

MARIA LAURICÉA DA SILVA SHIMONISHI

**ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS APLICADA NA AVALIAÇÃO DO EMPREGO
DOS RECURSOS HUMANOS DOS CENTROS MUNICIPAIS DE EDUCAÇÃO
INFANTIL DO MUNICÍPIO DE MARINGÁ**

CURITIBA

2005

MARIA LAURICÉA DA SILVA SHIMONISHI

**ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS APLICADA NA AVALIAÇÃO DO EMPREGO
DOS RECURSOS HUMANOS DOS CENTROS MUNICIPAIS DE EDUCAÇÃO
INFANTIL DO MUNICÍPIO DE MARINGÁ**

*Dissertação apresentada como requisito parcial à
obtenção do grau de Mestre em Ciências, Pro-
grama de Pós-Graduação em Métodos Numéricos
em Engenharia, dos Setores de Tecnologia e
Ciências Exatas da Universidade Federal do
Paraná.*

Orientador: **Prof. Dr. Volmir Eugênio Wilhelm.**

CURITIBA

2005

TERMO DE APROVAÇÃO

MARIA LAURICÉA DA SILVA SHIMONISHI

ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS APLICADA NA AVALIAÇÃO DO EMPREGO DOS RECURSOS HUMANOS DOS CENTROS MUNICIPAIS DE EDUCAÇÃO INFANTIL DO MUNICÍPIO DE MARINGÁ

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, no Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Área de Concentração em Programação Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:

Prof. Volmir Eugênio Wilhelm, Dr. Eng.
Programa de Pós-Graduação em Métodos
Numéricos em Engenharia, UFPR

Examinadores:

Prof. Arinei Carlos Lindbeck da Silva, Dr. Eng.
Programa de Pós-Graduação em Métodos
Numéricos em Engenharia, UFPR

Prof. Marcelo Farid Pereira, Dr. Eng.
Departamento de Economia, UEM - PR

Prof^a. Neida Maria Patias Volpi, Dra. Eng.
Programa de Pós-Graduação em Métodos
Numéricos em Engenharia, UFPR

Curitiba, 22 de agosto de 2005.

A Mauro,
Juliana, Fábio,
Marco e Fernanda

AGRADECIMENTOS

Aos professores do curso, pelo conhecimento transmitido, o que me permitiu um novo olhar sobre o mundo.

Ao Volmir meu orientador, também, pela extrema paciência.

Aos meus colegas de turma, pelo companheirismo e pelo riso solto, tão salutar.

A Carlos, Cláudia e Daniel, pela amizade estreitada com as viagens e trocas de idéias e ideais.

A Carlos em especial, pelo companheirismo e pela dedicação em momentos especiais.

A Gláucia e Maristela pela competência e amizade.

A Maria Pereira de Souza, Secretária de Educação do Município de Maringá, pela abertura.

A Tomiko e Maria Borghi, professoras e funcionárias da Prefeitura do Município de Maringá, pela gentileza, e sobretudo por acreditarem no futuro das crianças.

A Maria Dolis, amiga sempre presente, pela leitura e opiniões.

A Mauro, Juliana, Fábio, Marco e Fernanda, pelo amor que nos une e impulsiona.

A Mauro, em especial, por fazer parte da minha vida.

Sumário

Lista de Tabelas	iii
Lista de Figuras	v
Resumo	vi
Abstract	vii
1 Considerações iniciais	1
1.1 Descrição do Problema	2
1.2 Descrição dos objetivos	4
1.3 Justificativa do trabalho	4
1.4 Metodologia	5
1.5 Limitações do trabalho	8
1.6 Estrutura do Trabalho	9
2 Sobre creches e a rede municipal de ensino de Maringá	10
2.1 Um breve histórico sobre o movimento de criação das creches no Brasil	10
2.2 Um breve histórico sobre o movimento de criação das creches no Município de Maringá	13
2.3 Sobre a Rede Municipal de Ensino de Maringá	15
3 Sobre DEA	18
3.1 História de DEA	18
3.2 DEA como ferramenta de apoio à decisão	24
3.3 Aspectos teóricos de DEA	26
3.3.1 Algumas notações essenciais	27
3.3.2 Representação das tecnologias de produção	28
3.3.3 Retornos de Escala	31
3.3.4 Conceituação de descarte	33
3.4 Medidas de eficiência técnica	35
3.4.1 Medidas de eficiência orientação insumo	36
3.4.2 Medidas de eficiência orientação produto	41
3.4.3 Modelo aditivo de eficiência técnica	44
3.4.4 Medidas completas de eficiência técnica	46
3.4.5 Modelos <i>Free Disposal Hull (FDH)</i>	49
3.5 Áreas de aplicação de DEA	55
3.6 Extensões de DEA	57

3.7	Metodologias subjacentes a DEA	60
4	Aplicação de DEA na avaliação de creches do Município de Maringá	63
4.1	Estruturação do Sistema Municipal de Ensino	63
4.2	Análise dos dados	64
4.3	Delineamento da pesquisa	69
4.3.1	Seleção das DMUs	69
4.3.2	Seleção das variáveis	70
4.3.3	Seleção dos modelos	70
4.3.4	Seleção de recursos computacionais	71
4.4	Formulação do modelo	72
4.5	Resultados	73
4.6	Análise dos resultados	76
4.6.1	Análise dos resultados dos 37 CMEIs ($S=37$)	77
4.6.2	Análise dos resultados dos 13 CEIs ($S=13$)	79
4.7	Uma síntese da análise de resultados	81
5	Conclusão e recomendações	90
5.1	Conclusão	90
5.2	Recomendações	93
A	Tabelas iniciais de dados	94
B	Gráficos de dispersão para os CEIs	97
C	Uma análise adicional dos dados	102
C.1	Modelo e conjunto de dados	102
C.2	Resultados	103
C.3	Análise dos resultados	103
C.4	Conclusão	107
D	Tabelas de resultados referentes ao apêndice C	109
D.1	Resultados	109
	Referências	112

Lista de Tabelas

3.1	Comparação de escores de eficiência	41
3.2	Escores do modelo aditivo, para $M=N=1$	46
3.3	Resultados de exemplo FDH, caso $M=2$, $N=1$ e $S=6$	51
3.4	Dados para exemplo FDH, caso $M=N=1$ e $S=8$	52
3.5	Comparação de escores FDH, orientações insumo e produto, caso $M=N=1$ e $S=8$	54
3.6	Dados para exemplo FDH, caso $M=1$, $N=2$ e $S=8$	54
3.7	Resultados de exemplo, caso $M=1$, $N=2$ e $S=8$	55
4.1	Dados referentes aos recursos humanos atuando nos CMEIs, maio de 2004	67
4.2	Dados referentes a recursos humanos atuando nos CEIs, maio de 2004	68
4.3	Matriz de correlação das variáveis PRO, AUX, SER, ADM e ALU, para os CMEIs	68
4.4	Matriz de correlação das variáveis PRO, AUX, SER, ADM e ALU, para os CEIs	69
4.5	Escores de eficiência FDH, referências e folgas, para $S=37$	74
4.6	Escores de eficiência FDH, dados e metas, para $S=37$	75
4.7	Escores de eficiência FDH, referências e folgas, para $S=13$	76
4.8	Escores de eficiência FDH, dados e metas, para $S=13$	76
4.9	Resultados do grupo dos CMEIs, $S=37$	78
4.10	Dados e metas para as DMUs 17 e 24, $S=37$	78
4.11	Expansão percentual de vagas, $S=37$	79
4.12	Resultados do grupo dos CEIs, $S=13$	80
4.13	Dados e metas para as DMUs 43 e 50, $S=13$	80
4.14	Expansão percentual de vagas, $S=13$	81
4.15	Comparativo da expansão percentual de vagas para $S=37$ e $S=13$	81
4.16	Comparação do total de folgas para $S=37$ e $S=13$	83
4.17	DMUs referências, $S=37$ e $S=13$	83
4.18	Comparação das médias de produção e das médias de insumos para os <i>benchmarks</i> e outros grupos de DMUs, $S=37$ e $S=13$	84
A.1	Dados relativos ao quadro de pessoal dos CMEIs, em 2003	95
A.2	Dados referentes a custo parcial por aluno dos CMEIs, em 2003	96
C.1	Comparando desempenhos dos CMEIs e dos CEIs. $S=50$	106
C.2	Dados e metas para as DMUs 24, 26, 43 e 50 e $S=50$	106
C.3	Expansão percentual de vagas, $S=50$	106
C.4	Comparativo da expansão percentual de vagas, $S=50$, $S=37$ e $S=13$	107
C.5	Comparação do total de folgas para $S=50$, $S=37$ e $S=13$	108
D.1	Escores de eficiência FDH, referências e sobras, para $S=50$	110
D.2	Escores de eficiência FDH, dados e metas, para $S=50$	111

Lista de Figuras

1.1	Número de publicações em DEA, por ano.	6
2.1	População infantil de zero a seis anos, no Município de Maringá	16
3.1	Interpretação geométrica da eficiência Pareto-Koopmans	21
3.2	Fronteira empírica de eficiência de Farrell	23
3.3	DEA como componente de um ciclo de gerenciamento	25
3.4	Eficiência relativa DEA	26
3.5	Eficiência relativa em máquinas	26
3.6	Conjunto produto.	28
3.7	Conjunto insumo.	29
3.8	Gráfico da tecnologia	30
3.9	Gráfico de uma tecnologia para RCE, RNCE e RNDE, caso $M=N=1$	32
3.10	Descarte forte de insumos	34
3.11	Descarte fraco de insumos	34
3.12	Descarte forte de produtos	34
3.13	Descarte fraco de produtos	34
3.14	Eficiência técnica orientação insumo, caso $M=N=1$	39
3.15	Eficiência técnica orientação insumo, caso $M=2$ e $N=1$	39
3.16	Comparando envelopamento para RCE, RVE e RNCE	42
3.17	Eficiência técnica orientação produto, caso $M=N=1$	44
3.18	Eficiência técnica orientação produto, caso $M=1$ e $N=2$	44
3.19	Gráfico para modelo aditivo, caso $M=N=1$	46
3.20	Conjunto insumo para exemplo FDH, caso $M=2$, $N=1$ e $S=6$	49
3.21	Gráfico da tecnologia para exemplo FDH, caso $M=N=1$ e $S=8$	52
3.22	Conjunto produto para exemplo FDH, caso $M=1$, $N=2$ e $S=8$	54
4.1	Distribuição de frequências dos escores FDH, para todos os CMEIs.	77
4.2	Distribuição de frequências dos escores FDH, para os CMEIs ineficientes.	77
4.3	Comparativo da expansão de vagas, $S=37$ e $S=13$	82
4.4	Eficiência versus ALU, $S=37$	85
4.5	Eficiência versus PRO, $S=37$	86
4.6	Eficiência versus ALU/PRO, $S=37$	86
4.7	Eficiência versus AUX, $S=37$	87
4.8	Eficiência versus ALU/AUX, $S=37$	87
4.9	Eficiência versus SER, $S=37$	88
4.10	Eficiência versus ALU/SER, $S=37$	88
4.11	Eficiência versus ADM, $S=37$	89

4.12	Eficiência versus ALU/ADM, $S=37$	89
B.1	Eficiência versus ALU, $S=13$	97
B.2	Eficiência versus PRO, $S=13$	98
B.3	Eficiência versus ALU/PRO, $S=13$	98
B.4	Eficiência versus AUX, $S=13$	99
B.5	Eficiência versus ALU/AUX, $S=13$	99
B.6	Eficiência versus SER, $S=13$	100
B.7	Eficiência versus ALU/SER, $S=13$	100
B.8	Eficiência versus ADM, $S=13$	101
B.9	Eficiência versus ALU/ADM, $S=13$	101
C.1	Frequências de escores FDH, para $S=50$	103
C.2	Comparativo da expansão percentual de vagas, $S=50$, $S=37$ e $S=13$	107

RESUMO

O objetivo deste trabalho é a avaliação da eficiência técnica do conjunto de creches e pré-escolas componentes do Sistema Municipal de Ensino Infantil de Maringá, quanto à oferta de vagas, em relação ao quadro de recursos humanos atuando em cada unidade. As creches e pré-escolas atendem a crianças de zero a seis anos de idade, e são conhecidas como Centros Municipais de Educação Infantil ou CMEIs, mantidos exclusivamente pela Prefeitura do Município, e Centros de Educação Infantil ou CEIs, unidades conveniadas. O estudo baseou-se em dados referentes ao mês de maio de 2004, e utilizou a Análise Envoltória de Dados (DEA), para identificar unidades que podem expandir a oferta de vagas, mantendo as suas atuais estruturas. Para o estudo, foi escolhido o modelo matemático conhecido como *Free Disposal Hull* ou FDH, orientação produto. O modelo foi aplicado a dois conjuntos de dados. O primeiro conjunto, incluiu dados dos CMEIs e, o segundo conjunto, incluiu apenas dados dos CEIs. Os resultados revelaram que, o grupo dos CMEIs apresentam potencial de expansão total de 240 vagas, o equivalente a 4,1% do total das 5906 vagas atualmente existentes, ou ainda, uma expansão média de 6,5 vagas por unidade. Já o grupo dos CEIs apresentam potencial de expansão total de 163 vagas, o equivalente a 9,7% do total das 1672 vagas atualmente existentes, ou ainda, uma expansão média de 12,5 vagas por unidade. Em qualquer um dos casos, a expansão de vagas é acompanhada de uma pequena redução do nível de recursos humanos atualmente utilizado. O estudo indica também, que os CMEIs, embora apresentam um percentual menor de unidades relativamente eficientes do que os CEIs, apresentam também um menor escore médio de ineficiência, e ainda, um menor escore médio de eficiência, indicando isto que o aproveitamento global dos recursos humanos, é melhor para os CMEIs do que para os CEIs. A formulação FDH utilizada mostrou-se adequada ao estudo, porém os resultados obtidos são limitados ao conjunto de dados utilizados e ao modelo matemático escolhido. Mesmo assim, os resultados obtidos servem de indicativo para um aconselhamento à Secretaria de Educação, quanto à necessidade de implantação de um sistema permanente de avaliação, visando o aumento da oferta de vagas, não somente nas creches e pré-escolas como em toda a Rede Municipal de Ensino.

Palavras-chave: Análise Envoltória de Dados; DEA; FDH; Eficiência.

ABSTRACT

The purpose of this work is to evaluate the technical efficiency of the day nursery for poor children units and the preschools component parts of Maringa's Municipal Infantile Educational System, concerning the vacancies offer with regard to the human resources operating in each unit. The day nursery for poor children units and the preschools assist children aged up to six years old, and are known as Municipal Infantile Educational Centers or CMEIs, maintained exclusively by the City Hall, and Infantile Educational Centers or CEIs, which are covenant units. Based on May 2004 data, the research uses Data Envelopment Analysis (DEA) to identify units that can increase their vacancies offers, keeping their current structure. The Free Disposal Hull (FDH), product orientation, was the mathematic model chosen to the essay, which was applied to two different data groups. The first one include only CMEIs data, while the second one include only CEIs. The results reveal that the CMEIs group presents an expansion potential of 240 vacancies, wich are equivalent to 4.1offer, a 6.5 vacancy expansion average for each unit. The CEIs group presents a total expansion potencial of 163 vacancies, which are equivalent to 9.7reduction of the current human resources. Besides, the research indicates that even though the CMEIs have a smaller percentile rate of relatively called efficient units, their inefficiency average score is smaller too, and furthermore, they present a smaller average score of efficiency, which indicates that the global human resources utilization is better to the CMEIs than to the CEIs. The FDH formulation used in this work proved to be adequate. However, these essay results are limited to the researched data set, as well as to the chosen mathematical model. Despite this, the obtained results should be used as an indicative to counseling the Municipal Educational Department, regarding the need for establishing a permanent Evaluation System, with the intention to increase the number of vacancies in the Municipal Educational System.

Key-words: Data Envelopment Analysis; DEA; FDH; Efficiency.

Capítulo 1

Considerações iniciais

Há tempos, o homem busca compreender o mundo em que vive e, através de observações sobre o comportamento da natureza ou coletando dados sobre fenômenos naturais ou não, sempre procurou formular leis que explicassem a evolução do mundo e conduzissem a uma melhor compreensão do mesmo. O esforço neste sentido nunca parou, e agregou cientistas, estudiosos, homens públicos e homens comuns do mundo inteiro, de forma contínua. Cada passo dado sempre levou a uma nova imagem e, até hoje, teorias são consolidadas ou rejeitadas e novos paradigmas substituem os anteriores. É neste cenário que o homem do mundo moderno busca o aprimoramento e, sendo membro ou não de organizações governamentais, procura avaliar o desempenho de suas ações buscando qualidade e maior eficiência. Afinal, o modelo natural é eficiente - muitos fenômenos da natureza ocorrem de forma otimizada - como é o caso da trajetória retilínea percorrida pela luz ou mesmo o caso da construção dos favos pelas abelhas.

Em diferentes contextos, a busca da eficiência e porque não da otimização, é sempre uma meta a ser alcançada e isto não pode ser diferente no caso de políticas governamentais ou privadas. No Brasil, país marcado por grandes problemas sociais entre outros, um dos desafios governamentais é a obtenção de um alto grau de excelência no uso de recursos públicos, condição esta, que aliada a outras políticas governamentais permitirá o desenvolvimento do país, enquanto diminuirá as grandes desigualdades sociais, permitindo o direito à cidadania e à inclusão social de milhares de brasileiros. O Governo Federal demonstra preocupação em buscar eficiência, ao estabelecer em seus planos, programas e projetos que:

Os programas sociais, antes canalizados, sobretudo para a assistência dos mais ricos, hoje se dirigem aos mais necessitados. É alarmante o efeito concentrador de renda dos gastos sociais no Brasil de tempos passados, quando a maior parte dos recursos aplicados na área social eram distribuídos entre os segmentos mais ricos da população. Estudos mostram que o **Brasil não gasta pouco em programas sociais, mas gasta mal**. Os projetos e seus benefícios não chegam àqueles que mais necessitam. Ou seja, gasta-se bastante mas desigualdades continuam. O investimento social precisa acima de tudo estar ajustado com a realidade do país. **O orçamento curto dos dias atuais não permite que se gaste mal**. Cada programa deve ter um foco claro para que produzam o efeito de transformar definitivamente a realidade do país. [grifos nossos] (BRASIL, 2004b).

Existe um consenso na sociedade brasileira, de que a educação é o mecanismo através do qual, a longo prazo, o país deixará de ser um país do terceiro mundo. O direito à educação, que é também um dos pontos de partida necessários à solução dos problemas sociais, é garantido pela Constituição Federal no artigo 205: “A educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”(BRASIL, 2004a).

O importante papel do Estado em gerir o processo da educação no Brasil é ressaltado por SAVIANI (1997, p. 3) ao afirmar que: “É, assim, no âmbito da sociedade moderna que a educação se converte, de forma generalizada, numa questão de interesse público a ser, portanto, implementada pelos órgãos públicos, isto é, pelo Estado o qual é instado a provê-la através da abertura e manutenção de escolas.”

Embora preconizada por lei como dever do Estado, a estrutura do sistema educacional brasileiro é deficiente. A mobilização da sociedade, articulada com o Estado, é fundamental para transpor tais deficiências ou pelo menos minorá-las. Avaliações periódicas previstas por lei, acompanham a implementação do Plano Nacional de Educação, ficando claro que, além das decisões quanto ao destino das verbas públicas, tais avaliações visam a correção de deficiências e distorções, para que metas sejam cumpridas e se atinja o maior índice possível de eficiência.

1.1 Descrição do Problema

Cada município brasileiro é responsável por seu sistema de ensino, conforme estabelece a Lei de Diretrizes e Bases (LDB), em seu artigo 8º: “A União, os Estados, o Distrito Federal

e os Municípios organizarão, em regime de colaboração, os respectivos sistemas de ensino”. (BRASIL, 1997). A incumbência dos sistemas municipais de ensino, é oferecer a educação infantil em creches e pré-escolas, e prioritariamente, o ensino fundamental, sendo permitida também a oferta em outros níveis de ensino.

O sistema municipal de ensino de Maringá, contempla prioritariamente a educação infantil, o foco deste trabalho, e o ensino fundamental. A educação infantil do município é oferecida através de creches e pré-escolas geridas exclusivamente pelo município, e denominadas oficialmente Centros Municipais de Educação Infantil (CMEI), e também, por Centros de Educação Infantil (CEI) conhecidos como conveniados. Estes, são entidades particulares ou filantrópicas, que trabalham em regime de cooperação com o município, e neste caso, o município é responsável apenas pelo quadro de pessoal, incluindo a parte pedagógica. Mesmo assim, a oferta de vagas existente hoje, não satisfaz a demanda. Para diminuir a distância entre oferta e demanda, não basta porém um aumento de verbas para o setor. É preciso também, e principalmente, um alto nível de eficiência nos serviços, o que passa por um processo de avaliação. Avaliações da eficiência do sistema de ensino, podem levantar problemas existentes no seu funcionamento e apontar estratégias, inclusive, para diminuir a distância entre oferta e demanda de vagas. Aliás, a avaliação dos sistemas de ensino, em todos os níveis, é prevista por lei, nos artigos 3º e 4º do Plano Nacional de Educação (PNE):

Art. 3º A União, em articulação com os Estados, o Distrito Federal, os municípios e a sociedade civil, procederá a avaliações periódicas da implementação do Plano Nacional de Educação.

(...)

Art. 4º A União instituirá o Sistema Nacional de Avaliação e estabelecerá mecanismos necessários ao acompanhamento das metas constantes do Plano Nacional de Educação. (BRASIL, 2001)

Mesmo sendo previstas avaliações em alguns setores públicos, no Brasil fala-se muito sobre a ineficiência nestes setores, incluindo-se aí serviços governamentais de importância social indiscutível. Nos últimos anos têm sido desenvolvidas metodologias para avaliações, e em particular na área da Educação. Respeitando-se os diversos níveis de ensino, as avaliações podem ser feitas quanto à demanda e ofertas de vagas, evasão escolar, índices de aprovação, titulação de professores, produção científica, número de professores e funcionários, dentre

outros fatores. Qualquer que seja porém o foco da avaliação, o objetivo final é a busca da eficiência.

Neste trabalho, busca-se avaliar a eficiência das Creches do Município de Maringá, quanto à oferta de vagas, em relação ao emprego dos recursos humanos.

1.2 Descrição dos objetivos

O objetivo geral deste trabalho é avaliar a eficiência técnica¹ dos Centros Municipais de Educação Infantil do Município de Maringá, quanto à oferta de vagas em relação ao emprego dos recursos humanos.

São objetivos específicos:

- identificar as unidades com melhor desempenho técnico, os *benchmarks*, isto é, as unidades que utilizam os recursos humanos, da melhor forma possível, na oferta de vagas;
- traçar metas para as unidades tecnicamente não eficientes;
- levantar aspectos do funcionamento das unidades em estudo.

1.3 Justificativa do trabalho

A importância social das creches no mundo moderno, não só para a população carente como também para as demais classes sociais é indiscutível. Este fato fica mais evidente com a apresentação de dados históricos, no capítulo dois deste trabalho. Além do mais, no mundo moderno, a participação da mulher no mercado de trabalho contempla não só questões econômicas, como a manutenção do lar, mas também a sua realização profissional. Com a concepção moderna de educação infantil, mães trabalhadoras de todos os níveis sociais preferem dividir com as escolas de educação infantil a tarefa de educação dos filhos, principalmente quando sabem poder contar com serviços de boa qualidade.

Por outro lado, o Estado, Organizações Não Governamentais (ONGs), empresas privadas e vários segmentos da sociedade, por força da lei ou não, investem em programas sociais

¹“Eficiência técnica: a habilidade de gerar tantos produtos quanto os insumos permitem e consumindo as menores quantidades de insumos necessárias para a produção”(WILHELM, 2003).

e educacionais visando a inclusão social de milhares de brasileiros. Muitas vezes investe-se muito, mas o mau uso do dinheiro e a ineficiência impedem que metas sejam alcançadas.

Diante do exposto, constata-se a necessidade que a sociedade tem de acompanhar e avaliar mais de perto os serviços públicos, muitos dos quais, são mantidos pelos impostos pagos pela própria sociedade. Porém, a população como um todo não dispõe de ferramentas ou conhecimentos científicos suficientes que permitam uma avaliação. É neste momento que pesquisadores entram em ação, usando conhecimentos científicos e metodologias adequadas ao que se pretende avaliar.

No caso específico deste trabalho, uma avaliação da eficiência técnica das creches e pré-escolas, vem também de encontro a uma das competências da Secretaria de Educação do Município de Maringá, conforme apresentado em MARINGÁ (2004):

A Secretaria da Educação tem por competência:

(...)

III- Administrar as unidades escolares da Rede Municipal de Ensino;

IV- Elaborar e coordenar estudos, planos, programas, projetos e pesquisas, que viabilizem o desenvolvimento da política educacional do Município;

(...);

VI- Desenvolver e acompanhar os objetivos, as metas e as ações do Planejamento Estratégico de Governo que estejam relacionados à Secretaria;

(...)

Sendo assim, a presente pesquisa justifica-se do ponto de vista prático, não só pela grande importância das creches públicas, cujo papel social é indiscutível, como também por imposição da lei. A esta justificativa prática pode-se agregar também uma justificativa teórica, que é o desenvolvimento de um trabalho empírico na área de DEA, proporcionando mais uma fonte básica de referência para outros estudos da área.

1.4 Metodologia

A busca da eficiência tem sido objeto de interesse de governantes e de dirigentes de organizações. Pesquisadores do mundo inteiro têm buscado formas de medir a eficiência, desenvolvendo novas técnicas ou aprimorando e consolidando outras já existentes.

A Análise Envoltória de Dados (DEA)² tem-se revelado uma importante ferramenta

²Do inglês *Data Envelopment Analysis*.

para a medida da eficiência de organizações e, desde o surgimento do primeiro artigo sobre o assunto em 1978, o crescimento do número de publicações na área por ano, teve um comportamento exponencial até o ano de 1997, observando-se uma diminuição entre os anos de 1999 a 2001, conforme ilustra a figura 1.1, na qual se vê a evolução do número de publicações em DEA por ano, no mundo, desde o ano de 1978 até o ano de 2001 (TAVARES, 2002).

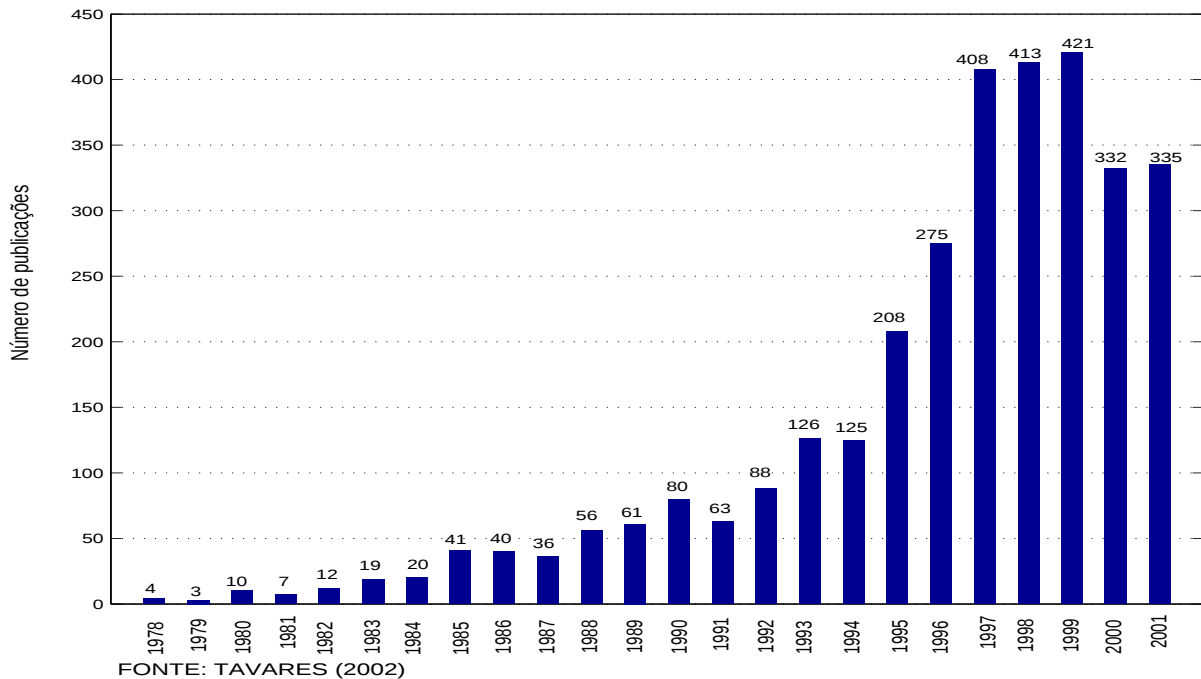


Figura 1.1: Número de publicações em DEA, por ano.

A grande atenção dedicada a DEA por pesquisadores do mundo inteiro, desde o ano de 1978, consolidou-a como uma poderosa e importante ferramenta de apoio em gerenciamento e na Teoria da Decisão. DEA, que é uma técnica de otimização na área de programação matemática, baseada em programação linear, tem sido aplicada em diversas áreas, para medir a eficiência técnica relativa de organizações que, usando níveis distintos dos mesmos insumos, produzem níveis distintos dos mesmos produtos. Os modelos DEA comparam organizações dentro de um grupo, e revelam as unidades com o melhor desempenho técnico relativo dentro do grupo, possibilitando o traçado de metas para as unidades não eficientes, usando como referência as unidades com a melhor prática observada. Além do mais, o uso de conceitos de programação linear, como os resultados sobre dualidade, que levam à formulação de modelos

mais simples, o princípio das folgas complementares e também o uso de métodos computacionais de programação linear, permitem a extensão de DEA a problemas mais complexos envolvendo um maior número de insumos e produtos, problemas estes que muitas vezes se mostram inadequados ao tratamento por outras abordagens.

A avaliação da eficiência técnica relativa de organizações utilizando DEA, pode ser feita através de vários tipos de abordagens. Uma destas tem recebido a atenção de muitos pesquisadores, e trabalha com os modelos *Free Disposal Hull* (FDH), desenvolvidos em 1984 por Deprins, Simar e Tulkens. Pela abordagem FDH um produtor é ineficiente, se existir um outro que emprega quantidades menores ou iguais de insumos (pelo menos um dos insumos é usado em menor quantidade) e é capaz de produzir no mínimo tanto quanto o primeiro. A abordagem FDH muitas vezes é considerada o melhor cenário para calcular a eficiência, pois sua fronteira de eficiência é envolvida pelas fronteiras de outros modelos, resultando em escores de eficiência maiores; além do mais, seus escores transmitem maior credibilidade pois sua fronteira de produção possui ajuste melhor aos dados, e também, compara cada unidade de produção com outra unidade de produção observada, e não com cenários hipotéticos como acontece com outros tipos de modelos (WILHELM 2003).

Em consideração à questão da necessidade de avaliação da eficiência de serviços públicos e frente à disponibilidade de uma ferramenta como DEA, que permite a avaliação da eficiência de organizações, pensou-se em realizar neste trabalho, uma avaliação da eficiência técnica das creches do Município de Maringá, quanto à capacidade de atendimento das mesmas, isto é, quanto à oferta de vagas. Inicialmente foi solicitada uma autorização à Secretaria de Educação do Município de Maringá para que se tivesse acesso às informações necessárias à pesquisa. Os dados obtidos foram referentes ao biênio 2003/2004 e a partir deles aplicou-se a metodologia DEA para obter a eficiência técnica das unidades em estudo, considerando determinados insumos e produtos.

O estudo, aplicado ao conjunto de creches vinculadas à Prefeitura, foi desenvolvido considerando-se apenas alguns conjuntos de dados, visando gerar resultados que auxiliem na tomada de decisões para melhoria nas unidades em estudo.

1.5 Limitações do trabalho

Apesar do acesso a um grande número de informações e de dados sobre o Sistema Municipal de Educação Infantil, não foi possível utilizar todos os insumos e produtos desejáveis para a análise. Alguns dados pesquisados continham imprecisões, outros não tinham uniformidade de informações e outros exigiam a pesquisa de dados em outras Secretarias do Município. Uma pesquisa mais detalhada, abrangendo dados relativos a um período maior de tempo também seria necessária, o que provocaria um cronograma de execução mais extenso.

Em face do exposto, optou-se por considerar professores de creches e professores de pré-escola em um único insumo, mesmo porque as duas classes de professores são homogêneas no que diz respeito à formação profissional exigida e à carga horária de trabalho; também se considerou em um único insumo as funções de auxiliares de creche e de atendentes de pré-escola, similares quanto à formação profissional exigida, porém com cargas horárias de trabalho diferentes. Os dois outros insumos considerados, foram referentes à administração das creches e à execução de serviços gerais, por constituírem classes bem delimitadas, embora o item administração necessitasse de uma avaliação mais minuciosa para ser usado como insumo.

Quanto aos produtos, optou-se por trabalhar apenas com a oferta de vagas, a idéia básica motivadora para execução deste trabalho. Os escores de eficiência encontrados, foram focados porém em aspectos técnicos, por não levarem em conta informações sobre preços ou custos unitários. Em outras palavras, privilegiou-se neste trabalho o cálculo de eficiência técnica em detrimento do cálculo de eficiência alocativa, tratamento mais adequado quando se tem informações precisas sobre custos e preços.

Devido à limitação dos tipos de dados obtidos e também ao fato de todos os dados envolvidos serem inteiros, o trabalho ficou restrito à avaliação da eficiência técnica através do uso de uma única abordagem DEA, tendo sido escolhida a abordagem FDH, a qual se mostrou adequada à análise proposta.

1.6 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho é desenvolvido em cinco capítulos. No capítulo atual, além da presente seção, é apresentado o problema da pesquisa, seus objetivos, justificativas, metodologia e limitações. No capítulo 2 é apresentado um breve histórico sobre a evolução dos movimentos de criação das Creches no Brasil e no Município de Maringá, visando a fundamentação e justificativa teórica do trabalho. Ainda, são apresentados alguns números sobre a educação no Município de Maringá. No capítulo 3, é apresentado a metodologia que será utilizada, a Análise Envoltória de Dados, começando com um pouco da sua história e a seguir uma descrição dos principais aspectos teóricos da metodologia, modelos, e alguns campos de aplicação. O capítulo 4 é dedicado à aplicação propriamente dita, e nele são apresentados os dados, sua análise, e a seleção das variáveis e dos Centros Municipais de Educação Infantil que serão objeto do estudo. Ainda no mesmo capítulo é feita a escolha dos modelos matemáticos, e dos recursos computacionais usados para a avaliação e, finalmente, são apresentados os resultados e uma discussão dos mesmos. O capítulo 5 apresenta as conclusões finais, sobre o desenvolvimento e a aplicação deste trabalho, bem como sugestões para outros trabalhos.

Capítulo 2

Sobre creches e a rede municipal de ensino de Maringá

O objetivo deste capítulo é apresentar um breve histórico de como se deu o desenvolvimento da criação de creches no Brasil e no Município de Maringá. Nele é apresentado também um pouco da estrutura do Sistema de Ensino do Município. Espera-se com isto uma melhor compreensão das justificativas e objetivos do trabalho.

2.1 Um breve histórico sobre o movimento de criação das creches no Brasil

As creches sempre tiveram um importante papel político, econômico e social. Surgiram em diferentes países com caráter quase sempre assistencialista e sua história sempre esteve ligada ao papel da mulher na sociedade e à repercussão deste dentro da família.

SANTOS (1994) relata que os primeiros registros de que se tem conhecimento, situam o surgimento das primeiras creches na França no ano de 1770. Nesta época, elas funcionavam como lactário para a guarda dos filhos das famílias que tinham todos os seus membros dedicados ao trabalho no campo. Mesmo assim, somente famílias totalmente impossibilitadas de outras formas de guarda para os filhos as utilizavam, pois o atendimento era precário, sendo comum a ocorrência de graves doenças e epidemias.

No Brasil, somente ao final do período da escravidão surgiram os primeiros discursos sobre o assunto. As primeiras creches, asilos ou internatos, como eram então denominadas, foram concebidos como estabelecimentos de beneficência, inspirados no modelo Roda dos en-

jeitados, instituição presente em diversos países nos séculos XVIII e XIX, para acolhimento de crianças enjeitadas. Segundo KOSMINSKI (1992), a palavra “Roda”, era sugerida pelo dispositivo em forma de cilindro de madeira que girava em torno de um eixo, permitindo que crianças fossem entregues à instituição, sem que depositários e receptores perdessem o anonimato. OLIVEIRA *et al.* (1992) relatam que no início do século XX, surgiram as primeiras creches no Brasil, por iniciativa de congregações religiosas. Porém, com o processo de industrialização do país na 2ª metade do século XIX e início do século XX, um grande número de mulheres foi incorporado às fábricas e a criação de creches passou a ser uma reivindicação da classe operária, de modo que, a partir da década de 1920, foram criadas nas fábricas um número reduzido de creches e escolas maternas. Nesta época também surgiram as primeiras discussões sobre uma proposta educacional subjacente ao assistencialismo. Até os anos 1950, as poucas creches existentes fora das fábricas, eram de responsabilidade de entidades filantrópicas, passando com o tempo a ter ajuda governamental. Foi procurando regulamentar as relações tumultuadas entre patrões e empregados que o governo Getúlio Vargas em 1943, criou a CLT. Esta lei, embora determinando a organização de berçários pelas empresas ou entidades conveniadas para abrigar os filhos das operárias durante o período de amamentação, “não foi implementada rigorosamente por falta de fiscalização”, (OLIVEIRA *et al.* 1992). As creches, mesmo reconhecidas por lei como um direito do trabalhador, não perderam o caráter de dádiva aos desafortunados, principalmente quando a sociedade se deparou com a preocupação de criar medidas de promoção de saúde e de combate à marginalidade e criminalidade da população mais pobre. O avanço da industrialização do país e a crescente participação da mulher no mercado de trabalho mantiveram sempre em evidência discussões sobre o assunto.

No período dos governos militares pós-64, a política social governamental federal adotada através de órgãos como LBA¹ e FUNABEM² continuou a acentuar o caráter assistencialista das creches. Porém, a ajuda do governo a entidades filantrópicas começou a provocar discussões sobre aspectos da educação formal de crianças de 0 a 6 anos. Começaram a ser elaboradas propostas de trabalho em algumas creches e pré-escolas públicas responsáveis pelo atendimento

¹Legião Brasileira de Assistência.

²Fundação Nacional do Bem-Estar do Menor.

a crianças de famílias de baixa renda, propostas estas, defendendo a estimulação cognitiva e o preparo para a alfabetização (OLIVEIRA *et al.* 1992). Com a abertura política que se deu a partir do final dos anos 70 e com o agravamento da crise econômica e suas conseqüências, não só as famílias de baixa renda, como também as famílias de classe média, passaram a recorrer às creches para organizar o dia a dia familiar. A creche tornou-se efetivamente um direito do trabalhador, havendo então um aumento significativo do número delas, organizadas e gerenciadas pelo poder público em reconhecimento ao determinado pela nova constituição de 1988, nos seus artigos 7.XXV, 30.VI, 208.IV,§1º e 2º:

Art. 7. São direitos dos trabalhadores urbanos e rurais, além de outros que visem à melhoria de sua condição social:

(...)

