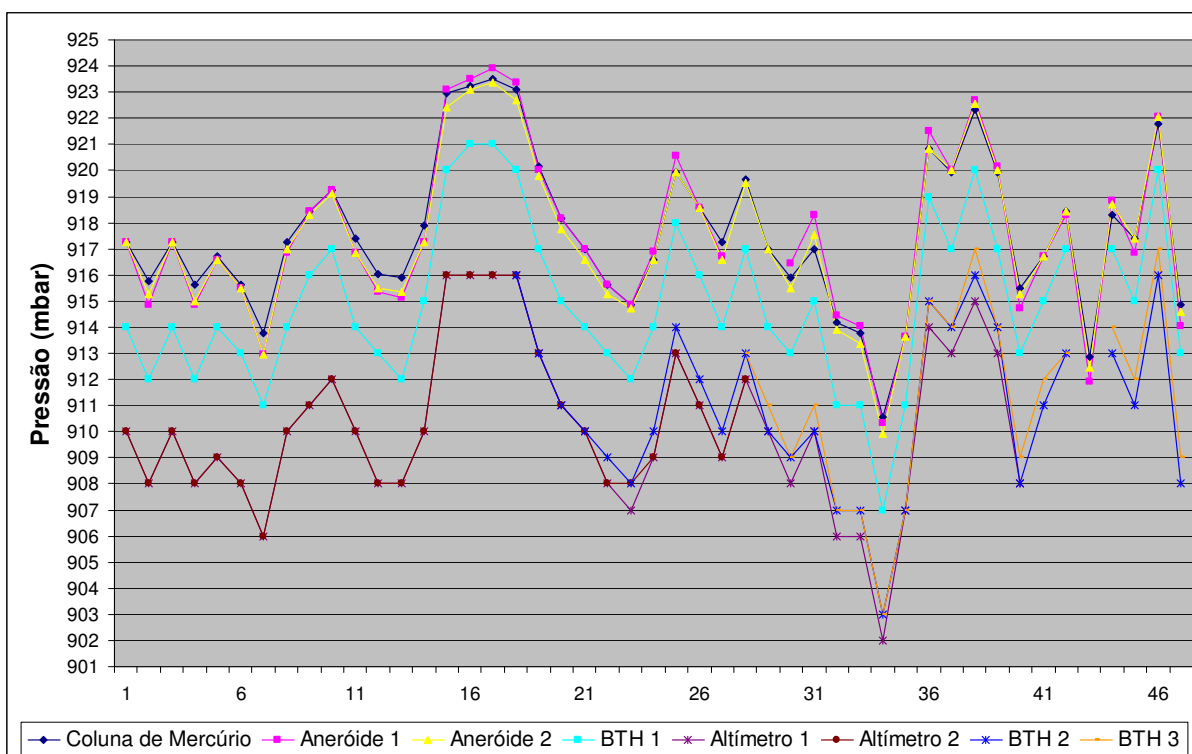


Figura 60 – Dados coletados de pressão atmosférica

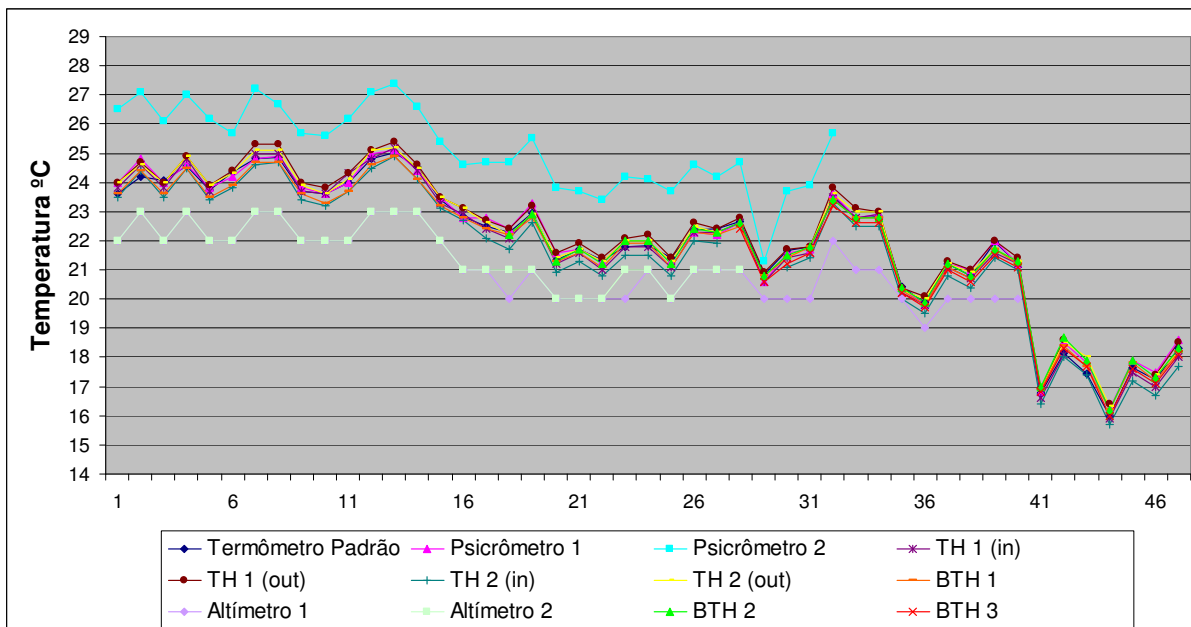


Figura 61 – Dados coletados de temperatura.

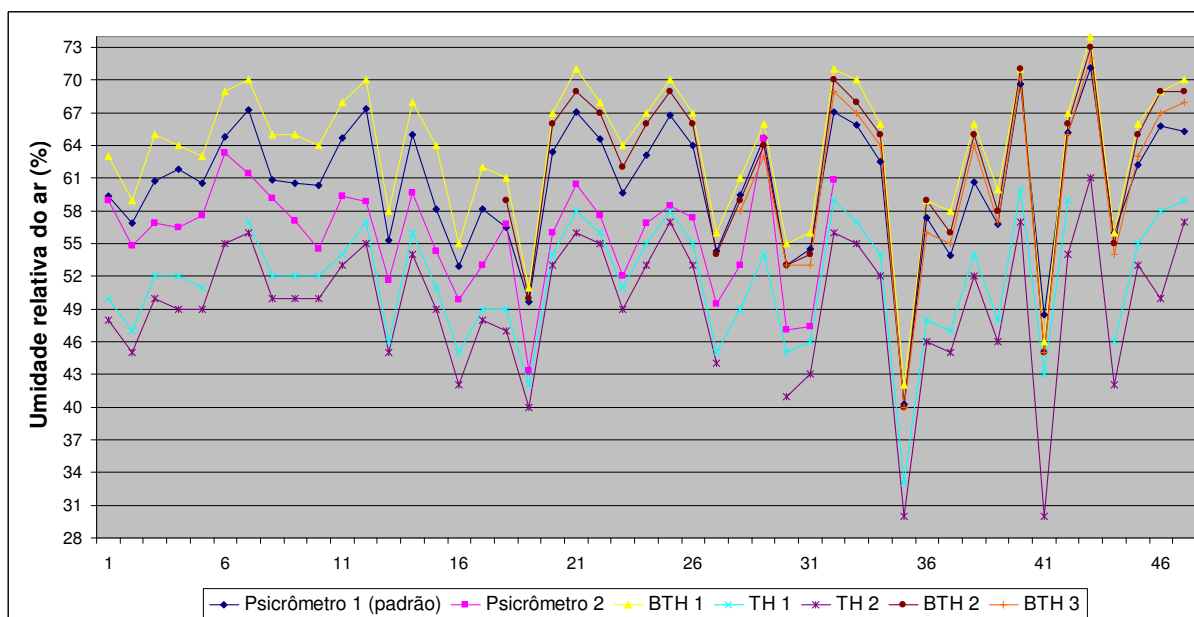


Figura 62 – Dados coletados de umidade relativa do ar

Com o objetivo de minimizar o efeito de possíveis erros grosseiros, ocorridos no processo de coleta dos dados, excluíram-se os valores em que o desvio, em relação à média, foi superior a três vezes o desvio padrão ( $3\sigma$ ). Em apenas algumas raras exceções esta tolerância foi excedida. Após a filtragem dos dados, calculou-se novamente a média e desvio padrão das diferenças.

Estes dados foram comparados com os dados dos equipamentos considerados como padrão. Analisando-se os gráficos, é possível perceber que as diferenças entre cada equipamento e o padrão permanecem praticamente constantes, independente das variações nos parâmetros ambientais. Então, optou-se por realizar a calibração simplesmente através de uma constante aditiva, que será a média das diferenças de cada equipamento em relação ao padrão, com o sinal trocado.