XXV - assistência gratuita aos filhos e dependentes desde o nascimento até seis anos de idade, em creches e pré-escolas;

Art. 30. Compete aos municípios:

(...)

VI - manter com a cooperação técnica e financeira da União e do Estado, programas de educação pré-escolar e de ensino fundamental;

Art. 208. O dever do Estado com a educação será efetivado mediante a garantia de:

(...)

IV - atendimento em creche e pré-escola às crianças de zero a seis anos de idade;

(...)

Parágrafo 1º. O acesso ao ensino obrigatório e gratuito é direito público subjetivo.

Parágrafo 2º. O não oferecimento do ensino obrigatório pelo Poder Público ou sua oferta irregular, importa responsabilidade da autoridade competente. (BRASIL, 2004a)

O Estatuto da Criança e do Adolescente, Lei n. 8.069 de 13/07/1990, também estabelece os direitos e deveres acima, nos seus artigos 54.IV e 208.III:

Art. 54. É dever do Estado assegurar à criança e ao adolescente:

(...)

IV - atendimento em creche e pré-escola às crianças de zero a seis anos de idade;

(...)

Art. 208. Regem-se pelas disposições desta lei as ações de responsabilidade por ofensa aos direitos assegurados à criança e ao adolescente, referentes ao não oferecimento ou oferta irregular:

(...)

III -De atendimento em creche e pré escola às crianças de zero a seis anos de idade; (BRASIL, 1993)

(...)

Complementando, a Lei de Diretrizes e Bases, lei nº 9.394 de 20/12/96, estabelece ainda nos seus artigos 11.V, 29 e 30:

Art. 11 - Os Municípios incumbir-se-ão de:

(...)

V- oferecer a educação infantil em creches e pré-escolas, e, com prioridade, o ensino fundamental, permitida a atuação em outros níveis de ensino

(...)

Art. 29 - A educação infantil, primeira etapa da educação básica, tem como finalidade o desenvolvimento integral da criança até seis anos de idade, em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social, complementando a ação da família e da comunidade.

Art. 30. A educação infantil será oferecida em:

I - creches, ou entidades equivalentes para crianças de até três anos de idade;

II - pré-escolas para crianças de quatro a seis anos de idade. (BRASIL, 1997)

Além da oferta, a lei também exige o planejamento de um currículo de atividades que deverá considerar tanto o grau de desenvolvimento da criança quanto os conhecimentos culturais básicos a serem por ela apropriados. A prioridade nacional na área de educação é ampliar o acesso e permanência dos alunos na escola de ensino fundamental, para concretizar um dos direitos básicos da cidadania que é a posse de conhecimentos sistematizados.

2.2 Um breve histórico sobre o movimento de criação das creches no Município de Maringá

Maringá, fundada em 10/05/1947, embora seja uma cidade nova, apresenta a evolução do movimento de criação e implantação de creches, similar em alguns aspectos, ao de outros países e cidades.

Segundo fontes da Secretaria de Educação do Município, as primeiras instituições surgiram no Município na década de 1970 e, embora administradas pela Prefeitura do Município de Maringá e supervisionadas pela Secretaria de Educação, possuíam um caráter essencialmente assistencialista. Inicialmente foram denominadas de Creches e Recantos e atendiam a crianças de zero a seis anos provenientes de famílias de baixa renda, que ali recebiam alimentação, abrigo e lazer. Em 1985, foram desmembradas da Secretaria de Educação, passando a ser administradas pela Fundação de Desenvolvimento de Maringá.

Durante os anos de 1989 a 1992, período em que políticas neo-liberais se destacavam no cenário político brasileiro, a então administração do município implantou uma política de privatização dos serviços públicos, criando nos anos de 1991 e 1992 as chamadas escolas cooperativas, terceirizando o sistema educacional da maioria das escolas da rede municipal, incluindo as escolas de educação infantil. No modelo de escolas cooperativas, profissionais do meio educacional recebiam infra-estrutura e um custo por aluno para cobrir as despesas e auferir seu lucro. As escolas tinham autonomia administrativa, e a orientação pedagógica era fiscalizada pelo controle de qualidade do município. Esta experiência, marcada por grande polêmica, promoveu amplo movimento popular contra o processo. Entidades ligadas ao Fórum de Defesa do Patrimônio Público e vários segmentos da sociedade se mobilizaram contra o sistema de cooperativas, o qual afinal foi extinto, em 1993, pela Secretaria de Educação.

Com o fim das cooperativas, a educação infantil voltou a ser administrada pela Fundação de Desenvolvimento Social, preservando ainda o caráter assistencialista. Neste mesmo ano de 1993, depois de longos anos de discussão, dá entrada no Senado o projeto de lei que fixa as novas diretrizes e bases da educação nacional, visando a substituição da antiga lei, sancionada em 1961. A temática, embora antiga, pois suas discussões remontam à Constituição de 1934, passa a ser discutida em todo o território nacional e em particular em Maringá. Os profissionais da Educação do Município reavaliam o papel das creches, concluindo que o atendimento prestado não contribuía para o desenvolvimento pleno das crianças, porque a educação era relegada a um plano secundário. Para reverter o quadro exigiu-se uma nova postura dos profissionais, iniciando-se um processo de atualização teórica e prática dos mesmos. As antigas creches precisavam ser oficializadas dentro dos novos parâmetros.

A partir de 1995, as creches foram oficialmente criadas e passaram a receber nova denominação, Pré-Escola e Jardim de Infância, mas algumas delas ainda eram ligadas a entidades filantrópicas e não perderam o caráter assistencialista. Enquanto isto, as discussões no Senado levaram à aprovação do texto da nova Lei de Diretrizes e Bases, finalmente sancionada em 20/12/96. De acordo com SAVIANI (1997), “o ano de 1997 se inicia sob a vigência da nova lei, o que obriga os educadores de um modo geral, aí incluídos os professores de todas as escolas do país, a adequar as suas atividades às normas fixadas nessa lei”. Foi assim que, em

cumprimento a questões legais ligadas à LDB e à Deliberação 003/99 do Conselho Estadual de Educação, no ano de 2000 o Município incorporou ao seu quadro 42 instituições de educação infantil, sendo 16 filantrópicas ou conveniadas e duas pré-escolas. A partir de 2001, o Município de Maringá passou novamente à Secretaria de Educação do Município a responsabilidade pela Educação Infantil, sendo dada continuidade ao processo de regularização dos CMEIs, as antigas creches. Hoje, a maioria dos CMEIs encontra-se em situação regular ou com o processo de regularização em tramitação junto ao Conselho Estadual de Educação ou Conselho Federal de Educação. Esta regularização contempla também a elaboração de projetos pedagógicos, cuja meta é a melhoria da qualidade da educação da criança de zero a seis anos.

2.3 Sobre a Rede Municipal de Ensino de Maringá

A Rede Municipal de Ensino de Maringá, atendia no ano de 2004, prioritariamente, a três níveis de ensino: Educação Infantil voltado para crianças de zero a seis anos, Ensino Fundamental voltado para alunos de 7 a 14 anos, e Educação de Jovens e Adultos (primeira a quarta séries). Trabalhava também, em regime de colaboração, com instituições de Educação Especial como a Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais (APAE), a Associação Norte Paranaense de Reabilitação (ANPR), a Associação Maringaense dos Autistas (AMA) e a Associação Norte Paranaense de Audio Comunicação Infantil (ANPACIM). Trabalhava ainda com uma Escola Prática Educativa de Trânsito (MARINGÁ, 2004).

Para atender ao sistema de ensino supracitado, o Município de Maringá utilizava a seguinte estrutura física:

1. 37 Centros Municipais de Educação Infantil, que atendiam a crianças de zero a seis anos em período integral, instalados em prédios da prefeitura, com capacidade para atendimento de 5.575 alunos;
2. 13 Centros de Educação Infantil, em regime de cooperação, que atendiam a crianças de zero a seis anos, instalados em prédios próprios, com capacidade variável de atendimento;
3. 36 Escolas Municipais de ensino fundamental, que atendiam a alunos de 7 a 14 anos, instaladas em prédios da prefeitura, com capacidade de 17.235 alunos;
4. cinco instituições de Educação Especial, em regime de cooperação, instaladas em prédios próprios, com capacidade de atendimento variável.

Quanto aos recursos humanos, a Rede Municipal de Ensino mobilizava aproximadamente 2.500 trabalhadores da educação, envolvidos no atendimento dos 22.000 alunos da educação infantil e do ensino fundamental. Do total de profissionais, 916 dedicavam-se à educação infantil. Para ter uma idéia da capacidade de atendimento dos CMEIs, embora a comparação seja feita com uma defasagem de tempo, o Censo 2000 do Município de Maringá revelou que de uma população total de 288.653 habitantes, 26.664 eram de crianças com idades entre 0 e 6 anos, das quais 8.569 freqüentavam creches ou pré-escolas, sendo 3.590 crianças com idade entre 0 e 4 anos freqüentando creches, e 4.979 crianças freqüentando pré-escolas. Estes dados, representados no diagrama de barras da figura 2.1, mostram a grande defasagem entre oferta e demanda de vagas para a educação infantil no município.

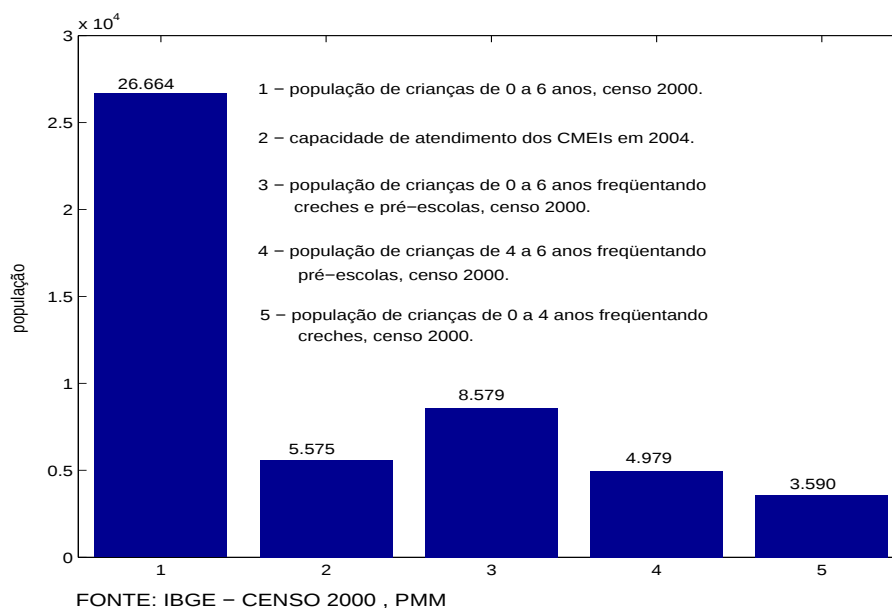


Figura 2.1: População infantil de zero a seis anos, no Município de Maringá

Ainda existiam, no ano de 2004, vestígios do caráter assistencialista nos CMEIs, pois, todos ofereciam alimentação às crianças, num total de quatro refeições diárias. Porém, a função primordial dos mesmos, era a educação infantil, pautada nos moldes preconizados pela LDB e que tinha como princípios norteadores:

O trabalho de Educação Infantil das creches e pré-escolas passou a ter caráter educacional e não somente assistencialista. A Secretaria de Educação tem como um de seus principais eixos, gerar uma educação democrata, pautada num projeto humano e social. Neste sentido a proposta está voltada à educação para a cidadania, sendo suas metas básicas a cooperação e a autonomia; as crianças devem ser encaradas como pequenos cidadãos e cidadãs, e o trabalho escolar deve garantir o acesso aos conhecimentos produzidos historicamente pela humanidade e formar indivíduos críticos, criativos e autônomos, capazes de agir no mundo e transformá-lo (MARINGÁ, 2004).

Para que estes princípios fossem seguidos, o trabalho da Secretaria de Educação era desenvolvido com o foco em quatro segmentos - sociedade, indivíduos, educação propriamente dita e escola - conforme estabelecido em MARINGÁ, (2004):

- a) Sociedade - sem exclusões, que defende e promove a dignidade humana, fundamentada no desenvolvimento, na justiça e na igualdade.
- b) Indivíduos - mulheres e homens como sujeitos históricos, construtores da sua própria cultura, capazes de perceber que a construção da sociedade democrática passa pelo conjunto de todos os que defendem e promovem a dignidade humana sem exceções.
- c) Educação - como processo de formação e desenvolvimento da pessoa, que interage individual e coletivamente, desvelando dialeticamente a realidade e transformando-a.
- d) Escola - como um espaço coletivo de construção do conhecimento, de convivência social, do diálogo, do exercício da democracia, da justiça e da inclusão social.

Era nos moldes acima que se desenvolvia o trabalho com a educação infantil da Secretaria de Educação do Município de Maringá. O ano de 2005, porém, se iniciou com uma nova administração pública, o que com certeza dará início a uma nova página na história da educação infantil do município, seguindo o curso natural da história.

Capítulo 3

Sobre DEA

Este capítulo é dedicado à metodologia DEA, e se inicia com um pouco de história, buscando suas raízes na história da Teoria da Produção e citando nomes, que de alguma forma estiveram ligados à criação de idéias que serviram de base para o seu desenvolvimento. São apresentados também, os aspectos teóricos da metodologia DEA e os modelos matemáticos básicos que são ponto de partida para as aplicações. Finalmente são apresentadas algumas aplicações e metodologias que foram subjacentes ao seu desenvolvimento.

3.1 História de DEA

O desenvolvimento de DEA ao longo do tempo não foi diferente do desenvolvimento de outras teorias científicas do mundo moderno, dentro das mais diversas áreas da Ciência. Desde o aparecimento do artigo científico considerado o primeiro da metodologia DEA, escrito por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, em pouco mais de duas décadas, surgiram e continuam surgindo, livros, trabalhos científicos, programas computacionais e grupos de pesquisadores no mundo inteiro, utilizando novos modelos e abordagens de DEA, para avaliação de índices de eficiência técnica em setores públicos e privados. TAVARES (2002) relata que até o final de 2001, no mundo, foram apresentadas 3.203 publicações, escritas por 2.152 autores e caracterizadas por 1.242 palavras-chave distintas, aproximadamente assim distribuídas: 1.259 artigos de jornais com cerca de 18.000 páginas, 115 artigos de pesquisadores, 1.469 artigos de eventos, 50 livros e 171 dissertações. EMROUZNEJAD (2001), na sua página da internet complementa esta lista, apresentando 14 aplicativos computacionais e 118 modelos.

É evidente que DEA não surgiu de repente, e uma volta ao tempo permite acompanhar mais amiúde o seu desenvolvimento. É razoável pensar, que as origens de DEA estejam relacionadas com o desenvolvimento da Teoria da Produção, e remontem ao início do século XIX. CHAMBERS (1988), associa as raízes da Teoria da Produção a Heinrich von Thünen (1783-1850) fazendeiro alemão e economista amador e a Antoine Agustín Cournot (1801-1877), filósofo, matemático e economista nascido em Gray na França. O primeiro, durante aproximadamente os dez anos de 1820 a 1830, coletou dados de sua fazenda no norte da Alemanha e usou-os para desenvolver sua teoria econômica, tendo sido a pessoa a formular as primeiras teorias sobre produtividade marginal, princípio da substituição e localização ótima de vários tipos de atividades agrícolas. Por outro lado Cournot, influenciado por matemáticos como Lagrange e Laplace, criou os princípios da matemática social, isto é, a idéia de que as ciências sociais assim como as naturais devem ser tratadas matematicamente, idéia esta muito contestada por seus colegas da época. Cournot foi o primeiro a construir uma função de demanda e a sua maior contribuição à Economia foi a obra *Researches into the Mathematical Principles of Wealth* publicada em 1838, que tratava da distribuição de riquezas. A função de demanda construída por ele não tinha o mesmo enfoque dos dias de hoje e meramente sumariava a relação empírica entre preços e quantidades vendidas. Ele também introduziu o conceito de função custo e alguns discursos sobre custos decrescentes, constantes e crescentes em escala e maximização de lucros de produtores.

Diversas contribuições de nível significativo seguiram-se aos trabalhos de Von Thünen e Cournot. Dentre elas destaca-se o trabalho de Marie-Ésprit Léon Walras (1834-1910), considerado um dos grandes economistas de todos os tempos e mentor da Teoria Geral do Equilíbrio, que estuda condições necessárias para que todos os mercados estejam simultaneamente em equilíbrio. Sua principal obra foi *Elements of Pure Economic*, publicada em 1874. Walras também utilizava métodos matemáticos, e seu conceito de demanda e oferta estava relacionado com o processo de maximização da utilidade. Muitas de suas idéias foram ignoradas por economistas e matemáticos contemporâneos, embora na época tenha encontrado simpatizantes e seguidores entre jovens tecnicamente talentosos, como os italianos Barone e Pareto e os americanos Moore e Fisher. Em 1893, Walras foi substituído em sua cadeira de econo-

mia política na Universidade de Lausanne na Suíça por Vilfredo Pareto (1848-1923), filho de italianos nascido em Paris no ano do epicentro da revolução popular que instaurou a segunda república francesa. Walras e Pareto formaram o que se tornou conhecida como Escola de Lausanne e embora concordassem em muitas matérias teóricas, os programas das pesquisas que se seguiram, foram norteadas mais pelo pensamento de Pareto do que pelas idéias originais de Walras. Algumas idéias básicas de DEA surgem então com Pareto quando ele estabelece a noção de otimalidade-Pareto no seu *Manual of Political Economy*, dizendo que uma sociedade atinge a otimalidade quando nada pode ser melhorado sem que algo possa ser piorado. Porém, sua maior contribuição à Economia foi a lei de Pareto da Distribuição de Renda.

Na segunda década do século XX a Análise Aplicada da Produção passou por um bom período de desenvolvimento com Henry Ludwell Moore (1868-1958), norte-americano nascido em Charles County, Maryland e ex-aluno de Walras. Moore foi um dos precursores do uso da Estatística em Análise Econômica. Trabalhando com dados da agricultura como seu antecessor Von Thünen, formulou curvas de oferta e demanda para alguns produtos da agricultura. Sua maior obra foi *Synthetic Economics* publicada em 1929, na qual examinava o sistema geral de equilíbrio de Walras. Segundo CHAMBERS (1988), neste mesmo período o trio de agricultores economistas norte-americanos Tolley, Black e Ezequiel (1924), usou técnicas de estatística e construiu aplicações do princípio da produtividade marginal, para ajudar agricultores a tomarem decisões nos seus empreendimentos. Foi porém em 1928, com o aparecimento do artigo de Cobb e Douglas, *A Theory of Production*, que se tornou muito comum o uso da função produção, apresentada por ele no referido artigo. Depois que o uso de funções de produção ocuparam lugar comum em economia, a próxima maior contribuição para a análise aplicada de produção ocorreu em 1947, com a criação do método simplex de otimização, por George Dantzig, nascido no ano de 1914 em Portland, Oregon, USA. O método simplex, muito útil para resolver problemas complicados em programação matemática, permitia apontar o comportamento ótimo de uma dada tecnologia sob restrições de um conjunto de recursos.

A década de 1950 também foi muito marcante e influenciou bastante no desenvolvimento das décadas seguintes. Três nomes se destacaram nesta década: Koopmans, Debreu e Farrell. O primeiro deles, Tjalling Charles Koopmans (1910-1986), foi físico, matemático,

estatístico e economista nascido em Graveland, Holanda, e naturalizado americano durante a segunda guerra mundial. No ano de 1951, no seu artigo *Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities*, Koopmans estabelece o conceito de eficiência técnica¹, um aprimoramento da idéia de Pareto, dizendo que, um vetor insumo-produto factível é tecnicamente eficiente se for impossível aumentar um produto ou reduzir um insumo sem simultaneamente reduzir outro produto ou aumentar outro insumo.

Esta concepção pode ser melhor compreendida, para o caso de dois insumos e um produto, vendo a figura 3.1, na qual, cada curva representa uma isoquanta da produção y em função de dois insumos x_1 e x_2 , sendo y_0 e y_1 os dois níveis das isoquantas, com $y_0 < y_1$. No

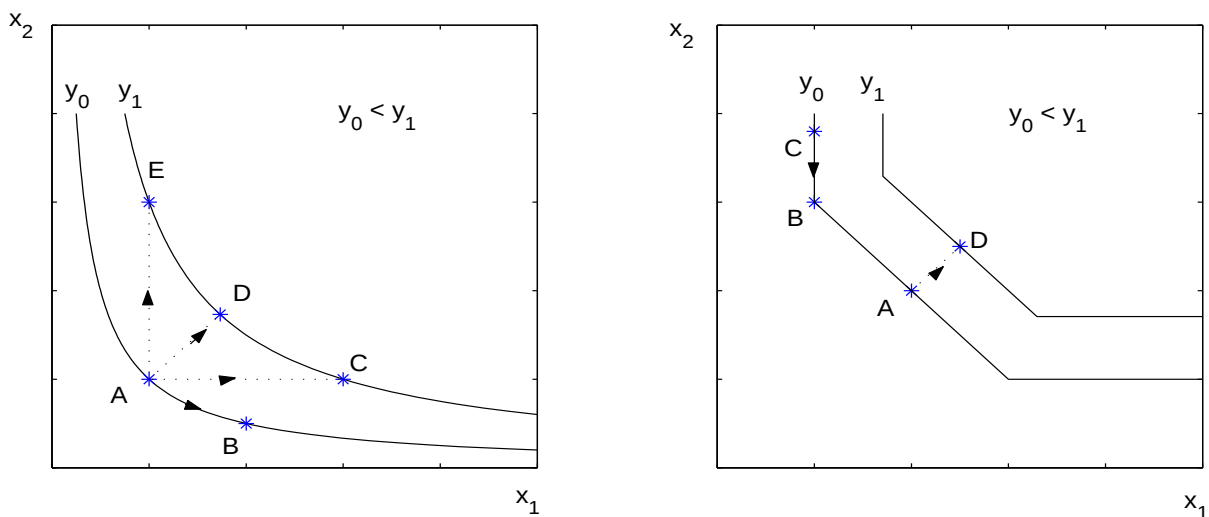


Figura 3.1: Interpretação geométrica da eficiência Pareto-Koopmans

primeiro gráfico, ao se aumentar a produção, indo do ponto A em y_0 para os pontos C, D ou E em y_1 , simultaneamente aumenta-se pelo menos um dos insumos, o mesmo ocorrendo no segundo gráfico ao se ir de A para D; ao se diminuir um insumo mantendo o nível de produção y_0 , indo do ponto A para o ponto B, simultaneamente o outro insumo aumenta, nos dois gráficos. Porém, o vetor insumo-produto representado pelo ponto C no segundo gráfico, não satisfaz ao critério de eficiência Pareto-Koopmans, pois, indo do ponto C para o B é possível reduzir o insumo x_2 sem simultaneamente reduzir a produção ou aumentar outro insumo.

As muitas contribuições de Koopmans não pararam por aí, tendo ele recebido o prêmio

¹Hoje conhecida como eficiência técnica de Pareto-Koopmans.

Nobel de Economia no ano de 1975², por suas contribuições à Teoria da Alocação Ótima de Recursos. O outro nome importante da década de 50 foi o de Gerard Debreu, economista nascido no ano de 1921 em Calais, França. No seu trabalho intitulado *The coefficient of resource utilization* do ano de 1951, Debreu introduziu a primeira medida radial de eficiência técnica, orientada para a utilização de insumos, a qual era utilizada para calcular a maior redução proporcional de insumos sem que as quantidades de produtos geradas fossem reduzidas; foi também autor das demonstrações dos teoremas para validação da teoria do Equilíbrio de Otimalidade-Pareto. Finalmente, o terceiro nome de destaque na década, e nem por isto o menos importante, foi o do australiano Michael James Farrell, nascido no ano de 1942, cujo artigo intitulado *The measurement of productive efficiency*, foi tão contundente e rico em idéias, que influenciou estudos sobre eficiência e produtividade nos 20 anos que se seguiram, sempre baseados nas idéias ali descritas. Assim, da mesma forma que as pesquisas de Von Thunen soaram como um novo paradigma para o desenvolvimento da agricultura, o trabalho de Farrell, datado de 1957, parece ter tido igual repercussão na Teoria da Produção. Farrell baseou-se no coeficiente de utilização de recursos de Debreu, e a partir deste coeficiente, construiu uma medida de eficiência produtiva representada pelo quociente entre produtos e insumos, passível de ser decomposta em duas componentes, uma das quais, a chamada componente técnica, atribuía escore unitário a planos de produção eficientes e escore menor que um aos ineficientes, sendo que os escores menores que um representavam a máxima contração proporcional dos insumos, sem uma redução da produção. A medida criada por Farrell também permitia a construção de uma fronteira empírica de eficiência, sobre a qual ou o mais próximo possível dela, se situavam as unidades eficientes e as não eficientes, respectivamente. A figura 3.2 exhibe uma fronteira de eficiência, na qual as unidades A e B sobre a curva são eficientes com escore de eficiência igual a 1, enquanto as unidades C e D são ineficientes com escore de eficiência positivo e menor que um.

De acordo com FORSUND e SARAFOGLOU (1999), quase todo o trabalho sobre a eficiência de Farrell, se restringiu ao caso de um único produto e, embora Farrell e outros pesquisadores tenham tentado estender o método para múltiplos produtos, não ficou explicitado os detalhes matemáticos que acompanhavam definições e interpretações.

²Juntamente com o economista soviético Leonid Vitaliyevich Kantorovich.

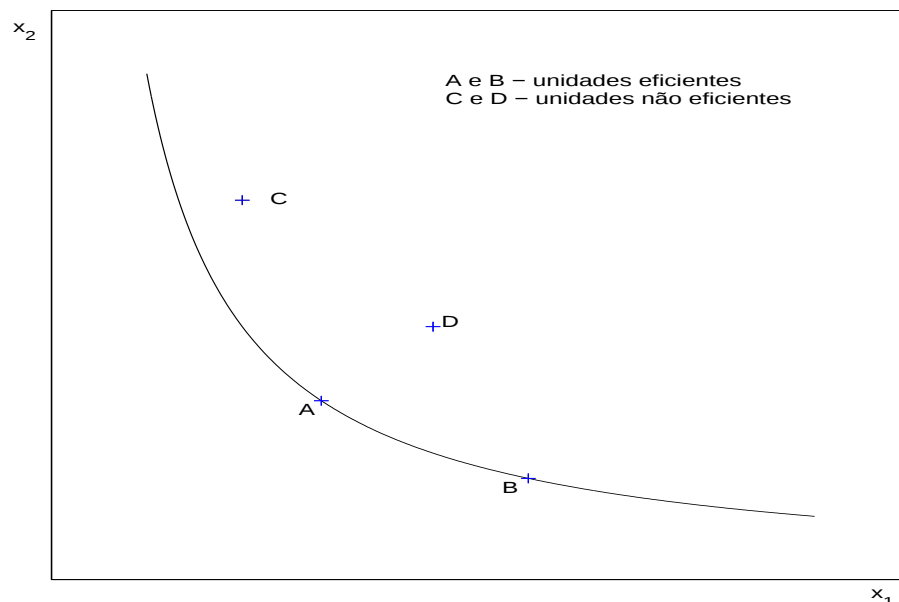


Figura 3.2: Fronteira empírica de eficiência de Farrell

A busca de índices de eficiência que levassem em conta vários insumos e vários produtos foi o ponto de partida para o desenvolvimento da nova área de estudos, denominada DEA, a qual foi inicialmente desenvolvida no trabalho de doutorado de Edwardo Lao Rhodes aceito no ano de 1978, o mesmo ano do surgimento do artigo *Measuring the efficiency of decision making units* de autoria de Abraham Charnes (1917-1992) matemático, nascido em Hopewell, Virginia, de Willian W. Cooper, nascido no ano de 1914 em Birmingham, Alabama, e do próprio Rhodes, cujas iniciais dos seus últimos nomes, denominaram o conhecido modelo CCR.

O cálculo do índice de eficiência técnica então utilizado, era derivado do cálculo do índice de produtividade usado pelos economistas, e constituia uma extensão do modelo de eficiência para um único insumo e um único produto, sendo formulado como a seguir (DYSON, 1995 e EMROUZNEJAD 2004):

$$\text{Eficiência} = \frac{\text{soma ponderada dos produtos}}{\text{soma ponderada dos insumos}} \quad (3.1)$$

Esta definição requeria porém a determinação de um conjunto de pesos, o que se tornava particularmente difícil se tal conjunto tivesse de ser comum a todas as organizações em estudo, e era assim como se pensava na época. Charnes, Cooper e Rhodes, reconheceram a dificuldade de adotar um único conjunto de pesos para todas as unidades, e propuseram então que cada unidade poderia adotar um conjunto de pesos que se lhes mostrasse mais adequado em relação

às outras, sendo este então o aspecto essencial de DEA. Outro aspecto importante do trabalho de Charnes, Cooper e Rhodes foi a transformação do problema de otimização fracionário em um problema de programação linear usual, uma forma matemática de mais fácil compreensão e aceitação por pesquisadores, o que também tornou mais fácil a interpretação das formas dual e primal do modelo. Um inconveniente porém, era a necessidade de resolver um problema de programação linear para cada uma das organizações.

A seguir, o formato do modelo CCR que se baseava em retornos constantes de escala³, foi estendido para retornos variáveis de escala e elasticidade de escala, no trabalho publicado no ano de 1984 e atribuído a Rajiv D. Banker, Charnes e Cooper, e que levou ao conhecido modelo de nome BCC, terminologia devido novamente, às iniciais dos últimos nomes dos três pesquisadores.

Desde o surgimento dos modelos CCR e BCC, vários pesquisadores têm se dedicado a fornecer bases formais para o conceito de eficiência e, uma boa abordagem axiomática pode ser encontrada em FÄRE, GROSSKOPF e LOVELL (1994). Já a discussão de vários modelos e aplicações, baseada em princípios da Álgebra Linear, pode ser encontrada em COOPER, SEIFORD e TONE (2002).

Nas seções seguintes serão apresentados conceitos teóricos de DEA, bem como referências de algumas aplicações, de extensões e de metodologias subjacentes ao seu desenvolvimento .

3.2 DEA como ferramenta de apoio à decisão

DEA é uma ferramenta não-paramétrica da Pesquisa Operacional utilizada em processos de otimização, que avalia a eficiência relativa de organizações que atuam em um vasto número de atividades, desde que tais organizações utilizem os mesmos tipos de insumos e produtos, porém em níveis distintos de consumo e produção, respectivamente. Em geral, DEA é utilizado quando a presença de muitos insumos e produtos, torna difícil a tomada de decisão por parte de diretores ou gerentes das organizações. Vale ressaltar que os índices de eficiência

³A conceituação teórica de retornos de escala, constantes ou não, será vista adiante.

obtidos por DEA são relativos ao grupo de organizações em estudo, e assim, uma organização eficiente dentro de grupo pode se tornar ineficiente em outro grupo e vice-versa.

Embora largamente utilizado nos últimos 25 anos, o uso de DEA deve ser cercado de muitos cuidados, para que os resultados fornecidos sejam consistentes. DYSON *et al.* (2001), relatam alguns dos perigos identificados na aplicação de DEA e sugerem protocolos para evitar falhas e guiar a sua aplicação. Também é sugestão de DYSON (1995) que não se faça o seu uso isoladamente, e sim como uma ferramenta dentro de um ciclo completo de gerenciamento, como na figura 3.3.

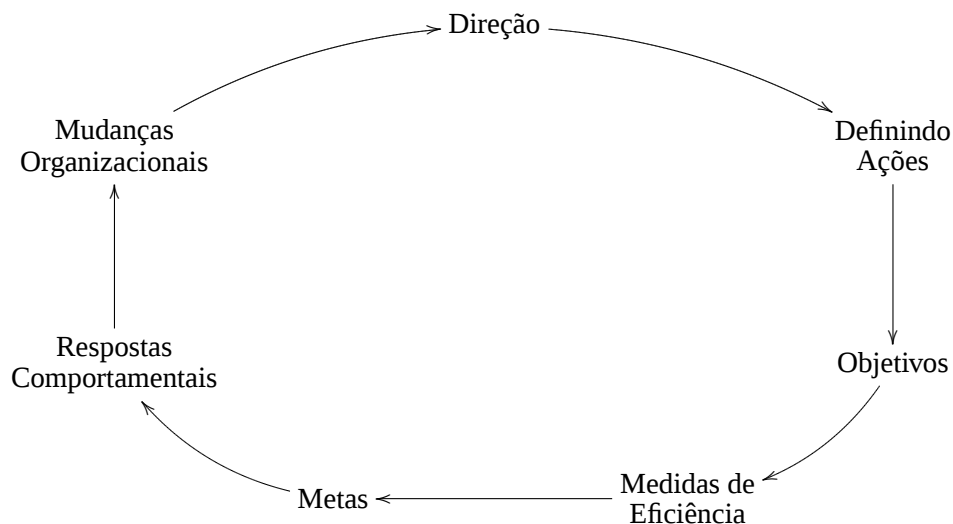


Figura 3.3: DEA como componente de um ciclo de gerenciamento

Colocada assim num contexto mais amplo, os resultados fornecidos por DEA podem ser analisados em busca da consistência e conseqüente validação, mesmo porque, modelos matemáticos nunca fazem uma representação exata do mundo, mesmo sendo consistentes e apresentando bons resultados. Desta forma, ao comparar organizações com funções similares, e definir as que são tecnicamente eficientes dentro do grupo, DEA permite a definição de metas eficientes tomando por base as organizações eficientes, consolidando-se assim como uma importante ferramenta de apoio à decisão.

Muito se falou em DEA até agora, mas nada foi dito ainda sobre como usá-lo. As seções seguintes são dedicadas a isto. Para maiores detalhes das muitas idéias discutidas a seguir, ver FÄRE, GROSSKOPF e LOVELL (1994).

3.3 Aspectos teóricos de DEA

Como já visto, em geral DEA é utilizado em problemas de otimização que envolvem um grande número de variáveis e restrições, o que exige portanto o uso de programação matemática e conseqüentemente de aplicativos computacionais que resolvam problemas de programação linear. Hoje existem diversos aplicativos disponíveis, e na literatura sobre pesquisas em DEA, podem ser encontradas várias referências sobre eles.

Cada organização objeto de estudo em DEA é conhecida como Unidade Tomadora de Decisão (DMU)⁴, e é vista como uma entidade responsável pela transformação de insumos em produtos, que são os dados do problema. Estes, sempre considerados números não negativos, podem ser dos mais variados tipos, como por exemplo, custos, medidas de comprimento ou área, medidas de tempo ou número de pessoas, e devem estar disponibilizados, assim como as restrições a que estão submetidos. Quando se aplica DEA ao estudo de um conjunto de DMUs, o objetivo é obter um escore de eficiência para cada uma delas, escore este que reflete a forma como cada DMU opera. O escore de eficiência em geral é medido através do quociente entre produtos e insumos, conforme definido pela equação da seção 3.1 da página 23. É interessante observar a semelhança entre a medida do escore de eficiência ora definido, e aquele usado para eficiência ou rendimento de máquinas em engenharia. As figuras 3.4 e 3.5 ilustram esta semelhança.

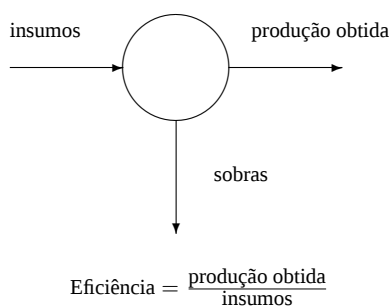


Figura 3.4: Eficiência relativa DEA

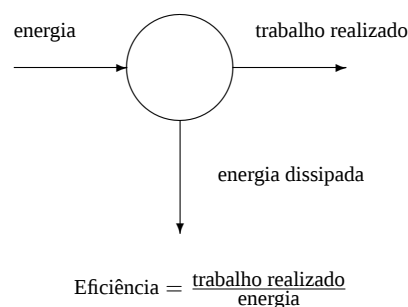


Figura 3.5: Eficiência relativa em máquinas

Existem diversos modelos que podem ser usados para avaliar a eficiência de uma DMU. Alguns deles envolvem preços, e outros, apenas quantidades de insumos e de produtos, o

⁴Do inglês *Decision Making Unit*.

foco da atenção neste trabalho. Os modelos podem diferir de acordo com algumas combinações das quatro classificações a seguir:

1. quanto à orientação: insumo, produto, ...;
2. quanto à diversificação de retornos de escala: constante, variável, ...;
3. quanto ao descarte: forte, fraco, ...;
4. quanto ao tipo de medida: radial, não radial, ...;

Para que se proceda à descrição dos diversos tipos de modelo, antes será apresentada uma listagem de algumas notações, para facilitar a leitura.

3.3.1 Algumas notações essenciais

Nas discussões seguintes e onde se fizer necessário, será adotada a notação:

1. M : número de insumos; m o índice correspondente, $m = 1, \dots, M$;
2. N : número de produtos; n o índice correspondente, $n = 1, \dots, N$;
3. S : número de DMUs em estudo; s o índice correspondente, $s = 1, \dots, S$;
4. x_{ms} : quantidade do insumo m , consumido pela unidade s ;
5. y_{ns} : quantidade do produto n , produzido pela unidade s ;
6. $x = (x_1, x_2, \dots, x_M) \in \mathbb{R}_+^M$: vetor genérico de insumos;
7. $y = (y_1, y_2, \dots, y_N) \in \mathbb{R}_+^N$: vetor genérico de produtos;
8. $X_s = (x_{1s}, x_{2s}, \dots, x_{Ms})^T$: vetor genérico de insumos da unidade s ;
9. $Y_s = (y_{1s}, y_{2s}, \dots, y_{Ns})^T$: vetor genérico de produtos da unidade s ;
10. $X = (x_{ms})$: matriz ($M \times S$) de todos os insumos;
11. $Y = (y_{ns})$: matriz ($N \times S$) de todos os produtos;
12. $\mathcal{P}(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$ ou seja, $\mathcal{P}(A)$ é o conjunto das partes do conjunto A ;
13. $x \geq x'$ se, e somente se, $x_m \geq x'_m$, $m = 1, \dots, M$;
14. $x \geq x'$ se, e somente se, $x \geq x'$ e $x \neq x'$ (pelo menos um componente de x é maior);
15. Se x e x' são vetores não nulos, tem-se que $x \overset{*}{>} x'$ se, e somente se, $x_m > x'_m$ ou $x_m = x'_m = 0$, $m = 1, \dots, M$, isto é, pelo menos um dos componentes do vetor x é maior que o correspondente do vetor x' , sendo permitida a igualdade de dois componentes, apenas, se ambos forem nulos;
16. $\mathbb{R}_+^M = \{x \mid x \in \mathbb{R}^M \text{ e } x \geq 0\}$.