Os dois aneróides não são calibrados somando-se esta constante, pois são dotados de um parafuso para este fim. Então, antes de sair a campo, basta realizar uma leitura na coluna de mercúrio e calibrá-los utilizando este parafuso. Seus dados foram coletados durante o processo de calibração apenas para verificar sua acurácia. Observando a Figura 60, nota-se que estes equipamentos mantiveram seus valores sempre próximos ao padrão, lembrando que os mesmos foram calibrados apenas no início do período de coleta. A diferença em relação ao padrão ultrapassou o valor de 1 mbar apenas em uma ocasião para o Aneróide 1, e nenhuma vez para o Aneróide 2.

Nos Quadros 5 a 7, pode-se observar a análise dos dados coletados, contendo média e desvio padrão das diferenças em relação aos equipamentos considerados como padrão, e o intervalo de confiança da média para os níveis de 95 e 99%.

Quadro 5 – Pressão atmosférica – análise dos dados coletados

	<b>Análise das diferenças em relação a coluna de mercúrio (mbar)</b>						
	Aneróide 1	Aneróide 2	BTH 1	BTH 2	BTH 3	Altímetro 1	Altímetro 2
Média	-0,07	-0,21	-2,71	-6,58	-5,98	-7,46	-7,46
$\sigma$	0,50	0,30	0,60	0,62	0,87	0,44	0,36
Int. conf. 95%	0,15	0,09	0,17	0,23	0,39	0,14	0,13
Int. conf. 99%	0,19	0,11	0,23	0,30	0,51	0,18	0,17

Quadro 6 – Temperatura – análise dos dados coletados

	<b>Análise das diferenças em relação ao Termômetro Padrão (°C)</b>										
	Psicrômetros		TH 1		TH 2		BTH 1	BTH 2	BTH 3	Altímetro 1	Altímetro 2
	1	2	in	out	in	out					
Média	0,07	2,20	-0,06	0,21	-0,36	0,10	-0,10	0,01	-0,16	-1,56	-1,59
$\sigma$	0,16	0,31	0,17	0,15	0,15	0,18	0,17	0,15	0,18	0,42	0,35
Int. conf. 95%	0,05	0,11	0,05	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,08	0,13	0,13
Int. conf. 99%	0,06	0,15	0,07	0,06	0,06	0,07	0,06	0,07	0,10	0,17	0,17

Quadro 7 – Umidade Relativa do ar – análise dos dados coletados

<b>Análise das diferenças em relação ao Psicrômetro 1 (%)</b>						
	Psicrômetro 2	BTH 1	BTH 2	BTH 3	TH 1	TH 2
Média	-4,84	3,07	1,60	0,15	-8,63	-10,71
$\sigma$	2,40	1,22	1,43	1,68	1,23	1,14
Int. conf. 95%	0,83	0,35	0,52	0,74	0,36	0,34
Int. conf. 99%	1,09	0,47	0,69	0,97	0,47	0,45

Nos Quadros 8 a 10, encontram-se os parâmetros de calibração dos medidores de pressão atmosférica, temperatura e umidade relativa do ar.

Quadro 8 – Pressão atmosférica – parâmetros de calibração

<b>Calibração - Constante aditiva (mbar)</b>				
BTH 1	BTH 2	BTH 3	Altímetro 1	Altímetro 2
2,71	6,58	5,98	7,46	7,46

Quadro 9 – Temperatura – parâmetros de calibração

<b>Calibração - Constante aditiva (°C)</b>										
Psicrômetros		TH 1		TH 2		BTH 1	BTH 2	BTH 3	Altímetro 1	Altímetro 2
1	2	in	out	in	out					
-0,07	-2,20	0,06	-0,21	0,36	-0,10	0,10	-0,01	0,16	1,56	1,59

Quadro 10 – Umidade relativa do ar – parâmetros de calibração

<b>Calibração - Constante aditiva (%)</b>					
Psicrômetro 2	BTH 1	BTH 2	BTH 3	TH 1	TH 2
4,84	-3,07	-1,60	-0,15	8,63	10,71

Na Figura 63, observa-se os dados coletados de pressão atmosférica após a aplicação dos parâmetros de calibração aos equipamentos. Em raras ocasiões a diferença em relação à coluna de mercúrio ultrapassou 1 mbar.

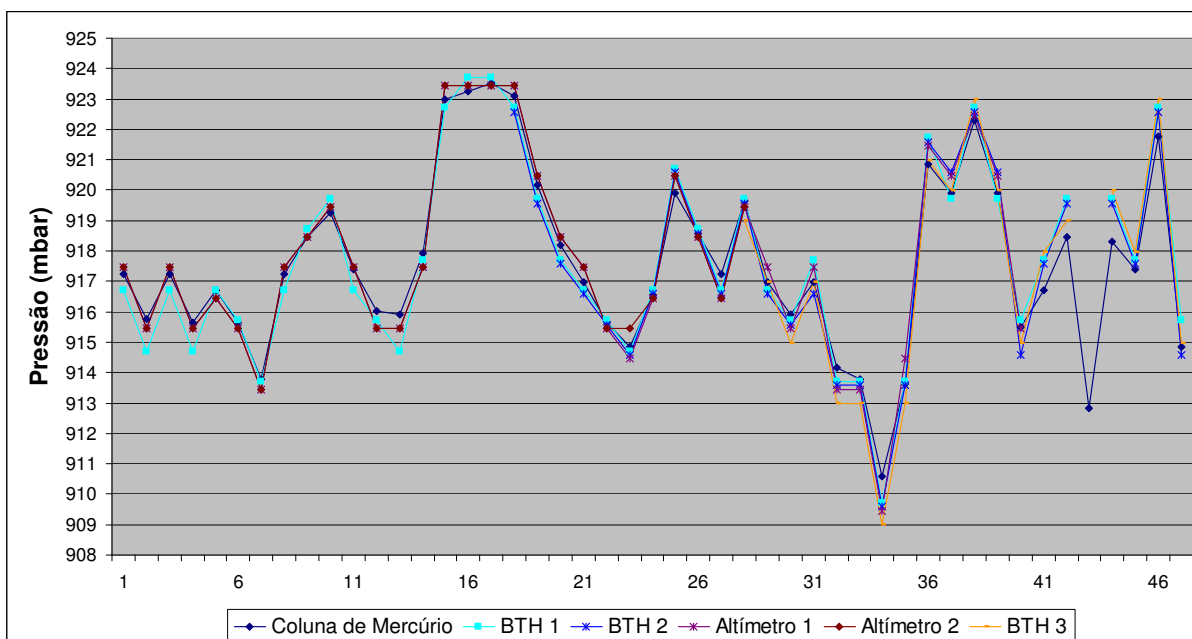


Figura 63 – Dados de pressão atmosférica após calibração

Na Figura 64, observa-se os dados de temperatura após a aplicação dos parâmetros de calibração aos equipamentos, e na Figura 65, estes mesmos dados após a eliminação do Psicrômetro 2, Altimetro 1 e Altimetro 2, que não apresentaram bons resultados. Aconselha-se não utilizar estes equipamentos para trabalhos de campo onde se deseja alta precisão.