3.3.2 Representação das tecnologias de produção

Os modelos utilizados em DEA, a princípio, dependem do ponto de vista sob o qual é feita a análise da eficiência do processo produtivo da DMU. Em geral, esta análise pode ser feita do ponto de vista da produção, do ponto de vista de insumos, ou ainda de forma conjunta sobre o par produto-insumo. Quando preços não são considerados, utilizam-se, respectivamente, as tecnologias de produção representadas pelos três conjuntos: o conjunto de produção $P(x)$, o conjunto de consumo ou insumo $L(y)$ e o conjunto de vetores insumo-produto $GR(x, y)$, também chamado de gráfico da tecnologia e representado geralmente por GR. As suas definições são apresentadas a seguir:

- a) O conjunto de produção P é a função

$$P : D \subset \mathbb{R}_+^M \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}_+^N)$$

definida por:

$$P(x) = \{y \in \mathbb{R}_+^N \mid y \text{ pode ser produzido por } x\} \quad (3.2)$$

Neste caso, ao se fixar um nível de insumos x^0 , o conjunto $P(x^0)$ é constituído por todos os níveis de produção y , tais que $0 \leq y \leq y^0$, isto é, $P(x^0) = [0, y^0]$, sendo y^0 o máximo possível de ser produzido por x^0 . O caso em que $M=1$ e $N=2$ é ilustrado na figura 3.6.

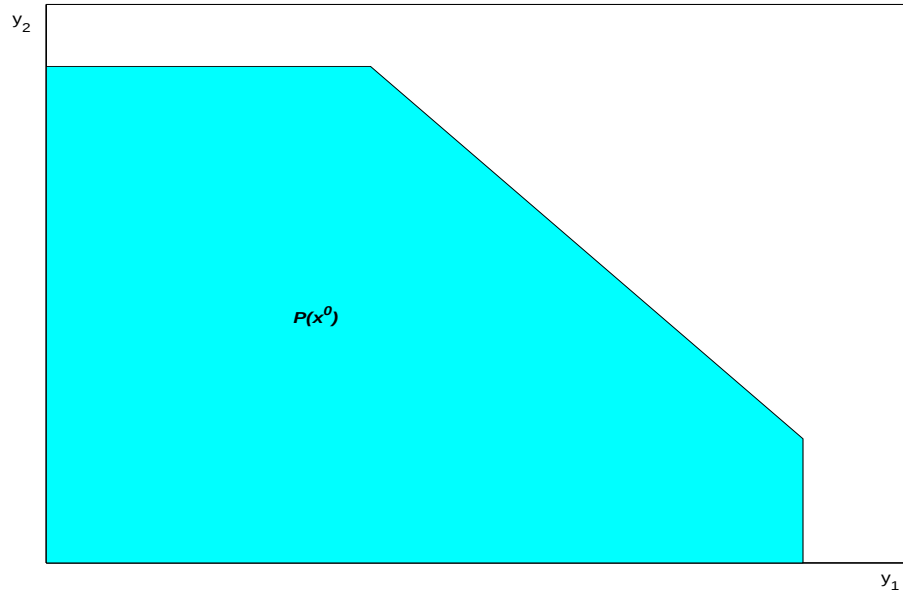


Figura 3.6: Conjunto produto.

b) O conjunto de consumo L é a função

$$L : D \subset \mathbb{R}_+^N \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{R}_+^M)$$

definida por:

$$L(y) = \{x \in \mathbb{R}_+^M \mid x \text{ produz no mínimo } y\} \quad (3.3)$$

Neste caso, ao se fixar um nível de produção y^0 , o conjunto $L(y^0)$ é constituído por todos os níveis de consumo x , tais que $x \geq x^0$, isto é, $L(y^0) = [x^0, \infty)$, sendo x^0 o mínimo necessário para produzir y^0 . O caso em que $M=2$ e $N=1$ é ilustrado na figura 3.7.

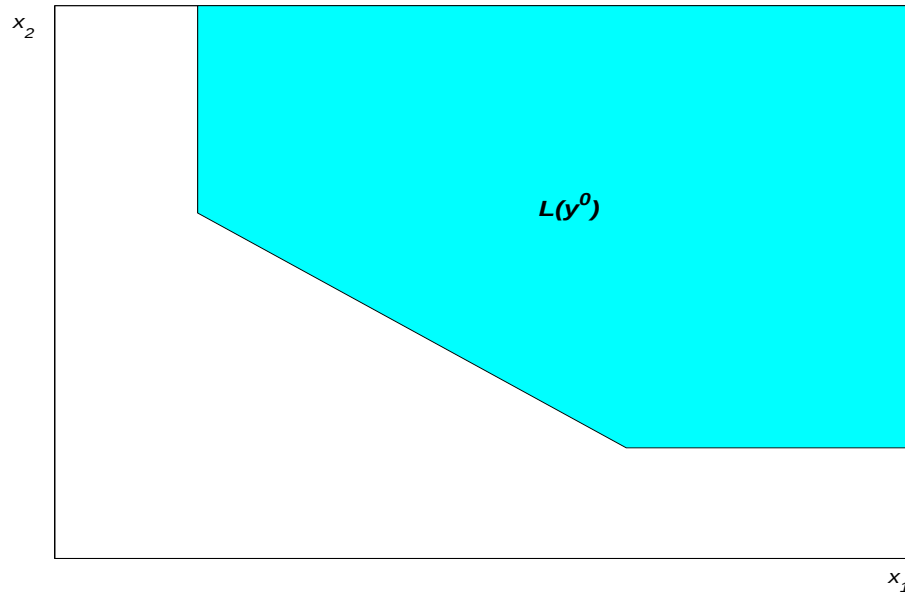


Figura 3.7: Conjunto insumo.

c) O gráfico GR da tecnologia é o subconjunto de $\mathbb{R}_+^{M+N}$, tal que todos os vetores insumo-produto são factíveis, isto é,

$$GR = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{M+N} \mid x \in L(y)\} \quad (3.4)$$

$$= \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^{M+N} \mid y \in P(x)\} \quad (3.5)$$

O caso em que $N = M = 1$ é ilustrado na figura 3.8.

É importante observar que as três definições são equivalentes e cada uma delas pode ser usada para definir as outras duas. Os detalhes disto e a definição de outras tecnologias envolvendo preços podem ser encontrados em FÄRE, GROSSKOPF e LOVELL (1994).

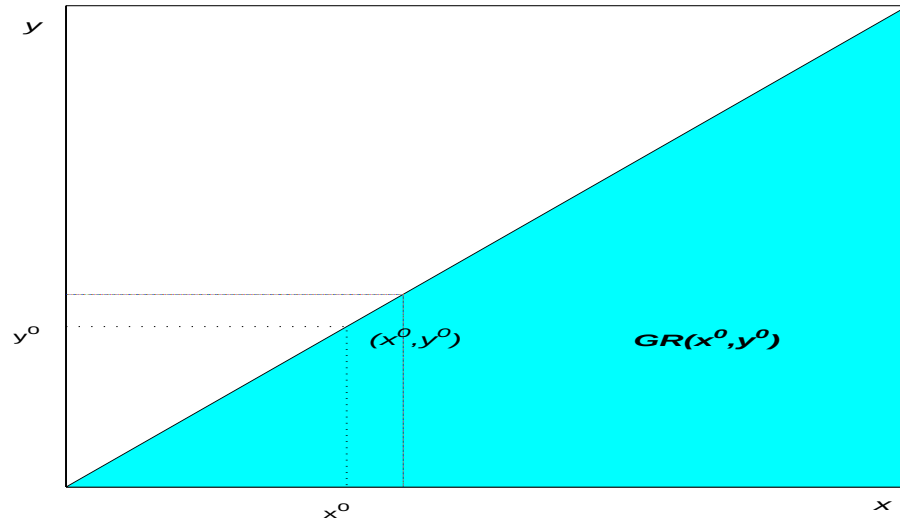


Figura 3.8: Gráfico da tecnologia

No restante deste trabalho as regiões definidas pelas três tecnologias não serão destacadas como acima, e o leitor deve ter em mente que a região do plano definida por GR está à direita do gráfico, a definida por $L(y)$ está acima da fronteira e a definida por $P(x)$ está abaixo da fronteira. Além do mais, para que os conjuntos definidos se prestem ao desenvolvimento da teoria ora apresentada, algumas propriedades sobre $P(x)$, $L(y)$ e $GR(x, y)$ devem ser consideradas, ainda que, algumas delas não sejam satisfeitas para algumas situações particulares. Tais propriedades podem ser encontradas nas duas últimas referências citadas, como também em WILHELM (2003). Algumas delas são citadas a seguir:

Propriedades das tecnologias de produção :

1. Se $x \geq x'$ então $P(x) \geq P(x')$;
2. $P(0) = \{0\}$ e $P(x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_M) = 0$;
3. $P(x)$ é fechado e limitado;
4. $L(y)$ é não vazio, e fechado para todo $y > 0$;
5. P é contínua.

A propriedade 1, simplesmente afirma que o aumento de qualquer insumo, nunca provoca decréscimo da produção. Em algumas situações esta propriedade falha, como ocorre na agricultura, quando o acréscimo de adubo em demasia, provoca diminuição na produção.

A primeira parte de propriedade 2 é auto-explicativa, e a segunda parte supõe que todos os insumos são essenciais para o processo produtivo, e sendo assim, a ausência de um

insumo inviabiliza o processo produtivo. Esta propriedade é contestada por alguns autores, que preferem a alternativa $\sum_{m=1}^M x_{ms} > 0, s = 1, 2, \dots, S$ e $\sum_{s=1}^S x_{ms} > 0, m = 1, 2, \dots, M$, significando isto que cada produtor deve empregar uma quantidade positiva de pelo menos um insumo, isto é, o consumo agregado de insumos de cada produtor é não nulo, o que exclui a possibilidade de $X_s = 0$, e também que cada insumo tenha um emprego agregado positivo, para todos os produtores, o que eventualmente permite algum insumo zero para algum produtor.

As propriedades 3 e 4 são de natureza técnica. Como nos processos produtivos, em geral são conhecidos os possíveis níveis de produção e consumos, e portanto as produções máximas e mínimas e, além disto, insumos e produtos são sujeitos a restrições, os conjuntos são fechados e limitados. Por outro lado, $L(y)$ não vazio, significa que é sempre possível fabricar uma quantidade positiva de produtos. Isto também pode ser interpretado pelas desigualdades $\sum_{n=1}^N y_{ns} > 0, s = 1, 2, \dots, S$ e $\sum_{s=1}^S y_{ns} > 0, n = 1, 2, \dots, N$. A primeira desigualdade, significa que a produção agregada de cada produtor é não nula, isto é, cada produtor produz pelo menos uma quantidade positiva de um dado produto; a segunda desigualdade, significa que a quantidade agregada de cada produto é não nulo, significando que pelo menos um produtor produziu aquele item.

A propriedade 5, garante a ausência de saltos na produção ou no consumo. Além do mais permite fronteiras de produção suaves por partes. Porém, se for desejável usar ferramentas do cálculo diferencial, deve-se acrescentar a hipótese de $P(x)$ ser continuamente diferenciável, até segunda ordem.

Propriedades sobre a convexidade dos conjuntos ou sobre descarte de insumos e produtos, não foram incluídas aqui, porque de alguma forma serão discutidas ao longo do texto.

3.3.3 Retornos de Escala

O conceito de retornos de escala está relacionado à forma como os produtos(insumos) respondem à variação dos insumos(produtos), e referem-se portanto, ao tamanho das operações de uma DMU. É natural portanto, pensar que os modelos para medida de eficiência devem incorporar informações de retornos de escala. Do ponto de vista geométrico, os retornos de escala influenciam na forma de envelopamento das fronteiras de eficiência e, conseqüentemente,

no escore de eficiência. Podemos classificar os retornos de escala, basicamente em três tipos:

1. Retornos constantes de escala (RCE), significando que, insumos e produtos variam proporcionalmente um em relação ao outro. Isto é, uma tecnologia exibe RCE, se e somente se:

$$\theta GR = GR; \iff P(\theta x) = \theta P(x) \iff L(\theta y) = \theta L(y), \quad \theta > 0$$

2. Retornos não crescentes de escala (RNCE), significando que, acréscimos em insumos ou produtos numa determinada escala, provocam acréscimos na produção ou no consumo, porém em uma escala menor. Isto é, uma tecnologia exibe RNCE, se e somente se:

$$GR \subseteq \theta GR \iff P(\theta x) \subseteq \theta P(x) \iff L(\theta y) \subseteq \theta L(y), \quad \theta \geq 1$$

3. Retornos não decrescentes de escala (RNDE), significando que, acréscimos em insumos ou produtos numa determinada escala, provocam acréscimos na produção ou nos insumos, em uma escala maior. Isto é, uma tecnologia exibe RNDE, se e somente se:

$$\theta GR \subseteq GR \iff \theta P(x) \subseteq P(\theta x) \iff \theta L(y) \subseteq L(\theta y), \quad \theta \geq 1$$

Ainda podem ser definidas, de forma similar, as versões de retornos estritamente crescentes de escala (RECE), retornos estritamente decrescentes de escala (REDE) e também os retornos variáveis de escala (RVE), que como o nome sugere, combina as definições anteriores.

Os gráficos da figura 3.9 explicitam melhor os conceitos, para uma tecnologia representada pelo gráfico, no caso em que $M=N=1$. Note que para RCE, acréscimos iguais em x provocam acréscimos iguais em y , para RNCE, acréscimos iguais em x provocam acréscimos sempre decrescentes em y , e para RNDE, acréscimos iguais em x provocam acréscimos sempre crescentes em y .

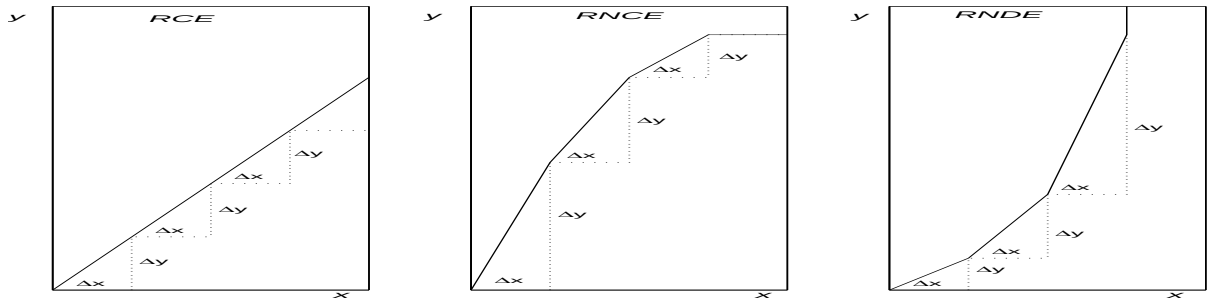


Figura 3.9: Gráfico de uma tecnologia para RCE, RNCE e RNDE, caso $M=N=1$

Problemas relacionados com retorno de escala têm sido discutidos exaustivamente na literatura, pois o tipo de retorno de escala exibido por uma DMU eficiente, pode indicar se um aumento ou uma redução da escala de operações pode melhorar a produtividade da DMU. Informações adicionais sobre o tema, podem ser encontradas em COOPER, SEIFORD e TONE (2002, cap. 5) ou no trabalho de PODINOVSKI (2004a), onde se analisa o efeito de retornos locais e globais de escala na medida da eficiência, ou também em PODINOVSKI (2004b) onde se analisa a situação em que não existe uma total proporcionalidade entre insumos e produtos, mas existe a proporcionalidade entre subconjuntos de insumos e de produtos; ainda, no trabalho de FORSUND e HJALMARSSON (2004) é avaliada a elasticidade de escala nos modelos DEA.

3.3.4 Conceituação de descarte

A idéia que envolve o conceito de descarte, está relacionada com a essencialidade ou não de alguns insumos ou produtos para o processo produtivo. Intuitivamente, o que não é tão essencial pode ser descartado em alguma proporção, sem interferência nos custos, e tem assim descarte forte. Já o que é essencial não pode ser descartado pois pode acarretar custos, e tem assim, descarte fraco. Usualmente, os descartes em DEA são classificados em fortes e fracos. As definições formais serão apresentadas a seguir para os conjuntos $P(x)$ e $L(y)$.

1. Diz-se que o **conjunto insumo** $L(y)$ exibe **descarte fraco**, se

$$x \in L(y) \text{ e } 0 \notin L(y) \implies \theta x \in L(y), \quad \theta \geq 1.$$

2. Diz-se que o **conjunto insumo** $L(y)$ exibe **descarte forte**, se

$$x \in L(y) \text{ e } x' \geq x \implies x' \in L(y).$$

3. Diz-se que o **conjunto produto** $P(x)$ exibe **descarte fraco**, se

$$y \in P(x) \text{ e } P(x) \neq \{0\} \implies \theta y \in P(x), \quad 0 < \theta \leq 1.$$

4. Diz-se que o **conjunto produto** $P(x)$ exibe **descarte forte**, se

$$y \in P(x) \text{ e } 0 < y' \leq y \implies y' \in P(x).$$

Observando as figuras 3.10 a 3.13 tem-se uma melhor compreensão dos conceitos. Na figura 3.10, qualquer vetor de insumos $x \in L(y)$, se ampliado, proporcionalmente ou não,

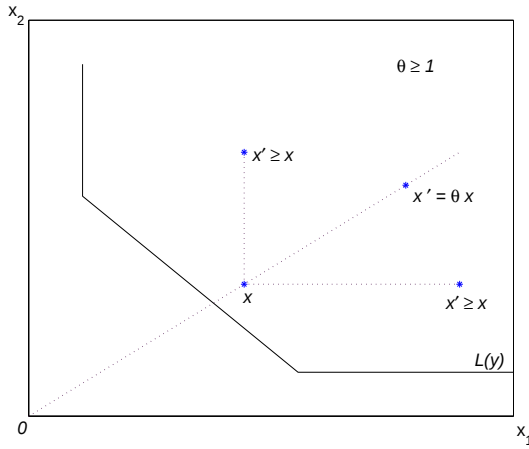


Figura 3.10: Descarte forte de insumos

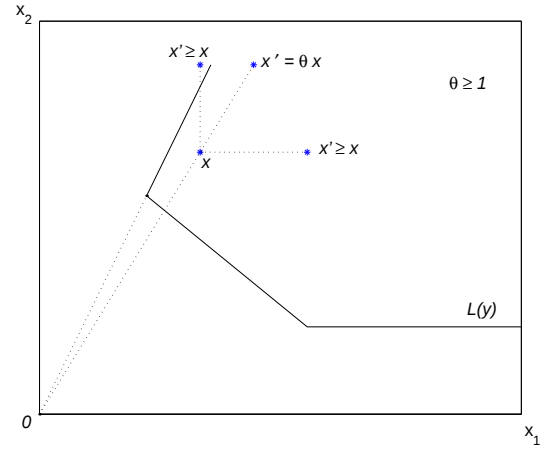


Figura 3.11: Descarte fraco de insumos

continua em $L(y)$, caracterizando descarte forte de insumos. Já na figura 3.11, apenas vetores ampliados proporcionalmente permanecem em $L(y)$, o que caracteriza descarte fraco de insumos.

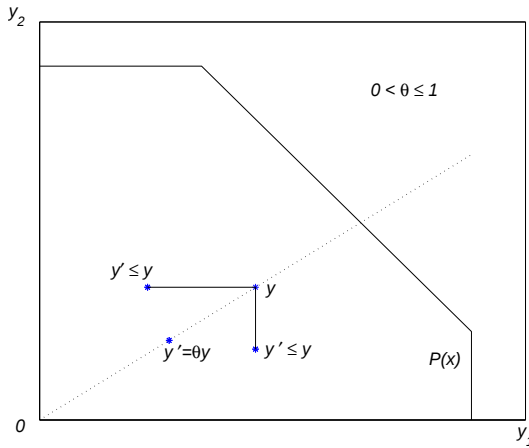


Figura 3.12: Descarte forte de produtos

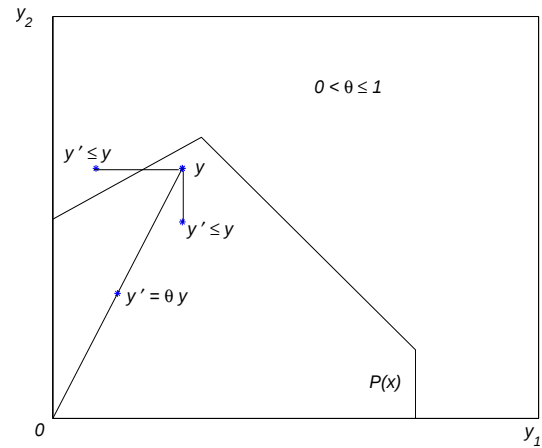


Figura 3.13: Descarte fraco de produtos

Na figura 3.12, qualquer vetor de produtos $y \in P(x)$, contraído proporcionalmente ou não, continua em $P(x)$, caracterizando descarte forte de produtos. Já na figura 3.13, apenas vetores contraídos proporcionalmente permanecem em $P(x)$, caracterizando descarte fraco.

Neste trabalho será admitido descarte forte de insumos e produtos, a menos que se afirme o contrário.

3.4 Medidas de eficiência técnica

Nesta seção serão apresentadas as medidas de eficiência técnica usualmente utilizadas. Tais medidas podem avaliar a eficiência tanto do ponto de vista de consumo, quanto de produção.

Quando um nível de produção é fixado em um dado vetor constante y^0 , faz-se a medida da eficiência do vetor de insumos usado na produção de y^0 ; neste caso, diz-se que a medida tem orientação insumo, e a tecnologia de produção adequada para esse estudo é o conjunto insumo $L(y)$, definido na subseção 3.3.2. Necessariamente ocorre neste caso que, se $x \geq x'$ e $x' \in L(y)$ então $x \in L(y)$.

Por outro lado, quando um nível de uso de insumos é fixado em um dado vetor constante x^0 , faz-se a medida da eficiência do vetor de produtos obtidos com o uso do vetor de insumos x^0 . Neste caso, diz-se que a medida tem orientação produto, e a tecnologia de produção adequada para esse estudo é o conjunto produto $P(x)$, também definido na seção 3.3.2. Necessariamente ocorre neste caso que se $y \leq y'$ e $y' \in P(x)$ então $y \in P(x)$.

Antes porém de apresentar as medidas de eficiência, faz-se necessário definir algumas propriedades desejáveis para uma medida de eficiência.

Do ponto de vista de orientação insumo e supondo RCE, denotando a medida de eficiência por $EI(x, y)$, as propriedades desejáveis para $EI(x, y)$, são:

1. $0 < EI(x, y) \leq 1$ e $EI(x, y) = 1$ se, e somente se, x pertence à isoquanta $L(y)$;
2. $EI(\theta x, y) = \theta^{-1} EI(x, y)$, isto é, $EI(x, y)$ é homogênea de grau -1 em x , $\theta > 0$;
3. $EI(x, y)$ é linear em y isto é, $EI(x, \theta y) = \theta EI(x, y)$, $\theta > 0$;
4. $EI(x, y)$ é independente das unidades de medida.

A propriedade 1 estabelece que o escore de eficiência de cada DMU é um número positivo que não excede o valor um. A propriedade 2 afirma que é impossível fazer a distinção entre vetores eficientes. A propriedade 3 estabelece que a eficiência e o vetor de insumos são inversamente proporcionais quando se mantém o nível de produção. Já a propriedade 4 estabelece a proporcionalidade entre vetor produção e eficiência, desde que se mantenha o mesmo nível de insumos. Finalmente a propriedade 5 estabelece que o uso de qualquer tipo de medida não provoca alteração no valor da eficiência.

Do ponto de vista de orientação produto e supondo RCE, denotando a medida de eficiência por $EP(x, y)$, as propriedades desejáveis para $EP(x, y)$, são:

1. $EP(x, y) \geq 1$;
2. $EP(x, y) = 1$ se, e somente se, y pertence à isoquanta $P(x)$;
3. $EP(x, \theta y) = \theta^{-1} EP(x, y)$, isto é, $EP(x, y)$ é homogênea de grau -1 em y , $\theta > 0$;
4. $EP(x, y)$ é linear em x , isto é, $EP(\theta x, y) = \theta EP(x, y)$, $\theta > 0$;
5. $EP(x, y)$ independe das unidades de medida.

Os significados destas propriedades são análogos aos descritos para orientação insumo.

3.4.1 Medidas de eficiência orientação insumo

O modelo básico para esta medida, que será denotada por $EIPF(x, y)^5$ é o modelo fracionário definido pela fórmula 3.1, o qual deve ser formulado para cada uma das S DMUs. Para a DMU K em estudo, sendo $K = 1, \dots, S$, o modelo torna-se:

$$EIPF : \quad \max \quad \eta = \frac{\sum_{n=1}^N u_n y_{nK}}{\sum_{m=1}^M v_m x_{mK}} \quad (3.6)$$

$$\text{sujeito a: } \frac{\sum_{n=1}^N u_n y_{ns}}{\sum_{m=1}^M v_m x_{ms}} \leq 1 \quad s = 1, \dots, S \quad (3.7)$$

$$v_m \geq 0, \quad u_n \geq 0, \quad m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N. \quad (3.8)$$

Para cada DMU, o que se deseja, é obter os valores dos pesos dos insumos v_m , $m = 1, \dots, M$ e dos produtos u_n , $n = 1, \dots, N$, que maximizam a sua eficiência.

O problema fracionário descrito pelas expressões 3.6 a 3.8, pode então ser reformulado como um problema linear, o qual será denotado por $EIPL^6$. Para isto, supõe-se o denominador de 3.6 não nulo e igual a 1 e transforma-se esta igualdade em restrição; a seguir, reescreve-se a restrição 3.7, na forma da restrição 3.11, supondo o seu denominador não nulo. O modelo linearizado torna-se então:

⁵Medida de Eficiência orientação Insumo, Problema Fracionário.

⁶Medida de Eficiência orientação Insumo, Problema Linear

$$EIPL : \quad \max \quad \eta = \sum_{n=1}^N u_n y_{nK} \quad (3.9)$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum_{m=1}^M v_m x_{mK} = 1 \quad (3.10)$$

$$- \sum_{m=1}^M v_m x_{ms} + \sum_{n=1}^N u_n y_{ns} \leq 0 \quad s = 1, \dots, S \quad (3.11)$$

$$v_m \geq 0, u_n \geq 0, m = 1, \dots, M, n = 1, \dots, N \quad (3.12)$$

Note que para esta formulação, faz-se necessária a resolução de S problemas lineares, um para cada DMU, cada um com $S + 1$ restrições, e isto exige um número considerável de cálculos. Além do mais, (u^*, v^*) é uma solução ótima do problema fracionário, se, e somente se, também é solução do problema linear dele derivado, pois as duas formulações são equivalentes. Tem-se ainda que, o valor ótimo da eficiência é dado por:

$$\eta^* = \sum_{n=1}^N u_n^* y_{nK} \quad (3.13)$$

O modelo descrito pelas expressões 3.9 a 3.12 é conhecido como modelo CCR e, de posse dele, pode-se então definir o conceito de eficiência CCR, dizendo que a DMU K é CCR-eficiente se $\eta^* = 1$ para algum (u^*, v^*) , com $u^* \neq 0, v^* \neq 0$ e $u^* \geq 0, v^* \geq 0$. Em caso contrário a DMU K é considerada CCR-ineficiente.

Como todo problema de programação linear, o problema linear apresentado, tem o correspondente dual, o qual será denotado por $EIPLD^7$. Para formular o dual, associa-se às $S + 1$ restrições, na ordem em que aparecem, as variáveis duais θ e λ_s , $s = 1, \dots, S$, e segue-se o procedimento natural de conversão de um modelo para outro, obtendo-se após algumas manipulações algébricas, a formulação dual seguinte, para a DMU K :

$$EIPLD : \quad \min \quad \theta_K \quad (3.14)$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum_{s=1}^S \lambda_s x_{ms} \leq \theta_K x_{mK}, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.15)$$

$$\sum_{s=1}^S \lambda_s y_{ns} \geq y_{nK}, \quad n = 1, \dots, N \quad (3.16)$$

$$\lambda_s \geq 0, \quad s = 1, \dots, S, \quad \theta \text{ irrestrita} \quad (3.17)$$

⁷Medida de Eficiência orientação Insumo, Problema Linear Dual

A formulação dual, a exemplo da primal, requer também a resolução de S problemas de programação linear, porém, cada problema apresenta $M + N$ restrições, um número em geral bem menor do que S , o número de DMUs. O esforço para resolver o problema dual, é portanto, menor.

Além do mais, como o valor ótimo de um problema primal é igual ao valor ótimo do problema dual correspondente, o valor de θ_K obtido pela resolução do problema definido pelas expressões 3.14 a 3.17 é definido como sendo uma medida de eficiência.

Para simplificar a notação, os problemas descritos pelas expressões 3.9 a 3.12 e 3.14 a 3.17, podem ser escritos na forma matricial. Primeiramente, tem-se a formulação matricial do modelo *EIPL*, conforme a seguir:

$$EIPL : \quad \max \quad \eta = UY_K \quad (3.18)$$

$$\text{sujeito a: } VX_K = 1 \quad (3.19)$$

$$-VX + UY \leq 0 \quad (3.20)$$

$$V \geq 0, \quad U \geq 0 \quad (3.21)$$

Onde, U é a matriz $1 \times N$ dos pesos dos produtos da DMU K ; V é a matriz $1 \times M$ dos pesos dos insumos da DMU K ; X é a matriz $M \times S$ dos insumos e Y é a matriz $N \times S$ dos produtos, X_K é a matriz $M \times 1$ de insumos do K -ésimo produtor e Y_K é a matriz $N \times 1$ de produtos do K -ésimo produtor.

A formulação matricial do dual adquire a forma

$$EIPLD : \quad \min \quad \theta_K \quad (3.22)$$

$$\text{sujeito a } \theta_K X_K - X\lambda \geq 0 \quad (3.23)$$

$$Y\lambda \geq Y_K \quad (3.24)$$

$$\lambda \geq 0, \quad \theta_K \text{ irrestrita} \quad (3.25)$$

Neste caso, λ é a matriz coluna $S \times 1$ das variáveis duais. Não é difícil notar que o problema dual tem uma solução factível $\theta_K = 1$, $\lambda_K = 1$ e $\lambda_s = 0$, para $s \neq K$. Assim, a solução ótima θ_K^* não pode exceder o valor 1; além do mais, com a suposição de que $Y_K \geq 0$, as restrições 3.23 e 3.24 garantem que λ é não nulo e $\theta_K > 0$. Desta forma tem-se que $0 < \theta_K^* \leq 1$.

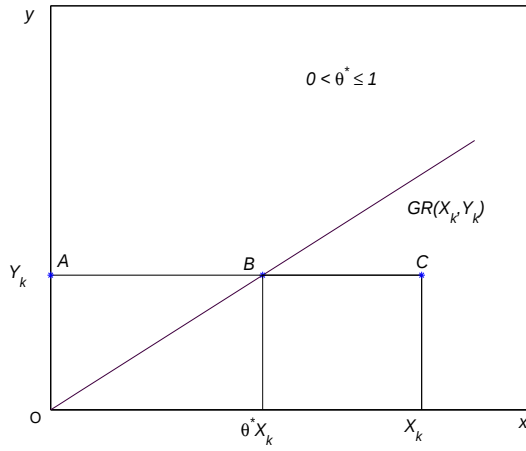


Figura 3.14: Eficiência técnica orientação insumo, caso $M=N=1$

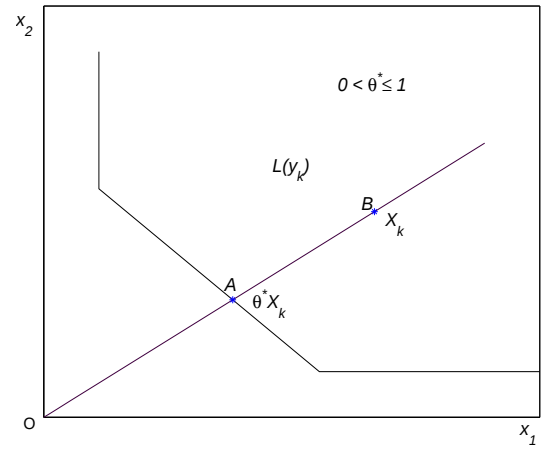


Figura 3.15: Eficiência técnica orientação insumo, caso $M=2$ e $N=1$

A medida CCR de eficiência técnica é ilustrada na figura 3.14 para o caso em que $M=N=1$, e na figura 3.15 para o caso em que $M=2$ e $N=1$. O valor de θ^* , é o menor valor de θ , para o qual o vetor de insumos θX_K^* ainda produz Y_K .

Na figura 3.14 o valor de θ^* é dado por $\theta^* = AB/AC \simeq 0,6$. Desta forma $\theta = 0,6$ é o menor valor de θ tal que, $(0,6X_K, Y_K) \in GR(X_K, Y_K)$. Na figura 3.15 tem-se o mesmo significado, sendo o valor de θ^* neste caso, dado por $\theta^* = OA/OB \simeq 0,65$. Desta forma $\theta = 0,65$ é o menor valor de θ tal que, $0,65X_K \in L(Y_K)$.

A medida de eficiência definida acima, é também conhecida como uma medida radial, pois para garantir o nível de produção Y_K , o vetor X_K é contraído proporcionalmente ou radialmente pelo fator θ^* . Assim $(1 - \theta^*)$ é a máxima redução proporcional permitida ao vetor de insumos, e qualquer redução acima deste valor é associada a folgas não nulas, o que caracteriza um tipo de ineficiência chamada de eficiência mista. Desta forma, para que uma DMU K seja eficiente do ponto de vista Pareto-Koopmans, além de $\theta^* = 1$, todas as suas folgas devem ser nulas. É importante observar também, que quando $\theta^* < 1$ o vetor de excesso dos insumos $s^- \in R_+^M$, e o vetor de sobra dos produtos $s^+ \in R_+^N$ são dados, para qualquer solução factível do problema dual, por:

$$s^- = \theta_K X_K - X\lambda \quad \text{e} \quad s^+ = Y\lambda - Y_K \quad (3.26)$$

A partir das equações das folgas são definidas as metas ou projeções para que uma DMU inefi-

ciente torne-se eficiente. São elas:

$$\hat{X}_K = \theta_K X_K - s^- \quad \text{e} \quad \hat{Y}_K = Y_K + s^+ \quad (3.27)$$

O conjunto referência para uma DMU é então definido como sendo o conjunto de todas as DMUs s , tais que s está no conjunto $\{s \mid \lambda_s^* > 0, s = 1, \dots, S\}$ ⁸.

Os modelos CCR acima vistos, foram formulados do ponto de vista de retornos constantes de escala e de orientação insumo. Mantendo a orientação insumo, pode-se formular o modelo para retornos variáveis de escala também conhecido como modelo BCC, e o modelo para retornos não crescentes de escala. Tais modelos têm formulações similares às dadas aos modelos descritos em 3.22 a 3.25, sendo incorporados a eles, respectivamente, as restrições $\sum_{s=1}^S \lambda_s = 1$ e $\sum_{s=1}^S \lambda_s \leq 1$, as quais garantem condições de convexidade para os conjuntos que representam as tecnologias. Tem-se desta forma:

a) O modelo dual orientação insumo para RVE, ou modelo BCC:

$$BCCID : \quad \min \quad \theta_K \quad (3.28)$$

$$\text{sujeito a} \quad \theta_K X_K \geq X\lambda \quad (3.29)$$

$$Y\lambda \geq Y_K \quad (3.30)$$

$$e\lambda = 1 \quad (3.31)$$

$$\lambda \geq 0, \quad \theta_K \text{ irrestrita} \quad (3.32)$$

b) O modelo BCC de multiplicadores, orientação insumo para RVE:

$$BCCI : \quad \max \quad UY_K - U_0 \quad (3.33)$$

$$\text{sujeito a} \quad -VX + UY - U_0 e \leq 0 \quad (3.34)$$

$$VX_K = 1 \quad (3.35)$$

$$U \geq 0, \quad V \geq 0, \quad U_0 \text{ irrestrita} \quad (3.36)$$

Onde e é uma matriz de números um, de ordem $1 \times S$, e U_0 é um escalar que determina o tipo de retorno de escala. Para toda solução ótima, se $U_0^* = 0$ tem-se RCE, se $U_0^* > 0$ tem-se RNCE e se $U_0^* < 0$ tem-se RNDE.

⁸Embora a letra S , minúscula ou não, esteja relacionada com o número de DMUs e também com o conceito de folgas, neste último caso, sempre virá acompanhada de um índice e/ou sobrescrito, como s^+ ou s_1^- , por exemplo.

c) O modelo orientação insumo para RNCE:

$$\min \quad \theta_K \quad (3.37)$$

$$\text{sujeito a } \theta_K X_K \geq X\lambda \quad (3.38)$$

$$Y\lambda \geq Y_K \quad (3.39)$$

$$e\lambda \leq 1 \quad (3.40)$$

$$\lambda \geq 0, \quad \theta_K \text{ irrestrita} \quad (3.41)$$

De posse destes modelos, diz-se que uma DMU K é BCC-eficiente se uma solução ótima $(\theta^*, \lambda^*, s^{*-}, s^{+*})$, satisfaz $\theta^* = 1$, $s^{*-} = s^{+*} = 0$, onde s^{*-} e s^{+*} são vetores que representam as folgas de insumos e produtos, respectivamente. O seu conjunto referência é definido por todas as DMUs s , com s no conjunto $\{s \mid \lambda_s^* > 0, s = 1, \dots, S\}$.

Como já se viu, o tipo de retorno de escala influencia na forma do envelopamento dos planos de produção, e conseqüentemente nos escores de eficiência. Para que se compreenda melhor, a figura 3.16 ilustra três fronteiras de eficiência para oito DMUs, de acordo com RCE, RVE e RNCE; a tabela 3.1 compara os escores de eficiência.

DMUs	A	B	C	D	E	F	G	H
RCE	0,50	0,67	1,00	0,75	0,40	0,80	0,50	0,56
RVE	1,00	0,83	1,00	0,75	0,50	1,00	0,50	1,00
RNCE	0,50	0,67	1,00	0,75	0,40	1,00	0,50	1,00

Tabela 3.1: Comparação de escores de eficiência

3.4.2 Medidas de eficiência orientação produto

As medidas de eficiência orientação produto, apresentam o mesmo formato das medidas da subseção 3.4.1, exceto pelo fato já comentado, de que com esta medida, deseja-se determinar a produção ótima, quando é fixado um vetor de insumos.

O ponto de partida para a obtenção da medida é a razão inversa do modelo fracionário descrito pela fórmula 3.1. Denotando a eficiência por $EPPF^9$, um modelo deve ser formulado para cada uma das S DMUs. Para a DMU K em estudo, sendo $K = 1, \dots, S$, e com pequenas

⁹Medida de Eficiência orientação Produto, Problema Fracionário.

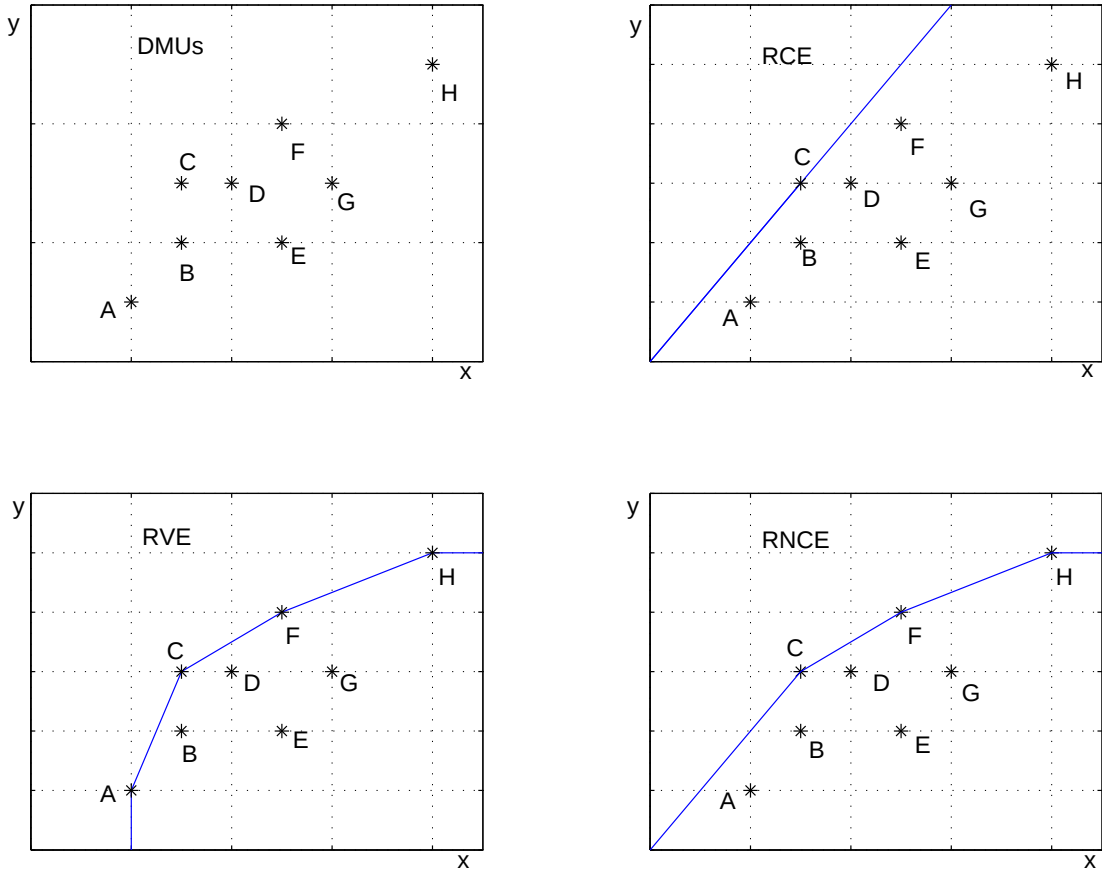


Figura 3.16: Comparando envelopamento para RCE, RVE e RNCE

modificações na notação para facilitar a distinção entre as duas orientações, o modelo torna-se:

$$EPPF : \quad \min \quad \rho = \frac{\sum_{m=1}^M p_m x_{mK}}{\sum_{n=1}^N q_n y_{nK}} \quad (3.42)$$

$$\text{sujeito a: } \frac{\sum_{m=1}^M p_m x_{ms}}{\sum_{n=1}^N q_n y_{ns}} \geq 1 \quad s = 1, \dots, S \quad (3.43)$$

$$p_m \geq 0, \quad q_n \geq 0, \quad m = 1, \dots, M, \quad n = 1, \dots, N, \quad (3.44)$$

Novamente aqui, o objetivo é determinar para cada DMU, os conjuntos de pesos p_m dos insumos e q_n dos produtos, que minimizam o quociente entre insumos e produtos.

A reformulação do modelo fracionário como um modelo linear, bem como a passagem para a notação matricial é similar ao que se fez na subseção 3.4.1, e por este motivo será apre-

sentada apenas a notação matricial, a qual é dada pelo problema a seguir:

$$EPPL : \quad \min \quad \rho = PX_K \quad (3.45)$$

$$\text{sujeito a: } QY_K = 1 \quad (3.46)$$

$$-QY + PX \geq 0 \quad (3.47)$$

$$P \geq 0, \quad Q \geq 0 \quad (3.48)$$

onde P é a matriz $1 \times M$ dos pesos dos insumos da DMU K , Q é a matriz $1 \times N$ dos pesos dos produtos da DMU K , X é a matriz $M \times S$ dos insumos, Y é a matriz $N \times S$ dos produtos, X_K é a matriz $M \times 1$ de insumos do K -ésimo produtor e Y_K é a matriz $N \times 1$ de produtos do K -ésimo produtor.

A formulação matricial do dual adquire a forma:

$$EPPLD : \quad \max \quad \Theta_K \quad (3.49)$$

$$\text{sujeito a } \Theta_K Y_K \leq Y\Lambda \quad (3.50)$$

$$X\Lambda \leq X_K \quad (3.51)$$

$$\Lambda \geq 0, \quad \Theta_K \text{ irrestrita} \quad (3.52)$$

Neste caso, Λ é a matriz coluna $S \times 1$ das variáveis duais. É interessante notar a reversibilidade desta última formulação, com a formulação do dual orientação insumo dado por 3.22 a 3.25, o que é conseguido definindo

$$\Theta = 1/\theta \quad \text{e} \quad \Lambda = \lambda\Theta$$

Como consequência, o problema dual orientação produto, tem uma solução ótima dada por $(\Theta^*, \Lambda^*) = (1/\theta^*, \lambda^*\theta^*)$, originada da solução ótima (θ^*, λ^*) do dual orientação insumos. Além do mais, $\Lambda^* \geq 1$. As folgas de insumos e produtos, denotadas respectivamente, pelos vetores t^- e t^+ , são dadas por:

$$t^- = X_K - X\Lambda \quad \text{e} \quad t^+ = Y\Lambda - \Theta Y_K \quad (3.53)$$

E também podem ser definidas através das folgas do modelo orientação insumo por

$$t^{-*} = s^{-*}/\theta_K^* \quad \text{e} \quad t^{+*} = s^{+*}/\theta_K^* \quad (3.54)$$

A partir das equações das folgas são definidas as metas ou projeções, as quais são dadas por:

$$\hat{X}_K = X_K - t^- \quad \text{e} \quad \hat{Y}_K = \Theta Y_K + t^+ \quad (3.55)$$

A medida de eficiência técnica orientação produto é ilustrada na figura 3.17, para o caso em que $N = M = 1$, e na figura 3.18, para o caso em que $M = 1$ e $N = 2$. O valor de Θ^* , é o maior valor de Θ para o qual o vetor de produtos ΘY_K^* ainda é produzido por X_K . Na figura 3.17 o valor de Θ^* é dado por $\Theta^* = AC/AB \simeq 2,0$. Desta forma $\Theta^* = 2,0$ é o maior valor de Θ tal que, $(X_K, 2Y_K) \in GR(X_K, Y_K)$. Na figura 3.18 tem-se o mesmo significado, sendo o valor de Θ^* neste caso dado por $\Theta^* = OB/OA \simeq 1,5$. Desta forma $\Theta^* = 1,5$ é o maior valor de Θ tal que, $1,5Y_K \in P(X_K)$. Convém observar que a medida Θ^* , expande proporcionalmente ou radialmente o vetor de produtos, e portanto é considerada uma medida radial.

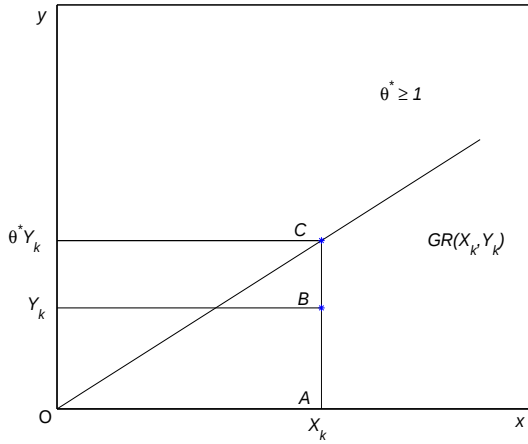


Figura 3.17: Eficiência técnica orientação produto, caso $M=N=1$

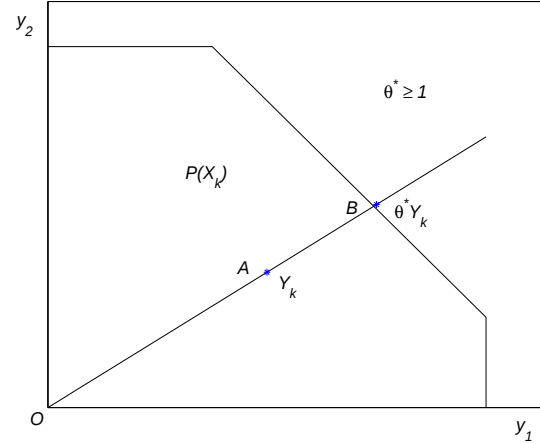


Figura 3.18: Eficiência técnica orientação produto, caso $M=1$ e $N=2$

Para retornos variáveis de escala, e retornos não crescentes de escala, basta acrescentar ao último modelo, respectivamente, as restrições $\sum_{s=1}^S \Lambda_s = 1$ e $\sum_{s=1}^S \Lambda_s \leq 1$.

3.4.3 Modelo aditivo de eficiência técnica

Os modelos discutidos até agora avaliavam a eficiência do ponto de vista de insumos e de produtos. No primeiro caso, procurava-se o menor fator pelo qual o vetor de insumos era

reduzido, mantendo-se a produção num dado nível pré-fixado. No segundo caso procurava-se o maior fator, pelo qual o vetor de produtos era ampliado de modo a poder continuar sendo produzido usando um dado vetor de insumos pré-fixado. Agora serão apresentadas medidas de eficiência que não privilegiam só insumos ou produtos. Os modelos usados trabalham simultaneamente com insumos e produtos, mais precisamente, com sua folgas: excesso de insumos e faltas de produtos.

Um dos modelos citados é o modelo aditivo, para o qual, dentre as várias formulações existentes, foi escolhida a formulação dual a seguir:

$$ADD : \quad \max \quad \theta_A = es^- + es^+ \quad (3.56)$$

$$\text{sujeito a} \quad X\lambda + s^- = X_K \quad (3.57)$$

$$Y\lambda - s^+ = Y_K \quad (3.58)$$

$$e\lambda = 1 \quad (3.59)$$

$$\lambda \geq 0, \quad s^- \geq 0, \quad s^+ \geq 0 \quad (3.60)$$

Onde e é uma matriz $1 \times S$ com todos os seus elementos iguais a unidade, e os outros símbolos têm os significados já conhecidos.

Convém notar que as restrições 3.57 a 3.60, são as mesmas 3.29 a 3.32, do modelo BCC, e portanto o conjunto factível dos dois modelos é o mesmo. Além do mais, uma DMU K é ADD eficiente se, e somente se, $s^{-*} = 0$ e $s^{+*} = 0$. Assim, o modelo aditivo, apenas informa quais são as DMUs eficientes.

O modelo dual de multiplicadores do problema acima pode ser expresso como:

$$AD : \quad \min \quad VX_K - UX_K + U_0 \quad (3.61)$$

$$\text{sujeito a} \quad VX - UY + U_0e \geq 0 \quad (3.62)$$

$$U \geq e, \quad V \geq e, \quad U_0 \text{ irrestrita} \quad (3.63)$$

A variável U_0 deste modelo é um número real que define o tipo de retorno de escala dependendo do seu sinal.

O modelo aditivo dual é ilustrado na figura 3.19 para um caso em que $N = M = 1$ e $S=5$ DMUs. A tabela 3.2 contém as folgas e os escores para a DMU C, em relação à DMU

eficiente B, que consome menos e produz mais que C e, para a DMU D, em relação às DMUs eficientes B e E, que consomem menos e produzem no máximo tanto quanto D.

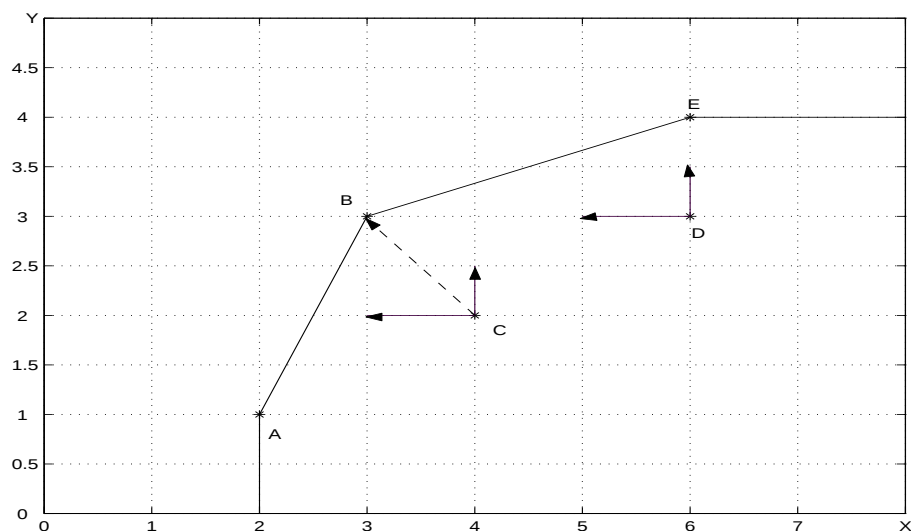


Figura 3.19: Gráfico para modelo aditivo, caso $M=N=1$

DMUs	B		E		Escores
Folgas	s^-	s^+	s^-	s^+	
C	1	1	-	-	2
D	3	0	0	1	3

Tabela 3.2: Escores do modelo aditivo, para $M=N=1$

3.4.4 Medidas completas de eficiência técnica

O modelo aditivo descrito na seção anterior, embora trabalhe com as folgas, não fornece um escore de eficiência para as DMUs, sejam elas eficientes ou não. Existem outros modelos que trabalham com folgas, fornecem um escore de eficiência, permitem interpretações importantes para o gerenciamento das atividades e seus resultados são compatíveis com os das outras medidas. Tais medidas são conhecidas como medidas completas de eficiência, e duas delas merecem destaque:

1. a medida baseada em folgas (SBM)^a;
2. a medida ajustada por amplitude (RAM)^b.

^aDo inglês, *slack based measure*.

^bDo inglês, *range adjusted measure*.

3.4.4.1 A medida SBM

Esta medida foi proposta por Tone no ano 2000, e foi criada com o objetivo de suprir deficiências apresentadas pelas medidas descritas anteriormente neste trabalho. O ponto de partida para ela é o modelo fracionário a seguir:

$$SBMF : \quad \min \quad \rho = \frac{1 - \frac{\sum_{m=1}^M \frac{s_m^-}{x_{mK}}}{M}}{1 + \frac{\sum_{n=1}^N \frac{s_n^+}{y_{nK}}}{N}} \quad (3.64)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{s=1}^S \lambda_s x_{ms} + s_m^- = x_{mK}, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.65)$$

$$\sum_{s=1}^S \lambda_s y_{ns} - s_n^+ = y_{nK}, \quad n = 1, \dots, N \quad (3.66)$$

$$\lambda_s \geq 0, \quad s_m^- \geq 0, \quad s_n^+ \geq 0 \quad (3.67)$$

onde os símbolos têm os mesmos significados já atribuídos anteriormente. Para que se tenha uma melhor visão da função objetivo acima, ela pode ser reescrita como:

$$\rho = \frac{\rho_{\text{ins}}}{\rho_{\text{pro}}} \quad \text{sendo} \quad \rho_{\text{ins}} = 1 - \frac{\sum_{m=1}^M \frac{s_m^-}{x_{mK}}}{M} \quad \text{e} \quad \rho_{\text{pro}} = 1 + \frac{\sum_{n=1}^N \frac{s_n^+}{y_{nK}}}{N}$$

E os quocientes

$$\frac{\sum_{m=1}^M \frac{s_m^-}{x_{mK}}}{M} \quad \text{e} \quad \frac{\sum_{n=1}^N \frac{s_n^+}{y_{nK}}}{N}$$

representam, respectivamente, a maior redução média possível para os insumos e a maior expansão média possível para os produtos. COOPER, SEIFORD e TONE (2002), mostram como chegar ao problema linear equivalente, depois de introduzir uma variável escalar t , e fazer $ts^- = S^-$ e $ts^+ = S^+$. O modelo torna-se então:

$$SBMt : \quad \min \quad \tau = t - \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{S_m^-}{x_{mK}} \quad (3.68)$$

$$\text{sujeito a:} \quad t + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{S_n^+}{y_{nK}} = 1 \quad (3.69)$$

$$tx_K = X\Lambda + S^- \quad (3.70)$$

$$ty_K = Y\Lambda - S^+ \quad (3.71)$$

$$\Lambda \geq 0, \quad S^- \geq 0, \quad S^+ \geq 0, \quad t > 0, \quad (3.72)$$

Uma solução ótima deste problema tem a forma $(\tau^*, t^*, \Lambda^*, S^{-*}, S^{+*})$, e uma DMU é SBM-eficiente se, e somente se, $\tau^* = \rho^* = 1$.

3.4.4.2 A medida RAM

Esta medida, proposta inicialmente por Cooper, Parker e Pastor, tem as características discutidas no início desta seção, exceto pelo fato de ser calculada levando em conta as amplitudes das quantidades de insumos e produtos. Ela é descrita pelo modelo a seguir:

$$RAM : \quad \min \quad \Gamma = 1 - \frac{1}{M+N} \left(\sum_{m=1}^M \frac{s_m^-}{R_m} + \sum_{n=1}^N \frac{s_n^+}{R_n} \right) \quad (3.73)$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum_{s=1}^S \lambda_s x_{ms} + s_m^- = x_{mK}, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.74)$$

$$\sum_{s=1}^S \lambda_s y_{ns} - s_n^+ = y_{nK}, \quad n = 1, \dots, N \quad (3.75)$$

$$\sum_{s=1}^S \lambda_s = 1 \quad (3.76)$$

$$\lambda_s \geq 0, \quad s^- \geq 0, \quad s^+ \geq 0, \quad t > 0, \quad (3.77)$$

onde

$$R_m = \max\{x_{ms}\} - \min\{x_{ms}\}, m = 1, \dots, M$$

e

$$R_n = \max\{y_{ns}\} - \min\{y_{ns}\}, n = 1, \dots, N$$

são as amplitudes das quantidades de insumos e de produtos, respectivamente. Para esta medida, os quocientes

$$0 \leq \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{s_m^-}{R_m} \leq 1 \quad \text{e} \quad 0 \leq \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{s_n^+}{R_n} \leq 1$$

são vistos, respectivamente, como a ineficiência média no consumo e na produção. Uma DMU diz-se RAM-eficiente, se, e somente se, $\Gamma^* = 1$.

3.4.5 Modelos *Free Disposal Hull* (FDH)

As medidas usuais de eficiência técnica trabalham com diferentes tipos de fronteiras, as quais, dependem por sua vez do tipo de modelo utilizado. Em todos os modelos porém, hipóteses de convexidade são consideradas. Em decorrência disso, DMUs não eficientes são analisadas em termos de combinações lineares de DMUs eficientes, e assim, são projetadas em planos hipotéticos da fronteira de eficiência. A relaxação da condição de convexidade gera uma fronteira mais realista e livre de restrições, a qual é constituída apenas por planos de produção observados. O modelo criado para esta abordagem, desenvolvido em 1984 por Deprins, Simar e Tulkens, é conhecido como *Free Disposal Hull* ou modelo FDH.

A figura 3.20, exemplifica a fronteira FDH e o conjunto insumo $L_{FDH}(y)$, para o caso em que os insumos x_1 e x_2 produzem uma única quantidade do produto y , para todas as DMUs.

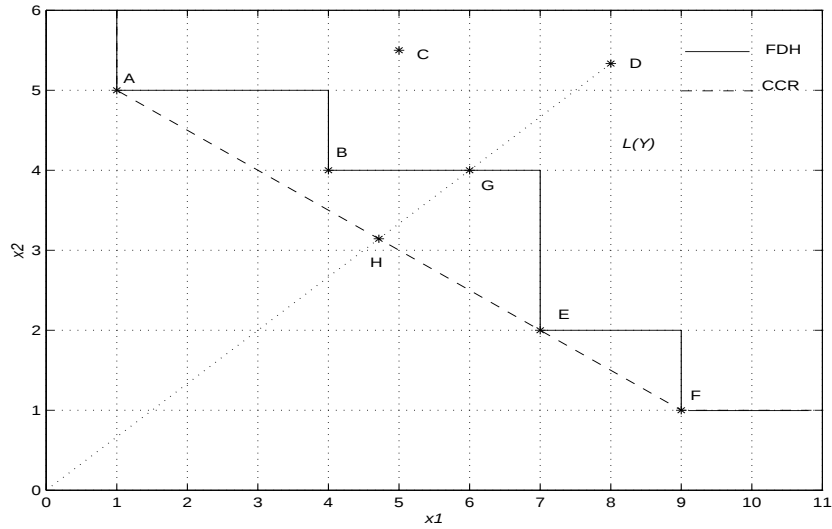


Figura 3.20: Conjunto insumo para exemplo FDH, caso $M = 2$, $N = 1$ e $S = 6$

O conjunto $L_{FDH}(y)$ é definido como sendo o *menor* conjunto que engloba todas as possibilidades de produção. Sua formalização, para os dados da figura 3.20, se baseia na definição de $L(y) = \{x \in \mathbb{R}_+^M \mid x \text{ produz no mínimo } y\}$ dada pela equação 3.3, e adquire a forma:

$$L_{FDH}(y) = \{x_+^2 \mid x \geq x_s \text{ e } y \leq y_s, \text{ para algum } s, s = 1, \dots, 6\} \quad (3.78)$$

Neste caso, a fronteira FDH é a poligonal não convexa ligando A a F. Nenhum ponto abaixo desta poligonal satisfaz a propriedade que define o conjunto dado por 3.78. A DMU D, no modelo FDH é projetada em G, ao invés de ser projetada em H, ponto da fronteira hipotética dada pelo segmento de reta AF, como ocorre no modelo tradicional.

A abordagem dos modelos FDH pode ser feita de duas formas distintas. Uma delas, usa formulações de modelos de programação linear mista, similares aos modelos usados para o caso RVE, exceto pela condição de convexidade. A outra abordagem é feita através de algoritmos que envolvem o conceito de dominância. As duas abordagens são discutidas a seguir.

As formulações através dos modelos de programação linear mista, são apresentadas a seguir, para os casos de orientação insumo e produto, para uma DMU K :

a) Modelo FDH orientação insumo:

$$EIFDH : \min \theta_K \quad (3.79)$$

$$\text{s, a } \theta_K X_K \geq X\lambda \quad (3.80)$$

$$Y\lambda \geq Y_K \quad (3.81)$$

$$\sum_{s=1}^S \lambda_s = 1 \quad (3.82)$$

$$\lambda \in \{0, 1\}, \theta_K \text{ irrestrita} \quad (3.83)$$

b) Modelo FDH orientação produto:

$$EPFDH : \max \Theta_K \quad (3.84)$$

$$\text{s, a } \Theta_K Y_K \leq Y\Lambda \quad (3.85)$$

$$X\Lambda \leq X_K \quad (3.86)$$

$$\sum_{s=1}^S \Lambda_s = 1 \quad (3.87)$$

$$\Lambda \in \{0, 1\}, \Theta_K \text{ irrestrita} \quad (3.88)$$

Como se pode observar pelas restrições 3.82, 3.83, 3.87 e 3.88, o conjunto referência para cada DMU é constituído por apenas uma DMU, o que pode ser constatado na tabela 3.3, que apresenta os resultados obtidos através da aplicação do modelo FDH orientação insumo, aos dados do gráfico da figura 3.20. A DMU B é referência para as DMUs ineficientes, C e D.

DMU	x_1	x_2	y	θ^*	Referências
A	1,00	5,00	1,00	1,00	A
B	4,00	4,00	1,00	1,00	B
C	5,00	5,50	1,00	0,80	B
D	8,00	5,40	1,00	0,74	B
E	7,00	2,00	1,00	1,00	E
F	9,00	1,00	1,00	1,00	F

Tabela 3.3: Resultados de exemplo FDH, caso $M=2$, $N=1$ e $S=6$

A seguir será descrito o conceito de dominância, o qual é usado no outro tipo de abordagem para resolução dos modelos FDH, como já citado anteriormente.

O conceito de *dominância* pode ser estabelecido tanto do ponto de vista de orientação insumo quanto do de orientação produto. No primeiro caso, diz-se que uma DMU D , domina uma DMU K (orientação insumo), se ela consome menos insumo que K , e produz no mínimo tanto quanto K , o que formalmente pode ser escrito como: D domina K , se

$$x_D \leq x_K \text{ e } y_D \geq y_K$$

Aplicando este conceito para o exemplo da figura 3.20, tem-se que a DMU C é dominada pelas DMUs A e B , enquanto a DMU D é dominada pelas DMUs A , B e E .

Do ponto de vista de orientação produto, o conceito de dominância é estabelecido de forma similar ao de orientação insumo. Diz-se que uma DMU D , domina uma DMU K (orientação produto), se ela produz mais do que K , e consome no máximo tanto quanto K , o que formalmente pode ser escrito como: D domina K , se

$$y_D \geq y_K \text{ e } x_D \leq x_K$$

O algoritmo baseado no conceito de dominância, não usa programação linear, foi sugerido por Tulkens em 1993, e é descrito por WILHELM (2003), como a seguir:

PASSO 1: Para cada DMU K , associa-se um conjunto DI_K , contendo os índices de todas as DMUs que dominam K , orientação insumo, ou um conjunto DP_K , contendo os índices de todas as DMUs que dominam K , orientação produto.

PASSO 2: Calcula-se o índice de eficiência, orientação insumo, da DMU K , usando-se

$$EIFDH : \min_{d \in DI_K} \left\{ \max \left\{ \frac{x_{1d}}{x_{1K}}, \frac{x_{2d}}{x_{2K}}, \dots, \frac{x_{Md}}{x_{MK}} \right\} \right\}$$

Ou, calcula-se o índice de eficiência, orientação produto, da DMU K , usando-se:

$$EPFDH : \max_{d \in DP_K} \left\{ \min \left\{ \frac{y_{1d}}{y_{1K}}, \frac{y_{2d}}{y_{2K}}, \dots, \frac{y_{Nd}}{y_{NK}} \right\} \right\}$$

Estes últimos conceitos, são ilustrados para os dados da tabela 3.4, referentes a 8 DMUs para o caso de 1 insumo e 1 produto, isto é, $M=N=1$ e $S=8$. A figura 3.21, representa os dados e o gráfico da tecnologia.

	A	B	C	D	E	F	G	H
X	2	3	3	4	5	5	6	8
Y	1	2	3	3	2	4	3	5

Tabela 3.4: Dados para exemplo FDH, caso $M=N=1$ e $S=8$

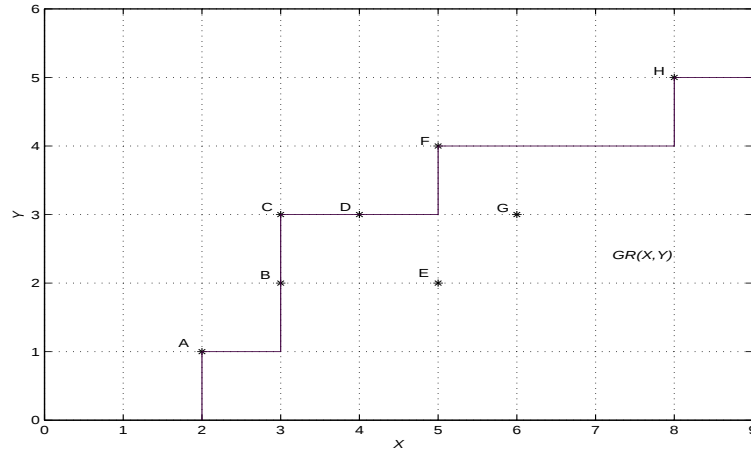


Figura 3.21: Gráfico da tecnologia para exemplo FDH, caso $M=N=1$ e $S=8$

Inicialmente os cálculos são mostrados para o caso orientação insumo, para as DMUs dominadas D, E e G, casos em que, $K=D$, $K=E$ e $K=G$. Tem-se que

$$\begin{aligned}
 DI_D &= \{C\}, \quad DI_E = \{B, C, D\} \quad \text{e} \quad DI_G = \{C, D, F\}, \quad \text{e} \\
 \theta_D &= \min_{d \in \{C\}} \left\{ \max \left\{ \frac{x_{1d}}{x_{1D}} \right\} \right\} \\
 &= \min \left\{ \max \left\{ \frac{x_{1C}}{x_{1D}} \right\} \right\} \\
 &= \min \left\{ \max \left\{ \frac{3}{4} \right\} \right\} \\
 &= \min \left\{ \frac{3}{4} \right\} = \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_E &= \min_{d \in \{B, C, D\}} \left\{ \max \left\{ \frac{x_{1d}}{x_{1E}} \right\} \right\} \\
&= \min \left\{ \max \left\{ \frac{x_{1B}}{x_{1E}} \right\}, \max \left\{ \frac{x_{1C}}{x_{1E}} \right\}, \max \left\{ \frac{x_{1D}}{x_{1E}} \right\} \right\} \\
&= \min \left\{ \max \left\{ \frac{3}{5} \right\}, \max \left\{ \frac{3}{5} \right\}, \max \left\{ \frac{4}{5} \right\} \right\} \\
&= \min \left\{ \frac{3}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right\} = \frac{3}{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_G &= \min_{d \in \{C, D, F\}} \left\{ \max \left\{ \frac{x_{1d}}{x_{1G}} \right\} \right\} \\
&= \min \left\{ \max \left\{ \frac{x_{1C}}{x_{1G}} \right\}, \max \left\{ \frac{x_{1D}}{x_{1G}} \right\}, \max \left\{ \frac{x_{1F}}{x_{1G}} \right\} \right\} \\
&= \min \left\{ \max \left\{ \frac{3}{6} \right\}, \max \left\{ \frac{4}{6} \right\}, \max \left\{ \frac{5}{6} \right\} \right\} \\
&= \min \left\{ \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6} \right\} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Os mesmos tipos de cálculo para orientação produto e para as DMUs dominadas B, E e G, isto é, para $K=B$, $K=E$ e $K=G$, produzem

$$DP_B = \{C\}, \quad DP_E = \{C, D, F\} \quad \text{e} \quad DP_G = \{F\}, \quad \text{e}$$

$$\begin{aligned}
\Theta_B &= \max_{d \in \{C\}} \left\{ \min \left\{ \frac{x_{1d}}{x_{1B}} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \min \left\{ \frac{y_{1C}}{y_{1B}} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \min \left\{ \frac{3}{2} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \frac{3}{2} \right\} = \frac{3}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Theta_E &= \max_{d \in \{C, D, F\}} \left\{ \min \left\{ \frac{y_{1d}}{y_{1E}} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \min \left\{ \frac{y_{1C}}{y_{1E}} \right\}, \min \left\{ \frac{y_{1D}}{y_{1E}} \right\}, \min \left\{ \frac{y_{1F}}{y_{1E}} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \min \left\{ \frac{3}{2} \right\}, \min \left\{ \frac{3}{2} \right\}, \min \left\{ \frac{4}{2} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{4}{2} \right\} = 2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Theta_G &= \max_{d \in \{F\}} \left\{ \min \left\{ \frac{x_{1d}}{x_{1G}} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \min \left\{ \frac{y_{1F}}{y_{1G}} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \min \left\{ \frac{4}{3} \right\} \right\} \\
&= \max \left\{ \frac{4}{3} \right\} = \frac{4}{3}
\end{aligned}$$

A tabela 3.5 resume os resultados obtidos usando-se o modelo de programação linear.

O exemplo que se segue, ilustra um caso em que $M=1$, $N=2$ e $S=7$ para os dados da tabela 3.6, visando uma análise orientação produto. Neste caso o conjunto de possibilidades de produção $P(x)$, é o *menor* conjunto que contém todos os planos de produção, isto é, é o conjunto definido pela equação 3.2 da subseção 3.3.2, o qual, para os dados da tabela, toma a forma da equação 3.89, e tem a representação gráfica dada pela figura 3.22.

DMU	x_1	y_1	θ	Referências	Θ^*	Referências
A	2	1	1,00	A	1,00	A
B	3	2	1,00	B	1,50	C
C	3	3	1,00	C	1,00	C
D	4	3	0,75	C	1,00	D
E	5	2	0,60	B	2,00	F
F	5	4	1,00	F	1,00	F
G	6	3	0,50	B	1,33	F
H	8	5	1,00	H	1,00	H

Tabela 3.5: Comparação de escores FDH, orientações insumo e produto, caso $M=N=1$ e $S=8$

DMU	A	B	C	D	E	F	G	H
x_1	1	1	1	1	1	1	1	1
y_1	4	4	6	6	6	8	8	10
y_2	2	5	1	2	3	1	3	1

Tabela 3.6: Dados para exemplo FDH, caso $M=1$, $N=2$ e $S=8$

$$P_{FDH}(x) = \{y \in \mathbb{R}_+^2 \mid y \leq y_s \text{ e } x \geq x_s, \text{ para algum } s, s = 1, \dots, 8\} \quad (3.89)$$

São apresentados os cálculos apenas para a DMU D, embora existam outras DMUs dom-

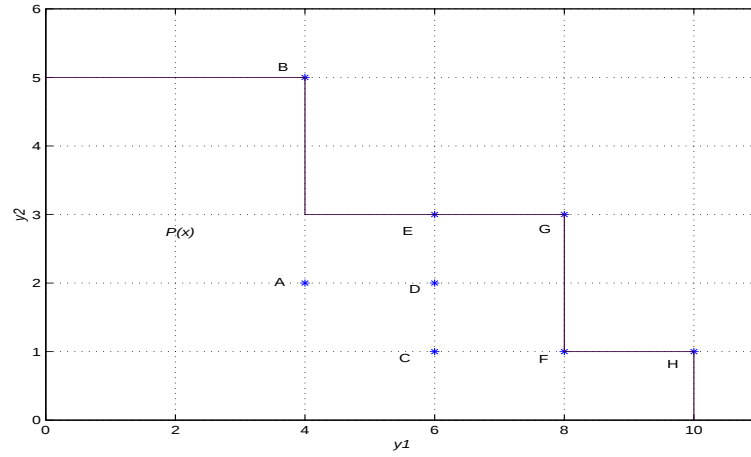


Figura 3.22: Conjunto produto para exemplo FDH, caso $M=1$, $N=2$ e $S=8$

inadas. Para o caso $K=D$, tem-se que $DP_D = \{E, G\}$, e,

$$\begin{aligned}
 \theta_D &= \max_{d \in \{E, G\}} \left\{ \min \left\{ \frac{y_{1d}}{y_{1D}}, \frac{y_{2d}}{y_{2D}} \right\} \right\} \\
 &= \max \left\{ \min \left\{ \frac{y_{1E}}{y_{1D}}, \frac{y_{2E}}{y_{2D}} \right\}, \min \left\{ \frac{y_{1G}}{y_{1D}}, \frac{y_{2G}}{y_{2D}} \right\} \right\} \\
 &= \max \left\{ \min \left\{ \frac{1}{4}, \frac{3}{3} \right\}, \min \left\{ \frac{6}{4}, \frac{3}{3} \right\} \right\} \\
 &= \max \left\{ 1, \frac{4}{3} \right\} = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

A tabela 3.7 resume os resultados obtidos usando-se o modelo de programação linear.

DMU	x_1	y_1	y_2	θ	Referências
A	1	4	2	1,50	E
B	1	4	3	1,00	B
C	1	6	1	1,33	F
D	1	6	2	1,33	G
E	1	6	3	1,00	E
F	1	8	2	1,00	F
G	1	8	3	1,00	G
H	1	10	1	1,00	H

Tabela 3.7: Resultados de exemplo, caso $M=1$, $N=2$ e $S=8$

Outros detalhes sobre a formulação FDH, encontram-se em COOPER, SEIFORD e TONE (2002) e em WILHELM (2003). Aplicações do modelo FDH podem ser encontradas no trabalho de KUOSMANEN (2001), que faz uma abordagem diferente, e relaxa a propriedade de convexidade, impondo ao modelo uma restrição disjuntiva adicional, e também, no trabalho de RUIZ-TORRES e LÓPEZ (2004) que usam as medidas FDH, para comparar o desempenho de algumas heurísticas desenvolvidas por eles na atribuição de serviços, para máquinas operando em paralelo.

3.5 Áreas de aplicação de DEA

As medidas de eficiência DEA, têm sido largamente usadas para comparar organizações nas mais diversas e inusitadas áreas, como no setor educacional, setor bancário, cuidados com a saúde, esporte, setor público, logística, recrutamento de pessoal, reservatório de água e outras.

No setor educacional, alguns trabalhos como os de MOITA (1995), RUGGIERO (1996), JANZEN (2003) e JAHANSHALOO *et al.* (2005) avaliaram o rendimento escolar de escolas municipais. Outros avaliaram departamentos acadêmicos em universidades, como LOPES, LANZER e BARCIA (1997), LOPES (1998), NUNES (1998), AMARAL (1999) e SARRICO e DYSON (2004), e outros ainda, avaliaram programas de pós-graduação em universidades como MEZA (1998) e bibliotecas universitárias como KAO e LIU (2000). Alguns destes trabalhos utilizaram outras metodologias, como conjuntos *fuzzy* e/ou avaliação cruzada e/ou restrições a pesos.

No setor bancário podemos citar no Brasil os trabalhos de SILVA, H. B. F. (1994), que quantifica ações gerenciais, e de SILVA, A. C. M. (2000) que analisa a posição de ativos totais. Já KUOSMANEN e POST (2001, 2003) desenvolveram uma abordagem com informações incompletas de preços, num trabalho com bancos comerciais europeus. Ainda trabalhando com informação incompleta no setor bancário, CAMANHO e DYSON (2003) obtiveram resultados indicativos da robustez dos modelos DEA, mesmo sendo usado este tipo de informação. PRIOR e SURROCA (2004) usaram taxas marginais e *clustering* para identificar grupos estratégicos no setor bancário espanhol.

Na área da saúde a literatura relata inúmeros trabalhos, O uso de estatística combinada com DEA permitiu a XUE e HARKER (1999) a análise do desempenho de hospitais dos Estados Unidos. A avaliação do desempenho de unidades dentárias municipais na Finlândia encontra-se no trabalho de HALME e KORHONEN (2000). No Brasil, MARINHO e FAÇANHA (2001) avaliaram a eficiência de hospitais universitários e MARINHO (2001) desenvolveu um trabalho com hospitais públicos e privados, gerando um *ranking*. Num trabalho recente, a prática de atividades físicas foi avaliada por ROSEMAN e FRIESNER (2004).

Na área ambiental, DEA foi usada por SARKIS (2000) para a decisão da localização municipal de um sistema de gestão de resíduos sólidos e DYCKHOFF e ALLEN (2001), aplicaram DEA para a comparação de indicadores ambientais, situação em que DEA mostrou um alto potencial para este tipo de avaliação.