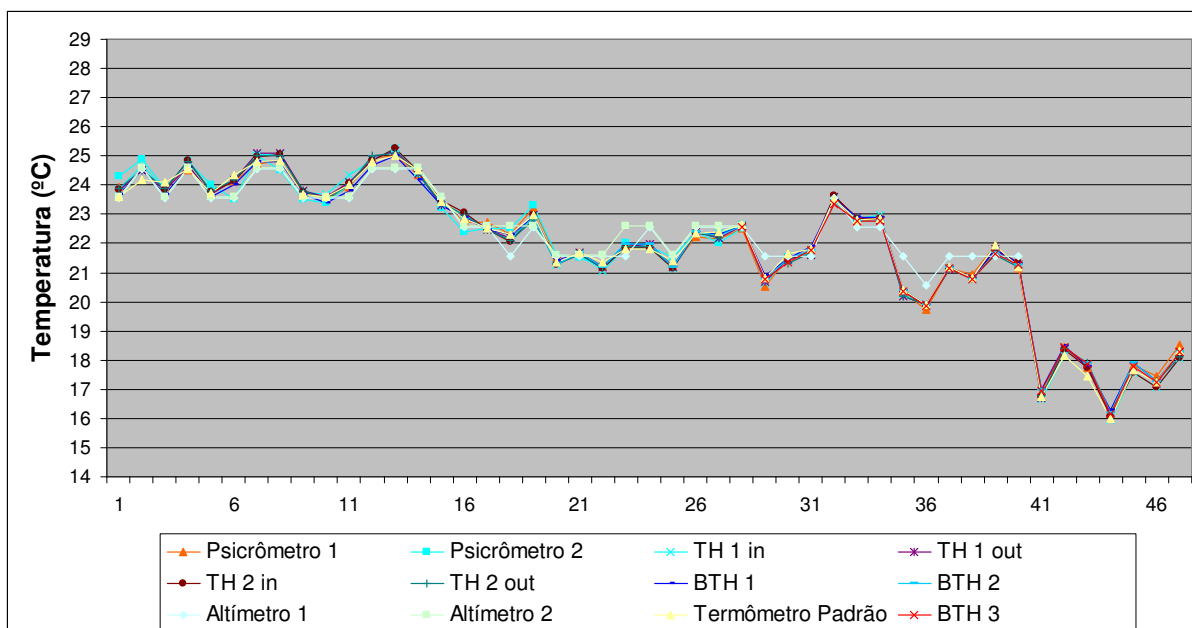


Figura 64 – Dados de temperatura após calibração

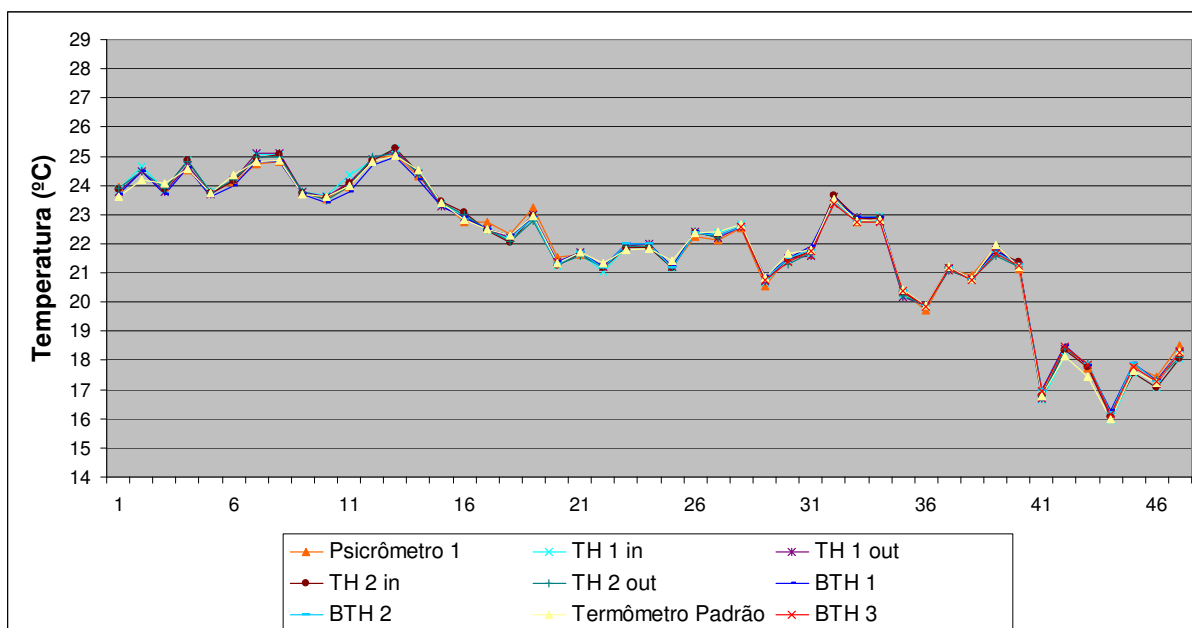


Figura 65 – Dados de temperatura após calibração, eliminando equipamentos com dados ruins.

A Figura 66 mostra os dados de umidade relativa do ar após a aplicação dos parâmetros de calibração aos equipamentos. Observa-se que o Psicrômetro 2 apresenta um comportamento diferente dos outros equipamentos, com diferenças de até 5% na umidade em relação ao equipamento padrão, enquanto os outros sensores apresentaram diferenças máximas de aproximadamente 3%. Recomenda-se a não utilização do Psicrômetro 2 para levantamentos de precisão.

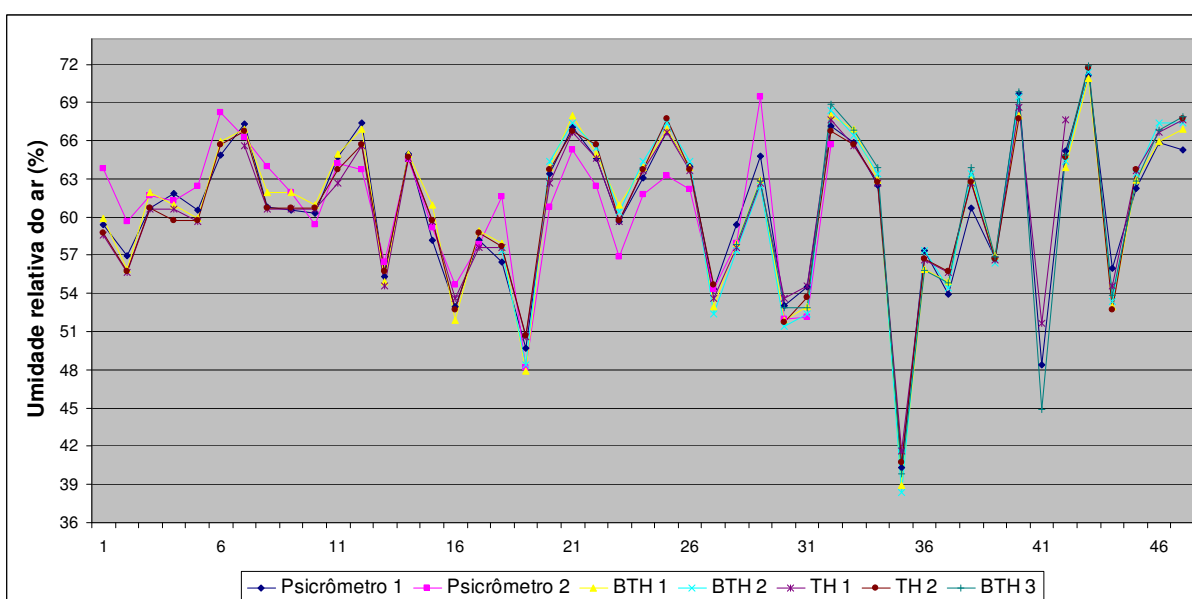


Figura 66 – Dados de Umidade Relativa após calibração.

## 4.2 CALIBRAÇÃO DOS BASTÕES

A seguir apresentam-se os resultados de calibração dos bastões utilizados nos levantamentos de campo, com a média e desvio padrão de cada uma das configurações utilizadas. Cabe salientar que estes bastões são seccionáveis, sendo utilizadas em campo desde uma até cinco seções, dependendo da situação.

Quadro 11 – Calibração – Bastão A

<b>Bastão A</b>		
	<b>Média</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b>1 seção</b>	0,5628 m	0,009 mm
<b>2 seções</b>	1,0414 m	0,009 mm
<b>3 seções</b>	1,5200 m	0,008 mm
<b>Bastão A + Adaptador A + Prisma A</b>		
	<b>Média</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b>2 seções</b>	1,1528 m	0,006 mm
<b>3 seções</b>	1,6315 m	0,004 mm
<b>4 seções</b>	2,1102 m	0,008 mm
<b>5 seções</b>	2,5890 m	0,005 mm

Quadro 12 – Calibração – Bastão B

<b>Bastão B</b>		
	<b>Média</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b>1 seção</b>	1,0011 m	0,009 mm
<b>2 seções</b>	2,0013 m	0,015 mm
<b>Bastão B + Adaptador B + Prisma B</b>		
	<b>Média</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b>1 seção</b>	1,1130 m	0,012 mm
<b>2 seções</b>	2,1137 m	0,008 mm
<b>Bastão B + Adaptador D + Prisma D</b>		
	<b>Média</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b>2 seções</b>	2,1136 m	0,017 mm

Quadro 13 – Calibração – Bastão E

<b>Bastão E + Adaptador B + Prisma B</b>		
	<b>Média</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b>2 seções</b>	1,1549 m	0,009 mm
<b>4 seções</b>	2,1110 m	0,006 mm
<b>Bastão E + Adaptador D + Prisma D</b>		
	<b>Média</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b>4 seções</b>	2,1109 m	0,008 mm

### 4.3 LEVANTAMENTOS GPS

#### 4.3.1 Levantamentos GPS sobre as RN's 2045N e 2045U

No Quadro 14 apresentam-se as coordenadas destas RN's, após processamento e ajustamento conforme a metodologia descrita no item 3.4.1.