Para finalizar a apresentação desta pequena mostra de aplicações em DEA, vale a pena citar mais alguns trabalhos indicativos da importância de DEA como ferramenta de apoio à tomada de decisão. RUGGIERO (1996) estudou a aplicação de DEA na avaliação da eficiência técnica de setores públicos, alertando sobre as conseqüências advindas do não controle de variáveis ambientais que podem afetar a produção de tais setores. Em TAKAMURA e TONEB (2003) é apresentado um estudo para recolocação de agências governamentais japonesas fora de Tokyo e em DESPOTIS (2004) o uso de indicadores sócio-econômicos e retornos variáveis de escala, foram usados para medir a eficiência de países da Ásia e do Pacífico em termos de desenvolvimento humano. Os trabalhos de GREEN, DOYLE E COOK (1996), OBATA e

ISHII (2003) e NOGUCHI, OGAWA e ISHII (2002), tratam do ranqueamento de candidatos baseado em votações e, enquanto os primeiros usaram avaliação cruzada, os últimos fizeram um ranqueamento para múltiplos objetivos, o qual pode inclusive ser usado para problemas de desenvolvimento humano em organizações. SHANG e SUEYOSHI (1995) trabalharam com a seleção do melhor e mais flexível sistema de produção em fábricas e, o recente trabalho de ERTAY e RUAN (2005) sobre linhas de produção de celulares, avalia a forma mais eficiente de produção, em termos de número de operários e designação de tarefas,

3.6 Extensões de DEA

Atualmente, os pesquisadores trabalham com um grande número de tópicos relacionados com DEA, e algumas áreas de pesquisa são:

1. restrições aos pesos;
2. variáveis categóricas;
3. variáveis discrecionárias e não discrecionárias;
4. eficiência dinâmica;
5. avaliação cruzada;
6. índice de Malmquist.

Várias particularidades do emprego de DEA, são apresentadas na literatura em diversos trabalhos. Uma delas é a má distribuição de pesos, o que ocorre principalmente porque DEA permite às DMUs alocarem livremente pesos aos seus insumos e produtos. Como decorrência, algumas DMUs podem atingir um escore de eficiência máximo e igual a um, por atribuírem peso alto a alguns insumos, em detrimento de outros que podem ter peso zero ou baixo.

A maneira tradicional de resolver o problema da má distribuição dos pesos é a imposição de restrição a eles, o que leva porém a outros problemas como a infactibilidade dos modelos, ou a superestimação ou subestimação dos escores de eficiência. Existem inúmeros trabalhos e abordagens relacionados ao tema e relatados na literatura. Por exemplo, ALLEN e THANASSOULIS (2004) oferecem uma abordagem baseada em tecnologias de produção no contexto de retornos constantes de escala, um insumo, múltiplos produtos e a introdução

de DMUs não observadas. Já PODINOVSKI (2004c), ao analisar os efeitos de incorporação de restrição aos pesos e de outras restrições não homogêneas¹⁰ e perceber que estas restrições subestimam a eficiência máxima relativa, sugere incorporar restrições de peso considerando a introdução de um outro modelo. Ainda abordando o mesmo tema, em um trabalho posterior, PODINOVSKI (2001) apresenta alguns tipos de restrições aos pesos, os quais não interferem nas medidas do modelo CCR produzindo corretamente a medida de eficiência relativa. Por outro lado, JAHANSHAHLOO *et al.* (2005), discutem o problema de restrições aos pesos baseadas no julgamento dos tomadores de decisão, o que pode levar à infactibilidade do modelo, sugerindo a abordagem deste caso através de *goal programming*¹¹ e do método do *big-M*.

Uma outra particularidade do emprego de DEA, inter-relacionada com a má distribuição dos pesos, diz respeito ao fraco poder discriminatório de DEA entre as DMUs 100% eficientes. Algumas abordagens foram desenvolvidas para melhorar o poder discriminatório de DEA e uma delas é a avaliação cruzada. Quando uma DMU atinge um escore de eficiência igual a um, porque atribui peso alto a algumas variáveis e peso baixo ou zero a outras, isto pode significar que tal DMU pode não ser muito eficiente globalmente e sim em alguns aspectos apenas. Uma avaliação do conjunto de DMUs aos pares, pode discriminar melhor as unidades eficientes e é disto que trata a avaliação cruzada. Aplicações e extensões da avaliação cruzada podem ser encontradas nos trabalhos de DOYLE e GREEN (1994), SHANG e SUEYOSHI (1995), GREEN, DOYLE e COOK (1996) e MEZA (1998). Existem outras abordagens ainda para o caso de muitos empates nos índices 100% eficientes, e uma dela usa a idéia de fronteira invertida¹² encontrada nos trabalhos de MELLO *et al.* (2004). Alguns trabalhos como os de LI e REEVES (1999) e OBATA e ISHII (2003) usam métodos alternativos para melhorar tanto o poder discriminatório de DEA quanto a má distribuição de pesos.

Outro aspecto a considerar ainda quanto ao emprego de DEA, diz respeito aos tipos de variáveis consideradas, o que pode ou não exigir modificações nos modelos DEA tradicionais. Três tipos de variáveis têm sido fontes de estudos de pesquisadores. São elas, as variáveis

¹⁰Restrições não homogêneas são aquelas inequações lineares formuladas como menores que ou iguais a uma constante não nula no lado direito.

¹¹É uma importante área dentro da área de Multicritério de Apoio à Decisão.

¹²Neste tipo de fronteira os outputs são considerados inputs e os inputs como outputs.

discrecionárias ou variáveis controláveis, as não discrecionárias ou não controláveis ou ainda, não administráveis e, as variáveis categóricas. Os dois primeiros tipos se auto-definem. Já as variáveis categóricas, podem ser definidas como sendo aquelas que assumem apenas um número finito de valores, ao contrário da maioria das variáveis usadas em DEA que em geral são variáveis contínuas. As variáveis categóricas em geral, estão associadas à presença ou não de certos atributos ou de certas classificações, e podem ser ou não controláveis. Definições e exemplos envolvendo os tipos citados de variáveis podem ser encontrados em COOPER, SEIFORD e TONE (2002, cap. 7) e no trabalho de FORSUND (2002).

Os modelos DEA tradicionais, ou modelos estáticos, avaliam a eficiência de DMUs, que assumem contemporaneidade de insumos e produtos, isto é, os níveis de insumo/produto referem-se aos produtos gerados e observados durante o mesmo período de tempo em que os insumos são observados. É possível também analisar como evolui a eficiência ao longo do tempo, quando não ocorre a contemporaneidade entre insumos e produtos, e os modelos usados neste caso são conhecidos como modelos dinâmicos. Neste caso, a DMU é tratada ao longo do tempo como se fosse uma unidade distinta. A análise dinâmica pode ser aplicada por exemplo, quando há formação de estoque, pois este pode influenciar o nível de produção por vários períodos de tempo. EMROUZNEJAD e THANASSOULIS (2005) avaliaram a eficiência dinâmica de universidades e sugerem melhores resultados neste caso do que com o do modelo estático,

Por outro lado, quando se assume a contemporaneidade de insumos e produtos, mas se deseja uma avaliação da eficiência em vários períodos de tempo, o tratamento adequado do problema é através do índice de Malmquist, um método desenvolvido com base em uma razão de distâncias. De acordo com WILHELM (2003), a função distância, relativa ao período de tempo t é dada por:

$$D^t(x^t, y^t) = \min\{\Theta \mid y^t/\Theta \in P^t(x^t)\}, \quad t = 1, \dots, T$$

A partir desta distância define-se o índice de Malmquist M , o qual é dado por:

$$M(x^{t+1}, y^{t+1}, x^t, y^t) = \left(\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1}) \times D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D^t(x^t, y^t) \times D^{t+1}(x^t, y^t)} \right)^{1/2} \quad (3.90)$$

A decomposição de M em duas partes, expressando mudança no índice de eficiência técnica e mudança de tecnologia, permitem avaliar alterações temporais na produtividade da DMU em análise. HERRERO e PASCOE (2004) usaram dados artificiais para testar as trocas técnicas sobre cada produto, usando índices quasi-Malmquist.

Existem ainda muitos aspectos relacionados a DEA, além da pequena mostra citada aqui. O leitor pode encontrá-los pesquisando a vasta literatura disponível sobre DEA. Em complementação, na próxima seção, serão abordadas brevemente algumas metodologias que têm se desenvolvido paralelamente a DEA.

3.7 Metodologias subjacentes a DEA

Os modelos tradicionais DEA são não paramétricos e não estocásticos, mas FÄRE, GROSSKOPF e LOVELL (1994, p. 20-23), citam uma lista de referências sobre as abordagens alternativas: a não paramétrica estocástica, a paramétrica não estocástica e a paramétrica estocástica. Citam ainda que os dois casos extremos - a não paramétrica não estocástica e a paramétrica estocástica - muitas vezes constituem uma abordagem adicional, compondo um método de duas fases.

Diversas metodologias de apoio à tomada de decisão, são usadas em conjunto ou não sempre em complementação de umas às outras, e com o objetivo de aprimorar resultados e consolidar novas metodologias. Algumas destas metodologias, que têm sido discutidas largamente na literatura e usadas juntamente com DEA, são:

1. DEA estocástica;
2. DEA *fuzzy*;
3. Apoio multicritério à decisão.

Os modelos não estocásticos muitas vezes são sensíveis à presença de dados imprecisos, isto é, dados com erros de coleta, ou com erros de medida, ou sujeitos a alguma restrição ou ainda, dados que podem assumir apenas valores discretos. Algumas abordagens são discutidas na literatura para resolver o problema da imprecisão dos dados e duas delas, a abordagem estocástica e a abordagem através de conjuntos *fuzzy*, têm sido fonte de vários trabalhos.

A abordagem DEA estocástica, trata os dados imprecisos usando probabilidades e supondo os vetores insumos e produtos como variáveis aleatórias (COOPER *et al.* 1998), o que exige porém, a determinação das distribuições de probabilidades, sendo esta uma dificuldade para implementação dos modelos. ZHU (2003), ao incorporar os dados imprecisos ao modelo padrão CCR e obter um modelo não linear e não convexo, apresenta uma abordagem alternativa, transformando o problema em um modelo de programação não estocástica, fácil de resolver e fornecendo bons resultados. Já LAHDELMA e SALMINEN (2004) combinam DEA com um método multi-critério estocástico de análise (SMAA2) e geram um método denominado SMAA-D, o qual avalia um conjunto de DMUs, fazendo medidas sobre vários produtos a serem maximizados e insumos a serem minimizados, e depois comparam os resultados obtidos com os resultados usuais de DEA.

Vários pesquisadores têm abordado a questão de dados imprecisos, também chamados por alguns de dados *fuzzy*, propondo vários modelos *fuzzy* nos quais as quantidades de insumos e produtos e/ou a função objetivo e/ou as restrições são consideradas números *fuzzy*. Algumas das diversas formulações dos modelos DEA tradicionais podem ser estendidas a estes modelos. GUO e TANAKA (2001) trabalharam com o modelo CCR considerando insumos e produtos como dados *fuzzy*, e os seus resultados, foram comparados posteriormente com os resultados obtidos por JAHANSHALOO, SOLEIMANI-DAMANEHE E NASRABADI (2004), que estenderam o modelo SBM a um modelo *fuzzy*. Já SAATI e MEMARIANI (2004), usaram a teoria de conjuntos *fuzzy* e impondo limites superiores aos pesos, obtiveram um conjunto comum de pesos a todos as unidades, obtendo eficiências que são mais números *fuzzy* do que valores precisos. Este tipo de abordagem, conforme citado por alguns pesquisadores, pode também ser usado para melhorar o poder discriminatório de DEA.

Uma área muito próxima a DEA, também usada para avaliar o desempenho de organizações similares, é a Análise Multi-Critério de Decisões (MCDA).¹³ Enquanto DEA fornece um conjunto de pesos que determinam a melhor prática para cada unidade, MCDA, através de diferentes abordagens, encontra a melhor alternativa, entre conjuntos de critérios definidos pelos tomadores de decisão, de acordo com as suas preferências ou opiniões. BELTON (2004), enal-

¹³Do inglês *Multiple Criteria Decision Analysis*.

tece os benefícios do uso conjunto de DEA e MCDA. A metodologia MCDA pode ser aplicada a dados imprecisos como nos trabalhos de TAKEDA e SATOH (2000), pode ter uma abordagem estocástica como no trabalho de LAHDELMA e SALMINEM (2004) e pode também se basear na lógica *fuzzy*, como no trabalho de OMERO *et al.* (2005), que considera múltiplas informações produzidas por DEA.

Capítulo 4

Aplicação de DEA na avaliação de creches do Município de Maringá

Neste capítulo é apresentado a aplicação de DEA na avaliação do desempenho técnico das creches do Sistema Municipal de Ensino de Maringá. Inicialmente é feita uma apresentação do funcionamento da Rede Municipal no setor pré-escolar, quanto à estrutura de atendimento e de quadro de pessoal. Após, é feita uma análise dos dados, objetivando uma posterior decisão quanto as DMUs, as variáveis e os modelos a serem usados. Seleccionadas as variáveis e os modelos, são apresentadas as formulações matemáticas dos modelos e os resultados obtidos após a abordagem computacional. Finalmente é feita uma análise dos resultados.

4.1 Estruturação do Sistema Municipal de Ensino

O atendimento pré-escolar do Sistema Municipal de Ensino, à população do Município de Maringá, é feito nas modalidades creche e pré-escola, de acordo com as faixas etárias das crianças, conforme detalhamento a seguir:

1. creches - zero a três anos:
 - (a) berçário I e II: zero a um ano;
 - (b) maternal I: dois anos;
 - (c) maternal II: três anos;
2. pré-escola - quatro a seis anos:
 - (a) jardim I: quatro anos;
 - (b) jardim II: cinco anos;
 - (c) jardim III: seis anos.

Excepcionalmente algumas unidades atendem a crianças portadoras de algum tipo de deficiência.

O quadro de pessoal básico para cada unidade é composto de:

1. creches:
 - (a) um professor com formação superior, com carga horária diária de quatro horas por turma;
 - (b) dois auxiliares de creche com formação do ensino médio, com carga horária diária de oito horas, por turma;
2. pré-escola :
 - (a) um professor com formação superior, com carga horária diária de quatro horas, por turma;
 - (b) um atendente com formação em magistério, com carga horária diária de seis horas, por turma;
3. serviços gerais, cuja quantidade de funcionários depende da área construída: uma cozinheira, uma auxiliar de cozinha, uma lactarista e três auxiliares de serviços gerais;
4. administração: um(a) diretor(a), um(a) supervisor(a) educacional e um auxiliar administrativo, todos com carga horária diária de 8 horas.

Além do mais, todas as unidades possuem um quadro variável de funcionários com carga horária suplementar ou hora atividade adicional, para a solução de problemas eventuais.

4.2 Análise dos dados

Num primeiro momento, antes de se conhecer o funcionamento do Sistema Municipal de Ensino, imaginou-se trabalhar com as seguintes variáveis: área das unidades, número de vagas, número de professores, número de funcionários, custo por aluno e número de alunos efetivamente atendidos. Destas variáveis, as quatro primeiras como insumos, e a última como produto. Os dados disponíveis, fornecidos pela Prefeitura do Município de Maringá, referiam-se a um período do ano de 2003 e às 34 unidades então mantidas exclusivamente pela prefeitura, os CMEIs. Tais dados constam nas tabelas A.1 e A.2 do apêndice A.

Uma primeira análise dos dados, sugeria que a área e a capacidade teórica (número de vagas) seriam variáveis redundantes, e acreditava-se ser possível utilizar apenas uma das duas como insumo. Porém, o cálculo do coeficiente de correlação entre a capacidade teórica

e a área, revelou um índice de correlação relativamente baixo, dado por $\rho = 0,621638$, o que causou estranheza. Análise minuciosa dos dados e discussões com o pessoal da Secretaria de Educação explicaram o motivo da baixa correlação. A área apresentada, levava em conta diferentes tipos de edificações, com áreas úteis, áreas de lazer e áreas de salas de aula bastante distintas entre as diversas unidades, de forma que, uma maior área não significava mais salas de aula ou maior capacidade de atendimento. Além do mais, as direções das escolas, trabalhavam com um índice de faltas dos alunos às aulas e levavam em conta apenas parcialmente a capacidade teórica das escolas para a oferta de matrículas. O uso dos dados relativos à área ou à capacidade teórica de atendimento, poderiam levar a interpretações errôneas, motivo pelo qual, decidiu-se não fazer uso destes dados como insumos.

Optou-se então por fazer uma nova pesquisa de dados na tentativa de levantar mais informações, incluindo nesta pesquisa tanto as unidades mantidas pela prefeitura, os CMEIs, quanto as unidades conveniadas, os CEIs. Pesquisas a alguns censos escolares, folhas de pagamento, relatórios mensais da prefeitura e questionários sobre aspectos sociais dos usuários, revelaram novos aspectos do funcionamento tanto dos CMEIs quanto dos CEIs.

Questionários com dados de caráter social foram analisados, porém, a falta de padronização no questionário usado nas diversas unidades, para o período analisado, inviabilizou o uso de variáveis de cunho social, ou mesmo um tratamento estatístico para os estes dados.

Quanto ao uso de equipamentos didáticos e aparelhos elétricos, constatou-se também que quase todas as unidades operam em igualdade de condições. Já quanto ao uso de equipamentos de informática, apenas algumas unidades dispõem de computadores, e têm acesso à rede mundial de computadores.

Dados relativos a custos com pessoal foram disponibilizados, porém dados adicionais sobre custos com manutenção como água, luz e telefone, não foram objeto de pesquisa, devido a não homogeneidade de uso destes recursos. Os custos com água por exemplo, apresentavam uma variação entre as unidades, pois algumas delas faziam uso de fossas e outras de rede de esgotos, de maior custo. Além do mais, algumas unidades utilizavam também água de poços artesianos, a custo teórico nulo. Já os custos com energia elétrica poderiam ser disponibilizados apenas para

os CMEIs, uma vez que as contas de energia dos CEIs são pagas pelas entidades mantenedoras e em geral são incluídas numa conta global do estabelecimento. Devido a desigualdade de condições de gastos com manutenção, optou-se por não utilizar estes dados na análise. Não se teve acesso também a dados sobre custos com refeições nem com material de consumo. A análise de folha de pagamentos não permitiu, durante o período de tempo dedicado à pesquisa de dados, definir com clareza a distribuição dos custos com o pessoal, por categoria, como seria desejável, para que dados relativos a custos com pessoal fossem incluídos como dados para a análise.

O que ficou claro e bem definido de fato, foi a relação entre a quantidade de crianças atendidas (ALU) e o quadro de recursos humanos, que oficialmente compõe cada unidade, como professores (PRO), auxiliares do maternal e atendentes da pré-escola (AUX), funcionários para realização de serviços gerais (SER) e administração (ADM). Pesquisou-se dados relativos ao bimestre maio-junho de 2004, observando-se pouca variação entre os dois meses, motivo pelo qual optou-se por trabalhar apenas com os dados do mês de maio.

As tabelas 4.1 e 4.2, contêm os registros das informações obtidas para as DMUs de números 1 a 37, os CMEIs, e para as DMUs de números 38 a 50 os CEIs, respectivamente.

Quantidade de funcionários PRO, AUX, SER, ADM e quantidade de alunos ALU, por CMEI					
DMU	PRO	AUX	SER	ADM	ALU
1	9	14	8	2	221
2	8	11	6	3	196
3	4	6	5	3	120
4	6	9	7	3	170
5	7	12	7	3	185
6	3	4	5	3	72
7	6	9	6	3	160
8	8	12	11	4	193
9	6	9	6	3	162
10	9	13	7	3	231
11	8	10	6	3	211
12	4	6	5	3	108
13	5	8	6	2	118
14	6	10	6	3	145
15	4	6	6	3	101
16	6	9	7	3	163
17	4	6	5	3	94
18	7	10	6	3	143
19	8	11	8	3	196
20	6	9	5	3	159
21	5	8	5	3	137
22	6	9	7	3	166
23	5	7	4	4	111
24	6	9	6	2	117
25	7	10	6	3	165
26	5	7	5	3	118
27	10	14	8	2	227
28	10	16	9	3	236
29	4	6	4	3	73
30	8	9	6	3	185
31	5	6	6	3	110
32	8	13	8	3	191
33	11	17	11	3	297
34	6	11	7	3	136
35	4	9	6	3	150
36	6	9	6	3	150
37	7	12	7	3	189

FONTE: CENSO ESCOLAR - MAIO 2004 - PMM

Tabela 4.1: Dados referentes aos recursos humanos atuando nos CMEIs, maio de 2004

Quantidade de funcionários PRO, AUX, SER e ADM e quantidade de alunos ALU, por CEI					
DMU	PRO	AUX	SER	ADM	ALU
38	3	3	3	1	59
39	8	11	8	1	219
40	6	8	6	3	155
41	3	5	3	1	98
42	6	7	6	1	126
43	4	5	5	1	89
44	6	9	6	2	133
45	4	5	3	1	61
46	8	11	7	2	231
47	6	10	6	2	138
48	6	9	6	2	175
49	5	8	6	2	128
50	3	5	4	1	60

FONTE: CENSO ESCOLAR - MAIO 2004 - PMM

Tabela 4.2: Dados referentes a recursos humanos atuando nos CEIs, maio de 2004

Observando-se os dados relativos à administração, constatou-se pouca variação no número de funcionários no setor administrativo em cada um dos grupos, o que pode conferir a estes dados um baixo poder discriminatório entre as unidades. Além do mais, os números relativos à administração dos conveniados CEIs são menores do que os números dos CMEIs, pois membros da sociedade participam da administração de algumas unidades como voluntários, e não fazem parte do quadro oficial de funcionários. Sendo assim, a variável ADM poderia ser importante na discriminação entre os dois grupos - CMEIs e CEIs. Para um melhor posicionamento quanto à presença desta variável, analisou-se as matrizes de correlação dos dados para os CMEIs e CEIs, as quais são apresentadas nas tabelas 4.3 e 4.4.

	PRO	AUX	SER	ADM	ALU
PRO	1	0.9332	0.7667	-0.1486	0.9414
AUX	0.9332	1	0.817	-0.1574	0.9239
SER	0.7667	0.817	1	-0.0035	0.7827
ADM	-0.1486	-0.1574	-0.0035	1	-0.0835
ALU	0.9414	0.9239	0.7827	-0.0835	1

Tabela 4.3: Matriz de correlação das variáveis PRO, AUX, SER, ADM e ALU, para os CMEIs

	PRO	AUX	SER	ADM	ALU
PRO	1	0.9372	0.9298	0.4633	0.9395
AUX	0.9372	1	0.9102	0.5491	0.9188
SER	0.9298	0.9102	1	0.4608	0.8882
ADM	0.4633	0.5491	0.4608	1	0.48
ALU	0.9395	0.9188	0.8882	0.48	1

Tabela 4.4: Matriz de correlação das variáveis PRO, AUX, SER, ADM e ALU, para os CEIs

Uma análise das tabelas 4.3 e 4.4, indica uma baixa correlação entre os dados relativos à administração e os demais dados, principalmente para os CMEIs. A baixa correlação era esperada pois, para o funcionamento adequado dos CMEIs e CEIs, a necessidade de pessoal administrativo, basicamente é a mesma para todos eles em cada grupo, ou seja, cada uma das partes não influencia no número de pessoas do quadro administrativo. A diferença dos valores da correlação, entre o dado ADM e os outros dados nos dois grupos, também era esperada, devido a diferença da quantidade de pessoas atuando na administração dos dois grupos. Entretanto, as demais correlações traduzem a realidade, ou seja, quanto maior o número de alunos, maior o número de pessoas que trabalham diretamente com os mesmos.

4.3 Delineamento da pesquisa

Durante o período de coleta dos dados, foi possível conversar com funcionários da Secretaria de Educação do Município, e isto permitiu a coleta de informações extra-oficiais, o que, juntamente com a análise dos dados, delineou o encaminhamento para o desenvolvimento da pesquisa, o que será apresentado a seguir.

4.3.1 Seleção das DMUs

Conforme exposto anteriormente, os CMEIs são mantidas exclusivamente pela prefeitura, enquanto os CEIs ou conveniados são mantidos na sua maioria por entidades filantrópicas, ficando a cargo da prefeitura do município apenas o quadro de recursos humanos. Devido a esta diferença, o desenvolvimento da pesquisa seguirá dois eixos, visando detectar aspectos discriminatórios de funcionamento dos dois grupos - CMEIs e CEIs.

Sendo assim, cada um destes grupos será analisado separadamente e, neste caso, os CMEIs serão identificados pelos números 01 a 37, e os CEIs, serão identificados pelos números 38 a 50. É importante ressaltar que o número de unidades do segundo grupo é pequeno, o que pode levar a distorções dos resultados.

4.3.2 Seleção das variáveis

Diante da análise feita na seção 4.2 e dos dados apresentados nas tabelas 4.1 e 4.2, conclui-se sobre a utilização dos dados:

1. insumos:
 - (a) PRO - número de professores, variável esta que inclui o total de professores das creches e da pré-escola;
 - (b) AUX - número de auxiliares de maternal e de atendentes de creche;
 - (c) SER - número de funcionários que fazem serviços gerais;
 - (d) ADM - número de funcionários na administração.
2. produtos:
 - (a) ALU - número de crianças matriculadas em cada DMU.

4.3.3 Seleção dos modelos

Como visto nas discussões iniciais deste trabalho, existe uma grande defasagem entre a oferta e a demanda de vagas, nas creches e nas pré-escolas da rede municipal de ensino. Isto sugere, que a idéia principal a ser desenvolvida, seja verificar a possibilidade de expansão da oferta de vagas, mantendo-se a estrutura de recursos humanos atualmente apresentada, já que não será feita uma análise econômica da situação.

Diante disto, os modelos baseados em orientação produção parecem ser mais adequados à análise pois, como já discutido no capítulo 3, tais modelos fornecem um escore de eficiência que indica a máxima expansão que a produção pode sofrer ao se fixar um nível de consumo de insumos.

Definida então a orientação a ser utilizada nos modelos, passou-se à análise do tipo de retorno de escala para os modelos orientação produção. Pelo tipo de estrutura de funcionamento das unidades estudadas, espera-se que ampliações por um dado fator na oferta de vagas,

provoquem ampliações, aproximadamente, pelo mesmo fator ou por um fator um pouco menor, no nível de consumo de insumos. A ampliação por um fator menor, é esperada para os dados SERV e ADM, o que pode ser justificado pelo fato de que, para funcionamento, todas as unidades precisam dispor de um quadro mínimo de funcionários naquelas categorias. Por outro lado, a expansão proporcional, é esperada ocorrer apenas nos insumos PROF e AUX. Pensou-se então em dirigir a análise no sentido de comparar os escores obtidos para retornos variáveis de escala (RVE) como o modelo BCC, e para modelos envolvendo medidas completas. Mas, a análise dos modelos como problemas de programação linear não inteira, seria inadequada, pois todos os dados usadas no problema são inteiros. Os arredondamentos então necessários, poderiam distorcer os resultados e a sua análise.

Optou-se então em trabalhar com o modelo FDH, orientação produção, pois, além de considerar retornos variáveis de escala, é um modelo de programação linear mista, e por isto, fornece alguns resultados inteiros. Também compara cada unidade com uma outra, cuja produção é efetivamente observada, ao contrário dos modelos tradicionais, que fazem uso de fronteiras de produção hipotéticas. Nos modelos FDH, cada DMU em estudo tem apenas uma unidade de referência, ao contrário dos modelos tradicionais, nos quais, DMUs ineficientes podem ser expressas por combinações lineares de uma ou mais unidades eficientes.

Além do mais, o modelo FDH é mais benevolente com as DMUs ineficientes, por considerar retornos variáveis de escala (RVE). Deste modo, além de comparar creches com outras que realmente existem, e não com creches hipotéticas dadas por combinações lineares convexas de creches, esta medida atribui índices de eficiência melhores que os, ou iguais aos índices, dos modelos que incorporam retornos constantes de escala (RCE).

4.3.4 Seleção de recursos computacionais

Como suporte computacional para a resolução dos problemas formulados, será usado o programa DEA-SAED V1.0. O programa, de uso irrestrito, foi desenvolvido no trabalho de SURCO (2004). Para o cálculo da eficiência usando o modelo FDH, o programa oferece duas opções. O uso de programação linear para variáveis binárias e o uso do algoritmo que utiliza o conceito de dominância, conceito já discutido na subseção 3.4.5 do capítulo 3.

4.4 Formulação do modelo

A formulação do modelo não radial FDH, orientação produto, para análise dos dois grupos das DMUs, é feita de acordo com as expressões 3.84 a 3.88 do capítulo 3, para o caso em que $S = 37$ ou $S = 13$, $M = 4$ e $N = 1$. Considerando-se o primeiro grupo, para cada uma das 37 DMUs, é formulado um problema de programação linear mista, de modo que, se k é uma DMU genérica, $k = 1, \dots, 37$, o modelo para esta DMU k , é descrito por:

$$\max \quad \Theta_k \quad (4.1)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{s=1}^{37} \Lambda_s x_{ms} \leq x_{mk}, \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.2)$$

$$\sum_{s=1}^{37} \Lambda_s y_{1s} \geq \Theta_k y_{1k}, \quad (4.3)$$

$$\sum_{s=1}^{37} \Lambda_s = 1 \quad (4.4)$$

$$\Lambda_s \in \{0, 1\}, \quad s = 1, \dots, 37, \quad \Theta_k \text{ irrestrita} \quad (4.5)$$

Para a análise dos 13 CEIS, faz-se a substituição de $S=37$, por $S=13$, no modelo acima. A introdução das sobras (*slacks*) s^- e dos excessos (*surplus*) s^+ nas restrições 4.2 e 4.3, resulta no modelo:

$$\max \quad \Theta_k \quad (4.6)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{s=1}^{37} \Lambda_s x_{ms} + s_{mk}^- = x_{mk}, \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.7)$$

$$\sum_{s=1}^{37} \Lambda_s y_{1s} - s_{1k}^+ = \Theta_k y_{1k}, \quad (4.8)$$

$$\sum_{s=1}^{37} \Lambda_s = 1 \quad (4.9)$$

$$\Lambda_s \in \{0, 1\}, \quad s = 1, \dots, 37, \quad \Theta_k \text{ irrestrita} \quad (4.10)$$

$$s_{mk}^- \geq 0, \quad s_{1k}^+ \geq 0 \quad (4.11)$$

Segue deste último modelo, as metas $\hat{x}_{mk}$ e $\hat{y}_{1k}$ para a DMU k ineficiente, as quais são descritas por:

$$\hat{x}_{mk} = x_{mk} - s_{mk}^-, \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (4.12)$$

$$\hat{y}_{1k} = \Theta_k y_{1k} + s_{1k}^+ \quad (4.13)$$

Quando não houver dúvidas quanto à DMU que está sendo avaliada, pode-se omitir o índice k , para não sobrecarregar a notação. Este é o caso dos resultados apresentados nas tabelas, nas quais, k é fixado em cada linha e representa uma única DMU.

4.5 Resultados

Os resultados obtidos, após o processamento dos modelos para cada um dos grupos que são objetos de estudo, são apresentados nas tabelas 4.5 a 4.8.

As tabelas 4.5 e 4.7 apresentam em suas colunas, para os casos $S=37$ e $S=13$ respectivamente, os escores de eficiência, as referências, o número de vezes que cada DMU é citada como referência e as folgas. As penúltimas linhas contêm os totais de folgas de todos os insumos e produtos. As últimas linhas, contêm o escore médio de eficiência¹ do grupo, bem como o escore médio de ineficiência² do grupo.

As tabelas 4.6 e 4.8, apresentam em suas colunas, para os casos $S=37$ e $S=13$ respectivamente, os escores de eficiência, as referências, os dados iniciais e as metas, para cada DMU. As penúltimas linhas contêm os totais de insumos e produtos referentes aos dados iniciais e aos dados com as metas. As últimas linhas, repetem os escores médios de eficiência e de ineficiência e apresentam também a expansão total do produto ALU.

A seguir, as tabelas.

¹Entende-se por escore médio de eficiência, a média geral de todos os escores das DMUs, eficientes ou não.

²Entende-se por escore médio de ineficiência, a média geral dos escores das DMUs ineficientes.

Escores de eficiência, referências e folgas, considerando 37 CMEIs								
DMU	Escore de eficiência	Referência	Nº citações referências	Folgas				
				s_1^-	s_2^-	s_3^-	s_4^-	s_1^+
1	1	1	1	0	0	0	0	0
2	1,077	11	0	0	1	0	0	15
3	1	3	6	0	0	0	0	0
4	1	4	4	0	0	0	0	0
5	1,022	37	0	0	0	0	0	4
6	1	6	1	0	0	0	0	0
7	1,013	9	0	0	0	0	0	2
8	1,093	11	0	0	2	5	1	18
9	1	9	4	0	0	0	0	0
10	1	10	1	0	0	0	0	0
11	1	11	5	0	0	0	0	0
12	1,111	3	0	0	0	0	0	12
13	1	13	2	0	0	0	0	0
14	1,117	9	0	0	1	0	0	17
15	1,188	3	0	0	0	1	0	19
16	1,043	4	0	0	0	0	0	7
17	1,277	3	0	0	0	0	0	26
18	1,154	25	0	0	0	0	0	22
19	1,077	11	0	0	1	2	0	15
20	1	20	1	0	0	0	0	0
21	1	21	1	0	0	0	0	0
22	1,024	4	0	0	0	0	0	4
23	1	23	1	0	0	0	0	0
24	1,009	13	0	1	1	0	0	1
25	1	25	2	0	0	0	0	0
26	1,017	3	0	1	1	0	0	2
27	1	27	1	0	0	0	0	0
28	1	28	1	0	0	0	0	0
29	1	29	1	0	0	0	0	0
30	1	30	1	0	0	0	0	0
31	1,091	3	0	1	0	1	0	10
32	1,105	11	0	0	3	2	0	20
33	1	33	1	0	0	0	0	0
34	1,25	4	0	0	2	0	0	34
35	1	35	1	0	0	0	0	0
36	1,08	9	0	0	0	0	0	12
37	1	37	2	0	0	0	0	0
Total de folgas				3	12	11	1	240
Escore médio de eficiência=1,047. Escore média de ineficiência=1,097.								

Tabela 4.5: Escores de eficiência FDH, referências e folgas, para $S=37$

Escores de eficiência, referências, dados e metas, considerando 37 CMEIs												
DMU	Escore	Referência	Dados					Metas				
			PRO	AUX	SER	ADM	ALU	PRO	AUX	SER	ADM	ALU
1	1	1	9	14	8	2	221	9	14	8	2	221
2	1,077	11	8	11	6	3	196	8	10	6	3	211
3	1	3	4	6	5	3	120	4	6	5	3	120
4	1	4	6	9	7	3	170	6	9	7	3	170
5	1,022	37	7	12	7	3	185	7	12	7	3	189
6	1	6	3	4	5	3	72	3	4	5	3	72
7	1,013	9	6	9	6	3	160	6	9	6	3	162
8	1,093	11	8	12	11	4	193	8	10	6	3	211
9	1	9	6	9	6	3	162	6	9	6	3	162
10	1	10	9	13	7	3	231	9	13	7	3	231
11	1	11	8	10	6	3	211	8	10	6	3	211
12	1,111	3	4	6	5	3	108	4	6	5	3	120
13	1	13	5	8	6	2	118	5	8	6	2	118
14	1,117	9	6	10	6	3	145	6	9	6	3	162
15	1,188	3	4	6	6	3	101	4	6	5	3	120
16	1,043	4	6	9	7	3	163	6	9	7	3	170
17	1,277	3	4	6	5	3	94	4	6	5	3	120
18	1,154	25	7	10	6	3	143	7	10	6	3	165
19	1,077	11	8	11	8	3	196	8	10	6	3	211
20	1	20	6	9	5	3	159	6	9	5	3	159
21	1	21	5	8	5	3	137	5	8	5	3	137
22	1,024	4	6	9	7	3	166	6	9	7	3	170
23	1	23	5	7	4	4	111	5	7	4	4	111
24	1,009	13	6	9	6	2	117	5	8	6	2	118
25	1	25	7	10	6	3	165	7	10	6	3	165
26	1,017	3	5	7	5	3	118	4	6	5	3	120
27	1	27	10	14	8	2	227	10	14	8	2	227
28	1	28	10	16	9	3	236	10	16	9	3	236
29	1	29	4	6	4	3	73	4	6	4	3	73
30	1	30	8	9	6	3	185	8	9	6	3	185
31	1,091	3	5	6	6	3	110	4	6	5	3	120
32	1,105	11	8	13	8	3	191	8	10	6	3	211
33	1	33	11	17	11	3	297	11	17	11	3	297
34	1,25	4	6	11	7	3	136	6	9	7	3	170
35	1	35	4	9	6	3	150	4	9	6	3	150
36	1,08	9	6	9	6	3	150	6	9	6	3	162
37	1	37	7	12	7	3	189	7	12	7	3	189
Total			237	356	239	109	5906	234	344	228	108	6146
Escore médio de eficiência=1,047. Escore médio de ineficiência=1,097. Expansão total de vagas=240												

Tabela 4.6: Escores de eficiência FDH, dados e metas, para $S=37$

Escores de eficiência, referências e folgas, considerando 13 CEIs								
DMU	Escore de eficiência	Referência	Nº citações referência	Folgas				
				s_1^-	s_2^-	s_3^-	s_4^-	s_1^+
38	1	38	1	0	0	0	0	0
39	1	39	1	0	0	0	0	0
40	1	40	1	0	0	0	0	0
41	1	41	4	0	0	0	0	0
42	1	42	1	0	0	0	0	0
43	1,101	41	0	1	0	2	0	9
44	1,316	48	0	0	0	0	0	42
45	1,607	41	0	1	0	0	0	37
46	1	46	1	0	0	0	0	0
47	1,268	48	0	0	1	0	0	37
48	1	48	3	0	0	0	0	0
49	1	49	1	0	0	0	0	0
50	1,633	41	0	0	0	1	0	38
Total de folgas				2	1	3	0	163
Escore médio de eficiência=1,148. Escore médio de ineficiência=1,385.								

Tabela 4.7: Escores de eficiência FDH, referências e folgas, para $S=13$

Escores de eficiência, referências, dados e metas, considerando 13 CEIs												
DMU	Escore	Referência	Dados					Metas				
			PRO	AUX	SER	ADM	ALU	PRO	AUX	SER	ADM	ALU
38	1	38	3	3	3	1	59	3	3	3	1	59
39	1	39	8	11	8	1	219	8	11	8	1	219
40	1	40	6	8	6	3	155	6	8	6	3	155
41	1	41	3	5	3	1	98	3	5	3	1	98
42	1	42	6	7	6	1	126	6	7	6	1	126
43	1,101	41	4	5	5	1	89	3	5	3	1	98
44	1,316	48	6	9	6	2	133	6	9	6	2	175
45	1,607	41	4	5	3	1	61	3	5	3	1	98
46	1	46	8	11	7	2	231	8	11	7	2	231
47	1,268	48	6	10	6	2	138	6	9	6	2	175
48	1	48	6	9	6	2	175	6	9	6	2	175
49	1	49	5	8	6	2	128	5	8	6	2	128
50	1,633	41	3	5	4	1	60	3	5	3	1	98
Total			68	96	69	20	1672	66	95	66	20	1835
Escore médio de eficiência=1,148. Escore médio de ineficiência=1,385. Expansão de vagas:240												

Tabela 4.8: Escores de eficiência FDH, dados e metas, para $S=13$

4.6 Análise dos resultados

A análise dos resultados é feita em 2 etapas, tomando-se por base os resultados apresentados nas tabelas 4.5 a 4.8 da seção 4.5. Primeiramente é feita a avaliação para o caso em que $S=37$ e, depois a avaliação do grupo dos CEIs, para $S=13$.