Quadro 14 – Resultados dos rastreios GPS sobre as RN's

	<b>RN2045N</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b><math>\varphi</math></b>	25° 15' 41,5034" S	0,0030 m
<b><math>\lambda</math></b>	48° 54' 50,7237" W	0,0034 m
<b>h</b>	819,173 m	0,0085 m
	<b>RN2045U</b>	<b><math>\sigma</math></b>
<b><math>\varphi</math></b>	25° 09' 53,7864" S	0,0051 m
<b><math>\lambda</math></b>	48° 51' 43,4615" W	0,0058 m
<b>h</b>	823,199 m	0,0144 m

A precisão obtida nas coordenadas para a RN2045N foi melhor, comparada a RN2045U. Isto pode ser atribuído ao uso de uma antena *Choke Ring* no rastreio sobre a RN2045N, e também a localização de um poste ao lado da RN2045U, como descrito no item 3.4.1.

#### 4.3.2 Levantamentos GPS sobre os cumes

O Quadro 15 apresenta os resultados obtidos após o processamento e ajustamento para os picos do Paraná, Itapiroca, Tucum, Taipabuçu, Camapuã, Ciririca e para o marco AuxCaratuva.

Quadro 15 – Resultados dos rastreios GPS sobre os cumes

<b>Marco</b>	<b>Coordenadas Ajustadas</b>		<b><math>\sigma</math></b>
<b>Pico Paraná</b>	$\phi$	25 ° 15' 10,0700" S	0,0017 m
	$\lambda$	48 ° 48' 31,5727" W	0,0018 m
	<b>h</b>	1880,299 m	0,0044 m
<b>AuxCaratuva</b>	$\phi$	25 ° 14' 28,3187" S	0,0073 m
	$\lambda$	48 ° 49' 48,0145" W	0,0074 m
	<b>h</b>	1856,201 m	0,0208 m
<b>Itapiroca</b>	$\phi$	25 ° 14' 50,1212" S	0,0028 m
	$\lambda$	48 ° 50' 08,8425" W	0,0025 m
	<b>h</b>	1803,447 m	0,0074 m
<b>Tucum</b>	$\phi$	25 ° 15' 25,2609" S	0,0014 m
	$\lambda$	48 ° 50' 59,0820" W	0,0013 m
	<b>h</b>	1742,938 m	0,0038 m
<b>Taipabuçu</b>	$\phi$	25 ° 13' 58,8550" S	0,0005 m
	$\lambda$	48 ° 49' 35,7470" W	0,0006 m
	<b>h</b>	1736,662 m	0,0013 m
<b>Camapuã</b>	$\phi$	25 ° 15' 19,0129" S	0,0020 m
	$\lambda$	48 ° 51' 23,1930" W	0,0023 m
	<b>h</b>	1714,351 m	0,0056 m
<b>Ciririca</b>	$\phi$	25 ° 16' 58,7325" S	0,0020 m
	$\lambda$	48 ° 49' 55,5661" W	0,0017 m
	<b>h</b>	1709,118 m	0,0055 m

#### 4.4 TRANSPORTE DE COORDENADAS PARA O CUME DO CARATUVA

No Quadro 16 pode-se observar as médias e desvios das direções horizontais e distâncias medidas. Os valores das distâncias já estão corrigidos dos efeitos ambientais.

Quadro 16 – Transporte de coordenadas - médias dos ângulos e distâncias medidos

<b>Ré: Itapiroca</b>			<b>Vante: Caratuva</b>		
	Média	$\sigma$		Média	$\sigma$
H	278° 26' 20,3"	9,0"	H	140° 23' 17,8"	21,8"
V	93° 22' 02,6"	4,5"	V	81° 17' 08,3"	4,8"
Di	890,5489 m	1,2 mm	Di	19,5421 m	1,0 mm

Nota-se que o desvio padrão das direções horizontais ficou acima da precisão nominal do equipamento (5"), principalmente para o ponto de vante. Isto pode ser atribuído ação do vento durante a realização do levantamento de campo, como já citado anteriormente.

Processando estes dados no software Transporte.exe, descrito no item 3.5, obtêm-se as coordenadas geodésicas latitude e longitude do cume do Caratuva (Quadro 17).

Quadro 17 – Coordenadas do cume do Caratuva

<b>Caratuva</b>	
$\phi$	25 ° 14' 28,2409" S
$\lambda$	48 ° 49' 47,3296" W

### 4.3 NIVELAMENTO TRIGONOMÉTRICO

#### 4.3.1 Nivelamento trigonométrico entre as RN's 2045N e Aux02

Esta linha de nivelamento, ao longo da rodovia BR116, foi dividida em duas seções, como citado no item 3.7.1.1.

No Quadro 18, encontram-se os resultados da primeira seção, entre as RN's 2045N e Aux01. Neste dia o tempo estava nublado, fato que contribuiu para se conseguir fechamento da seção em 1mm $\sqrt{}$ , já que nestas condições a atmosfera é mais estável, com os efeitos da refração e turbulência do ar minimizados.

Quadro 18 – resumo do nivelamento entre a RN2045N e Aux01

Seção: <b>RN2045N - Aux01</b>		Sem correções	Com Correção da Curvatura	Com correção da Curv. e Refr. (K=0,13)
Desnível (m)	Nivelamento	8,23633	8,25963	8,25660
	Contra	-8,23477	-8,25867	-8,25557
	Média	8,23555	<b>8,25915</b>	<b>8,25608</b>
Erro cometido (mm)		1,56	0,95	1,03
Distância Nivelada (m)		3316,630		<b>Tolerância de 1mm√K Erro permitido (mm)</b>
Distancia Contra-Nivelada (m)		3318,924		
Média (m)		3317,777		1,82

No Quadro 19, encontram-se os resultados da segunda seção, entre as RN's Aux01 e Aux02. Neste dia o tempo estava ensolarado, e houve muita turbulência do ar, principalmente próximo ao meio dia. Pode-se notar que nesta seção o fechamento não foi tão bom quanto na primeira, mas ainda assim conseguiu-se alta precisão, fechando em  $3\text{mm}\sqrt{K}$ .

Quadro 19 – resumo do nivelamento entre a RN Aux01 e Aux02

Seção: <b>Aux01 - Aux02</b>		Sem correções	Com Correção da Curvatura	Com correção da Curv. e Refr. (K=0,13)
Desnível (m)	Nivelamento	-23,37422	-23,36048	-23,36227
	Contra	23,37404	23,35703	23,35924
	Média	<b>-23,37413</b>	<b>-23,35875</b>	<b>-23,36075</b>
Erro cometido (mm)		0,19	3,45	3,03
Distância Nivelada (m)		1715,532		<b>Tolerância de 3mm√K Erro permitido (mm)</b>
Distancia Contra-Nivelada (m)		1719,878		
Média (m)		1717,705		3,93

#### 4.3.2 Nivelamento trigonométrico entre as RN's 2045N e Aux03

O Quadro 20 mostra os resultados no nivelamento trigonométrico realizado entre as RN's 2045N e Aux03. Este nivelamento também fechou com alta precisão, com erro de fechamento dentro da tolerância de  $3\text{mm}/\sqrt{K}$ .

Quadro 20 – Resumo do nivelamento entre a RN 2045N e Aux03

Seção: <b>RN2045N - Aux03</b>		Sem correções	Com Correção da Curvatura	Com correção da Curv. e Refr. (K=0,13)
Desnível (m)	Nivelamento	8,45650	8,45561	8,45573
	Contra	-8,45535	-8,45437	-8,45450
	Média	<b>8,45593</b>	<b>8,45499</b>	<b>8,45511</b>
Erro cometido (mm)		1,16	1,24	1,23
Distância Nivelada (m)		197,554		<b>Tolerância de <math>3\text{mm}/\sqrt{K}</math> Erro permitido (mm)</b>
Distancia Contra-Nivelada (m)		211,417		
Média (m)		204,486		

#### 4.3.3 Transporte de altitude para os cumes do Camapuã e Tucum.

No Quadro 21, encontram-se os resultados do nivelamento entre a RN2045N e o Camapuã, onde conseguiu-se um fechamento de  $4\text{mm}/\sqrt{K}$ . Segundo a resolução PR nº22, considerando nivelamento de alta precisão, esta é a tolerância permitida para uma linha, e não para uma seção. Tratando-se apenas de uma seção, obteve-se fechamento de precisão para áreas mais desenvolvidas, onde a tolerância é  $6\text{mm}/\sqrt{K}$ . Considerando o número de séries realizadas (Quadro 4, pg. 78) e o número de séries necessárias para se atingir a esta precisão (Quadros 2 e 3, pg. 77), este resultado foi muito satisfatório.

Quadro 21 – Resumo do nivelamento entre a RN 2045N e Camapuã

Seção: <b>RN2045N - Camapuã</b>		Sem correções	Com Correção da Curvatura	Com correção da Curv. e Refr. (K=0,13)
Desnível (m)	Nivelamento	893,20683	895,93553	895,58080
	Contra	893,21670	895,94531	895,59059
	Média	<b>893,21176</b>	<b>895,94042</b>	<b>895,58569</b>
Erro cometido (mm)		-9,88	-9,79	-9,80
Distância Nivelada (m)		5992,540		<b>Tolerância de 4mm√K</b> <b>Erro permitido (mm)</b>
Distancia Contra-Nivelada (m)		6117,600		
Média (m)		<b>6055,070</b>		9,84

No Quadro 22 encontram-se os resultados da seção, entre a RN Aux02 e o cume do Camapuã. Obteve-se um fechamento de  $12\text{mm}\sqrt{K}$ , que, segundo a resolução PR nº22, é a precisão de levantamentos geodésicos para fins topográficos. Foram realizadas 21 séries PD-PI, e, considerando a precisão nominal do equipamento, eram necessárias 26 séries para se atingir a precisão estimada de  $12\text{mm}\sqrt{K}$ . Então, pode-se considerar este resultado satisfatório.

Quadro 22 – Resumo do nivelamento entre a Aux02 e Camapuã

Seção: <b>Aux02 - Camapuã</b>		Sem correções	Com Correção da Curvatura	Com correção da Curv. e Refr. (K=0,13)
Desnível (m)	Nivelamento	908,01510	911,02255	910,63158
	Contra	907,99205	910,99344	910,60810
	Média	<b>908,00358</b>	<b>911,00799</b>	<b>910,61984</b>
Erro cometido (mm)		23,05	29,11	23,48
Distância Nivelada (m)		6199,129		<b>Tolerância de 12mm√K</b> <b>Erro permitido (mm)</b>
Distancia Contra-Nivelada (m)		6199,063		
Média (m)		6199,096		29,88

Como já citado no item 3.7.1.2, não foi possível realizar uma seção de nivelamento e contranivelamento para o cume do Tucum a partir da RN2045N, somente a partir da RN Aux02. Realizou-se uma seção, e obteve-se uma diferença de 14cm entre o nivelamento e o contranivelamento. Considerando uma tolerância de  $12\text{mm}\sqrt{K}$  (para fins topográficos) e erro permitido é de 3,14cm. Então, repetiu-se o nivelamento, porém, como já citado anteriormente, foi possível realizar somente 6 séries de leituras PD-PI. Comparando com o nivelamento e contranivelamento realizados anteriormente, encontra-se uma diferença de 25,1cm e 11,1cm respectivamente. No Quadro 23 encontram-se os resultados das três seções de nivelamento. Estes resultados não foram satisfatórios, pois a menor diferença encontrada foi de 11,1cm, e o erro permitido para fechamento em  $12\text{mm}\sqrt{K}$  é de 3,4cm. Então, optou-se por considerar o desnível como a média entre as 3 seções (nivelamento, contranivelamento e repetição do nivelamento).

Quadro 23 – Resumo do nivelamento entre a RN Aux02 e o Tucum

		Sem correções	Com Correção da Curvatura	Com correção da Curv. e Refr. (0,13)
Desnível (m)	Nivelameto	935,867	939,544	939,066
	Contra	936,010	939,684	939,206
	Repetição Niv.	936,118	939,795	939,317
	Média	<b>935,998</b>	<b>939,674</b>	<b>939,196</b>

#### 4.3.3 Erro de fechamento de circuito

Para o cume do Camapuã foi possível fechar um circuito, como pode ser visto na Figura 60. No Quadro 24, encontram-se os erros de fechamento considerando três opções: nivelamento sem nenhuma correção, somente com a correção da curvatura, e com a correção da curvatura e refração.

Quadro 24 – Erro de fechamento de circuito

	Sem correções	Com Correção da Curvatura	Com correção da Curv. e Refr. (K=0,13)
Erro de fechamento (mm)	-346,77	-32,03	-70,53

O circuito tem comprimento de 17,29km, e considerando a tolerância de 5mm/km para levantamentos de precisão em áreas mais desenvolvidas, o valor máximo permitido para o erro de fechamento neste circuito é de 86,4mm.

Neste caso, apenas o fechamento sem correções de curvatura e refração estaria fora da tolerância. Fica claro que é imprescindível realizar as correções de curvatura e refração no nivelamento trigonométrico envolvendo visadas longas.

#### 4.3.4 Nivelamento trigonométrico no cume do Caratuva

No Quadro 25, são apresentados os resultados do nivelamento realizado entre os marcos AuxCaratuva e Caratuva. Obteve-se um erro de fechamento da seção de nivelamento atendendo a tolerância exigida para nivelamentos de alta precisão ( $3\text{mm}\sqrt{K}$ ).

Quadro 25 – Nivelamento entre os marcos AuxCaratuva e Caratuva

Seção: <b>AuxCaratuva - Caratuva</b>		
Desnível (m)	Nivelamento	2,38608
	Contra	-2,38639
	Média	<b>2,38624</b>
Distância Nivelada (m)		20,223
Distancia Contra-Nivelada (m)		20,828
Média (m)		20,526
<b>Tolerância de <math>3\text{mm}\sqrt{K}</math></b>		
Erro permitido (mm)		<b>0,43</b>
Erro cometido (mm)		<b>0,31</b>

#### 4.4 AJUSTAMENTO

No Quadro 26 são apresentados os valores observados, ou neste caso, os desníveis medidos, que formam o vetor das observações (Lb).

Quadro 26 – Ajustamento – valores observados

Seção		Desnível (m)
RN2045N - Aux01	N	8,2566
	CN	-8,2556
Aux01 - Aux02	N	-23,3623
	CN	23,3592
Aux02 - Camapuã	N	910,6316
	CN	-910,6081
Camapuã - RN2045N	N	-895,5808
	CN	895,5906

No Quadro 27 pode-se observar os desníveis medidos (Lb), e os resultados do ajustamento, com o vetor dos resíduos (V) e o vetor dos desníveis ajustados (La).

Quadro 27 – Ajustamento – observações, resíduos e valores ajustados

Lb (m)	V (m)	La (m)
8,2566	0,0013	8,2579
-8,2556	-0,0023	-8,2579
-23,3623	0,0080	-23,3543
23,3592	-0,0050	23,3543
910,6316	0,0322	910,6638
-910,6081	-0,0557	-910,6638
-895,5808	0,0134	-895,5674
895,5906	-0,0232	895,5674

Pode-se notar que os resíduos foram menores para as seções de nivelamento ao longo da rodovia, onde se obteve melhor fechamento de seção, como era de se esperar, considerando a forma que foi configurada a matriz dos pesos.

A seguir é apresentada a matriz variância-covariância dos desníveis ajustados:

$$\Sigma La = \begin{bmatrix} 0,0005 & -0,0005 & 0,0000 & 0,0000 & -0,0003 & 0,0003 & -0,0001 & 0,0001 \\ -0,0005 & 0,0005 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0003 & -0,0003 & 0,0001 & -0,0001 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0016 & -0,0016 & -0,0011 & 0,0011 & -0,0004 & 0,0004 \\ 0,0000 & 0,0000 & -0,0016 & 0,0016 & 0,0011 & -0,0011 & 0,0004 & -0,0004 \\ -0,0003 & 0,0003 & -0,0011 & 0,0011 & 0,0044 & -0,0044 & -0,0031 & 0,0031 \\ 0,0003 & -0,0003 & 0,0011 & -0,0011 & -0,0044 & 0,0044 & 0,0031 & -0,0031 \\ -0,0001 & 0,0001 & -0,0004 & 0,0004 & -0,0031 & 0,0031 & 0,0036 & -0,0036 \\ 0,0001 & -0,0001 & 0,0004 & -0,0004 & 0,0031 & -0,0031 & -0,0036 & 0,0036 \end{bmatrix}$$

Analisando a matriz variância-covariância, observa-se melhor precisão para as seções de nivelamento ao longo da BR116, onde se obteve melhor fechamento de seção.

#### 4.5 AVALIAÇÃO DOS MODELOS GEOIDAIIS MAPGEO2004 e EGM2008 NA REGIÃO DE ESTUDOS

Com a realização de levantamentos GPS sobre as RN's do Sistema Geodésico Brasileiro, e também sobre os cumes para os quais foram transportadas as altitudes ortométricas via nivelamento trigonométrico, é possível calcular as alturas geoidais, e compará-las com as obtidas a partir dos modelos MAPGEO2004 e EGM2008. Os Quadros 28 a 31 mostram as diferenças entre as alturas geoidais calculadas e as obtidas a partir destes modelos.