4.6.1 Análise dos resultados dos 37 CMEIs ($S=37$)

As tabelas 4.5 e 4.6 da seção anterior servem de base para a presente análise. Do total dos 37 CMEIs avaliados, 51,3% ou o equivalente a 19 CMEIs, apresentam escores unitários, sendo portanto eficientes. Ou seja, não existem outros CMEIs que empreguem menos pessoal e tenham mais alunos matriculados, do que estes 19. O escore médio de eficiência do grupo é dado por $\bar{\Theta} = 1,047$, ocorrendo 6 CMEIs ineficientes com escores inferiores à eficiência média e 12 CMEIs ineficientes com escores superiores à eficiência média. É interessante observar que escores mais baixos indicam melhor desempenho técnico. O escore médio de ineficiência dos 18 CMEIs ineficientes do grupo, tem valor $\bar{\Theta}_{inef} = 1,097$, ocorrendo 11 CMEIs ineficientes com escores inferiores à ineficiência média e 7 CMEIs ineficientes com escores superiores à ineficiência média, e portanto com pior desempenho técnico. As figuras 4.1 e 4.2, ilustram a distribuição da frequência dos escores no grupo todo e entre os CMEIs ineficientes, respectivamente.

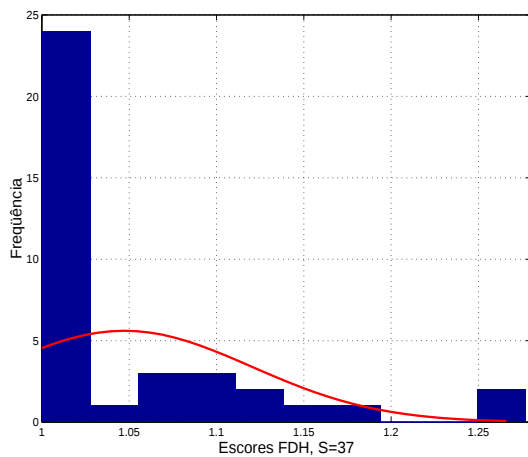


Figura 4.1: Distribuição de frequências dos escores FDH, para todos os CMEIs.

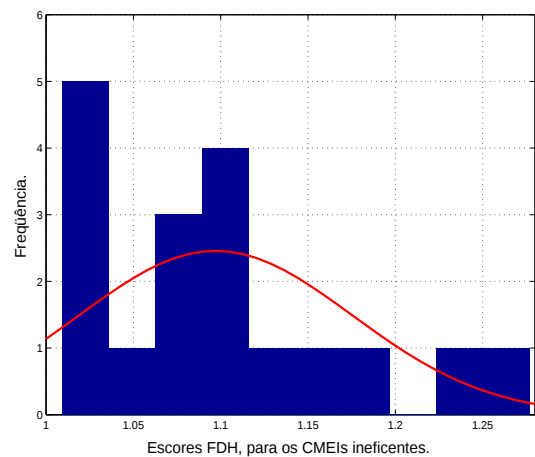


Figura 4.2: Distribuição de frequências dos escores FDH, para os CMEIs ineficientes.

A tabela 4.5 da seção anterior, mostra também, que dos 19 CMEIs eficientes, 7 deles são referências para outros, sendo os CMEIs de números 3, 4, 9, 11, 13, 25 e 37, referências para 5, 3, 3, 4, 1, 1 e 1 outros, respectivamente.

A tabela 4.9 apresenta um resumo parcial do que foi discutido acima. A coluna 1 representa o número de CMEIs em análise; a coluna 2 apresenta a quantidade de CMEIs efi-

cientes e o percentual que esta quantidade representa do *Total* da coluna 1; a coluna 3 apresenta a quantidade de CMEIs que são referência para outros CMEIs e também o percentual que tal quantidade representa do *Total* da coluna 1. O número $\Theta_{inef} = 1,097$ das colunas 4 e 5, da primeira linha, representa o escore médio de ineficiência dos CMEIs ineficientes; as subcolunas informam as quantidades de CMEIs com escores menores e escores maiores que Θ_{inef} , e as porcentagens, referem-se às frações das subcolunas *Qtde* (quantidade) pelo *Total* da coluna 1. A coluna 6 apresenta nas suas subcolunas, o número da DMU ineficiente com maior escore de eficiência (a mais ineficiente) e o seu escore, respectivamente. A coluna 7 apresenta nas suas subcolunas, o número da DMU ineficiente com menor escore de eficiência (a menos ineficiente) e o seu escore, respectivamente.

Total de DMUs	Eficientes		Referências		$\Theta < 1,097$		$\Theta > 1,097$		Pior Θ_{inef}		Melhor Θ_{inef}	
	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	DMU	Θ	DMU	Θ
37	19	51,3	7	18,9	11	29,7	7	18,9	17	1,277	24	1,009

Tabela 4.9: Resultados do grupo dos CMEIs, $S=37$

No grupo todo, o CMEI que apresenta mais baixo desempenho é o de número 17, que apresenta o maior escore de ineficiência $\Theta = 1,277$, escore este que indica uma possível expansão de 27,7% na sua capacidade de atendimento, o equivalente a um aumento de 26 vagas, para que se torne tão eficiente quanto o CMEI 3, sua referência, utilizando os recursos humanos sem folgas. Já o menor escore de ineficiência é $\Theta = 1,009$, alcançado pela DMU de número 24, indicando que ela pode expandir em 0,9% sua capacidade de atendimento, o equivalente a um aumento de apenas 1 vaga, para que se torne tão eficiente quanto a DMU 13, sua referência. Além disto, pode reduzir 1 unidade do insumo PRO e 1 unidade do insumo AUX.

A tabela 4.10 resume os dados da DMU 17 que apresenta maior ineficiência, isto é, desempenho mais baixo no grupo, e os da DMU 24 que apresenta a menor ineficiência no grupo.

Escore, dados, metas e expansão, para as DMUs 17 e 24													
DMU	Referência	Escore	Dados					Metas					Expansão de ALU
			PRO	AUX	SER	ADM	ALU	PRO	AUX	SER	ADM	ALU	
17	3	1,277	4	6	5	3	94	4	6	5	3	120	26
24	13	1,009	6	9	6	2	117	5	8	6	2	118	1

Tabela 4.10: Dados e metas para as DMUs 17 e 24, $S=37$

Uma análise breve das metas apresentadas na tabela 4.6 da seção anterior, revela uma

expansão geral de 240 vagas no grupo, o que é apresentado na tabela 4.11, onde a coluna 1 representa o total de vagas oferecidas por todos os 37 CMEIs; a coluna 2 representa o total de vagas oferecidas apenas pelos 18 CMEIs ineficientes; a coluna 3 contém a expansão possível revelada pela aplicação de DEA aos dados; a coluna 4 contém a expansão percentual de vagas em relação ao total da coluna 1; a coluna 5 contém a expansão percentual de vagas em relação ao total da coluna 2 e finalmente a coluna 6 apresenta o escore de ineficiência médio DEA, para mera comparação da expansão média de 9,7% para cada unidade ineficiente sugerida por DEA com a expansão percentual da coluna 5, que é a taxa de expansão efetiva de vagas, das unidades ineficientes.

Total de vagas oferecidas (T)	Total de vagas oferecidas por CMEIs ineficientes (TI)	Expansão total de vagas (E)	Expansão percentual (E/T)	Expansão percentual (E/TI)	Ineficiência média DEA
5906	2672	240	4,06	8,98	1,097

Tabela 4.11: Expansão percentual de vagas, $S=37$

4.6.2 Análise dos resultados dos 13 CEIs ($S=13$)

As tabelas 4.7 e 4.8 da seção anterior servem de base para a presente análise. Do total dos 13 CEIs avaliados, 8 deles ou o equivalente a 61,5% apresentam escores unitários, sendo portanto eficientes. Ou seja, não existem outros CEIs que empreguem menos pessoal e tenham mais alunos matriculados, do que estes 8. O escore médio de eficiência do grupo é dado por $\bar{\Theta} = 1,148$, ocorrendo apenas 1 CEI ineficiente com escore inferior à média e 4 CEIs ineficientes com escores superiores à eficiência média. O escore médio de ineficiência dos 5 CEIs ineficientes do grupo, tem valor $\bar{\Theta}_{inef} = 1,385$, ocorrendo 3 CEIs ineficientes com escores inferiores à ineficiência média e 2 CEIs ineficientes com escores superiores à ineficiência média, e portanto com pior desempenho técnico. É importante ressaltar que nesta análise a amostra é pequena e os resultados devem ser analisados com precaução.

A tabela 4.7 da seção anterior, mostra também, que dos 8 CEIs eficientes, 2 deles são referências para outros, sendo os CEIs 41 e 48, referências para 3 e 2 outros, respectivamente.

A tabela 4.12 apresenta um resumo parcial do que foi discutido acima. A coluna 1 representa o número de CEIs em análise; a coluna 2 apresenta a quantidade de CEIs eficientes e

o percentual que esta quantidade representa do *Total* da coluna 1; a coluna 3 apresenta a quantidade de CEIs que são referência para outros CEIs e também o percentual que tal quantidade representa do *Total* da coluna 1. O número $\Theta_{inef} = 1,385$ das colunas 4 e 5, da primeira linha, representa o escore médio de ineficiência dos CEIs ineficientes; as subcolunas informam as quantidades de CEIs ineficientes com escores menores e escores maiores que Θ_{inef} , e as porcentagens, referem-se às frações das subcolunas *Qtde* (quantidade), pelo *Total* da coluna 1. A coluna 6 apresenta nas suas subcolunas, o número da DMU ineficiente com maior escore de eficiência (a mais ineficiente) e o seu escore, respectivamente. A coluna 7 apresenta nas suas subcolunas, o número da DMU ineficiente com menor escore de eficiência (a menos ineficiente) e o seu escore, respectivamente.

Total de DMUs	Eficientes		Referências		$\Theta < 1,097$		$\Theta > 1,097$		Pior Θ_{inef}		Melhor Θ_{inef}	
	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	DMU	Θ	DMU	Θ
13	8	61,5	2	15,4	3	23,1	2	15,2	50	1,633	43	1,101

Tabela 4.12: Resultados do grupo dos CEIs, $S=13$

No grupo todo, o CEI que apresenta mais baixo desempenho é o de número 50, que apresenta o maior escore de ineficiência $\Theta = 1,633$, escore este, que indica uma possível expansão de 63,3% na sua capacidade de atendimento, o equivalente a um aumento de 38 vagas, para que se torne tão eficiente quanto o CEI 41, sua referência, utilizando os recursos humanos com folga de 1 unidade no insumo SER. Já o menor escore de ineficiência é $\Theta = 1,101$, alcançado pelo CEI de número 43, indicando uma possível expansão de 10,1% ou 9 vagas em sua capacidade de atendimento, para tornar-se tão eficiente quanto o CEI 41, sua referência. Além disto, pode reduzir 1 unidade do insumo PRO e 2 unidades do insumo SER.

A tabela 4.13 resume os dados dos CEIs 50 e 43, que apresentam respectivamente, maior ineficiência e menor ineficiência no grupo.

Escore, dados, metas e expansão, para as DMUs 43 e 50													
DMU	Referência	Escore	Dados					Metas					Expansão de ALU
			PRO	AUX	SER	ADM	ALU	PRO	AUX	SER	ADM	ALU	
43	41	1,101	4	5	5	1	89	3	5	3	1	98	9
50	41	1,633	3	5	4	1	60	3	5	3	1	98	38

Tabela 4.13: Dados e metas para as DMUs 43 e 50, $S=13$

Uma análise breve das metas apresentadas na tabela 4.8 da seção anterior, revela uma

expansão geral de 163 vagas no grupo, que é apresentada na tabela 4.14, onde a coluna 1 representa o total de vagas oferecidas por todos os 13 CEIs; a coluna 2 representa o total de vagas oferecidas apenas pelos 5 CEIs ineficientes; a coluna 3 contém a expansão possível revelada pela aplicação de DEA aos dados; a coluna 4 contém a expansão percentual de vagas em relação ao total da coluna 1; a coluna 5 contém a expansão percentual de vagas em relação ao total da coluna 2 e finalmente, a coluna 6 apresenta o escore de ineficiência médio DEA, para mera comparação da expansão média de 38,5% das unidades ineficientes, sugerida por DEA, com a expansão percentual da coluna 5.

Total de vagas oferecidas (T)	Total de vagas oferecidas por CEIs ineficientes (TI)	Expansão total de vagas (E)	Expansão percentual (E/T)	Expansão percentual (E/TI)	Ineficiência média DEA
1672	481	163	9,7	33,9	1,385

Tabela 4.14: Expansão percentual de vagas, $S=13$

4.7 Uma síntese da análise de resultados

Esta síntese é iniciada, com a análise em conjunto, da expansão de vagas sugerida pelos resultados anteriores. A tabela 4.15 e a figura 4.3, sintetizam as informações.

Comparação da expansão de vagas para $S=37$ e $S=13$						
Grupo em estudo	Total de vagas oferecidas	Total de vagas oferecidas por DMUs ineficientes	Expansão total de vagas (Qtde)	Expansão: (%) do total de vagas	Expansão: (%) das vagas das DMUs ineficientes	Ineficiência média DEA
CMEI	5906	2672	240	4,06	8,98	1,097
CEI	1672	481	163	9,7	33,9	1,385

Tabela 4.15: Comparativo da expansão percentual de vagas para $S=37$ e $S=13$

Da tabela 4.15, considerando as vagas oferecidas pelas DMUs, no total ou pelas ineficientes em cada grupo, observa-se que os 37 CMEIs sofrem uma expansão percentual menor, o que talvez seja explicado pelo fato de que, o índice médio de ineficiência do grupo seja menor, e que as unidades já trabalhem mais próximo da sua capacidade máxima de atendimento. E isto é o que parece ocorrer realmente em muitas das unidades, pois as direções dos CMEIs, disponibilizam um número de matrículas acima da capacidade, levando em conta um índice diário de faltas dos alunos regularmente matriculados.

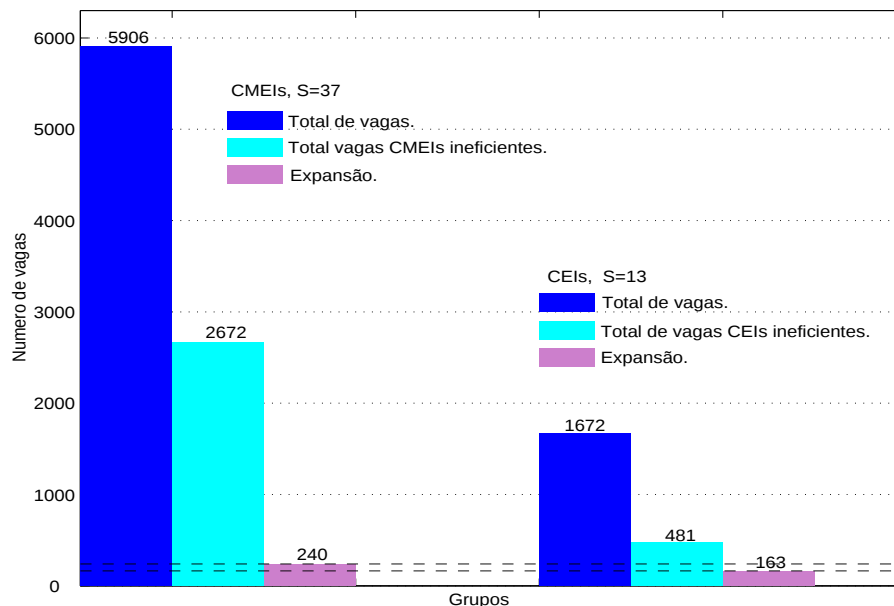


Figura 4.3: Comparativo da expansão de vagas, $S=37$ e $S=13$

Como foi mostrado pela análise de dados, entre os CEIs, 61,5% são eficientes com escore médio de eficiência igual a 1,148 e, 38,5% são ineficientes com um escore médio de ineficiência alto e igual a 1,385, significando uma expansão média de 38,5% por unidade ineficiente. Entre os CEIs, embora seja alto o percentual de unidades eficientes, também é alto o escore médio de ineficiência. Já no grupo dos CMEIs, são 51,3% eficientes com escore médio de eficiência igual a 1,047 e, 48,7% são ineficientes, porém o escore de ineficiência é bem menor, sendo igual a 1,097 apenas, significando uma expansão média de 9,7% por unidade ineficiente. Embora entre os CMEIs exista um percentual menor de unidades eficientes em comparação com o número de CEIs eficientes, o escore médio de ineficiência é bem mais baixo.

Pode-se questionar neste ponto, se a diferença de comportamento entre os grupos, pode ser justificada em termos de gerenciamento. Os CMEIs, são inteiramente administrados pela Secretaria de Educação, enquanto que, cada CEI tem uma administração própria, já que são parcialmente mantidos por organizações não governamentais, cabendo a distintas organizações, a administração de cada um deles. A diferença de resultados pode se apresentar mais acentuada também, em virtude de ser pequeno o número de CEIs analisadas, o que pode mascarar resultados.

É importante ressaltar, que a expansão de vagas sugerida pelos resultados, não parece

implicar em aumento de custos com pessoal, uma vez que a expansão em alguns casos, prevê inclusive redução dos insumos. Porém, a expansão pode ficar inviável, se o espaço físico disponível atual já estiver com sua capacidade máxima de ocupação.

A tabela 4.16, mostra a variação total da quantidade de insumos e produtos. Como se vê na tabela, os CMEIs apresentam um percentual mais significativo de sobras nos insumos AUX e SER, o que pode significar um maior custo de manutenção. Já os baixos percentuais nas folgas dos insumos PRO e ADM, podem talvez ser justificados pela essencialidade, tanto do papel do professor, quanto da presença de um quadro básico de funcionários na administração, independentemente do total de vagas ofertadas. Por outro lado, a expansão média de vagas por unidade é maior entre os CEIs, fato este, compatível com o alto escore médio de ineficiência apresentado pelo grupo.

Comparação do total das folgas para $S=37$ e $S=13$											
Grupo		PRO		AUX		SER		ADM		ALU	
		Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	Vagas/DMU
CMEIs	$S=37$	3	8,1%	12	32,4%	11	29,7%	1	2,7%	240	6,5
CEIs	$S=13$	2	15,4%	1	7,7%	3	23,1%	0	0%	163	12,5

Tabela 4.16: Comparação do total de folgas para $S=37$ e $S=13$

Outro ponto a considerar nesta síntese, diz respeito às DMUs referência, os *benchmarks*. A tabela 4.17, revela que apenas as CMEIs 13, 25 e 37 que são referências para apenas

Referências. $S=37$ e $S=13$			
CMEIs $S=37$		CEIs $S=13$	
MU	Nº de citações	DMU	Nº de citações
3	6		
4	4		
9	4		
11	5		
13	2		
25	2		
37	2		
		41	4
		48	3

Tabela 4.17: DMUs referências, $S=37$ e $S=13$

mais uma DMU além delas mesmas. Dentro dos grupos, tem-se uma pequena diferença nos percentuais de unidades que são referências para outras: 18,9% dos CMEIs são referências dentro do grupo, contra 15,4% dos CEIs que são referências. Não foi possível porém, fazer

uma análise detalhada sobre particularidades das unidades referências, devido a mudança de quadro de pessoal da Secretaria Municipal de Educação.

Com relação aos *benchmarks*, acrescentamos uma pequena análise baseada no conceito de dominância. A abordagem dos modelos FDH que utiliza tal conceito, estabelece que as DMUs que são referências para outras, devem dominar as DMUs não eficientes, conforme discutido na subseção 3.4.5 do capítulo 3. Como foi escolhida a orientação produto, isto significa, que as DMUs referências, devem produzir mais, e consumir no máximo tanto quanto as DMUs dominadas por elas. A tabela 4.18, exibe nas colunas 3 a 7, as médias de insumos e produtos para os diversos conjuntos de dados definidos nas suas linhas, e nas colunas 8 a 11 as razões entre a média da coluna 7 e a média das colunas 3 a 6 respectivamente. Ainda na tabela, o termo “Geral” refere-se a todas as unidades; o termo “Referências” refere-se às unidades que foram referência para no mínimo duas DMUs, incluindo ela; o termo “Eficientes”, refere-se a todas as DMUs eficientes, incluindo os *benchmarks* e o termo “Ineficientes” refere-se às unidades ineficientes.

	Grupos	Médias dos dados iniciais					(Média ALU) / (Média insumo)			
		Insumos				Produto	MALU por			
		MPRO	MAUX	MSER	MADM	MALU	MPRO	MAUX	MSER	MADM
S=37	Geral	6.41	9.62	6.46	2.95	159.62	16.59	16.59	24.71	54.18
	Referências	6.14	9.14	6.14	2.86	162.14	17.73	17.73	26.40	56.75
	Eficientes	6.68	10.00	6.37	2.89	170.21	17.02	17.02	26.73	58.80
	Ineficientes	6.11	9.22	6.56	3.00	148.44	16.10	16.10	22.64	49.48
S=13	Geral	5.23	7.38	5.31	1.54	128.62	17.42	17.42	24.23	83.60
	Referências	4.50	7.00	4.50	1.50	136.50	19.50	19.50	30.33	91.00
	Eficientes	5.63	7.75	5.63	1.63	148.88	19.21	19.21	26.47	91.62
	Ineficientes	4.60	6.80	4.80	1.40	96.20	14.15	14.15	20.04	68.71

Tabela 4.18: Comparação das médias de produção e das médias de insumos para os *benchmarks* e outros grupos de DMUs, $S=37$ e $S=13$

Uma breve análise da tabela, para os dados iniciais, revela que na maioria dos casos, o consumo médio das unidades que serviram de referência pelo menos uma vez, é menor que o consumo médio das unidades ineficientes, e a média de produção é maior, conforme esperado. Nos casos em que isto não acontece, as razões entre as médias de produção e as médias de consumo de insumos, apresentadas nas colunas 8 a 11, são maiores para as unidades que serviram de referência, do que para as demais, ocorrendo este fato também, para as unidades eficientes.

Os diagramas de dispersão a seguir têm o objetivo de fundamentar uma análise breve, sobre o efeito do produto e de cada insumo no escore de eficiência, como também sobre o efeito da razão entre o número de alunos e cada insumo, no escore de eficiência.

A análise começa com o gráfico³ 4.4 que relaciona o produto ALU com o escore de eficiência.

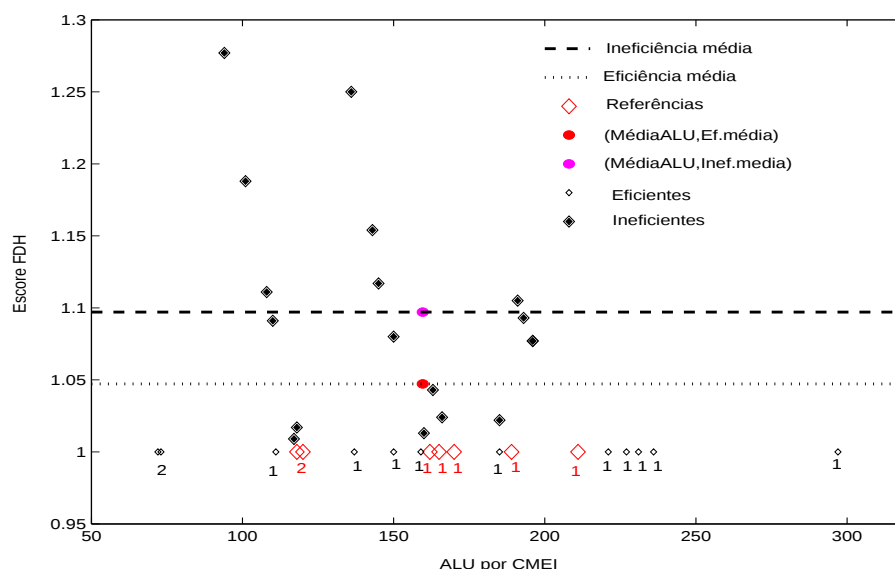


Figura 4.4: Eficiência versus ALU, $S=37$

O gráfico 4.4 informa que há uma dispersão acentuada entre o insumo ALU e o escore de eficiência, porém 5 dos 7 *benchmarks* concentram-se um pouco acima do número médio de alunos por unidade, embora existam unidades eficientes operando com quantidades máximas e mínimas de alunos. Observa-se também, que os piores escores de ineficiência são apresentados por unidades que operam com quantidades de alunos abaixo do número médio de alunos por unidade.

Os dois próximos gráficos, relacionam o escore de eficiência com o insumo PRO e com a razão ALU/PRO. O gráfico 4.5 informa que há uma grande dispersão entre o insumo PRO e o escore de eficiência, porém os *benchmarks* concentram-se em torno do número médio de professores, embora existam unidades eficientes utilizando quantidades máximas e mínimas do insumo. Os maiores escores de ineficiência encontram-se em torno número médio de profes-

³Os números em preto no gráfico, informam a quantidade de DMUs eficientes, com escore naquele ponto, incluindo a quantidade de *benchmarks*, em vermelho.

sores por unidade, e existem poucas unidades ineficientes acima deste número. Já o gráfico 4.6, que relaciona a razão ALU/PRO com o escore de eficiência, embora apresente também uma dispersão acentuada, informa que os *benchmarks* concentram-se onde a razão ALU/PRO é um pouco acima da média.

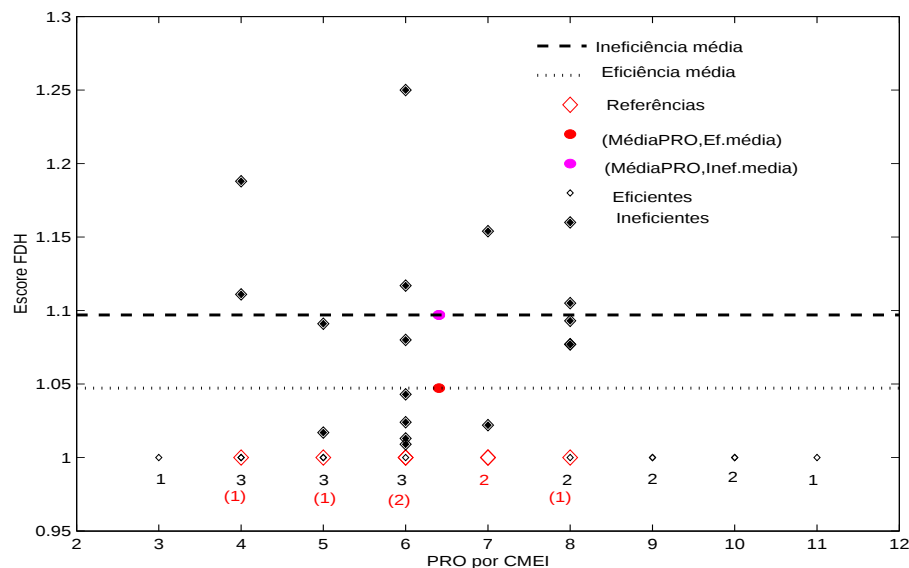


Figura 4.5: Eficiência versus PRO, $S=37$

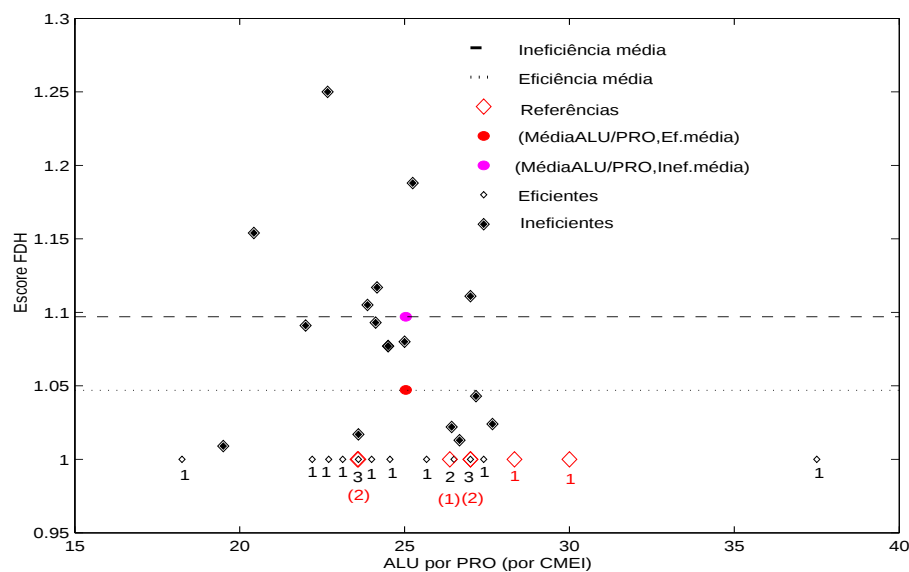


Figura 4.6: Eficiência versus ALU/PRO, $S=37$

Os dois próximos gráficos, relacionam o escore de eficiência com o insumo AUX e com a razão ALU/AUX. O gráfico 4.7 informa que há uma pequena concentração de CMEIs eficientes e de *benchmarks* um pouco abaixo da média do insumo AUX, embora existam unidades

eficientes utilizando quantidades máximas e mínimas do insumo. Já o gráfico 4.8, que relaciona a razão ALU/AUX com o escore de eficiência, apresenta também uma concentração maior de unidades eficientes e de *benchmarks* onde é acima da média a razão ALU/AUX.

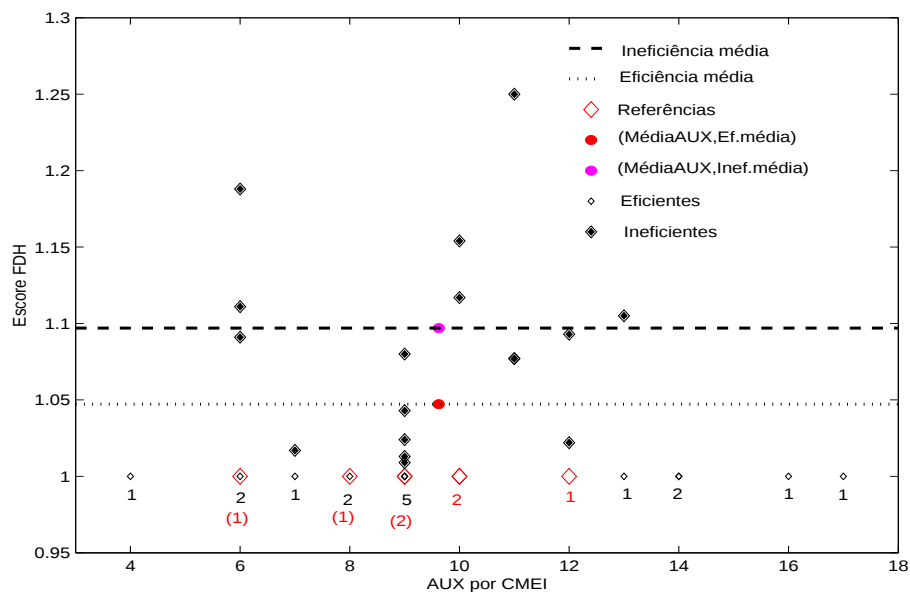


Figura 4.7: Eficiência versus AUX, $S=37$

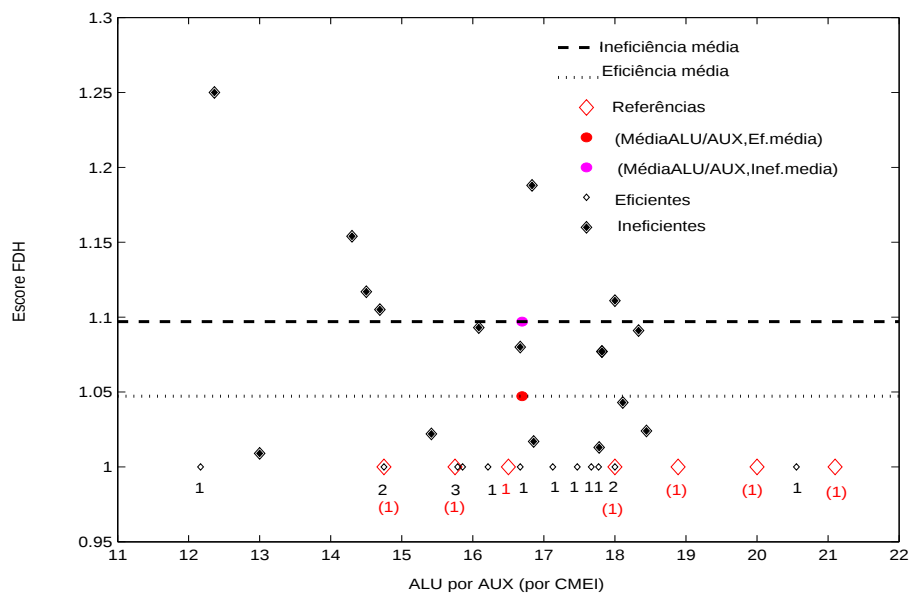


Figura 4.8: Eficiência versus ALU/AUX, $S=37$

Os dois próximos gráficos, relacionam o escore de eficiência com o insumo SER e com a razão ALU/SER. O gráfico 4.9 informa que há uma pequena concentração de CMEIs eficientes e de *benchmarks* em torno da média do insumo SER, embora existam unidades ef-

cientes utilizando quantidades máximas e mínimas do insumo. Já o gráfico 4.10, que relaciona a razão ALU/SER com o escore de eficiência, apresenta também uma concentração maior de unidades eficientes e de *benchmarks* acima da média da razão ALU/SER.

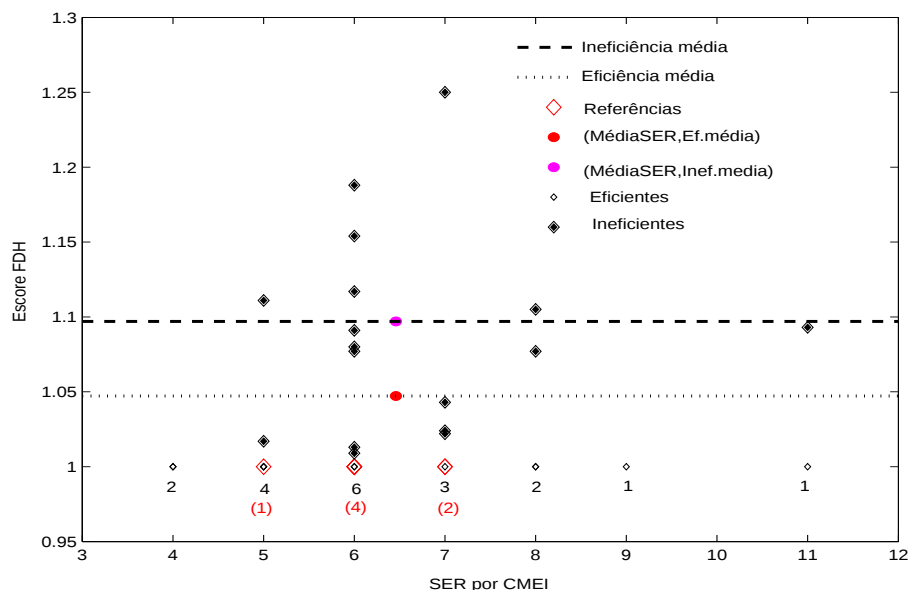


Figura 4.9: Eficiência versus SER, $S=37$

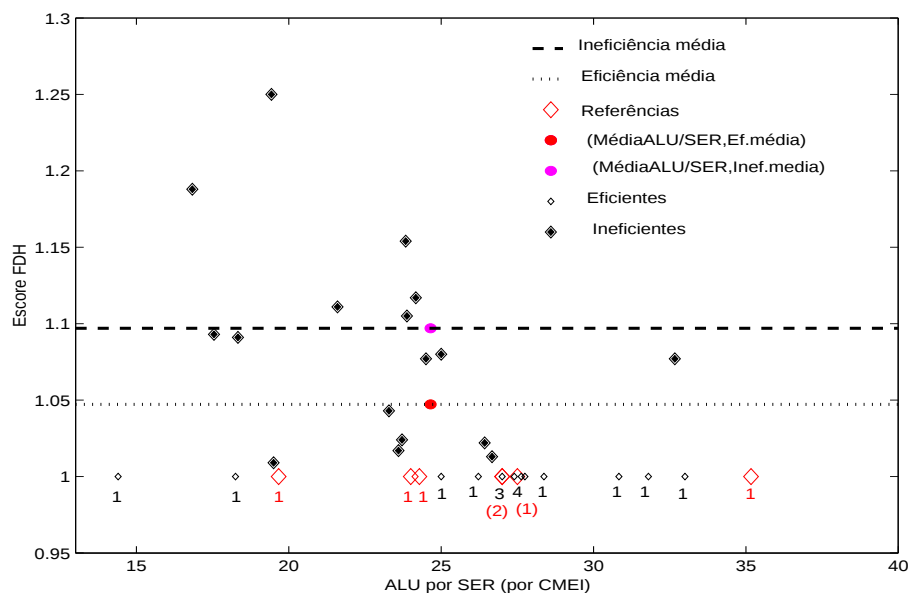


Figura 4.10: Eficiência versus ALU/SER, $S=37$

Finalmente, os dois próximos gráficos, relacionam o escore de eficiência com o insumo ADM e com a razão ALU/ADM. O gráfico 4.11 informa que há uma concentração de CMEIs eficientes e de *benchmarks* em torno da média do insumo ADM, embora existam unidades efi-

cientes utilizando quantidades máximas e mínimas do insumo. Já o gráfico 4.12, que relaciona a razão ALU/ADM com o escore de eficiência, apresenta também uma concentração maior de unidades eficientes e de *benchmarks* em torno da média da razão ALU/ADM.