Quadro 28 – Avaliação dos modelos geoidais – RN2045N

<b>RN2045N</b>		
Altitude Elipsoidal (m)		819,173
Altitude Ortométrica (m) (IBGE)		816,3836
Altura geoidal (m) N = h - H		2,789
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	2,07	2,077
Diferença em Relação ao N calculado	MapGeo2004	EGM2008
	-0,719	-0,712

Quadro 29 – Avaliação dos modelos geoidais – RN2045U

<b>RN2045U</b>		
Altitude Elipsoidal (m)	823,199	
Altitude Ortométrica (m) (IBGE)	820,9246	
Altura geoidal (m) $N = h - H$	2,274	
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	1,59	1,647
Diferença em Relação ao N calculado	MapGeo2004	EGM2008
	-0,684	-0,627

Quadro 30 – Avaliação dos modelos geoidais – Camapuã

<b>Camapuã</b>		
Altitude Elipsoidal (m)	1714,351	
Altitude Ortométrica Ajustada (m) (Nivelamento Trigonométrico)	1711,951	
Altura geoidal (m) $N = h - H$	2,400	
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	1,63	1,754
Altitude Ortométrica (m)	1712,721	1712,597
Diferença em Relação ao N calculado	MapGeo2004	EGM2008
	-0,77	-0,646

Quadro 31 – Avaliação dos modelos geoidais – Tucum

<b>Tucum</b>		
Altitude Elipsoidal (m)	1742,938	
Altitude Ortométrica (m) (Nivelamento Trigonométrico)	1740,475	
Altura geoidal (m) $N = h - H$	2,463	
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	1,57	1,695
Altitude Ortométrica (m)	1741,368	1741,243
Diferença em Relação ao N calculado	MapGeo2004	EGM2008
	-0,893	-0,768

As diferenças com relação ao modelo MAPGEO2004 podem ser visualizadas no Quadro 32, e para o modelo EGM2008, no Quadro 33.

Quadro 32 – Diferenças entre as alturas geoidais calculadas e as obtidas a partir do MAPGEO2004

	Altura Geoidal (m)		diferença (m)
	Calculada	MAPGEO2004	
RN2045N	2,790	2,07	-0,720
RN2045U	2,274	1,59	-0,684
Camapuã	2,400	1,63	-0,770
Tucum	2,463	1,57	-0,893

Quadro 33 – Diferenças entre as alturas geoidais calculadas e as obtidas a partir do EGM2008

	Altura Geoidal (m)		diferença (m)
	Calculada	EGM2008	
RN2045N	2,790	2,077	-0,713
RN2045U	2,274	1,647	-0,627
Camapuã	2,400	1,754	-0,646
Tucum	2,463	1,695	-0,768

Para as duas RN's do IBGE e para o pico do Camapuã, as diferenças estão entre 62,7cm e 77,0cm. Para Tucum, as diferenças são maiores, 76,8cm para o EGM2008 e 89,3cm para o MAPGEO2004. Estas maiores diferenças podem ser

atribuídas aos problemas obtidos no transporte de altitude via nivelamento trigonométrico para este pico, citados anteriormente.

Comparando o modelo MAPGEO2004 com o EGM2008, verificam-se diferenças nas alturas geodais compreendidas entre 0,7cm e 12,5cm.

#### 4.5.1 Utilização dos modelos geodais MAPGEO2004 e EGM2008 de forma relativa

A realização de rastreamento GPS sobre uma RN qualquer do Sistema Geodésico Brasileiro possibilita a utilização dos modelos geodais de forma relativa. Para isto, basta calcular a diferença entre a altura geoidal obtida com o rastreamento GPS sobre a RN e a altura geoidal gerada pelo modelo, e aplicar esta mesma diferença sobre os pontos rastreados próximos a esta RN.

O Quadro 34 mostra as diferenças entre as altitudes obtidas via nivelamento trigonométrico, método *Leap-Frog*, e as altitudes obtidas com GPS associado aos modelos geodais, para os picos do Camapuã e Tucum. Obviamente, estas diferenças são as mesmas citadas nos Quadros 32 e 33.

Quadro 34 – Comparação entre as altitudes niveladas e as altitudes obtidas com GPS associado aos modelos geodais

Pico	Altitude Ortométrica (m)		
	Nivelada	GPS + MAPGEO2004	GPS + EGM2008
Camapuã	1711,951	1712,721	1712,597
Tucum	1740,475	1741,368	1741,243
		Diferenças em relação a altutide nivelada (m)	
		MAPGEO2004	EGM2008
	Camapuã	-0,770	-0,646
	Tucum	-0,893	-0,768

A seguir pode-se observar uma comparação entre as altitudes obtidas com nivelamento trigonométrico e GPS associado aos modelos geodais de forma relativa. No Quadro 35, relativo a RN2045N, e, no Quadro 36, relativo a RN2045U.

Quadro 35 – Utilização dos modelos geoidais de forma relativa a RN2045N

Pico	Altitude Ortométrica (m)		
	Nivelada	MAPGEO2004	EGM2008
Camapuã	1711,951	1712,001	1711,884
Tucum	1740,475	1740,649	1740,531
		Diferenças em relação a altutide nivelada (m)	
		MAPGEO2004	EGM2008
	Camapuã	-0,050	0,067
	Tucum	-0,174	-0,056

Quadro 36 – Utilização dos modelos geoidais de forma relativa a RN2045U

Pico	Altitude Ortométrica (m)		
	Nivelada	MAPGEO2004	EGM2008
Camapuã	1711,951	1712,036	1711,969
Tucum	1740,475	1740,599	1740,616
		Diferenças em relação a altutide nivelada (m)	
		MAPGEO2004	EGM2008
	Camapuã	-0,085	-0,018
	Tucum	-0,124	-0,141

Pode-se observar que as diferenças, que eram de aproximadamente 70cm, diminuiram para menos de 10cm no pico Camapuã. Já para o Tucum, as diferenças foram maiores, de até 17,4cm, provavelmente devido aos problemas encontrados no processo de nivelamento.

#### 4.6 ALTITUDES OBTIDAS COM GPS ASSOCIADO AOS MODELOS MAPGEO2004 E EGM 2008

Na seqüência, apresentam-se a as altitudes dos picos onde foram realizados somente levantamentos GPS, com as altitudes ortométricas obtidas utilizando-se os modelos geoidais MAPGEO2004 e EGM2008.

Quadro 37 – Pico Paraná – Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais

<b>Pico Paraná</b>		
Altitude Elipsoidal (m)		1880,299
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	1,24	1,284
Altitude Ortométrica (m)	1879,059	1879,015

Quadro 38 – Itapiroca - Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais

<b>Itapiroca</b>		
Altitude Elipsoidal (m)		1803,447
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	1,47	1,579
Altitude Ortométrica (m)	1801,977	1801,868

Quadro 39 – Taipabuçu - Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais

<b>Taipabuçu</b>		
Altitude Elipsoidal (m)		1736,662
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	1,39	1,502
Altitude Ortométrica (m)	1735,272	1735,160

Quadro 40 – Ciririca - Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais

<b>Ciririca</b>		
Altitude Elipsoidal (m)		1709,118
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	1,40	1,456
Altitude Ortométrica (m)	1707,718	1707,662

No Quadro 41 pode-se observar os valores de altitude obtidos para o marco AuxCaratuva utilizando os modelos MAPGEO2004 e EGM2008. Somando-se estas altitudes ao desnível obtido com nivelamento trigonométrico entre os marcos AuxCaratuva e Caratuva, obtém-se a altitude ortométrica do pico do Caratuva (Quadro 42).

Quadro 41 – AuxCaratuva - Altitude elipsoidal associada aos modelos geoidais

<b>AuxCaratuva</b>		
Altitude Elipsoidal (m)		1856,201
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altura Geoidal (m)	1,42	1,529
Altitude Ortométrica (m)	1854,781	1854,672

Quadro 42 – Caratuva – Altitude nivelada a partir do marco AuxCaratuva, associada aos modelos geoidais

<b>Caratuva</b>		
Desnível AuxCaratuva-Caratuva (m)		2,386
Modelos	MapGeo2004	EGM2008
Altitude Ortométrica (m)	1857,167	1857,058

Comparando os modelos MAPGEO2004 e EGM2008, a menor diferença entre as alturas geodais é de 4,4cm, no Pico Paraná, e a maior diferença é de 11,2cm, no Pico do Taipabuçu.

Os Quadros 43 e 44 mostram as altitudes dos picos levantados com GPS considerando a utilização dos modelos geodais de forma relativa as RN's.

Quadro 43 – Altitudes dos picos utilizando os modelos geodais de forma relativa a RN2045N

Altitude Ortométrica em relação a RN2045N (m)		
	GPS + MAPGEO2004	GPS + EGM2008
Pico Paraná	1878,339	1878,302
Caratuva	1856,447	1856,345
Itapiroca	1801,257	1801,155
Taipabuçu	1734,552	1734,447
Ciririca	1706,999	1706,950

Quadro 44 – Altitudes dos picos utilizando os modelos geodais de forma relativa a RN2045U

Altitude Ortométrica em relação a RN2045U (m)		
	GPS + MAPGEO2004	GPS + EGM2008
Pico Paraná	1878,374	1878,387
Caratuva	1856,482	1856,430
Itapiroca	1801,293	1801,241
Taipabuçu	1734,587	1734,532
Ciririca	1707,034	1707,035

Com relação ao modelo MAPGEO2004, a diferença entre a altitude relativa a RN2045N e a altitude relativa a RN2045U, para um mesmo pico, ficou abaixo de 4cm. Já para o modelo EGM2008, estas diferenças são de aproximadamente 8,5cm.

Comparando os dois modelos, e considerando as altitudes relativas as duas RN's, a maior diferença encontrada para um mesmo pico foi de 14cm, no pico do Taipabuçu.

Optou-se por utilizar o modelo MAPGEO2004, que é o modelo oficial adotado pelo IBGE, e também, por considerar como resultado final as altitudes relativas a RN2045N, a mais próxima da área de estudo.

#### 4.7 ALTITUDES DOS PICOS DA SERRA DO IBITIRAQUIRE

Como citado no início desta dissertação, uma contribuição deste trabalho é a determinação de valores confiáveis de altitude para alguns dos principais picos da Serra do Mar paranaense, localizados no maciço conhecido como Serra do Ibitiraquire. As altitudes determinadas neste trabalho são apresentadas no Quadro 45.

Quadro 45 – Altitudes ortométricas dos picos da Serra do Ibitiraquire

<b>Altitudes Ortométricas</b>	
Pico Paraná	1878,34m
Caratuva	1856,45m
Itapiroca	1801,26m
Tucum	1740,48m
Taipabuçu	1734,55m
Camapuã	1711,95m
Ciririca	1707,00m

As altitudes dos picos do Camapuã e Tucum foram determinadas utilizando a metodologia de nivelamento trigonométrico proposta nesta dissertação. Para os demais cumes, as altitudes foram obtidas utilizando GPS associado ao modelo geoidal MAPGEO2004, relativo à RN2045N do IBGE, como já citado no item 4.6.

## 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 5.1 CONCLUSÕES

A avaliação do uso do nivelamento trigonométrico, método *Leap-Frog*, no transporte de altitudes para locais onde não é possível a realização de nivelamento geométrico, que é o objetivo principal deste trabalho, foi realizada para os picos do Camapuã e Tucum, na Serra do Mar paranaense. O método foi avaliado em condições envolvendo visadas de até 7000m e desníveis de quase 1000m.

Na determinação dos desníveis entre as RN's ao longo da rodovia BR116, utilizando nivelamento trigonométrico pelo método *Leap-Frog*, mesmo com visadas de comprimentos superiores aos recomendados pela literatura, e com a estação total instalada fora do centro do lance, conseguiu-se fechamento de alta precisão, segundo a Resolução PR nº 22 (IBGE, 1983). Atribui-se isso ao equipamento utilizado (estação total Leica TC2003), com precisão linear de  $1\text{mm} + 1\text{ppm}$  e angular de  $0,5''$ , e a acuidade visual do operador, proporcionando pontarias com repetibilidade da ordem de  $2''$ , mesmo em condições de alto tráfego da rodovia.

Ainda com relação ao desnível entre as RN's as margens da rodovia, pôde-se perceber que a influência da refração quando se utiliza este método de nivelamento é significativa. Para a seção de nivelamento realizada entre a RN2045N e RN Aux01, ocasião em que o tempo estava nublado, obteve-se fechamento de  $1\text{mm}\sqrt{k}$ . Já para a seção de nivelamento entre as RN's Aux01 e Aux02, realizado em um dia com forte insolação, o erro de fechamento ficou em  $3\text{mm}\sqrt{k}$ , mesmo assim, sendo classificado como de alta precisão.

No nivelamento trigonométrico entre as RN's as margens da rodovia e os cumes do Camapuã e Tucum, não foi possível realizar o número de séries PD-PI necessárias para se atingir uma precisão estimada de  $3\text{mm}\sqrt{k}$ , considerando a propagação de erros em função da precisão nominal do equipamento. Realizou-se o maior número possível de séries, tendo em vista as dificuldades encontradas em se realizar os levantamentos de campo nas condições propostas neste trabalho.

Com relação ao transporte de altitudes para o cume do Camapuã, realizaram-se duas seções de nivelamento, partido de RN's distintas, possibilitando o

fechamento de um circuito. Numa primeira seção, partindo da RN2045N, obteve-se fechamento de  $4\text{mm}\sqrt{k}$ , considerado como de precisão segundo a Resolução PR nº 22 do IBGE. Este resultado foi considerado muito satisfatório levando em consideração o número de séries PD-PI realizadas, que foi bem abaixo do número calculado em função da precisão nominal do equipamento. Para a seção realizada a partir da RN Aux02, o fechamento foi de  $12\text{mm}\sqrt{k}$  (para fins topográficos segundo a Resolução PR nº 22), um resultado satisfatório função do número de série realizadas.

Para o cume do Tucum, foi possível realizar apenas uma seção de nivelamento, partindo da RN Aux02. Em função de problemas encontrados durante os levantamentos de campo, como turbulência do ar e nebulosidade, os resultados não foram satisfatórios.

Outro problema encontrado no transporte de altitudes entre as RN's as margens da rodovia e os cumes das montanhas, foi o feito da refração atmosférica e da reverberação. No intervalo entre 10h e 15h, é praticamente inviável a aplicação desta metodologia.

Tendo em vista os resultados alcançados, tanto no nivelamento ao longo da rodovia, como no nivelamento para o cume do Camapuã, pode-se considerar a metodologia proposta como eficaz.

Com relação aos levantamentos GPS, um problema encontrado no processamento dos dados foi a disponibilidade de bases de monitoramento contínuo próximas à região de estudo. Das três bases localizadas a menos de 100km, em algumas ocasiões, apenas uma estava em funcionamento durante o período em que se realizou o rastreamento. A alternativa encontrada para contornar este problema foi realizar o processamento utilizando bases mais longas em conjunto com as bases curtas disponíveis no período dos levantamentos. Após o processamento e ajustamento dos dados, para a maioria dos pontos rastreados, obteve-se precisões sub-centimétricas. Apenas para o marco AuxCaratua e para a RN2045U, a precisão na altitude ficou acima do centímetro. Isto pode ser atribuído ao efeito multicaminho, ocorrido devido às características dos locais onde estes pontos se encontram.

Comparando-se as altitudes ortométricas obtidas a partir de levantamento GPS associado aos modelos geoidais MAPGEO2004 e EGM2008 com as altitudes

niveladas, encontrou-se uma diferença média de 70cm para a região de estudos. Utilizando estes modelos geoidais de forma relativa às RN's do IBGE mais próximas, esta diferença cai para menos de 10cm. Esta pode ser uma boa alternativa para se determinar altitudes ortométricas aproximadas em situações onde não é possível realizar o nivelamento trigonométrico. Neste trabalho, utilizou-se esta alternativa para determinar as altitudes dos picos do Paraná, Caratuva, Itapiroca, Ciririca e Taipabuçu.

## 5.2 RECOMENDAÇÕES

Com relação ao transporte de altitude para o pico do Tucum recomenda-se a repetição da seção de nivelamento partido da RN Aux02, e também a realização de uma seção partindo da RN2045N, desta forma sendo possível o fechamento de circuito.

Com respeito à refração, recomenda-se a realização do nivelamento trigonométrico no período noturno, utilizando o alvo com sistema de iluminação desenvolvido durante a pesquisa, e se possível, realizando um número maior de séries PD-PI, na tentativa de se atingir fechamento de alta precisão.

Repetir o transporte de coordenadas no pico Caratuva em dia com melhores condições meteorológicas, principalmente com menor incidência de vento para não comprometer a estabilidade da estação total e com isso melhorar as leituras das direções horizontais e ângulos zenitais.

Recomenda-se repetir o rastreamento sobre o marco AuxCaratuva e RN2045N, de preferência, utilizando uma antena *Choke Ring*, buscando-se uma melhor precisão nas coordenadas, principalmente com relação a altitude.

Recomenda-se, também, a continuidade da pesquisa buscando determinar o desnível entre os picos utilizando a metodologia proposta neste trabalho.