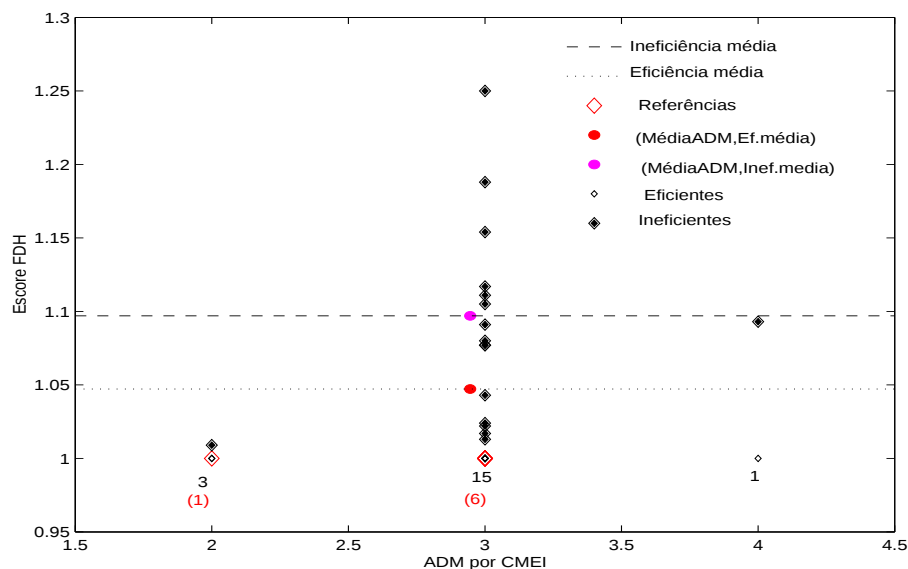


Figura 4.11: Eficiência versus ADM, $S=37$

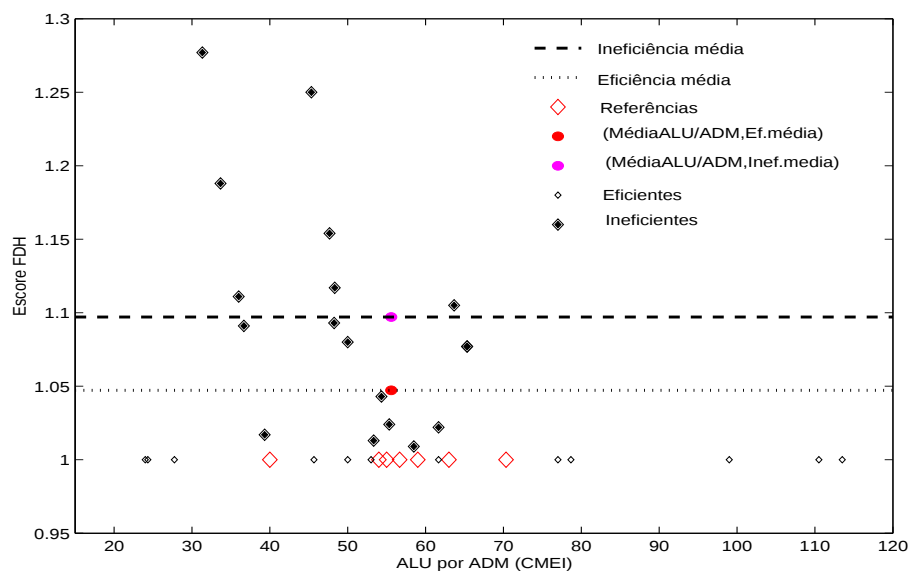


Figura 4.12: Eficiência versus ALU/ADM, $S=37$

Os diagramas de dispersão para os CEIs encontram-se no Apêndice D, e algumas conclusões são similares para os dois grupos, embora a análise dos CEIs deva ser vista com precaução devido ao pequeno número de unidades.

Capítulo 5

Conclusão e recomendações

5.1 Conclusão

Este trabalho foi motivado pelos freqüentes questionamentos da sociedade, sobre a eficiência dos serviços públicos, em particular nas áreas da saúde e da educação, serviços básicos cuja ineficiência afeta principalmente a população carente. Um problema sempre presente nessas áreas é a questão da oferta e demanda de vagas. Diante deste quadro, o presente trabalho teve como objetivo, avaliar o conjunto de creches e pré-escolas componentes do Sistema Municipal de Ensino Infantil de Maringá, quanto à oferta de vagas, em relação ao quadro de recursos humanos atuando em cada unidade.

A metodologia usada para a avaliação foi a Análise Envoltória de Dados, e o estudo se baseou em um conjunto de dados, selecionados após uma análise de vários dados fornecidos pela Secretaria de Educação do Município. A partir da aplicação de DEA e da análise dos resultados, foi possível identificar as unidades relativamente eficientes, os *benchmarks*, no sentido de que estavam atendendo dentro da sua capacidade máxima de atendimento, utilizando da melhor forma os recursos humanos disponíveis. Foi possível também, traçar metas para as unidades não eficientes ao se estabelecer a expansão máxima de vagas para tais unidades, assim como, estabelecer a quantidade de insumos necessários para a manutenção deste novo quadro de vagas. O estudo também apontou em que níveis de utilização dos recursos humanos estão operando os *benchmarks*.

A análise apontou uma expansão total de 240 vagas no grupo dos CMEIs e de 163 vagas no grupo dos CEIs. Esta expansão, permite que as escolas não eficientes, ao atingirem

as metas traçadas por DEA, tornem-se eficientes, mesmo trabalhando em condições distintas. O maior aumento percentual de vagas ocorreu entre os CEIs e, enquanto para estes, o aumento médio de vagas foi de 12.5 vagas por unidade eficiente ou não, entre os CMEIs o aumento médio foi de 6.5 vagas por unidade. Foi possível justificar esta diferença de expansão entre os dois grupos, através da análise dos índices médios de eficiência e de ineficiência. O grupo dos CMEIs apresentou um escore médio de eficiência igual a 1,047, menor que o escore médio de eficiência dos CEIs que foi igual a 1,148. O escore médio de ineficiência também revelou esta tendência, para os dois grupos, pois o grupo dos CMEIs apresentou um escore médio de ineficiência igual a 1,097, menor que o escore médio de eficiência dos CEIs que foi igual a 1,385. Embora entre os CMEIs exista um percentual menor de unidades eficientes, 51,3% em comparação com o percentual 61,5% de CEIs eficientes, o escore médio de ineficiência daquele grupo é bem mais baixo, o que justifica uma menor expansão de vagas e indica que os CMEIs operam em níveis mais próximos do ótimo, tendo por este motivo um melhor escore de eficiência, mais próximo da unidade, como foi o valor 1,047. A análise dos dados e as visitas à Secretaria da Educação já haviam sugerido um comportamento próximo do ótimo pelos CMEIs.

Outra particularidade revelada por DEA foi o comportamento da eficiência em relação ao insumos. Existe uma concentração maior de unidades eficientes e de *benchmarks* operando em torno do nível de consumo médio dos insumos, embora algumas unidades eficientes operem próximo aos valores máximos e mínimos de consumo de insumos. Já quando se analisa a eficiência em relação à razão produto/insumo, a tendência é uma concentração maior de unidades eficientes e de *benchmarks* operando acima do valor médio de tal razão.

A análise dos grupos de CMEIs e de CEIs, revela em síntese, que os primeiros apresentam um menor percentual de unidades eficientes, porém, apresentam também, um menor índice de ineficiência média, indicando isto, que o aproveitamento global dos recursos humanos é melhor para os CMEIs do que para os CEIs. Outro ponto a ressaltar, é que a expansão de vagas, não parece implicar em aumento de custos com pessoal, uma vez que a expansão em alguns casos prevê redução dos insumos. Sendo assim, os resultados obtidos, servem de indicativo para um aconselhamento ao setor estudado, quanto à necessidade de implantação de um sistema perma-

nente de avaliação, visando um maior índice de eficiência na oferta de vagas, com conseqüente melhor utilização dos recursos humanos, nas creches e pré-escolas.

Porém, os resultados obtidos, são limitados ao conjunto de dados utilizados e ao modelo matemático escolhido. Dados importantes como a área das unidades e informações sobre custos, entre outros, não puderam ser utilizados pois, embora estivessem disponíveis, necessitariam de uma coleta mais minuciosa, o que lhes creditaria uma maior confiabilidade.

Depois de concluída a pesquisa procurou-se, antes de sugerir as metas propostas por DEA, ratificar algumas conclusões, junto à Secretaria de Educação e junto a algumas creches, visando inserir DEA no contexto do ciclo de gerenciamento proposto na figura 3.3 do capítulo 3. Entretanto os resultados não puderam ser confirmados, exceto o fato de que, os CMEIs operam dentro de um limite alto de oferta de vagas o que confirma o melhor desempenho técnico do grupo. As direções das unidades visitadas também só dispunham de informações locais e não puderam fornecer respostas aos questionamentos. Convém ressaltar, que a dificuldade para confirmação dos resultados, foi devido às mudanças no quadro administrativo da Secretaria de Educação, em virtude da nova administração pública do Município de Maringá, a partir de janeiro de 2005.

Diante dos resultados alcançados a metodologia DEA utilizada, revelou-se adequada ao estudo proposto, ao apontar a expansão do quadro de vagas, indicar os *benchmarks*, permitir o traçado de metas e indicar como o escore de eficiência se comporta frente aos dados. Além do mais, devido a existência de um grande número de modelos DEA, os resultados aqui obtidos podem ser explorados e confrontados, a critério dos decisores, através da utilização de outros modelos e abordagens, com o intuito de se obter uma maior consistência nos resultados. Deve-se ressaltar porém, que o uso da formulação FDH mostrou-se adequada ao estudo, primeiro, por fornecer como resultados para as metas, números inteiros compatíveis com os dados e, segundo, por possibilitar a comparação de cada unidade com todas as outras, revelando as unidades com o melhor desempenho técnico relativo dentro do grupo, possibilitando o traçado de metas para as unidades não eficientes, usando como referência as unidades com a melhor prática efetivamente observada.

5.2 Recomendações

Para que um processo de avaliação seja eficiente, ele deve ter um caráter permanente e ser aplicado com regularidade, e deve também ser alvo de um aprimoramento contínuo. Sendo assim, trabalhos futuros poderiam dar continuidade ao aqui presente, visando a implementação na Rede Municipal de Ensino, de um sistema contínuo de avaliação, que possa se estender a outros níveis de ensino, incluindo modelos de avaliação de custos, que possam levar à otimização da alocação de recursos. Este sistema de avaliação, deve contemplar a informatização do Sistema Municipal de Ensino, visando um mapeamento da demanda de vagas como também a utilização máxima das vagas, nos locais mais próximos das moradias dos crianças.

Visando a continuação, o aprimoramento e a consolidação das idéias aqui discutidas, pesquisas futuras poderiam incluir:

1. localização geográfica e tempo de instalação das unidades;
2. localização geográfica dos usuários das unidades;
3. utilização de outros insumos como por exemplo, área das unidades e/ou consumos de água, de energia elétrica, de telefone, de material de consumo;
4. consideração da média de dados relativos a um período maior de tempo;
5. substituição de alguns insumos por outros equivalentes, como por exemplo, número de professores pelo número de salas de aula ou pela carga horária de professores por creche;
6. utilização de outros modelos, incluindo modelos que permitam avaliação do aumento de níveis de consumo;
7. utilização de modelos que avaliem a eficiência alocativa, considerando informações precisas sobre preços e custos;
8. análise gerencial comparativa entre CMEIs e CEIs.

Apêndice A

Tabelas iniciais de dados

As tabelas A.1 e A.2, apresentam os dados inicialmente solicitados à Secretaria de Educação do Município. Com o desenvolvimento do trabalho, constatou-se que a tabela de custos apresentava erros. Os dados envolvendo custos dos recursos humanos, eram anuais e não médias do trimestre citado.

PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE MARINGÁ - SECRETARIA DE EDUCAÇÃO. CENSO DOS CENTROS MUNICIPAIS DE EDUCAÇÃO INFANTIL - 2003															
CMEI	Profissionais				Número de alunos creche				Número de alunos pré-escola				Total Geral	Vagas	Area
	Creche	Pré	Func.	TOT.	0/2A	3A	4A	TOT.	3/4A	5A	6A	TOT.			
1	4	5	29	38	55	32	18	105	28	45	51	124	229	215	721,3
2	5	5	28	38	78	53	0	131	60	60	29	149	280	240	829,3
3	2	2	14	18	21	29	0	50	30	30	0	60	110	95	491,3
4	3	3	21	27	50	30	0	80	31	29	30	90	170	145	604,1
5	3	5	20	28	49	33	1	83	30	47	45	122	205	215	820,9
6	2	2	14	18	27	15	5	47	9	32	19	60	107	95	414,1
7	3	3	18	24	53	32	0	85	33	33	28	94	179	145	604,1
8	4	11	29	44	47	44	0	91	76	117	100	293	384	370	1.753,4
9	3	3	20	26	51	29	0	80	32	30	22	84	164	145	414,1
10	4	5	27	36	50	48	4	102	57	56	36	150	252	220	2.397,9
11	3	5	23	31	38	33	8	79	30	53	51	134	213	195	1.001,6
12	2	2	17	21	29	20	0	49	30	32	0	62	111	95	300,0
13	2	2	13	17	19	30	0	49	30	30	0	60	109	100	-
14	3	3	21	27	46	33	0	79	31	30	30	91	170	145	604,1
15	2	2	15	19	29	22	0	51	21	11	17	49	100	95	340,9
16	4	4	22	30	42	60	0	102	30	44	38	112	214	195	641,9
17	3	3	18	24	40	29	0	69	30	30	24	84	153	145	1.146,6
18	2	2	14	18	20	22	0	42	35	28	0	63	105	95	-
19	3	3	18	24	49	29	0	78	30	26	30	86	164	145	573,9
20	2	3	14	19	27	15	0	42	22	23	18	63	105	120	383,6
21	3	3	19	25	42	29	0	71	30	30	30	90	161	145	545,1
22	2	3	16	21	12	31	0	43	29	31	24	84	127	125	596,2
23	2	3	16	21	26	24	0	50	25	25	26	76	126	120	398,5
24	3	5	20	28	47	28	0	75	54	53	35	142	217	195	1.007,2
25	5	8	29	42	49	40	37	126	32	62	63	157	283	265	1.207,0
26	2	2	18	22	23	16	0	39	14	11	12	37	76	120	745,0
27	3	4	22	29	51	30	0	81	32	28	53	113	194	170	506,1
28	2	3	12	17	18	17	2	37	25	23	27	75	112	125	634,0
29	3	3	30	36	57	48	3	108	27	32	44	103	211	215	1.113,0
30	4	10	29	43	50	59	0	109	60	90	98	248	357	320	1.146,6
31	3	3	20	26	46	23	0	69	24	22	19	65	134	145	1.918,2
32	3	3	20	26	34	41	1	76	32	31	22	85	161	145	573,9
33	2	3	18	23	35	26	0	61	31	30	30	91	152	120	595,8
34	3	4	23	30	54	31	0	85	52	39	27	118	203	170	740,6
Totais	99	130	687	916	1364	1081	79	2.524	1.142	1.293	1.078	3.513	6.037	5.595	25.770,6

FONTE: CENSO ESCOLAR 2003

Tabela A.1: Dados relativos ao quadro de pessoal dos CMEIs, em 2003

PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE MARINGÁ - SECRETARIA DE EDUCAÇÃO.							
CMEIs - CUSTO ALUNO/PARCIAL - ANO 2003							
CMEI	Recursos Humanos(R\$)	Energia(R\$)	Água(R\$)	Telefone(R\$)	Total(R\$)	Nº de alunos	Custo por aluno(R\$)
1	310.288,01	4.811,16	12.015,12	3.196,20	330.310,49	236	1.399,62
2	337.872,58	5.343,36	8.586,00	1.614,60	353.416,54	292	1.210,33
3	188.611,32		7.240,32	873,00	196.724,64	116	1.695,90
4	236.041,11	3.916,44	3.172,56	3.049,56	246.179,67	171	1.439,65
5	266.290,34	4.864,44	4.391,04	3.720,36	279.266,18	209	1.336,20
6	195.446,33	3.175,44	2.358,12	3.623,88	204.603,77	107	1.912,18
7	261.611,91	4.126,32	6.375,96	3.482,40	275.596,59	160	1.722,48
8	433.064,11	4.922,52	8.408,52	1.701,48	448.096,63	378	1.185,44
9	204.607,77	4.071,36	3.820,08	4.191,72	216.690,93	162	1.337,60
10	288.878,96	4.426,80	4.445,52	3.459,12	301.210,40	260	1.158,50
11	284.205,33			3.912,96	288.118,29	208	1.385,18
12	173.306,93	2.110,80	1.960,80	1.375,08	178.753,61	111	1.610,39
13	164.914,36			924,00	165.838,36	111	1.494,04
14	236.061,90	3.151,80	4.372,32	3.502,32	247.088,34	167	1.479,57
15	183.374,41	2.169,48	7.095,72	3.136,68	195.776,29	100	1.957,76
16	254.284,01	4.344,00	6.612,00	1.684,80	266.924,81	199	1.341,33
17	199.467,57	2.963,16	3.929,28	1.581,36	207.941,37	173	1.201,97
18	166.467,57			807,36	167.274,93	102	1.639,95
19	217.811,67	5.002,56	5.529,84	3.513,00	231.857,07	163	1.422,44
20	173.969,03	3.126,60	3.099,60	3.231,12	183.426,35	107	1.714,26
21	227.943,53	2.805,24	4.687,32	3.575,52	239.011,61	169	1.414,27
22	216.750,73				216.750,73	130	1.667,31
23	181.595,52	3.855,36	8.304,98	4.148,52	197.904,38	124	1.596,00
24	286.205,23	4.995,48	9.034,44		300.235,15	225	1.334,38
25	350.933,58	4.637,88	17.123,52	1.602,72	374.297,70	303	1.235,31
26	149.734,82	3.117,24	2.592,72	904,92	156.349,70	88	1.776,70
27	243.988,59	4.123,20	5.102,64	4.332,12	257.546,55	179	1.438,81
28	163.837,30	3.053,64	2.221,44	1.263,12	170.375,50	121	1.408,06
29	293.279,86		7.583,40	3.812,88	304.676,14	220	1.384,89
30	363.323,95	4.808,88	9.153,84	4.362,00	381.648,67	352	1.084,23
31	177.965,10	6.805,68	5.477,76	1.839,00	192.087,54	134	1.433,49
32	219.581,36	3.402,24	3.031,20	3.996,84	230.011,64	148	1.554,13
33	199.933,87	2.466,24	2.852,04	1.481,88	206.734,03	150	1.378,23
34	280.579,44	4.017,12	6.509,52	1.451,88	292.557,96	209	1.399,80

FONTE: RH FOLHA DE PAGAMENTO. MEDIA TRIMESTRE 07/08/09 - 2003
ENERGIA, ÁGUA, TELEFONE -1º SEMESTRE 2003
NUMERO DE ALUNOS: NOVEMBRO/2003

Tabela A.2: Dados referentes a custo parcial por aluno dos CMEIs, em 2003

Apêndice B

Gráficos de dispersão para os CEIs

A seguir apresentamos os diagramas de dispersão do produto, dos insumos e das razões produtos/insumos, versus os escores de eficiência FDH para o grupo dos CEIs. Como o número de unidades é pequeno, a análise destes gráficos pode mascarar resultados concretos, e por este motivo não foram utilizados na análise. São apresentados aqui, apenas como uma informação adicional.

A tabela B.1 relaciona o produto ALU com os escores de eficiência e, como se vê na tabela, os dados estão completamente dispersos. As unidades eficientes distribuem-se ao longo do campo de variação dos dados referentes ao produto. Porém as unidades mais ineficientes, localizam-se onde é baixo o número de crianças atendidas.

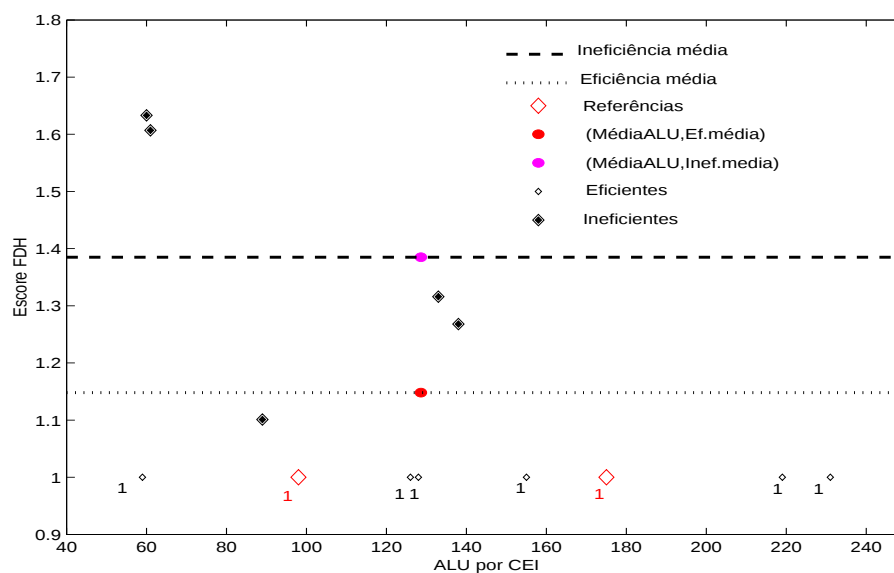


Figura B.1: Eficiência versus ALU, $S=13$

A tabela B.2 relaciona o insumo PRO com os escores de eficiência e, como se vê na tabela, os dados estão completamente dispersos, não permitindo qualquer tipo de conclusão.

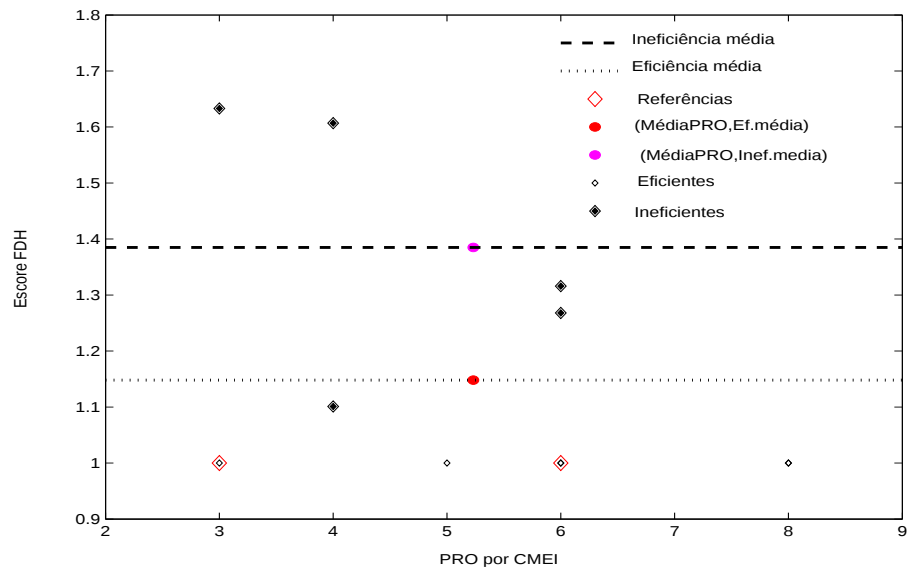


Figura B.2: Eficiência versus PRO, $S=13$

A tabela B.3 relaciona a razão ALU/PRO com os escores de eficiência e, como se vê na tabela, os dados estão dispersos também. Os dois *benchmarks* porém, situam-se onde é alta a razão ALU/PRO, e não existem unidades eficientes operando onde é mais baixa esta razão.

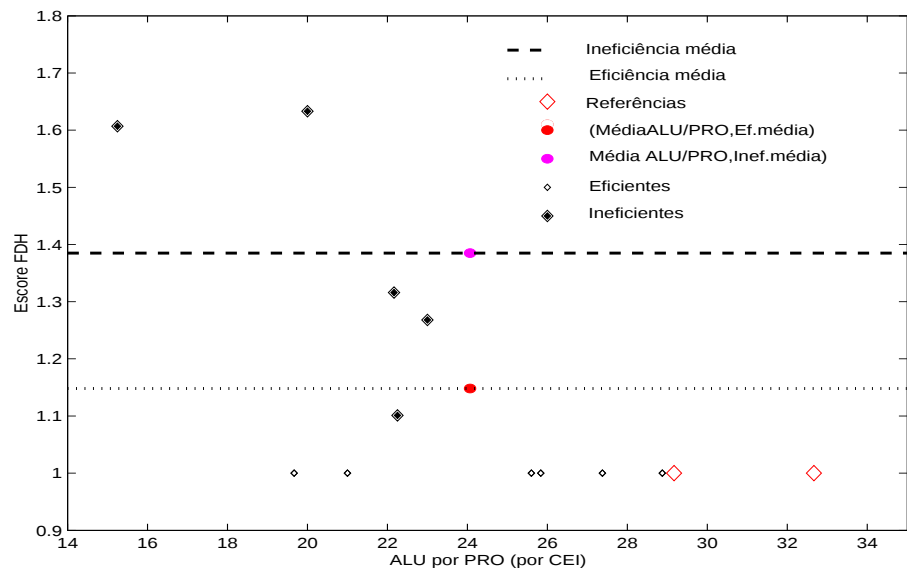


Figura B.3: Eficiência versus ALU/PRO, $S=13$

A tabela B.4 relaciona o insumo AUX com os escores de eficiência e, como se vê na tabela, os dados estão completamente dispersos, não permitindo qualquer tipo de conclusão.

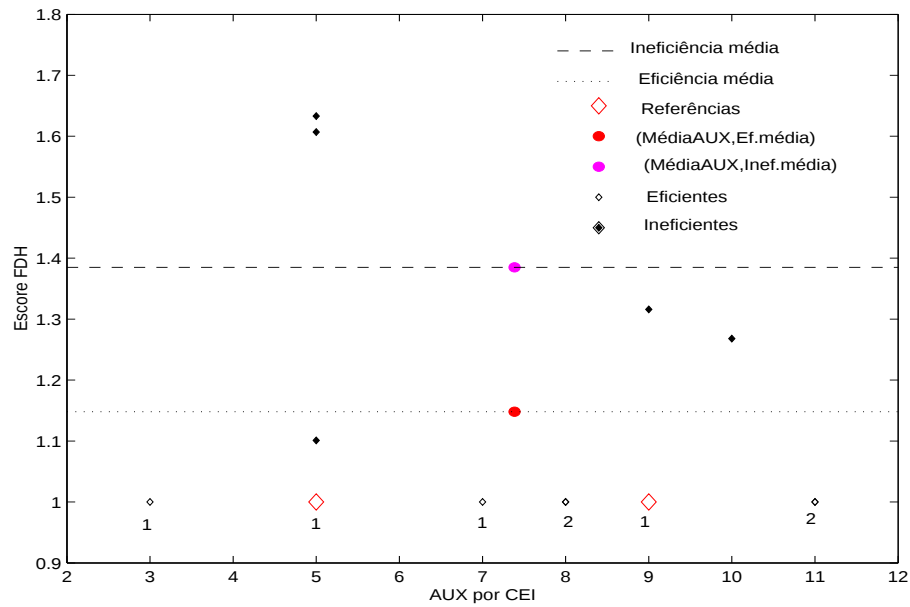


Figura B.4: Eficiência versus AUX, $S=13$

A tabela B.5 relaciona a razão ALU/AUX com os escores de eficiência e, como se vê na tabela, os dados estão dispersos também. Os dois *benchmarks* porém, situam-se onde é alta a razão ALU/AUX, e não existem unidades eficientes operando onde é baixa esta razão.

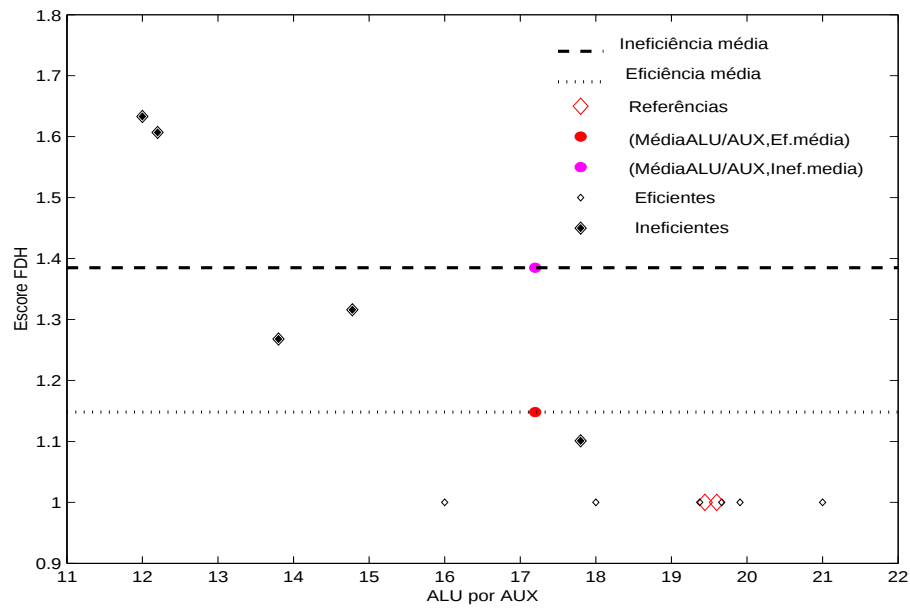


Figura B.5: Eficiência versus ALU/AUX, $S=13$

A tabela B.6 relaciona o insumo SER com os escores de eficiência e , como se vê na tabela, os dados estão completamente dispersos, não permitindo qualquer tipo de conclusão.

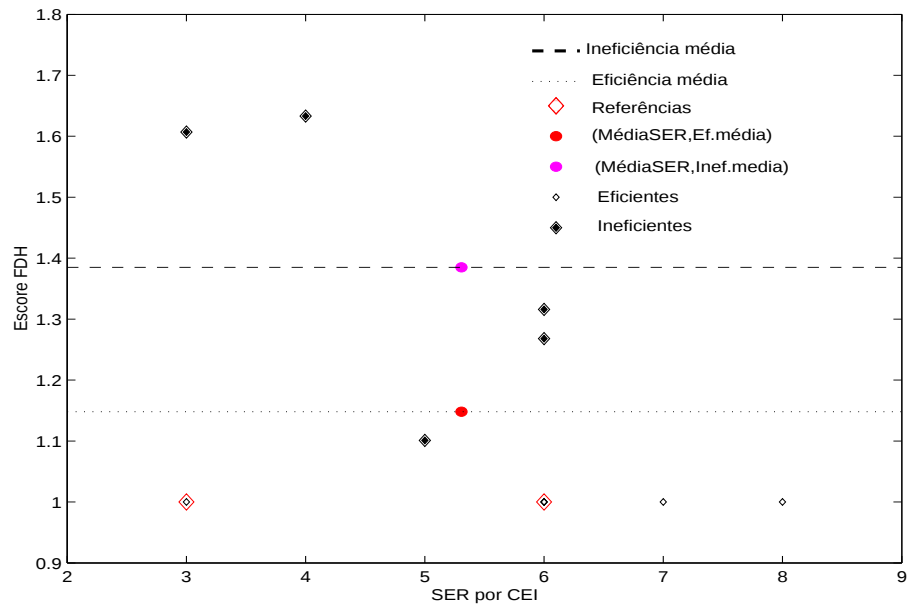


Figura B.6: Eficiência versus SER, $S=13$

A tabela B.7 relaciona a razão ALU/SER com os escores de eficiência e , como se vê na tabela, os dados estão dispersos também. Os dois *benchmarks* porém, situam-se onde é alta a razão ALU/SER, mas também existem unidades eficientes, operando onde é baixa esta razão.

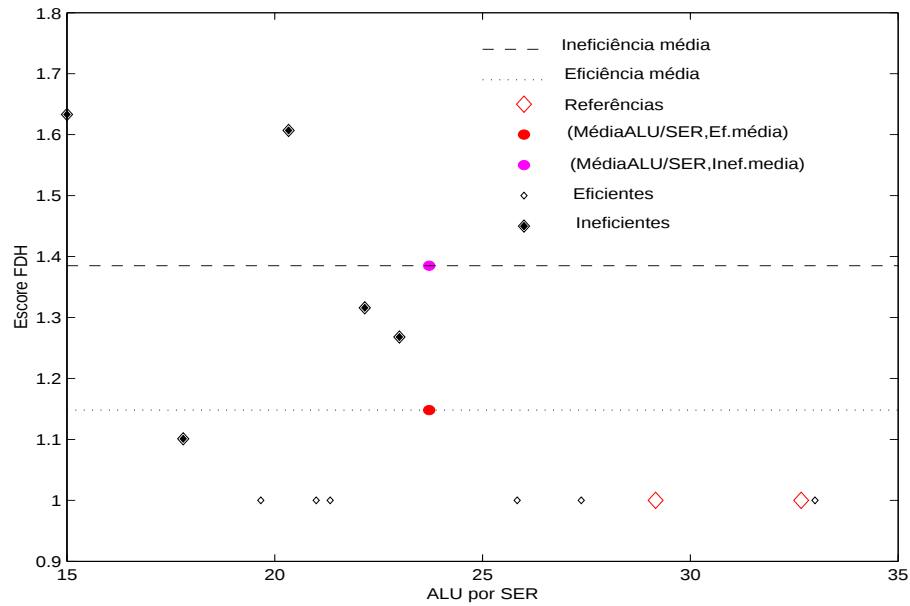


Figura B.7: Eficiência versus ALU/SER, $S=13$

A tabela B.8 relaciona o insumo ADM com os escores de eficiência e, como se vê na tabela, os dados estão dispersos em torno da média, mas isto não é significativo, pois apenas três valores distintos compuseram esta média.

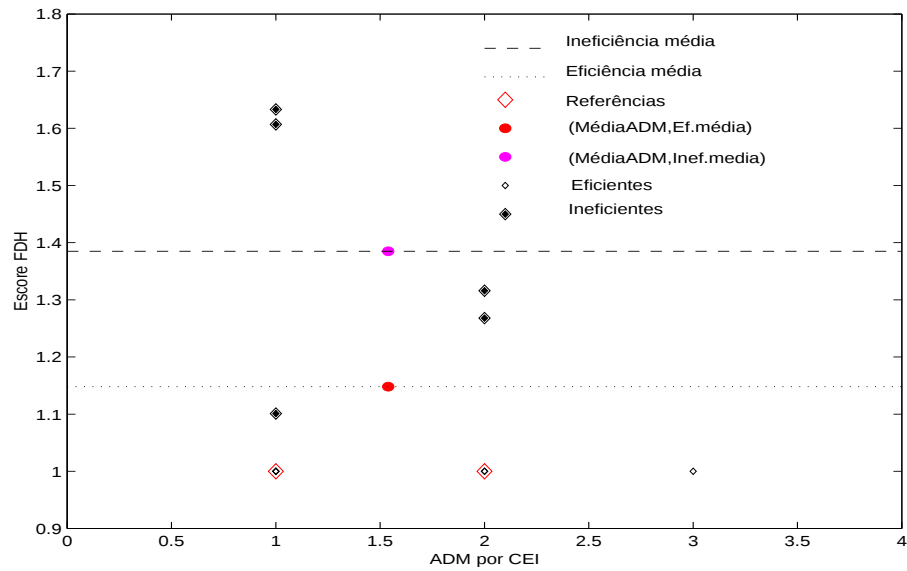


Figura B.8: Eficiência versus ADM, $S=13$

A tabela B.9 relaciona a razão ALU/ADM com os escores de eficiência e, como se vê na tabela, os dados estão dispersos também. Os dois *benchmarks* porém, situam-se em torno da média da razão ALU/ADM.

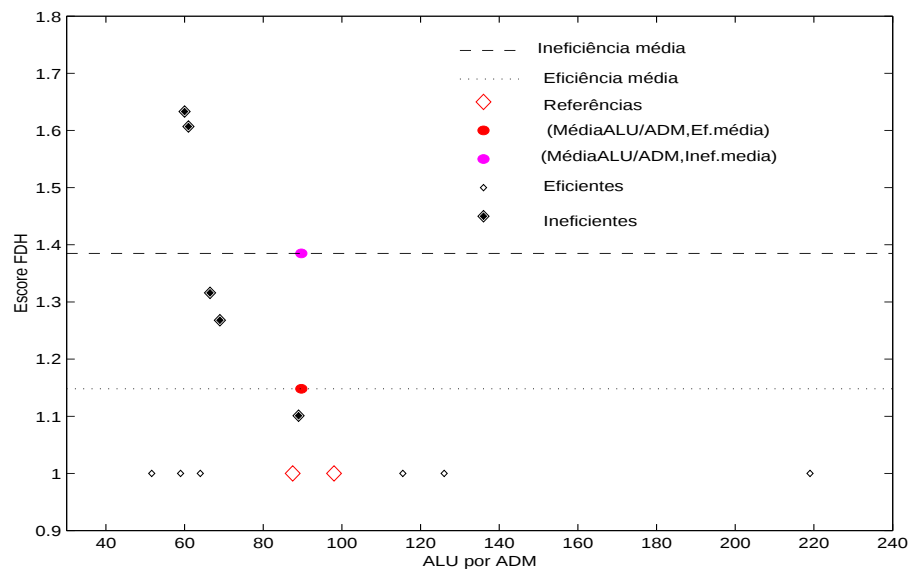


Figura B.9: Eficiência versus ALU/ADM, $S=13$

Apêndice C

Uma análise adicional dos dados

No capítulo 4 do presente trabalho a análise da oferta de vagas em relação ao uso de recursos humanos foi realizada separadamente, para os grupos formados pelos CMEIs e pelos CEIs. Será realizada aqui uma análise conjunta das 50 unidades, com o objetivo não só de avaliar a oferta de vagas pelo grupo, como também de comparar o desempenho de CMEIs e CEIs, quando em um mesmo grupo. A análise ora sugerida, é similar à desenvolvida no capítulo 4 para os casos $S=37$ e $S=13$.

C.1 Modelo e conjunto de dados

Para a análise ora proposta é considerado o mesmo modelo do capítulo 4, o qual, com as folgas é descrito por:

$$\max \quad \Theta_k \quad (C.1)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{s=1}^{50} \Lambda_s x_{ms} + s_{mk}^- = x_{mk}, \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (C.2)$$

$$\sum_{s=1}^{50} \Lambda_s y_{1s} - s_{1k}^+ = \Theta_k y_{1k}, \quad (C.3)$$

$$\sum_{s=1}^{50} \Lambda_s = 1 \quad (C.4)$$

$$\Lambda_s \in \{0, 1\}, \quad s = 1, \dots, 50, \quad \Theta_k \text{ irrestrita} \quad (C.5)$$

$$s_{mk}^- \geq 0, \quad s_{1k}^+ \geq 0 \quad (C.6)$$

O conjunto de dados é o mesmo, apresentado nas tabelas 4.1 e 4.2 do capítulo 4, com CMEIs e CEIs numerados em seqüência de 1 a 50.

C.2 Resultados

Os resultados obtidos, após o processamento dos modelos para o grupo, são apresentados nas tabelas D.1 e D.2 do apêndice D. A tabela D.1 apresenta os escores de eficiência, as referências, o número de vezes que cada DMU é citada como referência e as sobras. A tabela D.2 apresenta além dos escores de eficiência e referências, os dados iniciais e as metas, para cada DMU.

C.3 Análise dos resultados

As tabelas D.1 e D.2 do apêndice D servem de base para a presente análise. Do total das 50 DMUs avaliadas conjuntamente, 40% ou o equivalente a 20 DMUs, apresentam escore unitário, sendo portanto eficientes. Ou seja, não existem outras unidades que empreguem menos pessoal e tenham mais alunos matriculados, do que estas 20. Das 20 eficientes, 8 são CEIs e 12 são CMEIs. O escore médio de eficiência do grupo é dado por $\bar{\Theta} = 1,111$, ocorrendo 15 DMUs ineficientes com escores inferiores à média e 15 DMUs ineficientes com escores superiores à média. A figura C.1, mostra a distribuição da frequência dos escores.