Recomenda-se a realização de levantamentos gravimétricos nos cumes das montanhas e também nas imediações para realizar as correções nas altitudes.

Um dos grandes problemas encontrados na determinação dos desníveis para os picos das montanhas utilizando a metodologia proposta foi a falta de modelos de

refração que atendam as necessidades para regiões como a que foi desenvolvido o estudo. Em função disso, recomenda-se a realização de pesquisas voltadas para desenvolvimento de modelos de refração, para atender esta demanda, uma vez que, a determinação de desníveis de precisão, onde não é possível aplicar o nivelamento geométrico é cada vez mais necessária.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BLITZKOW, D. **Sistemas altimétricos e determinação do geóide**. Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, EPUSP – PTR – LTG. São Paulo, 2004.

CEYLAN, A. ; BAYCAL, O. **Precise Height Determination Using Simultaneous – Reciprocal Trigonometric Levelling**. Survey Review, 40, 308 pp195-205, April 2008.

CEYLAN, A. ; INAL, C. ; SANLIOGLU, I. **Modern Height Determination Techniques and Comparison of Accuracies**. FIG Working Week, Cairo, Egipt, 2005.

FAGGION, P. L. **Considerações sobre a instrumentação topográfica**, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática, Setor de Ciências da Terra, UFPR. Curitiba, 2006.

FAGGION, P. L. **Obtenção dos elementos de calibração e certificação de medidores eletrônicos de distância em campo e laboratório**. Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2001.

FAGGION, P. L.; VEIGA, L. A. K.; FREITAS, S. R. C.; SANTOS, D. P. **Desníveis de Primeira Ordem com Estação Total**. Série em Ciências Geodésicas, volume 3, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática, Setor de Ciências da Terra, UFPR. Curitiba, 2003.

GEMAEL, CAMIL. **Introdução à Geodésia Geométrica (1ª Parte)**. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática, Setor de Ciências da Terra, UFPR. Curitiba, 1987.

GEMAEL, CAMIL. **Introdução à Geodésia Geométrica (2ª Parte)**. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática, Setor de Ciências da Terra, UFPR. Curitiba, 1988.

GEMAEL, CAMIL. **Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas**. Editora UFPR, Curitiba, 1994.

GOMES, J. P. **Determinação de Desníveis de Precisão Utilizando Estação Total**. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, UFPR, Curitiba, 2006.

HEISKANEN, W. A. ; MORITZ, H. **Geodésia Física**. Instituto Geográfico Nacional. Madrid, 1985.

IBGE – FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Manual para padronização de procedimentos de nivelamento geométrico**, Versão 1.b. Rio de Janeiro, 2000.

IBGE – FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **MAPGEO2004 – Sistema de Interpolação de Ondulação Geoidal**. Versão 3.0. Dezembro, 2008a.

IBGE – FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Modelo de ondulação geoidal**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo\\_geoidal.shtm](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtm)> Acesso em 5 set 2009.

IBGE - FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Resolução PR nº 22 de 21/07/1983.

IBGE - FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Padronização de Marcos Geodésicos** – Diretoria de Geociências. Coordenação de Geodésia, 2008b.

IBGE - FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Recomendações para Levantamentos Relativos Estáticos** – GPS. Rio de Janeiro, 2008c.

ICGEM – International Centre for Global Earth Models. Disponível em: <<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html>> Acesso em 5 nov 2009.

IGS - International GNSS Service – disponível em: <<http://igsceb.jpl.nasa.gov/>> Último acesso em: 19 set 2009.

IUGG. – International Union of Geodesy and Geophysics. **XXII General Assembly - Compts Rendus**. Birmingham, UK. 19-30 July 1999.

KAHMEN, H. ; FAIG, W. **Surveying**. Berlin/New York, Walter de Gruyter, 1988.

LUZ, R .T. ; FREITAS, S. R. C. ; DALAZONA, R. **Acompanhamento do Datum Altimétrico Imbituba através das Redes Altimétrica e Maregráfica do Sistema**

**Geodésico Brasileiro.** VII Congreso Internacional de Ciencias de la Tierra. Santiago, Chile. 2002.

MEDINA, A. S. **Classificação de teodolitos e estações totais.** Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1998.

MIRANDA, F. D. A. **Metodologia para o monitoramento de pontos em áreas instáveis empregando-se estações totais.** Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, UFPR, Curitiba, 2007.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações.** 2ª Ed. Editora UNESP, São Paulo, 2008.

NADAL, M. A. **Programa Base de Transmissão e Recebimento de Dados.** Curitiba – PR, 2007.

NGS - National Geodetic Survey. disponível em: < <http://www.ngs.noaa.gov>> Acesso em: 24 set 2009.

PIÑA, W. H. S.; PINHEIRO, R. R.; SANTOS, C. C. C.; PEREIRA, N. R. M.; GOLDANI, D. **Reajustamento Global da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Brasil – RAAP.** IBGE, Diretoria de Geociências – DGC – Coordenação de Geodésia – CGED. 2006.

PINHEIRO, R. R.; GOLDANI, D.; SANTOS, C. C. C.; PEREIRA, N. R. M.; PIÑA, W. H. S. **Situação Atual do Ajustamento da Rede Altimétrica de Alta Precisão – RAAP do SGB, Utilizando o Sistema Ghost.** IBGE, Diretoria de Geociências – DGC – Coordenação de Geodésia – CGED. 2007.

RÜEGGER, J. M. **Electronic Distance Measurement.** 4ª edição. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg, 1996.

SANTOS, A. A. dos. **Geodésia: geodésia elementar e princípio de posicionamento global (GPS).** Editora Universitária da UFPE, Recife, 2001.

SCOLFARO, V. ; RAMALHO JR, F. ; HERSKOWICZ, G. **As Bases da Física – Vol.3,** 1ª edição. Editora Moderna, São Paulo - SP, 1981.

SEJAS, M. I. – **CalendarioGPS**. v2.0. Curitiba - PR, Fev/2006. Software aplicativo de uso específico. Versão freeware.

SAATKAMP, E. D. ; MORAES, C. V. ; FARRET, J. C. **Avaliação do modelo geoidal EGM2008 para o Brasil**. Anais XIV Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Natal, Brasil, INPE, p. 4303-4310. 25-30 abril 2009.

TORGE, W. **Geodesy**. 3ª ed. Walter de Gruyter. Berlin, New York, 2001.

VANICEK, P. ; KRAKIWISKY, E **Geodesy: The Concepts**. 2ª ed. Elsevier Science. Amsterdam, 1986.

ZAKATOV, P .S. **Curso de Geodesia Superior**. Rubiños-1860, S.A. Madrid, 1997.

ZEISS ESTA S. **User guide**. [S.1], 2001.

## **DOCUMENTOS CONSULTADOS**

CHRZANOWSKI, A. **Implementation of Trigonometric Height Transversing in Geodetic Leveling of High Precision**. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, N.B. Canadá, 1989.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Editora UFPR, Curitiba, 1999.

GEMAEL, C.; ANDRADE, J. B. **Geodésia Celeste**. Editora UFPR, Curitiba, 2004.

HWANG, C. ; HWANG, L. **Use of Geoid for Assessing Trigonometric Height Accuracy and Detecting Vertical Land Motion**. Journal of Surveying Engineering, Vol. 128 pp1-20, No. 1, February 1, 2002.

KRELLING, P. C. L.;ZUNINO, L. J. **Pico Paraná: Altitude Precisa**. Curitiba, 1992.

LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. Tese de Doutorado, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, UFPR, Curitiba, 2008.

MAACK, R. **Geografia Física do Estado do Paraná**, 3ª edição, Imprensa Oficial do Paraná, Curitiba, 2002.

MOREIRA, A. S. B. **Nivelamento Trigonométrico e Nivelamento Geométrico Classe IIN da NBR1 3.133: Limites e condições de compatibilidade**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.

PERALTA, M. M. **Introducción a La Geodesia Geométrica**. Imprensa Editorial Limusa, S. A. México, 1974.

SANTOS, R. J. C. M. **Determinação de Movimentos Verticais na Ilha do Faial – Açores**. Dissertação, Mestrado em Engenharia Geográfica e Geoinformática (Geodesia), Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2007.

TEIXEIRA, N.M.; COSTA, M. F.; FERREIRA, L. D. D. **Considerações sobre a matriz dos pesos no ajustamento de redes GPS**. Disponível em: <[http://geodesia.ufsc.br/Geodesia-online/arquivo/GeoColoq\\_2001/cbcg2072.pdf](http://geodesia.ufsc.br/Geodesia-online/arquivo/GeoColoq_2001/cbcg2072.pdf) > Acesso em 8 Ago 2007.