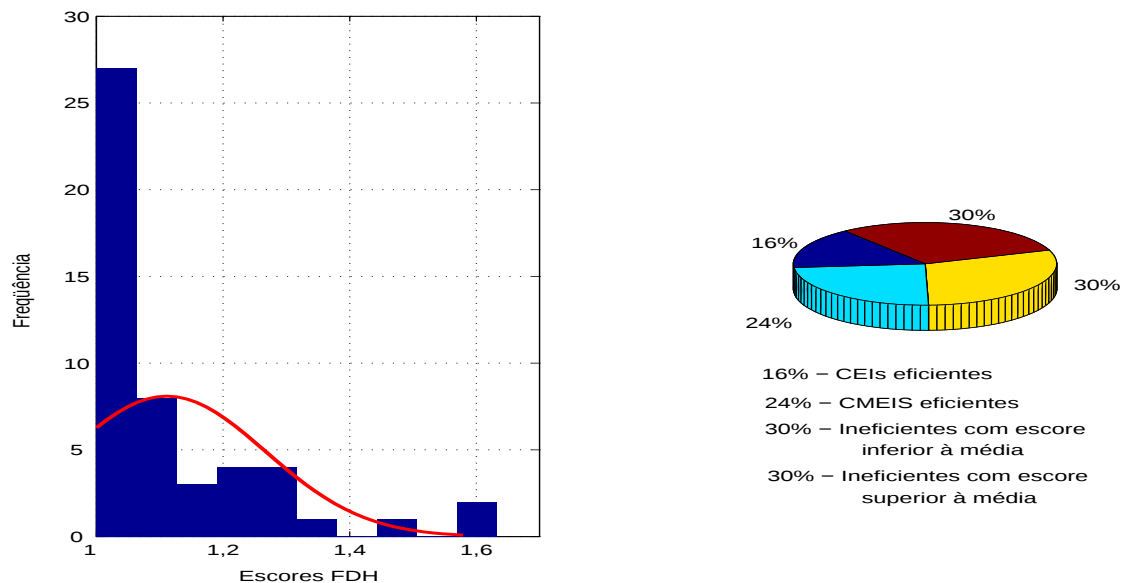


Figura C.1: Frequências de escores FDH, para $S=50$

A tabela D.1 mostra também, que das 20 DMUs eficientes, 7 delas são referências para

outras, sendo que a DMU 48, é referência para outras 13 DMUs, seguida pelas DMUs 46, 3, 41, 11, 37 e 49, que são referências para 5, 5, 4, 1, 1 e 1 outras, respectivamente. O escore médio de ineficiência das 30 ineficientes do grupo, tem valor $\bar{\Theta}_{inef} = 1,185$, indicando que em média, cada DMU ineficiente pode expandir em 18,5% a oferta de vagas. No grupo todo, a DMU mais ineficiente é a de número 50, que apresenta escore de ineficiência $\Theta = 1,633$, indicando que ela pode expandir em 63,3% sua capacidade de atendimento, o equivalente a um aumento de 38 vagas, para tornar-se tão eficiente quanto a DMU 41, sua referência. Além disto, pode reduzir 1 unidade do insumo SER. Já o menor escore de ineficiência é $\Theta = 1,017$, alcançado pela DMU de número 26, indicando que ela pode expandir em 1,7% sua capacidade de atendimento, o equivalente a um aumento de 2 vagas, para tornar-se tão eficiente quanto a DMU 3, sua referência. Além disto, pode reduzir 1 unidade do insumo PRO, 1 unidade do insumo AUX.

Será feita agora, uma rápida análise do desempenho dos 37 CMEIs, enquanto parte do grupo das 50 DMUs. Dos 37 CMEIs, 12 ou 32,4% do grupo são eficientes, dos quais, apenas 3 são referências para outros. Nenhum deles é referência para os CEIs. Dos 25 ineficientes, 16 apresentam escores menores do que o escore médio de ineficiência geral do grupo todo ($S=50$), o qual é dado por $\bar{\Theta}_{inef} = 1,185$; já 9 deles, apresentam escore acima do escore médio geral. O escore médio de ineficiência das 25 CMEIs ineficientes é dado por $\bar{\Theta}_{inef} = 1,145$, indicando que em média, cada DMU ineficiente, pode expandir em 14,5% a oferta de vagas. Entre os 37 CMEIs, o maior escore de ineficiência $\Theta = 1,496$ é apresentado pela DMU de número 24, indicando que ela pode expandir em 49,6% sua capacidade de atendimento, o equivalente a um aumento de 58 vagas, sem reduzir seus insumos, para tornar-se tão eficiente quanto a DMU 48, sua referência. Já o menor escore de ineficiência $\Theta = 1,017$, apresentado pela DMU de número 24, já teve o seu significado descrito acima.

De forma similar à do parágrafo anterior, será feita agora, uma rápida análise do desempenho dos 13 CEIs, enquanto parte do grupo das 50 DMUs. Entre os 13 CEIs, 8 deles ou 61,5% são eficientes; 4 destes, os de números 41, 46, 48 e 49 estão entre os mais citados como referências. Nenhum CEI tem como referência um CMEI, indicando que, não existem CMEIs

que utilizem menos recursos humanos que os CEIs e ofertem no mínimo tantas vagas quanto os CEIs. Também, 4 deles ou 30,7%, apresentam escores maiores do que o escore médio de ineficiência geral $\bar{\Theta}_{inef} = 1,185$ do grupo todo ($S=50$) e, apenas 1 deles, tem escore abaixo do escore médio de ineficiência geral. Encontra-se ainda entre eles, o que atinge o mais alto, e portanto, o pior escore de eficiência. Observa-se que entre as conveniadas, é alto o número de unidades eficientes, como também é alto o escore de ineficiência, das ineficientes. O escore médio de ineficiência das 5 ineficientes dentro do grupo, tem valor $\bar{\Theta}_{inef} = 1,385$, indicando que em média, cada DMU ineficiente, pode expandir em 38,5% a oferta de vagas. Encontra-se entre os 13 CEIs, o de maior escore de ineficiência em toda a análise, $\Theta = 1,633$, que é o CEI de número 50, indicando que ele pode expandir em 63,3% sua capacidade de atendimento, o equivalente a um aumento de 9 vagas, para tornar-se tão eficiente quanto a DMU 41, sua referência. Além disto, pode reduzir 1 unidade do insumo PRO e 2 unidades do insumo SER. Já o menor escore de ineficiência $\Theta = 1,101$ foi alcançado pelo CEI de número 43, indicando que ele pode expandir em 10,1% sua capacidade de atendimento, o equivalente a um aumento de 38 vagas, para tornar-se tão eficiente quanto a DMU 41, sua referência. Além disto, pode reduzir 1 unidade do insumo SER.

A tabela C.1 apresenta um resumo parcial do que foi discutido acima. O número 1,185 da primeira linha das colunas 5 e 6, representa o escore médio de ineficiência do grupo das 50 DMUs. A primeira e a segunda coluna, identificam o grupo e o total de DMUs em cada grupo; a terceira coluna contém a quantidade de DMUs que são eficientes em cada grupo e as respectivas porcentagens em relação aos totais da coluna 2; a quarta coluna contém a quantidade de DMUs que são referências em cada grupo e as respectivas porcentagens em relação aos totais da coluna 2; a quinta e sexta colunas contêm, respectivamente, as quantidades de DMUs que apresentam escores inferiores e superiores ao escore médio de ineficiência do grupo todo, e as respectivas porcentagens em relação aos totais da coluna 2; finalmente, a coluna 7 apresenta nas suas subcolunas, o número da DMU ineficiente com maior escore de eficiência (a mais ineficiente) e este escore, e, a coluna 8 apresenta nas suas subcolunas, o número da DMU ineficiente com menor escore de eficiência (a menos ineficiente) e este escore.

Grupo	Total	Eficientes		Referências		$\Theta < 1, 1852$		$\Theta > 1, 1852$		Pior Θ_{inef}		Melhor Θ_{inef}	
		Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	DMU	Θ	DMU	Θ
Todas	50	20	40	7	14	17	34	13	26	50	1,633	26	1,017
CMEI	37	12	32,4	3	8,1	16	43,2	9	24,3	24	1,496	26	1,017
CEI	13	8	61,5	4	30,7	1	7,6	4	30,7	50	1,633	43	1,101

Tabela C.1: Comparando desempenhos dos CMEIs e dos CEIs. $S=50$

A tabela C.2, resume os dados das DMUs 24 e 50, que têm pior desempenho em cada grupo, e os das DMUs 26 e 43, que têm melhor desempenho entre as ineficientes em cada grupo. A DMU menos eficiente é um CMEI e a mais ineficiente é um CEI. Os números entre parênteses na primeira e segunda colunas da tabela, indicam os resultados correspondentes obtidos no capítulo 4.

Escores, dados, metas e expansão, para as DMUs 24, 26, 43 e 50													
DMU	Referência	Escore	Folgas					Metas				Expansão	
			s_1^-	s_2^-	s_3^-	s_4^-	s_1^+						
24(17)	48(3)	1,496	6	9	6	2	117	6	9	6	2	175	58
26(24)	3	1,017	5	7	5	3	118	4	6	5	3	120	2
43(43)	41(41)	1,101	4	5	5	1	89	3	5	3	1	98	9
50(50)	41(41)	1,633	3	5	4	1	60	3	5	3	1	98	38

Tabela C.2: Dados e metas para as DMUs 24, 26, 43 e 50 e $S=50$

A análise breve das metas apresentadas na tabela D.2 do apêndice D, revela uma expansão geral de 661 vagas no grupo todo ($S=50$), que é apresentada na tabela C.3, onde a coluna 1 representa o total de vagas oferecidas por todos os 50 CMEIs e CEIs; a coluna 2 representa o total de vagas oferecidas apenas pelos ineficientes; a coluna 3 contém a expansão possível revelada pela aplicação de DEA aos dados; a coluna 4 contém a expansão percentual de vagas em relação ao total da coluna 1; a coluna 5 contém a expansão percentual real de vagas em relação ao total da coluna 2 e finalmente a coluna 6 apresenta o escore de ineficiência médio DEA, para mera comparação da expansão média de 18,5% das unidades ineficientes, sugerida por DEA, com a expansão percentual da coluna 5.

Total de vagas oferecidas	Total de vagas oferecidas por DMUs ineficientes	Expansão total de vagas	Percentual de expansão do total de vagas	Percentual de expansão das DMUs ineficientes	Ineficiência média DEA
7578	4289	661	8,720	15,410	1,185

Tabela C.3: Expansão percentual de vagas, $S=50$

C.4 Conclusão

Será feita agora uma análise comparativa do desempenho dos CMEIs e dos CEIs, com base nos resultados obtidos neste apêndice e no capítulo 4.

A análise é iniciada, com base na tabela C.4 e na figura C.2, que sintetizam as informações do tratamento conjunto das 50 unidades e do tratamento dos grupos isolados.

Comparação da expansão de vagas. $S=50$, $S=37$ e $S=13$						
Grupo em estudo	Total de vagas oferecidas	Total de vagas oferecidas por DMUs ineficientes	Expansão total de vagas(Qtde)	Expansão: (%)do total de vagas	Expansão:(%)das vagas das DMUs ineficientes	Ineficiência média DEA
Todos	7578	4289	661	8,7	15,41	1,185
CMEI	5906	3808	498	8,4	13,08	1,145
CEI	1672	481	163	9,7	33,9	1,385
CMEI	5906	2672	240	4,06	8,98	1,097
CEI	1672	481	163	9,7	33,9	1,385

Tabela C.4: Comparativo da expansão percentual de vagas, $S=50$, $S=37$ e $S=13$

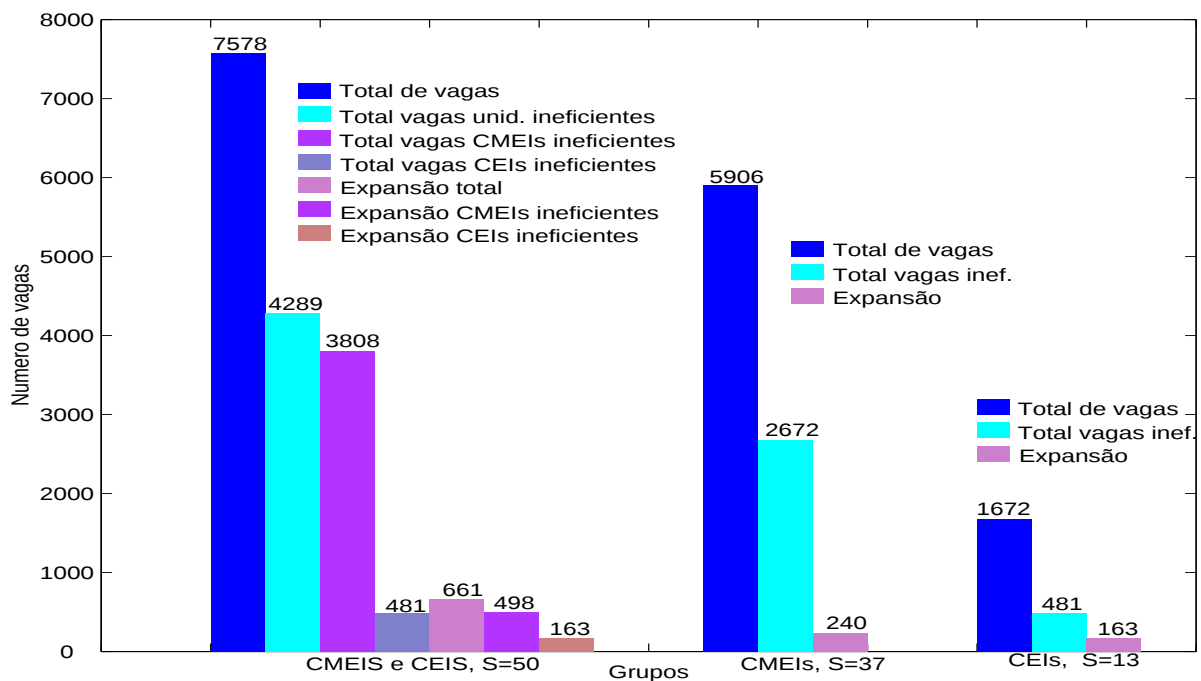


Figura C.2: Comparativo da expansão percentual de vagas, $S=50$, $S=37$ e $S=13$

Da tabela C.4, considerando as vagas oferecidas pelas DMUs, ou no total ou pelas ineficientes em cada grupo, observa-se que os 37 CMEIs sofrem uma expansão percentual menor, o que talvez seja explicado pelo fato de que, que as unidades já trabalhem mais próximo da sua capacidade máxima de atendimento, o que também é compatível com o escore médio de ineficiência

do grupo, que é menor do que o escore médio de ineficiência do grupo dos CEIs. É interessante notar que a expansão de vagas dos CEIs não é influenciada pela presença dos CMEIs mas, estes sofrem influência daqueles. Isto significa que entre os CEIs, existem unidades que produzem mais do que os CMEIs e consomem menos do que eles, e assim tornam-se *benchmarks*, possibilitando uma maior expansão de vagas no grupo dos CMEIS. Assim, havendo uma expansão maior, pioram os escores de eficiência e os escores médios de eficiência e de ineficiência, como de fato ocorreu quando os CMEIs foram considerados parte do grupo dos 50.

Além da expansão de vagas, outro ponto interessante a comparar nas duas análises é a folga dos insumos. A tabela C.5 mostra a variação total da quantidade de insumos e produtos, as folgas, e os percentuais que tais quantidades representam do valor “Total” da linha correspondente. Como se vê na tabela, os CMEIs apresentam quase sempre, um percentual maior de sobras de insumos, o que pode significar um maior custo de manutenção, resultado similar ao obtido no capítulo 4, quando os grupos foram considerados separadamente.

Comparação do total das folgas para $S=50$, $S=37$ e $S=13$											
Grupo	Total	PRO		AUX		SER		ADM		ALU	
		Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	%	Qtde	Vagas/DMU
Todas	50	10	20,0%	18	36,0%	18	36,0%	16	32,0%	661	13,2
CMEIs	37	8	21,6%	17	45,9%	15	40,5%	16	43,2%	498	13,5
CEIs	13	2	15,4%	1	7,7%	3	23,1%	0	00,0%	163	12,5
CMEIs	37	3	8,1%	12	32,4%	11	29,7%	1	2,7%	240	6,5
CEIs	13	2	15,4%	1	7,7%	3	23,1%	0	00,0%	163	12,5

Tabela C.5: Comparação do total de folgas para $S=50$, $S=37$ e $S=13$

Da análise anterior, percebe-se uma diferença muito acentuada nos resultados atingidos pelos CMEIs, quando analisados isoladamente ou quando componentes do grupo todo. Esta diferença se reflete na expansão do número de vagas do Sistema Municipal de Ensino.

Pode-se questionar neste ponto, se a diferença de comportamento entre os grupos, pode ser justificada em termos de gerenciamento. Os CMEIs, são inteiramente administrados pela Secretaria de Educação, enquanto que, cada CEI tem uma administração própria, já que são parcialmente mantidos por organizações não governamentais, cabendo a distintas organizações, a administração de cada CEI. Independentemente desta análise ou de outras que se façam necessárias, sendo mantidas as condições atuais de funcionamento, a expansão de vagas seria maior quando as unidades são analisadas conjuntamente.

Apêndice D

Tabelas de resultados referentes ao apêndice C

D.1 Resultados

Os dados utilizados para a análise conjunta dos CMEIs e dos CEIs encontram-se nas tabelas 4.1 e 4.2 do capítulo 4. As unidades agora são numeradas de 1 a 50, recebendo os CMEIs os números de 1 a 38 e os CEIs, os números de 38 a 50.

Os resultados obtidos, após o processamento dos modelos para o grupo, são apresentados nas tabelas D.1 e D.2.

A tabela D.1 apresenta os escores de eficiência, as referências, o número de vezes que cada DMU é citada como referência e as folgas. As penúltimas linhas contêm os totais de folgas de todos os insumos e produtos. As últimas linhas, contêm o escore médio de eficiência, bem como o escore médio de ineficiência do grupo.

A tabela D.2 apresenta em suas colunas, os escores de eficiência, as referências, os dados iniciais e as metas, para cada DMU. As penúltimas linhas contêm os totais de insumos e produtos referentes aos dados iniciais e aos dados com as metas. As últimas linhas, repetem os escores médios de eficiência e de ineficiência e apresentam também a expansão total do produto ALU.

Escore de eficiência, referências e sobras considerando 50 creches								
DMU	Escore de eficiência	Referência	Nº citações referência	Sobras				
				s_1^-	s_2^-	s_3^-	s_4^-	s_1^+
1	1,045	46	0	1	3	1	0	10
2	1,077	11	0	0	1	0	0	15
3	1	3	6	0	0	0	0	0
4	1,029	48	0	0	0	1	1	5
5	1,022	37	0	0	0	0	0	4
6	1	6	1	0	0	0	0	0
7	1,094	48	0	0	0	0	1	15
8	1,197	46	0	0	1	4	2	38
9	1,08	48	0	0	0	0	1	13
10	1	10	1	0	0	0	0	0
11	1	11	2	0	0	0	0	0
12	1,111	3	0	0	0	0	0	12
13	1,085	49	0	0	0	0	0	10
14	1,207	48	0	0	1	0	1	30
15	1,188	3	0	0	0	1	0	19
16	1,074	48	0	0	0	1	1	12
17	1,277	3	0	0	0	0	0	26
18	1,224	48	0	1	1	0	1	32
19	1,179	46	0	0	0	1	1	35
20	1	20	1	0	0	0	0	0
21	1	21	1	0	0	0	0	0
22	1,054	48	0	0	0	1	1	9
23	1	23	1	0	0	0	0	0
24	1,496	48	0	0	0	0	0	58
25	1,061	48	0	1	1	0	1	10
26	1,017	3	0	1	1	0	0	2
27	1,018	46	0	2	3	1	0	4
28	1	28	1	0	0	0	0	0
29	1,342	41	0	1	1	1	2	25
30	1	30	1	0	0	0	0	0
31	1,091	3	0	1	0	1	0	10
32	1,209	46	0	0	2	1	1	40
33	1	33	1	0	0	0	0	0
34	1,287	48	0	0	2	1	1	39
35	1	35	1	0	0	0	0	0
36	1,167	48	0	0	0	0	1	25
37	1	37	2	0	0	0	0	0
38	1	38	1	0	0	0	0	0
39	1	39	1	0	0	0	0	0
40	1	40	1	0	0	0	0	0
41	1	41	5	0	0	0	0	0
42	1	42	1	0	0	0	0	0
43	1,101	41	0	1	0	2	0	9
44	1,316	48	0	0	0	0	0	42
45	1,607	41	0	1	0	0	0	37
46	1	46	6	0	0	0	0	0
47	1,268	48	0	0	1	0	0	37
48	1	48	14	0	0	0	0	0
49	1	49	2	0	0	0	0	0
50	1,633	41	0	0	0	1	0	38
Sobras totais				10	18	18	16	661
Média de todos os escores=1,111. Média ineficiência=1,185.								

Tabela D.1: Escores de eficiência FDH, referências e sobras, para $S=50$

Escore de eficiência, referências, dados e metas, considerando 50 creches												
DMU	Escore	Referência	Dados					Metas				
1	1,045	46	9	14	8	2	221	8	11	7	2	231
2	1,077	11	8	11	6	3	196	8	10	6	3	211
3	1	3	4	6	5	3	120	4	6	5	3	120
4	1,029	48	6	9	7	3	170	6	9	6	2	175
5	1,022	37	7	12	7	3	185	7	12	7	3	189
6	1	6	3	4	5	3	72	3	4	5	3	72
7	1,094	48	6	9	6	3	160	6	9	6	2	175
8	1,197	46	8	12	11	4	193	8	11	7	2	231
9	1,08	48	6	9	6	3	162	6	9	6	2	175
10	1	10	9	13	7	3	231	9	13	7	3	231
11	1	11	8	10	6	3	211	8	10	6	3	211
12	1,111	3	4	6	5	3	108	4	6	5	3	120
13	1,085	49	5	8	6	2	118	5	8	6	2	128
14	1,207	48	6	10	6	3	145	6	9	6	2	175
15	1,188	3	4	6	6	3	101	4	6	5	3	120
16	1,074	48	6	9	7	3	163	6	9	6	2	175
17	1,277	3	4	6	5	3	94	4	6	5	3	120
18	1,224	48	7	10	6	3	143	6	9	6	2	175
19	1,179	46	8	11	8	3	196	8	11	7	2	231
20	1	20	6	9	5	3	159	6	9	5	3	159
21	1	21	5	8	5	3	137	5	8	5	3	137
22	1,054	48	6	9	7	3	166	6	9	6	2	175
23	1	23	5	7	4	4	111	5	7	4	4	111
24	1,496	48	6	9	6	2	117	6	9	6	2	175
25	1,061	48	7	10	6	3	165	6	9	6	2	175
26	1,017	3	5	7	5	3	118	4	6	5	3	120
27	1,018	46	10	14	8	2	227	8	11	7	2	231
28	1	28	10	16	9	3	236	10	16	9	3	236
29	1,342	41	4	6	4	3	73	3	5	3	1	98
30	1	30	8	9	6	3	185	8	9	6	3	185
31	1,091	3	5	6	6	3	110	4	6	5	3	120
32	1,209	46	8	13	8	3	191	8	11	7	2	231
33	1	33	11	17	11	3	297	11	17	11	3	297
34	1,287	48	6	11	7	3	136	6	9	6	2	175
35	1	35	4	9	6	3	150	4	9	6	3	150
36	1,167	48	6	9	6	3	150	6	9	6	2	175
37	1	37	7	12	7	3	189	7	12	7	3	189
38	1	38	3	3	3	1	59	3	3	3	1	59
39	1	39	8	11	8	1	219	8	11	8	1	219
40	1	40	6	8	6	3	155	6	8	6	3	155
41	1	41	3	5	3	1	98	3	5	3	1	98
42	1	42	6	7	6	1	126	6	7	6	1	126
43	1,101	41	4	5	5	1	89	3	5	3	1	98
44	1,316	48	6	9	6	2	133	6	9	6	2	175
45	1,607	41	4	5	3	1	61	3	5	3	1	98
46	1	46	8	11	7	2	231	8	11	7	2	231
47	1,268	48	6	10	6	2	138	6	9	6	2	175
48	1	48	6	9	6	2	175	6	9	6	2	175
49	1	49	5	8	6	2	128	5	8	6	2	128
50	1,633	41	3	5	4	1	60	3	5	3	1	98
Totais			305	452	308	129	7578	295	434	290	113	8239
Média de todos os escores=1,111. Média ineficiência=1,185. Expansão total de vagas=663												

Tabela D.2: Escores de eficiência FDH, dados e metas, para $S=50$

Referências Bibliográficas

- [1] ALLEN, R.; THANASSOULIS, E. Improving envelopment in data envelopment analysis. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 154, p. 363-379, 2004.
- [2] AMARAL, O. S. *Avaliação da eficiência produtiva das unidades acadêmicas do Amazonas nos anos de 1994 e 1995 empregando análise envoltória de dados*. Florianópolis, 1999. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina.
- [3] BELTON, V. Integrating data envelopment analysis with multiple criteria decision analysis. *Management Science*, Glasgow: Research Paper nº 1991/8, 2004.
- [4] BRASIL. Lei n. 8.069 de 13 de julho de 1990. Estabelece o estatuto da criança e do adolescente. Organização: Juarez de Oliveira. 3. ed. Atual. São Paulo: Saraiva, 1993.
- [5] BRASIL. Lei n. 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. In: SAVIANI, D. *A nova lei da educação: LDB trajetórias limites e perspectivas*. 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 1997.
- [6] BRASIL. Lei n. 10.172 de 09 de janeiro de 2001. Estabelece o plano nacional de educação. Disponível em [http://portal.mec.gov.br/legislação educacional](http://portal.mec.gov.br/legislação_educacional). Brasília (DF), 2001.
- [7] BRASIL. *Constituição da República Federativa do Brasil*. Organização: Ana Paula Elias da Silva. 4. ed. São Paulo: Iglu, 2004a.
- [8] BRASIL. Planos, programas e projetos. Disponível em <http://www.brasil.gov.br>. Acesso em 28 fev. 2004b.

- [9] CAMANHO, A. S.; DYSON, R. G. Cost efficiency measurement with price uncertainty: a DEA application to bank branch assessments. *European Journal of Operational Research*, 2003.
- [10] CHAMBERS, R. G. Applied production analysis: a dual approach. New York: Cambridge University Press, 1988.
- [11] COOPER, W. W.; HUANG, Z. M.; LELAS, V.; LI, S.X.; OLESEN, O. B. Chance constrained programming formulations for stochastic characterizations of efficiency and dominance. *Journal of Productivity Analysis*, v. 9, p. 53-79, 1998.
- [12] COOPER, R. T.; SEIFORD, L. M.; TONE, K. *Data Envelopment Analysis : a comprehensive text with models, applications, references, and DEA-Solver* Kluwer Academic Publishers, 3.ed. Boston/Dordrecht, 2002.
- [13] DESPOTIS, D. K. Measuring human development via data envelopment analysis: the case of Asia and the Pacific. *OMEGA*, 2004. Disponível em www.sciencedirect.com. Acesso em 01/10/2004.
- [14] DOYLE, J.; GREEN, R. Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 45, p. 567-579. 1994.
- [15] DYCKHOFF, H.; ALLEN, K. Measuring ecological efficiency with data envelopment analysis (DEA). *European Journal of Operational Research*, v. 132, p. 312-325, 2001.
- [16] DYSON, R. G. Data Envelopment Analysis. *MP in Action*, Coventry, 1995. Resumo de: SIMONS, R. *Data Envelopment Analysis aids Efficiency*. Coventry: 1995.
- [17] DYSON, R. G.; ALLEN, R.; CAMANHO, A. S.; PODINOVSKI V. V.; SARRICO, C. S.; SHALE E. A. Pitfalls and protocols in DEA. *European Journal of Operational Research*, v. 132, p. 245-259, 2001.
- [18] EMROUZNEJAD, A. *Ali Emrouznejad's DEA Home Page (2003)*. Disponível em <http://www.warwick.ac.uk/~bsrlu>. Acesso em 2004.

- [19] EMROUZNEJAD, A.; THANASSOULIS E. A mathematical model for dynamis efficiency using data envelopment analysis. *Applied mathematics and computation*, v. 160, p. 363-378, 2005.
- [20] ERTAY, T.; RUAN, D. Data envelopment analysis based decision model for optimal operator allocation in CMS. *European Journal of Operational Research*, v. 164, p. 800-810, 2005.
- [21] FÄRE, R.; GROSSKOPF, S.; LOVELL, C. A. K. *Production Frontiers*. Great Britain: Cambridge University Press, 1994.
- [22] FORSUND, F. R.; SARAFOGLOU, N. On the origins of data envelopment analysis. In: *European Workshop on Efficiency and productivity analysis. Discussion Paper #D-02/1999*, Copenhagen, 1999.
- [23] FORSUND, F. R. Categorical variables in DEA. *International Journal of Business and Economics*, v. 1, p. 33-43, 2002.
- [24] FORSUND, F. R.; HJALMARSSON, L. Calculating scale elasticity in DEA models. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 55 , p. 1023, 2004.
- [25] GREEN, R. H.; DOYLE, J. R.; COOK, W. D. Preference voting and project ranking using DEA and cross-evaluation. *European Journal of Operational Research*, v. 90, p. 461-472, 1996.
- [26] GUO, P. J.; TANAKA, H. Fuzzy DEA: a perceptual evaluation method. *Fuzzy sets and systems*, v. 119, p. 149-160, 2001.
- [27] HALME, M.; KORHONEN, P. Restricting weights in value efficiency analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 126, p. 175-188, 2000.
- [28] HERRERO, I.; PASCOE, S. Analysing the effect of technical change on individual outputs using modified quasi-Malmquist indexes. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 55, p.1081, 2004.

- [29] JAHANSHAHLOO, G.R.; SOLEIMANI-DAMANEH, M; NASRABADI, E. Measure of efficiency in DEA with fuzzy input-output levels: a methodology for assessing, ranking and imposing of weights restrictions. *Applied Mathematics and Computation*, v. 156, p. 175-187, 2004.
- [30] JAHANSHAHLOO, G. R.; MEMARIANI, A.; HOSSEINZADEH, F.; SHOJA, N. A feasible interval for weights in data envelopment analysis. *Applied Mathematical of Computation*, v. 160, p. 155-168, 2005.
- [31] JANZEN, E. A. Avaliação da eficiência técnica de um conjuntop de escolas de um conjunto de escolas de Curitiba em relação ao índice de aprovação, utilizando DEA. Curitiba, 2003. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Paraná.
- [32] KAO, C; LIU, S. T. Data envelopment analysis with missing data: an application to University libraries in Taiwan. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 51, p. 897-905, 2000.
- [33] KOSMINSKI, E. V. A Infância Assistida. São Paulo, 1992. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo (USP).
- [34] KUOSMANEN, T. DEA with efficiency classification preserving conditional convexity. *European Journal of Operational Research*, v.132, p. 326-342, 2001.
- [35] KUOSMANEN, T.; POST, T. Mesuring economic efficiency with incomplete price information: with an application to European comercial banks. *European Journal of Operational Research*, v. 134, p. 43-582, 2001.
- [36] KUOSMANEN, T.; POST, T. Mesuring economic efficiency with incomplete price information: with an application to European comercial banks (corrige artigo anterior). *European Journal of Operational Research*, v. 144, p. 454-457, 2003.
- [37] LAHDELMA, R.; SALMINEN, P. Stochastic multicriteria acceptability analysis using the data envelopment model. *European Journal of Operational Research*, 2004.

- [38] LI, X. B.; REEVES, G. R. A multiple criteria approach to data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 115, p. 507-519, 1999.
- [39] LOPES, A. L. M. *Um modelo de Análise Envoltória de Dados e conjuntos difusos para avaliação cruzada da produtividade e qualidade de departamentos acadêmicos - uma aplicação na UFSC*. Florianópolis, 1998. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina.
- [40] LOPES, A. L. M.; LANZER, E. A.; BARCIA, R. M. Fuzzy Cross-Evaluation of the performance of academic departments within a University. In: *Canadian Institutional and planning conference*, Toronto, 1997. Disponível em www.cirpa-acpri.ca/prevconferences
- [41] MARINGÁ. Prefeitura do Município de Maringá, Secretaria de Educação. Disponível em www.maringa.pr.gov.br. Acesso em 28/02/2004.
- [42] MARINHO A. Estudo da eficiência em alguns hospitais públicos e privados com geração de rankings. *IPEA Textos para discussão*, texto n.794, Maio, 2001.
- [43] MARINHO A.; FAÇANHA L. O. Hospitais universitários: avaliação comparativa da eficiência técnica. *IPEA Textos para discussão*, texto n. 805, 34p, Junho, 2001.
- [44] MELLO, J. C. C. B. S. de; GOMES, E. G.; MEZA, L. A.; BIONDI NETO, L. Índice de eficiência em fronteiras DEA nebulosas. 2003. Disponível em www.produção.uff.br. Acesso em 06/11/04.
- [45] MEZA, L. A. *Envelopment analysis (DEA) na determinação da eficiência dos programas de pós graduação do COPPE/UFRJ*. Rio de Janeiro, 1998. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [46] MOITA, M. H. V. *Medindo Eficiência Relativa de Escolas Municipais da cidade do Rio Grande usando uma abordagem DEA*. Florianópolis, 1995. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina.

- [47] NOGUCHI, H.; OGAWA, M.; ISHII, H. The appropriate total rankink method using DEA for multiple categorized purposes. *Journal of Computacional and Applied Mathematics*, v. 146, p. 155-166, 2002.
- [48] NUNES, N. *Eficiência produtiva de organizações educacionais: uma aplicação da Análise Envoltória de Dados sobre a Produção Científica dos Departamentos da Universidade Federal de Santa Catarina*. Florianópolis, 1998. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina.
- [49] OBATA, T.; ISHII, H. A method for discriminating efficient candidates with ranked voting data. *European Journal of Operational Research*. v. 151, p. 233-237, 2003.
- [50] OLIVEIRA, Z. de M. *et al. Creches: crianças, faz de conta & cia*. Petrópolis, Rio de Janeiro. Vozes, 1992.
- [51] OMERO, M.; D'AMBROSIO, L.; PESENTI, R.; UKOVICH W. Multiple-attribute decision support system based on fuzzy logic for performance assessment. *European Journal of Operational Research*, v. 160, p.710-725, 2005.
- [52] PODINOVSKI, V. V. DEA models for the explicit maximisation of relative efficiency. *European Journal of Operational Research*, v. 131, p. 572-586, 2001.
- [53] PODINOVSKI, V. V. Local and global returns to scale in performance measurement. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 55, p. 170, 2004a.
- [54] PODINOVSKI, V. V. Bridging the gap between the constant and variable returns-to-scale models: selective proportionality in data envelopment analysis. *The Journal of the Operational Research Society*, v. 55, p. 265, 2004b.
- [55] PODINOVSKI, V. V. Suitability and redundancy of non-homogeneous weight restrictions for measuring the relative efficiency in DEA. *European Journal of Operational Research*, v. 154, p. 380-395, 2004c.

- [56] PRIOR, D.; SURROCA, J. Strategic groups based on marginal rates: an application to the Spanish banking industry. *European Journal of Operational Research*, 2004.
- [57] ROSEMAN, R.; FRIESNER, D. Scope and scale inefficiencies in physician practices. *Health Economics*, v. 13, p. 1091-1116, 2004.
- [58] RUGGIERO, J. On the measurement of technical efficiency in the public sector. *European Journal of Operational Research*, v. 90, p. 553-565, 1996.
- [59] RUIZ-TORRES, A. J.; LÓPEZ, F. J. Using the FDH formulation of DEA to evaluate a multi-criteria problem in parallel machine scheduling. *Computers & Industrial Engineering*, v. 47, p. 107-121, 2004.
- [60] SAATI, S.; MEMARIANI, A. Reducing weight flexibility in fuzzy DEA. *Applied Mathematics and Computation*, 2004.
- [61] SANTOS, T. *Avaliação de bebês em creches: uma prática pedagógica necessária a uma instituição comprometida com o aspecto educacional*. Marília, 1994. Dissertação (Mestrado). UNESP.
- [62] SARKIS, J. A comparative analysis of DEA as a discrete alternative criteria decision tool. *European Journal of Operational Research*, v. 123, p. 543-557, 2002.
- [63] SARRICO, C. S.; DYSON, R. G. Restricting virtual weights in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 159, p. 17-34, 2004.
- [64] SAVIANI, D. *A nova lei da educação: LDB trajetórias limites e perspectivas*. 2.ed. rev. Campinas: Autores Associados, 1997.
- [65] SHANG, J.; SUEYOSHI, T. A unified framework for the selection of a flexible manufacturing system. *European Journal of Operational Research*, v. 85, p. 297-315, 1995.
- [66] SILVA, A. C. M. da. *Análise da eficiência das instituições financeiras brasileiras, segundo a metodologia do "Data Envelopment Analysis" (DEA)*. Rio de Janeiro, 2000. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio de Janeiro..

- [67] SILVA, H. B. F. da *Um modelo baseado na análise de encapsulamento de dados (Data envelopment analysis - DEA) para benchmarking*. Rio de Janeiro, 1994. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [68] SURCO, D. F. *Desenvolvimento de uma ferramenta computacional para avaliação da eficiência técnica baseada em DEA*. Curitiba, 2004. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Paraná.
- [69] TAKAMURA, Y.; TONEB, K. A comparative site evaluation study for relocating Japanese government agencies out of Tokyo. *Method Socio-Economic Planning Sciences*, v. 37, p. 85-102, 2003.
- [70] TAKEDA, E.; SATOH, J. A Data Envelopment Analysis Approach to Multicriteria Decision Problems with Incomplete Information. *Computers and Mathematics with Applications*. v. 39, p. 81-90, 2000.
- [71] TAVARES, G. A Bibliography of Data Envelopment Analysis(1978-2001). *Rutcor Research Report*. RRR 01-02, Jan. 2002.
- [72] WILHELM, V. E. *DEA (apostila)*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná - Departamento de Matemática - Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, 2003.
- [73] XUE, M.; HARKER, P. T. Overcoming the inherent dependency of DEA efficiency Scores: a bootstrap approach. *The Wharton School, University of Pennsylvania*. Philadelphia, April. 1999.
- [74] ZHU, J. Imprecise data envelopment analysis (IDEA): a review and improvement with an application. *European Journal of Operational Research*, v. 144, p. 513-519, 2003.

DOCUMENTOS CONSULTADOS

- [75] ARAUJO, C. R. V. *História do Pensamento Econômico: uma abordagem introdutória*. São Paulo: Atlas, 1988.
- [76] HANSELMAN, D; LITTLEFIELD, B. *Matlab 6 curso completo*. São Paulo: Prentice Hall, 2003.
- [77] PREFEITURA DO MUNICIPIO DE MARINGÁ. *Arquivos da Secretaria de Educação do Município*.
- [78] THE CONCISE ENCYCLOPEDIA OF ECONOMICS. Indianapolis: Liberty Fund. Inc, ed. David R. Henderson, 2004. <http://www.econlib.org/library/Enc/bios>. Acesso em 24/11/2004.
- [79] UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Sistema de Bibliotecas. *Normas para apresentação de trabalhos*. Curitiba: Ed. da UFPR, 2002.